



HAL
open science

Modeling the impact bombardment of the planets and moons, with applications to dating by crater counting

Mathieu Le Feuvre

► **To cite this version:**

Mathieu Le Feuvre. Modeling the impact bombardment of the planets and moons, with applications to dating by crater counting. Sciences of the Universe [physics]. Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP), 2008. English. NNT: . tel-04015436

HAL Id: tel-04015436

<https://hal.science/tel-04015436>

Submitted on 5 Mar 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

THÈSE

présentée

à l'INSTITUT DE PHYSIQUE DU GLOBE DE PARIS

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE DU GLOBE DE PARIS

spécialité : GÉOPHYSIQUE INTERNE

par

Mathieu Le Feuvre

sujet :

MODÉLISER LE BOMBARDEMENT
DES PLANÈTES ET DES LUNES.
APPLICATION À LA DATATION
PAR COMPTAGE DES CRATÈRES.

soutenue le 3 octobre 2008 devant le jury composé de

Jean Besse	Président
Valery Lainey	Examineur
Jacques Laskar	Examineur
Alessandro Morbidelli	Rapporteur
Patrick Pinet	Rapporteur
Mark Wieczorek	Directeur de thèse

RÉSUMÉ

L'objectif de ce travail est de donner de nouvelles estimations du taux de formation des cratères à la surface de la Lune et des planètes telluriques. Pour ce faire, nous commençons par bâtir une population réaliste d'impacteurs potentiels, à partir des observations et modèles de la distribution orbitale des astéroïdes et comètes qui parcourent le système solaire interne. Les probabilités d'impact sont calculées en fonction des conditions d'approche avec la planète (vitesse, direction), en utilisant les formules existantes. L'étude de la Lune a nécessité l'établissement de probabilités adaptées, applicables au cas de n'importe quel autre satellite. Connaissant la distribution de probabilité des conditions d'approche, nous déterminons le flux et les conditions d'impact en fonction de la position à la surface du corps bombardé, à l'aide de nouveaux outils analytiques. Par le biais des dernières lois d'échelles qui relient l'impact à la taille du cratère formé, nous convertissons enfin nos estimations en terme de taux de formation des cratères.

Notre modèle reproduit de manière excellente la distribution taille / fréquence des cratères lunaires observés, sous l'hypothèse que le régolithe superficiel induit la formation des petits cratères en régime dit « poreux », tandis que les cratères plus grands, plus profonds, se forment en régime « non poreux ». Le nombre absolu de cratères formés par nos simulations est en accord avec l'hypothèse répandue selon laquelle la population d'impacteurs, réapprovisionnée par les résonances au sein de la ceinture principale d'astéroïdes, est en état de relatif équilibre depuis trois milliards d'années. Le modèle est également en accord raisonnable avec les données sismiques lunaires. Nous prédisons des variations spatiales du taux de cratérisation, significatives en particulier sur Mars et sur la Lune. Les pôles martiens, une fois les variations d'obliquité de la planète prises en compte, accumulent les cratères 30 % plus rapidement que l'équateur (par unité de surface). Sur la Lune, des variations en longitude s'ajoutent, engendrées par sa rotation synchrone. Le minimum est localisé en ($\pm 60^\circ N, 90^\circ E$), et le maximum, près de 50 % plus élevé, se situe en ($0^\circ N, 90^\circ W$). Les résultats lunaires semblent être validés par certaines observations, même si les incertitudes associées à ces der-

nières sont grandes. Les variations journalières du flux d'impacts terrestre sont en accord avec les observations radar de météores. Sur l'ensemble de la population de croiseurs, on s'attend à observer deux maxima : l'un à midi, l'autre à minuit. A mesure que l'on considère des projectiles de plus en plus rapides, le flux se concentre autour de 6 heures du matin.

L'âge d'une surface est relié à la densité de cratères qui la recouvrent, via une relation empirique bâtie grâce aux échantillons lunaires. En substance, cette relation prédit une accumulation constante de cratères dans les trois derniers milliards d'années, et un accroissement exponentiel au-delà. Nous corrigeons les points de calibration de la méthode, en tenant compte des variations spatiales. Il s'avère que la solution analytique de référence s'en trouve confortée. La position d'une unité géologique en passe d'être datée devrait être prise en compte pour convertir la densité de cratères mesurée en équivalent planétaire global. Si les incertitudes inhérentes à la méthode sont en général plus grandes que les erreurs induites par les variations spatiales, le biais associé peut être de 800 millions d'années dans le pire des cas. La méthode s'exporte aux autres planètes, à condition de connaître le taux de cratérisation relatif à la Lune. Nos résultats impliquent de nouvelles estimations d'âge. Par exemple, nous calculons que la surface de Vénus est vieille d'environ 230 millions d'années. Caloris Mare, sur Mercure, se voit attribuer un âge de 3.7 milliards d'années. Le temps d'accumulation des cratons terrestres est estimé à 380 millions d'années, ce qui est en parfait accord avec les données géologiques.

ABSTRACT

The aim of this work is to give new estimates of the cratering rate on the Moon and terrestrial planets. We first build a realistic impacting population by using observations and models of the orbital distribution of the asteroids and comets that evolve in the inner solar system. Impact probabilities are then calculated as a function of the encounter conditions with the planet (velocity, direction), by the use of existing formulas. In the case of the Moon, we establish appropriate probabilities, applicable to any other satellite. We calculate the impact flux and impact conditions as a function of the position on the target body, with new analytical tools. Using the latest scaling law that relates the impact to the crater size, we convert our estimates in terms of cratering rate.

Our model reproduce very well the size-frequency distribution of observed lunar craters, under the assumption that the surface regolith implies that small craters form in the porous regime, while large (and thus deep) craters form in the non porous regime. The absolute number of simulated craters is in agreement with the common statement that the impacting population, resupplied via resonances inside the main asteroid belt, has been in a state of relative equilibrium during the last three billion years. We predict spatial variations of the cratering rate, in particular on Mars and the Moon. The martian poles, once the obliquity variations taken into account, accumulate the craters at a rate 30 % higher than the equator (per unit area). On the Moon, as the synchronous rotation induces longitudinal variations, the minimum is at $(\pm 60^\circ N, 90^\circ E)$, while the maximum, almost 50 % higher, is located at $(0^\circ N, 90^\circ W)$. The lunar results seems to be validated by some observations, even if uncertainties of these latest are high. Daily variations of the meteoritic flux on Earth are consistent with radar observations. For the entire population of Earth-crossers, we expect a flux that reaches a maximum at noon and another at midnight. By considering faster and faster projectiles, the flux concentrates at 6 a.m.

Surface ages are linked to crater densities, through an empirical relationship built with the lunar samples. In essence, this relationship predicts a constant

accumulation of craters during the last three billion years, and an exponential enhancement beyond. We correct the calibration points by accounting for the spatial variations. It follows that the reference analytical solution is reinforced. One should account for the location of a geologic unit to be dated to convert the measured crater density into a global average on the entire surface on the planet. Even if the uncertainties of the method are generally higher than errors induced by spatial variations, the bias can be as high as 800 millions years in worst case. Having estimated the cratering rates relative to the Moon, the datation method can be applied to other planets . Our results gives new estimates of several surface ages. For example, the surface of Venus is estimated to be about 230 Myr old. Caloris Mare, on Mercury, is dated at 2.70 Gyr. We calculate the time of accumulation of terrestrial cratons as 380 Myr, which is in perfect agreement with geologic data.

Table des matières

Introduction	15
1 Les cratères d'impact	23
1.1 Généralités	24
1.1.1 Observation et morphologie	24
1.1.2 Formation, altération et saturation	26
1.2 Une mesure du temps écoulé	27
1.2.1 La Lune, corps étalon	28
1.2.2 Exportation de la méthode vers les planètes	32
1.2.3 Incertitudes et controverses	35
2 Dynamique du système solaire	39
2.1 Problème à deux corps	40
2.2 Eléments orbitaux	43
2.3 Influence gravitationnelle d'un tiers	50
3 Les projectiles : astéroïdes et comètes	54
3.1 Définitions, origine et observations	55
3.2 Caractériser la population globale	60
3.2.1 Distribution orbitale et magnitude absolue	60
3.2.2 De la magnitude au diamètre	67
3.2.3 Météoroïdes	69
3.2.4 Distribution en taille	72
3.2.5 Synthèse	73
4 Les cibles : planètes et satellites	77
4.1 Géologie de surface	77
4.2 Propriétés physiques et orbitales. Variations séculaires	81

5	Probabilité d'impact et conditions d'approche	86
5.1	Objectifs et méthode générale	88
5.1.1	Conditions d'approche et probabilités	88
5.1.2	Vers la simulation du bombardement	90
5.2	Formalisme d'Opik : probabilité d'impact avec une planète	93
5.2.1	Cible en orbite circulaire d'inclinaison nulle	93
5.2.2	Cas général	98
5.3	Formules applicables au satellite	101
5.4	Méthodologie	106
5.4.1	Planètes	106
5.4.2	Satellites	108
5.4.3	Traitement simplifié du cas du satellite	108
5.5	Résultats	110
5.5.1	Système solaire actuel	110
5.5.2	Influence des variations séculaires	115
6	Simuler le bombardement	119
6.1	Hypothèse d'isotropie	119
6.2	Cas réel : asymétries	120
6.2.1	Planètes et lunes : effet de latitude	120
6.2.2	Satellites en rotation synchrone : effet de longitude	121
6.3	Expression analytique	122
6.4	Discussion	127
6.5	Résultats	131
6.6	Modéliser la bruit sismique lunaire	137
7	De l'impact au cratère	143
7.1	Formation du cratère	144
7.1.1	Cratère transitoire	144
7.1.2	Cratères simples	146
7.1.3	Cratères complexes	146
7.1.4	Cratères en régime de contrainte	146
7.2	Distributions taille-fréquence	147
7.2.1	Formalisme	147
7.2.2	Reconcilier l'observation des cratères et celle des bolides	149
7.2.3	Comparaison interplanétaire	152

8 Variations spatiales du taux de cratérisation	156
8.1 Formalisme	156
8.2 Résultats	158
8.3 Confrontation aux observations	161
8.4 Troyens autour de la Terre?	163
9 Révision de la datation par comptage de cratères	166
9.1 Recalibration de la chronologie	166
9.2 Méthodologie révisée	168
9.3 Attribution de nouveaux âges	171
Conclusions	176
A Trajectoires hyperboliques générées par une phase d’approche	179
A.0.1 Hyperboles d’impact	180
A.0.2 Hyperboles dans le système planète-satellite	182
B Etablissement des probabilités d’Öpik	186
C Simulation numérique dans le système Terre-Lune	189
C.1 Principe	189
C.2 Détermination de l’impact.	191
C.3 Précision et optimisation du code	193
C.4 Comparaison avec la méthode semi-analytique.	194
D Article : Nonuniform cratering of the terrestrial planets.	196
Bibliographie	226

Table des figures

1.1	Morphologies de cratères typiques	25
1.2	Densité de cratères lunaires d'un diamètre supérieur à 1 km en fonction du temps.	30
1.3	Distributions taille-fréquence cumulées de diverses populations de cratères lunaires, normalisées.	31
1.4	Exemple de distributions taille-fréquence lunaires	33
1.5	Distributions taille-fréquence planétaires, construites par analogie avec la Lune.	35
1.6	Cratères secondaires autour du cratère martien Zunil.	38
2.1	Géométrie de l'ellipse	42
2.2	L'orbite dans l'espace.	47
2.3	Nombre d'astéroïdes observés, en fonction du demi grand axe.	53
3.1	Ceinture principale d'astéroïdes.	56
3.2	Objets observés de magnitude $H < 15$, en fonction du demi grand axe et de l'excentricité	59
3.3	Modèles de Bottke et al. [2002] et Stuart [2001] en comparaison avec le total des objets observés en janvier 2008.9	62
3.4	Distribution orbitale des NEO d'après Bottke et al. [2002].	63
3.5	Nombre cumulé d'objets de périhélie inférieurs à q , en fonction de q , pour différentes magnitudes. Les détails sont donnés dans le texte.	64
3.6	Croiseurs observés en fonction de l'inclinaison, par intervalle de 0.5°	66
3.7	Distribution orbitale des NEO de diamètre $d > 1\text{km}$	70
3.8	Probabilité annuelle d'impact avec la Terre en fonction du diamètre des projectiles.	74
3.9	Distribution orbitale estimée des croiseurs telluriques.	75
3.10	Distribution en taille estimée des croiseurs telluriques.	76

4.1	Colonne stratigraphique lunaire.	79
4.2	Modélisation des variations à long terme de l'excentricité et de l'inclinaison des planètes telluriques.	82
4.3	Modélisation des variations à long terme de l'obliquité de Mars.	84
4.4	Evolution temporelle présumée de la distance Terre-Lune.	85
5.1	Géométrie de l'approche du projectile.	89
5.2	Bombardement généré lors d'une phase d'approche.	91
5.3	Position initiale du projectile lors d'une phase d'approche.	92
5.4	Inclinaison mutuelle et noeud commun.	99
5.5	Géométrie du mouvement autour du noeud commun.	100
5.6	Bombardement d'un système planète-lune généré lors d'une phase d'approche.	102
5.7	Noeuds communs de l'hyperbole qui pénètre dans le système planète-lune.	103
5.8	Distribution des vitesses d'approche avec les planètes telluriques et la Lune.	111
5.9	Comparaison entre les distributions des conditions d'approche calculées en faisant ou non la moyenne sur un cycle de précession pour Mercure et Mars.	112
5.10	Distribution des inclinaisons d'approche avec les planètes telluriques, comparées à l'isotropie.	113
5.11	Distribution de probabilité des conditions d'approche avec les planètes telluriques et la Lune.	114
5.12	Distribution de probabilité des conditions d'approche terrestres.	115
5.13	Comparaison de la distribution terrestre des coordonnées du radiant avec les données radar de Campbell-Brown [2008].	115
5.14	Distribution de probabilité des conditions d'approche lunaires.	116
5.15	Influence des variations séculaires sur la distribution des conditions d'approche martiennes.	117
5.16	Influence de la distance Terre-Lune sur la distribution de la longitude orbitale d'approche.	118
6.1	Illustration schématique de l'effet en latitude.	121
6.2	Illustration schématique de l'effet apex / antapex.	122
6.3	Illustration schématique de l'effet face visible / face cachée.	122

6.4	Relation entre le paramètre d'impact et la distance angulaire au radiant.	123
6.5	Passage du repère orbital au repère géographique.	126
6.6	Exemples de variations latitudinales du flux d'impacts.	128
6.7	Exemples de variations latitudinales de l'angle d'impact.	128
6.8	Exemples de variations du flux d'impacts en fonction de la distance à l'apex.	129
6.9	Exemples de variations du flux d'impacts en fonction de la distance à l'apex (bis).	130
6.10	Variations latitudinales du flux d'impacts à la surface des planètes telluriques.	131
6.11	Variations latitudinales du flux d'impacts à la surface de la Lune, en fonction de la séparation Terre-Lune.	132
6.12	Variations latitudinales de l'angle moyen d'impact à la surface des planètes telluriques.	133
6.13	Variations latitudinales de la vitesse d'impact moyenne à la surface des planètes telluriques.	134
6.14	Flux d'impacts à la surface de la Lune. Distance Terre-Lune actuelle.	135
6.15	Vitesses et angles d'impact moyens à la surface de la Lune. Dis- tance Terre-Lune actuelle.	135
6.16	Effet apex / antapex à la surface de la Lune, en fonction de la séparation Terre-Lune.	136
6.17	Flux d'impacts sur Terre en fonction de la latitude et de la longi- tude orbitales.	137
6.18	Comparaison des observations radars d'entrées atmosphériques ter- restres [Webster et al., 2004] avec notre simulation.	138
6.19	Reproduction à l'identique des résultats de Halliday [1964] et Hal- liday et Griffin [1982].	138
6.20	Modèle de signal sismique généré par un impact.	139
6.21	Comparaison du modèle avec les impacts enregistrés par la station sismique Apollo 12.	140
6.22	Bruit sismique (modélisé) généré par le bombardement lunaire. . .	142
7.1	Distribution taille / fréquence synthétique lunaire comparée à la courbe de Neukum et al. [2001a].	151
7.2	Taux de cratérisation relatif à la Lune	154
7.3	Comparaison des SFD planétaires globales.	155

8.1	Taux de formation des cratères de diamètre supérieur à 1 km à la surface des planètes telluriques, en fonction de la latitude.	158
8.2	Variations du ratio pôle/équateur de cratérisation	159
8.3	Variations latitudinales maximales des distributions taille / fréquence générées sur la Lune et Mars.	160
8.4	Variations du taux de formation des cratères de diamètre supérieur à 1 km à la surface de la Lune, estimé pour les trois derniers milliards d'années.	161
8.5	Comparaison entre les variations en latitude prédites et les observations lunaires.	162
8.6	Taux de formation des cratères lunaires en fonction de la distance angulaire à l'apex. Comparaison avec les données récoltées par Morota et Furumoto [2003].	164
8.7	Taux de formation des cratères lunaires générés par une population hypothétique de troyens. Distance Terre-Lune de 40 rayons terrestres.	165
9.1	Sites d'alunissage des missions Apollo et Luna.	167
9.2	Mers de lave lunaires.	168
9.3	Correction des points de calibration de la relation âge / densité de cratères, établie sur la Lune.	169
9.4	Distribution des cratons terrestres et âge donné par notre modèle.	172
9.5	Distribution des cratères vénusiens et âge donné par notre modèle.	173
9.6	Distribution des cratères de Caloris Mare et des Highlands de Mercure, et âges donnés par notre modèle.	174
9.7	Distribution des cratères de Amazonis Planitia, sur Mars, et âges estimés par notre modèle.	175
B.1	Géométrie du mouvement autour du noeud commun.	186
C.1	Trajectoire numérique du projectile.	191
C.2	Détermination d'un impact dans les simulations numériques.	193
C.3	Résidus entre la méthode analytique et la simulation numérique, pour les résultats présentés en figure 6.14.	195

Introduction

La formation des cratères d'impact est un processus géologique majeur, qui façonne le relief de l'ensemble des corps rocheux (planètes, lunes, astéroïdes) peuplant le système solaire. Comprendre ce processus, c'est bien sûr évaluer le risque encouru par la vie terrestre, voire par de futures bases lunaires ou martiennes, mais aussi placer des contraintes sur l'histoire géologique des planètes et l'évolution de la population d'astéroïdes et de comètes à travers le temps. Les cratères sont en effet de précieux marqueurs chronologiques. Connaissant l'âge d'une surface, ils sont le reflet de la population des petits corps à cette époque [Öpik, 1960], et témoignent de l'intensité du bombardement. À l'inverse, le nombre de cratères accumulés par une unité géologique nous informe, en prenant quelques précautions, sur son âge de formation. Ce travail a pour objet de donner de nouvelles estimations du taux de formation des cratères à la surface de la Lune et des planètes telluriques. Après quelques généralités à propos des cratères d'impact et de la dynamique du système solaire, le problème sera traité étape par étape, partant de la distribution orbitale des astéroïdes et comètes pour aboutir à la distribution taille-fréquence des cratères, en passant par le calcul des probabilités d'impact et la conversion du flux d'impacts en taux de formation de cratères d'une certaine taille.

Le premier chapitre décrit succinctement les différentes morphologies de cratères [Melosh, 1989], ainsi que les principales phases de formation consécutives à l'impact. Il se concentre ensuite sur la méthode dite de « datation par comptage des cratères », qui se base sur le postulat qu'une surface est d'autant plus vieille qu'elle a accumulé un grand nombre de cratères. Le travail de référence de Wilhelms et al. [1987] établit une cartographie précise de nombreuses unités géologiques lunaires, sur des critères stratigraphiques et de composition chimique, à l'aide des images procurées par les missions *Lunar Orbiter* et *Apollo* notamment. Cette cartographie, grâce aux missions *Clementine* et *Lunar Prospector*, n'a cessé de progresser depuis [Jolliff et al., 2000]. Les mesures de densité de cratères, ad-

jointes au principe de superposition, permettent d'établir une chronologie relative de l'histoire géologique lunaire [Baldwin, 1949; Wilhelms et al., 1987]. Suite aux missions *Apollo* et *Luna*, de nombreux travaux s'attachent à relier les âges isotopiques mesurés sur les échantillons lunaires à la densité de cratères recouvrant l'unité géologique correspondante, dans le but d'établir une chronologie absolue [Shoemaker et al., 1970; Baldwin, 1971; Hartmann, 1972; Neukum, 1977; Basaltic Volcanism Study Project, 1981]. Neukum et al. [2001a] établissent une relation « âge / densité de cratères » analytique, qui prédit une accumulation constante de cratères d'une taille donnée dans les trois derniers milliards d'années, et exponentielle au-delà. Cela traduit la forte décroissance du bombardement à mesure que le jeune système solaire vieillit, pour atteindre un état d'équilibre après le premier milliard et demi d'années. Cette relation, un raffinement de celle proposée par Neukum, G. [1983], se base sur la dernière tentative en date de faire le lien entre âges isotopiques et unités géologiques majeures, proposée par Stöffler et Ryder [2001].

La mesure du nombre de cratères se fait à l'aide de distributions taille-fréquence, qui répertorient en fonction de leur diamètre le nombre de cratères, et ce sur une gamme de diamètres la plus grande possible afin d'obtenir une mesure robuste, peu sensible aux fluctuations statistiques. G. Neukum et collaborateurs [Neukum, G., 1983; Neukum et Ivanov, 1994; Neukum et al., 2001a], et W. Hartmann et collaborateurs [Basaltic Volcanism Study Project, 1981; Hartmann, 1999], proposent chacun une forme analytique de cette distribution, et concluent à partir de mesures effectuées sur des surfaces d'âges variés qu'elle est restée inchangée au cours des 4 derniers milliards d'années, reflétant la stabilité de la distribution en taille des astéroïdes et comètes. Estimer l'âge d'une surface revient alors à déterminer le nombre absolu de cratères qui permet à la distribution analytique relative de fournir le meilleur accord avec les données.

Le taux de formation de cratères d'une certaine taille n'est pas le même sur la Lune que sur Mercure ou sur Mars, en raison des conditions différentes dans lesquelles s'effectue le bombardement. Par exemple, la proximité de Mars avec la ceinture d'astéroïdes l'expose à un flux d'impacts plus intense, mais aussi à des impacts moins violents (parce que de vitesses moindres), qui produiront en moyenne des cratères plus petits. La gravité de surface joue également un rôle primordial. Il est donc nécessaire de connaître le taux de cratérisation relatif à la Lune afin d'exporter la méthode aux planètes telluriques. A partir de l'estimation faite par Ivanov [2001] du taux de cratérisation relatif martien, qui se base sur

les observations spatiales de la population d'astéroïdes à cette date, Hartmann et Neukum [2001] et plus récemment Fassett et Head [2008] attribuent (notamment) un âge aux coulées volcaniques martiennes récentes. Neukum et al. [2001b] tentent de manière similaire de replacer l'histoire géologique de Mercure dans un contexte chronologique absolu. Notons que ce premier chapitre fait également état des controverses qui entachent la méthode de datation.

Le second chapitre revient sur les fondamentaux de la mécanique céleste [Newton, 1687; Kepler, 1609, 1619], grâce auxquels il place les principaux acteurs du système solaire dans un contexte global. Il donne les outils nécessaires à la description d'une orbite dans l'espace, *via* la définition des éléments orbitaux. Il fait le lien entre ces derniers et les vecteurs position et vitesse de l'objet à un instant donné, exprimés dans un repère adéquat, afin de préparer le lecteur aux calculs qui suivront dans les chapitres suivants. Il introduit également les approximations permettant de traiter le problème à trois corps de manière analytique, à travers la définition de la sphère de Hill, qui découpe l'espace en zones d'influence gravitationnelle centrées sur chaque masse, ainsi que du paramètre de Tisserand, qui permet en particulier de déterminer dans quelle mesure un objet est dynamiquement lié à Jupiter, et de faire le tri entre comètes et astéroïdes. Il évoque enfin le phénomène de résonance avec les géantes gazeuses, qui façonne la répartition orbitales des astéroïdes de la ceinture principale.

Le troisième chapitre a pour objet la construction d'une population réaliste d'impacteurs potentiels pour l'ensemble des planètes telluriques. Après quelques généralités sur les astéroïdes et les comètes (définition, origine, propriétés), il fait la synthèse des observations et modèles concernant la distribution orbitale et la distribution de taille des croiseurs. En particulier, il se concentre sur le modèle orbital de Bottke et al. [2002], qui établissent une carte de probabilité de présence des géocroiseurs dans l'espace des éléments orbitaux. A cet effet, les auteurs intègrent numériquement le comportement orbital de milliers de particules tests initialement placées au niveau des principales résonances du système solaire, et calibrent leurs résultats grâce aux observations du programme *Spacewatch*. Le modèle ne s'appliquant qu'aux planètes incluses dans l'orbite terrestre, nous nous inspirons d' Ivanov [2001] pour inclure les observations de la distribution orbitale des croiseurs martiens dans la construction d'un modèle hybride qui s'applique à l'ensemble des planètes telluriques. Ce modèle suppose que la population de croiseurs, réalimentée par les résonances, est en état d'équilibre depuis au moins trois milliards d'années.

Les observations donnent accès à la magnitude d'un objet (*i.e.* sa luminosité), et non à son diamètre, même si celui-ci est relié à la magnitude *via* l'albédo [Bowell et al., 1989]. Aucune corrélation n'apparaît entre la distribution orbitale des objets et la magnitude considérée [Bottke et al., 2002; Stuart, 2001]. La conversion de la magnitude en diamètre se fait selon les valeurs d'albédo données par Stuart et Binzel [2004] (voir également Morbidelli et al. [2002]), qui distinguent deux valeurs d'albédo moyennes selon que le croiseur est un astéroïde ou une comète. Le modèle ainsi créé donne la distribution orbitale relative des croiseurs de même taille, et ce quelle que soit cette taille.

La distribution en taille provient quant à elle de l'estimation des probabilités d'impact avec la Terre, dans une gamme de diamètres allant de la dizaine de centimètres à la centaine de kilomètres, estimations qui se basent sur de multiples observations indépendantes. Pour les petites tailles, le recensement des détonations atmosphériques dans un laps de temps donné, par des méthodes acoustiques [ReVelle, 2001] ou photométriques [Halliday et al., 1996; Brown et al., 2002], permet d'estimer la fréquence à laquelle des projectiles d'un certain diamètre entrent en collision avec la Terre (par exemple, en convertissant l'énergie optique dégagée en énergie cinétique puis, connaissant la vitesse d'impact, en masse et enfin en diamètre). La probabilité d'impact calculée pour les plus gros objets provient de l'observation des géocroiseurs, corrigée du biais observationnel, permise par les programmes *Spacewatch* [Bottke et al., 2002; Morbidelli et al., 2002; Rabinowitz et al., 2000], *NEAT* [Rabinowitz et al., 2000] et *LINEAR* [Stuart, 2001; Stuart et Binzel, 2004; Harris, A. W., 2002]. Dans le même esprit qu'Ivanov [2006], la distribution en taille des croiseurs est construite comme une succession de lois de puissance qui reproduit au mieux l'ensemble des estimations.

Le quatrième chapitre passe en revue les propriétés physiques et orbitales des planètes (masse, rayon, densité, demi grand axe, excentricité, inclinaison, obliquité), et donne une description succincte de la géologie de la Lune [Wilhelms, D. E., 1993], de Mercure [Spudis et Guest, 1988; Strom, 1997], de Vénus [Schaber et al., 1992; Phillips et al., 1992; Strom et al., 1994] et de Mars [Tanaka, 1986]. On y évoque la formation de la Lune et des mers de lave qui la recouvrent, les principales ères lunaires, le renouvellement « récent » de la surface de Vénus et le volcanisme plus récent encore de Mars.

Dans un deuxième temps, nous nous appuyons en particulier sur les travaux numériques et analytiques de J. Laskar pour modéliser les variations séculaires et chaotiques auxquelles les planètes sont soumises [Laskar, 1988, 1994, 2008].

Notamment, les grandes variations de l'excentricité et de l'obliquité de Mars [Laskar et al., 2004; Armstrong et al., 2004] auront une forte incidence sur les résultats à venir. On s'intéresse enfin à l'évolution du système Terre-Lune, et notamment à l'accroissement de la distance Terre-Lune avec le temps, qui a lui aussi une influence significative sur certains de nos résultats. Les données fournies par la fluctuation des dépôts argileux de marée [Sonett et Chan, 1998] ou la croissance des coraux [Lambeck, 1980], combinées à des modèles de dissipation thermique [Webb, 1982], placent certaines contraintes sur l'évolution de la durée du jour terrestre et donc sur celle de la distance Terre-Lune [Bills et Ray, 1999].

Le cinquième chapitre se penche en détail sur le calcul des probabilités d'impact et des conditions d'approche avec les planètes et la Lune. Connaissant les éléments orbitaux de l'ellipse décrite par un croiseur donné, les travaux de E. J. Öpik et de ses successeurs [Öpik, 1951; Wetherill, 1967; Greenberg, 1982; Bottke et Greenberg, 1993] permettent de calculer la probabilité d'impact avec une planète quelconque, sous l'approximation raisonnable que l'orbite du projectile est animé d'un mouvement de précession uniforme. Les expressions analytiques développées par ces auteurs permettent un calcul rapide du bombardement généré par l'ensemble de la population de croiseurs, en tenant compte de l'influence de la masse de la cible sur la capture des projectiles. Elles permettent également de déterminer les conditions d'approche, c'est-à-dire la vitesse relative entre projectile et cible, et l'orientation du vecteur vitesse dans un repère fixe attaché à la cible. La distribution de ces conditions d'approche permettra dans le chapitre suivant de déterminer les variations du flux d'impacts à la surface de la planète. Dans le cas de la Lune, les projectiles qui pénètrent dans la sphère d'influence terrestre voient leur orbite elliptique se muer en hyperbole, dont les caractéristiques dépendent des conditions d'approche avec le système Terre-Lune. En nous inspirant des travaux mentionnés plus haut, nous développons les outils analytiques nécessaires au calcul des probabilités d'impact avec la Lune, et plus généralement avec n'importe quel autre satellite. Shoemaker et Wolfe [1982] ont déjà réécrit les formules d'Öpik dans le cas d'orbites hyperboliques (voir également Zahnle et al. [1998, 2001]), mais en supposant que le bombardement du système planète-satellite est isotrope.

Les résultats obtenus dans ce chapitre concernent notamment le flux d'impacts relatif entre les planètes et la Lune, ainsi que les vitesses d'impact moyennes à la surface de chacune. Nos estimations procurent une mise à jour des résultats de Neukum et al. [2001b] pour Mercure, de Shoemaker et al. [1991] pour Vénus,

et d'Ivanov [2001] pour Mars. Elles sont proches des résultats de Stuart [2001], Marchi et al. [2005] et Ivanov et al. [2002] pour la Terre, Mercure et Mars, respectivement.

Le sixième chapitre développe des outils analytiques, qui, connaissant la distribution des conditions d'approche avec la cible, permettent de calculer le flux d'impacts relatif en tout point de la surface, en tenant compte de l'obliquité. Puisque la cible est petite au regard de l'orbite d'un astéroïde, on considère que chaque approche décrite par des conditions particulières génère une nuée de projectiles de directions parallèles et d'orbites hyperboliques, qui finiront leur course en différents points de la planète. Deux conditions peuvent mener à l'homogénéité du flux d'impacts à la surface d'une planète. La première est, bien sûr, l'isotropie de la source de projectiles. La seconde est que la masse de la planète soit suffisamment grande au regard de la vitesse des projectiles pour dévier les trajectoires et forcer l'isotropie. Cependant, rien n'indique *a priori* que l'une ou l'autre de ces conditions soit respectée. La rotation des planètes autour de leur axe interdit tout effet de longitude. Si effet il y a, il sera uniquement fonction de la latitude. Sur la Lune, en revanche, comme sur tout satellite en rotation synchrone (*i.e.*, quand la période de révolution coïncide avec la période de rotation propre), on s'attend à observer une variation longitudinale. En premier lieu, le flux d'impacts est *a priori* plus grand à l'apex (le centre de l'hémisphère qui est en tête du mouvement) qu'à l'antapex (le centre de l'hémisphère opposé). Autour de l'apex, la vitesse lunaire s'additionne à la vitesse des projectiles, alors qu'elle se soustrait autour de l'antapex. Le nombre d'impacts par unité de temps est donc nécessairement plus élevé autour du premier que du second. Une seconde asymétrie est possible entre l'hémisphère qui fait face à la Terre et l'hémisphère opposé : la Terre, comme une lentille, est susceptible de concentrer les projectiles le long d'une ligne « focale », qui, lorsqu'elle est croisée par la Lune, intensifie le bombardement sur la face visible. D'éventuelles variations spatiales ont d'importantes implications dans la mise en oeuvre de la méthode de datation par comptage de cratères, qui ne tient pas compte de cette source potentielle d'erreur, considérant que le flux d'impacts est le même partout. Si ce n'est pas le cas, et si certaines zones subissent un flux significativement plus important que d'autres, leur âge se verra surestimé par la méthode (et inversement).

De nombreux travaux ont suspecté l'existence de variations spatiales, et proposé des résultats, souvent en désaccord, voire contradictoires. L'étude de la Lune a notamment fait l'objet d'une attention toute particulière. Citons pour commen-

cer Wiesel [1971], qui, à partir d'une population d'impacteurs estimée au mieux (mais qui diffère sensiblement des connaissances actuelles), prédit un effet apex / antapex significatif, une légère concentration équatoriale, et un très léger effet de concentration sur la face visible. Bandermann et Singer [1973] proposent une expression analytique basée sur de très lourdes approximations qui confirme l'effet apex / antapex mais prédit une très légère concentration de projectiles sur la face cachée. Les simplifications qu'ils utilisent ne leur permettent pas de vérifier l'effet de latitude. Wood [1973] conclut, par l'usage de simulations numériques, à un excès d'impacts localisé entre le centre de la face visible et l'apex, mais se restreint à des projectiles d'inclinaison nulle. Pinet [1985] étudie numériquement les variations spatiales générées par une population d'objets en orbite géocentrique. Il conclut à une concentration autour de l'équateur et de la face visible qui va en s'amenuisant à mesure que la Lune s'éloigne de la Terre, jusqu'à présenter un excès polaire. Si la contribution de tels projectiles au bombardement lunaire a certainement été très importante dans les premières centaines de millions d'années, elle fut probablement minime par la suite, en particulier durant les trois derniers milliards d'années, période à laquelle nous nous intéressons plus particulièrement. Horedt et Neukum [1984], Shoemaker et Wolfe [1982], Zahnle et al. [1998] et Zahnle et al. [2001] proposent tous une expression analytique du flux d'impacts en fonction de la distance angulaire à l'impact, mais l'amplitude de l'effet prédit est très disparate (Horedt et Neukum [1984], notamment, concluent à l'inexistence d'un tel effet sur la Lune). Qui plus est, ces quatre études se basent sur l'hypothèse d'un bombardement isotrope. Halliday [1964] prédit l'existence de variations latitudinales à la surface de la Terre, mais son étude se cantonne au cas de projectiles confinés dans le plan de l'écliptique. Halliday et Griffin [1982] reprennent les résultats d'Halliday [1964], avec un jeu d'orbites plus représentatif mais encore éloigné des estimations récentes. Notre approche, outre le fait de proposer une expression analytique aboutie et rigoureuse du flux d'impacts (validée par des simulations numériques présentées en annexe), se base sur une population réaliste de projectiles. Elle permet également le calcul de la distribution des conditions d'impact (vitesse et angle d'incidence) en fonction de la position. Gallant et al. [2006] proposent une étude parallèle du bombardement Terre-Lune, par intégration numérique du système Soleil-Terre-Lune-astéroïde. Nos résultats indiquent une dépendance systématique du flux en fonction de la latitude sur les planètes telluriques, même si, à l'exception de Mars et de la Lune, celles-ci sont très réduites. Sur la Lune, un effet de longitude significatif est éga-

lement obtenu. Nous comparons ces derniers résultats aux données récoltées par Morota et Furumoto [2003]. Nous estimons également le bombardement terrestre en fonction de l'heure du jour, et comparons nos résultats aux données radar de Campbell-Brown [2008], Webster et al. [2004] et Jones et al. [2005]. Enfin, nous modélisons le bruit sismique généré par les impacts lunaires et comparons nos résultats aux enregistrements des stations sismiques Apollo.

Le septième chapitre fait le lien entre conditions d'impact et taille du cratère formé. L'étude adimensionnée d'expériences de chocs supersoniques effectuées en laboratoire a permis l'établissement de lois d'échelles qui donnent le diamètre du cratère en fonction de la taille du projectile, de sa vitesse, de l'angle d'impact, des masses volumiques du projectile et de la cible, de la cohésion du sol et de la gravité de surface [Schmidt et Housen, 1987; Holsapple et Schmidt, 1987; Holsapple, 1993; Gault, 1974] (voir aussi la revue de Melosh [1989]). La dernière mise à jour de cette relation est due à Holsapple et Housen [2007]. Sur les planètes, des processus d'effondrement dus à la gravité, et non reproductibles en laboratoire, interviennent pour agrandir la taille du cratère final. Ils sont pris en compte comme préconisé par Pike [1980] et Melosh [1989]. Connaissant la distribution en taille des impacteurs, le flux d'impacts absolu et la distribution des conditions d'impact, nous sommes alors en mesure de générer les distributions taille-fréquence des cratères qui recouvrent les planètes et la Lune. Nous nous attachons notamment à réconcilier notre distribution synthétique lunaire avec l'expression polynomiale construite par Neukum et al. [2001a] à partir des observations. La comparaison, excellente, nécessite toutefois de faire intervenir selon leur taille deux régimes de formation des cratères, dits régimes « poreux » et « non poreux » [Schmidt et Housen, 1987], comme le propose Ivanov [2006]. Nous vérifions également l'hypothèse d'un bombardement relativement constant dans les trois derniers milliards d'années. Enfin, nous estimons les taux de cratérisation relatifs à la Lune. Puisque, pour une même taille de projectile, le diamètre moyen du cratère formé n'est pas le même d'une planète à l'autre (vitesse d'impact et gravité de surface différentes), le taux de cratérisation relatif, qui représente le rythme de formation de cratères d'une taille *donnée*, diffère du flux d'impacts relatif.

Le huitième chapitre se concentre sur les variations spatiales du taux de cratérisation, accentuées par rapport aux variations du flux d'impacts en raison de la dépendance spatiale de la vitesse et de l'angle d'impact, qui contribuent à déterminer la taille du cratère formé. Sur la Lune, par exemple, le bombardement plus

intense à l'équateur s'accompagne d'un angle d'impact en moyenne plus proche de la verticale qu'il ne l'est aux pôles. Pour une même taille de projectile, le cratère formé est donc en moyenne plus grand à l'équateur. Les deux effets se combinent pour accentuer les variations en terme de taux de cratérisation.

Le neuvième et dernier chapitre se base sur les résultats obtenus tout au long des chapitres précédents pour apporter les corrections adéquates à la méthode de datation par comptage des cratères. Nous proposons une correction des points de calibration de la relation « âge / densité de cratères » établie par Neukum et al. [2001a] et Stöffler et Ryder [2001]. Nous développons ensuite une méthodologie qui inclut les variations spatiales du taux de cratérisation dans l'usage de la méthode de datation. Nous proposons enfin des nouvelles estimations d'âge pour quelques exemples typiques sur la Lune, Mercure, Vénus, la Terre et Mars.

Chapitre 1

Les cratères d'impact

Les cratères d'impact existent sur tous les corps qui possèdent une surface solide, c'est-à-dire les planètes telluriques, les satellites, les astéroïdes et les comètes. Ils constituent le relief le plus abondant à la surface des planètes géologiquement inactives dotées d'une atmosphère relativement ténue. C'est en général le cas des petites planètes, qui ont rapidement dissipé leur chaleur de formation résiduelle et ne possèdent pas une gravité suffisante pour retenir leurs volatils. En particulier, il suffit de jeter un oeil à la Lune à travers un télescope très modeste pour constater qu'elle en est recouverte. En revanche, si on sait désormais que des cratères se forment régulièrement à la surface de la Terre, la plupart ont disparu, soit à cause de la tectonique des plaques, soit en raison de la forte érosion provoquée par son enveloppe fluide. Quand aux petits cratères que l'on peut observer sur la Lune (cette fois avec un télescope nettement plus performant), ils sont tout simplement absents sur la Terre, puisque les objets de petites tailles qui pénètrent dans l'atmosphère sont désintégrés par frottement. Mercure, Venus, Mars et les satellites des géantes gazeuses présentent toutes elles aussi des telles structures.

L'étude des cratères d'impact commence avec la publication de Galilei Galileo en 1610 intitulée *Sidereus Nuncius*, dans laquelle il ébauche une topographie de la surface lunaire. Il faudra plusieurs siècles pour que l'on comprenne le processus de l'impact et que l'on soit convaincu de sa réalité. Le sujet reste un vaste champ d'étude, et les recherches se poursuivent à travers l'observation plus fine permise par la technologie spatiale, les expériences de choc hypersonique en laboratoire, l'exploitation des explosions nucléaires et les modélisations numériques. La bonne compréhension des mécanismes qui mènent à la formation d'un cratère sont d'une importance capitale en planétologie ; elle nous renseigne, entre autres, sur la morphologie des reliefs planétaires, sur la population passée et présente des astéroïdes, sur l'âge de certaines unités géologiques, sur le risque encouru par l'homme et par la vie en général.

1.1 Généralités

1.1.1 Observation et morphologie

Les cratères d'impact prennent la forme de dépressions plus ou moins circulaires qui présentent une bordure surélevée. On appelle diamètre apparent la largeur moyenne du cratère à une altitude qui correspond à la topographie environnante, tandis que le diamètre vrai est mesurée de part et d'autre de la bordure. Les observations très précises obtenues sur la Lune ont permis de différencier les cratères d'impact des cratères volcaniques, notamment parce que la taille des premiers couvre un très large spectre, allant de quelques microns à plusieurs milliers de kilomètres (*South Pole-Aitken*, bassin lunaire, est le plus grand bassin d'impact observé dans le système solaire, avec un diamètre d'environ 2500 km). De nombreuses missions spatiales à destination des différentes planètes et satellites ont permis de recenser des centaines de milliers de cratères (par exemple, la mission *Clementine* pour la Lune, *Magellan* pour Venus, *Mars express* ...). Le lecteur est invité à se référer au chapitre 4 pour de plus amples détails.

La classification des cratères d'impact est décrite en détail dans Melosh [1989]. On distingue quatre grands groupes de cratères d'impact (voir la figure 1.1), dont la morphologie a pour critère déterminant la taille considérée :

- les *micro-cratères*, de tailles sub-centimétriques, sont formés par la collision de grains de poussière sidérale. Ils ne sont donc susceptibles de se former que sur des corps sans atmosphère, et furent originellement observés sur les échantillons rocheux rapportés par les missions *Apollo*.
- les *cratères simples* ont la forme d'un bol. Leur bordure est approximativement circulaire, et leur profil vertical est parabolicoïde. Leur diamètre est typiquement de l'ordre de quelques mètres à quelques kilomètres. *Meteor Crater*, en Arizona, en est un exemple terrestre. Leur profondeur est de l'ordre du cinquième de leur diamètre.
- les *cratères complexes*, plus grands, présentent en général un fond plat, une bordure en terrasses, et un piton central. Ils résultent de l'effondrement par gravité des bords du cratère initial. On peut donner en exemple le cratère lunaire *Copernicus*. La transition entre cratères simples et complexes se fait autour d'un diamètre critique qui dépend du corps heurté. Ce diamètre seuil varie approximativement de manière inversement proportionnelle à la gravité de surface. Sur la Terre, il est de l'ordre de trois kilomètres, alors qu'il est d'environ 18 kilomètres sur la Lune.

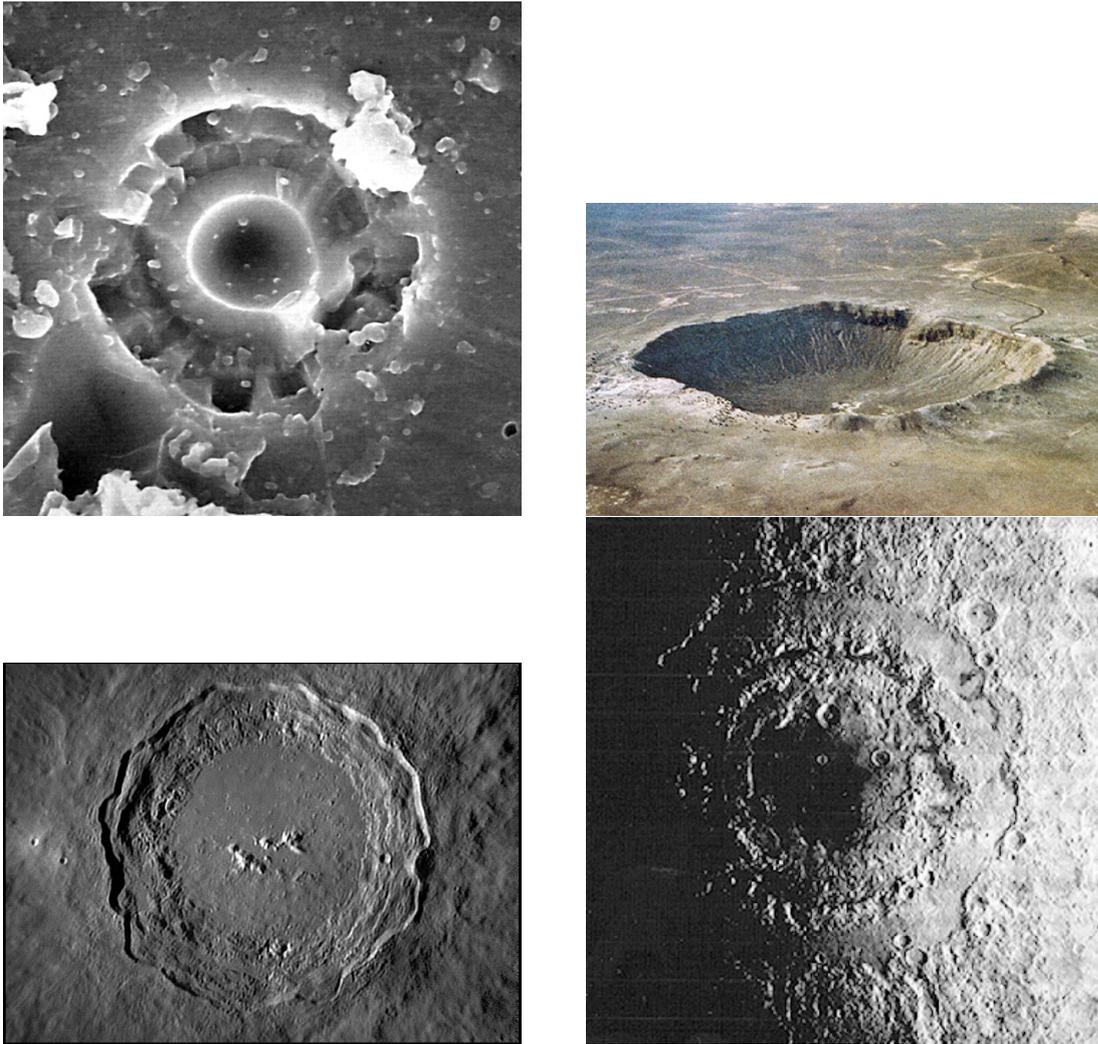


FIG. 1.1 – *En haut à gauche*. Micro-cratère, d'un diamètre de $30 \mu\text{m}$, observé sur un échantillon Apollo 11. *En haut à droite*. Meteor Crater, cratère simple d'un diamètre de 1 km, observable en Arizona. *En bas à gauche*. Copernicus, cratère lunaire complexe d'un diamètre de 93 km. *En bas à droite*. Oriental Basin, bassin d'impact lunaire d'un diamètre de 900 km. *Crédits NASA/LPI*.

- les *bassins à anneaux multiples* constituent la structure d'impact la plus vaste. Ils sont constitués d'une succession de bordures concentriques, et peuvent être en partie remplis de laves. Citons le bassin lunaire *Orientale*, dont le diamètre est de 900 km.

Il existe bien sûr des cratères qui font exception, et ne rentrent dans aucune de ces catégories. En particulier, les rares impacts qui possèdent un angle d'incidence très faible créent des cratères de forme elliptique ; certaines contraintes régionales particulièrement fortes peuvent générer des cratères à géométrie insolite, rectan-

gulaires ou polygonaux ; une stratification lithologiquement très contrastée est susceptible de présenter des cratères dont la structure s'apparente à un amphithéâtre, c'est-à-dire à une sorte d'escalier concentrique.

Il faut également mentionner que les cratères récents sont entourés de jets de matière (*ejecta*) particulièrement visibles, qui rayonnent à partir du point d'impact. On parle de cratères *étoilés*. Ces structures sont éphémères (voir la section suivante). En guise de très bel exemple, on observera le cratère *Tycho*, qui balafre la quasi totalité de l'hémisphère visible de la Lune. Ces éjectas sont criblés de petits cratères dit *secondaires*, par opposition au cratère primaire dont les débris propulsés par l'excavation ont réimpacté la surface.

1.1.2 Formation, altération et saturation

Les cratères d'impact résultent de la collision d'un objet céleste avec le sol, qui se produit à une vitesse allant de quelques kilomètres par seconde à la centaine de kilomètres par seconde. Leur formation consiste en une rapide succession de processus, qui débute par l'impact proprement dit et s'achève lorsque la cavité a atteint un état d'équilibre. On distingue trois phases : la phase de *compression*, la phase d'*excavation*, et enfin la phase de *modification*.

- Contact et compression : la brutale décélération du projectile au moment de l'impact transmet son énergie cinétique au sol sous la forme d'ondes de choc. La pression exercée est de l'ordre de $\frac{1}{2}\rho u^2$, ρ étant la densité du matériau et u la vitesse d'impact. Typiquement, $\rho \sim 3000 \text{ kg.m}^{-3}$ et $u \sim 10 \text{ km.s}^{-1}$. La roche est donc aisément compressée par le choc, et une grande quantité de matière est purement et simplement vaporisée (pour la plupart des roches, il suffit de quelques centaines de kilobars). L'onde de choc s'atténue avec la distance pour finalement se transformer en onde sismique, de vitesse acoustique. La durée de cette phase est de quelques millisecondes.
- Excavation : la décompression qui suit l'éloignement de l'onde de choc accélère la matière alentour, et initie un processus d'excavation subsonique, qui voit la formation d'un cratère dit transitoire, dont la taille croît progressivement. La matière déplacée contribue à la formation de la bordure, dont la hauteur représente environ 4 % du diamètre de la cavité pour des cratères simples, ou est expulsée selon une trajectoire quasi parabolique pour former des rais d'éjectas ou des agrégats de cratères secondaires. Typiquement, un projectile d'une taille donnée produit un cratère 10 fois plus grand.

- Effondrement et modification : lorsque toute l'énergie de l'impact a été dissipée ou évacuée par les éjectas, la cavité est modifiée par la gravité de surface et par la relaxation du matériel qui forme la base du cratère. Les bords du cratère s'effondrent, accroissant son diamètre et réduisant sa profondeur. La forme finale du cratère, appartenant aux groupes morphologiques décrits plus haut, dépendra principalement de la gravité de la planète. La transition entre cratères simples et complexes est clairement marquée, ces derniers subissant un effondrement plus marqué.

La taille du cratère final dépend de nombreux paramètres : la taille du projectile, la vitesse et l'angle d'incidence au moment de l'impact, la densité et la cohésion des matériaux en jeu, la gravité de surface contribuent tous à la création d'une cavité plus ou moins importante. L'analyse adimensionnée des expériences de choc en laboratoire et la modélisation numérique ont permis d'établir des lois, dites *lois d'échelle*, qui relient ces variables. Nous en donneront la synthèse au chapitre 7.

Sur des échelles de temps très variables, allant du mois au milliard d'années, il existe divers processus qui altèrent les cratères d'impact. Sur Terre, la tectonique des plaques les fait disparaître, la croûte terrestre étant renouvelée par cycles de quelques centaines de millions d'années. L'érosion joue également un rôle important. On estime que la durée de vie d'un cratère terrestre de diamètre kilométrique est de l'ordre du million d'années, à cause de l'érosion tant mécanique que chimique. Les impacts eux-mêmes mettent en place une compétition entre la formation de nouveaux cratères et le maintien des plus anciens. Sur les planètes dépourvues d'atmosphère, le bombardement constant remanie la surface et crée ce qu'on appelle le *régolithe*, mélange de poussière consolidée et de brèches de tailles variables. Par ailleurs, la probabilité pour qu'un nouvel impact détruise un précédent cratère est d'autant plus grande que le nombre de cratères préexistants est important. À un certain stade, chaque impact oblitère en moyenne un cratère. On dit que la surface, en équilibre, est *saturée*. C'est notamment le cas des plus anciennes régions lunaires, les *highlands*, vieilles de ~ 4.45 Ga.

1.2 Une mesure du temps écoulé

Partant du principe simple selon lequel une surface ancienne aura eu le temps d'accumuler un plus grand nombre de cratères qu'une surface récente, il est possible de bâtir une chronologie relative qui s'appuie sur le décompte des cratères.

Cette chronologie bénéficie même, grâce aux âges des échantillons de roches lunaires mesurés en laboratoire, de points de calibration absolus. La Lune est donc la pierre angulaire de la méthode de datation par comptage des cratères. La détermination d'âges sur les autres corps du système solaire se fait par extrapolation, en tenant compte des conditions différentes qui président à la formation des cratères, notamment l'intensité du bombardement, la vitesse d'impact et la gravité de surface. En l'absence d'échantillons ou de mesures *in situ*, les cratères d'impact pourvoient à l'un des seuls moyens de replacer dans un contexte temporel l'évolution géologiques des grands objets du système solaire.

1.2.1 La Lune, corps étalon

La surface de la Lune offre un environnement très favorable à l'étude des cratères d'impact. Tout d'abord, sa grande proximité avec la Terre lui a valu (et lui vaut encore) d'être l'objet d'une attention toute particulière. L'intense investigation à laquelle elle fut soumise a permis de collecter quantité d'informations. Ensuite, dans la mesure où la plus grande partie de l'activité géologique du satellite a cessé il y a plus de 3 milliards d'années, les paysages qui la recouvrent mettent les cratères au premier plan.

Comme le mentionne l'introduction, Wilhelms et al. [1987] établit une cartographie de référence de nombreuses unités géologiques lunaires et de leur relations chronologiques, qui, avec l'essor des missions spatiales, n'a cessé de progresser depuis [Jolliff et al., 2000]. Les unités géologiques sont définies sur des critères de composition et/ou de morphologie. Les progrès amenés par les missions spatiales postérieures pourront par exemple être consultés dans Jolliff et al. [2000]. Le principe de superposition géologique, qui dit en substance que les formations géologiques jeunes coupent ou recouvrent les anciennes, permet d'établir une première chronologie relative. Lorsque les contacts géologiques ne sont pas bien définis, ou lorsque l'on souhaite attribuer un âge absolu, il est nécessaire de faire usage des cratères d'impact. Les missions *Apollo* et *Luna* offrent en effet l'opportunité de placer l'évolution géologique lunaire dans un contexte chronologique absolu. Au total, neuf missions ont collecté et rapatrié pas moins de 382 kilogrammes de roche lunaire. L'analyse isotopique a permis de dater ces échantillons avec une très bonne précision. Dans le but de relier l'âge d'une unité géologique à la densité de cratère qui la recouvrent, les méthodes qui mènent à la détermination du moment de la dernière cristallisation sont les plus importantes. Citons les méthodes Rb-Sr et Sm-Nd pour les roches à gros grains, et la méthode $^{40}\text{Ar} - ^{39}\text{Ar}$

pour les roches ignées et les produits d'impact (voir par exemple Faure [1986]). Le lecteur trouvera de nombreux exemples de datation de roches lunaires, ainsi que de multiples références aux précédentes publications dans l'article de Snyder et al. [2000]. De nombreux travaux s'attachent à relier les âges radiométriques mesurés sur les échantillons lunaires à la densité de cratères recouvrant l'unité géologique correspondante, dans le but d'établir une chronologie absolue [Shoemaker et al., 1970; Baldwin, 1971; Hartmann, W. K., 1969, 1970b,a; Hartmann, 1972; Neukum et al., 1975; Neukum, 1977; Basaltic Volcanism Study Project, 1981; Neukum, G., 1983]. Les travaux conjoints de Stöffler et Ryder [2001] et Neukum et al. [2001a] établissent une relation « âge / densité de cratères » qui fait référence aujourd'hui.

A titre d'exemple, l'âge du bassin Nectaris est déduit des âges isotopiques mesurés sur les échantillons prélevés sur le site d'Apollo 16, pourtant éloigné du bassin de quelques centaines de kilomètres. En effet, la stratigraphie du site présente deux unités géologiques majeures : la formation Cayley, jeune, et la formation Descartes, plus ancienne. On considère que cette dernière a été exposée par les éjectas de l'impact à l'origine du cratère North Ray, il y a environ 50 millions d'années. La formation Descartes est elle-même interprétée comme faisant partie de la matière éjectée par l'événement qui forma le bassin Nectaris [Wilhelms et al., 1987]. La mission Apollo 16 a récolté les éjectas du cratère North Ray. L'âge des plus jeunes brèches qui composent la roche analysée en laboratoire est considéré comme étant l'âge de la formation Descartes, et par conséquent comme l'âge du bassin d'impact Nectaris, soit environ 3.85 milliards d'années [Stöffler et Ryder, 2001]. La densité de cratères correspondante est mesurée sur la bordure du bassin Nectaris, l'intérieur étant occupé par des laves plus jeunes qui forment Mare Nectaris [Neukum et Ivanov, 1994]. De manière plus simple, la mission *Luna* 24 procure l'âge des basaltes qui forment la partie sud de Mare Crisium, sur laquelle la densité de cratères est directement mesurée.

En se basant sur les points de calibration donnés par Stöffler et Ryder [2001], Neukum et al. [2001a] proposent une solution analytique, représentée en figure 1.2, qui lie la densité de cratères d'un diamètre supérieur à 1 km à l'âge de surface sous la forme

$$N(> 1, t) = 5.44 \times 10^{-14} \left(e^{6.93 t} - 1 \right) + 8.38 \times 10^{-4} t . \quad (1.1)$$

où t , le durée d'accumulation des cratères, s'exprime en milliards d'années. On constate que la relation établie est linéaire pour les ~ 3.3 derniers milliards d'années, ce qui correspond à un flux de projectiles constant durant cette période.

Au-delà, la relation prend une forme exponentielle, traduisant un bombardement bien plus intense. Cela s'explique par le fait qu'un grand nombre de débris, produits de la compétition agrégation / destruction qui forma les planètes, peuplaient le jeune système solaire. Progressivement, la population d'astéroïdes et de comètes atteint apparemment un état d'équilibre, réalimentée en continu par les immenses réservoirs que sont notamment la ceinture principale et la ceinture de Kuiper (voir le chapitre 3).

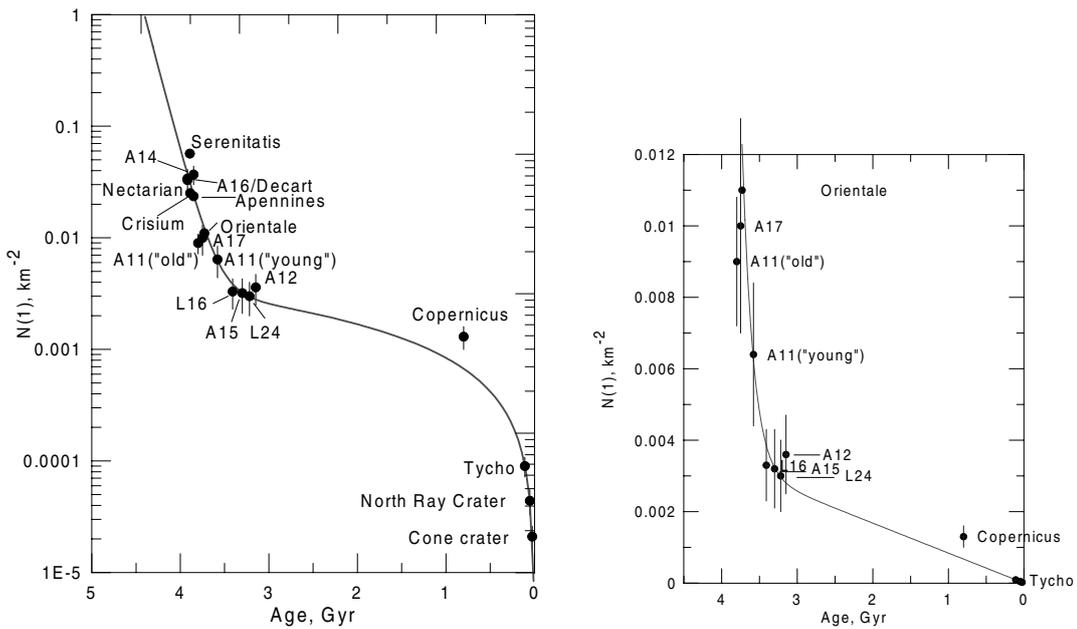


FIG. 1.2 – Densité de cratères d'impact lunaires d'un diamètre supérieur à 1 km en fonction du temps. Figure extraite de Neukum et al. [2001a].

Les petits cratères sont beaucoup plus nombreux que les grands, reflétant la distribution en taille des projectiles. En première approximation, ils suivent une loi de puissance. Pour obtenir des données aussi robustes que possible, on recense le nombre de cratères pour une succession de tailles différentes. Il s'agit de distributions dites « taille-fréquence », auxquelles on fera parfois référence par l'usage de l'acronyme *SFD* (size-frequency distributions) et qui sont représentées sur un diagramme log-log. Plusieurs types de distributions sont utilisés [Crater analysis techniques working group, 1979]. La forme cumulative donne le nombre de cratères plus grands qu'un diamètre donné, et présente l'avantage (ainsi que l'inconvénient) d'être peu sensible aux variations statistiques. On utilise également la forme différentielle, qui est donnée par le nombre de cratères dans un certain intervalle de taille, divisé par la largeur de cet intervalle, ainsi que la forme relative, qui est le produit de la forme différentielle par le cube du diamètre moyen

de l'intervalle. Ces deux dernières formes reflètent plus fidèlement les processus géologiques qui affectent certains cratères d'une taille particulière (érosion, oblitération), mais peuvent présenter de grandes fluctuations statistiques. La distribution relative, appelée *R-plot*, a été définie comme telle parce que la pente de la distribution différentielle est souvent proche de -3. Les changements de pente autour de cette valeur sont alors plus visibles sous cette représentation. On peut écrire les différentes formes de distributions taille-fréquence, sous l'approximation qu'une simple loi de puissance est représentative, comme

$$\text{distribution cumulée} \quad N(> D) = AD^{-\alpha} \quad (1.2)$$

$$\text{distribution différentielle} \quad N(D) = \frac{d}{dD}N(> D) = A\alpha D^{-(\alpha+1)} \quad (1.3)$$

$$\text{distribution relative} \quad r(D) = D^3N(D) = A\alpha D^{-(\alpha-2)} \quad (1.4)$$

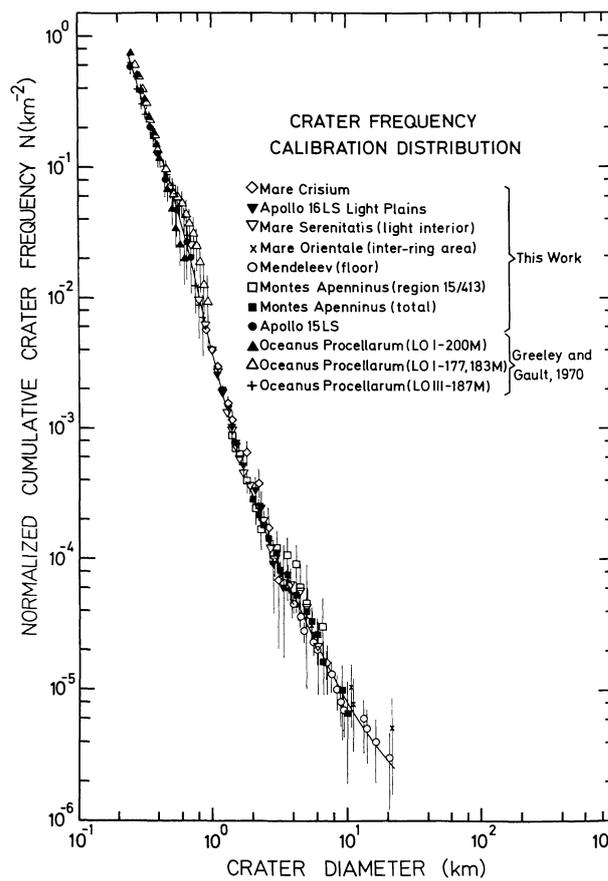


FIG. 1.3 – Distributions taille-fréquence cumulées de diverses populations de cratères lunaires, normalisées. Figure extraite de Neukum et al. [1975].

La figure 1.3, extraite de Neukum et al. [1975], présente diverses distributions cumulées pour différentes zones de la Lune. Puisque leur âge diffère *a priori*,

elle n'ont pas accumulé le même nombre de cratères, ce qui se traduit par un décalage vertical de la courbe. Ici, toutes les distributions sont normalisées pour comparaison. G. Neukum en conclut que la forme de la distribution en taille des cratères n'a pas varié depuis 4 milliards d'années, et donne une description polynomiale de la distribution cumulée :

$$\log N(> D) = N(> 1, t) + \sum_{n=1}^{11} a_n \log D^n \text{ pour } 0.01 < D < 300 \text{ km}, \quad (1.5)$$

où le premier coefficient, $a_0 = N(> 1, t)$, donne la position verticale de la courbe. Les autres coefficients a_n sont constants et donnés, dans leur dernière version, par Neukum et al. [2001a]. Hartmann conclut lui aussi à la stabilité de la forme de la SFD dans le même laps de temps, mais donne une estimation différente de celle-ci, qui se décompose en 3 lois de puissances successives. Pour une surface ayant accumulé des cratères d'impact depuis un milliard d'années, Hartmann, W. K. [2005] donne

$$\log N(> D) = -2.616 - 3.82 \log D \quad \text{pour } 0.3 < D < 1.41 \text{ km} \quad (1.6)$$

$$\log N(> D) = -2.920 - 1.80 \log D \quad \text{pour } 1.41 < D < 64 \text{ km} \quad (1.7)$$

$$\log N(> D) = -2.198 - 2.20 \log D \quad \text{pour } D > 64 \text{ km}. \quad (1.8)$$

Les outils fournis par les équations (1.5) et (1.1) permettent d'estimer l'âge de n'importe quelle unité géologique lunaire sur laquelle un nombre statistiquement suffisant de cratères est observable. La figure 1.4 donne l'exemple de distributions mesurées sur la Lune par Neukum et al. [2001a], sous forme de distributions cumulées ou relatives. Les termes *copernicien*, *érathosthénien*, *imbrien* et *néctarien* correspondent, par ordre chronologique croissant, aux principales ères géologiques lunaires (voir le chapitre 4).

1.2.2 Exportation de la méthode vers les planètes

Connaissant, pour la Lune, la relation qui lie la densité de cratères qui recouvre une surface à son âge, on peut tenter d'exporter la méthode de datation aux planètes telluriques, aux satellites des géantes gazeuses, voire aux gros astéroïdes. Pour cela, il faut successivement

1. Connaître la forme de la distribution taille-fréquence des cratères lunaires
2. Estimer, sur la planète considérée, le taux de formation de cratères relatif à la Lune

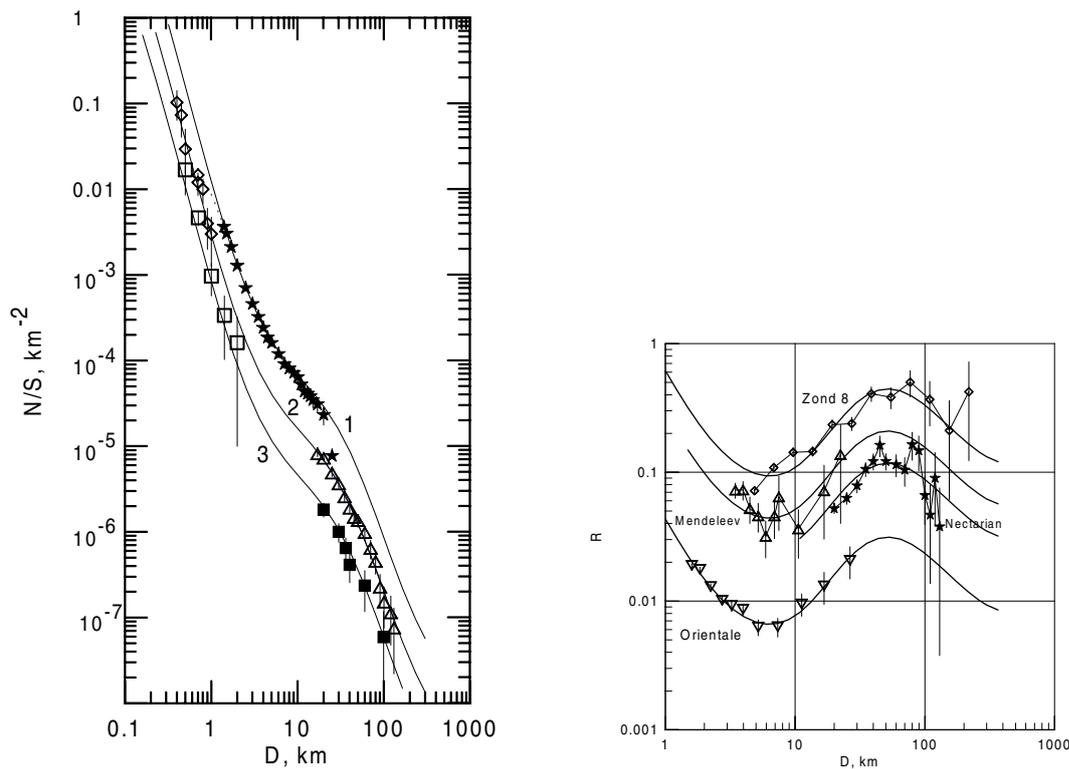


FIG. 1.4 – *A gauche*. Distributions taille-fréquence cumulées pour (1) le bassin Orientale, (2) les cratères ératosthéniens et (3) les cratères étoilés coperniciens. *A droite*. Distributions taille-fréquence relatives pour certaines unités géologiques imbrienne, néctariennes et pré-néctariennes. Figures extraite de Neukum et al. [2001a].

3. Convertir la SFD lunaire en analogue planétaire.
4. Etablir, grâce à la SFD planétaire et aux données, le nombre de cratères d'une certaine taille qui recouvrent la zone étudiée.
5. Reconvertir ce nombre de cratères en équivalent lunaire.
6. Déduire de la relation âge vs. densité établie sur la Lune l'âge de l'unité géologique extralunaire.

La première étape est donnée par l'équation (1.5). Dans un second temps, il est nécessaire d'établir le flux d'impact relatif entre la planète et la Lune, ainsi que les conditions d'impact (par exemple la vitesse d'impact), propres à chaque planète, qui, pour une même taille de projectiles, engendreront un cratère plus ou moins grand (voir les lois d'échelle au chapitre 7). En d'autres termes, il faut

établir le taux relatif de formation de cratère d'une certaine taille par rapport à la Lune. Pour cela, on doit revenir à la distribution orbitale et à la distribution en taille des projectiles qui sont susceptibles d'entrer en collision avec les planètes (voir le chapitre 3). Il faut également, dans certains cas (Venus en particulier) tenir compte du bouclier atmosphérique. Ceci étant fait, on convertit la distribution taille-fréquence lunaire en analogue planétaire en multipliant chaque point (correspondant à un diamètre donné) par le taux de formation de cratères relatif à la Lune, à ce diamètre particulier. Vient le temps d'exploiter les données, de plus en plus nombreuses grâce au nombre croissant de missions spatiales à destination des différentes planètes et satellites du système solaire, qui fournissent des images d'une résolution toujours meilleure (voir le chapitre 4). Elles permettent de caler verticalement (l'abscisse étant D et l'ordonnée $N(> D)$) la distribution théorique. On en déduit alors le nombre de cratères d'un diamètre supérieur à 1 kilomètre. Ce nombre est reconverti en équivalent lunaire pour la même durée et le même diamètre. Il suffit alors de déterminer l'âge grâce à la relation donnée par l'équation (1.1). Notons qu'il est fait usage, à la quatrième étape, de la distribution planétaire théorique en complément des données. En effet, ces dernières ne couvrent pas en général une gamme de diamètres très large, et sont affublées de barres d'erreur assez larges. La SFD théorique (à condition qu'elle soit correcte) permet donc, une fois ajustée aux données, d'établir le nombre de cratères d'une certaine taille avec une plus grande robustesse.

Ces étapes seront effectuées tout au long de ce manuscrit, et comparées avec les travaux existants. Citons dès à présent quelques résultats antérieurs. Mars, notamment, a fait de nombreuses fois l'objet d'une telle démarche. On pourra consulter en particulier Hartmann, W. K. [2005] et Hartmann et Neukum [2001], où la surface des laves, notamment autour de Olympus Mons, le plus grand volcan du système solaire, est estimée à quelques centaines de millions d'années, témoignant d'une activité géologique récente. Il faut noter que ces estimations, déjà du même ordre dans les travaux de W. K. Hartmann datant des années 70, s'étaient vues confirmées dans les années 80 par la datation absolue de météorites martiennes essentiellement composées de laves. Le cas de Mercure est détaillé dans Neukum et al. [2001b]. Dans cet article, le bassin Caloris, stratigraphiquement parlant le plus jeune des bassins de Mercure, est estimé vieux de 3.77 ± 0.06 Ga. L'âge de la surface de Venus, supposée globalement renouvelée par l'activité volcanique, est estimée dans Strom et al. [1994] à environ 600 Ma. La figure 1.5, extraite de Ivanov et al. [2002], résume différentes reconstructions

de distributions planétaires à partir de la distribution lunaire. Les auteurs ont établi la distribution taille-fréquence des projectiles en inversant les données de cratérisation lunaire, et estimé une vitesse d'impact moyenne sur chaque planète à partir des observations orbitales. Ils concluent que l'on peut considérer que l'ensemble des planètes telluriques subissent le bombardement de la même population de projectiles.

1.2.3 Incertitudes et controverses

Il existe de nombreuses remises en question de la précision, voire de la validité, de la méthode de chronologie basée sur les cratères d'impact. Les principaux auteurs estiment que celle-ci donne des estimations dont l'incertitude est au mieux d'un facteur 2. Nous allons ici faire la liste de ses principales fragilités.

- La méthode estime l'âge de rétention des cratères d'une certaine surface, et pas nécessairement son âge véritable, puisque l'érosion et l'oblitération peuvent jouer un rôle important. On mesure alors la durée de vie des cratères (si c'est effectivement le cas, ces processus affectent inégalement différentes tailles de cratères, et on peut espérer déduire de la forme des distributions, et des différences avec les modèles, des informations sur la vitesse de renouvellement de la surface.)
- Le flux d'impact est supposé constant depuis environ 3.3 Ga, dans les limites de l'incertitude observationnelle. Pourtant, plusieurs travaux laissent penser que des événements de disruption catastrophique se produisent dans la ceinture principale d'astéroïdes, lorsqu'un gros astéroïde est détruit et que les débris sont éjectés vers les planètes, accroissant ponctuellement et intensément le bombardement. De plus, certains auteurs avancent que le flux d'impacts aurait décru graduellement depuis 3 milliards d'années. Ainsi, Hartmann et al. [2007] suggère que, pendant cette période, le bombardement lunaire aurait décru d'un facteur 3. La même estimation est donnée par Culler et al. [2000], qui ajoute que le bombardement pourrait avoir brutalement augmenté (d'un facteur 4) lors d'une disruption il y a 500 Ma (voir aussi Nesvorný et al. [2002]). Ces travaux se basent principalement sur l'analyse radiogénique de quelques (environ 200) sphérules de verre observées sur un gramme d'échantillon lunaire. L'évolution temporelle du nombre de ces structures, dont l'origine est associée à de petits impacts, est censée refléter l'histoire du bombardement lunaire.

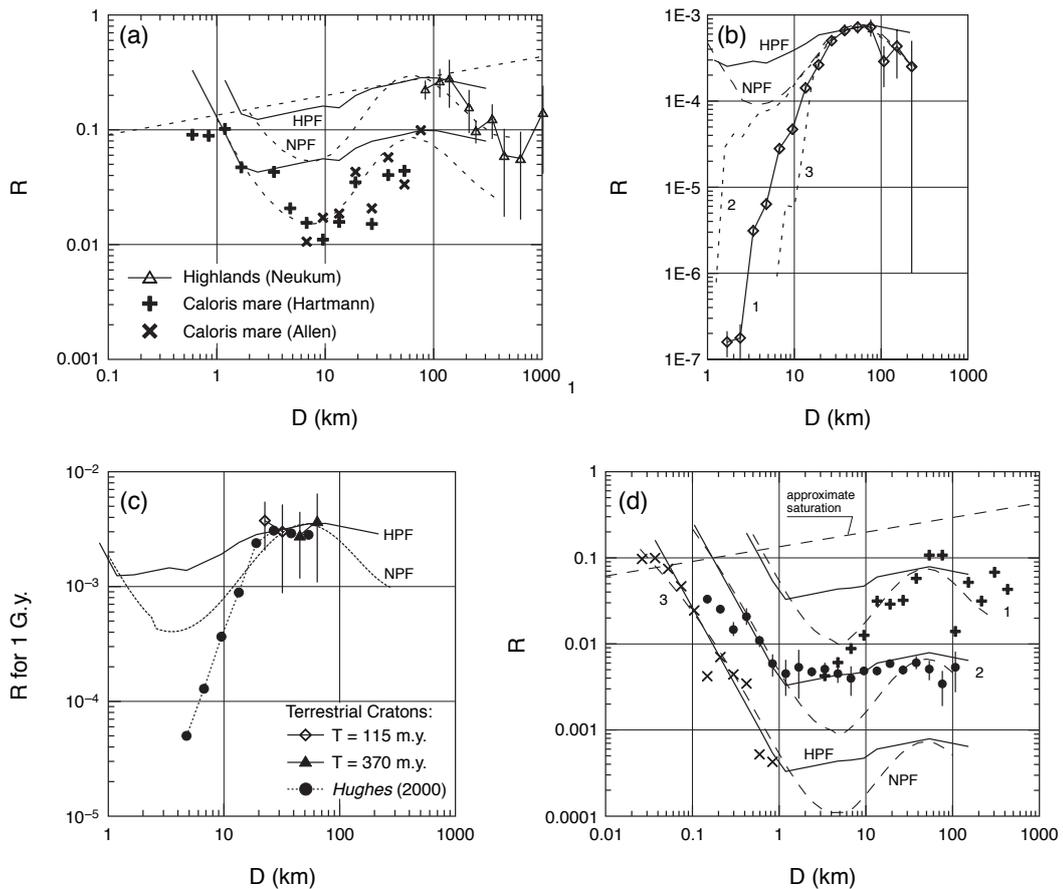


FIG. 1.5 – Distributions taille-fréquence planétaires relatives, construites par analogie avec la Lune, et comparées aux données. Les acronymes NPF et HPF correspondent aux distributions données par les équations (1.5) et (1.8), respectivement, recalculées pour les différentes conditions planétaires. (a) Mercure ; *highlands* et *Caloris Basin*. (b) Venus ; ensemble des cratères répertoriés. NPF et HPF ne tiennent pas compte de l’atmosphère vénusienne. Les courbes 2 et 3 sont des modèles de désintégration atmosphérique (c) Terre ; distributions normalisées des cratons européens et américains. (d) Mars ; (1) terrains lourdement bombardés, (2) jeunes plaines, (3) jeunes caldeiras. Les diagonales tiretées correspondent au niveau de saturation calculé d’après Hartmann [1995]. Figure extraite de Ivanov et al. [2002]. Voir les références incluses.

- Une seule et même population est supposée être à l’origine des cratères telluriques, et sa distribution en taille est supposée inchangée depuis 4 milliards d’années. Pourtant, les disruptions catastrophiques sont susceptibles de modifier ponctuellement cette distribution [Bottke et al., 2005; O’Brien et al., 2006]. Qui plus est, on peut discuter, au vu de la figure 1.5, la corré-

- lation supposée des distributions de cratères planétaires. Enfin, Strom et al. [2005] affirment que la distribution en taille des astéroïdes était différente lors de la phase de bombardement intensif.
- Cette unique population est estimée à partir des observations orbitales (qui restent incomplètes) et des modèles associés [Bottke et al., 2002; Stuart, 2001], ou bien à partir de l'inversion des données de cratérisation lunaire [Werner et al., 2002]. Le passage du flux d'impact au taux de formation de cratères se fait par l'usage de lois d'échelles dont certains paramètres, notamment l'angle d'incidence, restent mal contraints.
 - Le rôle des comètes quasi-isotropes (voir le chapitre 3) n'est pas certain. Cela dit, les derniers travaux à ce sujet tendent à conclure que leur contribution est modérée, de l'ordre de 1 à 10 % [Bottke et al., 2002, 2005; Weissman et al., 2002].
 - La contribution des cratères secondaires fait débat. Les travaux de McEwen et collaborateurs (voir l'article de revue McEwen et Bierhaus [2006]) estiment que la production de petits cratères martiens (taille subkilométrique) est largement dominée par les débris projetés lors de la formation de cratères plus grands. Les cratères secondaires sont dangereux lorsque l'on tente de dater une surface, car il peut s'en former un très grand nombre de manière quasi-simultanée. Ainsi, deux surfaces du même âge peuvent présenter un nombre de petits cratères qui varie considérablement. Un certain nombre de cratères secondaires se différencient nettement des petits cratères primaires, surtout lorsqu'ils sont proches de leur cratère parent, parce qu'ils présentent une morphologie plus irrégulière et forment des amas. Les techniques standard de datation excluent de tels amas du décompte des cratères pour estimer un âge, et considèrent que les cratères secondaires distants recouvrent uniformément la surface et peuvent donc faire partie intégrante du décompte. En effet, leur uniformité présumée leur permet de porter une information chronologique au même titre que les cratères primaires, et il n'est alors pas nécessaire de faire le tri entre les uns et les autres. Cependant, McEwen et Bierhaus [2006] contestent cette hypothèse en affirmant que les amas de cratères secondaires distants existent et sont difficiles à isoler. Qui plus est, puisque la vitesse d'éjection des débris générés par un impact primaire est d'autant plus grande que le débris est petit, la distribution taille-fréquence des cratères secondaires est *a priori* plus pentue que celle des cratères primaires. McEwen et Bierhaus [2006] estiment à partir

de la distribution taille-fréquence des astéroïdes [Bottke et al., 2005] que la pente des distributions analytiques établies par Hartmann et Neukum pour les petits cratères est produite par un mélange de cratères primaires et secondaires, et que cette pente est susceptible de varier localement selon la proportion de secondaires. Ces conclusions s'appuient notamment sur l'analyse détaillée du cratère martien Zunil (voir la figure 1.6). La question n'est pas encore tranchée (voir Ivanov et Hartmann, W. K. [2007]).

- La méthode de datation considère que le flux de projectiles est isotrope. Il en découle que le taux de formation de cratères est indépendant de la position sur la planète. Si tel n'était pas le cas, des biais systématiques seraient introduits dans l'attribution d'âges tant relatifs qu'absolus.

