



HAL
open science

Diffusion et diffraction électromagnétique : application à la maîtrise de la signature radar de cibles

Gildas Kubické

► **To cite this version:**

Gildas Kubické. Diffusion et diffraction électromagnétique : application à la maîtrise de la signature radar de cibles. Electromagnétisme. Université de nantes, 2021. tel-03989977

HAL Id: tel-03989977

<https://hal.science/tel-03989977>

Submitted on 1 Mar 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**MINISTÈRE
DES ARMÉES**

*Liberté
Égalité
Fraternité*



UNIVERSITÉ DE NANTES

HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

DE L'UNIVERSITE DE NANTES

Par

Gildas KUBICKÉ

Diffusion et diffraction électromagnétique : application à la maîtrise de la signature radar de cibles

Présentée et soutenue à NANTES, le 7 mai 2021

Composition du jury :

Président du jury :

Joseph Saillard, Professeur Emérite, Université de Nantes

Rapporteurs :

Alain Reineix, Directeur de Recherche CNRS, Université de Limoges

Hélène Roussel, Professeure, Sorbonne Université

Richard Dusséaux, Professeur, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines

Examineurs :

Philippe Pouliguen, Ingénieur Docteur HDR – DGA Agence de l'Innovation de Défense

Christophe Bourlier, Directeur de Recherche CNRS, Université de Nantes

Geneviève Mazé-Merceur, Directrice de Recherche CEA, CEA/CESTA

Remerciements

J'adresse tout d'abord mes remerciements à Monsieur Christophe Bourlier, directeur de recherche au CNRS, et à Monsieur Joseph Saillard, professeur émérite des universités, qui furent mes directeurs de thèse et avec qui j'ai noué des liens importants tout au long de ces années. Je les remercie vivement pour la confiance et le soutien qu'ils m'ont apportés. Je remercie en particulier Christophe pour les travaux de recherche que nous avons poursuivi ensemble après ma thèse, pour nos discussions scientifiques toujours intéressantes et pour nos échanges hors du cadre professionnel que j'apprécie beaucoup. Je remercie aussi profondément Joseph pour l'honneur qu'il m'a fait d'avoir accepté de présider le jury et pour ses encouragements qui ont eu un impact fort sur ma détermination à obtenir mon HDR.

Je tiens à remercier vivement Monsieur Alain Reinex, directeur de recherche au CNRS, Madame Hélène Roussel, professeure des universités et Monsieur Richard Dusséaux, professeur des universités, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ces travaux en acceptant de rapporter ce travail.

J'adresse également mes plus sincères remerciements à Monsieur Philippe Pouliguen, responsable innovation à l'Agence de l'Innovation de Défense de la DGA, et à Madame Geneviève Mazé-Merceur, directrice de recherche au CEA/CESTA, pour avoir examiné ce travail. Je suis bien sûr particulièrement reconnaissant envers Philippe pour ses précieux conseils, et nos différents échanges techniques et scientifiques qui m'ont beaucoup apporté dans ma carrière à la DGA.

Je remercie également Monsieur Jean-François Diouris, professeur des universités et directeur adjoint du laboratoire IETR, et Monsieur Antoine Goulet, professeur des universités et Directeur de la Recherche de Polytech'Nantes, qui m'ont permis de soutenir mon HDR au laboratoire IETR dans les locaux de Polytech'Nantes.

J'adresse aussi bien sûr mes remerciements aux étudiants que j'ai encadrés et que j'encadre : Mohammad Kouali, Antoine Thomet, Yuniel Arencibia Noa et Gatien Septembre. Les travaux présentés ici sont aussi le fruit de leur travail, et nos échanges scientifiques m'ont permis d'approfondir et d'élargir mes connaissances dans le domaine de l'électromagnétisme.

Maintenir un cap et mener une activité de recherche cohérente loin de l'université n'était pas simple, mais cela a été possible aussi grâce au soutien de ma hiérarchie à la DGA et que je souhaite remercier : Messieurs Mickaël Fontaine, Pascal Marchand, Sylvain Huet et Christophe Vaucouleur qui ont compris l'importance de mes travaux d'encadrement de recherche pour maintenir un haut niveau d'expertise dans ma spécialité.

J'en profite pour remercier également mes collègues et collaborateurs de DGA MI et avec qui j'ai beaucoup de plaisir à travailler au quotidien : Janic bien sûr, ainsi que tous les membres de mon équipe ED²EN (Pacôme, Paul, Jord-Aël, Hubert et Olivier) mais aussi tous les autres collègues du département RSE et de la division CGN1 avec qui je travaille régulièrement.

Enfin un grand merci aux personnes qui ont contribué à leur manière à l'obtention de mon HDR, tout particulièrement à mes parents, à ma soeur, à ma belle-famille mais aussi à tous mes amis : Fabrice, Stéphane, Matthieu, avec bien sûr au passage une grande pensée pour Yvan et Chantal, Julien, Max, Fany, Freddy, Régis, Elodie, Marion, Valérie, Fredo, Tiffany, ... et tous ceux que je ne peux citer et qui me pardonneront de garder de la place pour remercier enfin celle qui partage ma vie, Stéphanie. Je la remercie affectueusement pour le soutien au quotidien et pour avoir eu le courage de relire ce mémoire. Je souhaite la remercier, avec bien sûr Laura et Arthur, pour le bonheur et la fierté qu'ils m'apportent.

Table des matières

Table des matières	5
Table des figures	7
Acronymes	9
Introduction	11
1 Curriculum Vitae détaillé	13
1.1 Introduction	14
1.2 Identité	14
1.3 Formation universitaire	14
1.4 Cursus professionnel	14
1.5 Activités administratives et collectives (responsabilités, animations, organisation et rayonnement)	15
1.6 Production scientifique	18
1.7 Encadrement	24
1.8 Enseignement	26
2 Diffusion électromagnétique par une surface rugueuse	31
2.1 Introduction	32
2.2 Résolution du problème par la méthode FBSA	32
2.3 Résolution du problème par la méthode E-SDIM	38
2.4 Résolution du problème par la méthode CBFM	41
2.5 Perspectives	45
3 Couplage électromagnétique de deux diffuseurs	47
3.1 Introduction	48
3.2 État de l'art	48
3.3 Résolution du problème par la méthode E-PILE	49
3.4 Accélération de la Méthode E-PILE+FBSA	54
3.5 Hybridation de la méthode E-PILE avec l'OP	57
3.6 Perspectives	59
4 Concept et techniques d'ombrage en hautes fréquences	61
4.1 Introduction	62
4.2 Diffraction en zone d'ombre en hautes fréquences	62
4.3 Ombrage dans la méthode E-PILE	63
4.4 Principe de Babinet et Optique Physique : cas scalaire	64
4.5 Principe de Babinet et Optique Physique : cas vectoriel	67
4.6 Perspectives	72
5 Diffraction électromagnétique par des cavités en hautes fréquences	73
5.1 Introduction	74
5.2 Etat de l'art de la méthode IPO	74
5.3 Techniques d'ombrage dans l'Optique Physique itérative	76
5.4 Formalisme matriciel de l'Optique Physique itérative	80
5.5 Compression ACA de l'Optique Physique Itérative	81
5.6 Perspectives	84

Conclusion et projet de recherche	87
A WRCM 2010 - Scattering from canonical objects above a sea-like one-dimensional rough surface from a rigorous fast method	91
B OL 2012 - Extended Propagation-Inside-Layer expansion method combined with the Forward-Backward method to study the scattering from an object above a rough surface	115
C TAP 2011 - Bridging the gap between the Babinet principle and the Physical Optics approximation : scalar problem	119
D RS 2013 - Bridging the gap between the Babinet principle and the Physical Optics approximation : vectorial problem	129
E PIER 2014 - Improvement of Iterative Physical Optics using the Physical Optics shadow radiation	139
Bibliographie	153

Table des figures

2.1	Représentation géométrique du problème 3D de la diffusion EM par une surface rugueuse 2D.	33
2.2	Illustration des contributions <i>Forward</i> et <i>Backward</i> sur une même surface.	34
2.3	Comparaison du coefficient de diffusion en dB. Cas d'une surface 1D rugueuse gaussienne PEC de longueur $120\lambda_0$ ($N = 1200$), $L_c = 2\lambda_0$, $\sigma_z = 2\lambda_0$, $\theta_i = 0^\circ$. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de la FB suivi de l'erreur relative sur le coefficient de diffusion.	35
2.4	Comparaisons de la SER bistatique. Cas d'une surface 2D rugueuse gaussienne PEC de dimensions $7\lambda_0 \times 7\lambda_0$ ($N = 3136$), $L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, $\sigma_z = 0.2\lambda_0$, $f = 300$ MHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de la FB suivi de l'erreur relative sur les courants.	36
2.5	Interprétation géométrique des zones éclairée et ombrée dans la méthode FBSA.	36
2.6	Erreur relative sur le coefficient de diffusion ϵ^σ des méthodes FB et FBSA en fonction du paramètre α pour deux vitesses de vent u_{10} pour les polarisations TE et TM. $L = 30$ m ($N = 3000$), $g = L/6$ pour l'onde de Thorsos, $f = 3$ GHz, $\theta_i = 0^\circ$, $P_{FB} = 4$ en TE et $P_{FB} = 1$ en TM.	37
2.7	Décomposition du domaine géométrique S en P sous-domaines, sous forme de m lignes et n colonnes	38
2.8	Comparaison de la SER bistatique (à gauche) et de la phase du champ diffracté (à droite) en fonction de l'ordre de la E-SDIM, en co-polarisation (en haut) et en polarisation croisée (en bas). Cas d'une plaque lisse PEC de taille $6\lambda_0 \times 6\lambda_0$ échantillonnée à $\lambda_0/10$, $f = 3$ GHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Division en 2 sous-domaines et $\Delta R = 0.21\lambda_0$. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de la E-SDIM suivi de l'erreur relative sur la SER et sur la phase.	40
2.9	Comparaison de la SER bistatique (à gauche) et de la phase du champ diffracté (à droite) avec et sans compression ACA. Cas d'une plaque lisse PEC de taille $6\lambda_0 \times 6\lambda_0$ échantillonnée à $\lambda_0/10$, $f = 3$ GHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Division en 2 sous-domaines et $\Delta R = 0.21\lambda_0$. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de la E-SDIM suivi de l'erreur relative sur la SER et sur la phase.	41
2.10	Comparaison de la SER bistatique (à gauche) et de la phase du champ diffracté (à droite) pour la E-SDIM et CBFM. Cas d'une plaque rugueuse gaussienne PEC de taille $10\lambda_0 \times 10\lambda_0$ ($N = 58520$), $L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, $\sigma_z = 0.2\lambda_0$, $f = 3$ GHz, $\theta_i = 45^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Division en 25 sous-domaines et $\Delta R = 0.21\lambda_0$. Dans la légende figurent l'erreur relative sur la SER et sur la phase et l'ordre de l'itération de la E-SDIM.	45
2.11	Erreur sur la SER en fonction de l'angle d'observation, en co-polarisation (à gauche) et en polarisation croisée (à droite). Même configuration que sur la figure 2.10.	45
3.1	Interprétation physique du développement en série de la méthode E-PILE.	51
3.2	Module du champ total rayonné normalisé en polarisation TE. Cas d'un cylindre de rayon $a = \lambda_0$ ($N_1 = 64$) à $4\lambda_0$ au-dessus d'une surface rugueuse gaussienne ($\epsilon_{r2} = 2 + 0.01j$) diélectrique 1D de longueur $80\lambda_0$ ($N_2 = 800$), $L_c = 2\lambda_0$, $\sigma_z = 0.5\lambda_0$, $\theta_i = 20^\circ$	52
3.3	Géométrie du problème d'une plaque au-dessus d'une surface rugueuse	53
3.4	Comparaisons de la SER bistatique. Cas d'une plaque de taille $S_1 = 2\lambda_0 \times 2\lambda_0$ ($N_1 = 256$) située à $5\lambda_0$ au-dessus d'une surface 2D rugueuse gaussienne PEC de dimensions $S_2 = 10\lambda_0 \times 10\lambda_0$ ($N_2 = 6400$), $L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, $\sigma_z = 0.2\lambda_0$, $f = 300$ MHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de E-PILE suivi de l'erreur relative sur la SER.	53
3.5	Illustration de la scène maritime.	55

3.6	Module du champ total sur la surface de la croix en polarisation TM. Dans la légende : l'ordre de la méthode E-PILE suivi de l'erreur relative sur le champ total surfacique. La scène est illustrée sur la figure 3.5. En haut E-PILE, au milieu E-PILE+FB (avec $P_{FB} = 2$), en bas E-PILE+FBSA ($x_{d0} = 0.05L_c$). Les résultats issus de la MmM sont tracés sur chaque courbe.	55
3.7	Module du champ total sur la surface de mer en dB et coefficient de diffusion en dB pour une croix au-dessus d'une surface de mer. Les paramètres sont les mêmes que pour la figure 3.6	56
3.8	Temps CPU et taux de compression pour le calcul de la diffusion par un cylindre PEC au-dessus de la mer en polarisation HH et incidence normale. Le temps CPU « no filling matrices » correspond au cas où le temps de remplissage des matrices est supprimé du temps global du calcul avec la méthode E-PILE+FBSA+ACA	57
3.9	Comparaisons de la SER bistatique avec EPILE+OP1+OP2 et MmM-LU. Cas d'une plaque de taille $S_1 = \lambda_0 \times \lambda_0$ ($N_1 = 64$) située à $5\lambda_0$ au-dessus d'une surface 2D rugueuse gaussienne PEC de dimensions $S_2 = 14\lambda_0 \times 14\lambda_0$ ($N_2 = 12544$), $L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, $\sigma_z = 0.6\lambda_0$, $f = 300$ MHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$, polarisation VV.	58
4.1	Comparaisons du champ total sur la surface en module et phase, de la SER et de la phase du champ diffracté entre la MmM et la solution analytique en polarisation TM. Cas d'un cylindre PEC infini suivant son axe de révolution et de diamètre $10\lambda_0$ avec $\theta_i = 0^\circ$ et $f = 300$ MHz.	62
4.2	Distribution des courants surfaciques (en A/m^2) sur deux plaques parallèles superposées. En haut : courant sur le dessus de la plaque supérieure ($S_{1\ top}$). Au milieu : courant sur le dessous de la plaque supérieure ($S_{1\ bottom}$). En bas : courant sur le dessus de la plaque inférieure. $S_1 = 1\lambda_0 \times 1\lambda_0$, $S_2 = 8\lambda_0 \times 8\lambda_0$, les deux plaques PEC sont espacées de $D = 5\lambda_0$. Polarisation V, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$ et $f = 300$ MHz.	63
4.3	Géométrie du problème.	64
4.4	Géométrie du problème 2D considéré. Les deux régions Ω_+ ($z > 0$) et Ω_- ($z < 0$) peuvent être décomposées comme $\Omega_+ = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_6$ et $\Omega_- = \Omega_3 \cup \Omega_4 \cup \Omega_5$	67
4.5	Comparaisons de la SER d'un triangle illuminé par une onde plane en incidence normale de polarisation TE avec $f = 300$ MHz.	67
4.6	Géométrie du problème 3D considéré (vue du dessus et vue latérale).	71
4.7	Comparaisons de la SER d'une pyramide en polarisation VV, $\theta_i = 25^\circ$ d'incidence et $f = 3$ GHz.	71
5.1	Contributeurs principaux de la SER d'un avion (FA-18-Hornet)	74
5.2	Schéma de l'algorithme IPO	75
5.3	Utilisation de la surface d'ouverture à l'itération 0 de l'IPO	77
5.4	Utilisation de l'ombrage géométrique à l'incidence	77
5.5	Dièdre ombré à l'incidence - $\theta_i = -30^\circ$, polarisation V - Evolution des courants surfaciques et de la SER bistatique - Comparaison des résultats IPO et MmM	79
5.6	Illustration de la configuration géométrique pour l'ombrage à l'itération 0 d'une cavité	79
5.7	Guide rectangulaire compressé par la R-ACA - SER monostatique - IPO, IPO-ACA et IPO-R-ACA	82
5.8	Cavité COBRA - Configuration	83
5.9	Cavité COBRA - SER monostatique - Mesure, IPO et IPO-ACA	83
5.10	Choix de l'algorithme IPO en fonction du nombre d'éléments N , du nombre d'itérations I et du nombre d'angles d'incidence A	84

Acronymes

ACA	<i>Adaptive Cross Approximation</i>
ATER	Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche
CBF	<i>Characteristic Basis Function(s)</i>
CBFM	<i>Characteristic Basis Function Method</i>
DGA	Direction Générale de l'Armement
DGA MI	DGA - Maîtrise de l'Information
ED²EN	Expertise en Discrétion et Détectabilité Electromagnétique Numérique
EFIE	<i>Electric Field Integral Equation</i>
EM	ElectroMagnétique / ElectroMagnétisme
EMN	Ecole des Mines de Nantes
ESIR	Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Rennes
ESL	<i>ElectroScience Laboratory</i>
E-PILE	<i>Extended-PILE</i>
E-SDIM	<i>Extended Sub-domain Decomposition Iterative Method</i>
FaFFA	<i>Fast Far Field Approximation</i>
FB	<i>Forward-Backward</i>
FBSA	<i>Forward/Backward with Spectral Acceleration</i>
FDTD	<i>Finite Difference in Time Domain</i>
FMM	<i>Fast Multipole Method</i>
GE	Guerre Electronique
GMRES	<i>Generalized Minimal RESidual</i>
GPU	<i>Graphics Processing Unit</i>
IBC	<i>Impedance Boundary Condition</i>
ICAM	Institut Catholique des Arts et Métiers
IETR	Institut en Electronique et Télécommunications de Rennes
INSA	Institut National des Sciences Appliquées
IPO	<i>Iterative Physical Optics</i> (Optique Physique Itérative)
LU	<i>Lower-Upper</i>
MBF	<i>Macro Basis Function(s)</i>
MCE	Méthode des Courants Equivalents
MdM/MoM	Méthode des Moments / <i>Method of Moments</i>
MFIE	<i>Magnetic Field Integral Equation</i>
MINARM	MINistère des ARMées

MINDEF MINistère de la DEFense
MLACA *MultiLevel ACA*
MLFMM *MultiLevel FMM*
OG/GO Optique Géométrique / *Geometrical Optics*
OP/PO Optique Physique / *Physical Optics*
PBF *Primary Basis Function(s)*
PEC/PC *Perfectly Electric Conducting / Perfectly Conducting*
PILE *Propagation-Inside-Layer Expansion*
QR Décomposition QR
RADAR *RA*dio *DE*tectio*N* *AN*d *RA*nging
RSE Rétroconception et Signatures Electromagnétiques
RWG *Rao - Wilton - Glisson*
R-ACA *Recompressed ACA*
SBF *Secondary Basis Function(s)*
SDIM *Sub-Domain Decomposition Iterative Method*
SER Surface Equivalente Radar
SVD *Singular Value Decomposition*
S-IPO *Segmented IPO* (IPO Segmentée)
TE Transverse Électrique (polarisation H)
TM Transverse Magnétique (polarisation V)

Introduction

A partir des travaux fondateurs en électromagnétisme de Hans Christian Ørsted [1], André-Marie Ampère [2], Michael Faraday [3] et bien sûr James Clerk Maxwell [4], puis des travaux expérimentaux, entre autres, de Heinrich Hertz [5], Edouard Branly [6], Nikola Tesla [7] et Guglielmo Marconi [8] sur le rayonnement et la propagation des ondes électromagnétiques, le principe du RADAR (RADio Detection And Ranging) a pu voir le jour. Dès 1904, les travaux de l'allemand Christian Hülsmeier [9] ont permis de décrire un système de détection exploitant les ondes électromagnétiques. Des travaux menés en parallèle par différentes nations furent entrepris, et on peut citer entre autres, les travaux de Albert H. Taylor [10], pour les Etats-Unis, de Robert Watson-Watt [11] au Royaume-Uni, de Hidetsugu Yagi au Japon [12] mais également de René Mesny et Maurice Ponte en France [13, 14]. Depuis, l'intérêt pour la maîtrise des signatures électromagnétiques n'a cessé de croître, en particulier à partir de la seconde Guerre Mondiale lors de laquelle le Radar fut utilisé opérationnellement [15]. La maîtrise des signatures électromagnétiques reste un défi majeur car elle contribue à la supériorité des forces armées. Ainsi, de nombreux programmes d'armement sont concernés par des efforts de recherche et de maturation technologique, d'études techniques, de simulations, de mesures et de tests pour différents domaines liés à la signature Radar :

- La GE (Guerre Electronique) : domaine technique visant à acquérir la maîtrise du spectre électromagnétique, pour intercepter et/ou brouiller les informations dans les systèmes de communication/détection de l'adversaire. La maîtrise des signatures électromagnétiques est alors indispensable pour réduire la détectabilité de nos systèmes (furtivité Radar) et maximiser l'efficacité des actions de brouillage et de leurrage.
- La détection électromagnétique : fonction d'un système permettant de détecter la présence d'une cible, de la localiser, éventuellement de l'identifier et de guider un armement. La maîtrise de la signature électromagnétique des cibles est alors nécessaire pour optimiser la détection et les techniques de classification.

Ainsi, pour optimiser le succès des missions de pénétration en territoire adverse et améliorer la survie des matériels, il est indispensable de caractériser la détectabilité d'un engin militaire (navire, avion, missile, ...) dès les phases initiales de conception. Les études menées dans le but de réduire et d'optimiser la signature électromagnétique sont alors nécessairement basées sur des simulations numériques afin d'éviter le recours à de nombreux maquetages et mesures coûteuses. Bien sûr, outre l'application militaire, le Radar a également de très nombreuses applications dans le domaine civil : Radar météorologique, contrôle du trafic aérien, Radar de navigation, contrôle non destructif, ...

Quels que soient l'application et le domaine, la maîtrise de la signature électromagnétique passe nécessairement par la maîtrise et la modélisation des phénomènes physiques mis en jeu, en particulier l'interaction des ondes électromagnétiques avec la matière. Or, si les équations de Maxwell décrivent parfaitement ce problème, leur résolution pour des objets de forme quelconque passe nécessairement par l'emploi de méthodes numériques. En fonction de la taille de l'objet, de la longueur d'onde, et des capacités de calcul disponibles cette résolution numérique peut être réalisée à partir de méthodes rigoureuses, pour lesquelles les approximations introduites sont uniquement liées à la discrétisation du problème, ou à partir de méthodes asymptotiques, pour lesquelles des hypothèses simplificatrices sont introduites en plus de la numérisation du problème. De plus, si l'objet diffractant se situe dans un environnement complexe (par exemple en environnement maritime), le problème devient encore plus difficile à résoudre puisqu'il fait intervenir également deux autres contributions : la diffusion directe par l'environnement ainsi que le couplage entre l'objet diffractant et l'environnement.

Un exemple concret d'application est la maîtrise de la signature d'une cible en environnement marin, comme la signature de navire ou de leurres électromagnétiques sur la mer. Pour cette application, la modélisation de la diffusion électromagnétique de la mer seule (considérée en l'absence de l'objet) constitue encore aujourd'hui un domaine de recherche très actif dans la communauté. De nombreux

modèles asymptotiques existent [16, 17]. Mais la taille des problèmes mis en jeu limite souvent l'emploi de méthodes rigoureuses pourtant indispensables pour valider les méthodes asymptotiques [18].

Cette limite est encore plus marquée lorsqu'on considère le problème dans sa globalité : le couplage électromagnétique entre l'objet (le navire, les leurres, etc...) et la surface de mer complexifie fortement le problème [19, 20, 21].

Ceci étant, la modélisation de la diffraction par l'objet seul peut aussi s'avérer un véritable défi. En effet, dans le domaine des hautes fréquences (cible très grande devant la longueur d'onde), l'emploi des méthodes numériques devient difficile et les méthodes asymptotiques, notamment celles basées sur l'Optique Géométrique, souffrent parfois d'un manque de précision pour les problèmes faisant intervenir un grand nombre de réflexions : c'est le cas typiquement de la contribution de cavités ouvertes [22, 23].

C'est dans ce contexte que s'intègrent depuis dix ans mes activités d'encadrement de recherche. Je propose de regrouper ces travaux sous les quatre axes de recherche suivants :

- Accélération des méthodes rigoureuses pour la diffusion des ondes électromagnétiques par une surface de mer
- Modélisation du mécanisme de couplage électromagnétique
- Amélioration de la compréhension du mécanisme d'ombrage en zone de hautes fréquences
- Amélioration des méthodes asymptotiques pour l'évaluation de la signature d'objets avec multiples réflexions

Ce manuscrit est organisé en cinq chapitres. Après un premier chapitre dédié à mon Curriculum Vitae détaillé (activités administratives et collectives, production scientifique, encadrement, enseignement...), les quatre chapitres suivant résument les travaux d'encadrement d'activités de recherche sur les quatre axes décrits ci-dessus et dont les résultats les plus marquants ont été publiés dans les cinq articles fournis en annexe [24, 25, 26, 27, 28]. Enfin, une conclusion générale décrit le projet de recherche que je souhaite poursuivre, en particulier avec la proposition de nouveaux sujets de thèse.

Chapitre 1

Curriculum Vitae détaillé

« *Enseigner c'est apprendre deux fois.* »

Joseph Joubert

Sommaire

1.1	Introduction	14
1.2	Identité	14
1.3	Formation universitaire	14
1.4	Cursus professionnel	14
1.5	Activités administratives et collectives (responsabilités, animations, organisation et rayonnement)	15
1.5.1	Chairman de colloques nationaux et internationaux	16
1.5.2	Participations à des jurys de thèse de doctorat	16
1.5.3	Résumé des travaux de recherche, d'encadrement et d'enseignement	17
1.6	Production scientifique	18
1.6.1	Livres et manuscrits	18
1.6.2	Publications dans des revues internationales avec comité de lecture	18
1.6.3	Publications dans des conférences internationales avec comité de sélection et publication des actes	19
1.6.4	Publications dans des conférences nationales avec comité de sélection et publication des actes	21
1.6.5	Publications dans des conférences nationales avec comité de sélection sans publication des actes	22
1.6.6	Rapports de contrat de recherche	23
1.7	Encadrement	24
1.7.1	Encadrement de stages d'école d'ingénieur et de Master 2R	24
1.7.2	Encadrement d'apprenti ingénieur	25
1.7.3	Encadrement de thèses de doctorat	25
1.8	Enseignement	26
1.8.1	Période de 10/2005 à 05/2008	26
1.8.2	Période de 09/2008 à 08/2009	27
1.8.3	Période de 09/2009 à 07/2010	27
1.8.4	Depuis 07/2010	28

1.1 Introduction

Depuis mon départ de l'université de Nantes en 2010 pour la DGA (Direction Générale de l'Armement), j'ai toujours gardé la volonté de continuer des activités de recherche et d'enseignement. Mes travaux de recherche depuis 2010, furent d'abord beaucoup portés par des travaux personnels de recherche, puis sous la forme d'encadrement de travaux de recherche. Loin de l'université, il fut plus difficile pour moi de maintenir une activité d'enseignement. Néanmoins, j'ai eu à coeur de relancer à DGA MI (DGA Maîtrise de l'Information), la formation « SER et furtivité EM » inactive depuis 2009. Cette formation, dont je suis le pilote (responsable pédagogique et administratif) depuis son renouveau est une formation dispensée au personnel du Ministère des Armées, à la fois théorique et appliquée, pour présenter toutes les notions essentielles pour la maîtrise de la SER (mesure, modélisation, techniques de furtivité). J'interviens par ailleurs depuis 2013 auprès des élèves de l'INSA de Rennes.

1.2 Identité

- Nom : Kubické
- Prénom : Gildas
- Date et lieu de naissance : 28/09/1982, à Longjumeau (91, Essonne)
- Fonction : Expert technique référent et responsable du laboratoire « ED²EN » à la DGA
- Adresse professionnelle :
DGA MI
Département RSE
BP 7
35998 Rennes Cédex 9
- Téléphone : (+33) 2 99 42 95 84
- Email : gildas.kubicke@intradef.gouv.fr

1.3 Formation universitaire

- **2005-2008** : Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, spécialité Electronique. Travaux de thèse menés dans l'équipe Radar du laboratoire IREENA¹, sous la direction du Professeur Joseph Saillard et du Docteur Christophe Bourlier (DR CNRS - HDR) - Sujet : *Contribution au calcul de la diffusion d'une onde électromagnétique par des réflecteurs polyédriques au-dessus d'une surface rugueuse*, soutenue le 26 septembre 2008 devant le jury composé du Professeur Marc Hélier, du Professeur Marc Saillard, du Professeur Joseph Saillard, du Docteur Christophe Bourlier, du Docteur Henri-José Mametsa, de Monsieur Christian Migairou.
- **2004-2005** : Master 2 Recherche « Systèmes Electroniques et Génie Electrique », Option Systèmes Electroniques, Université de Nantes.
- **2002-2005** : Ingénieur de l'Ecole polytechnique de l'université de Nantes² - Département Systèmes Electroniques et Informatique Industrielle, Université de Nantes
- **2000-2002** : DUT Génie Electrique et Informatique Industrielle, option Automatique et Systemes, IUT de Nantes.

1.4 Coursus professionnel

- **Depuis juillet 2011** : Responsable du laboratoire³ « Expertise en Discrétion et Détectabilité Electromagnétique Numérique »⁴ et expert technique référent en furtivité électromagnétique et

¹IREENA : Institut de Recherche en Electronique et Electrotechnique de Nantes Atlantique; laboratoire de recherche aujourd'hui intégré à l'IEETR

²Anciennement IRESTE, aujourd'hui nommée Polytech'Nantes

³Le terme de laboratoire est ici au sens du terme DGA pour désigner une équipe d'activité technique

⁴Avec l'intégration et le développement d'une nouvelle activité d'expertise sur la détectabilité Radar, le laboratoire a changé de nom en 2015; il portait auparavant le nom de laboratoire EMC pour « Expertise en électroMagnétisme et Calculs »

calcul de signatures Radar à la Direction Générale de l'Armement - Maîtrise de l'Information (département Rétroconception et Signatures Electromagnétiques).

- **Juillet 2010 à juillet 2011** : Expert technique en calcul de signatures Radar à la Direction Générale de l'Armement - Maîtrise de l'Information (département Rétroconception et Signatures Electromagnétiques).
- **2009 - 2010** : Ingénieur de Recherche sur contrat au laboratoire IREENA, équipe Radar. Vacataire à l'Université de Nantes.
- **2008 - 2009** : Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche (demi-poste) à Polytech'Nantes, Université de Nantes.
- **2005 - 2008** : Doctorat au laboratoire IREENA, équipe Radar. Vacataire à l'Ecole des Mines de Nantes, à l'Institut Catholique des Arts et Métiers de Nantes et à Polytech'Nantes.
- **2005** : Stage d'ingénieur et de Master 2 Recherche, sous la direction du Professeur Joseph Saillard, au laboratoire IREENA, équipe Radar, sur le sujet « *Extraction de centres rayonnants pour l'imagerie d'antennes in-situ* ».

1.5 Activités administratives et collectives (responsabilités, animations, organisation et rayonnement)

- **2019** : Membre du comité technique des journées « Electromagnétisme et Guerre Electronique », ONERA, Toulouse, Novembre 2019.
- **Depuis Novembre 2018** : Expert "E" DGA en « Maîtrise des Signatures Radar ».
- **Premier semestre 2018** : Membre du Groupe de travail « Organisation alternative » du projet « DGA MI 2025 ».
- **Décembre 2017** : Responsable du stand « Radar et Télécommunications » au forum DGA Innovation 2017, Ecole Polytechnique, Palaiseau, Décembre 2017.
- **Depuis septembre 2017** : Correspondant « Innovation » de la division CGN1 de DGA MI.
- **2017** : Membre du comité technique des journées « Electromagnétisme et Guerre Electronique », ONERA, Toulouse, Novembre 2017.
- **Avril 2016** : Expert scientifique pour l'ANR : rapporteur d'un projet ASTRID.
- **2015** : Membre du comité technique des journées « Electromagnétisme et Guerre Electronique », ONERA, Toulouse, Novembre 2015.
- **2013** : Membre du comité technique des journées « Electromagnétisme et Guerre Electronique », SUPAERO Campus ENSICA, Toulouse, Novembre 2013.
- **Depuis 2013** : Responsable pédagogique et administratif de la formation DGA « SER et furtivité EM ».
- **Avril 2013** : Expert scientifique pour l'ANR : rapporteur d'un projet ASTRID.
- **2011** : Membre du comité technique des journées « Electromagnétisme et Guerre Electronique », SUPAERO Campus ENSICA, Toulouse, Novembre 2011.
- **Depuis juillet 2011** : Responsable du laboratoire « ED²EN » du département RSE à DGA MI : animation et responsabilité technique de l'activité du laboratoire « ED²EN » et encadrement de 5 personnes.
- **2009** : Qualification aux fonctions de maître de conférences, section 63 (Electronique, optronique et systèmes).
- **Octobre 2008 à juin 2010** : Membre nommé au conseil de laboratoire IREENA.

- **Depuis 2008** : Relecteur de 29 articles soumis dans les revues IEEE Transactions on Antennas and Propagation, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Geoscience and Remote Sensing Letters, IET Microwaves, Antennas and Propagation, Waves in Random and Complex Media, Progress in Electromagnetics Research, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Modelling and Simulation in Engineering, International Journal on Antennas and Propagation, et Electronic Letters.
- **Février 2007 à septembre 2008** : Membre élu au conseil de laboratoire IREENA en tant que représentant des doctorants du site nantais (Chantrerie et Lombarderie).
- **Septembre 2006** : Participation à l'organisation de la Journée de Rentrée des Doctorants EDSTIM (Ecole Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information et de Mathématique ») « JRDOC 2006 » à Nantes.
- **Mai 2005** : Participation à l'organisation des Journées Nationales Microondes 2005 « JNM 2005 » (Nantes).

1.5.1 Chairman de colloques nationaux et internationaux

- **2019** : Chairman (avec Dr. Shermila Mostarshedi) de la session « SER et Traitements » aux Journées Nationales des Microondes, Caen, Mai 2019.
- **2018** : Chairman (avec Dr. Yannick Beniguel et Dr. Philippe Pouliguen) du cas test intitulé « Buried Targets » au Workshop ISAE, SUPAERO, Toulouse, Novembre 2018.
- **2016** : Chairman (avec Dr. Yannick Beniguel) du cas test intitulé « Cavity with internal blades » au Workshop ISAE, SUPAERO, Toulouse, Novembre 2016.
- **2015** : Chairman (avec Pr. Hélène Roussel) de la session « Méthodes Numériques » aux Journées Nationales des Microondes, Bordeaux, Mai 2015.
- **2015** : Chairman (avec Dr. Cyrille Menudier) de la session « Méthodes pour l'analyse de systèmes micro-ondes complexes » aux Journées Nationales des Microondes, Bordeaux, Mai 2015.
- **2014** : Chairman (avec Dr. Yannick Beniguel) du cas test intitulé « Cavity with internal obstacles » au Workshop ISAE, SUPAERO Campus ENSICA, Toulouse, Novembre 2014.
- **2012** : Chairman (avec Dr. Yannick Beniguel) du cas test intitulé « RCS of an Exponential rough surface » au Workshop ISAE, SUPAERO Campus ENSICA, Toulouse, Novembre 2012.
- **2011** : Chairman (avec Dr. Christophe Bourlier) de la session « Radar » au Journées Nationales des Microondes, Brest, Mai 2011.
- **2010** : Chairman (avec Dr. Yannick Beniguel) du cas test intitulé « Rough surface scattering » au Workshop ISAE, SUPAERO Campus ENSICA, Toulouse, Novembre 2010.

1.5.2 Participations à des jurys de thèse de doctorat

- **2019** : membre du jury de la thèse de Yunniel Arencibia Noa, spécialité Electronique, intitulée *Méthodes rigoureuses par décomposition de domaines pour la diffusion électromagnétique par une surface rugueuse 2D*, soutenue le 30 octobre 2019, à Nantes.
- **2018** : membre du jury de la thèse de Grégoire Pichon, spécialité Informatique, intitulée *On the use of low-rank arithmetic to reduce the complexity of parallel sparse linear solvers based on direct factorization techniques*, soutenue le 29 novembre 2018, à Bordeaux.
- **2016** : membre du jury de la thèse de Marc Bakry, spécialité Mathématiques, intitulée *Fiabilité et optimisation des calculs obtenus par des formulations intégrales en propagation d'onde*, soutenue le 3 octobre 2016, à Palaiseau.
- **2016** : membre du jury de la thèse de Dusan Cvetkovic, spécialité Electronique, intitulée *Equation parabolique hybridée à l'optique physique pour le calcul de la propagation et de la diffusion dans un environnement maritime*, soutenue le 23 mars 2016, à Nantes.
- **2015** : membre du jury de la thèse d'Antoine Thomet, spécialité Electronique, intitulée *Calcul de la diffraction électromagnétique par des cavités complexes de grandes dimensions, avec la méthode Optique Physique – Application aux conduits d'air des aéronefs*, soutenue le 28 octobre 2015, à Nantes.

- **2012** : membre du jury de la thèse de Mohammad Kouali, spécialité Electronique, intitulée *Diffraction électromagnétique d'un objet au-dessus d'une surface rugueuse*, soutenue le 28 septembre 2012, à Nantes.

1.5.3 Résumé des travaux de recherche, d'encadrement et d'enseignement

Production scientifique et technique :

- 1 livre
- 23 articles en revue
- 37 communications à des conférences internationales avec actes
- 16 communications à des conférences nationales avec actes
- 17 communications à des journées nationales sans actes (GDR Ondes, journées thématiques DGA, Journées Electromagnétisme et Guerre Electronique)
- 9 rapports de contrat de recherche
- 58 notes et rapports d'expertise classifiés de défense

La section 1.6 détaille la production scientifique et technique réalisée.

Encadrement :

- 4 thèses de doctorat dont 3 soutenues
- 5 stages de Master 2 Recherche
- 4 stages d'élèves ingénieurs
- 1 apprenti ingénieur
- Encadrement du laboratoire ED²EN : 2 ingénieurs, et 3 techniciens supérieurs

La section 1.7 détaille l'encadrement effectué.

Enseignement :

Enseignement dispensé depuis 2005, pour une durée globale de 423 heures équivalent TD d'enseignement en présentiel (111h de cours magistraux, 94h de TD et 243h de TP), en :

- Electromagnétisme,
- Mathématiques,
- Automatique,
- Electronique,
- Traitement du signal,

en tant que vacataire, ATER, intervenant en formation, à :

- Polytech'Nantes (département Electronique et Technologies Numériques) (de 2007 à 2009 puis depuis 2020),
- EMN (de 2005 à 2008),
- ICAM Nantes (de 2005 à 2007),
- Université de Nantes (de 2009 à 2010),
- INSA Rennes (depuis 2013),
- centre de formation EUROSAAE (en 2013),
- Ministère des Armées (depuis 2010).

La section 1.8 détaille l'enseignement dispensé.

1.6 Production scientifique

1.6.1 Livres et manuscrits

1. C. Bourlier, N. Pinel and G. Kubické, « Method of Moments for the scattering from 2D problems : Basic concepts and applications », Book, ISTE Ltd and John Wiley and sons inc, 148 pages, Juillet 2013
2. G. Kubické, « Contribution au calcul de la diffusion d'une onde électromagnétique par des réflecteurs polyédriques au-dessus d'une surface rugueuse », Thèse de doctorat de l'Université de Nantes, 228 pages, Septembre 2008

1.6.2 Publications dans des revues internationales avec comité de lecture

1. C. Bourlier, Y. A. Noa, G. Kubické and S. Bellez, « Two methods by decomposition of domains, SDIM and CBFM, for the scattering from a two-dimensional perfectly-conducting rough surface : Comparison and parametric study », Journal of the Optical Society of America A, Vol. 37, no. 9, pp. 1512-1525, Septembre 2020.
2. C. Bourlier, G. Kubické and P. Pouliguen, « Accelerated computation of the Physical Optics approximation for near-field single- and double- bounces backscattering », IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 67, no. 12, pp. 7518-7527, Décembre 2019.
3. S. Bellez, C. Bourlier and G. Kubické, « 3-D scattering from a PEC target buried beneath a dielectric rough surface : an efficient PILE-ACA algorithm for solving a hybrid KA-EFIE formulation », IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 63, no. 11, pp. 5003-5014, Novembre 2015.
4. S. Bellez, C. Bourlier and G. Kubické, « An efficient PILE algorithm for solving the scattering from three-dimensional (3-D) nested homogeneous dielectric bodies with arbitrarily shapes », Journal of the Optical Society of America A, vol. 32, no. 3, pp. 392-401, Mars 2015.
5. C. Bourlier, S. Bellez, H. Li and G. Kubické, « Sub-Domain Decomposition Iterative Method combined with ACA : An efficient technique for the scattering from a large highly-conducting rough sea surface », IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 63, no. 2, pp. 659-666, Février 2015.
6. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Improvement of Iterative Physical Optics Using the Physical Optics shadow radiation », Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 38, pp. 1-13, 2014.
7. G. Kubické, C. Bourlier, S. Bellez and H. Li, « A fast EPILE+FBSA method combined with Adaptive Cross Approximation for the scattering from a target above a large ocean-like surface », Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 37, pp. 175-182, 2014.
8. M. Kouali, G. Kubické, and C. Bourlier, « Electromagnetic interactions analysis between two 3-D scatterers using the E-PILE method combined with the PO approximation », Progress In Electromagnetics Research B, Vol.58, pp. 123-138, 2014.
9. G. Kubické, M. Delahaye, C. Corbel, C. Bourlier, N. Pinel and P. Pouliguen, « Bridging the gap between the Babinet principle and the Physical Optics approximation : Vectorial problem », RadioScience, vol. 48, no. 5, pp.573-581, Septembre 2013.
10. C. Bourlier, N. Pinel and G. Kubické, « PILE method combined with PO for the scattering by coated cylinders, a rough layer and an object below a rough surface », Journal of the Optical Society of America A, vol. 30, no. 9, pp. 1727-1737, Septembre 2013
11. M. Kouali, G. Kubické, and C. Bourlier, « E-PILE method combined with the FB method to study the scattering from an object above a rough surface for 3-D problems », Optics Letters, vol. 37, no. 14, pp. 2985-2987, Juillet 2012
12. G. Kubické, Y Ait Yahia, C. Bourlier, N. Pinel and P. Pouliguen, « Bridging the gap between the Babinet principle and the Physical Optics approximation : scalar problem », IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 59, no. 12, pp. 4725-4732, Décembre 2011.
13. C Bourlier, G. Kubické, « HF Ground wave propagation over a curved rough sea surface in presence of islands », Waves in Random and Complex Media, vol. 21, no. 3, pp. 469-484, Août 2011.

14. C Bourlier, G. Kubické, « Ground wave propagation along an inhomogeneous rough surface in the HF band : Millington effect for a flat Earth », IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 49, no. 4, pp. 1374-1382, Avril 2011.
15. C Bourlier and G. Kubické, « HF ground wave propagation over a curved rough sea surface », Waves in Random and Complex Media, Vol. 21, no. 1, pp. 23-43, Février 2011.
16. C Bourlier, G. Kubické and Y. Brelet, « Rigorous prediction of the ground wave above flat and rough highly-conducting onedimensional sea surfaces in VHF band », IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 59, no. 1, pp. 271-280, Janvier 2011.
17. G. Kubické and C. Bourlier, « A fast hybrid method for scattering from a large object with dihedral effects above a large rough surface », IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 59, no. 1, pp. 189-198, Janvier 2011.
18. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Monostatic Radar Cross Section of an object above a sea surface from a rigorous fast method », Numéro thématique des comptes-rendus Physique de l'Académie des Sciences, éditions Elsevier, Vol. 11, no. 1, pp. 68-76, Janvier 2010.
19. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Scattering from canonical objects above a sea-like 1D rough surface from a rigorous fast method », Waves in Random and Complex Media, Vol. 20, no. 1, pp. 156-178, Février 2010.
20. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « High-frequency bistatic scattering by depolarizing, nearly omni-directional reflectors : higher-order polyhedral reflectors », IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 56, no. 9, pp. 3029-3035, Septembre 2008.
21. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Scattering by an object above a randomly rough surface from a fast numerical method : extended PILE method combined with FB-SA », Waves in Random and Complex Media, Vol. 18, no. 3, pp. 495-519, Août 2008.
22. C. Bourlier, G. Kubické and N. Déchamps, « A fast method to compute scattering by a buried object under a randomly rough surface : PILE combined with FB-SA », Journal of the Optical Society of America A, Vol. 25, no. 4, pp. 891-902, Avril 2008.
23. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Polarimetric bistatic signature of a faceted octahedron in high-frequency domain », Progress In Electromagnetics Research, Vol.71, pp. 173-209, Mai 2007.

1.6.3 Publications dans des conférences internationales avec comité de sélection et publication des actes

1. Y. Beniguel, P. Pouliguen and G. Kubické, « Radar Cross Section of naval targets in HF domain », RADAR, 23-27 Septembre (Toulon, France), 4 pages, 2019.
2. Y. A. Noa, C. Bourlier, G. Kubické, and S. Bellez, « Extended-SDIM : An efficient technique for rigorous evaluation of electromagnetic scattering by a 2D rough surface », ICEAA 2019, 9-13 Septembre (Grenade, Espagne), 1 page, 2019.
3. G. Kubické, A. Thomet, C. Bourlier and P. Pouliguen, « An Overview of Recent Advances on Iterative Physical Optics », ICEAA 2017, 11-15 Septembre (Vérone, Italie), 4 pages, 2017.
4. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Optimized Iterative Physical Optics for EM scattering from large structures », International Conference on Antenna Measurements and Application (CAMA), 23-27 Octobre (Syracuse, USA), 2 pages, 2016.
5. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Optimized Segmented Iterative Physical Optics for RCS computation of large cavities », IEEE APS/URSI 2016, 26 Juin - 01 Juillet (Fajardo, Porto-Rico, USA), 2 pages, 2016.
6. P. Hamel, J-P. Adam, Y. Béniguel, G. Kubické, and P. Pouliguen, « Radar cross section estimation evaluation of a Wind wind turbine, based on an asymptotic method », EUCAP 2016, (Davos, Suisse), 3 pages, 2016.
7. C. Bourlier, G. Kubické, and P. Pouliguen, « HF propagation in a complex maritime environments from an asymptotic approach validated from a based-MoM rigorous code », ICEAA 2015, 07-11 Septembre (Turin, Italie), 1 page, 2015.

8. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Low computational cost method for scattering of large cavities based on ACA compression of Iterative Physical Optics », ICEAA 2015, 07-11 Septembre (Turin, Italie), 2 pages, 2015.
9. S. Bellez, C. Bourlier and G. Kubické, « 3-D scattering from a PEC target buried beneath a dielectric ground rough surface : hybrid KA-EFIE formulation solved by a PILE-ACA method », IGARSS 2015, 26-31 Juin (Milan, Italie), 4 pages, 2015.
10. G. Kubické, C. Bourlier and S. Bellez, « Scattering from a target above an ocean-like surface from a fast EPIL+FBFA method combined with Adaptive Cross Approximation », IEEE APS/URSI 2015, 19-25 Juillet (Vancouver, Canada), 1 page, 2015.
11. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Optimizing Iterative Physical Optics by using an ACA compression on interaction matrices », IEEE APS/URSI 2015, 19-25 Juillet (Vancouver, Canada), 2 pages, 2015.
12. C. Bourlier, S. Bellez, and G. Kubické, « An efficient Sub-domain Decomposition Iterative Method for the scattering from a large highly-conducting rough sea surface », IEEE APS/URSI 2015, 19-25 Juillet (Vancouver, Canada), 1 page, 2015.
13. G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Shadow radiation : relations between Babinet principle and Physical Optics », IEEE APS/URSI 2014, 06-11 Juillet (Memphis, USA), 2 pages, 2014.
14. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Using Physical Optics shadow radiation to improve shadowing in Iterative Physical Optics », IEEE APS/URSI 2014, 06-11 Juillet (Memphis, USA), 2 pages, 2014.
15. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Improvement of shadowing with Iterative Physical Optics for radiation pattern of mounted antennas », International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics 2014, 13-16 Juillet (Victoria, Canada), 2 pages, 2014.
16. P. Hamel, J-P. Adam, G. Kubické, and Philippe Pouliguen, « Design of a stealth wind turbine », Loughborough Antennas and Propagation Congress (LAPC 2012), 12-13 Novembre (Loughborough, Royaume-Uni), 4 pages, 2012.
17. G. Kubické, C. Bourlier, N. Pinel and P. Pouliguen, « Shadow radiation for scalar problems : relations between Babinet principle and Physical Optics », IEEE APS/URSI 2012, 09-13 Juillet (Chicago, USA), 2 pages, 2012.
18. G. Kubické, C. Bourlier, « Coherent and incoherent components of the scattering from an object above a rough sea surface : asymptotic and rigorous approaches », IEEE APS/URSI 2012, 09-13 Juillet (Chicago, USA), 1 page, 2012.
19. C. Bourlier, G. Kubické, « HF Radar ground wave propagation in a maritime complex environment », IEEE APS/URSI 2012, 09-13 Juillet (Chicago, USA), 1 page, 2012.
20. M. Kouali, G. Kubické and C. Bourlier, « Scattering From an object above a rough surface using the Extended-PILE method hybridized with PO approximation », IEEE APS/URSI 2012, 09-13 Juillet (Chicago, USA), 2 pages, 2012.
21. J-P Adam, G. Kubické and R. Hémon, « Iterative Physical Optics GPU Accelerated », European Electromagnetics Symposium (EUROEM 2012), 2-6 Juillet (Toulouse, France), 1 page, 2012.
22. P. Hamel, J-P. Adam, G. Kubické and P. Pouliguen, « An improved Hybridization Technique of Geometrical Optics Physical Optics », The 15th International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics (ANTEM 2012), 25-28 Juin (Toulouse, France), 1 page, 2012.
23. M. Kouali, G. Kubické and C. Bourlier, « Electromagnetic Scattering From Two-Scatterers Using the Extended Propagation-Inside-Layer Expansion Method », General assembly and scientific symposium of international union of radio science (URSI), 13-20 Août (Istanbul, Turquie), 4 pages, 2011
24. Y. B . Ouattara, G. Kubické, E. Richalot, C. Bourlier, J. Wiart, and O. Picon, « Radiowaves scattering from irregular building facades through MoM analysis », European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), 11-15 Avril (Rome, Italie), 4 pages, 2011

25. C. Bourlier and G. Kubické, « HF wave ground propagation over a randomly rough sea surface », Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS), 20-23 Mars (Marrakesh, Maroc), 1 page, 2011.
26. G. Kubické and C. Bourlier, « Monostatic Scattering from an Object Near an Ocean-Like Surface from an Efficient Fast Numerical Method », European RADar conference (EuRAD), 30 September-01 Octobre (Paris, France), 4 pages, 2010.
27. C. Bourlier and G. Kubické, « Ground wave propagation along a rough sea homogeneous surface in the 10-100 MHz band », 20th International Symposium on Electromagnetic (EMTS), 16-19 Août (Berlin, Allemagne), 4 pages, 2010.
28. G. Kubické, C. Bourlier, « Normalized radar cross section of a cylinder above an ocean-like surface from an efficient fast numerical method », International Radar Conference, RADAR 09, 12-16 Octobre (Bordeaux, France), 4 pages, 2009.
29. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Scattering by an object above a dielectric rough surface with the Extended-PILE method combined with BMIA/CAG », Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS), 18-21 Août (Moscou, Russie), 1 page, 2009.
30. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « A new hybrid numerical method for the scattering by a plate above a rough surface », Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS), 18-21 Août (Moscou, Russie), 1 page, 2009.
31. C. Bourlier and G. Kubické, « Scattering from a scatterer near a large random rough surface with the extended PILE method », IGARSS 2008, 06-11 Juillet (Boston, USA), 2 pages, 2008.
32. G. Kubické and C. Bourlier, « Extended PILE method combined to FB-SA for the scattering by an object above a large randomly rough surface », IEEE APS/URSI 2008, 05-12 Juillet (San Diego, USA), 1 page, 2008.
33. N. Chevaux, G. Kubické, C. Bourlier, P. Pouliguen and J. Saillard, « Localization, from the observed far-field, of radiating centers in a 3D-scene », IEEE APS/URSI 2008, 05-12 Juillet (San Diego, USA), 4 pages, 2008.
34. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Comparison of bistatic signatures of octahedral and icosahedral reflectors in high-frequency domain », European RADar conference (EuRAD), 10-12 Octobre (Munich, Allemagne), 4 pages, 2007.
35. G. Kubické, N. Chevaux, C. Bourlier, P. Pouliguen and J. Saillard, « Localization, from the observed far-field, of radiating centers in a 2D-scene », European RADar conference (EuRAD), 10-12 Octobre (Munich, Allemagne), 4 pages, 2007.
36. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Computation of the polarimetric bistatic signature of trihedral corner reflector arrays in high-frequency domain », Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS), 27-30 Août (Prague, République Tchèque), 1 page, 2007.
37. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « A physical optics solution for bistatic RCS of triangularly shaped trihedral corners for any incidence and observation angles », European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), 6-10 Novembre (Nice, France), 6 pages, 2006.

1.6.4 Publications dans des conférences nationales avec comité de sélection et publication des actes

1. Y. Béniguel, P. Pouliguen et G. Kubické, « Radar Cross Section of naval targets in HF domain », ENVIREM, 2-3 Juillet (Palaiseau), 2 pages, 2019.
2. C. Bourlier, Y. A. Noa, G. Kubické et S. Bellez, « Diffraction électromagnétique par une surface rugueuse métallique par décomposition de domaines », ENVIREM, 2-3 Juillet (Palaiseau), 2 pages, 2019.
3. Y. A. Noa, C. Bourlier, S. Bellez, et G. Kubické, « Extended-SDIM : une technique efficace pour l'évaluation rigoureuse de la diffusion électromagnétique par une surface rugueuse 2D », Journées Nationales Microondes (JNM), 15-17 Mai (Caen), 4 pages, 2019.
4. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Optimisation de l'Optique Physique Itérative pour le calcul de rayonnement d'antennes sur porteur », Journées Nationales Microondes (JNM), 17-19 Mai (Saint-Malo), 4 pages, 2017.

5. S. Bellez, C. Bourlier and G. Kubické, « Méthode numérique hybride AKI-ACA pour l'étude de la diffusion d'un faisceau Gaussien par une surface rugueuse », ENVIREM, 9-10 Juin (Gif-sur-Yvette), 4 pages, 2015.
6. S. Bellez, C. Bourlier and G. Kubické, « Méthode rigoureuse PILE-ACA pour résoudre le problème de la diffraction EM par deux objets diélectriques imbriqués », Journées Nationales Microondes (JNM), 3-5 Juin (Bordeaux), 4 pages, 2015.
7. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier and P. Pouliguen, « Optimisation de la méthode IPO par compression ACA pour des calculs de SER de cavités », Journées Nationales Microondes (JNM), 3-5 Juin (Bordeaux), 4 pages, 2015.
8. G. Kubické, C. Bourlier and S. Bellez, « Méthode rigoureuse EPILE hybridée à la FBSA et l'ACA pour le calcul rapide de la diffusion électromagnétique par une cible au-dessus d'une mer 1D », Journées Nationales Microondes (JNM), 3-5 Juin (Bordeaux), 4 pages, 2015.
9. S. Bellez, C. Bourlier and G. Kubické, « Approche hybride pour l'étude de la diffraction EM par un objet parfaitement conducteur enfoui dans un sol diélectrique rugueux », Journées scientifiques de l'URSI-France « Sonder la matière par les ondes électromagnétiques », 24-25 Mars (Paris), 2 pages, 2015.
10. G. Kubické, C. Bourlier, N. Pinel and P. Pouliguen, « Diffraction en zone d'ombre pour un problème scalaire : relations entre le principe de Babinet et l'Optique Physique », Journées scientifiques 2013 URSI France - L'électromagnétisme, 150-1, une science en pleine action, 27 Mars (Paris), 2 pages, 2013.
11. G. Kubické and C. Bourlier, « Electromagnetic scattering from a large object above a large rough surface from a fast hybrid method », Atelier de Saint Malo - Défis actuels de la modélisation électromagnétique : gestion de la complexité, multi-échelle, multi-physique, gestion des incertitudes, statistiques, 02-03 Décembre (Saint-Malo), 2 pages, 2010.
12. C. Bourlier and G. Kubické, « Propagation de l'onde de sol dans la bande HF dans un environnement maritime complexe », Atelier de Saint Malo - Défis actuels de la modélisation électromagnétique : gestion de la complexité, multi-échelle, multi-physique, gestion des incertitudes, statistiques, 02-03 Décembre (Saint-Malo), 2 pages, 2010.
13. C. Bourlier and G. Kubické, « Theoretical prediction of the surface wave propagation over a rough sea surface with islands in HF band », 2nd SONDRRA Workshop on electromagnetic modeling, new concepts and signal processing for radar detection and remote sensing, 25-28 Mai (Cargese), 5 pages, 2010.
14. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Une méthode rigoureuse rapide pour la diffusion par deux obstacles », Journées Nationales Microondes (JNM), 27-29 Mai (Grenoble), 4 pages, 2009.
15. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « SER monostatique d'un objet au-dessus de la mer par une méthode rigoureuse », Journées scientifiques « propagation et télédétection » URSI France (JS 09), 24-25 Mars (Paris), 6 pages, 2009.
16. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Signature polarimétrique bistatique d'un octaèdre parfaitement conducteur dans le domaine des hautes fréquences », Journées Nationales Microondes (JNM), 23-25 Mai (Toulouse), 4 pages, 2007.

1.6.5 Publications dans des conférences nationales avec comité de sélection sans publication des actes

1. C. Bourlier, Y. A. Noa, G. Kubické, et S. Bellez, « Méthodes rigoureuses par décomposition de domaines pour le calcul du champ diffracté par une surface rugueuse métallique », Conférence plénière du GDR Ondes, 28 et 29 Octobre (Gif-sur-Yvette), 2 pages, 2019.
2. Y. Béniguel, P. Pouliguen et G. Kubické, « SER de cibles marines dans la bande HF », Journée Thématique DGA « HF », 5 juin (Toulon), 1 page, 2019.
3. J-F. Legendre, J-L. Mangattale, et G. Kubické, « Simulation des antennes MIDS sur RAFALE et MIRAGE2000D », Journée Thématique DGA « Compatibilité Radioélectrique », 13 juin (Bruz), 1 page, 2014.

4. C. Bourlier, et G. Kubické, « Modélisation de la propagation électromagnétique dans les bandes HF et SHF en environnement maritime », Journée Thématique DGA « Propagation Radioélectrique », 13 février (Bruz), 1 page, 2014.
5. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier et P. Pouliguen, « Amélioration de la méthode IPO pour le rayonnement en zone d'ombre de l'Optique Physique », Journée Thématique DGA « Méthodes Hautes Fréquences pour les calculs de signatures radar et d'antennes sur porteurs », 4 Décembre (Bagneux), 1 page, 2013.
6. P. Hamel, J.P. Adam, C. Bourlier, G. Kubické, A. Thomet et P. Pouliguen, « Méthode asymptotique pour le calcul de SER de grandes cibles », Journée Thématique DGA « Méthodes Hautes Fréquences pour les calculs de signatures radar et d'antennes sur porteurs », 4 Décembre (Bagneux), 1 page, 2013.
7. P. Hamel, J.P. Adam, C. Bourlier, G. Kubické, P. Pouliguen et A. Thomet, « Amélioration de méthodes asymptotiques HF pour le calcul de SER », Journées Electromagnétisme et Guerre Electronique, 14 Novembre (Toulouse), 1 page, 2013.
8. A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier, et Philippe Pouliguen, « Amélioration de la méthode IPO par le rayonnement en zone d'ombre de l'optique physique », Assemblée générale du GDR Ondes, 28 Octobre (Dijon), 1 page, 2013.
9. C. Bourlier, N. Pinel, C. Corbel, G. Kubické, « Diffusion EM dans la bande SHF par un objet au-dessus de la mer », Journée Thématique DGA « Modélisation de la signature radioélectrique des environnements maritimes (objets et mer) », 11 Décembre (Bagneux), 1 page, 2012.
10. P. Hamel, J-P. Adam, C. Bourlier, C. Corbel, G. Kubické, P. Pouliguen, « Calcul de la SER d'une frégate », Journée Thématique DGA « Modélisation de la signature radioélectrique des environnements maritimes (objets et mer) », 11 Décembre (Bagneux), 1 page, 2012.
11. C. Bourlier, G. Kubické, et N. Pinel, « Interaction d'une onde électromagnétique Radar avec un objet en milieu maritime », Journées « Interactions des ondes électromagnétiques avec des cibles ou/et le milieu naturel » du GDR Ondes, 20 Juin (Paris), 1 page, 2011. PAPIER INVITÉ (Session plénière)
12. M. Kouali, G. Kubické et C. Bourlier, « Diffusion d'une onde électromagnétique par un objet au-dessus d'une surface rugueuse », Journées « Interactions des ondes électromagnétiques avec des cibles ou/et le milieu naturel » du GDR Ondes, 20 Juin (Paris), 1 page, 2011.
13. Y.B.Ouattara, G. Kubické, C. Bourlier, E. Richalot, O. Picon and J. Wiart, « Etude de l'influence des balcons sur le champ électrique en milieu urbain », GDR Ondes ISIS, 30 Mars (Paris), 1 page, 2010.
14. C. Bourlier and G. Kubické, « Méthodes rigoureuses pour le calcul de diffraction par des surfaces rugueuses », Journées Electromagnétisme et Guerre Electronique, SEE Midi-Pyrénées, 24-25 Novembre (Toulouse), 1 page, 2009.
15. G. Kubické, and C. Bourlier, « Une méthode numérique hybride pour la diffusion par une plaque au-dessus d'une surface de mer monodimensionnelle », Réunion générale 2009 Interférences d'Ondes, GDR ondes, 2-4 Novembre (Paris), 2 pages, 2009.
16. C. Bourlier, G. Kubické, and Y. Brelet, « Propagation de l'onde de surface de Zenneck (plasma) au-dessus d'une surface rugueuse très conductrice », Réunion générale 2009 Interférences d'Ondes, GDR ondes, 2-4 Novembre (Paris), 2 pages, 2009.
17. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « SER de réflecteurs polyédriques composés de trièdres élémentaires en hautes fréquences », Réunion générale 2007 Interférences d'Ondes, GDR ondes, 21-23 Novembre (Pessac), 2 pages, 2007.

1.6.6 Rapports de contrat de recherche

1. C. Bourlier, G. Kubické, C. Corbel and N. Pinel, « Etude de la signature polarimétrique monostatique et bistatique en haute fréquence de réflecteurs polyédriques au-dessus d'une surface de mer – Rapport final », Convention DGA/CELAR, marché REI 2008.34.0041, rapport final T0+36mois, 132 pages, Mai 2012.

2. C. Bourlier and G. Kubické, « Etude de la signature polarimétrique monostatique et bistatique en haute fréquence de réflecteurs polyédriques au-dessus d'une surface de mer – Poste 2 – Rapport 2 : Mise en oeuvre du modèle asymptotique 2D – Description de la méthode, résultats de simulation et validation », Convention DGA/CELAR, marché REI 2008.34.0041, rapport d'avancement T0+24mois, 84 pages, Mars 2011.
3. C. Bourlier and G. Kubické, « Etude de la signature polarimétrique monostatique et bistatique en haute fréquence de réflecteurs polyédriques au-dessus d'une surface de mer – Poste 2 – Rapport 1 : Mise en oeuvre d'une méthode exacte et du modèle asymptotique d'une scène 2D », Convention DGA/CELAR, marché REI 2008.34.0041, rapport d'avancement T0+18 mois, 112 pages, Septembre 2010.
4. G. Kubické, and C. Bourlier, « Etude de la signature polarimétrique monostatique et bistatique en haute fréquence de réflecteurs polyédriques au-dessus d'une surface de mer – Poste 1 – Rapport 2 : Maîtrise de la signature polarimétrique d'un réflecteur polyédrique en espace libre », Convention DGA/CELAR, marché REI 2008.34.0041, rapport d'avancement T0+6 mois, 62 pages, Mars 2010.
5. G. Kubické, and C. Bourlier, « Etude de la signature polarimétrique monostatique et bistatique en haute fréquence de réflecteurs polyédriques au-dessus d'une surface de mer – Poste 1 : Maîtrise de la signature polarimétrique d'un réflecteur polyédrique en espace libre – Rapport 1 : Signature du trièdre », Convention DGA/CELAR, marché REI 2008.34.0041, rapport d'avancement T0+6 mois, 229 pages, Septembre 2009.
6. G. Kubické, C. Bourlier, and J. Saillard, « Etude de faisabilité d'une modélisation centres rayonnants d'antennes sur porteurs – Poste 3 : Rapport final », Convention DGA/CELAR, marché 05-42-301, 101 pages, Février 2009.
7. N. Chevaux, C. Bourlier, J. Saillard and G. Kubické, « Etude de la faisabilité d'une modélisation centres rayonnants d'antennes sur porteurs – Poste 2 : Réalisation d'une maquette de calcul d'imagerie ASAR 3D », Convention DGA/CELAR, marché 05-42-301, 67 pages, Septembre 2007.
8. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Etude de la faisabilité d'une modélisation centres rayonnants d'antennes sur porteurs – Poste 1 : Réalisation d'une maquette de calcul d'imagerie ASAR 2D », Convention DGA/CELAR, marché 05-42-301, 66 pages, Juin 2006.
9. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, « Etude de la faisabilité d'une modélisation centres rayonnants d'antennes sur porteurs – Centres rayonnants 2D », Convention DGA/CELAR, marché 05-42-301, 20 pages, Octobre 2005.

1.7 Encadrement

1.7.1 Encadrement de stages d'école d'ingénieur et de Master 2R

1. Jérôme Péron : Stage ingénieur ESIR 5ème année
Période : du 04/03/2019 au 30/08/2019
Sujet : Génération de signatures Radar par techniques d'Intelligence Artificielle
Encadrants : Gildas Kubické, Alexandre Hervieu et Janic Chauveau
2. Ayman Hoblos : Stage M2R SEGE de l'université de Nantes
Période : du 08/02/2016 au 08/07/2016
Sujet : Radar scattering from an object above a rough surface for remote sensing applications
Encadrants : Christophe Bourlier et Gildas Kubické
3. Sequina Laidi : Stage M2R ESTEL (Electronique, Systèmes et TELécommunication) de l'université Nice Sophia-Antipolis
Période : du 07/04/2014 au 26/09/2014
Sujet : Exploitation d'un Algorithme de Transformation Champ Lointain Champ Proche et Développement d'une Interface Graphique
Encadrants : Gildas Kubické et Janic Chauveau
4. Raphaël Laizé : Stage ingénieur INSA RENNES 5ème année
Période : du 01/03/2012 au 31/07/2012

Sujet : Implémentation du calcul de diffraction de fentes dans un code de calcul de SER
Encadrant : Gildas Kubické

5. Antoine Thomet : Stage ingénieur INSA RENNES 5ème année
Période : du 01/03/2012 au 31/07/2012
Sujet : Evaluation de la complémentarité des codes rigoureux de DOLMEN
Encadrants : Janic Chauveau et Gildas Kubické
6. Hoangxuan Xu : Stage M2R SEGE de l'université de Nantes
Période : du 20/02/2012 au 06/07/2012
Sujet : Radar scattering from an object above a sea surface for remote sensing applications
Encadrants : Christophe Bourlier, Gildas Kubické, Mohammad Kouali
7. Morgan Le Gal : Stage ingénieur INSA RENNES 4ème année
Période : du 01/06/2011 au 31/09/2011
Sujet : Travaux d'industrialisation du code de calcul SERMAIL - Implémentation d'une nouvelle méthode de calcul des courants surfaciques
Encadrant : Gildas Kubické
8. Yacine Ait Yahia : Stage M2R SEGE de l'université de Nantes
Période : Février à Juillet 2010
Sujet : Modélisation de la surface équivalente Radar en configuration de fort bistatisme (forward scattering). Cas du problème scalaire 2D
Encadrants : Christophe Bourlier et Gildas Kubické
9. Mohammad Kouali : Stage M2R SEGE (Systèmes Electroniques et Génie Electrique) de l'université de Nantes
Période : Février à Juillet 2009
Sujet : Réflectivité d'une plaque par la méthode des moments
Encadrants : Christophe Bourlier et Gildas Kubické

1.7.2 Encadrement d'apprenti ingénieur

1. Morgane Delahaye : Apprentissage école d'ingénieur ITII
Période : Tuteur du 01/03/2011 jusque 09/2012, encadrement du Projet de Fin d'Etudes du 01/09/2011 au 31/07/2012
Sujet : Industrialisation du code de calcul de surface équivalente radar SERMAIL - Amélioration du calcul du champ diffracté en zone d'ombre
Encadrant : Gildas Kubické

1.7.3 Encadrement de thèses de doctorat

1. Gatien Septembre : Thèse de doctorat de l'Université de Nantes – ED Sciences et Technologies de l'Information et Mathématiques (STIM).
Période : depuis le 01/10/2018 – Soutenance prévue en octobre 2021.
Sujet : Diffraction électromagnétique en hautes fréquences par une nouvelle méthode numérique asymptotique.
Encadrants : Christophe Bourlier (Directeur de thèse : 40%), Gildas Kubické (co-encadrant : 30%), Agnes Pujols (co-encadrante : 30%).
2. Yunniel Arencibia Noa : Thèse de doctorat de l'Université de Nantes – ED Sciences et Technologies de l'Information et Mathématiques (STIM).
Période : 10/2016 à 10/2019 – Thèse soutenue le 30/10/2019.
Sujet : Méthode rapide numérique rigoureuse pour la diffusion microondes d'ondes électromagnétiques par une surface de mer 2D de grande étendue.
Encadrants : Christophe Bourlier (Directeur de thèse : 40%), Gildas Kubické (co-encadrant : 30%), Sami Bellez (co-encadrant : 30%).
Poste actuel : Ingénieur Recherche et Développement à AIM45 (Nantes).
Publications communes : 1 article en conférence internationale et 3 articles en conférences nationales.
3. Antoine Thomet : Thèse de doctorat de l'Université de Nantes – ED Sciences et Technologies de l'Information et Mathématiques (STIM).

Période : 10/2012 à 10/2015 – Thèse soutenue le 28/10/2015.

Sujet : Calcul de la diffraction électromagnétique par des cavités complexes de grandes dimensions, avec la méthode Optique Physique – Application aux conduits d’air des aéronefs.

Encadrants : Christophe Bourlier (Directeur de thèse : 40%), Philippe Pouliguen (Co-directeur de thèse : 20%) et Gildas Kubické (co-encadrant : 40%).

Poste actuel : Architecte Fonction en Guerre Electronique à la DGA.

Publications communes : 1 article en revue, 7 articles en conférences internationales et 6 articles en conférences nationales.

4. Mohammad Kouali : Thèse de doctorat de l’Université de Nantes – ED Sciences et Technologies de l’Information et Mathématiques (STIM).

Période : 09/2009 à 09/2012 – Thèse soutenue le 28/09/2012.

Sujet : Diffraction électromagnétique d’un objet au-dessus d’une surface rugueuse.

Encadrants : Christophe Bourlier (Directeur de thèse : 50%) et Gildas Kubické (co-encadrant : 50%).

Poste actuel : Enseignant-chercheur à l’université Al-Quds à Jerusalem.

Publications communes : 2 articles en revue, 2 articles en conférences internationales et 1 article en conférence nationale.

1.8 Enseignement

Le volume global d’enseignement dispensé depuis 2005 représente une durée globale de 422,5 heures équivalent TD d’enseignement en présentiel. Le détail des enseignements effectués est donné ci-après. La signification des acronymes pour les différentes écoles, diplômes et années concernés par ces enseignements est la suivante :

- ETN3 : Polytech’Nantes, département ETN (Electronique et Technologies Numériques), 3ème année (Bac+3). Anciennement SEII3 (département Systèmes Electroniques et Informatique Industrielle) ;
- ETN4 : Polytech’Nantes, département ETN (Electronique et Technologies Numériques), 4ème année (Bac+4). Anciennement SEII4 (département Systèmes Electroniques et Informatique Industrielle) ;
- ETN5 : Polytech’Nantes, département ETN (Electronique et Technologies Numériques), 5ème année (Bac+5). Anciennement SEII5 (département Systèmes Electroniques et Informatique Industrielle) ;
- EMN1 : Ecole des Mines de Nantes, 1ère année (Bac+2) ;
- EMN2 : Ecole des Mines de Nantes, 2ème année (Bac+3) ;
- ICAM3 : Institut Catholique des Arts et Métiers, 3ème année (Bac+3) ;
- Master 2R SEGE : Université de Nantes, Master 2 Recherche (Bac+5), spécialité SEGE (Systèmes Électroniques et Génie Electrique), option Systèmes Électroniques ;
- SRC4 : INSA de Rennes, département SRC (Systèmes et Réseaux de Communication), 4ème année (Bac+4) ;
- SRC5 : INSA de Rennes, département SRC (Systèmes et Réseaux de Communication), 5ème année (Bac+5).

1.8.1 Période de 10/2005 à 05/2008

Vacataire à Polytech’Nantes (département ETN, anciennement SEII), à l’ICAM de Nantes, et à l’EMN, pour une durée globale de 185 heures équivalent TD d’enseignement en présentiel décomposées comme suit :

Période	Discipline	Ecole	Durée	Nature
2005-2006	Electronique analogique et Electromagnétisme ⁵	EMN2	33,75h	TD
2005-2006	Automatique ⁶	ICAM3	72h	TP
2006-2007	Automatique ⁷	ICAM3	14h	Cours magistraux
2006-2008	Electronique analogique ⁸	EMN1	30,25h ⁹	TD
2007-2008	Electronique analogique ¹⁰	ETN3	78h	TP

1.8.2 Période de 09/2008 à 08/2009

Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche (demi charge) à Polytech'Nantes (département ETN) pour une durée globale de 92 heures équivalent TD d'enseignement décomposées comme suit :

Période	Discipline	Ecole	Durée	Nature
2008-2009	Mathématiques : Méthodes numériques ¹¹	ETN4	24h	TP
2008-2009	Mathématiques : Analyse complexe ¹²	ETN3	9h	TD
2008-2009	Mathématiques : Algèbre linéaire ¹³	ETN3	9h	TD
2008-2009	Mathématiques : Analyse spectrale ¹⁴	ETN3	12h	TD
2008-2009	Traitement du signal : Signaux déterministes ¹⁵	ETN3	45h	TP
2008-2009	Traitement du signal : Signaux aléatoires ¹⁶	ETN4	24h	TP

1.8.3 Période de 09/2009 à 07/2010

Vacataire à l'Université de Nantes (Master 2R SEGE - option Systèmes Electroniques) pour une durée globale de 9 heures équivalent TD d'enseignement décomposées comme suit :

Période	Discipline	Ecole	Durée	Nature
2009-2010	Physique Electromagnétisme : Modélisation SER	Université de Nantes Master 2R SEGE	6h	Cours magistraux

⁵Bref descriptif du contenu : « Apprentissage Par l'Action - physique »- Conception et réalisation d'un capteur de champ magnétique

⁶Bref descriptif du contenu : Automatique linéaire continue (asservissement, synthèse de régulateurs, sur Matlab Simulink et diverses maquettes)

⁷Bref descriptif du contenu : Automatique linéaire continue (modélisation des systèmes dynamiques linéaires, synthèse de régulateur, performance des systèmes asservis, analyse fréquentielle et analyse dans le plan complexe)

⁸Bref descriptif du contenu : projet d'électronique analogique (Conception et réalisation d'un robot dirigé par une source lumineuse)

⁹Le projet a également nécessité en plus 27,5h équivalent TD pour l'étude de faisabilité, la préparation du sujet, du cahier des charge, le montage de projet et la réalisation d'un prototype

¹⁰Bref descriptif du contenu : projet d'électronique analogique (Conception et réalisation d'un synthétiseur musical)

¹¹Bref descriptif du contenu : résolution de systèmes linéaires, interpolation, intégration numérique, équations différentielles, racines d'une équation.

¹²Bref descriptif du contenu : fonctions holomorphes et harmoniques, transformations conformes, développement en série de Laurent, théorème des résidus.

¹³Bref descriptif du contenu : espaces vectoriels, changements de base, valeurs et vecteurs propres.

¹⁴Bref descriptif du contenu : théorie des distributions, espace de Schwartz, transformée de Fourier, transformée de Laplace.

¹⁵Bref descriptif du contenu : FFT, échantillonnage, fenêtrage, filtrage numérique, décomposition et reconstruction en sous bandes.

¹⁶Bref descriptif du contenu : prédiction linéaire, estimation, filtrage adaptatif, systèmes asservis échantillonnés.

