



HAL
open science

Caractérisation et simulation multi-échelle du bruit Barkhausen pour le contrôle non destructif d'aciers

Patrick Fagan

► **To cite this version:**

Patrick Fagan. Caractérisation et simulation multi-échelle du bruit Barkhausen pour le contrôle non destructif d'aciers. Electromagnétisme. INSA Lyon, 2022. Français. NNT : 2022ISAL0088 . tel-03907349v1

HAL Id: tel-03907349

<https://hal.science/tel-03907349v1>

Submitted on 20 Dec 2022 (v1), last revised 26 May 2023 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSA

N°d'ordre NNT : 2022ISAL0088

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON
opérée au sein de
Institut National des Sciences Appliquées Lyon

Ecole Doctorale 160
ED Électronique, Électrotechnique et Automatique

Spécialité/ discipline de doctorat :
Génie Électrique

Soutenue publiquement le 27/10/2022, par :
Patrick Fagan

Caractérisation et simulation multi-échelle du bruit Barkhausen pour le contrôle non destructif d'aciers

Devant le jury composé de :

Président du jury : Daniel Laurent

Fermon Claude, Professeur des Universités CEA LNMO
Vazquez Sabariego Ruth, Professeure des Universités KU Leuven
Daniel Laurent, Professeur des Universités Centrale/Supelec GeePS
Martinez-de-Guerenu Ane, Docteure CEIT

Rapporteur
Rapporteuse
Examineur
Examinatrice

Ducharne Benjamin, maître de conférences HDR INSA Lyon
Skarlatos Anastasios, docteur CEA-List

Directeur de thèse
Co-directeur de thèse

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<u>CHIMIE DE LYON</u> https://www.edchimie-lyon.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage secretariat@edchimie-lyon.fr	M. Stéphane DANIELE C2P2-CPE LYON-UMR 5265 Bâtiment F308, BP 2077 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69616 Villeurbanne directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	<u>ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u> https://edeea.universite-lyon.fr Sec. : Stéphanie CAUVIN Bâtiment Direction INSA Lyon Tél : 04.72.43.71.70 secretariat.edeea@insa-lyon.fr	M. Philippe DELACHARTRE INSA LYON Laboratoire CREATIS Bâtiment Blaise Pascal, 7 avenue Jean Capelle 69621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.88.63 philippe.delachartre@insa-lyon.fr
E2M2	<u>ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION</u> http://e2m2.universite-lyon.fr Sec. : Bénédicte LANZA Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr	Mme Sandrine CHARLES Université Claude Bernard Lyon 1 UFR Biosciences Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69622 Villeurbanne CEDEX sandrine.charles@univ-lyon1.fr
EDISS	<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ</u> http://ediss.universite-lyon.fr Sec. : Bénédicte LANZA Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.ediss@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie RICARD-BLUM Institut de Chimie et Biochimie Moléculaires et Supramoléculaires (ICBMS) - UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1 Bâtiment Raulin - 2ème étage Nord 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex Tél : +33(0)4 72 44 82 32 sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	<u>INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES</u> http://edinfomaths.universite-lyon.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 infomaths@univ-lyon1.fr	M. Hamamache KHEDDOUCI Université Claude Bernard Lyon 1 Bât. Nautibus 43, Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne Cedex France Tél : 04.72.44.83.69 hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr
Matériaux	<u>MATÉRIAUX DE LYON</u> http://ed34.universite-lyon.fr Sec. : Yann DE ORDENANA Tél : 04.72.18.62.44 yann.de-ordenana@ec-lyon.fr	M. Stéphane BENAYOUN Ecole Centrale de Lyon Laboratoire LTDS 36 avenue Guy de Collongue 69134 Ecully CEDEX Tél : 04.72.18.64.37 stephane.benayoun@ec-lyon.fr
MEGA	<u>MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u> http://edmega.universite-lyon.fr Sec. : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bâtiment Direction INSA Lyon mega@insa-lyon.fr	M. Jocelyn BONJOUR INSA Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69621 Villeurbanne CEDEX jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr
ScSo	<u>ScSo*</u> https://edsciencessociales.universite-lyon.fr Sec. : Mélina FAVETON INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.77.79 melina.faveton@univ-lyon2.fr	M. Christian MONTES Université Lumière Lyon 2 86 Rue Pasteur 69365 Lyon CEDEX 07 christian.montes@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Remerciements

- Juliette, pour avoir été à mes côtés et bien plus ;
- Ma mère et mes frères et sœurs, toujours là en cas de besoin (remerciements spéciaux à Mathieu pour la relecture des fautes de grammaire) ;
- Benjamin Ducharne, Anastasios Skarlatos et Christophe Reboud, en tant que directeur de thèse, tuteur CEA et directeur du LSME, pour avoir mis en place le cadre de cette thèse, conseillé sur ses développements etc. ;
- Les rapporteurs et les autres membres du jury pour avoir accepté d'étudier mon manuscrit et d'évaluer le travail réalisé tout au long de mon doctorat
- Laurent Daniel et Mathieu Domenjoud du GeePs, pour la machine de traction-compression utilisée dans le cadre de nos mesures sous contrainte et pour des échanges appréciés tout au long de cette thèse ;
- Loup Plantevin, pour la conception du circuit intégré pour la mesure analogique du MBNE ;
- Les collègues et doctorants du CEA, pour des moments de convivialité et des repas partagés ensemble, un bon soutien même pendant les mois du COVID ;
- Les amis de l'INSA et du Clubelek, Joe & co., et bien d'autres.

Résumé

Le bruit Barkhausen (MBN) est un phénomène magnétique utilisé pour le contrôle non destructif de pièces ferromagnétiques (évaluation de microstructure, détection de défauts surfaciques, etc.). Sa mesure reste délicate à interpréter quantitativement car il dépend d'un grand nombre de paramètres, comme la taille des grains, la densité de dislocations ou les contraintes internes.

Un outil de simulation, permettant de tester un grand nombre de configurations et de faire varier les propriétés internes du matériau, est très attendu pour améliorer l'analyse du bruit Barkhausen. L'approche choisie dans cette thèse consiste à combiner un modèle multi-échelle (MME), donnant des courbes anhystérétiques, et un modèle d'hystérésis classique.

Des cycles d'hystérésis associés à la mesure MBN et à son énergie (MBNE) sont mesurés et simulés en prenant soin d'annuler la contribution liée à la rotation de l'aimantation dans le MME.

Un accord qualitatif a été obtenu, une précision plus poussée pouvant être atteinte grâce à une étude fine de la texture du matériau.

Aussi, des comparaisons ont été réalisées entre cycles classiques sans et avec contraintes mécaniques unidirectionnelles afin de comprendre leur influence sur la cinétique des domaines magnétiques. Des simulations 2D ont montré que la sensibilité des indicateurs magnétiques pour le bruit Barkhausen est très affectée par la direction de la contrainte et de l'excitation magnétique.

Finalement, un algorithme d'asservissement a été mis en place pour obtenir une densité de flux sinusoïdale et se placer dans le cadre expérimental de la théorie statistique des pertes (STL). La relation entre l'aire du cycle MBNE et la fréquence d'excitation est très similaire à la relation classique, ce qui ouvre une voie pour normaliser l'amplitude du MBNE.

En conclusion, l'association entre MBNE et modèle d'hystérésis donne de résultats qualitatifs permettant d'anticiper certaines tendances des indicateurs magnétiques, notamment pour des contraintes mécaniques appliquées à une pièce.

Mots-clé : bruit Barkhausen, hystérésis magnétique, modèle multi-échelle, contrainte interne

Abstract

The Barkhausen noise is a magnetic phenomenon employed for the non-destructive evaluation of ferromagnetic samples, mainly for microstructure evaluation and detection of surface defects. Its interpretation is still qualitative because the Barkhausen noise is sensitive to a great number of parameters, like the grain size. A simulation tool, allowing testing a great number of configurations, is sorely needed to improve quantitative analysis of Barkhausen noise measurements.

The chosen simulation tool is the combination of the multi-scale model (MSM), giving anhysteretic functions as outputs, with a classical hysteresis model. The hysteresis loop of the

Barkhausen noise has been obtained with the MBNE loop and it has been simulated by removing the magnetization rotation contribution in the MSM. This approach allows to compare the MBNE to the classical hysteresis loop, which has been tested without and with an uniaxial mechanical stress.

Measurements have found a qualitative agreement with simulated loops, a better precision requiring very detailed studies on the texture of the material. 2D simulations show that the sensitivity of MBNE magnetic indicators heavily depend on the direction of both mechanical and magnetic excitation.

A feedback algorithm has been implemented to obtain the sinusoidal magnetic induction required by the Statistical Theory of Losses (STL). First results show that the relationship between MBNE surface and excitation loop is similar to the classic STL law, which could be exploited to standardize the MBNE normalization coefficient.

The association between MSM and hysteresis model gives qualitative results allowing to anticipate some trends of the chosen magnetic indicators, mainly when the mechanical stress is variable.

Key words : Barkhausen noise, magnetic hysteresis, multi-scale model, internal stress

Table des matières

Partie 1: Introduction

I - Différentes échelles du magnétisme.....	2
I.1 Échelle atomique	2
I.2 Échelle du domaine magnétique	5
I.3 Échelle du grain	9
I.4 Échelle macroscopique	10
II - Techniques de mesure pour le contrôle non destructif (CND)	15
II.1 Définition et histoire du contrôle non destructif.....	15
II.2 Techniques magnétiques	16
Conclusion : intérêt du bruit Barkhausen.....	24

Partie 2: Modélisation

I – Grandeurs observées.....	27
I.1 Mesure stochastique	29
I.2 Mesure "moyennée"	31
II - Modélisation du bruit Barkhausen	33
II.1 Étude micro-magnétique	34
II.2 Différences finies	37
II.3 Étude stochastique	39
II.4 Modèles d'hystérésis	43
II.5 Modèle multi-échelle (MME)	51
Conclusions de ce chapitre	56

Partie 3: Appareil expérimental et traitement des données

I – Appareil expérimental.....	59
I.1 Échantillons	59
I.2 Excitation magnétique	60
I.3 Mesure des grandeurs magnétiques.....	61
I.4 Amplification et filtrage du signal Barkhausen.....	62
I.5 Acquisition des données	63
II - Excitation mécanique.....	63

III - Traitement des données	65
III.1 Correction de la dérive linéaire	65
III.2 Correction de la dérive par interpolation.....	66
III.3 Moyenne glissante.....	68
III.4 Moyennage par cycle	69
III.5 Positionnement de la courbe B(H).....	71
III.6 Fermeture des cycles MBNE(H)	71

Partie 4: Mesures sans traction

I – Prise en main de la maquette expérimentale	74
I.1 Mesures à courant variable.....	74
I.2 Mesures à fréquence variable	76
I.3 Comparaisons avec les bobines pancake	79
II – Mesures sans contrainte	82
II.1 Optimisation par Jiles-Atherton	82
II.2 Optimisation par frottement sec.....	86
Conclusion de ce chapitre	87

Partie 5: Mesures avec traction

I- Traction, optimisation avec frottement sec	90
I.1 Courbes expérimentales et reconstruction du MBNE.....	90
I.2 Étude de l'évolution des indicateurs magnétiques.....	93
I.3 Simulations 2D	96
II- Traction et compression avec support anti-flambage.....	98
Conclusion de ce chapitre	105

Partie 6: Asservissement du B(H) et effets sur le bruit Barkhausen

I – Introduction.....	108
II – Critères de choix de la méthode itérative à implémenter	110
III – Simulations du P-ILC sous MATLAB	112
III.1 Définition des grandeurs.....	112
III.2 Variation des gains PID	114
III.3 Influence des perturbations	116

III.4 Étude avec une source réelle.....	117
III.5 Améliorations pour le P-ILC.....	119
IV – Exploitation des mesures	122
IV.1 Influence de la bobine d'excitation sur la mesure du bruit Barkhausen	122
IV.2 Reconstruction du cycle MBNE(H)	125
IV.3 Vérification de STL pour le MBNE.....	130
Conclusion	133
Bibliographie générale	137
Annexes	155

Table des illustrations

Figure 1.1: plusieurs échelles du magnétisme. Source: [10]	2
Figure 1.2: représentation des données pour la détermination du moment angulaire d'un électron, dans le cas d'orbites circulaires. Atome d'hydrogène montré.	3
Figure 1.3: exemple de domaines magnétiques dans un matériau. Cette structure, avec des parois à 180° et 90°, permet souvent de minimiser l'énergie globale plus efficacement qu'un seul domaine. Source : [17].....	7
Figure 1.4: paroi à 180° de Bloch (a.) et de Néel (b.). Source: [15].....	8
Figure 1.5: représentation du déplacement de parois de domaine et la rotation de l'aimantation. Source: [15].....	8
Figure 1.6: courbe de première aimantation avec mise en évidence des différents phénomènes mis en jeu. Source: [14].....	10
Figure 1.7: représentation du comportement des atomes dans des matériaux diamagnétiques, paramagnétiques, ferrimagnétiques et ferromagnétiques. On applique un champ magnétique H dirigé vers le haut dans la deuxième ligne et on l'enlève dans la troisième.	12
Figure 1.8: représentation graphique de l'hystérésis avec mise en évidence de l'aimantation coercitive et du champ rémanent.	13
Figure 1.9: schéma de principe de la mesure du bruit Barkhausen avec bobine pancake. Ce schéma peut être adapté pour le MAE en remplaçant la bobine pancake par un transducteur piézo-électrique.....	17
Figure 1.10: schéma de principe du transducteur EMAT. La tension V aux bornes de la bobine peut soit être fixée par une source de courant (dans le cas de l'émetteur) ou mesurée (dans le cas du récepteur).....	19
Figure 1.11: cycle B(H) avec détermination de la perméabilité incrémentale à 3 endroits. Source: [63]	20
Figure 1.12: génération de courants de Foucault (rouge) dans une pièce en mouvement relatif (vitesse V) par rapport à un aimant permanent. Le champ magnétique généré par l'aimant est en vert, le champ magnétique induit dans la pièce en bleu. Source: Wikipédia.....	21
Figure 1.13: exemple de capteur miniaturisé pour les courants de Foucault (a) et représentation des champs créés (b). Les bobines externes agissent comme source magnétique, la magnétorésistance comme capteur. Source: [72].....	21
Figure 1.14: simulation numérique montrant les lignes de champ de H dans un échantillon avec fissure et avec un yoke (en haut) apportant l'excitation magnétique. On peut remarquer la "courbure" des lignes de champ au-dessus de l'entaille.....	23
Figure 1.15: appareil expérimental pour la mesure de PMP. Source: [79].....	24
Figure 2.1: Haut: mouvement d'une paroi de domaine rencontrant un défaut. Bas: évolution de H, M et dM/dt.	27
Figure 2.2: exemple de bruit Barkhausen mesuré. Le signal triangulaire est le courant injecté dans la bobine d'excitation, en première approximation proportionnel à H. Source: [98]	28
Figure 2.3: exemple de signal stochastique (noir) avec mise en évidence des enveloppes pic (rouge et bleu).....	29

Figure 2.4: représentation d'une avalanche et de ses propriétés.	29
Figure 2.5: spectrogramme du signal Barkhausen mesuré expérimentalement (échelle logarithmique pour la puissance). Les lignes horizontales correspondent à des harmoniques parasites.	31
Figure 2.6: données expérimentales (noir), Lorentzienne asymétrique ajustée au sens des moindres carrés (rouge) et droite de mi-hauteur (tirets bleus). La largeur de mi-hauteur (FWHM), la valeur pic et la position du pic sont aussi représentées.	33
Figure 2.7: évolution du spin S (proportionnel à M) sans (a) et avec (b) dissipation. Source: [120]	36
Figure 2.8: maillages carrés imbriqués dans le cas 2D. Le champ électrique est évalué dans les axes XY , le champ magnétique dans l'axe Z	38
Figure 2.9: ASM 2D. Haut : ajout d'un grain de sable. Bas : la pile rouge devient instable et un grain est ajouté à chaque pile voisine.	40
Figure 2.10: graphique donnant la sortie de l'opérateur de Preisach M en fonction de H . $\alpha L = -0.4$, $\alpha H = 0.4$, $M_s = 1$	48
Figure 2.11: triangle de Preisach avec mise en évidence des hystérons à l'état haut ($T+$) et des hystérons à l'état bas ($T-$).	50
Figure 2.12: fonction anhystérétique (noir) et deux courbes d'hystérésis avec différents H_c (rouge et vert).	51
Figure 2.13: différentes échelles étudiées dans le MME.	52
Figure 2.14: schéma représentant différents grains (structure cubique) et leur orientation. Source: [197]	54
Figure 2.15: définition des angles d'Euler pour arriver au repère $OX''Y''Z''$ depuis le repère $OXYZ$	54
Figure 2.16: courbe anhystérétique d'un échantillon en fer-cobalt, avec (lignes continues) et sans rotation (points).	57
Figure 3.1: schéma montrant l'appareil expérimental utilisé pour les mesures sans contrainte. Source: [43]	59
Figure 3.2: dimensions des échantillons testés. Haut: fer-cobalt, bas: fer-silicium.	59
Figure 3.3: schéma électrique équivalent du circuit d'excitation magnétique.	61
Figure 3.4: schéma du circuit intégré conçu pour le traitement analogique du bruit Barkhausen.	63
Figure 3.5: schéma de la machine de traction et du montage pour l'excitation mécanique. Source : [106]	64
Figure 3.6: échantillon fin (gris) dans le dispositif anti-flambage (rouge). Les extrémités de l'échantillon sont libres pour que les mors de la machine de traction-compression puissent s'y serrer.	65
Figure 3.7: mesure de B affectée par la dérive linéaire.	66
Figure 3.8: simulations montrant l'effet de la dérive sur le cycle $B(H)$. Gauche: B en fonction du temps, droite: cycles $B(H)$	67
Figure 3.9: simulations montrant les effets de la correction par interpolation.	68
Figure 3.10: représentations temporelles de X et Y	69

Figure 3.11: courbe X(Y) brute (noir) et branches moyennées (rouge et bleu).....	70
Figure 3.12: MBNE simulé avec bruit blanc, avant et après correction d'amplitude.	72
Figure 4.1: courbe B(H) pour le FeCo FP10 avec un courant croissant (du bleu au rouge).....	74
Figure 4.2: bruit Barkhausen en fonction de H pour le FeCo FP10, mêmes couleurs qu'auparavant.	75
Figure 4.3: courbes B(H) à 1 Hz pour les matériaux testés. Le dB/dt et le bruit Barkhausen ont été redimensionnés pour faciliter les comparaisons avec le B(H).	75
Figure 4.4: courbe B(H) pour le FeCo FP4 à 1, 11 et 21 Hz.	77
Figure 4.5: signaux temporels (haut) et leurs spectrogramme (bas) pour l'enveloppe gaussienne (gauche) et le bruit blanc modulé (droite). Les spectrogrammes ont été normalisés par f	78
Figure 4.6: spectrogramme du signal expérimental pour le FeCo FP10 à 1 Hz. La fréquence limite a été mise en évidence en blanc.	78
Figure 4.7: détection du bruit Barkhausen dans un échantillon épais par bobine "classique" (a.) et par bobine pancake (b.).	80
Figure 4.8: bruit Barkhausen normalisé mesuré à travers une bobine pancake (rouge) et une bobine encerclante (bleu) pour le FeSi GO (sens longitudinal).	80
Figure 4.9: bruit Barkhausen normalisé mesuré à travers une bobine pancake (rouge) et une bobine encerclante (bleu) pour le FeCo FP4.	81
Figure 4.10: comparaisons entre les cycles MBNE(H) des bobines encerclantes (bleu) et de la bobine pancake (rouge) avec le cycle B(H) (noir) pour le FeSi GO (sens longitudinal).	81
Figure 4.11: comparaisons entre les cycles MBNE(H) des bobines encerclantes (bleu) et de la bobine pancake (rouge) avec le cycle B(H) (noir) pour le FeCo FP4.	82
Figure 4.12: comparaison entre les courbes B(H) et MBNE(H) pour les quatre matériaux testés. En sens horaire depuis l'angle haut à gauche: FeSi GO DL, FeSi GO DT, FeCo FP4 et FeCo FP10. Source: [43]	83
Figure 4.13: courbes anhystérétiques pour le FeCo FP4.	84
Figure 4.14: courbes anhystérétiques pour le FeSi GO.	84
Figure 4.15: comparaison entre données expérimentales (bleu) et simulation (rouge) pour le FeCo FP10 et optimisation par Jiles-Atherton. Source: [43]	85
Figure 4.16: comparaison entre données expérimentales (bleu) et simulation (rouge) pour le FeCo FP4 et optimisation par Jiles-Atherton. Source: [43]	85
Figure 4.17: comparaison entre données expérimentales (bleu) et simulation (rouge) pour le FeCo FP4 et optimisation avec frottement sec.	87
Figure 4.18: comparaison entre données expérimentales (bleu) et simulation (rouge) pour le FeCo FP10 et optimisation avec frottement sec.	87
Figure 5.1: cycles B(H) (gauche) et MBNE(H) (droite) pour le FeCo FP10 (haut) et le FeSi GO DL (bas). Source: [106]	90
Figure 5.2: évolution du champ coercitif du B(H) (bleu), du MBNE(H) (rouge) et tendances des deux courbes en exponentielle négative (noir) pour les deux matériaux. Source : [106].....	91

Figure 5.3: simulation du filtre analogique et comparaisons avec les mesures expérimentales. Source: [106]	92
Figure 5.4: comparaison entre les courbes $B(H)$ expérimentales et simulées pour le FeCo et le FeSi. Source: [106].....	93
Figure 5.5: comparaison entre les courbes MBNE(H) expérimentales et simulées pour le FeCo et le FeSi. Source: [106].....	93
Figure 5.6: détermination graphique des champs de saturation à 95% et 99% pour une courbe anhystérétique.	94
Figure 5.7: évolution relative de différents indicateurs du MBNE(H) pour le FeSi (haut) et le FeCo (bas) en fonction de la contrainte. Source : [106]	95
Figure 5.8: évolution relative des champs à saturation sur les courbes anhystérétiques du MME. Source : [106].....	95
Figure 5.9: évolution relative de H_{99} pour le FeCo FP10 à des contraintes de 50, 100, 150 et 200 MPa appliquées à $\theta = 0^\circ$ en fonction de la direction de l'excitation magnétique.	96
Figure 5.10: évolution du H_{95} normalisé dans le cas d'une contrainte mécanique biaxiale. Source: [106]	98
Figure 5.11: Gauche : flambage progressif de la tôle supérieure d'un matériau composite, jusqu'à rupture. Source : [231]. Droite : définition des grandeurs et représentation de l'éprouvette dans les mors de la machine de compression, sans yokes.	99
Figure 5.12: détermination de 3 longueurs libres après installation des yokes pour l'excitation magnétique.	100
Figure 5.13: perspective éclatée du dispositif anti-flambage (deux pièces centrales) entre l'échantillon (gauche) et un yoke (droite).	101
Figure 5.14: montage complet sur la machine de traction (éprouvette, support anti-flambage en blanc, yokes en gris foncé). Sont aussi visibles la sonde à effet Hall (gauche), les mors de la machine de traction et la bobine d'excitation du yoke.	101
Figure 5.15: cycle $B(H)$ pour le FeCo FP10 avec et sans le support anti-flambage.....	102
Figure 5.16: évolution du cycle $B(H)$ en compression et en traction pour le FeCo FP10 (gauche) et le FeSi GO RD (droite).	102
Figure 5.17: champ coercitif pour le $B(H)$ du FeCo FP10 avec et sans support anti-flambage.	103
Figure 5.18: champ coercitif pour le $B(H)$ du FeSi GO RD avec et sans support anti-flambage.	103
Figure 5.19: H_{95} expérimental (gauche) et simulé (droite) pour le $B(H)$ et le MBNE(H) pour le FeCo FP10.....	104
Figure 5.20: H_{95} expérimental (gauche) et simulé (droite) pour le $B(H)$ et le MBNE(H) pour le FeSi GO RD.....	104
Figure 6.1: schéma théorique du problème d'asservissement.....	110
Figure 6.2: erreur relative en fonction du nombre d'itération et K_p	114
Figure 6.3: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itération et K_i	115
Figure 6.4: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itération et K_D	115

Figure 6.5: erreur relative euclidienne selon l'amplitude de bruit blanc sur x et la mesure. Erreur minimale après 150 itérations.	116
Figure 6.6: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itérations et de l'amplitude de la dérive sur la mesure.	117
Figure 6.7: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itérations et KP dans le cas d'une source réelle.	117
Figure 6.8: allure temporelle des mesures avec une source réelle.	118
Figure 6.9: erreur minimale en fonction de ξ et f_0	118
Figure 6.10: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itérations et de la fréquence d'excitation.	119
Figure 6.11: erreur relative euclidienne de différents P-ILC étendus.	121
Figure 6.12: gain 'courant transmis à la bobine / courant demandé' pour 3 bobines d'excitation.	123
Figure 6.13: spectrogrammes du dB/dt obtenus lors de l'asservissement pour les trois bobines étudiées.	124
Figure 6.14: spectrogrammes du dB/dt obtenus sans excitation (courant nul) avant que l'asservissement commence.	124
Figure 6.15: courbes normalisées de H et B au cours du temps. On remarque l'asymétrie de H entre B montant et B descendant à travers la présence de « paliers » autour de +0.05 et -0.05.	126
Figure 6.16: courbes simulées de H et B au cours du temps avec une fréquence d'excitation de 2 Hz.	127
Figure 6.17: cycles MBNE(H) obtenus avec le VBK détaillé précédemment. Le cycle B(H) est donné pour comparaison.	128
Figure 6.18: représentation temporelle des MBNE de la figure précédente.	128
Figure 6.19: affichage normalisé du MBNE pour le FeSi GO, entre une fréquence de 1 Hz (bleu) et 50 Hz (rouge). Une courbe sinusoïdale tronquée a été affichée pour comparaison en tirets noirs.	131
Figure 6.20: courbe $S(f)$ expérimentale et fonctions théoriques ajustées pour la surface du cycle B(H).	132
Figure 6.21: comparaison entre les différentes courbes « STL classique » ajustées sur l'aire des MBNE(H) (composante α ou β) et du B(H).	133
Figure A.1: transformée de Fourier des deux signaux de l'équation A.35.	159
Figure A.2: transformées par ondelettes des signaux vus précédemment.	160
Figure A.3: énergie des transformées de la figure A.2.	160

Introduction générale

Le bruit Barkhausen est un phénomène magnétique qui a été découvert au début du XX^e siècle et qui est intimement lié aux mouvements de parois de domaine magnétique à l'échelle microscopique. Depuis sa découverte, il a trouvé beaucoup d'applications pratiques dans l'industrie et le contrôle non destructif (CND) pour étudier la microstructure d'une pièce ferromagnétique [1]. On peut notamment citer des essais pour déterminer la dureté et l'épaisseur d'une couche de matériau soumise à un traitement de surface (comme la cémentation) ou pour évaluer la présence de dégâts à la surface (comme de défauts d'origine thermique à la surface d'engrenages [2][3] ou la présence de fissures [4]).

Parmi le large spectre de méthodes électromagnétiques pour le CND, le bruit Barkhausen a la propriété d'être influencé par un grand nombre de paramètres micro-structuraux, les plus importants étant la taille des grains du matériau, la densité de défauts ou l'état de contrainte interne [5]. D'autres gros avantages pour le CND sont dus au fait que la mesure du bruit Barkhausen se passe à la surface du matériau et que la mesure est locale [6][7].

La sensibilité du bruit Barkhausen à un grand nombre de paramètres micro-structuraux est aussi une faiblesse assez importante, car l'interprétation des mesures expérimentales est encore délicate [7]. De plus, l'appareil expérimental même peut influencer de manière importante la mesure, par exemple à travers le phénomène de lift-off [8]. Pour l'instant, le bruit Barkhausen est surtout utilisé de façon qualitative, en comparant le bruit mesuré sur un échantillon avec celui d'un état de référence, et le lien entre bruit Barkhausen et contrainte interne n'est pas univoque. Plusieurs grandeurs peuvent être définies, mais leur évolution n'est pas linéaire [9]. Un modèle numérique du bruit Barkhausen serait un précieux outil pour faciliter l'interprétation des mesures expérimentales [7], et cela est une des motivations principales à l'origine de cette thèse.

L'objectif principal de cette thèse a été de définir des outils de simulation numérique pour le bruit Barkhausen à travers l'enveloppe MBNE (Magnetic Barkhausen Noise Energy), indirectement liée à l'énergie cinétique dissipée par les parois de domaine. Une fois l'outil de simulation défini, il a été question de le valider dans le cadre expérimental. Cela a notamment demandé de comparer les prédictions de l'outil avec les mesures expérimentales sous contrainte mécanique et d'évaluer la dépendance de l'aire du cycle MBNE avec la fréquence.

Ce document est séparé en six chapitres :

- le premier chapitre sert d'introduction théorique, expliquant les origines du bruit Barkhausen, le caractère multi-échelle du magnétisme et la place du bruit Barkhausen dans les différentes méthodes magnétiques pour le contrôle non destructif ;
- le deuxième chapitre présente différentes classes de modèles magnétiques déjà exploités dans la littérature, des méthodes micro-magnétiques à la simulation par éléments finis et les méthodes macroscopiques. Le modèle multi-échelle est aussi présenté en détail ;
- le troisième chapitre détaille l'appareil expérimental utilisé, ainsi que différentes étapes de traitement de la mesure brute pour arriver au cycle MBNE(H) ;

- le quatrième chapitre présente le résultat des mesures sans contrainte mécanique, en particulier sur la reconstruction des cycles $B(H)$ et $MBNE(H)$ à travers l'utilisation d'un modèle classique d'hystérésis (Jiles-Atherton et frottement sec) combiné avec le modèle multi-échelle (MME) ;
- le cinquième chapitre présente les mesures réalisées en traction et en compression légère. Dans ce cadre, l'évolution de différents indicateurs magnétiques mesurés expérimentalement d'un côté et simulés par le MME de l'autre a été étudiée et les deux ont été comparées entre elles ;
- le sixième et dernier chapitre étudie le problème de l'asservissement de B et l'utilisation de la théorie STL (Statistical Theory of Losses) pour retrouver l'amplitude des cycles $MBNE$ à partir des cycles $B(H)$. La méthode d'asservissement choisie a été étudiée sur MATLAB, notamment en cherchant ses limites dans le cas pratique et des façons d'améliorer sa vitesse de convergence. Finalement, les mesures expérimentales sont présentées et analysées pour vérifier la validité de l'hypothèse faite.

Partie 1

Introduction

Cette première partie va expliquer en détail le contexte dans lequel le bruit Barkhausen est étudié, avec une mention des effets multi-échelle de l'aimantation des matériaux (et leur catégorisation selon leur comportement) et de la définition de contrôle non destructif (CND). Différentes techniques de CND magnétique sont aussi présentées en détail.

Table des matières

I - Différentes échelles du magnétisme.....	2
I.1 Échelle atomique	2
I.2 Échelle du domaine magnétique	5
I.3 Échelle du grain	9
I.4 Échelle du matériau	10
I.4.a Types de matériaux.....	10
I.4.b Aimantation et hystérésis	12
I.4.c Lois de Maxwell	14
II - Techniques de mesure pour le contrôle non destructif (CND)	15
II.1 Définition et histoire du contrôle non destructif.....	15
II.2 Techniques magnétiques	16
Bruit Barkhausen (MBN)	16
Émissions magnéto-acoustiques (MAE).....	18
Transducteur magnéto-acoustique (EMAT)	18
Perméabilité incrémentale (IP)	19
Courants de Foucault	20
Inspection par particules magnétiques (MPI).....	22
Fuite de flux magnétique (MFL) et mémoire magnétique (MMM)	22
Perturbation de champ magnétique permanent (PMP).....	23
Conclusion : intérêt du bruit Barkhausen.....	24

I - Différentes échelles du magnétisme

Le magnétisme est un phénomène qui trouve son origine dans le mouvement des électrons dans l'atome, et ses effets vont être visibles même à l'échelle macroscopique - par exemple à travers les aimants permanents. Le comportement magnétique d'un matériau peut être expliqué en l'étudiant à plusieurs échelles :

- l'échelle atomique (10^{-9} m), où la physique quantique entre en jeu ;
- l'échelle du domaine magnétique (10^{-6} m), où les interactions entre atomes voisins vont être prédominantes et où on peut considérer le milieu continu ;
- l'échelle du grain (jusqu'à 10^{-2} m), où les jonctions entre deux réseaux cristallins aux orientations différentes vont influencer la du matériau ;
- l'échelle du matériau (au-delà de 10^{-2} m), où les facteurs géométriques doivent être considérés et où un comportement macroscopique peut être défini.

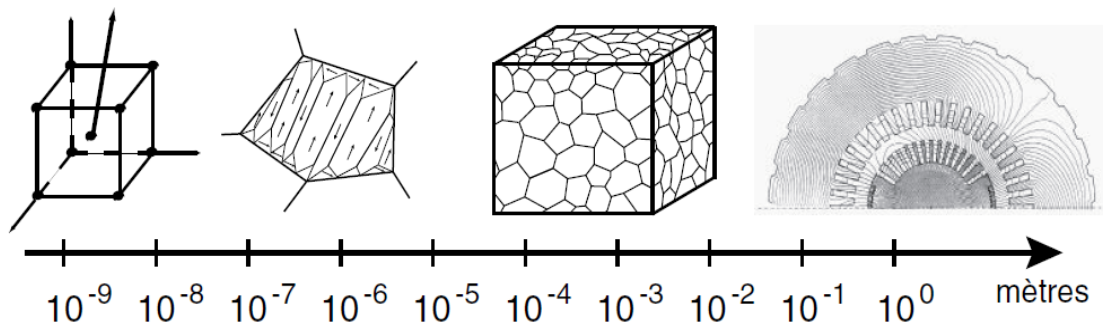


Figure 1.1: plusieurs échelles du magnétisme. Source: [10]

I.1 Échelle atomique

Pour cette section, se référer à des ouvrages spécialisés: ceci n'est qu'une introduction rapide à partir de références accessibles comme [11] ou [12], qui ne rentrent pas en détail dans la théorie de la mécanique quantique.

Le magnétisme trouve ses origines à l'échelle quantique. Toute particule possède une grandeur appelée **spin**, grandeur qui est une de ses propriétés fondamentales (tout comme la masse ou la charge), mais qui n'a pas d'équivalent en physique "classique". Ce spin génère le **moment magnétique de spin** à travers la formule suivante:

$$\vec{\mu}_s = g_s \frac{e\hbar}{2m} \vec{S} \quad (I.1)$$

avec:

- $\vec{\mu}_s$ le moment magnétique de spin ;
- g_s le **facteur de Landé** de spin, un nombre sans unité qui dépend de la particule considérée ;
- e la charge élémentaire, de valeur $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C ;
- \hbar la constante réduite de Planck, de valeur $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \cdot 10^{-34}$ J · s ;
- m la masse de la particule ;

- \vec{S} le spin.

On peut déjà remarquer que le moment magnétique est une grandeur vectorielle, donc la valeur numérique de ses composantes va dépendre aussi du repère choisi. De plus, le spin étant quantifié (pouvant prendre seulement certaines valeurs), le moment magnétique le sera aussi.

Le moment magnétique des particules étant très petit (habituellement entre 10^{-25} et $10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$), il est possible de définir une unité de base qui est le **magnéton de Bohr**, ou tout simplement le moment magnétique de spin de l'électron:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.271 \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

Les caractéristiques principales des particules subatomiques sont résumées dans le tableau ci-dessous.

	Proton	Neutron	Électron
Masse (kg)	$1.673 \cdot 10^{-27}$	$1.674 \cdot 10^{-27}$	$9.109 \cdot 10^{-31}$
Charge (C) / e	+1	0	-1
Moment magnétique / μ_B	$1.52 \cdot 10^{-3}$	$-1.04 \cdot 10^{-3}$	-1

On peut remarquer que le moment magnétique des nucléons (proton et neutron) est négligeable face à celui de l'électron de par sa masse beaucoup plus faible, donc il est possible, en première approximation, de considérer seulement la contribution des électrons en passant à l'échelle atomique. À cette échelle, il faut aussi prendre en compte le moment généré par la rotation des électrons autour du noyau atomique. Cette composante a une analogie en mécanique classique et est appelée **moment angulaire**.

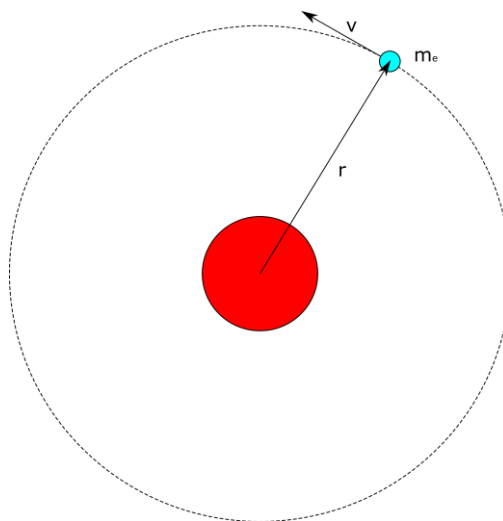


Figure 1.2: représentation des données pour la détermination du moment angulaire d'un électron, dans le cas d'orbites circulaires. Atome d'hydrogène montré.

Pour un électron avec une orbite circulaire, son expression vectorielle est classique:

$$\vec{J} = m_e \vec{v} \times \vec{r} \quad (1.2)$$

avec \vec{v} la vitesse de mouvement de l'électron et \vec{r} le vecteur distance depuis le centre de l'atome. Le moment magnétique "classique" (orbital) est donné par le courant généré par la rotation de l'électron fois la surface totale:

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_J &= S I \vec{n} \\ &= \pi r^2 \frac{dq}{dt} \vec{n} \\ &= \pi r^2 q_e \frac{dx}{dt} \vec{n} \\ &= \pi r^2 q_e \frac{v}{2\pi r} \vec{n} \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\vec{\mu}_J = \frac{q_e}{2} r v \vec{n} \quad (1.4)$$

Le moment angulaire et le moment magnétique orbital sont alors directement proportionnels:

$$\vec{\mu}_J = \frac{q_e}{2 m_e} \vec{J} = \gamma_0 \vec{J} \quad (1.5)$$

avec $\gamma_0 = -8.832 \cdot 10^{-10} \text{ C/kg}$ le rapport gyromagnétique de l'électron. Cela reste vrai même dans le cadre de la mécanique quantique, mais le spin de l'électron va "doubler" le rapport gyromagnétique mesuré. Cela est pris en compte par l'application d'un facteur g_L , appelé **facteur de Landé** orbital et valant 2 pour l'électron:

$$\vec{\mu}_J = g_L \gamma_0 \vec{J} \quad (1.6)$$

Le moment magnétique global d'un atome est donné par la somme vectorielle des moments magnétiques de chaque particule le composant, et seulement des moments magnétiques des électrons en première approximation. Les électrons suivent le **principe d'exclusion de Pauli**, et leur spin peut prendre seulement deux valeurs: $+\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{2}$. Du coup, les électrons vont s'apparier dans les couches électroniques de l'atome, et leur moment magnétique va se compenser. Le moment magnétique d'un atome sera souvent nul, et il faudra avoir des couches partiellement remplies pour observer un moment magnétique global non nul.

Le moment magnétique global est alors la somme du moment magnétique de spin avec le moment magnétique orbital:

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_J = -g \gamma_0 (\vec{J} + \vec{S}) \quad (1.7)$$

avec g le facteur de Landé global. La relation entre g , g_S et g_L n'est pas immédiate et requiert l'utilisation des nombres quantiques de l'atome et d'opérateurs quantiques, elle ne sera donc pas explicitée ici.

Le concept important de cette partie est que le moment magnétique d'un atome, étant lié à des grandeurs constantes (masse, charge de l'électron, spin en valeur absolu), peut être

considéré constant en amplitude. Ainsi, dès que le matériau ne subit pas de changements au niveau nucléaire (ionisation, radioactivité, ...), le moment magnétique d'un atome peut être représenté par un vecteur d'amplitude constante et direction variable, ce qui est à la base des modèles micro-magnétiques.

1.2 Échelle du domaine magnétique

Après l'échelle atomique, on passe à l'échelle microscopique, où l'on suppose que le matériau soit continu. Ainsi, l'aimantation \vec{M} du matériau à la position (x, y, z) peut être représentée par la densité volumique des aimantations \vec{m} de chaque atome dans un petit volume V centré autour du point considéré:

$$\vec{M}(x, y, z) = \frac{d\vec{\mu}}{dV} \quad (1.8)$$

Comme on a pu le voir plus t, l'aimantation d'un atome va avoir une amplitude constante et une direction variable. L'atome peut être dans un très grand nombre d'états possibles, et leur probabilité est définie par la statistique de Maxwell-Boltzmann:

$$p(state) = \frac{e^{-\frac{W(state)}{k_B T}}}{\sum_{s \in \Omega} e^{-\frac{W(s)}{k_B T}}} \quad (1.9)$$

avec:

- $W(state)$ l'énergie totale pour l'état considéré (choisi parmi l'espace Ω des états possibles)
- k_B la constante de Boltzmann ; $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} J/K$
- T la température en Kelvin

À l'équilibre thermodynamique (chaque état ayant la même énergie que les autres), chaque direction a la même probabilité d'apparition. L'aimantation des atomes va alors s'orienter dans une direction aléatoire, et leur somme vectorielle sera alors nulle [11][13]. En d'autres mots, vu depuis l'extérieur, l'aimantation de la matière sera nulle.

Cependant, les atomes dans un solide sont toujours arrangés dans un réseau (cristallin si ordonné, amorphe sinon), donc ils vont interagir avec les atomes avoisinants, ce qui peut être représenté par des interactions élémentaires [10][12]–[14]. Ces interactions vont modifier l'énergie des états considérés, et les états avec l'énergie la plus faible vont être favorisés. On peut alors définir l'énergie W d'un atome à la position (x, y, z) par:

$$W = W_{ech} + W_{anis} + W_{ms} + W_{me} + W_{demag} \quad (1.10)$$

Dans l'ordre :

- W_{ech} est l'**énergie d'échange**, issue de l'interaction entre les moments magnétiques de deux atomes proches. Chaque atome ayant des électrons tournant continuellement autour du noyau, il génère un champ magnétique très faible qui va créer un couple magnétique C sur les atomes avoisinants. Cette interaction **pousse les atomes à**

aligner leur moment magnétique avec les atomes environnants, et l'énergie en question peut être calculée à travers la formule suivante:

$$\begin{aligned} W_{ech} &= A_{ech} (\overrightarrow{grad} \vec{M})^2 \\ W_{ech} &= A_{ech} \left[(\overrightarrow{grad} M_x)^2 + (\overrightarrow{grad} M_y)^2 + (\overrightarrow{grad} M_z)^2 \right] \end{aligned} \quad (I.11)$$

avec A_{ech} le coefficient d'échange et $\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)^T$.

- W_{anis} est l'**énergie d'anisotropie magnétocristalline**, issue du couplage spin-orbite et qui favorise certaines directions quand elle est minimale. Cette énergie a une expression différente pour chaque structure cristalline, et celle pour une structure cubique centrée (comme celle du fer pur) vaut **dans le repère aligné aux axes principaux** [15] :

$$W_{anis} = A_{anis_1} (M_x^2 M_y^2 + M_y^2 M_z^2 + M_z^2 M_x^2) + A_{anis_2} M_x^2 M_y^2 M_z^2 \quad (I.12)$$

avec A_{anis_1} et A_{anis_2} les coefficients d'anisotropie.

- W_{ms} est l'**énergie magnétostatique**, qui prend en compte l'interaction entre le champ magnétique externe \vec{H} et les aimantations des atomes, qui vont subir un couple qui les pousse à s'aligner avec \vec{H} . Dans ce cas:

$$W_{ms} = A_{ms} \vec{H} \cdot \vec{M} \quad (I.13)$$

avec A_{ms} le coefficient magnétostatique. Sa valeur est négative [15] dans le cas de matériaux ferromagnétiques, et très souvent égale à $-\mu_0$, avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide [10].

- W_{me} est l'**énergie magnétoélastique**, qui modélise le couplage magnéto-mécanique. En effet, les contraintes appliquées peuvent déformer le réseau cristallin et donc modifier la direction optimale pour l'aimantation. Vice-versa, l'aimantation du matériau peut aussi provoquer l'apparition de contraintes mécanique (magnétostriction). Les effets en jeu ici étant très souvent faibles, on peut les approximer par des lois linéaires (comme la loi de Hooke reliant déformation et contrainte). L'énergie magnétoélastique peut inclure un grand nombre d'interactions, mais seulement deux d'entre elles sont souvent considérées: l'interaction entre la contrainte externe σ_{ext} et la déformation "libre" de magnétostriction ϵ_{ms} et la magnétostriction elle-même:

$$\begin{aligned} W_{me} &= W_{contrainte} + W_{magnetostriction} \\ &= -\sigma_{ext} : \epsilon_{ms} + \frac{1}{2} (\epsilon - \epsilon_{ms}) : C : (\epsilon - \epsilon_{ms}) \end{aligned} \quad (I.14)$$

ϵ est la déformation effective, qui tend vers la déformation "libre" en cas de matériau parfait et qui est "freinée" par la réaction du matériau environnant face à la déformation provoquée par la magnétostriction. Le $:$ indique un produit tensoriel doublement contracté, avec σ et ϵ des tenseurs de 2^{ième} ordre et C le tenseur élastique de 4^{ième} ordre.

- W_{demag} est l'**énergie de démagnétisation**. L'aimantation du matériau va générer un champ démagnétisant qui s'oppose au champ extérieur de par les lois de Maxwell. Son expression est très proche de celle de l'énergie magnétostatique:

$$W_{demag} = -\frac{1}{2} \mu_0 \vec{H}_d \cdot \vec{M} \quad (1.15)$$

avec \vec{H}_d le champ magnétique démagnétisant calculé grâce à

$$div \vec{H}_d = -div \frac{\vec{J}}{\mu_0} \quad (1.16)$$

avec \vec{J} le vecteur des courants. Cette équation peut être résolue en calculant le potentiel démagnétisant Φ_d , et les détails mathématiques peuvent être trouvés dans [15] et [16]. Le point important à remarquer est que le potentiel démagnétisant est calculé à partir d'une intégrale sur tout l'espace centrée sur le point étudié et sur la frontière de ce volume, ce qui est très gourmand en temps de calcul.

L'aimantation des atomes va alors prendre la position qui minimise l'énergie globale, et le résultat final va dépendre de la valeur des coefficients respectifs. Ainsi, en général un matériau ferromagnétique va être structuré en **domaines magnétiques**, zones dans lesquelles l'aimantation des atomes suit une certaine direction, et les interfaces entre domaines différents sont appelées **parois de domaine** [11][12]. La valeur des différents coefficients va déterminer aussi la taille moyenne des domaines, l'épaisseur des parois et le déphasage entre domaines [12][15].

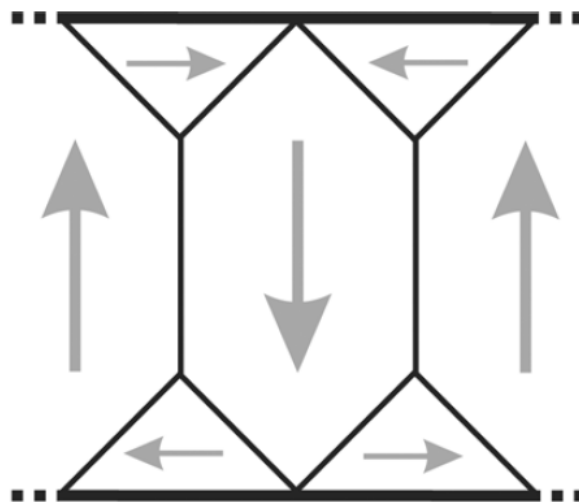


Figure 1.3: exemple de domaines magnétiques dans un matériau. Cette structure, avec des parois à 180° et 90°, permet souvent de minimiser l'énergie globale plus efficacement qu'un seul domaine. Source : [17]

Point important, cette structure en domaines n'existe qu'en-dessous d'une température critique, qu'on appelle **température de Curie**. En effet, la température va fournir une perturbation supplémentaire en faisant vibrer les atomes, et à partir d'un certain seuil les autres contributions énergétiques seront négligeables. À ce point, un matériau

ferromagnétique devient paramagnétique [12] et l'aimantation des atomes va varier aléatoirement.

L'interaction entre différents domaines verra explicitée dans la section suivante, mais on peut d'ores et déjà mentionner l'existence de deux types de parois de domaine: **parois de Néel** et **parois de Bloch** [18]. La différence majeure entre elles est montrée à la figure 1.4.

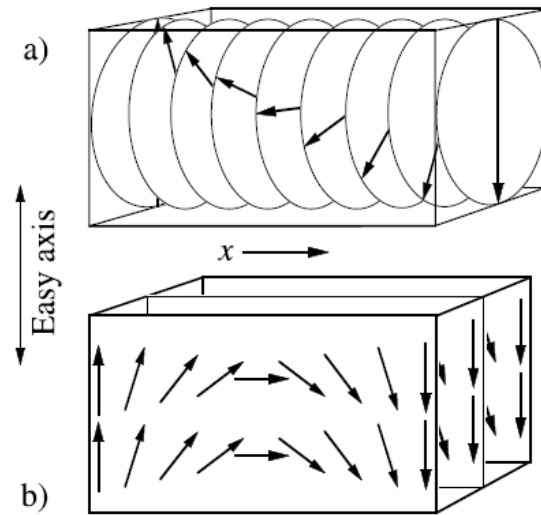


Figure 1.4: paroi à 180° de Bloch (a.) et de Néel (b.). Source: [15].

Dans la plupart des cas (surtout lors des modélisations), on va considérer seulement l'existence de parois de domaine à 90° et de 180°, mais toutes les autres valeurs sont possibles, surtout si on prend en compte la rotation de l'aimantation [14].

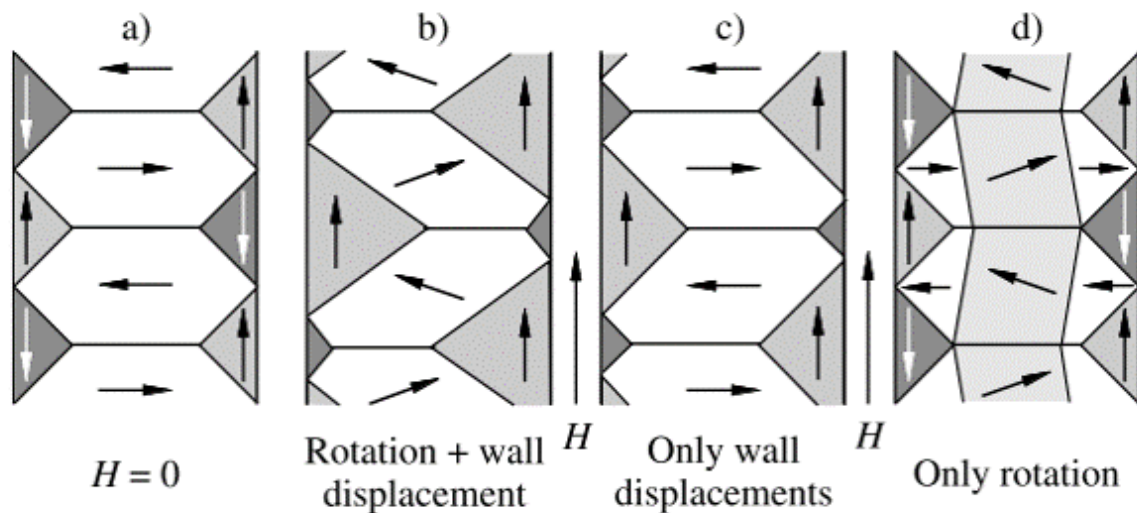


Figure 1.5: représentation du déplacement de parois de domaine et la rotation de l'aimantation. Source: [15]

1.3 Échelle du grain

Les alliages métalliques sont souvent produits par le mélange de plusieurs matériaux à fusion. Lors du refroidissement progressif du liquide résultant, les atomes vont commencer à se réordonner en cristaux à partir de points de nucléation et à s'agrandir. L'orientation de ces cristaux va dépendre du point de nucléation, et elle est souvent aléatoire. Ainsi, quand deux grains se rencontrent, il y a une grande probabilité qu'ils soient décalés l'un par rapport à l'autre [19]. La zone de jonction va alors avoir des liaisons "hors place" et irrégulières, et c'est cette zone qu'on appelle joint de grain. Le réseau cristallin étant déformé à ce niveau, les propriétés mécaniques du matériau final vont beaucoup dépendre de la densité et du type de joints de grain [19]. Pour faire un exemple, les propriétés du fer changent de manière remarquable quand on le mélange avec du carbone, donnant de l'acier ou des fontes selon la quantité de carbone ajoutée (inférieure à environ 2% de l'alliage final pour avoir de l'acier) [20].

Ainsi, un matériau est très souvent formé d'un grand nombre de grains, et les frontières entre deux grains sont une zone où les contraintes [21] et les hétérogénéités s'accumulent. Elles sont donc un site idéal pour la création de nouveaux domaines sous l'influence du champ extérieur. Différentes structures peuvent ainsi voir le jour, avec les nouveaux domaines qui peuvent être alignés avec ceux des grains alentour [19].

L'approximation de structure cristalline périodique qu'on a vue tout à l'heure peut être considérée comme vraie à l'intérieur d'un grain, dont la dimension caractéristique peut être très variable selon le matériau utilisé. Cependant, la plupart du temps elle est plus grande que la dimension caractéristique d'un domaine magnétique, donc on va voir l'apparition de plusieurs domaines dans le grain de par la résolution des équations énergétiques vues dans la section précédente. L'application d'un champ magnétique externe \vec{H} va modifier l'énergie des atomes (principalement à travers l'énergie magnétostatique), ce qui va modifier les caractéristiques des domaines magnétiques. L'influence de \vec{H} peut être décomposée en deux parties principales :

- **Mouvement des parois de domaine:** les domaines dont l'aimantation est alignée avec \vec{H} vont être favorisés et donc ils vont s'agrandir aux dépens des autres. De manière équivalente, on peut dire que les parois de domaine vont bouger pour agrandir les domaines favorisés. La dynamique des parois de domaine est très dépendante de la microstructure du cristal, pouvant être entravée par des défauts dans la maille cristalline, comme par exemple une inclusion avec des propriétés magnétiques différentes. Ces mouvements dissipent de l'énergie car la paroi de domaine va être assez excitée par le champ extérieur pour passer d'un état métastable à l'autre, donc ils sont irréversibles, sauf à de très faibles champs [22].
- **Rotation de l'aimantation:** les parois de domaine vont rester fixes, mais l'aimantation des domaines va tourner pour s'aligner progressivement avec le champ magnétique externe si ce dernier est suffisamment fort. Les domaines reviennent spontanément à leur orientation initiale si on enlève le champ magnétique, donc la rotation d'aimantation est considérée un phénomène réversible.

Les mouvements de parois sont majoritaires aux faibles champs magnétiques et la rotation aux forts champs magnétiques, surtout proche (et au-delà) de la saturation, quand le cristal se retrouve à être un seul grand domaine [11][14].

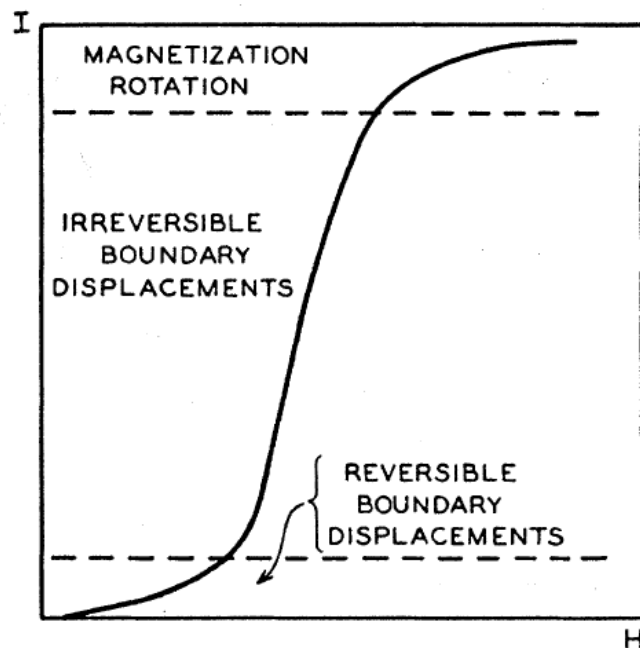


Figure 1.6: courbe de première aimantation avec mise en évidence des différents phénomènes mis en jeu. Source: [14]

Cela sera explicité en détail par la suite, mais **le bruit Barkhausen est directement lié aux mouvements des parois de domaine.**

1.4 Échelle macroscopique

À l'échelle macroscopique le matériau est étudié comme s'il était homogène, en négligeant tous les phénomènes microscopiques vus jusque-là. Cela permet de définir des grandeurs "moyennes" pour le matériau, comme la perméabilité magnétique, l'aimantation critique ou l'aimantation à saturation [15][23], et ils dépendent souvent de la direction de l'excitation magnétique. Ces paramètres peuvent être influencés par la microstructure (l'aimantation critique étant par exemple liée à l'inverse de la taille des grains [23]) et peuvent être retrouvés par la simulation grâce à des modèles d'hystérésis, comme celui de Jiles-Atherton-Sablik (décrit plus en détail dans le prochain chapitre).

1.4.a Types de matériaux

Un matériau peut réagir à un champ magnétique externe de plusieurs façons différentes, dont certaines exotiques comme le ferrimagnétisme [11], mais on peut regrouper la plupart des matériaux en trois groupes différents:

- **Diamagnétisme**

À repos (sans champ magnétique extérieur), l'aimantation des atomes d'un matériau diamagnétique suit une direction aléatoire, ce qui donne une magnétisation moyenne nulle. Quand un champ magnétique est appliqué, les atomes essaient de lui opposer leur moment magnétique, ce qui va être équivalent à la formation d'un champ opposé en

suivant la loi de Lenz. Une fois le champ extérieur enlevé, les atomes reprennent une orientation aléatoire. Tous les matériaux ont cet effet, mais il est très faible et peut être caché par d'autres interactions quand elles ont lieu. Des exemples de matériaux diamagnétiques sont le bismuth [11], l'eau, le graphite [12] et l'or[13].

- **Paramagnétisme**

Un matériau paramagnétique a le même comportement à repos qu'un matériau diamagnétique, mais en présence d'une excitation magnétique les aimantations des atomes vont s'aligner en suivant le champ externe. Deux phénomènes principaux peuvent expliquer cela: les atomes ont un moment magnétique non nul, ce qui va donner une importance non négligeable à l'énergie magnétostatique (paramagnétisme de Brillouin) ou par une différence d'énergie entre les électrons de spin différents à cause du champ magnétique externe (paramagnétisme de Pauli) [12]. Des exemples de matériaux paramagnétiques sont l'aluminium [11], le platine[12]et certains aciers inoxydables [13].

- **Ferromagnétisme**

Le ferromagnétisme donne les mêmes effets que le paramagnétisme (c'est-à-dire que le moment des atomes va s'aligner selon le champ magnétique externe), mais avec beaucoup plus d'intensité et cet alignement est conservé même quand il n'y a plus de champ magnétique extérieur. Cela va donner naissance à des phénomènes de "persistance" de l'aimantation hors excitation (contrairement aux matériaux paramagnétiques, qui se désaimantent dès que le champ externe disparaît) et d'influence de l'état passé dans l'état actuel du matériau. Ce phénomène, qu'on appelle **hystérésis**, sera expliqué plus en détail dans la prochaine section.

Il y a peu de matériaux ferromagnétiques, mais leurs excellentes propriétés mécaniques en font des propositions très intéressantes pour la fabrication d'aimants ou de transformateurs. Des exemples sont le fer, le nickel [11][12], le cobalt et des alliages en néodyme[12].

La figure 1.7 schématise les différences entre ces différentes catégories de matériaux magnétiques.

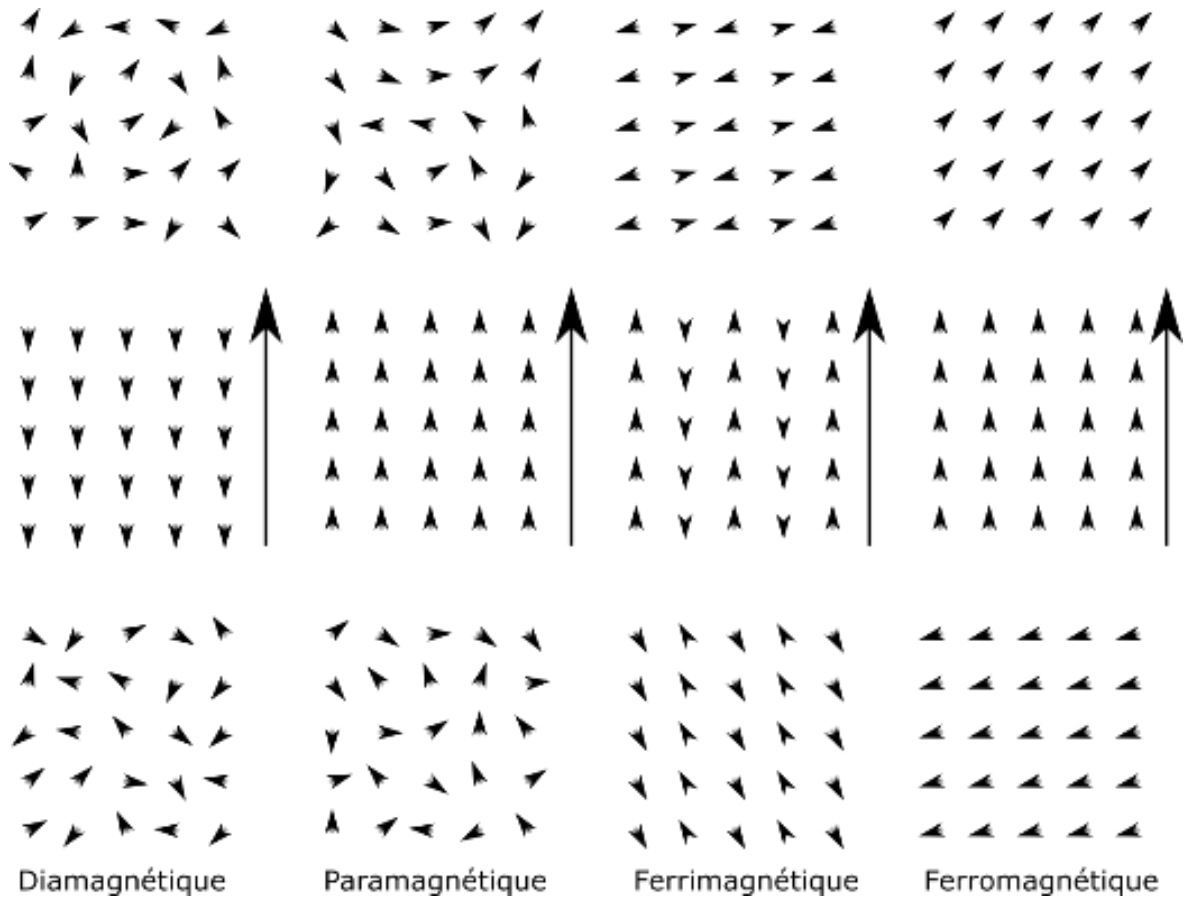


Figure 1.7: représentation du comportement des atomes dans des matériaux diamagnétiques, paramagnétiques, ferrimagnétiques et ferromagnétiques. On applique un champ magnétique H dirigé vers le haut dans la deuxième ligne et on l'enlève dans la troisième.

1.4.b Aimantation et hystérésis

Pour chaque matériau, on peut définir ce qu'on appelle **perméabilité magnétique**, liant entre eux l'induction magnétique B du matériau et le champ magnétique externe H :

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (1.17)$$

L'unité de μ est le henry par mètre (H/m) et il est très souvent donné en tant que perméabilité magnétique relative μ_r ou susceptibilité magnétique χ :

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad (1.18)$$

$$\chi = \mu_r - 1 \quad (1.19)$$

avec $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ la perméabilité magnétique du vide [11][13][14][24]. L'aimantation M du matériau est liée à H et B par l'équation suivante :

$$B = \mu_0(H + M) = \mu_0\mu_r H \quad (1.20)$$

D'après la section précédente, l'aimantation d'un matériau diamagnétique va s'opposer au champ magnétique externe, donc le champ magnétique interne sera légèrement inférieur à

celui de l'air (de perméabilité relative 1). Dans ce cas, la perméabilité relative d'un matériau diamagnétique sera inférieure à 1 (et, d'habitude, très proche de 1: $1 - \mu_r$ est de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-4}). Avec le même raisonnement, on peut dire que la perméabilité magnétique d'un matériau paramagnétique ou ferromagnétique sera supérieure à 1, vu que l'aimantation interne va s'aligner avec le champ magnétique externe. Contrairement aux matériaux para- ou diamagnétiques, un matériau ferromagnétique a une perméabilité magnétique relative qui peut atteindre des valeurs très élevées, pouvant atteindre 10^5 ou 10^6 pour des matériaux spécifiques [11][14].

Cependant, l'équation (I.17) est rapidement mise à mal si on étudie un matériau ferromagnétique, dont la loi de comportement $B = f(H)$ est non-linéaire. Une solution à cela est d'utiliser la **perméabilité différentielle**:

$$\mu_d(H) = \frac{\partial B}{\partial H} \quad (I.21)$$

On peut remonter à l'origine de l'hystérésis en se rappelant que l'interaction interatomique est très forte et pousse les atomes à rester alignés. Dans ce cas, une fois le champ magnétique externe ramené à 0, l'agitation thermique sera trop faible pour briser l'ordre, et les moments magnétiques restent alignés. Ainsi, l'aimantation "à repos" d'un matériau ferromagnétique n'est pas nulle, et sa valeur est appelée **champ rémanent** B_{rem} . Pour avoir à nouveau un état désaimanté, il faudra appliquer un champ magnétique suffisamment fort, dont la valeur est l'**aimantation coercitive** H_c . Si on trace le graphe B(H), on va voir apparaître une boucle symétrique et non plus une fonction univoque, et c'est ce qu'on appelle **hystérésis** (la valeur présente de B dépend de l'évolution passée de H). Ce phénomène est montré à la figure 1.8.

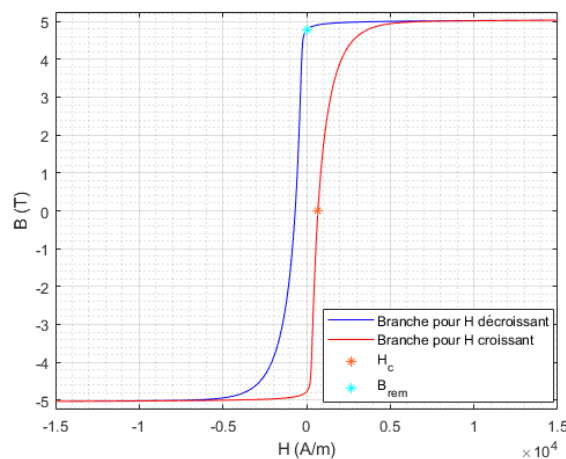


Figure 1.8: représentation graphique de l'hystérésis avec mise en évidence de l'aimantation coercitive et du champ rémanent.

Un matériau ferromagnétique peut être désaimanté en appliquant un champ magnétique alternatif d'amplitude lentement décroissante au cours du temps. Une fois le matériau démagnétisé, si on le soumet à un champ magnétique externe la courbe B(H) va suivre une trajectoire différente (courbe de première aimantation) avant de rejoindre la boucle majeure d'hystérésis une fois à saturation.

I.4.c Lois de Maxwell

À l'échelle du matériau on peut calculer le comportement d'un champ électromagnétique à travers les lois de Maxwell, élaborées au 19^{ième} siècle et étant les lois fondamentales de l'électromagnétisme. Ces équations permettent de calculer analytiquement la valeur des champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} dans n'importe quelle configuration et matériau, même si le calcul devient très vite compliqué dans le cas de structures complexes. Cependant, ces lois étant à la base de la modélisation par éléments finis comme le FIT (Finite Integration Technique) [25], elles sont citées ici par souci de précision.

