



HAL
open science

Mesures et simulations de matériaux cimentaires à l'échelle mésoscopique

Emmanuel Roubin

► **To cite this version:**

Emmanuel Roubin. Mesures et simulations de matériaux cimentaires à l'échelle mésoscopique. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes, 2022. tel-03786908

HAL Id: tel-03786908

<https://hal.science/tel-03786908v1>

Submitted on 23 Sep 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MÉMOIRE

En vue d'obtenir l'HDR :

HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

École Doctorale I-MEP2 - Ingénierie - Matériaux, Mécanique,
Environnement, Énergétique, Procédés, Production
Arrêté ministériel : 23 novembre 1988

Présenté par EMMANUEL ROUBIN
Maître de conférences, Laboratoire 3SR
Université Grenoble Alpes

MESURES ET SIMULATIONS DE MATÉRIAUX CIMEN- TAIRES À L'ÉCHELLE MÉSOSCOPIQUE

Travaux soutenus publiquement
le 20 Septembre 2022,
devant le jury composé de :

Farid BENBOUDJEMA	PR, rapporteur, Université Paris-Saclay
Thierry J. MASSART	PR, rapporteur, Université libre de Bruxelles
Alain SELIER	PR, rapporteur, Université Toulouse-III-Paul-Sabatier
Jean-Baptiste COLLIAT	PR, examinateur, Université Lille
Yann MALECOT	PR, examinateur, Université Grenoble Alpes
Laurent OXARANGO	PR, examinateur, Université Grenoble Alpes



TABLE DES MATIÈRES

I - PRÉAMBULE	1
1 - PARCOURS ACADÉMIQUE	2
2 - DOMAINES DE RECHERCHE	3
3 - ORGANISATION DU MÉMOIRE	5
II - BILAN DES ACTIVITÉS DE RECHERCHE	7
1 - MODÉLISATIONS À L'ÉCHELLE MÉSOSCOPIQUE	8
2 - MESURES EXPÉRIMENTALES	23
3 - RÉFLEXIONS ET PERSPECTIVES	35
III - PROJETS DE RECHERCHE	46
1 - ANALYSES À L'ÉCHELLE DE LA STRUCTURE	47
2 - ANALYSES À L'ÉCHELLE NANOSCOPIQUE	51
IV - CURRICULUM VITAE	56
1 - PARCOURS	57
2 - ACTIVITÉS	57
3 - LISTE DES ENCADREMENTS DOCTORAUX	60
4 - LISTE DES PUBLICATIONS ET DES CONFÉRENCES	65
V - BIBLIOGRAPHIE	70

I - PRÉAMBULE

1 - PARCOURS ACADÉMIQUE	2
1.1 - RECHERCHE	2
1.2 - ENSEIGNEMENTS	2
2 - DOMAINES DE RECHERCHE	3
2.1 - L'ÉCHELLE MÉSCOPIQUE	3
2.2 - RÔLES DES HÉTÉROGÉNÉITÉS SUR LES PHÉNOMÈNES DE FISSURATION	4
2.3 - OUVERTURE VERS DES SIMULATIONS À L'ÉCHELLE DE LA STRUCTURE	5
3 - ORGANISATION DU MÉMOIRE	5

1 - PARCOURS ACADÉMIQUE

1.1 - RECHERCHE

J'ai effectué ma thèse intitulée "Meso-scale FE and morphological modeling of heterogeneous media : applications to cementitious materials" entre 2010 et 2013 au LMT-Cachan sous la direction de Jean-Baptiste Colliat. Les deux aspects principaux (développement de méthodes EF enrichis et modélisation de structures aléatoires) m'ont permis de développer des compétences d'une part en programmation de méthodes numériques avancées et d'autre part dans un champ des mathématiques lié à la géométrie et la topologie de structures aléatoires. Ces deux compétences façonnent encore aujourd'hui la manière dont je poursuis mes travaux de recherche.

Suite à ma thèse j'ai effectué deux années de postdoc sous la direction de Xavier Oliver à l'UPC de Barcelone en Espagne. J'ai travaillé sur les mêmes méthodes d'enrichissement d'EF que durant ma thèse mais dans un cadre différent, mêlant à la fois une méthode multiéchelles intégrée (FE²) et une méthode de réduction de modèle. Ces changements de paradigmes ont enrichi ma connaissance du domaine et ont permis de prendre du recul sur les domaines d'utilisation de certaines méthodes.

J'ai ensuite été recruté en septembre 2015 à l'Université Joseph Fourier (actuelle Université Grenoble Alpes) en tant que maître de conférences rattaché au laboratoire 3SR. C'est en arrivant au laboratoire que j'ai commencé à mettre en place mon projet d'intégration qui consistait à approfondir les liens entre les méthodes numériques que j'avais développées en thèse et l'imagerie 3D *in-situ*. Dans ce cadre je suis un des développeurs principaux du logiciel libre SPAM: Software for Practical Analysis of Material [Stamati et al., 2020]. J'ai obtenu deux bourses de thèse de l'école doctorale (Olga Stamati 2016 - 2020) et Rida Grid (2021 - 2024) ainsi qu'un financement de l'université de 40 000 euros.

Je suis membre élu du conseil scientifique du laboratoire ainsi que responsable de l'animation scientifique (organisation des séminaires), référent HAL de la structure 3SR, référent avec l'UAR de calcul intensif de l'UGA Gricad ainsi que webmaster du site internet du laboratoire.

1.2 - ENSEIGNEMENTS

Je suis rattaché à l'IUT1 au département de Génie-Civil et Construction Durable où j'enseigne principalement la géotechnique et les mathématiques pour l'ingénieur. Je suis également responsable depuis 2021 d'un cours d'introduction à la mécanique des matériaux du Génie-Civil. En plus de ces enseignements je vais dorénavant intervenir dans d'autres composantes comme le master 2 international Geomechanics, civil engineering and risks où je donnerai un cours sur les liens entre l'imagerie et la simulation ainsi qu'au département Réseaux et télécommunication de l'IUT où je donnerai un cours d'informatique sur la gestion de code.

J'ai été directeur des études des deux promotions de septembre 2016 à juillet 2021, responsabilité qui consistait à superviser l'ensemble des étudiants.

2 - DOMAINES DE RECHERCHE

Le vieillissement des structures de Génie civil entraîne d'importants questionnements économiques et écologiques quant au choix entre leur maintenance ou leur remplacement. C'est dans ce contexte que se justifie l'approfondissement des connaissances sur le comportement des matériaux cimentaires, sur leurs mécanismes de dégradation à court et long terme ainsi que sur leur comportement au sein d'une structure. Ce domaine scientifique requiert des compétences interdisciplinaires : mécanique des milieux continus non linéaires, comportement des matériaux cimentaires, transferts de masses dans les milieux poreux, calcul numérique à haute performance.

Il est aujourd'hui clairement établi que les mécanismes de dégradation des structures en béton observés à l'échelle macroscopique trouvent leurs origines dans un ensemble de phénomènes physiques et chimiques qui s'opèrent à une échelle plus fine. Leurs conséquences à l'échelle macroscopique sont importantes et ont une influence notable sur la durabilité des structures et donc leur durée de vie. Ce constat est la pierre angulaire de ce projet qui a pour but de renforcer les liens entre ces échelles.

Mes travaux de recherche se situent en amont de la recherche sur le comportement des matériaux cimentaires et améliorent la compréhension des mécanismes aux échelles fines, dans une optique de meilleure prédiction du vieillissement et de la durabilité des structures. L'objectif principal est de renforcer la connaissance sur les liens entre les caractéristiques mésoscopiques du matériau et leur comportement macroscopique en adoptant une démarche explicative à l'échelle fine.

2.1 - L'ÉCHELLE MÉSOscopIQUE

La modélisation du comportement mécanique des matériaux cimentaires à l'échelle mésoscopique fait face à deux problématiques majeures. La méthode choisie doit être capable de représenter l'aspect hétérogène du matériau à cette échelle ainsi que son comportement quasi fragile (non linéaire). Une solution que je développe depuis mes travaux de thèse consiste à enrichir la cinématique d'éléments finis classiques en utilisant la méthode E-FEM (Embedded Finite Element Method) [Roubin et al., 2015b] qui fournit un cadre variationnel permettant de répondre aux deux problématiques. La formulation du problème possède un aspect fortement local ce qui rend la méthode particulièrement adaptée à des simulations de grande envergure où les hétérogénéités tout comme les faciès de fissuration peuvent avoir des morphologies complexes. C'est ce dernier point qui justifie son utilisation dans le cadre de simulations mésoscopiques au détriment de méthodes plus globales comme les X-FEM [Moradi and Nazari, 2016].

Afin de représenter les hétérogénéités lors d'une simulation Éléments Finis il est possible de créer un maillage adapté à la structure du matériau [You et al., 2015]. Une représentation arbitrairement fine de la géométrie est obtenue au prix de calculs coûteux. L'utilisation de maillages non adaptés (*i.e.* certains éléments peuvent avoir des nœuds dans différentes phases) couplés avec un enrichissement cinématique permet de contourner ces problèmes en modélisant la discontinuité des paramètres matériaux par un saut dans le champ de déformation, offrant par là même un moyen naturel de représenter l'interface comme une variété bidimensionnelle. Dans le cadre de la thèse d'[Alejandro Ortega Laborin](#), la formulation initialement proposée par [Markovic, 2004] a fait l'objet d'une correction, la rendant plus cohérente d'un point de vue variationnel [Ortega Laborin et al., 2021c].

Les mécanismes d'endommagement du matériau à l'échelle mésoscopique prennent en compte l'initiation ainsi que la propagation de microfissures dans chaque phase ainsi que la décohésion entre celles-ci. Contrairement aux méthodes classiques d'endommagement, ou plus récemment de champs de phase [Ulloa et al., 2019], où la détérioration du matériau est représentée par un scalaire à l'échelle de l'élément, un enrichissement cinématique est ici introduit afin de modéliser la fissure au moyen d'un saut dans le champ de déplacement. Cela permet de résoudre certains problèmes classiques de façon naturelle comme la dépendance au maillage (ici l'énergie est dissipée sur une surface) ou la détermination de l'ouverture de fissures (ici directement représentée par la discontinuité cinématique).

Ce double enrichissement cinématique, initialement développé avec des éléments de type barre [Benkemoun et al., 2010] a été étendu à une cinématique 3D complète durant ma thèse en restant dans un cadre phénoménologique simple (initiation des microfissures en traction et ouverture en mode I uniquement) et suivant des sollicitations mécaniques restreintes (traction/compression simple) [Roubin et al., 2015b]. Dans le cadre de la thèse de Yue Sun, la phénoménologie a été adaptée à des modes de rupture locaux en cisaillement ainsi qu'à de la fermeture de fissure, permettant d'appliquer la méthode à des sollicitations cycliques [Sun et al., 2021a, Sun et al., 2021b]. Dans le cadre de la thèse d'Alejandro Ortega Laborin, une modification de la formulation la rendant plus cohérente d'un point de vue variationnel a permis de résoudre des problèmes inhérents à la méthode [Wells, 2001]. De plus, la généralisation du modèle phénoménologique (critère de rupture de type Rankine / Mohr Coulomb et ouverture de fissure en mode mixte) [Ortega Laborin et al., 2021c, Ortega Laborin et al., 2021a, Ortega Laborin et al., 2021c] a rendu plus pertinent l'utilisation de la méthode à des essais confinés.

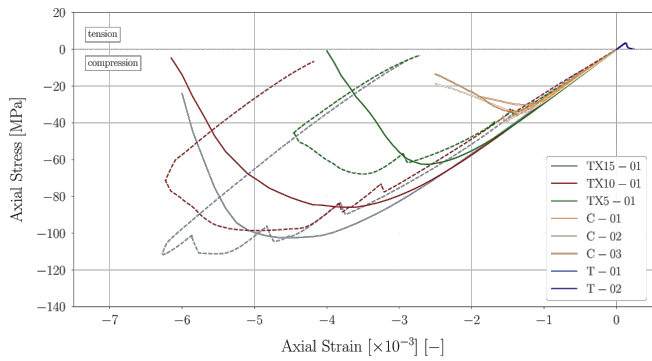
2.2 - RÔLES DES HÉTÉROGÉNÉITÉS SUR LES PHÉNOMÈNES DE FISSURATION

Afin de pouvoir utiliser le mésomodèle dans une démarche explicative il est primordial de vérifier sa capacité à prédire le comportement des matériaux cimentaires, que ce soit du point de vue macroscopique (*e.g.* résistance d'un échantillon) ou microscopique (*e.g.* faciès de fissuration, champ de déplacement ...).

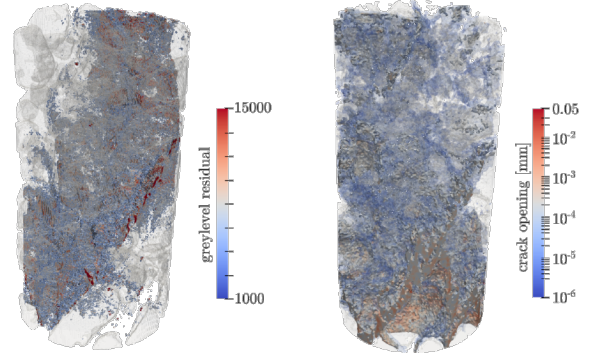
C'est dans ce contexte que s'inscrit la thèse d'Olga Stamati durant laquelle plusieurs campagnes expérimentales d'essais *in situ* sous tomographie à rayon X ont été effectuées sur des échantillons de microbéton sous des sollicitations de traction simple, compression simple et compressions confinées. La constitution des matériaux cimentaires rend le traitement des images ainsi que la corrélation entre elles délicat. Malgré ces problématiques, il a été possible de récupérer plusieurs types de mesures liées à la mésostructure telles que la morphologie des phases (agrégats et macroporosité) [Stamati et al., 2018a], les champs de déplacement, l'initiation des fissures ainsi que les faciès de fissuration finaux [Stamati et al., 2018a, Stamati et al., 2018b]. Ces résultats expérimentaux ont permis de mettre en relief l'impact des hétérogénéités (et notamment de la macroporosité) sur les phénomènes d'initiation et de propagation des fissures [Stamati et al., 2018b, Stamati et al., 2021b].

Les morphologies issues de ces campagnes expérimentales ont également été utilisées de manière explicite avec le mésomodèle. Les paramètres mécaniques du modèle ont été calibrés sur des essais en tractions simples afin de tester ses capacités prédictives en compression simple et compressions confinées.

Les comparaisons entre les grandeurs macroscopiques (fig.(a)) ainsi que les champs (fig.(b))



(a) Réponses macroscopiques pour différents confinements (pointillés : expérimental, plein : numérique)



(b) Faciès de fissuration en compression confinée à 5MPa (gauche : expérimental, droite : numérique)

Fig. 1 – Issu de [Stamati, 2020] : Comparaison expérimentale et numérique.

issus des mesures expérimentales et des simulations numériques ont permis de déterminer le domaine de validité d'une phénoménologie simple (Rankin / Mode I) et de mettre en relief l'importance du rôle des hétérogénéités sur le comportement du matériau [Stamati et al., 2021a]. Les limitations du modèle observées pour des confinements élevés justifient les développements de lois de comportements plus complexes effectués dans le cadre de la thèse d'Alejandro Ortega Laborin (Mohr Coulomb / Mode mixte).

Toujours dans le cadre de la thèse d'Olga Stamati, des études préliminaires sur l'impact de la forme des hétérogénéités ont également été menées, révélant l'importance de la représentation explicite de l'aspect anguleux des agrégats, liant ainsi les concentrations de contraintes dues à ces derniers au faciès de fissuration final. Les limitations dues à la reproductibilité des simulations à morphologie réelle (issues de la tomographie) d'une part et celles dues aux géométries idéalisées des modèles morphologiques simples (*e.g.* empilement de sphères) d'autre part justifient l'utilisation d'un modèle morphologique basé sur des excursions de champs aléatoires [Roubin et al., 2015a] pour une étude plus approfondie de ces phénomènes.

2.3 - OUVERTURE VERS DES SIMULATIONS À L'ÉCHELLE DE LA STRUCTURE

Mes travaux de postdoc se sont portés sur des méthodes multiéchelles intégrées (de type FE²) afin de pouvoir simuler des structures où les lois de comportements se substituent à des calculs mésoscopiques. La fissuration à l'échelle macroscopique était également basée sur la E-FEM. Un problème secondaire était résolu en parallèle de l'équilibre macroscopique afin d'assurer la continuité du chemin de fissure [Oliver et al., 2015]. Une optimisation des calculs mésoscopique était également effectuée en utilisant des méthodes de réductions de modèles adaptés aux volumes élémentaires représentatifs utilisés [Oliver et al., 2017].

Bien que cette méthode soit performante pour des mésostructures simples, il me semble préférable de favoriser d'autres approches afin de pouvoir mieux prendre en compte la complexité de la mésostructure. C'est dans ce contexte que s'inscrit un des deux projets que je présente par la suite.

3 - ORGANISATION DU MÉMOIRE

Suite à cette introduction, le manuscrit s'articule en trois chapitres.

Activités de recherche Le premier chapitre présente en détail mes activités de recherche depuis la fin de ma thèse. Il est articulé autour des résultats principaux des thèses que j'ai encadrées. Il se termine par des réflexions quant aux perspectives possibles de développement des méthodes présentées.

Projets de recherche Le deuxième chapitre présente deux projets de recherche que je vais mettre en place qui tendent à pousser l'analyse à l'échelle de la structure et à l'échelle des réseaux nanoporeux. Contrairement aux réflexions de la section précédente, ces projets sont plus conséquents dans le sens où, même si basés sur le même socle de méthodes et de compétences que mes travaux précédents, ils nécessitent la mise en place de nouveaux outils et font appel à une culture et une littérature différentes.

Curriculum Vitae Le troisième et dernier chapitre présente en détail mon parcours professionnel, mes activités de recherche, mes activités pédagogiques ainsi que mes responsabilités administratives. Puis je présente les trois thèses soutenues que j'ai encadrées et finalement je liste l'ensemble des publications et conférences auxquelles j'ai collaboré.

II - BILAN DES ACTIVITÉS DE RECHERCHE

1 - MODÉLISATIONS À L'ÉCHELLE MÉSO스코PIQUE	8
1.1 - LA MÉTHODE DES EMBEDDED FINITE ELEMENTS (E-FEM)	9
1.2 - LES DÉVELOPPEMENTS DU MODÈLE	15
2 - MESURES EXPÉRIMENTALES	23
2.1 - MESURES DE CHAMPS SUR DES MICROBÉTONS	23
2.2 - LIENS AVEC LES MÉSOMODÈLES	28
2.3 - RAYONS X ET NEUTRONS	33
3 - RÉFLEXIONS ET PERSPECTIVES	35
3.1 - LES FACIÈS DE FISSURATION	36
3.2 - LE FUTUR DU MODÈLE	37
3.3 - MÉCANIQUE ET CORRÉLATION D'IMAGE.	40
3.4 - LES ASPECTS MORPHOLOGIQUES ET L'ANALYSE STATISTIQUE	43

Dans ce chapitre je décris mes travaux de recherche depuis la fin de ma thèse. Ils sont articulés autour des résultats principaux des thèses soutenues que j'ai encadrés. La première partie est axée sur les développements du modèle EF à doubles discontinuités qui apporte une approche nouvelle aux simulations de matériaux quasi fragiles à l'échelle mésoscopique, notamment au travers des thèses de Yue Sun et Alejandro Ortega Laborin. Puis la deuxième partie montre comment, au travers de la thèse d'Olga Stamati, nous avons abordé les dialogues potentiels entre les modèles numériques et les mesures expérimentales issues d'essais in-situ sous tomographie à rayon X. Je décris également des travaux que j'ai menés sur la corrélation multimodale avec la collaboration d'Edward Andò, l'IR imagerie du Laboratoire 3SR de l'époque.

Enfin, la dernière section de ce chapitre s'attarde sur des réflexions personnelles sur les développements potentiels des différentes méthodes décrites. Je profite également de cette section de réflexion pour décrire des travaux effectués sur des aspects plus mathématiques de géométrie et de topologie d'objets aléatoires qui, bien que plus fondamentaux et pour le moment relativement déconnectés de l'histoire principale, pourront éventuellement trouver leur place dans la méthodologie globale que je décris dans ce manuscrit.

1 - MODÉLISATIONS À L'ÉCHELLE MÉSCOSCOPIQUE

À l'échelle mésoscopique, la modélisation des matériaux cimentaires a pour objectif de représenter explicitement les différentes phases possédant des hétérogénéités d'une taille caractéristique d'au moins une centaine de micromètres. Cela correspond généralement à une représentation explicite des agrégats et de la macroporosité qui, tous deux, sont incorporés dans une matrice de mortier. Les constituants de cette dernière phase (sable, ciment, nanoporosité ...) sont homogénéisés, car ils possèdent une longueur caractéristique trop petite pour être représentée explicitement à cette échelle. Les modélisations mésoscopiques font donc face à deux principales problématiques qui sont *la gestion de l'aspect hétérogène* de la microstructure d'une part et *la représentation des mécanismes de dégradation* à cette échelle (microfissuration).

Il s'avère que l'utilisation de méthodes EF avancées faisant appel à des enrichissements cinématiques permet d'apporter des solutions à ces deux problématiques. L'ajout d'une discontinuité dans le champ des déformations (appelée discontinuité faible) permet en effet de représenter l'aspect hétérogène du matériau sans avoir à adapter le maillage à la géométrie des phases. L'utilisation de maillages non conformes est particulièrement pertinente dans un contexte où les morphologies à traiter comportent des propriétés géométriques complexes (formes aléatoires, rayons de courbure variables ...) [Ehab Moustafa Kamel et al., 2019]. L'ajout d'une discontinuité dans le champ de déplacement (appelée discontinuité forte) permet cette fois de représenter un mécanisme de détérioration du matériau par le biais de l'équivalent cinématique d'une ouverture de fissure. L'énergie est ainsi dissipée sur une surface, ce qui permet d'éviter les problématiques de dépendance à la taille des éléments finis, rencontrés dans des modèles plus classiques où la dissipation est volumique (endommagement, champ de phase).

Dans un cadre EF, il existe deux grandes familles de solutions qui permettent de gérer ces cinématiques enrichies : les méthodes dites globales (ou à enrichissements nodaux) et les méthodes dites locales (ou à enrichissements élémentaires). Les Extended Finite Element Methods (X-FEM) [Moës et al., 1999] pour les méthodes globales et les Embedded Finite Element Methods (E-FEM) [Ortiz et al., 1987] pour les méthodes locales en sont les implémentations les plus connues. Les deux méthodes produisent des résultats similaires donnant un certain avantage à la complexité des cinématiques envisageables pour les X-FEM contre un avantage en termes de ressources numériques nécessaires pour les E-FEM [Oliver et al., 2006]. Ce constat s'explique par l'aspect local des E-FEM qui peut être résumé par deux principes clés : d'une part un système simple d'équations à résoudre dans chaque élément (lois de comportement) pour un nombre fixé d'inconnus globaux (déplacements) et d'autre part une condensation des informations pour résoudre le problème global sans changer sa taille [Wilson, 1974]. Au contraire, les méthodes globales violent cette séparation entre éléments et système global, ce qui entraîne notamment une augmentation de la taille de la matrice globale en fonction des enrichissements et change la nature de l'équilibre global du système. Cependant pour des systèmes de taille réduite ces aspects sont considérés comme négligeables.

Le choix des approches locales, et en particulier des E-FEM, se justifie donc au regard de la complexité de la géométrie et de la répartition des microfissures inhérente aux calculs à l'échelle mésoscopique.

1.1 - LA MÉTHODE DES EMBEDDED FINITE ELEMENTS (E-FEM)

Les E-FEM possèdent un bon équilibre entre la qualité des modèles physiques locaux (phénoménologie et cinématique) qu'elles permettent de représenter et les avantages numériques qu'elles apportent. En effet, elle offrent un cadre qui rend l'implémentation non intrusive vis-à-vis de l'injection des différentes discontinuités (en opposition aux méthodes globales comme les X-FEM). On s'intéressera ici à deux types de discontinuités :

Discontinuités faibles Ce sont des discontinuités dans le champ des déformations qui permettent notamment une représentation cinématique de différentes phases et d'une interface entre elles au sein d'un même élément.

Discontinuités fortes Ce sont des discontinuités dans le champ des déplacements qui permettent notamment une représentation cinématique de modes de ruptures locales (microfissuration).

C'est pour ces raisons que depuis l'introduction des premiers principes de ces méthodes il y a plus de 30 ans [Dvorkin et al., 1990], de nombreuses contributions ont été apportées jusqu'à ce jour [Ortega Laborin et al., 2021c], notamment dans le contexte des mésomodèles. Dans un premier temps, je décrirai l'historique de cette méthode puis, après avoir donné quelques détails théoriques nécessaires à la compréhension globale de la méthode, je détaillerai les diverses contributions auxquelles j'ai participé depuis mes travaux de thèse.

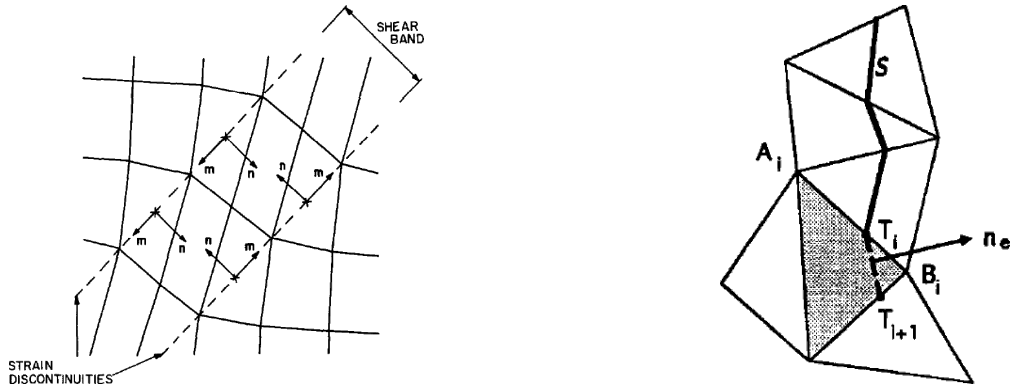
a - Bref historique : des bandes de cisaillement à la microfissuration

Aux origines, les développements des E-FEM proposaient une alternative aux techniques classiques de maillage adapté afin de représenter des zones de localisations de déformations dans des matériaux génériques [Simo and Rifai, 1990]. Cela commença par la modélisation de *bandes de cisaillements* à l'aide de deux discontinuités faibles parallèles séparées d'une largeur arbitraire (FIG. 2a, [Ortiz et al., 1987]). Avec l'évolution du cadre mathématique, les discontinuités fortes, gouvernées par des modèles discrets régularisés ont commencé à remplacer les faibles, permettant ainsi de résoudre le problème d'objectivité des fameuses *largeurs de bande*, la réduisant théoriquement à zéro (FIG. 2b, [Oliver, 1996a]).

C'est à ce moment que commencent les applications à des comportements quasi fragiles avec les contributions notables de Wells et Sluys au début des années 2000 avec la première implémentation d'une cinématique 3D [Wells and Sluys, 2000].

C'est notamment au travers des travaux de Oliver et Jirasek, qu'à cette époque, différentes formulations variationnelles non symétriques furent explorées, tendant à satisfaire au mieux les contraintes cinématiques et statiques de la formulation variationnelle [Oliver, 1996a, Oliver, 1996b, Jirásek, 2000]. Cependant, ces travaux se limitaient à des cinématiques de la rupture trop simples (translations) pour obtenir un cadre variationnel cohérent. Ces pathologies inhérentes à la méthode peuvent entraîner des états de contraintes infondés (stress locking), particulièrement dommageables aux modèles macroscopiques. L'introduction de *discontinuités non homogènes* a apporté des solutions à ces pathologies. Cela a commencé par l'introduction d'un degré de liberté en rotation [Alfaiate et al., 2003], pour aboutir au développement récent d'une cinématique générique du mode de rupture possédant tous les degrés de liberté nécessaires à une formulation cohérente [Ortega Laborin et al., 2021c].

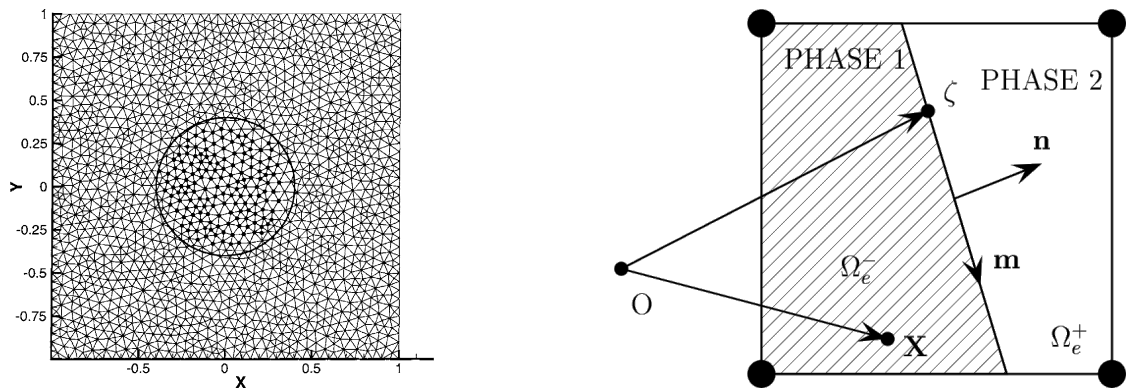
Parallèlement à la modélisation de phénomènes de rupture (discontinuités fortes), un petit groupe d'auteurs se sont penchés sur l'utilisation des E-FEM dans le cadre de modélisation de



(a) Issu de [Ortiz et al., 1987] : Double discontinuité faible modélisant une bande de cisaillement. (b) Issu de [Oliver, 1996a] : Chemin des discontinuités fortes représentant une fissure macroscopique.

Fig. 2 – Évolution des méthodes de représentation des phénomènes de localisation : des discontinuités faibles aux discontinuités fortes.

matériaux hétérogènes. Au début des années 2000, Sukumar utilise dans le cadre des X-FEM, des *discontinuités faibles* afin de représenter l'interface entre deux phases au sein d'un même domaine (FIG. 3a, [Sukumar et al., 2001]). Markovic adapte la méthodologie aux E-FEM et définit une cinématique de discontinuité des déformations au sein d'éléments, lui permettant de représenter l'échelle fine (hétérogène) de son approche multiéchelles (FIG. 3b, [Markovic, 2004]).

