



HAL
open science

Approche probabiliste de la durée de vie d'un composite unidirectionnel à matrice métallique en fatigue oligocyclique axiale

Guillaume Rousset

► **To cite this version:**

Guillaume Rousset. Approche probabiliste de la durée de vie d'un composite unidirectionnel à matrice métallique en fatigue oligocyclique axiale. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Bordeaux 1, 2008. Français. NNT: . tel-03623022

HAL Id: tel-03623022

<https://hal.science/tel-03623022>

Submitted on 29 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre :

THÈSE DE DOCTORAT
PRÉSENTÉE À
L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I
ÉCOLE DOCTORALE
DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

PAR :

Guillaume ROUSSET
Ingénieur MATMECA

POUR OBTENIR LE TITRE DE
DOCTEUR EN MÉCANIQUE

Approche probabiliste de la durée de vie d'un composite
unidirectionnel à matrice métallique en fatigue oligocyclique
axiale

Soutenue le 19/03/2008

Devant le jury composé de :

L. REMY, Centre des Matériaux, Mines Paris	PRÉSIDENT
S. KRUCH, ONERA Châtillon	RAPPORTEUR
B. DAMBRINE, SNECMA Villaroche	RAPPORTEUR
P.W.M. PETERS, D.L.R Köln	EXAMINATEUR
E. MARTIN, LCTS Pessac	EXAMINATEUR
J. LAMON, LCTS Pessac	EXAMINATEUR

Table des matières

Introduction	1
1 Les unidirectionnels SiC/Ti, et le composite SCS-6/Ti6242	7
1 Marché des composites à matrice métallique : domination des particulaires Al/SiC.	9
2 Le filament SCS-6	10
3 La matrice Ti-6242	12
4 Le procédé d'enduction à grande vitesse (EGV)	16
5 Propriétés mécaniques des composites SiC/Ti	22
6 Mécanismes d'endommagement des SiC/Ti pour des chargements thermomécaniques longitudinaux sévères	27
7 Synthèse	37
2 Fatigue oligocyclique des composites à matrice métallique : phénomènes élémentaires et modèles	39
1 Eléments nécessaires à la construction d'un modèle de fatigue oligocyclique	41
1.1 Scénario de rupture en traction longitudinale	41
1.2 Scénario de rupture en fatigue oligocyclique longitudinale (LCF) . .	46
1.3 Prise en compte des contraintes résiduelles	49
1.4 Évolution de la contrainte appliquée au renfort	51
1.5 Prise en compte du caractère statistique des ruptures de filaments .	54
1.6 Transfert de charge au voisinage de la rupture d'un filament	56
1.7 Cinétique d'usure des zones de décohésion sous sollicitation cyclique	66
2 Les modèles disponibles	68
3 De la nécessité d'approfondir certaines hypothèses	73
4 Synthèse	76
3 L'essai de fragmentation d'un filament de SiC dans une matrice titane	77
1 Essais expérimentaux de fragmentation	79
1.1 L'essai instrumenté avec émission acoustique	80
1.2 Les résultats d'essais	84
2 Analyse de l'essai de fragmentation	94
2.1 État de l'art des techniques d'analyse	95

2.2	Synthèse	105
3	Modélisation de l'essai de fragmentation	106
3.1	Modélisation par éléments finis du rechargement d'une fibre rompue	106
3.2	Approche probabiliste de la fragmentation	128
3.3	Essai numérique de fragmentation et confrontation avec l'expérimental	135
4	Synthèse	143
4	Surcontrainte au voisinage de la rupture d'un filament	145
1	Modélisation du phénomène de surcontrainte au voisinage de la rupture d'un filament	147
1.1	Construction d'un modèle en dimension 3	148
1.2	Résultats des calculs	156
2	Surcontrainte induite par un cluster de deux ruptures : méthode de super- position	172
3	Synthèse	178
5	Modèle de durée de vie en fatigue oligocyclique axiale	179
1	Modélisation de la surcharge progressive des fibres	181
1.1	Utilisation du calcul d'homogénéisation périodique	181
1.2	Résultats des calculs	186
1.3	Prise en compte de la surcharge progressive du renfort dans le modèle de durée de vie	204
2	Le modèle de durée de vie SIRCUD-3	205
2.1	Essais numériques de fatigue oligocyclique	213
2.2	Modélisation d'un essai de fatigue oligocyclique	221
2.3	Campagne d'essais numériques	225
2.4	Synthèse	226
3	Application du modèle de durée de vie SIRCUD au calcul de structure	228
3.1	Description de la problématique, utilité de SIRCUD	228
3.2	Calcul de structure	231
3.3	Pseudo-couplage avec l'endommagement	233
3.4	Prévision de la durée de vie ANAM en régime oligocyclique	234
3.5	Discussion relative à l'aspect statistique de SIRCUD	235
3.6	Synthèse	239
	Conclusion	241
A	Directions principales du tenseur des contraintes dans un unidirection- nel	247
1	Cellule hexagonale périodique	247
2	Changement de repère	248

B	Recalage de la température maximale de "free-stress" dans un calcul de contraintes résiduelles par éléments finis	251
1	Correspondance calcul/donnée expérimentale	251
2	Commentaires sur la simulation des contraintes résiduelles dans le cas des éprouvettes monofilamentaires	252
C	Approche probabiliste de Weibull	255
1	La théorie du lien le plus faible	255
2	Prise en compte d'un gradient de contraintes axiales dans les filaments surchargés	258
D	Champ de contraintes dans un disque alésé en rotation	261
	Bibliographie	262

Introduction

Ce document expose une étude qui concerne les matériaux composites. G. Cailletaud¹ formule astucieusement que « chaque secteur industriel a les performances de ses matériaux » : ces dernières sont souvent très liées aux connaissances que l'on a d'eux. Ceci est naturellement le cas du milieu aéronautique avec l'utilisation des composites.

Au Bourget 2007, l'effort affiché des grands donneurs d'ordres du secteur concerne en majorité l'économie de poids dans les structures volantes. Ce thème n'est pas nouveau à ceci près que s'y greffe depuis plusieurs années un fort aspect environnemental. La réduction des émissions de NOx et CO₂ est au coeur de la plupart des programmes internationaux : SNECMA et GE révèlent des essais sur CFM56-7B avec un bio-carburant de type ester/kérosène à Villaroche, et le BOEING 787-Dreamliner annonce 15 à 20 tonnes de moins (sur ~200 tonnes) que ses concurrents grâce à 50% de matériaux composites dans sa conception.

La pollution générée par les avions représente 4% des émissions totales de CO₂ en 1999 et la consommation d'un avion moderne est en moyenne de 4 l/100km/passager, restant donc en dessous de celle du transport routier. Malgré ces nuances, l'allègement des structures à l'aide de nouveaux matériaux est primordial car il s'accompagne d'une diminution des coûts, d'un accroissement des performances et de la fiabilité.

Dans un moteur, l'allègement n'a pas d'impact réel sur la consommation compte tenu de sa faible proportion sur le poids global de l'avion (un moteur fait environ 7 tonnes). Son rôle devient par contre fondamental lorsqu'il s'agit de pièces tournantes. La rotation des disques de turbine et de compresseur consomme une part importante de l'énergie issue de la combustion. Augmenter les propriétés spécifiques de ces pièces peut opérer un saut technologique dans le rendement des moteurs. Dans ce cadre, on relève chez le motoriste SNECMA deux grands projets² :

1. Substituer des aubes de soufflantes en composite tissé carbone/résine aux aubes traditionnelles en alliage de titane. Les gains en masse, résistance et coût sont très importants. Avec l'utilisation de moteurs à fort taux de dilution pour respecter les normes environnementales, les diamètres de soufflante augmentent : la masse à

¹Introduction du cours "*Mécanique des Matériaux Solides 3122*", Mines Paris-Paristech, (2007), [Cailletaud, 07]

²[Snecma Magazine, juillet 2004]

entraîner de ces aubes fan est accrûe.

2. Remplacer les disques de compresseurs en alliage de titane par des anneaux aubagés monoblocs ou ANAM (fig. 1). La perte de matière provoque une concentration des contraintes dans la pièce : ces anneaux sont renforcés dans la circonférence par un insert en composite unidirectionnel SiC/Ti. Le gain de masse sur chaque étage est de l'ordre de 60%. L'introduction de cette technologie permet d'accroître le rendement par une réduction des masses mais aussi des volumes : le diamètre d'alésage démultiplié permet l'utilisation d'arbres au diamètre supérieur. Associée à une nouvelle technique d'élaboration des composites SiC/Ti (l'enduction grande vitesse³), cette technologie augure des économies considérables. Ce travail voudrait contribuer à la mise en oeuvre de cette seconde rupture technologique.

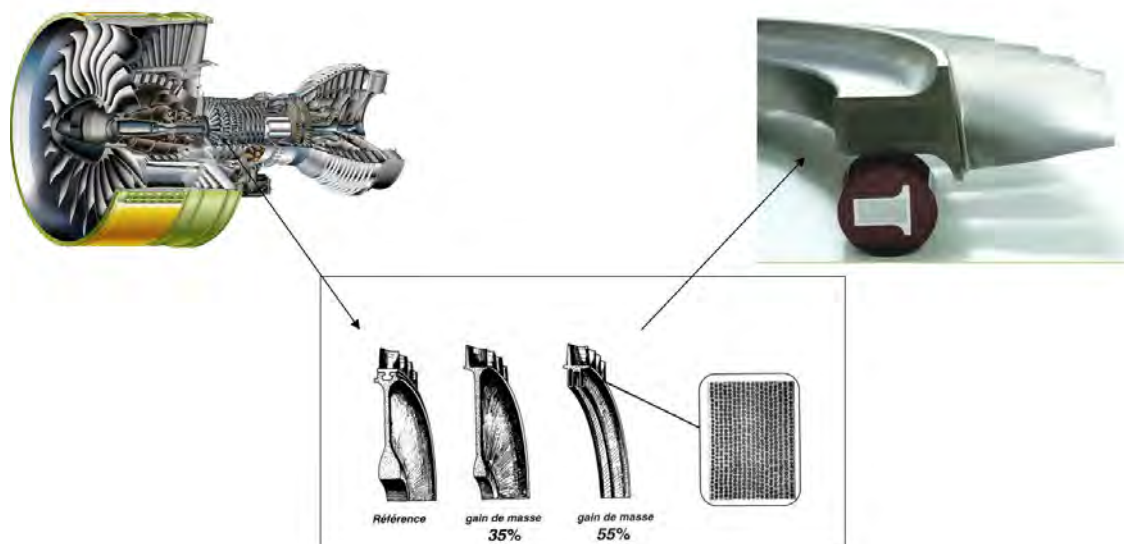


FIG. 1 – Étages de compresseurs sur un écorché de moteur, pièces susceptibles d'être grandement allégées en les remplaçant par des anneaux aubagés monoblocs (ANAM). La géométrie "poireau" évolue vers un anneau renforcé par un composite unidirectionnel SiC/Ti.

L'utilisation d'un matériau dans un moteur est conditionnée en résumé, par des contraintes thermomécaniques et chimiques. En amont de la chambre de combustion, l'intervalle des températures de fonctionnement est approximativement [250°C,600°C]. La température d'efficiency des composites à matrice organique est dépassée : introduire un renfort céramique dans le métal est la solution pour accroître les propriétés spécifiques et de fatigue de ces pièces ([Leyens & al., 03]).

³[Brevet Européen EP1772443A2, 06]

Pour prévoir la durée de vie d'un organe moteur en service et aider à son dimensionnement, les ingénieurs ont recours à des modélisations dont l'utilité est proportionnelle à leur degré de précision : les coefficients de sécurité s'apparentent souvent à un coefficient d'ignorance⁴. Le cadre de ce travail s'inscrit dans cette thématique. L'objectif est d'accroître la précision des modèles restreints au cas particulier de la prévision de la durée de vie des unidirectionnels SiC/Ti en fatigue oligocyclique⁵ axiale.

On se concentre donc sur l'endommagement du composite soumis à un certain type de chargement, en rapport avec celui qu'il subit dans la structure en service : ce chargement correspond aux phases de survitesses du moteur. S'agissant de fatigue oligocyclique, on a à faire à une cinétique du dommage rapide : le degré de confiance que l'on pourra accorder à ce type de modèle doit donc être très élevé pour pouvoir l'utiliser en milieu industriel.

La ruine du matériau intervient de manière catastrophique pour les chargements oligocycliques axiaux : un endommagement microscopique se développe et débouche sur la rupture brutale en l'absence de réels signes avant-coureurs macroscopiques ([Majumdar & al., 95], [Thomas, 02]). L'approche qui veut estimer la durée de vie est alors difficilement constructible autrement que par des considérations micromécaniques.

La quasi totalité des travaux qui concernent cette problématique est en effet basée sur une approche micromécanique de l'endommagement. On en trouve l'antériorité principalement chez les américains, aux travers des programmes gouvernementaux du début des années 1990 ([Rapport NASA, 96]).

Le scénario de la rupture du composite pour cette classe de chargements se résume brièvement par les points suivants ([Legrand, 97]) :

- Les filaments de SiC étudiés ici sont les SCS-6. Ils ont un diamètre de 140 μm et possèdent un comportement fragile qui se caractérise par une dispersion de leurs contraintes à rupture dans le sens longitudinal. Des ruptures aléatoires de ces filaments se produisent dans le composite sous chargement.
- Ces ruptures provoquent une perturbation locale du champs de contraintes et induisent une surcharge des filaments voisins. Des ruptures secondaires peuvent survenir et créer une perturbation encore plus grande.
- Le chargement global dans le renfort augmente au cours des cycles de chargement : le comportement viscoplastique de la matrice (ici du Ti6242) en est responsable.

Ces trois mécanismes interagissent et conduisent à l'apparition d'un macro défaut qui se propage de manière catastrophique.

A l'instar des autres classes de matériaux composites, une première étape doit être l'identification de l'échelle pertinente à laquelle considérer les mécanismes d'endommagement. Ces mécanismes sont discrets et basés sur les ruptures de filaments. Les approches

⁴[Cailletaud, 07]

⁵du grec *oligos* : *peu*. La fatigue oligocyclique désigne les chargements cycliques sévères pour lesquels les durées de vie sont les plus faibles.

homogénéisées dédiées à un endommagement diffus du matériau ne sont pas directement applicables. Notre problématique est cependant double : il y a interaction entre des phénomènes discrets, les ruptures de filaments, et le mécanisme homogène de surcharge du renfort qui est issu de l'équilibre interne entre fibres et matrice. L'approche doit donc comporter des ingrédients discrets intégrés au mécanisme homogène de surcharge.

Les modélisations existantes sont issues d'un tel assemblage. Nécessairement, les deux pans de ces modèles doivent être renseignés par des caractéristiques du matériau étudié. Le passage obligatoire consiste à réaliser des essais micromécaniques dédiés à l'identification découlée de ces paramètres. La difficulté est alors de conserver une représentativité de l'essai par rapport à la configuration composite (est-ce qu'une caractéristique interfaciale obtenue par un essai micromécanique se conserve dans la configuration réelle du composite?).

Les prévisions des modèles existants présentent encore quelques défauts de précision et les améliorations espérées par notre travail s'exercent sur quatre aspects que nous allons détailler :

1. Les modes d'identification des paramètres matériau nécessaires comportent peut-être un défaut de représentativité de la configuration réelle. Le choix d'essais micromécaniques adéquats mais surtout de leur mode d'analyse se voudrait plus pertinent.
2. Sur la modélisation des micromécanismes d'endommagement : certains outils numériques récents augurent un gain de précision par rapport aux approches existantes. De plus, des lois de comportement précises des entités fibres, matrice et interphases ont été établies dans des études antérieures. Ce travail voudrait tirer partie de la précision offerte par la mise en commun de ces outils et travaux disponibles.
3. Ces lois de comportement relativement précises, doivent également permettre de traiter le problème de surcharge globale : l'évolution de l'équilibre interne des champs lorsque la matrice s'écrouie doit être obtenue plus précisément.
4. L'assemblage des mécanismes que nous avons évoqué plus haut est aussi un point susceptible d'être amélioré : il s'agit essentiellement du principe de fonctionnement du modèle macroscopique final. Pas foncièrement dans sa complexité, mais dans un souci de reproduire fidèlement les étapes du scénario d'endommagement.

La dimension statistique du problème est manifeste : elle découle des ruptures aléatoires des filaments. Pour construire un outil de prévision, il faut obtenir une représentation de la dispersion des défauts critiques dans le renfort. C'est la première difficulté de ce travail. Cette identification est classiquement réalisée à l'aide d'essais de tractions à rupture sur des filaments nus ou extraits des éprouvettes. Cependant, le comportement in situ des filaments est probablement différent de celui à nu. Le champ de contraintes et les modifications physico-chimiques présentes après l'élaboration conduisent à identifier les populations de défauts dans les fibres par un essai de fragmentation ([Majumdar & al., 98]). En revanche, cet essai a la particularité d'induire deux formes d'inconnues : les caractéristiques interfaciales et la loi de dispersion des défauts critiques. A l'aide d'une loi de comportement endommageable pour l'interface identifiée par

[Guichet, 98], nous levons une de ces inconnues. Cette loi particulière d'interface associée à une loi élasto-viscoplastique de la matrice va permettre une modélisation relativement fine de l'essai. La dispersion des défauts identifiée, différente de celles obtenues par les approches classiques, va révéler l'utilité de ces outils numériques.

La seconde difficulté consiste à évaluer la perturbation engendrée par la rupture d'un filament. La majorité des modèles découle de l'approche analytique dite du "shear-lag" initié par les travaux de [Cox, 52] à laquelle on adjoint ou substitue ceux de [Kelly & Tyson, 65]. Ces modèles expriment le transfert de la charge libérée par la fibre cassée. Ils ont été largement étoffés depuis, notamment par [Nairn, 97], [Beyerlein & al., 99] ou [Mahesh & al., 04]. La difficulté est de prendre en compte plus ou moins précisément le comportement des constituants impliqués dans ce transfert de charge : l'interphase peut s'endommager et rompre, et la matrice avoir un comportement viscoplastique. Les difficultés analytiques deviennent rapidement colossales et sont rarement utilisées dans leur état de complexité maximale pour une modélisation autre que locale du phénomène. Le calcul par éléments finis est la ressource, certes moins élégante mais très efficace, pour évaluer l'influence du degré de précision dans ce micromécanisme sur le comportement macroscopique. C'est la voie choisie dans ce travail.

La troisième brique du scénario d'endommagement est la surcharge globale du renfort. La matrice métallique a en effet la particularité de s'écrouir tandis que les filaments conservent un comportement élastique fragile. Dans le cadre des chargements les plus sévères, la matrice accumule des déformations irréversibles de manière globale. Ceci est macroscopiquement visible lors d'essais de fatigue oligocyclique axiale en contraintes imposées : il y a un phénomène de rochet ([Talreja, 95], [Legrand, 97], [Thomas, 02]). L'équilibre interne des efforts entre fibres et matrice conduit à la surcharge des filaments. Évaluer cette surcharge est le troisième problème de cette étude. La littérature est discrète sur ce sujet : [Legrand & al., 02] prennent en compte cet effet en interprétant le rochet obtenu par des essais de fatigue. Là aussi, le recours aux calculs par éléments finis va permettre (i) de mieux comprendre les mécanismes qui conduisent à la surcharge des fibres et (ii) d'évaluer cette surcharge précisément sans avoir besoin d'interpréter des essais expérimentaux. L'adaptation du modèle à différents chargements thermomécaniques ou différentes fractions volumiques de fibre sera possible.

Pour percevoir clairement les manifestations de l'endommagement et cerner les éventuelles limites des modèles, il est utile de retourner d'abord à l'expérimental. Nous avons réalisé un examen des travaux expérimentaux qui concernent la fatigue oligocyclique axiale. C'est l'objet du chapitre 1 de cette thèse. Pour les durées de vie courtes qui sont l'objet de cette étude, nous verrons que la fissuration matricielle est absente des mécanismes d'endommagement.

Évaluer la durée de vie en fatigue axiale peut être abordé comme une extension de la prévision de la rupture en traction simple, surtout lorsqu'il s'agit du régime oligocyclique ([Talreja, 95], [Molliex, 95], [Thomas, 02], [Bettge & al., 06]). Sur la rupture en traction, la littérature est d'autant plus riche que les mécanismes sont quasi identiques pour la

majorité des composites unidirectionnels qui comportent une matrice ductile : la ruine du composite est pilotée par la rupture des fibres. Le chapitre 2 présente les modèles existants et souligne les hypothèses qui semblent les plus simplificatrices. Les voies d'amélioration et la méthodologie que propose cette étude y sont clairement énoncées.

Le troisième chapitre développe la modélisation de l'essai de fragmentation. Des essais de fragmentation d'un filament SCS-6 enchâssé dans une éprouvette de Ti6242 ont été réalisés. L'interprétation de l'essai et des observations microscopiques sont proposées. Les caractéristiques des outils employés pour la modélisation y sont détaillées. La pertinence de la démarche est prouvée par le gain de précision obtenu sur l'identification des populations de défauts. Le point central est la modélisation précise du champ de contrainte dans le filament en cours de fragmentation.

Le chapitre 4 aborde le phénomène de transfert de charge au voisinage d'une et plusieurs ruptures de filaments. A l'aide de simulations par éléments finis, la surcontrainte dans les filaments voisins d'une rupture est évaluée. Ici aussi un gain de précision est permis par l'utilisation d'outils numériques : des maillages tridimensionnels sont utilisés, une loi de comportement élasto-viscoplastique pour la matrice et une modélisation de la décohésion interfaciale donne des résultats plus quantitatifs que beaucoup de modèles antérieurs.

Le chapitre 5 comporte dans une première partie la modélisation de la surcharge progressive du renfort. L'érouissage cyclique de la matrice est évalué à l'aide d'une cellule hexagonale périodique. Les érouissages isotropes et cinématiques compris dans la loi de comportement du Ti6242 permettent de reproduire et comprendre l'évolution des champs locaux. L'accroissement de la contrainte axiale dans les filaments est obtenue pour un grand nombre de cycles ($\simeq 10000$) pour différents chargements macroscopiques et différentes fractions volumique de fibres. Cette variable σ_{zz}^f est la variable pilote du modèle de durée de vie final SIRCUD-3⁶. La construction de ce dernier est alors présentée. Dans la dernière partie du chapitre, SIRCUD-3 est confronté à l'expérimental. Nous illustrons finalement son utilité industrielle en effectuant un calcul de durée de vie du renfort CMM d'un ANAM en régime de survitesses.

Les chapitres de ce mémoire ont été rédigés séparément et peuvent être abordés de cette manière; nous nous excusons par avance au près du lecteur qui pourra y trouver des redondances.

⁶SIRCUD-3 est issu du développement de travaux antérieurs. Le modèle dont s'inspire principalement SIRCUD-3 est bien entendu SIRCUD développé successivement par [Molliex, 95], [Legrand, 97] et [Faucon, 99]. Sans avouer que nous n'avons pas trouvé de meilleur nom, nous voulions aussi respecter leur antériorité. SIRCUD : SIMulation de la Rupture d'un Composite UniDirectionnel.

Chapitre 1

Les unidirectionnels SiC/Ti, et le composite SCS-6/Ti6242

La nature de l'alliage de titane qui constitue la matrice et le type de renfort qu'on lui associe, permettent de classer les composites à matrice métallique, sous trois catégories : les composites à fibres longues unidirectionnels, ceux à fibres courtes (whiskers), et ceux à renforts particuliers (fig. 1.1). L'anisotropie des premiers doit être prise en compte lors du dimensionnement car leurs propriétés transverses correspondent quasiment à celles d'une matrice comportant des trous. Tandis que dans le sens des fibres ces matériaux présentent des qualités mécaniques remarquables, il faut les soustraire aux efforts transverses trop importants.

Les alliages de titane presque- α sont classiquement utilisés pour des applications à des températures de l'ordre de 500°C , car ils allient un bon comportement en fluage à une contrainte à rupture importante. En les associant à un renfort céramique de plus faible masse volumique ($\rho_{SiC} \simeq 3,2\text{g.cm}^{-3}$ / $\rho_{Ti} \simeq 4,2\text{g.cm}^{-3}$), on obtient des propriétés mécaniques spécifiques supérieures à celles des super alliages.

Dans ce chapitre, nous présentons les caractéristiques des composites à matrice d'alliage de titane renforcée par des filaments de carbure de silicium, et les particularités du SCS-6/Ti6242. Nous évoquons les propriétés de ses constituants, son mode de fabrication innovant (l'enduction des fibres à grande vitesse), et ses qualités mécaniques. Sont ensuite présentés les modes d'endommagement de ces matériaux lorsqu'ils sont soumis à des sollicitations axiales sévères, du type fatigue oligocyclique. Ces chargements correspondent par exemple pour un ANAM aux phases d'atterrissage et de décollage d'un avion. Nous verrons qu'une des caractéristiques de ces composites est que, sous des chargements axiaux sévères, la ruine du matériau est principalement pilotée par la rupture des fibres.

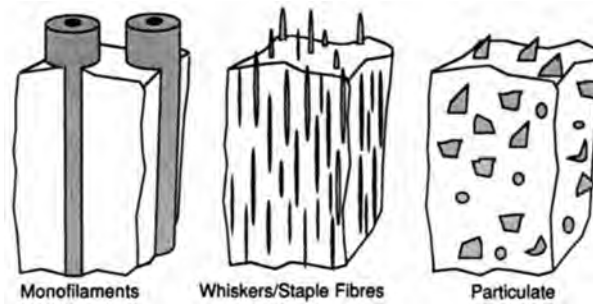


FIG. 1.1 – Principaux types de matériaux composites à matrice métallique, classés selon le type de renfort ([Clyne & Withers, 93]).

Sommaire

1	Marché des composites à matrice métallique : domination des particulaires Al/SiC.	9
2	Le filament SCS-6	10
3	La matrice Ti-6242	12
4	Le procédé d'enduction à grande vitesse (EGV)	16
5	Propriétés mécaniques des composites SiC/Ti	22
	Traction longitudinale	23
	Traction transverse	24
	Fluage	25
	Fatigue longitudinale	26
6	Mécanismes d'endommagement des SiC/Ti pour des chargements thermomécaniques longitudinaux sévères	27
7	Synthèse	37

1 Marché des composites à matrice métallique : domination des particulaires Al/SiC.

Pour commencer, il nous a semblé intéressant de donner un aperçu du marché industriel des composites à matrice métallique (CMM), en dégagant quelques informations relatives aux poids financiers et aux perspectives technologiques de ces matériaux. La plupart des données accessibles font référence en premier lieu à un rapport de la *BCC research : RGB-108N Metal Matrix Composites in the 21st Century : Markets and Opportunities from Business Communication Co., Inc., (2005)*. Il y est indiqué que la production des composites à matrice métallique devait atteindre 3,6 millions de kg en 2005 pour 4,9 millions en 2010, avec une croissance moyenne annuelle de 6,3%. Datant du début des années 60, le développement des CMM ne semble pas prendre l'essor prévu par ses potentialités. Pour un revenu global d'environ 185M \$, le marché des CMM reste relativement confidentiel impliquant moins d'une centaine de sociétés, la plupart très spécialisées. On peut citer *Alcan Composites, GE Advanced Ceramics, Plansee Group, Lanxide, Sumimoto Electric Industries, 3M*.

Les principaux secteurs industriels où sont rencontrés les CMM sont le transport terrestre, l'industrie thermique, l'aérospatiale, l'électronique et certaines activités liées aux loisirs ([Miracle, 05]). Né de la R&D militaire dans les années 60, le développement des CMM se trouve relativement ralenti par l'arrêt de la guerre froide qui gèle nombre de crédits militaires. Redopée dans les années 80 par l'émergence des CMM à renforts particulaires qui offrent des possibilités commerciales intéressantes, les technologies CMM connaissent un regain d'intérêt dans les communautés scientifiques et techniques. Ces efforts ont permis de faire sauter un certain nombre de verrous technologiques, concernant la compatibilité chimique entre renfort et matrice, et le contrôle des propriétés interfaciales. La part la plus importante du marché des CMM est constituée des composites matrice aluminium à renforts particulaires. Ils représentent 69% de la production annuelle en masse, ceux à base cuivre 25%, le restant étant constitué principalement par les matrices fer et titane. Le renfort le plus utilisé est le carbure de silicium. Le transport terrestre représente plus de 60% du marché annuel en masse des CMM, au sein duquel les matrices aluminium à renforts particulaires ont quasiment l'exclusivité, bien qu'ils ne représentent que 7% du marché de 1999 en valeur. Les applications sont les blocs moteurs, des éléments du système de freinage pour ne citer que les principales ([Clyne & Withers, 93]). Le marché du transfert thermique représente 27% en masse mais 66% en valeur. Les composites les plus couramment employés dans ce domaine sont le Cu/Mo et le Cu/W. Dans l'aérospatiale, les applications CMM représentent 5% en masse du marché mais 15% en valeur. Ici aussi la plupart sont des composites à renfort particulaire utilisés pour diverses pièces nécessitant une spécificité mécanique et un gain de masse. Le restant de la production des CMM se répartit dans ce que nous appellerons de manière générique les applications industrielles diverses ; on rencontre par exemple leurs applications dans les cadres de vélos ou les clubs de golf. Il semble d'ailleurs que ce soit ce secteur qui ait le plus fort potentiel de développement.

Le composite étudié ici est unidirectionnel à matrice d'alliage de titane renforcée par des filaments de SiC. Les SiC/Ti ont été développés comme matériaux de hautes performances pour des applications nécessitant des gains de masse. Leurs propriétés remarquables résultent de l'assemblage des filaments de SiC à haut module et grande résistance en fluage aux hautes températures, et d'une matrice présentant une tolérance aux dommages élevée. Le matériau de l'étude est notamment destiné à une application aéronautique fonctionnant à 450°C. Ce type de CMM est encore peu répandu dans l'industrie, compte tenu de leur coût de revient parmi les plus importants. À titre indicatif, le tableau 1.1 répertorie les coûts approximatifs des constituants filaments de SiC et matrice d'alliage de titane, en les comparant à d'autres constituants pour CMM. On notera également le coût important de la densification par compression isostatique à chaud, utilisée pour élaborer un composite SiC/Ti. A titre de comparaison, les composites les plus couramment utilisés dans l'aéronautique sont ceux à matrice époxy renforcée par des fibres de carbone ([Étude stratégique, 01]). Le coût de la matrice époxy est de l'ordre de 20 \$US/kg (densité plus faible qu'un métal), celui des fibres de carbone autour de 30 \$US/kg, avec des procédés de fabrication bien moins coûteux que pour les CMM.

Désignation	Prix
fibres Alumine (Nextel 610, 3M)	≈200 \$US/kg
fibres Carbone Ex-PAN (T700, Toray Co.)	≈33 \$US/kg
filaments SiC (SCS-6, Textron)	≈10000 \$US/kg
filaments SiC (SM1140+, DERA)	≈10000 \$US/kg
cuiivre (LME ¹)	≈5 \$US/kg
alliage d'aluminium (LME)	≈2 \$US/kg
nickel (LME)	≈16 \$US/kg
titane (LME)	≈18 \$US/kg
alliage de titane	≈35 \$US/kg
Densification par HIP ²	≈7000 \$US/cycle

TAB. 1.1 – Ordre de grandeur des coûts associés à la production de composites à matrice métallique ([Clyne & Withers, 93]).

2 Le filament SCS-6

Le renfort du composite étudié est le filament de SiC SCS-6TM développé par TEXTRON. La morphologie du filament SCS-6 est décrite par la figure 1.2. Les propriétés mécaniques sont données dans le tableau 1.2 et supposent un comportement thermoélastique isotrope.

¹London Metal Exchange

²Hot Isostatic Pressing

La littérature montre une grande variabilité sur les données mécaniques de la fibre¹ SCS-6 (en terme de contrainte à rupture surtout, mais aussi en terme de module de Young ou de coefficient de dilatation thermique). Ce qui reste en dénominateur commun, c'est le caractère fragile du comportement. Cette variabilité, surtout associée à la résistance à la rupture, confère aux filaments un comportement aléatoire. Dans ce qui va suivre, cette dispersion devra bien sûr être prise en compte et l'on verra qu'elle conditionne de manière importante la réponse macroscopique du composite et sa durée de vie.

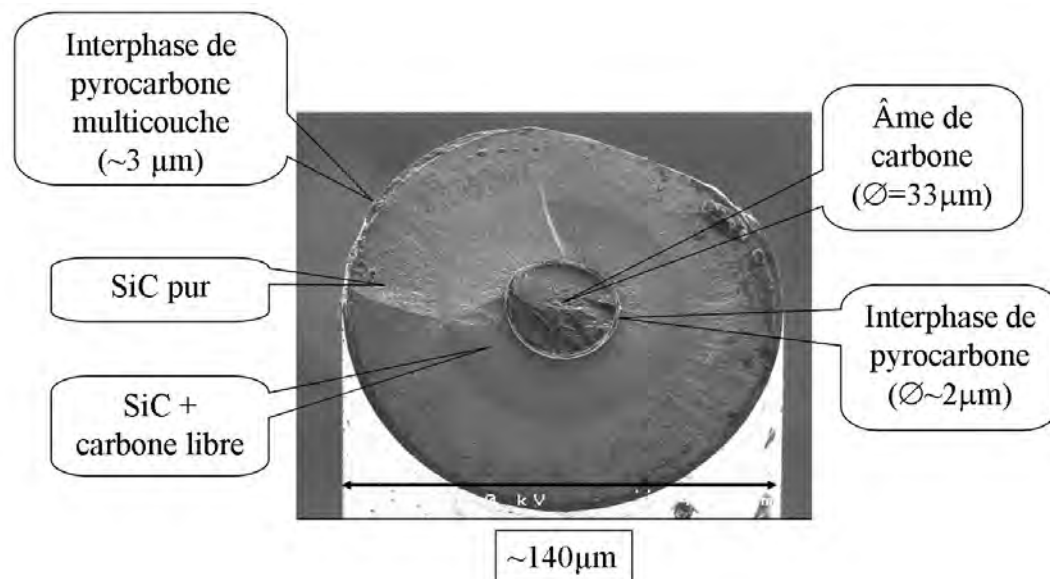


FIG. 1.2 – Micrographie MEB d'un faciès de rupture du filament SCS-6 [Chollon, 2004].

La figure 1.2 montre qu'un filament SCS est déjà un composite en lui-même. Ces couches concentriques sont obtenues par dépôt chimique en phase vapeur² ([Chollon & al., 05]). Le diamètre de cette fibre est de 140 μm . Le dépôt chimique de SiC est réalisé sur l'âme de carbone qui possède déjà un diamètre de 33 μm . Pour atteindre des propriétés mécaniques intéressantes, il est nécessaire que la fraction volumique de l'âme qui possède de faibles caractéristiques, soit relativement réduite. Ce diamètre important allié à une forte rigidité, permet de réaliser l'assemblage fibre/matrice à des températures plus faibles dans l'état super-plastique de la matrice, et de modérer ainsi les interactions chimiques néfastes. Il faut aussi noter la présence d'un empilement de couches protectrices de pyrocarbone (PyC) sur la périphérie de la fibre. Cette zone multicouche fait office de protection chimique vis à vis du SiC hautement réactif avec le titane, mais aussi de 'pansement' vis à vis d'éventuels défauts superficiels. Ce dépôt de PyC limite également les forces d'adhésion au niveau de l'interface fibre/matrice, ce qui favorise la déviation de

¹on parle plutôt de filament pour des diamètres supérieurs à 100 microns.

²CVD : chemical vapour deposition.

fissure lors de rupture de fibre, ou lors de la progression de fissures matricielles.

Compte-tenu de son fort diamètre, le tissage du filament SCS-6 est difficile, et il est naturel d'utiliser cette fibre comme renfort unidirectionnel. De plus sa composition chimique correspond mieux au mode de fabrication du composite par enduction liquide décrit dans la section 4, par rapport à la principale fibre concurrente (SM1140+, TISICS SigmaTM, UK). Pour cette dernière, la présence importante de silicium libre et d'une âme en tungstène est peu compatible avec le titane à haute température. On trouve dans le tableau 1.2 les principales caractéristiques des fibres longues les plus couramment utilisées dans les composites SiC/Ti ([Carrère, 01]).

Désignation	diamètre (μm)	couche externe (μm)	Mod. de Young (GPa)	coeff. dil. th. $*10^{-6} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	Contr. Rupt. moy. (MPa)
SM1140+	108	C (4,5)	390-400	3-5	3600
SM1240	102	TiB2 (1)	390	3	3200
SCS-6	140	C+SiC (3)	400	3	3600-4000
SCS Ultra	142	C+SiC (3)	416		≥ 6000

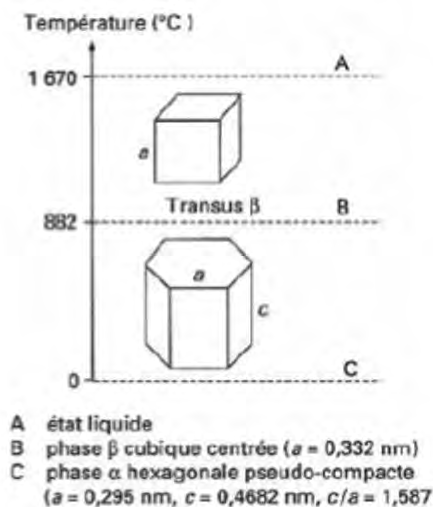
TAB. 1.2 – Principales caractéristiques mécaniques à température ambiante de filaments de carbure de silicium, [Carrère, 01].

3 La matrice Ti-6242

L'élément titane est majoritairement disponible sur terre sous forme d'oxyde (TiO_2). Environ 95% du titane est employé sous cette forme dans l'industrie de la peinture comme composant blanchissant ([Sibum, 03]) : essentiellement dans la vie de tous les jours dans les peintures blanches ou les dentifrices. L'utilisation du titane en tant que métal nécessite des procédés complexes et coûteux pour la réduction de l'oxyde en métal.

La figure 1.3 indique que le titane non allié possède une microstructure hexagonale compacte (dite phase α) jusqu'à une température de transition (appelée transus). Au delà de ce point de transformation, il présente une microstructure cubique centrée (phase β), stable jusqu'à sa température de fusion (1670°C). La qualité principale du titane réside dans sa résistance spécifique supérieure à celle de nombre d'alliages légers. Ce compromis avantageux entre résistance et densité, s'étend dans un domaine de température allant jusqu'à 500°C . Pour atteindre des combinaisons optimales entre diverses propriétés, le titane est associé à des éléments d'alliage. Ces éléments d'ajout sont classés selon leur propension à générer une microstructure α ou β . La figure 1.4 illustre le caractère alphagène ou bétagène des principaux éléments d'alliages ; on remarque que l'aluminium ou l'oxygène sont des éléments α -gènes, tandis que le molybdène est β -gène.

Les éléments d'addition ont une influence sur la microstructure, et par conséquent, sur les propriétés mécaniques de l'alliage. Les éléments alphagènes tels que l'aluminium ou



A : Transformation β (structure C.C.) en phase liquide.

B : Température de transus β .

C : Structure pseudo compacte de phase α (hexagonale).

FIG. 1.3 – Transformations cristallines du titane.

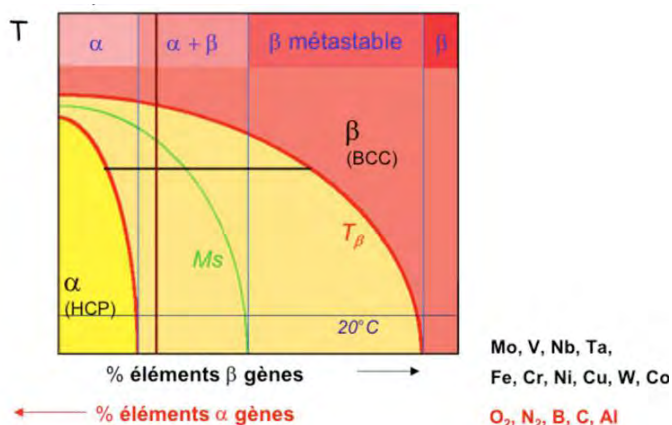


FIG. 1.4 – Diagramme présentant la relation entre les éléments d'alliages et les proportions massiques des phases du titane en fonction de la température.

l'oxygène, ont tendance à augmenter la limite élastique et donc à réduire la ductilité, tandis que les éléments bétagènes comme le molybdène, augmentent la ductilité, et donc la tendance au fluage. Les alliages de titane sont souvent classés en fonction de leurs proportions en phase α et β . L'emploi du Ti6242 est lié à sa microstructure qualifiée de presque- α (limite élastique importante, tendance au fluage réduite). La figure 1.5 donne un classement des alliages de titane, selon leur caractère α ou β .

La composition chimique de l'alliage Ti6242 de notre étude, est donnée plus précisément dans le tableau 1.3.

La microstructure de l'alliage va également dépendre des transformations thermomécaniques qu'on va lui appliquer afin de modifier ses propriétés. L'évolution de la microstructure de l'alliage, peut être décrite de la manière suivante :

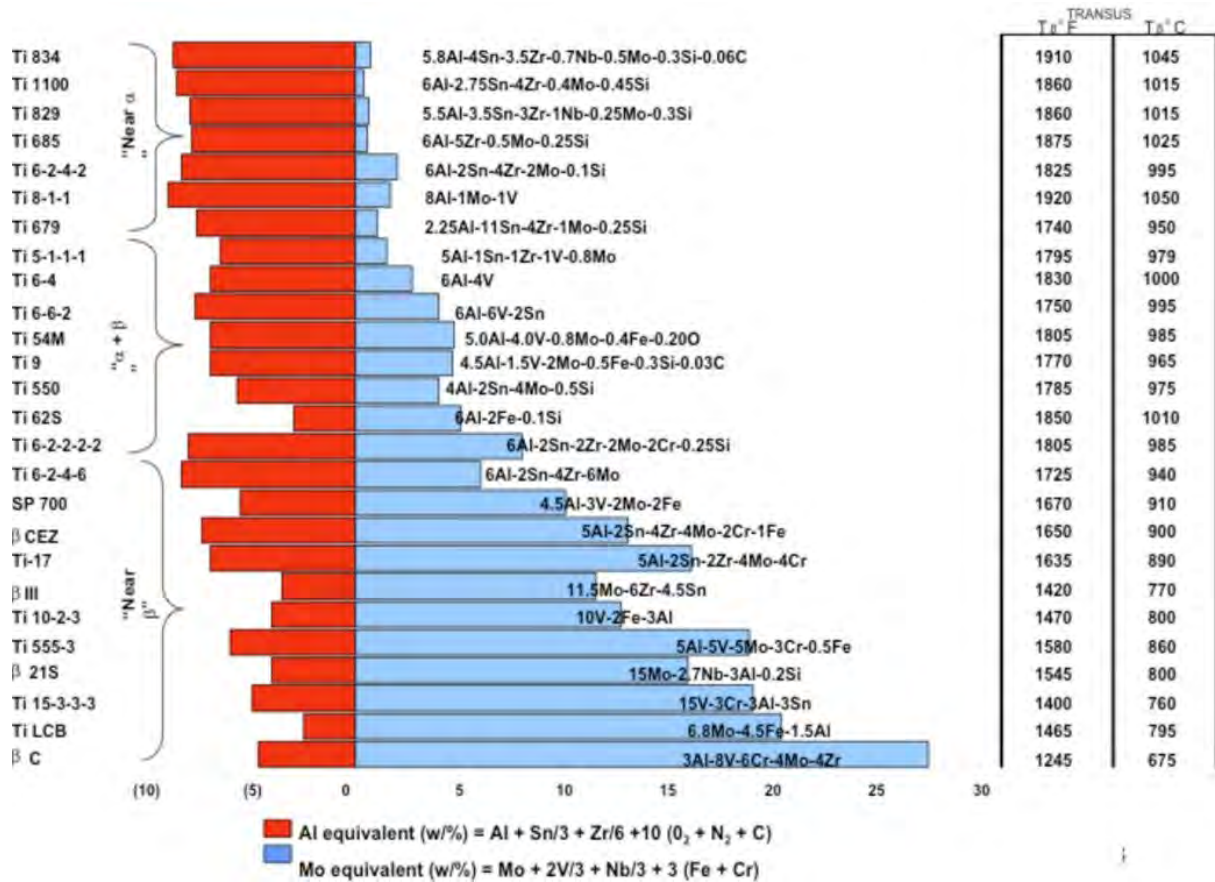


FIG. 1.5 – Classement des alliages de titane. Source : [TIMET].

- le refroidissement de la température de fusion vers une température supérieure au transus, s'accompagne d'une formation de gros grains de phase β (on distingue la forme en quadrangle de ces gros grains qui se sont formés à haute température, sur la figure 1.6.a) ;
- lorsque la température diminue encore et passe en-dessous du transus, des grains de phase α et β germent à partir des joints de grains β primaires. Se forment alors des grains plus petits à la structure aciculaire³ qui sont orientés vers le centre des anciens grains β (fig.1.6.a)). Les grains de phase α ont un aspect sombre, tandis que les β sont clairs ;
- si une action mécanique (le forgeage) est appliquée dans le domaine β ou $\alpha + \beta$, la géométrie de la microstructure est modifiée, on ne retrouve plus l'empreinte de ces gros grains β primaires, et la croissance des grains α et β n'a plus d'orientation particulière (1.6.b)).

³aciculaire : forme en aiguille.

Éléments	Ti	Al	Sn	Zr	Mo	Si	N	C	H	Fe	O
% massique	85.9	6	2	4	2	0.1	0.05	0.05	0.0125	0.25	0.15

TAB. 1.3 – Composition chimique de l’alliage Ti-6242

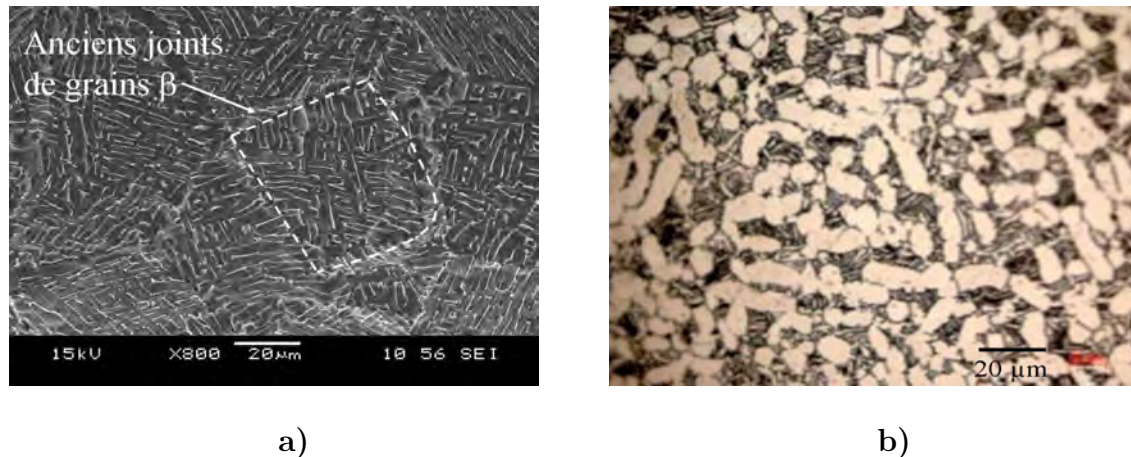


FIG. 1.6 – Micrographies montrant la microstructure de l’alliage Ti-6242. En a) : alliage non forgé. On distingue la forme des gros grains primaires de phase β , et la croissance vers le centre des plus petits grains α et β aciculaires à partir des joints de grains ; en b) : alliage forgé dans le domaine $\alpha + \beta$. L’orientation des grains est équiaxe.

Ainsi le forgeage se fait traditionnellement dans le domaine β , pour une facilité de mise en oeuvre (températures importantes). Les propriétés de l’alliage peuvent alors être encore modifiées par une mise en solution (en général dans le domaine $\alpha + \beta$) suivie d’une trempe et d’un vieillissement à température modérée*. Quand le forgeage a lieu dans le domaine β , après refroidissement, on obtient une structure aciculaire à gros grains de type brut de coulée, mais lorsque le forgeage a lieu dans le domaine $\alpha + \beta$, il y a recristallisation de la phase α pendant la déformation et on obtient une structure équiaxe avec des nodules de phase α primaire et une matrice aiguillée (figure 1.6).

***Note :** La mise en solution désigne le chauffage de la pièce jusqu’à une température suffisante avec un maintien à cette température permettant une homogénéisation et une mise en solution des éléments d’alliage. La trempe désigne le refroidissement rapide de la pièce dans un fluide froid de manière à ‘fixer’ la microstructure souhaitée.

La température de mise en solution va conduire à une fraction de phase α dite primaire ou initiale. La durée de la mise en solution, permet d’atteindre la fraction volumique d’équilibre et une coalescence des grains. Au cours du vieillissement ou du revenu, il y a précipitation de la phase α ‘secondaire’ très fine qui a pour effet d’augmenter la limite d’élasticité et la contrainte à rupture. L’influence du protocole de mise en forme de l’alliage sur sa microstructure est décrite par la figure 1.7.

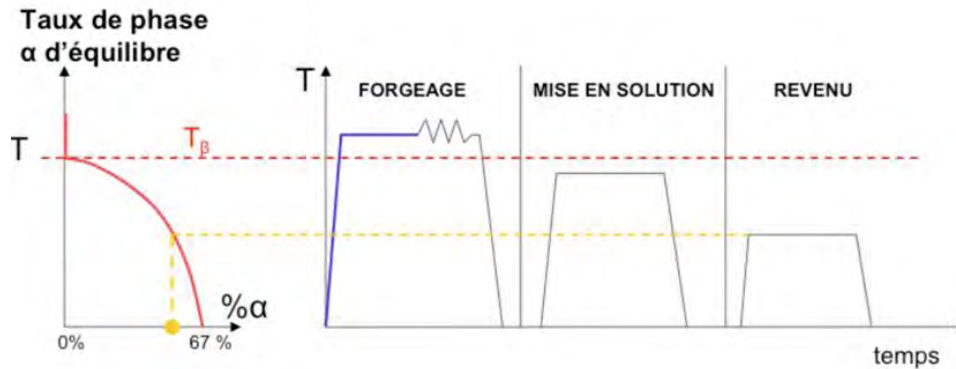


FIG. 1.7 – Influence du procédé de mise en forme sur la microstructure de l'alliage.

Le type d'alliage de titane utilisé dans le composite de l'étude est donc le Ti-6242. Rappelons que le composite, utilisé comme renfort d'un ANAM, se situera dans une partie du moteur où la température sera de l'ordre de 450°C. La tenue mécanique en température de la matrice est donc un point important. De plus sa mise en forme est relativement aisée et les industriels connaissent maintenant bien la métallurgie de cet alliage. Ses principales propriétés mécaniques sont données dans le tableau 1.4 ci-après.

Masse volumique	4.54 g/cm ³
Transus béta	995°C
Conductivité thermique	6.92W.m ⁻¹ K ⁻¹
Coefficient de dilatation à l'ambiante	7.25 10 ⁻⁶ °C ⁻¹
Module de Young à l'ambiante	110 GPa
Coefficient de Poisson	0.3
Contrainte à rupture en traction	900 MPa
Limite d'élasticité à 0.2%	830 MPa
Allongement à rupture	15%

TAB. 1.4 – Caractéristiques mécaniques de l'alliage Ti-6242 [table TIMET].

4 Le procédé d'enduction à grande vitesse (EGV)

L'élaboration d'un composite SiC/Ti nécessite l'assemblage du renfort et de la matrice par une phase de consolidation à chaud (figure 1.8). Le procédé traditionnel de fabrication des composite SiC/Ti est la voie fibre/feuillard⁴ : des feuillards de titane sont disposés

⁴FFF : foil/fiber/foil

de manière régulière entre des radeaux de fibres SiC (maintenues entre elles par un liant organique), puis compactés sous pression uniaxiale, à chaud. La pression exercée sur l'assemblage, a pour rôle de combler les porosités par écoulement de la matrice dans les interstices.

D'autres modes d'élaboration existent, ils diffèrent par leur complexité, la vitesse de production et par les qualités finales des composites obtenus. Un procédé d'élaboration similaire à la voie fibre/feuillard, est celui de la métallurgie des poudres, où les radeaux de fibres sont compactés à chaud avec une poudre métallique. Ces deux techniques posent cependant des problèmes de contrôle de la répartition des fibres dans le composite, et de contamination par les résidus de liant.

La voie *Plasma Spray Processing* peut être également mentionnée : une projection plasma sous pression réduite, utilisant une poudre pré-alliée, enduit les fibres qui sont bobinées sur un mandrin. L'inconvénient majeur d'un tel procédé résulte de la dégradation éventuelle de la couche de protection des fibres, sous l'impact des gouttes semi-liquides.

Une autre méthode de fabrication consiste à revêtir les filaments de SiC par vaporisation de cibles d'alliages, bombardées par un faisceau d'ions ou d'électrons⁵. Après une étape de compaction à chaud, cette technique fournit des composites où l'arrangement des fibres est bien contrôlé, mais la chimie de la matrice est difficile à maîtriser et la faible vitesse de dépôt rend le procédé très coûteux. En revanche, la microstructure de la matrice obtenue par ce procédé comporte des grains relativement plus fins que la moyenne, ce qui améliore notablement les propriétés mécaniques de cette dernière (le fluage est notamment moins important [Hemptenmacher & al., 04]).

Par définition, un composite résulte de l'assemblage de constituants aux caractéristiques différentes. Au niveau microscopique, une des principales manifestations de la différence entre les propriétés des deux phases est la présence d'un champ de contraintes résiduelles. Pour les composites SiC/Ti, ce champ résiduel dû à la différence des coefficients de dilatation thermique⁶ s'avère déterminant sur les propriétés macroscopiques.

Comme le montre les travaux de [Leyens & al., 03], les qualités du composite sont très dépendantes du mode de fabrication ; la différence se fait surtout sur la maîtrise de la régularité de l'arrangement des fibres. Pour la plupart des composites SiC/Ti, l'arrangement des fibres dans une section transverse, a tendance à être hexagonal. Le procédé d'assemblage fibre/feuillard par exemple, est comparable à un empilement de cylindres, et même en présence de matrice, la disposition des filaments tend vers l'arrangement hexagonal.

L'arrangement des filaments dans la matrice peut également être carré. Pour ce dernier type d'arrangement, il est montré que, à fraction volumique de fibres (V_f) donnée, les plus petites distances inter-fibres sont inférieures par rapport à la disposition hexagonale

⁵EBPVD : Electron Beam Physical Vapour Deposition.

⁶ce champ résiduel qui sera expliqué dans le chapitre 2, a pour origine l'élaboration à chaud du composite. Lors du refroidissement une compétition a lieu entre la rétraction des fibres et de la matrice.

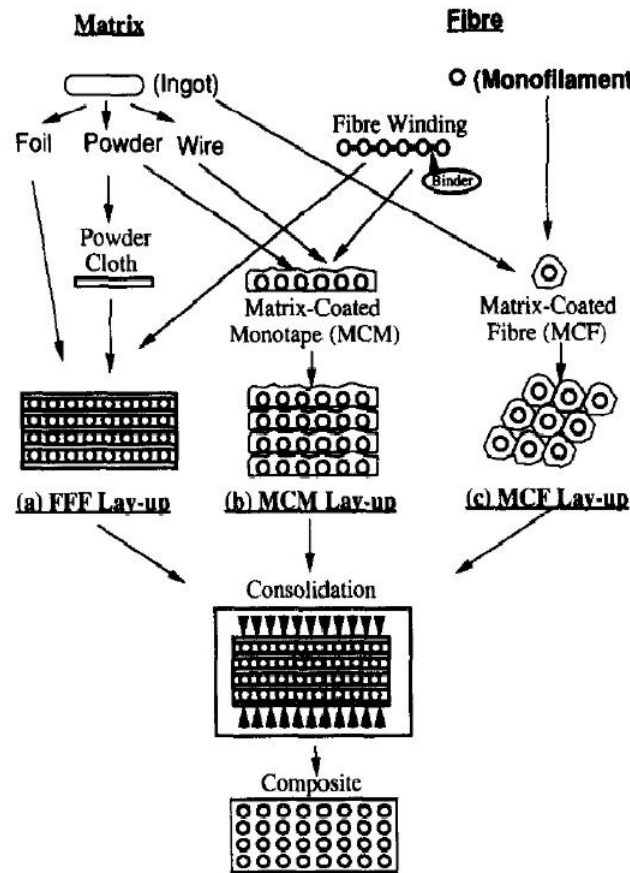


FIG. 1.8 – Principes de différents procédés de fabrication des composites SiC/Ti ([Guo & al., 95]).

($d_{carre} = 0,73d_{hexa}$). Cet arrangement carré implique une distribution particulière des contraintes résiduelles de compression aux interfaces; l'anisotropie transverse du matériau (en terme de contrainte d'amorçage de rupture) est alors très augmentée. C'est pour cette raison que l'arrangement hexagonal (en outre plus facile à obtenir), est préférable ([Leyens & al., 03]). La figure 1.9 donne l'exemple d'une section de composite SM1140+/Ti-6Al-4V avec un bel arrangement hexagonal de fibres.

La phase de compaction est donc une étape très sensible de la fabrication. Parmi les défauts à éviter, on peut citer ceux dits en 'oeil de chat' qui proviennent d'un défaut de compaction des feuillets au niveau des filaments (figure 1.10). Les procédés où les fibres sont pré-enduites de matrice permettent de limiter ces défauts de fabrication.

Le composite de notre étude est issu d'un mode de fabrication nouveau. Depuis quelques années, l'industriel Safran a breveté une technique de pré-enduction des fibres de SiC par une gaine de titane en phase liquide [Brevet Européen EP1772443A2, 06]. Ces fibres pré-enduites sont ensuite assemblées en fagots, puis compactées à chaud pour obtenir le

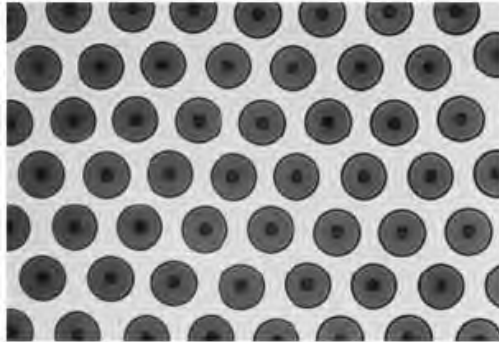


FIG. 1.9 – Section polie d’un composite SM1140+/Ti-6Al-4V [Leyens & al., 03], obtenu par EBPVD.

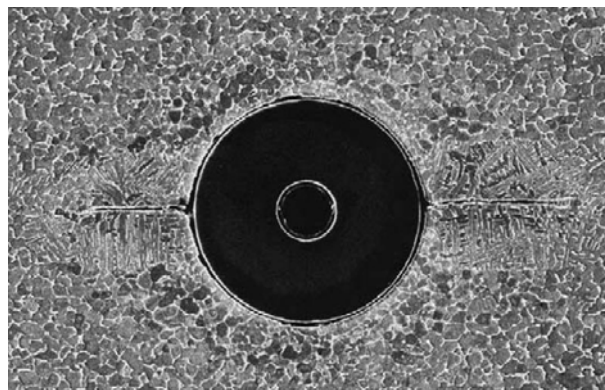


FIG. 1.10 – Défaut de compaction en ‘oeil de chat’ autour d’une fibre.

composite. Ses avantages sont principalement :

- une maîtrise de la porosité éventuelle (absence des ‘yeux de chats’, figure 1.10) ;
- une réduction des délais de production (compte-tenu de la grande vitesse d’enduction).

La fibre circule à grande vitesse (l’objectif est d’atteindre 6m/s) du bas vers le haut dans un bain d’alliage de titane en fusion (figure 1.11). Le défilement du filament dans le bain doit être rapide pour d’une part limiter les réactions chimiques entre l’alliage et le carbone du filament, et d’autre part, garantir un emport de matière suffisant compte tenu des mécanismes visqueux. De plus, la grande réactivité de l’alliage à haute température nécessite de proscrire tout contact avec un contenant : l’une des subtilités consiste à mettre la masse d’alliage liquide en lévitation dans le creuset, par le biais d’un chauffage inductif.

Note : *Pour comparer les vitesses de dépôt des procédés EGV et EBPVD, on peut faire un calcul approximatif : les vitesses de dépôt EBPVD sont d’environ 100 μ m par heure. Si l’on considère que l’on veut déposer une quarantaine de microns et que les fours permettent de traiter quelques mètres de filaments à la fois, on a d’un côté une*

vitesse en mètre par seconde pour l'EGV, comparée à des mètres par heure pour l'EBPVD.

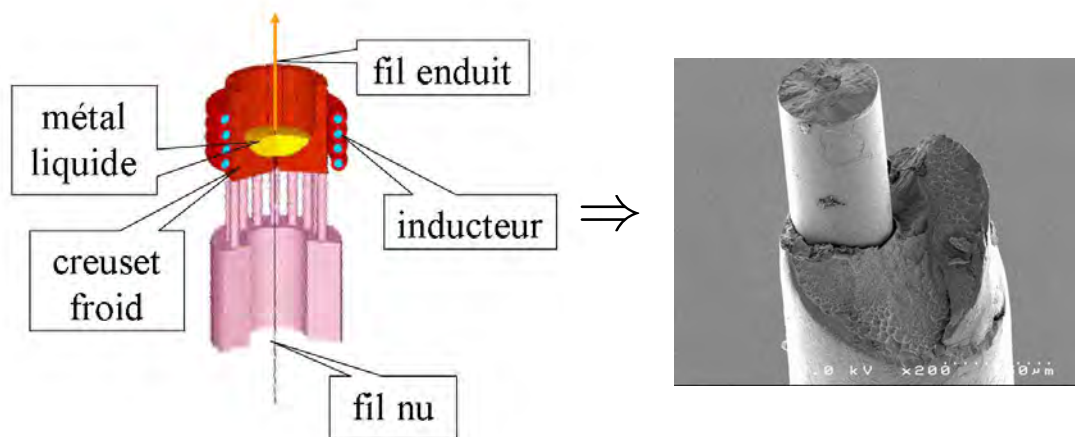


FIG. 1.11 – Principe de l'enduction grande vitesse et illustration d'un filament de SiC enduit par une gaine de titane ([Feigenblum, 02] et [Duda, 04]).

Un des problèmes physico-chimiques rencontrés dans ces procédés d'élaboration est la réactivité importante du carbone en surface de la fibre avec le titane à température élevée. En effet, le carbone réagit et diffuse dans le titane pour former aux interfaces une couche de carbure possédant une épaisseur de l'ordre du micron : le TiC. Ce composé au caractère mécanique fragile est néfaste pour le composite car il consomme la couche externe protectrice de la fibre et peut se fissurer sous les chargements mécaniques ; il faut essayer d'en limiter la formation ([Duda & al., 04]). Il prend la forme de gros grains d'un diamètre de l'ordre du μm que l'on distingue sur la figure 1.12.

Seul le filament SCS-6 est pour l'instant compatible avec le procédé EGV. Le choc thermique provoqué par l'enduction de métal liquide nécessite des propriétés thermo-mécaniques qui sont inférieures chez le filament SM1140+. Comme nous l'avons évoqué dans la section 2, les filaments sont constitués d'un empilement de couches concentriques aux propriétés différentes. Du fait des différences de dilatation thermique de ces dernières, des concentrations de contraintes peuvent survenir au sein de la fibre. L'architecture et la composition chimique du filament SCS-6 s'avèrent supérieures dans ce cadre là ; elle se révèle thermiquement plus stable, comme le montrent les travaux de [Feigenblum, 02]. En revanche, le procédé EGV ne semble pas discriminant parmi nombre d'alliages métalliques.

Des problèmes subsistent quant à la mise au point industrielle du procédé EGV, notamment des problèmes d'instabilité du dépôt avec formation de gouttes en sortie de bain, mais aussi de mouillabilité de la fibre (entraînant une excentricité de la gaine de titane que l'on distingue sur la figure 1.11, [Duda, 04]). L'arrangement des filaments obtenu après l'étape de compaction est encore perfectible et la fraction volumique de filaments obtenue est également encore faible ($\sim 20\%$), mais les perspectives industrielles

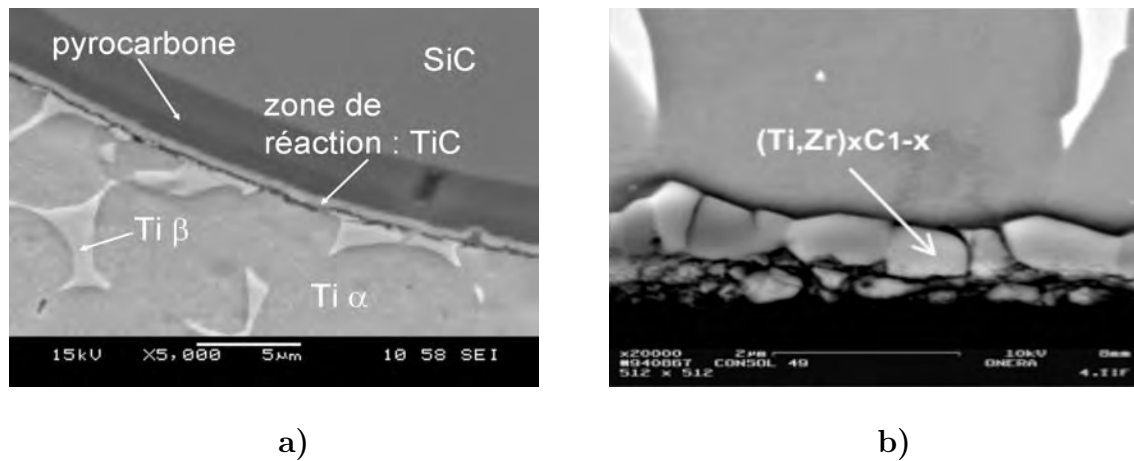


FIG. 1.12 – **Détail des interphases fibre/matrice dans les composites SiC/Ti.** En **a)** : zone interfaciale d'un composite SCS-6/Ti-6242 obtenu par EGV ; en **b)** : zone interfaciale d'un SM1140+/Ti-6242 obtenu par EBPVD, à plus fort grossissement ; source [Vassel].

du procédé sont néanmoins très prometteuses.

5 Propriétés mécaniques des composites SiC/Ti

La figure 1.13 illustre les particularités mécaniques d'un composite unidirectionnel SiC/Ti :

- une anisotropie manifeste, avec un comportement longitudinal bien supérieur au transverse ;
- une déformation à rupture supérieure à celle des fibres et une rigidité supérieure à celle de la matrice ;
- une faible non-linéarité longitudinale pour l'exemple présenté.

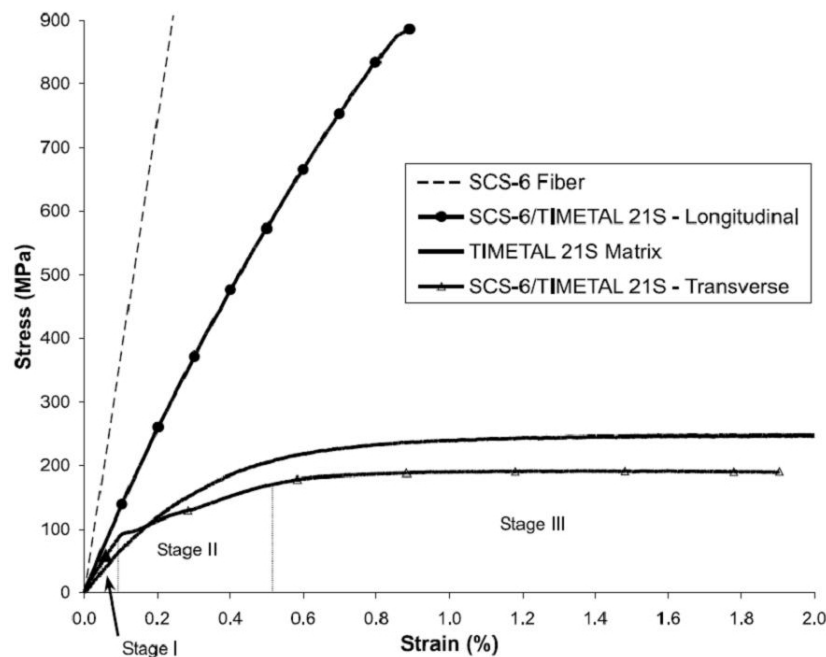


FIG. 1.13 – Courbes de comportement comparées d'un SCS-6/Timetal-21S et de ses constituants à 650°C [Bednarczyk & al., 02].

Les trois zones identifiées dans le comportement transverse (fig. 1.13) du composite correspondent aux mécanismes d'endommagement induits pour différents niveaux de déformations ; ceci est détaillé dans le paragraphe concernant la traction transverse ci-après.

Note : On remarque sur la figure 1.13 que la courbe de traction transverse du CMM est au-dessus de celle de la matrice monolithique, pour des déformations faibles. Ensuite les courbes se croisent pour des déformations supérieures, conférant à la matrice des propriétés transverses supérieures à celles du CMM. Ceci est lié aux mécanismes d'endommagement des interfaces en traction transverse, qui sont décrits ci-après. On retiendra surtout que les composites unidirectionnels SiC/Ti présentent des propriétés inférieures à celles de la matrice monolithique dans la direction transverse.

Traction longitudinale

La figure 1.14 montre des courbes de comportement en traction longitudinale de composites SiC/Ti. On constate que le comportement est quasiment de type bilinéaire. Le changement de pente ou coude de plasticité du composite est associé au début de la plasticité de la matrice [Gonzalez & al., 01]. Cette limite d'élasticité du composite est par contre supérieure à celle de l'alliage seul. Dans la seconde partie des courbes, la raideur est surtout contrôlée par le module des fibres : le module plastique équivalent de la matrice titane (fig.1.14.b)) est quasiment nul. La rupture intervient alors relativement rapidement, compte-tenu du fait que les filaments ont une déformation à rupture d'environ 1 %. On voit également que la déformation à rupture des composites est du même ordre : le comportement à rupture en traction longitudinale est proche d'un comportement fragile. Les faciès de rupture obtenus en traction longitudinale présentent une surface de matrice caractéristique d'une rupture ductile, dont on trouve une description peu après. La ductilité de la matrice fait que, en traction longitudinale, la rupture du composite est pilotée par la rupture des fibres (il ne se développe pas de fissuration matricielle antérieure à la rupture finale de l'éprouvette). Les faciès de rupture en traction montrent également la présence de fibres déchaussées de leur gaine de matrice. Il y a donc rupture interfaciale. En effet, la ténacité de l'alliage de titane est suffisamment importante et celle de l'interphase suffisamment faible, pour permettre la déviation de la fissure amorcée par la rupture d'une fibre dans la zone interfaciale.

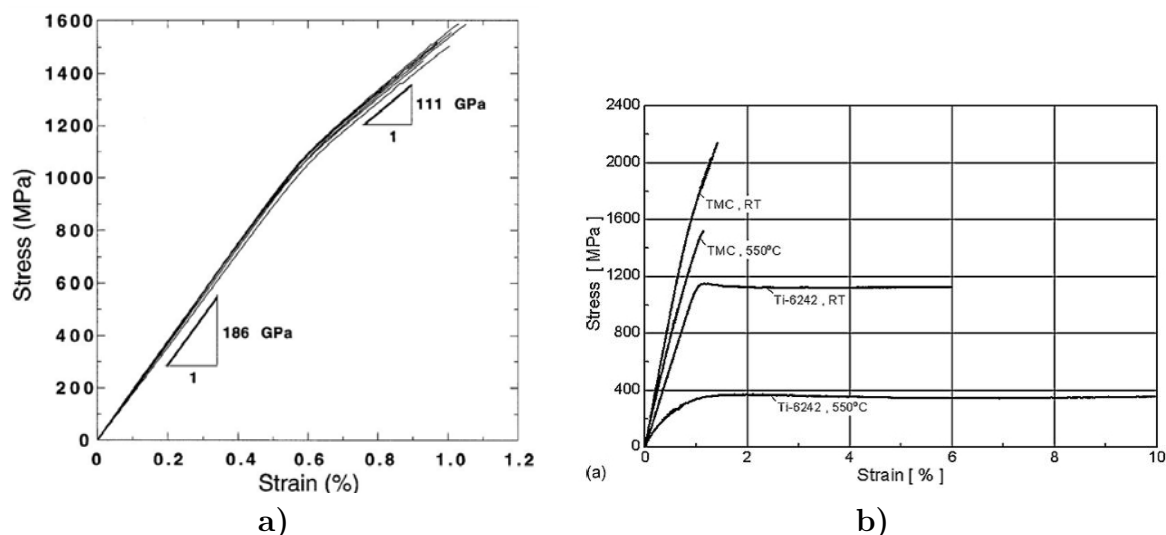


FIG. 1.14 – Courbes de comportement en traction longitudinale de composites SiC/Ti. En a) : [Gonzalez & al., 01], Ti-6Al-4V/SM1140+, $V_f=35\%$, $T=\text{ambiante}$. ; en b) : [Bettge & al., 06], Ti-6242/SCS-6 et Ti-6242 seul, $V_f=35\%$, $T=\text{ambiante}$ et 550°C .

Note : *En raison de la présence du champ résiduel, les fibres se trouvent en compression axiale dans le composite libre de tout chargement. Ainsi, il faut d'abord vaincre cette*

état de compression pour commencer à appliquer aux fibres une déformation positive. Cela explique en partie que la déformation à rupture du composite peut parfois dépasser le pourcent.

Traction transverse

La figure 1.15 présente des courbes de comportement en traction transverse de composites SiC/Ti. On observe que le coude de plasticité intervient relativement tôt (faible déformation) par rapport à la traction longitudinale. Dans la direction transverse, les fibres n'exercent pas vraiment leur rigidité, la matrice supporte ainsi l'intégralité de la charge, avec une sollicitation complexe des interfaces en traction/cisaillement. Lorsque la liaison interfaciale est très faible, où dès qu'elle s'endommage, le comportement transverse du composite est inférieur à celui de la matrice monolithique, comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent. Sur la figure 1.15b) sont mises en évidence trois zones distinctes [Carrère, 01] :

- zone 1 : région linéaire élastique ;
- zone 2 : début de l'endommagement interfacial ;
- zone 3 : plasticité matricielle et rupture des interfaces.

Avec un arrangement hexagonal, le comportement transverse des SiC/Ti est censé être isotrope ; or on constate une certaine anisotropie qui est associée à la microstructure texturée de la matrice après élaboration du composite ([Carrère, 01]).

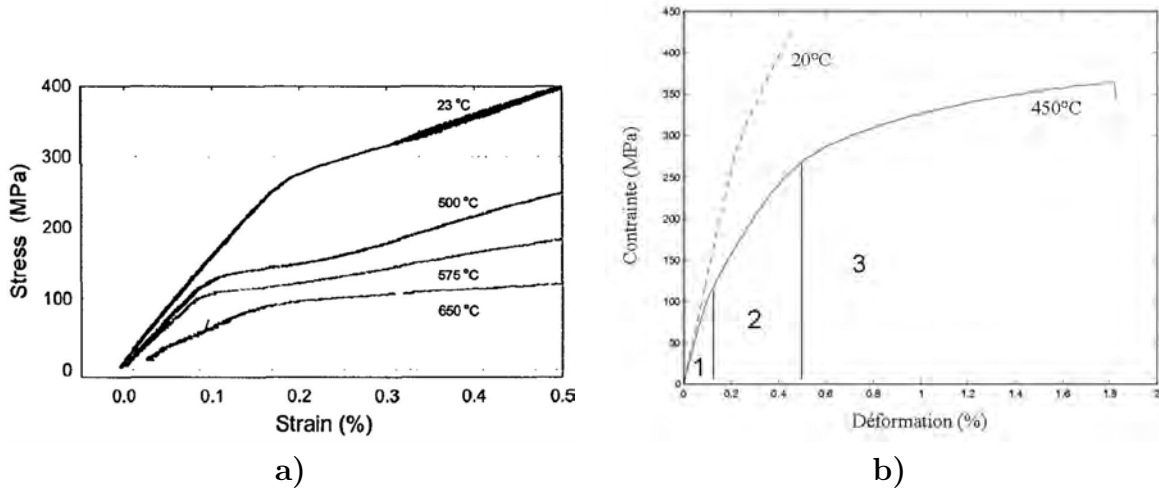


FIG. 1.15 – Courbes de comportement en traction transverse de composites SiC/Ti. En a) : [Osborne & al., 05], Timetal-21S/SCS-6, Vf=32% ; en b) : [Carrère, 01], Ti-6242/SM1140+, Vf=35%, avec mise en évidence de trois zones caractéristiques des micromécanismes associés.