Forme intégrale

$$\text{Maxwell-Gauss} \quad \oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS \quad (1.22)$$

$$\text{Maxwell-Ampère} \quad \oint_{\partial S} \vec{H} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial}{\partial t} (\vec{D} + \vec{J}) \cdot \vec{n} \, dS \quad (1.23)$$

$$\text{Maxwell-Faraday} \quad \oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot \vec{n} \, dS = \iiint_V q \, dV \quad (1.24)$$

$$\text{Maxwell-Thompson} \quad \oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (1.25)$$

Forme différentielle

$$\text{Maxwell-Gauss} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \quad (1.26)$$

$$\text{Maxwell-Ampère} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} - \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} \quad (1.27)$$

$$\text{Maxwell-Faraday} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_q \quad (1.28)$$

$$\text{Maxwell-Thompson} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.29)$$

Relations auxiliaires (cas général)

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1.30)$$

$$\vec{P} = \epsilon_E \vec{E} \quad (1.31)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (1.32)$$

$$\vec{M} = \mu_E \vec{H} \quad (1.33)$$

$$\vec{J} = \rho_C \vec{E} \quad (1.34)$$

Relations auxiliaires (cas linéaire)

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad (1.35)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (1.36)$$

II - Techniques de mesure pour le contrôle non destructif (CND)

II.1 Définition et histoire du contrôle non destructif

Le contrôle non destructif, ou Non-Destructive Testing / Evaluation (NDT / NDE) en anglais, est l'ensemble des techniques permettant d'évaluer la qualité d'une pièce sans la détruire ou l'endommager [26]. Cette distinction exclut *de facto* toute méthode modifiant ou détruisant la pièce, comme les tests de dureté (qui mesurent la profondeur de la déformation due à un impact dont la force est connue), l'inspection par forage pour l'analyse de la structure interne ou la détermination de la limite d'élasticité d'un échantillon avec une machine de traction.

Ainsi, le CND permet d'étudier une pièce et de la réutiliser sans problèmes, voire de l'inspecter sans arrêter la machine concernée. Selon la technique utilisée, on peut avoir une étude de surface ou bien en profondeur, et l'équipement demandé est habituellement moins élaboré que pour le contrôle destructif [13]. Cependant, les résultats obtenus peuvent être qualitatifs et/ou difficiles à interpréter, et, chaque méthode étant sensible seulement à certains paramètres, une association entre plusieurs méthodes de CND est parfois nécessaire pour s'assurer de détecter tous les défauts souhaités ou une dégradation des propriétés du matériau [13][27].

Le CND a été appliqué pendant des siècles, l'inspection visuelle étant une méthode de CND et les principes de certaines d'entre elles (comme la tomographie par rayons X) étant connus depuis longtemps. Cependant, la plupart d'entre elles ont été mises au point après la Seconde Guerre Mondiale et l'essor de l'informatique a permis d'analyser plus finement les mesures obtenues et de les comparer plus précisément à des mesures antérieures [13].

Dans la suite du chapitre seules les méthodes de CND qui s'inscrivent dans le cadre du contrôle de santé intégré (CSI, ou SHM pour "Structural Health Monitoring") seront présentées. Le point principal du CSI est le fait de pouvoir étudier une pièce à n'importe quel moment, les capteurs dédiés étant intégrés à sa structure même. De ce fait, on peut détecter des défaillances n'importe quand et avoir des données précises sur le vieillissement de la pièce. Cela permet de la remplacer dès les premiers signes de défaillance, sans attendre qu'elle se brise, ce qui peut entraîner des dégâts en chaîne aux autres mécanismes et entraîner une longue maintenance. Le CSI requiert de prévoir le placement des capteurs dès la conception des pièces et de choisir correctement les capteurs pour qu'ils soient sensibles au type de défaut étudié. De contraintes importantes pour la qualité de la mesure sont la présence de

bruits parasites et de conditions extrêmes lors de la fabrication de la pièce, comme les très hautes températures [29].

De par l'objectif affiché de pouvoir détecter l'usure d'une pièce avant qu'elle ne casse, le CSI s'inscrit dans le cadre de la maintenance prédictive. Elle est mise en place quand les arrêts pour maintenances sont prévus seulement en cas de besoin, sans avoir à tout arrêter s'il n'y a rien à remplacer (comme dans le cas des maintenances périodiques) et sans attendre qu'une pièce ne casse. De plus, cela permet aussi de réduire l'espace nécessaire pour les pièces de rechange, qui n'ont plus besoin d'être stockées sur place si on sait prévoir à l'avance quelles pièces vont devoir être remplacées, ce qui a aussi un effet positif sur les coûts de maintenance [29].

Le sujet de cette thèse étant le bruit Barkhausen et ses applications en CND, on va voir plus en détail certaines techniques magnétiques de CND, leurs avantages et leurs inconvénients. Il ne faut pas oublier qu'il existe un très grand nombre d'autres techniques, depuis la tomographie à ultrasons [13][26] ou à rayonnement électromagnétique [13][26]–[28] jusqu'aux techniques de contrôle de surface, allant de l'inspection visuelle [13][30] à de méthodes plus sensibles exploitant des fibres optiques [29][31] ou des ondes guidées [32]. Chaque méthode ayant ses avantages et inconvénients, elles sont très souvent associées pour obtenir des mesures exploitables. On peut notamment citer la thermographie par courants de Foucault [33][34] (mesure thermique où la chaleur est apportée par les courants de Foucault circulant dans un matériau résistif) ou la vibrothermographie [31][35], où le matériau est chauffé par le frottement ayant lieu entre deux interfaces mobiles entre elles, comme les côtés d'une fissure.

II.2 Techniques magnétiques

Bruit Barkhausen (MBN)

Le bruit Barkhausen magnétique (MBN pour Magnetic Barkhausen Noise) a été découvert par Heinrich Barkhausen en 1919 à travers l'étude des émissions magnéto-acoustiques (MAE) [36]. En effet, dans l'appareil expérimental original, un barreau métallique est magnétisé, et une bobine enroulée autour du barreau est ensuite connectée à un amplificateur et à un haut-parleur [36][37]. Lors de l'aimantation du barreau, le mouvement des parois de domaine va générer une variation d'aimantation dans le matériau, variation qui va créer une tension induite dans la bobine et qui, une fois amplifiée, peut être entendu comme un crépitement [38]–[40]. Un montage expérimental schématique est présenté à la figure 1.9.

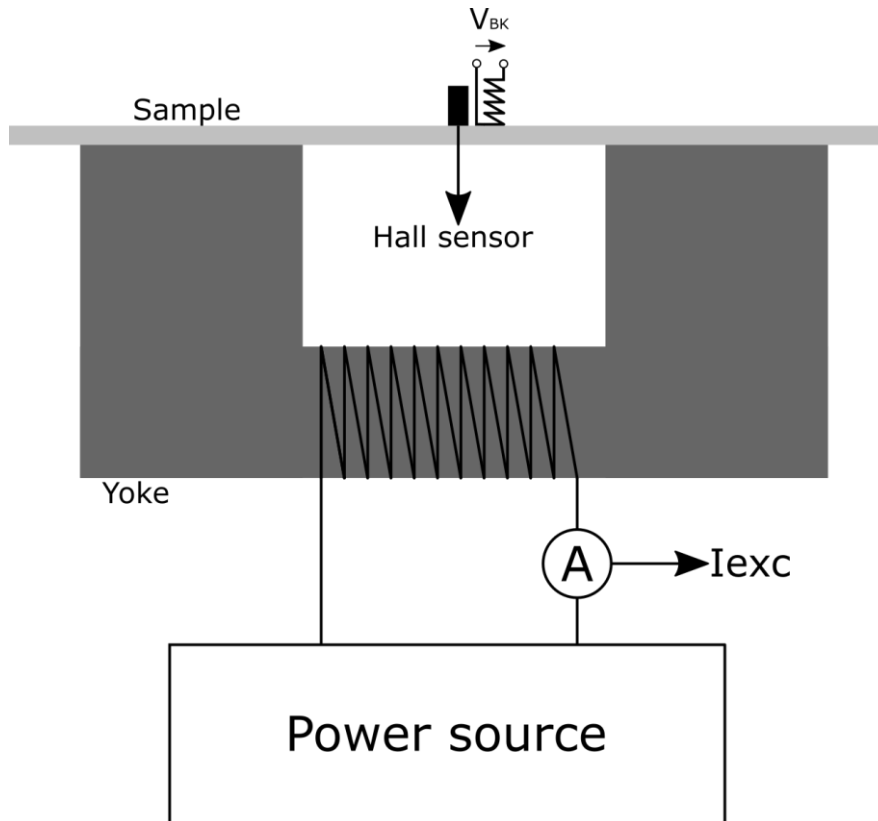


Figure 1.9: schéma de principe de la mesure du bruit Barkhausen avec bobine pancake. Ce schéma peut être adapté pour le MAE en remplaçant la bobine pancake par un transducteur piézo-électrique.

Le bruit Barkhausen a trouvé depuis les années '80 une place importante dans le CND de pièces magnétiques, seul ou en combinaison avec le MAE [41]. En effet, ses origines étant liées aux mouvements des parois de domaine, on peut espérer que tout phénomène affectant leur dynamique puisse être détecté à travers l'analyse du signal Barkhausen. La microstructure du matériau joue donc un rôle très important dans les caractéristiques du bruit Barkhausen, notamment la taille des grains, la présence de défauts et de précipités et ainsi de suite [7][27][28][39]. Comme il a déjà été vu plus haut, cette force du bruit Barkhausen est aussi une faiblesse: il y a un grand nombre de facteurs qui influencent la mesure Barkhausen, donc on ne peut comparer deux mesures que très difficilement, surtout si les conditions expérimentales (température, contraintes internes dans l'éprouvette, ...) sont inconnues ou variables au cours de la mesure [7]. Cependant, des normalisations permettent de s'affranchir de l'influence du générateur, Stupakov *et al.* supposant que l'amplitude du bruit Barkhausen soit proportionnelle à \sqrt{f} (f étant la fréquence d'excitation)[18] et à l'amplitude crête-à-crête du courant.

Comme on verra dans la suite, le bruit Barkhausen est un signal stochastique et donc peu reproductible, mais il existe différentes manières d'analyser ce signal. D'un côté, le spectre fréquentiel du signal brut peut être analysé grâce à des outils comme l'étude d'avalanches [40]. De l'autre côté, le signal peut être moyenné sur plusieurs cycles, ce qui requiert une fréquence d'échantillonnage moins élevée et donne un signal plus reproductible. Cela passe notamment par l'enveloppe RMS [42] ou des techniques plus sophistiquées comme le MBNE [43].

Émissions magnéto-acoustiques (MAE)

Les émissions magnéto-acoustiques (Magneto-Acoustic Emission) est une technique de CND qui repose sur les mêmes bases physiques que le MBN. Cependant, il exploite un autre phénomène: la magnétostriction. Les changements d'aimantation dans le matériau vont donner origine à des déformations localisées, ce qui va créer des vibrations haute fréquence (de 50 kHz à 1 MHz) [18-20][28][44]. Ainsi, l'étude du MAE requiert l'utilisation de transducteurs piézo-électriques et de microphones pour capter les vibrations engendrées, là où le MBN passe par la tension induite dans de bobinages enroulés autour de l'échantillon. Ainsi, les remarques faites pour le MBN s'appliquent en grande partie au MAE, et les deux phénomènes sont très souvent étudiés ensemble [38][41], les résultats et méthodes d'analyses étant très proches [38][39][42]. Une différence notable est le fait que le mouvement de parois à 180° ne génèrent pas de MAE, alors qu'ils peuvent être détectés par le MBN [44][45].

Le MAE se transmet à travers des vibrations mécaniques, donc il n'est pas limité par l'effet de peau comme d'autres techniques magnétiques, ce qui est un avantage considérable pour l'étude de pièces épaisses [46] et il est aussi influencé par la microstructure du matériau et la fatigue de l'échantillon [46]–[48]. Cependant, comme pour les méthodes de tomographie 3D, la reconstruction de l'état du matériau (et la localisation des vibrations) est très complexe, et il n'y a pas encore de modèle théorique permettant de simuler le MAE [46].

Transducteur magnéto-acoustique (EMAT)

L'EMAT (Electro-Magnetic Acoustic Transducer) est une méthode magnétique pour générer des ondes ultrasonores dans un matériau conducteur. Un émetteur EMAT peut être construit simplement à partir d'une source magnétique continue et d'une bobine proche du matériau à tester. La bobine est alimentée par un courant alternatif à haute fréquence (à partir de 50 kHz), produisant ainsi un champ magnétique AC qui va interagir avec le champ continu ("de biais") généré par l'aimant. Selon la conductivité et le caractère ferromagnétique du matériau, le champ magnétique alternatif va créer des forces de Lorentz ou des déformations à travers la magnétostriction, et la haute fréquence de la bobine va donc impliquer la création d'ultrasons dans le matériau [13][27][31-34].

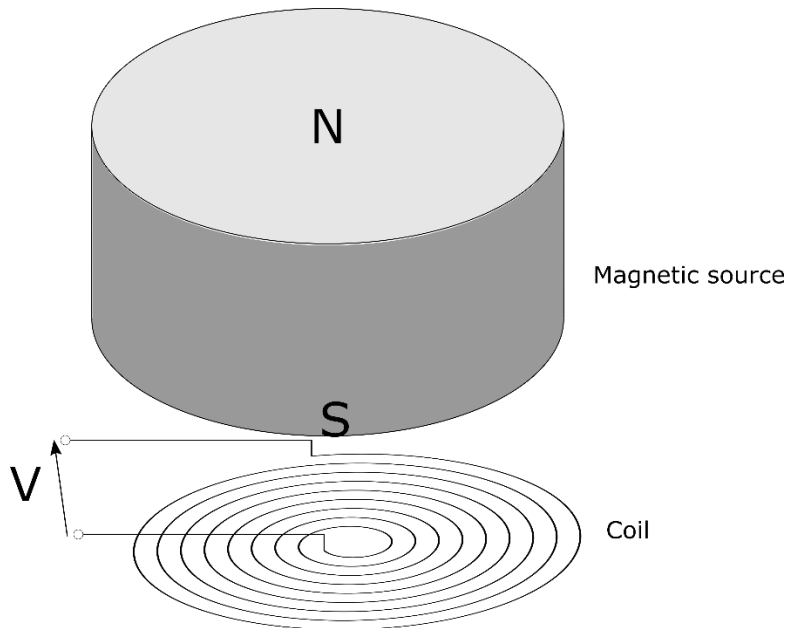


Figure 1.10: schéma de principe du transducteur EMAT. La tension V aux bornes de la bobine peut soit être fixée par une source de courant (dans le cas de l'émetteur) ou mesurée (dans le cas du récepteur).

Un des avantages principaux des EMAT par rapport aux capteurs piézo-électriques classiques est le fait de ne pas avoir besoin d'un couplant entre le matériau et la source ultrasonore, les champs magnétiques se propageant sans problèmes dans l'air. Ainsi, les EMAT ont un champ d'application très large, surtout pour des pièces en mouvement ou dans des environnements difficiles, là où un capteur piézo-électrique serait peu pratique [13][31]. De plus, comme pour le MAE, avoir des ultrasons permet de s'affranchir de l'effet de peau, donc la profondeur d'analyse est importante, et les EMAT sont très faciles à modifier (à travers la forme de la bobine excitatrice et de l'amplitude du champ magnétique de biais) pour avoir des formes d'ondes spécifiques [52]–[55]. Les études théoriques sur l'optimisation d'EMAT sont nombreuses [49][51][56]–[60], cependant les capteurs sont encore assez encombrants et la présence de l'aimant permanent risque d'attirer des corps étrangers ou de magnétiser la pièce étudiée [31]. De plus, il est encore difficile de créer efficacement des ondes ultrasonores à partir de champs magnétiques, et les signaux peuvent être donc de faible amplitude [13][61].

Perméabilité incrémentale (IP)

Dans un matériau ferromagnétique, la perméabilité dépend aussi de l'état magnétique et de son passé, ce qui donne origine au phénomène d'hystérésis magnétique. Ainsi, sa valeur va fortement dépendre de l'amplitude du champ magnétique appliqué, et sa dérivée (perméabilité différentielle) tout autant [27][62]. Le concept de base de la perméabilité incrémentale consiste à se placer à un certain point de la courbe $M(H)$ du matériau (en fixant l'excitation magnétique) et à appliquer un champ magnétique alternatif de faible amplitude, mais haute fréquence. La perméabilité incrémentale est alors donnée par [62][63]:

$$\mu_{IP} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta B}{\Delta H} \quad (1.37)$$

Une version plus pratique et rapide implique d'utiliser une excitation magnétique quasi-statique plutôt que constante.

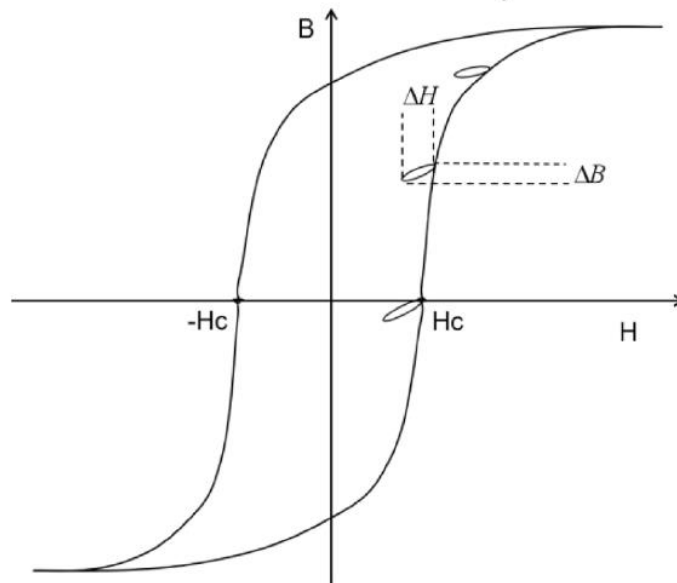


Figure 1.11: cycle $B(H)$ avec détermination de la perméabilité incrémentale à 3 endroits. Source: [63]

La perméabilité incrémentale dépend des propriétés du matériau, donc elle peut être utilisée pour étudier la présence de différentes phases dans un matériau ou la présence de précipités grâce à un montage semblable à celui utilisé pour le bruit Barkhausen [63] [64].

Courants de Foucault

Les courants de Foucault sont une des techniques de CND principales pour des pièces conductrices, surtout pour l'étude de tuyaux ou de roulements [13], [30], [65]–[68]. Cette technique fait l'objet d'un grand nombre d'études théoriques [27], [68]–[71] et pratiques, notamment pour optimiser le capteur et améliorer la précision de la mesure [24], [72]–[77].

Son principe repose sur la loi de Lenz-Faraday, qui lie la tension induite E_{ind} aux bornes d'une bobine à la variation de flux magnétique Φ la traversant:

$$\begin{aligned} E_{ind} &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -\iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS \end{aligned} \quad (1.38)$$

Ainsi, une bobine placée dans un champ magnétique \vec{B} variable va avoir une différence de potentiel à ses bornes qui peut être mesurée et liée à la dérivée du flux magnétique. Or, un champ magnétique variable peut être obtenu de deux façons différentes:

- la source magnétique débite un flux constant (aimant permanent), et la bobine réceptrice bouge par rapport à elle. Ainsi, le flux magnétique traversant la bobine va dépendre de la position relative de la source, et il est maximal quand les deux sont très proches.
- la source magnétique est bloquée en position, mais son flux magnétique évolue au cours du temps. Cette configuration étant à la base des électro-aimants, elle est étudiée dans la grande majorité des cas.

Le cas d'étude est montré dans la figure 1.12.

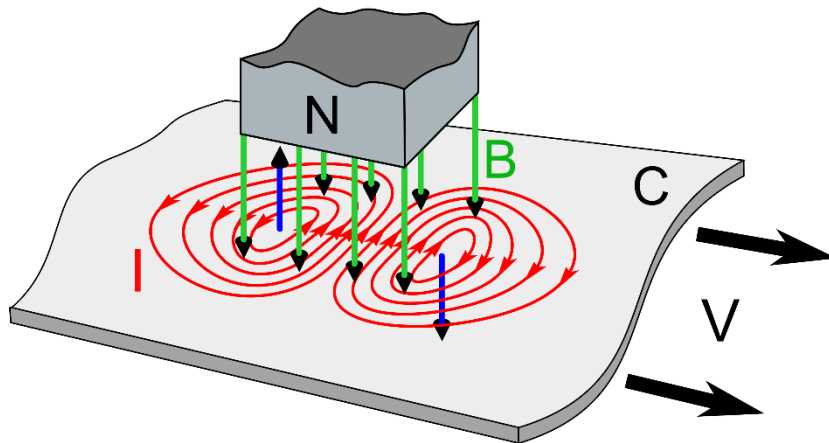


Figure 1.12: génération de courants de Foucault (rouge) dans une pièce en mouvement relatif (vitesse V) par rapport à un aimant permanent. Le champ magnétique généré par l'aimant est en vert, le champ magnétique induit dans la pièce en bleu. Source: Wikipédia.

Si on place un élément à proximité du champ magnétique variable, la loi de Lenz-Faraday indique qu'il y aura une différence de potentiel qui va se créer à l'intérieur du matériau. Si ce matériau est conducteur, on aura un courant non-nul qui va être généré en conséquence, et donc aussi un champ magnétique induit qui va s'opposer à la variation originelle. Or, dans une pièce où on applique un champ magnétique normal à la surface, les courants induits vont être en forme de tourbillons, d'où le fait qu'en anglais les courants de Foucault soient appelés "Eddy currents" ("courants de tourbillons"). Le flux magnétique induit par les courants de Foucault peut être mesuré directement à travers une bobine réceptrice ou une magnétorésistance [75][76], en retranchant la tension induite générée par la source magnétique, qui, dans le cas d'un électro-aimant, peut être facilement calculée à travers le courant d'excitation.

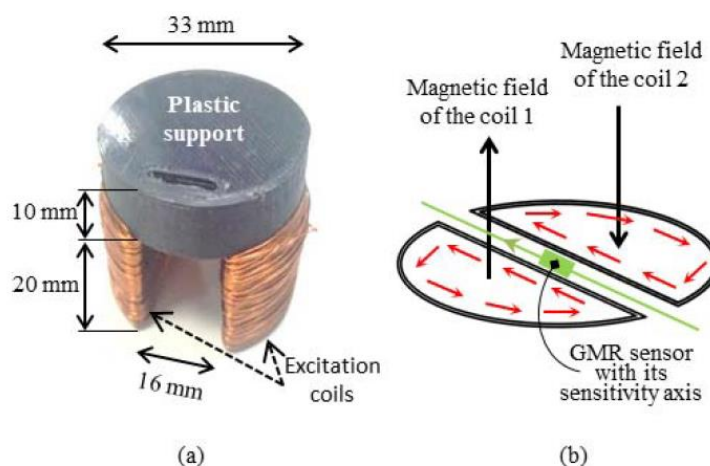


Figure 1.13: exemple de capteur miniaturisé pour les courants de Foucault (a) et représentation des champs créés (b). Les bobines externes agissent comme source magnétique, la magnétorésistance comme capteur. Source: [72]

En fixant la variation de flux magnétique, l'amplitude des courants de Foucault va dépendre de la conductivité locale du matériau, ce qui en fait un outil très important pour détecter à distance des défauts microscopiques [13][73]. Dans la plupart des cas, on va donner en sortie l'impédance du matériau à l'endroit considéré, impédance qui peut évoluer considérablement

en présence de défauts non-conducteurs, voire avec des variations d'épaisseur du matériau [13][24][61][72]. De plus, il n'y a pas besoin d'un couplant ou même d'avoir un appareillage de mesure en contact avec la pièce étudiée, ce qui fait des courants de Foucault une méthode rapide et pratique pour étudier une pièce [13][73][74].

Cependant, les courants de Foucault ont aussi quelques inconvénients. Comme toutes les autres techniques de CND magnétique, ils sont sensibles au problème de l'effet de peau, ce qui limite la profondeur d'étude. De plus, cette méthode suppose que le matériau ait une réponse linéaire au flux magnétique, ce qui limite fortement son utilisation dans le cadre de matériaux ferromagnétiques [13][31][78], et une étape de calibration est nécessaire pour détecter et interpréter correctement les signaux mesurés [13][78].

Inspection par particules magnétiques (MPI)

L'inspection par particules magnétiques (MPI, pour Magnetic Particule Inspection) est une technique de CND magnétique très simple à mettre en place et qui permet de détecter facilement des défauts à la surface [13][26][79][80]. Une fois la pièce à tester magnétisée, on verse à sa surface des particules magnétiques. Le flux magnétique va s'échapper de la pièce en présence de défauts, ce qui fera des zones magnétisées où les particules vont être attirées. Une étape de nettoyage va alors mettre en évidence les défauts dans les zones où les particules n'ont pas été dégagées. Ces particules peuvent être des oxydes de fer [13] ou, plus récemment, des encres fluorescentes [13][79], voire des "quantum dots" [81], qui permettent une détection plus aisée des défauts.

Le MPI est une technique utilisée depuis longtemps, surtout dans l'aéronautique, grâce à sa simplicité d'analyse et à sa rapidité. De nombreuses études théoriques ont été menées sur les caractéristiques des poudres à optimiser [79][82], sur les techniques d'aimantation des pièces à étudier [83] et ainsi de suite. De plus, c'est une méthode très simple à mettre en place, demandant seulement une source magnétique et des particules associées.

Cette technique nécessite de magnétiser les pièces à étudier, ce qui limite son utilisation à des matériaux ferromagnétiques, et une étape de démagnétisation est nécessaire à la fin de l'inspection [13][26]. De plus, le MPI étant une technique d'inspection visuelle, elle est aussi limitée au niveau de la détection, notamment dans des environnements mal éclairés, et à des défauts de surface [80]. Les micro-défauts peuvent aussi passer inaperçus si le champ de fuite est insuffisant pour accrocher les particules magnétiques ou si leur concentration n'est pas optimale [79]. Le courant d'excitation dans l'électro-aimant est limité en fréquence par l'effet de peau et en courant par les pertes par effet Joule [13], donc il faut bien dimensionner le système d'excitation magnétique.

Fuite de flux magnétique (MFL) et mémoire magnétique (MMM)

La fuite de flux magnétique (MFL, pour Magnetic Flux Leakage) est une autre technique de CND très populaire [7][66], comme les courants de Foucault. L'appareil expérimental est très proche de celui utilisé pour la mesure du bruit Barkhausen, avec une source magnétique qui excite localement le matériau. En présence d'un défaut, les lignes de champ vont sortir du matériau, et elles peuvent donc générer une f.e.m. aux bornes d'une bobine dans les parages [13][66][84][85].

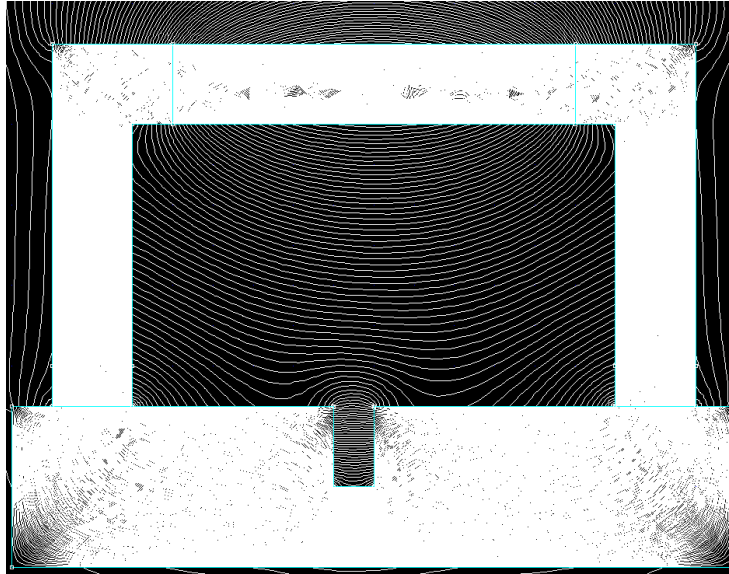


Figure 1.14: simulation numérique montrant les lignes de champ de H dans un échantillon avec fissure et avec un yoke (en haut) apportant l'excitation magnétique. On peut remarquer la "courbure" des lignes de champ au-dessus de l'entaille.

De par sa popularité, la MFL a été le sujet d'un grand nombre de travaux, notamment parce qu'elle permet de détecter un grand nombre de défauts [65][85]–[89], surtout dans sa variante pulsée [90] et en utilisant des GMR pour détecter de très petits défauts [91][92]. Cependant, obtenir des mesures quantitatives sur les défauts mesurés est une tâche beaucoup plus difficile, notamment à cause de l'influence de paramètres expérimentaux comme le lift-off [7][93], ce qui peut être résolu avec des modèles itératifs [85] ou à travers des réseaux de neurones [87].

Une technique semblable est le MMM (pour Metal Magnetic Memory), qui équivaut à la MFL sans utilisation de source magnétique. Dans ce cas, l'application de contraintes va générer des flux de fuite, ce qui peut être mesuré à la surface de la pièce [84][94]. L'absence de source magnétique permet des mesures à une profondeur plus élevée, sans considérer l'effet de peau, et simplifie l'appareil expérimental, mais le MMM ne dispose pas encore d'un modèle théorique qui permettrait notamment d'interpréter les mesures expérimentales [7][84].

Perturbation de champ magnétique permanent (PMP)

La perturbation de champ magnétique permanent (PMP, pour Permanent Magnetic Field Perturbation) est une technique de CND plutôt récente, très proche de la technique de fuite de flux magnétique, mais avec ses particularités [95]. En effet, contrairement à la MFL, la PMP utilise un aimant permanent, ce qui va donner un champ magnétique constant. Quand la source magnétique est placée par-dessus un défaut, les contraintes aux bords peuvent être représentées par une perturbation ξ , perturbation qui peut être captée par la bobine réceptrice (elle-même enroulée autour de l'aimant permanent) [66][96].

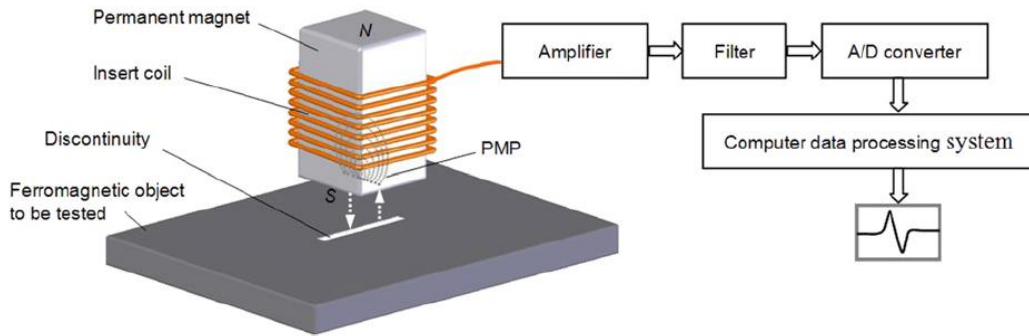


Figure 1.15: appareil expérimental pour la mesure de PMP. Source: [95].

La PMP, de par son appareil expérimental simplifié, peut être miniaturisé plus facilement que pour d'autres techniques de CND, ce qui permet un accès plus aisé à des endroits difficiles d'accès et une détection de défauts plus fine [66], ainsi qu'une détection de défauts omnidirectionnelle, là où la MFL n'arrive pas à détecter certaines directions [96]. Cependant, elle nécessite encore beaucoup de travail, notamment au niveau des capteurs et des modèles, pour pouvoir être adoptée plus fréquemment dans l'industrie [96].

Conclusion : intérêt du bruit Barkhausen

Cette section a mis en évidence l'existence d'un grand nombre de méthodes de CND, que ce soit des méthodes de surface ou profondes. On peut trouver un résumé de leurs caractéristiques dans le tableau ci-dessous.

Méthode	Profondeur d'analyse	Nombre de grandeurs détectables dans la mesure	Modèle théorique disponible	Multi-axialité de la mesure
Bruit Barkhausen	+	++	-	+
MAE	++	++	-	+
EMAT	++	+	-	+
IP	+	+	+	-
Courants de Foucault	+	+	+	+
MPI	-	-	+	-
MFL	-	+	-	-
MMM	++	-	-	-
PMP	+	+	-	+

Parmi les techniques présentées, le bruit Barkhausen est dans une position intéressante. En effet, comme décrit plus haut, le bruit Barkhausen est influencé par un grand nombre de paramètres, donc certains d'entre eux sont très utiles pour le CND, comme la contrainte résiduelle [7][27][28][97], la texture et orientation des grains [20][27] ou la taille des grains [28]. Cela permet donc de caractériser l'évolution de traitements sur un échantillon

métallique, par exemple en déterminant l'épaisseur affectée par un traitement de surface [97].

Un autre avantage du bruit Barkhausen est que la mesure est locale. Contrairement aux mesures d'hystérésis, qui nécessitent d'enrouler un bobinage autour de l'échantillon pour capter le flux magnétique le traversant, le bruit Barkhausen peut être mesuré à partir de bobines à la surface du matériau [7][97]. Couplé avec la grande sensibilité spatiale du bruit Barkhausen, il est possible de mettre en place de mesures rapides et pouvant détecter des défauts localisés, un atout précieux pour le CND. Il faut tout de même remettre cela en perspective : le flux magnétique pouvant se propager dans les 3 dimensions, une bobine pancake ne captera que le champ « normal » qui sort du matériau, donc le signal sera beaucoup plus faible qu'avec des bobines entourant l'objet.

De plus, le bruit Barkhausen peut donner des mesures à différentes profondeurs [97]. Le signal reçu dépendant aussi de l'effet de peau, les mesures à basse fréquence vont pouvoir explorer le cœur du matériau, et la contribution des couches superficielles peut être isolée avec des mesures haute fréquence [97].

Partie 2

Modélisation

Cette deuxième partie va présenter différents modèles déjà employés pour simuler certaines caractéristiques du bruit Barkhausen et de l'hystérésis magnétique. Le modèle multi-échelle (MME) est aussi détaillé dans chacune de ses échelles de simulation, et son association avec des modèles d'hystérésis est une piste prometteuse pour simuler le bruit Barkhausen.

Table des matières

I – Grandeurs observées.....	27
I.1 Mesure stochastique	29
I.1.a Étude des avalanches.....	29
I.1.b Spectre fréquentiel	30
I.2 Mesure "moyennée"	31
II - Modélisation du bruit Barkhausen	33
II.1 Étude micro-magnétique	34
II.1.a Ising / XY / Heisenberg	34
II.1.b LLG.....	35
II.2 Différences finies	37
II.3 Étude stochastique	39
II.3.a Abelian Sandpile Model (ASM)	40
II.3.b Modèle ABBM / CZDS	41
II.4 Modèles d'hystérésis	43
II.4.a Modèle de Jiles-Atherton-Sablik	43
II.4.b Preisach.....	48
II.4.c Frottement sec	50
II.5 Modèle multi-échelle (MME)	51
Préambule : définitions des variables.....	52
Échelle du domaine magnétique	52
Échelle du monocristal.....	53
Échelle du polycristal	53
Conclusions de ce chapitre	56

I – Grandeurs observées

On a vu dans le premier chapitre que le bruit Barkhausen est généré par le mouvement saccadé des parois de domaine quand elles se détachent des défauts qu'elles rencontrent. La figure 2.1 montre un schéma simplifié du mouvement d'une paroi de domaine. Ici, le champ magnétique \vec{H} est vertical et pointant vers le bas à $t = 0$. Le saut Barkhausen a lieu entre les instants 4 et 5.

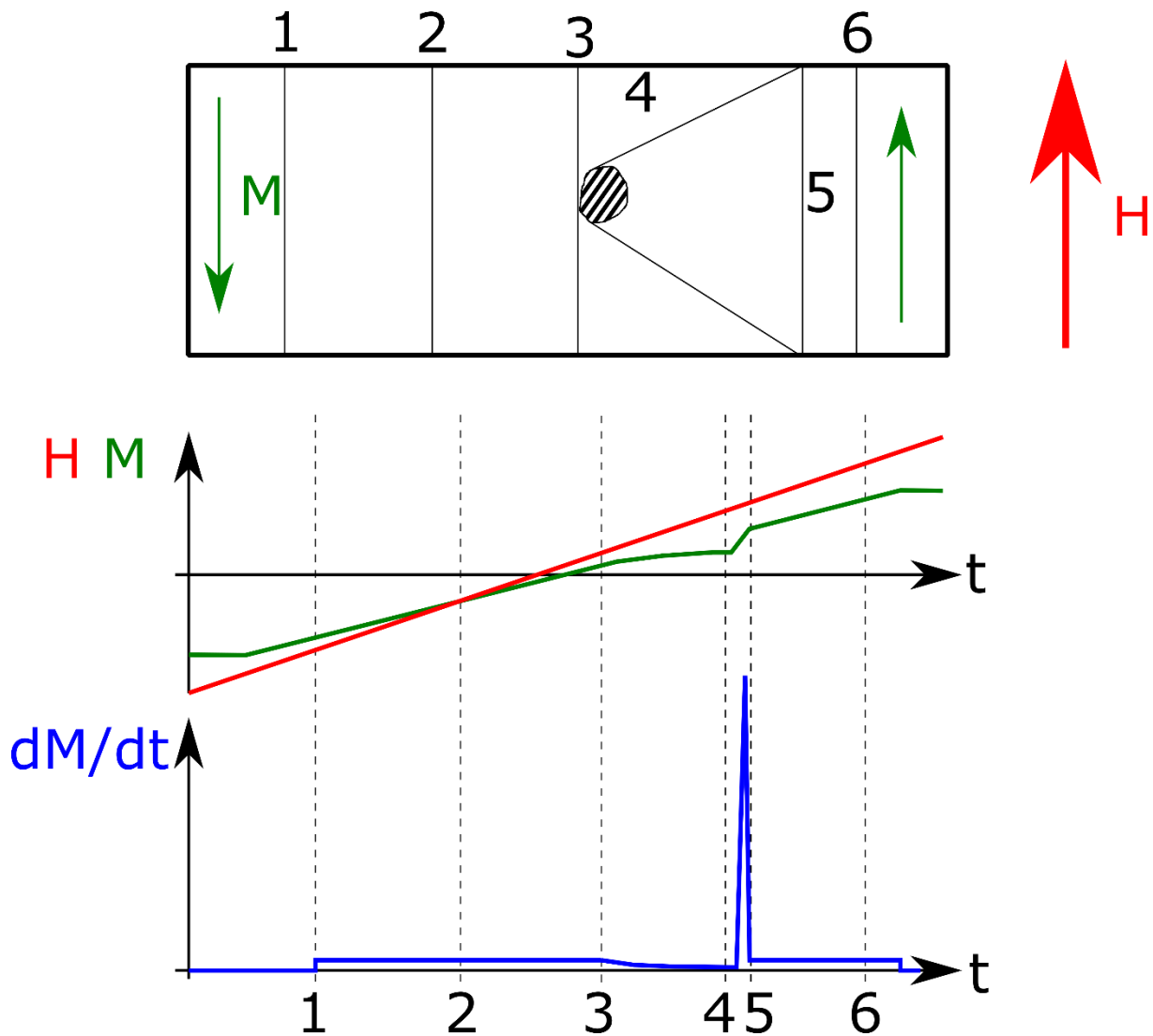


Figure 2.1: Haut: mouvement d'une paroi de domaine rencontrant un défaut. Bas: évolution de H , M et dM/dt .

Ce saut d'aimantation peut être détecté grâce à une bobine convenablement placée. D'après la loi de Lenz, si on suppose que la bobine a N spires, une surface interne S et que l'aimantation est uniforme :

$$V_{BK} = -\frac{d\Phi}{dt} \approx -NS\frac{dB}{dt} = -NS\mu_0 \left(\frac{dH}{dt} + \frac{dM}{dt} \right) \quad (II.1)$$

Ainsi, la tension induite aux bornes de la bobine va atteindre un pic lorsque la paroi se détache du défaut. Or, la dimension caractéristique des domaines magnétiques étant plutôt le micromètre ($10^{-6} m$), on retrouve un très grand nombre de parois de domaine dans un échantillon macroscopique, chaque paroi pouvant rencontrer un grand nombre de défauts qui gênent son déplacement (interfaces entre deux grains désaxés, cavités, défauts de réseau, ...). Ainsi, si un matériau ferromagnétique est magnétisé, on va avoir un grand nombre de sauts Barkhausen lors de l'aimantation. On peut en voir un exemple dans la figure 2.2.

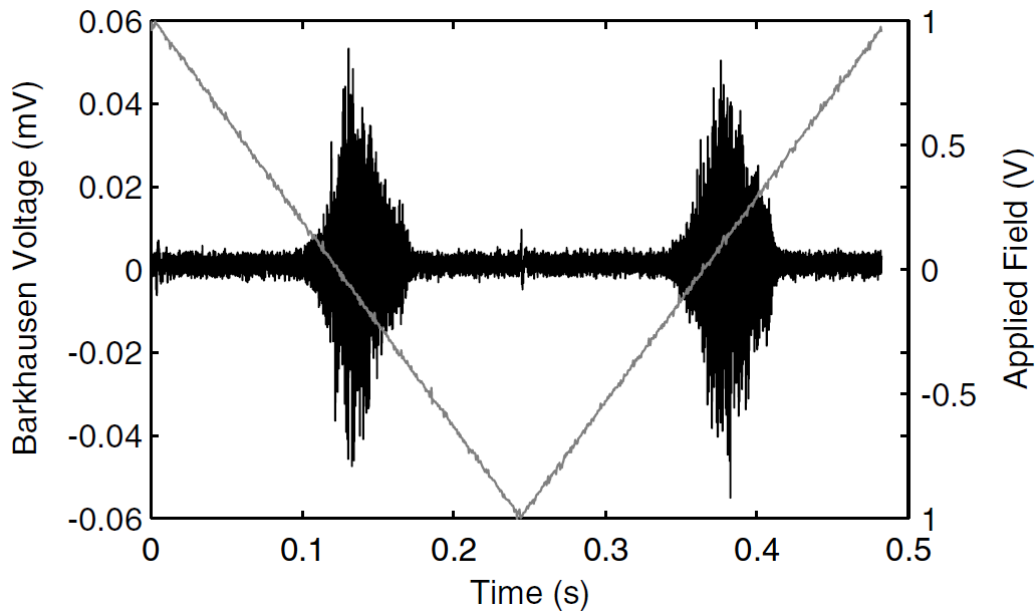


Figure 2.2: exemple de bruit Barkhausen mesuré. Le signal triangulaire est le courant injecté dans la bobine d'excitation, en première approximation proportionnel à H . Source: [98]

Deux pistes d'étude et de modélisation ont été explorées :

- on étudie le signal brut, en essayant d'étudier les sauts Barkhausen individuels ou bien de retrouver les lois régissant la probabilité d'avoir un saut aux caractéristiques précises (amplitude, durée, ...). Cette partie sera développée dans la section I.1. Il faut noter qu'il faut avoir une fréquence d'excitation très faible, sinon le signal mesuré sera la superposition de chaque saut Barkhausen, ce qui complexifie l'interprétation du signal [99].

Cette méthode requiert un matériel d'acquisition très performant, car il faut une très grande fréquence d'acquisition pour distinguer proprement les sauts Barkhausen. Cela va donner des fichiers de mesure très grands, tout comme des temps de simulation importants. Le caractère stochastique des sauts Barkhausen rend aussi la mesure peu reproductible.

- on étudie le signal moyenné sur plusieurs cycles, notamment en traçant l'enveloppe du signal Barkhausen [100][101]. On n'essaie plus de déterminer les sauts individuels, mais plutôt de tracer l'activité Barkhausen et analyser, par exemple, pour quel champ H on a le maximum d'activité. Cette partie sera développée dans la section I.2. Cette méthode permet une meilleure précision, car on peut par exemple faire une moyenne glissante sur la valeur absolue du signal, voire sur plusieurs cycles, donc on peut garantir une bonne répétabilité des données. De plus, on peut baisser la

fréquence d'acquisition des mesures, et cette méthode permet d'employer les mêmes outils que pour la mesure du cycle d'hystérésis. Le caractère stochastique du bruit Barkhausen peut être retrouvé en modulant l'enveloppe par un bruit aléatoire entre -1 et 1.

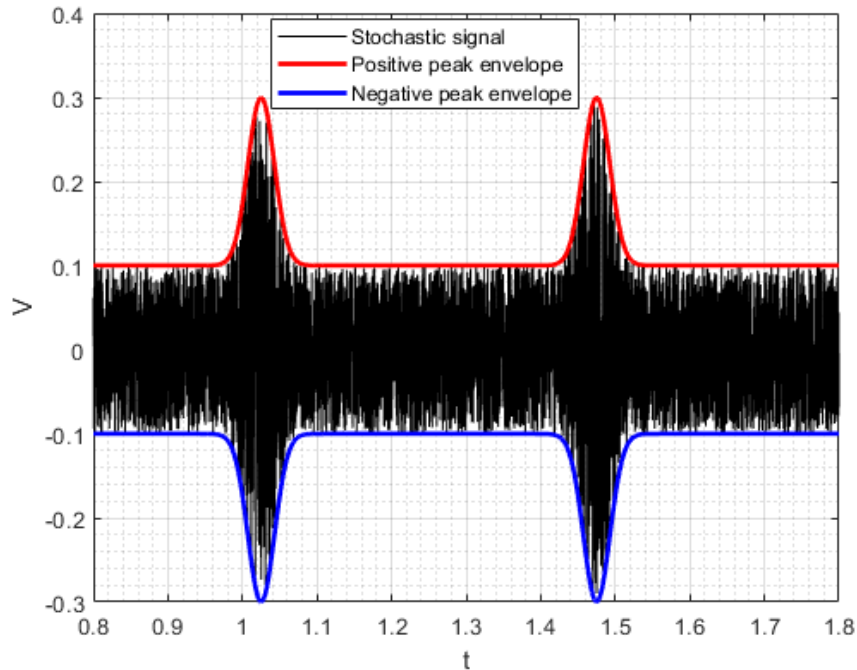


Figure 2.3: exemple de signal stochastique (noir) avec mise en évidence des enveloppes pic (rouge et bleu).

I.1 Mesure stochastique

I.1.a Étude des avalanches

Les signaux stochastiques étant par définition non-périodiques, il faut nécessairement se limiter à une étude temporelle, à travers laquelle un certain nombre de paramètres stochastiques peut être extrait. La figure 2.4 en montre 3: la **durée**, le **pic** et l'**énergie** d'une avalanche [102].

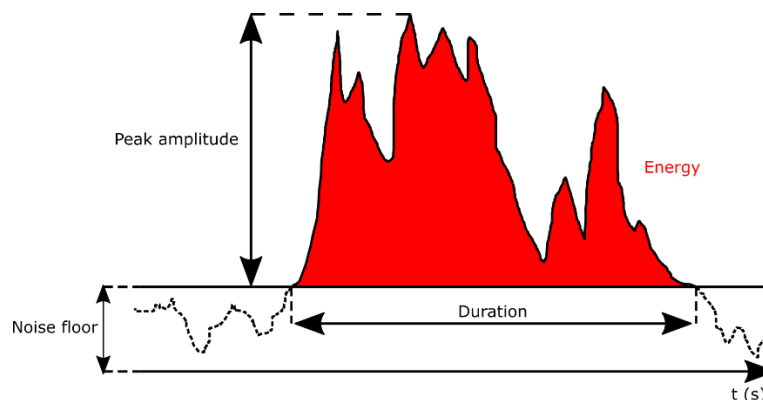


Figure 2.4: représentation d'une avalanche et de ses propriétés.

Cette analyse est très utilisée dans l'étude des avalanches, qui sera vue plus en détail dans la section II. Par exemple, des lois pour la durée des sauts Barkhausen ont déjà été retrouvées

expérimentalement [99][103]. La probabilité qu'une avalanche Barkhausen ait une durée T suit une loi similaire à :

$$p(t = T) \propto T^{-\alpha} \quad (II.2)$$

où α est un coefficient critique. De telles lois peuvent être retrouvées pour l'énergie et l'amplitude maximale des sauts Barkhausen [99][103].

Deux points importants sont à prendre en compte:

- il faut définir un plancher de bruit de référence, qui permet de filtrer les bruits parasites pour ne se concentrer que sur les pics de signaux. Ce plancher est subjectif et il peut modifier grandement les résultats obtenus selon son hauteur relative, donc une grande précaution est nécessaire quand le rapport signal-sur-bruit n'est pas très élevé ;
- le signal stochastique limité dans une seule avalanche peut être considéré comme une fonction "continue" (selon le nombre de points disponibles), donc tous les paramètres définis dans la partie 'Mesure "moyennée"' peuvent être transposés à l'étude de l'avalanche.

I.1.b Spectre fréquentiel

Contrairement à l'étude par avalanches, pour déterminer le spectre fréquentiel on va avoir besoin de l'entièreté du signal. La transformée de Fourier étant inversible, un signal peut être reconstruit à partir d'une somme infinie et pondérée de sinus. L'équation (II.3) définit Y , la transformée de Fourier de y :

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t)e^{-j2\pi ft} dt \Leftrightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(f)e^{j2\pi ft} df \quad (II.3)$$

Le contenu fréquentiel va être défini pour toute la longueur du signal: on ne peut pas déterminer l'instant d'apparition de perturbations transitoires, ce qui limite son utilité pour des signaux non-périodiques. Une parade consiste à multiplier le signal de départ par une fonction fenêtre, qui vaut 0 partout sauf dans un certain intervalle (ou, du moins, qui tend rapidement vers 0 en dehors d'un certain intervalle). Ainsi, puisque la transformée de Fourier d'un signal nul est elle aussi nulle, le spectre fréquentiel obtenu va correspondre au spectre fréquentiel de la nouvelle fonction. La STFT (Short-Time Fourier Transform, pour "transformée de Fourier à court terme") est alors définie par

$$Y(f, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(s) G(s - t)e^{-j2\pi fs} ds \quad (II.4)$$

Il existe un grand nombre de fonctions fenêtre, comme par exemple:

- la fonction rectangle:

$$G(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < 0.5 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (II.5)$$

- la fenêtre de Hann (de paramètre a_0):

$$G(t) = \begin{cases} a_0 - (1 - a_0) \cos \frac{2\pi t}{N} & \text{si } 0 < t < N \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (II.6)$$

- la fenêtre gaussienne (de paramètre σ):

$$G(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (II.7)$$

La STFT a un échantillonnage en fréquence fixe, donc sa précision peut diminuer si on veut déterminer le spectre fréquentiel sur de grandes plages de fréquence. Des spectrogrammes par l'utilisation de ondelettes sont aussi possibles [4] [104], et on verra leur application dans les chapitres 4 et 6.

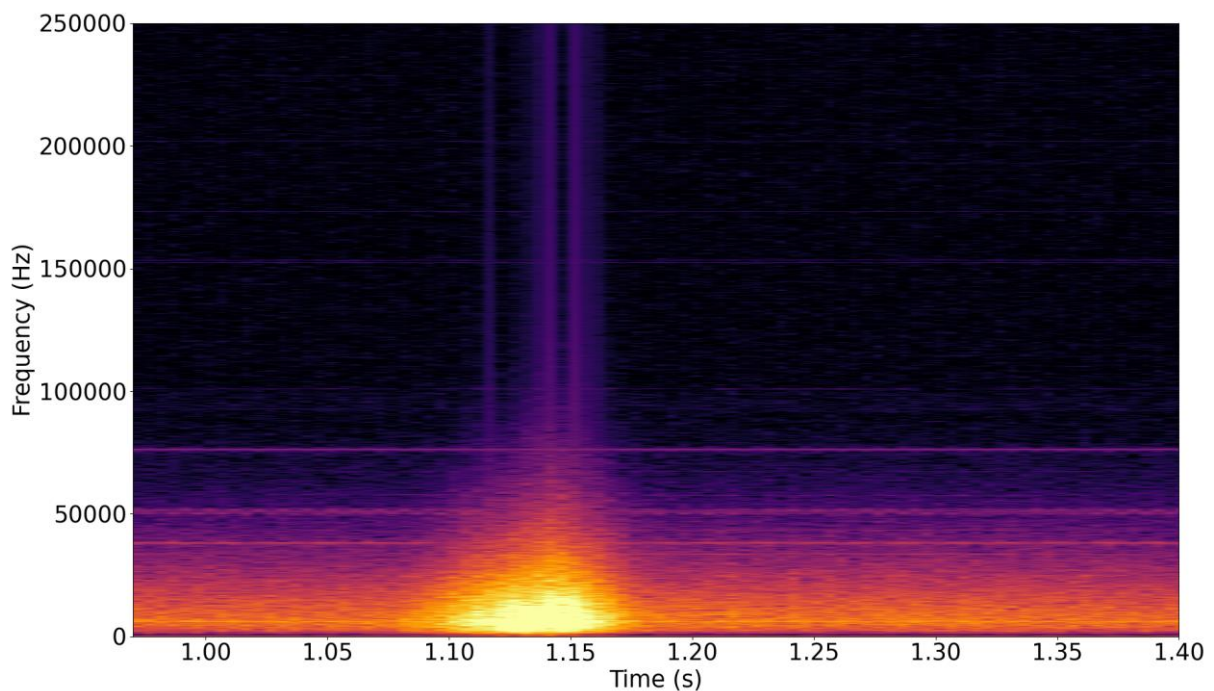


Figure 2.5: spectrogramme du signal Barkhausen mesuré expérimentalement (échelle logarithmique pour la puissance). Les lignes horizontales correspondent à des harmoniques parasites.

1.2 Mesure "moyennée"

La méthode moyennée requiert tout d'abord de retrouver l'enveloppe du signal Barkhausen. Cela est d'habitude fait grâce à l'enveloppe RMS (Root Mean Square). Son expression en continu et en discret est donnée ci-dessous, avec t_{RMS} et N_{RMS} la largeur de la fenêtre de moyennage.

$$V_{enveloppe\ RMS}(t) = \sqrt{\frac{1}{t_{RMS}} \int_{-\frac{t_{RMS}}{2}}^{\frac{t_{RMS}}{2}} V^2(t+s) ds} \quad (II.8)$$

$$V_{enveloppe\ RMS}(t) = \sqrt{\frac{1}{N_{RMS}} \sum_{i=0}^{N_{RMS}-1} V^2[t+i]} \quad (II.9)$$

Une autre enveloppe qui peut être utilisée est le MBNE (pour Magnetic Barkhausen Noise Energy), donnée par [43][105]–[107]:

$$MBNE(t) = v \int_0^t \text{sign}\left(\frac{dH}{ds}\right) VBK^2(s) ds \quad (II.10)$$

v est une constante de normalisation et VBK est la tension Barkhausen. Cette enveloppe est la version temporelle du MBNE, qui est surtout citée quand la dépendance angulaire du bruit Barkhausen est étudiée [108][109] :

$$E = \int_0^{\frac{1}{f}} VBK^2(t) dt \quad (II.11)$$

L'intérêt du MBNE est qu'elle est une image indirecte de l'énergie cinétique des mouvements de paroi, et qui peut donc être liée aux pertes par hystérésis. De plus, le MBNE donne elle aussi une courbe d'hystérésis, ce qui est très intéressant pour la modélisation [110].

L'enveloppe du bruit Barkhausen est répétable, et on peut en définir différents paramètres, listés dans le tableau suivant.

Valeur pic	$V_{max} = \max(V(H))$
Moyenne RMS	$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V^2[i]}$
Position du pic	$H_c = H \mid V(H_c) = V_{max}$
Largeur à mi-hauteur	$H \in [H_m; H_M] \leftrightarrow V(H) > \frac{V_{max}}{2} \Rightarrow FWHM = H_M - H_m$
Surface intégrale	$W = \int_{H_{min}}^{H_{max}} V(H) dH$
Énergie	$E = \int_{H_{min}}^{H_{max}} V^2(H) dH$

Si H est triangulaire, l'enveloppe du bruit Barkhausen est proche d'une courbe en cloche, donc on peut aussi la modéliser à travers une gaussienne ou une Lorentzienne asymétrique. Cette dernière peut s'exprimer comme suit :

$$V(H) = \frac{2h}{\pi} \frac{w}{w^2 + 4(H - H_c)^2} \quad (II.12)$$

$$w = \frac{2 w_0}{1 + e^{\alpha(H-H_c)}}$$

avec h le facteur d'échelle, H_c la position du pic, w_0 la largeur à mi-hauteur sans asymétrie et α le facteur d'asymétrie. Ces quatre paramètres permettent alors de définir l'enveloppe expérimentale.

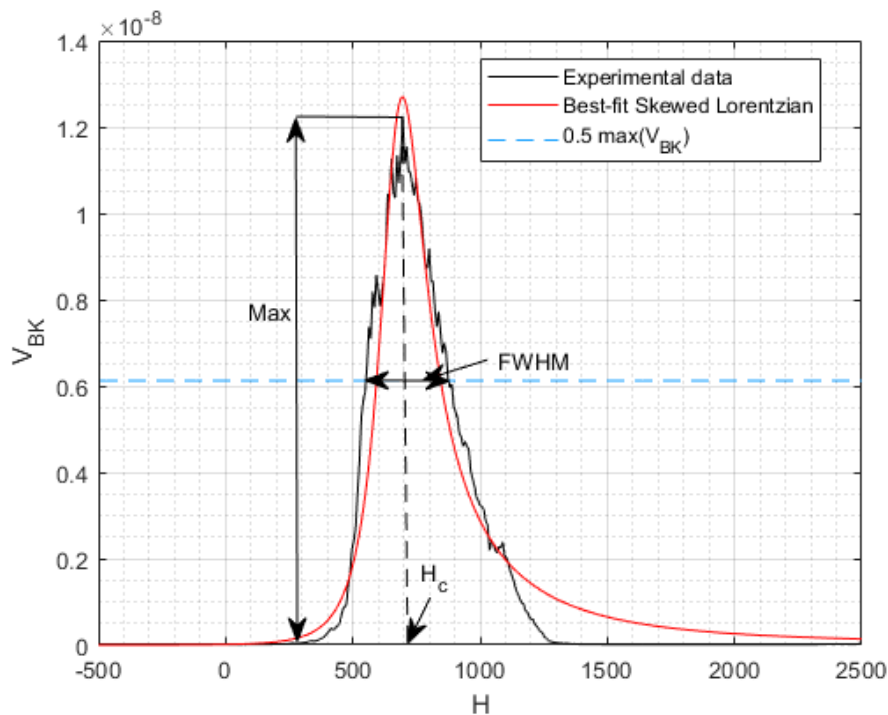


Figure 2.6: données expérimentales (noir), Lorentzienne asymétrique ajustée au sens des moindres carrés (rouge) et droite de mi-hauteur (tirets bleus). La largeur de mi-hauteur (FWHM), la valeur pic et la position du pic sont aussi représentées.

II - Modélisation du bruit Barkhausen

Un grand nombre de modèles de simulation ont été définis au cours du temps pour le cycle $B(H)$ d'un matériau, et précédemment on a pu voir que le bruit Barkhausen est une des composantes de l'aimantation d'un matériau, donc une approche de simulation similaire à celle pour le $B(H)$ peut être utilisée. On peut inclure ces modèles dans différentes catégories :

- les modèles micro-magnétiques (section II.1) simulent le comportement du matériau à l'échelle atomique. Ces modèles prennent en compte notamment l'anisotropie magnétique, donc ils peuvent simuler le bruit Barkhausen en amplifiant arbitrairement le coefficient d'anisotropie, ce qui bloquerait l'aimantation sur les axes de facile aimantation et effacerait l'effet de la rotation.
- la méthode des différences finies (section II.2) considère le matériau à l'échelle immédiatement supérieure : le matériau est supposé uniforme, donc les lois de Maxwell peuvent être utilisées. De plus, cette méthode peut simuler une grande variété de cas, de par la versatilité des maillages de simulation.

- les modèles stochastiques (section II.3) visent à simuler le signal Barkhausen temporel, souvent à partir de modèles empiriques, sans essayer de simuler la rotation ou de remonter à la courbe d'hystérésis du matériau. Les paramètres sont ensuite optimisés pour coller aux mesures expérimentales, et leur évolution est ensuite commentée.
- les modèles d'hystérésis (section II.4) reproduisent une courbe d'hystérésis à partir de plusieurs paramètres. Ce sont donc des modèles macroscopiques, qui font abstraction de ce qui se passe à l'échelle microscopique, mais dont les paramètres peuvent donner des informations sur l'évolution de l'état microscopique.
- le modèle multi-échelle (MME, section II.5) combine des simulations à l'échelle microscopique pour ensuite remonter à la courbe d'hystérésis du matériau, ce qui lui permet de mieux prendre en compte les effets de la microstructure.

Il faut noter que ces catégories ne sont pas mutuellement exclusives : les modèles micro-magnétiques peuvent aussi donner des courbes d'hystérésis ou des signaux stochastiques, mais ils ont été différenciés ici car la modélisation repose sur de bases différentes.

II.1 Étude micro-magnétique

Les méthodes micro-magnétiques simulent le comportement du matériau à petite échelle, souvent au niveau atomique. À ce niveau, on cherche à minimiser l'énergie d'un ensemble de vecteurs, les expressions de chaque composante ayant été décrites dans le chapitre précédent. Si leur avantage évident est de pouvoir modéliser les effets de perturbations à l'échelle nanométrique (comme par exemple une inclusion au comportement magnétique différent), le pas de simulation est très petit, donc il faut une matrice 3D aux dimensions prohibitives dès qu'on veut simuler une zone plus grande. Par exemple, étant donné que la distance interatomique est souvent de l'ordre du angström (10^{-10} m), il faudrait une matrice de $10^4 \times 10^4 \times 10^4$ éléments pour simuler un cube de côté 1 μm .

II.1.a Ising / XY / Heisenberg

Le modèle d'Ising est un modèle discret qui a été utilisé dès les années '20 d'après les travaux de Lenz et Ising [111]–[113], qui a démontré l'existence de différentes phases en 2D et 3D. Ce modèle considère une matrice d'atomes, distribués de façon uniforme et à distance égale de leurs voisins. Les atomes seront très souvent les sommets d'un maillage cubique, mais d'autres géométries sont possibles [113]. Ces atomes sont caractérisés par leur moment magnétique, qui prend des formes différentes selon le « nom » du modèle :

- **Ising** : le moment magnétique vaut -1 ou 1, représentant par exemple les directions « bas » et « haut » [113]
- **XY** : le moment magnétique est un vecteur 2D de norme 1, qui peut donc être modélisé par l'angle avec l'horizontale θ [113][114]
- **Potts** : le moment magnétique est un vecteur 2D de norme 1, tout comme le modèle XY, mais θ est cette fois-ci discrétisé, ne pouvant prendre que les valeurs $\theta = [0 .. q - 1] \cdot \frac{2\pi}{q}$ [113]
- **Heisenberg** : le moment magnétique est un vecteur 3D de norme 1, et est l'extension des modèles précédents [113]

Le modèle demande de calculer l'énergie du système, qui est obtenue en calculant son hamiltonien \mathcal{H} :

$$\mathcal{H} = -J \sum_{i,j \text{ voisins}} s_i s_j - H \sum_i s_i \quad (\text{II.13})$$

Deux composantes peuvent être séparées : la première est l'énergie due aux interactions entre atomes voisins [115] et la seconde est l'énergie due à l'interaction entre le spin des atomes et un champ externe H appliqué [113]–[117]. D'autres versions permettent de rajouter un champ aléatoire H_r [114] ou un couplage variable [103][113], ce qui donnerait :

$$\mathcal{H} = - \sum_{i,j \text{ voisins}} J(i) s_i s_j - \sum_i [H + H_r(i)] s_i \quad (\text{II.14})$$

L'évolution du système est possible en appliquant l'algorithme de Monte-Carlo [112] :

- un atome au hasard voit son aimantation changer (pour le modèle d'Ising, sa valeur change de signe)
- le nouvel hamiltonien \mathcal{H}' est calculé
- le nouvel état a une probabilité p d'être accepté, où

$$p = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathcal{H}' < \mathcal{H} \\ e^{-\beta(\mathcal{H}' - \mathcal{H})} & \text{si } \mathcal{H}' \geq \mathcal{H} \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

- si l'état n'est pas accepté, le système rebascule à l'état précédent, sinon le basculement est conservé

Une méthode alternative consiste à traiter l'évolution du système comme une chaîne de Markov, mais le processus reste le même [113][114]. Les calculs peuvent être grandement accélérés en considérant que modifier le spin d'un atome ne modifie l'hamiltonien que dans son voisinage immédiat, donc sa variation peut être calculée en ne considérant que l'atome ayant basculé et ses voisins, plutôt que considérer le système entier.

Ce modèle est assez simple, mais il permet déjà de retrouver des phénomènes intéressants, comme la formation de domaines ou de « vortex » d'aimantation (pour le modèle XY [118]). Cependant, le choix aléatoire de l'atome à basculer peut modifier les résultats obtenus, voire ne jamais converger ou donner des résultats incorrects (par exemple, si une certaine zone n'est jamais basculée). Pour résoudre ce problème, une stratégie de basculement peut aussi être définie en basculant tous les atomes sur une grille 3x3, chaque atome ayant un et un seul atome voisin qui bascule de signe. Cela assure que tous les atomes ont été basculés quand le modèle arrive sur un état stable. Une table d'exclusion peut aussi être définie, empêchant un atome de basculer s'il l'a déjà été « récemment » et forçant le modèle à s'intéresser à d'autres atomes.

II.1.b LLG

L'équation de Landau-Lifshitz (LL) a été conçue dans les années '30 par Landau et Lifshitz [119][120], qui, à partir de l'interaction d'anisotropie magnétocristalline, remontent à la dynamique des spins et à la formation de parois de domaine. Cet équation donne l'évolution temporelle de l'aimantation \vec{M}_i en fonction du champ effectif \vec{H}_{eff} et d'un coefficient d'interaction relativiste λ [119]:

$$\frac{d\vec{M}_l}{dt} = \mu_0 \left[\vec{H}_{eff} \times \vec{M}_l + \lambda \left(\vec{H}_{eff} - \frac{(\vec{H}_{eff} \times \vec{M}_l) \times \vec{M}_l}{\|\vec{M}_l\|^2} \right) \right] \quad (II.16)$$

Cette équation donne de bons résultats seulement quand $\lambda \ll \|\vec{M}_l\|$, donc elle ne peut pas être appliquée quand l'amortissement est important. Une équation plus générale a été donnée par Gilbert en 1955 [121] [122] en passant par le Lagrangien du système, ce qui donne le nom complet de l'équation LLG :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{M}_l}{dt} &= \gamma(1 + \alpha^2) \vec{M}_l \times \vec{H}_{eff} - \frac{\alpha}{\|\vec{M}_l\|} \vec{M}_l \times \frac{d\vec{M}_l}{dt} \\ \alpha &= \frac{\lambda}{\gamma} \|\vec{M}_l\| \end{aligned} \quad (II.17)$$

γ est le rapport gyromagnétique de l'électron et α le coefficient d'amortissement. Cette équation différentielle va donner un mouvement « en spirale » de \vec{M}_l , s'approchant de plus en plus de la direction du champ effectif grâce au deuxième terme [120].

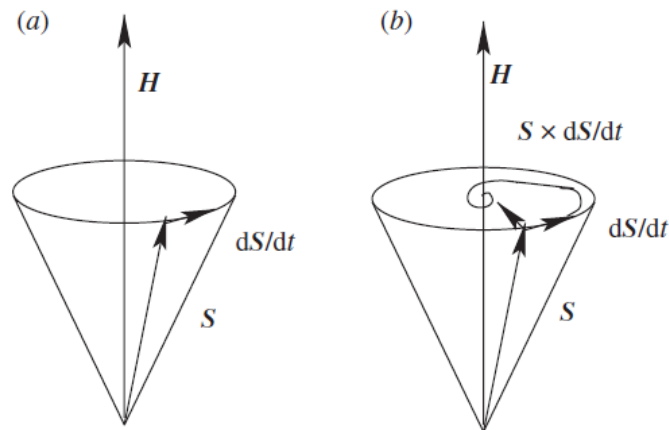


Figure 2.7: évolution du spin S (proportionnel à M) sans (a) et avec (b) dissipation. Source: [120]

Cette méthode est déjà un modèle 3D de par l'utilisation de produits vectoriels et elle prend en compte les interactions importantes en micro-magnétique, donc c'est un modèle complet et qui peut simuler une grande diversité de matériaux [120], voire simuler la courbe d'hystérésis d'un matériau [17][123]. L'équation LLG peut aussi être intégrée dans d'autres modèles, comme le modèle d'Ising vu précédemment, ce qui permet de simuler de comportements exotiques [124].