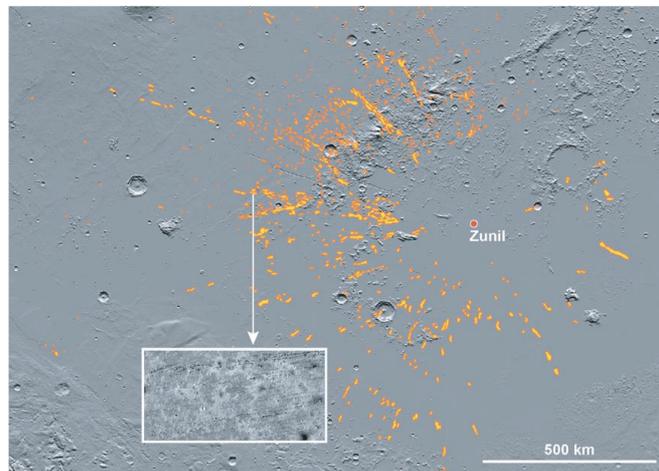


FIG. 1.6 – Les alentours du cratère martien Zunil vus par infrarouge. Les raies d'éjecta, en orange, présentent une forte concentration de cratères secondaires. Figure extraite de McEwen et Bierhaus [2006].

Chapitre 2

Dynamique du système solaire

Le système solaire est le vaste théâtre de quantité d'interactions qui se produisent entre les multiples objets qui le composent. En particulier, le mouvement qui anime chacun est produit, entretenu ou perturbé par celui de tous les autres : chaque objet, de par sa masse, influe sur la totalité du système. Pour comprendre et modéliser la formation des cratères d'impact, il nous faut prendre en compte les mécanismes qui régissent le mouvement des impacteurs potentiels que sont les astéroïdes et les comètes, et celui de leurs cibles, les planètes et leurs lunes. Cet ensemble dynamique très complexe peut heureusement être globalement décrit par l'usage de quelques lois simples qui découlent de certaines approximations.

En effet, l'influence d'un corps croît avec sa masse et diminue avec le carré de la distance. Cette compétition masse/distance établit une hiérarchie parmi les acteurs du mouvement d'un objet donné. Souvent, on peut même raisonnablement considérer, en tout cas pour les applications que nous en ferons, que la trajectoire de l'objet en question n'est déterminée que par un voisin particulièrement massif. Ainsi, l'orbite de la Lune est principalement gouvernée par la Terre, qui est elle-même essentiellement sous la domination du Soleil. Bien évidemment, il s'agit d'approximations qui ne tiennent pas compte des perturbations engendrées par la présence de tiers, mais permettent néanmoins de reproduire convenablement l'apparente stabilité des orbites observées.

Le terme « stabilité apparente » a pour autant toute son importance. On sait maintenant que la somme des forces gravitationnelles exercées par l'ensemble des membres du système solaire ne permet pas de prédire avec certitude le devenir d'un objet céleste quelconque à très long terme. On parle de système chaotique : les équations du mouvement ne trouvent pas de solution mathématique, et leur résolution numérique dépend à tel point de la précision des conditions initiales (fournies par l'observation, et donc nécessairement accompagnées d'incertitudes), que les résultats divergent. Il reste que, souvent, de telles divergences ne se produisent que sur des échelles de temps comparables à l'âge du système solaire.

Dans le cas contraire, il est tout de même possible d'isoler un comportement statistique. Par exemple, l'énorme Jupiter façonne la répartition spatiale des astéroïdes de telle sorte que certaines zones orbitales, sous l'excitation produite par des phénomènes dit de « résonance », sont continuellement vidées de leurs membres et remplacés par de nouveaux arrivants. Ce comportement présente une régularité qui peut être modélisée.

Lorsque l'on considère qu'un objet n'est sous l'influence que d'une unique masse (celle du Soleil quand il s'agit d'une planète, ou encore celle de la planète-mère pour le satellite), on se place dans le cadre dit du *problème à deux corps*. Les outils qui découlent d'un tel contexte seront décrits succinctement dans la première partie de ce chapitre, puis utilisés dans la deuxième partie pour caractériser l'orbite « stable » des objets célestes. Pour finir, nous nous intéresserons aux perturbations induites par la présence d'un troisième intervenant. En particulier, l'influence de Jupiter et Saturne sur la répartition globale des petits corps ; ou encore le moment où un impacteur potentiel s'approche suffisamment d'une planète pour se placer sous l'influence conjointe et compétitive de celle-ci et du Soleil.

Il faut noter qu'il existe un autre phénomène, indépendant de la gravitation, qui influe sur l'évolution orbitale des masses sidérales. Il s'agit de la pression radiative solaire, qui, *via* les effets Poynting-Robertson et Yarkovsky, est capable de modifier la trajectoire des objets, d'autant plus que leur masse est faible. Nous laissons ce point au chapitre suivant.

2.1 Problème à deux corps

Dans le premier volume de ses *Principia*, Newton [1687] nous dit en substance que la force d'attraction exercée par un objet ponctuel de masse m_1 sur un objet de masse m_2 peut s'écrire

$$\mathbf{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad (2.1)$$

où \mathbf{r} est le vecteur distance qui relie m_1 à m_2 , et G est la constante universelle de gravitation, telle que $G = 6.67260 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$. Réciproquement, la force exercée sur m_1 par m_2 est égale à $-\mathbf{F}$. Toujours d'après Newton et son principe fondamental de la dynamique, si \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 sont les vecteurs position respectifs de m_1 et m_2 par rapport à une origine fixe quelconque, on sait que

$$m_1\ddot{\mathbf{r}}_1 = \mathbf{F} \quad \text{et} \quad m_2\ddot{\mathbf{r}}_2 = -\mathbf{F}. \quad (2.2)$$

Puisque $\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}_2 - \ddot{\mathbf{r}}_1$, le mouvement relatif de m_2 par rapport à m_1 peut être décrit par

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} = 0. \quad (2.3)$$

où $\mu = G(m_1 + m_2)$. Cette configuration est appelée problème à deux corps. En prenant le produit vectoriel de \mathbf{r} avec l'équation (2.3), il vient $\mathbf{r} \times \ddot{\mathbf{r}} = 0$, et donc

$$\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{h}, \quad (2.4)$$

où \mathbf{h} est un vecteur constant, perpendiculaire à la fois à \mathbf{r} et $\ddot{\mathbf{r}}$. On en déduit que le mouvement de m_1 par rapport à m_2 est contenu dans un seul et même plan perpendiculaire à la direction de \mathbf{h} . Il apparaît donc naturel d'appliquer un système de coordonnées polaires (r, θ) au problème. L'usage d'un tel système de coordonnées, centré sur m_1 et orienté arbitrairement, permet d'exprimer à partir de l'équation (2.3) la distance qui sépare m_2 de m_1 (voir par exemple Prussing et Conway [1993]) comme

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \omega)}, \quad (2.5)$$

avec

$$p = h^2/\mu, \quad (2.6)$$

et où e et ω sont deux constantes d'intégration. La trajectoire décrite par l'équation (2.5) est appelée conique ; p en est le paramètre et e l'excentricité. La connaissance de la vitesse pour une position donnée permet de caractériser entièrement cette trajectoire, en exprimant les constantes h , e et ω à l'aide de ces conditions initiales. Selon la valeur de e , la conique sera d'un type différent. Un cercle correspond à $e = 0$, une ellipse à $0 < e < 1$, une parabole à $e = 1$ et une hyperbole à $e > 1$. Une ellipse dont l'excentricité est proche de 1 sera beaucoup plus aplatie qu'une ellipse d'excentricité quasi nulle.

Une propriété intéressante des coniques est que l'aire balayée par le rayon-vecteur \mathbf{r} est constante dans un laps de temps donné. Dans le repère polaire, on a $|\mathbf{h}| = h = r^2 \dot{\theta}$ (Eq. (2.4)). L'aire balayée par \mathbf{r} pendant le temps δt s'exprime : $\delta S \simeq \frac{1}{2} r(r + \delta r) \sin \delta \theta \simeq \frac{1}{2} r^2 \delta \theta$. En divisant par δt et en prenant la limite, il vient

$$\frac{dS}{dt} = \frac{h}{2}. \quad (2.7)$$

En conséquence, h est appelé *constante des aires*.

On rappelle qu'il est ici question du mouvement relatif de m_2 par rapport à m_1 . Une formulation plus détaillée du problème aurait permis de dire qu'à la fois

m_1 et m_2 décrivent une conique du même type autour du centre de masse du système, défini par

$$\mathbf{r}_* = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}, \quad (2.8)$$

et que l'amplitude de cette conique est d'autant plus grande que l'autre masse du système est importante, puisque

$$R_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} r \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} r, \quad (2.9)$$

où R_1 et R_2 sont les distances respectives de m_1 et m_2 par rapport au centre de masse.

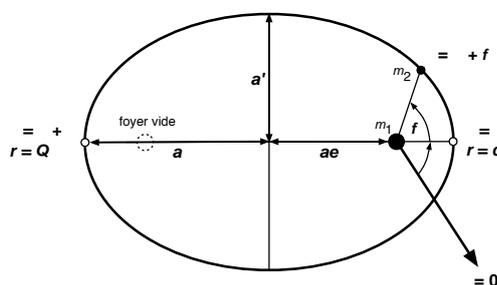


FIG. 2.1 – Géométrie de l'ellipse décrite par m_2 autour de m_1 .

Une ellipse est caractérisée par son demi grand axe a et son demi petit axe a' , comme indiqué sur la figure 2.1. Les relations géométriques dans une telle figure nous donnent le paramètre et l'excentricité de l'ellipse comme

$$p = \frac{a'^2}{a} \quad \text{et} \quad e = \frac{\sqrt{a^2 - a'^2}}{a}, \quad (2.10)$$

où $\sqrt{a^2 - a'^2}$ équivaut à la distance qui sépare le centre de l'ellipse de l'un ou l'autre de ses foyers. Ces relations nous donnent

$$p = a(1 - e^2). \quad (2.11)$$

Sur l'ellipse, la distance minimale au foyer, notée q , est appelée péricentre, et correspond à $\theta = \omega$. Pour cette raison, l'angle ω se nomme argument du péricentre. La distance maximale, l'apocentre Q , correspond à $\theta = \omega + \pi$ (Fig. 2.1). D'après les équations 2.5 et 2.11, on a

$$q = a(1 - e) \quad \text{et} \quad Q = a(1 + e), \quad (2.12)$$

De manière générale, il est fait usage de l'angle f , appelé anomalie vraie, telle que $f = \theta - \omega$. Le péricentre correspond ainsi à $f = 0$, l'apogée à $f = \pi$. D'après

les équations (2.5) et (2.11), la distance qui sépare l'objet de la masse m_2 , qui occupe l'un des foyers de l'ellipse, s'écrit donc

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f} . \quad (2.13)$$

Dans le cas de l'hyperbole, le paramètre s'écrit

$$p = a(e^2 - 1) ; \quad (2.14)$$

la distance au foyer se met alors sous la forme

$$r = \frac{a(e^2 - 1)}{1 + e \cos f} , \quad (2.15)$$

et donc

$$q = p/(1 + e) = a(e - 1) . \quad (2.16)$$

L'apocentre n'est pas défini, puisque l'orbite n'est pas bornée. On écrit plus généralement la distance au foyer en faisant intervenir le péricentre (une grandeur plus intuitive que le demi-grand axe pour une hyperbole), soit

$$r = \frac{q(1 + e)}{1 + e \cos f} , \quad (2.17)$$

Notons que, dans le plan, les quatre paramètres a , e , ω et f sont nécessaires et suffisants à la description du mouvement et de la position de l'objet. Nous allons voir qu'ils font partie des six paramètres appelés *éléments orbitaux* qui, grâce à l'outil très précieux que sont les coniques, permettent de décrire et comprendre le mouvement des objets célestes.

2.2 Eléments orbitaux

Puisque le Soleil représente à lui seul plus de 99.8% de la masse totale du système solaire connu, et que la force exercée par un objet est directement proportionnelle à sa masse (Eq. (2.1)), on peut considérer dans une excellente approximation que le mouvement des planètes et des petits corps est en général uniquement influencé par le Soleil, et se placer dans le cadre du problème à deux corps. Nous aborderons plus tard la question des perturbations engendrées par les nombreux autres corps qui peuplent le système solaire. Pour le moment, il nous suffit de considérer que seul le Soleil exerce une force sur l'objet dont nous souhaitons définir l'orbite. Qui plus est, puisque la masse du Soleil, M_S , est très grande devant celle de l'objet, on se trouve dans la situation où $\mu \simeq GM_S$. Cela

implique en particulier que le centre de masse du système objet-Soleil se trouve quasiment localisé au centre du Soleil (Eq. (2.8) avec $m_1 \gg m_2$), et que ce dernier peut être considéré comme fixe.

Dans la majorité des cas, les objets célestes sont piégés par l'attraction du Soleil, et possèdent donc une orbite bornée elliptique ou quasi-circulaire, dont l'étoile occupe l'un des foyers. C'est le cas des planètes et des astéroïdes, ainsi que de la plupart des comètes. Certaines comètes décrivent cependant une orbite hyperbolique ou quasi-paraboliques, et leur destin est de quitter le système solaire. Cela peut se traduire en terme d'énergie : en prenant le produit scalaire de $\dot{\mathbf{r}}$ avec l'équation (2.3), il vient

$$\dot{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{r}} + \mu \frac{\dot{r}}{r^2} = 0, \quad (2.18)$$

qui s'intègre en

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{\mu}{r} = \xi, \quad (2.19)$$

où $v = |\dot{\mathbf{r}}|$ est la vitesse de l'objet, et ξ , qui s'avère être l'énergie orbitale par unité de masse, est une constante du mouvement. Il y a conservation de l'énergie. La relation entre ξ et e s'obtient comme suit. Dans notre repère polaire, le carré de la vitesse s'exprime comme

$$v^2 = \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} = \dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2 = \left[\left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \cdot \dot{\theta}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 \right]. \quad (2.20)$$

En constatant d'après l'équation (2.4) que $C = r^2\dot{\theta}$, on peut écrire,

$$v^2 = C^2 \left[\left(\frac{1}{r} \right)^2 + \left(\frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r} \right) \right)^2 \right]. \quad (2.21)$$

En exprimant r d'après l'équation (2.5) dans les équations (2.21) et (2.19), on vérifiera que

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{h^2} (e^2 - 1). \quad (2.22)$$

On constate que l'énergie est positive pour $e > 1$, nulle pour $e = 0$, et négative pour $e < 1$.

Les orbites elliptiques, bornées, possèdent donc une énergie négative, qui ne leur permet que d'évoluer entre r_{min} et r_{max} (Eq. (2.19)), tandis que les orbites hyperboliques possèdent une énergie positive qui autorise r à atteindre l'infini. Typiquement, dans ce deuxième cas, il peut s'agir de comètes peuplant le nuage d'Oort et donc lâchement soumise à l'attraction solaire en raison de la distance (voir le chapitre suivant), qui, déstabilisées par le passage d'une étoile, acquièrent

une énergie cinétique suffisante pour « tomber » vers le Soleil selon une trajectoire hyperbolique (ou, le plus souvent, quasi-paraboliques) avec une vitesses qui croît à mesure que la distance au Soleil s'amenuise (Eq. 2.19). Jupiter peut également jouer un rôle d'accélérateur suffisant pour rendre hyperbolique l'orbite d'une comète qui passe à proximité. Au contraire, les orbites elliptiques concernent les objets dotés d'une énergie cinétique insuffisante pour leur permettre d'échapper au puits de potentiel généré par le champ de gravité du Soleil. Comme on l'a dit, la plupart des objets célestes ont une orbite elliptique. Parmi ces membres permanents du système solaire, les planètes ont même, en particulier, une orbite très peu éloignée du cercle ($e \ll 1$), à l'exception de Mercure et de Mars.

En utilisant les équations (2.19), (2.22) et (2.13), la vitesse orbitale sur l'ellipse peut s'écrire

$$v^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right), \quad (2.23)$$

où l'on voit que v est maximale au péricentre, et minimale à l'apocentre (dans la cas d'orbites autour du Soleil, on parle de périhélie et d'aphélie). Pour une orbite circulaire, la distance au Soleil est constante ($r = a$); en conséquence, la vitesse orbitale est elle aussi constante, telle que $v = \sqrt{\mu/a}$, et est d'autant plus grande que a est petit. Si on considère que les planètes Mercure et Mars décrivent des cercles parfaits, on constate que la première, plus proche du Soleil, se déplace plus vite que la seconde. En réalité, leurs orbites sont quelque peu éloignées du cercle ($e_{mercure} \simeq 0.2$ et $e_{mars} \simeq 0.09$), et la vitesse oscille entre 40 et 60 km.s⁻¹ pour Mercure, entre 22 et 26 km.s⁻¹ pour Mars. On voit alors que l'écart de vitesse entre apohélie et perihélie est d'autant plus grand qu'il est permis à r de s'écarter de a , en d'autres termes, que l'excentricité est grande. Typiquement, les astéroïdes proviennent de la ceinture d'astéroïdes localisée entre Mars et Jupiter. Un astéroïde dont l'orbite est assez excentrique pour couper l'orbite de Mercure (par exemple Adonis, voir la figure 3.1 du chapitre suivant) aura une vitesse bien plus grande à l'approche de celle-ci (\sim vitesse au périhélie) que de Mars (\sim vitesse à l'apohélie). On devine qu'en moyenne, les vitesses relatives d'impact sont plus élevées sur Mercure que sur Mars, et que la Terre, par exemple, est un cas intermédiaire. Enfin, puisque pour une même distance r au Soleil, la vitesse augmente avec le demi grand axe a , une comète, qui provient d'au-delà des géantes gazeuses et dont l'orbite est assez excentrique pour atteindre le système solaire interne, possède une vitesse bien plus élevée qu'un astéroïde qui croise à proximité.

La période de révolution de l'objet s'établit en utilisant la constante de la loi des aires. En l'espace d'une période orbitale T , l'aire balayée correspond à l'aire

totale de l'ellipse, $S = \pi a a'$, qui d'après l'équation (2.7) équivaut à $hT/2$. On a donc, avec $h^2 = \mu p = \mu a'^2/a$ (Eqs. (2.6) et (2.10)),

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\mu} a^3 . \quad (2.24)$$

où l'on voit que T est directement proportionnel au demi grand axe à la puissance $3/2$.

On note que nous avons retrouvé à ce stade les trois lois empiriques établies par Kepler [1609, 1619] pour les planètes, d'après les observations astronomiques réalisées notamment par Tycho Brahe :

- L'orbite de chaque planète décrit une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers.
- Une ligne reliant la planète au Soleil balaie une aire constante dans un intervalle de temps donné.
- Le carré de la période orbitale de la planète est proportionnel au cube du demi grand axe.

A partir de la conservation de l'énergie mécanique, on obtient l'expression d'une grandeur importante, la *vitesse d'échappement* (ou de *libération*), v_e . Elle correspond à la vitesse minimale que doit posséder un objet à la surface d'une planète pour s'affranchir de la gravité de celle-ci et s'échapper librement. La vitesse d'échappement doit vérifier

$$\frac{1}{2}v_e^2 - \frac{\mu}{R_0} = 0 , \quad (2.25)$$

où R_0 est la rayon de la planète. Le terme à gauche de la première égalité correspond à l'énergie d'échappement de l'objet, tandis que le terme de droite correspond à l'énergie minimale à l'infini pour que la trajectoire soit non liée, c'est-à-dire zéro. On a donc

$$v_e = \sqrt{\frac{2\mu}{R_0}} . \quad (2.26)$$

Dans l'espace, en plus des quatre paramètres a , e , ω et f , il faut pour définir l'orientation de l'orbite faire appel à deux autres variables que sont l'*inclinaison*, i et la *longitude du noeud ascendant*, Ω . Comme illustré par la figure 2.2, l'inclinaison correspond à l'angle qui existe entre le plan de l'orbite et un plan de référence, le plus naturel étant le plan de l'écliptique lorsqu'il s'agit d'orbites autour du Soleil. L'intersection du plan orbital et du plan de référence est la *ligne des noeud*, un noeud correspondant au point où l'orbite traverse le plan de référence. L'orbite elliptique en possède deux : l'un qualifié d'*ascendant* si l'objet traverse de bas en haut, l'autre de *descendant* dans le cas contraire. Une direction fixe est

choisie dans le plan de référence (usuellement le point vernal, dont la direction est donnée par l'intersection du plan de l'équateur terrestre et de l'écliptique), et Ω est défini comme l'angle qui sépare cette direction de celle du noeud ascendant (Fig. 2.2 toujours). Enfin, le repère polaire dans le plan de l'orbite est orienté de telle sorte que le noeud ascendant coïncide avec $\theta = 0$ (voir la figure 2.1).

La position de l'objet dans l'espace est donc définie sans ambiguïté à l'aide de six éléments orbitaux indépendants : le demi grand axe a , l'excentricité e , l'inclinaison i , la longitude du noeud ascendant Ω , l'argument du périhélie ω et pour finir l'anomalie vraie f . Les trois premiers, a , e et i , sont considérés comme les éléments orbitaux principaux, puisqu'ils caractérisent la taille et la forme de l'orbite, ainsi que l'inclinaison de son plan par rapport à l'écliptique. Les deux suivants, Ω et ω , définissent l'orientation de l'orbite. Enfin, f indique où l'objet se situe sur sa trajectoire. Dans le cas du satellite, les mêmes conventions s'appliquent, à ceci près que le plan orbital de la planète est alors (en général) choisi comme plan de référence.

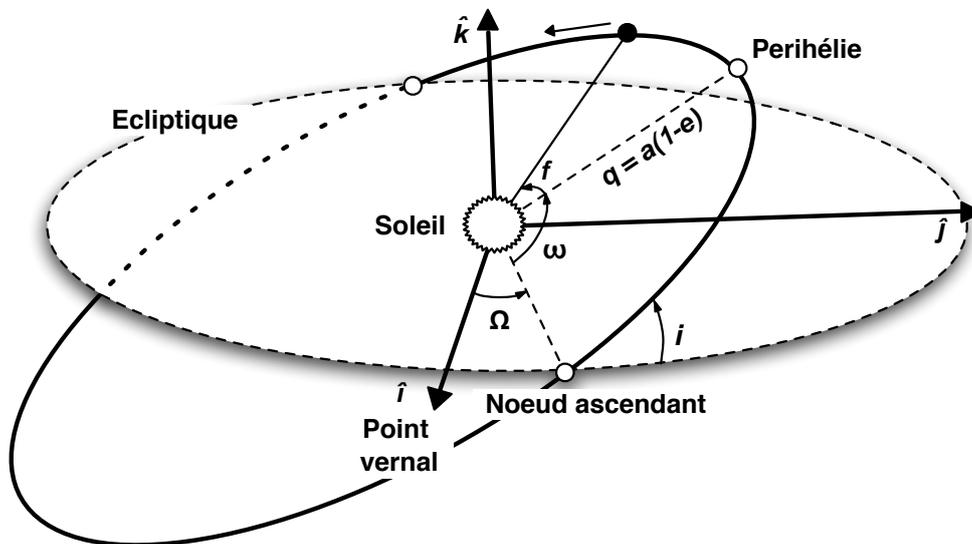


FIG. 2.2 – L'orbite dans l'espace.

Les éléments orbitaux permettent en particulier de déterminer si la collision entre un objet et une planète est possible ou non, et si oui, dans quelle configuration. Ainsi, un impact n'est envisageable que si $q < Q_0$ ou $Q > q_0$, q_0 et Q_0

étant respectivement le périhélie et l'apohélie de la planète. Pour une inclinaison mutuelle nulle, c'est-à-dire si planète et objet se meuvent dans le même plan, cela veut dire que les orbites se croisent. Si ces conditions (déterminées par a et e d'après l'équation (2.12)) sont respectées, et si l'inclinaison mutuelle est non nulle (ce qui est *a priori* le cas), il faut encore que les valeurs de Ω et ω permettent l'existence d'une valeur de f telle que les deux corps puissent se télescoper. La vitesse et la géométrie de l'impact dépendront alors de la position des objets sur leur orbite respective et de leur inclinaison mutuelle. Il se trouve que les quantités Ω et ω varient avec le temps ; on parle de précession (voir section suivante). Cette précession, si l'on fait abstraction des phénomènes dits de résonance séculaire, peut être raisonnablement considérée comme uniforme, et une orbite décrite par la triade (a, e, i) présentera toutes les combinaisons possible du couple (Ω, ω) . Si bien que, sur le long terme, la seule condition *sine qua non* à l'impact porte sur a et e . Ceci sera abordé de manière plus détaillée dans le chapitre 5.

En pratique, la détermination d'une orbite se fait en multipliant les observations de l'objet. Par exemple, les observations radar permettent d'estimer à un instant donné les vecteurs position et vitesse de l'objet. Mathématiquement, ces deux seules informations donnent la connaissance des 6 grandeurs scalaires indépendantes suffisantes à la pleine caractérisation de l'orbite. Répéter l'observation permet de réduire l'incertitude inhérente à toute mesure, en recherchant l'orbite qui respecte au mieux chaque couple $(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$. Le chapitre suivant traite plus en détail de l'observation des petits corps.

Connaissant $(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ à un instant donné, et dans un repère $(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}}, \hat{\mathbf{K}})$ donné (comme en figure 2.2), on retrouve les éléments orbitaux en suivant la démarche suivante [voir par exemple Murray et Dermott, 2000] :

Le demi grand axe a est donné directement par l'équation (2.23) comme

$$a = \frac{r}{2 - \frac{rv^2}{\mu}} . \quad (2.27)$$

L'excentricité s'obtient en introduisant le vecteur associé, \mathbf{e} , qui pointe vers le péricentre à partir du centre attractif, et qui vérifie

$$\mathbf{e} = \frac{\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{h}}{\mu} - \frac{\mathbf{r}}{r} , \quad (2.28)$$

où \mathbf{h} est donné par l'équation (2.4)

Introduisons également le *vecteur nodal*, \mathbf{n} , qui pointe vers le noeud ascendant et dont la norme est telle que $n = \sin i$, défini par

$$\mathbf{n} = \hat{\mathbf{K}} \times \frac{\mathbf{h}}{h}. \quad (2.29)$$

L'inclinaison de l'orbite par rapport au plan de référence (défini par $\hat{\mathbf{I}}$ et $\hat{\mathbf{J}}$) vérifie

$$\cos i = \frac{\mathbf{h} \cdot \hat{\mathbf{K}}}{h}, \quad (2.30)$$

ce qui donne i sans ambiguïté puisque $i \in [0, \pi]$.

De la même manière, on trouve la longitude du noeud ascendant telle que

$$\cos \Omega = \frac{\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{I}}}{n}, \quad (2.31)$$

et

$$\sin \Omega = \frac{\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{J}}}{n}. \quad (2.32)$$

L'argument du péricentre vérifie

$$\cos \omega = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}}{ne}, \quad (2.33)$$

où $\omega \in [0, \pi]$ si $\mathbf{e} \cdot \hat{\mathbf{K}} \geq 0$, et $\omega \in]\pi, 2\pi[$ dans le cas contraire.

Enfin, on trouve l'anomalie vraie à partir de

$$\cos f = \frac{\mathbf{e} \cdot \mathbf{r}}{er}, \quad (2.34)$$

où $f \in [0, \pi]$ si $\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}} \geq 0$, et $f \in]\pi, 2\pi[$ sinon.

L'obtention des éléments orbitaux via les équations précédentes s'applique aux orbites aussi bien elliptiques qu'hyperboliques.

Le problème réciproque, à savoir déterminer les vecteurs position et vitesse dans le repère cartésien à partir des éléments orbitaux, se résout comme suit. La norme de \mathbf{r} est donnée par l'équation (2.13) si l'orbite est elliptique, ou par l'équation (2.15) si elle est hyperbolique, et l'on a

$$\mathbf{r}_{(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}}, \hat{\mathbf{K}})} = r \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos \theta - \sin \Omega \sin \theta \cos i \\ \sin \Omega \cos \theta + \cos \Omega \sin \theta \cos i \\ \sin \theta \sin i \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

où l'on rappelle que $\theta = f + \omega$. La norme de $\dot{\mathbf{r}}$, v , est donnée par l'équation (2.23), et l'on a

$$\dot{\mathbf{r}}_{(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{J}}, \hat{\mathbf{K}})} = v \begin{pmatrix} \cos \Omega (\sin \theta + e \sin \omega) + \sin \Omega (\cos \theta + e \cos \omega) \cos i \\ \sin \Omega (\sin \theta + e \sin \omega) - \cos \Omega (\cos \theta + e \cos \omega) \cos i \\ (\cos \theta + e \cos \omega) \sin i \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Il sera fait largement usage des relations décrites dans cette section dans le calcul du bombardement des planètes.

2.3 Influence gravitationnelle d'un tiers

Puisque la force exercée par toute masse est également inversement proportionnelle au carré de la distance (Eq. (2.1)), l'approximation du problème à deux corps (Soleil et objet) n'est plus valable lorsque l'objet considéré se trouve au voisinage d'un troisième corps massique, l'étendue de ce « voisinage » étant d'autant plus importante que la masse du troisième corps est élevée (pour égaler la perturbation de l'orbite d'une comète qui frôle un astéroïde, il suffira qu'elle passe à distance raisonnable de Jupiter, par exemple). Il s'agit alors d'un problème dit « à trois corps » (extensible à n -corps) qui trouve sa résolution via une approche numérique, ou à l'aide d'une succession d'approximations.

Le mouvement d'une particule soumise à l'influence gravitationnelle de deux objets massiques, m_1 et m_2 , s'écrit, par rapport à une origine quelconque O ,

$$\ddot{\mathbf{r}} = Gm_1 \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}}{\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}\|^3} + Gm_2 \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}}{\|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}\|^3} . \quad (2.37)$$

Si la particule possède une masse négligeable, on se trouve dans la situation dite du *problème à trois corps restreint*. Les masses m_1 et m_2 sont animées d'un mouvement décrit par le problème à deux corps, et leurs trajectoires sont des coniques dont le foyer est le centre de masse du système. Les distances \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 sont alors connues en fonction du temps.

Typiquement, on se trouve dans la situation d'un astéroïde qui s'approche d'une planète, et qui voit sa trajectoire, jusqu'alors uniquement déterminée par la masse du Soleil, perturbée par la proximité d'une nouvelle masse. Il n'existe pas de solution analytique à cette équation. Cependant, une résolution numérique est permise, en discrétisant l'équation et en calculant point par point la trajectoire du projectile pour une succession d'intervalles de temps aussi petits que possible. Cette approche sera (entre autres) utilisée dans ce manuscrit pour déterminer le bombardement du système Terre-Lune, et la méthode utilisée est détaillée en annexe C.

S'il n'existe pas de solution formelle à l'équation (2.37), on peut cependant en dégager certains comportements. Considérons que $m_1 > m_2$; m_1 et m_2 peuvent représenter le Soleil et Jupiter, par exemple, ou encore la Terre et la Lune. La particule peut représenter un astéroïde ou une comète. En ajoutant l'hypothèse que les deux masses m_1 et m_2 décrivent une orbite circulaire (*problème à trois corps circulaire restreint*), on peut en déduire les choses suivantes (voir notamment Murray et Dermott [2000]).

- Il est possible d'évaluer dans quelle mesure la particule est dynamiquement liée à m_2 , par le biais d'une constante du mouvement, la *constante de Jacobi*. Celle-ci permet d'établir le *paramètre de Tisserand*, par exemple pour Jupiter, comme

$$T = \frac{a_j}{a} + 2\sqrt{(1 - e^2)\frac{a}{a_j}} \cos i, \quad (2.38)$$

- où a_j et e_j sont la demi-grand axe et l'excentricité de Jupiter, et a , e , i sont les éléments orbitaux du petit corps. Ce paramètre, qui reste inchangé avant ou après un passage à proximité de la géante gazeuse, permet d'établir une classification dans les populations diversement liées à Jupiter, et notamment de discriminer les astéroïdes des comètes dormantes (voir le chapitre suivant).
- Il existe des points de stabilité autour de m_2 . Il s'agit des points de Lagrange, au nombre de 5, au niveau desquels la particule possède une vitesse nulle dans le référentiel lié à m_2 . Deux de ces points forment chacun un triangle équilatéral avec m_1 et m_2 . Les trois autres appartiennent à la ligne qui relie les deux masses, l'un entre m_1 et m_2 , un autre « derrière » m_1 , le dernier « derrière » m_2 . On observe, notamment dans le cas de Jupiter, une concentration de petits corps aux points de Lagrange. Cette famille d'objets est celle des *Troyens*.
 - Il existe une distance entre la particule et m_2 à laquelle, dans le repère attaché à m_2 , les forces de gravité et la force centrifuge (due à la rotation de m_2) s'équilibrent de manière à ce que la force résultante qui s'applique au projectile est dirigée vers m_2 . Cette distance définit la *sphère de Hill*, dont le rayon est noté R_H . Pour $m_1 \gg m_2$,

$$R_H = a_2 \left(\frac{m_2}{3m_1} \right)^{1/3}, \quad (2.39)$$

où a_2 est le demi-grand de m_2 autour de m_1 . Dans le cas où m_2 possède une orbite très excentrique, il est préférable de substituer a_2 par q_2 dans l'équation, pour majorer R_H . À l'intérieur de la sphère de Hill, le mouvement de la particule autour de m_2 est donc centripète, et on peut se placer dans l'approximation du problème à deux corps.

Bien sûr, le problème à trois corps circulaire restreint n'est jamais vérifié rigoureusement dans la réalité. Pourtant, les conclusions qui en découlent restent de très bonnes approximations du comportement des systèmes naturels.

Revenons à la sphère de Hill. Cet outil nous permet de dire que les satellites qui gravitent autour de leur planète, par exemple la Lune, possèdent une orbite

képlérienne stable s'ils se situent nettement à l'intérieur de cette sphère. Ainsi, on peut raisonnablement considérer que l'orbite du satellite n'est déterminée que par la masse de la planète, formant un système dont le centre de masse coïncide peu ou prou avec le centre de cette dernière. Le mouvement du centre de masse du système est quant à lui régi par le Soleil. Dans le cas du système Terre-Lune, où les orbites de l'une et de l'autre sont quasiment circulaires, la vitesse de la Lune autour de la Terre est alors donnée par $v_{lune} = \sqrt{GM_{terre}/a_{lune}}$ (Eq. (2.23) avec $M_{terre} \gg M_{lune}$ et $r \simeq a_{lune}$), tandis que la vitesse du centre de masse autour du Soleil est $v_* = \sqrt{GM_S/a_{terre}}$. Qui plus est, lorsqu'un projectile pénètre dans la sphère de Hill terrestre ($R_H = 0.01$ AU), on peut faire l'approximation que le Soleil n'intervient plus. Ce type d'approximation sera utilisé pour obtenir des descriptions analytiques du flux d'impacts. ‘

D'une manière plus générale, les grandes masses du système solaire (Jupiter, Neptune) façonnent la répartition orbitale des astéroïdes et comètes, via des phénomènes dits de *résonance*. Il est maintenant reconnu, notamment grâce au travail de J. Wisdom, que ce sont ces mécanismes qui provoquent l'éjection des astéroïdes et comètes de leurs réservoirs respectifs (ceinture principale, ceinture de Kuiper) et provoquent le bombardement des planètes. Une résonance se produit lorsque les périodes de rotation de deux objets sont arithmétiquement liées de façon à ce que leur quotient s'exprime comme le ratio de deux nombres entiers. Cela engendre une stabilité ou au contraire, une instabilité accrue du système. Les progrès de l'investigation numérique permettent de comprendre de mieux en mieux les phénomènes de résonance. La figure 2.3, qui représente le nombre d'astéroïdes observés en fonction de leur demi-grand axe, illustre de façon frappante la structure résonante du système solaire. La période orbitale étant proportionnelle au cube du demi-grand axe, on constate que certaines zones qui correspondent à certaines périodes particulières sont appauvries. On parle des *Kirkwood gaps*. Il s'agit de résonances avec Jupiter. Par exemple, la résonance 3 :1 correspond aux astéroïdes possédant un demi-grand axe tel que, pour une révolution jovienne, ils font trois fois le tour du Soleil. A l'inverse, la résonance 1 :1, par exemple, montre une concentration d'objets qui correspond aux Troyens.

Le caractère chaotique du système engendre également des phénomènes de variations séculaires. Ainsi, les orbites et l'axe de rotation de tous les objets sont animées d'un mouvement de précession : leur orientation varie dans l'espace, et ce sur des échelles de temps très variables. Les éléments orbitaux principaux des objets (a, e, i) ne sont pas non plus fixes. Ils varient selon des pseudo-cycles dont la

période est de l'ordre du million à la dizaine de millions d'années. Ces variations, notamment celles de Mars – particulièrement spectaculaires –, ont fait l'objet d'études numériques (notamment par J. Laskar ; voir le chapitre 4). Nous verrons dans quelle mesure ces variations affectent le bombardement des planètes.

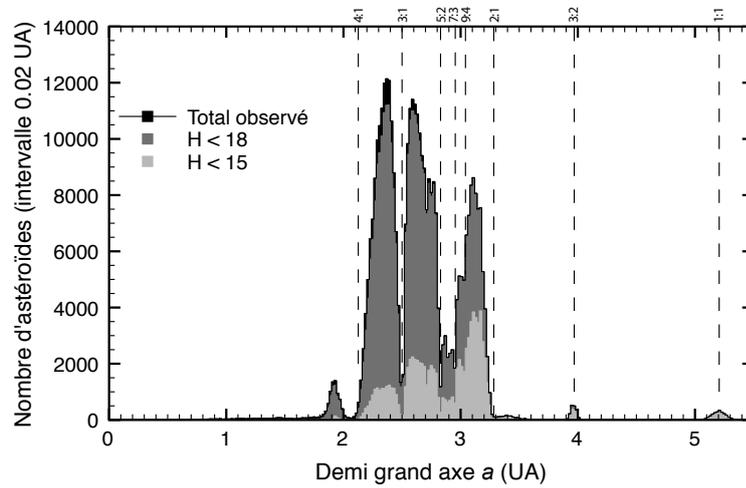


FIG. 2.3 – Nombre d'astéroïdes observés, en fonction du demi grand axe. La magnitude absolue H est d'autant plus petite que l'objet est grand. $H < 18$ correspond approximativement à un diamètre supérieur au kilomètre.

Chapitre 3

Les projectiles : astéroïdes et comètes

Comme le rappelle Melosh [1989], astéroïdes et comètes n'ont, pendant longtemps, pas eu à endosser la lourde responsabilité d'être à l'origine des paysages grêlés qui recouvrent les planètes les plus exposées (voir également Wilhelms, D. E. [1993]). Il faut dire que la Terre, relativement à l'abri derrière son épaisse atmosphère, et dotée qui plus est d'une vigoureuse activité géologique prompte à effacer toute trace, n'offrait pas à proprement parler l'angle de vue idéal. Encore, dans les années cinquante, pensait-on que les très nombreux cratères lunaires étaient le fait d'un volcanisme intense, ceci en raison de leur forte ressemblance avec une caldeira. Il aura fallu l'émulation intellectuelle qui accompagna l'ère des missions spatiales, à la fin des années soixante, pour que les véritables coupables soient identifiés.

Depuis, l'immense progrès technique dans le domaine des détecteurs optique et infrarouge, l'exploitation des techniques radar, ainsi que la mise en orbite d'observatoires spatiaux, ont permis de recenser plusieurs centaines de milliers d'objets. La liste s'allonge considérablement tous les ans. Ajoutons à ceux-là les météoroïdes, plus petits et d'autant plus nombreux, et les comètes, dont plus de deux mille spécimens sont actuellement recensés (une infime fraction du total estimé), et l'on prendra encore difficilement la mesure de la quantité d'objets qui peuplent le système solaire et le traversent de part en part, autant d'objets qui sont susceptibles de venir finir leur course contre une planète.

Météoroïdes, astéroïdes, comètes : les petits corps qui évoluent au sein du système solaire sont de différents types, eux-mêmes divisés en sous-groupes, chacun traduisant une différence de taille, d'orbite ou de composition. Nous détaillerons les propriétés de chacune de ces catégories, et ferons l'état des lieux des observations les concernant. Enfin, nous nous attacherons à décrire les efforts faits

afin d'obtenir, à partir des observations spatiales incomplètes et biaisées, une vue globale de la population des impacteurs potentiels.

3.1 Définitions, origine et observations

Les astéroïdes et comètes, tout comme les planètes, sont le produit du phénomène de compétition accréation/destruction engendré par les multiples collisions de la matière éparsée qui constituait le jeune système solaire. A mesure que les géantes gazeuses se forment, leur masse augmente les vitesses de collisions dans les alentours, et, notamment, empêche la formation d'une planète entre Mars et Jupiter, laissant à la place ce qu'on appelle la *ceinture principale d'astéroïdes*. Qui plus est, avant que le système ne se stabilise, un scénario plausible suppose que les variations d'excentricité de ces mêmes géantes gazeuses ont « excité » les orbites des petits corps voisins, engendrant un bombardement massif sur la Lune et les planètes telluriques [Gomes et al., 2005]. Par la même occasion, un grand nombre d'objets auraient été éjectés au-delà de l'orbite de Neptune, créant ainsi le nuage d'Oort et la ceinture de Kuiper, dont Pluton est aujourd'hui considéré comme un membre parmi bien d'autres.

Astéroïdes et comètes sont de petits corps rocheux. *Stricto sensu*, les comètes se distinguent des astéroïdes par le fait qu'elles exhibent une traînée de gaz et de poussière. La richesse en volatils des comètes s'explique par leur provenance : la pression solaire a repoussé la plupart des éléments légers dans le système solaire externe. A la différence des astéroïdes, les comètes possèdent en général des orbites très excentriques, ce qui les amène à faire de brèves excursions dans le système solaire interne. L'exposition au Soleil, subitement accrue, provoque alors un dégazage partiel qui englobe le noyau rocheux. Cependant, une exposition prolongée au Soleil est susceptible d'« éteindre » une comète, lui donnant l'apparence d'un astéroïde. Inversement, il n'est pas exclu qu'un astéroïde riche en volatils se métamorphose en comète. L'ambiguïté entre comètes actives, comètes en sommeil et comètes éteintes rend la distinction avec les astéroïdes plutôt floue. Sur des considérations orbitales, on désignera comme comètes (qu'elles soient actives ou non) les objets très excentriques qui résident dans le système solaire externe (incluant la ceinture de Kuiper, le nuage d'Oort) et les objets qui s'en échappent.

La ceinture principale d'astéroïdes s'étend de 2 à 4 unités astronomiques du Soleil. La figure 3.1, où les 5000 premiers astéroïdes numérotés sont projetés sur le plan de l'écliptique, la schématise. Les orbites des cinq premières planètes du

système, de Mercure à Jupiter, sont représentées, ainsi que, à titre d'exemple, celle de l'astéroïde Adonis, qui est susceptible de croiser la route de chacune des planètes telluriques. La ceinture principale d'astéroïdes est considérée comme le principal réservoir qui alimente le bombardement des planètes telluriques. Sa masse totale est estimée à environ 5×10^{-4} masses terrestres.

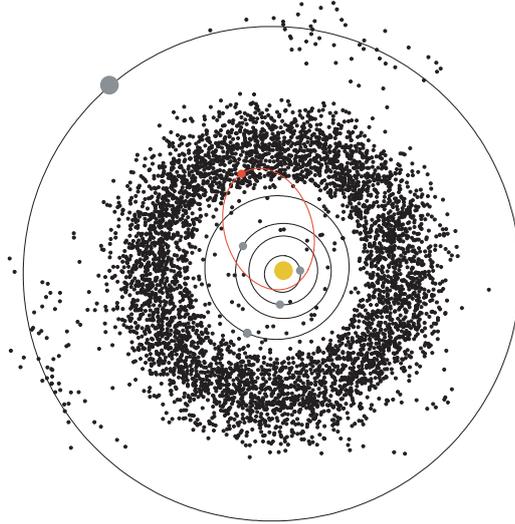


FIG. 3.1 – Ceinture principale d'astéroïdes. Les disques gris correspondent aux cinq premières planètes. L'astéroïde Adonis est figuré en rouge à titre d'exemple.

La ceinture de Kuiper, qui s'étend au-delà de l'orbite de Neptune, est supposée contenir encore bien plus d'objets que la ceinture principale d'astéroïdes. Plusieurs centaines ont été découverts à ce jour, avec une inclinaison modérée ($\lesssim 30^\circ$) et à des distances héliocentriques inférieures à 50 UA. Sa masse estimée est de l'ordre 3×10^{-3} masses terrestres. Elle est considérée comme la principale source du bombardement des satellites des géantes gazeuses [Zahnle et al., 1998, 2001]. Le nuage d'Oort, à la différence de la ceinture de Kuiper, est un réservoir sphérique qui englobe le système solaire, à une distance héliocentrique $\gtrsim 10^4$ UA [Weissman, 1990]. Il est la source de ce qu'on appelle les comètes quasi-isotropes (NIC – *nearly isotropic comets*). Ces comètes ont une excentricité encore supérieure aux comètes écliptiques, et leur orbite s'apparente à une parabole du point de vue des planètes. Comme mentionné au chapitre précédent, le paramètre de Tisserand (Eq. (2.38)) permet de faire un tri entre les comètes [Levison, 1996]. Les comètes pour lesquelles $T < 2$ sont quasi-isotropes. Les autres sont dites comètes écliptiques, puisqu'elles possèdent une inclinaison modérée. Parmi celles-ci, celles dont la paramètre de Tisserand vérifient $2 < T \leq 3$ sont dynamiquement liées à Jupiter, et l'on parle de la famille des comètes joviennes (JFC – *Jupiter-Family*

Comets). Ces objets se voient donc attribuer le nom de comète, même si leur aspect ne permet pas *a priori* de les distinguer des astéroïdes. Les orbites telles que $T > 3$ ne pénètrent pas dans la sphère de Hill de Jupiter, et sont donc en général considérées comme appartenant à des astéroïdes.

Jusque récemment, les collisions étaient considérées comme le principal mécanisme capable d'éjecter les objets hors de leur réservoir pour les transformer en croiseurs [Wetherill, 1967]. On considère désormais que le phénomène de résonance avec les géantes gazeuses est principalement à l'origine du bombardement des planètes. Comme on l'a vu au chapitre précédent, les plus importantes résonances avec Jupiter engendrent des « creux » dans la répartition des objets de la ceinture principale en fonction du demi-grand axe. Les deux résonances principalement identifiées comme responsables du bombardement des planètes telluriques sont la résonance 3 :1 avec Jupiter et la résonance v_6 avec Saturne [Michel et al., 2005], parmi de nombreuses autres [Morbidelli, A. and Gladman, B., 1998]. Ces résonances produisent des changements chaotiques de l'excentricité, capable de mener certains objets vers une trajectoire qui coupe celle des planètes [Wisdom, 1985]. De la même manière, les résonances avec Jupiter, Saturne et Uranus alimentent la famille des comètes écliptiques à partir de la ceinture de Kuiper [Duncan et Levison, 1997]. Ces objets sont les principaux responsables du bombardement des lunes des géantes gazeuses, mais contribuent aussi, dans une moindre mesure, à celui des planètes telluriques [Bottke et al., 2002].

Outre ces mécanismes gravitationnels, il existe un autre phénomène capable de modifier les éléments orbitaux des petits corps du système solaire : l'*effet Yarkovsky*. La chaleur solaire, accumulée par l'astéroïde sur l'hémisphère diurne, est dissipée lorsque celui-ci, par rotation, devient l'hémisphère nocturne. Typiquement, l'énergie émise est capable, pour un astéroïde de taille kilométrique, de modifier son demi-grand axe d'environ 10^{-4} UA par millions d'années. C'est cet effet qui est considéré comme étant à l'origine de la relative stabilité du flux d'impact durant les trois derniers milliards d'années, en réapprovisionnant les zones de résonances de la ceinture principale en astéroïdes d'un diamètre inférieur à 40 kilomètres [Bottke et al., 2000c, 2002, 2005, 2006]. Une fois les objets éjectés des zones chaotiques de résonance, le principal événement (en terme d'échelle de temps) qui affecte la distribution orbitale des croiseurs est la collision avec les planètes. L'effet Yarkovsky n'a donc pas le temps d'influencer significativement leur distribution orbitale [Michel, P. and Yoshikawa, M., 2005].

Les astéroïdes montrent une grande diversité de tailles, allant de quelques dizaines de mètres à plusieurs centaines de kilomètres. Cérès, le plus grand objet de la ceinture principale, possède un diamètre de près de mille kilomètres, et représente à lui seul le tiers de la masse totale estimée de la ceinture. La distribution en taille des astéroïdes suit un comportement de type « loi de puissance », les petits objets étant beaucoup plus nombreux que les grands. Dans les réservoirs, les collisions qui se produisent régénèrent la population de « petits » objets expulsés à partir de l’immense masse offerte par les objets les plus gros, dont on pense qu’ils sont d’âge comparable aux planètes. Les vitesses de collisions sont typiquement de l’ordre de 5 km.s^{-1} [O’Brien et Greenberg, 2005]. Une population en équilibre collisionnel simple (*collision cascade*) s’exprime [Dohnanyi, 1972],

$$N(> d) \propto d^{-2.5} , \quad (3.1)$$

où N est le nombre d’objets d’un diamètre supérieur à d . En réalité, observations et modèles [Bottke et al., 2005; O’Brien et Greenberg, 2005] prédisent une forme ondulée de la distribution en taille des astéroïdes, due au fait que la cohésion du matériau est fonction de sa taille (les petits objets deviennent de plus en plus résistants à mesure que leur taille diminue, car ils présentent moins de fissures ; les gros objets deviennent de plus en plus résistants à mesure qu’ils grossissent, à cause de leur propre gravité). La population des croiseurs reflète celle de leur réservoir, mais les processus qui génèrent ces croiseurs étant fonction de leur diamètre, elle ne la reproduit pas nécessairement à la perfection (voir la section suivante). Notons que les astéroïdes d’une taille inférieure à 50 mètres sont arbitrairement désignés comme étant des météoroïdes.

Il n’est pas trivial d’estimer le diamètre d’un objet. La mesure la plus accessible, par photométrie, est celle de la *magnitude apparente*, c’est-à-dire la luminosité. La détermination de l’orbite permet de ramener cette mesure à la magnitude absolue, H , qui est définie comme la luminosité qu’aurait l’objet s’il était observé à une distance de 1 AU avec un déphasage nul (observateur et Soleil alignés), alors qu’il se trouve à 1 AU du Soleil. H ne dépend plus alors que de l’albédo de l’objet et de sa taille selon la relation [Bowell et al., 1989]

$$d = \frac{1347}{\sqrt{\rho_v}} 10^{-H/5} , \quad (3.2)$$

où d s’exprime en kilomètres et ρ_v est l’albédo géométrique de la sphère de diamètre d . On note que le diamètre diminue à mesure que la magnitude augmente.

L’albédo dépend de la classe taxinomique de l’objet. Celle-ci est déterminée à partir du spectre optique, qui dépend de la composition de surface. On distingue

principalement deux classes d'astéroïdes, le type C, sombre, et le type S, brillant. La classe C, de type carbonné, est la moins facile à détecter. La classe S, de type silicique, est riche en métal (Fe, Ni, Mg). Luu et Jewitt [1989] considèrent que la distribution d'albédo est bimodale, le premier pic à 0.047 correspondant aux objets sombres, le second à 0.15 correspondant aux objets brillants. En supposant que le ratio réel entre objets sombres et brillants égale 1 [Bottke et al., 2002], l'albédo moyen est 0.098 et les objets d'une magnitude inférieure à 18 ont une taille supérieure à 1 km.

La densité des astéroïdes est très variable, allant de 500 (pour les objets les plus poreux) à 7000 kg.m^{-3} (pour les plus métalliques). Le travail de Britt et al. [2002] isole cependant deux principaux pics de densité dans la distribution des météorites analysée, l'un à 1300 kg.m^{-3} pour les objets de type C, l'autre à 2700 kg.m^{-3} pour le type S, même si certains travaux ont montré que certains grands astéroïdes de type S ont une structure « empilée » qui peut réduire significativement leur densité globale [Fujiwara et al., 2006]. Qui plus est, la rotation rapide des petits objets ($d < \sim 100\text{m}$) suggère que ceux-ci, parce qu'ils sont beaucoup moins poreux, présentent des densités supérieures à leurs plus gros homologues, dont la formation fut gouvernée principalement par la gravité.

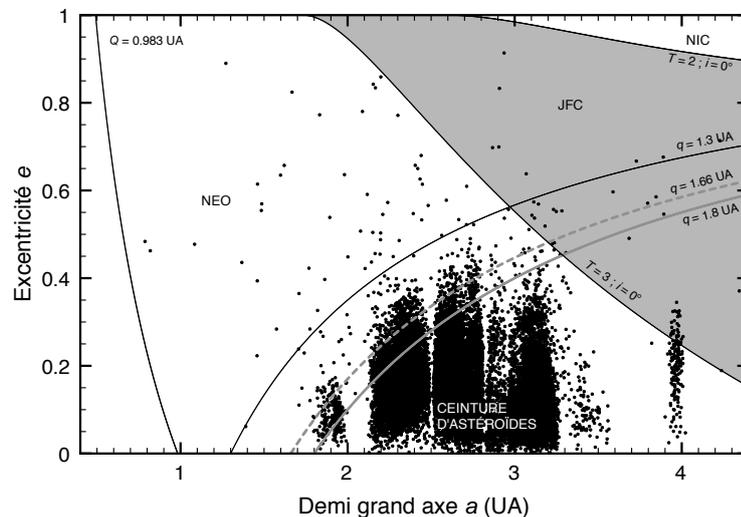


FIG. 3.2 – Objets observés de magnitude $H < 15$, en fonction du demi grand axe et de l'excentricité. Se référer au texte pour la définition des différents acronymes.

Nous désignons par le terme de *croiseurs* les objets qui coupent l'orbite d'une planète. L'acronyme NEO (*Near Earth Objects*) s'applique aux objets (astéroïdes ou comètes) qui gravitent dans le voisinage de la Terre. Les NEO sont définis par un périhélie $q \leq 1.3 \text{ AU}$ et un aphélie $Q \geq 0.983 \text{ AU}$. Leur définition est

quelque peu arbitraire, et englobe celle des géocroiseurs à proprement parler ($Q \geq 0.983$ et $q \leq 1.0167$). La figure 3.2, inspirée de [Bottke et al., 2002], représente l'ensemble des objets observés pour une magnitude inférieure à 15, soit d'une taille approximativement supérieure à quelques km. Sur le long terme des variations d'excentricité martienne (voir le chapitre suivant), les croiseurs martiens vérifient $q \lesssim 1.8$ (pour son excentricité actuelle, $q \leq 1.66$). On constate que la proximité de Mars avec la ceinture d'astéroïdes l'expose à un bombardement plus intense. La zone grisée correspond à la famille des comètes dynamiquement liées à Jupiter (JFC) d'inclinaison nulle ($2 < T \leq 3$ et $i = 0^\circ$; Eq. (2.38)). Cependant, l'étendue de cette zone dépend de l'inclinaison des comètes (même si la plupart des JFC ont une inclinaison modérée).

Depuis les années 90, les petits corps sont recherchés à l'aide de télescopes automatisés munis de détecteurs CCD. D'énormes progrès ont été réalisés grâce à cette technologie, qui permet en général d'observer des objets jusqu'à des magnitudes de 22 (quelques dizaines de mètres). En particulier, le programme LINEAR du MIT a découvert en quelques années plus de NEO qu'il n'en avait été découvert jusque là. Au mois de novembre 2007, 902 NEO d'une magnitude inférieure à 18 (diamètre environ kilométrique) sont recensés, alors qu'en 2002, seuls 400 avaient été observés. Certains objets étant plus faciles à détecter que d'autres (parce que moins brillants ou moins inclinés par rapport à l'écliptique), les observations souffrent nécessairement de biais. Les météoroïdes étant trop petits pour être directement observés, on estime leur flux (terrestre et lunaire) en détectant les flashes lumineux qu'ils produisent en heurtant la surface lunaire ou en pénétrant dans l'atmosphère terrestre. L'intensité du flash lumineux étant liée à l'énergie cinétique, on peut estimer la masse du projectile en supposant une certaine vitesse d'impact, et donc son diamètre pour une densité donnée. La section suivante relate les efforts faits pour peindre un tableau global de la population des petits corps, à partir de ces observations.

3.2 Caractériser la population globale

3.2.1 Distribution orbitale et magnitude absolue

Comme nous l'avons dit précédemment, les observations télescopiques sont nécessairement biaisées. Les travaux de Bottke et al. [2002] et Stuart [2001] s'attachent à éliminer ce biais. Il faut souligner qu'à l'époque où ces travaux furent

publiés, moins de 50 % des objets de magnitude $H < 18$ recensés aujourd'hui avaient été découverts. Même si les observations actuelles présentent quelques divergences avec les modèles, ceux-ci restent les plus complets à ce jour. De manière générale, la procédure qui s'applique à corriger les observations consiste à définir une probabilité de détection qui dépend de l'orbite de l'objet, de sa luminosité, et des conditions dans lesquelles se fait l'observation.

Les estimations de Stuart [2001] s'appuient sur les données obtenues par le programme LINEAR (pour $H < 22.5$, soit pour un diamètre supérieur à la centaine de mètres environ). La méthodologie décrite dans Stuart [2003] est la suivante : après sélection d'une triade (a, e, i) , une population d'ellipses d'orientation aléatoire est générée par un choix équiprobable de Ω et ω ; des particules sont disposées tout le long de chaque ellipse en distribuant la valeur de f ; les particules sont détectées ou non en fonction de la fraction de temps pendant laquelle le télescope pointe dans telle ou telle direction ; la valeur maximale de H qui permette une détection, selon les conditions atmosphériques et les caractéristiques techniques du détecteur, est déterminée ; la fraction de chaque quadruplet (a, e, i, H) détecté est enfin convertie en une probabilité de détection. La probabilité de détection, combinée aux observations, permet d'obtenir par inversion le modèle orbital le plus probable. Stuart [2001] ne trouve aucune corrélation entre H et (a, e, i) .

Bottke et al. [2002] utilisent une approche différente. Par le biais de simulations numériques intensives, ils intègrent le comportement orbital de milliers de particules tests initialement placées au niveau des principales résonances, et calculent la fraction de temps qu'elles passent au niveau de chaque point de l'espace (a, e, i) . Ils construisent ainsi, pour chaque source, une carte de temps de résidence (ou de probabilité de présence) dans l'espace des géocroiseurs. Par comparaison avec les observations préalablement débiaisées du programme Spacewatch (observations pour $H < 22$), ils déduisent la contribution relative de chaque source et construisent le modèle orbital global, étant entendu que la population des croiseurs, réalimentée par la ceinture d'astéroïdes, est en équilibre. Ils concluent que les résonances qui alimentent principalement les croiseurs se situent sur le bord interne de la ceinture principale (ν_6 , 3 : 1, croiseurs martiens), mais que les autres sources sont également significatives. Considérant que chaque région source présente la même distribution de magnitude, et s'appuyant sur de précédents travaux [Bottke et al., 2000a; Rabinowitz et al., 2000], ils donnent une relation pour $N(< H)$ en fonction de H .

La figure 3.3 compare ces deux modèles avec l'ensemble des observations disponibles au mois de novembre 2007 (compilées par E. Bowell dans le fichier *astorb.dat*¹). Les trois premiers tableaux représente les distributions marginalisées sur a , e et i , pour l'ensemble des objets de magnitude $H < 18$. Le dernier tableau donne le nombre d'objets d'une magnitude inférieure à H , en fonction de H . Comme on peut le voir, les observations ont aujourd'hui atteint un niveau qui s'approche du total estimé par les modèles pour $H < 18$, et ne présentent pas un accord idéal avec les modèles. Le nombre d'objets en fonction de H est donné comme une loi de puissance qui s'écrit

$$N(< H) = N(< H_0)10^{\alpha_H(H-H_0)} . \quad (3.3)$$

Bottke et al. [2002] donnent $\alpha_H = 0.35 \pm 0.02$ et $N(H < 18) = 960 \pm 120$. Stuart [2001] donne un estimation plus élevée : $N(H < 18) = 1227_{-90}^{+170}$, tandis que la distribution en magnitude s'éloigne quelque peu d'une loi de puissance. Son meilleur ajustement pour l'équation (3.3) donne $\alpha_H = 0.39 \pm 0.013$.

Le modèle de Bottke et al. (représenté par la figure 3.4) présente l'immense avantage de donner une représentation quasi-continue de la distribution orbitale en terme de probabilité de présence. Même si le total des observations s'approche du total prédit par ces auteurs, elles s'assimilent à un instantané. La durée de vie des croiseurs étant de l'ordre de 10 Ma [Morbidelli, A. and Gladman, B., 1998; Morbidelli, 1999], le modèle de Bottke et al. nous fournit, dans l'idéal, une image à long terme de la distribution d'équilibre. Qui plus est, l'évolution des observations nous semble plutôt en faveur de ce modèle. Il faut noter que le nombre absolu d'objets tels que $H < 18$ est un paramètre qui nous apparaît comme l'un des moins contraints dans le travail de Bottke et al. [2002]. Il n'est pas exclu que ce nombre soit sous-estimé, et qu'il s'approche en réalité du total estimé par Stuart [2001]. Les observations, dans ce cas, ne sont pas suffisantes pour discriminer le modèle, qui indique que de nombreux objets de faible demi grand axe et de grande excentricité restent à découvrir. Nous privilégions donc son utilisation par rapport au modèle de Stuart [2001]. Cependant, s'il s'applique à Mercure, Venus et la Terre (et donc la Lune), il n'a pas été construit pour estimer la population de croiseurs martiens.

La figure 3.5 reproduit les observations du nombre cumulé d'objets de périhélie inférieur à q , en fonction de q , pour différentes magnitudes. La zone grisée correspond au périhélie maximum auquel les objets peuvent croiser l'orbite de

¹www.lowell.edu

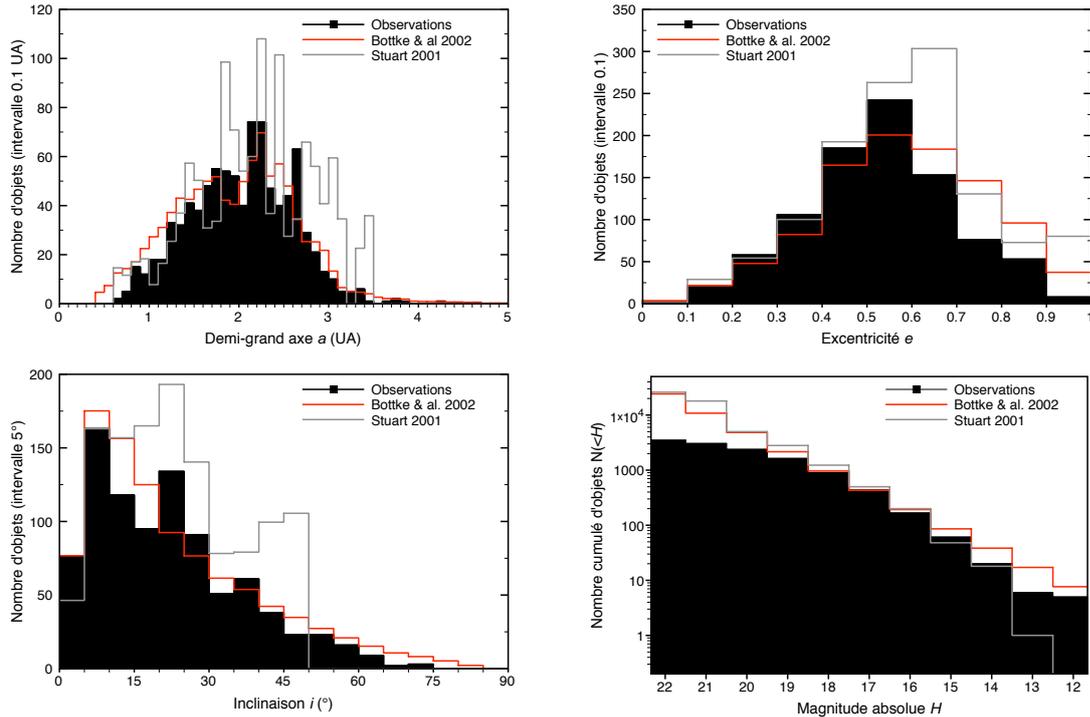


FIG. 3.3 – Modèles de Bottke et al. [2002] et Stuart [2001] en comparaison avec le total des objets observés en janvier 2008. *En haut à gauche* Nombre de NEO de magnitude $H < 18$ en fonction du demi-grand axe. *En haut à droite* Nombre de NEO de magnitude $H < 18$ en fonction de l'excentricité. *En bas à gauche* Nombre de NEO de magnitude $H < 18$ en fonction de l'inclinaison. *En bas à droite* Nombre cumulé de NEO de magnitude $< H$ en fonction de H .

Mars, selon la valeur de l'excentricité martienne, très variable (voir le chapitre suivant). Le modèle de Bottke et al. s'étend jusque $q = 1.3$ UA. La similarité des distributions pour $H < 15$ et $H < 13$ apporte une bonne confiance dans le fait que l'observation des objets de magnitude $H < 15$ est relativement complète [Ivanov, 2001; O'Brien et Greenberg, 2005] dans la zone des croiseurs martiens. Considérant que ces objets représentent un bon compromis entre complétion des observations et nombre statistiquement suffisant d'objets, nous faisons l'hypothèse que leur distribution orbitale actuelle est représentative du temps de résidence relatif dans l'espace de phase (a, e, i) . Pour construire un modèle de croiseurs global, nous attribuons à chaque objet observé tel que $H < 15$ une densité de présence α calculée comme $\alpha N_{obs}(1.25 < q < 1.3) = N_{Bot}(1.25 < q < 1.3)$, où N_{Bot} est le nombre de NEO du modèle de Bottke et al. [2002] pour une magnitude quelconque (par exemple $H = 18$). En combinant les objets observés pour lesquels

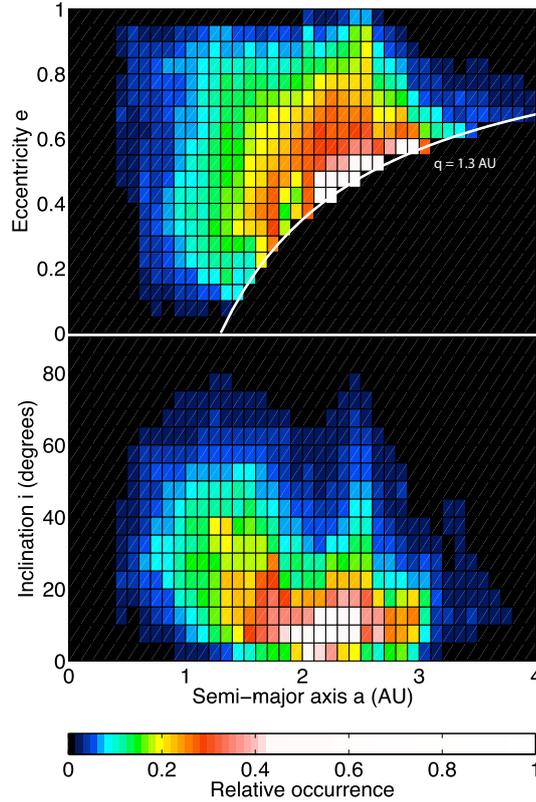


FIG. 3.4 – Distribution orbitale des NEO d’après Bottke et al. [2002].

$H < 15$ et $1.3 < q < 1.8$ AU avec le modèle de NEO, nous obtenons la proportion relative des objets qui participent au bombardement de toutes les planètes telluriques, proportion indépendante de la magnitude. Ce modèle est représenté par la figure 3.9.

Il faut nous attarder sur les objets qui possèdent une très faible inclinaison. En effet, le modèle de Bottke et al. (tout comme le modèle de Stuart et al.) est construit pour des cellules discrètes qui s’étendent sur 5 degrés d’inclinaison. Or, il se trouve (voir le chapitre 5) que la probabilité de collision entre un objet et une planète est proportionnelle à $1/\sin i_m$, où i_m est l’inclinaison mutuelle entre les deux objets, c’est-à-dire l’angle entre les deux plans orbitaux. L’inclinaison mutuelle varie entre $i_0 - i$ et $i_0 + i$ (où i_0 et i sont respectivement l’inclinaison de la planète et celle du projectile par rapport à l’écliptique) en raison de la précession des orbites. Quand i_0 et i sont toutes les deux significatives, le temps pendant lequel $i_m = 0$ est faible. Pourtant, puisque l’inclinaison actuelle de la Terre est actuellement nulle, la probabilité d’impact s’accroît considérablement à mesure que i tend vers zéro, et on peut s’attendre à un appauvrissement réciproque du modèle de géocroiseurs, puisque la probabilité excède alors le temps

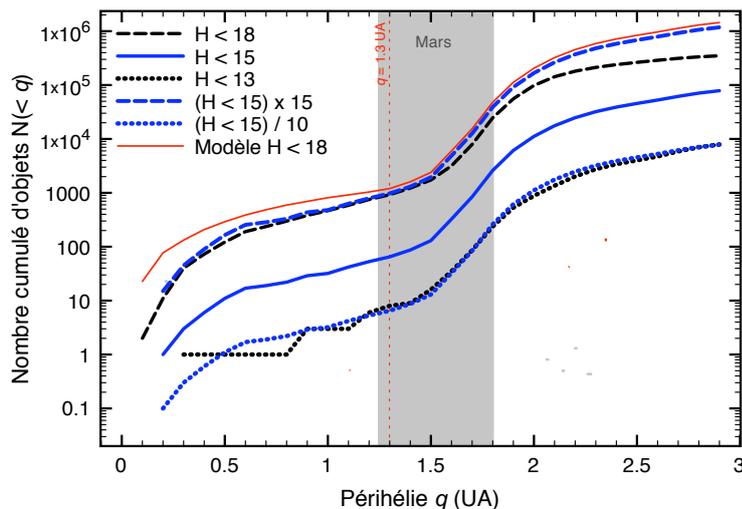


FIG. 3.5 – Nombre cumulé d’objets de périhélies inférieurs à q , en fonction de q , pour différentes magnitudes. Les détails sont donnés dans le texte.

estimé auquel la population est réapprovisionnée par la ceinture principale. Si cet appauvrissement n’est pas pris en compte, on doit s’attendre à calculer des probabilités d’impact invraisemblablement élevées pour les projectiles très faiblement inclinés (et même infinies pour une inclinaison nulle), et à en déduire que seul ce type de projectiles contribue au bombardement. Les études existantes [Morbidelli et al., 2002; Stuart et Binzel, 2004], ignorent ce phénomène en calculant simplement la probabilité d’impact associée au centre de chaque cellule de leur modèle, ce qui correspond à une inclinaison minimale de 2.5° . Il nous semble cependant nécessaire de mettre en lumière cette source potentielle d’erreur, si l’on devait considérer que chaque cellule est uniformément peuplée.

Nous modélisons cet appauvrissement pour les projectiles qui croisent l’orbite terrestre en considérant qu’il n’est significatif qu’en-deçà d’une inclinaison de 5° (au-delà, la probabilité d’impact varie raisonnablement à l’intérieur de chaque cellule). On considère que le nombre d’objets décrits par une triade (a, e, i) donnée change comme

$$\frac{dN}{dt} = -PN + F, \quad (3.4)$$

où P est la probabilité d’impact et F est le taux de réapprovisionnement. Si le modèle est en équilibre, le nombre d’objets s’approche asymptotiquement de F/P . Si on suppose que F est constant pour une variation modérée de (a, e, i) , le nombre d’objets est proportionnel à $1/P$, soit

$$N(a, e) = C \sin i, \quad (3.5)$$

où C est déterminé en égalant le nombre total d'objets tels que $i < 5^\circ$ et la valeur correspondante du modèle de Bottke. Cette approximation est en bon accord avec une simulation des temps de résidence entre 0 et 5° pour environ 10000 particules test (W. Bottke, communication personnelle). Elle est également en accord avec les observations reportées sur la figure 3.6, qui ne souffrent vraisemblablement pas de biais dans une si petite gamme d'inclinaisons.

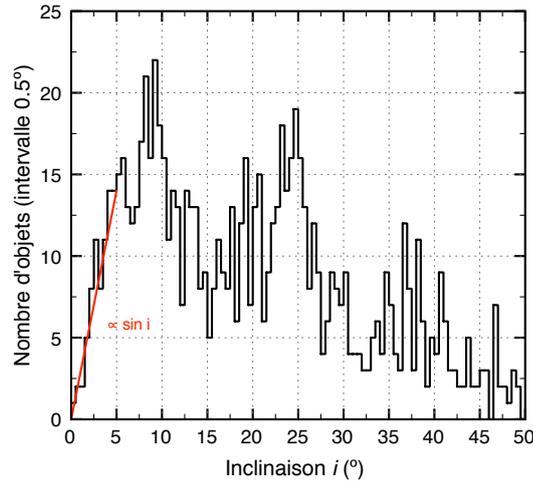


FIG. 3.6 – Croiseurs observés en fonction de l'inclinaison, par intervalle de 0.5° .

Nous devons mentionner que le modèle de Bottke et al. [2002], pour des raisons pratiques, néglige de prendre en compte certaines régions sources dans leurs simulations. Les réservoirs utilisés, ceux au niveau desquels des particules test ont été injectées puis suivies à la manière de traceurs, sont les suivants : la résonance v_6 avec Saturne, la résonance 3 : 1 avec Jupiter, les croiseurs martiens dont le comportement orbital reproduit celui de la ceinture principale (IMC, pour *intermediate Mars-crossers*), la ceinture d'astéroïdes externe (qui comporte de nombreuses résonances), et enfin les comètes écliptiques. Les régions écartées, avec le souci de réduire le nombre de paramètres et le coût calculatoire, sont par exemple la famille des Hungarias et celle des Phocaeas. Ces familles, qui possèdent une inclinaison moyenne relativement élevée, bordent la région des IMC. Des tests effectués par Bottke et al. [2002] tendent à montrer qu'elles ne génèrent pas un afflux significatif d'objets vers la région des géocroiseurs, au regard des principales régions sources énumérées plus haut. Stuart [2001] voit dans la non inclusion de ces familles la raison de la principale différence avec son modèle, à savoir une plus grande proportion d'objets fortement inclinés. La nette augmentation des observations – qui approchent de la complétude et dont le biais observationnel se

réduit nécessairement – ne révèle pas un tel comportement orbital. Pour cela, nous allons dans le sens des conclusions de Bottke et al. [2002].

Le modèle ne prend pas non plus en compte la contribution possible du nuage d'Oort, c'est-à-dire des comètes quasi-isotropes (NIC), puisqu'aucune n'a été découverte parmi les NEO par le programme Spacewatch. La plupart des travaux récents suggèrent cependant que cette contribution est relativement mineure, de l'ordre de 10 % [Weissman et al., 2002; Bottke et al., 2005]. Strokes et al. [2003] considèrent même que cette contribution est de l'ordre de 1 %.

Concernant les satellites des géantes gazeuses, très peu d'informations sont à disposition. L'éloignement rend l'observation très difficile et les statistiques concernant les croiseurs du système solaire externe sont minces. Qui plus est, les résonances capables d'éjecter les objets de la ceinture de Kuiper restent mal connues. Les travaux de Zahnle et al. [1998], Zahnle et al. [2001] et plus récemment Schenk et al. [2004] considèrent que la formation des cratères est majoritairement due aux comètes ecliptiques, provenant soit de la ceinture de Kuiper, soit du disque trans-neptunien [Duncan et Levison, 1997], et que les comètes quasi-isotropes ne sont pas significativement impliquées. La vitesse à l'infini des comètes qui heurtent Jupiter est en moyenne de l'ordre de $\sim 5 \text{ km.s}^{-1}$ [Levison et Duncan, 1997; Levison et al., 2000] – en comparaison, cette vitesse est pour la Terre trois fois supérieure – et une expression analytique qui reproduit grossièrement la distribution des vitesses pour les quatre planètes gazeuses peut-être consultée dans Zahnle et al. [2001]. Ce basant sur les 144 impacts observés sur Jupiter [Levison et Duncan, 1997], Zahnle et al. [1998] et Zahnle et al. [2001] considèrent que la distribution en inclinaison des projectiles joviens est isotrope.

3.2.2 De la magnitude au diamètre

Pour générer des cratères d'impact, il nous faut connaître la distribution en taille des croiseurs. Les estimations de Bottke et al. [2002] et Stuart [2001], qui donnent la distribution de magnitude des géocroiseurs, sont convertibles en distributions de taille si l'albédo est connu (Eq. (3.2)). Les deux études considèrent qu'il n'existe pas de corrélation entre la magnitude H et les paramètres orbitaux (a, e, i) . La difficulté provient du fait que les croiseurs appartiennent à des classes taxinomiques très variées (Binzel et al. [2004] définit dix complexes taxinomiques qui regroupent chacun plusieurs classes, dont C et S ne sont que particulièrement représentatives) et présentent donc une grande variété d'albédos. Malheu-

reusement, un nombre limité d'objets a été soumis aux mesures infrarouges qui permettent de déterminer albédo et classe taxinomique.

Morbidelli et al. [2002] estiment la distribution en albédo pour chacune des régions sources qui contribuent à alimenter le modèle construit par Bottke et al. [2002]. Pour cela, ils s'appuient sur les mesures d'albédo obtenues pour les plus gros objets, et extrapolent les distributions obtenues à des tailles qui correspondent aux objets qui peuvent être éjectés de leurs sources et devenir des géocroiseurs. En combinant ces distributions selon la contribution relative de chaque source, ils obtiennent la distribution d'albédo pour l'ensemble des géocroiseurs. Celle-ci leur permet de convertir chaque magnitude en une variété de diamètres, et de bâtir la distribution globale de taille des géocroiseurs. Considérant que la frontière qui sépare objets brillants et objets sombres se situe à un albédo de 0.089 [Tedesco, 1994], ils attribuent à chaque objet une densité de 2700 kg m^{-3} si $p_v < 0.089$, et une densité de 1400 kg m^{-3} si $p_v > 0.089$. Ils calculent ainsi la probabilité d'impact (voir le chapitre 5) avec la Terre en fonction du diamètre, de la densité et de la vitesse du projectile, c'est-à-dire en fonction de l'énergie d'impact, et en déduisent le risque encouru. Stuart et Binzel [2004] poursuit les mêmes objectifs, en utilisant une approche complémentaire. Ils se basent sur les données taxinomiques de Binzel et al. [2004], sur les données d'albédo de Delbó et al. [2003] et sur le modèle orbital de Stuart [2001], et considèrent que les distributions d'albédo et les proportions taxinomiques ne sont corrélées qu'avec la valeur du paramètre de Tisserand (qui, rappelons-le, discrimine les comètes des astéroïdes). Ils obtiennent, en dé-biaisant les observations, une estimation de la proportion relative de chaque classe taxinomique contribuant à former la population des géocroiseurs, ainsi que l'albédo moyen de chaque classe, et déduisent la distribution en diamètre de la distribution en magnitude.

Les deux études concluent que l'albédo moyen des géocroiseurs est de l'ordre de 0.13 – 0.14. La correspondance entre diamètre et magnitude est alors $H = 17.8 \Leftrightarrow d = 1\text{km}$, plutôt que $H = 18 \Leftrightarrow d = 1\text{km}$. D'après le travail de Stuart, cet albédo moyen se scinde en deux albédos représentatifs selon la valeur du paramètre de Tisserand : $p_v = 0.08$ pour $T \leq 3$ (comètes) et $p_v = 0.16$ pour $T > 3$ (astéroïdes). Le nombre de NEO d'un diamètre supérieur au kilomètre est estimé à 855 ± 110 pour Morbidelli et al. [2002] et à 1090 ± 180 pour Stuart et Binzel [2004]. Ces derniers estiment alors que la probabilité annuelle d'impact sur la Terre pour les géocroiseurs d'un diamètre supérieur au kilomètre est $1.67_{-0.3}^{+0.4} \times 10^{-6}$ (cela correspond à un impact tous les $0.60 \pm 0.1 \text{ Ma}$). Les estimations du flux

d'impact terrestre en fonction du diamètre des projectiles sont très similaires pour Morbidelli et al. [2002] (voir la figure 7 de Stuart et Binzel [2004], qui compare les deux travaux), et ce malgré l'écart qui existe au niveau de l'estimation du nombre absolu de projectiles. Cela provient sans doute du fait que l'excédent de projectiles estimé par Stuart est compensé par leur plus forte inclinaison, et donc par leur plus faible probabilité d'impact (voir le chapitre 5).

Stuart et Binzel [2004] estiment la densité moyenne des objets qui heurtent la Terre à 2050 kg m^{-3} . Cette estimation se base sur la moyenne des objets, pondérée à la fois par leur distribution taxinomique et par leur probabilité d'impact avec la Terre. Le ratio NEO sombres sur NEO brillants est donné à 1.6 par ces mêmes auteurs, pour un diamètre donné. Il est pourtant frappant de constater que la même valeur de densité est obtenue en considérant que la population des impacteurs terrestres est composée à parts égales d'objets brillant de densité 2700 kg m^{-3} et d'objets sombres de densité 1400 kg m^{-3} , laissant supposer que le ratio objets ombres / objets brillants qui participent effectivement au bombardement est proche de l'unité.

Dans la mesure où la répartition objets sombres / objets brillants n'est pas identique pour toutes les régions sources (une plus grande proportion d'objets sombres provient du bord externe de la ceinture principale ou bien sont des comètes dormantes), la distribution orbitale pour un diamètre d donné est quelque peu différente de celle pour une magnitude H donnée. En particulier, la proportion d'objets de demi-grand axe $a > 2.5 \text{ AU}$ est plus grande dans le premier cas que dans le second, et la proportion d'objets pour lesquels $e < 0.6$ plus faible, puisque la majorité de ces objets vérifie $a < 2.5 \text{ AU}$ (voir Morbidelli et al. [2002]). Nous prenons en compte ces différences, même si elle restent modérées. Ne disposant pas du modèle orbital recalculé pour d par Morbidelli et al. [2002], et ce modèle n'incluant pas de toute façon les croiseurs martiens, nous convertissons notre modèle orbital global en considérant l'albédo moyen selon le paramètre de Tisserand jovien, T , d'après Stuart et Binzel [2004]. Puisque le paramètre T reste raisonnablement inchangé durant l'évolution orbitale des objets, il permet de déterminer grossièrement la provenance des objets. La conversion des objets se fait en calculant la valeur de T pour chacun des objets, et en déduisant la magnitude pour un certain diamètre, à l'aide de la valeur d'albédo correspondant à ce T . Ainsi, pour $d = 1 \text{ km}$ (par exemple), un astéroïde ($T > 3$) se voit attribuer un magnitude (H_1) plus grande qu'une comète (H_2). La proportion relative d'objets pour une magnitude donnée (par exemple $H = 18$) est alors

recalculée pour un diamètre $d = 1$ km à l'aide de l'équation (3.3), de telle sorte que $n(a, e, i, d) = n(a, e, i, H)10^{\alpha_H(H_i-18)}$, H_i correspondant à H_1 ou H_2 selon la valeur de T donnée par (a, e, i) . Le modèle résultant, donné par la figure 3.9, est très similaire à la figure 5 de Morbidelli et al. [2002].