Fluage

Un exemple de comportement en fluage longitudinal pour différentes contraintes à la température de 538°C est donné par la figure 1.16. Il s'agit d'un composite SCS-6/Ti-6Al-4V. La résistance en fluage longitudinal des CMM est bien supérieure à celle des alliages seuls ; en effet, à mesure que la matrice flue, la charge est transférée aux fibres, tandis que le renfort SiC ne flue pas à cette température. On constate également que la rupture intervient toujours pour des déformations inférieures au pourcent ; avec bien sûr une dégradation des propriétés lorsque la température d'essai augmente.

Les travaux de [Carrère & al., 03] ou ceux de [Bettge & al., 06], précisent qu'en fluage longitudinal la rupture du composite est pilotée par la rupture des fibres. En effet, le fluage matriciel augmente la contrainte axiale moyenne dans le renfort ; des ruptures de fibres surviennent alors au gré des populations de défauts présentes dans celles-ci. Par des mécanismes de ruptures et de concentrations de contraintes induits en chaîne, le composite rompt de manière catastrophique par accumulation des ruptures de filaments.

Le fluage transverse de ces matériaux est un phénomène complexe car vient s'ajouter au fluage de la matrice, l'endommagement des interfaces, ce qui confère aux courbes de comportement de fortes non-linéarités ([Leyens & al., 03]). Les travaux de [Carrère & al., 03] donnent aussi des indications sur les mécanismes conduisant à la rupture en chargement transverse. Ces auteurs identifient un seuil en contrainte appliquée, au dessus duquel les interfaces commencent à s'endommager puis rompent. La charge est alors essentiellement supportée par les ligaments de matrice entre les fibres, où des concentrations de contraintes diminuent encore la capacité du système à supporter la charge. Pour une température de 550°C, ce seuil est aux alentours de 100-150 MPa ([Carrère & al., 03]), pour un composite SM1140+/Ti6242 ($V_f=35\%$) obtenu par un procédé fibres/feuillards.

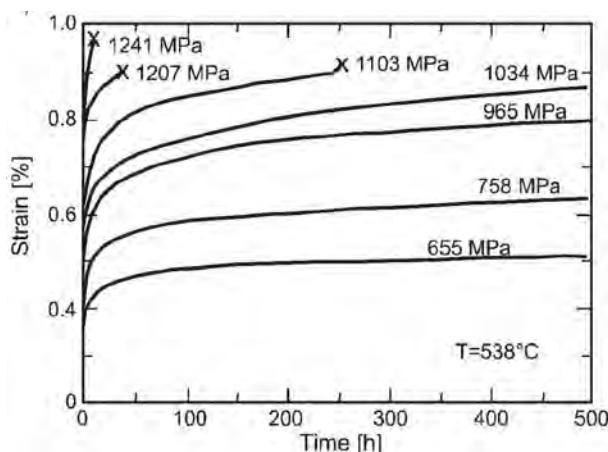


FIG. 1.16 – Courbes de comportement en fluage longitudinal d'un SCS-6/Ti-6Al-4V [Hausmann & al., 01].

Fatigue longitudinale

Le comportement en traction cyclique dans le sens des fibres est la partie qui nous intéresse le plus. Le cadre de ce travail, comme il a été dit en introduction, concerne les chargements axiaux cycliques sévères. La figure 1.17, tirée des travaux de [Thomas & al., 01], donne un exemple de courbe de Wöhler. On peut y dégager un ordre de grandeur des durées de vie pour des SiC/Ti : pour un chargement supérieur à 1000 MPa à 350°C, le nombre de cycles à rupture est d'environ 10^4 . La forme de la courbe semble présenter trois régions distinctes : un pallier pour les plus fortes contraintes associées au domaine oligocyclique⁷, une zone de transition, puis une amorce d'un second pallier. Les mécanismes d'endommagement correspondants sont décrits dans la section qui suit. Précisons que les chargements cycliques peuvent être imposés en contrôle du déplacement ou de la force ; les résultats des essais en dépendent. Les utilisations industrielles du composite impliquent presque toujours un chargement piloté en force : l'application finale du modèle de durée de vie devra être du même type.

Note : *Il est difficile de définir précisément le domaine oligocyclique. Tantôt il peut être défini sur l'ensemble de l'intervalle des contraintes présenté sur la figure 1.17, tantôt être restreint aux chargement les plus extrêmes, et confondu alors avec le premier pallier de la courbe. Pour plus de clarté, nous associerons le mot oligocyclique aux chargements les plus extrêmes, c'est à dire au pallier présent sur la courbe pré-citée.*

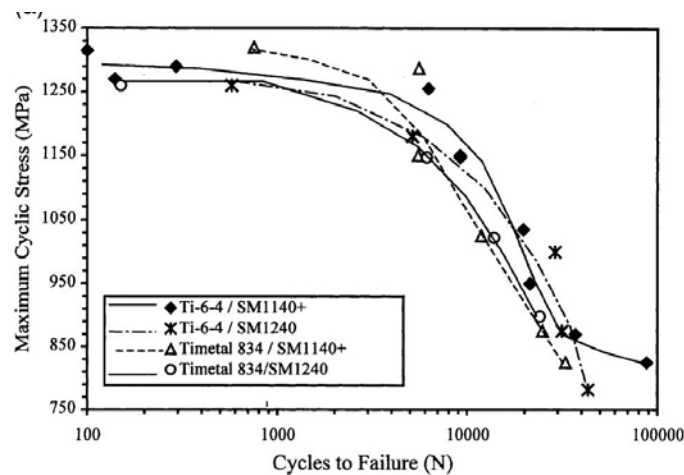


FIG. 1.17 – Courbes de Wöhler en traction cyclique longitudinale de composites SiC/Ti [Thomas & al., 01], 350°C, Vf=33%, obtenus par FFF.

⁷La fatigue oligocyclique désigne une sollicitation cyclique où le chargement appliqué est de l'ordre de 80-90% de la charge à rupture du matériau, et est souvent associée à de la plasticité cyclique ; les durées de vie correspondantes sont donc les plus courtes.

6 Mécanismes d'endommagement des SiC/Ti pour des chargements thermomécaniques longitudinaux sévères

Cette étude concerne donc les chargements axiaux sévères du composite. Nous allons à présent décrire les mécanismes d'endommagement correspondants.

Les travaux de [Talreja, 95] repris par nombre d'auteurs, proposent un diagramme de durée de vie des CMM unidirectionnels soumis à des sollicitations cycliques axiales ; sont identifiées trois régions différentes. Ces zones sont associées au type d'endommagement subi par le composite (figure 1.18).

La région 1, associée aux chargements oligocycliques, correspond à un endommagement dominé par la rupture des fibres. La région 3 est définie par un endommagement dominé par la fissuration matricielle, tandis que la région 2 est une zone de transition où subsistent les deux modes d'endommagement.

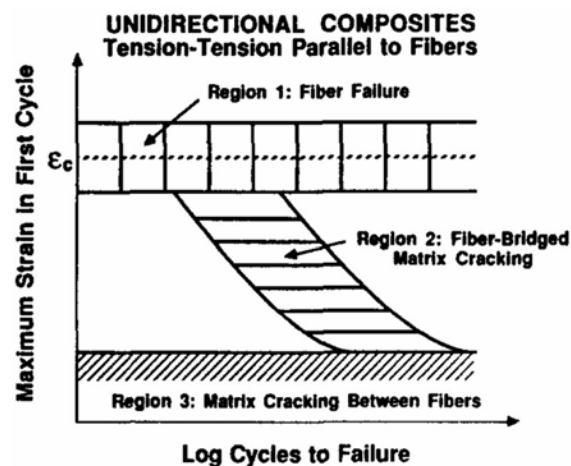


FIG. 1.18 – Diagramme de durée de vie des CMM en fatigue axiale ([Talreja, 95]). Trois régions sont mises en évidence selon le type d'endommagement subi par le composite.

Le partage des courbes de Wöhler en trois régimes a été largement commenté dans la littérature, aussi, nous ne rentrons pas dans les détails de ces trois régions, sauf à proposer un schéma tiré des travaux de [Majumdar & al., 95]. Ce schéma présenté sur la figure 1.19, illustre la différence entre les mécanismes d'endommagement de la région 1 et ceux de la région 2.

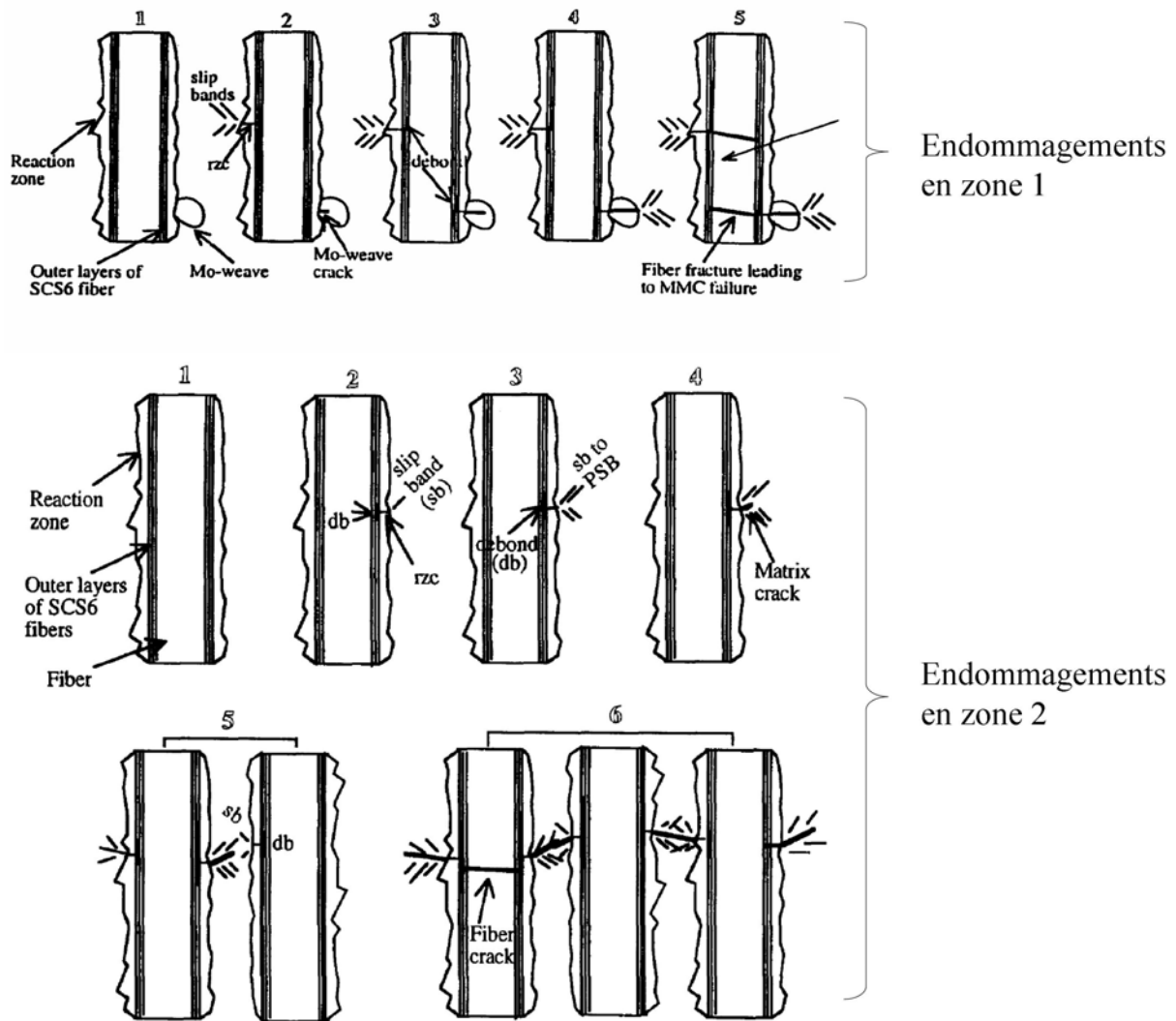


FIG. 1.19 – Schéma des mécanismes d’endommagement dans les régions 1 et 2 du diagramme de Talreja ([Majumdar & al., 95]). Sur la première partie du schéma, on peut noter la présence d’un fil en molybdène qui est utilisé pour maintenir les fibres lors de l’étape de compaction (ce fil est absent du composite de notre étude).

Mécanismes d’endommagement en zone 1 :

La région 1 du diagramme est également appelée zone de fatigue à faible nombre de cycles⁸. Les caractéristiques des mécanismes d’endommagement dans cette région du diagramme de Wöhler peuvent être résumées en 10 points :

1. A température ambiante d’abord, **des micro-fissures peuvent s’amorcer dans la zone de réaction interfaciale**, à cause du caractère fragile de cette phase, et

⁸LCF : Low-Cycle Fatigue.

se propager dans l'interface. Des fissures interfaciales ou zones de décohésion apparaissent alors sans rupture de fibre ni fissures matricielles associées. Au cours des cycles suivants, un glissement relatif intervient au niveau de ces zones décollées ; à cause de l'état de compression à l'interface, les grains de TiC décrits précédemment (figure 1.12) viennent rayer la surface de la fibre et peuvent entraîner sa rupture. [Majumdar & al., 95] suggèrent également que cette nucléation de fissures aux interphases génère des bandes de glissement dans la matrice qui peuvent amorcer des fissures matricielles, même dans cette zone 1 du diagramme (fig. 1.19). Cet amorçage de fissures matricielles par des micro-fissures dans la zone de réaction interfaciale, est également mentionné dans les travaux de [Peters & al., 01] ou [Wang & al., 96].

Pour les températures plus élevées, [Majumdar & al., 95] notent que ces fissures interfaciales, sans ruptures de fibres ni fissures matricielles, sont absentes. Il semble donc que la zone interfaciale se trouve moins sollicitée lors des chargements en température : ceci peut tenir à l'intensité des contraintes résiduelles qui diminue en température. D'autre part, la matrice supporte moins de charge compte-tenu de la baisse de son module, ce qui limite assurément l'amorçage de fissures.

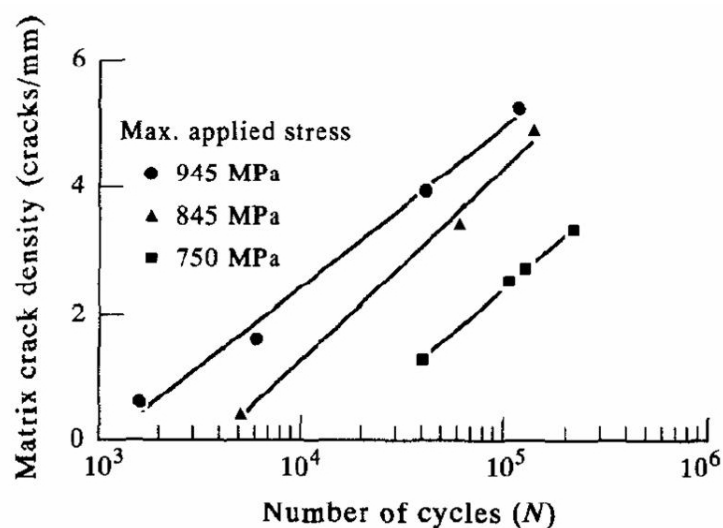


FIG. 1.20 – Evolution des densités moyennes de fissures matricielles en fonction du nombre de cycles ([Wang & al., 96]). Composite SCS-6/Ti-15-3 sollicité en fatigue axiale pour différents chargements plutôt situés dans la région 2 du diagramme de Wöhler.

2. Les travaux de [Wang & al., 96], illustrés par la figure 1.20, montrent que la densité moyenne de fissures matricielles décroît avec la durée de vie. Aussi, pour des chargements extrêmes et donc des durées de vie courtes, on peut penser

que n'apparaît pratiquement aucune fissure matricielle avant la ruine du composite. Ceci a en effet été observé clairement dans les travaux de [Thomas & al., 01] ou [Bettge & al., 06] où on peut lire que l'apparition de fissures matricielles reste anecdotique pour ce type de chargement, et semble être amorcée par les ruptures de fibres tout en restant confinée dans le voisinage de celles-ci.

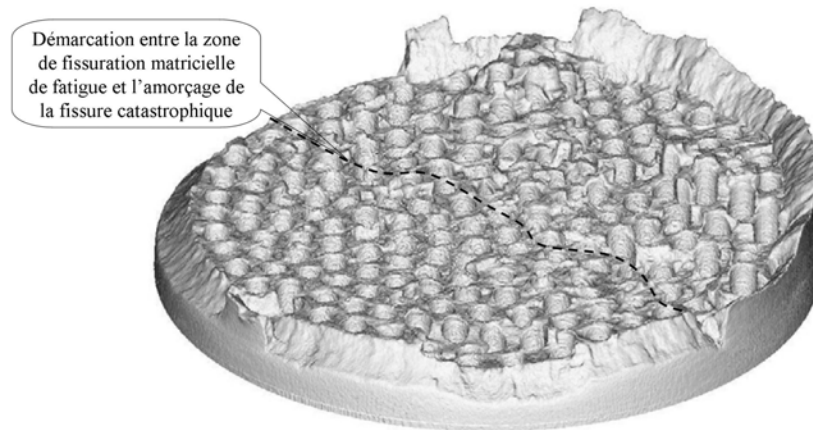


FIG. 1.21 – Faciès de rupture en microscopie confocale d'un SCS-6/Ti6242, $V_f=35\%$, testé en fatigue axiale à 700 MPa et à température ambiante ([Bettge & al., 06]). On distingue la démarcation entre la zone de fissuration de fatigue, et la zone de rupture ductile accidentée.

3. Ainsi, la zone oligocyclique semble se définir par une ruine du composite pilotée par la rupture des fibres. On trouve dans les travaux de [Thomas & al., 01] une analyse expérimentale d'essais menés dans cette région 1. Il y est précisé que **pour ces forts chargements, les faciès de rupture des éprouvettes sont similaires à ceux rencontrés lors d'essais de traction simple**. Ces faciès se caractérisent par une rupture ductile de la matrice, comme en témoigne la présence importante de cupules et un déchaussement des fibres très inégal. Par opposition, les faciès de rupture en fatigue à grand nombre de cycles, présentent une matrice plus 'lisse' et un déchaussement moins important. Pour ces essais sous chargement plus modéré, la littérature produit d'ailleurs souvent des faciès que l'on peut qualifier de 'mixtes' : les travaux de [Garcia-Leiva & al., 02] ou ceux de [Bettge & al., 06] par exemple, en donnant des illustrations (fig. 1.21). Ces faciès comportent des zones relativement lisses, où de la fissuration matricielle de fatigue s'est produite, et des surfaces d'arrachement très accidentées, correspondant à la rupture finale de l'éprouvette. Les travaux de [Peters & al., 01] permettent d'ailleurs de remarquer que le rapport entre la surface de fissuration pontée par les fibres et la surface totale de la section rompue, est proportionnel au chargement : les éprouvettes testées dans des conditions proches du domaine oligocyclique présentent une surface de fissuration matricielle faible, tandis que les éprouvettes testées à des chargements plus faibles présentent une surface de fissuration matricielle par fatigue importante par rapport à la surface de rupture ductile.

Dans le cadre du programme VITAL⁹, des éprouvettes de composite SCS-6/Ti6242 ont été testées en fatigue axiale, dans différentes conditions d'essais (chargement, température). Les résultats de ces essais menés à l'ONERA Châtillon, seront détaillés plus avant dans le chapitre 5, mais pour illustrer ces commentaires sur les faciès de rupture, nous présentons deux micrographies réalisées au LCTS par G. Chollon. On y note la différence entre un faciès d'éprouvette rompue en fatigue oligocyclique (fig. 1.22.a)), avec un état de surface caractéristique d'une rupture ductile de la matrice et un faciès plus 'lisse' (fig. 1.22.b)), associé à une fissuration matricielle antérieure à la ruine finale. On retrouve les mêmes observations dans les travaux de [Bettge & al., 06], pour des essais menés dans la région 1 du diagramme de Wöhler.

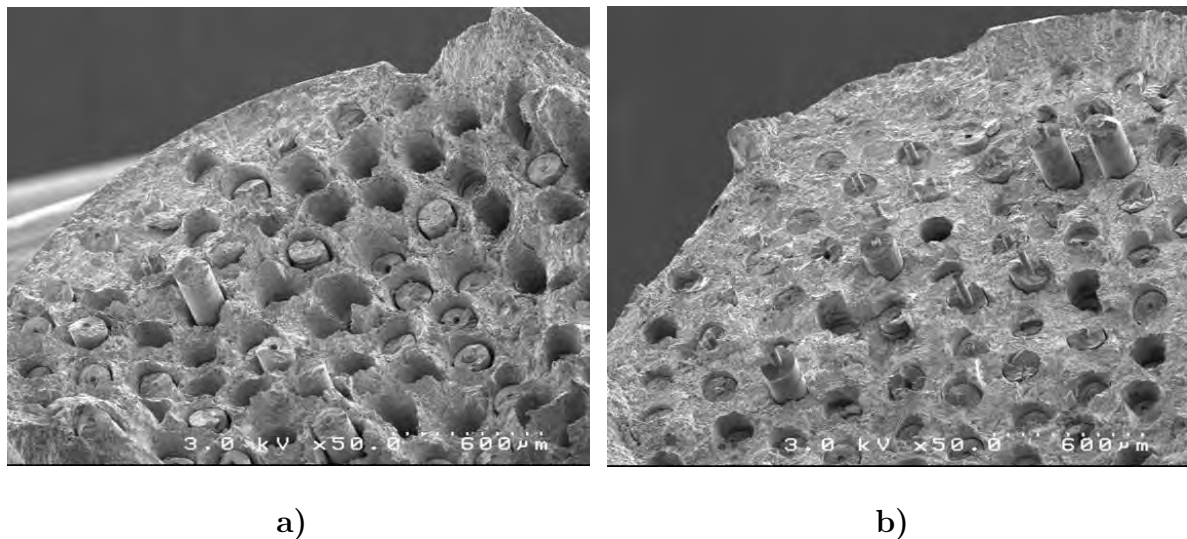


FIG. 1.22 – **Faciès de rupture d'éprouvettes SCS6-EGV/Ti-6242.** En a) : fatigue à contrainte importante, rupture à faible nombre de cycles; en b) : fatigue à plus faible chargement, rupture à grand nombre de cycles.

4. Dès lors, il faut analyser les mécanismes responsables de la rupture des fibres au fur et à mesure des cycles. Un premier effet expérimental est le rochet mécanique¹⁰ observé en fatigue à contrainte imposée. La figure 1.23 en donne un exemple, avec un enregistrement de l'activité acoustique du composite pendant l'essai. Dans le cas d'un chargement axial, et en l'absence de glissement relatif entre les fibres et la matrice, il y a donc isodéplacement entre fibres et matrice. **Un rochet mécanique macroscopique s'accompagne alors d'une surcharge progressive des fibres** (si l'on considère, à juste titre, que les contraintes résiduelles de compression ne peuvent pas augmenter dans les filaments).

⁹VITAL : enVIronnemenTALy friendly aero engine

¹⁰augmentation de la déformation au cours des cycles, à contrainte imposée équivalente.

Cet effet est maintenant bien connu et décrit dans la littérature ([Legrand & al., 02]). Il résulte de l'écroûissage progressif de la matrice qui accumule des déformations plastiques. Pour un chargement cyclique du composite constant, la contrainte moyenne supportée par la matrice diminue : l'équilibre implique que les fibres soient surchargées. L'explication de cet effet est en réalité relativement complexe et sera abordé dans le chapitre 5. Ce phénomène semble donc montrer que la matrice est majoritairement sollicitée lors des premiers cycles, puisque la contrainte moyenne qu'elle supporte diminue progressivement.

L'écroûissage de la matrice implique de manière simultanée **une relaxation du champ des contraintes résiduelles**. Nombres d'auteurs ont d'ailleurs constaté expérimentalement cette baisse d'intensité des contraintes résiduelles au sein d'éprouvettes analysées avant et après sollicitation cyclique. Cet effet qui sera commenté dans le chapitre suivant, contribue à la surcharge progressive du renfort au cours des cycles.

5. Un mécanisme supplémentaire d'endommagement est mis en évidence par l'activité acoustique enregistrée durant les essais. [Legrand & al., 02] ont procédé à des essais de fatigue axiale oligocyclique, en contrainte imposée. Durant les essais, l'activité acoustique démontre la rupture de fibres tout au long de la vie de l'éprouvette. A la fin de l'essai, l'auteur procède à la dissolution chimique de la matrice et constate que les zones d'interface au droit des ruptures sont endommagées sur différentes longueurs. De plus, ces longueurs endommagées sont très supérieures à celles que l'on rencontre pour des essais de traction simple. Ainsi il existe une **progression des zones de décohésion avec le chargement cyclique**.

6. **Le caractère statistique du comportement à rupture des fibres** est également un point influent sur l'endommagement du matériau. On peut citer entre autres les travaux de [Ibnabdeljalil & al., 96] et [Molliex, 95] qui montrent que la dispersion dans le comportement à rupture des fibres influence le comportement macroscopique du composite et lui confère aussi une dimension statistique. Habituellement, on évalue le caractère statistique à rupture des fibres par des essais de traction sur des lots de fibres à nu. Le comportement à rupture d'une fibre de SiC est de type fragile et dépend de l'activation d'un défaut critique par un champ de contraintes. La dispersion des populations de défauts doit donc être évaluée. En revanche, compte tenu du fait que c'est une interaction entre champ de contraintes, taille et orientation de défaut qui provoque la rupture, nous verrons dans la suite de l'étude que des tests sur fibres nues ne sont pas forcément représentatifs des phénomènes à coeur du composite. Nous avons en effet mentionné que des défauts supplémentaires pouvaient être créés in situ à la surface des fibres ou durant les manipulations de la phase d'élaboration. La dispersion dans l'activation de défauts dans le réseau de filaments est également prouvée par l'activité acoustique intermittente durant les essais (fig. 1.23). Cette dispersion va influencer sur la contrainte ultime du composite, en ce sens que ce sont des mécanismes d'interaction entre ruptures qui amorcent la ruine finale.

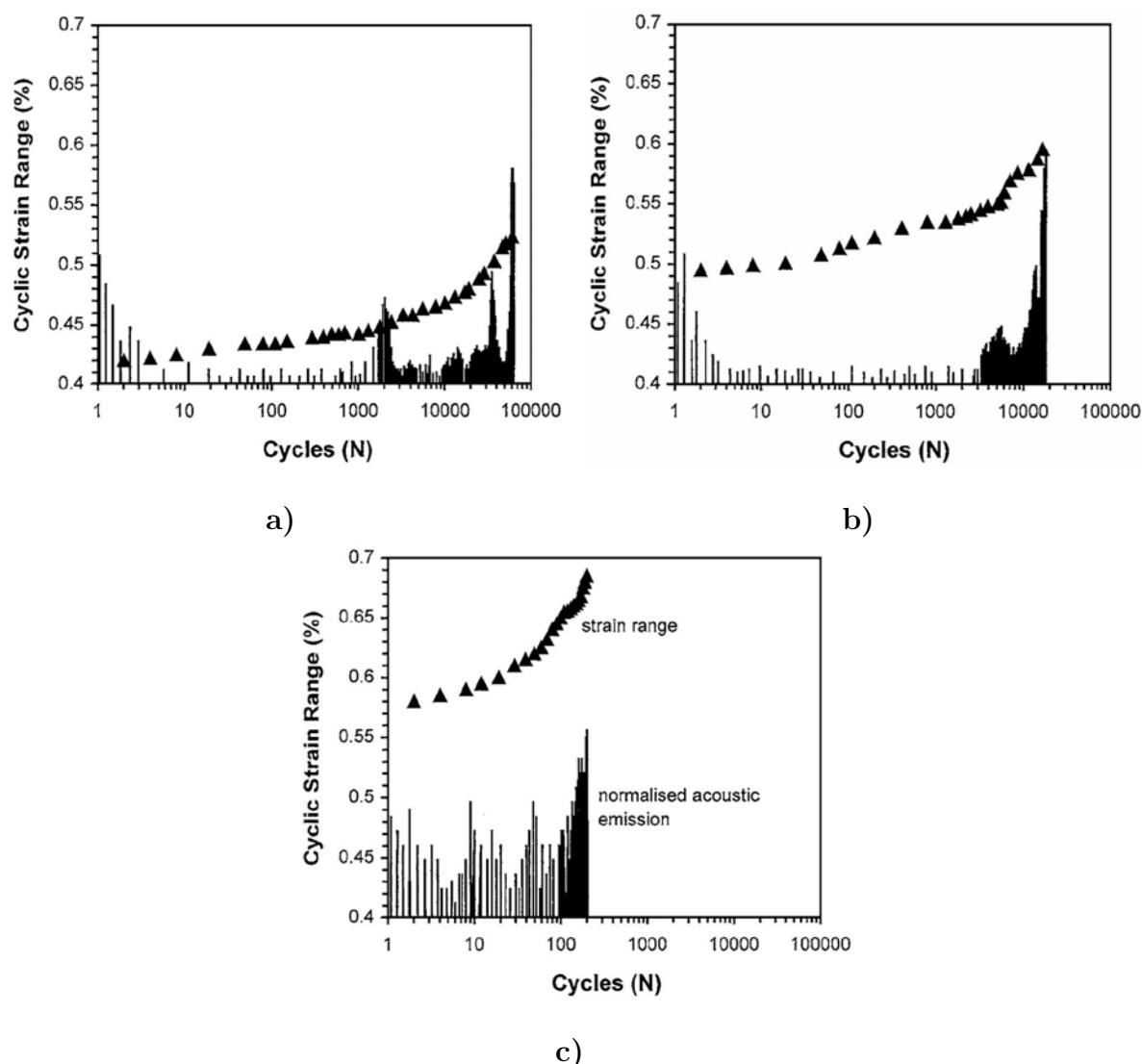


FIG. 1.23 – Evolution de la déformation axiale maximale en fonction du nombre de cycles avec enregistrement de l'activité acoustique ([Thomas, 02]). Composite SM1140+/Ti-6-4 sollicité en fatigue axiale à 450°C, $V_f=34\%$, obtenu par FFF, dans les trois régions de chargement du diagramme de Wöhler. En a) : région 3, en b) : région 2, en c) : région 1 (oligocyclique).

7. L'effet de la rupture d'une fibre sur son voisinage est un point central dans la compréhension des mécanismes d'endommagement. Il est difficile d'en connaître directement la nature de manière expérimentale, et il faut avoir recours à la modélisation. Ce phénomène sera traité au chapitre 4, mais pour en dire déjà deux mots, on distingue deux familles d'approches pour analyser ce report de charge, suivant les propriétés respectives de la fibre et de la matrice :
- le report de charge global, qui stipule que le transfert de la charge s'effectue sur la totalité des fibres non rompues. Cette approche est surtout utilisée pour les

composites où le contraste des propriétés élastiques du renfort et de la matrice est important (composites à matrice organique) ;

- le report de charge local, qui transfère la charge sur un voisinage restreint de la fibre rompue.

Un point maintenant largement admis dans la littérature est la plastification locale de la matrice métallique engendrée par la rupture d'une fibre. Les travaux de [Hanan & al., 03] en apportent une preuve indirecte. Ces auteurs procèdent à une analyse in-situ des déformations dans le voisinage de ruptures de fibres. Ils utilisent la micro-diffraction des rayons X avec une technique qu'ils prétendent être la première à pouvoir mesurer indépendamment les déformations dans les deux phases. Ils soumettent un composite monopli, ne comportant qu'une seule rangée de fibres SCS-6 dans une matrice Ti-6Al-4V, à un chargement de traction, et le placent sous un faisceau de rayons X. La rupture d'une fibre est produite par un trou introduit dans l'échantillon par électro-érosion. En comparant les déformations calculées par une modélisation élastique et celles obtenues expérimentalement, ils démontrent que la matrice se déforme de manière plastique dans le voisinage du défaut, et que ces perturbations sont confinées dans son voisinage.

Cette dernière assertion amène à considérer que des deux mécanismes de report de charge, le local est le plus proche de la réalité. Dans le même sens, on peut citer les travaux de [Sinclair & al., 03] qui examinent par diffraction des rayons X à L'ESRF¹¹, les déformations au voisinage de ruptures de fibre dans une fissure matricielle. Ceux-ci révèlent aussi une augmentation locale de la déformation, qui reste confinée dans le voisinage des perturbations.

8. Durant des essais de fatigue, les enregistrements de l'activité acoustique ont en dénominateur commun une activité plus ou moins dispersée durant l'essai, puis une accumulation importante d'évènements acoustiques en fin de vie de l'éprouvette (fig. 1.23). Ce phénomène est attribué aux ruptures intermittentes des fibres au cours des cycles, qui illustrent notamment le caractère statistique de la résistance des filaments. La fracture de ces fibres n'entraîne pourtant pas la ruine du composite, car la tolérance au dommage de la matrice métallique permet de les confiner. En revanche, en fin de vie de l'éprouvette, un enchaînement catastrophique de ruptures se produit : cela est attribué à **la formation d'un cluster¹² de fibres rompues qui, à cause des mécanismes de report de charge, crée un défaut macroscopique critique dans le composite**, et entraîne la rupture finale.

L'activité acoustique est révélatrice de la région du diagramme de Wöhler correspondante aux conditions de l'essai ; en effet, les travaux de [Thomas & al., 01] et [Thomas, 02] proposent les enregistrements de l'activité acoustique durant des essais de fatigue axiale menés dans les trois régions du diagramme. La région 1 se caractérise par une activité acoustique relativement intense durant toute la durée de

¹¹European Synchrotron Radiation Facility, Grenoble, France.

¹²la traduction de 'cluster' est 'faisceau', et désigne un groupement de ruptures voisines, mais on emploie plus usuellement l'anglicisme.

l'essai (voir fig. 1.23). Pour les régions 2 et 3, on enregistre une activité acoustique marquée dans les premiers cycles, puis les événements acoustiques deviennent plus épars pendant le restant de l'essai, avant de s'accumuler de manière importante dans les derniers cycles. On peut relier ces différences dans l'activité acoustique, qui est générée par les ruptures de fibres, à l'intensité du rochet mécanique. Sur les courbes de la figure 1.23, on constate que la vitesse d'accumulation de déformations anélastiques (ou plus simplement l'intensité du rochet mécanique), est différente dans les trois régions de sollicitations. En région oligocyclique, les déformations maximales macroscopiques croissent constamment, le renfort est donc surchargé en permanence durant tout l'essai. Dans les régions 2 et 3, les courbes présentent un rochet mécanique moins intense durant l'essai, ce qui peut expliquer ce répit dans les ruptures de fibres.

9. Dans la région 1 du diagramme de Wöhler, les fissures matricielles sont censées être rares. Ainsi, il paraît peu probable que l'environnement vienne dégrader les propriétés mécaniques des fibres par oxydation. En effet, les travaux de [Peters & al., 02] précisent qu'en l'absence de fissures matricielles permettant à l'oxygène de pénétrer, l'oxydation se limite à la surface du matériau. En revanche, **si oxydation des fibres il y a, les propriétés mécaniques de ces dernières sont drastiquement diminuées.** [Legrand & al., 02] ont procédé à des tests mécaniques sur fibres extraites d'éprouvettes après chargement oligocyclique, sous vide, et sous air : ils ont alors constaté une plus forte dégradation des propriétés des fibres, pour celles situées à la périphérie de l'éprouvette, dans le cas des essais sous air. Malgré l'absence de fissures en surface de la matrice après décapage chimique de la surface, ils ont constaté une oxydation prononcée de l'alliage Ti6242 sur les éprouvettes ayant subi le chargement cyclique sous air, mais son absence sur les éprouvettes non testées. Ils attribuent cette dégradation des propriétés des fibres pour les éprouvettes testées sous air, à un mécanisme de diffusion de l'oxygène dans la matrice accentué par le chargement mécanique.

Note : *Les essais de traction sur filaments extraits doivent être considérés avec prudence. En effet, ces essais montrent souvent l'apparition de populations de défauts non présentes sur les fibres vierges. Ces défauts sont majoritairement des défauts de surface. Ils proviennent probablement de la formation de l'interphase de TiC qui consomme en partie les couches protectrices de pyrocarbone. Or, l'impact des ces défauts de surface sur les fibres au sein du composite est sans doute différent sur les fibres extraites, où la couche de carbure a été dissoute par l'attaque chimique. Ces défauts sont en quelques sorte mis à nu lorsque les fibres sont extraites, et leur effet probablement exacerbé.*

10. L'effet de la température sur la durée de vie en fatigue oligocyclique est un point important. Pour des sollicitations isothermes d'abord, les travaux de [Bettge & al., 06] montrent par exemple que, dans la zone oligocyclique, les durées de vie à température

ambiante sont supérieures à celles obtenues aux hautes températures (550°C). En revanche, cette tendance s'inverse et les courbes de Wöhler se croisent, lorsque l'on s'éloigne de la région oligocyclique (figure 1.24). Compte tenu du fait que dans la région 1, la ruine est principalement pilotée par la rupture des fibres, tout effet concourant à la surcharge du renfort diminue la durée de vie. Par exemple, la montée en température s'accompagne d'une baisse de module de la matrice et d'une relaxation des contraintes résiduelles ; de plus, le fluage de l'alliage de titane est bien plus important aux hautes températures. Lorsque le chargement macroscopique est à contrainte imposée, le chargement induit dans la matrice est un mélange de déformation et contrainte imposées ([Legrand, 97]). Des effets supplémentaires de relaxation de contrainte peuvent alors aussi intervenir dans la matrice aux hautes températures (effets observés dans les métaux monolithiques sollicités en déformation cyclique). Un dernier élément favorisant la surcharge du renfort est lié à la fréquence de chargement. Cet effet qui sera détaillé au chapitre 5 est notamment mis en avant par les travaux de [Sanders & al., 99]. Ces auteurs montrent qu'une fréquence de chargement faible est néfaste pour la durée de vie : l'écoulement plastique de la matrice est augmenté par le phénomène visqueux. Tous ces mécanismes concourent à la surcharge des fibres et diminuent la durée de vie. Par contre, lorsque l'on s'éloigne de la région 1, l'endommagement de la matrice par fissuration prend une part de plus en plus importante sur la ruine finale. Ainsi, les températures plus élevées qui relaxent la matrice, deviennent bénéfiques pour la tenue en fatigue du matériau.

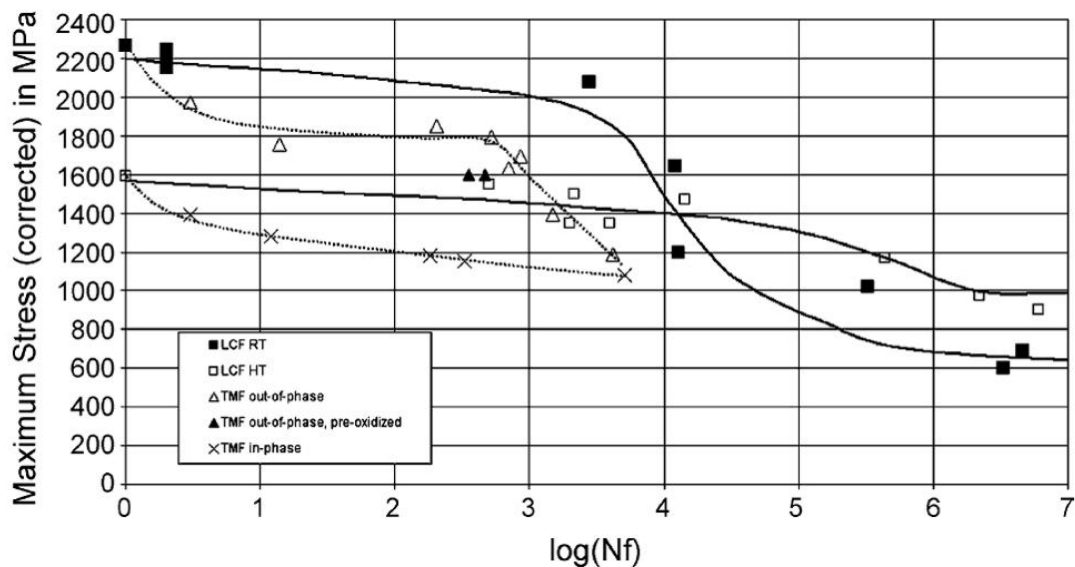


FIG. 1.24 – Courbes de Wöhler expérimentales en fatigue axiale, obtenues sur un composite SCS-6/Ti6242 obtenu par PVD, $V_f=35\%$. ([Bettge & al., 06]). On distingue des essais isothermes menés à l'ambiante et à 550°C, et des essais thermo-mécanique (TMF) en-phase et hors-phase entre 100 et 550°C.

Les applications industrielles visées, entraînent généralement un chargement

thermomécanique du composite qui superpose un chargement thermique aux sollicitations cycliques mécaniques. Ce chargement thermique peut s'appliquer à différentes phases du chargement mécanique. **Il faut distinguer les montées et descentes de température en-phase ou hors-phase par rapport au chargement mécanique.** Ce dernier type de chargement thermomécanique est souvent considéré comme le plus pénalisant pour le composite ([Bettge & al., 06]). Lorsque le chargement thermique est hors-phase, le maximum du chargement mécanique intervient lorsque la température est basse : la matrice, déjà contrainte par le champ résiduel est alors d'autant plus sollicitée, et son endommagement favorisé diminue la durée de vie. En revanche, ce phénomène ne s'observe que si le mécanisme de rupture finale est plutôt piloté par l'endommagement de la matrice (fig. 1.24). Les mêmes tendances que pour les chargements isothermes sont en fait observées : dans la zone des plus forts chargements où la ruine est pilotée par les fibres, tout effet qui induit une surcharge des fibres diminue la durée de vie des éprouvettes. Dans cette zone, les travaux de [Bettge & al., 06] indiquent que les durées de vie en fatigue oligocyclique sont supérieures pour les chargements hors-phase par rapport aux chargements en-phase. Comme dans le cas isotherme, cette tendance s'inverse lorsque l'on s'éloigne de la zone oligocyclique.

7 Synthèse

Ce chapitre a présenté les propriétés des composites SiC/Ti en détaillant les particularités du SCS-6/Ti6242 : ses constituants et leur microstructure, ainsi que les réponses mécaniques macroscopiques pour différentes classes de sollicitations. Le procédé intermédiaire de fabrication du composite, l'enduction des fibres EGV, a été également décrit.

*L'étude consiste à proposer un modèle de durée de vie en fatigue oligocyclique axiale (forts chargements, durées de vie courtes). Pour la majorité des composites SiC/Ti, ce type de chargement peut se définir approximativement¹³ par un niveau de contraintes axiales de l'ordre de **1000 MPa à 450°C** associés à des durées de vie d'environ **10000 cycles**.*

L'examen des mécanismes d'endommagement correspondants au travers d'une revue bibliographique majoritairement expérimentale, a permis de dégager les principaux points suivants :

- *Compte-tenu des faibles durées de vie, la ruine du composite est majoritairement pilotée par la rupture des fibres (peu ou pas de fissuration matricielle).*
- *Les fibres sont progressivement surchargées au cours des cycles par une*

¹³cela dépend du type de constituants, du Vf et du procédé de fabrication

relaxation de la contrainte moyenne dans la matrice.

- *Les concentrations de contrainte provoquées par la rupture d'une ou d'un groupe de fibres entraînent la rupture brutale du composite.*
- *Les filaments rompent souvent de manière aléatoire au gré des populations de défauts.*
- *Les sollicitations cycliques induisent une cinétique de progression des fissures interfaciales amorcées par les ruptures de filaments.*
- *Si la ruine du composite est pilotée par la rupture progressive des filaments, tout effet accentuant la surcharge du renfort réduit la durée de vie : haute température, chargement thermomécanique en-phase, fréquence de chargement faible.*
- *L'environnement oxydant pourrait avoir un rôle de dégradation des propriétés des fibres même en l'absence de fissures matricielles.*

Les principaux mécanismes d'endommagement associés à la fatigue oligocyclique longitudinale ont donc été identifiés. Pour cette classe de chargements, il apparaît que la rupture du composite est en de nombreux points similaire à celle en traction longitudinale. En effet, la tenue du renfort détermine la durée de vie du composite, et les faciès de rupture indiquent une rupture ductile de la matrice dans les deux cas. Ces deux modes de chargement peuvent donc être abordés par le biais de l'évolution du champ de contraintes dans les fibres. Les travaux de [Thomas, 02] indiquent d'ailleurs que les niveaux de déformation à rupture des éprouvettes composites, testées en traction longitudinale ou en fatigue oligocyclique, sont comparables (1,1% en fatigue, 1,08% en traction). On notera néanmoins le mécanisme supplémentaire en fatigue correspondant à la progression des zones de décohéation interfaciales.

Nous allons donc fonder le modèle de durée de vie sur les mécanismes d'endommagement identifiés précédemment. Il faudra être attentif au domaine de validité de ce modèle ; en effet, la frontière qui définit les chargements induisant une ruine du composite uniquement pilotée par la rupture des fibres n'est pas clairement identifiable. Selon les caractéristiques du composite et les conditions de chargement, des fissures matricielles peuvent s'amorcer et influencer sur les mécanismes d'endommagement.

Chapitre 2

Fatigue oligocyclique des composites à matrice métallique : phénomènes élémentaires et modèles

Ce chapitre est consacré aux éléments de modélisation de la fatigue oligocyclique axiale existants. Pour ces chargements, la ruine du composite est principalement causée par la rupture aléatoire des filaments et leur interaction. Les travaux de [Thomas, 02] montrent d'ailleurs que dans le domaine oligocyclique, la contrainte à rupture moyenne du renfort contrôle la durée de vie des éprouvettes, ce qui n'est plus vrai pour la fatigue à grand nombre de cycles : pour ces chargements moins intenses, la fissuration matricielle intervient dans le scénario de rupture. L'hypothèse forte, à la base du modèle que nous allons construire, est l'absence de fissuration matricielle.

Les fondements du modèle découlent des mécanismes d'endommagement identifiés expérimentalement et décrits au chapitre précédent. Une approche statistique de la rupture des filaments est nécessaire compte-tenu du comportement aléatoire de ces derniers. Nous discutons dans ce chapitre la manière de prendre en compte l'interaction des fractures de fibres et les phénomènes qui conduisent à ces ruptures. La rupture du composite résulte de mécanismes comparables en fatigue oligocyclique et en traction longitudinale ; nous commençons donc par détailler les ingrédients d'un modèle de rupture en traction, pour évoluer vers un modèle de durée de vie en fatigue. Ce chapitre justifie l'intérêt de ce travail de thèse dans la construction d'un modèle précis et robuste de durée de vie du composite. Nous verrons que son apport va découler des moyens mis en oeuvre pour intégrer dans la modélisation une description précise des phénomènes d'endommagement à l'échelle microscopique.

Sommaire

1	Éléments nécessaires à la construction d'un modèle de fatigue oligocyclique	41
1.1	Scénario de rupture en traction longitudinale	41
	Les contraintes résiduelles d'élaboration	41
1.2	Scénario de rupture en fatigue oligocyclique longitudinale (LCF)	46
	Synthèse des éléments nécessaires à la modélisation	49
1.3	Prise en compte des contraintes résiduelles	49
1.4	Évolution de la contrainte appliquée au renfort	51
1.5	Prise en compte du caractère statistique des ruptures de filaments	54
1.6	Transfert de charge au voisinage de la rupture d'un filament . .	56
	Approches analytiques du transfert de charge	56
	Approches par éléments finis	65
1.7	Cinétique d'usure des zones de décohésion sous sollicitation cyclique	66
2	Les modèles disponibles	68
	Les modèles dérivés d'une approche shear-lag	69
	Les approches par changement d'échelle	71
3	De la nécessité d'approfondir certaines hypothèses	73
4	Synthèse	76

1 Eléments nécessaires à la construction d'un modèle de fatigue oligocyclique

En régime oligocyclique axial, la rupture du composite est déterminée par celle des fibres. On se doit alors de connaître l'évolution du champ de contraintes dans ces dernières. Comme le premier chapitre l'a décrit, des ruptures de filaments se produisent de manière intermittente sans entraîner la rupture du composite, ni réellement modifier sa réponse macroscopique ([Carrère, 01], [Thomas, 02], [Majumdar & al., 95]). Par contre, des mécanismes d'interaction entre ces endommagements confinés ont lieu, et finissent par induire la rupture brutale de l'éprouvette. Par conséquent, l'approche de la durée de vie ne peut être uniquement fondée sur des considérations macroscopiques ou moyennes. Il est nécessaire de descendre à l'échelle inférieure pour prendre en compte ces phénomènes d'endommagement microscopique dispersés. Il faut alors étudier les modes d'interaction entre ces micro-mécanismes qui amorcent la propagation catastrophique d'un défaut.

1.1 Scénario de rupture en traction longitudinale

Pour établir un modèle de durée de vie en fatigue, une première étape consiste à établir le scénario de rupture en traction longitudinale à l'aide des observations du chapitre 1. Ces principales étapes sont exposées ci-dessous :

Les contraintes résiduelles d'élaboration

À l'issue de l'élaboration, le composite est soumis à un champ de contraintes internes ou champ de contraintes résiduelles d'élaboration (CRE). Celui-ci a pour origine la différence de rétractation entre les constituants assemblés à haute température. Les coefficients de dilatation thermique des deux phases sont effectivement différents. En supposant les filaments et la matrice isotropes, on a à température ambiante :

$$\alpha_{SCS6} \simeq 3 * 10^{-6} C^{-1} , \text{ et } \alpha_{Ti6242} = 7,25 * 10^{-6} C^{-1}.$$

Les contraintes induites dans les deux phases dépendent des caractéristiques mécaniques de ces dernières, mais aussi de la nature du cycle associé à l'étape de compaction : ce chargement en température et pression est décrit par la figure 2.1. L'intensité du champ résiduel dans les deux phases est important dans les unidirectionnels SiC/Ti comparativement à d'autres classes de composites (matrice organique ou céramique). Ils associent en effet un contraste élastique modéré entre les phases avec une limite élastique élevée pour la matrice, et un écart important entre les coefficients de dilatation.

Le concept de FST (free-stress-temperature)

Pour discuter le rôle du cycle d'élaboration sur l'amplitude des CRE, il est nécessaire d'appréhender le caractère visco-plastique de la matrice. À haute température ($\sim 950^\circ C$), où l'assemblage des constituants a lieu, la matrice est dans un état super-plastique tandis

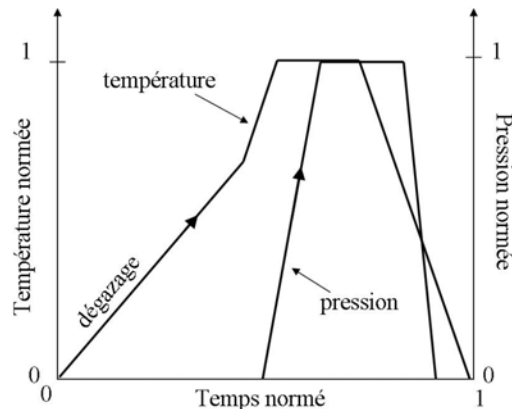


FIG. 2.1 – Cycle normé d'élaboration du composite SiC/Ti.

que les fibres conservent un comportement élastique. Dans cet état, la matrice relaxe la totalité des contraintes et s'écoule comme un fluide visqueux. La 'free-stress-temperature' (T_{max}) désigne la température au dessus de laquelle toute contrainte est automatiquement relaxée. On l'associe à la température maximale du cycle de compaction.

La descente en température implique une apparition de contraintes dans l'assemblage. Elle s'accompagne d'une relaxation de ces dernières, grâce à des mécanismes matriciels (fluage, plasticité) caractéristiques des alliages métalliques ([Douin & al., 02]). L'écoulement plastique responsable de cette relaxation, est favorisé par les hautes températures et par le cycle de pression exercé sur l'assemblage. En considérant le rapport *vitesse d'apparition des contraintes/vitesse de relaxation*, la lenteur du refroidissement favorise les mécanismes de fluage, et facilite la relaxation du champ résiduel.

Les calculs par éléments finis de [Choo & al., 01] montrent l'impact des mécanismes de fluage sur la relaxation du champ des CRE. En faisant varier la vitesse de refroidissement, ces auteurs montrent que les mécanismes de relaxation intégrés dans une loi élasto-visco-plastique, conduisent à un champ résiduel différent de celui simulé par une loi élasto-plastique (fig. 2.2). En élasto-visco-plastique, le champ simulé est d'autant moins intense que le refroidissement est lent. De plus, l'accumulation de déformations anélastiques et les phénomènes de relaxation visqueux sont surtout présents en début de cycle aux hautes températures. La limite élastique de la matrice est, en effet, basse aux hautes températures et augmente lors du refroidissement. Aux hautes températures, ces effets concourent à ce que les contraintes résiduelles créées restent très faibles. En dessous d'une température où l'accumulation de déformations plastiques et les mécanismes de fluage ont presque disparu, le comportement peut alors être interprété comme purement élastique. La composante visqueuse des contraintes se relaxe et disparaît quasiment, tandis que la limite élastique augmente. Les contraintes qui apparaissent sont ainsi majoritairement dans le domaine élastique. La température en dessous de laquelle, comportement élastique et élasto-visco-plastique sont assimilables, peut être alors adoptée dans des simulations. Cette *free-stress-temperature* virtuelle qu'il faut

estimer, permet de générer un champ résiduel approché, à l'aide d'une loi purement élastique. Cette approximation, justifiée physiquement, permet d'alléger certains calculs.

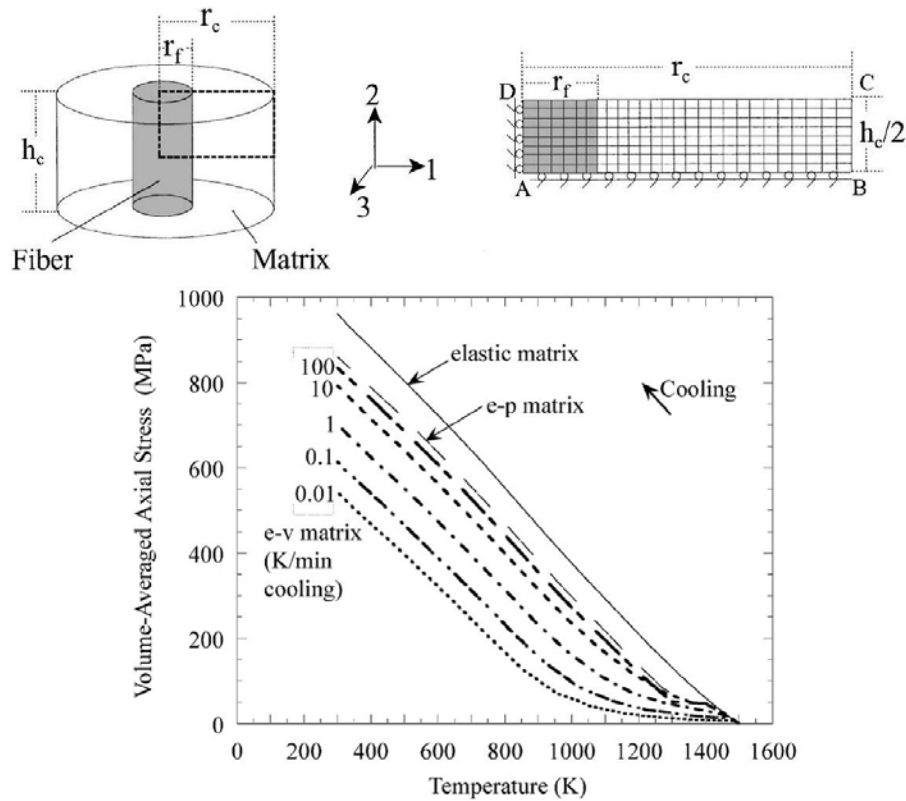


FIG. 2.2 – Résultats des calculs E.F. de [Choo & al., 01] sur une géométrie axisymétrique. Sont présentées les évolutions de la contrainte moyenne dans la matrice durant la descente en température, pour différentes vitesses de refroidissement et pour différentes lois de comportement utilisées : élasto-plastique (*e-p*), élasto-visco-plastique (*e-v*), et élastique.

Pour asseoir ces commentaires, nous avons effectué des calculs éléments finis pour déterminer notamment l'influence de la variable pression qui n'a pas été considérée dans les travaux cités précédemment. Un maillage axisymétrique représentatif d'un filament dans une gaine de matrice est utilisé. En adoptant une loi de comportement élasto-visco-plastique pour la matrice, et purement élastique pour la fibre, nous avons procédé à la simulation de la phase de refroidissement. L'objectif est d'observer l'influence des conditions limites cycle de pression, et vitesse de refroidissement. Les résultats montrent que le cycle de pression augmente l'écoulement plastique, ce qui a pour effet de relaxer le champ des CRE final. La vitesse de refroidissement liée aux mécanismes de fluage influence également l'intensité du champ résiduel à température ambiante. Pour ne pas alourdir le propos, nous ne présentons pas ces résultats ici, et les mentionons à titre indicatif.

Ainsi le composite, libre de tout chargement, comporte un champ de contraintes internes qui est schématisé par la figure 2.3 et dont les principales composantes sont :

- une compression axiale des fibres ;
- un état de compression radiale des interfaces ;
- un état de tension axiale dans la matrice ;
- un état de contraintes circonférentielles en traction dans la matrice et compression dans les fibres.

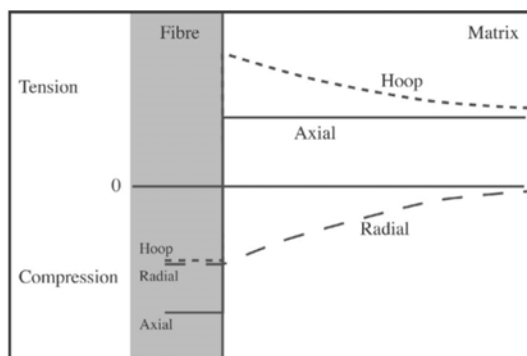


FIG. 2.3 – Illustration du champ de contraintes résiduelles présent dans un composite monofilamentaire avec un rapport $\alpha_{\text{fibre}}/\alpha_{\text{matrice}}$ équivalent à celui des SiC/Ti ([Douin & al., 02]). On note la discontinuité des contraintes circonférentielles et axiales, et la continuité des contraintes radiales, à l'interface fibre/matrice.

On distingue sur cette figure un gradient dans les contraintes radiales et circonférentielles, dans la matrice. La contrainte équivalente de Von Mises est croissante aux abords de l'interface. Lors de sollicitations macroscopiques, le voisinage de l'interface est donc un endroit favorable à l'apparition de déformations plastiques.

Ruptures isolées de filaments

Dans la première phase de traction, la matrice se déforme encore de manière élastique, et des ruptures de filaments peuvent se produire. Toutes les fibres étant soumises au même chargement, ces ruptures individuelles indiquent qu'il existe une dispersion de défauts dans les filaments, et que viennent de s'activer les plus critiques. Si l'on considère une rupture isolée, un mécanisme de rechargement conduit la fibre rompue à recouvrir loin de la rupture, un état de contrainte non perturbé. Les portions de la fibre rompue situées de part et d'autre de la rupture présentent une perturbation du champ de contrainte et sont appelées zones de rechargement. Ces zones sont le siège d'un transfert de charge par cisaillement à l'interface fibre/matrice. La contrainte axiale dans le filament est nulle au niveau du plan de rupture et augmente jusqu'à recouvrir une valeur constante au sortir de la zone de rechargement. La figure 2.4 illustre ce mécanisme de rechargement qui sera

décrit en détail ultérieurement. Le fait que la fibre soit frettée par la matrice à cause des CRE favorise ce mécanisme de rechargement.

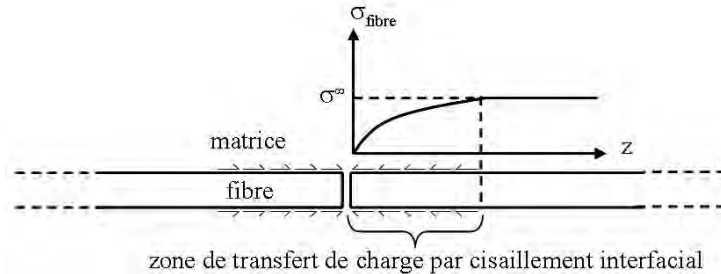


FIG. 2.4 – Schéma illustrant le principe du rechargement d'une fibre rompue. La fibre recouvre la contrainte axiale appliquée (σ^∞), par cisaillement à l'interface.

L'énergie dissipée par la rupture d'une fibre provoque l'amorçage d'une fissure dans la zone interfaciale et l'apparition d'une zone de plasticité matricielle. Selon les analyses expérimentales présentées au chapitre 1, la fracture d'une fibre n'entraîne pas de manière directe l'amorçage d'une fissure matricielle annulaire. La tenacité du métal favorise la dissipation de l'énergie de rupture en fissure interfaciale.

Ainsi une rupture de fibre s'accompagne d'une zone de décohésion interfaciale dont l'existence se vérifie expérimentalement après dissolution chimique de la matrice ([Molliex, 95], [Legrand & al., 02]). Par contre, la charge libérée par la fracture se transfère dans son voisinage comme le suggère la plastification du volume de matrice environnant. Selon le chapitre précédent, ce report de charge local induit une surcontrainte dans les filaments voisins de la rupture. Si dans ces portions de fibres surchargées, la contrainte d'activation d'un défaut est atteinte, une rupture supplémentaire a lieu. Ce mode de rupture engendré par un mécanisme de surcontrainte, sera dénommé rupture secondaire, par opposition aux ruptures primaires qui désignent les ruptures de fibres isolées. La figure 2.5 illustre ce mécanisme de surcharge du voisinage de la rupture.

Si plusieurs ruptures de fibres surviennent dans un même voisinage, il se forme un cluster de ruptures ([Landis & al., 00]). La surcharge induite dans les environs de ce cluster, est proportionnelle à sa taille : il constitue un défaut macroscopique. Si la surcharge ne rencontre pas de défaut suffisamment critique, cet endommagement reste confiné.

Ruptures en chaîne de fibres

Avec le chargement macroscopique, la contrainte axiale dans les filaments croît. Le cas échéant, lorsque la limite élastique est dépassée dans la matrice, l'équilibre des efforts implique une surcharge globale supplémentaire des fibres, à cause de la faible valeur du module plastique de l'alliage de titane.

Les mécanismes de surcontraintes locales décrits précédemment finissent alors par entraîner la rupture brutale du composite par l'effet cumulé de la charge imposée, de la

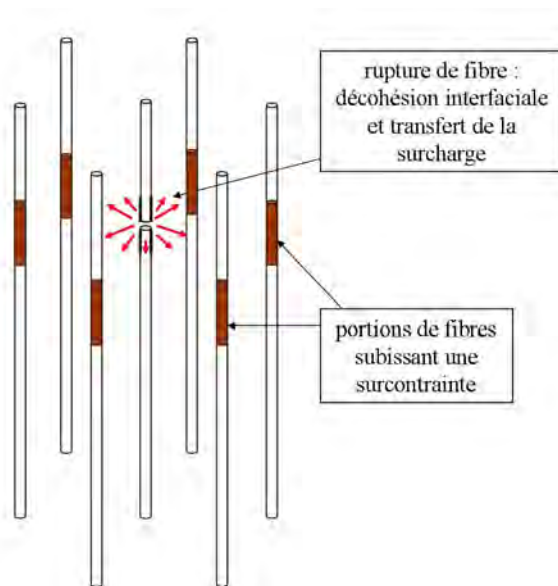


FIG. 2.5 – Schéma illustrant le transfert de charge associé à la rupture d'une fibre. Les fibres voisines de la rupture subissent une surcontrainte.

surcontrainte, et de la présence de défauts dans les fibres, qui ne permettent plus de confiner l'endommagement. La tenacité de la matrice est dépassée et on observe la propagation brutale d'une fissure macroscopique entraînant la rupture de l'éprouvette, et débouchant sur un faciès de rupture ductile pour la matrice avec un déchaussement apparent des fibres rompues.

1.2 Scénario de rupture en fatigue oligocyclique longitudinale (LCF)

A partir du mode de rupture en traction, on peut décrire celui de la rupture en fatigue en y ajoutant certains mécanismes inhérents aux chargements cycliques. Si l'on considère un chargement cyclique en contrainte ou déformation imposée, les différents résultats expérimentaux décrits au chapitre 1 permettent d'échaffauder le scénario ci-dessous :

La relaxation du champ de contraintes résiduelles

En chargement oligocyclique, la matrice accumule des déformations plastiques au cours des cycles. L'érouissage de cette dernière induit une relaxation de l'état des contraintes internes dans le composite. Ainsi, à chargement nul, la compression axiale des filaments et la compression radiale des interfaces sont réduites. La matrice voit aussi son état initial de tension relaxé : à charge macroscopique équivalente, la contrainte moyenne supportée par la matrice sera inférieure.

Les travaux de [Bobet & al., 97] illustrent ces remarques : ces auteurs testent l'influence

d'un chargement cyclique sur le champ résiduel dans un composite SiC/Ti. A l'aide de calculs par éléments finis, ils observent une baisse effective de l'intensité du champ résiduel après une sollicitation cyclique. Les composantes les plus affectées sont les contraintes résiduelles axiales dans la fibre et la matrice. Ces tendances seront confirmées par des simulations éléments finis dans les chapitres suivants.

Certains auteurs ont d'ailleurs expérimenté l'effet d'une relaxation initiale du champ des CRE sur le comportement en fatigue : une traction initiale sur les éprouvettes, induisant un écrouissage matriciel, permet d'obtenir une relaxation de la tension résiduelle dans la matrice ([Hausmann & al., 02]). Ces auteurs constatent une nette augmentation des durées de vie pour des chargements en fatigue non oligocyclique à température ambiante* (région 2 et 3 des diagrammes de Wöhler où la rupture est pilotée par la fissuration matricielle, cf. chapitre 1).

***Remarque :** *Les constatations de ces auteurs sont de bon augure pour la tenue du disque ANAM en fatigue ; en effet, le cycle thermomécanique subi par l'insert composite pendant un vol comporte d'abord un chargement important à température modérée associé à la survitesse du décollage.*

La surcharge progressive des fibres

Lors de la première montée en charge, des ruptures de fibres isolées peuvent se produire comme dans le cas d'une sollicitation de traction simple. La matrice accumule ensuite des déformations anélastiques à chaque cycle produisant un effet de rochet pour les chargements à contraintes imposées (fig.2.6). Dans ce cas, les déformations axiales (associées à une contrainte macroscopique équivalente) sont de plus en plus importantes. L'argument d'isodéformation fibre/matrice implique alors que la contrainte axiale dans les filaments augmente au cours des cycles. Des ruptures se produisent de manière intermittente durant l'essai alors que le chargement macroscopique reste constant. Par ailleurs, la traction cyclique sur un composite induit un mode de sollicitation mixte de la matrice en contrainte et déformation imposée ([Legrand, 97]). La déformation cyclique imposée sur un métal monolithique implique généralement une baisse de la contrainte moyenne associée. L'évolution des contraintes matricielles associée à un chargement cyclique en contrainte du composite doit donc suivre également cette tendance et entraîner la surcharge du renfort.

Pour les chargements oligocycliques à déformation imposée, il est plus difficile de déduire directement des essais une surcharge progressive du renfort (le rochet mécanique n'est pas observable). Cependant, la déformation macroscopique imposée est suffisante pour induire, comme en contrainte imposée, un écrouissage cyclique de la matrice. Il en découle une relaxation du champ des CRE qui implique une diminution de l'état de compression initial des fibres. Pour une même valeur de déformation appliquée, la contrainte axiale induite dans les filaments a donc augmenté.

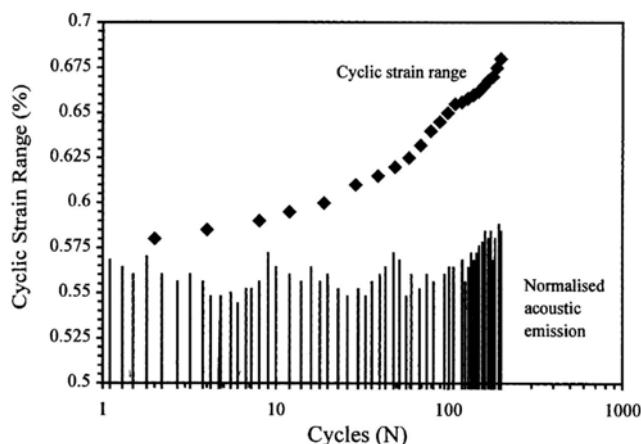


FIG. 2.6 – Rochet mécanique observé sur une éprouvette testée en fatigue oligocyclique axiale à contrainte imposée. On observe également l'activité acoustique dispersée durant l'essai avec une accumulation d'évènements en fin de vie (ruptures de filaments). Source : [Thomas & al., 01].

Quelle que soit la nature du chargement oligocyclique, la contrainte moyenne axiale dans les fibres, qui ont un comportement élastique, est en augmentation à chaque cycle. Des ruptures surviennent alors de manière différée, pour une même contrainte ou déformation macroscopique appliquée. Ces phénomènes seront quantifiés par des résultats de simulations éléments finis dans les chapitres suivants.

La cinétique d'usure des interphases décohérées

Au droit des ruptures de fibres, les zones d'interface décohérées lors de la rupture subissent les effets du chargement de fatigue par le biais d'un cisaillement cyclique ([Legrand & al., 02]).

Le premier chapitre a exposé les preuves expérimentales de ce phénomène sous la forme d'une progression des longueurs de décohésion avec le chargement cyclique. Il est difficile d'expliquer rigoureusement l'ensemble des micro-mécanismes qui conduisent à la progression de ces fissures dans l'interphase compte-tenu de la perturbation importante du champ de contraintes dans ces zones. Nous proposons cependant une approche relativement intuitive du phénomène.

Ces zones de décohésion sont analogues à des fissures situées dans l'interphase sollicitées en cisaillement. Le champ des CRE induit une composante de compression qui implique un frottement des lèvres de la fissure. La sollicitation cyclique macroscopique est responsable de la progression de ces fissures qui est favorisée par :

- la surcharge progressive des filaments qui implique une augmentation de la charge à transférer pour recharger ces dernières (le cisaillement interfacial responsable du rechargement doit croître et/ou s'exercer sur une longueur plus importante) ;

- le frottement des lèvres de la fissure qui entraîne une usure des surfaces en contact (cisaillement cyclique) et la relaxation partielle des contraintes de compression radiales qui diminue l'efficacité du rechargement (baisse de la valeur $\tau = \mu\sigma_{rr}$). Ceci contribue à étendre la longueur d'interface soumise au cisaillement nécessaire au rechargement.

Évolution des zones surcontraintes

Un autre phénomène lié au chargement cyclique se déduit du précédent mécanisme. Les longueurs de décohesion interfaciales (qui sont des zones de transfert de charge) croissent donc avec le nombre de cycles. Un volume plus important au voisinage de la rupture va ainsi subir les effets de ce report de charge. Le volume de matrice perturbé environnant la zone de transfert de charge grandit donc également. Par conséquent, la taille des portions de fibres voisines soumises à la surcharge va évoluer (et sans doute augmenter). Des défauts présents dans les voisines, jusque là non activés, peuvent alors entraîner de nouvelles fractures différées ([Legrand, 97]). De la même manière qu'en traction longitudinale, des ruptures s'accumulent dans le renfort et conduisent à la formation de clusters de ruptures.

Synthèse des éléments nécessaires à la modélisation

Compte tenu des mécanismes de rupture du composite en traction longitudinale et en fatigue oligocyclique axiale, on peut dégager les éléments fondamentaux nécessaires à la construction d'un modèle de durée de vie :

1. Le champ de contraintes internes initial (CRE) doit impérativement être pris en compte car il conditionne l'évolution de l'endommagement dans le composite ;
2. L'évolution de la contrainte moyenne appliquée au renfort qui découle de l'évolution du partage de la charge macroscopique entre les deux phases ;
3. Le caractère statistique des ruptures de fibres en estimant la dispersion des populations de défauts ;
4. La perturbation du champ de contraintes dans le voisinage d'une rupture de filament. Ses deux principales manifestations identifiées sont le rechargement de la fibre rompue par cisaillement à l'interface, et le report de la charge aux environs de la rupture qui engendrent des surcontraintes dans les fibres voisines ;
5. Pour les chargements de fatigue, la cinétique de progression des fissures interfaciales et de l'extension des zones perturbées par le report de charge qui en découle.

Chacun de ces points va maintenant être analysé plus en détail à l'aide d'éléments bibliographiques.

1.3 Prise en compte des contraintes résiduelles

L'estimation des CRE est nécessaire pour initialiser les variables des modèles. Les imprécisions qu'induisent les estimations analytiques ou par éléments finis imposent

un recalage avec une valeur expérimentale. Pour les composites SiC/Ti, la mesure expérimentale du champ des CRE est principalement effectuée par l'une des méthodes suivantes :

- la dissolution chimique de la matrice : il s'agit de mesurer la longueur des fibres d'une éprouvette composite, avant et après la dissolution de l'alliage de titane par une solution à base d'acide fluorhydrique. On peut également mentionner l'utilisation du bombardement ionique pour enlever la matrice des fibres (en quelque sorte le procédé inverse de la PVD). On obtient alors un allongement axial des filaments résultant de leur état de contraintes dans le composite. Pour obtenir le niveau de contrainte associé, il n'est pas rigoureux d'utiliser une simple loi de Hooke¹ monodimensionnelle comme on le trouve chez certains auteurs. En effet, l'état de contrainte tridimensionnel dans le composite peut conduire à des erreurs importantes sur cette estimation. Le seul vrai résultat expérimental est donc cette déformation axiale mesurée.

Il est maintenant courant d'utiliser le calcul éléments finis pour estimer le champ de contraintes à partir de cette déformation mesurée. On procède alors à la simulation du cycle d'élaboration (fig. 2.1). Compte tenu du fait que la matrice relaxe la totalité des contraintes aux températures extrêmes et qu'il paraît très complexe de modéliser la totalité du cycle (l'assemblage en lui même), on ne simule que la descente en température et pression de l'assemblage fibre/matrice. Le champ de contrainte induit dans le modèle reflète le champ des CRE lorsque la déformation axiale des fibres mesurée expérimentalement est reproduite dans la simulation. Le résultat est bien sûr très dépendant de la précision des lois de comportement utilisées. Cependant, la façon de reproduire la déformation résiduelle expérimentale des fibres dans un calcul éléments finis comporte une petite subtilité que nous développons dans l'annexe B.

- la diffraction des rayons X ([Hanan & al., 03]) : l'analyse d'un faisceau de rayons X diffracté par la matière permet de mesurer les déformations élastiques à partir d'un état de référence. La modification des caractéristiques de l'onde incidente est liée aux paramètres de maille cristallographique de la matière qui sont affectés par l'état de contrainte. Les dislocations liées à la plasticité sont par contre transparentes pour ce type d'analyse. Cependant, cette méthode produit des valeurs moyennes ou volumiques qu'il faut alors convertir en contraintes et déformations dans les deux phases. Cette méthode non destructive permet de faire des mesures dans des composites au sein d'une structure mais se révèle très dépendante des moyens techniques et du traitement des données ;
- la diffraction neutronique ([Rangaswamy & al., 99]) : de la même manière que pour les rayons X, il s'agit d'analyser la diffraction d'un faisceau de neutrons. Par rapport à la technique précédente, cette méthode autorise l'analyse d'épaisseurs de matière plus importantes.

¹ $\sigma = E \cdot \epsilon$

- on peut mentionner également les travaux de [Ward & al., 02] qui utilisent la spectroscopie Raman. Ils analysent le déplacement des raies du carbone de la couche protectrice des fibres. Ils effectuent des mesures à la surface de filaments nus et à la surface de filaments dénudés par polissage aux bords d'éprouvettes composites. Le déplacement des raies est relié à un état de contrainte.

1.4 Évolution de la contrainte appliquée au renfort

En traction ou fatigue longitudinale, on doit connaître l'évolution des contraintes dans le renfort. Les travaux de [Molliex, 95] modélisent le comportement en traction en utilisant la contrainte axiale dans les fibres comme variable de contrôle. L'évolution de la contrainte axiale dans le renfort est obtenue par une loi des mélanges monodimensionnelle. Le comportement des fibres est supposé élastique isotrope et celui de la matrice est représenté par une loi bilinéaire qui constitue une bonne approximation pour un chargement de traction axiale. Dans ce cas, on a le jeu d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\sigma_c &= V_f \sigma_f + (1 - V_f) \sigma_m(\epsilon_f), \text{ avec } \epsilon_f = \frac{\sigma_f}{E_f}, \\ \sigma_m(\epsilon_f) &= E_m \epsilon_f, \text{ pour } \epsilon_f < \epsilon_p, \\ \sigma_m(\epsilon_f) &= E_m \epsilon_p + E'_m (\epsilon_f - \epsilon_p), \text{ pour } \epsilon_f \geq \epsilon_p.\end{aligned}$$

Les indices c , m et f se rapportant respectivement au composite, matrice et filaments ; ϵ_p désigne la limite élastique en déformation de la matrice et E'_m le module plastique équivalent. En considérant que $\epsilon_f = \epsilon_c = \epsilon_m$ et en superposant les contraintes résiduelles axiales estimées, on obtient la courbe de comportement en traction.