1.8.4 Depuis 07/2010

Intervenant en formation interne du Ministère des Armées (formations MINDEF et MINARM) et intervenant en formation EUROSAE pour une durée globale de 60 heures équivalent TD d'enseignement décomposées comme suit :

Période	Discipline	Organisme	Durée	Nature
09/2010	Electromagnétisme : SER et furtivité Radar	DGA MI Laboratoire EMC et stagiaires INSA Rennes	8h	Cours magistraux
10/2013	Electromagnétisme : mesure de SER et imagerie Radar	EUROSAE « Furtivité Radar et Optique »	1,25h	Cours magistraux
10/2013	Electromagnétisme : calcul de SER et furtivité Radar	Formation MINDEF « SER et principes de Furtivité Radar »	3,5h	Cours magistraux
03/2016	Electromagnétisme : introduction SER théorie EM, calcul de SER, et furtivité Radar	Formation MINDEF « SER et principes de Furtivité Radar »	5h	Cours magistraux
10/2017	Electromagnétisme : introduction SER théorie EM, calcul de SER, et furtivité Radar	Formation MINARM « SER et principes de Furtivité Radar »	5h	Cours magistraux
10/2018	Electromagnétisme : introduction SER théorie EM, calcul de SER, et furtivité Radar	Formation MINARM « SER et principes de Furtivité Radar »	5h	Cours magistraux
10/2019	Electromagnétisme : introduction SER théorie EM, calcul de SER, et furtivité Radar	Formation MINARM « SER et principes de Furtivité Radar »	6h	Cours magistraux
10/2020	Electromagnétisme : introduction SER théorie EM, calcul de SER, et furtivité Radar	Formation MINARM « SER et principes de Furtivité Radar »	6h	Cours magistraux

Vacataire à l'INSA de Rennes et Polytech'Nantes pour une durée globale de 76,5 heures équivalent TD d'enseignement décomposées comme suit :

Période	Discipline	Ecole	Durée	Nature
02/2013	Electromagnétisme : SER et furtivité Radar	INSA Rennes SRC5	1h	Cours magistraux
2013-2014	Electromagnétisme : calcul de SER furtivité Radar, et mesure de SER	INSA Rennes SRC4 et SRC5	5h	Cours magistraux
2014-2015	Electromagnétisme : calcul de SER furtivité Radar, et mesure de SER	INSA Rennes SRC4 et SRC5	6h	Cours magistraux
2015-2016	Electromagnétisme : calcul de SER furtivité Radar, et mesure de SER	INSA Rennes SRC4 et SRC5	6h	Cours magistraux
2016-2017	Electromagnétisme : calcul de SER furtivité Radar, et mesure de SER	INSA Rennes SRC4 et SRC5	6h	Cours magistraux
2017-2018	Electromagnétisme : calcul de SER furtivité Radar, et mesure de SER	INSA Rennes SRC4 et SRC5	6h	Cours magistraux
2018-2019	Electromagnétisme : calcul de SER furtivité Radar, et mesure de SER	INSA Rennes SRC4 et SRC5	6h	Cours magistraux
2019-2020	Electromagnétisme : calcul de SER furtivité Radar, et mesure de SER	INSA Rennes SRC4 et SRC5	6h	Cours magistraux
2019-2020	Electromagnétisme : furtivité Radar et mesure de SER	Polytech'Nantes ETN5	3h	Cours magistraux
2020-2021	Electromagnétisme : calcul de SER furtivité Radar, et mesure de SER	INSA Rennes SRC5	3h	Cours magistraux
2020-2021	Electromagnétisme : furtivité Radar et mesure de SER	Polytech'Nantes ETN5	3h	Cours magistraux

Chapitre 2

Diffusion électromagnétique par une surface rugueuse

*« La mer est un espace de
rigueur et de liberté. »*

Victor Hugo

Sommaire

2.1	Introduction	32
2.2	Résolution du problème par la méthode FBSA	32
2.2.1	Formulation du problème	32
2.2.2	Principe de la méthode FB	34
2.2.3	Méthode FB avec accélération spectrale	36
2.3	Résolution du problème par la méthode E-SDIM	38
2.3.1	Principe de la méthode E-SDIM	38
2.3.2	Méthode E-SDIM+ACA	40
2.4	Résolution du problème par la méthode CBFM	41
2.4.1	Principe de la méthode CBFM1	42
2.4.2	Principe de la méthode CBFM2	43
2.4.3	Complexité de la méthode CBFM	44
2.4.4	Comparaisons entre les méthodes E-SDIM et CBFM	44
2.5	Perspectives	45

2.1 Introduction

Pour maîtriser la signature d'un obstacle dans son environnement naturel, il faut être capable de modéliser : la diffusion par l'obstacle, la diffusion par l'environnement, et tenir compte du couplage électromagnétique entre l'obstacle et son environnement ainsi que d'éventuels effets de perturbation sur la propagation des champs incidents et réfléchis (comme la déformation de la forme d'onde par la propagation dans un conduit inhomogène et dispersif).

On s'intéresse ici, dans un premier temps, au problème de la diffusion par l'environnement, et donc plus spécifiquement, de la diffusion par des surfaces rugueuses aléatoires. Pour résoudre ce problème, on retrouve des modèles asymptotiques et des méthodes numériques rigoureuses [29]. Les premiers ont l'avantage de permettre une résolution plus rapide du problème, ce qui les rend utilisables dans des procédures d'optimisation et de simulation plus globales (optimisation de tactiques de leurrage et brouillage, réduction de la signature Radar d'un bâtiment de surface, élaboration de formes d'ondes de Radars maritimes et d'autodirecteurs antinavires, ...). Cependant, les phénomènes étant par ailleurs très complexes à modéliser, leur domaine de validité est généralement restreint et seules les méthodes numériques rigoureuses permettent de valider et consolider ces modèles asymptotiques¹. Parmi toutes les méthodes rigoureuses existantes, une approche par équations intégrales de frontières résolues par la Méthode des Moments (MdM) est la plus pertinente pour un problème constitué de milieux homogènes et de surfaces très ou parfaitement conductrices. Cependant, la modélisation rigoureuse de la diffusion d'ondes électromagnétiques par des surfaces de grande dimension devant la longueur d'onde par la MdM est difficile à mettre en oeuvre, car elle implique de résoudre un problème de très grande taille (typiquement plusieurs millions d'inconnues). Ainsi, le calcul de la réponse Radar d'une surface de mer en trois dimensions et en incluant toutes les échelles de rugosité, n'a jusqu'à présent jamais pu être réalisé rigoureusement dans les bandes de fréquences Radar les plus utilisées (bandes C, X, Ku, ...).

C'est dans le but de faire tomber ces verrous que des recherches sont menées, depuis plus de 20 ans, pour développer des algorithmes rapides adaptés à ce problème et permettant de réduire à la fois l'espace de stockage mémoire et le temps de calcul.

C'est un sujet auquel j'ai pu me confronter lors de ma thèse [19] pour une mer 1D, dans la continuité de la forte expérience déjà acquise sur ce sujet au laboratoire IETR avec la thèse de Nicolas Déchamps [30], puis dans l'encadrement des thèses de Mohammad Kouali [20] et de Yunniel A. Noa [21] pour le cas d'une surface rugueuse 2D. Les principaux résultats obtenus, sur ce sujet, par mes propres travaux de recherche, par la thèse de Mohammad puis par la thèse de Yunniel sont présentés dans ce chapitre.

2.2 Résolution du problème par la méthode FBSA

2.2.1 Formulation du problème

Quand cela s'avère pertinent, la simplification du problème tridimensionnel (surface 2D) à un problème bidimensionnel (surface 1D) permet de réduire considérablement le nombre d'inconnues. Il suffit pour cela de faire l'hypothèse que la surface (et tout notre problème) est invariant selon une dimension (la dimension transverse au plan dans lequel le problème 2D est défini).

Les expressions qui relient les courants exprimés en 2D et en 3D s'obtiennent à partir des conditions aux limites et des équations de Maxwell. En notant ψ le champ total électrique du problème 2D, en polarisation H (champ électrique transverse au plan 2D) : $\vec{E} = \psi \hat{y}$. On montre ensuite qu'en appliquant l'équation de Maxwell-Faraday en un point \vec{r} d'une surface de normale \hat{n} , et en considérant la convention temporelle $e^{-j\omega t}$ (convention considérée pour toutes les équations dans la suite de ce manuscrit) on obtient :

$$\vec{J}(\vec{r}) = \hat{n} \wedge \vec{H}(\vec{r}) = \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial n} \left(-\frac{\hat{y}}{j\omega\mu} \right), \quad (2.1)$$

$$\vec{M}(\vec{r}) = -\hat{n} \wedge \vec{E}(\vec{r}) = \psi(\vec{r}) (-\hat{n} \wedge \hat{y}). \quad (2.2)$$

¹La complexité de la scène et la rugosité dynamique de la mer ne permettent pas de pouvoir modéliser numériquement une scène mesurée : une mesure ne peut permettre de valider un modèle que sur des grandeurs globales moyennées (amplitude du clutter, SER de la cible à la mer) et permet de construire des modèles empiriques.

En faisant de même pour la polarisation verticale, on obtient au final les équivalences suivantes entre densité surfacique de courant électrique (problème 3D) et champ total et sa dérivée normale² (problème 2D) :

$$\vec{J}(\vec{r}) \longleftrightarrow \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial n} \quad (\text{en polarisation H}) \quad \text{et} \quad \vec{J}(\vec{r}) \longleftrightarrow \psi \quad (\text{en polarisation V}). \quad (2.3)$$

Que ce soit pour le cas 2D ou le cas 3D (voir illustration du problème 3D sur la figure 2.1), et puisque nous considérons dans ce problème des milieux homogènes, le point de départ est l'expression des équations intégrales sur l'interface des deux milieux.

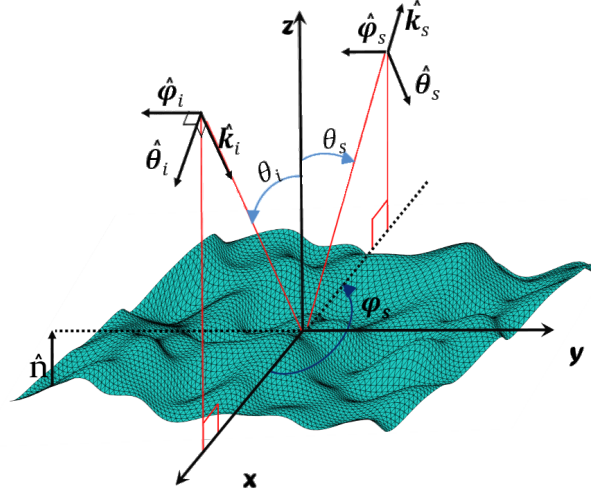


FIGURE 2.1 – Représentation géométrique du problème 3D de la diffusion EM par une surface rugueuse 2D.

Pour cela, le problème à considérer est le suivant : une source est placée dans un milieu homogène Ω_0 de permittivité ϵ_0 et de volume V_0 . Ce milieu incident contient un diffuseur de milieu homogène Ω_1 de permittivité ϵ_1 et de volume V_1 . S est la surface délimitant le volume V_1 ; sa normale, \hat{n} , est dirigée vers l'extérieur de V_1 (donc dirigée vers le milieu incident). S_∞ est la surface délimitant le volume V_0 à l'infini ; sa normale pointe vers l'extérieur de V_0 . En se positionnant sur la surface du diffuseur, et en appliquant ensuite les conditions aux limites, on peut relier les courants sur la surface du diffuseur au champ incident par les équations intégrales de surface. Ainsi, pour un problème 2D, et en considérant le cas d'un diffuseur quelconque parfaitement conducteur de surface infinie³, on a, $\forall \vec{r}, \vec{r}' \in S$:

$$(\text{EFIE polarisation H}) \quad \psi_i(\vec{r}') = + \int_S g_0(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial n} d\vec{r}, \quad (2.4)$$

et

$$(\text{MFIE polarisation V}) \quad \psi_i(\vec{r}') = \frac{1}{2} \psi(\vec{r}') - \int_S \frac{\partial g_0(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} \psi(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (2.5)$$

Pour un problème 3D, toujours en considérant l'hypothèse d'un diffuseur PEC, on peut exprimer une équation intégrale EFIE (Electric Field Integral Equation) :

$$\hat{n}(\vec{R}') \wedge \vec{E}_i(\vec{R}') = -j\omega\mu\hat{n}(\vec{R}') \wedge \iint_S G_0(\vec{R}, \vec{R}') \left[\vec{J}(\vec{R}) + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \vec{J}(\vec{R}) \right] d\vec{R}. \quad (2.6)$$

Ainsi, que ce soit pour le cas 2D ou 3D, en discrétisant la surface en N éléments, et en appliquant la MdM aux équations intégrales obtenues⁴, on obtient un système matriciel $\vec{Z}\vec{X} = \vec{b}$ dans lequel la

²La dérivée normale $\partial f/\partial n$ est égale au produit scalaire du gradient de f par la normale soit $\vec{\nabla} f \cdot \hat{n}$

³Les conditions aux limites imposent, pour le cas PEC en 2D, $\psi(\vec{r})|_{\vec{r} \in S} = 0$ en polarisation H et $\frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial n}|_{\vec{r} \in S} = 0$ en polarisation V

⁴On a appliqué la technique de « Point matching » pour le cas 2D, méthode simple et précise pour ce problème [31]. Pour le 3D, nous avons d'abord utilisé le même procédé dans la thèse de Mohammad Kouali, ce qui permettait de simplifier le remplissage de la matrice impédance pour se focaliser sur les méthodes de couplage et d'hybridation (voir chapitre suivant), puis nous avons cherché à améliorer la précision et avons donc appliqué la technique de Galerkin avec fonctions RWG dans la thèse de Yunniel A. Noa.

matrice impédance $\overline{\mathbf{Z}}$, de taille $N \times N$ rend compte du couplage entre tous les éléments de la surface, \mathbf{b} est le terme de source excitateur et \mathbf{X} l'inconnue du problème permettant d'obtenir les courants surfaciques. Une fois ces derniers connus, après résolution du système matriciel, leur rayonnement par l'emploi du principe de Huygens ne pose pas de problème particulier [32].

Mais l'inversion nécessaire pour la résolution du système matriciel, de complexité $\mathcal{O}(N^3)$ (avec inversion LU), limite la taille du problème à traiter. Ceci est un verrou pour considérer des scènes réalistes. Par exemple, la taille d'une surface de mer à considérer dans le modèle est directement liée au spectre de mer dont il ne faut pas tronquer les grandes longueurs d'onde [33]. D'autre part, afin d'éviter des effets de diffraction par les bords fictifs du problème tronqué, il convient d'utiliser une onde atténuée sur les bords comme l'onde de Thorsos [34], ce qui impose d'augmenter la taille de la surface pour s'assurer que la partie éclairée est suffisamment représentative du spectre complet. Pire, en incidence rasante, la largeur du faisceau doit être augmentée pour que l'onde incidente respecte l'équation d'Helmholtz : la surface de mer doit être allongée en conséquence.

Des recherches ont donc été menées pour accélérer la résolution de ce type de problème avec la MdM. Et parmi toutes les méthodes existantes, nous avons pu montrer [19, 24, 35] que la méthode la plus efficace pour les problèmes de la diffusion par une surface de mer rugueuse très conductrice 1D, est la méthode itérative FB (Forward-Backward) de Holliday et al. [36] combinée avec la technique d'accélération spectrale (SA) de Chou et al. [37], qui a une complexité de $\mathcal{O}(N)$ seulement.

2.2.2 Principe de la méthode FB

Le principe de la méthode Forward-Backward est d'accélérer le calcul du produit matrice-vecteur $\overline{\mathbf{Z}}^{-1}\mathbf{b}$ par un processus itératif particulièrement bien adapté à une surface d'étendue infinie. L'idée est de décomposer le vecteur « inconnues » \mathbf{X} en contributions nommées *forward* et *backward*. En supposant que l'onde incidente se propage de la gauche vers la droite et du haut vers le bas (en considérant une vision par le dessus de la surface 2D, voir illustration 2.2), pour tout point de la surface d'indices (n, m) , les contributions *forward* \mathbf{X}^f sont dues à la diffraction de l'onde incidente par les points de la surface situés « en amont ». Les contributions *backward* \mathbf{X}^b sont uniquement dues au rayonnement des points de la surface situés « en aval ».

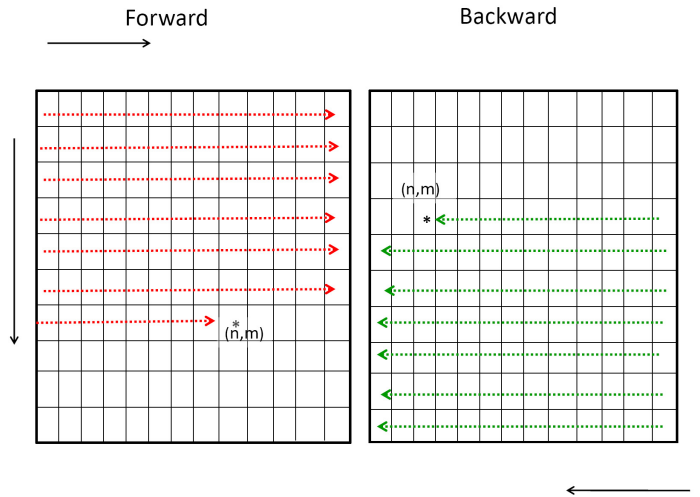


FIGURE 2.2 – Illustration des contributions *Forward* et *Backward* sur une même surface.

La matrice impédance $\overline{\mathbf{Z}}$ est alors décomposée comme $\overline{\mathbf{Z}} = \overline{\mathbf{Z}}^f + \overline{\mathbf{Z}}^d + \overline{\mathbf{Z}}^b$, où $\overline{\mathbf{Z}}^f$ est une matrice triangulaire inférieure de diagonale nulle pour le calcul des contributions provenant de la gauche vers la droite et du haut vers le bas, $\overline{\mathbf{Z}}^d$ est une matrice diagonale et $\overline{\mathbf{Z}}^b$ est une matrice triangulaire supérieure de diagonale nulle pour le calcul des contributions venant de la droite vers la gauche et du bas vers le haut. Le système $\overline{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$ peut alors s'écrire $(\overline{\mathbf{Z}}^f + \overline{\mathbf{Z}}^d + \overline{\mathbf{Z}}^b)(\mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f) = \mathbf{b}$ et que l'on réécrit ainsi [36] :

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{Z}}^d \mathbf{X}^f = \mathbf{b} - \overline{\mathbf{Z}}^f (\mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f) \\ \overline{\mathbf{Z}}^d \mathbf{X}^b = -\overline{\mathbf{Z}}^b (\mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f) \end{cases} \quad (2.7)$$

Ce système d'équations est ensuite résolu par substitution itérative des deux équations : les contributions *forward* sont d'abord calculées en négligeant les contributions *backward*, puis ces dernières sont

calculées connaissant une première approximation des contributions *forward*, et ainsi de suite jusqu'à convergence du résultat. Cette résolution itérative aboutit à une complexité de $\mathcal{O}(N^2)$.

La méthode FB a d'abord été appliquée au problème 2D. On trace sur la figure 2.3, deux résultats obtenus pour le cas d'une surface 1D rugueuse gaussienne (surface ayant une distribution des hauteurs gaussienne et une corrélation des hauteurs gaussienne; elle est définie par la longueur de corrélation L_c et l'écart-type des hauteurs σ_z) PEC illuminée en incidence normale par une onde de Thorsos [34] de paramètre $g = L/6$ avec $L = 120\lambda_0$ la longueur de la surface. Le coefficient de diffusion⁵ est comparé en dB pour les polarisations HH et VV. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de la FB suivi de l'erreur relative sur le coefficient de diffusion.

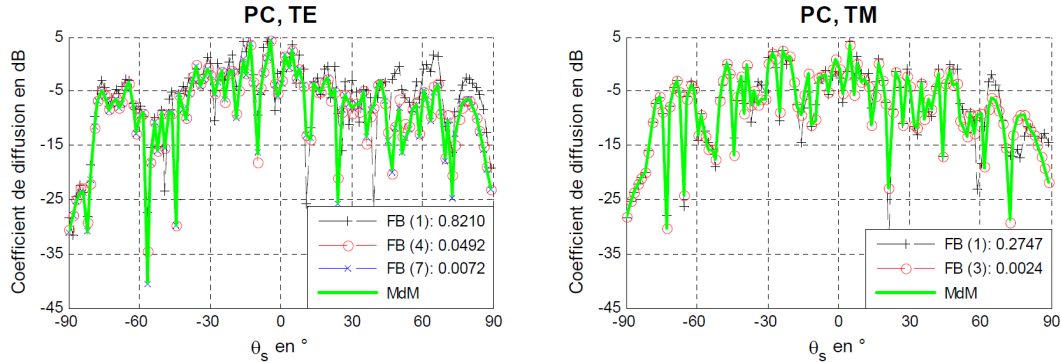


FIGURE 2.3 – Comparaison du coefficient de diffusion en dB. Cas d'une surface 1D rugueuse gaussienne PEC de longueur $120\lambda_0$ ($N = 1200$), $L_c = 2\lambda_0$, $\sigma_z = 2\lambda_0$, $\theta_i = 0^\circ$. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de la FB suivi de l'erreur relative sur le coefficient de diffusion.

Lorsque l'ordre de la FB augmente l'erreur relative diminue et le coefficient de diffusion calculé par la FB converge vers celui de la MdM. De nombreuses simulations nous ont permis de réaliser une étude de sensibilité et de dégager ces principales conclusions sur la méthode FB pour le cas 2D (on note P_{FB} l'ordre d'itération de la méthode FB lorsque la convergence, pour une erreur relative donnée, est atteinte) :

- la méthode FB converge très rapidement pour une surface PEC (de l'ordre de 4 à 5 itérations suffisent) et la convergence est plus rapide en polarisation VV qu'en polarisation HH,
- l'ordre P_{FB} est très peu sensible à l'écart-type des hauteurs et à l'angle d'incidence (varie de l'ordre d'une unité seulement),
- pour une surface diélectrique, lorsque $|\epsilon_{r1}|$ augmente, l'ordre augmente en polarisation HH alors qu'il reste quasiment constant en VV.

La méthode FB a ensuite été appliquée au problème 3D dans le cadre de la thèse de Mohammad Kouali. On trace, sur la figure 2.4, la SER en polarisation HH d'une surface 2D rugueuse gaussienne PEC illuminée en incidence normale par une onde plane.

En 3D aussi la méthode FB est très efficace et permet une convergence rapide vers les résultats de référence de la MdM. Mais les simulations réalisées par Mohammad Kouali ont permis de montrer que la convergence de la FB se comporte très différemment en 3D par rapport au cas 2D :

- l'ordre P_{FB} est peu sensible à la polarisation de l'onde incidente (contrairement au cas 2D) et à l'angle d'incidence (comme en 2D),
- l'ordre P_{FB} est très sensible à l'écart-type des hauteurs (contrairement au cas 2D),
- En général, la méthode FB converge rapidement (après 5 ou 6 itérations).

Que ce soit pour le problème 2D ou 3D, les résultats obtenus avec la méthode FB sont intéressants mais la complexité $\mathcal{O}(N^2)$ n'est pas vraiment meilleure que celle obtenue avec des solveurs algébriques itératifs plus classiques (comme GMRES par exemple). Cependant la méthode FB devient très intéressante si l'on cherche à accélérer le schéma itératif par l'introduction de considérations physiques.

⁵Le coefficient de diffusion est défini en champ lointain comme la densité de puissance diffusée normalisée par les pertes en espace libre et par la puissance incidente reçue par la surface. Il est sans dimension contrairement à la SER, en m^2 qui est défini par le rapport des densités de puissances diffusées et incidentes normalisé par les pertes en espace libre.

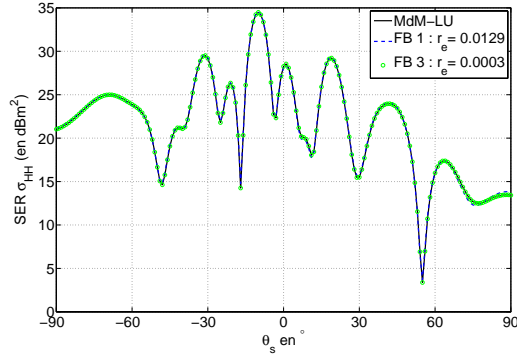


FIGURE 2.4 – Comparaisons de la SER bistatique. Cas d’une surface 2D rugueuse gaussienne PEC de dimensions $7\lambda_0 \times 7\lambda_0$ ($N = 3136$), $L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, $\sigma_z = 0.2\lambda_0$, $f = 300$ MHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Dans la légende figurent l’ordre de l’itération de la FB suivi de l’erreur relative sur les courants.

2.2.3 Méthode FB avec accélération spectrale

L’amélioration de la méthode FB par l’emploi de la méthode « Spectral Acceleration » (SA) a été proposée par Chou, Johnson et Torrungrueng [37, 38]. Son principe repose sur la décomposition spectrale de la fonction de Green pour calculer les interactions lointaines entre deux points de la surface. Pour cela, les interactions entre les points de la surface sont séparées en interactions fortes et interactions faibles. Cela revient à décomposer la matrice impédance en deux sous matrices, dont l’une correspond aux interactions fortes (éléments de la matrice près de la diagonale) et l’autre aux interactions faibles. Le paramètre x_{d0} est alors introduit et est défini comme la distance horizontale séparant ces deux types d’interactions (voir figure 2.5) : N_s , partie entière de $x_{d0}/\Delta x$, correspond alors au nombre d’éléments qui interagissent *fortement* avec un élément donné (considéré comme point observateur). Alors, dans le schéma itératif de la FBSA du calcul du produit matrice-vecteur $\bar{Z}^{-1}\mathbf{b}$, pour les contributions *Forward* et *Backward*, les interactions fortes sont calculées de manière exacte, c’est à dire en appliquant la méthode FB classique, alors que la contribution des interactions faibles est évaluée de manière approchée en appliquant la SA. Cette accélération spectrale fait intervenir la décomposition spectrale de la fonction de Green, ce qui permet, à partir d’une déformation judicieuse du contour d’intégration dans le plan complexe (l’angle $\phi_{s,\max}$ de la déformation du contour est directement lié à la géométrie de la région éclairée : voir figure 2.5), d’approximer la fonction de Green par une somme de $(2Q+1)$ ondes planes. Pour chaque itération de la méthode FB, le calcul des interactions fortes requiert NN_s opérations. Les interactions faibles demandent, quant à elles, $5(2Q+1)(N-N_s)$ multiplications. Pour $N \gg N_s$, la complexité de la FBSA est de $\mathcal{O}(N)$ au lieu de $\mathcal{O}(N^2)$ pour la FB.

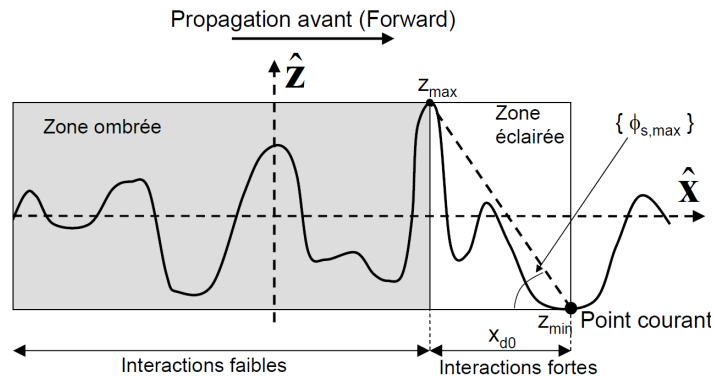


FIGURE 2.5 – Interprétation géométrique des zones éclairée et ombrée dans la méthode FBSA.

Le résultat le plus important obtenu dans nos travaux de recherche sur l’emploi de la FBSA pour la modélisation de la diffusion par des surfaces rugueuses est très certainement celui d’avoir montré l’importante efficacité de cette méthode pour le cas d’une surface de mer. Le spectre utilisé pour modéliser la surface de mer est le spectre de Elfouhaily [39] et la distribution des hauteurs est

gaussienne. La surface de mer est supposée très conductrice, l'approximation IBC est donc utilisée. En effet, il avait déjà été montré [40, 41] que dans le cas d'une surface gaussienne PEC, la distance des interactions fortes est proportionnelle à la longueur de corrélation : $x_{d0} = \alpha L_c$ avec $\alpha \simeq 3$. On a d'abord cherché à appliquer le même critère pour le cas d'une surface de mer. Cependant, il est difficile de parler de longueur de corrélation avec un tel spectre de surface, puisque deux types de rugosité co-existent (la grande échelle et la petite échelle). Dans [33], la longueur de corrélation pour une surface de mer (obéissant au spectre de Elfouhaily) est définie par $L_c = 0.154u_{10}^{2.04}$ et correspond en quelque sorte à la périodicité spatiale de la rugosité de grande échelle. Cependant, à partir de l'analyse de plusieurs résultats de simulation, en particulier en ayant diminué le paramètre α à 0.5 au lieu de 3, la FBSA semblait toujours converger vers la FB (donc en ne considérant qu'un très faible nombre d'interactions fortes à calculer rigoureusement).

Nous avons alors mené une étude paramétrique sur α . L'erreur relative sur le coefficient de diffusion ϵ^σ est tracée, sur les figures 2.6a et 2.6b, pour les méthodes FB et FBSA en fonction du paramètre α pour les polarisations TE et TM⁶ et deux vitesses de vent : $u_{10} = \{5, 10\}$ m/s et pour une incidence normale.

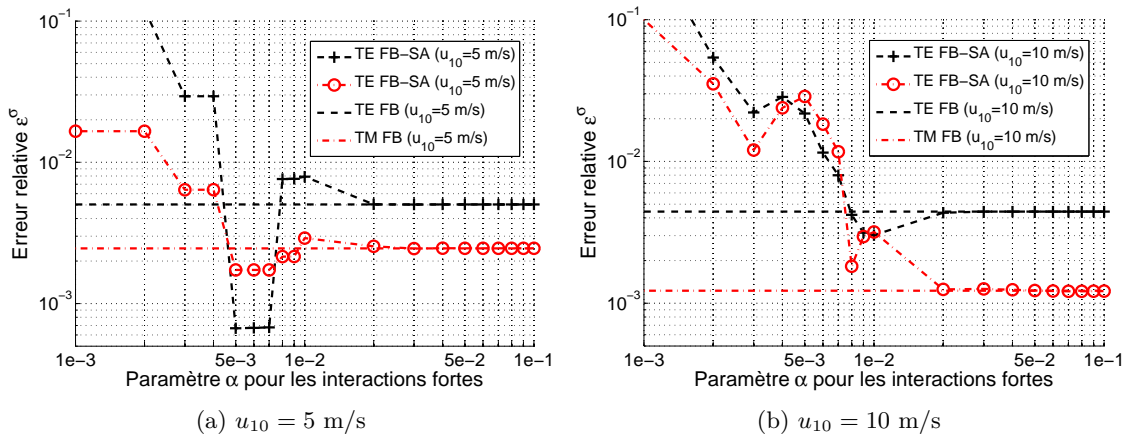


FIGURE 2.6 – Erreur relative sur le coefficient de diffusion ϵ^σ des méthodes FB et FBSA en fonction du paramètre α pour deux vitesses de vent u_{10} pour les polarisations TE et TM. $L = 30$ m ($N = 3000$), $g = L/6$ pour l'onde de Thorsos, $f = 3$ GHz, $\theta_i = 0^\circ$, $P_{FB} = 4$ en TE et $P_{FB} = 1$ en TM.

A partir de $\alpha = 0.02$, la FBSA converge. Des simulations réalisées pour d'autres angles d'incidence aboutissent au même résultat. La distance des interactions fortes définie par $x_{d0} = \alpha L_c$ est de ce fait très petite devant la longueur de corrélation. Alors que dans le cas d'une surface gaussienne, cette distance est de l'ordre de la longueur de corrélation ($\alpha \simeq 3$) pour obtenir la convergence FBSA [40]. Mais la distance des interactions fortes peut être redéfinie comme $x_{d0} = \alpha' L'_c$ où α' est de l'ordre de 3 et $L'_c < L_c$ correspondrait à la longueur de corrélation de la petite échelle. Ainsi ces résultats montreraient que les interactions fortes de la FBSA ne concernent que la petite échelle. La conclusion importante est qu'une très faible distance des interactions fortes x_{d0} peut être utilisée pour le cas d'une surface de mer réaliste. La FBSA est donc une méthode particulièrement bien adaptée pour des applications maritimes.

A partir de ces résultats, nous avons pu exploiter la méthode FBSA pour la modélisation de la diffusion EM par des objets au-dessus de la mer (voir chapitre suivant) mais également comme méthode de référence pour valider des modèles asymptotiques sur la modélisation de l'onde de surface et de l'effet Millington en HF (3-30 MHz) pour des scènes 2D de très grande dimension devant la longueur d'onde [42, 43, 44, 45].

Fort de ces résultats, la méthode FBSA nous a paru être la méthode la plus pertinente pour le cas 3D. Ce fut donc la piste explorée dans la thèse de Mohammad Kouali. Reprenant les travaux de D. Torrungrueng [46], Mohammad est parti un mois aux états-unis au laboratoire « ElectroScience Laboratory » (ESL) de l'*Ohio State University*, dans l'équipe du Professeur Joel T. Johnson, spécialiste de la FBSA et qui avait dirigé la thèse de D. Torrungrueng.

⁶On rappelle ici que la polarisation TE (Transverse Électrique) correspond à la polarisation horizontale du champ électrique et la polarisation TM (Transverse Magnétique) à la polarisation verticale du champ électrique : pour un problème à deux dimensions, l'emploi des termes TE et TM, à la place des termes H et V, est fréquent. Les travaux présentés dans ce manuscrit concernent à la fois des problèmes 2D et 3D, on retrouvera donc naturellement ces deux appellations.

Mohammad a alors pu montrer dans sa thèse, dans la continuité des travaux de l'ESL, que la méthode FBSA perd son efficacité pour une surface 2D. Cela est lié à la répartition des termes d'interactions fortes qui se retrouvent éloignés dans la structure de la matrice impédance. En effet, quelle que soit la logique de numérotation des inconnues, des interactions fortes se retrouvent au milieu d'interactions faibles pour une surface 2D. Ce qui n'est pas le cas pour une surface 1D où les interactions fortes sont toutes concentrées autour de la diagonale. Cette structure algébrique impose une distance d'interactions fortes plus grande que nécessaire afin de « capter » les interactions fortes dans le calcul rigoureux par la FB. Cela revient en fait à ne considérer l'accélération spectrale que dans une direction (selon x par exemple), les interactions lointaines concernant deux points très éloignés selon y mais peu éloignés selon x sont donc calculées rigoureusement (sans accélération spectrale) comme les interactions fortes. Le calcul est donc bien moins efficace que pour une surface 1D et limité à des surface 2D rectangulaires très allongées selon x .

En résumé, la méthode FBSA est, encore aujourd'hui, la méthode la plus efficace pour résoudre le problème de la diffusion EM par une surface 1D de grande étendue. Mais le problème restait encore ouvert pour une surface 2D. Ce constat a motivé les travaux de thèse de Yunniel A. Noa pour poursuivre ces recherches afin de développer des techniques rigoureuses rapides particulièrement bien adaptées au problème 3D.

2.3 Résolution du problème par la méthode E-SDIM

2.3.1 Principe de la méthode E-SDIM

Les travaux menés antérieurement, sur les méthodes de décomposition de domaines pour le cas d'un objet au-dessus de la mer avec le développement de la méthode E-PILE dans le cadre de ma thèse et de celle de Mohammad Kouali (voir chapitre suivant), ont fait mûrir des idées sur la résolution algébrique itérative du problème de la diffusion EM par une surface qui serait décomposée en sous-domaines. La méthode SDIM (*Sub-Domain Decomposition Iterative Method*) a alors été développée et appliquée à une surface 1D [35]. Les travaux de thèse de Yunniel A. Noa ont alors été orientés pour étendre cette méthode à une surface 2D [21] : la méthode E-SDIM (*Extended-SDIM*)⁷.

La méthode E-SDIM repose sur la division de la surface, S , en P blocs ou sous-domaines, de telle façon que $S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_P$, comme le montre la figure 2.7.

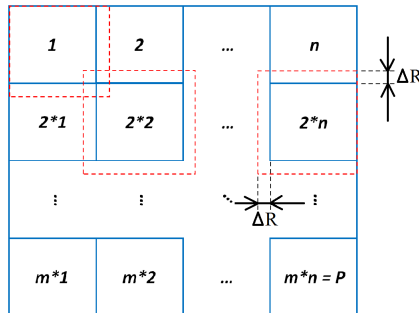


FIGURE 2.7 – Décomposition du domaine géométrique S en P sous-domaines, sous forme de m lignes et n colonnes

Alors, la matrice impédance du problème, de taille $N \times N$, obtenue par l'application de la MdM⁸, peut être exprimée sous la forme :

$$\bar{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{1,1} & \bar{\mathbf{Z}}_{1,2} & \cdots & \bar{\mathbf{Z}}_{1,P} \\ \bar{\mathbf{Z}}_{2,1} & \bar{\mathbf{Z}}_{2,2} & \cdots & \bar{\mathbf{Z}}_{2,P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\mathbf{Z}}_{P,1} & \bar{\mathbf{Z}}_{P,2} & \cdots & \bar{\mathbf{Z}}_{P,P} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

⁷Le terme *Extended* fait ici référence à l'emploi d'un chevauchement des blocs qui n'est pas nécessaire pour une surface 1D.

⁸La MdM codée par Yunniel A. Noa exploite une version plus classiquement utilisée dans les codes de calcul, en particulier pour le calcul de la SER : méthode de Galerkin, avec fonctions RWG, appliquée à l'équation EFIE.

où P^2 est le nombre de sous-matrices $\bar{\mathbf{Z}}_{i,j}$ de taille $N_i \times N_j$. Le nombre total d'inconnues après la décomposition reste identique : $N = \sum_{i=1}^P N_i$, N_i étant le nombre d'inconnues associées au bloc i . Cette représentation de la matrice impédance permet de la décomposer en $\bar{\mathbf{Z}} = \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{C}}$. La matrice $\bar{\mathbf{A}}$ contient les sous-matrices impédances $\bar{\mathbf{Z}}_{i,i}$ associées à chacun des blocs et $\bar{\mathbf{C}}$ contient les sous-matrices de couplage entre sous-domaines, $\bar{\mathbf{Z}}_{i,j}$, où $i \neq j$. En partant du principe que la matrice $\bar{\mathbf{C}}$ peut-être exprimée par le produit $\bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{U}} \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{V}}$, où $\bar{\mathbf{U}}$ est une matrice triangulaire inférieure, $\bar{\mathbf{B}}$ est une matrice diagonale et $\bar{\mathbf{V}}$ est une matrice triangulaire supérieure, toutes de taille $N \times N$, l'inverse de la matrice impédance peut-être exprimée à partir de la formule dite de *Sherman-Morrison* [47] :

$$\bar{\mathbf{Z}}^{-1} = (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{U}} \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{V}})^{-1} = \bar{\mathbf{A}}^{-1} - \bar{\mathbf{A}}^{-1} \bar{\mathbf{U}} (\bar{\mathbf{I}} + \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{A}}^{-1} \bar{\mathbf{U}})^{-1} \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{A}}^{-1}, \quad (2.9)$$

où $\bar{\mathbf{A}}$ et $\bar{\mathbf{I}} + \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{A}}^{-1} \bar{\mathbf{U}}$ sont supposées être inversibles et $\bar{\mathbf{I}}$ est la matrice identité. Si le rayon spectral de $\bar{\mathbf{M}} = (\bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{A}}^{-1} \bar{\mathbf{U}})$ est strictement inférieur à l'unité, on peut réaliser un développement en série de Taylor⁹ du terme $(\bar{\mathbf{I}} + \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{A}}^{-1} \bar{\mathbf{U}})^{-1}$, sous la forme $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \bar{\mathbf{M}}^k$.

Alors on montre, qu'en définissant $\bar{\mathbf{M}}_c = \bar{\mathbf{A}}^{-1} \bar{\mathbf{C}}$, on peut exprimer l'inversion de la matrice impédance par $\bar{\mathbf{Z}}^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \bar{\mathbf{M}}_c^k \bar{\mathbf{A}}^{-1}$ où $\bar{\mathbf{M}}_c$ est la matrice caractéristique de la décomposition en sous-domaines. Grâce à ces manipulations, le produit matrice-vecteur $\mathbf{X} = \bar{\mathbf{Z}}^{-1} \mathbf{b}$ peut-être réécrit sous la forme :

$$\mathbf{X} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{Y}^{(k)}, \quad (2.10)$$

où

$$\begin{cases} \mathbf{Y}^{(0)} = \bar{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{b} \\ \mathbf{Y}^{(k)} = -\bar{\mathbf{M}}_c \mathbf{Y}^{(k-1)}, \quad k > 0 \end{cases}, \quad (2.11)$$

et l'inverse de la matrice $\bar{\mathbf{A}}$ est obtenue à partir des inverses des blocs diagonaux (matrices impédances de chaque sous-domaine) $\bar{\mathbf{Z}}_{i,i}$. Le vecteur $\mathbf{Y}^{(k)}$ est la macro-fonction caractéristique d'ordre k qui décrit le comportement du courant surfacique à un ordre donné du schéma itératif. En considérant le problème décomposé en sous-domaines, on peut exprimer les inconnues sur chaque sous-domaine comme $\mathbf{X}_i = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{Y}_i^{(k)}$ et

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_i^{(0)} = \bar{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1} \mathbf{b}_i \\ \mathbf{Y}_i^{(k)} = -\bar{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1} \sum_{j=1, j \neq i}^P \bar{\mathbf{Z}}_{i,j} \mathbf{Y}_j^{(k-1)}, \quad k > 0 \end{cases}. \quad (2.12)$$

Les vecteurs $\mathbf{Y}_i^{(k)}$ sont les fonctions caractéristiques d'ordre k de chaque sous-domaine et décrivent le comportement du courant surfacique à un ordre donné du schéma itératif pour chaque domaine. L'intérêt de la E-SDIM est que seules les matrices impédances des sous-domaines $\bar{\mathbf{Z}}_{i,i}$ doivent être inversées, au lieu de considérer toute la matrice $\bar{\mathbf{Z}}$.

A noter que, contrairement au cas 2D, le problème 3D (considéré dans la thèse de Yunnuel A. Noa) implique le recours à une technique de chevauchement des blocs pour assurer la convergence de la méthode E-SDIM. Ceci est réalisé à l'aide d'un rallongement des sous-domaines et impose de manipuler algébriquement des vecteurs et blocs matriciels élargis pour le calcul des fonctions caractéristiques d'ordre 0 de chaque domaine puis d'une matrice de couplage également élargie (rayonnement vers un domaine élargi) et enfin par l'emploi de troncature pour obtenir les courants sur chaque domaine d'origine (non élargi) [21]. Le principe de la méthode SDIM est conservé mais la complexité de l'algorithme (que ce soit en terme de programmation ou de temps CPU) est augmentée.

Les résultats obtenus par Yunnuel (voir un exemple illustré sur la figure 2.8) en considérant la diffraction par une plaque lisse (SER et phase du champ diffracté) ont montré l'efficacité de la méthode et la bonne convergence des résultats pour des problèmes 3D (comme pour la FB, seulement quelques itérations sont nécessaires pour obtenir une erreur relative inférieure à 10^{-4} en SER pour la co-polarisation).

Mais différents facteurs peuvent influencer la convergence de la E-SDIM, notamment la taille et la forme des domaines, la polarisation et l'angle d'incidence, les caractéristiques géométriques de la surface elle-même et la taille d'élargissement des sous-domaines (que l'on note ΔR).

L'étude de sensibilité menée par Yunnuel a permis d'obtenir les principales conclusions suivantes :

⁹On retrouvera ce principe d'inversion exploitant une série de Taylor avec la méthode E-PILE dans le chapitre suivant. Son application dans le cadre de la E-SDIM est arrivée chronologiquement plus tard que la méthode E-PILE.

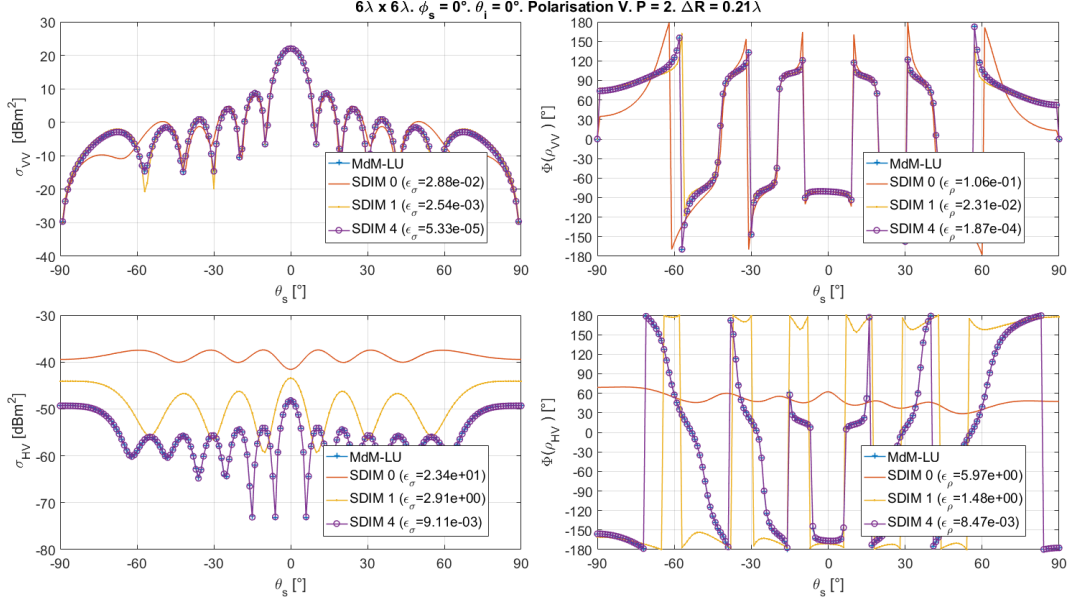


FIGURE 2.8 – Comparaison de la SER bistatique (à gauche) et de la phase du champ diffracté (à droite) en fonction de l'ordre de la E-SDIM, en co-polarisation (en haut) et en polarisation croisée (en bas). Cas d'une plaque lisse PEC de taille $6\lambda_0 \times 6\lambda_0$ échantillonnée à $\lambda_0/10$, $f = 3$ GHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Division en 2 sous-domaines et $\Delta R = 0.21\lambda_0$. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de la E-SDIM suivi de l'erreur relative sur la SER et sur la phase.

- la méthode est sensible à la forme des sous-domaines : la forme carrée des sous-domaines est à privilégier pour améliorer la convergence et garantir un comportement indépendant de l'angle d'incidence et de la polarisation,
- l'augmentation du nombre de sous-domaines ralentit la convergence de la méthode (mais la complexité est néanmoins réduite : voir ci-dessous),
- la méthode converge plus vite quand on augmente la taille d'élargissement des sous-domaines (jusque $\Delta R = \lambda_0$),
- la convergence est assurée avec un élargissement des sous-domaines de l'ordre de $0.2\lambda_0$ (ce qui constitue une valeur optimale pour limiter le nombre d'inconnues artificiellement ajoutées).

Finalement, la complexité de la méthode E-SDIM est donnée par [21] :

$$\mathbf{C}_{\text{E-SDIM}} \approx \left[\mathcal{O}\left(\frac{N^3}{P^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{N^2}{P}\right) \right] + k_{\text{E-SDIM}} \left[\mathcal{O}\left(\frac{N^2}{P}\right) \right] + k_{\text{E-SDIM}} \mathcal{O}(N^2). \quad (2.13)$$

On remarque alors que l'utilisation d'un nombre élevé de domaines permet de diminuer la complexité en temps CPU par rapport à une inversion classique de type LU (de complexité $\mathcal{O}(N^3)$). Et la méthode est également intéressante concernant l'occupation mémoire. En effet, la complexité en mémoire de la méthode est donnée par :

$$\mathbf{M}_{\text{E-SDIM}} = \mathcal{O}\left(\frac{N^2}{P}\right) + (P-1)\mathcal{O}\left(\frac{N^2}{P}\right). \quad (2.14)$$

Ici aussi, un nombre élevé de sous-domaines permet de diminuer l'espace mémoire nécessaire au stockage des matrices impédances. L'espace mémoire le plus important est lié aux matrices de couplage. Or, ces matrices présentent généralement un rang faible et l'emploi de techniques de compression matricielle est donc tout à fait pertinent pour gagner en temps CPU et en mémoire. Yuniel A. Noa a donc appliqué la technique ACA (Adaptive Cross Approximation) à la méthode E-SDIM, dans le cadre de sa thèse.

2.3.2 Méthode E-SDIM+ACA

L'ACA [48, 49, 50, 51, 52] est une technique de compression de matrices de rang faible. Pour comprendre l'objectif d'une telle compression, on considère une matrice $\overline{\mathbf{Z}}[M \times N]$ de rang efficace R

inférieur à son rang effectif ($R < (M, N)$). On montre alors [48, 53] qu'elle peut s'écrire sous une forme compressée :

$$\bar{\mathbf{Z}}[M \times N] = \bar{\mathbf{U}}[M \times R] \times \bar{\mathbf{V}}[R \times N] \text{ avec : } R \ll (M, N). \quad (2.15)$$

La construction des matrices $\bar{\mathbf{U}}$ et $\bar{\mathbf{V}}$ est réalisée par un processus itératif [51], de complexité $\mathcal{O}(R^2(M+N))$, dans lequel R est le dernier indice d'itérations avant convergence (obtenue pour une erreur de compression mesurée par un seuil de tolérance d'erreur ϵ_{ACA}), nommé « rang effectif ».

Pour mesurer le gain en espace mémoire obtenu avec la compression matricielle, on définit le taux de compression τ tel que :

$$\tau = \frac{MN - R(M+N)}{MN}. \quad (2.16)$$

En appliquant la compression ACA sur les matrices de couplage $\bar{\mathbf{Z}}_{i,j}$, les produits matrice-vecteur sont alors accélérés et la complexité globale de la méthode E-SDIM est réduite : le dernier terme de l'équation (2.13) est pondéré par le taux de compression moyen, soit $k_{E-SDIM}(P-1)(1-\bar{\tau})\mathcal{O}(N_{0E}^2)$ (avec N_{0E} le nombre d'inconnues, supposés identiques, des domaines élargis). Et la complexité mémoire est également fortement améliorée (puisque une très grande partie des blocs matriciels est comprimée) :

$$\mathbf{M}_{E-SDIM + ACA} = \mathcal{O}\left(\frac{N^2}{P}\right) + (P-1)(1-\bar{\tau})\mathcal{O}\left(\frac{N^2}{P}\right) \quad (2.17)$$

Les résultats obtenus par Yuniel (voir un exemple illustré sur la figure 2.9 qui reprend la même configuration de calcul que la figure 2.8) en considérant la diffraction par une plaque lisse (SER et phase du champ diffracté) ont montré que la compression ACA n'impacte pas la précision de la méthode E-SDIM.

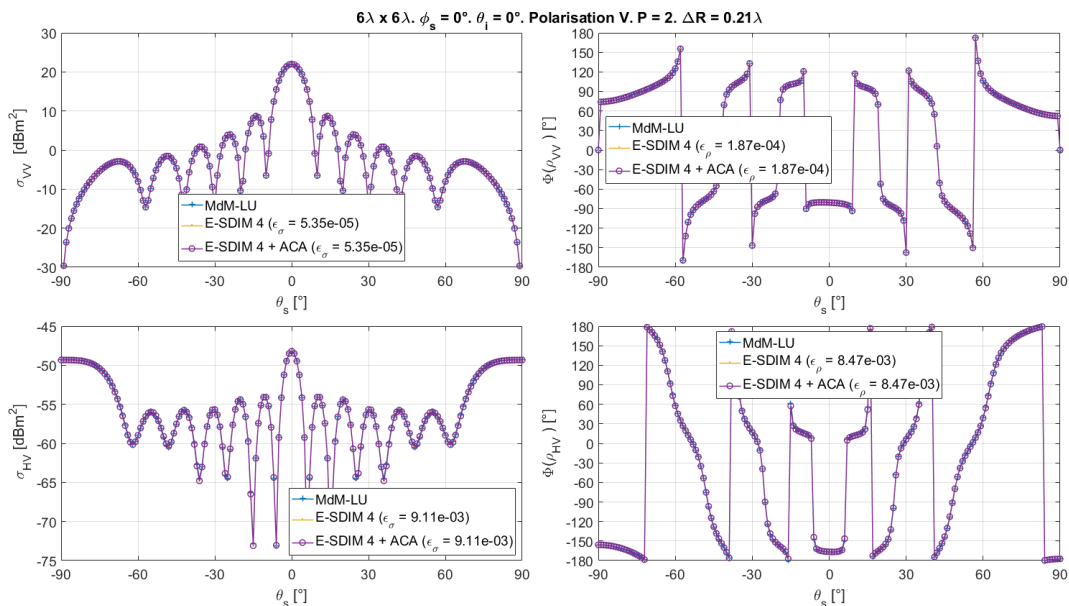


FIGURE 2.9 – Comparaison de la SER bistatique (à gauche) et de la phase du champ diffracté (à droite) avec et sans compression ACA. Cas d'une plaque lisse PEC de taille $6\lambda_0 \times 6\lambda_0$ échantillonnée à $\lambda_0/10$, $f = 3$ GHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Division en 2 sous-domaines et $\Delta R = 0.21\lambda_0$. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de la E-SDIM suivi de l'erreur relative sur la SER et sur la phase.

2.4 Résolution du problème par la méthode CBFM

Une autre piste explorée dans la thèse de Yuniel était l'emploi de la méthode CBFM (*characteristic basis function method*) dans le contexte de la diffraction par une surface 2D rugueuse parfaitement conductrice. La CBFM a été développée en 2003 [54, 55], dans le but de résoudre des problèmes électromagnétiques de grande taille mais avec des ressources informatiques limitées. De même que la E-SDIM, elle repose sur la décomposition de la surface en sous-domaines (voir figure 2.7). Bien

qu'il ne s'agit pas d'une méthode itérative, les sous-domaines sont aussi élargis, créant une bande de recouvrement entre sous-domaines adjacents, de largeur ΔR . L'objectif est de contrecarrer l'effet de bord introduit par le découpage de la surface et l'amélioration de la précision de la méthode. Son principe général est de construire des macro-fonctions de base appelées CBFs (*Characteristic Basis Functions*) pour représenter le comportement du courant sur les sous-domaines. La matrice résultante, dite matrice réduite, est plus petite que la matrice impédance obtenue par la MDM.

Deux raisons ont conditionné l'orientation de la thèse de Yunniel A. Noa vers cette méthode. La première est la popularité de la CBFM ces dernières années pour la résolution de problèmes de grande taille [56, 57, 58]. Il s'agit à présent d'une méthode robuste et employée dans de nombreuses applications, notamment pour la diffusion par des surfaces rugueuses [59, 60]. La deuxième raison est la forte similarité entre certaines étapes de la E-SDIM et de la CBFM, qui sont toutes deux des méthodes basées sur une décomposition de domaines. Il convenait donc de les comparer, que ce soit en termes de formulation, de complexité et de précision.

Il existe deux versions principales de la CBFM. Les deux versions, que nous nommerons ici CBFM1 et CBFM2, partent de la même décomposition en sous-domaines du problème à résoudre avec donc la même matrice impédance que la E-SDIM (voir équation (2.8)).

2.4.1 Principe de la méthode CBFM1

Cette version de la CBFM a initialement été utilisée pour la caractérisation d'antennes planaires [61]. Elle se distingue de la seconde version (voir section suivante) par le fait qu'une seule onde incidente est considérée pour le calcul des fonctions caractéristiques du problème. Le principe est de définir des fonctions caractéristiques primaires (PBF, pour *Primary Basis Functions*) et secondaires (SBF, pour *Secondary Basis Functions*) pour chacun des P domaines :

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_i = \overline{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1} \mathbf{b}_i \\ \mathbf{Y}_{i,j} = -\overline{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1} \overline{\mathbf{Z}}_{i,j} \mathbf{Y}_j, j = \{1..P\} \text{ et } j \neq i \end{cases} \quad (2.18)$$

Le problème consiste donc en la résolution de P systèmes (un pour chaque domaine) constitués de P CBF (*Characteristic Basis Functions*) : une fonction PBF \mathbf{Y}_i et $P - 1$ fonctions SBF $\mathbf{Y}_{i,j}$. On note que les PBF associées aux domaines j , sont utilisées pour le calcul des SBF associées à i , avec $i \neq j$. A noter également que les CBF doivent être évaluées sur les domaines élargis. Ce qui implique, comme vu pour la E-SDIM, le recours à des opérations de troncature pour obtenir les courants sur chaque domaine d'origine (non élargi).

D'un point de vue physique, la PBF peut être assimilée au courant surfacique sur un domaine directement induit par l'onde incidente seule. Les SBF correspondent au courant créé par le rayonnement des autres blocs sur le domaine considéré.

A l'issue de l'étape de construction et de troncature des fonctions caractéristiques, l'ensemble des P fonctions associées à chaque domaine est assemblé de façon à former une matrice de taille $N_i \times P$, N_i étant le nombre d'inconnues RWG liées au domaine non élargi i . Chaque colonne représente donc une fonction caractéristique dont la PBF est placée en première colonne.

Une procédure d'orthonormalisation de Gram-Schmidt est réalisée sur la matrice obtenue dans le but de représenter le domaine par des fonctions orthogonales à la PBF. Ce processus d'orthonormalisation est important car il permet aussi d'éliminer l'information redondante contenue dans les CBFs et ainsi améliorer le conditionnement de la matrice réduite.

A cette étape, la réécriture du problème linéaire $\overline{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$ est nécessaire. Pour cela, on commence par exprimer le vecteur inconnu \mathbf{X} , à partir de combinaisons linéaires des P^2 fonctions caractéristiques orthonormalisées pondérées par des coefficients α_{ij} à déterminer. Cette expression est similaire au principe de la MDM, dont la variable inconnue est représentée par une somme de fonctions connues multipliées par des poids. En d'autres termes, on a ici projeté le vecteur d'inconnues sur la base orthonormée des CBF pour obtenir un nouveau système matriciel à résoudre pour obtenir les P^2 inconnues α_{ij} .

Dans le but de résoudre le nouveau problème, la méthode de Galerkin est utilisée et le problème est échantillonné avec les mêmes fonctions déjà obtenues. Ce faisant, une nouvelle matrice impédance, appelée matrice réduite, est construite comme :

$$\overline{\mathbf{Z}}_{[P^2 \times P^2]}^R = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{Z}}_{1,1}^R & \overline{\mathbf{Z}}_{1,2}^R & \cdots & \overline{\mathbf{Z}}_{1,P}^R \\ \overline{\mathbf{Z}}_{2,1}^R & \overline{\mathbf{Z}}_{2,2}^R & \cdots & \overline{\mathbf{Z}}_{2,P}^R \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\mathbf{Z}}_{P,1}^R & \overline{\mathbf{Z}}_{P,2}^R & \cdots & \overline{\mathbf{Z}}_{P,P}^R \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

où chaque élément $\overline{\mathbf{Z}}_{i,j}^R$ est une sous-matrice de taille $P \times P$, déterminée par un produit matriciel faisant intervenir les CBF du domaine i , la matrice de couplage $\overline{\mathbf{Z}}_{i,j}$ du problème initial (ou matrice impédance local si $i = j$) et enfin les CBF du domaine j .

En procédant de même pour construire un vecteur d'excitation réduit \mathbf{b}^R de taille $P^2 \times 1$, on obtient au final les coefficients α_{ij} par la résolution du système suivant :

$$\boldsymbol{\alpha} = \left(\overline{\mathbf{Z}}^R \right)^{-1} \mathbf{b}^R. \quad (2.20)$$

Une fois les coefficients α_{ij} obtenus, on en déduit les inconnues \mathbf{X} à partir des combinaisons linéaires des P^2 fonctions caractéristiques orthonormalisées pondérées. La matrice réduite étant de taille $P^2 \times P^2$ on obtient une compression considérable du nombre d'inconnues et de la complexité associée à son inversion et à son stockage. Cependant cette première version de la CBFM peut parfois manquer de précision.

2.4.2 Principe de la méthode CBFM2

C'est pour pallier certains manques de précision de la CBFM1, qu'une autre version de cette méthode a été proposée [55]. Elle se différencie notamment de la CBFM1 par le calcul d'un nombre plus élevé de fonctions caractéristiques. Ces fonctions, qu'on appelle « macro fonctions de base » (MBF), prennent la forme de PBF et sont obtenues par l'illumination des blocs par une collection d'ondes planes bipolarisées. Les PBF d'un domaine, liées à chaque onde plane, sont donc stockées dans une matrice évaluée par l'équation suivante :

$$\overline{\mathbf{Y}}_i = \overline{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1} \overline{\mathbf{b}}_i^{IPW}, \quad (2.21)$$

où la matrice $\overline{\mathbf{Y}}_i$ représente la MBF associée au domaine i . Chacune de ses colonnes représente le courant surfacique créé par une onde plane illuminant la surface avec une incidence donnée. Dans la même expression, $\overline{\mathbf{b}}_i^{IPW}$ est une matrice contenant dans chaque colonne le vecteur d'excitation lié à chaque onde plane incidente. La taille de ces deux matrices est $N_i \times N_{IPW}$, N_i étant le nombre de fonctions RWG à l'intérieur du domaine i et N_{IPW} le nombre d'ondes planes utilisées pour l'illuminer. On peut remarquer par ailleurs que les MBF de la CBFM2 correspondent en fait aux PBF de la CBFM1 (voir équation (2.18)) mais évaluées pour N_{IPW} vecteurs d'excitation (au lieu du seul vecteur d'excitation lié au problème à résoudre).

Le nombre d'ondes incidentes influe directement sur la précision et impacte la complexité de la méthode. Un critère [21, 62], lié à l'échantillonnage à Shannon de l'ensemble des vecteurs d'ondes incidents possible, peut néanmoins apporter de l'information redondante dans les MBF. Une méthode SVD (Singular Value Decomposition) tronquée est donc employée afin d'améliorer le conditionnement de la matrice réduite. Le principe de base de la SVD poursuit la même idée que le processus d'orthogonalisation de Gram-Schmidt : exprimer la matrice dans une base orthogonale. La troncature de la SVD permet de ne retenir que les vecteurs propres les plus importants pour représenter la MBF du domaine i .

À cette étape, comme pour la CBFM1, le vecteur inconnu \mathbf{X} est exprimé à partir de combinaisons linéaires des PBF pondérées par des coefficients α_{ij} à déterminer. Cela revient à projeter, similairement à la MdM, le vecteur inconnu sur la base orthogonale des PBF pour obtenir un nouveau système matriciel à résoudre.

La méthode de Galerkin est à nouveau utilisée pour construire la matrice réduite donnée sous la forme :

$$\overline{\mathbf{Z}}_{[K \times K]}^R = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{Z}}_{1,1}^R & \overline{\mathbf{Z}}_{1,2}^R & \cdots & \overline{\mathbf{Z}}_{1,P}^R \\ \overline{\mathbf{Z}}_{2,1}^R & \overline{\mathbf{Z}}_{2,2}^R & \cdots & \overline{\mathbf{Z}}_{2,P}^R \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\mathbf{Z}}_{P,1}^R & \overline{\mathbf{Z}}_{P,2}^R & \cdots & \overline{\mathbf{Z}}_{P,P}^R \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

où $K = \sum_{i=1}^P N_{SVD_i}$, et chaque élément $\bar{\mathbf{Z}}_{i,j}^R$ est une sous-matrice de taille $N_{SVD_i} \times N_{SVD_j}$, déterminée par un produit matriciel faisant intervenir la MBF du domaine i , la matrice de couplage $\bar{\mathbf{Z}}_{i,j}$ du problème initial (ou matrice impédance local si $i = j$) et enfin la MBF du domaine j .

En procédant de même pour construire un vecteur d'excitation réduit \mathbf{b}^R de taille $K \times 1$ (et lié uniquement aux ondes incidentes pour lequel on souhaite résoudre le problème), on obtient au final les coefficients α_{ij} par la résolution du système suivant :

$$\boldsymbol{\alpha} = \left(\bar{\mathbf{Z}}^R \right)^{-1} \mathbf{b}^R. \quad (2.23)$$

Une fois les coefficients α_{ij} obtenus, on en déduit les inconnues \mathbf{X} à partir des combinaisons linéaires des MBF pondérées.

2.4.3 Complexité de la méthode CBFM

Comme pour la E-SDIM, la CBFM peut être accélérée par l'emploi d'une technique de compression algébrique comme l'ACA pour comprimer les matrices de couplage entre domaines non adjacents. Dans la CBFM1, l'ACA permet d'accélérer les produits matrice-vecteur dans le calcul des CBF et lors de la construction de la matrice réduite. En supposant que chaque bloc est décrit par le même nombre N_0 d'inconnues (ou N_{0E} pour les domaines élargis), on peut montrer que la complexité de la CBFM1 avec ACA, est donnée par [21] :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{\text{CBFM-1}} = & P \{ 2 [\mathcal{O}(N_{0E}^3)] + P(2 - \bar{\tau}) [\mathcal{O}(N_{0E}^2)] \} + \mathcal{O}(P^6) + \mathcal{O}(P^4) \\ & + P [1 + (P - 1)(1 - \bar{\tau})] \{ [\mathcal{O}(PN_0^2)] + [\mathcal{O}(P^2N_0)] \}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Pour la CBFM2, l'ACA permet uniquement d'accélérer l'étape de construction de la matrice réduite, et on peut montrer que la complexité de la CBFM2 avec ACA est donnée par [21] :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{\text{CBFM-2}} = & 2P [\mathcal{O}(N_{0E}^3)] + PN_{IPW} [\mathcal{O}(N_{0E}^2)] + \mathcal{O}(P^3 N_{SVD_0}^3) + \mathcal{O}(P^2 N_{SVD_0}^2) \\ & + P [1 + (P - 1)(1 - \bar{\tau})] \{ [\mathcal{O}(N_{SVD_0} N_0^2)] + [\mathcal{O}(N_{SVD_0}^2 N_0)] \}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

où N_{SVD_0} est le nombre moyen de fonctions caractéristiques retenues après la décomposition SVD des MBF.

On remarque alors que comme $N_{SVD_0} > P$, la complexité pour la CBFM2 est légèrement supérieure à la CBFM1. Et par comparaison avec l'équation (2.13), et comme $k_{\text{E-SDIM}} \ll N$ la E-SDIM présente une complexité CPU plus faible. Ceci est cependant à mettre en regard de la capacité de chaque algorithme à être efficacement parallélisé ; ce point méritera d'être exploré par la suite.

Enfin la complexité en mémoire est identique pour les deux versions de la CBFM et identique à celle de la E-SDIM donnée à l'équation (2.17).

2.4.4 Comparaisons entre les méthodes E-SDIM et CBFM

On peut noter que la CBFM est très similaire à la E-SDIM dans le calcul des fonctions caractéristiques. En effet, les fonctions $\mathbf{Y}_i^{(0)}$ sont identiques aux Fonctions Caractéristiques Primaires (PBF) de la CBFM et les Fonctions Caractéristiques Secondaires (SBF) sont déterminées par le produit $-\bar{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{i,j} \mathbf{Y}_j^{(0)}$, qui fait partie du calcul des fonctions $\mathbf{Y}_i^{(1)}$ de la E-SDIM. La CBFM1 utilise ensuite un processus d'ortho-normalisation Gram-Schmidt modifié et la CBFM2 une décomposition SVD à partir des PBF, pour déterminer les fonctions caractéristiques nécessaires au calcul de la matrice réduite. Cette matrice est utilisée dans le calcul du vecteur \mathbf{X} . Pour la E-SDIM, le processus itératif est poursuivi jusqu'à la convergence et obtention du courant.

Les résultats obtenus par Yunniel (voir un exemple illustré sur la figure 2.10) en considérant la diffraction par des surfaces rugueuses gaussiennes parfaitement conductrices (SER et phase du champ diffracté) ont montré que la méthode E-SDIM offrait une excellente précision avec une convergence rapide de quelques itérations. De plus, la précision de la CBFM2 est meilleure que la CBFM1 (et proche de celle de la E-SDIM), comme on peut le remarquer particulièrement sur les niveaux les plus faibles (polarisation croisée) et en analysant l'erreur relative sur la SER par rapport à la Mdm (inversion LU) sur la figure 2.11.

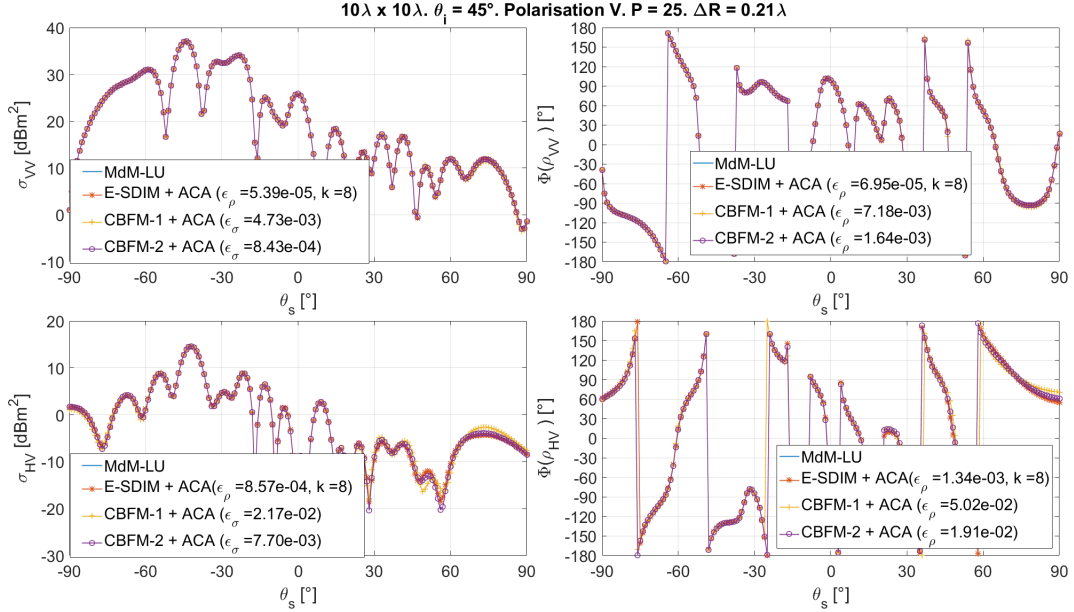


FIGURE 2.10 – Comparaison de la SER bistatique (à gauche) et de la phase du champ diffracté (à droite) pour la E-SDIM et CBFM. Cas d’une plaque rugueuse gaussienne PEC de taille $10\lambda_0 \times 10\lambda_0$ ($N = 58520$), $L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, $\sigma_z = 0.2\lambda_0$, $f = 3$ GHz, $\theta_i = 45^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Division en 25 sous-domaines et $\Delta R = 0.21\lambda_0$. Dans la légende figurent l’erreur relative sur la SER et sur la phase et l’ordre de l’itération de la E-SDIM.

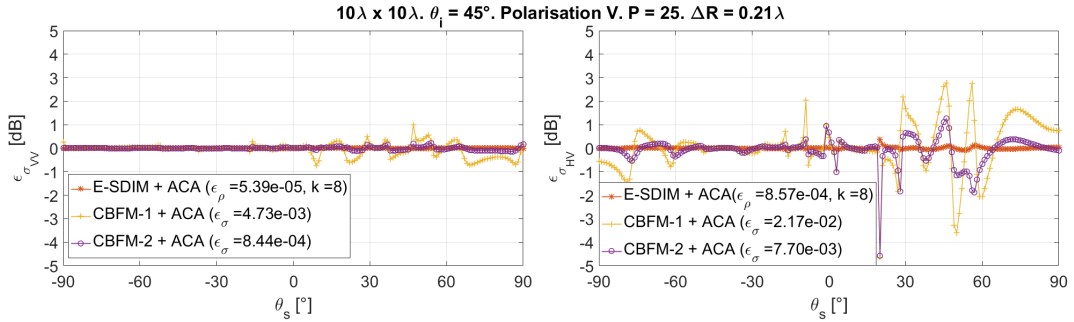


FIGURE 2.11 – Erreur sur la SER en fonction de l’angle d’observation, en co-polarisation (à gauche) et en polarisation croisée (à droite). Même configuration que sur la figure 2.10.

2.5 Perspectives

Une première piste pour poursuivre les travaux entrepris récemment lors de la thèse de Yunniel A. Noa est l’exploitation optimisée des ressources informatiques (parallélisation, calcul sur GPU [63], utilisation de moteur d’exécution comme StarPU [64], ...).

La seconde piste est d’améliorer les méthodes par l’ajout d’accélération supplémentaires ou par l’hybridation avec des méthodes asymptotiques.

L’objectif principal est d’accélérer le calcul local sur les sous-domaines. En effet, que ce soit pour la E-SDIM ou la CBFM, les inversions LU des matrices impédances des sous-domaines sont les étapes les plus coûteuses. Un moyen d’accélérer cette étape pourrait être d’appliquer l’approximation de l’optique physique pour obtenir une méthode hybride plus rapide (mais au domaine de validité beaucoup plus limité).

Afin de conserver une précision des résultats, on peut penser à utiliser un schéma ACA multiveaux (MLACA[65], méthode qui est aussi appelée sous le nom de \mathcal{H} -matrices¹⁰) pour tenter de compresser les interactions locales [66]. Cet algorithme apporterait par ailleurs plus d’efficacité pour la compression des matrices de couplage. La compression ACA pourrait aussi être encore plus optimisée,

¹⁰Pas abus de langage puisque les \mathcal{H} -matrices décrivent en réalité l’algèbre permettant de manipuler des matrices hiérarchiques compressibles par sous-blocs, donc toute la fondation théorique algébrique sur laquelle la MLACA repose.

en exploitant l'algorithme R-ACA¹¹ [67] à la place de l'ACA.

Dans le cas de la E-SDIM, le calcul des courants d'ordre supérieur implique des matrices de couplage entre sous-domaines parfois très éloignés. Ces interactions peuvent être négligeables et donc contribuent peu au calcul du courant sur chaque domaine. Mathématiquement, ceci revient à tronquer la somme sur j dans l'expression du courant (équation (2.12)). Cette approximation a été testée sur une surface de mer 1D, donnant des résultats très satisfaisants. Pour cela un critère d'admissibilité pourrait être basé sur la distance entre les blocs, ou bien en estimant une convergence locale. Ainsi, lors du calcul du courant à l'ordre k , si des interactions sont négligeables, alors elles ne sont pas considérées pour le calcul du courant aux ordres supérieurs.

Enfin, une autre piste pour améliorer la E-SDIM est de revoir le recouvrement des blocs. En effet, dans le cas de grandes surfaces, pour lesquelles un grand nombre de domaines est défini, l'élargissement des blocs peut augmenter significativement le nombre d'inconnues. Pour pallier ce problème, d'autres méthodes de décomposition de domaines pourraient être étudiées, comme des techniques sans recouvrement mais également accélérées par l'ACA [68].

¹¹Cet algorithme ajoute deux étapes à l'algorithme ACA classique : une décomposition QR des matrices $\overline{\mathbf{U}}$ et $\overline{\mathbf{V}}$ combinée à une SVD tronquée. La R-ACA a été codée et appliquée dans le cadre de la thèse d'Antoine Thomet qui fait l'objet du chapitre 5

Chapitre 3

Couplage électromagnétique de deux diffuseurs

« [...] ici les principes se vérifient par les conclusions qu'on en tire [...] »

Christiaan Huygens

Sommaire

3.1	Introduction	48
3.2	État de l'art	48
3.3	Résolution du problème par la méthode E-PILE	49
3.3.1	Formulation mathématique de la méthode E-PILE	50
3.3.2	Interprétation physique de la méthode E-PILE	51
3.3.3	Validation de la méthode E-PILE	52
3.3.4	Lien entre la méthode E-PILE et la méthode E-SDIM	54
3.4	Accélération de la Méthode E-PILE+FBSA	54
3.4.1	Méthode E-PILE+FBSA	54
3.4.2	Méthode E-PILE+FBSA+ACA	56
3.5	Hybridation de la méthode E-PILE avec l'OP	57
3.6	Perspectives	59

3.1 Introduction

Si le problème de la diffusion par une surface rugueuse est un challenge en soi, l'ajout d'un second diffuseur dans la scène apporte une complexité supplémentaire.

En effet, lorsqu'un obstacle est situé sur ou au-dessus d'une surface, et que cet ensemble est excité par une onde électromagnétique, le champ diffusé par cette scène n'est pas égal à la somme des champs diffusés par chacun des diffuseurs considérés indépendamment (en espace libre). En effet, les deux surfaces vont se coupler, ou autrement dit : les courants sur la surface d'un objet dépendent des courants établis sur la surface de l'autre diffuseur. Ce sujet d'étude est de grand intérêt puisque dans la nature un diffuseur est rarement à la fois isolé de son environnement et isolé d'autres diffuseurs proches. C'est le cas par exemple, pour des applications militaires : de la maîtrise de la signature de navire, ou l'étude de l'efficacité de leurres électromagnétiques navals. Ou encore pour des applications civiles : de la télédétection côtière des navires, ...

Fort de l'expérience obtenue pour une surface rugueuse seule (voir chapitre précédent), il convient maintenant de pouvoir traiter efficacement ce problème dans sa globalité.

3.2 État de l'art

La première étude considérant le couplage entre un objet et une interface fut menée par Sommerfeld [69]. Il s'agissait d'étudier le comportement d'un dipôle situé en face d'un demi-espace parfaitement conducteur. Depuis l'emploi opérationnel et généralisé de systèmes Radar, les applications en télédétection et surveillance radar maritime ont également encouragé des recherches très récentes sur ce sujet. Ainsi, des méthodes asymptotiques et des modèles numériques « exacts » ont été proposés pour un problème électromagnétique 2D durant les 15 dernières années [40, 70, 71, 72, 73, 74, 75].

La modélisation d'une scène 2D reste très intéressante car bien qu'elle simplifie le problème (pas de diffusion hors du plan d'incidence, pas de polarisation croisée, géométrie de la cible très simplifiée, ...), elle offre la possibilité de simuler des scènes très grandes et donc de pouvoir considérer des surfaces rugueuses plus longues que pour le cas 3D.