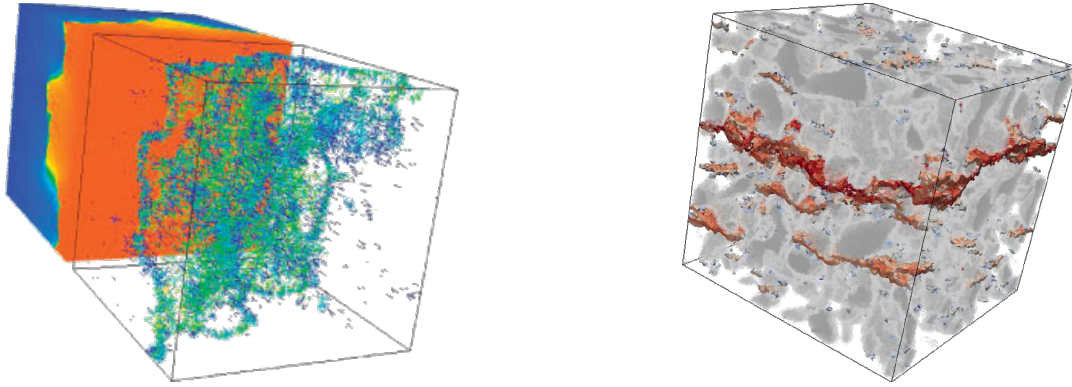


(a) Issu de [Sukumar et al., 2001] : Maillage non conforme utilisé pour une simulation X-FEM d'un matériau biphasique. (b) Issu de [Markovic, 2004] : Interface entre deux phases.

Fig. 3 – Utilisation des discontinuités faibles pour représenter l'aspect hétérogène des matériaux.

Cette approche est particulièrement intéressante pour la modélisation mésoscopique, car la définition d'interfaces entre les phases à l'intérieur d'éléments permet l'utilisation de maillage non conforme à la géométrie de la microstructure. C'est dans cette logique que sont apparues les premières implémentations couplées des discontinuités faibles et fortes afin de répondre aux problématiques de modélisations des matériaux quasifragiles aux échelles fines (hétérogénéités et mécanismes de rupture) à l'aide d'un cadre uniforme [Ibrahimbegovic and Melnyk, 2007, Benkemoun et al., 2010]. C'est dans [Benkemoun et al., 2010], que les premières simulations mésoscopiques 3D sont faites à l'aide d'un treillis d'éléments 1D où : d'une part, les discontinuités

faibles permettent de modéliser des microstructures à moindre coût (empilement de sphères) et d'autre part les discontinuités fortes permettent de modéliser les mécanismes de rupture des matériaux quasi fragiles par la représentation de *microstructures*. Mes travaux de thèse s'inscrivent dans cette continuité et aboutissent à une discrétisation volumique d'éléments possédant les deux discontinuités, permettant une meilleure représentation cinématique et phénoménologique du comportement [Roubin et al., 2015b].



(a) Issu de [Benkemoun et al., 2010] : treillis d'éléments barre (1D). En arrière plan : champs de déplacement. En premier plan : discontinuités fortes.

(b) Issu de [Roubin et al., 2015b] : maillage d'éléments tétraédriques (3D). En blanc : discontinuités faibles. Échelle de rouges : discontinuités fortes.

Fig. 4 – Résultats d'essais en traction simple avec les premiers modèles mésoscopiques utilisant les discontinuités faibles (interfaces entre les phases) et fortes (microfissuration).

b - Modèles mésoscopiques et double discontinuité

Comme mentionné plus haut deux types de discontinuités sont introduites afin d'adapter la méthode à la modélisation mésoscopique.

Il y a premièrement les **discontinuités fortes** qui sont un saut dans le champ de déplacement. Elles permettent de représenter les mécanismes de rupture à l'échelle élémentaire. Dans le cas de modèles mésoscopiques, cela correspond à la microfissuration. L'énergie mécanique est donc dissipée sur une surface ce qui permet d'éviter les problèmes classiques de dépendance au maillage des méthodes classiques de dissipations volumiques. De plus, la grandeur calculée pour représenter l'endommagement est ici directement une ouverture de fissure.

Le point de départ est donc d'enrichir le champ de déplacement d'un milieu continu Ω_e (typiquement un élément fini) en représentant mathématiquement la discontinuité et donc, le séparant en deux sous-domaines Ω_e^+ et Ω_e^- (FIG. 5a) :

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathcal{H}_{\Gamma_d} \llbracket \mathbf{u} \rrbracket \quad (1)$$

où le déplacement théorique \mathbf{u} est décomposé en une partie régulière $\bar{\mathbf{u}}$ et un saut défini sur la surface Γ_d à l'aide d'une fonction de Heaviside. $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$ modélise le déplacement d'une sous-partie du domaine par rapport à l'autre, *i.e.* la microfissure. Dans le cadre d'une résolution EF, une fonction auxiliaire φ doit être introduite afin de préserver une cohérence cinématique lors de l'imposition des conditions aux limites [Oliver, 1996b]. Comme nous le verrons dans la section

suivante, cette fonction φ joue un rôle central de la méthode. Elle est définie afin d'assurer l'existence d'un nouveau champ de déplacement.

$$\hat{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}} + \varphi[[\mathbf{u}]] \quad (2)$$

et donc ne possède comme contrainte, en plus de devoir être continue, d'être nulle sur les bords de Ω_e^- et unitaire sur les bords de Ω_e^+ :

$$\varphi = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{x}_i \in \Omega_e^+ \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{pour } i \in [1, \dots, N] \quad (3)$$

Le choix le plus simple qui est l'utilisation des fonctions de formes (linéaires dans notre cas) est souvent retenu FIG. 5b. Cependant cette fonction est le support de la cinématique des modes de rupture et nous verrons comment elle se retrouve être la source de certaines pathologies du modèle.

Si φ satisfait ces conditions alors $\hat{\mathbf{u}}$ peut être vue comme une version spéciale de \mathbf{u} , ne coïncidant que sur les bords, où le saut de déplacement serait régularisé dans le domaine FIG. 5c. On redéfinit donc EQ. (1) comme suit :

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} + (\mathcal{H}_{\Gamma_d} - \varphi)[[\mathbf{u}]] \quad (4)$$

C'est à partir de cette définition que les contraintes sont dérivées en calculant le gradient symétrique de \mathbf{u} :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^s \mathbf{u} = \nabla^s \hat{\mathbf{u}} - \underbrace{(\nabla \varphi \otimes [[\mathbf{u}]])^s}_{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_b} + \underbrace{\delta_{\Gamma_d} (\hat{\mathbf{n}} \otimes [[\mathbf{u}]])^s}_{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_u} \quad (5)$$

mettant en relief naturellement une partie classique de gradient de déplacement continu, une partie bornée et une partie non bornée (définie par un delta de Dirac sur la surface de discontinuité) due à l'enrichissement.

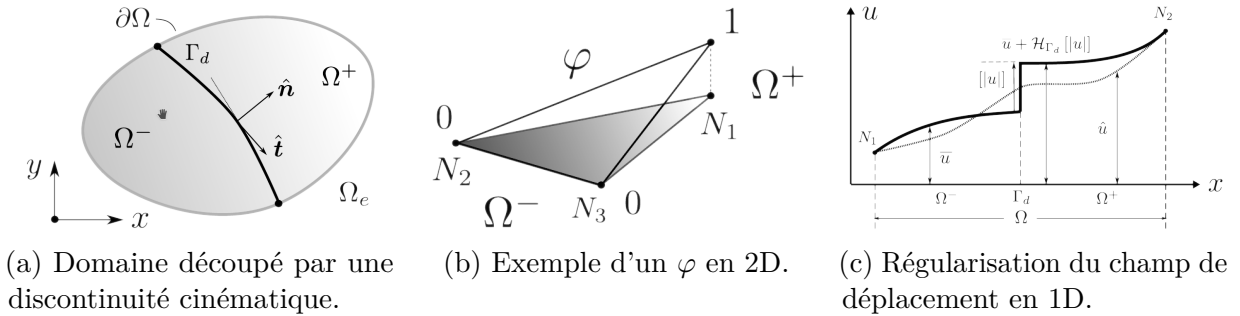


Fig. 5 – Issu de [Ortega Laborin et al., 2021c] : Illustrations classiques de la cinématique des discontinuités fortes.

Dans le cadre des modèles mésoscopiques, les discontinuités fortes ont un aspect strictement local dans le sens où aucune continuité n'est assurée entre deux discontinuités voisines. Elles sont donc vues comme des *microfissures* et permettent de représenter la complexité des phénomènes de rupture globaux de façon naturelle (multifissuration, branchement, ...). Du point de vue macroscopique, c'est en effet la coalescence de multiples microfissures qui définira le faciès de fissure global FIG. 6.

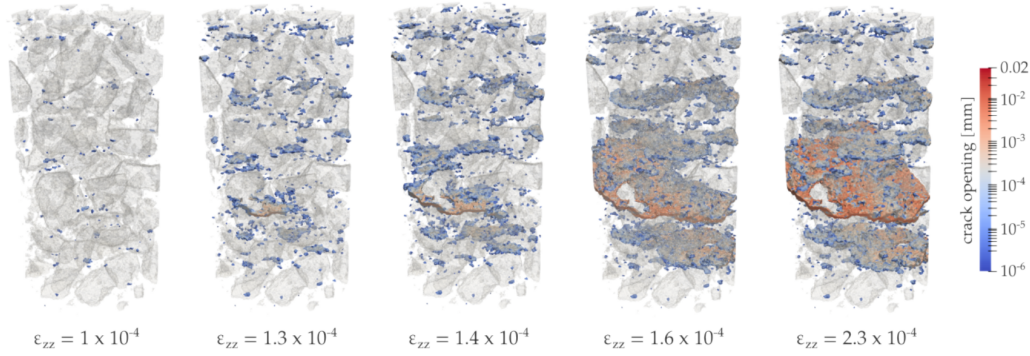


Fig. 6 – Issu de [Stamati, 2020] : évolution de la répartition de la microfissuration au cours d’un essai de traction simple et coalescence des fissures locales (discontinuités fortes) en une macrofissure en fin d’essai.

Puis il y a les **discontinuités faibles** qui sont un saut dans le champ de déformation. Elles permettent de représenter un changement de phase ainsi qu’une interface entre ces phases au sein d’un même élément. Cette possibilité de modéliser des éléments “hétérogènes” permet de résoudre des problématiques coûteuses de conformité de maillage. Cela représente un avantage certain du point de vue numérique dans le cadre de modélisations mésoscopiques où la modélisation de la microstructure joue un rôle primordial.

La construction de la cinématique des discontinuités faibles dans le cadre de la modélisation de matériaux hétérogènes part du principe qu’un champ de déplacement “hétérogène” \mathbf{u} peut s’exprimer comme la somme d’un champ homogénéisé $\bar{\mathbf{u}}$ et d’un champ qui contient la discontinuité $\tilde{\mathbf{u}}$:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}} \quad (6)$$

Le champ homogénéisé se dérive uniquement des déplacements aux nœuds en se basant sur les fonctions d’interpolation classique des EF alors que le champ correspondant à la discontinuité contient les variables internes de la discontinuité et les fonctions d’interpolation doivent introduire un saut de déformation. Le gradient symétrique nous permet de calculer les déformations où une distinction est faite de part et d’autre de la discontinuité :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \text{avec} \quad \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^+ \in \Omega_e^+ \\ \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^- \in \Omega_e^- \end{cases} \quad (7)$$

Dans [Ehab Moustafa Kamel et al., 2019] une comparaison entre une méthode de maillage adapté utilisant entre autre un algorithme de “marching cubes” et un maillage non adapté utilisant les discontinuités faibles est faite FIG. 7. Il en ressort que, à morphologie et discrétisation équivalentes, le temps de calcul est bien plus faible pour les maillages non adaptés. Ajoutées à cela, les discontinuités faibles donnent un cadre cinématique à la problématique des interfaces entre les phases.

Grâce à des approches similaires d’un point de vue de l’enrichissement cinématique, les **deux discontinuités** peuvent être intégrées au sein d’un même élément simplement en ajoutant chaque contribution :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \underbrace{\nabla^s \bar{\mathbf{u}}}_{\text{régulier}} + \underbrace{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{faible}} + \underbrace{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\text{forte}} \quad (8)$$

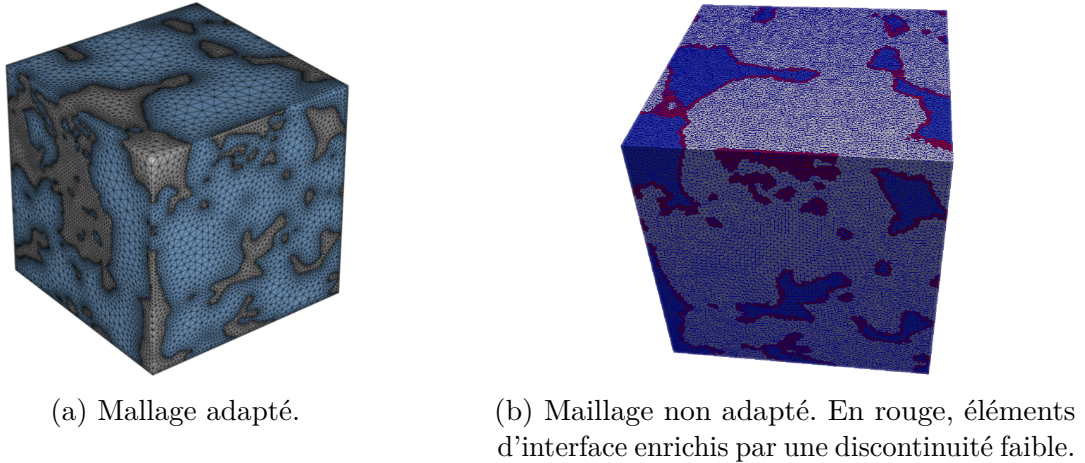


Fig. 7 – Issu de [Ehab Moustafa Kamel et al., 2019] : Illustration des différentes méthodes de maillage sur la même morphologie.

Comme illustré FIG. 8, un élément peut donc intégrer une interface entre deux phases (a), une microfissure (b) ou un phénomène de décohésion (c).

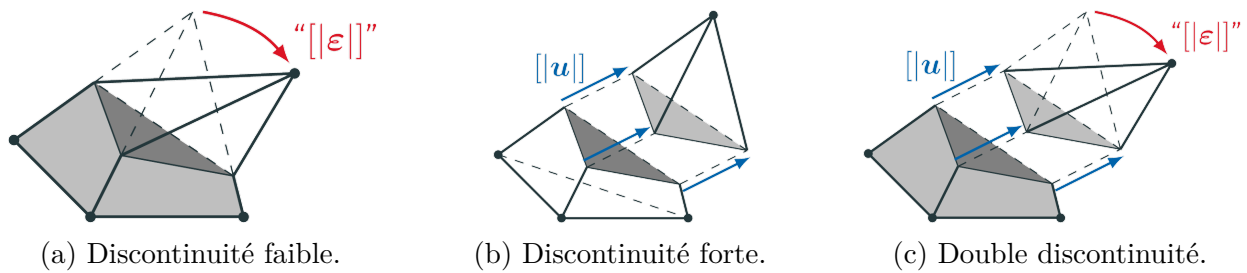


Fig. 8 – Issu de [Roubin et al., 2019b] : Représentation des discontinuités faibles et fortes au sein d'un élément fini dans le cas d'une ouverture en mode I.

c - Un modèle simple, support des développements ultérieurs

À la fin de mon doctorat, le modèle mésoscopique à doubles discontinuités était capable de simuler des essais de traction et compression simple sur des morphologies complexes. Les modes de rupture locaux se limitaient à de la localisation en traction avec ouverture en mode I, affectant le modèle des pathologies mentionnées plus haut (stress locking). Malgré cela, nous étions capables de mettre en relief plusieurs aspects de la complexité du comportement des matériaux cimentaires tels que l'asymétrie de la résistance en traction/compression, l'aspect émergent du faciès de fissuration macroscopique en compression ainsi que la variabilité des résultats inhérente à l'aspect aléatoire de la microstructure.

Afin de faciliter la compréhension des sections suivantes, certains détails concernant le modèle mécanique sont importants à donner maintenant. La description mécanique à l'échelle mésoscopique se repose sur une loi phénoménologique qui gouverne le mécanisme de rupture. Ici, comme décrit plus haut, un élément est découpé en deux sous-domaines $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$ séparés par une interface Γ_d . En s'inscrivant dans le cadre des approches des discontinuités fortes discrètes (CSDA, [Oliver, 2000]), deux comportements sont considérés. Tout d'abord dans les volumes, le

comportement est élastique linéaire. Puis, au niveau de l'interface, une loi de traction/séparation gouverne la rupture en liant une partie du vecteur contrainte à l'ouverture de fissure. Bien que des modélisations plus complexes sont possibles, les choix d'une telle modélisation sont à remettre dans le contexte de simplicité phénoménologique à l'échelle locale. De plus, dans un tel cadre, la dissipation mécanique s'effectue entièrement sur une surface ce qui élimine les problématiques classiques de dépendance aux maillages face à la dissipation volumique.

La localisation d'une microfissure (*i.e.* l'introduction d'une discontinuité forte) est basée sur un critère de Rankine en tension Φ_{loc} où l'orientation de la fissure \mathbf{n} est définie par la direction de la contrainte principale σ_I lorsqu'elle atteint une certaine contrainte σ_y ($\mathbf{n} \leftarrow \mathbf{n}_I$). Si une discontinuité faible est présente dans l'élément, l'hypothèse est faite que la direction de l'interface matériau est la même que celle de la fissure, modélisant ainsi le phénomène de décohésion.

$$\Phi_{\text{loc}} = \begin{cases} \sigma_I - \sigma_y & \text{sans discontinuité faible} \\ \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} - \sigma_y & \text{avec discontinuité faible} \end{cases} \quad (9)$$

Il est important de noter que dans ce cas, \mathbf{n} est basé uniquement sur des considérations géométriques et est connu en amont du calcul mécanique.

Une fois introduite, la discontinuité forte est contrôlée par une loi de traction/séparation ϕ_{op} qui lie l'état de contrainte à l'interface $\sigma_{\text{eq}} = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$ avec l'ouverture de fissure $[u] = \|\llbracket \mathbf{u} \rrbracket\|$ suivant une loi exponentielle :

$$\Phi_{\text{op}} = \sigma_{\text{eq}} - \sigma_y \exp\left(-\frac{\sigma_y}{\mathcal{G}_f}[u]\right) \quad (10)$$

faisant directement intervenir une énergie de fissuration locale \mathcal{G}_f en J/m².

Dans le cadre des E-FEM, le respect du critère d'ouverture est assuré au niveau élémentaire signifiant que l'ouverture de fissure est une variable interne qui doit être déterminée pour chaque élément. Au vu du nombre d'éléments, nécessairement important dans le cadre de modélisation mésoscopique, il est primordial de résoudre EQ. (10) de la manière la plus économe possible en termes de ressources numériques. Il s'avère qu'avec un support d'interpolation linéaire, la contrainte équivalente peut s'écrire comme une somme de la composante normale du vecteur traction "élastique" et un terme proportionnel à l'ouverture de fissure :

$$\sigma_{\text{eq}} = T_e + M[u] \quad (11)$$

permettant de déterminer $[u]$ de manière analytique :

$$[u] = \frac{\mathcal{G}_{\text{op}}}{\sigma_y} \left(W_0 \left(\frac{\sigma_y^2}{\mathcal{G}_{\text{op}} M} \exp\left(\frac{\sigma_y T_e}{\mathcal{G}_{\text{op}} M}\right) \right) - \frac{\sigma_y T_e}{\mathcal{G}_{\text{op}} M} \right) \quad (12)$$

Cette solution analytique est une des clés de la robustesse du modèle face au très grand nombre de résolutions et de configurations, évitant le recours à une méthode de type Newton-Raphson, nécessairement plus coûteuse et moins stable. Cette solution analytique sera préservée et adaptée lors des développements du modèle présenté ci-dessous.

1.2 - LES DÉVELOPPEMENTS DU MODÈLE

Dans cette section sont décrits les travaux de doctorat de Yue Sun [Sun, 2019] et Alejandro Ortega [Ortega Laborin, 2021]. Ces travaux ont amélioré le modèle en enrichissant autant la phénoménologie que la cinématique des modes de rupture.

a - Mode II et fermeture de fissures (Yue Sun)

Dans ses travaux de doctorat, Yue Sun fait l'hypothèse classique des modèles mésoscopiques qui visent à observer la complexité du comportement mécanique des bétons comme une émergence issue d'une part de phénomènes mécaniques simples à l'échelle fine et d'autre part d'une représentation explicite de la complexité morphologique de la mésostructure. Un des objectifs de cette étude est d'observer quels ingrédients phénoménologiques sont pertinents à rajouter au modèle afin de simuler des essais plus complexes tels que des essais de compression cyclique.

Le point de départ de ces travaux est le modèle à double discontinuité issu de ma thèse où, les discontinuités faibles représentent une interface entre les différentes phases et où les discontinuités fortes représentent la microfissuration. Deux mécanismes sont ajoutés au modèle afin d'en enrichir sa phénoménologie. Le premier mécanisme est la possibilité de modéliser la *fermeture des fissures* [Sun et al., 2021b]. Pour ce faire, au critère d'ouverture EQ. (10) vient s'ajouter un critère de fermeture :

$$\Phi_{cl} = -\sigma_{eq} + \frac{\mathcal{G}_{cl}}{[u]_{max}} \ln \left(\frac{[u]}{[u]_{max}} \right) \quad (13)$$

où apparaît l'énergie nécessaire à refermer la fissure, \mathcal{G}_c . EQ. (13) est le résultat de trois hypothèses principales, également représentées figure FIG. 9 :

Hypothèse n°1 tout comme pour l'ouverture, le processus de fermeture est exponentiel et la force nécessaire à refermer complètement la fissure est infinie. Ce choix arbitraire est justifié par la symétrie qu'il confère au mécanisme qui permet une résolution grandement simplifiée du problème (solution analytique).

Hypothèse n°2 l'énergie nécessaire à refermer la fissure est égale à l'énergie dissipée durant la phase d'ouverture \mathcal{G}'_{op} . L'énergie de fermeture \mathcal{G}_{cl} est donc calculée au fil de l'eau (voir FIG. 9b) :

$$\mathcal{G}_{cl} \triangleq \mathcal{G}'_{op} \quad (14)$$

Hypothèse n°3 lors d'une phase potentielle de réouverture, le critère Φ_{op} est basé sur la résistance résiduelle et l'énergie de fissuration résiduelle (voir FIG. 9c).

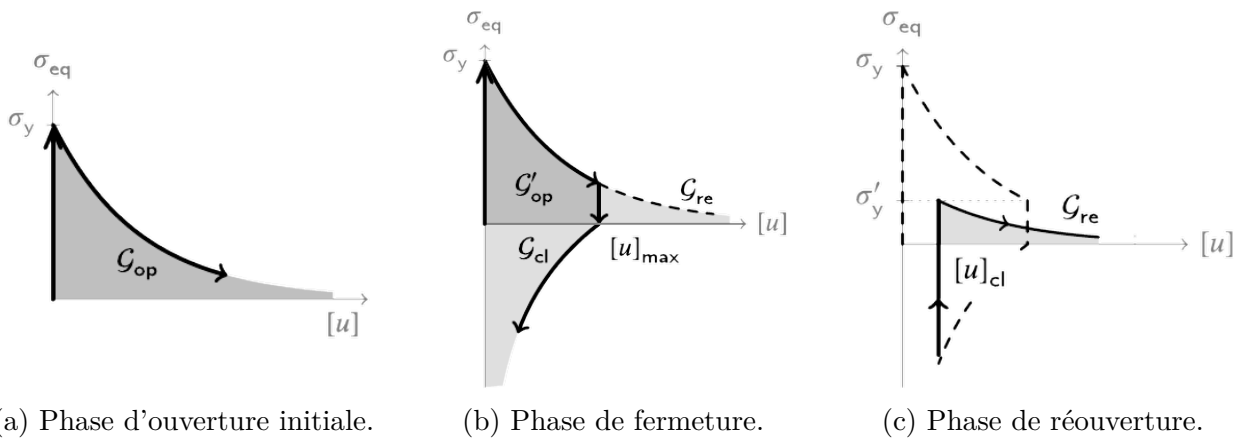


Fig. 9 – Issu de [Sun et al., 2021b] : Loi de traction/séparation définie par les critères Φ_{op} et Φ_{cl} , régissant le comportement à l'interface des discontinuités fortes et définissant les lois d'ouverture et de fermeture des fissures.

Grâce à ces hypothèses, la méthode de résolution reste très semblable au modèle initial et la solution analytique, EQ. (12), qui permet d'éviter une résolution numérique coûteuse au sein des éléments peut s'adapter de la sorte :

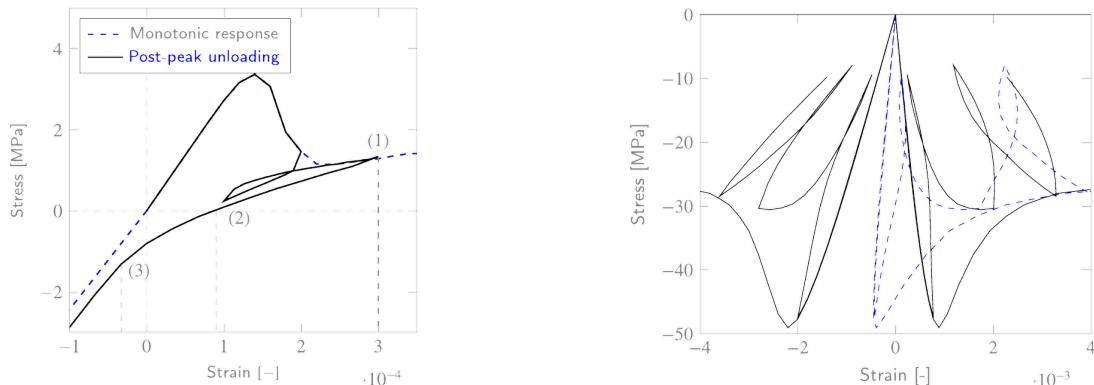
$$[u] = -\frac{\mathcal{G}_{cl}}{[u]_{max}} W_0 \left(-\frac{M[u]_{max}^2}{\mathcal{G}_{cl}} \exp \left(\frac{T_e[u]_{max}}{\mathcal{G}_{cl}} \right) \right). \quad (15)$$

L'implémentation de la fermeture des fissures a permis de révéler plusieurs comportements macroscopiques intéressants, et notamment des comportements complexes émergents.

Fermeture des fissures et relaxation On observe que la fermeture des fissures ne s'opère pas uniquement lors de chargements non proportionnels, mais qu'elle joue également un rôle important pour des essais de traction simple par exemple. En effet, elle permet de représenter la localisation de la rupture de façon plus exacte.

Récupération de rigidité Lors d'essais de traction simple suivie de compression simple, la rigidité macroscopique se retrouve au fur et à mesure que les microfissures se ferment (FIG. 10a).

Dissipation en boucles d'hystérésis Lors d'essais de compression cycliques la dissipation d'énergie locale permise par la fermeture des fissures fait apparaître des boucles d'hystérésis (FIG. 10b).



(a) (1) Fissuration en traction. (2) État de compression. (3) Récupération de la rigidité avec la fermeture des fissures. (b) Boucles d'hystérésis lors d'essais de compression cyclique.

Fig. 10 – Issu de [Sun et al., 2021b] : principaux résultats macroscopiques observés grâce à la fermeture des fissures.

Cependant, certains effets des pathologies mentionnées plus haut sont toujours observables. Par exemple, le fait de ne pouvoir récupérer un état de contraintes nulles lors de l'essai de traction / compression (FIG. 10a) est un signe d'état de contraintes incohérent avec la théorie (stress locking). De plus, on remarque que la taille des boucles d'hystérésis est relativement faible au vu des paramètres de dissipation que nous fixons. Ces deux remarques mènent logiquement à la conclusion que le modèle manque d'une phénoménologie plus complexe et que le mode de dissipation traction/mode I jusqu'alors considéré n'est plus suffisant.

C'est dans l'optique de répondre aux limitations observées lors des essais avec fermeture de fissures que Yue implémente l'ouverture en mode II, permettant de modéliser localement

un *glissement avec frottement* [Sun et al., 2021a]. C'est donc toujours basé sur le même schéma que l'implémentation du mode II est faite. Un critère de Mohr-Coulomb est utilisé pour définir la localisation de la microfissuration, déterminant ainsi l'orientation de la discontinuité forte et donc du plan de glissement.

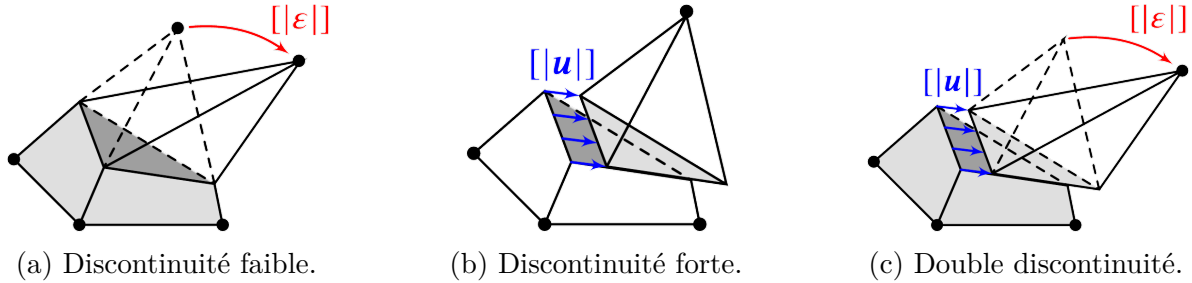


Fig. 11 – Issu de [Sun et al., 2021a] : Représentation des discontinuités faibles et fortes dans le cas d'un glissement de fissure en mode II.

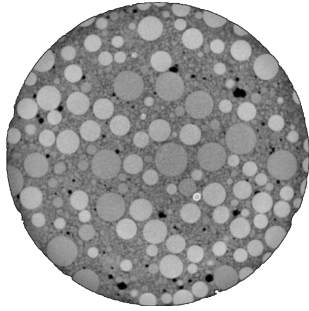
Le glissement s'effectue donc après la localisation. Il représente la rupture locale du matériau et est lié au frottement entre les lèvres de la fissure. Au fur et à mesure du glissement, le frottement diminue de manière irréversible, signe d'une perte de rugosité due aux concentrations de contraintes sur les aspérités des fissures. Le critère d'ouverture est donc adapté et prend la forme d'une loi d'adoucissement classique :

$$\Phi_{\text{op}} = \sigma_{\text{eq}} - C \exp\left(-\frac{C}{\mathcal{G}_f}[u]\right) \quad \text{avec} \quad \sigma_{\text{eq}} \triangleq \|\mathbf{T}_t\| + T_n \tan(\varphi) \quad (16)$$

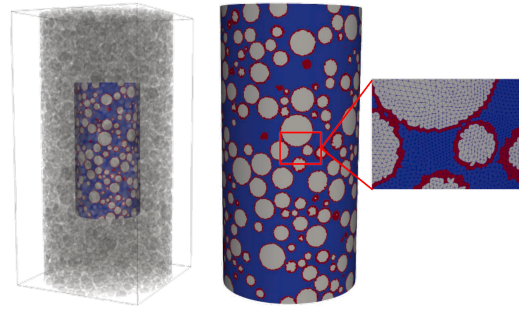
Plusieurs comparaisons à des données expérimentales [Paulina, 2013] sont montrées dans [Sun et al., 2021a], permettant de mettre en relief l'impact d'un changement de phénoménologie locale (passage du mode I au mode II) sur le comportement macroscopique. En simulant des morphologies à l'aide d'algorithmes d'empilement de sphères qui respectent la granulométrie des bétons étudiés, plusieurs essais de compression cycliques sur des éprouvettes cylindriques montrent une similitude entre résultats expérimentaux et numériques (voir FIG. 12).