[Legrand, 97] déduit l'évolution de ces contraintes axiales à partir d'une loi des mélanges monodimensionnelle pondérée des contraintes résiduelles.

$$\sigma_c = V_f \sigma_f + (1 - V_f) \sigma_m, \text{ avec } \sigma_f = \epsilon_c E_f + \sigma_f^{res}.$$

Pour la traction, le comportement de la matrice est simulé par une loi monodimensionnelle élasto-visco-plastique. Les contraintes résiduelles axiales dans la matrice sont également superposées au chargement. Le jeu d'équations incluant un écrouissage isotrope et cinématique est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_m = \epsilon_e + \epsilon_{vp} \text{ (partition des déformations),} \\ \sigma_m = E_m \epsilon_e, \\ \dot{\epsilon}_{vp} = \left\langle \frac{\sigma_m - \frac{3}{2}X - R - \sigma_y}{k} \right\rangle^n sg(\sigma_m - \frac{3}{2}X) \text{ (écoulement viscoplastique),} \\ \dot{X} = \frac{2}{3}C\dot{\epsilon}_{vp} - X\|\dot{\epsilon}_{vp}\| \text{ (écrouissage cinématique non linéaire),} \end{array} \right.$$

avec $\langle x \rangle = \max(x, 0)$, $\epsilon_f = \epsilon_c = \epsilon_m$, σ_y est la limite élastique, et R la variable d'écrouissage isotrope.

Pour la fatigue axiale, la surcharge progressive des fibres est obtenue par la formule :

$$\sigma_{fmax}(N) = \epsilon_{cmax}(N) \cdot E_f + \sigma_f^{res.},$$

où $\epsilon_{cmax}(N)$ désigne la déformation du composite à chaque pic de chargement en fonction du nombre de cycles N , et $\sigma_{fmax}(N)$ est la contrainte axiale correspondante dans le renfort. $\epsilon_{cmax}(N)$ est mesurée expérimentalement sur les éprouvettes d'essais, ce qui a pour avantage de ne pas dépendre de la précision d'un calcul, mais oblige toute modélisation à être accompagnée d'un essai (la loi élasto-visco-plastique n'est pas utilisée en fatigue). Par contre, l'écrouissage de la matrice qui implique une relaxation du champ résiduel dans les fibres (et donc de $\sigma_f^{res.}$), n'est pas pris en compte : il est donc possible qu'avec cette approche, l'évolution de la contrainte axiale dans le renfort soit mésestimée. Compte-tenu du fait que la variable de contrôle est la contrainte axiale dans les fibres, l'état de contrainte dans la matrice n'est pas considéré ici.

Pour les chargements de traction, nombres d'auteurs utilisent maintenant le calcul par éléments finis pour obtenir l'évolution de la contrainte axiale dans les fibres. Les deux points centraux sont la prise en compte du champ résiduel et l'intégration du caractère visco-plastique de la matrice pour mieux estimer le partage de charge entre renfort et matrice. Dans les travaux de [Faucon, 99], l'évolution de la contrainte axiale dans le renfort est obtenue par un calcul éléments finis sur une cellule axisymétrique dont la géométrie est représentative du taux de renfort du composite. L'auteur calcule cette évolution dans le cas d'une sollicitation de fluage longitudinal ; une loi de fluage de Norton est donc utilisée pour la matrice. La contrainte axiale dans le renfort qui est fonction du chargement macroscopique et du temps de maintien est ensuite utilisée pour établir un modèle de durée de vie en fluage longitudinal.

Pour les chargements de fatigue oligocyclique, l'intérêt d'un calcul éléments finis est de pouvoir estimer l'évolution du partage de la charge macroscopique entre renfort et matrice avec le nombre de cycles (*i.e.* la surcharge progressive des fibres). Ces calculs peuvent devenir très coûteux en temps. En effet, l'écrouissage cyclique de la matrice, retarde la

stabilisation² de l'état de contrainte interne. Lorsque le chargement macroscopique est plus faible, on peut atteindre la stabilité pour un nombre de cycles inférieur. Le domaine oligocyclique oblige à modéliser un grand nombre de cycles pour atteindre la stabilisation. A notre connaissance, il n'y a d'ailleurs pas de résultats de calculs par éléments finis dans lesquels un nombre de cycles important est imposé au composite. Les modèles sont surtout basés sur des essais expérimentaux pour lesquels on trace les courbes de Wöhler correspondantes. Le chapitre 5 présente la technique utilisée pour contourner le problème du temps de calcul et permettre la simulation d'un grand nombre de cycles.

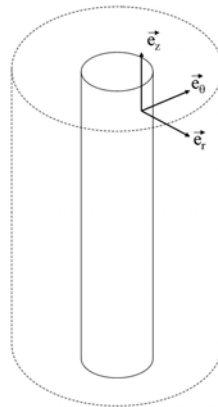


FIG. 2.7 – Repère cylindrique attaché au filament.

Bien qu'il soit admis que les contraintes axiales dans le renfort contrôlent l'endommagement pour les chargements longitudinaux que nous considérons, l'état de contrainte dans les fibres est tridimensionnel compte-tenu de la présence du champ résiduel. En dehors de zones perturbées par des ruptures ou des effets de bords, les directions principales des contraintes sont intuitivement associées au repère cylindrique local attaché aux filaments (fig. 2.7). Le tenseur des contraintes associé paraît donc être diagonal :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

Nous avons vérifié cette hypothèse dans l'annexe ???. Cette annexe présente un calcul éléments finis sur un VER tridimensionnel, représentatif d'un unidirectionnel à arrangement hexagonal. Un post-traitement des résultats permet d'obtenir le tenseur des contraintes dans le repère local et révèle que l'état de contrainte associé au repère cylindrique est bien représenté par les variables σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, et σ_{zz} dans la fibre. En revanche, ces calculs montrent l'existence d'une composante non diagonale de cisaillement plan ($\sigma_{r\theta}$) dans la matrice environnante. L'amplitude de cette composante est bien inférieure à celle des composantes diagonales lorsque la fraction volumique reste relativement faible ($\leq 20\%$) mais augmente avec celle-ci et peut devenir non négligeable. La présence d'une

²atteinte lorsque le partage du chargement macroscopique entre renfort et matrice n'évolue plus.

composante de cisaillement dans la matrice, est sans doute à relier à l'arrangement des fibres : le voisinage d'une fibre n'est pas purement de révolution, et les mécanismes de contraction durant la phase de refroidissement conduisent à l'apparition de ce cisaillement. C'est pour cette raison que les calculs en géométrie axisymétrique ne font pas apparaître ce cisaillement.

Pour un chargement axial, la composante qui est majoritairement affectée dans les fibres est cependant la contrainte σ_{zz}^f (son amplitude est également très supérieure aux autres). Les autres composantes évoluent bien moins par rapport à leur valeur initiale. Ceci justifie le fait que l'on puisse utiliser σ_{zz}^f comme variable de contrôle lors de chargements longitudinaux (en traction ou fatigue oligocyclique).

1.5 Prise en compte du caractère statistique des ruptures de filaments

Comme il a été évoqué, il est nécessaire d'évaluer la distribution des populations de défauts présents dans les filaments. A cet effet, la plupart des auteurs procèdent à des tests de traction sur des filaments nus. Ces filaments peuvent être directement issus de la fabrication ou extraits des éprouvettes par dissolution de la matrice. Dans ce cas, l'objectif est d'identifier d'éventuels défauts apparus lors de l'élaboration.

Une démarche classique consiste à enregistrer les différentes contraintes à rupture $\{\sigma_{rupt}^i\}_{1 \leq i \leq N}$ pour une longueur de jauge donnée. À l'aide d'un estimateur, on associe à chacune des valeurs une probabilité cumulée de rupture, en classant ces contraintes par ordre croissant et en écrivant par exemple ([Lamon, 07]) :

$$P_i = \frac{i - 0,5}{N},$$

où i est le rang de la rupture dans le classement, et N le nombre de fibres testées.

Comme il sera justifié plus en détail dans le chapitre 3, le comportement à rupture en traction uniaxiale et uniforme des filaments de SiC peut être associé à une loi de Weibull à deux paramètres :

$$P(\sigma_r, L) = 1 - \exp\left[-\frac{L}{L_0} \cdot \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0}\right)^m\right],$$

où $P(\sigma_r, L)$ désigne la probabilité de rupture d'un filament de longueur L , soumis à une contrainte $\sigma \leq \sigma_r$; il s'agit donc de la probabilité cumulée de rupture d'un filament pris au hasard lorsqu'on le soumet à la contrainte de traction σ_r . Elle peut donc être associée à la définition donnée plus tôt de l'estimateur.

Le couple (σ_0, m) désigne les paramètres de la loi. Pour les identifier grace aux résultats expérimentaux, on écrit classiquement à partir de la formule précédente :

$$\ln \ln \frac{1}{1 - P} = m \ln \sigma + \ln \frac{L}{L_0} - m \ln \sigma_0.$$

En traçant les points expérimentaux $(\ln \ln \frac{1}{1 - P(\sigma_r^i)}; \ln \sigma_r^i)$, on peut alors identifier la pente m et l'ordonnée à l'origine donnant σ_0 (pour un L_0 fixé). Le fait d'obtenir une

droite permet d'ailleurs de justifier l'emploi de la formule de Weibull. Ces diagrammes peuvent se révéler bi- ou multi-linéaires ; on parle alors de populations de défauts bi- ou multimodales que l'on décrit par un jeu de couples (σ_0, m) différents.

Comme nous l'avons suggéré précédemment, le comportement à rupture des filaments peut être différent au sein du composite. Des défauts peuvent être créés lors de l'élaboration, et le champ tridimensionnel que subissent les filaments peut avoir un impact sur l'activation des défauts par rapport à la sollicitation uniaxiale d'un filament nu.

L'essai qui permet de reproduire le comportement à rupture des filaments in-situ est l'essai de fragmentation. Cet essai sera étudié dans le chapitre 3. Il consiste à réaliser un essai de traction longitudinal sur une éprouvette de composite monofilamentaire. Les ruptures du filament fragile sont confinées dans la matrice ductile et enregistrées au moyen de capteurs acoustiques. Une méthode inverse permet d'identifier les paramètres (σ_0, m) décrivant le comportement statistique des filaments in-situ.

Prendre en compte cette dispersion de défauts dans un modèle consiste à reproduire la distribution des défauts dans le réseau des filaments. La méthode la plus utilisée discrétise les filaments en volumes ou portions élémentaires (fig.2.8). On affecte ensuite la population de défauts identifiée à l'ensemble du renfort.

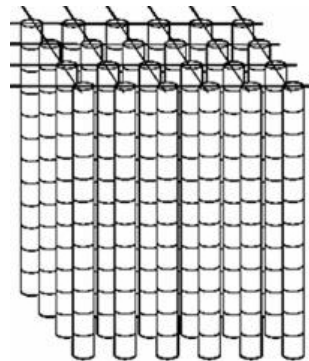


FIG. 2.8 – Discretisation du réseau de filaments.

Cette méthode de discrétisation est maintenant largement utilisée pour modéliser la rupture de composites à renfort unidirectionnel ([Molliex, 95], [Mahesh & al., 02], ou [Ibnabdeljalil & al., 96]). Elle sera justifiée et explicitée dans la suite du manuscrit. L'aspect probabiliste du modèle associé à cette discrétisation est basé sur une approche de type Monte-Carlo. Il s'agit, par le biais d'une génération de nombres aléatoires, d'attribuer une contrainte à rupture (relative à une taille de défaut) à chacun des éléments discrets. L'association entre un nombre aléatoire et une contrainte à rupture utilise la loi de Weibull $P = f(\sigma_r)$ dont les paramètres ont été identifiés : un nombre aléatoire ($P_i \in [0; 1]$) est généré pour chaque éléments de volume et la contrainte à rupture correspondante est obtenue par $\sigma_r^i = f^{-1}(P_i)$.

La probabilité de rupture est ainsi une fonction de l'état de contrainte axial dans le renfort. Dans le cas d'une fibre nue, cette contrainte est la seule composante du tenseur mais pour une fibre in situ, d'autres composantes sont présentes.

Une approche plus rigoureuse est possible pour tenir compte de l'aspect multiaxial du champ dans l'approche statistique (modèle multiaxial de la contrainte élémentaire, [Lamon, 07]). En effet l'influence d'un champ tridimensionnel quelconque sur l'activation de défauts n'est pas trivial. Ces effets peuvent entrer en jeu de différentes manières selon l'état de contrainte axial et induire des mécanismes complexes d'activation. Une populations de défauts identifiée dans le cas d'un champ multiaxial particulier n'est pas forcément transposable à une autre configuration (orientation des défauts variable).

Par conséquent, l'influence difficilement mesurable de l'état de contraintes sur l'activation de défauts justifie l'identification des défauts "qui s'activent" dans le composite, par un essai où l'état de contrainte des filaments est le plus proche possible de celui in situ.

Les travaux de [Malon, 00] et ce qui a été évoqué précédemment, montrent en revanche que les composantes autres qu'axiales dans les fibres varient peu au cours des chargements purement longitudinaux et ont une intensité très inférieure. Par conséquent, considérer une probabilité de rupture uniquement en fonction de la contrainte axiale dans le cas de filaments in situ peut constituer une approximation suffisante à partir du moment où les systèmes étudiés comporteront des composantes non axiales proches.

1.6 Transfert de charge au voisinage de la rupture d'un filament

Une fois qu'une rupture s'est produite, il s'agit d'évaluer la perturbation induite sur le champ de contraintes. D'après ce qui précède, il est établi que :

- la fissure dévie dans l'interphase pour s'y propager, et des mécanismes de transfert de charge vont entraîner une surcontrainte dans le volume avoisinant la rupture. Les portions des filaments voisins présents dans ce volume surchargé peuvent à leur tour rompre.
- les portions du filament rompu attenantes à la rupture subissent une contrainte axiale inférieure à celle induite par le chargement. La contrainte axiale loin de la zone de rupture est notée σ^∞ (voir fig. 2.4). Par rapport aux portions de filaments qui subissent σ^∞ , ces zones de rechargement sont quelque peu protégées vis à vis de ruptures ultérieures. La taille des zones de rechargement et leur évolution doit être évaluée car elles conditionnent le volume perturbé par la rupture.

Approches analytiques du transfert de charge

La géométrie considérée est celle de la figure 2.9. Une fibre rompue de rayon r_f est représentée dans une gaine de matrice. L'ensemble est sollicité en traction axiale (selon la direction z). Les coordonnées cylindriques sont utilisées pour cette géométrie axi-symétrique et les quantités $\omega(r, z)$ et $u(r, z)$ désignent respectivement les composantes

axiales et radiales du déplacement.

La résolution exacte de ce problème dans le cadre de l'élasticité linéaire pour une interface parfaite est d'une grande complexité comme l'ont montré [Smith & Spencer, 70]. Le modèle approché de [Cox, 52] ou modèle **shear-lag** a été largement utilisé dans la littérature et étendu notamment au cas d'une fissure matricielle avec interface parfaite ([Aveston & Kelly, 73]).

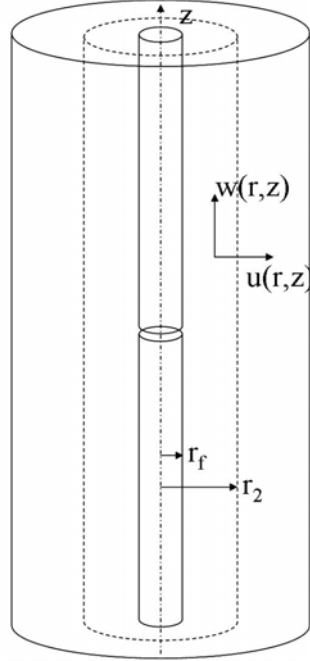


FIG. 2.9 – Fibre rompue dans une gaine de matrice sollicitée en traction axiale. Géométrie axisymétrique pour le modèle Shear-Lag développé par [Cox, 52].

La géométrie axisymétrique implique un état de contrainte plan dans le repère cylindrique. La loi de comportement d'un matériau élastique isotrope (la matrice) permet de définir la contrainte de cisaillement :

$$\sigma_{rz}(r, z) = \tau(r, z) = 2G\epsilon_{rz}(r, z) = G\left(\frac{\partial w(r, z)}{\partial r} + \frac{\partial u(r, z)}{\partial z}\right), \quad (\text{II-1-1})$$

où G est le module de cisaillement.

La première hypothèse fondamentale de Cox est que $\|\frac{\partial u}{\partial z}\| \ll \|\frac{\partial w}{\partial r}\|$, ce qui conduit à :

$$\tau(r, z) = G\frac{\partial w(r, z)}{\partial r}. \quad (\text{II-1-2})$$

Pour exprimer le cisaillement dans la matrice par rapport au cisaillement interfacial, on peut écrire l'équilibre axial d'un anneau de matrice d'épaisseur dz ayant pour rayon intérieur r_f et pour rayon extérieur $r > r_f$. La seconde hypothèse fondamentale de Cox suppose que la matrice ne reprend pas de charge dans la direction z . En d'autres termes,

la contrainte axiale dans la matrice ne subit pas de perturbation et reste constante en tout (r, z) ; l'équilibre axial de l'anneau de matrice d'épaisseur élémentaire peut alors s'écrire sous la forme :

$$2\pi r\tau(r, z)dz = 2\pi r_f\tau(r_f, z)dz. \quad (\text{II-1-3})$$

En utilisant l'équation II-1-2, on obtient :

$$\frac{\partial\omega(r, z)}{\partial r} = \frac{r_f\tau(r_f, z)}{rG}. \quad (\text{II-1-4})$$

En intégrant II-1-4 entre r_f et r_2 , il vient :

$$\int_{r_f}^{r_2} \frac{\partial\omega(r, z)}{\partial r} dr = \frac{r_f\tau(r_f, z)}{G} \int_{r_f}^{r_2} \frac{dr}{r},$$

soit $\omega(r_2, z) - \omega(r_f, z) = \frac{r_f\tau(r_f, z)}{G} \ln\left(\frac{r_2}{r_f}\right).$ (II-1-5)

On exprime maintenant le cisaillement interfacial en écrivant l'équilibre axial d'une portion élémentaire de fibre :

$$\frac{\partial\langle\sigma_{zz}^f\rangle}{\partial z} = -\frac{2}{r_f}\tau(r_f, z), \quad (\text{II-1-6})$$

où $\langle\sigma_{zz}^f\rangle$ est la contrainte axiale moyenne dans la fibre (moyenne sur la section).

Par le biais de II-1-5, on peut relier le gradient de la contrainte axiale au déplacement et donc aux déformations axiales :

$$\frac{\partial\langle\sigma_{zz}^f\rangle}{\partial z} = -\frac{2G(\omega(r_2, z) - \omega(r_f, z))}{r_f^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_f}\right)}. \quad (\text{II-1-7})$$

En dérivant une seconde fois, il vient :

$$\frac{\partial^2\langle\sigma_{zz}^f\rangle}{\partial z^2} = -\frac{2G}{r_f^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_f}\right)} \partial_z[\omega(r_2, z) - \omega(r_f, z)].$$

En supposant une liaison parfaite à l'interface, on peut écrire l'approximation monodimensionnelle suivante :

$$\partial_z\omega(r_f, z) \simeq \langle\epsilon_{zz}^f\rangle = \frac{\langle\sigma_{zz}^f\rangle}{E_f}.$$

De plus, en considérant un rayon r_2 suffisamment grand (soustrait aux perturbations), et sans considérer de champ résiduel, on a :

$$\partial_z\omega(r_2, z) = \epsilon_{zz}^m(r_2, z) \simeq \epsilon_{zz}^\infty = \frac{\langle\sigma_{zz}^\infty\rangle}{E_f}.$$

On suppose ici en fait que la déformation axiale au point (r_2, z) dans la matrice correspond à la déformation axiale du composite et à celle de la fibre loin des perturbations.

On obtient alors l'équation différentielle du second ordre suivante, qui concerne la contrainte moyenne axiale dans la fibre :

$$\frac{\partial^2 \langle \sigma_{zz}^f \rangle}{\partial z^2} - \beta^2 \langle \sigma_{zz}^f \rangle + \beta^2 \langle \sigma_{zz}^\infty \rangle = 0, \quad (\text{II-1-8})$$

$$\text{où } \beta = \frac{1}{r_f} \sqrt{\frac{2G}{E_f \ln\left(\frac{r_2}{r_f}\right)}}.$$

La solution générale s'écrit :

$$\langle \sigma_{zz}^f \rangle(z) = \langle \sigma_{zz}^\infty \rangle + A \sinh(\beta z) + B \cosh(\beta z).$$

Les conditions limites $\langle \sigma_{zz}^f \rangle(z_0) = 0$ (où z_0 désigne l'ordonnée de la rupture), et $\langle \sigma_{zz}^f \rangle(z^\infty) = \langle \sigma_{zz}^\infty \rangle$ (où z^∞ désigne une ordonnée hors de la zone de rechargement), permettent d'obtenir les constantes. Le cisaillement interfacial $\tau(r_f, z)$ est ensuite obtenu à l'aide de l'équation II-1-6. Le profil de rechargement en contrainte axiale correspondant à l'approche shear-lag est illustré par la figure 2.10.a).

Ces équations sont ainsi valables pour un comportement purement élastique, et bien sûr pour les hypothèses décrites tout au long du développement. Le modèle décrit ci-avant correspond au modèle originel développé par H.Cox.

Les travaux de [Nairn, 97] fournissent un cadre plus rigoureux au modèle shear-lag. Partant des lois de comportements et des relations d'équilibre local exactes en élasticité, [Nairn, 97] résout le problème axisymétrique en utilisant une fonction de Love et montre clairement les approximations sous-jacentes du shear-lag. Le paramètre β qu'il obtient est différent de celui de [Cox, 52].

Le modèle shear-lag a été étoffé par nombre d'auteurs, pour prendre en compte par exemple les contraintes axiales dans la matrice, la plasticité et la décohésion interfaciale. Les travaux de [Mahesh & al., 04] reprennent l'ensemble de ces améliorations. Le comportement de la matrice est subdivisé en deux parties, l'une responsable du transfert de la charge axiale (appelée "*tensile-matrix*"), l'autre responsable du transfert de charge par cisaillement ("*shear-matrix*"). La décohésion interfaciale est autorisée par le biais d'un déplacement relatif qui vient s'ajouter dans le calcul du cisaillement. Le comportement matriciel est représenté par une loi bilinéaire supposant une limite d'élasticité en traction et en cisaillement. En revanche, les hypothèses constitutives du modèle de base restent pour la plupart en vigueur.

En ce qui concerne la prise en compte de la décohésion interfaciale, il est classique de considérer un transfert de charge par frottement dans ces zones. Le modèle de Coulomb est le plus utilisé et suppose la relation :

$$\tau_i = \mu\sigma_{rr}, \quad (\text{II-1-9})$$

où τ_i est le cisaillement interfacial, μ le coefficient de frottement, et σ_{rr} sont les contraintes radiales. Si l'on considère que les contraintes σ_{rr} ne subissent que peu de perturbation, le cisaillement peut être supposé constant dans ces zones.

Remarque : *le cisaillement de Coulomb $\tau_i = \mu\sigma_{rr}$ modélise un transfert de charge par frottement. La valeur τ_i doit être comprise comme un seuil ; si le cisaillement qui se produit est inférieur à cette valeur, aucun glissement n'est autorisé. Le glissement relatif des surfaces en contact se produit pour $\tau = \tau_i$; τ est donc borné par τ_i .*

Le modèle de transfert de charge de [Kelly & Tyson, 65] s'applique dans ce cadre. Comme le shear-lag élastique le montre, le cisaillement interfacial est maximum à proximité de la rupture de fibre ; cette concentration de contrainte est en réalité restreinte par la limite élastique de la matrice et par la contrainte à rupture en cisaillement de l'interphase. Le développement de zones plastiques aux abords des ruptures et la décohésion interfaciale induite, amènent les auteurs pré-cités à considérer le cisaillement interfacial constant dans ces zones, car seuillé par la limite élastique de la matrice en cisaillement*. L'équilibre d'une portion de fibre de longueur L comprise dans la zone de rechargement permet d'écrire la formule connue sous le nom de ses deux auteurs :

$$\langle \sigma^f \rangle = \frac{2\tau_i L}{r_f}.$$

***Remarque :** *En écrivant l'équilibre des vecteurs contraintes à une interface, on obtient la continuité des contraintes radiales et de cisaillement. Dire que le cisaillement est borné dans la matrice à proximité de l'interface car celle-ci a plastifié peut donc être étendu à une valeur constante du cisaillement à l'interface.*

Si l'on considère à présent la totalité de la longueur de fibre sur laquelle s'exerce le rechargement, on obtient une approximation de la longueur de rechargement en fonction de la contrainte axiale appliquée au renfort :

$$L_r = \frac{r_f \langle \sigma_{zz}^\infty \rangle}{2\tau_i}. \quad (\text{II-1-10})$$

Les modèles de rechargement de [Cox, 52] et [Kelly & Tyson, 65] peuvent se schématiser par la figure 2.10. Sont représentés sur cette figure le profil des contraintes axiales dans la fibre en partant de la rupture pour les deux modélisations précitées : le rechargement élastique de Cox et le rechargement parfaitement plastique avec cisaillement constant de Kelly & Tyson.

Pour mieux représenter la réalité, il convient de coupler les deux types de rechargements précédemment décrits. Cette procédure est maintenant largement utilisées par les auteurs

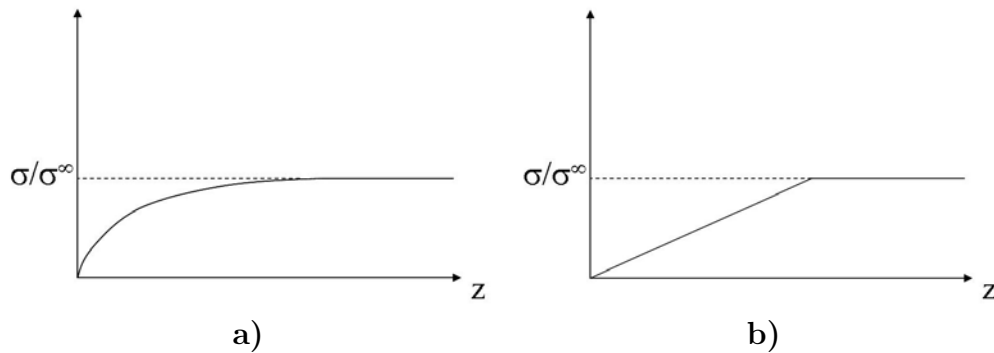


FIG. 2.10 – Profils de rechargement en contraintes axiales d’une fibre rompue selon a) : le modèle de rechargement élastique de Cox et b) : celui avec cisaillement constant de Kelly & Tyson.

qui adoptent le shear-lag, et consiste à utiliser une limite de cisaillement au delà de laquelle la décohésion se produit et le transfert de charge est assuré par la formule de Kelly&Tyson. Dans la partie de l’interface encore en cohésion, le transfert de charge s’effectue par un cisaillement dont l’équation est donnée par une approche élastique du même type que celle de Cox. Le profil de la contrainte axiale dans un fragment de fibre rompue a alors une forme caractéristique en "Ω" comme l’illustre la figure 2.11. On y observe que pour les zones où le cisaillement est supposé constant, le rechargement en contrainte axiale est linéaire.

Ce type de profil en "Ω" est d’ailleurs confirmé expérimentalement par les travaux de [Preuss & al., 02]. Ces auteurs observent in-situ, à l’aide d’un rayonnement X synchrotron, les déformations d’un filament de SiC fragmenté dans une matrice de titane. L’éprouvette est soumise à un chargement axial et les profils de déformation dans la fibre sont reproduits à l’aide d’un modèle de rechargement mixte décrit précédemment. Les zones où le rechargement est linéaire correspondent à un transfert de charge modélisé avec τ_i constant. Elles sont associées soit à de la décohésion avec frottement, soit à de la plasticité matricielle qui "seuille" le cisaillement admissible dans la matrice à proximité de l’interface.

Il faut retenir que longueurs de rechargement et longueurs de décohésion ne sont pas identiques, et qu’en général, la longueur d’interface le long de laquelle le transfert de charge se produit comporte une portion décohérée et une portion encore en cohésion.

En ce qui concerne la surcontrainte au voisinage d’une rupture de filament, l’hypothèse du shear-lag qui consiste à négliger la part de charge axiale reprise par la matrice, se révèle très approximative.

Pour définir la surcharge des filaments voisins de la rupture, on introduit le facteur de surcontrainte que l’on définit dans le cas général par :

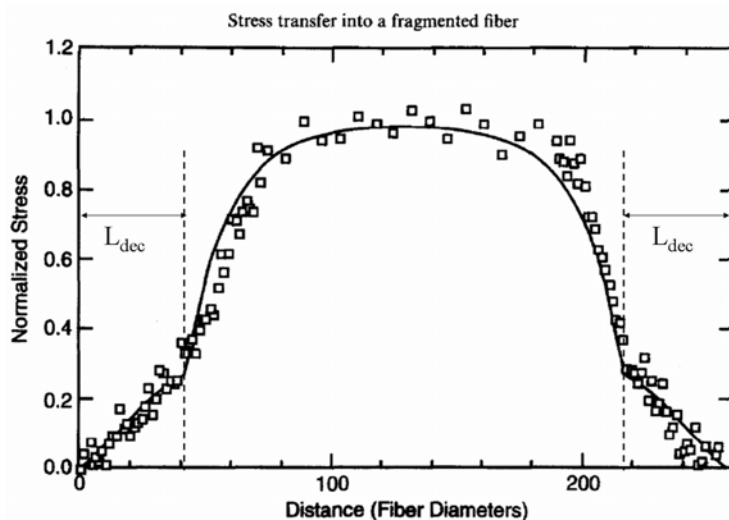


FIG. 2.11 – Profil des contraintes axiales en "Ω" dans un fragment de filament enchâssée dans une gaine de matrice ([Nairn & Liu, 97]). Le rechargement est mixte : rechargement linéaire associée à la portion d'interface endommagée, et rechargement de type shear-lag pour les zones encore en cohésion. La prévision du modèle est confirmée par des mesures expérimentales en spectroscopie Raman.

$$k(z) = \left\langle \frac{\sigma_{zz}^f(z)}{\sigma_{zz}^\infty} \right\rangle \quad (\text{II-1-11})$$

où z est la position dans l'axe de la fibre. $\langle \cdot \rangle$ désigne la moyenne surfacique de la grandeur, correspondant ici à la moyenne de la contrainte axiale sur une section de fibre. En dimension 2, la figure 2.12 tirée des travaux de [Gonzalez & al., 01] illustre ce phénomène de surcharge dans une fibre voisine d'une rupture.

Malgré son caractère monodimensionnel, le shear-lag est aussi utilisé pour des configurations tridimensionnelles. [Okabe & al., 01] utilisent le shear-lag pour estimer l'influence d'une rupture de fibre sur son voisinage dans un cadre analytique tridimensionnel (figure 2.13). La discrétisation monodimensionnelle des fibres est obtenue en introduisant des noeuds représentatifs de portions de filaments du même type que ceux présentés en figure 2.8. Les relations mécaniques entre les noeuds du réseau sont calculées par le modèle shear-lag. La résolution du système est basée sur la résolution des équations d'équilibre local d'un élément de fibre :

$$\pi r_f^2 \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = -2\pi \frac{r_f}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i,$$

où N désigne le nombre de fibres voisines et les τ_i sont les contributions en cisaillement des N voisines. La valeur de ces cisaillements est obtenue en effectuant l'approximation

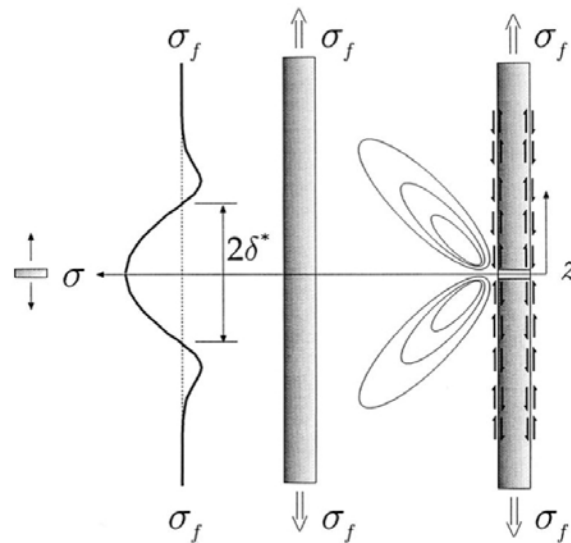


FIG. 2.12 – Illustration de la zone surcontrainte dans un filament voisin d'une rupture ([Gonzalez & al., 01]).

suivante :

$$\tau_i = G \frac{u_i - u}{d}$$

où G désigne le module de cisaillement matriciel, u est le déplacement axial de la fibre centrale, u_i celui de la voisine considérée et d est la distance inter-fibre.

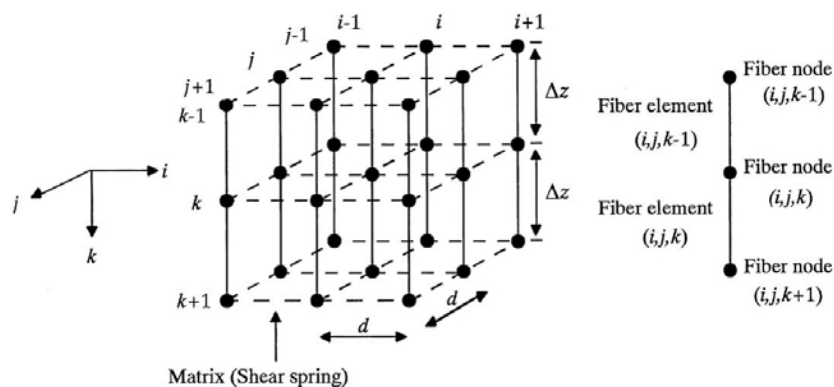


FIG. 2.13 – Représentation de la discrétisation du réseau de filaments dans un unidirectionnel par [Okabe & al., 01]. Les relations mécaniques entre les noeuds sont calculées par un modèle Shear-lag.

Comme le montrent [Okabe & al., 01] et [Xia & al., 02], il est possible de bâtir un formalisme de type shear-lag pour calculer le facteur de surcontrainte dans une fibre

voisine d'une fibre rompue. La comparaison avec des calculs éléments finis montre cependant que les résultats ne sont relativement précis que si le contraste de rigidité $\frac{E_f}{E_m}$ et la fraction volumique de renfort V_f sont grands. Dans le cas des CMM et des fractions volumiques moins fortes ($\simeq 20\%$), [Xia & al., 02] montrent que le shear-lag se révèle trop approximatif pour calculer les mécanismes de surcontrainte mais qu'il reste raisonnablement précis pour les mécanismes de rechargement des filaments rompus. Le shear-lag est donc surtout recommandé pour modéliser les matériaux à contraste élastique important, comme les polymères renforcés par des fibres très rigides avec une forte fraction volumique.

En revanche, les approches shear-lag nécessitent un temps de calcul bien inférieur à celui d'une approche par éléments finis. La taille d'un modèle shear-lag est fonction du nombre de ruptures qui se produisent, tandis que la taille du calcul éléments finis est proportionnelle au volume de composite simulé. Lorsque le modèle comporte plusieurs centaines de fibres, une approche shear-lag permet une analyse qui ne peut être obtenue par éléments finis compte-tenu de son temps de calcul prohibitif. L'avantage d'une approche shear-lag consiste également en son adaptabilité : ces modèles sont la plupart du temps écrits dans un souci de généralité. Dans le cas des simulations par éléments finis, il est souvent nécessaire de reconstruire un maillage lorsque changent certains paramètres.

Dans le cadre du shear-lag classique, la matrice transfère la surcharge induite par une rupture de fibre uniquement par cisaillement. La zone surcontrainte dans les fibres voisines de la rupture a alors la même longueur et est placée aux mêmes ordonnées que la zone de rechargement où le cisaillement interfacial est non nul (fig.2.12). Ainsi dans les travaux de [Molliex, 95] et [Legrand, 97], la surcharge des fibres voisines d'une rupture est modélisée de la manière suivante :

- le facteur de surcontrainte que subissent les voisines est calculé en supposant que la matrice ne reprend pas de charge axiale : les voisines d'une rupture sont donc surchargées sur une longueur égale à celle de la zone de rechargement ;
- de plus, il est supposé que la totalité de la charge libérée par la rupture est transférée sur les voisines. Une telle approche revient à ignorer le rôle de la matrice dans le report de charge et donc à surestimer le facteur de surcontrainte (dans le formalisme de [Okabe & al., 01] cela revient implicitement à considérer un module de cisaillement très important). Pour un arrangement hexagonal (six voisines équidistantes pour une fibre), il est considéré que dans chacune des six voisines du premier ordre :

$$k(z) = \left(1 + \frac{1}{6}\right) \mathbb{1}_{z_0 - L_r \leq z \leq z_0 + L_r} \quad (\text{II-1-12})$$

où $\mathbb{1}$ est la fonction indicatrice, z_0 l'ordonnée de la rupture et L_r la longueur de re-

chargement. Il s'agit donc d'une surcharge en "créneau" *i.e.* constante sur la longueur surcontrainte. Au niveau d'un bord libre de l'éprouvette, le même principe est appliqué en utilisant le nombre de voisines correspondant.

Une fibre voisine de la rupture supporte alors selon II-1-11 :

$$\langle \sigma_{zz}^f(z) \rangle = \sigma_{zz}^\infty \cdot k(z).$$

La longueur de rechargement est calculée par ces auteurs en fonction de la contrainte appliquée au renfort à l'aide de la formule de Kelly&Tyson (cisaillement interfacial constant). La figure 2.14 permet d'illustrer le report de charge modélisé par [Molliex, 95].

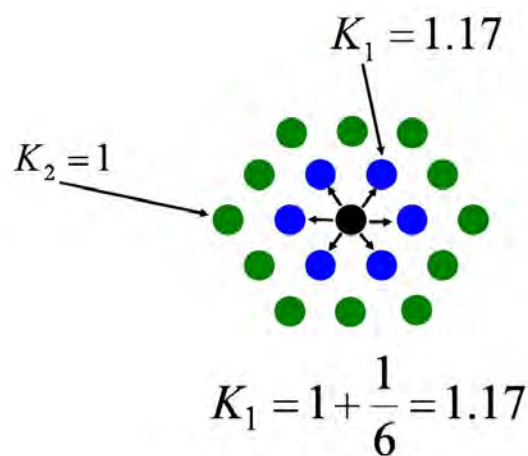


FIG. 2.14 – Illustration du report de charge sur les fibres voisines d'une rupture modélisé par [Molliex, 95]. Les voisines d'ordre deux ne sont pas affectées.

Approches par éléments finis

L'intérêt d'une modélisation par éléments finis dans le cas des composites SiC/Ti, repose sur les conclusions précédentes. Compte-tenu de la taille et du temps de calcul nécessaire, les approches éléments finis se cantonnent généralement à une modélisation locale des phénomènes (on se restreint à l'étude de l'impact d'une rupture sur son environnement). Cependant, la structure périodique d'un composite unidirectionnel permet d'employer des méthodes d'homogénéisation. En introduisant une fibre rompue dans un VER préalablement identifié, on peut modéliser un endommagement supposé homogène. La nature périodique du VER, implique en effet que lorsqu'on y modélise la rupture d'une fibre avec n voisines, on est représentatif d'une fibre rompue sur n dans le composite. Pour que les ruptures n'interfèrent pas entre elles, il est alors nécessaire d'utiliser des VER qui deviennent très (trop) grands. Cette approche se prête peu aux CMM mais a été adoptée dans le cas des CMO³ où l'on constate ce type d'endommagement bien

³Composites à Matrice Organique

réparti. Les travaux de [Blassiau, 05] utilisent ce genre d'approche.

Dans le cas des CMM, il est plus naturel d'étudier d'abord la rupture d'une seule fibre à coeur du composite. Pour construire un modèle éléments finis approprié, il faut alors représenter le voisinage proche de la rupture avec précision, puis le matériau environnant dont la loi de comportement doit être contruite par homogénéisation.

Ces calculs sont bien sûr sensibles à la précision des lois de comportement utilisées, les fibres étant généralement supposées purement élastiques. La manière de modéliser l'interface fibre rompue/matrice est également un point central. L'avantage majeur de ce type d'approche, est la possibilité de prendre en compte le champ des contraintes résiduelles et les perturbations des champs en trois dimensions. Les travaux de [Gonzalez & al., 01] donnent un exemple de ce type de calculs. Les auteurs modélisent la rupture d'une fibre de SiC dans un composite à matrice Ti-6Al-4V, avec un arrangement hexagonal et un Vf de 35%. Le transfert de charge à l'interface est modélisé par un frottement de Coulomb, où un glissement relatif intervient lorsque l'on atteint le cisaillement seuil $\mu\sigma_{rr}$. Le principal résultat du calcul est l'estimation de la surcontrainte induite dans les fibres voisines de la rupture. La valeur du facteur de surcontrainte (estimé dans les voisines du premier ordre) est de l'ordre de 5%, tandis qu'ils soulignent que le modèle shear-lag fournit une valeur de 10%.

Le détail de l'approche par éléments finis des conséquences d'une rupture de fibre, sera développé en détail dans le chapitre 4. La construction d'un modèle comporte quelques subtilités que nous aborderons alors plus précisément.

Les facteurs de surcontraintes estimés par les calculs éléments finis à l'échelle de la fibre, peuvent ensuite être utilisés pour décrire la rupture du composite. Les auteurs qui utilisent ce type d'approche, effectuent ainsi d'une part des calculs par éléments finis pour déterminer l'évolution des variables "micro" avec précision, qu'ils injectent ensuite dans un modèle à l'échelle supérieure pour simuler un volume de composite conséquent. Cette stratégie est utilisée par [Xia & al., 02]. Ces auteurs utilisent le "Green's function model" ou "GFM". Cette approche est basée sur les travaux de [Zhou & Curtin, 95]. A l'aide d'une discrétisation similaire à celle présentée par la figure 2.13, l'équilibre mécanique du système est obtenu en considérant que le vecteur déplacement de tout les noeuds peut être relié au vecteur force F par le biais d'une matrice de rigidité G ($\{u\} = GF$). Cette équilibre global contient les relations d'équilibres locales écrites avec les hypothèses du shear-lag. Il s'agit en somme d'une forme simplifiée d'approche par éléments finis. Ces hypothèses d'équilibre local peuvent être raffinées par des modèles analytiques plus étoffés ou par des calcul éléments finis plus complexes. Les coefficients de la matrice de Green G qui constitue le modèle analytique, peuvent en d'autres termes être issus d'un calcul éléments finis effectué par ailleurs.

1.7 Cinétique d'usure des zones de décohésion sous sollicitation cyclique

La mise en évidence de la progression des zones de décohésions a été effectuée dans le chapitre 1. Cette progression concerne les chargements en fatigue axiale et est basée

sur les constatations expérimentales de [Legrand, 97]. L'auteur observe après une dissolution matricielle des éprouvettes testées, des stries perpendiculaires à l'axe de chargement dont l'espacement est régulier. En revanche le lien entre nombre de stries et nombre de cycles paraît plus difficile à faire. L'auteur mentionne également un mécanisme d'abrasion des zones d'interface décohérées dû sans doute au cisaillement cyclique que subissent ces zones. Le coefficient de frottement associé doit ainsi évoluer au cours du chargement. Les mécanismes de progression des longueurs de décohésion se révèlent ainsi très complexes et leur modélisation fine paraît peu abordable.

Pour contourner le problème, [Legrand, 97] enregistre durant l'essai les ruptures successives des filaments à l'aide de capteurs acoustiques, et associe chaque évènement acoustique au numéro du cycle correspondant. Après la dissolution de la matrice, les longueurs de fibre endommagées sont classées par taille et associées aux numéros des cycles enregistrés chronologiquement. Il déduit alors une vitesse de progression des décohésions en microns par cycle. Cette vitesse correspond bien sûr à l'essai effectué, mais permet déjà de donner un ordre de grandeur : pour un composite SCS6/TA6V, testé en fatigue axiale pour $\Delta\sigma_c = 1100\text{MPa}$, à 450°C , cette vitesse est estimée à $1\mu\text{m}/\text{cycle}$. La progression de la fissure interfaciale est ainsi associée à une cinétique de fissuration expérimentale :

$$\frac{da}{dN} = 1\mu\text{m}/\text{cycle},$$

où a est la longueur de décohésion.

Les paramètres d'une modélisation fine du phénomène de dégradation interfaciale doivent de toute façon être identifiés par des essais. Adopter une cinétique d'usure déterminée à la manière de [Legrand, 97] semble donc judicieux. La variable vitesse de dégradation des interfaces devra faire alors partie des paramètres ajustables d'une modélisation, si les essais expérimentaux correspondants n'ont pas pu être effectués.

Pour intégrer cette cinétique dans son modèle, [Legrand, 97] suppose que le long des longueurs de décohésion aucun rechargement de la fibre rompue ne se produit : le cisaillement interfacial dans les zones de décohésion est nul. La fibre se recharge par cisaillement constant en dehors des zones décohérées : avec une approche par cisaillement constant, considérer une valeur non nulle dans les zones de décohésion conduirait à recharger la fibre à des valeurs très supérieures à la contrainte appliquée σ_{zz}^∞ (selon la formule de Kelly-Tyson). Les zones de rechargement s'éloignent ainsi de la rupture à mesure que la décohésion progresse (fig.2.15). Comme il est supposé que le report de charge ne s'effectue que via du cisaillement matriciel, les zones surcontraintes dans les fibres voisines de la rupture suivent le déplacement des zones de rechargement et sont de même longueur. De la même manière que dans les travaux de [Molliex, 95] le facteur de surcontrainte est modélisé par un créneau de surcharge de valeur 1,17 ($1+1/6$) dans le cas d'un arrangement hexagonal. La longueur d'interface L entre la rupture et la fin de la zone de rechargement progresse donc en fonction de la longueur de décohésion et de la longueur de rechargement comme le définit la formule suivante :

$$L(N) = L_r(\tau_i, \langle \sigma_{zz}^\infty \rangle(N)) + \frac{da}{dN} \Delta N, \quad (\text{II-1-13})$$

où $L_r(\tau_i, \langle \sigma_{zz}^\infty \rangle(N))$ est la longueur de rechargement correspondante au cycle N qui évolue avec la contrainte appliquée au renfort à cause des effets de surcharge; elle est calculée avec un cisaillement interfacial constant. De plus $\Delta N = N - N_r$, où N_r est le numéro du cycle associé à la rupture : $\frac{da}{dN} \Delta N$ représente donc la longueur de décohesion.

Cette modélisation est illustrée par la figure 2.15. Le fait que les curseurs de surcontrainte se déplacent pour suivre les longueurs de rechargement implique que la portion de fibre voisine située dans le plan de la rupture ne se trouve plus surchargée lorsque la décohesion progresse à l'interface de la fibre rompue.

Comme il est supposé qu'il n'existe pas de croissance sous critique des défauts dans les fibres, les portions de fibres qui ont déjà été soumises au curseur de surcontrainte ne sont pas censées rompre ultérieurement. Il est ainsi supposé que l'état de contrainte dans une portion de fibre surchargée atteint son maximum lors du passage du curseur de surcontrainte. Ceci permet de respecter les hypothèses du report de charge par cisaillement et du cisaillement constant à l'interface de la fibre rompue.

Cette stratégie qui simplifie aussi la programmation des algorithmes comporte cependant l'imprécision suivante :

il n'est pas exact de considérer implicitement que le maximum de la surcharge des voisines de la rupture se produit lors du passage du curseur de surcontrainte. En effet une zone surchargée est soumise au moment du passage du curseur à la contrainte $k(z) \cdot \sigma_{zz}^\infty(N)$. À cause des mécanismes de surcharge globale du renfort (écrouissage cyclique de la matrice), cette zone sera soumise à $k(z) \cdot \sigma_{zz}^\infty(N + \Delta N)$ après ΔN cycles sans déplacement du curseur de surcharge : une fracture différée du filament sera donc permise dans ces zones. Compte-tenu des hypothèses du modèle il est nécessaire de supposer le déplacement des curseurs de surcharge, mais l'on voit ici le problème qu'implique ce raisonnement.

La formation différée de cluster de ruptures est donc sous-estimée dans ce genre d'approche ce qui induit une surestimation de la contrainte à rupture du composite. Cet effet est en revanche contre-balançé par la surestimation du facteur de surcontrainte et par le déplacement des curseurs de surcharge qui finissent par rencontrer des défauts critiques dans les voisines de la rupture.

Nous verrons aussi dans la suite du document que la progression de la décohesion à l'interface de la fibre rompue induit plutôt un "étalement" des zones de surcontrainte dans les voisines.

2 Les modèles disponibles

Les modèles que nous avons pu identifier dans la littérature et qui concernent la fatigue oligocyclique axiale reprennent en majorité les éléments que nous avons développés ci-avant. Les modèles de fatigue sont souvent des extensions de modèles de rupture en traction.

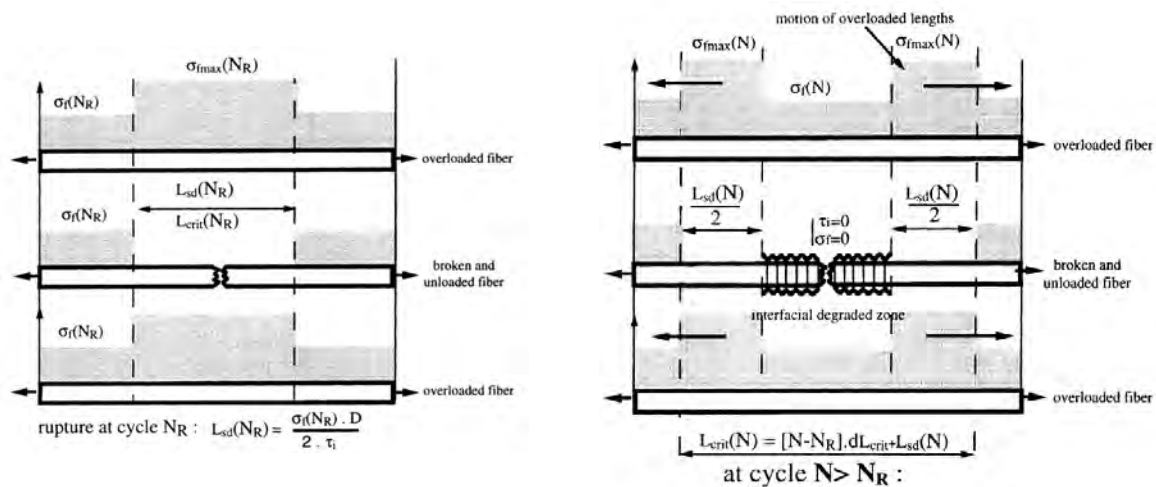


FIG. 2.15 – Modélisation du déplacement des zones surchargées à la manière de "curseurs" dans les fibres voisines de la rupture. Les curseurs suivent les zones de rechargement de la fibre rompue ([Legrand & al., 02]). Les portions de fibres associées à la décohésion ne se rechargent pas.

Les modèles dérivés d'une approche shear-lag

Il en va ainsi du modèle SIRCUD (Simulation de la Rupture d'un Composite UniDirectionnel). Développé à l'origine par [Molliex, 95] pour simuler la rupture en traction, il a été étendu à la rupture en fatigue oligocyclique longitudinale par [Legrand, 97]. Ses principaux ingrédients micro-mécaniques incluent :

- une discrétisation du réseau de filaments en éléments monodimensionnels. Chacun de ces éléments ou maillons est affecté d'une contrainte à rupture en respectant une loi de Weibull par un tirage de Monte-Carlo. Les paramètres de la loi de Weibull ont été identifiés par des essais de traction sur fibres nues ;
- une zone de rechargement des fibres rompues modélisée par un cisaillement constant à l'interface (Kelly & Tyson) ;
- des zones de surcontrainte en "créneau" où $k=1+1/6$ dans les voisines du premier ordre, dont la longueur et la position sont identiques à celles de la zone de rechargement ;
- une progression des zones de décohésion en fonction du nombre de cycles le long desquelles aucun transfert de charge n'a lieu, ce qui implique un déplacement des zones de rechargement pour respecter l'hypothèse du cisaillement constant ;
- un déplacement des curseurs de surcontrainte dans les filaments voisins qui suivent le déplacement des zones de rechargement ;
- en fatigue, l'état de contrainte croissant dans le renfort est relié à la contrainte macroscopique par une loi des mélanges qui dépend du nombre de cycles par l'intermédiaire du rochet mécanique expérimental observé.

Les variables d'entrées de SIRCUD sont essentiellement le taux de cisaillement τ_i et la cinétique de décohésion en fatigue. Les paramètres de Weibull peuvent aussi être ajustés car comme le souligne [Legrand, 97], des mécanismes in-situ peuvent perturber ces paramètres déterminés sur filaments nus (cf. chap.1).

Pour identifier ces variables d'entrées, des essais spécifiques effectués en parallèle sont nécessaires : pour déterminer le cisaillement interfacial moyen τ_i , l'essai de fragmentation a été étudié par [Molliex, 95], tandis que [Gonzalez & al., 01] étudient l'essai de Push-out⁴. Les paramètres de Weibull sont la plupart du temps déterminés par des essais sur filaments nus, brut de fabrication ou extraits des éprouvettes après dissolution de la matrice.

Remarque : *Lorsqu'on choisit de modéliser le cisaillement interfacial par une valeur constante, celle-ci est bien sur fonction des caractéristiques mécaniques de la zone interfaciale mais aussi de l'état de contrainte à l'interface. Il est alors difficile d'obtenir une valeur autrement que par identification dans le modèle final. Les valeurs relevées dans la littérature pour τ_i sont ainsi relativement dispersées même pour des systèmes proches, compte-tenu de la sensibilité de la valeur au contexte de l'identification (état de contrainte interne, fraction volumique, nature de l'interphase et des constituants). En d'autres termes une valeur de cisaillement interfacial constante déterminée sur un essai de fragmentation ou de push-out par exemple, n'est pas forcément applicable dans un modèle de rupture du composite.*

Les autres modèles dérivés des hypothèses shear-lag existants sont, à notre connaissance, surtout dédiés à la modélisation de la rupture en traction. Les mécanismes à l'échelle microscopique y sont donc décrits par les équations du shear-lag évoquées précédemment. On peut citer le modèle de [Ibnabdeljalil & al., 96] construit sur la base d'une discrétisation des filaments du même type que celle de SIRCUD. Les interactions entre les mécanismes locaux de transfert de charge sont modélisés par le "Green's Function Model" mentionné plus tôt. Les auteurs discutent en revanche avec précision de la notion de cluster de fibres rompues. Pour un volume de composite important, ils observent la formation de clusters de ruptures indépendants, parmi lesquels "le plus faible" est responsable de la rupture finale. En terme de changement d'échelle et compte-tenu du report de charge local, les auteurs déduisent de ces constatations que pour des volumes supérieurs, il existe une taille de composite statistiquement représentative du comportement macroscopique. Le comportement à rupture du composite est donc associé à une approche du "lien le plus faible" que l'on retrouve dans la théorie de Weibull.

⁴Essai de caractérisation micromécanique qui consiste à obtenir l'enfoncement d'une fibre dans une fine tranche transverse de composite, en exerçant un effort sur la fibre à l'aide d'un indenteur. La courbe force-déplacement de l'indenteur est associée au comportement interfacial.

Les approches par changement d'échelle

Comme nous l'avons évoqué, certains mécanismes peuvent être étudiés par éléments finis puis réintroduits dans un modèle macroscopique. En traction, on peut citer le modèle de [Gonzalez & al., 01]. La surcontrainte qu'induit la rupture d'une fibre sur son voisinage est évaluée par calcul éléments finis. La rupture du composite est ensuite obtenue en calculant la contrainte approchée nécessaire à la rupture d'un cluster de une, deux, ou trois fibres. À partir du calcul de $k(z)$ dans les voisines d'une rupture, les auteurs établissent par la loi de Weibull, la modification locale de la probabilité de rupture des portions surchargées. La probabilité de rupture de ces portions de fibre surchargées prend la forme :

$$P = 1 - \exp \left\{ -\frac{2}{L_0} \left[\frac{\sigma_{zz}^\infty}{\sigma_0} \right]^m \int_0^{L_r} k(z)^m dz \right\},$$

où L_r est la longueur de rechargement.

Il est ensuite associée à cette probabilité modifiée, une contrainte appliquée au renfort qui correspond à la contrainte moyenne approchée nécessaire à la formation de ces clusters. Par comparaison avec des essais expérimentaux, il est indiqué que c'est la contrainte associée à un cluster de deux ruptures voisines qui reproduit le mieux la contrainte à rupture expérimentale.

Le modèle SIRCUD a été aussi étoffé par des calculs éléments finis, mais pour reproduire la résistance en fluage d'un composite unidirectionnel. [Faucon, 99] utilise les résultats d'un calcul éléments finis en géométrie axisymétrique pour identifier la relaxation de la contrainte moyenne supportée par la matrice et donc l'augmentation de la contrainte axiale dans le renfort au cours d'un essai de fluage longitudinal. La contrainte dans les fibres entraînant la rupture du composite en traction est calculée par le modèle SIRCUD. Elle est ensuite associée au temps de fluage nécessaire pour obtenir cette contrainte dans le renfort par les calculs éléments finis.

En fatigue oligocyclique, les travaux de [Xia & Curtin, 01] proposent un modèle de durée de vie pour un composite SiC/Ti. Leur approche repose sur l'hypothèse de l'amorçage d'une fissure annulaire dans la zone de réaction interfaciale d'une fibre au coeur du composite. La vitesse de propagation de cette fissure dans la matrice est estimée par un calcul éléments finis faisant intervenir les fibres environnantes qui pontent la fissure. Elle est associée à la loi de Paris suivante :

$$\frac{da}{dN} = c\Delta K^b,$$

où $\frac{da}{dN}$ est la vitesse de propagation, et ΔK la variation du facteur d'intensité de contrainte.

Le calcul éléments finis fournit donc cette vitesse de propagation, mais également les facteurs de surcontrainte $k(z)$ dans l'ensemble des fibres perturbées par la fissure.

Parallèlement, les auteurs effectuent une simulation de la résistance à rupture en traction du composite par le biais d'un modèle similaire à celui décrit dans [Ibnabdeljalil & al., 96], pour différentes tailles de fissure. Connaissant la contrainte à rupture du composite en fonction de la taille de fissure (les couples (σ_{rupt}^i, a_c)), ils peuvent calculer à l'aide des

résultats éléments finis, le nombre de cycles nécessaires pour atteindre la taille de fissure critique a_c sous le chargement cyclique correspondant σ_{rupt}^i par :

$$N = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{da/dN}.$$

Ce modèle semble en revanche ne pas tenir compte de l'endommagement interfacial ou du mécanisme de surcharge progressive des fibres cités précédemment, et comporte l'hypothèse d'une fissure matricielle que nous supposons absente, comme justifié dans le chapitre 1. Par contre l'approche de ces auteurs, en terme de dialogue entre modèle macroscopique et calculs éléments finis à l'échelle micro, illustre et inspire la construction du modèle que nous allons proposer.

Dans le cadre de sollicitations cycliques multiaxiales, il faut aussi mentionner le modèle de durée de vie de [Kruch & al., 06].

Ce modèle n'est pas dédié aux sollicitations oligocycliques car son domaine d'application concerne une plage importante de chargements dans le diagramme de Wöhler. Il permet de calculer des durées de vie pour un composite SiC/Ti soumis à un chargement multiaxial. Il s'articule autour de deux étapes :

- un calcul de structure par éléments finis construit sur la base de lois de comportement obtenues par des techniques d'homogénéisation. Ces lois, dont la construction est inspirée des travaux de [Dvorak, 92], intègrent dans les relations micro-macro le comportement élasto-viscoplastique de la matrice et l'endommagement transverse du composite (décohésion interfaciale). Cette étape de calcul nécessite l'obtention d'un état stabilisé du champ macroscopique dans la structure. Cette stabilisation est associée aux mécanismes de viscoplasticité et d'endommagement en outre très présents dans le domaine oligocyclique (en dehors des scénarios de ruptures pilotés par la fracture des fibres) ;
- une fois la stabilité atteinte, un post-traitement est effectué par un modèle d'endommagement de fatigue plutôt associé aux mécanismes présents en fatigue à grand nombre de cycles (fissuration matricielle). Ce modèle est construit sur la base de surfaces d'endommagement anisotropes permettant d'inclure la multiaxialité du chargement. La cinétique d'endommagement consiste en une équation différentielle d'une variable scalaire D en fonction du nombre de cycles qui inclue les effets de multiaxialité via trois invariants du tenseur des contraintes. Les paramètres de la loi d'évolution ont été identifiés par une campagne d'essais de fatigue transverses et axiaux. En chaque point de Gauss du maillage le post-traitement évalue le nombre de cycles à rupture. La durée de vie est associée à l'amorçage d'une fissure d'environ 300 microns.

L'interaction comportement/endommagement est ici appréhendée de manière découplée, mais il est établi que la solution est conservatrice par rapport à une approche couplée très

couteuse en temps de calcul.

La stabilisation du champ de contrainte durant l'étape de calcul de structure peut nécessiter un nombre important de cycles (plusieurs milliers) pour des chargements sévères. Le modèle d'endommagement prend alors le relais pour déterminer la durée de vie après un nombre déjà conséquent de cycles. En oligocyclique, cette approche peut être limitée par cette étape de stabilisation : lorsque la rupture est pilotée par la fracture des fibres et étant données les courtes durées de vie associées, une approche couplée serait peut être préférable. Malgré cette particularité, les paramètres de la cinétique d'endommagement utilisée en post-traitement ont été également identifiés dans des régions proches du domaine oligocyclique. L'adaptation du modèle à différentes configurations de matériaux (Vf, type de constituants) nécessite néanmoins la réalisation d'une palette d'essais nouveaux pour identifier les paramètres de la cinétique d'endommagement.

Nous discuterons dans le chapitre 5 la comparaison qui peut être faite entre notre modèle et celui de [Kruch & al., 06]. En effet le domaine de validité des deux modèles semble quelque peu disjoint mais leur complémentarité pour la prévision de la durée de vie du composite comme renfort d'un anneau de compresseur peut se révéler intéressante.

Par exemple, nous avons établi qu'en fatigue oligocyclique axiale pure la rupture intervient de manière catastrophique sans endommagement visible sur le comportement macroscopique. Sous chargement multiaxial en revanche, l'endommagement notamment dû aux sollicitations transverses prévu par le modèle de [Kruch & al., 06] induit une évolution du champ macroscopique. L'évolution du champ macroscopique prévu par le modèle de [Kruch & al., 06] pourrait alors être une donnée d'entrée du modèle de durée de vie que nous allons construire.

3 De la nécessité d'approfondir certaines hypothèses

Le modèle de durée de vie en fatigue oligocyclique longitudinale dont les hypothèses de construction correspondent le mieux aux mécanismes d'endommagement sur lesquels nous voulons baser notre étude est à notre connaissance, le modèle SIRCUD développé par [Molliex, 95] et [Legrand, 97]. En revanche, aux travers des résultats proposés dans les différentes études que nous avons mentionnées, il paraît nécessaire d'avoir recours à une modélisation plus fine de certains mécanismes.

Les précisions que nous aimerions obtenir, concernent les aspects suivants :

1. Les paramètres statistiques utilisés pour modéliser le comportement à rupture des filaments sont déterminés par des essais de traction sur filaments nus. Comme nous l'avons évoqué, cette approche peut comporter des imprécisions. Pour améliorer l'identification de ces paramètres, le comportement à rupture de filaments doit être évalué dans une configuration la plus proche possible de l'état in situ ;
2. Comme le suggèrent les remarques de [Nairn, 97], les hypothèses analytiques du shear-lag sont mises en défaut dans les CMM pour des Vf de l'ordre de 30%. Les résultats de simulations par éléments finis, effectuées notamment dans les travaux

de [Gonzalez & al., 01] montrent que le report de charge dans un composite à matrice métallique implique une surcontrainte des fibres voisines de la rupture bien inférieure ;

3. La surcharge progressive du renfort induite par l'accumulation de déformations plastiques dans la matrice est déduite d'une loi des mélanges qui interprète le rochet mécanique observé sur un essai de fatigue particulier. Elle n'a donc pas de caractère général et limite l'extension du modèle à d'autres configurations ;
4. Le champ des contraintes résiduelles et son évolution pour des chargements thermomécaniques n'est qu'approximativement pris en compte dans les approches analytiques. Son caractère tridimensionnel et son évolution qui influent sur la contrainte appliquée au renfort, doivent être examinés avec précision.

Pour investiguer ces quatre points et construire un modèle de durée de vie amélioré, nous allons avoir recours à l'étude dissociée des phénomènes suivants :

1. L'essai de fragmentation va être étudié. Une approche couplée entre modélisation éléments finis et modèle analytique sera utilisée pour identifier les paramètres statistiques du comportement à rupture des filaments à partir des résultats expérimentaux. Cette étude sera réalisée dans le chapitre 3.
2. La perturbation du champ de contrainte induite par la rupture d'un filament va être étudiée à l'aide de simulations éléments finis en trois dimensions dans le chapitre 4. L'apport de ces calculs va découler entre autre de l'utilisation d'une loi de comportement élasto-visco-plastique précise pour la matrice Ti6242.
3. Les mécanismes de surcharge du renfort par écrouissage cyclique de la matrice vont être étudiés via des calculs éléments finis par une technique d'homogénéisation périodique. La aussi, les outils numériques dont nous disposons vont permettre de simuler en trois dimensions ce mécanisme de surcharge pour un grand nombre de cycles. L'extension des données de surcharge progressive du renfort pourra être alors effectuée pour différents paramètres (V_f , température, chargements macroscopiques différents) ; cette étude sera présentée au chapitre 5.
4. Le champ des contraintes résiduelles et l'évolution du champ des contraintes internes pourra être obtenu de manière relativement précise, compte-tenu de l'utilisation d'un modèle tridimensionnel. L'extension de l'étude aux chargements thermomécaniques en phase ou hors phase pourra alors être abordée. L'application du modèle de durée de vie construit par l'assemblage des différentes briques que nous venons d'évoquer sera présentée au chapitre 6 par un calcul de durée de vie de l'insert SiC/Ti dans un ANAM en fonctionnement.

Nous allons ainsi contruire un modèle de durée de vie du SCS-6/Ti6242 en fatigue oligocyclique longitudinale. Ce modèle sera inspiré SIRCUD en terme d'architecture, mais comportera dans sa construction quelques subtilités nouvelles qui seront abordées au chapitre 5. L'algorithme complet du modèle y sera alors présenté. Le principal aspect novateur de cette étude consiste donc à construire un modèle macroscopique de durée de vie, basé sur une description fine des micromécanismes impliqués dans l'endommagement. La suite de ce document s'articule donc autour des ingrédients que nous venons d'énumérer et qui sont résumés par la figure 2.16.

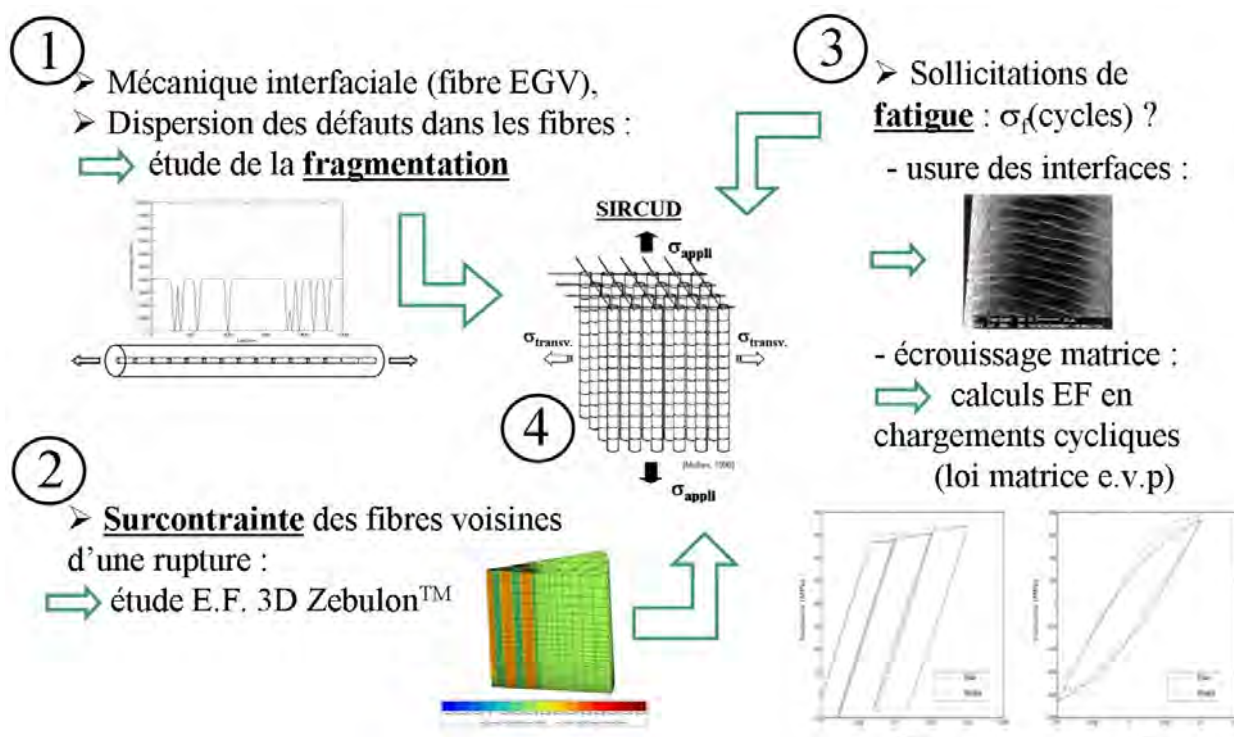


FIG. 2.16 – Ingrédients nécessaires à la construction du modèle de durée de vie en fatigue oligocyclique longitudinale, de type SIRCUD.

4 Synthèse

Ce chapitre a permis de lister les ingrédients nécessaires à la construction d'un modèle de durée de vie en fatigue oligocyclique longitudinale. Nous avons décrit le scénario de rupture pour ce type de chargement et effectué un état de l'art des techniques de modélisation des différents mécanismes impliqués. Il en ressort un besoin d'approfondissement de certains points, nécessaire à la construction d'un modèle robuste. Ces points et la manière de les aborder sont :

- l'identification des paramètres statistiques de la rupture des filaments qui va être obtenue par des essais de fragmentation ;*
- le report de charge induit par la rupture d'un filament qui va être analysé à l'aide de calculs éléments finis en trois dimensions ;*
- la surcharge progressive du renfort qui sera modélisée par éléments finis en utilisant des techniques d'homogénéisation ;*
- l'aspect tridimensionnel de l'état de contrainte qui sera renseigné par l'ensemble des modélisation tridimensionnelles.*

Chapitre 3

L'essai de fragmentation d'un filament de SiC dans une matrice titane

Pour obtenir des informations sur l'activation de défauts dans les filaments SCS-6 in situ et sur les mécanismes de transfert de charge à l'interface fibre/matrice, l'essai de fragmentation va être étudié. Des essais expérimentaux ont été effectués et l'objectif de ce chapitre est la construction d'un essai numérique de fragmentation. Les paramètres du modèle seront identifiés par méthode inverse pour reproduire l'essai expérimental. L'étude de la fragmentation comme étape de construction d'un modèle de durée de vie, se justifie par les points suivants :

- l'état de contrainte d'un filament dans une éprouvette de fragmentation est proche de celui au sein du composite. De plus, les filaments testés sont enduits par le procédé EGV décrit précédemment. L'essai permet d'identifier les processus d'activation de défauts inhérents à l'état in-situ des fibres et vérifier dans quelle mesure le procédé intermédiaire de fabrication a modifié leur comportement à rupture ;
- par définition, le processus de fragmentation est piloté à la fois par les mécanismes de transfert de charge, et par l'activation progressive des défauts dans les fibres. Son étude permet d'obtenir des renseignements sur la manière dont ces deux aspects interagissent durant l'essai ;
- l'essai permet en outre l'activation de défauts de petites tailles : la dispersion de ces familles de défauts est difficilement identifiable autrement. Une identification multiéchelle des défauts est en effet nécessaire lorsque la formation de clusters de ruptures est causée par des mécanismes de surcharge locale dans le composite.

Nous verrons que l'approche proposée conduit effectivement à identifier un comportement à rupture différent de celui observé sur des essais de traction avec filaments nus. De plus, l'utilisation d'une modélisation fine du transfert de charge à l'interface va entraîner la révision d'une hypothèse fréquemment admise qui assimile longueur de rechargement et longueur d'exclusion.

Sommaire

1	Essais expérimentaux de fragmentation	79
	Principe de l'essai de fragmentation	80
1.1	L'essai instrumenté avec émission acoustique	80
	Étalonnage de l'émission acoustique	82
1.2	Les résultats d'essais	84
	Activité acoustique en fonction de la déformation appliquée . .	84
	Dissolutions matricielles	87
	Endommagement de la zone interfaciale	91
	Synthèse expérimentale	94
2	Analyse de l'essai de fragmentation	94
2.1	État de l'art des techniques d'analyse	95
	Identification multiéchelle des populations de défauts	95
	Zones de rechargement - Zones d'exclusion	97
	Analyses/Modélisations de l'essai	100
2.2	Synthèse	105
3	Modélisation de l'essai de fragmentation	106
3.1	Modélisation par éléments finis du rechargement d'une fibre rompue	106
	Loi de comportement e-v-p du Ti6242	106
	Modélisation des contraintes résiduelles	107
	Simulation de la rupture d'un filament et modèles d'interface .	111
	Détail du modèle de zones cohésives	113
	Résultats des calculs	117
3.2	Approche probabiliste de la fragmentation	128
	Le modèle statistique de Weibull	128
	Application du modèle de Weibull à la fragmentation	130
	Fausse piste... ??	132
3.3	Essai numérique de fragmentation et confrontation avec l'expérimental	135
4	Synthèse	143

1 Essais expérimentaux de fragmentation

Les zones interfaciales des matériaux composites ont un rôle mécanique de premier ordre. Par exemple lorsque le chargement induit une sollicitation de celles-ci qui se reporte sur le comportement macroscopique du matériau (chargement transverse pour un unidirectionnel), ou en présence d'endommagement. Les ruptures de fibres ou la propagation de fissures matricielles entraînent des perturbations locales où la discontinuité de l'interphase est le siège d'un transfert de charge. Les caractéristiques mécaniques de ces zones vont alors conditionner les cinétiques d'endommagement : fissuration interfaciale, déviation de fissure, rebranchement, dissipation d'énergie. Ces mécanismes fortement influencés par les caractéristiques de l'interphase interviennent dans le confinement ou la propagation de l'endommagement.

La conception d'un matériau composite inclut la maîtrise des caractéristiques de la zone interfaciale. En ce qui concerne les caractéristiques mécaniques, des essais spécifiques sont utilisés pour contrôler la nature de ses propriétés. Pour reproduire les sollicitations que subissent ces zones vis à vis de l'amorçage ou de la progression de l'endommagement, on choisit de tester la réponse mécanique de l'interphase en lui imposant un chargement proche de celui auquel elle est soumise lors des sollicitations macroscopiques.

Dans le cas des SiC/Ti, l'endommagement de l'interphase lié aux chargements transverses peut être étudié par des essais de traction transverse sur des composites monofilamentaires ([Malon, 00]) où multifilamentaires pour obtenir des informations moyennes inhérentes à une approche multi-échelle des phénomènes ([Carrère, 01]).

Dans le cadre d'un chargement axial, les transferts de charge à l'interface interviennent lors de la rupture de fibres et de l'amorçage de la fissure interfaciale qui s'en suit, ou lors de la progression de fissure matricielles. Ce dernier type d'endommagement étant négligé dans notre cas, nous allons nous pencher sur le premier. Selon les éléments de l'approche mécanique donnés dans le chapitre précédent, l'interface est sollicitée principalement en cisaillement au droit d'une rupture de fibre. Trois types d'essais sont alors majoritairement utilisés pour identifier la réponse mécanique de l'interface soumise à ce type de chargement :

- l'essai de push-out qui consiste à solliciter l'interface en générant le glissement d'une fibre dans une lame mince de composite. Une pression est appliquée sur la fibre à l'aide d'un indenteur ; la réponse force-déplacement de l'indenteur est ensuite reliée aux propriétés de l'interface ([Guichet, 98]) ;
- l'essai de pull-out qui consiste à extraire une fibre partiellement enchâssée dans une gaine de matrice. Un effort de traction est appliqué à l'extrémité de la fibre émergente tandis que sa partie inférieure est maintenue enchâssée dans la matrice afin de solliciter l'interface principalement en cisaillement ; la courbe force-déplacement est ensuite reliée au comportement interfacial ;
- l'essai de fragmentation qui consiste à appliquer une traction longitudinale sur une éprouvette monofilamentaire afin de provoquer la fracture progressive du filament

dans la matrice en fragments de plus en plus petits. L'analyse de l'essai permet de remonter aux propriétés interfaciales et aux populations de défauts présentes dans les fibres *in situ*.