Il faut noter que, sous certaines conditions (amortissement « rapide », prise en compte de la friction), l'équation LLG peut décrire l'évolution d'un système de la même façon qu'une version modifiée du modèle de Preisach [125], donc on peut voir que ce modèle est très versatile. Cependant, il requiert de faire des opérations vectorielles pour chaque vecteur, ce qui peut allonger de manière significative le temps de simulation.

II.2 Différences finies

Les modèles de la section précédente simulent le comportement d'atomes individuels, donc ils sont d'emblée limités à des études à l'échelle micrométrique pour des questions de mémoire et de processeur. Une autre catégorie de modèles va donc considérer que le milieu est continu et simuler son comportement, sans pour autant avoir à simuler le comportement des atomes individuels. Cela donne la famille des méthodes de différences finies.

Le principe de base est de discrétiser les équations de Maxwell et de considérer les grandeurs électromagnétiques constantes dans le parcours d'intégration choisi. Cette discrétisation peut ensuite être insérée dans un module de résolution non-linéaire, comme par exemple la méthode de Newton-Raphson [126]–[128] ou la méthode des polarisations [128][129] pour que les grandeurs magnétiques soient calculées.

Par exemple, l'équation de Maxwell-Gauss :

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{II.18})$$

peut être réduite à une somme de N produits scalaires (N étant le nombre de côtés de la surface) et au produit entre le champ B_o au milieu de la surface et la surface même [130]:

$$\sum_{i=1}^N \vec{E}_i \cdot \vec{L}_i = -S \frac{d\vec{B}_o}{dt} \cdot \vec{n} \quad (\text{II.19})$$

Le même principe peut être adapté pour les autres équations de Maxwell.

L'approximation centrale des différences finie est très souvent employée pour approximer les champs électrique et magnétique en dehors du maillage simulé :

$$\Delta x f'(x) \approx f\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}\right) \quad (\text{II.20})$$

Deux techniques principales dans cette catégorie sont les différences finies (« finite-differences ») et les éléments finis (« finite-elements »). Le « finite-differences » trouve ses bases dans les travaux de Yee *et al.* en 1966 [131], dans lequel deux maillages réguliers sont imbriqués [132]. Cela permet de calculer précisément les différents champs sans avoir à approximer les valeurs aux centres des surfaces dans la somme (II.19).

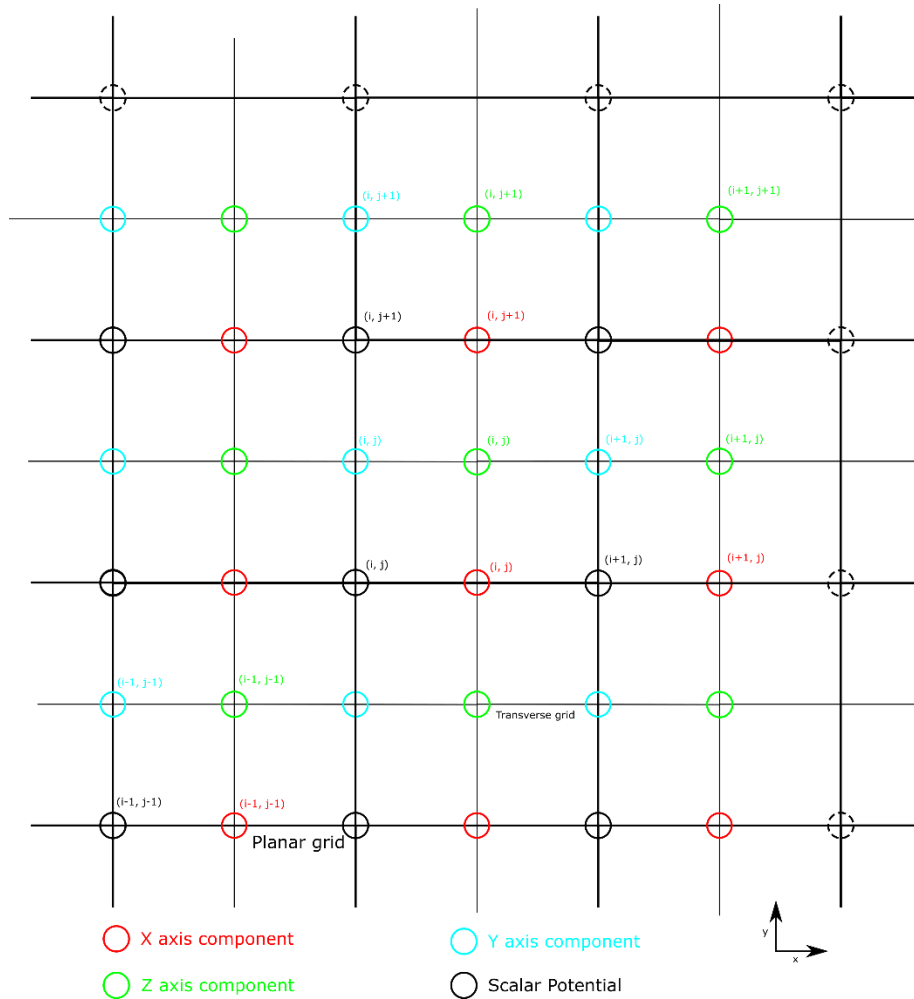


Figure 2.8: maillages carrés imbriqués dans le cas 2D. Le champ électrique est évalué dans les axes XY, le champ magnétique dans l'axe Z.

Le caractère régulier des maillages peut être exploité pour simuler le système à travers la résolution d'un système matriciel de la forme ci-dessous [25][130][133][134] :

$$\begin{aligned}
 C E &= - \frac{dB}{dt} \\
 C_{ij} &= \begin{cases} 1 & \text{si éléments } i \text{ et } j \text{ connectés} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{II.21}$$

avec C une matrice de connectivités et $E = [E_x(1) \dots E_x(N) E_y(1) \dots E_z(1) \dots]$ et $B = [B_x(1) \dots B_x(N) B_y(1) \dots B_z(1) \dots]$ deux vecteurs de $3N$ éléments stockant chaque coordonnée des champs E et B . C peut être facilement construite à partir de matrices diagonales, donnant une matrice éparse grâce à la régularité des maillages. Ce principe est employé dans la méthode FIT (pour « Finite Integration Technique »), qui stocke la valeur des intégrales ($\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$) plutôt que la valeur effective des champs (\vec{E}) [25][134][135]. Un défaut assez important des méthodes « finite-differences » est le caractère régulier des maillages, ce qui force soit à simuler seulement des structures régulières soit à diminuer le pas des maillages pour approximer fidèlement des structures curvilignes [136]. Une solution à ce problème

consiste à simuler les zones critiques avec une grille plus fine [134], mais cela rajoute d'autres points délicats, comme par exemple le raccord entre différentes grilles.

Les méthodes « finite-elements », quant à elles, utilisent plutôt un maillage pas structuré, ce qui lui permet de simuler précisément des bordures curvilignes, là où le « finite-differences » est contraint par le caractère régulier de son maillage. Si on réutilise la notation pour les « finite-differences », dans ce cas la matrice C doit être définie manuellement à partir du maillage construit, ce qui est plus délicat et requiert plus de mémoire pour stocker ces informations [137] [138], alors que dans le cas précédent on peut définir des fonctions pour retrouver si deux cases sont ou pas connectées. Cependant, ce facteur est aussi la force des méthodes « finite-elements », qui peuvent s'adapter simplement pour simuler correctement des éléments curvilignes [136] [138]

Des méthodes hybrides ont aussi été définies, combinant les deux approches : le « finite-elements » est utilisé en présence de frontières irrégulières, alors que le « finite-differences » est utilisé dans les zones plus régulières [139]. Cela permet de combiner la précision des « finite-elements » avec l'économie en mémoire et la rapidité des « finite-differences ».

Toutes ces méthodes peuvent être utilisées à des échelles très variées, vu qu'elles supposent que le système étudié soit continu, donc elles sont adaptées pour l'étude de pièces à l'échelle macroscopique. Cela permet donc de simuler un grand nombre de cas différents, ce qui très attractif pour mieux interpréter les mesures issues du CND et ce qui a déjà été fait par le passé [140]. Il faut cependant trouver un bon compromis en temps de calcul et de complexité de code entre la simplicité d'un maillage régulier et l'efficacité d'un maillage adaptatif. De plus, si les équations de Maxwell peuvent être définies pour de matériaux anisotropes, elles ne prennent pas en compte les interactions mécaniques, donc la simulation microscopique d'un matériau avec ces techniques est assez compliquée.

II.3 Étude stochastique

Une autre approche pour la simulation du bruit Barkhausen consiste à le simuler tel quel, donc à reproduire son caractère stochastique. Cela donne de simulations peu reproductibles, mais qui permettent de réaliser des études sur le spectre fréquentiel du bruit Barkhausen simulé. Par exemple, les avalanches du signal brut peuvent être comparée à celles obtenues avec le modèle stochastique [114], et plusieurs lois peuvent être établies et analysées, comme la distribution des durées T des avalanches [103] :

$$p(T) = T^{-\alpha} F_T \left(\frac{T}{T_0} \right) \quad (\text{II.22})$$

F_T est une fonction de coupure (souvent une exponentielle négative), T_0 une durée typique d'une avalanche et α un exposant. L'étude d'avalanches peut être retrouvée dans un grand nombre de domaines [141][142], de l'étude d'incendies et tremblements de terre aux mouvements boursiers [99]. La valeur des exposants change de manière radicale le comportement des modèles [103][115][116], même si certains d'entre eux ne marchent que près d'une valeur critique [143]. Dans ces cas, on retrouve souvent des lois puissance en

fonction de la fréquence, et ce pour plusieurs paramètres comme le spectre fréquentiel ou la durée des avalanches [99][103].

Certains modèles micro-magnétiques peuvent aussi donner un modèle stochastique, comme par exemple le RFIM (pour Random Field Ising Model) [114][144]. Même si cela permettrait de simuler précisément le bruit obtenu dans ce cas, les modèles stochastiques vont être des modèles macroscopiques et empiriques, donc la simulation de défauts ne va pas être possible.

II.3.a Abelian Sandpile Model (ASM)

Un des modèles les plus simples pour étudier les avalanches est l'ASM (pour Abelian Sandpile Model, ou modèle des piles de sable abélien), aussi appelé modèle BTW (pour Bak-Tang-Wiesenfeld) [141][142]. Même si le modèle initial considérait des pendules avec des ressorts de torsion [141], il a vite été représenté à travers des grains de sable [142][145]. Ce modèle est appelé *abélien* car l'état final après une avalanche ne dépend pas de l'ordre avec lequel les piles ont été renversées [146]

On définit S un vecteur de N points, chaque élément étant défini par le nombre de grains de sable qu'il contient. À chaque instant t , un grain de sable est ajouté à une pile aléatoire :

$$S_i(t + 1) = S_i(t) + 1 \quad (\text{II.23})$$

Si $S_i > S_{max}$, la pile de sable devient instable, et certains grains vont tomber dans les cases voisines :

$$\begin{cases} S_i(t + 1): S_i \rightarrow S_i - \Delta_{ii} \\ S_j(t + 1): S_j \rightarrow S_j + \Delta_{ji} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Les piles voisines peuvent elle aussi devenir instables par cet ajout, et cette perturbation peut donc se propager à travers le modèle.

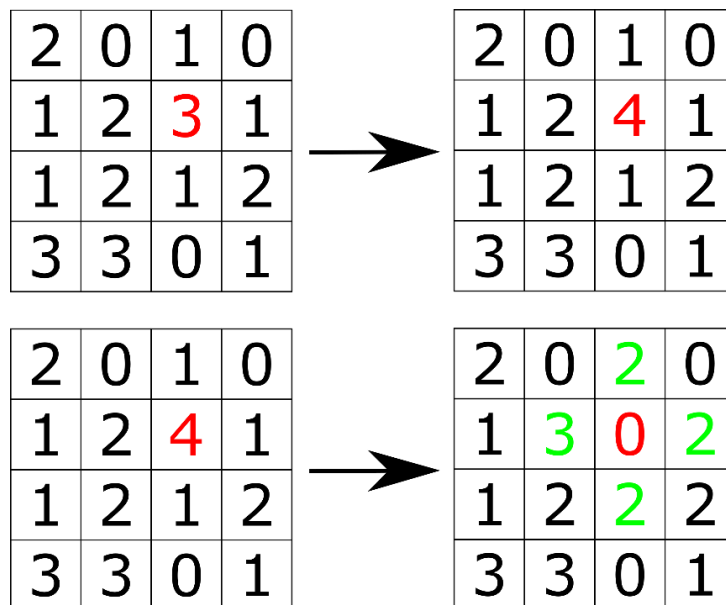


Figure 2.9: ASM 2D. Haut : ajout d'un grain de sable. Bas : la pile rouge devient instable et un grain est ajouté à chaque pile voisine.

Il faut s'assurer que le nombre de grains « enlevés » dans la pile instable soit égal ou supérieur au nombre de grains « transférés » aux voisins pour que le modèle converge [141][147], ce qui peut être réalisé avec $\Delta_{ii} > \sum_j \Delta_{ji}$ (possible entre autre en « perdant » des grains aux frontières du modèle).

Une version plus générale du ASM est le Zhang Sandpile Model (ZSM), qui en est une version continue [148][149], et une variante est le modèle de Manna [150], pour lequel une case peut avoir soit 0 soit 1 grain, et une case qui se vide va distribuer ses grains aléatoirement à ses voisins.

Malgré sa simplicité apparente, l'ASM permet de retrouver un bruit en $1/f$ et de lier la taille et durée des avalanches produites à des loi puissances [141][142]. De plus, ce modèle est universel, le « grain de sable » pouvant représenter la grandeur étudiée, comme par exemple une variation d'aimantation ou un arbre en feu [141][142]. Ce modèle a été rapproché d'autres modèle, comme la limite $q \rightarrow 0$ pour le modèle de Potts, lui-même une variante du modèle d'Ising [147], donc son utilisation pour la simulation magnétique n'est pas sans fondement.

II.3.b Modèle ABBM / CZDS

Un modèle stochastique spécifique au magnétisme a été décrit dans les années '90 par Alessandro, Beatrice, Bertotti et Montorsi à travers leur modèle ABBM [143][151], une version plus générale ayant été définie quelque année plus tard par Cizeau, Zapperi, Durin et Stanley dans le modèle CZDS [143][152].

Le modèle ABBM considère une paroi de domaine rigide, dont la position est z et la vitesse est v , traversant un barreau d'épaisseur d et surface normale S . La variation de flux magnétique est donnée par :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 2M_s dv \quad (\text{II.25})$$

La variation de flux peut être liée au champ magnétique H par l'équation ci-dessus :

$$G\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial t} = H(t) - H_c(t) \quad (\text{II.26})$$

σ est la conductivité du matériau, G un facteur dépendant de la géométrie du matériau et H_c le champ coercitif, une variable aléatoire qui dépend de la position de la paroi de domaine et qui est supposée satisfaire l'équation de Langevin [151] :

$$\frac{\partial H_c}{\partial \Phi} + \frac{H_c - \langle H_c \rangle}{\xi} = \frac{\partial W}{\partial \Phi} \quad (\text{II.27})$$

ξ est une longueur de corrélation et W est un champ aléatoire d'accrochage, supposé brownien par rapport à l'aimantation. Si Φ et Φ' sont deux flux, alors l'espérance de l'écart entre W dans ces deux cas sera proportionnelle à l'écart même entre ces deux flux (à un coefficient de proportionnalité D près) [103][151]:

$$\begin{aligned}\langle d\Phi \rangle &= 0 \\ \langle |d\Phi|^2 \rangle &= 2D |d\Phi|\end{aligned}\quad (\text{II.28})$$

L'aimantation peut, finalement, être retrouvée en résolvant une équation différentielle [103] [143] :

$$\Gamma \frac{\partial M}{\partial t} = H(t) - kM + W(M) \quad (\text{II.29})$$

avec Γ un coefficient d'amortissement et k un coefficient de démagnétisation.

Le modèle ABBM considère le mouvement d'une seule paroi, et il n'est pas capable de reproduire certaines caractéristiques des mesures de bruit Barkhausen, comme le caractère asymétrique des pics, mais il a l'avantage de pouvoir être évalué exactement [103]. De plus, ses résultats collent qualitativement aux résultats expérimentaux, au moins à basse fréquence et si les mesures sont limitées dans la zone où la perméabilité est à peu près constante [153].

Le modèle CZDS généralise le modèle ABBM en supposant que la paroi de domaine soit flexible, et non plus rigide. L'équation (II.29) devient :

$$\Gamma \frac{\partial h(\vec{x}, t)}{\partial t} = - \frac{\partial E[h(\vec{x}, t)]}{\partial h(\vec{x}, t)} \quad (\text{II.30})$$

$h(\vec{x}, t)$ est la position de la paroi à la position \vec{x} et à l'instant t , et E est l'énergie du système, calculée dans le cadre de la micro-magnétique [143][144][152].

Le modèle ABBM peut être combiné avec le modèle de Jiles (décrit plus loin), qui permet de prendre en compte l'état magnétique du matériau et ajuster le modèle ABBM en conséquence [154][155]. Plusieurs hypothèses doivent être faites : il faut être à faibles champ et fréquence, avoir $\frac{dH}{dt}$ constant et supposer que l'activité Barkhausen soit liée à l'aimantation irréversible :

$$\begin{aligned}\frac{dM_{BK}}{dt} &= \gamma \frac{dM_{irr}}{dH} \frac{dH}{dt} \\ \gamma &= \frac{d}{dM_{irr}} N \langle M_{disc} \rangle\end{aligned}\quad (\text{II.31})$$

N est le nombre de sauts Barkhausen et $\langle M_{disc} \rangle$ la moyenne de leurs amplitudes. N suit une loi de Poisson car un saut Barkhausen a une faible probabilité d'arriver à un endroit précis, mais il peut arriver à un grand nombre d'endroits [155]. Cela donne :

$$\begin{aligned}N_{t+1} &= N_t + \eta \sqrt{N_t} \\ \eta &\in [-1.47; 1.47]\end{aligned}\quad (\text{II.32})$$

La tension Barkhausen est finalement donnée par [156] :

$$V_{BK} = -\mu_0 n S \left(N \frac{d\langle M_{disc} \rangle}{dM_{irr}} + \langle M_{disc} \rangle \frac{dN}{dM_{irr}} \right) \frac{dM_{irr}}{dH} \frac{dH}{dt} \quad (\text{II.33})$$

II.4 Modèles d'hystérésis

Une grande catégorie de modèles macroscopiques s'intéresse à simuler le comportement magnétique d'un matériau, c'est-à-dire le cycle $B(H)$. Ce cycle est hystérétique, dans le sens où la sortie du modèle va dépendre aussi des états passés :

$$B = f(H, t, \dots) \quad (\text{II.34})$$

Cela rend la tâche plus difficile car la fonction f ne sera pas unique, et elle va devoir garder en mémoire les états antérieurs, donc son expression analytique est très peu pratique. De plus, étant des modèles macroscopiques, ils supposent que le matériau étudié soit uniforme, mais cela permet de comparer facilement ses résultats avec les mesures expérimentales

Une piste très employée en modélisation est de séparer les deux contributions de l'aimantation:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{dB_{irr}}{dt} + \frac{dB_{rev}}{dt} \quad (\text{II.35})$$

La partie irréversible est liée aux mouvements de paroi (et donc au bruit Barkhausen) et à la création de nouveaux domaines (nucléation), alors que la partie réversible est liée à la rotation de l'aimantation et à la déformation des parois de domaine autour d'un point d'équilibre [22][157]. Vu que le bruit Barkhausen est censé être une partie du processus d'aimantation, les mêmes modèles utilisés pour simuler un matériau pourraient être utilisés pour simuler la réponse irréversible du matériau, et donc remonter au bruit Barkhausen.

Par exemple, vu qu'on peut définir la perméabilité d'un matériau, on peut aussi définir théoriquement une perméabilité irréversible :

$$\mu = \frac{dB}{dH} \Rightarrow \mu_{irr} = \frac{dB_{irr}}{dH} \quad (\text{II.36})$$

Utiliser les modèles d'hystérésis pour le bruit Barkhausen va donner son enveloppe, ce qui suffit la plupart du temps. Le bruit « brut » peut être retrouvé en modulant l'enveloppe V_{env} par du bruit blanc η :

$$V_{BK}(t) = V_{env}(t) \eta(t) \quad (\text{II.37})$$

Un grand nombre de modèles d'hystérésis existe dans la littérature [158][159], mais seuls ceux qui ont été utilisés dans le cadre de cette thèse vont être présentés en détail ici.

I.4.a Modèle de Jiles-Atherton-Sablik (J-A-S)

Le modèle de Jiles-Atherton (J-A) [64], [157]–[188] est un outil classique de simulation d'hystérésis et très utilisé depuis les années '80 [157][159]. À partir d'un certain nombre d'hypothèses, on obtient plusieurs équations de base:

$$H_e = H + \alpha M \quad (\text{II.38})$$

$$M_{an} = M_s f\left(\frac{H_e}{a}\right) \quad (\text{II.39})$$

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (II.40)$$

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (II.41)$$

$$k\delta \frac{dM_{irr}}{dt} = \delta_M (M_{an} - M_{irr}) \quad (II.42)$$

$$\delta = \text{sign}\left(\frac{dH}{dt}\right) \quad (II.43)$$

$$\delta_M = \text{sign}\left[\frac{dH}{dt}(M_{an} - M_{irr})\right] \quad (II.44)$$

Avec :

- H_e le champ effectif
- M_{an} l'aimantation anhystérétique donnée par une fonction anhystérétique f
- M_{rev} et M_{irr} les composantes réversible et irréversible de l'aimantation
- a, α, c, k et M_s les paramètres classique du modèle J-A (respectivement densité des parois de domaine, constante de couplage inter-domaine, coefficient de réversibilité, énergie d'accrochage moyenne et aimantation à saturation)

La combinaison des équations (II.38) à (II.44) va permettre de calculer la variation d'induction magnétique M en fonction de l'excitation magnétique H :

$$X = \delta_M (M_{an} - M) + ck\delta \frac{dM_{an}}{dH_e} \quad (II.45)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{X}{k\delta - \alpha X}$$

Des équations semblables peuvent être trouvées pour B à la place de M , ce qui est très utile pour raccorder le modèle J-A à des outils de simulation [164][173]. Des versions alternatives, portant notamment sur l'utilisation de M, M_{an} ou M_{irr} ont été proposées et discutées dans différents papiers [162][169][171], celle proposée ici étant la plus commune.

La fonction anhystérétique est une fonction quelconque à valeurs réelles avec les conditions suivantes:

- f est impaire et croissante sur \mathbb{R}
- f' est maximale pour $H = 0$
- $\lim_{H \rightarrow +\infty} f(H) = 1$

De ce fait, de nouvelles fonctions anhystérétiques peuvent être créées à travers une somme linéaire de fonctions anhystérétiques de base, les plus communes étant les fonctions arc tangente, tangente hyperbolique et sigmoïde [188]. La fonction utilisée dans [157] est celle de Langevin:

$$f(x) = \begin{cases} \coth(x) - \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad (II.46)$$

Le modèle de Jiles-Atherton-Sablik (J-A-S) [160][179] est une extension du modèle J-A qui prend en compte l'effet de la contrainte en rajoutant une composante magnétostrictive H_σ au champ effectif H_e . Cette composante dépend elle-même de la déformation de magnétostriction λ , de l'angle θ entre excitation magnétique et contrainte et du ratio de Poisson ν [171] :

$$H_\sigma = \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \frac{d\lambda}{dM} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \quad (\text{II.47})$$

La déformation de magnétostriction est, expérimentalement, une fonction paire de l'aimantation, donc elle est souvent approximée par une fonction quadratique [160][168] (même si on peut aussi considérer les puissances suivantes pour plus de précision). Si on considère aussi une dépendance à la contrainte, on peut écrire λ à travers une somme de Taylor:

$$\lambda(M, \sigma) = \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{s=0}^{+\infty} \lambda_{ms} \sigma^s M^{2m} \quad (\text{II.48})$$

Vu qu'on dérive λ par rapport à M , on peut ignorer les composantes λ_{0s} . Très souvent, on ne garde que deux ordres dans ce développement:

$$\lambda(M, \sigma) = (\lambda_{10} + \lambda_{11}\sigma)M^2 + (\lambda_{20} + \lambda_{21}\sigma)M^4 \quad (\text{II.49})$$

Cette modification, bien que superficielle au premier abord, modifie de manière considérable l'équation finale. En effet:

$$H_e = H + \alpha M + H_\sigma \quad (\text{II.50})$$

$$\begin{aligned} \frac{dH_e}{dH} &= 1 + \alpha \frac{dM}{dH} + \frac{dH_\sigma}{dH} \\ &= 1 + \alpha \frac{dM}{dH} + \frac{dH_\sigma}{dM} \frac{dM}{dH} \\ &= 1 + \left(\alpha + \frac{dH_\sigma}{dM} \right) \frac{dM}{dH} \\ \frac{dH_e}{dH} &= 1 + \alpha' \frac{dM}{dH} \end{aligned} \quad (\text{II.51})$$

Le modèle J-A-S donne, par construction, un coefficient de couplage équivalent α' :

$$\begin{aligned} \alpha' &= \alpha + \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \frac{d^2 \lambda}{dM^2} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \\ &= \alpha + 3 \frac{\sigma}{\mu_0} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{s=0}^{+\infty} m(2m-1) \lambda_{ms} \sigma^s M^{2(m-1)} \end{aligned} \quad (\text{II.52})$$

qui n'est pas, de manière générale, équivalent au coefficient de couplage effectif α_e :

$$\begin{aligned}
H_e &= H + \alpha M + H_\sigma \\
&= H + \alpha M + 3 \frac{\sigma}{\mu_0} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{s=0}^{+\infty} m \lambda_{ms} \sigma^s M^{2m-1}
\end{aligned} \tag{II.53}$$

$$H_e = H + \alpha M + \left(3 \frac{\sigma}{\mu_0} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{s=0}^{+\infty} m \lambda_{ms} \sigma^s M^{2(m-1)} \right) M$$

$$H_e = H + \alpha_e M \tag{II.54}$$

$$\alpha_e = 3 \frac{\sigma}{\mu_0} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{s=0}^{+\infty} m \lambda_{ms} \sigma^s M^{2(m-1)} \tag{II.55}$$

L'équation complète du modèle de J-A-S peut s'écrire:

$$X = \delta_M (M_{an} - M) + ck\delta \frac{dM_{an}}{dH_e} \tag{II.56}$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{X}{k\delta - \alpha' X} \tag{II.57}$$

$$\frac{dM}{d\sigma} = \frac{1}{\xi E} \sigma(1-c)(M_{an} - M_{irr}) + c \frac{dM_{an}}{d\sigma} \tag{II.58}$$

avec ξ un coefficient d'énergie volumique et E le module de Young [171].

La différence entre les deux α équivalents donne:

$$\begin{aligned}
\alpha' - \alpha_e &= 3 \frac{\sigma}{\mu_0} (\cos^2 \theta \\
&\quad - \nu \sin^2 \theta) \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{s=0}^{+\infty} \lambda_{ms} \sigma^s M^{2(m-1)} [m(2m-1) - m]
\end{aligned} \tag{II.59}$$

$$\alpha' - \alpha_e = 6 \frac{\sigma}{\mu_0} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \sum_{m=2}^{+\infty} \sum_{s=0}^{+\infty} \lambda_{ms} \sigma^s M^{2(m-1)}$$

Un point très intéressant est que l'équation précédente donne une valeur nulle si on ne considère que le terme en M^2 de λ . En d'autres mots, si $\lambda \propto M^2$ **le modèle J-A-S est équivalent au modèle J-A avec**

$$\alpha_e = 3 \frac{\sigma}{\mu_0} (\cos^2 \theta - \nu \sin^2 \theta) \sum_{s=0}^{+\infty} \lambda_{1s} \sigma^s \tag{II.60}$$

Le modèle J-A a été plébiscité pour la simulation d'hystérésis pour plusieurs raisons qui le distinguent des autres modèles scalaires (notamment ceux d'Ising et de Preisach [158]). Modéliser le cycle d'hystérésis demande, dans le plus simple des cas, de connaître seulement

5 paramètres et une fonction anhystérétique pour simuler un cycle d'hystérésis, ce qui en fait un outil beaucoup plus simple que Preisach (qui demande les valeurs d'une fonction 2D sur toute l'étendue d'aimantation simulée [158]). Cela facilite aussi l'intégration à d'autres modèles, comme Chua [176] ou le modèle multi-échelle [177].

Le modèle J-A est scalaire et statique à la base, mais il existe des versions qui prennent en compte notamment l'anisotropie d'un matériau [169][181], la fréquence du champ magnétique appliqué (notamment en intégrant d'autres termes de perte, comme les courants de Foucault [164][166][176]), l'influence de la contrainte [160][163][170][178]–[182], et de l'aimantation [166][178][186] des paramètres de base et même plusieurs phases d'un matériau [183] pour coller aux observations expérimentales [163][179][182]. Ces adaptations sont faciles à implémenter, vu qu'elles rajoutent souvent un terme en exponentielle négative aux valeurs constantes initiales, par exemple:

$$k(\sigma) = k_0 + (k_\infty - k_0)e^{-\frac{\sigma}{\sigma_0}} \quad (\text{II.61})$$

avec $\sigma > 0$ la contrainte en traction et $\sigma_0 > 0$ une contrainte critique.

De plus, des tentatives ont été faites pour relier les 5 paramètres J-A à des grandeurs physiques caractéristiques du matériau, comme sa dureté, la contrainte interne ou la taille des grains [64][185]. Contrairement à de modèles microscopiques, le modèle J-A-S n'est gourmand ni en mémoire, ni en temps de calcul, vu qu'il requiert seulement d'intégrer numériquement une équation différentielle.

Cependant, ce modèle a aussi certains inconvénients. Le modèle J-A est très précis quand on veut simuler des cycles majeurs d'hystérésis, mais la reconstruction des boucles mineures est beaucoup plus délicate [64][166]. De plus, on peut remarquer que, par construction, $\frac{dM}{dH}$ doit toujours être positive ou nulle. Ce dernier point ne peut pas être testé *a priori* pour un certain jeu de paramètres: il faut intégrer l'équation numériquement et observer s'il y a divergence. Padilha *et al.* [175] ont essayé de donner des bornes à certains paramètres, mais l'équation obtenue est très lâche, des problèmes de divergence arrivant bien avant qu'elle ne soit plus respectée.

De plus, si on considère le modèle J-A de base, la perméabilité différentielle est donnée par une loi de la forme :

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dH} &= \frac{x}{1 - Ax} \\ A &= \delta \frac{\alpha}{k} \end{aligned} \quad (\text{II.62})$$

Cela donne des courbes reconstruites très arrondies, donc la reconstruction de boucles d'hystérésis raides est très difficile, la solution fournie étant très lointaine de l'originale.

Le modèle J-A-S est à la base un modèle scalaire, et l'extension à la version vectorielle est assez délicate. On peut notamment citer la prise en compte de l'anisotropie, qui passe par l'intégration de fonctions assez complexes [161], ce qui allonge considérablement le temps de

calcul. Une version vectorielle du modèle J-A a été proposée dans [187], où les paramètres deviennent des tenseurs. Cela a pour effet de multiplier le nombre de variables libres par 2 (voire plus si on veut aussi considérer les effets de contrainte et de magnétostriction), et donc cela va aussi grandement augmenter le temps d'optimisation. Toutes les mesures expérimentales réalisées dans cette thèse ont été réalisées avec des grandeurs magnétiques et mécaniques uniaxiales, donc les extensions vectorielles du modèle J-A-S n'ont pas été utilisées par la suite.

L'étape d'identification des paramètres J-A-S passe par une étape d'optimisation non-linéaire, qui modifie le jeu de paramètres initial pour approcher de plus en plus la courbe expérimentale. Cette étape peut être réalisée grâce à un large choix d'algorithmes, comme algorithmes génétiques [161], optimisation par "branch-and-bound" [162], optimisation par essais particuliers [165] ou bien pattern search [173].

II.4.b Preisach

Le modèle de Preisach [189][190] est un modèle empirique qui a vu le jour dans les années '30 pour expliquer le délai observé dans l'aimantation d'un matériau soumis à un champ magnétique rectangulaire. La brique de base de ce modèle est l'hysteron de Preisach [158][189][190], un simple opérateur d'hystérésis dont la réponse M_p est mise en équation comme suit :

	$M_p(\alpha_L, \alpha_H, H, t) = \begin{cases} M_s & \text{si } H > \alpha_H \\ -M_s & \text{si } H < \alpha_L \\ M(H, t - dt) & \text{sinon} \end{cases}$	(II.63)
--	--	---------

Un exemple de cet opérateur est représenté à la figure 2.10.

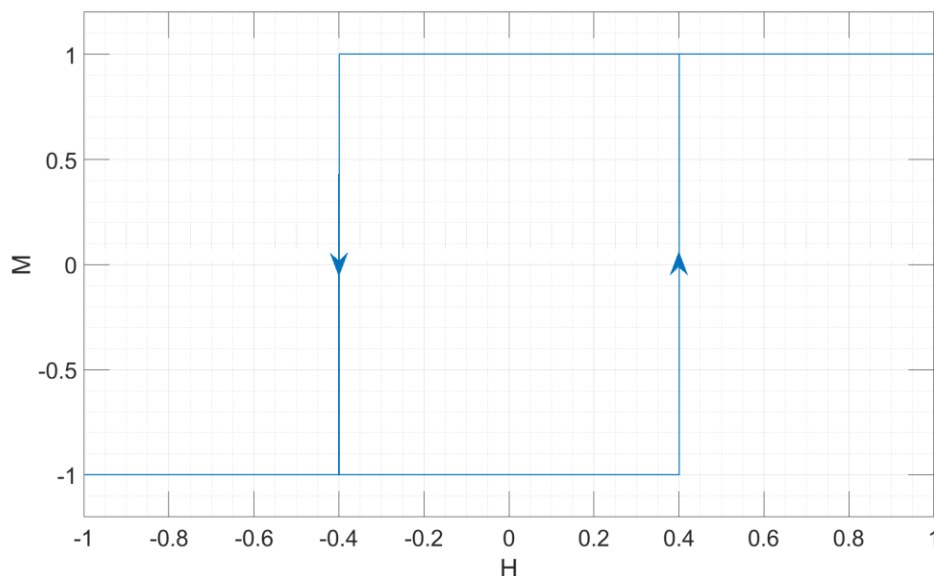


Figure 2.10: graphique donnant la sortie de l'opérateur de Preisach M en fonction de H . $\alpha_L = -0.4$, $\alpha_H = 0.4$, $M_s = 1$

La réponse du hysteron est définie à partir de deux seuils d'activation α_L et α_H : si le champ magnétique dépasse un des deux, l'hysteron bascule dans l'état opposé, sinon son état reste le même. Dans ce cas, la sortie du hysteron va dépendre des valeurs passées du champ magnétique, ce qui permet de créer de l'hystérésis.

Même si α_L et α_H peuvent prendre n'importe quelle valeur, on fixe toujours $\alpha_H > \alpha_L$ pour que l'énergie W_p après chaque cycle complet soit dissipée par l'hysteron plutôt que générée [158] :

$$W_p = \int M(H)dH = 2M_s(\alpha_H - \alpha_L) > 0 \quad (\text{II.64})$$

Par le principe de superposition, la réponse du matériau est équivalente à la somme d'un grand nombre d'hystérons, chacun avec leurs propres seuils d'activation. On peut alors définir la fonction de Preisach $\rho(\alpha_L, \alpha_H)$ comme la proportion d'hystérons de seuils α_L et α_H à l'intérieur du matériau, ce qui implique :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\alpha_L}^{+\infty} \rho(\alpha_L, \alpha_H) d\alpha_H d\alpha_L = 1 \quad (\text{II.65})$$

Cela permet d'écrire :

$$\begin{aligned} M(H, t) &= \sum_i M_{P_i}(\alpha_{L_i}, \alpha_{H_i}, H, t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\alpha_L}^{+\infty} \rho(\alpha_L, \alpha_H) M_p(\alpha_L, \alpha_H, H, t) d\alpha_H d\alpha_L \end{aligned} \quad (\text{II.66})$$

Calculer cette double intégrale est très exigeant en temps de calcul, mais on peut l'accélérer à travers la fonction d'Everett [191] :

$$E(x, y) = \int_y^x \int_x^{\alpha_H(x)} \rho(\alpha_L, \alpha_H) d\alpha_H d\alpha_L \quad (\text{II.67})$$

Le champ B à un instant t peut s'écrire aussi [158]:

$$M(t) = \sum_{(x,y) \in T^+} E(x, y) - \sum_{(x,y) \in T^-} E(x, y) \quad (\text{II.68})$$

Avec T^+ et T^- les zones dans l'espace de Preisach où les hystérons sont, respectivement, à l'état haut ou bas. Ces zones peuvent toujours être décomposées en triangles rectangles avec l'angle à 90° aux coordonnées (x, y) et avec l'hypoténuse sur l'axe $x=y$.

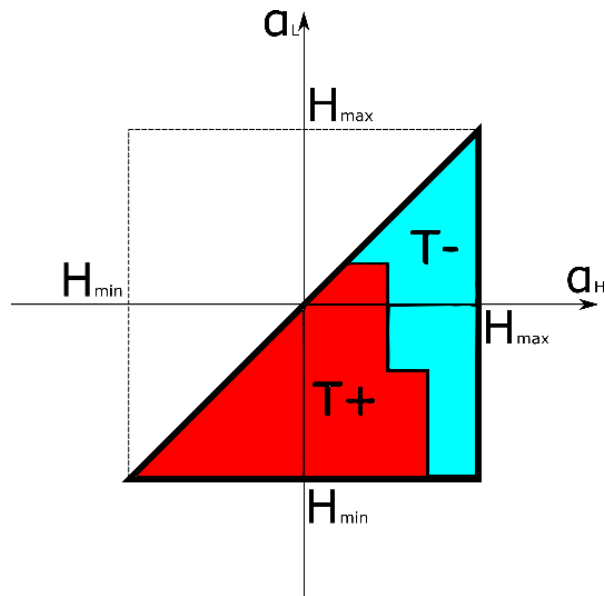


Figure 2.11: triangle de Preisach avec mise en évidence des hystérons à l'état haut (T+) et des hystérons à l'état bas (T-).

Ce modèle est très simple à interpréter et il peut reproduire facilement un cycle d'hystérésis. De plus, plusieurs techniques existent pour mesurer expérimentalement ρ , notamment en mesurant la réponse du matériau avec un cycle triangulaire dont les maxima et minima varient [192]. Un autre avantage est que le modèle de Preisach donne des cycles mineurs fermés, contrairement au modèle de Jiles-Atherton [158][193][194].

Cependant, ce modèle est empirique, et les changements dans ρ peuvent difficilement être corrélés à de paramètres micro-structuraux, donc l'interprétation des résultats est délicate. De plus, la double intégrale vue à l'équation (II.67) doit être calculée à chaque instant de simulation, et l'état des hystérons mémorisé, donc ce modèle a de contraintes importantes en terme de temps de calcul ou de mémoire. En effet, si on stocke les valeurs de ρ avec une grande résolution, le calcul de l'intégrale va être rapide, mais ça demandera beaucoup de mémoire. Au contraire, si on prend peu de points dans ρ il faut interpoler la distribution avec des splines en deux dimensions, ce qui va demander beaucoup de calculs.

II.4.c Frottement sec

Un modèle d'hystérésis par frottement sec a été décrit par Bergqvist [195] en 1996 à partir de considérations thermodynamiques. En effet, les parois de domaine se positionnent à des minimums d'énergie potentielle, et en présence de défauts il y a un grand nombre de positions métastables pour la paroi. D'un point de vue macroscopique, le cycle $B(H)$ pourra donc s'écrire :

$$B(H, H_c) = \begin{cases} B_{an}(H + H_c) & \text{sur branche descendante} \\ B_{an}(H - H_c) & \text{sur branche montante} \end{cases} \quad (\text{II.69})$$

avec H_c le champ coercitif et $B_{an}(H)$ une fonction anhystérétique.

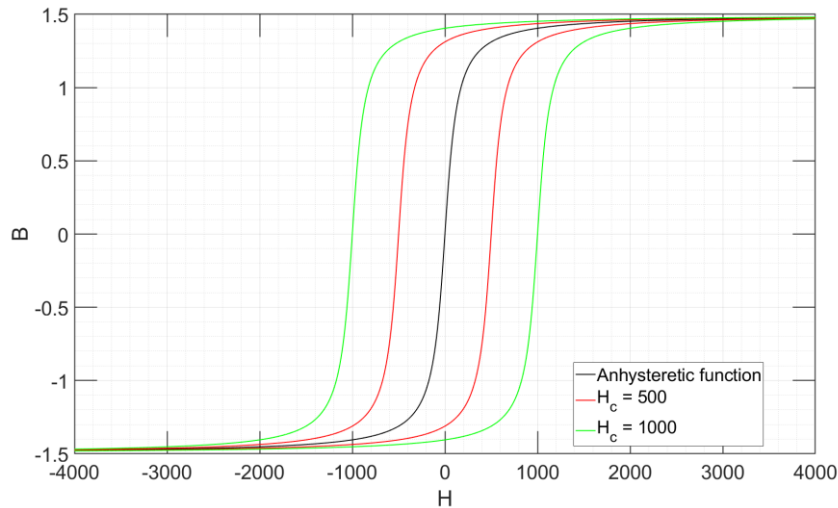


Figure 2.12: fonction anhystérétique (noir) et deux courbes d'hystérésis avec différents H_c (rouge et vert).

Dans le cas le plus simple, B est supposé constant dans les cycles mineurs [195], ce qui est trop simpliste. Pour résoudre cela, une version plus générale de ce modèle considère une somme pondérée de systèmes avec H_c variable, de distribution ρ [195][196]:

$$B(H) = \int_0^{+\infty} \rho(H_c) B(H, H_c) dH_c \quad (\text{II.70})$$

Une fois la fonction anhystérétique calculée, le modèle par frottement sec donne des résultats très rapidement. De plus, dans le cas avec un seul H_c cette fonction peut aussi être mesurée facilement, vu qu'il suffit de récupérer une des deux branches de la courbe expérimentale. Cependant, cela oblige de rester dans le cas des boucles majeures, et le modèle général peut résoudre ce problème au prix d'une complexité plus grande pour déterminer expérimentalement la fonction anhystérétique.

II.5 Modèle multi-échelle (MME)

Certains des modèles d'hystérésis vus précédemment requièrent une fonction anhystérétique, qui traduirait le comportement magnétique du matériau dans le cas idéal. Pour rappel, cette fonction anhystérétique :

- est impaire et croissante sur \mathbb{R}
- a comme limite $M_s < +\infty$ pour $H \rightarrow +\infty$

Cette fonction anhystérétique peut être simulée analytiquement par un grand nombre de fonctions [188], mais la prévoir pour un matériau donné demande de connaître précisément sa microstructure, vu les différentes échelles des phénomènes magnétiques. Cela est rendu possible par le modèle multi-échelle (MME) [10][177][178], qui arrive à simuler le comportement d'un matériau en connaissant un grand nombre de variables magnétiques et mécaniques, ainsi qu'à trois échelles différentes :

- le domaine magnétique
- le monocristal
- le polycristal

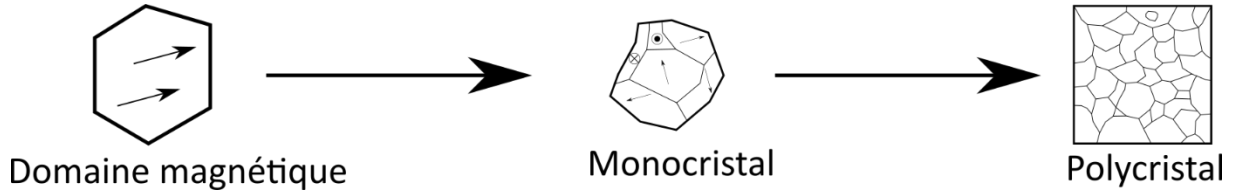


Figure 2.13: différentes échelles étudiées dans le MME.

Tout cela permet au MME d'être de base un modèle 3D et de prendre en compte beaucoup de phénomènes ignorés par d'autres modèles ou très délicats à simuler, comme l'anisotropie magnétique ou la présence de phases différentes.

Préambule : définitions des variables

Étant dans un espace 3D, les vecteurs peuvent être définis par leurs coordonnées ou leurs angles de révolution θ et ϕ . Par exemple, le vecteur position \vec{r} pourra s'écrire :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \phi \\ \sin \theta \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} \quad (II.71)$$

$$r = \|\vec{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta \in [0; 2\pi], \phi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

D'un point de vue magnétique, on peut définir les vecteurs du champ magnétique \vec{H} , d'induction magnétique \vec{B} et d'aimantation \vec{M} , liés entre eux par la perméabilité μ et la susceptibilité χ , des tenseur d'ordre 2 (matrices) dans le cas général :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 [\vec{H}(\vec{r}) + \vec{M}(\vec{r})]$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}) \quad (II.72)$$

$$\mu(\vec{r}) = \mu_0 [\mathbb{I}_{3 \times 3} + \chi(\vec{r})]$$

$\mathbb{I}_{3 \times 3}$ est le tenseur identité d'ordre 2 et μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

D'un point de vue mécanique, la loi de Hooke permet de lier entre eux les tenseurs de contrainte σ et de déformation ϵ à travers le tenseur d'élasticité C . Dans le cas général, σ et ϵ sont des tenseurs symétriques d'ordre 2, donc C sera un tenseur d'ordre 4. En définissant le produit doublement contracté par :, la loi de Hooke va s'écrire :

$$\sigma(\vec{r}) = C(\vec{r}) : \epsilon(\vec{r}) \quad (II.73)$$

La dépendance spatiale des grandeurs définies a été explicitée dans les équations (II.72) et (II.73).

Échelle du domaine magnétique

Cette échelle est caractérisée par le fait que l'aimantation et la contrainte sont constantes en amplitude et direction. L'énergie d'une orientation déterminée a été détaillée à l'équation (I.10), mais elle peut être simplifiée :

- l'aimantation étant uniforme, son gradient est nul à l'intérieur du domaine. L'énergie d'échange est donc nulle ;
- on suppose que le champ démagnétisant \vec{H}_d soit uniforme et de sens opposé à \vec{H} . On peut démontrer que l'énergie de démagnétisation est constante, donc elle peut être ignorée pour trouver la configuration qui minimise l'énergie du domaine.

Cela permet d'écrire l'énergie W du domaine comme la somme des trois termes restants. Si on définit $\vec{\alpha}$ le vecteur directeur de \vec{M} , on peut écrire:

$$W_\alpha = W_{anis}(\vec{\alpha}) + W_{ms}(\vec{\alpha}) + W_{me}(\vec{\alpha}) \quad (II.74)$$

On renvoie à [10] pour le calcul détaillé de chacun de ces termes.

Échelle du monocristal

À l'échelle du monocristal, si la contrainte peut encore être considérée uniforme, l'aimantation va dépendre de la position dans le monocristal, étant constante à l'intérieur d'un domaine et variant rapidement de direction dans une paroi. Le MME n'essaie pas de déterminer de façon rigoureuse la position de ces parois à l'intérieur du monocristal [10], mais en revanche en garde une vue simplifiée. Ainsi, le monocristal est vu comme un ensemble de domaines, chacun défini par sa direction $\vec{\alpha}$ et sa proportion volumique V_α .

La première étape consiste à calculer l'énergie du monocristal s'il était un seul domaine dans la direction $\vec{\alpha}$, ce qui donne un calcul équivalent à la section précédente. On obtient donc une énergie W_α pour $\vec{\alpha} \in \Omega$, Ω étant l'ensemble des orientations considérées dans la sphère unité. Les orientations α avec des énergies faibles vont avoir une proportion volumique V_α plus importante par rapport à d'autres orientations désavantageuses d'un point de vue énergétique. Une normalisation de Boltzmann peut donc être utilisée pour calculer V_α [10] :

$$V_\alpha = \frac{e^{-A_s W_\alpha}}{\sum_{\alpha_i \in \Omega} e^{-A_s W_{\alpha_i}}} \quad (II.75)$$

A_s est un « paramètre d'ajustement », modélisant tous les phénomènes qui ont été ignorés dans le calcul de l'énergie.

L'aimantation et la contrainte moyennes du monocristal sera alors la somme pondérée des aimantations et des contraintes de chaque domaine :

$$\begin{aligned} \langle \vec{M} \rangle &= \sum_{\alpha \in \Omega} V_\alpha \vec{M}_\alpha \\ \langle \epsilon \rangle &= \sum_{\alpha \in \Omega} V_\alpha \epsilon_\alpha \end{aligned} \quad (II.76)$$

Échelle du polycristal

Cette partie concernant plutôt l'étude mécanique, elle va être abordée très rapidement. Pour plus de détails, voir [10].

À l'échelle du polycristal, ni l'aimantation ni la contrainte sont uniformes, et cette fois-ci on va devoir considérer aussi l'axe principal de l'orientation cristallographique des grains

individuels. En effet, l'orientation de cet axe va modifier de manière significative la réponse mécanique du grain, et les frontières entre grains désaxés va concentrer les contraintes internes de par la déformation du réseau cristallin à ces endroits.

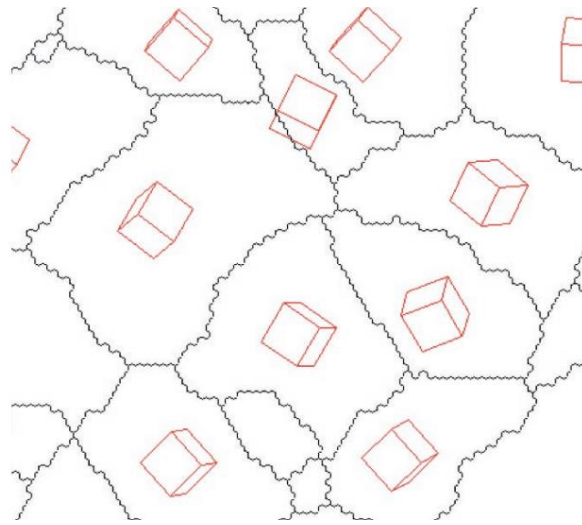


Figure 2.14: schéma représentant différents grains (structure cubique) et leur orientation. Source: [197]

Chaque grain possède une orientation cristallographique $\vec{\beta}$ qui permet de définir un repère cristallographique (RC). La texture T d'un matériau est la distribution volumique de $\vec{\beta}$, et on peut passer d'un repère à l'autre grâce à 3 rotations 3D, qui permettent de définir les 3 angles d'Euler associés. La texture peut être analysée grâce au EBSD (Electron BackScattering Diffraction) et affichée dans une figure de pôles [198].

La texture étant une distribution volumique, elle satisfait

$$\frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} T(\theta, \phi, \psi) \cos\phi \, d\theta d\phi d\psi = 1 \quad (\text{II.77})$$

La définition des angles d'Euler n'étant pas univoque, elle est explicitée comme suit : θ définit la rotation suivant l'axe \vec{z} , ϕ la rotation suivant l'axe \vec{y} et ψ la rotation suivant l'axe \vec{x} .

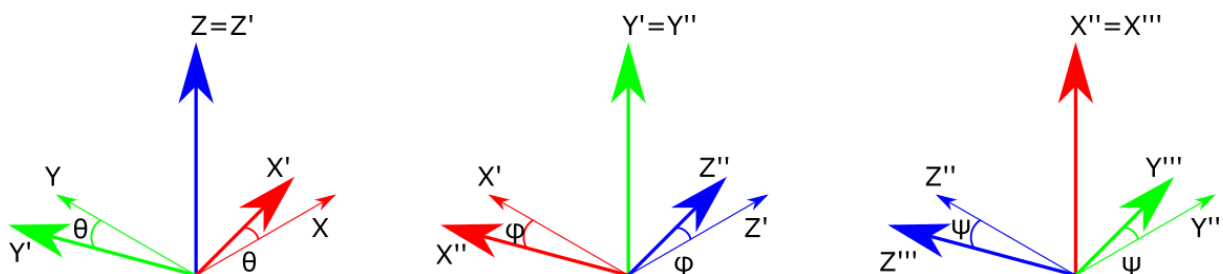


Figure 2.15: définition des angles d'Euler pour arriver au repère $OX'''Y'''Z'''$ depuis le repère $OXYZ$.

Le tenseur d'élasticité d'un matériau est toujours donné dans le repère cristallographique, de par son écriture simple dans ce repère. Étant symétrique, le tenseur peut s'écrire à travers

une matrice 6x6 grâce à la notation de Voigt [199] ou de Mandel. Pour un réseau cristallin cubique (typique du fer) :

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix}_{RC} \quad (II.78)$$

L'objectif de cette dernière étape est de remonter au cas d'un milieu homogène qui se comporterait comme le matériau considéré. Ainsi, si on appelle S le tenseur des contraintes et E le tenseur des déformations, on cherche à définir le tenseur équivalent d'élasticité C_{eff} :

$$S = C_{eff} : E \quad (II.79)$$

Cette définition est très délicate à retrouver de par la variation de la réponse mécanique d'un grain selon son orientation et par l'application de la texture du matériau. Pour retrouver le tenseur d'élasticité dans un repère quelconque, il faut passer par un changement de base à travers un tenseur de rotation R :

$$C^* = R(\theta, \phi, \psi) C R^T(\theta, \phi, \psi) \quad (II.80)$$

Le tenseur moyen d'élasticité $\langle C \rangle$ va pouvoir s'écrire, dans ce cas :

$$\langle C \rangle = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} T(\theta, \phi, \psi) C^*(\theta, \phi, \psi) \cos\phi \, d\theta d\phi d\psi \quad (II.81)$$

Cependant, C_{eff} n'est pas égal à $\langle C \rangle$: en effet, on peut écrire l'équation II.80 comme suit.

$$S = \langle \sigma \rangle = \langle C : \epsilon \rangle \quad (II.82)$$

Différentes techniques ont été décrites par [10] pour résoudre l'équation, mais on ne va citer que les deux les plus simples :

- l'approximation de Voigt suppose que les déformations soient uniformes dans le matériau. Cela implique $\epsilon = E$, et donc

$$\langle C : \epsilon \rangle = \langle C : E \rangle = \langle C \rangle : E \rightarrow C_{eff} = \langle C \rangle \quad (II.83)$$

- l'approximation de Reuss suppose que les contraintes soient uniformes dans le matériau ($\sigma = S$), et donc

$$E = \langle C^{-1} : \sigma \rangle = \langle C^{-1} : S \rangle = \langle C^{-1} \rangle : S \rightarrow C_{eff}^{-1} = \langle C^{-1} \rangle \quad (II.84)$$

Ces deux approximations encadrent le comportement effectif du matériau, mais pas très finement. Pour obtenir de meilleures approximations, il faut résoudre le problème d'Eshelby, qui permet de retrouver la déformation d'une inclusion dans un matériau uniforme soumise à une contrainte [200][201].

Le même raisonnement peut être appliqué d'un point de vue magnétique, si on définit la matrice de la susceptibilité équivalente χ_{eff} par :

$$\vec{M} = \chi_{eff} \vec{H} \quad (II.85)$$

On peut remarquer que le MME va donner, en sortie, un matériau homogène, mais pas forcément isotrope.

Conclusions de ce chapitre

La modélisation du bruit Barkhausen est un sujet actif de recherche, plusieurs pistes ayant été explorées au cours du temps. Les modèles micro-magnétiques permettent d'expliquer un certain nombre de comportements du bruit Barkhausen à partir d'un nombre restreint d'interactions, mais elles sont très vite limitées en dimensions. Cela peut être résolu par la modélisation par éléments finis, qui permettent une simulation précise d'un matériau à partir des lois de Maxwell. Même si les effets de géométrie peuvent être simulés facilement, ce genre de simulations peut prendre beaucoup de temps.

Les modèles stochastiques, de leur côté, parviennent à reproduire le côté stochastique du bruit Barkhausen, ce qui permet de définir des lois statistiques pour la durée ou l'énergie des avalanches individuelles, mais il est encore délicat de lier les coefficients des modèles à des paramètres physiques. Une approche empirique peut amener à séparer le bruit Barkhausen de la rotation de l'aimantation, ce qui permettrait d'utiliser les modèles déjà existants pour le B(H) pour simuler le bruit Barkhausen.

Le MME est un modèle très intéressant car il simule le matériau à différentes échelles et en prenant en compte les grandeurs mécaniques. Cela est très prometteur pour simuler l'effet de la contrainte sur le bruit Barkhausen, et le fait de prendre en compte la texture du matériau donne aussi un outil pour étudier des matériaux anisotropiques. Cependant, le MME est un modèle très complexe à coder, étant donné qu'il requiert de faire des opérations tensorielles et des rotations 3D, et il ne donne que des courbes anhystérétiques ; on ne peut donc pas simuler de courbes d'hystérésis seulement avec ce modèle. Cependant, la courbe anhystérétique calculée par le MME peut être donnée en entrée à un modèle d'hystérésis adapté, comme Jiles-Atherton-Sablik ou le modèle de frottement sec.

Par rapport à la simulation du bruit Barkhausen, l'approche prise consiste à augmenter de manière arbitrairement élevée les coefficients d'énergie liés à l'anisotropie magnétique, de sorte à bloquer la rotation des aimantations des atomes. Cela revient à forcer les aimantations à suivre les axes de facile aimantation du grain, et cet effet sera visible par le fait que les courbes anhystérétiques vont saturer plus rapidement que les courbes obtenues avec la rotation.

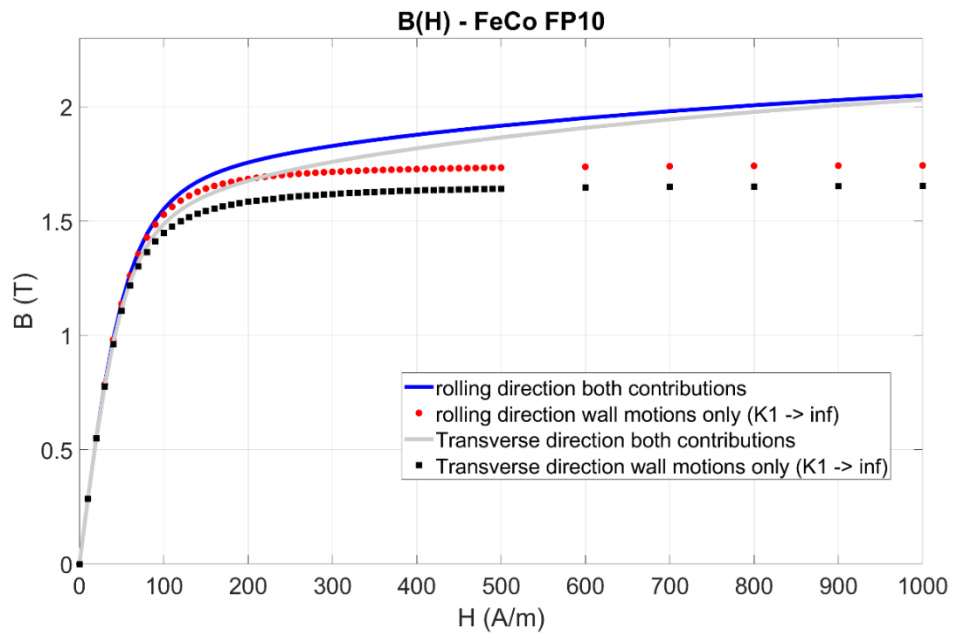


Figure 2.16: courbe anhystérique d'un échantillon en fer-cobalt, avec (lignes continues) et sans rotation (points).

Partie 3

Appareil expérimental et traitement des données

Cette troisième partie, prélude à la présentation des résultats, va présenter en détail l'appareil expérimental qui a permis de faire les mesures Barkhausen et d'hystérésis dans le cadre de cette thèse, depuis les matériaux testés jusqu'à l'acquisition et le traitement des données.

Table des matières

I – Appareil expérimental.....	59
I.1 Échantillons.....	59
I.2 Excitation magnétique.....	60
I.3 Mesure des grandeurs magnétiques.....	61
I.4 Amplification et filtrage du signal Barkhausen.....	62
I.5 Acquisition des données.....	63
II - Excitation mécanique.....	63
III - Traitement des données.....	65
III.1 Correction de la dérive linéaire.....	65
III.2 Correction de la dérive par interpolation spline.....	66
III.3 Moyenne glissante.....	68
III.4 Moyennage par cycle.....	69
III.5 Positionnement de la courbe B(H).....	71
III.6 Fermeture des cycles MBNE(H).....	71

I – Appareil expérimental

Le bruit Barkhausen peut être mesuré avec le même système utilisé pour mesurer l'hystérésis d'un matériau, et l'appareil expérimental peut être vu dans la figure ci-dessous.

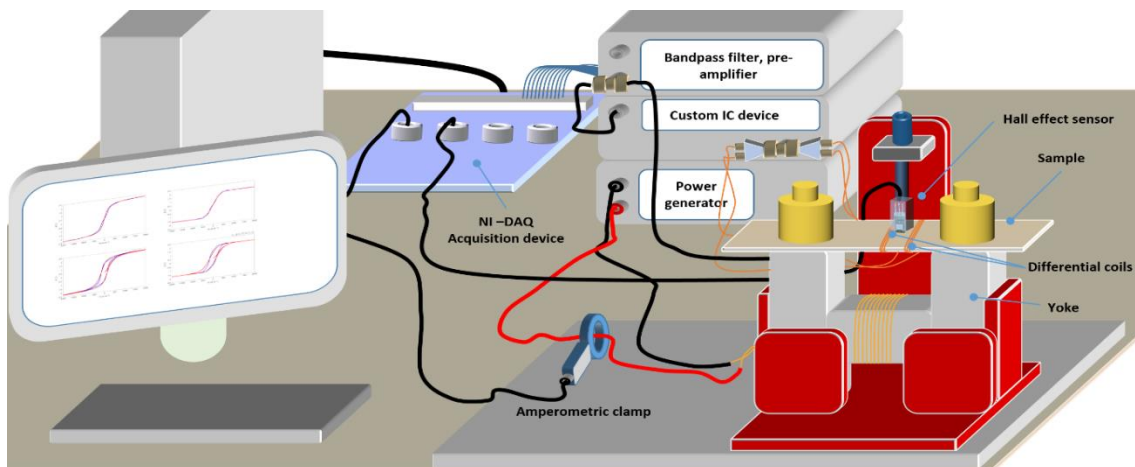


Figure 3.1: schéma montrant l'appareil expérimental utilisé pour les mesures sans contrainte. Source: [43]

Chaque composant sera expliqué plus en détail dans les prochaines sections :

- les échantillons testés ;
- la génération de l'excitation magnétique ;
- la mesure du bruit Barkhausen ;
- l'acquisition des données ;
- le traitement du signal Barkhausen.

I.1 Échantillons

Deux matériaux ont été testés dans le cadre de cette thèse : le fer-cobalt (FeCo) et le fer-silicium à grains orientés (FeSi GO). Les deux sont des aciers magnétiques doux, caractérisés par un champ coercitif H_c faible (inférieur à 1 kA/m) et sont donc faciles à désaimanter. Ils sont donc très utilisés dans les machines électriques ou les transformateurs de par leur perméabilité magnétique élevée et leurs pertes par hystérésis faibles.

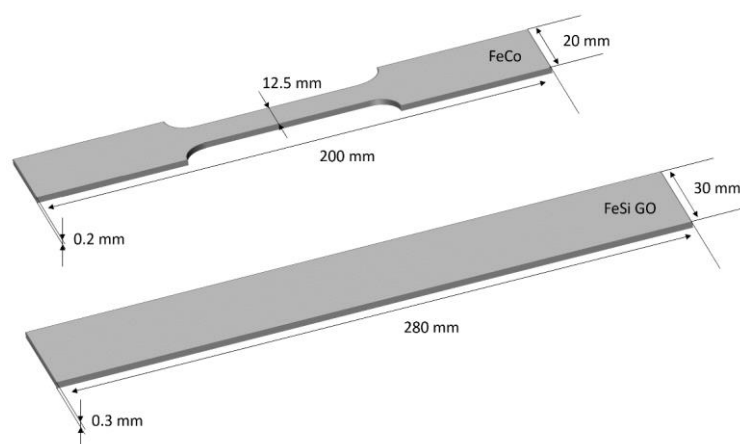


Figure 3.2: dimensions des échantillons testés. Haut: fer-cobalt, bas: fer-silicium.

Le fer-cobalt est un alliage de fer et cobalt à parts égales, avec un ajout d'autres éléments comme le vanadium pour faciliter son laminage et augmenter sa résistivité, ce qui augmente la fréquence maximale d'utilisation [202]. Nos échantillons sont faits à 49% de fer, 49% de cobalt et 2% de vanadium, et 4 variantes ont été étudiées : FP4, FP6, FP8 et FP10. La différence entre eux réside dans leur degré de cristallisation (le FP4 étant complètement recristallisé, le FP10 étant peu recristallisé et les deux autres ayant des états intermédiaires). Cette recristallisation va donner des grains plus petits pour le FP4 que pour le FP10, ce qui va avoir un impact sur leurs propriétés magnétiques et mécaniques. L'indice dans chaque dénomination correspond à leur limite élastique attendue. Elle est de 400 MPa pour le FP4, 600 MPa pour le FP6 et ainsi de suite. Le fer-cobalt est un matériau qui peut être travaillé de sorte à minimiser son anisotropie magnétique [202], donc son comportement magnétique ne va que très peu dépendre de l'orientation du champ magnétique.

Le fer-silicium [203] est un autre matériau très utilisé dans l'industrie de par ses très bonnes propriétés magnétiques. En effet, l'ajout de silicium permet d'améliorer considérablement les propriétés de l'alliage obtenu, plus spécifiquement [203]:

- sa résistivité augmente, donc le matériau peut être utilisé à plus haute fréquence avant que l'effet de peau ne devienne important ;
- sa limite élastique augmente (pour un maximum de 1000 MPa à 6% de silicium), donc le matériau peut supporter une contrainte plus élevée avant de casser, mais le matériau devient moins ductile, donc plus difficile à travailler.

Les tôles à grains orientés (GO) ont été traitées pour que, lors de la recristallisation, les grains s'arrangent en suivant une direction précise, ce qui améliore et stabilise les propriétés magnétiques de l'échantillon. Le fer-silicium GO est très anisotrope d'un point de vue magnétique, donc son cycle d'hystérésis va dépendre de la direction du champ magnétique appliqué, et la texture de l'échantillon va donc influencer de manière notable ses propriétés. Deux directions de recristallisation de FeSi GO ont été testées dans cette thèse : les DL (où la direction de recristallisation est parallèle à la direction de laminage, entendue ici comme l'axe majeur de l'échantillon) et les DT (où la direction de recristallisation est perpendiculaire à la direction de laminage). Dans les deux cas, la limite élastique a été supposée égale à 300 MPa.

1.2 Excitation magnétique

Le champ magnétique est généré grâce à une bobine de N_L spires, enroulée autour d'un noyau en ferrite 3C94 en forme de U, qui permet de guider le champ généré pour qu'il traverse le matériau entre les deux pieds du noyau. La bobine est connectée aux sorties d'un amplificateur Kepco BOP 100-10MG (dont les limites sont ± 10 A et ± 100 V) commandé en courant. La sortie de l'amplificateur peut être pilotée à travers la machine d'acquisition, ce qui permet d'avoir une forme d'onde contrôlée.