Cependant, pour des applications pratiques il est également important d'étudier le cas 3D, qui est le cas le plus représentatif. Pourtant, les scènes constituées d'un objet 3D au-dessus d'une surface rugueuse 2D (problème 3D) ne constituent qu'un nombre relativement restreint d'études [76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87]. Pour ces problèmes, le nombre d'inconnues devient trop important pour que l'étude soit menée avec une méthode rigoureuse classique de type Méthode des Moments sans l'emploi de techniques d'accélération, ou l'ajout d'hypothèses simplificatrices. Ainsi Johnson *et al.* utilisent la Coupled Canonical Grid/Discrete Dipole Approach (CCAG/DDA) [78] permettant de calculer les interactions sur la surface inférieure avec une complexité $\mathcal{O}(N_- \log(N_-))$ et sur l'objet $\mathcal{O}(N_+ \log(N_+))$ (où N_- est le nombre d'inconnues sur la surface inférieure et N_+ le nombre d'inconnues sur l'objet). Les couplages entre l'objet et la surface sont par contre calculés sans aucune accélération. C'était il y a presque 20 ans, et à l'époque, en employant un cluster de calcul, ils avaient pu réaliser le calcul de la diffusion par une scène contenant 276 000 inconnues mais les surfaces mises en jeu dans ces simulations restaient de taille très limitée : 1,28 m \times 1,28 m soit 8,5 λ \times 8,5 λ à 21,35 λ \times 21,35 λ avec les fréquences utilisées (de 2 à 5 GHz).

D'autres méthodes furent développées pour une scène où l'objet est localisé sur la surface (la surface de l'objet et la surface rugueuse ne forment qu'une seule surface continue), comme les travaux de Çolak *et al.* avec la Multiple Sweep Method of Moments (MSMM) [79] qui présente une complexité de $\mathcal{O}(N^2)$ (où N est le nombre d'inconnues total de la scène).

L'algorithme de FDTD a également été utilisé, par Kuang *et al.* [80], pour étudier la diffraction d'un objet au-dessus d'une surface rugueuse périodique sur une partie de cette surface. Ainsi, l'étude de la diffraction par une surface de longueur infinie est ramenée à l'étude de la diffraction par une portion de longueur déterminée de la surface. Cette méthode permet de réduire le nombre d'inconnues et le besoin en espace mémoire. Guo *et al.* ont utilisé la *Parallel FDTD Approach* avec un calcul parallèle au lieu d'un calcul séquentiel pour réduire le temps de calcul [82]. Depuis, les travaux de cette équipe chinoise ont été poursuivis sur ce sujet et un récent article a même été publié avec une méthode de décomposition de domaines exploitant un schéma FDTD [88].

Ye *et al.* [81] ont proposé une méthode hybride pour calculer le champ diffracté par un objet au-dessus d'une surface rugueuse diélectrique. La méthode repose sur l'application de l'Approximation de Kirchhoff (AK) pour calculer les interactions locales sur la surface rugueuse, et l'emploi de la MdM pour calculer les interactions locales sur l'objet. Sur un principe très proche, Guan *et al.* [83]

ont proposé une approche pour analyser la diffraction d'un objet au-dessus d'une surface rugueuse PEC. Pour cela, ils ont utilisé l'approximation de Kirchhoff pour exprimer la fonction de Green du demi-espace pour une surface rugueuse et la méthode des moments est appliquée pour la diffraction par l'objet. Ce type de schéma hybride a été appliqué plus récemment au cas 3D pour une sphère non PEC au-dessus d'une surface gaussienne conductrice [85].

Ces différents travaux de la littérature sont très intéressants car ils démontrent la possibilité d'accélérer le calcul même avec une scène complète. Les différentes méthodes proposées ont chacune des avantages (en termes de complexité ou de problème traité) et limitations (en termes de taille de problème ou de domaine de validité). Si l'on souhaite pouvoir traiter l'ensemble des problèmes (différents types de rugosité, variétés de cibles, ...), l'idéal serait de disposer d'un cadre rigoureux pour exprimer la diffusion par la scène tenant compte du couplage. Ce cadre, pour être utile, devrait permettre de pouvoir appliquer différentes techniques pour la diffusion par chaque surface (surface rugueuse d'un côté et cible de l'autre) selon le problème recherché, imitant le fonctionnement d'un jeu de briques. C'est l'objectif que l'on retrouve dans les méthodes par décomposition de domaines. Parmi celles-ci, une particulièrement bien adaptée à notre problème a été développée par Nicolas Déchamps durant sa thèse [30] pour calculer la diffusion par deux interfaces rugueuses superposées. Cependant, dans son cas, seule l'interface supérieure est illuminée par l'onde incidente.

Durant ma thèse [19], j'ai été amené à étendre la formulation de la méthode PILE (Propagation-Inside-Layer Expansion) au cas plus général où les deux diffuseurs sont dans le même milieu que la source de l'onde incidente. Cette méthode PILE étendue, nommée E-PILE (Extended PILE) a alors été utilisée dans un premier temps pour le cas 2D (objet 2D au-dessus d'une surface 1D). A travers mes travaux de thèse puis des travaux de recherche que j'ai poursuivis ensuite, la méthode E-PILE a permis d'exploiter, pour le cas 2D, des méthodes accélérées pour la diffusion par la surface rugueuse, pour la cible et pour le couplage [24, 40, 74, 89, 90, 91].

Cette méthode a également été appliquée pour le cas 3D lors de la thèse de Mohammad Kouali (soutenue en 2012) que j'ai co-encadrée [20]. Les principaux résultats obtenus, sur ce sujet, par mes propres travaux de recherche et par la thèse de Mohammad, sont présentés dans ce chapitre.

3.3 Résolution du problème par la méthode E-PILE

Que ce soit pour le cas 2D ou le cas 3D, le point de départ de la méthode E-PILE est l'expression des équations intégrales sur chaque diffuseur. Pour cela, le problème à considérer est le suivant : une source est placée dans un milieu Ω_0 de permittivité ϵ_0 et de volume V_0 . Ce milieu incident contient deux diffuseurs : le diffuseur 1 de milieu Ω_1 de permittivité ϵ_1 et de volume V_1 et le diffuseur 2 de milieu Ω_2 de permittivité ϵ_2 et de volume V_2 . S_1 est la surface délimitant le volume V_1 ; sa normale, \hat{n}_1 , est dirigée vers l'extérieur de V_1 (donc dirigée vers le milieu incident). De même, S_2 est la surface délimitant le volume V_2 ; sa normale, \hat{n}_2 , est dirigée vers l'extérieur de V_2 . S_∞ est la surface délimitant le volume V_0 à l'infini ; sa normale pointe vers l'extérieur de V_0 . Les équations couplées sont ensuite obtenues à partir du théorème de Green, en se positionnant sur la surface de chaque diffuseur, et en appliquant ensuite les conditions aux limites.

Ainsi, pour un problème 2D, et en considérant le cas général de deux diffuseurs quelconques diélectriques, si \vec{r}' tend vers S_1 , on obtient une première équation intégrale, $\forall \vec{r}_1, \vec{r}' \in S_1$ et $\forall \vec{r}_2 \in S_2$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \psi_1(\vec{r}') &= \psi_i(\vec{r}') + \int_{S_1} \frac{\partial g_0(\vec{r}_1, \vec{r}')}{\partial n_1} \psi_1(\vec{r}_1) d\vec{r}_1 - \int_{S_1} g_0(\vec{r}_1, \vec{r}') \frac{\partial \psi_1(\vec{r}_1)}{\partial n_1} d\vec{r}_1 \\ &+ \int_{S_2} \frac{\partial g_0(\vec{r}_2, \vec{r}')}{\partial n_2} \psi_2(\vec{r}_2) d\vec{r}_2 - \int_{S_2} g_0(\vec{r}_2, \vec{r}') \frac{\partial \psi_2(\vec{r}_2)}{\partial n_2} d\vec{r}_2. \end{aligned} \quad (3.1)$$

En se positionnant sur la surface du diffuseur 2, \vec{r}' tend vers S_2 , on obtient une deuxième équation intégrale, $\forall \vec{r}_2, \vec{r}' \in S_2$ et $\forall \vec{r}_1 \in S_1$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \psi_2(\vec{r}') &= \psi_i(\vec{r}') + \int_{S_1} \frac{\partial g_0(\vec{r}_1, \vec{r}')}{\partial n_1} \psi_1(\vec{r}_1) d\vec{r}_1 - \int_{S_1} g_0(\vec{r}_1, \vec{r}') \frac{\partial \psi_1(\vec{r}_1)}{\partial n_1} d\vec{r}_1 \\ &+ \int_{S_2} \frac{\partial g_0(\vec{r}_2, \vec{r}')}{\partial n_2} \psi_2(\vec{r}_2) d\vec{r}_2 - \int_{S_2} g_0(\vec{r}_2, \vec{r}') \frac{\partial \psi_2(\vec{r}_2)}{\partial n_2} d\vec{r}_2. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Avec deux diffuseurs, le problème possède quatre inconnues : le champ total sur la surface du diffuseur 1 (ψ_1), sa dérivée normale ($\frac{\partial \psi_1}{\partial n_1}$), le champ total sur la surface du diffuseur 2 (ψ_2) et sa dérivée normale

($\frac{\partial \psi_2}{\partial n_2}$). Pour que le système à résoudre soit bien conditionné, il convient d'exprimer les équations intégrales du problème intérieur pour chaque diffuseur (on dispose alors de quatre équations pour quatre inconnues). Pour le cas où les diffuseurs sont supposés PEC, le nombre d'inconnues est réduit à deux (ψ_1 et ψ_2 pour la polarisation TM¹ ou $\frac{\partial \psi_1}{\partial n_1}$ et $\frac{\partial \psi_2}{\partial n_2}$ pour le cas TE²) et les deux équations (3.1) et (3.2) se simplifient et suffisent pour décrire le problème.

Pour un problème 3D, toujours en considérant l'hypothèse de diffuseurs PEC, on peut exprimer une première équation intégrale MFIE, $\forall \vec{R}_1, \vec{R}' \in S_1$ et $\forall \vec{R}_2 \in S_2$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \vec{J}_1(\vec{R}') &= \hat{n}_1(\vec{R}') \wedge \vec{H}_i(\vec{R}') + \hat{n}_1(\vec{R}') \wedge \int_{S_1} \vec{J}_1(\vec{R}_1) \wedge \vec{\nabla}_{\vec{R}_1} G_0(\vec{R}_1, \vec{R}') d\vec{R}_1 \\ &+ \hat{n}_1(\vec{R}') \wedge \int_{S_2} \vec{J}_2(\vec{R}_2) \wedge \vec{\nabla}_{\vec{R}_2} G_0(\vec{R}_2, \vec{R}') d\vec{R}_2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

En se positionnant sur la surface du diffuseur 2, on obtient une deuxième équation intégrale, $\forall \vec{R}_2, \vec{R}' \in S_2$ et $\forall \vec{R}_1 \in S_1$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \vec{J}_2(\vec{R}') &= \hat{n}_2(\vec{R}') \wedge \vec{H}_i(\vec{R}') + \hat{n}_2(\vec{R}') \wedge \int_{S_2} \vec{J}_2(\vec{R}_2) \wedge \vec{\nabla}_{\vec{R}_2} G_0(\vec{R}_2, \vec{R}') d\vec{R}_2 \\ &+ \hat{n}_2(\vec{R}') \wedge \int_{S_1} \vec{J}_1(\vec{R}_1) \wedge \vec{\nabla}_{\vec{R}_1} G_0(\vec{R}_1, \vec{R}') d\vec{R}_1. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Avec deux diffuseurs PEC, le problème possède donc deux inconnues : le courant sur la surface du diffuseur 1 (\vec{J}_1), et le courant sur la surface du diffuseur 2 (\vec{J}_2). On note que, tant pour un problème 2D que 3D, pour chaque équation, le courant sur une surface dépend du champ incident, du couplage local qui s'établit sur sa propre surface (comme pour le cas de l'application des conditions aux limites pour le cas simple diffuseur) et du champ diffusé provenant de l'autre diffuseur (dont le rayonnement est obtenu à partir du principe de Huygens [32]).

3.3.1 Formulation mathématique de la méthode E-PILE

Que ce soit pour le cas 2D ou 3D, en appliquant la MdM au système couplé formé par les deux équations (3.1) et (3.2) ou (3.3) et (3.4), on obtient le système matriciel $\overline{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$ qui peut être mis sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{Z}}_1 & \overline{\mathbf{Z}}_{21} \\ \overline{\mathbf{Z}}_{12} & \overline{\mathbf{Z}}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

On peut alors déterminer le courant surfacique par inversion de la matrice impédance $\mathbf{X} = \overline{\mathbf{Z}}^{-1}\mathbf{b}$. La méthode classique pour inverser un système linéaire tel que (3.5) est la décomposition LU.

En considérant des diffuseurs quelconques, qu'ils soient PEC ou diélectriques, l'application de la MdM sur les équations intégrales aboutit à l'écriture matricielle de l'équation (3.5). On note N_1 le nombre d'inconnues sur le diffuseur 1 ($= N$ pour un objet PEC et $= 2N$ s'il est diélectrique) et N_2 le nombre d'inconnues sur le diffuseur 2 ($= M$ pour un objet PEC et $= 2M$ s'il est diélectrique). La résolution de (3.5) nécessite le calcul de l'inversion de la matrice impédance $\overline{\mathbf{Z}}$ de taille $(N_1 + N_2) \times (N_1 + N_2)$. Afin d'éviter l'inversion directe par décomposition LU (MdM classique), de complexité $\mathcal{O}((N_1 + N_2)^3)$, une décomposition par blocs de la matrice $\overline{\mathbf{Z}}^{-1}$ à déterminer, est proposée :

$$\overline{\mathbf{Z}}^{-1} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{T}} & \overline{\mathbf{U}} \\ \overline{\mathbf{V}} & \overline{\mathbf{W}} \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

où les blocs $\overline{\mathbf{T}}$, $\overline{\mathbf{U}}$, $\overline{\mathbf{V}}$ et $\overline{\mathbf{W}}$ de la matrice $\overline{\mathbf{Z}}^{-1}$ sont à déterminer séparément. A partir de relations matricielles [92] on peut exprimer les sous-blocs de $\overline{\mathbf{Z}}^{-1}$ à partir des quatre sous-matrices ($\overline{\mathbf{Z}}_1$, $\overline{\mathbf{Z}}_{21}$, $\overline{\mathbf{Z}}_{12}$ et $\overline{\mathbf{Z}}_2$) composant $\overline{\mathbf{Z}}$:

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{T}} = \left(\overline{\mathbf{Z}}_1 - \overline{\mathbf{Z}}_{21} \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} \overline{\mathbf{Z}}_{12} \right)^{-1}, \\ \overline{\mathbf{U}} = - \left(\overline{\mathbf{Z}}_1 - \overline{\mathbf{Z}}_{21} \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} \overline{\mathbf{Z}}_{12} \right)^{-1} \overline{\mathbf{Z}}_{12} \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}, \\ \overline{\mathbf{V}} = - \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} \overline{\mathbf{Z}}_{12} \left(\overline{\mathbf{Z}}_1 - \overline{\mathbf{Z}}_{21} \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} \overline{\mathbf{Z}}_{12} \right)^{-1}, \\ \overline{\mathbf{W}} = \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} + \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} \overline{\mathbf{Z}}_{12} \left(\overline{\mathbf{Z}}_1 - \overline{\mathbf{Z}}_{21} \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} \overline{\mathbf{Z}}_{12} \right)^{-1} \overline{\mathbf{Z}}_{21} \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} \end{cases}. \quad (3.7)$$

¹Il s'agit ici de la condition aux limites de Neumann

²Il s'agit ici de la condition aux limites de Dirichlet

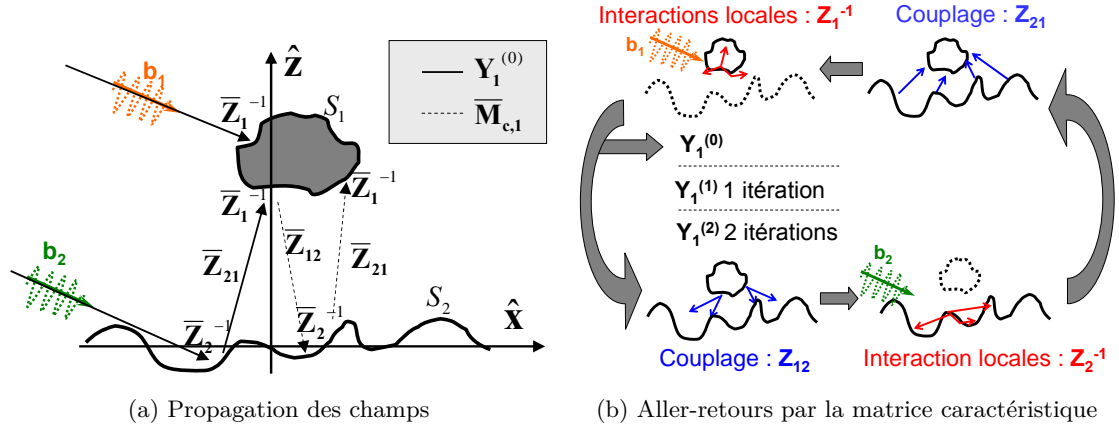


FIGURE 3.1 – Interprétation physique du développement en série de la méthode E-PILE.

En procédant ainsi, il est possible d'obtenir la matrice impédance inverse en n'inversant que des matrices de plus petites dimensions. Si par exemple $N_2 = N_1 = N$ toutes les matrices à inverser sont de tailles $N \times N$ au lieu de $2N \times 2N$ pour l'inversion directe de $\bar{\mathbf{Z}}$. Pour améliorer le temps de calcul, les propriétés du problème à résoudre sont utilisées. Supposons que l'inversion soit effectuée et que les matrices $\bar{\mathbf{T}}$, $\bar{\mathbf{U}}$, $\bar{\mathbf{V}}$ et $\bar{\mathbf{W}}$ soient connues. Alors, le vecteur inconnu \mathbf{X} est obtenu par

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}\mathbf{b}_1 + \bar{\mathbf{U}}\mathbf{b}_2 \\ \bar{\mathbf{V}}\mathbf{b}_1 + \bar{\mathbf{W}}\mathbf{b}_2 \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

En développant le calcul de $\mathbf{X}_1 = \bar{\mathbf{T}}\mathbf{b}_1 + \bar{\mathbf{U}}\mathbf{b}_2$, et en utilisant les relations de l'équation (3.7) on obtient :

$$\mathbf{X}_1 = (\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{M}}_{c,1})^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} (\mathbf{b}_1 - \bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2), \quad (3.9)$$

où

$$\bar{\mathbf{M}}_{c,1} = \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{12}. \quad (3.10)$$

$\bar{\mathbf{I}}$ est la matrice identité et $\bar{\mathbf{M}}_{c,1}$ est appelée « Matrice caractéristique » de la surface 1. Par analogie à la série de Taylor, et à condition que le rayon spectral de la matrice $\bar{\mathbf{M}}_{c,1}$ soit strictement inférieur à l'unité, la matrice $(\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{M}}_{c,1})^{-1}$ peut être exprimée sous la forme d'une série, et, en appliquant une troncature à la valeur $p = P_{\text{PILE}}$, on obtient finalement

$$\mathbf{X}_1 = \left[\sum_{p=0}^{p=P_{\text{PILE}}} \bar{\mathbf{M}}_{c,1}^p \right] \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} (\mathbf{b}_1 - \bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2) = \sum_{p=0}^{p=P_{\text{PILE}}} \mathbf{Y}_1^{(p)}, \quad (3.11)$$

avec

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_1^{(0)} = \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} (\mathbf{b}_1 - \bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2) & \text{pour } p = 0 \\ \mathbf{Y}_1^{(p)} = \bar{\mathbf{M}}_{c,1} \mathbf{Y}_1^{(p-1)} & \text{pour } p > 0 \end{cases}. \quad (3.12)$$

Les inconnues surfaciques sur la surface du diffuseur 2, contenues dans le vecteur \mathbf{X}_2 , sont obtenues en substituant les indices $\{1, 2, 12, 21\}$ par, respectivement, $\{2, 1, 21, 12\}$ dans les équations (3.11), (3.12), et (3.10). La substitution dans cette dernière équation fait apparaître la matrice caractéristique de la surface 2 :

$$\bar{\mathbf{M}}_{c,2} = \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{12} \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{21}. \quad (3.13)$$

3.3.2 Interprétation physique de la méthode E-PILE

Le calcul des inconnues surfaciques sur deux diffuseurs couplés par la méthode E-PILE admet une interprétation physique simple. A titre d'exemple et d'illustration, on applique ici la méthode E-PILE au cas d'un objet (diffuseur 1) situé au-dessus d'une surface rugueuse (diffuseur 2). Les explications de la méthode sont illustrées sur la figure 3.1. La matrice $\bar{\mathbf{Z}}_1$ correspond donc ici à la matrice impédance de l'objet considéré en espace libre, la matrice $\bar{\mathbf{Z}}_2$ est la matrice impédance de la surface rugueuse considérée seule et les matrices $\bar{\mathbf{Z}}_{12}$ et $\bar{\mathbf{Z}}_{21}$ correspondent respectivement aux matrices de couplage (objet \rightsquigarrow surface) et (surface \rightsquigarrow objet).

Pour $p = 0$, la matrice $\overline{\mathbf{Z}}_1^{-1}$ multipliée par le vecteur $(\mathbf{b}_1 - \overline{\mathbf{Z}}_{21}\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}\mathbf{b}_2)$, prend en compte les interactions locales sur la surface S_1 . $\mathbf{Y}_1^{(0)}$ correspond donc aux courants surfaciques sur l'objet quand il est excité par le champ direct incident \mathbf{b}_1 et le champ diffusé par la surface de mer S_2 : $\overline{\mathbf{Z}}_{21}\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}\mathbf{b}_2$. En effet, $\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}$ prend en compte les interactions locales sur la surface inférieure et $\overline{\mathbf{Z}}_{21}$ propage les courants surfaciques sur S_2 vers la surface de l'objet. A l'ordre 1 ($p = 1$), $\mathbf{Y}_1^{(1)} = \overline{\mathbf{M}}_{c,1}\mathbf{Y}_1^{(0)}$, où $\overline{\mathbf{Z}}_{12}$ propage l'information des courants surfaciques sur S_1 , $\mathbf{Y}_1^{(0)}$, vers S_2 , $\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}$ prend en compte les interactions locales sur S_2 et $\overline{\mathbf{Z}}_{21}$ propage les courants surfaciques résultants sur S_2 , vers la surface de l'objet ; finalement $\overline{\mathbf{Z}}_1^{-1}$ actualise les courants surfaciques sur la surface de l'objet. Ainsi, la matrice caractéristique $\overline{\mathbf{M}}_{c,1}$ réalise une propagation aller-retour entre la surface de l'objet et la surface rugueuse. En conclusion, l'ordre P_{PILE} de la méthode E-PILE, correspond au nombre d'aller-retours entre l'objet et la surface de mer. De la même manière, $\overline{\mathbf{M}}_{c,2}$ réalise un aller retour entre la surface rugueuse et l'objet.

La figure 3.2 illustre la convergence de la méthode E-PILE pour un problème 2D. Le module du champ total rayonné normalisé est tracé en fonction de l'abscisse normalisée et de la hauteur normalisée de la scène pour la polarisation TE et pour différents ordres de la méthode PILE. Un cylindre circulaire de rayon $a = \lambda_0$ est situé à $4\lambda_0$ au-dessus d'une surface rugueuse gaussienne (avec $\epsilon_{r2} = 2 + 0.01j$, $\sigma_z = 0.5\lambda_0$, $L_c = 2\lambda_0$, $L_2 = 80\lambda_0$, on utilise une onde de Thorsos avec $g = L_2/6$, $\theta_i = 20^\circ$).

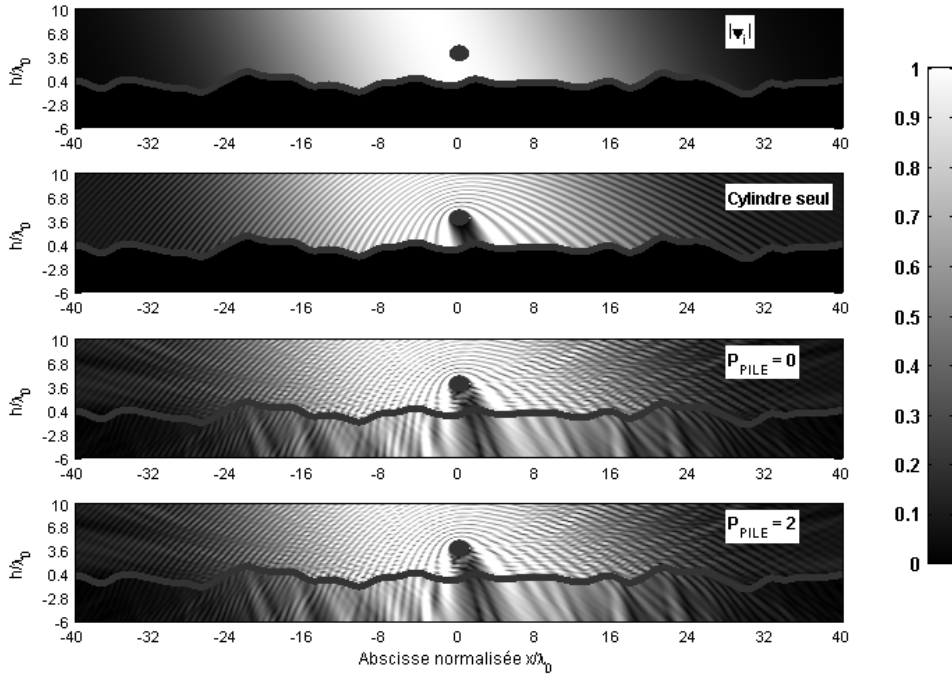


FIGURE 3.2 – Module du champ total rayonné normalisé en polarisation TE. Cas d'un cylindre de rayon $a = \lambda_0$ ($N_1 = 64$) à $4\lambda_0$ au-dessus d'une surface rugueuse gaussienne ($\epsilon_{r2} = 2 + 0.01j$) diélectrique 1D de longueur $80\lambda_0$ ($N_2 = 800$), $L_c = 2\lambda_0$, $\sigma_z = 0.5\lambda_0$, $\theta_i = 20^\circ$.

On observe clairement que la présence de la surface inférieure perturbe le champ diffracté par le cylindre. L'ordre 0 de la méthode PILE produit un résultat visuellement très proche de celui où le critère de convergence³ est atteint ($P_{\text{PILE}} = 2$) de sorte qu'il faut comparer attentivement les deux courbes pour observer de légères différences. Néanmoins, les différences restent nettement perceptibles sur les courants (non illustrés ici).

3.3.3 Validation de la méthode E-PILE

On teste ici la méthode E-PILE pour le cas d'une plaque au-dessus d'une surface rugueuse comme illustré sur la figure 3.3. Ces résultats, qui concernent un problème 3D, ont été obtenus dans le cadre de la thèse de Mohammad Kouali [20]. La surface rugueuse est gaussienne, de longueurs de corrélation

³On considère ici le critère $\epsilon_{\text{PILE}}^X < 10^{-2}$ où ϵ_{PILE}^X est l'erreur relative sur les inconnues entre la méthode PILE et une inversion directe LU.

$L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, d'écart-type des hauteurs $\sigma_z = 0.2\lambda_0$ et de dimensions $10\lambda_0 \times 10\lambda_0$. La plaque est de dimensions $S_1 = 2\lambda_0 \times 2\lambda_0$ et se situe à $5\lambda_0$ au-dessus du plan moyen de la surface rugueuse. Ce groupe de deux diffuseurs est illuminé par une onde plane en incidence normale ($\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$). Les résultats sont illustrés sur la figure 3.4 sur laquelle la SER bistatique est tracée en fonction de l'angle d'observation θ_s (avec $\phi_s = 0^\circ$), et l'erreur relative notée ici r_e est donnée dans la légende.

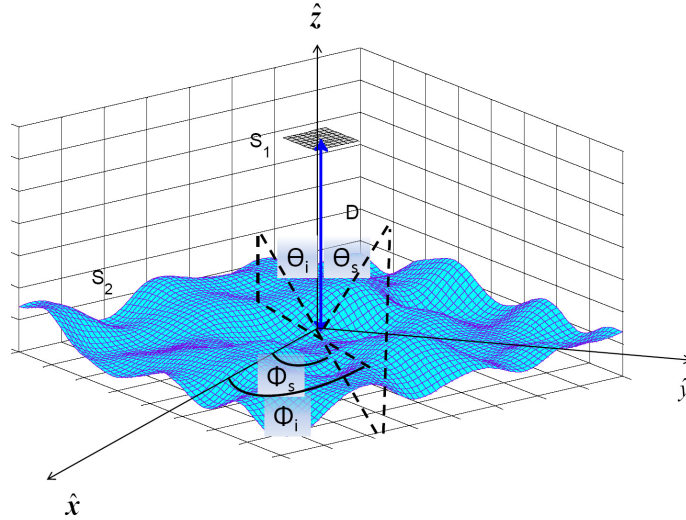


FIGURE 3.3 – Géométrie du problème d'une plaque au-dessus d'une surface rugueuse

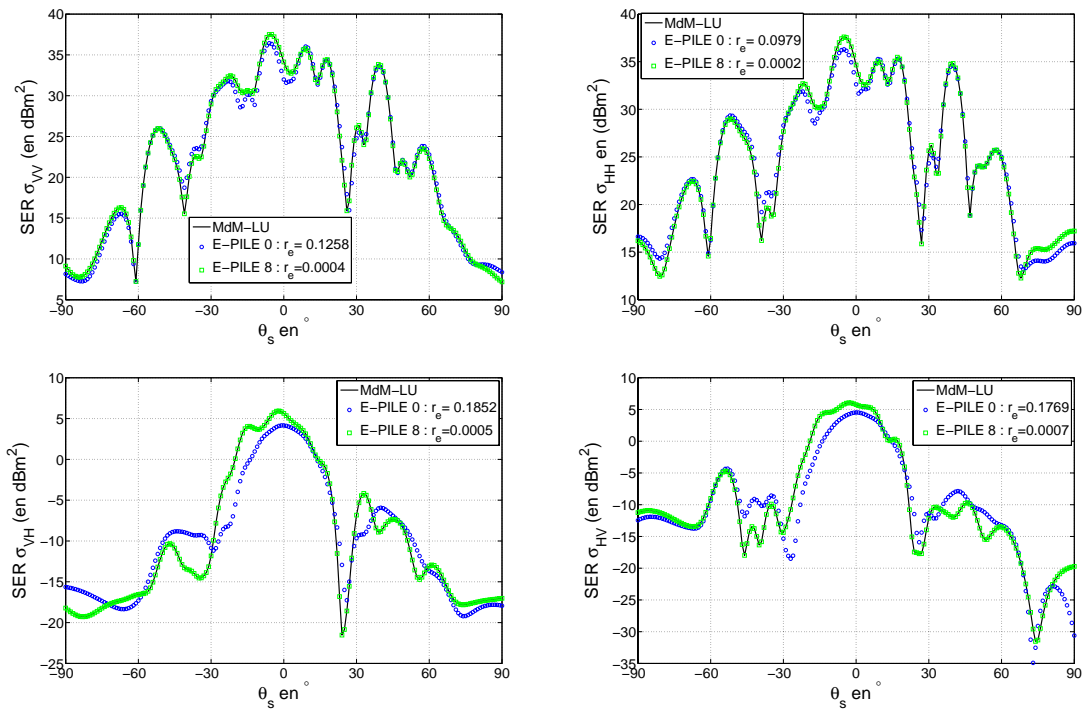


FIGURE 3.4 – Comparaisons de la SER bistatique. Cas d'une plaque de taille $S_1 = 2\lambda_0 \times 2\lambda_0$ ($N_1 = 256$) située à $5\lambda_0$ au-dessus d'une surface 2D rugueuse gaussienne PEC de dimensions $S_2 = 10\lambda_0 \times 10\lambda_0$ ($N_2 = 6400$), $L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, $\sigma_z = 0.2\lambda_0$, $f = 300$ MHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$. Dans la légende figurent l'ordre de l'itération de E-PILE suivi de l'erreur relative sur la SER.

À partir de la figure 3.4, on remarque que plus l'ordre de la méthode E-PILE augmente, plus elle converge vers la méthode LU pour les deux co-polarisations (σ_{VV} , σ_{HH}) et les deux polarisations croisées (σ_{VH} , σ_{HV}).

3.3.4 Lien entre la méthode E-PILE et la méthode E-SDIM

La méthode E-PILE a été développée chronologiquement avant la E-SDIM. Ce sont d'ailleurs les travaux menés autour de la méthode E-PILE (idée de créer une méthode E-PILE multi-niveaux dans laquelle chaque surface pourrait être elle-même décomposée en sous-domaines) qui ont amené au développement de la méthode SDIM puis E-SDIM (voir chapitre précédent). On peut d'ailleurs remarquer des similarités très fortes entre les deux méthodes. En effet, en posant $P = 2$ sous-domaines pour la méthode E-SDIM et en remarquant que les matrices de couplage ne sont pas numérotées de la même manière⁴, à partir des équations (3.12) et (2.12), on peut noter que le terme $\mathbf{Y}_1^{(0)}$ de la méthode E-PILE correspond à la somme des deux premiers ordres de la fonction caractéristique du sous-domaine 1. On a donc plus généralement (pour $i = \{1; 2\}$ et $i \neq j$) :

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_{i\text{-PILE}}^{(0)} = \mathbf{Y}_{i\text{-SDIM}}^{(0)} + \mathbf{Y}_{i\text{-SDIM}}^{(1)} \\ \mathbf{Y}_{i\text{-PILE}}^{(1)} = \overline{\mathbf{M}}_{c,1} \mathbf{Y}_{i\text{-PILE}}^{(0)} = \mathbf{Y}_{i\text{-SDIM}}^{(2)} + \mathbf{Y}_{i\text{-SDIM}}^{(3)} \\ \mathbf{Y}_{i\text{-PILE}}^{(p)} = \overline{\mathbf{M}}_{c,1} \mathbf{Y}_{i\text{-PILE}}^{(p-1)} = \mathbf{Y}_{i\text{-SDIM}}^{(2p)} + \mathbf{Y}_{i\text{-SDIM}}^{(2p+1)} \quad \text{pour } p > 0 \end{cases} . \quad (3.14)$$

On peut donc voir la méthode E-SDIM comme une méthode E-PILE généralisée à un nombre arbitraire de sous-domaines : l'ordre k des fonctions caractéristiques de la méthode E-SDIM augmente deux fois plus rapidement que l'ordre p de la méthode E-PILE. Autrement dit, et bien que les deux formulations ont été obtenues par des voies différentes⁵, la méthode E-PILE est une méthode E-SDIM à deux domaines. Ces deux domaines ont en plus la particularité d'être disjoints géométriquement, ce qui supprime les problèmes de recouvrement pour le cas 3D.

3.4 Accélération de la Méthode E-PILE+FBSA

Grâce à la décomposition par blocs de la matrice impédance via la méthode E-PILE, des méthodes de calcul rapides spécifiques au problème de la diffusion par une surface rugueuse peuvent être appliquées au problème global d'un objet proche d'une surface rugueuse. Concrètement, lors du calcul des courants surfaciques, l'inversion de la matrice impédance de la surface rugueuse suivie du produit matrice vecteur $\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{u}$ (où \mathbf{u} est homogène à un champ et correspond au champ incident ou au champ provenant de l'objet) peut être réalisée par une méthode dédiée telle que la FB ou la FBSA (voir chapitre précédent). Ainsi la complexité du calcul de l'inversion du sous-bloc $\overline{\mathbf{Z}}_2$ peut passer de $\mathcal{O}(N_2^3)$ (avec inversion LU) à $\mathcal{O}(N_2)$ (avec la FBSA).

3.4.1 Méthode E-PILE+FBSA

Les méthodes E-PILE, E-PILE+FB et E-PILE+FBSA sont appliquées sur une scène maritime 2D, illustrée sur la figure 3.5, constituée d'une croix au-dessus d'une surface de mer (l'approximation IBC est utilisée). Le profil de mer est générée à partir du spectre de mer d'Elfouhaily avec une vitesse du vent à 10 mètres au-dessus de la mer de 5 m/s, $f = 3$ GHz, $L_2 = 20$ m, échantillonnée en $N_2 = 2000$ points (la méthode de référence limitant la taille du problème), $g = L_2/6$, polarisation TM et $\theta_i = 0^\circ$. La croix est située à 2 m au-dessus du plan moyen de la surface de mer, chaque segment de la croix a une longueur de 1 m ; la croix est décrite par $N_1 = 800$ points.

A noter que pour la fréquence considérée ($f = 3$ GHz), la permittivité relative pour la surface de mer est $\epsilon_{r,2} = 70.4 + 40.6j$. L'ordre de la méthode FB est choisi à partir de l'étude du problème de la diffusion par la surface seule, soit $P_{\text{FB}} = 2$ et $x_{d0} = 0.05L_c$ pour la distance des interactions fortes (tous deux choisis volontairement un peu au-dessus de la limite de convergence pour s'assurer d'une bonne précision).

Sur la figure 3.6, le module du champ total sur la surface de la croix est tracé en dB en fonction de l'indice de la maille de la croix. Dans la légende : l'ordre de la méthode E-PILE suivi de l'erreur relative sur le champ total surfacique.

⁴Il s'agit là d'un choix purement arbitraire : nous avons fait un choix lié à l'interprétation physique pour la méthode E-PILE puisque la matrice de couplage $\overline{\mathbf{Z}}_{12}$ correspond au rayonnement de la surface 1 vers la surface 2 (la lecture et l'interprétation est donc intuitive), alors que la numérotation choisie dans la méthode E-SDIM favorise l'écriture algébrique plus classique : $\overline{\mathbf{Z}}_{12}$ est positionnée en première ligne et deuxième colonne de la matrice (mais correspond au rayonnement du domaine 2 vers le domaine 1).

⁵La méthode E-PILE résulte de l'expression des équations intégrales couplées suivie de la résolution algébrique du système linéaire ainsi obtenu. La E-SDIM résulte du découpage géométrique du problème, impliquant un découpage algébrique de la matrice impédance, suivi de la résolution du système linéaire ainsi obtenu. Les deux méthodes exploitent par contre le même principe de la série de Taylor.

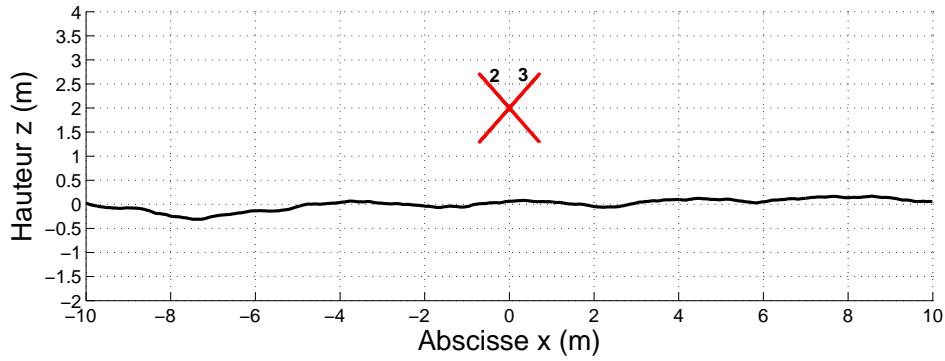


FIGURE 3.5 – Illustration de la scène maritime.

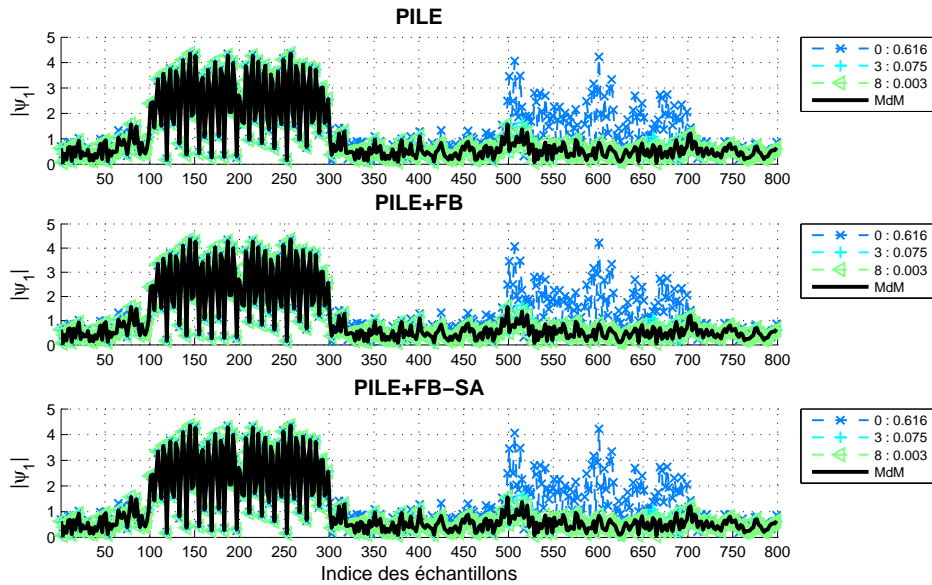
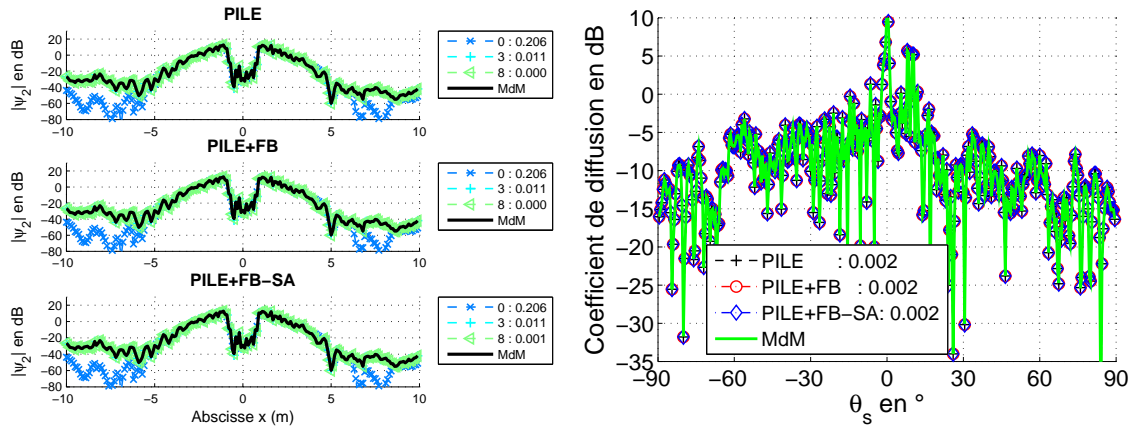


FIGURE 3.6 – Module du champ total sur la surface de la croix en polarisation TM. Dans la légende : l'ordre de la méthode E-PILE suivi de l'erreur relative sur le champ total surfacique. La scène est illustrée sur la figure 3.5. En haut E-PILE, au milieu E-PILE+FB (avec $P_{FB} = 2$), en bas E-PILE+FB-SA ($x_{d0} = 0.05L_c$). Les résultats issus de la MdM sont tracés sur chaque courbe.

Sur la figure 3.7a, le module du champ total sur la surface de la mer est tracé en dB en fonction de l'abscisse normalisée. Dans la légende : l'ordre de la méthode E-PILE suivi de l'erreur relative sur le champ total surfacique.

Sur la figure 3.7b, le coefficient de diffusion de la scène complète est tracé en dB en fonction de l'angle de diffusion pour chacune des méthodes et pour $P_{PILE} = 10$. Dans la légende : l'ordre de la méthode E-PILE suivi de l'erreur relative sur le coefficient de diffusion.

On observe sur la figure 3.6 un champ élevé et oscillant sur les échantillons $n_1 = 100$ à 300 qui correspondent aux échantillons des faces 2 et 3 de la croix (voir figure 3.5). Physiquement, ceci correspond aux doubles réflexions entre les faces 2 et 3 de la croix, toutes deux directement illuminées par le champ incident. Un champ élevé sur les faces 6 et 7 de la croix (tournées vers la surface rugueuse) provenant de la surface de mer est surestimé par l'ordre 0 de la méthode E-PILE. Les ordres supérieurs de la méthode E-PILE corrigent ainsi ce champ pour converger vers la MdM. Hormis les faces 2 et 3 de la croix, les faces ne sont pas illuminées par l'onde incidente, mais un champ surfacique est présent dû aux contributions provenant de la surface de mer. Le couplage entre la surface et la croix est donc correctement réalisé, et l'erreur relative diminue lorsque l'ordre de la méthode augmente. Le même constat est observé sur la figure 3.7a. Finalement, en considérant l'ordre $P_{PILE} = 10$, la figure 3.7b montre un très bon accord entre les méthodes avec une erreur relative très faible bien que les complexités des méthodes diffèrent nettement. Quels que soit l'obstacle et la surface rugueuse, on a montré plus globalement que l'étude du cas « surface rugueuse en espace libre » suffit pour paramétrer les méthodes FB et FB-SA utilisées dans le cadre de la méthode E-PILE [19]. Toutefois,



(a) Module du champ total sur la surface de mer en dB (b) Coefficient de diffusion en dB ($P_{\text{PILE}} = 10$)

FIGURE 3.7 – Module du champ total sur la surface de mer en dB et coefficient de diffusion en dB pour une croix au-dessus d’une surface de mer. Les paramètres sont les mêmes que pour la figure 3.6

par sécurité, l’ordre de la FB et la distance des interactions fortes sont choisis un peu au-dessus des valeurs assurant la convergence pour une surface seule. L’ordre P_{PILE} est quant à lui obtenu par un critère de convergence. Ainsi, la méthode E-PILE+FB-SA peut être considérée comme une méthode de référence et être utilisée pour des scènes plus grandes avec un grand nombre de surfaces de mer générées pour la prise en compte du caractère aléatoire de la surface par un procédé de Monte-Carlo [19].

Cependant, en l’état, la FB-SA est peu efficace pour un problème 3D (voir chapitre 2). C’est pourquoi, seule la méthode FB a été appliquée pour accélérer la méthode E-PILE dans le cadre de la thèse de Mohammad Kouali [20].

3.4.2 Méthode E-PILE+FB-SA+ACA

Du fait de la taille importante de la surface rugueuse par rapport à l’obstacle, le calcul le plus coûteux pour l’évaluation de la signature d’un obstacle au-dessus d’une surface rugueuse est le calcul des interactions locales sur la surface. Une fois ce calcul accéléré par la FB-SA dans la méthode E-PILE, et dans le cas d’un obstacle de taille modérée par rapport à la longueur d’onde, l’effort à mener pour réduire la complexité du calcul global concerne la prise en compte du couplage entre la surface et l’obstacle. En effet, on peut montrer que si $N_1 \ll N_2$ alors la complexité du calcul avec E-PILE+FB-SA est réduite à $\mathcal{O}([P_{\text{PILE}} + 1][P_{\text{FB}}N_2N_s + 2N_1N_2])$. Compte tenu du fait que l’obstacle est situé à plusieurs longueurs d’onde de la surface, il pourrait être intéressant d’appliquer la FMM pour accélérer le produit matrice-vecteur. Cependant, on peut remarquer que la méthode E-PILE demande de réaliser un grand nombre de fois les mêmes produits matrice-vecteur lors des différentes itérations. Une compression algébrique serait donc plus efficace pour profiter d’une seule étape de compression des matrices de couplage. C’est de ce constat que je suis parti en 2013 pour proposer une nouvelle accélération au calcul de la méthode E-PILE exploitant la compression matricielle ACA. Il s’agit ici des premiers travaux, chronologiquement, que nous avons menés pour l’exploitation de la compression algébrique dans nos méthodes de calcul. J’ai ensuite poursuivi cette idée pour une hybridation avec des méthodes asymptotiques, qui fut l’objet d’une partie de la thèse d’Antoine Thomet (voir chapitre 5), puis l’algorithme a de nouveau été exploité dans le cadre de la thèse de Yunniel A. Noa (voir chapitre précédent). Les résultats obtenus [91] ont montré que l’ACA permettait de compresser efficacement les matrices de couplage sans nuire à la précision des résultats. Le gain apporté par la compression ACA est illustré sur les figures 3.8a et 3.8b. Pour ces simulations, on considère un cylindre PEC de rayon 0.5 m situé à 3 m au-dessus d’une surface de mer très conductrice de longueur $L_2 = 120$ m ($u_{10} = 5$ m/s et emploi de l’IBC). La fréquence varie de 2 à 20 GHz et on considère une incidence normale en polarisation HH pour l’excitation de la scène et $g = L_2/6 = 20$ m pour l’onde de Thorsos. L’ACA est paramétrée avec un seuil à $\epsilon = 0.001$ pour obtenir une bonne précision, les autres paramètres (pour E-PILE et FB-SA) sont donnés dans [91], et héritent d’études précédentes pour assurer précision et convergence.

Le gain apporté par l’ACA en terme de temps de calcul est ici modeste mais tend à être d’autant

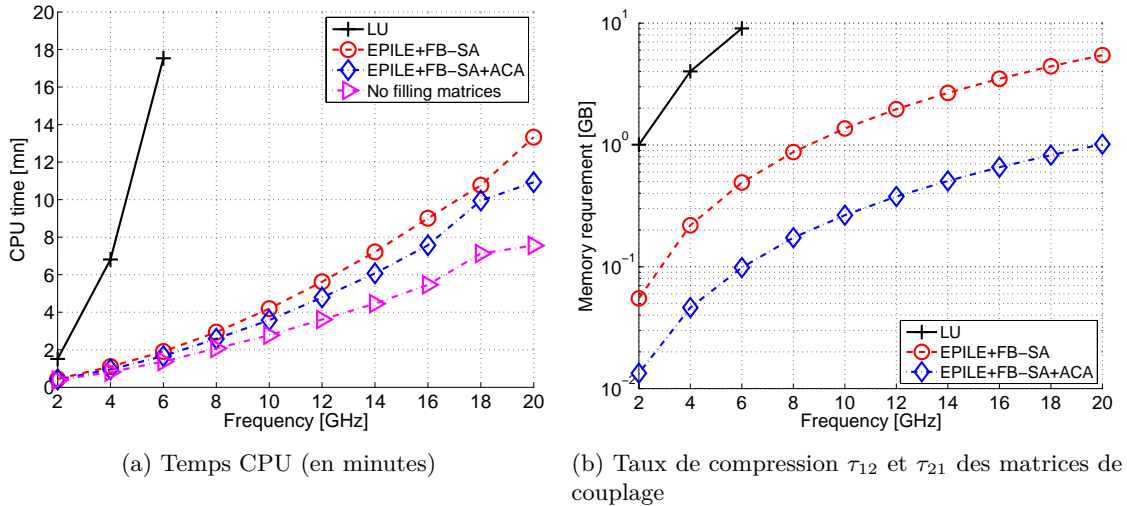


FIGURE 3.8 – Temps CPU et taux de compression pour le calcul de la diffusion par un cylindre PEC au-dessus de la mer en polarisation HH et incidence normale. Le temps CPU « no filling matrices » correspond au cas où le temps de remplissage des matrices est supprimé du temps global du calcul avec la méthode E-PILE+FBSA+ACA

plus intéressant que la fréquence augmente. En effet, le nombre d'inconnues augmente et les taux de compression deviennent de plus en plus intéressants : le temps pour réaliser la compression ACA devient de plus en plus contrebalancé par le gain apporté lors des produits matrice-vecteurs. L'apport serait encore plus flagrant pour une application monostatique impliquant un nombre important d'angles d'incidence : les matrices comprimées stockées seraient ré-exploitées pour chaque calcul.

3.5 Hybridation de la méthode E-PILE avec l'OP

Pour le problème 2D de la diffraction par un objet au-dessus de la mer, la méthode E-PILE+FBSA+ACA est la méthode rigoureuse la plus rapide ; il n'existe pas à l'heure actuelle de méthode proposant une complexité plus faible pour résoudre rigoureusement ce problème. Ceci a pu être obtenu grâce au schéma itératif E-PILE permettant de combiner la FBSA, dont l'efficacité est exceptionnelle pour la diffusion par une mer 1D, et la compression ACA pour le couplage. Ainsi, il existe deux pistes principales pour réduire encore les temps de calcul :

- un codage informatique plus efficace (langage de programmation adapté au calcul rapide, parallélisation massive, ordonnancement des tâches de calcul...)
- l'ajout d'approximations dans le calcul avec l'emploi de méthodes asymptotiques (sur l'objet et/ou sur la mer)

C'est la seconde piste que nous avons choisi de suivre, et les premiers travaux sur le sujet remontent à ma thèse avec l'emploi de l'OP sur l'objet pour le cas du problème 2D [74]. C'est donc tout naturellement que nous avons choisi aussi de poursuivre cette piste pour le problème 3D lors de la thèse de Mohammad Kouali.

Pour cela, rappelons que pour une surface PEC, le courant électrique sur la surface est donné à partir de l'OP par

$$\vec{J}_{OP} = 2\hat{n} \wedge \vec{H}_i. \quad (3.15)$$

Une analogie peut directement être faite en considérant l'ordre 0 de E-PILE qui peut s'écrire :

$$\mathbf{Y}_1^{(0)} = \overline{\mathbf{Z}}_1^{-1}(\mathbf{b}_1 - \overline{\mathbf{Z}}_{21}\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}\mathbf{b}_2), \quad (3.16)$$

où $\mathbf{u} = \mathbf{b}_1 - \overline{\mathbf{Z}}_{21}\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}\mathbf{b}_2$, est un champ tangentiel excitant le premier diffuseur correspondant à $\hat{n} \wedge \vec{H}_i$ dans l'équation (3.15). Les inconnues surfaciques \mathbf{Y}_1 sont représentées dans l'équation (3.15) par le courant surfacique \vec{J}_{OP} .

Dans l'équation (3.16), le terme $\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}\mathbf{b}_2$ correspond au courant surfacique sur le second diffuseur en espace libre, \mathbf{b}_2 est le champ tangentiel excitant le second diffuseur correspondant à $\hat{n} \wedge \vec{H}_i$ dans

l'équation (3.15). Ainsi en appliquant l'OP, les éléments diagonaux de l'inverse de la matrice impédance $\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}$ peuvent être approximatés par la valeur 2 sur la surface éclairée du deuxième diffuseur et 0 sinon (les courants de l'OP sont nuls sur les surfaces non directement éclairées). De même pour le terme $\overline{\mathbf{Z}}_1^{-1} \mathbf{b}_1$ qui correspond au courant surfacique sur le premier diffuseur comme s'il était en espace libre : avec l'OP, les éléments de l'inverse de la matrice impédance $\overline{\mathbf{Z}}_1^{-1}$ valent 2 sur la surface éclairée du premier diffuseur et 0 sinon. Du fait de l'emploi de l'approximation de l'OP, il est nécessaire de différencier les côtés directement excités par la source (« front » en anglais) et les côtés à l'ombre (« back » en anglais). Le champ incident \mathbf{b}_1 illumine le côté « front » du premier diffuseur, et le côté « back » est illuminé par une source secondaire qui est le champ diffusé du deuxième diffuseur ($\overline{\mathbf{Z}}_{21} \overline{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2$). Il est donc nécessaire de modifier les éléments de \mathbf{b}_1 et de $\overline{\mathbf{Z}}_{21}$. Ceci est réalisé facilement grâce à un test trivial sur la normale (par le signe du produit scalaire entre le vecteur d'onde incident et la normale locale), et permet ainsi d'intégrer un booléen aux deux termes modifiés : \mathbf{b}_1' et $\overline{\mathbf{Z}}_{21}'$ qui sont maintenant partiellement constitués d'éléments nuls.

Finalement, l'équation (3.12) dans l'algorithme E-PILE est simplifiée comme suit :

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_1^{(0)} = 2(\mathbf{b}_1' - \overline{\mathbf{Z}}_{21}' \mathbf{b}_2) & \text{pour } p = 0 \\ \mathbf{Y}_1^{(p)} = \overline{\mathbf{M}}_{c,1}' \mathbf{Y}_1^{(p-1)} & \text{pour } p > 0 \end{cases}, \quad (3.17)$$

où $\overline{\mathbf{M}}_{c,1}' = 2\overline{\mathbf{Z}}_{21}' 2\overline{\mathbf{Z}}_{12}$, et le même procédé est réalisé pour le calculs des courants sur la surface rugueuse $\mathbf{Y}_2^{(p)}$.

La complexité de la méthode hybride E-PILE+OP1+OP2 (OP sur le diffuseur 1 et OP sur le diffuseur 2) est largement réduite, car les inversions matricielles $\overline{\mathbf{Z}}_1^{-1}$ et $\overline{\mathbf{Z}}_2^{-1}$ ne sont pas calculées. Ainsi, les complexités des inversions $\mathcal{O}(N_1^3)$ et $\mathcal{O}(N_2^3)$ deviennent égales à 1. On note enfin que la méthode E-PILE hybridée à l'OP comporte des similarités avec l'IPO (Iterative Physical Optics) (voir chapitre 5), puisqu'on applique l'OP sur chaque diffuseur dans un schéma itératif.

Un exemple des résultats obtenus est illustré sur la figure 3.9, où un bon accord est obtenu⁶

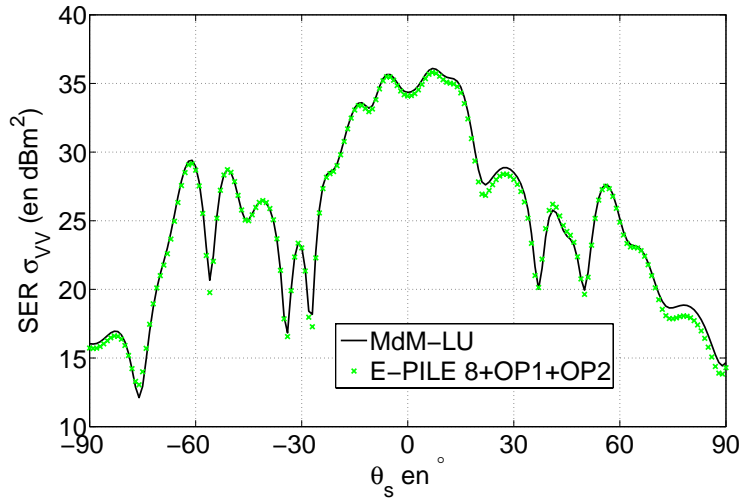


FIGURE 3.9 – Comparaisons de la SER bistatique avec EPILE+OP1+OP2 et MdM-LU. Cas d'une plaque de taille $S_1 = \lambda_0 \times \lambda_0$ ($N_1 = 64$) située à $5\lambda_0$ au-dessus d'une surface 2D rugueuse gaussienne PEC de dimensions $S_2 = 14\lambda_0 \times 14\lambda_0$ ($N_2 = 12544$), $L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, $\sigma_z = 0.6\lambda_0$, $f = 300$ MHz, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$, polarisation VV.

Plus récemment, des travaux se sont fortement inspirés des méthodes développées dans le cadre de la thèse de Mohammad, exploitant un schéma itératif de type E-PILE pour le couplage entre l'objet

⁶Il faut noter que la Méthode des Moments appliquée dans la thèse de Mohammad est basée sur un processus de type « Point Matching » avec des fonctions de base de type « porte » et des fonctions de test de type Dirac, ce qui, pour la MFIE, ne permet pas de bien rendre compte de certains effets de diffraction : la MdM est donc ici plus proche de l'OP pour un plan lisse qu'elle ne devrait l'être et les écarts observés sont surtout liés à l'approximation de l'OP sur un plan rugueux. Des écarts plus importants seraient donc obtenus en utilisant une Méthode des Moments avec fonctions de type RWG et méthode de Galerkin, comme réalisé chronologiquement plus tard dans le cadre de la thèse de Yunniel A. Noa.

et la surface et en appliquant l'OP sur chaque diffuseur [93, 94, 95].

3.6 Perspectives

Depuis la première publication en 2008 de la méthode E-PILE, la méthode a été très utilisée, notamment aussi par deux équipes chinoises [75, 76, 96, 97].

Pour aller encore plus loin dans la taille des problèmes 3D à traiter, deux pistes sont à étudier. Comme pour le cas « surface seule », la première concerne l'exploitation optimisée des ressources informatiques (parallélisation, calcul sur GPU, utilisation de moteur d'exécution, ...). La seconde est de poursuivre les travaux déjà entrepris dans l'accélération algébrique ou asymptotique du calcul de la diffusion par cette scène complexe.

Comme déjà expliqué au chapitre précédent, la MLACA et la R-ACA permettrait d'accélérer les méthodes en particulier avec une meilleure compression des matrices de couplage. Le calcul des interactions locales pourrait également être accéléré en exploitant, pour le cas 3D, les méthodes E-SDIM ou CBFM vues au chapitre précédent et d'exploiter des méthodes rapides communément appliquées pour les interactions locales pour l'objet (\mathcal{H} -matrices, ou résolution asymptotique par l'OP). Pour cette piste, on pourra s'inspirer de deux récents articles publiés sur l'emploi de la CBFM pour le calcul de la diffusion par un objet situé sous ou au-dessus d'une surface rugueuse [98, 99].

Enfin, une piste intéressante à tester serait d'appliquer directement les méthodes E-SDIM ou CBFM au problème complet. L'idée serait ici de considérer la surface de l'objet comme un des sous-domaines. Si l'applicabilité d'une telle approche ne présente pas de risque identifié, une étude sur la convergence serait à mener pour s'assurer du réel gain apporté. En effet, l'inhomogénéité des sous-domaines (le domaine de l'objet serait très différent des sous-domaines de la surface en termes de forme, d'étendue, de distance radioélectrique aux sous-domaines voisins, ...) pourrait impacter la convergence globale de la méthode.

Enfin, il est important de noter que les travaux de Mohammad ont alimenté des interrogations personnelles fortes sur la capacité de l'OP à rendre compte d'un effet d'ombrage. Le schéma itératif E-PILE, qui permet de faire rayonner rigoureusement les courants approchés de l'Optique Physique, en est la raison principale. Mais comme les courants de l'OP sont exprimés par l'emploi local des lois de l'Optique Géométrique, ils ne doivent permettre, en théorie, que d'approcher efficacement le champ diffracté autour de la direction de réflexion spéculaire. Ce qui n'est pas le cas quand on considère la diffraction de l'objet vers la surface de mer. Mes travaux de recherche, qui ont donc suivi les travaux de Mohammad Kouali, furent principalement dédiés à la compréhension de cette apparente contradiction, et font l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 4

Concept et techniques d'ombrage en hautes fréquences

« L'ombre du zèbre n'a pas de rayures. »

René Char

Sommaire

4.1	Introduction	62
4.2	Diffraction en zone d'ombre en hautes fréquences	62
4.3	Ombrage dans la méthode E-PILE	63
4.4	Principe de Babinet et Optique Physique : cas scalaire	64
4.4.1	Rayonnement des courants de l'OP pour le cas scalaire	64
4.4.2	Rayonnement des courants de Babinet pour le cas scalaire	65
4.4.3	Démonstration pour le cas scalaire	66
4.5	Principe de Babinet et Optique Physique : cas vectoriel	67
4.5.1	Rayonnement des courants de l'OP pour le cas vectoriel	68
4.5.2	Rayonnement des courants de Babinet pour le cas vectoriel	68
4.5.3	Démonstration pour le cas vectoriel	69
4.6	Perspectives	72

4.1 Introduction

Le chapitre précédent a permis d'illustrer l'émergence du phénomène d'ombrage¹ lors de la prise en compte du couplage entre l'objet et la surface rugueuse située en-dessous.

La figure 3.2 illustre bien que l'ombre de l'objet est directement modélisée dans le calcul de la diffraction par l'obstacle : le champ diffracté vient compenser le champ incident dans la zone d'ombre de l'obstacle de sorte que le champ total derrière l'objet est très faible.

Le calcul du champ diffracté est obtenu par l'application du principe de Huygens sur les courants surfaciques de l'objet : la fonction de Green permet de faire rayonner cet ensemble de sources secondaires (les courants induits) n'importe où dans l'espace. Elle permet donc aussi bien de décrire le champ diffusé (par rayonnement d'ondes rampantes) derrière un obstacle de petites dimensions par rapport à la longueur d'onde, mais aussi de rendre compte de l'effet d'ombrage pour une cible de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde. Pour ce dernier cas, les méthodes asymptotiques sont souvent privilégiées et la question à se poser est donc : comment rendre compte de cet effet à partir des hypothèses sous-jacentes aux méthodes hautes fréquences. Typiquement, l'Optique Géométrique, n'exploite pas le principe de Huygens, et l'ombre n'est obtenue que par le blocage des rayons par l'obstacle. L'optique Physique, quant à elle, nécessite l'emploi du principe de Huygens pour faire rayonner les courants approchés. Mais ces derniers sont obtenus par les lois de l'Optique Géométrique : peut-on les utiliser pour la modélisation de l'effet d'ombrage ?

4.2 Diffraction en zone d'ombre en hautes fréquences

En hautes fréquences, et quel que soit l'état de polarisation de l'onde incidente, la SER est généralement maximale lorsque l'émetteur et le récepteur sont diamétralement opposés, ce qui correspond à une configuration de fort bistatisme. On illustre ce résultat en comparant la SER d'un cylindre PEC infini (problème 2D²) et de diamètre $10\lambda_0$, obtenue par la solution analytique et la MdM en polarisation TM sur la figure 4.1. Le champ total sur la surface (courant électrique surfacique) ainsi que sa phase sont comparés sur la sous-figure 4.1a, tandis que la SER et la phase du champ diffracté sont comparées sur la sous-figure 4.1b.

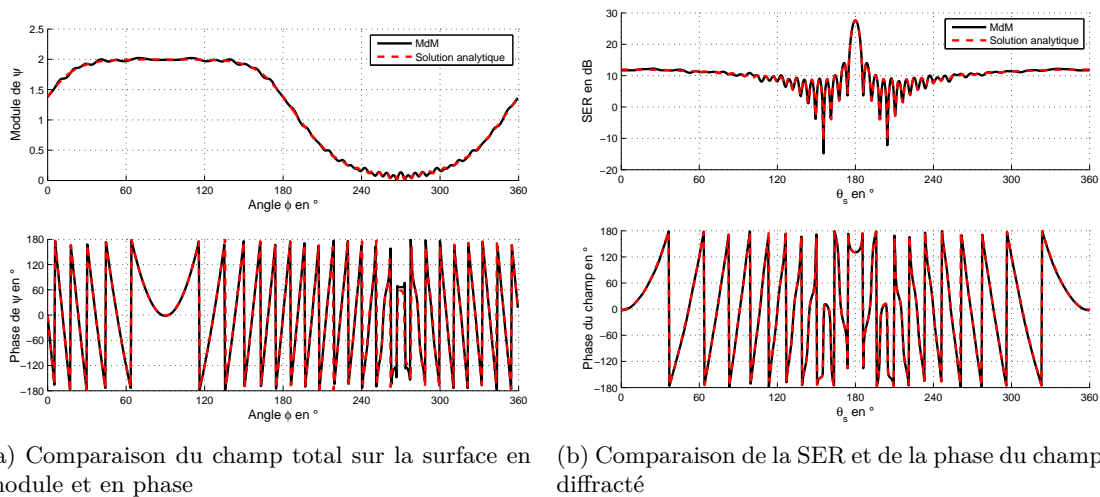


FIGURE 4.1 – Comparaisons du champ total sur la surface en module et phase, de la SER et de la phase du champ diffracté entre la MdM et la solution analytique en polarisation TM. Cas d'un cylindre PEC infini suivant son axe de révolution et de diamètre $10\lambda_0$ avec $\theta_i = 0^\circ$ et $f = 300$ MHz.

Sur la figure 4.1b, la SER est tracée en fonction de l'angle θ_s , et le champ total est tracé sur la figure 4.1a en fonction de l'angle ϕ qui décrit la surface du cylindre en coordonnées polaires (pour un rayon donné, ici $5\lambda_0$). $\phi = 90^\circ$ correspond à la partie de la surface directement éclairée par l'onde plane. La configuration monostatique est obtenue pour $\theta_s = 0^\circ$. On remarque que la SER est maximale pour $\theta_s = 180^\circ$, ce qui correspond à la configuration de bistatisme maximale décrite plus haut pour

¹Ce terme fait référence à l'optique et plus particulièrement à l'Optique Géométrique sous la notion de rayon.

²On rappelle que dans le cas 2D, la SER n'est pas homogène à une surface mais à une longueur.

laquelle l'émetteur et le récepteur sont diamétralement opposés. Le récepteur est ainsi situé dans ce qui est appelée, pour un objet grand devant la longueur d'onde, *zone d'ombre* : les courants sont quasiment nuls sur le côté du cylindre « observé » par le récepteur (les courants sont quasiment nuls pour $\phi = 270^\circ$ sur la figure 4.1a). Sous cette configuration de fort bistatisme, le champ diffracté a tendance à augmenter significativement, et par conséquent la SER également. Ce phénomène, mis en évidence la première fois par Mie en 1908 porte le nom de *forward scattering* [100, 101, 102, 103, 104]. Le champ diffracté tend à contrer le champ incident (qui est présent dans tout l'espace et indépendant de l'obstacle par définition) pour tenir compte de l'effet perturbateur de l'obstacle dans le champ total capté derrière l'objet. Il est possible de montrer que l'effet du *forward scattering* est d'autant plus présent que la taille de l'obstacle augmente par rapport à la longueur d'onde [105] et est une solution potentielle pour la détection de cibles furtives (ce système Radar porte le nom de barrière bistatique). En effet, en hautes fréquences (on néglige alors toute onde rampante rerayonnant derrière l'obstacle), la SER en *forward scattering* est principalement liée à la silhouette de l'obstacle diffractant vue depuis l'émetteur et n'est quasiment pas affectée par les revêtements absorbants et par la forme (hormis la silhouette). Une explication peut être donnée en employant le principe de Babinet [100] qui stipule que la forme d'une figure de diffraction est la même si elle est obtenue à partir d'un corps opaque ou de son « conjugué », obtenu en perçant un écran infini aux emplacements où se situe ce corps : le trou dans l'écran infini ayant donc la même silhouette que le corps.

4.3 Ombrage dans la méthode E-PILE

Un résultat très intéressant obtenu par Mohammad Kouali lors de sa thèse est l'illustration, sur la figure 4.2, des courants surfaciques (la norme du vecteur \vec{J}) obtenue par E-PILE+OP1+OP2 sur deux plaques lisses parallèles superposées. La surface supérieure est de dimensions $S_1 = 1\lambda_0 \times 1\lambda_0$, la surface inférieure est de dimensions $S_2 = 8\lambda_0 \times 8\lambda_0$, les deux plaques sont espacées de $D = 5\lambda_0$, on considère une onde plane incidente, de polarisation V, normale aux deux plaques ($\theta_i = 0^\circ$ et $\phi_i = 0^\circ$) et de fréquence $f = 300$ MHz.

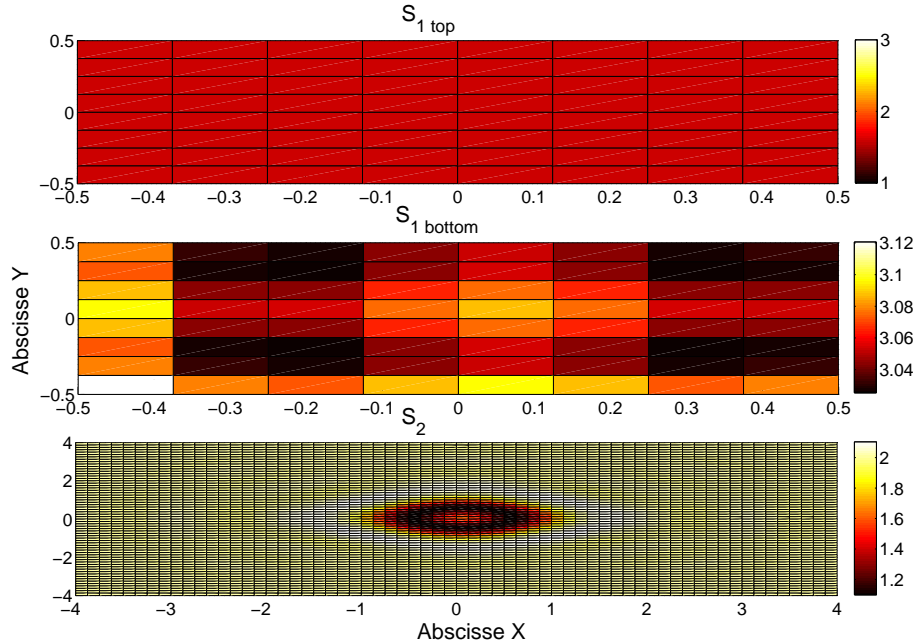


FIGURE 4.2 – Distribution des courants surfaciques (en A/m^2) sur deux plaques parallèles superposées. En haut : courant sur le dessus de la plaque supérieure ($S_{1 \text{ top}}$). Au milieu : courant sur le dessous de la plaque supérieure ($S_{1 \text{ bottom}}$). En bas : courant sur le dessus de la plaque inférieure. $S_1 = 1\lambda_0 \times 1\lambda_0$, $S_2 = 8\lambda_0 \times 8\lambda_0$, les deux plaques PEC sont espacées de $D = 5\lambda_0$. Polarisation V, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$ et $f = 300$ MHz.

Sur la figure 4.2 le champ diffusé de S_2 illumine le dessous de S_1 (nommé $S_{1 \text{ bottom}}$), et le champ incident illumine le dessus de S_1 (nommé $S_{1 \text{ top}}$). Par conséquent, les courants sont constants sur $S_{1 \text{ top}}$ puisque l'OP est utilisée et l'effet de couplage entre S_1 et S_2 produit un courant non nul sur

S_1 bottom. Nous pouvons également remarquer que la présence de S_1 au-dessus de S_2 , crée une zone d'ombre (zone où les valeurs de courant sont faibles) sur la surface inférieure S_2 , malgré le fait que la surface supérieure soit de petite taille par rapport au domaine de validité de l'OP. Et on remarque dans les itérations E-PILE (non illustré ici) que cette zone d'ombre n'apparaît que par l'ajout du couplage de la plaque 1 vers la plaque 2 comme illustré précédemment avec une approche purement rigoureuse sur la figure 3.2.

Ce résultat illustre que, le rayonnement des courants de l'OP en configuration de *forward scattering*, permet de rendre compte de l'effet d'ombrage.

Pourtant, en hautes fréquences, il est d'usage d'employer le Principe de Babinet [106] pour modéliser la diffraction en zone d'ombre d'un obstacle [100, 107, 108].

J'avais d'ailleurs mené des comparaisons, pour le cas 2D entre la SER calculée par l'OP et celle avec le principe de Babinet lors de ma thèse [19]. Les résultats obtenus montraient une précision équivalente pour les deux approches pour modéliser la figure de diffraction en zone d'ombre. Il manquait néanmoins une explication rigoureuse de ce constat.

4.4 Principe de Babinet et Optique Physique : cas scalaire

Les premiers travaux entrepris pour apporter une démonstration rigoureuse que l'OP permet de modéliser l'ombrage en zone de *forward scattering* furent réalisés en 2D. Ce problème scalaire est en effet beaucoup plus simple pour manipuler les équations mises en oeuvre et a donc servi d'étape préalable indispensable pour aborder ensuite le problème tridimensionnel.

Le problème 2D est illustré sur la figure 4.3. La cible (grande devant la longueur d'onde) est illuminée par une onde plane incidente (de vecteur d'onde \hat{k}_i) et une ombre est produite derrière. La projection de la surface de l'objet directement excitée par l'onde incidente (notée Σ_{PO}) sur le plan orthogonal à la direction d'incidence, et centrée sur l'origine des phases, est notée Σ_{Ba} . Ce plan orthogonal à la direction d'incidence (en vert sur la figure) sépare l'espace en deux régions : la région illuminée Ω_+ et la région en zone d'ombre Ω_- .

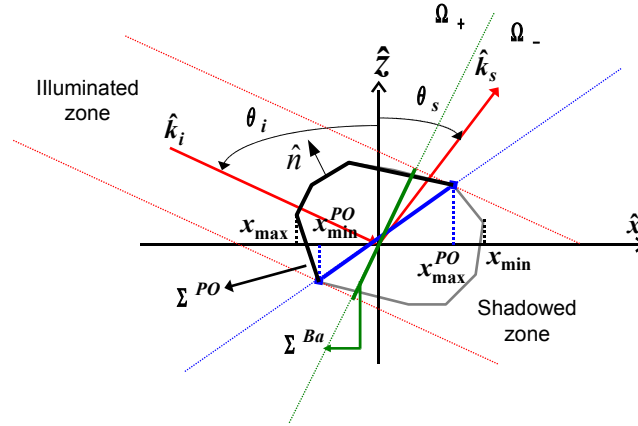


FIGURE 4.3 – Géométrie du problème.