Le comportement à rupture d'un composite unidirectionnel est largement influencé par le comportement à rupture du renfort. Celui-ci étant par nature statistique, il est nécessaire de réaliser une campagne d'essais dédiée à son identification.

L'essai de fragmentation permet de tester simultanément le caractère statistique à rupture des filaments et les propriétés mécaniques interfaciales. Nous verrons cependant que cette particularité peut être problématique car elle augmente le nombre de paramètres à évaluer : le couple de paramètres statistiques ($m; \sigma_0(L_0)$) (si l'on a choisi le formalisme de Weibull), et les propriétés interfaciales (que l'on peut pour simplifier, réduire à la contrainte de cisaillement interfacial τ_i).

Principe de l'essai de fragmentation

La propriété nécessaire aux constituants pour la réalisation d'un essai de fragmentation est une déformation à rupture importante pour la matrice, bien supérieure à celle du filament. La ductilité du titane ($\epsilon_{rupt}^m \simeq 15\%$) et le comportement fragile des filaments de SiC ($\epsilon_{rupt}^f \simeq 1\%$) assurent cette particularité.

Il s'agit de soumettre une éprouvette composite monofilamentaire (figure 3.1) à une traction longitudinale : le filament se rompt au gré des défauts présents dans celui-ci à mesure que la déformation appliquée augmente. La ductilité de la matrice doit permettre d'appliquer une déformation suffisante pour fragmenter le filament sans rompre l'éprouvette. Au voisinage de chacune des ruptures, un transfert de charge via l'interface recharge en contraintes axiales les extrémités des fragments (fig.3.1). Ces zones de transfert de charge grandissent avec la contrainte appliquée si bien que la taille des fragments finit par devenir du même ordre que ces longueurs de rechargement. Le rechargement des fragments n'est alors plus suffisant pour induire des ruptures supplémentaires : on atteint la saturation du phénomène de fragmentation. L'interaction entre activation des défauts et évolution du champ de contraintes dans les filaments va contrôler le déroulement du processus.

L'identification des propriétés interfaciales réside la plupart du temps dans l'analyse de la taille des fragments à l'issue de l'essai : lorsque le rechargement est efficace, ce qui implique un cisaillement interfacial important, les fragments sont plus petits qu'en présence d'une interphase faible. Le caractère statistique est quand à lui souvent identifié par l'analyse de l'accumulation des ruptures en fonction de la contrainte appliquée.

1.1 L'essai instrumenté avec émission acoustique

Des essais de fragmentation d'un filament de SiC dans une matrice titane ont été effectués à température ambiante. Les fibres utilisées pour fabriquer les éprouvettes monofilamentaires sont les filaments SCS-6 enduits par le procédé EGV. On compacte à

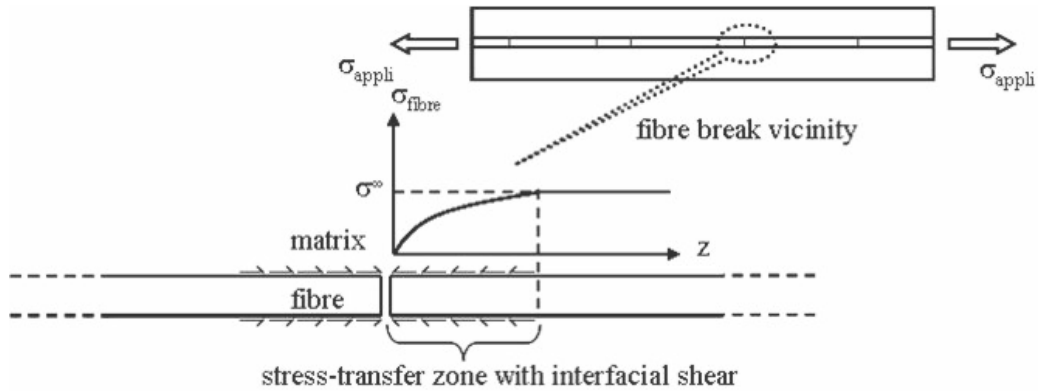


FIG. 3.1 – Principe de l'essai de fragmentation.

chaud une rangée de fibres enduites par l'alliage Ti6242 entre deux feuillets laminés du même alliage. Les plaques obtenues sont ensuite radiographiées pour localiser les fibres et identifier d'éventuels désalignements ou ruptures, puis découpées par électro-érosion pour obtenir les éprouvettes altères monofilamentaires.

La géométrie des éprouvettes est donnée par la figure 3.2. Le rayon de courbure des congés¹ a été dimensionné de manière à limiter au maximum les surcontraintes dans ces zones pour un chargement axial. Ce dimensionnement a été effectué par des calculs éléments finis en deux dimensions dans lesquels le rayon de congé est paramétré.

La longueur de la zone utile des éprouvettes a été choisie délibérément importante (dans la limite des capacités d'essai) car le phénomène de fragmentation est par nature statistique et on obtient ainsi une quantité d'informations plus importante.

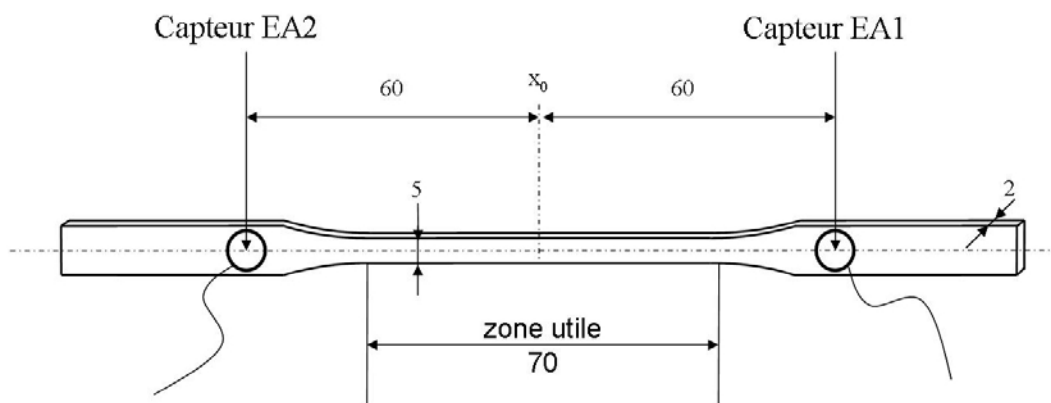


FIG. 3.2 – Géométrie des éprouvettes d'essai (dimensions en mm).

¹les congés désignent la zone de transition entre les talons de l'éprouvette qui ont une section importante et la zone utile où une section plus faible permet d'induire des déformations supérieures.

Six essais ont dans un premier temps été réalisés au LCTS, à température ambiante, sur une machine de traction INSTRONTM. Les éprouvettes sont instrumentées par un extensomètre placé sur la zone utile. Deux capteurs acoustiques sont collés de part et d'autre de la zone utile sur la partie des talons encore émergente des mors. Pour éviter tout problème de simultanéité ou superposition dans les évènements et faciliter l'analyse, la vitesse de traverse a été choisie lente pour tous les essais : $0,05 \text{ mm.min}^{-1}$.

L'objectif premier d'un essai est l'enregistrement du nombre de ruptures cumulées du filament en fonction de la déformation macroscopique appliquée.

L'utilisation de capteurs acoustiques in situ est nécessaire pour détecter les ruptures du filament compte-tenu de l'opacité de la matrice (pour les matrices organiques transparentes il est parfois possible de voir les ruptures : [Andersons & al., 01]). De plus, la courbe de comportement de l'éprouvette est insensible à la présence du filament compte-tenu de la très faible fraction volumique de ce dernier ($< 1\%$). L'utilisation de deux capteurs acoustiques doit permettre la localisation des ruptures au cours de l'essai, donnant des informations sur la taille des fragments qui se forment et par conséquent sur l'interaction entre zones de rechargement et activation de défauts.

Les cristaux piézo-électriques des capteurs transforment les ondes élastiques captées en surface des éprouvettes en un signal électrique amplifié que l'on traite à l'aide du logiciel dédié MITRATM. La figure 3.2 illustre la configuration des éprouvettes d'essai instrumentées. Les capteurs fonctionnent en continu durant tout l'essai mais un enregistrement du signal ne se produit que lorsqu'un seuil en amplitude électrique préalablement réglé est franchi. Pour limiter les problèmes de bruit, le réglage de ce seuil s'effectue en cassant des mines de graphite en surface des éprouvettes pour reproduire des évènements semblables à une rupture de fibre.

Pour valider l'utilisation de l'émission acoustique nous procéderons à des dissolutions de la matrice pour les éprouvettes testées : le nombre de fragments de filaments pourra ainsi être comparé au nombre d'évènements acoustiques enregistrés.

Étalonnage de l'émission acoustique

Le positionnement symétrique de deux capteurs acoustiques doit permettre de localiser la source des évènements avec une précision que nous allons discuter (fig.3.2). À l'aide de la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans l'éprouvette, la localisation d'une rupture peut être obtenue à partir du décalage en temps entre les deux signaux.

Un premier problème consiste à connaître cette vitesse de propagation. Deux types d'ondes acoustiques aux vitesses différentes sont principalement générées lors d'une sollicitation dynamique quelconque : des ondes de compression longitudinales et des ondes transverses de cisaillement dont la vitesse de propagation est inférieure aux premières.

Pour étalonner l'enregistrement en vue de la localisation, on utilise la rupture d'une mine de graphite (avec un porte mine dédié) afin de générer une onde élastique en surface, entre les deux capteurs, à des distances connues et tracées sur l'éprouvette. Le paquet d'ondes enregistré par un capteur présente un premier groupe d'oscillations de

faible amplitude, suivi d'oscillations d'amplitude plus forte. Les premières oscillations sont attribuées aux ondes de compression dont la vitesse de propagation est la plus importante. Le décalage en temps entre les signaux, est mesuré entre les premiers pics associés aux ondes de compression, et les premiers pics associés aux ondes de cisaillement d'amplitude plus importante.

Ces mesures nous ont permis d'estimer les vitesses de propagation des deux types d'ondes pré-cités dans nos éprouvettes de titane, avec une précision suffisante. On note :

- v_{comp} vitesse des ondes de compression, v_{cis} vitesse des ondes de cisaillement ;
- t_1, t_2 , temps de propagation entre la source et les capteurs EA1 et EA2 ;
- $\Delta t = t_1 - t_2$.

Compte-tenu du fait que la déformation durant l'essai sera connue dans la zone utile, il nous a semblé judicieux de prendre pour origine des distances le centre de l'éprouvette (x_0 , fig.3.2). En effet le centre de l'éprouvette est confondu avec la mi-distance entre les capteurs acoustiques, et le reste quelque soit le niveau de déformation. La distance notée x entre le centre x_0 et la source de l'évènement correspond alors à (en prenant x positif dans la direction du capteur EA1) :

$$x = -\frac{\Delta t}{2}v. \quad (\text{III-1-1})$$

A partir d'un ensemble de couples $(\Delta t_i; x_i)$, on obtient :

$$v_{comp} = 5350 \pm 250 m.s^{-1},$$

$$v_{cis} = 3210 \pm 40 m.s^{-1}.$$

Ces valeurs sont à comparer à celles des vitesses de propagation des ondes de compression et de cisaillement dans un alliage de titane classique (source : *Physical Acoustics*) :

$$v_{comp}^{Ti} \simeq 6070 m.s^{-1},$$

$$v_{cis}^{Ti} \simeq 3125 m.s^{-1}.$$

Si les vitesses des ondes de cisaillement sont comparables, la vitesse de propagation du paquet d'onde que l'on associe à des ondes de compression dans nos éprouvettes est bien inférieure à la valeur donnée pour l'alliage de titane. Le paquet d'onde dont on mesure la vitesse n'est donc pas uniquement composé d'ondes de compression mais doit être issu de multiréflexions et de modes composés, compte tenu de la géométrie de nos éprouvettes.

Nous verrons cependant qu'un évènement acoustique associé à la rupture d'une fibre génère une salve où les deux types d'ondes sont difficilement dissociables. La vitesse supérieure des ondes de compression permet peut-être de les relier aux premières oscillations du signal mais il est alors difficile de dissocier les différents types d'ondes. L'effet des multiréflexions, du caractère différent de la propagation des diverses ondes et celui des mécanismes d'atténuation du signal lorsque la source s'éloigne du capteur,

invite à la prudence dans ce type d'approche. Nous allons voir ci-après que la précision dans la localisation est faible mais suffisante pour s'assurer que les ruptures détectées sont situées dans la zone utile.

1.2 Les résultats d'essais

Activité acoustique en fonction de la déformation appliquée

Le diamètre du filament SCS-6 ($140\mu m$), son module d'Young (400GPa) et sa déformation à rupture font que l'énergie élastique libérée lors de sa rupture est importante même par rapport à celle d'une mine de graphite de gros diamètre*. Comme attendu, les événements acoustiques associés aux ruptures du filament sont très énergétiques (ils sont mêmes audibles). Les amplitudes maximales de la plupart des signaux sont de l'ordre de 98dB : le seuil de déclenchement a été fixé à 85dB.

La figure 3.3 montre qu'un événement acoustique est bien distinct du bruit de fond. Le déclenchement permet d'obtenir l'enregistrement du signal y compris un court instant avant le passage du seuil. On distingue sur la figure 3.3 que le signal est plat avant l'arrivée de la salve. La taille du signal enregistré à chaque événement est de 1024 ou 2048 points. La fréquence d'enregistrement a été fixée à sa valeur maximale (10MHz). La longueur enregistrée est donc de 100 ou 200 microsecondes.

***Note :** *L'énergie dissipée lors de la rupture d'une fibre de SiC peut être associée à l'énergie élastique emmagasinée lors de la mise sous charge. En faisant un bilan énergétique, on peut considérer que l'énergie élastique stockée se dissipe lors d'une rupture sous la forme d'énergie de rupture, de chaleur et d'onde élastique. Pour les céramiques, la tenacité et donc l'énergie de rupture est faible, et en considérant que l'énergie thermique est également faible, l'énergie dissipée en ondes élastiques doit être du même ordre que l'énergie élastique contenue dans un volume ΔV soit $\simeq E_f \epsilon_{rupt}^2 \Delta V$.*

La figure 3.3.b) montre que le signal du capteur 1 est en avance sur celui du capteur 2 ; la source de l'évènement se situe donc plus près du capteur 1. La plus faible amplitude du signal 2 est ainsi liée à son atténuation vis à vis de la plus grande distance qui sépare la source du capteur.

Comme on peut le constater sur la figure 3.3.b), il est possible à l'aide du logiciel MITRA de lire graphiquement le décalage en temps entre les deux signaux de manière à localiser la rupture. Or pour certains événements, ceux dont la source est la plus excentrée, cette lecture du décalage entre les premiers pics se révèle approximative. En effet le signal enregistré par le capteur le plus éloigné de la source a subi une atténuation très importante. Le premier pic est très écrasé et difficilement discernable. Pour tenter de résoudre ce problème nous avons effectué des calcul de corrélation entre les deux

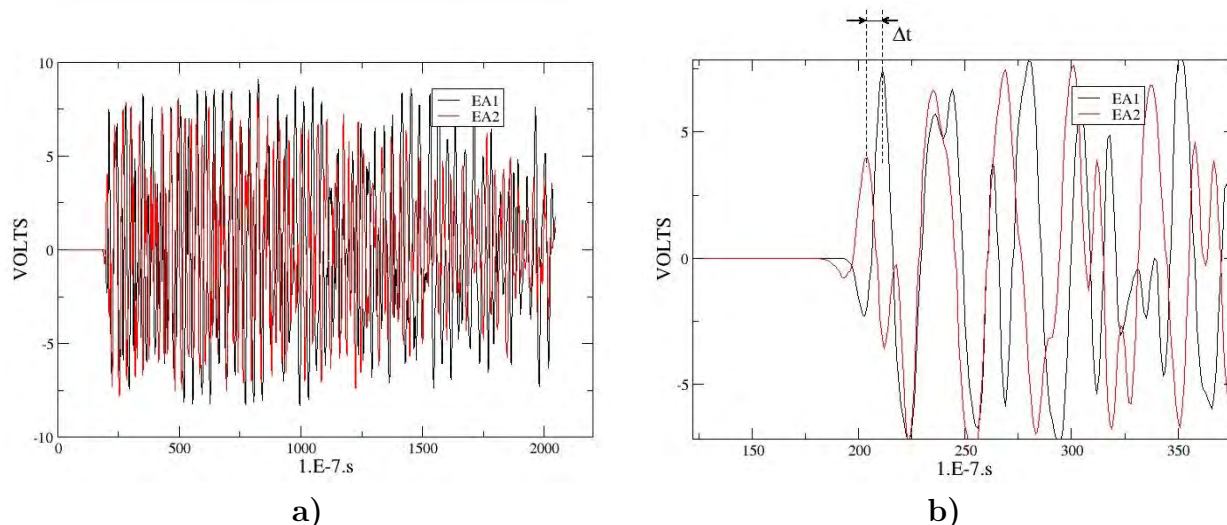


FIG. 3.3 – Illustration de l'enregistrement d'un évènement acoustique durant un essai, avec les signaux issus des deux capteurs. En a) : ensemble de l'échantillon de signal enregistré; en b) : zoom sur le début de l'enregistrement où est indiquée une lecture visuelle du décalage entre les signaux.

signaux². Cependant, on s'aperçoit vite que cette manière de procéder conduit à des valeurs de décalage différentes selon la taille de l'échantillon de signal (taille du domaine d'intégration : *fenetre*). Pour un couple de signaux, le décalage est fonction de la fenêtre d'intégration. Par conséquent, il a été choisi de traiter les signaux graphiquement à l'aide des possibilités de visualisation du logiciel MITRA. On détermine l'intervalle Δt entre les deux signaux en mesurant le décalage entre les premiers pics des salves, comme représenté sur la figure 3.3.b).

En utilisant comme vitesse de propagation la valeur v_{comp} déterminée expérimentalement, on obtient une localisation des ruptures en fonction de la déformation appliquée. Le choix de la vitesse v_{cis} conduit à localiser la plupart des évènements dans le milieu de la zone utile, ce qui sera contraire aux observations de dissolution. En considérant

²Il s'agit d'identifier le décalage optimal pour faire se superposer au mieux les deux signaux. On doit ainsi maximiser le produit de convolution :

$$F(\tau) = \int_{fenetre} EA1(t).EA2(t - \tau)dt$$

où *fenetre* désigne la taille de l'échantillon de signal en temps. Comme il s'agit de signaux discrets, on utilise les propriétés de la transformée de Fourier rapide (*FFT*) et maximiser $F(\tau)$ revient à trouver τ tel que :

$$\begin{aligned} FFT^{-1}\{FFT(F(\tau))\} &= \max_{\tau} FFT^{-1}\{FFT(F(\tau))\} \\ &= \max_{\tau} FFT^{-1}\{FFT(EA1).\overline{FFT(EA2)}\} \end{aligned}$$

Cette opération est réalisée par un script Scilab.

que l'incertitude sur la vitesse de propagation est de l'ordre de 10%, et que l'on a bonne confiance dans la valeur du décalage en temps, l'incertitude se répercute sur la localisation selon l'équation III-1-1. Pour une rupture qui survient au niveau du quart de la zone utile ($x \simeq 17mm$), on a une incertitude de l'ordre du millimètre sur la localisation. Cette incertitude est trop importante par rapport aux tailles des zones de rechargement qui dans la littérature pour ce genre de système sont estimées à quelques rayons de fibres ([Molliex, 95]). De plus, il faut tenir compte d'une source d'incertitude supplémentaire : la localisation doit être corrigée vis à vis de la déformation appliquée à l'éprouvette. En effet lorsqu'une rupture est localisée pour une déformation de 1%, elle va se "déplacer" lorsqu'on examine sa position pour une déformation de 4% : la taille d'un fragment obtenu pour deux ruptures s'étant produites à des déformations macroscopiques éloignées va se révéler d'autant incertaine. La localisation des ruptures par émission acoustique n'est donc pas suffisamment précise.

La cellule de force de la machine de traction, l'extensomètre de la zone utile, et les capteurs acoustiques, permettent d'enregistrer les variables contrainte, déformation, et nombre d'évènements, en fonction du temps. La figure 3.4 illustre le comportement mécanique d'une des éprouvettes testées. Le module d'Young mesuré est de 118 GPa. La figure 3.4.b) indique que la vitesse de déformation dans la zone utile est constante par morceaux. Une fois le coude de plasticité passé, la vitesse de déformation augmente alors que la vitesse de la traverse est constante. En effet, lorsque le comportement est élastique, la totalité de l'éprouvette se déforme. La plasticité intervient ensuite dans la zone utile avec un module plastique équivalent faible et constant (cf. comportement du Ti6242 chap.1) ; comme s'il s'agissait de trois ressorts en série avec une raideur très faible pour celui du milieu, les déformations sont majoritairement appliquées à la zone utile et la vitesse de déformation y est alors constante. Pour l'essai représenté sur la figure 3.4, la vitesse de déformation est d'environ 0,065%/min. (une fois la limite élastique franchie dans la zone utile).

Avec l'enregistrement acoustique, et la déformation appliquée en fonction du temps nous pouvons tracer la courbe 3.5 qui représente pour les six essais le nombre d'évènements acoustiques cumulés en fonction de la déformation appliquée. On peut remarquer une bonne reproductibilité du comportement et le fait que la première rupture survient dans tous les cas pour une déformation supérieure à 1%. Pour ce taux de déformation, la matrice a plastifié dans la zone utile (fig.3.4). Le filament SCS-6 possède une déformation à rupture de l'ordre de 1% mais il faut tenir compte des contraintes résiduelles de compression qui sont très importantes puisque la fraction volumique du renfort est extrêmement faible. Ceci implique qu'il faut être précis dans l'évaluation des contraintes résiduelles si l'on veut connaître les contraintes appliquées au filament en fonction des déformations de la zone utile.

Nous souhaitons contruire un essai de fragmentation numérique. Par conséquent l'évolution du processus modélisé devra être fidèle à celle de l'essai expérimental. Pour valider le comptage des ruptures par émission acoustique, nous allons procéder à la dissolution de la matrice. Afin de vérifier le nombre des ruptures y compris avant la saturation,

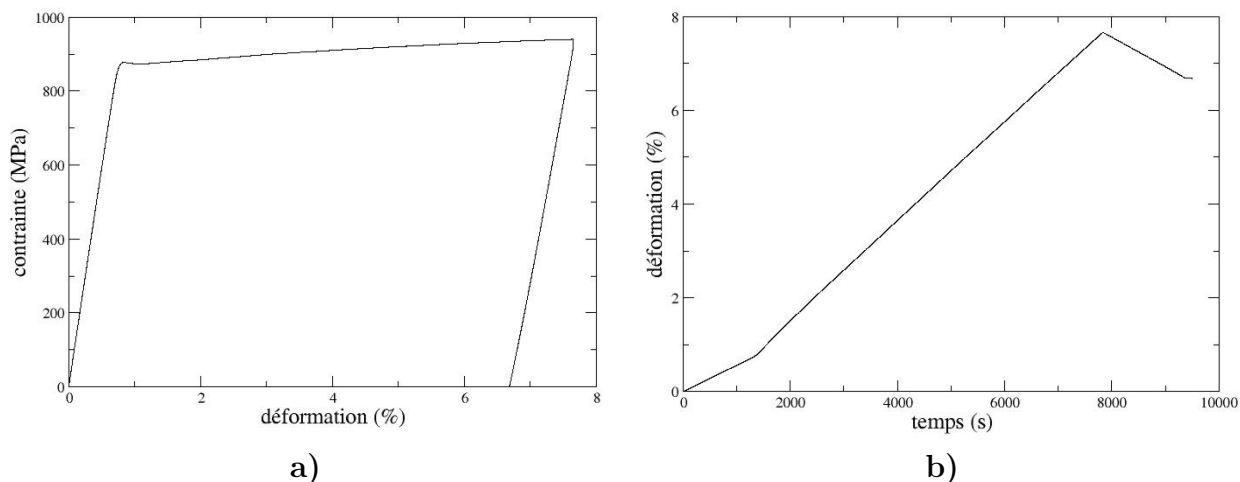


FIG. 3.4 – Courbes de comportement d'une des éprouvettes monofilamentaires testées. En a) : courbe contrainte-déformation ; en b) : déformation en fonction du temps.

certaines essais ont été interrompus (fig.3.5). De plus, comme nous pouvons le voir sur la figure 3.5, deux des éprouvettes testées semblent comporter au moins 70 ruptures : sur une longueur de jauge de 70 mm, ceci correspond à une taille moyenne de fragment de 1 mm. Le comptage de ces fragments très petits pourra se révéler difficile, d'où l'intérêt supplémentaire d'avoir interrompu certains essais pour rendre leur validation plus sûre.

Dissolutions matricielles

La dissolution des éprouvettes testées est réalisée dans une solution d'acide fluorhydrique et d'acide nitrique. Lors de la dissolution, l'une des faces de l'éprouvette est protégée avec un film adhésif en plomb tandis que l'autre est polie sur une certaine épaisseur. L'attaque de l'acide met à jour et fait affleurer la fibre d'un côté de l'éprouvette, permettant ainsi de maintenir les fragments encore en place dans la matrice pour visualiser la disposition des ruptures.

A l'issue du polissage (on enlève une épaisseur de matière d'environ 0,4 mm) l'éprouvette se déforme légèrement : ceci est sans doute dû à un état de contrainte interne issu du procédé de fabrication (gradients dans les déformations plastiques lors du refroidissement qui n'est pas homogène). L'alignement approximatif de la fibre et l'inhomogénéité de l'attaque font qu'il est difficile de maintenir en place les fragments sur toute la longueur de jauge : les fragments apparaissent par endroit, se détachent et se dispersent dans le bain. Il est également difficile de compter correctement l'ensemble des fragments compte-tenu de leur petite taille. On parvient à faire le décompte suivant :

- éprouvette 1 : 56 fragments comptés pour 73 évènements acoustiques ;
- éprouvette 2 : 55 fragments comptés pour 72 évènements acoustiques ;
- éprouvette 3 : 32 fragments comptés pour 55 évènements acoustiques ;
- éprouvette 4 : 12 fragments comptés pour 11 évènements acoustiques.

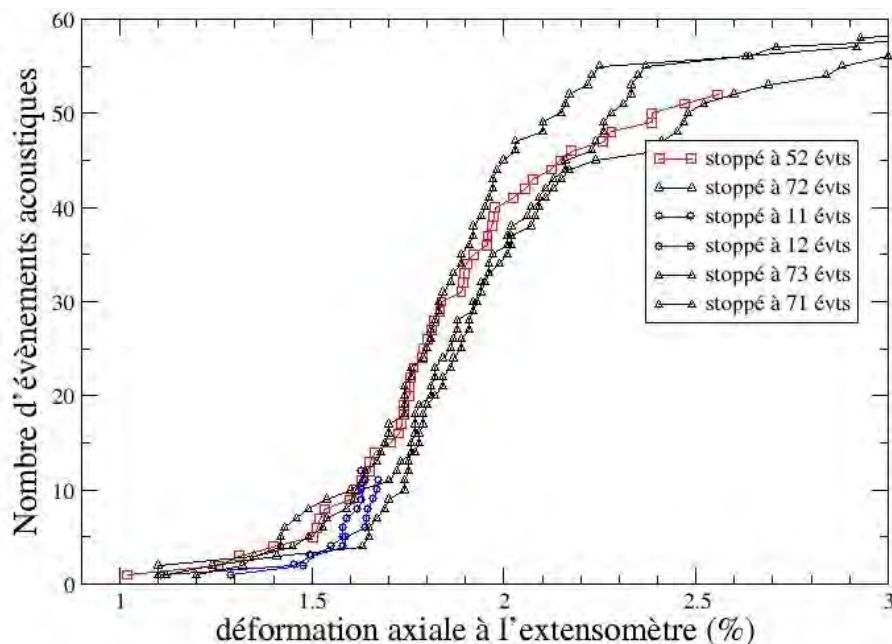


FIG. 3.5 – Nombre d'évènements acoustiques en fonction de la déformation appliquée pour les six éprouvettes testées. Certains essais sont stoppés avant la saturation afin de procéder plus aisément au comptage des fragments par dissolution matricielle.

Il existe donc un écart manifeste entre le nombre d'évènements acoustiques et le nombre de fragments que l'on parvient à compter dans les bains de dissolution. Par conséquent les courbes expérimentales données par la figure 3.5 qui donnent le nombre d'évènements acoustiques en fonction de la déformation appliquée, ne semblent pas représenter exactement le nombre de ruptures en fonction de la déformation. Pour expliquer cet écart surtout présent dans le cas des éprouvettes testées à des déformations importantes, on peut supposer que i) certains fragments parmi les plus petits n'ont pas été retrouvés, ii) certains évènements acoustiques ne correspondent pas à des ruptures mais à d'autres phénomènes. Ces mécanismes peuvent être des ruptures de la zone interfaciale avec des décohésions ou glissements brutaux, de l'endommagement matriciel, ou des évènements parasites quelconques. Or intuitivement, ce type d'évènement doit être bien moins énergétique au niveau acoustique que des ruptures du filament.

En conséquence, pour détecter d'éventuelles différences dans la nature des évènements acoustiques, nous avons réalisé des calculs d'énergie sur les signaux enregistrés. L'objectif de ces calculs est d'obtenir l'évaluation énergétique d'un évènement pour pouvoir le discriminer le cas échéant.

Ce calcul d'énergie est effectué en intégrant en temps le carré du signal pour chacun des capteurs, que l'on pondère par le carré des distances capteur-source. Les distances

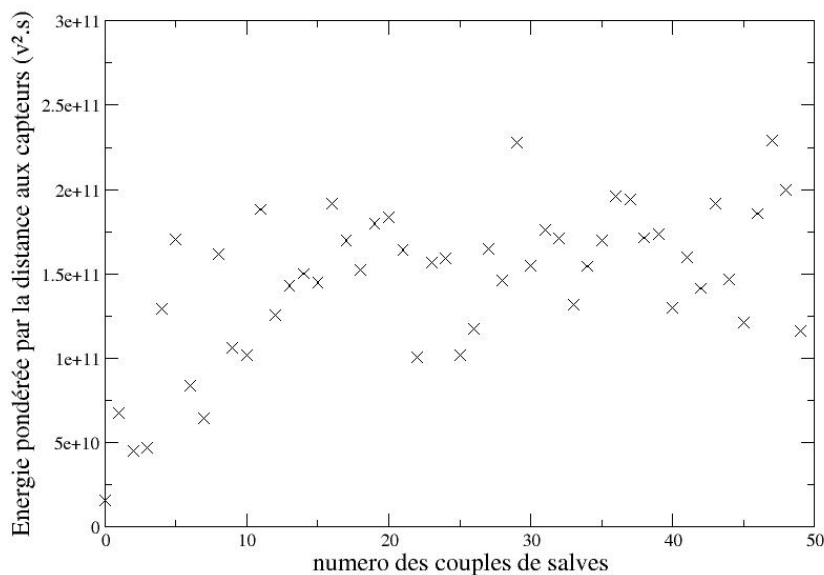


FIG. 3.6 – Approximation de l'énergie des salves acoustiques de l'éprouvette aux 52 évènements selon leur ordre d'apparition.

capteur-source sont estimées par la méthode de localisation pré-citée : pour comparer des valeurs énergétiques, la précision dans la localisation décrite précédemment est suffisante. Il est en effet important de tenir compte de l'atténuation du signal compte-tenu de l'éloignement de la source par rapport au capteur. La valeur qui est associée à une énergie pour un évènement acoustique est calculée par :

$$E = \|EA1\| \cdot \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)^2 + \|EA2\| \cdot \left(\frac{d_2}{d_1 + d_2} \right)^2,$$

où d_1 et d_2 désignent les distances capteurs-source, $EA1$ et $EA2$ sont les signaux en volts et $\|\cdot\|$ désigne l'intégrale sur la durée d'enregistrement du carré du signal.

La figure 3.6 reporte les valeurs calculées pour les différents couples de signaux enregistrés, correspondants à l'éprouvette aux 52 évènements.

On constate que les premiers évènements semblent avoir les énergies les plus faibles : ceci peut tenir au fait que l'énergie de rupture liée à la déformation appliquée est basse. Pour les évènements suivants l'énergie a tendance à augmenter pour suivre la déformation appliquée. Cependant il est difficile de discerner de cette manière d'éventuels évènements parasites. L'ensemble des valeurs est en effet contenu dans un intervalle, duquel aucun évènement ne paraît se détacher. Avec cette approche l'ensemble des signaux enregistrés paraît correspondre à des évènements de même type.

Nous avons ensuite effectué des observations au voisinage des ruptures de filament.

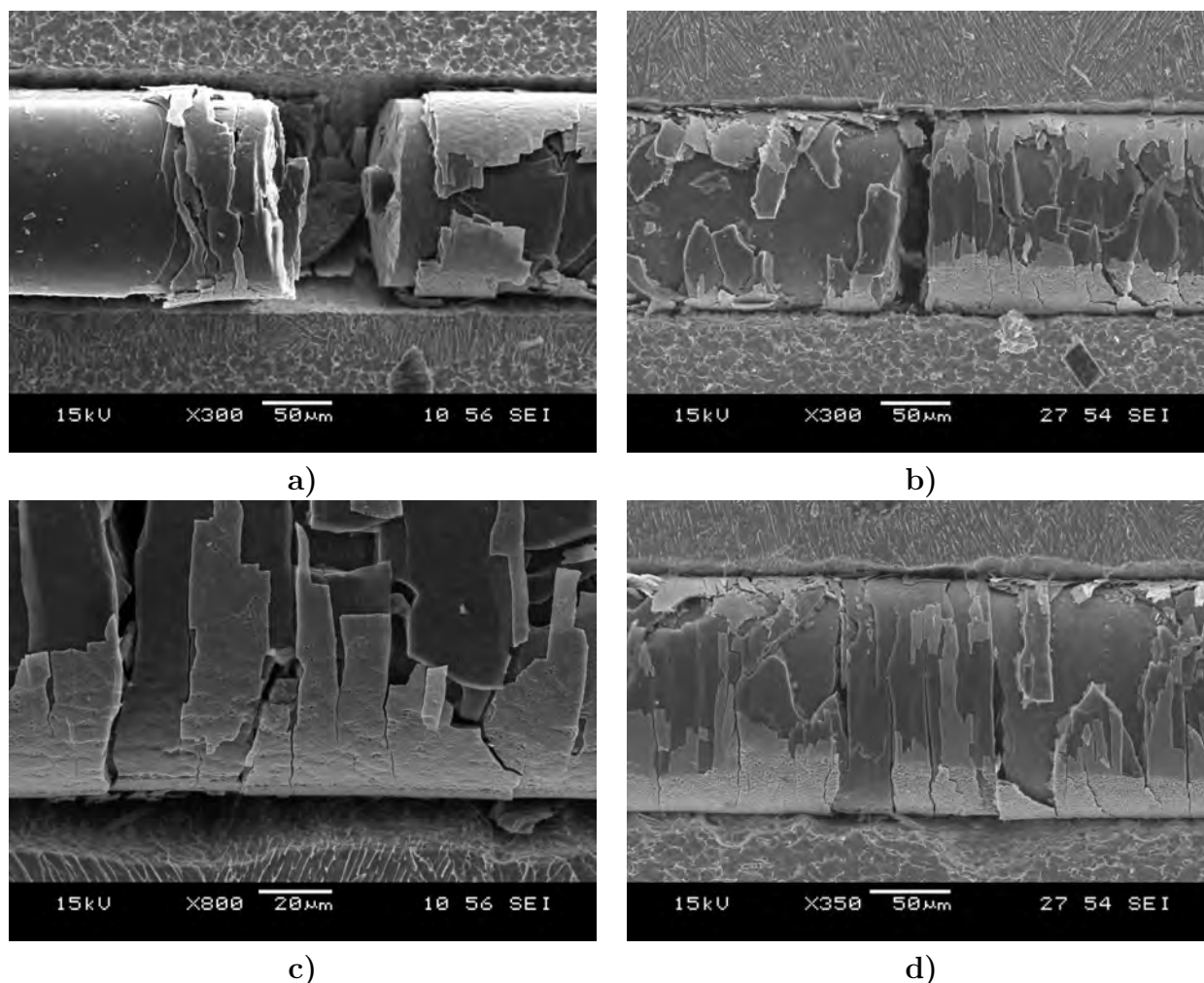


FIG. 3.7 – Voisinage de ruptures du filament. En a) : rupture sur l'éprouvette n°4 (12 évènements) ; en b) : rupture sur l'éprouvette n°2 (72 évènements) ; en c) : zoom sur la zone interfaciale dans le voisinage d'une rupture ; en d) : rupture sur l'éprouvette n°2 où l'on constate un éclatement manifeste de la fibre aux abords de la rupture.

Les clichés MEB de la figure 3.7 présentent le voisinage de ruptures du filament après les dissolutions partielles. La première information que renvoient ces clichés est l'absence de fissuration matricielle au droit des ruptures de fibres : la rupture de la fibre s'accompagne d'une fissuration de l'interface qui est alors considérablement endommagée.

Ils indiquent ensuite que le filament subit un éclatement à l'endroit de la rupture. Il est difficile d'en mesurer l'étendue mais il semble que des micro-fragments issus de l'éclatement concomitant à la rupture se forment sur des longueurs de l'ordre de quelque diamètres de fibre. Ceci diminue d'autant la taille des fragments indemnes et pour les plus petits d'entre eux rend presque impossible leur identification dans les bains de dissolution.

Lorsque le nombre de ruptures est faible on retrouve par contre la totalité des fragments dans les bains d'acide : les fragments sont suffisamment grands pour ne pas être "perdus".

Avec en sus les informations fournies par l'émission acoustique et les calculs d'énergie, il semble donc que l'écart entre nombre d'évènements acoustiques et nombres de fragments retrouvés soit principalement dû à un mauvais comptage de ces derniers : l'éclatement du filament au droit des ruptures entraîne une diminution de la taille des fragments indemnes qui deviennent difficilement décelables. En conséquence, il est accordé une bonne confiance à l'émission acoustique notamment pour le début des courbes, l'incertitude grandissant avec le nombres d'évènements n'est pas réellement un problème car comme nous allons le voir, la modélisation de l'essai que nous proposons ne repose pas uniquement sur l'état final à saturation mais sur l'ensemble du processus.

Les analyses microscopiques réalisées après dissolution matricielle permettent en outre d'observer l'endommagement de la zone interfaciale au cours de la fragmentation.

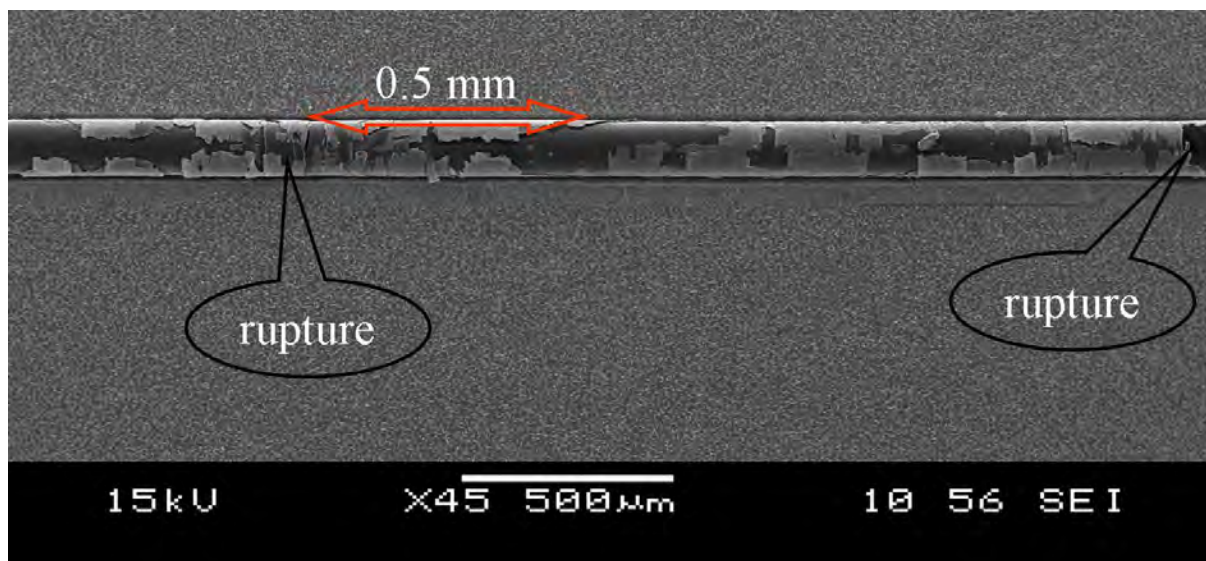
Endommagement de la zone interfaciale

La figure 3.8 présente un jeu de clichés réalisés après interruption de la dissolution pour l'éprouvette 4. La traction sur cette éprouvette a été interrompue à une déformation de 1,6 %. Le premier cliché présente une vue d'ensemble d'un fragment affleurant encore en place dans la gorge de l'éprouvette où l'on distingue les deux ruptures aux extrémités et où l'on peut estimer une longueur d'interface endommagée au voisinage des ruptures. L'endommagement de la zone interfaciale y est très manifeste à proximité des ruptures : en s'en éloignant, les couches de PyC découvertes par la dissolution partielle du TiC semblent moins endommagées. La seconde micrographie représente l'image obtenue en électrons rétrodiffusés qui donne le contraste atomique du matériau. Les parties claires représentent les zones où la masse atomique est la plus importante (le titane) puis s'assombrissent lorsque la masse atomique diminue (TiC et pyrocarbone).

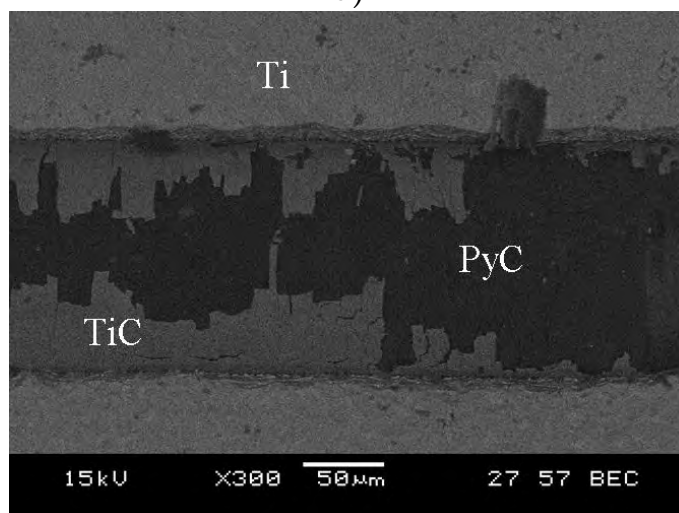
On remarque les lambeaux de TiC en surface de la fibre : l'attaque chimique est censée dissoudre également la couche de TiC mais ne pas affecter le pyrocarbone.

Les micrographies présentées sur la figure 3.9 montrent une portion de filament au voisinage d'une rupture où la zone interfaciale est déchirée. Les clichés 3.9.a) et 3.9.b) peuvent se raccorder de la gauche vers la droite respectivement.

Ces clichés montrent que l'ensemble des couches qui constituent l'interphase entre le silicium du filament et la matrice ont été complètement détruites dans le voisinage des ruptures (*idem* fig.3.7). La décohésion interfaciale induite par la rupture d'une fibre n'est alors sans doute pas une simple décohésion entre deux couches mais le résultat d'une décharge énergétique brutale. Il est difficile de dire si cet endommagement est directement consécutif à la rupture ou dû au frottement interfacial induit par l'augmentation de la déformation appliquée. Par contre, il est possible que la zone interfaciale se soit endommagée en partie à cause de l'attaque chimique. En effet la couche de TiC à l'aspect granuleux et brillant ne semble déchirée qu'en front de dissolution et paraît intacte dans la gorge. On constate que la gaine de TiC s'est déchirée comme si elle était en tension circonférencielle ; ceci peut tenir aux contraintes résiduelles car la zone interfaciale est soumise au champ résiduel à l'amplitude importante compte tenu du Vf faible. La matrice environnante qui limitait l'état de contrainte dans la couche de TiC en la comprimant dans les trois directions (conséquence du champ résiduel) a été dissoute, aussi la gaine de



a)



b)

FIG. 3.8 – Micrographies d'un fragment affleurant après interruption de la dissolution sur l'éprouvette n°4 (12 évènements). En a) : vue d'ensemble du fragment ; en b) : image par électrons rétro-diffusés indiquant les contrastes atomiques.

TiC subit des contraintes accrues puisque la fibre est libérée dans cette zone. En revanche les fissures circonférentielles (perpendiculaires à l'axe de la fibre) du TiC ont peut être été produites par le chargement mécanique soit comme conséquence de la rupture du filament, soit par le chargement axial qui fait fissurer cette couche de TiC à la déformation à rupture faible comme l'ont observé [Majumdar & al., 95]. Les couches de pyrocarbone sont également endommagées. Il est difficile de dire si cet endommagement provient du déchirement de la gaine de TiC à laquelle serait adhérente la couche de pyrocarbone ou de la proximité de la rupture. Ces micrographies semblent indiquer qu'une

partie de la zone de PyC est plutôt adhérente à la gaine de TiC : en effet les lambeaux décollés paraissent avoir une certaine épaisseur. De plus on remarque que des lambeaux de pyrocarbone sont restés adhérents à la fibre de SiC. Cette figure semble donc indiquer que la rupture de la fibre s'accompagne plutôt d'une décohésion entre les couches de pyrocarbone, tandis que le TiC et l'épaisseur de PyC qui y est adhérente reste en place. On distingue également sur ce cliché la gaine de titane EGV à la microstructure aciculaire qui est excentrée en contraste avec la microstructure du titane laminé.

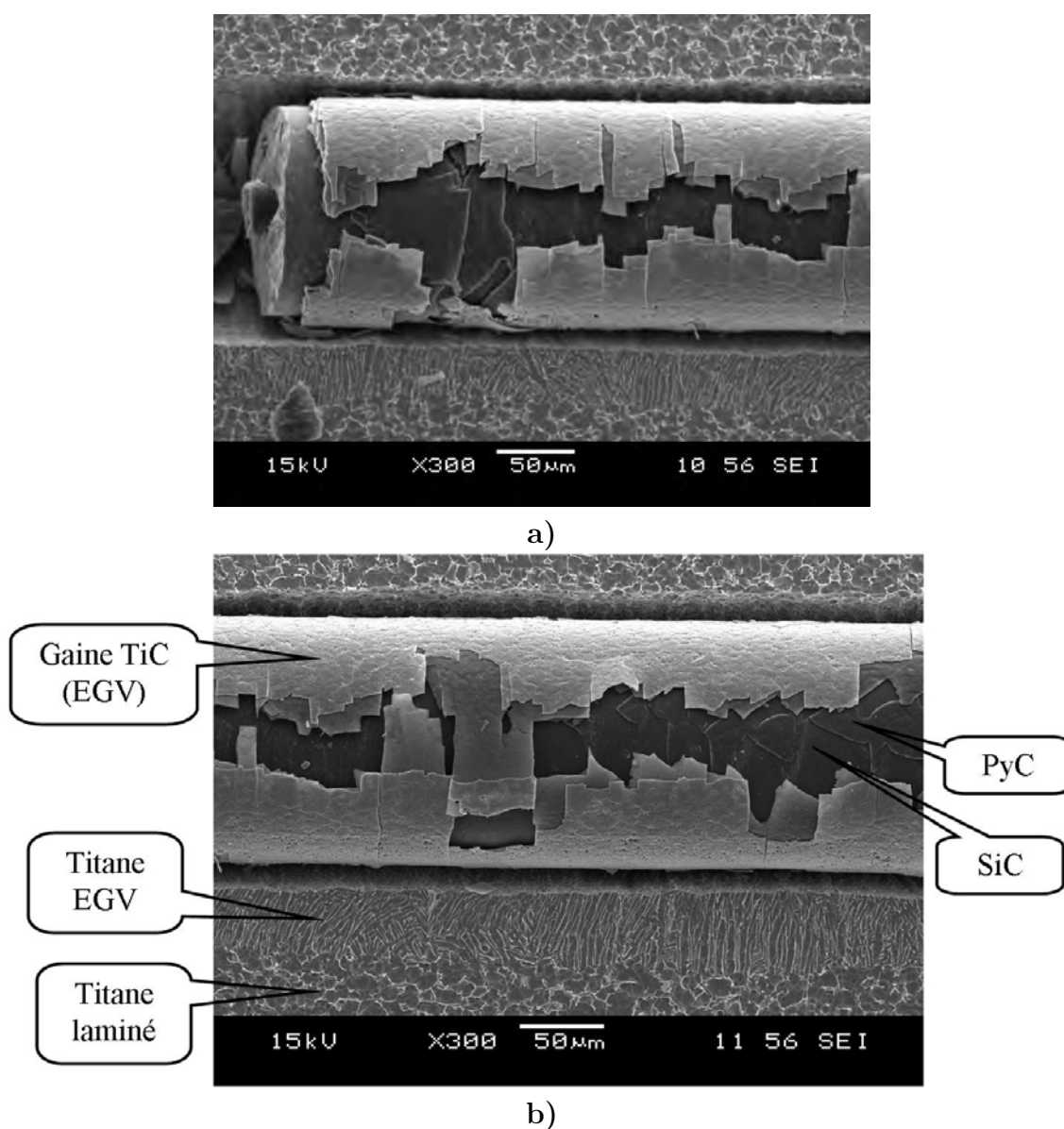


FIG. 3.9 – Micrographies illustrant l'état de la zone interfaciale au voisinage d'une rupture. L'attaque chimique a peut être contribué au déchirement de la couche de TiC qui est soumise à des contraintes résiduelles.

On constate sur la micrographie 3.10 que dans les mors de l'éprouvette, endroit où le filament n'est pas soumis au chargement mécanique de traction ni aux perturbations au voisinage des ruptures, l'attaque chimique a dissous la couche de TiC tandis que les couches de pyrocarbone semblent endommagées mais simplement de manière superficielle. Le déchirement en profondeur des couches de pyrocarbone visible sur les autres clichés doit donc être principalement provoqué par le chargement mécanique.

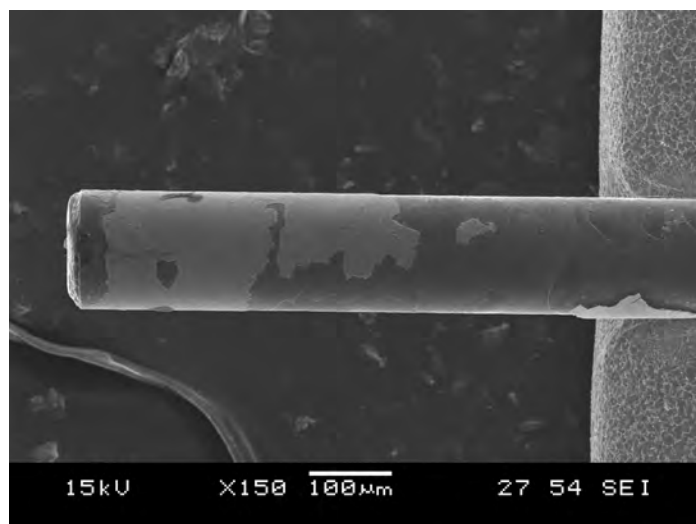


FIG. 3.10 – État de la zone interfaciale sur une portion de fibre contenue dans les mors de l'éprouvette et donc soustraite aux chargement mécanique. L'attaque chimique a dissous en partie le TiC et les couches de pyrocarbone ne sont endommagées que superficiellement.

Synthèse expérimentale

Les résultats expérimentaux des essais de fragmentation fournissent le nombre de ruptures du filament en fonction de la déformation axiale mesurée en surface de la zone utile des éprouvettes. Il a été montré que l'émission acoustique permet de détecter les ruptures au fûr et à mesure de l'essai.

Un modèle de fragmentation va maintenant être mis en place pour étudier les propriétés statistiques à rupture du filament SCS-6 in situ, ainsi que les propriétés mécaniques interfaciales.

2 Analyse de l'essai de fragmentation

Nous proposons de construire un essai numérique de fragmentation. Les paramètres du modèle seront obtenus par méthode inverse pour reproduire les résultats expérimentaux. Cette modélisation se veut donc prédictive et non une analyse de l'état final à saturation

du phénomène. Les raisons de ce choix sont les suivantes :

- la rupture du composite pour les chargements longitudinaux intervient bien avant toute fragmentation importante des filaments. Les essais de traction sur composite exposés dans le chapitre 1 aux travers des références proposées en témoignent ;
- le protocole expérimental permet d'avoir des informations sur l'ensemble du processus et non uniquement sur l'état de saturation ;
- de plus, nous verrons que cette approche permet de se dégager de certaines difficultés expérimentales (voir paragraphes précédents) et de modélisation inhérentes à l'état de saturation.

La modélisation de la première partie de l'essai doit donc être traitée avec une attention particulière.

2.1 État de l'art des techniques d'analyse

Malgré son apparente simplicité, l'essai de traction longitudinale sur composite monofilamentaire (ou essai de fragmentation) est étudié depuis plus d'une trentaine d'années (une des premières références sur le sujet est [Aveston & al., 71]). Comme plusieurs autres essais micromécaniques, il a d'abord été utilisé afin de comparer les propriétés interfaciales des composites à fibres longues. Pour en extraire des données quantitatives, son analyse nécessite la prise en compte du couplage entre activation de défauts et perturbations du champ de contraintes. Comme dans le cas de la multifissuration d'une matrice fragile renforcée par des fibres à la déformation à rupture plus importante ([Lissart & Lamon, 97]), le processus de fragmentation doit être abordé d'un point de vue statistique et micromécanique.

Nous verrons qu'il est très délicat de prétendre identifier les propriétés interfaciales et statistiques du filament SCS-6 de manière simultanée, à partir du seul essai de fragmentation : un second essai micromécanique est nécessaire.

Étant donnée l'étendue des références bibliographiques traitant du sujet, il est évident que nous ne proposerons pas ici de liste exhaustive mais un échantillon des travaux parmi ceux qui nous ont semblé les plus intéressants.

Identification multiéchelle des populations de défauts

Comme le mentionnent [Tripathi & Jones, 98], identifier les paramètres statistiques à l'aide d'essais de traction sur fibres nues est assez controversé. En effet nous avons à plusieurs reprises mentionné dans ce qui précède la différence de comportement à rupture qui peut survenir entre fibres nues et in situ ; de plus, l'essai de fragmentation conduit à rompre des longueurs de fibres (les fragments) dont la petite taille interdit des essais de traction sur des longueurs de jauge comparables. Par conséquent, il est probable que les familles de défauts activés lors des ruptures de fragments déjà petits ne soient pas identifiées sur des essais de traction où les longueurs de jauge sont supérieures.

Ce manque d'information sur les dispersions de défauts peut être une conséquence de la taille des lots d'essais. Le nombre de fibres testées en traction pour étudier la dispersion

est par nature toujours insuffisant. Si ce nombre pouvait être suffisamment important, la dispersion mesurée serait d'autant plus représentative (*i.e.* les plus "petits" défauts pourraient être échantillonnés). Comme l'activation du défaut le plus critique entraîne la rupture de la fibre, les populations petites ont tendance à être masquées. Les éventuelles imprécisions que comporte une démarche d'extrapolation à des longueurs de jauge différentes, en d'autres termes les techniques permettant d'appréhender l'effet d'échelle, proviennent donc en partie du trop faible nombre d'essais de caractérisation. Nous verrons par la suite que construire un essai virtuel permet de contourner le problème puisqu'un nombre important d'essais est alors autorisé.

Le processus de rupture d'un CMM unidirectionnel est lié à des mécanismes de report de charge locaux et à la formation de clusters de ruptures. Ces processus de surcharge décrits dans le chapitre 2 impliquent des longueurs de fibres du même ordre que les longueurs de rechargement au voisinage d'une rupture. La connaissance du comportement à rupture des petites longueurs de filament est ainsi un renseignement important. L'essai de fragmentation permet d'obtenir ces informations.

La contrainte à rupture moyenne d'une fibre est une fonction de la longueur de jauge. En effet le formalisme statistique de Weibull permet d'obtenir la contrainte moyenne à rupture pour des longueurs de jauges variables à partir d'une identification sur une longueur donnée : en d'autres termes il est possible d'accéder à l'effet d'échelle.

En revanche, [Baxevanakis, 94] démontre que le changement d'échelle induit par l'approche de Weibull n'est parfois valable que dans un certain intervalle. Les paramètres de la loi correspondants aux familles de défauts les plus petits peuvent être différents et la loi de Weibull peut se révéler impropre pour représenter la dispersion de ces défauts. L'argument de la taille insuffisante des lots testés peut ici aussi s'appliquer.

Ces remarques justifient le choix de la fragmentation en vue de caractériser le comportement à rupture des filaments, par rapport aux essais de traction sur filaments nus possédant des longueurs de jauge très supérieures aux longueurs impliquées dans le processus de rupture du composite.

Ceci peut paraître un peu paradoxal par rapport à l'affirmation faite plus tôt indiquant que l'attention devait surtout être mise sur le début du processus compte tenu du fait que les fibres se fragmentent peu avant la ruine du composite multifilamentaire. En effet les populations de défauts que nous évoquons ci-avant s'activent lorsque la fragmentation est déjà bien avancée.

La synthèse de ces remarques réside en un compromis : pour identifier ces populations de "petits" défauts il est nécessaire d'analyser l'essai jusqu'à un stade relativement avancé tout en effectuant l'identification également au début du processus. On fait ici émerger l'intérêt de l'essai de fragmentation et de sa modélisation dans son intégralité ; le comportement à rupture d'un unidirectionnel nécessitant une identification multiéchelle précise des familles de défauts.

Zones de rechargement - Zones d'exclusion

Un des points centraux de l'analyse de l'essai consiste à prendre en compte les zones de rechargement. Ces zones décrites au chapitre précédent correspondent aux longueurs interfaciales au travers desquelles, de part et d'autre des ruptures, la fibre rompue est remise en traction via le cisaillement interfacial.

Quel que soit le modèle de transfert de charge adopté, le profil des contraintes axiales conduit en toute logique à une contrainte inférieure dans les zones de rechargement par rapport aux portions non perturbées.

Ces zones sont à relier au concept de zones d'exclusion qui désignent les portions de fibres où toute rupture devient interdite compte tenu de l'amplitude du champ de contrainte. [Hui & al., 96] proposent une définition pour la longueur d'exclusion :

Un point matériel x de la fibre se situe dans une zone d'exclusion correspondante à une contrainte appliquée σ_∞^ , si $\forall \sigma_\infty \geq \sigma_\infty^*$:*

$$\frac{\partial \sigma(x, \sigma_\infty)}{\partial \sigma_\infty} \leq 0, \quad (\text{III-2-2})$$

où $\sigma(x, \sigma_\infty)$ désigne la contrainte axiale locale dans la fibre et σ_∞ la contrainte axiale dans la fibre loin de toute perturbation.

Si l'on considère un modèle de transfert par cisaillement constant, la figure 3.11 permet d'illustrer le principe des zones d'exclusion. Le schéma proposé indique l'état de contrainte d'un point de la fibre à proximité de la rupture. Juste avant que la rupture ne se produise (t^0), la contrainte appliquée est $\sigma_1^\infty - \varsigma$ (où ς désigne une quantité infinitésimale) et le point considéré ainsi que l'intégralité de la fibre sont soumis à cette contrainte. La rupture se produit pour σ_1^∞ à t^1 . Le point matériel considéré est alors dans la zone de rechargement correspondante et est donc soumis à une contrainte inférieure à σ_1^∞ . Lorsque la contrainte appliquée a augmenté (t^2), la contrainte axiale est restée inférieure à σ_1^∞ pour le point matériel tandis que la contrainte appliquée à la fibre est σ_2^∞ .

Il en va ainsi pour l'ensemble des points situés dans la zone de rechargement. En considérant qu'il n'existe pas d'endommagement sous-critique, la portion de fibre qui n'a pas rompu alors qu'elle était soumise à la contrainte σ_1^∞ ne pourra rompre ultérieurement étant donné qu'elle subira une contrainte inférieure durant le reste de l'essai.

On constate alors que la définition proposée par [Hui & al., 96] est un peu trop restrictive. Elle exprime le fait que pour qu'un point soit dans une zone d'exclusion, il est nécessaire que la contrainte qu'il subit se soit pas en augmentation à mesure que la contrainte appliquée augmente. Selon ce qui précède, la définition de la zone d'exclusion devrait plutôt être :

Un point matériel x de la fibre se situe dans une zone d'exclusion correspondante à une rupture de fibre survenue à la contrainte appliquée σ_∞^ , si $\forall \sigma_\infty \geq \sigma_\infty^*$:*

$$\sigma(x, \sigma_\infty) \leq \sigma_\infty^*. \quad (\text{III-2-3})$$

Nous verrons par la suite que cette définition entraîne une distinction entre longueur d'exclusion et longueur de rechargement.

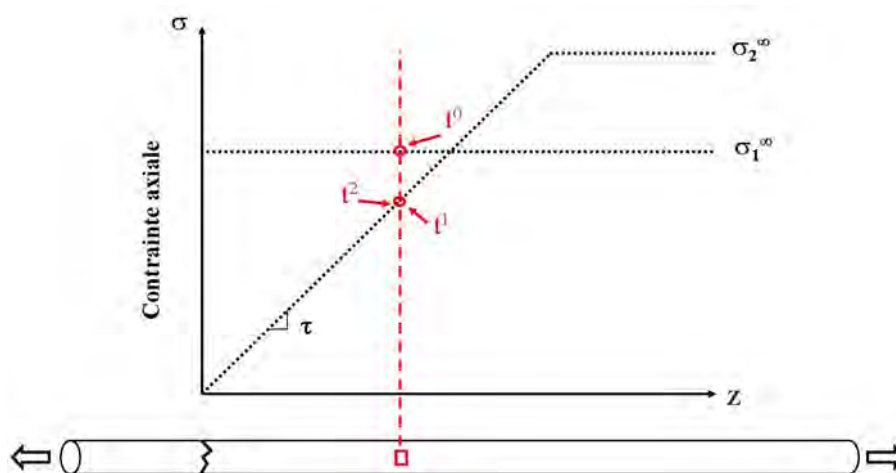


FIG. 3.11 – Principe de la zone d'exclusion. Le rechargement est modélisé avec un cisaillement constant. Le schéma indique l'état de contrainte subit par un point de la fibre à proximité de la rupture aux temps (i) t^0 : juste avant la rupture, (ii) t^1 : juste après la rupture et (iii) t^2 : lorsque la contrainte appliquée a augmenté.

Selon la définition de [Curtin, 91] et [Hui & al., 96], longueur de rechargement et longueur d'exclusion sont assimilables pour les modèles à cisaillement constant car la condition III-2-2 est respectée. C'est également le cas pour les rechargements de type bilinéaire où il est supposé que le transfert de charge peut être modélisé par deux valeurs de cisaillement constant : une première valeur pour la zone de décohésion, une autre pour la zone où la matrice a plastifié sans entraîner de décohésion. Ce type d'approche est adoptée par [Heuvel & al., 97] pour modéliser la fragmentation d'un composite monofilamentaire carbone/epoxy. La figure 3.12 schématise le modèle de transfert de charge qui est adopté par [Heuvel & al., 97] ou [Shia & al., 00].

Remarque : *Il faut noter au travers de la figure 3.12 que la contrainte de cisaillement correspondante à la zone de décohésion est inférieure au cisaillement dans la zone de matrice plastifiée encore en cohésion. Étant donné que le cisaillement est une fonction continue dans les directions normales à l'interface, l'inverse conduirait la matrice à s'écouler en cisaillement sans autoriser de glissement dans la zone décohérée de l'interface : c'est l'hypothèse de [Kelly & Tyson, 65]. De plus la contrainte de rupture en cisaillement pour l'interface étant probablement supérieure au cisaillement seuil de glissement, toute décohésion deviendrait interdite dans le cadre quasi-statique considéré. On constate alors que pour une matrice qui présente un module plastique équivalent très faible (c'est le cas du Ti6242), la progression de la décohésion est un peu contradictoire avec la logique du raisonnement : le cisaillement interfacial dans la région plastifiée et encore en cohésion est "seuillé" par la limite élastique en cisaillement de la matrice. Pour permettre la progression de la décohésion il faudrait que le cisaillement augmente pour*

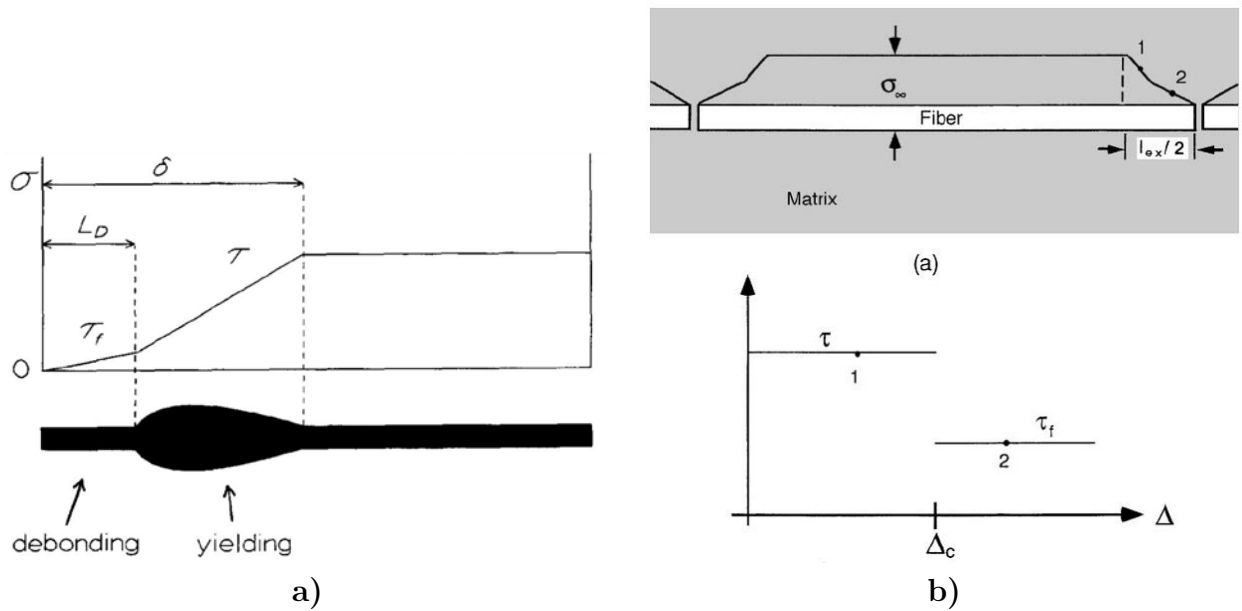


FIG. 3.12 – Profil de rechargement bilinéaire adopté par a) : [Heuvel & al., 97] et b) : [Shia & al., 00]. Une première valeur constante de cisaillement correspond à la zone de décohésion, une autre à la zone de matrice plastifiée et encore en cohésion.

vaincre la contrainte à rupture de l'interface... Bien sûr il s'agit ici d'une modélisation, et l'argument qui vient d'être énoncé peut être écarté par le fait qu'il existe une singularité en pointe de fissure.

En revanche, pour un rechargement élastique de la forme de celui de [Cox, 52], l'expression de la contrainte axiale dans la zone de rechargement empêche la vérification de la condition III-2-2 (fig.3.13). Il n'y a donc, selon la définition de [Hui & al., 96], pas de zones d'exclusion lorsque le rechargement est purement élastique. Si l'on suppose (comme [Hui & al., 96]) un transfert de charge élastique pour les premières ruptures associées aux faibles déformations, la définition III-2-2 donnée par ces mêmes auteurs implique que les zones d'exclusions sont absentes au début de l'essai ; pour des déformations plus importantes, la plasticité matricielle et la décohésion interfaciale rentrent en ligne de compte. La définition III-2-2 peut alors être appliquée car le rechargement adopté rentre dans le cadre des hypothèses de Kelly & Tyson (rechargement linéaire avec cisaillement constant). Compte-tenu du fait que les zones de rechargement occupent une très faible fraction de la longueur de fibre au début de l'essai (peu de ruptures), la probabilité qu'une rupture s'y produise est très faible. [Hui & al., 96] précédés par [Curtin, 91] considèrent alors qu'adopter un rechargement avec cisaillement constant est une bonne approximation durant l'ensemble du processus de fragmentation. La définition III-2-2 peut être alors appliquée et reste valide durant la totalité de l'essai.

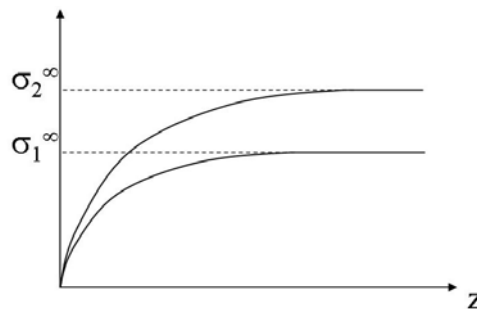


FIG. 3.13 – Évolution des profils de rechargement élastiques issus du modèle de [Cox, 52]. La contrainte augmente dans la zone de transfert de charge lorsque σ^∞ croît.

Conformément à ces remarques, [Hui & al., 96] ou [Curtin, 91] expliquent que quelle que soit la complexité du profil de rechargement, la longueur d'exclusion peut être assimilée à la longueur de rechargement. Résoudre le problème de fragmentation revient alors à modéliser l'activation progressive des défauts dans les zones de fibres hors des longueurs de rechargement. L'information nécessaire à la modélisation de l'essai devient alors simplement l'évolution de la longueur de rechargement en fonction de la contrainte appliquée : $L_r(\sigma^\infty)$. La majorité des auteurs (à notre connaissance tous), adoptent cette approximation qui consiste à assimiler longueur de rechargement et longueur d'exclusion quelle que soit la complexité du modèle de rechargement. La longueur d'exclusion est alors parfois définie par la distance partant de la rupture nécessaire au rechargement de la fibre à 90% de la contrainte σ^∞ .

Analyses/Modélisations de l'essai

Classiquement, l'analyse de l'essai est effectuée à partir de la dispersion des longueurs de fragments à saturation du phénomène. Lorsque l'hypothèse d'un cisaillement constant ou mixte est admise, le profil des contraintes axiales dans le filament fragmenté peut être schématisé par la figure 3.12.b). Lorsque les longueurs de rechargement se rejoignent au centre du fragment avec une contrainte appliquée supérieure, le fragment ne peut plus rompre. Si toutes les longueurs de rechargement se chevauchent, l'état de saturation est atteint et conduit au concept de longueur critique l_c .

Cette longueur critique correspond à la taille maximale que peut avoir un fragment de fibre lorsque la saturation est atteinte. Si l'on considère un comportement très peu dispersé pour les contraintes à rupture du filament (les ruptures se produisent dans un intervalle restreint de contraintes), on obtient soit des fragments de longueur l_c soit des fragments un peu plus grands dont le centre est alors soumis à la contrainte appliquée. Ceux-ci se fracturent donc en leur centre : les fragments obtenus ont alors une longueur d'environ

$l_c/2$. Les longueurs de rechargement se chevauchent ensuite sur la totalité des fragments et la saturation est atteinte. Si l'on considère que ces deux populations de fragments sont équiprobables, on obtient une approximation de la longueur critique par :

$$\bar{l} = \frac{l_c + \frac{l_c}{2}}{2} = \frac{3}{4}l_c,$$

où \bar{l} désigne la longueur moyenne des fragments à saturation.

À l'aide de la formule de Kelly & Tyson, la longueur critique peut être reliée à la contrainte de cisaillement interfacial τ :

$$l_c = \frac{\sigma_{sat}^{\infty} d}{2\tau},$$

où d est le diamètre du filament et σ_{sat}^{∞} est supposée correspondre à la contrainte à rupture moyenne d'un fragment de longueur l_c : le changement d'échelle autorisé par la loi de Weibull permet d'obtenir cette contrainte. On obtient alors le cisaillement qui caractérise l'interface.

On voit ici les approximations qui sont faites aussi bien au niveau du modèle de rechargement qu'au niveau de la distribution statistique des ruptures. Cette approche se révèle efficace pour des dispersions faibles de défauts (module de Weibull > 8 selon [Molliex, 95]).

Remarque : *Le concept de saturation est étroitement lié à la modélisation adoptée pour le transfert de charge à l'interface. En effet la saturation se définit comme le moment où toute rupture supplémentaire devient impossible compte-tenu de l'état de contrainte dans les fragments. Avec le concept de zone d'exclusion donné par [Hui & al., 96], il s'agit du moment où la longueur totale de la fibre est couverte par ces zones d'exclusion. Pour une approche avec cisaillement constant, la saturation intervient lorsque les longueurs d'exclusion se rejoignent sur le fragment restant le plus grand. En revanche, si l'on considère un autre type de transfert de charge, purement élastique par exemple, il est plus difficile de définir précisément l'état de saturation dans un modèle.*

[Curtin, 91] développe une méthode statistique à partir de la définition des zones d'exclusion donnée plus tôt, que nombres d'auteurs vont reprendre. Il s'agit d'une manière très judicieuse de considérer les fragments qui se forment au gré des ruptures en deux populations distinctes. La première correspond aux fragments dont la taille est inférieure à la longueur de rechargement correspondante à la contrainte appliquée ($\delta(\sigma)$). Ces fragments ne peuvent alors plus rompre et occupent une certaine portion (L_1) de la longueur totale (L) de la fibre. On peut donc en considérer la distribution en terme de longueurs x : $P_1(x)$. Le restant des ruptures se répartit sur la fibre avec la particularité d'être au moins distantes d'une longueur de rechargement. Sur cette longueur restante (L_2), les ruptures sont réparties comme s'il s'agissait d'une fibre comportant une unique

contrainte à rupture : sans dispersion dans ses contraintes à rupture, la fibre se rompt de manière multiple et instantanément en fragments séparés d'au moins une longueur de rechargement. La distribution en terme de longueurs de cette population de fragments est notée $P_2(x; n, \delta)$; x est la longueur considérée, n la densité des ruptures correspondantes à la population de fragments, et δ la longueur de rechargement calculée par exemple par la formule de Kelly-Tyson.

[Curtin, 91] identifie alors la distribution P_2 à celle des espaces séparant le centre d'un ensemble de barreaux de même longueur δ . Ces barreaux doivent être répartis sur une longueur L_2 sans possibilité de se toucher. Cette distribution est connue de manière exacte au travers des travaux de B. Widom (1966).

À l'aide de ces définitions et connaissant la fonction $P_2(x; n, \delta)$ pour tout x, n, δ , [Curtin, 91] met en équation l'évolution du processus en tenant compte de la densité de défauts activés via l'approche de Weibull.

Cette technique précise d'analyse a été encore améliorée par [Hui & al., 95] pour les cas limite de densité de défauts, mais nécessite de mener l'essai jusqu'à saturation pour obtenir des informations valables. De plus, la modélisation du transfert de charge est relativement simplifiée dans ces travaux, bien que les auteurs montrent la validité des approximations faites.

Une autre approche couramment employée pour modéliser l'essai est celle inspirée par les travaux de [Fraser & al., 75]. Cette approche est également reprise par nombre d'auteurs qui en conservent surtout l'approche probabiliste originale. Il s'agit de discrétiser le filament en maillons élémentaires assignés d'une contrainte à rupture via la loi de Weibull par une génération de nombres aléatoires. Cette approche a été décrite dans le chapitre 2 mais a bien pour origine la modélisation de la fragmentation. La fibre est donc affectée d'une dispersion de défauts et la simulation numérique de l'essai consiste à reproduire l'évolution du processus entre apparition de ruptures et prise en compte des longueurs de rechargement. Ces dernières sont issues de modélisations plus ou moins fines, comme celle de [Favre & al., 91] qui reprennent l'approche de [Fraser & al., 75] en utilisant un modèle de rechargement mixte (cisaillement constant - rechargement élastique de [Cox, 52]). Cette technique de modélisation est souvent qualifiée d'approche Monte-Carlo en raison de l'aspect aléatoire dans la génération des contraintes à rupture.

[Majumdar & al., 98] procèdent à l'analyse de l'essai de fragmentation d'un composite monofilamentaire SCS-6/Ti6Al4V à l'aide de la méthode de [Curtin, 91]. En intégrant les équations du modèle pour un jeu de paramètres arbitraires ($m; \sigma_0; \tau$), ils obtiennent un essai virtuel de fragmentation.