Les résultats de cette étude montrent que plusieurs phénomènes complexes en chargement cyclique apparaissent grâce à la modélisation du mode II tels que *des boucles d'hystérésis*, *une perte de rigidité progressive* au cours des cycles, *des déformations plastiques* à l'échelle macroscopique.

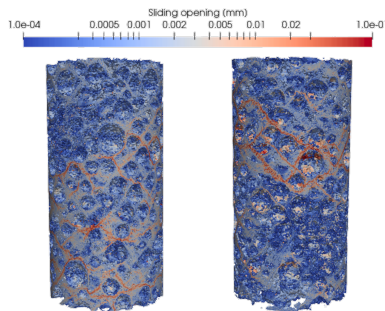
Les principales conclusions du doctorat de Yue, sont que l'introduction d'un mode de rupture supplémentaire (mode II) ainsi que la fermeture de fissure étaient des ingrédients essentiels à la modélisation de certains macroscopiques complexes des matériaux cimentaires. Cependant, contrairement à nos espérances, l'ajout d'un mode de rupture n'a pas permis de modérer les pathologies inhérentes aux E-FEM et les problèmes de stress locking étaient minimisés à l'aide de fonctions arbitraires d'érosions des contraintes (similairement à ce qui est proposé dans [Wells and Sluys, 2001]). De plus, les modes I et II n'étaient pas couplés et une simulation ne pouvait en représenter qu'un seul des deux. C'est à cette période que Alejandro commença sa thèse et s'attaqua à résoudre ces problèmes.



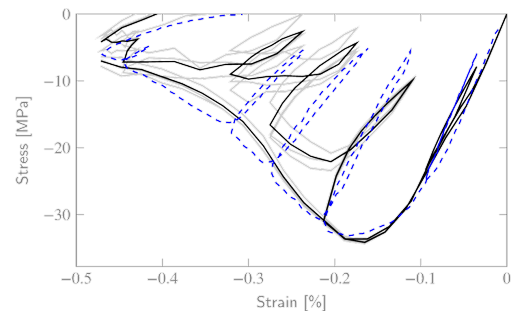
(a) Issu de [Paulina, 2013] : Tranche d'une tomographie d'un des bétons utilisés (billes de verre) pour la comparaison.



(b) Projection de la morphologie simulée par un empilement de sphères sur le maillage EF.



(c) Champs de glissement après un essai de compression cyclique.



(d) Comparaison expérimentale (courbe en pointillés) et numérique (courbes en traits pleins) du comportement macroscopique.

Fig. 12 – Issu de [Sun et al., 2021a] : Comparaison de résultats expérimentaux et de simulations mésoscopiques avec un mode de rupture en mode II.

b - Cohérence de la formulation variationnelle (Alejandro Ortega)

Les pathologies observées depuis plusieurs décennies lors de l'introduction des discontinuités fortes, comme l'apparition de contraintes tangentielles non physiques [Wells, 2001], sont analysées par Alejandro durant son doctorat. En plus d'une généralisation de la cinématique des modes de rupture, inspirée des premiers travaux de [Alfaiate et al., 2003], une révision des hypothèses classiquement choisies lors de la discrétisation de la formulation variationnelle est également faite, permettant de résoudre les problèmes historiques de la méthode. Afin de comprendre ces contributions, il est important de donner quelques détails sur le déroulement de la formulation ainsi que la description des pathologies.

Les E-FEM rentrent dans la catégorie des EF à formulation mixtes où, contrairement aux cadres variationnels classiques à un champ, plusieurs des champs \mathbf{u} , $\boldsymbol{\sigma}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}$ peuvent être indépendants. Ces formulations mixtes apportent la flexibilité nécessaire à la gestion d'utilisation des fonctions d'interpolation personnalisée nécessaire à la discrétisation des champs enrichis EQ. (8). Historiquement, la formulation à trois champs de Hu-Washizu est utilisée [Washizu, 1982] qui, après avoir exprimé la variation de son potentiel en fonction des trois

champs associés \mathbf{u} , $\boldsymbol{\sigma}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}$ donne :

$$\int_{\Omega} \partial \delta \mathbf{u}^t \boldsymbol{\sigma} dV - \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^t \mathbf{f}_b dV - \int_{\partial \Omega} \delta \mathbf{u}^t \mathbf{t} dA = 0 \quad (17a)$$

$$\int_{\Omega_e} \delta \boldsymbol{\sigma}^t (\partial \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon}) dV = 0 \quad (17b)$$

$$\int_{\Omega_e} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^t (\hat{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\varepsilon}) - \boldsymbol{\sigma}) dV = 0 \quad (17c)$$

En plus de l'équation d'équilibre EQ. (17a) classique, cette formulation à trois champs impose également de manière faible la compatibilité cinématique EQ. (17b) et la loi constitutive EQ. (17c). Il est important de comprendre à ce moment du développement que les champs de déplacement, de contrainte et de déformation $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon})$ ainsi que les champs de variation correspondants $(\delta \mathbf{u}, \delta \boldsymbol{\sigma}, \delta \boldsymbol{\varepsilon})$ sont tous les six indépendants. Le choix des fonctions supports de la discrétisation est donc à ce moment complètement arbitraire et à l'exception du champ de déplacement \mathbf{u} et $\delta \mathbf{u}$ qui utilisent tous deux les fonctions de forme classique de l'élément parent \mathbf{n} , dans [Ortega Laborin et al., 2021c], la flexibilité d'utiliser d'autres bases pour $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\delta \boldsymbol{\sigma}$ et $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ est maintenue.

En se basant sur des considérations à la fois statiques et cinématiques, le choix classique d'une formulation asymétrique de type SKON [Dvorkin et al., 1990] est faite ici :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{d} + \mathbf{G}_s [\mathbf{u}] \quad (18a)$$

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \delta \mathbf{d} + \mathbf{G}_s^* \delta [\mathbf{u}] \quad (18b)$$

où \mathbf{G}_s dépend de la fameuse fonction φ EQ. (2) et \mathbf{G}_s^* de la géométrie de l'interface.

La première originalité intervient lors de la discrétisation des champs de contraintes, où les fonctions support restent définies de manière générique :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S} \quad (19a)$$

$$\delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S}^* \quad (19b)$$

Bien qu'elles ne soient jamais explicitement calculées, elles permettent de tirer des conclusions sur les autres champs lors du développement des équations de la formulation variationnelle EQ. (17). Parmi ces développements, la conclusion la plus notable intervient lors de l'exploitation de EQ. (17b). Le développement de cette équation conduit à la condition d'orthogonalité entre la base d'interpolation du champ des variations de contraintes \mathbf{S} (qui ne sera jamais explicitement calculé mais qui doit pouvoir exister théoriquement) et celle de la discontinuité forte des déformations \mathbf{G}_s (qui dépend de la fonction φ , support de la cinématique de la discontinuité faible EQ. (2)) :

$$\int_{\Omega_e} \mathbf{S}^{*t} \mathbf{G}_s dV = 0 \quad (20)$$

Grâce à cette condition d'orthogonalité, pour la première fois, il est explicitement démontré que φ doit être au moins d'ordre 1 ($\varphi = a + bx + cy + dz$) pour ne pas violer le principe variationnel, ce qui n'est pas le cas dans la grande majorité des formulations.

Cependant, même en développant la suite de la formulation dans le cadre d'une cinématique de rupture complète (*i.e.* en considérant les 3 translations), la démonstration est faite que si φ n'est que d'ordre 1, une dépendance entre la géométrie de l'élément et la surface de discontinuité est inévitable. Cette démonstration explique donc le couplage entre les différentes composantes

du champ de contraintes, couplage qui est la source de la pathologie des états de contraintes incohérents observée dans de nombreuses implémentations du modèle.

Finalement, afin de respecter les principes variationnels et de résoudre les incohérences physiques du modèle, la proposition faite implique des modifications fondamentales sur trois aspects de la méthode :

Construction cohérente de φ Afin de supprimer les dépendances des différentes composantes de la matrice des contraintes lors de l'introduction de la discontinuité forte, son support est défini

- à l'aide d'une paramétrisation cubique,
- de manière indépendante suivant la direction n, m ou t ,
- par morceau sur Ω_e^+ et Ω_e^- :

$$\varphi_j^\pm = \mathbf{P}_3^t \boldsymbol{\alpha}_j^\pm \quad \forall j \in [n, t, m] \quad (21)$$

Cette augmentation d'ordre se reflète dans le calcul des déformations par le biais de \mathbf{G}_s EQ. (18a), et donc sur l'évaluation de la loi de comportement $\hat{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\varepsilon})$. Dans le cadre d'EF linéaire (*i.e.* , $\boldsymbol{\sigma}$ constant), la loi constitutive est évaluée avec EQ. (17c) et non de manière forte comme cela était généralement faite.

Généralisation de la cinématique de rupture En suivant des travaux existants, comme ceux de [Linder and Armero, 2007], et en se basant sur la définition de φ EQ. (21), une généralisation de la cinématique de rupture est formalisée, intégrant en plus des trois translations, trois rotations et trois déformations :

$$[[\mathbf{u}]] = \mathbf{J}\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \zeta & -\eta & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\zeta & 0 & \xi & 0 & \eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \eta & -\xi & 0 & 0 & \zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [[u]]_{n_0} \\ [[u]]_{t_0} \\ [[u]]_{m_0} \\ \theta_n \\ \theta_t \\ \theta_m \\ \epsilon_{nn} \\ \epsilon_{tt} \\ \epsilon_{mm} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Une illustration d'un tel mode est représentée FIG. 13a.

Système de lois de traction/séparation L'introduction de variables additionnelles dues à l'augmentation de la complexité de la cinématique oblige à revoir le système des équations qui gouvernent le comportement, et notamment la loi de traction/séparation qui se définit maintenant sur toutes les composantes du vecteur contraintes. Ce dernière d'ailleurs peut s'écrire similairement à EQ. (11) :

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_e + \mathbf{M}\boldsymbol{\xi} \quad (23)$$

où l'on voit apparaître les principes de *matrice de rigidité de la fissure* \mathbf{M} et *vecteur des*

variables de la fissure ξ . Le système des lois de traction/séparation devient :

$$T_n = T_{e_n} + \sum M_{n_k} \xi_k = q_{nn}(\xi) \quad (24a)$$

$$T_t = T_{e_t} + \sum M_{n_k} \xi_k = q_{nt}(\xi) \quad (24b)$$

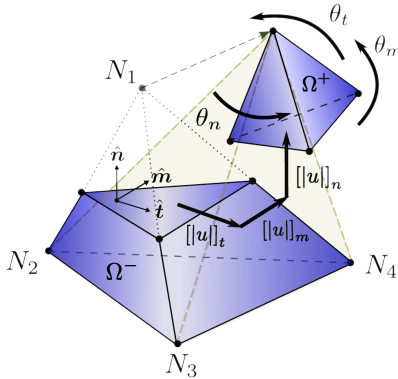
$$T_m = T_{e_m} + \sum M_{n_k} \xi_k = q_{nm}(\xi) \quad (24c)$$

où les q_i sont des fonctions d'adoucissement. Pour déterminer toutes les composantes de ξ , deux jeux d'équations (non détaillées ici) sont également ajoutés afin de fermer le système.

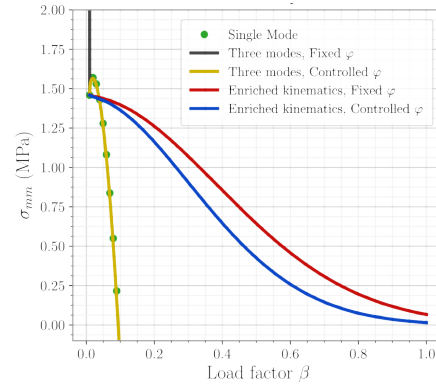
Cette formulation se traduit par un comportement élémentaire en accord avec les principes physiques du mécanisme de fissuration souhaité qui sont :

1. la cohérence de l'état de contrainte en fonction de l'ouverture de fissure *sur toutes les composantes* de σ
2. la cohérence de la valeur de l'ouverture de fissure $[[\mathbf{u}]]$ par rapport aux vrais déplacements nodaux

et qui bien que d'apparences évidentes n'avaient jamais été assuré de manière rigoureuse jusque là. FIG. 13b illustre la cohérence ou l'incohérence du comportement de la contrainte tangentielle σ_{mm} en fonction de la complexité cinématique du modèle au sein d'un élément. En bleu et rouge, les solutions implémentées dans [Ortega Laborin et al., 2021c] tendent bien vers 0 comme souhaité contrairement aux autres qui divergent.



(a) Illustration d'une cinématique généralisée d'un mode de rupture sur un tétraèdre



(b) Différents comportements de la contrainte de cisaillement en fonction de la complexité cinématique du modèle.

Fig. 13 – Issu de [Ortega Laborin et al., 2021c] : Généralisation du modèle E-FEM et résolution des problématiques de couplage des contraintes.

Un travail similaire est effectué pour les discontinuités faibles (non développé ici) et finalement, le modèle est testé sur toute une gamme de problèmes allant de test simple sur des matériaux homogènes à des simulations mésoscopiques en compression confinée en passant par le test de Nooru-Mohamed. Un des exemples les plus marquants est probablement l'essai de torsion pure sur un cube représenté FIG. 14 où le modèle généralisé présenté ici (en bleu) est comparé au modèle en mode I [Roubin et al., 2015b] (en rouge). Lorsque l'échantillon commence à fissurer, on observe logiquement l'apparition d'une réaction verticale pour les deux modèles. Cependant, alors que le processus de fissuration devrait permettre de libérer de l'énergie, uniquement le

mode généralisé est capable de faire chuter la réaction verticale. Ce phénomène est interprété comme un manque de description cinématique et phénoménologie du modèle en mode I par rapport à la complexité du phénomène de fissuration.

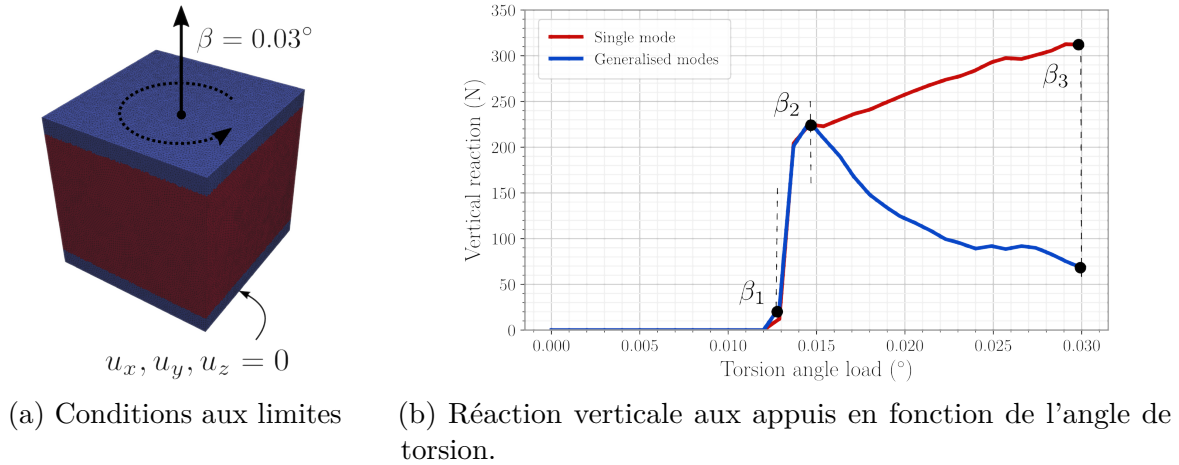


Fig. 14 – Issu de [Ortega Laborin et al., 2021c] : Généralisation du modèle E-FEM et résolution des problématiques de couplage des contraintes.

De façon générale, le modèle, bien que significativement plus compliqué, et donc, s'éloignant quelque peu de la philosophie de mésomodèles jusque là suivis, montre des résultats très satisfaisants, pointant d'autant plus l'impacte néfaste de formulations non cohérentes. La justification de l'utilisation d'un tel modèle à l'échelle mésoscopique sera discutée en conclusion. La description des performances du modèle à l'échelle mésoscopique est décrite dans la section suivante où des campagnes expérimentales sous tomographie à rayon X sont détaillées afin de les évaluer de manière quantitative.

2 - MESURES EXPÉRIMENTALES

Dans cette section sont principalement décrits les travaux de doctorat d'Olga Stamati [Stamati, 2020] qui portent sur l'effet des hétérogénéités du béton à l'échelle mésoscopique (granulats et porosités d'air occlus) sur le comportement mécanique à l'échelle macroscopique en effectuant des mesures de champs 3D sur des essais *in-situ* à l'aide de techniques de tomographie à rayons X. Puis, basés sur des méthodes de corrélation d'image, les champs de déplacements et de déformations expérimentaux sont comparés à des simulations numériques du modèle mésoscopique présenté dans la section précédente. Une telle approche appliquée aux bétons nécessite des méthodes expérimentales et numériques avancées, ce qui explique le nombre de publications encore très faible sur le sujet et se limitant à des sollicitations simples [Nguyen et al., 2016b, Yang et al., 2017]. En effectuant des essais triaxiaux, Olga Stamati observe directement le comportement de la microstructure de bétons sous confinement pour la première fois.

Mes travaux effectués en collaboration avec Edward Andò (Ingénieur de Recherche Tomographie au laboratoire 3SR) qui mettent en valeur l'utilisation combinée de tomographie à rayons X et à neutrons [Roubin et al., 2019a] sont également présentés.

2.1 - MESURES DE CHAMPS SUR DES MICROBÉTONS

a - Essais mécaniques *in-situ* (Olga Stamati)

L'avantage principal qu'apporte la tomographie est la possibilité d'effectuer des essais *in-situ* durant lesquels la microstructure de l'échantillon est scannée à différents états de chargement. Cela permet, dans le cas d'essais mécaniques sur des bétons, de révéler des informations importantes sur l'évolution des phénomènes de fissuration. Cependant, à cause de certaines contraintes inhérentes à la tomographie, les essais *in-situ* diffèrent des tests classiques effectués en dehors d'un tomographe, notamment en termes de taille d'échantillon.

Le choix de la taille de l'échantillon dépend donc de beaucoup de facteurs liés au matériau (taille du plus gros agrégat et de la plus petite hétérogénéité), à la technique d'imagerie (compromis entre la taille du champ de vue (taille de la tomographie) et résolution spatiale) et aux essais mécaniques réalisés (le système de chargement impose certaines dimensions). Au vu de tous ces facteurs, des échantillons cylindriques d'un diamètre maximal de 13 mm pour un élancement de 2 FIG. 15a sont choisis. Ils permettent d'effectuer au laboratoire des essais triaxiaux avec une pression de confinement pouvant aller jusqu'à 15 MPa. Une cellule en aluminium a été spécialement conçue pour ces essais FIG. 15b.

La composition du béton utilisé conserve les proportions du R30A7 [Gabet et al., 2008] en coupant la granulométrie à un diamètre maximal de 4 mm afin de conserver un compromis entre la variabilité et la représentativité du comportement. L'appellation *microbéton* vient de ce seuillage de la courbe granulométrique par rapport à un béton ordinaire.

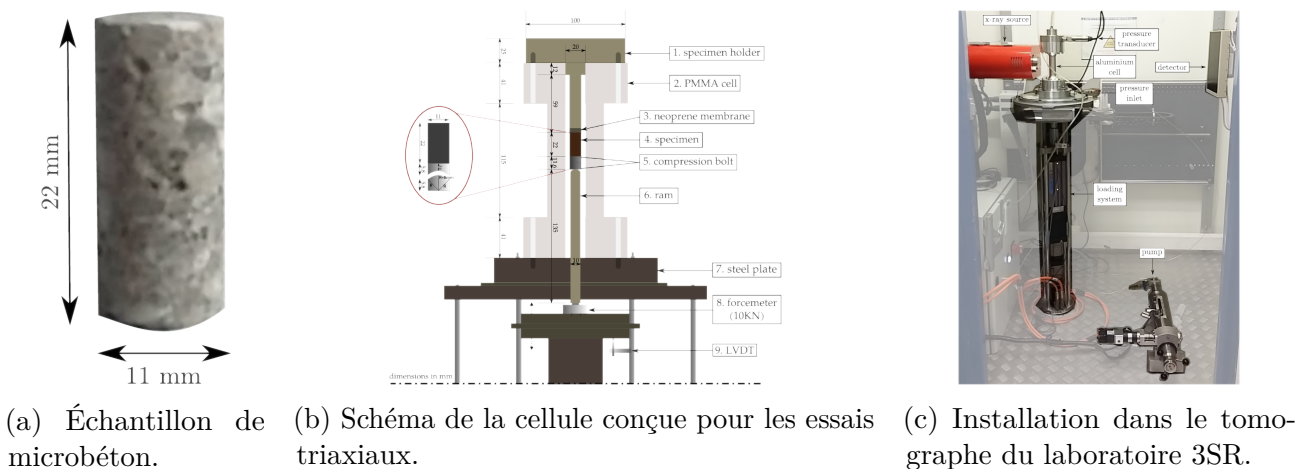


Fig. 15 – Issu de [Stamati et al., 2021b] : Essais triaxiaux *in-situ* sur des échantillons de microbéton dans le microtomographe du laboratoire 3SR.

La campagne expérimentale est faite au laboratoire 3SR qui héberge un tomographe. Les caractéristiques du tomographe sont classiques pour un tomographe “de laboratoire” (détails dans [Stamati, 2020]) et permettent d'obtenir une résolution correspondant à des pixels de 13 μm ce qui permet de distinguer les plus petits pores ($\approx 100 \mu\text{m}$) tout en gardant une fenêtre de vue de 30 mm de côté, et ce, malgré la cellule en aluminium nécessaire aux essais confinés FIG. 15c.

Des essais de tractions (2), de compressions simples (3) et de compressions confinées (à 5, 10 et 15 MPa) sont effectués. Pour chaque essai des scans sont effectués au cours de chargement

avec une moyenne de 5 scans par essai FIG. 16. Le comportement macroscopique montre bien que malgré la petite taille des échantillons par rapport aux hétérogénéités, le comportement était bien représentatif d'un béton ordinaire avec une asymétrie classique du comportement en traction/compression et des modes de rupture cohérent avec le chargement.

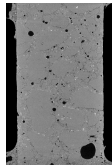
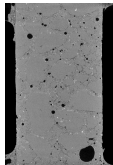
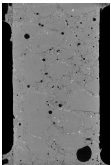
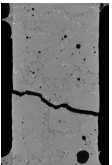
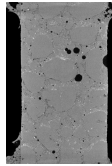
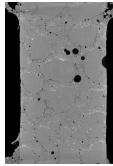
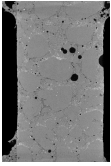
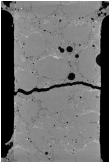
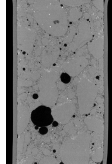
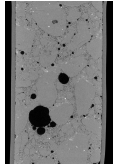
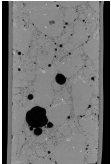
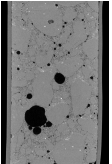
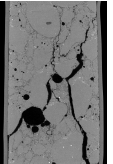
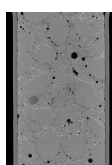
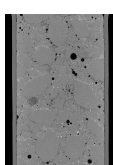
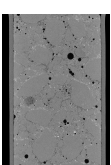
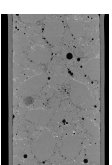
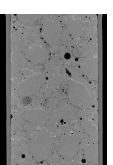
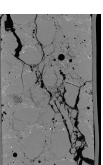
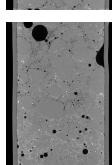
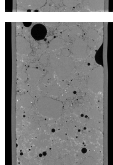
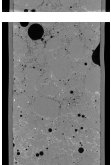
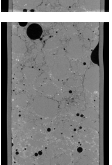
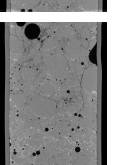
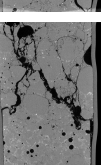
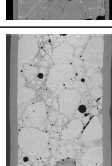
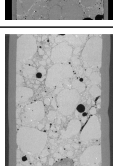
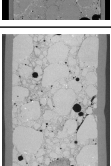
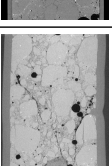
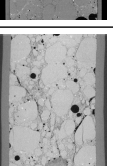
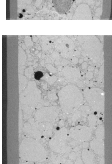
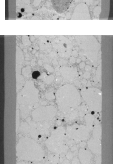
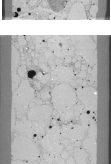
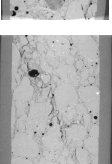
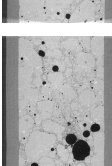
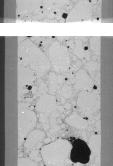
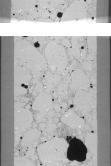
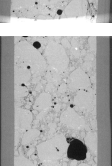
	Test name	Peak stress	1 st scan	2 nd scan	3 rd scan	4 th scan	5 th scan*	6 th scan*
uniaxial tension	T-01	3.2 MPa					n/a	n/a
	T-02	3.5 MPa					n/a	n/a
uniaxial compression	C-01	32.1 MPa						n/a
	C-02	38.8 MPa						
	C-03	39.5 MPa						
triaxial compression	TX5-01 (p=5 MPa)	67.6 MPa						n/a
	TX10-01 (p=10 MPa)	98.1 MPa					n/a	n/a
	TX15-01 (p=15 MPa)	111.5 MPa**					n/a	n/a

Fig. 16 – Résumé de la campagne expérimentale *in-situ* .

b - Mesure de champs et fissuration (Olga Stamati)

Au laboratoire 3SR, le code de corrélation d'image utilisé (et développé) par la cellule technique tomographie était basé sur une méthode dite de pixel search où, en effectuant une recherche "brute force" dans toutes les directions, des ensembles de pixels étaient retrouvés d'une image à l'autre, générant ainsi un champ de déplacement [Tudisco et al., 2017a]. Je suis arrivé au laboratoire au début des réflexions sur le développement de méthodes plus efficaces. J'ai donc contribué au lancement d'un nouveau logiciel dédié en partie à la corrélation d'image, "SPAM : Software for Practical Analysis of Materials", dont les principaux développeurs sont Olga Stamati, Edward Andò et moi-même [Stamati et al., 2020].

La méthode de corrélation volumique d'image (DVC pour Digital Volume Correlation) que nous avons implémentée SPAM rentre dans la catégorie des méthodes locales [Lucas et al., 1981, Hild and Roux, 2012]. Une première image de référence $f(\mathbf{x})$ et une seconde image "déformée" (scan d'un autre état de chargement) $g(\mathbf{x})$ servent à déterminer un opérateur de transformation Φ qui contient trois translations, trois rotations et trois déformations. La détermination de cet opérateur se fait en minimisant la fonctionnelle suivante :

$$\eta^2 = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \frac{1}{2} (f(\mathbf{x}) - g(\Phi \cdot \mathbf{x}))^2 \quad (25)$$

où \mathbf{x} représente chaque point de la zone d'intérêt Ω . Minimiser cette fonctionnelle revient à faire correspondre à un point matériel à la position \mathbf{x} de l'image de référence f , le même point matériel à la position $\mathbf{x}' = \Phi \cdot \mathbf{x}$ de l'image déformée g . La résolution de EQ. (25) pour l'ensemble de l'image ($\Omega = \text{image}$) s'appelle un recalage et ne confère qu'un seul opérateur (et non un champ) pour l'ensemble de l'échantillon Φ_{reg} . Une linéarisation de EQ. (25) entraîne naturellement une résolution de type Newton-Raphson où la direction de la solution est calculée à l'aide du gradient de l'image. Il est donc primordial pour le bon fonctionnement de cette méthode de résolution que la texture soit plus importante que le bruit de l'image.

Afin d'obtenir un champ de transformations (ce qui inclut un champ de déplacements), les images sont divisées spatialement en plusieurs imagettes Ω_e et la résolution de EQ. (25) pour chacune d'elles. Le champ de Φ ainsi obtenu peut donc être utilisé pour extraire un champ de déplacement par exemple. La discrétisation de ce champ sera donc directement liée au découpage en imagettes, entraînant un compromis inévitable entre la finesse de la discrétisation du champ cinématique obtenu (pour de petites imagettes) et la robustesse des corrélations (plus Ω_e est petit, plus EQ. (25) est difficile à résoudre).

Appliquée aux bétons, la corrélation d'images représente plusieurs défis inhérents aux matériaux qui le compose. Premièrement les déformations engendrées par les essais sont très faibles par rapport à la précision des déplacements que l'on peut mesurer. Deuxièmement la très faible texture de certaines de ses phases (notamment les agrégats) ne permet pas l'utilisation de méthodes de corrélation d'images conventionnelles. Malgré cela, les méthodes suivantes ont permis d'obtenir des champs cinématiques satisfaisants.

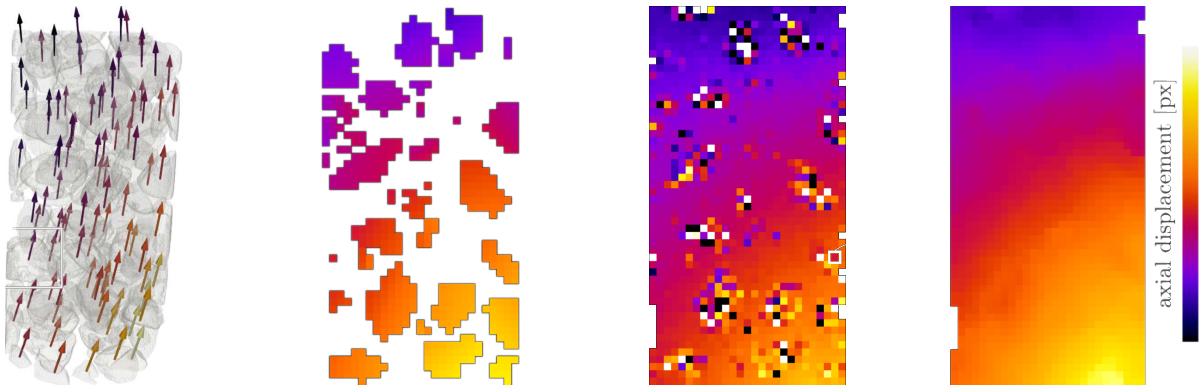
Solution initiale Les méthodes de Newton-Raphson étant très sensibles aux conditions initiales, un recalage initial est effectué afin de déterminer une déformation globale Φ_{reg} . Cette étape est généralement robuste, car effectuée sur l'image entière. Ensuite Φ_{reg} est reporté sur chaque imagette et sert de condition initiale aux résolutions de EQ. (25), augmentant drastiquement la stabilité du schéma.