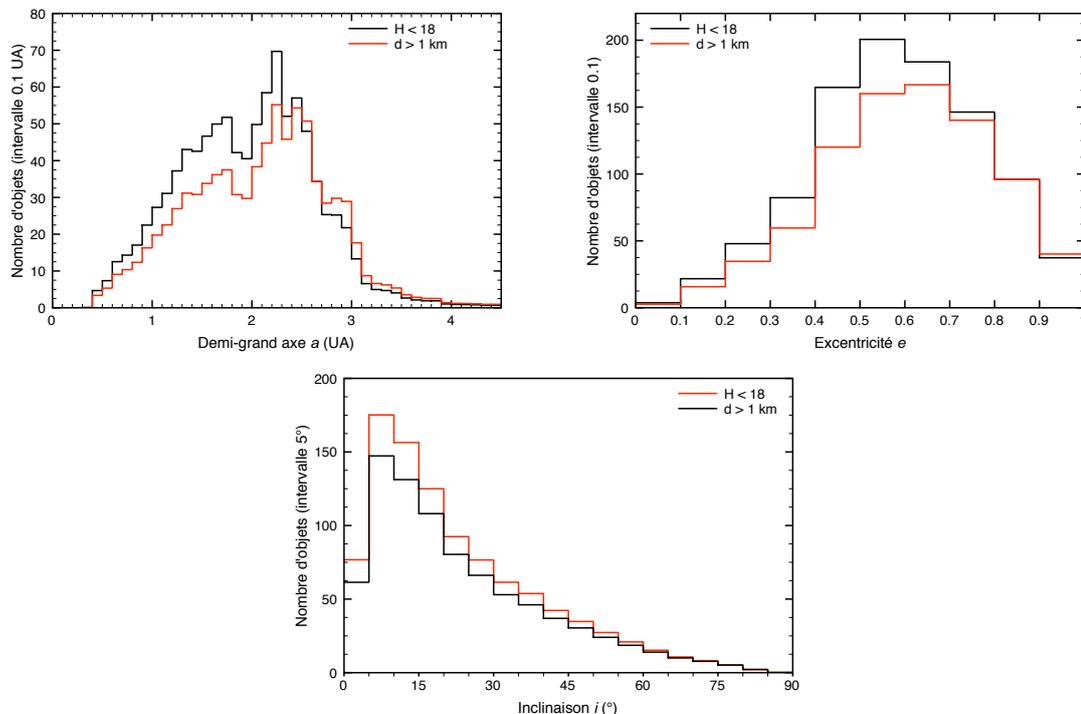


FIG. 3.7 – Distribution orbitale des NEO de diamètre $d > 1$ km. Les distributions présentées sont le résultat de la conversion du modèle de Bottke et al. [2002] pour une magnitude donnée, à l'aide des albédos moyens selon T estimés par Stuart et Binzel [2004]. Le modèle de Bottke et al. [2002] pour $H < 18$ est montré en comparaison. *En haut à gauche* Nombre de NEO en fonction du demi-grand axe. *En haut à droite* Nombre de NEO en fonction de l'excentricité. *En bas* Nombre de NEO en fonction de l'inclinaison.

3.2.3 Météoroïdes

L'observation des flashes provoqués par l'impact de petits corps avec la surface de la Lune ou l'atmosphère terrestre permet d'estimer le flux de météoroïdes auquel le système Terre-Lune est soumis. L'observable étant l'énergie optique dégagée par le choc, il faut, pour retrouver l'énergie cinétique du projectile, connaître en particulier la fraction d'énergie cinétique convertie en énergie optique, c'est-à-dire l'*efficacité lumineuse*. Celle-ci est pauvrement contrainte et dépend *a priori*

de la vitesse, de la masse, de l'angle d'incidence, de la forme, de la composition et de la porosité du projectile. Pour une valeur d'efficacité lumineuse donnée, les observations sont convertibles en flux d'impact en fonction de l'énergie cinétique, après correction bien sûr de la zone de recherche couverte et du temps d'observation. Pour l'exemple, attardons nous sur les estimations de Brown et al. [2002].

Brown et al. [2002] se basent sur l'observation de 300 explosions lumineuses par les satellites militaires pour caractériser le flux d'impacts terrestres pour les projectiles d'un diamètre de quelques mètres. Ils calibrent la relation entre énergie optique observée et efficacité lumineuse à l'aide de 13 événements pour lesquels une estimation de l'énergie cinétique indépendante de l'énergie lumineuse existe (cette estimation étant obtenue principalement par des méthodes infrason). Ils obtiennent ainsi l'énergie cinétique de chaque observation, et donnent le flux d'impacts (nombre d'impacts par an) sous la forme d'une loi de puissance :

$$F(> E) = 3.7 E^{-0.9} , \quad (3.6)$$

pour $E \in [\sim 0.1, \sim 30]$ ktons. Utilisant une vitesse d'impact moyenne de 20.3 km.s^{-1} calculée à partir du modèle de Bottke et al. [2002], ils convertissent cette estimation en terme de masses ($E = 0.5 m v^2$) telle que

$$F(> m) = 27.83 \times 10^3 m^{-0.9} , \quad (3.7)$$

pour $m \in [\sim 1.5 \times 10^3, \sim 1.5 \times 10^6]$ kg. Enfin, considérant que tous les objets possèdent une densité ρ de 3000 kg.m^{-3} (un compromis entre la densité des chondrites primitives carbonnées et celle des chondrites ordinaires), ils donnent ($m = \frac{\pi}{6} \rho d^3$),

$$F(> d) = 37. d^{-2.7} , \quad (3.8)$$

pour $d \in [\sim 1, \sim 10]$ m.

Le prolongement de cette loi de puissance vers les plus faibles énergies est en bon accord avec les estimations de Halliday et al. [1996]. A partir des observations réalisées par le réseau canadien de caméras au sol MORP, qui, au cours d'une quinzaine d'années, a déterminé la luminosité, la vitesse et l'orbite de plusieurs centaines de météores, les auteurs estiment le flux d'impacts terrestre pour des énergies cinétiques comprises entre 10^{-5} et 10^{-3} kton. Il faut noter que Ortiz et al. [2006] contestent les résultats de Brown et al. [2002]. En particulier, il affirment que les valeurs d'efficacité lumineuse utilisées par ces derniers sont nettement

trop élevées. Ils suggèrent que les estimations données plus haut sont au mieux sous estimées d'un facteur 2.

On peut s'interroger sur la légitimité pour Brown et al. [2002] d'utiliser une vitesse d'impact moyenne calculée à partir du modèle de Bottke et al. [2002], modèle donné valide par ses auteurs pour $H < 22$, soit $m \gtrsim 10^9$ kg. En particulier, on peut s'inquiéter de l'effet de la pression radiative solaire (effet Yarkovsky), puisque celle-ci est censée affecter d'autant plus les objets qu'ils sont petits. Nous utilisons pour vérification la base de données² compilée par Lindblad et al. [2003], qui recense un grand nombre d'observations de météores par de multiples programmes de recherches [McCrosky et al., 1978; Ceplecha, 1987; Halliday et al., 1996; Oberst et al., 1998]. La vitesse d'impact moyenne calculée pour l'ensemble des observations pour lesquelles la masse de l'objet a été estimée supérieure à 1 kg ($d > \sim 10$ cm) est de 20.7 km.s⁻¹, en excellent accord avec le modèle. Pour $m > 0.1$ kg, la vitesse moyenne atteint les 22 km.s⁻¹. Cela est probablement dû, en grande partie, à un biais observationnel. Pour de si petits objets, les chocs atmosphériques ne sont observables qu'à de très grandes vitesses, qui seuls peuvent fournir l'énergie optique (via l'énergie cinétique) suffisante. Cela se traduit par le fait que la proportion de comètes détectées ($T \leq 3$) s'accroît pour les faibles masses. Ainsi, cette proportion est de 20 % pour $m > 10$ kg, de 24 % pour $m > 1$ kg et de 32 % pour $m > 0.1$ kg [Ivanov et Hartmann, W. K., 2007]. Il n'est pourtant pas exclu que cette tendance reflète une certaine réalité.

La méthode décrite ici à titre d'exemple n'est pas la seule à permettre l'estimation du flux de météoroïdes. Certains programmes ont mis en place une surveillance infrason / acoustique [ReVelle, 2001]. En particulier, les infrasons émis par une entrée atmosphérique se propagent sur de longues distances. Par ailleurs, le fort champ magnétique terrestre rend possible l'utilisation de techniques radar très basses fréquences [Jones et al., 2005]. Le lecteur est invité à consulter l'article de revue publié par Christou et al [2007].

3.2.4 Distribution en taille

La figure 3.8 fait la synthèse des principales estimations de la probabilité d'impact avec la Terre en fonction de la taille des objets [Halliday et al., 1996; ReVelle, 2001; Brown et al., 2002; Harris, A. W., 2002; Rabinowitz et al., 2000; Morbidelli et al., 2002; Stuart et Binzel, 2004]. Harris, A. W. [2002] et Stuart

²<http://www.astro.sk/ne/IAUMDC/Ph2003/database.html>

et Binzel [2004] utilisent les données fournies par le programme LINEAR et débiaisent les observations de manière indépendante. Rabinowitz et al. [2000] se basent sur les observations du programme Spacewatch et NEAT. Les croiseurs martiens représentés correspondent à la totalité des objets observés susceptibles de croiser Mars sur un cycle d'excentricité, tels qu'ils sont référencés dans la base de donnée *astorb.dat*³ compilée par E. Bowell. Ils sont normalisés arbitrairement pour comparaison. Pour comparaison encore, l'estimation de la distribution en taille de la ceinture principale d'astéroïdes par O'Brien et Greenberg [2005], est montrée (normalisation arbitraire). Cette estimation se base sur un modèle numérique de collisions qui inclut les effets de résonances et l'effet Yarkovsky. Dans cette représentation, les petits objets ($d < \sim 10$ m) sont supposés avoir une densité de 2700 kg.m^{-3} (la valeur la plus communément utilisée dans cette gamme de taille), tandis que les plus grands possèdent la densité moyenne donnée par Stuart et Binzel [2004] à 2050 kg.m^{-3} . Cette séparation pour le moins arbitraire n'a pas réellement d'incidence sur la valeur absolue du flux estimé. Les estimations qui concernent les objets tels que $d > \sim 10$ m ne font pas intervenir la densité comme variable, tandis que les autres n'y sont pas très sensibles. En effet, les estimations de Brown et al. [2002], par exemple, ne diffèrent que de 10 % selon que l'on considère que la masse volumique moyenne est de 2000 kg.m^{-3} ou de 3000 kg.m^{-3} .

On constate la similarité entre les estimations données pour les géocroiseurs et pour la ceinture principale, même si cette dernière est plus ondulée. Les croiseurs martiens tels que $d > 1\text{km}$ reproduisent approximativement le comportement des croiseurs terrestres, laissant penser que la distribution en taille est similaire pour l'ensemble des planètes telluriques.

Ivanov [2006] propose une tentative de représentation analytique des estimations données par ces différents auteurs, sous la forme d'une succession de lois de puissances. Pour cela, il construit sa solution de telle sorte que celle-ci respecte l'ensemble des données publiées à un facteur 2 près. Cette solution s'écrit

$$P_{Terre}(> d) = 8 \times 10^{-8} d^{-2.95} \quad \text{pour } 10 \text{ cm} < d < 100 \text{ m} ,$$

$$P_{Terre}(> d) = 1.5 \times 10^{-6} d^{-1.7} \quad \text{pour } 100 \text{ m} < d < 2 \text{ km} , \quad (3.9)$$

$$P_{Terre}(> d) = 2.8 \times 10^{-6} d^{-2.3} \quad \text{pour } 2 \text{ km} < d < 20 \text{ km} . \quad (3.10)$$

On a donc une pente d'environ 2 pour les projectiles dont la taille s'étale de la centaine de mètres à quelques dizaines de kilomètres. Elle correspond aux

³www.lowell.edu

pentés observées sur les populations de cratères des planètes telluriques. Sans entrer dans les détails (cela sera fait au chapitre 7), la pente de la distribution de cratères complexes (cratères plus grands qu'un diamètre de transition, allant de 3 à 20 kilomètres selon les planètes) correspond grossièrement à celle des projectiles. Il s'avère que sur Terre, la pente de la distribution des cratères plus grands que 20–30 km est de 1.8 [Grieve et Shoemaker, 1994]. Il en va de même sur la Lune [Shoemaker, 1983]. On observe une pente de 2 pour les cratères martiens de diamètre compris entre 10 et 50 km [Strom et al., 1992], et pour les cratères vénusiens de taille supérieure à 35 km [Schaber et al., 1992]. Dans le cas des satellites galiléens, la pente est plutôt de l'ordre de 2.2 [Shoemaker et Wolfe, 1982], ce qui laisse à penser que, même si la population de projectiles est différente, leur distribution en taille reste relativement similaire.

3.2.5 Synthèse

Nous faisons ici la synthèse des caractéristiques du modèle de croiseurs que nous utilisons dans nos efforts pour simuler le bombardement des planètes. Il doit être considéré comme notre modèle par défaut. Nous sommes cependant susceptibles de faire varier certains de ses paramètres pour explorer des scénarios différents, ou encore pour tester la sensibilité des résultats.

La distribution orbitale des croiseurs de l'ensemble des planètes est représentée sur la figure 3.9. Elle est obtenue en combinant le modèle de géocroiseurs de Bottke et al. [2002] avec l'observation (supposée complète) des croiseurs martiens de magnitude $H < 15$. La conversion de la distribution pour une certaine magnitude en distribution pour une certaine taille est faite à partir des estimations d'albédo de Stuart et Binzel [2004]. La proportion relative d'objets est notée $n(a, e, i)$ et vérifie $\int_{a,e,i} n(a, e, i) da de di = 1$. Celle-ci est supposée indépendante de la taille d'objet considérée.

Nous considérons que la distribution orbitale est stable sur le long terme (au moins pendant les trois derniers milliards d'années), ignorant les phénomènes de disruption. La contribution possible des comètes quasi-isotropes n'est pas incluse.

Dans ce modèle, chaque cellule discrète est peuplée d'objets uniformément distribués, à l'exception des cellules pour lesquelles l'inclinaison est inférieure à 5° . Pour celles-ci, la densité d'objets est proportionnelle à $\sin i$.

La distribution en taille des croiseurs est estimée à partir de la figure 3.8, sous la forme d'une succession de lois de puissance. Elle diffère quelque peu de celle

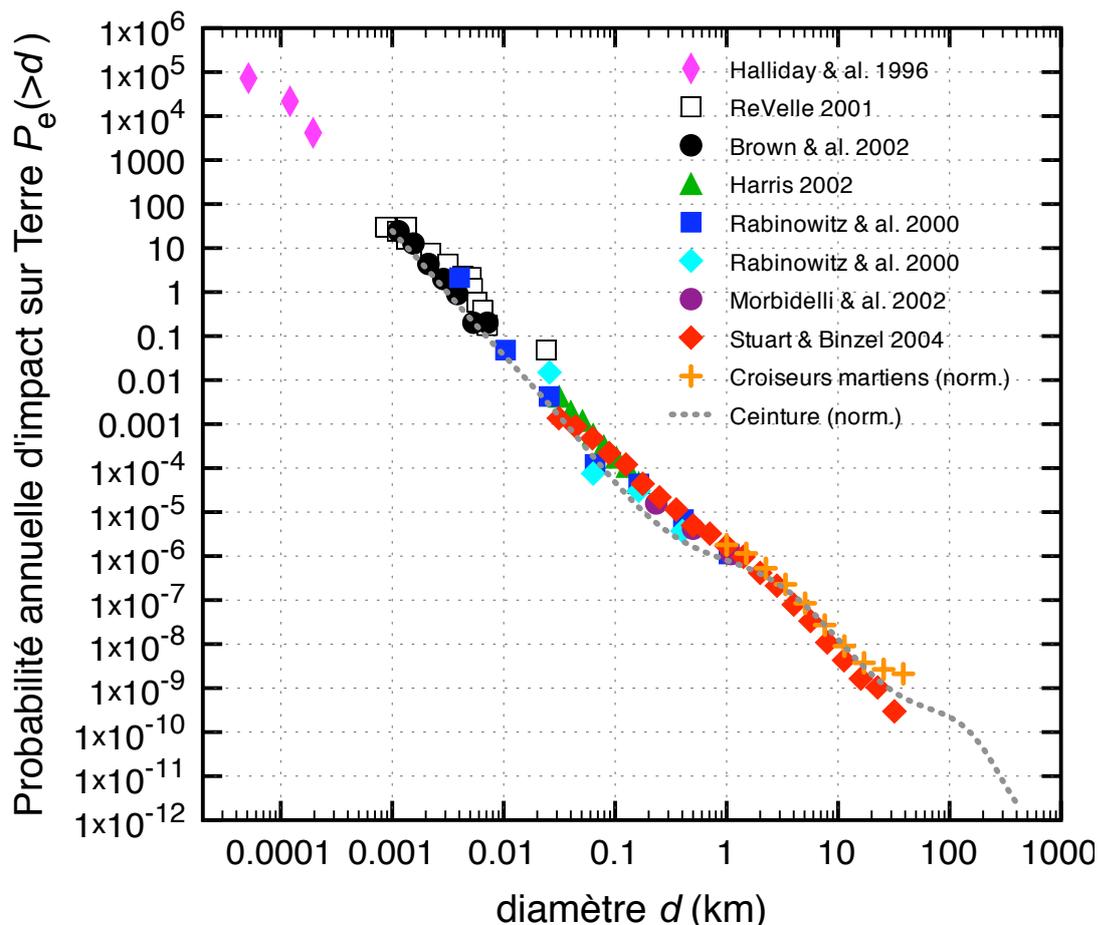


FIG. 3.8 – Probabilité annuelle d’impact avec la Terre, pour des objets d’un diamètre plus grand que d , en fonction de d , d’après de multiples auteurs. La courbe grise tiretée, montrée pour comparaison et dont la position verticale est arbitraire, correspond à une estimation de la distribution en taille de la ceinture principale d’astéroïdes.

préconisée par Ivanov [2006]. On la note $S(> d)$ telle que

$$\begin{aligned}
 S(> d) &= 6.31 \times 10^{-2} d^{-2.9} && \text{pour } 10^{-4} < d < 0.1 \text{ km} , \\
 S(> d) &= d^{-1.7} && \text{pour } 0.1 < d < 2 \text{ km} , \\
 S(> d) &= 1.87 d^{-2.6} && \text{pour } 2 < d < 15 \text{ km} , \\
 S(> d) &= 5.52 \times 10^{-2} d^{-1.3} && \text{pour } 15 < d < 100 \text{ km} .
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

La fonction $S(> d)$ est définie égale à 1 pour $d = 1\text{km}$, et supposée identique pour toutes les planètes. La figure 3.10 représente la fonction $S(> d)$, accompagnée des données (normalisées ici) qui ont permis de la définir, et qui correspondent aux probabilités d’impact avec la Terre, estimées par de nombreux auteurs et présentées à la section précédente.

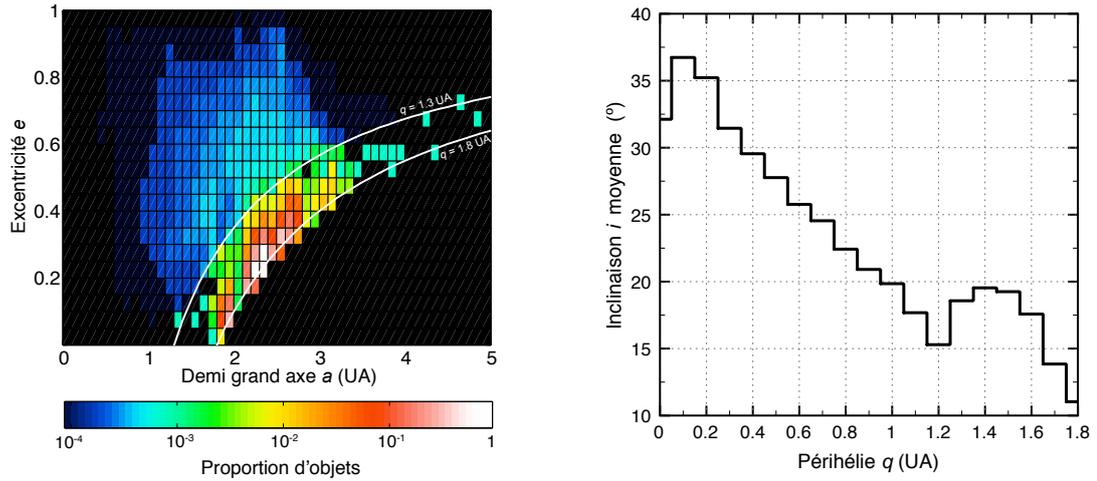


FIG. 3.9 – Distribution orbitale estimée des objets susceptibles de croiser l'orbite des planètes telluriques, tenue pour valide à tout diamètre. *A gauche.* Proportion relative d'objets en fonction du demi grand axe et de l'excentricité. *A droite.* Inclinaison moyenne des croiseurs en fonction de leur périhélie.

La probabilité d'impact avec la Terre est estimée à partir des figures 3.8 et 3.10 telle que $P_{Terre}(d > 1\text{km}) = 1.7 \times 10^{-6}\text{an}^{-1}$. La probabilité d'impact avec les autres planètes dépendra du bombardement relatif calculé au chapitre 5.

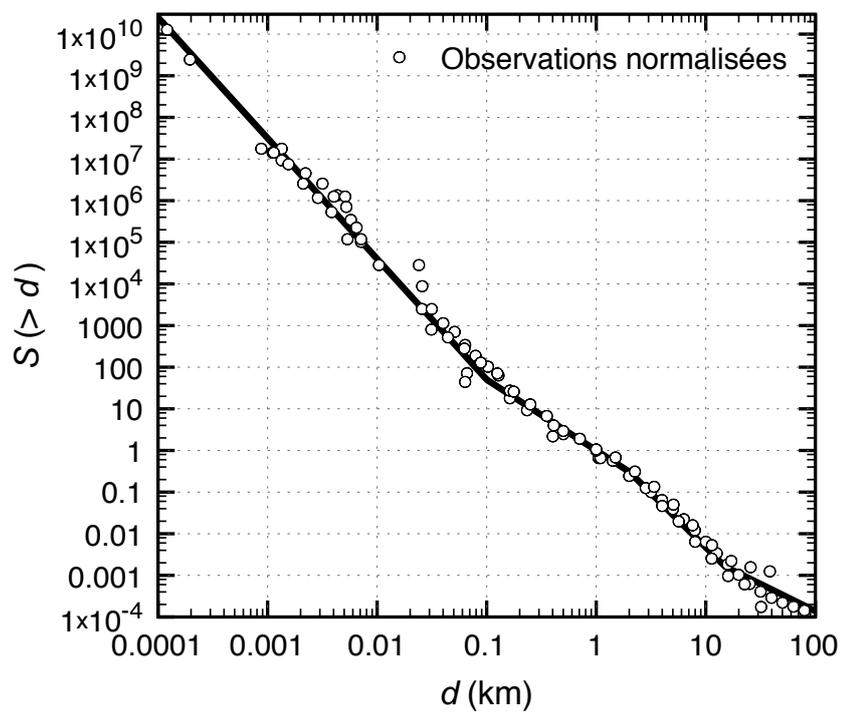


FIG. 3.10 – Distribution en taille des croiseurs telluriques, normalisée à 1 pour $d = 1$ km. Les observations, également mises à l'échelle, correspondent aux probabilités d'impact avec la Terre données en figure 3.8.

Chapitre 4

Les cibles : planètes et satellites

Dans ce chapitre, nous décrivons sommairement les principales structures géologiques observées sur la Lune et les planètes telluriques, en nous concentrant sur les cratères d'impact. Les caractéristiques des surfaces planétaires ont été déterminées par le biais de techniques telles que l'imagerie, la photométrie, la polarimétrie, la spectroscopie thermique, le sondage radar, etc. Les images de meilleures qualités proviennent bien évidemment des observations sur site, par l'usage d'orbiteurs ou de robots largués au sol. Citons les missions *Mariner 10* pour Mercure, *Magellan* pour Vénus, les missions *Apollo* (entre autres) pour la Lune, *Viking*, *Mars Pathfinder*, *Mars Global Surveyor* et *Mars Express* pour la planète rouge.

Dans une deuxième partie, nous listons les propriétés physiques (masse, rayon) et orbitales (demi grand axe, excentricité, inclinaison, obliquité). Dans la mesure où les probabilités d'impact dépendent des propriétés orbitales de la cible, et où nous souhaitons estimer le bombardement produit sur de longues échelles de temps (de l'ordre du milliard d'années), il nous faut prendre en compte d'éventuelles variations de l'orbite des planètes dans le passé. Les orbites planétaires sont soumises à des changements séculaires en raison de la nature chaotique du système. Nous nous appuyons sur les travaux de J. Laskar en particulier pour inclure ces variations dans notre modèle de bombardement.

4.1 Géologie de surface

On peut constater de visu que la Lune présente deux types de structures géologiques qui se distinguent nettement. Il s'agit des *highlands*, clairs, et des plaines sombres dites *maria*, appelées ainsi en raison de leur ressemblance (purement visuelle) avec les mers terrestres. Les mers lunaires sont concentrées sur la face visible de la Lune. Elles représentent environ 20 % de la surface du satellite. La structure la plus répandue sur la Lune est le cratère d'impact. Les high-

lands apparaissent saturées en cratères, au contraire des mers, qui sont donc *a priori* plus jeunes. Celles-ci, d'après les échantillons Apollo et Luna, sont typiquement âgées de 3 à 4 milliards d'années, même si l'on estime que certaines (une grande minorité) se sont formées seulement 2 voire 1 milliard d'années plus tôt [Hiesinger et al., 2003]. Toujours d'après les échantillons rocheux, elles sont composées de basaltes fins et riches en fer, magnésium et titanium. Beaucoup de mers recouvrent les bassins d'impact pré-existants (par exemple Mare Imbrium à l'intérieur d'Imbrium Basin) : la croûte superficielle de faible densité, balayée par l'impact, permet au magma de remonter par flottabilité au bout de plusieurs centaines de millions d'années [Wieczorek et al., 2001]. La croûte lunaire a été pulvérisée par de nombreux impacts, et se compose d'une grande quantité de brèches. La surface elle-même est recouverte de régolithe, produit d'une pulvérisation encore plus poussée dont les micro-météorites sont à l'origine. Le contraste entre highlands et maria suggère que la Lune, comme la Terre, a subi un processus de différenciation globale. Le scénario le plus communément admis quant à la formation de la Lune repose sur l'impact tangentiel avec la Terre d'un objet de taille comparable à celle de Mars, il y a environ 4.5 milliards d'années [Hartmann et Davis, 1975; Cameron et Ward, 1976; Benz et al., 1989; Cameron et Benz, 1991]. La Lune serait le résultat de l'accrétion de la matière éjectée. Cela requiert que la Lune était à l'origine dans un état de fusion totale ou partielle, une conclusion établie indépendamment à partir de l'observation de la haute teneur en feldspath de la croûte primordiale. Cette dernière est probablement le produit de la cristallisation de l'océan de magma global initial. Le processus finissant de cristallisation (il y a environ 4.4 Ga) conduisit à la formation d'une couche de composition chimique inhabituelle, appelée KREEP (potassium, éléments traces terrestres et phosphore) à l'interface manteau-croûte, et excavée en partie par le bassin Imbrium.

La colonne stratigraphique lunaire, empruntée à Stöffler et Ryder [2001] (d'après Wilhelms et al. [1987]), est représentée en figure 4.1. Le système pré-néctarien inclut les unités géologiques antérieures à Nectaris Basin ($\sim 3.85 - 3.90$ Ga), et comporte 30 bassins d'impact identifiés. Le plus vieux bassin est Ocean Procellarum, mais il n'est pas certain qu'un impact soit à son origine. Le plus ancien bassin dont la formation est certainement due à un impact est South Pole-Aitken. Les terrains pré-néctariens, sur lesquels aucune formation volcanique n'est observée, dominent sur la face cachée de la Lune. Le système néctarien comprend les formations géologiques formées entre Nectaris Basin et Imbrium Basin (3.85

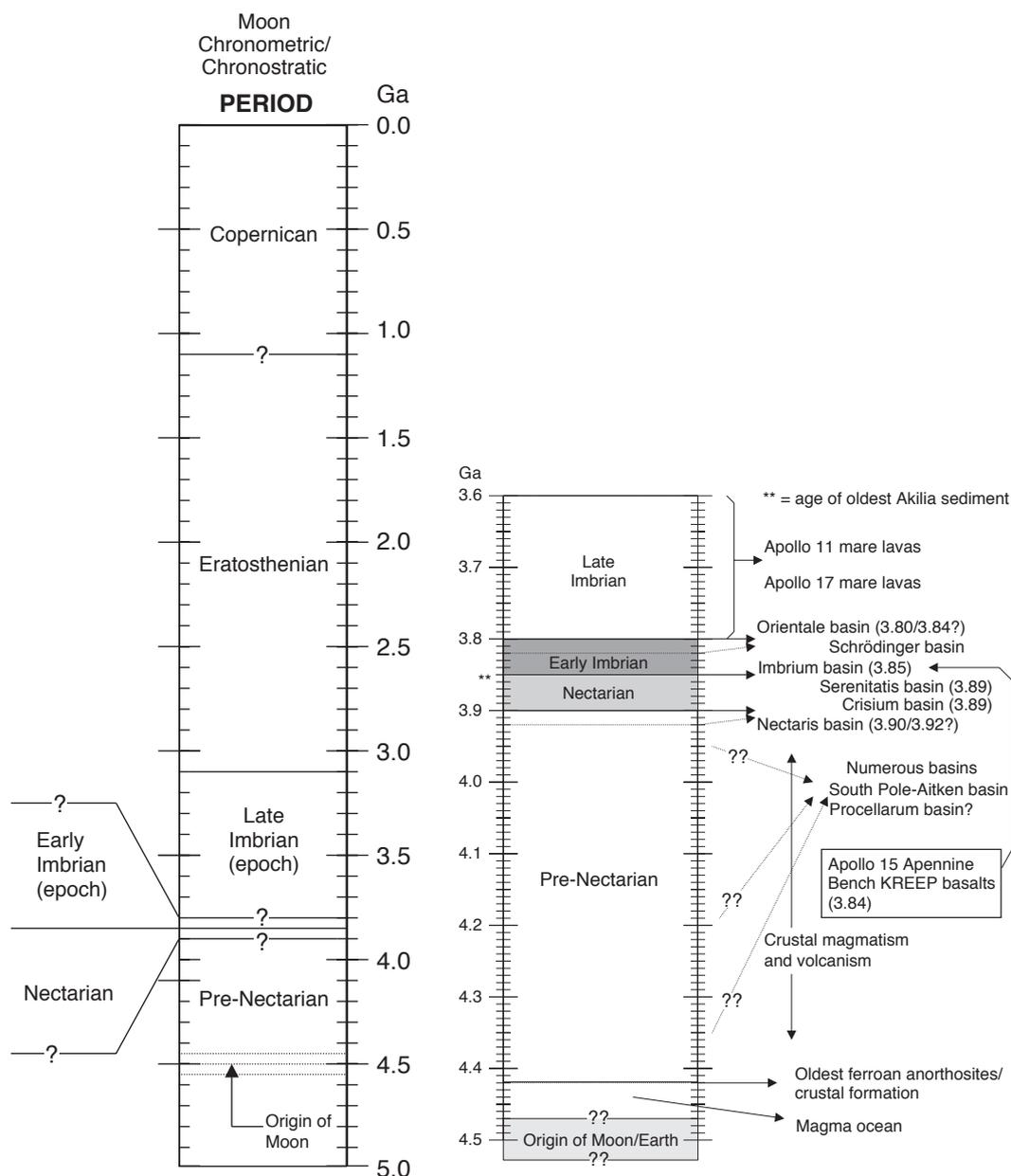


FIG. 4.1 – Colonne stratigraphique lunaire empruntée à Stöffler et Ryder [2001].

Ga). Onze autres bassins appartiennent à ce système, dont Serenitatis. Le système imbrien est encadré par Imbrium Basin et ~ 3.1 Ga. La grande majorité des plaines volcaniques appartient à ce système (Mare Serenitatis, Tranquilitatis, Crisium, Nectaris, Fecunditatis, Humorum, Nubium, Cognitum, Imbrium Est, Ocean Procellarum Ouest). Les systèmes ératosthénien et copernicien terminent la pile. Leur frontière, mal contrainte, est approximativement définie comme la limite à laquelle les cratères sont suffisamment récents pour exhiber des éjectas étoilés ($< \sim 1$ Ga). Quelques mers basaltiques appartiennent au système ératos-

thénien. Le cratère Copernicus est évidemment l'exemple typique d'une structure appartenant au système copernicien.

Environ la moitié de la surface de Mercure a été imagée par la mission Mariner 10. La planète est très similaire à la Lune. Comme sur le satellite, les cratères prédominent dans le paysage. La plus grande structure observable est, de loin, Caloris Basin (diamètre de 1300 km), similaire dans sa forme aux grands bassins lunaires. Une différence fondamentale existe cependant entre la Lune et Mercure : cette dernière n'exhibe pas de zones sombres comme le fait la Lune avec les mers basaltiques. Les highlands de Mercure, lourdement bombardés, sont entrecoupés de plaines lisses qui, si elles ressemblent d'une certaine façon aux mers lunaires, n'ont pas la composition de laves [Wilhelms, 1976; Spudis et Guest, 1988].

La surface de Vénus est à l'abri des regards derrière une épaisse couche de nuages. Cependant, certaines longueurs d'onde infrarouges ou fréquences radio traversent cet écran protecteur. La planète a été cartographiée avec une résolution de 100 mètres par l'imagerie radar permise par la mission Magellan. Plusieurs modules Venera ont atteint la surface de la planète. Les analyses in situ révèlent que l'ensemble des roches échantillonnées est de composition basaltique. Environ mille cratères d'impacts ont été identifiés, aucun de diamètre inférieur à 3 kilomètres. Les plus petits cratères sont souvent regroupés en amas, suggérant que les projectiles sont fragmentés par l'atmosphère avant l'impact, du moins les projectiles suffisamment petit pour être affectés, et suffisamment gros pour survivre au passage atmosphérique. La distribution des cratères d'impact, homogène, suggère que l'ensemble de la surface est d'âge similaire. Les structures volcaniques sont légion sur Vénus (dômes et couronnes volcaniques notamment), et suggèrent que la surface a été globalement renouvelée par un épisode relativement bref de volcanisme intense. Turcotte [1993] soupçonne la lithosphère vénusienne d'être très épaisse (peut-être 200 km), si bien que la chaleur générée par radioactivité ne peut s'échapper aussi rapidement qu'elle est produite. Il est possible qu'à un certain stade, la lithosphère se rompe et subducte, renouvelant la totalité de la surface dans un laps de temps d'une dizaine de millions d'années. D'autres scénarios tout aussi plausibles existent, et l'on pourra consulter Strom et al. [1994] et les références incluses.

Mars présente une forte asymétrie hémisphérique. L'hémisphère sud, très cratérisé, est surélevé de quelques kilomètres par rapport à l'hémisphères nord, plus lisse. Les highlands sont saturés en cratères et entrecoupés de plaines plus jeunes. Les éjectas de nombreux cratères semblent avoir flué, ce qui suggère que la croûte

est, ou a été, relativement riche en glace. On observe de nombreux canaux, de forme similaire aux ramifications des rivières terrestres. Les plus grands canaux, dits « canaux de débâcle », peuvent atteindre une longueur de plusieurs centaines de kilomètres pour une largeur de plusieurs dizaines de kilomètres. La présence d'îlots surélevés et déformés dans le sens du « courant » suggère (parmi d'autres indices) que les canaux ont été creusés par d'abondantes quantités d'eau liquide, absente aujourd'hui (la faible pression atmosphérique, d'environ 6 mbar, ne permet l'existence de l'eau que sous forme solide ou gazeuse). Les pôles sont géologiquement jeunes. En hiver et à de fortes latitudes, le CO₂ gazeux se solidifie en glace sèche autour de grains de poussière. En été, il se sublime à nouveau, laissant la poussière derrière lui et formant à la longue une succession d'alternances glace / poussière observée par les missions Viking et Mars Global Surveyor. Les densités de cratères mesurées suggèrent que les plaines martiennes de l'hémisphère nord sont bien plus jeunes que les highlands [Tanaka, 1986]. Ces plaines semblent s'être formées par épanchement basaltique quelques trois ou quatre milliards d'années plus tôt. Le volcanisme martien est évident au niveau de l'immense complexe volcanique appelé Tharsis. On y trouve en particulier Olympus Mons, le plus important volcan du système solaire. Les missions martiennes, en particulier Viking et Mars Express (HRSC), de résolutions respectives 450 m / pixel et 12 m / pixel, ont permis d'estimer, à partir de la densité des petits cratères ($D \sim 0.01 - 0.1$ km) qui recouvrent les minces épanchements de lave de la région, que le volcanisme martien peut être vieux de seulement quelques dizaines de millions d'années [Neukum et al., 2004].

4.2 Propriétés physiques et orbitales. Variations séculaires

Les principales grandeurs qui caractérisent les planètes telluriques et la Lune sont listées en table 4.1. Mercure et la Lune sont de taille comparable, même si la masse de la première est nettement plus importante (composition plus riche en éléments lourds). Vénus et la Terre sont elles aussi de rayon similaire. Mars présente une taille intermédiaire. Les planètes décrivent une orbite quasi-circulaire ; seules Mercure et Mars possèdent une excentricité significative. L'inclinaison par rapport à l'écliptique est très modérée pour chacune d'entre elles, avec un maxi-

mun de 7 degrés pour Mercure. Seules la Terre et Mars possèdent une obliquité significative.

TAB. 4.1 – Propriétés physiques et orbitales des planètes telluriques.

Planète	Mercur	Venus	Terre	Lune	Mars	Mars (moyenne séculaire)
Rayon R_0 (km)	2440	6052	6371	1737	3390	3390
Masse M_0 (10^{23} kg)	3.302	48.685	59.736	0.7349	6.4185	6.4185
Demi grand axe a_0 (UA)	0.3871	0.7233	1.000	1.000	1.5236	1.5236
Excentricité e_0	0.2056	0.0068	0.0167	0.0167	0.0934	0.069
Inclinaison / écliptique i_0 (degrés)	7.0	3.4	0.0	0.0	1.85	4.0
Obliquité / orbite ϵ_0 (degrés)	0.5	177.4	23.45	1.5	25.2	37.6

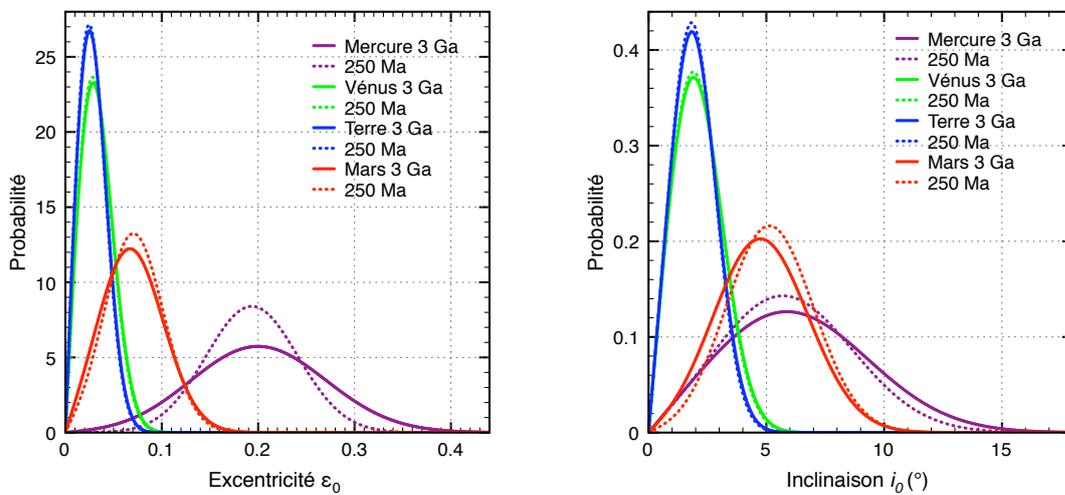


FIG. 4.2 – Modélisation des variations à long terme de l'excentricité et de l'inclinaison des planètes telluriques, selon Laskar [2008].

La nature chaotique des orbites planétaires est vérifiée par l'usage de simulations numériques lourdes qui intègrent les équations du mouvement de l'ensemble des planètes [Sussman et Wisdom, 1992]. En raison de l'incertitude sur les modèles et les conditions initiales, la nature chaotique du système interdit l'obtention d'une solution précise au-delà de quelques dizaines de millions d'années. Cependant, une étude statistique est possible : en compilant les solutions obtenues pour 1000 simulations basées sur des conditions initiales très proches, Laskar [2008] est à même de produire des fonctions de densité de présence des paramètres orbitaux des planètes sur un intervalle de temps quelconque. Les simulations intègrent numériquement les équations séculaires moyennes développées par Laskar [1989], obtenues par expansion en séries de Fourier des perturbations des orbites képlériennes.

Laskar [2008] constate que les résultats obtenus pour l'excentricité et l'inclinaison sont reproduits de manière excellente par des fonctions densité de Rice, qui s'expriment

$$f_R(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+m^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{x m}{\sigma^2}\right), \quad (4.1)$$

où $I_0(z)$ est la fonction modifiée de Bessel de première espèce et d'ordre 0, et m et σ sont les paramètres de la fonction, qui dépendent de la planète considérée et du temps écoulé, donnés en tables 4.2 et 4.3. Les fonctions densité sont représentées en figure 4.2 pour 250 Ma et 3 Ga. On constate que le comportement orbital n'est pas extrêmement différent pour ces deux périodes de temps. Mercure et Mars présentent les plus fortes variations. Les variations de la Terre et de Vénus sont très similaires.

TAB. 4.2 – Paramètres de l'équation (4.1) qui décrit la densité de présence des valeurs de l'excentricité des planètes [Laskar, 2008]. T est le laps de temps écoulé depuis le présent, en milliards d'années.

	m	σ^2
Mercure	0.1875	2.070e-3 + 1.043e-3 T
Vénus	0.02235+0.00014 T	4.197e-4+5.110e-6 T
Terre	0.01951+0.00013 T	3.181e-4 + 3.323e-6 T
Mars	0.06437 - 0.00188 T	1.002e-3 + 9.127e-5 T

TAB. 4.3 – Paramètres de l'équation (4.1) qui décrit la densité de présence des valeurs de l'inclinaison des planètes [Laskar, 2008]. T est le laps de temps écoulé depuis le présent, en milliards d'années.

	m	σ^2
Mercure	4.9896	9.040 + 1.272 T
Vénus	1.5864	1.492+2.377e-2 T
Terre	1.5803	1.063 + 2.308e-2 T
Mars	4.8289 - 0.1703 T	3.623 + 2.398e-1 T

L'obliquité martienne a fait l'objet d'une étude similaire par Laskar et al. [2004]. La fonction densité est représentée en figure 4.3 pour les trois derniers milliards d'années. Elle s'exprime

$$f_{ob}(\epsilon) = \frac{\sin \epsilon}{2m} [\operatorname{erf}(b(1 - \cos \epsilon + m)) - \operatorname{erf}(b(1 - \cos \epsilon - m))] , \quad (4.2)$$

avec $b = 7.825$, $m = 1 - \cos \bar{\epsilon}$, et $\bar{\epsilon} = 54.515 + 3.726 \log T - 0.583 \log^2 T$ degrés. On constate sur la figure que l'obliquité de Mars peut atteindre des valeurs très élevées, ce qui aura une très forte incidence sur les variations spatiales du flux d'impacts à la surface de la planète.

L'obliquité de Mercure, actuellement quasi nulle, ne semble pas susceptible d'avoir subi de fortes variations depuis que la planète est piégée dans un état de résonance 3 : 2 avec le Soleil (Mercure fait trois tours sur elle-même pour deux révolutions). Cet état, provoqué par le dépassement d'une valeur critique de l'excentricité, s'est probablement mis en place il y a 3.5 - 4 milliards d'années [Correia et Laskar, 2004]. L'équateur vénusien est actuellement quasiment confondu avec le plan orbitale de la planète, mais la rotation propre se fait dans le sens rétrograde. Cet état, résultant du comportement chaotique du système solaire combiné à la dissipation provoquée par l'épaisse atmosphère, est la conclusion d'une évolution probablement très agitée qui a mené au retournement complet de l'axe de rotation [Correia et Laskar, 2003]. Nous ne disposons pas d'une solution précise décrivant cette évolution à travers le temps. Nous verrons cependant que les variations spatiales du bombardement à la surface de Vénus sont dans tous les cas non significatives, quelle que soit la valeur de l'obliquité. L'obliquité terrestre est quant à elle stabilisée par la présence de la Lune (voir plus loin).

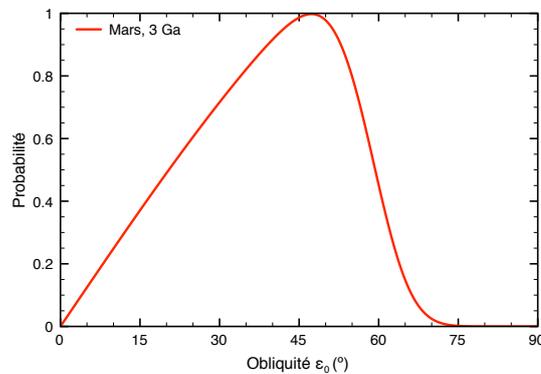


FIG. 4.3 – Modélisation des variations à long terme de l'obliquité de Mars, selon Laskar et al. [2004].

La Lune s'éloigne progressivement de la Terre, à raison aujourd'hui d'environ 4 cm par an. Cela est dû à la perte d'énergie occasionnée par les frictions résultant des forces de marée : le bourrelet terrestre, produit par les différences d'attraction gravitationnelle lunaire en chaque point de la Terre (puisque la distance à la Lune n'est pas la même), en avance sur la révolution lunaire en raison de la rotation terrestre, crée un couple de rappel qui dissipe l'énergie. Cet éloignement ne s'est

pas fait à vitesse constante, en raison de la répartition variable des océans à la surface de la Terre (conséquence de la tectonique des plaques), qui influe fortement sur la dissipation de marée. Le taux de dissipation actuel, si l'on considère qu'il est resté inchangé dans le passé, conduit à une distance Terre-Lune nulle il y a seulement 1.5 milliards d'années, en désaccord majeur avec l'âge de la Lune. Webb [1982] propose un modèle de dissipation qui fait la moyenne statistique de multiples géométries océaniques. Ce modèle produit un âge lunaire supérieur à 3 Ga, encore insuffisant mais nettement meilleur. La croissance des coraux, qui répond à des cycles journaliers et annuels [Lambeck, 1980], ainsi que le taux de dépôt des sédiments sur les bordures océaniques [Sonett et Chan, 1998], procurent des contraintes sur la durée du jour terrestre et par conséquent sur la distance Terre-Lune. La figure 4.4 représente les données de Sonett et Chan [1998] et de Eriksson et Simpson [2000], ainsi que la courbe de Webb [1982] mise à l'échelle de telle sorte que l'âge de la Lune soit correct. Cette mise à l'échelle n'a que peu de valeur en soi, mais tend à montrer, appuyée par les données procurées par les dépôts de marée, que la Lune se trouvait à une distance d'environ 40-45 rayons terrestres il y a 3.5 milliards d'années, et qu'elle s'est éloignée de manière grossièrement linéaire depuis. Ward [1975] et Touma et Wisdom [1994] prédisent qu'entre 40 et 60 rayons terrestres, l'obliquité de la Terre et de la Lune, ainsi que l'inclinaison de l'orbite lunaire n'ont évoluées que de quelques degrés. Cela ne produira aucune différence visible sur nos résultats.

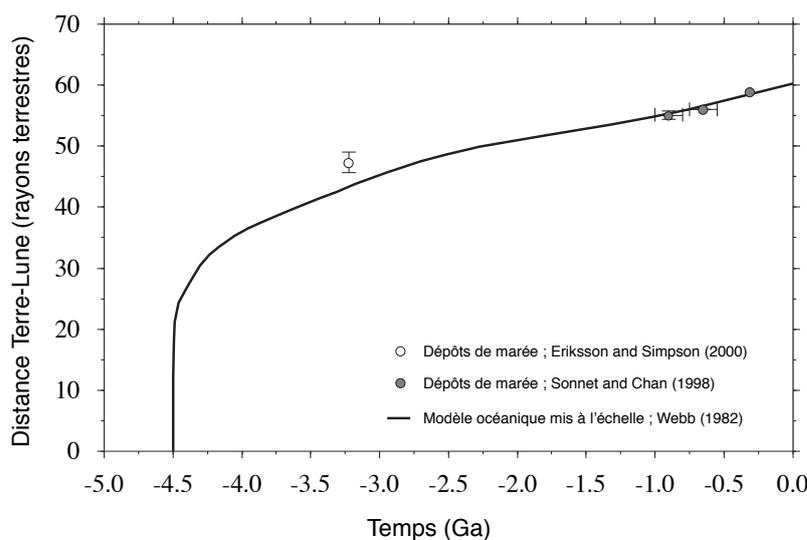


FIG. 4.4 – Evolution temporelle présumée de la distance Terre-Lune. Figure empruntée à M. Wieczorek.

Chapitre 5

Probabilité d'impact et conditions d'approche

L'approche la plus directe permettant d'estimer l'intensité du bombardement auquel une planète est soumise consiste à réellement observer les impacts qui se produisent pendant un laps de temps donné, et à en déduire une fréquence de collision moyenne pour une certaine taille de projectiles. Comme il a déjà été évoqué plus haut (chapitre 3), cette méthode n'est applicable qu'aux très petits corps, les météoroïdes, dont la fréquence de collision est suffisante pour recenser un nombre statistiquement satisfaisant d'événements. C'est la détermination en amont – c'est-à-dire à partir de la distribution orbitale des projectiles – de la probabilité d'impact, et des conditions d'approche associées (vitesse, mais aussi inclinaison du projectile), qui fait l'objet de cette section. Connaissant la géométrie des orbites képlériennes du projectile et de la cible, il existe une méthode, dérivée originellement par J. Öpik, qui permet d'estimer la probabilité avec laquelle ceux-ci entreront en collision. A la différence d'une flèche décochée en direction d'une mire, la cible est mouvante, et sa trajectoire, tout comme celle du projectile, décrit une ellipse. Qui plus est, l'orbite de l'un et de l'autre précèdent, c'est-à-dire que leur orientation dans l'espace change avec le temps. L'impact ne sera donc possible que pour certaines orientations relatives et la collision n'aura effectivement lieu qu'à la condition que projectile et cible se trouvent dans un voisinage suffisamment proche de l'intersection de leurs orbites à un instant donné. Enfin, la cible possède une masse capable d'attirer à elle les projectiles passant à proximité, « avantage » dont ne bénéficie pas l'archer. Les travaux successifs de Öpik [1951], Wetherill [1967], Greenberg [1982] et enfin Bottke et Greenberg [1993] ont permis l'établissement d'un formalisme qui prend tout ceci en compte dans la détermination de la probabilité d'impact.

Cette détermination n'est possible qu'à la condition de connaître la distribution orbitale des impacteurs potentiels. Celle-ci a été estimée au chapitre 3 à

partir de l'observation des objets suffisamment gros pour être détectés. Aucune corrélation n'apparaissant entre la taille des projectiles et leurs paramètres orbitaux, il est supposé que la distribution orbitale relative est la même à toute taille, et que seul le nombre absolu de projectiles peuplant une région (a, e, i) donnée varie avec d . Le nombre d'impacts de projectiles d'une certaine taille que subit une planète de rayon R_0 , par unité de temps et de surface (c'est-à-dire le flux d'impacts) peut donc s'écrire sous la forme

$$\Phi(> d) = \frac{1}{4\pi R_0^2} N(> d) \bar{P} , \quad (5.1)$$

avec

$$\bar{P} = \int_{a,e,i} n(a, e, i) P(a, e, i) da de di \quad (5.2)$$

la probabilité d'impact moyenne, où $P(a, e, i)$ est la probabilité d'impact pour une triade (a, e, i) donnée, n est la proportion relative d'objets dont l'orbite est décrite par cette triade (figure 3.9), et N est le nombre total d'objets qui possèdent un diamètre supérieur à d dans l'espace (a, e, i) . Ce dernier s'exprime

$$N(> d) = N_1 S(> D) , \quad (5.3)$$

avec N_1 le nombre d'objets tels que $d > 1$ km, et $S(> d)$ est la distribution en taille normalisée, donnée par l'équation (3.11).

On suppose également que $n(a, e, i)$ n'a pas changé par le passé, et que seul le nombre absolu d'objets a pu varier, ce qui permet d'écrire

$$\Phi(> d, t) = \eta(t) \Phi(> d) , \quad (5.4)$$

avec $\eta(t = 0) = 1$.

La calcul de $P(a, e, i)$ suppose que (1) les trois éléments orbitaux principaux, a , e et i , sont constants dans le temps, et (2) les angles qui définissent l'orientation relative des plans orbitaux de la planète et de l'objet (Ω et ω pour chacune des deux orbites) prennent n'importe quelle valeur de manière équiprobable. Or, ces conditions ne sont pas respectées à l'échelle d'un seul objet. Tout d'abord, les probabilités d'impact typiquement calculées à partir des formules d'Öpik sont de l'ordre de 10^{-10}an^{-1} , alors que la durée de vie typique d'un astéroïde est plutôt de 10^7 ans (sa disparition étant due à la collision avec un autre corps ou à l'éjection du système Solaire). Il est donc peu probable que cet astéroïde entrera jamais en collision avec la planète considérée. Qui plus est, au cours de son existence, l'orbite du petit corps connaîtra, en raison des divers phénomènes d'interactions

qui animent le système, de larges variations de ses éléments orbitaux. L'équation (5.1) doit donc être vue comme une estimation à moyen terme de la capacité d'une certaine répartition orbitale à bombarder une planète, étant entendu que cette répartition est en état d'équilibre. Si chaque objet, individuellement, n'est pas fixe dans l'espace (a, e, i) , la niche qu'il laisse vacante est réoccupée par un autre objet provenant d'une région adjacente [Milani et al., 1989], et les objets détruits ou perdus sont, à terme, remplacés par de nouveaux arrivants créés dans la ceinture principale [Bottke et al., 2002].

Outre la probabilité totale d'impact avec la planète, nous souhaitons exprimer la distribution de probabilité des conditions d'approche générée par l'ensemble de la population d'astéroïdes. Ces conditions d'approche sont données par l'expression du vecteur vitesse relatif d'approche, noté \mathbf{U}_∞ , dans un repère fixe attaché à la cible. Pour chaque planète, nous construirons dans ce chapitre la distribution de probabilité $p(\mathbf{U}_\infty)$ qui permettra (au chapitre suivant) de déterminer le bombardement comme fonction de la position géographique.

Dans une première section, nous décrivons le schéma général de l'obtention des probabilités d'impact en fonction des conditions d'approche, et expliquons en quoi ces dernières permettent de simuler le bombardement des planètes et des satellites. Dans un deuxième temps, nous présentons les formules établies par Öpik [1951] et ses successeurs pour calculer les probabilités d'impact sous l'hypothèse que les orbites précèdent uniformément. Ces formules sont applicables à la détermination des modalités du bombardement des planètes. Dans un troisième temps, nous établissons une procédure permettant le calcul des probabilités d'impact avec un satellite à partir des conditions d'approche avec le système planète-satellite. Dans ce cas, l'orbite (hyperbolique) du projectile qui pénètre dans le système ne précède pas, et il est nécessaire d'établir une nouvelle formule. Ensuite, nous résumons la méthodologie employée pour obtenir les résultats, présentés en dernière partie.

5.1 Objectifs et méthode générale

5.1.1 Conditions d'approche et probabilités

Etant donnée la distribution de probabilité des éléments orbitaux des projectiles, $n(a, e, i)$, l'objectif est de calculer la distribution de probabilité des conditions d'approche avec une cible dont l'orbite est décrite par (a_0, e_0, i_0) . Ces condi-

tions d'approche sont décrites par le vecteur vitesse relatif entre le projectile et la cible au point où les deux orbites intersectent, noté \mathbf{U}_∞ . Le symbole ∞ traduit le fait que, du point de vue de la cible, il s'agit de conditions d'approche à l'« infini », c'est-à-dire avant toute perturbation gravitationnelle de cette dernière. La vitesse relative est calculée de manière purement géométrique selon l'orbite des deux corps et leur point d'intersection, sans tenir compte (à ce stade), de l'accélération provoquée par la masse de la cible. Il est supposé que \mathbf{U}_∞ , calculé ponctuellement du point de vue du corps primaire, change suffisamment peu dans le voisinage de l'intersection pour être considéré valide à une distance qui s'apparente à l'infini pour la cible, petite au regard du système global (dans un système Soleil-planète-astéroïde, le corps primaire est le Soleil et la cible est la planète, dans un système planète-lune-astéroïde le corps primaire est la planète et la cible est le satellite).

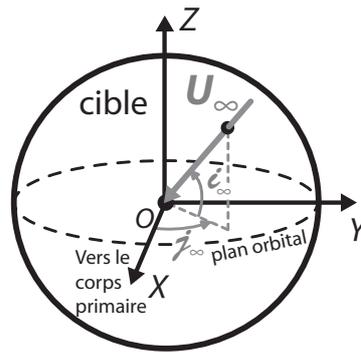


FIG. 5.1 – Géométrie de l'approche du projectile.

Dans un repère centré sur la cible, \mathbf{U}_∞ donne la direction d'approche du projectile, que nous appellerons le *radiant*. On choisit le repère $(OXYZ)$ tel que (OXY) représente le plan orbital de la cible, (OX) pointe dans la direction du corps primaire et (OZ) est dirigé vers le haut, comme illustré sur la figure 5.1. Il est commode, pour définir les conditions d'approche, d'utiliser la norme de la vitesse, U_∞ , ainsi que deux angles, i_∞ et j_∞ , plutôt que d'utiliser les composantes cartésiennes de \mathbf{U}_∞ . L'angle i_∞ donne l'inclinaison du radiant par rapport au plan orbital, l'angle j_∞ son orientation dans ce plan. On définit ainsi i_∞ et j_∞ comme une « latitude » et une « longitude » orbitales, telles que

$$\sin i_\infty = \frac{-U_Z}{U_\infty}, \quad (5.5)$$

$$\cos j_\infty = \frac{-U_X}{\sqrt{U_X^2 + U_Y^2}}, \quad (5.6)$$

$$\sin j_\infty = \frac{-U_Y}{\sqrt{U_X^2 + U_Y^2}}. \quad (5.7)$$

Les formules présentées ou établies plus loin dans ce chapitre permettent, pour chaque projectile (a, e, i) , de calculer la probabilité d'impact avec une cible donnée. Cette probabilité d'impact dépend de la géométrie des deux orbites, mais aussi de la masse et du rayon de la cible, comme nous le verrons. Pour chaque objet (a, e, i) , la probabilité d'impact s'associe à des conditions d'approche particulières. En répétant ce calcul pour l'ensemble des objets, et en pondérant les résultats par la proportion relative de tel ou tel objet $(n(a, e, i))$, on construit pour une cible donnée la distribution de probabilité des conditions d'approche $P(U_\infty, i_\infty, j_\infty)$, où de manière plus concise $P(\mathbf{U}_\infty)$, qui nous permettra de simuler son bombardement, c'est-à-dire de calculer le flux d'impacts auquel elle est soumise en fonction de la position à sa surface. On estimera également dans ce chapitre le bombardement lunaire pour des projectiles de diamètre supérieur au kilomètre $\Phi_{\mathcal{L}}(d > 1\text{km})$, qui, selon nos hypothèses, donne le flux d'impact à toutes tailles tel que $\Phi_{\mathcal{L}}(> d) = \Phi_{\mathcal{L}}(d > 1\text{km}) S(> d)$ (équations (5.1) et (5.3)). Nous calculerons enfin le bombardement relatif entre les planètes et la Lune, R , supposé indépendant de d et du temps, tel que

$$R = \frac{\Phi(> d)}{\Phi_{\mathcal{L}}(> d)} = \frac{\Phi(d > 1\text{km})}{\Phi_{\mathcal{L}}(d > 1\text{km})} \quad (5.8)$$

5.1.2 Vers la simulation du bombardement

Pendant la phase d'approche, on considère que le projectile se dirige vers la cible sous l'unique influence gravitationnelle de celle-ci. Plus rigoureusement, la phase d'approche devrait débuter à une distance R_H du centre de la cible (rayon de la sphère d'influence), et non pas à l'infini mathématique. Cependant, cela ne fait aucune différence significative (les résultats ont été validés numériquement, comme le montre l'annexe C) et permet de simplifier considérablement l'expression des formules développées dans ce chapitre et dans le suivant. D'autre part, le projectile est considéré comme un objet ponctuel de masse négligeable devant celle de la planète. Enfin, puisque la cible est petite comparée à la taille du système solaire, chaque approche décrite par \mathbf{U}_∞ génère une nuée de projectiles de vitesse parallèle à \mathbf{U}_∞ et de même norme. La nuée de projectiles est initialement positionnée uniformément sur un disque centré sur le radiant, perpendiculaire à celui-ci, et situé à l'infini de la cible. Le rayon de ce disque est tel que les projectiles situés à l'extérieur ne peuvent entrer en collision avec la cible.

Au début de la phase d'approche, le projectile possède une vitesse relative non nulle à une distance infinie de la cible. Son énergie totale par unité de masse dans le référentiel de la cible de masse M_0 est donc

$$\xi = \frac{1}{2}U_\infty^2 - \frac{GM_0}{\infty} = \frac{1}{2}U_\infty^2 > 0, \quad (5.9)$$

et correspond simplement à l'énergie cinétique. Comme nous l'avons vu au chapitre 2, une énergie positive implique une trajectoire hyperbolique. Pour chaque U_∞ , la cible est donc soumise au bombardement d'une nuée de projectiles qui décrivent une trajectoire hyperbolique. L'expression des éléments orbitaux de chaque hyperbole en fonction de la géométrie du problème est établie en annexe A, et permet (1) la description de la trajectoire du projectile à l'approche d'une planète ou d'une lune afin de déterminer les coordonnées de l'impact (chapitre 6). (2) la description des orbites qui pénètrent dans un système planète-satellite, en vue de déterminer la probabilité d'impact avec le satellite (ce chapitre, section 3).

La géométrie du problème est décrite par la figure 5.2. La position initiale sur le disque est caractérisée par le *paramètre d'impact*, b , et l'angle δ , dont la définition est donnée par la figure 5.3.

Comme il est montré en Annexe A, tous les projectiles pour lesquels $b \leq b_{max} = \tau$ entreront en collision avec la cible, avec τ le rayon de la section gravitationnelle donné par

$$\tau = R_0 \sqrt{1 + 2 \frac{GM_0}{R_0 U_\infty^2}} = R_0 \sqrt{1 + \frac{v_e^2}{U_\infty^2}} = R_0 \sqrt{1 + \Delta}, \quad (5.10)$$

avec M_0 et R_0 la masse et le rayon de la planète, v_e la vitesse d'échappement. La dernière égalité fait usage d'un nombre sans dimension qui se révélera un paramètre important de notre étude, tel que

$$\Delta = 2 \frac{GM_0}{R_0 U_\infty^2}, \quad (5.11)$$

où Δ traduit l'intensité de la déviation gravitationnelle des projectiles par la planète. En effet, la grandeur τ est d'autant plus grande que la masse de la cible est importante et la vitesse du projectile faible (à l'inverse, $\tau = R_0$ dans les cas limites où $M_0 = 0$ ou $U_\infty = \infty$). La vitesse d'impact, accrue par la masse de la planète, est donnée par $u^2 = U_\infty^2 + v_e^2$, avec v_e la vitesse d'échappement données par l'équation (2.26).

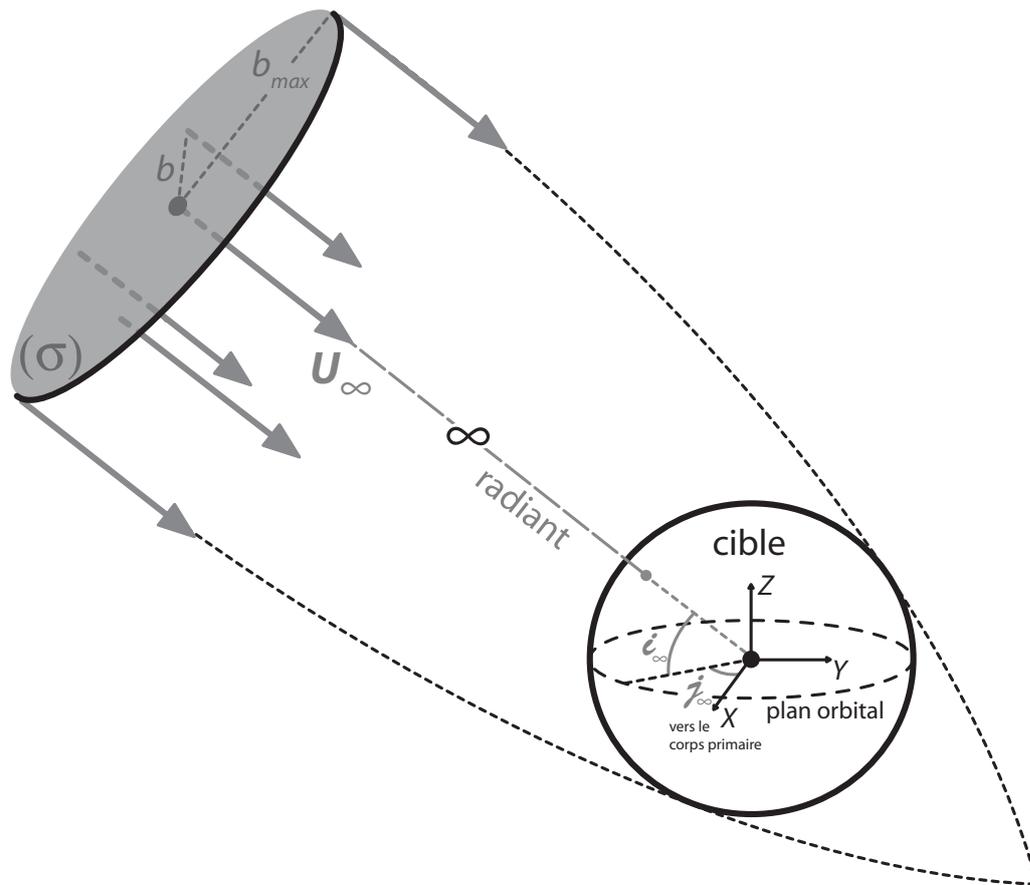


FIG. 5.2 – Bombardement généré lors d'une phase d'approche décrite par U_∞ . Tous les projectiles distribués uniformément sur le disque σ entreront en collision avec la cible.

5.2 Formalisme d'Opik : probabilité d'impact avec une planète

5.2.1 Cible en orbite circulaire d'inclinaison nulle

5.2.1.1 Orbites elliptiques

Nous résumons ici les étapes qui mènent à l'obtention de la probabilité d'impact (et des conditions d'approche associées), dans le cas simple où la planète cible décrit une orbite circulaire autour du Soleil. Le détail des calculs est donné en annexe B. Cette approche n'est pas valide en générale, notamment, nous le verrons, dans le cas de la planète Mars, pour laquelle le flux d'impact varie considérablement selon qu'elle se trouve à son aphélie ou à son périhélie. Cependant, le cas général de l'orbite excentrique fut historiquement formalisé à partir de ce

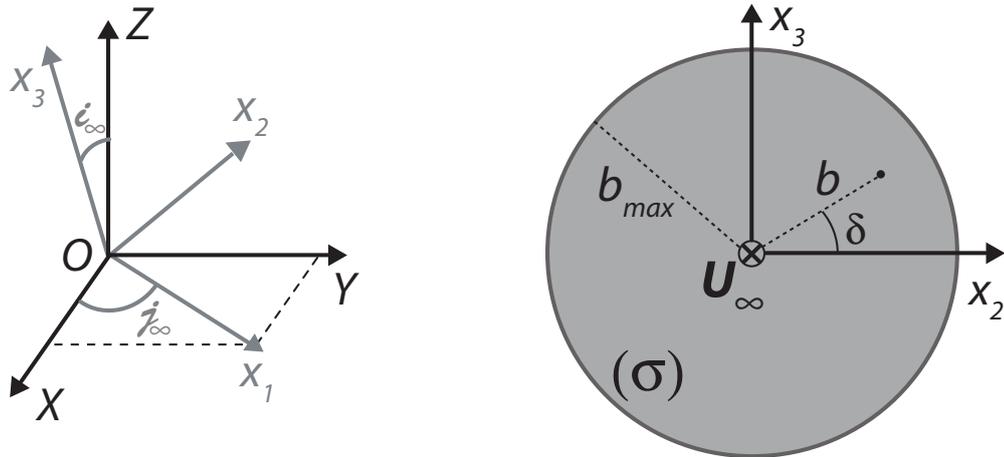


FIG. 5.3 – Définition du repère $(Ox_1x_2x_3)$ et position initiale du projectile sur le disque σ .

premier travail, que nous devons à Öpik [1951], et son expression relativement simple justifie qu'elle soit décrite ici dans un souci pédagogique. Qui plus est, dans un certain nombre de cas (Venus et le système Terre-Lune), l'approximation est excellente. Pour encore plus de simplicité, nous supposerons que l'inclinaison de la planète est nulle par rapport à l'écliptique ($i_0 = 0$), ce qui, là encore, n'est pas extrêmement éloigné de la réalité, puisque la planète tellurique la plus inclinée, Mercure, l'est de 7° . Toutes les variables accompagnées de l'indice 0 feront référence à la cible (planète); dans le cas contraire, il s'agira du projectile. L'indice S fera référence au corps primaire, le Soleil.

Puisque les deux orbites sont bornées (cercle et ellipse), il existe, quelle que soit leur orientation relative, deux points auxquels l'orbite du projectile transperce le plan orbitale de la planète. On parle des *noeuds communs*. La méthode d'Öpik suppose que l'impact se produira dans le voisinage de ceux-ci. Dans la mesure où l'orbite de la planète appartient au plan de l'écliptique, les noeuds communs correspondent ici au noeuds de l'orbite du projectile ($\theta = 0$ ou π ; voir le chapitre 2).

Commençons par déterminer sous quelles conditions les deux orbites intersectent, c'est-à-dire permettent potentiellement au projectile et à la cible de se trouver exactement au même endroit. La toute première condition est que les orbites du projectile et de la cible s'interpénètrent. Pour cela, il faut

$$q < a_0 \quad \text{et} \quad Q > a_0 \tag{5.12}$$

où on rappelle que q et Q sont respectivement la plus courte et la plus grande distance de l'objet au Soleil, et a_0 le demi grand axe (ici le rayon) de l'orbite de la planète. Si cette condition est respectée, cela veut dire d'après l'équation (2.13) :

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f},$$

qu'il existe deux valeurs de l'anomalie vraie f (ambiguïté du cosinus) telles que $r = a_0$. En posant $C = \cos f$ (de la même manière, on notera $S = \sin f$), le projectile et la cible sont à la même distance du Soleil pour

$$C = \frac{\frac{a}{a_0}(1 - e^2) - 1}{e}. \quad (5.13)$$

Puisque les deux orbites possèdent une inclinaison relative non nulle, elles ne présenteront une réelle intersection ($\mathbf{r} = \mathbf{a}_0$) que si l'égalité $r = a_0$ se produit au niveau d'un noeud commun. Comme $C = \cos f = \cos(\theta - \omega)$ et qu'ici, les noeuds communs correspondent à $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$, une telle intersection n'est possible que pour quatre valeurs de l'argument du périhélie ω , qui sont

$$\omega_1 = \cos^{-1} C ; \omega_2 = -\cos^{-1} C ; \omega_3 = \pi - \cos^{-1} C ; \omega_4 = \pi + \cos^{-1} C . \quad (5.14)$$

L'hypothèse étant faite que l'argument du périhélie varie uniformément dans le temps, ces quatre configurations sont toujours possibles tant que la condition donnée par l'équation (5.12) est respectée, et elles sont équiprobables (on note que dans le cas où l'orbite de la cible n'est pas circulaire, l'existence d'une intersection est également conditionnée aux valeurs de Ω et Ω_0 ; voir la section 5.2 qui traite du cas général). Un impact, s'il se produit, aura lieu pour une valeur de ω proche de $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ou ω_4 . La probabilité totale d'impact sur une période orbitale du projectile peut s'écrire

$$P_{orb} = \sum_{n=1}^4 P_{\omega_n} = 4P_{\omega}, \quad (5.15)$$

où P_{ω_n} est la probabilité d'impact au voisinage de ω_n , égale à P_{ω} pour les quatre ω_n .

Il s'agit maintenant d'exprimer P_{ω} . On peut la décomposer ainsi

$$P_{\omega} = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \times \frac{\Delta t}{T_0}, \quad (5.16)$$

où $\frac{\Delta\omega}{2\pi}$ est la fraction angulaire sur l'espace des valeurs de ω qui permet à un impact de se produire (potentiellement) autour de ω_n , et où $\frac{\Delta t}{T_0}$ est la fraction de temps pendant laquelle les deux objets sont suffisamment proche l'un de l'autre pour que la collision ait réellement lieu, T_0 étant la période orbitale de la cible.

Les composantes de la vitesse relative au noeud commun, \mathbf{U}_∞ , se calculent dans le repère orbital ($OXYZ$) comme

$$\begin{cases} U_X^2 &= v_0^2 \left(2 - \frac{a_0}{a} - \frac{a}{a_0}(1 - e^2) \right) , \\ U_Y &= -v_0 \left(\sqrt{\frac{a}{a_0}(1 - e^2)} \cos i - 1 \right) , \\ U_Z^2 &= v_0^2 \frac{a}{a_0} (1 - e^2) \sin^2 i , \end{cases} \quad (5.17)$$

et donc

$$U_\infty^2 = v_0^2 \left(3 - \frac{a_0}{a} - 2\sqrt{\frac{a}{a_0}(1 - e^2)} \cos i \right) , \quad (5.18)$$

avec v_0 la vitesse orbitale de la planète telle que $v_0 = \sqrt{\frac{GM_S + GM_0}{a_0}} \simeq \sqrt{\frac{GM_S}{a_0}}$. On considère que \mathbf{U}_∞ est la vitesse relative au vrai point de collision, celui-ci se trouvant dans le voisinage du noeud commun, voisinage quasi ponctuel au regard de la distance planète-Soleil. On rappelle que la vitesse \mathbf{U}_∞ n'inclut pas la perturbation gravitationnelle de la planète. On s'autorise à la qualifier de vitesse à l'infini en considérant que la distance au-delà de laquelle la perturbation gravitationnelle liée à la cible est négligeable (rayon de la sphère de Hill) est elle aussi très petite comparée à la distance planète-Soleil. Notons que par commodité pour la suite de notre étude, nous n'utilisons pas le repère traditionnel utilisé par Opik et ses successeurs. Dans ce dernier (appelons-le ($Oxyz$)), $U_x = -U_X$ et $U_y = -U_Y$.

Il y a collision lorsque la distance qui sépare les deux corps est inférieure à une certaine valeur d_{min} . Si on ne prend pas en compte l'attraction gravitationnelle, et si on considère que le projectile est suffisamment petit au regard de la cible pour être assimilé à un objet ponctuel, on a $d_{min} = R_0$, où R_0 est le rayon de la planète cible. En réalité, la planète, massique, attire à elle par gravité un certain nombre de projectiles qui passent à proximité. L'impact aura lieu si $d_{min} \leq \tau$, où τ est le rayon de la section gravitationnelle de la cible, donné par l'équation (5.10).

La fraction angulaire sur l'espace ω qui permet à la distance minimale entre les deux orbites d'être inférieure à τ s'exprime

$$\frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{\tau}{a_0} \frac{1}{\pi \sin i} \frac{\sqrt{U_\infty^2 - U_Y^2}}{|U_X|} . \quad (5.19)$$

La fraction temporelle est quant à elle donnée par

$$\frac{\Delta t}{T_0} = \frac{\tau}{4a_0} \frac{U_\infty}{\sqrt{U_\infty^2 - U_Y^2}} . \quad (5.20)$$

La probabilité totale d'impact par unité de temps est donnée par $P = P_{orb}/T$, où $T = 2\pi a^{3/2}/\sqrt{GM_s}$ est la période orbitale de l'astéroïde. La probabilité d'impact annuelle, puisque 1 an $\simeq \frac{\sqrt{GM_s}}{2\pi}$, est donc

$$P = \frac{\tau^2}{a_0^2} \frac{U_\infty}{|U_X|} \frac{1}{\pi \sin i} a^{-3/2}. \quad (5.21)$$

On le voit, la probabilité d'impact est proportionnelle à τ^2 : plus la planète est grande et massique, et plus elle est susceptible de se faire bombarder (pour une géométrie orbitale identique).

On note que sur un cycle de précession de l'orbite du projectile, il y a quatre géométries possibles de collision. En effet, celle-ci peut se faire au niveau du noeud ascendant ou descendant, et quand le projectile s'éloigne du Soleil ou s'en approche. Selon que le noeud est ascendant ou descendant, l'inclinaison mutuelle entre les deux objets (ici, simplement l'inclinaison du projectile i), est par convention positive ou négative. U_Z est donc donné par l'équation (5.17) comme $U_Z = \pm \sqrt{U_Z^2}$. Il en va de même pour U_X selon que l'approche se fait dans le sens planète-Soleil ou inversement ($U_X = \pm \sqrt{U_X^2}$). Chacune des quatre géométries résultantes est équiprobable. Ainsi, par exemple, une collision de probabilité P aura lieu dans 25 % des cas alors que le projectile plonge vers la planète ($U_Z > 0$) avant d'avoir atteint son périhélie ($U_X > 0$).

Il faut enfin mettre en évidence le fait que la probabilité d'impact donnée par l'équation (5.21) présente deux singularités. Elle tend vers l'infini quand i ou bien U_x tendent vers zéro. Le premier cas est soluble en posant $\sin i = \tau/a_0$ quand $\sin i < \tau/a_0$. Le deuxième, qui correspond à une collision au niveau du périhélie ou de l'aphélie du projectile, se résout en posant $U_x = U_{min}$ quand $U_x < U_{min}$, avec $U_{min} = \frac{\tau}{a_0} v_0 \left(\frac{a}{a_0} (1 - e^2) \right)$. Cela permet de conserver la validité du calcul avec une précision du troisième ordre [Dones et al., 1999].

5.2.1.2 Orbites hyperboliques

Lorsque les astéroïdes ou comètes possèdent une orbite non bornée, l'expression de la probabilité d'Opik reste similaire, à quelques différences près. Typiquement, ce cas de figure survient lorsque l'on s'intéresse au bombardement d'un satellite gravitant autour de sa planète mère. Le rôle du corps primaire (le Soleil dans la section précédente) est alors joué par la planète. Le corps cible (précédemment la planète) devient le satellite. Le projectile, capturé par la sphère d'influence de la planète, décrit une orbite hyperbolique autour de celle-ci, et non plus une orbite elliptique.

Sous les mêmes approximations que précédemment, la probabilité d'impact s'exprime exactement comme donnée par l'équation (5.21), à ceci près que les

grandeurs affublées de l'indice l font référence au satellite, et que l'indice p se substitue à l'indice s , indiquant que la planète prend ici la place du Soleil. Puisque l'orbite du projectile n'est pas bornée, il convient d'exprimer la probabilité d'impact par orbite, et non plus par unité de temps. On a donc

$$P = \frac{\tau^2 U'_\infty}{a_l^2 |U'_x|} \frac{1}{\pi \sin i} , \quad (5.22)$$

où P est définie pour

$$q \leq a_l , \quad (5.23)$$

avec $q = a(e - 1)$ le péricentre de l'hyperbole. On note que a, e et i font ici référence aux éléments orbitaux de l'hyperbole, i étant l'inclinaison du projectile par rapport au plan orbital du satellite.

La différence principale réside dans l'expression de la vitesse relative d'approche, qui fait intervenir le péricentre q . Comme indiqué dans Shoemaker et Wolfe [1982], celle-ci est donnée par

$$\begin{cases} U_\infty'^2 &= v_l^2 \left(3 - \frac{a_l(1-e)}{q} - 2\sqrt{\frac{q}{a_l}(1+e)} \cos i \right) , \\ U_X'^2 &= v_l^2 \left(2 - \frac{a_l(1-e)}{q} - \frac{q}{a_l}(1+e) \right) , \\ U_Y' &= -v_l \left(\sqrt{\frac{q}{a_l}(1+e)} \cos i - 1 \right) , \\ U_Z'^2 &= v_l^2 \frac{q}{a_l} (1+e) \sin^2 i , \end{cases} \quad (5.24)$$

avec $v_l = \sqrt{\frac{GM_p}{a_l}}$.

Rappelons que la probabilité d'impact donnée par l'équation (5.22) n'est valide que sous l'hypothèse que l'argument du péricentre, ω , varie uniformément. Les travaux de Zahnle et al. [1998] et Zahnle et al. [2001] utilisent cette formule pour décrire le bombardement des satellites joviens. Pourtant, si l'hypothèse apparaît valide dans le cas d'orbites elliptiques qui précèdent autour du soleil, voire de comètes hyperboliques du système solaire externe sous la très forte domination de Jupiter, il n'en est rien dans le cas qui nous occupe principalement dans cette étude, à savoir le bombardement de la Lune. En effet, les orbites elliptiques qui pénètrent dans le système Terre-Lune pour se changer en orbites hyperboliques ne sont plus alors animées d'un mouvement de précession. Faire l'hypothèse de l'uniformité de ω reviendrait à perdre l'information sur les conditions d'approche avec le système Terre-Lune (i_∞), calculées plus loin. Or, nous verrons que ces conditions d'approche sont déterminantes, en particulier pour mettre en évidence un effet de variation en latitude du flux d'impacts lunaire.

5.2.2 Cas général

Nous nous plaçons ici dans le cas où la planète cible possède une excentricité e_0 et une inclinaison i_0 non nulles. Cela complique sensiblement l'expression et le calcul de la probabilité d'impact, qui dépend alors de deux variables supplémentaires, ω_0 et Ω_0 . Nous attestons ici des principales formules et de la démarche générale qui mènent à l'obtention de cette probabilité, le détail de celles-ci pouvant être trouvé dans le travail original de Greenberg [1982] et Bottke et Greenberg [1993]. Notons que Öpik [1951] incluait une simple facteur correctif à ses équations pour tenir compte de l'excentricité de la cible (voir aussi Shoemaker et Wolfe [1982]), ce qui fut démontré comme étant une source importante d'erreurs [Wetherill, 1967; Greenberg, 1982].

Avant toute chose, une collision n'est possible que si

$$q < Q_0 \quad \text{et} \quad Q > q_0 . \quad (5.25)$$

Si ces conditions sont respectées, il faut encore que l'orientation des deux orbites soit favorable.

On rappelle que la distance qui sépare le projectile du Soleil est donnée par

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + eC} ,$$

où C est le cosinus de l'anomalie vraie. Le rayon orbital de la cible, r_0 , est donné de la même manière, en substituant a , e , i et C par a_0 , e_0 , i_0 et C_0 . On rappelle également que C , C_0 , S et S_0 sont une notation abrégée pour $\cos(\theta - \omega)$, $\cos(\theta_0 - \omega_0)$, $\sin(\theta - \omega)$ et $\sin(\theta_0 - \omega_0)$, respectivement.

Puisque chacun des deux objets possède une inclinaison non nulle, l'angle qui sépare les deux plans orbitaux varie selon la valeur des longitudes du noeud ascendant, Ω et Ω_0 , comme indiqué sur la figure 5.4. Cet angle, que nous appellerons l'inclinaison mutuelle i_m , est donné par

$$\cos i_m = \cos i \cos i_0 + \sin i \sin i_0 \cos \Delta\Omega , \quad (5.26)$$

où $\Delta\Omega = \Omega_0 - \Omega$. On rappelle que Ω et Ω_0 varient uniformément. Le signe de i_m est choisit positif si le noeud de rencontre est le noeud ascendant du projectile, c'est-à-dire si le projectile coupe le plan orbital de la planète de bas en haut. Dans le cas contraire, i_m est négatif. La symétrie du problème rend l'un ou l'autre cas équiprobables.