Ils analysent alors l'essai en classant les contraintes à ruptures σ_{rupt}^i dans l'ordre puis en calculant la probabilité de rupture associée à chacune des valeurs par un estimateur $P_i = \frac{i}{N+1}$ à la manière déjà décrite dans le chapitre 2. En représentant $\ln \ln(\frac{1}{1-P_i})$ en fonction de $\ln(\sigma_{rupt}^i)$ ils retrouvent le paramètre m avec une précision de 5 à 10%.

Ceci leur permet de traiter les essais expérimentaux par cette méthode pour estimer le module de Weibull.

Cette dernière technique d'analyse est souvent utilisée mais comporte des imprécisions notables : la pente de la droite que forme la famille de points $(\ln \ln(\frac{1}{1-P_i}; \ln(\sigma_{rupt}^i)))$ ne peut être rigoureusement reliée au module de Weibull m que si le volume de fibre considéré pour chacun des couples de valeurs ne change pas (cf. Chap.2). Or cette hypothèse est mise en défaut par l'évolution et la multiplication des longueurs de rechargement. L'imprécision réside également dans le fait qu'à la différence des essais sur filaments nus, la probabilité calculée par l'estimateur P_i ne correspond pas à la même définition. En effet à mesure que des ruptures se produisent, la distribution des défauts se tronque. Ainsi on ne mesure pas une réelle dispersion puisque les conditions d'essai changent à chaque rupture. La précision qu'ils obtiennent est donc probablement fortuite.

Pour avoir encore des éléments de validation des deux techniques d'analyses précitées, [Majumdar & al., 98] comparent également la méthode de [Curtin, 91] avec une méthode de type Monte Carlo. Les paramètres d'entrée de la méthode Monte Carlo sont retrouvés avec une bonne précision en utilisant la technique d'analyse de [Curtin, 91] : ils présentent la comparaison comme une validation de la méthode de [Curtin, 91].

Avec cette approche, les tests de traction sur fibres nues extraites conduisent à une dispersion de défauts différente de celle des éprouvettes de fragmentation : la dispersion observée au travers de la fragmentation est bien plus importante que pour les essais sur filaments nus. Ceci se traduit par un module de Weibull de 5 en fragmentation et de 14 en traction à nu.

La fragmentation du filament s'observe dans une plage importante de déformations de la matrice (0-7% dans notre cas). L'identification d'une caractéristique interfaciale moyenne valable pour l'intégralité de l'essai semble très approximative : les mécanismes d'endommagement interfaciaux (décohésion) et de plasticité matricielle qui s'établissent souvent de manière non progressive au cours de l'essai mettent en défaut ce type d'approche.

[Tripathi & Jones, 97] mettent l'accent sur l'imprécision des modèles de rechargement analytiques avec cisaillement constant. Un des points intéressants soulevés dans leurs travaux est l'influence que peut avoir la limite élastique de la matrice en cisaillement. En effet selon que la contrainte à rupture en cisaillement de l'interface est plus forte ou plus faible que la limite élastique en cisaillement de la matrice, un essai peut conclure à une interface faible alors qu'il s'agit d'un artefact lié à la plasticité de la matrice ; ces remarques avaient également été formulées par [Molliex, 95].

Ces auteurs appréhendent l'essai de fragmentation comme une manière de tester l'efficacité du transfert de charge entre fibre et matrice. À l'aide d'un modèle analytique validé par une simulation éléments finis dans laquelle certaines imprécisions sont levées (prise en compte de la plasticité matricielle, de la décohésion), ils établissent une mesure de la capacité d'une interface à transférer la charge via le coefficient CSTF³ :

$$CSTF(\epsilon) = \frac{\sum_{i=1}^N \int_0^{L_i} \sigma_f(x) dx}{\sum_{i=1}^N L_i},$$

³Cumulative Stress Transfer Function

où N désigne le nombre total de fragments pour la déformation appliquée ϵ , L_i correspond à la longueur de chaque fragments et $\sigma_f(x)$ désigne la contrainte axiale.

Ce coefficient d'efficacité de transfert de charge permet de comparer différents types d'interfaces. Une interface forte implique des longueurs de rechargement courtes qui maximisent les longueurs où la contrainte axiale est importante. Les limites de cette approche sont celles du modèle de transfert de charge : la progression de la décohésion avec la déformation appliquée n'est pas prise en compte.

Le modèle de rechargement utilisé par ces auteurs est inspiré de l'approche dite variationnelle de [Nairn, 92] en y intégrant la décohésion interfaciale et la plasticité de la matrice. [Nairn & Liu, 97] intégrera dans son modèle la possibilité de décohésion en développant une résolution rigoureuse des équations de l'élasticité. [Tripathi & Jones, 97] constatent effectivement que l'approche de Nairn est la plus précise lorsque les profils de rechargements sont comparés aux simulations par éléments finis. Le modèle de [Nairn & Liu, 97] conduit à des profils de contraintes axiales dans un fragment de fibre en " Ω ", ce qui est vérifié expérimentalement à l'aide de la spectroscopie Raman sur une éprouvette monofilamentaire de carbone/epoxy. En revanche, les problèmes de progression de la décohésion subsistent toujours.

Le profil des contraintes axiales et celui du cisaillement interfacial issu de l'approche fine des auteurs précités est présenté sur la figure 3.14. Dans la zone de décohésion le transfert de charge est simulé par un frottement de Coulomb qui entraîne un rechargement linéaire de la fibre : le cisaillement y a une valeur constante. La portion d'interface encore en cohésion mais incluse dans une zone de plasticité matricielle induit un transfert de charge par un cisaillement qui est également constant. Hors de la région plastifiée, le transfert de charge se poursuit avec un profil de rechargement similaire à celui obtenu par le modèle de [Cox, 52].

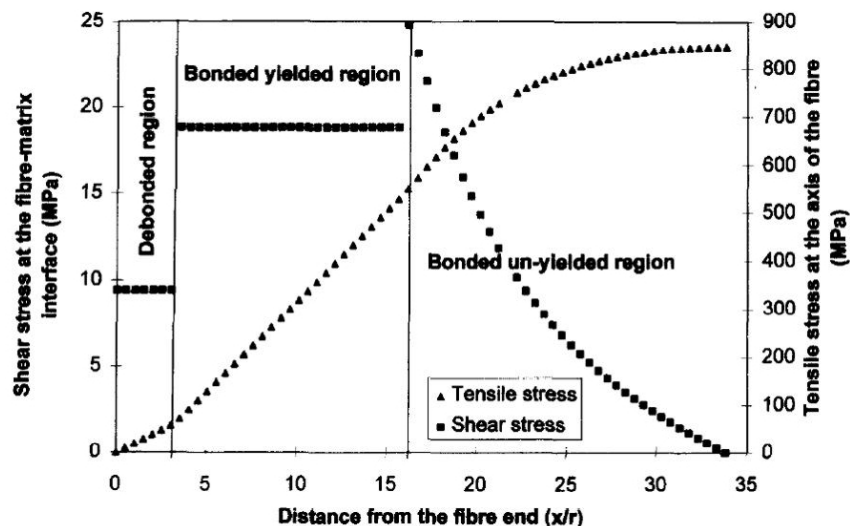


FIG. 3.14 – Profils des contraintes axiales dans une fibre rompue et profil du cisaillement interfacial obtenus par [Tripathi & Jones, 97].

2.2 Synthèse

L'état de l'art qui a été présenté permet d'identifier les points difficiles de l'essai de fragmentation. Selon ces éléments bibliographiques, il semble plus judicieux d'utiliser l'essai afin d'identifier la dispersion multiéchelle des défauts dans les filaments in situ. Il est maintenant clair que lorsque la taille et l'évolution des zones de rechargement ainsi que la dispersion des défauts sont simultanément inconnues, l'analyse de l'essai se révèle peu rigoureuse : comme les zones de transfert de charge masquent une partie des défauts⁴, l'identification des paramètres du modèle par méthode inverse à partir des résultats d'essais peut conduire à plusieurs solutions. Un système induisant des zones de rechargement importantes avec une forte dispersion des contraintes à ruptures peut conduire au même résultat qu'un système avec des longueurs de rechargement faibles associées à une faible dispersion de défauts.

Parce que l'essai de fragmentation est le seul pouvant conduire à tester in situ des longueurs de filaments très faibles, l'obtention des familles de défauts correspondantes est difficilement accessible autrement. Le comportement interfacial devra donc être obtenu par ailleurs.

Cette conclusion (identification multiéchelle des défauts) implique entre autre qu'il est nécessaire de construire un modèle prédictif et valide pour l'intégralité du processus. Parmi les approches disponibles, deux correspondent à cette contrainte : le modèle de [Curtin, 91] et celui dit de Monte Carlo (discrétisation du filament en maillons). Le premier comporte cependant la particularité d'être basé sur l'évolution de la distribution des longueurs de fragments. Pour être précis il faut pouvoir localiser les ruptures lors de l'essai et le conduire jusqu'à saturation. Cet impératif expérimental est difficile à remplir dans notre cas. Par conséquent, l'approche probabiliste des modèles Monte Carlo est celle que nous choisissons.

La complexité du transfert de charge au voisinage d'une rupture de fibre n'est pas un problème selon [Curtin, 91] ou [Hui & al., 96] lors d'une modélisation de la fragmentation. En effet si l'on considère que longueur d'exclusion et longueur de rechargement se correspondent, il suffit de disposer de l'évolution de ces longueurs avec la contrainte appliquée. La complexité des profils n'est pas à prendre en compte et un cisaillement constant peut être adopté.

Cependant, les réflexions que nous avons menées sur la définition des longueurs d'exclusion conduisent à ne pas négliger cet aspect du problème même s'il peut se révéler du second ordre. De plus, le comportement à rupture du composite multifilamentaire peut se révéler sensible à la mécanique interfaciale (surcharge du voisinage des ruptures en fonction de la forme du transfert de charge). Nous allons donc dans ce qui va suivre approfondir la réflexion d'une part sur la modélisation du rechargement, d'autre part sur l'aspect statistique de la fragmentation.

⁴dans ces zones, la contrainte axiale est inférieure à la contrainte appliquée.

3 Modélisation de l'essai de fragmentation

3.1 Modélisation par éléments finis du rechargement d'une fibre rompue

L'étude bibliographique des modèles de transfert de charge permet de dégager les avantages en terme de précision d'une modélisation par éléments finis (EF) du phénomène de rechargement. La précision du calcul est fonction de celle des outils utilisés et dépend :

1. des lois de comportement des constituants ;
2. de la prise en compte tridimensionnelle des champs de contraintes perturbés ainsi que du champ résiduel ;
3. du type de modèle interfacial : prise en compte de la décohésion.

L'objectif n'est pas de réaliser une modélisation EF complète de l'essai de fragmentation mais d'étudier de manière locale les phénomènes micromécaniques au voisinage d'une rupture. Ces renseignements seront utilisés à l'échelle supérieure pour contruire un essai virtuel.

Les outils dont nous disposons sont :

- une loi de comportement élasto-visco-plastique (e-v-p) isotrope pour la matrice Ti6242 ;
- une loi de comportement élastique isotrope pour la fibre SCS-6 (cf. chap.1) ;
- la possibilité d'inclure dans les simulations un transfert de charge par frottement à l'interface par le biais d'un cisaillement de Coulomb ;
- une loi de comportement endommageable pour la zone interfaciale.

Le code de calcul EF utilisé dans cette étude est ZeBuLoN ([ZeBuLoN]). Ce code éléments finis est développé notamment par l'ONERA et les Mines de Paris et autorise la résolution de problèmes fortement non linéaires.

Loi de comportement e-v-p du Ti6242

L'alliage Ti6242 possède une loi de comportement thermo-élasto-visco-plastique. Pour modéliser ce comportement, un écrouissage isotrope et deux écrouissages cinématiques non linéaires sont associés aux lois thermo-élastiques. La viscosité est représentée par une loi de Norton. L'endommagement associé à des sollicitations cycliques n'est pas pris en compte dans la loi. Cette loi a été établie au travers des études de [Baroumes, 98], [Malon, 00] et [Carrère, 01] et l'identification des paramètres réalisés par des essais de traction/compression, cycliques et de fluage/relaxation menés en partie à l'ONERA.

L'écriture de la loi est faite dans le cadre thermodynamique des processus irréversibles ([Lemaitre & Chaboche, 96]). Elle découle ainsi de l'écriture d'un potentiel thermodynamique dont la dérivation fournit les lois de comportement des processus réversibles, et d'un potentiel de dissipation responsable des mécanismes d'écoulement.

La fonction seuil est écrite avec le critère de Von Mises. Comme l'explique [Malon, 00],

les paramètres qui sont associés au comportement thermoélastique sont :

- $E(T)$ le module d'Young ;
- $\sigma_y(T)$ la limite élastique ;
- $\alpha(T)$ le coefficient de dilatation.

La loi de comportement décrite ici est isotrope. Ceci constitue une approximation comme l'a montré [Carrère, 01]. En effet dans le composite, la microstructure de la matrice peut entraîner une certaine anisotropie des propriétés compte tenu de l'orientation des grains. Cette texture de la matrice se révèle très dépendante du mode de fabrication du composite. Le Ti6242 est composé majoritairement de cristaux de phase α hexagonaux (cf. chap.1). Les mécanismes de plasticité sont reliés aux glissements dans les plans cristallographiques parmi lesquels certains sont plus facilement activables que d'autres. Certaines directions de progressions des dislocations peuvent alors être favorisées selon l'orientation des cristaux et les conditions thermodynamiques.

En terme de réponse macroscopique du composite, l'orientation de la texture peut favoriser l'écoulement plastique selon les directions de chargement. Influencer sur l'orientation de la texture peut permettre d'améliorer la réponse du composite dans certaines directions de chargement (augmenter la limite élastique). En revanche, pour un état de contrainte triaxial qui correspond à celui du composite en service, un compromis doit être trouvé.

Nous considérerons ici qu'une loi isotrope est une bonne approximation au premier ordre. Le formalisme qui décrit la loi de comportement est donné par la figure 3.15.

Remarque : *Étant donné que les lois d'écoulement de la matrice ont été identifiées par des essais sur l'alliage monolithique, les variables d'écrouissage de la loi sont initialisées à "0" au début de tout calcul. Or l'étape de fabrication du composite "réel" induit de l'écrouissage dans la matrice. Pour se rapprocher de la réalité, il est alors nécessaire de reproduire ces écrouissages initiaux pour simuler le comportement du composite. Ainsi, l'étape de simulation du champ résiduel avec une loi e-v-p est importante en ce sens qu'elle initialise correctement les variables d'écrouissage. En revanche, les approximations des calculs conduisent à réduire la température virtuelle d'assemblage (cf. chap.2) pour reproduire correctement le champ résiduel : à tel point parfois que l'écrouissage de la matrice induit dans les hautes températures lors du refroidissement disparaît quasiment de la solution à l'issue du calcul.*

Modélisation des contraintes résiduelles

L'objectif est de reproduire le champ résiduel présent dans la zone utile des éprouvettes de fragmentation. Comme exposé dans le chapitre 2, le calcul doit reproduire la déformation axiale résiduelle du filament enchâssé dans la matrice.

Compte-tenu de la géométrie des éprouvettes et de la très faible fraction volumique

Partition des déformations	$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^e + \boldsymbol{\epsilon}^{vp}$
Thermo-élasticité	$\boldsymbol{\epsilon}^e = \mathbf{S} : \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\alpha}(T - T_0)$
Fonction seuil	$f = J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - R - \sigma_y(T)$ $J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{X}) : (\mathbf{s} - \mathbf{X})}$ avec le déviateur : $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}$
Écoulement viscoplastique	$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp} = \frac{3}{2} \left\langle \frac{f}{k(T)} \right\rangle^{n(T)} \frac{\mathbf{s} - \mathbf{X}}{J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})}$ où $\langle x \rangle = \max(x, 0)$
Écrouissage isotrope	$R = Q(T)(1 - \exp(-bp))$
Écrouissage cinématique	$\mathbf{X} = \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2$ $\dot{\mathbf{X}}_i = \gamma_\infty \left(\frac{2}{3} C_i \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp} - \mathbf{X}_i \dot{p} \right)$
Déformation plastique cumulée	$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp}}$

FIG. 3.15 – Loi de comportement élasto-visco-plastique du Ti6242 utilisée dans les modélisations de cette étude.

de fibre, une géométrie de calcul axisymétrique peut être adoptée. Pour obtenir les proportions optimales de cette cellule axisymétrique (rayon de matrice), nous procédons à la simulation du champ résiduel en adoptant la géométrie réelle tridimensionnelle de la zone utile qui correspond au quart d'une section de l'éprouvette réelle (fig.3.16). Les conditions de symétrie sont imposées en bloquant le déplacement des noeuds dans les directions orthogonales aux plans de symétrie. Sur les faces supérieures et inférieures

sont imposées des conditions de bord droit⁵ dans l'axe de la fibre. Ces conditions limites sont représentatives des conditions loin des bords de l'éprouvette. L'iso-déplacement axial entre fibre et matrice est ainsi reproduit et entraîne une absence de glissement relatif axial à l'interface (pas de cisaillement σ_{rz}). Une interface parfaite peut donc être adoptée pour les simulations du champ résiduel en considérant que les dimensions de la zone interfaciale sont négligeables par rapport à la taille des entités fibre et matrice et qu'elle n'a donc pas d'influence sur le champ résiduel.

À l'aide de cette géométrie tridimensionnelle, la simulation du cycle d'assemblage en température et pression est effectuée en imposant dans un premier temps différentes valeurs pour la température maximale d'assemblage virtuelle (T_{max} , cf. chap.2).

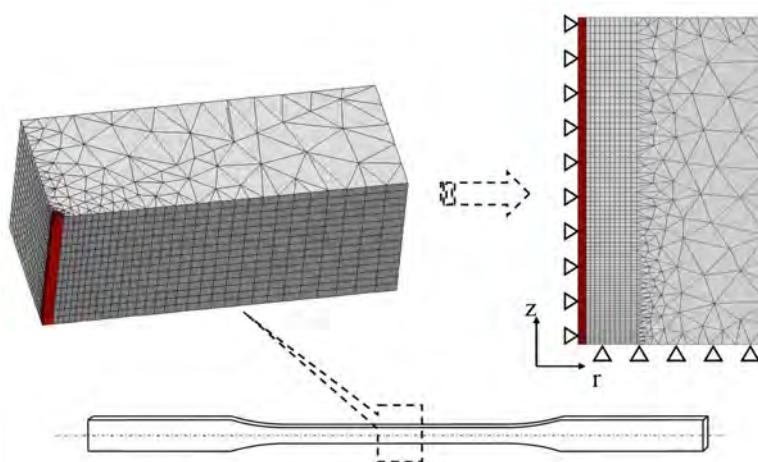


FIG. 3.16 – Identification de la fraction volumique de fibre du modèle axisymétrique par comparaison avec le champ résiduel obtenu sur une géométrie exacte tridimensionnelle.

Pour tenir compte d'éventuels effets géométriques, le champ résiduel induit dans le modèle tridimensionnel est comparé à celui obtenu avec la géométrie axisymétrique. La fraction volumique de fibre de la géométrie axisymétrique est réglée de manière à reproduire pour différentes T_{max} le même champ résiduel que pour la géométrie 3D. Le V_f obtenu en axisymétrique est 0,002.

Cette étape d'identification s'est révélée intéressante car l'intuition conduisait à adopter un rayon de matrice très important pour être représentatif d'une gaine de matrice de rayon infini en axisymétrique ; le résultat donne un V_f supérieur pour faire correspondre précisément les champs 3D et axisymétriques.

De la même manière que pour le cas tridimensionnel, les conditions limites du modèle axisymétrique utilisées pour simuler le champ résiduel sont :

⁵Une condition de bord droit dans la direction i revient à imposer l'homogénéité du déplacement U_i à l'ensemble des noeuds de la surface considérée (pas de gradient de déplacement sur la surface). Il s'agit en fait d'un état de déformations planes généralisées.

- une condition de bord droit sur la ligne supérieure du maillage dans l'axe de la fibre (z);
- un refroidissement homogène ainsi qu'un cycle de pression appliqué sur le bord libre du modèle (cf. chap.2);
- un blocage des degrés de liberté des noeuds situés sur les axes de symétrie dans la direction orthogonale à ces axes (fig.3.16).

La déformation résiduelle axiale des filaments de nos éprouvettes monofilamentaires est mesurée expérimentalement par microscopie optique. La zone utile des éprouvettes est tronçonnée et placée sous l'objectif du microscope sur une table à déplacement micrométrique. Après dissolution complète de la matrice, la longueur de fibre est à nouveau mesurée. Trois mesures différentes conduisent à une déformation axiale de $-0,0035 \pm 1.E-4$.

Étant données les conditions limites (bord droit sur l'arrête supérieure du maillage axisymétrique), le champ de contraintes résiduelles simulé ne présente aucun gradient axial. Les valeurs des contraintes peuvent ainsi être post-traitées sur toutes lignes de noeuds (ou points de Gauss) horizontales : une hauteur de modèle telle que présentée figure 3.16 n'est donc pas nécessaire.

Pour reproduire la déformation résiduelle mesurée (selon la procédure décrite en annexe B), la température T_{max} doit être fixée à 620°C dans la simulation.

En utilisant la loi monodimensionnelle $\sigma = E\epsilon$ avec un module de 400 GPa, la contrainte résiduelle de compression dans la fibre est estimée à -1400 MPa : le calcul EF conduit à une valeur sensiblement différente.

Pour un refroidissement de $T_{max}=620^\circ\text{C}$ à l'ambiante (25°C), avec le cycle de pression et les lois de comportement utilisées, les composantes non nulles du champ de contraintes le long d'une ligne horizontale du maillage axisymétrique sont données par la figure 3.17.

Les contraintes résiduelles obtenues par le calcul dans la fibre élastique isotrope sont :

Vf	σ_{zz}^f	σ_{rr}^f	$\sigma_{\theta\theta}^f$
0,002	-1520 MPa	-310 MPa	-310 MPa

Note : Les maillages présentés par la figure 3.16 sont relativement raffinés comparés à la discrétisation observée sur les résultats figure 3.17. Une étude de convergence au maillage a été menée pour la plupart des cas de calcul proposés dans ces travaux. Le raffinement des maillages présenté peut donc ne pas toujours correspondre à la discrétisation observée dans les courbes de résultats, mais être proposé par soucis d'esthétisme.

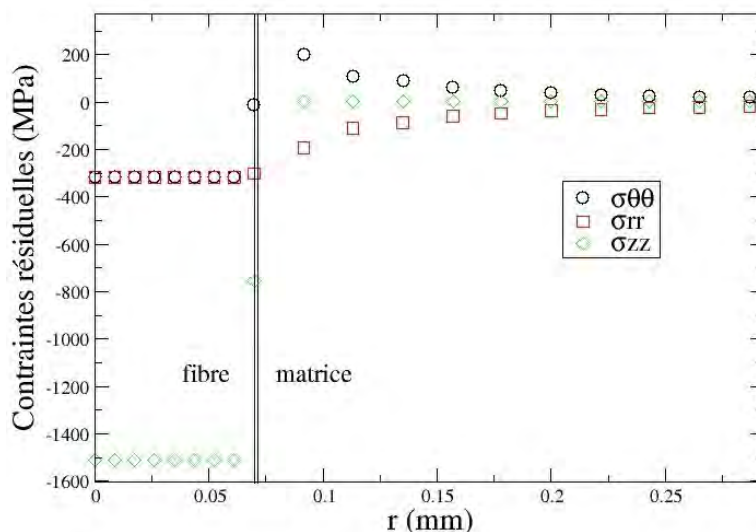


FIG. 3.17 – Composantes non nulles du champ résiduel sur une ligne de noeuds horizontale de la géométrie axisymétrique. Les valeurs prises au noeud à l'interface sont fantaisistes pour les grandeurs discontinues étant donné qu'elles sont issues d'une interpolation des valeurs aux points de Gauss des éléments voisins.

Pour la contrainte résiduelle σ_{zz}^f , [Malon, 00] obtient une valeur similaire dans le cas d'une éprouvette monofilamentaire de SM1140+/Ti6242. En revanche la valeur donnée par [Malon, 00] est calculée à partir de la déformation résiduelle expérimentale avec une loi monodimensionnelle de Hooke ($\sigma = E\epsilon$); c'est cette contrainte résiduelle axiale qui est reproduite dans le calcul. De plus la loi de comportement utilisée dans son cas est élastique pour la matrice : la T_{max} adoptée dans les calculs y est de 580°C. Compte-tenu de l'influence du champ résiduel sur le comportement du composite, ne serait-ce qu'à cause des phénomènes de plasticité matricielle dont l'activation va dépendre du niveau de ce champ initial, nous nous sommes interrogé de manière importante sur la difficulté de reproduire correctement les CRE via un calcul par éléments finis. Pour ne pas alourdir le propos, nous proposons quelques éléments de discussion en Annexe B.2.

Simulation de la rupture d'un filament et modèles d'interface

Une fois le champ résiduel reproduit, la rupture de la fibre doit être simulée. Cette rupture est obtenue en libérant la condition limite de blocage ($U_z = 0$) des noeuds du bas de la fibre (fig.3.18). La discontinuité dans les conditions limites qui en résulte peut entraîner un défaut de convergence du calcul. De plus le coude de plasticité de la loi de comportement du Ti6242 est très prononcé; les incréments de temps lorsque la limite élastique est atteinte dans la matrice doivent être considérablement réduits.

Après que le cycle d'assemblage ait été simulé, un déplacement est imposé à la ligne de noeuds au sommet du modèle (fig.3.18) pour traduire le chargement axial. Afin de s'affranchir des problèmes de viscosité, la vitesse de déplacement imposée est très faible, ce

qui reproduit également les conditions expérimentales.

La contrainte σ_{zz}^f est négative à l'issue de la simulation des CRE, il est donc naturel de mettre en tension la fibre avant de simuler la rupture. L'état de contrainte axial dans la fibre au moment de la rupture est une question qui doit être abordée car selon les expériences présentées plus tôt, la première rupture intervient pour une déformation macroscopique de l'ordre de 1%. La limite élastique est alors franchie dans la matrice et il est possible que l'état de contrainte au moment de la rupture influe sur la nature du rechargement. Nous aborderons ce point dans ce qui va suivre.

La figure 3.18 présente le maillage et les conditions limites du calcul. Cette fois la rupture de la fibre va entraîner des perturbations locales. La taille (hauteur) du modèle est donc un point important car les conditions limites et les résultats ne doivent pas être perturbés par cette hauteur. Le résultat attendu est le profil de rechargement en contraintes axiales dans la fibre, le bord supérieur du maillage ne doit pas être affecté. Un compromis doit être adopté car il est nécessaire de limiter la taille du modèle compte-tenu du temps de calcul. Une procédure de maillage automatique a donc été développée où les dimensions et le raffinement du maillage sont paramétrés; ce type de procédure sera décrit plus en détail dans le chapitre suivant.

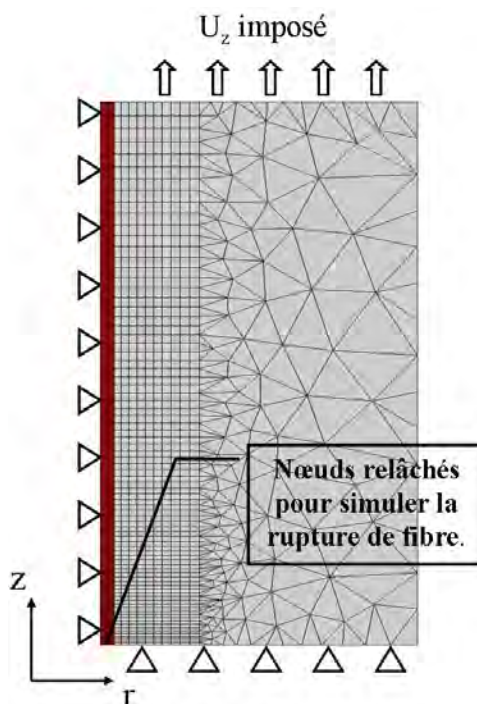


FIG. 3.18 – Détail du modèle axisymétrique et des conditions limites utilisées pour simuler le rechargement d'une fibre rompue.

Le maillage de la matrice présenté par la figure 3.18 est mixte : triangles/quadrangles. Cette méthode est adoptée ici pour maîtriser le raffinement dans la zone perturbée par la rupture et à l'interface à l'aide d'un maillage réglé. Dans les zones plus éloignées qui

sont soumises à des gradients plus faibles, une procédure de maillage automatique en triangles s'est révélée suffisante.

Un des points centraux de cette approche par éléments finis est l'utilisation de modèles interfaciaux particuliers. Les modèles d'interfaces dont nous disposons sont :

1. une interface parfaite : les noeuds de l'interface fibre/matrice sont confondus, les déplacements (u_r, u_z) y sont continus ;
2. une interface frottante : les surfaces en contact sont liées par un algorithme de frottement de Coulomb, le glissement relatif des noeuds appartenant aux différents médias est autorisé si le cisaillement à l'interface σ_{rz} dépasse la valeur donnée par la loi de Coulomb :

$$\tau = \mu\sigma_{rr}$$

où μ désigne le coefficient de frottement et σ_{rr} les contraintes radiales. L'interpénétration des maillages est alors interdite mais l'écartement ou décollement normal des surfaces n'est pas contraint.

3. un modèle de zone cohésive : une loi de comportement endommageable relie les noeuds de l'interface appartenant aux deux entités.

Parmi les trois modèles d'interface dont nous disposons, le modèle cohésif est celui qui permet de rendre compte de la progression de la décohésion. Vis à vis des constatations expérimentales (zone interfaciale très endommagée au voisinage des ruptures), cette approche permet de se rapprocher des phénomènes microscopiques : c'est celle qui va être adoptée. Nous présentons ci-après une analyse des conséquences qu'entraînent l'utilisation de cet outil.

Détail du modèle de zones cohésives

Les modèles d'interface cohésives⁶ sont utilisés pour modéliser les mécanismes d'endommagement d'une zone interfaciale. L'interphase est représentée par des éléments sans épaisseur ayant leur propre loi de comportement endommageable. Ce comportement mécanique est associé aux équations qui relient les déplacements relatifs aux efforts locaux pour les noeuds de l'interface initialement superposés.

La loi de zone cohésive prend donc la forme d'une loi de comportement endommageable classique $\sigma = f(\epsilon)$ avec un couplage entre les sollicitations transverses (cisaillement interfacial) et normales (compression ou traction à l'interface).

L'utilisation des modèles de zones cohésives est maintenant répandue dans l'analyse de la fissuration des matériaux comme alternative aux approches de la mécanique de la rupture. Il faut distinguer parmi eux deux formes d'utilisation : celle dédiée à l'endommagement d'une interface (interface cohésive) et celle concernant l'analyse de la progression d'une fissure dans un matériau monolithique (rupture cohésive). Certaines contraintes dans la loi cohésive liées à ce dernier type d'utilisation sont inhérentes au

⁶Cohesive Zone Model : CZM ou Interface Damage Model : IDM

fait que la continuité des propriétés doit être respectée lorsque la fissure n'est pas activée (*exemple : raideur initiale très importante nécessaire dans la loi pour ne pas perturber les modules du matériau*). Les travaux de [Monerie, 00] exposent en détail les différents modèles de zones cohésives et leur cadre d'utilisation.

Le modèle que nous allons utiliser et décrire ici est le modèle de [Tvergaard, 90]. On peut considérer que dans notre cas, le modèle CZM adopté est représentatif d'un comportement endommageable homogénéisé de la zone interfaciale multicouche.

La figure 3.19 illustre le principe d'une loi d'interface cohésive, et donne les courbes de comportement du modèle de Tvergaard. Les déplacements relatifs des noeuds de l'interface $[u_n; u_t]$ sont liés aux efforts correspondant $[T_n; T_t]$ par un module endommageable fonction de la variable d'endommagement λ . Les équations du modèle sont :

$$\begin{aligned} T_n &= EF(\lambda) \frac{u_n}{\delta_n} \text{ si } u_n > 0, \\ T_n &= EK \frac{u_n}{\delta_n} \text{ si } u_n < 0, \\ T_t &= GF(\lambda) \frac{u_t}{\delta_t}. \end{aligned}$$

E et G sont les modules initiaux dans les directions normales et tangentielles (traction, cisaillement). La constante K est choisie arbitrairement grande pour empêcher la pénétration des maillages et peut être assimilé à un module de compression de forte valeur. δ_n et δ_t sont les déplacements maximums respectivement normaux et tangentiels que peuvent adopter les noeuds de l'interface en chargement pur avant la rupture totale. L'endommagement est pris en compte par le biais de la variable λ et de la fonction $F(\lambda)$, qui ont respectivement les formes suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda &= \sqrt{\left(\frac{\langle u_n \rangle}{\delta_n}\right)^2 + \left(\frac{u_t}{\delta_t}\right)^2} \\ F(\lambda) &= (1 - \lambda)^2 \end{aligned}$$

On observe que λ varie continuellement de 0 à 1. L'état sain de l'interface correspond à $\lambda = 0$ tandis que la rupture est complète si $\lambda = 1$.

Pour des sollicitations de charge/décharge, λ évolue si le critère suivant est rempli :

$$f_\lambda = \lambda(u_n, u_t) - \lambda_{max} > 0$$

En associant les paramètres σ_{max} et $\alpha\sigma_{max}$ à la valeur maximale que peuvent prendre respectivement les efforts T_n et T_t en chargement pur (traction pure et cisaillement pur de l'interface), on peut écrire les relations :

$$\begin{aligned} E &= \frac{27}{4} \sigma_{max}, \\ G &= \frac{27}{4} \alpha \sigma_{max}. \end{aligned}$$

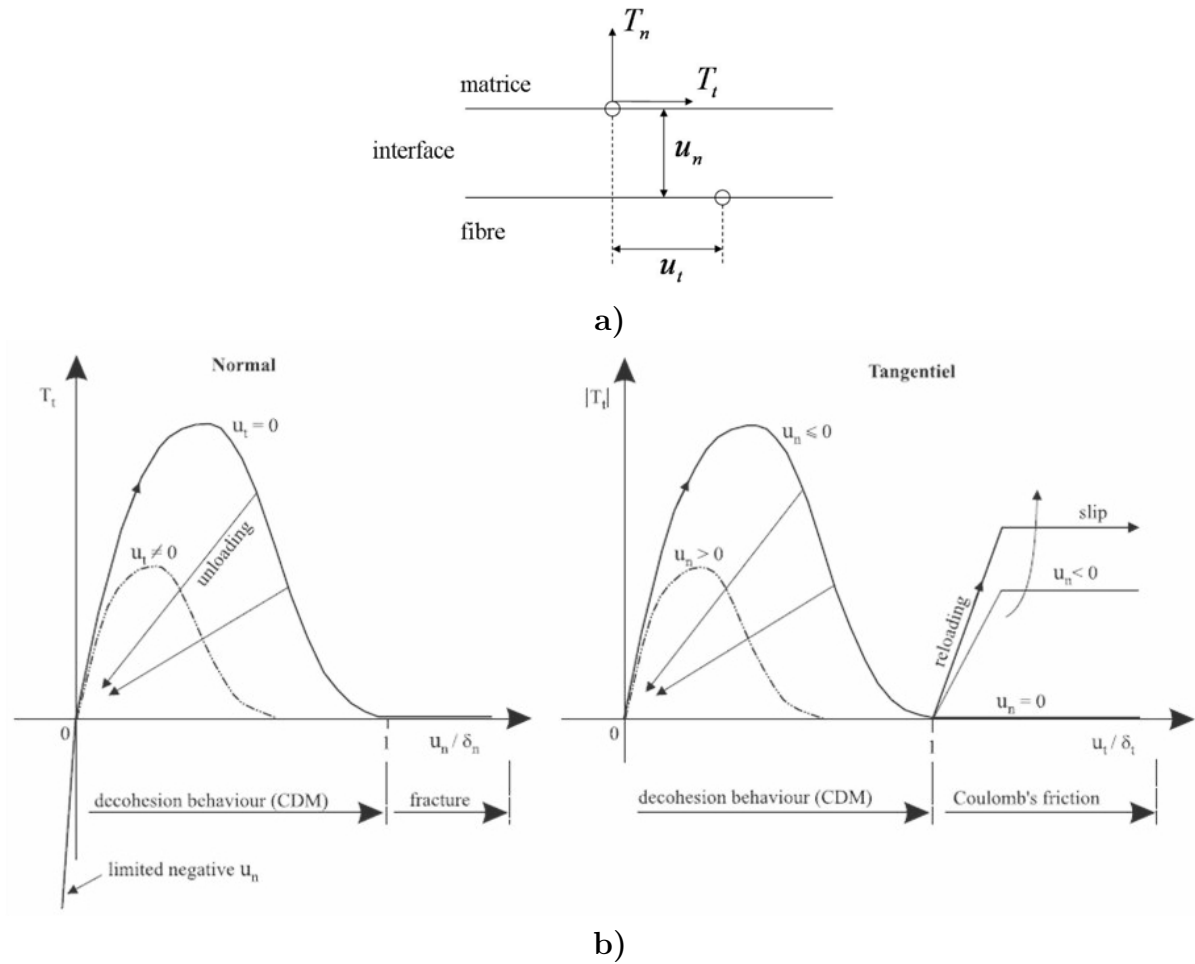


FIG. 3.19 – **Détail du modèle de zone cohésive en dimension 2.** En a) : déplacements relatifs $[u_n; u_t]$ respectivement normal et tangential entre deux noeuds de l'interface et efforts associés $[T_n; T_t]$. En b) représentation du comportement normal et tangential de la loi de Tvergaard (source : [Chaboche & al., 01]).

Note : En chargement pur normal $u_t = T_t = 0$, donc $\lambda = \frac{\langle u_n \rangle}{\delta_n}$. L'expression de T_n devient : $T_n = E \frac{u_n}{\delta_n} (1 - \frac{u_n}{\delta_n})^2$. En dérivant cette expression selon u_n on obtient un polynôme de degré 2 dont les racines sont $\frac{1}{3}\delta_n$ et δ_n . Ces deux extrémums correspondent au maximum de T_n et au minimum associé à la rupture. En remplaçant $u_n = \frac{1}{3}\delta_n$ dans l'expression de T_n précédente on obtient : $T_n^{max} = \sigma_{max} = E \frac{4}{27}$.

On observe sur la figure 3.19.b) que lorsque $u_t = \delta_t$ l'effort tangential devient constant et est donné par une loi de frottement de Coulomb. La discontinuité observée sur la courbe de comportement transverse entre l'état endommagé non rompu et l'état rompu du régime frottant peut devenir problématique lors de la résolution numérique du système. Ce problème a été éliminé par [Chaboche & al., 01] dont le modèle amélioré permet un

passage continu entre l'état non rompu et le régime frottant.

Le lien avec la mécanique de la rupture pour le modèle de Tvergaard peut être fait en considérant les aires sous les courbes présentées en figure 3.19.b). Pour les chargements pur, ces aires correspondent au taux de restitution d'énergie critique en mode I et II (\mathcal{G}_I^c et \mathcal{G}_{II}^c) avec :

$$\mathcal{G}_I^c = \int_0^{\delta_n} T_n du_n = \frac{9}{16} \sigma_{max} \delta_n,$$

$$\mathcal{G}_{II}^c = \int_0^{\delta_t} T_t du_t = \alpha \frac{9}{16} \sigma_{max} \delta_t.$$

Les paramètres à identifier du modèle de zone cohésive de Tvergaard sont donc :

$$\alpha, \sigma_{max}, \delta_n \text{ et } \delta_t \text{ suivi de } \mu$$

Lorsque l'on choisit ce modèle de comportement interfaciale, le nombre d'inconnues du modèle de fragmentation est en forte augmentation et il faut avoir recours aux travaux de [Guichet, 98] et [Carrère, 01]. [Guichet, 98] a réalisé à l'aide du modèle de zone cohésive que nous venons de présenter, l'identification des paramètres pour un essai de push-out sur un composite SCS-6/Ti6242. Aussi les valeurs de [Guichet, 98] peuvent être considérées comme une première approximation de celles nécessaires à notre modèle.

Selon la fraction volumique de renfort, [Guichet, 98] obtient deux jeux de paramètres différents car deux modes de ruptures interfaciales sont observés. Pour des Vf faibles ($\leq 30\%$), la décohésion lors du push-out se produit entre les couches de SCS apparemment déjà pré-endommagées par la réaction titane/carbone aux hautes températures (décohésion de type I). Pour des Vf plus importants ($\geq 50\%$), les couches protectrices de PyC semblent moins consommées par la réaction titane/carbone. La décohésion se produit entre la couche de réaction de TiC et le revêtement SCS (décohésion de type II). L'état de contrainte résiduel est également différent selon les Vf, y compris au niveau local (si l'arrangement des fibres n'est pas régulier, le champ résiduel est fluctuant selon les fractions volumiques locales). L'amplitude des contraintes résiduelles à l'interface étant une fonction de la fraction volumique, il est probable que le mode de rupture de cette zone soit sensible au Vf. Les deux types de décohésion observés peuvent donc avoir une double origine physico-chimique et mécanique.

Par conséquent, nous choisirons le jeu de paramètres associé au Vf le plus faible car il se rapproche de celui des éprouvettes de fragmentation tout en correspondant aux ordres de grandeurs des Vf du composite multifilamentaire (tableau 3.1).

Compte tenu du frettage des filaments par la matrice à cause du champ résiduel, et du mode de chargement axial en fragmentation, la rupture des interfaces semble être surtout conduite par la rupture en cisaillement. De la même manière que [Guichet, 98] avec l'essai de push-out, nous verrons qu'une identification précise des paramètres concernant le comportement normal n'est pas nécessaire (en gardant à l'esprit le couplage entre cisaillement et traction dans la variable d'endommagement de la loi cohésive).

Résultats des calculs

À l'aide du maillage et des conditions limites présentées par la figure 3.18, la rupture de la fibre est simulée après la phase associée à l'étape d'élaboration. Avec le modèle IDM et les paramètres présentés dans le tableau 3.1, les champs des contraintes axiales et des déformations plastiques cumulées sont présentés respectivement par les figures 3.20 et 3.21 au voisinage de la rupture.

α	σ_{max}	δ_n	δ_t	μ
4,25	100 MPa	1.10^{-4} mm	$1,5.10^{-3}$ mm	0,4

TAB. 3.1 – Paramètres adoptés pour le modèle d'interface cohésive. Ces valeurs sont issues des travaux de [Guichet, 98] pour modéliser la décohésion interfaciale lors d'un essai de push-out sur un composite SCS-6/Ti6242.

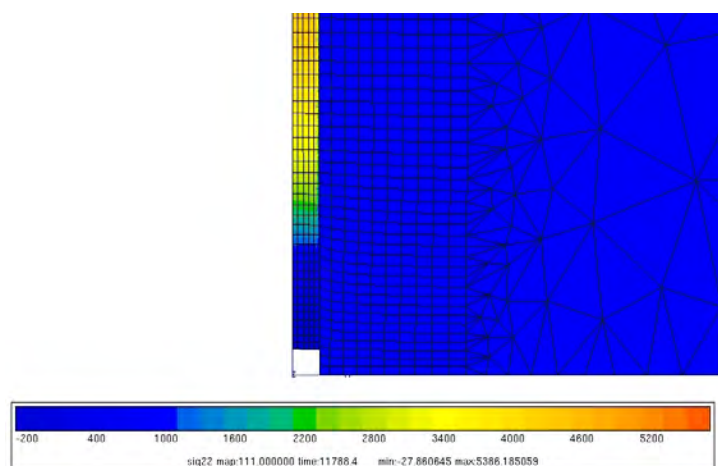


FIG. 3.20 – Voisinage de la rupture où la carte des couleurs est indexée sur les contraintes axiales. On distingue le glissement relatif à l'interface entre les maillages, autorisé par l'algorithme de frottement dans la partie décohérée ($\varepsilon_{macro} = 1\%$).

On note sur la figure 3.21 l'aspect local de la perturbation du champ de contrainte avec une zone fortement plastifiée au voisinage de la rupture. L'argument de report de charge local au voisinage d'une rupture (LLS) est donc ici encore conforté.

Dans la zone de rechargement, le gradient radial de la contrainte axiale dans la fibre ($\frac{\partial \sigma_{zz}^f}{\partial r}$) est très faible quelque soit le modèle d'interface utilisé. Il n'est donc pas nécessaire d'examiner une valeur moyenne par section pour la contrainte axiale dans la fibre. Le profil de rechargement dans la fibre sera donc directement extrait de la ligne de noeuds qui constitue l'axe de symétrie du filament.

La figure 3.22 présente le profil des contraintes axiales dans la fibre rompue, en partant

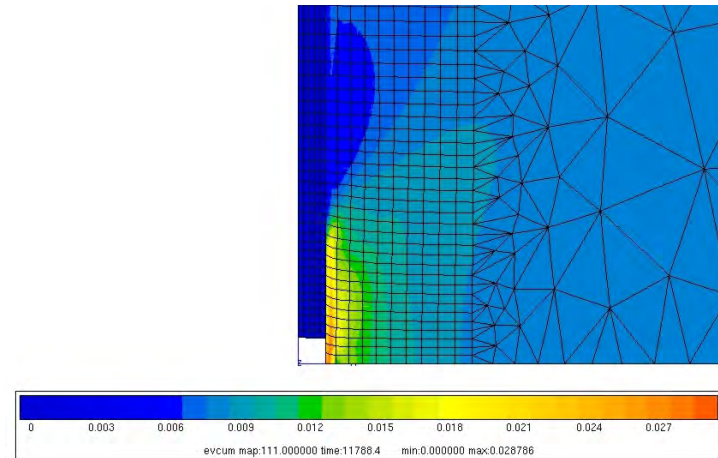


FIG. 3.21 – Déformations plastiques cumulées dans le voisinage de la rupture. On constate l’accumulation de déformations plastiques dans la matrice au droit de la portion d’interface décohérée.

de l’ordonnée de la rupture, pour le modèle d’interface cohésive.

Ce profil mixte est très similaire à celui obtenu par l’approche de [Tripathi & Jones, 97] présenté à la figure 3.14. Il est également identique aux profils ” Ω ” évoqués dans le chapitre 2, et confirmés expérimentalement dans divers travaux déjà cités aux chapitres 1 et 2 ([Nairn & Liu, 97], [Preuss & al., 02]).

La partie linéaire correspond à la zone où l’interface est décohérée. Le transfert de charge y est assuré par un frottement de Coulomb. Ceci peut être vérifié en examinant les valeurs de la variable d’endommagement λ aux points de Gauss des éléments d’interface. L’état de la variable λ correspondant au profil présenté en figure 3.22, est donné par la figure 3.23. On constate que $\lambda = 1$ dans la région où le transfert de charge est linéaire : l’interface est rompue sur cette longueur.

La portion non linéaire du rechargement correspond au transfert de charge via une interface encore en cohésion. Le profil de rechargement observé y est très similaire à celui obtenu par l’approche shear-lag de [Cox, 52]. En effet la courbe 3.23 montre que la variable d’endommagement λ subit une variation rapide entre l’état rompu et l’état sain le long de l’interface. La portion 2 du profil de rechargement présenté par la figure 3.22 est donc pour bonne partie associée à une longueur d’interface saine. La région de matrice fortement plastifiée étant surtout confinée au droit de la longueur décohérée, le profil de rechargement obtenu en région 2 est donc logiquement similaire à un profil de [Cox, 52] élastique.

Comme le chargement est purement axial au niveau macroscopique, et étant données les contraintes résiduelles de compression à l’interface fibre/matrice, la présence d’une fissure (rupture de la fibre et décohésion interfaciale) n’entraîne vraisemblablement pas

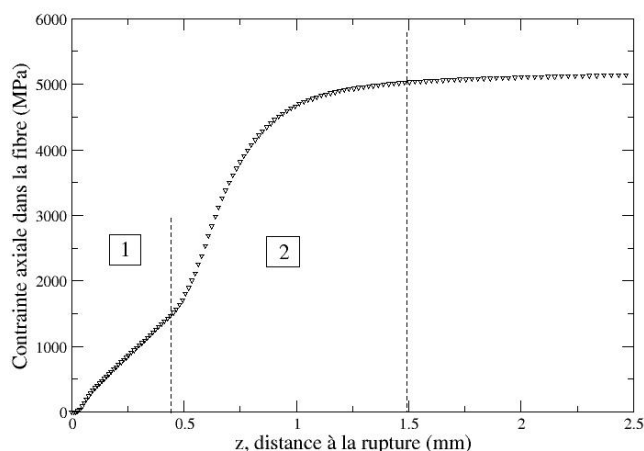


FIG. 3.22 – Profil des contraintes axiales dans la fibre en partant de l’ordonnée de la rupture. Le profil présente deux régions : un rechargement linéaire (région 1) et un rechargement non linéaire (région 2).

de défretage de l’interface. Ceci peut être différent du cas d’une fissure matricielle se propageant en mode I et débouchant sur une interface. Y compris à proximité de la rupture, le calcul EF indique que les contraintes de compression (σ_{rr}) ou circonférentielles ($\sigma_{\theta\theta}$) au voisinage de l’interface ne sont que faiblement perturbées. L’interface est donc toujours en compression dans la zone de décohésion. La continuité des contraintes radiales dans la direction normale à l’interface permet le transfert de charge par contact frottant. Le cisaillement donné par la loi $\tau = \mu\sigma_{rr}$ varie alors faiblement dans la zone décohérée (ce qui est proche des hypothèses des modèle analytiques classiques). Ceci est confirmé par la linéarité du profil de rechargement dans la zone décohérée⁷.

En dehors de la zone de rechargement, on retrouve la contrainte appliquée à la fibre que l’on a précédemment notée σ^∞ . Il ne faut pas oublier que nous étudions le rechargement au voisinage de ruptures associées à l’essai de fragmentation : les contraintes appliquées aux fragments hors des zones de rechargement peuvent atteindre des valeurs très importantes, compte-tenu du fait que les défauts les plus critiques sont éliminés au fur et à mesure des ruptures. Les portions de filament non encore rompues sont donc très ”résistantes”. Si l’on considère les courbes expérimentales, des ruptures de fragments se produisent pour des déformations macroscopiques de plus de 2%. Avec des contraintes résiduelles axiales de -1500 MPa, les portions de fibre loin des zones de recharge-

⁷L’équilibre mécanique axial d’une portion de fibre (cf. chap.2) permet de déduire en première approximation, que si le rechargement en contraintes axiales est linéaire dans cette portion, le cisaillement interfacial est constant.

ment (s'il en est) sont alors soumises à une contrainte de l'ordre de 7000 à 8000 MPa. Examiner les profils de rechargement pour ces contraintes importantes est ainsi nécessaire.

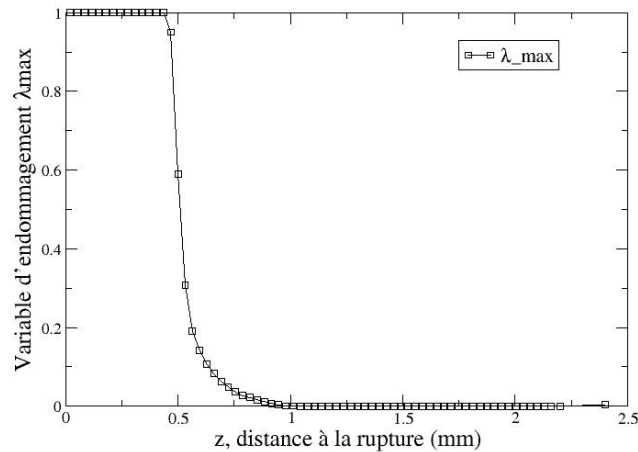


FIG. 3.23 – Valeurs prises par la variable d'endommagement λ aux points de Gauss des éléments d'interface, correspondantes au profil de rechargement présenté en figure 3.22.

Une comparaison entre le modèle d'interface cohésive et les modèles purement frottant et parfait est présentée par la figure 3.24. La contrainte appliquée à la fibre est normée par σ^∞ mais les profils sont examinés pour la même valeur de σ^∞ . Le profil obtenu pour un rechargement purement frottant (interface décochée sur toute sa longueur et frottement de Coulomb avec $\mu = 0,4$) est linéaire. Celui associé au modèle d'interface parfaite est fortement non linéaire tandis que celui associé au modèle d'interface cohésive présente un profil intermédiaire.

Si l'on trace une ligne horizontale fictive représentative d'un rechargement à 90 ou 95 % sur la figure 3.24, on remarque que les longueurs de rechargement sont croissantes dans l'ordre : interface parfaite, interface cohésive, interface frottante. La longueur de rechargement varie logiquement en fonction de l'intensité du cisaillement admis à l'interface.

La mise en oeuvre du modèle d'interface cohésive est un peu plus coûteuse en temps de calcul que les deux autres modèles. En revanche, la forte différence induite entre les modèles au niveau des longueurs de rechargement et le fait que la loi cohésive représente mieux le phénomène progressif d'endommagement justifie son utilisation.

Les calculs effectués sont quasi-statiques. Aucun effet dynamique n'est donc pris en compte. En revanche la loi de comportement de la matrice est visqueuse, le temps est donc un paramètre influent. Expérimentalement, toutes les ruptures du filament interviennent alors que la matrice a dépassé sa limite élastique. Pour en tenir compte, un calcul de rupture est effectué alors que la fibre est déjà en traction pour un état de contrainte

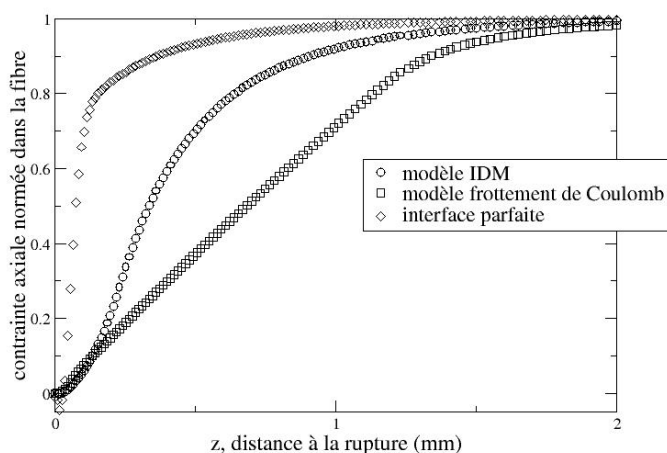


FIG. 3.24 – Comparaison des profils de rechargement obtenu par les trois modèles d'interface.

équivalent à celui présent lors des premières ruptures expérimentales.

Pour une contrainte σ^∞ de l'ordre de 5000 MPa, les profils de rechargement obtenus par la loi cohésive sont comparés lorsque la rupture de la fibre intervient pour 0 MPa et pour 5000 MPa. La figure 3.25 présente la différence observée entre les profils obtenus pour ces deux contraintes à ruptures.

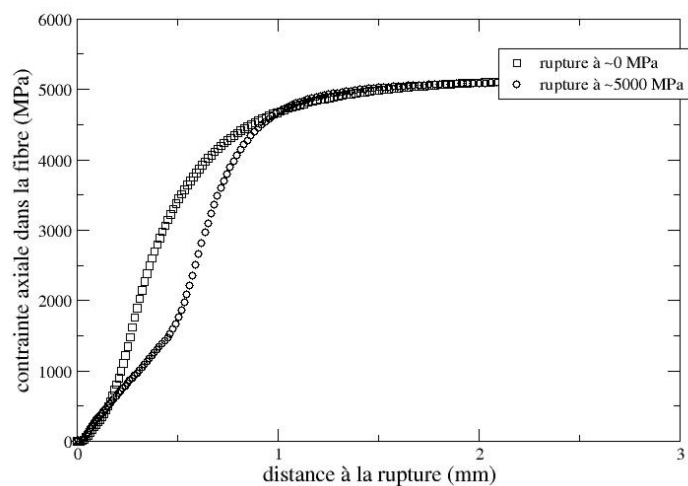


FIG. 3.25 – Comparaison des profils de rechargement obtenus pour deux contraintes à rupture du filament différentes. La décohésion est plus importante pour la contrainte à rupture supérieure (à σ^∞ équivalentes).

La décohésion consécutive à la rupture de la fibre alors que la matrice a globalement plastifié est supérieure à la décohésion observée lorsque la rupture de la fibre intervient très tôt dans le chargement (rupture quasiment initiale). Cependant, les approches analytiques du mécanisme de rechargement conduiraient plutôt à penser le contraire :

- la plasticité est installée dans la matrice avant la rupture de la fibre ;
- le cisaillement étant une grandeur continue dans le sens radial, son amplitude est bornée par le fait que la matrice a dépassé sa limite élastique et que le module plastique est très faible. Le cisaillement "admissible" à l'interface tend alors à avoir une valeur faible qui limite la décohésion.

Les profils de rechargement que nous recherchons sont ceux associés à la configuration de l'essai de fragmentation. Le profil obtenu pour la plus importante des contraintes à rupture semble donc être celui qu'il faut adopter. Il s'agit alors de savoir dans quelle mesure la différence des configurations solutions a une valeur physique et n'est pas un artefact du calcul.

La différence vient probablement de la visco-plasticité de la matrice et donc de l'historique du chargement. En effectuant le même calcul (fibre rompue pour deux valeurs de contrainte axiale) mais avec une loi purement élastique pour la matrice, les profils de rechargement associés sont identiques (fig.3.26).

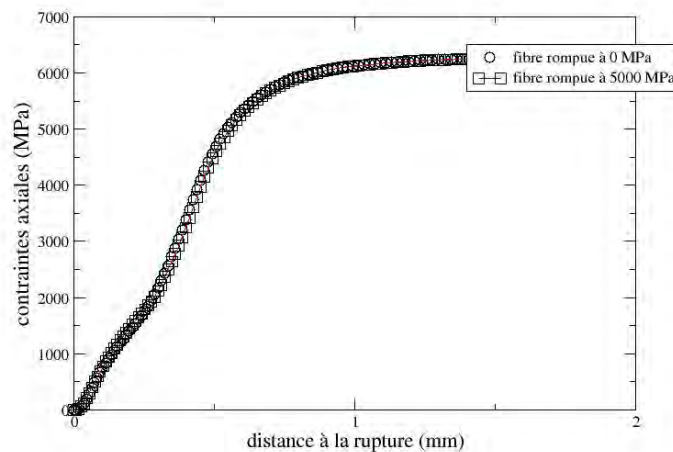


FIG. 3.26 – Comparaison des profils de rechargement obtenus pour deux contraintes à rupture du filament différentes. La loi de comportement de la matrice est cette fois purement élastique : les profils sont identiques.

L'autre élément à considérer est le problème de saut de solution évoqué dans les travaux de [Chaboche & al., 01]. Avec une loi de type Tvergaard, l'illustration graphique du phénomène est proposée par la figure 3.27.

L'exemple unidimensionnel est tiré des travaux de [Chaboche & al., 01]. Un élément de rigidité E est placé en série avec une loi cohésive de type Tvergaard. La continuité des efforts implique que dans l'élément et dans l'interface, la contrainte T soit identique. Le déplacement total U est la somme du déplacement local à l'interface u et du déplacement lié à la déformation de l'élément ΔL .

On peut donc écrire que :

$$U = u + \Delta L, \text{ soit : } U = u + \frac{L}{E}T,$$

donc :

$$T = -\frac{E}{L}(u - U).$$

Dans le repère $(T; u)$ la fonction précédente est donc une droite de pente négative $-\frac{E}{L}$ équivalente à la droite $T = -\frac{E}{L}u$ translatée vers la droite d'une quantité U . Le couple $(T; u)$ solution est donc sur cette droite mais également sur la courbe de comportement de la loi cohésive. La solution est donc l'intersection entre cette courbe et la droite.

Un incrément de déplacement dU correspond alors à la translation de la droite. Selon la pente de cette droite ($-\frac{E}{L}$) la figure 3.27 illustre les cas où il y a unicité de l'intersection (fig.3.27.a)), et les cas où cette unicité n'est plus (fig.3.27.b)). De plus lorsque le point de fonctionnement est sur le sommet de la courbe interfaciale, et que la pente ($-\frac{E}{L}$) est faible, un incrément dU peut entraîner le "décrochage" qui consiste en l'absence d'intersection entre la courbe et la droite autre part que sur l'axe $T = 0$. L'effort T subit alors une discontinuité ou saut de solution. Une condition d'unicité du point de fonctionnement est de conserver une valeur absolue de la pente $-\frac{E}{L}$ supérieure à la valeur absolue de la dérivée en tout point de la courbe de comportement de l'interface.

Ces sauts de solution s'illustrent de la même manière pour les cas de chargement tangentiel de l'interface. S'ils peuvent engendrer des instabilités numériques, [Chaboche & al., 01] précisent que ces sauts correspondent à une réalité physique. Lorsque l'interface commence à s'endommager, la structure environnante décharge son énergie élastique accumulée dans la zone interfaciale qui peut alors rompre instantanément.

La matrice est visco-plastique : lors du changement brutal de condition limite provoquée par la rupture de la fibre, la rigidité "apparente" de la matrice tend vers une valeur importante (module élastique). Comme avec la loi élastique aucune différence dans les solutions n'est observée, l'argument du saut de solution semble pouvoir être écarté. L'effet de la viscosité de la matrice ne semble pas non plus responsable de cette différence dans les décohésions puisque le cas limite élastique ne présente pas de différence. La convergence au maillage, et certains paramètres de convergence ont été modifiés pour vérifier qu'ils n'entraînaient pas de différence dans les résultats. La plasticité de la matrice et donc l'historique du chargement doivent donc être responsables de l'écart entre profils de rechargement.

Les profils de rechargement obtenus en rompant la fibre à une contrainte importante (≈ 5000 MPa) avec le modèle d'interface cohésive vont donc être adoptés.

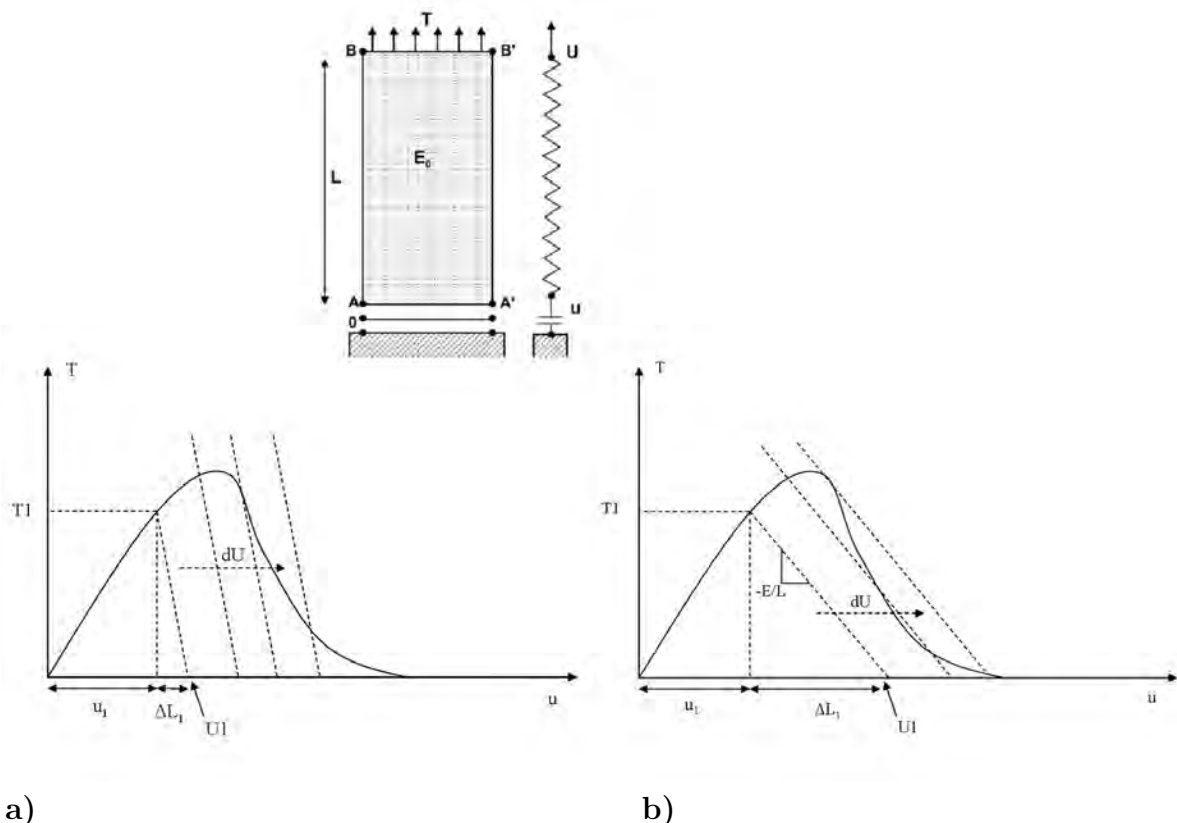


FIG. 3.27 – Illustration graphique du saut de solution provoqué par un incrément de déplacement dU . Selon la rigidité de l'élément placé en série avec l'interface cohésive, plusieurs points de fonctionnement peuvent être possibles.

La figure 3.28 présente la principale conséquence de l'utilisation du modèle d'interface cohésive dans le cadre du transfert de charge associé à l'essai de fragmentation. Si l'on représente dans un même repère deux profils de rechargement associés à deux contraintes appliquées σ^∞ et que les valeurs ne sont pas normées, on observe que la zone de rechargement du filament ne peut pas être associée à une zone d'exclusion.

En effet la figure 3.28 présente l'évolution de la contrainte axiale pour un point de la fibre situé à proximité de la rupture. L'évolution locale de la contrainte en ce point est repérée par les temps t^0 , t^1 et t^2 .

- t^0 : la rupture ne s'est pas encore produite, la contrainte axiale appliquée à la fibre est homogène ;
- t^1 : la rupture vient de se produire, le profil de rechargement correspondant se met en place et le point examiné est dans la longueur de rechargement correspondante. La contrainte locale qu'il subit devient donc brusquement inférieure à la contrainte σ_{rupt} . La valeur maximale en contrainte auquel a été soumise toute la longueur de rechargement est σ_{rupt} . Si cette valeur n'est plus dépassée dans cette zone, la longueur de rechargement peut être assimilée à une longueur d'exclusion ;

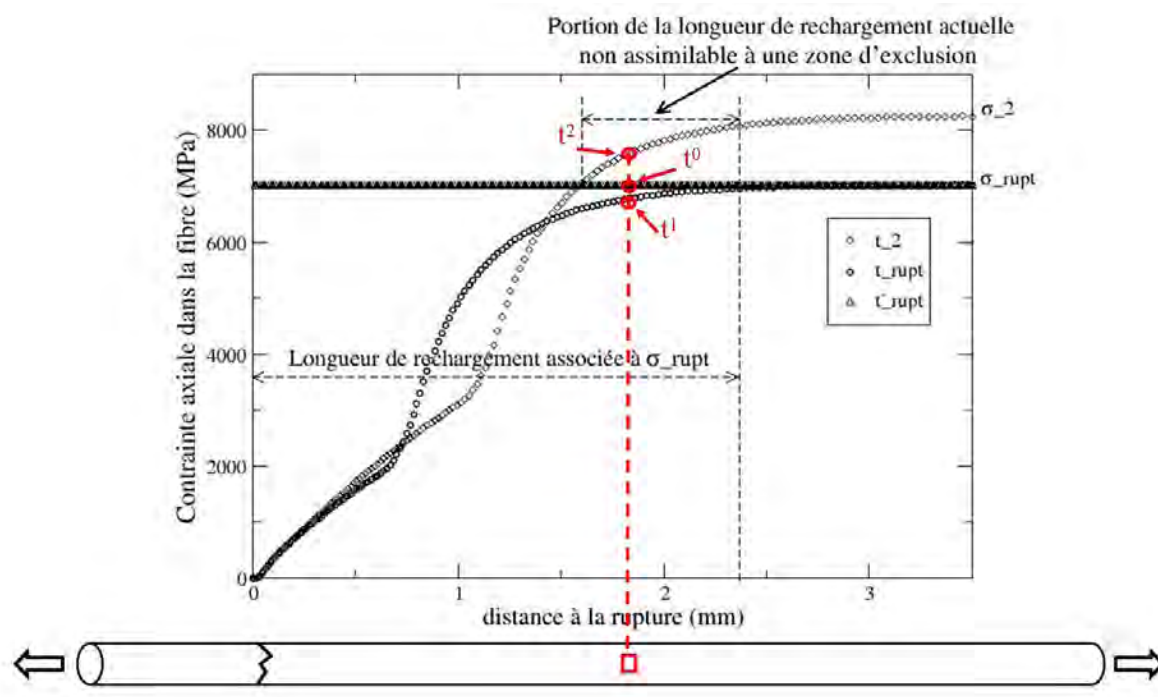


FIG. 3.28 – L'évolution des profils de rechargement obtenus par une interface cohésive implique que des ruptures soient autorisées dans les zones de rechargement. L'évolution de la contrainte au cours de l'essai pour un point de la fibre compris dans une zone de rechargement le prouve.

- t^2 : la déformation appliquée à l'éprouvette a augmenté, la contrainte σ^∞ également et la valeur locale de la contrainte au point considéré a dépassé la valeur σ_{rupt} . Dans la portion de longueur de rechargement indiquée sur la figure 3.28, des ruptures peuvent donc survenir.

Pour avoir une illustration supplémentaire, l'évolution de la contrainte axiale au cours du temps est donnée au point de Gauss de l'élément correspondant au point de la fibre proche de la rupture schématisé sur la figure 3.28. Cette évolution donnée par la figure 3.29 est tracée dans les cas avec et sans rupture de la fibre.

On constate que la courbe avec rupture décroche de la linéarité de la courbe sans rupture : le point considéré rentre brusquement dans la zone de rechargement lorsque la rupture survient. Une fois dans la zone de rechargement, la contrainte axiale au point considéré poursuit son augmentation : ce point n'est pas dans une zone d'exclusion (on remarque même que la contrainte en ce point subit une augmentation de plus de 1000 MPa). Cette contrainte finit par chuter puis adopte un comportement asymptotique lié au fait que le point pénètre dans une zone de décohésion. Le rechargement y étant linéaire et de pente constante comme nous l'avons vu, la contrainte axiale y reste constante malgré l'augmentation de la déformation macroscopique.

Ces constatations démontrent que zone de rechargement et zone d'exclusion ne peuvent

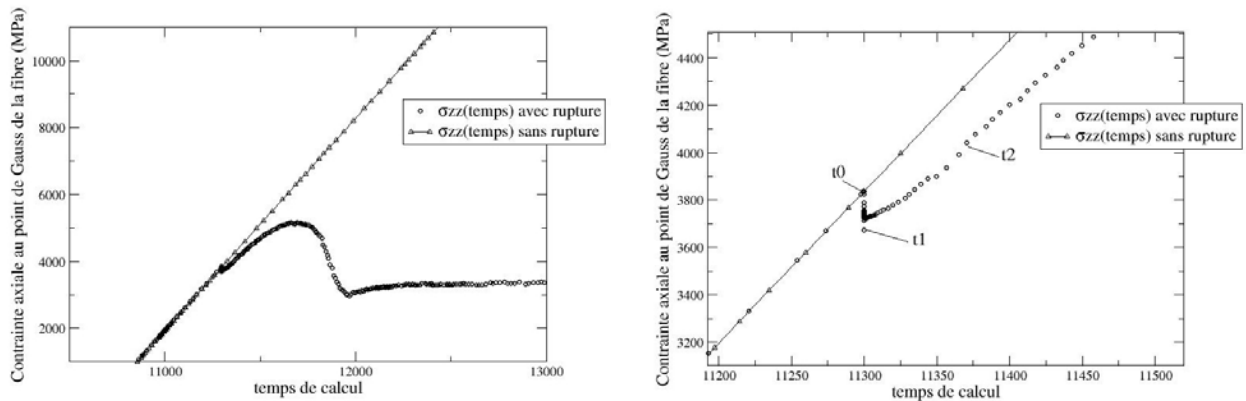


FIG. 3.29 – Évolution de la contrainte axiale en un point de Gauss du maillage de la fibre à proximité de la rupture. Sont représentées les évolutions de cette contrainte lorsque la rupture est simulée et sans rupture de la fibre. Avec rupture, la courbe $\sigma_{zz}(t)$ "décroche" : le point rentre dans la zone de rechargement (t^0 à t^1). Par la suite (t^2) la contrainte continue d'augmenter, en dépassant la valeur à t^0 puis diminue pour adopter une valeur constante.

être assimilées dans ce cas de transfert de charge. Ceci marque une forte différence avec les approches traditionnelles évoquées dans les sections précédentes. Cette conséquence est liée au mode de transfert de charge modélisé ici par rapport aux modèles à cisaillement constant par exemple.

L'influence de la température a également été testée : pour une température de 400°C , les profils de rechargement obtenus par l'interface cohésive ont été comparés à ceux obtenus à la température ambiante. Aucune différence significative n'a pu être notée, à part bien sûr une baisse de l'intensité du champ résiduel. Les portions de profil de rechargement associées aux zones décohérées ont une pente légèrement inférieure due à la baisse du cisaillement ($\tau = \mu\sigma_{rr}$). Il semble donc qu'avec la modélisation adoptée la température influe peu sur les profils de rechargement (longueur de rechargement et longueur de décohésion similaires).

Un autre point à examiner est la manière dont s'équilibre le champ de contrainte dans un fragment de fibre, alors que les zones de rechargement se chevauchent en son centre. Cette évolution du champ axial est donnée par la figure 3.30.

Le maillage associé à ce calcul est donné par la figure 3.30.a). Deux ruptures sont introduites au cours du calcul à des instants différents pour examiner la manière dont s'équilibre le champ de contrainte dans un fragment. En effet il a été montré que des ruptures pouvaient survenir dans une zone de rechargement ou en limite de celle-ci. Si une telle rupture survient, se pose la question de savoir quelle forme prend le profil de rechargement, notamment dans la direction de la rupture survenue en premier ; en d'autres termes, le profil des contraintes dans le fragment formé. Comme le rechargement est fonction de la contrainte appliquée σ^∞ , il est possible que lorsque deux ruptures surviennent à des distances très proches, les longueurs de décohésion et les profils de

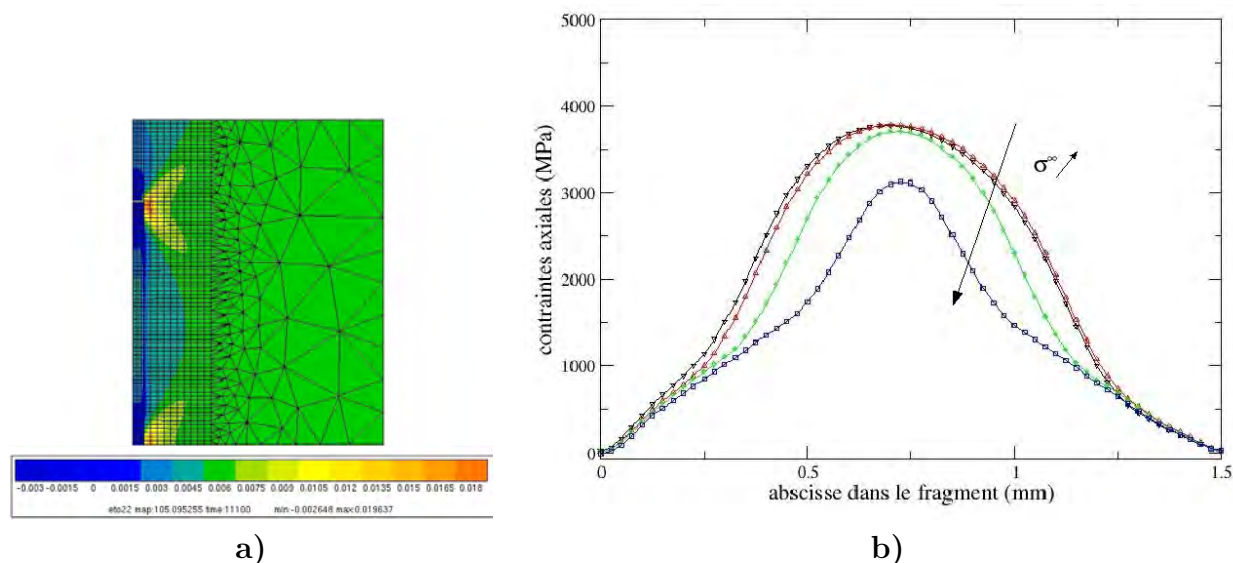


FIG. 3.30 – Simulation du rechargement d'un fragment de fibre. Deux ruptures sont simulées à des instants différents. Les profils de contraintes axiales dans le fragment formé sont relativement symétriques : la figure b) indique l'évolution des profils lorsque la contrainte appliquée σ^∞ augmente.

rechargement associés ne soient pas symétriques dans le fragment (comme l'évoquent [Favre & al., 91]). Pour notre modélisation de l'essai, il est nécessaire de connaître les profils du champ axial dans les fragments pour ce type de configurations.