Approche multiéchelles (binning) η est généralement régulier et convexe proche de la solution, facilitant ainsi la convergence des schémas itératifs. Cependant dans le cas de grandes déformations (grandes par rapport à la taille caractéristique de la texture), la validité du schéma est à remettre en cause. Toujours dans l’objectif de définir une solution initiale au plus proche du minimum, il est courant d’effectuer en amont une corrélation sur une image dégradée où des voxels voisins sont moyennés en un seul (binning) [Lucas et al., 1981, Hild and Roux, 2006, Helfen et al., 2007]. La notion de multiéchelles vient ici du fait que cette méthode peut être répétée autant de fois que nécessaire, partant d’une image de la microstructure très dégradée (grande échelle) et allant au fur et à mesure vers des images mieux résolues (échelles fines).

Corrélations locales et discrètes combinées L’aspect le plus novateur et qui permet de régler le problème de texture des agrégats et de combiner deux méthodes de corrélations, une pour chaque phase du matériau.

- La méthode de corrélation locale, décrite jusque là, qui permet de corréler la phase de mortier qui possède la texture suffisante à la convergence des schémas de Newton-Raphson FIG. 17c.
- La méthode de corrélation discrète sur chaque agrégat. Cette méthode développée pour les milieux granulaires [HALL et al., 2010, Andò et al., 2012] se décompose en deux temps. Dans un premier temps tous les agrégats sont identifiés (forme et position) FIG. 17a. Puis, dans un second temps, un recalage de chacun des agrégats permet de leur attribuer un Φ_{reg} . C’est le fort gradient conféré par l’identification de la forme des agrégats qui permet la résolution de EQ. (25) malgré le manque de texture.

La corrélation discrète est ensuite projetée sur la maille régulière que la corrélation local FIG. 17b afin de combiner les deux champs sur tout l’échantillon.



(a) Identification des agrégats et recalage. (b) Champ issu de la corrélation discrète. (c) Champ issu de la corrélation locale. (d) Fusion des deux champs.

Fig. 17 – Issu de [Stamati et al., 2021b] : Combinaison de corrélation locale sur le mortier et discrète sur les agrégats afin d’obtenir un champ cinématique sur l’ensemble de l’échantillon.

Au final, cette méthodologie est appliquée à tous les essais FIG. 16. En raison des déformations très faibles, les corrélations les plus problématiques étaient celles des essais de traction simple.

MESURES EXPÉRIMENTALES

Comme le montre FIG. 18a la tendance des déplacements obtenus cohérente à 75% de la charge. En calculant le champ de déformation, on observe une zone de forte concentration des déformations FIG. 18b. En le superposant au faciès de fissuration macroscopique observé en fin d'essai FIG. 18d on se rend compte que la localisation des déformations correspond à l'initiation de la fissure. Ce résultat est d'autant plus intéressant que cette information n'est pas détectable sur l'image seule et que c'est bien la corrélation qui la met en valeur (plus de détails sur la détection des fissures sont donnés dans la section suivante).

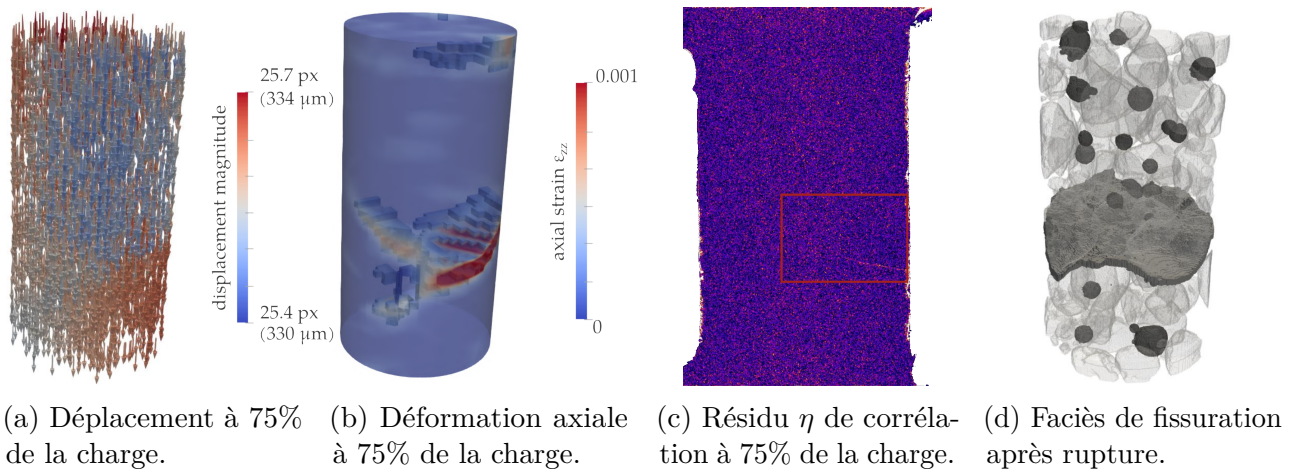


Fig. 18 – Issu de [Stamati et al., 2018b] : Évolution de la fissuration lors d'un test de traction simple.

En résumé, la corrélation d'image à partir d'essais *in-situ* permet d'obtenir l'évolution de champs cinématiques au cours de la charge, nous renseignant sur les modes de ruptures du béton. Il a été confirmé que les phénomènes de décohésion jouent un rôle dominant lors de l'initiation des fissures et que la macroporosité influence significativement leurs propagations. Cependant l'aspect aléatoire de ces phénomènes ne permet pas de tirer des conclusions sans analyses statistiques, ce que cette méthodologie d'essais *in-situ* ne permet pas de faire. Une discussion est proposée sur ce sujet en conclusion de ce mémoire.

D'autres résultats de corrélation seront présentés et comparés à des simulations numériques dans la section suivante.

2.2 - LIENS AVEC LES MÉSOMODÈLES

En plus de l'analyse des mécanismes de fissuration, les essais *in-situ* offrent la possibilité de faire un lien direct entre résultats expérimentaux et numériques, tous deux possédant : une représentation explicite de la microstructure d'une part, des résultats commensurables comme des champs cinématiques 3D et des faciès de fissuration de l'autre. Une première étape est donc de récupérer la morphologie "réelle" issue de la tomographie, puis, à l'issue de la simulation numérique, les différents champs peuvent être comparés.

a - Extraction de la morphologie (Olga Stamati)

Afin de pouvoir utiliser la morphologie issue de la tomographie dans une simulation mésoscopique, il faut réussir à identifier chacune des phases. Ici il nous faut identifier la macroporosité et les agrégats (le mortier étant le complément des deux) FIG. 19a. Ce procédé peut être simplement effectué par une méthode de seuillage des niveaux de gris dans le cas de la macroporosité. En effet, les niveaux de gris sont assez distincts du mortier et des agrégats pour pouvoir les séparer ainsi FIG. 19b.

Cependant, une méthode de seuillage sur les niveaux de gris n'est plus applicable pour discerner les agrégats du mortier. En effet, le niveau de gris obtenu sur les tomographies dépendent des matériaux constituant les phases (coefficient d'absorption aux rayons X), et les agrégats et le mortier étant constitués des mêmes matériaux, les deux phases ont, en moyenne, les mêmes niveaux de gris, rendant le seuillage impossible FIG. 19b.

Notre méthodologie pour résoudre ce problème a été l'objet d'une publication [Stamati et al., 2018a] où nous utilisons la différence de texture observée entre les agrégats et le mortier (déjà mentionnée dans la section précédente sur la corrélation d'image). Cette différence de texture vient d'une plus grande hétérogénéité du mortier par rapport aux agrégats et peut être utilisée par un gradient spatial FIG. 19c. Le seuillage est ensuite fait sur le champ de gradient de niveau de gris permettant ainsi l'identification des agrégats par rapport au mortier.

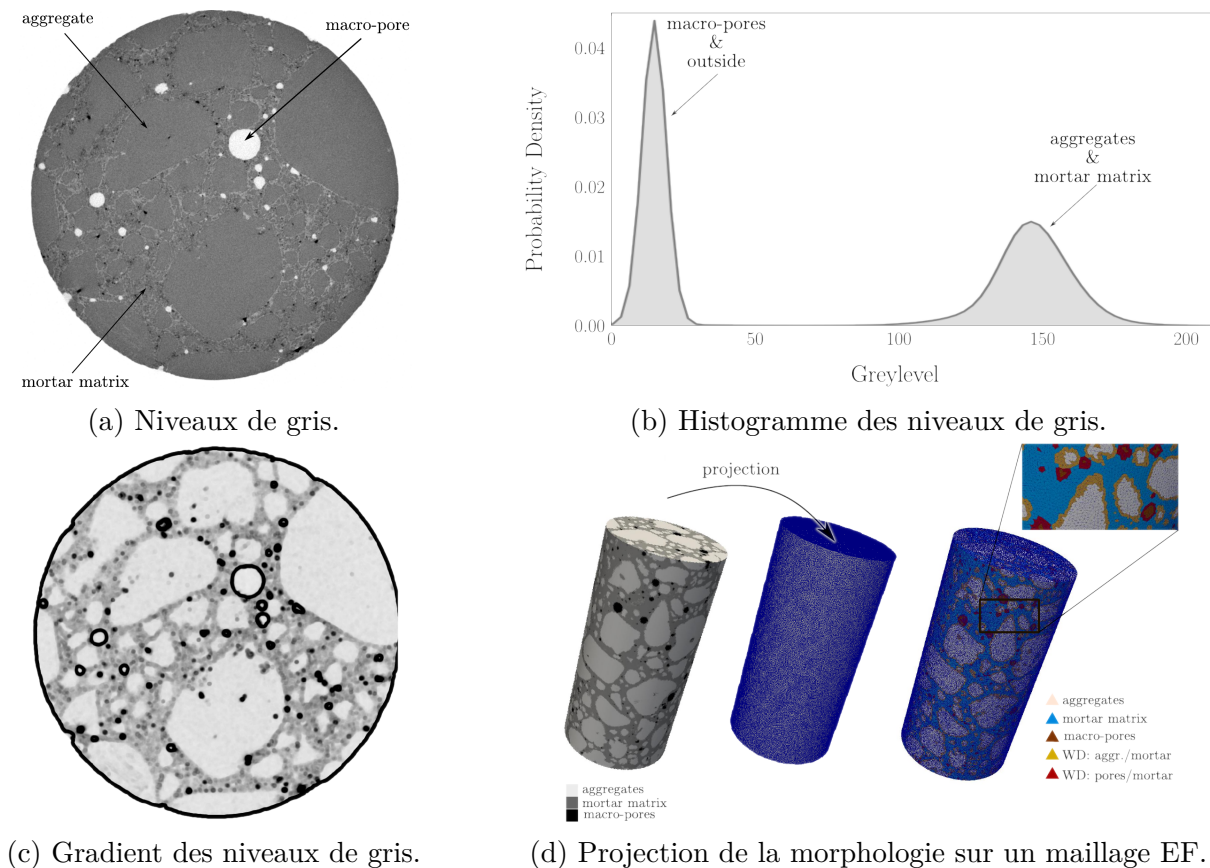


Fig. 19 – Issu de [Stamati et al., 2018a] : Méthode d'identification des phases de tomographies de béton.

La combinaison du seuillage des niveaux de gris pour identifier la macroporosité et du

seuillage sur le gradient des niveaux de gris pour identifier les agrégats permet d'obtenir une image trinarisée représentant la mésosstructure du béton. Cette image est ensuite projetée sur un maillage EF régulier afin de déterminer les différentes données géométriques nécessaires au modèle mésoscopique relative aux discontinuités faibles FIG. 19d.

b - Comportement macroscopique (Olga Stamati et Alejandro Ortega)

La première comparaison faite entre les résultats expérimentaux et le mésomodèle concerne les grandeurs macroscopiques. Les caractéristiques du modèle sont calibrées sur les essais de traction (qui possèdent une très faible variabilité malgré la taille des agrégats) et ne sont pas modifiées pour les essais de compression. Deux modèles sont utilisés afin de comparer l'impact de la description des mécanismes de rupture sur le comportement :

Modèle en mode I C'est le modèle issu de ma thèse [Roubin et al., 2015b] qui a été utilisé exclusivement dans la thèse de Olga Stamati afin d'être comparé à sa campagne expérimentale. La localisation de la fissuration se fait uniquement selon un critère de Ranking et l'ouverture est en mode I (perpendiculaire à la surface de la fissure).

Modèle généralisé C'est le modèle issu de la généralisation de la formulation variationnelle proposé lors de la thèse de Alejandro [Ortega Laborin et al., 2021c] qui a également été testé sur ces essais. La localisation se fait selon un critère de Ranking et de Mohr-Coulomb et l'ouverture est une combinaison de mode I et mode II.

Les courbes contraintes/déformation sont tracées FIG. 20 pour les résultats expérimentaux et les deux modèles.

La première conclusion tirée de ses courbes et que, malgré sa simplicité (rupture exclusivement en traction simple) et malgré sa calibration sur des essais de traction, le modèle est capable de reproduire la tendance du comportement en compression simple et confinée. On observe que la résistance et la ductilité sont cependant un peu faible par rapport aux résultats expérimentaux.

L'introduction d'un mode de rupture plus complexe permet, comme attendu, de prédire le comportement de manière plus exacte, bien que pour certains confinements la ductilité soit encore sous-estimée et la résistance surestimée. Cependant ces essais numériques n'ont pas encore fait l'objet d'une campagne d'identification complète. En effet maintenant que plus de paramètres matériaux sont disponibles, le principe d'identification en traction simple est à remettre en cause. Une discussion sur ce sujet est proposée en conclusion.

c - Champs cinématiques et faciès de fissuration (Olga Stamati)

Pour des raisons de clarté et au vu du manque de maturité des résultats des modèles plus complexes, uniquement les comparaisons avec le modèle en mode I sont présentées dans cette section.

Comme présenté plus haut, les corrélations d'images sur les tomographies issues des essais *in-situ* ont produit des champs cinématiques 3D au cours du chargement. Il est donc possible de les comparer directement aux champs cinématiques des essais numériques, comme le montre FIG. 21 pour l'essai de compression confinée à 5MPa.

Par principe le champ de déplacement numérique englobe toutes les informations cinématiques. Cependant ici, les EF possèdent une discontinuité forte (saut dans le champ de déplacement) qui représente donc directement l'aspect discontinu d'une fissure. Il est donc pertinent d'utiliser

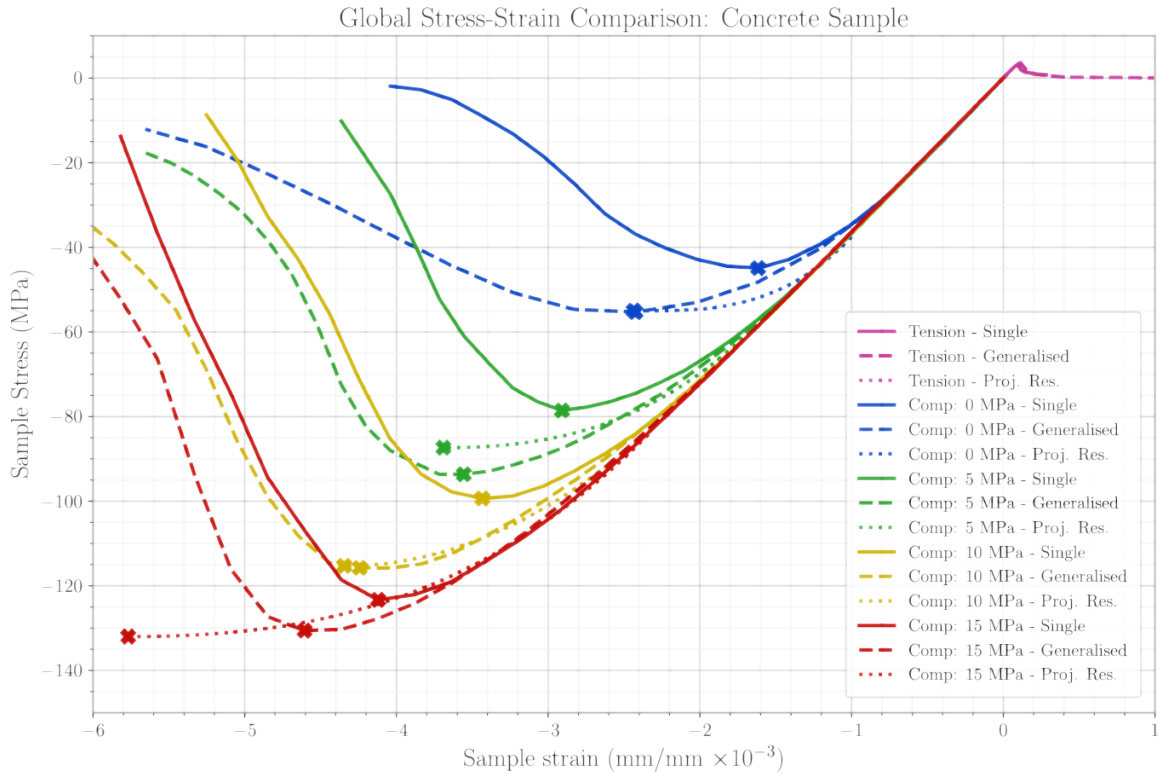


Fig. 20 – Issu de [Ortega Laborin, 2021] : comparaison des comportements macroscopiques entre les résultats expérimentaux (pointillés), modèle en mode I (tirets), modèle généralisé (traits pleins).

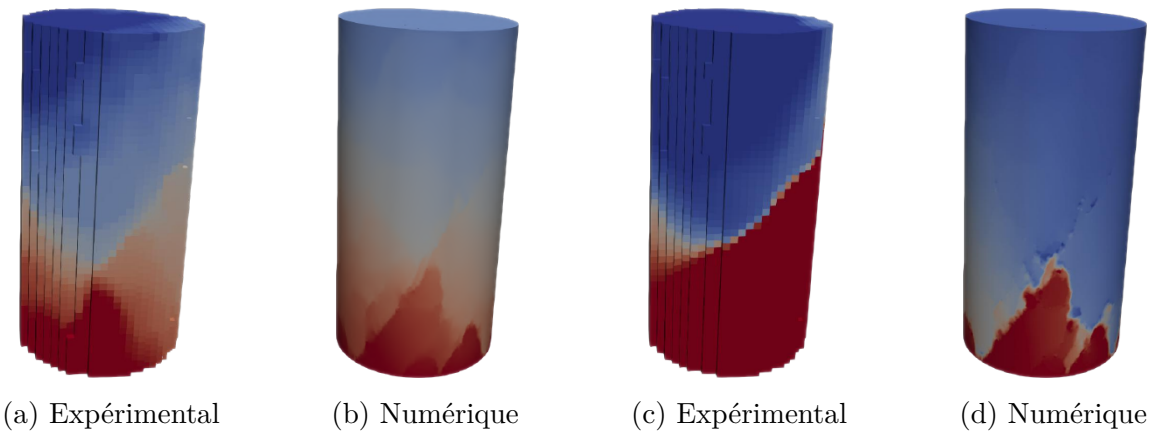


Fig. 21 – Issu de [Stamati, 2020] : Champs de déplacement expérimentaux et numériques pour la compression triaxiale à 5MPa à deux niveaux de chargement : (a) et (b) avant rupture et (c) et (d) après rupture.

cette information afin de comparer les processus de fissuration. De par l'aspect local des E-FEM, un élément seul affichant une telle discontinuité ne représente donc aucunement une entité représentative à l'échelle macroscopique. On peut cependant voir émerger du calcul une fissure macroscopique lorsqu'un grand nombre de ces microfissures s'agrègent. On observe également qu'une macrofissure définie de la sorte possède naturellement des propriétés complexes

telles que *la continuité et la ramification (branching) du chemin de fissure*. D'un point de vue expérimental, la transition entre une localisation continue des déformations et la création d'une discontinuité (microfissure) peut être observée grâce aux champs de déformations issues des déplacements mesurés grâce à la corrélation d'images. Cependant la distinction entre localisation et discontinuité est non triviale et il est nécessaire d'avoir d'autres moyens afin de discerner la nature des phénomènes observés. Les trois moyens directs et indirects d'observer une fissure sont :

Seuillage des niveaux de gris Cette méthode est la méthode triviale qui consiste à seuiller l'image et considérer les vides (en dehors des pores identifiés auparavant) comme des fissures. Cependant, la taille des fissures est, en début de localisation, souvent plus faible que la résolution de l'image. Il est donc pertinent d'utiliser cette méthode uniquement en fin d'essai, après la ruine de l'échantillon FIG. 18d.

Localisation des déformations Cette méthode nécessite donc de la corrélation d'image volumique afin d'obtenir les champs cinématiques nécessaires au calcul des déformations. Comme observé FIG. 18b, elle permet de détecter l'initiation d'une microfissure. Cependant, il n'est pas possible de mesurer directement une discontinuité et donc d'affirmer que la localisation correspond bien à une fissure. La superposition du champ de déformation avec le faciès de fissuration finale peut permettre de le confirmer.

Résidu de corrélation Le résidu de corrélation η issu de la résolution du problème de minimisation EQ. (25) de la corrélation d'image permet également de renseigner sur l'état de fissuration du matériau [Chateau et al., 2018b]. Ce champ représente la qualité de la corrélation (plus ses valeurs sont grandes, moins la corrélation est bonne) et vu que la corrélation d'image est incapable de représenter des discontinuités cinématiques locales (car Φ est affine), une fissure apparaît de manière nette dans le champ de résidu FIG. 18c. C'est ce procédé qui nous a permis d'augmenter la sensibilité de la détection des fissures.

En choisissant la méthode la plus adaptée en fonction de l'état de ruine de l'échantillon et de la complexité du faciès de fissuration, la comparaison entre expérience et numérique est montrée FIG. 22 pour les différents types de sollicitation. On observe pour la traction simple que les deux microfissures suivent le même chemin. La présence de fissures supplémentaire sur les résultats de simulation numériques peut être expliquée par des aspects numériques et expérimentaux. Premièrement le modèle numérique présenté ici ne permet pas aux fissures de se refermer lors de la relaxation induite par l'ouverture de la microfissure et deuxièmement, les déplacements des essais de tractions étant très faibles, il est possible que l'amplitude d'une fissure secondaire soit de l'ordre du bruit de la mesure et donc non détectable expérimentalement. En compression confinée à 5MPa on retrouve dans les deux cas une bande de cisaillement bien que numériquement la cinématique locale n'accorde qu'une localisation et ouverture en mode I. Enfin, pour l'essai à 15MPa, la bande de compaction observée expérimentalement correspond à une forte densité de microfissures lors de la simulation.

De manière générale, on observe que les champs de déplacement (et de déformations) ainsi que les faciès de fissuration concordent "relativement" bien (des études quantitatives non présentées ici ont été menées dans [Stamati, 2020]). Les différences émergent principalement lorsque la localisation est très prononcée (formation d'une ou plusieurs microfissures). Elles peuvent être expliquées en partie par la phénoménologie trop simplifiée du modèle en mode I (déjà observé

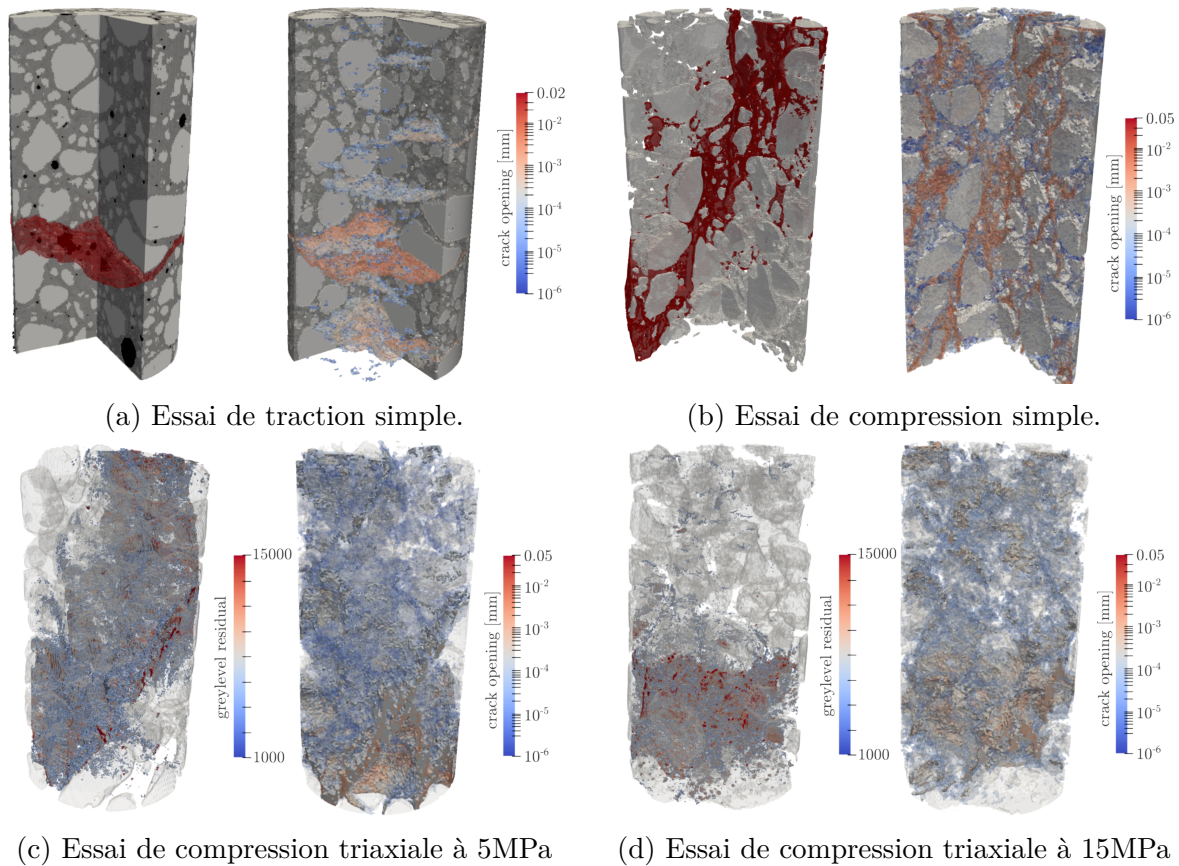


Fig. 22 – Issu de [Stamati, 2020] : Comparaison des faciès de fissuration expérimentaux (à gauche) et numériques (à droite). Les faciès de fissuration expérimentaux sont obtenus par seuillage de niveau de gris pour (a) et (b) et par seuillage de résidu η pour (c) et (d).

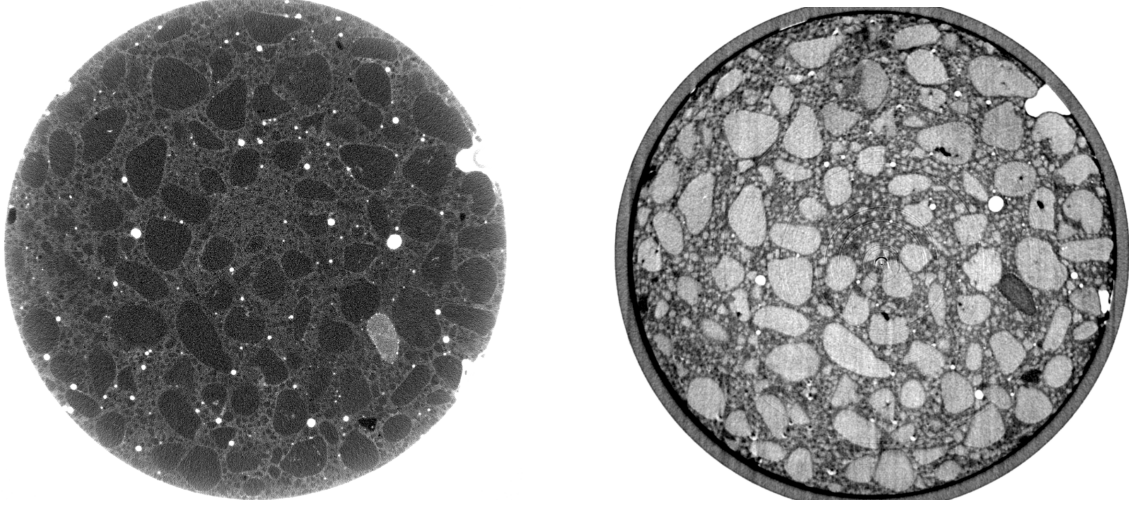
au niveau macroscopique proche de la rupture FIG. 20). D'autres facteurs tels qu'une mauvaise représentation des hétérogénéités dues à des variations de la composition des agrégats sont également observés. Bien que statistiquement mineurs d'un point de vue morphologique, ces erreurs du modèle numérique peuvent entraîner d'importantes différences d'un point de vue de l'initiation et de la propagation de la fissuration. De plus, nous avons montré que la forme des hétérogénéités joue un rôle important dans le comportement macroscopique et le développement de la fissuration, rendant les problématiques d'extraction de la morphologie et d'aptitude à la modéliser primordiales.

2.3 - RAYONS X ET NEUTRONS

Les tomographies à rayons X et à neutrons donnent toutes les deux des informations cruciales sur la microstructure des géomatériaux. Cependant, la différence de sensibilité produit des contrastes est différente rendant chaque modalité intéressante pour un composant spécifique de la microstructure. Dans le cas des bétons, la différence principale est que les images issues des neutrons auront un contraste principalement basé sur la présence d'eau alors que les images issues des rayons X auront un contraste principalement basé sur la densité des phases. Si des images du même échantillon sont produites avec chacune des modalités, il est nécessaire de les recalcr l'une par rapport à l'autre afin d'obtenir des champs spatialement commensurables FIG. 23. Basé

MESURES EXPÉRIMENTALES

sur les travaux de [Tudisco et al., 2017b] et en collaboration avec Edward Andò (laboratoire 3SR) et Stéphane Roux (LMT Cachan), une méthode de recalage d'images possédant différentes modalités a été appliqué à des échantillons de béton [Roubin et al., 2019a] et le logiciel développé à l'occasion [Stamati et al., 2020] est couramment utilisé sur les projets de l'instrument D50 du projet NeXT à l'ILL [Tengattini et al., 2020].



(a) $f_x(\mathbf{x})$: champ d'atténuation des rayons X. (b) $f_n(\mathbf{x})$: champ d'atténuation des neutrons.