En se référant à nouveau à la figure 5.4, on en déduit que la valeur de θ_0 au noeud commun est

$$(\theta_0)_{n.c.} = \Theta_0 = \tan^{-1} \left(-\sin \Delta\Omega / (\cot i \sin i_0 - \cos \Delta\Omega \cos i_0) \right) . \quad (5.27)$$

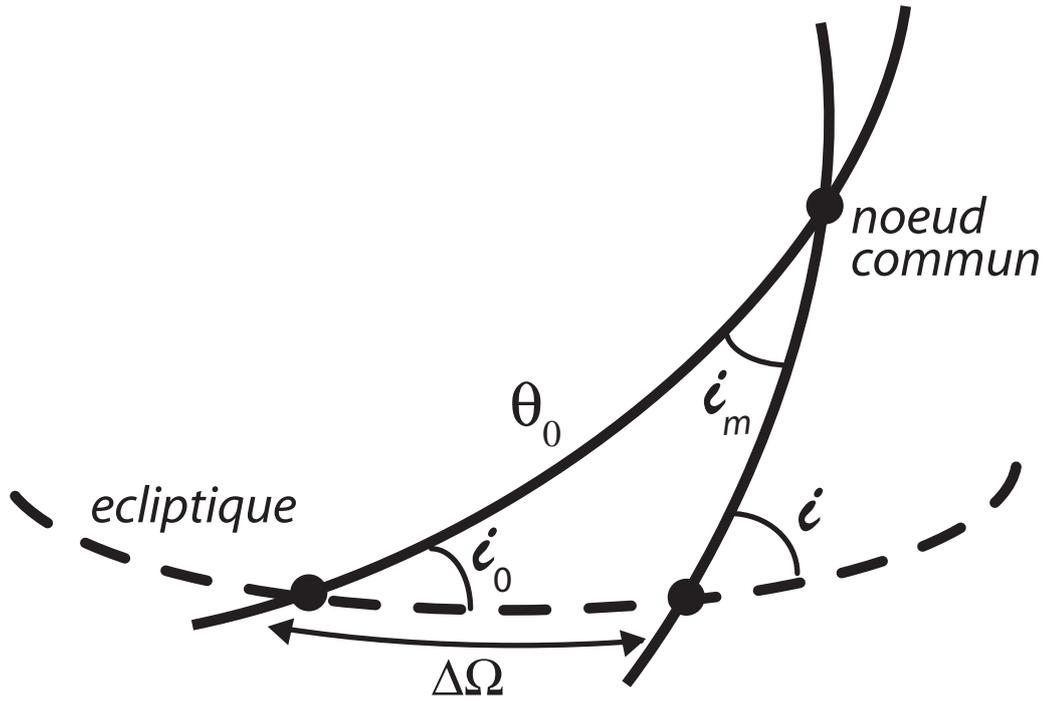


FIG. 5.4 – Inclinaison mutuelle et noeud commun.

Une autre valeur de Θ_0 , distante de π , est possible. La symétrie du problème permet pourtant de se cantonner à la valeur retournée par l'équation (5.27).

Une condition nécessaire à ce que la distance entre les deux orbites soit nulle ($\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$) est $r = r_0$, c'est-à-dire

$$C = \frac{1}{e} \left[(1 + e_0 C_0) \frac{a(1 - e^2)}{a_0(1 - e_0^2)} - 1 \right]. \quad (5.28)$$

Là encore, quatre géométries d'impact équiprobables sont possibles. Ce sont les mêmes que pour le cas circulaire traité plus haut. Ici, elles se traduisent par le signe des sinus de l'anomalie vraie du projectile et de la cible, S et S_0 , indifféremment (et indépendamment) positifs ou négatifs.

Plaçons nous dans le repère $(OXYZ)$ au moment où $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, comme illustré par la figure B.1. Notons que pour rester aussi fidèle que possible à l'article de Greenberg [1982], les axes ont été inversés. Les vecteurs vitesse de l'astéroïde et de la cible font un angle α et α_0 avec l'axe $(-OX)$. L'angle α est donné par

$$\cos \alpha = \frac{eS}{\sqrt{1 + 2eC + e^2}} \quad \text{et} \quad \sin \alpha = \frac{1 + eC}{\sqrt{1 + 2eC + e^2}}. \quad (5.29)$$

De la même façon, α_0 s'exprime en substituant e , C et S par e_0 , C_0 et S_0 dans l'équation précédente.

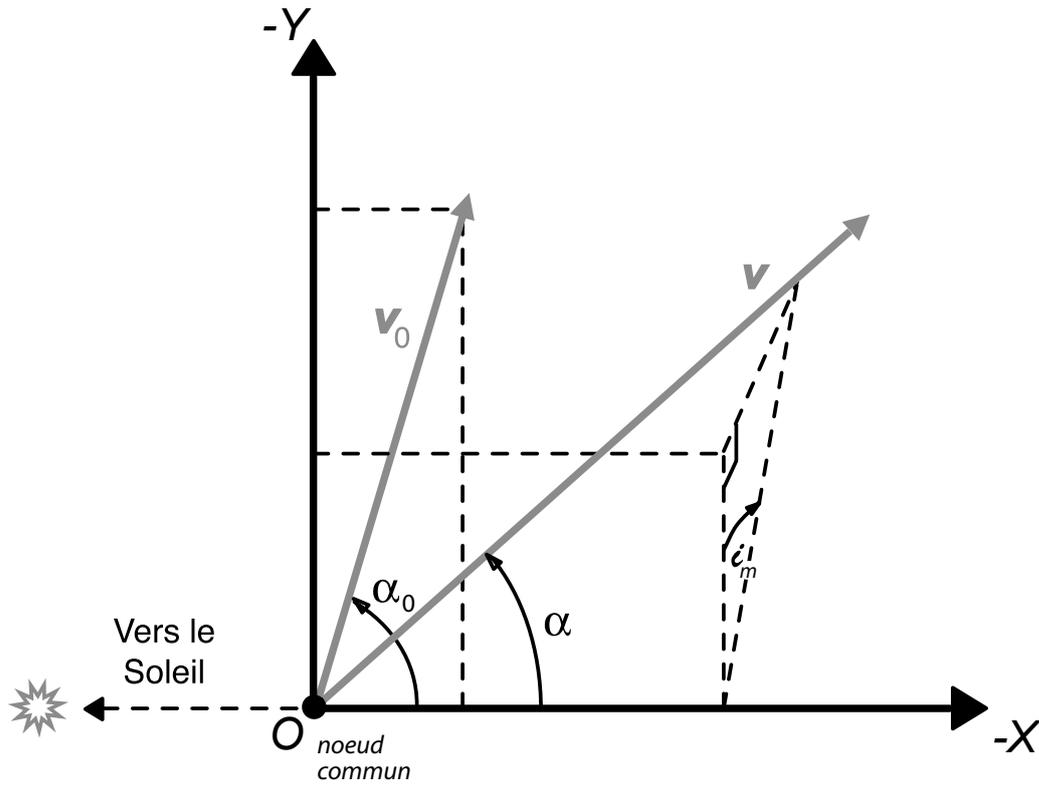


FIG. 5.5 – Géométrie du mouvement autour du noeud commun.

La vitesse de la particule au noeud commun est

$$\begin{aligned}
 v^2 &= \frac{GM_s}{a(1-e^2)}(1 + 2eC + e^2), \\
 v_X &= -v \cos \alpha, \\
 v_Y &= -v \sin \alpha \cos i_m, \\
 v_Z &= v \sin \alpha \sin i_m,
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

tandis que la vitesse de la cible est

$$\begin{aligned}
 v_0^2 &= \frac{GM_s}{a_0(1-e_0^2)}(1 + 2e_0C_0 + e_0^2), \\
 v_{0,X} &= -v_0 \cos \alpha_0, \\
 v_{0,Y} &= -v_0 \sin \alpha_0, \\
 v_{0,Z} &= 0.
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

La vitesse relative d'approche est donnée par

$$\mathbf{U}_\infty = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0. \tag{5.32}$$

L'expression de la probabilité de collision se base sur le cas $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, et inclus la distance dans l'espace (C, C_0) pour laquelle $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\| < \tau$, ainsi que la fraction

de temps qui permet à cette condition d'être respectée. En reprenant les mêmes notations que dans le cas circulaire,

$$\frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{\tau}{\pi} \frac{A(1+eC)^2}{a(1-e^2)e|S|\sin i_m}, \quad (5.33)$$

avec

$$A = [\cot^2 \alpha + \cot^2 \alpha_0 + \sin^2 i_m - 2 \cot \alpha_0 \cot \alpha \cos i_m]^{1/2}, \quad (5.34)$$

et

$$\frac{\Delta t}{T_0} = \frac{\pi\tau}{2T_0} \frac{U_\infty/v_0}{[U_\infty^2 - (U_{\infty,x} \cos \alpha_0 + U_{\infty,y} \sin \alpha_0)^2]^{1/2}}. \quad (5.35)$$

Pour un couple $(\omega_0, \Delta\Omega)$ donné, et pour une des quatre géométries possibles, la probabilité de collision s'exprime

$$P_{\omega_0, \Delta\Omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \times \frac{\Delta\omega}{2\pi} \times \frac{\Delta t}{T_0} \times \frac{1}{T}, \quad (5.36)$$

où le facteur $\frac{1}{(2\pi)^2}$ tient compte de l'espace total sur ω_0 et $\Delta\Omega$.

Afin d'obtenir la probabilité de collision totale selon toute les orientations orbitales possibles, $P_{\omega_0, \Delta\Omega}$ doit être évaluée aux quatre points correspondant à un couple (C, C_0) donné (c'est-à-dire à chaque quadruplet $C, C_0, \pm S, \pm S_0$) comme il a été mis en évidence par Bottke et Greenberg [1993], puis intégrée (numériquement) sur l'espace ω_0 and $\Delta\Omega$. Pourtant, comme il est noté dans Bottke et al. [1994], la vitesse et l'inclinaison d'approche dépendent de ω_0 et $\Delta\Omega$. Puisque nous souhaitons obtenir la distribution réelle des conditions d'approche et non la distribution de leurs valeurs moyennes sur un cycle de precession, nous évaluerons la probabilité de collision et les conditions associées pour chaque orientation orbitale donnée par le couple $(\omega_0, \Delta\Omega)$. Notons que si l'orbite de la planète cible est parfaitement circulaire, cela n'est pas nécessaire.

5.3 Formules applicables au satellite

Dans le cas d'une lune, une autre étape intervient. Les projectiles pénètrent dans la sphère d'influence planétaire; leur trajectoire elliptique (par rapport au Soleil) est alors hyperbolique par rapport à la planète, et ses paramètres orbitaux sont modifiés par la masse de la planète. On note \mathbf{U}' les conditions d'approche avec le système planète-lune. Il s'agit de déterminer les conditions d'approche avec la lune, \mathbf{U}_∞ , ainsi que leur probabilité, en fonction de \mathbf{U}' . On se place dans le cas d'une orbite lunaire circulaire d'inclinaison nulle. Cette hypothèse simplifie

radicalement les calculs présentés plus loin, et s'avère excellente pour la grande majorité des satellites.

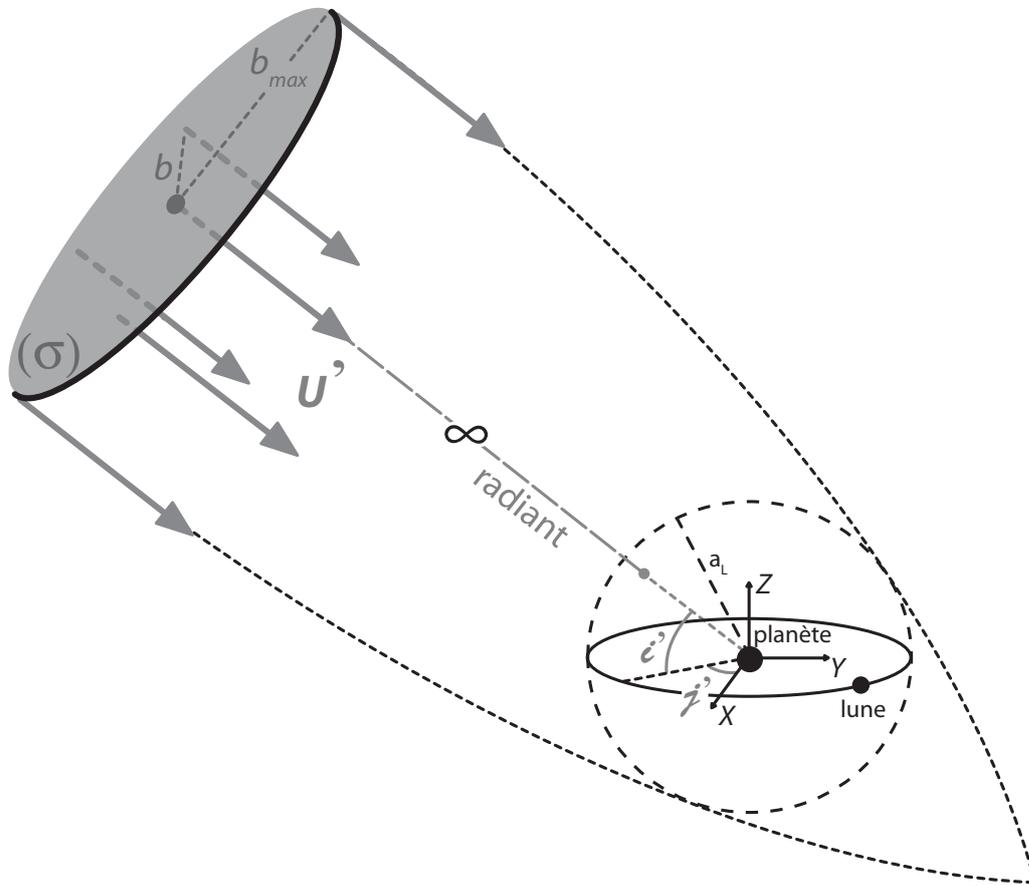


FIG. 5.6 – Bombardement d'un système planète-lune généré lors d'une phase d'approche décrite par \mathbf{U}' . Les projectiles sont uniformément distribués sur le disque (σ)

La géométrie du problème est illustrée en figure 5.6. Là encore, chaque approche \mathbf{U}' génère une nuée de projectiles qui pénètrent dans le système avec un vecteur vitesse parallèle et de même norme. La révolution du satellite engendre une symétrie qui permet de s'affranchir de l'angle j' . Posons $j' = 0$. La position initiale sur le disque est donnée par b et δ , représentés en figure 5.3. L'expression des éléments orbitaux d'une trajectoire hyperbolique (q, e, i , etc.) dans notre géométrie est détaillée en annexe A. Les grandeurs qui correspondent au satellite ont pour indice la lettre l . L'indice p fait référence à la planète.

L'impact est possible pour $q \leq a_l$, ce qui correspond à une valeur de b_{max} donnée en annexe par l'équation (A.22) telle que

$$b_{max} = a_l \sqrt{1 + 2 \left(\frac{v_l}{U'} \right)^2}$$

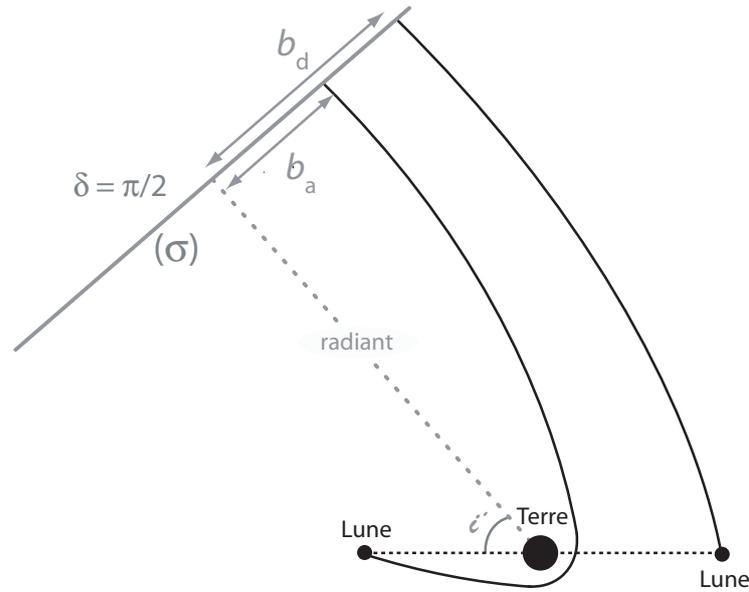


FIG. 5.7 – Noeuds communs de l'hyperbole qui pénètre dans le système planète-lune. Pour une valeur de δ , il peut exister deux valeurs de b qui autorisent l'existence d'un noeud commun, ascendant (b_a), ou descendant (b_d).

Au sein de la nuée de projectiles distribués sur le disque, il existe potentiellement, pour une valeur de δ , deux valeurs de b qui permettent à certains projectiles d'intersecter exactement l'orbite lunaire, correspondant respectivement à un noeud ascendant ou descendant, et notées respectivement b_a et b_d (voir la figure 5.7). La symétrie du problème, engendrée par le fait que $i' \in [-\pi/2, \pi/2]$ est positif ou négatif avec la même probabilité, permet de se cantonner au noeud descendant. Cherchons donc b_l tel que projectile et satellites se croisent en un même point, le noeud descendant. Notons que l'existence de b_l n'est pas systématiquement permise.

La distance qui sépare le projectile sur sa trajectoire hyperbolique du centre du système (centre de la planète) s'écrit, en posant $C = \cos f$ (Eq (2.17))

$$r = \frac{q(1+e)}{1+eC} . \quad (5.37)$$

La valeur de C telle que $r = a_l$ est donc

$$C_l = \frac{q/a_l(1+e) - 1}{e} . \quad (5.38)$$

Les orbites ne peuvent s'intersecter qu'au noeud commun. Puisque l'inclinaison du satellite est nulle dans le plan de référence, cela correspond au moment où le projectile coupe ce plan. Pour le noeud descendant, on a $\theta = \pi$ et donc $C = \cos(\pi - \omega) = -\cos\omega$. En identifiant C_l avec $-\cos\omega$, et en exprimant e , q et $\cos\omega$ en fonction de b à l'aide des équations (A.19), (A.21) et (A.32), on trouve

$$\left(\frac{U'}{v_l}\right)^2 \left(\frac{b_l}{a_l}\right)^2 - \left(\frac{U'}{v_l}\right)^2 \frac{b_l \sin i'}{a_l \sin i} - \sin\delta \frac{\cos i'}{\sin i} - 1 = 0 , \quad (5.39)$$

où i est l'inclinaison de l'orbite du projectile par rapport au plan orbital lunaire, donnée par les équations (A.28) et (A.29) telle que

$$\cos i = \cos\delta \cos i' \quad \text{et} \quad \sin i = \sqrt{1 - \cos^2\delta \cos^2 i'} . \quad (5.40)$$

La solution (physiquement acceptable) de l'équation (5.39) est

$$b_l = \frac{a_l}{2} \left(\frac{\sin i'}{\sin i} + \sqrt{\left(\frac{\sin i'}{\sin i}\right)^2 + 4 \left(1 + \frac{\tan\delta}{\tan i}\right) \left(\frac{v_l}{U'}\right)^2} \right) . \quad (5.41)$$

Pour une approche \mathbf{U}' et une valeur donnée de δ , on connaît donc la valeur du paramètre d'impact qui permet l'intersection exacte des orbites du projectile et de la lune, sa cible (quand le projectile est en phase descendante). A partir de la valeur de b_l , il est possible d'établir la probabilité d'impact $P_l(U', i', \delta)$ avec la lune, ainsi que les conditions associées d'approche $(U_\infty, i_\infty, j_\infty)$. Pour ce faire, nous nous inspirons des formules établies par J. Öpik.

Connaissant b_l , la vitesse d'approche U_∞ et ses trois composantes sont données par l'équation (5.24) correspondant au cas hyperbolique. En exprimant e et q en fonction de b_l à l'aide des équations (A.19) et (A.21), on a

$$\begin{cases} U_\infty^2 &= U'^2 + 3v_l^2 - 2U'v_l \frac{b_l}{a_l} \cos i , \\ U_X^2 &= U'^2 \left(1 - \left(\frac{b_l}{a_l}\right)^2\right) + 2v_l^2 , \\ U_Y &= v_l - U' \frac{b_l}{a_l} \cos i , \\ U_Z^2 &= U'^2 \left(\frac{b_l}{a_l}\right)^2 \sin^2 i , \end{cases} \quad (5.42)$$

Les angles d'approche i_∞ et j_∞ en découlent via l'équation (5.7).

La différence essentielle avec les probabilités d'Öpik est que ces dernières s'appliquent en considérant que l'argument du péricentre ω varie uniformément. Cela ne saurait être vrai ici, comme il est expliqué au début de cette section.

On rappelle que les probabilités d'Opik s'obtiennent en faisant intervenir le produit

$$\frac{\Delta\omega}{2\pi} \times \frac{\Delta t}{T_0}, \quad (5.43)$$

où $\frac{\Delta\omega}{2\pi}$ est la fraction angulaire sur l'espace des valeurs de ω qui permet à un impact de se produire autour de ω_n , ω_n étant l'argument du périhélie pour lequel les deux orbites s'intersectent exactement. Le second terme du produit, $\frac{\Delta t}{T_0}$, représente la fraction de temps pendant laquelle les deux objets sont suffisamment proche l'un de l'autre pour que la collision ait réellement lieu, T_0 étant la période orbitale de la cible. De manière analogue, nous définissons notre probabilité comme

$$P_l(U', i', \delta) = \frac{\Delta(b^2)}{b_{max}^2} \times \frac{\Delta t}{T_l}, \quad (5.44)$$

où $\Delta(b^2)$ est l'intervalle autour de b_l^2 tel que la distance minimale qui sépare les deux orbites est inférieure à τ_l , le rayon de la section gravitationnelle de la lune. Ce sont les variations du carré de b qui nous intéressent ici, puisqu'il peut prendre une valeur équiprobable entre 0 et b_{max}^2 , alors que b n'est pas uniforme. Le terme $\frac{\Delta t}{T_l}$, où T_l est la période orbitale de la lune, s'exprime exactement comme dans le cas des probabilités d'Öpik, c'est-à-dire, avec les notations de cette section,

$$\frac{\Delta t}{T_l} = \frac{\tau_l}{4a_l} \frac{U_\infty}{\sqrt{U_\infty^2 - U_Y^2}}. \quad (5.45)$$

Reste à exprimer $\Delta(b^2)$. Au noeud, on rappelle que $\theta = \pi$. En notant ℓ_{max} l'écart maximal de $r_{\theta=\pi}$ à a_l tel que la distance minimale entre les deux orbites est égale à τ_l , $\Delta(b^2)$ vérifie la relation

$$\frac{2\ell_{max}}{\Delta(b^2)} \simeq \left(\frac{\partial r_{\theta=\pi}}{\partial b^2} \right)_{b=b_l}, \quad (5.46)$$

tel qu'il est démontré pour un cas similaire dans l'annexe B.

Or, d'après l'équation (B.4),

$$\ell_{max} = \tau_l \sqrt{1 + U_X^2/U_Z^2}. \quad (5.47)$$

L'équation (2.17) donne $r_{\theta=\pi}$ en fonction de q , e et $\cos \omega$. On exprime q , e et $\cos \omega$ en fonction de la géométrie du problème avec les équations (A.19), (A.21) et (A.32). La distance r n'est plus alors fonction que de b , δ , U' , i' et de l'angle θ . En dérivant par rapport à b^2 , puis en posant $b = b_l$, on obtient

$$\left(\frac{\partial r_{\theta=\pi}}{\partial b^2} \right)_{b=b_l} = \frac{1}{2a_l} \left(\frac{U'}{v_l} \right)^2 \sin i \frac{2 \sin i + 2 \cos i' \sin \delta + \left(\frac{U'}{v_l} \right)^2 \frac{b_l}{a_l} \sin i'}{\left(\sin i + \cos i' \sin \delta + \left(\frac{U'}{v_l} \right)^2 \frac{b_l}{a_l} \sin i' \right)^2}. \quad (5.48)$$

La probabilité s'exprime enfin

$$P_l(U', i', \delta) = \frac{\tau_l^2 U_\infty}{a_l^2 |U_Z|} \frac{v_l^2}{2v_l^2 + U'^2} \frac{1}{\sin i} \frac{\left(\sin i + \cos i' \sin \delta + \frac{U'|U_Z| \sin i'}{v_l^2 \sin i} \right)^2}{2 \sin i + 2 \cos i' \sin \delta + \frac{U'|U_Z| \sin i'}{v_l^2 \sin i}} \quad (5.49)$$

Pour respecter la symétrie du problème, on calcule cette probabilité pour $+i'$ et $-i'$. On rappelle que b_l n'est pas toujours défini. Dans ce cas, on pose $P_l = 0$. Le signe de la composante verticale de la vitesse d'approche avec la lune est choisi de manière équiprobable : $U_Z = \pm \sqrt{U_Z^2}$.

Le signe de U_X se détermine comme suit. Comme le montre la figure B.1, $U_X < 0$ pour $\cos \alpha > 0$. D'après l'équation (B.1), cela correspond à $S = \sin f = \sin(\theta - \omega) > 0$, soit $\omega \in [0, \pi]$ pour le noeud descendant ($\theta = \pi$). ω est donné par l'équation (A.34), et l'on a

$$U_X = -\sqrt{U_X^2} \quad \text{pour } \omega \in [0, \pi] \quad (5.50)$$

$$U_X = \sqrt{U_X^2} \quad \text{pour } \omega \in]\pi, 2\pi[\quad (5.51)$$

$$(5.52)$$

Si U_X est négatif (le projectile s'éloigne de la planète) alors que $q \leq R_p$, une collision avec la planète a nécessairement déjà eu lieu, et l'on pose $P_l(U', i', \delta) = 0$. La valeur de b correspondant à $q = R_p$ est

$$b_p = \sqrt{2R_p a_l \left(\frac{v_l}{U'} \right)^2 + R_p^2} \quad (5.53)$$

La probabilité d'impact avec la planète est donc

$$P_p(U', i', \delta) = \frac{1}{2} \frac{b_p^2}{b_{max}^2} - P_l(U', i', \delta) = \frac{1}{2} \frac{R_p^2 + 2R_p a_l \left(\frac{v_l}{U'} \right)^2}{a_l^2 + 2a_l^2 \left(\frac{v_l}{U'} \right)^2} - P_l(U', i', \delta), \quad (5.54)$$

où le facteur 1/2 vient du fait que nous nous sommes restreints à l'un des deux noeuds possibles.

5.4 Méthodologie

5.4.1 Planètes

Nous résumons ici étape par étape la démarche qui permet la construction de la distribution de probabilité des conditions d'approche pour chaque planète ou

satellite, $p(\mathbf{U}_\infty)$ (soit $p(U_\infty, i_\infty, j_\infty)$), ainsi que le calcul du flux d'impacts relatif entre celles-ci.

Pour les planètes, la démarche est relativement simple. Dans le cas général (orbite planétaire excentrique), on procède comme suit. Les projectiles sont choisis selon une triade (a, e, i) aléatoire. Si le périhélie et l'aphélie de l'orbite correspondante vérifient l'équation (5.25), la collision est possible, et le processus continue en choisissant une valeur aléatoire de l'orientation relative $\Delta\Omega$ entre 0 et 2π , à partir de laquelle l'inclinaison mutuelle i_m est déterminée par l'équation (5.26). L'angle $\Delta\Omega$ donne également la position du noeud commun sur l'orbite de la cible, Θ_0 , via l'équation (5.27). L'argument du périhélie, ω_0 , est choisi aléatoirement dans le domaine de valeurs permises telles que $C_0 = \cos(\Theta_0 - \omega_0)$ retourne une valeur définie de C (entre -1 et 1) via l'équation (5.28). A partir de C , on trouve $S = \pm\sqrt{1 - C^2}$, dont le signe est choisi de manière équiprobable. S_0 est calculé de la même manière. Les couples (C_0, S_0) et (C, S) déterminent une des quatre géométries de collision possibles, et permettent de calculer $U_\infty, i_\infty, j_\infty$ et $P_{\omega_0, \Delta\Omega}$ (en utilisant successivement les équations (5.29), (5.31), (5.30), (5.32), (5.7), (5.33), (5.35) et (5.36)). Puisque la valeur de $P_{\omega_0, \Delta\Omega}$ est singulière quand $i_m = 0$, on pose $\sin i_m = \tau/r_0$ quand $\sin i_m < \tau/r_0$. Qui plus est, quand la collision a lieu près de l'aphélie ou du périhélie du projectile, S tend vers zéro et la probabilité vers l'infini. D'après Greenberg [1982], cela est évité en permutant de manière appropriée la définition du projectile et de la cible (voir la référence pour plus de détails). La probabilité de collision est finalement pondérée par le nombre relatif d'objets dont l'orbite est décrite par la triade (a, e, i) , telle qu'elle a été déterminée au chapitre 3 par la quantité $n(a, e, i)$. La procédure est répétée de sorte que $p(\mathbf{U}_\infty)$ converge, et le nombre d'itérations est le même pour chaque planète. En sommant toutes les probabilités de collision calculées en construisant $p(\mathbf{U}_\infty)$, puis en divisant par l'aire de la surface planétaire ($4\pi R_0^2$) nous obtenons le flux d'impact relatif entre les planètes. On note que si les variations séculaires de l'orbite de la cible sont incluses dans la simulation, une autre étape qui consiste à échantillonner e_0 et i_0 selon leur distribution de probabilité (*cf.* chapitre 4) est nécessaire à chaque itération. Si on considère que l'orbite de la planète est circulaire (approximation excellente pour la Terre et Venus), le calcul est très simplifié : on évalue les conditions d'approche ainsi que la probabilité de collision de chaque triade (a, e, i) avec les équations (5.17), (5.7) et (5.21).

5.4.2 Satellites

On commence par calculer la distribution de probabilité des conditions d'approche avec le système planète-lune global, que l'on note $p'(U', i')$. Notons que cette distribution de probabilité est intégrée sur toutes les valeurs possibles de l'angle j' , ce dernier ne jouant aucun rôle en raison de la symétrie du problème. p' est calculée exactement de la même façon que dans le cas des planètes décrit juste au-dessus, à ceci près que la section gravitationnelle est ici posée comme étant

$$\tau' = a_l \sqrt{1 + 2 \left(\frac{v_l}{U'} \right)^2}, \quad (5.55)$$

et se substitue à τ dans l'expression de $P_{\omega_0, \Delta\Omega}$ (équation (5.36)).

Pour chaque couple (U', i') , on tire N fois une valeur de δ entre 0 et 2π , N étant aussi grand que possible. On rappelle que i' est positif ou négatif de manière équiprobable, et l'on choisit aléatoirement son signe à chaque itération. On détermine l'inclinaison i de l'hyperbole qui traverse le système via l'équation (5.40), puis la valeur du paramètre d'impact b_l selon l'équation (5.41). Si b_l n'est pas défini, on pose la probabilité d'impact avec la lune comme nulle. A partir de b_l , on calcule les composantes de la vitesse d'approche par l'équation (5.42), où $U_Z = \pm \sqrt{U_Z^2}$ de manière équiprobable et où le signe de U_X est donné par l'équation (5.52) selon la valeur de ω , elle-même donnée par l'équation (A.34). Les angles d'approche sont donnés par l'équation (5.7). On en déduit la probabilité de collision P_l donnée par l'équation (5.49) si $U_X > 0$ et $b_l > b_p$, avec b_p donné par l'équation (5.53). Dans le cas contraire, on pose $P_l = 0$. On calcule ensuite la probabilité d'impact avec la planète P_p (équation (5.54)). On pondère enfin la contribution de chaque projectile en multipliant P_l et P_p par $p'(U', i')$. En répétant cette procédure sur l'ensemble des conditions d'approche avec le système planète-satellite, on construit la distribution des conditions d'approche avec le satellite $p(U_\infty, i_\infty)$. Le bombardement relatif entre la planète et sa lune s'obtient en prenant le ratio de la somme des P_p sur la somme des P_l .

5.4.3 Traitement simplifié du cas du satellite

Pour traiter le cas du satellite (on parlera du système Terre-Lune ici), une approche plus simpliste est possible, qui consiste à considérer que la Lune se situe en lieu et place de la Terre, et que cette dernière n'existe pas. La pseudo-orbite lunaire est donc l'orbite terrestre, tandis que la Lune conserve sa masse et son rayon. On applique alors certains termes correctifs pour reproduire les

conditions réelles. On suppose donc que le bombardement relatif entre la Terre et la Lune ne dépend que de leur rayon et masse respectifs, et n'est pas sensible à deux effets opposés :

- un effet de bouclier terrestre qui réduit le nombre des impacts lunaires.
- un effet de lentille gravitationnelle qui concentre une partie des projectiles vers la Lune.

Nous verrons que, pour notre modèle de projectiles et pour la distance Terre-Lune actuelle, cette approche s'avère être une approximation raisonnable. La probabilité d'impact est calculée à partir de l'équation (5.21) (en supposant ici par souci de simplicité que l'orbite terrestre est parfaitement circulaire), avec $R_0 = R_l$, $M_0 = M_l$, $a_0 = a_p$. La vitesse d'approche calculée dans ce cas reste exactement la même que si elle avait été calculée pour la Terre ; notons-la par conséquent U_∞^p (par contre, la probabilité d'impact diffère, car elle dépend de τ , donc de R_0 et M_0 ; la Terre engendre de plus forte probabilité d'impact pour les faibles vitesses que la Lune, car le pouvoir d'attraction terrestre s'exerce alors à plein). Il est possible d'inclure certains termes correctifs. La vitesse d'approche lunaire peut être recalculée pour tenir compte de la distance Terre-Lune : par conservation de l'énergie mécanique, il peut aisément être montré que la vitesse recalculée à une distance correspondant à celle de l'orbite réelle du satellite (a_l) est $v_\infty^l = \sqrt{U_\infty^p{}^2 + 2GM_p/a_l}$. La probabilité d'impact s'en trouve alors modifiée, en substituant v_∞^l à U_∞^p dans l'expression de τ (et uniquement à cet endroit). Cet accroissement de la vitesse reste toutefois très modeste : pour $U_\infty^p = 10$ et 20 km.s^{-1} , on trouve $v_\infty^l = 10.1$ and 20.05 km.s^{-1} , respectivement. Shoemaker et Wolfe [1982] appliquent cette correction dans le cas des satellites galiléens, et ajoutent un terme qui corrige de l'effet de concentration gravitationnelle que Jupiter exerce dans le voisinage de ses satellites, en multipliant l'expression (5.21) par un facteur $1 + \frac{2GM_p/a_l}{U_\infty^p}$. Ce facteur corrige la valeur du flux relatif entre la Terre et la Lune, mais pas la distribution des angles d'approche. D'ailleurs, si \mathbf{v}_∞^l correspond à une vitesse relative dans le système Terre-Lune, ce n'est plus vrai dans le référentiel lunaire, puisque la vitesse orbitale de celle-ci s'ajoute ou se retranche selon l'orientation de l'approche, pour donner la vraie vitesse relative, \mathbf{U}_∞ . Cela se traduit par un accroissement du flux d'impact autour de l'apex du satellite. Bon nombre d'auteurs [Neukum, G., 1983; Shoemaker et Wolfe, 1982; Zahnle et al., 1998, 2001] considèrent que l'orientation du vecteur \mathbf{v}_∞^l est isotrope dans le référentiel du satellite, et en déduisent une expression analytique traduisant l'accroissement du flux selon la distance angulaire à l'apex. Notons

qu'ils ignorent de ce fait les autres asymétries potentielles (effet de latitude ou effet face visible / face cachée). Il reste possible de traiter l'effet de latitude en considérant que la Terre ne modifie pas substantiellement la distribution des i_∞ , mais l'étude de l'effet face visible / face cachée, qui ne dépend que de la présence de la Terre, nécessite une autre approche. Nous comparerons, au chapitre suivant, ce genre d'approximations avec nos résultats, plus rigoureux.

5.5 Résultats

5.5.1 Système solaire actuel

Les distributions de probabilité marginalisées pour la vitesse d'approche sont représentés pour chaque cible sur la figure 5.8. Comme il a été mentionné au chapitre 3, les croiseurs planétaires possèdent en général une vitesse d'autant plus élevée qu'ils se trouvent à proximité du Soleil. Par conséquent, la vitesse d'approche moyenne est plus élevée pour Mercure qu'elle ne l'est pour Venus, et plus élevée pour Venus que pour Mars. Comme les planètes elles-mêmes ont une vitesse orbitale qui décroît avec la distance au Soleil, et que cette vitesse orbitale s'ajoute ou se retranche à celle des croiseurs selon la géométrie de l'approche, la distribution martienne est considérablement plus étroite que son homologue mercurienne. Les vitesses d'approche moyennes calculées sont : 42.2 km.s^{-1} pour Mercure, 22.4 km.s^{-1} pour Venus, 16.4 km.s^{-1} pour la Terre, 19.2 km.s^{-1} pour la Lune, et 9.1 km.s^{-1} pour Mars. Les vitesses d'impact correspondantes sont 42.5 , 25.2 , 20.4 , 19.4 et 10.6 km.s^{-1} , respectivement. Celles-ci sont d'autant plus élevées par rapport à la vitesse d'approche que la vitesse de libération à la surface de la planète est grande. Si la vitesse d'approche moyenne calculée pour la Lune est plus élevée qu'elle ne l'est pour la Terre – alors que la population de croiseurs est sensiblement la même : la Terre, on l'a vu, ne modifie pas significativement leur vitesse à une distance correspondant à la distance Terre-Lune – c'est parce que la probabilité d'impact dépend du pouvoir d'attraction de la cible, qui lui-même dépend de la vitesse d'approche. Les projectiles de faible vitesse sont beaucoup mieux captés par la Terre que par la Lune.

On rappelle que ces distributions sont construites en calculant les conditions d'approche pour chaque orientation relative des orbites du projectile et de la cible. La figure 5.9 compare la distribution des vitesses calculées de cette façon pour Mercure et la distribution des inclinaisons calculées pour Mars, avec le résultat

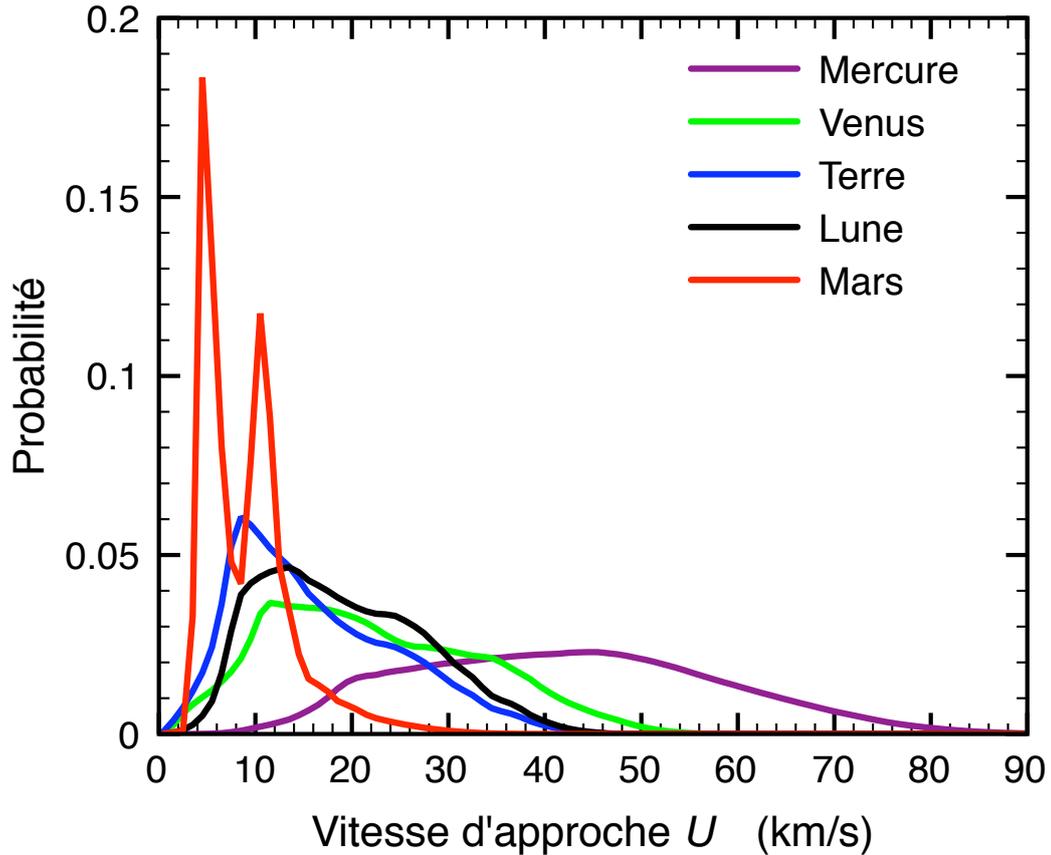


FIG. 5.8 – Distribution des vitesses d’approche avec les planètes telluriques et la Lune.

obtenu en faisant pour chaque croiseur la moyenne des conditions d’approche sur un cycle de précession (probabilité intégrée sur ω_0 et $\Delta\Omega$). On constate que, si l’excentricité de la planète cible est conséquente, comme c’est le cas pour ces deux planètes, cette dernière approche peut conduire à une vue sensiblement biaisée des conditions du bombardement. Or il n’est pas rare qu’elle soit utilisée (par exemple dans Marchi et al. [2005] pour Mercure ou Ivanov et al. [2002] pour Mars).

La figure 5.10 montre la distribution des inclinaisons d’approche par rapport au plan orbital des planètes, i_∞ , comparées au cas isotrope, où i_∞ est distribué avec une probabilité proportionnelle à $\cos i_\infty$. Notons qu’ici, comme dans la suite de cette section, i_∞ est restreint aux valeurs positives, puisque les valeurs négatives sont équiprobables. On constate que Mars, et dans une moindre mesure Mercure, présentent une distribution qui favorise les hautes inclinaisons, tandis que la Terre et la Lune se verront préférentiellement bombardées par des projectiles approchant avec une inclinaison modérée. Venus ne se trouve pas non plus

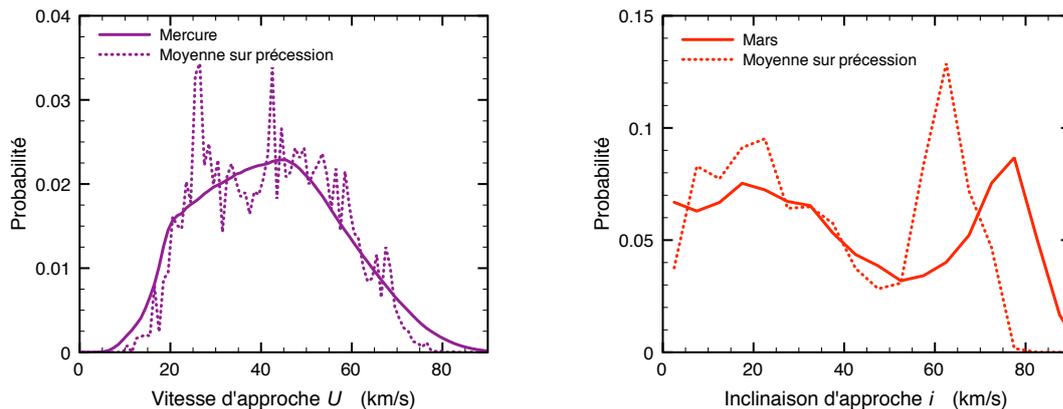


FIG. 5.9 – Comparaison entre les distributions des conditions d'approche calculées en faisant ou non la moyenne sur un cycle de précession. *A gauche.* Distributions des vitesses d'approche calculées pour Mercure. *A droite* Distributions des inclinaisons d'approche calculées pour Mars.

dans le cas isotrope, mais d'une certaine façon, les hautes et basses inclinaisons se compensent.

Une telle différence de comportement dans le bombardement des planètes peut surprendre, en particulier dans le cas de Mars qui montre un fort excès de hautes inclinaisons. D'après les équations (5.7), (5.32), (5.30) et (5.31), l'inclinaison du vecteur relatif d'approche par rapport au plan orbital est donnée par

$$\sin i_\infty = \frac{v}{U_\infty} \sin \alpha \sin i_m ,$$

où v est la vitesse du projectile, α est l'angle entre \mathbf{v} et le vecteur qui relie le Soleil à la planète, et i_m est l'inclinaison entre les deux orbites. Dans le cas de Mars, dont la distance au Soleil peut atteindre 1.8 AU, la figure 3.5, qui donne la proportion d'objets en fonction de la valeur de leur périhélie, montre que la planète croise un grand nombre d'astéroïdes lorsque ceux-ci sont proches de leur périhélie, et qu'elle-même est proche de son aphélie (les projectiles sont beaucoup plus nombreux que lorsque Mars se situe à un autre point de son orbite). Qui plus est, la probabilité d'impact dans ce genre de configuration est particulièrement élevée. La valeur de i_∞ est par conséquent élevée pour deux raisons. Premièrement, α est proche de 90° et $\sin \alpha$ est donc proche de son maximum. Deuxièmement, U_∞ est minimisée car l'angle entre les deux vecteurs vitesse est au plus faible. Cela explique également, en partie, le léger surplus de fortes inclinaisons d'approche pour Mercure, même si l'augmentation de la proportion d'objets avec la valeur de leur périhélie n'est pas aussi importante dans cette zone (~ 0.4 AU). La figure 3.9

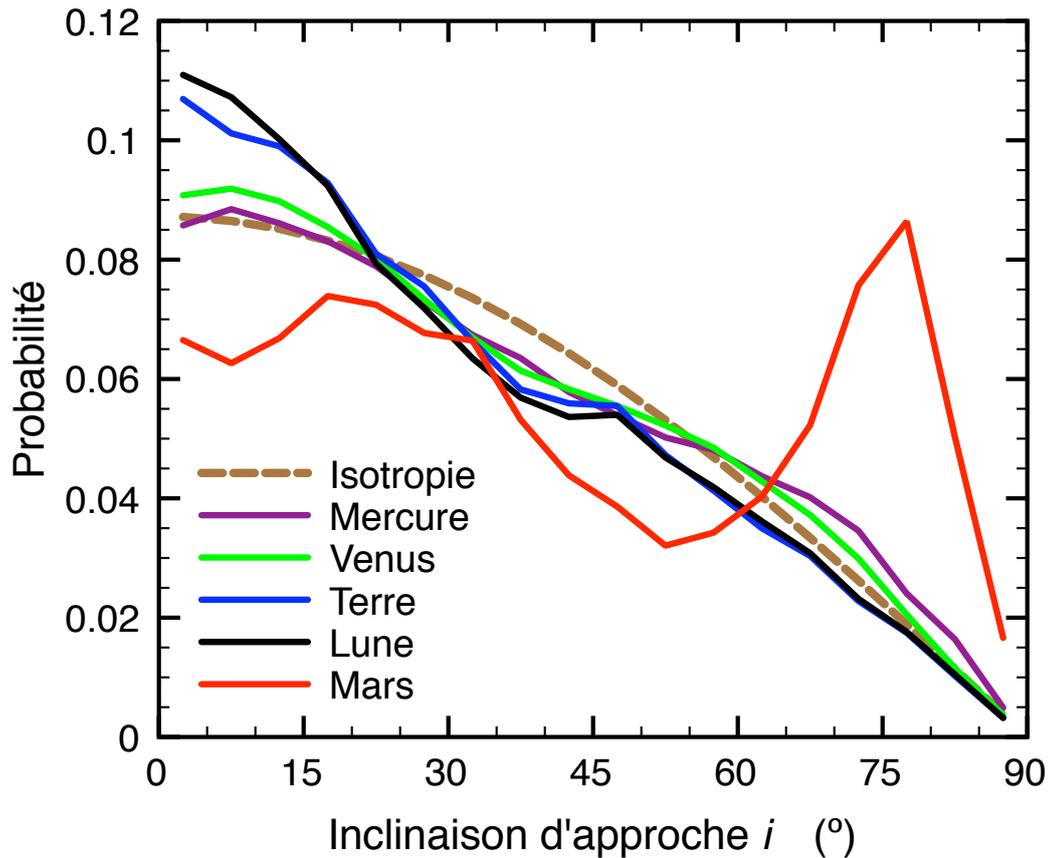


FIG. 5.10 – Distribution des inclinaisons d’approche avec les planètes telluriques, comparées à l’isotropie.

montre également que, pour Mercure, les objets possèdent en moyenne une plus grande inclinaison. Dans la mesure où i_m est à peu près égale à l’inclinaison des projectiles (l’inclinaison de Mercure est de 7°), l’inclinaison d’approche i_∞ sera en moyenne plus élevée que pour Venus et la Terre.

On appelle R le flux relatif de projectiles par rapport à la Lune, par unité de surface. En considérant que les éléments orbitaux des projectiles ne sont pas corrélés à leur taille, R compare le bombardement entre les planètes pour un certain diamètre de projectiles, et est valide à tout diamètre. Pour la Terre, $R = 1.58$, ce qui est proche de la valeur déterminée par Ivanov [2006] à partir des observations télescopiques à cette date. Pour Mercure, $R = 1.81$, comme déterminé par Marchi et al. [2005] (d’après Ivanov et Hartmann, W. K. [2007]). On calcule $R = 1.73$ pour Venus, ce qui correspond à un bombardement relatif à la Terre de 1.09, qui diffère de la valeur de 0.95 estimée par Shoemaker et al. [1991] à partir d’observations limitées de croiseurs terrestres et vénusiens. Mars présente le plus fort bombardement par unité de surface, puisque $R = 3.13$. A

partir du flux terrestre estimé au chapitre 3, le bombardement lunaire absolu est $\Phi(d > 1\text{km}) = 2.1 \times 10^{-15} \text{ km}^{-2} \text{ an}^{-1}$. Il correspond à environ 950 NEO tels que $d > 1\text{km}$.

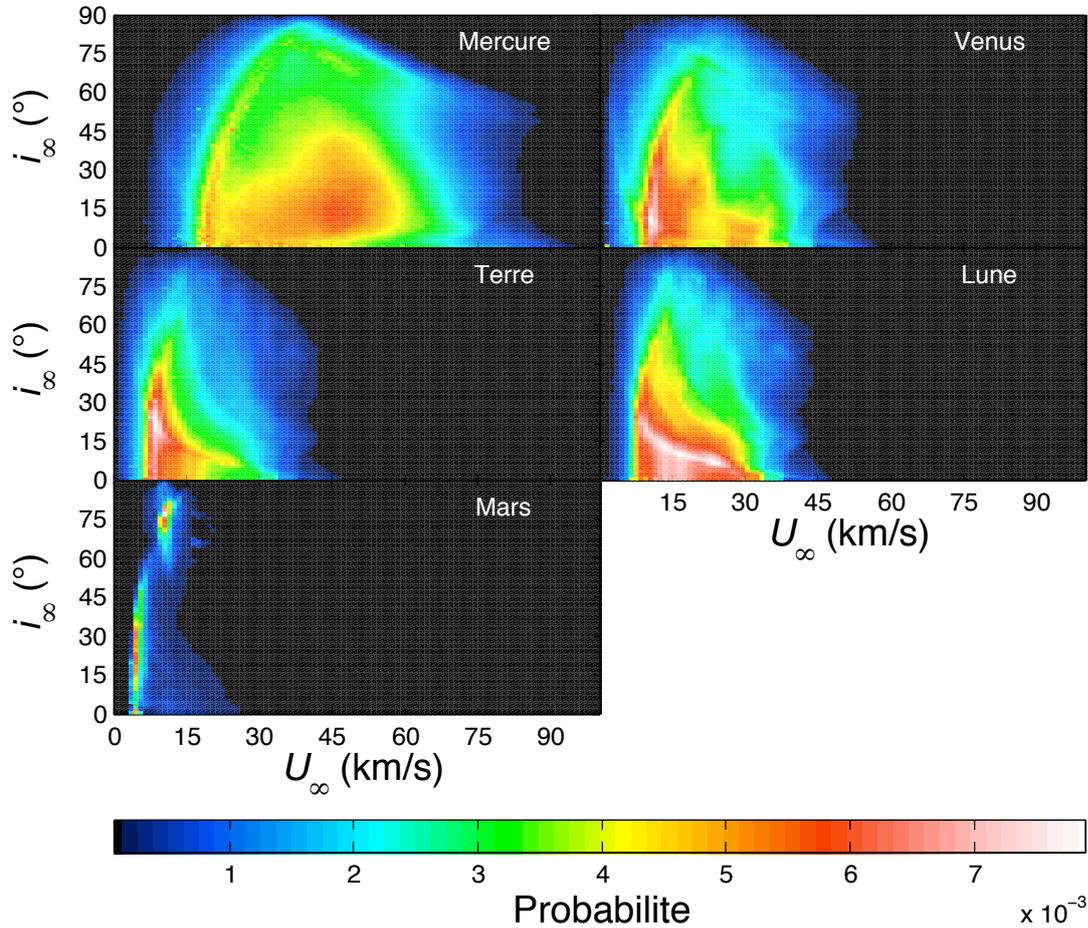


FIG. 5.11 – Distribution de probabilité des conditions d'approche U_∞ et i_∞ pour les planètes telluriques et la Lune. Eléments orbitaux actuels. Valeurs normalisées par la probabilité maximale pour chaque planète.

La figure 5.11 compare les distributions de probabilité en fonction de U_∞ et i_∞ pour les planètes telluriques et la Lune. En général, la rotation des planètes autour de leur axe rend la détermination de la distribution des j_∞ inutile pour le calcul du bombardement en fonction des coordonnées « géographiques », puisque celui-ci ne dépendra pas de la longitude. Deux exceptions cependant : la Lune, en rotation synchrone autour de la Terre, et la Terre, pour laquelle nous souhaitons déterminer l'intensité du bombardement en fonction de l'heure locale.

La figure 5.12 donne l'ensemble des distributions d'approche qui caractérisent le bombardement terrestre. On constate notamment que la distribution des j_∞ dépend fortement de la vitesse d'approche considérée. La distribution des coordon-

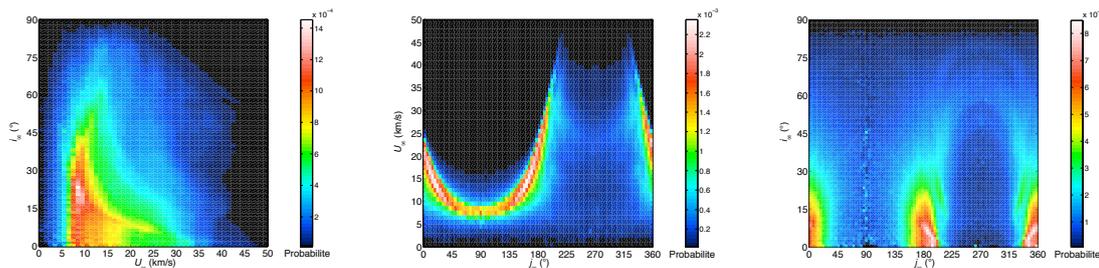


FIG. 5.12 – Distribution de probabilité des conditions d’approche terrestres. *A gauche.* Probabilité de chaque couple (U_∞, i_∞) . *Au milieu.* Probabilité de chaque couple (U_∞, j_∞) . *A droite.* Probabilité de chaque couple (i_∞, j_∞) .

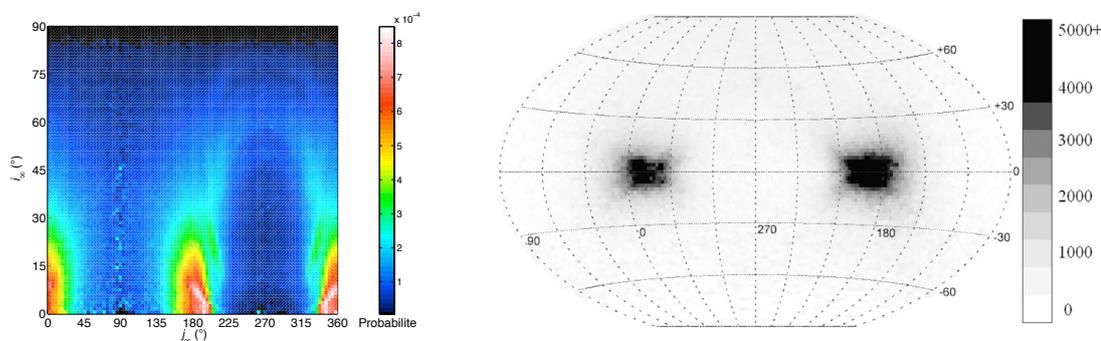


FIG. 5.13 – Comparaison de la distribution terrestre des coordonnées du radiant (i_∞, j_∞) avec les données radar de Campbell-Brown [2008]. La figure de droite est directement extraite de Campbell-Brown [2008].

nées du radiant, i_∞ et j_∞ , est comparée aux données radar de Campbell-Brown [2008] en figure 5.13. Celles-ci ont été obtenues à partir des observations effectuées par CMOR (*Canadian Meteor Orbit Radar*) sur une durée de 5 ans. Les observations concernent des projectiles se situant dans une gamme de taille millimétrique. L’excellent accord entre notre simulation et les résultats de Campbell-Brown [2008] suggèrent fortement que les météoroïdes reproduisent le comportement orbital de leurs astéroïdes parents, plus gros.

La figure 5.14 donne l’ensemble des distributions d’approche qui caractérisent le bombardement lunaire, et l’on constate d’ores et déjà que le flux de projectiles est concentré à l’apex.

Les valeurs moyennes des grandeurs qui caractérisent le bombardement sont listées en table 5.1.

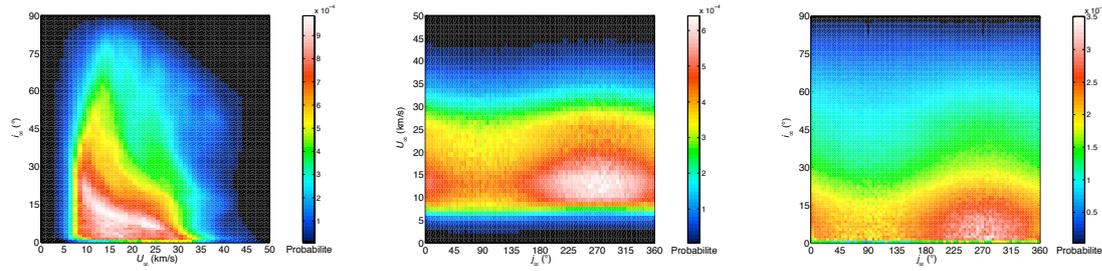


FIG. 5.14 – Distribution de probabilité des conditions d'approche lunaires. Distance Terre-Lune actuelle. *A gauche.* Probabilité de chaque couple (U_∞, i_∞) . *Au milieu.* Probabilité de chaque couple (U_∞, j_∞) . *A droite.* Probabilité de chaque couple (i_∞, j_∞) .

TAB. 5.1 – Conditions moyennes du bombardement des planètes telluriques.

Planète	Mercure	Venus	Terre	Lune	Mars	Mars (moyenne séculaire)
Vitesse d'approche \bar{U}_∞ (km.s^{-1})	42.2	22.4	16.4	19.2	9.1	9.3
Déflexion gravitationnelle $\bar{\Delta}$	0.02	0.96	1.88	0.04	0.58	0.58
Vitesse d'impact \bar{u} (km.s^{-1})	42.5	25.2	20.4	19.4	10.6	10.8
Inclinaison d'approche \bar{i}_∞ ($^\circ$)	34.1	32.7	30.2	30.0	41.5	41.0
Bombardement relatif à la Lune R	1.81	1.73	1.58	1.00	3.13	2.75

5.5.2 Influence des variations séculaires

Comme on a pu le voir au chapitre 4, les éléments orbitaux des planètes sont soumis à des variations séculaires. En incluant ces variations dans le calcul des probabilités de collision détaillées tout au long de ce chapitre, et en supposant que la distribution orbitale des projectiles est restée inchangée, on quantifie dans quelle mesure la distribution des conditions d'approche et le bombardement relatif entre les planètes sont affectés.

Nous constatons que le flux d'impacts absolu pour le système Terre-Lune, Venus et Mercure ne diffère jamais de plus de 2%, et ce, même si les variations orbitales de Mercure, en particulier, sont grandes. La distribution des conditions d'approche sur le long terme est quand à elle difficilement distinguable de son homologue actuel. Ce dernier point est aussi vérifié pour Mars, comme le montre la figure 5.15. Par contre, dans la mesure où Mars se trouve à un moment de son

cycle séculaire où elle possède une forte excentricité, elle s'aventure actuellement dans des zones particulièrement proches de la ceinture d'astéroïdes, et donc très peuplées. Sur le long terme (3 milliards d'années), le bombardement absolu est réduit et l'on trouve $R = 2.75$. Cette valeur est équivalente à celle déterminée par Ivanov et al. [2002].

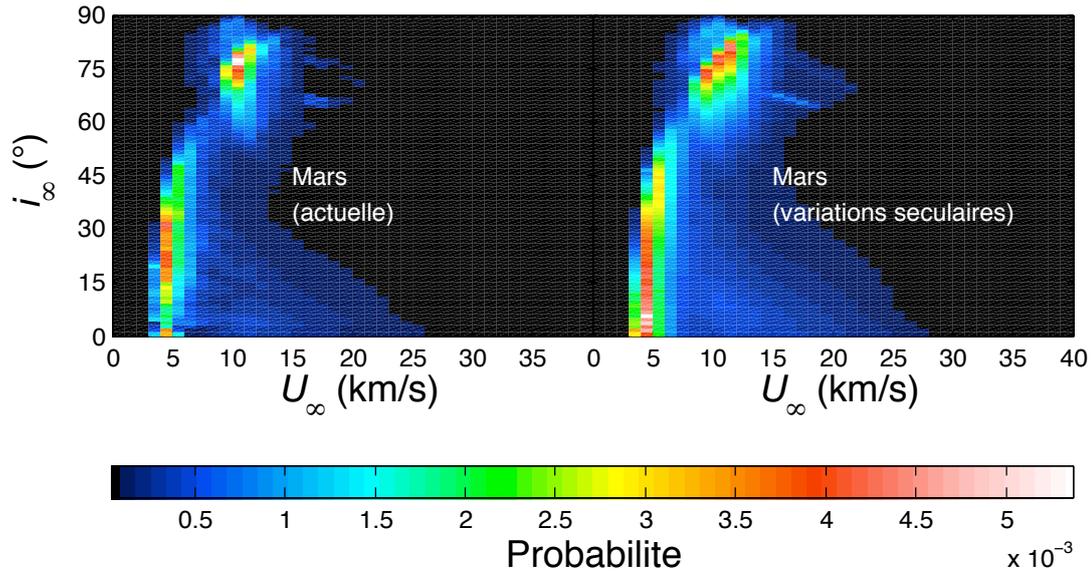


FIG. 5.15 – Comparaison des distributions de probabilité (U_∞, j_∞) entre l'actuelle Mars et Mars sur l'ensemble de son histoire orbitale.

On l'a vu, la distance Terre-Lune est fonction du temps, même si la relation qui lie l'un à l'autre est encore mal contrainte. Si la distribution des U_∞ et i_∞ ne semble pas varier pour une distance Terre-Lune comprise entre 20 et 60 rayons terrestres, ce n'est pas le cas pour j_∞ : la vitesse croissante du satellite, à mesure qu'il s'approche de la planète, concentre d'autant plus le flux d'impact à l'apex (voir le chapitre suivant). On le vérifie sur la figure 5.16. Le bombardement relatif entre la Terre et la Lune change quand à lui tellement modérément (pour la Terre, R est réduit d'environ 1 % entre 60 et 20 rayons terrestres) que nous considérons qu'il peut être tenu pour constant dans cette gamme de distances Terre-Lune.

Sous l'hypothèse que la distribution orbitale des astéroïdes et comètes est restée inchangée dans les derniers milliards d'années, on peut donc considérer que le bombardement des planètes, à l'exception de Mars, n'est pas sensible (en moyenne) aux variations séculaires, et que le bombardement actuel peut être pris pour représentatif du bombardement moyen sur le long-terme. Pour Mars,

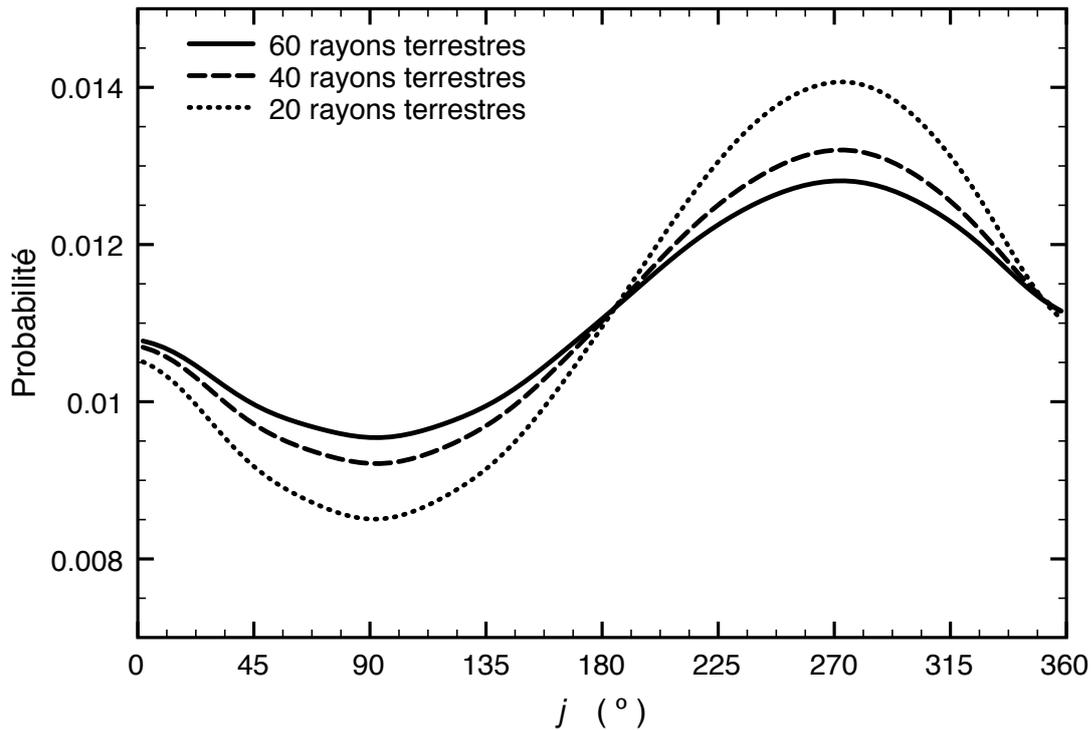


FIG. 5.16 – Distribution de probabilité de l'angle j_∞ pour la Lune, pour différentes distances Terre-Lune.

en revanche, si la distribution des conditions d'approche n'est pas perturbée, le flux absolu est réduit par les variations d'excentricité. Enfin, il faudra considérer les variations d'obliquité dans la détermination des variations géographiques du flux d'impacts (chapitre suivant). Nous verrons encore une fois que seule Mars verra les variations spatiales du flux d'impact grandement réduites par de forts changements d'obliquité. Les variations d'obliquité très modérées de l'ensemble des autres planètes n'auront pas d'incidence. Pour cette raison, nous distinguerons la Mars actuelle et la Mars sur le long terme, alors que nous ne ferons pas cette distinction pour les autres planètes. Pour la Lune, il sera toujours précisé quelle distance Terre-Lune est considérée.

Chapitre 6

Simuler le bombardement

Dans ce chapitre, nous nous attachons à décrire les variations du flux d'impacts à la surface des planètes et des lunes, en fonction de la latitude et de la longitude géographiques. La plupart des travaux qui traitent du bombardement des planètes considèrent que celui-ci est isotrope. Nous verrons dans une première partie ce que cela implique comme approximations, et comment simuler un tel bombardement. En réalité, si la source de projectiles n'est pas elle-même isotrope, ou si l'on traite du cas d'un satellite en rotation synchrone, des effets de latitude et de longitude sont à attendre. La deuxième partie les détaille de manière schématique. Connaissant les conditions d'approche avec la cible, nous développons dans la troisième partie une expression analytique du flux d'impacts en fonction de la position à la surface. Nous discutons dans une quatrième partie des paramètres qui influent sur l'amplitude des variations spatiales, avant de présenter les résultats obtenus pour les planètes telluriques et la Lune. Dans une sixième et dernière partie, nous comparons les résultats obtenus pour la Lune avec les données sismiques des stations Apollo.

6.1 Hypothèse d'isotropie

Considérer que le bombardement est isotrope revient à dire que le flux d'impacts (nombre de projectiles qui heurtent la planète par unité de temps et de surface) est constant quelle que soit la valeur du couple (λ, φ) , la latitude et la longitude géographiques.

En un point donné, l'élément surfacique s'exprime $dS = R_0^2 \cos \lambda d\lambda d\varphi$. Une densité d'impacts constante est donc vérifiée si la probabilité d'impact à une latitude donnée est proportionnelle à $\cos \lambda$, et si la longitude du site d'impact est uniformément distribuée entre 0 et 2π . Outre la position de l'impact, il est important de connaître la valeur de l'angle d'incidence θ (que l'on choisit ici de mesurer par rapport à l'horizontale). En effet, cet angle joue un rôle important

dans la détermination de la taille du cratère d'impact (chapitre suivant). Il peut aisément être montré [Pierazzo et Melosh, 2000] que cette probabilité est $\sin 2\theta$. Notons que cela implique que l'angle d'incidence moyen à la surface de la planète est $\pi/4$.

Echantillonner une variable revient à identifier sa probabilité cumulée (et normalisée) avec un nombre aléatoire compris entre 0 et 1. Pour une variable donnée v , on appelle « probabilité cumulée et normalisée » la probabilité d'avoir une valeur de v' supérieure (ou inférieure) à v , donnée par $P(> v) = \text{Const.} \times \int_v^{v_{max}} P(v') dv'$, et normalisée telle que $\int_v P(> v) dv = 1$.

On peut ainsi simuler un bombardement isotrope en tirant pour N impacts la position et l'angle d'incidence tels que

$$\begin{cases} \lambda &= \sin^{-1}(2x_1 - 1) \\ \varphi &= 2\pi x_2 \\ \theta &= \frac{1}{2} \cos^{-1}(2x_3 - 1), \end{cases} \quad (6.1)$$

où les $x_i \in]0, 1[$ sont des nombres aléatoires uniformément distribués.

Considérer que le bombardement est isotrope revient à dire que les distributions des angles d'approche i_∞ et j_∞ sont indépendantes, et que la probabilité du premier est proportionnelle à $\cos i_\infty$, tandis que j_∞ est uniformément distribué entre 0 et 2π . Nous avons vu au chapitre précédent qu'il n'en est rien. Une autre possibilité pour justifier un bombardement isotrope est que la masse de la planète est suffisamment grande pour homogénéiser par gravité les conditions d'impact à sa surface, quelle que soit la distribution des conditions d'approche. Cela sera discuté dans les sections suivantes.

6.2 Cas réel : asymétries

6.2.1 Planètes et lunes : effet de latitude

On illustre schématiquement l'effet de latitude provoqué par une source anisotrope à l'aide de la figure 6.1. Sur ce schéma, l'inclinaison d'approche i_∞ est nulle, et les projectiles possèdent une vitesse infinie. Ils ne sont par conséquent pas perturbés par la masse de la planète et parcourent un trajet rectiligne (un cas équivalent reviendrait à poser une vitesse d'approche finie et une masse planétaire nulle). Par simple projection géométrique sur la sphère planétaire, on déduit directement que le flux relatif d'impacts sera distribué selon le cosinus de la latitude, c'est-à-dire maximal à l'équateur et nul au pôle.

Bien sûr, les conditions réelles sont autrement plus complexes : la source n'est jamais aussi anisotrope, et la masse de la planète, en courbant la trajectoire des projectiles par gravité, réduit l'amplitude des variations. Néanmoins, on doit par principe s'attendre à ce que le flux présente une dépendance en latitude sur l'ensemble des planètes et des lunes. Dans le cas des planètes, ce sera d'ailleurs le seul effet observé, étant donné que leur rotation propre annule toute dépendance longitudinale. On ne peut pas en dire autant des lunes en rotation synchrone, comme il est détaillé par la suite.

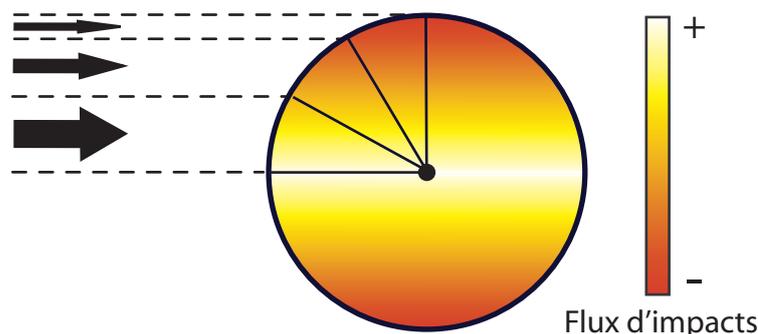


FIG. 6.1 – Illustration schématique de l'effet en latitude.

6.2.2 Satellites en rotation synchrone : effet de longitude

6.2.2.1 Effet apex / antapex

La géométrie du problème est schématisée en figure 6.2. On observe que, quelle que soit la direction d'où proviennent les projectiles, le flux d'impacts sera plus grand à l'apex (le centre de l'hémisphère qui est en tête du mouvement) qu'à l'antapex (le centre de l'hémisphère opposé). L'apex et l'antapex jouent respectivement le rôle de proue et de poupe. Autour de l'apex, la vitesse lunaire s'additionne à la vitesse des projectiles, alors qu'elle se soustrait autour de l'antapex. Le nombre d'impacts par unité de temps est donc nécessairement plus élevé autour du premier que du second. L'amplitude de cet effet dépend bien sûr de la différence de vitesse qui existe entre la lune et les projectiles, entre autres choses.

6.2.2.2 Effet face visible / face cachée

Considérons un flux de projectiles parallèle au plan orbital lunaire ($i_\infty = 0$). La planète centrale, si sa masse est suffisante, concentre les projectiles (comme

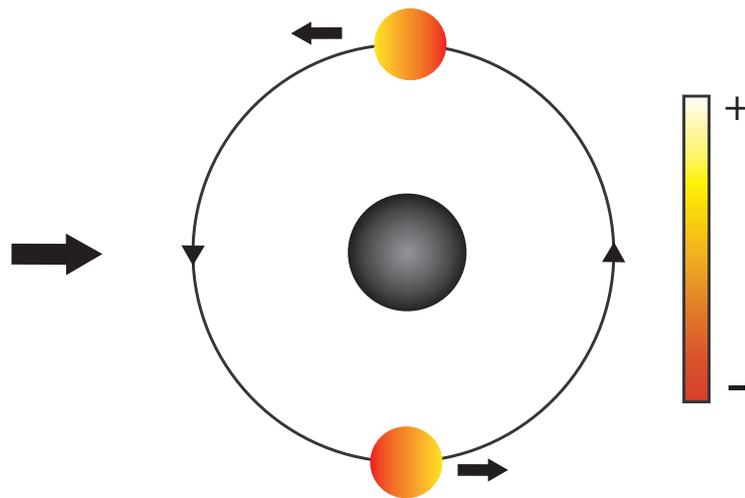


FIG. 6.2 – Illustration schématique de l'effet apex / antapex.

le ferait une lentille avec la lumière) le long d'une ligne « focale ». Lorsque la lune croise cette ligne, le bombardement s'intensifie. Ce phénomène est illustré en figure 6.3. On s'attend donc à observer une asymétrie face visible / face cachée. Pour cela, il faut cependant (entre autres) que le vecteur vitesse d'approche ne soit pas trop éloigné de la colinéarité avec le vecteur planète-lune.

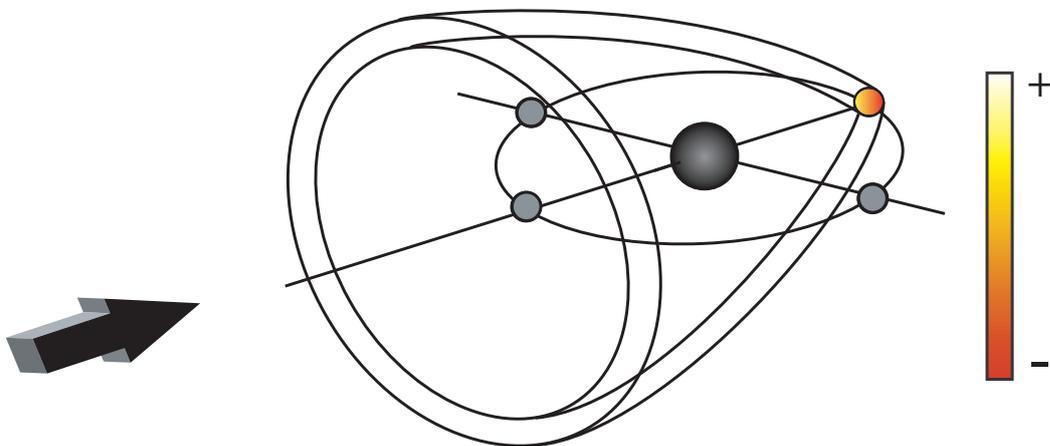


FIG. 6.3 – Illustration schématique de l'effet face visible / face cachée.

6.3 Expression analytique

La probabilité d'impact pour un type d'approche particulier peut s'écrire

$$p(\mathbf{U}_\infty) = \int_{b=0}^{\tau} \int_{\delta=0}^{2\pi} f(\mathbf{U}_\infty) db d\delta = f(\mathbf{U}_\infty)\sigma, \quad (6.2)$$

où f , constant sur (σ) , est le flux surfacique de projectiles qui traversent (σ) , c'est-à-dire leur nombre par unité de temps et de surface.

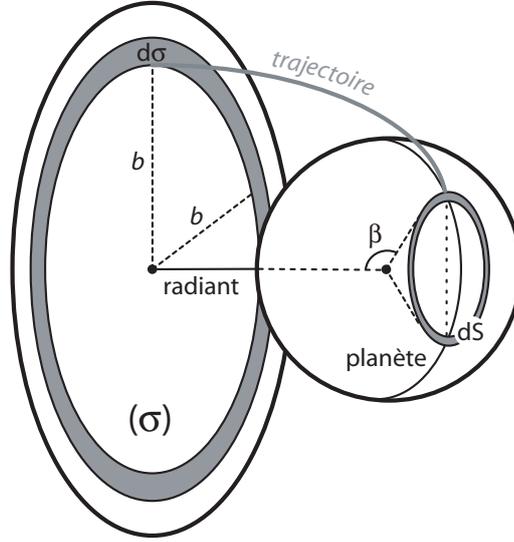


FIG. 6.4 – Relation entre le paramètre d'impact, b , et la distance angulaire au radiant, β .

Sur la planète, le flux d'impacts global par unité de surface, généré par une certaine triade $(U_\infty, i_\infty, j_\infty)$, est donné par

$$\Phi(\mathbf{U}_\infty) = \frac{p(\mathbf{U}_\infty)}{S_0} = f \frac{\sigma}{S_0}, \quad (6.3)$$

où l'indice 0 indique que le flux est moyenné sur toute la surface S_0 de la planète, telle que $S_0 = 4\pi R_0^2$. Comme indiqué sur la figure 6.4, une certaine valeur de b implique une certaine valeur de β , où β est l'angle que fait le vecteur position du site d'impact avec le radiant, dans un repère centré sur la planète. On voit sur la figure que le problème est symétrique autour du radiant. Si l'on note $d\sigma$ l'aire du l'anneau d'épaisseur db sur (σ) , telle que $d\sigma = 2\pi b db$, alors l'aire de l'anneau correspondant sur la planète s'exprime $dS = 2\pi R_0^2 \sin \beta d\beta$. Le flux surfacique sur la planète à une certaine distance angulaire β s'exprime alors

$$\Phi(\beta, \mathbf{U}_\infty) = f \frac{d\sigma}{dS}, \quad (6.4)$$

et le flux relatif, normalisé par le flux global, est

$$\phi(\beta, U_\infty) = \frac{\Phi(\beta, \mathbf{U}_\infty)}{\Phi(\mathbf{U}_\infty)} = \frac{S_0 d\sigma}{\sigma dS} = \frac{4}{\tau^2} \frac{b db}{\sin \beta d\beta}. \quad (6.5)$$

Il nous faut à présent exprimer $b db$ en fonction de β si l'on veut définir le flux d'impact comme une fonction de la seule position sur la planète. La distance

angulaire β est donnée par $\beta = f_i - f_\infty$, où f_i est l'anomalie vraie à l'impact, et f_∞ est l'anomalie vraie à l'infini (annexe A). On a donc

$$\begin{cases} \cos \beta &= C_i C_\infty + S_i S_\infty , \\ \sin \beta &= S_i C_\infty - C_i S_\infty . \end{cases} \quad (6.6)$$

En faisant usage des équations (A.7)–(A.10), (A.11) et (6.6), on vérifiera que le paramètre d'impact b s'exprime en fonction de la distance angulaire d'impact au radiant β comme

$$b = R_0 \frac{\tan \beta/2}{1 + \tan^2 \beta/2} \left(1 + \sqrt{1 + \Delta(1 + \tan^2 \beta/2)} \right) , \quad (6.7)$$

et que la valeur maximale de β , qui correspond à $b = \tau$ est donnée par

$$\cos \beta_{max} = -\frac{\Delta}{2 + \Delta} . \quad (6.8)$$

On constate que $\lim_{\Delta \rightarrow 0} \beta_{max} = \pi/2$ et $\lim_{\Delta \rightarrow \infty} \beta_{max} = \pi$; quand l'attraction gravitationnelle est infinie au regard de l'énergie cinétique des projectiles, le flux d'impacts englobe la totalité de la sphère, tandis que dans le cas opposé, où la vitesse des projectiles est très grande, seul l'hémisphère apparent dans la direction du radiant est soumis au bombardement.

Le flux relatif en β , par unité de surface, une fois $b db$ exprimé et inséré dans l'équation (6.5), est

$$\phi(\beta, U_\infty) = \frac{1 + \cos \beta}{2(1 + \Delta)} \frac{1 + \Xi}{\Xi} \left[\Xi^2 + \Xi - (1 + \Xi) \frac{1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta} \right] , \quad (6.9)$$

avec

$$\Xi = \sqrt{1 + \Delta + \Delta \frac{1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}} . \quad (6.10)$$

En l'absence de force gravitationnelle (planète « non-massique »), $\Delta = 0$ et le flux est simplement $\phi(\beta) = 4 \cos \beta$. À l'inverse, $\lim_{\Delta \rightarrow \infty} \phi(\beta, U_\infty) \sim \frac{1 + \cos \beta}{2\Delta} \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{\Delta}} \left[\Delta \left(1 + \frac{1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta} \right) \right] = 1$; le flux relatif d'impact est dans ce cas le même sur toute la surface de la planète.

Il nous faut maintenant relier β à la position absolue sur la planète. Dans un premier temps, nous faisons intervenir la latitude et la longitude orbitales, λ_0 et φ_0 . Dans le repère orbital ($OXYZ$), λ_0 est l'angle qui sépare le vecteur position du site d'impact et le plan orbital, et φ_0 est l'angle entre la projection de ce vecteur sur (OXY) et l'axe (OX). La différence avec i_∞ et j_∞ est qu'il s'agit des réelles coordonnées de l'impact, et non des coordonnées du radiant.