La première rupture qui survient est celle localisée à l'ordonnée la plus haute sur la figure 3.30.a). Cette rupture est présente dès le début du calcul car il est difficile de procéder autrement pour respecter l'ensemble des conditions limites. Pour éviter la pénétration des maillages entre les deux portions de fibres (lorsque les contraintes résiduelles mettent en compression le filament), un algorithme de gestion de contact est utilisé. La seconde rupture est simulée pour une contrainte appliquée supérieure en relaxant de la même manière que précédemment la condition $U_z = 0$ au bas du fragment.

La carte des couleurs présentée sur la figure 3.30.a) est indexée sur les déformations axiales ϵ_{zz} . Le profil des contraintes axiales et son évolution alors que la déformation macroscopique augmente est donnée par la figure 3.30.b). On constate que ces profils sont relativement symétriques bien que les ruptures se soient produites à des instants différents (il existe une légère asymétrie dans les longueurs de décohéation avec une décohéation plus importante pour la rupture survenue le plus tôt).

L'évolution des profils de rechargement au voisinage des ruptures de fibre en fonction de la contrainte appliquée σ^∞ est maintenant identifiée pour la majorité des cas induits par l'essai de fragmentation.

Comme il a été montré que des ruptures pouvaient survenir dans les zones de rechargement, il n'est pas suffisant de connaître l'évolution des longueurs de transfert de

charge en fonction de σ^∞ . L'amplitude locale de la contrainte axiale doit être connue dans ces zones pour pouvoir le cas échéant provoquer une rupture, synonyme de la présence d'un défaut dont la contrainte d'activation est inférieure ou égale à la contrainte appliquée localement. Afin de les utiliser dans une simulation de l'essai de fragmentation, l'évolution de ces profils a été identifiée analytiquement. Les informations nécessaires à la reconstruction analytique du profil de rechargement en fonction de la contrainte σ^∞ présenté figure 3.22 sont :

- la longueur de décohésion en fonction de la contrainte σ^∞ : $L_{dec}(\sigma^\infty)$. Cette fonction est identifiée à partir des résultats EF, et approximée par une fonction affine : $L_{dec}(\sigma^\infty) = a_1\sigma^\infty + b_1$;
- le long de la portion décochée le rechargement est linéaire (fig.3.22) ; une fonction affine donnant la contrainte axiale en fonction de la distance à la rupture est donc identifiée dans cette zone : $\sigma(z) = a_2z + b_2$;
- la longueur totale de rechargement en fonction de σ^∞ est également identifiée et par bohnour aussi, approximable par une fonction affine : $L_r(\sigma^\infty) = a_3\sigma^\infty + b_3$;
- dans la région du rechargement non linéaire (région 2 fig.3.22), le profil des contraintes axiales est identifié par la fonction sigmoïdale :

$$\sigma(z) = [\sigma^\infty - \sigma(L_{dec})][1 - \exp(-\alpha z + \beta)] + \sigma(L_{dec}).$$

L'ensemble des coefficients est obtenu à l'aide du logiciel d'interpolation LABFit.

3.2 Approche probabiliste de la fragmentation

Comme il a été annoncé en synthèse de l'étude bibliographique, c'est un modèle de type Monte Carlo qui va être utilisé pour analyser l'essai de fragmentation. Pour justifier cette approche probabiliste, le formalisme lié au modèle statistique de Weibull est présenté ci-après et développé en annexe ???. En effet nous allons montrer que le bien-fondé de la méthode découle de la théorie du maillon le plus faible, cadre de l'approche de Weibull. La fragmentation est un processus particulier puisqu'elle implique l'activation progressive de défauts dont la distribution initiale est tronquée au fur et à mesure des ruptures.

Le modèle statistique de Weibull

Le cadre probabiliste choisi stipule que les défauts dans les filaments sont distribués selon un processus ponctuel de Poisson. Cette notion est associée à un ensemble de définitions mathématiques complexes mais peut se résumer dans notre cas par le fait que les résistances à rupture de chaque volume élémentaire dV peuvent être considérées comme des variables aléatoires indépendantes ([Baxevanakis, 94]).

On se place dans le cadre de la théorie du "maillon le plus faible", qui stipule que c'est

l'activation du premier défaut (le plus "faible") qui va entraîner la ruine de la structure. Cela s'applique bien au cas d'une fibre céramique, matériau fragile testé en traction. Une manière de formaliser ce cadre statistique est la loi de Weibull qui donne la probabilité de rupture d'un volume V de fibre uniformément soumis à une contrainte uniaxiale* σ et qui découle des hypothèses précédentes :

$$P(\sigma, V) = 1 - \exp \left[-\frac{V}{V_0} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right]. \quad (\text{III-3-4})$$

***Remarque :** *les résultats des calculs EF donnés dans la section précédente et au chapitre 2 montrent que l'état de contraintes est logiquement triaxial dans un filament in situ. En revanche durant la phase de traction, les composantes non axiales ne subissent qu'une très faible variation par rapport à l'état initial. Y compris au voisinage de ruptures, la variable qui pilote les variations du champ est la contrainte axiale σ_{zz} qui est confondue dans cette section avec la contrainte notée σ . Une approche statistique pilotée par cette unique contrainte est donc justifiée en écriture mais pourrait conduire à des résultats différents si l'on considère une configuration où les composantes non axiales bien qu'uniformes, étaient très différentes. On fait ici l'hypothèse que ces contraintes non axiales ne subissent pas d'écart suffisamment important entre la configuration monofilamentaire et la configuration composite ($V_f \simeq 30\%$), ou lorsque la température varie. Les paramètres statistiques identifiés dans la configuration monofilamentaire pourront donc être extrapolés à la configuration composite.*

L'argument d'identification in situ n'est donc pas foncièrement lié à l'état de contraintes triaxial. Il est plutôt associé à la création éventuelle de défauts surfaciques durant l'élaboration, mais aussi à la possibilité d'échantillonner les populations de défauts de manière multiéchelle.

Lorsque le champ de contraintes reste uniaxial mais non uniforme sur le volume V (cas d'un filament comportant des ruptures et donc des zones de transfert de charge), la probabilité cumulée de rupture est donnée par :

$$P_r(\tilde{\sigma}, V) = 1 - \exp \left[-\frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\tilde{\sigma}}{\sigma_0} \right)^m d\sigma \right]. \quad (\text{III-3-5})$$

On trouve le développement qui conduit à ces écritures dans l'annexe ???. Ce développement n'est pas présenté ici pour ne pas alourdir le texte. Cependant, l'application de la théorie de Weibull que l'on souhaite mettre en place pour l'analyse de la fragmentation y trouve sa justification. Nombreux sont les travaux où cette méthode est utilisée comme outil sans justification, or il nous semble important de reprendre les éléments de sa construction car le processus de fragmentation sort du cadre habituel de son utilisation.

Application du modèle de Weibull à la fragmentation

L'objectif est d'obtenir une modélisation qui prévoit le déroulement d'un essai de fragmentation. L'approche probabiliste doit donc être utilisée pour générer les contraintes à ruptures de la fibre en fragmentation. La méthode proposée dite de Monte Carlo qui a été en partie exposée au chapitre 2 consiste à procéder de la manière suivante :

- un nombre aléatoire $P_i \in [0; 1]$ est associé à une probabilité de rupture : $P_r(\sigma, V) = P_i$;
- la contrainte à rupture associée est obtenue par (dans la cas d'un volume V uniformément soumis à une contrainte uniaxiale σ) :

$$\sigma_i = \sigma_0 \left[\frac{V_0}{V} \ln \frac{1}{1 - P_i} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (\text{III-3-6})$$

On obtient ainsi une valeur de contrainte à rupture pour un volume V qui est issue d'un tirage aléatoire et qui respecte la dispersion donnée par la loi statistique.

Il a été montré dans les paragraphes précédents que des ruptures peuvent survenir dans les zones de rechargement. Il faut donc tenir compte de ces zones dans la modélisation. Ceci amène à considérer des volumes de fibre qui comportent des gradients dans le champ de contraintes. Il faut alors utiliser l'écriture III-3-5. Dans ce cas, il parait plus compliqué de générer une contrainte à rupture aléatoire à l'aide de la technique précédente (on ne peut pas inverser simplement la formule).

La solution consiste à discrétiser le filament en éléments ou maillons de volume V_m , dont la taille permet de considérer que la contrainte est uniforme au sein de chacun d'entre eux, notamment dans les zones où il y a un gradient. On considère alors la probabilité de rupture locale de chaque maillon, la rupture de l'ensemble étant bien sur dictée par la rupture du plus faible. Il est important de préciser que ce découpage en sous volumes correspond et reproduit la manière dont est construite l'approche probabiliste de Weibull (cf. annexe ??). Ce type de discrétisation est donné par la figure 3.31.

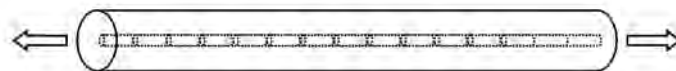


FIG. 3.31 – Discrétisation de la fibre en maillons enchâssée dans sa gaine de matrice.

On peut générer ainsi une contrainte à rupture respectant la dispersion de Weibull, pour chacun des maillons de la fibre (chaque maillon répond à la même loi statistique). La fibre est donc maintenant constituée de la succession des maillons affectés des contraintes à rupture par le biais de la formule III-3-6 où $V = V_m$.

Pour tester la cohérence de la démarche, nous proposons de vérifier l'effet d'échelle implicite de la méthode. Nous allons vérifier que la dispersion des contraintes à rupture d'une

fibres de volume V constituées de n maillons V_m suit la même dispersion de Weibull que celle des maillons. De part la construction de la démarche, cela peut d'abord se vérifier analytiquement. En effet, la théorie du maillon le plus faible permet d'écrire que, lorsque la fibre ne présente encore aucune rupture (la contrainte est uniforme) :

$$\begin{aligned} P_s(\sigma, V = \sum_{i=1}^n V_m) &= \prod_i P_s(\sigma, V_m) \\ &= \exp\left[-\frac{1}{V_0} \sum_i V_m \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right] \\ &= P_s(\sigma, V) \end{aligned}$$

On voit donc que le changement d'échelle est valide et qu'il découle de la théorie du lien le plus faible développée en annexe ???. Numériquement, on procède à l'affectation de n maillons constitutifs d'une fibre, par des contraintes à rupture à l'aide de la méthode précitée. La contrainte à rupture d'une telle fibre correspond alors à la valeur la plus faible parmi les n valeurs. Si l'on simule N tirages de n valeurs, en enregistrant à chaque fois la plus faible, on reproduit un essai de traction simple sur un lot de N fibres de volume $V = \sum_{i=1}^n V_m$. En enregistrant les N contraintes à rupture σ_i^r successives, on peut estimer la probabilité de rupture d'une fibre prise au hasard dans le lot lorsqu'elle est soumise à la contrainte $\sigma_i = \sigma_i^r$ à l'aide de l'estimateur :

$$P_r(\sigma_i) = \frac{i}{N + 1},$$

i étant le rang de la valeur σ_i^r lorsque les $\{\sigma_i^r\}$ sont classées par ordre croissant.

On choisit de tester un lot de 50 fibres composées chacune de 1400 maillons, dont les paramètres de Weibull sont donnés dans la table 3.2. On affecte donc chacun des maillons par une contrainte à rupture à l'aide de la formule III-3-6.

Sur la figure 3.32 ci-après, sont représentées :

- en **a.** : les probabilités de rupture en fonction des contraintes calculées avec, l'estimateur, et la formule de Weibull appliquée au volume V de la fibre entière ;
- en **b.** : la droite de Weibull donnée par la fonction :

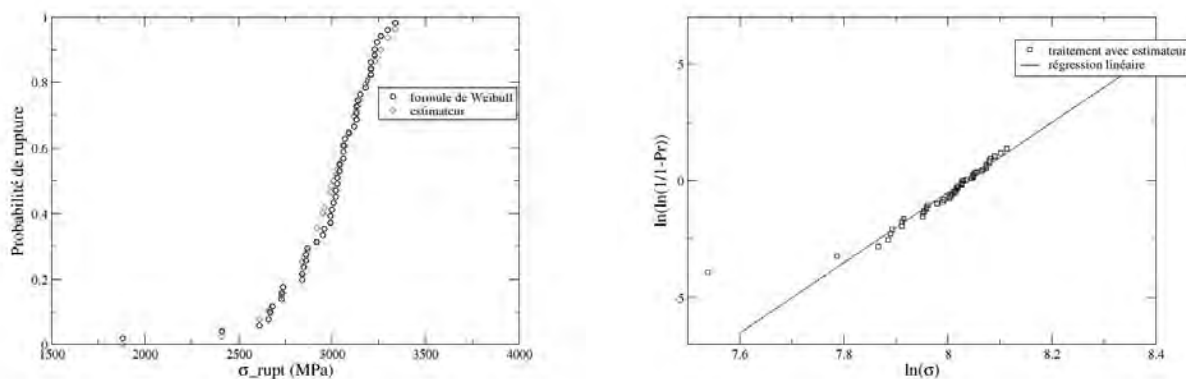
$$\ln \ln \frac{1}{1 - P_r} (\ln (\sigma_i^r)),$$

où P_r est calculée avec l'estimateur que l'on compare à la droite de pente m :

$$Y = m.X + m\left[\ln \sigma_0 + \frac{1}{m} \ln \frac{V_0}{V}\right],$$

issue du passage au logarithme sur la formule III-3-6, où on a :

$$Y = \ln \ln \frac{1}{1 - P_r}, \quad X = \ln (\sigma^r), \quad \text{et } V \text{ volume de la fibre entière.}$$



a. : Pr calculées avec estimateur et formule de Weibull.

b. : Droite de Weibull avec estimateur et formule.

FIG. 3.32 – Vérification de l'effet d'échelle pour la méthode de discrétisation en maillons.

m	σ_0	L_0
15	3300 MPa	25,4 mm

TAB. 3.2 – Paramètres de Weibull utilisés pour affecter les maillons.

On constate qu'il y a bien correspondance, c'est à dire que l'on retrouve les mêmes paramètres de Weibull pour la fibre entière que pour les maillons (*i.e.* l'effet d'échelle est respecté).

Dans toute approche Monte Carlo numérique, le générateur de nombres aléatoires a une grande importance. En effet les nombres qu'ils génèrent doivent être de tirage équiprobable. Dans ce cas, la taille des maillons de la discrétisation n'a alors plus d'importance au niveau statistique : pour une taille extrêmement faible, l'effet d'échelle sera respecté (pour une discrétisation très peu raffinée cela est plus intuitif). La vérification que nous venons d'effectuer permet de s'assurer de la qualité suffisante du générateur utilisé dans Scilab. Bien sur un travail supplémentaire sur la qualité de ce générateur ne serait pas superflu mais difficile dans le temps qui nous est imparti.

Fausse piste... ??

Nous allons décrire brièvement ici une idée que nous avons développée assez avant, bien que celle-ci ne semble pas valide.

Aborder le phénomène de fragmentation par une approche probabiliste nous a conduit à faire la réflexion suivante :

les hypothèses du cadre statistique stipulent qu'il n'y a pas d'endommagement sous-critique de la fibre durant la fragmentation ; ainsi, lorsqu'une rupture se produit dans une portion de fibre soumise à la contrainte σ_r , il apparaît que les deux bouts de fibre restants ont survécu à cette contrainte appliquée. Ils sont donc résistants à une contrainte au moins égale à σ_r . Connaissant cette information, la probabilité de rupture des portions restantes devient une probabilité conditionnelle.

Notons $\{\sigma_i\}$ l'évènement : la fibre casse pour une contrainte $\sigma \leq \sigma_i$. Si les indices i croissent comme les contraintes, on a : $\{\sigma_i\} \subset \{\sigma_{i+1}\}$; en effet si l'évènement $\{\sigma_i\}$ se produit, alors l'évènement $\{\sigma_{i+1}\}$ est forcément réalisé.

On se place dans le cas où une rupture s'est produite à σ_i . On veut connaître la probabilité de l'évènement $\{\sigma_{i+1}\}$. Comme on l'a vu précédemment, lorsqu'une rupture s'est produite pour une contrainte $\overline{\sigma}$, le restant de la fibre est résistant à cette contrainte. Classiquement on peut noter $\{\overline{\sigma}_i\}$ l'évènement **la fibre ne casse pas pour une contrainte $\sigma \leq \sigma_i$** .

La probabilité conditionnelle associée est alors notée :

$$P(\sigma_{i+1} \text{ sachant } \overline{\sigma}_i) = \frac{P(\overline{\sigma}_i \cap \sigma_{i+1})}{P(\overline{\sigma}_i)}$$

Avec $P(\overline{\sigma}_i \cap \sigma_{i+1})$ correspondant à la probabilité que la fibre casse pour une contrainte $\sigma_i < \sigma \leq \sigma_{i+1}$, ceci se réduisant à :

$$P(\overline{\sigma}_i \cap \sigma_{i+1}) = P(\sigma_{i+1}) - P(\sigma_i) \quad \text{et} \quad P(\overline{\sigma}_i) = 1 - P(\sigma_i).$$

Remplaçant dans les expressions précédentes par la formule de Weibull, on obtient :

$$P(\sigma_2 \text{ sachant } \overline{\sigma}_1) = 1 - \exp\left[-\frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma_2^m - \sigma_1^m}{\sigma_0^m}\right)\right]$$

Si l'on essaie de mettre en oeuvre cette réflexion, nous allons voir que l'on se heurte à certains problèmes. On commence par générer une contrainte à rupture pour la fibre intacte à partir d'un nombre aléatoire avec la formule traditionnelle de Weibull.

$$\sigma_1 = \sigma_0 \left[\frac{L_0}{L} \ln \frac{1}{1 - P_1} \right]^{\frac{1}{m}}$$

La fibre est alors brisée en deux morceaux de longueur L_1 et L_2 . Si l'on tiend compte de longueurs d'exclusions calculées par la formule de Kelly-Tyson par exemple, les contraintes à rupture des morceaux restants peuvent être données par :

$$\sigma_2(L'_1) = \left[\sigma_0^m \frac{L_0}{L'_1} \ln \frac{1}{1 - P_2} + \sigma_1^m \right]^{\frac{1}{m}}$$

$$\sigma_2(L'_2) = \left[\sigma_0^m \frac{L_0}{L'_2} \ln \frac{1}{1 - P'_2} + \sigma_1^m \right]^{\frac{1}{m}}$$

où L'_1 et L'_2 correspondent aux **longueurs des fragments diminuées des longueurs d'exclusion**. On est donc obligé d'écrire $L'_i = L'_i(\sigma) = L_i - L_{exl.}(\sigma)$. Les expressions

des contraintes ci-dessus deviennent alors des expressions implicites (si l'on conserve une évolution des longueurs de rechargement en fonction de la contrainte appliquée).

Les nombres P_2 et P'_2 sont les deux nombres aléatoires générés après la première rupture. Des valeurs $\sigma_2(L'_1)$ et $\sigma_2(L'_2)$, on conserve bien sur la plus faible qui va générer la deuxième rupture, à placer de façon aléatoire sur le fragment correspondant.

On est maintenant dans le cas où la deuxième rupture s'est produite, et donc les trois fragments résultants ont été soumis à la contrainte σ_2 : pour les trois longueurs, il faut alors recommencer l'étape précédente.

La première remarque est que dès la deuxième étape on a généré une contrainte à rupture pour les deux fragments : on est devenu déterministe. Bien que l'on fasse se produire la rupture correspondante à la contrainte la plus faible, l'autre fragment a été affecté d'une contrainte à rupture. La valeur de cette seconde contrainte à rupture a certes été déterminée à l'aide d'une loi statistique ne tenant pas compte de la contrainte à rupture de l'autre fragment (on a d'ailleurs utilisé la même loi pour les deux fragments). Mais cette dernière contrainte est par définition supérieure à la première, et respecte donc la "logique" du processus.

Il apparaît alors que c'est la probabilité de rupture associée à cette contrainte qui change, mais pas la contrainte en elle-même. Cette dernière assertion permet de décrire le cheminement du raisonnement, et amène l'erreur qu'induit cette approche. En effet, par définition, un fragment qui possède une contrainte à rupture déterminée n'a plus de "probabilité de rupture" autre que 1 en cette valeur puisque l'on est devenu déterministe. Il semble donc qu'il n'est pas correct d'appliquer une nouvelle loi probabiliste à un volume que l'on a déjà affecté d'une contrainte à rupture (cela correspond au fait d'avoir distribué des défauts dans la fibre). Pour se figurer mieux les choses, on peut évoquer l'analogie suivante :

Prenons un lot de N fibres dont on connaît la dispersion des contraintes à rupture. Ces fibres répondent toutes, avant de les avoir testées, à la même loi de probabilité. On procède à une traction simultanée sur toutes ces fibres jusqu'à casser la plus fragile. Les fibres restantes ne cassent pas pour une contrainte inférieure ou égale à cette première rupture. Bien que leur contrainte à rupture soit fixée, leur probabilité de rupture a changé.

Ceci se voit simplement à l'aide d'un estimateur. Au début, une fibre prise au hasard dans le lot que l'on soumet à σ_i , a pour probabilité de rupture approchée : $P_r(\sigma_i) = \frac{i}{N+1}$. Après le premier test, on s'est assuré que l'on a plus à faire dans le lot (de $N-1$ fibres) qu'à des fibres qui résistent à σ_1 . Notre fibre qui a résisté a maintenant pour probabilité de rupture dans le lot "tronqué", lorsqu'on la soumet à la même σ_i , $P_r(\sigma_i) = \frac{i-1}{N}$. Malgré tout, cette fibre, ainsi que les autres, n'a pas changé de contrainte à rupture.

L'approche probabiliste de la fragmentation proposée, consiste à effectuer une sorte d'essai de traction "simultané" sur un lot de fibre qui aurait toute la taille d'un maillon. Lors de l'affectation des contraintes à rupture aux maillons, ceux-ci répondent tous à la même loi statistique. Bien sur leur probabilité de rupture va évoluer au fur et à mesure de l'essai (*i.e.* au fur et à mesure que se tronque la distribution), mais il n'est alors pas

licite de modifier leur contrainte à rupture.

3.3 Essai numérique de fragmentation et confrontation avec l'expérimental

L'architecture de l'essai numérique est donnée par la figure 3.33. La résolution du problème est réalisé par un script Scilab. Les points clés de l'algorithme sont les suivants :

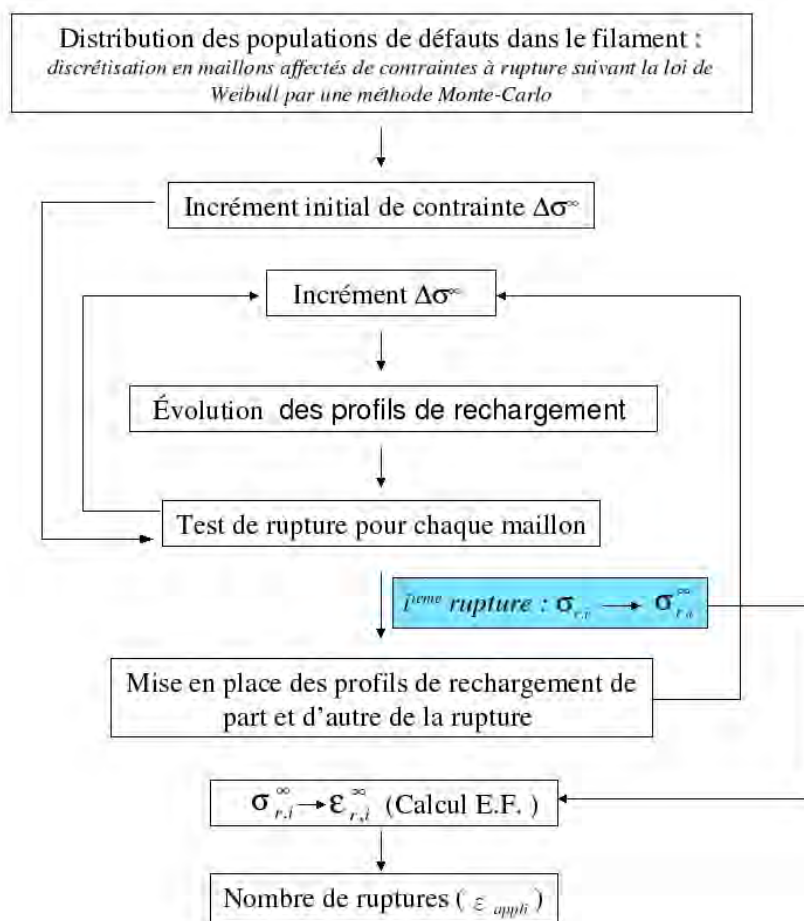


FIG. 3.33 – Algorithme de l'essai numérique de fragmentation.

1. La distribution des populations de défauts dans le filament s'effectue grâce à la discrétisation du filament en maillons, et l'affectation de contraintes à rupture pour chaque maillon suivant la loi de Weibull par une méthode Monte-Carlo. Les paramètres de cette distribution sont les paramètres de Weibull $(m, \sigma_0(L_0))$ que l'on veut identifier.

2. Les profils de rechargement au voisinage des ruptures et leur évolution ont été identifiés à l'aide des calculs présentés précédemment. Les paramètres de la loi d'interface avait été identifiés par ailleurs ([Guichet, 98]). Ces profils sont reproduits analytiquement dans le programme.
3. Les tests de rupture sont effectués sur chaque maillon : certaines ruptures se produisent dans les zones de rechargement et la valeur locale de la rupture est alors inférieure à celle de la contrainte σ^∞ .
4. Un calcul éléments finis (identiques à ceux présentés plus tôt) permet d'obtenir les déformations axiales appliquées à l'éprouvette (ε_{macro}) correspondantes aux contraintes appliquées au filament loin des perturbations σ^∞ (attention aux valeurs des déformations axiales issues du calcul*). Lorsqu'une rupture survient dans une zone de rechargement, la valeur locale de la contrainte à rupture est notée $\{\sigma_r\}_i$. Par définition cette valeur est inférieure à celle de la contrainte appliquée à la fibre au même moment, hors de la zone de rechargement (notée $\{\sigma_r^\infty\}_i$). Le jeu des contraintes à rupture locales $\{\sigma_r\}_i$ est associé au jeu des contraintes appliquées au moment des ruptures $\{\sigma_r^\infty\}_i$. C'est cette dernière famille de valeurs qui est utilisée pour déterminer la déformation axiale macroscopique appliquée à l'éprouvette au moment des ruptures.
5. Chaque couple de profils de rechargement (deux profils par rupture) est mis à jour avec la contrainte σ^∞ comme si la rupture à laquelle ils sont attenants était unique dans le filament. Ils sont ensuite tous superposés (en respectant la position des ruptures) et la valeur locale de la contrainte en chaque maillon est déterminée par le minimum des valeurs proposées (fig.3.34). Cette astuce permet d'une part de respecter la forme des profils dans les fragments qui se forment comme cela a été vérifié dans les calculs EF précédents, et simplifie d'autre part la programmation de l'algorithme du modèle.
6. La longueur des maillons est déterminée de manière à respecter les impératifs suivants :
 - la discrétisation du filament doit être au moins supérieure au nombre final de fragments à saturation ;
 - la longueur d'un maillon doit être suffisamment petite pour permettre de considérer la contrainte axiale homogène par maillon ;
 - l'accroissement des longueurs de rechargement lors d'un incrément de contrainte $\Delta\sigma^\infty$ dans le modèle doit être supérieure ou égale à la taille d'un maillon pour éviter les instabilités.

Ces impératifs fixent surtout une borne supérieure pour la taille d'un maillon, car comme nous l'avons montré, si le générateur de nombres aléatoires est "correct", la taille d'un maillon n'a pas réellement de borne inférieure. Le comportement à rupture d'une portion de fibre de taille l reste identique quelle que soit la finesse de

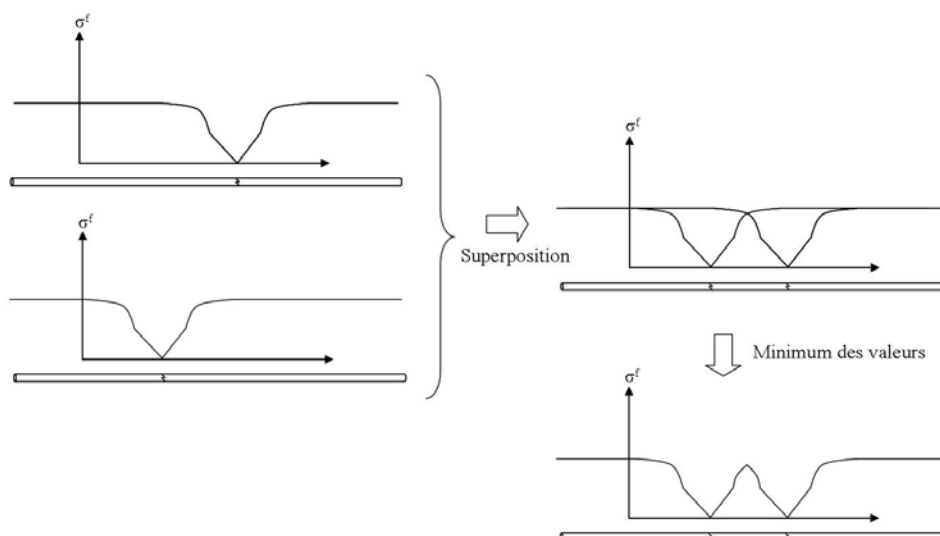


FIG. 3.34 – Principe de l'algorithme d'évolution du champ axial.

la discrétisation : l'effet d'échelle est respecté. La longueur adoptée qui est donné par la suite est donc un compromis entre ces impératifs et le temps de calcul.

***Remarque :** *L'association entre contrainte σ^∞ et déformation appliquée à l'éprouvette est réalisée à l'aide d'un calcul EF. Il faut faire attention à la façon de lire la déformation axiale en surface de l'éprouvette dans le calcul : ce dernier comporte une phase de contraction liée à la simulation des contraintes résiduelles alors que l'essai expérimental initialise les déformations après la phase d'élaboration.*

La figure 3.35 présente une animation graphique de l'essai numérique qui a été construit. Les paramètres de l'essai présenté sont les suivants :

- longueur des maillons : $75 \mu m$;
- longueur du filament : $75 mm$;
- longueur de référence : $L_0=25,4 mm (= 1 inch)$;
- $(m, \sigma_0(L_0))=(8, 3600 MPa)$.

L'animation permet de visualiser l'évolution du champ axial dans le filament et l'apparition des ruptures 'en temps réel'. La figure 3.35 en présente trois étapes. Dans le filament représenté sous chaque graphique, les ruptures sont matérialisées par des traits noirs, les zones de rechargement en bleu et les zones de décohésion en rouge.

Dans le fragment formé entre les ruptures indicées par les maillons 120 et 155, on remarque que l'amplitude des contraintes augmente bien que les longueurs de rechargement s'y chevauchent. On observe également que certaines ruptures surviennent dans

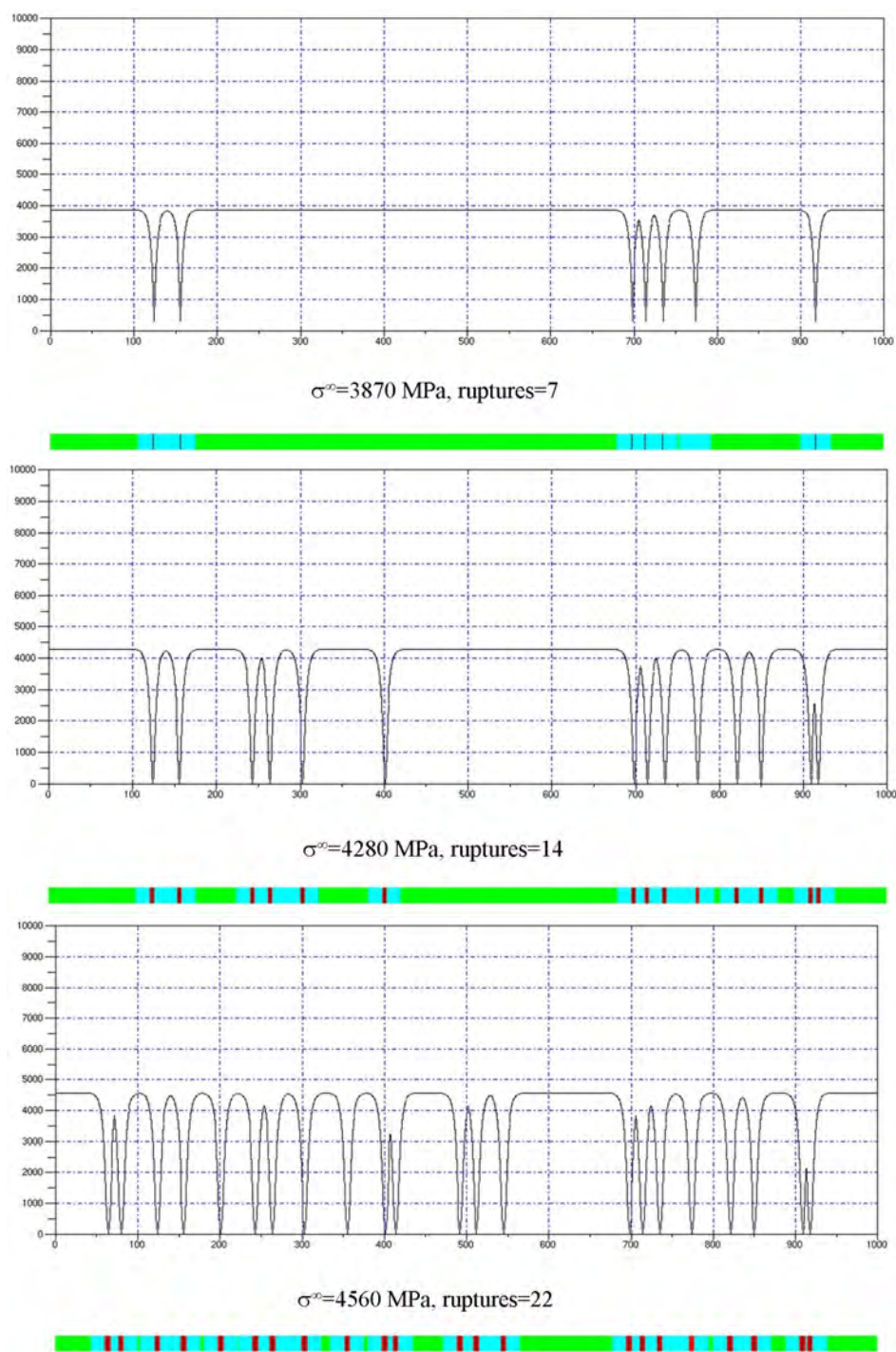


FIG. 3.35 – Champ axial dans le filament à trois étapes successives de l'essai numérique de fragmentation. L'animation graphique permet d'illustrer les ruptures qui se produisent dans le filament et l'évolution du champ axial. En ordonnée des graphiques sont les contraintes en MPa, en abscisse le numéro des maillons.

des zones de rechargement. La 'saturation' de la fragmentation ne correspond plus à l'instant où l'ensemble des zones de rechargement occupe l'intégralité de la fibre ; la saturation est atteinte lorsque les zones d'exclusions occupent toute la longueur du filament.

La figure 3.36 permet d'avoir un grossissement du profil axial au voisinage d'une rupture. La discrétisation est représentée. On distingue les parties linéaires du rechargement associées aux zones de décohésion et les régions non linéaires qui reproduisent les profils issus des calculs EF.

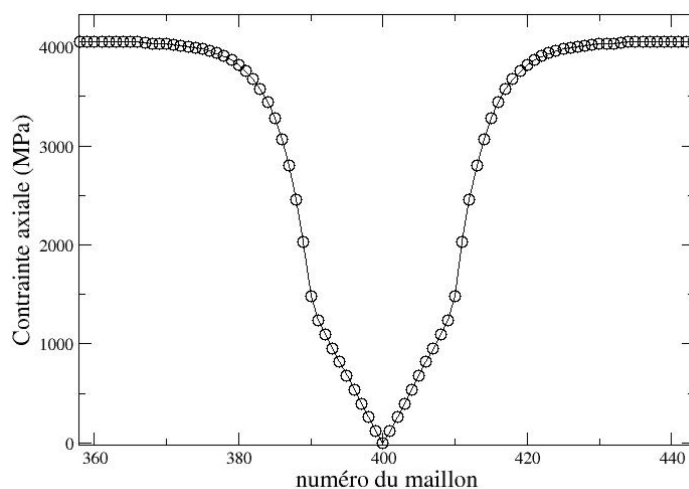


FIG. 3.36 – Détail du champ de contrainte axiale au voisinage d'une rupture avec la discrétisation adoptée. Les zones linéaires associées à la décohésion et les zones non linéaires sont bien reproduites par rapport aux profils des simulations EF.

Lorsque des ruptures surviennent dans des zones de rechargement, la contrainte à rupture locale de ces défauts est inférieure à la contrainte appliquée à la fibre hors des zones de rechargement (σ^∞).

Notons σ_r^{loc} la valeur locale de la contrainte à rupture, et σ_r^∞ la valeur correspondante associée à la contrainte appliquée à la fibre hors des zones de rechargement. Nous avons vu que :

- lorsque qu'une rupture intervient dans une zone de rechargement : $\sigma_r^{loc} < \sigma_r^\infty$;
- sinon, $\sigma_r^{loc} = \sigma_r^\infty$.

Si l'on représente sur un même graphique le nombre de ruptures cumulées d'un essai en fonction de σ_r^{loc} et des σ_r^∞ associées, on constate l'écart sur la dispersion en abscisses de ces deux familles de valeurs. La figure 3.37 illustre ces différences qui surviennent entre valeurs locales et contraintes appliquées associés, lorsque des ruptures se produisent dans

une zone de rechargement.

Les valeurs locales σ_r^{loc} associées à des tailles de défauts sont moins dispersées au sens des contraintes que les σ_r^∞ correspondantes. Les valeurs locales (symbolisées par un triangle figure 3.37) sont décalées vers la gauche dans le cas de rupture dans les zones de rechargement. En terme de contraintes, les valeurs locales seront plus resserrées que les contraintes σ_r^∞ : l'écart type des valeurs locales est plus faible.

Selon le type d'interface (longueurs de rechargement importantes ou non), ces erreurs peuvent prendre une ampleur importante. Pour l'expérimentateur qui analyse la dispersion des défauts à partir d'un essai expérimental et qui considère que zones de rechargement et d'exclusion sont identiques, la dispersion qu'il mesure est plus forte qu'en réalité. Le module de Weibull qu'il identifie est sous-estimé. De plus cet effet semble surtout présent alors que le processus est assez avancé : les longueurs de rechargement occupent alors une bonne partie de la longueur totale. Les analyses à saturation du processus s'en trouvent donc d'autant imprécises.

La méthode d'analyse de l'essai de fragmentation que nous proposons peut donc se révéler vraiment indispensable dans des configurations où une proportion importante de ruptures se produit dans des zones de transfert de charge.

Comme le montre la figure 3.37, dans les cas où les valeurs locales σ_r^{loc} sont inférieures aux σ_r^∞ , l'ordre des contraintes à ruptures est bouleversé : typiquement, la valeur locale de la neuvième rupture la classe en sixième position dans l'ordre croissant des ruptures (le nombre de ruptures cumulées ne correspond plus à l'ordre croissant des valeurs de contraintes à rupture). L'identification classique des paramètres de Weibull en utilisant un estimateur ([Baxevanakis, 94]) qui nécessite un classement des contraintes à rupture est alors compromise pour l'expérimentateur qui ne peut distinguer les σ_r^{loc} des σ_r^∞ .

Cet effet peut également entraîner des erreurs d'évaluation sur les longueurs de rechargement. Si l'on considère que zone de rechargement et zone d'exclusion sont identiques, le cisaillement interfacial qui en découle peut être faussé. Dans le cas de la confusion entre longueur d'exclusion et longueur de rechargement, deux ruptures séparées d'une longueur l impliquent nécessairement que les longueurs de rechargement correspondantes soient de taille inférieure (τ_i sera surestimé).

Nous nous sommes intéressés aux tendances qu'amenait la variation de certains paramètres. En restant dans des conditions proches des essais expérimentaux pour le nombre de ruptures en fonction de la déformation, il a été vérifié qu'un léger changement dans l'évolution et la forme (rapport rechargement/décohésion) des profils de rechargement n'avait que peu d'importance sur le résultat final. Il semble donc, après cette vérification certes assez sommaire, qu'il n'est pas nécessaire d'effectuer une identification encore plus précise des paramètres de la loi cohésive.

En ce qui concerne les paramètres de Weibull, adopter un m faible conduit à provoquer les premières ruptures relativement tôt par rapport à la contrainte σ_0 qui est proche de la contrainte moyenne à rupture de chaque maillon (un m important est synonyme d'une dispersion faible des contraintes à rupture et 'centre' donc les ruptures autour de la valeur moyenne*). L'établissement des longueurs de décharge qui en découle induit une diminution de la longueur disponible pour des ruptures ultérieures. Un m faible

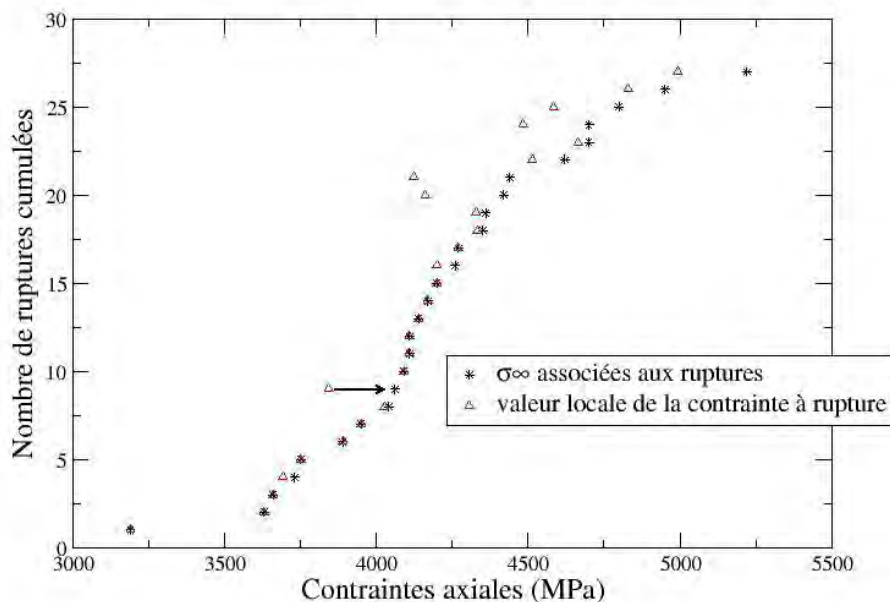


FIG. 3.37 – Écart de dispersion des contraintes à ruptures (en abscisses) lorsque l'on ignore que des ruptures surviennent dans les zones de rechargement. La flèche indique l'écart de valeur entre σ_r^{loc} et σ_r^∞ . Assimiler σ_r^{loc} à σ_r^∞ conduit à surestimer la dispersion des valeurs en contraintes (sous-estimer m).

a donc tendance à engendrer un nombre moins important de ruptures. Avec le même raisonnement, l'intervalle de contrainte dans lequel se produisent la majorité des ruptures et qui est centré sur une valeur proche de σ_0 , implique l'établissement de longueurs de décharge plus ou moins grandes selon la valeur de σ_0 . Le volume disponible pour des ruptures ultérieures est donc sensible à la valeur de σ_0 .

***Note :** La valeur moyenne de la contrainte à rupture d'un filament de longueur l dont le comportement suit une loi de Weibull est donnée par le calcul de l'espérance mathématique de la variable σ :

$$\begin{aligned} \langle \sigma_r \rangle &= \int_{[0, \infty[} \sigma \frac{d}{d\sigma} [P(\sigma, l)] d\sigma \\ &= \sigma_0 \left(\frac{L_0}{l} \right)^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right). \end{aligned}$$

L'identification finale des paramètres (m, σ_0) est donnée par la figure 3.38. L'essai numérique autorise un nombre important d'expériences virtuelles. Pour identifier les paramètres souhaités, il est difficile de traiter les résultats en terme de moyenne puisqu'il s'agit d'évènements aléatoires. La démarche adoptée a été plutôt de s'assurer que les courbes résultats des essais numériques constituaient un faisceau comparable et proche de celui obtenu par l'expérimental.

Les résultats ont permis d'identifier les valeurs suivantes dans le cas d'un filament SCS-6-EGV enserré dans une matrice Ti6242 :

- $m = 8$;
- $\sigma_0 = 3600$ MPa (pour $L_0=25,4$ mm).

Le module de Weibull m identifié est plus faible que les valeurs trouvées généralement dans la littérature pour des essais de traction sur filaments SCS-6 nus ($m \simeq 17$). Les raisons évoquées plus tôt dans le chapitre quand à l'apparition de défauts surfaciques in situ lors de l'étape d'élaboration, en sont une des causes. En outre, l'essai de fragmentation implique par nature l'activation de familles de défauts différentes. Leur identification par des essais de traction simple nécessiterait des longueurs de jauge trop faibles ou des campagnes d'essai démesurées comme nous l'avons explicité plus tôt. La fragmentation permet l'expression de défauts très petits qui sont masqués la plupart du temps par les macro défauts : la dispersion des tailles de défauts identifiée en fragmentation et que traduit le module m , est donc logiquement supérieure à celle d'essais de traction simple. Cette différence entre valeur en fragmentation et tests à nu est d'ailleurs relevée chez la plupart des auteurs qui étudient la fragmentation.

Notre valeur est en revanche plus importante que celle donnée par certains auteurs qui étudient la fragmentation de filaments de SiC ($m = 5$ dans les travaux de [Majumdar & al., 98] sur un composite monofilamentaire SCS-6/Ti6Al4V). On peut relier cet écart à la méthode employée par ces auteurs et aux remarques précédentes sur l'erreur de dispersion. La tendance montrée par les résultats précédents semble respectée ici : bien que les systèmes ne soient pas identiques, les composites testés sont proches (SCS-6/Ti6Al4V et SCS-6/Ti6242) et la dispersion donnée par [Majumdar & al., 98] est plus importante que celle identifiée dans cette étude.

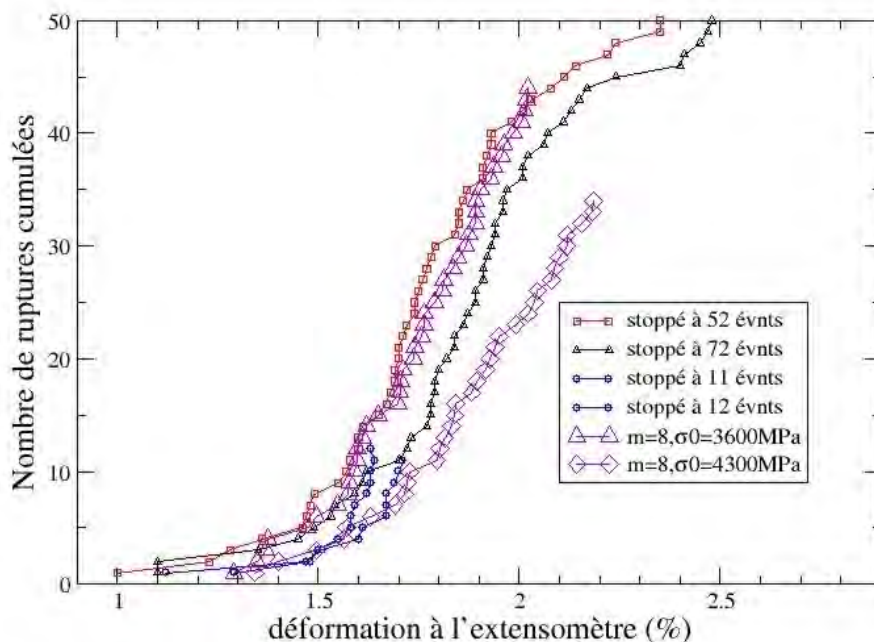


FIG. 3.38 – Identification des paramètres de la loi de Weibull par comparaison entre les essais numériques et expérimentaux. Sont représentées deux courbes d'essai numérique, une correspondant aux paramètres identifiés, une où le σ_0 est différent pour illustrer l'écart qui apparaît alors.

4 Synthèse

Une modélisation de l'essai de fragmentation a été réalisée. L'essai numérique construit permet d'étendre l'identification des phénomènes sur l'intégralité de l'essai. L'utilité de la simulation éléments finis a été montrée car elle fournit des profils précis pour le rechargement en contrainte axiale au voisinage des ruptures. Un modèle d'interface cohésive et une loi de comportement élasto-visco-plastique pour l'alliage Ti6242 sont les outils numériques qui ont permis d'établir la constatation suivante : des ruptures du filament interviennent dans les zones de rechargement au cours de l'essai. Associés à l'approche statistique adoptée, les résultats éléments finis permettent de construire un essai de fragmentation virtuel. Ce dernier montre que la non prise en compte de la valeur locale des contraintes à ruptures conduit à surestimer la dispersion des tailles de défauts.

Pour le composite SCS-6(EGV)/Ti6242, les paramètres statistiques identifiés sont : $m = 8$, $\sigma_0 = 3600 \text{ MPa}$, pour $L_0 = 25,4 \text{ mm}$.

Ces valeurs *in situ* sont différentes de celles obtenues par des essais sur filaments nus, et justifient donc l'étude de l'essai. Les profils de rechargement issus des modélisations complexes par éléments finis trouvent leur utilité dans la modélisation de la fragmentation. Lorsque l'essai est déjà avancé (plusieurs ruptures et longueurs de rechargement occupant une portion non négligeable de la longueur totale) le phénomène de rupture dans les zones

de rechargement devient non négligeable. Cependant pour la première partie du processus, cet effet est du second ordre. Lors de la simulation du composite multifilamentaire que nous allons développer par la suite, il semble peu probable que l'utilisation de ces profils soit nécessaire. En revanche, leur utilisation se révèle indispensable pour l'identification précise des paramètres de Weibull des filaments par l'essai de fragmentation.

Chapitre 4

Surcontrainte au voisinage de la rupture d'un filament

Dans ce chapitre nous allons étudier les conséquences de la rupture d'un filament au sein du composite. L'endommagement du matériau en fatigue oligocyclique axiale débouche sur l'apparition d'un macro défaut produit par un faisceau ou "cluster" de fibres rompues qui se propage alors de manière catastrophique (cf. Chap.2). Prévoir la formation de ces clusters implique donc d'évaluer les mécanismes de redistribution de contraintes consécutifs à la rupture d'un filament. Le rôle de la matrice dans ce report de charge ainsi que celui de l'interface vont être étudiés.

Les chapitres précédents montrent que l'hypothèse du report de charge local est la plus judicieuse dans le cas des composites à matrice métallique ; cette hypothèse sera vérifiée à l'aide des simulations proposées.

En ayant à l'esprit les mécanismes liés à l'endommagement en fatigue (progression des décohésions interfaciales, écrouissage matriciel), nous étudierons leurs conséquences sur le report de charge. À l'aide de simulations par éléments finis en trois dimensions, nous allons évaluer le coefficient de surcontrainte dans les filaments voisins d'une rupture et dégager l'influence de certains paramètres comme la fraction volumique de renfort, la température, l'écrouissage matriciel ou la longueur de décohésion au droit de la rupture d'une fibre.

Sommaire

1	Modélisation du phénomène de surcontrainte au voisinage de la rupture d'un filament	147
1.1	Construction d'un modèle en dimension 3	148
	Paramétrage du maillage	149
	Conditions limites	151
	Composite environnant : loi TFA	152
	Substitut à la loi d'interface cohésive	153
	Évaluations qualitatives avec une cellule axisymétrique	154
1.2	Résultats des calculs	156
	Approches quantitatives	163
	Identification analytique	170
2	Surcontrainte induite par un cluster de deux ruptures : méthode de superposition	172
3	Synthèse	178

1 Modélisation du phénomène de surcontrainte au voisinage de la rupture d'un filament

Le chapitre 2 a dégagé l'intérêt d'une modélisation des phénomènes de report de charge par les calculs éléments finis. Par rapport aux approches analytiques classiques de la famille shear-lag, la prise en compte de la loi de comportement élasto-visco-plastique du titane et des champs tridimensionnels sont des avantages de la simulation par éléments finis. Cependant, le temps de calcul induit par ces modèles parfois très volumineux implique le même genre d'approche que celle construite dans le chapitre 3. Le résultat des simulations des phénomènes locaux de surcharge devront être identifiés de manière analytique pour être réintroduits dans un modèle de durée de vie macroscopique.

Pour rappel, si l'on note $\sigma_{zz}(z)$ la contrainte axiale locale dans une fibre, et σ_{zz}^∞ la contrainte axiale dans cette fibre loin de toute perturbation, le coefficient de surcontrainte $k(z)$ associé correspond à :

$$k(z) = \int_{S_f} \frac{\sigma_{zz}(z)}{\sigma_{zz}^\infty} dS, \quad (\text{IV-1-1})$$

où S_f désigne une section de filament.

Remarque : La définition du facteur de surcontrainte $k(z)$ peut tout aussi bien s'appliquer à une fibre rompue. Dans ce cas, l'allure de la fonction $k(z)$ correspond à un profil de rechargement identique à ceux décrits dans le chapitre 3.

L'objectif est donc ici d'évaluer $k(z)$ dans les filaments voisins d'une rupture. Les informations que l'on souhaite obtenir concernent :

- les valeurs de $k(z)$ dans les filaments voisins de la rupture dont l'étude bibliographique montre qu'elles doivent être différentes de celles calculées d'une manière purement géométrique (surcharge en créneau avec pour un arrangement hexagonal : $k(z) = cte = 1 + 1/6$ sur la longueur surchargée) ;
- le rapport entre longueur de rechargement de la fibre rompue (L_r) et longueur surcontrainte dans les filaments voisins (L_s) qui est souvent considéré égal à 1 ($L_r = L_s$) ;
- l'évolution de $k(z)$ en fonction de la contrainte ou déformation appliquée au composite ;
- le degré de voisinage perturbé (voisins du premier ordre ou second ordre,...) ;
- l'évolution de $k(z)$ avec la température, la fraction volumique de renfort et, en ayant à l'esprit les mécanismes liés à la fatigue axiale, avec la longueur de décohésion (L_{dec}) au droit de la rupture et l'état d'écrouissage de la matrice¹.

¹On notera par la suite : L_r = longueur de rechargement de la fibre rompue, L_s = longueur surcontrainte dans les fibres voisines de la rupture, L_{dec} = longueur de décohésion au droit d'une rupture de fibre.

La suite du chapitre présente dans un premier temps la construction des modèles et les outils utilisés pour évaluer $k(z)$, puis les résultats des simulations avec un souci de justification des tendances observées.

Remarque : *La déformation longitudinale à rupture du composite est expérimentalement de l'ordre de 1%. Il ne sera donc pas nécessaire de construire des modèles susceptibles d'être "déformés" à plus de 1% : ceci est bienvenu en ce qui concerne la taille des maillages puisqu'il faut toujours veiller à ce que la perturbation entraînée par la rupture de la fibre ne rentre pas en conflit avec certaines conditions de bords (en considérant que la perturbation s'étend avec la déformation appliquée, cf. Chap. 3).*

1.1 Construction d'un modèle en dimension 3

Il s'agit de simuler par éléments finis la perturbation qu'entraîne la rupture d'une fibre au sein du composite. Nous ne connaissons pas au préalable l'étendue de cette perturbation dans le voisinage de la rupture; aussi, il est prudent de représenter correctement dans un premier temps le voisinage de cette fibre rompue jusqu'au second ordre (*i.e.* les fibres voisines du second ordre). Cela nécessite la construction d'un modèle tridimensionnel.

La symétrie induite par un arrangement hexagonal permet de construire le modèle présenté par la figure 4.1. Afin de limiter au maximum la taille du maillage, n'est représenté qu'un secteur de cylindre du matériau, centré sur la fibre qui va rompre. Pour un chargement dans l'axe des filaments, on obtient ce secteur de cylindre à l'aide des axes de symétrie décrits sur les figures 4.1 et 4.2 (ces axes de symétrie sont conservés pour un chargement longitudinal). Les conditions limites en déplacement correspondent à un déplacement nul normal à ces axes, soit $U_\theta = 0$ sur les bords du secteur de cylindre.

Le maillage adopté représente un secteur d'angle $\pi/6$. Pour respecter la fraction volumique locale de fibre dans le voisinage du filament rompu, on utilise un sous-découpage en cellules périodiques hexagonales (figure 4.2).

Le maillage est d'abord construit en dimension 2, puis extrudé dans la direction z avec un raffinement dégressif (le voisinage de la rupture en $z = 0$ possède un raffinement supérieur). Un paramétrage du maillage a été réalisé sous la forme de sripts Scilab qui génèrent et exécutent des fichiers en C++ (langage z7p inhérent au code Zébulon), ces derniers générant le fichier de maillage.

Le rayon et la fraction volumique de fibre ainsi que le raffinement sont paramétrés, mais également le type d'interface modélisée entre la fibre qui va rompre et la matrice. Comme cela a été évoqué au chapitre 3, les outils numériques dont nous disposons autorisent trois formes de modélisation pour l'interface fibre/matrice :

- parfaite (les noeuds du maillage sont communs aux deux constituants à l'interface);
- entièrement frottante (les noeuds du maillage sont dissociés à l'interface et un algorithme de contact permet de simuler un frottement de Coulomb entre les deux

- constituants) pour simuler une décohésion sur l'intégralité de l'interface ;
- endommageable avec loi de zones cohésives, simulant une décohésion partielle et progressive de la zone interfaciale.

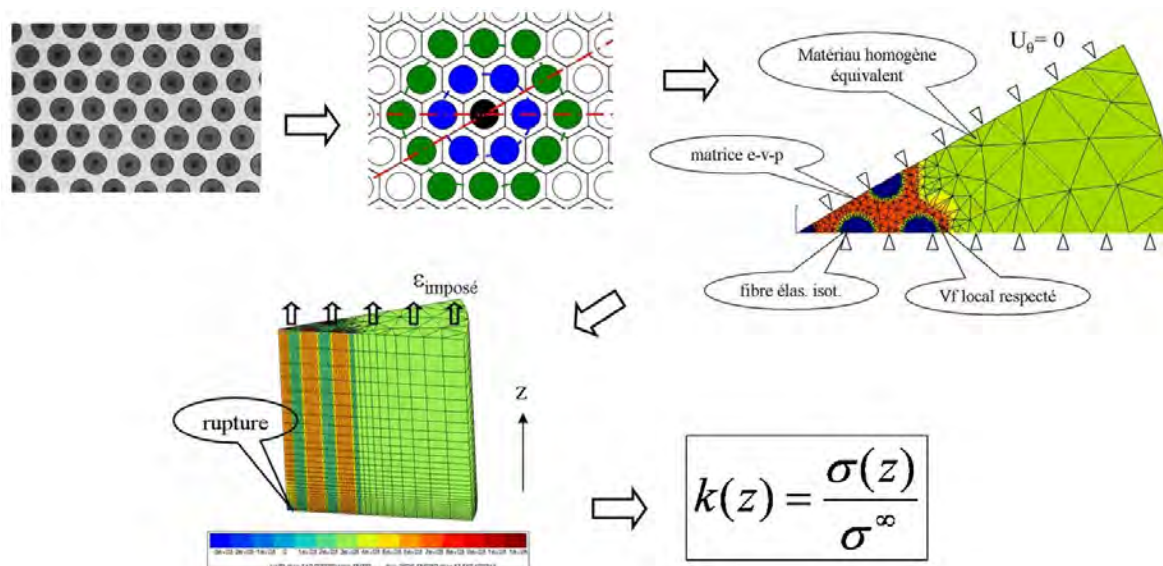


FIG. 4.1 – Construction du maillage en trois dimensions nécessaire à la simulation du report de charge consécutif à la rupture d'un filament.

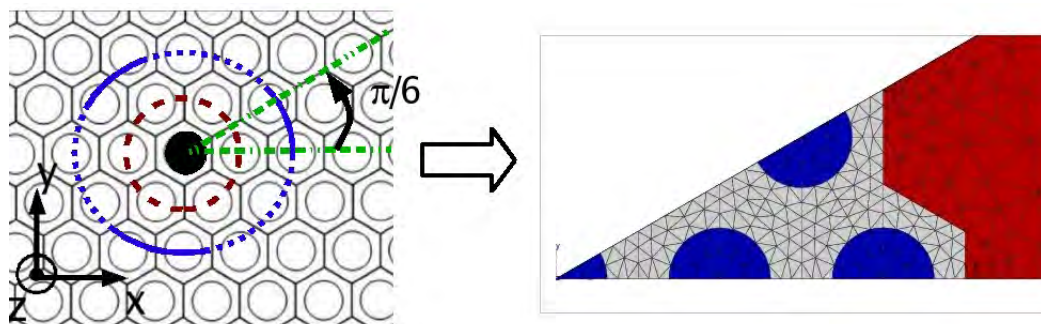


FIG. 4.2 – Voisinage de la fibre rompue du 1^{ier} et 2^{ieme} ordre correspondant à un sous découpage en cellules hexagonales.

Paramétrage du maillage

Pour obtenir un paramétrage des maillages en fonction de la fraction volumique de renfort, du rayon de fibre et du degré de raffinement souhaité, quelques considérations géométriques simples sont nécessaires.

Les cellules de base qui seront ensuite découpées, translattées et assemblées pour obtenir le maillage final (fig.4.2) sont basées sur la cellule hexagonale en deux dimensions dont la géométrie est présentée par la figure 4.3.

Pour obtenir un maillage plan satisfaisant de cette cellule lorsque le raffinement augmente, il n'est pas suffisant de multiplier le nombre de noeuds sur les arêtes du motif hexagonal de base et laisser le logiciel entreprendre un maillage automatique. Dans la géométrie initiale, il est nécessaire de créer les segments supplémentaires qui relient le centre de la cellule (O) et les arêtes extérieures de l'hexagone (segments OM).

Tout d'abord, les proportions de l'hexagone en fonction de la fraction volumique V_f et du rayon de fibre R_f sont définis par la longueur d'arête a (fig.4.3) :

$$a = R_f \sqrt{\frac{\pi}{V_f} \frac{2}{3\sqrt{3}}}$$

Le motif hexagonal, paramétré par R_f et V_f et constitué de la fibre et des arêtes de l'hexagone peut alors être facilement construit.

Pour obtenir un raffinement supérieur, il est maintenant nécessaire de construire les segments OM qui sous-découpent la cellule. Il s'agit donc de calculer les coordonnées des points M (et celles des intersections entre les segments OM et la fibre).

Dans le triangle équilatéral OAB , les coordonnées d'un point M (fig.4.3) sont donnés par l'angle θ :

$$\begin{pmatrix} M.x \\ M.y \end{pmatrix} = a \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \tan \theta \end{pmatrix}, \text{ avec } \theta \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right]$$

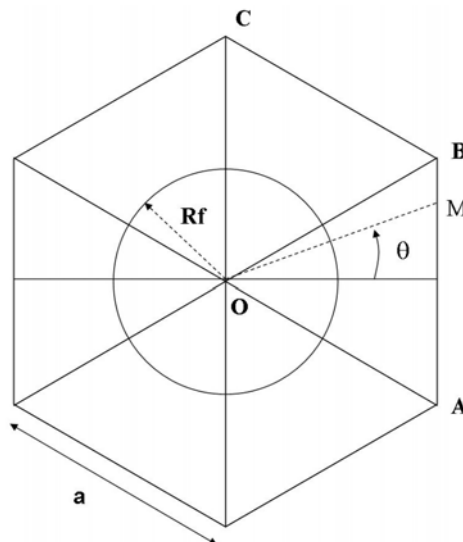


FIG. 4.3 – Géométrie de la cellule hexagonale en dimension 2, base de la construction du maillage tridimensionnel.

Les autres points M nécessaires à la construction complète de l'hexagone sont obtenus par des rotations successives d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforment le triangle OAB en OBC et ainsi de suite. Les coordonnées des points M sont alors obtenues par la matrice de rotation d'angle $\varphi = \frac{\pi}{3}$:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} M.x \\ M.y \end{pmatrix} &= a \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \tan \theta \end{pmatrix} \\ &= a \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} \cos \varphi - \sin \varphi \tan \theta \\ \sin \varphi + \cos \varphi \tan \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Si l'on note nb_{sect} le paramètre qui correspond au nombre de sections ou sub-divisions que l'on souhaite construire pour l'hexagone (nombre de segments OM), les coordonnées des points M sont alors données par :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} M.x \\ M.y \end{pmatrix} &= a \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} \cos \varphi - \sin \varphi \tan \theta \\ \sin \varphi + \cos \varphi \tan \theta \end{pmatrix}, \text{ avec :} \\ \theta &= -\frac{\pi}{6} + 2\pi \frac{j}{nb_{sect}}, j \text{ entier} \in [0; \frac{nb_{sect}}{6}], \\ \varphi &= k \frac{\pi}{3}, k \text{ entier} \in [0; 5]. \end{aligned}$$

Le paramètre nb_{sect} doit donc être un multiple de 6. Avec le même paramétrage, les intersections entre le cercle représentatif de la fibre et les segments OM ont pour coordonnées :

$$R_f \begin{pmatrix} \cos(\theta + \varphi) \\ \sin(\theta + \varphi) \end{pmatrix}.$$

Conditions limites

Les conditions limites appliquées au modèle en trois dimensions sont représentées en partie sur la figure 4.1 :

- $U_\theta = 0$ sur les faces correspondantes aux plans de symétrie ;
- $U_z = 0$ sur tout les noeuds de la face inférieure ;
- $U_x = U_y = 0$ pour les noeuds de l'axe de la fibre dont on va simuler la rupture : ce sont les conditions de symétrie de révolution ;
- la rupture de la fibre est simulée en relaxant la condition $U_z = 0$ sur les noeuds du bas de la fibre comme pour les calculs de rupture présentés au chapitre 3 ;

- pour simuler l'étape de compaction et le champ résiduel, un refroidissement homogène est appliqué au modèle avec un cycle de pression isostatique. De la même manière qu'au chapitre précédent, on procède au refroidissement à partir d'une température T_{max} avec une condition de bord droit sur la face supérieure du modèle ;
- le chargement axial est imposé via un déplacement U_z sur les noeuds de la face supérieure du modèle ;
- lorsqu'une interface frottante est simulée, un algorithme de frottement de Coulomb est utilisé avec un coefficient de frottement $\mu = 0,4$ (coefficient identifié par [Guichet, 98] cf. chap.3).

Note : *Comme dans le cas des calculs axisymétriques du chapitre 3, le modèle d'interface n'a pas d'influence sur la simulation du champ résiduel. En effet, durant la simulation de l'assemblage, les conditions de bords droits sur les faces du modèle entraînent une absence de déplacements relatifs à l'interface. Cette zone n'est donc sollicitée que dans la direction normale et le modèle d'interface utilisé n'a pas d'influence.*

Composite environnant : loi TFA

Pour simuler la présence du composite environnant la zone de rupture, on utilise un matériau homogène équivalent dont la loi de comportement est calculée par la méthode d'homogénéisation TFA (Transformation Fields Analysis). Il s'agit d'une loi de comportement macroscopique du composite, construite par des techniques de changement d'échelle, et incluant les comportements thermo-visco-plastiques des constituants à l'échelle microscopique ([Carrère, 01]).

Développée par les travaux de [Dvorak, 92], cette méthode s'appuie sur une démarche d'homogénéisation élastique à laquelle l'auteur montre qu'il est nécessaire d'adjoindre des champs de déformations et contraintes auxiliaires qui viennent se superposer aux champs élastiques locaux. Ces champs auxiliaires sont représentatifs des modifications locales des propriétés de chaque sous-phase dues à la température et/ou à la plasticité. Ils sont regroupés sous le nom de déformations ou contraintes libres.

Pour construire cette loi, on utilise un VER (par exemple le motif hexagonal fig.4.3) composé des entités fibre et matrice : cette cellule de base peut être découpée en n sous-phases (d'une manière similaire à ce que peut être un maillage EF) au sein desquelles on ne considère que la valeur moyenne des champs locaux de contraintes et déformations. Ces champs comprennent une contribution élastique ainsi qu'une contribution associée aux déformations ou contraintes libres considérées uniformes sur la sous-phase. Pour les contraintes, le champ local moyen dans la sous-phase r est noté σ_r .

Selon cette approche, les relations de localisation sont données (pour les contraintes) par :

$$\sigma_r = \mathbf{B}_r : \Sigma - \sum_{s=1}^n \mathbf{F}_{rs} : \mathbf{L}_s \cdot \epsilon_s^{an}, \quad (\text{IV-1-2})$$

où \mathbf{B}_r est le tenseur de localisation d'ordre 4 du champ macroscopique Σ . Pour chaque sous-phase r , [Dvorak, 92] associe à la relation classique de localisation l'influence des déformations libres ou anélastiques ϵ_s^{an} des autres sous-phases $s \in [1; n]$. Les tenseurs \mathbf{L}_s représentent les matrices de rigidité locales de chaque sous-phase s . Les tenseurs d'ordre 4 \mathbf{F}_{rs} représentent alors l'influence des déformations libres de la sous-phase s sur la sous-phase r .

Ces tenseurs peuvent être déterminés de manière numérique en imposant à la sous-phase s une déformation libre unitaire, et en examinant les conséquences de ce chargement sur la sous-phase r lorsque l'équilibre de la cellule est imposé pour un chargement extérieur nul.

L'étape d'homogénéisation est réalisée en calculant la moyenne volumique des champs locaux ; pour les contraintes, cela conduit à :

$$\Sigma = \sum_{r=1}^n v_r \sigma_r,$$

où v_r désigne la fraction volumique de la sous-phase r dans le VER.

Nous ne nous étendrons pas plus sur le développement de cette loi. Nous nous situons en effet en tant que simple utilisateur. Pour le SCS-6/Ti6242, le lecteur se reportera avec profit aux travaux de [Pottier, 98] et [Carrère, 01].

Dans la pratique, l'utilisation de cette loi dans un calcul EF passe par un fichier matériau qui appelle les fichiers de comportement de la matrice Ti6242 et celui de la fibre SCS-6. Comme les calculs que nous présentons sont réalisés en imposant un déplacement macroscopique axial, l'impact de la loi TFA est limité sur les mécanismes de report de charge locaux dans la zone hétérogène du modèle. Cette loi de comportement homogénéisée va en revanche permettre d'obtenir un champ résiduel plus réaliste dans la zone où les composants fibre et matrice sont représentés.

Substitut à la loi d'interface cohésive

Si l'utilisation du modèle de zone cohésive a été possible sur une géométrie axisymétrique, son utilisation dans un maillage tridimensionnel complexe se révèle problématique. L'utilisation d'une loi cohésive en trois dimensions n'a pas été résolue pour nos cas de calcul.

Pour se rapprocher de l'usage d'une loi de comportement endommageable, la démarche suivante a été adoptée :

- Dans le cas monofilamentaire, le modèle axisymétrique avec zones cohésives révèle la présence d'une longueur d'interface décochée évoluant avec les efforts appliqués au modèle (cf. chapitre 3). A ce niveau, le transfert des efforts s'effectue par frottement entre la fibre et la matrice, alors que dans la partie de l'interface non encore décochée, le transfert de la charge est proche de celui obtenu avec une interface parfaite.
- Les maillages en dimension trois sont alors construits avec une interface "mixte" au niveau de la fibre qui va rompre. On impose une longueur de décohesion arbitraire

avec un transfert de charge par frottement tandis que la partie restante de l'interface est considérée comme parfaite. Dès lors, le résultat d'un calcul tridimensionnel avec une longueur de décohésion fixée doit donc être associé à une unique déformation macroscopique. Pour calculer l'évolution du facteur $k(z)$ avec le chargement, il faut construire plusieurs maillages avec des longueurs de décohésion croissantes. C'est pour cette raison que la procédure de maillage a été automatisée en rendant paramétrable la longueur de décohésion. Cette procédure est représentée par la figure 4.4.

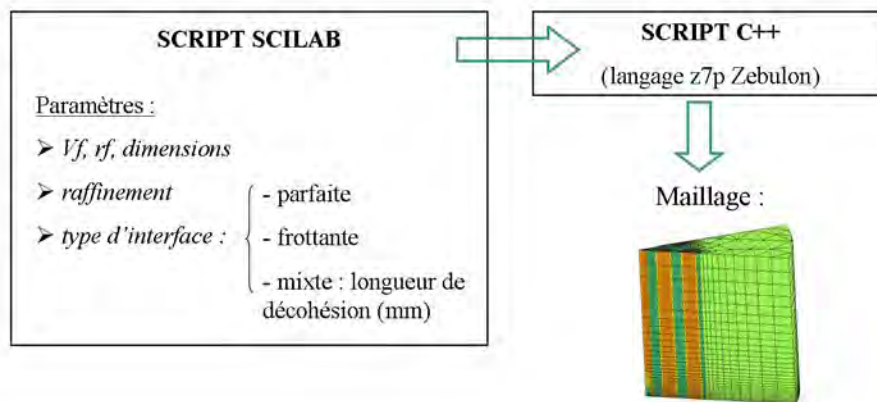


FIG. 4.4 – Procédure du maillage paramétré.

Cependant, un chargement de fatigue axiale induit une progression des longueurs de décohésion au droit des ruptures de fibres (cf. Chap.2). Par conséquent, la longueur d'interface décochée n'est plus en relation directe avec le chargement macroscopique à l'instant considéré mais dépend également du nombre de cycles de chargement survenus depuis la rupture. Pour un même chargement macroscopique et selon l'antériorité de la rupture, le rapport entre longueur de rechargement de la fibre et longueur de décohésion n'est plus constant : pour un même chargement macroscopique, la longueur de décohésion peut devenir supérieure à la longueur de rechargement. L'alternative au modèle de zone cohésive que nous proposons se révèle alors judicieuse puisqu'elle va nous permettre de tester différentes configurations représentatives de la fatigue axiale.

Évaluations qualitatives avec une cellule axisymétrique

Les premiers résultats ont été obtenus sur la géométrie tridimensionnelle avec une interface purement frottante entre la fibre rompue et la matrice, et un voisinage représenté jusqu'au deuxième ordre. La fraction volumique représentée est de 35%. Ces résultats seront commentés par la suite, mais sont d'abord évoqués ici pour expliquer la démarche qui va être adoptée. Ils donnent les informations suivantes :

- dans les filaments voisins de la rupture, un post-traitement a été effectué de manière à obtenir la fonction $k(z)$ définie par la formule IV-1-1. À l'aide d'un post-traitement construit à partir de fonctions Scilab et du post-processing de ZeBuLoN, une moyenne du rapport $\frac{\sigma_{zz}(z)}{\sigma_{zz}^\infty}$ a été réalisée pour chaque portion de fibre d'épaisseur correspondante à l'épaisseur d'un élément dans la direction z . Le constat est que ces valeurs moyennes sont équivalentes aux valeurs interpolées aux noeuds de l'axe de la fibre. Pour simplifier le dépouillement des calculs, on examinera donc la fonction $k(z)$ définie par :

$$k(z) = \frac{\sigma_{zz}(z)}{\sigma_{zz}^\infty},$$

sur la ligne de noeuds de l'axe de la fibre considérée (les valeurs données aux noeuds comportent déjà une dimension moyenne car elles sont issues d'une interpolation des éléments adjacents). Cette évaluation du coefficient de surcontrainte par une moyenne surfacique dans les fibres ne peut faire l'économie d'une certaine discussion qui a été reportée en annexe ??.2 ;

- la seconde constatation est que seul les filaments voisins du premier ordre subissent une perturbation notable : pour le Vf considéré (35%), la fonction $k(z)$ ne dépasse pas 1% dans les voisins du deuxième ordre.

Avant d'analyser dans le détail ces résultats, ces premières constatations vont permettre de construire un modèle intermédiaire en géométrie axisymétrique, afin d'obtenir des informations qualitatives, économisant ainsi plusieurs calculs fastidieux avec la géométrie en trois dimensions. En effet, la perturbation due à la rupture restant confinée dans le voisinage du premier ordre (pour un Vf=35%), il est justifié de construire un modèle simplifié où seul ce voisinage du premier ordre est représenté.

On choisit donc de construire un modèle axisymétrique constitué d'une fibre centrale dont on va simuler la rupture, et de son voisinage du premier ordre. L'avantage de cette démarche consiste aussi en la possibilité d'utiliser un modèle d'interface endommageable (CZM). Ce dernier va permettre d'évaluer en traction simple, la progression de la décohésion consécutive à la rupture d'une fibre en fonction du chargement appliqué et son influence sur le facteur de surcontrainte $k(z)$.

Les caractéristiques du modèle axisymétrique sont les suivantes :

- géométrie axisymétrique centrée sur le filament qui va rompre, avec les voisines du premier ordre et le milieu composite environnant ;
- respect de la fraction volumique locale.

Ces hypothèses conduisent au choix du VER hexagonal décrit par la figure 4.5.