Fig. 23 – Issu de [Roubin et al., 2019a] : Coupe horizontale de tomographie à rayons X et neutrons du même échantillon.

L'objectif du recalage est le même que pour la corrélation d'image classique où l'on cherche à déterminer un opérateur de transformation Φ_{reg} qui minimise une certaine fonctionnelle η . Cependant, si pour la corrélation d'image classique la différence entre les deux images f et g est commensurable (*i.e.* il est pertinent d'évaluer $f - g$), ici la différence entre deux images f_x (pour les rayons X FIG. 23a) et f_n (pour les neutrons FIG. 23b) n'a pas de sens dû à leurs différentes modalités.

Le problème peut se contourner en travaillant sur un histogramme joint (FIG. 24a) des niveaux de gris des deux modalités : f_n (en ordonnée) et f_x (en abscisse). L'histogramme joint se représente donc en 2D où chaque maximum local correspond à une phase. Sur la figure FIG. 24a, de haut en bas on reconnaît : le mortier, les agrégats et les vides. L'étalement de ces maxima s'explique par l'aspect hétérogène des phases et les erreurs de mesure d'une part et un recalage non parfait de l'autre. Ce deuxième point est important et une accentuation de ces maxima peut être une mesure de la qualité du recalage.

L'histogramme est ensuite approximé par une série de gaussiennes (une Gaussienne par phase) afin de conférer à la représentation de cet histogramme un aspect analytique FIG. 24b. Ces gaussiennes englobent donc toutes les informations qui lient les deux modalités f_x et f_n . On peut donc déterminer une fonctionnelle $\mathcal{L}(f_x, f_n)$ basé sur ces gaussiennes afin de retomber sur l'équivalent du problème de minimisation classique EQ. (25) :

$$\eta^2 = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \mathcal{L}^2(f_x(\mathbf{x}), f_n(\mathbf{x})) \quad (26)$$

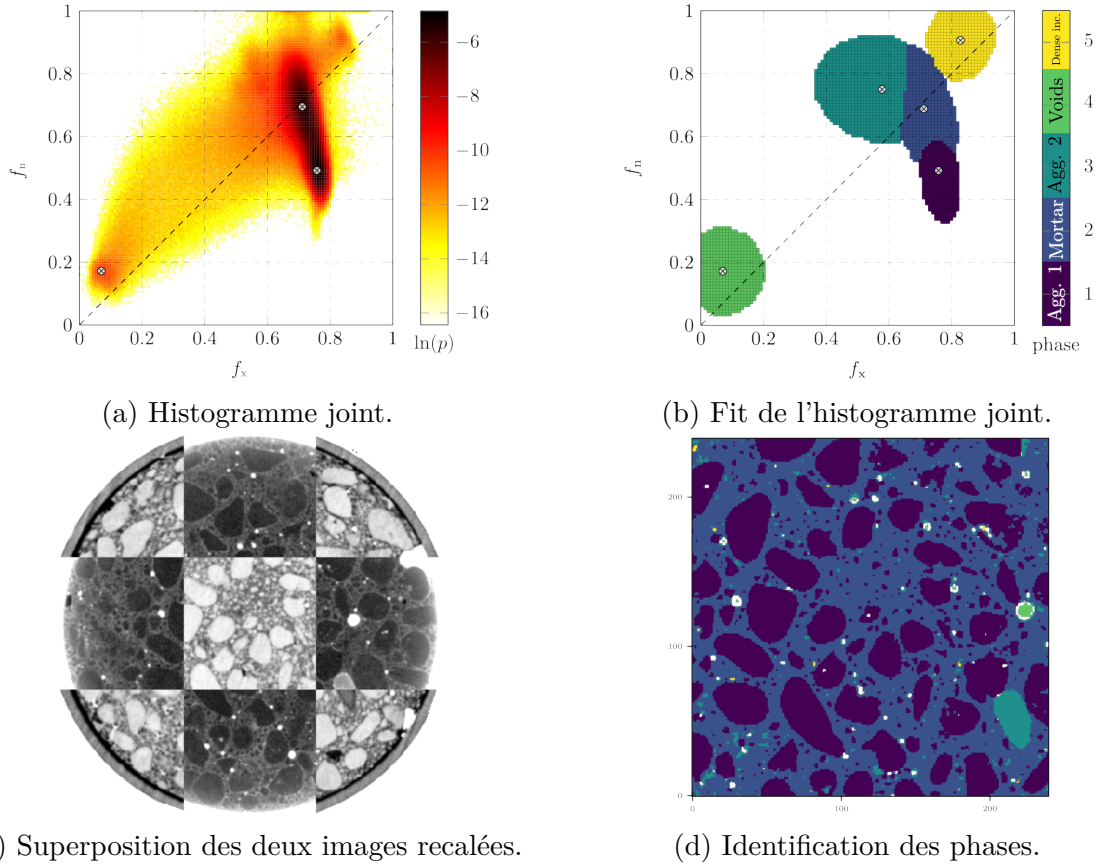


Fig. 24 – Issu de [Roubin et al., 2019a] : Différentes étapes du recalage d'images aux modalités différentes.

On définit \mathcal{L} par

$$\mathcal{L}^2(\boldsymbol{\varphi}) = -\ln \left(\sum_i^{\text{phases}} \phi_i \exp \left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\mu}_i)^t \mathbf{C}_i^{-1} (\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\mu}_i) \right) \right) \quad (27)$$

avec $\boldsymbol{\varphi} = [f_x, f_n]^t$ et $\phi_i, \boldsymbol{\mu}_i, \mathbf{C}_i$ les paramètres de la gaussienne de la phase i . L'algorithme de recalage est donc très similaire à celui de la corrélation globale. Une linéarisation de la déformation de l'image pour des incréments $\delta\boldsymbol{\Phi}$ combiné à la linéarisation du problème de minimisation revient à résoudre de manière itérative :

$$\mathbf{M}^{(n)} \delta\boldsymbol{\Phi}^{(n+1)} = \mathbf{A}^{(n)} \quad (28)$$

avec

$$\mathbf{A}^{(n)} = - \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \frac{\partial \mathcal{L}^2(f_x, f_n^{(n)})}{\partial f_n} (\nabla f_n^{(n)} \otimes \boldsymbol{\Phi}^{(n)} \cdot \mathbf{x}) \quad (29a)$$

$$\mathbf{M}^{(n)} = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \frac{\partial^2 \mathcal{L}^2(f_x, f_n^{(n)})}{\partial f_n^2} (\nabla f_n^{(n)} \otimes \boldsymbol{\Phi}^{(n)} \cdot \mathbf{x}) \otimes (\nabla f_n^{(n)} \otimes \boldsymbol{\Phi}^{(n)} \cdot \mathbf{x}) \quad (29b)$$

où $f_n^{(n)}$ est la transformé de f_n à l'itération n .

Grâce à l'identification des phases par les gaussiennes, les expressions de \mathbf{A} et \mathbf{M} sont analytiques et permettent une évaluation simple et rapide des expressions de l'algorithme de résolution (Newton-Raphson). On peut même noter que dans le cadre de deux modalités identiques, les expressions théoriques des gaussiennes correspondantes permettent de retrouver le cadre classique de la corrélation d'image où $\mathcal{L}^2(f, g) = \frac{1}{2}(f - g)^2$.

FIG. 24c montre le résultat du recalage entre les deux images f_x et f_n en les superposant à la manière d'un damier. Ici, contrairement à FIG. 23, on voit que les deux images sont spatialement commensurables, produisant ce que l'on peut maintenant considérer comme une seule image à deux champs de niveaux de gris $\varphi(\mathbf{x}) = [f_x(\mathbf{x}), f_n(\mathbf{x})]^t$. Un des avantages, qui résulte directement de la méthode de résolution, est que chaque voxel est rattaché à une des phases identifiées par le fit des gaussiennes de l'histogramme joint FIG. 24d. La morphologie est donc naturellement identifiée à l'issue du recalage et peut, par exemple, directement être utilisée pour une approche numérique à l'échelle mésoscopique.

Couplée à de la corrélation d'image, cette méthode de recalage entre des images issues de tomographie à rayons X et neutrons nous a permis de caractériser les mouvements d'eau et les déformations dans une argile [Stavropoulou et al., 2020].

3 - RÉFLEXIONS ET PERSPECTIVES

Dans cette dernière section, je conclue le rapport sur mes recherches effectuées en apportant des réflexions quant aux résultats présentés et les perspectives liées, mais aussi en décrivant brièvement d'autres aspects de mes recherches que j'ai sciemment éludés jusque là.

3.1 - LES FACIÈS DE FISSURATION

Une problématique primordiale que pose la méthodologie présentée ici est la définition rigoureuse d'un faciès de fissuration macroscopique. Cette problématique est toujours d'actualité et doit faire partie des réflexions futures du développement de la méthode dans sa globalité, notamment vis-à-vis d'une intégration dans des modèles multiéchelles ou multiphysiques macroscopiques. Je reviens donc dans cette section sur la définition que l'on en fait à ce jour, puis en la comparant à d'autres travaux que j'ai effectués lors de mon postdoc [Oliver et al., 2015], je donne mon point de vue sur les différentes solutions pouvant être mises en place pour aborder ce problème.

a - Le paradigme des définitions micro et macro

Il est commun de se représenter une fissure comme une variété bidimensionnelle définie dans un espace tridimensionnel. En attribuant un champ vectoriel d'ouverture (en mm), on peut ainsi localiser et définir une fissure pouvant être utilisée dans une variété de modèles. C'est ce qui est fait à l'échelle fine dans le cadre des E-FEM définies ici. Une microfissure est en effet définie comme un plan géométriquement situé dans l'espace (position et orientation) auquel on attribue une ouverture (en mm), elle-même orientée. Notre méthode de résolution ne contraint pas explicitement le mécanisme de création et d'ouverture de ces fissures par rapport

à leur voisinage afin de garder un aspect local et simple au problème. Grâce à la simplicité et la légèreté de la méthode que confère ce choix, il est possible d'atteindre des discrétisations avec la finesse nécessaire à la représentation des hétérogénéités. Cependant cela se fait au détriment d'une transcription évidente de la définition de la fissure à l'échelle macroscopique, notamment dû au fait que la continuité des fissures n'est pas imposée. C'est donc la coalescence des microfissures qui définit notre faciès de fissuration macroscopique. Techniquement, cela correspond à l'ensemble des éléments ayant initié une discontinuité forte, ce qui, en général, produit une forme géométrique complexe à analyser. En effet, même pour un essai de traction simple (FIG. 6), la fissure macroscopique principale, bien qu'évidente à repérer à l'œil nu, n'est pas clairement définie d'un point de vue géométrique.

b - Correspondance avec l'imagerie

A ce stade il est tout de même intéressant de remarquer que la problématique est semblable à celle que l'on retrouve en analysant des tomographies (FIG. 18). Dans ce domaine, la littérature nous apporte plusieurs approches (notamment [Landis et al., 2003]) qui ont fait l'objet de travaux préliminaires non publiés lors de la thèse d'Olga Stamati. Le verrou principal ici est de trouver une méthode efficace pour traiter des faciès de fissuration de type compression simple dont la complexité topologique est plus importante.

c - Des alternatives

Une solution qui permet de transposer directement la définition microscopique d'une fissure à l'échelle macroscopique est d'imposer la continuité des microfissures. Sans nécessairement changer de méthode (comme par exemple les X-FEM), il est possible d'imposer cette continuité, soit avec des algorithmes "locaux" (imposition de la continuité entre voisins), soit avec des algorithmes globaux (résolution d'un problème annexe définissant un chemin de fissure global FIG. 25). Les deux problèmes majeurs auxquels on peut s'attendre avec la mise en place de ces méthodes sont :

1. l'augmentation de la complexité du calcul global, que ce soit par une méthode élémentaire plus lourde nécessitant de boucler sur les voisins, soit par l'ajout d'un problème global à chaque pas de temps.
2. l'augmentation de la complexité de la représentation géométrique des microfissures, car des sections de plans ne sont plus suffisants pour assurer une continuité en 3D.

À temps de calcul équivalent, il semble difficile d'obtenir une discrétisation assez fine avec ces méthodes afin de représenter objectivement les hétérogénéités.

d - Conclusion

On se retrouve donc ici avec un compromis entre la qualité du modèle mésoscopique et de la représentation de la morphologie. Mon point de vue est pour le moment de garder la philosophie de simplicité du modèle local (*i.e.*, de favoriser la qualité de la morphologie) et de continuer à explorer des moyens d'analyser les faciès complexes afin de quantifier leurs caractéristiques géométriques et topologiques.

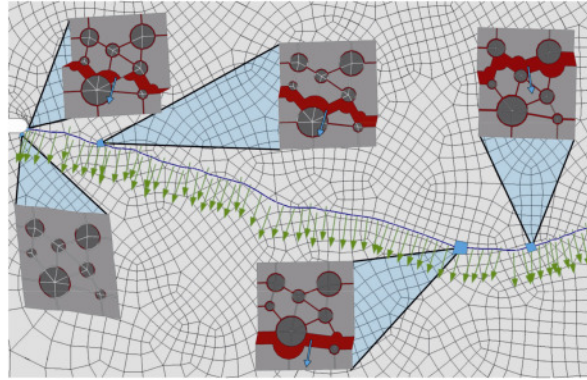


Fig. 25 – Issu de mon postdoc [Oliver et al., 2015] : continuité de la fissure dans le cadre des E-FEM. En bleu : définition géométrique du chemin de fissuration issu d’un problème annexe basé sur l’état de déformation à chaque pas de temps. En vert : l’orientation des discontinuités fortes.

3.2 - LE FUTUR DU MODÈLE

D’un point de vue mécanique, avec les avancements effectués lors de la thèse d’Alejandro Ortega (généralisation des modes de ruptures locaux), on peut considéré le modèle à un état de maturité suffisante pour envisager deux chemins d’investigations que je vais détailler ici : 1) l’utilisation du modèle pour des sollicitations plus extrêmes et 2) le couplage du modèle avec des phénomènes thermo, hydro et/ou chimique.

a - Compression confinée

Les résultats en compression confinée illustrés FIG. 20 montrent que le modèle a la capacité de capturer la complexité des phénomènes de rupture qui interviennent lors de compression confinée. Une première étape serait d’effectuer une identification plus rigoureuse (partie sciemment éludée lors de la thèse d’Alejandro) des différents paramètres du modèle sur une banque d’essais *in-situ* plus riche pour les mêmes ordres de confinement (≈ 10 MPa).

Une deuxième étape serait de pousser les pressions de confinement aux ordres obtenus par le presse Giga du laboratoire (650 MPa) qui font apparaitre des faciès de fissuration non ordinaires (succession de macrofissures horizontales) [Poinard et al., 2012, Piotrowska et al., 2014]. Il serait en effet intéressant d’identifier quels sont les mécanismes locaux responsables de ces modes de rupture.

b - Couplage multiphysique

Les interactions entre les différents phénomènes physiques qui interviennent dans les matériaux cimentaires font l’objet de nombreuses études expérimentales et numériques [Benboudjema et al., 2005, Buffo-Lacarrière et al., 2014]. Contrairement à de nombreux chercheurs dans le domaine de la durabilité des bétons, je ne suis pas un expert des différentes lois physiques en jeu. Cependant, je vais décrire ici comment le cadre numérique mis en place dans mes travaux pourrait apporter des résultats intéressants, même avec une utilisation rudimentaire de ces lois.

La position, l’orientation ainsi que l’ouverture des microfissures sont des grandeurs qui

ressortent naturellement d'un calcul mécanique avec les E-FEM. Cette information possède un sens physique intrinsèque qui mène logiquement à l'idée de couplage avec d'autres phénomènes physiques. Les effets thermiques sont des phénomènes étudiés depuis longtemps et relativement bien connus. Pour les types de matériaux qui nous intéressent, on peut considérer que le couplage est unidirectionnel (la thermique impacte la mécanique). Les phénomènes hydriques jouent également un rôle primordial dans le comportement des bétons (retrait dû au séchage) et leur durabilité. Cependant le couplage est plus compliqué à mettre en œuvre dans le sens où cette fois-ci les effets hydriques sont impactés par la mécanique. C'est pour cette raison que je m'attarde ici sur le couplage hydromécanique.

On distingue deux niveaux de physique qui permettent de coupler deux modèles. Les *couplages faibles* où la communication entre les modèles ne se fait que dans un sens et l'équilibre global du système n'est pas assurée et les *couplages forts* où la communication entre les modèles se fait dans les deux sens et l'équilibre global du système est assurée.

Le couplage faible est le plus facile et le moins intrusif à mettre en place. Le principe est que les "sorties" du premier modèle servent de "données d'entrée" au second modèle. Dans le cadre hydromécanique, il est généralement entendu que c'est le champ de pression issue d'un calcul d'équilibre hydrique (perméabilité) qui est utilisé dans un calcul mécanique via une loi de comportement poromécanique du type :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{G}_s[\mathbf{u}]) - b(p - p_0)\mathbb{I} \quad (30)$$

où $\mathbf{G}_s[\mathbf{u}]$ représente la microfissure (et son support), p la pression et b le coefficient de biot. On modélise donc une pression qui engendre une contrainte additionnelle à une loi de comportement "classique" lors de la résolution du problème mécanique. Cependant, et c'est là que le terme "faible" prend son sens, les contraintes et déformations n'ont pas d'impact sur la pression (voir FIG. 26a). On n'atteint donc jamais un équilibre global pour les deux problèmes¹. L'intérêt que je vois à appliquer cette stratégie dans le cadre des E-FEM est d'effectuer les deux calculs hydrique et mécanique sur des matériaux hétérogènes. On peut en effet appliquer le principe des discontinuités faibles pour le calcul hydrique, permettant ainsi de gérer les interfaces entre les phases.

La version *forte* du couplage implique que la mécanique ait à son tour un effet sur la partie hydrique. Dans notre cadre, le calcul mécanique engendre des microfissures $[\mathbf{u}]$ qui ont un impact sur le calcul hydrique. D'une part, en suivant les développements de [Lagier et al., 2011], le tenseur de perméabilité (liant le gradient de pression à la pression) est défini comme suit :

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \frac{[\mathbf{u}]^3}{12\mu h_m}(\mathbb{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \quad (31)$$

où $[\mathbf{u}]$ représente toujours la microfissure et \mathbf{n} son orientation.

Au sein des couplages forts on peut également hiérarchiser les méthodes de résolution.

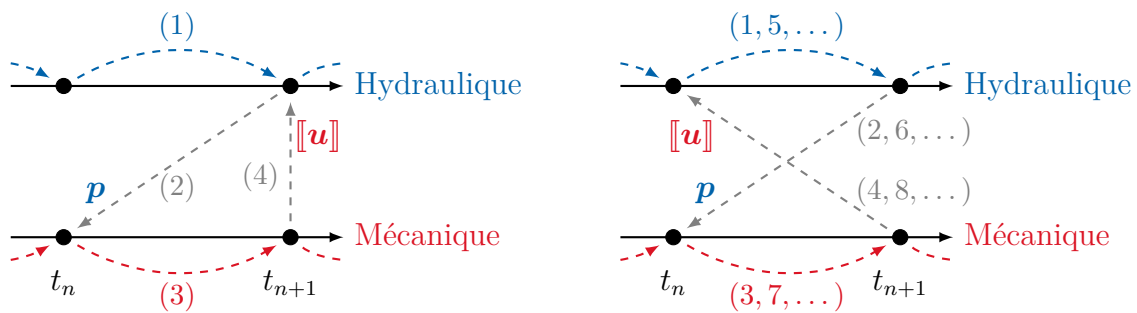
Résolution monolithique Les équations hydriques et mécaniques sont résolues dans le même système ce qui permet d'atteindre l'équilibre global en utilisant des méthodes de résolutions

1. Ce qui ne signifie pas que la résolution soit nécessairement explicite.

classiques. Cependant, même si cette approche reste la plus intuitive, elle entraîne certains problèmes comme l’augmentation de la taille du système global ainsi qu’un aspect intrusif et très spécifique en termes de développement.

Résolution partitionnée Les résolutions partitionnées consistent à séparer les deux solveurs hydrique et mécanique, apportant un aspect modulaire à la méthode. Au cours d’un même incrément de chargement, les deux solveurs sont appelés plusieurs fois et dialoguent ensemble afin d’atteindre, au cours d’un processus itératif, l’équilibre global du problème. Sans entrer dans les détails des différentes implémentations possibles de cette méthode, l’idée est d’avoir deux méthodes de résolution indépendantes pour les problèmes hydriques et mécaniques et de les faire dialoguer ensemble au sein d’un même pas de temps jusqu’à la convergence (voir FIG. 26b). L’inconvénient évident est la présence d’un algorithme itératif supplémentaire à la résolution non linéaire du problème mécanique. Cependant il doit être comparé aux avantages que la méthode confère comme :

- l’absence de nécessité de gérer numériquement des variables qui possèdent de nombreux ordres de grandeur de différence (dans le système des unités SI),
- la préservation du nombre de degrés de liberté par rapport à un modèle mécanique classique,
- la possibilité de choisir différentes méthodes de résolution et différentes discrétisations pour les deux modèles,
- la possibilité d’utiliser différents logiciels et matériels de calcul.



(a) Couplage faible : la communication au sein d’un pas de temps ne se fait que de l’hydraulique vers la mécanique : (2).

(b) Couplage fort : exemple d’un schéma implicite de résolution partitionnée. La communication se fait dans les deux sens : (2) et (4).

Fig. 26 – Schéma illustrant les différences entre couplage faible et couplage fort. En noir : évolution “temporelle” des deux calculs (pas de temps globaux). (i) : ordre des étapes au sein d’un pas de temps global. En bleu : calculs hydrauliques. En rouge : calculs mécaniques. En gris : transferts d’information.

L’aspect modulaire des méthodes partitionnées est très attractive dans le cadre des travaux que j’envisage dans le sens où elles offrent une flexibilité qui permet de l’appliquer à d’autres types de problèmes comme la corrélation d’image intégrée, où un problème de corrélation d’image est couplé à un problème mécanique (section 3.3 b) ou la décomposition de domaines où un solveur global est couplé avec une multitude de sous problèmes (chapitre III section 1).

3.3 - MÉCANIQUE ET CORRÉLATION D'IMAGE

Depuis mon arrivée au laboratoire 3SR, un nouvel aspect de mes recherches a été de faire dialoguer les méthodes de types E-FEM et des méthodes expérimentales, notamment via l'imagerie 3D [Stamati, 2020]. Il est important de noter que au vu du challenge qu'impose la corrélation d'image 3D sur des éprouvettes en béton à cette échelle, les outils présents au laboratoire [Tudisco et al., 2017a] ne permettaient pas d'obtenir des résultats concluants, le bruit étant trop important par rapport aux déplacements à mesurer. Au même moment, il y avait également une limitation des outils existants pour des applications dans des milieux granulaires. C'est la conjonction de ces deux besoins, ainsi que du début de la thèse de Olga Stamati, qui a permis de faire naître un projet de logiciel open source **SPAM: Software for Practical Analysis of Materials** [Stamati et al., 2020], dont je suis un des principaux développeurs.

Vu que cela correspond à une partie non négligeable de mes travaux de recherche ses 7 dernières années, je vais ici décrire, dans un premier temps les évolutions à venir du logiciel, puis, la philosophie open source que nous appliquons à ce projet.

a - Corrélation d'image globale : la mécanique au service de la régularisation

La première méthode de corrélation d'image que nous avons implémentée est dite la méthode "locale" où, chaque point du champ de déplacement est obtenu à l'aide du recalage d'une "imagerie" FIG. 27. Le compromis se joue sur la taille des imageries qui d'un côté est imposée par le bruit de l'image et de l'autre la discrétisation du champ exigée. Cette méthode est relativement intuitive, mais pose différents problèmes comme le recouvrement potentiel des imageries et l'analyse a posteriori du champ obtenu.

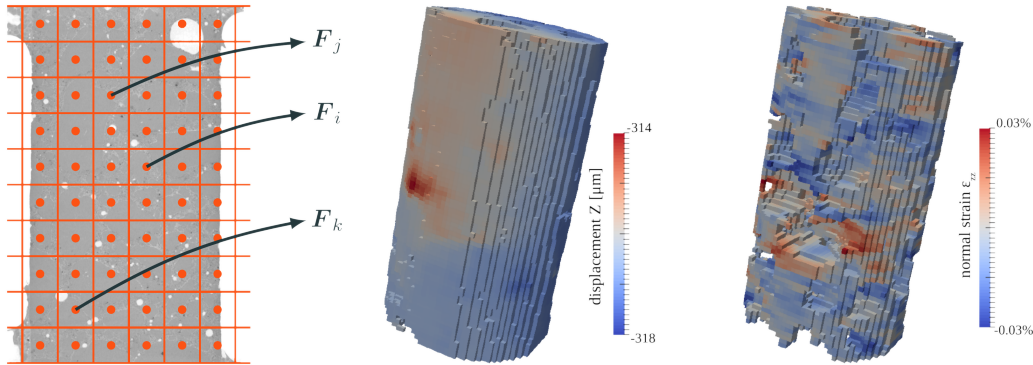


Fig. 27 – Issu de [Stamati, 2020] : principe de la méthode de corrélation d'images dite "locale".

Il existe une approche alternative dite "globale" [Besnard et al., 2006, Hild and Roux, 2012] qui, dans le cadre d'un dialogue avec des méthodes E-FEM, semble plus pertinente. Les méthodes globales consistent à utiliser un maillage de type Élément-Finis comme support du champ de déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{x})$. En supposant un opérateur qui déforme une image à partir d'un tel champ, il est possible d'écrire la minimisation du résidu entre l'image de référence f et la déformée g :

$$\eta(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x}) \quad (32)$$

sous une forme semblable à celle d'un problème EF non linéaire (schéma de Newton-Raphson) :

$$\mathbf{M}_c \delta \mathbf{u} = \mathbf{b} \quad (33)$$

où \mathbf{M}_c est une matrice assemblée qui contient, au niveau élémentaire, des informations relatives au gradient de l'image, $\delta\mathbf{u}$ est un vecteur contenant l'incrément de déplacement aux noeuds et \mathbf{b} le résidu.

Théoriquement cette méthode n'assure pas de meilleurs résultats que la méthode locale. On retrouve d'ailleurs le même compromis entre la taille des imageries et la finesse du maillage. Cependant elle confère plusieurs avantages comme une régularisation "naturelle" due à la résolution globale de EQ. (32) via EQ. (33), là où chaque composante du champ était calculée de façon indépendante avec des méthodes locales. Comme illustré FIG. 28, on voit qu'il est aisé de comparer des champs issus de calculs EF et de corrélation d'image. En effet, sous réserve d'utiliser la même discrétisation, il n'y a plus besoin de passer par une phase d'interpolation.

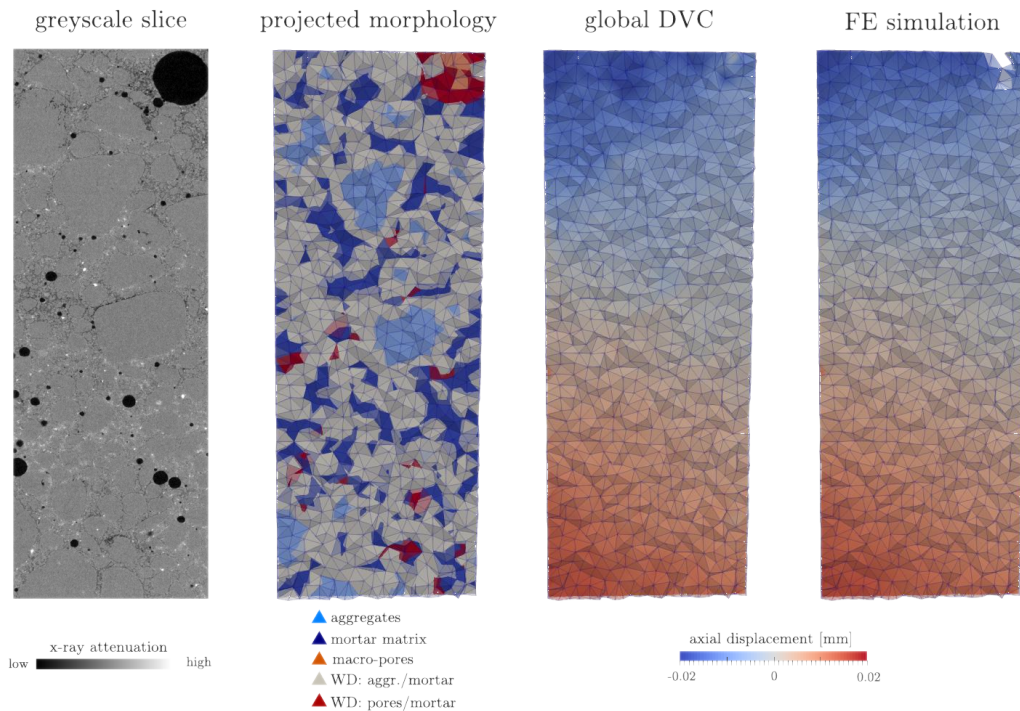


Fig. 28 – Issu de [Stamati, 2020] : Comparaison entre un calcul E-FEM et un résultat de corrélation d'image "globale".

Cependant il est généralement admis dans la communauté que les méthodes globales nécessitent une régularisation supplémentaire afin de limiter l'impact du bruit des images sur le champ de déplacement obtenu, conclusion que je partage suite au développement de la méthode. La solution généralement adoptée est une régularisation de type Tikhonov [Morozov, 1966] qui permet d'atténuer les hautes fréquences du champ de déplacements issu du bruit. L'inconvénient principal reste que la matrice de régularisation ne possède pas de sens physique (généralement proportionnelle à l'identité). Il est cependant possible de construire une matrice en partant du principe que le matériau possède un comportement élastique, conférant ainsi à la régularisation un sens mécanique. En suivant la méthode de l'equilibrium gap [Claire et al., 2004], la régularisation se base sur la différence entre la solution et une solution qui satisfait les équations d'équilibre d'un milieu élastique. En suivant les travaux récents de [Mendoza et al., 2019], il est également possible d'ajouter un terme de régularisation des surfaces qui minimise le gradient de

vecteur contrainte sur les surfaces de Dirichlet. Au final, le problème à résoudre est de la forme :

$$(\mathbf{M}_c + \mathbf{M}_{\text{reg}})\delta\mathbf{u} = \mathbf{b} - \mathbf{M}_{\text{reg}}\mathbf{u} \quad (34)$$

avec

$$\mathbf{M}_{\text{reg}} = \mathbf{M}_m + \sum_{\mathcal{N}_i} \mathbf{M}_{\mathcal{S}_i} \quad (35)$$

où \mathbf{M}_m est proportionnelle à une matrice de rigidité de type EF et $\mathbf{M}_{\mathcal{S}_i}$ une matrice spécifique aux conditions aux limites de Dirichlet qui minimise $\nabla\sigma \cdot \mathbf{n}$.