Dans $(OXYZ)$, le vecteur unitaire dans la direction du radiant, \mathbf{rad} , s'écrit

$$\mathbf{rad} = \begin{pmatrix} C_{i_\infty} C_{j_\infty} \\ C_{i_\infty} S_{j_\infty} \\ S_{i_\infty} \end{pmatrix}, \quad (6.11)$$

où C_{i_∞} et S_{i_∞} sont le cosinus et le sinus de i_∞ ; C_{j_∞} et S_{j_∞} le cosinus et le sinus de j_∞ . En calculant le produit scalaire du vecteur unitaire correspondant à la position d'un impact quelconque avec \mathbf{rad} , on en déduit

$$\cos \beta = (\cos \lambda_0 \cos \varphi_0, \cos \lambda_0 \sin \varphi_0, \sin \lambda_0) \times \begin{pmatrix} C_{i_\infty} C_{j_\infty} \\ C_{i_\infty} S_{j_\infty} \\ S_{i_\infty} \end{pmatrix}, \quad (6.12)$$

et il suffit de choisir la latitude et la longitude orbitales pour en déduire $\cos \beta$. Si $\beta > \beta_{max}$ (Éq. (6.8)), ϕ est nul, sinon, il est donné par l'équation (6.9). On écrit

$$\begin{aligned} \phi(\lambda_0, \varphi_0, \mathbf{U}_\infty) &= \phi(\beta(\lambda_0, \varphi_0, i_\infty, j_\infty), U_\infty) \quad \text{si } \beta(\lambda_0, \varphi_0, i_\infty, j_\infty) \leq \beta_{max}, \\ \phi(\lambda_0, \varphi_0, \mathbf{U}_\infty) &= 0 \quad \text{si } \beta(\lambda_0, \varphi_0, i_\infty, j_\infty) > \beta_{max} \end{aligned} \quad (6.13)$$

L'angle d'incidence mesuré à partir de l'horizontale, θ , est donné par (cf. équation (A.18)),

$$\theta(\lambda_0, \varphi_0, \mathbf{U}_\infty) = \cos^{-1} \left(\frac{1 + \Xi}{2\sqrt{1 + \Delta}} \sqrt{1 - \cos^2 \beta} \right). \quad (6.14)$$

tandis que la vitesse d'impact est (cf. équation (A.16))

$$u(\lambda_0, \varphi_0, \mathbf{U}_\infty) = u(U_\infty) = U_\infty \sqrt{1 + \Delta}. \quad (6.15)$$

On pourra vérifier en intégrant l'équation (6.14) entre $\beta = 0$ et $\beta = \beta_{max}$ que l'angle d'impact moyen sur l'ensemble de la surface bombardée est toujours égal à $\pi/4$, indépendamment des conditions d'approche et de la masse de la planète.

En intégrant sur l'ensemble des conditions d'approche, on obtient

$$\phi(\lambda_0, \varphi_0) = \int \int \int \phi(\lambda_0, \varphi_0, \mathbf{U}_\infty) p(\mathbf{U}_\infty) dU_\infty di_\infty dj_\infty. \quad (6.16)$$

Afin d'exprimer le flux dans un repère géographique et non plus orbital, il est nécessaire de prendre en compte une éventuelle obliquité ϵ . On appelle $(Oxyz)$ le repère géographique, λ et φ la latitude et la longitude associées. L'axe de spin précesse, et nous souhaitons obtenir le flux sur la moyenne de cette précession. La position de cet axe dans $(OXYZ)$ est donnée par $\lambda_\epsilon = \pi/2 - \epsilon$ et la longitude φ_ϵ varie uniformément entre 0 et 2π . La géométrie du problème est représentée

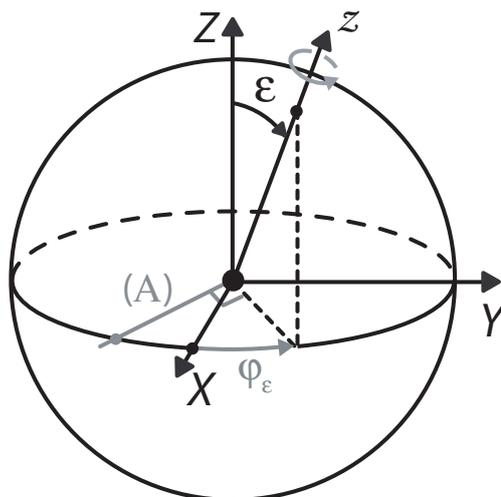


FIG. 6.5 – Passage du repère orbital au repère géographique par rotation d'un angle ϵ autour de l'axe (A).

en figure 6.5. Si $\epsilon = 0$, $(Oxyz)$ est confondu avec $(OXYZ)$, et $(\lambda, \varphi) = (\lambda_0, \varphi_0)$. Le passage de $(OXYZ)$ à $(Oxyz)$ se fait par rotation d'un angle ϵ autour de l'axe (A) définie par φ_ϵ comme indiqué sur la figure. La longitude φ ainsi obtenue correspond au cas d'une rotation synchrone, par exemple celui de la Lune. L'asynchronicité de la rotation et de la révolution des planètes rend le flux indépendant de φ , et sa définition triviale.

La matrice de passage de $(OXYZ)$ à $(Oxyz)$ s'écrit

$$M = \begin{bmatrix} C_{\varphi_\epsilon}^2 + S_{\varphi_\epsilon}^2 C_\epsilon & C_{\varphi_\epsilon} S_{\varphi_\epsilon} (1 - C_\epsilon) & -S_{\varphi_\epsilon} S_\epsilon \\ C_{\varphi_\epsilon} S_{\varphi_\epsilon} (1 - C_\epsilon) & S_{\varphi_\epsilon}^2 + C_{\varphi_\epsilon}^2 C_\epsilon & C_{\varphi_\epsilon} S_\epsilon \\ S_{\varphi_\epsilon} S_\epsilon & -C_{\varphi_\epsilon} S_\epsilon & C_\epsilon \end{bmatrix}, \quad (6.17)$$

où C et S désignent le cosinus et le sinus de la variable indiquée en indice. Dans ces conditions, en notant $W = M^{-1}$ la matrice inverse, $\lambda_0(\lambda, \varphi, \epsilon, \varphi_\epsilon)$ et $\varphi_0(\lambda, \varphi, \epsilon, \varphi_\epsilon)$ sont données comme

$$\sin \lambda_0 = W_{31} \cos \lambda \cos \varphi + W_{32} \cos \lambda \sin \varphi + W_{33} \sin \lambda, \quad (6.18)$$

et

$$\begin{aligned} \cos \varphi_0 &= \frac{W_{11} \cos \lambda \cos \varphi + W_{12} \cos \lambda \sin \varphi + W_{13} \sin \lambda}{\sqrt{1 - \sin^2 \lambda_0}}, \\ \sin \varphi_0 &= \frac{W_{21} \cos \lambda \cos \varphi + W_{22} \cos \lambda \sin \varphi + W_{23} \sin \lambda}{\sqrt{1 - \sin^2 \lambda_0}}. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Le flux est finalement donné en fonction de la position géographique comme

$$\phi(\lambda, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \phi(\lambda_0(\lambda, \varphi, \epsilon, \varphi_\epsilon), \varphi_0(\lambda, \varphi, \epsilon, \varphi_\epsilon)) d\varphi_\epsilon. \quad (6.20)$$

Dans le cas des planètes, où la définition de φ est artificielle, le flux, uniquement fonction de la latitude, est

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \phi(\lambda_0(\lambda, \varphi = 0, \epsilon, \varphi_\epsilon), \varphi_0) d\varphi_0 d\varphi_\epsilon . \quad (6.21)$$

Le flux absolu à une position donnée s'exprime à partir du flux total (donné au chapitre 6 par l'équation (5.1)) comme

$$\Phi(> d, \lambda, \varphi) = \phi(\lambda, \varphi) \Phi(> d) . \quad (6.22)$$

Puisque ϕ est le flux d'impacts relatif, on rappelle que $\frac{1}{2\pi^2} \int_\lambda \int_\varphi \phi(\lambda, \varphi) = 1$.

Notons enfin que, sur une planète, le flux est homogène quand la distribution des inclinaisons par rapport au plan orbital vérifie l'isotropie, indépendamment de la vitesse d'approche. En d'autres termes, $\phi(\lambda) = 1 \forall \lambda$, quand $p(U_\infty, i_\infty) = p(U_\infty) p(i_\infty) = p(U_\infty) \frac{1}{2} \cos i_\infty$. C'est, avec le cas $\Delta = 0$, la deuxième cause possible à l'absence de variations latitudinales du flux d'impacts à la surface d'une planète. Nous verrons dans quelle mesure le fait que ces conditions ne sont pas respectées produit une dépendance spatiale.

6.4 Discussion

Dans cette section, nous explorons l'influence des paramètres qui gouvernent le bombardement, en particulier la variable $\Delta = \frac{GM_0}{R_0 U_\infty^2}$. Nous avons pu observer précédemment que cette grandeur est un outil clef dans la prédiction de possibles variations spatiales du flux d'impacts. Lorsque Δ est grand, le flux est rendu homogène par la gravité de la planète. Au contraire, lorsque Δ est petit, les variations spatiales du flux sont gouvernées par les conditions d'approche.

La figure 6.6 présente quelques exemples de variations en latitude induites par différentes valeurs de Δ . Nous considérons deux géométries opposées : (1) la planète est soumise à un bombardement d'objets qui s'approchent parallèlement à son plan équatorial ($i_\infty = 0$) (2) le bombardement est perpendiculaire au plan équatorial ($i_\infty = \pm\pi/2$). L'obliquité de la cible est nulle. Quand la vitesse d'approche est grande par rapport à la masse de la planète, Δ est proche de zéro, et la trajectoire des projectiles n'est quasiment pas influencée par la gravité de la planète. Dans ce cas, le flux d'impacts présente ses plus fortes variations : on a vu que dans le cas limite où $\Delta = 0$, $\phi = 4 \cos \beta$. Cela correspond à $\phi = \frac{4}{\pi} \cos \lambda$ dans le cas (1), et $\phi = 2 \sin \lambda$ dans le cas (2). On note que les variations spatiales provoquées par des projectiles fortement inclinés sont les plus importantes. A

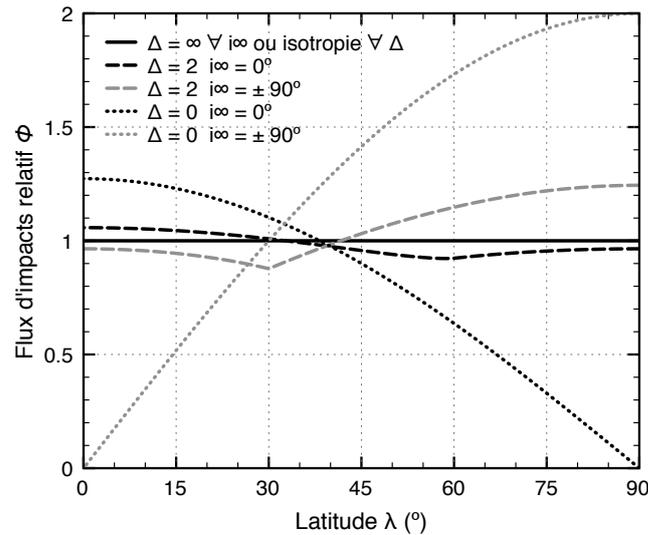


FIG. 6.6 – Variations latitudinales du flux d’impacts pour différentes valeurs de Δ et i_∞ .

mesure que la masse de la planète croît (ou que la vitesse des projectiles décroît), Δ augmente, et les trajectoires sont de plus en plus déviées par la planète. En conséquence, le flux d’impacts devient de plus en plus homogène. Dans le cas limite où $\Delta = \infty$, le flux sera identique en tout point de la planète, quelle que soit la valeur de i_∞ . Notons qu’en pratique, il suffit que Δ vaille environ 5 pour que les variations soient très faibles (inférieures au % sur l’ensemble de la surface.)

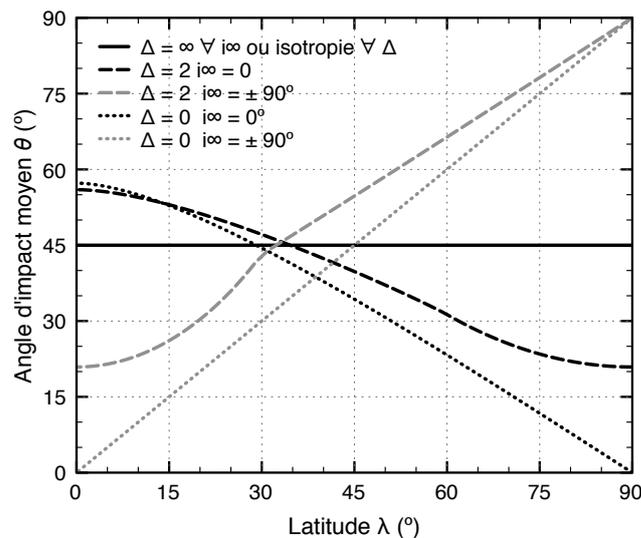


FIG. 6.7 – Variations latitudinales de l’angle moyen d’impact pour différentes valeurs de Δ et i_∞ .

Pour les mêmes raisons, l'angle d'impact moyen présente les plus fortes variations latitudinales quand Δ est faible, comme le montre la figure 6.7. Il sera plus élevé à l'équateur dans le cas (1), et plus élevé aux pôles dans le cas (2). L'amplitude des variations se réduit à mesure que Δ augmente, jusqu'à ce que l'angle d'impact soit égal à 45° en tout point. On note qu'on retrouve ce dernier résultat lorsque la distribution de projectiles est isotrope.

L'hypothèse répandue selon laquelle le bombardement est isotrope est correcte, on l'a vu, si la source de projectile est elle-même isotrope, ou si $\Delta = \infty$. Pourtant, la première condition n'est en général pas respectée pour les planètes telluriques (voir les résultats du chapitre précédent). La deuxième condition non plus, comme le montrent les valeurs moyennes de Δ listées en table 5.1.

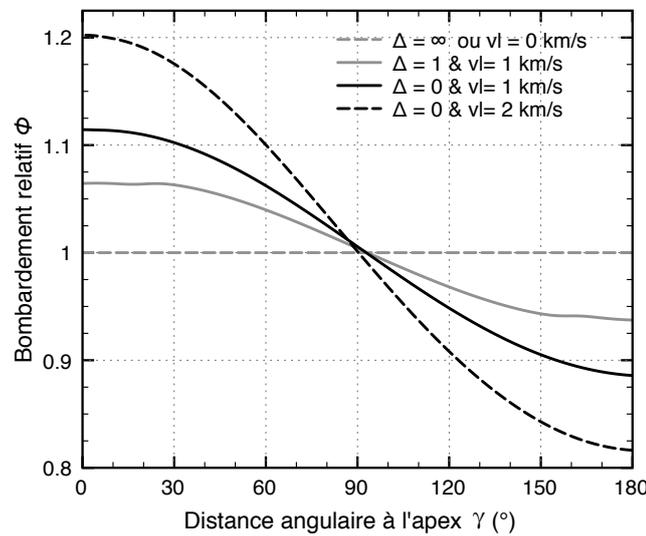


FIG. 6.8 – Variations du flux d'impacts en fonction de la distance angulaire à l'apex, pour différentes valeurs de Δ et v_l . La source de projectiles qui bombarde le système planète-lune est isotrope, et la vitesse d'approche est de 15 km/s.

Pour finir, la figure 6.8 représente les variations du flux d'impacts en fonction de la distance angulaire à l'apex, γ , dans le cas d'un satellite en rotation synchrone, pour différentes valeurs de Δ et différentes vitesses orbitales v_l . Toutes les courbes ont été calculées pour une source isotrope et une vitesse d'approche de 15 km/s. On constate bien sûr que, plus la vitesse du satellite est grande, plus l'effet est important. D'autre part, une valeur croissante de Δ (donc de la masse du satellite ici) réduit l'amplitude des variations. La figure 6.9 poursuit la comparaison en montrant les résultats qui correspondent aux conditions d'approche lunaires, avec certaines approximations – ou non – et anticipe les résultats de la section

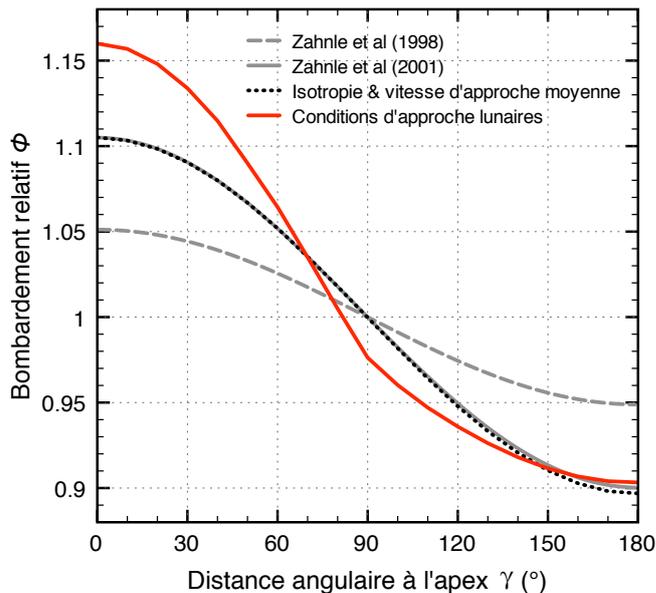


FIG. 6.9 – Variations du flux d’impacts en fonction de la distance angulaire à l’apex. Vitesse d’approche moyenne de 19 km/s et vitesse orbitale lunaire de 1 km/s.

suivante. Le bombardement du système Terre-Lune est caractérisé par une distribution de probabilité des conditions d’approche complexes. Les résultats que nous obtenons sont représentés par la courbe rouge. La courbe noire correspond à une simulation qui considère que la distribution de projectiles vérifie l’isotropie, et que chaque projectile possède une vitesse d’approche avec le système qui correspond à la vitesse moyenne du premier cas (soit $U' \simeq 19$ km/s). On constate que ces approximations mènent à un comportement différent du flux d’impacts, en particulier, la courbe est plus symétrique, et sous-estime le bombardement autour de l’apex. Nous comparons cette dernière aux expressions proposées par Zahnle et al. [1998] et Zahnle et al. [2001]. De manière analytique, Zahnle et al. [1998] proposent que le flux d’impacts s’écrive :

$$\phi(\gamma) = \left(1 + \frac{v_l}{\sqrt{2v_l^2 + U'^2}} \cos \gamma \right) . \quad (6.23)$$

Dans un deuxième temps, en déterminant empiriquement une solution analytique que reproduit au mieux les résultats de leurs simulations, Zahnle et al. [2001] donnent

$$\phi(\gamma) = \left(1 + \frac{v_l}{\sqrt{2v_l^2 + U'^2}} \cos \gamma \right)^2 . \quad (6.24)$$

Ces deux relations sont basées sur l'hypothèse que la masse du satellite est nulle, et que le bombardement du système Terre-Lune est isotrope. On constate que la deuxième expression reproduit de manière très satisfaisante notre simulation qui fait l'hypothèse de l'isotropie (courbe noire), mais pas notre simulation plus rigoureuse (courbe rouge). Notons enfin que la masse de la Lune ne joue pas un rôle significatif à ces vitesses (la courbe rouge, recalculée pour une masse lunaire nulle, est quasi identique.)

6.5 Résultats

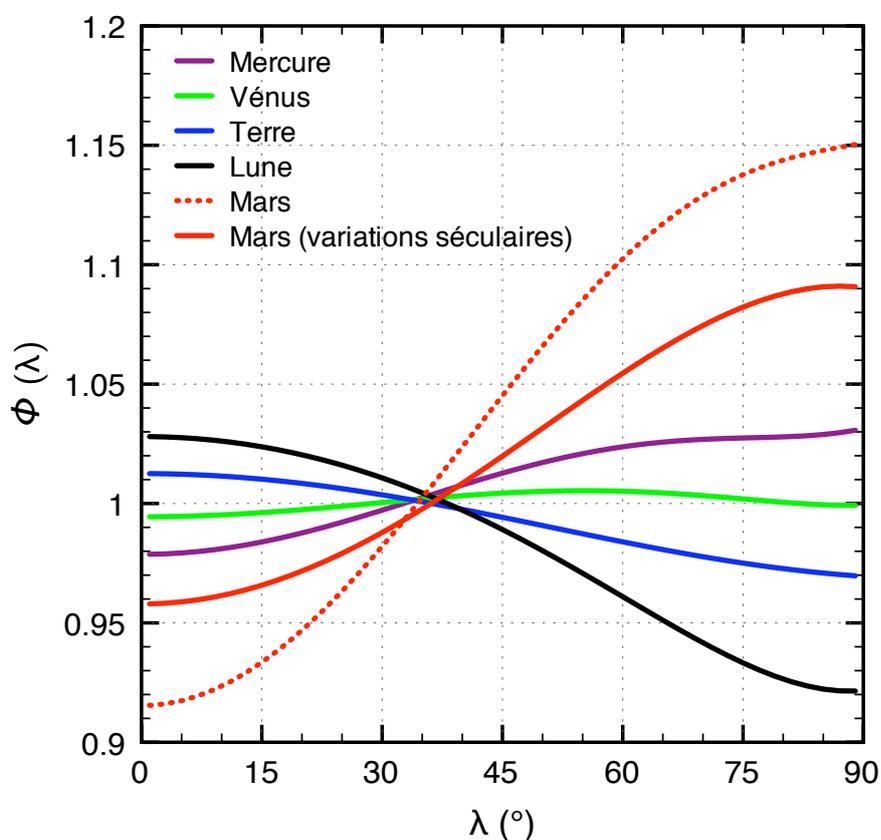


FIG. 6.10 – Variations latitudinales du flux d'impacts à la surface des planètes telluriques.

La figure 6.10 présente les variations du flux d'impacts en fonction de la latitude, calculées à partir de la distribution des conditions d'approche déterminées au chapitre 5 pour les planètes telluriques et la Lune. Le ratio pôle / équateur est calculé à 1.05, 1.00, 0.96, 0.90 et 1.26 pour Mercure, Vénus, la Terre, la Lune et Mars, respectivement. Mercure et Mars, en raison de la grande proportion d'ap-

proches de forte inclinaison, subissent un bombardement plus intense aux pôles. Qui plus est, Δ est en moyenne suffisamment faible pour ne pas homogénéiser le flux. Venus ne présente aucune variation significative, d'une part parce que la source est presque isotrope, d'autre part parce que Δ est relativement élevé. La Terre, quant à elle, entre en collision avec des projectiles préférentiellement peu inclinés, ce qui entraîne un très léger excès d'impacts à l'équateur. La distribution des i_∞ est quasiment identique pour la Lune, mais les faibles valeurs de Δ par rapport à la Terre (vitesses d'approche plus élevées, masse beaucoup plus faible), et l'obliquité plus réduite, produisent un plus grand effet. La ratio pôle / équateur calculé pour Mars sur le long terme est de 1.14. Cette réduction est presque entièrement due aux fortes variations d'obliquité (on l'a vu, les conditions d'approche ne diffèrent pas réellement). Pour l'ensemble des autres planètes, la prise en compte des variations séculaires ne fait pas varier le ratio pôle / équateur de plus de 2 %, ce que l'on tiendra pour négligeable. De la même façon, la distance Terre-Lune n'a pas d'incidence sur les variations en latitude du flux d'impacts lunaire, comme le montre la figure 6.11.

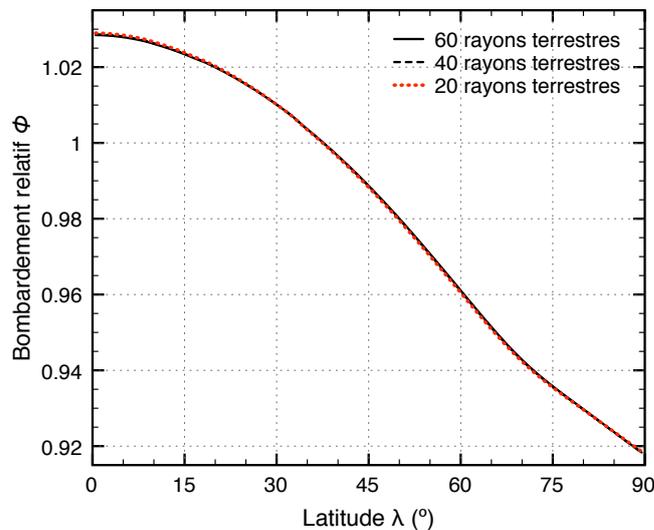


FIG. 6.11 – Variations latitudinales du flux d'impacts à la surface de la Lune, en fonction de la séparation Terre-Lune.

La figure 6.12 montre la dépendance en latitude de l'angle moyen d'impact. Le comportement de l'angle d'impact est comparable à celui du flux. L'angle est en moyenne plus grand d'environ 2° à l'équateur qu'au pôle terrestres, et l'écart atteint 2.5° pour la Lune. A l'inverse, pour Mercure, Venus et Mars, il est plus grand au pôle d'environ 2° , 0.5° et 9° , respectivement (5° pour Mars sur le long-

terme). La vitesse d'impact est relativement constante et ne varie que de 0.2-0.5 km.s^{-1} entre le pôle et l'équateur pour l'ensemble des planètes (figure 6.13).

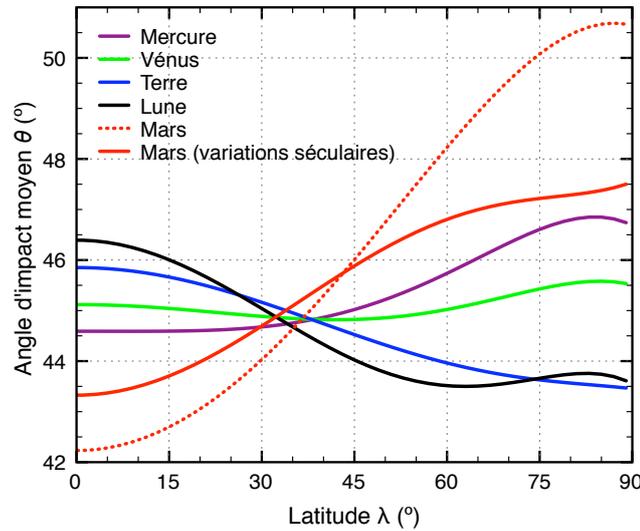


FIG. 6.12 – Variations latitudinales de l'angle moyen d'impact à la surface des planètes telluriques.

On note que chaque impact est susceptible de se produire avec une vitesse et un angle d'incidence qui diffèrent sensiblement de ses valeurs moyennes. Pour l'ensemble des planètes, l'écart-type est de l'ordre de 20° pour l'angle d'impact et d'environ 40 % de la valeur moyenne globale à la surface de la planète pour la vitesse d'impact. L'allure de la distribution de probabilité $p_\lambda(u, \theta)$ dépend elle aussi de la latitude. Par exemple, sur la Lune, une plus grande proportion de collisions combinant faible incidence et grande vitesse auront lieu aux pôles. Nous verrons quelle influence cela peut avoir sur la formation des cratères d'impact aux chapitres suivants.

On attend de la Lune qu'elle présente également des variations longitudinales, en raison de la synchronicité de sa rotation. La figure 6.14 représente le flux d'impacts lunaire relatif, pour la distance Terre-Lune actuelle. Outre l'effet de latitude, un effet apex/antapex très significatif est observable. On remarque que, sur l'ensemble des croiseurs, aucun effet face visible / face cachée n'est observable (le ratio hémisphérique est de 1.001). Puisque l'effet apex/antapex se conjugue à l'effet de latitude, le flux est à son minimum entre le pôle et l'antapex, en l'occurrence vers $(90^\circ E, \pm 50^\circ N)$. Le bombardement maximum s'observe à l'apex. La figure 6.15 représente la vitesse et l'angle d'impact moyens en fonction de la

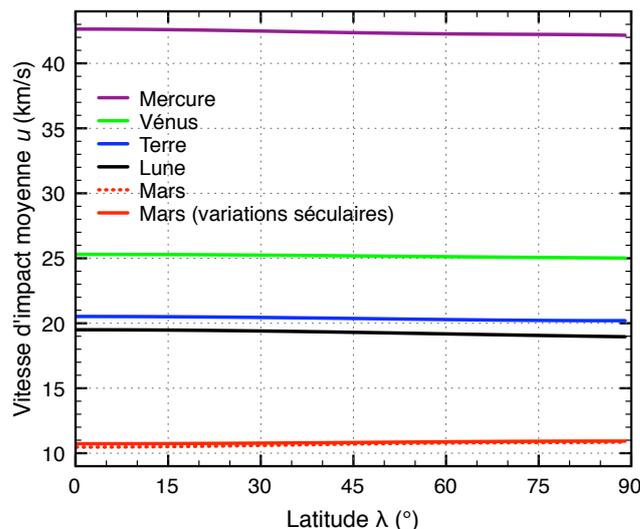


FIG. 6.13 – Variations latitudinales de la vitesse d’impact moyenne à la surface des planètes telluriques.

position. Très logiquement, la vitesse d’impact est plus importante à l’apex qu’à l’antapex. C’est aussi le cas de l’angle d’impact.

Il faut noter qu’au moment de la prime jeunesse du système solaire, lors de la phase d’accrétion des planètes, le bombardement était probablement généré en grande majorité par des projectiles en orbite planétocentrique. Nous ne tentons pas dans ce travail de quantifier les asymétries pouvant résulter d’un tel bombardement. Le lecteur pourra par exemple consulter le travail de Pinet [1985] appliqué au cas de la Lune. L’auteur conclut à une concentration du flux autour de l’équateur et de la face visible qui va s’amenuisant à mesure que la Lune s’éloigne de la Terre, jusqu’à présenter un excès polaire.

L’effet apex/antapex sera d’autant plus prononcé que la vitesse orbitale lunaire est grande, et donc que la distance Terre-Lune est petite. Sur la figure 6.16, le flux d’impacts relatif est tracé en fonction de la distance angulaire à l’apex pour trois distances Terre-Lune : 20, 40 et 60 rayons terrestres. Le ratio apex/antapex est respectivement de 1.29, 1.35 et 1.54.

Intéressons nous maintenant au bombardement terrestre en fonction des coordonnées orbitales (ce qui revient à rester dans le repère $(OXYZ)$). On procède ainsi afin de pouvoir évaluer l’intensité du bombardement en fonction de l’heure locale, ce qui est d’une grande utilité dans la mise en oeuvre de protocoles d’observation. Une longitude orbitale de $90^\circ E$ correspond à 18h, $270^\circ E$ à 6h. La partie gauche de la figure 6.17 montre que, sur l’ensemble des projectiles, le bom-

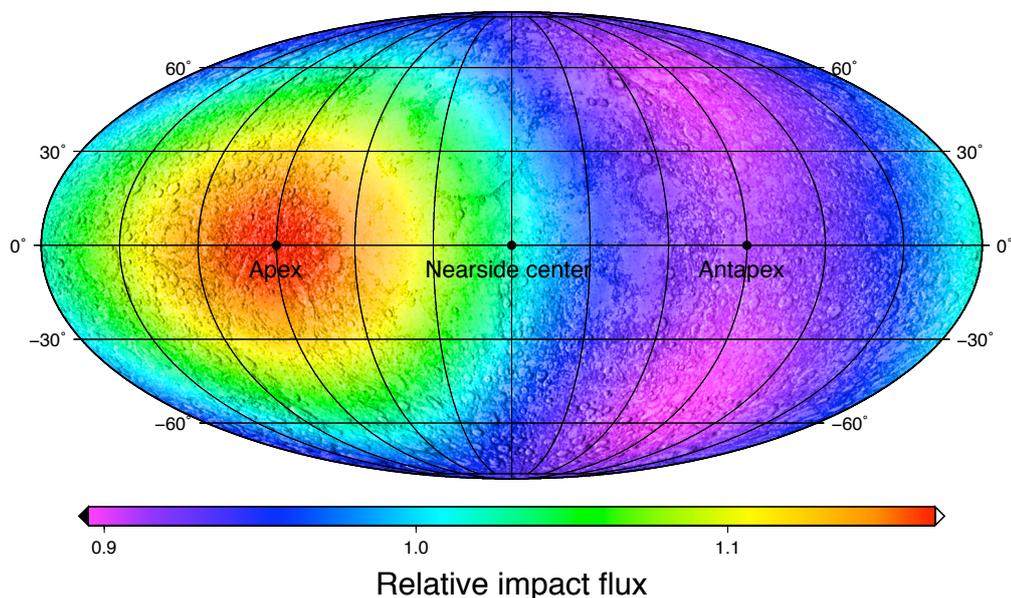


FIG. 6.14 – Flux d'impacts à la surface de la Lune. Distance Terre-Lune actuelle.

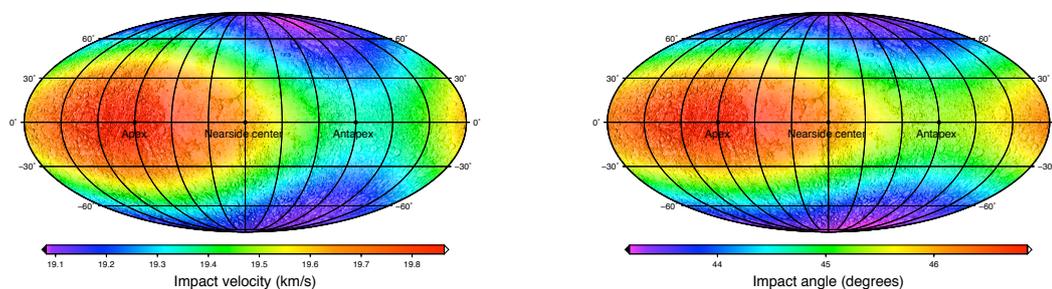


FIG. 6.15 – Vitesses et angles d'impact moyens à la surface de la Lune. Distance Terre-Lune actuelle.

bardement est beaucoup plus intense autour de midi et de minuit. Cependant, les méthodes de détection d'entrées atmosphériques sont en général sensibles à l'énergie cinétique des projectiles. La partie droite de la figure 6.17 pondère le flux d'impacts selon l'énergie cinétique. On constate alors que la majorité des impacts à haute énergie se produisent à l'aube. En restreignant nos résultats de telle façon que la vitesse d'impact est comprise entre 20 et 30 km/s, les observations radars (qui observent typiquement des particules de masses allant du micro au

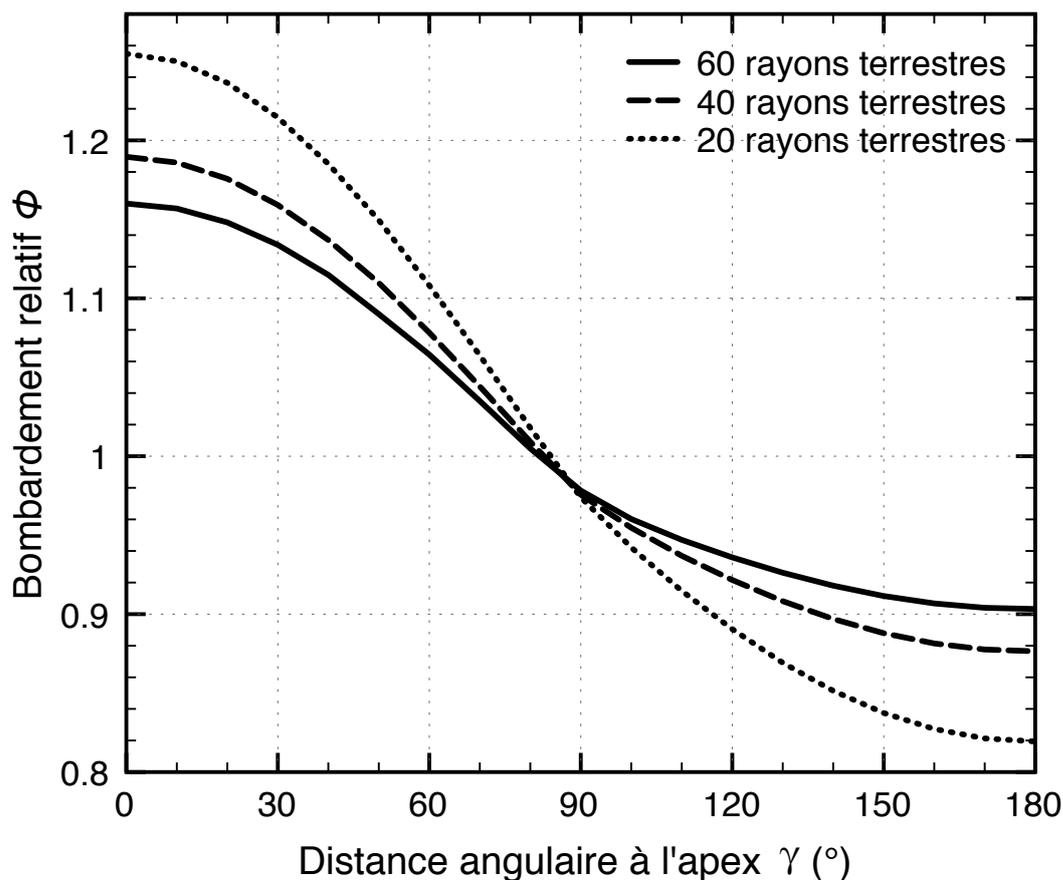


FIG. 6.16 – Effet apex / antapex à la surface de la Lune, en fonction de la séparation Terre-Lune.

milligramme) effectuées par Webster et al. [2004] et Jones et al. [2005] dans cette même gamme de vitesse sont relativement bien reproduites, comme le montre la figure 6.18. Cela laisse supposer que les particules qui bombardent la Terre sont des débris générés par de plus gros astéroïdes, et que leurs orbites sont par conséquent relativement similaires à celles utilisées dans notre modèle [Gallant et al., 2006].

Notons pour conclure que nous sommes capables, en utilisant les mêmes hypothèses, de reproduire à l'identique les résultats de Halliday [1964] et Halliday et Griffin [1982] avec la méthode analytique décrite dans ce chapitre. Dans Halliday [1964], le flux d'impacts relatif est calculé numériquement sur Terre pour des projectiles lancés parallèlement au plan orbital, et pour différentes vitesses d'impact. La partie gauche de la figure 6.19 reproduit exactement ces résultats. On rappelle cependant que l'hypothèse utilisée ($i_\infty = 0$) n'est pas réaliste. Dans Halliday et Griffin [1982], un jeu d'orbites supposé représentatif est extrait des observations

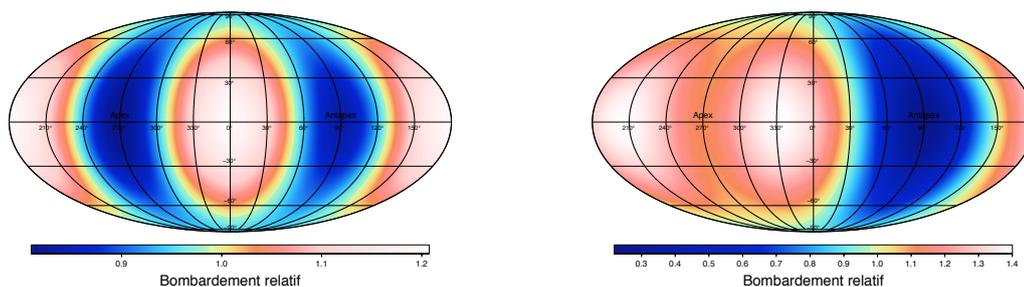


FIG. 6.17 – Flux d’impacts sur Terre en fonction de la latitude et de la longitude orbitales. *A gauche* Flux pour une taille donnée de projectiles. *A droite* Flux pondéré par l’énergie cinétique d’impact.

d’entrées atmosphériques par le réseau canadien de caméras MORP. Le bombardement terrestre est alors calculé numériquement. La encore, nous retrouvons exactement les mêmes résultats, à savoir un ratio pôle / équateur de 0.85, et une variabilité du flux selon l’heure locale qui présente un maximum en soirée. Les orbites utilisées se basent néanmoins sur un très petit nombre d’observations.

6.6 Modéliser la bruit sismique lunaire

Pour conclure ce chapitre, nous nous proposons de comparer notre modèle aux impacts enregistrés durant les sept ans d’activité des stations sismiques lunaires Apollo 12, 14, 15 et 16. Celles-ci ont enregistré environ 2000 impacts pendant cette période. Le modèle nous permet également de modéliser le bruit sismique généré par le continu bombardement de la surface lunaire par des micro-météorites, bruit qui n’a pas été enregistré par les stations sismiques, de résolutions insuffisantes. Une telle démarche est importante pour la réalisation d’une nouvelle génération de sismomètres lunaires, mais aussi pour la mise en place d’expériences *in situ*, qui requièrent un sol stable, à l’instar de mesures d’interférométrie ou d’ondes de gravité. Ce travail a été effectué sous la direction de Philippe Lognonné, avec la collaboration de Catherine Johnson.

L’amplitude du signal généré par un impact est considérée comme résultant d’une force ponctuelle (*point force source*). Le signal s enregistré à un temps t pour un impact ayant lieu à $t = 0$ s’exprime donc

$$s(t) = A \frac{m u}{L} e^{-\frac{\omega T}{2Q}}, \quad (6.25)$$

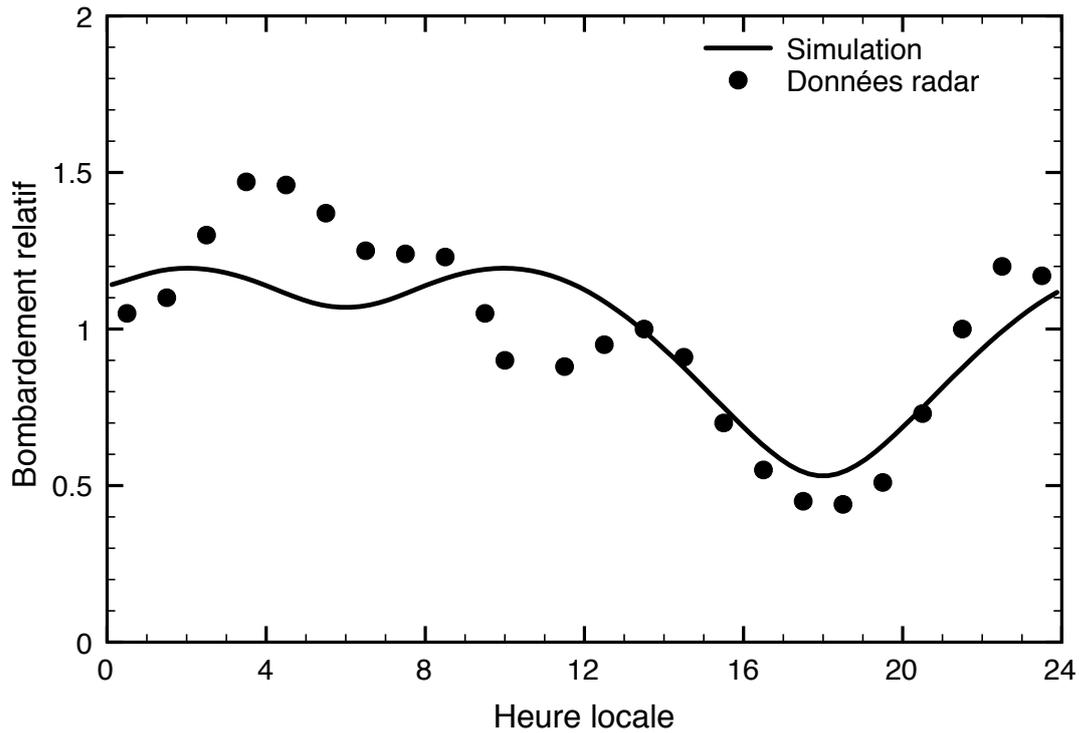


FIG. 6.18 – Comparaison des observations radars d’entrées atmosphériques terrestres [Webster et al., 2004] avec notre simulation.

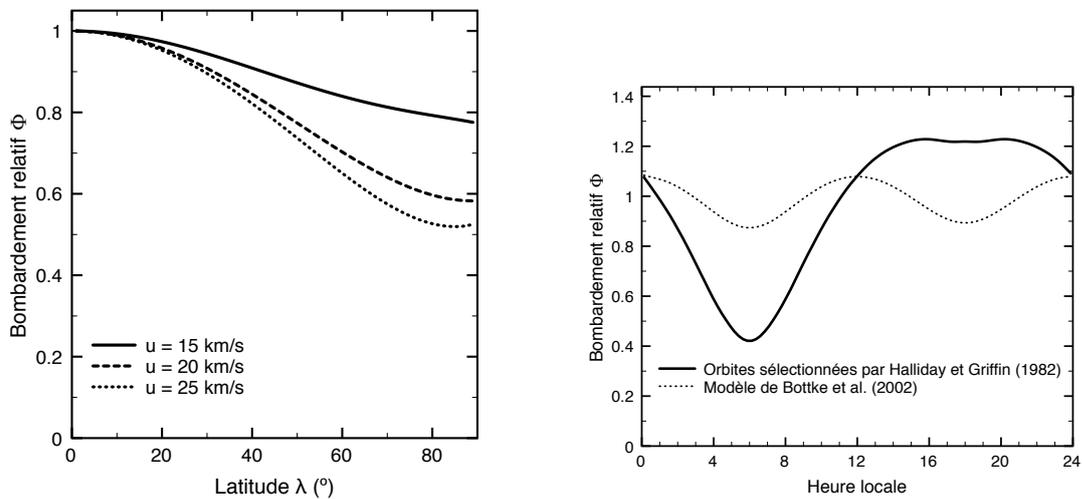


FIG. 6.19 – Reproduction à l’identique des résultats de Halliday [1964] et Halliday et Griffin [1982].

où m et u sont la masse et la vitesse de l’impacteur, L est la distance épacentrale qui sépare impact et station, $\omega = \pi$ est la fréquence angulaire correspondant au pic de fréquence de la station Apollo (0.5 Hz), et T le temps de propagation de

l'onde P (fonction de D). A et Q sont deux paramètres à déterminer, Q étant le facteur de qualité d'atténuation.

La figure 6.20 (à gauche) présente l'inversion par moindres carrés des paramètres A et Q , à partir des impacts artificiels générés par le programme Apollo (Saturn IV et Lunar Ascent Vehicle). Les amplitudes sont reproduites dans une gamme de $\pm 50\%$, sur l'ensemble des distances épacentrales (de 67 à 1099 km), des valeurs de la quantité de mouvement $p = mu$ (de 0.4×10^7 à 3.6×10^7 kg.m.s $^{-1}$), et des angles d'impact (4 à 80 degrés). L'axe des ordonnées est donné en unités digitales Apollo (DU), telles que $1 \text{ DU} = 0.5 \times 10^{-10}$ m en déplacement du sol et environ 0.5×10^{-9} m.s $^{-2}$ en accélération. Une unité correspond à la limite de résolution des sismomètres installés actuellement sur la Lune.

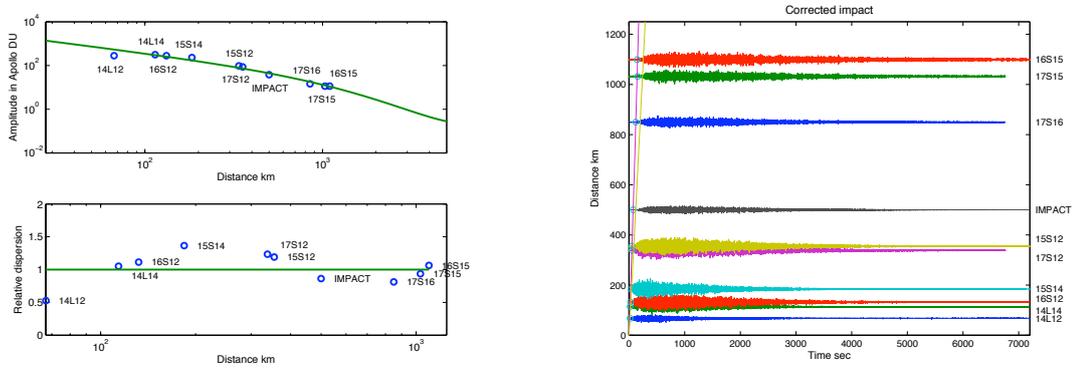


FIG. 6.20 – *A gauche*. Ajustement des paramètres A et Q pour reproduire au mieux (courbe verte) les données. *A droite*. Exemple de signal généré par un impact synthétique (courbe noire), en comparaison des enregistrements Apollo.

Un impact synthétique à une distance épacentrale quelconque est généré par une simple combinaison linéaire des deux signaux produits par les impacts artificiels aux distances épacentrales les plus proches, soit

$$s(t - T) = \frac{pE}{L} \left[s_1(t - T_1) \frac{L_1}{p_1 E_1} + s_2(t - T_2) \frac{L_2}{p_2 E_2} \right], \quad (6.26)$$

avec p , p_1 et p_2 les quantités de mouvement de l'impact synthétique et des deux impacts artificiels, T , T_1 et T_2 les temps de propagation respectifs, et $E = e^{-\frac{\omega T}{2Q}}$, $E_1 = e^{-\frac{\omega T_1}{2Q}}$ et $E_2 = e^{-\frac{\omega T_2}{2Q}}$ les corrections d'amplitude par atténuation. La figure 6.20 (à droite) montre un exemple typique d'impact synthétique (en noir).

Il reste à présent à produire une « population » d'impacts à partir de notre modèle. Les incertitudes inhérentes à notre approche nous conduisent à négliger

ici les variations spatiales du bombardement. Le nombre d'impacts par unité de temps sur l'ensemble de la surface lunaire s'écrit en fonction de la masse du projectile comme

$$F(> m) = F(m > m_0) m^{-f} , \quad (6.27)$$

où la masse s'exprime en grammes et $m_0 = 1\text{g}$. A partir du flux d'impacts lunaire absolu déterminé précédemment en fonction du diamètre ($\Phi_{\mathcal{L}}(> d)$), et en considérant que la densité des projectiles est de 2700 kg.m^{-3} , on a $F(m > m_0) = 2.33 \times 10^6 \text{ S.I.}$ et $f = 0.97$. Cette loi de puissance est considéré comme valide jusqu'à $m \simeq 1.5 \times 10^{12}\text{g}$ ($d > 100 \text{ m}$, figure 3.10).

Pendant un laps de temps donné Δt , le nombre total d'impacts pour lesquels $m > m_0$ est

$$N = \text{Int}[F(> m_0)\Delta t] . \quad (6.28)$$

Sur une période de 7 ans (durée d'enregistrement des stations sismiques), on tire donc N impacts aléatoires, dont la position est donnée par l'équation (6.1), dont la vitesse est échantillonnée selon la distribution des vitesses d'impact calculée pour la Lune (figure 5.8) et dont la masse est choisie comme

$$m = m_0 x^{-1/f} , \quad (6.29)$$

x étant un nombre uniformément distribué entre 0 et 1.

La figure 6.21 compare le modèle avec les enregistrements de la station Apollo 12. Le nombre absolu d'impacts synthétiques « enregistrés » dépend fortement de la valeur du facteur d'atténuation Q . Beaucoup des impacts simulés ont lieu sur la face cachée de la Lune (la moitié), tandis que peu d'événements ont été effectivement observés à des distances épacentrales de plus de 120° (rappelons que les stations sismiques sont toutes localisées sur la face visible). Le modèle reproduit bien le nombre absolu d'observations si l'on considère que Q est divisé par 2 pour $L > 1500 \text{ km}$. Une atténuation plus forte dans la Lune profonde a été suggérée par de nombreuses études (*e.g.* Nakamura [2004]). Contraindre le flux absolu de manière plus poussée nécessite de mieux connaître l'atténuation lunaire. Cependant, la pente de la distribution synthétique est en excellent accord avec les observations, et semble valider la distribution en taille de notre modèle. La courbe tiretée est un exemple de réalisation aléatoire sur 7 ans qui reproduit de manière particulièrement bonne les données, tandis que la courbe pleine est la distribution statistique sur une période de temps plus longue.

Le bruit sismique généré par le modèle est présenté en figure 6.22 pour une période de 10 jours. Le bruit de fond fluctue entre 0.02 et 0.1 DU, parsemé

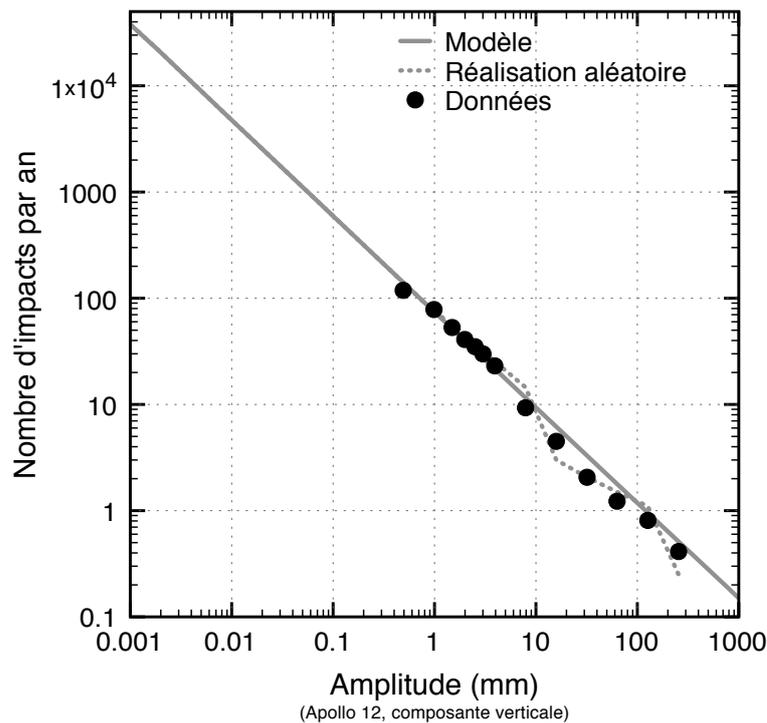


FIG. 6.21 – Comparaison du modèle avec les impacts enregistrés par la station sismique Apollo 12.

de plusieurs pics journaliers qui peuvent atteindre quelques dizaines d'unités. Le signal produit par les séismes profonds n'a pas été pris en compte, et est également susceptible de générer un bruit de fond significatif. Cependant, puisque ces événements ont une activité cyclique [Bulow et al., 2006], on peut s'attendre à ce que le signal présente une variation périodique dont le minimum correspond au bruit associé aux impacts, estimé ici.

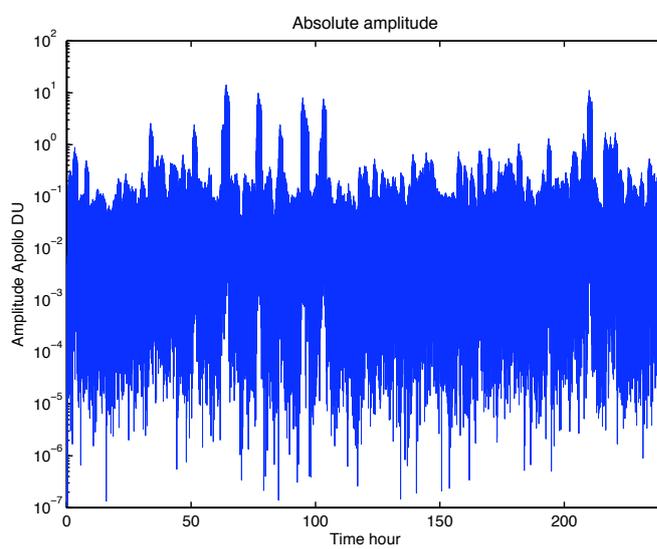


FIG. 6.22 – Bruit sismique (modélisé) généré par le bombardement lunaire.

Chapitre 7

De l'impact au cratère

Chaque impact produit un cratère, à condition que le projectile heurte une surface solide. Les propriétés de ce cratère, en particulier sa taille, dépendent de quantité de paramètres. Les propriétés du projectile, d'une part, qui regroupent sa taille, sa densité, sa vitesse et son angle d'incidence au moment de l'impact ; celles de la cible, d'autre part, qui se composent de la densité et la cohésion du terrain, ainsi que de la gravité de surface. A cela s'ajoute la présence d'une éventuelle atmosphère, dont la traversée est susceptible d'avoir modifié les propriétés du projectile au moment où il atteint le sol (si elle ne lui a pas été fatale). Jusqu'à présent, nous n'avons étudié que le flux d'impacts. Une grandeur autrement intéressante, notamment en terme de chronologie, est, on l'aura compris, le taux de formation des cratères, c'est-à-dire le nombre de cratères plus grands qu'une certaine taille se formant par unité de temps et de surface. Pour relier l'un à l'autre, il nous faut connaître précisément les lois d'échelles empiriques qui reproduisent la formation d'un cratère d'impact.

Ces lois d'échelles ont fait l'objet de nombreuses études, mais certains paramètres (notamment l'influence de l'angle d'incidence) restent mal contraints. La plus complète synthèse sur le sujet reste à ce jour celle de Melosh [1989]. La démarche clef consiste en l'étude adimensionnée d'expériences de tirs supersoniques en laboratoire ou d'explosions nucléaires, propre à isoler les grandeurs indépendantes de l'échelle du phénomène et les coefficients qui y sont associés [Schmidt et Housen, 1987; Holsapple et Schmidt, 1987; Holsapple, 1993; Gault, 1974]. L'applicabilité à grande échelle des relations ainsi obtenues reste délicate, puisque certains processus physiques associés aux grands impacts ne sont pas reproductibles. C'est le cas notamment de la vaporisation produite par des pressions et des températures extrêmes, ou encore de l'influence de la gravité dans les stades terminaux de la formation du cratère. L'usage de simulations numériques [Pierazzo et Melosh, 2000] et de l'observation de phénomènes d'échelle planétaire (par exemple l'impact de la comète Shoemaker-Levy avec Jupiter) procurent des

contraintes supplémentaires. La plus récente mise à jour des lois d'échelle est due à Holsapple et Housen [2007], où les auteurs se consacrent à l'étude des résultats de la mission *Deep Impact*.

Nous donnons dans un premier temps les relations qui permettent de calculer la taille du cratère. Nous appliquons ensuite ces relations à la construction de distributions taille / fréquence des cratères, à partir de notre modèle de bombardement, en ajustant les paramètres mal contraints à l'aide des distributions observées, notamment sur la Lune. Nous faisons alors état de nos résultats concernant le taux relatif de formation des cratères entre les planètes. Les variations spatiales de ce taux à la surface des planètes sont laissées au chapitre suivant.

7.1 Formation du cratère

Comme le mentionnent Holsapple et Housen [2007], le couplage de l'énergie et de la quantité de mouvement de l'impact avec le matériau de la cible s'étend sur une zone dont la taille est de l'ordre de celle du projectile. Dans la mesure où le cratère formé est bien plus grand que le projectile, le processus peut-être traité comme résultant d'une source ponctuelle. Pour un impact vertical et un type de matériau cible donné, les processus qui caractérisent la formation du cratère (vitesse d'excavation notamment) dépendent d'une seule mesure, le paramètre de couplage : $du^\mu\rho^\nu$, où d est le diamètre du projectile, u sa vitesse d'impact, ρ sa densité et μ et ν deux exposants dont la valeur dépend de la nature de la cible. L'exposant μ ($1/3 < \mu < 2/3$) décrit dans quelle mesure c'est, soit l'énergie cinétique, soit la quantité de mouvement qui gouverne le processus. Pour $\mu = 2/3$, il n'y a pas de dissipation de l'énergie et c'est cette dernière qui contrôle l'excavation ; à mesure que la porosité de la cible augmente, l'énergie se dissipe plus facilement, jusqu'à laisser la main-mise à la quantité de mouvement quand $\mu = 1/3$.

7.1.1 Cratère transitoire

On rappelle que le cratère transitoire est défini comme le cratère qui s'est formé à la fin du processus d'excavation et de relaxation, avant d'éventuelles modifications par effondrement gravitaire qui ne sont pas reproductibles à l'échelle du laboratoire. On note D_\perp le cratère transitoire formé par un impact purement

vertical. Dans le cas le plus général, Holsapple et Housen [2007] donnent la relation

$$\frac{D_{\perp}}{d} = K \left[\frac{g d}{u^2} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{2\nu}{\mu}} + \left(\frac{\bar{Y}}{\rho_0 u^2} \right)^{\frac{2+\mu}{2}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{\frac{\nu(2+\mu)}{\mu}} \right]^{-\frac{\mu}{2+\mu}}, \quad (7.1)$$

où g est la gravité de surface, ρ la masse volumique du projectile, ρ_0 et \bar{Y} respectivement la masse volumique et la cohésion moyenne du sol. La constante K s'ajoute à ν et μ pour caractériser la réponse de ce sol à l'impact. Notons que \bar{Y} représente la moyenne de la cohésion en régime de tension et de la cohésion en régime de compression.

On se situe en régime de contrainte lorsque l'échelle du phénomène est suffisamment réduite pour que la gravité n'intervienne pas. On pose alors $g = 0$ dans l'équation précédente, et c'est la cohésion du matériau cible qui est déterminante. A l'inverse, les grands cratères se forment en régime gravitaire, et l'on pose $\bar{Y} = 0$.

En régime gravitaire, on peut donc écrire

$$\frac{D_{\perp}}{d} = K \left(\frac{u^2}{g d} \right)^{\nu_1} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\nu_2}. \quad (7.2)$$

Pour des roches non poreuses, les constantes s'expriment $K = 1.17$, $\nu_1 = 0.22$ et $\nu_2 = 0.31$, tandis que pour un sable sec on prendra $K = 1.03$, $\nu_1 = 0.17$ et $\nu_2 = 0.332$ [Schmidt et Housen, 1987; Holsapple et Housen, 2007].

On sait que la valeur de l'angle d'impact θ influe sur la taille du cratère, mais la relation fonctionnelle n'est pas clairement établie. Beaucoup d'auteurs considèrent que seule la composante verticale de la vitesse d'impact contribue à former le cratère [e.g. Pierazzo et al., 1997]. En revanche, des mesures de laboratoire effectuées par Gault et Wedekind [1978] suggèrent que le volume de matière éjecté est proportionnel à $\sin \theta$. Si le ratio profondeur / diamètre du cratère ne change pas, le diamètre sera alors proportionnel à $(\sin \theta)^{\frac{1}{3}}$ [voir Melosh, 1989]. Beaucoup d'études considèrent simplement que tous les impacts sont verticaux [e.g. Shoemaker, 1983]. On a vu (figure 6.12) que la distribution de l'angle d'impact varie en fonction de la position à la surface des corps bombardés. Le taux de formation des cratères, qui s'exprime pour une taille donnée, dépendra donc de la manière dont l'angle d'incidence est pris en compte. Ecrivons que le diamètre transitoire est donné en fonction de θ comme

$$D_T = D_{\perp} (\sin \theta)^{\nu_3}, \quad (7.3)$$

et deux possibilités seront considérées. Dans un premier cas, on considère que l'angle d'impact n'intervient pas et l'on pose $\nu_3 = 0$. Comme alternative, on

suppose que seule la composante verticale de la vitesse intervient et on pose $\nu_3 = 2\nu_1$. Chacune des relations fonctionnelles proposées plus haut donneront des résultats encadrés par ces deux cas limites.

7.1.2 Cratères simples

Les cratères simples, typiquement de taille kilométrique, résultent de certaines modifications du cratère transitoire et présentent une taille finale plus importante. D'après Melosh [1989], le glissement vers le bas des bords du cratère augmente le diamètre d'un facteur 1.25. Un autre facteur 1.25 tient compte du fait que la bordure du cratère se forme à une élévation plus grande que la surface initiale. Puisque l'on mesure le diamètre d'un cratère bord à bord, celui-ci est défini plus grand que s'il était mesuré au niveau de la topographie alentour.

Le diamètre d'un cratère simple est donc

$$D_s = 1.56D_T . \quad (7.4)$$

7.1.3 Cratères complexes

Au-delà d'une certaine taille, la gravité provoque un effondrement encore plus important des parois du cratère. On note D_* le diamètre de transition au-delà duquel le phénomène se produit. En première (et, jusqu'à présent, meilleure) approximation, D_* est inversement proportionnel à la gravité de surface [Pike, 1980]. Sur Terre, D_* est relativement bien contraint autour de 3 km. Les valeurs correspondantes sont 18 km pour la Lune, 8 km pour Mercure et Mars, et également 3 km pour Venus. La relation qui lie cratères simples et cratères complexes n'est pas non plus très bien définie, mais on utilise communément celle donnée par Croft [1985] :

$$D = \begin{cases} D_s & \text{pour } D_s < D_* \\ D_*^{-\nu_4} D_s^{1+\nu_4} & \text{pour } D_s \geq D_*, \end{cases} \quad (7.5)$$

avec $\nu_4 = 0.18$.

7.1.4 Cratères en régime de contrainte

Dans le cas des petits cratères, c'est, on l'a dit, la cohésion de sol qui gouverne le processus de formation. On constate en posant $g = 0$ dans l'équation (7.1) que le diamètre de transition du cratère (qui est aussi son diamètre final ici)

est directement proportionnel à celui du projectile. Plutôt que de chercher à déterminer une valeur représentative de la cohésion des sols lunaires ou martiens, Ivanov [2001] construit la transition cratères de contrainte / cratères simples en créant une fonction continue et lisse donnée par les équations (7.2) et (7.4) quand $D \gg D^\circ$, et proportionnelle à d quand $D \ll D^\circ$, où D° est le diamètre de transition observé entre régime de contrainte et régime de gravité.

C'est-à-dire,

$$D (D + D^\circ)^{\frac{\nu_1}{1-\nu_1}} = d \left[1.56K \left(\frac{(u \sin \theta)^2}{g} \right)^{\nu_1} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\nu_2} \right]^{\frac{1}{1-\nu_1}} . \quad (7.6)$$

Là encore, on peut considérer que D° est inversement proportionnel à la gravité de surface. Sur Terre, on observe que $D^\circ \simeq 50\text{m}$. On a donc $D^\circ \simeq 300\text{ m}$ sur la Lune et sur Mercure, et $D^\circ \simeq 150\text{m}$ sur Mars.

7.2 Distributions taille-fréquence

Nous décrivons ici les outils nécessaires au calcul des distributions taille-fréquence des cratères à partir du flux et des conditions d'impact déterminées au chapitre 6. On ne considère ici que la formation des cratères d'impact à l'échelle de la planète entière. Les variations spatiales sont laissées au chapitre suivant.

7.2.1 Formalisme

On rappelle que le flux de projectiles d'un diamètre supérieur à d qui entrent en collision avec la planète à une certaine époque est donné par

$$\Phi(> d, t) = \eta(t) \Phi(> d) ,$$

avec

$$\Phi(> d) = \Phi(d > 1) S(> d) ,$$

en supposant que la distribution orbitale des astéroïdes est indépendante du diamètre considéré et du temps. De la même manière, on écrit le taux de formation des cratères, c'est-à-dire le nombre de cratères d'un diamètre supérieur à D qui se forment par unité de temps et de surface (en moyenne sur toute la surface de la planète), comme

$$\Phi_c(> D, t) = \eta(t) \Phi_c(> D) . \quad (7.7)$$

En utilisant la relation $d(D, u, \theta)$, qui lie le diamètre du projectile au diamètre du cratère et est donnée par les équations (7.2)–(7.5), on écrit

$$\Phi_c(> D) = \Phi(d > 1) \bar{S}(> d(D)) , \quad (7.8)$$

avec

$$\bar{S}(> d(D)) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{\lambda_0, \varphi_0} \int_{\mathbf{U}_\infty} S(> d(D, u(\mathbf{U}_\infty), \theta(\lambda_0, \varphi_0, \mathbf{U}_\infty))) \quad (7.9)$$

$$\times \phi(\lambda_0, \varphi_0, \mathbf{U}_\infty) p(\mathbf{U}_\infty) d\mathbf{U}_\infty d\lambda_0 d\varphi_0 . \quad (7.10)$$

Une autre notation, plus claire, pourrait être

$$\bar{S}(> d(D)) = \int \int S(> d(D, u, \theta)) p(u, \theta) du d\theta , \quad (7.11)$$

en supposant que l'on a construit la distribution de probabilité des conditions d'impact $p(u, \theta)$ telle que $\int \int p(u, \theta) du d\theta = 1$. Une approximation qui peut s'avérer utile car facile d'utilisation est

$$\bar{S}(> d(D)) \simeq S(> d(D, \bar{u}, \bar{\theta} = \pi/4)) . \quad (7.12)$$

La distribution taille / fréquence de la densité moyenne des cratères qui recouvrent une planète dont la surface possède un âge A est simplement

$$N(> D, A) = \int_0^t \Phi_c(> D, t) dt = \Phi_c(> D) \int_0^A \eta(t) dt , \quad (7.13)$$

quantité directement proportionnelle à A si l'on suppose que le flux d'impact est resté constant durant la période considéré ($\eta(t) = 1$). La distribution taille / fréquence incrémentale est donnée par

$$N(D, A) = \frac{dN(> D, A)}{dD} , \quad (7.14)$$

et la distribution relative est

$$r(D, A) = D^3 N(D, A) . \quad (7.15)$$

Le taux de formation des cratères sur une planète donnée comparativement à la Lune s'exprime à travers la grandeur R_c telle que

$$R_c(> D) = \frac{\Phi_c(> D)}{\Phi_c^{\mathcal{L}}(> D)} = R \frac{\bar{S}(> d(D))}{\bar{S}(> d(D))_{\mathcal{L}}} , \quad (7.16)$$

où l'on rappelle que R est le flux d'impacts relatif à la Lune.

Même si $\Phi_c(> D)$ s'obtient numériquement sans difficulté pour n'importe quelle distribution supposée de la taille des projectiles (c'est d'ailleurs ce qui est

fait dans la section suivante à partir de la distribution établie au chapitre 3), il est utile de supposer que celle-ci suit une simple loi de puissance afin de dégager des équations précédentes un comportement lisible. Considérons donc un moment que $S(> d) = d^{-n}$, avec n la pente de la distribution, soit

$$\Phi(> d) = \Phi(d > 1) d^{-n} . \quad (7.17)$$

On fait également l'hypothèse que tous les cratères sont simples. En insérant les équations (7.4)–(7.2) dans l'équation (7.8), on a

$$\Phi_c(> D) = \Phi_c(D > 1) D^{-s} . \quad (7.18)$$

où le taux de formation de cratères d'un diamètre supérieur au kilomètre est

$$\Phi_c(D > 1) = \Phi(d > 1) \left[1.56 K g^{-\nu_1} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\nu_2} \right]^s \langle (u^{2\nu_1} \sin^{\nu_3} \theta)^s \rangle, \quad (7.19)$$

avec $\langle \dots \rangle$ la moyenne sur la distribution des conditions d'impact, et où la pente de la distribution taille / fréquence des cratères est

$$s = \frac{n}{1 - \nu_1} . \quad (7.20)$$

Si on suppose que la densité de surface est la même, la production relative de cratères par rapport à la Lune est donc,

$$R_c = R \left(\frac{g_{\mathcal{C}}}{g} \right)^{\nu_1 s} \frac{\langle (u^{2\nu_1} \sin^{\nu_3} \theta)^s \rangle}{\langle (u^{2\nu_1} \sin^{\nu_3} \theta)^s \rangle_{\mathcal{C}}} , \quad (7.21)$$

et l'on note que R_c ne dépend pas de D dans ce cas. Une approximation raisonnable est donnée en prenant directement les valeurs moyennes de la vitesse d'impact et de l'angle d'impact, plutôt que $\langle (u^{2\nu_1} \sin^{\nu_3} \theta)^s \rangle$ (équation (7.12)). L'angle d'impact moyen étant toujours de $\pi/4$, on a

$$R_c(> D) = R \left[\frac{g_{\mathcal{C}}}{g} \left(\frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\mathcal{C}}} \right) \right]^{\nu_1 s} . \quad (7.22)$$

Pour $s \simeq 2 - 3$, la pente généralement observée sur l'ensemble des planètes, on se fait une idée rapide du taux de production relatif des cratères. On constate que le ratio pour un diamètre de cratère donné, peut, selon les différences de gravité de surface et de vitesse d'impact, être accru ou réduit par rapport au ratio pour une taille de projectile donnée : un objet d'une certaine taille ne produira pas le même cratère selon la planète sur laquelle il échoue. Sur Mars, par exemple, il sera plus petit que sur la Lune, car la vitesse d'impact est en moyenne deux fois moindre. Ainsi, même si R est grand, nous verrons que R_c est proche de l'unité pour cette planète.

7.2.2 Reconcilier l'observation des cratères et celle des bolides

Il s'agit maintenant de vérifier que la distribution en taille des astéroïdes, telle qu'elle a été déterminée à partir des observations spatiales, est à même de générer des distributions de cratères qui reproduisent les observables. On choisit comme référence la fonction polynomiale établie par Neukum et al. [2001a] pour la distribution en taille des cratères lunaires (équation (1.5)). Celle-ci, d'après les auteurs, est restée inchangée durant toute l'histoire lunaire, et seul le nombre absolu de cratères varie avec le temps. Qui plus est, ils s'appuient sur les âges des échantillons lunaires pour conclure (en comparant ceux-ci avec les densités de cratères qui recouvrent les unités géologiques associées) que le bombardement est resté relativement constant pendant les trois derniers milliards d'années. On choisit donc d'effectuer la comparaison pour une surface vieille de 3 milliards d'années, en calculant $N_{\mathcal{L}}(D > 1, 3 \text{ Ga})$. Pour cela, on fait usage des équations (7.13), (7.10) et (7.8) appliquées à la Lune, en posant $A = 3 \text{ Ga}$ et $\eta(t) = 1$. On considère également que $d(D, u, \theta)$ est donné pour $\nu_3 = 2\nu_1$ (composante verticale de la vitesse d'impact). Enfin, les masses volumiques moyennes des projectiles et de la cible sont prises comme $\rho = 2050 \text{ kg.m}^{-3}$ [Stuart et Binzel, 2004] et $\rho_0 = 2800 \text{ kg.m}^{-3}$.

La figure 7.1 compare la relation établie par Neukum et al. [2001a] avec notre synthétique. On constate qu'il a été nécessaire de faire intervenir deux régimes distincts de formation des cratères : le régime poreux pour $D_T < 5 \text{ km}$, le régime non poreux pour $D_T > 15 \text{ km}$ (équation (7.2) avec les valeurs de K , ν_1 et ν_2 appropriées). Dans l'intervalle, une simple transition linéaire a été utilisée. Sans cette transition, superposer les deux distributions n'est pas possible (courbes tiretées). Cela mis à part, l'accord est excellent. En général, la majorité des auteurs considèrent que les cratères se forment en régime non poreux sur les planètes telluriques. Il semble, comme Ivanov [2006] l'a mis en évidence, que le seul moyen de reconcilier l'observation des astéroïdes et l'observation des cratères soit de considérer que le processus de formation des cratères dans la proche subsurface, c'est-à-dire dans le régolithe, est bien représenté par un régime poreux.

Cela peut se comprendre : le régolithe, agrégat de morceaux de roches de tailles variées, peut présenter un comportement similaire au sable des laboratoires à l'échelle planétaire. Les travaux de Lognonné et al. [2003], par exemple, mettent en évidence par inversion des données sismiques lunaires que le premier kilomètre

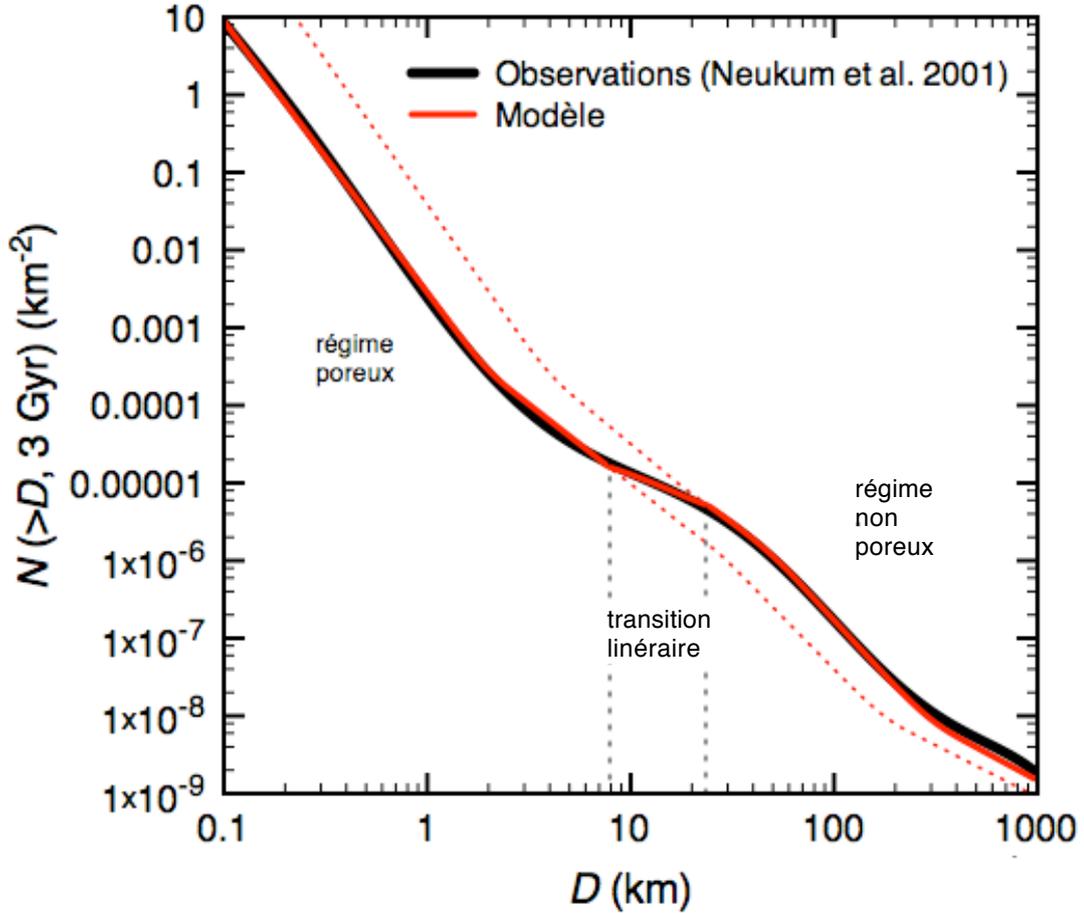


FIG. 7.1 – SFD synthétique en comparaison de la courbe de Neukum, en incluant une transition linéaire du régime d’impact.

de la subsurface est marqué par une zone de faible vitesse sismique ($\sim 1 \text{ km.s}^{-1}$ pour les ondes P). Puisque la profondeur d’un cratère est de l’ordre de $D/5$ [Melosh, 1989], les cratères se forment entièrement dans cette zone jusque $D_T \simeq 5\text{km}$, et l’on retrouve notre transition régime poreux / régime non poreux. Reste à savoir si l’on peut raisonnablement supposer que ce comportement est le même sur les autres planètes. La question reste ouverte, et peut remettre en cause l’exportation de la courbe de Neukum sur les autres planètes. En l’absence de réponse, on considèrera que la transition est identique sur les autres objets de cette étude.

On remarque que l’hypothèse d’un flux de projectiles constant sur les trois derniers milliards d’années, associée à une loi d’échelle qui se base sur la composante verticale de la vitesse d’impact, reproduit de manière excellente le nombre absolu de cratères formés sur cette période de temps. Bien sûr, il faut garder à l’esprit que de grandes incertitudes existent sur l’ensemble des étapes qui ont

mené à l'obtention de cette courbe, et que celles-ci sont susceptible de se contrebalancer favorablement pour aboutir à ce résultat (étonnamment ?) en accord. On note en particulier que notre modèle n'inclut pas la contribution des cratères secondaires, potentiellement importants pour $D < \sim 1$ km.

La relation $d(D, u, \theta)$ qui a permis produire la figure 7.1 s'écrit donc

$$\begin{cases} D_s = D & \text{si } D < D_* , \\ D_s = D_*^{0.15} D^{0.85} & \text{si } D \geq D_* , \\ D_T = D_s / 1.56 , \\ d_1 = \left(0.97 D_1 (u \sin \theta)^{-0.34} g^{0.17} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.33} \right)^{1.2} , \\ d_2 = \left(0.85 D_2 (u \sin \theta)^{-0.44} g^{0.22} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.31} \right)^{1.28} , \\ \left\{ \begin{array}{l} d = \left(0.97 D_T (u \sin \theta)^{-0.34} g^{0.17} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.33} \right)^{1.2} \quad \text{si } D_T < D_1 , \\ d = d_1 + \frac{d_2 - d_1}{D_2 - D_1} (D_T - D_1) \quad \text{si } D_1 \geq D_T \leq D_2 , \\ d = \left(0.85 D_T (u \sin \theta)^{-0.44} g^{0.22} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.31} \right)^{1.28} \quad \text{si } D_T > D_2 . \end{array} \right. \end{cases} \quad (7.23)$$

avec $D_1 = 5$ km et $D_2 = 15$ km.

Dans ces conditions, la grandeur $\bar{S}(> d(D))$ se calcule pour la Lune comme

$$\begin{aligned} \bar{S}(> d(D))_{\mathcal{L}} &= 442.5 D^{-3.5} && \text{pour } 0.1 \leq D < 2 \text{ km} , \\ &= 156.3 D^{-2} && \text{pour } 2 \leq D < 8 \text{ km} , \\ &= 19.5 D^{-1} && \text{pour } 8 \leq D < 26 \text{ km} , \\ &= 974.4 D^{-2.2} && \text{pour } 26 \leq D < 58 \text{ km} , \\ &= 11138.1 D^{-2.8} && \text{pour } 58 \leq D < 300 \text{ km} , \\ &= 3.8 D^{-1.4} && \text{pour } 300 \leq D < 1000 \text{ km} . \end{aligned} \quad (7.24)$$

et le taux de caractérisation lunaire actuel (par unité de temps et de surface) est donné par l'équation (7.8). Puisque le flux de projectiles a été calculé comme $\Phi_{\mathcal{L}}(d > 1) = 2.1 \times 10^{-15} \text{km}^{-2} \text{an}^{-1}$, on a, par exemple pour $D > 1$ km, $\Phi_{\mathcal{L}}(D > 1) = 9.3 \times 10^{-13} \text{km}^{-2} \text{an}^{-1}$.

7.2.3 Comparaison interplanétaire

En considérant que les mêmes hypothèses s'appliquent sur l'ensemble des planètes telluriques (transition régime poreux / non poreux entre 5 et 15 km ; densité du sol de $2800 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; même distribution taille / fréquence des astéroïdes), nous calculons ici le taux de formation des cratères relatif à la Lune, $R_c(> D)$, qui dépend, outre du bombardement relatif R , des conditions d'impact différentes et de la gravité de surface. Les valeurs obtenues à partir de l'équation (7.16) sont

TAB. 7.1 – Taux de cratérisation relatif à la Lune, pour $D > 1\text{km}$ et $D > 30\text{km}$, comparés aux bombardement relatifs.