Puisque l'amplificateur est contrôlé en courant, il peut être modélisé par une source de courant réelle avec une résistance de shunt R_g et une capacité C_g . La bobine enroulée dans le noyau magnétique pouvant être modélisée par une inductance réelle (de résistance

$R_{coil} \ll R_g$ et inductance idéale L_{coil}), le système complet a une réponse de transfert du 2nd ordre, ce qui peut impacter considérablement les performances à haute fréquence et qui sera étudié plus en détail dans le chapitre 6.

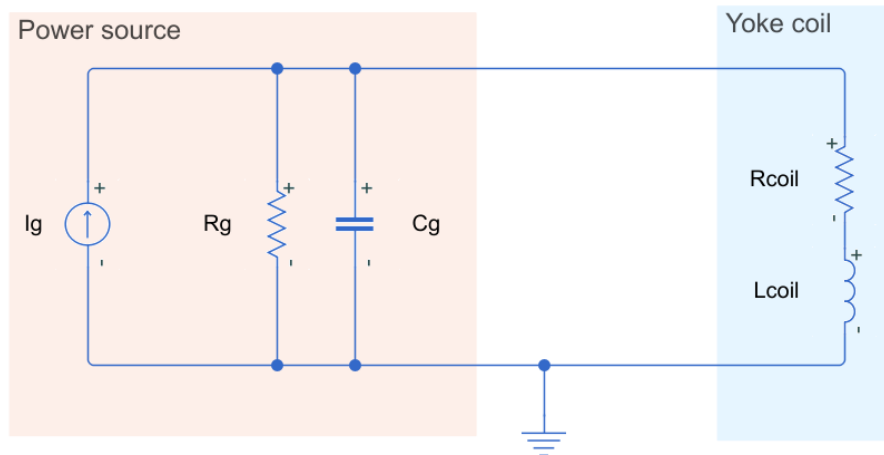


Figure 3.3: schéma électrique équivalent du circuit d'excitation magnétique.

Ainsi, on peut démontrer que le courant réel I qui entre dans la bobine est lié au courant théorique I_g à travers la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2\xi \frac{s}{\omega_0} + 1} \quad (\text{III.1})$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_{coil} C_g}} = 2\pi f_0 \quad (\text{III.2})$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_g}{L_{coil}}} R_{coil} = \frac{1}{2} \omega_0 R_{coil} C_g \quad (\text{III.3})$$

Un compromis doit donc être trouvé : une grande bobine (N_L élevé) pourra magnétiser l'échantillon avec un moindre courant, mais la réponse fréquentielle du système va être fortement dégradée. En effet, l'inductance de la bobine L_{coil} va augmenter avec N_L , donc la fréquence critique et le coefficient d'amortissement seront plus faibles. La valeur maximale de R_{coil} est limitée par le seuil en tension du générateur et par la puissance dissipée par effet Joule, ce qui va demander un refroidissement adéquat.

1.3 Mesure des grandeurs magnétiques

La mesure des champs magnétiques en surface a été réalisée avec des capteurs à effet Hall. Différents modèles ont été testés au cours de la thèse : le capteur intégré Honeywell SS94A, un gaussmètre LakeShore 450, et le gaussmètre FM302 de Projekt Elektronik. Le capteur intégré avait été choisi de par ses petites dimensions et sa réponse fréquentielle élevée, mais sa sensibilité (calculée à $62.8 \text{ mV} / (\text{kA/m})$) était trop faible pour les mesures envisagées, et un circuit dédié devait être conçu pour enlever l'offset du signal. Le LakeShore 450 a ensuite

été utilisé, permettant des mesures plus sensibles, mais seulement jusqu'à 400 Hz. Comme il sera présenté plus en détail dans le chapitre sur l'asservissement, on atteint des harmoniques à plusieurs kHz avec une fréquence d'excitation à 200 Hz, donc le LakeShore a été remplacé dans ce cadre par le gaussmètre FM 302 de chez Projekt Elektronik, vu sa réponse dynamique très satisfaisante (jusqu'à 10 kHz).

La mesure de l'induction magnétique et du bruit Barkhausen a été réalisée grâce à deux bobines avec le même nombre de spires et enroulées autour de l'échantillon [204]. La variation du flux magnétique est mesurée sur une seule bobine, alors que le bruit Barkhausen est obtenu avec une mesure différentielle entre le signal issu de chaque bobine. Le bruit Barkhausen étant le plus souvent mesuré à la surface, des comparaisons avec des bobines à la surface de l'échantillon ont été réalisées.

I.4 Amplification et filtrage du signal Barkhausen

L'extraction du bruit Barkhausen à partir des signaux mesurés a été réalisée de deux façons différentes : analogiquement et numériquement.

Pour la partie analogique, le signal différentiel des bobines est donné en entrée à un amplificateur-filtre Khron-Hite 3362, avec deux entrées et sorties pouvant être réglées indépendamment en passe-bas ou passe-haut. Un gain jusqu'à 100 dB par entrée et une fréquence critique allant de 0.3 Hz jusqu'à 200 kHz sont possibles. Ce signal est ensuite enregistré directement, le MBNE étant calculé numériquement.

Un circuit intégré a aussi été conçu, donnant en sortie le MBNE intégré analogiquement. Ce circuit est constitué de quatre composants principaux (affichées à la figure 3.4), chacun réalisant une fonction spécifique :

- pré-amplification à travers un AOP avec réglage fin de l'offset
- amplification et filtrage grâce au MAX274ACN, câblé pour être une association de 4 passe-bas du 2nd ordre
- carré à travers le AD633, un circuit qui multiplie deux signaux entre eux
- intégration avec un montage AOP dédié

Il faut noter que, dans l'étape d'intégration, on ne prend pas en compte le signe de dH / dt , donc la sortie du circuit est plutôt un signal en escalier, qui doit ensuite être corrigé pour retrouver le vrai MBNE. Le réglage du filtre se fait à travers 4 jeux de 4 résistances, qui permettent de régler le gain G , la fréquence critique f_0 et le facteur de qualité Q des filtres :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{1}{5G} R_2 \\ R_2 = \frac{2 \cdot 10^9}{f_0} \\ R_3 = \frac{Q}{5} R_2 \\ R_4 = R_2 - 5 \cdot 10^3 \end{array} \right. \quad (\text{III.4})$$

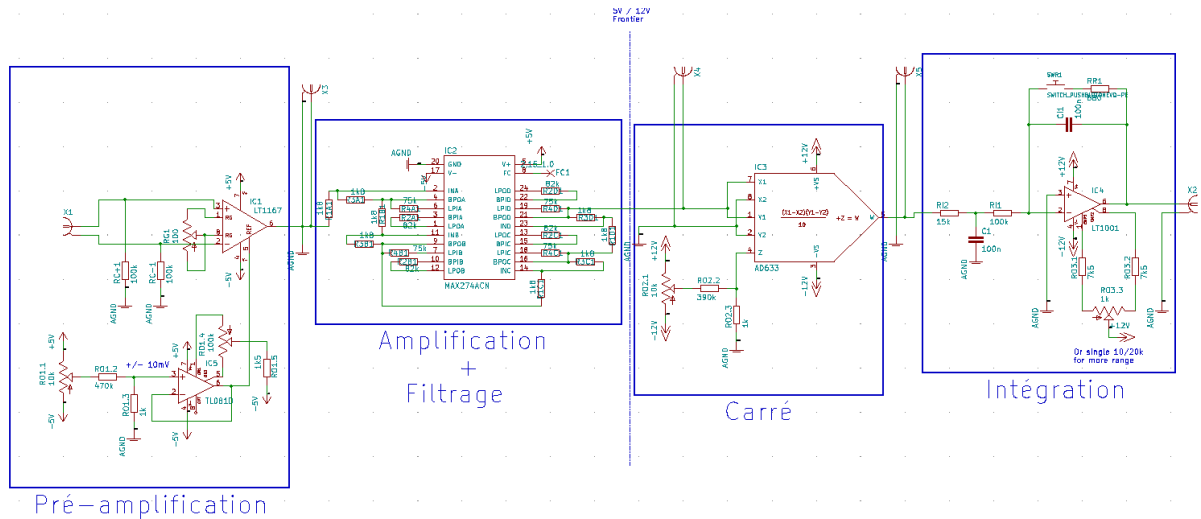


Figure 3.4: schéma du circuit intégré conçu pour le traitement analogique du bruit Barkhausen.

Les réglages devant être prévus *a priori* et vérifiés pour s'assurer que le filtrage a été fait correctement, une modélisation sous LTSpice a été réalisée pour peaufiner la valeur des résistances avant leur soudage dans le circuit intégré.

I.5 Acquisition des données

Les mesures ont été numérisées grâce à une carte d'acquisition National Instruments DAQ USB-6346. Elle permet d'acquérir 8 entrées analogiques, 8 entrées digitales et 2 sorties, échantillonnées en entrée jusqu'à 500 kHz et avec 4 calibres de mesures disponibles: ± 200 mV, ± 1 V; ± 5 V et ± 10 V. La machine d'acquisition a été paramétrée à travers un code Python et la librairie `nidaqmx`.

II - Excitation mécanique

Dans le cadre des mesures avec contrainte mécanique, une machine de traction Zwick/Roell Z030 [205] a été utilisée. Elle permet de mesurer des contraintes jusqu'à 10 kN avec une résolution de 0.2N et 1 μ m. Le déplacement et la force sont contrôlés par un logiciel propriétaire, et les données magnétiques sont observées en temps réel à travers une carte d'acquisition DSpace avant enregistrement avec la carte NI. Vu que l'échantillon va être vertical lors de l'application de la contrainte, le montage prévoit 2 ferrites identiques et avec le même nombre de spires pour avoir un champ magnétique symétrique. Mis à part cela, le reste du montage reste identique.

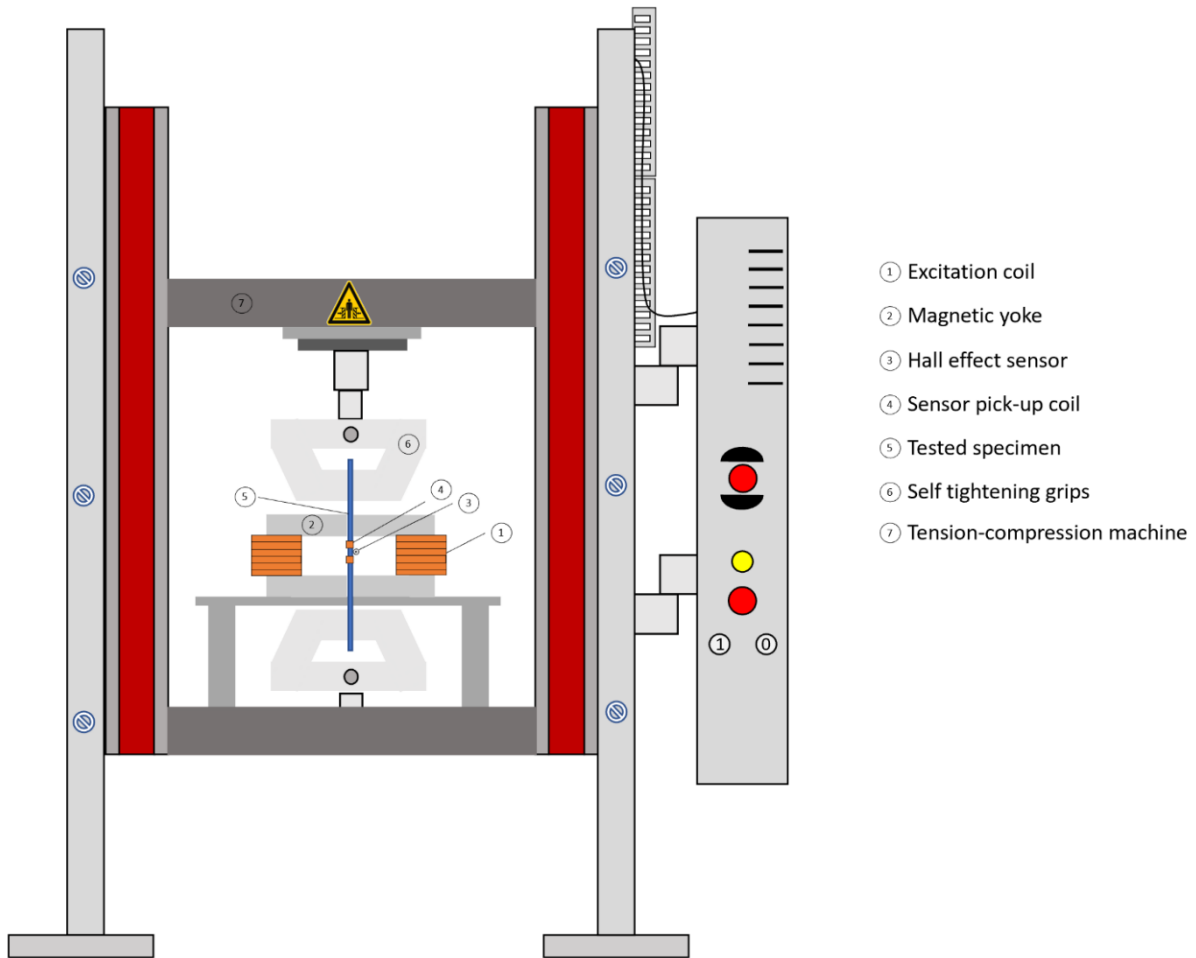


Figure 3.5: schéma de la machine de traction et du montage pour l'excitation mécanique. Source : [106]

Or, si la contrainte mécanique est uniforme dans le matériau, on peut lier la contrainte σ à la force appliquée F et à la surface normale S de l'échantillon:

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (\text{III.5})$$

Pour avoir seulement des déformations élastiques la contrainte a toujours été réglée de sorte à avoir $\sigma < 0.5 \sigma_c$, avec σ_c la limite élastique du matériau,. Les efforts maximaux mesurés ont été donnés dans le tableau ci-dessous.

Matériau	σ_c (MPa)	max(σ) (MPa)	S (mm ²)	max(F) (N)
FeCo FP4	400	200	2.5	500
FeCo FP6	600	300	2.5	750
FeCo FP8	800	400	2.5	1000
FeCo FP10	1000	500	2.5	1250
FeSi GO DL	300	100	9	900
FeSi GO DT	300	100	9	900

La mesure en traction peut être réalisée sans problèmes, mais la mesure en compression requiert la réalisation d'un support pour éviter que l'échantillon ne se plie lors de la compression. Les échantillons testés ont une épaisseur très faible (200 et 300 μm), donc les

efforts transmis par les mors se rapprochant vont plutôt faire flamber l'échantillon et le déformer plastiquement. Pour éviter cela, un support anti-flambage a été imprimé en 3D et avec des trous adaptés pour assurer le contact ferrite-échantillon et rapprocher la sonde à effet Hall le plus possible de la surface de l'échantillon. L'analyse des résultats avec support anti-flambage sera faite au chapitre 5.

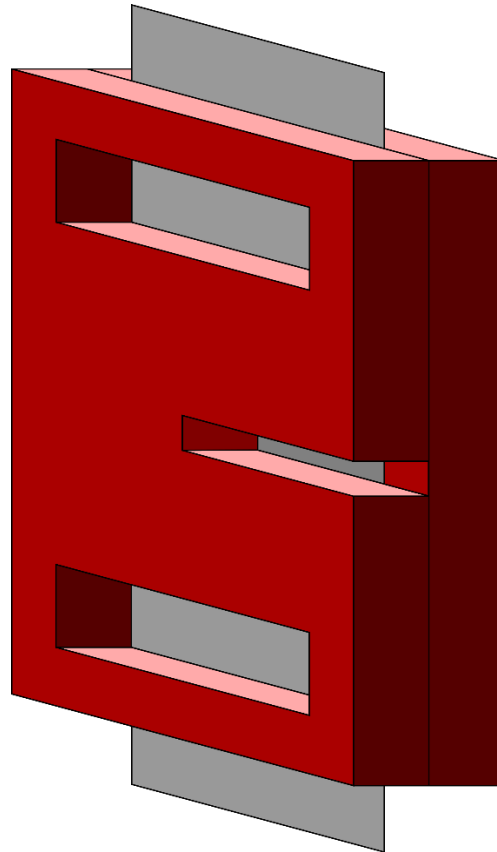


Figure 3.6: échantillon fin (gris) dans le dispositif anti-flambage (rouge). Les extrémités de l'échantillon sont libres pour que les mors de la machine de traction-compression puissent s'y serrer.

III - Traitement des données

Cette partie va détailler certaines opérations qui ont été réalisées sur les données brutes mesurées pour arriver aux cycles B(H) et MBNE(H).

III.1 Correction de la dérive linéaire

La mesure du B(H) implique d'intégrer la tension induite aux bornes de la bobine pour retrouver B :

$$B(t) \propto \int_0^t e(s) ds \quad (\text{III.6})$$

Si le signal mesuré a une composante constante (à cause de l'amplification d'un offset parasite, par exemple), le B obtenu va avoir une dérive linéaire, et les cycles B(H) ne vont pas se fermer [206], comme montré par la figure suivante.

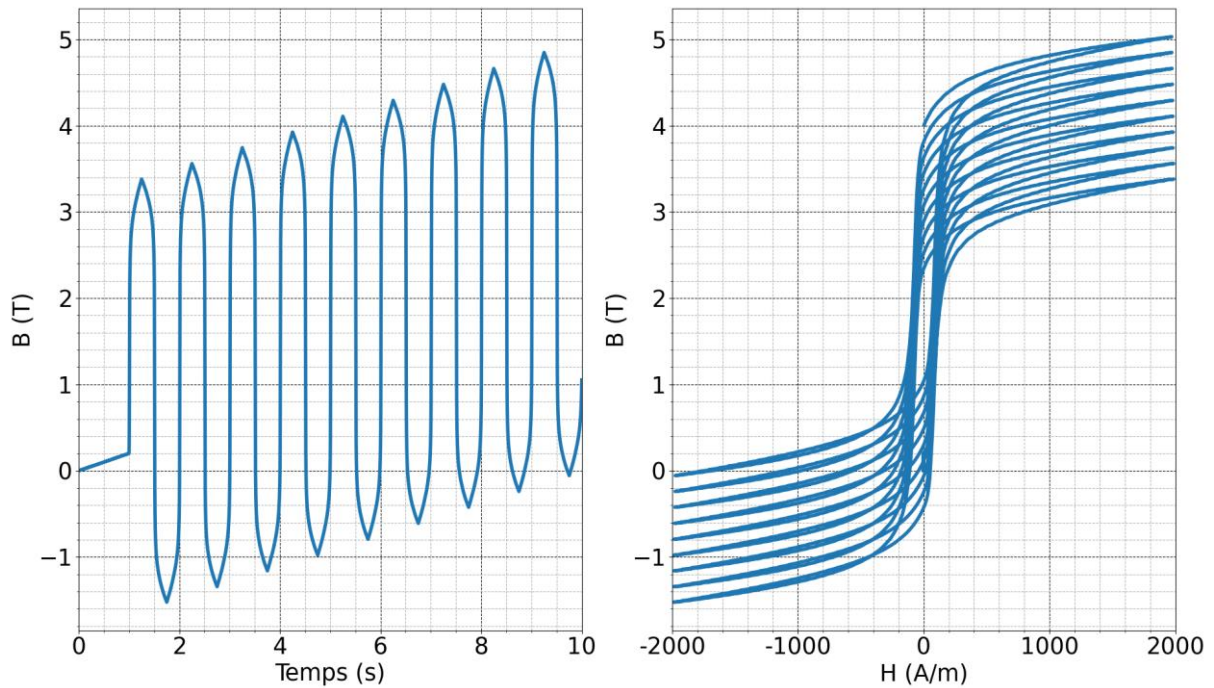


Figure 3.7: mesure de B affectée par la dérive linéaire.

Ce problème peut être résolu facilement si l'offset du signal à intégrer est mesuré en absence de toute excitation et en la corrigeant. Une autre idée consiste à mesurer la pente α du signal (soit entre deux maxima, soit sur une section sans excitation) et de retrancher ce terme de la mesure :

$$B_{corr}(t) = B(t) - \alpha t \quad (\text{III.7})$$

III.2 Correction de la dérive par interpolation

Dans le cadre de cette thèse, la plupart des mesures seront faites sur un cycle majeur d'hystérésis et avec une amplitude du courant d'excitation constante. Cela implique une excitation magnétique périodique (aux perturbations près) et donc aussi à un signal B périodique. Or, ce signal est obtenu en intégrant la tension induite aux bornes de la bobine, donc il sera affecté par la dérive, car on va aussi intégrer le bruit blanc parasite. Cela donne donc un signal dont les extrema vont avoir une valeur oscillante, un exemple étant donné dans la figure ci-dessous.

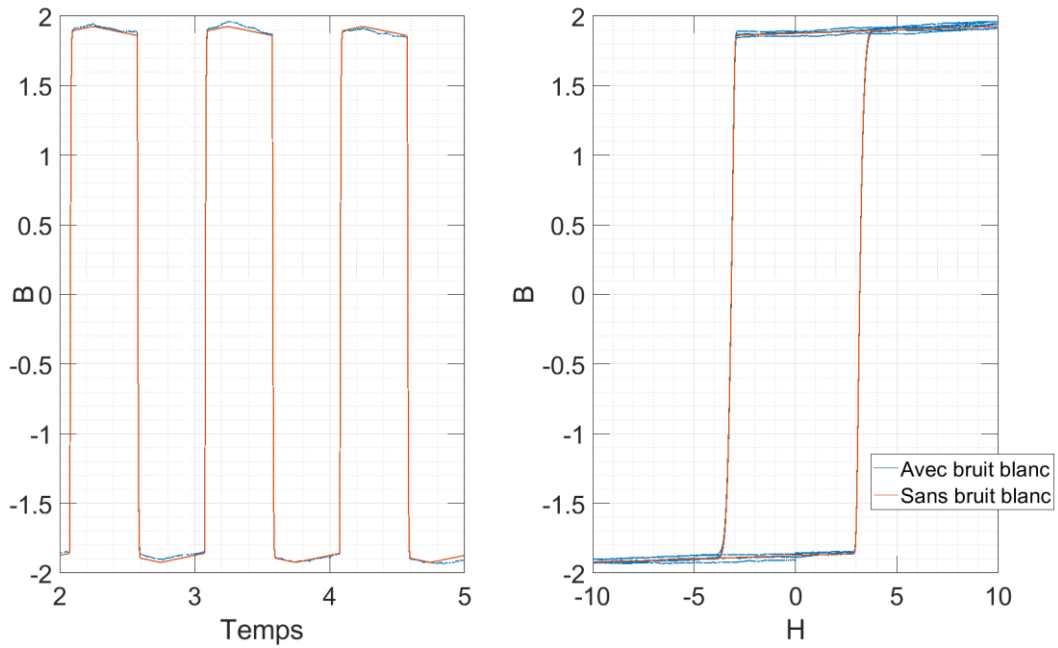


Figure 3.8: simulations montrant l'effet de la dérive sur le cycle $B(H)$. Gauche: B en fonction du temps, droite: cycles $B(H)$.

Dans ce cas, la dérive rend le calcul de l'aire un peu plus délicat, car les boucles ne sont plus ferm es et leur amplitude change. Cet effet peut ˆtre compensé grâce à une correction par spline cubique. Elle peut ˆtre décrite comme suit :

- on trouve les positions des extrema positifs et négatifs de l'excitation magnétique H , ce qui donne respectivement t_p et t_n
- la courbe d'interpolation qui passe par les points $B(t_p)$ et $B(t_n)$ est définie à travers une spline cubique, ce qui donne les fonctions B_p et B_m
- la courbe expérimentale est sym tris e :

$$B_{corr}(t) = B(t) - \frac{B_p(t) + B_m(t)}{2} \quad (III.8)$$

La courbe corrig e est encore bruit e, mais elle est plus proche de la courbe sans dérive, et la variation est amplitude est suffisamment faible pour obtenir le cycle moyenné, ce qui est visible dans la figure ci-dessous.

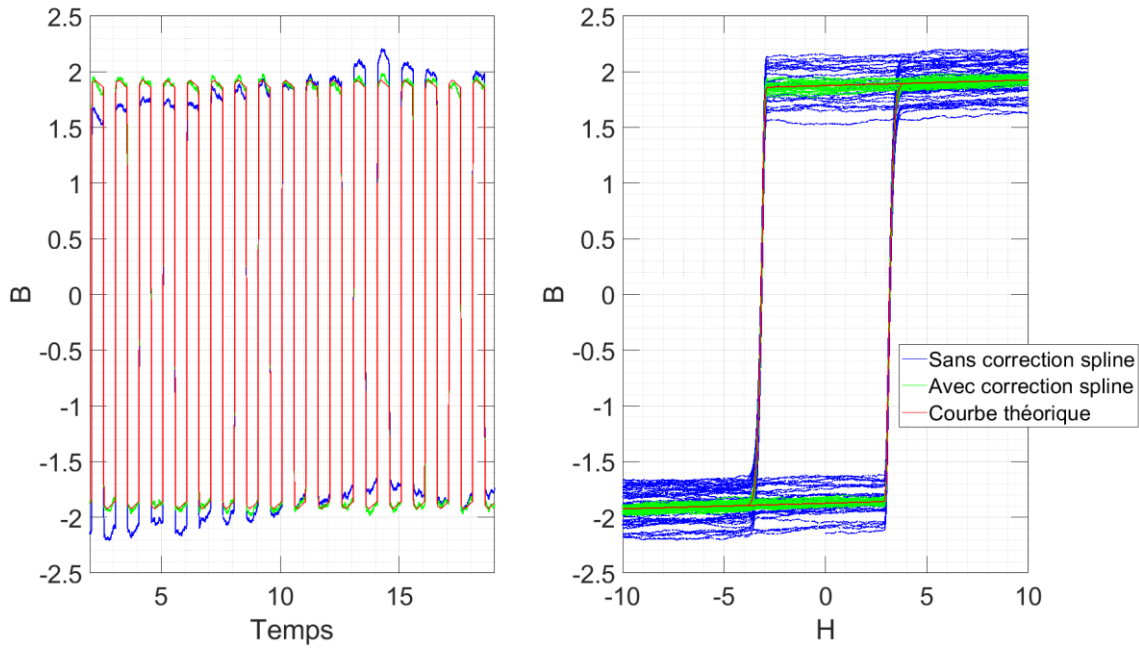


Figure 3.9: simulations montrant les effets de la correction par interpolation.

Il faut tout de même soulever un point important : cette méthode ne peut être utilisée que si l'excitation magnétique est périodique et constante en amplitude.

III.3 Moyenne glissante

Tout signal mesuré va être perturbé par le bruit blanc, très gênant pour toute mesure de dérivée. Cela est donc particulièrement problématique pour les signaux basse fréquence, comme le signal de la sonde à effet Hall, et pour le MBNE, qui dépend du signe de la dérivée de H . La fréquence de H étant la même que celle du courant d'excitation, on peut facilement filtrer ce signal avec une fenêtre glissante de N points, où N est un paramètre (ici considéré impair). La moyenne glissante de X peut donc s'écrire :

$$X_{moy}[i] = \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} X[i+k] \quad (\text{III.9})$$

N doit être paramétré correctement pour suffisamment lisser les données sans écraser le signal utile. De plus, ce moyennage va aussi aplatir le signal et le déformer, surtout s'il est « pointu » de base (comme, par exemple, un signal triangulaire ou avec plusieurs pics).

Une enveloppe RMS peut être définie par le même principe :

$$X_{rms}[i] = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} X[i+k]^2} \quad (\text{III.10})$$

III.4 Moyennage par cycle

Tracer les cycles d'hystérésis consiste à tracer l'évolution du cycle B(H). Or, ces cycles peuvent ne pas se superposer parfaitement, notamment car on doit intégrer la tension induite dans la bobine pour retrouver B(t), et intégrer du bruit blanc ramène de la dérive sur le signal en question. On verra comment résoudre cela en moyennant le signal par cycle, et la figure ci-dessous montre les signaux X et Y.

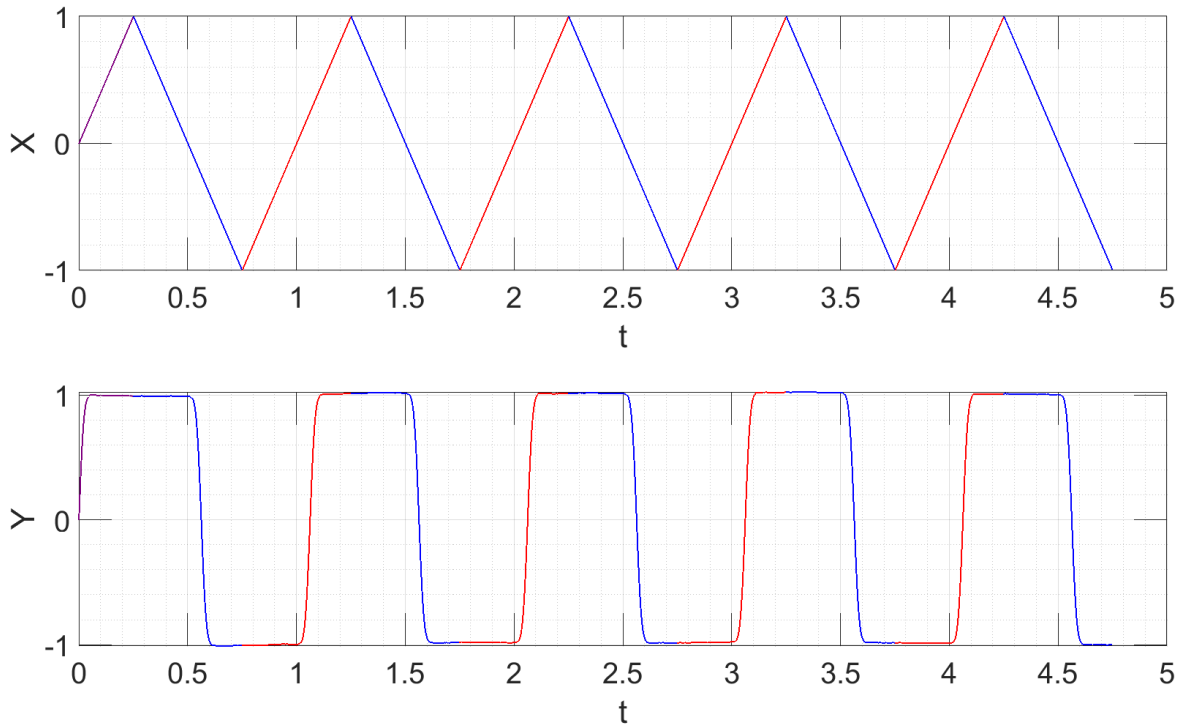


Figure 3.10: représentations temporelles de X et Y.

La section initiale (en violet), qui correspond à la courbe de première aimantation, est ignorée, et seules les sections rouges et bleues sont conservées. Ensuite, les données "rouges" (appelées par la suite X_M et Y_M) sont séparées des données "bleues" (X_D et Y_D) et on construit le vecteur X_0 des valeurs de X pour lesquelles on veut calculer Y. Chaque point sera donné par la moyenne des points autour de la valeur de X choisie. Le choix le plus simple pour X_0 est d'avoir un échantillonnage uniforme de N points sur l'étendue de X.

Le moyennage par cycle est faite en multipliant les données par une enveloppe gaussienne dont la valeur tend rapidement vers 0 et en prenant la moyenne. Si $i \in \llbracket 1..N \rrbracket$:

$$Y_{M_{moy}}[i] = \sum_{Y \in Y_M} Y \cdot e^{-\frac{(X-X_0[i])^2}{\alpha^2}}$$

$$N_{M_{moy}}[i] = \sum_{Y \in Y_M} 1 \cdot e^{-\frac{(X-X_0[i])^2}{\alpha^2}}$$
(III.11)

$$Y_M[i] = \frac{Y_{M_{moy}}[i]}{N_{M_{moy}}[i]} \quad (\text{III.12})$$

avec α un paramètre qui définit la largeur de la fenêtre de moyennage.

Cette moyenne est une version alternative de la moyenne "basique", où la fenêtre de moyennage est une fonction rectangle Π centrée dans les points de X_0 :

$$Y_{M_{moy}}[i] = \sum_{Y \in Y_M} Y \cdot \Pi\left(\frac{X - X_0[i]}{X_0[2] - X_0[1]}\right) \quad (\text{III.13})$$

La méthode avec fenêtre gaussienne donne de très bons résultats par rapport à la méthode "naïve" avec fenêtre rectangulaire. La précision de cette dernière va dépendre fortement du nombre de points: si trop élevé, le moyennage se fera sur très peu de points, et donc le bruit ne sera pas compensé.

En modifiant sur les paramètres N et α , on peut donc moyennner Y_M et Y_D et avoir leur expression univoque en fonction de X_0 . Comme on peut voir dans la figure suivante, on peut arriver à une très bonne reconstruction, qui parvient à rejeter le bruit aléatoire et la dérive dans les données de départ.

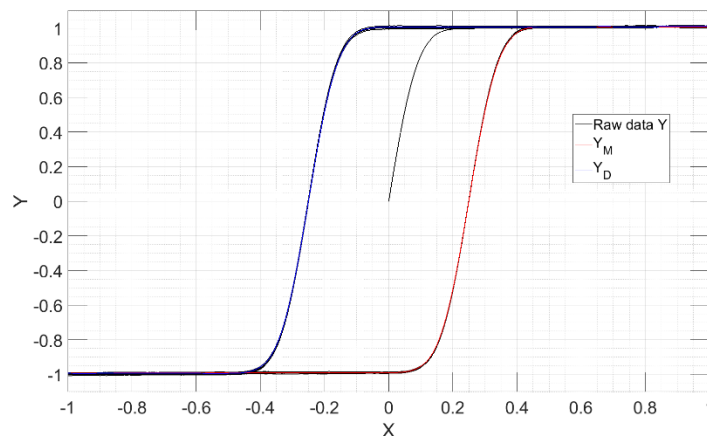


Figure 3.11: courbe $X(Y)$ brute (noir) et branches moyennées (rouge et bleu).

Dans le cas de la mesure par hystérésis, le courant en entrée de la bobine excitatrice est fixé, donc il peut être utilisé pour délimiter les données en "montée" et "descente" et, ensuite, basculer sur les données brutes pour plus de précision.

Les performances de ce moyennage vont dépendre de la valeur de α : si trop petite, la fenêtre est trop serrée et le bruit ne sera pas corrigé ; si trop grande, le signal moyenné sera écrasé. Le nombre N de points n'influence pas beaucoup les résultats, mais le temps de calcul est proportionnel à ce paramètre. De plus, le signal est d'autant mieux moyenné que le nombre de cycles est élevé.

Le résultat final est donné par deux vecteurs $B_M(H)$ et $B_D(H)$ qui peuvent être affichés clairement et qu'on peut manier pour, par exemple, mesurer la surface de la boucle créée :

$$E = \int_{H_m}^{H_M} |B_D(H) - B_M(H)| dH \quad (\text{III.14})$$

III.5 Positionnement de la courbe B(H)

Un dernier problème à résoudre pour afficher correctement le B(H) est le positionnement de la courbe obtenue. Le B étant obtenu par intégration, sa valeur à $t = 0$ n'est pas déterminée (même si, d'après l'équation (III.6)(III.14), elle est égale à 0). Cependant, sauf si le matériau a été correctement démagnétisé, la valeur initiale de B n'est pas nulle, ce qui se manifeste par un décalage vertical du cycle B(H). De plus, si le zéro du capteur à effet Hall n'a pas été réalisé correctement, il y aura aussi un décalage horizontal de la courbe. Le recentrage de la courbe peut être fait en exploitant le fait que la courbe d'hystérésis est symétrique [206]:

$$B(H) = -B(-H) \quad (\text{III.15})$$

Cela implique aussi que le champ coercitif dans la branche montante est opposé à celui dans la branche descendante, et ceci est valable aussi pour les champs rémanents :

$$\begin{aligned} H_{c+} &= -H_{c-} \\ B_{r+} &= -B_{r-} \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

En exploitant tout cela, la courbe B(H) peut être recentrée en ajoutant un décalage sur H et B jusqu'à ce que l'équation (III.15) soit satisfaite.

III.6 Fermeture des cycles MBNE(H)

La courbe MBNE(H) étant une courbe d'hystérésis, elle peut être traitée de la même façon que le cycle B(H), mais une précaution supplémentaire doit être prise lors de l'intégration. L'équation donnant le MBNE est rappelée ci-dessous:

$$MBNE(H) = v \int_0^t \text{sign}\left(\frac{dH}{ds}\right) VBK^2(s) ds \quad (\text{III.17})$$

Un problème important est donné par le signe de la dérivée temporelle de H, car la dérivée va amplifier considérablement l'effet du bruit blanc. Le signal H étant intimement lié au courant généré, et ce dernier étant connu, la fréquence de H et la position de ses extrema peuvent être déduits par la fréquence et les extrema de I.

Un deuxième souci est lié à la nature stochastique du signal Barkhausen et à la présence de bruit blanc dans ledit signal. Le signal étant mis au carré, la moyenne du bruit blanc n'est plus nulle, donc l'intégrale va être affectée par une dérive à peu près linéaire. De plus, l'énergie du signal intégré peut grandement osciller, surtout s'il y a de pics très énergétiques. Cela donne donc un cycle d'hystérésis qui ne se ferme pas et dont l'amplitude est très variable.

La procédure suivante a été établie pour corriger ces problèmes et avoir un cycle MBNE stable :

- on trouve les extrema de H, en précisant la distance minimale entre eux et leur hauteur relative ;

- entre deux pics (à la position i et j), le signe de $\frac{dH}{dt}$ est donné par l'écart entre $H[i]$ et $H[j]$
- le carré VBK^2 est calculé entre les positions i et j , et le plancher de bruit μ (mesuré dans une section où il n'y a pas de bruit Barkhausen) est supprimé:

$$MBN = \max(0, VBK^2[i..j] - \mu) \quad (III.18)$$

- le MBNE de ce signal est calculé à travers l'équation (III.18), et son amplitude est gardée en mémoire. Ensuite, le MBNE est symétrisé et normalisé pour que ses valeurs maximale et minimale soient -1 et 1 :

$$a_k = v \int_{t[i]}^{t[j]} MBN(s) ds \quad (III.19)$$

$$MBNE[i..j] = \frac{v}{a_k} \int_{t[i]}^{t[j]} \text{sign}\left(\frac{dH}{ds}\right) MBN(s) ds$$

- le MBNE final est obtenu en multipliant le MBNE normalisé par la moyenne des amplitudes :

$$MBNE(t) = MBNE(t) \cdot \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N a_k \quad (III.20)$$

Cela permet donc d'avoir des courbes MBNE fermées tout en gardant l'information de son amplitude, ce qui est nécessaire si on souhaite faire des comparaisons quantitatives avec le B(H).

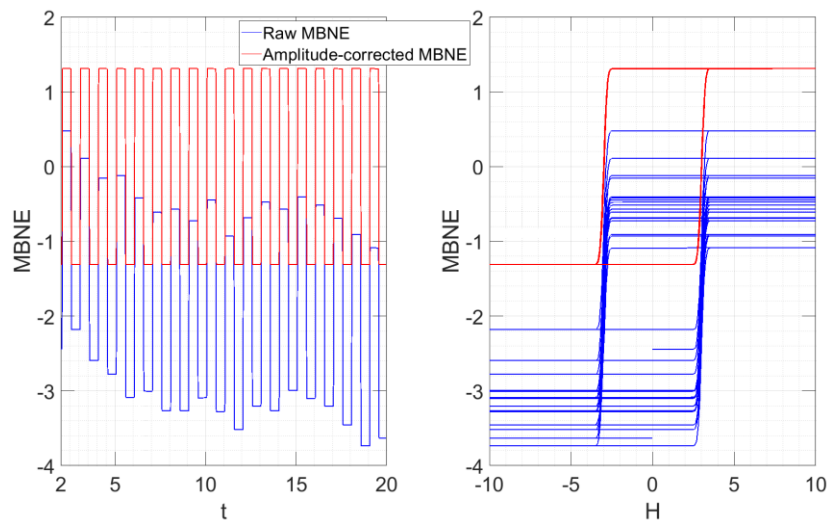


Figure 3.12: MBNE simulé avec bruit blanc, avant et après correction d'amplitude.

Partie 4

Mesures sans contrainte

Cette quatrième partie présente les mesures effectuées sans contrainte. Les cycles $B(H)$ des éprouvettes ont été mesurés, ainsi que l'évolution du signal Barkhausen en fonction du courant, de la fréquence et de la bobine réceptrice. Ensuite, le cycle $B(H)$ est reconstruit grâce au modèle de Jiles-Atherton ou de frottement sec, et ses paramètres réutilisés pour reconstruire le MBNE(H). Le cycle théorique obtenu est suffisamment proche des courbes expérimentales, surtout avec l'utilisation de la courbe anhystérétique donnée par le modèle multi-échelle.

Table des matières

I – Prise en main de la maquette expérimentale	74
I.1 Mesures à courant variable	74
I.2 Mesures à fréquence variable	76
I.3 Comparaisons avec les bobines pancake	79
II – Mesures sans contrainte	82
II.1 Optimisation par Jiles-Atherton	82
II.2 Optimisation par frottement sec	86
Conclusion de ce chapitre	87

I – Prise en main de la maquette expérimentale

I.1 Mesures à courant variable

Dans la suite, l'amplificateur est contrôlé de sorte à avoir un courant triangulaire de fréquence 1 Hz dans la bobine d'excitation, et le bruit Barkhausen est filtré entre 1 et 10 kHz. La figure ci-dessous montre le cycle d'hystérésis du FeCo FP10 en fonction de l'amplitude du courant d'excitation

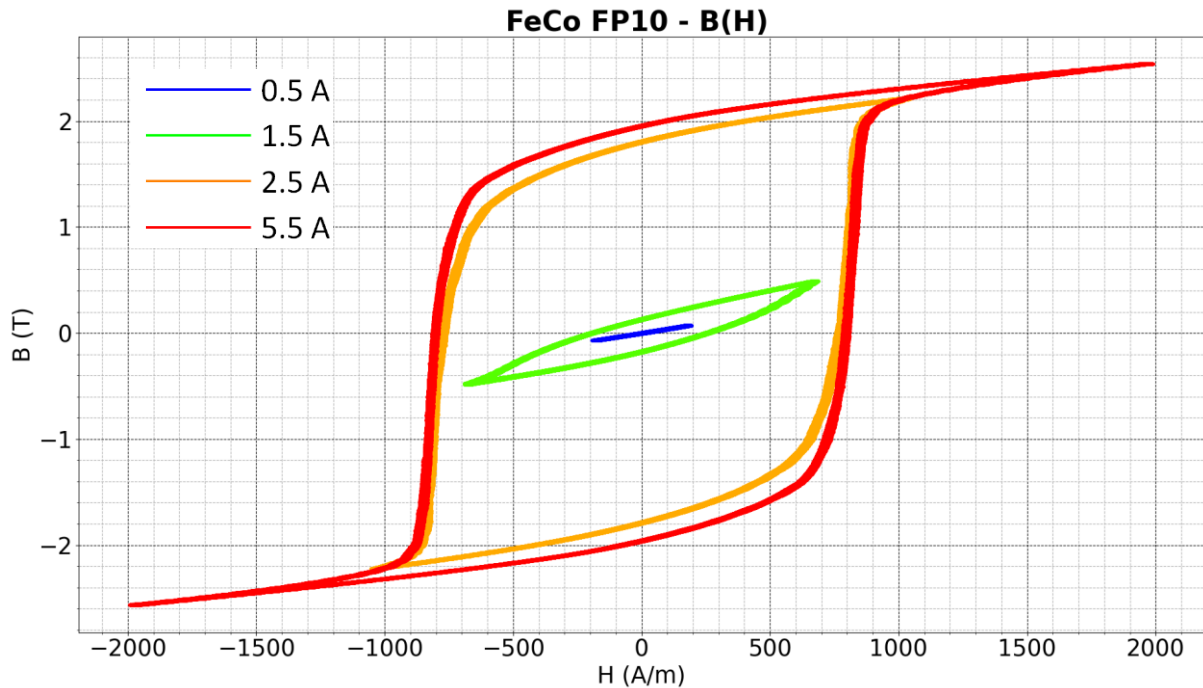


Figure 4.1: courbe $B(H)$ pour le FeCo FP10 avec un courant croissant (du bleu au rouge).

À faible courant (courbes bleue et verte) le matériau n'est pas suffisamment magnétisé, donc le cycle $B(H)$ reste autour de l'origine et il ne sature pas. Une fois que le matériau est suffisamment magnétisé (courbes orange et rouge), on retrouve une forme classique de courbe d'hystérésis, avec un champ coercitif H_c bien défini et un plateau plus ou moins marqué quand le champ magnétique dépasse H_c . On décrit de cette façon le **cycle majeur** d'hystérésis du matériau.

Par rapport au bruit Barkhausen, montré à la figure 4.2 pour le FeCo FP10 et à la figure 4.3 pour tous les matériaux, on peut remarquer que le signal mesuré atteint un pic avec les courbes orange et rouge autour de 800 A/m, qui est la valeur du H_c mesurée sur le cycle $B(H)$. Les courbes Barkhausen suivent une même enveloppe en fonction de H , et aussi la présence de pics sur la courbe rouge qui arrivent après saturation. Ces pics peuvent être liés à différentes caractéristiques dans le matériau, comme la taille des grains [207], et ils ne sont pas visibles dans la courbe $B(H)$. Un autre facteur intéressant est l'asymétrie du pic Barkhausen, qui décroît brusquement une fois le champ coercitif dépassé.

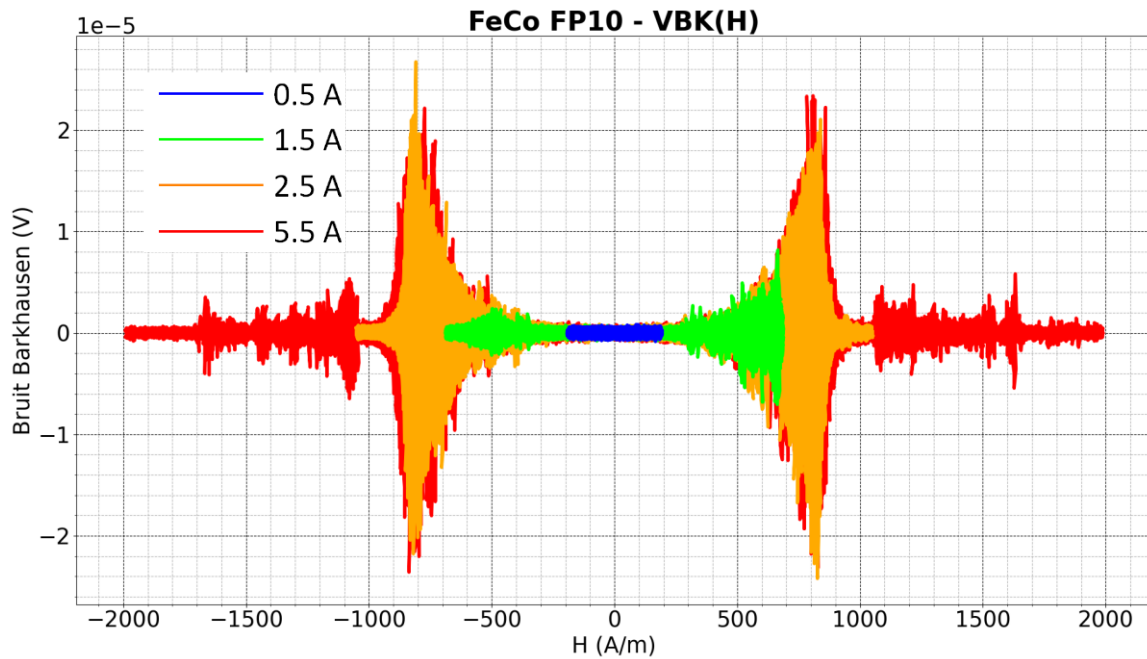


Figure 4.2: bruit Barkhausen en fonction de H pour le FeCo FP10, mêmes couleurs qu'auparavant.

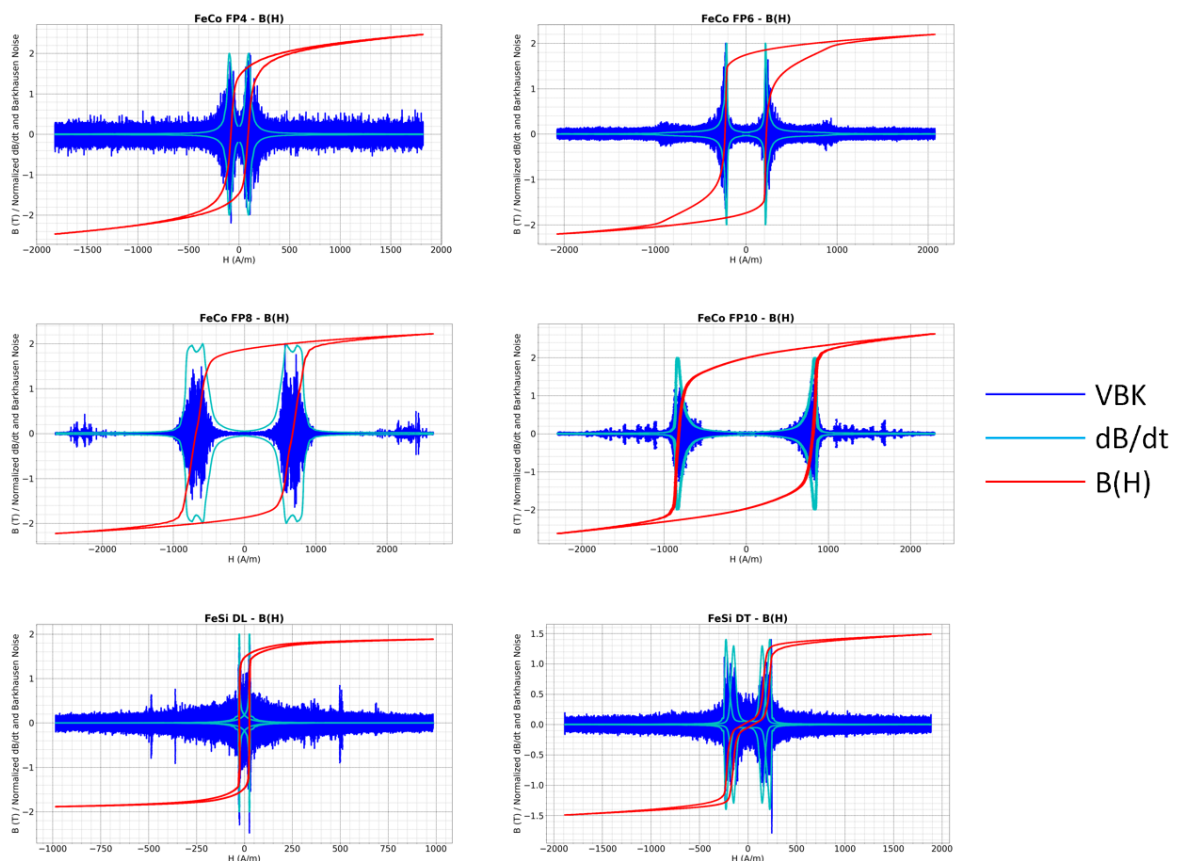


Figure 4.3: courbes $B(H)$ à 1 Hz pour les matériaux testés. Le dB/dt et le bruit Barkhausen ont été redimensionnés pour faciliter les comparaisons avec le $B(H)$.

Le bruit Barkhausen normalisé suit une enveloppe similaire à celle du dB/dt , en excluant la présence de pics supplémentaires au-delà, ce qui montre déjà un lien fort entre ces deux signaux. Plusieurs remarques peuvent être faites :

- la recristallisation progressive du fer-cobalt (totalement absente dans le FP10, et croissant jusqu'à la recristallisation complète pour le FP4) réduit le champ coercitif [208] et « aplatit » le signal Barkhausen. En effet, recristalliser le matériau réduit et uniformise la taille des grains, ce qui affecte à la fois la perméabilité et le champ coercitif [209] ;
- malgré le fait que ce soit le même matériau, le comportement magnétique dans le cas du fer-silicium est radicalement différent : s'il a une forme classique pour la direction longitudinale (DL), la courbe d'hystérésis a deux lobes séparés dans la direction transversale (DT). Cela peut être expliqué par l'anisotropie du matériau et de ses grains, présentant un axe de facile aimantation. Le champ magnétique est dirigé selon cet axe dans le cas DL, donc on a une courbe d'hystérésis très serrée, alors qu'il est perpendiculaire à cet axe dans le cas DT.

Le champ coercitif et l'aimantation rémanente de chaque matériau ont été notés dans le tableau ci-dessous. Dans le cas du fer-silicium DT, le champ coercitif et l'aimantation rémanente ont été pris respectivement au point où la perméabilité est maximale et au « coude » du lobe positif.

	Champ coercitif H_c (A/m)	Aimantation rémanente B_r (T)
FeCo FP10	900	1.97
FeCo FP8	680	1.86
FeCo FP6	230	1.72
FeCo FP4	90	1.42
FeSi DT	220	1.3
FeSi DL	40	1.48

1.2 Mesures à fréquence variable

Cette section va étudier le comportement fréquentiel du bruit Barkhausen, c'est-à-dire son évolution quand la fréquence d'excitation augmente. En effet, on peut démontrer que, dans le cas d'une excitation magnétique sinusoïdale, le champ magnétique à une profondeur z de la surface peut s'écrire :

$$H(z) = H_0 e^{-\frac{z}{\delta}} \quad (\text{IV.21})$$

H_0 est l'amplitude de l'excitation magnétique et δ est une longueur caractéristique du matériau, appelée profondeur de peau et calculée comme suit :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_0 \mu_r \sigma}} \frac{1}{\sqrt{f}} \quad (\text{IV.22})$$

Ainsi, un matériau à forte perméabilité magnétique et très conducteur va avoir une profondeur de peau très faible, et on ne pourra plus considérer l'aimantation constante à l'intérieur du matériau dès une fréquence très basse. Le bruit Barkhausen va donc être émis plutôt près de la surface dans ce cas, ce qui a déjà été exploité pour évaluer l'état de surface d'un matériau [210].

La courbe d'hystérésis d'un matériau va s'agrandir la plupart du temps, comme on peut voir dans la figure ci-dessous. Les pertes associées vont augmenter avec la fréquence en suivant une loi non-linéaire qui a été étudiée plus en détail au chapitre 6.

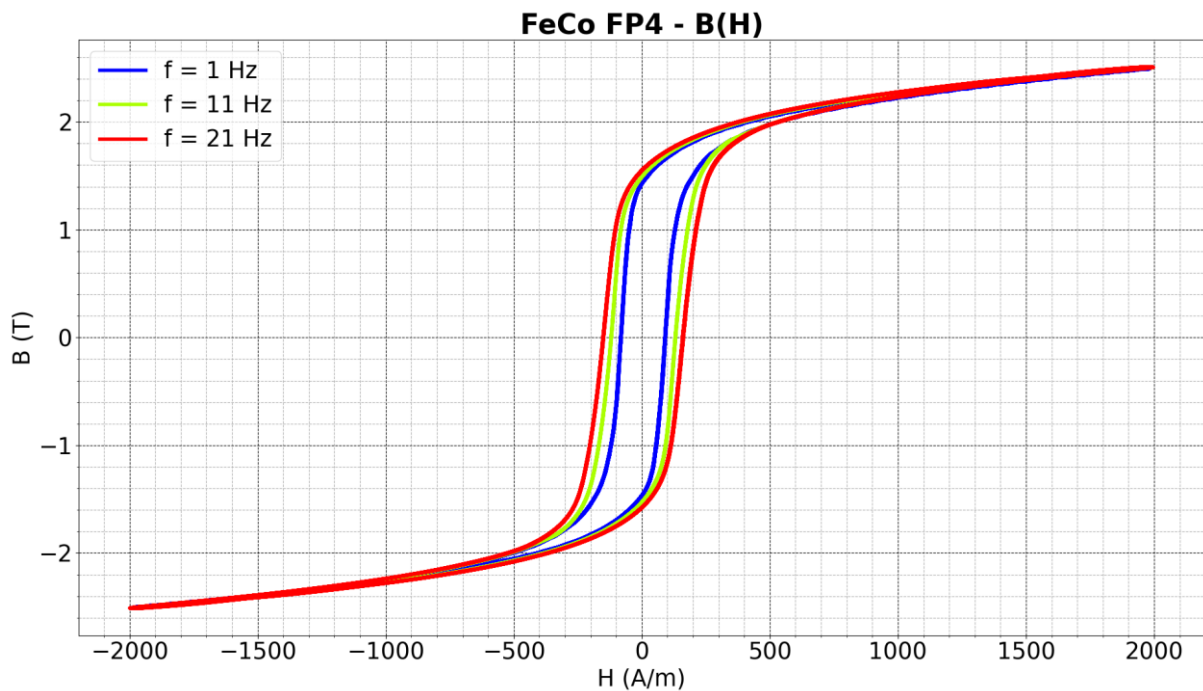


Figure 4.4: courbe $B(H)$ pour le FeCo FP4 à 1, 11 et 21 Hz.

Le bruit Barkhausen dans ces conditions doit être correctement filtré pour ne pas garder la composante basse fréquence du dB/dt , liée principalement à d'autres phénomènes comme la rotation d'aimantation ou la magnétostriction faisant vibrer l'échantillon [211]. La littérature ne donne pas de critères claires pour filtrer le bruit Barkhausen dans ce cas, même si la fréquence du filtre passe-haut est très souvent au moins 1000 fois la fréquence d'excitation [100][212]. De par l'effet de peau, regarder une bande fréquentielle du bruit Barkhausen peut donner une vue sur la microstructure du matériau à une profondeur donnée, ce qui a déjà été utilisé pour déterminer la profondeur de la couche cémentée d'un matériau [213].

On va proposer ici un critère objectif fixant la fréquence de filtrage du bruit Barkhausen en étudiant deux signaux : une enveloppe gaussienne et du bruit blanc modulé par cette enveloppe¹. Leur spectrogramme (obtenu par une transformée de vaguelettes) est donné ci-dessous.

¹ Voir les annexes pour plus d'informations sur la transformation par ondelettes.

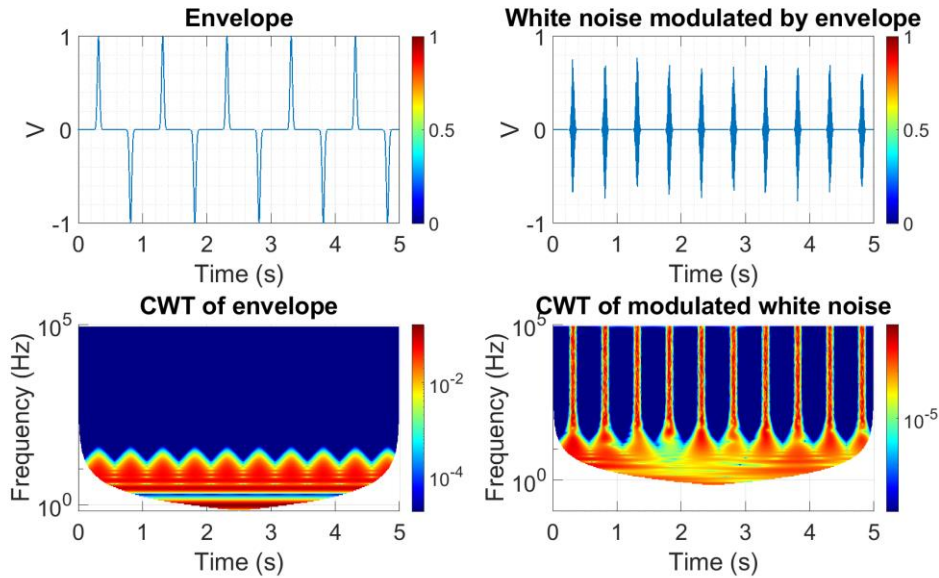


Figure 4.5: signaux temporels (haut) et leurs spectrogramme (bas) pour l'enveloppe gaussienne (gauche) et le bruit blanc modulé (droite). Les spectrogrammes ont été normalisés par \sqrt{f} .

Le spectrogramme du bruit blanc modulé est similaire à celui de l'enveloppe même aux basses fréquences, mais elle contient aussi des raies haute fréquence bien définies là où l'amplitude du bruit est maximale. Or, dans le cas des mesures expérimentaux, ces deux signaux sont superposés, étant respectivement le signal basse fréquence (qui, intégré, donne B) et le signal haute fréquence (donné par le bruit Barkhausen), il suffira en théorie d'observer son spectrogramme et de choisir comme fréquence de coupure une limite supérieure pour le spectre en « lobes ». Un exemple de cela est visible ci-dessous. La fréquence limite dans ce cas a été évaluée à environ 500 Hz.

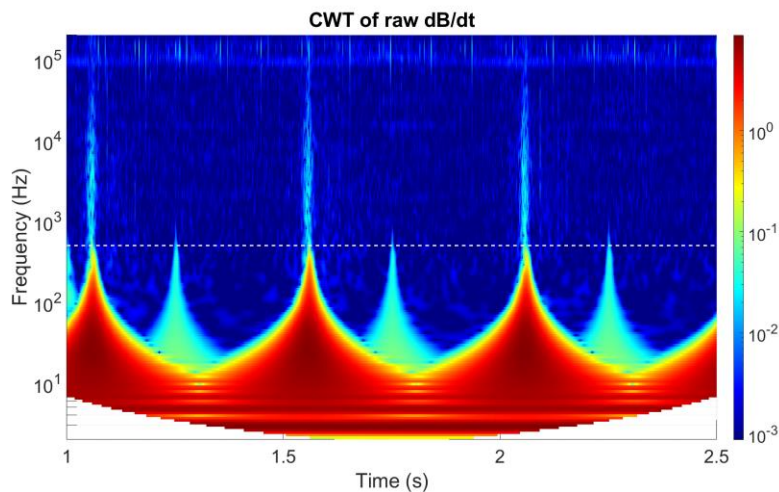


Figure 4.6: spectrogramme du signal expérimental pour le FeCo FP10 à 1 Hz. La fréquence limite a été mise en évidence en blanc.

Il faut déjà signaler que, dans la pratique, la réponse fréquentielle du bruit Barkhausen va se rapprocher d'un filtre passe-bas [153][214][215], de par la dynamique similaire du mouvement d'une paroi de domaine [103][151] et par le fait que l'effet de peau va fortement atténuer le signal à très haute fréquence.

La caractérisation du cycle d'hystérésis et du bruit Barkhausen va faire l'objet du chapitre 6, donc ceci n'est qu'une représentation schématique des effets observés sur les signaux bruts. On peut tout de même citer une relation proposée par Stupakov *et al.* en 2020 pour normaliser le bruit Barkhausen [212] :

$$VBK_{env}(H) = \gamma n^\alpha \mu_0 \mu_{irr}(H) \sqrt{S \frac{dH}{dt}} \quad (IV.23)$$

avec γ un coefficient de renormalisation, n le nombre de spires, α une valeur dépendant du montage utilisé (bobine seule, bobines en montage différentiel rapprochées ou éloignées, ...), μ_{irr} la perméabilité magnétique irréversible et S la surface normale du matériau. La loi de Lenz peut être retravaillée pour donner une équation similaire pour le $\frac{dB}{dt}$:

$$\begin{aligned} V_{dB} \frac{dB}{dt}(t) &= -n \frac{d\Phi}{dt} \\ &= -nS \frac{dB}{dt} \\ &= -nS \frac{d}{dt} [\mu_0 \mu_r(t) H] \\ &= -nS \mu_0 \left[\frac{d\mu_r}{dt} H + \mu_r(t) \frac{dH}{dt} \right] \\ V_{dB} \frac{dB}{dt}(t) &\approx -n\mu_0 \mu_r [H(t)] S \frac{dH}{dt} \end{aligned} \quad (IV.24)$$

I.3 Comparaisons avec les bobines pancake

Une bobine permet de capter la variation de flux dans une seule direction, donc pour mesurer tout le bruit Barkhausen il faudra avoir un système à plusieurs bobines, orientées dans différents axes [216]. Cependant, ce système est très peu pratique à implémenter, puisque mesurer le flux à l'intérieur de l'échantillon demanderait de le bobiner sur les trois axes. Or, un échantillon est d'habitude un barreau très fin, mais très long, donc le bobiner le long de la longueur demanderait beaucoup de câble et serait peu pratique. Une solution consiste à placer une bobine à la surface de l'échantillon, ce qu'on appelle une bobine pancake [217] [218].

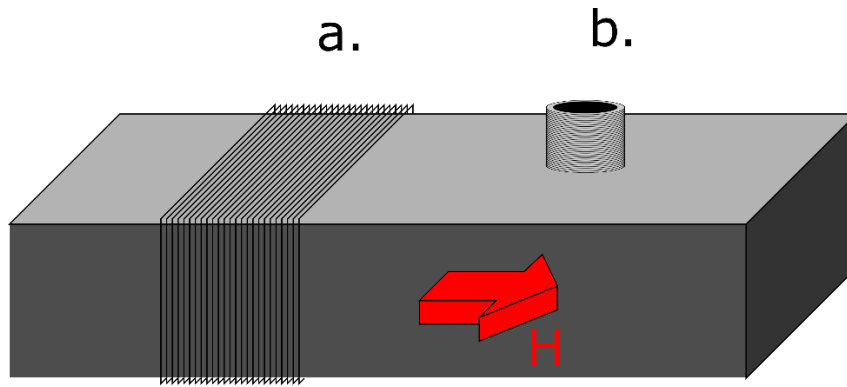


Figure 4.7: détection du bruit Barkhausen dans un échantillon épais par bobine "classique" (a.) et par bobine pancake (b.).

Dans cette configuration, on va capter les variations de flux normal à l'aimantation, donc le mouvement des parois de domaine à 90° [45]. Cela empêche de mesurer le cycle $B(H)$ avec cette bobine, car le flux magnétique sera alors normal à l'axe de la bobine pancake. La mesure par bobine pancake sera aussi très faible, sa surface étant d'habitude de l'ordre du mm^2 , ce qui peut être résolu par une amplification plus importante, l'ajout d'une ferrite à l'intérieur de la bobine pancake [204] et/ou un très grand nombre de tours (très souvent de l'ordre du millier [204][218]). Cependant, les dimensions très réduites des bobines pancake et leur placement à la surface permettent des mesures locales et très aisées, contrairement à la bobine « classique », qui va moyenniser le signal Barkhausen sur toute la surface normale de l'échantillon.

Le MBNE étant calculé à travers le bruit Barkhausen, il peut être un moyen efficace pour retrouver un cycle d'hystérésis similaire au cycle $B(H)$ du matériau à travers une bobine pancake, ce qui peut être un atout majeur pour étudier le matériau de cette façon. On va ici comparer le bruit Barkhausen obtenu entre une bobine « classique » de 100 tours et une bobine pancake de 800 tours et de rayon interne 1 mm.

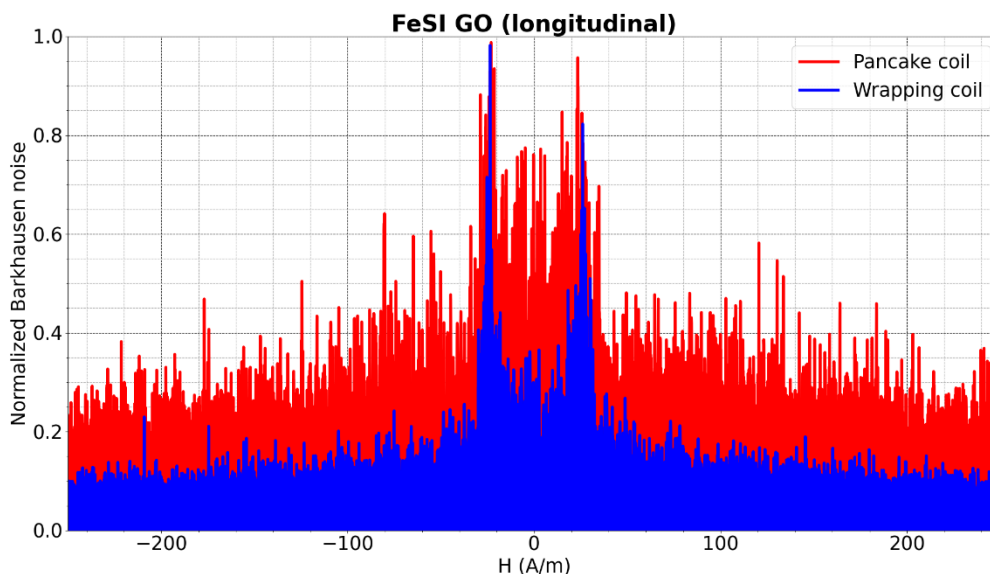


Figure 4.8: bruit Barkhausen normalisé mesuré à travers une bobine pancake (rouge) et une bobine encerclante (bleu) pour le FeSi GO (sens longitudinal).