4.4.1 Rayonnement des courants de l'OP pour le cas scalaire

Les courants induits sur l'obstacle peuvent être estimés en utilisant l'approximation de l'OP. Pour le cas 3D, les courants électriques et magnétiques de l'OP sur la partie éclairée de la surface, sont donnés par les expressions :

$$\begin{cases} \vec{J}(\vec{R}) = \hat{n}(\vec{R}) \wedge \left[\vec{H}_i(\vec{R}) + \overline{\mathbf{R}}_H \vec{H}_i(\vec{R}) \right] \\ \vec{M}(\vec{R}) = -\hat{n}(\vec{R}) \wedge \left[\vec{E}_i(\vec{R}) + \overline{\mathbf{R}}_E \vec{E}_i(\vec{R}) \right] \end{cases} \quad \forall \vec{r} \in \Sigma_{PO}, \quad (4.1)$$

avec $\overline{\mathbf{R}}_H$ et $\overline{\mathbf{R}}_E$ les tenseurs constitués des coefficients de réflexion de Fresnel :

$$\overline{\mathbf{R}}_H = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_\perp & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_\parallel \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \overline{\mathbf{R}}_E = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_\parallel & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_\perp \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Sous l'hypothèse que la scène est invariante selon l'axe y (objet infini), le problème devient scalaire. A partir de l'équivalence entre courants surfaciques et le champ total sur la surface et sa dérivée normale (voir l'équation (2.3)), les courants de l'OP en 2D, sur la surface Σ_{PO} éclairée, sont donnés par :

$$\begin{cases} \psi(\vec{r}) = [1 + \mathcal{R}(\theta)] \psi_i \\ \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial n} = j \vec{k}_i \cdot \hat{n} [1 - \mathcal{R}(\theta)] \psi_i \end{cases} \quad \forall \vec{r} \in \Sigma_{\text{PO}}, \quad (4.3)$$

et $\mathcal{R}(\theta)$ est le coefficient de Fresnel de la polarisation considérée (TE ou TM). Pour un objet PEC, $\mathcal{R}(\theta) = \pm 1$ pour les polarisations TM et TE, respectivement.

Les courants de l'OP ont une signification physique et, pour le cas PEC, tendent vers les champs tangentiels réellement mesurés à la surface de l'objet. Le rayonnement de ces courants est obtenu à partir du principe de Huygens (le rayonnement est alors rigoureux) [32], $\forall \vec{r}'$:

$$\psi_s(\vec{r}') = \int_{\Sigma} \left[\psi(\vec{r}) \frac{\partial g_0(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} - g_0(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial n} \right] d\vec{r}. \quad (4.4)$$

En champ lointain, $\forall \vec{r}'$, et en exploitant les expressions approchées des courants de l'OP (4.3), on peut simplifier (4.4) en :

$$\begin{aligned} \psi_{s,\text{PO}}(\vec{r}') &= g_{\infty} \int_{\Sigma_{\text{PO}}} \left[(\hat{n} \cdot \vec{k}_s) (1 + \mathcal{R}) + (\hat{n} \cdot \vec{k}_i) (1 - \mathcal{R}) \right] e^{-j(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}} d\vec{r} \\ &= g_{\infty} \underbrace{\int_{\Sigma_{\text{PO}}} \mathcal{R} \hat{n} \cdot (\vec{k}_s - \vec{k}_i) e^{-j(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}} d\vec{r}}_{\psi_{s,+} = g_{\infty} I_+} \\ &+ g_{\infty} \underbrace{\int_{\Sigma_{\text{PO}}} \hat{n} \cdot (\vec{k}_s + \vec{k}_i) e^{-j(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}} d\vec{r}}_{\psi_{s,-} = g_{\infty} I_-}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

avec $g_{\infty} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k r'}} e^{j(k r' - \pi/4)}$ un terme lié à la fonction de Green scalaire en champ lointain. Les deux dernières lignes de (4.5) correspondent à la décomposition des courants introduite par Ufimtsev dans [109, 110]. Ufimtsev a alors montré que $\psi_{s,+} = g_{\infty} I_+$ contribue principalement dans la direction spéculaire et donc correspond à la composante « réfléchie ». Et $\psi_{s,-} = g_{\infty} I_-$ contribue principalement dans la direction *forward* et correspond donc à la composante « d'ombrage ».

4.4.2 Rayonnement des courants de Babinet pour le cas scalaire

En considérant le principe de Babinet [105, 106], le phénomène de *forward scattering* devient indépendant de la forme complète de l'obstacle : la figure de diffraction est uniquement liée à la silhouette de la cible (complémentarité entre diffraction par l'obstacle et par un trou de même contour dans un plan infini), c'est à dire, à la surface de la cible projetée sur le plan orthogonal à la direction d'incidence. Cette diffraction en zone d'ombre est évaluée à partir des courants équivalents induits sur l'ouverture (ouverture complémentaire à l'objet dans un écran infini) liés à la présence du champ incident :

$$\begin{cases} \psi(\vec{r}) = \psi_i(\vec{r}) \\ \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial n} = \frac{\partial \psi_i(\vec{r})}{\partial n} \end{cases} \quad \forall \vec{r} \in \Sigma_{\text{Ba}}. \quad (4.6)$$

Si on considère le cas d'une incidence normale alors la normale à la surface Σ_{Ba} est donnée par $\hat{n} = \hat{z}$ (voir figure 4.3)³. En appliquant le principe de Huygens aux courants de Babinet, on obtient, pour toute polarisation et $\forall \vec{r}' \in \Omega_-$:

$$\psi_{s,\text{Ba}}(\vec{r}') = g_{\infty} I_{\text{Ba}} = g_{\infty} \int_{\Sigma_{\text{Ba}}} \hat{n} \cdot (\vec{k}_s + \vec{k}_i) e^{-j(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}} d\vec{r}. \quad (4.7)$$

³Aucune hypothèse particulière n'est faite ici puisque le cas en incidence normale n'est pas un cas particulier : une excitation quelconque peut se ramener au cas incidence normale par la rotation du repère local.

En comparant (4.7) et (4.5), si $I_{\text{Ba}} = I_-$ on peut alors écrire :

$$\psi_{s,\text{PO}}(\vec{r}') = g_\infty I_{\text{Ba}} + g_\infty I_+, \quad (4.8)$$

Cela revient à dire que la composante d'ombrage de l'OP correspondrait au principe de Babinet. Or $I_{\text{Ba}} = I_-$ est donné par :

$$\int_{\Sigma_{\text{Ba}}} \hat{n} \cdot (\vec{k}_s + \vec{k}_i) e^{-j(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}} d\vec{r} = \int_{\Sigma_{\text{PO}}} \hat{n} \cdot (\vec{k}_s + \vec{k}_i) e^{-j(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}} d\vec{r}. \quad (4.9)$$

Ainsi, l'égalité (4.8) est satisfaite si l'intégrale décrite dans (4.9) ne dépend pas de la surface d'intégration Σ . C'est ce que nous avons cherché à démontrer.

4.4.3 Démonstration pour le cas scalaire

Comme la normale à la surface de Babinet est $\hat{n} = \hat{z}$ (incidence normale, et la surface de Babinet est par définition orthogonale à la direction d'incidence), $d\vec{r} = dx$, alors le calcul de I_{Ba} est trivial (intégrale de phase sur un segment rectiligne de longueur L), $\forall \vec{r}' \in \Sigma_{\text{Ba}}$:

$$I_{\text{Ba}} = \frac{jb_1}{a_2} \left[e^{-ja_2x - jb_2z(x)} \right]_{x_{\text{min}}^{\text{Ba}}}^{x_{\text{max}}^{\text{Ba}}} = b_1 L \text{sinc} \left(\frac{a_2 L}{2} \right), \quad (4.10)$$

et on définit les termes a_1 , a_2 , b_1 et b_2 par les projections des sommes et différences des vecteurs d'onde incident et diffracté dans le repère local. Ces termes sont liés au nombre d'onde et aux angles d'incidence θ_i et de diffraction θ_s (voir l'article [26], donné en Annexe C, pour plus de détails sur les calculs et la démonstration).

Le calcul est plus compliqué pour l'intégrale de l'OP puisque la normale suit la forme de l'objet sur la surface éclairée Σ_{PO} . Néanmoins, en travaillant l'équation (4.9), on montre qu'on peut écrire l'intégrale I_- sous une forme simple :

$$I_- = \frac{a_1}{jb_2} \left[e^{-ja_2x - jb_2z(x)} \right]_{x_{\text{min}}^{\text{PO}}}^{x_{\text{max}}^{\text{PO}}} = \frac{-(a_2L + b_2z_m)a_1}{b_2} e^{-\frac{jb_2z_p}{2}} \text{sinc} \left(\frac{a_2L + b_2z_m}{2} \right), \quad (4.11)$$

où z_p et z_m sont la somme et la différence des coordonnées en z des points définissant les bords de la surface éclairée Σ_{PO} .

On remarque donc que la composante d'ombrage de l'OP, définie par l'intégrale I_- , s'exprime par un sinus cardinal qui ne dépend pas de la forme de la surface. C'est donc une démonstration pour le cas PEC 2D du principe établi par Ufimtsev [109, 110] (et qu'il avait démontré pour le cas d'un corps noir) avec le « *shadow contour theorem* » :

« *The shadow radiation does not depend on the whole shape of the scattering object, and is completely determined only by the size and the geometry of the shadow contour* ».

Et on remarque une forte ressemblance avec l'expression de I_{Ba} dans l'équation (4.10). On montre d'ailleurs qu'on a égalité entre les deux expressions si :

- $z_p = 0$ et $z_m = 0$: les deux points extrêmes de Σ_{PO} se confondent avec ceux de l'écran complémentaire de Babinet Σ_{Ba} ,

ou si

- $b_2 = 0$ qui implique que $\theta_s = \pi - \theta_i$ ce qui correspond à la direction de *forward scattering* avec un angle de bistatisme de 180° quand \vec{k}_i et \vec{k}_s sont colinéaires.

A l'inverse, le calcul de la composante réfléchie I_+ de l'OP ne peut pas se simplifier ainsi, une intégrale de phase sur la surface complète de l'objet reste naturellement présente. Comme détaillé dans l'article [26] en Annexe C, on montre que pour le cas particulier de la réflexion spéculaire, l'intégrale I_- s'annule tandis que l'intégrale I_+ contribue fortement. Alors que dans la direction de *forward scattering*, I_+ s'annule tandis que l'intégrale I_- contribue fortement.

Pour illustrer ce comportement des deux composantes de l'OP, on considère la diffraction, en 2D, d'une onde plane par un triangle (voir figure 4.4). Les côtés du triangle S_1 , S_2 et S_3 sont de longueurs $L_1 = L_2 = \sqrt{a^2 + b^2}$ et $L_3 = 2a$, avec $a = 5\lambda_0$ et $b = 3\lambda_0$. On considère une incidence normale, et on a alors $\Sigma_{\text{PO}} = S_1 \cup S_2$ et $\Sigma_{\text{Ba}} = S_3$.

On compare la SER obtenue en considérant l'OP globalement et par ses deux composantes (composante réfléchie $\psi_{s,+} = g_\infty I_+$ et la composante d'ombrage $\psi_{s,-} = g_\infty I_-$) sur la figure 4.5a. On note

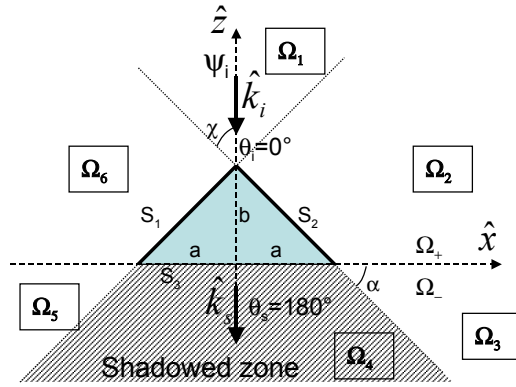
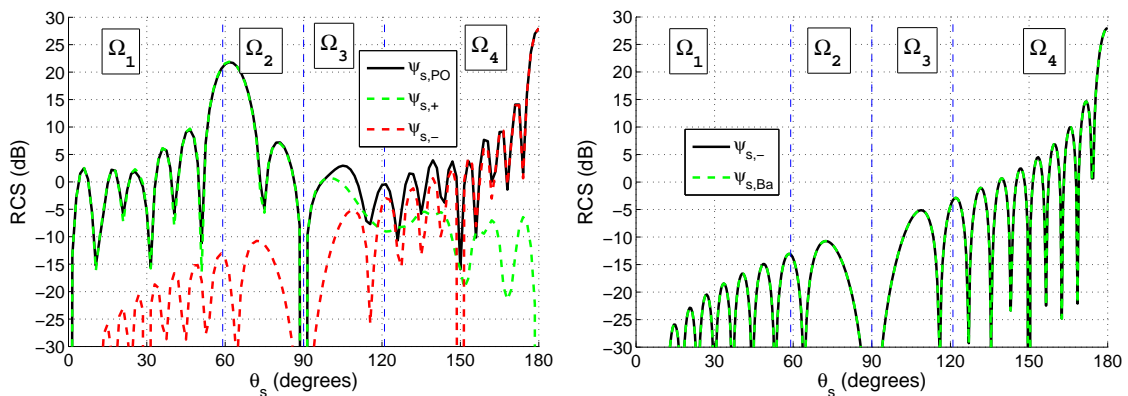


FIGURE 4.4 – Géométrie du problème 2D considéré. Les deux régions Ω_+ ($z > 0$) et Ω_- ($z < 0$) peuvent être décomposées comme $\Omega_+ = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_6$ et $\Omega_- = \Omega_3 \cup \Omega_4 \cup \Omega_5$.



(a) Comparaison de l'OP avec ses deux composantes (b) Comparaison de la composante d'ombrage de l'OP avec le principe de Babinet

FIGURE 4.5 – Comparaisons de la SER d'un triangle illuminé par une onde plane en incidence normale de polarisation TE avec $f = 300$ MHz.

bien l'annulation de la composante d'ombrage en rétrodiffusion pour $\theta_i = \theta_s = 0^\circ$ tandis qu'en *forward scattering*, pour $\theta_s = 180^\circ$, la composante d'ombrage est maximale et la composante réfléchie est nulle. On a ici une égalité parfaite entre le résultat obtenu par le principe de Babinet et la composante d'ombrage de l'OP (voir figure 4.5b)

Ces travaux menés en 2D ont permis de démontrer rigoureusement le « *shadow contour theorem* » d'Ufimtsev pour une cible PEC tout en démontrant également que le principe de Babinet est une bonne approximation de la composante d'ombrage de l'OP et dont la formulation est donc intégrée à celle de l'OP.

4.5 Principe de Babinet et Optique Physique : cas vectoriel

Après avoir réalisé la démonstration en 2D, il convenait d'apporter une preuve également en 3D. Les travaux originaux d'Ufimtsev sur la décomposition des courants de l'OP ont été menés pour le cas vectoriel et en particulier pour le cas de corps noir. Il avait alors nommé la composante d'ombrage de l'OP : *shadow radiation* et avait montré qu'elle se calculait à partir d'une intégrale linéique réalisée sur le contour de la frontière d'ombre de la cible. Il s'agit du *shadow contour theorem* vu précédemment. Cependant, Ufimtsev n'avait considéré que des corps noirs et ne s'était donc pas intéressé au comportement de la composante réfléchie dans la zone d'ombre, ni au lien entre l'OP et le principe de Babinet.

D'autres travaux de recherche sur la réduction de l'intégrale de l'OP en intégrale linéique sont à évoquer également ici : ceux de Gordon [111]. En effet, Gordon a démontré qu'en appliquant l'OP sur une surface plane de contour quelconque, l'intégrale surfacique peut se simplifier, en champ lointain, en une intégrale linéique sur le contour de la surface. Il démontra également que si le contour est polygonal

alors l'intégrale linéique peut être résolue analytiquement. C'est en fait le même type d'intégrale que l'on retrouve dans l'application du principe de Babinet sur la surface de l'ouverture de l'écran complémentaire. Mais Gordon ne considérait pas d'obstacles avec des formes arbitraires, seulement des surfaces planes.

Pour le problème 3D, la zone illuminée (Ω_+), la zone d'ombre (Ω_-), la surface éclairée (Σ_{PO}), la surface de Babinet (Σ_{Ba}) sont toutes définies de la même manière que pour le cas 2D (voir figure 4.3).

4.5.1 Rayonnement des courants de l'OP pour le cas vectoriel

En considérant ici aussi une cible PEC (donc en appliquant les coefficients de Fresnel pour un surface PEC), les courants électriques et magnétiques de l'OP sur la partie éclairée de la surface, exprimés dans (4.1), sont donnés $\forall \vec{R} \in \Sigma_{\text{PO}}$, par :

$$\begin{aligned} \vec{J}(\vec{R}) &= \hat{n}(\vec{R}) \wedge \left[\vec{H}_i(\vec{R}) + \vec{H}_r(\vec{R}) \right] \\ &= \hat{n}(\vec{R}) \wedge \left[\vec{H}_i(\vec{R}) + \vec{H}_i(\vec{R}) \right] = \frac{A}{\eta_0} \left(\vec{j}_{\text{PO}} + \vec{j}_{\text{PO}} \right), \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \vec{M}(\vec{R}) &= -\hat{n}(\vec{R}) \wedge \left[\vec{E}_i(\vec{R}) + \vec{E}_r(\vec{R}) \right] \\ &= -\hat{n}(\vec{R}) \wedge \left[\vec{E}_i(\vec{R}) - \vec{E}_i(\vec{R}) \right] = A \left(\vec{m}_{\text{PO}} - \vec{m}_{\text{PO}} \right), \end{aligned} \quad (4.13)$$

où $A = E_i(\vec{0})e^{jk_0\hat{k}_i \cdot \vec{R}}$ exprime l'amplitude et la phase de l'onde plane incidente, η_0 est l'impédance d'onde, $\vec{j}_{\text{PO}} = \hat{n}(\vec{R}) \wedge \hat{h}_i(\vec{R})$, $\vec{m}_{\text{PO}} = \hat{n}(\vec{R}) \wedge \hat{e}_i(\vec{R})$, \hat{h}_i et \hat{e}_i sont les polarisations du champ électromagnétique. Comme pour le cas 2D, les courants de l'OP décrivent la réalité physique pour une cible PEC, et on remarque que le courant magnétique est bien nul. On exprime ensuite le champ diffracté, en champ lointain, à partir du rayonnement de ces courants à l'aide du principe de Huygens, $\forall \vec{R}'$:

$$\vec{E}_{s,\text{PO}}(\vec{R}') = G_\infty \vec{I}_+ + G_\infty \vec{I}_- = \vec{E}_{s,+}(\vec{R}') + \vec{E}_{s,-}(\vec{R}'), \quad (4.14)$$

avec $G_\infty = (jk_0 e^{jk_0 R'}) / (4\pi R')$, $R' = \|\vec{R}'\|$ et

$$\vec{I}_\pm = \int_{\Sigma_{\text{PO}}} \left[\vec{j}_{\text{PO}} - (\hat{k}_s \cdot \vec{j}_{\text{PO}}) \hat{k}_s \pm \vec{m}_{\text{PO}} \wedge \hat{k}_s \right] e^{-j\varphi} ds, \quad (4.15)$$

où $\varphi = k_0(\hat{k}_s - \hat{k}_i) \cdot \vec{R}$ et $ds = dx dy \sqrt{1 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2}$ est la surface élémentaire pour l'intégrale surfacique et $\gamma_x = \partial z / \partial x$ et $\gamma_y = \partial z / \partial y$ sont les pentes locales de la surface selon x et y (la surface de l'objet est de forme quelconque). On remarque que la décomposition proposée dans l'équation (4.14) correspond à celle proposée par Ufimtsev et utilisée pour le cas 2D : $\vec{E}_{s,+}(\vec{r}^j) = G_\infty \vec{I}_+$ correspond à la composante réfléchie de l'OP et $\vec{E}_{s,-}(\vec{r}^j) = G_\infty \vec{I}_-$ correspond à la composante d'ombrage de l'OP. En décrivant l'équation (4.15) dans un système de coordonnées sphériques on peut exprimer la matrice de Sinclair (qui permet d'exprimer les composantes H et V du champ diffracté à partir des composantes H et V du champ incident) par l'équation suivante :

$$\vec{S}_\pm = \int_{\Sigma_{\text{PO}}} (\gamma_x \vec{A}_{1\pm} + \gamma_y \vec{A}_{2\pm} + \vec{A}_{3\pm}) e^{-j\varphi(x,y)} dx dy, \quad (4.16)$$

et les termes $\vec{A}_{1\pm}$, $\vec{A}_{2\pm}$, $\vec{A}_{3\pm}$ ne dépendent que du nombre d'onde dans le milieu de propagation et des angles d'incidence et de diffraction, tout comme b_1 , b_2 et b_3 dans la phase $\varphi(x, y) = xb_1 + yb_2 + z(x, y)b_3$.

4.5.2 Rayonnement des courants de Babinet pour le cas vectoriel

Comme pour le cas 2D, on peut également appliquer le principe de Babinet pour évaluer le champ diffracté en zone d'ombre. Pour cela on exprime les champs tangentiels électrique et magnétique sur l'ouverture équivalente (de même forme que la silhouette de l'objet et dans le plan orthogonal à la direction de l'onde incidente) :

$$\begin{cases} \vec{J}(\vec{R}) = \hat{n}(\vec{R}) \wedge \vec{H}_i(\vec{R}) = \frac{A}{\eta_0} \vec{j}_{\text{PO}} \\ \vec{M}(\vec{R}) = -\hat{n}(\vec{R}) \wedge \vec{E}_i(\vec{R}) = -A \vec{m}_{\text{PO}} \end{cases} \quad \forall \vec{R} \in \Sigma_{\text{Ba}}, \quad (4.17)$$

En considérant le cas d'une incidence normale⁴, la normale de la surface Σ_{Ba} est directement donnée par $\hat{n} = \hat{z}$. L'application du principe de Huygens aux courants de Babinet aboutit au calcul du champ diffracté en champ lointain, $\forall \vec{R}' \in \Omega_-$ et pour toute polarisation :

$$\vec{E}_{s,\text{Ba}}(\vec{R}') = G_\infty \vec{I}_{\text{Ba}}, \quad (4.18)$$

et

$$\vec{I}_{\text{Ba}} = \int_{\Sigma_{\text{Ba}}} \left[\vec{j}_{\text{PO}} - (\hat{k}_s \cdot \vec{j}_{\text{PO}}) \hat{k}_s - \vec{m}_{\text{PO}} \wedge \hat{k}_s \right] e^{-j\varphi} ds. \quad (4.19)$$

On exprime ensuite le rayonnement en zone d'ombre du principe de Babinet dans un système de coordonnées sphériques pour obtenir l'expression de la matrice de Sinclair :

$$\bar{\mathbf{S}}_{\text{Ba}} = \int_{\Sigma_{\text{Ba}}} (\gamma_x \bar{\mathbf{A}}_{1-} + \gamma_y \bar{\mathbf{A}}_{2-} + \bar{\mathbf{A}}_{3-}) e^{-j\varphi(x,y)} dx dy \quad (4.20)$$

En comparant les équations (4.19) et (4.20) avec les équations (4.15) and (4.16), $\vec{I}_- = \vec{I}_{\text{Ba}}$ et $\bar{\mathbf{S}}_{\text{Ba}} = \bar{\mathbf{S}}_-$ (et par conséquent $\vec{E}_{s,-}(\vec{R}') = \vec{E}_{s,\text{Ba}}(\vec{R}')$) si l'intégrale dans (4.16) est indépendante de la forme de la surface d'intégration Σ . C'est ce que nous avons cherché à démontrer.

4.5.3 Démonstration pour le cas vectoriel

Démonstration sur la composante d'ombrage

En appliquant le théorème de Green sur l'équation (4.16), on aboutit (voir l'article [27], donné en Annexe D, pour plus de détails sur les calculs et la démonstration) à l'expression suivante :

$$\bar{\mathbf{S}}_{\text{PO}} = \bar{\mathbf{S}}_+ + \bar{\mathbf{S}}_- = \sum_{n=1}^3 (\bar{\mathbf{S}}_{n,+} + \bar{\mathbf{S}}_{n,-}) I_{n,\text{PO}}, \quad (4.21)$$

avec

$$\begin{cases} I_{1,\text{PO}} &= \frac{1}{jb_1} \int_{C_{\text{PO}}} e^{-j\varphi(x,y)} dy \\ I_{2,\text{PO}} &= -\frac{1}{jb_2} \int_{C_{\text{PO}}} e^{-j\varphi(x,y)} dx \\ I_{3,\text{PO}} &= \iint_{\Sigma_{\text{PO}}} e^{-j\varphi(x,y)} dx dy \end{cases}, \quad (4.22)$$

et

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{S}}_{1,\pm} &= -\frac{b_1}{b_3} \bar{\mathbf{A}}_{1,\pm} \\ \bar{\mathbf{S}}_{2,\pm} &= -\frac{b_2}{b_3} \bar{\mathbf{A}}_{2,\pm} \\ \bar{\mathbf{S}}_{3,\pm} &= \frac{1}{b_3} \sum_{n=1}^3 \bar{\mathbf{A}}_{n,\pm} b_n \varepsilon_n \end{cases}, \quad (4.23)$$

C_{PO} est le contour de la surface Σ_{PO} (parcouru dans le sens trigonométrique). Ainsi, les intégrales $I_{1,\text{PO}}$ et $I_{2,\text{PO}}$ sont des intégrales linéiques évaluées sur le contour de la surface éclairée Σ_{PO} . De plus, $\varepsilon_3 = 1$ et $\varepsilon_{1,2} = -1$. L'équation (4.21) montre que calculer la diffraction en champ lointain par l'OP d'un objet quelconque, pour tout état de polarisation et pour tout angle d'incidence et de diffraction, fait intervenir 3 intégrales, dont une est évaluée sur la surface éclairée et deux sont des intégrales linéiques évaluées sur le contour C_{PO} de la surface.

À partir des expressions des termes $\bar{\mathbf{A}}_n$ (qui ne dépendent que du nombre d'onde dans le milieu de propagation et des angles d'incidence et de diffraction), on montre que pour la composante d'ombrage de l'OP (signe « - » dans l'équation (4.21)), et $\forall (\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)$ on a :

$$\bar{\mathbf{S}}_{3,-} = \bar{\mathbf{0}}, \quad (4.24)$$

Ce résultat démontre que la composante d'ombrage de l'OP est indépendante de la forme de l'objet (aucune intégrale de surface n'est finalement impliquée) mais dépend uniquement du contour de la surface illuminée (contour C_{PO} dans l'équation (4.22)) de l'objet. Il s'agit ici d'une nouvelle preuve mathématique du « Shadow Contour Theorem » d'Ufimtsev, obtenue ici pour un problème 3D et un objet PEC.

⁴Cela reste un cas général, par rotation du repère local.

En appliquant cette fois le théorème de Green sur l'expression de la matrice de Sinclair de Babinet à l'équation (4.20), et en considérant le résultat obtenu à l'équation (4.24), on obtient l'expression suivante :

$$\bar{\mathbf{S}}_{\text{Ba}} = \bar{\mathbf{S}}_{1,-} I_{1,\text{Ba}} + \bar{\mathbf{S}}_{2,-} I_{2,\text{Ba}}, \quad (4.25)$$

et

$$\begin{cases} I_{1,\text{Ba}} = \frac{1}{jb_1} \int_{C_{\text{Ba}}} e^{-j\varphi(x,y)} dy \\ I_{2,\text{Ba}} = -\frac{1}{jb_2} \int_{C_{\text{Ba}}} e^{-j\varphi(x,y)} dx \end{cases}, \quad (4.26)$$

où C_{Ba} est le contour (parcouru dans le sens trigonométrique) de la surface Σ_{Ba} définie par l'ouverture dans l'écran complémentaire de Babinet. Les intégrales $I_{1,\text{Ba}}$ et $I_{2,\text{Ba}}$ sont donc évaluées sur le contour de Σ_{Ba} .

En comparant les expressions (4.22) et (4.26), on a donc égalité entre la composante d'ombrage de l'OP et le Principe de Babinet si $I_{1,\text{Ba}} = I_{1,\text{PO}}$ et $I_{2,\text{Ba}} = I_{2,\text{PO}}$, ce qui est obtenu si :

- $C_{\text{Ba}} = C_{\text{PO}}$: le contour de la surface Σ_{PO} est identique au contour de la surface Σ_{Ba} ,

ou si

- $\varphi(x, y) = 0$, condition obtenue pour $b_1 = b_2 = b_3 = 0$ (les termes b_n ne dépendent que des vecteurs d'onde incident et diffracté). On montre donc que cette condition est obtenue lorsque \vec{k}_i et \vec{k}_s sont colinéaires, ce qui correspond à la configuration de *forward scattering* pour un angle de 180° de bistatisme.

Concernant cette dernière condition, on peut même montrer que lorsque \vec{k}_i et \vec{k}_s sont colinéaires on a $\bar{\mathbf{S}}_{3,\pm} = \bar{\mathbf{S}}_{1,+} = \bar{\mathbf{S}}_{2,+} = \mathbf{0}$ alors que les termes $\bar{\mathbf{S}}_{1,-}$ et $\bar{\mathbf{S}}_{2,-}$ sont non nuls. Ce qui montre que la composante réfléchie de l'OP (signe « + » dans l'équation (4.21)) s'annule dans la direction de *forward scattering* et le champ diffracté est donc uniquement créé par la composante d'ombrage de l'OP (qui ne dépend donc que de la forme du contour de l'objet C_{PO} et non de la surface).

Démonstration sur la composante réfléchie

Contrairement à la composante d'ombrage, on a pour la composante réfléchie (signe « + » dans l'équation (4.21)), $\forall(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)$:

$$\bar{\mathbf{S}}_{3,+} = 2 \begin{bmatrix} a & \sin \phi \\ \sin \phi & -a \end{bmatrix}, \quad (4.27)$$

avec a et ϕ des termes non nuls (hormis pour la direction de *forward scattering*) dépendant des angles d'incidence et de diffraction.

De ce fait, et contrairement à la composante d'ombrage de l'OP, l'équation (4.27) démontre que le champ réfléchi par l'OP (dans le demi-espace Ω_+ contenant la source) dépend bien du profil de la surface puisque l'intégrale surfacique $I_{3,\text{PO}}$ contribue.

On peut même montrer qu'en considérant les angles de réflexions de la direction spéculaire (définie pour le cas d'une surface plane), on a $\bar{\mathbf{S}}_{1,\pm} = \bar{\mathbf{S}}_{2,\pm} = \bar{\mathbf{S}}_{3,-} = \mathbf{0}$ alors que $\bar{\mathbf{S}}_{3,+}$ reste non nul. Ce qui montre que la composante d'ombrage de l'OP s'annule dans la direction de réflexion spéculaire et le champ diffracté dans cette direction est donc uniquement créé par la composante réfléchie de l'OP (qui dépend très fortement du profil de la surface de l'objet).

Ces démonstrations et les conclusions obtenues confirment celles déjà obtenues pour le problème scalaire.

Résultats numériques

Des résultats numériques ont permis d'illustrer et confirmer cette démonstration théorique. Les simulations ont été réalisées par Morgane Delahaye, alors apprentie-ingénieur à DGA MI et que j'encadrais, dans le cadre de son projet de fin d'étude dont le sujet concernait le calcul de la SER en *forward scattering* par l'OP avec le code de calcul SERMAIL de la DGA. Pour ces résultats, on a retenu une forme avec un contour simple et bien maîtrisé mais avec une surface non lisse et similaire au triangle considéré pour le cas 2D : il s'agit de la pyramide illustrée sur la figure 4.6.

Les coordonnées du sommet de la pyramide, qui relie les quatre surfaces planes élémentaires S_1 , S_2 , S_3 et S_4 , sont $(-2\lambda_0, -4\lambda_0, 3\lambda_0)$ et la longueur du côté de la base carrée de la pyramide de surface

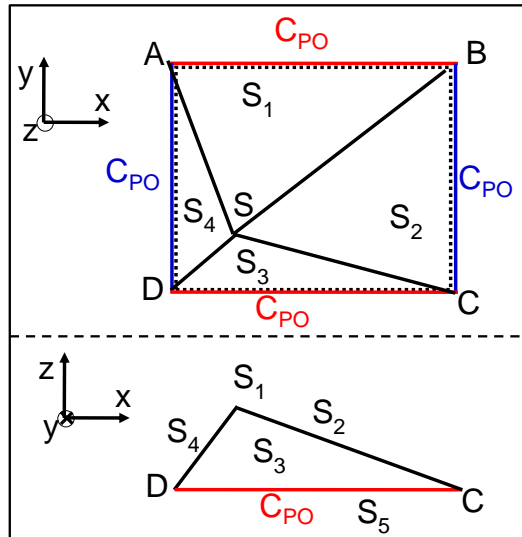
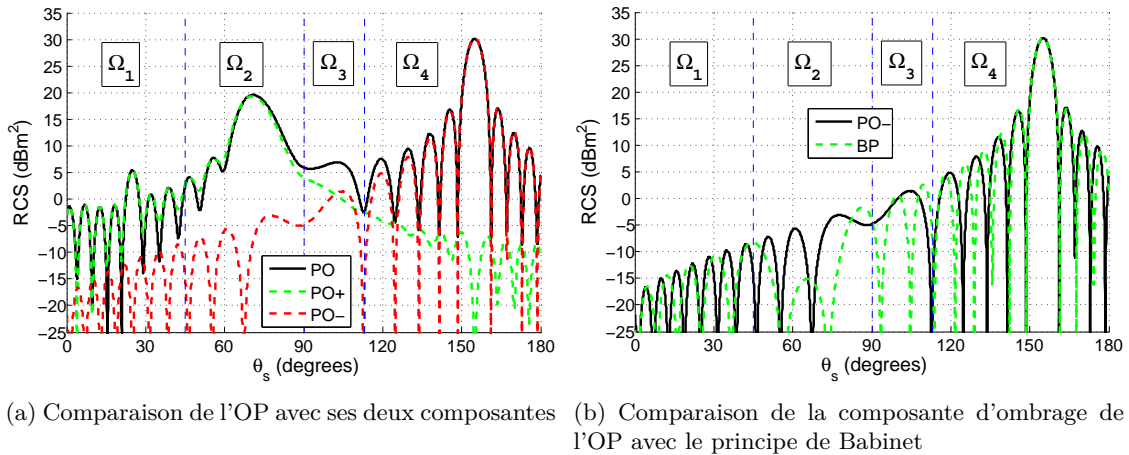


FIGURE 4.6 – Géométrie du problème 3D considéré (vue du dessus et vue latérale).


 FIGURE 4.7 – Comparaisons de la SER d'une pyramide en polarisation VV, $\theta_i = 25^\circ$ d'incidence et $f = 3$ GHz.

S_5 est $L = 10\lambda_0$. On ne considère pas, dans ces calculs, la diffraction par les arêtes car l'étude reste focalisée sur le phénomène d'ombrage contenu dans l'approximation de l'OP.

On compare la SER de la pyramide en polarisation VV, avec un angle d'incidence $\theta_i = 25^\circ$ et à la fréquence $f = 3$ GHz, en considérant l'OP globalement et par ses deux composantes (composante réfléchie $\vec{E}_{s,+}$, notée PO+, et la composante d'ombrage $\vec{E}_{s,-}$, notée PO-) sur la figure 4.7.

On observe que la composante réfléchie de l'OP décroît fortement à mesure que le récepteur se déplace dans l'ombre de la pyramide à partir de $\theta_s = 90^\circ$, tandis que la composante d'ombrage augmente fortement jusqu'à devenir maximale en *forward scattering*, pour $\theta_s = 180^\circ$, la composante réfléchie est alors nulle (comme prédit dans notre démonstration). A l'inverse, devant l'obstacle, la composante d'ombrage est très faible tandis que la composante réfléchie est la seule à réellement contribuer dans l'OP globale, en particulier pour les contributions des réflexions spéculaires des plans inclinés de la pyramide. Les différences obtenues entre le principe de Babinet et la composante d'ombrage de l'OP (voir figure 4.7b) sont liées à l'angle d'incidence : comme la pyramide n'est pas éclairée sous incidence normale, les surfaces Σ_{PO} et Σ_{Ba} ne coïncident pas. Les résultats sont donc très proches mais pas identiques : le principe de Babinet peut être vu ici comme une bonne approximation de la composante d'ombrage de l'OP.

4.6 Perspectives

Ces travaux de recherche sur la diffraction en zone d'ombre d'un obstacle en hautes fréquences sont issus de réflexions qui ont mûri lors de ma thèse puis lors de la thèse de Mohammad Kouali. Les développements réalisés et les résultats obtenus ont apporté la démonstration rigoureuse du « *shadow contour theorem* » d'Ufimtsev pour une cible parfaitement conductrice, et la démonstration que le principe de Babinet est une bonne approximation de la composante d'ombrage de l'OP et dont la formulation est donc intégrée à celle de l'OP (que ce soit pour le cas d'un problème 2D ou 3D). Ces travaux sur l'OP en zone d'ombre ont servi à une équipe Italienne pour des applications sur le Radar bistatique [112, 113] et sont surtout à l'origine d'une partie du sujet de thèse d'Antoine Thomet sur la technique « d'ombrage physique » intégrée à l'IPO ; thèse que j'ai co-encadrée avec Christophe Bourlier et Philippe Pouliguen et qui fait l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 5

Diffraction électromagnétique par des cavités en hautes fréquences

*« Ce n'est point l'observation
mais la théorie qui m'a conduit
à ce résultat que l'expérience a
ensuite confirmé. »*

Augustin Fresnel

Sommaire

5.1	Introduction	74
5.2	Etat de l'art de la méthode IPO	74
5.3	Techniques d'ombrage dans l'Optique Physique itérative	76
5.3.1	Excitation par surface d'ouverture	76
5.3.2	Ombrage géométrique	77
5.3.3	Ombrage physique	78
5.3.4	Comparaison des techniques d'ombrage	78
5.4	Formalisme matriciel de l'Optique Physique itérative	80
5.5	Compression ACA de l'Optique Physique Itérative	81
5.6	Perspectives	84

5.1 Introduction

Les études menées dans le but de réduire et optimiser les signatures électromagnétiques sont nécessairement basées, en partie, sur des simulations numériques. Pour un aéronef, la modélisation passe par l'identification préalable des différents contributeurs principaux qu'il convient de modéliser. La figure 5.1 illustre les contributeurs principaux d'un avion militaire.

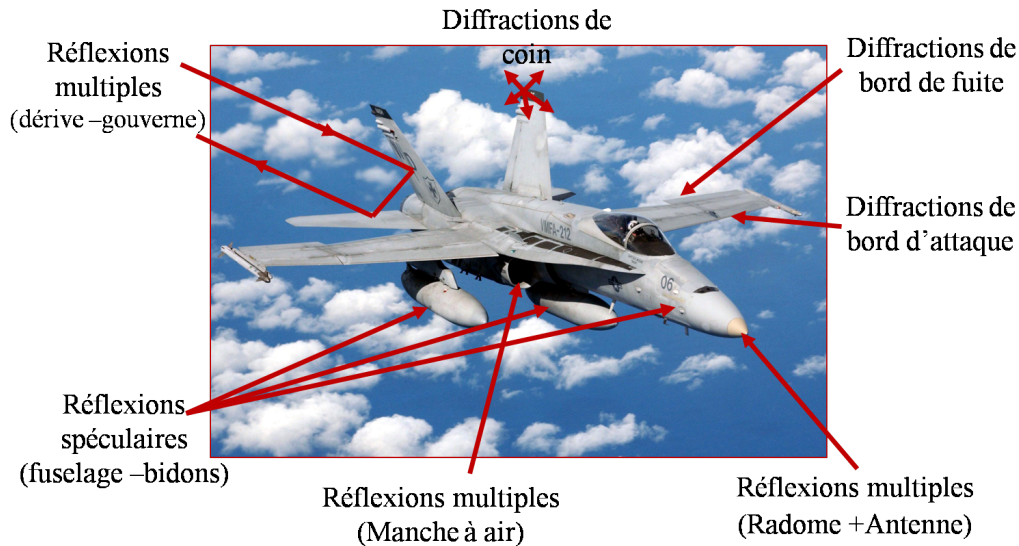


FIGURE 5.1 – Contribueurs principaux de la SER d'un aéronef (FA-18-Hornet)

Parmi les contributeurs principaux à la SER d'un aéronef, les cavités créées par les manches à air (de grande dimension devant la longueur d'onde et géométriquement complexes) peuvent augmenter très sensiblement la SER frontale jusqu'à en devenir parfois même le contributeur principal. Pour modéliser la signature de ce contributeur, de nombreuses méthodes ont été développées et employées. Elles se classent en trois catégories : les méthodes analytiques, les méthodes numériques rigoureuses, et les méthodes asymptotiques.

Les méthodes analytiques sont basées sur un développement analytique des champs au sein des cavités de forme canonique. Ces méthodes, précises et rapides, ne sont pas retenues car elles ne peuvent pas être appliquées à des cavités de forme complexe. Les méthodes rigoureuses, bien que très précises, peuvent être inadaptées pour des problèmes aussi volumineux et complexes, en particulier pour mener des évaluations rapides nécessaires pour converger vers un premier design ou pour évaluer la SER d'une cible à très hautes fréquences. Parmi les méthodes asymptotiques, les méthodes orientées « rayons » ne sont pas les plus adaptées pour ce type de problèmes présentant de multiples réflexions avec des surfaces potentiellement courbées. L'approche la plus précise en hautes fréquences consiste donc à employer des méthodes orientées « courants », telle que l'OP. C'est pour ces raisons qu'une méthode numérique asymptotique a été développée en 1995 par Obelleiro et al. [114] : l'Optique Physique Itérative (ou IPO pour Iterative Physical Optics). Cette méthode est en effet très bien adaptée aux grandes structures dans lesquelles des multiples réflexions sont présentes : typiquement pour le calcul de la SER de grandes cavités. L'IPO est ainsi considérée comme un très bon compromis entre les méthodes numériques rigoureuses (telles que la MdM) et les méthodes asymptotiques basées sur des techniques de lancer de rayons.

5.2 Etat de l'art de la méthode IPO

L'IPO [22, 114, 115, 116, 117] est une méthode reposant sur le calcul itératif par l'OP des densités de courants induits sur la paroi interne de la cavité. Comme l'OP, elle se base sur l'approximation du plan tangent pour le calcul des courants surfaciques et sur les équations de Stratton-Chu (principe de Huygens) pour le calcul des champs rayonnés. L'IPO peut être décrite par un algorithme à quatre étapes (exprimé ici pour une cavité parfaitement conductrice), illustré sur la figure 5.2 :

- Excitation - Itération 0 (étape 1 sur la figure 5.2) : cette première étape consiste à déduire du champ électromagnétique incident $(\vec{E}_i; \vec{H}_i)$ une valeur initiale du courant surfacique à l'inté-

rieur de la cavité $\vec{J}_c^{(0)}$. Deux méthodes sont classiquement utilisées pour cette étape initiale : l'ombrage géométrique et l'excitation par une surface d'ouverture.

- Rayonnement interne - Itérations (étape 2 sur la figure 5.2) : les courants surfaciques induisent alors un rayonnement à l'intérieur de la cavité et on détermine ainsi le champ magnétique $\vec{H}_c^{(n-1)}$ se propageant d'une facette à une autre.
- Mise à jour des courants de surface - Itérations (étape 3 sur la figure 5.2) : les champs induits rayonnés au sein de la cavité induisent eux-mêmes une modification des courants surfaciques, que l'on détermine en appliquant l'approximation du plan tangent. Le courant sur les parois à l'itération n peut alors être calculé en tout point P_c de la cavité :

$$\vec{J}_c^{(n)}(P_c) = \vec{J}_c^{(0)}(P_c) + 2\hat{n}(P_c) \wedge \vec{H}_c^{(n-1)}(P_c). \quad (5.1)$$

- Rayonnement vers l'extérieur (étape 1 sur la figure 5.2) : on calcule finalement les champs $(\vec{E}_s; \vec{H}_s)$ rediffusés par l'ensemble de la cavité vers le point d'observation. Comme pour l'excitation, différentes techniques existent pour gérer l'ombrage lors de cette étape finale.

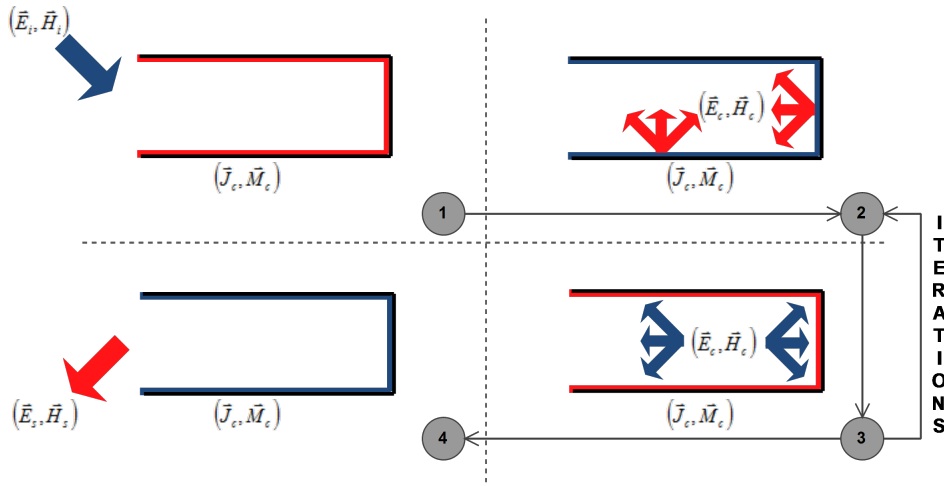


FIGURE 5.2 – Schéma de l'algorithme IPO

Les courants surfaciques et les champs à l'intérieur de la cavité s'induisant les uns les autres, un processus itératif est utilisé entre les étapes 2 et 3. La fin des itérations peut être déterminée soit en fixant un nombre N_{iter} d'itérations, soit en utilisant un critère de convergence (communément, un critère basé sur l'évolution des courants entre deux itérations consécutives [22]). A chaque étape, un phénomène d'ombrage peut intervenir : à l'incidence, lorsqu'une partie seulement de la cavité est éclairée géométriquement, à l'intérieur de la cavité en cas de géométrie complexe (obstacles au sein de la cavité) et lors du rayonnement si le point d'observation n'est pas en visibilité géométrique d'une partie de la cavité.

Depuis la publication originale de 1995 de l'IPO décrivant cet algorithme, de nombreuses améliorations de la méthode ont été proposées.

En 1998, Obelleiro et al. ont publié une version segmentée de l'IPO (S-IPO : Segmented IPO, IPO Segmentée) pour le calcul de la SER de cavités très profondes [118]. Cette méthode consiste à diviser la cavité en plusieurs sections, auxquelles on applique l'IPO indépendamment les unes des autres, en considérant les surfaces d'échange entre deux sections consécutives [22]. Cette méthode offre une réduction de la complexité (liée au nombre de sections) et donc du temps de calcul.

En 2001, Obelleiro et al. ont étendu la méthode IPO à des cibles imparfaitement conductrices en appliquant une condition d'impédance de surface (IBC) [119]. Il a été montré également que le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir la convergence était le double de celui requis pour le problème PEC.

En 2002, Amir Boag a proposé la méthode Fast IPO (FIPO) basée sur une interpolation du champ sur une grille polaire non uniforme [120]. La cible est décomposée en sous-domaines dont les champs réfléchis sont évalués séparément sur quelques points d'une grille polaire, les champs sont ensuite interpolés sur les mailles pour en déduire les courants à l'ordre supérieur. La complexité de l'IPO passe alors de $\mathcal{O}(N^2)$ à $\mathcal{O}(N^{3/2})$.

Toboada et al. ont développé, en 2002, une hybridation de la MdM et de l'IPO pour la modélisation du rayonnement d'antennes sur grandes structures [121]. L'hybridation est réalisée à partir de la résolution itérative de la MFIE, basée sur le schéma IPO, couplée à l'EFIE (résolue par la MdM). La méthode a été appliquée pour le cas de deux dipôles en face d'un trièdre.

En 2005, Burkholder et al. ont combiné la Forward-Backward (initialement utilisée pour la diffusion par des surfaces rugueuses : voir chapitre 2) avec l'IPO (FB-IPO) pour améliorer la convergence de la méthode pour le calcul de SER de cavité [122]. De plus, pour améliorer la complexité de l'algorithme, la FaFFA (utilisée aussi pour la FMM) [123] a été appliquée pour accélérer les produits matrice-vecteur : en groupant les éléments par blocs et en appliquant une approximation champ lointain pour les interactions entre blocs très séparés, la complexité a été réduite à $\mathcal{O}(N^{3/2})$.

En 2008, Hémon et al. ont ajouté les contributions d'arêtes à la méthode IPO en appliquant la MCE pour augmenter la précision des résultats [124]. L'algorithme de l'IPO a été revu pour prendre en compte les diffractions directes et les diffractions indirectes (dans le processus itératif). Entre 2008 et 2012, les améliorations de la méthode IPO ont concerné des parallélisations de l'algorithme. On peut citer quelques travaux concernant la parallélisation du GPU (Graphics Processing Unit) [125, 126] et la parallélisation d'une méthode IPO hybridée à la FMM [127].

Ces différents travaux ont cherché à améliorer l'IPO en termes de précision, ou de temps de calcul. Malgré ces travaux, la méthode IPO était perfectible en termes de précision et restait encore coûteuse en temps de calcul pour certains problèmes de calcul de SER. D'autres voies d'amélioration n'avaient pas encore été envisagées.

Les travaux menés sur les mécanismes de couplage et d'ombrage (et présentés dans les chapitres 3 et 4) m'ont amené à envisager de nouvelles pistes de recherche pour l'amélioration de la méthode IPO. En effet, partant du constat que la méthode E-PILE-OP-OP consiste à itérer l'OP, cette méthode peut être vue comme une reformulation de la méthode IPO. Le calcul du couplage et des interactions dans l'IPO pouvaient donc tout à fait faire l'objet d'une compression algébrique pour réduire la complexité de la méthode, comme cela a pu être fait pour la méthode E-PILE. En outre, profitant d'une meilleure compréhension du mécanisme d'ombrage, la précision de l'IPO pouvait être améliorée en gérant mieux le calcul de l'excitation et du rayonnement de la cavité. Ces différentes idées sont à l'origine de la thèse DGA débutée en 2012, réalisée et soutenue en 2015 par Antoine Thomet [23], que j'ai co-encadrée, et dont les principaux résultats sont présentés dans ce chapitre.

5.3 Techniques d'ombrage dans l'Optique Physique itérative

Une piste envisagée pour améliorer la précision de la méthode IPO est donc d'améliorer la prise en compte de l'excitation de la cavité. En effet, la méthode étant basée sur une résolution itérative du problème à partir d'une évaluation approchée à l'itération 0 de courants de surface, il apparaît très important de pouvoir corriger dès l'étape initiale tout biais introduit par une simplification trop importante du problème. De plus, l'amélioration d'une prise en compte de l'ombrage dans la cavité permettra également d'améliorer la précision du calcul pendant les itérations (masquage dans des cavités très courbées ou en présence d'obstacle) et pour le rayonnement global après convergence. Deux méthodes ont déjà été utilisées pour prendre en compte le phénomène d'ombrage dans des cavités : l'ombrage géométrique, qui consiste à utiliser la technique de lancer de rayons afin de déterminer les zones ombrées et les zones illuminées ; et l'excitation par une surface fictive d'ouverture.

5.3.1 Excitation par surface d'ouverture

Cette technique a été la première utilisée dans l'IPO [114], et est basée sur le principe de Huygens : la surface d'ouverture venant compléter la surface de la cavité pour former une surface fermée sur laquelle le théorème est applicable. La méthode consiste alors à utiliser les champs tangentiels et les conditions aux limites sur cette surface fictive pour déterminer des champs rayonnés à l'intérieur de la cavité (voir la figure 5.3).

Cette technique n'est pas fondamentalement une technique d'ombrage, mais plutôt une technique de prise en compte du champ incident. Par réciprocity, elle peut aussi être utilisée pour le rayonnement global après convergence de l'IPO. Mais pour des cavités complexes, elle doit être associée à une autre méthode pour prendre en compte les phénomènes d'ombrage autres que ceux du champ incident sur la paroi interne de la cavité, en particulier lors du processus itératif. En général, la méthode d'ombrage utilisée pour compléter l'excitation par surface d'ouverture est la technique de lancer de rayons [22], que l'on nomme ici « Ombrage géométrique » pour faire référence à l'emploi du concept de rayons issu de l'Optique Géométrique.

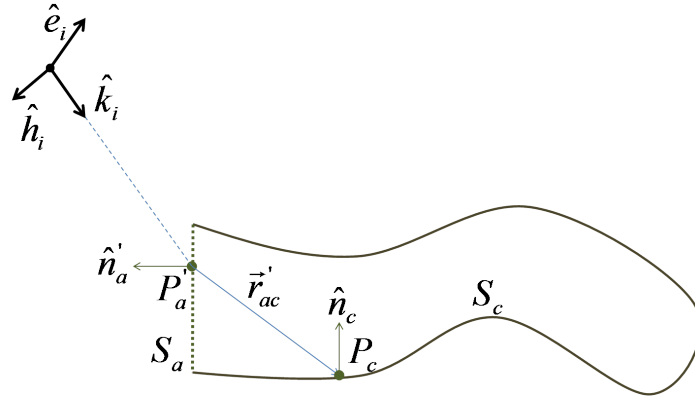


FIGURE 5.3 – Utilisation de la surface d'ouverture à l'itération 0 de l'IPO

5.3.2 Ombrage géométrique

Cette technique peut aussi être utilisée seule pour tenir compte d'effet d'ombrage dans toutes les étapes de l'IPO. Elle consiste à définir des zones d'ombre pour la densité de courant surfacique [22]. Cette technique est tout à fait cohérente avec l'OP, qui admet des zones d'ombres pour le courant, et consiste en une limitation de la surface d'intégration des équations de Stratton-Chu. L'ombrage géométrique consiste à suivre les rayons optiques et à déterminer pour chaque couple de points émetteur-récepteur $(P_e; P_r)$ si les points sont en visibilité directe ou si un obstacle se trouve sur leur trajet. Dans le premier cas, on considère que les sources au niveau du point P_e rayonnent en P_r . Dans le second cas, ce rayonnement est nul, et lors du calcul d'un rayonnement vers P_r le point P_e est exclu de l'intégrale de rayonnement de Stratton-Chu lors du calcul du champ en P_r . Cela peut s'exprimer par l'ajout de booléens d'ombrage dans l'intégrande : $I(P_e, P_r) = 0$ en cas d'ombrage et P_e est alors exclu de l'intégrale ; $I(P_e, P_r) = 1$ en cas d'illumination et P_e est alors inclus dans l'intégrale. Cette condition d'illumination est réciproque : $I(P_r, P_e) = I(P_e, P_r)$, puisque uniquement liée à des lancers de rayons. Dans l'IPO, l'ombrage géométrique est une méthode d'ombrage générale qui peut s'appliquer aussi bien à l'incidence (voir la figure 5.4 où on voit clairement la définition du booléen d'ombrage géométrique pour l'étape d'excitation) que lors des itérations de l'IPO et au rayonnement après convergence des courants.

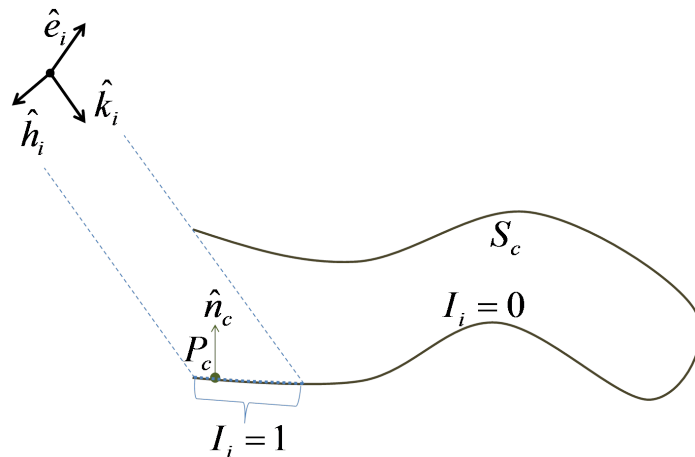


FIGURE 5.4 – Utilisation de l'ombrage géométrique à l'incidence

L'inconvénient principal de la méthode d'ombrage géométrique est qu'elle crée une discontinuité artificielle des courants. Certes, à hautes fréquences, les frontières ombre-lumière deviennent de plus en plus marquées mais une transition plus physique des courants à l'itération 0 doit pouvoir améliorer les résultats de l'IPO. L'excitation par la surface d'ouverture (basée sur un principe physique) semble donc plus adaptée mais n'est pas vraiment complète dans sa formulation car elle repose sur la troncature de la surface de Huygens (seule la surface d'ouverture étant retenue), c'est pour cela que certains phénomènes d'ombrage sont mal pris en compte (il suffit aussi pour s'en convaincre d'imaginer une

excitation latérale à grand angle d'incidence). Pour lever ce problème, une solution est d'exploiter les capacités de l'OP à modéliser l'ombrage en hautes fréquences.

5.3.3 Ombrage physique

Nous avons vu dans le chapitre 4 que l'OP inclut le principe de Babinet et peut être utilisée en configuration *forward scattering* pour évaluer le champ diffracté en zone d'ombre [26, 27]. Pour démontrer l'applicabilité de ce principe, on peut prendre l'exemple d'une cavité PEC pour laquelle on peut dissocier la surface externe S_e de la surface interne S_c . En exprimant la MFIE pour ce problème on obtient une expression intégrale de champs magnétiques couplés (couplage électromagnétique des deux surfaces), et le champ magnétique en tout point P_c sur la paroi interne de la cavité est donné (rigoureusement) par :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\vec{H}(P_c) = \vec{H}_i(P_c) + \iint_{S_e} \left[(\hat{n}' \wedge \vec{H}') \wedge \vec{\nabla}g' \right] dS' \\ + \iint_{S_c} \left[(\hat{n}' \wedge \vec{H}') \wedge \vec{\nabla}g' \right] dS'. \end{aligned} \quad (5.2)$$

On peut alors appliquer l'OP. La conséquence est qu'il n'existe pas d'ondes rampantes : l'intégrale sur la surface externe S_e est alors indépendante du champ magnétique à l'intérieur de la cavité et peut être évaluée à l'aide de l'OP. De plus, à partir de ce principe de localité propre au domaine des hautes fréquences, on peut omettre ici (temporairement car finalement prise en compte dans la résolution itérative de l'IPO avec l'équation (5.1)) l'intégrale sur S_c . Finalement le courant en P_c est alors donné par l'OP :

$$\vec{J}(P_c) = 2\hat{n}(P_c) \wedge \vec{H}(P_c), \quad (5.3a)$$

$$\vec{H}(P_c) = \vec{H}_i(P_c) + \vec{H}(S_e \mapsto P_c). \quad (5.3b)$$

Le champ magnétique local $\vec{H}(P_c)$ étant obtenu par la somme du champ incident $\vec{H}_i(P_c)$, donnée d'entrée du problème, et du champ magnétique $\vec{H}(S_e \mapsto P_c)$ (rayonnement des courants de l'OP sur S_e dans l'équation (5.2)), qui compense le champ incident pour créer un phénomène d'ombrage.

5.3.4 Comparaison des techniques d'ombrage

Les travaux réalisés par Antoine ont été valorisés par la publication d'un article en revue [28], repris ici en annexe E pour proposer plus de détails théoriques sur les différentes techniques d'ombrage. Cet article présente également de nombreux résultats permettant de comparer les différentes approches. A titre d'exemple, nous reprenons ici le cas du dièdre ombré à l'incidence : la source excite latéralement le dièdre ($\theta_i = -30^\circ$) et seule une partie d'une plaque est directement excitée, l'autre plaque créant un masque partiel. Les résultats en courants normalisés et en SER bistatique sont illustrés sur la figure 5.5. Les erreurs relatives par rapport à la MDM sont affichées à la fois pour le courant et la SER.

L'observation de l'évolution des courants confirme la meilleure réalité physique de l'ombrage physique par rapport à l'ombrage géométrique, l'évolution obtenue par l'ombrage physique ne présente en effet pas de discontinuité. De plus, elle est plus proche de la forme obtenue par la méthode de référence lorsque le phénomène d'ombrage est bien marqué comme ici avec $\theta_i = -30^\circ$. Les résultats en SER sont meilleurs avec l'ombrage physique, et sont très proches des résultats de la MDM, en particulier en polarisation VV comme le cas illustré ici, puisque les arêtes sont éclairées orthogonalement.

On peut également étudier le lien théorique qui existe entre la technique d'ombrage physique et l'utilisation de la surface d'ouverture. Pour cela on se limite à l'ombrage à l'incidence, mais un raisonnement similaire peut être fait pour l'ombrage au rayonnement. Soit une cavité ouverte-fermée de surface interne S_c et de surface externe S_e . On considère une paroi parfaitement conductrice et sans épaisseur (seule l'orientation de la normale diffère entre S_e et S_c). On considère un point P de S_c , et un point mobile P' . On note \hat{n} la normale en P , \hat{n}' la normale en P' et dS' la surface élémentaire en P' . On note $(\vec{E}_i(P), \vec{H}_i(P))$ le champ électromagnétique incident en P . La configuration est illustrée figure 5.6.

En appliquant la MFIE à ce problème, on obtient l'équation (5.2). Le champ incident peut être remplacé par le rayonnement des champs tangentiels mesurés sur une surface de Huygens S_i^* (voir figure 5.6a). Cette surface est nécessairement fermée pour pouvoir appliquer le principe d'équivalence.

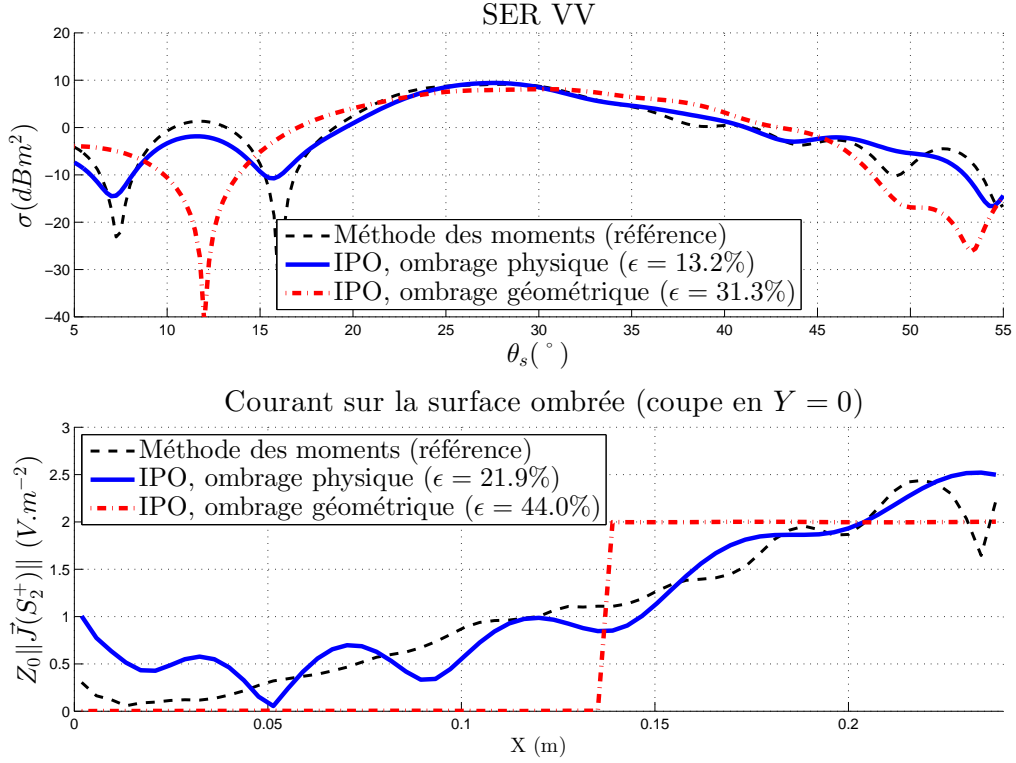
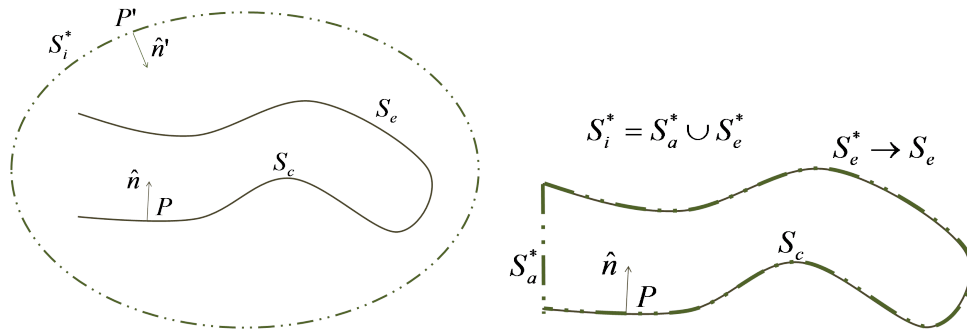


FIGURE 5.5 – Dièdre ombré à l'incidence $-\theta_i = -30^\circ$, polarisation V - Evolution des courants surfaciques et de la SER bistatique - Comparaison des résultats IPO et MDM

On peut ensuite faire tendre cette surface de Huygens vers les parois de la cavité, et S_i^* peut alors être décomposée : $S_i^* = S_a^* \cup S_e^*$, où S_e^* vient épouser les parois extérieures de la cavité et donc tendre vers S_e (mais de normale inversée car pointant vers l'intérieur de la boîte de Huygens), et S_a^* vient la compléter et désigne alors la surface d'ouverture (voir figure 5.6). On décompose également la surface externe $S_e = S_e^+ \cup S_e^-$, où S_e^+ désigne la partie éclairée ($\hat{k}_i \cdot \hat{n} < 0$) de S_e et S_e^- la partie ombrée ($\hat{k}_i \cdot \hat{n} \geq 0$) d'après le test de la normale. En négligeant le terme lié aux réflexions internes de la cavité (pris en compte dans le processus itératif de l'IPO), et en appliquant une hypothèse haute fréquence pour le terme provenant des parois externes de la cavité, l'équation (5.2) peut aussi s'écrire (en notant \vec{F}_H l'intégrande du rayonnement des courants surfaciques en champ magnétique) :

$$\vec{J}(P) = 2\hat{n} \wedge \left\{ \iint_{S_a^*} \vec{F}_H(\vec{J}, \vec{M}', P) dS' + \iint_{S_e^-} \vec{F}_H(\vec{J}, \vec{M}', P) dS' + \iint_{S_e^+} \vec{F}_H(\vec{J}_{OP}, \vec{0}, P) dS' \right\}. \quad (5.4)$$



(a) Configuration générale avec surface de Huygens quelconque (ici le point mobile P' est situé sur la surface de Huygens S_i^*) (b) Configuration avec la surface de Huygens qui tend à épouser celle des parois de la cavité

FIGURE 5.6 – Illustration de la configuration géométrique pour l'ombrage à l'itération 0 d'une cavité

A partir de cette équation, on peut différencier les approches ombrage physique et excitation par surface d'ouverture :

Ombrage physique : la technique consiste à ne pas utiliser la décomposition de la surface de Huygens, et conserver le champ électromagnétique incident $\vec{H}_i(P)$ (comme dans l'équation (5.2)) en tant que donnée d'entrée du problème (ce qui est rigoureusement équivalent), compensé par la composante d'ombrage venant de S_e^+ . L'approximation faite ici est l'approximation du plan tangent, appliquée deux fois : une fois pour le calcul de \vec{J}_{OP}^+ en tout point P' de S_e^+ , puis en P pour le calcul du courant surfacique $\vec{J}(P)$;

Excitation par surface d'ouverture : on considère qu'en faisant tendre à l'extrême la surface S_e^* vers S_e , les composantes venant de S_e^* et S_e^+ s'annulent, du fait des normales opposées. On évite ainsi d'appliquer l'approximation du plan tangent sur S_e , mais le rayonnement de la partie non éclairée par le test de la normale ($\hat{k}_i \cdot \hat{n}' \geq 0$) de S_e^* est négligé.

Ainsi, d'après ces différences dans l'application de l'approximation de l'OP, l'ombrage physique est moins performant pour une illumination dans une direction proche de la normale à l'ouverture de la cavité, l'OP étant moins précise pour des incidences rasantes aux surfaces. A l'inverse, pour des illuminations et/ou observations plus éloignées de la normale à l'ouverture, l'approximation faite par l'excitation par surface fictive a plus d'impact sur le calcul et l'erreur liée à cette technique augmente. Ces travaux de recherche ont par la suite été exploités par une équipe Israélienne dirigée par le Pr. Boag [128].

5.4 Formalisme matriciel de l'Optique Physique itérative

L'autre piste d'amélioration de l'Optique Physique Itérative étudiée par Antoine Thomet pendant sa thèse est l'accélération du calcul itératif. Le postulat de base que j'ai fait en 2011, un an avant la rédaction du sujet de thèse d'Antoine, est que l'IPO peut être vue comme une Méthode des Moments appliquée à la MFIE, résolue itérativement par un solveur de type Jacobi, et dans laquelle on injecte des simplifications hautes fréquences (courants nuls dans la zone d'ombre). Ce constat partait aussi du principe que la méthode E-PILE-OP-OP (voir le chapitre 3), qui consiste à itérer l'OP, est en réalité une autre formulation de la méthode IPO. Ainsi, comme une MdM classique, ou comme cela fut fait pour les matrices de couplage de la méthode E-PILE, les interactions dans l'IPO devaient pouvoir faire l'objet d'une compression algébrique pour réduire la complexité de la méthode.

Pour cela, la méthode IPO, dont le principe de base est résumé par l'équation (5.1), devait être reformulée sous un formalisme matriciel :

$$\mathbf{J}_c^{(k+1)} = \mathbf{J}_c^{(0)} + \overline{\mathbf{C}}_{IPO} \mathbf{J}_c^{(k)}, \quad (5.5)$$

où $\overline{\mathbf{C}}_{IPO}$ est une matrice de couplage entre les courants de la cavité et $\mathbf{J}_c^{(k)}$ représente le vecteur-courant à l'itération k sur les parois de la cavité.

Afin de limiter la taille du problème et donc diminuer la complexité de la résolution par l'IPO, on utilise un repère local pour les mailles, dans lequel le courant est exprimé selon deux composantes tangentielles. En effet, la composante du courant selon la normale à la surface est nulle, et on peut ainsi éviter une information redondante en utilisant des bases locales formées par un vecteur normal à la surface \hat{n} et deux vecteurs tangentiels $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ et tels que $\hat{n} = \hat{\alpha} \wedge \hat{\beta}$. Les courants seront alors exprimés selon deux composantes dans ces bases : $\vec{J} = J^\alpha \hat{\alpha} + J^\beta \hat{\beta}$. Sous ce formalisme, la matrice de couplage est de taille $[2N \times 2N]$ et les vecteurs $\mathbf{J}_c^{(k)}$ contenant les composantes des courants sont de tailles $[2N \times 1]$.

Pour obtenir ce formalisme matriciel, tout l'enjeu consiste à exprimer la matrice de couplage. Pour cela, en partant de l'équation (5.1) que l'on discrétise (technique de point matching similaire à ce qu'on peut faire pour appliquer la MdM), et en factorisant la fonction de rayonnement provenant du

principe de Huygens, on peut exprimer la matrice d'interactions [23] :

$$\overline{\mathbf{C}}_{IPO} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{C}}_{IPO}^{\alpha\alpha} & \overline{\mathbf{C}}_{IPO}^{\beta\alpha} \\ \overline{\mathbf{C}}_{IPO}^{\alpha\beta} & \overline{\mathbf{C}}_{IPO}^{\beta\beta} \end{bmatrix}, \quad (5.6a)$$

$$\overline{\mathbf{C}}_{IPO}^{\alpha\alpha}[N \times N] = 2\alpha\overline{\mathbf{P}} \cdot \left(\overline{\mathbf{M}}^{\beta\beta} \cdot \overline{\mathbf{k}}^n - \overline{\mathbf{M}}^{n\beta} \cdot \overline{\mathbf{k}}^\beta \right), \quad (5.6b)$$

$$\overline{\mathbf{C}}_{IPO}^{\beta\alpha}[N \times N] = 2\alpha\overline{\mathbf{P}} \cdot \left(\overline{\mathbf{M}}^{n\beta} \cdot \overline{\mathbf{k}}^\alpha - \overline{\mathbf{M}}^{\alpha\beta} \cdot \overline{\mathbf{k}}^n \right), \quad (5.6c)$$

$$\overline{\mathbf{C}}_{IPO}^{\alpha\beta}[N \times N] = 2\alpha\overline{\mathbf{P}} \cdot \left(\overline{\mathbf{M}}^{n\alpha} \cdot \overline{\mathbf{k}}^\beta - \overline{\mathbf{M}}^{\beta\alpha} \cdot \overline{\mathbf{k}}^n \right), \quad (5.6d)$$

$$\overline{\mathbf{C}}_{IPO}^{\beta\beta}[N \times N] = 2\alpha\overline{\mathbf{P}} \cdot \left(\overline{\mathbf{M}}^{\alpha\alpha} \cdot \overline{\mathbf{k}}^n - \overline{\mathbf{M}}^{n\alpha} \cdot \overline{\mathbf{k}}^\alpha \right), \quad (5.6e)$$

où, $\forall (p, q, r) \in \{n, \alpha, \beta\}$, $\forall (u, v) \in [1..N]$:

- $\alpha = \frac{-jZ_0}{4\pi\omega_0\mu_0}$;
- $P(v, u) = [k_0^2 r(v, u)^2 + jk_0 r(v, u)] \frac{\exp(jk_0 r(v, u))}{r(v, u)^3} \Delta_S(v) I_c(v, u)$;
 $r(v, u)$ est la distance entre le centre de la maille v et le centre de la maille u ;
 $I_c(v, u)$ est le booléen d'ombrage entre le centre de la maille v et le centre de la maille u , qui dépend de la technique d'ombrage utilisée ;
 $\Delta_S(v)$ est l'aire de la maille v ;
- $M^{pq}(v, u) = \hat{p}_u \cdot \hat{q}_v$;
- $k^p(v, u) = \hat{k}(v, u) \cdot \hat{p}_v$;
 $\hat{k}(v, u)$ est le vecteur unitaire donnant la direction entre le centre de la maille v et le centre de la maille u .

Sous ce formalisme matriciel, le nombre d'éléments à stocker est de $4(1 + 4\nu)N^2$ et la complexité algorithmique de la résolution est de $\mathcal{O}(4(I + 4\nu)N^2)$ pour le calcul de la diffraction par une cavité (avec N : nombre de mailles de la cavité, N_a : nombre de mailles de la surface d'ouverture, I : nombre d'itérations, $\nu = N_a/N$). À noter qu'en l'état, ce formalisme présente très peu d'intérêt. En effet, le seul gain numérique est de ne pas avoir à recalculer chaque terme de couplage à chaque itération. Néanmoins le calcul du couplage est bien sûr toujours réalisé via un produit matrice-vecteur, et le temps de calcul gagné sur l'évaluation de chaque terme est de fait négligeable. Ce formalisme apporte un inconvénient : il faut stocker la matrice de couplage, ce qui peut limiter la taille du problème à traiter.

5.5 Compression ACA de l'Optique Physique Itérative

Pour pouvoir exploiter l'intérêt d'avoir exprimé l'IPO sous un formalisme matriciel, il convient de chercher à comprimer la matrice de couplage. On gagne alors sur les deux points : moins d'éléments à stocker, et accélération du produit matrice-vecteur dans le processus IPO. Pour cela, et comme nous l'avons déjà exploité pour les matrices de couplage de la méthode E-PILE, on applique les méthodes ACA et R-ACA (voir chapitre 2). Bien sûr, la compression des matrices sera d'autant plus efficace qu'elles sont de rang effectif faible, et plusieurs stratégies sont possibles, car l'ACA pourrait être appliquée :

- à la matrice d'interactions complète $\overline{\mathbf{C}}_{IPO}$;
- aux matrices de couplage entre surfaces distinctes, $\overline{\mathbf{C}}_{ab}$, avec $(a, b) \in [1..N_S]$, N_S étant le nombre de surfaces distinctes ;
- aux sous-blocs de ces matrices, $\overline{\mathbf{C}}_{ab}$, avec $(p, q) \in \{\alpha, \beta\}$.

Sans utiliser un algorithme plus évolué de l'ACA (comme l'ACA+ par exemple), on ne peut pas appliquer l'ACA à des matrices contenant des éléments nuls. Or la matrice de couplage complète peut contenir des sous-blocs nuls : c'est le cas notamment des matrices de couplage d'une surface plane avec elle-même. On choisit donc d'appliquer l'ACA aux sous-blocs de la matrice d'interactions.

Pour étudier l'intérêt de l'IPO accélérée par l'ACA, on étudie la SER monostatique en polarisation VV du guide rectangulaire de dimensions $L_x = 12\lambda$, $L_y = L_z = 8\lambda$, à la fréquence $F = 10$ GHz pour

$\phi \in [-90; 90]^\circ$, avec un pas de 1° . On applique l'IPO avec $I = 10$ itérations et on considère un seuil d'ACA de $\epsilon = 10^{-3}$.

La figure 5.7 donne le résultat de la SER monostatique sur la plage angulaire étudiée. On n'y observe aucune différence entre les résultats IPO, IPO-ACA et IPO-R-ACA. Les compressions ACA et R-ACA, avec le seuil choisi, ne diminuent pas la précision de la méthode. Cependant, le calcul est bel et bien accéléré avec les compressions. Le tableau 5.1 montre les performances en termes d'occupation mémoire et de temps de calcul, en comparaison avec l'IPO sans compression. Si le gain par la compression est bien réel, l'algorithme R-ACA n'apporte qu'une très légère amélioration de la compression (l'espace mémoire occupé passe de 858 Mo à 770 Mo, et le temps par angle de SER de 1,48 s. à 1,31 s.). Le temps de compression des matrices est légèrement supérieur avec la R-ACA, son intérêt est donc très lié au problème : pour un cas avec de très nombreuses itérations, le gain apporté par la recompression peut contrebalancer le temps perdu lors de la recompression. Pour le cas de la cavité rectangulaire, la R-ACA reste, malgré tout, intéressante ici et permet de diminuer le temps de calcul de 5 min 19 s. à 4 min 52 s.