Planète	Mercure	Venus	Terre	Lune	Mars (moyenne séculaire)
R	1.81	1.73	1.57	1	2.74
$R_c (D > 1 \text{ km})$	2.8	0.86	0.59	1	0.82
$R_c (D > 30 \text{ km})$	3.5	1.7	1.2	1	1.2

regroupées en Table (7.1), pour D supérieur à 1 et 30 km. La fonction $R_c(> D)$ est tracée sur la figure 7.2. Il faut noter que la valeur de R_c est assez fortement sensible aux différents paramètres de cette étude, notamment la pente de la distribution d'astéroïdes et la loi d'échelle utilisée. Les changements de l'un et de l'autre en fonction de la taille produisent des fluctuations conséquentes (de l'ordre du facteur 2). Les valeurs de R_c données dans la publication présentée en annexe D se basent sur une reproduction plus grossière de la distribution taille-fréquence de Neukum et al. [2001a], et les valeurs listées pour $D > 1 \text{ km}$ correspondent ici à $D > 2 \text{ km}$. On constate sur la figure 7.2 une transition marquée entre 1 et 2 km (entre autres) qui provient du changement de pente de la distribution d'astéroïdes à $d = 100 \text{ m}$; dans la mesure où $R_c(D > 1\text{km})$ est un outil fondamental de l'exportation extra-lunaire de la méthode de datation par comptage de cratères, de plus amples travaux sont requis pour s'assurer du bon emplacement de cette transition.

L'atmosphère n'a pas été prise en compte dans ces estimations. Cela n'a évidemment aucune incidence pour la Lune et Mercure. L'estimation de l'influence de l'atmosphère passée de Mars (très probablement beaucoup plus épaisse et dense qu'aujourd'hui) sur la formation des cratères prévoit que seuls les cratères de taille inférieure à 250 m voient leur nombre significativement réduit par le passage atmosphérique [Chappelow et Sharpton, 2005]. L'effet est beaucoup plus important pour Venus. Les travaux de McKinnon et al. [1997] et de Korycansky et Zahnle [2005] laissent entendre que l'influence atmosphérique est sensible jusqu'à des diamètres de plusieurs dizaines de kilomètres.

On constate que R_c est en général réduit par rapport à R . Seule Mercure, à la surface de laquelle la gravité est très faible et les vitesses d'impact très grandes, montre un taux de formation des cratères nettement plus élevé que les autres

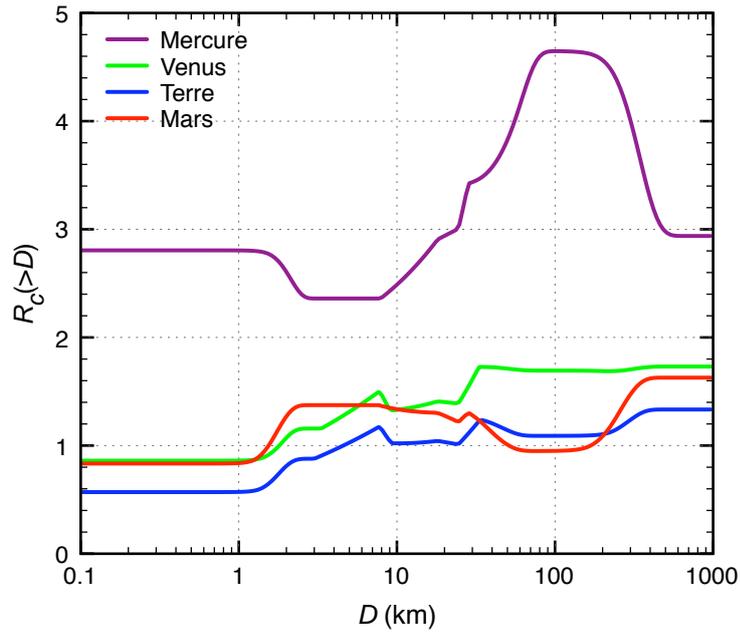


FIG. 7.2 – Taux de formation des cratères relatif à la Lune, pour des cratères plus grands que D , en fonction de D .

planètes. En d'autres termes, on peut dire qu'à âge égal, une surface mercurienne aura accumulé beaucoup plus de cratères d'une certaine taille que n'importe quelle autre surface planétaire. La figure 7.3 trace les distributions taille / fréquence calculées pour une période de 3 milliards d'années sur la Lune, Mercure, Venus et Mars (moyenne séculaire). On rappelle qu'il s'agit de distributions moyennes calculées sur l'ensemble de la planète. Les variations spatiales sont abordées au chapitre suivant.

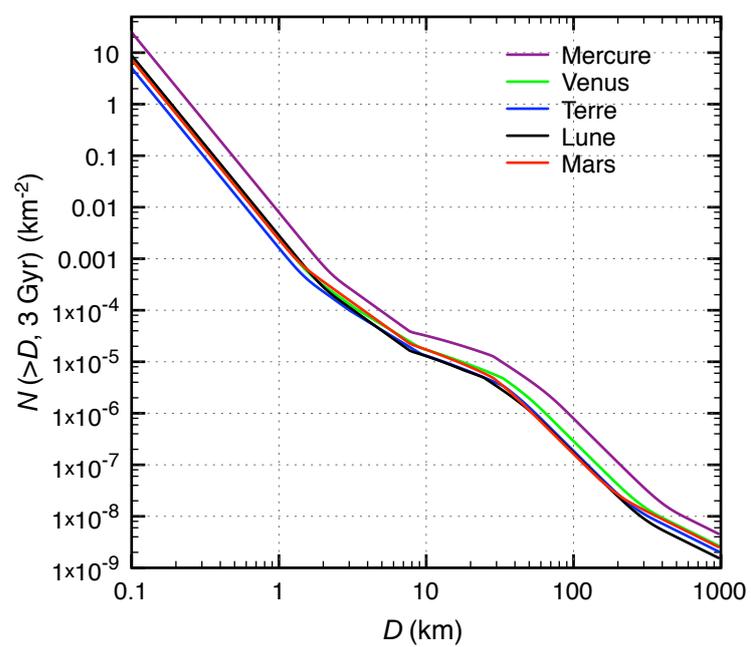


FIG. 7.3 – Comparaison des SFD planétaires globales.

Chapitre 8

Variations spatiales du taux de cratérisation

Le chapitre 6 a vu la détermination des conditions d'impact en fonction de la position, tandis que le chapitre 7 a donné les outils nécessaires au passage de l'impact au cratère. Ici, nous en déduisons les variations spatiales du taux de formation des cratères à la surface de la Lune, Mercure, Vénus, la Terre et Mars. En particulier, nous nous intéressons au taux de formation des cratères d'un diamètre supérieur à 1 kilomètre, puisque c'est la mesure principalement utilisée dans la détermination d'un âge par comptage des cratères d'impact.

8.1 Formalisme

Rappelons pour commencer que la variation relative du flux d'impacts en un point donné, par rapport à la moyenne sur l'ensemble de la planète, a été baptisée $\phi(\lambda, \varphi)$. De manière similaire, on notera $\phi_c(> D, \lambda, \varphi)$ le taux relatif de formation des cratères. Si les variations spatiales du flux d'impacts ne dépendent pas de la taille d des objets considérés, le taux de cratérisation dépend *a priori* de la valeur de D considérée, puisque les lois qui relient d à D dépendent des conditions d'impact de manière non linéaire. Il s'exprime de manière similaire à l'équation (7.16) comme

$$\phi_c(> D, \lambda_0, \varphi_0) = \phi(\lambda_0, \varphi_0) \frac{\overline{S(> d(D))}_{\lambda_0, \varphi_0}}{\overline{S(> d(D))}} . \quad (8.1)$$

avec

$$\overline{S(> d(D))}_{\lambda_0, \varphi_0} = \int_{\mathbf{U}_\infty} S(> d(D, u(\mathbf{U}_\infty), \theta(\lambda_0, \varphi_0, \mathbf{U}_\infty))) \quad (8.2)$$

$$\times \phi(\lambda_0, \varphi_0, \mathbf{U}_\infty) p(\mathbf{U}_\infty) d\mathbf{U}_\infty . \quad (8.3)$$

ou encore

$$\overline{S(> d(D))}_{\lambda_0, \varphi_0} = \int \int S(> d(D; u, \theta)) p_{\lambda_0, \varphi_0}(u, \theta) du d\theta , \quad (8.4)$$

avec $p_{\lambda_0, \varphi_0}(u, \theta)$ la distribution de probabilité des conditions d'impact à la position (λ_0, φ_0) . $\bar{S}(> d(D))$, la moyenne planétaire globale, est donnée par l'équation (7.10) (ou 7.11). Si la planète possède une obliquité significative, le passage du repère orbital aux coordonnées géographiques (λ, φ) se fait par rotation de l'axe de spin, comme détaillé au chapitre 6 (équation (6.20), en substituant Φ_c à Φ).

La distribution taille / fréquence des cratères qui recouvrent une surface d'âge A et de position (λ, φ) est simplement donnée par

$$N(> D, A, \lambda, \varphi) = \phi_c(> D, \lambda, \varphi) N(> D, A) , \quad (8.5)$$

où $N(> D, A)$, la distribution taille / fréquence moyenne sur la totalité de la planète, est donnée par l'équation (7.13).

Pour extraire un sens physique clair des équations précédentes, supposons un instant, comme au chapitre précédent, que la distribution de taille des projectiles suit une simple loi de puissance telle que $S(> d) = d^{-n}$. Dans ce cas, si on considère que tous les cratères formés sont simples, et qu'il ne se forment que dans un seul type de régime (poreux ou non poreux) on a

$$\phi_c(\lambda, \varphi) = \phi(\lambda, \varphi) \frac{\langle u^{2\nu_1 s} \sin^{\nu_3 s} \theta \rangle_{\lambda, \varphi}}{\langle u^{2\nu_1 s} \sin^{\nu_3 s} \theta \rangle} , \quad (8.6)$$

indépendant de D dans ce cas, mais pas dans le cas général. Notons qu'une approximation raisonnable de ϕ_c peut être obtenue en considérant que $s \simeq 2 - 3$, ce qui reproduit approximativement la pente des distributions observables sur l'ensemble des planètes telluriques, et en insérant directement dans l'équation précédente les valeurs moyennes de la vitesse et de l'angle d'impact à une position donnée, telles qu'elles ont été déterminées au chapitre 6, plutôt que de calculer $\langle u^{2\nu_1 s} \sin^{\nu_3 s} \theta \rangle_{\lambda, \varphi}$ sur l'ensemble de la distribution θ des conditions d'impact à cette position.

Sur la Lune, par exemple, nous avons calculé que non seulement le flux d'impacts, mais aussi la vitesse et l'angle d'impact, étaient en moyenne plus faibles au pôle qu'à l'équateur. Un projectile d'une taille donnée produira donc, en moyenne, un cratère plus petit s'il tombe au pôle plutôt qu'à l'équateur. Cela accentue les variations du taux de formation des cratères par rapport à celles du flux d'impacts, comme nous allons le voir.

8.2 Résultats

La figure 8.1 représente la variation latitudinale du taux de formation des cratères de diamètre supérieur à 1 kilomètre ($\phi_c(D > 1, \lambda)$) sur les planètes telluriques et la Lune. On rappelle que l'on considère que la vitesse d'impact contribue à la taille du cratère uniquement par l'intermédiaire de sa composante verticale ($\nu_3 = 2\nu_1$). Puisque l'angle d'impact est fonction de la latitude, et se comporte de manière similaire au flux d'impacts (un flux plus élevé est associé à un angle d'impact moyen plus grand), les variations en latitude sont accrues lorsque l'on parle de cratères d'une certaine taille plutôt que d'impacts (un fort angle d'impact crée un cratère plus grand). Les ratios pôle / équateur sont résumés en Table 8.1, et comparés au cas où la relation $d(D)$ ne prend pas en compte l'angle d'impact ($\nu_3 = 0$). Dans cette hypothèse, seules les variations latitudinales de la norme du vecteur vitesse d'impact sont susceptibles d'accroître ou de réduire les variations par rapport à celles du flux d'impact. On constate que cet effet est plutôt modéré.

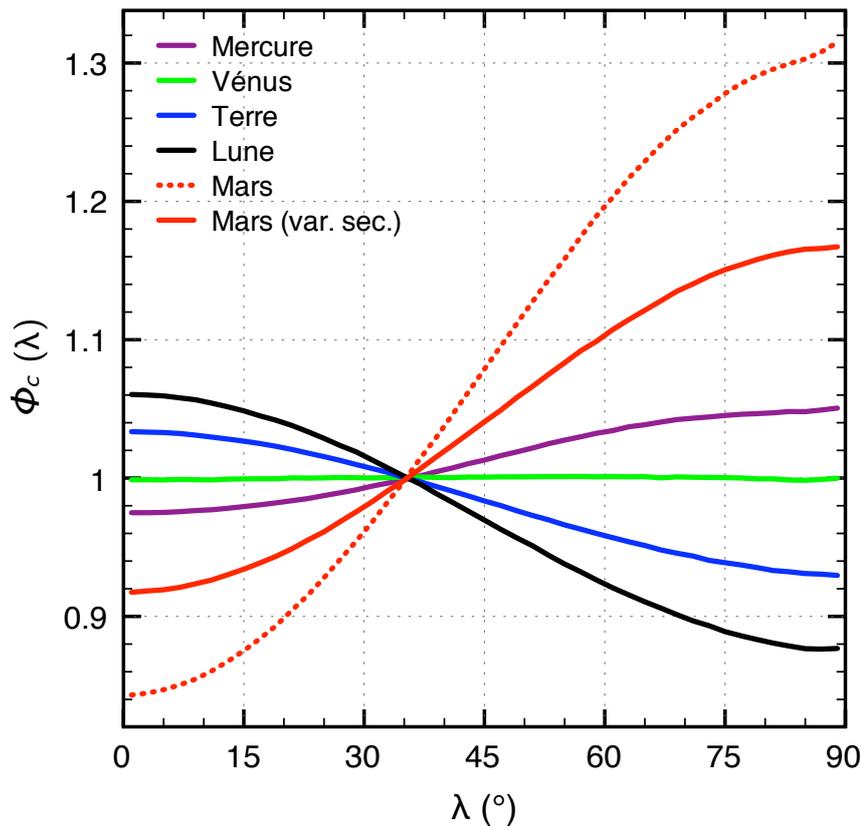


FIG. 8.1 – Taux de formation des cratères de diamètre supérieur à 1 km à la surface des planètes telluriques, en fonction de la latitude.

TAB. 8.1 – Quotients pôle / équateur du flux d’impacts et du taux de formation des cratères pour $D > 1$ km. (1) Loi d’échelle basée sur la composante verticale de la vitesse d’impact. (2) Loi d’échelle pour des impacts verticaux.

Ratio	Mercuré	Venus	Terre	Lune	Mars	Mars (long terme)
Flux d’impacts	1.05	1.00	0.96	0.90	1.26	1.14
Production de cratères (1)	1.08	1.00	0.90	0.83	1.56	1.27
Production de cratères (2)	1.04	0.99	0.95	0.87	1.30	1.16

Même si $\phi_c(> D, \lambda)$ est en toute rigueur fonction du diamètre D considéré, nous calculons qu’un écart de moins de 5% existe entre les ratios présentés en Table 8.1 pour $D > 1$ km et les ratios correspondant à n’importe quel autre diamètre. Ceci est illustré en figure 8.3, qui montre les distributions taille / fréquence des cratères martiens et lunaires, au pôle et à l’équateur. On constate qu’en dépit des distributions de probabilité différentes en terme de conditions d’impact, seul un décalage vertical est évident entre les courbes produites sur un même corps. La figure 8.2 représente les variations en fonction de D du ratio pôle/équateur de cratérisation.

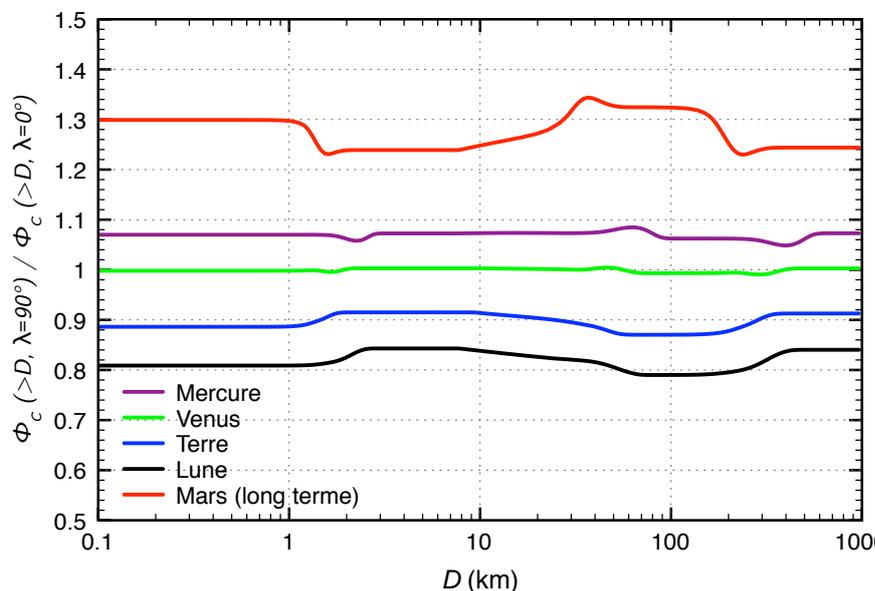


FIG. 8.2 – Variations du ratio pôle/équateur de cratérisation selon D .

Il faut cependant noter que le fait que les conditions d’impact ne présentent pas la même distribution de probabilité selon la latitude influe sur la proportion de cratères elliptiques. Ceux-ci, caractérisés par une forme oblongue comme leur nom l’indique, sont supposés se former pour un angle d’impact inférieur à 12°

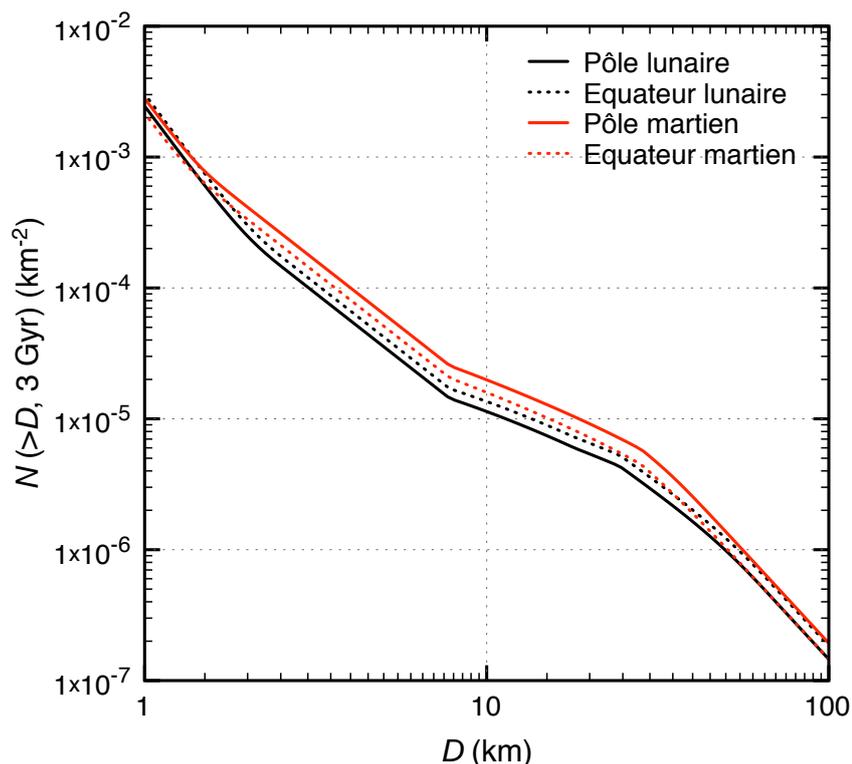


FIG. 8.3 – Variations latitudinales maximales des distributions taille / fréquence générées sur la Lune et Mars (long terme).

[Bottke et al., 2000b]. Sur la Lune, la probabilité d'un faible angle d'impact est plus élevée au pôle, et l'on calcule que l'on peut attendre un excédent de cratères elliptiques de 30 % par rapport à l'équateur (par unité de surface). Sur Mars, et sur la moyenne des variations séculaires, on détermine un effet exactement opposé.

Sur la Lune, les variations du taux de production des cratères sont aussi fonction de la longitude, comme le montre la figure 8.4. A la différence des variations en latitude, celles-ci sont sensibles à la distance Terre-Lune. Nous considérons que, au cours des 3 derniers milliards d'années, l'évolution de cette distance s'est faite linéairement entre 40 et 60 rayons terrestres (chapitre 4). L'amplitude de l'effet est légèrement accrue par rapport à la distance Terre-Lune actuelle. Tout comme pour le flux d'impacts, le maximum sur l'ensemble de la surface lunaire est localisé à l'apex, tandis que le minimum, qui résulte de la compétition de l'effet apex / antapex et de l'effet de latitude, se situe aux environs de ($\pm 60^\circ N, 90^\circ E$). Les variations sont accrues par rapport au flux d'impacts. Le rapport du taux maximal sur le taux minimal est de 1.47.

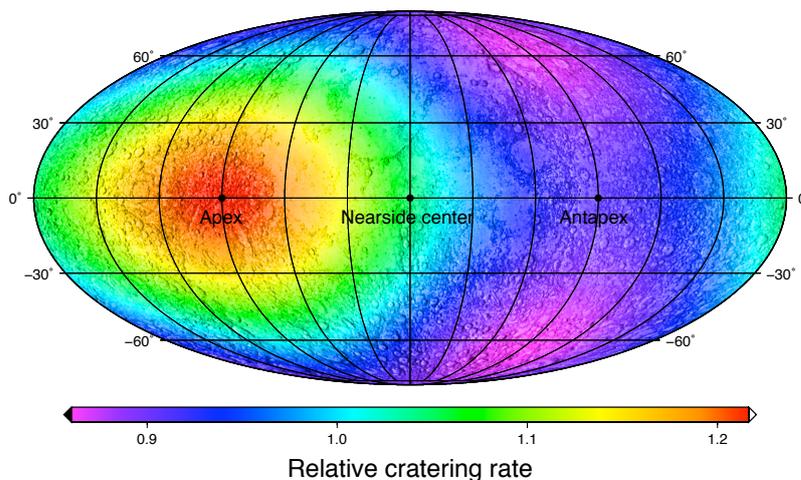


FIG. 8.4 – Variations du taux de formation des cratères de diamètre supérieur à 1 km à la surface de la Lune, estimé pour les trois derniers milliards d'années.

8.3 Confrontation aux observations

Nous tentons ici de comparer nos estimations avec les observations. Une comparaison approfondie des distributions taille / fréquence réelles des cratères planétaires recouvrant des unités géologiques d'âges similaires et de positions différentes est en dehors du cadre de ce travail. Nous nous contentons de comparer nos résultats avec les bases de données globales disponibles. Nous ne tentons pas d'utiliser les observations martiennes pour vérifier notre estimation des variations en latitude, car les pôles martiens et l'hémisphère nord, géologiquement jeunes, viendraient fausser la comparaison. La tectonique des plaques et les océans interdisent toute exploitation des données terrestres. La seule comparaison possible est celle du bombardement atmosphérique, et celle-ci a été réalisée (avec succès) au chapitres 5 et 6. Nous n'avons pas connaissance d'une base de données exploitable dans le cas de Mercure. Restent Venus et la Lune.

La population des cratères vénusiens a été observée à partir de l'imagerie SAR de la mission Magellan [Phillips et al., 1992]. On pense de Venus que sa surface entière s'est reformée simultanément suite à un épisode d'activité volcanique intense, et des tests statistiques ont montré que la distribution des cratères d'impact n'est pas distinguable d'une distribution uniforme [Strom et al., 1994]. Cela est en parfait accord avec nos estimations, qui prédisent une dépendance en latitude quasi-nulle.

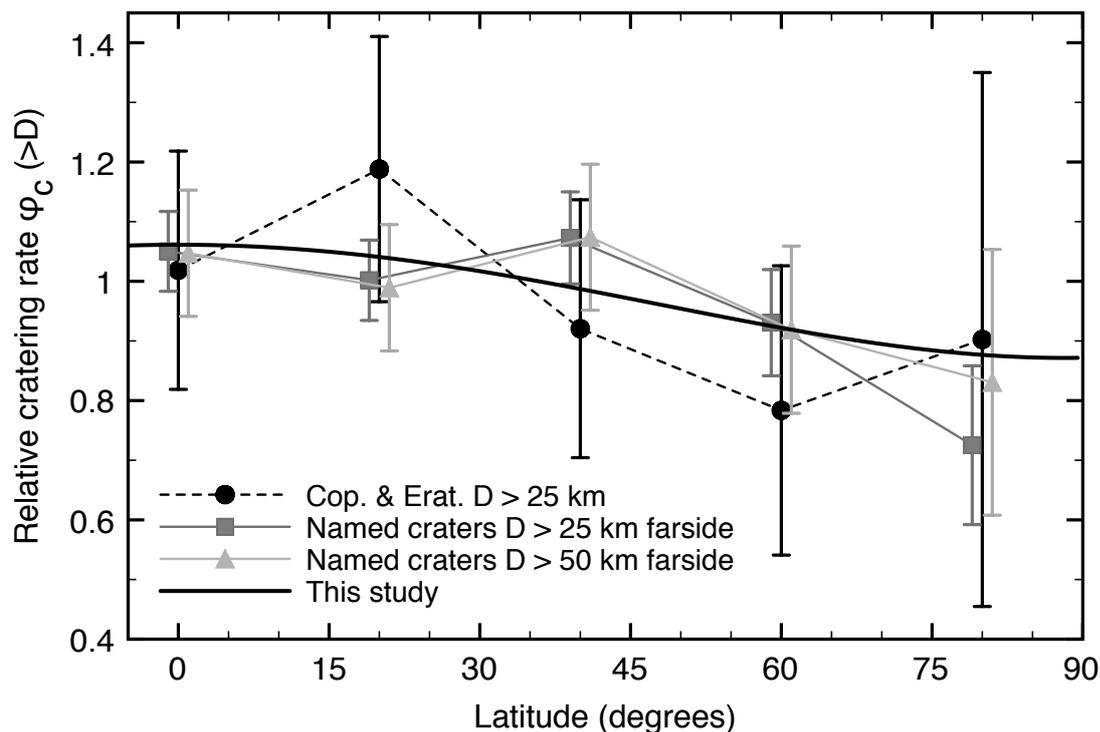


FIG. 8.5 – Comparaison entre les variations en latitude prédites et les observations lunaires.

Dans le cas de la Lune, nous utilisons la base de données¹ des cratères baptisés, compilée par J. McDowell à partir du travail de Andersson et Whitaker [1982]. Dans la mesure où tous les cratères lunaires n'ont évidemment pas été nommés, nous nous restreignons aux cratères de diamètre supérieur à 25 ou 50 km, en supposant que ceux-ci sont suffisamment visibles pour tous avoir été reconnus et nommés. La résolution des images lunaires se dégradant quelque peu vers les pôles (Tableau 2 de Wilhelms et al. [1987]), la différence entre les deux jeux de données (> 25 et > 50 km) est supposée donner une idée raisonnable de l'influence de la précision variable des observations. L'histoire géologique de la face visible est rendue complexe par la présence des mers basaltiques, plus jeunes que les haut-plateaux environnants. Nous nous restreignons donc aux observations effectuées sur la face cachée, dont on peut raisonnablement supposer qu'elle a été affectée uniformément par les mêmes processus géologiques tout au cours de son histoire. Précisément, la zone exploitée est délimitée par les longitudes 100 E et 250 E, afin d'éviter les bassins Orientale et Australe. Tout ceci laisse un total de 1349 cratères plus grands que 25 km et 539 plus grands que 50 km. Dans le but de

¹<http://www.planet4589.org/astro/lunar>

réduire les incertitudes statistiques autant que possible, la moyenne est faite sur les hémisphères nord et sud, ainsi que sur des bandes de 30 degrés en latitude. La distribution résultante est tracée en figure 8.5. On y a également représenté l'ensemble des cratères Coperniciens et Eratosthèniens plus grands que 25 km (127 cratères sur l'ensemble de la Lune), postérieurs aux mers basaltiques et à toute activité géologique majeure. Ceux-ci nous ont été fournis par N. Petro, à partir des données publiées par Wilhelms et al. [1987], Grier et al. [2001], McEwen et al. [1993] et McEwen et Robinson [1997]. On peut voir que la densité des cratères montre une tendance à être plus réduite au pôle qu'à l'équateur, comme nos résultats le prédisent. Néanmoins, les grandes incertitudes statistiques associées au faible nombre de données, ainsi que la rigueur discutable des bases de données utilisées, ne permettent pas d'être affirmatif.

Nous comparons également nos résultats aux données récoltées par Morota et Furumoto [2003] et Morota et al. [2005], qui ont mesuré la densité des cratères étoilés (donc récents et aisément identifiables) en fonction de la distance angulaire à l'apex, γ . Ces cratères, au regard de la durée de vie des éjectas en étoile, constituent le bombardement lunaire de ce dernier milliard d'années. La comparaison, favorable, est montrée en figure 8.6. On a également représenté l'expression analytique calculée par Morota et al. [2005], selon la forme fonctionnelle $\phi_c(\gamma) = (1 + a \cos \gamma)^b$ prédite par Zahnle et al. [2001], en ajustant les valeurs de a et de b . Ils déduisent de la meilleure valeur de a une vitesse moyenne d'impact d'environ 15 km.s^{-1} . Pour une vitesse moyenne d'impact de près de 20 km.s^{-1} , notre modèle produit une courbe aussi convaincante au regard des données, même si l'effet mesuré semble supérieur à l'effet calculé. De nombreux facteurs peuvent être responsables de cette différence, notamment l'évolution de la distance Terre-Lune, mal contrainte. On rappelle que la forme fonctionnelle établie par Zahnle et al. [2001] est prédite lorsque le bombardement est supposé isotrope. La courbe produite par notre modèle semble mieux reproduire le quasi plateau observable pour $\gamma > \pi/2$, caractéristique d'un effet de latitude.

8.4 Troyens autour de la Terre ?

Nous avons pu constater qu'aucune asymétrie face visible / face cachée n'est observable dans nos résultats pour la Lune. Pour qu'un tel effet existe, il faut que l'inclinaison du vecteur vitesse d'approche avec le système Terre-Lune, i' , soit quasi nulle, permettant ainsi à la Terre de concentrer les trajectoires sur une

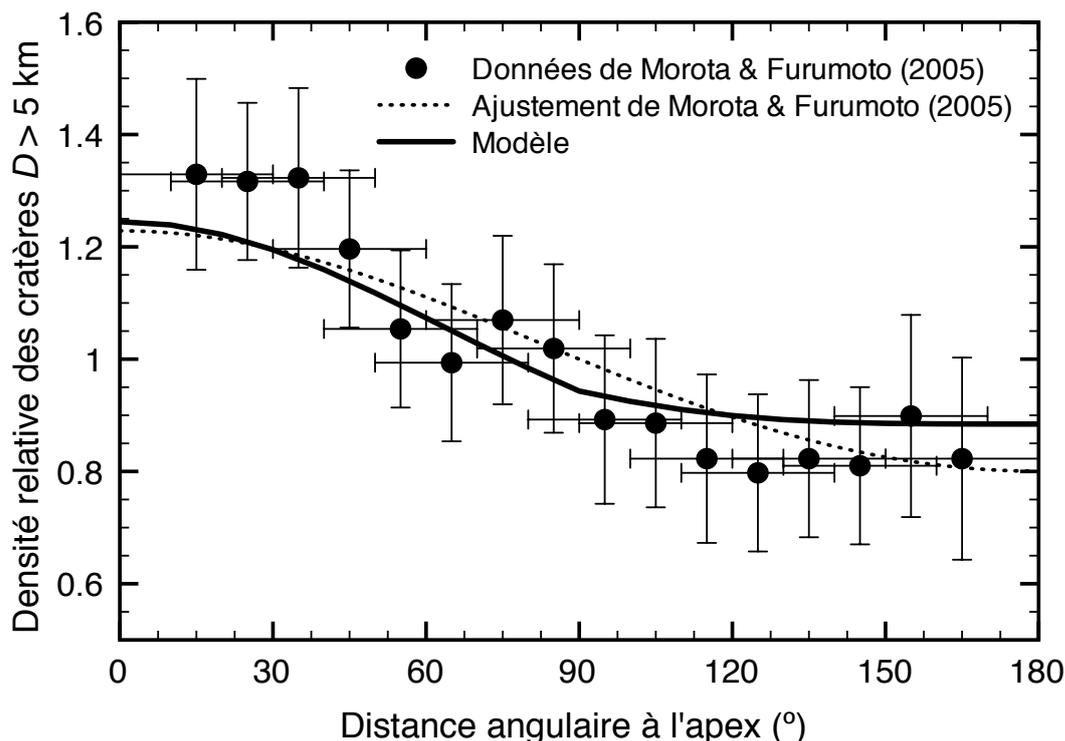


FIG. 8.6 – Taux de formation des cratères lunaires en fonction de la distance angulaire à l'apex. Comparaison avec les données récoltées par Morota et Furumoto [2003].

ligne qui coupe l'orbite du satellite. La distribution des i' générée par l'ensemble de la population d'astéroïdes ne permet pas à cette asymétrie de se faire sentir.

Cependant, une population d'astéroïdes telle que d'hypothétiques troyens terrestres, piégés aux points de Lagrange puis éjectés, serait susceptible de réunir les conditions nécessaires à l'existence d'un tel effet. Les travaux de Mikkola et Innanen [1995] et Wiegert et al. [2000] prédisent que ces objets, que l'on n'observe pas aujourd'hui, pénétreraient préférentiellement dans le système Terre-Lune avec une vitesse autour de 1-2 kilomètres par seconde et une inclinaison comprise entre 0 et 6 degrés.

La figure 8.7 représente les variations spatiales du taux de formation des cratères lunaires produites par une population d'objets qui vérifie $U' = 2\text{km.s}^{-1}$ et $i' \in [0^\circ, 6^\circ]$. On a choisi de considérer que i' est uniformément distribué dans cet intervalle. La distance Terre-Lune est posée à 40 rayons terrestres. On constate alors que le maximum est situé entre l'apex et le centre de la face visible. Le ratio hémisphère visible / hémisphère caché est de 1.4. Ce ratio peut atteindre 1.5 pour une distance de 30 rayons terrestres.

Si une telle population a bien existé, à l'instar des troyens joviens, et si elle a massivement contribué, à une époque, au bombardement lunaire, alors l'hémisphère visible aura été significativement plus exposé.

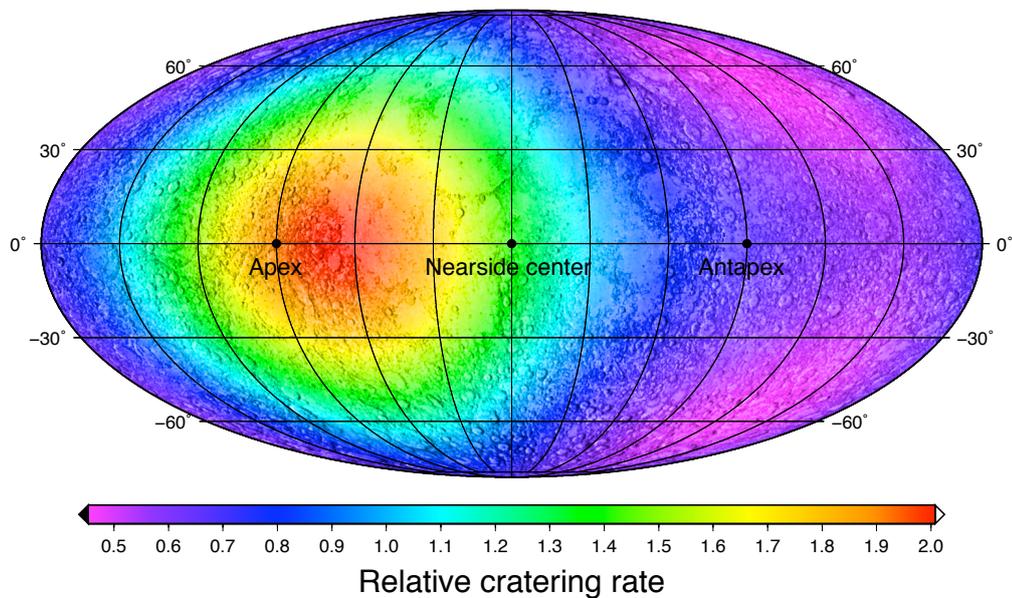


FIG. 8.7 – Taux de formation des cratères lunaires générés par une population hypothétique de troyens. Distance Terre-Lune de 40 rayons terrestres.

Chapitre 9

Révision de la datation par comptage de cratères

Ayant calculé les variations spatiales du taux de cratérisation sur la Lune, nous sommes en mesure de corriger la relation âge / densité de cratères. Cette dernière, bâtie à partir des âges mesurés sur les sites d'échantillonnage des missions lunaires, ne tient en effet pas compte de la position de ces sites. Une fois ceci fait, nous formalisons la méthodologie qui permet, à partir de cette relation, d'attribuer un âge à une zone quelconque de la Lune (en tenant compte encore une fois des variations spatiales), mais également à une zone de n'importe quelle autre planète tellurique, puisque nous avons estimé les taux de production de cratères relatifs à la Lune. Nous donnons pour conclure de nouvelles estimations de certains âges sur la Lune, Mercure, Venus, Mars et la Terre.

9.1 Recalibration de la chronologie

Sur la Lune, on rappelle que la relation empirique

$$N_{\mathcal{C}}(D > 1\text{km}, A) = 5.44 \times 10^{-14} (e^{6.93A} - 1) + 8.38 \times 10^{-4} A, \quad (9.1)$$

établie par Neukum et al. [2001a], lie l'âge A d'une unité géologique (en Ga) à la densité de cratères de diamètre supérieur à 1 km. Les points de calibration de cette courbe proviennent essentiellement des âges absolus mesurés autour des sites d'alunissage des missions Apollo et Luna, représentés en figure 9.1.

A partir des variations spatiales données par la figure 8.4, nous tenons compte de la position à laquelle les densités de cratères ont été mesurées pour convertir celles-ci en densités moyennes sur l'ensemble de la surface lunaire, que nous appelons « équivalent global moyen ». L'équivalent global moyen de la densité de cratères mesurée à une position (λ, φ) donnée est

$$N_{\mathcal{C}}(D > 1) = N_{\mathcal{C}}(D > 1, \lambda, \varphi) / \phi_c^{\mathcal{C}}(D > 1, \lambda, \varphi), \quad (9.2)$$



FIG. 9.1 – Sites d'alunissage des missions Apollo et Luna.

avec $\phi_c^{\mathcal{C}}$ ($D > 1, \lambda, \varphi$) donné par la figure 8.4.

Les points de calibration corrigés sont indiqués sur la figure 9.3, et listés en Table 9.1. La position des unités géologiques correspondantes est indiquée en figure 9.2. À défaut de meilleure estimation, la correction a été appliquée au delà de 3.5 milliards d'années, même si la population d'astéroïdes est soupçonnée d'avoir été très différente. On constate que sur l'ensemble des points, la différence n'est pas flagrante, la plupart des unités géologiques concernées étant éloignées des zones d'extrema du taux de cratérisation, ou suffisamment étendues pour qu'en moyenne, les variations spatiales à leur surface soient proches de la moyenne planétaire. La forme analytique déterminée par Neukum et al. [2001a] n'est pas remise en cause. Au contraire, les points corrigés, en tout cas pour la période où ils peuvent être considérés comme relativement fiables (0–3.5 Gyr), semblent, assez nettement, en meilleur accord avec l'expression analytique que les points préexistants. On continuera donc à utiliser l'expression donnée par l'équation (1.1) comme base de la méthode de datation. Notons que le point 4 sur la figure 9.3 correspond à l'équivalent lunaire de l'accumulation des cratons terrestres durant les quatre derniers millions d'années. Leur cas est traité plus loin, avec pour résultat un parfait accord avec le modèle, contrairement aux résultats de Neukum et Ivanov [1994].

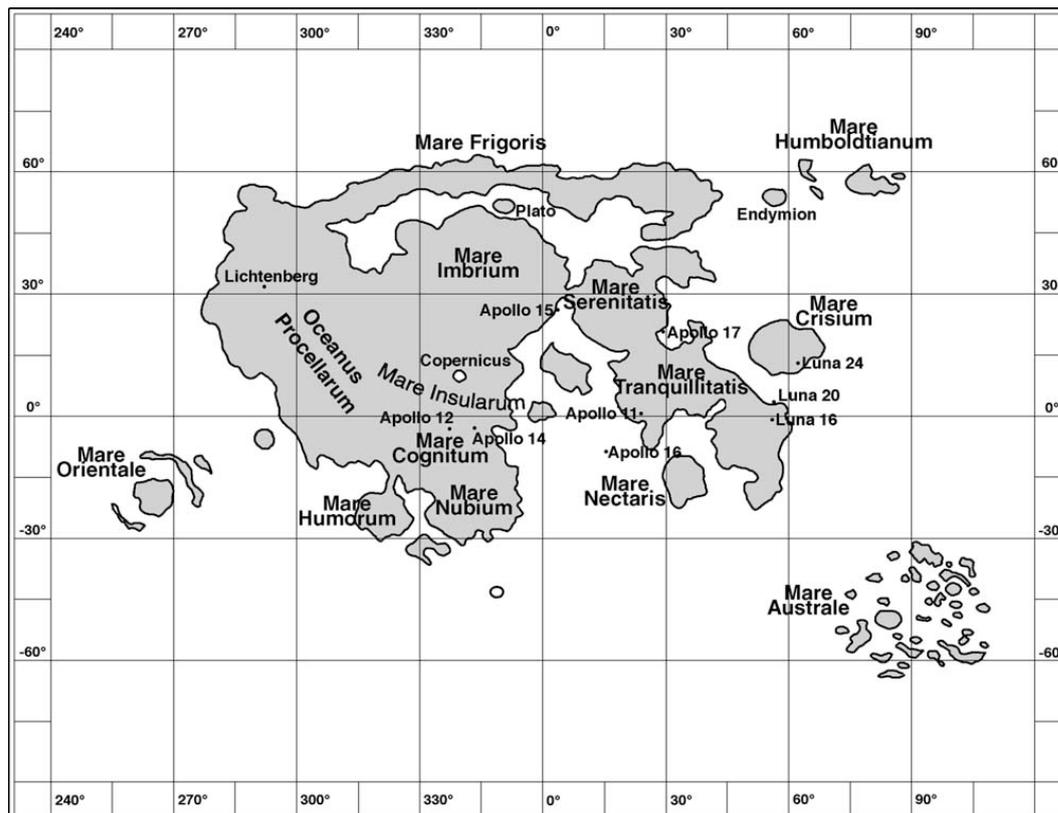


FIG. 9.2 – Mers de lave lunaires.

Les variations maximales sont également représentées sur la figure 9.3, pour des sites situés respectivement aux coordonnées $(0^\circ N, 270^\circ E)$ et $(\pm 60^\circ N, 90^\circ E)$, ainsi qu'un exemple de l'erreur que cela peut engendrer lors de l'estimation d'un âge (rectangle grisé). Puisque la relation est linéaire pour les trois derniers milliards d'années (si le bombardement a bien été constant), une variation spatiale donnée se reporte directement sur un biais en âge dans la même proportion. Supposons que deux unités géologiques, situées aux coordonnées correspondant aux variations maximales, se soient vues attribuer un âge identique, par exemple 2 milliards d'années, sans tenir compte de leur position. Les variations spatiales étant au maximum de 40 %, l'écart en terme d'âge sera lui aussi de 40% de la valeur estimée : 800 millions d'années séparent alors les deux surfaces.

9.2 Méthodologie révisée

Puisque la relation entre âge et densité de cratères lunaires reste identique à la relation établie par Neukum et al. [2001a], notre fonction $\eta(t)$ (qui traduit l'évolution temporelle du flux de projectiles et est posée égale à 1 de nos jours)

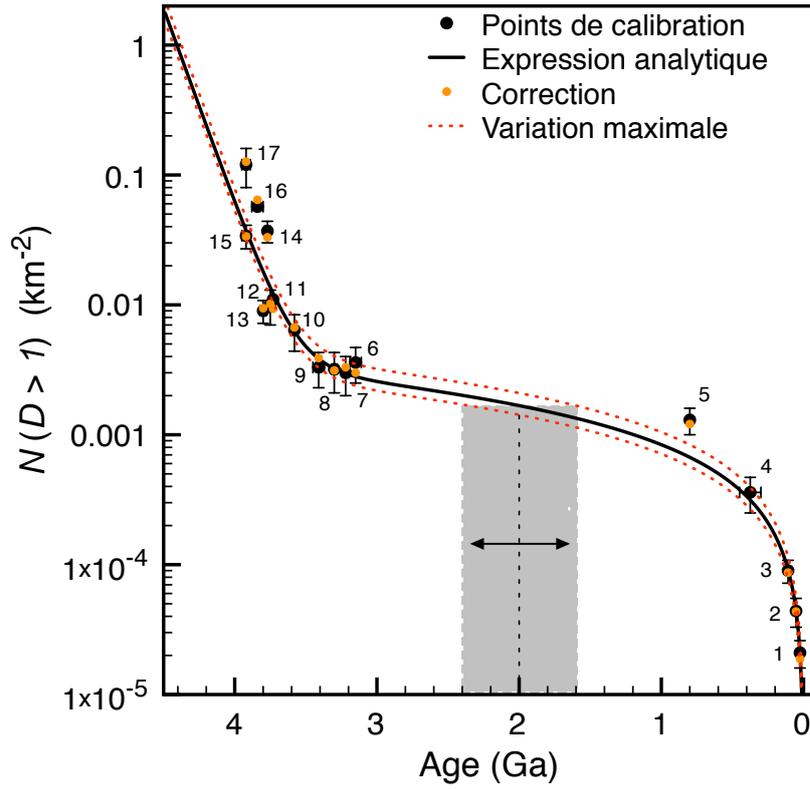


FIG. 9.3 – Correction des points de calibration de la relation âge / densité de cratères, établie sur la Lune.

s'écrit

$$\eta(t) = Const. \times \frac{dN_{\mathcal{L}}(> 1, t)}{dt} = \frac{a b}{c} e^{b t} + 1, \quad (9.3)$$

avec $a = 5.44 \times 10^{-14}$, $b = 6.93$, $c = 8.38 \times 10^{-4}$.

La distribution taille / fréquence des cratères qui recouvrent une surface d'âge A et de position (λ, φ) est donc

$$\begin{aligned} N(> D, A, \lambda, \varphi) &= \phi_c(> D, \lambda, \varphi) N(> D, A), \\ &= \phi_c(> D, \lambda, \varphi) R_c(> D) N_{\mathcal{L}}(> D, A). \end{aligned} \quad (9.4)$$

où $\phi_c(> D, \lambda, \varphi)$ est la variation relative du taux de cratérisation et où l'on s'est ramené à l'équivalent lunaire global par le biais du taux de cratérisation relatif, R_c (figure 7.2). Il arrive souvent que, par commodité, seule la densité de cratères de diamètres supérieurs à 1 km, $N(D > 1, A, \lambda, \varphi)$, soit déterminée par l'observation. L'estimation de l'âge s'appuie alors sur cette seule valeur, telle que

$$N_{\mathcal{L}}(D > 1, A) = \frac{N(D > 1, A, \lambda, \varphi)}{\phi_c(D > 1, \lambda, \varphi) R_c(D > 1)}, \quad (9.5)$$

avec $\phi_c(D > 1, \lambda, \varphi)$ donné par les figures 8.1 et 8.4 (pour les planètes, ϕ_c ne dépend pas de φ , mais cette variable est conservée ici pour que les relations

TAB. 9.1 – Conversion des densité de cratères lunaires données par [Stöffler et Ryder, 2001] en équivalent global moyen, par correction spatiale.

Unité	Localisation	Diamètre (km)	Age (Ga)	Densité de cratères	Equivalent global moyen
				[Stöffler et Ryder, 2001] $N(> 1, \lambda, \varphi)$ (10^{-4} km^{-2})	(cette étude) $N(> 1)$ (10^{-4} km^{-2})
1 Cratère Cone	-3.7°N, -17.5°E	0.34	0.025	0.21	0.188
2 Cratère North Ray	-9°N, -15.6°E	1	0.053	0.44	0.436
3 Cratère Tycho	-43.4°N, -11.1°E	102	0.109	0.90	0.868
5 Copernicus	9.7°N, -20.1°E	93	0.80	13	12.1
6 O. Procellarum (A12)	18.4°N, -57.4°E	2568	3.15	36	30.0
7 M. Crisium (L24)	17.0°N, 59.1°E	418	3.22	30	33.8
8 M. Imbrium (A15)	32.8°N, -15.6°E	1123	3.30	32	31.3
9 M. Fecunditatis (L16)	-7.8°N, 51.3°E	909	3.41	33	39.0
10 M. Tranquilitatis (jeune) (A11)	8.5°N, 31.4°E	873	3.58	64	67.0
11 Orientale Basin / ejecta	-19.4°N, -92.8°E	930	3.73	110	93.3
12 M. Serenitatis (A17)	28.0°N, 17.5°E	707	3.75	100	101.8
13 M. Tranquilitatis (ancienne) (A11)	8.5°N, 31.4°E	873	3.80	90	94.3
14 Fra Mauro (A14)	-3.7°N, -17.5°E		3.77	370	331.4
15 Descartes (A16)	-9.0°N, 15.6°E		3.92	340	336.7
16 Crisium Basin	17.0°N, 59.1°E	740	3.84	570	643.8
17 Nectaris Basin	-15.2°N, 35.5°E	333	3.92	1200	1265.3

soient valides dans le cas lunaire – en posant $Rc = 1$). L'âge est alors simplement donné à partir de $N_{\mathcal{C}}(D > 1, A)$ par la relation (9.1).

Si cette manière de procéder est très commode, elle reste beaucoup moins robuste que la recherche du meilleur accord entre une distribution taille-fréquence prédite et la distribution observée sur un grand intervalle de taille. Cette dernière approche est plus fastidieuse, car elle nécessite de trier avec précision les cratères en fonction de leur diamètre D . Qui plus est, les grandeurs ϕ_c et R_c , fonctions de D , doivent être connues à chacun de ces diamètres. Cependant, les observations, localisées, reproduisent rarement la distribution idéalement prédite, pour différentes raisons. Notamment, des variations purement statistiques existent. Certains processus géologiques sont également susceptibles d'avoir modifié (par érosion, recouvrement, etc.) le nombre de cratères visibles dans une gamme de taille préférentielle. Se limiter à $D > 1$ km revient à ne pas s'assurer que la distribution de cratère se comporte « normalement », et induit le risque de s'appuyer sur une mesure biaisée. Sachant que $N_{\mathcal{C}}(> D, A) = \Phi_c^{\mathcal{C}}(> D) \int_0^A \eta(t) dt$, on écrit à partir de l'équation (9.4) :

$$N(> D, A, \lambda, \varphi) = \phi_c(> D, \lambda, \varphi) R_c(> D) \Phi_c^{\mathcal{C}}(> D) \left(\frac{a}{c} e^{bA} + A \right), \quad (9.6)$$

où $\Phi_c^{\mathcal{C}}(> D)$ est le taux de cratérisation actuel et absolu, en moyenne sur l'ensemble de la surface lunaire, tel que $\Phi_c^{\mathcal{C}}(> D) = \Phi^{\mathcal{C}}(d > 1) \bar{S}(> d(D))$. Avec un flux de projectile calculé comme $\Phi^{\mathcal{C}}(d > 1) = 2.1 \times 10^{-15} \text{ km}^{-2} \text{ an}^{-1}$ et la

grandeur $\bar{S}(> d(D))_{\zeta}$ donnée par l'équation (7.24), on dispose de toutes les informations nécessaires au tracé de la distribution taille / fréquence, c'est-à-dire $N(> D, A, \lambda, \varphi)$ en fonction de D . Faire varier l'âge A revient alors à traduire verticalement la courbe sur le graphe. On cherche donc A tel que la distribution prédite reproduise au mieux les données.

9.3 Attribution de nouveaux âges

Pour finir, nous appliquons la méthode décrite à l'instant pour estimer l'âge de diverses unités géologiques lunaires et planétaires. L'ensemble des âges recalculés est listé en table 9.2, et comparé avec diverses valeurs publiées au préalable.

TAB. 9.2 – Ages estimés. Valeurs comparées à : ^aNeukum et al. [2001b]; ^bStrom et Neukum [1988]; ^cMcKinnon et al. [1997]; ^dNeukum et Ivanov [1994]; ^eStrom et al. [1994]; ^fGrieve et Dence [1979]; ^gHartmann et Neukum [2001].

Planète	Unité	Age (littérature)	Age (cette étude)
Mercure	Mare Caloris	3.77 ^a , 3.85 ^b	3.70 Ga
	Highlands	4.18 ^a , 4.07 ^b	3.89 Ga
Vénus	surface globale	750 ^c , 650 ^d , 290 ^e	230 Ma
Terre	Cratons phanérozoïques	700 ^d , 375 ^f	380 Ma
Mars	Amazonis Planitia $D < 1\text{km}$	100 – 200 ^g	100 – 200 Ma
	Amazonis Planitia $D > 1\text{km}$	0.5 – 2 ^g	~ 1 Ga

Sur Terre, le temps nécessaire à l'accumulation des cratons Nord américains et européens a été estimé géologiquement à environ 375 millions d'années par Grieve et Dence [1979]. A partir de la distribution taille / fréquence établie par ces auteurs, Neukum, G. [1983], qui établit pour la première fois une relation âge / densité relativement robuste pour la Lune, exporte la méthode de datation sur Terre et en déduit un âge relativement proche, qui vient conforter l'hypothèse d'un bombardement constant dans les dernières centaines de millions d'années (point 4 de la figure 9.3). Cependant, Neukum et Ivanov [1994] mettent en doute la validité de ce résultat. En effet, le passage des conditions lunaires aux conditions terrestres est fait de manière très approximative : il ne tient pas compte de la gravité de la Terre. En appliquant un traitement plus rigoureux, Neukum et Ivanov [1994]

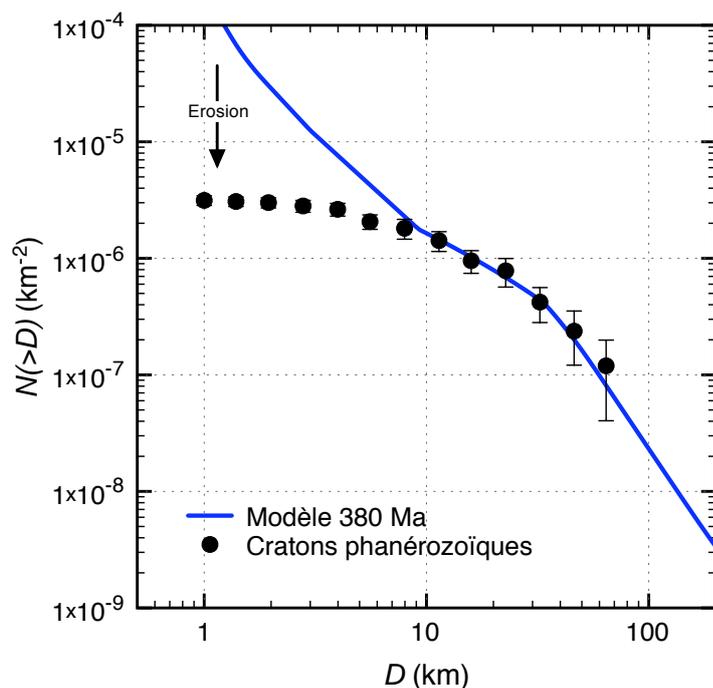


FIG. 9.4 – Distribution des cratons terrestres et âge donné par notre modèle.

constatent que l'âge produit par la méthode de datation est de ~ 700 Ma, en désaccord d'un facteur 2 avec l'âge (robuste) donné par Grieve et Dence [1979]. Ils concluent en évoquant la possibilité d'un accroissement du bombardement bref et intense dans les temps géologiques récents. Pour autant, les auteurs conservent le point de calibration établi par Neukum, G. [1983]. La figure 9.4 représente la distribution taille / fréquence des cratons, et la distribution synthétique, calculée par nos soins pour un âge qui reproduit au mieux les données. Le modèle donne un âge de 380 Ma, en parfait accord avec la valeur de Grieve et Dence [1979]. Ce résultat est un bon indicateur de confiance pour notre modèle. Notons que le déficit de cratères de diamètre inférieur à 10 km est attribué à l'érosion.

Il est généralement admis que l'ensemble de la surface de Venus s'est renouvelée à peu près simultanément suite à un épisode de volcanisme intense. La figure 9.5 représente la distribution de l'ensemble des cratères vénusiens observés, accompagnée de notre distribution modèle. Nous estimons que la surface de Venus est vieille de 230 Ma. De nombreuses tentatives ont été faites dans la littérature pour déterminer cet âge, avec des estimations allant de 290 à 800 Ma, pour des hypothèses très variées. Une revue assez complète peut être trouvée dans McKinnon et al. [1997]. Ces derniers incluent un modèle atmosphérique qui reproduit très fidèlement la distribution de cratères observée, même aux petites tailles, et estiment l'âge à 700 Ma. Cependant, ils utilisent une estimation de la

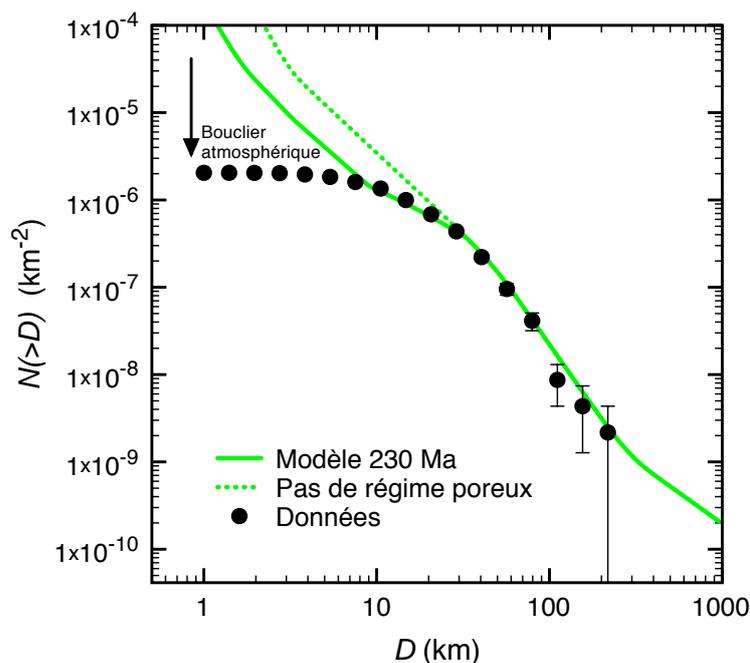


FIG. 9.5 – Distribution des cratères vénusiens et âge donné par notre modèle.

population d’astéroïdes et de comètes faite par Shoemaker et al. [1990], qui se base sur des observations bien moins complètes qu’aujourd’hui. Notre modèle, basé sur une distribution orbitale et une distribution en taille des projectiles plus récente, reproduit très bien la distribution des cratères pour lesquels $D > \sim 10$ km, semblant indiquer que l’atmosphère ne freine pas le processus de cratérisation au-delà de cette taille. Cependant, si l’hypothèse que les petits cratères se forment en régime poreux ne s’applique pas à Vénus, le seuil se déplace à ~ 30 km. Dans leurs simulations, McKinnon et al. [1997] prédisent que l’effet de l’atmosphère se fait notablement sentir jusqu’à $D \simeq 80$ km. Cependant, les paramètres qui contrôlent la traversée atmosphérique (coefficients d’ablation, seuil de fragmentation, etc.), mal contraints, ont été ajustés de manière à ce que les données soient reproduites par la population de projectile choisie par les auteurs, très différente de la nôtre.

La figure 9.6, qui concerne Mercure, donne l’estimation de l’âge des Highlands et de Caloris Mare. Les données sont représentées sous forme de distribution relative, qui permet de mieux observer les variations selon D . L’âge des highlands donné par le modèle est 3.89 Ga, contre 4.07 pour Neukum et al. [2001b] et 4.18 pour Strom et Neukum [1988]. L’âge de Caloris Mare est calculé à 3.70 Ga, contre 3.77 pour Neukum et al. [2001b] et 3.85 pour Strom et Neukum [1988]. Puisque notre distribution en taille de projectiles suit une succession de lois de puissances,

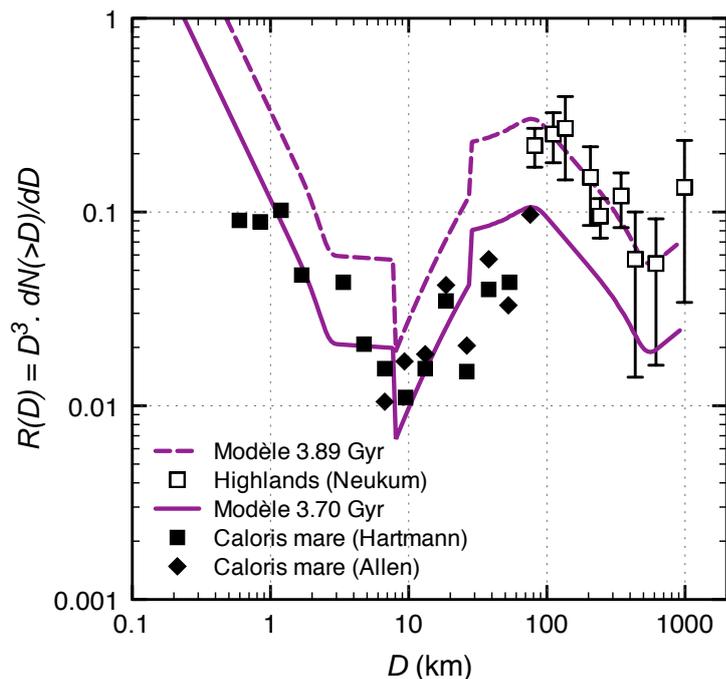


FIG. 9.6 – Distribution des cratères de Caloris Mare et des Highlands de Mercure, et âges donnés par notre modèle.

la distribution cumulée des cratères fait de même. Cela produit d’abruptes variations de la distribution relative. Pour autant, la distribution synthétique reproduit bien les données, peut-être même mieux que l’expression polynomiale de Neukum et al. [2001b] (voir la figure 1.5 (a)).

Enfin, la figure 9.7 correspond à Amazonis Planitia, sur Mars. Il semble que les grands cratères soient plus anciens, puisque la distribution synthétique ne peut reproduire convenablement les données sur l’ensemble de la gamme de diamètres. C’est en tout cas ce que proposent Hartmann et Neukum [2001], en suggérant que l’épanchement de lave qui s’étend sur Amazonis Planitia, mince et récent, est recouvert par les petits cratères (le jeune âge de la coulée laisse peu de chances à de grands cratères, moins fréquents, de se former), tout en laissant apparaître les grands cratères préexistants recouverts. Bien sûr, il est possible que le modèle ne soit pas adapté dans ce cas, pour une raison ou pour une autre (autre population de projectiles, autre régime de formation des cratères, etc.). Quoiqu’il en soit, l’âge est estimé à environ 1 Ga pour $D > \sim 1\text{km}$, et 100 – 200 Ma pour les cratères plus petits, c’est-à-dire pour la coulée de lave. Hartmann et Neukum [2001] donnent une estimation équivalente.

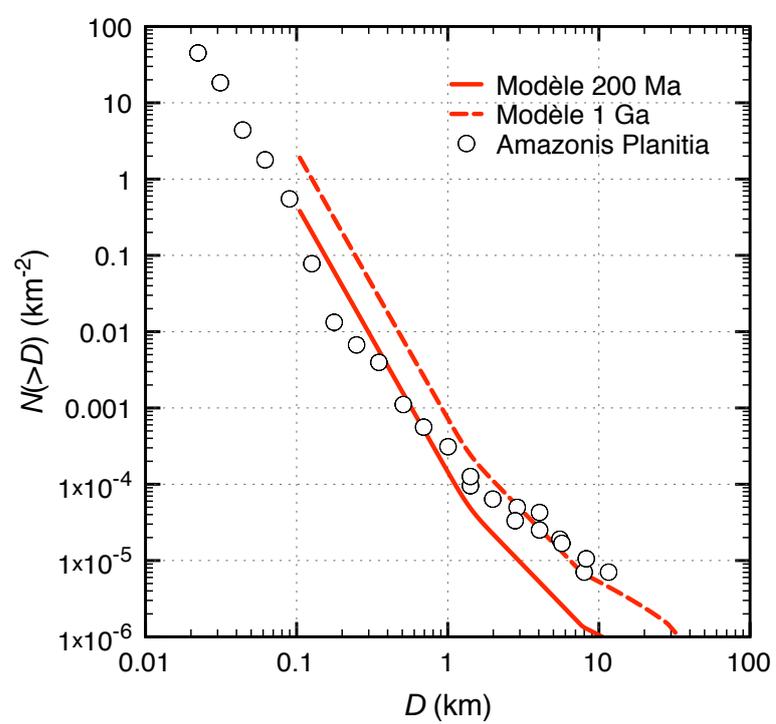


FIG. 9.7 – Distribution des cratères de Amazonis Planitia, sur Mars, et âges estimés par notre modèle.

Conclusions

En nous appuyant sur les derniers modèles et les plus complètes observations de la population d'astéroïdes, nous avons, au cours de ce travail, modélisé le bombardement des planètes telluriques et de la Lune. Le chemin qui sépare l'astéroïde du cratère d'impact est long et parsemé d'incertitudes. Pourtant, un certain nombre de résultats présentés sont confirmés par des observations variées. Les progrès constants dans le domaine de l'observation spatiale, de la dynamique du système solaire et de la mécanique de formation des cratères permettront à court terme d'affiner les estimations établies dans ce manuscrit.

La distribution orbitale et la distribution en taille de la population d'astéroïdes et de comètes ont été bâties en faisant la synthèse de nombreux travaux indépendants [Bottke et al., 2002; Morbidelli et al., 2002; Stuart et Binzel, 2004; Halliday et al., 1996; ReVelle, 2001; Brown et al., 2002; Harris, A. W., 2002; Rabinowitz et al., 2000]. Les fomules d'Öpik [Öpik, 1951; Wetherill, 1967; Greenberg, 1982; Shoemaker et Wolfe, 1982] ont été utilisées pour déterminer les probabilités d'impact avec les planètes, et adaptées au cas de la Lune. Les derniers résultats concernant l'évolution temporelle des orbites planétaires ont été inclus dans les estimations Laskar [2008]; Laskar et al. [2004]; Eriksson et Simpson [2000]; Sonett et Chan [1998]; Touma et Wisdom [1994]. Une méthode analytique a été développée pour calculer le bombardement comme fonction de la position à la surface des planètes, à partir de la distribution des conditions d'approche déterminées par le calcul des probabilités. La conversion du flux d'impacts en taux de formation de cratères a été rendue possible par l'usage des lois empiriques établies en laboratoire [Melosh, 1989; Schmidt et Housen, 1987; Holsapple et Housen, 2007].

L'évolution journalière du bombardement terrestre est en remarquable accord avec les données radar d'entrées micro-météoritiques dans l'atmosphère [Campbell-Brown, 2008; Jones et al., 2005; Webster et al., 2004]. Cela suggère fortement que les météoroïdes reproduisent le comportement orbital de leurs astéroïdes parents, lesquels, plus facilement observables, ont servi à bâtir le modèle.

Sur l'ensemble de la population de croiseurs, on observe deux maxima du flux d'impacts terrestre : l'un à midi, l'autre à minuit. A mesure que l'on considère des projectiles de plus en plus rapides, le flux se concentre autour de 6 heures du matin.

Le pente de la distribution amplitude / fréquence des enregistrements sismiques des stations lunaires Appolo (corrigée des séismes profonds) est très bien reproduite par le modèle, suggérant qu'il est apte à prédire le bombardement micro-météoritique du satellite. Nous déterminons un bruit de fond météoritique qui varie entre deux centièmes et un dixième du pouvoir de résolution des sismomètres Appolo.

Sur la Lune, nous calculons qu'un cratère de diamètre supérieur au kilomètre se forme tous les 3500 ans. Cela est en accord avec le taux de cratérisation établi par Neukum et al. [2001a] pour les trois derniers milliards d'années. La distribution taille-fréquence des cratères lunaires, modélisée à partir de notre distribution d'astéroïdes, reproduit de manière excellente celle de Neukum et al. [2001a], donnée valide pour les 4 derniers milliards d'années. Il est nécessaire pour cela de considérer que les petits cratères (diamètre transitoire inférieur à 5 km) se forment en régime poreux, comme suggéré par Ivanov [2006]. Cela revient à considérer que le premier kilomètre de la croûte possède une porosité importante, ce qui semble en accord avec les faibles vitesses sismiques déterminées dans cette zone [Lognonné et al., 2003]. La réconciliation entre les distributions observées d'astéroïdes et de cratères est possible sans l'inclusion dans le modèle des cratères secondaires de tailles subkilométriques. Cela demande une analyse plus poussée [McEwen et Bierhaus, 2006].

Nous calculons le taux de cratérisation relatif entre les planètes telluriques et la Lune, en moyenne sur les derniers milliards d'années. Celui-ci est, par unité de surface et pour des cratères de diamètre supérieur au kilomètre, et sans tenir compte d'une éventuelle atmosphère, de 2.8 pour Mercure, 0.9 pour Vénus, 0.6 pour la Terre et 0.8 pour Mars. Pour des cratères de taille supérieure à 30 kilomètres, il est de 3.5, 1.7, 1.2 et 1.2, respectivement.

Nous prédisons des variations spatiales significatives du bombardement à la surface de la Lune et de Mars. Les pôles martiens, une fois les variations d'obliquité de la planète prises en compte, accumulent les cratères 30 % plus rapidement que l'équateur (par unité de surface). Sur la Lune, des variations en longitude s'ajoutent, engendrées par sa rotation synchrone. Le minimum est localisé en ($\pm 60^\circ N, 90^\circ E$), et le maximum, près de 50 % plus élevé, se situe en ($0^\circ N, 90^\circ W$).

Les variations longitudinales lunaires sont validées par le comptage des cratères étoilés [Morota et Furumoto, 2003; Morota et al., 2005]. Les variations en latitude nécessitent d'être confrontées à de plus amples observations, mais une tendance semble être visible dans les jeux de données utilisés, même si les incertitudes statistiques sont grandes. Ces résultats ont d'importantes implications dans la recherche des meilleurs sites d'implantation de futures bases lunaires ou martiennes. Ils ont aussi une conséquence directe sur les âges prédits par la méthode de datation par comptage de cratères [Neukum et Ivanov, 1994; Neukum et al., 2001a; Hartmann et Neukum, 2001], qui considère que le bombardement est isotrope. Si les incertitudes inhérentes à la méthode sont en général plus grandes que les erreurs induites par les variations spatiales, le biais associé peut être de 800 millions d'années dans le pire des cas.

Nous donnons de nouvelles estimations de certains âges géologiques. En particulier, le temps d'accumulation des cratons terrestres est estimé à 380 millions d'années, un âge extrêmement proche de celui donné géologiquement par Grieve et Dence [1979], à savoir 375 Ma. Cet âge ne pouvait jusqu'ici être retrouvé par la méthode de datation (Neukum et Ivanov [1994] donnent 700 Ma). Ce résultat procure une certaine confiance dans le modèle. La surface de Vénus est estimée vieille de 230 Ma, un âge plus jeune que l'ensemble des estimations données jusqu'à présent (McKinnon et al. [1997] donnent 700 Ma). Les hautes terres mercuriennes sont d'après nos résultats plus jeunes de 200 millions d'années que ne l'estime Neukum et al. [2001b]. Les résultats obtenus pour Mars sont sensiblement identiques à ceux proposés par Hartmann, W. K. [2005], tant que les zones datées ne sont pas proches du pôle.

Les méthodes développées ou reprises dans ce manuscrit permettent de modéliser rapidement le bombardement d'une planète quelconque, et procurent un outil facile d'utilisation. La prolongement de ce travail verra la confrontation plus poussée des estimations obtenues à l'aide de ces méthodes avec les données géologiques et spatiales.

Annexe A

Trajectoires hyperboliques générées par une phase d'approche

Au chapitre 5, nous déterminons la probabilité d'impact avec une cible donnée (planète, lune, voire système planète-lune) en fonction des conditions d'approche $U_\infty, i_\infty, j_\infty$. Chaque approche décrite par une triade $(U_\infty, i_\infty, j_\infty)$ génère une nuée de projectiles uniformément distribués sur un disque situé à l'infini de la cible (figures 5.2 et 5.6). La position sur ce disque est donnée par le paramètre d'impact b et l'angle δ (figure 5.3). L'objet de cette annexe est d'exprimer les éléments orbitaux d'un projectile au cours de la phase d'approche, dans le repère orbital $(OXYZ)$ centré sur la cible, en fonction des conditions d'approche et de la position initiale sur le disque. Les relations dérivées ici sont appliquées à deux cas distincts abordés dans cette étude : (1) la description de la trajectoire du projectile à l'approche de la cible (planète ou satellite) afin de déterminer les coordonnées de l'impact ; (2) la description des orbites qui pénètrent dans un système planète-satellite, en vue de déterminer la probabilité d'impact avec le satellite (chapitre 6, section 2.2).

On a défini le repère $(Ox_1x_2x_3)$ comme indiqué par la figure 5.3. Quand les angles d'approche sont tous deux nuls, le repère $(Ox_1x_2x_3)$ se confond avec $(OXYZ)$. Dans $(Ox_1x_2x_3)$, le vecteur position sur le disque s'exprime

$$\mathbf{r}_{\infty(Ox_1x_2x_3)} = \begin{pmatrix} \infty \\ b \cos \delta \\ b \sin \delta \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

tandis que le vecteur vitesse initial est donné par

$$\mathbf{U}_{\infty(Ox_1x_2x_3)} = \begin{pmatrix} -U_\infty \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Le passage au repère orbital se fait par l'intermédiaire de la matrice P telle que

$$P_{(Ox_1x_2x_3) \rightarrow (OXYZ)} = \begin{bmatrix} \cos i_\infty & 0 & -\sin i_\infty \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin i_\infty & 0 & \cos i_\infty \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos j_\infty & -\sin j_\infty & 0 \\ \sin j_\infty & \cos j_\infty & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \quad (\text{A.3})$$

Il faut noter que l'uniformité sur le disque se traduit par le fait que δ est uniformément distribué entre 0 et 2π , mais non b . C'est b^2 qui est uniformément distribué entre 0 et b_{max}^2 . Dans l'hypothèse où l'on souhaite générer aléatoirement une nuée de projectile, ce qui est un des moyens de simuler le bombardement (une alternative plus coûteuse en temps de calcul que la méthode décrite au chapitre 7), il faut échantillonner δ et b comme

$$\begin{cases} \delta & = x_1 2\pi , \\ b^2 & = x_2 b_{max}^2 , \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

où $(x_1, x_2) \in]0, 1[$ sont des nombres aléatoires uniformément distribués ¹.

A.0.1 Hyperboles d'impact

On rappelle que la distance à la cible est donnée par

$$r = \frac{p}{1 + e \cos f} . \quad (\text{A.5})$$

La constante des aires s'exprime comme (Éq. (2.4),

$$h = |\mathbf{r}_\infty \times \mathbf{U}_\infty| = b U_\infty . \quad (\text{A.6})$$

Le paramètre de la conique est donc (Éq. (2.6),

$$p = \frac{b^2 U_\infty^2}{GM_0} , \quad (\text{A.7})$$

où M_0 est la masse de la cible. D'après l'équation (2.22), qui relie l'énergie à l'excentricité, cette dernière s'exprime (avec l'énergie donnée par l'équation (5.9)) comme

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2 U_\infty^4}{(GM_0)^2}} . \quad (\text{A.8})$$

¹En effet, échantillonner une grandeur revient à identifier sa distribution cumulée de probabilité avec un nombre aléatoire. En coordonnées cartésiennes, l'uniformité sur le disque se traduit par une probabilité constante, $p(x, y) = A$. Grâce à la matrice jacobienne qui relie le repère cartésien (x, y) au repère polaire (b, δ) , on déduit $p(b, \delta) = b p(x, y) = b A$. La probabilité (normalisée) d'avoir un angle plus petit que δ pour une valeur quelconque de b est $p(< \delta) = \int_0^\delta p(b, \delta) d\delta / \int_0^{2\pi} p(b, \delta) d\delta = \delta/2\pi$. De la même façon, $p(< b) = b^2/b_{max}^2$.

Au point d'impact, on a $r = R_0$. Le cosinus de l'anomalie vraie correspondant à l'impact, f_i , est donc donné par

$$C_i = \frac{p/R_0 - 1}{e}, \quad (\text{A.9})$$

où R_0 est le rayon de la cible. Initialement, sur le disque, la distance qui sépare le projectile et la planète est infinie. D'après l'équation (A.5), le cosinus de l'anomalie vraie initiale, f_∞ , vérifie

$$C_\infty = -1/e. \quad (\text{A.10})$$

L'anomalie vraie à l'infini est négative (vérifiable par le fait que $\mathbf{r}_\infty \cdot \mathbf{U}_\infty < 0$, cf. chapitre 2). Puisque la collision a nécessairement lieu avant ou au péricentre ($f = 0$), c'est aussi le cas pour l'anomalie vraie à l'impact. On a donc

$$S_i = -\sqrt{1 - C_i^2} \quad \text{et} \quad S_\infty = -\sqrt{1 - C_\infty^2}. \quad (\text{A.11})$$

Il y a impact quand le péricentre de l'hyperbole est inférieur au rayon de la cible, soit $q \leq R_0$. On vérifie aisément en exprimant $q = p/(1 + e)$ (éq. (2.16)) en fonction de b à l'aide des équations (A.7) et (A.8), que cela correspond à $b \leq \tau$. En d'autres termes, le rayon du disque (σ), b_{max} , est le rayon de la section gravitationnelle de la cible, τ (Eq. (5.10)). Quand les projectiles ont une vitesse relative suffisamment élevée au regard de la masse de la cible, leur trajectoire s'assimile à une ligne droite et τ tend vers R_0 . Dans le cas extrême opposé, la masse de la cible est très élevée par rapport à l'énergie cinétique d'approche, et τ tend vers l'infini, c'est-à-dire que l'hyperbole de la trajectoire peut s'incurver sans limite pour permettre aux projectiles les plus éloignés d'entrer en collision avec la cible.

Considérons à ce stade un nouveau repère, $(On_1n_2n_3)$, tel que \mathbf{n}_2 est colinéaire à \mathbf{b} , et qui est confondu à $(Ox_1x_2x_3)$ quand $\delta = 0$. La trajectoire du projectile appartient donc au plan (On_1n_2) . La matrice de passage est

$$P'_{(On_1n_2n_3) \rightarrow (Ox_1x_2x_3)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \delta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

Les coordonnées du point d'impact dans $(On_1n_2n_3)$ sont

$$\mathbf{r}_{i(On_1n_2n_3)} = R_0 \begin{pmatrix} -\sin(f_i - f_\infty) \\ -\cos(f_i - f_\infty) \\ 0 \end{pmatrix} = R_0 \begin{pmatrix} -S_i C_\infty + S_i C_\infty \\ -(C_i C_\infty + S_i S_\infty) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

En conséquence, les coordonnées de l'impact dans le repère orbital ($OXYZ$) sont

$$\mathbf{r}_{i(OXYZ)} = P \times P' \times \mathbf{r}_{i(O_{n_1 n_2 n_3})} \quad (\text{A.14})$$

et ne dépendent, par l'utilisation successive des équations (A.7)–(A.11), (A.13), (A.12) et (A.3), que de \mathbf{U}_∞ , b et δ . Si nécessaire, on tient compte de l'obliquité de la cible et de sa rotation en faisant intervenir un nouveau repère mobile pour exprimer les coordonnées de l'impact selon la latitude et la longitude géographique. Il est alors possible de simuler le bombardement en générant un grand nombre de projectiles par tirage aléatoire de b et δ selon l'équation (A.4) pour chaque \mathbf{U}_∞ (en pondérant la contribution de chaque nuée de projectiles approchant selon \mathbf{U}_∞ par sa probabilité, telle qu'elle a été déterminée au chapitre 5). Cette approche a été utilisée dans la publication figurant en annexe D. Une approche moins coûteuse en temps de calcul, qui exprime le flux d'impact de façon analytique en utilisant les équations (A.7)–(A.11), est présentée au chapitre 6.

La vitesse d'impact u est donnée par la conservation de l'énergie. On a

$$\frac{U_\infty^2}{2} = \frac{u^2}{2} - \frac{GM_0}{R_0}, \quad (\text{A.15})$$

soit

$$u = \sqrt{U_\infty^2 + v_e^2}. \quad (\text{A.16})$$

Enfin, il est utile de déterminer l'angle d'incidence de l'impact par rapport à l'horizontale, θ . On déduit de la conservation du moment angulaire spécifique $\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$ que

$$h = \|\mathbf{r}_i \times \mathbf{u}\| = R_0 u \sin(\theta + \pi/2), \quad (\text{A.17})$$

soit, d'après l'équation (A.6),

$$\cos \theta = b/\tau, \quad (\text{A.18})$$

où $\theta \in [0, \pi/2]$.

A.0.2 Hyperboles dans le système planète-satellite

Nous nous plaçons ici dans le cas où la « cible » est un système planète-satellite, typiquement le système Terre-Lune. Une fois que le projectile entre dans ce système, on considère qu'il n'est soumis qu'à l'influence gravitationnelle de la planète, et que par conséquent il décrit une hyperbole susceptible de le mener à percuter la planète ou sa lune. Les conditions d'approche avec le système global

sont notées U' , i' et j' , pour les distinguer de U_∞ , i_∞ et j_∞ , qui s'appliquent aux planètes. Comme dans le cas précédent, chaque approche décrite par un \mathbf{U}' donné génère une nuée de projectiles uniformément distribués sur un disque (σ). Dans le cas précédent, b_{max} correspond à la limite à laquelle le projectile entre en collision avec la cible, au-delà il se contente de la frôler, en-deçà il ne peut que la percuter. Ici, b_{max} correspond à la plus grande valeur de b permettant un impact avec la lune, mais pour $b < b_{max}$, l'impact n'est pas garanti : il possède une certaine probabilité, et n'est possible que pour certaines valeurs de $b \in [0, b_{max}]$ quand \mathbf{U}' et δ sont fixés. C'est précisément en vue de déterminer cette probabilité (chapitre 5, section 3) que nous établissons un certain nombre de relations ici. Une fois les probabilités d'impact avec la lune obtenues, on se ramène au cas précédent, où de nouvelles trajectoires hyperboliques sont générées à l'approche de la lune, qui est alors considérée comme le seul corps massique. Ici, nous décrivons en fonction de \mathbf{U}' , b et δ les trajectoires hyperboliques générées pendant la phase intermédiaire où la planète domine, après la phase où les orbites sont déterminées par le Soleil, et avant la phase d'approche avec la lune. Commençons par établir b_{max} .