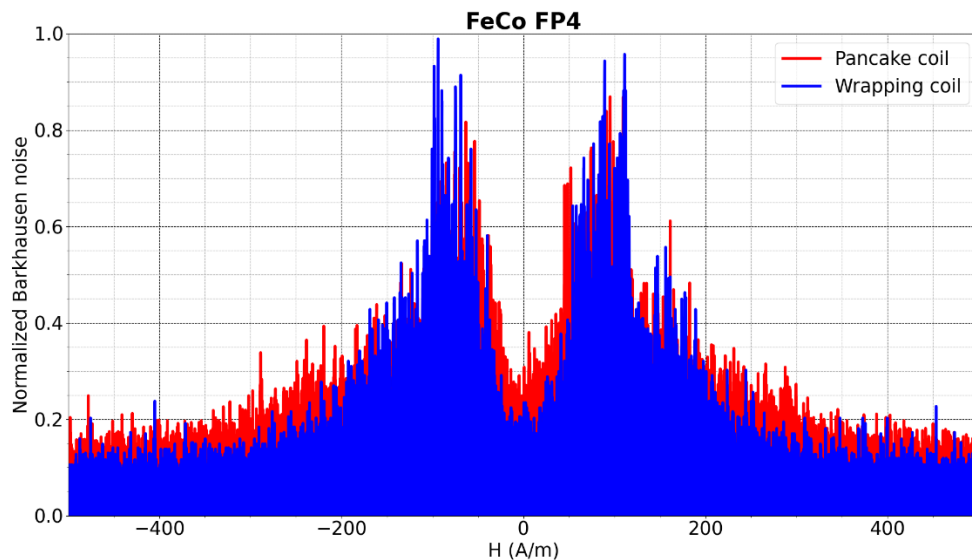


Figure 4.9: bruit Barkhausen normalisé mesuré à travers une bobine pancake (rouge) et une bobine encerclante (bleu) pour le FeCo FP4.

Le plancher de bruit est plus élevé sur les mesures par bobine pancake, surtout pour le FeSi GO, et donc que le rapport signal-sur-bruit est plus faible dans ce cas. De plus, les pics pour la bobine pancake sont légèrement plus larges, même si leur maximum se situe à peu près au même endroit. Cela indique que le champ coercitif des MBNE dans les deux mesures sera *a priori* relativement proche.

Le MBNE issu de ces signaux est donnée pour le FeSi GO (sens longitudinal) et le FeCo FP4 dans les deux figures ci-dessous. Dans les deux cas, le cycle $B(H)$ a été normalisé pour que les cycles $MBNE(H)$ suivent l'allure du $B(H)$ à faible champ.

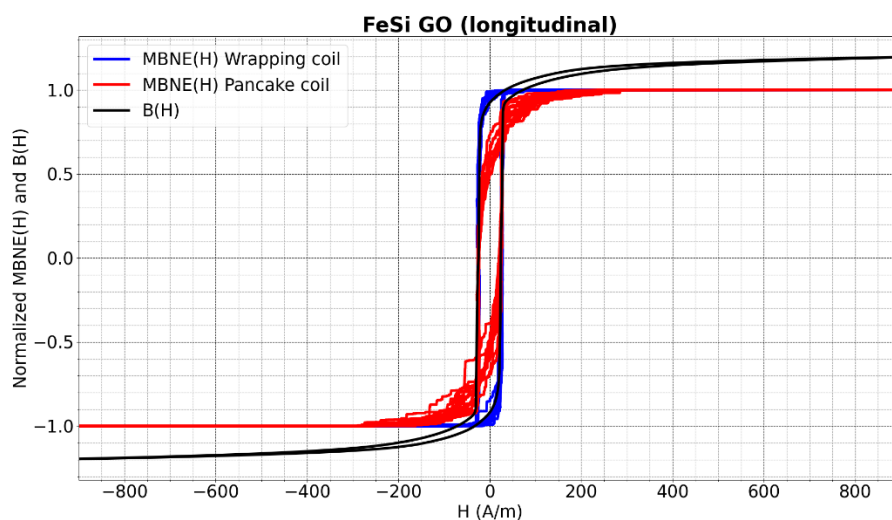


Figure 4.10: comparaisons entre les cycles $MBNE(H)$ des bobines encerclantes (bleu) et de la bobine pancake (rouge) avec le cycle $B(H)$ (noir) pour le FeSi GO (sens longitudinal).

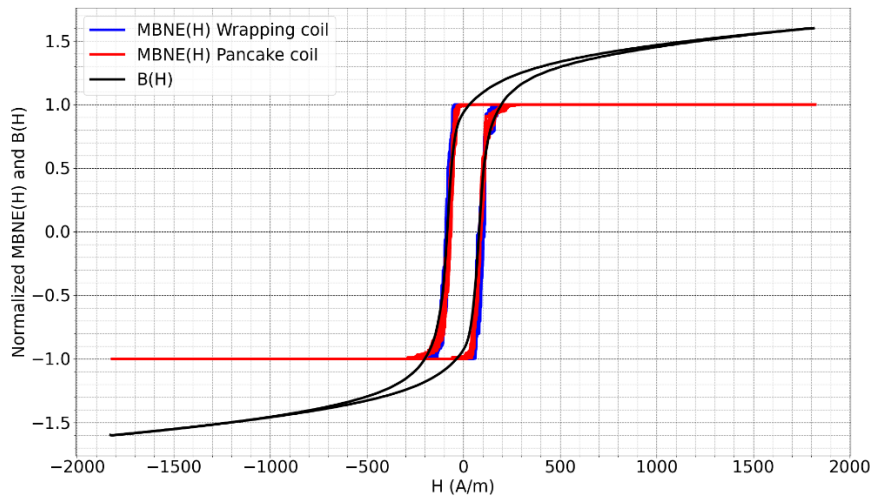


Figure 4.11: comparaisons entre les cycles MBNE(H) des bobines encerclantes (bleu) et de la bobine pancake (rouge) avec le cycle B(H) (noir) pour le FeCo FP4.

On peut voir que, de par la forte variabilité dans les mesures Barkhausen, les cycles MBNE sont assez bruités. Cependant, si les deux cycles sont proches dans le cas du FeCo FP4, le MBNE de la bobine encerclante est plus proche du B(H) que le MBNE de la bobine pancake pour le FeSi GO. Cela pourrait être dû à la forte anisotropie du matériau, qui fait que le bruit sur l'axe de la bobine pancake est différent de celui sur l'axe de la bobine encerclante. Ce dernier point peut rendre la comparaison entre MBNE et B délicate. Cependant, le MBNE a un champ coercitif proche de celui du B(H), ce qui reste tout de même intéressant pour retrouver des indicateurs sur B à travers une bobine pancake.

II – Mesures sans contrainte

II.1 Optimisation par Jiles-Atherton

Cette section se consacre à modéliser la boucle B(H) du matériau à travers le modèle de Jiles-Atherton, donc à retrouver la valeurs des 5 paramètres a , α , c , k et M_s . Or, M_s et a sont deux facteurs d'échelle (respectivement sur l'axe Y et X), et les trois paramètres restants ont été liés à des caractéristiques physiques du matériau, donc ces constantes sont fixées pour le matériau choisi. Cela implique le cycle MBNE(H) devrait pouvoir être simulé tout en gardant ces valeurs constantes [43][110]. Cette hypothèse peut être exploitée pour remonter au cycle B(H) d'un matériau à partir de la modélisation du cycle MBNE(H).

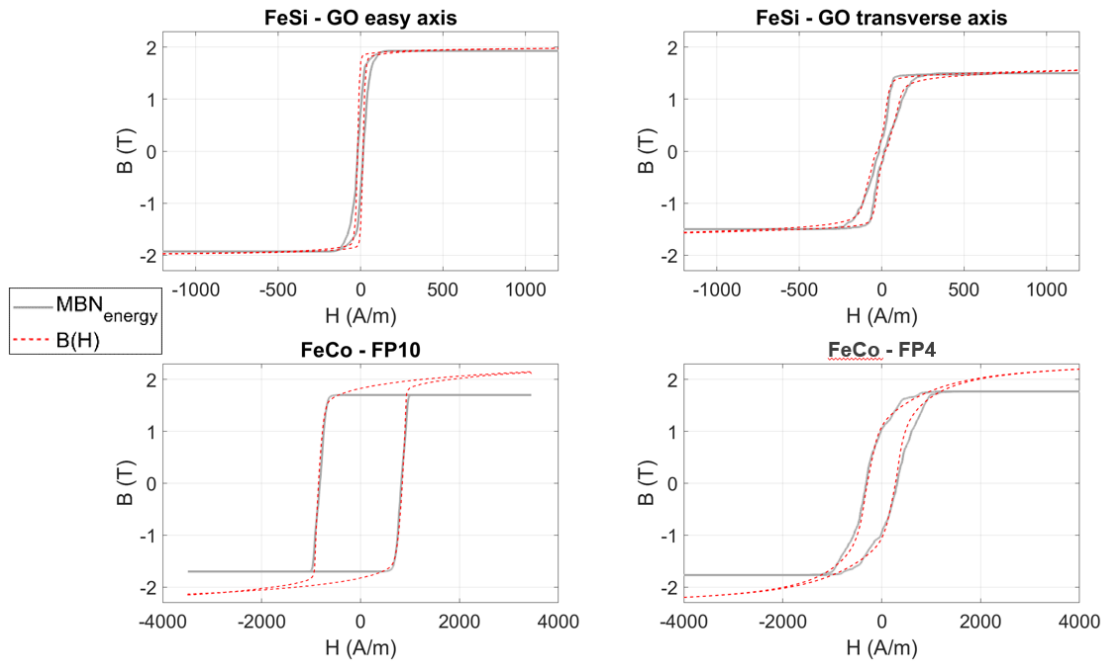


Figure 4.12: comparaison entre les courbes $B(H)$ et $MBNE(H)$ pour les quatre matériaux testés. En sens horaire depuis l'angle haut à gauche: FeSi GO DL, FeSi GO DT, FeCo FP4 et FeCo FP10. Source: [43]

Les deux cycles ont un champ coercitif comparable, et la similitude dépend de l'échantillon :

- les échantillons en fer-silicium ont un cycle $B(H)$ qui sature, ce qui est aussi le comportement du $MBNE(H)$, donc les deux cycles sont similaires ;
- les échantillons en fer-cobalt ont un cycle $B(H)$ qui ne sature pas de manière nette, même une fois le champ coercitif dépassé. Du coup, il va continuer à augmenter alors que le $MBNE(H)$ va saturer, donc on va avoir une différence importante entre les deux. Cependant, l'aire de la boucle et le champ coercitif sont quand même similaires.

Cette différence peut être expliquée à travers l'anisotropie magnétocristalline : comme on a déjà vu dans le deuxième chapitre, l'aimantation est due au mouvement des parois de domaine, mais aussi à la rotation de l'aimantation. Ce phénomène est visible une fois que le matériau a très peu de parois de domaine, et le bruit Barkhausen ne donne que la contribution des mouvements des parois. Ainsi, si la rotation de l'aimantation est importante, le cycle $B(H)$ va être différent du $MBNE(H)$. Dans le cas contraire, si la rotation peut être négligée, les deux cycles vont être similaires.

La rotation de l'aimantation nécessitant que l'aimantation des atomes tourne, elle est très dépendante de l'existence d'axes de facile aimantation, donc de l'anisotropie magnétocristalline. Si cette dernière est élevée, comme dans le cas du fer-silicium à grains orientés, l'aimantation va rester alignée sur les axes de facile aimantation, donc la rotation sera très faible. Au contraire, si le matériau est isotrope, comme le fer-cobalt, alors l'aimantation des atomes est libre de tourner, donc la rotation de l'aimantation ne pourra pas être négligée. Les cycles expérimentaux montrent bien ce phénomène, qui est aussi bien décrit par le MME et qui est visible à la figure ci-dessous.

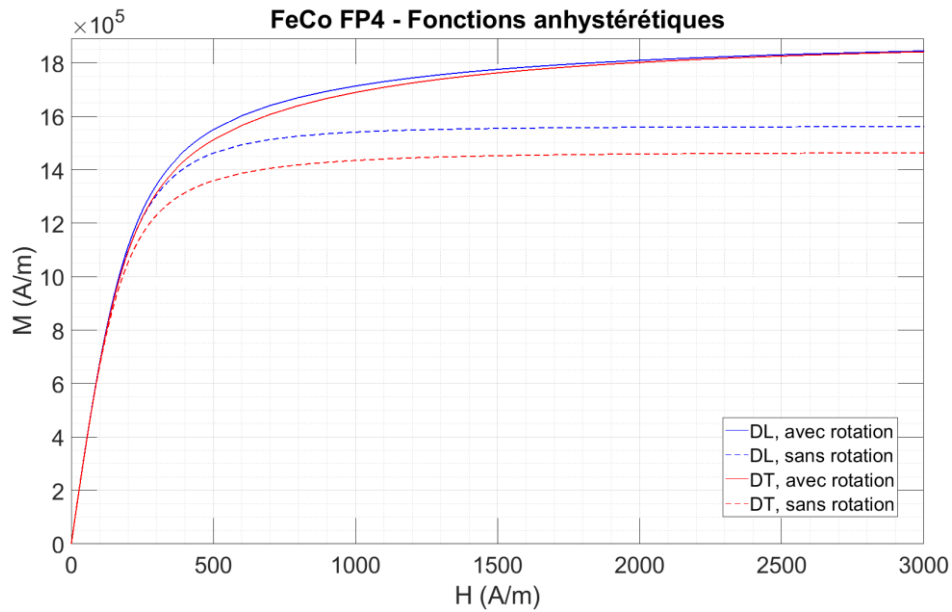


Figure 4.13: courbes anhystériques pour le FeCo FP4.

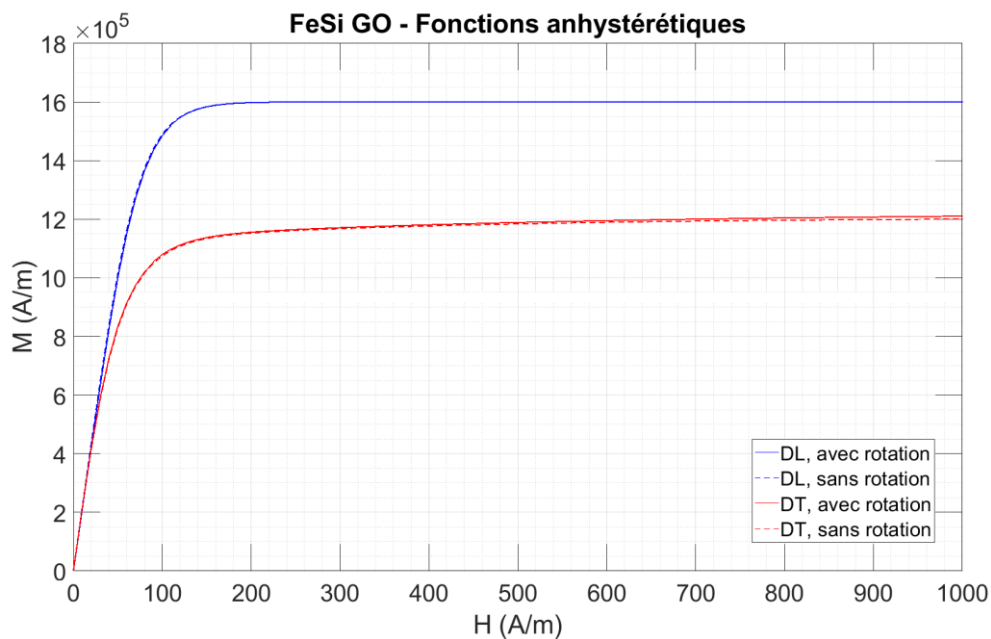


Figure 4.14: courbes anhystériques pour le FeSi GO.

Les courbes « sans rotation » du FeSi GO sont presque égales aux courbes « avec rotation » jusqu'à 1 kA/m, et son anisotropie est très visible par la forte différence entre les courbes bleues (dans le sens longitudinal) et rouges (dans le sens transversal). En revanche, le fer-cobalt est presque isotrope, ce qui est visible par le fait que les courbes DL et DT du FeCo FP4 « avec rotation » se superposent. La différence entre les courbes DL et DT « sans rotation » peut être expliquée par le fait que la rotation de l'aimantation permet d'uniformiser la réponse magnétique du matériau, peu importe la direction de l'excitation. En revanche, les

courbes “sans rotation” et “avec rotation” sont cette fois-ci très différentes car la rotation de l’aimantation est cette fois-ci importante.

Les courbes anhystérétiques du MME ont été données au modèle de Jiles-Atherton, et ses paramètres ont été optimisés pour que le cycle B(H) simulé soit le plus proche possible du cycle expérimental. Le fait de donner les courbes anhystérétiques plutôt que de passer par la fonction de Langevin fixe les valeurs de M_s et a , donc seuls 3 paramètres doivent être optimisés : le coefficient de couplage inter-domaine α , le coefficient de réversibilité c et l’énergie moyenne d’accrochage k . Les résultats de ces optimisations sont donnés dans le tableau suivant.

Matériau	α	c	k (A/m)
FeSi GO DL	$3 \cdot 10^{-6}$	0.001	22
FeCo FP10	$5 \cdot 10^{-5}$	0.001	180
FeCo FP4	$1 \cdot 10^{-5}$	0.001	340

Les résultats de simulation pour le FeCo sont montrés ici.

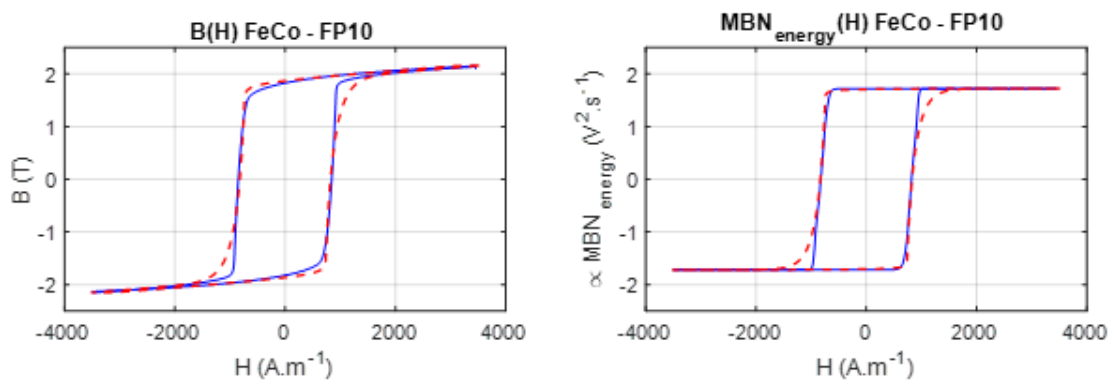


Figure 4.15: comparaison entre données expérimentales (bleu) et simulation (rouge) pour le FeCo FP10 et optimisation par Jiles-Atherton. Source: [43]

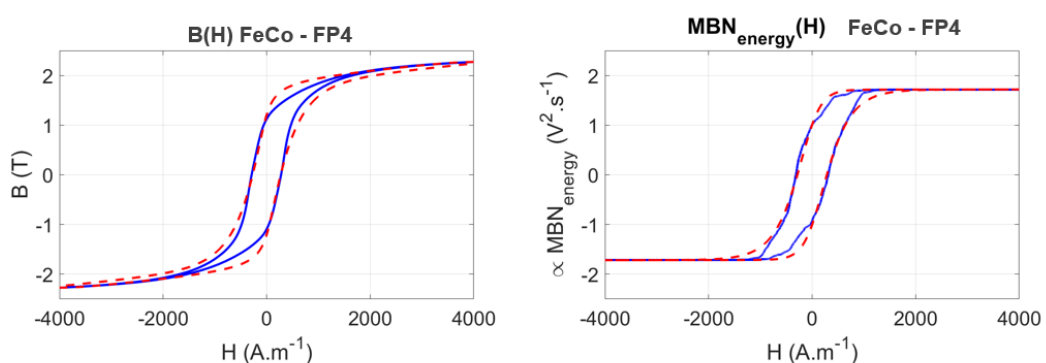


Figure 4.16: comparaison entre données expérimentales (bleu) et simulation (rouge) pour le FeCo FP4 et optimisation par Jiles-Atherton. Source: [43]

Utiliser les mêmes paramètres de Jiles-Atherton donne une reconstruction correcte du cycle MBNE, obtenu en remplaçant seulement la fonction anhystérétique « avec rotation » avec celle « sans rotation ». La qualité de reconstruction est assez faible près des coudes de saturation, surtout dans le cas du FeCo FP10, mais cela est dû au fait que les matériaux étudiés

ont des cycles d'hystérésis raides, qui atteignent rapidement la saturation une fois le champ coercitif dépassé, et le modèle de Jiles-Atherton classique n'arrive pas à reproduire cela [219]. Malgré cela, les cycles simulés sont similaires aux cycles expérimentaux, ce qui est encourageant.

II.2 Optimisation par frottement sec

La mesure du bruit Barkhausen étant réalisée sur de cycles majeurs, un modèle plus simple que celui de Jiles-Atherton est le modèle d'hystérésis par frottement sec. Dans notre cas, on va essayer d'optimiser trois paramètres :

- le facteur d'agrandissement du champ a
- le facteur sur l'aimantation M_s (lié aux incertitudes sur le nombre de spires dans les bobines)
- le champ coercitif H_c

Ces paramètres ont été optimisés pour que les courbes expérimentales correspondent aux courbes anhystérétiques suivantes (avec rotation) :

$$M_M(H) = M_s \cdot M_{AN}(a \cdot H - H_c) \quad (IV.25)$$

$$M_D(H) = M_s \cdot M_{AN}(a \cdot H + H_c)$$

Comme lors de l'optimisation du modèle de Jiles-Atherton, les paramètres optimisés sur le $B(H)$ vont ensuite être appliqués sur les courbes anhystérétiques sans rotation et les courbes seront comparées aux cycles MBNE normalisés. Les cycles MBNE étant normalisés, seuls a et H_c seront conservés.

Le résultat de ces optimisations est donné ci-dessous. Le FeSi GO DT n'a pas été étudié avec cette méthode car son cycle $B(H)$ présente deux lobes bien définis, alors que la courbe anhystérétique n'a pas de pentes plus faibles près de l'origine.

Matériau	a	H (A/m)
FeSi GO DL	1.8	56
FeCo FP4	0.3	82.4
FeCo FP10	0.72	855

Les résultats pour le FeCo sont montrés dans les figures suivantes.

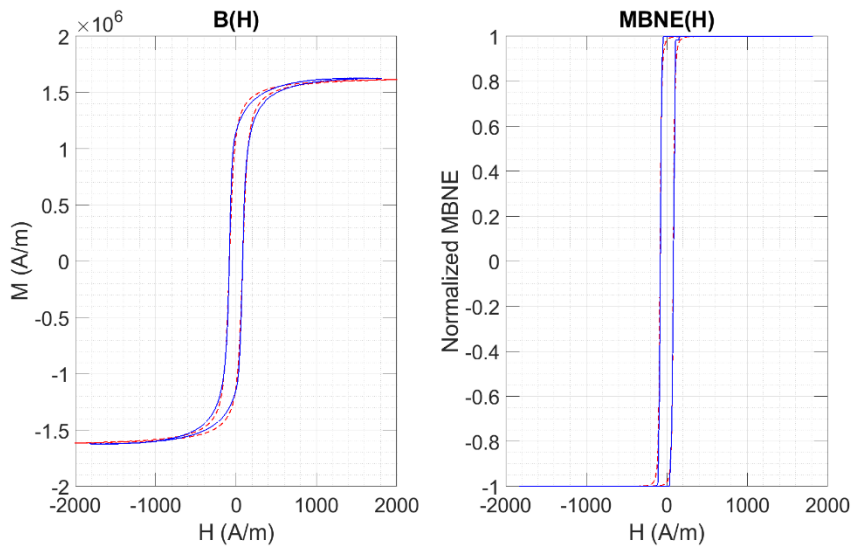


Figure 4.17: comparaison entre données expérimentales (bleu) et simulation (rouge) pour le FeCo FP4 et optimisation avec frottement sec.

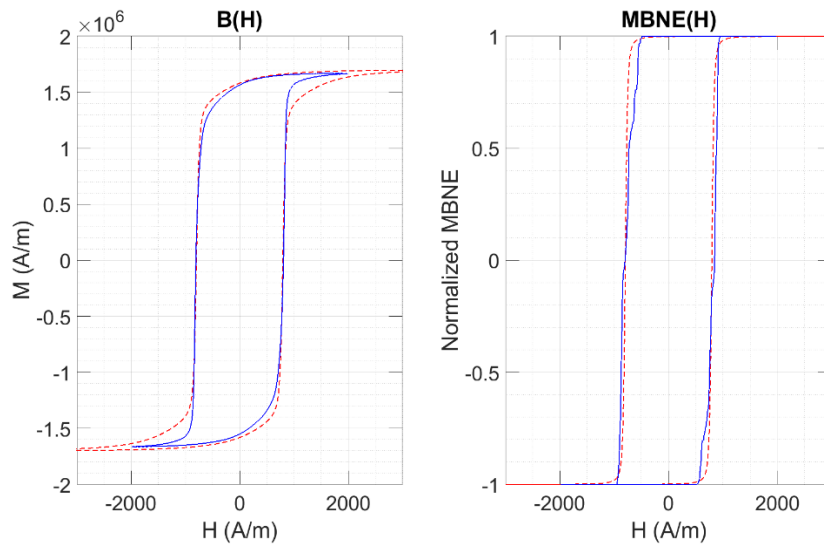


Figure 4.18: comparaison entre données expérimentales (bleu) et simulation (rouge) pour le FeCo FP10 et optimisation avec frottement sec.

Tout comme pour le modèle de Jiles-Atherton, il y a un souci de reconstruction aux coudes de saturation, surtout pour le FeCo FP10. Le problème pourrait venir du fait que la saturation du cycle expérimental n'est pas très franche, et le modèle par frottement sec peut être utilisé tel quel seulement pour les cycles majeurs. Cependant, la reconstruction du MBNE avec cette méthode reste satisfaisante, avec l'avantage que cette méthode est beaucoup plus rapide à optimiser qu'avec Jiles-Atherton.

Conclusion de ce chapitre

Les premiers résultats montrés dans ce chapitre valident le fonctionnement de l'appareil expérimental, avec un cycle d'hystérésis qui s'ouvre à partir d'un certain seuil de courant, quand le champ magnétique appliqué dépasse le champ coercitif. De plus, les effets dynamiques du cycle magnétique ont été aperçus par l'augmentation du champ coercitif avec

la fréquence, mais ces effets seront étudiés plus en détail dans le dernier chapitre. La mesure avec bobine encerclante a été comparée avec celle issue d'une bobine pancake, et on trouve des résultats similaires, malgré le rapport signal-sur-bruit plus faible pour la deuxième. Le champ coercitif du matériau (ou la position du maximum dans le bruit Barkhausen) est un indicateur qui peut être facilement retrouvé avec la mesure Barkhausen et, donc, avec le MBNE.

La méthode de reconstruction du cycle d'hystérésis par mesure du bruit Barkhausen a aussi été étudiée. La différence de comportement entre les fer-silicium et les fer-cobalt a pu être liée à leur anisotropie magnétique à travers le modèle multi-échelle, qui montre que, en présence de forte anisotropie, les cycles MBNE et $B(H)$ seront proches. Dans le cas contraire, la rotation de l'aimantation va donner une pente linéaire au $B(H)$ qui ne sera pas vue par le MBNE.

Le point le plus intéressant de cette démarche est que certains paramètres du modèle d'hystérésis (Jiles-Atherton ou frottement sec) sont conservés entre cycle classique d'hystérésis et MBNE. Du coup, on peut envisager de reconstruire le cycle $B(H)$ d'un matériau à partir de la mesure du MBNE et du modèle multi-échelle, voire d'observer l'évolution des indicateurs associés pour déterminer l'influence d'un paramètre expérimental (comme la contrainte interne) sur la réponse magnétique de l'échantillon.

Partie 5

Mesures avec traction

Ce chapitre présente les mesures Barkhausen quand une contrainte mécanique est appliquée sur l'échantillon. Une première série de mesures, seulement en traction, ont été faites pour vérifier la bonne correspondance entre cycles $B(H)$ et MBNE, et l'évolution de plusieurs indicateurs en fonction de la contrainte a été étudiée. La méthode ayant été validée, une deuxième campagne de mesures a été réalisée avec l'ajout d'un support anti-flambage, ce qui a permis des mesures limitées en compression.

Table des matières

I- Traction, optimisation avec frottement sec	90
I.1 Courbes expérimentales et reconstruction du MBNE.....	90
I.2 Étude de l'évolution des indicateurs magnétiques.....	93
I.3 Simulations 2D	96
I.3.a Rotation du champ magnétique	96
I.3.b Rotation de la contrainte mécanique	97
II- Traction et compression avec support anti-flambage.....	98
Conclusion de ce chapitre	105

Le chapitre précédent a démontré que l'utilisation du bruit Barkhausen peut donner des résultats proches de ceux du cycle B(H) traditionnel à travers l'utilisation du MBNE, ce qui justifie sa modélisation à travers le MME et un modèle classique d'hystérésis (Jiles-Atherton). Le MME permet de prendre en compte l'état mécanique du matériau en considérant le tenseur 3D des contraintes appliquées, donc une utilisation possible du bruit Barkhausen pourrait être de déterminer la contrainte interne d'un échantillon. La pré-calibration serait grandement simplifiée, ne nécessitant que des paramètres mécaniques et magnétiques du matériau ainsi que sa texture cristallographique pour simuler la réponse du matériau à différentes contraintes.

I- Traction, optimisation avec frottement sec

La limite élastique des matériaux étudiés est rappelée dans le tableau ci-dessous:

Matériau	σ_c (MPa)	max(σ) (MPa)	S (mm ²)	max(F) (N)
FeCo FP4	400	200	2.5	500
FeCo FP6	600	300	2.5	750
FeCo FP8	800	400	2.5	1000
FeCo FP10	1000	500	2.5	1250
FeSi GO DL	300	100	9	900
FeSi GO DT	300	100	9	900

I.1 Courbes expérimentales et reconstruction du MBNE

Différents niveaux de contrainte en traction ont été testés, entre 0 MPa et 50% de la limite élastique du matériau pour éviter toute déformation plastique. La figure ci-dessous montre les courbes expérimentales pour le FeSi GO DL et le FeCo FP10 [106].

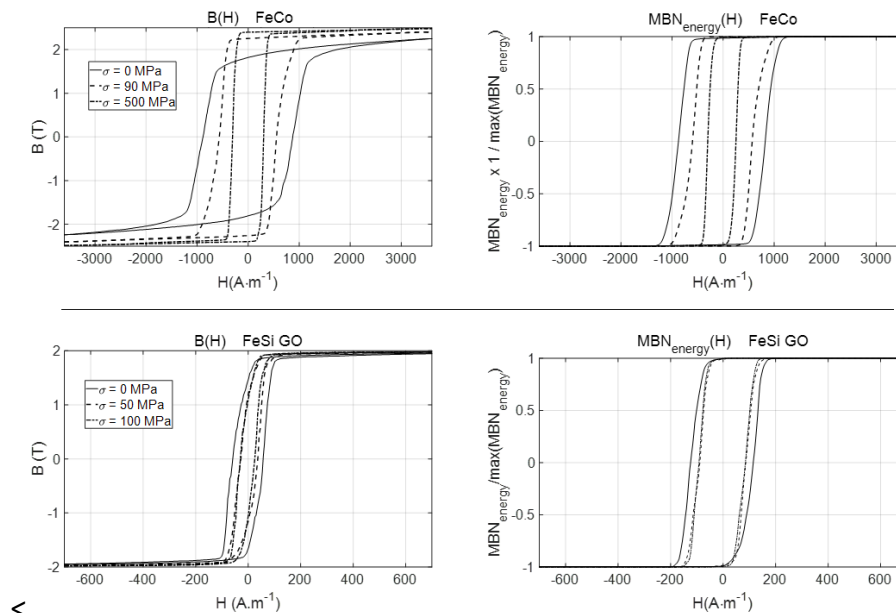


Figure 5.1: cycles B(H) (gauche) et MBNE(H) (droite) pour le FeCo FP10 (haut) et le FeSi GO DL (bas). Source: [106]

Un résultat visible est que le cycle d'hystérésis B(H) du fer-cobalt a une évolution plus marquée en fonction de la contrainte que celui du fer-silicium, avec notamment une saturation plus

franche et un champ coercitif plus faible. Dans les deux cas, la contrainte en traction augmente la perméabilité à faible champ et réduit le champ coercitif, ce qui est en accord avec les mesures dans la littérature étudiant de matériaux à coefficient de magnétostriction positif [220]–[222]. Les mêmes observations peuvent être faites pour le MBNE(H), avec la remarque supplémentaire que, plus la contrainte en traction est élevée, plus les cycles MBNE(H) se rapprochent du B(H) pour le FeCo. Cela peut être expliqué par le fait que la contrainte en traction réduit progressivement la rotation de l'aimantation, qui est visible dans le B(H) mais pas dans le MBNE(H) [43]. Ainsi, à forte contrainte seul le mouvement des parois de domaine participe à l'aimantation du matériau, donc le B(H) et le MBNE(H) vont être de plus en plus proches.

Un indicateur des effets de la contrainte sur le comportement magnétique du matériau est le champ coercitif H_c . La figure 5.2 montre son évolution expérimentale pour les deux cycles et les deux matériaux.

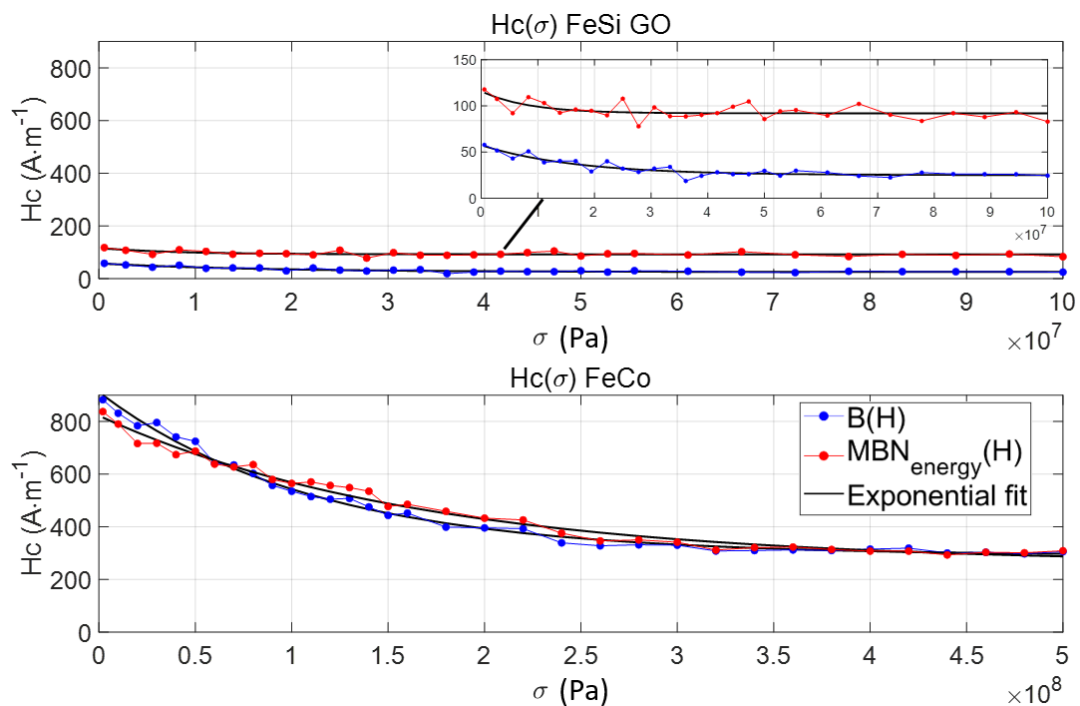


Figure 5.2: évolution du champ coercitif du B(H) (bleu), du MBNE(H) (rouge) et tendances des deux courbes en exponentielle négative (noir) pour les deux matériaux. Source : [106]

Si les deux champs coercitifs pour le FeCo sont très proches, on retrouve un décalage assez important dans le cas du FeSi, malgré le fait que l'induction magnétique soit mesurée avec le même capteur. Cette différence a été isolée dans l'étape de filtrage analogique pour le MBNE(H), ce qui ramène un décalage dans le signal effectif. Le circuit intégré dédié au filtrage analogique a été simulé sous LTSpice, et sa réponse fréquentielle (calibrée pour avoir une bande passante entre 4 et 12 kHz) est donnée à la figure 5.3. On peut voir que le décalage de phase dans la simulation est négatif à partir de 6 kHz et peut dépasser les 720° , ce qui est assez important pour décaler le signal du MBNE(H) et augmenter artificiellement son champ coercitif.

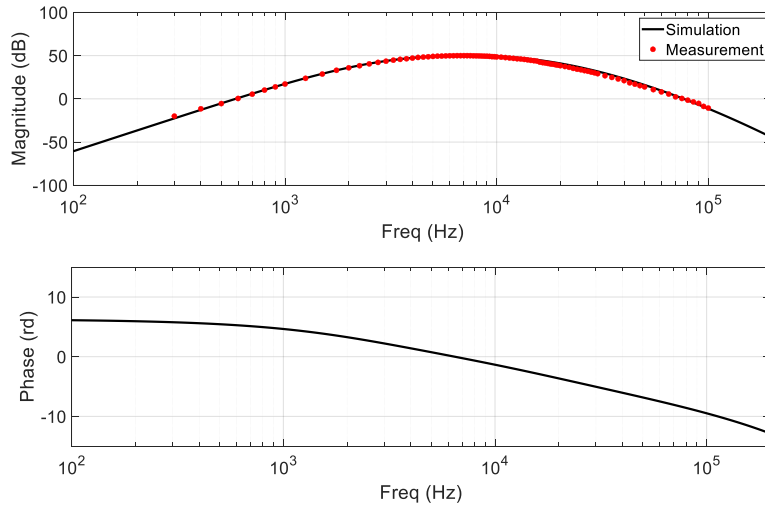


Figure 5.3: simulation du filtre analogique et comparaisons avec les mesures expérimentales. Source: [106]

La figure 5.2 montre aussi que l'évolution du champ coercitif en fonction de la contrainte pour les deux matériaux étudiés peut être approximée par une loi en exponentielle décroissante, donnée à l'équation (V.1) :

$$H_c(\sigma) = a \cdot e^{-b\sigma} + c \quad (V.1)$$

avec a , b et c les trois paramètres à optimiser. Leurs valeurs ont été calculées grâce à MATLAB et listées dans le tableau ci-dessous.

		a (A/m)	b (1 / MPa)	c (A/m)
FeCo FP10	B(H)	621	$9 \cdot 10^{-3}$	290
	MBNE(H)	562	$6 \cdot 10^{-3}$	260

		a (A/m)	b (1 / MPa)	c (A/m)
FeSi GO DL	B(H)	32	$6 \cdot 10^{-2}$	25
	MBNE(H)	24	$1.2 \cdot 10^{-1}$	92

La mesure de cet indicateur peut être très utile pour retrouver la contrainte subie par un matériau [223]. Cependant, on va pousser plus loin l'analyse de ces courbes en appliquant le même modèle que lors du chapitre précédent, c'est-à-dire associer le MME au modèle d'hystérésis par frottement sec. Un exemple de cela est montré à la figure 5.4, où on peut voir que la courbe anhystérique calculée par le MME et translatée de $+H_c$ et $-H_c$ donne des courbes très proches des cycles expérimentaux, que ce soit à repos et avec une grande contrainte appliquée.

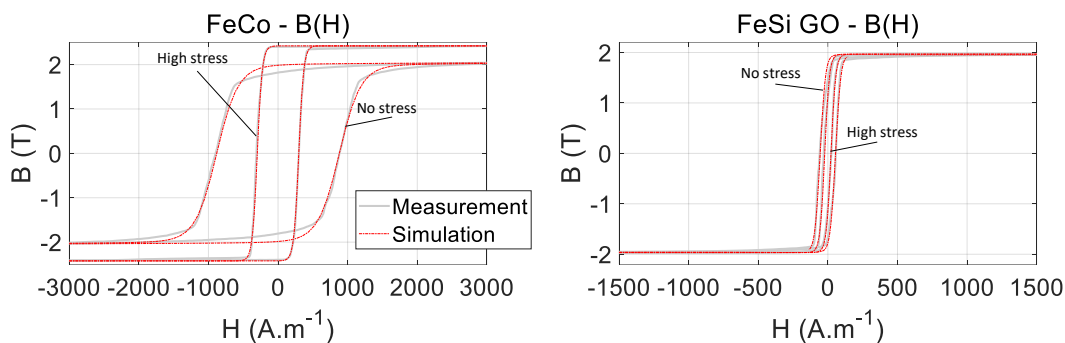


Figure 5.4: comparaison entre les courbes $B(H)$ expérimentales et simulées pour le FeCo et le FeSi. Source: [106]

La même procédure peut être appliquée pour le MBNE en prenant soin de normaliser les cycles pour que leur amplitude à saturation corresponde à celle des courbes anhystériques. Les résultats, présentés à la figure 5.5, donnent une correspondance moins bonne que dans le cas des cycles $B(H)$, mais les mêmes tendances expérimentales dans les simulations peuvent être retrouvées. Cela inclut la réduction du champ coercitif et le raidissement du cycle avec l'augmentation de la contrainte, cet effet étant très marqué pour le FeCo et presque imperceptible pour le FeSi.

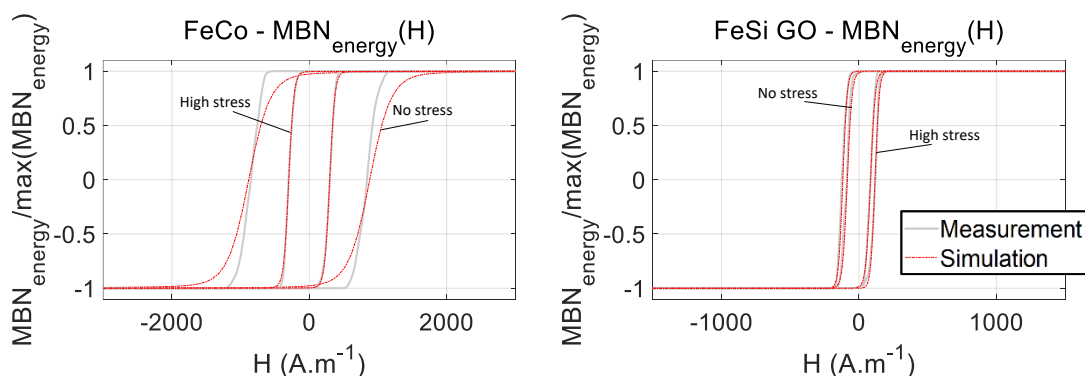


Figure 5.5: comparaison entre les courbes $MBNE(H)$ expérimentales et simulées pour le FeCo et le FeSi. Source: [106]

Ce fait est très intéressant car le MBNE peut être utilisé pour évaluer la contrainte interne d'un matériau, et cela est fréquemment utilisé dans le CND pour déterminer la condition d'une pièce et anticiper sa dégradation. De plus, le MBNE pouvant être mesuré avec une bobine pancake, contrairement à la mesure du $B(H)$, sa mesure requiert un appareil expérimental simple et économique. L'association du MME avec un modèle d'hystérésis semble réussir à prédire de manière qualitative l'évolution du cycle MBNE en fonction de la contrainte, ce qui faciliterait grandement l'interprétation des résultats expérimentaux. Cependant, si le lien entre MBNE et contrainte a pu être affiché, le problème inverse (remonter à la contrainte interne à partir de la mesure du MBNE) n'a pas encore été traité en détail et n'a pas été étudié par la suite.

1.2 Étude de l'évolution des indicateurs magnétiques

L'évolution des cycles $B(H)$ et $MBNE(H)$ ayant été détaillée dans la section précédente, on va maintenant en extraire différents paramètres et étudier leur évolution en fonction de la

contrainte. Si, pour les cycles expérimentaux, on peut facilement utiliser l'aire du cycle d'hystérésis ou le champ coercitif, ils sont inaccessibles pour l'outil de modélisation proposé. En effet, le MME ne donne qu'une courbe anhystérétique, et le cycle d'hystérésis est simulé *a posteriori* en se recalant sur le cycle expérimental. D'autres indicateurs ont donc été définis pour les courbes anhystérétiques $M_{an}(H)$: les champs à saturation à 95% et 99%, définis par les équations et la figure suivantes :

$$M_{an}(H = H_{95}) = 0.95 M_{sat} \quad (V.2)$$

$$M_{an}(H = H_{99}) = 0.99 M_{sat} \quad (V.3)$$

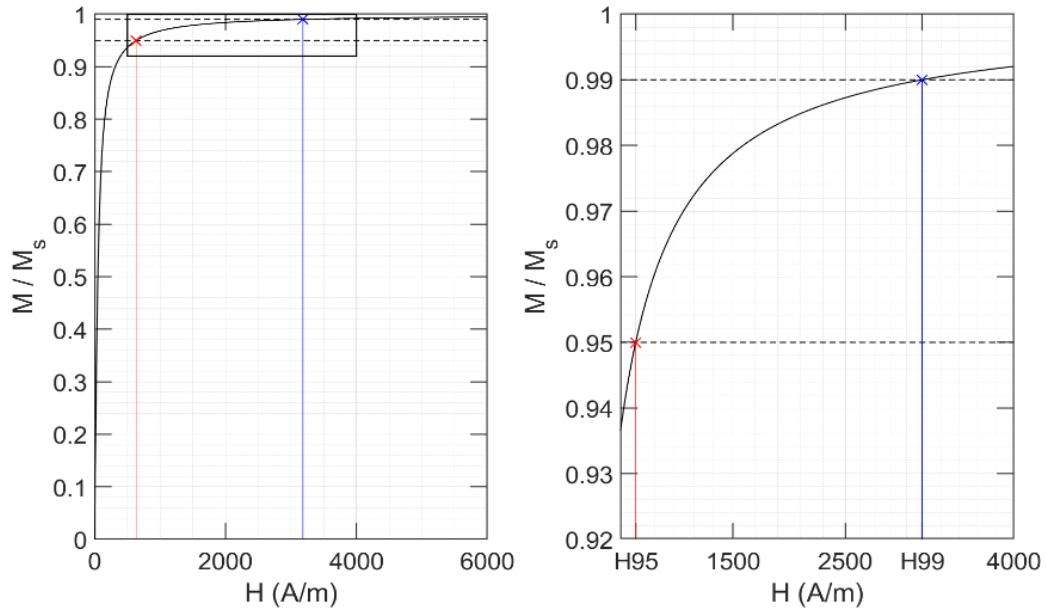


Figure 5.6: détermination graphique des champs de saturation à 95% et 99% pour une courbe anhystérétique.

L'intérêt de ces indicateurs est que, dans le cas des courbes anhystérétiques du MBNE, on peut définir un seuil de champ magnétique tel que l'essentiel des mouvements de parois advienne avant ce seuil, ce qui implique qu'au-delà seule la rotation de l'aimantation sera présente. Expérimentalement, on peut mesurer ces champs en localisant le coude de saturation du cycle d'hystérésis, ce qui reste vrai dans la modélisation de l'hystérésis par frottement sec, où les courbes anhystérétiques définissent l'allure du $B(H)$.

L'évolution relative de ces indicateurs expérimentaux (normalisés à leur valeur à contrainte nulle) est donnée ci-dessous.

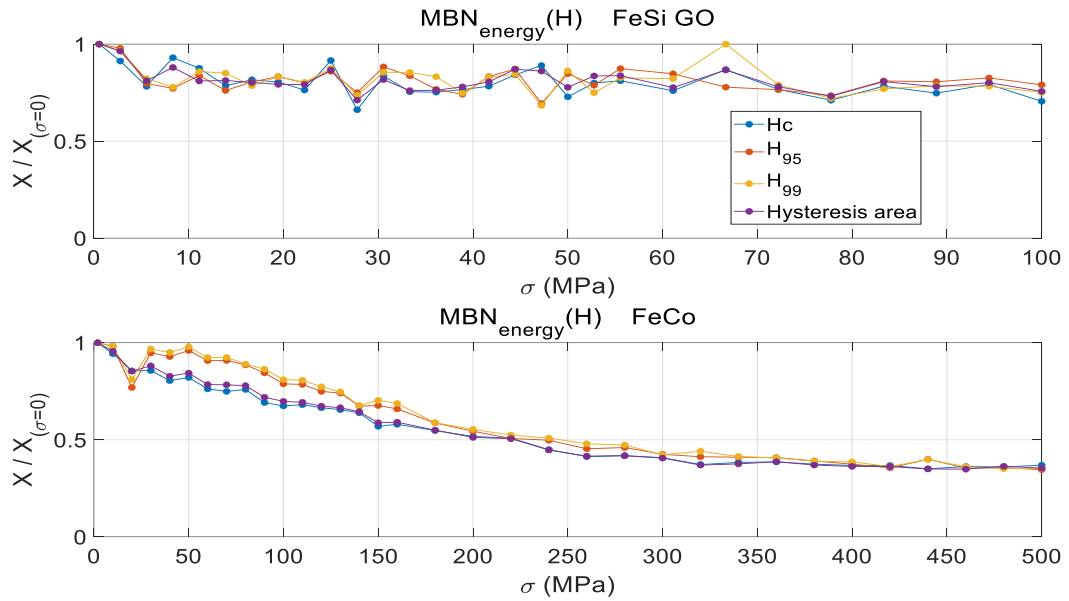


Figure 5.7: évolution relative de différents indicateurs du MBNE(H) pour le FeSi (haut) et le FeCo (bas) en fonction de la contrainte. Source : [106]

Dans les deux cas, l'évolution relative des indicateurs des courbes anhystérétiques et des courbes expérimentales est très similaire, avec un effet marqué pour le FeCo et très peu d'effet pour le FeSi. Si l'évolution du champ coercitif a pu être décrite par l'équation (V.1), elle requiert de calibrer les coefficients à travers plusieurs mesures expérimentales, et elle ne peut pas être généralisée car elle a été dérivée d'une interpolation mathématique. En revanche, l'évolution de H_{95} et H_{99} a été dérivée du MME, ce qui permettrait d'élargir cette méthode à d'autres matériaux. La figure 5.8 montre l'évolution théorique de ces indicateurs à travers les simulations du MME.

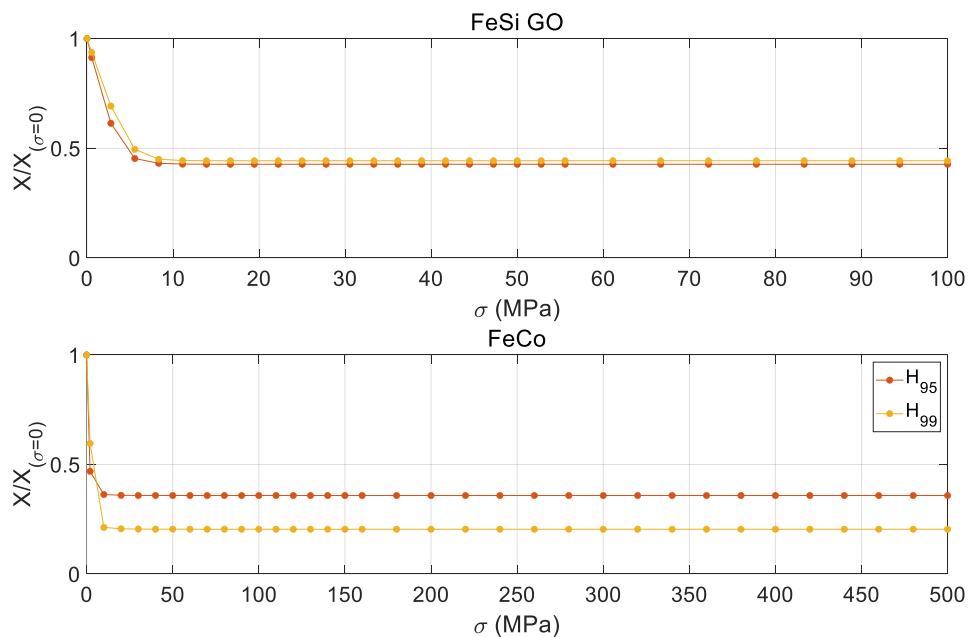


Figure 5.8: évolution relative des champs à saturation sur les courbes anhystérétiques du MME. Source : [106]

Si les mêmes tendances que pour les mesures expérimentales ont pu être retrouvées (notamment, décroissance en exponentielle des champs en fonction de la contrainte), l'amplitude de ces effets ne correspond pas à celle mesurée. La simulation du FeSi montre que le H_{95} diminue de 50% à forte contrainte, et l'effet de la contrainte pour le FeCo sature beaucoup plus rapidement que ce qui a pu être mesuré. Cette différence peut être liée à l'incertitude sur la texture cristallographique de l'échantillon ou bien à la différence entre courbes anhystérétiques et courbes expérimentales [106], ce qui rentre en contradiction avec les hypothèses du modèle par frottement sec. Cette approche est donc encore limitée à des modélisations qualitatives pour l'instant.

Malgré ces limites, l'intérêt du MME réside dans la possibilité de tester des configurations 3D, ce qui sera abordé d'un point de vue qualitatif dans les prochains paragraphes.

I.3 Simulations 2D

I.3.a Rotation du champ magnétique

Dans cette section, l'axe de facile aimantation et la contrainte mécanique suivent la direction $\theta = 0^\circ$, l'aimantation étant libre de tourner sur un plan parallèle à la surface de l'échantillon :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{RD,TD,z}, \vec{H} = \begin{pmatrix} H \cos \theta \\ H \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}_{RD,TD,z} \quad (V.4)$$

Comme on peut le voir dans le diagramme polaire de la figure 5.9, le H_{95} pour le FeCo change radicalement selon la direction choisie. La figure a été normalisée par rapport au H_{95} à contrainte nulle, et les courbes données ne sont pas lisses car la texture simulée a un nombre fini d'orientations cristallographiques (650). Ainsi, les points bruts ont été affichés avec des astérisques, les tendances avec des lignes continues et une bande d'incertitude a été définie en couleurs.

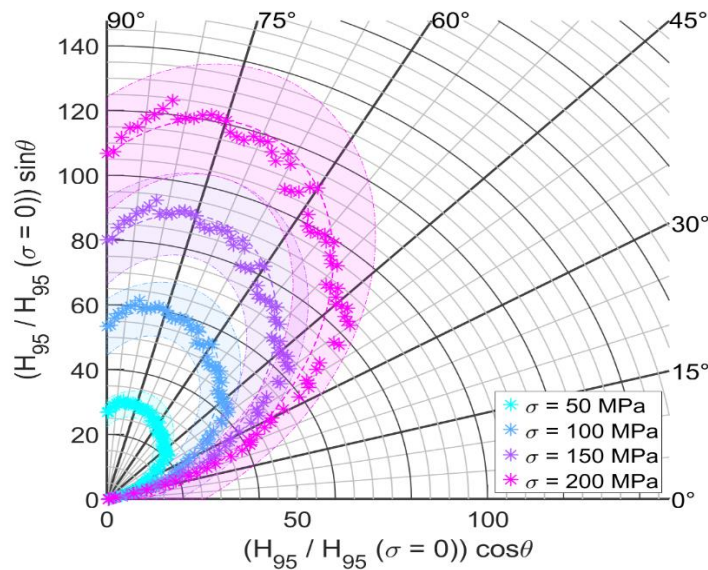


Figure 5.9: évolution relative de H_{95} pour le FeCo FP10 à des contraintes de 50, 100, 150 et 200 MPa appliquées à $\theta = 0^\circ$ en fonction de la direction de l'excitation magnétique.

Dans le cadre des mesures expérimentales ($\theta = 0^\circ$), le H_{95} est un paramètre très peu sensible, alors que le maximum de sensibilité est obtenu avec un angle compris entre 60° et 80° , où le H_{95} est multiplié par 30 dès 50 MPa de contrainte. L'orientation de la contrainte mécanique et de l'excitation magnétique ont donc un effet très important sur les champs à saturation du matériau.

Deux applications potentielles du modèle proposé peuvent être déduites à la fin de cette partie :

- si la direction de la contrainte mécanique est connue, le MME peut être utilisé pour optimiser le placement des capteurs magnétiques de sorte à avoir le maximum de sensibilité ;
- si la direction de la contrainte mécanique n'est pas connue, le MME peut être utilisé pour à la fois retrouver l'intensité et la direction de la contrainte. La relation entre cette dernière et le H_{99} n'étant pas linéaire, plusieurs itérations seront nécessaires pour approximer la contrainte expérimentale.

I.3.b Rotation de la contrainte mécanique

Dans le cas général, une pièce est soumise à une contrainte mécanique multiaxiale, avec à la fois des tractions et des torsions, donc un modèle 3D est nécessaire pour analyser correctement le bruit Barkhausen dans ces cas. Si un certain nombre d'articles ont déjà traité le lien entre réponse magnétique et contrainte mécanique multiaxiale [224]–[229], aucun d'entre eux n'a étudié l'évolution du bruit Barkhausen dans ce cadre. Le MME est une piste potentielle pour modéliser ce phénomène, de par son caractère 3D et par la prise en compte du couplage magneto-mécanique.

On considère dans cette partie une contrainte en traction sur deux axes, X et Y ; l'axe de facile aimantation du matériau et la direction de l'excitation magnétique sont sur l'axe X, comme présenté par l'équation (V.5) :

	$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{RD,TD,Z}, \vec{H} = \begin{pmatrix} H \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{RD,TD,Z}$	(V.5)
--	--	-------

La figure 5.10 montre l'évolution du H_{95} du FeCo dans cette configuration, normalisé de sorte à avoir $H_{95}(\sigma_{xx} = 0, \sigma_{yy} = 0) = 1$.

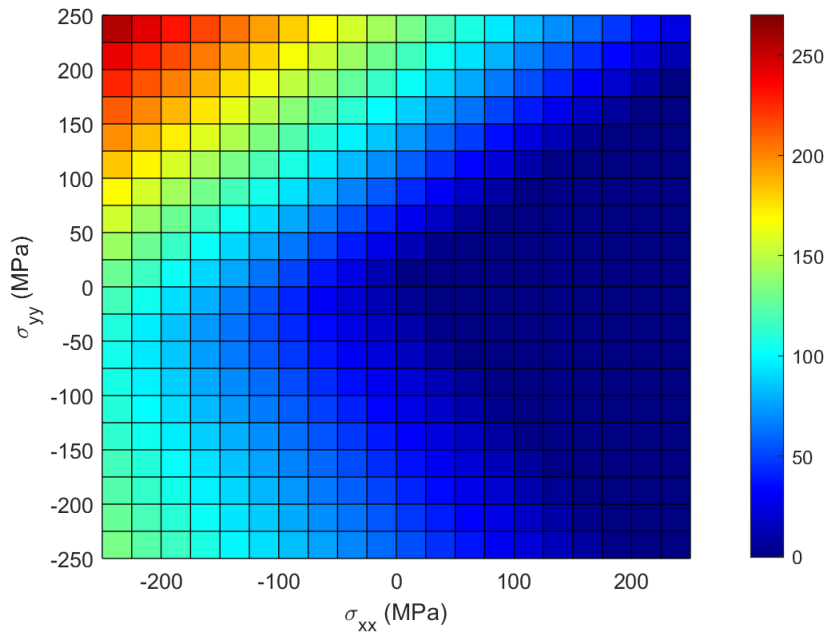


Figure 5.10: évolution du H_{95} normalisé dans le cas d'une contrainte mécanique biaxiale. Source: [106]

Cette figure montre encore une fois que, dans la configuration réalisée expérimentalement (traction et excitation magnétique sur X), la sensibilité du H_{95} modélisé est très faible. Cet indicateur évolue de manière bien plus marquée en présence d'une compression sur au moins un des deux axes : par exemple, sa valeur atteint 250 fois sa valeur initiale si on comprime sur l'axe X et si on tracte sur l'axe Y.

L'appareil expérimental utilisé pour réaliser les mesures ne permet que de faire des mesures avec une contrainte uniaxiale suivant l'axe de facile aimantation et une excitation magnétique colinéaire à cet axe, ce qui limite la validation expérimentale des simulations. Une solution consisterait à utiliser de grandes pièces, comme dans [39], et dans une forme bien spécifique [224] pour pouvoir effectivement modifier la direction de l'excitation magnétique et de la contrainte mécanique.

Ces résultats de simulation expliquent le peu de sensibilité des indicateurs de saturation du FeCo dans le cadre des mesures expérimentales, réalisées seulement avec une traction le long de l'axe X. Le prochain chapitre va essayer d'aller plus loin dans la validation du modèle en essayant des mesures en compression.

II- Traction et compression avec support anti-flambage

Cette section va étendre les mesures expérimentales à la compression uniaxiale, de sorte à vérifier si les résultats issus du MME sont corrects et peuvent donc être exploités. Le problème principal de ces mesures est le flambage du matériau [230], c'est-à-dire que, lors de la compression, l'échantillon va se plier et être déformé [231]. La contrainte ne peut pas être considérée uniforme dans ce cas, et la déformation sera irréversible, donc il faut éviter que l'échantillon ne flambe lors des mesures en compression, ce qui est rendu très compliqué par

l'épaisseur très réduite des échantillons. Cette situation (et les grandeurs utiles) ont été définies à la figure 5.11.

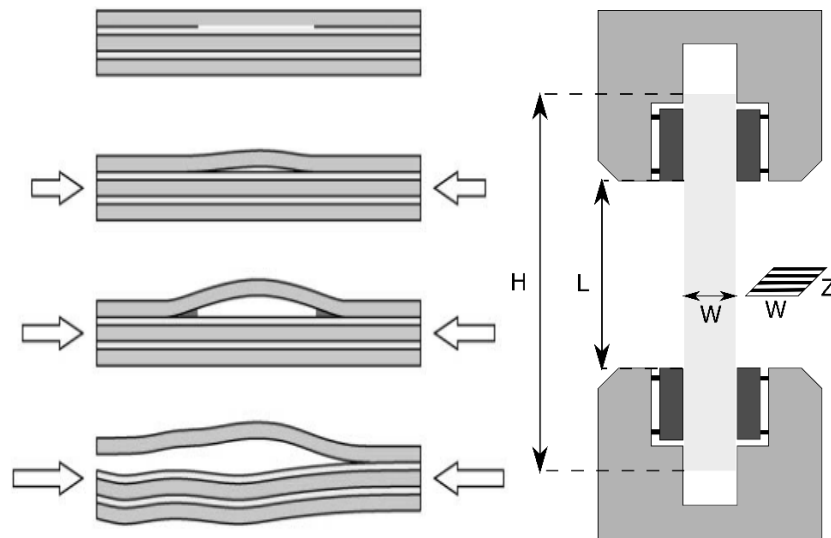


Figure 5.11: Gauche : flambage progressif de la tôle supérieure d'un matériau composite, jusqu'à rupture. Source : [231]. Droite : définition des grandeurs et représentation de l'éprouvette dans les mors de la machine de compression, sans yokes.

Le flambage a été étudié par Euler dans le cas de colonnes élastiques, et a ensuite modifié par plusieurs auteurs comme Young ou De Mises pour avoir de résultats plus proches de l'expérience [232]. On va retenir de tout cela la force maximale qu'on peut appliquer en compression avant flambage, qui est donnée par la **formule d'Euler** [233][234] et qui est simple à calculer:

$$F = \alpha \frac{\pi^2 E I}{L^2}$$

$$F = \alpha \frac{\pi^2 E H W^3}{L^2 12} \quad (\text{V.6})$$

Avec :

- α un coefficient dont la valeur dépend des conditions aux limites de la barre [235]. Dans ce cas, vu qu'on a une liaison encastrement entre la barre et les deux mors de la machine, $\alpha = 0.5$ [236] ;
- E le module de Young du matériau ;
- I le moment quadratique de l'échantillon, ici considéré comme étant un barreau rectangulaire de dimensions W , H et Z sur les axes x , y et z ;
- L la longueur libre du matériau.

En supposant l'effort uniforme dans l'échantillon, la contrainte critique avant flambage est alors donnée par :

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{F}{S} \\ &= \frac{F}{WZ} \\ \sigma &= \alpha \frac{\pi^2 E H W^2}{L^2 12Z}\end{aligned}\quad (V.7)$$

On peut rapidement voir que, si on fixe les dimensions de l'échantillon, la longueur libre L est le seul paramètre libre et doit être réduite au minimum pour pouvoir appliquer une compression adéquate au matériau. Or, elle doit quand même être suffisante pour que les bobines différentielles puissent être enroulées autour de l'échantillon, et la nécessité de rajouter des yokes pour pouvoir exciter magnétiquement le matériau vont donner un autre facteur d'incertitude. En effet, si les yokes sont suffisamment serrés, l'échantillon sera aussi contraint là où les yokes font pression, donc il y aura trois sections libres, comme on peut le voir ci-dessous.

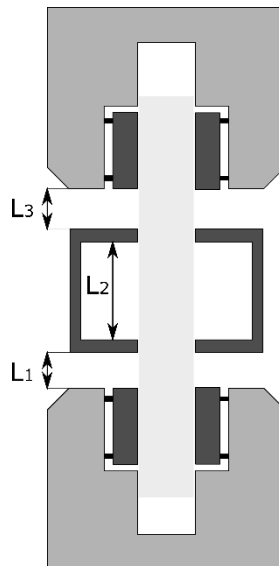


Figure 5.12: détermination de 3 longueurs libres après installation des yokes pour l'excitation magnétique.

Dans ce cas, l'effort maximal avant flambage sera limité par la longueur libre la plus grande (dans le cas de figure, la distance entre pieds des yokes). Cependant, il faut s'assurer que les yokes fassent assez de pression pour surmonter le flambage, ce qui peut ramener une contrainte supplémentaire dans le matériau.

L'effort théorique de flambage a été calculé pour le FeSi GO (longitudinal) et le FeCo FP10.

	E (GPa)	H, W, Z (mm)	L (mm)	F (N)	σ (MPa)
FeSi GO RD	220	280, 0.3, 30	35	558	62.0
FeCo FP10	180	200, 0.2, 12.5	35	96.5	38.7

Les valeurs théoriques sont assez faibles par rapport à la contrainte maximale calculée dans la section précédente, surtout pour le fer-cobalt, ce qui limite considérablement l'étendue des mesures possibles. Cela peut être résolu par l'utilisation d'échantillons plus épais (augmenter

W), mais cela peut être un gros problème à haute fréquence car l'effet de peau va rendre le flux magnétique non-uniforme.

Pour pouvoir quand même avoir des résultats avec des échantillons aussi fins, on a conçu et imprimé grâce à une imprimante 3D un support anti-flambage, qui viendrait comprimer l'échantillon et réduire la longueur libre entre les pieds du yoke. Ce support est troué pour permettre aux yokes de toucher l'échantillon et pour que la sonde à effet Hall puisse s'y approcher le plus possible, tout en résistant aux efforts appliqués [237]. On peut voir dans les figures suivantes que le support anti-flambage est constitué de deux parties : une âme intérieure, qui entre en contact avec l'échantillon, et un cache extérieur, avec des trous permettant à l'ensemble d'être vissé et tenu en place.