Ces régularisations sont en cours de développement dans le logiciel SPAM [Stamati et al., 2020] et donnent déjà des résultats encourageants.

b - Corrélation d'image intégrée : la corrélation au service de l'identification de modèle

La régularisation basée sur la mécanique n'est pas le seul avantage que confèrent les méthodes globales. Les similitudes entre les jeux de données d'un problème EF et d'une corrélation globale permettent plus aisément (*i.e.* , sans interpolations) de coupler les deux. Attention cependant, ici le paradigme change complètement et la mécanique n'est plus "au service" de corrélation comme pour les problématiques de régularisation. Ici, le couplage est, à l'instar des couplages multiphysiques, à comprendre comme un dialogue entre un calcul EF et une corrélation d'image. Il peut être fait d'une façon faible ou forte. Le paradigme est différent dans le sens où l'objectif ici n'est pas d'améliorer la corrélation d'images, mais de minimiser la différence entre les deux afin d'identifier les paramètres du modèle EF.

Une ébauche de couplage faible a été effectuée à la thèse d'Olga Stamati où, les conditions aux limites d'un essai issues de la corrélation d'image étaient imposées à des calculs EF dont on faisait changer les paramètres élastiques. Comme illustré FIG. 29, on obtient une surface d'erreur qui permet de trouver un minimum pour un certain jeu de propriétés matériaux.

Ces résultats sont encore provisoires. En effet, étant basées sur des méthodes de corrélations d'images mal régularisées, les conditions aux limites imposées ne permettent pas de déduire un jeu de matériaux pertinent. C'est d'ailleurs ce constat qui a initié le développement des méthodes de régularisation mentionnées ci-dessus.

À l'instar d'autres couplages, il est également possible d'opérer un couplage fort entre les deux méthodes [Hild and Roux, 2006]. Ce couplage est plus intrusif, mais permet, entre autres, d'automatiser la méthode mise en place par Olga en déterminant une direction de recherche pour la minimisation des paramètres matériaux. À ma connaissance, aucun couplage fort avec les E-FEM n'a été publié, cependant, l'aspect local des E-FEM et la similitude entre les discontinuités fortes et les fissures observées sur les images promettent une intégration intéressante comme la possibilité de mesurer les ouvertures des fissures.

3.4 - LES ASPECTS MORPHOLOGIQUES ET L'ANALYSE STATISTIQUE

Pour conclure cette partie sur mes réflexions et le chapitre sur les travaux effectués je comptais revenir sur un des deux piliers de ma thèse qui traitait d'un modèle de génération de morphologie basée sur des champs aléatoires corrélés. Il n'est pas mentionné de cette partie de ma recherche jusque-là pour deux raisons. Premièrement, mes apports à cette thématique n'ont fait

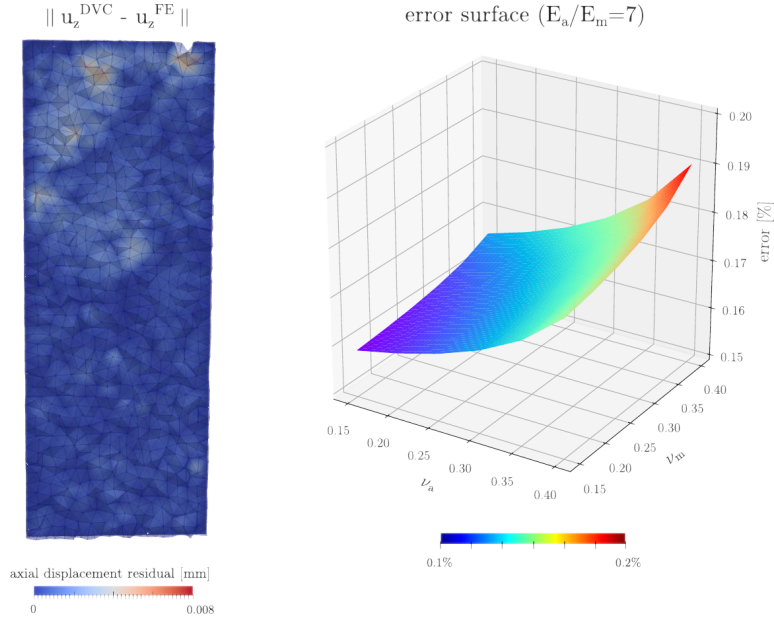


Fig. 29 – Issu de [Stamati, 2020] : couplage faible entre calculs E-FEM et corrélation d’image globale.

l’objet que d’une seule publication [Roubin and Colliat, 2016]. Et deuxièmement, ces apports ont un aspect fondamental qu’il était difficile d’inscrire naturellement dans ce chapitre.

Cependant le potentiel de ce modèle est important par rapport aux thématiques que j’aborde et c’est pourquoi je voulais le mentionner ici.

a - L’intérêt d’un modèle morphologique

Lors de ma thèse j’ai développé un modèle morphologique permettant de générer des morphologies basées sur des excursions de champs aléatoires corrélés afin de représenter les hétérogénéités du béton à l’échelle mésoscopique [Roubin et al., 2015a].

La tomographie permet de récupérer des morphologies réalistes [Stamati et al., 2018a] afin de calibrer le modèle sur un nombre d’échantillons restreint. Puis, la capacité du modèle à générer des morphologies aléatoires représentatives statistiquement équivalentes permet d’ouvrir la porte aux études statistiques qui, à terme, permettraient de définir des volumes élémentaires représentatifs pour diverses propriétés mécaniques telles que les résistances en compression ou en traction.

b - Les limitations actuelles

Une des originalités du modèle était de pouvoir prédire les caractéristiques géométriques et topologiques de la morphologie en fonction des caractéristiques du champ aléatoire (distribution et fonction de corrélation) ainsi que de la méthode de seuillage, lui conférant un aspect prédictif (en termes d’espérance). Ce contrôle vient de la théorie des champs aléatoires [Adler, 2008] qui nous donne la relation suivante :

$$\mathbb{E}\{\mathcal{L}_j(\mathcal{E}_s)\} = \sum_{i=0}^{N-j} \binom{i+j}{i} \frac{\omega_{i+j}}{\omega_i \omega_j} \left(\frac{\lambda_2}{2\pi}\right)^{i/2} \mathcal{L}_{i+j}(M) \mathcal{M}_i^\gamma(\mathcal{H}_s) \quad (36)$$

où, pour ne parler que des termes les plus importants, $\mathcal{L}_j(\mathcal{E}_s)$ sont des fonctionnelles proportionnelles aux mesures géométriques et topologiques de la morphologie ($i = 3$: volume, $i = 2$: surface, $i = 1$: rayon de courbure moyen et $i = 0$: caractéristique d'Euler), λ_2 est le second moment spectral qui contient les informations de la fonction de corrélation du champ et $\mathcal{M}_i'(\mathcal{H}_s)$ est une fonctionnelle de Minkowski qui dépend de la méthode de seuillage \mathcal{H}_s associé à la mesure de la distribution du champ γ .

L'objectif du modèle est de générer une série de morphologies dont on impose les caractéristiques géométriques et topologiques (partie de gauche de l'équation). Les paramètres du champ aléatoire correspondant (qui interviennent à droite de l'équation) doivent donc être déterminés en inversant la relation ci-dessus. La difficulté principale vient du fait qu'un des paramètres du champ est une fonction (la fonction de covariance). Sans rentrer dans les détails de cette relation fortement non linéaire, il n'est pas encore clair dans la littérature s'il existe nécessairement une solution à ce problème et le cas échéant, si cette solution est unique. Plus concrètement, on n'arrive pas à trouver les caractéristiques du champ qui permettraient d'obtenir une morphologie semblable à des agrégats, c'est à dire de grandes fractions volumiques tout en conservant une topologie déconnectée.

Depuis ma thèse, l'équation EQ. (36) et ses paramètres ainsi que les interprétations géométriques des fonctionnelles \mathcal{L}_i sont plus clairement définis dans le cadre qui nous intéresse. Mon avancement est confronté à des difficultés mathématiques qui m'ont poussé à chercher des collaborations avec des mathématiciens (séminaire invité dans l'équipe Probabilité de l'institut Fourier à Grenoble [Roubin, 2021]).

III - PROJETS DE RECHERCHE

1 - ANALYSES À L'ÉCHELLE DE LA STRUCTURE	47
1.1 - OBJECTIF ET DOMAINE D'APPLICATION	47
1.2 - DESCRIPTION	48
1.3 - MÉTHODE.	49
2 - ANALYSES À L'ÉCHELLE NANOSCOPIQUE	51
2.1 - DÉFIS ET APPROCHES	51
2.2 - MODÉLISATION DES ISOTHERMES DE SORPTION-DÉSORPTION . . .	51
2.3 - MODÉLISATION DES VARIATIONS DIMENSIONNELLES ASSOCIÉES . .	53
2.4 - SYNTHÈSE ET OUVERTURE	54

Dans ce chapitre, je présente deux projets qui, bien que se reposant sur des méthodes numériques déjà présentées, permettent d'élargir le domaine d'application. Ce sont des projets qui entraînent de potentielles ramifications dont certaines sont à envisager à long terme au vu de la complexité des outils nécessaires à développer.

1 - ANALYSES À L'ÉCHELLE DE LA STRUCTURE

Ce projet est l'objet de la thèse de Rida Grif intitulée "Simulations multiéchelles à large amplitude pour les structures béton armé : apport des méthodes de décomposition de domaines à l'échelle mésoscopique" commencée en octobre 2021. J'ai obtenu une dérogation afin d'en être le directeur de thèse. Ce projet est l'occasion d'une collaboration entre le laboratoire 3SR et le LaMcube de Lille (UMR 9013).

1.1 - OBJECTIF ET DOMAINE D'APPLICATION

L'objectif de ce projet de thèse est de développer un cadre permettant de faire des simulations numériques d'éléments de structures du Génie civil en béton armé tout en prenant en compte explicitement les hétérogénéités du matériau. Afin d'optimiser les ressources numériques nécessaires, une méthode de décomposition de domaines sera développée permettant de distribuer de multiples simulations concomitantes.

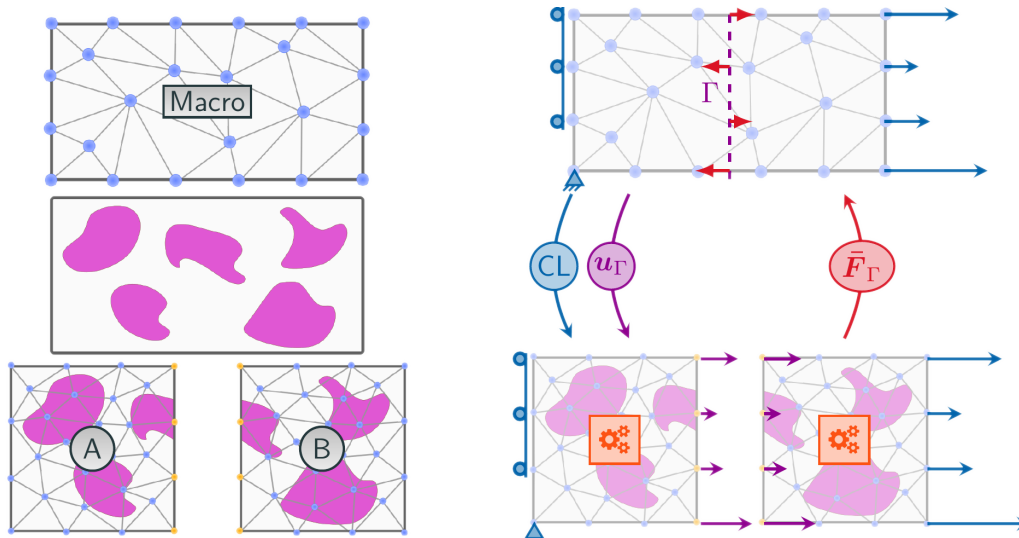


Fig. 30 – Algorithme de décomposition de domaine

Le cadre du projet est le développement de méthodes numériques permettant de rendre compte du comportement mécanique des matériaux cimentaires en modélisant leur structure à différentes échelles. Les échelles retenues sont :

- Pour l'échelle fine : l'échelle mésoscopique (de l'ordre du mm) pour laquelle sont modélisées les hétérogénéités du matériau (agrégats et macro-porosité) ainsi que des éléments d'armatures.
- Pour l'échelle macroscopique : l'échelle de la structure (de l'ordre de quelques décimètres) pour laquelle des sollicitations classiques d'éléments sont modélisées (poutres, poteaux ...)

La modélisation du comportement mécanique rentre dans le cadre des modèles mésoscopiques [Wriggers and Moftah, 2006] via l'utilisation d'une méthode Éléments Finis Enrichis adaptés aux matériaux hétérogènes quasi fragiles [Roubin et al., 2015b]. Des campagnes expérimentales sous tomographie à RX ont permis de valider la pertinence de ces méthodes [Stamati et al., 2018b,

Stamati et al., 2021b] dans un tel cadre. Cependant, les ressources numériques nécessaires aux approches mésoscopiques contraignent les applications à des calculs à l'échelle du matériau.

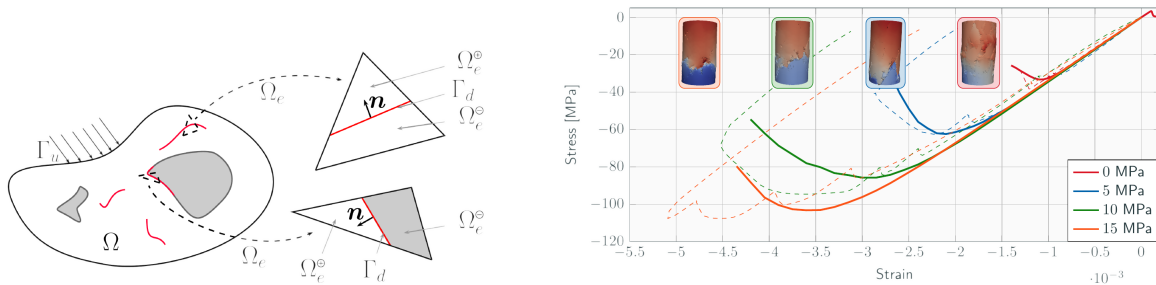


Fig. 31 – Modèle mésoscopique utilisé [Roubin et al., 2015b]

Afin de pouvoir appliquer ce type de modèle à l'échelle de la structure, plusieurs approches sont envisageables :

- Des méthodes de réduction de modèle : le comportement de la mésostructure est projeté sur une base de modes propres obtenus par la POD.
- Des méthodes de couplage fort entre les échelles : le comportement de la mésostructure est homogénéisé numériquement aux points d'intégration du calcul macroscopique (méthode des “éléments finis au carré”).
- Des méthodes de décomposition de domaines : l'échelle macroscopique est “découpée” en plusieurs sous-domaines qui font l'objet de calculs mésoscopiques quasi indépendants. À l'échelle de la structure, un unique calcul macroscopique grossier est nécessaire, permettant de contrôler les conditions aux limites de chaque calcul fin. Ceux-ci peuvent ainsi être distribués sur des ressources différentes (CPU, RAM).

L'impact de la mésostructure sur le comportement des structures de Génie civil n'étant pas encore clairement identifié, c'est la méthode de décomposition de domaines qui est retenue dans ce projet. Contrairement aux deux autres approches présentées, elle conserve l'intégralité de la réponse à l'échelle fine au niveau de la structure, ce qui semble pertinent dans le cadre de la modélisation de propagations de fissures. Le développement de ces méthodes sera basé sur des algorithmes éprouvés depuis des décennies dans le cadre de l'élasticité linéaire et l'attention sera particulièrement portée sur le choix des fonctions d'interpolations entre les sous-domaines (comme les méthodes “mortiers”) [Wohlmuth, 2001].

1.2 - DESCRIPTION

Le premier objectif est de travailler sur un verrou scientifique lié au couplage entre le modèle utilisé et les méthodes de décomposition de domaines. Il n'a pas encore été montré dans la littérature que les modes de rupture des matériaux cimentaires (fissuration), et plus généralement que les comportements non linéaires adoucissants, sont modélisables avec ces méthodes de décomposition. La problématique principale est de réussir à modéliser la propagation des fissures à travers plusieurs sous-domaines, sans modifications dues à la frontière. Des études préliminaires ont montré des signes prometteurs si les fonctions d'interpolation des problèmes d'interface sont bien choisies (mortiers) [Vallade, 2016].

Le deuxième objectif est d'appliquer ce cadre numérique à des calculs de structure, alliant ainsi, de façon innovante et directe, l'échelle mésoscopique et l'échelle de la structure. Des essais

récents effectués sur de nouveaux types de renforts (câbles) pourront être une base de données expérimentales nécessaire à la validation du modèle [Colyvas et al., 2020].

Dans le cadre de l'étude du comportement mécanique des matériaux cimentaires l'échelle mésoscopique porte une quantité importante d'informations liées à sa structure comme la géométrie et la topologie de la morphologie, les propriétés mécaniques de ses phases, les différents mécanismes de fissurations. Les modèles de simulation dits "mésoscopiques" s'intéressent à représenter ces informations aux échelles fines (résolution de l'ordre du millimètre) afin de les prendre en compte explicitement. Ainsi, ces modèles permettent d'adopter une démarche explicative afin d'analyser les conséquences de la mésostructure sur le comportement macroscopique du matériau qui émerge naturellement des simulations.

Les différentes phases matérielles de la mésostructure du matériau étant explicitement représentées (agrégats, porosité, pâte de ciment ...), la phénoménologie nécessaire pour représenter un comportement donné est donc nécessairement moins complexe que celle employée par des modèles macroscopiques. Cependant, d'un point de vue technique, cet avantage est à mettre en opposition avec la complexité accrue de la méthode de calcul inhérente à la représentation de la mésostructure.

Parmi les problèmes rencontrés par ces approches, ce projet s'intéresse à réduire les coûts des simulations (le coût étant directement lié à la finesse de la discrétisation de la mésostructure) en adoptant des méthodes de décomposition de domaine. De telles approches permettraient, en réalisant des simulations plus performantes, de faire évoluer les problématiques qui peuvent être adressées vers deux échelles opposées : l'échelle de la structure (taille de l'ordre du mètre) et l'échelle microscopique (hétérogénéités de l'ordre du dixième de millimètre).

La mise en place de ces méthodes entraînera l'utilisation du supercalculateur régional (UMS Gricad, hébergé par l'UGA), voire national (Jean Zay).

1.3 - MÉTHODE

Plusieurs choix de méthodes sont nécessaires pour établir le cadre numérique de ce projet : a. le modèle morphologique nécessaire à la représentation des hétérogénéités de la mésostructure b. le modèle mécanique permettant de rendre compte de la fissuration du béton dans un cadre hétérogène c. la méthode de décomposition de domaines permettant d'effectuer les calculs à l'échelle de la structure.

- Modèle morphologique : le modèle retenu est basé sur le principe d'excursions de champs aléatoires corrélés [Roubin et al., 2015a]. Il permet en effet de pouvoir assurer des conditions de continuité aux bords des sous-domaines et de générer des morphologies aléatoires à plusieurs phases et à formes non idéales (entraînant ainsi des concentrations de contraintes plus réalistes).
- Modèle mécanique : la méthode des Éléments Finis doublement Enrichis est retenue ici [Roubin et al., 2015b]. Développée par l'équipe encadrante depuis bientôt 10 ans, les récentes campagnes expérimentales ont montré la pertinence de son utilisation dans le cadre de la fissuration des bétons [Stamati et al., 2021b].
- Décomposition de domaines : la décomposition de domaines est à voir dans ce projet comme un moyen de communiquer entre l'échelle mésoscopique et l'échelle de la structure . Les différentes méthodes peuvent se regrouper en deux familles : les méthodes séquencées (communication unidirectionnelle de l'échelle macroscopique vers l'échelle fine) et les

méthodes intégrées (communication dans les deux sens) [Feyel and Chaboche, 2001]. C'est dans ce dernier cadre que le modèle est utilisé et le raccord entre les est effectué afin d'assurer la continuité des déplacements et des contraintes entre les sous-domaines (méthodes hybrides) [Allix and Gosselet, 2020].

Le développement du modèle mécanique a été pensé dans l'optique d'une stratégie multi-échelle et possède les moyens techniques de communication nécessaires à la décomposition de domaines (développement orienté composant, [Kassiotis and Hautefeuille, 2008]). En mode de production, ces méthodes nécessitent l'utilisation de supercalculateurs au moins de la taille des supercalculateurs régionaux (politique encouragée par le CNRS) pour pouvoir analyser l'extensibilité des calculs (scalabilité). L'Université Grenoble Alpes héberge le super calculateur de notre région (Gricad) dont l'accès est ouvert à ce genre de projets académiques. La possibilité de rejoindre le super calculateur national (Jean Zay) géré par la société civile GENCI (Grand Équipement National de Calcul Intensif) est également envisagée.

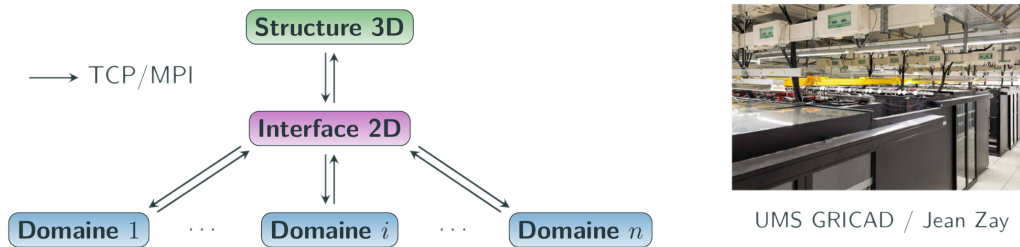


Fig. 32 – Utilisation des calculateurs régionaux

Le résultat attendu est de lever le verrou scientifique relatif à la propagation de fissures macroscopiques en EF et en utilisant une méthode intégrée de décomposition de domaines puis, d'appliquer la méthode à des éléments de structure en béton armé, jusqu'à la comparaison avec des essais issus de la littérature.

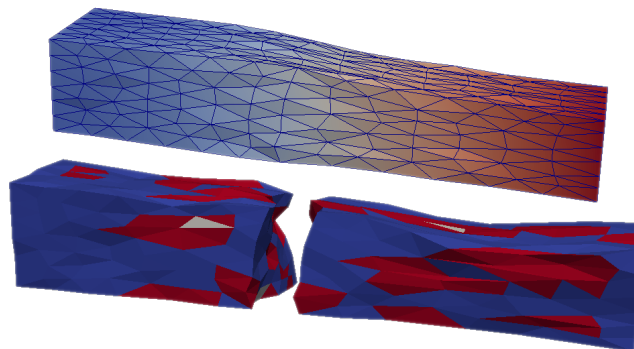


Fig. 33 – Résultats préliminaires

2 - ANALYSES À L'ÉCHELLE NANOSCOPIQUE

Ce projet a partiellement été traité (début de la section 2.2) lors de la thèse de Mahban Hosseini [Hosseini, 2015].

2.1 - DÉFIS ET APPROCHES

Le projet se penche principalement sur des problématiques scientifiques, actuellement vues comme des verrous scientifiques associés à la modélisation et la compréhension du comportement hydromécanique des matériaux cimentaires. La voie de recherche, dont le cadre est l'analyse des échelles fines de ces matériaux, se traduit sous la forme de deux verrous scientifiques, le premier (2.2) à court et moyen terme, le second (2.3) à plus longue échéance.

La détermination des couplages hydromécaniques au sein des matériaux cimentaires revêt une grande importance dans une optique de prédiction de la durabilité d'un ouvrage. Ainsi la connaissance des *isothermes de sorption/désorption* est à la base des prédictions de variations dimensionnelles au cours du temps et des recommandations associées. Le projet cherche à contribuer à la problématique du temps d'acquisition excessivement long (plusieurs années pour un seul cycle de séchage/humidification) de ces données incontournables en apportant une modélisation numérique des phénomènes. Le premier défi est donc de considérer les matériaux à matrice cimentaire comme des *matériaux nanoporeux*, à la structure morphologique très complexe, et d'extraire de cette morphologie les informations pertinentes quant aux isothermes de sorption/désorption.

Le deuxième enjeu scientifique est, par la suite, une analyse mécanique qui doit permettre d'en déduire le retrait de dessiccation associée. La portée est alors plus générale car il s'agit de renforcer la connaissance des liens existant entre les échelles fines et l'échelle macroscopique. Le deuxième défi réside donc dans l'*extraction de l'information* des échelles fines et dans l'identification, parmi la grande quantité d'information disponible (géométrique et comportementale), des éléments qui prédominent sur le comportement macroscopique. L'approche proposée est de contribuer à ce lien par des modèles numériques afin d'avoir une *démarche explicative*.

Ces deux axes de recherche sont abordés avec des outils de modélisation numérique morphologique et EF possédant une souche commune [Roubin et al., 2015b, Roubin et al., 2015a], permettant ainsi une certaine unité de l'environnement de travail.

2.2 - MODÉLISATION DES ISOTHERMES DE SORPTION-DÉSORPTION

La problématique de cette première étape constitue un verrou majeur dans le domaine des matériaux cimentaires : il s'agit de la détermination des isothermes de sorption/désorption. En associant la teneur en eau d'une pâte de ciment, d'un mortier ou d'un béton à l'humidité relative de son environnement (à l'équilibre) au cours de plusieurs cycles de séchage (phase de désorption) et d'humidification (phase de sorption), ces courbes contiennent une information très riche liée à l'extrême complexité de l'espace poral de ces matériaux.

Du point de vue expérimental, le temps nécessaire à une mesure requiert un état hydrique stable du spécimen [Aït-Mokhtar et al., 2013], ce qui mène fréquemment à des manipulations de plusieurs années pour acquérir plusieurs cycles. Par ailleurs la mesure associée des variations dimensionnelles (retrait de dessiccation lors des phases de désorption) constitue une donnée

majeure dans la caractérisation hydromécanique de ces matériaux mais les mécanismes physiques mis en jeu sont soumis à un intense débat depuis quatre décennies.

Concernant le séchage tout d'abord,

- aux hautes humidités relatives et en supposant un état initial saturé, la plupart des auteurs supposent que la phase fluide est continue [Benboudjema et al., 2005]. Un écoulement capillaire est alors engendré et régi par la loi de Darcy en régime transitoire.
- aux humidités relatives intermédiaires et à mesure que celle-ci décroît, la continuité de la phase liquide n'est plus assurée, seuls les pores de faibles diamètres possèdent encore de l'eau à l'état condensé. L'eau est donc présente sous la forme liquide et gazeuse au sein du réseau poreux. On est donc en présence de processus d'évaporation/condensation qui assurent le transport diffusif de l'eau vers l'extérieur.
- aux faibles humidités relatives, seule l'eau adsorbée à la surface des pores et la vapeur d'eau sont encore présentes. On suppose généralement [Benboudjema et al., 2005] que des processus de diffusions surfacique et gazeuse sont à l'origine des transferts et que, si l'humidité relative est encore diminuée, seule la diffusion gazeuse persiste.

L'objectif général de ce premier axe du projet est de proposer une approche numérique capable de représenter ces phénomènes de sorption et de désorption, de prédire le comportement hystérétique observé lors des cycles ainsi que d'évaluer les variations dimensionnelles associées. Au vu de l'importance des enjeux, plusieurs travaux se sont déjà fixé les mêmes objectifs par le passé. Parmi eux on peut notamment citer [Ranaivomanana et al., 2011, Bary, 2006, Hilpert et al., 2003, Ahrenholz et al., 2008]. Ces études ont toutes en commun de modéliser le réseau poreux sous la forme d'hypothèses très simplificatrices sur le plan géométrique. Or, nous pensons que, en régime permanent, la complexité des isothermes de sorption/désorption est en grande partie portée par la complexité de cet espace poral. La négliger ne peut donc pas, à notre sens, permettre une bonne stratégie de modélisation.

L'approche adoptée ici est de mettre en oeuvre le modèle morphologique développé précédemment et basé sur les excursions de champs Aléatoires [Roubin et al., 2015a] pour modéliser l'espace poral d'une pâte de ciment. Plusieurs essais ont déjà été menés à ce sujet et ont montré la faisabilité de la méthode [Hosseini, 2015]. Le point de départ est ici les données issues de la porosimétrie par intrusion de mercure (donnant la distribution de tailles de pores). Ce modèle morphologique permet une génération numérique à faible coût d'une grande quantité de réalisations de morphologies de différents types (milieu poreux, matrice/inclusion) dont les caractéristiques géométriques et topologiques globales sont analytiquement contrôlées. Les nouveautés apportées dans ce projet sont la modélisation d'un milieu à topologie mixte /- les pores peuvent former un réseau fortement percolé alors que les grains de ciment anhydres ou les grains de sable forment plus un ensemble d'inclusions déconnectées /- et la caractérisation souhaitée est beaucoup plus contrainte. En effet on cherche ici à utiliser toutes les capacités du modèle en contrôlant toutes les données géométriques et topologiques des différentes phases (volumes, surfaces, rayons de courbure, caractéristique d'Euler). Afin de résoudre les problèmes liés à ces nouveautés, l'adaptation du cadre (Gaussien) classique à des cas plus complexes est donc nécessaire.

Dans un second temps, le traitement des images numériques tridimensionnelles générées par un modèle morphologique, typiquement des domaines de $5\ \mu\text{m}$ discrétisé selon des grilles régulières de 800^3 voxels, soit une résolution d'environ $6\ \text{nm}$ se fait par le biais de la morphologie

mathématique [Matheron, 1967] de façon à extraire les informations géométriques pertinentes associées à chaque état d'équilibre hydrique pour différentes humidités relatives : filtrage en tailles de pore par des ouvertures morphologiques associées à la loi de Kelvin-Laplace ; calcul des volumes vidangés lors du séchage par reconstructions géodésiques et recherche de connectivité dans le réseau, etc. Cette analyse doit notamment permettre de retrouver le comportement complexe, notamment hystérétique, caractéristique des milieux nanoporeux.

Le principal verrou de cette première étape du projet est la représentation fine de la morphologie du réseau poreux. Nous pensons que c'est en représentant cette complexité morphologique que nous parviendrons à reproduire la réponse hydromécanique "macroscopique" d'un matériau cimentaire, elle-même très complexe au vu des observations de laboratoire.

La grande majorité des modèles morphologiques reposent sur l'assemblage de figures géométriques simples (sphères, ellipsoïdes, etc). Ces modèles comportent de nombreux inconvénients liés à la relation linéaire entre le nombre de paramètres nécessaires à définir une morphologie et son nombre de composants. Cela entraîne, entre autres, des générations de morphologies aléatoires très coûteuses. Bien que les excursions permettent de résoudre ce problème, les liens entre les morphologies et les paramètres du modèle restent encore largement inexplorés. Je souhaite, dans le cadre de ce projet, apporter des *réponses théoriques* à ce problème, permettant ainsi d'apporter une plus grande flexibilité au modèle.