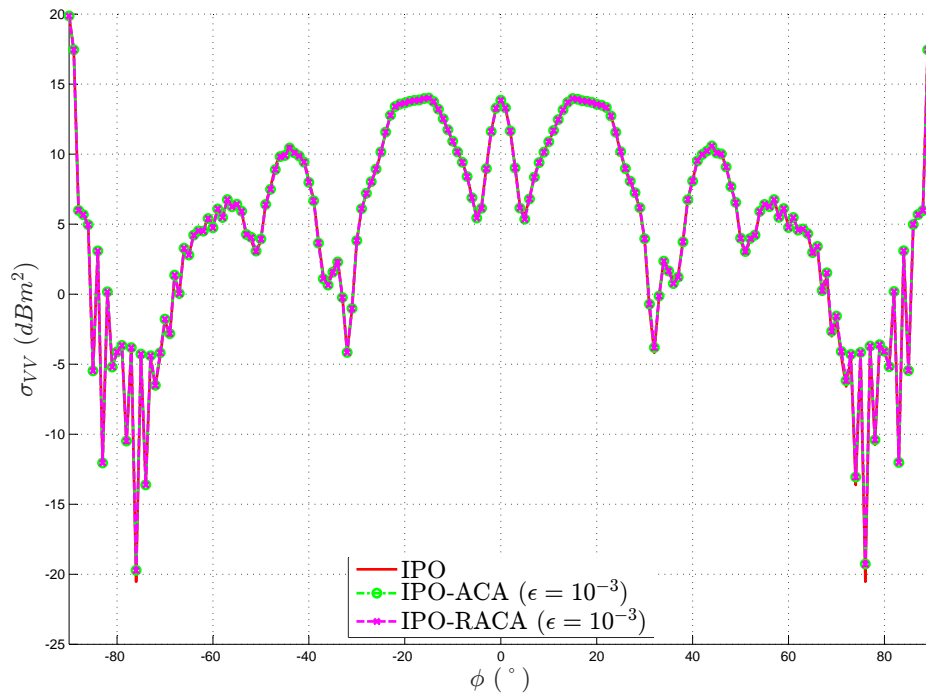


FIGURE 5.7 – Guide rectangulaire compressé par la R-ACA - SER monostatique - IPO, IPO-ACA et IPO-R-ACA

	IPO	IPO-ACA ($\epsilon = 10^{-3}$)	IPO-R-ACA ($\epsilon = 10^{-3}$)
Taux de compression moyen	-	84.7%	86.3%
Millions d'éléments stockés	366	56.3	50.2
Stockage mémoire	5.45 Go	858 Mo	770 Mo
Temps de création matrices	15 s.	51 s.	57 s.
Temps par incidence	4.45 s.	1.48 s.	1.31 s.
Temps total	13 min 40 s.	5 min 19 s.	4 min 52 s.

TABLEAU 5.1 – Guide rectangulaire compressé par la R-ACA - Performances

On note aussi que les taux de compression obtenus de l'ordre de 85% sont très inférieurs à ceux obtenus avec la Mdm (en général bien supérieur à 90%). Cela s'explique intuitivement par le fait que l'IPO est déjà une méthode qui réduit la complexité du problème : on peut alors parler de compression physique (en comparaison à la compression algébrique apportée par l'ACA) car la densité de maillage est réduite par l'emploi des hypothèses hautes fréquences. La matrice de couplage de l'IPO a donc un rang effectif assez élevé naturellement, et la compression algébrique est de fait moins efficace. On

illustre ce constat en appliquant la méthode à une cible plus complexe : la cavité COBRA. Celle-ci est présentée sur la figure 5.8. Il s'agit d'une cavité courbée de section rectangulaire constante (11 cm

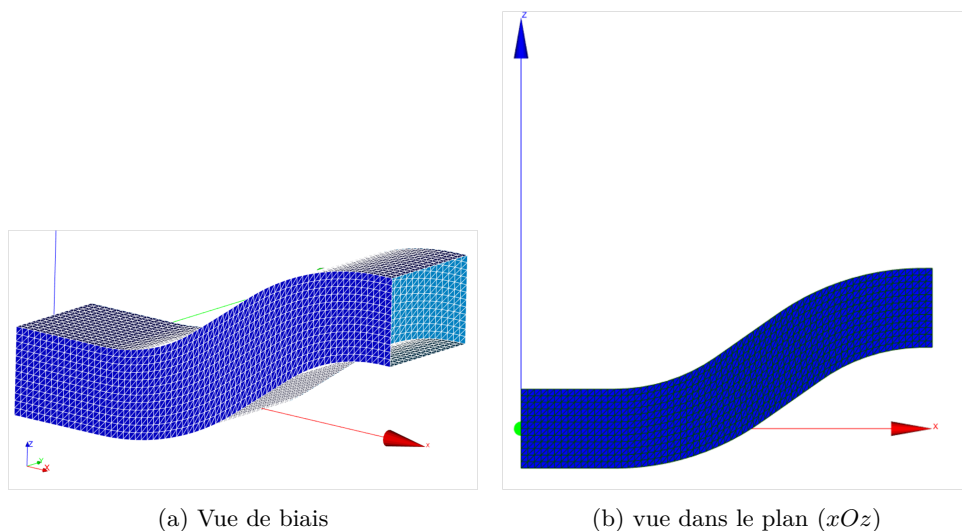


FIGURE 5.8 – Cavité COBRA - Configuration

par 8,5 cm) sur sa longueur (45 cm). La courbure est telle que le fond n'est pas en visibilité directe de l'ouverture. On calcule sa SER monostatique à la fréquence de 16.9 GHz, en polarisation VV, pour $\theta = 90^\circ$ et $\phi \in [-40; 40]^\circ$ par pas de 0.5° . La figure 5.9 montre les résultats obtenus pour l'IPO et l'IPO-ACA avec un seuil de $\epsilon = 10^{-4}$ et $I = 20$ itérations, et le tableau 5.2 résume les performances des 2 méthodes.

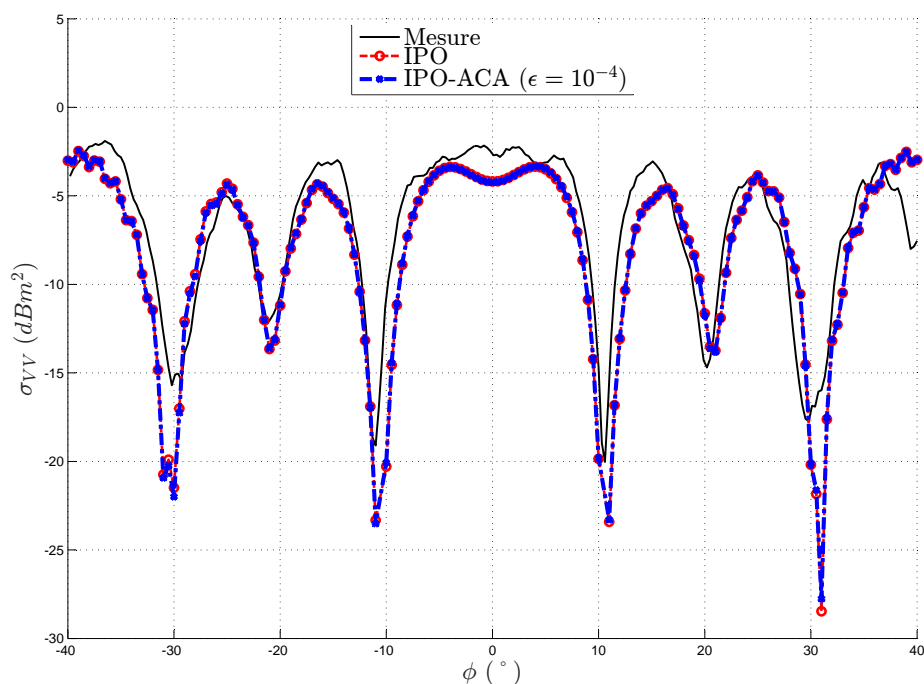


FIGURE 5.9 – Cavité COBRA - SER monostatique - Mesure, IPO et IPO-ACA

On voit que le résultat IPO-ACA est très proche de celui de l'IPO. La compression est moins bonne que dans le cas précédent : 69.6% de taux moyen de compression. Cependant, le temps gagné par la compression permet tout de même un gain de temps notable en utilisant l'IPO-ACA, passant de 18 min 52 s. à 13 min 16 s.

En théorie, le formalisme matriciel de l'IPO (avec compression) est plus efficace que le formalisme vectoriel pour un problème impliquant un très grand nombre de sources (par exemple le calcul de la SER monostatique pour de nombreux angles d'incidence) car tous les termes d'interactions sont

	IPO	IPO-ACA
Taux de compression (%)	–	69.6
Stockage mémoire	4.98 Go	3.90 Go
Temps de pré-traitement	53 s.	2 min 48 s.
Temps par angle de SER	6.7 s.	3.9 s.
Temps total	18 min 52 s.	13 min 16 s.

TABLEAU 5.2 – Cavité cobra - Performance calcul de SER pour l'IPO et l'IPO-ACA ($\epsilon = 10^{-4}$)

calculés une seule fois, stockés et peuvent donc être réutilisés (pour chaque itération et chaque angle d'incidence) sans recalculs. Ainsi, l'emploi de l'IPO sous forme matricielle avec compression ACA, ou l'utilisation de l'IPO « vectorielle » (schéma classique de l'IPO dans lequel les éléments sont calculés « à la volée ») dépend de différents facteurs : du nombre d'éléments N , du nombre d'itérations I et du nombre d'angles d'incidence A comme illustré sur la figure 5.10 sur laquelle « Mat-R-ACA » correspond à l'IPO matricielle avec compression R-ACA et « Vec-FaFFA » correspond à l'IPO vectorielle accélérée par la FaFFA. Bien sûr, la frontière entre les deux algorithmes (et donc la valeur de N_2) dépend de nombreux facteurs : langage de programmation, qualité de la parallélisation, performances du calculateur. Seules des tendances peuvent donc être discutées ici. Pour un faible nombre de calculs

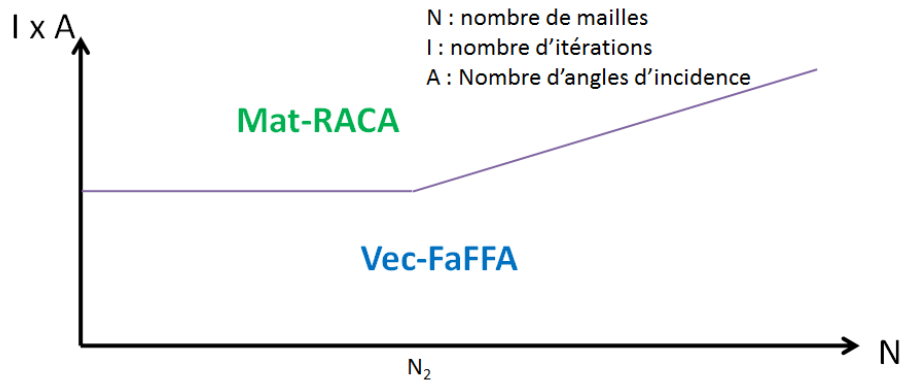


FIGURE 5.10 – Choix de l'algorithme IPO en fonction du nombre d'éléments N , du nombre d'itérations I et du nombre d'angles d'incidence A

(peu d'itérations et/ou peu d'angles d'incidence), le temps de calcul pour la compression ACA/R-ACA est trop importante comparée au temps gagné lors des produits matrice-vecteurs. Mais lorsque le produit $I \times A$ devient grand, le nombre de produits matrice-vecteur devient suffisamment grand pour rendre l'IPO matricielle comprimée compétitive. Pour de très grandes cibles ($N > N_2$ sur la figure 5.10), les matrices comprimées ne peuvent plus être stockées directement en mémoire vive. Un temps additionnel est alors nécessaire pour les accès au disque dur à chaque boucle de calcul pour l'IPO matricielle. L'IPO vectorielle devient alors plus intéressante et le meilleur algorithme à choisir dépend toujours du nombre de boucles (donc nombre de produits matrice-vecteur) comparé à la taille de la matrice à stocker.

5.6 Perspectives

Les récents travaux de recherche, menés principalement en Espagne, aux Etats-Unis, en Italie, en Israël et en France, ont abouti à une exploitation très mature de l'IPO : parallélisation massive sur GPU, études sur les règles d'ombrage, compression algébrique des matrices d'interaction, utilisation de différents solveurs itératifs, etc [129, 130].

Malgré cela, l'IPO souffre encore de limitations. En effet, la précision pourrait encore être améliorée. De plus, dans certains cas, elle peut diverger et conduire à de mauvais résultats. C'est la raison pour laquelle des recherches sont toujours conduites pour améliorer à la fois la précision, la convergence et le temps de calcul de la méthode.

Un sujet de thèse DGA a été proposé en 2016, en collaboration avec l'Université de Sienne (Pr. Matteo Albani) avec l'objectif de s'inspirer des méthodes numériques rigoureuses pour améliorer l'IPO.

L'idée principale était de modifier le processus itératif de l'IPO (de type Jacobi) par d'autres schémas itératifs, comme la méthode GMRES. Nous n'avons trouvé aucun candidat pour cette thèse mais l'idée d'améliorer l'IPO est revenue par la suite avec un nouveau sujet de thèse qui a été proposé en 2018 en collaboration avec le CEA avec le même principe d'exploiter des idées issues du domaine des méthodes rigoureuses telles que la Méthode des Moments, pour développer une nouvelle méthode numérique rapide asymptotique. Il s'agit des travaux de thèse de Gatien Septembre, que je co-encadre avec Christophe Bourlier (IETR) et Agnès Pujols (CEA). L'idée principale dans ce nouveau sujet est de revoir la formulation intégrale (basée MFIE pour l'IPO classique) de la méthode pour améliorer la précision et la convergence de la méthode. Une autre manière de voir cette approche est de partir d'un formalisme MmM dans lequel on injecte des hypothèses hautes fréquences (principe de localité des phénomènes, courants nuls dans les zones d'ombre) pour simplifier et accélérer la méthode. Enfin, on n'exclut pas non plus d'étudier l'intérêt d'appliquer l'IPO sur des surfaces NURBS pour réduire le nombre de mailles (la courbure étant prise en compte dans le calcul OP, le maillage est réduit car non soumis au critère de flèche).

Conclusion et projet de recherche

Ces dix années d'activités d'encadrement de recherche résumées dans ce manuscrit furent centrées sur la maîtrise de la signature électromagnétique des engins (que ce soit sur la signature du système lui-même ou sur la prise en compte de l'environnement dans lequel le système évolue, en particulier pour le domaine naval), qui est mon domaine d'expertise à la DGA et une activité indispensable pour concourir à l'évolution de nos capacités de Guerre Electronique et de Détection Electromagnétique.

Les travaux de recherche menés jusqu'ici ont permis d'obtenir des résultats significatifs :

- une méthode itérative (E-PILE), étendue au formalisme 3D, qui a permis de mieux comprendre les mécanismes de couplage (thèse de Mohammad Kouali) ;
- l'hybridation de méthodes rigoureuses avec l'OP via un formalisme itératif rigoureux (E-PILE) (thèse de Mohammad Kouali) ;
- une meilleure compréhension du mécanisme d'ombrage en zone de hautes fréquences et de sa modélisation (travaux de recherche personnels) ;
- l'amélioration de la méthode IPO par une meilleure prise en compte de l'ombrage (thèse d'Antoine Thomet) ;
- le développement d'un formalisme original matriciel de l'IPO pour application de techniques de compression algébrique (thèse d'Antoine Thomet) ;
- une nouvelle méthode de décomposition de domaines (E-SDIM) adaptée au calcul rapide rigoureux de la diffusion par une surface rugueuse 2D (thèse de Yunniel A. Noa) et compétitive avec la méthode CBFM.

Fort de ces résultats, mon projet de recherche poursuit le même objectif d'améliorer la maîtrise de la signature Radar. Cela passe par deux voies possibles :

- Axe 1 : Améliorer la prise en compte de l'impact de l'environnement sur la signature Radar d'un système (pour les applications navales : diffusion par la mer et prise en compte du couplage cible/mer)
- Axe 2 : Améliorer la maîtrise de la signature Radar intrinsèque du système

Axe 1 : Impact de l'environnement sur la signature Radar d'un système

Pour ce premier axe, les travaux de recherche sont à mener dans la continuité des travaux de modélisation déjà entrepris sur les méthodes rigoureuses (afin de valider les modèles asymptotiques et comportementaux intégrables dans des simulations plus globales).

Une première piste pour poursuivre les travaux entrepris récemment lors de la thèse de Yunniel A. Noa est l'exploitation optimisée des ressources informatiques (parallélisation, calcul sur GPU [63], utilisation de moteur d'exécution comme StarPU [64], ...). Il s'agit ici d'un travail d'exploitation optimisée des ressources informatiques pour l'utilisation intensive de la méthode de calcul. Si ce travail possède un réel intérêt pratique, il sort du cadre de mes compétences.

La seconde piste est d'améliorer les méthodes de calculs par l'ajout d'accélération supplémentaires ou par l'hybridation avec des méthodes asymptotiques. C'est cette piste que nous proposons de poursuivre pour ce premier axe de recherche.

L'objectif principal est d'accélérer le calcul local sur les sous-domaines. En effet, que ce soit pour la E-SDIM ou la CBFM, les inversions LU des matrices impédances des sous-domaines sont les étapes les

plus coûteuses. Un moyen d'accélérer cette étape est d'appliquer l'approximation de l'optique physique pour obtenir une méthode hybride plus rapide (mais au domaine de validité beaucoup plus limité).

Afin de conserver une précision des résultats suffisante, on peut penser à la méthode des \mathcal{H} -matrices pour tenter de comprimer les interactions locales [66]. Cet algorithme apporterait par ailleurs plus d'efficacité pour la compression des matrices de couplage. La compression ACA pourrait aussi être encore plus optimisée, en exploitant l'algorithme R-ACA qui a été codé et appliqué dans le cadre de la thèse d'Antoine Thomet et pourrait donc être facilement intégré dans les méthodes développées dans les thèses de Mohammad Kouali et Yunniel A. Noa.

Dans le cas de la E-SDIM, le calcul des courants d'ordre supérieur implique des matrices de couplage entre sous-domaines parfois très éloignés. Ces interactions peuvent être négligeables et donc contribuent peu au calcul du courant sur chaque sous-domaine. Cette approximation a été testée sur une surface de mer 1D, donnant des résultats très satisfaisants. Pour cela un critère d'admissibilité pourrait être basé sur la distance entre les blocs, ou bien en estimant une convergence locale. Ainsi, lors du calcul du courant à l'ordre k , si des interactions sont négligeables, alors elles ne sont pas considérées pour le calcul du courant aux ordres supérieurs.

Enfin, une autre piste pour améliorer la E-SDIM est de revoir le recouvrement des blocs. En effet, dans le cas de grandes surfaces, pour lequel un grand nombre de domaines est défini, l'élargissement des blocs peut augmenter significativement le nombre d'inconnues. Pour pallier ce problème, d'autres méthodes de décomposition de domaines pourraient être étudiées, comme des techniques sans recouvrement mais également accélérées par l'ACA [68].

Quant à la prise en compte du couplage entre une cible et la surface de mer, le calcul des interactions locales pourrait également être accéléré en exploitant, pour le cas 3D, les méthodes E-SDIM ou CBFM et des méthodes rapides communément appliquées pour les interactions locales pour l'objet (\mathcal{H} -matrices, ou résolution asymptotique par l'OP ou l'IPO). Pour cette piste, on pourra s'inspirer de deux récents articles publiés sur l'emploi de la CBFM pour le calcul de la diffusion par un objet situé sous ou au-dessus d'une surface rugueuse [98, 99].

Enfin, une piste intéressante à tester serait d'appliquer directement les méthodes E-SDIM ou CBFM au problème complet. L'idée serait ici de considérer la surface de l'objet comme un des sous-domaines. Si l'applicabilité d'une telle approche ne présente pas de risque identifié, une étude sur la convergence serait à mener pour s'assurer du réel gain apporté. En effet, l'inhomogénéité des sous-domaines (le domaine de l'objet serait très différent des sous-domaines de la surface en termes de forme, d'étendue, de distance radioélectrique aux sous-domaines voisins, ...) pourrait impacter la convergence globale de la méthode.

Ces travaux peuvent faire l'objet d'un nouveau sujet de thèse sur la modélisation rigoureuse de la signature d'une cible en environnement maritime pour un problème 3D.

Axe 2 : Maîtrise de la signature Radar intrinsèque du système

Pour le second axe, la modélisation de la SER d'un système est un domaine encore très actif en recherche. De nombreux travaux concernent l'amélioration des méthodes numériques (nouveaux pré-conditionneurs, nouvelles fonctions de base, compression algébrique, parallélisation massive, ...). Très peu concernent l'amélioration des méthodes asymptotiques (souvent considérées comme insuffisamment précises). Elles sont pourtant indispensables pour des systèmes très grands devant la longueur d'onde (comme par exemple des bâtiments de surface) ou pour mener des études préliminaires. De plus, ces méthodes ont également l'intérêt de faciliter l'interprétation physique (calcul des multiples réflexions, découpage en contributeurs élémentaires, ...) indispensable pour l'analyse et l'optimisation en avant projet. C'est pourquoi nous poursuivons les efforts sur les méthodes asymptotiques et cherchons même à créer un « pont » entre les deux domaines disjoints des méthodes rigoureuses et asymptotiques.

En effet, si ces méthodes sont parfois hybridées (application d'une méthode asymptotique sur une partie du problème par exemple), aucune méthode ne permet d'approcher la précision des méthodes rigoureuses tout en conservant les avantages des méthodes asymptotiques.

Ce constat et cette ambition ont été le point de départ de l'élaboration du sujet de thèse de Gatien Septembre qui a débuté sa thèse en Octobre 2018 (co-financement DGA-CEA) et que je co-encadre avec Christophe Bourlier (IETR) et Agnès Pujols (CEA). L'idée principale de son travail de thèse est de revoir la formulation intégrale de la méthode IPO (basée MFIE pour l'IPO classique) pour améliorer la précision et la convergence de la méthode. Une autre manière de voir cette approche est de partir d'un formalisme MDM (à partir des équations EFIE ou CFIE qui proposent généralement une

meilleure précision que la MFIE) dans lequel on injecte des hypothèses hautes fréquences (principe de localité des phénomènes, courants nuls dans les zones d'ombre) pour simplifier et accélérer la méthode.

Une autre piste envisagée pour améliorer l'IPO est de revoir la résolution du système matriciel de l'IPO (exprimée sous sa formulation matricielle) par une méthode itérative autre que Jacobi, comme la méthode GMRES. Cette piste a été envisagée avec le Pr. Matteo Albani (Université de Sienne, Italie) et avec qui une collaboration serait possible sur ce sujet. Enfin, on n'exclut pas non plus d'étudier l'intérêt d'appliquer l'IPO sur des surfaces NURBS pour réduire le nombre de mailles (la courbure étant prise en compte dans le calcul OP, le maillage est réduit car non soumis au critère de flèche).

Une autre piste de recherche que je souhaite explorer pour améliorer la maîtrise de la signature Radar concerne la SER bistatique qui revêt un intérêt opérationnel certain. En effet, on note depuis quelques années un regain d'intérêt pour des systèmes radar multistatiques, exploitant la diversité d'espace pour améliorer les capacités de détection et de surveillance. Il est donc nécessaire d'évaluer la signature radar de nos futures plateformes sous des configurations bistatiques et multistatiques.

D'autre part, l'évolution des menaces, conjuguée à la multiplicité et à la diversité des théâtres d'opération, nécessite une innovation permanente dans le domaine des architectures radar. Par exemple, la prolifération des menaces dites asymétriques, caractérisées par des vecteurs de petites tailles présentant potentiellement de faibles SER (drones, embarcations de petites tailles, avions légers), nécessite le développement d'architectures radar nouvelles, basées sur le concept de réseaux de petits radars communicants (ex : systèmes radar MIMO pour la surveillance en zone urbaine). La mise au point de ces systèmes radars nécessite une bonne connaissance de la signature radar multistatique et dynamique des menaces à traiter. Pour cela deux volets sont à considérer : le volet calcul, et le volet mesure [131].

Pour le calcul, la modélisation de la SER bistatique par les méthodes déjà existantes pour la résolution des équations de Maxwell ne présente aucun problème majeur. En effet, les méthodes classiquement utilisées comme la MdM ou les méthodes asymptotiques telles que les lanciers de rayons ou l'IPO, ont un domaine de validité en configuration bistatique similaire à la configuration monostatique. Les évolutions envisageables sont plutôt liées au paramétrage et la parallélisation (double boucle de calcul sur les ondes incidentes et sur les positions de récepteur) et sur l'exploitation de cette donnée volumineuse possédant deux dimensions supplémentaires (angles en gisement et site du récepteur).

Pour la mesure, la complexité est supérieure. En effet, la mesure de la SER multistatique sur 4π stéradians d'une cible n'est pas possible dans les bases de mesures de SER ou chambres anéchoïques existantes. Généralement, les mesures ne se font qu'en configuration monostatique ou de faible bistatisme. Les bases de mesure dédiées au bistatisme (comme le moyen BABI de l'ONERA en France [131]) sont souvent limitées à des dimensions réduites de la cible et à du bistatisme dans un plan (ou quelques plans bien définis).

Pour pallier ce problème deux innovations majeures sont envisagées. La première est d'employer des sondes électro-optiques déjà utilisées dans le cadre de la mesure en champ proche du rayonnement d'antennes. En effet, ce type de capteur est de faible encombrement et donc très mobile, ce qui faciliterait alors la mise en oeuvre de mesure bistatique. Des travaux sont actuellement menés sur ce sujet à DGA MI pour étudier la faisabilité de ce principe de mesure.

L'autre innovation envisagée concerne une nouvelle méthodologie permettant d'évaluer la SER multistatique d'une cible à partir de mesures du champ diffracté réalisées, pour une direction d'incidence fixée, sur un domaine d'observation restreint (faible bistatisme). Cette idée part du principe que la connaissance d'un courant surfacique (sur une géométrie donnée) suffit pour évaluer le champ diffracté par une cible en tout point de l'espace. L'évaluation de la Surface Equivalente Radar multistatique (une seule direction d'incidence, plusieurs positions du récepteur) d'une cible peut donc être extrapolée en dehors d'un domaine de mesure par la reconstruction préalable des courants surfaciques. Pour mener ce travail de recherche, un sujet de thèse intitulé « Evaluation de la SER multistatique d'une cible à partir des courants surfaciques équivalents extraits de mesures sectorielles de champs proches », a été déposé (avec le laboratoire IETR). Ce projet de recherche, à la frontière entre la mesure, le calcul, le problème inverse, et le traitement du signal, est ambitieux mais l'impact technique en terme de maîtrise de la signature Radar multistatique accessible avec nos bases de mesure actuelles, est très important.

Annexe A

WRCM 2010 - Scattering from canonical objects above a sea-like one-dimensional rough surface from a rigorous fast method

Scattering from canonical objects above a sea-like one-dimensional rough surface from a rigorous fast method

G. Kubické*, C. Bourlier and J. Saillard

*IREENA Laboratory, Fédération CNRS Atlantique, Université de Nantes,
Polytech'Nantes, La Chantrerie, Rue C. Pauc, BP 50609,
44306 Nantes Cedex 3, France*

(Received 1 April 2009; final version received 1 November 2009)

This paper is devoted to scattering from a canonical object above a sea-like one-dimensional rough surface (two-dimensional problem). Such a problem involves a high number of unknowns and cannot be solved easily with a Method of Moments by using a direct LU inversion. Thus, a recently developed fast numerical method called Extended-PILE combined with FB-SA is used. First, a parametrization is proposed for the FB-SA by considering the sea surface only. Then, the convergence of E-PILE+FB-SA is tested for the scattering from a cylinder, a plate and a cross located above a rough surface obeying a Gaussian process with the Elfouhaily et al. spectrum. After generating several surface realizations, a Monte Carlo process is applied on the scattered fields in order to discuss on the Normalized Radar Cross-Section (NRCS) for a maritime application at microwave frequencies. Eventually, the study focuses on the case of low grazing incidence.

1. Introduction

The study of scattering from an object above a rough surface is a subject of great interest. The applications of such research concern many areas such as remote sensing, radar surveillance, optics and acoustics. Since the sea surface can be modeled as a rough surface, these applications are useful for the maritime domain in which some radar reflectors are used in several situations: mounted on a buoy to mark a shoal or mounted on a ship's mast, for example. Such a problem implies many parameters, such as incidence angle, frequency, shape and size of the reflector, position above the surface, and so on. Thus, some models are needed to design the radar reflectors. On a related subject, several asymptotic and exact models have been developed for scattering from an object below a rough surface [1–6] and on a rough surface (the object is partially buried) [7–9]. Recently, several studies have led to some asymptotic and exact numerical models for scattering from an object above a

*Corresponding author. Email: gildas.kubicke@univ-nantes.fr

rough surface [3,10–16]. But, in numerical simulations, the surface length plays an important role since a tapered wave is employed to eliminate the finite surface length edge effects [17,18]. Indeed, the tapered wave width should be large enough to respect the Helmholtz equation and to illuminate both the object and the surface and, as a result, the surface has to be large enough for the field to vanish at the surface extremities. So, it is interesting and necessary to investigate exact fast numerical methods to treat such a large problem.

On one hand, some exact fast numerical methods have been developed for a single rough surface (without the object). For instance, one can quote the Banded-Matrix-Iterative-Approach/CANonical Grid (BMIA-CAG) of Tsang et al. [19,20] of complexity $\mathcal{O}(N_2 \log N_2)$, the Method of Ordered Multiple Interactions (MOMI) of Kapp et al. [21] of complexity $\mathcal{O}(N_2^2)$, the Forward–Backward (FB) method of Holliday et al. [22] of complexity $\mathcal{O}(N_2^2)$, and the accelerated version Forward–Backward Spectral Acceleration (FB-SA) of Chou et al. [23] of complexity $\mathcal{O}(N_2)$, in which N_2 is the number of unknowns on the rough surface. In [24] and [25], the FB and FB-SA methods have been extended to the case of a one-dimensional imperfect conducting rough surface by considering a high imaginary part of the permittivity, such as the sea surface at microwave frequencies.

On the other hand, Déchamps et al. [26] have recently developed a fast numerical method, PILE (Propagation-Inside-Layer Expansion), devoted to scattering by a stack of two one-dimensional interfaces separating homogeneous media, which corresponds to the problem depicted in Figure 1(a). The main advantage of the PILE method is that the resolution of the linear system (obtained from the Method of Moments: MoM) is broken up into different steps. Two steps are dedicated to solving for the local interactions, which can be done from efficient methods valid for a single rough interface, such FB-SA and BMIA/CAG, and two are dedicated to solving for the coupling interactions.

More recently, the PILE method has been applied by Bourlier et al. [27] to the problem depicted in Figure 1(b). Kubické et al. [28] have proposed the extended version of the PILE method, called E-PILE (Extended-PILE), in order to treat the more general case of two illuminated surfaces. This approach was used for scattering from a cylinder above a rough surface (obeying a Gaussian process with a Gaussian height spectrum) as depicted in Figure 1(c). In this case, the two surfaces are illuminated, unlike cases (a) and (b). In addition, to accelerate this method and to treat a large problem, the local interactions on the rough surface are computed from FB-SA. Since the number of unknowns on the rough surface is much greater than that on the object, the complexity of the method is then $\mathcal{O}(N_2)$.

In this paper, the E-PILE method combined with FB-SA (E-PILE+FB-SA) is applied to a more realistic scene made up of a canonical object (cylinder, plate and cross) above an ocean-like surface obeying the Elfouhaily et al. height spectrum [29]. Moreover, the Impedance Boundary Condition (IBC) is used since the sea surface is assumed to be highly conducting at radar microwave frequencies [30]. Studies are focused on the convergence of E-PILE+FB-SA for a maritime context. Numerical results are provided for a realistic scene by using a Monte Carlo process and the specific case of Low Grazing Angles (LGAs) is investigated.

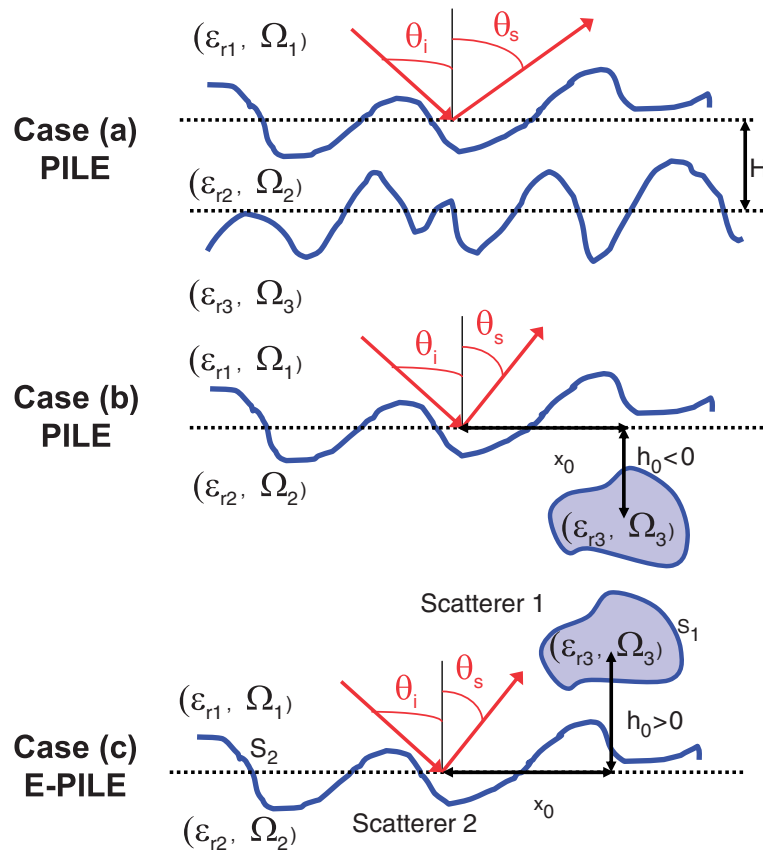


Figure 1. (Color online) Description of the problem. (a) Scattering by a *stack* of two rough interfaces separating homogeneous media. (b) Scattering by an object *below* a rough surface. (c) Scattering by an object *above* a rough surface. The media $\{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3\}$ of permittivities $\{\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}, \epsilon_{r3}\}$ are assumed to be homogeneous, and the scatterers are invariant along the direction normal to the figure.

The paper is organized as follows. In Section 2, a brief summary of the E-PILE method combined with FB-SA is given. In Section 3, the convergence of this approach is studied (with respect to the incidence angle θ_i , the wind speed above the sea u_{10} , and the sea surface length L_2) by considering first, the sea surface only. In the same way, the convergence of E-PILE+FB-SA is studied for scattering from canonical objects above a sea-like surface at microwave frequencies. In Section 4, the method is applied to a more realistic scene by using a Monte Carlo process for a cross located above a sea-like surface at microwave frequencies. Comparisons with results obtained by considering a single rough surface (without the object) and by considering a cross above a flat surface permit us to study the coupling between the surface and the object and the roughness effect. Finally, Section 4 focuses on the case of low grazing incidence.

Such a study of the convergence and parametrization of the FB-SA for a sea surface, and its efficient use in the E-PILE algorithm, have never been done before. Thus, E-PILE+FB-SA allows us to obtain interesting new and more realistic results, in particular near low grazing incidence.

2. A summary of the E-PILE combined with FB-SA

2.1. A rigorous numerical method for the scattering from two scatterers

Let us consider two scatterers (with homogeneous media) embedded in an homogeneous medium as depicted in Figure 1(c). The use of the integral equations discretized by the MoM leads to the linear system $\bar{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$, in which $\bar{\mathbf{Z}}$ is the impedance matrix of the scene made up of the two scatterers, \mathbf{b} the incident field, and \mathbf{X} the current on both the scatterers (the field and its normal derivative on the surfaces). The E-PILE method was developed in order to solve such a linear system efficiently and rigorously. Indeed, by inverting by block the impedance matrix and using the method of [26,28], it can be shown after some manipulations that the current \mathbf{X}_1 on the surface S_1 of scatterer 1 is:

$$\mathbf{X}_1 = \sum_{p=0}^{p=P_{\text{PILE}}} \mathbf{Y}_1^{(p)}, \quad (1)$$

in which

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_1^{(0)} = \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} (\mathbf{b}_1 - \bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2) & \text{for } p = 0 \\ \mathbf{Y}_1^{(p)} = \bar{\mathbf{M}}_{c,1} \mathbf{Y}_1^{(p-1)} & \text{for } p > 0, \end{cases} \quad (2)$$

$\bar{\mathbf{M}}_{c,1}$ being the characteristic matrix of the scene (the two scatterers) defined as $\bar{\mathbf{M}}_{c,1} = \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{12}$, and \mathbf{b}_1 the incident field illuminating the scatterer 1. $\bar{\mathbf{Z}}_1$ and $\bar{\mathbf{Z}}_2$ are the impedance matrices of scatterer 1 and scatterer 2, respectively, whereas $\bar{\mathbf{Z}}_{12}$ and $\bar{\mathbf{Z}}_{21}$ can be interpreted as coupling matrices between the two scatterers. The mathematical expressions of these matrices can be found in [26–28]. In Equation (1), the sum is truncated at order P_{PILE} obtained from a convergence criterion. By substituting subscripts $\{1, 2, 12, 21\}$ for subscripts $\{2, 1, 21, 12\}$ in Equations (1) and (2), the unknowns on the surface S_2 , \mathbf{X}_2 , can be found.

The physical interpretation of the characteristic matrix $\bar{\mathbf{M}}_{c,1}$ is shown in Figure 2. $\bar{\mathbf{Z}}_1^{-1}$ accounts for the local interactions on the surface S_1 , so $\mathbf{Y}_1^{(0)}$ (zeroth-order term) corresponds to the current on the surface of scatterer 1 when it is illuminated by the direct incident field (\mathbf{b}_1) and the direct scattered field by the surface S_2 ($-\bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2$). Indeed, $\bar{\mathbf{Z}}_2^{-1}$ accounts for the local interactions on the lower surface, and $\bar{\mathbf{Z}}_{21}$ propagates the field on the surface S_2 toward scatterer 1. In the first-order term, $\mathbf{Y}_1^{(1)} = \bar{\mathbf{M}}_{c,1} \mathbf{Y}_1^{(0)}$, $\bar{\mathbf{Z}}_{12}$ propagates the current on the surface S_1 , $\mathbf{Y}_1^{(0)}$, toward the scatterer 2, $\bar{\mathbf{Z}}_2^{-1}$ accounts for the local interactions on S_2 , and $\bar{\mathbf{Z}}_{21}$ re-propagates the resulting contribution toward scatterer 1; finally, $\bar{\mathbf{Z}}_1^{-1}$ updates the current values on S_1 . So, the characteristic matrix $\bar{\mathbf{M}}_{c,1}$ propagates the field between the two scatterers in a back and forth manner. So, the order P_{PILE} of the E-PILE method corresponds to the number of back and forths between the scatterers.

In conclusion, the E-PILE method permits us to compute rigorously the scattering from two scatterers. Each one can be either a closed surface, like a dielectric or conducting object, or an open surface like a dielectric or conducting rough surface (three cases are depicted in Figure 1). Moreover, one of the advantages of the E-PILE method is that the resolution of the linear system $\bar{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$ is reduced to

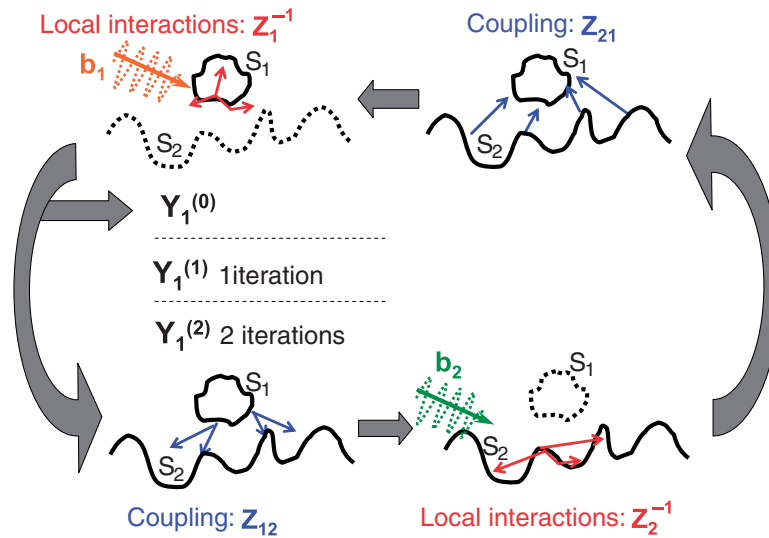


Figure 2. (Color online) Illustration of the physical interpretation of the E-PILE method.

an iterative scheme which involves the inverses of the impedance matrix of each surface. Consequently, if one of the scatterers is a rough surface (as in the cases depicted in Figure 1), the computation of the local interactions on this surface (inversion of $\bar{\mathbf{Z}}_2$ and computation of the matrix–vector product $\bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{u}$, where \mathbf{u} is a vector) can be realized by using a fast numerical method that already exists for scattering from a single rough surface (without the object). So, the FB-SA method [23] can be used to accelerate the E-PILE method.

2.2. Acceleration of E-PILE by using the FB-SA

The FB-SA method [23] is based on the FB method [22] in which the local interactions are split into forward and backward contributions leading to an iterative procedure. With spectral acceleration, the local interactions (forward and backward contributions) are split into strong and weak interactions. The strong ones are computed exactly, whereas the weak ones are computed approximately by using a spectral decomposition of the Green's function. The key parameters of the FB-SA are then the order P_{FB} involved in the iterative scheme of the FB and the strong interaction length (horizontal distance separating the weak interactions from the strong ones) x_{d0} involved in the SA. For more details, see [22–24,26,27].

The field scattered from the scene (object above a rough surface) in the far-field region (at a distance r') at the scattering angle θ_s , $\psi_s(\theta_s)$, is computed by using the Huygens principle; the fields and their normal derivatives on the surfaces (object and sea surface) are obtained from E-PILE+FB-SA. Then, the Normalized Radar Cross-Section (NRCS) of the scene is expressed as

$$\sigma(\theta_s) = \frac{r' |\psi_s(\theta_s)|^2}{2\eta_0 P_i}, \quad (3)$$

in which r' is the distance separating the scene from the receiver, $\eta_0 = 120\pi$, and P_i is the Thorsos incident power on the mid-plane of the rough surface given in [17].

3. Convergence of E-PILE combined with FB-SA

3.1. Convergence of the FB-SA for a sea-like rough surface

As seen before, one of the advantages of the E-PILE method is to separate the local interactions of the rough surface and those of the object. Thus, a means to obtain the parameters P_{FB} and x_{d0} is to study the scattering from a *single* rough surface (without the object). This work was investigated in [27,28] for PC (Perfectly Conducting) and dielectric ‘Gaussian’ (i.e. obeying a Gaussian spectrum) rough surfaces. In this paper, a rough sea surface is considered. This implies that the height of the rough surface z_2 is assumed to be a Gaussian stationary stochastic process with zero mean value as in [27,28], but the height spectrum obeys the Elfouhaily et al. hydrodynamic spectrum [29], in which the key parameter is the wind speed u_{10} at 10 meters above the sea surface. Moreover, the sea surface at radar microwave frequencies can be considered as highly conducting. Consequently, the E-PILE+FB-SA method is adapted to this case by using the IBC (Impedance Boundary Condition) approximation. This reduces the problem to a linear combination of the PC cases in TE and TM polarizations for which E-PILE+FB-SA is applied as seen in Section 2. The criterion to obtain the order P_{FB} is the same as in [28], i.e. that the Relative Residual Error (RRE) is smaller than a threshold chosen equal to 10^{-2} , where the RRE is given by

$$\text{RRE} = \frac{\text{norm}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_{LU})}{\text{norm}(\boldsymbol{\sigma}_{LU})} \tag{4}$$

in which ‘norm’ corresponds to the Euclidean norm of a vector, and $\boldsymbol{\sigma}$ and $\boldsymbol{\sigma}_{LU}$ are the vectors which contain the NRCS versus the scattering angle obtained from the method under test (FB or FB-SA) and the classic MoM (with direct LU inversion: MoM+LU), respectively. In this paper, we consider $\theta_s \in]-90^\circ; +90^\circ[$ and the angle step is 0.5° for all RRE calculus.

By using this criterion, one can obtain the order P_{FB} for the case of a sea-like surface and Table 1 presents this order P_{FB} for TE and TM polarizations. It is

Table 1. Order P_{FB} with the criterion $\text{RRE} < 10^{-2}$ for the TE and TM polarizations, for $f = \{3, 5\}$ GHz, for $u_{10} = \{5, 10\}$ m s⁻¹ and versus three different incidence angles θ_i . Sampling step $\lambda_0/10$, $N_2 = 4000$ and $g = L_2/6$.

f & u_{10} \diagdown θ_i	0° TE-TM	30° TE-TM	60° TE-TM
3 GHz & 5 m s ⁻¹	4-1	4-1	5-1
3 GHz & 10 m s ⁻¹	4-1	4-1	5-2
5 GHz & 5 m s ⁻¹	4-1	4-1	5-1
5 GHz & 10 m s ⁻¹	4-1	4-1	5-2

computed for one surface realization. The wind speed for the Elfouhaly spectrum [29] is $u_{10} = \{5, 10\} \text{ m s}^{-1}$, the frequency is $f = \{3, 5\} \text{ GHz}$, the relative permittivity of the sea is $\varepsilon_{r2} = 70.4 + 40.6i$ for $f = 3 \text{ GHz}$ and $\varepsilon_{r2} = 69.2 + 35.7i$ for $f = 5 \text{ GHz}$, and three different incidence angles are considered: $\theta_i = \{0^\circ, 30^\circ, 60^\circ\}$. The surface length is $L_2 = 400\lambda_0$, the sampling step is $\Delta x_2 = \lambda_0/10$ ($N_2 = 4000$) and Thorsos wave parameter is $g = L_2/6$.

First, we notice that the FB method converges more rapidly in TM polarization than in TE polarization. The order P_{FB} is not very sensitive to the wind speed u_{10} , the frequency and the incidence angle.

Physically, in the spatial domain, the strong interaction length defines the length around a given point where the surface is illuminated by this point: the associated waves are propagated. The weak interaction domain is related to the shadowed zone: the associated waves are not propagated (evanescent waves). From the optical point of view, the illuminated and shadowed zones are defined from the surface profile, and especially from the abscissa locations of the extrema. Thus, the horizontal distance x_{d0} (strong interaction length) separating the weak from the strong interactions is statistically related to the surface height correlation length L_c . Simulations done in previous papers [27,28] confirm this remark. In [28], the study of the convergence of FB-SA has shown that the parameter x_{d0} can be chosen equal to αL_c where L_c is the correlation length of the ‘Gaussian’ surface and with $\alpha = 3$. In this paper, a similar study is done but with a sea-like surface. For this case, we assume that $x_{d0} = \alpha L_c$ in which the correlation length (corresponding to gravity waves) is $L_c = 0.154u_{10}^{2.04}$ for a sea-like surface [31]. In order to determine the value of α which provides good convergence of the FB-SA, the RRE of the FB is compared

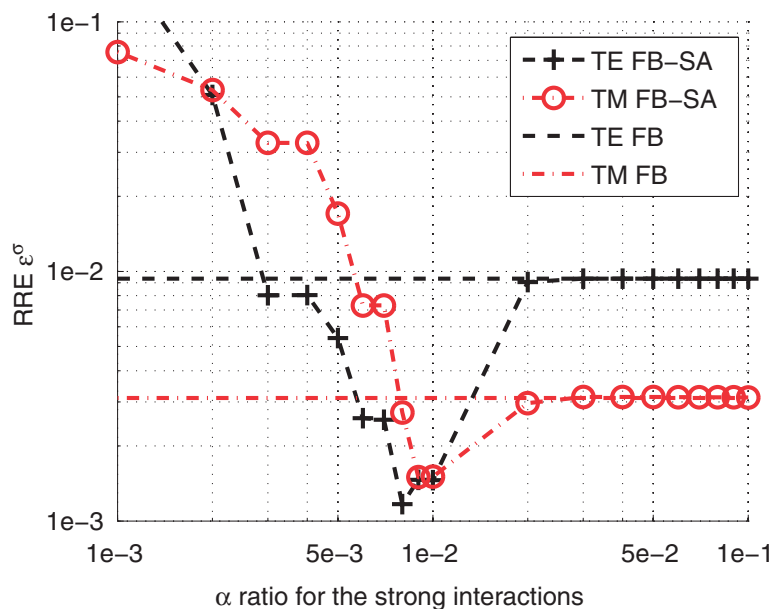


Figure 3. (Color online) Relative Residual Error of the FB and FB-SA methods versus the α ratio for TE and TM polarizations. $\Delta x = \lambda_0/10$, $N_2 = 4000$ samples, $g = L_2/6$, $f = 3 \text{ GHz}$, $\theta_i = 30^\circ$, $P_{\text{FB}} = \{4, 1\}$ for the $\{\text{TE}, \text{TM}\}$ case.

with that of the FB-SA versus the α ratio and for TE and TM polarizations. This comparison is depicted in Figure 3. The same surface as in Table 1 is considered ($L_2 = 400\lambda_0$, $\Delta x_2 = \lambda_0/10$ ($N_2 = 4000$) and $g = L_2/6$) and $f = 3$ GHz (so $L_2 = 40$ m) with $\theta_i = 30^\circ$: $\varepsilon_{r2} = 70.4 + 40.6i$. The order P_{FB} is obtained from Table 1: $P_{FB} = 4$ for the TE case and $P_{FB} = 1$ for the TM case.

Since α is a ratio which modifies the strong interaction length, only the RRE of the FB-SA varies according to α . From $\alpha = 0.02$, the RRE of the FB-SA is equal to the FB one. The same conclusion was obtained by considering various simulations with other wind speeds, incidence angles and frequencies. So, the convergence of the FB-SA method is obtained from $\alpha = 0.02$ whereas for a Gaussian spectrum, $\alpha = 3$. Indeed, in [27], it was shown by means of physical considerations that x_{d0} must be of the order of the surface height correlation length L_c , and simulations permit us to obtain the value $\alpha = 3$. In this paper, we show for a sea surface that $x_{d0} = 0.02L_c$. This could signify that the strong interaction length is not related to the correlation length corresponding to gravity waves but to the correlation length corresponding to capillarity waves. To our knowledge, this is the first time that such a result has been shown for the FB-SA method.

Now, let us focus on the convergence of the FB-SA method according to the truncation of the sea spectrum. Indeed, the sea spectrum is truncated at low frequencies (gravity waves) at $k_{\min} = 2\pi/L_2$, and truncated at high frequencies (capillarity waves) at $k_{\max} = 2\pi/\Delta x_2$. With a sampling step $\Delta x_2 = \lambda_0/10$, we set $k_{\max} = 20\pi/\lambda$. In [32], a criterion is given to insure that the generated surface spectrum can be assimilated to the theoretical one (the inferior boundary reaches the value of 10^{-5} of the maximum): $k_{\min} \leq 0.28k_{\text{pic}}$ in which $k_{\text{pic}} = \Omega^2 g/u_{10}^2$ is the wavenumber of the most energetic wave. $\Omega = 0.84$ for a fully developed sea and $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$. Thus, with $u_{10} = 5 \text{ m s}^{-1}$, $k_{\text{pic}} = 0.2769 \text{ rad m}^{-1}$ which implies $k_{\min} \leq 0.0775 \text{ rad m}^{-1}$ and then $L_2 \geq 81.0465 \text{ m}$. So, with $L_2 < 81 \text{ m}$ the sea spectrum is truncated at low frequencies: some gravity waves are ignored. Such a sea surface length implies a high number of unknowns at microwave frequencies. For example, with $f = 3 \text{ GHz}$ and $L_2 = 81 \text{ m}$, the number of unknowns on the sea surface (with a sampling step $\lambda_0/10 = 0.01 \text{ m}$) is $N_2 = 8100$: this problem cannot be solved by using MoM+LU with a standard computer. In Table 2, the RRE of the FB and the FB-SA

Table 2. RRE versus the length of the sea surface and for the FB and the FB-SA for TE and TM polarization. $f = 1 \text{ GHz}$, $u_{10} = 5 \text{ m s}^{-1}$ ($0.28k_{\text{pic}} = 0.0775$), sampling step $\lambda_0/10$, $\theta_i = 0^\circ$ and Thorsos wave parameter $g = L_2/6$. Moreover, the corresponding values of N_2 and k_{\min} are reported.

Method \ L_2	3 m	15 m	30 m	120 m
N_2	100	500	1000	4000
$k_{\min} \text{ (rad m}^{-1}\text{)}$	2.0944	0.4189	0.2094	0.0524
FB (TE case)	0.0033	0.0035	0.0036	0.0035
FB-SA (TE case)	0.0033	0.0035	0.0035	0.0034
FB (TM case)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
FB-SA (TM case)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003

methods for the TE and TM cases are given versus the sea surface length with $f=1$ GHz: $\varepsilon_{r2}=76+70i$, $u_{10}=5\text{ m s}^{-1}$ and $\theta_i=0^\circ$. Four lengths are considered: $L_2=3$ m, $L_2=15$ m, $L_2=30$ m and $L_2=120$ m. The corresponding values of N_2 and k_{\min} are also listed in the table. The criterion is satisfied only for $L_2=120$ m. By considering the results obtained previously in this section, an order $P_{\text{FB}}=\{5,2\}$ for $\{\text{TE}, \text{TM}\}$ polarization and a ratio $\alpha=0.05$ are considered.

From Table 2, we can see that FB and FB-SA converge whatever the truncation of the sea spectrum since the RRE is smaller than the threshold (10^{-2}). Moreover, the errors are quite similar (for a given polarization) and not very sensitive to the length of the sea surface: the convergence of these accelerated methods does not seem to be sensitive to the truncation of the spectrum. This conclusion is consistent with another one given in [28]: the convergence of these methods are not very sensitive to the root mean square height. This numerical study shows the stability of FB and FB-SA according to the sea spectrum and the length of the sea surface.

In the following, by considering the results shown in this section, an order $P_{\text{FB}}=\{5,2\}$ for $\{\text{TE}, \text{TM}\}$ polarization and a ratio $\alpha=0.05$ are chosen in order to insure the good convergence of FB-SA, whatever the considered scene. For example, with this ratio, the strong interaction length is only $x_{d0}=0.2$ m with $u_{10}=5\text{ m s}^{-1}$. So, the main conclusion of this study is that the FB-SA method is particularly interesting for maritime applications.

3.2. Convergence of E-PILE+FB-SA for a canonical object above a sea-like rough surface

In this section, the convergence of E-PILE+FB-SA is studied for scattering from perfectly conducting canonical objects above a rough sea surface. As seen in Section 2, the E-PILE method is applied and accelerated by using FB-SA for the local interactions on the rough surface. Three scenes are considered: a circular cylinder above a sea surface, a plate above a sea surface and a cross above a sea surface. These three canonical objects are depicted in Figure 4.

For each scene, $f=3$ GHz: $\varepsilon_{r2}=70.4+40.6i$, $u_{10}=5\text{ m s}^{-1}$, $L_2=400\lambda_0=40$ m, $\Delta_{x_2}=\lambda_0/10$ ($N_2=4000$), $g=L_2/6$, and $\theta_i=30^\circ$. TE polarization is considered. From the study in Section 3.1, we set $P_{\text{FB}}=4$ and $\alpha=0.05$ ($x_{d0}=0.2$ m). The circular cylinder has a radius $a=2.5\lambda_0=0.25$ m and is described by $N_1=157$ samples. The

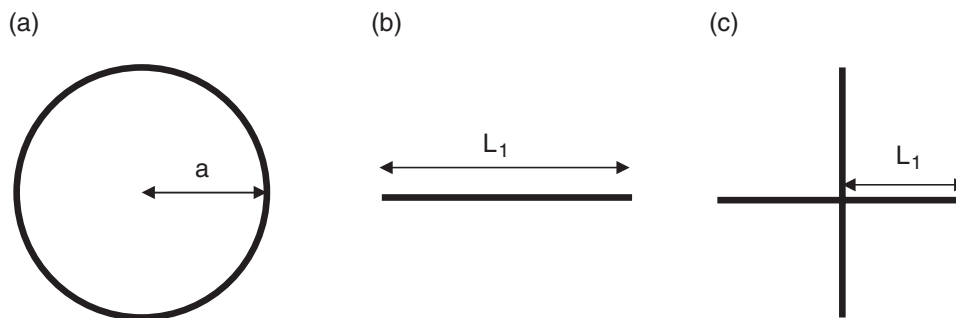


Figure 4. Three canonical objects: a cylinder (a), a plate (b) and a cross (c).

Table 3. RRE versus the order P_{PILE} for the TE polarization and for three canonical objects above a rough surface. $f = 5 \text{ GHz}$, $u_{10} = 5 \text{ m s}^{-1}$, sampling step $\lambda_0/10$, $N_2 = 4000$ samples and Thorsos wave parameter $g = L_2/6$, $\theta_i = 30^\circ$.

Object \ P_{PILE}	0	1	2	3
cylinder	0.0835	0.0348	0.0089	0.0080
plate	0.1793	0.0176	0.0115	0.0084
cross	0.1231	0.0201	0.0082	0.0080

plate has a length $L_1 = 5\lambda_0 = 0.50 \text{ m}$, described by $N_1 = 100$ samples and oriented horizontally as in Figure 4(b). The cross is made up of four plates with $L_1 = 2.5\lambda_0 = 0.25 \text{ m}$; it is described by $N_1 = 200$ samples and oriented in such a manner that two plates are oriented horizontally and the other two are oriented vertically, as in Figure 4(c). Consequently, these three canonical objects are circumscribed in a circle with a diameter $D = 0.50 \text{ m}$. The center of each object is located at $(x_0 = -h_0 \tan(\theta_i), h_0 = 20\lambda_0 = 2 \text{ m})$ in such a way that each object is centered on the Thorsos wave. One surface realization is considered. The convergence criterion to obtain the order P_{PILE} is to insure the RRE (of E-PILE+FB-SA) is smaller than 10^{-2} . Table 3 presents the RRE obtained from E-PILE+FB-SA for the three scenes and versus the order P_{PILE} .

From Table 3, as the order P_{PILE} increases, the RRE decreases. Indeed, the order P_{PILE} corresponds to the number of back and forths between the object and the sea surface, so the coupling is more taken into account with a high order P_{PILE} . From $P_{\text{PILE}} = 2$, E-PILE+FB-SA converges (under the criterion $\text{RRE} < 10^{-2}$) for the cylinder and the cross above the sea surface and from $P_{\text{PILE}} = 3$, E-PILE+FB-SA converges for the plate above the sea surface. Thus, the convergence is only slightly sensitive to the shape of the object and it is obtained very rapidly.

In Figures 5–7, the NRCS for the circular cylinder, the plate and the cross above the sea surface are depicted, respectively. For each figure, the E-PILE+FB-SA method is compared with MoM+LU (with direct LU inversion). The same parameters as in Table 3 are considered.

From Figures 5–7, one can see very good agreement between E-PILE+FB-SA and MoM+LU. If $N_2 \gg N_1$, the complexity of the direct LU inversion is $\mathcal{O}(N_2^3)$ for the computing time and $\mathcal{O}(N_2^2)$ for memory requirements. As shown in [27,28], the complexity of E-PILE+FB-SA is $\mathcal{O}(N_2)$ for both computing time and memory requirements. Consequently, the E-PILE+FB-SA method can be used to study rigorously a more realistic scene which implies a high number of unknowns.

4. Monte Carlo simulations for a cross above a sea-like rough surface

4.1. Criterion for the convergence of E-PILE+FB-SA

For more realistic results, the random behavior of the scene must be taken into account. This is done with the Monte Carlo process. By using a spectral method,

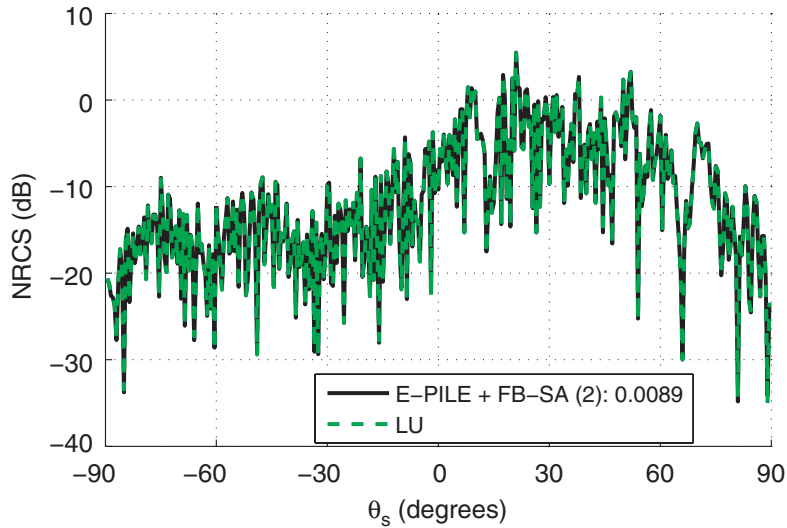


Figure 5. (Color online) Comparison of the NRCS of a cylinder above a sea surface computed from E-PILE+FB-SA with that computed from a direct LU inversion versus the scattering angle θ_s . The radius of the cylinder (see Figure 4(a)) is $a = 2.5\lambda_0 = 0.25$ m, $N_1 = 157$, ($x_0 = -1.15$ m, $h_0 = 2$ m) with the same parameters as in Table 3. In the legend, the order P_{PILE} is given in parentheses and the RRE is also reported.

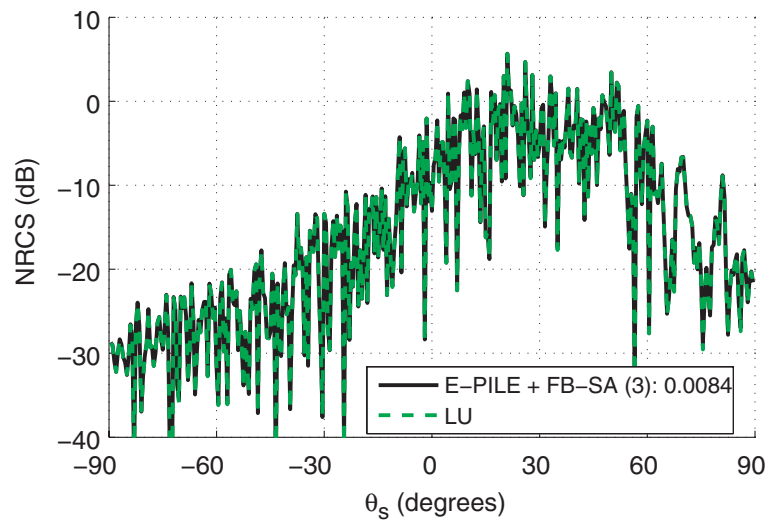


Figure 6. (Color online) Same as in Figure 5 but with a plate (see Figure 4(b)) of length $L_1 = 0.50$ m ($N_1 = 100$).

several independent surfaces (but with the same Gaussian process and the same height spectrum) are generated. A cross is put above each generated surface at the same position (x_0 , h_0). For each scene (numbered 'r') the scattered field ψ_r is calculated from E-PILE+FB-SA to order P_{PILE} and versus the scattering angle θ_s . Then, the NRCS (total component: second uncentered moment) with the Monte Carlo process is evaluated from

$$\sigma(\theta_s, P_{\text{PILE}}) = \frac{r' \langle |\Psi_{P_{\text{PILE}}}(\theta_s)|^2 \rangle}{2\eta_0 P_i}, \quad (5)$$

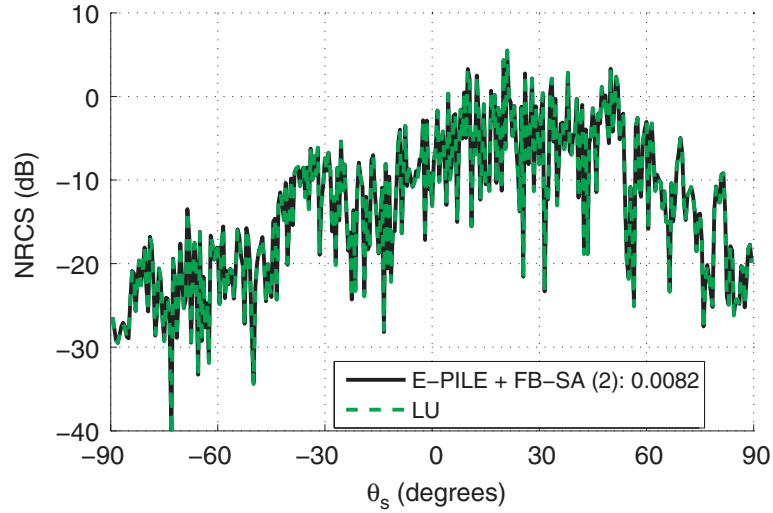


Figure 7. (Color online) Same as in Figure 5 but with a cross (see Figure 4(c)), in which each plate has a length $L_1 = 0.25$ m ($N_1 = 200$).

with

$$\left\langle |\Psi_{P_{\text{PILE}}}(\theta_s)|^2 \right\rangle = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{r=R} |\psi_r(\theta_s, P_{\text{PILE}})|^2. \quad (6)$$

As seen previously, the higher the order P_{PILE} , the more the method E-PILE+FB-SA converges to the MoM+LU. In this paper, the authors propose a criterion to choose the order P_{PILE} which provides good convergence (called P_{conv}). The NRCS is evaluated with E-PILE+FB-SA for $P_{\text{PILE}} = \{1, 2, \dots, P_{\text{max}}\}$. P_{conv} is obtained with the following criterion (with $\theta_s \in [-\pi/2; \pi/2]$):

$$P_{\text{conv}} = \left\{ (P_{\text{PILE}} + 1) / \max(|\sigma_{\text{dB}}(\theta_s, P_{\text{PILE}} + 1) - \sigma_{\text{dB}}(\theta_s, P_{\text{PILE}})|) < S_0 \right\}, \quad (7)$$

in which $\max(\mathbf{x})$ provides the maximum value of the vector \mathbf{x} over $\theta_s \in [-\pi/2; \pi/2]$, σ_{dB} represents the NRCS σ expressed in dB, and S_0 is a threshold expressed in dB. In this paper, we set $S_0 = 0.1$ dB.

4.2. Numerical results

Numerical results of the NRCS (given by Equation (5)) are presented for a perfectly conducting cross located above a rough sea surface by considering 50 realizations ($R = 50$). Comparisons are done with the results obtained by considering the sea surface only (without the cross) and a cross above a flat surface. For all the results presented here: the frequency is $f = 3$ GHz: $\varepsilon_{r2} = 70.4 + 40.6i$, $L_2 = 1000\lambda_0 = 100$ m, $\Delta_{x_2} = \lambda_0/10$ ($N_2 = 10\,000$), and $g = L_2/6$. The cross is described by $N_1 = 800$ samples, with $L_1 = 10\lambda_0 = 1$ m, centered on $(x_0 = -h_0 \tan(\theta_i), h_0 = 2$ m) and oriented as in Figure 4(c). In Figure 8, $u_{10} = 5$ m s $^{-1}$, $\theta_i = 0^\circ$ and TE polarization is considered.

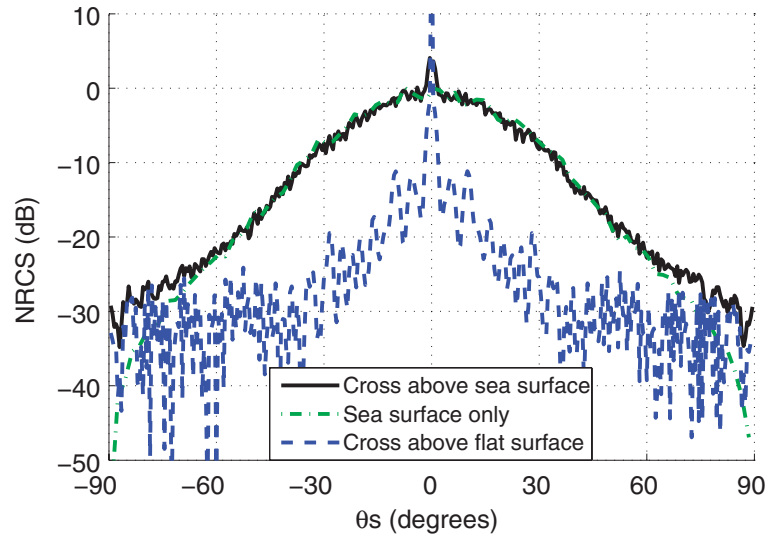


Figure 8. (Color online) Comparison of the NRCS of a cross above a sea surface with the NRCS of the sea surface only versus θ_s . In addition, the NRCS of a cross above a flat surface is given. $f=3$ GHz, $L_2=1000\lambda_0=100$ m, $\Delta_{x_2}=\lambda_0/10$ ($N_2=10\ 000$), $g=L_2/6$, $u_{10}=5$ m s $^{-1}$, $\theta_i=0^\circ$, TE polarization is considered. P_{conv} is given in Table 4. $L_1=10\lambda_0=1$ m, $N_1=800$ and ($x_0=0$ m, $h_0=2$ m).

Table 4. Order P_{conv} and computing time (for one realization) for the scenes considered in Figures 8–11.

	Figure 8	Figure 9	Figure 10	Figure 11
P_{conv}	8	7	6	5
Computing time (in minutes)	9.7	9	3.4	6.7

The order P_{conv} obtained from criterion (7) is given in Table 4. Moreover, the computing time for one realization is also given. A dual core 3 GHz personal computer with 4 GB of RAM with Matlab software was used in this work.

In Figure 9, the same parameters as in Figure 8 are considered but $u_{10}=10$ m s $^{-1}$. In Figure 10, the same parameters as in Figure 8 are considered but the polarization is TM. In Figure 11, the same parameters as in Figure 8 are considered but $\theta_i=60^\circ$. The orders P_{conv} and the computing time for these three scenes are listed in Table 4.

From Figure 8, one can see that the object could be detected if the receiver is located at grazing angles ($|\theta_s|>70^\circ$) and in the normal direction, which corresponds to the backscattering direction ($\theta_s=\theta_i=0^\circ$). For other scattering angles, the NRCS obtained with the cross above the sea surface is close to that obtained with the rough surface only. In Figure 9, the sea is rougher as the wind speed u_{10} increases and the object could be difficult to detect at grazing observation angles ($|\theta_s|>70^\circ$). Indeed, the rougher the sea, the more the slopes of the surface are strong and then the further the energy is away from the specular direction (spread over π radians). Thus, the signature of the sea surface is higher than that of the object in contrast to the case

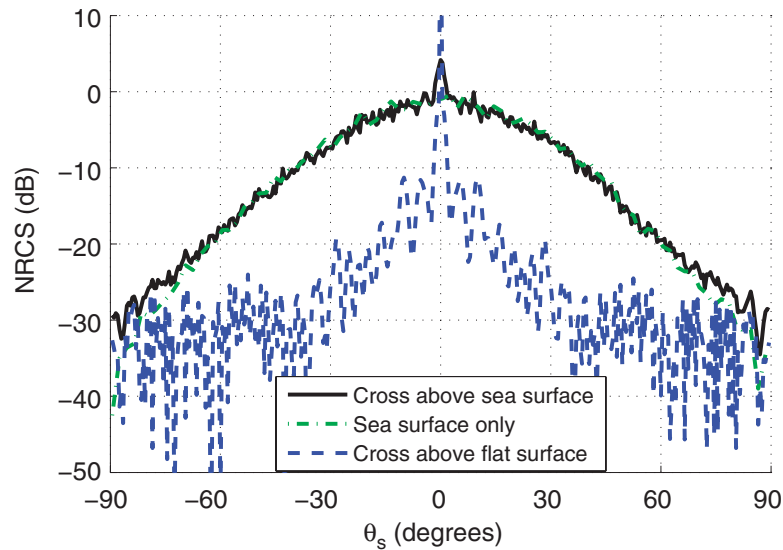


Figure 9. (Color online) Same parameters as in Figure 8 but with $u_{10} = 10 \text{ m s}^{-1}$.

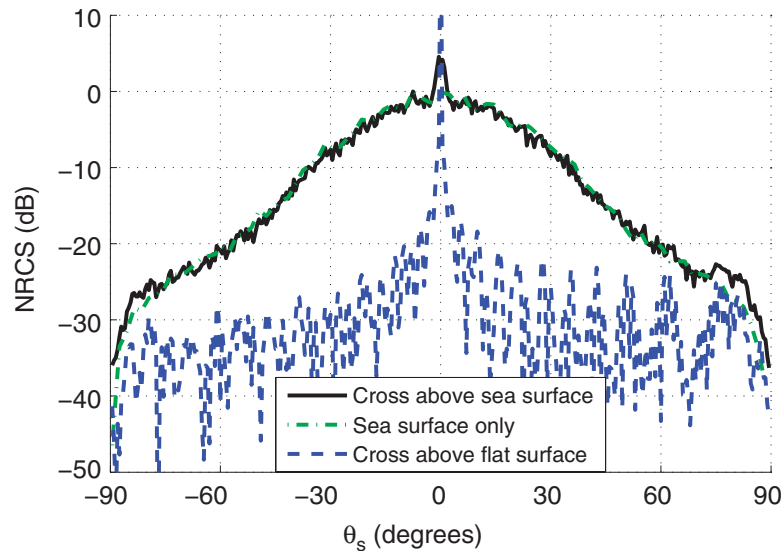


Figure 10. (Color online) Same parameters as in Figure 8 but the polarization is TM.

of Figure 8. The same conclusion can be drawn for the TM polarization with the results of Figure 10. This could mean that the detection of the object is easier in TE polarization. From Figure 11, one can see that the object can be easily detected around the backscattering direction ($\theta_s < 0^\circ$). Indeed, the vertical plates of the cross create high backscattering NRCS due to double reflections with the horizontal plates. From Figures 8–11, one can notice that even if the object has small dimensions compared to the sea surface, it plays an important role in the signature of the scene, in particular in the specular and backscattering directions. Moreover, the roughness of the sea implies a spreading of the energy over the scattering directions whereas for the cross above a flat surface, there are privileged scattering directions.

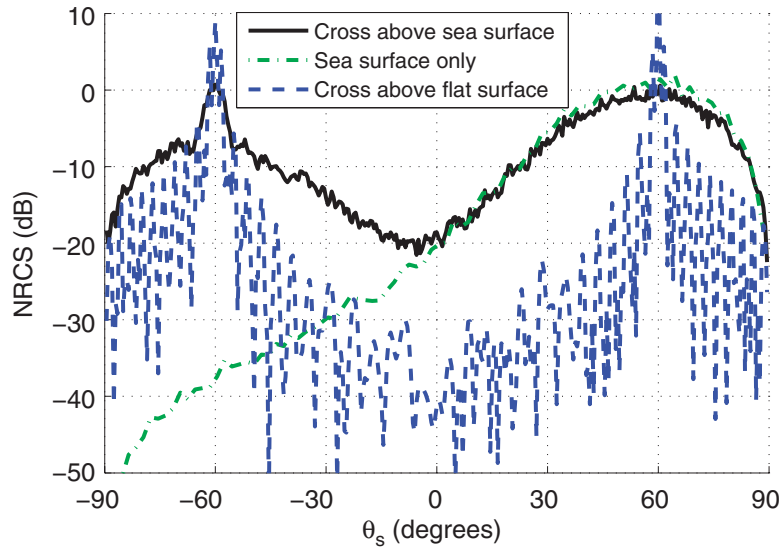


Figure 11. (Color online) Same parameters as in Figure 8 but with $\theta_i = 60^\circ$ (the cross is centered on $(x_0 = -3.46 \text{ m}, h_0 = 2 \text{ m})$).

So, the rougher the sea, the more the object can be difficult to detect by considering the total component of the NRCS. With a rougher sea surface, the coherent component of the NRCS could be used in order to improve the detection. It is computed from the following equation:

$$\sigma^{\text{coh}}(\theta_s, P_{\text{PILE}}) = \frac{r' |\langle \Psi_{P_{\text{PILE}}}(\theta_s) \rangle|^2}{2\eta_0 P_i}, \quad (8)$$

with

$$|\langle \Psi_{P_{\text{PILE}}}(\theta_s) \rangle|^2 = \left| \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{r=R} \psi_r(\theta_s, P_{\text{PILE}}) \right|^2. \quad (9)$$

Since it is related to the contribution of the deterministic elements of the scene, the NRCS of a single sea surface (without the object) with a strong roughness in the coherent component is low whereas the cross (deterministic object) provides a high NRCS. Thus, for a cross above a sea surface, the coherent component is closely related to the NRCS of the cross. Finally, it is important to notice that the results presented in this section cannot be obtained by using a classic MoM+LU with a standard personal computer. Indeed, if the number of unknowns on the sea surface is much greater than that object, one can show that the complexity of E-PILE+FB-SA is $\mathcal{O}(N_2)$ which permits us to compute the scattering from an object above a very long sea surface (results in [28] showed that the method can be applied with $N_2 = 100\,000$ unknowns and $N_1 = 63$ with a similar standard PC as the one used in this paper). Thus, this method can be used to study scattering from an object above a very long sea surface as, for example, for grazing incidence.