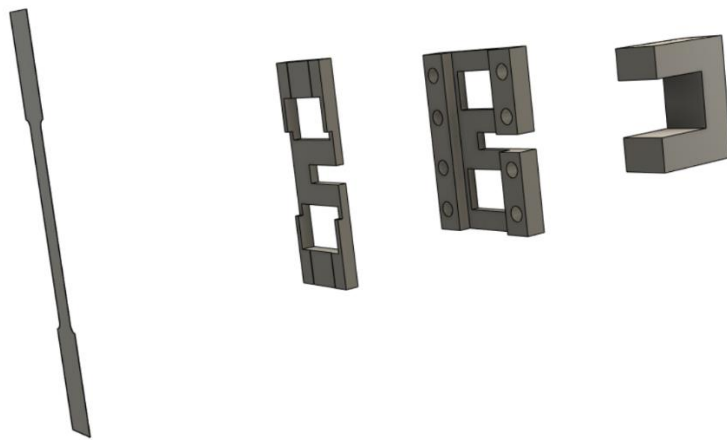


Figure 5.13: perspective éclatée du dispositif anti-flambage (deux pièces centrales) entre l'échantillon (gauche) et un yoke (droite).

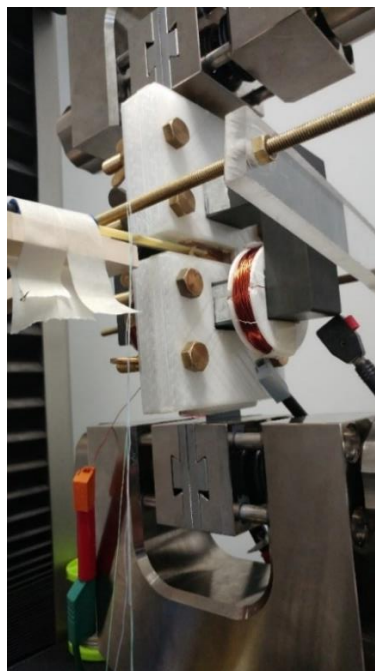


Figure 5.14: montage complet sur la machine de traction (éprouvette, support anti-flambage en blanc, yokes en gris foncé). Sont aussi visibles la sonde à effet Hall (gauche), les mors de la machine de traction et la bobine d'excitation du yoke.

Si le support anti-flambage peut être imprimé simplement, il a été vu que son application modifie considérablement le cycle $B(H)$ du matériau, comme on peut le voir à la figure 5.15. Notamment, le cycle $B(H)$ dans ce cas est aplati, la perméabilité étant plus faible, et le champ coercitif est plus faible. Cela a été mis en lien avec une contrainte supplémentaire apportée par le support anti-flambage, dû soit à la compression amenée par les vis de fixation, soit par un éventuel pliage de l'échantillon à cause de soucis d'alignement, impossibles à voir depuis l'extérieur.

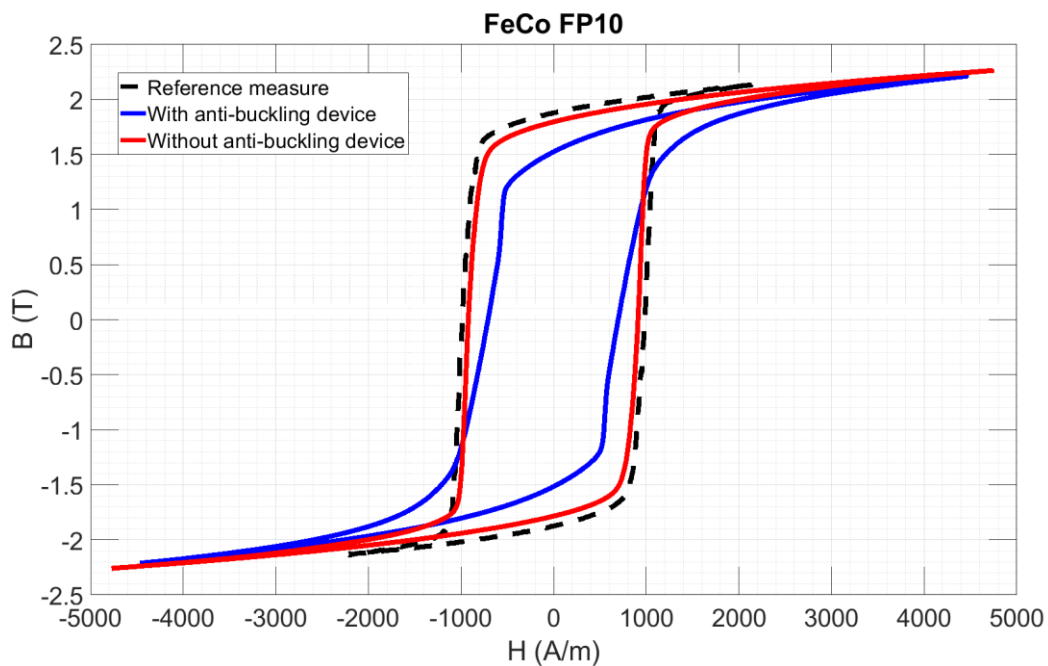


Figure 5.15: cycle $B(H)$ pour le FeCo FP10 avec et sans le support anti-flambage.

Dans la suite, on a considéré que le support anti-flambage ramène une contrainte constante lors d'une mesure, contrainte qui ne sera pas modifiée par la contrainte apportée par la machine de traction. Ce cas de figure peut être simulé grâce au MME, mais les résultats expérimentaux ont été comparés aux résultats de simulation sans contrainte supplémentaire. Les figures ci-dessous montrent l'évolution du cycle $B(H)$ et du champ coercitif pour les deux matériaux testés.

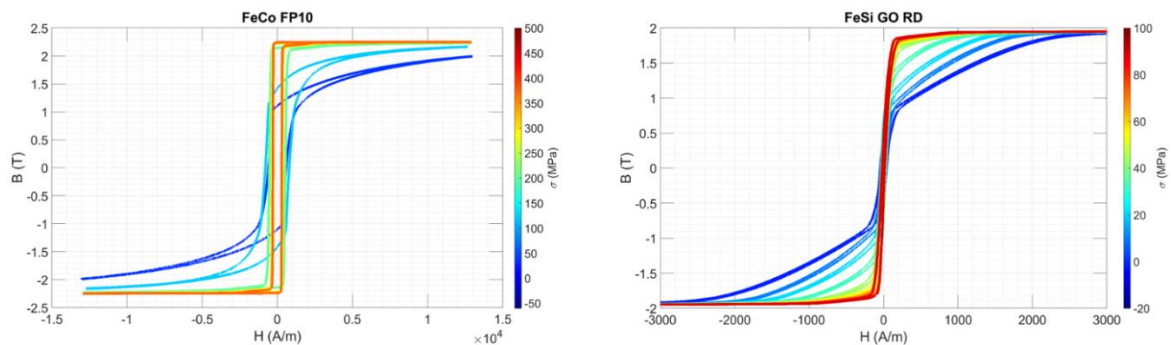


Figure 5.16: évolution du cycle $B(H)$ en compression et en traction pour le FeCo FP10 (gauche) et le FeSi GO RD (droite).

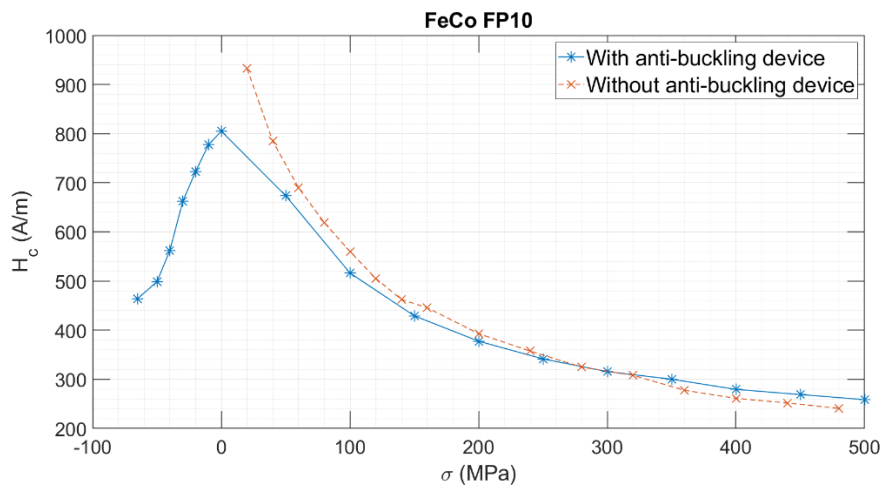


Figure 5.17: champ coercitif pour le B(H) du FeCo FP10 avec et sans support anti-flambage.

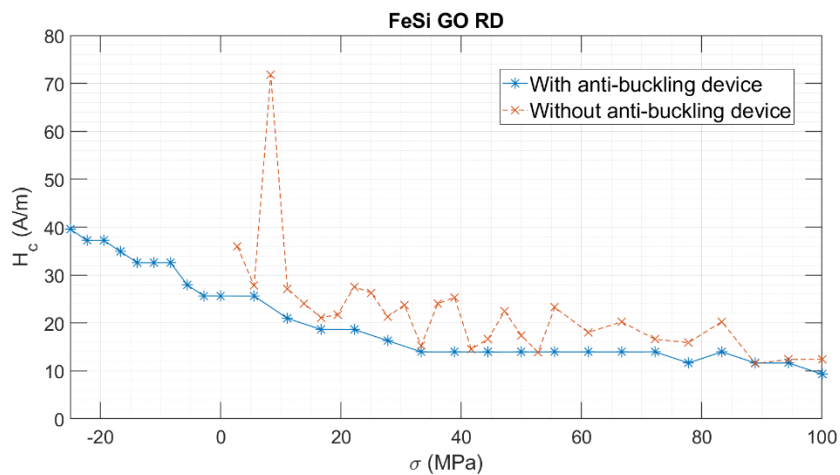


Figure 5.18: champ coercitif pour le B(H) du FeSi GO RD avec et sans support anti-flambage.

En traction, les valeurs avec et sans support anti-flambage sont comparables (sauf un pic parasite pour le FeSi GO vers 10 MPa), tout comme la même tendance en exponentielle négative pour le FeCo. Les cycles B(H) des deux matériaux se raidissent quand on passe de la compression à la traction, ce qui est plausible avec les mesures de la section précédente. De plus, pour le FeSi on a une deuxième phase avec une perméabilité plus faible que près du champ coercitif, ce qui va influencer la valeur des champs à saturation. L'influence du support anti-flambage peut être « compensée » par l'application d'une traction, ce qui justifie l'hypothèse que le support comprime le matériau testé.

Les deux matériaux se comportent différemment en compression :

- le champ coercitif du FeCo diminue progressivement avec l'intensité de la compression. Cependant, cette décroissance suit une loi différente de celle obtenue en traction ;
- le champ coercitif du FeSi ne change pas beaucoup avec ou sans support-anti-flambage, et le champ coercitif augmente avec la compression. Malgré l'aspect

échelonné de la courbe, lié à l'échantillonnage des cycles B(H), on peut reconnaître une évolution en exponentielle négative dans ce cas :

$$H_c(\sigma) = H_c(+\infty) + a e^{-\frac{\sigma}{\sigma_c}} \quad (V.8)$$

On peut voir, dans la figure suivante, l'évolution du champ à saturation, expérimentalement et à travers les simulations du MME. Il faut remarquer que les données en compression pour le FeCo FP10 ne sont pas disponibles car l'excitation magnétique choisie n'a pas été suffisante pour magnétiser convenablement l'échantillon.

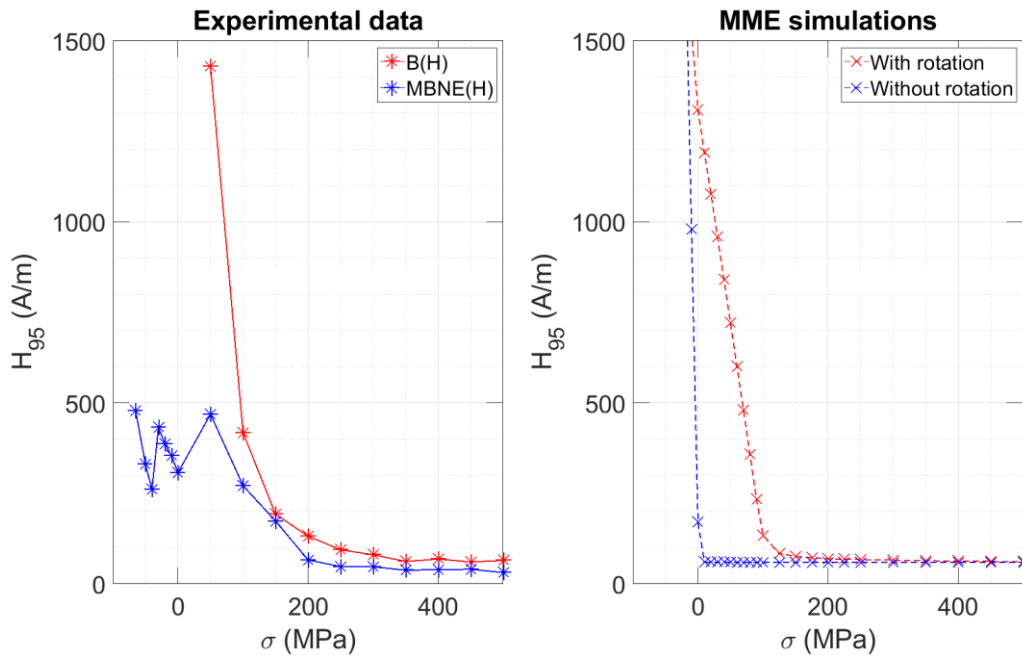


Figure 5.19: H_{95} expérimental (gauche) et simulé (droite) pour le B(H) et le MBNE(H) pour le FeCo FP10.

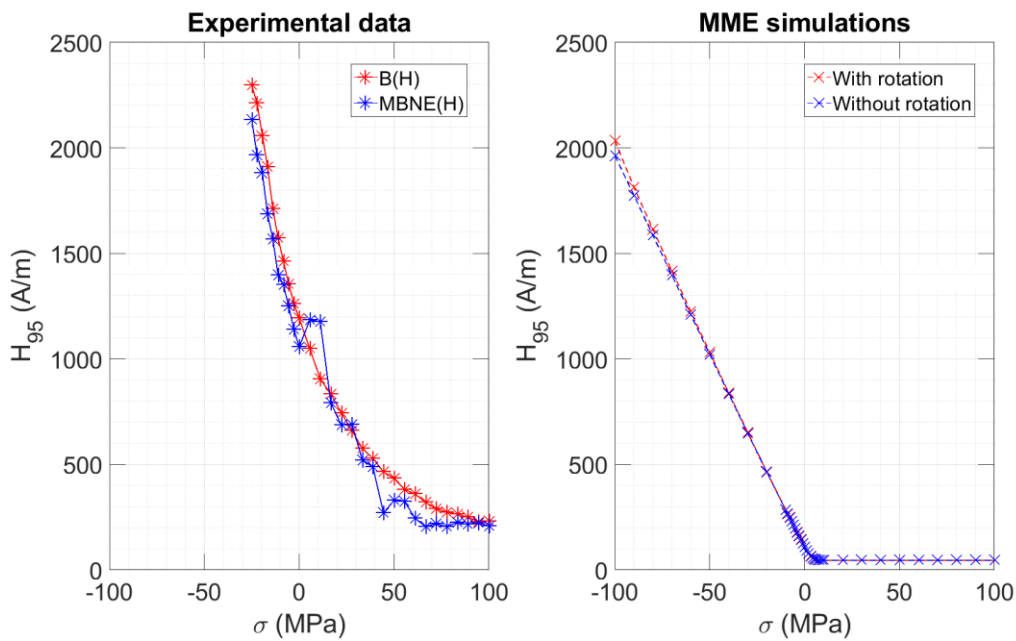


Figure 5.20: H_{95} expérimental (gauche) et simulé (droite) pour le B(H) et le MBNE(H) pour le FeSi GO RD.

Le MME parvient à simuler les bonnes tendances pour le H_{95} , notamment le fait qu'il n'y ait pas de différence entre le H_{95} du B(H) et celui du MBNE(H) pour le FeSi, que le H_{95} diminue en passant de la compression à la traction et qu'un plateau est atteint à forte traction. Cependant, l'effet du support anti-flambage n'a pas été modélisé, ce qui peut expliquer pourquoi le « coude de transition » dans le cas du FeSi est beaucoup plus étroit en modélisation que dans l'expérience.

Conclusion de ce chapitre

Ce chapitre a montré que le MME permet de faire des simulations 3D à la fois en contrainte mécanique et en excitation magnétique, et ses prédictions ont été testées dans le cas simple où une contrainte 1D et uniforme a été appliquée. La séparation de la contribution de la rotation de celle des mouvements de parois, décrite en détail dans le chapitre précédent, a pu être appliquée dans le cas de la traction, avec une bonne reconstruction des cycles B(H) et MBNE(H) à travers le MME et un modèle de frottement sec. Cela reste une approche empirique, vu que la valeur du champ coercitif n'est pas calculée, mais des comparaisons peuvent être faites avec des indicateurs issus du MBNE, notamment les champs à saturation à 95 et 99%. Ces valeurs ont été choisies pour fixer le seuil à partir duquel on n'a presque plus de bruit Barkhausen, ce qui porte à la saturation du cycle MBNE(H). Les indicateurs du B(H) (champ coercitif et aire du cycle d'hystérésis) ont une évolution comparable à ceux des indicateurs du MBNE(H), ce qui est une piste potentielle pour lier les deux et étudier l'échantillon à travers le bruit Barkhausen. Par contre, le MME ne donne que la tendance de l'évolution des paramètres de par l'utilisation d'une texture moyenne, donc de comparaisons quantitatives avec l'expérience ne sont pas encore possibles.

L'intérêt de cette approche est de pouvoir simuler le comportement du matériau en trois dimensions, et les simulations réalisées étudient l'évolution des indicateurs du MBNE(H) issus du MME. Une direction optimale pour l'excitation magnétique a été trouvée, ce qui peut être exploité pour optimiser le placement des capteurs magnétiques. Un autre test a permis de mesurer l'effet d'une traction ou compression 2D sur le H_{95} , et il suggère qu'une compression va améliorer considérablement la sensibilité de cet indicateur. L'appareil expérimental actuel ne permet pas de faire des tests avec une contrainte multiaxiale, mais de mesures complémentaires ont été réalisées avec une compression uniaxiale, et les résultats obtenus, bien que limités, semblent confirmer cela.

Une exploitation plus poussée de ces résultats n'est pas possible sans retravailler le support anti-flambage et mieux définir son effet sur le cycle B(H). En effet, seule la plus simple des structures détaillées dans [237] a été réalisée, et cette solution est inadaptée car comprimer le matériau peut le porter à frotter sur le support, ce qui modifie sa contrainte interne. De plus, les bobines de la mesure magnétique ayant été placées très proches des yokes pour réduire au minimum la longueur libre du matériau, une contrainte locale a pu influencer les mesures magnétiques. La déformation liée à la magnétostriction n'a pas été considérée non plus, et dans la configuration actuelle le matériau est bloqué en translation par le support, donc cette déformation (et la contrainte associée) peut modifier les mesures effectuées. Des solutions envisagées pour de futures mesures sont :

- réaliser le support anti-flambage en deux morceaux (haut et bas), ce qui permet de réduire l'influence de la contrainte due à la magnétostriction ;
- réaliser les mesures avec une seule bobine, de sorte à minimiser la longueur libre et pouvoir aller plus loin en compression ;
- utiliser des roulements ou des feuilles de PTFE pour minimiser les frottements entre échantillon et support [237] ;
- faire des simulations éléments finis pour caractériser la distribution des contraintes quand le support anti-flambage est appliqué pour pouvoir mieux quantifier son effet sur le cycle B(H).

Partie 6

Asservissement du B(H) et effets sur le bruit Barkhausen

Cette dernière partie va se concentrer sur les problématiques d'avoir un B sinusoïdal. Bien que ce ne soit pas le cas des mesures Barkhausen habituelles, avoir un B sinusoïdal permet d'appliquer le STL aux cycles MBNE(H), ce qui peut les rapprocher des cycles B(H). Un état de l'art sur l'asservissement itératif de B a été réalisé, et le P-ILC a été étudié à travers des simulations pour en dégager des conditions pour avoir un asservissement correct. Enfin, les mesures réalisées avec l'asservissement seront analysées et commentées pour vérifier la validité du STL pour le MBNE.

Table des matières

I – Introduction.....	108
II – État de l'art sur l'asservissement de B.....	110
III – Simulations du P-ILC sous MATLAB.....	112
III.1 Définition des grandeurs.....	112
III.2 Variation des gains PID.....	114
III.3 Influence des perturbations.....	116
III.4 Étude avec une source réelle.....	117
III.5 Améliorations pour le P-ILC.....	119
IV – Exploitation des mesures.....	122
IV.1 Influence de la bobine d'excitation sur la mesure du bruit Barkhausen.....	122
IV.2 Reconstruction du cycle MBNE(H).....	125
IV.3 Vérification de STL pour le MBNE.....	130
Conclusion.....	133

I – Introduction

Dans les chapitres précédents, on a pu voir comme le MBNE peut donner une courbe d'hystérésis très proche du cycle $B(H)$ du matériau, mais on n'a pour l'instant qu'une comparaison qualitative car le MBNE est défini à un coefficient de proportionnalité ν près, sans lien *a priori* avec le cycle $B(H)$.

Une piste intéressante pour résoudre ce point est la théorie de la séparation des pertes. En effet, différents phénomènes agissent en même temps pour définir le cycle $B(H)$ du matériau, l'un d'entre eux étant le mouvement des parois de domaine, et leur dépendance fréquentielle est caractéristique pour chaque phénomène. Il a été remarqué dès le 19^{ième} siècle que les pertes par hystérésis augmentent avec la fréquence, et plusieurs modèles empiriques ont été réalisés depuis pour reproduire cette tendance. Les pertes par hystérésis E correspondent à la surface du cycle $B(H)$ et sont des énergies volumiques :

$$\begin{aligned} E &= \oint B(H)dH && \left[\frac{J}{m^3} \right] \\ E_{tot} &= V_{sample} \cdot E && [J] \\ P &= E \cdot f && \left[\frac{W}{m^3} \right] \end{aligned} \quad (VI.1)$$

Ces pertes sont très étudiées car elles réduisent considérablement les rendements des systèmes fonctionnant en régime alternatif, comme les transformateurs et les moteurs, et ces pertes dissipent de l'énergie en chauffant le système, ce qui peut engendrer de nombreux problèmes. Un premier modèle empirique pour ces pertes a été établi par Steinmetz à la fin du 19^{ième} siècle [238], redécouvert dans les années '90. Ce modèle, défini seulement pour des aimantations B sinusoïdales, postule que les pertes par hystérésis suivent une loi puissance de la fréquence d'excitation et de l'amplitude de B [239] :

$$P = k f^a B_{max}^b \quad (VI.2)$$

k , a et b sont trois paramètres phénoménologiques, qui dépendent donc des conditions d'aimantation et du système étudié. Ce modèle a été modifié et appliqué à un nombre croissant de cas au cours des années [240].

La séparation des pertes a été mentionnée pour la première fois dans les années '20 avec le modèle de Jordan [241], qui a supposé que les pertes par hystérésis puissent se séparer en deux composantes, l'une dynamique (et proportionnelle au carré de la fréquence) et l'autre statique (linéairement proportionnelle à la fréquence). Cela donne :

$$P = P_{st} + P_{dyn} = \alpha f + \beta f^2 \quad (VI.3)$$

Ce modèle a deux paramètres d'ajustement : α et β . Cette équation a souvent été améliorée en considérant un terme excédentaire [242] :

$$P = P_{st} + P_{dyn} + P_{exc} \quad (VI.4)$$

Cette loi empirique a trouvé sa justification théorique avec la théorie statistique des pertes (STL, pour Statistical Theory of Losses), proposée en 1988 [243]. Chaque terme a été lié à de phénomènes physiques :

- le terme statique P_{st} est la limite des pertes par hystérésis quand la fréquence d'excitation tend vers 0. Ce terme est dû à la présence de phénomènes dissipatifs extrêmement localisés, à des échelles inférieures à la microseconde et au micromètre.
- le terme dynamique (ou classique) P_{dyn} est lié à la dissipation d'énergie dans un matériau uniformément magnétisé et sans parois de domaine. Cela inclut les courants de Foucault et d'autres phénomènes macroscopiques, à une échelle où les mouvements de paroi sont moyennés et leur contribution nulle.
- le terme excédentaire P_{exc} est justifié dans le cadre du STL en étudiant le comportement d'un objet magnétique aléatoire. Ce dernier peut être donc rapproché des mouvements des parois de domaine, et donc au bruit Barkhausen.

La loi donnant les pertes par hystérésis en fonction de la fréquence peut alors être écrite comme suit :

$$P = a_{st} f + a_{cl} f^2 + a_{exc} f^{1.5} \quad (VI.5)$$

avec a_{st} , a_{cl} et a_{exc} trois constantes dépendant du système expérimental et de l'échantillon. Cette loi suppose que le flux magnétique soit sinusoïdal et uniforme, donc elle n'est plus valide dès que l'effet de peau est important, surtout quand l'échantillon est épais. Elle peut être adaptée au cas haute fréquence, mais les constantes vont devoir être modifiées en prenant en compte le facteur de forme effectif [244]. Malgré cela, le STL a été très utilisé depuis sa formulation pour prévoir et justifier l'allure des pertes par hystérésis en fonction de la fréquence [244]–[247].

Le STL donne une loi pour les puissances, mais l'expression pour les énergies peut être obtenue en divisant par la fréquence:

$$E = \frac{P}{f} = a_{st} + a_{cl} f + a_{exc} \sqrt{f} \quad (VI.6)$$

On a déjà vu comme, du point de vue de la modélisation, on peut lier le bruit Barkhausen à la composante irréversible de B. Le MBNE étant un cycle d'hystérésis obtenu à partir du bruit Barkhausen, on pourrait s'attendre à pouvoir appliquer le STL aussi au MBNE. Cela devrait donner une expression dans laquelle la composante classique a été annulée, ce qui peut s'écrire :

$$E_{MBNE} = b_{st} + b_{exc} \sqrt{f} \quad (VI.7)$$

L'objectif est de déterminer si l'équation (VI.7) est satisfaite expérimentalement, et, si oui, comment lier b_{st} et b_{exc} aux valeurs du STL appliqué au B(H). Cependant, les mesures du bruit Barkhausen se font très souvent avec un courant d'excitation ou une excitation magnétique H triangulaire (avec donc un dH / dt constant) [212], alors qu'une des hypothèses du STL est d'être à B sinusoïdal.

Le problème à résoudre est classique : ayant un système SISO (Single Input, Single Output) non-linéaire, quelle entrée $x(t)$ faut-il lui donner pour que sa sortie $y(t)$ ait la forme voulue ? La solution standard est de rajouter un contrôleur et faire de l'asservissement sur x , vu qu'une solution analytique du problème soit n'existe pas, soit elle est très difficile à calculer sans information *a priori*. On se retrouve plutôt dans le deuxième cas, car on peut assimiler le matériau à un système non-linéaire, dynamique et avec hystérésis, ce qui complexifie grandement la résolution analytique.

L'asservissement du champ magnétique B pourrait être réalisé en temps-réel, mais cela requiert un système d'acquisition très rapide, et la précision atteinte n'est pas souvent suffisante, surtout en présence de perturbations [248]. La solution retenue est de procéder de façon itérative :

- on donne en entrée au système l'entrée $x(n, t)$, avec n le numéro de l'itération ;
- on mesure la sortie mesurée $y_M(n, t)$;
- l'erreur $\epsilon(n, t) = y_G(t) - y_M(n, t)$ est calculée, avec $y_G(t)$ la consigne (la forme d'onde voulue à la sortie) ;
- l'entrée x est mise à jour en prenant en compte l'erreur :

$$x(n + 1, t) = x(n, t) + F[\epsilon(n, t)] \quad (\text{VI.8})$$

avec F une fonction définie par l'asservissement implémenté.

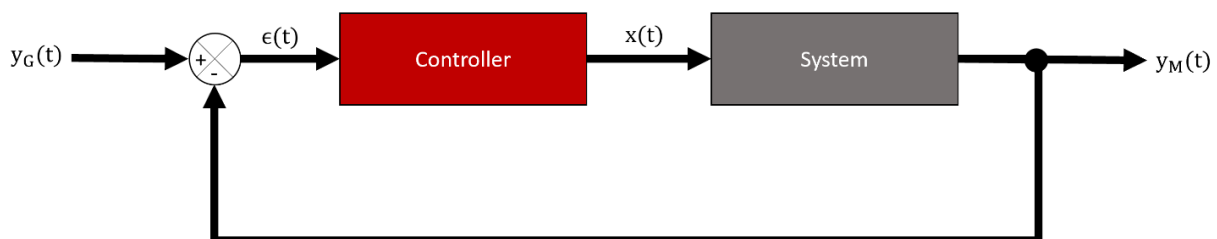


Figure 6.1: schéma théorique du problème d'asservissement.

II – Critères de choix de la méthode itérative à implémenter

Avant d'implémenter l'asservissement de B pour la mesure du bruit Barkhausen, il fallait choisir une méthode appropriée, et plusieurs critères ont été considérés :

- **Nombre d'itérations** : un petit nombre d'itérations avant convergence est un objectif très important, surtout à de fréquences très faibles, où chaque itération prend plusieurs minutes, et à de fréquences très élevées, où les pertes par hystérésis vont chauffer le système rapidement et affecter sa réponse ;
- **Précision** : la sortie devrait être la plus proche possible de la consigne. La distance entre les deux fonctions peut être calculée de plusieurs façons différentes, à travers par exemple la différence euclidienne relative la différence de facteur de forme ou la dissimilarité de Pearson. Chaque distance donnant des informations différentes, elles seront souvent associées pour déterminer les performances d'un système d'asservissement ;
- **Nombre de paramètres** : l'asservissement sera optimal pour un certain jeu de paramètres, qui doivent donc être ajustés pour chaque nouvelle mesure. Optimiser un

grand nombre de paramètres demande un grand nombre de mesures de calibration, ce qui rallonge les temps de mesure, donc un asservissement avec un faible nombre de paramètres est préférable ;

- **Robustesse** : une mesure expérimentale étant toujours perturbée par de signaux parasites (offset, dérive, bruit blanc, ...), l'asservissement devrait pouvoir converger malgré cela ;
- **Contraintes en mémoire et temps de calcul** : la méthode d'asservissement idéale devrait calculer l'entrée pour la nouvelle itération très rapidement et être peu gourmande en mémoire, ce qui permettrait de l'implémenter même sur des systèmes embarqués. Ce critère est un point faible pour toute méthode basée sur l'inversion de matrices carrées ;
- **Universalité** : la méthode d'asservissement idéale devrait avoir de performances satisfaisantes dans différentes conditions expérimentales sans devoir calibrer finement ses paramètres.

Il faut déjà noter que la méthode idéale n'existe pas : de nombreuses méthodes ont déjà été implémentées [101][212][249]–[252], et chacune d'entre elles est performante dans de situations spécifiques. On a réalisé une revue des méthodes d'asservissement déjà publiées et utilisées pour l'asservissement de l'induction magnétique B [253], et le tableau récapitulatif de cette étude a été reproduit ici.

	Nombre de variables	Temps d'exécution (par itération)	Vitesse de convergence	Précision	Fréquence d'échantillonnage possible	Robustesse
P-ILC / FDP-ILC	1	Faible	Moyenne à élevée	Élevée	Élevée	Élevée
FSP-ILC	1	Moyenne	Moyenne à élevée	Moyenne	Élevée	Élevée
PhC-P-ILC	2	Moyenne	Moyenne	Élevée	Élevée	Élevée
PhC-MGD	2	Moyenne	Élevée	Élevée	Moyenne	Faible
QNM	6	Élevée	Élevée	Élevée	Faible	Faible
LSM-PI	N	Très élevée	Élevée	Élevée	Moyenne	Faible

La méthode qui a été retenue dans le cadre des mesures Barkhausen est le **P-ILC** (Proportional Iterative Learning Control), qui peut être considéré la version itérative du PID. En effet, le PID modifie la sortie selon l'équation suivante, avec K_P , K_I et K_D respectivement le gain proportionnel, intégral et dérivatif :

$$x(t) = K_P \epsilon(t) + K_I \int_0^t \epsilon(s) ds + K_D \frac{d\epsilon}{dt} \quad (\text{VI.9})$$

Le PID peut être modifié pour qu'il fonctionne de façon itérative, et cela donne le **PID-ILC** [254], [255] :

$$\begin{aligned} x(n+1, t) &= x(n, t) + \Delta x(n, t) \\ \Delta x(n, t) &= K_P \epsilon(n, t) + K_I \int_0^t \epsilon(n, s) ds + K_D \frac{d\epsilon}{dt}(n, t) \end{aligned} \quad (\text{VI.10})$$

Le P-ILC est la version simplifiée du PID-ILC dans lequel seul K_P a une valeur non nulle :

$$x(n+1, t) = x(n, t) + K_P [y_G(t) - y_M(n, t)] \quad (\text{VI.11})$$

III – Simulations du P-ILC sous MATLAB

III.1 Définition des grandeurs

Pour étudier le fonctionnement, les performances et les limites du P-ILC, un système non-linéaire a été simulé sur MATLAB et un asservissement numérique a été implémenté pour avoir une sortie donnée. Ce système est donné par l'équation suivante, choisie car elle peut être inversée analytiquement :

$$y = F(x) = \frac{2}{\pi} \operatorname{atan}(x) \quad (\text{VI.12})$$

$$x = F^{-1}(y) = \tan\left(\frac{\pi}{2}y\right) \quad (\text{VI.13})$$

Ce système n'a pas d'hystérésis, car cela ralentirait considérablement les calculs, mais il donne une réponse similaire à celle d'un matériau magnétisé, notamment la saturation et la réponse non-linéaire. Pour la suite, deux cas ont été étudiés:

Saturation légère

$$y_G(t) = 0.75 \sin(2\pi f_{exc}t) \quad (\text{VI.14})$$

Saturation profonde

$$y_G(t) = 0.95 \sin(2\pi f_{exc}t) \quad (\text{VI.15})$$

La liste des variables avec leur nom est donnée ci-dessous.

	Nom	Valeur par défaut
f_s	Fréquence d'échantillonnage (Hz)	1000
f_{exc}	Fréquence d'excitation (Hz)	1
K_P	Gain proportionnel	2.7
K_I	Gain intégral	0
K_D	Gain dérivatif	0
v_{BX}	Amplitude bruit blanc (sur x)	0
v_{BY}	Amplitude bruit blanc (sur y)	0
v_{DY}	Amplitude dérive	0
f_0	Fréquence critique (Hz)	1000000
ξ	Coefficient d'amortissement	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
τ	Délai (s)	0

Comme on peut le voir, le cas par défaut concerne un cas idéal, avec une source parfaite et aucun bruit parasite ou délai de réponse. Ces cas seront considérés plus loin.

Dans la suite, on définit y_G la consigne, y la mesure et \dot{y} sa dérivée, et on n'écrit pas les indexes de la somme pour alléger la notation ($\sum x \equiv \sum_1^N x[i]$). Les fonctions de performances peuvent donc s'écrire :

Erreur relative euclidienne

$$d_{RED} = \frac{\sum (y_G - y)^2}{\sum y_G^2} \quad (VI.16)$$

Distance de Pearson

$$k_P = \frac{\sum y_G \cdot y}{\sqrt{(\sum y_G^2) \cdot (\sum y^2)}} \quad (VI.17)$$
$$d_P = \sqrt{1 - k_P}$$

Différence d'amplitude

$$d_{AMPL} = |\max(y_G) - \min(y_G) - [\max(y) - \min(y)]| \quad (VI.18)$$

Différence de facteur de forme

$$FF(x) = \frac{RMS(x)}{AVG(|x|)} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum x^2}}{\frac{1}{N} \sum |x|} \quad (VI.19)$$
$$d_{FF} = |FF(y_G) - FF(\dot{y})|$$

Taux de distorsion harmonique (THD)

$$\dot{y}(t) = \sum_{k=0}^m \gamma_k \sin(2\pi k f_1 t + \phi_k) \quad (VI.20)$$
$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^m \gamma_k^2}}{\gamma_1}$$

Il faut remarquer que la différence de facteur de forme et le THD s'appliquent à **la dérivée** de la mesure, ce qui rend ces critères très difficiles à atteindre car les harmoniques hautes fréquences vont être amplifiées :

$$y(t) = \sum_{k=0}^m \gamma_k \sin(2\pi k f_1 t + \phi_k) \quad (VI.21)$$
$$\Rightarrow \dot{y}(t) = \sum_{k=0}^m 2\pi k f_1 \gamma_k \cos(2\pi k f_1 t + \phi_k)$$

De plus, le THD ne s'applique que pour une consigne sinusoïdale.

Chaque fonction de performance est sensible à différentes perturbations : par exemple, le THD n'est pas sensible à un déphasage en temps, et le coefficient de Pearson est normalisé

par l'amplitude, donc la distance de Pearson ne détecte pas de problèmes d'amplitude. Le tableau ci-dessous donne la sensibilité de ces mesures pour certaines perturbations.

Fonction de performance	Bruit blanc	Offset	Amplification	Déphasage
Distance relative euclidienne	Oui	Oui	Oui	Oui
Distance de Pearson	Oui	Non	Non	Oui
Différence d'amplitude	Oui	Non	Oui	Non
Différence de facteur de forme	Oui	Oui	Non	Non
THD	Oui	Non	Non	Non

Tous les graphiques de cette section montrent l'erreur relative euclidienne en échelle logarithmique entre 100% et $10^{-5}\%$ (10^0 et 10^{-7}), étant presque impossible d'atteindre une précision plus élevée dans le cas expérimental.

III.2 Variation des gains PID

Cette section montre l'influence des gains PID sur la précision atteinte par le PID-ILC en simulation.

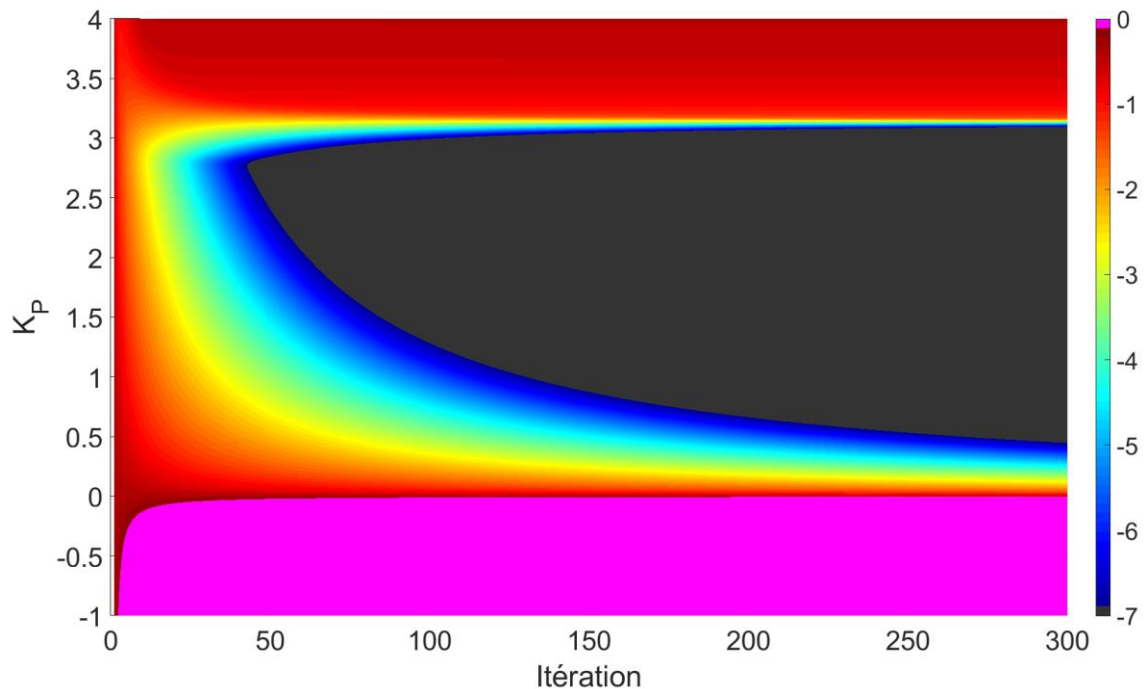


Figure 6.2: erreur relative en fonction du nombre d'itération et K_p .

L'évolution de l'erreur relative suit la même tendance que pour un PID standard : le gain doit être positif, mais il ne doit pas dépasser une valeur seuil sous peine de divergence (dans ce

cas de figure, ce seuil vaut environ 3). L'erreur diminue plus rapidement si le coefficient est élevé, et dans notre cas la valeur idéale de K_P est environ 2.7.

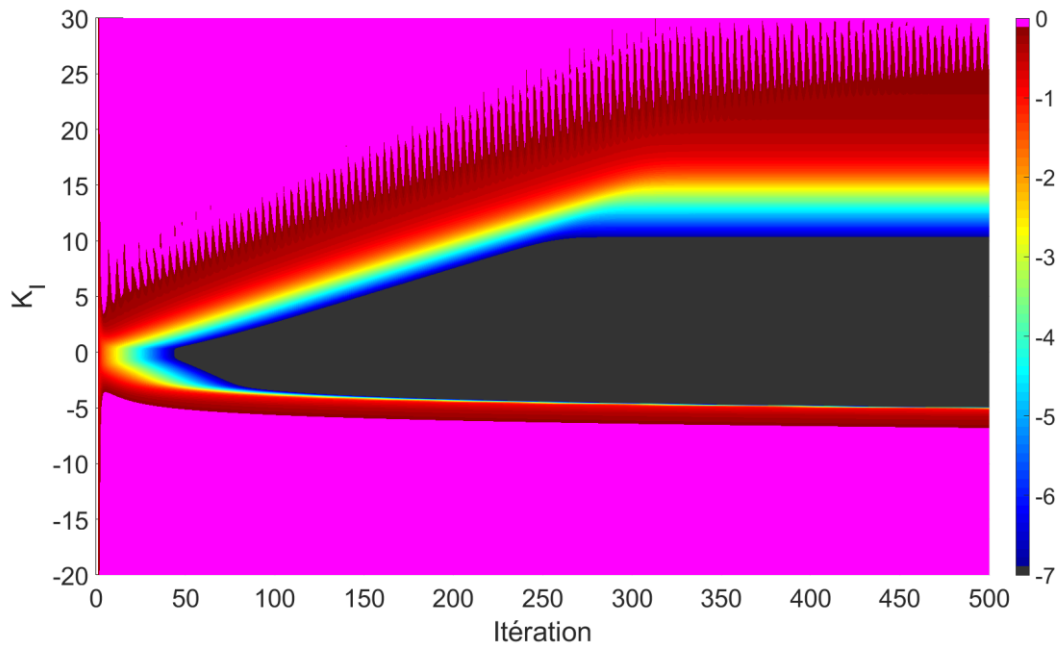


Figure 6.3: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itération et K_I .

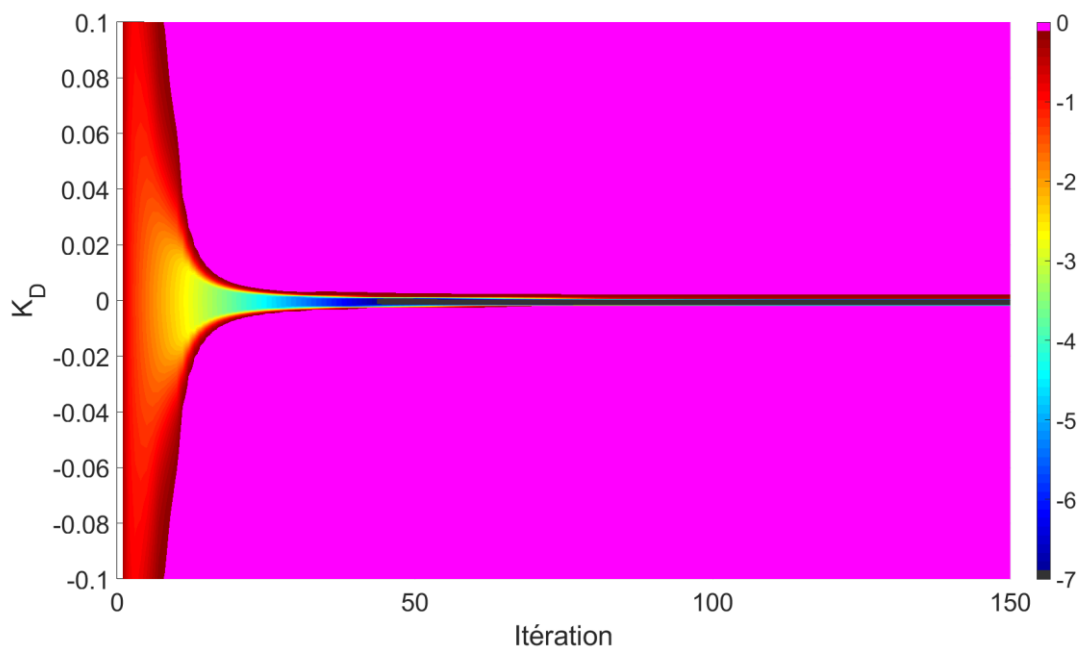


Figure 6.4: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itération et K_D .

Les deux figures ci-dessus montre que, si la valeur optimale pour K_P a été choisie, alors les valeurs optimales pour K_I et K_D sont très faibles, donc le PID-ILC peut être simplifié et donner un P-ILC, réduisant de 2 le nombre de paramètres à optimiser. Ceci est une différence majeure par rapport au PID temps réel, où les gains intégral et dérivatif améliorent respectivement l'erreur statique et la vitesse de réponse.

III.3 Influence des perturbations

Cette section va étudier l'influence du bruit blanc sur la mesure. Pour cela, la mesure va devenir :

$$\begin{aligned}x_{eff} &= x + v_x BB(t) \\y_{eff} &= F(x_{eff}) + v_y BB(t) + v_{yd} \int_0^t BB(t)dt\end{aligned}\tag{VI.22}$$

Avec v_x l'amplitude du bruit blanc sur la commande, v_y l'amplitude du bruit blanc sur la mesure, v_{yd} l'amplitude (non normalisée) de la dérive et $BB(t)$ une variable aléatoire (différente à chaque appel) suivant une loi uniforme entre -1 et 1.

La figure 6.5 montre que l'amplitude de bruit blanc sur la commande et sur la mesure vont impacter de manière significative les performances du P-ILC. Ainsi, la distance relative euclidienne sera proportionnelle au maximum entre les amplitudes de ces deux bruits.

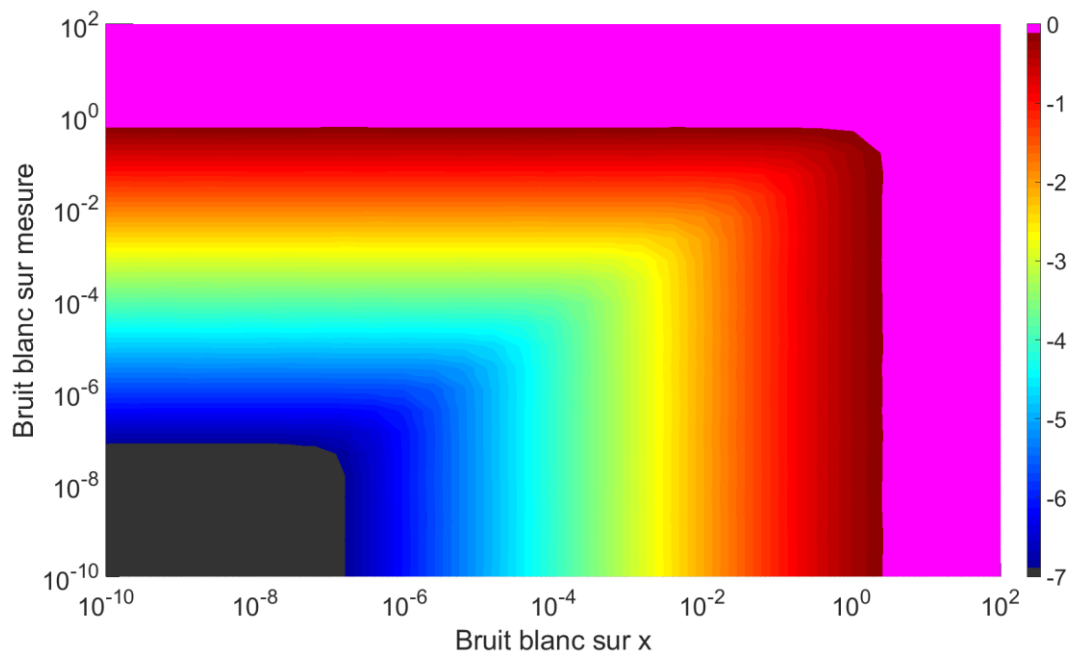


Figure 6.5: erreur relative euclidienne selon l'amplitude de bruit blanc sur x et la mesure. Erreur minimale après 150 itérations.

La figure ci-dessous montre des résultats semblables pour la dérive sur la mesure, c'est-à-dire une erreur proportionnelle à l'amplitude de la dérive. On peut tout de même observer une variation plus élevée de l'erreur, dépendant de la variation de la dérive entre deux itérations.

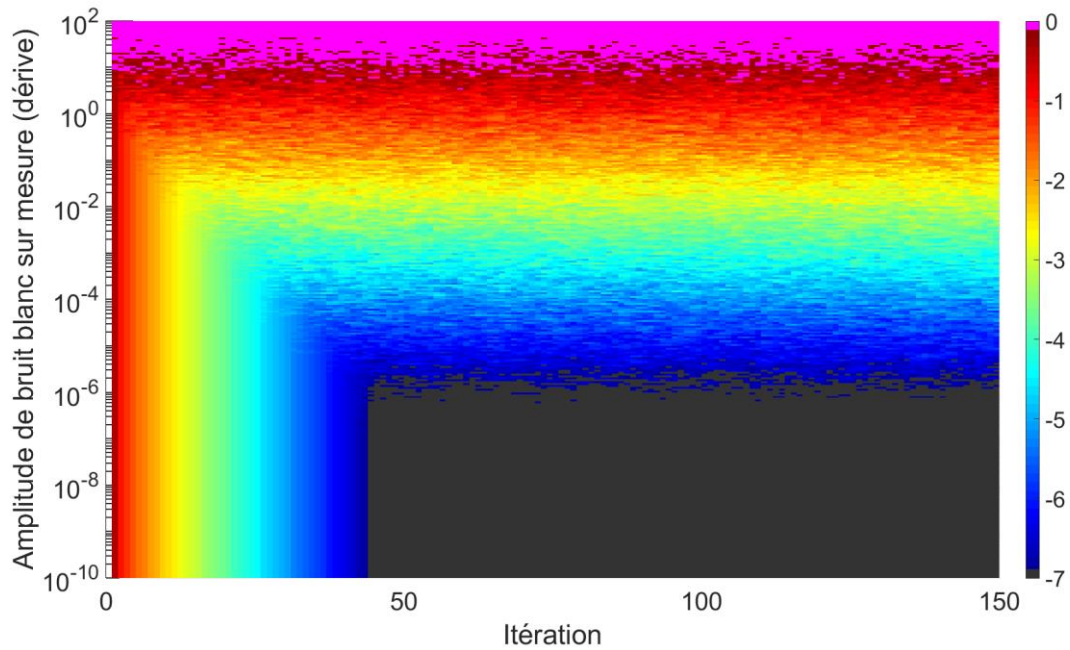


Figure 6.6: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itérations et de l'amplitude de la dérive sur la mesure.

III.4 Étude avec une source réelle

Les études précédentes ont été réalisées avec une source parfaite, mais il a déjà été expliqué au chapitre 3 que le système « générateur + bobine et noyau » se comporte comme un système de 2nd ordre, donc avec une fréquence limite f_0 et un coefficient d'amortissement ξ . À partir d'une certaine fréquence, le système ne va plus réussir à suivre la consigne demandée, ce qui va faire diverger le P-ILC après un certain nombre d'itérations. La valeur de la fréquence critique f_0 a été fixée à $\frac{f_s}{10} = 100 \text{ Hz}$.

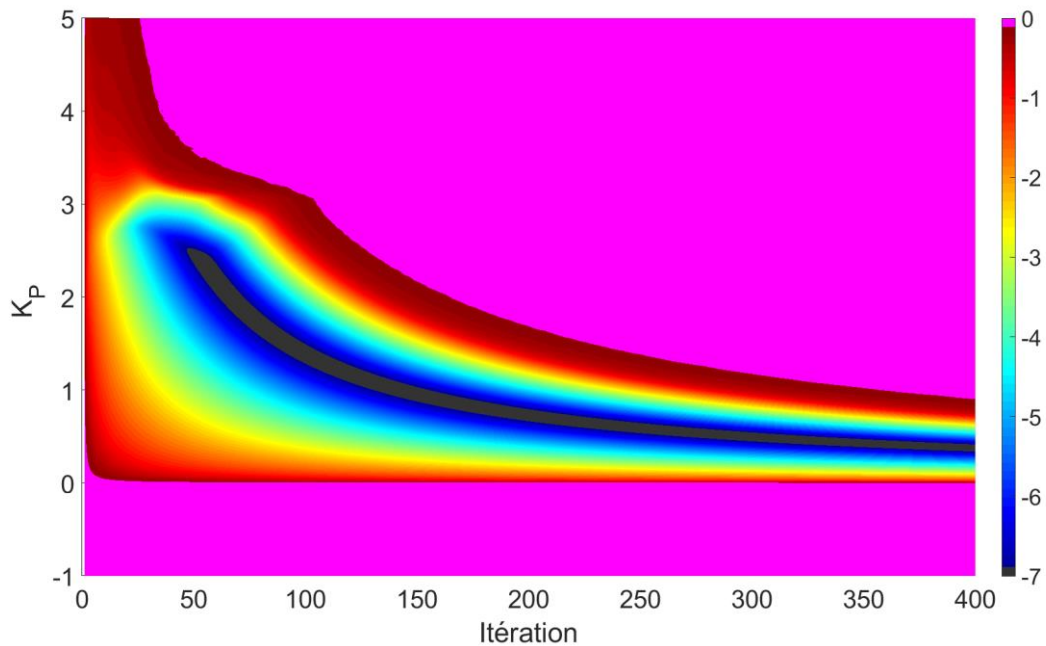


Figure 6.7: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itérations et K_p dans le cas d'une source réelle.

La figure ci-dessus a une évolution similaire à celle de la figure 6.2, et la valeur optimale de K_p reste la même, mais on s'aperçoit que le P-ILC diverge à partir d'un certain nombre d'itérations, et cette divergence arrive plus tôt si K_p est important. Le signal obtenu en sortie présente de fortes oscillations à haute fréquence, comme on peut le voir ci-dessous.

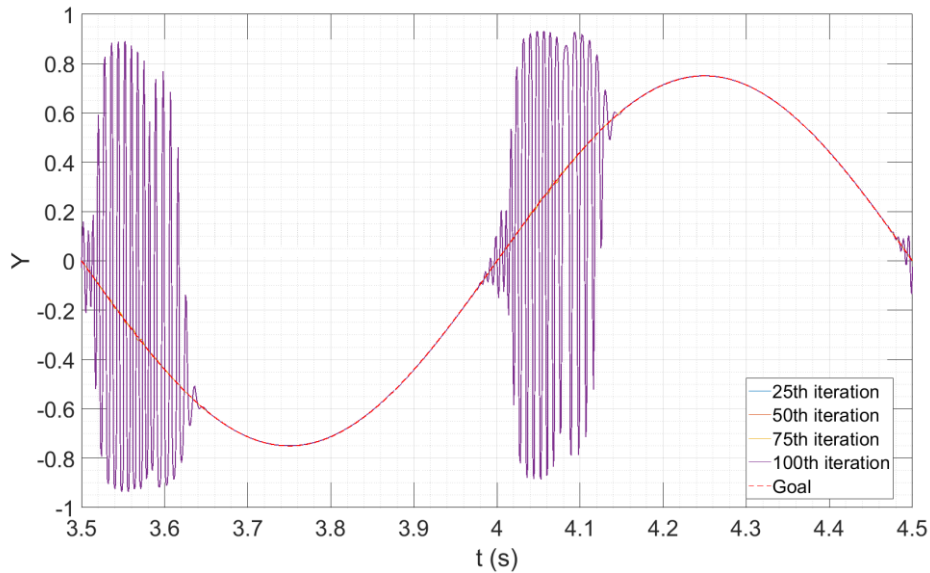


Figure 6.8: allure temporelle des mesures avec une source réelle.

Il faut donc arrêter le P-ILC si la source n'est pas idéale et que l'erreur recommence à augmenter. Une autre solution consiste à couper toutes les harmoniques qui ne peuvent pas être générées correctement par la source : la convergence sera plus lente, mais l'erreur devrait se stabiliser plutôt qu'augmenter. Enfin, la figure ci-dessous montre que les meilleurs résultats sont obtenus sans résonance ($\xi > 0.707$) et avec une fréquence limite au moins de l'ordre de grandeur de la fréquence d'acquisition.

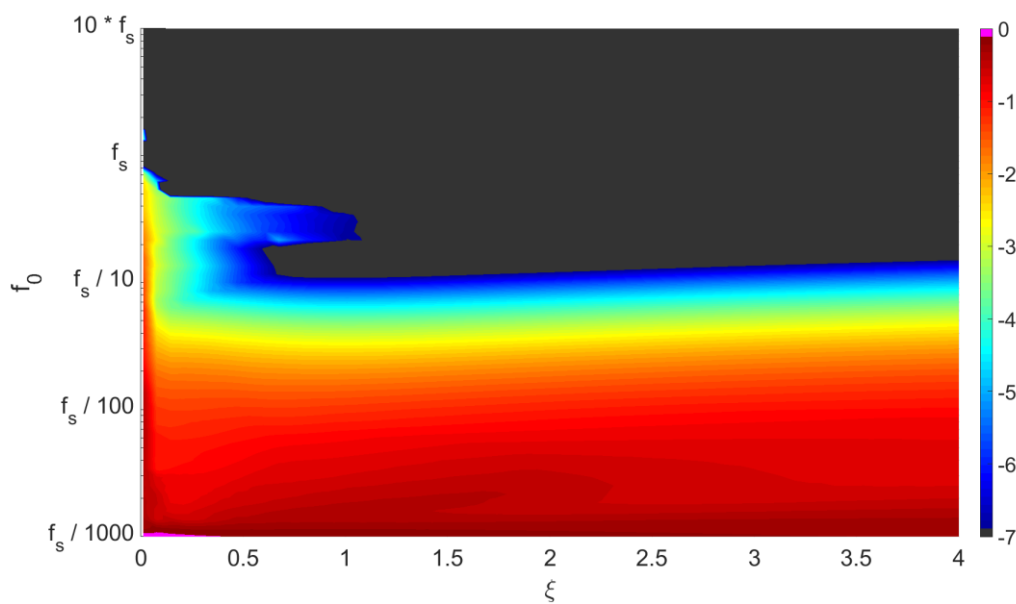


Figure 6.9: erreur minimale en fonction de ξ et f_0 .

Une dernière analyse, concernant la fréquence d'excitation, montre qu'elle doit être très inférieure à la fréquence critique du système (figure 6.10). Cela peut s'expliquer du fait que, pour avoir une mesure sinusoïdale, l'entrée doit être très distordue, ce qui provoque l'apparition d'harmoniques d'ordre supérieur qui nécessitent d'être bien contrôlées pour que l'asservissement soit performant.

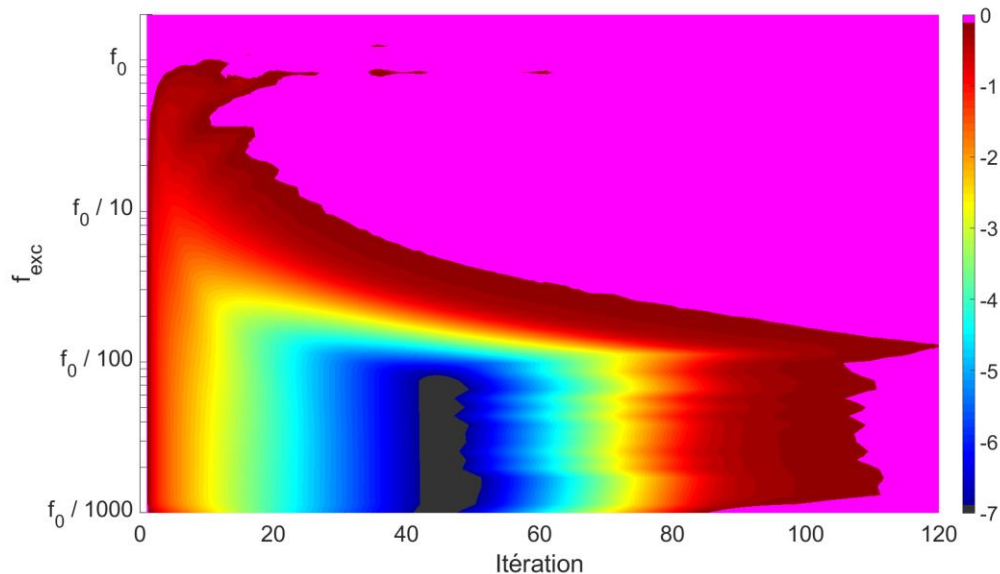


Figure 6.10: erreur relative euclidienne en fonction du nombre d'itérations et de la fréquence d'excitation.

En conclusion, pour que le P-ILC ait les meilleures performances, il faut :

- réduire au minimum le bruit blanc et la dérive ;
- limiter le plus possible la résonance de la source ;
- limiter la fréquence d'excitation pour que $f_{exc} < 0.02 f_0$.

III.5 Améliorations pour le P-ILC

Le P-ILC a été choisi parmi différentes méthodes comme la méthode la plus prometteuse pour faire de l'asservissement du B(H) dans le cadre des mesures Barkhausen [253], mais les simulations ont montré que sa vitesse de convergence est moyenne. En effet, la convergence peut demander plusieurs centaines de cycles dans le cadre des tests à saturation profonde [253], ce qui rendrait les mesures à basse fréquence trop longues. Le problème principal est que la réactivité du système est faible près de la saturation, où il faut une grande variation de courant pour que la mesure soit changée de façon significative. Le coefficient K_p ayant été fixé pour éviter de diverger là où la réactivité du système est importante, la correction du courant sera très faible, donc le champ magnétique va être modifié très légèrement.

Ce problème peut être résolu si on considère un gain proportionnel qui soit variable, ce qui permettrait de moduler la correction en fonction de la réactivité du système :

$$x(n+1, t) = x(n, t) + K_p(n, t)[y_G(t) - y(n, t)] \quad (\text{VI.23})$$

Cela doit être fait avec précaution: moduler K_p va augmenter le nombre de variables à optimiser, donc cela complexifie l'implémentation pratique du P-ILC.

Une idée simple est de considérer l'erreur sur deux itérations, ce qui donne le P-ILC-2 [256] :

$$x(n+2, t) = x(n+1, t) + K_{p_1} \epsilon(n+1, t) + K_{p_2} \epsilon(n, t) \quad (\text{VI.24})$$

Sa version généralisée, le P-ILC-N, peut donc s'écrire :

$$x(n+N, t) = x(n+N-1, t) + \sum_{q=1}^N K_{p_q} \epsilon(n+N-q, t) \quad (\text{VI.25})$$

Il a été démontré que le P-ILC-N converge plus rapidement et est plus stable que le P-ILC [256], mais il faut faire N mesures avant que la correction soit pleinement appliquée et les coefficients doivent être optimisés. Cela peut demander beaucoup de mesures préliminaires, donc à moins de disposer d'un modèle de simulation N reste relativement petit.

Une autre technique consiste à considérer x une fonction lisse de y et à calculer la nouvelle itération à travers un développement de Taylor :

$$x(y_G) = x(y) + A(y)[y_G - y] \quad (\text{VI.26})$$

Ce développement permet de définir le P-ILC à des ordres plus élevés, ce qui est appelé par la suite le P-ILC-TA:

$$x(n+1, t) = x(n, t) + \sum_{q=1}^q K_{p_q} [y_G(t) - y(n, t)]^q \quad (\text{VI.27})$$

L'équation (VI.26) peut aussi être résolue avec sa valeur optimale, c'est-à-dire la dérivée de x par rapport à y :

$$\begin{aligned} x(y_G) &= x(y) + \frac{dx}{dy}(y) (y_G - y) \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}} \propto \frac{1}{\mu} \\ &\Rightarrow K_p(n, t) = \frac{dx}{dy}(n, t) \end{aligned} \quad (\text{VI.28})$$

Le P-ILC-TD (pour « Taylor Derivative ») peut donc s'écrire :

$$x(n+1, t) = x(n, t) + \frac{1}{\frac{dy}{dx}[y(n, t)]} [y_G(t) - y(n, t)] \quad (\text{VI.29})$$

Cette dernière peut converger très rapidement car K_p est inversement proportionnel à la réactivité du système, donc le gain sera très élevé quand la sortie changera de peu par rapport à l'entrée. Pour les mesures B(H), x est le courant qui alimente la bobine d'excitation et y le champ magnétique B, donc dans ce cadre K_p sera lié à la perméabilité magnétique μ :

$$\frac{1}{\frac{dy}{dx}(y)} = \frac{1}{\frac{dB}{dI}} \propto \frac{1}{\frac{dB}{dH}} = \frac{1}{\mu} \quad (\text{VI.30})$$

Malgré sa réponse très rapide, le P-ILC-TD est très sensible au bruit car il étudie la dérivée des signaux, donc elle est très instable dans le cadre expérimental, où il faut faire face à des problématiques de bruit blanc, de dérive, de retards, de bande passante de la source et ainsi de suite.

Un test à saturation profonde (Eq. (VI.15)) a été réalisé, et les résultats sont montrés dans la figure et le tableau ci-dessous.

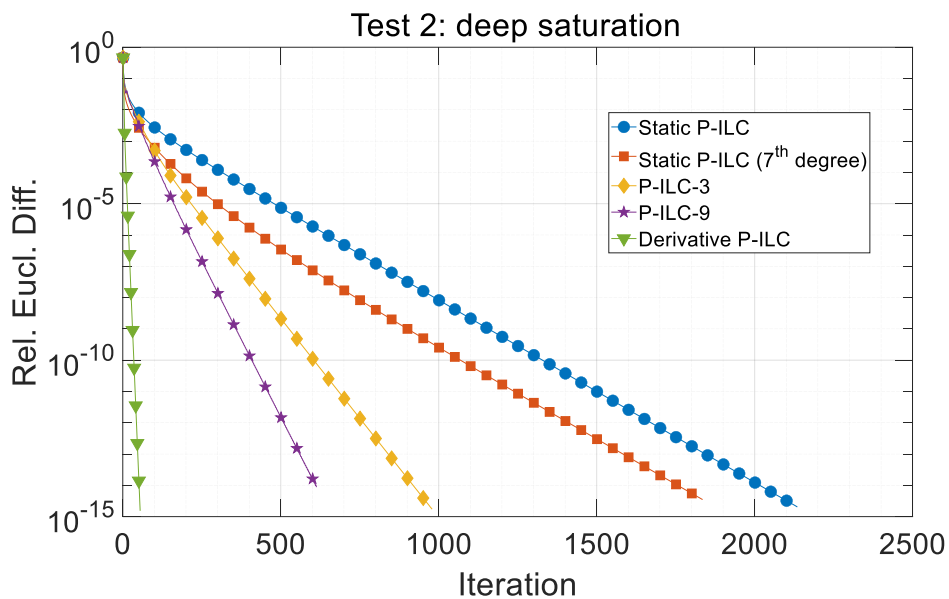


Figure 6.11: erreur relative euclidienne de différents P-ILC étendus.

	Nombre d'itérations avant convergence
P-ILC	2135
P-ILC-TA (7^e degré)	1835
P-ILC-3	979
P-ILC-9	613
P-ILC-TD	55

Si toutes les méthodes étendues sont plus rapides que le P-ILC classique, le P-ILC-N a un gain de vitesse notable dans ce cas, avec un nombre d'itérations diminué de moitié avec seulement deux termes supplémentaires. Cependant, le P-ILC-TD est la méthode la plus rapide, atteignant une erreur inférieure à 10^{-15} en seulement 55 itérations, alors que le P-ILC classique a besoin de 39 fois plus d'itérations. Réussir à implémenter le P-ILC-TD de façon robuste donnerait une méthode d'asservissement très performante.