2.3 - MODÉLISATION DES VARIATIONS DIMENSIONNELLES ASSOCIÉES

En ce qui concerne les variations dimensionnelles, peu de consensus est établi. Trois mécanismes majeurs sont généralement retenus, lié à la pression capillaire [Buil and Baron, 1982], aux tensions superficielles [Hua et al., 1995] et aux pressions de disjonction [Kovler and Zhutovsky, 2006], respectivement.

Le premier mécanisme implique une mise en contrainte de la phase liquide au sein du matériau, engendrée par la pression capillaire, proportionnelle à la tension superficielle du liquide et inversement proportionnelle au rayon de courbure du ménisque. Une évaporation d'eau aboutit ainsi à une diminution de ce rayon de courbure et à une dépression capillaire créée dans le liquide, provoquant une contraction du matériau. Ce phénomène est couramment modélisé par les lois dites de Kelvin et de Laplace, qui lient la valeur de cette dépression à l'humidité relative et au rayon de pore capillaire. Ce mécanisme est considéré comme actif lorsque l'eau capillaire est continue, usuellement pour des humidités relatives au-delà de 40% ([Powers, 1968, Feldman and Sereda, 1970, Rossi and Acker, 1988]). Cette dernière valeur fait néanmoins l'objet d'un débat renouvelé depuis quelques années [Wittmann et al., 2009].

Le deuxième mécanisme repose sur les tensions superficielles (ou énergies de surface), qui peuvent varier avec l'adsorption de gaz ou de vapeur sur les gels d'hydrates, considérés comme un système colloïdal. L'augmentation de ces énergies à mesure que de la vapeur d'eau est désorbée conduit à nouveau à une contraction du matériau, expliquant les retraits observés. Ce phénomène n'intervient que si la quantité d'eau adsorbée varie, et est donc actif pour des humidités inférieures à 40% [Wittmann, 1968]. Ce deuxième point, longtemps minoré et donc écarté par les physico-chimistes des matériaux cimentaires, est de nouveau au centre de l'attention. Quantifier sa part dans le retrait global est aujourd'hui une problématique centrale.

Le troisième mécanisme est quant à lui lié aux pressions de disjonction. L'intrusion d'eau dans les zones interfeuillet induit des forces répulsives entre les feuillets d'hydrates, ainsi qu'une

diminution des forces attractives de Van der Waals entre les surfaces solides. La superposition de ces deux effets est appelée pression de disjonction. Elle conduit à des variations dimensionnelles [Powers, 1968, Visser and Maria, 1998]. La validité de cette pression comme origine des retraites et gonflements observés lors des processus de désaturation/resaturation est toutefois encore controversée, tant dans ses fondements que concernant les gammes d’humidités relatives où elle pourrait être prise en compte.

L’enjeu de cette étape est donc de procéder à des analyses mécaniques, linéaires puis non linéaires, sur ces mêmes domaines en considérant les trois sources potentielles de “pressions” internes susceptibles de conduire à des variations dimensionnelles et décrites précédemment. L’objectif est ici de disposer d’un outil numérique suffisamment fin de manière à pouvoir évaluer le rôle de chacun des mécanismes suivant la plage d’humidités relatives considérée.

2.4 - SYNTHÈSE ET OUVERTURE

L’axe de recherche identifié dans ce projet est relativement large et ambitieux en fixant l’échelle d’observation à une précision de quelques nanomètres. La richesse de la modélisation morphologique ainsi que le sens physique des résultats mécaniques (*e.g.* l’obtention d’un faciès réel de fissuration) offrent un cadre privilégié de rapprochement entre simulations et mesures en apportant une complémentarité numérique aux démarches expérimentales (*e.g.* la quantification de la perméabilité). Cependant une ouverture intéressante pour la modélisation numérique des isothermes de sorption/désorption serait de prendre en compte, en plus des effets de la capillarité, les phénomènes diffusifs. Bien qu’étant un effet de second ordre, cela permettrait de prendre en compte un transfert entre des pores de taille plus petite que ce que la physique de l’équation de Kelvin-Laplace considère. Les outils morpho-mathématiques utilisés pour la capillarité permettraient également de traiter ces nouveaux phénomènes d’un point de vue géométrique.







Enfin, l’esprit même de l’approche proposée, dans son ensemble, est de contribuer au lien entre les échelles par des modélisations numériques en adoptant une *démarche explicative*. Les caractéristiques des outils (excursion de Champs Aléatoires, morpho-mathématiques et MEF enrichis) utilisés permettent une flexibilité appréciable quant à l’identification des micromécanismes (géométriques et mécaniques). En ce qui concerne les aspects morphologiques, l’utilisation des excursions de champs aléatoires permet de jouer sur la présence ou non de certaines phases ou sur la valeur des différentes caractéristiques géométriques ou topologiques (quantification de la percolation du réseau poreux, quantité de pores fermés, présence de grains, *etc*). Pour ce qui est de la modélisation de la fissuration, le cadre EF à double enrichissement cinématique confère une flexibilité spécialement appréciable quant aux problématiques des interfaces.

L’ambition de l’approche proposée réside dans le balayage important des échelles. Le principal verrou scientifique est donc la quantité importante d’information à traiter, qui donne de la cohérence à l’utilisation de méthodes numériques locales telles que les E-FEM ainsi que le développement de méthodes de décomposition de domaines proposé dans la section précédente. Cependant d’autres méthodes devront probablement être envisagées pour certains aspects, comme la dynamique moléculaire.

IV - CURRICULUM VITAE

1 - PARCOURS	57
2 - ACTIVITÉS	57
2.1 - ACTIVITÉS DE RECHERCHE	57
2.2 - RESPONSABILITÉS ADMINISTRATIVES	59
2.3 - ACTIVITÉS PÉDAGOGIQUES	59
3 - LISTE DES ENCADREMENTS DOCTORAUX.	60
3.1 - THÈSE D'ALEJANDRO ORTEGA LABORIN (2018 - 2021)	60
3.2 - THÈSE D'OLGA STAMATI (2016 - 2020)	61
3.3 - THÈSE DE YUE SUN (2016 - 2019)	63
4 - LISTE DES PUBLICATIONS ET DES CONFÉRENCES	65
4.1 - ARTICLES PUBLIÉS	65
4.2 - CHAPITRES D'OUVRAGES.	66
4.3 - CONFÉRENCES	67
4.4 - SÉMINAIRES INVITÉS	68

1 - PARCOURS

Depuis Sept. 2015	Maître de conférence de l'Université Grenoble Alpes (UGA). Enseignant à l'IUT 1 GCCD rattaché au laboratoire 3SR. 
Oct. 2013 à juin 2015	Postdoctorant à l'International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE) , UPC Barcelone (Espagne), avec le Professeur X. Oliver. Travail au sein de l'équipe du projet ERC <i>Advanced tools for computational design of engineering materials</i> 
Octobre 2013	Docteur de l'ENS Cachan. Sujet : <i>Modélisation EF et morphologique de milieux hétérogènes à l'échelle mésoscopique : applications aux matériaux à matrice cimentaire</i> . Doctorat effectué sous la direction J.-B. Colliat (LML, Lille) au LMT-Cachan. Thèse soutenue à l'ENS Cachan le 10/10/2013 devant le jury composé de N. Burlion (président), D. Kondo (examinateur), J.-M. Torrenti (examinateur), X. Oliver, N. Benkemoun et J.-B. Colliat. 
Mai - Juin 2012	Séjour à l'Institut für Wissenschaftliches Rechnen , TU Braunschweig (Allemagne), avec le Professeur H.G. Matthies. 
Sept. 2011 à 2013	Doctorant chargé d'une mission d'enseignement à l'ENS Cachan (128h)
Sept. 2010 à 2011	Doctorant et vacataire à l'ENS Cachan (56h)
Juin 2010	Diplôme de Master Recherche Génie civil de l'ENS Cachan : Structures, Ouvrages et Matériaux dans leur environnement Diplôme de l'ENS Cachan
Mars - Juin 2010	Stage de recherche (M2) au LMT-Cachan. Sujet : <i>Modélisation morphologique des matériaux hétérogènes</i> sous la direction de J.-B. Colliat.
Mai - Juillet 2009	Stage de recherche (M1) à l'Université de Canterbury (Nouvelle-Zélande). Sujet : <i>Evaluation of Screws Used in Laminated Veneer Lumber Rocking Connections</i> sous la direction de A.H. Buchanan. 
septembre 2006	Élève professeur stagiaire à l'ENS Cachan (normalien) Physique appliquée puis mécanique, Génie civil. 
De 2004 à 2006	Classes préparatoires PT/PTSI (Lycées Vauvenarges, Aix-en-Provence)

2 - ACTIVITÉS

2.1 - ACTIVITÉS DE RECHERCHE

Modélisation numérique du comportement quasi fragile des géomatériaux

- Modélisation de la **microfissuration** dans un cadre **multiéchelles**
- Modélisation du caractère aléatoire de la **morphologie** (inclusions, porosité, percolation)
- Analyse et corrélation d'**images tomographiques** (RX/Neutron)

Articles dans des revues internationales	20 + 2 en cours de révisions
Chapitres d'ouvrages	2
Conférences internationales	5
Séminaires invités	2
Encadrements doctoraux	3 145%

Encadrements de thèses

- Alejandro Ortega Laborin (Grenoble, 3SR, 2018-, 45%) : “*Une généralisation de la Méthode des Éléments Finis intégrés pour la modélisation des processus de rupture triaxiale dans des matériaux fragiles hétérogènes à l'échelle mésoscopique*”
- Olga Stamati (Grenoble, 3SR, 2016-2020, 50%) : “*Effet des hétérogénéités sur le comportement mécanique du béton à l'échelle mésoscopique : apports de la micro tomographie à rayons X in situ combinée à une modélisation E-FEM*”
- Yue Sun (Lille, LML, 2016-2019, 50%) : “*Modélisation du comportement cyclique des bétons : approches mésoscopiques*”

Encadrements de stages

Renan Manceaux (L3, Grenoble, LJK, 2021), Chiara Rossi (M2, Grenoble, 3SR, 2020), Tepparin Klinyam (L3, Grenoble, 3SR, 2018), Yue Sun (M2, Lille, LML, 2016), Olga Stamati (M2, Grenoble, 3SR, 2016), Hala Damerji (M2, Grenoble, 3SR, 2016), Mateusz Bogdan (M2, Cachan, LMT, 2011)

Principales Publications

- [1] A. O. Ortega Laborin, E. Roubin, Y. Malecot, and L. Daudeville. General consistency of strong discontinuity kinematics in embedded finite element method (e-fem) formulations. *Materials*, 14(19) :5640, 2021. DOI : 10.3390/ma14195640.
- [2] E. Roubin, E. Andò, and S. Roux. The colours of concrete as seen by x-rays and neutrons. *Cement and Concrete Composites*, 104 :103336, 2019. DOI : 10.1016/j.cemconcomp.2019.103336.
- [3] O. Stamati, E. Roubin, E. Andò, and Y. Malecot. Tensile failure of micro-concrete : from mechanical tests to fe meso-model with the help of x-ray tomography. *Meccanica*, 2018. DOI : 10.1007/s11012-018-0917-0.
- [4] J. Oliver, M. Caicedo, E. Huespe, J. Hernández, and E. Roubin. Reduced order modeling strategies for computational multiscale fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 313 :560–595, 2017. DOI : 10.1016/j.cma.2016.09.039.
- [5] E. Roubin and J.-B. Colliat. Critical probability of percolation over bounded region in n-dimensional euclidean space. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2016(3) :033306, 2016. DOI : 10.1088/1742-5468/2016/03/033306.

Séminaires invités

- [1] E. Roubin. Excursion sets of correlated Random Fields : Application to continuum percolation theory. In *Séminaire probabilités de l'Institut Fourier*, Grenoble, France, 2021.

LISTE DES ENCADREMENTS DOCTORAUX

- [2] E. Roubin. Possible links between experimental and numerical analysis : Application to cementitious material. In *Séminaires du LaMcube*, Grenoble, France, 2018.

Principales conférences

FraMCoS (France, 2019), WCCM (Espagne, 2014), WCCM (Brésil, 2012), COMPLAS (Espagne, 2011)

Projets

- Participation à l'ANR MOSAIC “Mesoscopic Scale durability Investigations for Concrete” portée par J.-B Colliat (2015-2020).
- Participation à l'ERC COMP-DES-MAT “Advanced tools for computational design of engineering materials” portée par X. Oliver (2013-2018).
- Développeur du module python SPAM

- [1] O. Stamati, E. Andò, E. Roubin, R. Cailletaud, et al. spam : Software for Practical Analysis of Materials. *Journal of Open Source Software*, 2020. DOI : 10.21105/joss.02286.

2.2 - RESPONSABILITÉS ADMINISTRATIVES

Depuis 2020	Membre de l'équipe communication du laboratoire 3SR
Depuis 2019	Création et maintenance du site internet du laboratoire 3SR
Depuis 2018	Membre élu du comité scientifique du laboratoire 3SR
Depuis 2018	Responsable de l' animation scientifique du laboratoire 3SR
2017 - 2021	Participation à 3 comités de sélection MCF
2016 - 2021	Direction des études 1 ^{er} et 2 ^{ème} années IUT 1 GCCD

2.3 - ACTIVITÉS PÉDAGOGIQUES

Depuis 2015 : MCF à l'IUT 1 GCCD de l'Université Grenoble Alpes

- Responsabilité du module de matériaux MX1 (depuis 2021)
- Responsabilité du module de math MAT2 (2016 - 2021)
- Interventions dans les modules de géotechnique pour le technicien (depuis 2015)
- Interventions dans les modules de mathématique pour le technicien (depuis 2019).
- Dimensionnement de chaussées, éclairage public, projets de fin d'études, suivi de stages

2010 - 2013 : vacataire puis chargé d'une **mission d'enseignement** à l'ENS Cachan et à l'UPMC (Jussieu Paris VI) pour un total de **184h éq. TD**. (Probabilité et incertitudes, Mécanique des Milieux Continus, Méthodes numériques, Mécanique probabiliste).

3 - LISTE DES ENCADREMENTS DOCTORAUX

3.1 - THÈSE D'ALEJANDRO ORTEGA LABORIN (2018 - 2021)

Début de thèse	1er septembre 2018
Soutenance	Prévue le 3 septembre 2021
Directeur de thèse	Yann Malecot
Laboratoire d'accueil	3SR, Grenoble
Taux d'encadrement	45%
Financement	Financement par gouvernements étrangers pour les doctorants étrangers (Mexique CONACYT, Bourse, Fonds d'un pays étranger hors Europe)
Devenir	Ingénieur dans le privé

Titre de la thèse

Une généralisation de la Méthode des Éléments Finis intégrés pour la modélisation des processus de rupture triaxiale dans des matériaux fragiles hétérogènes à l'échelle mésoscopique.

Résumé de la thèse

L'objectif de la thèse est de développer un modèle numérique capable de prédire le comportement de la rupture du béton à l'échelle mésoscopique en utilisant le cadre théorique des éléments finis enrichis (the embedded finite element method : E-FEM) sous sollicitations triaxiales. L'E-FEM [Oliver, 1996, Simo et al., 1993, Jirásek, 2000] est une alternative attractive à l'approche classique de la méthode des éléments finis conventionnels pour la modélisation de la fissuration dans les matériaux quasi fragiles, étant toujours capable d'éviter les difficultés techniques impliquées dans la modélisation des discontinuités aux champs de déformations et des contraintes ainsi que dans la modélisation d'interfaces de matériaux différents où la définition des paramètres d'élasticité et résistance reste toujours avec des incertitudes importantes.

Une application de ce cadre théorique aux matériaux cimentaires à l'échelle mésoscopique a été développée dans [Roubin, 2013], qui a utilisé un critère de rupture local correspondant au mode I. Ce travail a été continué par [Hauseux, 2015] et [Vallade, 2016], qui ont utilisé aussi un critère de rupture local correspondant au mode II avec des applications en roche. Ce projet de thèse vise de continuer les perspectives de cette ligne de recherche numérique avec l'évolution du modèle, en cherchant une généralisation des critères de localisation et d'ouverture capable de prédire des comportements de rupture cohérents avec des trajets de chargement plus complexes, et aussi pour donner plus de la robustesse mathématique à la formulation en général et donc pousser la limite de prédiction de ce cadre théorique.

Pour la représentation des hétérogénéités liées à l'échelle mésoscopique, on considère des morphologies réelles de bétons [Stamati et al., 2018] en prenant des tomographies de rayons X des échantillons faits directement au laboratoire 3SR. La sortie principale de cette démarche

sont des images tridimensionnelles en échelle de grises de la topologie complète des échantillons. Après, les outils auxiliaires utilisés pour mettre en place les entrées de maillage concernant la morphologie des phases des matériaux hétérogènes sont tous contenus dans la librairie SPAM (Software for the Practical Analysis of Materials), qui est basée en Python et dont plusieurs sous-routines sont écrites en C++ pour profiter de l'efficacité des langages compilés dans le cadre de calculs intensifs (travail sur des images). SPAM a été développé dans le laboratoire 3SR. SPAM a la capacité de traiter les images afin de faire la séparation et distinction des phases des matériaux. SPAM aussi construit le maillage en faisant de la triangulation non structurée pour finir avec la projection d'une carte tridimensionnelle de phases sur le maillage et donc avoir les entrées prêtes pour le problème FEM principale.

Publications liées à la thèse

- [1] O. Stamati, A. Ortega Laborin, E. **Roubin**, E. Andò, and Y. Malecot. Combination of E-FEM modelling and x-ray mechanical tests for the investigation of the fracturing process of micro-concrete under uniaxial and triaxial compression. *Cement and Concrete Composites*, under review.
- [2] A. Ortega Laborin, E. **Roubin**, Y. Malecot, and L. Daudeville. An analysis of embedded weak discontinuity approaches for the finite element modelling of heterogeneous materials. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, under review.
- [3] A. Ortega Laborin, E. **Roubin**, Y. Malecot, and L. Daudeville. Modelling of triaxial fracture processes in heterogeneous quasi-brittle materials using the embedded finite element method (e-fem). Under review.
- [4] A. Ortega Laborin, E. **Roubin**, Y. Malecot, and L. Daudeville. General consistency of strong discontinuity kinematics in embedded finite element method (e-fem) formulations. *Materials*, 14(19) :5640, 2021. DOI : 10.3390/ma14195640.
- [5] O. Stamati, E. Andò, E. **Roubin**, R. Cailletaud, M. Wiebicke, G. Pinzon, C. Couture, R. C. Hurley, R. Caulk, D. Caillerie, T. Matsushima, P. Besuelle, F. Bertoni, T. Arnaud, A. Ortega Laborin, R. Rorato, Y. Sun, A. Tengattini, O. Okubadejo, J.-B. Colliat, M. Saadatfar, F. E. Garcia, C. Papazoglou, I. Vego, S. Brisard, J. Dijkstra, and G. Birmpilis. spam : Software for Practical Analysis of Materials. *Journal of Open Source Software*, 5(51) :2286, 2020. DOI : 10.21105/joss.02286.

3.2 - THÈSE D'OLGA STAMATI (2016 - 2020)

Titre de la thèse

Effet des hétérogénéités sur le comportement mécanique du béton à l'échelle mésoscopique : apports de la microtomographie à rayons X in situ combinée à une modélisation E-FEM

Résumé de la thèse

Ce travail de thèse s'intéresse à l'effet des hétérogénéités du béton à l'échelle mésoscopique (granulats et porosités d'air occlus) sur son comportement mécanique à l'échelle macroscopique. Pour ce faire, les processus de déformation et de fissuration d'échantillons de micro béton soumis à différentes sollicitations (traction, compression simple ou compression confinée) sont

Début de thèse	1er décembre 2016
Soutenance	12 Mai 2020
Directeur de thèse	Yann Malecot
Laboratoire d'accueil	3SR, Grenoble
Taux d'encadrement	50%
Financement	Contrat doctoral (I-MEP2)
Devenir	Postdoctorat au 3SR, Grenoble (2020 - 2021) et Postdoctorat au Département de génie civil à l'Université de Sydney (SciGEM, 2021 - 2022) puis postdoctorat dans le X-Ray Nanoprobe Group of the Experiments Division de la ligne ID16b du synchrotron de Grenoble (ESRF)

analysés en comparant des résultats expérimentaux de mesures de champs 3D avec des simulations d'échantillons de béton numérique. Outre le matériau étudié, représentatif d'un béton, l'originalité des essais expérimentaux vient de leur caractère "in situ" et de la multiaxialité des chargements étudiés. Les essais sont en effet réalisés dans un tomographe à rayons X, donnant ainsi accès à la structure tridimensionnelle du matériau (de façon non destructive) tout au long de l'expérience, de l'état initial intact à la rupture. Les images tridimensionnelles issues des radiographies sont également utilisées pour identifier et quantifier la morphologie de la mésostructure dont les phases d'intérêt sont les granulats, la macroporosité et le mortier. De plus, la série d'images obtenue permet de mesurer des champs cinématiques tridimensionnels (déplacement et déformation), à différents stades du chargement, pour chacun des essais. Ces mesures permettent d'alimenter un modèle Éléments Finis mésoscopique en lui fournissant une mésostructure réaliste et en permettant de calibrer ses paramètres. Il est choisi ici d'identifier le modèle à l'aide des essais de traction simple et d'analyser la prédiction de ce dernier pour les autres types de sollicitations réalisées. L'originalité des simulations numériques vient de leur caractère tridimensionnel et de la prise en compte d'une "vraie" mésostructure de microbéton basée sur une segmentation tri phasique du matériau (macro-pores, granulats et mortier). Une comparaison des résultats expérimentaux et numériques est proposée en confrontant les réponses macroscopiques, les champs cinématiques locaux ainsi que les faciès de fissurations. L'asymétrie des résistances du béton en traction et en compression est bien retrouvée par le modèle ainsi que l'augmentation de la ductilité de la réponse avec la pression de confinement. En outre, le modèle est capable de reproduire de façon satisfaisante les modes de rupture des différents chargements et états de confinement étudiés. L'analyse de la pertinence des prédictions du modèle mésoscopique permet de confirmer l'importance primordiale qu'une représentation réaliste des hétérogénéités a sur le développement des mécanismes de rupture locaux. Nous montrons que c'est principalement la forme et la position des plus grosses hétérogénéités (granulats et macro-pores) qui vont influencer le processus de fissuration du béton étudié, quelle que soit la sollicitation. Les prédictions faites avec le modèle nous encouragent à croire que la représentation explicite de la morphologie réelle est l'ingrédient clé de la bonne concordance observée, entre expérience et modélisation. À ce sujet, une étude numérique sur l'impact des formes sur le comportement est finalement conduite.

Publications liées à la thèse

- [1] O. Stamati, A. Ortega Laborin, E. **Roubin**, E. Andò, and Y. Malecot. Combination of E-FEM modelling and x-ray mechanical tests for the investigation of the fracturing process of micro-concrete under uniaxial and triaxial compression. *Cement and Concrete Composites*, under review.
- [2] P. L. Reu, B. Blaysat, E. Andó, K. Bhattacharya, C. Couture, V. Couty, D. Deb, S. S. Fayad, M. A. Iadicola, S. Jaminion, M. Klein, A. K. Landauer, P. Lava, M. Liu, L. K. Luan, S. N. Olufsen, J. Réthoré, E. **Roubin**, D. T. Seidl, T. Siebert, O. Stamati, E. Toussaint, D. Turner, C. S. R. Vemulapati, T. Weikert, J. F. Witz, O. Witzel, and J. Yang. Dic challenge 2.0 : Developing images and guidelines for evaluating accuracy and resolution of 2d analyses. *Experimental Mechanics*, 62(4) :639–654, 2022. DOI : 10.1007/s11340-021-00806-6.
- [3] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Andò, Y. Malecot, and P. Charrier. Fracturing process of micro-concrete under uniaxial and triaxial compression : Insights from in-situ x-ray mechanical tests. *Cement and Concrete Research*, 149 :106578, 2021. DOI : 10.1016/j.cemconres.2021.106578.
- [4] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Andò, and Y. Malecot. Tensile damage mechanisms of concrete using X-ray in situ experiments and mesoscopic modelling. In *Handbook of Damage Mechanics : Nano to Macro Scale for Materials and Structures*. Springer, 2021.
- [5] O. Stamati, E. Andò, E. **Roubin**, R. Cailletaud, M. Wiebicke, G. Pinzon, C. Couture, R. C. Hurley, R. Caulk, D. Caillerie, T. Matsushima, P. Besuelle, F. Bertoni, T. Arnaud, A. Ortega Laborin, R. Rorato, Y. Sun, A. Tengattini, O. Okubadejo, J.-B. Colliat, M. Saadatfar, F. E. Garcia, C. Papazoglou, I. Vego, S. Brisard, J. Dijkstra, and G. Birmpilis. spam : Software for Practical Analysis of Materials. *Journal of Open Source Software*, 5(51) :2286, 2020. DOI : 10.21105/joss.02286.
- [6] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Andò, and Y. Malecot. Tensile failure of micro-concrete : from mechanical tests to fe meso-model with the help of x-ray tomography. *Meccanica*, 2018. DOI : 10.1007/s11012-018-0917-0.
- [7] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Andò, and Y. Malecot. Phase segmentation of concrete x-ray tomographic images at meso-scale : Validation with neutron tomography. *Cement and Concrete Composites*, 88 :8–16, 2018. DOI : 10.1016/j.cemconcomp.2017.12.011.

3.3 - THÈSE DE YUE SUN (2016 - 2019)

Début de thèse	1er septembre 2016
Soutenance	13 novembre 2019
Directeur de thèse	Jean-Baptiste Colliat
Laboratoire d'accueil	LamCube, Lille
Taux d'encadrement	50%
Financement	Contrat doctoral (allocation ULille)
Devenir	ATER à Polytech Lille (2019 - présent)

Titre de la thèse

Effet des hétérogénéités sur le comportement mécanique du béton à l'échelle mésoscopique : apports de la micro tomographie à rayons X in situ combinée à une modélisation E-FEM

Résumé de la thèse

Nous présentons dans ce travail un modèle basé sur les éléments finis, qui est consacré à la description des mécanismes de ruptures des matériaux quasi fragiles et à l'identification des ingrédients minimums nécessaires pour les comportements à la fatigue. Le matériel sera étudié à mésoéchelle, et sera considéré comme un milieu hétérogène. Le modèle est développé dans un cadre de la méthode EFEM (Enhanced Finite Element Method). En tant qu'enrichissements internes, deux types de discontinuités sont effectués. D'une part, les discontinuités fortes visent à illustrer les fissures et les fractures. D'autre part, les discontinuités faibles sont utilisées pour décrire les hétérogénéités. En plus de l'initiation et de la propagation des fissures, la recherche de la refermeture des fissures est également prise en compte. Dans une première étape de validation, le modèle proposé est appliqué pour reproduire les réponses mécaniques de matériaux hétérogènes, en ajoutant le mécanisme de fermeture aux discontinuités fortes du mode-I et du mode-II. Nous montrons la capacité du modèle à simuler certaines des caractéristiques principales de ces matériaux, par exemple, l'émergence du comportement asymétrique de traction/compression, la récupération de rigidité, la déformation plastique, et le phénomène de l'hystérésis. De plus, nous comparons les résultats de simulation aux résultats expérimentaux. Le béton étudié est composé d'une matrice de ciment et de granulats. En appliquant les mêmes formulations et charges, le modèle proposé réussit à reproduire les réponses macroscopiques pour les essais de compression monotone et cyclique. Enfin, le modèle est également testé en comparant avec les données expérimentales dans les charges triaxiales.

Publications liées à la thèse

- [1] Y. Sun, E. **Roubin**, J. Shao, and J.-B. Colliat. Strong discontinuity FE analysis for heterogeneous materials : The role of crack closure mechanism. *Computers and Structures*, 2021. DOI : 10.1016/j.compstruc.2021.106556.
- [2] Y. Sun, E. **Roubin**, J. Shao, and J.-B. Colliat. Fe modeling of concrete with strong discontinuities for 3d shear fractures and comparison with experimental results. *Engineering Fracture Mechanics*, page 107752, 2021. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2021.107752>.
- [3] O. Stamati, E. Andò, E. **Roubin**, R. Cailletaud, M. Wiebicke, G. Pinzon, C. Couture, R. C. Hurley, R. Caulk, D. Caillerie, T. Matsushima, P. Besuelle, F. Bertoni, T. Arnaud, A. Ortega Laborin, R. Rorato, Y. Sun, A. Tengattini, O. Okubadejo, J.-B. Colliat, M. Saadatfar, F. E. Garcia, C. Papazoglou, I. Vego, S. Brisard, J. Dijkstra, and G. Birmipilis. spam : Software for Practical Analysis of Materials. *Journal of Open Source Software*, 5(51) :2286, 2020. DOI : 10.21105/joss.02286.