4.3. Toward the Low Grazing Angle (LGA)

The Thorsos wave can be applied for moderate incidence angles and allows us to remove edge diffraction. But, as detailed in [17,18], the Thorsos wave satisfies the Helmholtz equation if:

$$kg \cos(\theta_i) \gg 1. \quad (10)$$

Thus, for a constant g parameter ($g = L_2/6$ for example), the higher θ_i , the more the surface must be long. Toporkov et al. [33] explained why Kapp proposed another criterion for the applicability of the Thorsos wave at LGAs. This criterion is given by:

$$g > \frac{A\sqrt{2}}{k(\pi/2 - \theta_i) \cos(\theta_i)}, \quad (11)$$

where A is some constant. Kapp proposed the value $A = 3$, whereas Toporkov et al. used $A = 6.64$ to insure good physical results (a Pierson–Moskowitz spectrum was considered in their study) [33]. With $\theta_i = 85^\circ$, $f = 3$ GHz, and $A = 6.64$, from Equation (11), $g > 19.6499$ m, and $L_2 > 117.8993$ m with $g = L_2/6$.

Let us study the normal derivative of the field $|\partial\psi_2/\partial n_2|$ on the sea surface, by considering a single rough sea surface (without object). One surface realization is considered. The polarization is TE, $g = L_2/6$, $\theta_i = 85^\circ$, $f = 3$ GHz and $u_{10} = 5 \text{ m s}^{-1}$. The currents $|\partial\psi_2/\partial n_2|$ are plotted versus the abscissa x in Figure 12(a), (b) and (c) for $L_2 = 70$ m (the Kapp criterion with the Toporkov value of A is not satisfied), $L_2 = 117.9$ m (the criterion is only just satisfied) and for $L_2 = 400$ m (the criterion is fully satisfied), respectively.

From Figure 12(a), (b) and (c), we can observe that with $L_2 = 400$ m, physical results are obtained since the currents on the surface go down near the edges of the surface: the Kapp criterion (with the Toporkov value of A) is satisfied. For $L_2 = 117.9$ m, the currents go down more slowly at the right edge: the criterion is only just satisfied. For $L_2 = 70$ m, the currents seem to be constant at the right edge: the Kapp criterion with the Toporkov value of A is not satisfied. These results are consistent with the Toporkov conclusions.

Now, let us study the normal derivative of the field $|\partial\psi_2/\partial n_2|$ on the sea surface, by considering a cross above a rough sea surface. The polarization is TE, $g = L_2/6$, $\theta_i = 85^\circ$, $f = 3$ GHz, $u_{10} = 5 \text{ m s}^{-1}$, $L_1 = 10\lambda_0 = 1$ m, $N_1 = 800$ and $(x_0 = -22.86$ m, $h_0 = 2$ m). In Figure 13(a), (b) and (c), the currents $|\partial\psi_2/\partial n_2|$ are plotted versus the abscissa x for $L_2 = 70$ m, $L_2 = 117.9$ m and $L_2 = 400$ m, respectively. For each case, P_{conv} is given in Table 5.

We observe that for $L_2 = 400$ m and $L_2 = 117.9$ m, physical results are obtained since the currents on the surface go down near the edges of the surface. But for $L_2 = 70$ m, non-physical current behavior is observed (high values at the left edge). In addition, scattering from the cross (by direct reflection and also by coupling) induces higher levels of currents on the sea surface edges than those obtained from a single sea surface (comparison between Figures 13(c) and 12(c), for example). Thus, the presence of the cross above the sea surface makes the use of the Thorsos wave more restrictive. Indeed, if the incident wave does not satisfy the Helmholtz equation, the

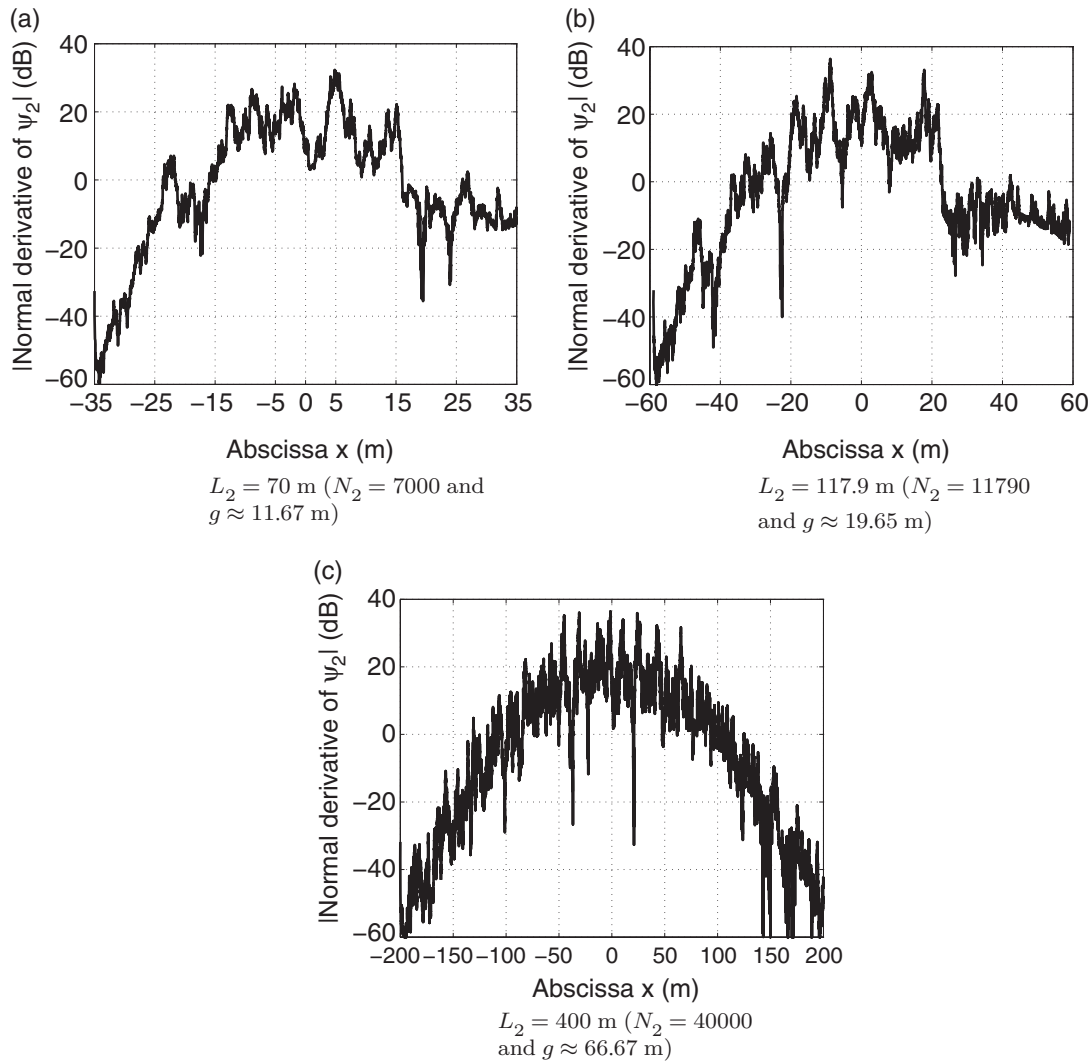


Figure 12. Normal derivative of the field $|\partial\psi_2/\partial n_2|$ on the sea surface (without object) with $L_2 = 70$ m, $L_2 = 117.9$ m and $L_2 = 400$ m. TE polarization is considered, $g = L_2/6$, $\theta_i = 85^\circ$, $f = 3$ GHz and $u_{10} = 5$ m s $^{-1}$.

non-physical phenomena are propagated between the two surfaces owing to the coupling.

In Figure 14, a comparison of the NRCS for a single rough sea surface (without object) for the three different surface lengths is plotted versus θ_s with the same parameters as in Figure 12. Fifty realizations are considered for the Monte Carlo process.

In Figure 15, the comparison of the NRCS for the cross above the sea surface for the three different surface lengths is also plotted versus θ_s . The same parameters as in Figure 13 are considered. The order P_{conv} and the computing time for each surface length is given in Table 5.

In spite of the fact that, for the single sea surface, the currents were very different according to the length of the sea surface (comparison of Figure 12(a), (b) and (c)),

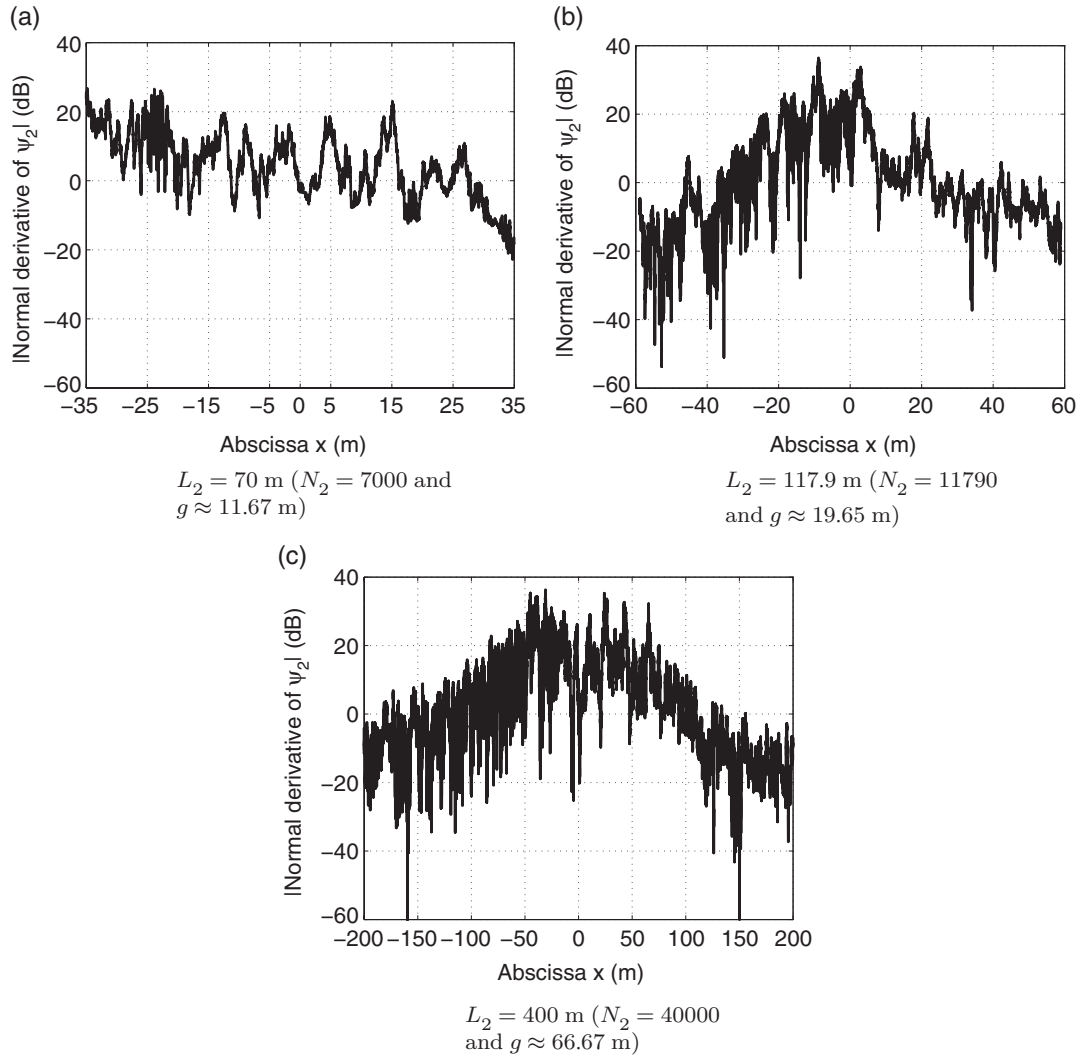


Figure 13. Same as in Figure 12 but with a cross above the sea surface with $L_1 = 10\lambda_0 = 1$ m, $N_1 = 800$ and $(x_0 = -22.86$ m, $h_0 = 2$ m).

Table 5. Order P_{conv} and computing time (for one realization) for the scenes considered in Figure 15.

	$L_2 = 70$ m	$L_2 = 117.9$ m	$L_2 = 400$ m
P_{conv}	7	6	6
Computing time (in minutes)	3.6	10	90.4

the NRCS for these three sea surfaces (see Figure 14) are similar. Thus, the Kapp criterion with the Toporkov value of A seems to be too restrictive. Nevertheless, these results are in agreement with the study done by Ye et al. [34]. Indeed, from their charts, we found (with another criterion) $g > 87\lambda$ for $\theta_i = 85^\circ$ and then $L_2 \geq 325\lambda$, which implies $L_2 \geq 32.5$ m for $f = 3$ GHz. Thus, for more accurate results, particularly

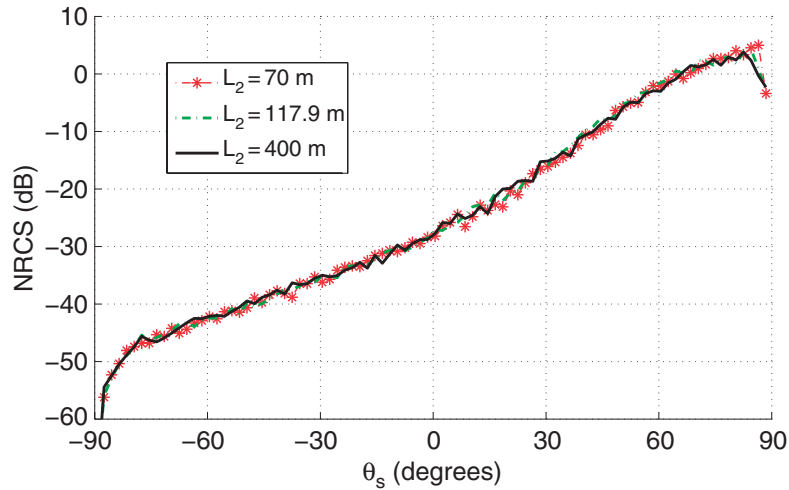


Figure 14. (Color online) Comparison of the NRCS of a single rough sea surface with $L_2 = 70$ m, $L_2 = 117.9$ m and $L_2 = 400$ m. Same parameters as in Figure 12 with 50 realizations.

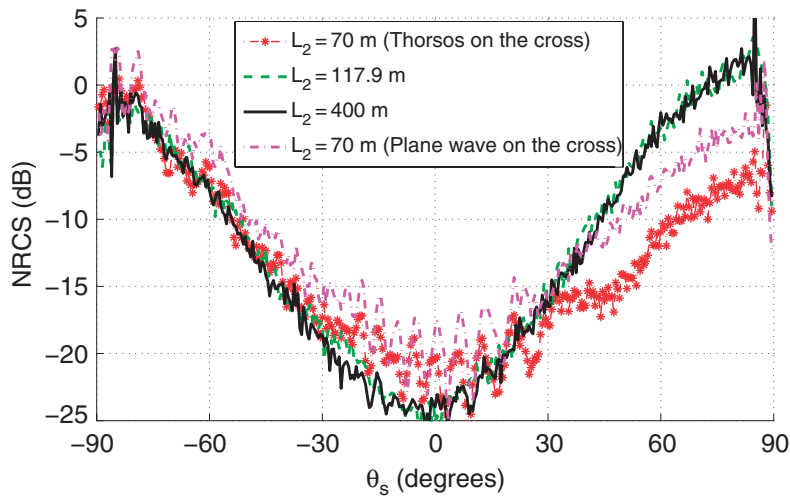


Figure 15. (Color online) Comparison of the NRCS of the cross above a sea surface with $L_2 = 70$ m, $L_2 = 117.9$ m and $L_2 = 400$ m. Same parameters as in Figure 13 with 50 realizations.

for the currents, the Kapp criterion with the Toporkov value of A must be used; but for good NRCS results, a smaller sea surface is sufficient according to the Ye criterion.

For the case of the cross above the sea surface, physical results are obtained for $L_2 = 117.9$ m and $L_2 = 400$ m (similar behavior of the NRCS for the two lengths) in Figure 15. As for the results obtained in Figure 11, the object can easily be detected around the backscattering direction ($\theta_s < 0^\circ$) (comparison between Figures 14 and 15). Indeed, the double reflections of the cross (reflections between the vertical plates and the horizontal ones) and the coupling between the cross and the sea surface provide a high backscattering NRCS. But for $L_2 = 70$ m, different behavior is obtained, in particular near the specular direction ($\theta_s = 85^\circ$). As said before, the presence of the cross above the sea surface makes the use of the Thorsos wave more restrictive, and then the Ye criterion [34] is not valid for this scene.

As shown previously, for LGA, the validity of the Thorsos wave becomes questionable (it becomes a non-physical wave). In order to investigate this point, one can apply a plane wave only for the object illumination. In the E-PILE algorithm, in Equation (2), \mathbf{b}_2 (the incident field on the sea surface) is computed from the Thorsos wave equation, whereas \mathbf{b}_1 (the incident field on the cross) is computed from the plane wave equation. The NRCS, obtained with this excitation substitution and with $L_2 = 70$ m, is depicted in Figure 15. Even if this process may also be questionable (the incident wave on the object is different from that for the sea surface, especially in terms of phase), it permits us to obtain quite good results. Indeed, one can observe that the results are globally more accurate with this excitation (plane wave on the object) than when the Thorsos wave is used both on the sea surface and on the object. In spite of the fact that some non-physical oscillations appear near $\theta_s = 0^\circ$ (there are no oscillations on the other curves), the results are 5 dB better near the specular direction for a plane wave on the object.

To our knowledge, there is no study of a criterion of the Thorsos wave for an object above a rough sea surface. In fact, this parametrization is quite complex since it depends on the shape of the object and its location above the sea. Further investigations like those made by Toporkov et al. [33] and Ye et al. [34] could be undertaken for an object above the sea (with the Elfouhaily hydrodynamic spectrum). This is not the scope of this paper. Other further work could be performed on the use of a recently published approach in order to suppress edge effects without using a tapered wave [35]. Another solution to avoid these problems for LGA could be to find and to define a new tapered wave valid for such a configuration.

5. Conclusion

In this paper, the scattering from canonical objects above a sea-like one-dimensional rough surface is investigated. Since such a problem cannot be solved easily with a classical Method of Moments (with direct LU inversion), a recently developed fast numerical method called E-PILE is used. This allows us to use the Forward–Backward Spectral Acceleration (FB-SA) for the computation of local interactions on the sea surface. A convergence criterion is proposed to determine the order P_{FB} and the strong interaction length involved in the FB-SA method. This study leads to a new conclusion: for a sea-like surface, the strong interaction length could be related to the correlation length corresponding to the capillarity waves. Thus, the FB-SA is particularly interesting for a maritime context. Then, the convergence of E-PILE+FB-SA is investigated for the scattering from a canonical object (cylinder, plate and cross) located above a sea surface. This study leads to an important conclusion: E-PILE+FB-SA can be considered as a benchmark method whatever the shape of the object. Indeed, although the three objects imply different scattering mechanisms, the E-PILE+FB-SA method converges to MoM+LU very rapidly. Since $N_2 \gg N_1$, the complexity of this approach is $\mathcal{O}(N_2)$ which permits us to compute the scattering from an object above a very long sea surface. Thus, this method is appropriate for a maritime application at microwave frequencies, for

which the MoM+LU cannot be used with a standard personal computer. Finally, the case of low grazing incidence is studied.

Acknowledgements

The authors would like to thank Dr J.V. Toporkov for useful comments and remarks on low grazing angles. This work was supported by the French defence procurement agency DGA (Délégation Générale pour l'Armement) under REI Grant 2008.34.0041.

References

- [1] A. Madrazo and M. Nieto-Vesperinas, *Scattering of light and other electromagnetic waves from a body buried beneath a highly rough random surface*, J. Opti. Soc. Amer. 14 (1997), pp. 1859–1866.
- [2] D.E. Lawrence and K. Sarabandi, *Electromagnetic scattering from a dielectric cylinder buried beneath a slightly rough surface*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 50 (2002), pp. 1368–1376.
- [3] X. Wang, C.-F. Wang, Y.-B. Gan, and L.-W. Li, *Electromagnetic scattering from a circular target above or below rough surface*, Prog. Electromag. Res. 40 (2003), pp. 207–227.
- [4] J.T. Johnson and R.J. Burkholder, *A study of scattering from an object below a rough surface*, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 42 (2004), pp. 59–66.
- [5] C.-H. Kuo and M. Moghaddam, *Electromagnetic scattering from a buried cylinder in layered media with rough interfaces*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 54 (2006), pp. 2392–2401.
- [6] Y. Altuncu, A. Yapar, and I. Akduman, *On the scattering of electromagnetic waves by bodies buried in a half-space with locally rough interface*, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 44 (2006), pp. 1435–1443.
- [7] M.R. Pino, L. Landesa, J.L. Rodriguez, F. Obelleiro, and R. Burkholder, *The generalized Forward–Backward method for analyzing the scattering from targets on ocean-like rough surfaces*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 47 (1999), pp. 961–969.
- [8] M.R. Pino, R. Burkholder, and F. Obelleiro, *Spectral acceleration of the generalized Forward–Backward method*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 50 (2002), pp. 785–797.
- [9] Z.-X. Li, *Bistatic scattering from rough dielectric soil surface with a conducting object with arbitrary closed contour partially buried by using the FBM/SAA method*, Prog. Electromag. Res. 76 (2007), pp. 253–274.
- [10] Y. Zhang, Y.E. Yang, H. Braunisch, and J.A. Kong, *Electromagnetic wave interaction of conducting object with rough surface by hybrid SPM/MoM technique*, Prog. Electromag. Res. 22 (1999), pp. 315–335.
- [11] J.T. Johnson and R.J. Burkholder, *Coupled canonical grid/discrete dipole approach for computing scattering from objects above or below a rough interface*, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 39 (2001), pp. 1214–1220.
- [12] J.T. Johnson, *A numerical study of scattering from an object above a rough surface*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 50 (2002), pp. 1361–1367.
- [13] P. Liu and Y.Q. Jin, *The finite-element method with domain decomposition for electromagnetic bistatic scattering from the comprehensive model of a ship on and a target above a large scale rough sea surface*, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 42 (2004), pp. 950–956.

- [14] H. Ye and Y. Jin, *Fast iterative approach to difference electromagnetic scattering from the target above a rough surface*, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 44 (2006), pp. 108–115.
- [15] H. Ye and Y.-Q. Jin, *A hybrid analytic-numerical algorithm of scattering from an object above a rough surface*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 45 (2007), pp. 1174–1180.
- [16] L.-X. Guo, A.-Q. Wang, and J. Ma, *Study on EM scattering from 2D target above 1-D large scale rough surface with low grazing incidence by parallel MoM based on PC clusters*, Prog. Electromag. Res. 89 (2009), pp. 149–166.
- [17] L. Tsang, J.A. Kong, K.-H. Ding, and C.O. Ao, *Scattering of Electromagnetics Waves: Volume II. Numerical Simulations. Wiley Series on Remote Sensing*, John Wiley, New York, 2001.
- [18] E.I. Thorsos, *The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum*, J. Acoust. Soc. Amer. 83 (1988), pp. 78–92.
- [19] L. Tsang, C.H. Chang, and H. Sangani, *A Banded Matrix Iterative Approach to Monte Carlo simulation of scattering of waves by large scale random rough surface problems: TM case*, Electron. Lett. 29 (1993), pp. 1666–1667.
- [20] L. Tsang, C.H. Chang, H. Sangani, A. Ishimaru, and P. Phu, *A Banded Matrix Iterative Approach to Monte Carlo simulations of large scale random rough surface scattering: TE case*, J. Electromag. Waves Appl. 29 (1993), pp. 1185–1200.
- [21] D. Kapp and G. Brown, *A new numerical method for rough-surface scattering calculations*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 44 (1996), pp. 711–722.
- [22] D. Holliday, L.L. DeRaad Jr, and G.J. St-Cyr, *Forward–Backward: a new method for computing low-grazing angle scattering*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 44 (1996), pp. 722–729.
- [23] H.T. Chou and J.T. Johnson, *A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from rough surfaces with the Forward–Backward method*, Radio Sci. 33 (1998), pp. 1277–1287.
- [24] D. Holliday, L.L. DeRaad Jr, and G.J. St-Cyr, *Forward–Backward for scattering from imperfect conductor*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 46 (1998), pp. 101–107.
- [25] H.T. Chou and J.T. Johnson, *Formulation of Forward–Backward method using Novel Spectral Acceleration for the modeling of scattering from impedance rough surfaces*, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 38 (2000), pp. 605–607.
- [26] N. Déchamps, N. De Beauhoudrey, C. Bourlier, and S. Toutain, *Fast numerical method for electromagnetic scattering by rough layered interfaces: Propagation-Inside-Layer Expansion method*, J. Opti. Soc. Amer.A 23 (2006), pp. 359–369.
- [27] C. Bourlier, G. Kubické, and N. Déchamps, *A fast method to compute scattering by a buried object under a randomly rough surface: PILE combined with FB-SA*, J. Opti. Soc. Amer.A 25 (2008), pp. 891–902.
- [28] G. Kubické, C. Bourlier, and J. Saillard, *Scattering by an object above a randomly rough surface from a fast numerical method: extended PILE method combined with FB-SA*, Wave. Random Complex 18 (2008), pp. 495–519.
- [29] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandermark, *A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves*, J. Geophys. Res. 102 (1997), pp. 781–796.
- [30] W. Ellison, A. Balana, G. Delbos, K. Lamkaouchi, L. Eymard, C. Guillou, and C. Prigent, *New permittivity measurements of seawater*, Radio Sci. 33 (1998), pp. 639–648.
- [31] C. Bourlier and G. Berginc, *Microwave analytical backscattering models from randomly rough anisotropic sea surface – comparison with experimental data in C and Ku bands*, Prog. Electromag. Res. 37 (2002), pp. 31–78.
- [32] C. Bourlier, J. Saillard, and G. Berginc, *Intrinsic infrared radiation of the sea surface*, Prog. Electromag. Res. 27 (2000), pp. 185–335.

- [33] J.V. Toporkov, R.S. Awadallah, and G.S. Brown, *Issues related to the use of a Gaussian-like incident field for low-grazing-angle scattering*, J. Opti. Soc. Amer. A 16 (1999), pp. 176–187.
- [34] H. Ye and Y.-Q. Jin, *Parametrization of the tapered incident wave for numerical simulation of electromagnetic scattering from rough surface*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 53 (2005), pp. 1234–1237.
- [35] P. Spiga, G. Soriano, and M. Saillard, *Scattering of electromagnetic waves from rough surfaces: A boundary integral method for low-grazing angles*, IEEE Trans. Antennas Propagat. 56 (2008), pp. 2043–2050.

Annexe B

**OL 2012 - Extended
Propagation-Inside-Layer expansion
method combined with the
Forward-Backward method to
study the scattering from an object
above a rough surface**

Extended propagation-inside-layer expansion method combined with the forward-backward method to study the scattering from an object above a rough surface

Mohammad Kouali,^{1,*} Gildas Kubické,² and Christophe Bourlier¹

¹IETR Laboratory, Université de Nantes, L'UNAM Université 44306 Nantes Cedex 03, France

²DGA, Information Superiority, CGN1 division 35170 Bruz, France

*Corresponding author: mohammad.kouali@etu.univ-nantes.fr

Received February 3, 2012; revised April 11, 2012; accepted May 4, 2012;

posted May 7, 2012 (Doc. ID 162476); published July 13, 2012

In this Letter, a fast and rigorous numerical method, based on the method of moments, is developed to calculate the scattering from an object above a rough surface for three-dimensional problems (3D). G. Kubické has recently developed the extended propagation-inside-layer expansion (E-PILE) method to calculate the scattering from an object above a rough surface for two-dimensional problems. This method allows us to calculate separately and exactly the interactions between the object and the rough surface. The purpose of this paper is to extend the E-PILE method to a 3D problem. In addition, to invert a matrix of large size, the forward-backward (FB) method is applied to calculate the local interactions on the rough surface. © 2012 Optical Society of America

OCIS codes: 010.0280, 290.5880.

The study of electromagnetic scattering from an object above a rough surface has attracted considerable interest in the fields of optics and remote sensing. Some methods have been developed for the efficient analysis of composite scattering for a two-dimensional problem (2D) [1–4]. However it is important for practical applications to study the case of a three-dimensional (3D) problem [5–9]. For a large 3D problem, it is well known that the method of moments (MoM) is limited by the memory requirement and computation time, so some simplifying assumptions must be made. Déchamps *et al.* [1,2] developed a fast numerical method, propagation-inside-layer expansion (PILE), to study the scattering from a rough layer. In that method, only the upper surface is illuminated. Recently, G. Kubické *et al.* [3,4] extended the PILE method to the case of an object above a one-dimensional (1D) rough surface, in which the two scatterers are illuminated. The purpose of this paper is to extend the E-PILE method to the more general 3D case of an object above a large rough surface, and to accelerate it by using the forward-backward (FB) method of Holliday *et al.* [10] for the calculation of the local interactions on the rough surface.

Let us consider an incident electromagnetic wave that illuminates the system, composed of two perfect electric conductor (PEC) scatterers (object + rough surface). The unitary (in amplitude) incident electromagnetic fields are written as

$$\mathbf{E}^i(\mathbf{R}) = \hat{\mathbf{e}}_i e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{R}}, \quad \mathbf{H}^i(\mathbf{R}) = \frac{1}{\eta_0} \hat{\mathbf{k}}_i \times \mathbf{E}^i(\mathbf{R}), \quad (1)$$

where $\mathbf{k}_i = k_0 \hat{\mathbf{k}}_i$, and k_0 and η_0 are, respectively, the wave number and impedance of free space. Note that the harmonic time convention $e^{-i\omega t}$ is assumed and suppressed throughout this paper.

By using the boundary conditions on scatterer 1, object S_1 , the first coupling integral equation between S_1 and S_2 $\forall \mathbf{R}' \in S_1$ is obtained from

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}^i(\mathbf{R}') + \hat{\mathbf{n}}_1 \times \underbrace{\int_{S_1} \mathbf{J}_1(\mathbf{R}_1) \times \nabla_{\mathbf{R}_1} G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}') dS}_{\text{local interactions}} \\ + \hat{\mathbf{n}}_1 \times \underbrace{\int_{S_2} \mathbf{J}_2(\mathbf{R}_2) \times \nabla_{\mathbf{R}_2} G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}') dS}_{\text{coupling interactions}} \\ = \frac{1}{2} \mathbf{J}_1(\mathbf{R}'), \end{aligned} \quad (2)$$

where $\int_S dS$ is the principal value integral, $G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}') = \exp(ik_0 r)/4\pi r$ is the free-space Green function with r the distance between the two points \mathbf{R}_1 and \mathbf{R}' , and \mathbf{J}_1 , \mathbf{J}_2 are the electric currents on the two scatterers S_1 and S_2 , respectively.

Using the boundary conditions on scatterer 2, rough surface S_2 , the second coupling integral equation $\forall \mathbf{R}' \in S_2$ is obtained from

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}_2 \times \mathbf{H}^i(\mathbf{R}') + \hat{\mathbf{n}}_2 \times \underbrace{\int_{S_2} \mathbf{J}_2(\mathbf{R}_2) \times \nabla_{\mathbf{R}_2} G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}') dS}_{\text{local interactions}} \\ + \hat{\mathbf{n}}_2 \times \underbrace{\int_{S_1} \mathbf{J}_1(\mathbf{R}_1) \times \nabla_{\mathbf{R}_1} G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}') dS}_{\text{coupling interactions}} \\ = \frac{1}{2} \mathbf{J}_2(\mathbf{R}'), \end{aligned} \quad (3)$$

where $G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}') = \exp(ik_0 r)/(4\pi r)$ is the free-space Green function with r the distance between the two points \mathbf{R}_2 and \mathbf{R}' .

The use of the MoM with point matching and pulse basis functions leads to the following linear system:

$$\tilde{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}, \quad (4)$$

where $\bar{\mathbf{Z}}$ is the impedance matrix of the total scene ($S_1 \cup S_2$) of size $(N_1 + N_2) \times (N_1 + N_2)$. The unknown vector \mathbf{X} of length $(N_1 + N_2)$ is equal to $\mathbf{X}^T = [\mathbf{X}_1^T \ \mathbf{X}_2^T]$, where T stands for transpose operator. \mathbf{X}_j ($j = 1, 2$) of length N_j contains the unknown currents on each scatterer

$$\mathbf{X}_j^T = \underbrace{\left[\mathbf{J}(\mathbf{R}_j^1) \dots \mathbf{J}(\mathbf{R}_j^{N_j}) \right]}_{\text{Scatterer } j}, \quad (5)$$

in which $\mathbf{J}(\mathbf{R}_j) = J_{xj}\hat{\mathbf{x}} + J_{yj}\hat{\mathbf{y}} + J_{zj}\hat{\mathbf{z}}$. The source term \mathbf{b} is defined as $\mathbf{b}^T = [\mathbf{b}_1^T \ \mathbf{b}_2^T]$, where

$$\mathbf{b}_j^T = \underbrace{\left[\hat{\mathbf{n}}_j \wedge \mathbf{H}^i(\mathbf{R}_j^1) \dots \hat{\mathbf{n}}_j \wedge \mathbf{H}^i(\mathbf{R}_j^{N_j}) \right]}_{\text{Scatterer } j}. \quad (6)$$

To solve the linear system, the matrix $\bar{\mathbf{Z}}$ is expressed from submatrices as

$$\bar{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_1 & \bar{\mathbf{Z}}_{21} \\ \bar{\mathbf{Z}}_{12} & \bar{\mathbf{Z}}_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

$\bar{\mathbf{Z}}_1$ corresponds to the impedance matrix of the first scatterer as if it is assumed to be alone (in free space), and $\bar{\mathbf{Z}}_2$ corresponds to the impedance matrix of the second scatterer as if it is assumed to be alone (in free space). $\bar{\mathbf{Z}}_{21}$ and $\bar{\mathbf{Z}}_{12}$ can be interpreted as coupling matrices for the interaction between S_1 and S_2 . Inverting by block the impedance matrix and using the way in [1], we can show after some manipulations that the unknown current on the upper scatterer \mathbf{X}_1 is expressed as

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= \left[\sum_{p=0}^{p=P_{\text{E-PILE}}} \bar{\mathbf{M}}_{c,1}^p \right] \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} (\mathbf{b}_1 - \bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2) \\ &= \sum_{p=0}^{p=P_{\text{E-PILE}}} \bar{\mathbf{X}}_1^{(p)}, \end{aligned} \quad (8)$$

in which

$$\begin{cases} \mathbf{X}_1^{(0)} = \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} (\mathbf{b}_1 - \bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2) & \text{for } p = 0 \\ \mathbf{X}_1^{(p)} = \bar{\mathbf{M}}_{c,1} \bar{\mathbf{X}}_1^{(p-1)} & \text{for } p > 0 \end{cases}. \quad (9)$$

$\bar{\mathbf{M}}_{c,1}$ is a characteristic matrix expressed as

$$\bar{\mathbf{M}}_{c,1} = \bar{\mathbf{Z}}_1^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \bar{\mathbf{Z}}_{12}. \quad (10)$$

The unknown vector \mathbf{X}_2 is obtained by substituting in Eqs (8), (9), and (10) subscripts 1, 2, 12, and 21 for subscripts 2, 1, 21, and 12, respectively. $\bar{\mathbf{M}}_{c,1}$ has a clear physical interpretation: in the zeroth order terms, $\bar{\mathbf{Z}}_1^{-1}$ accounts for the local interactions on the upper scatterer S_1 , so $\mathbf{X}_1^{(0)}$ corresponds to the contribution of the scattering on the upper scatterer, when it is illuminated by the direct incident field (\mathbf{b}_1) and the direct scattered field by the lower scatterer S_2 ($-\bar{\mathbf{Z}}_{21} \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2$). In the first order

term, $\mathbf{X}_1^{(1)} = \bar{\mathbf{M}}_{c,1} \mathbf{X}_1^{(0)}$, $\bar{\mathbf{Z}}_{12}$ propagates the resulting upper field information, $\mathbf{X}_1^{(0)}$, toward the lower scatterer, $\bar{\mathbf{Z}}_2^{-1}$ accounts for the local interactions on this scatterer, and $\bar{\mathbf{Z}}_{21}$ repropagates the resulting contribution toward the upper scatterer; finally, $\bar{\mathbf{Z}}_1^{-1}$ updates the field values on the upper scatterer. Thus, the characteristic matrix $\bar{\mathbf{M}}_{c,1}$ realizes a back and forth between the upper scatterer and the lower one. The order $P_{\text{E-PILE}}$ of E-PILE corresponds to the $P_{\text{E-PILE}}$ back and forth between the upper and the lower scatterer. In the same manner, $\bar{\mathbf{M}}_{c,2}$ realizes a back and forth between the lower scatterer and the upper one.

One of the advantages of the E-PILE method is that it can be combined with algorithms valid for a single scatterer, so the FB method is applied to speed up the calculation of $\bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2$ in Eq. (9), in order to reduce the complexity to $\mathcal{O}(N_2^2)$ instead of $\mathcal{O}(N_2^3)$ from a direct lower upper (LU) inversion. We want to solve $\bar{\mathbf{Z}}_2 \mathbf{U} = \mathbf{b}_2 \Leftrightarrow \bar{\mathbf{Z}}_2^{-1} \mathbf{b}_2 = \mathbf{U}$. The FB algorithm decomposes $\bar{\mathbf{Z}}_2 \mathbf{U} = \mathbf{b}_2$ as

$$\bar{\mathbf{Z}}_d \mathbf{U}_f = \mathbf{b}_2 - \bar{\mathbf{Z}}_f (\mathbf{U}_b + \mathbf{U}_f), \quad (11)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_d \mathbf{U}_b = -\bar{\mathbf{Z}}_b (\mathbf{U}_b + \mathbf{U}_f). \quad (12)$$

$\bar{\mathbf{Z}}_d$ is a diagonal matrix, $\bar{\mathbf{Z}}_f$ is a lower triangular matrix, and $\bar{\mathbf{Z}}_b$ is an upper triangular matrix, all built from $\bar{\mathbf{Z}}_2$ ($\bar{\mathbf{Z}}_2 = \bar{\mathbf{Z}}_f + \bar{\mathbf{Z}}_d + \bar{\mathbf{Z}}_b$). The subscripts d , f , and b stand for diagonal, forward, and backward matrices but are referred to, respectively, as diagonal, lower, and upper triangular matrices. Moreover, the unknown vector is decomposed as $\mathbf{U} = \mathbf{U}_f + \mathbf{U}_b$, in which \mathbf{U}_f gives the forward contribution, which starts from the current element (x_1, y_1) and moves from left to right and then from top to bottom until reaching the receiving element (n, m) , and \mathbf{U}_b gives the backward contribution (from right to left and then from bottom to top), as illustrated in Fig. 1.

To compute \mathbf{U} , an iterative procedure is applied. Assuming first that $\mathbf{U}_b = 0$, Eq. (11) is solved for \mathbf{U}_f . Then substituting \mathbf{U}_f in Eq. (12), \mathbf{U}_b is found. The first iteration $\mathbf{X}_2^{(0)}$ is then equal to $\mathbf{U}_f + \mathbf{U}_b$. The scheme is repeated to calculate the next iterations $\mathbf{U}^{(p)}$ up to the order $p = P_{\text{FB}}$.

To validate the E-PILE method, it is tested for the case of a PC plate above a PC Gaussian rough surface. To quantify the convergence of E-PILE versus its

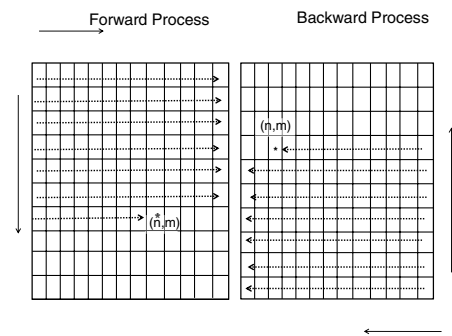


Fig. 1. Forward and backward processes.

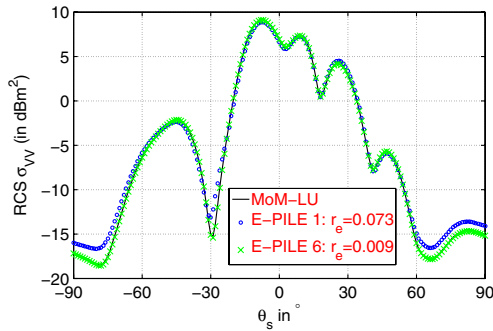


Fig. 2. (Color online) Convergence of E-PILE for the case of plate S_1 above a rough surface S_2 . The parameters are $S_1 = 2\lambda_0 \times 2\lambda_0$, $S_2 = 6\lambda_0 \times 6\lambda_0$, the distance between them $D = 4\lambda_0$, RMS height $\sigma_z = 0.2\lambda_0$, correlation lengths $L_{cx} = L_{cy} = 1\lambda_0$, and the incidence angle $\theta_i = 0^\circ$.

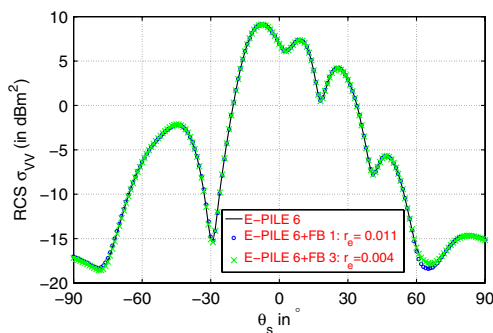


Fig. 3. (Color online) Convergence of E-PILE + FB for the same scenario as in Fig. 2.

order, the relative residual error ($r_e = \text{norm}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_{\text{LU}}) / \text{norm}(\mathbf{X}_{\text{LU}})$) is introduced. In Fig. 2, the scattering coefficient computed from the E-PILE method is compared with that obtained from the MoM-LU versus the scattering angle. From the results, we can notice that as the order of E-PILE increases, it converges to LU (E-PILE 6 is closer to LU than E-PILE 1). Other simulations, not depicted here, showed that E-PILE converges more quickly as the distance between the two plates increases, since the electromagnetic coupling is less important than the previous case. In fact, the order $P_{\text{E-PILE}}$ is directly related to the coupling between the two scatterers. Figure 3 shows the convergence of E-PILE + FB versus its order. To obtain the order $P_{\text{E-PILE}}$, which permits us to have a good convergence, r_e must be smaller than a chosen value equal to 10^{-2} , so E-PILE 6 is chosen to be the reference method in Fig. 3. From the results, we can notice that as the order of FB increases, it converges to E-PILE 6. Figure 4 compares the computing time of the two algorithms (MoM-LU) and (E-PILE 6 + FB 3). From the results, we can notice that the E-PILE + FB algorithm allows us to reduce significantly the computing time.

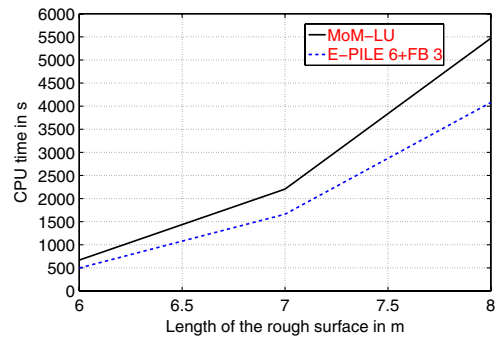


Fig. 4. (Color online) Comparison of the computing time of the two methods versus the length of the rough surface.

In conclusion, a new efficient rigorous method to study the electromagnetic scattering from a 3D problem of two scatterers is presented. The method is based on the rigorous E-PILE method, originally developed to predict the field scattering from an object above a 1D rough surface. In this Letter, the E-PILE method is extended to solve 3D electromagnetic problems. A major advantage of the E-PILE method is that it can be combined with algorithms originally developed to solve problems of scattering from a single scatterer in free space. Consequently, we combined the E-PILE method with the FB method to calculate the local interactions on the rough surface; by this the complexity of the method is reduced significantly. Other advantages of E-PILE + FB are that it is a rigorous fast method dealing with large 3D problems, that it has a large validity domain that makes it able to handle most of the configurations studied in the literature, and that it allows us to study new ones without restrictions to small roughness.

References

1. N. Déchamps, N. De Beaucoudrey, C. Bourlier, and S. Toutain, *J. Opt. Soc. Am. A* **23**, 359 (2006).
2. C. Bourlier, G. Kubické, and N. Déchamps, *J. Opt. Soc. Am. A* **25**, 891 (2008).
3. G. Kubické, C. Bourlier, and J. Saillard, *Waves Random Complex Media* **18**, 495 (2008).
4. G. Kubické and C. Bourlier, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **59**, 189 (2011).
5. J. T. Johnson, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **50**, 1361 (2002).
6. H. Ye and Y.-Q. Jin, *Radio Science* **43**, RS3005 (2008).
7. B. Guan, J. Zhang, X. Zhou, and T. Cui, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **47**, 3399 (2009).
8. L.-X. Guo, J. Li, and H. Zeng, *J. Opt. Soc. Am. A* **26**, 2383 (2009).
9. W.-J. Ji and C.-M. Tong, *Prog. Electromagn. Res.* **33**, 317 (2011).
10. D. Holliday, L. L. DeRaad, Jr., and G. J. St-Cyr, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **44**, 1199 (1995).

Annexe C

**TAP 2011 - Bridging the gap
between the Babinet principle and
the Physical Optics approximation :
scalar problem**

Bridging the Gap Between the Babinet Principle and the Physical Optics Approximation: Scalar Problem

Gildas Kubické, Yacine Ait Yahia, Christophe Bourlier, *Member, IEEE*, Nicolas Pinel, *Associate Member, IEEE*, and Philippe Pouliguen

Abstract—For a two-dimensional (2-D) problem, this paper shows that the Babinet Principle (BP) can be derived from the physical optics (PO) approximation. Indeed, following the same idea as Ufimtsev, from the PO approximation and in far-field zone, the field scattered by an object can be split up into a field that mainly contributes around the specular direction (illuminated zone) and a field that mainly contributes around the forward direction (shadowed zone), which is strongly related to the scattered field obtained from the BP. The only difference relies on the integration surface. We also show mathematically that the involved integral does not depend on the shape of the object, which then corresponds to the BP. Simulations are provided to illustrate the link between the BP and PO.

Index Terms—Babinet principle, forward scattering, physical optics, shadow radiation.

I. INTRODUCTION

THE ELECTROMAGNETIC wave scattering from a target in the forward scattering (FS) region (when the target lies on the transmitter–receiver baseline) [1] is a very interesting phenomenon and was first reported by Mie in 1908, when he discovered that the forward-scattered energy produced by a sphere was larger than the backscattered energy [2] in high-frequency domain. This configuration, which corresponds to a bistatic angle ($\theta_s - \theta_i$) near 180° (see Fig. 1), is a potential solution to detect stealth targets. Indeed, in high-frequency domain, the forward-scattering radar cross section (RCS) is mainly determined by the silhouette of the target seen by the transmitter and is almost unaffected by stealth absorbing coatings or shapings. This phenomenon can be physically explained by the fact that the scattered field in the forward direction represents the perturbation to the incident wave as a blocking effect that creates a shadowed zone behind the target. In this region, while the total field vanishes, the scattered field tends to the incident field (in amplitude) but in opposite phase. A simple explanation can be given using the Babinet principle (BP) [1], which states that

Manuscript received December 08, 2010; revised March 10, 2011; accepted May 01, 2011. Date of publication August 18, 2011; date of current version December 02, 2011.

G. Kubické is with the CGN1 Division, Direction Générale de l'Armement/Direction Technique/Maîtrise de l'Information (DGA/DT/MI), 35170 Bruz, France (e-mail: gildas.kubicke@dga.defense.gouv.fr).

Y. A. Yahia, C. Bourlier, and N. Pinel are with the Institut de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nantes Atlantique (IREENA) Laboratory, Université de Nantes, 44306 Nantes, France.

P. Pouliguen is with the Direction Générale de l'Armement/Direction de la Stratégie/Mission pour la Recherche et l'Innovation Scientifique (DGA/DS/MRIS), 92221 Bagneux, France.

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/TAP.2011.2165498

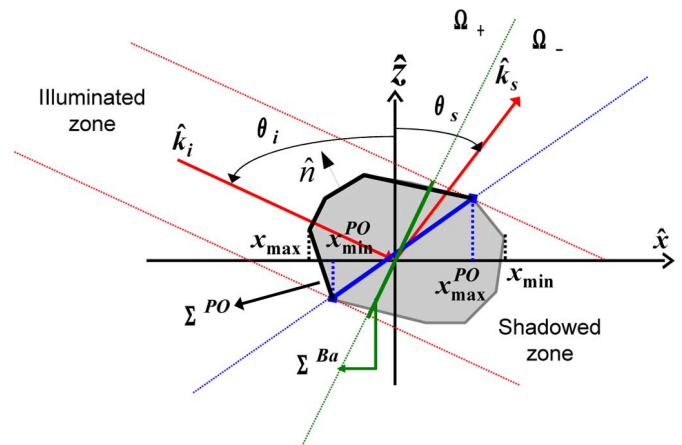


Fig. 1. Geometry of the problem: The target is illuminated by an incident field, and a shadowed zone is produced behind the object. The projection of the object illuminated surface Σ_{PO} onto the plane orthogonal to the incident direction and centered on the phase origin is Σ_{Ba} . The plane orthogonal to the incident direction splits the space into two subdomains: the illuminated zone Ω_+ and the shadowed zone Ω_- .

the diffraction pattern (in forward direction) of an opaque body is identical to that of a hole (in a perfectly conducting screen) having the same shape as its silhouette.

Nevertheless, the physical optics (PO) approximation is sometimes used instead of the BP [2]–[4] and provides good results near the forward direction. Ufimtsev [5]–[8] studied the shadow radiation and demonstrated that the PO approximation can be split up into two components [5], [8]: one that mainly contributes in the backward direction and thus corresponds to a reflected component, and the other one that mainly contributes in the forward direction and thus corresponds to a shadowed component. In this paper, the link between the BP and the PO approximations is provided. First, a theoretical study is presented, and then numerical results compare these two asymptotic approaches. The time convention $e^{-j\omega t}$ is omitted throughout the paper.

II. THEORETICAL STUDY

A. PO Approximation

Induced currents on the object surface can be estimated by using the PO approximation. For a 3-D (vectorial) problem, PO currents are given by the well-known expressions

$$\begin{cases} \mathbf{J}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \wedge [\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{R}}_H \mathbf{H}_i(\mathbf{r})] \\ \mathbf{M}(\mathbf{r}) = -\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \wedge [\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{R}}_E \mathbf{E}_i(\mathbf{r})] \end{cases} \quad \mathbf{r} \in \Sigma_{PO} \quad (1)$$

where $\hat{\mathbf{n}}$ is the unitary normal vector to the surface, $\mathbf{r} = (x, y, z(x, y))$ is a position vector on the surface, \mathbf{J} and \mathbf{M} are the electric and magnetic currents, respectively, and $\bar{\mathbf{R}}_H$ and $\bar{\mathbf{R}}_E$ are the reflection matrices given from the Fresnel reflection coefficients

$$\bar{\mathbf{R}}_H = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_\perp & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_\parallel \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{R}}_E = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_\parallel & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_\perp \end{bmatrix}. \quad (2)$$

By assuming that the scene is invariant according $\hat{\mathbf{y}}$ -direction, then the problem becomes scalar. For the TE polarization (electric field in the $\hat{\mathbf{y}}$ -direction), the unknown ψ is the transverse component of the electric field ($\mathbf{E} = \psi\hat{\mathbf{y}}$). Then, one can show that

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{n}} \wedge \mathbf{H} = \frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n} \begin{pmatrix} -\hat{\mathbf{y}} \\ j\omega\mu \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = -\hat{\mathbf{n}} \wedge \mathbf{E} = \psi(-\hat{\mathbf{n}} \wedge \hat{\mathbf{y}}). \quad (4)$$

This leads to an equivalence between 3-D and 2-D problems for the TE polarization

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) \longleftrightarrow \frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n} \quad \mathbf{M}(\mathbf{r}) \longleftrightarrow \psi. \quad (5)$$

From a similar way for the TM polarization (magnetic field in the $\hat{\mathbf{y}}$ -direction), one can define the equivalence between 3-D and 2-D problems

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) \longleftrightarrow \psi(\mathbf{r}) \quad \mathbf{M}(\mathbf{r}) \longleftrightarrow \frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}. \quad (6)$$

For a 2-D (scalar) problem, assuming an incident plane wave on the target, PO currents are given by

$$\begin{cases} \psi(\mathbf{r}) = [1 + \mathcal{R}(\theta)]\psi_i \\ \frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n} = j\mathbf{k}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}[1 - \mathcal{R}(\theta)]\psi_i \end{cases} \quad \mathbf{r} \in \Sigma_{\text{PO}} \quad (7)$$

where $\mathbf{r} = (x, z(x)) = x\hat{\mathbf{x}} + z(x)\hat{\mathbf{z}}$ is a vector on the surface, $\psi(\mathbf{r})$ the total field on the surface, and $(\partial\psi(\mathbf{r})/(\partial n)) = \nabla\psi \cdot \hat{\mathbf{n}}$ its normal derivative. The latter two quantities are the unknowns of the problem. Moreover, $\hat{\mathbf{n}} = v(x)(-\gamma(x)\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{z}})/(\sqrt{1 + \gamma^2(x)})$ is the unitary normal vector to the surface, in which $v(x)$ defines the orientation of the normal vector ($v(x) = \text{sign}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{z}})$) and $\gamma(x) = (dz)/(dx)$ is the surface slope. \mathbf{k}_i is the incident wave vector, \mathcal{R} is the Fresnel reflection coefficient, which depends on \mathbf{r} ; for a perfectly conducting object, $\mathcal{R}(\theta) = \pm 1$ for TM and TE polarizations, respectively. Lastly, Σ_{PO} is the target illuminated surface (see Fig. 1). Contrary to the Babinet induced currents (see below), PO currents have physical meaning and tend to the tangential fields measured at the object surface. The radiation of these currents is computed from the Huygens principle [10], $\forall \mathbf{r}'$

$$\psi_s(\mathbf{r}') = \int_{\Sigma} \left[\psi(\mathbf{r}) \frac{\partial g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} - g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n} \right] d\Sigma, \quad (8)$$

where $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ is the 2-D (scalar) Green function, with $\mathbf{r}' = (x', z') = x'\hat{\mathbf{x}} + z'\hat{\mathbf{z}}$ the observation vector. Thus, assuming the target in far field from the receiver, $\forall \mathbf{r}'$, substituting (7) into (8), one has

$$\begin{aligned} \psi_{s,\text{PO}}(\mathbf{r}') &= g_\infty \int_{\Sigma_{\text{PO}}} [(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{k}_s)(1 + \mathcal{R}) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{k}_i)(1 - \mathcal{R})] \\ &\quad \times e^{-j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} d\Sigma \end{aligned} \quad (9)$$

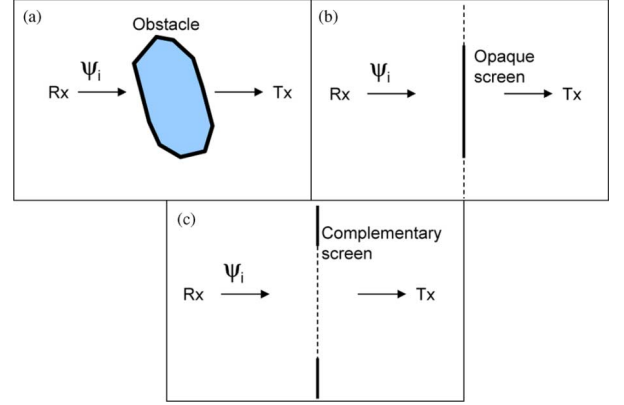


Fig. 2. Babinet principle. (a) Forward scattering from an arbitrary obstacle. (b) Forward scattering from the associated opaque screen. (c) Diffraction from the complementary screen = a hole in the infinite plane.

$$\begin{aligned} &\times e^{-j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} d\Sigma \\ &= g_\infty \underbrace{\int_{\Sigma_{\text{PO}}} \mathcal{R} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) e^{-j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} d\Sigma}_{\psi_{s,+} = g_\infty I_+} \\ &\quad + g_\infty \underbrace{\int_{\Sigma_{\text{PO}}} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i) e^{-j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} d\Sigma}_{\psi_{s,-} = g_\infty I_-}, \end{aligned} \quad (9)$$

where $g_\infty = (1/4)\sqrt{(2/(\pi k r'))}e^{j(kr' - \pi/4)}$ is related to the far-field 2-D Green function (the incident field is assumed to be unitary on the target). The last two lines of (9) correspond to the decomposition proposed by Ufimtsev [5], [8]. Ufimtsev then showed that $\psi_{s,+} = g_\infty I_+$ mainly contributes in the specular direction and thus corresponds to a “reflected” component that we call “PO reflection.” Moreover, $\psi_{s,-} = g_\infty I_-$ mainly contributes in the forward direction and thus corresponds to a “shadowed” component that we call “PO forward.”

B. BP

The BP is an optical principle [11] (generalized to electromagnetics [12], [13]) that states that the diffraction pattern of an opaque body is identical to that of a hole having the same shape as its silhouette (see Fig. 2). Thus, according to this principle, the FS phenomenon is independent of the shape of the object; the scattering is only due to the target area projected onto the plane orthogonal to the incident direction (see Fig. 2): the silhouette of the target. The equivalent induced currents on the aperture are only due to the presence of the incident field

$$\begin{cases} \psi(\mathbf{r}) = \psi_i(\mathbf{r}) \\ \frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n} = \frac{\partial\psi_i(\mathbf{r})}{\partial n} \end{cases} \quad \mathbf{r} \in \Sigma_{\text{Ba}}. \quad (10)$$

As depicted in Fig. 1, the plane orthogonal to the incident direction splits the space into two subdomains: the illuminated zone Ω_+ and the shadowed zone Ω_- . Σ_{Ba} is the target area projected onto the plane orthogonal to the incident direction and centered on the phase origin, thus $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{z}}$ in the case of normal incidence ($\hat{\mathbf{n}}$ being the normal of Σ_{Ba} here). It must be noted that the normal incidence case can be considered with no assumption. Indeed, by a rotation of the problem, one can make variable changes to always consider a local system of coordinates in which the incident wave vector is in the sense of negative z .

Moving the emitter with a fixed target is equivalent to rotating the target with a fixed emitter.

In the far field (the receiver is in far field from the screen), the substitution of (10) into (8) leads, for any polarization and $\forall \mathbf{r}' \in \Omega_-$, to

$$\begin{aligned} \psi_{s,\text{Ba}}(\mathbf{r}') &= g_\infty I_{\text{Ba}} \\ &= g_\infty \int_{\Sigma_{\text{Ba}}} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i) e^{-j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} d\Sigma. \end{aligned} \quad (11)$$

Comparing (11) to (9), if $I_{\text{Ba}} = I_-$, we can write

$$\psi_{s,\text{PO}}(\mathbf{r}') = g_\infty I_{\text{Ba}} + g_\infty I_+ \quad (12)$$

so

$$\begin{aligned} &\int_{\Sigma_{\text{Ba}}} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i) e^{-j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} d\Sigma \\ &= \int_{\Sigma_{\text{PO}}} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i) e^{-j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} d\Sigma. \end{aligned} \quad (13)$$

In other words, equality (12) is satisfied if the integral is independent of the surface integration Σ . The proof of this statement is given next.

C. Proof: ‘‘Shadowed’’ Component

By setting

$$\begin{cases} a_1 = (\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i) \cdot \hat{\mathbf{x}} = k(\sin \theta_s + \sin \theta_i) \\ b_1 = (\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i) \cdot \hat{\mathbf{z}} = k(\cos \theta_s - \cos \theta_i) \\ a_2 = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \hat{\mathbf{x}} = k(\sin \theta_s - \sin \theta_i) \\ b_2 = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \hat{\mathbf{z}} = k(\cos \theta_s + \cos \theta_i) \end{cases} \quad (14)$$

and since $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{z}}$ (normal incidence), $d\Sigma = dx$, and $\forall \mathbf{r} \in \Sigma_{\text{Ba}}, I_{\text{Ba}}$ in (13) becomes

$$\begin{aligned} I_{\text{Ba}} &= \frac{j b_1}{a_2} \left[e^{-j a_2 x - j b_2 z(x)} \right]_{x_{\text{min}}^{\text{Ba}}}^{x_{\text{max}}^{\text{Ba}}} \\ &= b_1 L \text{sinc} \left(\frac{a_2 L}{2} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

with L the length of the screen.

Since $\hat{\mathbf{n}} = (-\gamma(x)\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{z}})/(\sqrt{1 + \gamma^2(x)}) \forall \mathbf{r} \in \Sigma_{\text{PO}}$ (the normal vector on Σ_{PO} is assumed to be oriented in the sense of positive $\hat{\mathbf{z}}$: $v(x) = +1$), $d\Sigma = \sqrt{1 + \gamma^2(x)} dx$, and $\int u'(x) e^{-j u(x)} dx = j e^{-j u(x)}$, I_- in (13) becomes

$$\begin{aligned} I_- &= \int_{x_{\text{min}}^{\text{PO}}}^{x_{\text{max}}^{\text{PO}}} [-a_1 \gamma(x) + b_1] e^{-j a_2 x - j b_2 z(x)} dx \\ &= \frac{a_1}{b_2} \int_{x_{\text{min}}^{\text{PO}}}^{x_{\text{max}}^{\text{PO}}} \left[-\gamma(x) b_2 - a_2 + \frac{b_1 b_2}{a_1} + a_2 \right] \\ &\quad \times e^{-j a_2 x - j b_2 z(x)} dx \\ &= \frac{a_1}{j b_2} \left[e^{-j a_2 x - j b_2 z(x)} \right]_{x_{\text{min}}^{\text{PO}}}^{x_{\text{max}}^{\text{PO}}} \\ &\quad + \left(\frac{b_1 b_2}{a_1} + a_2 \right) \int_{x_{\text{min}}^{\text{PO}}}^{x_{\text{max}}^{\text{PO}}} e^{-j a_2 x - j b_2 z(x)} dx \end{aligned} \quad (16)$$

where $x_{\text{min}}^{\text{PO}}$ and $x_{\text{max}}^{\text{PO}}$ are the lower and upper values of the abscissa of the illuminated surface Σ_{PO} , respectively.

Since $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0 \forall (\theta_i, \theta_s)$, (16) becomes

$$\begin{aligned} I_- &= \frac{a_1}{j b_2} \left[e^{-j a_2 x - j b_2 z(x)} \right]_{x_{\text{min}}^{\text{PO}}}^{x_{\text{max}}^{\text{PO}}} \\ &= \frac{2 A a_1}{b_2} e^{j B} \text{sinc}(A) \end{aligned} \quad (17)$$

where

$$A = -\frac{a_2 x_m + b_2 z_m}{2} \quad B = -\frac{a_2 x_p + b_2 z_p}{2} \quad (18)$$

and

$$\begin{cases} x_m = x_{\text{max}}^{\text{PO}} - x_{\text{min}}^{\text{PO}} & z_m = z(x_{\text{max}}^{\text{PO}}) - z(x_{\text{min}}^{\text{PO}}) \\ x_p = x_{\text{max}}^{\text{PO}} + x_{\text{min}}^{\text{PO}} & z_p = z(x_{\text{max}}^{\text{PO}}) + z(x_{\text{min}}^{\text{PO}}) \end{cases} \quad (19)$$

It must be noted that $x_p = 0$ and $x_m = L$ for an object of length L (along $\hat{\mathbf{x}}$ -direction) centered on the phase origin. Then, the PO forward component is expressed from a sinc function and does not depend on the object shape. This is consistent with the ‘‘Shadow Contour Theorem’’ [5], [8], which states that, ‘‘The shadow radiation does not depend on the whole shape of the scattering object, and is completely determined only by the size and the geometry of the shadow contour.’’

Thus, equality between the PO forward component and BP in (13) holds if equality is obtained between (15) and (17). This holds for either of the following:

- $B = 0$ and $z_m = 0$: the two limit points of Σ_{PO} are the same as those of the complementary Babinet screen Σ_{Ba} , i.e., $(x_{\text{min}}^{\text{PO}}, z(x_{\text{min}}^{\text{PO}})) = (x_{\text{min}}^{\text{Ba}}, 0)$ and $(x_{\text{max}}^{\text{PO}}, z(x_{\text{max}}^{\text{PO}})) = (x_{\text{max}}^{\text{Ba}}, 0)$;

or

- $b_2 = 0$ implying $\theta_s = \pi - \theta_i$, which corresponds to the FS direction, for which \mathbf{k}_i and \mathbf{k}_s are collinear.

It must be noted that, even with $x_p = 0$, if $z_p \neq 0$, then $B \neq 0$ (except for $\theta_s = \pi - \theta_i$: the FS direction) and $(x_{\text{min}}^{\text{PO}}, z(x_{\text{min}}^{\text{PO}})) = (x_{\text{min}}^{\text{Ba}}, z_p)$ and $(x_{\text{max}}^{\text{PO}}, z(x_{\text{max}}^{\text{PO}})) = (x_{\text{max}}^{\text{Ba}}, z_p)$: There is only a shift of the PO surface in $\hat{\mathbf{z}}$ direction, which implies a constant phase shift (described by the term $e^{j B}$) of the scattered field. Thus, it must be highlighted that even for $z_p \neq 0$, equality between the two approaches remains in terms of RCS.

D. ‘‘Reflected’’ Component

Using the same way for the ‘‘reflected’’ component (I_+), it can be shown from (9) and for a perfectly conducting ($\mathcal{R} = \pm 1$) object that

$$I_+ = \pm \int_{x_{\text{min}}^{\text{PO}}}^{x_{\text{max}}^{\text{PO}}} [-a_2 \gamma(x) + b_2] e^{-j a_2 x - j b_2 z(x)} dx \quad (20)$$

and for $a_2 \neq 0$

$$\begin{aligned}
I_+ &= \pm \frac{a_2}{jb_2} \left[e^{-ja_2x - jb_2z(x)} \right]_{x_{\min}^{\text{PO}}}^{x_{\max}^{\text{PO}}} \\
&\pm \left(\frac{b_2^2}{a_2} + a_2 \right) \int_{x_{\min}^{\text{PO}}}^{x_{\max}^{\text{PO}}} e^{-ja_2x - jb_2z(x)} dx \\
&= \pm \frac{2Aa_2}{b_2} e^{jB} \text{sinc}(A) \\
&\pm \left(\frac{b_2^2}{a_2} + a_2 \right) \int_{x_{\min}^{\text{PO}}}^{x_{\max}^{\text{PO}}} e^{-ja_2x - jb_2z(x)} dx \quad (21)
\end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned}
b_2^2 + a_2^2 &= 4k^2 \cos^2 \left(\frac{\theta_s + \theta_i}{2} \right) \\
\frac{a_2}{b_2} &= \tan \left(\frac{\theta_s - \theta_i}{2} \right). \quad (22)
\end{aligned}$$

Unlike the field ‘‘shadowed component,’’ (21) shows that the field in the illuminated zone depends on the surface profile *a priori* because $b_2^2 + a_2^2 \neq 0$ in the illuminated zone.

E. Discussion

In the reflected direction defined by $\theta_s = \theta_i$ (corresponding to the specular direction for an horizontal plate), from (14), one has

$$\begin{cases} a_1 = 2k \sin \theta_i & b_2 = 2k \cos \theta_i \\ a_2 = 0 & b_1 = 0 \\ A = -kz_m \cos \theta_i & B = -kz_p \cos \theta_i \\ \frac{2Aa_1}{b_2} = -2kz_m \sin \theta_i & \frac{2Aa_2}{b_2} = 0 \\ b_2^2 + a_2^2 = 4k^2 \cos^2 \theta_i. \end{cases} \quad (23)$$

Equations (17) and (20) then become

$$\begin{cases} I_- = -2kz_m \sin \theta_i e^{-jkz_p \cos \theta_i} \text{sinc}(kz_m \cos \theta_i) \\ I_+ = \pm 2k \cos \theta_i \int_{x_{\min}^{\text{PO}}}^{x_{\max}^{\text{PO}}} e^{-jb_2z(x)} dx. \end{cases} \quad (24)$$

Since we consider normal incidence ($\theta_i = 0$), the above equation clearly shows that the component I_- vanishes in the specular direction. Moreover, if $z_m = 0$, then $I_- = 0 \forall \theta_i$. On the contrary, the component I_+ strongly contributes in the specular direction.

In the forward direction defined as $\theta_s = \pi - \theta_i$, from (14), one has

$$\begin{cases} a_1 = 2k \sin \theta_i & b_2 = 0 \\ a_2 = 0 & b_1 = -2k \cos \theta_i \\ A = 0 & B = 0 \\ \frac{2Aa_1}{b_2} = -2k(x_m \cos \theta_i + z_m \sin \theta_i) & \frac{2Aa_2}{b_2} = 0 \\ b_2^2 + a_2^2 = 0. \end{cases} \quad (25)$$

Equations (17) and (20) then become

$$\begin{cases} I_- = -2k(x_m \cos \theta_i + z_m \sin \theta_i) \\ I_+ = 0. \end{cases} \quad (26)$$

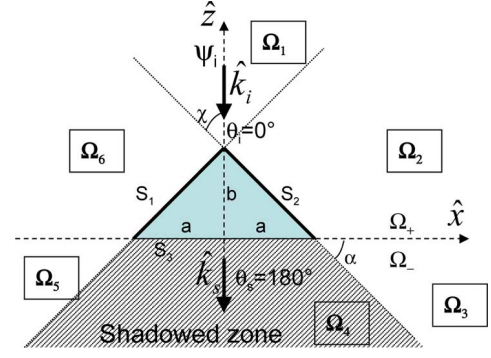


Fig. 3. Forward scattering from a triangularly shaped target. The two subdomains Ω_+ ($z > 0$) and Ω_- ($z < 0$) can be decomposed into $\Omega_+ = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_6$ and $\Omega_- = \Omega_3 \cup \Omega_4 \cup \Omega_5$.

This equation clearly shows that the component I_- strongly contributes in the forward direction and depends on x_m , which is related to the length of the object. On the contrary, the component I_+ vanishes in the forward direction.

As the main conclusion of Section II, the BP is a good approximation of the PO near the FS direction and $\psi_{s, \text{Ba}}(\mathbf{r}') \rightarrow \psi_{s, \text{PO}}(\mathbf{r}')$ when $\psi_{s,+} \rightarrow 0$ for $\theta_s \rightarrow \pi - \theta_i$. The BP is then a particular case of the PO approach.

III. NUMERICAL RESULTS

A. Combining PO and BP for a Triangular Target

Let us consider the scene given in Fig. 3, in which a triangularly shaped target is illuminated by an incident plane wave.

The lengths of the three elementary planar surfaces S_1 , S_2 , and S_3 are $L_1 = L_2 = \sqrt{a^2 + b^2}$ and $L_3 = 2a$, respectively. As can be seen, $\Sigma_{\text{PO}} = S_1 \cup S_2$ and $\Sigma_{\text{Ba}} = S_3$. Edge diffraction is neglected because the work is focused here on the FS phenomenon. Since $\Sigma_{\text{PO}} = S_1 \cup S_2$, under the PO approximation, ψ_s can be written as

$$\psi_{s, \text{PO}}(\mathbf{r}') = \psi_{s, 1+} + \psi_{s, 1-} + \psi_{s, 2+} + \psi_{s, 2-} \quad (27)$$

in which, for $p = \{1; 2\}$

$$\begin{aligned} \psi_{s, p+} &= g_\infty \int_{S_p} \mathcal{R} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) e^{-j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} d\Sigma \\ \psi_{s, p-} &= g_\infty \int_{S_p} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i) e^{-j(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} d\Sigma \end{aligned} \quad (28)$$

which simplifies as

$$\begin{aligned} \psi_{s, p+} &= \mathcal{R} g_\infty a [b_2 - \gamma_p a_2] \text{sinc} \left((a_2 + b_2 \gamma_p) \frac{a}{2} \right) e^{jc_p a_2 \frac{a}{2} - jb_2 \frac{b}{2}} \\ \psi_{s, p-} &= g_\infty a [b_1 - \gamma_p a_1] \text{sinc} \left((a_2 + b_2 \gamma_p) \frac{a}{2} \right) e^{jc_p a_2 \frac{a}{2} - jb_2 \frac{b}{2}} \end{aligned} \quad (29)$$

in which $\gamma_p = c_p(b/a)$, and $c_p = \pm 1$ for $p = 1$ or 2 , respectively.

The BP states that for a receiver in far field located inside $\Omega_- = \Omega_3 \cup \Omega_4 \cup \Omega_5$, the scattered field is given from (15), with $L = L_3$. This result is relevant for the subdomain Ω_4 for which the receiver is in the shadowed zone of the target, but results can be wrong in subdomains Ω_3 and Ω_5 in which the receiver is not in the shadowed zone of S_2 and S_1 , respectively. That is to say, S_1 contributes in reflection in Ω_5 . Indeed and more generally, it can be observed that the “shadowed” zone of S_1 is $\Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \Omega_4$, whereas the “shadowed” zone of S_2 is $\Omega_4 \cup \Omega_5 \cup \Omega_6$. Thus, a means to obtain the scattered field is to compute the PO for the reflection from S_1 and the BP for forward scattering from S_2 [14]. Then, for each subdomain, one obtains

$$\psi_{s,\text{Ba+PO}}(\mathbf{r}') = \begin{cases} \psi_{s,1,\text{PO}}(\mathbf{r}') + \psi_{s,2,\text{PO}}(\mathbf{r}') & \forall \mathbf{r}' \in \Omega_1 \\ \psi_{s,1,\text{Ba}}(\mathbf{r}') + \psi_{s,2,\text{PO}}(\mathbf{r}') & \forall \mathbf{r}' \in \Omega_2 \cup \Omega_3 \\ \psi_{s,1,\text{Ba}}(\mathbf{r}') + \psi_{s,2,\text{Ba}}(\mathbf{r}') & \forall \mathbf{r}' \in \Omega_4 \\ \psi_{s,1,\text{PO}}(\mathbf{r}') + \psi_{s,2,\text{Ba}}(\mathbf{r}') & \forall \mathbf{r}' \in \Omega_5 \cup \Omega_6 \end{cases} \quad (30)$$

in which, for $p = \{1; 2\}$, $\psi_{s,p,\text{PO}}(\mathbf{r}') = g_\infty(\psi_{s,p+} + \psi_{s,1-})$ and $\psi_{s,p,\text{Ba}}(\mathbf{r}')$ is obtained by using the Babinet induced currents on the surface S_p . This corresponds to (11), but on the surface S_p . It can be noticed that the integrand in (11) is exactly the same as the one in the term $\psi_{s,-}$ of (9), which leads to $\psi_{s,p,\text{Ba}}(\mathbf{r}') = \psi_{s,p-}$. Then, (30) can be written in terms of $\psi_{s,p,\pm}$ as

$$\psi_{s,\text{Ba+PO}}(\mathbf{r}') = \begin{cases} \psi_{s,1+} + \psi_{s,1-} + \psi_{s,2+} + \psi_{s,2-} & \forall \mathbf{r}' \in \Omega_1 \\ \psi_{s,1-} + \psi_{s,2+} + \psi_{s,2-} & \forall \mathbf{r}' \in \Omega_2 \cup \Omega_3 \\ \psi_{s,1-} + \psi_{s,2-} & \forall \mathbf{r}' \in \Omega_4 \\ \psi_{s,1+} + \psi_{s,1-} + \psi_{s,2-} & \forall \mathbf{r}' \in \Omega_5 \cup \Omega_6. \end{cases} \quad (31)$$

Using PO combined with BP on each elementary surface implies that the $\psi_{s,p+}$ component is neglected in the shadowed zone of the surface S_p . According to PO, $\psi_{s,p+}$ is much lower than $\psi_{s,p-}$ in the FS direction of S_p , but this can induce slight discontinuities in the RCS at the subdomain frontiers. Thus, PO + BP can be seen as an approximation of PO.

B. RCS of the Triangular Target

The RCS is defined in the 2-D case as

$$\sigma = \lim_{r' \rightarrow \infty} 2\pi r' \frac{|\psi_s(\mathbf{r}')|^2}{|\psi_{i0}|^2}. \quad (32)$$

Thus, the RCS computed from the PO approach is given from (32), in which $\psi_s(\mathbf{r}') = \psi_{s,\text{PO}}(\mathbf{r}')$ given from (27) and (29). The RCS for the PO combined with the BP is given from (32), in which $\psi_s(\mathbf{r}') = \psi_{s,\text{Ba+PO}}(\mathbf{r}')$ is given from (29) and (31).

C. First Case: $a = 5\lambda, b = 3\lambda, \theta_i = 0^\circ$, and TE Polarization

The RCS of these two asymptotic approaches are compared to the RCS computed from a benchmark method: the well-known method of moments (MoM). The comparison is depicted in Fig. 4 versus the scattering angle θ_s for $\theta_i = 0^\circ$ and for TE polarization. The triangularly shaped target (see Fig. 3) is defined from $a = 5\lambda, b = 3\lambda$, which implies $\alpha = \chi = 31^\circ$.

As can be seen, results from the two asymptotic approaches agree well with that of the benchmark method, and in particular around the specular direction of surface S_2 ($\theta_s = 62^\circ$)

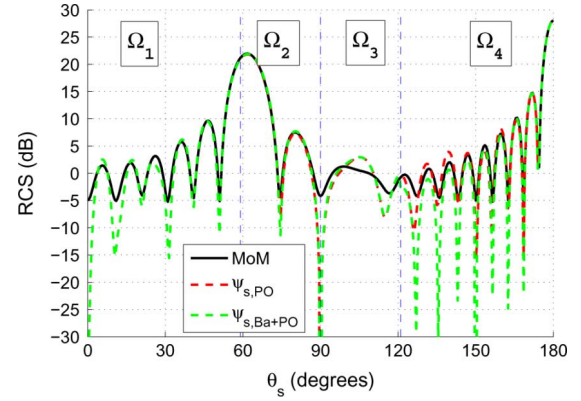


Fig. 4. RCS of the triangularly shaped target of Fig. 3 with $a = 5\lambda, b = 3\lambda$, for $\theta_i = 0^\circ$ and for TE polarization, computed from the MoM, the PO, and the PO combined with the BP.