Dans la suite, une méthode hybride pour accélérer le P-ILC a été implémentée, où la valeur de K_p dépend uniquement de la mesure y :

$$x(n+1, t) = x(n, t) + K_p[y(n, t)][y_G(t) - y(n, t)]$$

$$K_p[y(n, t)] = \begin{cases} K_{P_{LOW}} & \text{si } |y(n, t)| < 0.7 \max(y_G) \\ K_{P_{HIGH}} & \text{si } |y(n, t)| > 0.9 \max(y_G) \\ K_{P_{LOW}} + (K_{P_{HIGH}} - K_{P_{LOW}}) \frac{|y(n, t)|}{\max(y_G)} - 0.7 & \text{sinon} \end{cases} \quad (VI.31)$$

IV – Exploitation des mesures

Cette section va décrire l'exploitation des mesures obtenues avec asservissement dans l'optique de vérifier si le STL peut être appliqué aussi au MBNE(H). Pour cela, le matériau étudié est le FeSi GO RD de par son champ coercitif très faible, qui permet de dimensionner le système d'excitation pour que l'asservissement marche jusqu'à plusieurs dizaines de Hz. Dans la suite, sauf où précisé autrement, la consigne suit l'équation ci-dessous pour saturer de manière adéquate l'échantillon:

$$y_G(t) = 1.8 \sin 2\pi f_{exc} t \quad (VI.32)$$

IV.1 Influence de la bobine d'excitation sur la mesure du bruit Barkhausen

La fonction de transfert du générateur a une grande influence sur la fréquence maximale pour l'asservissement, la différence entre courant théorique et courant effectivement généré faisant diverger le P-ILC. L'asservissement a donc été testé pour le FeSi GO RD et avec trois bobines avec un nombre différent de spires (6, 20 et 75 spires pour les bobines 1, 2 et 3). Un condensateur a aussi été ajouté en parallèle de la bobine d'excitation, ce qui réduit à la fois la résonance et la fréquence critique d'après les équations (III.1) à (III.3). Le gain de la fonction de transfert expérimental pour chaque bobine a été affiché dans la figure ci-dessous.

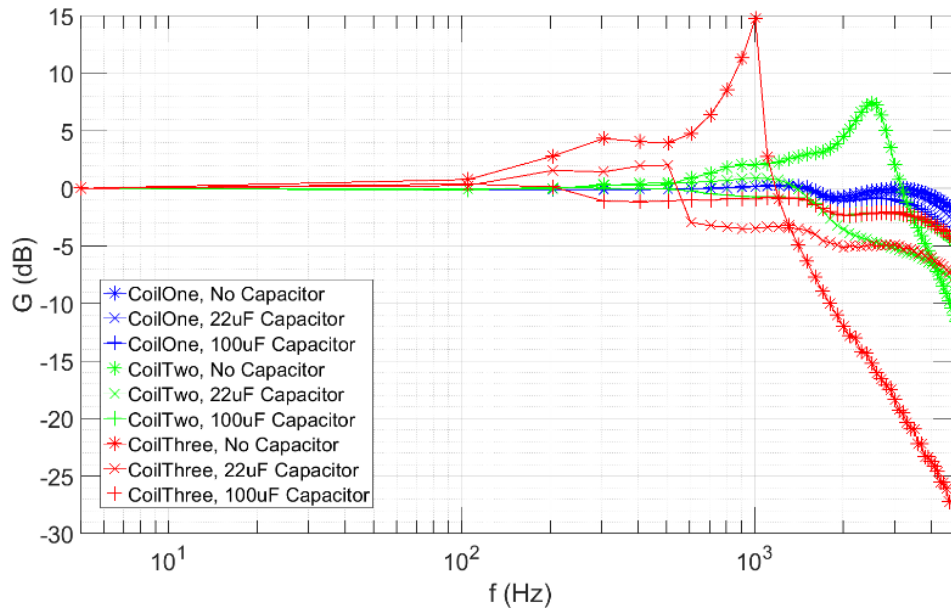


Figure 6.12: gain 'courant transmis à la bobine / courant demandé' pour 3 bobines d'excitation.

Comme attendu, plus le nombre de tours de la bobine augmente, plus la résonance est importante et moins la fréquence critique est élevée (passant d'environ 2.5 à 1 kHz en multipliant le nombre de spires par environ 3.7), et la résonance est effectivement coupée par l'ajout du condensateur. La bande passante à 1 dB (définie ici comme étant la fréquence minimale pour laquelle on a $|G| < 1 \text{ dB}$) est donnée ci-dessous pour trois cas de figure.

	$f_{1 \text{ dB}} \text{ (kHz)}$
Bobine 1, sans condensateur	4.3
Bobine 2, avec condensateur de 22 μF	1.6
Bobine 3, avec condensateur de 100 μF	0.2

Ces valeurs sont données à titre indicatif car, le P-ILC demandant plusieurs dizaines d'itérations pour converger, même une différence de 1 dB peut se cumuler très vite et faire diverger l'algorithme. Dans la suite, on a donc filtré le courant théorique avec un filtre passe-bas (500 Hz pour les bobines 1 et 2, 50 Hz pour la bobine 3).

Les figures ci-dessous montrent le spectre fréquentiel du dB/dt, mesuré avec une seule bobine sur l'échantillon, lors de l'excitation (B sinusoïdal) et sans excitation. Ces spectres ont été obtenus avec la transformation continue en vaguelettes (CWT en anglais) en utilisant la vaguelette de Morse avec les paramètres 3 et 60, en utilisant la fonction `cwt` de MATLAB.

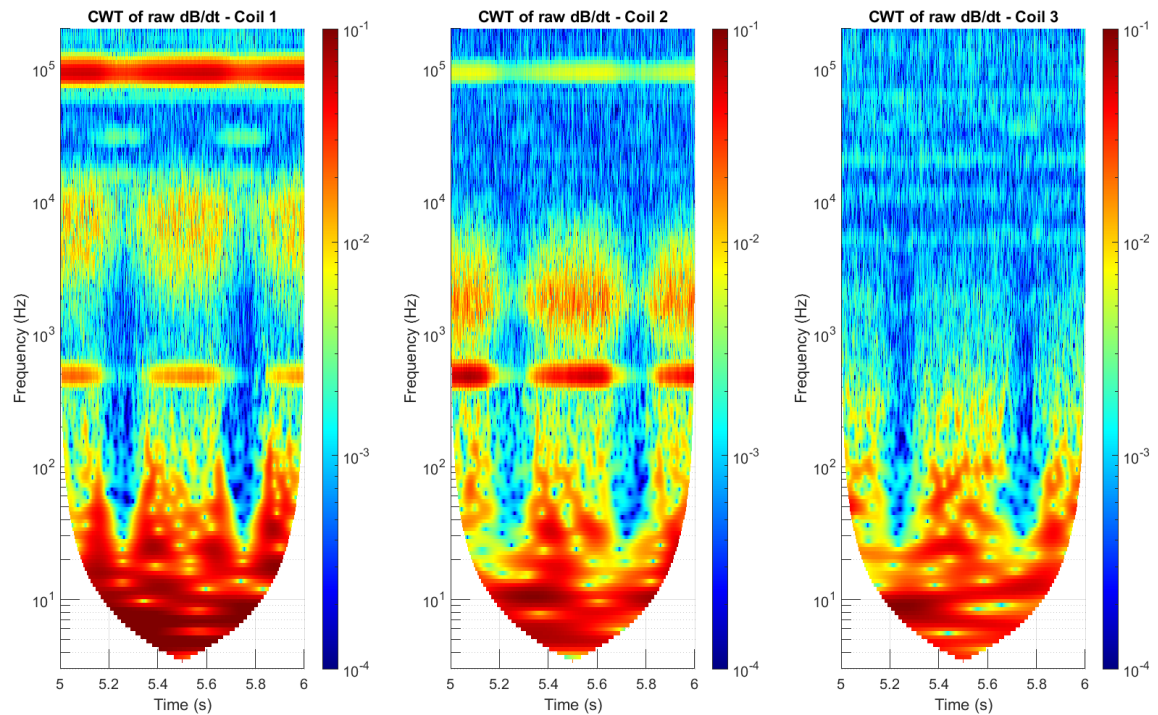


Figure 6.13: spectrogrammes du dB/dt obtenus lors de l'asservissement pour les trois bobines étudiées.

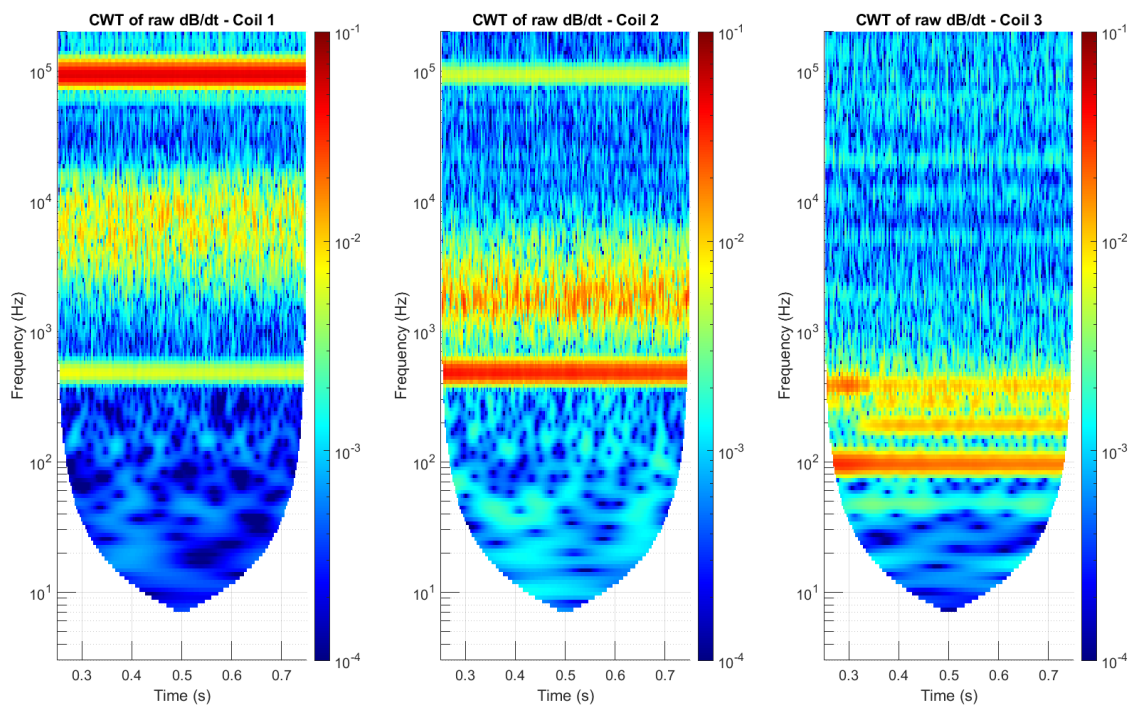


Figure 6.14: spectrogrammes du dB/dt obtenus sans excitation (courant nul) avant que l'asservissement commence.

La figure 6.13 montre différentes bandes spectrales très marquées dans les spectrogrammes :

- des composantes basse fréquence (atteignant une centaine de Hz), qu'on va appeler LF par la suite ;

- une composante étroite autour de 800 Hz, sauf pour la bobine 3 (composante α) ;
- une composante de moyenne intensité et assez large en fréquence, avec des limites différentes pour chaque bobine (entre 3 et 15 kHz pour la bobine 1, entre 1 et 10 kHz pour la bobine 2 et entre 100 et 500 Hz pour la bobine 3) (composante β) ;
- une autre composante étroite autour de 100 kHz pour les bobines 1 et 2 (composante γ). Modifier les paramètres de la vaguelette modifie la fréquence de cette composante, donc elle ne sera pas étudiée par la suite.

Certaines composantes sont modulées par le champ magnétique, avec l'effet le plus notable sur la composante β , donc cette dernière a été considérée comme étant le candidat le plus plausible pour le bruit Barkhausen mesuré. La composante α reste à une fréquence fixée, ce qui semble plus se rapprocher d'un pic de résonance, alors que le bruit Barkhausen est, normalement, sur une bande fréquentielle plus large [257].

Les mesures de la figure 6.14 montrent que la composante LF est absente, ce qui est attendu car elle représente les harmoniques de B et que les mesures affichées ont été obtenues en absence d'excitation. Le fait que modifier la bobine d'excitation influe sur le spectre mesuré n'a pas encore été étudié en détail, mais cet effet semble se rapprocher de l'influence de la fréquence de résonance d'une bobine pancake [258].

IV.2 Reconstruction du cycle MBNE(H)

On rappelle ici l'expression théorique du MBNE :

$$MBNE(t) = v \int_0^t \text{sign}\left(\frac{dH}{ds}\right) VBK^2(s) ds \quad (\text{VI.33})$$

Si, jusqu'à présent, on était dans le cadre où H (et dH/dt) étaient imposés, les mesures en asservissement imposent maintenant l'évolution de B (donc, indirectement, de dB/dt). Cela a de conséquences importantes pour le MBNE. En effet, on se place dans le cas où $H(t)$ est croissant (montant de $-H_M$ à $t = 0$ jusqu'à H_M à $t = T$), ce qui permet de faire un changement de variable (du temps au champ magnétique) et de considérer le signe de la dérivée de H constant:

$$\begin{aligned} dt &= dH \frac{dt}{dH} \\ [-H_M, H_M] &\mapsto [0, T] \end{aligned} \quad (\text{VI.34})$$

En retravaillant l'équation (VI.33), le MBNE peut s'écrire :

$$MBNE(H) = v \int_{-H_M}^{H(t)} VBK^2(H) dH \frac{ds}{dH} \quad (\text{VI.35})$$

Maintenant, $VBK(H)$ est supposé constant, c'est-à-dire que la mesure effectuée n'est pas influencée par H . L'équation (VI.35) devient :

$$MBNE(H) = v \int_{-H_M}^{H(t)} \beta^2 dH \frac{ds}{dH}$$

$$MBNE(H) = v\beta^2 \int_{-H_M}^{H(t)} \frac{1}{\frac{dH}{ds}} dH$$
(VI.36)

Cette écriture est très intéressante car elle implique que l'hystérésis du cycle MBNE(H) peut aussi provenir de l'excitation magnétique H, et pas seulement du bruit mesuré VBK. Cela peut rendre l'exploitation du MBNE délicate : si on obtient bien une boucle d'hystérésis avec un bruit blanc, rien ne garantit que l'information apportée par le bruit Barkhausen puisse être extraite du cycle MBNE.

Les courbes normalisées de la figure 6.15 montrent un exemple des allures temporelles de H et B lors d'un essai d'asservissement en B. B est sinusoïdal comme prévu, par contre H est asymétrique entre la section descendante (entre 0.125 et 0.375) et la section montante (de 0.375 à 0.625) de B. Notamment, le dH/dt est très faible à environ 5% de la valeur maximale de H atteinte, ce qui peut être expliqué en considérant qu'on est près des champs coercitifs et que la définition de la perméabilité magnétique μ lie les variations de H et B :

$$\mu = \frac{dB}{dH} \Rightarrow dH = \frac{dB}{\mu}$$
(VI.37)

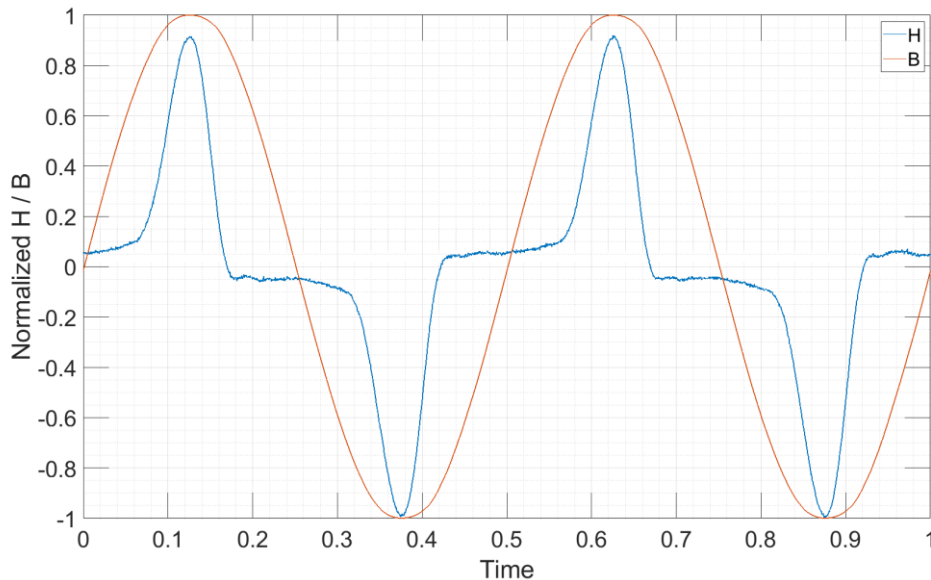


Figure 6.15: courbes normalisées de H et B au cours du temps. On remarque l'asymétrie de H entre B montant et B descendant à travers la présence de « paliers » autour de +0.05 et -0.05.

Ces courbes ont été simulées et représentées à la figure 6.16.

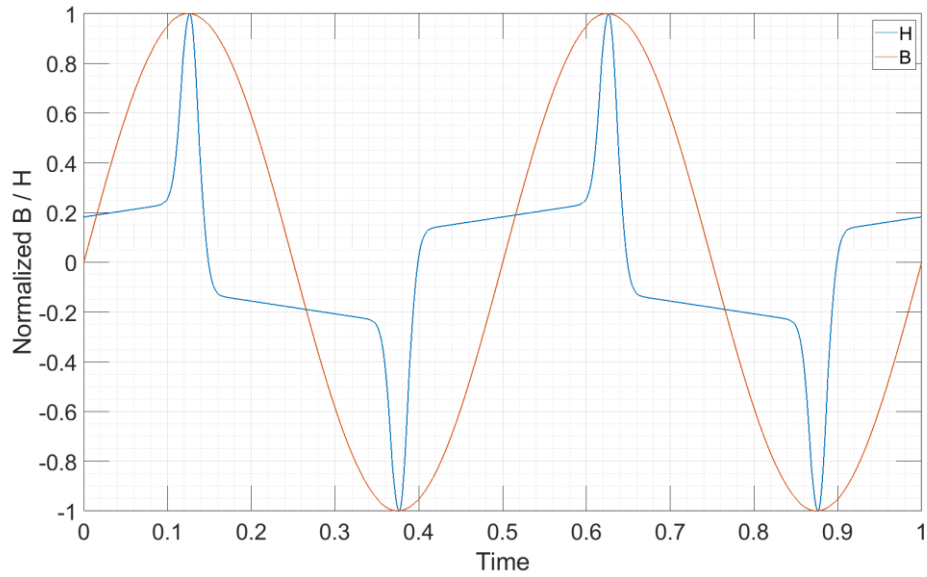


Figure 6.16: courbes simulées de H et B au cours du temps avec une fréquence d'excitation de 2 Hz.

Le MBNE a été simulé en prenant différentes expressions pour VBK , vu comme la modulation d'un bruit aléatoire V_{BRUIT} à travers une fonction enveloppe V_{ENV} :

$$VBK(t) = V_{ENV}(t) \cdot V_{BRUIT}(t) \quad (VI.38)$$

Le tableau ci-dessous liste les différents cas étudiés, la figure 6.17 montre les cycles MBNE obtenus en fonction de H et la figure suivante montre l'évolution temporelle des MBNE.

	$V_{ENV}(t)$	$V_{BRUIT}(t)$
1)	1	Bruit blanc
2)	1	Bruit uniforme
3)	1	1
4)	$\cos(2\pi t)$	Bruit blanc
5)	$\cos(2\pi t)$	Bruit uniforme
6)	$\cos(2\pi t)$	1
7)	$\sqrt{ \cos(2\pi t) }$	1

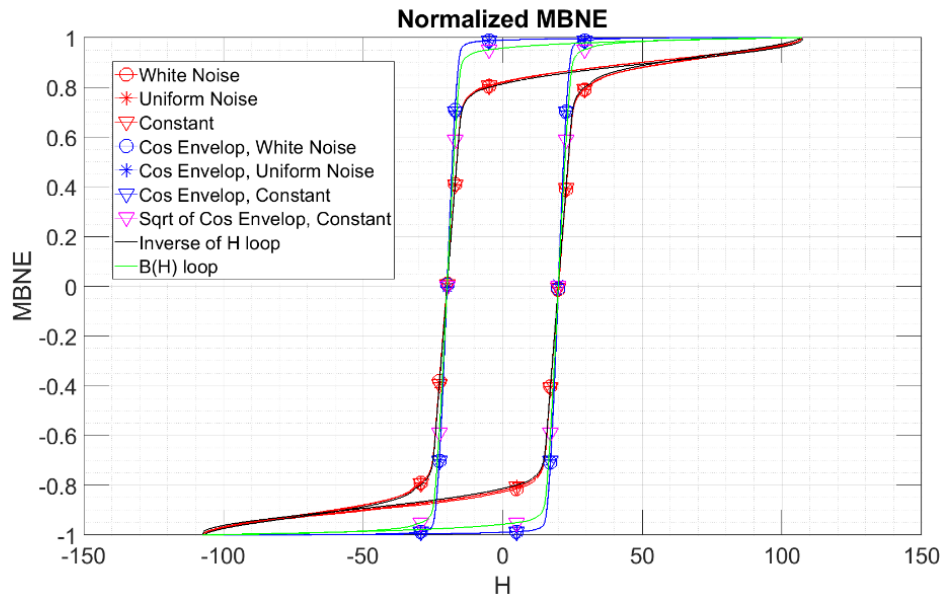


Figure 6.17: cycles MBNE(H) obtenus avec le VBK détaillé précédemment. Le cycle B(H) est donné pour comparaison.

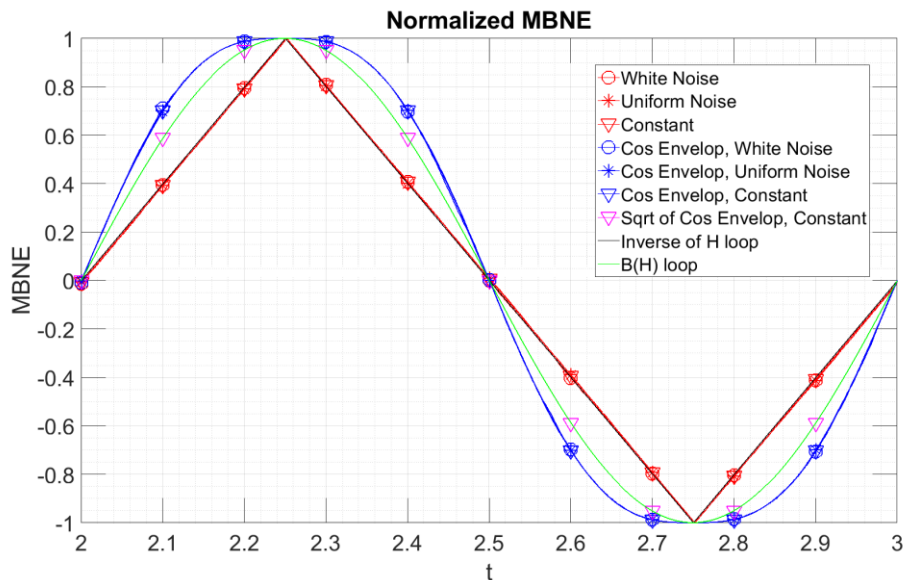


Figure 6.18: représentation temporelle des MBNE de la figure précédente.

Des ressemblances frappantes peuvent être remarquées entre les différentes courbes, qui ne sont pas impactées par la nature du bruit aléatoire utilisé : seule l'enveloppe du bruit influence la forme du cycle MBNE(H), et toutes les courbes ont le même champ coercitif. De plus, les cycles à enveloppe constante (tests 1 à 3) suivent parfaitement le cycle B(H) obtenu en « inversant » le cycle en H (en prenant B égal à une fonction triangle plutôt que sinusoidale), donc l'information de l'hystérésis dans ce cas est uniquement dans la courbe H. Cette courbe ressemble au cycle B(H) attendu, sauf pour une pente très marquée après saturation, pente qui monte légèrement très près du maximum en H, et pour des coudes de saturation plus larges.

Les courbes avec une enveloppe en cosinus (égale donc à dB/dt) semblent suivre d'assez près le cycle B(H) attendu, mais on peut observer sur la figure 6.18 que la correspondance n'est

pas exacte. Une telle correspondance est obtenue pour une enveloppe en racine carrée du cosinus (égale donc à $\sqrt{|dB / dt|}$). Ce dernier cas est équivalent à l'équation ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 VBK(H) &= \sqrt{\mu(H) \frac{dH}{dt}} = \sqrt{\frac{dB}{dt}}(H) \\
 MBNE(H) &= v \int_{-H_M}^{H(t)} VBK^2(H) dH \frac{ds}{dH} \\
 &= v \int_{-H_M}^{H(t)} \frac{dB(H)}{ds} dH \frac{ds}{dH} \\
 &= v \int_{-H_M}^{H(t)} \frac{dB(H)}{dH} dH \\
 MBNE(H) &= vB(H)
 \end{aligned} \tag{VI.39}$$

Une normalisation pour l'enveloppe Barkhausen a été proposée par Stupakov et Perevertov en 2020 [212] :

$$V_{RMS}(H) \propto N \sqrt{S \frac{dH}{dt}} \tag{VI.40}$$

Et une loi plus précise, rappelant la loi de Lenz, a été proposée dans le même article:

$$V_{RMS}(H) = \gamma N^\alpha \mu_0 \mu_{irr}(H) \sqrt{S \frac{dH}{dt}} \tag{VI.41}$$

Pour que le MBNE(H) soit effectivement lié au B(H) il faudrait que le terme de la perméabilité irréversible soit lui aussi sous la racine carrée, ce qui permettrait d'écrire :

$$\begin{aligned}
 V_{RMS}(H) &= \gamma N^\alpha \sqrt{S \mu_0 \mu_{irr}(H) \frac{dH}{dt}} \\
 &= \gamma N^\alpha \sqrt{S} \cdot \sqrt{\frac{dB_{irr}}{dH} \frac{dH}{dt}} \\
 V_{RMS}(H) &= \gamma N^\alpha \sqrt{S} \cdot \sqrt{\frac{dB_{irr}}{dt}}
 \end{aligned} \tag{VI.42}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow MBNE(t) &= v \int_0^t \text{sign}\left(\frac{dH}{ds}\right) \gamma^2 N^{2\alpha} S \left|\frac{dB_{irr}}{ds}\right| ds \\
 MBNE(t) &= v_* \int_0^t \frac{dB_{irr}}{ds} ds \propto B_{irr}(t)
 \end{aligned} \tag{VI.43}$$

Cette écriture peut se justifier par le caractère stochastique des pics Barkhausen, car la somme de pics aléatoires et indépendants est liée à la racine carrée de leur amplitude, elle-même proportionnelle aux mouvements de paroi donnant le champ magnétique irréversible B_{irr} . Cependant, elle n'est qu'une proposition théorique, d'autres mesures étant attendues pour valider ou infirmer l'équation (VI.41).

Pour conclure cette section, dans le cas des mesures du bruit Barkhausen avec asservissement de B il faut prendre un soin particulier dans le calcul du MBNE(H), car l'hystérésis est maintenant donnée par le champ H. Du coup, même utiliser un bruit blanc donnerait un cycle MBNE(H) avec de l'hystérésis, alors même qu'il n'y a aucune information liée au mouvement des parois de domaine dans le signal utilisé.

IV.3 Vérification de STL pour le MBNE

Une fois ces points étudiés, on a choisi d'utiliser la bobine 1 pour l'excitation, de sorte à aller le plus loin possible en fréquence d'excitation, et le tableau ci-dessous donne les critères de convergence obtenus pour différentes fréquences, ainsi que les objectifs attendus.

	0.2 Hz	2 Hz	20 Hz	200 Hz	Objectif
Distance Euclidienne relative (%)	0.68	0.35	0.57	0.34	< 0.5
Différence de facteur de forme (%)	0.74	0.29	0.14	0.31	< 0.5
1 - Coefficient de Pearson	$1.03 \cdot 10^{-5}$	$6.06 \cdot 10^{-6}$	$1.59 \cdot 10^{-5}$	$5.62 \cdot 10^{-6}$	$< 3 \cdot 10^{-5}$
Différence d'amplitude (%)	0.96	0.27	0.05	0.30	< 1
THD (%)	5.79	1.40	2.95	3.70	< 0.5

On peut voir que les critères de convergence sont relativement bien respectés, sauf pour le THD, ce qui implique que les harmoniques n'ont pas totalement été corrigées. De plus, cette valeur est plus élevée à la fois aux très basses et aux très hautes fréquences. Dans le premier cas, le rapport signal-sur-bruit est faible, donc le bruit blanc perturbe de manière plus importante l'asservissement. Dans le deuxième cas, les harmoniques de rang supérieur sont plus élevées que le seuil de 500 Hz qui a été fixé pour s'assurer que le courant effectif soit égal au courant théorique. Du coup, ces harmoniques ne peuvent pas être corrigées, ce qui ramène une oscillation importante sur le champ asservi. Malgré cela, les autres critères de convergence sont respectés, donc on peut exploiter les mesures obtenues.

Dans la suite de l'étude, l'asservissement de B a été réalisé à 1.8 T pour une fréquence entre 0.5 et 100 Hz. Ensuite, le bruit Barkhausen est filtré numériquement pour ne garder que les composantes α ou β , ce qui permet de construire le cycle MBNE associé et déterminer sa surface S, comme pour les cycles B(H) classique. Le cycle MBNE sera normalisé en suivant la méthode décrite par les équations (III.17) à (III.19) Le signal MBNE étant perturbé près des extrema de courant, le signal effectif a été coupé dès que H atteint 80% de sa valeur maximale. Les signaux MBNE obtenus ont été affichés ci-dessous.

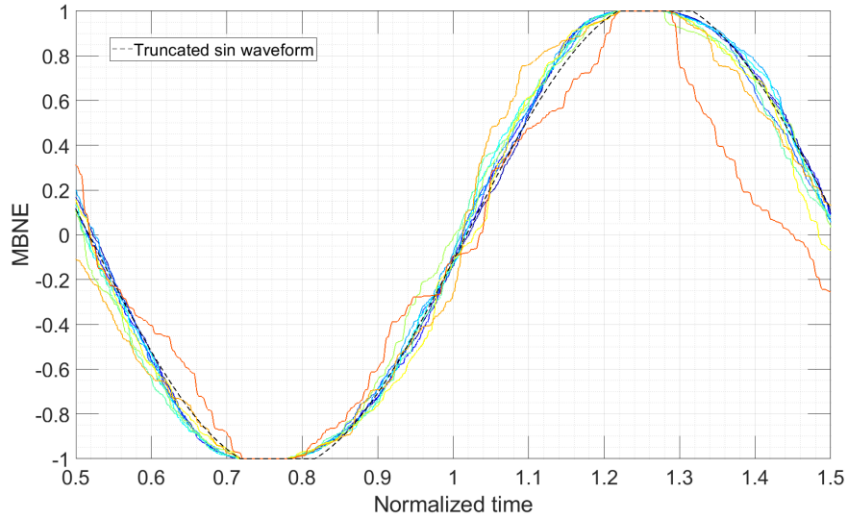


Figure 6.19: affichage normalisé du MBNE pour le FeSi GO, entre une fréquence de 1 Hz (bleu) et 50 Hz (rouge). Une courbe sinusoïdale tronquée a été affichée pour comparaison en tirets noirs.

Les cycles suivent à peu près une courbe sinusoïdale (tronquée à cause du filtrage décrit plus haut), ce qui rappelle l'allure temporelle de B, et que, plus la fréquence est élevée, plus les courbes s'éloignent de cette fonction. D'après la courbe de la figure 6.18, un MBNE sinusoïdal correspondrait à un bruit Barkhausen suivant une enveloppe en racine carrée d'un cosinus :

$$VBK(t) = \text{bruit}(t) \cdot \sqrt{|\cos(f \cdot t)|} \quad (\text{VI.44})$$

Une fois les cycles MBNE(H) obtenus, leur surface se calcule de la même façon que pour les cycles B(H) classiques :

$$S(f) = \oint MBNE(H) dH \quad (\text{VI.45})$$

Une fonction S donnant la surface des cycles MBNE(H) en connaissant la fréquence d'excitation f peut être définie. Cette fonction expérimentale sera reconstruite par trois expressions théoriques en optimisant leurs coefficients a , b et c au sens des moindres carrés :

- **STL classique :**

$$S(f) = a + b\sqrt{f} + cf \quad (\text{VI.46})$$

- **STL réduit, sans contribution linéaire :**

$$S(f) = a + b\sqrt{f} \quad (\text{VI.47})$$

- **Steinmetz :**

$$S(f) = a + bf^c \quad (\text{VI.48})$$

Les résultats, ainsi que le coefficient de détermination et un exemple de graphique pour la surface du cycle classique B(H), sont affichés dans le tableau et la figure ci-dessous.

Bruit		R^2	a	b	c
Barkhausen, composante α	STL classique	0.94	1.02	0.03	0.02
	STL réduit	0.87	0.75	0.21	
	Steinmetz	0.94	1.04	0.03	0.93
Bruit		R^2	a	b	c
Barkhausen, composante β	STL classique	0.70	0.89	0.04	0.001
	STL réduit	0.73	0.87	0.05	
	Steinmetz	0.71	0.90	0.03	0.63
$B(H)$		R^2	a	b	c
	STL classique	0.99	0.78	0.22	0.003
	STL réduit	0.99	0.74	0.25	
	Steinmetz	0.99	0.83	0.18	0.57

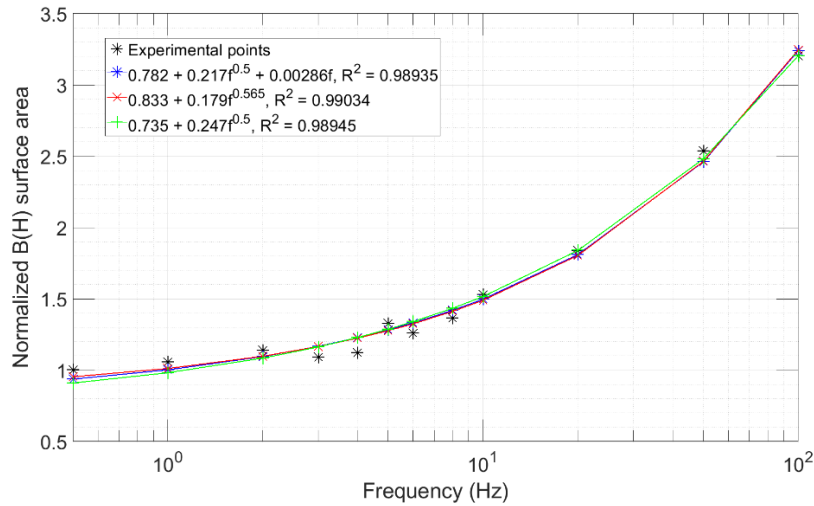


Figure 6.20: courbe $S(f)$ expérimentale et fonctions théoriques ajustées pour la surface du cycle $B(H)$.

Les trois fonctions donnent toutes de résultats très proches, malgré leur expression très différente. Cela peut être mis en lien avec les valeurs très faibles du coefficient linéaire pour la fonction « STL classique », ce qui permet d'utiliser les deux autres fonctions. Les composantes α et β ont un comportement différent entre elles : la première suit une loi presque linéaire avec la fréquence, alors que la deuxième suit une loi plus proche de celle du cycle $B(H)$, mais avec une moindre précision (le R^2 descendant jusqu'à 0.7). L'influence du coefficient lié à la fréquence semble aussi diminuer drastiquement pour la composante β , atteignant à peine 20% de la valeur des mêmes coefficients pour le $B(H)$.

Une comparaison graphique des trois fonctions ajoutées est donnée dans la figure ci-dessous. Malgré la différence des contributions pour la composante β , son allure reproduit celle de la courbe du $B(H)$, alors que la courbe de la composante α est beaucoup plus linéaire.

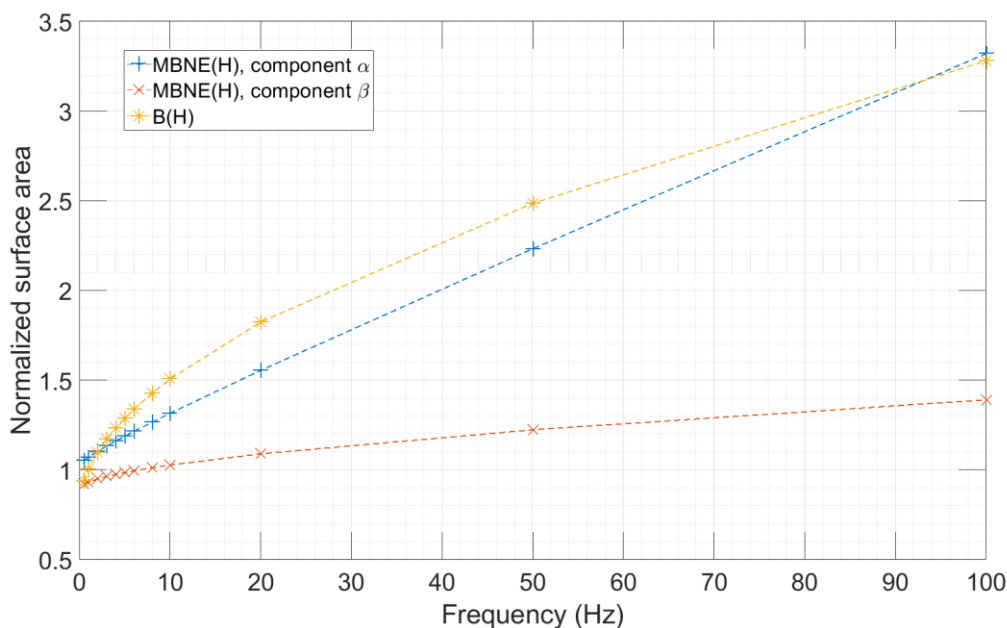


Figure 6.21: comparaison entre les différentes courbes « STL classique » ajustées sur l'aire des MBNE(H) (composante α β) et du B(H).

Conclusion

La mesure du bruit Barkhausen est très souvent faite à dH / dt constant, donc avec une excitation magnétique triangulaire, pour pouvoir s'affranchir de ce terme et normaliser simplement les mesures. Cependant, dans le cadre des caractérisations des cycles d'hystérésis, une excitation telle à avoir B sinusoïdal est privilégiée, et elle est une des hypothèses de base de la théorie STL. Ainsi, se rapprocher de ces conditions tout en restant dans le cadre des mesures de bruit Barkhausen peut faire émerger des correspondances entre MBNE(H) et B(H), et donc avoir une piste pour normaliser le MBNE(H).

Le P-ILC est une méthode parmi d'autres pour asservir un système non-linéaire tel que le champ magnétique d'un matériau par rapport au courant passant dans la bobine d'excitation, et cette méthode a été choisie de par sa simplicité et ses performances correctes. Une étude paramétrique a été réalisée sous MATLAB, montrant que le P-ILC, malgré sa simplicité, n'a pas besoin d'une partie intégratrice ou dérivative pour converger dans le cas idéal, et que ses performances à convergence sont directement liées à l'intensité du bruit blanc en entrée et en sortie. Dans le cas réel, où on considère la réponse de transfert du système d'excitation, une divergence après un certain nombre d'itérations apparaît, liée à la différence entre courant demandé et courant effectif. La vitesse de convergence peut être accélérée en prenant un coefficient proportionnel variable, les meilleures performances ayant été obtenues quand ce coefficient est l'inverse de la dérivée de la réponse du système.

La détermination du MBNE sous asservissement doit être faite avec précaution, car dans ce cadre l'excitation magnétique a une composante hystérique, donc des cycles MBNE(H) sont obtenus même si le signal en entrée est du bruit blanc, sans aucune corrélation avec le bruit Barkhausen. Seule l'enveloppe du bruit modifie de manière notable le cycle obtenu, le cycle B(H) étant obtenu avec une enveloppe égale à la racine carrée de la dérivée du champ asservi.

De plus, une formulation théorique du bruit Barkhausen, dérivée de celle de Stupakov et Perevertov et y différant par le passage du terme de perméabilité irréversible sous la racine carrée, permettrait de justifier l'utilisation du MBNE et son rapprochement aux cycles B(H). Cependant, cette formulation est purement théorique, d'autres travaux étant nécessaires pour la valider ou l'infirmier.

Enfin, des mesures de bruit Barkhausen ont été réalisées entre 0.5 et 100 Hz pour vérifier si l'aire des cycles MBNE(H) suit une loi proche de celle de la théorie STL classique, permettant déjà de prévoir l'évolution des pertes par hystérésis d'un matériau à travers trois coefficients et une explication physique. Deux composantes spectrales dans le dB / dt ont été extraites et analysées dans ce cadre, et la composante β (entre 2 et 10 kHz) donne de résultats comparables à ceux des cycles B(H). Plusieurs points restent encore en suspens : le rôle de la bobine d'excitation dans les fréquences limites du bruit Barkhausen n'a pas encore été élucidé, aucune des trois lois proposées ne se différencie assez des autres pour en choisir une (même à 100 Hz) et les coefficients pour la composante β sont plus faibles que prévu. Cependant, la méthode proposée a été testée et peut être utilisée pour de futurs travaux, notamment avec des matériaux moins anisotropiques magnétiquement pour mieux décerner les différentes composantes des pertes par hystérésis.

Conclusion et perspectives

Le bruit Barkhausen est un phénomène avec un grand potentiel pour le contrôle non destructif de pièces ferromagnétiques, mais son interprétation est encore aujourd'hui limitée par la difficulté à interpréter rapidement et simplement les résultats. Dans cette thèse, on a exploré une piste prometteuse pour avoir un modèle du bruit Barkhausen : utiliser un modèle d'hystérésis classique et y injecter la fonction anhystérique donnée par le modèle multi-échelle. Différentes expériences ont été menées pour évaluer les performances de cette méthode, et il a été vu qu'elle donne une bonne reconstruction des cycles MBNE. De plus, les paramètres du MBNE liés au modèle d'hystérésis choisi (Jiles-Atherton, frottement sec) peuvent être transposés sans problèmes au B(H), ce qui est très intéressant pour remonter au cycle d'hystérésis depuis la mesure du MBNE.

Le MME permettant de faire des simulations avec une contrainte choisie, une autre application pratique est de remonter à la contrainte interne d'un matériau en mesurant à sa surface le bruit Barkhausen. Les mesures expérimentales ont montré que les courbes anhystériques du MME donnent des correspondances qualitatives avec les courbes expérimentales, la contribution sans rotation permettant de simuler le MBNE et la contribution avec rotation permettant de simuler le B(H). Cependant, une analyse quantitative plus poussée n'est pas possible de par le fait que le MME fait une « moyenne » de toutes les orientations cristallographiques, ce qui ne prend pas en compte les hétérogénéités à l'échelle locale, comme par exemple la présence de plusieurs phases. L'intérêt principal de l'association entre MME et modèle d'hystérésis est la possibilité de faire des simulations où l'excitation mécanique et magnétiques sont 3D, ce qui a permis de déterminer de conditions pour que la sensibilité des indicateurs magnétiques soit maximale. Cela pourrait donc être exploité pour optimiser le placement des capteurs magnétiques et augmenter la sensibilité des mesures.

Une autre piste étudiée est la dépendance du bruit Barkhausen à la fréquence d'excitation, ce qui est tout aussi important que sa dépendance à la contrainte interne pour évaluer l'état de surface d'un matériau. Dans ce cadre, un algorithme d'asservissement a été mis en place et ses performances ont été assez correctes pour avoir des mesures exploitables. La théorie STL donnant un sens physique à chaque terme dans la fonction liant les pertes par hystérésis et la fréquence, une hypothèse a été faite sur l'application de la STL pour le MBNE, sans résultats probants. En effet, les fréquences étudiées (limitées par le matériau et l'appareil expérimental) n'ont pas permis de trancher sur l'absence du terme linéaire pour le MBNE, mais en tout cas le MBNE semble suivre la même loi que pour le cycle d'hystérésis, ce qui justifie *a posteriori* le fait d'appliquer la théorie STL aux cycles MBNE.

Malgré cela, plusieurs points demandent à être approfondis. Le point sur les mesures en asservissement pour STL a déjà été évoqué dans le chapitre précédent, et un point lié à ce dernier est le P-ILC. En effet, la fréquence maximale atteinte est encore trop basse pour valider ou pas l'hypothèse faite, mais la bobine d'excitation a déjà été optimisée pour avoir un compromis entre courant d'excitation et inductance, ce qui laisse peu de marge pour améliorer cela sans remplacer le générateur. Une alternative consisterait à modifier la consigne en prenant en compte la fonction de transfert G de la source :

$$x_p = G(s) * x_{th} \Rightarrow x_{th} = G^{-1}(s) * x_p \quad (\text{VII.1})$$

Pour que cette fonction de transfert soit causale, il faut passer par un filtre passe-bas G_{pb} d'ordre supérieur à celui de la source :

$$x_{th} = [G_{pb}(s) \cdot G^{-1}(s)] * x_p \quad (\text{VII.2})$$

Cette solution est très intéressante d'un point de vue théorique, mais elle n'a pas été exploitée car le calcul de l'équation (VII.2) prend trop de temps dans les conditions expérimentales.

Un autre point est la mesure du bruit Barkhausen en compression. Le support anti-flambage réalisé impacte de manière considérable le cycle B(H), ce qui complexifie sa reconstruction par le MME. Cela pourrait être dû à plusieurs facteurs, comme la force d'appui entre les yokes et l'échantillon mal réglée, des problèmes de visibilité qui empêchent de vérifier l'alignement des pièces et le fait que la magnétostriction n'ait pas été prise en compte. En effet, en magnétisant le matériau, ce dernier va voir ses dimensions changer légèrement, ce qui peut se traduire par l'apparition d'une contrainte supplémentaire si le support empêche ce déplacement. De plus, le support n'était pas encore assez performant, vu qu'on n'a pu tester qu'une gamme réduite d'efforts en compression. Plus généralement, seule une petite partie des résultats de simulations a pu être testée, la machine de traction appliquant un effort uniaxial et les dimensions de l'échantillon forçant l'excitation magnétique à être sur le même axe. Une vérification plus exhaustive nécessiterait de changer l'orientation soit de la contrainte, soit du champ magnétique, mais cela impliquerait de grands changements sur l'appareil expérimental, donc cela n'a pas pu être réalisé.

Enfin, un point qui a été peu abordé dans cette thèse est la mesure du bruit Barkhausen par bobine pancake. En effet, presque toutes les mesures réalisées ont été obtenues avec des bobines entourant l'échantillon, ce qui permet de mesurer le cycle B(H) en même temps. La mesure par bobine pancake détecte des mouvements de paroi dans une autre direction, donc la comparaison avec les cycles B(H) est très délicate. Il n'est pas certain que les résultats montrés dans ce document puissent s'appliquer tout aussi simplement au bruit Barkhausen mesuré avec une bobine pancake, et de travaux futurs seront nécessaires pour étudier cela.

Bibliographie générale

- [1] V. Moorthy, S. Vaidyanathan, T. Jayakumar, and B. Raj, "Microstructural characterization of quenched and tempered 0.2% carbon steel using magnetic Barkhausen noise analysis," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 171, no. 1, pp. 179–189, Jul. 1997, doi: 10.1016/S0304-8853(97)00049-8.
- [2] B. Karpuschewski, O. Bleicher, and M. Beutner, "Surface Integrity Inspection on Gears Using Barkhausen Noise Analysis," *Procedia Engineering*, vol. 19, pp. 162–171, 2011, doi: 10.1016/j.proeng.2011.11.096.
- [3] M. Vaidhianathasamy, B. A. Shaw, and P. Hopkins, "Assessment of Grinding Damage on Gear Teeth using Magnetic Barkhausen Noise Measurements," vol. Proc. 12th Int. Workshop Electromag. Nondestruct. Eval. 2008, pp. 90–97, 2008.
- [4] K. Miesowicz, W. J. Staszewski, and T. Korbiel, "Analysis of Barkhausen noise using wavelet-based fractal signal processing for fatigue crack detection," *International Journal of Fatigue*, vol. 83, pp. 109–116, Feb. 2016, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2015.10.002.
- [5] L. Mierczak, D. C. Jiles, and G. Fantoni, "A new method for evaluation of mechanical stress using the reciprocal amplitude of magnetic Barkhausen noise," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 2 PART 2, pp. 459–465, 2011, doi: 10.1109/TMAG.2010.2091418.
- [6] P. Vourna, A. Ktena, P. E. Tsakiridis, and E. Hristoforou, "A novel approach of accurately evaluating residual stress and microstructure of welded electrical steels," *NDT and E International*, vol. 71, pp. 33–42, 2015, doi: 10.1016/j.ndteint.2014.09.011.
- [7] Z. D. Wang, Y. Gu, and Y. S. Wang, "A review of three magnetic NDT technologies," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 324, no. 4, pp. 382–388, Feb. 2012, doi: 10.1016/j.jmmm.2011.08.048.
- [8] J. Pal'a and V. Jančárik, "Optimisation of amplitude distribution of magnetic Barkhausen noise," *Journal of Electrical Engineering*, vol. 68, no. 5, pp. 384–389, Sep. 2017, doi: 10.1515/jee-2017-0071.
- [9] R. Rautioaho, P. Karjalainen, and M. Moilanen, "Improvement of the Barkhausen noise method for stress evaluation," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 73, no. 1, pp. 96–102, 1988, doi: 10.1016/0304-8853(88)90174-6.
- [10] L. Daniel, "Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés," Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2003.
- [11] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, "The Feynman Lectures on Physics Vol. II," *American Journal of Physics*, vol. 33, no. 750, 1965, Accessed: Nov. 26, 2020. [Online]. Available: https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_01.html
- [12] L. Ranno, "Introduction to magnetism," *JDN*, vol. 13, p. 01001, 2014, doi: 10.1051/sfn/20141301001.
- [13] C. Hellier, *Handbook of nondestructive evaluation*. New York: McGraw-Hill, 2003. Accessed: Nov. 30, 2020. [Online]. Available: <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&scope=site&db=nlebk&db=nlabk&AN=90795>
- [14] C. Kittel, "Physical Theory of Ferromagnetic Domains," *Reviews of modern Physics*, vol. 21, no. 4, p. 51, 1949.
- [15] A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic domains: the analysis of magnetic microstructures*. Berlin ; New York: Springer, 1998.

- [16] H. Hoffmann, "Basic Equations of Micromagnetism," *Journal of Applied Physics*, vol. 39, no. 2, pp. 873–875, Feb. 1968, doi: 10.1063/1.2163655.
- [17] A. van den Berg, L. Dupré, B. Wiele, and G. Crevecoeur, "A Mesoscopic Hysteresis Model Based on the Unconstrained Minimization of the Gibbs Free Energy," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 46, pp. 220–223, Mar. 2010, doi: 10.1109/TMAG.2009.2031978.
- [18] M. Louis NÉEL, "Parois dans les Films Minces," *J. Phys. Colloques*, vol. 29, no. C2, pp. C2-87-C2-94, Feb. 1968, doi: 10.1051/jphyscol:1968215.
- [19] A. G. Tobin and D. I. Paul, "Stability of Ferromagnetic Domain Structures at Grain Boundaries," *Journal of Applied Physics*, vol. 40, no. 9, pp. 3611–3614, Aug. 1969, doi: 10.1063/1.1658244.
- [20] A. Kozłowski, "Aciers de construction métallique - Normalisation. Désignations," *Étude et propriétés des métaux*, Jun. 2006, doi: 10.51257/a-v1-m4520.
- [21] J. Schultheiß *et al.*, "Domain wall-grain boundary interactions in polycrystalline Pb(Zr_{0.7}Ti_{0.3})O₃ piezoceramics," *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 40, no. 12, pp. 3965–3973, Sep. 2020, doi: 10.1016/j.jeurceramsoc.2020.03.054.
- [22] J. Glaum, T. Granzow, and J. Rödel, "Evaluation of domain wall motion in bipolar fatigued lead-zirconate-titanate: A study on reversible and irreversible contributions," *Journal of Applied Physics*, vol. 107, no. 10, p. 104119, May 2010, doi: 10.1063/1.3386461.
- [23] R. H. Yu, S. Basu, Y. Zhang, A. Parvizi-Majidi, and J. Q. Xiao, "Pinning effect of the grain boundaries on magnetic domain wall in FeCo-based magnetic alloys," *Journal of Applied Physics*, vol. 85, no. 9, pp. 6655–6659, May 1999, doi: 10.1063/1.370175.
- [24] J. García-Martín, J. Gómez-Gil, and E. Vázquez-Sánchez, "Non-Destructive Techniques Based on Eddy Current Testing," *Sensors*, vol. 11, no. 3, pp. 2525–2565, Feb. 2011, doi: 10.3390/s110302525.
- [25] M. Clemens and T. Weil, "Discrete Electromagnetism with the Finite Integration Technique," *PIER*, vol. 32, pp. 65–87, 2001, doi: 10.2528/PIER00080103.
- [26] W. Du, Y. Zhao, R. Roy, S. Addepalli, and L. Tinsley, "A review of miniaturised Non-Destructive Testing technologies for in-situ inspections," *Procedia Manufacturing*, vol. 16, pp. 16–23, Jan. 2018, doi: 10.1016/j.promfg.2018.10.152.
- [27] R. E. Green, G. Dobmann, C. O. Ruud, V. Hauk, and P. Höller, "Nondestructive Characterization of Materials: Proceedings of the 3rd International Symposium Saarbrücken, FRG, October 3-6, 1988."
- [28] B. Raj, V. Moorthy, T. Jayakumar, and K. B. S. Rao, "Assessment of microstructures and mechanical behaviour of metallic materials through non-destructive characterisation," *International Materials Reviews*, vol. 48, no. 5, pp. 273–325, Oct. 2003, doi: 10.1179/095066003225010254.
- [29] H. Speckmann, "Structural Health Monitoring (SHM)," 2007. <https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/IMRBPB%20IMRBPB%20April%2008%20presentation.pdf> (accessed Nov. 30, 2020).
- [30] K. Diamanti and C. Soutis, "Structural health monitoring techniques for aircraft composite structures," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 46, no. 8, pp. 342–352, Nov. 2010, doi: 10.1016/j.paerosci.2010.05.001.
- [31] F. Mevissen and M. Meo, "A Review of NDT/Structural Health Monitoring Techniques for Hot Gas Components in Gas Turbines," *Sensors*, vol. 19, no. 3, p. 711, Feb. 2019, doi: 10.3390/s19030711.

- [32] M. T. M. Khairi *et al.*, "Ultrasound computed tomography for material inspection: Principles, design and applications," *Measurement*, vol. 146, pp. 490–523, Nov. 2019, doi: 10.1016/j.measurement.2019.06.053.
- [33] Y. He, R. Yang, X. Wu, and S. Huang, "Dynamic Scanning Electromagnetic Infrared Thermographic Analysis Based on Blind Source Separation for Industrial Metallic Damage Evaluation," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 14, no. 12, pp. 5610–5619, Dec. 2018, doi: 10.1109/TII.2018.2822293.
- [34] M. He, W. Zheng, W. Li, and Y. Zhang, "Research on temperature distribution law around crack using the moving mode of eddy current thermography," *Infrared Physics & Technology*, vol. 102, p. 102993, Nov. 2019, doi: 10.1016/j.infrared.2019.102993.
- [35] J. Renshaw, J. C. Chen, S. D. Holland, and R. Bruce Thompson, "The sources of heat generation in vibrothermography," *NDT & E International*, vol. 44, no. 8, pp. 736–739, Dec. 2011, doi: 10.1016/j.ndteint.2011.07.012.
- [36] H. Barkhausen, "Two phenomena discovered with the aid of the new amplifier," *Phys. Zeits.*, pp. 401–403, 1919.
- [37] A. Hug Amalric, "Etude par mesure du bruit Barkhausen de la microstructure et de l'état de contrainte d'aciers biphasés : application aux aciers pour tôle automobile," INSA Lyon, 2007.
- [38] A. Stupakov, O. Perevertov, and M. Landa, "Dynamic behaviour of magneto-acoustic emission in a grain-oriented steel," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 426, pp. 685–690, Mar. 2017, doi: 10.1016/j.jmmm.2016.10.142.
- [39] M. R. Neyra Astudillo, M. I. López Pumarega, N. M. Núñez, A. Pochettino, and J. Ruzzante, "Magnetic Barkhausen noise and magneto acoustic emission in pressure vessel steel," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 426, pp. 779–784, Mar. 2017, doi: 10.1016/j.jmmm.2016.10.115.
- [40] D. J. Buttle, C. B. Scruby, J. P. Jakubovics, and G. A. D. Briggs, "Magneto-acoustic and Barkhausen emission: their dependence on dislocations in iron," *Philosophical Magazine A*, vol. 55, no. 6, pp. 717–734, 1987.
- [41] J. W. Wilson, G. Y. Tian, V. Moorthy, and B. A. Shaw, "Magneto-Acoustic Emission and Magnetic Barkhausen Emission for Case Depth Measurement in En36 Gear Steel," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 1, pp. 177–183, Jan. 2009, doi: 10.1109/TMAG.2008.2007537.
- [42] D. H. Ruiz, R. Piotrkowski, M. I. Lopez Pumarega, and J. Ruzzante, "Ruido Barkhausen y emisión magneto acústica para la caracterización de materiales ferromagnéticos," *Matéria (Rio J.)*, vol. 13, no. 1, pp. 12–22, Mar. 2008, doi: 10.1590/S1517-70762008000100003.
- [43] P. Fagan, B. Ducharne, L. Daniel, and A. Skarlatos, "Multiscale modelling of the magnetic Barkhausen noise energy cycles," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 517, Sep. 2020, doi: 10.1016/j.jmmm.2020.167395.
- [44] M. Guyot and V. Cagan, "The magneto-acoustic emission (invited)," *Journal of Applied Physics*, vol. 73, no. 5348, p. 7, 1993.
- [45] B. Augustyniak *et al.*, "Lack of magnetoacoustic emission in iron with 6.5% silicon," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, no. 20, pp. 2530–2533, Oct. 2008, doi: 10.1016/j.jmmm.2008.04.109.
- [46] F. Su, "Methodology for the Stress Measurement of Ferromagnetic Materials by Using Magneto Acoustic Emission," *Exp Mech*, vol. 54, no. 8, pp. 1431–1439, Oct. 2014, doi: 10.1007/s11340-014-9920-0.

- [47] W. ZENG, Z. LI, Y. CHEN, G. SHEN, and Y. SHEN, "Study on Characteristics of Magnetoacoustic Emission for Q235 Steel Subject to Fatigue Process," in *2019 Far East NDT New Technology Application Forum (FENDT)*, Jun. 2019, pp. 48–52. doi: 10.1109/FENDT47723.2019.8962696.
- [48] G. Shen and Y. Shen, "Study on the characteristics of magneto acoustic emission for mild steel fatigue," *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 378, no. 2182, p. 20190586, Oct. 2020, doi: 10.1098/rsta.2019.0586.
- [49] Y. Li, Z. Liu, W. Yuan, P. Zhao, and Y. Yue, "Analytical Model and Analysis of Spiral-Coil EMAT Above a Ferromagnetic Plate," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 56, no. 9, pp. 1–9, Sep. 2020, doi: 10.1109/TMAG.2020.3008873.
- [50] J. Tkocz and S. Dixon, "Electromagnetic acoustic transducer optimisation for surface wave applications," *NDT & E International*, vol. 107, p. 102142, Oct. 2019, doi: 10.1016/j.ndteint.2019.102142.
- [51] L. Xiang, "Multiple Wavemode Scanning for Near and Far-Side Defect Characterisation," *Journal of Nondestructive Evaluation*, p. 8, 2020.
- [52] L. Xiang, D. Greenshields, S. Dixon, and R. S. Edwards, "Phased Electromagnetic Acoustic Transducer Array for Rayleigh Wave Surface Defect Detection," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 67, no. 7, pp. 1403–1411, Jul. 2020, doi: 10.1109/TUFFC.2020.2968151.
- [53] O. Trushkevych and R. S. Edwards, "Differential Coil EMAT for Simultaneous Detection of In-Plane and Out-of-Plane Components of Surface Acoustic Waves," *IEEE Sensors Journal*, vol. 20, no. 19, pp. 11156–11162, Oct. 2020, doi: 10.1109/JSEN.2020.2996154.
- [54] Z. Wang, S. Wang, Q. Wang, W. Zhao, and S. Huang, "Development of a Helical Lamb Wave Electromagnetic Acoustic Transducer for Pipeline Inspection," *IEEE Sensors Journal*, vol. 20, no. 17, pp. 9715–9723, Sep. 2020, doi: 10.1109/JSEN.2020.2990795.
- [55] Zhou, Zhang, Xu, and Ren, "Defect Detection of Aluminium Plates Based on Near-Field Enhancement of Lamb Waves Generated Using an Electromagnetic Acoustic Transducer," *Sensors*, vol. 19, no. 16, p. 3529, Aug. 2019, doi: 10.3390/s19163529.
- [56] H. Sun, L. Peng, S. Huang, Q. Wang, S. Wang, and W. Zhao, "Analytical model and optimal focal position selection for oblique point-focusing shear horizontal guided wave EMAT," *Construction and Building Materials*, vol. 258, p. 120375, Oct. 2020, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2020.120375.
- [57] P. Wang, Y. Zhang, E. Yao, Y. Mi, Y. Zheng, and C. Tang, "Method of measuring the mechanical properties of ferromagnetic materials based on magnetostrictive EMAT characteristic parameters," *Measurement*, vol. 168, p. 108187, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.measurement.2020.108187.
- [58] H. Sun *et al.*, "Point-Focusing Shear-Horizontal Guided Wave EMAT Optimization Method Using Orthogonal Test Theory," *IEEE Sensors Journal*, vol. 20, no. 12, pp. 6295–6304, Jun. 2020, doi: 10.1109/JSEN.2020.2976198.
- [59] Y. Li, Z. Liu, Y. Miao, W. Yuan, and Z. Liu, "Study of a spiral-coil EMAT for rail subsurface inspection," *Ultrasonics*, vol. 108, p. 106169, Dec. 2020, doi: 10.1016/j.ultras.2020.106169.
- [60] Y. Wu and Y. Wu, "The Effect of Magnet-to-Coil Distance on the Performance Characteristics of EMATs," *Sensors*, vol. 20, no. 18, p. 5096, Sep. 2020, doi: 10.3390/s20185096.

- [61] S. WANG, P. ZHAO, Z. QU, and K. WANG, "A New System for Defects Inspection of Boiler Water Wall Tubes Using a Combination of EMAT and MFL," in *2018 IEEE Far East NDT New Technology Application Forum (FENDT)*, Jul. 2018, pp. 65–69. doi: 10.1109/FENDT.2018.8681967.
- [62] K. Li *et al.*, "A fast and non-destructive method to evaluate yield strength of cold-rolled steel via incremental permeability," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 498, p. 166087, Mar. 2020, doi: 10.1016/j.jmmm.2019.166087.
- [63] B. Gupta, T. Uchimoto, B. Ducharme, G. Sebald, T. Miyazaki, and T. Takagi, "Magnetic incremental permeability non-destructive evaluation of 12 Cr-Mo-W-V steel creep test samples with varied ageing levels and thermal treatments," *NDT & E International*, vol. 104, pp. 42–50, Jun. 2019, doi: 10.1016/j.ndteint.2019.03.006.
- [64] B. Gupta, "Physical interpretation of the microstructure for aged 12 Cr-Mo-V-W steel creep test samples based on simulation of magnetic incremental permeability," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, p. 11, 2019.
- [65] J. Veivo, P. Auerkari, and Valtion teknillinen tutkimuskeskus, Eds., *BALTICA VI: life management and maintenance for power plants: Helsinki-Stockholm-Helsinki, 8-10 June, 2004*. Espoo, Finland: VTT, 2004.
- [66] S. Liu, Y. Sun, M. Gu, C. Liu, L. He, and Y. Kang, "Review and analysis of three representative electromagnetic NDT methods," *Insight - Non-Destructive Testing and Condition Monitoring*, vol. 59, pp. 176–183, Apr. 2017, doi: 10.1784/insi.2017.59.4.176.
- [67] Y. Yang, M. Fan, B. Cao, E. Cai, and P. Wang, "Reliable characterization of bearing rings using Eddy current and Barkhausen noise data fusion," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 489, p. 165349, Nov. 2019, doi: 10.1016/j.jmmm.2019.165349.
- [68] Hong-bae Lee, Hyun-Kyo Jung, Song-yop Hahn, and Jin-Kyo Chung, "An inverse analysis for crack identification in eddy current NDT of tubes," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 5, pp. 3403–3406, Sep. 1994, doi: 10.1109/20.312669.
- [69] A. A. Kolyshkin and R. Vaillancourt, "Method of solution of forward problems in eddy-current testing," *Journal of Applied Physics*, vol. 77, no. 10, pp. 4903–4913, May 1995, doi: 10.1063/1.359295.
- [70] L. U. Daura, G. Tian, Q. Yi, and A. Sophian, "Wireless power transfer-based eddy current non-destructive testing using a flexible printed coil array," *Philosophical Transactions A*, vol. 378, no. 2182, p. 17, 2020.
- [71] M. Augustyniak, P. Borzyszkowski, and M. Buława, "Towards an Universal Method for Predicting Eddy-Current Sensor Characteristics in the Railway Industry," *J Nondestruct Eval*, vol. 38, no. 1, p. 29, Mar. 2019, doi: 10.1007/s10921-019-0568-7.
- [72] A. S. Repelianto, N. Kasai, K. Sekino, and M. Matsunaga, "A Uniform Eddy Current Probe with a Double-Excitation Coil for Flaw Detection on Aluminium Plates," *Metals*, vol. 9, no. 10, p. 1116, Oct. 2019, doi: 10.3390/met9101116.
- [73] M. A. Machado, K.-N. Antin, L. S. Rosado, P. Vilaça, and T. G. Santos, "Contactless high-speed eddy current inspection of unidirectional carbon fiber reinforced polymer," *Composites Part B: Engineering*, vol. 168, pp. 226–235, Jul. 2019, doi: 10.1016/j.compositesb.2018.12.021.
- [74] L. Xie, "Coupling pulse eddy current sensor for deeper defects NDT," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 293, pp. 189–199, 2019.
- [75] Y. Tao, L. Peng, X. Li, and C. Ye, "Eddy Current Probe With Integrated Tunnel Magnetoresistance Array Sensors for Tube Inspection," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 56, no. 5, pp. 1–8, May 2020, doi: 10.1109/TMAG.2020.2981435.