Exprimons pour cela l'excentricité de l'hyperbole en faisant intervenir la vitesse orbitale de la lune v_l . On considère que $v_l = \sqrt{\frac{GM_p}{a_l}}$, où M_p est la masse de la planète et a_l le rayon de l'orbite lunaire (on néglige donc la masse de la lune ici, et on suppose que son orbite est circulaire). Dans ce cas, l'excentricité s'exprime (Eq. (A.8) avec $M_0 = M_p$),

$$e = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a_l}\right)^2 \left(\frac{U'}{v_l}\right)^4}, \quad (\text{A.19})$$

et le paramètre de la conique est (Eq. (A.7) avec $M_0 = M_p$),

$$p = \left(\frac{b U'}{a_l v_l}\right)^2, \quad (\text{A.20})$$

Le péricentre q est alors donné par (Eq (2.16))

$$q = a_l (e - 1) / \left(\frac{U'}{v_l}\right)^2 \quad (\text{A.21})$$

Un impact avec la Lune requiert $q \leq a_l$, ce qui entraîne

$$b_{max} = a_l \sqrt{1 + 2 \left(\frac{v_l}{U'}\right)^2}. \quad (\text{A.22})$$

La rotation de la lune engendre une symétrie qui nous permet de faire abstraction de l'angle d'approche j' . On pose $j' = 0$. Les axes (OX) et (Ox_1) sont alors

confondus. Dans $(Ox_1x_2x_3)$, les vecteurs position et vitesse initiaux sont donnés par les équations (A.1) et (A.2). Le vecteur \mathbf{h} s'exprime d'après l'équation (2.4) comme

$$\mathbf{h}_{(Ox_1x_2x_3)} = \begin{pmatrix} 0 \\ -U'b \sin \delta \\ U'b \cos \delta \end{pmatrix}, \quad (\text{A.23})$$

et le vecteur excentricité est donné par l'équation (2.28) comme

$$\mathbf{e}_{(Ox_1x_2x_3)} = \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{b}{a_l} \left(\frac{U'}{v_l}\right)^2 \cos \delta \\ \frac{b}{a_l} \left(\frac{U'}{v_l}\right)^2 \sin \delta \end{pmatrix}, \quad (\text{A.24})$$

On exprime \mathbf{h} et \mathbf{e} en faisant usage de la matrice de passage P :

$$\mathbf{h}_{(OXYZ)} = \begin{pmatrix} -U'b \cos \delta \sin i' \\ -U'b \sin \delta \\ U'b \cos \delta \cos i' \end{pmatrix}, \quad (\text{A.25})$$

et

$$\mathbf{e}_{(OXYZ)} = \begin{pmatrix} -\cos i' - \sin i' \frac{b}{a_l} \left(\frac{U'}{v_l}\right)^2 \sin \delta \\ \frac{b}{a_l} \left(\frac{U'}{v_l}\right)^2 \cos \delta \\ -\sin i' + \cos i' \frac{b}{a_l} \left(\frac{U'}{v_l}\right)^2 \sin \delta \end{pmatrix}. \quad (\text{A.26})$$

A ce stade, toutes les grandeurs seront exprimées dans $(OXYZ)$. On calcule le vecteur nodal avec l'équation (2.29) comme

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \sin \delta \\ -\cos \delta \sin i' \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.27})$$

L'inclinaison par rapport au plan de référence (plan orbital de la planète) est donnée par (Eq. (2.30)),

$$\cos i = \cos \delta \cos i', \quad (\text{A.28})$$

et

$$\sin i = \sqrt{1 - \cos^2 \delta \cos^2 i'}. \quad (\text{A.29})$$

La longitude du noeud ascendant, d'après les équations (2.31) et (2.32), s'exprime

$$\cos \Omega = \sin \delta / \sin i, \quad (\text{A.30})$$

et

$$\sin \Omega = -\cos \delta \sin i' / \sin i . \quad (\text{A.31})$$

L'argument du péricentre se trouve à partir de l'équation (2.33), tel que

$$\cos \omega = -\frac{\sqrt{e^2 - 1} \sin i' + \sin \delta \cos i'}{e \sin i} , \quad (\text{A.32})$$

où

$$\omega \in [0, \pi] \quad \text{si} \quad \sqrt{e^2 - 1} \sin \delta \cos i' \geq \sin i' \quad (\text{A.33})$$

$$\omega \in]\pi, 2\pi[\quad \text{si} \quad \sqrt{e^2 - 1} \sin \delta \cos i' < \sin i' . \quad (\text{A.34})$$

Annexe B

Etablissement des probabilités d'Öpik

Cette annexe détaille l'obtention de la probabilité d'impact présentée en section 5.2.1 dans le cas où la cible est en orbite circulaire .

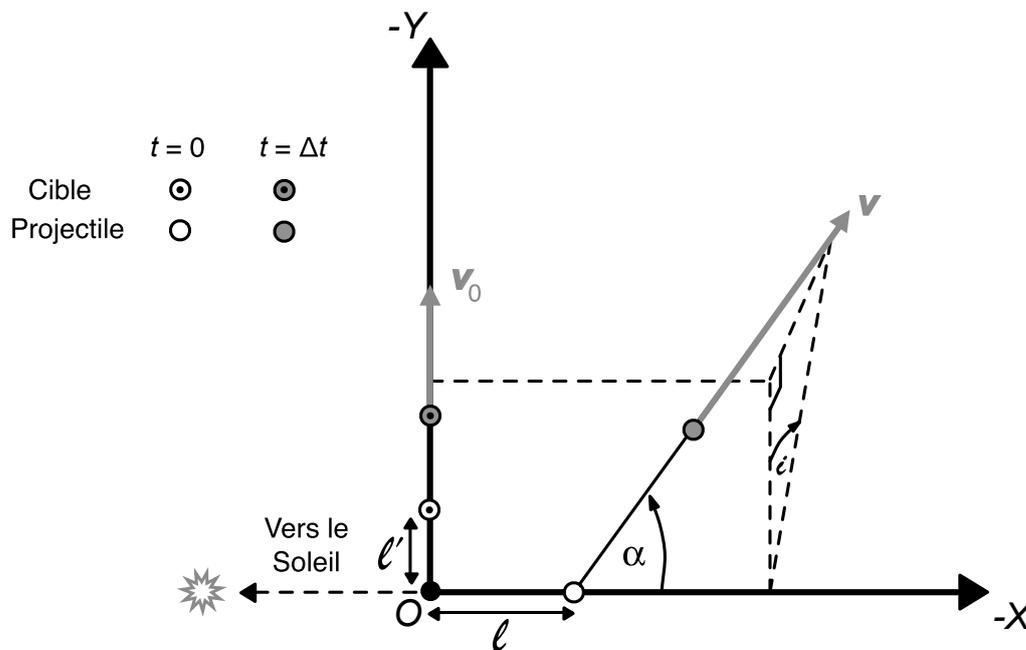


FIG. B.1 – Géométrie du mouvement autour du noeud commun.

Considérons la géométrie du mouvement au voisinage du noeud commun illustrée par la figure B.1. Les axes (OX) et (OY) du repère orbital $(OXYZ)$ défini par la figure 5.1 sont ici inversés par souci de cohérence avec les articles traitant du sujet. Le projectile et la cible possèdent respectivement une vitesse v et v_0 . On suppose que, dans le voisinage du noeud commun, le mouvement des deux objets s'assimile à une ligne droite, et que la vitesse du projectile est constante. Puisque que la collision se fera dans ce voisinage, la vitesse relative d'approche

du projectile vers la cible sera calculée directement à partir des vitesses de l'un et de l'autre évaluées au noeud commun. L'angle que fait \mathbf{v} avec $(-OX)$ est noté α , tandis que \mathbf{v}_0 est selon $(-OY)$ puisque l'orbite est circulaire. On se trouve sur la figure au niveau du noeud ascendant, et la composante de \mathbf{v} sur (OZ) est positive. La distance ℓ est donnée par $\ell = r_{noeud} - a_0$, et $\ell = 0$ correspond à l'une ou l'autre des quatre valeurs ω_n . A un temps donné, projectile et cible se trouvent à une position arbitraire sur leur orbite, ce que l'on traduit par l'usage de la grandeur ℓ' : on décide qu'à $t = 0$, le projectile coupe le plan (OXY) , tandis que la cible est éloignée d'une distance ℓ' de l'origine.

Les relations géométriques sur l'ellipse permettent d'exprimer α comme

$$\cos \alpha = \frac{eS}{\sqrt{1 + 2eC + e^2}} \quad \text{et} \quad \sin \alpha = \frac{1 + eC}{\sqrt{1 + 2eC + e^2}} . \quad (\text{B.1})$$

La vitesse du projectile au noeud s'exprime dans le repère $(OXYZ)$ comme

$$\begin{cases} v_X &= -v \cos \alpha , \\ v_Y &= -v \sin \alpha \cos i , \\ v_Z &= v \sin \alpha \sin i . \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

avec $v = \sqrt{GM_s/a} \sqrt{\frac{1+e^2+2eC}{1-e^2}}$ d'après les relations sur une orbite keplérienne. La vitesse de la cible, selon $(-OY)$, est donnée par $v_0 = \sqrt{GM_s/a_0}$. Avec C donné par l'équation (5.13) et $S^2 = 1 - C^2$, on exprime la vitesse relative d'approche $\mathbf{U}_\infty = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ en fonction des éléments orbitaux selon l'équation (5.17).

Sous l'approximation que les mouvements sont rectilignes, la distance minimale d_{min} qui sépare les deux trajectoires s'écrit

$$d_{min} = |\ell| \frac{\sin i}{\sqrt{\cot^2 \alpha + \sin^2 i}} . \quad (\text{B.3})$$

On en déduit que $d_{min} \leq \tau$ correspond à une valeur maximale de l donnée par

$$\ell_{max} = \tau \frac{\sqrt{\cot^2 \alpha + \sin^2 i}}{\sin i} = \tau \sqrt{1 + U_X^2/U_Z^2} , \quad (\text{B.4})$$

où la dernière égalité fait intervenir les relations données par l'équation (B.2).

Exprimons $\frac{\Delta\omega}{2\pi}$. En dérivant r par rapport à ω , on trouve (Eq. (2.13)),

$$\left(\frac{dr}{d\omega} \right)_{noeud} = a(1 - e^2) \frac{eS}{(1 + eC)^2} = a_0 \cot \alpha = a_0 \frac{U_X}{U_Z} \frac{1}{\sin i} . \quad (\text{B.5})$$

La collision est possible autour de $r = a_0$ pour $d_{min} < \tau$, soit $\Delta\ell = \Delta r = 2\ell_{max}$. Avec $\Delta r/\Delta\omega \simeq |(dr/d\omega)_{noeud}|$, on trouve

$$\frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{\tau}{a_0} \frac{1}{\pi \sin i} \frac{\sqrt{U_\infty^2 - U_Y^2}}{|U_X|} . \quad (\text{B.6})$$

Il reste à exprimer $\frac{\Delta t}{T_0}$. Appelons $\Delta_0 t$ l'intervalle de temps pendant lequel la collision est possible quand $\omega = \omega_n$, c'est-à-dire quand $\ell = 0$ et que le projectile coupe l'origine du repère ($OXYZ$) (Fig. B.1). Alors, en moyenne sur toutes les valeurs de $\ell \in [-\ell_{max}, \ell_{max}]$, $\Delta t = \frac{\pi}{4} \Delta_0 t$. Considérons donc le cas particulier $\ell = 0$. À $t = 0$, on décide que le projectile et l'origine du repère coïncident ($X = 0, Y = 0, Z = 0$, soit $\ell = 0$). La cible, elle, est à une distance ℓ' de l'origine ($X_0 = 0, Y_0 = -\ell', Z_0 = 0$). Au temps $t = \delta t$, la distance L qui sépare les deux objets s'exprime donc

$$L^2 = (X_0 - U_X \delta t)^2 + (Y_0 - U_Y \delta t)^2 + (Z_0 - U_Z \delta t)^2 \quad (\text{B.7})$$

$$= (U_X^2 + U_Z^2) \delta t^2 + (\ell' - U_Y \delta t)^2. \quad (\text{B.8})$$

La valeur minimale de L est obtenue pour le temps qui annule la dérivée temporelle de l'équation (B.8), telle que

$$L_{min}^2 = \ell'^2 \left(1 - \frac{U_y^2}{U_\infty^2} \right). \quad (\text{B.9})$$

La valeur maximale de ℓ' qui permet $L_{min} < \tau$ est donc

$$\ell'_{max} = \tau \frac{U_\infty}{\sqrt{U_\infty^2 - U_y^2}}. \quad (\text{B.10})$$

L'intervalle de temps durant lequel la collision est possible ($|\ell'| < \ell'_{max}$) est alors donné par

$$\Delta_0 t = \frac{2\ell'_{max}}{v_0}. \quad (\text{B.11})$$

Avec $\Delta t = \frac{\pi}{4} \Delta_0 t$ et $T_0 = 2\pi a_0^{3/2} / \sqrt{GM_s}$, on obtient

$$\frac{\Delta t}{T_0} = \frac{\tau}{4a_0} \frac{U_\infty}{\sqrt{U_\infty^2 - U_y^2}}.$$

Annexe C

Simulation numérique dans le système Terre-Lune

Aux premiers stades de cette étude, le bombardement au sein du système Terre-Lune était simulé de manière purement numérique. La méthode semi-analytique, développée aux chapitres 5 et 6 notamment, permet d'obtenir les mêmes résultats en un temps extrêmement plus réduit en se basant sur certaines approximations : une dizaine de minutes contre une ou deux semaines sur un ordinateur récent. Nous présentons néanmoins la méthode numérique ici, essentiellement comme outil de vérification.

C.1 Principe

Les conditions d'approche avec l'ensemble du système Terre-Lune sont calculées à partir des probabilités d'Öpik décrites au chapitre 5. La cible est ici la sphère de Hill terrestre, de rayon $R_H = 1.5 \times 10^6$ km et de masse nulle (par définition, la masse terrestre n'influe sur le projectile que lorsqu'il a pénétré dans cette sphère). On définit le repère $(OXYZ)$, centré sur la Terre, tel que (OXY) définisse le plan de l'écliptique. La rotation de la Lune autour de la Terre rend le problème insensible à la direction d'approche dans le plan de l'écliptique. On choisit (OX) comme direction de référence. L'un après l'autre, des projectiles sont choisis au hasard et leur trajectoire intégrée numériquement jusqu'à l'impact ou l'éjection hors du système. Pour ce faire, on tire au hasard un jeu de conditions d'approche (U_∞, i_∞) selon leur distribution de probabilité. On rappelle que U_∞ est la vitesse relative d'approche avec le système, et i_∞ l'inclinaison de \mathbf{U}_∞ par rapport à l'écliptique. La vitesse initiale est alors donnée par $\dot{x}_0 = 0$, $\dot{y}_0 = U_\infty \cos i_\infty$ et $\dot{z}_0 = -U_\infty \sin i_\infty$. Le projectile est susceptible de pénétrer dans le système en n'importe quel point de la sphère de Hill : on choisit x_0, y_0 et z_0 au hasard, tels que l'ensemble des projectiles soient initialement distribués

uniformément sur l'hémisphère de Hill défini par la direction (OX). La position initiale de la Lune sur son orbite est elle aussi choisie au hasard à chaque tir.

La trajectoire du projectile, soumise à la fois à l'attraction terrestre et lunaire, vérifie

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -GM_T \cdot \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - GM_l \cdot \frac{x - x_l}{[(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2 + (z - z_l)^2]^{\frac{3}{2}}}, \\ \ddot{y} &= -GM_T \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - GM_l \cdot \frac{y - y_l}{[(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2 + (z - z_l)^2]^{\frac{3}{2}}}, \\ \ddot{z} &= -GM_T \cdot \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - GM_l \cdot \frac{z - z_l}{[(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2 + (z - z_l)^2]^{\frac{3}{2}}},\end{aligned}$$

où les indices T et l font respectivement référence à la Terre et à la Lune, et M désigne la masse. Les coordonnées de la Lune sont données par une rotation uniforme (orbite circulaire) dans son plan orbital, de vitesse

$$v_l = \sqrt{\frac{G(M_T + M_l)}{a_l}}.$$

Notons que si on prend en compte l'inclinaison de l'orbite lunaire, il faut choisir à chaque tir une valeur de Ω_l , l'argument du noeud ascendant, uniformément compris entre 0 et 2π .

La trajectoire d'un projectile est calculée en résolvant numériquement la relation fondamentale de la dynamique à l'aide de l'algorithme de Bulirsch-Stoer [Press et al., 1992]. Cet algorithme est un schéma de différences finies qui adapte le pas de calcul (ici le pas de temps) selon les besoins. Ainsi, plus d'itérations sont effectuées dans les zones à fort gradient de vitesse, c'est-à-dire à proximité de la Terre ou de la Lune. Ce type de procédé permet d'économiser un précieux temps de calcul sans pour autant sacrifier à la précision. L'idée clef est la suivante : le calcul effectué dans l'intervalle Δt est considéré comme une fonction polynomiale de variable Δt^2 . Un pas de temps initial relativement grand est subdivisé de plus en plus finement, et la convergence des calculs est extrapolée pour donner le résultat à $t + \Delta t$ comme s'il avait été calculé par une infinité de sous-pas. La figure C.1 illustre l'adaptation du pas de temps selon les besoins. La distance entre les points qui définissent la position du projectile correspond au pas de temps choisi par l'algorithme. On peut voir que plus de points sont évalués à proximité de la Lune. On constate également que, dans certains cas extrêmes, la trajectoire du projectile diverge complètement de l'hyperbole du problème à deux corps.

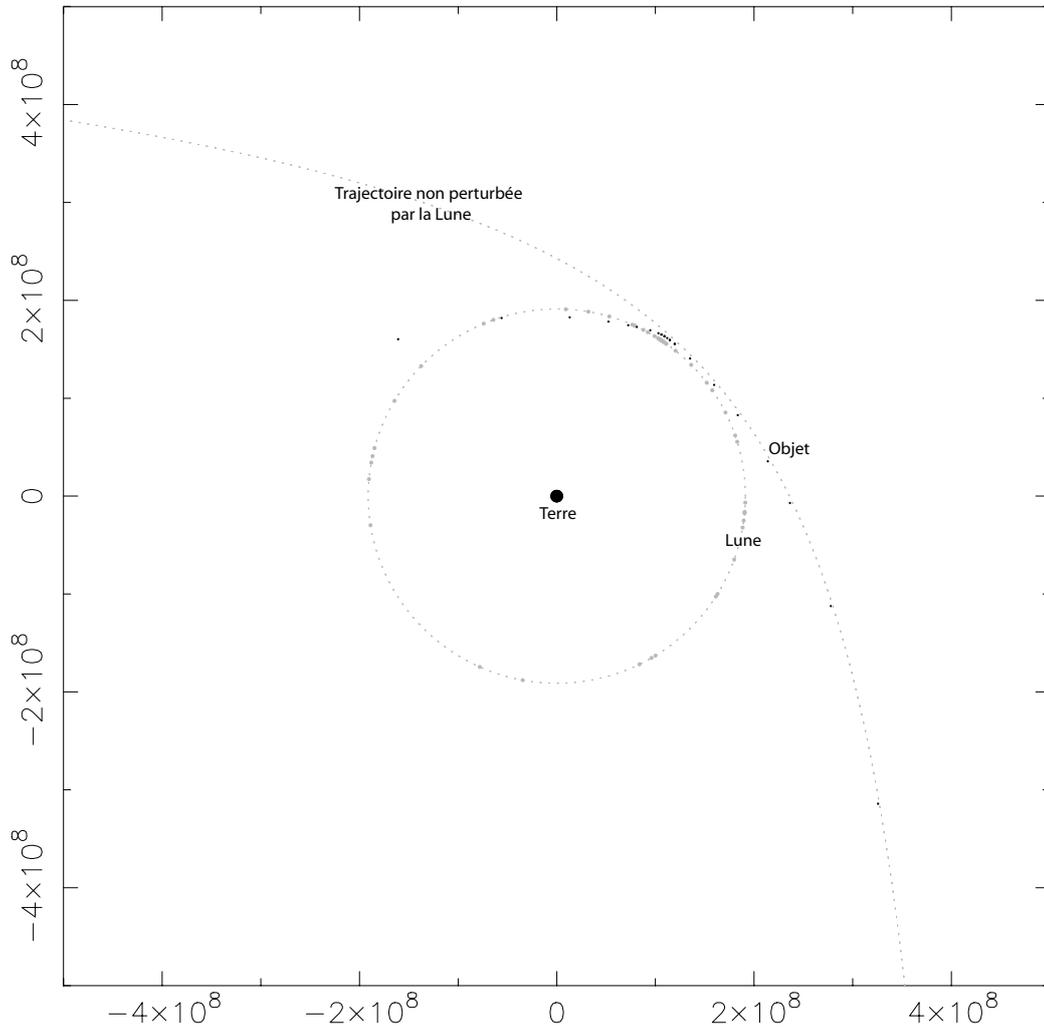


FIG. C.1 – Trajectoire numérique du projectile.

C.2 Détermination de l'impact.

Puisque l'algorithme adapte lui même le pas de temps, et que la Lune est en mouvement dans l'intervalle, il est nécessaire de prendre certaines précautions afin de ne manquer aucun impact. La méthode mise en oeuvre est la suivante :
 Considérons $\Delta r(t)$ tel que

$$\Delta r(t) = \| \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_l(t) \| - R_l ,$$

où \mathbf{r} est la position du projectile, \mathbf{r}_l la position de la Lune, R_l son rayon.

1. On tire un projectile au hasard. Sa trajectoire est calculée jusqu'à ce que :

- (i) Δr augmente après avoir décrû,
 soit $\Delta r(t_i) > \Delta r(t_{i-1})$ et $\Delta r(t_{i-1}) < \Delta r(t_{i-2})$.

Aller à 2.

ou

(ii) $\Delta r(t_i) < 0$.

Aller à 3.

2. Dans le cas (i) seulement, les trois valeurs de Δr sont interpolées par un polynôme de degré 3, et le minimum Δr_{min} est obtenu en annulant la dérivée $\frac{\partial \Delta r}{\partial t}$. Si $\Delta r_{min} > D_l$, avec $D_l = 4R_l$, alors le calcul de la trajectoire continue normalement jusqu'à ce que les cas (i) ou (ii) se reproduisent, ou bien jusqu'à ce que le projectile quitte définitivement le système Terre-Lune.

Sinon, aller à 3.

3. Le calcul reprend à t_{i-2} dans le cas (i), ou à t_{i-1} dans le cas (ii). Cette fois, $D_l = D_l/2$ et l'on impose à l'algorithme un pas constant $\Delta t_{imp} = \min(t_i - t_{i-1}, t_{i-1} - t_{i-2})/2$ (ou $\Delta t_{imp} = \Delta t_{imp}/2$ si la boucle a déjà été effectuée).

Aller à 1.

La boucle s'effectue tant que $\Delta r_{min} < D_l$, pour D_l et Δt de plus en plus petits, comme illustré par la figure C.2. Si cette condition vient à ne plus être respectée, le calcul de la trajectoire se poursuit et l'algorithme est de nouveau libre d'adapter le pas de temps à sa guise. L'approximation polynomiale se justifie par le fait qu'à proximité de la planète ou du satellite, le mouvement s'apparente à la conique d'un problème à deux corps. On peut voir sur la figure C.2 la validité de ce choix.

On considère qu'il y a impact lorsque $\Delta r(t_i) < 0$ avec $\|\dot{\mathbf{r}}\| \Delta t_{imp} < 30$ km, distance qui correspond à 1 degré sur la surface de la Lune. En cas de collision, le moment t_{imp} de l'impact est interpolé pour correspondre à $\Delta r(t) = 0$, en supposant une variation linéaire entre t et $t - \Delta t_{imp}$. Toujours de manière linéaire, les vecteurs position et vitesse du projectile et de la Lune sont déterminés à t_{imp} dans le référentiel $(OXYZ)$. On se place alors dans le référentiel géographique lunaire (en tenant compte d'une éventuelle obliquité) pour déduire les coordonnées, la vitesse et l'angle d'impact. La même méthode est appliquée à la Terre, à ceci près qu'elle est fixe dans le référentiel choisi. Le choix de la valeur de D_l est fait empiriquement : pour une valeur supérieure à $4R_l$, on ne recense pas plus d'impacts. On lance un nouveau projectile lorsque le précédent a quitté le système, soit $r > R_H$.

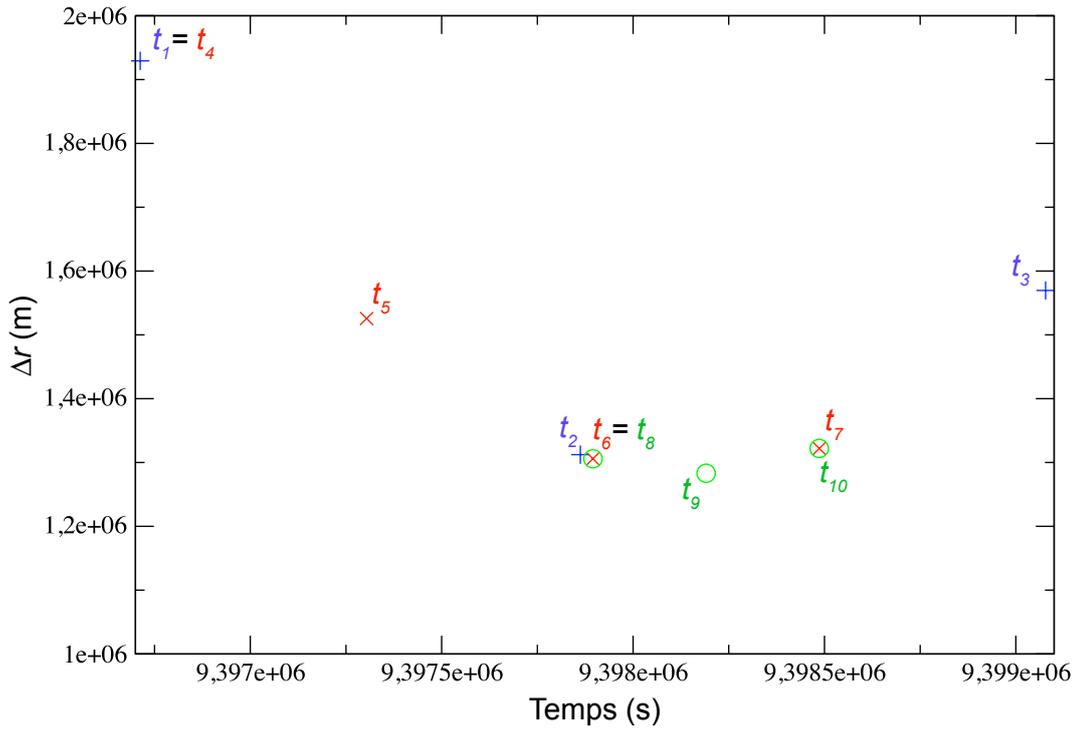


FIG. C.2 – Détermination d'un impact dans les simulations numériques. Illustration de l'algorithme décrit dans le texte.

C.3 Précision et optimisation du code

La précision du code est ajustée de la manière suivante. On calcule avec l'algorithme la position du projectile à la sortie du système Terre-Lune, pour une Lune de masse nulle. Puis on compare, au même temps, cette position avec celle déterminée analytiquement dans le cadre d'un problème à deux corps (Terre et projectile).

Dans la mesure où l'équation de la conique ne fait pas intervenir le temps explicitement, il est nécessaire d'avoir recours à une méthode itérative pour connaître la position du projectile sur l'hyperbole du problème à deux corps à un temps précis. L'objectif est de trouver la valeur u_0 qui annule la fonction

$$F(u) = \sigma_0 u^2 c(\alpha u^2) + (1 - \alpha r_0) u^3 s(\alpha u^2) + r_0 u - \sqrt{GM_T}(t - t_0),$$

où

$$\sigma_0 = \frac{\mathbf{r}_0 \cdot \dot{\mathbf{r}}_0}{\sqrt{GM_T}},$$

$$\alpha = \frac{2}{r_0} - \frac{\dot{\mathbf{r}}_0^2}{\sqrt{GM_T}},$$

et

$$c(u') = \frac{\cosh(\sqrt{-u'}) - 1}{-u'},$$

$$s(u') = \frac{\sinh(\sqrt{-u'}) - \sqrt{-u'}}{\sqrt{-u'^3}}.$$

Ayant déterminé u_0 par itération, par exemple à l'aide de l'algorithme de Newton [Press et al., 1992], la position à l'instant t est donnée (voir par exemple Murray et Dermott [2000]) par

$$\mathbf{r}(t) = \left[1 - \frac{u_0^2}{r_0} c(\alpha u_0^2) \right] \mathbf{r}_0 + \left[(t - t_0) - \frac{u_0^3}{\sqrt{GM_T}} s(\alpha u_0^2) \right] \dot{\mathbf{r}}_0.$$

Le paramètre de précision de l'algorithme est choisi tel que l'écart entre la trajectoire numérique (en l'absence de Lune) et la trajectoire analytique n'excède pas la dizaine de mètres dans les cas les plus sensibles (qui correspondent à des trajectoires qui frôlent la Terre, où le projectile subit un fort gradient de vitesse). Il est vérifié qu'une fois la Lune incluse dans les simulations, une précision accrue n'induit pas une différence significative dans la localisation des impacts. Au final, sachant que la position de l'impact est interpolée sur un intervalle de temps au cours duquel la distance parcourue par le projectile n'excède pas 30 km, on peut considérer que l'erreur sur la surface lunaire est inférieure au degré.

C.4 Comparaison avec la méthode semi-analytique.

A la différence de la méthode semi-analytique construite aux chapitres 5 et 6, l'intégration purement numérique des trajectoires dans le système Terre-Lune possède l'intérêt d'éviter un grand nombre d'approximations. On ne calcule plus ici les conditions d'approche lunaires « à l'infini », mais directement les conditions de l'impact, sans qu'il soit nécessaire de diviser artificiellement l'espace au sein du système Terre-Lune en une zone d'influence purement terrestre et une zone d'influence purement lunaire.

La figure C.3 compare les deux méthodes. Elle représente, en chaque point de la surface lunaire, la différence entre le flux d'impacts calculé au chapitre 6 (figure 6.14) et les résultats obtenus numériquement. La variation des résidus, visiblement décorrélée de la position géographique, n'est due qu'au bruit statistique de la simulation numérique (qui se compose de deux millions d'impacts, et a nécessité une semaine de calculs). On note que la simulation numérique prend en compte l'inclinaison du plan orbital lunaire par rapport à l'écliptique (5°), à la différence de la méthode semi-analytique, sans que cela n'ait d'incidence sur

la validité des résultats de cette dernière. Des résultats similaires sont obtenus pour tous les tests que nous avons pu effectuer. Notamment pour n'importe quel type de distance Terre-Lune comprise entre 10 et 60 rayons terrestres. Afin de s'assurer que d'éventuelles différences systématiques n'étaient pas masquées par la diversité des conditions d'approche susceptibles de se contrebalancer, le bombardement généré par un seul couple (U_∞, j_∞) a également été testé avec succès, pour des couples très variés.

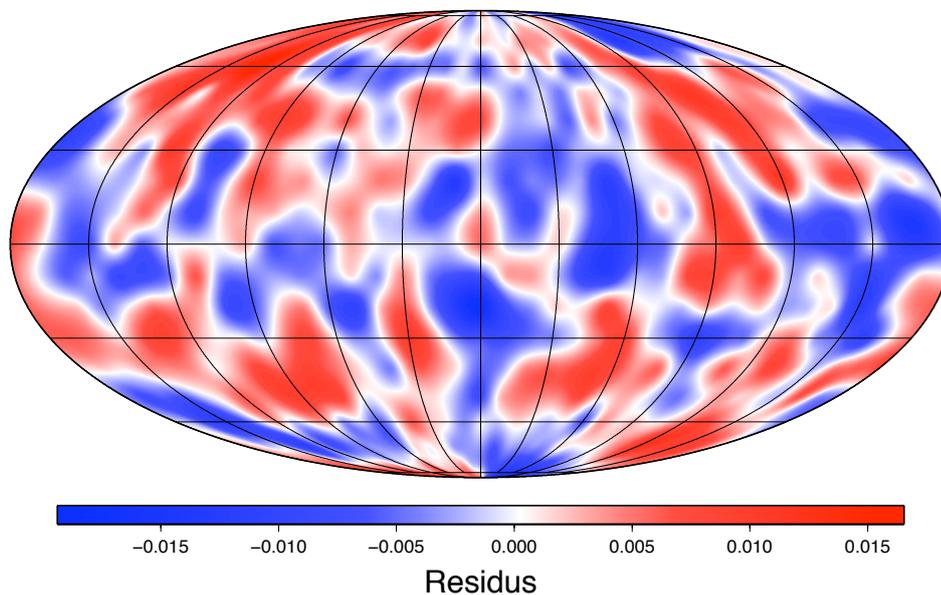


FIG. C.3 – Résidus entre la méthode analytique et la simulation numérique, pour les résultats présentés en figure 6.14.

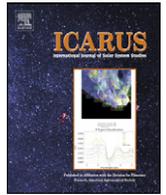
La comparaison très favorable permet d'utiliser les méthodes semi-analytiques écrites pour le système planète-lune, extrêmement plus rapides, avec confiance. Cette confiance peut également s'étendre aux conditions d'approche calculées pour les planètes par les probabilités d'Öpik, puisque la géométrie du problème est la même, et que seule l'échelle change (le satellite est remplacé par la planète, la planète par le Soleil). Cela justifie le fait de ne pas avoir intégré numériquement la trajectoire des projectiles dans le système Soleil-planète.

Annexe D

Article : Nonuniform cratering of
the terrestrial planets.

Contents lists available at ScienceDirect

Icarus

www.elsevier.com/locate/icarus

Nonuniform cratering of the terrestrial planets

Mathieu Le Feuvre*, Mark A. Wieczorek

Institut de Physique du Globe de Paris, 4, avenue de Neptune, 94107 Saint-Maur, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 26 July 2007

Revised 28 March 2008

Keywords:

Cratering
Terrestrial planets

ABSTRACT

We estimate the impact flux and cratering rate as a function of latitude on the terrestrial planets using a model distribution of planet crossing asteroids and comets [Bottke, W.F., Morbidelli, A., Jedicke, R., Petit, J.-M., Levison, H.F., Michel, P., Metcalfe, T.S., 2002. *Icarus* 156, 399–433]. After determining the planetary impact probabilities as a function of the relative encounter velocity and encounter inclination, the impact positions are calculated analytically, assuming the projectiles follow hyperbolic paths during the encounter phase. As the source of projectiles is not isotropic, latitudinal variations of the impact flux are predicted: the calculated ratio between the pole and equator is 1.05 for Mercury, 1.00 for Venus, 0.96 for the Earth, 0.90 for the Moon, and 1.14 for Mars over its long-term obliquity variation history. By taking into account the latitudinal dependence of the impact velocity and impact angle, and by using a crater scaling law that depends on the vertical component of the impact velocity, the latitudinal variations of the cratering rate (the number of craters with a given size formed per unit time and unit area) is in general enhanced. With respect to the equator, the polar cratering rate is about 30% larger on Mars and 10% on Mercury, whereas it is 10% less on the Earth and 20% less on the Moon. The cratering rate is found to be uniform on Venus. The relative global impact fluxes on Mercury, Venus, the Earth and Mars are calculated with respect to the Moon, and we find values of 1.9, 1.8, 1.6, and 2.8, respectively. Our results show that the relative shape of the crater size-frequency distribution does not noticeably depend upon latitude for any of the terrestrial bodies in this study. Nevertheless, by neglecting the expected latitudinal variations of the cratering rate, systematic errors of 20–30% in the age of planetary surfaces could exist between equatorial and polar regions when using the crater chronology method.

© 2008 Elsevier Inc. All rights reserved.

1. Introduction

Impact cratering is not only a major geologic process that shapes planetary surfaces (see Melosh, 1989), but it is also a method by which surfaces can be dated. In essence, a fresh surface will accumulate craters at a given rate, and the number of craters per square kilometer can be converted to an approximate age (e.g., Neukum et al., 2001; Stöffler and Ryder, 2001; Hartmann and Neukum, 2001). While certain regions of the Moon have been dated directly by the analysis of radiogenic isotopes in samples with known geologic context, for other planets, such as Mercury, Venus, and Mars, “crater counting” is one of the only reliable means for placing relative geologic stratigraphy into an approximate absolute framework.

When dealing with planetary cratering rates, and in particular when using this crater chronology method, it is commonly assumed that a given bolide is equally likely to impact at any location on the planet’s surface. Furthermore, most studies also assume that the impact velocity and impact angle distributions

are independent of position (e.g., Pierazzo and Melosh, 2000; Neukum et al., 2001; Strom et al., 2005). Given that the impact flux is assumed to be everywhere the same, and that the impact velocity and angle are also assumed not to depend upon position, the resulting cratering rate would also be independent of position.

The above assumptions would be expected to be true if the velocity distribution of candidate impactors were isotropic (e.g., Pierazzo and Melosh, 2000), or if the planet were sufficiently massive so that the trajectories of objects with high encounter velocities could be gravitationally deflected. However, the assumption of isotropy is questionable. Furthermore, many impactors have high enough approach velocities such that their trajectories are not significantly deviated by the planet. Indeed, in the case of zero inclination with respect to the equator of the planet, simple geometric considerations predict that objects with infinite approach velocities will produce an impact flux that varies with the cosine of the geocentric latitude. Conversely, if the average relative inclination of projectiles striking an object were extremely high, one would expect more impacts to occur (per unit area) at the poles.

With few exceptions (e.g., Morota and Furumoto, 2003; Morota et al., 2005; Zahnle et al., 2001) spatial variations of the cratering rate have not been considered when applying the crater chronology method. Assuming that the average cratering rate of a planet

* Corresponding author. Fax: +33 (0) 1 45 11 42 57.

E-mail address: lefeuvre@ipgp.jussieu.fr (M. Le Feuvre).

Table 1
Selected nomenclature

a, e, i	Semi-major axis, eccentricity and inclination of a celestial object
i_{mut}	Mutual inclination: angle between the orbit planes of a planet and a planet-crossing object
\mathbf{u}_{∞}	Relative orbital encounter velocity
i_{∞}	Inclination of \mathbf{u}_{∞} with respect to the planet's orbit plane
u	Impact velocity
θ	Impact angle with respect to the surface
λ	Latitude of impact
d, D	Planet-crossing object and crater diameters, respectively
$\Phi_b(>d)$	Average present day impact flux for bolides larger than a given size
$\varphi_b(\lambda)$	Latitudinal variations of the impact rate, normalized to the average value
$\varphi_c(>D, \lambda)$	Latitudinal variations of the cratering rate, for craters larger than a given size, normalized to the average value
$\dot{N}(>D, \lambda), \dot{n}(D, \lambda)$	Cumulate and differential number of impactors, respectively, per unit time and area, as a function of latitude
$R_b(>d), R_c(>D)$	Average impact and cratering rate with respect to the Moon
$r_b(\lambda)$	Latitudinal variations of the impact rate with respect to the Moon, normalized to the average value
$r_c(>D, \lambda)$	Latitudinal variations of the cratering rate with respect to the Moon, normalized to the average value

is constant with time, a latitudinal variation of the cratering rate of a certain percentage would translate directly into an age bias of the same magnitude. Given the importance of the crater chronology methodology in deciphering a planet's geologic evolution, it is important to quantify the magnitude of such an effect.

Halliday (1964) predicted latitudinal variations in the rate of meteorites falling on the Earth. However, this study was limited to the case of projectiles confined to the ecliptic plane with a limited number of encounter velocities. From the limited observations of fireballs provided by the Canadian camera network (MORP), Halliday and Griffin (1982) generated a set of synthetic orbits believed to be representative, and deduced among other results a pole/equator impact flux ratio of 0.85 on the Earth. Here we improve upon and extend this analysis to the terrestrial planets, using a realistic population of impactors (Bottke et al., 2002). In Section 2.1, we describe how we calculate for each planet the encounter conditions from the planet-crossing population model. Next, in Section 2.2, using this encounter probability distribution, we analytically calculate the impact rate on the planet's surface under the approximation that the gravitational attraction of the Sun can be neglected during the encounter phase. In Section 3 we discuss our results in terms of impact flux and cratering rates, given scaling laws that relate crater size to the impact velocity and impact angle. In Section 4 we quantify the sensitivity of these results, and discuss how they compare with some observations. A selected nomenclature of the more important variables used in this study is given in Table 1.

2. Method

In order to estimate the latitudinal variations of impact rates, impact velocities, and impact angles, we divide the problem in two steps. First, given an appropriate model of impactors in terms of semi-major axis a , eccentricity e and inclination i , we determine the impact probability distribution as a function of the relative encounter velocity and of the encounter inclination with respect to the orbital plane of the planet. Second, using these probabilities, we analytically calculate the trajectories of the impactors, account for the planet's obliquity, and determine the coordinates, velocity and incidence angle of each impact. This second step is performed in the framework of the 2-body problem, and ignores the gravitational influence of the Sun.

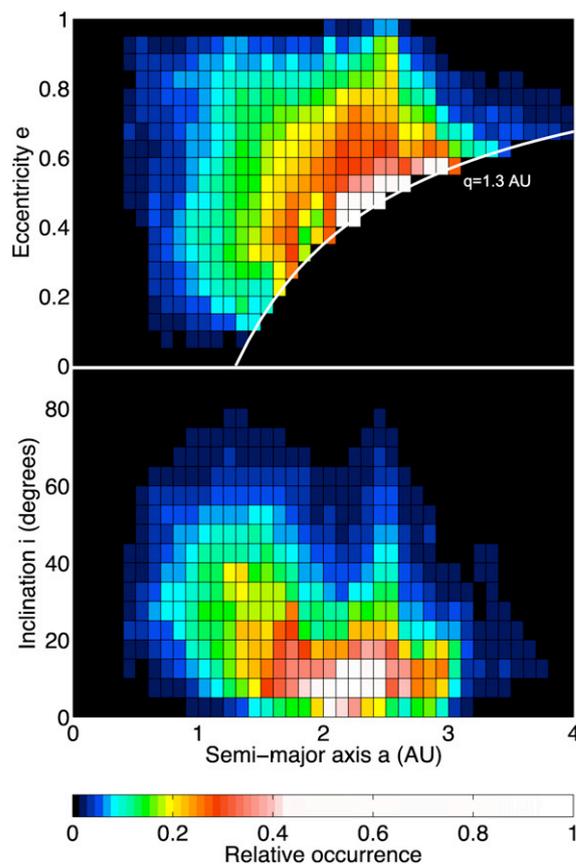


Fig. 1. NEO orbital element distribution from Bottke et al. (2002). (Top) Relative number of objects as a function of the eccentricity and semi-major axis. (Bottom) Relative number as a function of the inclination and semi-major axis. Objects with perihelia larger than 1.3 AU (white curve) are not plotted, so this population is not a complete representation of the objects that cross Mars.

2.1. Planetary encounter probabilities and conditions

We start with the debiased population of near Earth objects (NEOs) from Bottke et al. (2002). This distribution has been determined by numerical simulations of test particles coming from five intermediate source regions: the ν_6 resonance (boundary of the inner main belt fed by the adjacent material), the intermediate Mars-crossers bordering the main belt, the 3:1 mean motion resonance with Jupiter, the outer main belt, and the transneptunian disk (including both active and inactive Jupiter-family comets). This model has been calibrated by fitting a linear combination of these source regions to the real population observed by Spacewatch, after taking into account the observational bias. The Bottke et al. model assumes that the population of small bodies is currently in steady state.

Fig. 1 shows the number of objects in the orbital element space, $N(a, e, i)$, from the Bottke et al. model that reproduce the observed NEO population. We note that this model is discretized in 5° of inclination, 0.1 AU in semi-major axis, and 0.05 in eccentricity. One should be aware that the Bottke et al. model does not consider the isotropic comets, as no such discoveries with perihelia less than 1.3 AU were made by the Spacewatch survey. The affects of isotropic comets on our results will be discussed in Section 4.1.

As the vast majority of objects that encounter the terrestrial planets are derived from the asteroid belt and outer Solar System, and as there is no known source of objects within the orbit of Mars, the population of objects plotted in Fig. 1 should be also applicable to Mercury and Venus. While Bottke et al. did not explicitly account for Mercury when constructing their NEO model,

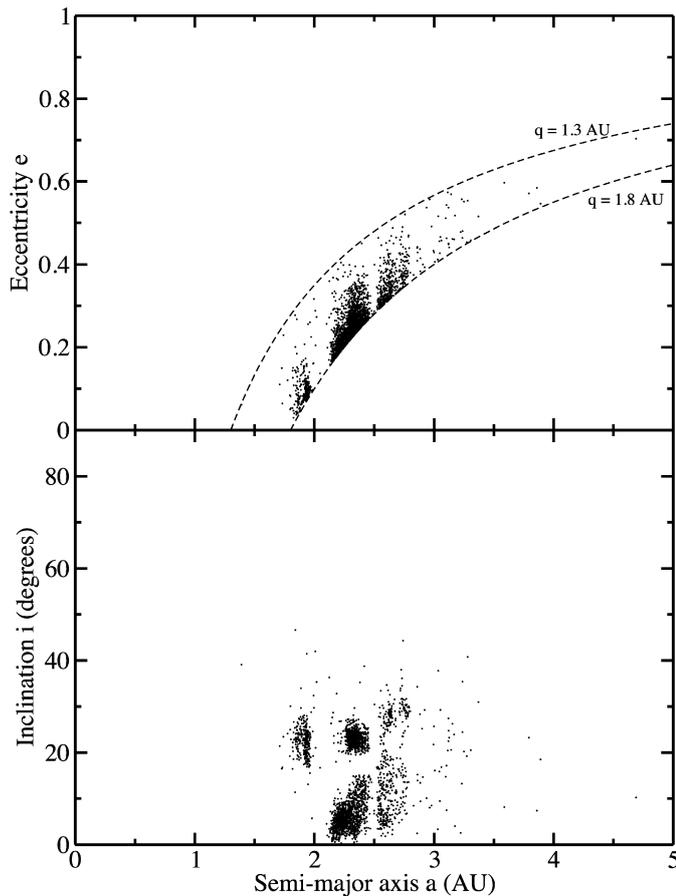


Fig. 2. Observed objects with $1.3 < q < 1.8$ AU and $H < 15$. For clarity, three objects with semi-major axes greater than 5 AU are not shown.

Marchi et al. (2005) argue that this neglect should not significantly affect the orbital dynamics of planet crossing objects nor the impact rates.

The NEO model can not be directly applied to Mars as it does not include all of the Mars-crossing objects. In order to account for these, it will be assumed that the observation of objects with perihelia q larger than 1.3 AU and magnitudes H smaller than 15 is relatively complete and representative of the orbital distribution of smaller objects (see Ivanov, 2001). These objects are tabulated in the file *astorb.dat*¹ compiled by E. Bowell and shown in Fig. 2 as of January 2007. The upper bound for Mars-crossing objects is taken at about $q < 1.8$ AU, which corresponds to the maximum martian eccentricity of about 0.2 that could occur over the past 3 Ga (Laskar et al., 2004a). A model for the planet-crossing objects (PCOs) that is applicable to Mars was constructed by combining the observed Mars-crossers for $q > 1.3$ AU with the Bottke et al. NEO model for $q < 1.3$ AU. As shown in Fig. 3, the Bottke et al. model was uniformly scaled such that the two models were coincident at $q = 1.3$ AU.

It is assumed that no correlations exist between the magnitude of an object and its orbital elements, as stated by (Stuart, 2001) for $H < 22.5$. This implies that the objects are large enough not to be significantly affected by the Yarkovsky effect (a size-dependent solar radiation pressure effect) during their collision lifetime (see Michel and Yoshikawa, 2005). We consider that this assumption is valid for the entire cratering population considered here, that is, objects that will produce craters larger than a kilometer. We also

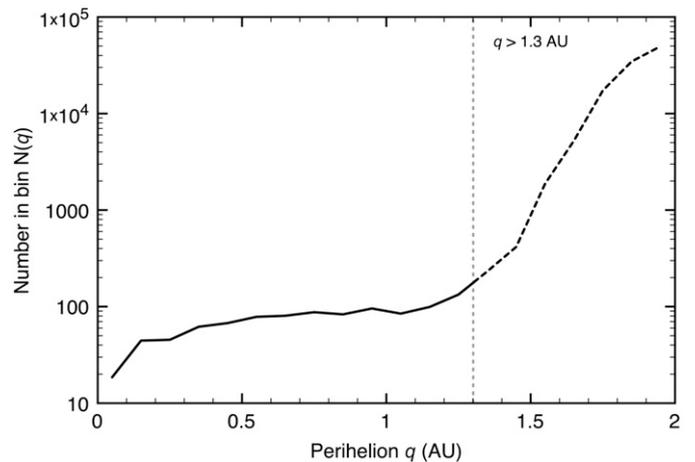


Fig. 3. Number of planet-crossing objects as a function of perihelion (bins of 0.1 AU). The NEO model (solid line) has been combined with the observed objects with $q > 1.3$ AU and $H < 15$ (dashed line), and scaled such that the two distributions are continuous at $q = 1.3$. The combined model is scaled to the estimated total number of objects with $H < 18,960$, from Bottke et al. (2002).

assume that the albedos of the planet crossing objects do not vary as a function of the orbital elements, and this allows us to convert an object's relative magnitude to a diameter using a single average albedo. While this is not completely correct (see Morbidelli et al., 2002; Stuart and Binzel, 2004) we will ignore this complication here.

The first step of our analysis is to calculate the probability that an object with the orbital elements (a, e, i) will impact a given planet, and to determine under what encounter geometries these impacts will occur. Since all of the planets in this study are rotating, the impact flux and cratering rate will only depend on latitude. This simplifies the analysis of the encounter geometry, as it will only be necessary to consider the angle between the relative encounter velocity vector and the orbit plane, as well as the magnitude of the relative encounter velocity.

We use the method of Greenberg (1982) and Bottke and Greenberg (1993), which is based on the approach of Öpik (1951) and Wetherill (1967), where it is assumed that the apsides and nodes of all bodies precess uniformly. This method explicitly accounts for the eccentricity of the target planet. The impact probabilities relate to the fraction of time during which the two bodies are close enough for a collision to occur (this corresponds to encounters with an impact parameter less than the radius of the planet's gravitational cross section). As is described more fully in Appendix A, individual (a, e, i) triads from our combined model of Fig. 1 and Fig. 2 are chosen randomly, then the probabilities of impact and corresponding encounter conditions are computed for a random orientation of the two orbits. These probabilities are then weighted by the proportion of objects in the corresponding cell of the PCO model. By repeating this procedure, we obtain a probability distribution as a function of the relative encounter velocity, u_∞ , and of the inclination of \mathbf{u}_∞ with respect to the orbit plane, i_∞ . For convenience, we will simply refer to i_∞ as the “encounter inclination” in the following. We insist on the fact that the encounter conditions account for the orbital velocity of both the planet and planet-crossing object.

The impact probability between an object and a planet is proportional to $1/\sin i_{\text{mut}}$, where i_{mut} is the inclination between the two orbit planes (see Appendix A). The mutual inclination varies between $i_0 - i$ and $i_0 + i$ (where i_0 and i are the inclinations of the planet and bolide, respectively) as a result of the precessing orbit planes of the two objects. When both inclinations are significant, the time spent when i_{mut} is zero is small. However, for the

¹ www.lowell.edu.

Earth, whose orbital inclination is currently zero, the probability of an impact occurring rapidly increases as i approaches zero, and one would expect a corresponding depletion of objects in the NEO model. This depletion is not taken into account in the discretized version of the Bottke et al. model as shown in Fig. 1.

We model this expected depletion of planet crossing objects only for Earth-crossers with inclinations less than 5° (i.e., the smallest inclination bin in the Bottke et al. model). To do this, we assume that the change in number of objects at any given set of (a, i, e) is described by the equation

$$\frac{dN}{dt} = -PN + F, \quad (1)$$

where P is the probability of an impact occurring, and F is the rate of replenishment of objects into this phase space. By assuming steady state, it is easily shown that the number of objects will asymptotically approach F/P . If we next assume that F is a constant for a small range of values in (a, e, i) space, then the number of objects as a function of inclination should be proportional to $1/P$, or explicitly,

$$N(a, e) = C \sin i, \quad (2)$$

where C is determined by setting the total number of objects with $i < 5^\circ$ equal to the value from the Bottke et al. model. This approximation is found to be in rough agreement with a computation of the residence times between 0 and 5° for about 10,000 test particles coming out of the inner main belt (W. Bottke, private communication). This is also in excellent agreement with the observations taken from the file *astorb.dat*. For inclinations greater than 5° , or for objects that are not crossing the Earth's orbit, the number of objects within an (a, e, i) cell should not vary much, and we use the average values per bin as plotted in Fig. 1.

2.2. Analytic determination of the impact conditions

In this section, we semi-analytically calculate the impact flux (number of impacts per unit time and unit area) on a planet's surface in the context of the two body problem. Since all of the terrestrial planets are rotating, if we neglect the possible complications of plate tectonics and true polar wander, the average impact flux should only depend upon latitude. We can therefore assume that all incoming trajectories come from the same direction in space, and subsequently average the number of impacts over longitude. For a synchronously-locked satellite, such as the Moon and the satellites of Jupiter, a superposed longitudinal effect may also be present (e.g., Morota and Furumoto, 2003; Shoemaker and Wolfe, 1982; Horedt and Neukum, 1984; Zahnle et al., 2001). This effect will not be addressed in this paper, and more detailed calculations for the Earth–Moon system will be presented in a forthcoming paper.

In the previous section, we have described how to determine the relative encounter velocity and encounter inclination probability distributions of the objects that impact the terrestrial planets. These encounter velocities and inclinations (with respect to the planet's orbital plane) have been calculated by assuming that the orbits of the planet and the planet-crosser were only influenced by the Sun. Here, it is assumed that during the encounter phase, the trajectory of the impactor is not influenced by that of the Sun, and that the projectile as seen by the planet approaches from an infinite distance. It is then straightforward to obtain analytic relations describing the latitudes of impact, impact velocities and incidence angles for each encounter inclination and encounter velocity (see Appendix B). As a test of the appropriateness of an initial approach distance set to infinity, we have run simulations using initial approach distances set to the planet's Hill sphere, and half of this value. The results of these tests were found to be nearly identical.

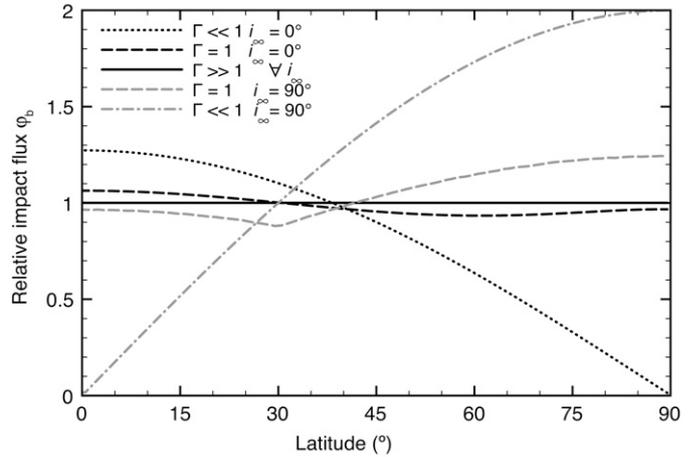


Fig. 4. Predicted impact flux as a function of latitude (normalized to the global average) when the encounter inclination is exactly 0 or 90° , and for a variety of values for Γ .

The impact flux, impact velocity distribution, and incidence angle distribution are calculated as a function of latitude in the following manner. First, an encounter inclination and velocity are taken from the (u_∞, i_∞) probability distribution as described in the previous section. The corresponding object will impact the planet as long as its impact parameter b is less than the gravitational cross section radius τ (see Fig. B.1), and we launch it within the corresponding area at a random location. To obtain a uniform spatial distribution, it is sufficient to take $b^2 = \chi\tau^2$, where χ is a random number between 0 and 1, and to assume a random angular position within the disk. Next, using the relative encounter velocity, encounter inclination, launch position, and a random orientation of the planet's precessing spin axis, we determine the impact position and geometry. Finally, by repeating the above steps, and averaging over longitude, we obtain the latitudinal dependency of the impact flux, impact velocity and incidence angle.

Before presenting our results for the terrestrial planets, it will be instructive to demonstrate how latitudinal variations depend upon the encounter velocity and the planet's mass and radius. For illustrative purpose, we will here consider two end-member cases. First, we consider that the relative approach velocity of the projectile is parallel to the equatorial plane, that is, both the encounter inclination and planet's obliquity are zero ($i_\infty = 0^\circ$ and $\epsilon_0 = 0^\circ$). Second, we consider that the approach velocity is perpendicular to the equatorial plane ($i_\infty = 90^\circ$ and $\epsilon_0 = 0^\circ$). For these specific cases, where i_∞ is fixed, the impact flux can be shown to depend only upon a single dimensionless parameter (see Appendix B):

$$\Gamma = \frac{GM_0}{R_0 u_\infty^2}, \quad (3)$$

where R_0 and M_0 are the radius and mass of the planet, and G is the gravitational constant. This parameter is simply proportional to the ratio of gravitational potential energy at the surface of the planet to the object's initial kinetic energy.

When the encounter velocity is very large with respect to the mass of the planet, Γ is close to zero, and the trajectories of the impactors are barely influenced by the gravitational field of the planet. As illustrated in Fig. 4, for this case, the impact flux normalized to its global average shows the strongest latitudinal variations. When the projectiles encounter the planet parallel to the equatorial plane, the flux is predicted to be considerably greater at the equator than at the poles, and tends towards a cosine function. This is simply a consequence of the geometric projection of the planet's surface area onto the direction of the unperturbed incoming projectiles. For the case in which $\Gamma = 0$, the impact flux

at latitude λ normalized to the global average is simply $\varphi_b(\lambda) = \frac{4}{\pi} \cos(\lambda)$. In the opposite extreme where the projectiles encounter the planet perpendicular to the equatorial plane, more impacts are expected at the poles than at the equator. For $\Gamma = 0$, it is easily shown that $\varphi_b(\lambda) = 2 \sin(\lambda)$. It can be seen that in comparison with the previous case, the amplitude of the latitudinal variation is larger.

As the gravitational influence of a planet increases (or as the approach velocity decreases), Γ increases, and the bolide's trajectories become more and more deviated by the planet. As a consequence, the impact flux becomes more homogeneous. In the limit where Γ goes to infinity, the impact flux will approach a constant value independent of latitude, and independent of i_∞ .

For similar geometric reasons, the mean impact angle measured with respect to the surface shows the strongest latitudinal variations for $\Gamma \ll 1$. For $i_\infty = 0^\circ$, the mean impact angle is smaller near the poles than the equator, whereas it is the opposite for $i_\infty = 90^\circ$. When Γ increases, these latitudinal variations decrease. In the limit where Γ goes to infinity, the mean impact angle will be everywhere exactly equal to 45° . Alternatively, if we assume an isotropic distribution of encounter inclinations ($P(i_\infty) \propto \cos(i_\infty)$), the average impact angle will also be 45° for all latitudes, regardless of the value of Gamma. We note that, as shown in Appendix B, the globally averaged impact angle on a planet will always be equal to 45° , for any Γ or i_∞ .

The common assumption in the crater chronology literature that the impact flux on a planet's surface is everywhere the same could arise from two situations: either the inclination distribution of impacting objects is isotropic, or the average factor Γ for the planet is large. Fig. 1 suggests that the first case is probably not true. Furthermore, using typical approach velocities of 25, 20 and 10 km/s for Venus, the Earth and Mars, the values of Γ lie between 0.09 and 0.16. Thus, as quantified in the following section, we should expect some form of latitudinal variations in impact conditions to exist on the terrestrial planets.

3. Results

In this section, we describe the latitudinal variations in impact conditions associated with the terrestrial planets that are expected from our model of planet-crossing objects. First, we show the collision probabilities for these bodies in terms of the relative encounter velocity and encounter inclination. Following this, we calculate the latitudinal variations in impact flux, impact velocity and impact angle for Mercury, Venus, the Earth, the Moon and Mars. Finally, using these results, we calculate the expected latitudinal variations in cratering rate and the expected size-frequency distribution of impact craters.

For these calculations, we use the current orbital elements of the planets as listed in Lodders and Fegley (1998). As the orbital elements of Mars are known to vary substantially (e.g., Touma and Wisdom, 1993), we use the results of Laskar et al. (2004a) and consider a simulation where the variations in eccentricity and obliquity are explicitly modeled over the past 3 billion years. Time-averaged values of these variables are 0.069 for the eccentricity and 37.6° for the obliquity, in comparison with the current values of 0.093 and 25.2° . Lacking a model for variations in inclination over this time-period, we assume that their distribution is Gaussian with a mean value and standard deviation of 4.0° and 1.5° , respectively. This accounts approximately for the potential range of values that the martian inclination can reach over long time periods (see Armstrong et al., 2004).

As noted earlier, the cratering rate on the Moon is expected to have a longitudinal dependency since it is in a state of synchronous rotation (e.g., Morota and Furumoto, 2003; Morota et al., 2005). We ignore this effect here, and treat this body in a ap-

proximate way. Following Stuart (2003), we calculate the impact probabilities for the Moon as if it were an isolated body having an Earth-like orbit. This assumption supposes that the Earth does not change substantially the averaged encounter conditions with the Moon. Concerning the encounter velocities, it is clear that the presence of the Earth would give slightly higher values, but this effect is small enough to be neglected. From energy conservation considerations, it can be shown that if the initial velocity at infinity was u_∞ , the object's velocity at the orbit of the Moon (a_ζ) would be $u' = \sqrt{u_\infty^2 + 2GM_\oplus/a_\zeta}$, where M_\oplus is the mass of the Earth. For $u_\infty = 10$ and 20 km s^{-1} we have $u' = 10.1$ and 20.05 km s^{-1} , respectively. More detailed simulations for the Moon will be presented in a forthcoming paper.

3.1. Planetary collision probabilities

Fig. 5 shows the impact probability distribution for each planet in terms of the relative approach velocity u_∞ and encounter inclination i_∞ . For clarity, these images have been normalized to the maximum value for each planet. The mean encounter velocities and inclinations are tabulated in Table 2 for the cases plotted in Fig. 5, as well as the corresponding mean impact velocities and mean values of Γ .

In general, the approach velocity distributions shows a large range of values, which is dependent not only on the distribution of eccentricities and semi-major axes of the planet crossing objects, but also on the orbital velocity of the planet. For Mars, in contrast, the encounter velocity distribution is considerably more narrow. This is simply related to the fact that the majority of objects that encounter this planet have relatively low eccentricities, and hence average orbital velocities that are comparable to this planet.

Fig. 6 shows the marginalized probability distributions of i_∞ . It is seen that, with respect to the isotropic distribution, where no latitudinal variations are expected, Mars, and to a lesser extent Mercury, present inclination distributions that will potentially enhance the impact flux towards the poles, in contrast with the Earth and the Moon. Given these probability distributions, it is noted that the magnitude of the latitudinal impact rates will depend upon the mass and radius of the planet.

By summing all the collision probabilities calculated in constructing the distributions shown in Fig. 5, dividing by the planet's surface area, and then normalizing by the value obtained for the Moon, we obtain the relative impact flux that each planet is subjected to, R_b (see Table 2). If we assume that the bolide size distributions are uncorrelated with their orbital elements (Stuart and Binzel, 2004), R_b would be independent of bolide size (though see Marchi et al., 2005). We note that our calculated value of R_b for the Earth of 1.62 is close to the value of 1.68 determined from observations in Ivanov (2006). The calculated R_b value of 1.87 for Mercury is close to the value of about 1.8 cited by Ivanov (2006), based on the simulations of Marchi et al. (2005), that used the same NEO model. Shoemaker et al. (1991) estimated from observations of Venus and Earth-crossers that the collision rate per unit area on Venus is 0.95 times the rate on Earth, whereas we find a value of 1.10. The calculated R_b value is presently 3.23 for Mars, whereas it is 2.83 when accounting for its secular orbital variations over the past 3 Ga. This latter value is equivalent to the value quoted by Ivanov et al. (2002).

Bottke et al. (2002) estimated that there are about 960 ± 120 NEOs with magnitudes lower than 18. According to (Morbidelli et al., 2002), who estimated the dark/bright ratio of NEOs, this value translates to 855 ± 110 NEOs larger than 1 km. Using this result, the absolute impact flux on the Moon is $1.83^{+0.23} \times 10^{-15} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$.

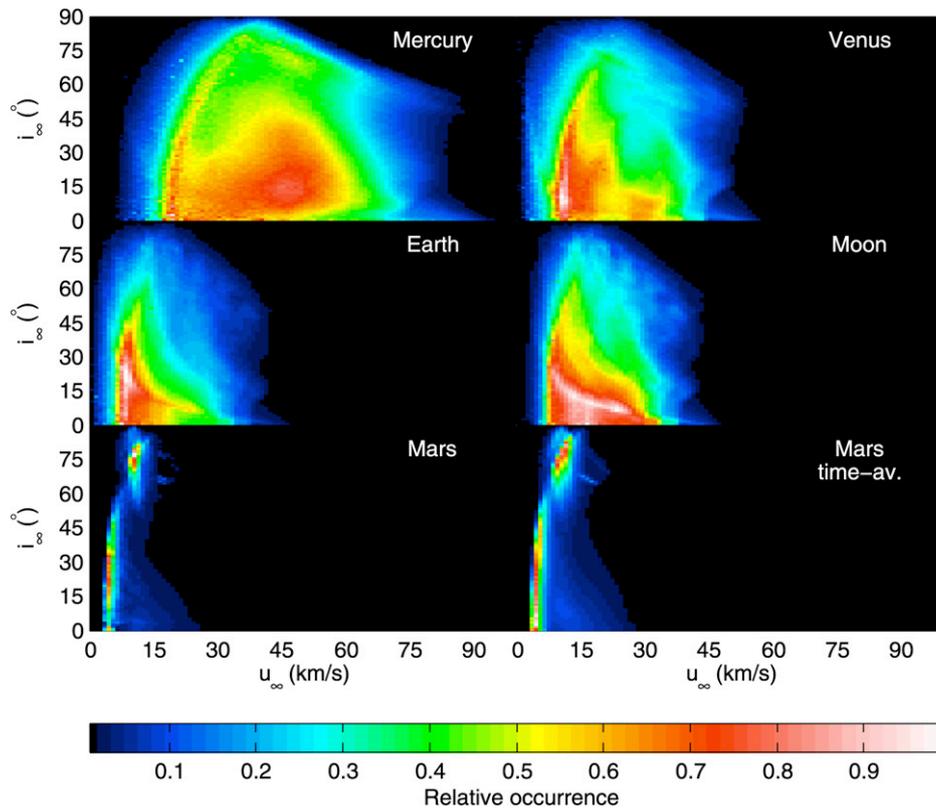


Fig. 5. Estimates of the collision probability for Mercury, Venus, the Earth, the Moon and Mars, as a function of the impactor’s relative encounter velocity u_∞ and the inclination of this velocity vector with respect to the planet’s orbital plane, i_∞ . For Mars, collision probabilities are shown using both its current and time averaged orbital elements. Each plot is normalized to the maximum probability.

Table 2
Average cratering conditions on the terrestrial planets

Planet	Mercury	Venus	Earth	Moon	Mars	Mars (time-av.)
Mean approach velocity u_∞ (km s^{-1})	42.2	22.4	16.4	19.2	9.1	9.3
Mean Γ	0.01	0.48	0.94	0.02	0.29	0.29
Mean impact velocity u (km s^{-1})	42.5	25.2	20.4	19.4	10.6	10.8
Mean encounter inclination i_∞ (degrees)	34.1	32.7	30.2	30.0	41.5	41.0
R_b	1.87	1.79	1.62	1.00	3.23	2.83

3.2. Latitudinal dependence of impact conditions

The latitudinal dependencies of the relative impact flux normalized to the planet’s global average, $\varphi_b(\lambda)$, are displayed in Fig. 7 for Mercury, Venus, the Earth, the Moon and Mars. The ratio of the polar to equatorial impact flux is seen to be 1.05, 1.00, 0.96, 0.90 and 1.26, respectively, using the current orbital parameters of these bodies. The primary cause for the differences in these latitudinal impact rates is the different encounter inclination distributions for these bodies. Whereas the encounter inclinations are biased towards low values for the Earth, Moon and Venus, a significant number of high inclination encounters occur for Mercury and Mars. By using the secular variations in the orbital history of Mars over the past 3 Ga, the pole/equator impact ratio is decreased to 1.14, which is almost entirely due to secular variations in this planet’s obliquity. In the extreme case where we set the obliquity of Mars to 60° , the latitudinal effect is found to be negligible. We note that we can exactly reproduce the results of Halliday and Grif-

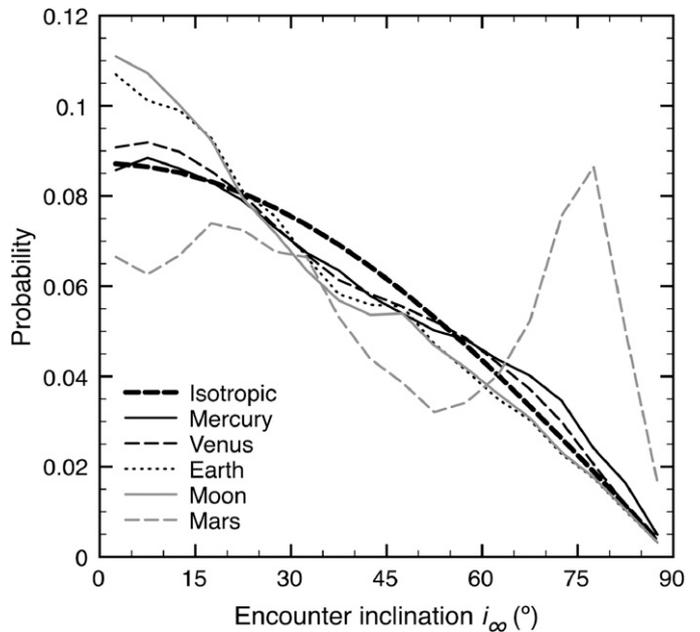


Fig. 6. Probability distribution of the encounter inclination i_∞ (angle of the relative velocity vector with respect to the orbit plane) for the terrestrial planets and Moon, compared to the isotropic case.

fin (1982) (impact flux lower by 25% at the poles) when using their restricted set of orbits.

Fig. 8 shows the latitudinal dependencies of the mean impact angle measured with respect to the surface for the terrestrial planets and Moon. The mean impact angle is about 2.5° larger at the equator than at the poles for the Earth and the Moon. In contrast,

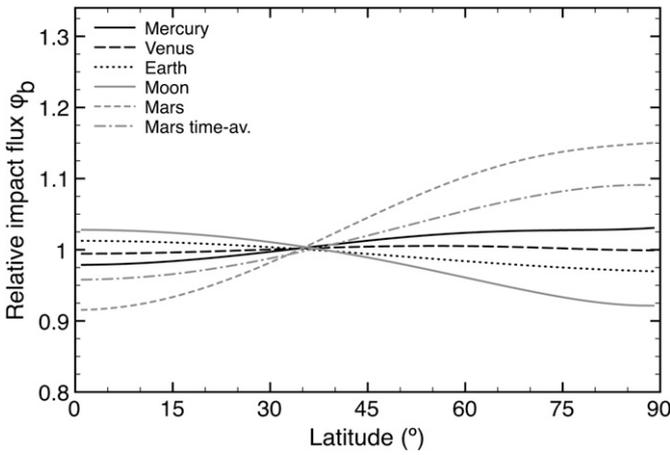


Fig. 7. Estimates of the impact flux as a function of geographic latitude on the terrestrial planets and Moon, normalized to the global average. Vertical scale is chosen for direct comparison with Fig. 9.

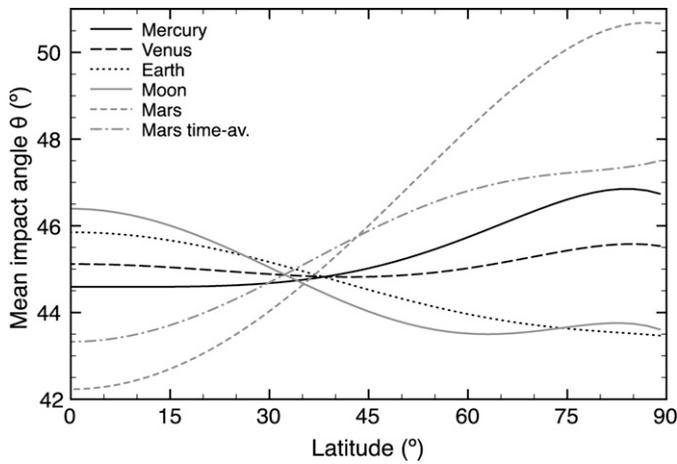


Fig. 8. Mean impact angle measured from the surface as a function of geographic latitude on the terrestrial planets and the Moon.

for Mercury, Venus and Mars, the mean impact angle is found to be larger at the poles by about 2° , 0.5° and 9° , respectively. By accounting for the secular orbital variations of Mars, the difference in mean impact angles is reduced by 5° . The mean impact velocity is relatively constant and varies only by about $0.2\text{--}0.5\text{ km s}^{-1}$ between the pole and the equator for all the objects of this study.

Even though the mean impact angle and impact velocity show well defined trends as a function of latitude, any single impact could have a value that differs significantly from the mean value. In particular, we note that for all cases investigated here, the standard deviation of the impact angle distributions is about 20° and the standard deviation of the impact velocity is between 35 and 45% of the mean value for all latitudes. The shape of the probability distribution of impact angle and impact velocity vary also with latitude. For example, impact events combining low impact angles and high velocities occur more frequently near the poles on the Moon. As a result, a greater proportion of craters would be expected to form with an impact angle less than 12° at high latitudes, and this would give rise to a larger number of elliptical craters (e.g., Bottke et al., 2000). For our Moon simulation, we found that there should be about 30% more highly oblique craters per unit area at the poles than at the equator. In contrast, the time-averaged Mars simulation gives the opposite result. As discussed in the following sections, a simple way to quantify the effects of the varying distributions of impact angle and impact velocity on the

observed cratering record is by use of crater size-frequency distributions.

Finally, we comment further on the origin of the differences between the probability distributions in encounter inclination and velocity for the planets (Fig. 5), and hence their different latitudinal behavior. As described in Appendix A, the encounter inclination is given by Eqs. (A.6)–(A.8) as

$$\sin i_\infty = \frac{v}{u_\infty} \sin \alpha \sin i_{\text{mut}} \quad (4)$$

where v is the object's velocity, u_∞ is the relative encounter velocity, α is the angle between the object's velocity vector and the Sun-planet vector, and i_{mut} is the mutual inclination. For Mars, whose distance from the Sun can reach 1.8 AU, Fig. 3 shows that a large number of encounters will occur with objects that are close to their perihelion, and for these objects, the probability of a collision is relatively large (see Appendix A). Such encounters naturally have large values of i_∞ for two reasons. First, α is near 90° and $\sin \alpha$ is hence close to 1. Second, the denominator of the prefactor u_∞ is smallest during encounters near perihelion since the angle between the two velocity vectors is minimized. This explanation also accounts, in part, for the slight surplus of high encounter inclinations for Mercury. Another effect for Mercury is that the objects that encounter this planet have higher than average orbital inclinations. Since the mutual inclination i_{mut} is approximately equal to the orbital inclination of the object (the inclination of Mercury is about 7°), the encounter inclination i_∞ will be on average larger than for Venus and the Earth.

3.3. Latitudinal cratering rates

Up until this point, we have discussed only the number of impacts that occur per unit area and unit time as a function of latitude (i.e., what we called the relative impact flux). However, when attempting to constrain the relative age of a surface, crater chronologists make use of the size-frequency distribution of impact craters. Instead of discussing impact fluxes (i.e., the number of objects that strike a planet per unit time), the relevant quantity to discuss is the cratering rate (i.e., the number of craters of size D that form per unit time).

Let us first consider cumulate distributions, and denote by $\dot{N}(> d, \lambda)$ the number of bolides larger than diameter d that impact the planet per unit time and unit area at a given latitude λ . If we assume that the size-frequency distribution of impacting objects does not change with time, we can write

$$\dot{N}(> d, \lambda) = \varphi_b(\lambda) T(t) \Phi_b(> d), \quad (5)$$

where φ_b is a function that takes into account latitudinal variations in the impact flux with respect to the mean value (see Fig. 7), T is a dimensionless function that takes into account temporal variations in the impact flux, and Φ_b is the present day average flux of objects striking the planet with diameters greater than d . Next, assume that a functional relation exists between crater diameter D and bolide diameter d of the form $d = d(D; u, \theta)$, which depends, among others, on the impact velocity and impact angle. If the probability of an impact occurring at a specific latitude is dependent on the impact velocity and impact angle, $P_\lambda(u, \theta)$, then the differential contribution to the cratering rate for a given u and θ can be expressed as

$$d\dot{N}(> D, \lambda; u, \theta) = \varphi_b(\lambda) T(t) \Phi_b(> d(D; u, \theta)) P_\lambda(u, \theta). \quad (6)$$

The total cumulate number of craters larger than D that form per unit area and unit time (i.e., the cratering rate) is then simply

$$\dot{N}(> D, \lambda) = \int \int d\dot{N}(> D, \lambda; u, \theta) du d\theta, \quad (7)$$

and the cumulate number of craters on a planetary surface is the integral of the this function over time,

$$N(>D, t, \lambda) = \int_0^t \dot{N}(>D, \lambda) dt, \quad (8)$$

where t is time before present. The corresponding differential size-frequency distribution of craters is simply given by the first derivative of its cumulative distribution:

$$n(D, t, \lambda) = \frac{dN(>D, \lambda, t)}{dD}. \quad (9)$$

In practice, this function is usually determined by counting the number of craters in a diameter bin of width $\sqrt{2}D$, and dividing by the bin width.

Equation (8) can be rearranged into a form that separates the time and latitudinal dependencies. By combining Eqs. (5)–(8) it is easily shown that

$$N(>D, t, \lambda) = \varphi_c(>D, \lambda) \langle \Phi_b(>d) \rangle \int_0^t T(t) dt, \quad (10)$$

where the latitudinal dependence of the cratering rate is

$$\varphi_c(>D, \lambda) = \varphi_b(\lambda) \frac{\langle \Phi_b(>d) \rangle_\lambda}{\langle \Phi_b(>d) \rangle}, \quad (11)$$

and where $\langle \dots \rangle$ denotes the expectation of the quantity over u and θ for d expressed as $d = d(D; u, \theta)$,

$$\langle \Phi_b(>d) \rangle = \int \int \Phi_b(>d(D; u, \theta)) P(u, \theta) du d\theta. \quad (12)$$

The subscript λ in Eq. (11) indicates that the expectation is to be performed using the velocity and impact angle distributions at a single latitudinal band, whereas the lack of a subscript indicates that the expectation should be performed over the entire planet. Similar expressions are easily derived for the differential size-frequency distribution.

The simulations in Section 3.2 give us the impact velocity and impact angle distribution P_λ . In order to calculate the size distribution of craters, we thus need to know the temporal variations in the bolide flux T , the size distribution of bolides $\Phi_b(>d)$, and the relationship between bolides and crater size. We will assume that the flux of impacting objects has been constant with time, and set T equal to 1. The size distribution of bolides is taken from Stuart and Binzel (2004) (J.S. Stuart, private communication). It is assumed that this distribution, estimated for NEOs, is also appropriate for Mercury, Venus, and Mars. As for the crater scaling, we will use equations that have been derived in the framework of π -scaling dimensional analysis (see Holsapple and Schmidt, 1987; Holsapple, 1993).

In the gravity regime, where the tensile strength of rock is negligible, the relationship between impact conditions and crater diameter for vertical impacts is of the form

$$\frac{D_\perp}{d} = K \left(\frac{u^2}{gd} \right)^{\nu_1} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\nu_2}, \quad (13)$$

where D_\perp is the transient crater diameter for a vertical impact, d is the diameter of the impactor, ρ and ρ_0 are the density of the impactor and target, respectively, g is the surface gravity, and u is the impact velocity, all expressed in SI units. For non porous rocks, the adopted scaling constants are $K = 1.17$, $\nu_1 = 0.22$ and $\nu_2 = 0.31$, whereas for dry sand $K' = 1.03$, $\nu_1' = 0.17$ and $\nu_2' = 0.332$ (Schmidt and Housen, 1987; Holsapple and Housen, 2007). Small craters (less than about a kilometer) that form in the strength regime are simply proportional to the diameter of the

bolide. Nevertheless, for simplicity, we will only consider simple and complex craters that form in the gravity regime.

The impact angle θ is known to affect the final crater size, though the functional dependence is not well quantified. Many workers consider that only the vertical component of the impact velocity contributes to the final crater size (e.g. Pierazzo et al., 1997). In contrast, laboratory experiments of Gault and Wedekind (1978) suggest that the volume of the crater formed is proportional to $\sin\theta$, and if the depth/diameter ratio of the crater does not change with impact angle, the crater diameter would be proportional to $(\sin\theta)^{1/3}$ (see Melosh, 1989). Many studies simply consider that all craters formed with vertical incidence (e.g. Shoemaker, 1983). It is clear from Fig. 8 that the mean impact angle varies as a function of latitude on the terrestrial planets. Thus, the cratering rate (which is dependent on crater size) will be sensitive to the manner in which oblique impacts are parameterized. We will assume that the transient crater diameter D_T depends upon incidence angle by the relationship

$$D_T = D_\perp (\sin\theta)^{\nu_3}, \quad (14)$$

and two cases will be considered. First, the transient diameter will be assumed to be independent of incidence angle by using $\nu_3 = 0$. Second, only the vertical component of the impact velocity will be assumed to influence the crater diameter by using $\nu_3 = 2\nu_1$. Each of the crater scalings described in the previous paragraph will give results between these two end-member cases.

Finally, craters larger than a critical diameter D_* are known to be modified by gravitational collapse of the crater walls, and this tends to increase the crater diameter. Such craters are referred to as complex craters, and D_* is the simple-complex transition diameter. As a first approximation, D_* can be considered to vary inversely proportional to the surface gravitational acceleration (Pike, 1980). For the Earth and Venus, D_* is about 3 km, whereas the corresponding diameters are 18 km for the Moon and 8 km for Mercury and Mars. The relationship between simple and complex craters is not well characterized, but the relationship of Croft (1985)

$$D = \begin{cases} D_T & \text{for } D_T < D_*, \\ D_*^{-\nu_4} D_T^{1+\nu_4} & \text{for } D_T \geq D_*, \end{cases} \quad (15)$$

with $\nu_4 = 0.18$, is commonly used.

In order to reconcile the size distribution of bolides with the average lunar crater size-frequency distribution of Neukum et al. (2001), we consider that craters with diameters less than a few kilometers form in the porous regime, as proposed by Ivanov (2006). The shape of the lunar crater size-frequency distribution is acceptably reproduced for crater diameters between 1 and 100 km by considering arbitrarily that porous scaling applies for $D < 5$ km, whereas craters larger than 25 km formed in non-porous rocks. The transition between porous and non-porous scaling ($5 < D < 25$ km) is assumed to be linear. We further consider that the same transition applies to the other bodies of this study. Although the porosity of the lunar crust, and to a greater extent the crustal porosity of Mercury, Venus and Mars, are not well known, this assumption appears reasonable enough for our purposes.

The relative cratering rates normalized to the global average, $\varphi_c(>D, \lambda)$, calculated with the above equations and assumptions, are displayed in Fig. 9 for $D > 1$ km. It is here considered that only the vertical component of the impact velocity contributes to the crater forming process ($\nu_3 = 2\nu_1$), which we believe is the most realistic case. As the impact angle is a function of latitude (see Fig. 8) that behaves in a similar manner as the impact flux (a larger flux at a given latitude is associated with a larger impact angle), the amplitude of the latitudinal variation is enhanced in terms of cratering rate (low impact angles create smaller craters). Our obtained pole to equator cratering ratios are summarized in Table 3, and

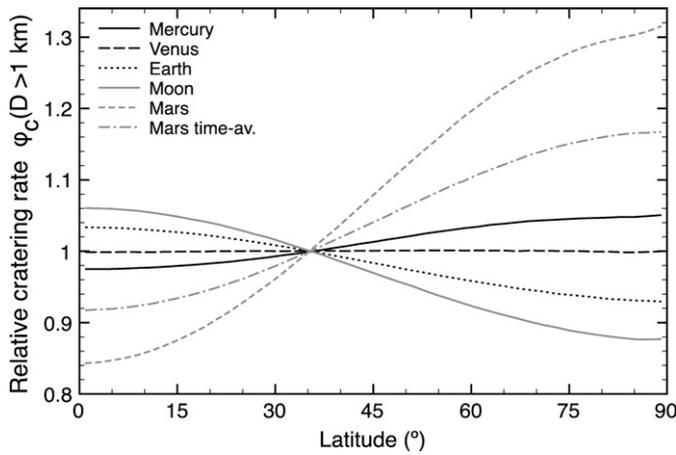


Fig. 9. Relative cratering rate variations with geographic latitude for crater larger than 1 km, on the terrestrial planets and the Moon. Crater scaling is done with the vertical component of the impact velocity.