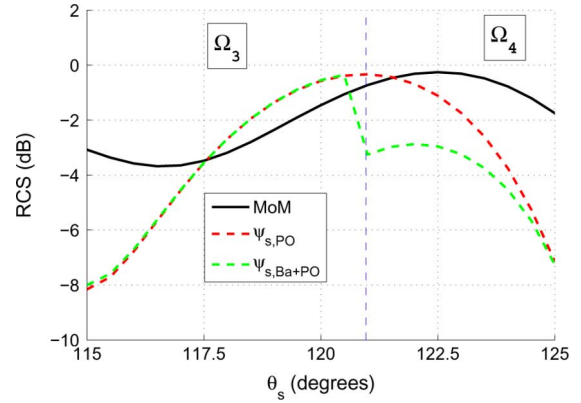


Fig. 5. Enlarged detail of Fig. 4 around the frontier between Ω_3 and Ω_4 .

and around the FS direction ($\theta_s = 180^\circ$). Slight differences between the classical PO and the PO combined with the BP can be observed for $\theta_s \in [120^\circ; 150^\circ]$. Indeed, $\psi_{s,1+}$ is set to zero in Ω_3 , and both $\psi_{s,1+}$ and $\psi_{s,2+}$ are set to zero in Ω_4 for the computation of $\psi_{s,\text{Ba+PO}}(\mathbf{r}')$, and as the observation angle increases, these two contributions decrease in $\psi_{s,\text{PO}}(\mathbf{r}')$. Moreover, a slight discontinuity in the RCS computed from $\psi_{s,\text{Ba+PO}}(\mathbf{r}')$ can be observed at the frontier between Ω_3 and Ω_4 for $\theta_s = 121^\circ$ (an enlarged detail is depicted in Fig. 5). Indeed, from this angle, $\psi_{s,2+}$ is set to zero in PO combined with BP. This discontinuity does not appear with classical PO method.

Fig. 6 compares the RCS of $\psi_{s,\text{PO}}(\mathbf{r}')$ and the RCS of its two components: the reflected one $\psi_{s,+}(\mathbf{r}')$ and the FS one $\psi_{s,-}(\mathbf{r}')$.

As can be seen, the scattered field from PO is mainly due to the reflected component $\psi_{s,+}(\mathbf{r}') \forall \mathbf{r}' \in \Omega_1 \cup \Omega_2$. In other words, the reflected component $\psi_{s,+}(\mathbf{r}')$ mainly contributes to the scattering process $\forall \mathbf{r}' \in \Omega_1 \cup \Omega_2$. For increasing θ_s from 120° , the reflected component decreases strongly, and the FS component becomes the main contribution to the scattered field; $\psi_{s,+}(\mathbf{r}')$ being negligible in the shadow region Ω_4 . It must be noted that this phenomenon begins to occur in subdomain Ω_3 , which is in the reflected zone of S_2 .

Fig. 7 compares the RCS of the FS component of PO computed from (27), in which $\psi_s(\mathbf{r}') = \psi_{s,-}(\mathbf{r}')$, and the BP given from (32), in which $\psi_s(\mathbf{r}') = \psi_{s,\text{Ba}}(\mathbf{r}')$ computed from (2) and (15).

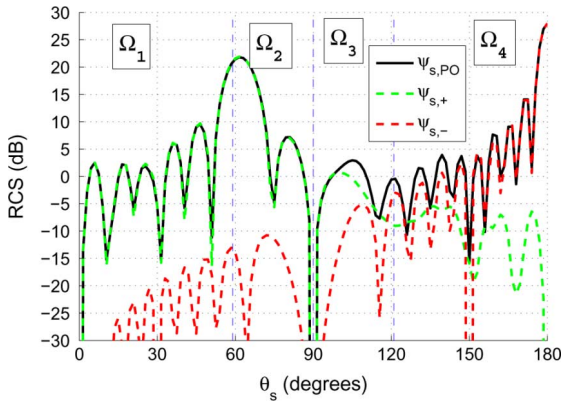


Fig. 6. Same simulation parameters as in Fig. 4, but computed from PO, PO in reflection, and PO in forward scattering.

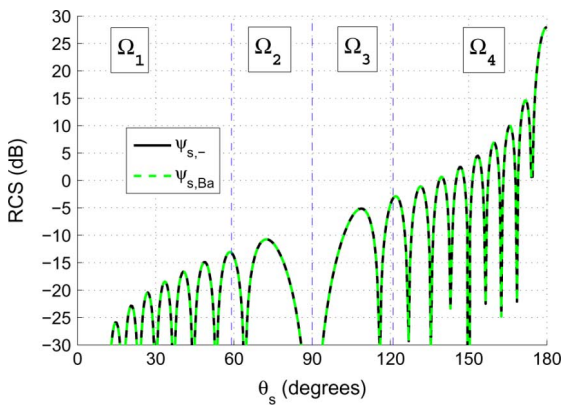


Fig. 7. Same simulation parameters as in Fig. 4, but computed from PO in forward scattering and BP.

A perfect agreement is obtained. This illustrates the proof of equalities (12) and (13). Indeed, here $B = 0$ and $z_m = 0$ since the two limit points of Σ_{PO} are the same as those of the complementary Babinet screen Σ_{Ba} ($((x_{\min}^{PO}, z(x_{\min}^{PO})) = (x_{\min}^{Ba}, 0))$ and $(x_{\max}^{PO}, z(x_{\max}^{PO})) = (x_{\max}^{Ba}, 0)$). As theoretically demonstrated in Section II, in this case, the Babinet principle is included in PO approach since $\psi_{s,Ba}(\mathbf{r}') = \psi_{s,-}(\mathbf{r}')$. Interestingly, it can be noted that these results perfectly match the results obtained with other values of b : Even if the target is different, the same FS component is obtained. The shape of the illuminated surface does not play a role, which is consistent with the ‘‘Shadow Contour Theorem’’ [5], [8].

D. Second Case: $a = 5\lambda, b = 5\lambda, \theta_i = 25^\circ$, and TE Polarization

The RCS of the PO and the PO combined with the BP approaches are compared to the RCS computed from the MoM in Fig. 8 versus the scattering angle θ_s for $\theta_i = 25^\circ$ and for TE polarization. The triangularly shaped target (see Fig. 3) is now defined with $a = 5\lambda, b = 5\lambda$, and $\alpha = \chi = 45^\circ$.

Here again, the results from the two asymptotic approaches agree well with that of the benchmark method, and in particular around the FS direction ($\theta_s = 180^\circ - \theta_i = 155^\circ$). Some differences between the classical PO and the PO combined with the BP can be observed from $\theta_s = 45^\circ$ (and higher). Moreover, two discontinuities in the RCS computed from $\psi_{s,Ba+PO}(\mathbf{r}')$ can be

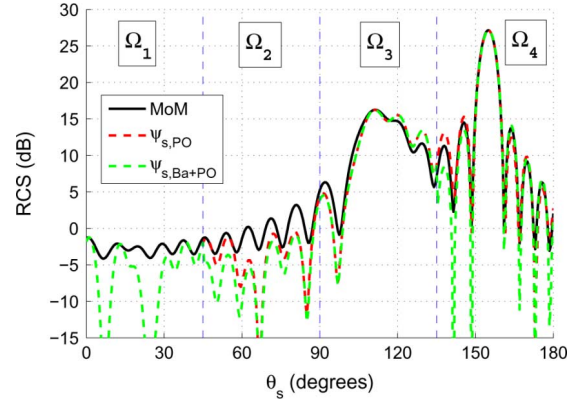


Fig. 8. RCS of the triangularly shaped target of Fig. 3 with $a = 5\lambda, b = 5\lambda$, for $\theta_i = 25^\circ$ and for TE polarization, computed from the MoM, the PO, and the PO combined with the BP.

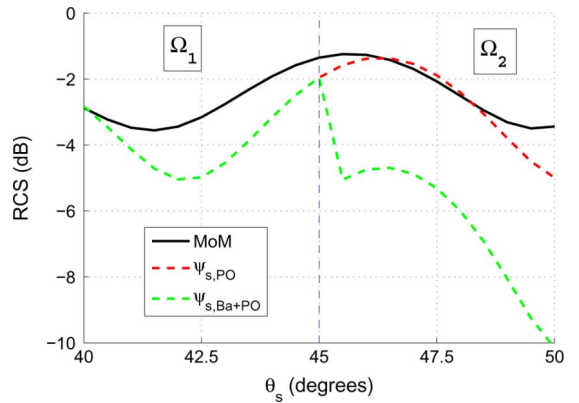


Fig. 9. Enlarged detail of Fig. 8 around the frontier between Ω_1 and Ω_2 .

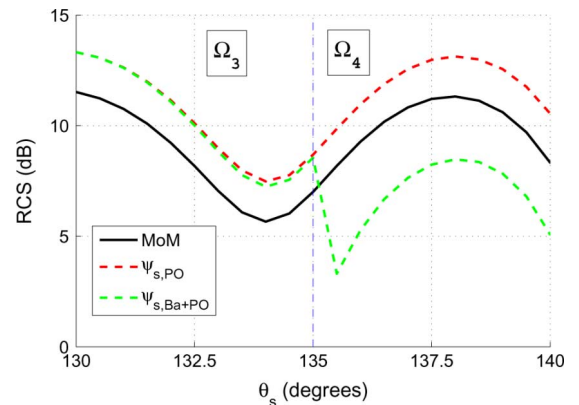


Fig. 10. Enlarged detail of Fig. 8 around the frontier between Ω_3 and Ω_4 .

observed. The first one occurs at the frontier between Ω_1 and Ω_2 for $\theta_s = 45^\circ$ (an enlarged detail is depicted in Fig. 9). Indeed, from this angle (and higher), $\psi_{s,1+}$ is set to zero in PO combined with BP. The second discontinuity occurs at the frontier between Ω_3 and Ω_4 for $\theta_s = 135^\circ$ (an enlarged detail is depicted in Fig. 10), from which $\psi_{s,2+}$ is set to zero in PO combined with BP. Of course, these discontinuities do not appear with the classical PO method.

Fig. 11 compares the RCS of $\psi_{s,PO}(\mathbf{r}')$ and the RCS of its two components: the reflected one $\psi_{s,+}(\mathbf{r}')$ and the FS one $\psi_{s,-}(\mathbf{r}')$.

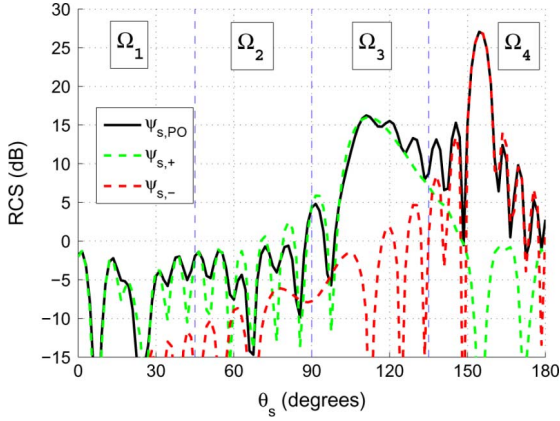


Fig. 11. Same simulation parameters as in Fig. 8, but computed from PO, PO in reflection, and PO in forward scattering.

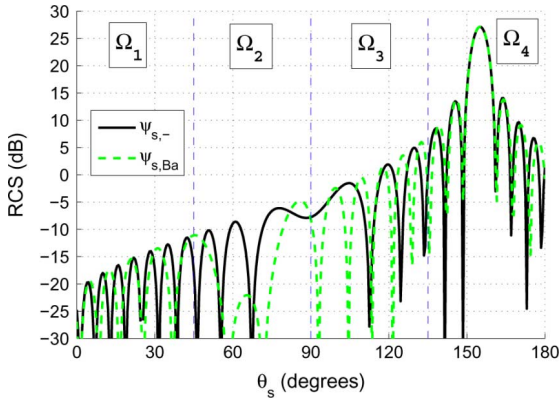


Fig. 12. Same simulation parameters as in Fig. 8, but computed from PO in forward scattering and BP.

Like for the first case, the reflected component decreases in the shadow region ($\psi_{s,+}(\mathbf{r}')$ being negligible in Ω_4), and the FS component becomes the main contribution to the scattered field.

Fig. 12 compares the RCS of the FS component, $\psi_{s,-}(\mathbf{r}')$, and the RCS of the BP, $\psi_{s,Ba}(\mathbf{r}')$.

Here, the two approaches do not match. Indeed, $B \neq 0$ and $z_m \neq 0$ since the two limit points of Σ_{PO} are not the same as those of the complementary Babinet screen Σ_{Ba} ($(x_{\min}^{PO}, z(x_{\min}^{PO})) \neq (x_{\min}^{Ba}, 0)$ and $(x_{\max}^{PO}, z(x_{\max}^{PO})) \neq (x_{\max}^{Ba}, 0)$) due to the equivalent rotation of the target. As already said, moving the emitter with a fixed target is equivalent to rotating the target with a fixed emitter. This third case is equivalent to that of a normal incidence (like for the first and second cases), but with a rotated triangularly shaped target with an angle 25° . Thus, equalities (12) and (13) are only satisfied when $b_2 = 0$, implying $\theta_s = \pi - \theta_i$, which corresponds to the FS direction, for which \mathbf{k}_i and \mathbf{k}_s are collinear. As can be seen in Fig. 12, a perfect agreement is obtained in the FS direction $\theta_s = 155^\circ$. The Babinet principle can be seen as an approximation of the PO approach, which provides exactly the same results as the PO in the FS direction. Moreover, it is shown in the Appendix that, for a scalar problem, the Catedra currents exactly correspond to the classical PO approximation.

IV. CONCLUSION

For a 2-D problem, this paper shows that the BP can be derived from the PO approximation. Indeed, following the same idea as Ufimtsev, from the PO approximation and in far-field zone, the field scattered by an object can be split up into a field that mainly contributes around the specular direction (illuminated zone) and a field that mainly contributes around the forward direction (shadowed zone), which is strongly related to the scattered field obtained from the BP. The only difference relies on the integration surface.

A theoretical study has provided the mathematical proof that the involved integral in FS component of PO does not depend on the global shape of the object. Then, when the two limit points of Σ_{PO} are the same as those of the complementary Babinet screen Σ_{Ba} , then BP exactly corresponds to the FS component of PO. Thus, BP is included in the PO approximation. When the two limit points are not the same, BP can be seen as an approximation of the PO approach, and BP provides exactly the same results as PO in the FS direction. These theoretical conclusions were illustrated with the scattering from a triangularly shaped target to better investigate the link between BP and PO. In order to complete the study, the new PO approach, recently published by Catedra *et al.* [9], was investigated for a scalar problem in the Appendix. This enables us to demonstrate that, for a scalar problem, the Catedra currents exactly correspond to the classical PO approximation.

APPENDIX A SCALAR CATEDRA APPROACH

In 2008, Catedra *et al.* [9] proposed new induced PO currents to improve the FS computation. These currents extend over the whole body, including lit or shadowed parts. On the illuminated surface, the currents provide the reflected field ($\psi_{s,+}$), whereas on the shadowed surface, they provide the FS phenomenon ($\psi_{s,-}$). Applied to a scalar problem, for a perfectly conducting object, it can be shown that the Catedra currents are given $\forall \mathbf{r} \in S$ in TE polarization by

$$\begin{cases} \psi(\mathbf{r}) = -\psi_i(\mathbf{r}) \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} = -\text{sign}(\mathbf{k}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) \frac{\partial \psi_i(\mathbf{r})}{\partial n} \end{cases} \quad (33)$$

and in TM polarization by

$$\begin{cases} \psi(\mathbf{r}) = -\text{sign}(\mathbf{k}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) \psi_i(\mathbf{r}) \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} = -\frac{\partial \psi_i(\mathbf{r})}{\partial n} \end{cases} \quad (34)$$

Since $\text{sign}(\mathbf{k}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) < 0$ on the illuminated surface Σ_{PO} of the target and $\text{sign}(\mathbf{k}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) \geq 0$ on the shadowed surface Σ_{Sh} ($S = \Sigma_{PO} \cup \Sigma_{Sh}$), (34) becomes

$$\begin{cases} \psi(\mathbf{r}) = +\psi_i(\mathbf{r}) & \forall \mathbf{r} \in \Sigma_{PO} \\ \psi(\mathbf{r}) = -\psi_i(\mathbf{r}) & \forall \mathbf{r} \in \Sigma_{Sh} \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} = -\frac{\partial \psi_i(\mathbf{r})}{\partial n} & \forall \mathbf{r} \in S. \end{cases} \quad (35)$$

Applying Huygens' principle (8) on these induced currents provides the scattered field in TM polarization and $\forall \mathbf{r}' \in \Omega$

$$\begin{aligned} \psi_s(\mathbf{r}') = & \int_{\Sigma_{\text{PO}}} \left[\psi_i(\mathbf{r}) \frac{\partial g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} + g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_i(\mathbf{r})}{\partial n} \right] d\Sigma \\ & + \int_{\Sigma_{\text{Sh}}} \left[-\psi_i(\mathbf{r}) \frac{\partial g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} + g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_i(\mathbf{r})}{\partial n} \right] d\Sigma. \end{aligned} \quad (36)$$

The second integral in the right-hand side corresponds to the scattering of the Babinet currents (10) applied on Σ_{Sh} . We have shown above that this integral does not depend on the surface contour, and by considering the normal $\hat{\mathbf{n}}$ oriented in the sense of positive $\hat{\mathbf{z}}$ for both integrals (change of sign in the second integral), (36) can be written as

$$\begin{aligned} \psi_s(\mathbf{r}') = & \int_{\Sigma_{\text{PO}}} \left[\psi_i(\mathbf{r}) \frac{\partial g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} + g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_i(\mathbf{r})}{\partial n} \right] d\Sigma \\ & + \int_{\Sigma_{\text{PO}}} \left[\psi_i(\mathbf{r}) \frac{\partial g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} - g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_i(\mathbf{r})}{\partial n} \right] d\Sigma \\ = & \int_{\Sigma_{\text{PO}}} 2\psi_i(\mathbf{r}) \frac{\partial g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} d\Sigma \end{aligned} \quad (37)$$

which corresponds to the use of the classical PO approximation. Thus, for a scalar problem, the C atedra currents provide exactly the same results as PO. The same conclusion can be drawn in TE polarization.

REFERENCES

- [1] K. M. Siegel, "Bistatic radars and forward scattering," in *Proc. Aero Electron. Nat. Conf.*, Dayton, OH, 1958, pp. 286–290.
- [2] J. I. Glaser, "Bistatic RCS of complex objects near forward scatter," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-21, no. 1, pp. 70–78, Jan. 1985.
- [3] J. I. Glaser, "Some results in the bistatic radar cross section (RCS) of complex targets," *Proc. IEEE*, vol. 77, no. 5, pp. 639–648, May 1989.
- [4] P. S. Kildal, A. A. Kishk, and A. Tengs, "Reduction of forward scattering from cylindrical objects using hard surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 44, no. 11, pp. 1509–1520, Nov. 1996.
- [5] P. Y. Ufimtsev, *Fundamentals of the Physical Theory of Diffraction*. Hoboken, NJ: Wiley, 2007.
- [6] P. Y. Ufimtsev, "Blackbodies and shadow radiation," *Sov. J. Commun. Technol. Electron.*, vol. 35, no. 5, pp. 108–116, 1990.
- [7] P. Y. Ufimtsev, "Blackbodies and the problem of invisible objects," in *Proc. JINA*, 1992.
- [8] P. Y. Ufimtsev, "New insight into the classical Macdonald physical optics approximation," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 50, no. 3, pp. 11–20, Jun. 2008.
- [9] M. F. C atedra, C. Delgado, and I. G. Diego, "New physical optics approach for an efficient treatment of multiple bounces in curved bodies defined by an impedance boundary condition," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 3, pp. 728–736, Mar. 2008.
- [10] B. B. Bakker and E. T. Copson, *The Mathematical Theory of Huygens Principle*. Oxford, U.K.: Oxford Univ. Press, 1939.
- [11] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*. New York: Pergamon, 1959.
- [12] H. G. Booker, "Slot aerials and their relation to complementary wire aerials (Babinet's principle)," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 93, pp. 620–626, 1946.
- [13] P. Poincelot, "Sur le théorème de Babinet au sens de la théorie  lectromagn etique," *Ann. T el ecommun.*, vol. 12, no. 12, pp. 410–414, Dec. 1957.
- [14] P. Pouliguen, J. F. Damiens, and R. Moulinet, "Radar signatures of helicopter rotors in great bistatim," in *Proc. APS/URSI*, Jun. 2003, pp. 536–539.



Gildas Kubické was born in Longjumeau, France, in 1982. He received the Engineering degree and M.S. degree in electronics and electrical engineering from Polytech'Nantes (Ecole polytechnique de l'université de Nantes), Nantes, France, in 2005, and the Ph.D. degree in electronics from the University of Nantes, Nantes, France, in 2008.

He is currently working in the field of radar signatures at the Direction Générale de l'Armement (DGA), DGA-Maîtrise de l'Information, Bruz, France. He is also in charge of the Expertise and electroMagnetism Computation (EMC) Laboratory of DGA-Maîtrise de l'Information. His research interests include electromagnetic scattering and radar cross-section modeling.

Yacine Ait Yahia, photograph and biography not available at the time of publication.



Christophe Bourlier (M'99) was born in La Fl eche, France, in 1971. He received the M.S. degree in electronics from the University of Rennes, Rennes, France, in 1995, and the Ph.D. degree in electronics from the Polytech'Nantes (University of Nantes, Nantes, France), in 1999.

While at the University of Rennes, he was with the Laboratory of Radiocommunication, where he worked on antennas coupling in the VHF-HF band. Currently, he is with the Institut de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nantes Atlantique (IREENA) Laboratory in the SEC team at Polytech'Nantes. He works as an Assistant Researcher with the National Center for Scientific Research on electromagnetic wave scattering from rough surfaces and objects for remote sensing applications. He is the author of more than 120 journal articles and conference papers.



Nicolas Pinel (A'09) was born in Saint-Brieuc, France, in 1980. He received the Engineering degree and M.S. degree in electronics and electrical engineering from Polytech'Nantes (Ecole polytechnique de l'université de Nantes), Nantes, France, in 2003, and the Ph.D. degree in electronics from the University of Nantes, Nantes, France, in 2006.

He is currently a Research Engineer with the Institut de Recherche en  lectrotechnique et  lectronique de Nantes Atlantique (IREENA) Laboratory, Nantes, France. His research interests are in the areas of radar, optical remote sensing, and propagation. In particular, he works on asymptotic methods of electromagnetic wave scattering from rough surfaces and layers.



Philippe Pouliguen was born in Rennes, France, in 1963. He received the M.S. degree in signal processing and telecommunications and the Ph.D. degree in electronics from the University of Rennes 1, Rennes, France, in 1986 and 1990, respectively.

In 1990, he joined the Direction Générale de l'Armement (DGA) at the Centre d'Electronique de l'Armement (CELAR), Bruz, France, where he was a DGA expert in electromagnetic radiation and radar signatures analysis. He was also in charge of the Expertise and electroMagnetism Computation (EMC) laboratory of CELAR. Now, he is the Head of acoustic and radio-electric waves domain at the Office for Advanced Research and Innovation of the Strategy Directorate, DGA, France. His research interests include electromagnetic scattering and diffraction, radar cross section (RCS) measurement and modeling, asymptotic high frequency methods, radar signal processing and analysis, antenna scattering problems, and electronic band-gap materials. In these fields, he has published more than 28 articles in refereed journals and more than 80 conference papers.

Annexe D

**RS 2013 - Bridging the gap
between the Babinet principle and
the Physical Optics approximation :
vectorial problem**

Bridging the gap between the Babinet principle and the physical optics approximation: Vectorial problem

Gildas Kubické,¹ Christophe Bourlier,² Morgane Delahaye,¹ Charlotte Corbel,² Nicolas Pinel,² and Philippe Pouliguen³

Received 15 February 2013; revised 29 July 2013; accepted 5 August 2013; published 9 October 2013.

[1] For a three-dimensional problem and by assuming perfectly electric conducting objects, this paper shows that the Babinet principle (BP) can be derived from the physical optics (PO) approximation. Indeed, following the same idea as Ufimtsev, from the PO approximation and in the far-field zone, the field scattered by an object can be split up into a field which mainly contributes around the specular direction (illuminated zone) and a field which mainly contributes around the forward direction (shadowed zone), which is strongly related to the scattered field obtained from the BP. The only difference resides in the integration surface. We show mathematically that the involved integral does not depend on the shape of the object but only on its contour. Simulations are provided to illustrate the link between BP and PO. The main gain of this work is that it provides a more complete physical insight into the connection between PO and BP.

Citation: Kubické, G., C. Bourlier, M. Delahaye, C. Corbel, N. Pinel, and P. Pouliguen (2013), Bridging the gap between the Babinet principle and the physical optics approximation: Vectorial problem, *Radio Sci.*, 48, 573–581, doi:10.1002/rds.20059.

1. Introduction

[2] The electromagnetic wave scattering from a target in the forward scattering (FS) region (when the target lies in the transmitter-receiver baseline) [Siegel, 1958] is a very interesting phenomenon which was first reported by Mie in 1908 when he discovered that the forward scattered energy produced by a sphere was larger than the backscattered energy [Glaser, 1985] in a high-frequency domain. This configuration, which corresponds to a bistatic angle near 180° , is a potential solution to detect stealthy targets. Indeed, in a high-frequency domain and in the forward scattering direction, the RCS (radar cross section) is mainly determined by the silhouette of the target seen by the transmitter and is almost unaffected by absorbing coatings or shapings. This phenomenon can be physically explained by the fact that the scattered field in the forward direction represents the perturbation to the incident wave as a blocking effect, which creates a shadowed zone behind the target. In this region, while the total field vanishes, the scattered field tends to the incident field in amplitude but with opposite phase. A simple explanation can be given using the Babinet principle

[Siegel, 1958] (BP), which states that the diffraction pattern (in the forward direction) of an opaque body is identical to that of a hole (in a perfectly conducting screen) having the same shape as its silhouette.

[3] Nevertheless, the physical optics (PO) approximation is sometimes used instead of the BP [Glaser, 1985, 1989; Kildal *et al.*, 1996] and provides good results around the forward direction. Ufimtsev [2007, 1990, 1992, 2008, 2009] studied the shadow radiation and demonstrated that the PO approximation can be split up into two components [Ufimtsev, 2007, 2008]: one which mainly contributes in the backward direction and thus corresponds to a reflected component, and the other one which mainly contributes in the forward direction and thus corresponds to a shadowed component. This last component corresponds to the radiation of a blackbody. Ufimtsev demonstrated that it can be reduced to a contour integral on its shadow contour by applying integral equations and boundary conditions on two objects having the same shadow contour, the shadow contour being the frontier between the illuminated surface and the shadowed surface of an object. Nevertheless, since he considered blackbodies, Ufimtsev [2009] did not study theoretically the behavior of the reflected component in the shadow zone.

[4] By contrast, Gordon [1975] did not consider a surface of arbitrary shape like Ufimtsev did with blackbodies but applied the physical optics for calculating the diffraction through apertures: this corresponds to the use of BP. Then, he showed that the surface integral on the flat area of the aperture can be reduced to a line integral on the contour of the aperture and demonstrated that this line integral can be analytically computed if the aperture is a polygon. In a more recent study [Kubické *et al.*, 2011] for the scalar case (2-D problems) it was demonstrated that the shadowed

¹CGNI Division, Direction Générale de l'Armement, Direction Technique, Maîtrise de l'Information Bruz, France.

²Institut d'Electronique et des Télécommunications de Rennes, LUNAM Université, Université de Nantes, Nantes, France.

³Direction Générale de l'Armement, Direction de la Stratégie, Mission pour la Recherche et l'Innovation Scientifique, Bagneux, France.

Corresponding author: G. Kubické, CGNI Division, Direction Générale de l'Armement, Direction Technique, Maîtrise de l'Information, BP7, 35998 Rennes Cedex 9, France. (gildas.kubicke@intradef.gouv.fr)

component of PO of an arbitrary-shape object is directly related to BP.

[5] The study is generalized to the vectorial case (3-D problems) for an arbitrary perfectly electric conducting object (not only a blackbody: a perfectly electric conducting (PEC) object being a more general case of the blackbody since the reflection is also considered) in order to obtain a more complete physical insight into the connection between PO and BP. First, a demonstration of the shadow contour theorem, which is different from that of Ufimtsev since an arbitrary perfectly conducting object is considered, is provided. Moreover, the link between the BP and the PO approximations is studied for any object (not only a flat surface as Gordon did): the main conclusion is that BP can be seen as a good approximation of PO in the forward direction. Then, the behavior of the reflected component of PO in the shadow zone is theoretically studied. Last, numerical results compare BP and PO in order to illustrate the theoretical investigations made before. The time convention $e^{+i\omega t}$ is omitted throughout the paper.

2. Theoretical Study

2.1. The Physical Optics (PO) Approximation

[6] Assuming a perfectly conducting target, induced currents on the object surface can be estimated by using the PO approximation. For a 3-D (vectorial) problem, the PO currents are given $\forall \mathbf{r} \in \Sigma_{\text{PO}}$ by the well-known expressions (by using the Fresnel reflection coefficients for a PEC object):

$$\begin{cases} \mathbf{J}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times [\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_r(\mathbf{r})] \\ \quad = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times [\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_i(\mathbf{r})] \\ \quad = \frac{A}{\eta_0} (\mathbf{j}_{\text{PO}} + \mathbf{j}_{\text{PO}}) \\ \mathbf{M}(\mathbf{r}) = -\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times [\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_r(\mathbf{r})] \\ \quad = -\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times [\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_i(\mathbf{r})] \\ \quad = A(\mathbf{m}_{\text{PO}} - \mathbf{m}_{\text{PO}}) \end{cases}, \quad (1)$$

where $(\mathbf{E}_r, \mathbf{H}_r)$ is the reflected field; $A = E_i(\mathbf{0})e^{-ik_0 \hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}}$ gives the amplitude and the phase of the incident field in vacuum; η_0 is the wave impedance; $\mathbf{j}_{\text{PO}} = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \hat{\mathbf{h}}_i(\mathbf{r})$, $\mathbf{m}_{\text{PO}} = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \hat{\mathbf{e}}_i(\mathbf{r})$, $\hat{\mathbf{h}}_i$, and $\hat{\mathbf{e}}_i$ are the polarizations of the electromagnetic incident field; $\hat{\mathbf{n}}$ is the unitary normal vector to the surface; $\mathbf{r} = (x, y, z(x, y))$ is a position vector on the surface; \mathbf{J} and \mathbf{M} are the electric and magnetic currents, respectively; and Σ_{PO} is the target illuminated surface (surface of the object visible from the transmitter). It can be noticed that $z = z(x, y)$ is not a bijective function, and care must be taken to correctly describe the function $z(x, y)$ for any target (for example, for the sphere, such a function $z(x, y)$ has two branches describing the upper and lower hemispheres, respectively). Contrary to the Babinet induced currents (see below), PO currents have a physical meaning (of course, $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ equals 0 in equation (1), but it is written such that two components remain, even if they cancel each other). The radiation of these induced currents in far field (the object is in far field from the receiver), assuming that the incident field is a plane wave being unitary on the target, is obtained $\forall \mathbf{r}'$ from the Huygens principle [Bakker and Copson, 1939]:

$$\mathbf{E}_{s,\text{PO}}(\mathbf{r}') = G_\infty \mathbf{I}_+ + G_\infty \mathbf{I}_- = \mathbf{E}_{s,+}(\mathbf{r}') + \mathbf{E}_{s,-}(\mathbf{r}'), \quad (2)$$

where $G_\infty = (-ik_0 e^{-ik_0 r'}) / (4\pi r')$, $\mathbf{r}' = x'\hat{\mathbf{x}} + y'\hat{\mathbf{y}} + z'\hat{\mathbf{z}}$ is the observation vector in the space, $r' = \|\mathbf{r}'\|$ and

$$\mathbf{I}_\pm = \int_{\Sigma_{\text{PO}}} \left[\mathbf{j}_{\text{PO}} - (\hat{\mathbf{k}}_s \cdot \mathbf{j}_{\text{PO}}) \hat{\mathbf{k}}_s \pm \mathbf{m}_{\text{PO}} \times \hat{\mathbf{k}}_s \right] e^{i\varphi} ds, \quad (3)$$

where $\varphi = k_0(\hat{\mathbf{k}}_s - \hat{\mathbf{k}}_i) \cdot \mathbf{r}$, $\hat{\mathbf{k}}_i$ and $\hat{\mathbf{k}}_s$ are the unitary wave vectors giving the incident and observation directions. $ds = dx dy \sqrt{1 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2}$ is the surface element, where $\gamma_x = \partial z / \partial x$ and $\gamma_y = \partial z / \partial y$.

[7] The decomposition in equation (2) corresponds to the one proposed by Ufimtsev [2007, 2008]. Ufimtsev then showed from numerical results obtained with PO that $\mathbf{E}_{s,+}(\mathbf{r}') = G_\infty \mathbf{I}_+$ mainly contributes around the specular direction and thus corresponds to a ‘‘reflected’’ PO component. Moreover, $\mathbf{E}_{s,-}(\mathbf{r}') = G_\infty \mathbf{I}_-$ mainly contributes around the forward direction and thus corresponds to a ‘‘shadowed’’ PO component (also called here ‘‘forward’’ PO component).

[8] The unitary wave vectors are defined as

$$\hat{\mathbf{k}}_i = \begin{bmatrix} \sin \theta_i \cos \phi_i \\ \sin \theta_i \sin \phi_i \\ \cos \theta_i \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{k}}_s = \begin{bmatrix} \sin \theta_s \cos \phi_s \\ \sin \theta_s \sin \phi_s \\ \cos \theta_s \end{bmatrix}, \quad (4)$$

where the spherical angles (θ_i, ϕ_i) and (θ_s, ϕ_s) are the incident and observation angles, respectively (see Figure 1 for the ‘‘forward scattering alignment’’ convention). The scattered field can be written from PO in a spherical coordinate system as

$$\begin{bmatrix} E_{s\theta,\text{PO}} \\ E_{s\phi,\text{PO}} \end{bmatrix} = G_\infty \bar{\mathbf{S}}_{\text{PO}} \begin{bmatrix} E_{i\theta} \\ E_{i\phi} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{S}}_{\text{PO}} = \begin{bmatrix} S_{\theta\theta} & S_{\theta\phi} \\ S_{\phi\theta} & S_{\phi\phi} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

where $\bar{\mathbf{S}}_{\text{PO}}$ is the diffraction matrix (Sinclair matrix). By projecting equation (3) in a spherical coordinate system and by using equations (4) and (5) and the fact that $\hat{\mathbf{h}}_i = \hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{e}}_i$, we show that the Sinclair matrix can be expressed as

$$\bar{\mathbf{S}}_{\text{PO}} = \bar{\mathbf{S}}_+ + \bar{\mathbf{S}}_-, \quad (6)$$

where

$$\bar{\mathbf{S}}_\pm = \int_{\Sigma_{\text{PO}}} (\gamma_x \bar{\mathbf{A}}_{1\pm} + \gamma_y \bar{\mathbf{A}}_{2\pm} + \bar{\mathbf{A}}_{3\pm}) e^{i\varphi(x,y)} dx dy, \quad (7)$$

in which $\bar{\mathbf{A}}_{1\pm} = (\bar{\mathbf{J}}_1 \pm \bar{\mathbf{M}}_1)$, $\bar{\mathbf{A}}_{2\pm} = (\bar{\mathbf{J}}_2 \pm \bar{\mathbf{M}}_2)$, $\bar{\mathbf{A}}_{3\pm} = (\bar{\mathbf{J}}_3 \pm \bar{\mathbf{M}}_3)$, $\varphi(x, y) = xb_1 + yb_2 + z(x, y)b_3$ and

$$\bar{\mathbf{J}}_1 = \begin{bmatrix} \sin \theta_s \cos \phi_i & \cos \theta_s \sin \phi_s \sin \theta_i - \cos \theta_i \sin \phi_i \sin \theta_s \\ 0 & \sin \theta_i \cos \phi_s \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{J}}_2 = \begin{bmatrix} \sin \theta_s \sin \phi_i & \cos \theta_i \cos \phi_i \sin \theta_s - \cos \theta_s \cos \phi_s \sin \theta_i \\ 0 & \sin \theta_i \sin \phi_s \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{J}}_3 = \begin{bmatrix} -\cos \theta_s \cos(\phi_s - \phi_i) & -\cos \theta_s \cos \theta_i \sin(\phi_s - \phi_i) \\ \sin(\phi_s - \phi_i) & -\cos \theta_i \cos(\phi_s - \phi_i) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_n = -\text{adj}(\bar{\mathbf{J}}_n) = \begin{bmatrix} -J_{n,\phi\phi} & J_{n,\phi\theta} \\ J_{n,\theta\phi} & -J_{n,\theta\theta} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

where ‘‘adj’’ corresponds to the adjugate matrix, and

$$\begin{cases} b_1 = k_0 (\sin \theta_s \cos \phi_s - \sin \theta_i \cos \phi_i) \\ b_2 = k_0 (\sin \theta_s \sin \phi_s - \sin \theta_i \sin \phi_i) \\ b_3 = k_0 (\cos \theta_s - \cos \theta_i) \end{cases}. \quad (12)$$

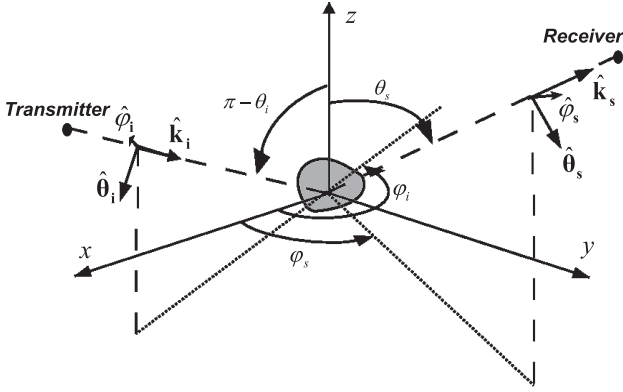


Figure 1. Definition of the convention for wave vectors and angles.

2.2. The Babinet Principle (BP)

[9] The BP is originally an optical principle [Born and Wolf, 1959] (generalized to electromagnetics [Booker, 1946; Poincelot, 1957]) which states that the diffraction pattern of an opaque body is identical to that of a hole having the same shape as its silhouette (see Figure 2). Thus, according to this principle, the FS phenomenon is independent of the shape of the object; the scattering is only due to the target area projected onto the plane orthogonal to the incident direction (see Figure 2): the silhouette of the target. The equivalent induced currents at the aperture are only due to the presence of the incident field:

$$\begin{cases} \mathbf{J}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}_i(\mathbf{r}) = \frac{A}{\eta_0} \mathbf{j}_{\text{PO}} \\ \mathbf{M}(\mathbf{r}) = -\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = -A \mathbf{m}_{\text{PO}} \end{cases} \quad \forall \mathbf{r} \in \Sigma_{\text{Ba}}. \quad (13)$$

The plane orthogonal to the incident direction splits the space into two subdomains: the backward region Ω_+ and the forward region Ω_- (see Figure 4). Σ_{Ba} is the target area pro-

jected onto the plane orthogonal to the incident direction and centered on the phase origin; thus, $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{z}}$ in case of normal incidence ($\hat{\mathbf{n}}$ being the normal vector to Σ_{Ba} here). It must be noted that the study can be restricted to the normal incidence case without any assumption. Indeed, by rotating the problem, variable changes can be performed to always obtain a local coordinate system in which the incident wave vector direction is in the negative z one. Moving the transmitter with a fixed target is equivalent to rotating the target with a fixed transmitter.

[10] In the far-field zone, the shadow radiation of the BP currents is computed from the Huygens principle, $\forall \mathbf{r}' \in \Omega_-$ (Ω_- being the half space behind the object):

$$\mathbf{E}_{s,\text{Ba}}(\mathbf{r}') = G_\infty \mathbf{I}_{\text{Ba}}, \quad (14)$$

with

$$\mathbf{I}_{\text{Ba}} = \int_{\Sigma_{\text{Ba}}} \left[\mathbf{j}_{\text{PO}} - (\hat{\mathbf{k}}_s \cdot \mathbf{j}_{\text{PO}}) \hat{\mathbf{k}}_s - \mathbf{m}_{\text{PO}} \times \hat{\mathbf{k}}_s \right] e^{i\varphi} ds. \quad (15)$$

The shadow radiation can be written from the BP in a spherical coordinate system as

$$\begin{bmatrix} E_{s\theta,\text{Ba}} \\ E_{s\phi,\text{Ba}} \end{bmatrix} = G_\infty \bar{\mathbf{S}}_{\text{Ba}} \begin{bmatrix} E_{i\theta} \\ E_{i\phi} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

and we show that the Sinclair matrix can be expressed as

$$\bar{\mathbf{S}}_{\text{Ba}} = \int_{\Sigma_{\text{Ba}}} (\gamma_x \bar{\mathbf{A}}_{1-} + \gamma_y \bar{\mathbf{A}}_{2-} + \bar{\mathbf{A}}_{3-}) e^{i\varphi(x,y)} dx dy. \quad (17)$$

Comparing equations (15) and (17) with equations (3) and (7), $\mathbf{I}_- = \mathbf{I}_{\text{Ba}}$ and $\bar{\mathbf{S}}_{\text{Ba}} = \bar{\mathbf{S}}_-$ (and thus: $\mathbf{E}_{s,-}(\mathbf{r}') = \mathbf{E}_{s,\text{Ba}}(\mathbf{r}')$) if the integral in equation (7) is independent of the shape of the integration surface Σ . This is studied in the next subsection.

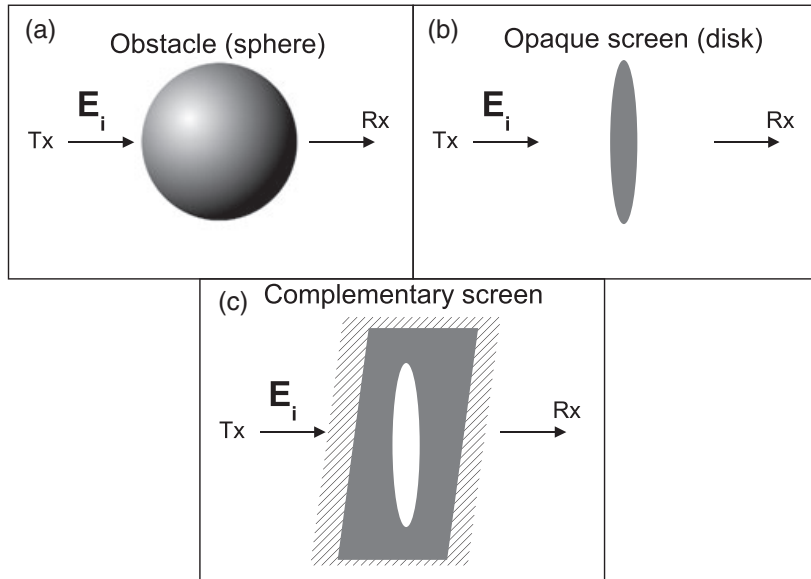


Figure 2. The Babinet principle: (a) forward scattering from an arbitrary obstacle, (b) forward scattering from the associated opaque screen, and (c) diffraction from the complementary screen, that is, a hole in the infinite plane.

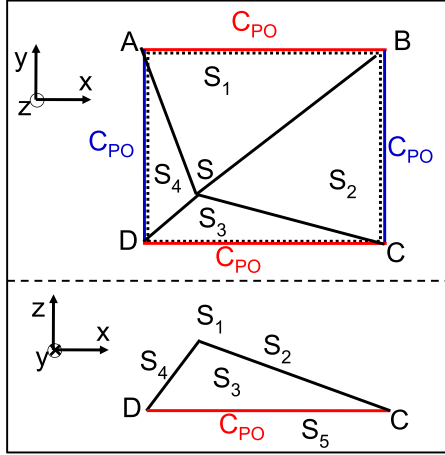


Figure 3. Geometry of the pyramidal target: front view and view from below.

2.3. Proof: “Shadowed” Component

[11] Let C be a positively oriented, piecewise smooth, simple closed curve in a plane, and let Σ be the region bounded by C . By means of Green’s theorem, if P and Q are functions of (x,y) defined in an open region containing Σ and have continuous partial derivatives, then

$$\int_{\Sigma} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \int_C (P dx + Q dy), \quad (18)$$

where the path of integration along C is counterclockwise.

[12] Assuming that $b_3 \neq 0$ and since b_1 , b_2 , and b_3 are independent of x and y :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = b_1 + \frac{\partial z}{\partial x} b_3 = b_1 + \gamma_x b_3 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} = b_2 + \frac{\partial z}{\partial y} b_3 = b_2 + \gamma_y b_3 \end{cases}, \quad (19)$$

this implies that

$$\begin{cases} \gamma_x = \frac{1}{b_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{b_1}{b_3} \\ \gamma_y = \frac{1}{b_3} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{b_2}{b_3} \end{cases}. \quad (20)$$

[13] Thus, we have

$$\gamma_x \bar{A}_{1-} + \gamma_y \bar{A}_{2-} + \bar{A}_{3-} = \frac{\bar{A}_{1-}}{b_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\bar{A}_{2-}}{b_3} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \alpha, \quad (21)$$

where $\alpha = \bar{A}_{3-} - \bar{A}_{1-} b_1 / b_3 - \bar{A}_{2-} b_2 / b_3$. From equation (17), or from the shadow component \bar{S}_{-} of equation (7), it is then relevant to set

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial y} = \left(-\frac{\alpha}{2} - \frac{\bar{A}_{2-}}{b_3} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) e^{i\varphi(x,y)} \\ \frac{\partial Q}{\partial x} = \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\bar{A}_{1-}}{b_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) e^{i\varphi(x,y)} \end{cases}. \quad (22)$$

Then

$$\begin{cases} P(x,y) = \frac{-\alpha}{2} \int e^{i\varphi(x,y)} dy - \frac{\bar{A}_{2-} e^{i\varphi(x,y)}}{ib_3} + p(x) \\ Q(x,y) = \frac{\alpha}{2} \int e^{i\varphi(x,y)} dx + \frac{\bar{A}_{1-} e^{i\varphi(x,y)}}{ib_3} + q(y) \end{cases}, \quad (23)$$

where p and q are any functions of x and y , respectively. From the Green theorem, it is important to note that $\int_C [p(x)dx + q(y)dy] = 0$, since $\partial p / \partial y = \partial q / \partial x = 0$. The substitution of equation (23) into equation (18) and into equation (7) leads to

$$\bar{S}_{\text{PO}} = \bar{S}_{+} + \bar{S}_{-} = \sum_{n=1}^3 (\bar{S}_{n,+} + \bar{S}_{n,-}) I_{n,\text{PO}}, \quad (24)$$

where

$$\begin{cases} I_{1,\text{PO}} = -\frac{1}{ib_1} \int_{C_{\text{PO}}} e^{i\varphi(x,y)} dy \\ I_{2,\text{PO}} = \frac{1}{ib_2} \int_{C_{\text{PO}}} e^{i\varphi(x,y)} dx \\ I_{3,\text{PO}} = \iint_{\Sigma_{\text{PO}}} e^{i\varphi(x,y)} dx dy \end{cases}, \quad (25)$$

and

$$\begin{cases} \bar{S}_{1,\pm} = -\frac{b_1}{b_3} (\bar{J}_1 \pm \bar{M}_1) \\ \bar{S}_{2,\pm} = -\frac{b_2}{b_3} (\bar{J}_2 \pm \bar{M}_2) \\ \bar{S}_{3,\pm} = \frac{1}{b_3} \sum_{n=1}^3 (\bar{J}_n \pm \bar{M}_n) b_n \varepsilon_n \end{cases}, \quad (26)$$

in which C_{PO} is the contour of Σ_{PO} (oriented in counterclockwise) so that the integrals $I_{1,\text{PO}}$ and $I_{2,\text{PO}}$ follow the contour of Σ_{PO} . In addition, $\varepsilon_3 = 1$ and $\varepsilon_{1,2} = -1$. Equation (24) shows that the Sinclair Matrix calculated with PO brings three integrals into play. The first two integrals are one dimensional since they are expressed from the contour C_{PO} .

[14] For the PO forward component (minus sign component in equation (24)), it can be shown for all $(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)$ that

$$\bar{S}_{3,-} = \bar{\mathbf{0}}, \quad (27)$$

where $\bar{\mathbf{0}}$ is the null matrix. Equation (27) clearly shows that the PO forward component is independent of the object

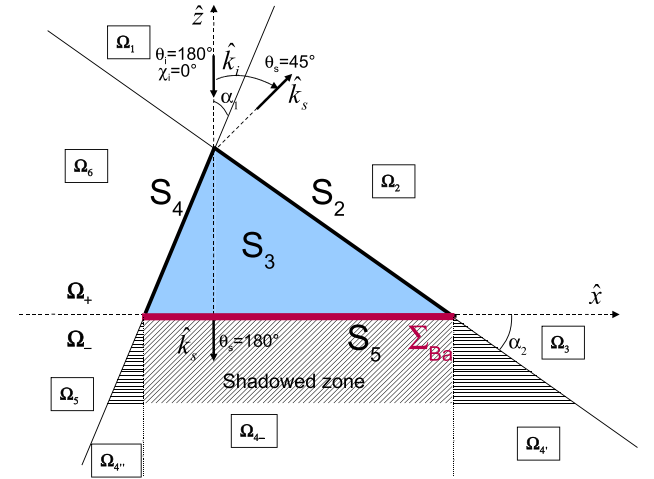


Figure 4. Forward scattering from the pyramidal target of Figure 3, in the view from below (xOz plane). The two associated subdomains Ω_{+} ($z > 0$) and Ω_{-} ($z < 0$) can be split up into $\Omega_{+} = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_6$ and $\Omega_{-} = \Omega_3 \cup \Omega_4 \cup \Omega_5$; Ω_4 being defined by an extended shadow zone $\Omega_4 = \Omega_{4'} \cup \Omega_{4''} \cup \Omega_{4'''}$. Here $\alpha_1 = \text{atan}(3\lambda/3\lambda) = 45^\circ$ and $\alpha_2 = \text{atan}(3\lambda/7\lambda) \simeq 23.2^\circ$.

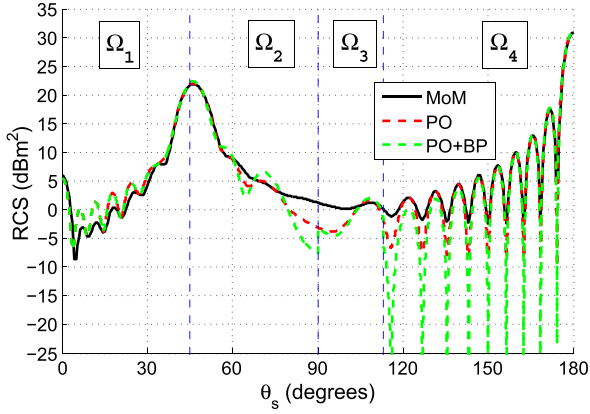


Figure 5. RCS of the pyramidal target for $\theta_i = 180^\circ$ and for VV polarization, computed from the MOM, the PO, and the PO combined with the BP.

shape and depends only on the contour of the illuminated surface (contour C_{PO} in equation (25)) of the object. This is consistent with the “Shadow Contour Theorem” [Ufimtsev, 2007, 2008] which states that “The shadow radiation does not depend on the whole shape of the scattering object, and is completely determined only by the size and the geometry of the shadow contour.” We emphasize that this was demonstrated with an arbitrary perfectly conducting object, which differs from the works of Ufimtsev and Gordon, as they considered two arbitrary blackbodies (a PEC object being a more general case of the blackbody since the reflection is also considered) and a flat surface, respectively.

[15] From equation (27), the substitution of equation (23) into equation (18) and into equation (17) leads to

$$\bar{\mathbf{S}}_{Ba} = \bar{\mathbf{S}}_{1,-} I_{1,Ba} + \bar{\mathbf{S}}_{2,-} I_{2,Ba}, \quad (28)$$

where

$$\begin{cases} I_{1,Ba} = -\frac{1}{ib_1} \int_{C_{Ba}} e^{i\varphi(x,y)} dy \\ I_{2,Ba} = \frac{1}{ib_2} \int_{C_{Ba}} e^{i\varphi(x,y)} dx \end{cases}, \quad (29)$$

in which C_{Ba} is the contour of Σ_{Ba} (oriented in counter-clockwise). The integrals $I_{1,Ba}$ and $I_{2,Ba}$ follow the contour of Σ_{Ba} .

[16] Thus, from equations (25) and (29), equality between the PO forward component and BP holds if $I_{1,Ba} = I_{1,PO}$ and $I_{2,Ba} = I_{2,PO}$. This is obtained for either

[17] 1. $C_{Ba} = C_{PO}$: the contour of the surface Σ_{PO} is identical to the contour of the surface Σ_{Ba} ;

or

[18] 2. $\varphi(x,y) = 0$ implying $b_1 = b_2 = b_3 = 0$, which occurs for $\theta_s = \theta_i$ and $\phi_s = \phi_i$: this corresponds to the FS direction, for which \mathbf{k}_i and \mathbf{k}_s are collinear.

2.4. “Reflected” Component

[19] For the reflected PO component (plus sign in equation (24)), we show for all $(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)$ that

$$\bar{\mathbf{S}}_{3,+} = 2 \begin{bmatrix} a & \sin \phi \\ \sin \phi & -a \end{bmatrix}, \quad (30)$$

where

$$a = \frac{\cos \phi (\cos \theta_i \cos \theta_s - 1) + \sin \theta_i \sin \theta_s}{\cos \theta_s - \cos \theta_i}, \quad (31)$$

in which $\phi = \phi_s - \phi_i$. Thus, unlike the field “shadowed component,” equation (30) shows that the field in the illuminated zone depends on the surface profile a priori, because the surface integral $I_{3,PO}$ contributes.

2.5. Discussion

[20] In the reflected direction defined by $\theta_s = \pi - \theta_i$ and $\phi_s = \phi_i$ (corresponding to the specular direction for a horizontal plate), we show that

$$\bar{\mathbf{S}}_{1,\pm} = \bar{\mathbf{S}}_{2,\pm} = \bar{\mathbf{S}}_{3,-} = \bar{\mathbf{0}}, \quad (32)$$

and

$$\bar{\mathbf{S}}_{3,+} = 2 \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ 0 & -\cos \theta_i \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Equation (32) clearly shows that the scattering contribution related to the forward component (minus sign) vanishes in the specular direction. It also highlights that the specular scattered field is only due to the reflected PO component, which strongly depends on the object shape related to the integral $I_{3,PO}$, since, from equations (24) and (33), $\bar{\mathbf{S}}_{PO} = \bar{\mathbf{S}}_{3,+} I_{3,PO}$.

[21] In the forward direction defined by $\theta_s = \theta_i$ and $\phi_s = \phi_i$, we show that

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{S}}_{3,\pm} = \bar{\mathbf{S}}_{1,+} = \bar{\mathbf{S}}_{2,+} = \bar{\mathbf{0}} \\ \bar{\mathbf{S}}_{1,-} = 2 \cos \theta_i \cos^2 \phi_i \bar{\mathbf{I}} \\ \bar{\mathbf{S}}_{2,-} = 2 \cos \theta_i \sin^2 \phi_i \bar{\mathbf{I}} \end{cases}, \quad (34)$$

where $\bar{\mathbf{I}}$ is the identity matrix.

[22] Equation (34) shows that the scattering contribution related to the reflected PO component (plus sign) vanishes in the FS direction and that the scattered field is only due to the forward PO component, which only depends on the contour of the object C_{PO} , since from equations (24) and (34), $\bar{\mathbf{S}}_{PO} = \bar{\mathbf{S}}_{1,-} I_{1,PO} + \bar{\mathbf{S}}_{2,-} I_{2,PO} = 2 \bar{\mathbf{I}} \cos \theta_i (I_{1,PO} \cos^2 \phi_i + I_{2,PO} \sin^2 \phi_i)$.

[23] In conclusion, we can state that the BP is a good approximation of the PO around the FS direction; that is, $\mathbf{E}_{s,Ba} = \mathbf{E}_{s,PO}$ when $\mathbf{E}_{s,+} \rightarrow \mathbf{0}$ for a bistatic angle around 180° . The BP exactly matches the PO forward component if the contour of Σ_{Ba} is the same as the one of Σ_{PO} . Then, the BP can be seen as a particular case of the PO approach.

3. Numerical Results

3.1. Combining PO and BP for a Pyramidal Target

[24] Let us consider the scene given in Figure 3, in which a square pyramid is illuminated by an incident plane wave.

[25] The Cartesian coordinates of the apex of the pyramid, which links the four elementary planar surfaces S_1 , S_2 , S_3 , and S_4 , is $(-2\lambda, -4\lambda, 3\lambda)$, and the length of a side of the square base S_5 is $L = 10\lambda$. The origin is located at the center of the base S_5 . Edge and apex diffractions are neglected because the present work focuses on the FS phenomenon.

[26] Two asymptotic approaches can be considered to compute the RCS of this target. The first one consists in applying the PO approximation on each illuminated surface and then computing the radiation of the induced currents from the Huygens principle for all positions of the receiver.

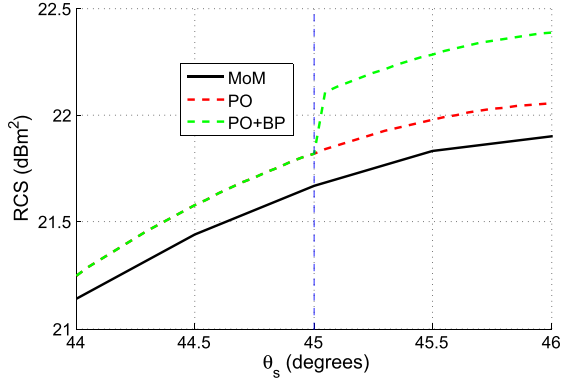


Figure 6. Enlarged detail of Figure 5 around the boundary between Ω_1 and Ω_2 .

This takes into account both reflected and forward components of PO for all excited surfaces ($\Sigma_{\text{PO}} = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4$ for a normal incidence for example). The other asymptotic approach combines PO and BP [Pouliguen *et al.*, 2003] (as detailed for the 2-D case in [Kubické *et al.*, 2011]): for a given position of the receiver, PO is applied on surfaces visible from both the transmitter and the receiver (the receiver is in the reflected zone (backward region) of the considered surface) and BP on surfaces which are visible only from the transmitter (the receiver is in an extended shadow zone which correspond to the zone behind the considered surface). Thus, in the extended shadow zone of the whole target, only BP is applied for all four illuminated surfaces. As already discussed for the 2-D case in Kubické *et al.* [2011], combining PO with BP on each elementary surface implies that the reflected PO component is neglected in the extended shadow region of the surfaces where BP is applied. Indeed, it was demonstrated that BP is an approximation of the forward component of PO. Nevertheless, according to PO, the reflected component is much lower than the forward component in the FS direction of a given surface, but this can induce slight discontinuities in the RCS at the subdomains boundaries. Thus, combining PO and BP can be seen as an approximation of PO.

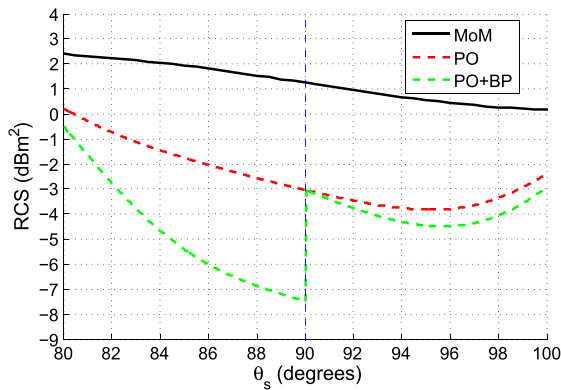


Figure 7. Enlarged detail of Figure 5 around the boundary between Ω_2 and Ω_3 .

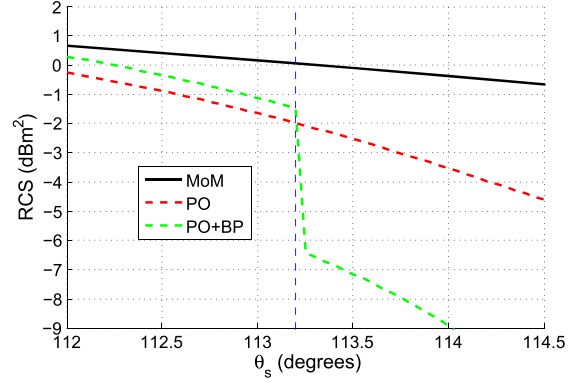


Figure 8. Enlarged detail of Figure 5 around the boundary between Ω_3 and Ω_4 .

3.2. First Case: Normal Incidence and VV Polarization

[27] We first consider the normal incidence case, depicted in Figure 4. PO and BP surfaces are $\Sigma_{\text{PO}} = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4$ and $\Sigma_{\text{Ba}} = S_5$.

[28] The RCS calculated by these two asymptotic approaches are compared with the RCS computed by a benchmark method: the well-known method of moments (MOM). The comparison is depicted in Figure 5 versus the scattering elevation angle θ_s for $\theta_i = 180^\circ$ (corresponding to an incidence orthogonal to the pyramid base: $\chi_i = 180 - \theta_i = 0^\circ$), $\phi_i = 0^\circ$, and $\phi_s = 0^\circ$ and for VV polarization.

[29] As can be seen, results from the two asymptotic approaches agree well with that of the benchmark method and in particular around the specular direction of surface S_2 ($\theta_s = 45^\circ$) and around the FS direction ($\theta_s = 180^\circ$). Differences between the classical PO and the PO combined with the BP (PO+BP) can be observed for $\theta_s \in [60^\circ; 140^\circ]$. Indeed, the reflected PO component of surface S_4 is set to 0 in Ω_2 , the reflected components of surfaces S_1 , S_3 , and S_4 are set to 0 in Ω_3 , and the reflected components of all the surfaces are then set to 0 in $\Omega_4 = \Omega_{4'} \cup \Omega_{4-} \cup \Omega_{4''}$ for the computation of PO+BP, and, as the observation angle increases, these contributions decrease in the classical PO.

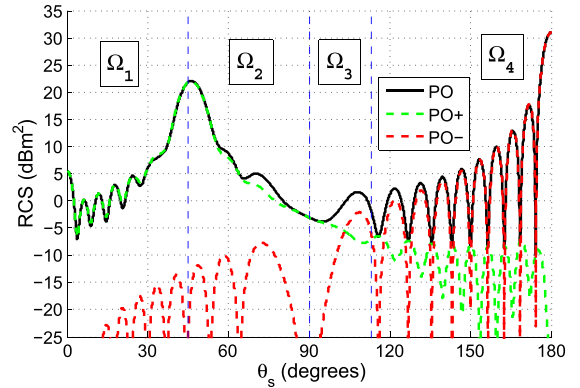


Figure 9. Same simulation parameters as in Figure 5 but computed from PO, PO in reflection, and PO in forward scattering.

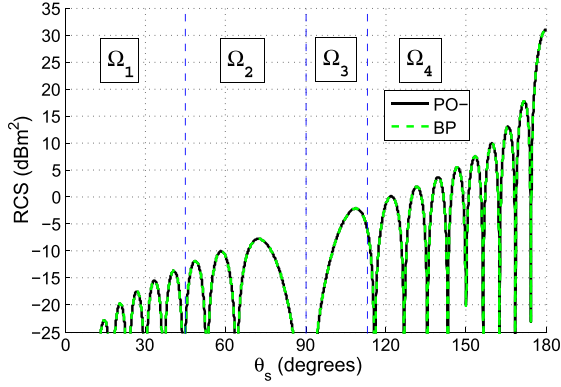


Figure 10. Same simulation parameters as in Figure 5 but computed from PO in forward scattering and BP.

Moreover, slight discontinuities in the RCS computed from PO+BP can be observed at the boundaries between the different subdomains Ω_i . The first one occurs at the boundary between Ω_1 and Ω_2 for $\theta_s = \alpha_1 = \text{atan}(3\lambda/3\lambda) = 45^\circ$ (an enlarged detail is depicted in Figure 6). Indeed, from this angle (and higher) the reflected PO component of surface S_1 is set to 0 in PO+BP. The second one occurs at the boundary between Ω_2 and Ω_3 for $\theta_s = 90^\circ$ (an enlarged detail is depicted in Figure 7). Indeed, from this angle (and higher) the reflected PO components of surfaces S_3 and S_4 are set to 0 in PO+BP. The last discontinuity occurs at the boundary between Ω_3 and Ω_4 for $\theta_s = 90^\circ + \alpha_2 = 90^\circ + \text{atan}(3\lambda/7\lambda) = 113.2^\circ$ (an enlarged detail is depicted in Figure 8). Indeed, from this angle (and higher) the reflected PO component of surface S_2 is set to 0 in PO+BP. These discontinuities do not appear with classical PO method (for which the reflected PO components are not set to 0).

[30] Figure 9 compares the RCS computed from the scattered field $E_{s,PO}$ (PO approach) with the RCS of its two components: the reflected one $E_{s,PO+}$ and the FS one $E_{s,PO-}$.

[31] As can be seen, the scattered field from PO is mainly due to the reflected component $E_{s,PO+}(r') \forall r' \in \Omega_1 \cup$

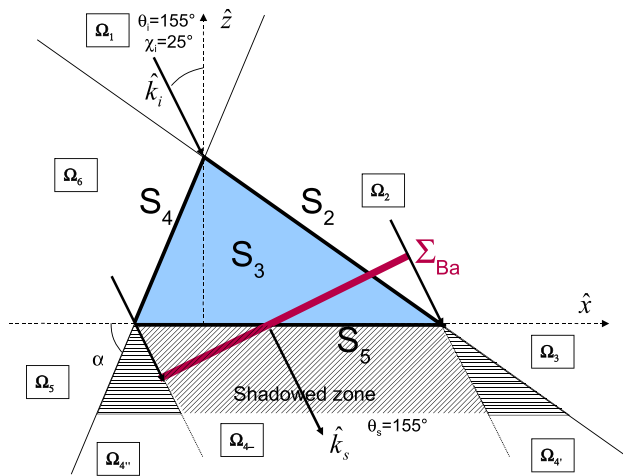


Figure 11. Forward scattering from a pyramidal target with a lateral incidence.

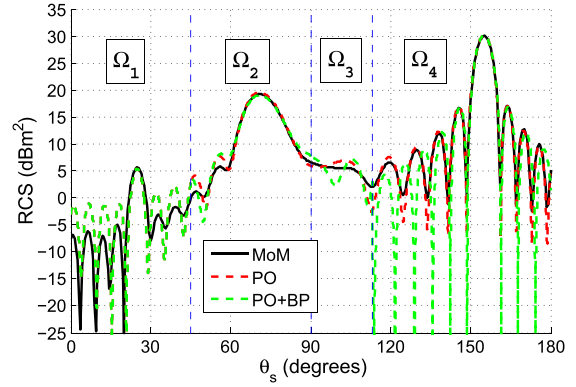


Figure 12. RCS of the pyramidal target for $\theta_i = 155^\circ$ and for VV polarization, computed from the MoM, the PO, and the PO combined with the BP.

Ω_2 . In other words, the reflected component $E_{s,PO+}(r')$ mainly contributes to the scattering process $\forall r' \in \Omega_1 \cup \Omega_2$. For increasing θ_s from 140° , the reflected component decreases strongly and the FS component becomes the main contribution to the scattered field, $E_{s,PO+}(r')$ being negligible in the extended shadow zone $\Omega_4 = \Omega_{4'} \cup \Omega_{4-} \cup \Omega_{4''}$. It must be noted that this phenomenon begins to occur in subdominant Ω_3 , which is in the reflected zone of S_2 .

[32] Figure 10 compares the RCS of the FS component of PO with the RCS obtained by applying BP on the whole target.

[33] A perfect agreement is obtained. This illustrates the proof given in section 2.3. Indeed, here $C_{Ba} = C_{PO}$: the contour of the surface Σ_{PO} (contour of the surface S_5) is identical to that of the complementary Babinet screen Σ_{Ba} . As theoretically demonstrated, in this case, the Babinet principle is included in PO approach since $E_{s,Ba}(r') = E_{s,PO-}(r')$. Interestingly, it can be noted that these results perfectly match the results obtained with other Cartesian coordinates of the apex S : even if the target is different, the same FS component is obtained. The shape of the illuminated surface does not

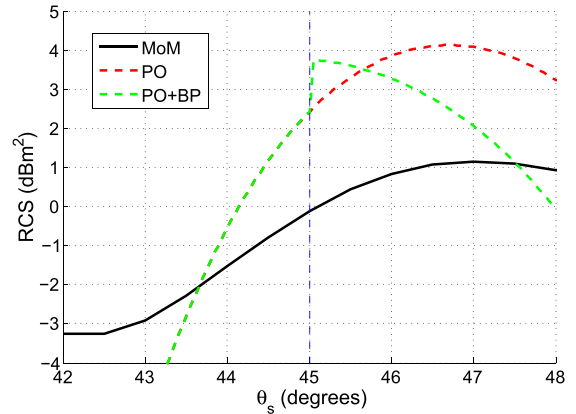


Figure 13. Enlarged detail of Figure 12 around the boundary between Ω_1 and Ω_2 .

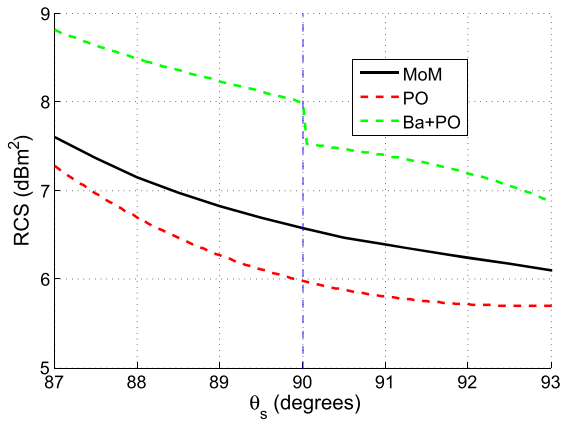


Figure 14. Enlarged detail of Figure 12 around the boundary between Ω_2 and Ω_3 .

play a role, which is consistent with the “Shadow Contour Theorem” [Ufimtsev, 2007, 2008].

3.3. Second Case: Lateral Incidence and VV Polarization

[34] We now consider the lateral incidence case, depicted in Figure 11. PO and BP surfaces are $\Sigma_{PO} = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4$, and Σ_{Ba} corresponds to the projection of the object onto the plane orthogonal to the incident direction (this corresponds to the projection of S_5).

[35] The RCS of the PO and of the PO combined with the BP approaches are compared with the RCS computed from the MOM in Figure 12 versus the scattering elevation angle θ_s for $\theta_i = 155^\circ$ (corresponding to a lateral incidence: $\chi_i = 180^\circ - \theta_i = 25^\circ$), $\phi_i = 0^\circ$, and $\phi_s = 0^\circ$ and for VV polarization.

[36] Here again, the results from the two asymptotic approaches agree well with that of the benchmark method and in particular around the FS direction ($\theta_s = 180^\circ - \chi_i = 155^\circ$). Some differences between the classical PO and PO+BP can be observed from $\theta_s = 45^\circ$ (and higher). Moreover, three discontinuities in the RCS computed from PO+BP can be observed. The first one occurs at the boundary between Ω_1 and Ω_2 for $\theta_s = 45^\circ$ (an enlarged detail is depicted in Figure 13, in which PO and PO+BP perfectly

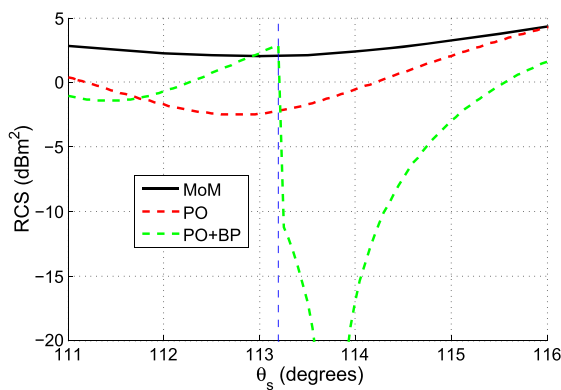


Figure 15. Enlarged detail of Figure 12 around the boundary between Ω_3 and Ω_4 .

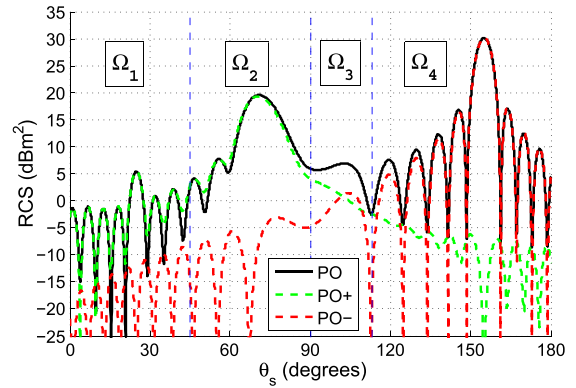


Figure 16. Same simulation parameters as in Figure 12 but computed from PO, PO in reflection, and PO in forward scattering.

match for $\theta_s < 45^\circ$ since there is no shadow). The second one occurs at the boundary between Ω_2 and Ω_3 for $\theta_s = 90^\circ$ (an enlarged detail is depicted in Figure 14). The last discontinuity occurs at the boundary between Ω_3 and Ω_4 for $\theta_s = 113.2^\circ$ (an enlarged detail is depicted in Figure 15). Of course, these discontinuities, which are due to the same reasons as detailed before in the first case, do not appear with the classical PO method.

[37] Figure 16 compares the RCS computed from the scattered field $E_{s,PO}$ (PO approach) with the RCS of its two components: the reflected one $E_{s,PO+}$ and the FS one $E_{s,PO-}$.

[38] Like for the first case, the reflected component decreases in the shadow region ($E_{s,PO+}$ being negligible in Ω_4), and the FS component becomes the main contribution to the scattered field. Figure 17 compares the RCS of the FS component of PO with the RCS obtained by applying BP on the whole target.

[39] Here the two approaches do not match. Indeed, here $C_{Ba} \neq C_{PO}$: the contour of the surface Σ_{PO} (contour of the surface S_5) is different from that of the complementary Babinet screen Σ_{Ba} due to the equivalent rotation of the target. As already written, moving the transmitter with a fixed target is equivalent to rotating the target with a fixed transmitter. This case is equivalent to that of a normal incidence (like for the first case) but with a rotated pyramidal target with an angle

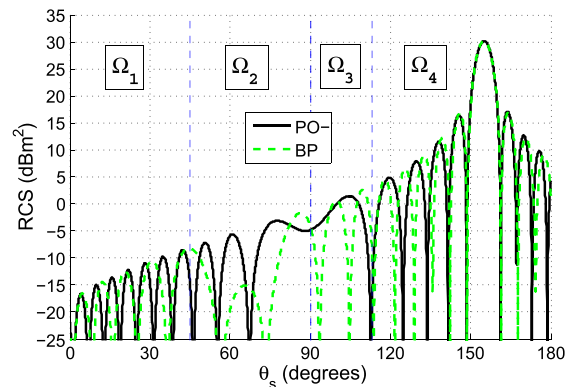


Figure 17. Same simulation parameters as in Figure 12 but computed from PO in forward scattering and BP.

of 25° . Thus, the proof detailed in section 2.3 is only satisfied when $\varphi(x, y) = 0$ implying $b_1 = b_2 = b_3 = 0$, which occurs for $\theta_s = \theta_i$ and $\phi_s = \phi_i$: this corresponds to the FS direction, for which \mathbf{k}_i and \mathbf{k}_s are collinear. Indeed, as can be seen in Figure 17, a perfect agreement is obtained in the FS direction $\theta_s = \theta_i = 155^\circ$. The Babinet principle can be seen as an approximation of the PO approach which provides exactly the same results as the PO in the FS direction.

4. Conclusion

[40] For a three-dimensional (3-D) problem, this paper shows that the Babinet principle (BP) can be derived from the physical optics (PO) approximation. Indeed, following the same idea as Ufimtsev, from the PO approximation and in the far-field zone, the field scattered by an object can be split up into a field which mainly contributes around the specular direction (illuminated zone) and a field which mainly contributes around the forward direction (shadowed zone), which is strongly related to the scattered field obtained from the BP. The only difference resides in the integration surface.

[41] A theoretical study provided the mathematical proof that the involved integral in the FS component of PO does not depend on the global shape of the object. This corresponds to a demonstration of the shadow contour theorem which is different from that of Ufimtsev, since it considers here a PEC object of arbitrary shape, not two blackbodies (a PEC object being a more general case of the blackbody since the reflection is also considered). Moreover, the behavior of the reflected component of PO in the shadow zone is studied theoretically. Then, when the contour of Σ_{PO} is the same as the one of the complementary Babinet screen Σ_{Ba} , BP exactly corresponds to the FS component of PO. Thus, BP is contained in the PO approximation. When the two contours are not the same, BP can be seen as a good approximation of the PO approach, and BP provides exactly

the same results as PO in the FS direction. These theoretical conclusions were illustrated with the scattering from a pyramidal target to better investigate the link between BP and PO.