La géométrie axisymétrique de ce VER est similaire à celle utilisée dans les travaux de [Faucon, 99]. Pour déterminer les proportions R1 et R2 (fig. 4.5) de la cellule axisymétrique

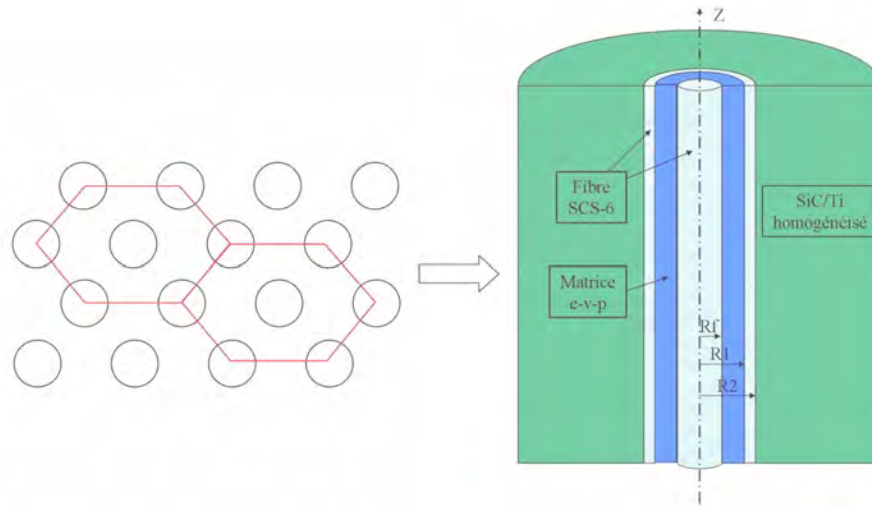


FIG. 4.5 – Construction du VER axisymétrique contenant une fibre et son voisinage du premier ordre à partir d'un arrangement hexagonal. La présence des voisines du premier ordre est représentée par un anneau de fibre.

à partir du rayon et de la fraction volumique de fibre (R_f et V_f), il suffit de remarquer que la répartition hexagonale de départ contient l'équivalent surfacique de trois fibres. On obtient alors le système suivant :

$$V_f = \frac{R_f^2 + R_2^2 - R_1^2}{R_2^2}, \quad (V_f \text{ dans le VER});$$

$$3R_f^2 = R_f^2 + R_2^2 - R_1^2, \quad (3 \text{ fibres dans le VER}).$$

La cellule axisymétrique est paramétrée par V_f et R_f , puis on procède à la simulation de la rupture de la fibre centrale avec des conditions limites similaires à celles utilisées pour le modèle axisymétrique monofilamentaire du chapitre 3. Les informations qualitatives que vont nous fournir l'utilisation de cette cellule vont être présentées dans ce qui suit.

Note : On constate sur la figure 4.5 que l'approximation axisymétrique est bien adaptée dans le cas de phénomènes impliquant seulement un filament central et son voisinage du premier ordre. La prise en compte des voisines du second ordre est possible mais conduirait à des résultats peu satisfaisants compte-tenu de l'écran formé par le premier anneau de fibres représentatif des premières voisines.

1.2 Résultats des calculs

Le premier modèle tridimensionnel construit comporte une interface purement frottante au niveau de la fibre rompue et une fraction volumique du renfort de 35%. Le voisinage

est représenté jusqu'au deuxième ordre.

Le champ des contraintes résiduelles est simulé avec une température T_{max} de 700°C qui produit à l'ambiante ($\Delta T = T_{max} - 20^\circ$), une contrainte résiduelle de compression dans les fibres de l'ordre de -800 MPa. Cette valeur de T_{max} est de l'ordre de celle adoptée pour reproduire les CRE expérimentales dans le modèle monofilamentaire du chapitre 3. Cependant, les remarques concernant la surestimation des CRE par un calcul EF utilisant la réelle température de free-stress du cycle d'assemblage sont ici toujours en vigueur (cf. chap.2, 3 et annexe B). Nous avons donc cherché à comparer cette valeur avec celle obtenue par d'autres auteurs.

Les travaux de [Fang & al., 00] leur permettent d'estimer expérimentalement des valeurs de contraintes résiduelles de compression pour quatre types de composites SiC/Ti (fibres SCS-6 et SM1140+, matrices Ti-6Al-4V et Ti6242) fabriqués par la technique fibres/feuillards et compactés à 900°C. Ces contraintes résiduelles sont mesurées avant et après chargement thermomécanique pour apprécier leur évolution. La technique expérimentale consiste à dissoudre de manière sélective une partie de la matrice des éprouvettes et de mesurer l'allongement des fibres dénudées. À partir de ces valeurs de déformations axiales résiduelles, [Fang & al., 00] calculent les contraintes résiduelles correspondantes par une méthode analytique en élastique. Pour le SCS-6/Ti6242 avec une fraction volumique de 35%, ils obtiennent une contrainte de compression de -895 MPa dans les fibres qui est proche des -800 MPa obtenu dans nos calculs.

Les travaux de [Baroumes, 98] qui concernent en grande partie l'étude des contraintes résiduelles dans les composites SiC/Ti, renseignent sur la dépendance des CRE vis à vis des paramètres du cycle d'assemblage. L'auteur identifie notamment la forte influence du positionnement du cycle de pression par rapport à celui du cycle de refroidissement. Lorsque la pression est relâchée à une température importante, l'intensité des CRE est augmentée à cause de l'écoulement plastique moindre. Ceci renvoie aux remarques que nous avons formulées dans les chapitre 2 et 3. Pour le système SCS-6/Ti6242 sur lequel l'étude n'est pas concentrée, l'auteur fournit des valeurs de déformations axiales résiduelles dans les fibres qui marquent une grande variabilité. De plus l'éprouvette utilisée au Vf de 35% a subi un cycle d'élaboration qui regroupe les effets néfastes induisant un fort champ résiduel (pression relâchée aux hautes températures et gaine de titane autour du composite). Comme l'auteur le précise, la mesure des contraintes résiduelles sur le système SCS-6/Ti6242 n'est pas satisfaisante car effectuée sur une seule éprouvette et avec une grande dispersion dans les valeurs expérimentales de déformations résiduelles (technique de dissolution totale de la matrice). Ces valeurs ne peuvent donc pas être citées en référence mais l'analyse des mécanismes conduisant à l'apparition du champ résiduel explique la variabilité des valeurs produites par la littérature.

Les valeurs de la littérature pour la compression axiale résiduelles des fibres SCS-6 rassemblées par [Carrère, 01] sont comprises entre -498 et -820 MPa pour des fractions volumiques proches de 35%. Les matrices concernées ne sont cependant pas du Ti6242 mais des alliages proches de type TA6V, et les techniques de mesures expérimentales utilisées sont différentes.

Comme nous ne sommes pas en mesure de fournir des valeurs expérimentales pour des fractions volumiques de composites multifilamentaires, nous considérerons que la

valeur adoptée dans nos simulations, se situant dans l'intervalle des valeurs fournies par la littérature, est plausible. De plus, nous verrons par la suite les effets produits par une variation de température sur les résultats des calculs : la température agissant directement sur l'amplitude du champ résiduel, nous pourrions vérifier indirectement l'influence des CRE sur les facteurs de surcontrainte.

Le premier calcul tridimensionnel montre donc que les voisines du second ordre ne sont pas affectées par la rupture : l'hypothèse de report de charge local est ici vérifiée par le calcul. Pour les voisines du premier ordre, le facteur de surcontrainte $k(z)$ est donné par la figure 4.6 pour deux valeurs du coefficient de frottement, et deux contraintes σ^∞ différentes².

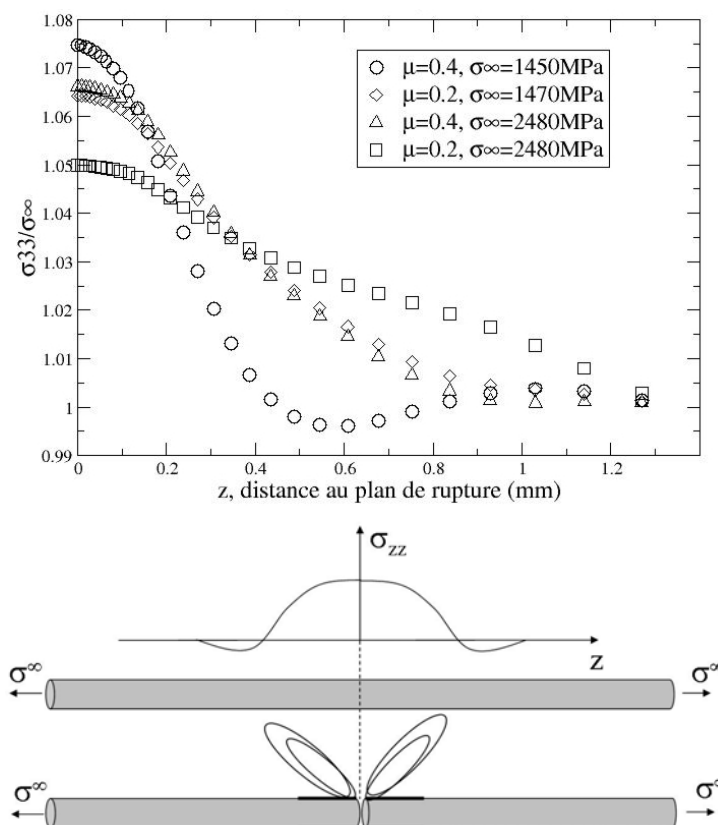


FIG. 4.6 – Facteur de surcontrainte $k(z)$ et son mode de représentation dans les premières voisines de la rupture, pour un Vf=35%, et une interface purement frottante (géométrie 3D).

Ces premiers résultats (fig.4.6) indiquent la forme de la fonction $k(z)$. On constate qu'il

²les contraintes σ^∞ correspondent aux contraintes axiales dans les fibres loin de toute perturbation.

ne s'agit pas d'une fonction en créneau (mais plutôt d'une fonction en "chapeau") et que son maximum atteint au niveau du plan de la rupture est de l'ordre de 1,07 pour ce cas de calcul ce qui est notablement différent de la valeur 1,17 obtenue par une approche purement géométrique (cf. chap.2).

Lorsque σ^∞ augmente, le maximum du facteur de surcontrainte diminue mais la région surchargée s'étend. Quand le coefficient de frottement diminue, on observe une évolution similaire.

Pour un composite SM1140+/Ti-6Al-4V, [Gonzalez & al., 01] obtiennent avec le même type de modèle, une forme équivalente pour la fonction $k(z)$ dans les voisines du premier ordre. En utilisant une loi de comportement élastique parfaitement plastique pour la matrice et un coefficient de frottement de 0,19, le maximum atteint par $k(z)$ dans le plan de la rupture est 1,04 pour une déformation macroscopique de 1% (ce qui équivaut à $\sigma^\infty \simeq 3500$ MPa) et un Vf de 35%. Compte-tenu des remarques que nous venons de faire concernant l'influence du chargement et du coefficient de frottement, les résultats de [Gonzalez & al., 01] sont très similaires aux nôtres.

Les résultats obtenus à l'aide du modèle axisymétrique vont maintenant être présentés. Ce modèle permet de tester certains paramètres et d'obtenir des indications qualitatives pour des temps de calcul beaucoup plus faibles.

Avec une interface fibre rompue/matrice tout d'abord parfaite, les facteurs de surcontraintes $k(z)$ sont estimés dans l'anneau de fibres de la géométrie axisymétrique représentatif des voisines du premier ordre de la rupture. La figure 4.7 illustre le maillage utilisé et les fonctions $k(z)$ calculés pour tester l'influence de la loi de comportement matriciel et celle du modèle d'interface utilisé entre la fibre rompue et la matrice.

Comme l'objectif est seulement d'obtenir des résultats qualitatifs, le matériau homogène équivalent a pour loi de comportement celle de la matrice purement élastique afin de réduire encore le temps de calcul.

La figure 4.7 illustre différents cas de calcul réalisés :

- figure 4.7.b) : avec une interface fibre rompue/matrice parfaite et une loi de comportement purement élastique pour la matrice, les facteurs $k(z)$ sont inférieurs à ceux calculés à l'aide de la loi e-v-p (fig.4.7.c)). Lorsque le chargement axial augmente, ces facteurs évoluent très peu en terme de maximum et de longueur surchargée.
- figure 4.7.c) : avec une interface fibre rompue/matrice parfaite et une loi de comportement e-v-p pour la matrice, $k(z)$ atteint un maximum de 1,07 pour les chargements les plus faibles. Lorsque le chargement augmente, l'intensité de la surcontrainte diminue en relation avec une plastification globale de la matrice. Ici aussi la longueur de surcharge n'évolue quasiment pas avec le chargement.
- figure 4.7.d) : avec une interface fibre rompue/matrice parfaite et une loi de comportement e-v-p dans laquelle on a arbitrairement abaissé la limite élastique, les $k(z)$ suivent la même tendance qu'avec la loi e-v-p initiale mais avec une baisse d'intensité

qui intervient pour un chargement axial plus faible. L'interprétation précédente semble alors confortée puisque la plastification globale de la matrice intervient plus tôt : la baisse d'intensité de la surcontrainte intervient pour un chargement moindre.

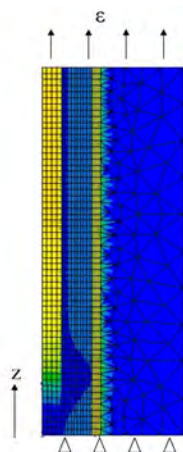
- figure 4.7.e) : avec une interface fibre rompue/matrice parfaite et une loi de comportement e-v-p, ce calcul a été réalisé dans le but de tester l'influence de l'écroutissage matriciel sur les $k(z)$. Le modèle a subi un chargement préalable à la rupture de la fibre, suffisant pour entraîner un écroutissage important de la matrice e-v-p. On constate que pour un chargement faible, la surcontrainte est de l'ordre de celle calculée avec une loi purement élastique. Lorsque le chargement croît la surcontrainte atteint des valeurs comparables à celles du calcul de référence e-v-p (fig.4.7.c)), puis les valeurs diminuent lorsque le chargement croît encore.
- figure 4.7.f) : avec une interface fibre rompue/matrice cohésive et une loi de comportement e-v-p, les coefficients $k(z)$ sont bien plus importants. La présence d'une décohésion à l'interface semble donc accroître les phénomènes de surcharge. Lorsque cette décohésion progresse avec le chargement, la zone surcontrainte s'étend également avec une légère baisse de son intensité maximale. Ceci est cohérent avec les premiers résultats obtenus sur un modèle en dimension trois avec interface purement frottante.

Remarque : *On note que la géométrie axisymétrique modifie l'allure de la fonction $k(z)$ par rapport au calcul tridimensionnel : le maximum n'est plus atteint à l'aplomb de la rupture ($z = 0$) mais pour une valeur légèrement supérieure.*

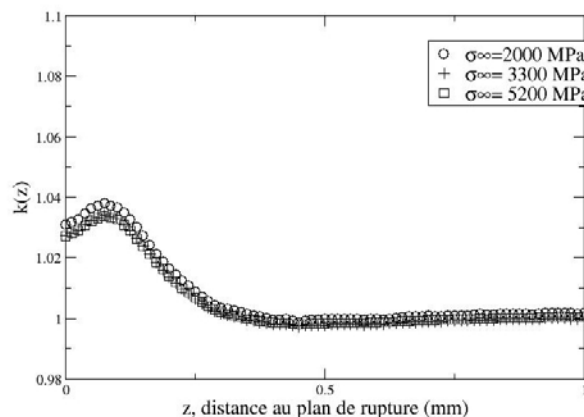
Cette cellule nous a également permis de tester l'influence de la fraction volumique de renfort et de la température : on constate que l'intensité maximale des facteurs de surcontrainte diminuent avec la fraction volumique et lorsque la température augmente (400°C).

Le premier effet peut être interprété par la distance inter-fibre qui augmente lorsque le Vf diminue : un volume plus important de matrice est disponible pour reprendre la charge, ce qui diminue d'autant la surcontrainte dans les fibres voisines. Selon les premiers résultats tridimensionnels, seules les voisines du premier ordre sont perturbées pour un Vf 35%. Les modèles en dimension trois utilisés dans les calculs ultérieurs pourront alors ne comporter que le voisinage du premier ordre de la rupture lorsque des fractions volumiques inférieures ou égales à 35% seront étudiées. Le procédé d'élaboration des SCS-6(EGV)/Ti6242 n'autorise en effet pour le moment que des fractions volumiques inférieures ou égales à 35% (on notera cependant qu'une inhomogénéité accidentelle dans l'arrangement des filaments peut conduire à des fractions volumiques locales bien plus importantes).

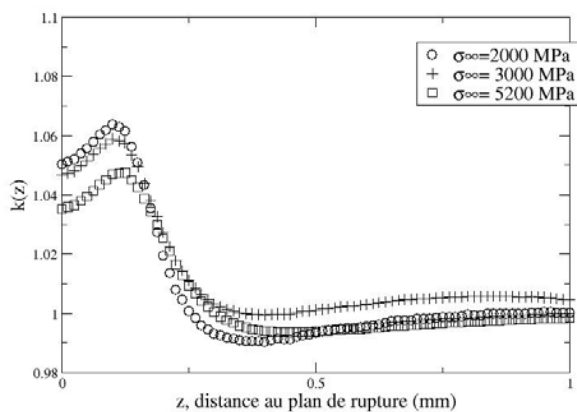
L'augmentation de température s'accompagne d'une baisse du module et de la limite élastique de la matrice. La diminution du facteur de surcontrainte lorsque la température augmente est donc cohérente avec le cas de calcul où la limite élastique de la matrice est



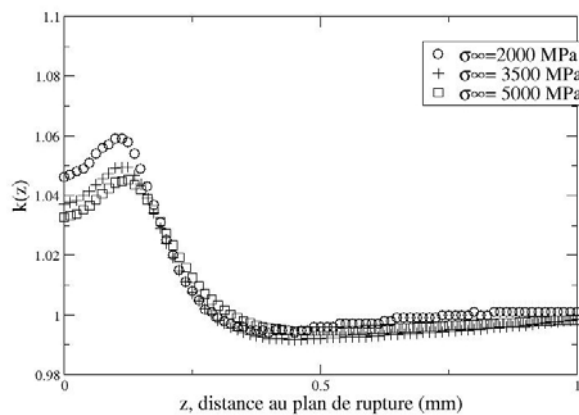
a) : modèle axisymétrique.



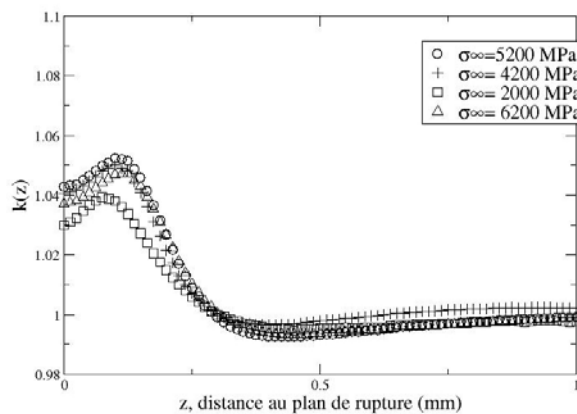
b) : matrice purement élastique.



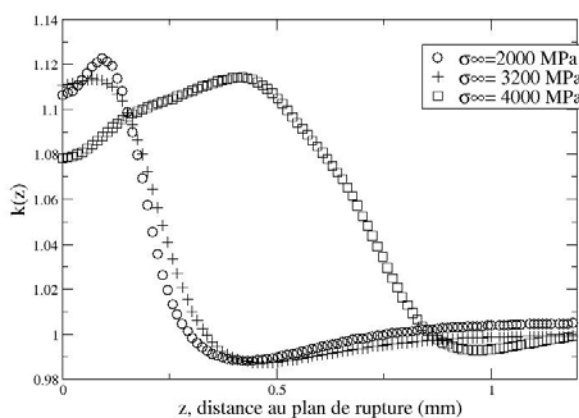
c) : matrice e-v-p.



d) : matrice e-v-p, limite élastique basse.



e) : matrice e-v-p + écrouissage.



f) : interface cohésive.

FIG. 4.7 – Étude paramétrique du facteur de surcontrainte estimé à l'aide de la cellule axisymétrique. On teste une interface parfaite (b), c), d), e)), une interface cohésive (f)), et le rôle de la loi de comportement matriciel.

abaissée (fig.4.7.d)). Un calcul supplémentaire a également été réalisé en diminuant arbitrairement le module élastique de la matrice afin de simuler un endommagement isotrope et homogène de celle-ci. On constate aussi une baisse d'intensité de la surcontrainte. L'influence de la température semble regrouper ces deux effets.

Note : *Les premiers résultats tridimensionnels nous ont montrés que le cisaillement aux interfaces des fibres voisines de la rupture n'était pas suffisant pour induire une décohésion. Le cisaillement (grandeurs σ_{rz} et $\sigma_{r\theta}$) est continu dans la direction normale aux interfaces. Il semble donc intéressant d'étudier l'influence d'une discontinuité de module au passage de ces interphases, sur la grandeur cisaillement et donc sur le facteur de surcontrainte. La faible épaisseur de l'interphase par rapport aux autres grandeurs du modèle microscopique (distance interfibre, rayon de fibre) conduit à penser que quelle que soit la rigidité de cette zone interfaciale, les glissements relatifs des noeuds à l'interface resteront faibles : le facteur $k(z)$ ne sera pas modifié.*

Pour s'en assurer, un calcul comparatif a été réalisé à l'aide de la cellule axisymétrique. Les résultats sont qualitatifs mais montrent que la présence d'une zone interfaciale d'épaisseur $\delta = 3\mu\text{m}$ avec une rigidité variable (on teste différentes valeurs), ne modifie pas $k(z)$. Ainsi, l'usage d'une interface parfaite pour les filaments voisins de la rupture nous paraît être une raisonnable approximation.

Pour résumer l'étude paramétrique, les points suivants peuvent être établis :

- l'argument du partage de charge local est encore conforté par ces calculs : pour le système considéré et une valeur de $V_f \leq 35\%$, le voisinage d'un filament rompu n'est perturbé qu'au premier ordre ;
- l'intensité maximale de $k(z)$ diminue avec la fraction volumique ;
- l'intensité maximale de $k(z)$ diminue lorsque la température augmente ;
- $k(z)$ est plus faible lorsque la matrice est purement élastique par rapport à une loi e-v-p : le comportement élastique pur permet à la matrice de reprendre une part plus importante de la charge libérée par la rupture ;
- l'intensité maximale de $k(z)$ diminue lorsque la matrice plastifie globalement ;
- l'écroissage préalable de la matrice figurant l'écroissage cyclique des chargements de fatigue, conduit à une baisse d'intensité de $k(z)$ (on augmente la limite élastique tout en diminuant la contrainte moyenne supportée par la matrice à cause de la relaxation des CRE) ;
- une décohésion interfaciale avec un transfert de charge frottant favorise la surcontrainte par rapport à une interface parfaite. Avec une interface parfaite et quelle que

soit la loi de comportement utilisée pour la matrice (élastique ou e-v-p), les longueurs surchargées sont équivalentes et n'évoluent pratiquement pas ;

- un coefficient de frottement plus faible dans le cas d'une interface purement frottante (décohésion sur une longueur supérieure ou égale à la longueur de rechargement) diminue l'intensité maximale de $k(z)$ mais étale le support de la fonction (longueur surchargée plus importante dans les voisines); la baisse de μ produit une forme de "dilution" de la surcontrainte associée à une augmentation des longueurs de rechargement de la fibre rompue ;
- les premières estimations en dimension trois donnent une intensité maximale de surcontrainte de 1,07 avec une interface purement frottante ($\mu = 0,4$) et une fraction volumique de 35% ;
- la forme de la fonction $k(z)$ est de type "chapeau" avec un maximum qui s'exerce dans le plan de la rupture.

Nous accordons une bonne confiance à cette étude paramétrique tout en restant prudent sur la représentativité de la cellule axisymétrique. Par définition en effet, l'approximation axisymétrique par rapport à la configuration tridimensionnelle peut induire des effets qui sont difficilement discernables dans nos cas de calcul. On cherche à évaluer un report de charge par cisaillement dans le sens transverse alors que l'approximation axisymétrique est surtout valable pour des caractéristiques axiales. Le champ résiduel qu'on peut obtenir avec ce type de géométrie est par exemple assez éloigné de celui en dimension trois.

Ces premières constatations incitent donc à la prudence en terme d'interprétation des phénomènes. La non linéarité de la loi de comportement de la matrice induit des tendances qu'il est difficile d'extrapoler pour des fractions volumiques, des chargements ou des températures différentes. Dans la mesure du possible, les calculs de configurations particulières devront être réalisés avec les paramètres ad hoc de manière à éviter des extrapolations hasardeuses.

Approches quantitatives

Pour obtenir des valeurs utilisables dans un modèle macroscopique, il est nécessaire de réaliser des calculs suffisamment fins. Nous avons montré que pour les fractions volumiques qui nous concernent ($\leq 35\%$), seul le voisinage du premier ordre était perturbé. Le modèle tridimensionnel utilisé dans les calculs suivants ne comporte donc en détail que la fibre rompue et la représentation de son voisinage du premier ordre. Le maillage utilisé est représenté par la figure 4.8.

La taille de ce type de maillage est de l'ordre de 100000 degrés de liberté. En raison de la taille des modèles, il n'a pas été possible de réaliser une réelle étude de convergence au maillage. En revanche, un raffinement inférieur des maillages présentés ici (fig.4.8)

n'entraîne pas de variation significative des valeurs; il y a donc de fortes chances pour que le raffinement soit suffisant.

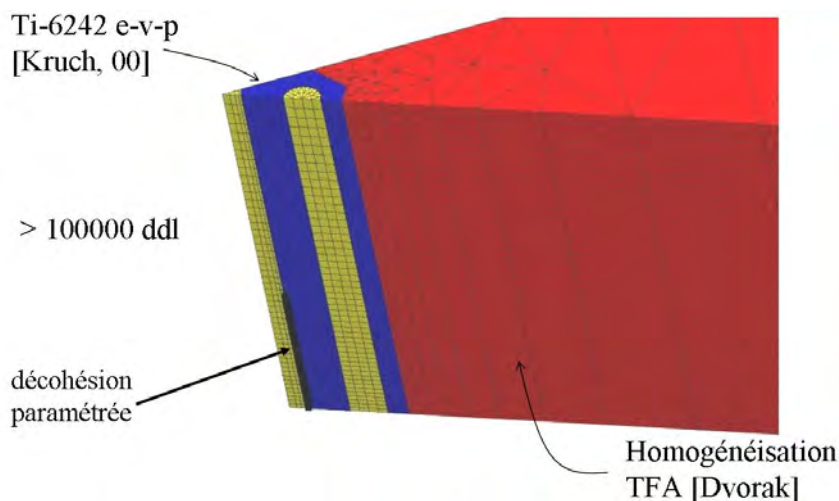


FIG. 4.8 – Détail du modèle tridimensionnel utilisé. La longueur de décohésion est paramétrée et le transfert de charge y est assuré par un algorithme de frottement. La taille de ce type de maillage est de l'ordre de 100000 degrés de liberté.

La figure 4.9 présente un premier jeu de résultats qui concerne les valeurs de la fonction $k(z)$ dans les voisines du premier ordre en fonction du type d'interface utilisée entre la fibre rompue et la matrice. La fraction volumique de fibre est de 35%. Les interfaces modélisées sont parfaites ou mixtes avec deux longueurs de décohésion différentes : 140 μm et 700 μm (respectivement 2 et 10 rayons de fibre).

Il apparait une nouvelle fois qu'une interface parfaite induit une surcharge inférieure à un modèle d'interface frottante. Avec une interface mixte et une longueur de décohésion de 2 rayons de fibre, $k(z)$ voit son intensité maximale atteindre des valeurs légèrement supérieures à 1,08 dans les voisines du premier ordre. Pour $L_{dec} = 10$ rayons de fibre, l'intensité maximale de la surcharge vaut 1,07.

Pour des chargements modérés ($\sigma^\infty \leq 2000\text{MPa}$), l'intensité maximale de la surcharge croît tandis que la longueur surchargée semble progresser faiblement. Lorsque le chargement devient plus important, l'intensité maximale se stabilise alors que la longueur surchargée s'étend dans le cas de la décohésion de 10 rayons de fibre; pour la plus faible décohésion (2 rayons de fibre) le support du facteur de surcontrainte (*i.e.* la longueur L_s) n'évolue que faiblement avec la contrainte appliquée.

Il faut considérer ce premier jeu de courbes à la lumière des phénomènes présents en fatigue. Les longueurs de décohésion sont ici fixes, or le rechargement de la fibre rompue s'exerce sur une longueur variable lorsque la contrainte macroscopique augmente. Comme nous l'avons déjà mentionné, la fatigue axiale induit une progression des longueurs de décohésion. Dans le cadre d'un chargement de traction simple, le rechargement d'une

fibre rompue va s'exercer sur une longueur d'interface mixte : la longueur décochée est toujours inférieure ou égale à la longueur de rechargement. En fatigue, la décohésion a progressé et n'est plus en rapport direct avec le chargement macroscopique. Il est donc intéressant d'examiner les cas où la longueur de rechargement est inférieure à la longueur de décohésion et leurs conséquences sur le facteur de surcontrainte.

La figure 4.10 permet de compléter ces observations. Cette figure présente l'évolution du quotient $k(z)$ dans la fibre rompue correspondant aux longueurs de décohésion utilisées pour les calculs présentés figure 4.9.b) et c).

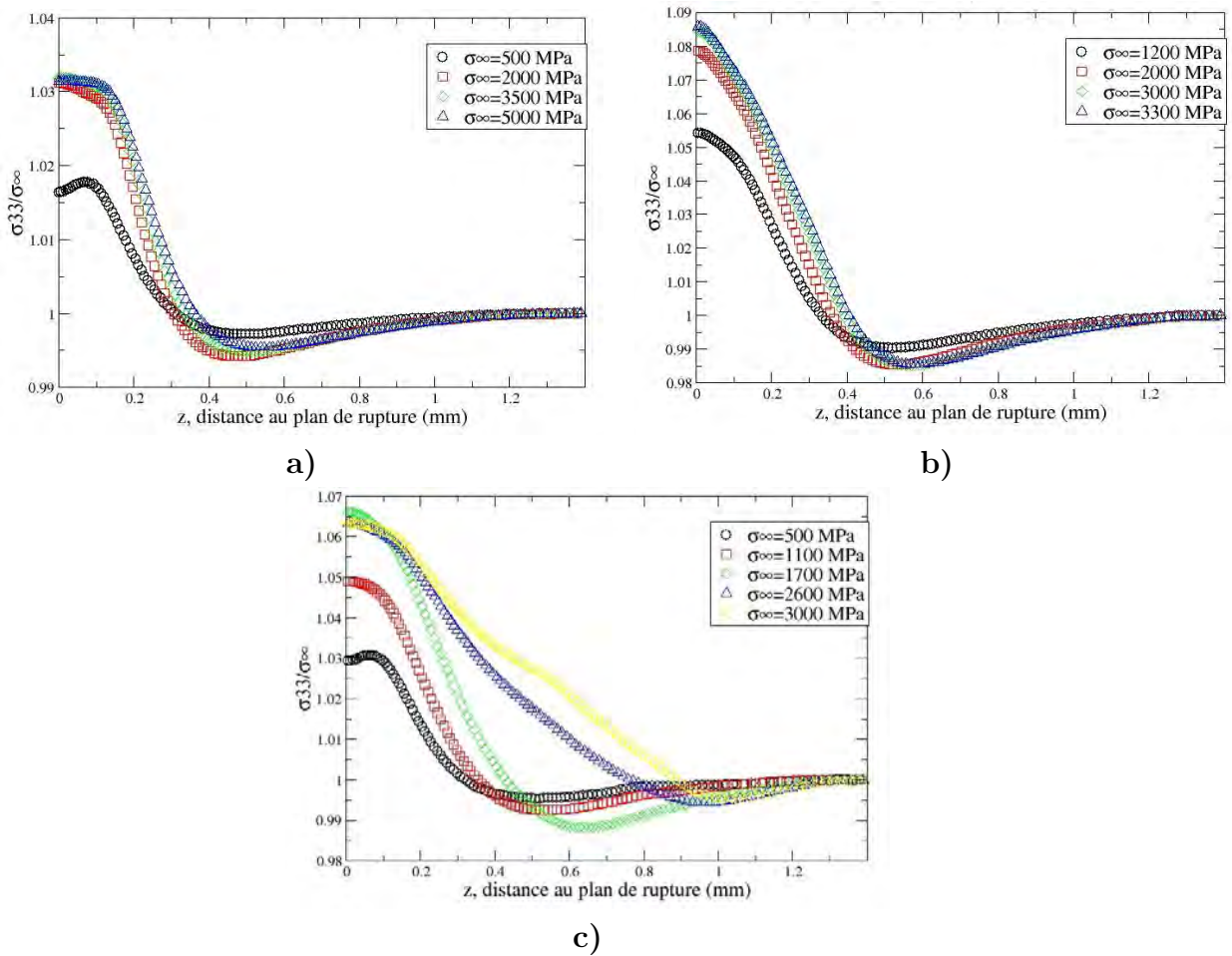


FIG. 4.9 – Évolution du facteur de surcontrainte $k(z)$ dans les voisines du premier ordre avec la contrainte σ^∞ selon le type d'interface. En a) interface parfaite, en b) : interface mixte avec une longueur de décohésion de $140 \mu m$, en c) : interface mixte avec une longueur de décohésion de $700 \mu m$. $V_f=35\%$.

Une première remarque est que le rechargement de la fibre rompue modélisé avec une interface mixte (frottante/parfaite), est comparable aux profils obtenus avec un modèle de zone cohésive en axisymétrique. On observe une portion de rechargement

linéaire associée à la longueur décochée et un profil non linéaire associé au transfert de charge via l'interface parfaite (on observe clairement le passage entre profil linéaire et non linéaire sur la courbe 4.10.b) pour $\sigma^\infty = 3000$ MPa à l'abscisse du passage entre interface décochée et parfaite à 0,7 mm). Seconde observation, les longueurs de rechargement sont logiquement croissantes avec le chargement macroscopique. De plus, à contrainte appliquée σ^∞ équivalente, une décohésion supérieure entraîne une longueur de rechargement plus importante.

Comme ces profils sont normés, il ne faut cependant pas comparer les pentes. En outre, si l'on réexamine les courbes de la figure 4.9, on constate que la longueur surcontrainte dans les voisins est toujours bien inférieure à la longueur de rechargement correspondante.

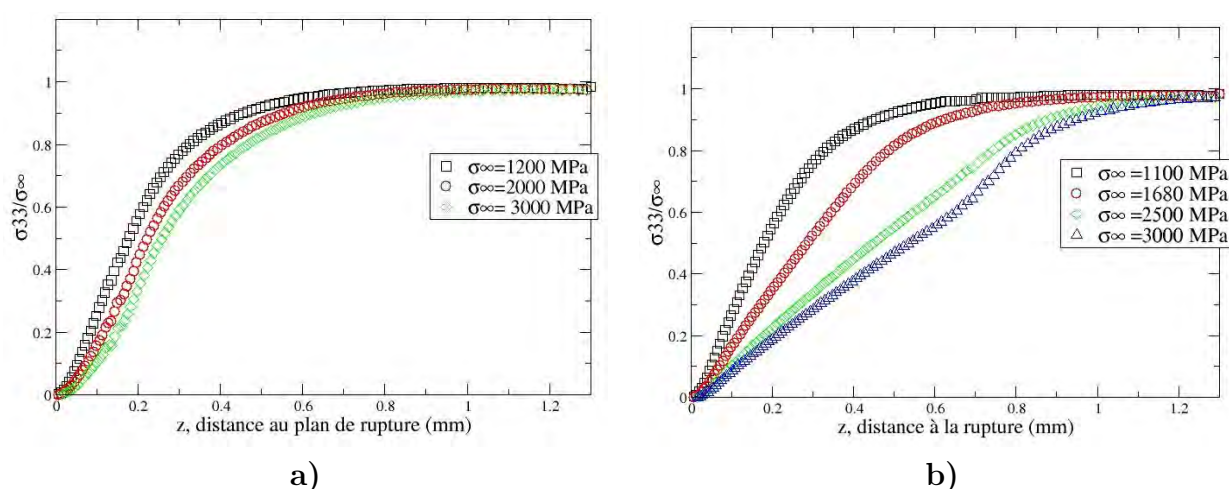


FIG. 4.10 – Évolution du quotient $k(z)$ dans la fibre rompue en fonction de la contrainte σ^∞ . En a) : décohésion de $140 \mu m$, en b) : décohésion de $700 \mu m$. $V_f=35\%$.

Pour une longueur de décohésion de deux rayons de fibre (fig.4.10.a)), on observe que la longueur de rechargement est bien supérieure à la décohésion dès les chargements faibles. Pour une décohésion de dix rayons de fibre (fig.4.10.b)), la longueur de rechargement est inférieure à la longueur de décohésion pour $\sigma^\infty \leq 1700$ MPa, et supérieure pour $\sigma^\infty \geq 2000$ MPa. La figure 4.11 qui exploite les jeux de courbes précédents, permet d'illustrer plus clairement ces constatations. Lorsque la décohésion est faible ou nulle, les longueurs de rechargement et par conséquent, les longueurs surchargées évoluent peu avec le chargement ; le transfert de charge s'effectue majoritairement via une interface parfaite qui implique une faible sensibilité des grandeurs³ L_r et L_s au chargement macroscopique.

La synthèse de ces observations sur les facteurs de surcontrainte dans les voisins du premier ordre semble être la suivante :

³Rappel : L_r =longueur de rechargement, L_s =longueur surcontrainte, L_{dec} =longueur de décohésion.

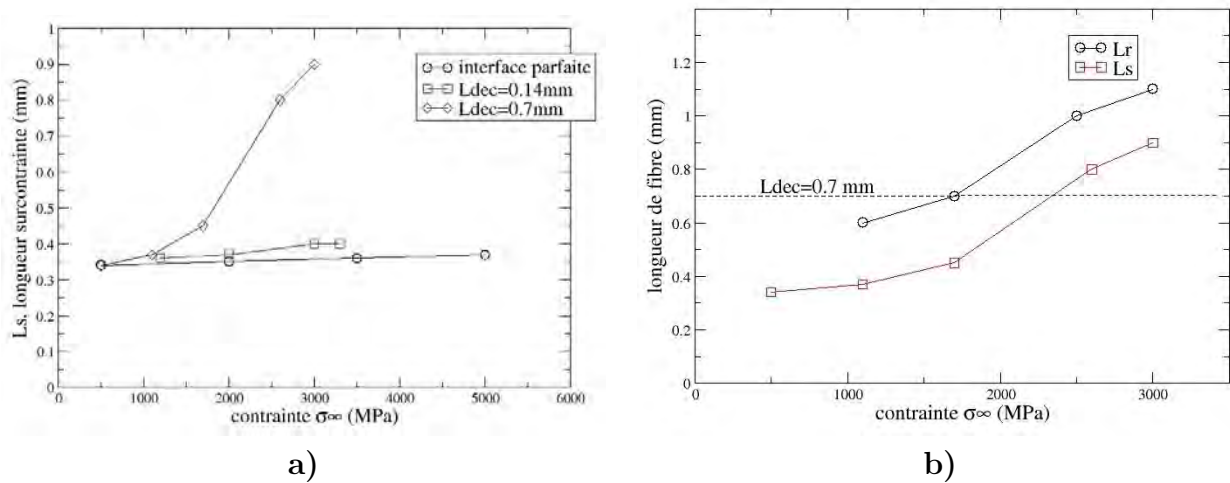


FIG. 4.11 – Évolution des longueurs surcontraintes et de rechargement avec la contrainte σ^∞ en fonction des longueurs de décohésion. En a) : évolution des longueurs surcontraintes (L_s) avec la contrainte appliquée, en b) : évolution de la longueur surcontrainte (L_s) et de la longueur de rechargement (L_r) pour une décohésion de 700 μm . $V_f=35\%$.

- lorsque la longueur de rechargement est encore inférieure à la longueur décochée, le facteur $k(z)$ augmente avec la contrainte appliquée jusqu'à atteindre une intensité maximale dans les voisines pour se stabiliser ensuite (fig.4.9.c) et 4.10.a)). Dans cet intervalle de chargement, la longueur de rechargement grandit et entraîne l'augmentation de la longueur surchargée ;
- lorsque le rechargement de la fibre rompue dépasse largement la longueur de décohésion, le transfert de charge vers les voisines s'effectue majoritairement via une interface parfaite : la longueur de rechargement n'évolue alors quasiment plus malgré le chargement croissant conformément aux observations des résultats avec interface parfaite (fig.4.9.a)). Le facteur $k(z)$ atteint une intensité maximale dans les voisines puis se stabilise, et la longueur surchargée n'évolue pratiquement plus (4.11.a)) de la même manière que la longueur de rechargement ;
- la longueur surcontrainte L_s est en revanche systématiquement inférieure à la longueur de rechargement L_r ;
- La longueur surcontrainte suit l'évolution de la longueur de rechargement (qui est fonction de la longueur de décohésion et du chargement) avec un écart constant (fig.4.11.b)). De plus, l'intensité maximale du facteur de surcontrainte dans les voisines diminue lorsque la longueur de décohésion augmente : la surcontrainte est "diluée" (les grandeurs L_r et L_s grandissent avec L_{dec}).

La figure 4.12 présente la fonction $k(z)$ dans le filament rompu et dans les filaments voisins du premier ordre, toujours en fonction de la distance au plan de rupture pour une fraction volumique de 20% et une longueur de décohesion de 10 rayons de fibres.

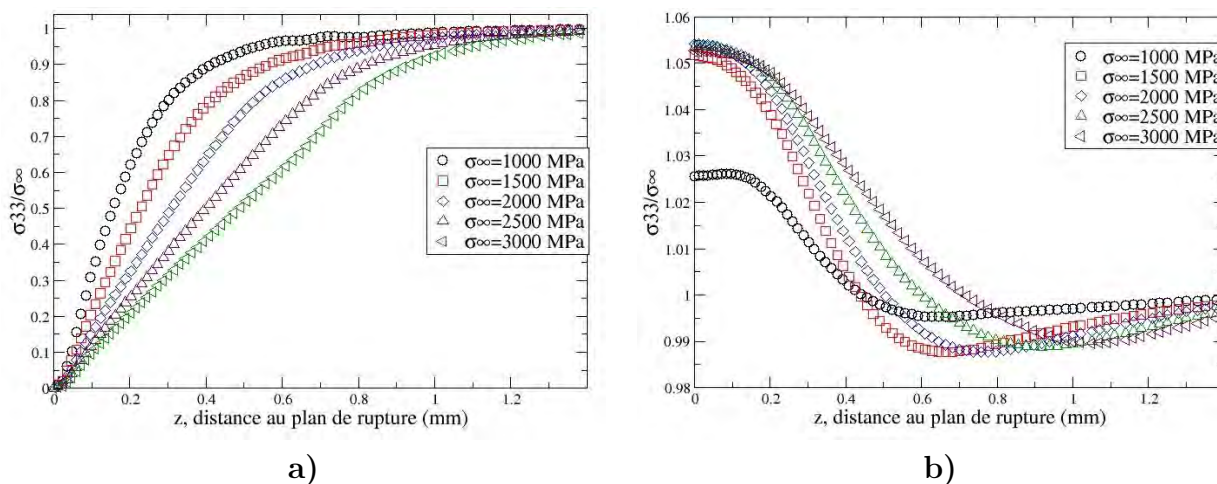


FIG. 4.12 – Évolution du facteur de surcontrainte $k(z)$ avec la contrainte σ^{∞} dans la fibre rompue en a), et dans les voisins du premier ordre en b). L'interface est mixte avec une décohesion de 700 μm . $V_f=20\%$.

Pour un V_f de 20%, le coefficient de surcontrainte a une intensité maximale inférieure à celle du V_f de 35% avec une longueur de décohesion équivalente comme le prévoyait l'étude paramétrique avec la cellule axisymétrique.

En outre, à σ^{∞} équivalente, la longueur surchargée des filaments voisins diminue légèrement avec le V_f tandis que les longueurs de rechargement (toujours à L_{dec} fixée) sont relativement comparables.

Avec des longueur de décohesion de 10 et 20 rayons de fibres et un V_f de 20%, la figure 4.13 présente le coefficient de surcontrainte dans les voisins du premiers ordre pour une température de 350°C.

Comme le prévoit l'étude axisymétrique, la montée en température provoque une "dilution" de la surcontrainte. D'une part, les longueurs surcontraintes à σ^{∞} équivalentes croissent avec la température, d'autre part, les maxima d'intensité de surcharge diminuent avec les hautes températures et se situent légèrement en dessous de 5% pour un V_f de 20% à 350°C.

La progression de la décohesion produit donc une baisse de l'extrémum de surcharge comme vu précédemment, avec une forte augmentation des longueurs surchargées. Ces longueurs de surcharges grandissent ainsi avec la température, la longueur de décohesion et d'une moindre mesure, lorsque le V_f augmente, tandis que les maxima de surcontrainte diminuent dans les mêmes conditions.

On observe un ressaut sur toutes les courbes de surcontrainte ($k(z)$ passe en dessous de

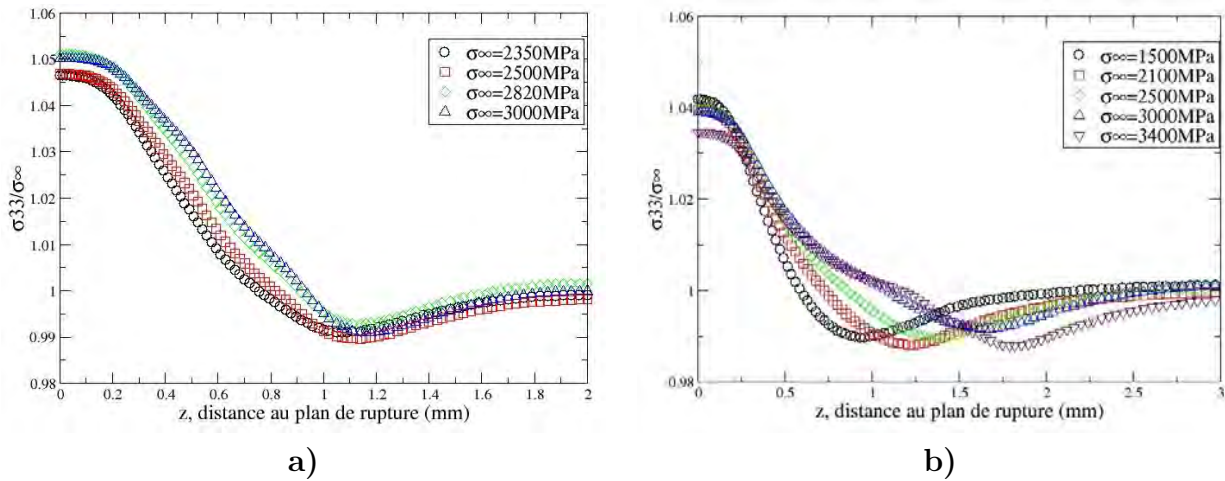


FIG. 4.13 – Évolution du facteur de surcontrainte $k(z)$ avec la contrainte σ^∞ dans les voisines du premier ordre du filament rompu, pour une température de 350°C . En a) : avec une longueur de décohésion de 10 rayons de fibres, en b) : avec une longueur de décohésion de 20 rayons de fibre (1,4 mm). $V_f=20\%$.

1 au sortir de la zone de surcharge avant de tendre vers 1). Les courbes de surcharge que présentent [Gonzalez & al., 01] dans le cas d'un composite SiC/Ti ou [Heuvel & al., 04] dans le cas d'un unidirectionnel carbone/époxy, comportent ce même type de ressaut. Ce ressaut peut s'expliquer par une redistribution des contraintes dans le voisinage de la rupture, ce qui démontre encore le caractère local du report de charge.

Étonnamment, les travaux de [Heuvel & al., 04] mentionnés ci-dessus produisent des coefficients de surcontrainte du même ordre que les nôtres ($\leq 1,07$). Ces auteurs étudient pourtant un système carbone/epoxy. À l'aide de simulations EF en trois dimensions, et de lois de comportement élasto-plastiques pour la matrice epoxy, une étude de la surcharge entraînée dans les voisines du premier ordre de la rupture (arrangement hexagonal) est menée. Des observations très similaires aux nôtres sont établies quand à l'influence de la longueur de décohésion et de la fraction volumique. Ces auteurs insistent également sur le rôle de la plasticité matricielle qui semble être la principale responsable des différences entre approches analytiques et calcul EF. Un coefficient de surcharge relativement faible par comparaison à celui obtenu avec les approches analytiques classiques ne semble donc pas être l'apanage des matrices métalliques. En revanche, l'étendue de la perturbation (voisines du premier, deuxième ordre...) n'est pas étudiée dans ces travaux. Il est possible que cet aspect marque une différence entre matrice organique et métallique.

Avec un arrangement carré, [Blassiau & al., 06] présentent également une étude des mécanismes de surcharge dans un unidirectionnel carbone/epoxy. En utilisant des simulations EF en dimension trois sur des cellules avec conditions de périodicité, ces auteurs examinent l'effet d'un endommagement réparti de façon homogène (une fibre rompue sur n). L'effet principalement examiné est le fluage matriciel : les résultats de leur calculs

montrent que la relaxation des contraintes dans la matrice provoque une augmentation du facteur de surcontrainte. Avec une fraction volumique de 40%, le coefficient de surcharge produit pour la configuration la plus proche de la notre (une seule fibre rompue dans un environnement intact) est de l'ordre de 1,09.

Identification analytique

L'ensemble des observations et des simulations précédentes permet d'adopter la modélisation analytique que nous allons maintenant décrire.

Dans une configuration donnée (V_f , température) et en chargement axial simple, une rupture de fibre entraîne une décohésion de l'interface (cf. chap.3) avec un rechargement de la fibre qui s'exerce sur une longueur supérieure ($L_r > L_{dec}$). La longueur de surcharge dans les voisines est fonction de cette longueur de rechargement qui elle, dépend de la longueur décohérée et donc du chargement. Nous avons vu en effet que lorsque la longueur de rechargement dépasse la longueur décohérée, la longueur de rechargement et par suite la longueur surcontrainte ne changent quasiment plus avec le chargement. On peut donc considérer que la longueur de décohésion pilote les mécanismes de report de charge.

On suppose l'absence d'endommagement sous critique des fibres. Ainsi en chargement cyclique, la progression de l'endommagement peut être modélisée en ne considérant que la succession des pics de chargement (qui correspondent aux pics de chargement dans les fibres). Les longueurs de décohésion progressent avec une certaine vitesse à chaque pic de charge (cinétique de décohésion qu'il faudra identifier), et les longueurs de rechargement ainsi que les longueurs surcontraintes suivent cette progression. Les longueurs surcontraintes semblent évoluer en outre à la même vitesse que les longueurs de rechargement en conservant un écart initial fonction du V_f et de la température (c'est ce que montre l'étude EF). Les maxima de surcharge diminuent d'autre part avec la progression de la décohésion.

Comme nous l'avions annoncé, nous pensons qu'il n'est pas nécessaire en configuration multifilamentaire d'avoir recours à des profils de rechargement fins. En effet, la probabilité de rupture dans les zones de rechargement est très faible compte-tenu de la déformation à rupture du composite (pas de réelle fragmentation des filaments). Les zones de rechargement peuvent alors être assimilées à des zones d'exclusion avec une bonne approximation et le profil de rechargement importe peu (cf. chap.3). Le modèle analytique pour la progression des zones de rechargement et de surcontrainte que nous allons adopter correspond alors à une approximation linéaire des profils (en accord avec la forme de $k(z)$ obtenue par calcul EF). Un "chapeau" de surcontrainte va donc être adopté avec, en fonction de la progression de la décohésion, un étalement du support et une baisse du maximum. Cette modélisation est décrite par la figure 4.14.

En fonction de la variable de contrôle σ_{zz}^f , ces profils seront paramétrés par deux coefficients initiaux, un pour les longueurs de rechargement, un pour les longueurs surcontraintes, afin de modéliser la configuration au moment de la rupture. Puis on utilisera une même cinétique de progression pour ces longueurs en fonction du nombre de cycles, simulant l'étalement du "chapeau" de surcharge.

Cette approche revient à relier de manière linéaire la longueur de rechargement et la lon-

gueur de surcharge à la contrainte appliquée par une formule de type [Kelly & Tyson, 65]. Au moment de la rupture on a alors :

$$L_r = \frac{Rf}{\tau_r} \sigma_{zz}^\infty,$$

$$L_s = \frac{Rf}{\tau_r} \sigma_{zz}^\infty - cte,$$

où τ_r désigne l'équivalent d'un cisaillement constant à l'interface de la fibre rompue et cte désigne l'écart initial entre L_r et L_s dont la valeur est établie en fonction des paramètres Vf et température par les calculs EF. À l'intérieur de L_s , la surcontrainte est maximale à l'aplomb de la rupture ($z = z_0$) et décroît de part et d'autre de z_0 de manière linéaire jusqu'à la valeur 1.

La zone de rechargement est associée à une zone d'exclusion et les longueurs L_s et L_r progressent à la même vitesse à mesure des pics de chargement.

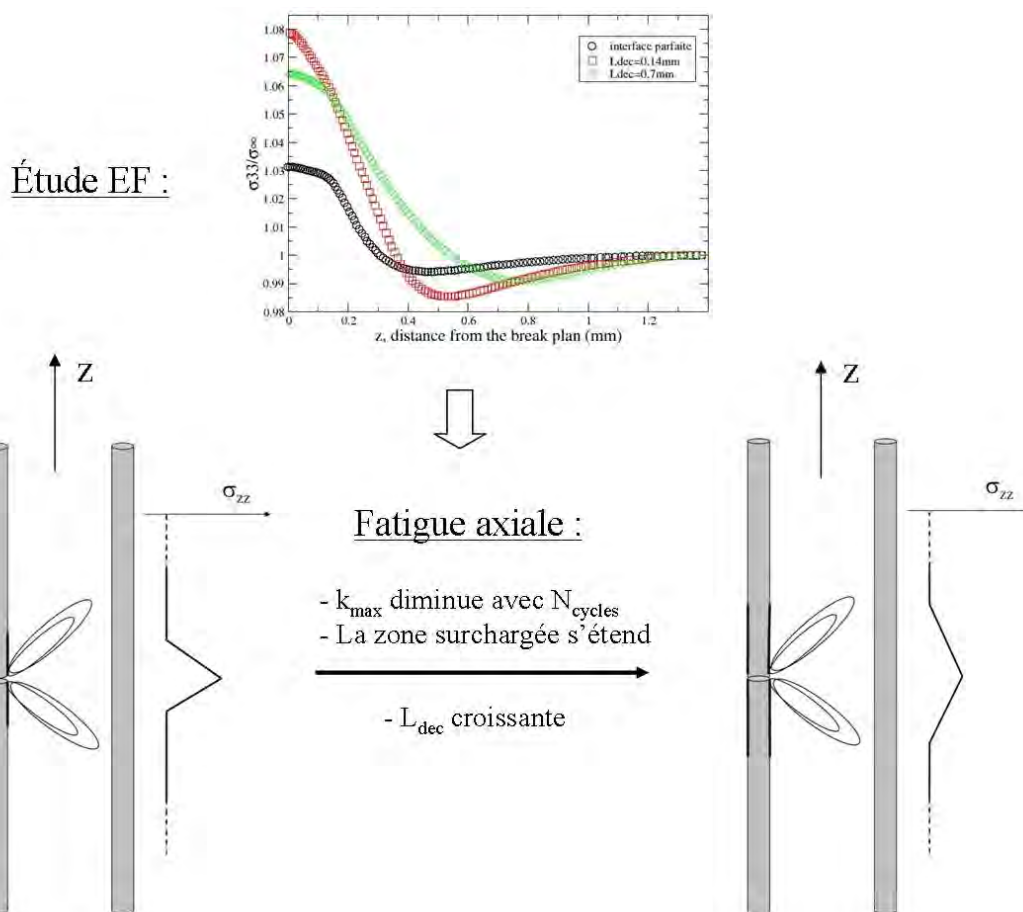


FIG. 4.14 – Approximation analytique en "chapeau" de la fonction de surcontrainte et de son évolution avec la sollicitation de fatigue axiale.

La cinétique adoptée dans notre modèle peut alors se résumer par :

$$\begin{aligned} L_r &= \frac{Rf}{\tau_r} \sigma_{zz}^\infty(N) + \frac{dL_{dec}}{dN} (N - N_{rupt}), \\ L_s &= \frac{Rf}{\tau_r} \sigma_{zz}^\infty(N) + \frac{dL_{dec}}{dN} (N - N_{rupt}) - cte, \end{aligned}$$

où N est le numéro de cycle considéré et N_{rupt} celui de la rupture. Avec en plus la fonction $k_{max}(N)$, on obtient l'évolution de ces zones de surcontraintes triangulaires.

2 Surcontrainte induite par un cluster de deux ruptures : méthode de superposition

Comme le montrent les remarques des précédents chapitres, la ruine du composite est issue de la formation de clusters de ruptures. Selon ce qui vient d'être évoqué, la surcharge induite par la rupture d'un filament sur son voisinage est en partie fonction des propriétés de la matrice qui transfère la charge. Le report de charge consécutif à la rupture d'un filament a pu être évalué mais, compte-tenu du comportement fortement non linéaire de la matrice, il est aussi nécessaire d'étudier les mécanismes de superposition de surcharges qui découlent de la formation d'un cluster de plusieurs ruptures coplanaires. Dans les travaux de [Legrand, 97], [Molliex, 95] où [Gonzalez & al., 01], la surcharge induite par un cluster de ruptures est calculée par une méthode de superposition.

La figure 4.15 illustre le principe de la méthode utilisée par [Gonzalez & al., 01] pour calculer la surcharge dans les voisines du premier ordre d'un cluster de deux ruptures ou plus.

La configuration du cluster de deux ruptures en dimension deux peut être représentée par la superposition des configurations (0), (I) et (II) données par la figure 4.15. À un état de contrainte uniforme (0), se superpose une contrainte virtuelle inconnue (σ_1) dans la première fibre rompue et une seconde contrainte inconnue (σ_2) dans la deuxième fibre rompue. Chacune de ces deux contraintes reporte leur effet sur leurs voisines du premier ordre via un coefficient de surcontrainte $k'(z)$. En écrivant que la contrainte axiale est nulle au plan de rupture dans les fibres, on obtient le système :

$$\sigma_f - \sigma_1 + k'(0)\sigma_2 = 0, \text{ pour la première fibre rompue,}$$

$$\sigma_f + k'(0)\sigma_1 - \sigma_2 = 0, \text{ pour la deuxième fibre rompue.}$$

Ce qui conduit à :

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{1}{1 - k'(0)} \sigma_f.$$

Une fois σ_1 et σ_2 déterminées en dimension deux, la surcharge induite dans les voisines du cluster pour une configuration tridimensionnelle est donnée par les expressions de σ_A et σ_B sur la figure 4.15.

Pour [Gonzalez & al., 01], $k(z)$ désigne le pourcentage de surcharge induit dans les

voisines d'une unique rupture. Cette méthode comporte cependant beaucoup d'approximations notamment au niveau du passage entre configuration plane et tridimensionnelle, mais aussi au niveau du calcul de σ_1 et σ_2 qui n'est valable qu'à l'aplomb du plan de rupture (il faudrait pour être plus précis considérer par exemple des fonctions $\sigma_1(z)$ et $\sigma_2(z)$ avec un rechargement de type Kelly-Tyson dans les fibres rompues et réécrire le système pour identifier $\sigma_1(z)$ et $\sigma_2(z)$).

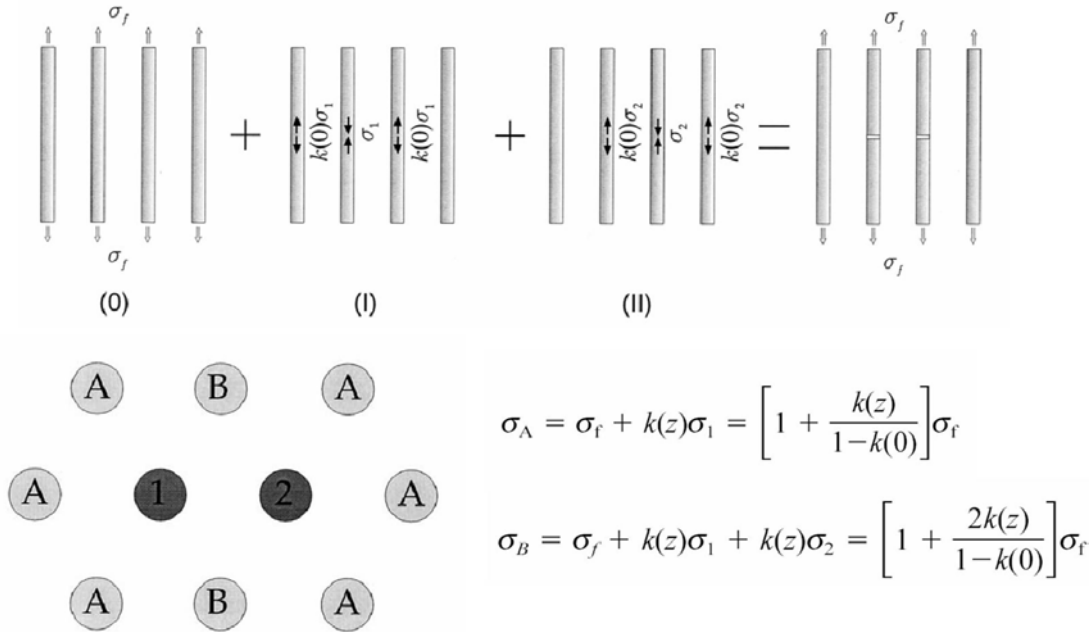


FIG. 4.15 – Principe de la méthode de superposition utilisée pour calculer la surcontrainte dans les voisines d'un cluster de ruptures ([Gonzalez & al., 01]).

Une autre technique de superposition est utilisée dans les travaux de [Molliex, 95] et [Legrand, 97], et consiste à considérer l'ensemble des filaments du composite comme affectés par un coefficient de surcharge $k(z)$. Loin des perturbations, $k(z) = 1$. Lorsqu'une fibre rompt, elle reporte la charge qu'elle supportait ($k(z)\sigma_f$) avant la rupture sur ses voisines susceptibles d'être surcontraintes. Comme le formalise [Molliex, 95], on a dans une voisine du premier ordre de la rupture :

$$k'(z) = k(z) + \frac{k_i(z)}{n},$$

où $k'(z)$ est le nouveau coefficient de surcontrainte, $k(z)$ l'ancien (avant la rupture de la voisine i), $k_i(z)$ est le coefficient de surcontrainte supportée par la voisine i juste avant sa rupture, et n est le nombre de voisines "valides" (*i.e.* susceptibles de supporter une surcharge donc non rompues) de la fibre rompue i . Le modèle de surcontrainte utilisé par ces auteurs est calculé d'une manière purement géométrique, et lors de la rupture isolée

d'une fibre, les six voisines valides supportent alors une quantité de charge équivalente à : $k(z)\sigma_f = (1 + \frac{1}{6})\sigma_f$.

Leur approche consiste aussi à aborder le report de charge d'une manière incrémentale. Si l'on considère le cluster de deux ruptures avec arrangement hexagonal représenté par la figure 4.15, il s'agit de considérer d'abord la rupture de la fibre 1 avant celle de la fibre 2. Cette rupture entraîne le report de la charge $k_1(z)\sigma_f$ sur les six voisines encore valides (y compris la fibre 2). Dans chacune de ces voisines, le coefficient $k(z)$ vaut à présent :

$$\begin{aligned} k'(z) &= k(z) + \frac{k_1(z)}{n} \\ &= 1 + \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

La rupture de la fibre 2 survient alors, ce qui entraîne le report de la charge supportée par cette fibre ($k_2(z)\sigma_f$) sur son voisinage. Dans les fibres de type B on a :

$$\begin{aligned} k'(z) &= k(z) + \frac{k_2(z)}{n} \\ &= 1 + \frac{k_1(z)}{6} + \frac{1 + \frac{k_1(z)}{6}}{5} \\ &= 1 + \frac{1}{6} + \frac{1 + \frac{1}{6}}{5} \\ &= \frac{7}{5} \\ &= 1.4 \end{aligned}$$

Dans l'approche de [Gonzalez & al., 01], la surcontrainte dans les fibres de type B est donnée dans la même configuration par l'expression (figure 4.15) :

$$\begin{aligned} k'(z) &= 1 + \frac{2k(z)}{1 - k(0)} \\ &= \frac{7}{5}, \text{ si l'on considère que } k = \frac{1}{6} \\ &= 1.4. \end{aligned}$$

En revanche, les deux méthodes divergent sur l'évaluation de la surcharge dans les fibres de type A. Pour [Molliex, 95] on a dans ces fibres, selon qu'il s'agit d'une fibre de type A proche de la fibre rompue 2 :

$$\begin{aligned} k'(z) &= k(z) + \frac{k_2(z)}{n} \\ &= 1 + \frac{1 + \frac{k_2(z)}{6}}{5} \\ &= 1 + \frac{1 + \frac{1}{6}}{5} \\ &= \frac{37}{30} \\ &= 1.233, \end{aligned}$$

ou d'une fibre de type A du côté de la fibre rompue 1 :

$$\begin{aligned} k'(z) &= k(z) + \frac{k_1(z)}{n} \\ &= 1 + \frac{1}{6} \\ &= \frac{35}{30} \\ &= 1.167. \end{aligned}$$

L'historique de l'endommagement a donc une importance dans cette approche. Pour [Gonzalez & al., 01] toutes les fibres de type A sont équivalentes et supportent :

$$\begin{aligned} k'(z) &= 1 + \frac{k(z)}{1 - k(0)} \\ &= \frac{36}{30} \\ &= 1.2, \text{ si l'on considère } k = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

La différence entre ces deux approches réside essentiellement dans la manière d'appréhender le concept de surcontrainte. Pour [Molliex, 95] ou [Legrand, 97], $k(z)\sigma^f$ représente une quantité de charge supportée par la fibre. Cette quantité de charge est ensuite transférée d'une manière purement géométrique sur les voisines de la rupture "disponibles".

[Gonzalez & al., 01] considèrent un coefficient de surcharge $k(z)$ qui désigne l'impact de la rupture d'une unique fibre sur ses voisines à proprement parlé. $k(z)$ est déterminé au voisinage d'une unique rupture par calculs EF. En revanche, lorsque la taille du cluster augmente, la détermination des surcharges nécessite la résolution d'un système linéaire de taille croissante (cf. fig.4.15) qui comporte les approximations que nous avons relevées.

Nous proposons une adaptation des méthodes proposées par [Molliex, 95] et [Gonzalez & al., 01]. Compte tenu du caractère visco-plastique de la matrice Ti6242 qui implique des zones de plasticité localisées, l'historique du chargement semble d'une part avoir son importance. D'autre part, il nous paraît judicieux de considérer séparément la charge supportée par les fibres et la capacité du système à transférer cette charge vers les voisines lors d'une rupture. On considérera ainsi séparément $k(z)\sigma^f$ la contrainte locale dans les fibres, et $\alpha(z)$ un coefficient de transfert de cette charge vers le voisinage. La modélisation sera la suivante :

$$k'(z) = k(z) + \frac{k_i(z) \cdot \alpha(z)}{n}.$$

$k'(z)$ et $k(z)$ sont respectivement les nouveaux et anciens "surplus" de charge supportés par la fibre considérée. $k_i(z)$ désigne le surplus de charge supporté par la voisine i

($0 \leq i \leq 6$) qui vient de rompre, n désigne le nombre de voisines non rompues de la fibre i , et α désigne le facteur de transfert de la charge $k_i(z)\sigma^\infty$ supportée par la fibre i avant sa rupture vers la voisine considérée. Dans notre approche, on considèrera que la capacité de la matrice à transférer la charge reste peu affectée : le facteur de transfert $\alpha(z)$ reste constant quel que soit la configuration de cluster et ne dépend que des paramètres du système étudié comme vu précédemment (Vf, température, longueur de décohesion). Ceci nous semble appuyé par les calculs EF précédents qui montrent que lorsque la matrice a plastifié, le coefficient de surcontrainte ne varie plus en intensité quel que soit le chargement (module plastique très faible du Ti6242). Ceci conduit à :

- Pour un filament soustrait à toute perturbation, on a $k(z) = 1 \forall z$.
- La rupture isolée d'une fibre provoque alors sur son voisinage du premier ordre :

$$\begin{aligned} k'(z) &= k(z) + \frac{k_i(z).\alpha(z)}{n} \\ &= 1 + \frac{\alpha(z)}{6}. \end{aligned}$$

$\alpha(z)$ est réglé de manière à reproduire les profils de surcontrainte déterminés par les simulations EF précédentes. Dans le cas d'une intensité maximale de 1,06 de la surcontrainte dans le plan de la rupture (z_0), on prendra par exemple $\alpha(z_0) = 0,4$.

- Toujours dans le plan de la rupture ($z = z_0$), si l'on compare l'approche de [Gonzalez & al., 01] et la nôtre, les surcontraintes dans un filament de type B donné figure 4.15 sont respectivement :

$$\begin{aligned} k'(z_0) &= 1 + \frac{2k(z_0)}{1 - k(z_0)} \\ &= 1,128 \text{ (si l'on considère que } k(z_0) = 0,06 \text{ pour [Gonzalez \& al., 01])}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k'(z_0) &= k(z_0) + \frac{k_i(z_0).\alpha(z_0)}{n} \\ &= 1 + \frac{\alpha(z_0)}{6} + \frac{(1 + \frac{\alpha(z_0)}{6}).\alpha(z_0)}{5} \\ &= 1,152 \text{ (dans notre cas)}. \end{aligned}$$

Il est également supposé dans ces approches que la perturbation reste confinée au voisinage du premier ordre du cluster de ruptures.

Nous avons conscience que ce type d'approche comporte malgré tout un nombre important d'hypothèses et d'approximations.

Pour évaluer ce principe de superposition, nous proposons sur la figure 4.16 la construction d'un modèle EF. Ce modèle permet de tester la surcharge induite sur les voisines du premier et deuxième ordre par la rupture coplanaire de deux fibres voisines. Ce type de maillage est paramétré de la même manière que le sont les modèles précédents.

Cette fois, malgré les symétries du système indiquées sur la figure 4.16, la taille de

ce type de calcul a été un point bloquant de l'étude. Les moyens informatiques dont nous disposions à ce moment étaient insuffisants. Aussi il ne nous a pas été possible de produire des résultats de surcharge au voisinage d'un cluster de deux ruptures de manière à évaluer la technique de superposition. Cependant, cette étape doit faire partie d'un travail complémentaire de l'étude ; le modèle est construit et ne nécessite qu'une puissance de calcul suffisante.

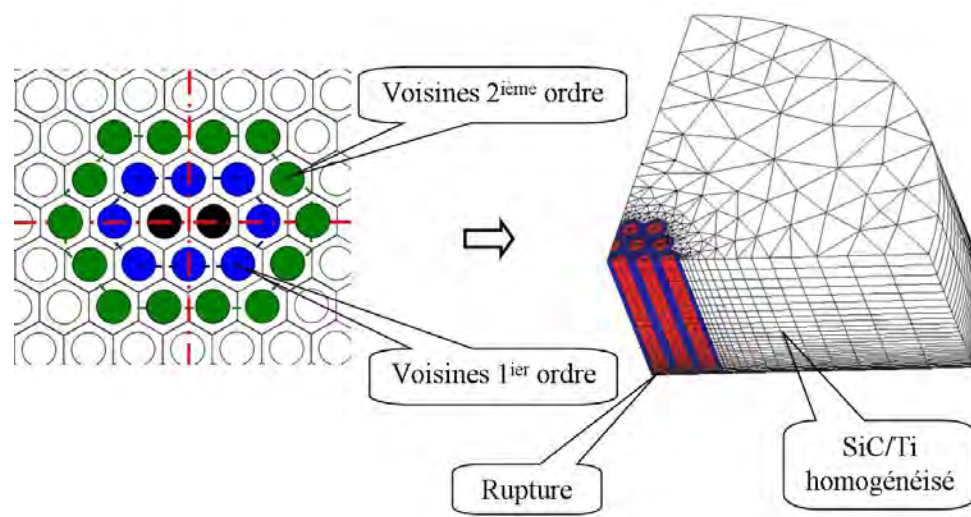


FIG. 4.16 – Construction du maillage nécessaire à l'évaluation de la surcharge induite dans le voisinage d'un cluster de deux ruptures.

Il paraît donc regrettable d'avoir à disposition des valeurs relativement précises en ce qui concerne la surcontrainte au voisinage d'une rupture, alors que l'on détériore peut-être cette précision lorsque l'on aborde la superposition des surcharges au voisinage des clusters.

Cette amélioration éventuelle sera bien sûr mentionnée dans les perspectives de l'étude, et d'ores et déjà prise en compte dans l'architecture du modèle de façon à éventuellement faciliter son implémentation.

3 Synthèse

L'étude qui vient d'être présentée a permis d'évaluer le taux de surcharge induit par la rupture d'un filament sur son voisinage. À l'aide de simulations par éléments finis en dimension trois, cette surcontrainte a été calculée en étudiant l'impact de différents paramètres via une procédure de maillage automatisée. Ces paramètres sont principalement le Vf, la longueur de décohésion au droit de la rupture de fibre, la température et le chargement macroscopique.

La forme de la fonction de surcontrainte $k(z)$ est de type "chapeau" et peut être approchée avec une bonne précision par un triangle de surcontrainte dont la pente et le maximum d'intensité sont déterminés par les paramètres du système à modéliser. La longueur surcontrainte est par contre toujours inférieure à la longueur de rechargement. En chargement oligocyclique axial, l'augmentation des longueurs de décohésion et la surcharge globale du renfort, conduisent à étaler le support de la surcontrainte triangulaire en diminuant légèrement son maximum. La vitesse d'étalement de la surcontrainte est considérée identique à celle de la décohésion en fonction du nombre de cycles de chargement.

Le facteur de surcontrainte ($k(z)$) calculé par une approche éléments finis est différent (d'intensité plus faible) de celui généralement obtenu par une approche shear-lag. On obtient $1,05 \leq k_{max} \leq 1,08$ dans l'intervalle de paramètres qui a été étudié ($20\% \leq Vf \leq 35\%$, $20^\circ\text{C} \leq T \leq 350^\circ\text{C}$, $2Rf \leq L_{dec} \leq 20Rf$).

Dans ce même intervalle de paramètres, les simulations révèlent que seuls les filaments voisins du premier ordre d'une rupture sont perturbés.

La modélisation du report de charge consécutif à la formation d'un cluster de ruptures est obtenue à partir d'une technique de superposition inspirée des travaux de [Molliex, 95] et [Gonzalez & al., 01]. On y différencie le facteur de surcharge $k(z)$ qui désigne un état de contrainte local supporté par les filaments, et le facteur de transfert de charge $\alpha(z)$ qui est associé au transfert de charge lors d'une rupture. Ce coefficient $\alpha(z)$ est utilisé pour reproduire le triangle de surcontrainte (fig.4.14) dont les valeurs sont issues des simulations EF.

L'approche de la surcharge au voisinage d'un cluster de ruptures est le point sensible de cette étude. À notre connaissance, il n'existe pas dans la littérature d'approches autre que de superposition des surcontraintes. La réalisation du cas de calcul construit dans la section précédente est nécessaire à l'évaluation des techniques de superposition. La technique de superposition utilisée ici pourra cependant être évaluée à travers la validation du modèle de durée de vie macroscopique, mais reste un point d'amélioration à apporter.

Chapitre 5

Modèle de durée de vie en fatigue oligocyclique axiale

La dernière brique nécessaire à la construction du modèle de durée de vie est la prise en compte de la surcharge progressive du renfort au cours des cycles de chargement. L'écroûissage cyclique de la matrice provoque une baisse de la contrainte moyenne supportée par cette dernière et induit une surcharge des filaments. Nous proposons dans ce chapitre une modélisation de ce mécanisme. En utilisant une cellule hexagonale périodique dans un calcul éléments finis, nous verrons qu'il est possible d'évaluer précisément l'évolution de la variable locale σ_{zz}^f (contrainte axiale dans les filaments) en fonction du nombre de cycles (N).

L'assemblage des éléments du modèle dont le second chapitre a introduit l'architecture, va ensuite être effectué. Nous présenterons alors l'approche probabiliste de la durée de vie du composite SCS-6/Ti6242 pilotée par la variable $\sigma_{zz}^f(N)$. Le rôle de ce modèle sera d'évaluer le nombre de cycles provoquant la rupture du composite pour un chargement macroscopique donné. Ce modèle devra être suffisamment robuste dans un intervalle de chargements thermomécaniques pour permettre le dimensionnement de l'insert composite dans un ANAM.