4 - LISTE DES PUBLICATIONS ET DES CONFÉRENCES

4.1 - ARTICLES PUBLIÉS

- [1] P. L. Reu, B. Blaysat, E. Andó, K. Bhattacharya, C. Couture, V. Couty, D. Deb, S. S. Fayad, M. A. Iadicola, S. Jaminion, M. Klein, A. K. Landauer, P. Lava, M. Liu, L. K. Luan, S. N. Olufsen, J. Réthoré, E. **Roubin**, D. T. Seidl, T. Siebert, O. Stamati, E. Toussaint, D. Turner, C. S. R. Vemulapati, T. Weikert, J. F. Witz, O. Witzel, and J. Yang. Dic challenge 2.0 : Developing images and guidelines for evaluating accuracy and resolution of 2d analyses. *Experimental Mechanics*, 62(4) :639–654, 2022. DOI : 10.1007/s11340-021-00806-6.
- [2] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Andò, Y. Malecot, and P. Charrier. Fracturing process of micro-concrete under uniaxial and triaxial compression : Insights from in-situ x-ray mechanical tests. *Cement and Concrete Research*, 149 :106578, 2021. DOI : 10.1016/j.cemconres.2021.106578.
- [3] A. Ortega Laborin, E. **Roubin**, Y. Malecot, and L. Daudeville. General consistency of strong discontinuity kinematics in embedded finite element method (e-fem) formulations. *Materials*, 14(19) :5640, 2021. DOI : 10.3390/ma14195640.
- [4] Y. Sun, E. **Roubin**, J. Shao, and J.-B. Colliat. Strong discontinuity FE analysis for heterogeneous materials : The role of crack closure mechanism. *Computers and Structures*, 2021. DOI : 10.1016/j.compstruc.2021.106556.
- [5] Y. Sun, E. **Roubin**, J. Shao, and J.-B. Colliat. Fe modeling of concrete with strong discontinuities for 3d shear fractures and comparison with experimental results. *Engineering Fracture Mechanics*, page 107752, 2021. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2021.107752>.
- [6] O. Stamati, E. Andò, E. **Roubin**, R. Cailletaud, M. Wiebicke, G. Pinzon, C. Couture, R. C. Hurley, R. Caulk, D. Caillerie, T. Matsushima, P. Besuelle, F. Bertoni, T. Arnaud, A. Ortega Laborin, R. Rorato, Y. Sun, A. Tengattini, O. Okubadejo, J.-B. Colliat, M. Saadatfar, F. E. Garcia, C. Papazoglou, I. Vego, S. Brisard, J. Dijkstra, and G. Birmpilis. spam : Software for Practical Analysis of Materials. *Journal of Open Source Software*, 5(51) :2286, 2020. DOI : 10.21105/joss.02286.
- [7] E. Stavropoulou, E. Andò, E. **Roubin**, N. Lenoir, A. Tengattini, M. Briffaut, and P. Bé-suelle. Dynamics of Water Absorption in Callovo-Oxfordian Claystone Revealed With Multimodal X-Ray and Neutron Tomography. *Frontiers in Earth Science*, 8 :6, 2020. DOI : 10.3389/feart.2020.00006.
- [8] E. **Roubin**, E. Ando, and S. Roux. The colours of concrete as seen by X-rays and neutrons. *Cement and Concrete Composites*, page 103336, 2019. DOI : 10.1016/j.cemconcomp.2019.103336.
- [9] E. Andò, J. Dijkstra, E. **Roubin**, C. Dano, and E. Boller. A peek into the origin of creep in sand. *Granular Matter*, 21(1), 2019. DOI : 10.1007/s10035-018-0863-5.
- [10] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Andò, and Y. Malecot. Tensile failure of micro-concrete : from mechanical tests to FE meso-model with the help of X-ray tomography. *Meccanica*, 2018. DOI : 10.1007/s11012-018-0917-0.
- [11] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Andò, and Y. Malecot. Phase segmentation of concrete x-ray tomographic images at meso-scale : Validation with neutron tomography. *Cement and Concrete Composites*, 88 :8 – 16, 2018. DOI : 10.1016/j.cemconcomp.2017.12.011.

- [12] V. Magnier, E. **Roubin**, J.-B. Colliat, and P. Dufrenoy. Methodology of porosity modeling for friction pad : Consequence on squeal. *Tribology International*, 109(78-85), 2017. DOI : 10.1016/j.triboint.2016.12.026.
- [13] J. Oliver, M. Caicedo, E. Huespe, J. Hernández, and E. **Roubin**. Reduced order modeling strategies for computational multiscale fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 313 :560 – 595, 2017. DOI : 10.1016/j.cma.2016.09.039.
- [14] N. Benkemoun, E. **Roubin**, and J.-B. Colliat. Fe design for the numerical modelling of failure induced by differential straining in meso-scale concrete : Algorithmic implementation based on operator split method. *Finite Elements in Analysis and Design*, 137, 2017. DOI : 10.1016/j.finel.2017.08.003.
- [15] P. Hauseux, E. **Roubin**, D. Seyedi, and J.-B. Colliat. FE modelling with strong discontinuities for 3D tensile and shear fractures : Application to underground excavation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 309 :269–287, 2016. DOI : 10.1016/j.cma.2016.05.014.
- [16] E. **Roubin** and J.-B. Colliat. Critical probability of percolation over bounded region in N-dimensional Euclidean space. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2016 :033306, 2016. DOI : 10.1088/1742-5468/2016/03/033306.
- [17] J. Oliver, M. Caicedo, E. **Roubin**, A. Huespe, and J. Hernández. Continuum approach to computational multiscale modeling of propagating fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 294 :384 – 427, 2015. DOI : 10.1016/j.cma.2015.05.012.
- [18] N. Benkemoun, R. Gelet, E. **Roubin**, and J.-B. Colliat. Poroelastic two-phase material modeling : theoretical formulation and embedded finite element method implementation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 39(12) :1255 – 1275, 2015. DOI : 10.1002/nag.2351.
- [19] E. **Roubin**, J.-B. Colliat, and N. Benkemoun. Meso-scale modeling of concrete : A morphological description based on excursion sets of Random Fields. *Computational Materials Science*, 102 :183–196, 2015. DOI : 10.1016/j.commatsci.2015.02.039.
- [20] E. **Roubin**, A. Vallade, N. Benkemoun, and J.-B. Colliat. Multi-scale failure of heterogeneous materials : A double kinematics enhancement for Embedded Finite Element Method. *International Journal of Solids and Structures*, 52 :180 – 196, 2015. DOI : 10.1016/j.ijsolstr.2014.10.001.
- [21] E. **Roubin**, M. Al Shamaa, J.-B. Colliat, A. Pavoine, L. Divet, J. M. Torrenti, and G. Nahas. A nonlinear meso–macro approach to modelling delayed ettringite formation and concrete degradation. *Materials and Structures*, 47(11) :1911–1920, 2014. DOI : 10.1617/s11527-013-0160-z.
- [22] J. Oliver, M. Caicedo, E. **Roubin**, and A. Huespe. Continuum approach to computational multi-scale modeling of fracture. *Key Engineering Materials*, 627 :349–352, 2014. DOI : 10.4028/www.scientific.net/kem.627.349.

4.2 - CHAPITRES D’OUVRAGES

- [1] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Andò, and Y. Malecot. Tensile damage mechanisms of concrete using X-ray in situ experiments and mesoscopic modelling. In *Handbook of Damage Mechanics : Nano to Macro Scale for Materials and Structures*. Springer, 2021.

- [2] P. Hauseux, E. **Roubin**, and J.-B. Colliat. The embedded finite element method (E-FEM) for multicracking of quasi-brittle materials. In *Porous Rock Fracture Mechanics with Application to Hydraulic Fracturing, Drilling and Structural Engineering*, pages 177–196. Elsevier, 2017.

4.3 - CONFÉRENCES

- [1] A. Ortega Laborin, O. Stamati, E. **Roubin**, and Y. Malecot. The embedded finite element method (E-FEM) for 3-D cracking prediction of concrete in the mesoscale : recent works on triaxial loading. In *GeoMech-M2UN workshop on Upscaling for strategic materials*, Montpellier, France, 2019.
- [2] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Ando, and Y. Malecot. Meso-scale mechanical tests and FE modelling of micro-concrete. In *International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications*, Barcelona, Spain, 2019.
- [3] E. Andò, O. Stamati, E. **Roubin**, P. Bésuelle, and E. Boller. Combined local and discrete DVC technique for the measurement of kinematic fields in matrix-inclusions materials. In *Int. Conf. on Tomography of materials and Structures (ICTMS2019)*, Cairns, Australia, 2019.
- [4] E. **Roubin**, O. Stamati, E. Ando, and Y. Malecot. FE mesoscopic modelling of a micro-concrete based on x-ray scanmorphologies. In *FraMCoS-X : Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, Bayonne, France, 2019.
- [5] O. Stamati, E. **Roubin**, E. Andò, and Y. Malecot. In-situ x-ray tests for an image-based FE meso-model for cementitious materials. In *Micro to MACRO Mathematical Modelling in Soil Mechanics (μM 2018)*, Reggio Calabria, Italy, 2018.
- [6] M. Caicedo, E. **Roubin**, and X. Oliver. Continuum multi-scale modeling of fracture in cementitious-like materials. In *CMN2015*, Lisboa, Portugal, 2015.
- [7] E. **Roubin**, M. C. Caicedo, J. Hernandez, J. Oliver, Xavier X., and A. A. Huespe. On POD based reduction-order modeling in multi-scale material failure simulation. In *CMN2015*, Lisboa, Portugal, 2015.
- [8] X. Oliver, M. Caicedo, E. **Roubin**, and A. A. Huespe. Continuum multi-scale modeling of fracture. In *Euromech 559*, Eindhoven, Netherlands, 2015.
- [9] M. C. Caicedo, X. Oliver, E. **Roubin**, and J. Hernandez. Continuum multiscale (FE2) modeling of material failure. In *WCCM 11th*, Barcelona, Spain, 2014.
- [10] E. **Roubin**, N. Benkemoun, and J.-B. Colliat. Mesoscale finite element modeling of cementitious materials. In *WCCM 11th*, Barcelona, Spain, 2014.
- [11] X. Oliver, M. C. Caicedo, E. **Roubin**, J. Hernandez, and A. A. Huespe. Multi-scale (FE2) analysis of material failure in cement/aggregate-type composite structures. In *Euro-C*, St. Anton, Austria, 2014.
- [12] E. **Roubin**. Multi-scale simulation of quasi-brittle heterogeneous materials : application to concrete like materials. In *31èmes Rencontres de l'AUGC*, Cachan, France, 2013.
- [13] E. **Roubin**, N. Benkemoun, and J.-B. Colliat. Quasi-brittle failure of heterogeneous materials : 3d meso-scale FE models with embedded discontinuities. In *WCCM - 10th*, Sao Paulo, Brazil, 2012.

- [14] M. Bogdan, E. **Roubin**, J.-B. Colliat, F. Benboudjema, and L. Stefan. Morphological modeling of cement based materials and hydration process. In *Microdurability*, 2nd International Conference on Microstructural-related Durability of Cementitious Composites, Amsterdam, Netherlands, 2012.

4.4 - SÉMINAIRES INVITÉS

- [1] E. **Roubin**. Excursion sets of correlated Random Fields : Application to continuum percolation theory. In *Séminaire probabilités de l'Institut Fourier*, Grenoble, France, 2021.
- [2] E. **Roubin**. Possible links between experimental and numerical analysis :application to cementitious material. In *Séminaires du LaMcube*, Grenoble, France, 2018.

V - BIBLIOGRAPHIE

- [Adler, 2008] Adler, R. (2008). Some new random field tools for spatial analysis. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 22(6) :809–822.
- [Ahrenholz et al., 2008] Ahrenholz, B., Tölke, J., Lehmann, P., Peters, A., Kaestner, A., Krafczyk, M., and Durner, W. (2008). Prediction of capillary hysteresis in a porous material using lattice-boltzmann methods and comparison to experimental data and a morphological pore network model. *Advances in Water Resources*, 31(9) :1151–1173.
- [Aït-Mokhtar et al., 2013] Aït-Mokhtar, A., Belarbi, R., Benboudjema, F., Burlion, N., Capra, B., Carcassès, M., Colliat, J.-B., Cussigh, F., Deby, F., Jacquemot, F., and et al. (2013). Experimental investigation of the variability of concrete durability properties. *Cement and Concrete Research*, 45 :21–36.
- [Alfaiate et al., 2003] Alfaiate, J., Simone, A., and Sluys, L. (2003). Non-homogeneous displacement jumps in strong embedded discontinuities. *Int J Solids Struct.*, 40(21) :5799–5817.
- [Allix and Gosselet, 2020] Allix, O. and Gosselet, P. (2020). Non intrusive global/local coupling techniques in solid mechanics : An introduction to different coupling strategies and acceleration techniques. In Lorenzis, L. D. and Düster, A., editors, *Modeling in Engineering Using Innovative Numerical Methods for Solids and Fluids*, volume 599 of *CISM International Centre for Mechanical Sciences – Courses and Lectures*, pages 203–220. Springer International Publishing.
- [Andò et al., 2012] Andò, E., Hall, S. A., Viggiani, G., Desrues, J., and Bésuelle, P. (2012). Experimental micromechanics : grain-scale observation of sand deformation. *Géotechnique Letters*, 2(3) :107–112.
- [Bary, 2006] Bary, B. (2006). A polydispersed particle system representation of the porosity for non-saturated cementitious materials. *Cement and Concrete Research*, 36(11) :2061–2073.
- [Benboudjema et al., 2005] Benboudjema, F., Meftah, F., and Torrenti, J. (2005). Interaction between drying, shrinkage, creep and cracking phenomena in concrete. *Engineering Structures*, 27(2) :239–250.
- [Benkemoun et al., 2010] Benkemoun, N., Hautefeuille, M., Colliat, J.-B., and Ibrahimbegovic, A. (2010). Failure of heterogeneous materials : 3d meso-scale fe models with embedded discontinuities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 82(13) :1671–1688.

- [Besnard et al., 2006] Besnard, G., Hild, F., and Roux, S. (2006). “finite-element” displacement fields analysis from digital images : Application to portevin–le châtelier bands. *Experimental Mechanics*, 46(6) :789–803.
- [Buffo-Lacarrière et al., 2014] Buffo-Lacarrière, L., Sellier, A., and Kolani, B. (2014). Application of thermo-hydro-chemo-mechanical model for early age behaviour of concrete to experimental massive reinforced structures with strain–restraining system. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 18(7) :814–827.
- [Buil and Baron, 1982] Buil, M. and Baron, J. (1982). Le retrait autogène de la pâte de ciment durcissante. *Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées*, 29–34(Jan - Feb).
- [Chateau et al., 2018b] Chateau, C., Nguyen, T. T. T., Bornert, M., and Yvonnet, J. (2018b). Dvc-based image subtraction to detect microcracking in lightweight concrete. *Strain*, 54(5) :e12276.
- [Claire et al., 2004] Claire, D., Hild, F., and Roux, S. (2004). A finite element formulation to identify damage fields : the equilibrium gap method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(2) :189–208.
- [Colyvas et al., 2020] Colyvas, G. M., Malecot, Y., Sieffert, Y., Aboudha, S., and Kanali, C. (2020). Behavior of reinforced concrete beams using wire rope as internal shear reinforcement. *Engineering technology and Applied Science Research*, 10(4) :pp. 5940–5946.
- [Dvorkin et al., 1990] Dvorkin, E. N., Cuitino, A. M., and Gioia, G. (1990). Finite elements with displacement interpolated embedded localization lines insensitive to mesh size and distortions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 30(3) :541–564.
- [Ehab Moustafa Kamel et al., 2019] Ehab Moustafa Kamel, K., Colliat, J.-B., Gerard, P., and Massart, T. J. (2019). Comparison of advanced discretization techniques for image-based modelling of heterogeneous porous rocks. *Acta Geotechnica*, 15(1) :57–77.
- [Feldman and Sereda, 1970] Feldman, R. and Sereda, P. (1970). A new model for hydrated portland cement and its practical implications. *Engineering Journal (Canada)*, 53(8-9) :53–59.
- [Feyel and Chaboche, 2001] Feyel, F. and Chaboche, J.-L. (2001). Multi-scale non-linear fe2 analysis of composite structures : damage and fiber size effects. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 10(2-4) :449–472.
- [Gabet et al., 2008] Gabet, T., Malécot, Y., and Daudeville, L. (2008). Triaxial behaviour of concrete under high stresses : Influence of the loading path on compaction and limit states. *Cement and Concrete Research*, 38(3) :403–412.
- [HALL et al., 2010] HALL, S., BORNERT, M., DESRUES, J., PANNIER, Y., LENOIR, N., VIGGIANI, G., and BÉSUELLE, P. (2010). Discrete and continuum analysis of localised deformation in sand using x-ray μ -ct and volumetric digital image correlation. *Géotechnique*, 60(5) :315–322.
- [Helfen et al., 2007] Helfen, L., Myagotin, A., Rack, A., Pernot, P., Mikulík, P., Di Michiel, M., and Baumbach, T. (2007). Synchrotron-radiation computed laminography for high-resolution three-dimensional imaging of flat devices. *physica status solidi (a)*, 204(8) :2760–2765.
- [Hild and Roux, 2006] Hild, F. and Roux, S. (2006). Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties - a review. *Strain*, 42(2) :69–80.
- [Hild and Roux, 2012] Hild, F. and Roux, S. (2012). Comparison of local and global approaches to digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 52(9) :1503–1519.

- [Hilpert et al., 2003] Hilpert, M., Glantz, R., and Miller, C. T. (2003). Calibration of a pore-network model by a pore-morphological analysis. *Transport in Porous Media*, 51(3) :267–285.
- [Hosseini, 2015] Hosseini, M. S. (2015). *Numerical simulation of hydro-mechanical behaviour of nanoporous materials : application to cement paste*. PhD thesis. Thèse de doctorat dirigée par Burlion, Nicolas et Colliat, Jean-Baptiste Génie civil Lille 1 2015.
- [Hua et al., 1995] Hua, C., Acker, P., and Ehrlacher, A. (1995). Analyses and models of the autogenous shrinkage of hardening cement paste. *Cement and Concrete Research*, 25(7) :1457–1468.
- [Ibrahimbegovic and Melnyk, 2007] Ibrahimbegovic, A. and Melnyk, S. (2007). Embedded discontinuity finite element method for modeling of localized failure in heterogeneous materials with structured mesh : an alternative to extended finite element method. *Computational Mechanics*, 40(1) :149–155.
- [Jirásek, 2000] Jirásek, M. (2000). Comparative study on finite elements with embedded discontinuities. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 188 :307 – 330.
- [Kassiotis and Hautefeuille, 2008] Kassiotis, C. and Hautefeuille, M. (2008). cofeap’s manual. http://www.lmt.ens-cachan.fr/cofeap/files/cofeap_manual.pdf.
- [Kovler and Zhutovsky, 2006] Kovler, K. and Zhutovsky, S. (2006). Overview and future trends of shrinkage research. *Materials and Structures*, 39(9) :827–847.
- [Lagier et al., 2011] Lagier, F., Jourdain, X., De Sa, C., Benboudjema, F., and Colliat, J. (2011). Numerical strategies for prediction of drying cracks in heterogeneous materials : Comparison upon experimental results. *Engineering Structures*, 33(3) :920–931.
- [Landis et al., 2003] Landis, E. N., Nagy, E. N., and Keane, D. T. (2003). Microstructure and fracture in three dimensions. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(7) :911–925.
- [Linder and Armero, 2007] Linder, C. and Armero, F. (2007). Finite elements with embedded strong discontinuities for the modeling of failure in solids. *Int J Numer Methods Eng.*, 72(12) :1391–1433.
- [Lucas et al., 1981] Lucas, B. D., Kanade, T., et al. (1981). An iterative image registration technique with an application to stereo vision. " " .
- [Markovic, 2004] Markovic, D. (2004). *Modélisation multi-échelles de structures hétérogènes aux comportements anélastiques non-linéaires*. Theses, École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan.
- [Matheron, 1967] Matheron, G. (1967). *Éléments pour une théorie des milieux poreux*. Masson et Cie.
- [Mendoza et al., 2019] Mendoza, A., Neggers, J., Hild, F., and Roux, S. (2019). Complete mechanical regularization applied to digital image and volume correlation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 355 :27–43.
- [Moës et al., 1999] Moës, N., Dolbow, J., and Belytschko, T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46 :131 – 150.
- [Moradi and Nazari, 2016] Moradi, A. and Nazari, S. A. (2016). Computational modeling of strong and weak discontinuities using the extended finite element method. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 23(5) :578–585.

- [Morozov, 1966] Morozov, V. (1966). Regularization of incorrectly posed problems and the choice of regularization parameter. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 6(1) :242–251.
- [Nguyen et al., 2016b] Nguyen, T.-T., Yvonnet, J., Bornert, M., and Chateau, C. (2016b). Initiation and propagation of complex 3d networks of cracks in heterogeneous quasi-brittle materials : Direct comparison between in situ testing- microct experiments and phase field simulations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 95.
- [Oliver, 1996a] Oliver, J. (1996a). Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 1 : fundamentals. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 39(21) :3575 – 3600.
- [Oliver, 1996b] Oliver, J. (1996b). Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 2 : numerical simulation. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 39(21) :3601 – 3623.
- [Oliver, 2000] Oliver, J. (2000). On the discrete constitutive models induced by strong discontinuity kinematics and continuum constitutive equations. *International Journal of Solids and Structures*, 37(48-50) :7207 – 7229.
- [Oliver et al., 2017] Oliver, J., Caicedo, M., Huespe, E., Hernández, J., and Roubin, E. (2017). Reduced order modeling strategies for computational multiscale fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 313 :560–595.
- [Oliver et al., 2015] Oliver, J., Caicedo, M., Roubin, E., Huespe, A., and Hernández, J. (2015). Continuum approach to computational multiscale modeling of propagating fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 294 :384–427.
- [Oliver et al., 2006] Oliver, J., Huespe, A. E., and Sánchez, P. J. (2006). A comparative study on finite elements for capturing strong discontinuities : E-fem vs x-fem. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(37–40) :4732 – 4752.
- [Ortega Laborin, 2021] Ortega Laborin, A. (2021). *An E-FEM generalisation for the modelling of triaxial fracture processes in composite quasi-brittle materials on the mesoscale*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes.
- [Ortega Laborin et al., 2021a] Ortega Laborin, A., Malecot, Y., Roubin, E., and Daudeville, L. (2021a). An analysis of embedded weak discontinuity approaches for the finite element modelling of heterogeneous materials. " " .
- [Ortega Laborin et al., 2021c] Ortega Laborin, A. O., Roubin, E., Malecot, Y., and Daudeville, L. (2021c). General consistency of strong discontinuity kinematics in embedded finite element method (e-fem) formulations. *Materials*, 14(19) :5640.
- [Ortiz et al., 1987] Ortiz, M., Leroy, Y., and Needleman, A. (1987). A finite element method for localized failure analysis. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 61(2) :189–214.
- [Paulina, 2013] Paulina, E. P. (2013). *Rôle du squelette granulaire dans le comportement du béton sous très fortes contraintes : analyse expérimentale et numérique*. Theses, Université de Grenoble.
- [Piotrowska et al., 2014] Piotrowska, E., Malecot, Y., and Ke, Y. (2014). Experimental investigation of the effect of coarse aggregate shape and composition on concrete triaxial behavior. *Mechanics of Materials*, 79 :45–57.

- [Poinard et al., 2012] Poinard, C., Piotrowska, E., Malecot, Y., Daudeville, L., and Landis, E. N. (2012). Compression triaxial behavior of concrete : the role of the mesostructure by analysis of x-ray tomographic images. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 16(sup1) :s115–s136.
- [Powers, 1968] Powers, T. (1968). Mechanism of shrinkage and reversible creep of hardened cement paste, proceedings of conference on structure of concrete and its behaviour under load. *Cement and Concrete Association*, Londres :319–344.
- [Ranaivomanana et al., 2011] Ranaivomanana, H., Verdier, J., Sellier, A., and Bourbon, X. (2011). Toward a better comprehension and modeling of hysteresis cycles in the water sorption–desorption process for cement based materials. *Cement and Concrete Research*, 41(8) :817–827.
- [Rossi and Acker, 1988] Rossi, P. and Acker, P. (1988). A new approach to the basic creep and relaxation of concrete. *Cement and Concrete Research*, 18(5) :799–803.
- [Roubin, 2021] Roubin, E. (2021). Excursion sets of correlated random fields : Application to continuum percolation theory. In *Séminaire probabilités de l’Institut Fourier*, Grenoble, France.
- [Roubin et al., 2019a] Roubin, E., Andò, E., and Roux, S. (2019a). The colours of concrete as seen by x-rays and neutrons. *Cement and Concrete Composites*, 104 :103336.
- [Roubin and Colliat, 2016] Roubin, E. and Colliat, J.-B. (2016). Critical probability of percolation over bounded region in n-dimensional euclidean space. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2016(3) :033306.
- [Roubin et al., 2015a] Roubin, E., Colliat, J.-B., and Benkemoun, N. (2015a). Meso-scale modeling of concrete : A morphological description based on excursion sets of random fields. *Computational Materials Science*, 102 :183–195.
- [Roubin et al., 2019b] Roubin, E., Stamati, O., Ando, E., and Malecot, Y. (2019b). Fe mesoscopic modelling of a micro-concrete based on x-ray scanmorphologies. In *FraMCoS-X : Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, Bayonne, France.
- [Roubin et al., 2015b] Roubin, E., Vallade, A., Benkemoun, N., and Colliat, J.-B. (2015b). Multi-scale failure of heterogeneous materials : A double kinematics enhancement for embedded finite element method. *International Journal of Solids and Structures*, 52 :180–196.
- [Simo and Rifai, 1990] Simo, J. C. and Rifai, M. (1990). A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 29(8) :1595–1638.
- [Stamati, 2020] Stamati, O. (2020). *Impact of meso-scale heterogeneities on the mechanical behaviour of concrete : insights from in-situ x-ray tomography and E-FEM modelling*. Theses, Université Grenoble Alpes.
- [Stamati et al., 2020] Stamati, O., Andò, E., Roubin, E., Cailletaud, R., Wiebicke, M., Pinzon, G., Couture, C., Hurley, R. C., Caulk, R., Caillerie, D., Matsushima, T., Bésuelle, P., Bertoni, F., Arnaud, T., Ortega Laborin, A., Rorato, R., Sun, Y., Tengattini, A., Okubadejo, O., Colliat, J.-B., Saadatfar, M., Garcia, F. E., Papazoglou, C., Vego, I., Brisard, S., Dijkstra, J., and Birmpilis, G. (2020). spam : Software for practical analysis of materials. *Journal of Open Source Software*, 5(51) :2286.

- [Stamati et al., 2021a] Stamati, O., Ortega Laborin, A., Roubin, E., Andò, E., and Malecot, Y. (2021a). Combination of e-fem modelling and x-ray mechanical tests for the investigation of the fracturing process of micro-concrete under uniaxial and triaxial compression. Submitted to *Cement and Concrete Composites*.
- [Stamati et al., 2018a] Stamati, O., Roubin, E., Andò, E., and Malecot, Y. (2018a). Phase segmentation of concrete x-ray tomographic images at meso-scale : Validation with neutron tomography. *Cement and Concrete Composites*, 88 :8–16.
- [Stamati et al., 2018b] Stamati, O., Roubin, E., Andò, E., and Malecot, Y. (2018b). Tensile failure of micro-concrete : from mechanical tests to fe meso-model with the help of x-ray tomography. *Meccanica*.
- [Stamati et al., 2021b] Stamati, O., Roubin, E., Andò, E., Malecot, Y., and Charrier, P. (2021b). Fracturing process of micro-concrete under uniaxial and triaxial compression : Insights from in-situ x-ray mechanical tests. *Cement and Concrete Research*, 149 :106578.
- [Stavropoulou et al., 2020] Stavropoulou, E., Andò, E., Roubin, E., Lenoir, N., Tengattini, A., Briffaut, M., and Bésuelle, P. (2020). Dynamics of water absorption in callovo-oxfordian claystone revealed with multimodal x-ray and neutron tomography. *Frontiers in Earth Science*, 8.
- [Sukumar et al., 2001] Sukumar, N., Chopp, D. L., Moës, N., and Belytshko, T. (2001). Modelling holes and inclusions by level sets in the extended finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(46) :6183–6200.
- [Sun, 2019] Sun, Y. (2019). *Finite element modeling of the cyclic behavior of concrete : mesoscopic approaches*. PhD thesis, Université de Lille, Bâtiment ESPRIT, Cité Scientifique, Villeneuve-d’Ascq.
- [Sun et al., 2021a] Sun, Y., Roubin, E., Shao, J., and Colliat, J.-B. (2021a). Fe modeling of concrete with strong discontinuities for 3d shear fractures and comparison with experimental results. *Engineering Fracture Mechanics*, 251 :107752.
- [Sun et al., 2021b] Sun, Y., Roubin, E., Shao, J., and Colliat, J.-B. (2021b). Strong discontinuity fe analysis for heterogeneous materials : The role of crack closure mechanism. *Computers and Structures*, 251 :106556.
- [Tengattini et al., 2020] Tengattini, A., Lenoir, N., Andò, E., Giroud, B., Atkins, D., Beaucour, J., and Viggiani, G. (2020). Next-grenoble, the neutron and x-ray tomograph in grenoble. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 968 :163939.
- [Tudisco et al., 2017a] Tudisco, E., Andò, E., Cailletaud, R., and Hall, S. A. (2017a). Tomowarp2 : A local digital volume correlation code. *SoftwareX*, 6 :267–270.
- [Tudisco et al., 2017b] Tudisco, E., Jailin, C., Mendoza, A., Tengattini, A., Andò, E., Hall, S. A., Viggiani, G., Hild, F., and Roux, S. (2017b). An extension of digital volume correlation for multimodality image registration. *Measurement Science and Technology*, 28(9) :095401.
- [Ulloa et al., 2019] Ulloa, J., Rodríguez, P., Samaniego, C., and Samaniego, E. (2019). Phase-field modeling of fracture for quasi-brittle materials. *Underground Space*, 4(1) :10–21. Computational Modeling of Fracture in Geotechnical Engineering Part II.
- [Vallade, 2016] Vallade, A. (2016). *Modélisation multi-échelles des shales : influence de la microstructure sur les propriétés macroscopiques et le processus de fracturation*. PhD thesis,

- Université Lille 1. Thèse de doctorat dirigée par Shao, Jianfu et Colliat, Jean-Baptiste Génie civil Lille 1 2016.
- [Visser and Maria, 1998] Visser, J. and Maria, J. (1998). *Extensile hydraulic fracturing of (saturated) porous materials*. PhD thesis, Delft University.
- [Washizu, 1982] Washizu, K. (1982). *Variational methods in elasticity and plasticity*. Pergamon Press, New York, 3 edition.
- [Wells, 2001] Wells, G. N. (2001). *Discontinuous modelling of strain localisation and failure*. PhD thesis, University of Cambridge.
- [Wells and Sluys, 2000] Wells, G. N. and Sluys, L. J. (2000). Application of embedded discontinuities for softening solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 65 :263–281.
- [Wells and Sluys, 2001] Wells, G. N. and Sluys, L. J. (2001). Three-dimensional embedded discontinuity model for brittle fracture. *International Journal of Solids and Structures*, 38(5) :897–913.
- [Wilson, 1974] Wilson, E. L. (1974). The static condensation algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 8(1) :198–203.
- [Wittmann, 1968] Wittmann, F. (1968). Surface tension shrinkage and strength of hardened cement paste. *Matériaux et Constructions*, 1(6) :547–552.
- [Wittmann et al., 2009] Wittmann, F. H., Beltzung, F., and Zhao, T. J. (2009). Shrinkage mechanisms, crack formation and service life of reinforced concrete structures. *International Journal of Structural Engineering*, 1(1) :13.
- [Wohlmuth, 2001] Wohlmuth, B. I. (2001). Discretization methods and iterative solvers based on domain decomposition. In *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [Wriggers and Moftah, 2006] Wriggers, P. and Moftah, S. (2006). Mesoscale models for concrete : Homogenisation and damage behaviour. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42(7) :623–636. The Seventeenth Annual Robert J. Melosh Competition.
- [Yang et al., 2017] Yang, Z., Ren, W., Sharma, R., McDonald, S., Mostafavi, M., Vertyagina, Y., and Marrow, T. (2017). In-situ x-ray computed tomography characterisation of 3d fracture evolution and image-based numerical homogenisation of concrete. *Cement and Concrete Composites*, 75 :74–83.
- [You et al., 2015] You, Y., Kou, X., and Tan, S. (2015). Adaptive meshing for finite element analysis of heterogeneous materials. *Computer-Aided Design*, 62 :176–189.