References

- Bakker, B. B., and E. T. Copson (1939), *The Mathematical Theory of Huygens Principle*, University Press, Oxford.
- Booker, H. G. (1946), Slot aeriels and their relation to complementary wire aeriels (Babinet's principle), *Proc. IEE (London)*, 93, 620–626.
- Born, M., and E. Wolf (1959), *Principles of Optics*, Pergamon, New York.
- Glaser, J. I. (1985), Bistatic RCS of complex objects near forward scatter, *IEEE Trans. on Aero. and Electron. Sys.*, 21(1), 70–78.
- Glaser, J. I. (1989), Some results in the bistatic radar cross section (RCS) of complex targets, *Proceedings of the IEEE*, 77(5), 639–648.
- Gordon, W. B. (1975), Far-field approximations to the Kirchhoff-Helmholtz representations of scattered fields, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 23, 590–592.
- Kildal, P. S., A. A. Kishk, and A. Tengs (1996), Reduction of forward scattering from cylindrical objects using hard surfaces, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 44(11), 1509–1520.
- Kubické, G., Y. A. Yahia, C. Bourlier, N. Pinel, and P. Pouliguen (2011), Bridging the gap between the Babinet principle and the physical optics approximation: Scalar problem, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 59(12), 4725–4732.
- Pouliguen, P., J. F. Damiens, and R. Moulinet (2003), Radar signatures of helicopter rotors in great bistatism, *Proc. APS/URSI '03, Columbus, USA*, 3, 536–539.
- Poincelot, P. (1957), Sur le théorème de Babinet au sens de la théorie électromagnétique, *Annales Télécommun.*, 12, 410–413.
- Siegel, K. M. (1958), Bistatic radars and forward scattering, *Aero Electronics Nat. Conf. Proc., Dayton, Ohio*, 286–290.
- Ufimtsev, P. Y. (1990), Blackbodies and shadow radiation, *Sov. J. Commun. Technion. Electron. [translation from Russian by Scripta Technica, Inc.]*, 35(5), 108–116.
- Ufimtsev, P. Y. (1992), Blackbodies and the problem of invisible objects, *JINA '92*.
- Ufimtsev, P. Y. (2007), *Fundamentals of the Physical Theory of Diffraction*, John Wiley, New Jersey.
- Ufimtsev, P. Y. (2008), New insight into the classical MacDonald physical optics approximation, *IEEE Antennas Propag. Mag.*, 50(3), 11–20.
- Ufimtsev, P. Y. (2009), *Theory of Edge Diffraction in Electromagnetics—Origination and Validation of the Physical Theory of Diffraction*, Scotch Publishing Inc., Raleigh.

Annexe E

PIER 2014 - Improvement of Iterative Physical Optics using the Physical Optics shadow radiation

Improvement of Iterative Physical Optics Using the Physical Optics Shadow Radiation

Antoine Thomet^{1, *}, Gildas Kubické², Christophe Bourlier¹, and Philippe Pouliguen³

Abstract—The prediction of Radar Cross Section (RCS) of complex targets which present shadowing effects is an interesting challenge. This paper deals with the problem of shadowing effects in the computation of electromagnetic scattering by a complex target using Iterative Physical Optics (IPO). The original IPO is limited to cavities applications, but a generalized IPO can be applied to arbitrary geometries. This paper proposes a comparison between the classical PO approach and a physical approach based on shadow radiation (around forward direction) with PO approximation for the consideration of shadowing effects in generalized IPO. Based on the integral equations, a rigorous demonstration of this physical shadowing is provided. Then simulation results illustrate the interest of using physical shadowing both from the transmitter and towards the receiver, compared to the classical approach.

1. INTRODUCTION

Computing electromagnetic signature of complex targets presenting shadowing effects is a complex problem for which many solutions have been proposed. Each of these solutions presents benefits and drawbacks, and two different kinds of methods can be used for arbitrary shaped cavities: rigorous numerical methods and asymptotic methods.

Numerical methods, like Method of Moments (MoM), can be used to calculate RCS (Radar Cross Section) of targets with a good precision. These methods, which do not apply any approximation (but approximation linked to meshing), are known to provide excellent results, but their complexity is high. MoM has a complexity of $\mathcal{O}(N^3)$, N being the number of unknowns (which is equal to the number of non boundary edges of a meshed target). Thus, in case of great target's dimensions (compared to wavelength), these methods are generally not used, due to their computing time and memory requirement. Nevertheless, MoM will be used in this paper as a reference method.

To overcome this issue, asymptotic methods have been developed and can be used in high-frequency domain for arbitrarily shaped targets with a reduced complexity. These methods are based on Geometrical Optics (GO), based on ray trajectories, and/or Physical Optics (PO), using surface currents to calculate scattered fields. When multiple reflections occur, PO is generally preferred to GO, as GO is less precise, particularly in case of highly curved geometries.

Iterative Physical Optics (IPO) [1–3] is an asymptotic method based on PO. The method has been originally developed to calculate RCS of cavities [1] and has been generalized to arbitrary geometries [4]. This method can be described by an algorithm in 4 steps:

- 1) Iteration 0: this first step is to estimate surface currents (inside the cavity, in the case of original formulation, or on the structure if using generalized IPO) from the incident electromagnetic field;

Received 12 February 2014, Accepted 13 July 2014, Scheduled 6 August 2014

* Corresponding author: Antoine Thomet (antoine.thomet@univ-nantes.fr).

¹ IETR (Institut d'Electronique et des Télécommunications de Rennes) Laboratory, CNRS UMR 6164, LUNAM Université, Université de Nantes, La Chantrerie, Nantes 44306, France. ² DGA/DT/MI (Direction Générale de l'Armement — Direction Technique — Maîtrise de l'Information), CGN1 division, Bruz 35170, France. ³ DGA/DS/MRIS (Direction Générale de l'Armement — Direction de la Stratégie — Mission pour la Recherche et l'Innovation Scientifique), Bagneux 92221, France.

- 2) Field scattering among the structure (Iterative): the calculated currents imply an electromagnetic field scattered towards the whole structure;
- 3) Updating surface currents (Iterative): the calculated fields imply evolution of the surface currents;
- 4) Scattering through observation: field scattered towards the observation point is then calculated.

Knowing that surface currents and fields inside the cavity are inducing each other, steps 2 and 3 are computed iteratively. The end of iterations can be either determined by a fix number of iterations [1] or by a convergence criterion [2, 5]. IPO complexity is $\mathcal{O}(KN^2)$, K being the number of iterations and N the number of sample points. It is important to note that this asymptotic method permits to reduce significantly the complexity, as the number of necessary samples is not the same as in rigorous methods: typically, MoM needs a meshing between $\lambda/8$ and $\lambda/10$, when IPO can be run for meshing around $\lambda/4$ or even $\lambda/3$ (for example the number of elements in a λ^2 surface is from 64 to 100 for MoM, and reduced to 16 or 9 for IPO).

The first step of IPO, iteration 0, can have a strong influence on the final result, since the higher-order currents calculation depends on it. In [1, 6], the authors used an aperture surface to calculate currents inside the cavity. Although it is accurate in case of scattering by cavities, this method is not a general shadowing approach, as it needs to determine the aperture surface of the cavity. This paper focuses on the use of general shadowing approaches in IPO. Note that these techniques, based on shadowing effects between two objects, can be used not only at iteration 0, but also at steps 4 (when the observer cannot directly see the whole target), and, for complex geometries, at step 3 (when a part of the object's walls is hidden from another part), which is not the case of shadowing by an aperture surface.

Classical PO approach (used for example in [1] in the iterations), considers a shadowed region, on which currents vanish, and a lit region, on which currents are calculated by the PO approximation. The main drawback of this method, detailed in this paper as “geometrical shadowing”, resides in the fact that a ray bouncing is used to determine the shadow zone, inducing discontinuous currents.

Another approach, included in particular IPO by Burkholder et al. [7] as part of the first iteration of IPO, is discussed in this paper, and referred as “physical shadowing” (as it is based on physical approach, and not geometrical technique as in the classical IPO method). This technique, based on PO shadow radiation [8–13], is a general method of considering the shadowing effect, which does not need to use ray tracing. To our knowledge, no rigorous proof of this method, or comparison to geometrical shadowing has been published. This paper focuses on the demonstration of the physical shadowing principle, proving that it is a more rigorous approach than the geometrical shadowing.

First, Section 2 presents the theory of both general shadowing approaches. Then simulations are shown in Section 3, using the example of the dihedral reflector: differences in implementation of the methods are explained, then results are presented for different configurations, in order to observe the impact of the shadowing approach considered and to study the improvement of using the physical shadowing in IPO, both at incidence and at observation. Finally, Section 4 gives concluding remarks and prospects.

2. THEORETICAL STUDY

2.1. Fields Integral Equations

In this paper, unitary vectors will be noted with a hat: \hat{v} or \hat{V} , while other vectors will be noted in capital letter with an arrow: \vec{V} . $\vec{\nabla}$ stands for nabla vectorial operator. Time convention $e^{-j\omega t}$ is assumed and omitted in the equations.

This part treats on general problem of scattering by a single object [14]. Let us consider the scenario depicted in Figure 1.

An object of volume V , bounded by surface S and centered on the phase origin, is surrounded by a propagation medium which volume V_∞ is infinite. Propagation volume is noted V_0 , where $V_\infty = V_0 \cup V$. Permittivity and permeability in V_0 are noted ϵ and μ , respectively. A mobile point P' , of coordinates vector \vec{R}' , is used for integration. When P' is located on surface S , it is linked to a surface element dS' , with normal vector \hat{n}' pointing outside V . On the other hand, when it is located in a volume, a volume

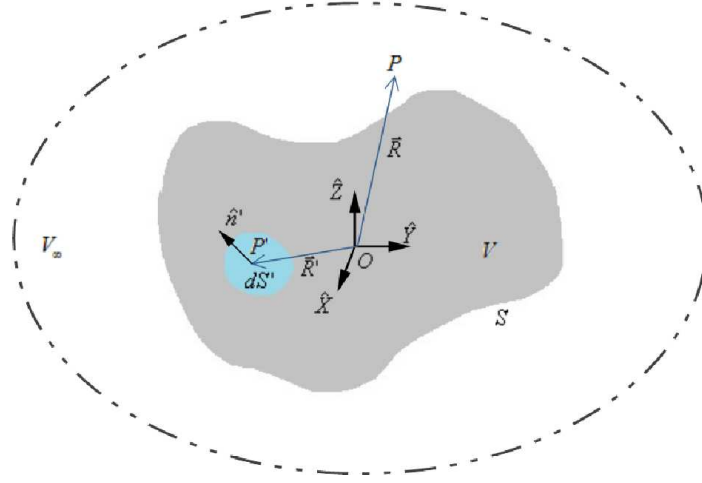


Figure 1. General configuration of scattering problem.

element dV' will be associated to P' . All parameters linked to P' , that need to be integrated, will be noted with a “'”. Electric and magnetic fields at P' will be noted \vec{E}' and \vec{H}' respectively. Sources are represented, at each point P' of V_0 , by electric and magnetic current densities \vec{J}'_i and \vec{M}'_i , and by electric and magnetic charge densities ρ'_e and ρ'_m . Observation point is called P , and its coordinates vector is noted \vec{R} . $\Phi' = \frac{e^{jk\|\vec{R}-\vec{R}'\|}}{4\pi\|\vec{R}-\vec{R}'\|}$ is the Green function.

Then, one can establish [14, 15]:

$$K(P)\vec{H}(P) = \vec{H}_i(P) + \vec{H}_s(P) \quad (1a)$$

$$K(P) = \begin{cases} 0 & \text{if } P \in V \\ 1/2 & \text{if } P \in S \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1b)$$

$$\vec{H}_i(P) = \iiint_{V_0} \vec{I}_{H,V} dV' \quad (1c)$$

$$\vec{H}_s(P) = \iint_S \vec{I}_{H,S} dS' \quad (1d)$$

In this expression, the integral kernels are expressed as:

$$\vec{I}_{H,V} = j\omega\epsilon\Phi'\vec{M}'_i + \vec{J}'_i \times \vec{\nabla}(\Phi') + \frac{\rho'_m}{\mu}\vec{\nabla}(\Phi') \quad (2)$$

$$\vec{I}_{H,S} = -j\omega\mu\Phi'(\hat{n}' \times \vec{E}') + (\hat{n}' \times \vec{H}') \times \vec{\nabla}(\Phi') + (\vec{H}' \cdot \hat{n}')\vec{\nabla}(\Phi') \quad (3)$$

In this final expression, $K(P)$ is a function related to the position of point P [15], separating the case $P \in V$, where it highlights extinction theorem, the case $P \in S$, showing the Magnetic Field Integral Equation (MFIE), and the case $P \notin V$ where it is related to the Huygens principle. Note that in case of MFIE, integral of Equation (1d) is a principal value integral [14].

2.2. PO Approximation

PO is a method used to calculate the scattered field from an object. It is an asymptotic method based on the fields integral equations and the tangent plane approximation.

Based on (1), the scattered field can be expressed by introducing currents. Thus, integral kernels are calculated as:

$$\vec{I}_{H,S} = j\omega\epsilon\Phi'\vec{M}' + \vec{J}' \times \vec{\nabla}(\Phi') + \frac{j}{\omega\mu} (\vec{\nabla} \cdot \vec{M}') \vec{\nabla}(\Phi') \quad (4)$$

where current densities $\vec{J}' = \hat{n}' \times \vec{H}'$ and $\vec{M}' = -\hat{n}' \times \vec{E}'$ can be expressed:

$$\vec{J}' = \hat{n}' \times (\vec{H}_i(P') + \vec{H}_r(P')) \quad (5)$$

$$\vec{M}' = -\hat{n}' \times (\vec{E}_i(P') + \vec{E}_r(P')) \quad (6)$$

In PO approximation, reflected fields $\vec{E}_r(P')$ and $\vec{H}_r(P')$ are calculated by using Fresnel coefficients [14]. For a perfectly-conducting target, it leads to $\vec{E}_r(P') = -\vec{E}_i(P')$ and $\vec{H}_r(P') = +\vec{H}_i(P')$. Then, the surface currents are:

$$\vec{J}' = 2\hat{n}' \times \vec{H}_i(P') \quad (7)$$

$$\vec{M}' = \vec{0} \quad (8)$$

Moreover, as PO does not consider creeping waves, another approximation is made: for targets with large dimensions (compared to wavelength), a shadowed zone is considered, over which current vanishes. Thus, integration surface is reduced to illuminated part of surface S , called S_{ill} :

$$\vec{H}_s(P) = \iint_{S_{\text{ill}}} \vec{I}_{H,S} dS' \quad (9)$$

2.3. Scattering Problem with 2 Objects: Coupled Integral Equations

In this part, the problem of scattering by 2 objects is studied. The scenario is illustrated in Figure 2.

Two objects are considered, which volumes and bounding surfaces are V_1 , S_1 and V_2 , S_2 , respectively. Propagation volume is still called V_0 , where $V_\infty = V_1 \cup V_2 \cup V_0$.

Point P' , of coordinates vector \vec{R}' , is used for integration. When P' is located on surface S_1 or S_2 , surface element dS' is defined, with normal vector \hat{n}' pointing towards V_0 . When P' is located in a volume, a volume element dV' will be defined.

For two objects, Equation (1) is still valid, but S is changed into $S_1 \cup S_2$. Thus, the expressions of the fields are:

$$K(P)\vec{H}(P) = \vec{H}_i(P) + \vec{H}_s(P) \quad (10a)$$

$$K(P) = \begin{cases} 0 & \text{if } P \in V_1 \text{ or } P \in V_2 \\ 1/2 & \text{if } P \in S_1 \text{ or } P \in S_2 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10b)$$

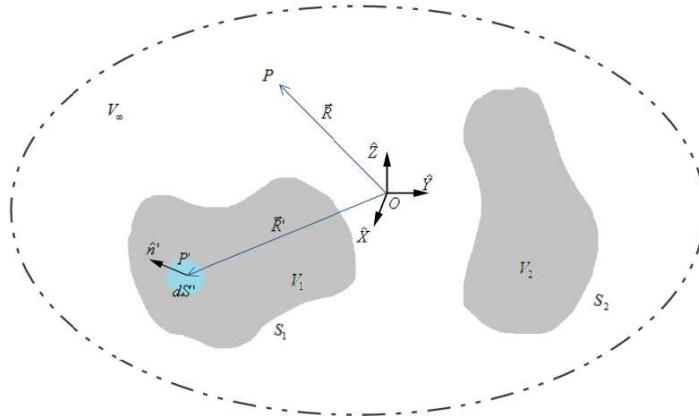


Figure 2. General configuration of scattering problem with 2 objects.

$$\vec{H}_i(P) = \iiint_{V_0} \vec{I}_{H,V} dV' \quad (10c)$$

$$\vec{H}_s(P) = \iint_{S_1} \vec{I}_{H,S} dS' + \iint_{S_2} \vec{I}_{H,S} dS' \quad (10d)$$

Equation (10d) illustrates the superposition theorem, in which surface integrals are coupled, as they depend on total fields \vec{E}' and \vec{H}' , affected by both surfaces. Thus, there are interactions between the two objects.

2.4. IPO Formulation and Shadowing Phenomenon

To calculate field scattered by two objects, as the two objects interact with each other, it is necessary to enhance in order to PO take into account the interactions. In IPO, PO is first used to determine surface currents induced by incident field (at iteration 0), and then in the iterations to update surface currents (using fields propagating from one object to the other one). Here, the focus is on the way of using PO method at iteration 0.

Let us consider the same case than in previous section (see Figure 2), with an incident field propagating “from S_1 to S_2 ”: a transmitter (original field source) is inserted at point P_1 , such that S_1 is located between P_1 and S_2 . Two methods are studied to take into account the shadowing effects in the currents: the classical geometrical shadowing and a novel approach called physical shadowing.

At iteration 0, for both methods, fields scattered by the two objects are assumed to be uncoupled. Surface currents on S_1 and the field scattered by S_1 are determined by the same way for both methods. Since S_2 is illuminated “after” S_1 , it does not initially interfere on current calculation on S_1 , for each point P_1 on S_1 , the current is calculated by:

$$\vec{J}(P_1) = 2\hat{n}(P_1) \times \vec{H}_i(P_1) \quad (11)$$

On surface S_2 , a shadowing phenomenon occurs, and surface currents on S_2 are calculated differently depending on using geometrical approach or physical one. Considering a point P_2 on S_2 , the two methods give different expressions of $\vec{J}(P_2)$.

Geometrical shadowing is based on ray tracing to determine which part of surface S_2 is shadowed by S_1 . If the ray connecting the points P_1 and P_2 does not cross S_1 , then surface current is calculated from incident field, without taking into account the surface S_1 ($\vec{J}(P_2) = 2\hat{n}(P_2) \times \vec{H}_i(P_2)$). Otherwise, surface current at P_2 vanishes ($\vec{J}(P_2) = \vec{0}$), P_2 being considered shadowed by S_1 . To distinguish those cases, an illumination function $I(P_2)$ is introduced, consisting in a Boolean function which mathematically reduces the integration surface. This function can only be determined by a geometrical way, using rays. Then, a general expression of surface current on S_2 can be obtained:

$$\vec{J}(P_2) = \left[2\hat{n}(P_2) \times \vec{H}_i(P_2) \right] I(P_2) \quad (12a)$$

$$I(P_2) = \begin{cases} 1 & \text{if } P_2 \text{ is illuminated} \\ 0 & \text{if } P_2 \text{ is shadowed by } S_1 \end{cases} \quad (12b)$$

Physical shadowing is an interesting approach of shadowing problem, which does not use any geometrical technique to determine the surface currents on shadowed surface. This technique is related to the shadow radiation calculation with PO [8, 9]. The expression of $\vec{J}(P_2)$ is derived from the coupled magnetic fields integral Equation (10), leading to:

$$\vec{J}(P_2) = 2\hat{n}(P_2) \times \vec{H}(P_2) \quad (13a)$$

$$\vec{H}(P_2) = \vec{H}_i(P_2) + \iint_{S_1} \vec{I}_{H,S} dS' + \iint_{S_2} \vec{I}_{H,S} dS' \quad (13b)$$

In (13b), the integral over surface S_2 is assumed to be vanished at iteration 0, as PO approximation neglects the creeping waves. Also, objects being considered as uncoupled, fields in expression of $I'_{H,S}$ for

$P' \in S_1$ are independent of S_2 . Thus expression $\iint_{S_1} I'_{H,S} dS'$ corresponds to the magnetic field scattered by surface S_1 towards point P_2 , which is calculated by PO method and noted $\vec{H}(S_1 \mapsto P_2)$. Then $\vec{J}(P_2)$ can be expressed as:

$$\vec{J}(P_2) = 2\hat{n}(P_2) \times \left[\vec{H}_i(P_2) + \vec{H}(S_1 \mapsto P_2) \right] \quad (14)$$

Physically, field scattered in forward direction by S_1 comes to balance the direct incident field at P_2 , expressed as if S_1 does not exist. By this way, field $\vec{H}(S_1 \mapsto P_2)$ involves a shadowing effect on surface S_2 , which is physically more rigorous (because closer to the exact coupled integral equations) than that obtained by geometrical shadowing. Moreover, it does not need to use a ray algorithm.

In order to be implemented in IPO, shadowed parts and shadowing parts of the target have to be identified. In [7], the authors use in ‘‘IPO shadowing rule’’ a normal test to avoid any ray tracing: integration is made only for points P' satisfying $\hat{n}(P) \cdot (\vec{R} - \vec{R}') < 0$. Thus, using this technique, physical shadowing application is a part of first IPO iteration. Depending on the case, it could also be more interesting to determine analytically the shadowed part and the shadowing part, in order to save computation time (physical shadowing is then iteration 0, and useless parts of the surfaces can be excluded).

Finally, this theoretical study shows that physical shadowing is a more rigorous approach than geometrical shadowing. Section 3 provides examples of simulations confirming that using physical shadowing in IPO permits to improve currents and RCS predictions.

3. IMPLEMENTATION AND NUMERICAL RESULTS

3.1. Scenario Description: Dihedral Reflector

The studied case is the bistatic RCS, in VV polarization, of a thin perfectly conducting right-angled dihedral reflector. To reduce the impact of edge diffraction, the VV polarization is selected. However, for the HH polarization, conclusions are similar. This case is particularly interesting in order to exhibit the impact of shadowing approach. Indeed, the influence of iterations will not be very important due to its geometry: the number of iterations necessary for convergence is close to the number of geometrical reflections, which does not exceed 2 in this case. Thus, differences between both shadowing approaches will be highlighted.

The object is depicted in Figure 3(a) and parameters common to each simulation are given in Table 1. It consists in two orthogonal plates with infinitely small thickness, noted S_X and S_Z . The two sides of each plate are considered apart from each other and noted among their normal directions : $\hat{n}(S_X^+) = +\hat{Z}$, $\hat{n}(S_X^-) = -\hat{Z}$, $\hat{n}(S_Z^+) = +\hat{X}$ and $\hat{n}(S_Z^-) = -\hat{X}$. Incidence and observation points, noted P_i and P_{obs} respectively, are located in plane $(\hat{X}\hat{O}\hat{Z})$ by their elevation angles θ_i and θ_s . Oriented angles are defined in clockwise direction.

Simulations are run with a meshing around $\lambda/8$, as in MoM, in order to have coherent comparisons, but IPO can be used with bigger meshes without loss of accuracy.

Table 1. Global simulation parameters.

Parameter	Notation	Justification	Value
frequency	F	X band	10 GHz
planes length	L	8λ	240 mm
planes thickness	ϵ	no thickness	0
depth among \hat{Y}	D_y	8λ	240 mm
points per length	N_{pts}	meshing around $\lambda/8$	63
number of iterations	N_{iter}	convergence	2

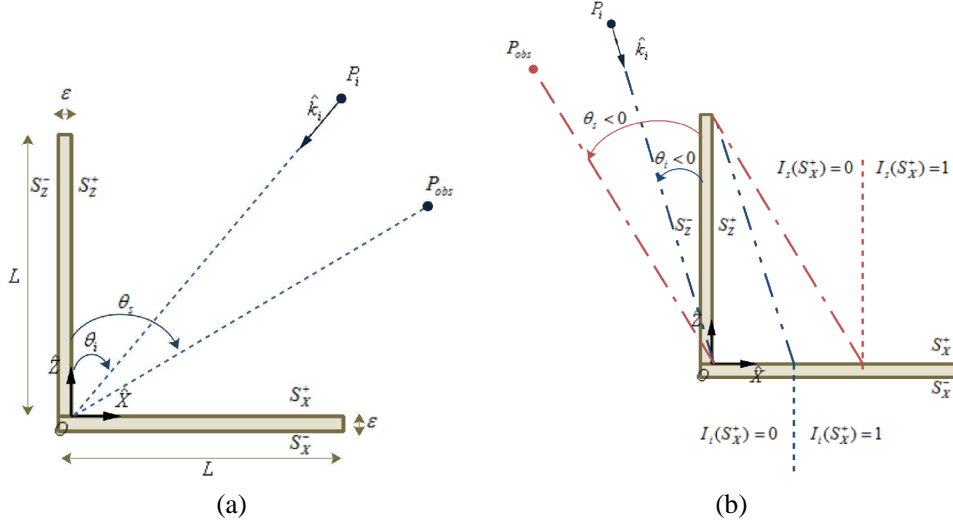


Figure 3. Geometrical configuration and illustration of geometrical shadowing. (a) Dihedral reflector configuration. (b) Particular case showing geometrical shadowing at both incidence and observation.

Shadowing effects (see Section 3.2) can be considered both from the transmitter (when the dihedral is partly illuminated due to shadowing from other parts) and towards the receiver (when a part of dihedral cannot be seen by the observation point without passing through another part). Therefore two different scenarii are proceeded: one with a fix incidence and a varying observation, showing the effect of shadowing towards receiver; and one with several incidence directions, showing cases of shadowing from transmitter.

The relative norm 2 error is used to estimate the validity of the different results. It is defined, for a set of N components of \vec{V} , in comparison to a reference set \vec{V}^{REF} , by:

$$\epsilon^{REF}(\vec{V}) = \frac{\|\vec{V} - \vec{V}^{REF}\|}{\|\vec{V}^{REF}\|} \quad (15a)$$

$$\text{where } \|\vec{Y}\| = \sqrt{\sum_{x=1}^N |Y_x|^2} \quad (15b)$$

$Y_x, x = 1, \dots, N$, representing the N elements of any vector \vec{Y} .

3.2. Implementation

In order to explain the implementation of both kind of shadowing from the transmitter and towards receiver, let us consider the case of an incidence angle $\theta_i \in (-45; 0)^\circ$ and observation angle $\theta_s \in (-45^\circ; \theta_i)$ (see Figure 3(b)). These shadowing effects are described below, their consideration is illustrated in Figure 4, showing the implementation of IPO algorithm.

From incidence point P_i , a shadowing effect is to be considered for surface S_X^+ . The geometrical shadowing needs to calculate an illumination function ($I_i(S_X^+)$). This function is a Boolean function separating the part of the surface where the current is calculated by PO approximation ($\vec{J} = 2\hat{n}(S_X^+) \times \vec{H}_i(S_X^+)$) from the part where current is forced to zero ($\vec{J} = \vec{0}$). In case of physical shadowing, shadowing effect is applied by considering a field propagating from S_Z^- in its forward direction balancing incident field ($\vec{J} = \hat{n} \times [\vec{H}_i + \vec{H}(S_Z^- \mapsto S_X^+)]$).

The receiver (after iterations of IPO), located on P_{obs} cannot directly observe the whole S_X^+ surface. Geometrical approach consists in considering another boolean function ($I_s(S_X^+)$), separating the part

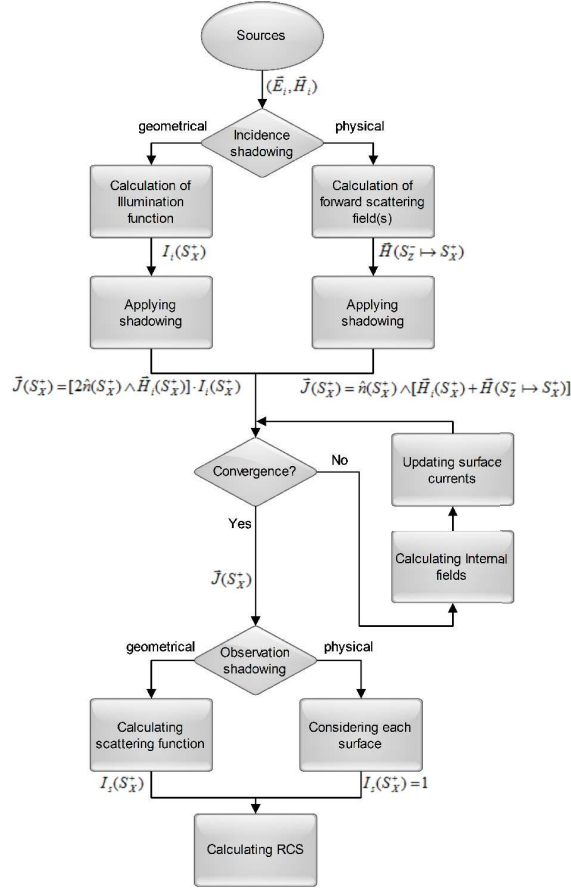


Figure 4. IPO algorithm with different cases of shadowing.

of the surface that can be directly observed from the part hidden by S_Z plane, where currents will be forced to zero for radiation. Using physical shadowing approach at observation simply leads to consider each surface current in radiation, following the Huygens principle, fields induced by currents from S_Z^+ being balancing those from S_X^+ .

Note that in case of more complex geometries a third case of shadowing effect can be considered inside the cavity.

3.3. Numerical Results: Shadowing toward Receiver

First, a simulation has been set in order to show the differences between both shadowing approaches at observation. In this case, an incidence from the dihedral's bisector ($\theta_i = +45^\circ$) is considered, and observation angle varies ($\theta_s \in [-180; 180]^\circ$). Thus, depending on the observation angle, the whole dihedral or a part of it can be seen at the observation point. In this case, there is no shadowing effect at incidence, since the whole S_X^+ and S_Z^+ surfaces are illuminated, and thus physical shadowing and geometrical shadowing are the same.

Figure 5(a) shows the obtained results, comparing IPO method with physical shadowing, IPO with geometrical shadowing and MoM. Figure 5(b) plots a zoom of this result in the most interesting zone of observation. Also errors in different zones are given in Table 2.

These results can be analyzed by splitting up the observation domain in different zones:

- for $\theta_s \in (0; 90)^\circ$, both S_X^+ and S_Z^+ surfaces are fully seen by the receiver, and S_X^- and S_Z^- are unseen. In this case, there is no shadowing effect and geometrical shadowing and physical shadowing give exactly the same results. These results are close to MoM reference results, especially around the

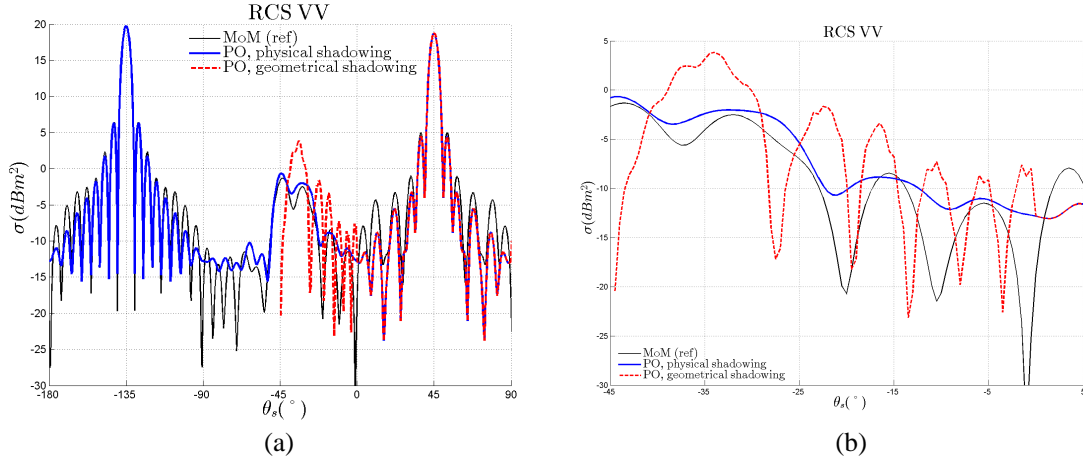


Figure 5. Results for shadowing towards receiver. Case of the dihedral reflector for $\theta_i = +45^\circ$; comparing MoM, IPO with physical shadowing and IPO with geometrical shadowing; see Table 1 for general parameters. (a) RCS VV versus θ_s for θ_s in $[-180; 90]^\circ$. (b) Enlarged details for θ_s in $[-45; 5]^\circ$.

Table 2. Bistatic RCS VV error per zone, related to results in Figure 5; comparing IPO with physical shadowing and IPO with geometrical shadowing to MoM.

$\epsilon^{\text{MoM}}(\sigma)$ (%)	$(0; 90)^\circ$	$(-45; 0)^\circ$	$(-90; -45)^\circ$	$(-180; -90)^\circ$
IPO, physical shadowing	3.7	32	34	0.61
IPO, geometrical shadowing	3.7	199	-	-

specular direction $\theta_i = +45^\circ$, and differences are mainly due to the non consideration of edge diffraction by PO;

- for $\theta_s \in [-45; 0)^\circ$ (see enlarged details Figure 5(b)), surfaces S_X^- and S_Z^+ cannot be seen, S_Z^- is fully seen (but not illuminated), and surface S_X^+ is partially shadowed by S_Z plate. Thus only a part of S_X^+ is considered in geometrical shadowing, while in physical shadowing approach, field from S_Z^+ comes to balance field from the whole S_X^+ plane. Differences can be observed between both techniques, and physical shadowing globally leads to results closer to MoM;
- for $\theta_s \in [-90; -45)^\circ$, surfaces S_X^- and S_Z^+ cannot be seen, S_Z^- is fully seen, and surface S_X^+ is still shadowed by S_Z plate. The difference is that S_X^+ is now considered fully shadowed by S_Z in geometrical shadowing, while physical shadowing still considers that the field scattered from S_Z^+ balances field from the whole S_X^+ surface. Thus geometrical shadowing leads to a non existent scattered field, and a RCS equal to 0m^2 ($-\infty\text{dBm}^2$), while IPO with physical shadowing still matches relatively well the reference;
- for $\theta_s \in (-180; -90)^\circ$, surfaces S_X^- and S_Z^- , where currents vanish, are directly seen at observation point, while illuminated surfaces S_X^+ and S_Z^+ are hidden. For geometrical shadowing, for the same reason than previous zone, RCS vanishes (to be rigorous, except at the single point $\theta_s = -135^\circ$, GO being able to calculate scattered field in the exact forward scattering direction). For physical shadowing, this case ends up to typical forward scattering using PO approximation [8, 9], and the calculated RCS is very close to the reference.

Note that the same observations can be made in the other sense ($\theta_s \in [90; 180)^\circ$) by symmetry. Moreover, a discontinuity can be observed for geometrical shadowing at $\theta_s = 0^\circ$ (and also at $\theta_s = +90^\circ$), obvious in Figure 5(b), due to the fact that $I_s(S_Z^+)$ is suddenly forced to zero. This non physical discontinuity is avoided by the use of physical shadowing.

In conclusion, using physical shadowing at observation in IPO gives more complete and accurate results. Indeed, it leads to a more general result (permitting observation around the forward scattering direction), it permits to suppress any discontinuity due to the geometry, and, in zones where it differs from geometrical approach of shadowing effect, the results obtained with physical shadowing are closer to reference method.

3.4. Numerical Results: Shadowing from the Transmitter

This section shows series of results for $\theta_i \in [-45; 0]^\circ$. In such a case, as seen previously, a shadowing effect is to be considered from the transmitter for surface S_X^+ . Observation is made over $\theta_s \in [0; 90]^\circ$ so that influence of shadowing at observation is weak: for geometrical shadowing, no ray bouncing is needed towards the receiver, and the only difference with physical shadowing at observation is the field scattered by S_Z^- in forward direction, which has a slight influence on results. Also, surface current $\vec{J}(S_X^+)$ is observed, for both cases of shadowing, in comparison with MoM surface currents behaviors.

Figures 6(a), 6(b) and 6(c) show results of bistatic RCS VV and surface currents on S_X^+ for incidence angles $\theta_i = -10^\circ$, $\theta_i = -20^\circ$ and $\theta_i = -30^\circ$, respectively. Tables 3 and 4 present the errors calculated for both methods, on RCS and currents, respectively.

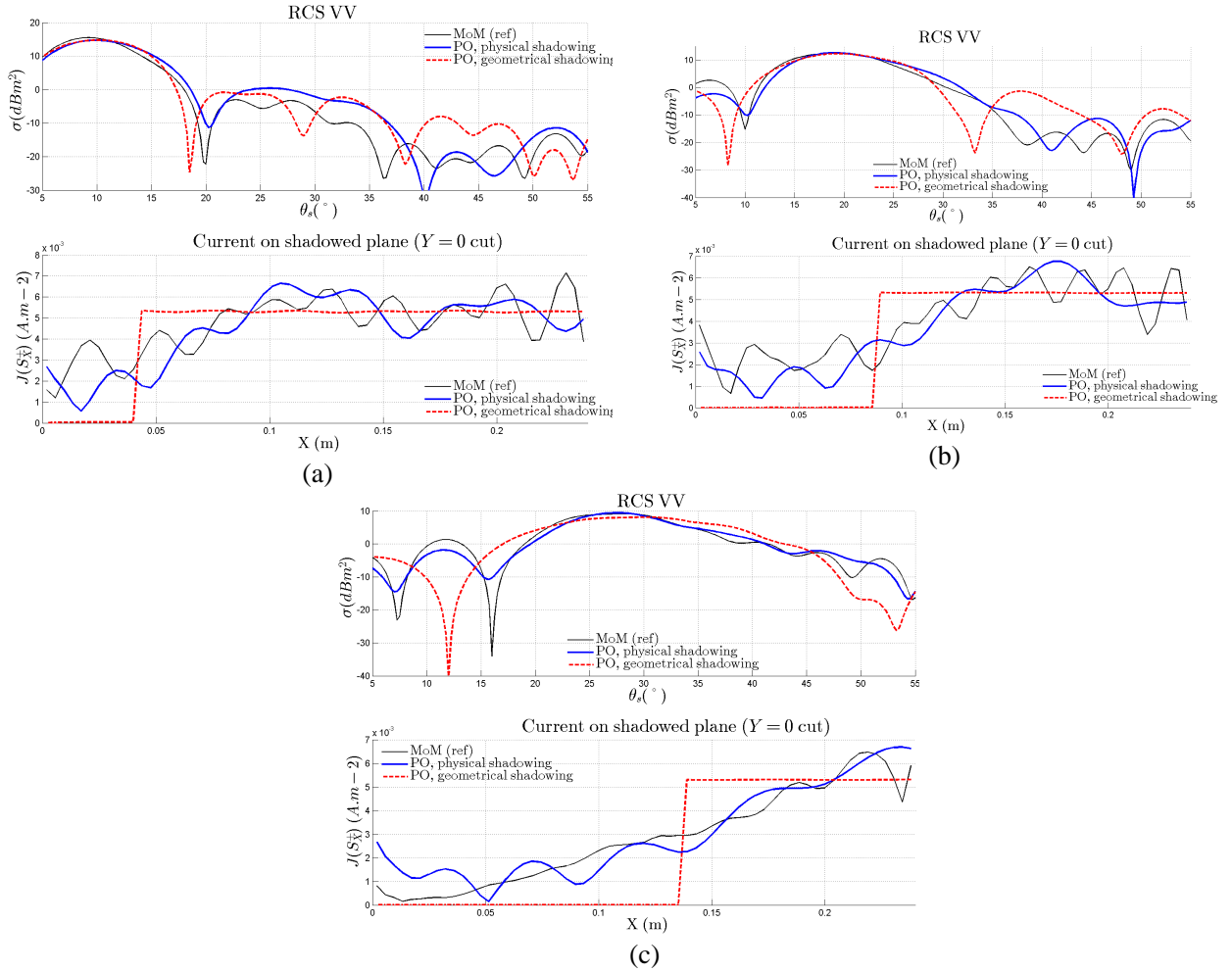


Figure 6. RCS in VV polarization versus θ_s and surface current versus X for different values of incidence angle: (a) $\theta_i = -10^\circ$; (b) $\theta_i = -20^\circ$; (c) $\theta_i = -30^\circ$; comparing MoM, PO with physical shadowing and PO with geometrical shadowing; see Table 1 for general parameters.

Table 3. RCS VV error per incidence angle, related to results Figures 6 and 7; comparing IPO with physical shadowing and IPO with geometrical shadowing to MoM.

$\epsilon^{\text{MoM}}(\sigma)$ (%)	$\theta_i = -10^\circ$	$\theta_i = -20^\circ$	$\theta_i = -30^\circ$	$\theta_i = -45^\circ$
physical shadowing	20	14	13	39
geometrical shadowing	18	14	31	-

Table 4. Surface current error per incidence angle, related to results Figures 6 and 7; comparing IPO with physical shadowing and IPO with geometrical shadowing to MoM.

$\epsilon^{\text{MoM}}(J)$ (%)	$\theta_i = -10^\circ$	$\theta_i = -20^\circ$	$\theta_i = -30^\circ$	$\theta_i = -45^\circ$
physical shadowing	24	24	21	42
geometrical shadowing	29	39	44	-

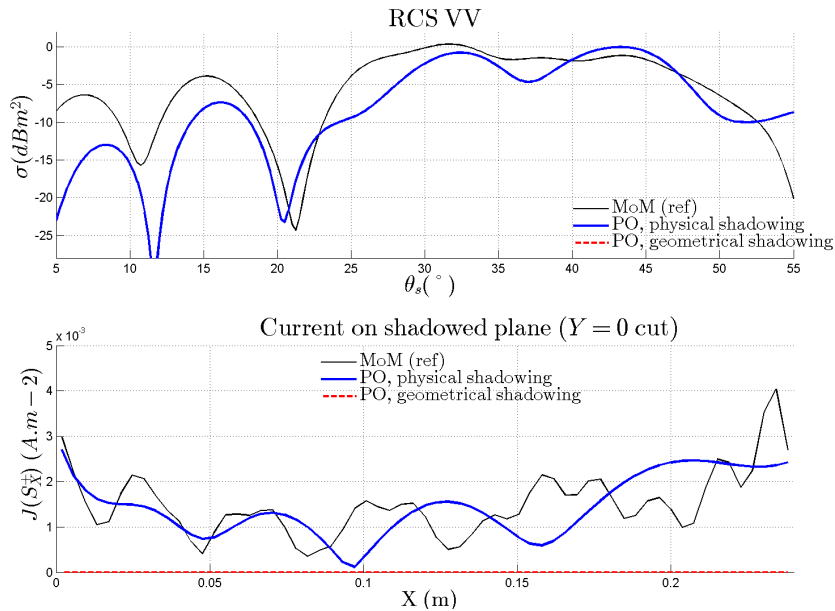


Figure 7. RCS in VV polarization versus θ_s and surface current versus X for extreme case of $\theta_i = -45^\circ$; comparing MoM, PO with physical shadowing and PO with geometrical shadowing (vanishing currents and RCS); see Table 1 for general parameters.

In such cases, using geometrical shadowing at iteration 0 consists in determining $I_i(S_X^+)$ and multiplying by the obtained Boolean, the current calculated by PO approximation from the incident field ; physical shadowing consists in adding the field from S_Z^- to the incident field.

Observing the current progression among X axis permits to confirm that physical shadowing is physically more realistic than geometrical technique. Indeed, the geometrical model presents a discontinuous behavior, which is not physical, and leads to a result less close to the one obtained by MoM. If the current looks more realistic using physical shadowing for any of the 3 incidence angles considered here, improvement (compared to MoM) is more obvious for angles implying more shadowing effects.

In the different cases of Figure 6, RCS versus θ_s is near a cardinal sine shape. This behavior can be simply explained based on IPO with geometrical shadowing. Indeed in this case, the RCS is the one of the geometrically illuminated part of S_X^+ plane (the part in which $I_i(S_X^+) = 1$), modified by the

iterating process (which is not very influent in the present case). The general formula of RCS VV of a rectangular plate of dimensions L_X by L_Y is provided in (16), and justifies the sinc shape.

$$\sigma = \frac{4\pi(L_X L_Y)^2}{\lambda^2} \text{sinc}^2 \left(\frac{kL_X}{2} [\sin(\theta_i) - \sin(\theta_s)] \right) \cos^2(\theta_i) \quad (16)$$

Using physical shadowing permits a better consideration of the distortion of the sinc shape, which is observed on the MoM results. Thus, results obtained by IPO are better with physical shadowing than with geometrical shadowing, which is more obvious for incidence angle far from zero.

Last, case of an incidence $\theta_i = -45^\circ$ shows an extreme case highlighting interest of using physical shadowing. Figure 7 shows the corresponding results. With such an angle, surface S_X^+ is geometrically fully shadowed ($I_i(S_X^+) = 0$ all along the surface). Then geometrical shadowing ends up in vanishing currents. On the other hand, physical shadowing gives surface current quite close to the MoM one. Then the non zero currents obtained by MoM and IPO with physical shadowing leads to an existing signature, whereas RCS calculated by IPO with geometrical shadowing ends up in a RCS of 0 m^2 ($-\infty \text{ dBm}^2$).

As seen previously, in such a case geometrical shadowing considers that S_X^+ is fully shadowed by S_Z^- plane. On the other hand, using physical shadowing consists in adding the field from S_Z^- to the incident field, which does not end up in a current constantly equal to zero. Relatively close to the MoM current, this result shows a particular case where geometrical shadowing cannot permit to calculate RCS, while IPO with physical shadowing does, with quite a good accuracy.

4. CONCLUSION

This paper provides a comparison of two shadowing techniques used in generalized IPO method (applied to arbitrary geometries): geometrical shadowing and physical shadowing (interpreting shadowing as interference of shadow radiation on incident wave). Based on MFIE applied to electromagnetic scattering by coupled objects, it has been demonstrated that physical shadowing is more rigorous than the classically used geometrical shadowing.

The results show an improvement of RCS prediction by IPO while using physical shadowing instead of the classical geometrical approach, both at incidence and observation. Results obtained after iterations are closer to reference results, and physical shadowing is more complete, as it permits to treat cases of incidence and observation where geometrical shadowing is not able to furnish a result.

ACKNOWLEDGMENT

This work is supported by the French Defense agency DGA (Direction Générale de l'Armement).

REFERENCES

1. Obelleiro-Basteiro, F., J. L. Rodriguez, and R. J. Burkholder, "An iterative physical optics approach for analyzing the electromagnetic scattering by large open-ended cavities," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 43, No. 4, 356–361, 1995.
2. Hémon, R., P. Pouliguen, H. He, J. Saillard, and J. F. Damiens, "Computation of EM field scattered by an open-ended cavity and by a cavity under radome using the iterative physical optics," *Progress In Electromagnetics Research*, Vol. 80, 77–105, 2008.
3. Burkholder, R. J. and T. Lundin, "Forward-backward iterative physical optics algorithm for computing the RCS of open-ended cavities," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 53, No. 2, 793–799, 2005.
4. Burkholder, R. J., C. Tokgöz, C. J. Reddy, W. O. Coburn, and P. H. Pathak, "Iterative physical optics: Its not just for cavities anymore [EM wave propagation]," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 1A, 18–21, 2005.
5. Choi, S. H., D. W. Seo, and N. H. Myung, "Scattering analysis of open-ended cavity with inner object," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol. 21, No. 12, 1689–1702, 2007.

6. Obelleiro, F., J. Campos Nio, J. L. Rodriguez, and A. G. Pino, "A segmented approach for computing the electromagnetic scattering of large and deep cavities," *Progress In Electromagnetics Research*, Vol. 19, 129–145, 1998.
7. Burkholder, R. J., C. Tokgöz, C. J. Reddy, and W. O. Coburn, "Iterative physical optics for radar scattering predictions," *Applied Computational Electromagnetics Society (ACES)*, Vol. 24, No. 2, 2009.
8. Kubické, G., Y. A. Yahia, C. Bourlier, N. Pinel, and P. Pouliguen, "Bridging the gap between the Babinet principle and the physical optics approximation: Scalar problem," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 59, No. 12, 4725–4732, 2011.
9. Kubické, G., C. Bourlier, M. Delahaye, C. Corbel, N. Pinel, and P. Pouliguen, "Bridging the gap between the Babinet principle and the Physical Optics approximation: Vectorial Problem," *Radio Science*, Vol. 48, No. 5, 573–581, 2013.
10. Ufimtsev, P. Y., "Blackbodies and shadow radiation," *Soviet Journal of Communications, Technology and Electronics*, Vol. 35, No. 5, 108–116, Translation from Russian by Scripta Technica, Inc., 1990.
11. Ufimtsev, P. Y., *Fundamentals of the Physical Theory of Diffraction*, John Wiley and Sons, New Jersey, 2007.
12. Siegel, K. M., "Bistatic radars and forward scattering," *Aero Electronics Nat. Conf. Proc.*, 286–290, Dayton, Ohio, 1958.
13. Glaser, J. I., "Bistatic RCS of complex objects near forward scatter," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 21, No. 1, 70–78, 1985.
14. Stratton, J. A., *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, 1941.
15. Poggio, A. J. and E. K. Miller, *Integral Equations Solutions of Three-dimensional Scattering Problems, Computer Techniques for Electromagnetics*, R. Mittra, Pergamon Press, 1973.

Bibliographie

- [1] H. C. Ørsted, *Experimenta circa effectum conflictus electrici in acum magneticam*. Typis Schultzianis, 1820. [11](#)
- [2] A.-M. Ampère, *Théorie des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience*. Méquignon-Marvis, Paris, 1826. [11](#)
- [3] M. Faraday, *Experimental Researches in Electricity*. London, vol. 1, series 1 & 2, 1839. [11](#)
- [4] J. C. Maxwell, "A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field," *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 13, pp. 531–536, 1864. [11](#)
- [5] H. Hertz, *Electric Waves : Being Researches on the Propagation of Electric Action with Finite Velocity Through Space*. Dover Publications, 1893. [11](#)
- [6] E. Branly, "Électricité : distribution et contrôle d'actions produites à distance par les ondes électriques," *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, no. 12, p. 777, Mar. 1905. [11](#)
- [7] N. Tesla, "System of Transmission of Electrical Energy," 1897, U.S. Patent 645576. [11](#)
- [8] G. Marconi, "Transmitting electrical impulses and signals and apparatus therefor," 1901, U.S. Patent RE11913. [11](#)
- [9] C. Hülsmeier, "Verfahren, um entfernte metallische gegenstände mittels elektrischer wellen einem beobachter zu melden - method using electric waves announce distant metallic objects a watcher," Apr. 1904, DE Patent 165546. [11](#)
- [10] A. H. Taylor, "Radio Reminiscences : A Half Century," U.S. Naval Research Laboratory, Tech. Rep., 1948. [11](#)
- [11] R. A. Watson-Watt and J. F. Herd, "An instantaneous direct-reading radiogoniometer," *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 64, pp. 611–622, Feb. 1926. [11](#)
- [12] H. Yagi, "Beam Transmission of Ultra Short Waves," *Proceedings of the IRE*, vol. 16, no. 6, pp. 715–740, Jun. 1928. [11](#)
- [13] R. Mesny, *Les réseaux électromagnétiques et leurs applications*. Gauthier-Villars, Paris, 1930. [11](#)
- [14] M. Ponte, "Sur des apports français à la technique de la détection électro-magnétique," *Annales de Radioélectricité*, vol. 1, no. 3, pp. 171–180, Jan. 1946. [11](#)
- [15] L. Brown, *A Radar History of World War II*. Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1999. [11](#)
- [16] C. Bourlier, *Diffusion électromagnétique par des interfaces rugueuses séparées par des milieux homogènes : Application à la télédétection océanique microondes et infrarouge*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Nantes, Sep. 2007. [12](#)
- [17] S. Afifi and R. Dusséaux, "Scattering From 2-D Perfect Electromagnetic Conductor Rough Surface : Analysis With the Small Perturbation Method and the Small-Slope Approximation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 66, no. 1, pp. 340–346, 2017. [12](#)

- [18] G. Soriano, C.-A. Guérin, and M. Saillard, “Scattering by two-dimensional rough surfaces : comparison between the method of moments, Kirchoff and small-slope approximations,” *Waves in random media*, vol. 12, no. 1, pp. 63–84, 2002. [12](#)
- [19] G. Kubické, “Contribution au calcul de la diffusion d’une onde électromagnétique par des réflecteurs polyédriques au-dessus d’une surface rugueuse,” Thèse de doctorat, Université de Nantes, Sep. 2008. [12](#), [32](#), [34](#), [49](#), [55](#), [56](#), [64](#)
- [20] M. Kouali, “Diffraction électromagnétique d’un objet au-dessus d’une surface rugueuse,” Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2012. [12](#), [32](#), [49](#), [52](#), [56](#)
- [21] Y. A. Noa, “Méthodes rigoureuses par décomposition de domaines pour la diffusion électromagnétique par une surface rugueuse 2D,” Thèse de doctorat, Université de Nantes, Oct. 2019. [12](#), [32](#), [38](#), [39](#), [40](#), [43](#), [44](#)
- [22] R. Hémon, “Calcul de la diffraction électromagnétique par une cavité de type manche à air,” Thèse de doctorat, Université de Nantes, Oct. 2009. [12](#), [74](#), [75](#), [76](#), [77](#)
- [23] A. Thomet, “Amélioration et accélération de l’Optique Physique Itérative pour le calcul de SER de cavités complexes,” Thèse de doctorat, Université de Nantes, Oct. 2015. [12](#), [76](#), [81](#)
- [24] G. Kubické, C. Bourlier, and J. Saillard, “Scattering from canonical objects above a sea-like one-dimensional rough surface from a rigorous fast method,” *Waves in Random and Complex Media*, vol. 20, no. 1, pp. 156–178, Feb. 2010. [12](#), [34](#), [49](#)
- [25] M. Kouali, G. Kubické, and C. Bourlier, “Extended Propagation-Inside-Layer expansion method combined with the Forward-Backward method to study the scattering from an object above a rough surface,” *Optics Letters*, vol. 37, no. 14, pp. 2985–2987, Jul. 2012. [12](#)
- [26] G. Kubické, Y. A. Yahia, C. Bourlier, N. Pinel, and P. Pouliguen, “Bridging the gap between the Babinet principle and the Physical Optics approximation : Scalar problem,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 12, pp. 4725–4732, Dec. 2011. [12](#), [66](#), [78](#)
- [27] G. Kubické, C. Bourlier, M. Delahaye, C. Corbel, N. Pinel, and P. Pouliguen, “Bridging the gap between the Babinet principle and the Physical Optics approximation : Vectorial problem,” *Radio Science*, vol. 48, no. 5, pp. 573–581, 2013. [12](#), [69](#), [78](#)
- [28] A. Thomet, G. Kubické, C. Bourlier, and P. Pouliguen, “Improvement of Iterative Physical Optics using the Physical Optics shadow radiation,” *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 38, pp. 1–13, 2014. [12](#), [78](#)
- [29] C. Bourlier, *Radar Propagation and Scattering in a Complex Maritime Environment : Modeling and Simulation from MatLab*. Elsevier, 2018. [32](#)
- [30] N. Déchamps, “Méthodes numériques appliquées au calcul de la diffusion d’une onde électromagnétique par des interfaces rugueuses monodimensionnelles,” Thèse de doctorat, Université de Nantes, Sep. 2004. [32](#), [49](#)
- [31] G. Soriano, “Etude de la diffraction électromagnétique par des surfaces rugueuses bidimensionnelles,” Thèse de doctorat, Aix-Marseille III, 2000. [33](#)
- [32] B. Baker and E. Copson, “The Mathematical Theory of Huygens’ Principle,” 1939. [34](#), [50](#), [65](#)
- [33] C. Bourlier, “Rayonnement infrarouge d’une surface stochastique - Application au domaine océanique,” Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1999. [34](#), [37](#)
- [34] E. I. Thorsos, “The validity of the Kirchoff approximation for rough surface scattering using a gaussian roughness spectrum,” *Journal of the Acoustical Society of America*, no. 83, pp. 78–92, 1988. [34](#), [35](#)
- [35] C. Bourlier, S. Bellez, H. Li, and G. Kubické, “Sub-domain decomposition iterative method combined with ACA : An efficient technique for the scattering from a large highly conducting rough sea surface,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 2, pp. 659–666, 2014. [34](#), [38](#)

- [36] D. Holliday, L. L. DeRaad Jr., and G. J. St-Cyr, "Forward-Backward : a new method for computing low-grazing angle scattering," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 5, pp. 722–729, 1996. [34](#)
- [37] H.-T. Chou and J. T. Johnson, "A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from rough surfaces with the forward-backward method," *Radio Science*, vol. 33, no. 5, pp. 1277–1287, 1998. [34](#), [36](#)
- [38] D. Torrungrueng and J. T. Johnson, "Numerical studies of backscattering enhancement of electromagnetic waves from two-dimensional random rough surfaces with the forward-backward/novel spectral acceleration method," *Journal of Optical Society of America*, vol. 18, pp. 2518–2526, 2001. [36](#)
- [39] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandemark, "A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves," *Journal of Geophysical Research : Oceans*, vol. 102, no. C7, pp. 15 781–15 796, 1997. [36](#)
- [40] G. Kubické, C. Bourlier, and J. Saillard, "Scattering by an object above a randomly rough surface from a fast numerical method : extended PILE method combined with FB-SA," *Waves in Random and Complex Media*, vol. 18, no. 3, pp. 495–519, Aug. 2008. [37](#), [48](#), [49](#)
- [41] D. Torrungrueng, "Applications of the Novel Spectral Acceleration (NSA) Algorithm for the Computation of Scattering from Rough Surfaces," Thèse de doctorat, Ohio State University, 2000. [37](#)
- [42] C. Bourlier, G. Kubicke, and Y. Brelet, "Rigorous prediction of the ground wave above flat and rough highly-conducting one-dimensional sea surfaces in HF-VHF band," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 1, pp. 271–280, 2010. [37](#)
- [43] C. Bourlier and G. Kubicke, "Ground wave propagation along an inhomogeneous rough surface in the HF band : Millington effect for a flat Earth," *IEEE Transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 49, no. 4, pp. 1374–1382, 2010. [37](#)
- [44] ———, "HF ground wave propagation over a curved rough sea surface," *Waves in Random and Complex Media*, vol. 21, no. 1, pp. 23–43, 2011. [37](#)
- [45] ———, "HF ground wave propagation over a curved rough sea surface in the presence of islands," *Waves in Random and Complex Media*, vol. 21, no. 3, pp. 469–484, 2011. [37](#)
- [46] D. Torrungrueng, H. Chou, and J. T. Johnson, "A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from two-dimensional large scale perfectly conducting random rough surfaces with the Foward-Backward method," *IEEE Transactions On Geoscience and Remote Sensing*, vol. 38, pp. 1656–1668, 2000. [37](#)
- [47] A. Quarteroni, R. Sacco, and F. Saleri, *Méthodes Numériques : Algorithmes, analyse et applications*. Springer Science & Business Media, 2008. [39](#)
- [48] M. Bebendorf and S. Rjasanow, "Adaptive low-rank approximation of collocation matrices," *Computing*, vol. 70, no. 1, pp. 1–24, 2003. [40](#), [41](#)
- [49] M. Bebendorf, "Adaptive cross approximation of multivariate functions," *Constructive approximation*, vol. 34, no. 2, pp. 149–179, 2011. [40](#)
- [50] S. Rjasanow, "Adaptive cross approximation of dense matrices," *Proc. Int. Association for Boundary Element Methods*, pp. 1–12, 2002. [40](#)
- [51] K. Zhao, M. N. Vouvakis, and J.-F. Lee, "The Adaptive Cross Approximation algorithm for accelerated method of moments computations of EMC problems," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 47, no. 4, pp. 763–773, 2005. [40](#), [41](#)
- [52] J. M. Tamayo, "Multilevel adaptive cross approximation and direct evaluation method for fast and accurate discretization of electromagnetic integral equations," Thèse de doctorat, Universitat Politècnica de Catalunya, Jan. 2011. [40](#)

- [53] K. Delamotte, *Solveurs directs rapides pour les équations intégrales*. Rapport de stage de Master 2 de l'Université de Paris XIII, option Maths/Info, IMACS (Ingénierie MATHématique et Calcul Scientifique), 2010. 41
- [54] V. Prakash, , and R. Mittra, "Characteristic basis function method : A new technique for efficient solution of method of moments matrix equations," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 36, no. 2, pp. 95–100, 2003. 41
- [55] R. Mittra and K. Du, "Characteristic basis function method for iteration-free solution of large method of moments problems," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 6, pp. 307–336, 2008. 41, 43
- [56] I. Fenni, H. Roussel, M. Darces, and R. Mittra, "Fast analysis of large 3-D dielectric scattering problems arising in remote sensing of forest areas using the CBFM," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, no. 8, pp. 4282–4291, 2014. 42
- [57] X. Chen, C. Gu, Z. Li, and Z. Niu, "Accelerated direct solution of electromagnetic scattering via characteristic basis function method with Sherman-Morrison-Woodbury formula-based algorithm," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 64, no. 10, pp. 4482–4486, 2016. 42
- [58] K. Konno, Q. Chen, and R. J. Burkholder, "Numerical analysis of large-scale finite periodic arrays using a macro block-characteristic basis function method," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 65, no. 10, pp. 5348–5355, 2017. 42
- [59] A. Yagbasan, C. A. Tunc, V. B. Erturk, A. Altintas, and R. Mittra, "Characteristic basis function method for solving electromagnetic scattering problems over rough terrain profiles," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, no. 5, pp. 1579–1589, 2010. 42
- [60] C. Li, G. Bianconi, R. Mittra, and G. Zhu, "Parallelized multilevel characteristic basis function method (MLCBFM) combined with adaptive cross approximation (ACA) for the analysis of the scattering from electrically large rough surfaces," in *2014 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI)*. IEEE, 2014, pp. 1626–1627. 42
- [61] J. Yeo, V. Prakash, and R. Mittra, "Efficient analysis of a class of microstrip antennas using the characteristic basis function method (CBFM)," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 39, no. 6, pp. 456–464, 2003. 42
- [62] I. Fenni, "Efficient domain decomposition methods for electromagnetic modeling of scattering from forest environments," Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, Oct. 2014. 43
- [63] C. Augonnet, D. Goudin, A. Pujols, and M. Sesques, "Accelerating a massively parallel numerical simulation in electromagnetism using a cluster of GPUs," in *International Conference on Parallel Processing and Applied Mathematics*, 2013, pp. 593–602. 45, 87
- [64] C. Augonnet, S. Thibault, R. Namyst, and P.-A. Wacrenier, "StarPU : a unified platform for task scheduling on heterogeneous multicore architectures," *Concurrency and Computation : Practice and Experience*, vol. 23, no. 2, pp. 187–198, 2011. 45, 87
- [65] J. M. Tamayo, A. Heldring, and J. M. Rius, "Multilevel adaptive cross approximation (MLACA)," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 12, pp. 4600–4608, 2011. 45
- [66] C. Augonnet, D. Goudin, M. Kuhn, X. Lacoste, R. Namyst, and P. Ramet, "A hierarchical fast direct solver for distributed memory machines with manycore nodes," Research Report, Oct. 2019. 45, 88
- [67] M. Bebendorf and S. Kunis, "Recompression techniques for adaptive cross approximation," *The Journal of Integral Equations and Applications*, pp. 331–357, 2009. 46
- [68] J. Maurin, A. Barka, V. Gobin, and X. Juvigny, "Domain decomposition method using integral equations and adaptive cross approximation IE-ACA-DDM for studying antenna radiation and wave scattering from large metallic platforms," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 12, pp. 5698–5708, 2015. 46, 88

- [69] A. Sommerfeld, *Lectures on theoretical physics*, Academic, New York, 1964, vol. 6. [48](#)
- [70] X. Wang, C.-F. Wang, Y.-B. Gan, and L.-W. Li, “Electromagnetic scattering from a circular target above or below rough surface,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 40, pp. 207–227, 2003. [48](#)
- [71] P. Liu and Y. Q. Jin, “The finite-element method with domain decomposition for electromagnetic bistatic scattering from the comprehensive model of a ship on and a target above a large scale rough sea surface,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, no. 5, pp. 950–956, May 2004. [48](#)
- [72] H. Ye and Y. Jin, “Fast iterative approach to difference electromagnetic scattering from the target above a rough surface,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 44, no. 1, pp. 108–115, Jan. 2006. [48](#)
- [73] C. Dong, C. Wang, X. Wei, and H. Yin, “EM scattering from complex targets above a slightly rough surface,” *PIERS online*, vol. 3, no. 5, pp. 685–688, 2007. [48](#)
- [74] G. Kubické and C. Bourlier, “A fast hybrid method for scattering from a large object with dihedral effects above a large rough surface,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 1, pp. 189–198, 2010. [48](#), [49](#), [57](#)
- [75] Y. Liang, L.-X. Guo, and Z. Wu, “The fast EPILE combined with FBM for electromagnetic scattering from dielectric targets above and below the dielectric rough surface,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 49, pp. 3892–3905, october 2011. [48](#), [59](#)
- [76] W.-J. Ji and C.-M. Tong, “The E-PILE+SMCG for scattering from an object below 2D soil rough surface,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 33, pp. 317–337, 2011. [48](#), [59](#)
- [77] J. T. Johnson, “A numerical study of scattering from an object above a rough surface,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 50, no. 10, pp. 1361–1367, 2002. [48](#)
- [78] J. T. Johnson and R. J. Burkholder, “Coupled Canonical Grid/Discrete Dipole Approach for computing scattering from objects above or below a rough interface,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 39, no. 6, pp. 1214–1220, Jun. 2001. [48](#)
- [79] D. Çolak, R. J. Burkholder, and E. H. Newman, “Multiple Sweep Method of Moments analysis of electromagnetic scattering from 3D targets on ocean-like rough surfaces,” *Microwave Optical Technology Letter*, vol. 49, no. 1, pp. 241–247, Jan. 2007. [48](#)
- [80] L. Kuang and Y.-Q. Jin, “Bistatic scattering from a three-dimensional object over a randomly rough surface using the FDTD algorithm,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, pp. 2302–2312, August 2007. [48](#)
- [81] H. Ye and Y.-Q. Jin, “A hybrid KA-MOM algorithm for computation of scattering from a 3-D PEC target above a dielectric rough surface,” *Radio Science*, vol. 43, pp. 1–15, 2008. [48](#)
- [82] L.-X. Guo, J. Li, and H. Zeng, “Bistatic scattering from a three-dimensional object above a two-dimensional randomly rough surface modeled with the parallel FDTD approach,” *Journal of the Optical Society of America*, vol. 26, pp. 2383–2391, November 2009. [48](#)
- [83] B. Guan, J. F. Zhang, X. Y. Zhou, and T. J. Cui, “Electromagnetic scattering from objects above a rough surface using the Method of Moments with Half-Space Green’s Function,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 47, pp. 3399–3405, October 2009. [48](#)
- [84] E. Rashidi-Ranjbar and M. Dehmollaian, “Target above random rough surface scattering using a parallelized IPO accelerated by MLFMM,” *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 12, no. 7, pp. 1481–1485, July 2015. [48](#)
- [85] H.-J. He and L.-X. Guo, “A multihybrid FE-BI-KA technique for 3-D electromagnetic scattering from a coated object above a conductive rough surface,” *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 13, no. 12, pp. 2009–2013, Dec 2016. [48](#), [49](#)

- [86] R.-W. Xu, L.-X. Guo, H.-J. He, and W. Liu, "A hybrid FEM/MoM technique for 3-D electromagnetic scattering from a dielectric object above a conductive rough surface," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 13, no. 3, pp. 314–318, March 2016. 48
- [87] H. Zhao, L. Guo, T. Chen, and W. Liu, "Electromagnetic scattering of coated objects over sea surface based on SBR-SDFSM," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 32, no. 9, pp. 1079–1092, 2018. 48
- [88] W. Tian, B. Wei, and X.-B. He, "A novel domain decomposition-finite difference time domain method for composite scattering from a target above rough surface," *Waves in Random and Complex Media*, pp. 1–15, 2019. 48
- [89] G. Kubické, C. Bourlier, and J. Saillard, "Monostatic Radar Cross Section of an object above a sea surface from a rigorous method," *Comptes Rendus Physique de l'Académie des Sciences*, vol. 11, no. 1, pp. 68–76, 2010. 49
- [90] C. Bourlier, N. Pinel, and G. Kubické, *Method of moments for 2D scattering problems*. Wiley Online Library. 49
- [91] G. Kubické, C. Bourlier, S. Bellez, and H. Li, "A fast EPILÉ+ FBSA method combined with adaptive cross approximation for the scattering from a target above a large ocean-like surface," *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 37, pp. 175–182, 2014. 49, 56
- [92] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical recipes 3rd edition : The art of scientific computing*. Cambridge university press, 2007. 50
- [93] J. Li, L. Guo, and S. Chai, "Composite electromagnetic scattering from an object situated above rough surface," *Applied optics*, vol. 53, no. 35, pp. 8189–8196, 2014. 59
- [94] J. Li, L.-X. Guo, S.-R. Chai, and Y.-C. Jiao, "Electromagnetic scattering from a PEC object above a dielectric rough sea surface by a hybrid PO-PO method," *Waves in Random and Complex Media*, vol. 25, no. 1, pp. 60–74, 2015. 59
- [95] J. Li, K. Li, L.-X. Guo, and Z.-L. Ren, "A bi-iterative model for electromagnetic scattering from a pec object partially buried in rough sea surface," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 15, no. 4, pp. 493–497, 2018. 59
- [96] Y. Liang, L. Guo, and Z. Wu, "The EPILÉ combined with the generalized-FBM for analyzing the scattering from targets above and on a rough surface," *IEEE Antennas and wireless Propagation letters*, vol. 9, pp. 809–813, 2010. 59
- [97] L. Guo, Y. Liang, and Z. Wu, "A study of electromagnetic scattering from conducting targets above and below the dielectric rough surface," *Optics express*, vol. 19, no. 7, pp. 5785–5801, 2011. 59
- [98] Y. An, D. Wang, and R.-S. Chen, "A fast numerical algorithm for calculating electromagnetic scattering from an object above a rough surface," *Electromagnetics*, vol. 33, no. 1, pp. 10–22, 2013. 59, 88
- [99] C. Li and R. Mittra, "Characteristic Basis Function Method for Fast Analysis of 3-D Scattering From Objects Buried Under Rough Surfaces," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2019. 59, 88
- [100] K. Siegel, "Bistatic radars and forward scattering," in *Proceedings of the National Conference on Aeronautical Electronics*, 1958, pp. 286–290. 63, 64
- [101] J. I. Glaser, "Bistatic RCS of complex objects near forward scatter," *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, no. 1, pp. 70–78, 1985. 63
- [102] —, "Some results in the bistatic radar cross section (rcs) of complex objects," *Proceedings of the IEEE*, vol. 77, no. 5, pp. 639–648, 1989. 63
- [103] P. Y. Ufimtsev, "Blackbodies and shadow radiation," *Radiotekhnika i Elektronika*, vol. 34, pp. 2519–2527, 1989. 63

- [104] —, “Blackbodies and the problem of invisible objects,” in *Proc. JINA*, 1992. 63
- [105] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Pergamon Press, New York, 1959. 63, 65
- [106] P. Poincelot, “Sur le théorème de babinet au sens de la théorie électromagnétique,” in *Annales des télécommunications*, vol. 12, no. 12. Springer, 1957, pp. 410–414. 64, 65
- [107] R. E. English and N. George, “Diffraction patterns in the shadows of disks and obstacles,” *Applied optics*, vol. 27, no. 8, pp. 1581–1587, 1988. 64
- [108] P. Pouliguen, J. Damiens, and R. Moulinet, “Radar signatures of helicopter rotors in great bistatism,” in *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. Digest. Held in conjunction with : USNC/CNC/URSI North American Radio Sci. Meeting (Cat. No. 03CH37450)*, vol. 3. IEEE, 2003, pp. 536–539. 64
- [109] P. Y. Ufimtsev, “New insight into the classical Macdonald physical optics approximation,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 50, no. 3, pp. 11–20, 2008. 65, 66
- [110] —, *Fundamentals of the physical theory of diffraction*. John Wiley & Sons, 2014. 65, 66
- [111] W. B. Gordon, “Far-field approximations to the Kirchhoff-Helmholtz representations of scattered fields,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, no. 4, pp. 590–592, 1975. 67
- [112] D. Comite, M. T. Falconi, P. Lombardo, F. S. Marzano, and A. Galli, “Investigating the shadow radiation of 3-Dimensional radar targets in the near field,” in *2017 European Radar Conference (EURAD)*. IEEE, 2017, pp. 17–20. 72
- [113] D. Comite, M. T. Falconi, A. Galli, F. S. Marzano, and P. Lombardo, “Modeling the Forward-Scatter Cross Section of 3-Dimensional Objects by Means of the Shadow Contour Theorem : An Assessment,” in *2018 15th European Radar Conference (EuRAD)*. IEEE, 2018, pp. 95–98. 72
- [114] F. Obelleiro, J. L. Rodriguez, and R. J. Burkholder, “An Iterative Physical Optics approach for analyzing the electromagnetic scattering by large open-ended cavities,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, no. 4, pp. 356–361, 1995. 74, 76
- [115] B. Le Lepvrier, “Hybridation de la FDTD à double grille (DG-FDTD) avec l’optique physique itérative (IPO) - Application à la simulation d’antennes environnées positionnées sur des plates-formes de grandes dimensions,” Thèse de doctorat, INSA de Rennes, Oct. 2014. 74
- [116] R. J. Burkholder, C. Tokgoz, C. Reddy, and W. O. Coburn, “Iterative Physical Optics for radar scattering predictions,” *Applied Computational Electromagnetics Society Journal*, vol. 24, no. 2, pp. 241–258, 2009. 74
- [117] R. J. Burkholder, “A fast and rapidly convergent Iterative Physical Optics algorithm for computing the RCS of open-ended cavities,” *Applied Computational Electromagnetics Society Journal*, vol. 16, no. 1, pp. 53–60, 2001. 74
- [118] F. Obelleiro, J. Campos-Nino, J. L. Rodriguez, and A. Pino, “A segmented approach for computing the electromagnetic scattering of large and deep cavities,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 19, pp. 129–145, 1998. 75
- [119] F. Obelleiro, M. G. Araujo, and J. L. Rodriguez, “Iterative physical optics formulation for analyzing large waveguides with lossy walls,” *Microwave Optical Technology Letter*, vol. 28, no. 1, pp. 21–26, jan 2001. 75
- [120] A. Boag, “A fast iterative physical optics (FIPO) algorithm based on non-uniform polar grid interpolation,” *Microwave Optical Technology Letter*, vol. 35, no. 3, pp. 240–244, 2002. 75
- [121] J. M. Taboada and F. Obelleiro, “Including multibounce effects in the Moment-Method Physical-Optics (MMPO) method,” *Microwave Optical Technology Letter*, vol. 32, no. 6, pp. 435–439, 2002. 76

-
- [122] R. J. Burkholder and T. Lundin, “Forward-Backward Iterative Physical Optics algorithm for computing the RCS of open-ended cavities,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 2, pp. 793–799, Feb. 2005. [76](#)
- [123] C. C. Lu and W. C. Chew, “Fast far-field approximation for calculating the RCS of large objects,” in *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting (APS-URSI)*. IEEE, 1995. [76](#)
- [124] R. Hémon, P. Pouliguen, J. Saillard, and J.-F. Damiens, “Implementation of the Equivalent Currents Method in the IPO method,” in *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting (APS-URSI)*. IEEE, 2008. [76](#)
- [125] K. Xu, Z. W. Liu, D. Z. Ding, and R. S. Chen, “Gpu acceleration of the Iterative Physical Optics (IPO) method,” in *International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory (ISAPE)*, 2008. [76](#)
- [126] J.-P. Adam, G. Kubické, and R. Hémon, “Iterative Physical Optics GPU accelerated,” in *European Conference and Exhibition on Electromagnetics*, 2012. [76](#)
- [127] X.-L. Zhi, W.-Q. Tong, Y. Hu, P. Chen, and J.-G. Hu, “Hybrid algorithm based parallel solution to electromagnetic scattering for arbitrary shaped cavities,” *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, vol. 9, no. 2, pp. 385–400, 2012. [76](#)
- [128] I. Gershenzon, Y. Brick, and A. Boag, “Shadow Radiation Iterative Physical Optics Method for High-Frequency Scattering,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 66, no. 2, pp. 871–883, 2017. [80](#)
- [129] L. Pandolfo, P. De Vita, M. Bandinelli, G. Carluccio, and M. Albani, “Recent developments on the Iterative Physical Optics for the analysis of electrically large scatterers,” in *2016 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory (EMTS)*. IEEE, 2016, pp. 650–653. [84](#)
- [130] G. Kubicke, A. Thomet, C. Bourlier, and P. Pouliguen, “An overview of recent advances on Iterative Physical Optics,” in *2017 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*. IEEE, 2017, pp. 446–449. [84](#)
- [131] L. Gürel, H. Bağcı, J.-C. Castelli, A. Cheraly, and F. Tardivel, “Validation through comparison : Measurement and calculation of the bistatic radar cross section of a stealth target,” *Radio science*, vol. 38, no. 3, 2003. [89](#)