- [76] A. Bernieri, L. Ferrigno, M. Laracca, and A. Rasile, "Eddy Current Testing Probe Based on Double-Coil Excitation and GMR Sensor," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 68, no. 5, pp. 1533–1542, May 2019, doi: 10.1109/TIM.2018.2890757.
- [77] F. Thollon and N. Burais, "Geometrical optimization of sensors for eddy currents. Non destructive testing and evaluation," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 3, pp. 2026–2031, May 1995, doi: 10.1109/20.376441.
- [78] G. Van Drunen and V. S. Cecco, "Recognizing limitations in eddy-current testing," *NDT International*, vol. 17, no. 1, pp. 9–17, Feb. 1984, doi: 10.1016/0308-9126(84)90108-1.
- [79] L. Li, Y. Yang, X. Cai, and Y. Kang, "Investigation on the Formation Mechanism of Crack Indications and the Influences of Related Parameters in Magnetic Particle Inspection," *Applied Sciences*, vol. 10, no. 19, p. 6805, Sep. 2020, doi: 10.3390/app10196805.
- [80] J. Leach and P. E. Morris, "Cognitive Factors in the Close Visual and Magnetic Particle Inspection of Welds Underwater," *Hum Factors*, vol. 40, no. 2, pp. 187–197, Jun. 1998, doi: 10.1518/001872098779480460.
- [81] F. M. de Melo, D. Grasseschi, and H. E. Toma, "Superparamagnetic Maghemite-Based CdTe Quantum Dots as Efficient Hybrid Nanoprobes for Water-Bath Magnetic Particle Inspection," p. 11, 2018.
- [82] J. Y. Lee, S. J. Lee, D. C. Jiles, M. Garton, R. Lopez, and L. Brasche, "Sensitivity analysis of simulations for magnetic particle inspection using the finite-element method," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, no. 6, pp. 3604–3606, Nov. 2003, doi: 10.1109/TMAG.2003.816152.
- [83] S. K. Burke and R. J. Ditchburn, "Review of Literature on Probability of Detection for Magnetic Particle Nondestructive Testing," Defence Science and Technology Organisation, Australia, 2012.
- [84] M. Fu, S. Hu, Y. Gu, and H. Lou, "A Review of the Metal Magnetic Memory Technique," in *OMAE2016-54269*, Busan, 2016, p. 10.
- [85] X. Peng, U. Anyaoha, Z. Liu, and K. Tsukada, "Analysis of Magnetic-Flux Leakage (MFL) Data for Pipeline Corrosion Assessment," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 56, no. 6, pp. 1–15, Jun. 2020, doi: 10.1109/TMAG.2020.2981450.
- [86] A. G. Antipov and A. A. Markov, "3D simulation and experiment on high speed rail MFL inspection," *NDT & E International*, vol. 98, pp. 177–185, Sep. 2018, doi: 10.1016/j.ndteint.2018.04.011.
- [87] G. Yu, J. Liu, H. Zhang, and C. Liu, "An Iterative Stacking Method for Pipeline Defect Inversion With Complex MFL Signals," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 69, no. 6, pp. 3780–3788, Jun. 2020, doi: 10.1109/TIM.2019.2933171.
- [88] E. Li, Y. Kang, J. Tang, J. Wu, and X. Yan, "Analysis on Spatial Spectrum of Magnetic Flux Leakage Using Fourier Transform," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 8, pp. 1–10, Aug. 2018, doi: 10.1109/TMAG.2018.2844220.
- [89] H. M. Kim, C. G. Heo, S. H. Cho, and G. S. Park, "Determination Scheme for Accurate Defect Depth in Underground Pipeline Inspection by Using Magnetic Flux Leakage Sensors," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 11, pp. 1–5, Nov. 2018, doi: 10.1109/TMAG.2018.2853618.
- [90] C. K. Okolo and T. Meydan, "Pulsed magnetic flux leakage method for hairline crack detection and characterization," *AIP Advances*, vol. 8, no. 4, p. 047207, Apr. 2018, doi: 10.1063/1.4994187.

- [91] M. Pelkner, R. Stegemann, N. Sonntag, R. Pohl, and M. Kreuzbruck, "Benefits of GMR sensors for high spatial resolution NDT applications," presented at the 44TH ANNUAL REVIEW OF PROGRESS IN QUANTITATIVE NONDESTRUCTIVE EVALUATION, VOLUME 37, Provo, Utah, USA, 2018, p. 040001. doi: 10.1063/1.5031535.
- [92] H. Kikuchi, R. Tschuncky, and K. Szielasko, "Challenges for detection of small defects of submillimeter size in steel using magnetic flux leakage method with higher sensitive magnetic field sensors," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 300, p. 111642, Dec. 2019, doi: 10.1016/j.sna.2019.111642.
- [93] J. Feng, S. Lu, J. Liu, and F. Li, "A Sensor Liftoff Modification Method of Magnetic Flux Leakage Signal for Defect Profile Estimation," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 53, no. 7, pp. 1–13, Jul. 2017, doi: 10.1109/TMAG.2017.2690628.
- [94] G. Vértesy, A. Gasparics, and I. Tomáš, "Inspection of Local Wall Thinning by Different Magnetic Methods," *J Nondestruct Eval*, vol. 37, no. 3, p. 65, Aug. 2018, doi: 10.1007/s10921-018-0515-z.
- [95] Y. Sun, Y. Kang, and C. Qiu, "A new NDT method based on permanent magnetic field perturbation," *NDT & E International*, vol. 44, no. 1, pp. 1–7, Jan. 2011, doi: 10.1016/j.ndteint.2010.01.007.
- [96] Y. Sun, Y. Kang, and C. Qiu, "A permanent magnetic perturbation testing sensor," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 155, no. 2, pp. 226–232, Oct. 2009, doi: 10.1016/j.sna.2009.08.023.
- [97] V. Moorthy, B. A. Shaw, P. Mountford, and P. Hopkins, "Magnetic Barkhausen emission technique for evaluation of residual stress alteration by grinding in case-carburised En36 steel," *Acta Materialia*, vol. 53, no. 19, pp. 4997–5006, 2005, doi: 10.1016/j.actamat.2005.06.029.
- [98] D. M. Stewart, K. J. Stevens, and A. B. Kaiser, "Magnetic Barkhausen noise analysis of stress in steel," *Current Applied Physics*, vol. 2–4, no. 4, pp. 308–311, 2004, doi: 10.1016/j.cap.2003.11.035.
- [99] F. Bohn *et al.*, "Playing with universality classes of Barkhausen avalanches," *Sci Rep*, vol. 8, no. 1, p. 11294, Dec. 2018, doi: 10.1038/s41598-018-29576-3.
- [100] C. Gatelier-Rothea, J. Chicois, R. Fougères, and P. Fleischmann, "Characterization of pure iron and (130 ppm) carbon-iron binary alloy by Barkhausen noise measurements: Study of the influence of stress and microstructure," *Acta Materialia*, vol. 46, no. 14, Sep. 1998, doi: 10.1016/S1359-6454(98)00205-5.
- [101] A. Stupakov, O. Perevertov, and V. Zablotskii, "A system for controllable magnetic measurements of hysteresis and Barkhausen noise," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, p. 27, 2015.
- [102] L. Laurson, X. Illa, and M. Alava, "Temporal avalanche correlations in crackling noise," presented at the Unsolved Problems on Noise 2008, Helsinki, 2008.
- [103] F. Colaiori, "Exactly solvable model of avalanches dynamics for Barkhausen crackling noise," *Advances in Physics*, vol. 57, no. 4, pp. 287–359, Jul. 2008, doi: 10.1080/00018730802420614.
- [104] L. B. Magalas, "Application of the wavelet transform in mechanical spectroscopy and in Barkhausen noise analysis," *Journal of Alloys and Compounds*, vol. 310, no. 1–2, pp. 269–275, Sep. 2000, doi: 10.1016/S0925-8388(00)00963-4.
- [105] B. Ducharne, Y. A. Tene Deffo, P. Tsafack, and S. H. Nguedjang Kouakeuo, "Directional magnetic Barkhausen noise measurement using the magnetic needle probe method,"

- Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 519, p. 167453, Feb. 2021, doi: 10.1016/j.jmmm.2020.167453.
- [106] P. Fagan, B. Ducharne, L. Daniel, A. Skarlatos, M. Domenjoud, and C. Reboud, "Effect of stress on the magnetic Barkhausen noise energy cycles: A route for stress evaluation in ferromagnetic materials," *Materials Science and Engineering: B*, vol. 278, p. 115650, Apr. 2022, doi: 10.1016/j.mseb.2022.115650.
- [107] A. Ktena, M. Hasicic, F. J. G. Landgraf, E. Moudilou, S. Angelopoulos, and E. Hristoforou, "On the use of differential permeability and magnetic Barkhausen Noise Measurements for Magnetic NDT Applications," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 546, p. 168898, Mar. 2022, doi: 10.1016/j.jmmm.2021.168898.
- [108] M. Alberteris Campos, J. Capó-Sánchez, J. Pérez Benítez, and L. R. Padovese, "Characterization of the elastic–plastic region in AISI/SAE 1070 steel by the magnetic barkhausen noise," *NDT & E International*, vol. 41, no. 8, pp. 656–659, Dec. 2008, doi: 10.1016/j.ndteint.2008.03.003.
- [109] T. W. Krause, L. Clapham, and D. L. Atherton, "Characterization of the magnetic easy axis in pipeline steel using magnetic Barkhausen noise," *Journal of Applied Physics*, vol. 75, pp. 7983–7988, Jun. 1994, doi: 10.1063/1.356561.
- [110] P. Fagan, B. Ducharne, L. Daniel, and A. Skarlatos, "Magnetic Barkhausen noise: A simulation tool," *AIP Advances*, vol. 11, no. 2, p. 025322, Feb. 2021, doi: 10.1063/9.0000095.
- [111] E. Ising, "Beitrag zur Theorie des Ferro- und Paramagnetismus (short)," Hamburgischen Universität, 1924.
- [112] S. G. Brush, "History of the Lenz-Ising Model," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 39, no. 4, pp. 883–893, Oct. 1967, doi: 10.1103/RevModPhys.39.883.
- [113] T. M. T. Bui, "Contribution à la modélisation du bruit barkhausen en relation avec la microstructure des matériaux ferromagnétiques," These de doctorat, Compiègne, 2010. Accessed: Nov. 06, 2020. [Online]. Available: <https://www.theses.fr/2010COMP1867>
- [114] M. Metra, "Barkhausen noise in random Ising models," Politecnico di Milano, 2018. Accessed: Nov. 06, 2020. [Online]. Available: <https://www.politesi.polimi.it/handle/10589/144387>
- [115] J. Kotze, "Introduction to Monte Carlo methods for an Ising Model of a Ferromagnet," *arXiv:0803.0217 [cond-mat]*, Mar. 2008, Accessed: Nov. 06, 2020. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/0803.0217>
- [116] W. S. Lo and R. A. Pelcovits, "Ising model in a time-dependent magnetic field," *Phys. Rev. A*, vol. 42, no. 12, pp. 7471–7474, Dec. 1990, doi: 10.1103/PhysRevA.42.7471.
- [117] K. Yamaguchi, S. Tanaka, H. Watanabe, O. Nittono, T. Takagi, and K. Yamada, "Monte Carlo simulation for Barkhausen noise," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 884–887, Mar. 2004, doi: 10.1109/TMAG.2004.824589.
- [118] D. A. Garanin, E. M. Chudnovsky, and T. Proctor, "Random field x y model in three dimensions," *Phys. Rev. B*, vol. 88, no. 22, p. 224418, Dec. 2013, doi: 10.1103/PhysRevB.88.224418.
- [119] L. Landau and E. Lifshits, "On the Theory of the Dispersion of Magnetic Permeability in Ferromagnetic Bodies," *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion*, vol. 8, pp. 153–169, 1935.

- [120] M. Lakshmanan, "The fascinating world of the Landau–Lifshitz–Gilbert equation: an overview," *Phil. Trans. R. Soc. A.*, vol. 369, no. 1939, pp. 1280–1300, Mar. 2011, doi: 10.1098/rsta.2010.0319.
- [121] T. Gilbert and J. Kelly, "Anomalous rotational damping in ferromagnetic sheets," in *Conf. Magnetism and Magnetic Materials, Pittsburgh, PA*, 1955, pp. 253–263.
- [122] T. L. Gilbert, "Classics in Magnetism A Phenomenological Theory of Damping in Ferromagnetic Materials," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 6, pp. 3443–3449, Nov. 2004, doi: 10.1109/TMAG.2004.836740.
- [123] H. Tanaka, K. Nakamura, and O. Ichinokura, "Accuracy Improvement of Magnetic Hysteresis Calculated by LLG Equation," *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 903, p. 012048, Oct. 2017, doi: 10.1088/1742-6596/903/1/012048.
- [124] S. Jung, "Dynamics of a Many-Spin System including Relaxation Effects: Phase Transitions, Spin Waves, and Magnetic Patterns," Brigham Young University, Brigham, 2013.
- [125] A. Visintin, "Modified Landau-Lifshitz equation for ferromagnetism," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 233, no. 4, pp. 365–369, Jun. 1997, doi: 10.1016/S0921-4526(97)00322-0.
- [126] J. Yuan, H. De Gersem, M. Clemens, and T. Weiland, "A vector Preisach model combined with a Newton–Raphson method for transient magnetic field computations," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 372, no. 1, pp. 369–372, Feb. 2006, doi: 10.1016/j.physb.2005.10.088.
- [127] S. Drobny and T. Weiland, "Numerical calculation of nonlinear transient field problems with the Newton-Raphson method," *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 36, no. 4, pp. 809–812, Jul. 2000, doi: 10.1109/20.877568.
- [128] Jing Yuan, M. Clemens, H. D. Gersem, and T. Weiland, "Solution of transient hysteretic magnetic field problems with hybrid Newton-polarization methods," *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 41, no. 5, pp. 1720–1723, May 2005, doi: 10.1109/TMAG.2005.846050.
- [129] I. Munteanu, S. Drobny, T. Weiland, and D. Ioan, "Triangle search method for nonlinear electromagnetic field computation," *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, vol. 20, no. 2, pp. 417–430, Jan. 2001, doi: 10.1108/03321640110383302.
- [130] M. N. O. Sadiku, "A simple introduction to finite element analysis of electromagnetic problems," *IEEE Trans. Educ.*, vol. 32, no. 2, pp. 85–93, May 1989, doi: 10.1109/13.28037.
- [131] Kane Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 14, no. 3, pp. 302–307, May 1966, doi: 10.1109/TAP.1966.1138693.
- [132] A. F. Oskooi, D. Roundy, M. Ibanescu, P. Bermel, J. D. Joannopoulos, and S. G. Johnson, "Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method," *Computer Physics Communications*, vol. 181, no. 3, pp. 687–702, Mar. 2010, doi: 10.1016/j.cpc.2009.11.008.
- [133] J. A. Pérez-Benítez, J. H. Espina-Hernández, P. Martínez-Ortiz, A. F. Chávez-González, and J. M. de la Rosa, "Analysis of the influence of some magnetizing parameters on magnetic Barkhausen noise using a microscopic model," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 347, pp. 51–60, Dec. 2013, doi: 10.1016/j.jmmm.2013.07.034.

- [134] S. Feigh, M. Clemens, and T. Weil, "Geometric Multigrid Method for Electro- and Magnetostatic Field Simulations Using the Conformal Finite Integration Technique," presented at the 2003 Copper Mountain Conference on Multigrid Methods, Copper Mountain, Colorado, 2003, p. 10.
- [135] R. Marklein, "The Finite Integration Technique as a General Tool to Compute Acoustic, Electromagnetic, Elastodynamic, and Coupled Wave Fields," New York, NY, USA: IEEE/Wiley, 2002, pp. 201–244.
- [136] E. Kritsikis, J.-C. Toussaint, O. Fruchart, H. Szabolics, and L. D. Buda-Prejbeanu, "Fast computation of magnetostatic fields by Non-uniform Fast Fourier Transforms," *Applied Physics Letters*, vol. 93, no. 13, p. 132508, Oct. 2008, doi: 10.1063/1.2995850.
- [137] A. Javidinejad, "FEA Practical Illustration of Mesh-Quality-Results Differences between Structured Mesh and Unstructured Mesh," *ISRN Mechanical Engineering*, vol. 2012, pp. 1–7, Jul. 2012, doi: 10.5402/2012/168941.
- [138] S. D. Gedney and U. Navsariwala, "A comparison of the performance of the finite difference time-domain, finite element time-domain, and planar generalized Yee algorithms of high-performance parallel computers," *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 8, no. 3–4, pp. 265–275, 1995.
- [139] A. Monorchio, A. RubioBretones, R. Mittra, G. Manara, and R. GomezMartin, "A Hybrid Time-Domain Technique That Combines the Finite Element, Finite Difference and Method of Moment Techniques to Solve Complex Electromagnetic Problems," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 52, no. 10, pp. 2666–2674, Oct. 2004, doi: 10.1109/TAP.2004.834431.
- [140] M. Augustyniak and Z. Usarek, "Finite Element Method Applied in Electromagnetic NDTE: A Review," *J Nondestruct Eval*, vol. 35, no. 3, p. 39, Sep. 2016, doi: 10.1007/s10921-016-0356-6.
- [141] P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, "Self-organized criticality: An explanation of the $1/f$ noise," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, no. 4, pp. 381–384, Jul. 1987, doi: 10.1103/PhysRevLett.59.381.
- [142] P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, "Self-Organized Criticality," *Physical Review A*, vol. 38, pp. 364–374, Jul. 1988, doi: 10.1103/PhysRevA.38.364.
- [143] S. Zapperi and G. Durin, "New perspectives for the Barkhausen effect," *Computational Materials Science*, vol. 20, no. 3, pp. 436–442, Mar. 2001, doi: 10.1016/S0927-0256(00)00206-8.
- [144] A. Vazquez and O. Sotolongo-Costa, "Dynamics of a domain wall in soft-magnetic materials: barkhausen effect and relation with sandpile models," *Phys Rev Lett*, vol. 84, no. 6, pp. 1316–1319, Feb. 2000, doi: 10.1103/PhysRevLett.84.1316.
- [145] S. C. Chapman, N. W. Watkins, R. O. Dendy, P. Helander, and G. Rowlands, "A simple avalanche model as an analogue for magnetospheric activity," *Geophysical Research Letters*, vol. 25, pp. 2397–2400, 1998, doi: 10.1029/98GL51700.
- [146] O. Biham, E. Milshtein, and S. Solomon, "Symmetries and Universality Classes in Conservative Sandpile Models," *arXiv:cond-mat/9805206*, May 1998, Accessed: Mar. 22, 2022. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/cond-mat/9805206>
- [147] D. Dhar, "The abelian sandpile and related models," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 263, no. 1–4, pp. 4–25, Feb. 1999, doi: 10.1016/S0378-4371(98)00493-2.
- [148] Y.-C. Zhang, "Scaling theory of self-organized criticality," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 63, no. 5, pp. 470–473, Jul. 1989, doi: 10.1103/PhysRevLett.63.470.

- [149] S. Lübeck, "Large-scale simulations of the Zhang sandpile model," *Phys. Rev. E*, vol. 56, no. 2, pp. 1590–1594, Aug. 1997, doi: 10.1103/PhysRevE.56.1590.
- [150] S. S. Manna, "Two-state model of self-organized criticality," *J. Phys. A: Math. Gen.*, vol. 24, no. 7, pp. L363–L369, Apr. 1991, doi: 10.1088/0305-4470/24/7/009.
- [151] B. Alessandro, C. Beatrice, G. Bertotti, and A. Montorsi, "Domain-wall dynamics and Barkhausen effect in metallic ferromagnetic materials. I. Theory," *Journal of Applied Physics*, vol. 68, no. 6, pp. 2901–2907, Sep. 1990, doi: 10.1063/1.346423.
- [152] S. Zapperi, P. Cizeau, G. Durin, and H. E. Stanley, "Dynamics of a ferromagnetic domain wall: avalanches, depinning transition and the Barkhausen effect," *Phys. Rev. B*, vol. 58, no. 10, pp. 6353–6366, Sep. 1998, doi: 10.1103/PhysRevB.58.6353.
- [153] B. Alessandro, C. Beatrice, G. Bertotti, and A. Montorsi, "Domain-wall dynamics and Barkhausen effect in metallic ferromagnetic materials. II. Experiments," *J. Appl. Phys.*, vol. 68, p. 9, 1990.
- [154] O. Kypris, I. C. Nlebedim, and D. C. Jiles, "Measuring stress variation with depth using Barkhausen signals," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 407, pp. 377–395, 2016, doi: 10.1016/j.jmmm.2016.01.072.
- [155] D. C. Jiles, "Dynamics of domain magnetization and the Barkhausen effect," *Czech J Phys*, vol. 50, no. 8, pp. 893–924, Aug. 2000, doi: 10.1023/A:1022846128461.
- [156] A. Mitra and D. C. Jiles, "Effects of tensile stress on the magnetic Barkhausen effect in 2605 CO amorphous alloy," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 31, no. 6, pp. 4020–4022, Nov. 1995, doi: 10.1109/20.489848.
- [157] D. C. Jiles, "Theory of Ferromagnetic Hysteresis," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 61, pp. 48–60, 1986.
- [158] A. Nourdine, "Modélisation de l'hystérésis dans les matériaux magnétiques et Introduction de modèles dans le logiciel de simulation aux éléments finis Flux3D," Institut Polytechnique National de Grenoble, Grenoble, 2002.
- [159] S. Steentjes, K. Hameyer, D. Dolinar, and M. Petrun, "Iron-Loss and Magnetic Hysteresis Under Arbitrary Waveforms in NO Electrical Steel: A Comparative Study of Hysteresis Models," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 64, no. 3, pp. 2511–2521, Mar. 2017, doi: 10.1109/TIE.2016.2570200.
- [160] M. J. Sablik, H. Kwun, G. L. Burkhardt, and D. C. Jiles, "Model for the effect of tensile and compressive stress on ferromagnetic hysteresis," *Journal of Applied Physics*, vol. 61, no. 8, pp. 3799–3801, Apr. 1987, doi: 10.1063/1.338650.
- [161] R. Szewczyk, "Extension of the model of the magnetic characteristics of anisotropic metallic glasses," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 40, no. 14, pp. 4109–4113, Jun. 2007, doi: 10.1088/0022-3727/40/14/002.
- [162] K. Chwastek and J. Szczyglowski, "Estimation methods for the Jiles-Atherton model parameters - A review," *Przeegląd Elektrotechniczny*, pp. 33–40, 2008.
- [163] D. Jackiewicz, R. Szewczyk, J. Salach, and A. Bieńkowski, "Application of Extended Jiles-Atherton Model for Modelling the Influence of Stresses on Magnetic Characteristics of the Construction Steel," *Acta Phys. Pol. A*, vol. 126, no. 1, pp. 392–393, Jul. 2014, doi: 10.12693/APhysPolA.126.392.
- [164] M. Hamimid, S. M. Mimoune, and M. Feliachi, "Hybrid magnetic field formulation based on the losses separation method for modified dynamic inverse Jiles–Atherton model," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 406, no. 14, pp. 2755–2757, Jul. 2011, doi: 10.1016/j.physb.2011.04.021.

- [165] R. Marion, R. Scorretti, N. Siauve, M.-A. Raulet, and L. Krähenbühl, "Identification of Jiles–Atherton Model Parameters Using Particle Swarm Optimization," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 6, pp. 894–897, Jun. 2008, doi: 10.1109/TMAG.2007.914867.
- [166] A. Benabou, J. V. Leite, S. Clénet, C. Simão, and N. Sadowski, "Minor loops modelling with a modified Jiles–Atherton model and comparison with the Preisach model," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, no. 20, pp. e1034–e1038, Oct. 2008, doi: 10.1016/j.jmmm.2008.04.092.
- [167] N. G. P. Gaunkar, C. I. Nlebedim, and D. C. Jiles, "Approach for Improving the Sensitivity of Barkhausen Noise Sensors with Applications to Magnetic Nondestructive Testing," *Materials Evaluation*, vol. 73, no. 10, pp. 1377–1383, 2015.
- [168] Z. Wang, Y. Zhang, Z. Ren, L. Zeng, D. Xie, and C. S. Koh, "Magnetostrictive Characteristics in Grain-Oriented Laminated Cores Magnetized with a DC Biased Magnetic Field," presented at the 21st International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG), Daejeon, South Korea, 2017, p. 2.
- [169] M. Nowicki, R. Szewczyk, T. Charubin, A. Marusenkova, A. Nosenko, and V. Kyrylchuk, "Modeling the Hysteresis Loop of Ultra-High Permeability Amorphous Alloy for Space Applications," *Materials (Basel)*, vol. 11, no. 11, Oct. 2018, doi: 10.3390/ma11112079.
- [170] C. C. H. Lo, E. Kinser, and D. C. Jiles, "Modeling the interrelating effects of plastic deformation and stress on magnetic properties of materials," *Journal of Applied Physics*, vol. 93, no. 10, pp. 6626–6628, May 2003, doi: 10.1063/1.1557356.
- [171] G. Xue, P. Zhang, Z. He, D. Li, Z. Yang, and Z. Zhao, "Modification and Numerical Method for the Jiles-Atherton Hysteresis Model," *Commun. Comput. Phys.*, vol. 21, no. 3, pp. 763–781, Mar. 2017, doi: 10.4208/cicp.050615.300816a.
- [172] J. Li and M. Xu, "Modified Jiles-Atherton-Sablik model for asymmetry in magnetomechanical effect under tensile and compressive stress," *Journal of Applied Physics*, vol. 110, no. 6, p. 063918, Sep. 2011, doi: 10.1063/1.3638711.
- [173] B. Vaseghi, D. Mathekg, S. Rahman, and A. Knight, "Parameter Optimization and Study of Inverse J-A Hysteresis Model," *IEEE Transactions on Magnetics*, 2013, doi: 10.1109/TMAG.2013.2247579.
- [174] E. Sárospataki and M. Kuczmann, "Realization of the Jiles-Atherton Hysteresis Model Applying the LabView and MATLAB Software Package," *Journal of Electrical Engineering*, vol. 57, no. 8, p. 4, 2006.
- [175] J. B. Padilha, P. Kuo-Peng, N. Sadowski, J. V. Leite, and N. J. Batistela, "Restriction in the determination of the Jiles-Atherton hysteresis model parameters," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 442, pp. 8–14, Nov. 2017, doi: 10.1016/j.jmmm.2017.06.033.
- [176] R. Malczyk and J. Izydorczyk, "The frequency-dependent Jiles–Atherton hysteresis model," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 463, pp. 68–75, Apr. 2015, doi: 10.1016/j.physb.2015.01.034.
- [177] L. Bernard, B. J. Mailhé, S. L. Ávila, L. Daniel, N. J. Batistela, and N. Sadowski, "Magnetic Hysteresis Under Compressive Stress: A Multiscale-Jiles–Atherton Approach," *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, vol. 56, no. 2, p. 4, 2020.
- [178] B. S. Ram, A. P. S. Baghel, S. V. Kulkarni, L. Daniel, and I. C. Nlebedim, "A Frequency-Dependent Scalar Magneto-Elastic Hysteresis Model Derived Using Multi-Scale and Jiles–Atherton Approaches," *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, vol. 56, no. 3, p. 5, 2020.

- [179] M. Ikhlef, A. Bendjerad, S. Boukhtache, B. Abdelhadi, and A. Lahmar, "Refined Approach in Jiles-Atherton Model for Ferromagnetic Sheet Under the Tensile Stress," *J Supercond Nov Magn*, Sep. 2020, doi: 10.1007/s10948-020-05694-w.
- [180] D. Jackiewicz, R. Szewczyk, M. Kachniarz, and R. Biedrzycki, "Modelling the Influence of Stresses on Magnetic Characteristics of the Elements of the Truss Using Extended Jiles–Atherton Model," presented at the Proceedings of the 16th Czech and Slovak Conference on Magnetism, Košice, Slovakia, 2016, p. 3.
- [181] R. Szewczyk, "Stress-Induced Anisotropy and Stress Dependence of Saturation Magnetostriction in the Jiles-Atherton-Sablik Model of the Magnetoelastic Villari Effect," *Archives of Metallurgy and Materials*, vol. 61, no. 2, pp. 607–612, Jun. 2016, doi: 10.1515/amm-2016-0103.
- [182] S. Hussain and D. A. Lowther, "Prediction of Iron Losses Using Jiles–Atherton Model With Interpolated Parameters Under the Conditions of Frequency and Compressive Stress," *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, vol. 52, no. 3, p. 4, 2016.
- [183] A. Raghunathan, P. Klimczyk, and Y. Melikhov, "Application of Jiles-Atherton Model to Stress Induced Magnetic Two-Phase Hysteresis," *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, vol. 49, no. 7, p. 4, 2013.
- [184] H. W. L. Naus, "Theoretical Developments in Magnetomechanics," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 9, pp. 2155–2162, Sep. 2011, doi: 10.1109/TMAG.2011.2134863.
- [185] L. H. Lewis, J. Gao, D. C. Jiles, and D. O. Welch, "Modeling of permanent magnets: Interpretation of parameters obtained from the Jiles–Atherton hysteresis model," *Journal of Applied Physics*, vol. 79, no. 6470, p. 4, 1996.
- [186] G. M. Lozito, F. Riganti Fulginei, and A. Salvini, "On the Generalization Capabilities of the Ten-Parameter Jiles-Atherton Model," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2015, pp. 1–13, 2015, doi: 10.1155/2015/715018.
- [187] J. V. Leite, N. Sadowski, P. Kuo-Peng, N. J. Batistela, J. P. A. Bastos, and A. A. de Espindola, "Inverse Jiles-Atherton vector hysteresis model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 4, pp. 1769–1775, Jul. 2004, doi: 10.1109/TMAG.2004.830998.
- [188] E. Kokornaczyk and M. W. Gutowski, "Anhysteretic Functions for the Jiles–Atherton Model," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 2, pp. 1–5, Feb. 2015, doi: 10.1109/TMAG.2014.2354315.
- [189] F. Preisach, "Über die magnetische Nachwirkung," *Zeitschrift für Physik*, pp. 277–302, 1935.
- [190] F. Preisach, "On the Magnetic Aftereffect," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 53, no. 3, pp. 1–11, Mar. 2017, doi: 10.1109/TMAG.2016.2548379.
- [191] D. H. Everett, "A General Approach to Hysteresis Part 4. An Alternative Formulation of the Domain Model," *Transactions of the Faraday Society*, vol. 51, pp. 1551–1557, 1955.
- [192] A. Stancu, "Identification procedures for Preisach-type models based on FORC diagrams," *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 8, no. 5, pp. 1656–1659, 2006.
- [193] I. Mayergoyz, "Mathematical models of hysteresis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 22, no. 5, pp. 603–608, Sep. 1986, doi: 10.1109/TMAG.1986.1064347.
- [194] O. Henze and W. M. Rucker, "Identification procedures of Preisach model," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 2, pp. 833–836, Mar. 2002, doi: 10.1109/20.996215.
- [195] A. Bergqvist, "Magnetic vector hysteresis model with dry friction-like pinning," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 233, pp. 342–347, 1997.

- [196] B. Ducharme, S. Zurek, L. Daniel, and G. Sebald, "An anisotropic vector hysteresis model of ferromagnetic behavior under alternating and rotational magnetic field," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 549, p. 169045, May 2022, doi: 10.1016/j.jmmm.2022.169045.
- [197] B. Thierry, C. Daniel, E. Claude, L. Luca, and M. Magali, "Analyse des textures cristallographiques et des microstructures," *Reflets de la Physique*, no. 44–45, pp. 80–85, 2015.
- [198] T. Baudin, "Analyse EBSD - Principe et cartographies d'orientations," *Techniques de l'Ingénieur*. p. 24, 2010.
- [199] S. Nanthikesan and S. Shyam Sunder, "Anisotropic elasticity of polycrystalline ice Ih," *Cold Regions Science and Technology*, vol. 22, no. 2, pp. 149–169, Jan. 1994, doi: 10.1016/0165-232X(94)90026-4.
- [200] J. D. Eshelby, "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems," *Proceedings of The Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences*, vol. 241, no. 1226, pp. 376–396, 1957.
- [201] D. M. Barnett and W. Cai, "Properties of the Eshelby tensor and existence of the equivalent ellipsoidal inclusion solution," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 121, pp. 71–80, Dec. 2018, doi: 10.1016/j.jmps.2018.07.019.
- [202] G. Couderchon, "Alliages fer-nickel et fer-cobalt - Propriétés magnétiques," *Techniques de l'Ingénieur*. p. 27, 1994.
- [203] J.-C. Bavay and J. Verdun, "Alliages fer-silicium," *Techniques de l'Ingénieur*. p. 47, 1991.
- [204] A. J. Moses, H. V. Patel, and P. I. Williams, "AC Barkhausen Noise in Electrical Steels: Influence of the Sensing Technique on Interpretation of Measurements," *Journal of Electrical Engineering*, vol. 57, no. 8, p. 6, 2006.
- [205] M. Domenjoud, E. Berthelot, N. Galopin, R. Corcolle, Y. Bernard, and L. Daniel, "Characterization of giant magnetostrictive materials under static stress: influence of loading boundary conditions," *Smart Mater. Struct.*, vol. 28, no. 9, p. 095012, Sep. 2019, doi: 10.1088/1361-665X/ab313b.
- [206] G. A. Paterson, X. Zhao, M. Jackson, and D. Heslop, "Measuring, Processing, and Analyzing Hysteresis Data," *Geochem. Geophys. Geosyst.*, vol. 19, no. 7, pp. 1925–1945, Jul. 2018, doi: 10.1029/2018GC007620.
- [207] J. Pal'a and J. Bydžovský, "Barkhausen noise as a function of grain size in non-oriented FeSi steel," *Measurement*, vol. 46, no. 2, pp. 866–870, Feb. 2013, doi: 10.1016/j.measurement.2012.10.014.
- [208] F. J. G. Landgraf, J. R. F. da Silveira, and D. Rodrigues-Jr., "Determining the effect of grain size and maximum induction upon coercive field of electrical steels," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 323, no. 18, pp. 2335–2339, Oct. 2011, doi: 10.1016/j.jmmm.2011.03.034.
- [209] D. Xue, G. Chai, X. Li, and X. Fan, "Effects of grain size distribution on coercivity and permeability of ferromagnets," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, no. 8, pp. 1541–1543, Apr. 2008, doi: 10.1016/j.jmmm.2008.01.004.
- [210] V. Moorthy, B. A. Shaw, and P. Hopkins, "Surface and subsurface stress evaluation in case-carburised steel using high and low frequency magnetic barkhausen emission measurements," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 299, no. 2, pp. 362–375, 2006, doi: 10.1016/j.jmmm.2005.04.028.

- [211] D. Blažek, M. Neslušán, M. Mičica, and J. Pištora, "Extraction of Barkhausen noise from the measured raw signal in high-frequency regimes," *Measurement*, vol. 94, pp. 456–463, Dec. 2016, doi: 10.1016/j.measurement.2016.08.022.
- [212] A. Stupakov and A. Perevertov, "Analog of the induction law for the magnetic Barkhausen noise," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 498, p. 166238, Mar. 2020, doi: 10.1016/j.jmmm.2019.166238.
- [213] V. Moorthy, B. A. Shaw, and J. T. Evans, "Evaluation of tempering induced changes in the hardness profile of case-carburised EN36 steel using magnetic Barkhausen noise analysis," *NDT & E International*, vol. 36, no. 1, pp. 43–49, Jan. 2003, doi: 10.1016/S0963-8695(02)00070-1.
- [214] G. Biorci and D. Pescetti, "Frequency Spectrum of the Barkhausen Noise," *Journal of Applied Physics*, vol. 28, no. 7, pp. 777–780, Jul. 1957, doi: 10.1063/1.1722852.
- [215] W. Grosse-Nobis, "Frequency spectrum of the Barkhausen noise of a moving 180° domain wall," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 4, no. 1–4, pp. 247–253, Jan. 1977, doi: 10.1016/0304-8853(77)90043-9.
- [216] A. Gründl, P. Deimel, B. Röde, and H. Daniel, "Three-dimensional measurement of the barkhausen effect," *Physica B+C*, vol. 86–88, pp. 1379–1380, Jan. 1977, doi: 10.1016/0378-4363(77)90919-6.
- [217] O. Stupakov, "Local Non-contact Evaluation of the ac Magnetic Hysteresis Parameters of Electrical Steels by the Barkhausen Noise Technique," *J Nondestruct Eval*, vol. 32, no. 4, pp. 405–412, Dec. 2013, doi: 10.1007/s10921-013-0194-8.
- [218] O. Stupakov and Y. Melikhov, "Influence of Magnetizing and Filtering Frequencies on Barkhausen Noise Response," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 4, pp. 1–4, Apr. 2014, doi: 10.1109/TMAG.2013.2291933.
- [219] P. R. Wilson, J. N. Ross, and A. D. Brown, "Optimizing the Jiles-Atherton model of hysteresis by a genetic algorithm," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 37, no. 2, pp. 989–993, Mar. 2001, doi: 10.1109/20.917182.
- [220] C. Miguel, A. P. Zhukov, and J. González, "Stress and/or Field Induced Magnetic Anisotropy in the Amorphous Fe_{73.5}Cu₁Nb₃Si_{15.5}B₇ Alloy: Influence on the Coercivity, Saturation Magnetostriction and Magneto-Impedance Response," *Phys. Stat. Sol. (a)*, vol. 194, no. 1, pp. 291–303, Nov. 2002, doi: 10.1002/1521-396X(200211)194:1<291::AID-PSSA291>3.0.CO;2-L.
- [221] M. Rekik, L. Daniel, and O. Hubert, "Equivalent Stress Model for Magnetic Hysteresis Losses Under Biaxial Loading," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 4, pp. 1–4, Apr. 2014, doi: 10.1109/TMAG.2013.2285241.
- [222] U. Aydin *et al.*, "Modeling the Effect of Multiaxial Stress on Magnetic Hysteresis of Electrical Steel Sheets: A Comparison," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 53, no. 6, pp. 1–4, Jun. 2017, doi: 10.1109/TMAG.2017.2658676.
- [223] R. Hu, A.-K. Soh, G.-P. Zheng, and Y. Ni, "Micromagnetic modeling studies on the effects of stress on magnetization reversal and dynamic hysteresis," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 301, no. 2, pp. 458–468, Jun. 2006, doi: 10.1016/j.jmmm.2005.07.023.
- [224] M. Rekik, O. Hubert, and L. Daniel, "Influence of a multiaxial stress on the reversible and irreversible magnetic behaviour of a 3%Si-Fe alloy," *JAE*, vol. 44, no. 3–4, pp. 301–315, Mar. 2014, doi: 10.3233/JAE-141793.

- [225] J. Pearson, P. T. Squire, M. G. Maylin, and J. G. Gore, "Apparatus for magnetic measurements under biaxial stress," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 5, pp. 3599–3601, Sep. 2000, doi: 10.1109/20.908913.
- [226] V. Maurel, F. Ossart, Y. Marco, and R. Billardon, "Setup to test biaxial stress effect on magnetomechanic coupling," *Journal of Applied Physics*, vol. 93, no. 10, pp. 7115–7117, May 2003, doi: 10.1063/1.1557307.
- [227] Y. Kai, Y. Tsuchida, T. Todaka, and M. Enokizono, "Influence of Biaxial Stress on Vector Magnetic Properties and 2-D Magnetostriction of a Nonoriented Electrical Steel Sheet Under Alternating Magnetic Flux Conditions," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 4, pp. 1–4, Apr. 2014, doi: 10.1109/TMAG.2013.2287875.
- [228] O. Hubert, F. S. Mballa-Mballa, S. He, and S. Depeyre, "Influence of Biaxial Stress on Magnetic Behavior of Dual-Phase Steel—Experiments and Modeling," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 52, no. 5, pp. 1–4, May 2016, doi: 10.1109/TMAG.2015.2511169.
- [229] U. Aydin *et al.*, "Effect of multi-axial stress on iron losses of electrical steel sheets," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 469, pp. 19–27, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.jmmm.2018.08.003.
- [230] B. Dahlberg, "Part II: Buckling," *Textile Research Journal*, pp. 94–99, 1961.
- [231] J. J. C. Remmers and R. de Borst, "Delamination buckling of fibre–metal laminates," *Composites Science and Technology*, vol. 61, no. 15, pp. 2207–2213, Nov. 2001, doi: 10.1016/S0266-3538(01)00114-2.
- [232] Z. P. Bazant, "Structural stability," *International Journal of Solids and Structures*, no. 37, pp. 55–67, 2000.
- [233] L. Euler, "Methodus inveniendi lineas curvas maximi minive proprietate gaudentes," *Bousquet, Lausanne & Geneva (1744)*, 1744.
- [234] G. Domokos and E. Holmesz, "Euler's problem, Euler's method, and the standard map; or, the discrete charm of buckling," *Journal of Nonlinear Science*, vol. 3, pp. 109–151, 1993.
- [235] X. Zhu, Y. Wang, and H.-H. Dai, "Buckling analysis of Euler–Bernoulli beams using Eringen's two-phase nonlocal model," *International Journal of Engineering Science*, vol. 116, pp. 130–140, Jul. 2017, doi: 10.1016/j.ijengsci.2017.03.008.
- [236] C. H. Yoo and S. C. Lee, "Chapter 1 - Buckling of Columns," in *Stability of Structures*, C. H. Yoo and S. C. Lee, Eds. Boston: Butterworth-Heinemann, 2011, pp. 1–73. doi: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385122-2.10001-6>.
- [237] A. Baumann and J. Hausmann, "Compression Fatigue Testing Setups for Composites—A Review," *Adv. Eng. Mater.*, vol. 23, no. 2, p. 2000646, Feb. 2021, doi: 10.1002/adem.202000646.
- [238] C. P. Steinmetz, "On the Law of Hysteresis," presented at the Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, New York City, 1892, p. 64.
- [239] J. Reinert, A. Brockmeyer, and R. W. A. A. De Doncker, "Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, no. 4, pp. 1055–1061, 2001, doi: 10.1109/28.936396.
- [240] A. Krings and J. Soulard, "Overview and Comparison of Iron Loss Models for Electrical Machines," *Journal of Electrical Engineering*, vol. 10, pp. 162–169, 2010.
- [241] H. Jordan, "Die ferromagnetischen Konstanten für schwache Wechselfelder," *Elektr. Nach. Techn.*, vol. 1, no. 8, 1924.

- [242] J. Shilling and G. Houze, "Magnetic properties and domain structure in grain-oriented 3% Si-Fe," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 10, no. 2, pp. 195–223, Jun. 1974, doi: 10.1109/TMAG.1974.1058317.
- [243] G. Bertotti, F. Fiorillo, and G. P. Soardo, "The Prediction of Power Losses in Soft Magnetic Materials," *J. Phys. Colloques*, vol. 49, no. C8, pp. C8-1915-C8-1919, Dec. 1988, doi: 10.1051/jphyscol:19888867.
- [244] M. Amar and R. Kaczmarek, "A general formula for prediction of iron losses under nonsinusoidal voltage waveform," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 31, no. 5, pp. 2504–2509, Sep. 1995, doi: 10.1109/20.406552.
- [245] K. Atallah and D. Howe, "The calculation of iron losses in brushless permanent magnet dc motors," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 133, no. 1–3, pp. 578–582, May 1994, doi: 10.1016/0304-8853(94)90627-0.
- [246] C. Ragusa, H. Zhao, C. Appino, M. Khan, O. de la Barriere, and F. Fiorillo, "Loss Decomposition in Non-Oriented Steel Sheets: The Role of the Classical Losses," *IEEE Magn. Lett.*, vol. 7, pp. 1–5, 2016, doi: 10.1109/LMAG.2016.2604204.
- [247] Z. Zhao and X. Hu, "Modified loss separation in FeSi laminations under arbitrary distorted flux," *AIP Advances*, vol. 10, no. 8, p. 085222, Aug. 2020, doi: 10.1063/5.0020789.
- [248] V. D. Yurkevich, Ed., *Advances in PID Control*. InTech, 2011. doi: 10.5772/770.
- [249] S. Zurek, "Practical implementation of universal digital feedback for characterisation of soft magnetic materials under controlled AC waveforms," *ELECTROTECHNICAL REVIEW*, vol. 1, no. 7, pp. 18–23, Jul. 2017, doi: 10.15199/48.2017.07.05.
- [250] G. Bertotti, E. Ferrara, F. Fiorillo, and M. Pasquale, "Loss measurements on amorphous alloys under sinusoidal and distorted induction waveform using a digital feedback technique," *Journal of Applied Physics*, vol. 73, no. 10, pp. 5375–5377, May 1993, doi: 10.1063/1.353735.
- [251] G. Birkelbach, K. Hempel, and F. Schulte, "Very low frequency magnetic hysteresis measurements with well-defined time dependence of the flux density," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 22, no. 5, pp. 505–507, Sep. 1986, doi: 10.1109/TMAG.1986.1064372.
- [252] K. Matsubara, N. Takahashi, K. Fujiwara, T. Nakata, M. Nakano, and H. Aoki, "Acceleration technique of waveform control for single sheet tester," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 31, no. 6, pp. 3400–3402, Nov. 1995, doi: 10.1109/20.490395.
- [253] P. Fagan *et al.*, "Iterative methods for waveform control in magnetic measurement systems," *[en cours de révision]*, 2022.
- [254] H. Gruebler, F. Kra, S. Leitner, and A. Muetze, "Loss-Surface-Based Iron Loss Prediction for Fractional Horsepower Electric Motor Design," presented at the 2018 20th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'18 ECCE Europe), 2018, p. 8.
- [255] C. T. Freeman, P. L. Lewin, and E. Rogers, "Experimental evaluation of iterative learning control algorithms for non-minimum phase plants," *International Journal of Control*, vol. 78, no. 11, pp. 826–846, Jul. 2005, doi: 10.1080/00207170500158565.
- [256] Y. Zheng, X. Liu, J. Zhao, N. Mo, and Z. Shi, "A novel iterative learning control method and control system design for active magnetic bearing rotor imbalance of primary helium circulator in high-temperature gas-cooled reactor," *Measurement and Control*, vol. 53, no. 3–4, pp. 474–484, Mar. 2020, doi: 10.1177/0020294019895300.
- [257] G. Bertotti, F. Fiorillo, and M. P. Sassi, "Barkhausen noise and domain structure dynamics in Si-Fe at different points of the magnetization curve," *Journal of Magnetism*

- and Magnetic Materials*, vol. 23, no. 2, pp. 136–148, Apr. 1981, doi: 10.1016/0304-8853(81)90127-X.
- [258] M. Vashista and V. Moorthy, “Influence of applied magnetic field strength and frequency response of pick-up coil on the magnetic barkhausen noise profile,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 345, pp. 208–214, Nov. 2013, doi: 10.1016/j.jmmm.2013.06.038.
- [259] D. Maraun and J. Kurths, “Cross wavelet analysis: significance testing and pitfalls,” *Nonlin. Processes Geophys.*, vol. 11, no. 4, pp. 505–514, Nov. 2004, doi: 10.5194/npg-11-505-2004.

Annexes

Fonctions d'erreur pour l'évaluation des performances d'asservissement

Dans le cadre de l'asservissement, l'objectif est qu'une grandeur mesurée y soit la plus proche possible d'une consigne x définie par l'utilisateur. Les définitions mathématiques sont données ci-dessous :

$$t = [0..N - 1] \cdot T_s = [0..N - 1] \cdot \frac{1}{f_s} \quad (T_s, f_s, N \in \mathbb{R}_+^*)$$
$$x: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}; y: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$$
$$x = x_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} x_k \sin(2\pi k f_{exc} t + \chi_k) \quad (\text{A.1})$$
$$y = y_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} y_k \sin(2\pi k f_{exc} t + \gamma_k)$$

La différence entre les deux peut être quantifiée par l'erreur ϵ , donnée par une fonction pré-métrique f :

$$f(x, y) \geq 0 \quad \forall x, y \quad (\text{A.2})$$

$$f(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y \quad (\text{A.3})$$

Cette fonction peut devenir une distance au sens mathématique si elle respecte l'inégalité triangulaire :

$$f(x, y) + f(x, z) \geq f(x, y + z) \quad (\text{A.4})$$

Les distances utilisées dans ce document ont déjà été définies aux équations (VI.16) à (VI.20). Parmi celles-ci, la seule distance au sens mathématique est la distance euclidienne : le coefficient de Pearson ne respecte pas l'inégalité triangulaire, et le facteur de forme ne respecte même pas l'équation (A.2).

Une autre fonction souvent utilisée est la distance euclidienne relative :

$$d_{red}^2 = \frac{\int_0^{t_{max}} [y(t) - x(t)]^2 dt}{\int_0^{t_{max}} x(t)^2 dt} \approx \frac{d_{ed}^2}{T_s \sum_{n=0}^{N-1} x[n]^2} \quad (\text{A.5})$$

Elle n'est une distance que si x est constante, et cette fonction permet de normaliser la distance euclidienne en fixant à 1 la distance entre une fonction nulle et la consigne x .

Dans la suite, les versions temporelles de x et y vont être écrites comme suit :

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \hat{x} \\ y(t) &= y_0 + \hat{y} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Dans l'équation précédente, x_0 est la moyenne de x , et \hat{x} est la fonction x mais avec une moyenne nulle. Le coefficient de Pearson n'étant pas défini pour une fonction constante, on suppose que x et y aient une norme strictement positive :

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} \hat{x}[n]^2 &= \|\hat{x}\| \neq 0 \\ \sum_{n=0}^{N-1} x[n] &= N x_0 \in \mathbb{R}; \quad \sum_{n=0}^{N-1} \hat{x}[n] = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} \hat{y}[n]^2 &= \|\hat{y}\| \neq 0 \\ \sum_{n=0}^{N-1} y[n] &= N y_0 \in \mathbb{R}; \quad \sum_{n=0}^{N-1} \hat{y}[n] = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Avec cette notation, la distance euclidienne et le coefficient de Pearson deviennent :

$$d_{ed} = \sqrt{\sum (x[i] - y[i])^2} \quad (\text{A.9})$$

$$d_p = \frac{\sum \hat{x}[i]\hat{y}[i]}{\|\hat{x}\| \|\hat{y}\|} \quad (\text{A.10})$$

En définissant le produit scalaire entre deux vecteurs m et n de N éléments comme $\langle c|d \rangle$, on obtient:

$$\langle m|n \rangle = \sum m[i]n[i] \quad (\text{A.11})$$

Les égalités suivantes, avec a et b deux scalaires, p et q deux vecteurs et $\mathbf{1}$ le vecteur unité, peuvent être dérivées de l'équation précédente :

$$\mathbf{1}[i] = 1 \quad \forall i \in [0..N-1] \quad (\text{A.12})$$

$$\langle m|n \rangle = \langle n|m \rangle \quad (\text{A.13})$$

$$\langle \mathbf{1}|\mathbf{1} \rangle = \sum 1 \cdot 1 = N \quad (\text{A.14})$$

$$\langle \mathbf{1}|m \rangle = \sum 1 \cdot m[i] = Nm_0 \quad (\text{A.15})$$

$$\langle m|m \rangle = \sum m[i]^2 \neq \left(\sum m[i] \right)^2 = \langle \mathbf{1}|m \rangle^2 \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned}
\langle m - a|n - b \rangle &= \sum (m[i] - a)(n[i] - b) \\
&= \sum m[i]n[i] - a \sum n[i] - b \sum m[i] + Nab \\
&= \langle m|n \rangle - a\langle \mathbf{1}|n \rangle - b\langle \mathbf{1}|m \rangle + ab\langle \mathbf{1}|\mathbf{1} \rangle
\end{aligned} \tag{A.17}$$

$$\begin{aligned}
\langle m - p|n - q \rangle &= \sum (m[i] - p[i])(n[i] - q[i]) \\
&= \langle m|n \rangle + \langle p|q \rangle - (\langle m|q \rangle + \langle n|p \rangle)
\end{aligned} \tag{A.18}$$

$$\langle m - n|m - n \rangle = \langle m|m \rangle + \langle n|n \rangle - 2\langle m|n \rangle \tag{A.19}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \langle \mathbf{1}|x \rangle \Rightarrow \langle \mathbf{1}|\hat{x} \rangle = \langle \mathbf{1}|\hat{y} \rangle = 0 \tag{A.20}$$

Avec ces définitions :

$$\begin{aligned}
k_p &= \frac{\langle x_0|y_0 \rangle}{\sqrt{\langle x_0|x_0 \rangle \langle y_0|y_0 \rangle}} \\
k_{ed}^2 &= \langle x - y|x - y \rangle \\
&= \langle x|x \rangle + \langle y|y \rangle - 2\langle x|y \rangle \\
&= \langle x_0 + \bar{x}|x_0 + \bar{x} \rangle + \langle y_0 + \bar{y}|y_0 + \bar{y} \rangle - 2\langle x_0 + \bar{x}|y_0 + \bar{y} \rangle \\
&= \langle x_0|x_0 \rangle + N\bar{x}^2 + 2\bar{x}\langle \mathbf{1}|x_0 \rangle + \langle y_0|y_0 \rangle + N\bar{y}^2 + 2\bar{y}\langle \mathbf{1}|y_0 \rangle - 2\langle x_0|y_0 \rangle \\
&\quad - 2\bar{x}\langle \mathbf{1}|y_0 \rangle - 2\bar{y}\langle \mathbf{1}|x_0 \rangle - 2N\bar{x}\bar{y} \\
&= \langle x_0|x_0 \rangle + \langle y_0|y_0 \rangle + N(\bar{x}^2 - 2N\bar{x}\bar{y} + \bar{y}^2) - 2\langle x_0|y_0 \rangle \\
k_{ed}^2 &= \langle x_0|x_0 \rangle + \langle y_0|y_0 \rangle - 2\langle x_0|y_0 \rangle + N(\bar{x} - \bar{y})^2 \\
\frac{k_{ed}^2}{\langle x_0|x_0 \rangle} &= 1 + \frac{\langle y_0|y_0 \rangle}{\langle x_0|x_0 \rangle} + \frac{N(\bar{x} - \bar{y})^2}{\langle x_0|x_0 \rangle} - 2\frac{\langle x_0|y_0 \rangle}{\langle x_0|x_0 \rangle} \\
&= 1 + \frac{\langle y_0|y_0 \rangle}{\langle x_0|x_0 \rangle} + \frac{N(\bar{x} - \bar{y})^2}{\langle x_0|x_0 \rangle} - 2\frac{\langle x_0|y_0 \rangle}{\sqrt{\langle x_0|x_0 \rangle}} \frac{1}{\sqrt{\langle x_0|x_0 \rangle}} \frac{\sqrt{\langle y_0|y_0 \rangle}}{\sqrt{\langle y_0|y_0 \rangle}} \\
&= 1 + \frac{\langle y_0|y_0 \rangle}{\langle x_0|x_0 \rangle} + \frac{N(\bar{x} - \bar{y})^2}{\langle x_0|x_0 \rangle} - 2k_p \sqrt{\frac{\langle y_0|y_0 \rangle}{\langle x_0|x_0 \rangle}} \\
\frac{k_{ed}^2}{\langle x_0|x_0 \rangle} &= \left(1 - \sqrt{\frac{\langle y_0|y_0 \rangle}{\langle x_0|x_0 \rangle}} \right)^2 + 2(1 - k_p) \sqrt{\frac{\langle y_0|y_0 \rangle}{\langle x_0|x_0 \rangle}} + N \frac{(\bar{x} - \bar{y})^2}{\langle x_0|x_0 \rangle} \tag{A.21}
\end{aligned}$$

Cette dernière équation est importante car elle montre que la distance euclidienne relative et le coefficient de Pearson sont liés. En effet, la première est la somme de trois termes :

- un terme proportionnel à la différence de norme entre x_0 et y_0 ;
- un terme proportionnel à la différence de Pearson, égale à $1 - k_p$;
- un terme proportionnel au carré de la différence entre les moyennes de x et y .

Si les normes et les moyennes sont proches, l'équation (A.21) peut être simplifiée :

$$k_{ed}^2 \approx 2\langle x_0 | x_0 \rangle (1 - k_p) \quad (\text{A.22})$$

Si, en plus, x_0 est supposé constant, ce qui est le cas dans les méthodes itératives, où x est la consigne, alors :

$$k_{ed} \propto 2 \sqrt{1 - k_p} \quad (\text{A.23})$$

La distance euclidienne étant une distance, la différence de Pearson $\sqrt{1 - k_p}$ l'est tout autant.

Des exemples de distance relative euclidienne dans de cas simples sont donnés ci-dessous :

$$y = x + a \rightarrow k_{red}^2 = \frac{\sum (x[i] + a - x[i])^2}{\sum x[i]^2} = \frac{N a^2}{\sum x[i]^2} \propto a^2 \quad (\text{A.24})$$

$$y = ax \rightarrow k_{red}^2 = \frac{\sum (ax[i] - x[i])^2}{\sum x^2} = \frac{(a - 1)^2 \sum x^2}{\sum x^2} = (a - 1)^2 \quad (\text{A.25})$$

$$y = x + \mathcal{N}(0, \sigma^2) \rightarrow k_{red}^2 = \frac{\sum \mathcal{N}(0, \sigma^2)^2}{\sum x^2} \sim \frac{N \sigma^2}{\sum x^2} \propto \frac{1}{SNR} \quad (\text{A.26})$$

Pour l'équation A.31, $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ est un bruit blanc de moyenne nulle et écart type σ . Son moment centré d'ordre 2 est :

$$E[\mathcal{N}(0, \sigma^2)^2] = \sigma^2$$

Cela implique que la somme des N échantillons peut être approchée par $N \sigma^2$ si N est assez grand.

Étude du spectre par ondelettes du bruit Barkhausen

Cette section va étudier différents cas de figure pour mieux interpréter les spectrogrammes expérimentaux. Ils ont été obtenues à travers la transformée continue par ondelettes, qui définit la transformée S d'un signal y (pris entre 0 et T) comme suit :

$$S(f, t) = \frac{1}{\sqrt{f}} \int_0^T y(s) \bar{\Psi}\left(\frac{s-t}{f}\right) ds \quad (\text{A.27})$$

Il faut faire attention aux bords, car on n'a pas des signaux sur un temps infini, donc les composantes affectées par les effets de bord seront fixées à 0. L'ondelette Ψ est une fonction complexe et valant zéro presque partout, étant une fonction pour fenêtrer le signal y , et $\bar{\Psi}$ est son conjugué. Les ondelettes les plus répandues sont celles de Morlet [259]:

$$\Psi(x) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{i 2\pi x} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (\text{A.28})$$

L'énergie fréquentielle du spectrogramme est définie comme suit :

$$E(f) = \int_0^T S(f, t)^2 dt \quad (\text{A.29})$$

Exemples basiques

Deux exemples très simples ont été présentés pour bien comprendre les spectrogrammes obtenus : une somme de cosinus et un bruit blanc.

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \cos(2\pi 100 t) + \cos(2\pi 1000 t) + \cos(2\pi 10000 t) \\ y_2(t) &= \mathcal{N}(0, 1) \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Leurs transformées de Fourier sont données pour comparaison à la figure suivante.

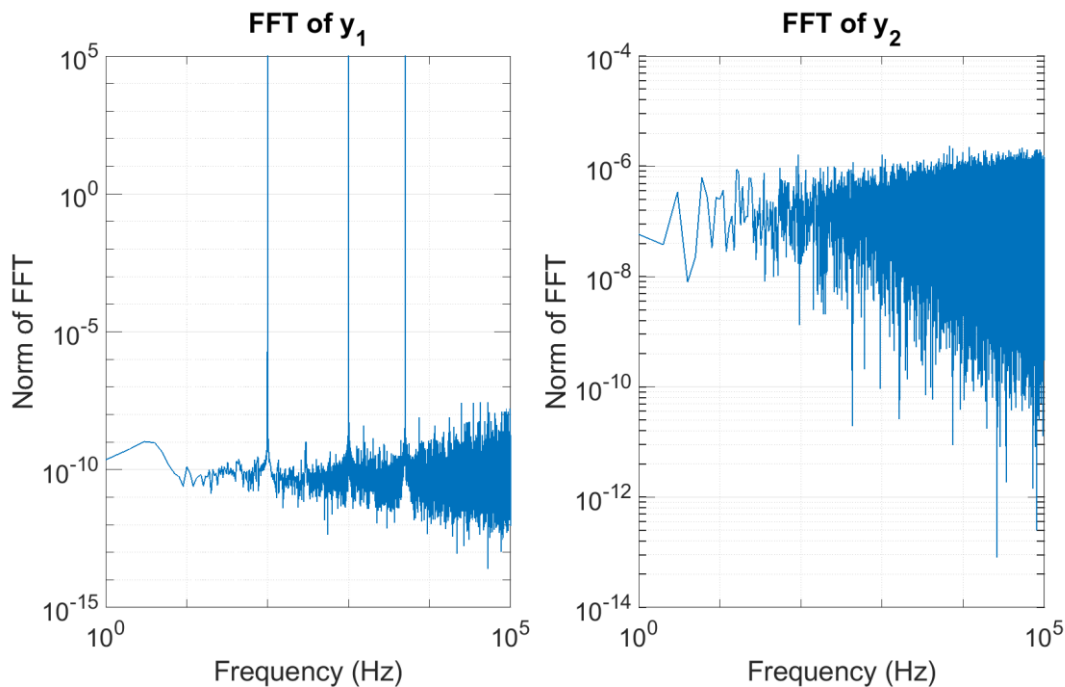


Figure A.1: transformée de Fourier des deux signaux de l'équation A.35.

Deux points importants peuvent être déterminés: les pics des harmoniques de y_1 ont la même hauteur et la transformée de y_2 est « plate ».

Leurs spectrogrammes, obtenus à travers la fonction `cwt` de MATLAB, sont donnés à la figure A.2, et leur énergie à la figure A.3.

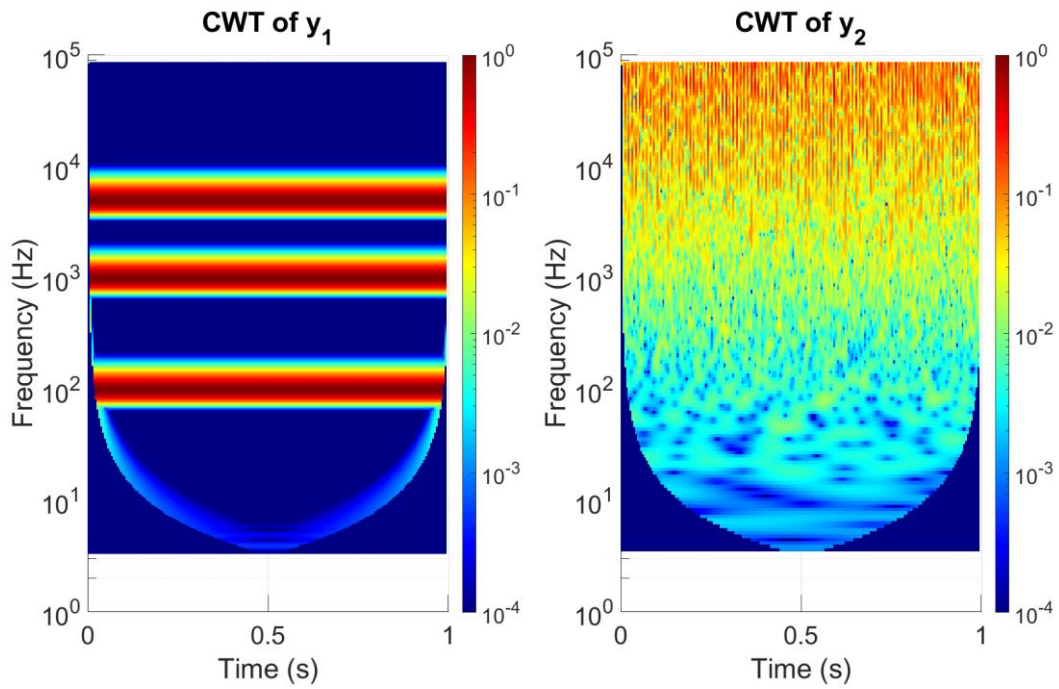


Figure A.2: transformées par ondelettes des signaux vus précédemment.

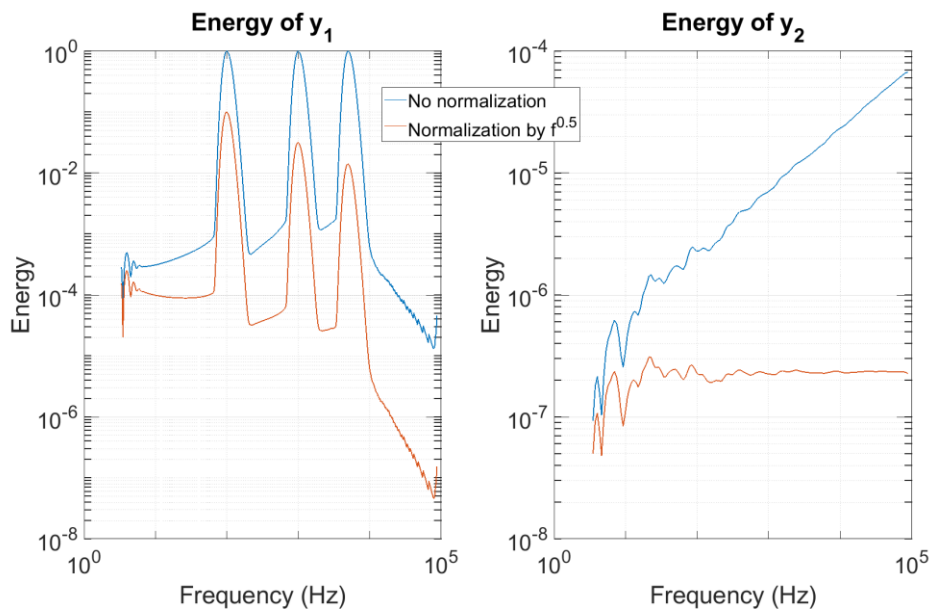


Figure A.3: énergie des transformées de la figure A.2.

Les deux caractéristiques importantes de la FFT ne se retrouvent pas dans cette transformée [259]. Sans normalisation, les harmoniques ont la même amplitude, mais la transformée du bruit blanc favorise les hautes fréquences ; si on normalise en divisant la transformée par \sqrt{f} , le spectre du bruit blanc sera plat, mais l'amplitude des harmoniques va diminuer selon leur fréquence, alors que de base elles sont égales. La mesure du bruit Barkhausen concernant surtout de signaux stochastiques, on va favoriser le deuxième critère et normaliser les transformées par \sqrt{f} . Sauf si précisé autrement, toutes les figures dans ce manuscrit suivent cette normalisation.

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : FAGAN

DATE de SOUTENANCE : 27/10/2022

(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

Prénoms : Patrick

TITRE : Caractérisation et simulation multi-échelle du bruit Barkhausen pour le contrôle non destructif d'aciers

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2022ISAL0088

Ecole doctorale : Électronique, Électrotechnique, Automatique (EEA)

Spécialité : Génie Électrique

RESUME : Le bruit Barkhausen (MBN) est un phénomène magnétique utilisé pour le contrôle non destructif de pièces ferromagnétiques (évaluation de microstructure, détection de défauts surfaciques, etc.). Sa mesure reste délicate à interpréter quantitativement car il dépend d'un grand nombre de paramètres, comme la taille des grains, la densité de dislocations ou les contraintes internes.

Un outil de simulation, permettant de tester un grand nombre de configurations et de faire varier les propriétés internes du matériau, est très attendu pour améliorer l'analyse du bruit Barkhausen. L'approche choisie dans cette thèse consiste à combiner un modèle multi-échelle (MME), donnant des courbes anhystérétiques, et un modèle d'hystérésis classique.

Des cycles d'hystérésis associés à la mesure MBN et à son énergie (MBNE) sont mesurés et simulés en prenant soin d'annuler la contribution liée à la rotation de l'aimantation dans le MME.

Un accord qualitatif a été obtenu, une précision plus poussée pouvant être atteinte grâce à une étude fine de la texture du matériau.

Aussi, des comparaisons ont été réalisées entre cycles classiques sans et avec contraintes mécaniques unidirectionnelles afin de comprendre leur influence sur la cinétique des domaines magnétiques. Des simulations 2D ont montré que la sensibilité des indicateurs magnétiques pour le bruit Barkhausen est très affectée par la direction de la contrainte et de l'excitation magnétique.

Finalement, un algorithme d'asservissement a été mis en place pour obtenir une densité de flux sinusoïdale et se placer dans le cadre expérimental de la théorie statistique des pertes (STL). La relation entre l'aire du cycle MBNE et la fréquence d'excitation est très similaire à la relation classique, ce qui ouvre une voie pour normaliser l'amplitude du MBNE.

En conclusion, l'association entre MBNE et modèle d'hystérésis donne de résultats qualitatifs permettant d'anticiper certaines tendances des indicateurs magnétiques, notamment pour des contraintes mécaniques appliquées à une pièce.

MOTS-CLÉS : bruit Barkhausen, hystérésis magnétique, modèle multi-échelle, contrainte interne

Laboratoire (s) de recherche : LGEF, CEA List/LSME

Directeur de thèse: M. DUCHARNE Benjamin

Président de jury : M. DANIEL Laurent

Composition du jury :

M. DUCHARNE Benjamin

M. SKARLATOS Anastasios

M. FERMON Claude

Mme VAZQUEZ SABARIEGO Ruth

M. DANIEL Laurent

Mme MARTINEZ-DE-GUERENU Ane