Table 3

Pole/equator ratios of impact fluxes and cratering rates for $D > 1$ km

Ratio	Mercury	Venus	Earth	Moon	Mars	Mars (time-av.)
Impact flux	1.05	1.00	0.96	0.90	1.26	1.14
Cratering rate (1)	1.08	1.00	0.90	0.83	1.56	1.27
Cratering rate (2)	1.04	0.99	0.95	0.87	1.30	1.16

(1) Crater scaling with vertical component of impact velocity. (2) Crater scaling for vertical impacts.

compared to the case where the impacts are considered to be vertical ($\nu_3 = 0$). In this latter case, only the latitudinal variations in the impact velocity tend to increase the latitudinal asymmetry, but this effect is rather small. We note that Gallant et al. (2006), using four-body numerical simulations and crater scaling only for vertical impacts, report cratering rate ratios of 0.99 for the Earth and 0.91 for the Moon.

Although the latitudinal cratering rate, ϕ_c , is rigorously a function of D , we find that variations of less than 2–3% exist between the values reported in Table 3 for $D > 1$ km and values calculated for other diameters. For most practical purposes, $\phi_c(\lambda)$ can be considered to be independent of diameter. This is illustrated in Fig. 10 where cumulative size-frequency distributions of craters are shown at the lunar pole and equator. Despite the different probability distributions in impact angle and velocity, the shape of the theoretical lunar size-frequency distributions is insensitive to latitude, and only a vertical offset between the curves is evident. The theoretical martian size-frequency distribution of craters, globally averaged over the planet’s surface, is also shown to illustrate how the relative impact flux with respect to the Moon, R_b , and the different impact conditions on the two bodies (in particular, the impact velocity distribution), give rise to a differently shaped size-frequency distribution.

Also shown in Fig. 10 is Neukum’s size-frequency distribution of lunar craters for a surface age of 3 billion years. In comparison, our calculated curves for a lunar impact flux $\Phi_b(d > 1 \text{ km}) = 1.83 \times 10^{-15} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ are lower by a factor 4. The size-frequency distributions were calculated using Eqs. (10)–(15) with $\rho = 2050 \text{ kg m}^{-3}$ (corresponding to the mean density of lunar impactors estimated by Stuart and Binzel, 2004), $\rho_0 = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ and $\nu_3 = 2\nu_1$. We note that in the crater scaling of Eq. (13), some authors consider an additional multiplicative factor of 1.56, accounting for both slumping and uplift during the crater formation process (Melosh, 1989). If we were to include this factor, our spatially averaged lunar SFD and the Neukum’s production function would be almost perfectly superimposed over the considered di-

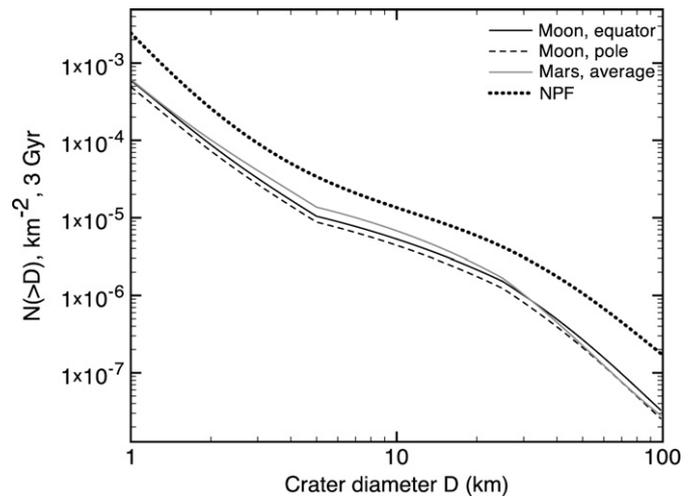


Fig. 10. Simulated cumulative size-frequency distributions of craters on the Moon (equator and pole) and Mars (globally averaged) for a surface age of 3 Gyr. The average lunar size-frequency distribution given by Neukum et al. (2001) is shown for comparison.

ameter range, which would be consistent with a constant projectile flux during the last 3 billion years. Nevertheless, it should be noted that the assumption of a constant cratering rate over the past 3 Ga is debatable (see Hartmann et al., 2007), and considerable uncertainties exist with the current crater scaling laws and bolide size-frequency distributions.

Finally, while $N(>D)$ is easily obtained for any arbitrary set of the above functions by numerical integration, if the cumulative number of objects greater than diameter d follows a power-law, simple analytic expressions exist that are useful for demonstration purposes. The size distribution of bolides is often assumed to be of the form

$$\Phi_b(>d) = \Phi_b(>1)d^{-m}, \quad (16)$$

where $\Phi_b(>1)$ is the average present-day flux of objects greater than 1 meter in size that strike the planet and m is the slope of the cumulative size-frequency distribution.

By inserting Eqs. (15)–(16) into Eq. (7), it is straightforward to show that the number of complex craters forming per unit time and unit area greater than diameter D is

$$\dot{N}(>D, \lambda) = \phi_c(\lambda)\Phi_c(>1)D^{-s/(1+\nu_4)}, \quad (17)$$

where

$$\Phi_c(>1) = \Phi_b(>1) \left[\frac{K}{D_*^{\nu_4/(1+\nu_4)} g \nu_1} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\nu_2} \right]^s \langle (u^{2\nu_1} \sin^{\nu_3} \theta)^s \rangle, \quad (18)$$

the latitudinal dependence of the cratering rate, which is here independent of D , is

$$\phi_c(\lambda) = \phi_b(\lambda) \frac{\langle (u^{2\nu_1} \sin^{\nu_3} \theta)^s \rangle_\lambda}{\langle (u^{2\nu_1} \sin^{\nu_3} \theta)^s \rangle}, \quad (19)$$

and

$$s = \frac{m}{1 - \nu_1}. \quad (20)$$

The differential size-frequency distribution of the cratering rate is simply

$$\dot{n}(D, \lambda) = \frac{d\dot{N}(>D, \lambda)}{dD} = \frac{s}{1 + \nu_4} \phi_c(\lambda)\Phi_c(>1)D^{-(\frac{s}{1+\nu_4}+1)}. \quad (21)$$

It can be shown that Eqs. (17)–(21) are also valid for simple craters ($D < D_*$) by setting ν_4 equal to zero. In this case, the slope of the cumulative distribution is simply s .

Table 4
Relative average impact flux and cratering rates with respect to the Moon

Planet	Mercury	Venus	Earth	Moon	Mars	Mars (time-av.)
R_b	1.87	1.79	1.62	1	3.23	2.83
$R_c(>1 \text{ km})$	2.6	1.0	0.7	1	1.2	1.1
$R_c(>20 \text{ km})$	3.6	1.7	1.2	1	1.4	1.2

3.4. Interplanetary comparison

In order to date the age of a planetary surface using the crater counting method, it is necessary to extrapolate from the lunar cratering record that has been absolutely calibrated. In particular, one needs to take into account the different impact fluxes between the Moon and planet, and compensate for differences in impact conditions, such as the mean impact velocity and surface gravity. In this section, we briefly discuss how one can additionally take into account latitudinal variations in the impact flux and impact conditions.

The relative cratering rate between two planets is easily calculated by taking the ratio of their respective differential or cumulative size-frequency distributions. We use here the differential form and calculate the relative cratering rate as a function of latitude λ on a planet with respect to the average cratering rate of the Moon for a diameter D :

$$r_c(D, \lambda) = \frac{d\dot{N}(>D, \lambda)/dD}{d\dot{N}_\zeta(>D)/dD}. \quad (22)$$

While the cratering rate of the Moon is expected to vary with both latitude and longitude, we will assume that these effects have been taken into account when calculating the average lunar cratering rate. We next assume that the size-frequency distributions of the bolide fluxes for the two bodies are linearly related

$$R_b = \frac{\partial \Phi_b(>d)/\partial d}{\partial \Phi_b^\zeta(>d)/\partial d} = \frac{\Phi_b(>d)}{\Phi_b^\zeta(>d)}. \quad (23)$$

By using the definitions of Eqs. (8) and (9), Eq. (22) can be written as

$$r_c(D, \lambda) = \varphi_c(D, \lambda) R_c(D), \quad (24)$$

where the latitudinal variation in the cratering rate is

$$\varphi_c(D, \lambda) = \varphi_b(\lambda) \frac{\langle \partial \Phi(>d)/\partial d \partial d / \partial D \rangle_\lambda}{\langle \partial \Phi(>d)/\partial d \partial d / \partial D \rangle}, \quad (25)$$

the average relative cratering rate is

$$R_c(D) = R_b \frac{\langle \partial \Phi(>d)/\partial d \partial d / \partial D \rangle}{\langle \partial \Phi(>d)/\partial d \partial d / \partial D \rangle_\zeta}, \quad (26)$$

and it is noted that d implicitly depends upon D , u , and θ . $R_c(>D)$ and $r_c(>D, \lambda)$ are easily obtained in a similar manner, by the use of cumulative distributions.

Our R_c values are tabulated in Table 4 for craters larger than 1 and 20 km, respectively, along with the relative impact fluxes R_b . Note that atmospheric shielding was not included in these estimates. In particular, R_c estimates for Venus are tabulated only for comparative purposes and must not be treated as realistic since the dense atmosphere of Venus affects the formation of craters with sizes up to a few tens of kilometers.

The expression for the relative cratering rate is dramatically simplified when the size-frequency distribution of the bolides follows a power law. In this case, the differential distributions are given by Eq. (21), and when the craters of diameter D on the planet and Moon are both simple or complex, Eq. (22) is

$$R_c(D) = R_b \frac{\langle (u^{2\nu_1} \sin^{\nu_3} \theta)^s \rangle}{\langle (u^{2\nu_1} \sin^{\nu_3} \theta)^s \rangle_\zeta} \left[\left(\frac{D_\zeta^\zeta}{D_*^\zeta} \right)^{\frac{\nu_4}{1+\nu_4}} \left(\frac{\rho_0^\zeta}{\rho_0} \right)^{\nu_2} \left(\frac{g_\zeta}{g} \right)^{\nu_1} \right]^s. \quad (27)$$

4. Discussion

4.1. Isotropic comets

The Bottke et al. model does not include isotropic comets, as no such discoveries with periapses less than 1.3 AU were made by the Spacewatch survey. Nevertheless, some investigators have suggested that these could contribute from 10 to 30% of the observed terrestrial impact flux (see Weissman, 1990; Shoemaker, 1983; Zahnle et al., 1998). For our purposes, we note that the inclusion of a truly isotropic population of comets would act to minimize any latitudinal variations that might be present. It is simple to show that the relative impact flux at a latitude λ that includes the isotropic comets contribution would be

$$\varphi_{ic}(\lambda) = \frac{\varphi_b(\lambda) + C_{ic}}{1 + C_{ic}}, \quad (28)$$

where C_{ic} is the fraction of the average impact flux resulting from isotropic comets. For example, for a polar/equatorial ratio of 0.90 (as we calculate for the Moon), the inclusion of an additional 20% of isotropic comets would reduce this factor to 0.92.

More recent estimates of the isotropic comet population, however, suggest that these are not as important as once believed. Strokes et al. (2003) estimated that the average impact energy of a long-period comet would be only 30% more than a NEA with a similar size. Using this result, as well as methods described in Marsden (1992) and Sekanina and Yeomans (1984), they showed that long-period comets represents only about 1% of the NEA cratering.

4.2. Observations

We next demonstrate that our calculated latitudinal variations in cratering rate are consistent with the observed cratering records for a few of the planetary objects investigated in this study. A detailed investigation involving the measurement of size-frequency distributions as a function of latitude on similar geologic units is beyond the scope of this article, and we instead analyze the global distribution of craters on the Moon and Venus using publicly available crater databases. We did not attempt to investigate the latitudinal variations of crater density for Mars because both the polar regions and northern hemisphere are geologically young when compared to large portions of the planet, and this would have biased such a study. For the Earth, there are only a small number of craters, and the spatial distribution of these have been affected by both plate tectonics and true polar wander. Finally, we are not aware of a suitable database of craters for Mercury.

4.2.1. Venus

With the exception of a few ambiguous cases, all craters have been located on the planet Venus using Magellan SAR imagery (see Phillips et al., 1992). It has previously been shown that the spatial distribution of impact craters cannot be distinguished from a random distribution (Strom et al., 1994), which is in agreement with our results that predict a near zero latitudinal dependence. However, given the small number of craters, and the large counting statistics uncertainties, it would not be a simple matter to test any hypothesis concerning the latitudinal dependence of the cratering rate on this planet.

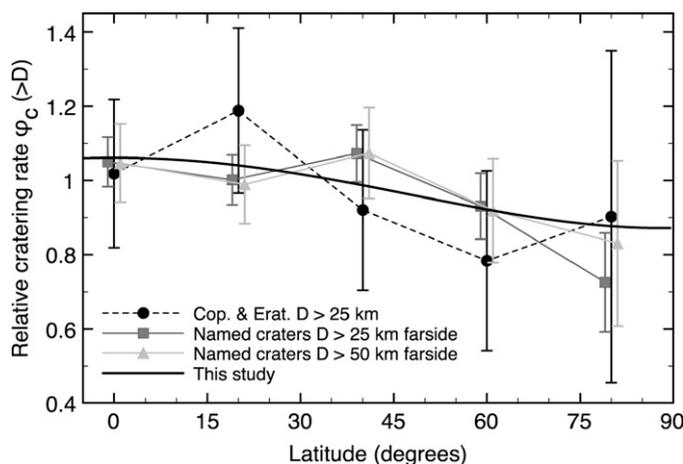


Fig. 11. Relative density of named craters larger than 25 km (dark gray squares) and 50 km (light gray triangles) on the farside of the Moon, and the relative density of Copernican and Eratosthenian craters larger than 25 km over the whole surface of the Moon (black circles). Our calculated relative cratering rate is shown for comparison.

4.2.2. Moon

We use the database² of “named” craters compiled by J. McDowell that is based on the database of Andersson and Whitaker (1982). As not all of the craters on the Moon have been named, we restrict ourselves to those that are greater than 25 or 50 km, anticipating that these subsets will be relatively complete. Since the spatial resolution of the farside highlands generally degrades towards the poles (see Plate 2 of Wilhelms et al., 1987), the difference between the >25 and >50 km datasets should be a relative indication of the completeness of these subsets of the database.

The geologic history of the nearside of the Moon is complicated by the presence of ancient highlands and young maria. We thus restrict this preliminary investigation to the farside highlands, which conceivably could have been affected by the same geologic processes over the past 4.5 Ga. In order to avoid complications with the Orientale and Australe basins, we further restrict this investigation to the longitudinal range 100–250 E. These criteria leave a total of 1349 and 539 craters that are greater than 25 and 50 km, respectively. In order to reduce the uncertainties with these estimates, we have combined craters in the northern and southern hemispheres, and have averaged the number of craters in 30 latitudinal bands. These results are plotted in Fig. 11. We additionally plot the number of Copernican and Eratosthenian craters larger than 25 km on the whole surface of the Moon (127 craters), using data provided by N. Petro, which is a compilation of data from Wilhelms et al. (1987), Grier et al. (2001), McEwen et al. (1993) and McEwen and Robinson (1997). For comparative purposes, we plot our predicted cratering rate using the same crater scaling laws as in Fig. 9. As is seen, all the observed densities show a tendency to be smaller near the poles than the equator, consistent with the theoretical results. Nevertheless, given the large uncertainties associated with the limited number of craters, and the shortcomings of the employed database, we can only say that the data suggest, but do not require, a latitudinal variation in the cratering rate. Furthermore, it must be noted that the size-frequency distribution of bolides that impacted the Moon prior to about 3.9 Ga could have been different than the current population of objects (see Strom et al., 2005).

² <http://www.planet4589.org/astro/lunar>.

4.3. Sensitivity to low inclination objects

As noted previously, the Bottke et al. model is discretized in 5° of inclination. Considering that the impact probability between an object and a planet is inversely proportional to the sine of their mutual inclination i_{mut} (see Appendix A), encounters with very low mutual inclinations will be highly probable. It is thus prudent to determine how sensitive our R_b values and impact flux distributions are to the exact form of the NEO model for the lowest inclinations.

We note that the relative impact fluxes of Mercury, Venus, and Mars should not be too sensitive to the form of the NEO model for the lowest inclinations. As the orbit planes of these planets are inclined to the ecliptic and precess, very little time will be spent when the mutual inclination with a planet-crossing object is zero. However, as already noted in Section 2.1, the inclination of the Earth’s orbit is always close to zero, and any NEOs that exist with near-zero inclinations will thus have a high probability of impacting the Earth. As a result of this, the NEOs should be depleted at low inclinations, and to first order, one should expect the number to vary as $\sin i$.

We here compare our treatment of the lowest inclinations with other possible approximations. First, we assume that all objects in each (a, e, i) bin have inclinations equal to the cell’s mid-point, an approximation that is in general used (e.g., Stuart and Binzel, 2004). Doing this, the absolute lunar impact flux is enhanced by about 3%. We note that the R_b values obtained from these two approaches are very similar, and differ by only 1% for Venus, the Earth and time-averaged Mars. In contrast, a slightly greater discrepancy of 3 and 4% exists for Mercury and the present-day Mars, respectively. The calculated latitudinal variations in the impact flux are found to be nearly identical using this approximation. Pole-to-equator ratios for the Earth, Moon and Mars are unchanged, whereas those for Mercury and Venus differ by only about 1 and 2%, respectively.

We next consider the case where the number of NEOs are uniformly distributed in each bin. While the latitudinal variations in the impact flux only change by about 1% for Mercury, Venus, and Mars, the results for the Earth and Moon are much different: with respect to the equator, the polar cratering rates are found to be about 10% less for the Earth and 50% for the Moon, in contrast to our previously reported values of 4 and 11%, respectively. The cause of this discrepancy is that this approximation artificially overemphasizes the number of near-zero inclination NEOs, which have a high probability of impacting the Earth and Moon. While the Earth/Moon impact ratio remains the same, their global impact fluxes are enhanced by a factor of about 1.8, and this causes the R_b values of the other planets to be decreased by this same factor.

As discussed in Section 2.2, we do not consider the approximation that the number of NEOs are uniformly distributed in each of the lowest inclination bins to be reasonable. Nevertheless it does demonstrate that there is a fundamental uncertainty in such modeling that does not appear to have been fully appreciated in previous studies. Current NEO models are deficient in both the number of observations at low inclinations, as well as the (a, e, i) resolution of debiased models. Future attempts to improve upon the relative impact fluxes between planets will require higher (a, e, i) resolution models than are currently available.

4.4. Temporal variations in the cratering rate

All of the terrestrial planets experience some secular variations in their orbital elements, and this will give rise to secular variations in their respective cratering rates. For Mars, long-term statistical analyses of the martian orbit have been performed by Laskar et al. (2004a). For the other planets, published analyses are

only available for smaller time periods. According to Laskar (1994), Mercury experiences very strong eccentricity and inclination variations, up to about 0.4 and 10°, respectively. The eccentricity and inclination variations of Venus and the Earth are moderate, but still amount to about 0.02 and a few degrees.

In addition to Mars, which was previously described in the text, we have also tested how secular variations affect the cratering rates of the Earth–Moon system, Venus and Mercury. The secular variations in inclination, eccentricity and obliquity over 250 Myr for the Earth and Moon were taken from Laskar et al. (2004b), whereas secular variations of Venus and Mercury were roughly reproduced over the past 10 Myr as plotted in Laskar (1988). Our results show that secular variations cause the impact flux and latitudinal effect to vary by less than 2%. Even though the secular variations of Mercury are large, the global impact flux is found to be nearly constant for this planet.

As a consequence of the above tests, the latitudinal variations predicted for the present day should be considered as good estimates for the planets' long-term behavior. Nevertheless, it should be noted that the NEO model of Bottke et al. (2002) and the observed Mars-crossers population, which are a fundamental input to our simulations, could be affected by secular variations in the planet's orbital parameters, as higher impact probabilities for certain (a , e , i) triads translates into a faster depletion of objects in this region of phase space. However, given the discretization size of the NEO model cells, moderate secular orbital variations of Venus and Earth would not be expected to affect significantly the orbital distribution of planet crossing objects. Nevertheless, as was pointed out by Ivanov (2001), a modulation of the orbital distribution of Mars crossing objects with the evolution of the martian orbit is possible. However, since the timescale for secular variations of the martian orbit (about 2 Ma) is shorter than the typical residence time for most Mars-crossers (about 30 Myr, Migliorini et al., 1998; Morbidelli, 1999), time variations of the Mars-crossing population would not be expected to be dramatic. Concerning the effects on the NEO population, it is noted that the contribution of the Mars-crossing source region in the Bottke et al. model accounts for secular variations of the martian orbit. It is possible, though, that variations of the martian eccentricity may affect more profoundly the whole resonance efficiency within the main belt.

Finally, we note that temporal variations in the absolute impact flux experienced by the planets are possible. Such short-term variations are expected to occur following collisions in the asteroid belt, especially when the collisions occur close to a primary resonance, and longer term variations in the isotropic comet flux are conceivable. In particular, Hartmann et al. (2007) suggest that the lunar cratering rate might have decreased by a factor of about 3 over the past 3 billion years. Culler et al. (2000) give a similar estimate, and suggest in addition that the cratering rate might have been substantially larger (by a factor 4) during the time of an asteroid breakup event about 500 Myr ago (see also Nesvorný et al., 2002). Time variations in the size-frequency distribution of planet crossing objects are also expected to occur following an asteroid breakup (Bottke et al., 2005; O'Brien et al., 2006). Beyond the past 3 Gyr, the consequences of a putative Late Heavy Bombardment on the orbital distribution of planet crossing objects and their size-frequency distributions are still unclear. The consequences of these phenomena to our model results are difficult to assess, but the calculated latitudinal variations may be considerably affected. To first-order we might expect that relative quantities between two planets, such as R_b and R_c , would be unaffected. Certainly, temporal variations in the impact flux, which are difficult to quantify, would hinder the determination of absolute ages of planetary surfaces by the crater chronology method.

5. Conclusions

In the absence of radiometrically dated samples, the size-frequency distribution of impact craters superposed on a geologic unit remains one of the few indicators that can be used to estimate both the absolute and relative chronology of geologic events on a given planet. One of the fundamental assumptions in most studies is that both the impact and cratering rates are spatially uniform across the planet's surface. Such a phenomenon would be expected if either the relative velocity distribution of planet-crossing objects were isotropic in space, or if the planet was sufficiently massive to deviate the trajectories of high encounter velocity objects.

By using a model of planet-crossing objects (which is based on a combination of Bottke et al.'s (2002) NEO model and the known asteroids) we have shown that the impact rate, impact angle distribution, and to a lesser extent the impact velocity distributions, are not spatially uniform across the surfaces of the terrestrial planets. Since the terrestrial planets are rotating, this effect gives rise to latitudinal variations in impact conditions. While the impact rates for Venus are nearly isotropic, the pole-to-equator impact rate for Mercury, Earth, the Moon, and Mars (the later of which accounts for secular orbital variations) are predicted to be 1.06, 0.96, 0.90, and 1.14, respectively. Using scaling relationships that relate the impact velocity, impact angle, and impactor size to final crater diameter, along with an estimate of the size-frequency distribution of impacting objects, latitudinal variations in the cratering rate are found to be somewhat larger. Pole-to-equator cratering rates for Mercury, Venus, Earth, the Moon, and Mars, accounting for secular orbital variations, are found to be 1.08, 1.00, 0.90, 0.83, and 1.27, respectively, for craters larger than 1 km. These ratios are nearly constant at all crater diameters between 1 and 100 km (variations are less than 3%), implying that, while the impact conditions vary as a function of latitude on a planet's surface, the size-frequency distributions of impact craters are nearly constant, with the exception of a simple vertical offset that depends on latitude.

If the globally averaged planetary cratering rates were constant in time, ages obtained from the crater chronology method would possess systematic latitudinal biases equal to the magnitude of the latitudinal cratering variations. As an example, a true age of 3 billion years on the Moon would appear to be about 2.6 and 3.2 billion years at the pole and equator, respectively. As the principal workers of the field caution that uncertainties in absolute ages derived by the crater chronology method are at best about a factor 2, these estimated latitudinal variations, though significant, lie within the absolute error bars of the methodology. Yet, they should be taken into account when calculating relative ages between two regions on the same body.

The results of our analysis depends upon several assumptions, though reasonable, that are difficult to assess in the absence of better data. Our calculated cratering rates depend upon the manner in which oblique impact conditions are incorporated into crater scaling laws, which are strictly valid only for vertical incidence conditions. The cratering rates also depends upon the assumed size-frequency distribution of planet-crossing objects, which may or may not be the same for each planet (see Marchi et al., 2005). Perhaps more importantly, though, we have assumed that both the size-frequency and orbital-element distributions of planet-crossing objects are in steady state, and are well described by the present-day distribution. We did not attempt to include planetocentric projectiles in our estimates. These are potentially major contributors to the cratering of the terrestrial bodies about 4 billion years ago (see Pinet, 1985). A higher resolution model of the orbital element distribution of planet-crossing objects, as well as estimates of the magnitude of its temporal variations, will ultimately be necessary in order to obtain more precise age estimates of planetary surfaces using the crater chronology method.

Acknowledgments

We thank W. Bottke for valuable discussions concerning the distribution of Near Earth Objects, as well as formal and informal reviews by B. Ivanov and J. Oberst.

Appendix A. Calculation of the planetary encounter probabilities and conditions

The methodology that we use to compute the probabilities of planetary encounters, as well as the encounter conditions, is based on the work of Greenberg (1982) and the modifications of Bottke et al. (1994). The necessary equations and approach are here summarized, and the interested reader is referred to these papers for further details.

Consider a planet (field body) and an asteroid or comet (test body) whose Keplerian orbits are described respectively by the triads (a_0, e_0, i_0) and (a, e, i) , where a , e , and i refer to the semi-major axis, eccentricity, and inclination from the ecliptic of the two orbits. As described in Greenberg (1982), the collision probability represents the fraction of time for which the two bodies are close enough for a collision to occur, after averaging over all possible orbital orientations induced by the precession of the two orbits. This precession is assumed to be uniform, that is, the arguments of pericenter, ω and ω_0 , and the difference between the longitudes of the ascending nodes, $\Delta\Omega$, vary uniformly with time. It is also assumed that the collision occurs near the mutual node of the two orbits, where the test body crosses the orbital plane of the field body.

The distance between the test body and the Sun is given by

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + eC}, \quad (\text{A.1})$$

where C is the cosine of the true anomaly. The radius of the field orbit, r_0 , is given by a similar expression, substituting a , e , i and C by a_0 , e_0 , i_0 and C_0 . The distance between the two orbits is zero when $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, that is

$$C = \frac{1}{e} \left[(1 + e_0 C_0) \frac{a(1 - e^2)}{a_0(1 - e_0^2)} - 1 \right]. \quad (\text{A.2})$$

Consider now the geometry of encounter described in Greenberg (1982) and shown for $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ in Fig. A.1. The two bodies cross at O . The X axis is directed outward from the Sun, and the XY plane is the plane of the planet's orbit. The vectors \mathbf{v}_0 and \mathbf{v} are the velocities of the field and test body, respectively. The angles α_0 and α are the angles the velocity vectors make with the X axis, which are given by

$$\cos \alpha = \frac{eS}{(1 + 2eC + e^2)^{1/2}} \quad (\text{A.3})$$

and

$$\sin \alpha = \frac{1 + eC}{(1 + 2eC + e^2)^{1/2}}, \quad (\text{A.4})$$

where S is the sine of the true anomaly. The expressions are similar for α_0 . The mutual inclination i_{mut} , which is the angle between the two orbit planes, is

$$\cos i_{\text{mut}} = \cos i \cos i_0 + \sin i \sin i_0 \cos \Delta\Omega. \quad (\text{A.5})$$

The sign of i_{mut} is chosen to be positive if the node of encounter is the ascending node, and negative otherwise (from symmetry considerations, the probability of collision at the ascending and descending node are equal). The velocity of the test body at the mutual node is given by

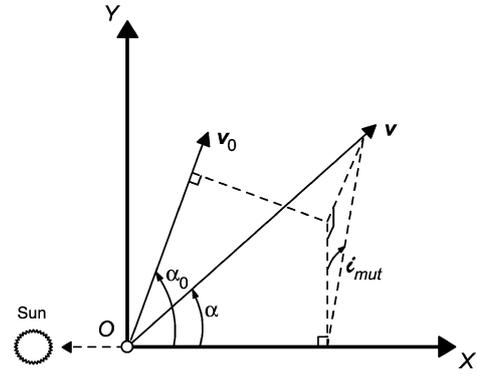


Fig. A.1. Geometry of encounter. The two bodies cross in O . The velocity \mathbf{v}_0 is in the XY plane, whereas \mathbf{v} is not.

$$\begin{aligned} v^2 &= \frac{GM_\odot}{a(1 - e^2)} (1 + 2eC + e^2), \\ v_x &= v \cos \alpha, \\ v_y &= v \sin \alpha \cos i_{\text{mut}}, \\ v_z &= v \sin \alpha \sin i_{\text{mut}}, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

where GM_\odot is the mass of the Sun times the gravitational constant. The velocity of the field body is given by

$$\begin{aligned} v_0^2 &= \frac{GM_\odot}{a_0(1 - e_0^2)} (1 + 2e_0 C_0 + e_0^2), \\ v_{0,x} &= v_0 \cos \alpha_0, \\ v_{0,y} &= v_0 \sin \alpha_0, \\ v_{0,z} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

The relative encounter velocity is then given by $\mathbf{u}_\infty = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$. The subscript ∞ accounts for the fact that the gravitational attraction of the planet is not included in the expression of the encounter velocity. The angle between the test body's relative velocity and the orbit plane of the planet, i_∞ , is

$$\sin i_\infty = \frac{u_{\infty,z}}{u_\infty}. \quad (\text{A.8})$$

The sign convention of i_∞ follows that of i_{mut} , and the collision probability is the same whatever the sign of i_∞ .

The expression for the collision probability is derived from the case $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, and includes the width in the (C, C_0) space for which $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\| < \tau$, where τ is the radius of the collision cross-section, given by

$$\tau = R_0 \sqrt{1 + \frac{2GM_0}{R_0 u_\infty^2}}, \quad (\text{A.9})$$

with R_0 and M_0 being the radius and mass of the field body, and G the gravitational constant. Encounters with an impact parameter less than τ will lead to a collision. This approach implicitly assumes that the encounter velocity does not change significantly in the neighborhood of the mutual node. For a given ω_0 and $\Delta\Omega$, the collision probability per unit time, P_g , is finally given by (see Greenberg, 1982, for a complete and meaningful derivation)

$$P_g = \frac{\tau^2}{4\pi} \frac{A(1 + eC)^2}{a(1 - e^2)e|S| \sin i_{\text{mut}}} \frac{B}{u_0 T_0 T}, \quad (\text{A.10})$$

with

$$A = [\cot^2 \alpha + \cot^2 \alpha_0 + \sin^2 i_{\text{mut}} - 2 \cot \alpha_0 \cot \alpha \cos i_{\text{mut}}]^{1/2} \quad (\text{A.11})$$

and

$$B = \frac{u_\infty}{[u_\infty^2 - (u_{\infty,x} \cos \alpha_0 + u_{\infty,y} \sin \alpha_0)^2]^{1/2}}, \quad (\text{A.12})$$

where T and T_0 are the orbital periods of the test and field body. To get the total probability over all the possible orbital orientations, P_g must be evaluated at the four separate geometries corresponding to a single (C, C_0) couple (Bottke and Greenberg, 1993), then integrated over ω_0 and $\Delta\Omega$. As noted in Bottke et al. (1994), when the eccentricity and inclination of the field body are not zero, both the encounter velocity and inclination depend upon ω_0 and $\Delta\Omega$, and we consequently evaluate P_g , u_∞ , and i_∞ for each of the four possible orbital orientations.

To construct the probability distribution of the relative encounter velocity and encounter inclination, $P(u_\infty, i_\infty)$, we first choose a test body with random values of a , e , and i . If its perihelion is less than the planet's aphelion, and if its aphelion is greater than the planet's perihelion, then a collision is possible and we proceed by choosing a random value of $\Delta\Omega$ between 0 and 2π , from which we compute i_{mut} from Eq. (A.5). Then, we choose randomly a value of C_0 within the range of permitted value imposed by the resulting value of C given by Eq. (A.2). From C , we obtain $S = \pm\sqrt{1-C^2}$, and choose the sign with equal probability. S_0 is calculated in a similar manner. The couples (C_0, S_0) and (C, S) give us one of the four possible collision geometries for a given ω_0 , from which we calculate i_∞ , u_∞ and P_g . As the value of P_g is singular when $i_{\text{mut}} = 0$, we set $\sin i_{\text{mut}} = \tau/r_0$ when $\sin i_{\text{mut}} < \tau/r_0$, which is correct to third order in i_{mut} (Dones et al., 1999). Similarly, when the collision occurs near the periaapse or apoapse of the test body, S tends towards zero and P_g goes to infinity. Following Greenberg (1982), this is cured by switching the definition of the field and test body. The collision probability P_g is finally weighted by the relative number of bodies in the corresponding bin of the Bottke et al. model, as given by Fig. 1. The values of P_g , u_∞ , and i_∞ are tabulated, and this procedure is repeated until $P(u_\infty, i_\infty)$ converges.

Appendix B. Calculation of the impact conditions

In this appendix, we describe how we calculate the impact flux, impact angle, and impact velocity as a function of latitude on a planet for encounters with a given relative approach velocity and a given inclination of this velocity with respect to the planet's orbital plane. It is assumed that during the encounter phase, the trajectory of the impactor is not influenced by that of the Sun, and that the projectile as seen by the planet approaches from an infinite distance. If it is assumed that the spin rate of a planet is unrelated to the dynamics of the asteroidal and cometary orbits, the impact flux on a planet will only depend upon latitude.

According to symmetry considerations, we can consider that all bolides come from a single direction in space. For each (u_∞, i_∞) , all projectiles that lie within the cross-section area τ will impact the planet (see Fig. B.1). We choose one such projectile uniformly on the plane perpendicular to the trajectory, by picking randomly the square of its impact parameter b between 0 and τ^2 , and the rotation angle δ between 0 and 2π .

Consider the coordinate system (X, Y, Z) centered on the planet, the Y axis being in the direction of \mathbf{u}_∞ and the X axis being chosen so that the XY plane contains the trajectory of the object. The initial position of the object is given by $X = b$ and $Y = -\infty$. The trajectory of the object is hyperbolic, and is described by

$$r = \frac{a(e^2 - 1)}{1 + e \cos f}, \quad (\text{B.1})$$

where r is the distance of the object from the center of the planet, a is the semi-major axis of the hyperbola, e its eccentricity and f

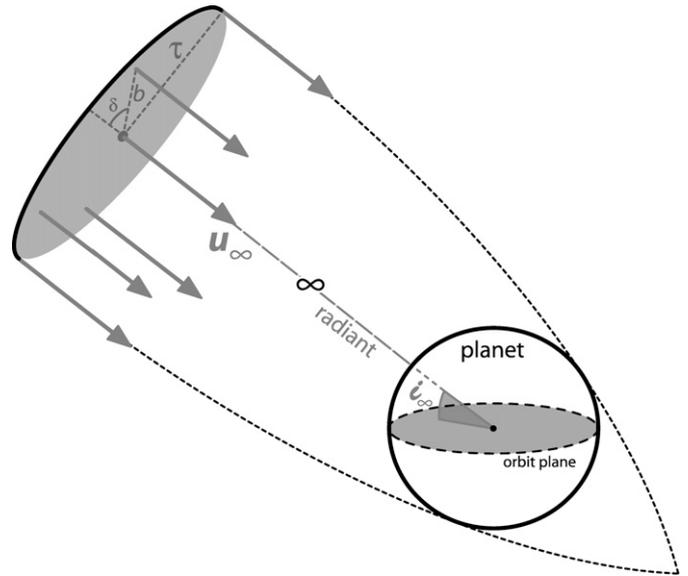


Fig. B.1. Schematic illustration of the bolides that will impact the planet for a given u_∞ and i_∞ . The impact parameter b varies between 0 and τ , and the angle δ between 0 and 2π .

the true anomaly. For an initial velocity u_∞ at an infinite radius, with an impact parameter b , the semi-major axis is given by

$$a = \frac{GM_0}{u_\infty^2}, \quad (\text{B.2})$$

and the eccentricity is

$$e = (1 + b^2 u_\infty^4 / GM_0^2)^{1/2}. \quad (\text{B.3})$$

The cosine of the true anomaly at launch point, f_∞ , is

$$C_\infty = -1/e, \quad (\text{B.4})$$

with the corresponding sine

$$S_\infty = -(1 - C_\infty^2)^{1/2}, \quad (\text{B.5})$$

being negative, as $\mathbf{r}_\infty \cdot \mathbf{u}_\infty < 0$. The impact occurs at $r = R_0$, R_0 being the radius of the planet. From Eq. (B.1), the cosine of the true anomaly of impact, f_i , is

$$C_i = \frac{a(e^2 - 1)/R_0 - 1}{e}, \quad (\text{B.6})$$

and the corresponding sine is given by

$$S_i = -(1 - C_i^2)^{1/2}, \quad (\text{B.7})$$

where the sine of S_i discriminates between one of the two intersection points between the hyperbola and the planet. S_i is negative, as both S_∞ and S_i correspond to a time before the periaapse, where by definition $f = 0$.

The coordinates of impact in the (X, Y, Z) frame are

$$\begin{aligned} X_i &= -R_0 \cos(f_i - f_\infty) = -R_0(C_i C_\infty + S_i S_\infty), \\ Y_i &= R_0 \sin(f_i - f_\infty) = R_0(S_i C_\infty + C_i S_\infty), \\ Z_i &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

We next obtain the geocentric coordinates of impact using the transformation

$$\mathbf{r}_{\text{geo}} = M_{\text{obl}} M_{\text{orb}} \mathbf{r}_{XYZ}, \quad (\text{B.9})$$

where M_{orb} is the rotation matrix from (X, Y, Z) to the coordinate system attached to the orbital plane of the planet, and M_{obl} the

rotation matrix from this latter to the geocentric coordinate system (attached to the planet's equatorial plane). We have

$$M_{\text{orb}} = \begin{bmatrix} C_\delta & 0 & -S_\delta \\ S_i S_\delta & C_i & S_i C_\delta \\ C_i S_\delta & -S_i & C_i C_\delta \end{bmatrix}, \quad (\text{B.10})$$

where C_δ and S_δ are the cosine and sine of δ , and C_i and S_i the cosine and sine of i_∞ , and

$$M_{\text{obl}} = \begin{bmatrix} C_\phi^2 + S_\phi^2 C_\epsilon & C_\phi S_\phi (1 - C_\epsilon) & -S_\phi S_\epsilon \\ C_\phi S_\phi (1 - C_\epsilon) & S_\phi^2 + C_\phi^2 C_\epsilon & C_\phi S_\epsilon \\ S_\phi S_\epsilon & -C_\phi S_\epsilon & C_\epsilon \end{bmatrix}, \quad (\text{B.11})$$

where C_ϵ and S_ϵ are the cosine and sine of the obliquity of the planet (angle between the spin axis and the normal to the orbit), and C_ϕ and S_ϕ the cosine and sine of the angle ϕ . This latter angle is taken randomly between 0 and 2π , and simulates the fact that the spin axis can possess any orientation relative to the incoming direction of the projectile. It is finally straightforward to obtain the latitude of the impact site from the geocentric coordinates of impact.

The energy conservation gives the impact velocity as

$$u^2 = u_\infty^2 + v_{\text{esc}}^2, \quad (\text{B.12})$$

where $v_{\text{esc}} = \sqrt{2GM_0/R_0}$ is the escape velocity at the surface of the planet.

The conservation of the specific angular momentum $\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$ gives the impact angle θ . At the launch point, $h = bu_\infty$, whereas at the impact point, $h = \|\mathbf{r}_{\text{imp}} \times \mathbf{u}\| = R_0 u \sin(\theta + \pi/2)$. Therefore,

$$\cos \theta = b/\tau. \quad (\text{B.13})$$

Each object is launched for random values of b , δ and ϕ . This procedure is repeated until good statistics are obtained. The projectile flux at a latitude λ normalized to the global average is

$$\varphi_b(\lambda) = \frac{N(\lambda)}{N_{\text{tot}}} \frac{4\pi}{(\sin \lambda^+ - \sin \lambda^-)}, \quad (\text{B.14})$$

where $N(\lambda)$ and N_{tot} are the number of impacts at the latitude λ and the total number of impacts on the planet, respectively. The term $(\sin \lambda^+ - \sin \lambda^-)$ accounts for the area of the discrete latitudinal band between λ^+ and λ^- , whereas the term 4π accounts for the area of the sphere.

It can be seen from Eq. (B.13) that the impact angle θ can be expressed only as a function of the two dimensionless parameters $\Gamma = GM_0/R_0 u_\infty^2$ and $B = b^2/R_0^2$. When calculating the impact angle distribution for a given disk of impactors, B varies uniformly between 0 and $1 + 2\Gamma$. It is therefore clear that the impact angle distribution depends only on Γ . Moreover, the mean impact angle on the planet is

$$\bar{\theta} = \frac{1}{1 + 2\Gamma} \int_0^{1+2\Gamma} \cos^{-1} \left(\frac{B}{1 + 2\Gamma} \right)^{1/2} dB = \frac{\pi}{4}. \quad (\text{B.15})$$

The globally averaged impact angle is thus always equal to 45° on any planet. Similarly, C_i and C_∞ , and thus X_i and Y_i (Eq. (B.8)), can be easily expressed as functions of only Γ and B . Therefore, for a given obliquity ϵ_0 , a disk of impactors with a given encounter inclination i_∞ will generate an impact flux at the surface of the planet that depends only on $\Gamma = GM_0/R_0 u_\infty^2$.

References

Andersson, L.E., Whitaker, E.A., 1982. NASA catalogue of lunar nomenclature. NASA Reference Publication 1097.
 Armstrong, J.C., Leovy, C.B., Quinn, T., 2004. A 1 Gyr climate model for Mars: New orbital statistics and the importance of seasonally resolved polar processes. *Icarus* 171, 255–271.

Bottke, W.F., Greenberg, R., 1993. Asteroidal collision probabilities. *Geophys. Res. Lett.* 20, 879–881.
 Bottke, W.F., Nolan, M.C., Greenberg, R., Kolvoord, R.A., 1994. Velocity distributions among colliding asteroids. *Icarus* 107, 255–268.
 Bottke, W.F., Love, S.G., Tytell, D., Glotch, T., 2000. Interpreting the elliptical crater populations on Mars, Venus, and the Moon. *Icarus* 145, 108–121.
 Bottke, W.F., Morbidelli, A., Jedicke, R., Petit, J.-M., Levison, H.F., Michel, P., Metcalfe, T.S., 2002. Debaised orbital and absolute magnitude distribution of the near-Earth objects. *Icarus* 156, 399–433.
 Bottke, W.F., Durdá, D.D., Nesvorný, D., Jedicke, R., Morbidelli, A., Vokrouhlický, D., Levison, H.F., 2005. Linking the collisional history of the main asteroid belt to its dynamical excitation and depletion. *Icarus* 179, 63–94.
 Croft, S.K., 1985. The scaling of complex craters. *J. Geophys. Res.* 90, 828–842.
 Culler, T.S., Becker, T.A., Muller, R.A., Renne, P.R., 2000. Lunar impact history from $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ dating of glass spherules. *Science* 287, 1785–1788.
 Dones, L., Gladman, B., Melosh, H.J., Tonks, W.B., Levison, H.F., Duncan, M., 1999. Dynamical lifetimes and final fates of small bodies: Orbit integrations vs Öpik calculations. *Icarus* 142, 509–524.
 Gallant, J., Gladman, B., Cuk, M., 2006. Current bombardment of the Earth–Moon system: Emphasis on cratering asymmetries. *ArXiv Astrophysics e-print*.
 Gault, D.E., Wedekind, J.A., 1978. Experimental studies of oblique impacts. *Lunar Planet. Sci.* 9, 3843–3875.
 Greenberg, R., 1982. Orbital interactions: A new geometrical formalism. *Astron. J.* 87, 184–195.
 Grier, J.A., McEwen, A.S., Lucey, P.G., Milazzo, M., Strom, R.G., 2001. Optical maturity of ejecta from large rayed lunar craters. *J. Geophys. Res.* 106, 32847–32862.
 Halliday, I., 1964. The variation in the frequency of meteorite impact with geographic latitude. *Meteoritics* 2, 271–278.
 Halliday, I., Griffin, A.A., 1982. A study of the relative rates of meteorite falls on the Earth's surface. *Meteoritics* 17, 31–46.
 Hartmann, W.K., Neukum, G., 2001. Cratering chronology and the evolution of Mars. *Space Sci. Rev.* 96, 165–194.
 Hartmann, W.K., Quantin, C., Mangold, N., 2007. Possible long-term decline in impact rates. *Icarus* 186, 11–23.
 Holsapple, K.A., 1993. The scaling of impact processes in planetary sciences. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 21, 333–373.
 Holsapple, K.A., Housen, K.R., 2007. A crater and its ejecta: An interpretation of Deep Impact. *Icarus* 187, 345–356.
 Holsapple, K.A., Schmidt, R.M., 1987. Point source solutions and coupling parameters in cratering mechanics. *J. Geophys. Res.* 92, 6350–6376.
 Horedt, G.P., Neukum, G., 1984. Cratering rate over the surface of a synchronous satellite. *Icarus* 60, 710–717.
 Ivanov, B.A., 2001. Mars/Moon cratering rate ratio estimates. *Space Sci. Rev.* 96, 87–104.
 Ivanov, B.A., 2006. Cratering rate comparisons between terrestrial planets. *LPI Contributions* 1320, 26–27.
 Ivanov, B.A., Neukum, G., Bottke, Jr., W.F., Hartmann, W.K., 2002. The comparison of size-frequency distributions of impact craters and asteroids and the planetary cratering rate. In: *Asteroids III*. Univ. of Arizona Press, Tucson, pp. 89–101.
 Laskar, J., 1988. Secular evolution of the Solar System over 10 million years. *Astron. Astrophys.* 198, 341–362.
 Laskar, J., 1994. Large-scale chaos in the Solar System. *Astron. Astrophys.* 287, L9–L12.
 Laskar, J., Correia, A.C.M., Gastineau, M., Joutel, F., Levrard, B., Robutel, P., 2004a. Long term evolution and chaotic diffusion of the insolation quantities of Mars. *Icarus* 170, 343–364.
 Laskar, J., Robutel, P., Joutel, F., Gastineau, M., Correia, A.C.M., Levrard, B., 2004b. A long-term numerical solution for the insolation quantities of the Earth. *Astron. Astrophys.* 428, 261–285.
 Lodders, K., Fegley, B.J., 1998. *The Planetary Scientist's Companion*. Oxford Univ. Press, New York. 371 pp.
 Marchi, S., Morbidelli, A., Cremonese, G., 2005. Flux of meteoroid impacts on Mercury. *Astron. Astrophys.* 431, 1123–1127.
 Marsden, B.G., 1992. To hit or not to hit. In: Cavanan, G.H., Solem, J.C., Rather, J.D.G. (Eds.), *Near-Earth Objects Interception Workshop*. Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM, pp. 67–71.
 McEwen, A.S., Robinson, M.S., 1997. Mapping of the Moon by Clementine. *Adv. Space Res.* 19, 1523.
 McEwen, A.S., Gaddis, L.R., Neukum, G., Hoffmann, H., Pieters, C.M., Head, J.W., 1993. Galileo observations of post-Imbrium lunar craters during the first Earth–Moon flyby. *J. Geophys. Res.* 98, 17207–17234.
 Melosh, H.J., 1989. *Impact Cratering: A Geologic Process*. Oxford Univ. Press, New York. 245 pp.
 Michel, P., Yoshikawa, M., 2005. Earth impact probability of the Asteroid (25143) Itokawa to be sampled by the spacecraft Hayabusa. *Icarus* 179, 291–296.
 Migliorini, F., Michel, P., Morbidelli, A., Nesvorný, D., Zappala, V., 1998. Origin of multikilometer Earth- and Mars-crossing asteroids: A quantitative simulation. *Science* 281, 2022–2024.
 Morbidelli, A., 1999. Origin and evolution of near-Earth asteroids. *Celest. Mech. Dynam. Astron.* 73, 39–50.

- Morbidelli, A., Jedicke, R., Bottke, W.F., Michel, P., Tedesco, E.F., 2002. From magnitudes to diameters: The albedo distribution of near Earth objects and the Earth collision hazard. *Icarus* 158, 329–342.
- Morota, T., Furumoto, M., 2003. Asymmetrical distribution of rayed craters on the Moon. *Earth Planet. Sci. Lett.* 206, 315–323.
- Morota, T., Ukai, T., Furumoto, M., 2005. Influence of the asymmetrical cratering rate on the lunar cratering chronology. *Icarus* 173, 322–324.
- Nesvorný, D., Morbidelli, A., Vokrouhlický, D., Bottke, W.F., Brož, M., 2002. The Flora family: A case of the dynamically dispersed collisional swarm? *Icarus* 157, 155–172.
- Neukum, G., Ivanov, B.A., Hartmann, W.K., 2001. Cratering records in the inner Solar System in relation to the lunar reference system. *Space Sci. Rev.* 96, 55–86.
- Öpik, E.J., 1951. Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter. *Proc. R. Irish Acad. Sect. A* 54, 165–199.
- O'Brien, D.P., Greenberg, R., Richardson, J.E., 2006. Craters on asteroids: Reconciling diverse impact records with a common impacting population. *Icarus* 183, 79–92.
- Phillips, R.J., Raubertas, R.F., Arvidson, R.E., Sarkar, I.C., Herrick, R.R., Izenberg, N., Grimm, R.E., 1992. Impact craters and Venus resurfacing history. *J. Geophys. Res.* 97, 15923.
- Pierazzo, E., Melosh, H.J., 2000. Understanding oblique impacts from experiments, observations, and modeling. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 28, 141–167.
- Pierazzo, E., Vickery, A.M., Melosh, H.J., 1997. A reevaluation of impact melt production. *Icarus* 127, 408–423.
- Pike, R.J., 1980. Formation of complex impact craters—Evidence from Mars and other planets. *Icarus* 43, 1–19.
- Pinet, P., 1985. Lunar impact flux distribution and global asymmetry revisited. *Astron. Astrophys.* 151, 222–234.
- Schmidt, R.M., Housen, K.R., 1987. Some recent advances in the scaling of impact and explosion cratering. *Int. J. Impact Eng.* 5, 543–560.
- Sekanina, Z., Yeomans, D.K., 1984. Close encounters and collisions of comets with the Earth. *Astron. J.* 89, 154–161.
- Shoemaker, E.M., 1983. Asteroid and comet bombardment of the Earth. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 11, 461–494.
- Shoemaker, E.M., Wolfe, R.F., 1982. Cratering time scales for the Galilean satellites. In: D. Morrison (Ed.), *Satellites of Jupiter*. Univ. of Arizona Press, Tucson, pp. 277–339.
- Shoemaker, E.M., Wolfe, R.F., Shoemaker, C.S., 1991. Asteroid flux and impact cratering rate on Venus. In: *Lunar and Planetary Institute Conference Abstracts*.
- Stöffler, D., Ryder, G., 2001. Stratigraphy and isotope ages of lunar geologic units: chronological standard for the inner Solar System. *Space Sci. Rev.* 96, 9–54.
- Strokes, G.H., Yeomans, D.K., Bottke, W.F., Chesley, S.R., Evans, J.B., Gold, R.E., Harris, A.W., Jewitt, D., Kelso, T.S., McMillan, R.S., Spahr, T.B., Worden, S.P., 2003. Report of the Near-Earth Objects Science Definition Team: A study to determine the feasibility of extending the search for near-Earth objects to smaller limiting diameters. NASA-OSS-Solar System Exploration Division.
- Strom, R.G., Schaber, G.G., Dawsow, D.D., 1994. The global resurfacing of Venus. *J. Geophys. Res.* 99, 10899–10926.
- Strom, R.G., Malhotra, R., Ito, T., Yoshida, F., Kring, D.A., 2005. The origin of planetary impactors in the inner Solar System. *Science* 309, 1847–1850.
- Stuart, J.S., 2001. A near-Earth asteroid population estimate from the LINEAR survey. *Science* 294, 1691–1693.
- Stuart, J.S., 2003. Observational constraints on the number, albedos, sizes, and impact hazards of the near-Earth asteroids. Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- Stuart, J.S., Binzel, R.P., 2004. Bias-corrected population, size distribution, and impact hazard for the near-Earth objects. *Icarus* 170, 295–311.
- Touma, J., Wisdom, J., 1993. The chaotic obliquity of Mars. *Science* 259, 1294–1297.
- Weissman, P.R., 1990. The Oort cloud. *Nature* 344, 825–830.
- Wetherill, G.W., 1967. Collisions in the asteroid belt. *J. Geophys. Res.* 72, 2429–2444.
- Wilhelms, D.E., McCauley, J.F., Trask, N.J., 1987. The geologic history of the Moon. US Geological Survey Professional Paper 1348.
- Zahnle, K., Dones, L., Levison, H.F., 1998. Cratering rates on the Galilean satellites. *Icarus* 136, 202–222.
- Zahnle, K., Schenk, P., Sobieszczyk, S., Dones, L., Levison, H.F., 2001. Differential cratering of synchronously rotating satellites by ecliptic comets. *Icarus* 153, 111–129.

Bibliographie

- L. E. Andersson et E. A. Whitaker. NASA catalogue of lunar nomenclature. *NASA Reference Publication*, 1097, 1982.
- J. C. Armstrong, C. B. Leovy et T. Quinn. A 1 Gyr climate model for Mars : new orbital statistics and the importance of seasonally resolved polar processes. *Icarus*, 171:255–271, octobre 2004.
- R. B. Baldwin. *The face of the moon*. Univ. of Chicago Press, 1949.
- R. B. Baldwin. On the history of lunar impact cratering : the absolute time scale and the origin of planetesimals. *Icarus*, 14:36, 1971.
- L. W. Bandermann et S. F. Singer. Calculation of meteoroid impacts on moon and earth. *Icarus*, 19:108, 1973.
- Basaltic Volcanism Study Project. *Basaltic volcanism on the terrestrial planets*. Pergamon Press, Inc, New York, 1981.
- W. Benz, A. G. W. Cameron et H. J. Melosh. The origin of the moon and the single impact hypothesis. iii. *Icarus*, 81:113–131, 1989.
- B. G. Bills et R. D. Ray. Lunar orbital evolution : a synthesis of recent results. *Geophys. Res. Lett.*, 26(19):3045–3048, 1999.
- R. P. Binzel, A. S. Rivkin, J. S. Stuart, A. W. Harris, S. J. Bus et T. H. Burbine. Observed spectral properties of near-earth objects : results for population distribution, source regions, and space weathering processes. *Icarus*, 170:259–294, 2004.
- W. F. Bottke, D. D. Durda, D. Nesvorný, R. Jedicke, A. Morbidelli, D. Vokrouhlický et H. F. Levison. Linking the collisional history of the main asteroid belt to its dynamical excitation and depletion. *Icarus*, 179:63–94, décembre 2005.

- W. F. Bottke et R. Greenberg. Asteroidal collision probabilities. *Geophys. Res. Lett.*, 20:879–881, mai 1993.
- W. F. Bottke, R. Jedicke, A. Morbidelli, J.-M. Petit et B. Gladman. Understanding the distribution of near-earth asteroids. *Science*, 288:2190–2194, 2000a.
- W. F. Bottke, S. G. Love, D. Tytell et T. Glotch. Interpreting the elliptical crater populations on Mars, Venus, and the Moon. *Icarus*, 145:108–121, mai 2000b.
- W. F. Bottke, A. Morbidelli, R. Jedicke, J.-M. Petit, H. F. Levison, P. Michel et T. S. Metcalfe. Debiased orbital and absolute magnitude distribution of the Near-Earth Objects. *Icarus*, 156:399–433, avril 2002.
- W. F. Bottke, M. C. Nolan, R. Greenberg et R. A. Kolvoord. Velocity distributions among colliding asteroids. *Icarus*, 107:255–268, février 1994.
- W. F. Bottke, Jr., D. P. Rubincam et J. A. Burns. Dynamical evolution of main belt meteoroids : Numerical simulations incorporating planetary perturbations and Yarkovsky thermal forces. *Icarus*, 145(301-331), 2000c.
- W. F. Bottke, Jr., D. Vokrouhlický, D. P. Rubincam et D. Nesvorný. The Yarkovsky and Yorp Effects : Implications for Asteroid Dynamics. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 34:157–191, 2006.
- E. Bowell, B. Hapke, D. Domingue, K. Lumme, J. Peltoniemi et A. W. Harris. Application of photometric models to asteroids. Dans R. P. Binzel, T. Gehrels et M. S. Matthews, éditeurs, *Asteroids II*, pages 524–556, 1989.
- D. T. Britt, D. Yeomans, K. Housen et G. Consolmagno. Asteroid Density, Porosity, and Structure. *Asteroids III*, pages 485–500, 2002.
- P. Brown, R. E. Spalding, D. O. ReVelle, E. Tagliaferri et S. P. Worden. The flux of small near-Earth objects colliding with the Earth. *Nature*, 420:294–296, 2002.
- A. G. W. Cameron et W. Benz. The origin of the moon and the single impact hypothesis. iv. *Icarus*, 92:204–216, 1991.
- A. G. W. Cameron et W. R. Ward. The origin of the moon. Dans *Lunar and Planetary Institute Conference Abstracts*, volume 7, page 120, 1976.
- M. D. Campbell-Brown. High resolution radiant distribution and orbits of sporadic radar meteoroids. *Icarus*, 196:144–163, 2008.

- Z. Ceplecha. Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball networks. *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia*, 38:222–234, 1987.
- J. E. Chappelow et V. L. Sharpton. Influences of atmospheric variations on mars's record of small craters. *Icarus*, 178:40–55, 2005.
- A. C. M. Correia et J. Laskar. Long-term evolution of the spin of Venus ; II. Numerical simulations. *Icarus*, 163:24–45, mai 2003.
- A. C. M. Correia et J. Laskar. Mercury's capture into the 3/2 spin-orbit resonance as a result of its chaotic dynamics. *Nature*, 429:848–850, 2004.
- Crater analysis techniques working group. Standard techniques for presentation and analysis of crater size-frequency data. *Icarus*, 37:467–474, 1979.
- S. K. Croft. The scaling of complex craters. *J. Geophys. Res.*, 90:828–842, février 1985.
- T. S. Culler, T. A. Becker, R. A. Muller et P. R. Renne. Lunar impact history from $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ dating of glass spherules. *Science*, 287:1785–1788, mars 2000.
- M. Delbó, A. W. Harris, R. P. Binzel, P. Pravec et J. K. Davies. Keck observations of near-Earth asteroids in the thermal infrared. *Icarus*, 166:116–130, 2003.
- J. S. Dohnanyi. Interplanetary objects in review : Statistics of their masses and dynamics. *Icarus*, 17:1–48, 1972.
- L. Dones, B. Gladman, H. J. Melosh, W. B. Tonks, H. F. Levison et M. Duncan. Dynamical lifetimes and final fates of small bodies : orbit integrations vs Öpik calculations. *Icarus*, 142:509–524, décembre 1999.
- M. J. Duncan et H. F. Levison. A scattered comet disk and the origin of Jupiter family comets. *Science*, 276:1670–1672, 1997.
- K. A. Eriksson et E. L. Simpson. Quantifying the oldest tidal record : The 3.2 ga moodies group, barberton greenstone belt, south africa. *Geology*, 28, 2000.
- C. I. Fassett et J. W. Head. The timing of martian valley network activity : Constraints from buffered crater counting. *Icarus*, 195:61–89, 2008.
- G. Faure. *Principles of isotope geology*. Wiley, New York, 2nd. édition, 1986.

- A. Fujiwara, J. Kawaguchi, D. K. Yeomans, M. Abe, T. Mukai, T. Okada, J. Saito, H. Yano, M. Yoshikawa, D. J. Scheeres, O. Barnouin-Jha, A. F. Cheng, H. Demura, R. W. Gaskell, N. Hirata, H. Ikeda, T. Kominato, H. Miyamoto, A. M. Nakamura, R. Nakamura, S. Sasaki et K. Uesugi. The Rubble-Pile Asteroid Itokawa as Observed by Hayabusa. *Science*, 312:1330–1334, 2006.
- J. Gallant, B. Gladman et M. Cuk. Current bombardment of the Earth-Moon system : Emphasis on cratering asymmetries. *ArXiv Astrophysics e-prints*, août 2006.
- D. E. Gault. Impact cratering. Dans R. Greeley et P. H. Schultz, éditeurs, *A Primer in Lunar Geology*, pages 137–175, juillet 1974.
- D. E. Gault et J. A. Wedekind. Experimental studies of oblique impacts. Dans *Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 9*, pages 3843–3875, 1978.
- R. Gomes, K. Tsiganis, A. Morbidelli et H. F. Levison. Origin of the cataclysmic late heavy bombardment period of the terrestrial planets. *Nature*, 2005.
- R. Greenberg. Orbital interactions : a new geometrical formalism. *Astron. J.*, 87:184–195, janvier 1982.
- J. A. Grier, A. S. McEwen, P. G. Lucey, M. Milazzo et R. G. Strom. Optical maturity of ejecta from large rayed lunar craters. *J. Geophys. Res.*, 106:32847–32862, décembre 2001.
- R. A. F. Grieve et M. R. Dence. The terrestrial cratering record. ii - the crater production rate. *Icarus*, 38:230–242, 1979.
- R. A. F. Grieve et E. M. Shoemaker. The record of past impacts on Earth. Dans T. Gehrels, M. S. Matthews et A. M. Schumann, éditeurs, *Hazards Due to Comets and Asteroids*, pages 417–462. Univ. of Arizona Press, Tucson, 1994.
- I. Halliday. The variation in the frequency of meteorite impact with geographic latitude. *Meteoritics*, 2:271–278, décembre 1964.
- I. Halliday et A. A. Griffin. A study of the relative rates of meteorite falls on the earth's surface. *Meteoritics*, 17:31–46, mars 1982.
- I. Halliday, A. A. Griffin et A. T. Blackwell. Detailed data for 259 fireballs from the canadian camera network and inferences concerning the influx of large meteoroids. *Meteoritics and Planetary Science*, 31:185–217, 1996.

- Harris, A. W. A New Estimate of the Population of Small NEAs. Dans *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 34, page 835, 2002.
- W. Hartmann. Planetary cratering I : Lunar highlands and tests of hypotheses on crater populations. *Meteoritics*, 30:451–+, juillet 1995.
- W. K. Hartmann. Paleocratering of the moon : review of post-apollo data. *Astrophys. Space Sci.*, 17:48–64, 1972.
- W. K. Hartmann. Martian cratering VI. Crater count isochrons and evidence for recent volcanism from Mars Global Surveyor. *Meteoritics and Planetary Science*, 34:167–177, mars 1999.
- W. K. Hartmann et D. R. Davis. Satellite-sized planetesimals and lunar origin. *Icarus*, 24:504–514, 1975.
- W. K. Hartmann et G. Neukum. Cratering chronology and the evolution of Mars. *Space Sci. Rev.*, 96:165–194, avril 2001.
- W. K. Hartmann, C. Quantin et N. Mangold. Possible long-term decline in impact rates. *Icarus*, 186:11–23, janvier 2007.
- Hartmann, W. K. "Terrestrial, Lunar, and Interplanetary Rock Fragmentation". *Icarus*, 10:201–213, 1969.
- Hartmann, W. K. "Note : Lunar Cratering Chronology". *Icarus*, 13:299, 1970a.
- Hartmann, W. K. "Note : Preliminary Note on Lunar Cratering Rates and Absolute Time-Scales". *Icarus*, 12:131, 1970b.
- Hartmann, W. K. Martian cratering 8 : Isochron refinement and the chronology of Mars. *Icarus*, 174:294–320, 2005.
- H. Hiesinger, J. W. Head, U. Wolf, R. Jaumann et G. Neukum. Ages and stratigraphy of mare basalts in oceanus procellarum, mare nubium, mare cognitum, and mare insularum. *J. Geophys. Res. (Planets)*, 108, 2003.
- K. A. Holsapple. The scaling of impact processes in planetary sciences. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 21:333–373, 1993.
- K. A. Holsapple et K. R. Housen. A crater and its ejecta : An interpretation of Deep Impact. *Icarus*, 187:345–356, mars 2007.

- K. A. Holsapple et R. M. Schmidt. Point source solutions and coupling parameters in cratering mechanics. *J. Geophys. Res.*, 92:6350–6376, juin 1987.
- G. P. Horedt et G. Neukum. Cratering rate over the surface of a synchronous satellite. *Icarus*, 60:710–717, décembre 1984.
- B. A. Ivanov. Mars/Moon Cratering Rate Ratio Estimates. *Space Science Reviews*, 96:87–104, avril 2001.
- B. A. Ivanov. Cratering rate comparisons between terrestrial planets. *LPI Contributions*, 1320:26–27, mai 2006.
- B. A. Ivanov et Hartmann, W. K. *Exogenic dynamics, cratering and surface ages*, volume 10, pages 207–242. Treatise on geophysics, 2007.
- B. A. Ivanov, G. Neukum, W. F. Bottke, Jr. et W. K. Hartmann. The comparison of size-frequency distributions of impact craters and asteroids and the planetary cratering rate. *Asteroids III*, pages 89–101, 2002.
- B. L. Jolliff, J. J. Gillis, L. A. Haskin, R. L. Korotev et M. A. Wieczorek. Major lunar crustal terranes : surface expressions and crust-mantle origins. *J. Geophys. Res.*, 105(4197–4216), 2000.
- J. Jones, P. Brown, K. J. Ellis, A. R. Webster, M. Campbell-Brown, Z. Krzeminski et R. J. Weryk. The canadian meteor orbit radar : system overview and preliminary results. *Planet. Space Sci.*, 53:413–421, 2005.
- J. Kepler. *Astronomica Nova*. Heidelberg, 1609.
- J. Kepler. *Harmonices Mundi Libri V*. Linz, 1619.
- D. G. Korycansky et K. J. Zahnle. Modeling crater populations on Venus and Titan. *Planet. and Sp. Sci.*, 53:695–710, juin 2005.
- K. Lambeck. *The Earth's variable rotation*. Cambridge : University Press, 1980.
- J. Laskar. Secular evolution of the solar system over 10 million years. *Astron. Astrophys.*, 198:341–362, juin 1988.
- J. Laskar. A numerical experiment on the chaotic behaviour of the solar system. *Nature*, 338, 1989.
- J. Laskar. Large-scale chaos in the solar system. *Astron. Astrophys.*, 287:L9–L12, juillet 1994.

- J. Laskar. Chaotic diffusion in the solar system. *Icarus*, 196:1–15, 2008.
- J. Laskar, A. C. M. Correia, M. Gastineau, F. Joutel, B. Levrard et P. Robutel. Long term evolution and chaotic diffusion of the insolation quantities of Mars. *Icarus*, 170:343–364, août 2004.
- H. F. Levison. Comet Taxonomy. Dans T. Rettig et J. M. Hahn, éditeurs, *Completing the Inventory of the Solar System*, volume 107 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 173–191, 1996.
- H. F. Levison et M. J. Duncan. From the kuiper belt to jupiter-family comets : The spatial distribution of ecliptic comets. *Icarus*, 127:13–22, 1997.
- H. F. Levison, M. J. Duncan, K. Zahnle, M. Holman et L. Dones. Note : Planetary impact rates from ecliptic comets. *Icarus*, 143:415–420, 2000.
- B. A. Lindblad, L. Neslušan, V. Porubčan et J. Svoreň. Iau meteor database of photographic orbits – version 2003. *Earth Moon and Planets*, 93:249–260, 2003.
- P. Lognonné, J. Gagnepain-Beyneix et H. Chenet. A new seismic model of the moon : implications for structure, thermal evolution and formation of the moon. *Earth and Planetary Science Letters*, 211:21–44, 2003.
- J. Luu et D. Jewitt. On the relative numbers of c types and s types among near-earth asteroids. *Astron. J.*, 98:1905–1911, 1989.
- S. Marchi, A. Morbidelli et G. Cremonese. Flux of meteoroid impacts on Mercury. *Astron. Astrophys.*, 431:1123–1127, mars 2005.
- R. E. McCrosky, C.-Y. Shao et A. Posen. Prairie network fireballs. i - general information and orbits. *Meteoritika*, 37:44–59, 1978.
- A. S. McEwen et E. B. Bierhaus. The Importance of Secondary Cratering to Age Constraints on Planetary Surfaces. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 34:535–567, 2006.
- A. S. McEwen, L. R. Gaddis, G. Neukum, H. Hoffmann, C. M. Pieters et J. W. Head. Galileo observations of post-imbrium lunar craters during the first Earth-Moon flyby. *J. Geophys. Res.*, 98:17207–17234, 1993.
- A. S. McEwen et M. S. Robinson. Mapping of the moon by Clementine. *Advances in Space Research*, 19:1523, mai 1997.

- W. B. McKinnon, K. J. Zahnle, B. A. Ivanov et H. J. Melosh. Cratering on Venus : models and observations. Dans S. W. Bougher, D. M. Hunten et R. J. Philips, éditeurs, *Venus II : Geology, Geophysics, Atmosphere, and Solar Wind Environment*, 1997.
- H. J. Melosh. Impact cratering : a geologic process. *Oxford Univ. Press, New York.*, page 245 pp, octobre 1989.
- P. Michel, A. Morbidelli et W. F. Bottke. Origin and dynamics of near earth objects. *Comptes Rendus Physiques*, 6:291–301, 2005.
- Michel, P. and Yoshikawa, M. Earth impact probability of the Asteroid (25143) Itokawa to be sampled by the spacecraft Hayabusa. *Icarus*, 179:291–296, 2005.
- S. Mikkola et K. Innanen. On the stability of high inclination trojans. *Earth Moon and Planets*, 71(195-198), 1995.
- A. Milani, M. Carpino, G. Hahn et A. M. Nobili. Dynamics of planet-crossing asteroids - classes of orbital behavior. *Icarus*, 78:212–269, 1989.
- A. Morbidelli. Origin and evolution of near-Earth asteroids. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 73:39–50, janvier 1999.
- A. Morbidelli, R. Jedicke, W. F. Bottke, P. Michel et E. F. Tedesco. From magnitudes to diameters : the albedo distribution of Near Earth Objects and the Earth collision hazard. *Icarus*, 158:329–342, août 2002.
- Morbidelli, A. and Gladman, B. Orbital and temporal distributions of meteorites originating in the asteroid belt. *Meteoritics and Planetary Science*, 33(999-1016), 1998.
- T. Morota et M. Furumoto. Asymmetrical distribution of rayed craters on the Moon. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 206:315–323, février 2003.
- T. Morota, T. Ukai et M. Furumoto. Influence of the asymmetrical cratering rate on the lunar cratering chronology. *Icarus*, 173:322–324, février 2005.
- C. D. Murray et S. F. Dermott. *Solar System Dynamics*. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2000.
- D. Nesvorný, A. Morbidelli, D. Vokrouhlický, W. F. Bottke et M. Brož. The Flora family : a case of the dynamically dispersed collisional swarm ? *Icarus*, 157:155–172, mai 2002.

- G. Neukum. Different ages of lunar light plains. *Moon*, 17:383–393, 1977.
- G. Neukum et B. A. Ivanov. Crater size distributions and impact probabilities on earth from lunar, terrestrial-planet, and asteroid cratering data. Dans T. Gehrels, M. S. Matthews et A. M. Schumann, éditeurs, *Hazards Due to Comets and Asteroids*, 1994.
- G. Neukum, B. A. Ivanov et W. K. Hartmann. Cratering records in the inner solar system in relation to the lunar reference system. *Space Sci. Rev.*, 96: 55–86, avril 2001a.
- G. Neukum, R. Jaumann, H. Hoffmann, E. Hauber, J. W. Head, A. T. Basilevsky, B. A. Ivanov, S. C. Werner, S. van Gasselt, J. B. Murray, T. McCord et T. HRSC Co-Investigator Team. Recent and episodic volcanic and glacial activity on mars revealed by the high resolution stereo camera. *Nature*, 432: 971–979, 2004.
- G. Neukum, B. Koenig et J. Arkani-Hamed. A study of lunar impact crater size-distributions. *Moon*, 12:201–229, 1975.
- G. Neukum, J. Oberst, H. Hoffmann, R. Wagner et B. A. Ivanov. Geologic evolution and cratering history of Mercury. *Planet. Space Sci.*, 49:1507–1521, décembre 2001b.
- Neukum, G. "*Meteorite bombardment and dating of planetary surfaces*". Thèse de doctorat, AA(National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC.), 1983.
- I. Newton. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Royal Society, London, 1687.
- J. Oberst, S. Molau, D. Heinlein, C. Gritzner, M. Schindler, P. Spurny, Z. Ceplecha, J. Rendtel et H. Betlem. The "european fireball network" : Current status and future prospects. *Meteoritics and Planetary Science*, 33:49–56, 1998.
- D. P. O'Brien et R. Greenberg. The collisional and dynamical evolution of the main-belt and nea size distributions. *Icarus*, 178:179–212, 2005.
- E. J. Öpik. Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter. *Proc. R. Irish Acad. Sect. A, vol. 54, p. 165-199 (1951).*, 54:165–199, 1951.

- E. J. Öpik. The lunar surface as an impact counter. *Month. Not. Roy. Astron. Soc.*, 120:404, 1960.
- D. P. O'Brien, R. Greenberg et J. E. Richardson. Craters on asteroids : reconciling diverse impact records with a common impacting population. *Icarus*, 183:79–92, 2006.
- J. L. Ortiz, F. J. Aceituno, J. A. Quesada, J. Aceituno, M. Fernández, P. Santos-Sanz, J. M. Trigo-Rodríguez, J. Llorca, F. J. Martín-Torres, P. Montañés-Rodríguez et E. Pallé. Detection of sporadic impact flashes on the moon : Implications for the luminous efficiency of hypervelocity impacts and derived terrestrial impact rates. *Icarus*, 184:319–326, 2006.
- R. J. Phillips, R. F. Raubertas, R. E. Arvidson, I. C. Sarkar, R. R. Herrick, N. Izenberg et R. E. Grimm. Impact craters and Venus resurfacing history. *J. Geophys. Res.*, 97:15923, octobre 1992.
- E. Pierazzo et H. J. Melosh. Understanding oblique impacts from experiments, observations, and modeling. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 28:141–167, 2000.
- E. Pierazzo, A. M. Vickery et H. J. Melosh. A reevaluation of impact melt production. *Icarus*, 127:408–423, juin 1997.
- R. J. Pike. Formation of complex impact craters — Evidence from Mars and other planets. *Icarus*, 43:1–19, juillet 1980.
- P. Pinet. Lunar impact flux distribution and global asymmetry revisited. *Astron. Astrophys.*, 151:222–234, octobre 1985.
- W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling et B. P. Flannery. *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing*. Cambridge : University Press, |c1992, 2nd ed., 1992.
- J. E. Prussing et B. A. Conway. *Orbital mechanics*. Oxford Univ. Press, New York., octobre 1993.
- D. Rabinowitz, E. Helin, K. Lawrence et S. Pravdo. A reduced estimate of the number of kilometre-sized near-Earth asteroids. *Nature*, 403:165–166, 2000.
- D. O. ReVelle. Bolide dynamics and luminosity modeling : comparisons between uniform bulk density and porous meteoroid models. Dans *Meteoroids 2001 Conference*, 2001.

- G. G. Schaber, R. G. Strom, H. J. Moore, L. A. Soderblom, R. L. Kirk, D. J. Chadwick, D. D. Dawson, L. R. Gaddis, J. M. Boyce et J. Russell. Geology and distribution of impact craters on venus - what are they telling us? *J. Geophys. Res.*, 97:13257–13301, 1992.
- P. M. Schenk, C. R. Chapman, K. Zahnle et J. M. Moore. *Ages and interiors : the cratering record of the Galilean satellites*, pages 427–456. Jupiter. The Planet, Satellites and Magnetosphere, 2004.
- R. M. Schmidt et K. R. Housen. Some recent advances in the scaling of impact and explosion cratering. *Intl. J. Impact Eng.*, 5:543–560, 1987.
- E. M. Shoemaker. Asteroid and comet bombardment of the Earth. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 11:461–494, 1983.
- E. M. Shoemaker, R. M. Batson, A. L. Bean, C. Conrad, Jr., D. H. Dahlem, E. N. Goddard, M. H. Hait, K. B. Larson, G. G. Schaber, D. L. Schleicher, R. L. Sutton, G. A. Swann et A. C. Waters. Geology of the apollo 12 landing site. *NASA Special Publication*, 235:113, 1970.
- E. M. Shoemaker et R. F. Wolfe. Cratering time scales for the Galilean satellites. Dans D. Morrison, éditeur, *Satellites of Jupiter*, pages 277–339, 1982.
- E. M. Shoemaker, R. F. Wolfe et C. S. Shoemaker. Asteroid and comet flux in the neighborhood of Earth. V. *Sharpton and P. Ward (eds.), Global catastrophes in Earth history. Geol. Soc. Am. Special Paper 247*, pages 155–170, 1990.
- E. M. Shoemaker, R. F. Wolfe et C. S. Shoemaker. Asteroid Flux and Impact Cratering Rate on Venus. Dans *Lunar and Planetary Institute Conference Abstracts*, mars 1991.
- G. A. Snyder, L. E. Borg, L. E. Nyquist et L. A. Taylor. Chronology and isotopic constraints on lunar evolution. Dans *The origin of the Earth and the Moon*, pages 361–395. Univ. of Arizona Press, Tucson, 2000.
- C. P. Sonett et M. A. Chan. Neoproterozoic earth-moon dynamics : rework of the 900 ma big cottonwood canyon tidal laminae. *Geophys. Res. Lett.*, 25:539–542, 1998.
- P. D. Spudis et J. E. Guest. *Stratigraphy and geologic history of Mercury*, pages 118–164. University of Arizona Press, 1988.

- D. Stöffler et G. Ryder. Stratigraphy and isotope ages of lunar geologic units : chronological standard for the inner solar system. *Space Sci. Rev.*, 96:9–54, avril 2001.
- G. H. Strokes, D. K. Yeomans, W. F. Bottke, S. R. Chesley, J. B. Evans, R. E. Gold, A. W. Harris, D. Jewitt, T. S. Kelso, R. S. McMillan, T. B. Spahr et S. P. Worden. Report of the Near-Earth Objects Science Definition Team : a study to determine the feasibility of extending the search for near-Earth objects to smaller limiting diameters. *NASA-OSS-Solar System Exploration Division*, 2003.
- R. G. Strom. Mercury - an overview. *Advances in Space Research*, 19:1471, 1997.
- R. G. Strom, S. K. Croft et N. G. Barlow. *The Martian impact cratering record*, pages 383–423. Mars, 1992.
- R. G. Strom, R. Malhotra, T. Ito, F. Yoshida et D. A. Kring. The origin of planetary impactors in the inner solar system. *Science*, 309:1847–1850, septembre 2005.
- R. G. Strom et G. Neukum. *The cratering record on Mercury and the origin of impacting objects*, pages 336–373. Mercury, University of Arizona Press, 1988.
- R. G. Strom, G. G. Schaber et D. D. Dawsow. The global resurfacing of Venus. *J. Geophys. Res.*, 99:10899–10926, mai 1994.
- J. S. Stuart. A Near-Earth Asteroid population estimate from the LINEAR survey. *Science*, 294:1691–1693, novembre 2001.
- J. S. Stuart. Observational constraints on the number, albedos, sizes, and impact hazards of the near-Earth asteroids. *PhD thesis. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.*, 2003.
- J. S. Stuart et R. P. Binzel. Bias-corrected population, size distribution, and impact hazard for the near-Earth objects. *Icarus*, 170:295–311, 2004.
- G. J. Sussman et J. Wisdom. Chaotic evolution of the solar system. *Science*, 257:56–62, 1992.
- K. L. Tanaka. The stratigraphy of mars. *J. Geophys. Res.*, 91, 1986.

- E. F. Tedesco. Asteroid albedos and diameters. Dans A. Milani, M. di Martino et A. Cellino, éditeurs, *Asteroids, Comets, Meteors 1993*, volume 160 de *IAU Symposium*, pages 55–74, 1994.
- J. Touma et J. Wisdom. Evolution of the earth-moon system. *Astron. J.*, 108 (1943-1961), 1994.
- D. L. Turcotte. An episodic hypothesis for venusian tectonics. *J. Geophys. Res.*, 98:17061–17068, 1993.
- W. R. Ward. Past orientation of the lunar spin axis. *Science*, 189:377–379, 1975.
- D. J. Webb. Tides and the evolution of the earth-moon system. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 70:261–271, 1982.
- A. R. Webster, P. G. Brown, J. Jones, K. J. Ellis et M. Campbell-Brown. Canadian meteor orbit radar (cmor). *Atm. Chem. & Phys.*, 4:679–684, 2004.
- P. R. Weissman. The Oort cloud. *Nature*, 344:825–830, avril 1990.
- P. R. Weissman, W. F. Bottke, Jr. et H. F. Levison. Evolution of comets into asteroids. *Asteroids III*, pages 669–686, 2002.
- S. C. Werner, A. W. Harris, G. Neukum et B. A. Ivanov. NOTE : The Near-Earth Asteroid Size-Frequency Distribution : A Snapshot of the Lunar Impactor Size-Frequency Distribution. *Icarus*, 156:287–290, 2002.
- G. W. Wetherill. Collisions in the asteroid belt. *J. Geophys. Res.*, 72:2429–2444, 1967.
- M. A. Wieczorek, M. T. Zuber et R. J. Phillips. The role of magma buoyancy on the eruption of lunar basalts. *Earth and Planetary Science Letters*, 185:71–83, 2001.
- P. Wiegert, K. Innanen et S. Mikkola. Earth trojan asteroids : a study in support of observational searches. *Icarus*, 145:33–43, 2000.
- W. Wiesel. The meteorite flux at the lunar surface. *Icarus*, 15:373, 1971.
- D. E. Wilhelms. Mercurian volcanism questioned. *Icarus*, 28:551–558, 1976.
- D. E. Wilhelms, J. F. McCauley et N. J. Trask. *The geologic history of the Moon*. Washington : U.S. G.P.O. ; Denver, U.S. Geological Survey, 1987.

- Wilhelms, D. E. *To a rocky moon – A geologist's history of lunar exploration*. University of Arizona Press, 1993.
- J. Wisdom. Meteorites may follow a chaotic route to earth. *Nature*, 315:731–733, 1985.
- J. A. Wood. Bombardment as a cause of the lunar asymmetry. *Moon*, 8, juillet 1973.
- K. Zahnle, L. Dones et H. F. Levison. Cratering rates on the Galilean satellites. *Icarus*, 136:202–222, décembre 1998.
- K. Zahnle, P. Schenk, S. Sobieszczyk, L. Dones et H. F. Levison. Differential cratering of synchronously rotating satellites by ecliptic comets. *Icarus*, 153: 111–129, septembre 2001.