Sommaire

1	Modélisation de la surcharge progressive des fibres	181
1.1	Utilisation du calcul d'homogénéisation périodique	181
	Très bref rappel de principes	181
	Conditions aux limites périodiques en déplacement	183
	Chargement cyclique macroscopique en contraintes	184
	Sauts de cycles	185
1.2	Résultats des calculs	186
	Influence de la vitesse de chargement	189
	Influence du champ résiduel	192
	Évolution des déformations plastiques lors d'un chargement sévère	194
	Chargements oligocycliques plus modérés	202
1.3	Prise en compte de la surcharge progressive du renfort dans le modèle de durée de vie	204
2	Le modèle de durée de vie SIRCUD-3	205
	L'approche probabiliste	205
	Le chargement macroscopique	206
	Rupture(s), rechargement et report de charge	206
	Particularités et hypothèses propres à l'algorithme	208
	La notion de cluster	212
2.1	Essais numériques de fatigue oligocyclique	213
	Influence du module de Weibull des filaments	219
2.2	Modélisation d'un essai de fatigue oligocyclique	221
2.3	Campagne d'essais numériques	225
2.4	Synthèse	226
3	Application du modèle de durée de vie SIRCUD au calcul de structure	228
3.1	Description de la problématique, utilité de SIRCUD	228
3.2	Calcul de structure	231
3.3	Pseudo-couplage avec l'endommagement	233
3.4	Prévision de la durée de vie ANAM en régime oligocyclique . .	234
3.5	Discussion relative à l'aspect statistique de SIRCUD	235
3.6	Synthèse	239

1 Modélisation de la surcharge progressive des fibres

L'effet de surcharge globale des filaments en fatigue oligocyclique est généralement déduit du rochet mécanique observé lors d'essais sur éprouvettes. Ainsi, le taux de surcharge globale des fibres est déterminé à partir d'essais de fatigue par [Legrand & al., 02]. Les conditions d'essais étant par nature figées, les calculs de durées de vie produits par ces auteurs sont restreints aux cas de chargements testés expérimentalement. Pour obtenir une extension des prévisions en termes de caractéristiques matériaux et de conditions de chargement, le recourt à la modélisation est nécessaire.

1.1 Utilisation du calcul d'homogénéisation périodique

La microstructure périodique d'une section de SiC/Ti incite à utiliser une approche par homogénéisation. Le sous découpage qui peut en être fait en VER hexagonaux apparait sur la figure 5.1. L'évolution de la contrainte σ_{zz}^f pour des sollicitations macroscopiques du composite va donc être obtenue à l'aide d'un calcul éléments finis sur une cellule périodique hexagonale, grâce à l'utilisation de la loi de comportement élasto-visco-plastique de la matrice (cf. chap.3). Cette approche va permettre d'utiliser des maillages de taille modeste, ce qui devient fondamental pour la simulation de chargements comportant un nombre de cycles importants (10^4). Différents cas de chargements thermomécaniques pourront alors être simulés associés à différents paramètres matériaux.

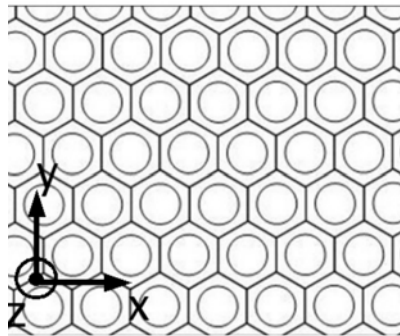


FIG. 5.1 – Découpage d'une section du SiC/Ti en réseau de cellules hexagonales.

Très bref rappel de principes

Un milieu périodique est défini par une cellule de base que l'on déplace par translation le long de trois vecteurs ([Michel & al., 01]). Cette cellule de base peut être choisie de diverses manières mais dans le cas d'un arrangement hexagonal du renfort, le VER qui semble le plus naturel possède une géométrie hexagonale.

Lorsqu'on impose un déplacement $u = \bar{\varepsilon}.x$ aux bords du matériau à structure périodique, l'état de déformation qui en résulte dans le matériau homogénéisé est uniforme $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ et

l'état de contrainte est également uniforme, $\sigma = \bar{\sigma}$. Or, dans le milieu hétérogène réel, les champs locaux ε et σ sont oscillants et fluctuent autour de leurs valeurs moyennes. La géométrie du milieu étant périodique, les champs ε et σ ont donc également cette propriété. En notant $\varepsilon'(x)$ et $u'(x)$ les parties fluctuantes des déformations et des déplacements associés, les champs de déplacement et de déformations admettent la décomposition suivante :

$$u(x) = \bar{\varepsilon}.x + u'(x), \quad \varepsilon(u(x)) = \bar{\varepsilon} + \varepsilon(u'(x)), \quad u' \text{ périodique.}$$

La périodicité de u' correspond au fait que toutes les composantes de u' prennent des valeurs identiques aux points du bord de la cellule de base qui se correspondent par translation le long des vecteurs du réseau périodique.

Il est intéressant de noter que :

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon' \rangle_{ij} &= \frac{1}{2|V|} \int_V u'_{i,j} + u'_{j,i} dV \\ &= \frac{1}{2|V|} \int_{\partial V} u'_i \cdot n_j + u'_j \cdot n_i dS \\ &= 0, \end{aligned}$$

car u' prend des valeurs égales aux points opposés de ∂V (n désigne la normale sortante).

Le calcul d'homogénéisation que nous proposons correspond à la résolution par éléments finis de l'équilibre mécanique de la cellule périodique soumise à un chargement cyclique. En effet, le champ de contrainte local σ satisfait l'équilibre mécanique de la cellule en plus d'être périodique. Des conditions limites de périodicité et l'écriture des champs en partie moyenne et fluctuante sont utilisées. Le problème local constitué de la loi de comportement, des équations d'équilibre, des conditions de périodicité et de la condition de moyenne est résolu sur la cellule hexagonale :

$$\sigma(x) = f(\varepsilon(u'(x)) + \bar{\varepsilon}) \quad \forall x \in V,$$

$$\operatorname{div}(\sigma(x)) = 0 \quad \forall x \in V,$$

u' périodique, $\sigma.n$ de valeurs opposées sur ∂V .

Note : *L'influence de l'arrangement des filaments est par définition prise en compte à l'aide de la cellule hexagonale : l'impact sur les champs locaux est notamment décrit plus précisément qu'avec les approximations usuelles des modèles à géométrie axisymétrique.*

La géométrie de la cellule hexagonale dont le maillage est présenté sur la figure 5.2 a été paramétrée (R_f , V_f et raffinement : voir chap.4). Le raffinement est peu important mais une rapide étude de convergence montre qu'il est suffisant pour nos cas de calcul. En effet, ce maillage ne va être utilisé que pour des sollicitations axiales. Un tel chargement induit

de faibles gradients au niveau de la cellule par rapport à un chargement transverse par exemple. De plus, il faut être attentif à la taille du maillage à cause du temps de calcul qui peut devenir très conséquent en chargement cyclique. Compte tenu du type de chargement que l'on veut appliquer à notre cellule (chargement thermique simulant l'élaboration et des variations de température, et chargement axial cyclique en contrainte), il nous est apparu plus "sécurisant" de travailler sur ce motif hexagonal en trois dimensions plutôt qu'avec (i) des hypothèses de déformations planes généralisées et (ii) des conditions de symétrie supplémentaires : la cellule que nous utilisons n'est donc sans doute pas la plus économique (un maillage plan et un sous-découpage supplémentaire peuvent être adoptés).

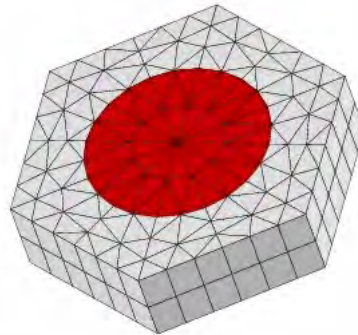


FIG. 5.2 – Cellule hexagonale tridimensionnelle utilisée dans les calculs. $V_f=35\%$.

Conditions aux limites périodiques en déplacement

Il s'agit d'appliquer des conditions limites de périodicité à la cellule de base. Ce VER tridimensionnel est en effet défini de manière à ce que le milieu à structure périodique soit reconstitué par translation de la cellule le long de trois vecteurs. En examinant le sous-découpage en réseau hexagonal décrit sur la figure 5.1, on identifie les noeuds et groupes de noeuds du motif figure 5.2, dont le déplacement selon les trois axes (x, y, z) va être périodique. Ces conditions se révèlent assez fastidieuses à mettre en place manuellement en trois dimensions car cela implique d'imposer l'égalité des parties périodiques du déplacement de ces noeuds (égalité de u' aux points opposés de ∂V), avec pour cela une numérotation adéquate des noeuds dans le fichier de maillage. Cette étape a donc également été automatisée. Ces conditions de périodicités sont décrites par la figure 5.3. Les formes et les couleurs qui se correspondent, représentant un noeud ou un groupe de noeuds, montrent les égalités en terme de déplacements périodiques qu'il faut appliquer à la cellule hexagonale. On a adopté les notations suivantes :

- Ahhi et Ahbi : arrête horizontale haute et basse n°i ;
- Avi : arrête verticale n°i ;
- Sih et Sib : sommet n°i haut et bas ;

- F_i : face n°i ;
- F_{sup} et F_{inf} : face supérieure et inférieure.

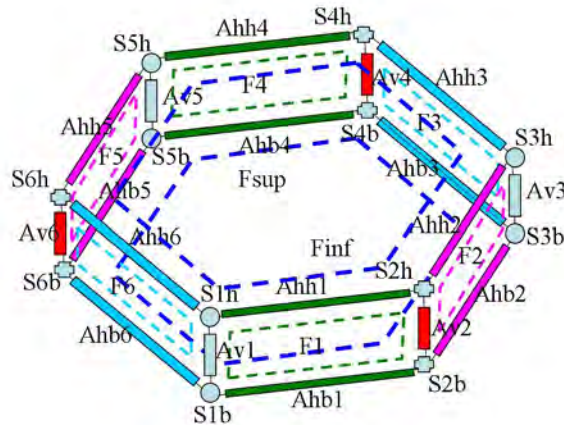


FIG. 5.3 – Conditions aux limites périodiques à appliquer à la cellule hexagonale en 3 dimensions.

Chargement cyclique macroscopique en contraintes

Après l'étape de refroidissement génératrice des CRE (on adopte $T_{max} = 700^{\circ}C$, ce qui produit une contrainte résiduelle axiale de l'ordre de -800 MPa dans la fibre pour $V_f=35\%$ à température ambiante, cf. chap.4), il s'agit d'appliquer à la cellule un chargement cyclique macroscopique. L'objectif étant l'application ANAM, ce chargement doit être sous forme de contraintes imposées.

Le code ZeBuLoN autorise l'application d'une force à l'ensemble des éléments de la cellule correspondant à l'application d'une contrainte macroscopique ou moyenne ($\langle \sigma \rangle = \bar{\sigma}$). Avec des conditions limites portant sur la partie périodique des déplacements, ceci peut être réalisé à l'aide d'une formulation particulière des éléments utilisés ; ces éléments sont dits "périodiques" et possèdent un degré de liberté supplémentaire ou "noeud macroscopique". Le vecteur des degrés de liberté de chaque élément (qui est l'inconnue du problème local) s'écrit :

$$\{u\} = \left\{ \begin{array}{c} u' \\ \bar{\varepsilon} \end{array} \right\}.$$

La résolution du problème est alors autorisée pour $\bar{\sigma}$ imposée. Pour obtenir une démonstration rigoureuse de cette technique, le lecteur pourra se reporter à [Michel & al., 01].

On précise la direction d'application de la force et son intensité. Le noeud central de la cellule a été bloqué dans les trois directions. Cette condition de chargement implique que l'on

impose une force (N). Pour calculer la contrainte correspondante (MPa), il faut établir le facteur multiplicatif (équivalent à la surface de la cellule) entre contraintes et force ($F_{macro} = \alpha\sigma_{macro}$). En utilisant les lois purement élastiques pour la fibre et la matrice, on impose une force unitaire à toute la cellule. Un post traitement permet d'obtenir la contrainte macroscopique résultante (en moyennant les contraintes locales¹), ce qui donne la valeur de α .

Sauts de cycles

Selon ce qui a été évoqué dans le chapitre 1, les durées de vie en fatigue oligocyclique du SCS-6/Ti6242 sont de l'ordre de 10^4 cycles pour un chargement maximum de 1000 MPa à 450°C et un Vf de 35%. La modélisation de la surcharge du renfort doit donc être réalisée pour un nombre de cycles de cet ordre.

Le code ZeBuLon autorise la simulation d'un nombre important de cycles via une procédure de saut de cycles. Cette méthode est basée sur le fait que dans un calcul cyclique, outre l'échelle des temps caractéristiques liés à l'intrégration des lois de comportement, il existe une échelle des temps plus importante liée à l'évolution de l'ensemble des variables du problème d'un cycle à un autre.

En observant que l'évolution de l'ensemble des variables reste relativement stable d'un cycle à un autre, il est possible d'extrapoler cette évolution de manière explicite pour quelques cycles.

Si l'on note Y le vecteur contenant l'ensemble des variables et N le numéro du cycle de calcul, on peut écrire le développement de Taylor jusqu'au deuxième ordre suivant :

$$Y(N + \Delta N) \simeq Y(N) + \Delta N Y'(N) + \frac{\Delta N^2}{2} Y''(N).$$

$Y'(N)$ et $Y''(N)$ peuvent alors être évalués en considérant trois cycles consécutifs N_1 , N_2 et N_3 pour lesquels Y a été déterminé, en résolvant le système suivant :

$$Y(N_2) = Y(N_1 + N_2 - N_1) = Y(N_1) + (N_2 - N_1)Y'(N_1) + \frac{(N_2 - N_1)^2}{2}Y''(N_1)$$

$$Y(N_3) = Y(N_1 + N_3 - N_1) = Y(N_1) + (N_3 - N_1)Y'(N_1) + \frac{(N_3 - N_1)^2}{2}Y''(N_1)$$

En contrôlant que la variation de Y est relativement stable (le terme du second ordre $\frac{\Delta N^2}{2}Y''(N)$ reste faible par rapport au terme du premier ordre $\Delta N Y'(N)$), on peut déterminer un nombre de cycles à extrapoler :

$$\frac{\Delta N^2}{2}Y''(N) \ll \Delta N Y'(N) \rightarrow \Delta N = 2\eta \frac{Y'(N)}{Y''(N)},$$

où η contrôle la précision de la méthode.

Il est alors judicieux de ne pas considérer l'ensemble des variables du problème pour

¹Par la condition de moyenne : $\langle \sigma \rangle = \bar{\sigma} = \frac{1}{|V|} \int_V \sigma(x) dV$.

déterminer ΔN . Comme l'évolution des variables d'un calcul cyclique est le plus souvent associée à de l'érouissage, le test d'évolution peut être effectué sur la variable déformation plastique cumulée.

1.2 Résultats des calculs

Les résultats proposés dans cette section sont issus des post-traitements de calculs réalisés sur la cellule périodique que nous venons de présenter. Dans la plupart des cas, il s'agit de grandeurs moyennes au sens volumique dans la fibre, la matrice ou sur toute la cellule. Les chargements étudiés sont macroscopiquement uniaxiaux : compte tenu des conditions de périodicité, les grandeurs axiales locales (contraintes, déformations, ...) présentent de faibles gradients. On examinera donc essentiellement dans ce qui suit les moyennes volumiques des contraintes, déformations et autres grandeurs axiales. Ces moyennes sont calculées à partir des valeurs aux points de Gauss des éléments formant les volumes considérés.

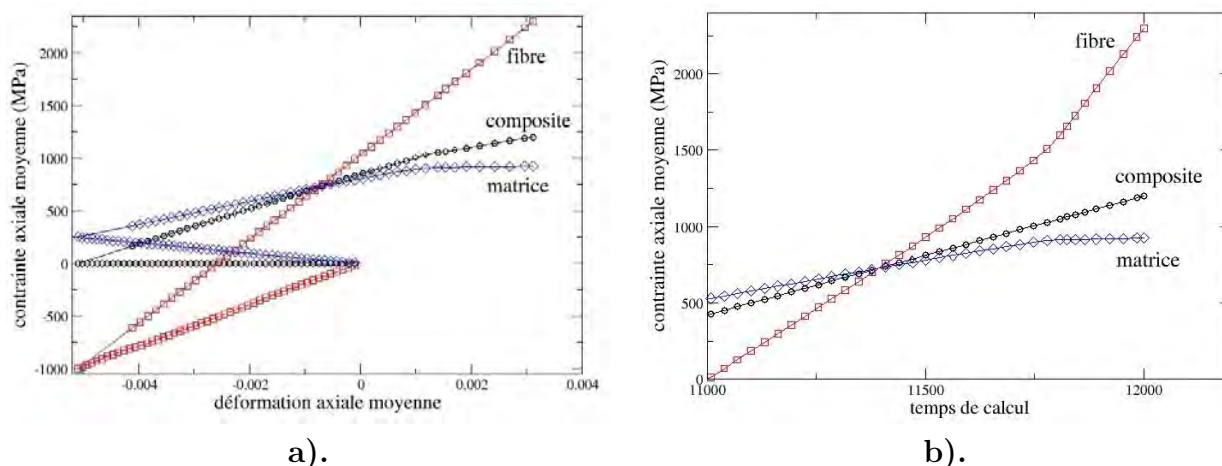


FIG. 5.4 – Courbes de comportement simulé en traction simple (chargement en contrainte) à l'ambiante, pour un Vf de 20%. En a) : contraintes-déformations axiales comportant la phase de simulation des contraintes résiduelles, en b) : contraintes-temps. Les valeurs présentées sont des moyennes volumiques dans la fibre, la matrice ou dans toute la cellule hexagonale.

Pour un Vf de 20% et à l'ambiante, la figure 5.4 propose les courbes de comportement obtenues à l'aide de la cellule hexagonale pour le composite, le renfort et la matrice. Le chargement appliqué est une traction longitudinale simple imposée en contrainte. Le module axial du composite est de 170 GPa : il est équivalent à celui que donne une loi des mélanges ($E_c = 0,2E_f + 0,8E_m = 0,2 \cdot 400 + 0,8 \cdot 110 = 168$ GPa). On observe le coude de plasticité du composite (fig.5.4.a) déclenché par celui de la matrice. Les courbes de la figure 5.4 comportent l'étape de calcul associée à la simulation de l'élaboration, c'est pour cette raison que la déformation axiale en abscisses de la figure 5.4.a) subit une diminution

vers les valeurs négatives avant que le chargement appliqué fasse croître les valeurs. La figure 5.4.b) est intéressante dans le sens où elle permet d'illustrer l'équilibre interne qui se produit entre fibres et matrice. Le chargement macroscopique en contraintes est appliqué de manière linéaire : lorsque le coude de plasticité est franchi dans la matrice, les fibres subissent une surcharge de façon à préserver l'équilibre.

Remarque : *Un moyen de contrôler ces simulations, notamment au niveau du champ résiduel, est de comparer l'apparition simulée du coude de plasticité avec celle d'un essai expérimental de traction simple (sur SCS-6(EGV)/Ti6242). Malheureusement, nous ne nous sommes pas procurés de tels essais à cet instant.*

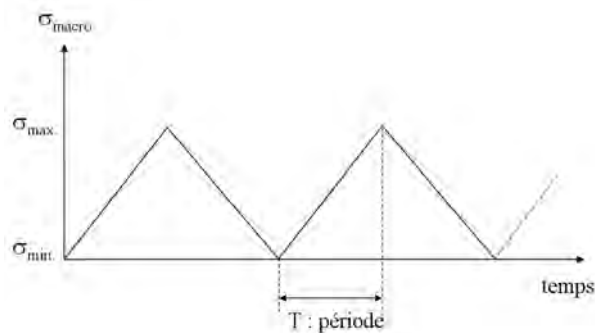


FIG. 5.5 – Schéma du chargement macroscopique axial cyclique appliqué à la cellule périodique ($f = \frac{1}{T}$ et $R_\sigma = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$).

Le chargement cyclique imposé à la cellule est triangulaire. Pour rester dans le domaine de validité de la loi e-v-p du Ti6242, la fréquence de chargement imposée est généralement faible car la loi n'a pas été identifiée pour des vitesses importantes (des vitesses supérieures seront tout de même simulées). La fréquence faible correspond à 0,01 Hz ($0 \rightarrow \sigma_{max}$ en 100 secondes). Pour les chargements en contraintes que nous allons imposer, les vitesses de déformations correspondantes moyennes (moyenne de $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{vp}$) seront fonction du Vf et de la température et précisées si besoin est. Le schéma général du chargement axial macroscopique appliqué à la cellule hexagonale est donné par la figure 5.5.

Pour les chargements cycliques que nous présentons ci-après, le rapport $R_\sigma = \frac{\sigma_{macro}^{min.}}{\sigma_{macro}^{max.}}$ est fixé à 0 (et $\sigma_{max}(t) = cte$).

Note : *Lorsque le chargement est important, la température élevée, ou la fraction volumique de fibre faible, l'écroutissage cyclique de la matrice est plus important. Le calcul converge alors plus lentement et nécessite la sauvegarde d'une quantité de valeurs supérieure. Malgré d'importantes réductions du nombre de variables et de pas de calcul stockés, le nombre maximal de cycles admissible au niveau du stockage informatique est*

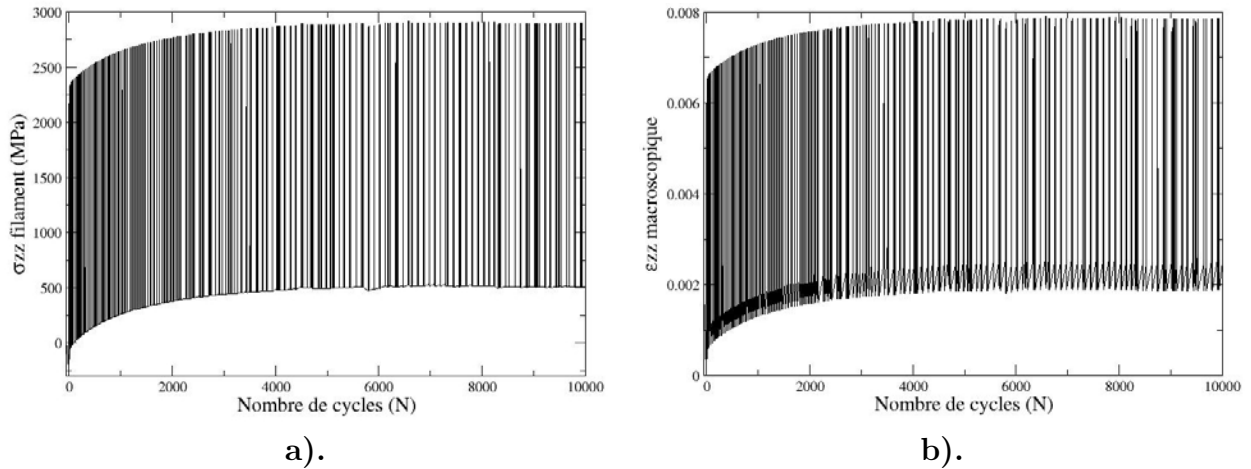


FIG. 5.6 – Évolution des variables σ_{zz}^f et ε_{zz}^{macro} en fonction du nombre de cycles pour un chargement cyclique à $\sigma_{max}=1200$ MPa, Vf=35%, T=450°C, f=0,01Hz. En a) : évolution de σ_{zz}^f , en b) : rochet mécanique (ε_{zz}^{macro}). Les valeurs présentées de ε_{zz}^{macro} sont obtenues par : $\varepsilon_{zz}^{macro} = \bar{\varepsilon}_{zz} - \varepsilon_{zz}^{CRE}$, où ε_{zz}^{CRE} désigne la déformation axiale moyenne de la cellule à l'issue du refroidissement simulant l'élaboration.

parfois atteint.

La figure 5.6 présente l'évolution de la contrainte axiale moyenne dans la fibre et celle de la déformation macroscopique de la cellule en fonction du nombre de cycles pour un Vf de 35%, T=450°C, $\sigma_{max}=1200$ MPa, et une fréquence de 0,01 Hz. Ces courbes montrent qu'il existe effectivement une surcharge progressive des filaments au cours des cycles. La contrainte axiale moyenne supportée par les filaments² augmente dans les premiers cycles puis tend à se stabiliser par la suite.

Le rochet mécanique que l'on observe sur la figure 5.6.b) a une forme comparable à ceux mesurés dans les travaux de [Legrand, 97]. Cet auteur effectue des essais de fatigue sur un composite SCS-6/TA6V dans des conditions de chargement similaires : le rochet est important dans les premiers cycles et se stabilise par la suite à des niveaux relativement comparables.

Pour un chargement macroscopique de 1300 MPa, la figure 5.7 propose une comparaison entre les réponses macroscopiques de nos simulations et celles obtenues expérimentalement par [Legrand & al., 02]. On notera que les matrices des composites comparés sont différentes. Les éprouvettes de [Legrand & al., 02] sont en SCS-6/Ti6-4. Le Ti6Al-4V (ou TA6V) a des propriétés inférieures à celles du Ti6242 aux hautes températures (limite élastique inférieure). Le rochet observé sur les courbes de la figure 5.7 est supérieur dans le cas de la simulation avec la loi de comportement du Ti6242 par rapport à celui mesuré expérimentalement avec le Ti6Al-4V. Il semble donc que le résultat de la simulation aille dans le mauvais sens ; le TA6V devrait accumuler plus de

²contrainte axiale moyenne cyclique dans les fibres : $\frac{\sigma_{min}^f + \sigma_{max}^f}{2}$

déformations plastiques que le Ti6242 et provoquer un rochet supérieur.

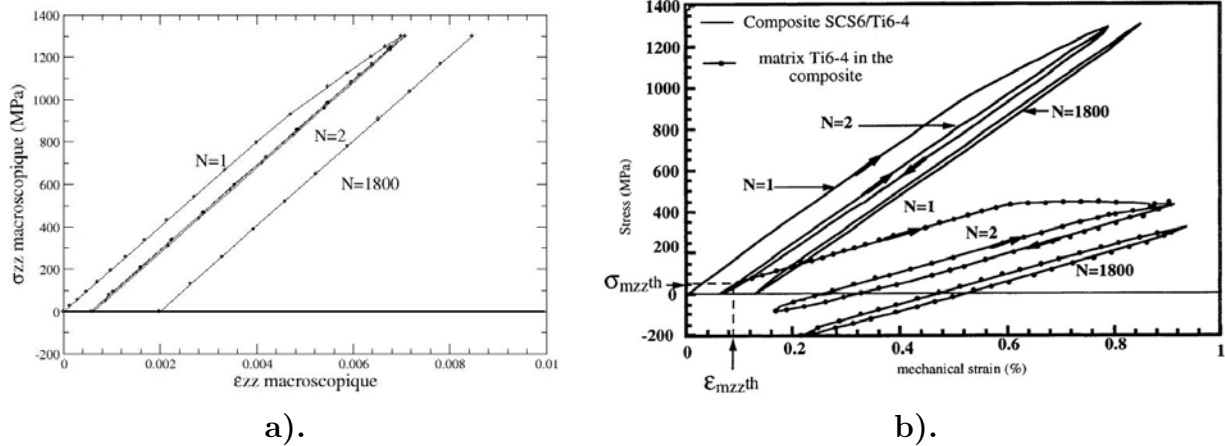


FIG. 5.7 – Comparaison entre les comportements macroscopiques obtenus par la simulation et les essais expérimentaux de [Legrand & al., 02]. En a) : simulation avec $V_f=35\%$, $T=450^\circ$, $\sigma_{max}=1300$ MPa. En b) : rochet mécanique expérimental observé par [Legrand & al., 02] sur composite SCS-6/TA6V à 450° , $V_f=33\%$ et $\sigma_{max}=1300$ MPa.

Influence de la vitesse de chargement

La différence entre les vitesses de chargement pourrait être une première explication de l'écart : elle est de 340 MPa/s pour [Legrand & al., 02] par rapport à 13 MPa/s dans notre cas.

L'influence de la fréquence de chargement a été étudiée expérimentalement par [Sanders & al., 99]. Ces auteurs observent que les durées de vie en fatigue oligocyclique d'un composite SCS-6/TA6V ($V_f=35\%$) sont considérablement améliorées pour les hautes températures lorsque la fréquence de chargement augmente. Pour un chargement cyclique triangulaire de 1200 MPa à 427°C , ces auteurs observent un rapport 6 sur les durées de vie, entre les fréquences de chargement 0,01 Hz et 10 Hz. Les rochets macroscopiques observés sont également très supérieurs dans le cas de chargements lents. La rupture étant pilotée par les fibres dans ce domaine de chargement, les effets concourants à la surcharge du renfort sont néfastes pour la durée de vie (cf. Chap. 1). Pour les fréquences faibles, les effets de la viscosité et du fluage augmente l'accumulation de plasticité : le renfort se surcharge davantage.

L'influence de la vitesse de chargement à 500°C sur la loi e-v-p du Ti6242 que nous utilisons est illustrée par la figure 5.8. On constate que pour des vitesses de déformations faibles, les déformations viscoplastiques irréversibles seront plus importantes à σ donnée. La viscosité n'intervient en revanche pas dans le module élastique de la loi : ceci est une approximation car il peut y avoir une influence de la vitesse de chargement sur le module notamment aux hautes températures ([Sanders & al., 99]). On fera l'hypothèse que cette

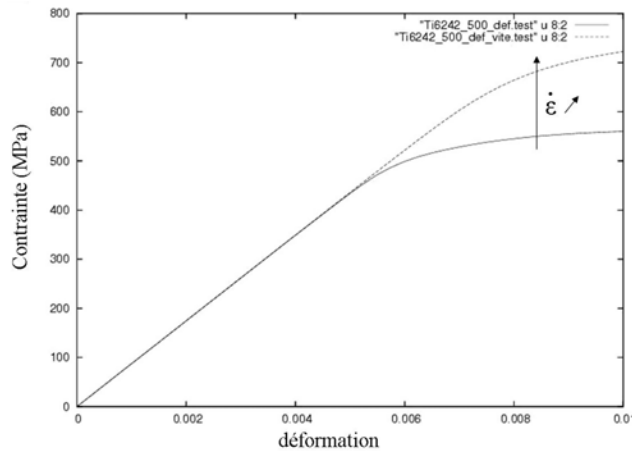


FIG. 5.8 – Réponse de la loi e-v-p du Ti6242 pour deux vitesses de déformation à 500°C : $\dot{\epsilon}_1 = 10^{-5}.s^{-1}$ et $\dot{\epsilon}_2 = 10^{-3}.s^{-1}$.

variation de module est faible pour le Ti6242 à $T \leq 450^\circ C$.

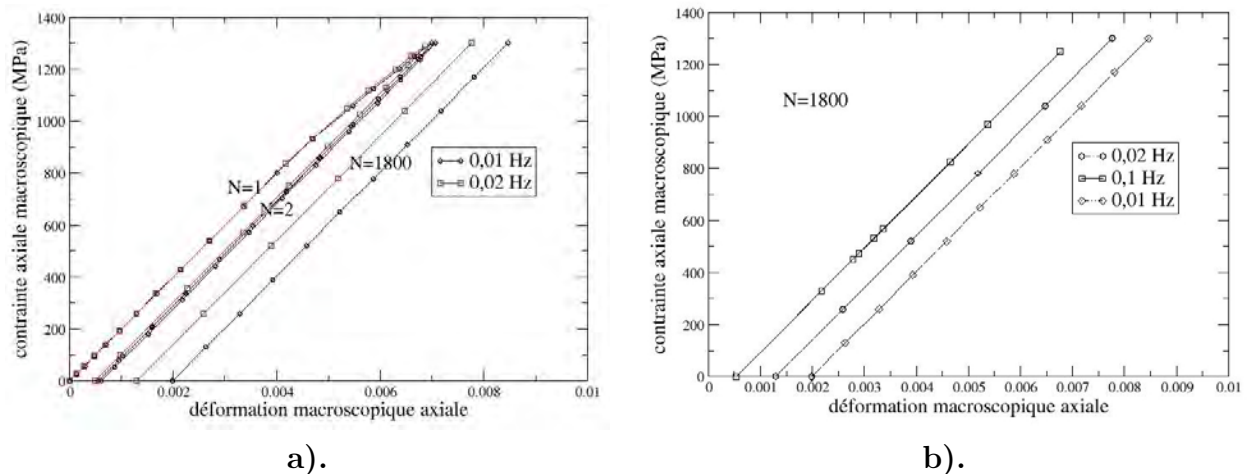


FIG. 5.9 – Réponses macroscopiques simulées pour différentes vitesses de chargement. $T=450^\circ$, $V_f=35\%$ et $\bar{\sigma}_{max}=1300$ MPa. Sont représentés les cycles 1, 2 et 1800 pour les différentes fréquences.

Comme le montre la figure 5.8, une faible vitesse de chargement augmente l'accumulation de déformations plastiques. Cependant, l'ouverture de la boucle du premier cycle est supérieure dans le cas du TA6V (fig.5.7.b)) ce qui traduit bien le fait que la limite élastique du TA6V est inférieure à celle du Ti6242 ; le module du composite SCS-6/Ti6-4 est de plus légèrement inférieur à celui du SCS-6/Ti6242 simulé.

Pour des vitesses supérieures, la figure 5.9 montre que l'accumulation de déformations plastiques est en effet moindre. Trois fréquences de chargement sont testées : 0,01 Hz, 0,02 et 0,1 Hz. Les réponses macroscopiques simulées du composite sont représentées

pour le premier, second et 1800^{ième} cycle. Les vitesses de chargement correspondantes sont 13 MPa/s., 26 MPa/s. et 130 MPa/s.. On constate que l'ouverture des boucles du premier cycle diminue logiquement lorsque la vitesse augmente. Pour le 1800^{ième} cycle et la vitesse de chargement de 130 MPa/s., le modèle conduit à un rochet très inférieur à celui proposé par l'essai de [Legrand & al., 02].

La figure 5.10 propose l'évolution comparée de la contrainte axiale moyenne dans les filaments, obtenue pour les vitesses de chargement 13 MPa/s. et 130 MPa/s. Comme l'annonçait le plus faible rochet mécanique figure 5.9, la contrainte axiale subie par les fibres est inférieure à vitesse de chargement importante, et supérieure à chargement lent. On observe sur ces courbes l'origine de l'effet mis en lumière par [Sanders & al., 99] (effet de la fréquence sur les durées de vie en fatigue oligocyclique d'un SCS-6/TA6V). Pour les chargements sévères testés ici, il semble donc que la vitesse de chargement soit une variable très influente sur la durée de vie avec sans doute un impact plus important aux hautes températures.

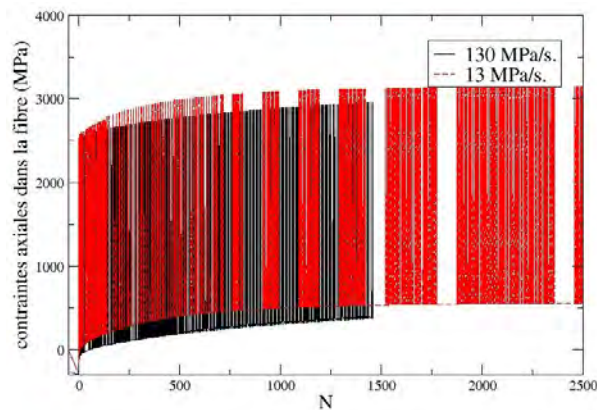


FIG. 5.10 – Évolution simulée de la contrainte axiale moyenne dans les fibres pour deux vitesses de chargement : 13 MPa/s et 130 MPa/s. $T=450^{\circ}$, $V_f=35\%$ et $\sigma_{max}=1300$ MPa.

La loi de comportement e-v-p du Ti6242 n'a pas été identifiée pour des vitesses de déformation importantes. Aussi, l'effet de la viscosité est peut être trop prononcé lorsque des vitesses supérieures sont imposées dans les simulations.

Une astuce consisterait à ajouter un deuxième quotient de Norton dans l'expression de la vitesse d'écoulement de la loi e-v-p, permettant de ne limiter la viscosité que dans les vitesses importantes (en adoptant une puissance de Norton n_2 très supérieure). Il n'est cependant pas rigoureux de régler sans identification ces paramètres de viscosité pour obtenir l'effet souhaité. Pour les chargements sévères que nous étudions, la contrainte dans les fibres est très sensible au niveau d'écrouissage et au module plastique de la matrice. Une palette d'essais serait nécessaire pour identifier le comportement de la matrice à ces vitesses supérieures.

Les calculs de surcharge du renforts effectués à des vitesses supérieures ou égales à 0,1

Hz sont donc à examiner avec prudence. Dans les comparaisons essais/modèle qui vont suivre, la vitesse de chargement pourra être un facteur d'incertitude important si des essais expérimentaux de fatigue à fréquence élevée sont considérés.

Influence du champ résiduel

Pour observer l'influence du champ résiduel sur le comportement cyclique, nous avons effectué deux simulations à chargement identique, mais en adoptant une température maximale d'élaboration T_{max} supérieure dans une configuration (pour obtenir un champ résiduel supérieur). À 450°C, les deux champs résiduels conduisent d'une part à -300 et -400 MPa en compression axiale dans les fibres et à 150 et 230 MPa d'autre part en traction initiale moyenne dans la matrice.

La figure 5.11 propose les réponses comparées du composite et de ses constituants pour ces deux niveaux de contraintes résiduelles lorsque le chargement est $\sigma_{max}=1300$ MPa.

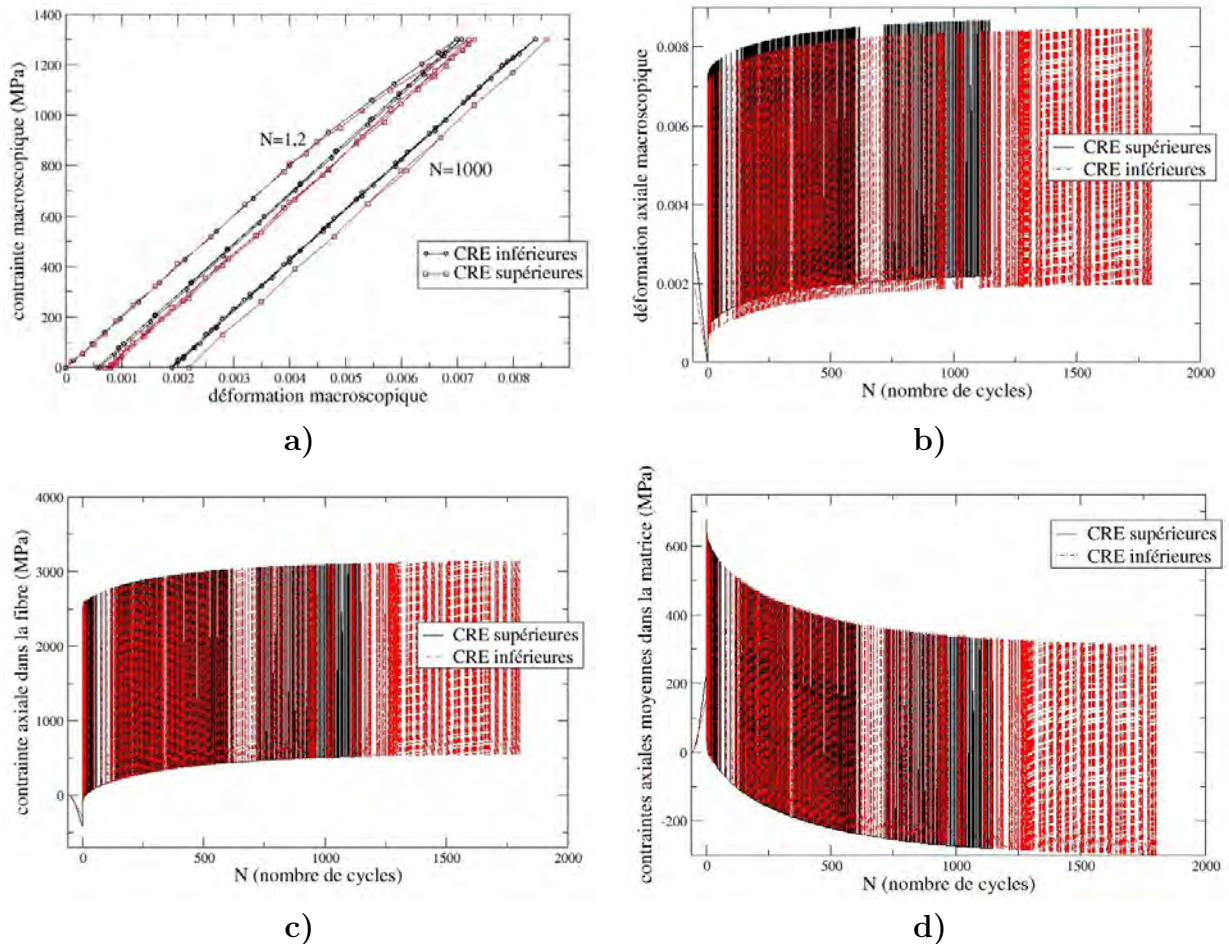


FIG. 5.11 – Comparaison des réponses cycliques du composite et de ses constituants pour deux intensités du champ de contraintes résiduelles. $\sigma_{max}=1300$ MPa, $T=450^\circ\text{C}$, $V_f=35\%$, vitesse de chargement de 13 MPa/s.

Les courbes 5.11.a) et b) montrent que le rochet mécanique obtenu avec un champ résiduel important est encore plus prononcé. L'ouverture de la première boucle est cette fois plus importante et tend à rejoindre celle du SCS-6/TA6V. Pour le 1000^{ième} cycle, le rochet obtenu est supérieur avec des CRE importantes et s'éloigne encore des valeurs de [Legrand & al., 02]. Cependant, l'écart de déformation atteint entre les deux configurations lors du premier cycle semble se conserver pour le nombre de cycles que nous avons représenté (fig.5.11.a)). De même, sur la courbe 5.11.b), le décalage des déformations maximales en ordonnées reste identique à celui qui apparaît dans les premiers cycles.

Comme le montre les figures 5.11.c) et d), les valeurs des contraintes moyennes dans la fibre et dans la matrice deviennent équivalentes lors des premiers cycles et restent identiques au cours des cycles suivants. Le niveau de contraintes résiduelles est différent au départ et s'équilibre dès les premiers cycles à cause de l'écroutissage supérieur dans le cas des CRE importantes (la matrice est à un niveau de tension initiale supérieur). L'écart des déformations restant constant par la suite, les niveaux de contraintes deviennent équivalents dans les constituants dès les premiers cycles, et cette égalité se conserve.

Le faible module plastique équivalent du Ti6242 à petite vitesse de chargement permet d'expliquer cet effet : quelle que soit la déformation plastique, la contrainte varie peu dans la matrice une fois le coude de plasticité franchi. Comme le chargement est en contraintes imposées, une fois que la limite élastique est franchie dans la matrice, la quantité de charge que peut supporter la matrice atteint sa valeur maximale, tandis que la charge restante est reportée sur les fibres (on peut se représenter l'analogie rhéologique d'un patin en parallèle d'un ressort). L'explication plus détaillée du phénomène est détaillée dans ce qui suit.

Note : *Cet effet révélé par la simulation pour un chargement sévère (et à fréquence faible) est intéressant à mettre en lumière. Considérons un chargement cyclique axial complexe car composé d'une succession de phases intenses (oligocycliques) et de phases à σ_{max} plus faible. Pour déduire les champs de contraintes à l'échelle des constituants durant les phases de chargement modéré, il devient imprécis d'utiliser une lois des mélanges pondérée par le champ de contraintes résiduelles initial. Dans la plupart des cas, cette technique est relativement juste si le champ résiduel est évalué correctement. Ici, il est nécessaire de tenir compte de l'histoire du chargement et en l'occurrence, des phases de chargement intense qui ont modifié l'équilibre interne des contraintes.*

Raisonnement de manière découplée pour évaluer la durée de vie d'un composite soumis à ce type de chargement mixte n'est donc pas rigoureux. En d'autres termes, lorsqu'on utilise des essais de fatigue cyclique réalisés à σ_{max} modérée et d'autres à σ_{max} importante de manière indépendante, les durées de vie prévues à l'aide de ces essais pour un chargement mixte risquent d'être faussées. Néanmoins, les prévisions réalisées de cette façon semblent conservatives. Si l'on considère que les phases modérées sont assimilables à de la fatigue à grand nombre de cycles, le mécanisme d'endommagement principal est la fissuration matricielle. L'amplitude des contraintes axiales dans la matrice est donc influente sur ce mode d'endommagement. Les phases de chargements intenses induisent un écroutissage de la matrice qui fait diminuer la contrainte moyenne supportée par cette dernière. Ne pas

en tenir compte est donc plutôt conservatif.

Ces remarques rejoignent les constatations expérimentales de [Hausmann & al., 02] qui montrent une amélioration des durées de vie en fatigue à grand nombre de cycles lorsqu'un écrouissage préalable des éprouvettes est réalisé.

Le problème devient cependant plus compliqué pour les chargements intermédiaires entre oligocyclique et grand nombre de cycles où les mécanismes d'endommagement sont fissuration matricielle et ruptures de fibres.

La déformation macroscopique, ou rochet, est par contre un bon moyen d'évaluer le niveau de contrainte dans les fibres à partir du champ résiduel initial. Ce rochet macroscopique témoigne en effet directement de l'accumulation de plasticité dans la matrice.

Lors d'un vol, le chargement thermomécanique de l'insert SiC/Ti dans un ANAM se traduit successivement par une montée en charge importante suivie d'une phase de fatigue-fluage à chargement plus modéré ([Hertz-Clemens, 02]). Il faudra donc éventuellement tenir compte de ces remarques dans les prévisions de durée de vie du renfort composite de l'ANAM.

Évolution des déformations plastiques lors d'un chargement sévère

Les courbes d'évolution des contraintes dans les filaments et dans la matrice précédemment présentées, ainsi que la déduction faite par [Legrand & al., 02] des contraintes matricielles par une loi des mélanges (fig. 5.7.b)), montrent qu'à chargement macroscopique nul, l'état de contrainte résiduel dans les constituants s'éloigne de sa valeur initiale au cours des cycles. Avec des paramètres de chargement conduisant à un écrouissage important de la matrice, l'état de contrainte résiduel s'inverse et devient rapidement négatif dans la matrice et donc positif dans les fibres pour préserver l'équilibre. Cette relaxation des contraintes résiduelles observée expérimentalement (cf. chap.2) est très prononcée dans certaines de nos simulations.

L'inversion des champs résiduels microscopiques est un des mécanismes centraux qui permettent de comprendre la surcharge progressive du renfort et la stabilisation du rochet macroscopique. Lorsqu'on simule un retour à température ambiante à la suite d'un calcul cyclique à haute température, cette inversion se relaxe avec, selon le niveau d'écrouissage subi, parfois un retour à de la compression dans les fibres et de la traction dans la matrice.

Il serait donc intéressant de réaliser des mesures de contraintes résiduelles post-cyclage pour des chargements oligocycliques; une dissolution matricielle des éprouvettes pourrait renseigner sur l'ampleur de l'évolution des contraintes internes et valider la simulation.

La figure 5.12.a) présente la réponse axiale moyenne de la matrice pour un chargement cyclique avec $\sigma_{max}=1300$ MPa, $T=450^{\circ}\text{C}$, $V_f=35\%$, et une vitesse de chargement de 26 MPa/s. La figure 5.12.b) présente le rochet mécanique correspondant. Ces courbes nous renseignent sur les points suivants :

- comme nous avons déjà pu le constater précédemment, le premier cycle de chargement est effectivement celui qui produit le plus de plasticité. De plus, on visualise bien ici

que la matrice subit un chargement mixte en déformation et contrainte imposée ;

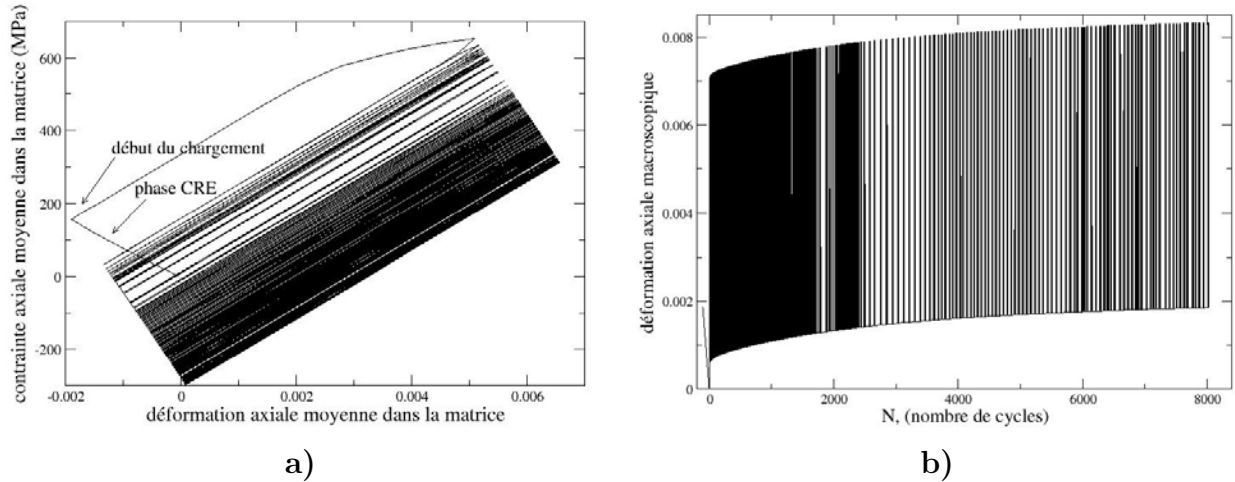


FIG. 5.12 – Réponse axiale moyenne de la matrice et rochet mécanique du composite. $\sigma_{max}=1300$ MPa, $T=450^{\circ}\text{C}$, $V_f=35\%$, vitesse de chargement de 26 MPa/s. Il y a une stabilisation du rochet et relaxation de la contrainte moyenne dans la matrice.

- la deuxième observation concerne l'évolution de la contrainte moyenne dans la matrice (moyenne au sens de $\frac{\sigma_{max}^m + \sigma_{min}^m}{2}$). Il est visible que cette contrainte moyenne se relaxe vers 0 pour le nombre de cycles représentés. Cette relaxation de la contrainte moyenne est classiquement observée lors d'essais cycliques à déformation imposée sur certains métaux ([Lemaitre & Chaboche, 96]). Dans la loi que nous utilisons, c'est la forme des écrouissages qui produit cette relaxation associé au chargement mixte de la matrice. Il est en revanche possible que cette relaxation soit exagérée dans la loi de comportement (exagérée au sens de la limite qui n'est peut être pas 0 mais supérieure). Pour corriger cet effet du modèle, un ou plusieurs écrouissages cinématiques supplémentaires pourrait être ajoutés. Cet aspect fait partie des éventuelles imprécisions de la loi que nous utilisons ;
- le rochet macroscopique donné par la figure 5.12.b) se stabilise au bout d'un certain nombre de cycles, conformément aux observations expérimentales que l'on peut trouver dans les travaux de [Legrand, 97].

Ces points révèlent un mécanisme central qui va être développé dans ce qui suit :

L'accumulation de déformations plastiques axiales dans la matrice provoque une surcharge progressive des fibres à tel point que les contraintes internes à chargement nul s'inversent entre les constituants (les fibres passent en traction et la matrice en compression). Ce rapport des contraintes internes continue d'évoluer car la matrice accumule des déformations anélastiques à chaque cycle. Ce qui explique que la matrice

est localement sollicitée en contrainte-déformation (fig. 5.12.a)) alors que le chargement macroscopique est en contraintes imposées à $R_\sigma = 0$, c'est donc cet équilibre interne qu'imposent les fibres. Ces dernières finissent alors par induire de la compression plastique dans la matrice à chargement macroscopique nul.

Dans les mêmes conditions de chargement, la figure 5.13 présente l'évolution de la déformation plastique cumulée moyenne dans la matrice en fonction du nombre de cycles.

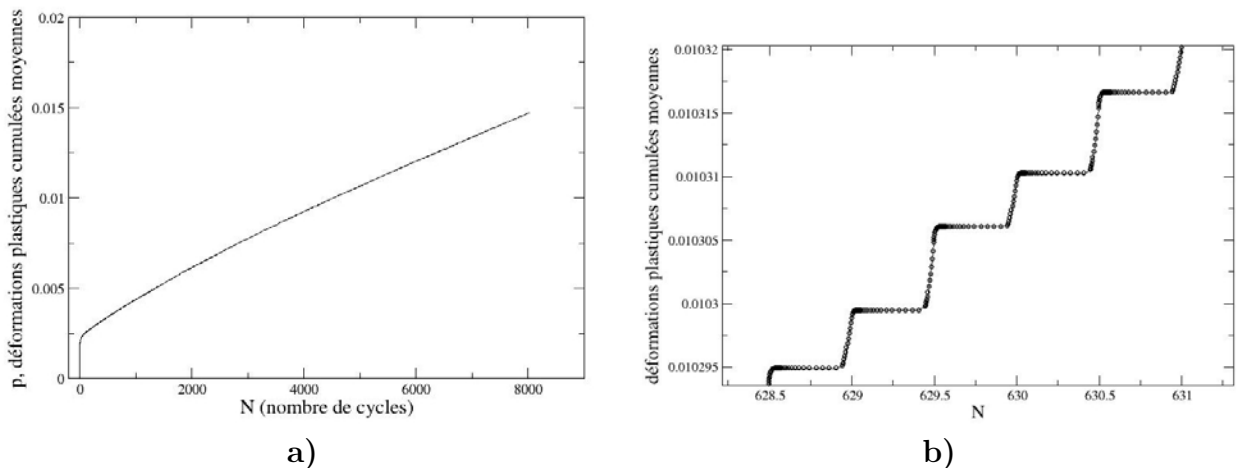


FIG. 5.13 – Évolution de la déformation plastique cumulée moyenne en fonction du nombre de cycles. En a) : pour l'ensemble des cycles de la simulation, en b) : pour trois cycles consécutifs. $V_f=35\%$, $T=450^\circ\text{C}$, $\sigma_{max}=1300\text{ MPa}$.

Bien que l'on ait observé une stabilisation du rochet (fig.5.12.b)), ces déformations plastiques cumulées présentent une vive augmentation lors du premier cycle, puis continuent d'augmenter sans montrer de stabilisation. Si l'on examine cette évolution pour trois cycles consécutifs (fig.5.13.b)), on observe que ces déformations augmentent par deux fois à l'intérieur d'un même cycle. Il y a donc un écrouissage manifeste de la matrice en traction (au pic du chargement macroscopique) et un écrouissage en compression (à chargement macroscopique nul).

En revanche, si l'on observe les hauteurs successives des "marches" de la figure 5.13.b), on distingue que l'accumulation des déformations plastiques cumulées est alternativement plus ou moins importante. Ceci correspond au taux d'écrouissage en traction et en compression. Pour les numéros des cycles que nous avons représentés, l'écrouissage en traction est supérieur à celui en compression; le rochet macroscopique qui en résulte est donc en augmentation. Au fur et à mesure des cycles, les écrouissages en traction et en compression vont s'équilibrer : les "marches" de la figure 5.13.b) vont devenir de hauteurs équivalentes.

La figure 5.14 illustre ces commentaires. Cette fois, il s'agit de la déformation plastique axiale moyenne dans la matrice en fonction du nombre de cycles. La tendance observée

sur l'ensemble des cycles simulés (fig.5.14.a)) montre que l'augmentation des déformations plastiques axiales se stabilise conformément à ce que l'on observe sur le rochet macroscopique. En examinant l'évolution sur trois cycles consécutifs (fig.5.14.b)), on observe que les déformations plastiques axiales sont alternativement croissantes et décroissantes : ceci correspond aux écrouissages successifs en traction et compression. L'accumulation en traction est plus importante qu'en compression pour les cycles représentés, cela conduit au rochet macroscopique observé. Cependant, à mesure des cycles, le taux d'écrouissage en traction et celui en compression vont s'équilibrer stabilisant ainsi le rochet macroscopique.

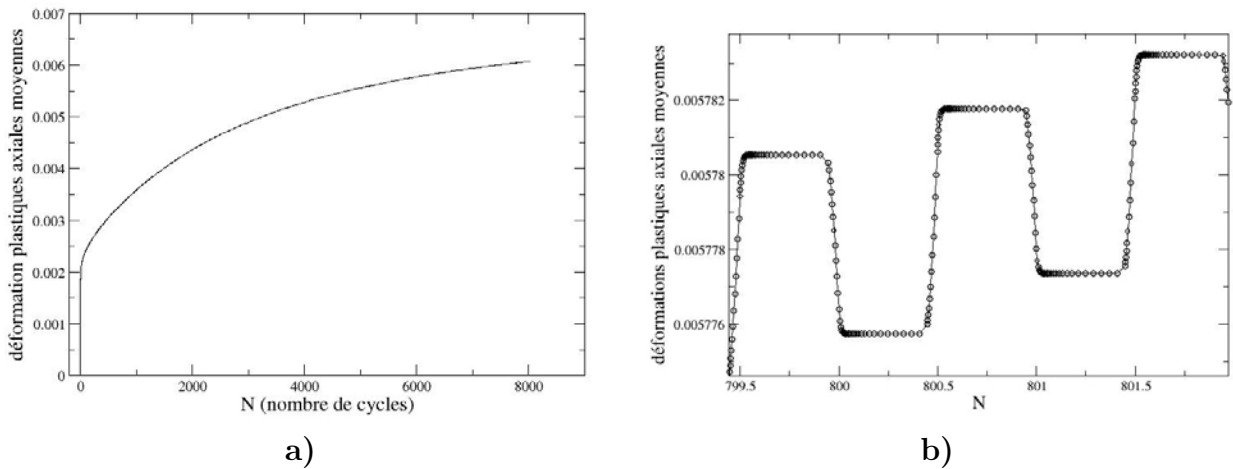


FIG. 5.14 – Évolution des déformations plastiques axiales moyennes dans la matrice en fonction du nombre de cycles. En a) : pour l'ensemble des cycles de la simulation, en b) : pour trois cycles consécutifs. Vf=35%, T=450°C, σ_{max} =1300 MPa.

Le chargement de la matrice est très proche d'une traction/compression uniaxiale. Dans ce cas, la déformation plastique cumulée (p) est donnée par : $p = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_{[0,t]} |\dot{\epsilon}_{vp}^{33}(\tau)| d\tau$. Ceci explique donc l'augmentation presque constante des déformations plastiques cumulées tandis qu'il y a stabilisation du rochet macroscopique ($\dot{\epsilon}_{vp}^{33}$ est alternativement positive lors de l'écrouissage en traction et négative en compression : écoulement dans la direction de la normale sortante au domaine élastique).

Les figures 5.15 et 5.16 corroborent encore ces constatations. Elles permettent d'examiner l'évolution de la contrainte axiale moyenne en fonction des déformations plastiques cumulées et axiales dans la matrice.

On y observe les écrouissages successifs en traction et compression dans la matrice dus à la présence des fibres. La figure 5.15.a) montre la relaxation de la contrainte moyenne dans la matrice et l'écrouissage très important lors du premier cycle. Dans le même temps, la figure 5.15.b) montre l'accumulation des déformations plastiques cumulées, alternativement en traction et compression pour trois cycles consécutifs.

Au fur et à mesure des cycles, les déformations plastiques vont s'équilibrer en traction et compression ce qui implique que la largeur des "créneaux" successifs de la figure 5.15.b) va devenir constante.

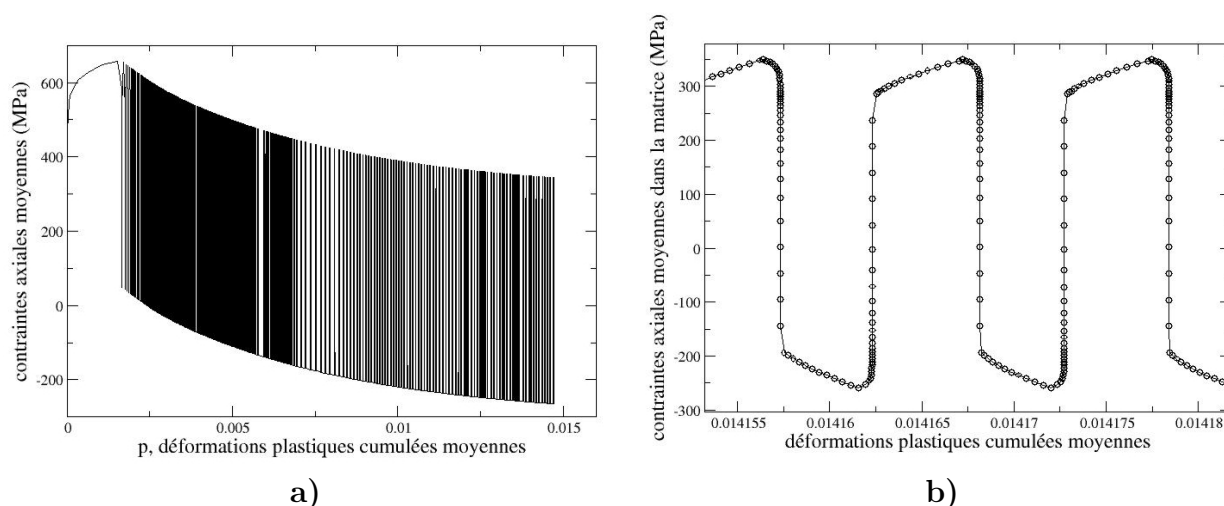


FIG. 5.15 – Évolution des contraintes axiales moyennes dans la matrice en fonction des déformations plastiques cumulées moyennes. En a) : pour l'ensemble des cycles de la simulation, en b) : pour trois cycles consécutifs. $V_f=35\%$, $T=450^\circ\text{C}$, $\sigma_{max}=1300\text{ MPa}$.

De la même manière, les boucles que forment les contraintes moyennes en fonction des déformations plastiques axiales (fig.5.16.c)) vont finir par se stabiliser lorsque l'écroutissage sera équivalent en traction et en compression.

Si l'on examine à présent la figure 5.16.b) qui représente la contrainte axiale moyenne dans la matrice en fonction des déformations plastiques axiales moyennes pour un numéro de cycle faible (début du chargement), on observe que la limite élastique est franchie largement en traction mais pas en compression. Il y a de plus un écoulement plastique alors que la contrainte diminue. Ceci peut s'expliquer par la faible vitesse de chargement qui entraîne une phase de fluage/relaxation lors de la descente de charge. Cet effet va s'estomper au cours des cycles puisque l'on va écrouter de manière moins importante en traction et repasser plus rapidement dans la domaine élastique lors de la décharge. Ce phénomène contribue à diminuer les durées de vie pour les fréquences de chargement faibles en oligocyclique comme l'ont observé [Sanders & al., 99].

Remarque : *Toutes ces constatations sont liées à des grandeurs moyennes volumiques. Nous avons cependant post-traité ces mêmes grandeurs en un point de Gauss de la matrice : les courbes ne sont pas présentées ici pour ne pas alourdir le propos mais révèlent les mêmes tendances que les moyennes volumiques.*

On peut observer, notamment sur la figure 5.16, l'évolution du domaine élastique au cours du chargement cyclique. Les mécanismes que nous commentons sont en effet pilotés par les écrouissages isotropes et cinématiques de loi e-v-p du Ti6242 (cf. chap.3).

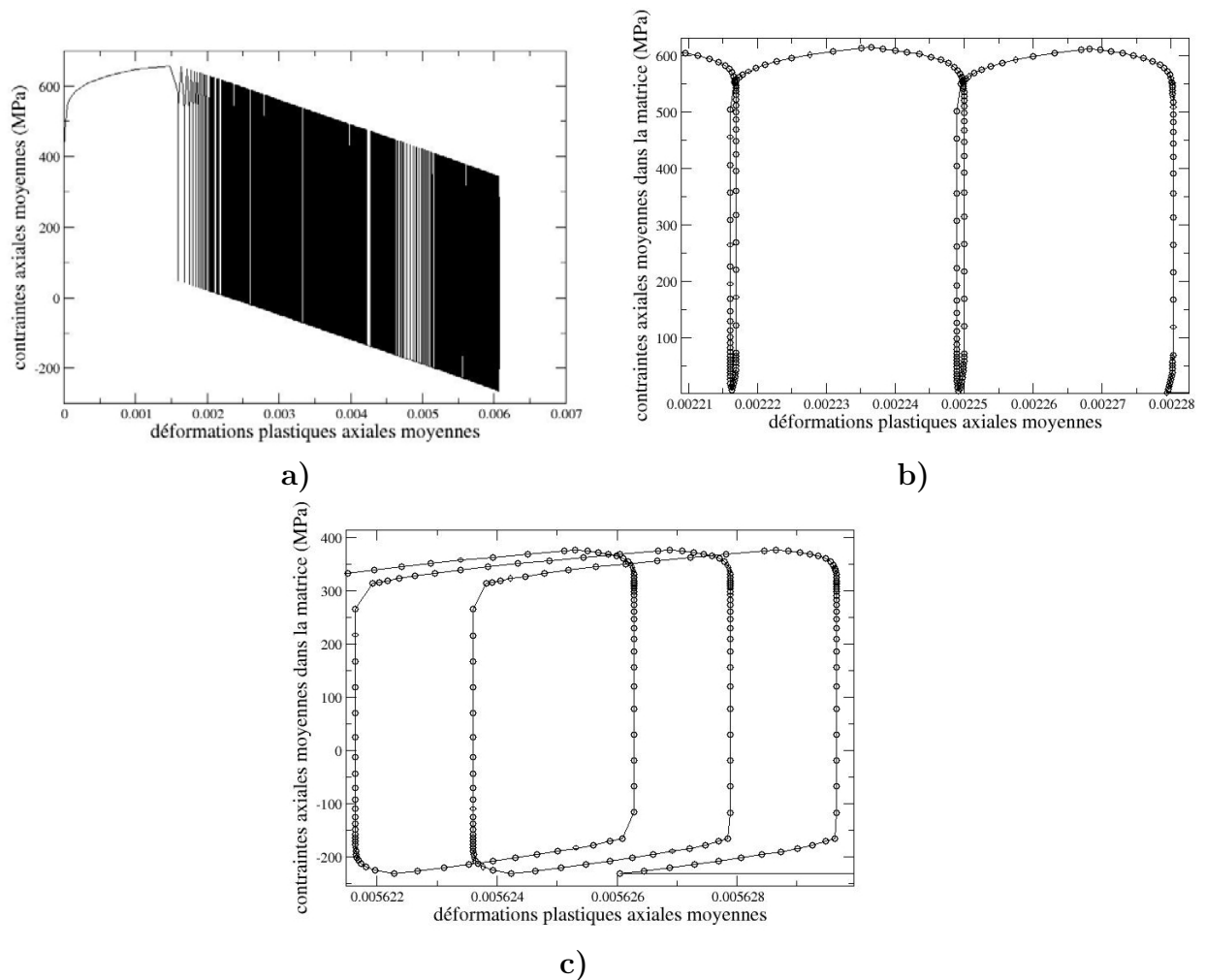


FIG. 5.16 – Évolution des contraintes axiales moyennes dans la matrice en fonction des déformations plastiques axiales moyennes. En a) : pour l'ensemble des cycles de la simulation, en b) : pour deux cycles consécutifs en début de chargement, en c) : pour trois cycles consécutifs plus tard dans le chargement. $V_f=35\%$, $T=450^\circ\text{C}$, $\sigma_{max}=1300$ MPa.

Les mécanismes imbriqués mis en jeu peuvent être exposés de la manière suivante :

1. La loi de comportement que nous avons présentée au chapitre 3 comporte un écrouissage isotrope et deux écrouissages cinématiques non linéaires. L'isotrope pilote l'évolution du rayon du domaine élastique, tandis que les cinématiques

gouvernent l'évolution de la position du centre du domaine; pour simplifier, et comme le chargement est majoritairement uniaxial dans la matrice, on peut se représenter le domaine élastique par un segment $[\sigma_{comp.}^y; \sigma_{trac.}^y]$ qui désigne les limites élastiques en compression et traction.

La limite du domaine élastique est donnée par la fonction seuil qui correspond à : $J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) = R + R_0$. En uniaxial, on obtient $(\sigma - X)^2 = \frac{3}{2}(R_0 + R)^2$. Le domaine élastique est donc un segment centré en X et de demi longueur $R_0 + R$. L'écriture de la loi veut que le rayon isotrope diminue (coefficient Q négatif synonyme d'adoucissement du matériau) à mesure qu'augmentent les déformations plastiques (cf. chap.3). Cet écrouissage isotrope se sature de plus assez rapidement. Les écrouissages cinématiques non linéaires représentés ici par le scalaire X , sont alternativement croissants ou décroissants selon la direction de l'écoulement (traction ou compression). Le comportement du modèle en uniaxial peut donc se comprendre en considérant les variations du domaine élastique réduit à un segment : toute augmentation des déformations plastiques diminue la longueur du segment (contraction isotrope) et déplace le centre du segment vers le haut ou le bas selon qu'il s'agit de traction ou de compression.

Ces écrouissages se saturent également plus ou moins vite, si bien que leur effet tend à disparaître avec l'accumulation de déformation plastiques.

2. Si l'on examine à présent les figures 5.15 ou 5.16, on peut relier le profil des courbes aux commentaires précédents : on observe les variations du "segment élastique" en ordonnée de ces courbes.

Lors du premier cycle, l'écrouissage en traction est important et le domaine élastique subit (i) une contraction et (ii) un déplacement vers les contraintes croissantes. On remarque nettement que la limite élastique est très supérieure lors du second cycle. À cause de l'équilibre interne entre fibres et matrice, cette accumulation de déformations plastiques axiales positives s'accompagne d'une diminution de la contrainte moyenne (au sens $\frac{\sigma_{max}^m + \sigma_{min}^m}{2}$) dans la matrice (baisse des contraintes maximales et baisse des contraintes minimales à chargement nul dans la matrice).

La contrainte minimale dans la matrice diminue donc jusqu'à franchir la limite élastique en compression ($\sigma_{comp.}^y$) : cette limite en compression a d'ailleurs été largement élevée par l'écrouissage cinématique (effet Bauschinger). À partir de cet instant, l'écrouissage cinématique déplace alternativement le segment élastique vers le haut et vers le bas selon qu'il s'agit de traction ou de compression. L'accumulation de déformations anélastiques étant encore supérieure en traction par rapport à la compression, les contraintes minimales (ainsi que les maximales) dans la matrice continuent de diminuer. Il y a alors une forme de compétition entre deux mécanismes : l'écrouissage en traction est encore légèrement supérieur à celui en compression, et il y a donc toujours diminution des contraintes moyennes dans la matrice doublée d'une montée de la limite élastique en compression après chaque phase d'écrouissage positif. Cette tendance finit par s'inverser car l'écrouissage en compression devient de plus en plus important ce qui fait "descendre" le segment élastique de plus en plus à chaque phase de compression. Le centre du domaine élastique (X) descend, ce

qui contribue à la relaxation de la contrainte moyenne. Les taux d'écroissements en traction et en compression finissent par s'équilibrer conduisant à un cycle stabilisé.

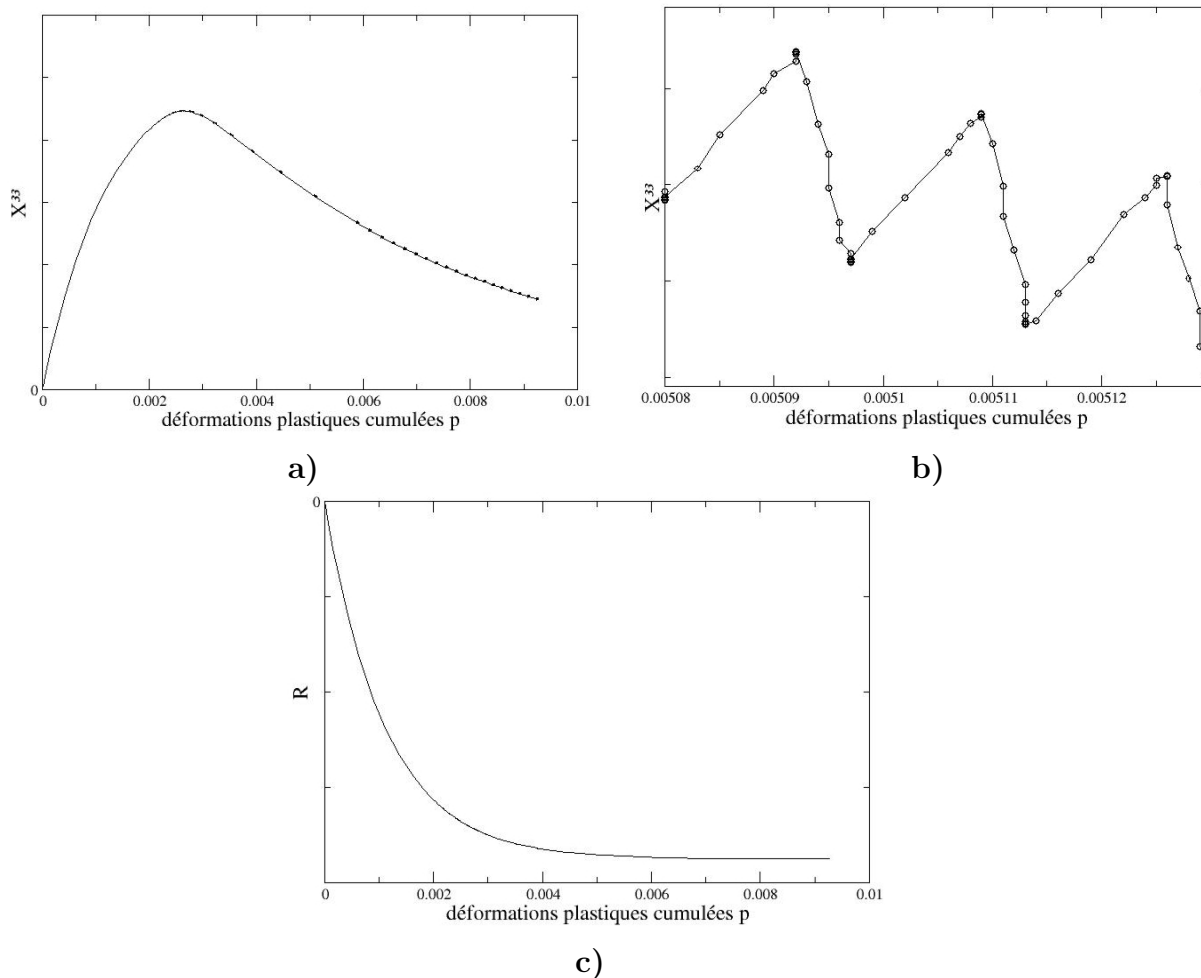


FIG. 5.17 – Évolution des variables d'écroissements cinématiques et isotropes en fonction de p pour le cas de calcul Vf=35%, σ_{max} =1300 MPa, 450°C. En a) : vu d'ensemble de l'évolution de $X^{33} = X_1^{33} + X_2^{33}$, b) : évolution de $X^{33} = X_1^{33} + X_2^{33}$ pour trois cycles consécutifs lorsque le taux de compression dépasse le taux d'écroissage en traction, en c) : évolution de l'écroissage isotrope $R(p)$.

La figure 5.17 donne l'évolution des écroissements cinématiques et isotropes en fonction des déformations plastiques cumulées (p) pour le cas de calcul que nous commentons³. Comme le chargement induit majoritairement de la traction/compression uniaxiale dans la matrice, on peut faire l'approximation $p \simeq \int_{[0,t]} |\dot{\epsilon}_{vp}^{33}(\tau)| d\tau$, et de la même manière considérer

³Les échelles sont délibérément absentes de ces courbes pour préserver le travail d'identification de la loi du Ti6242.

la variable scalaire $X_i^{33} = C\alpha_i^{33}$ qui est représentative de l'évolution des écrouissages cinématiques. Les courbes obtenues sont issues d'un post-traitement de la variable p et d'un calcul analytique des fonctions $R(p)$ et $X^{33}(\varepsilon_{vp}^{33})$ qui est possible dans le cas d'un chargement uniaxial ou proportionnel ([Lemaitre & Chaboche, 96]).

On observe l'évolution de l'écrouissage isotrope et celle de l'écrouissage cinématique ($\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2$) qui déplace d'abord le domaine élastique vers le haut pour ensuite l'abaisser à cause des phases de compression de plus en plus importantes. Ce jeu de courbes vient illustrer nos précédents commentaires concernant la variation du domaine élastique en approximation uniaxiale.

Ces mécanismes sont complexes à analyser du fait de leur imbrication, et sont présents pour les chargements extrêmes que nous avons simulés. Pour des chargements plus "raisonnables", les taux d'écrouissage sont bien plus modérés et les phénomènes de plasticité en compression disparaissent.

Chargements oligocycliques plus modérés

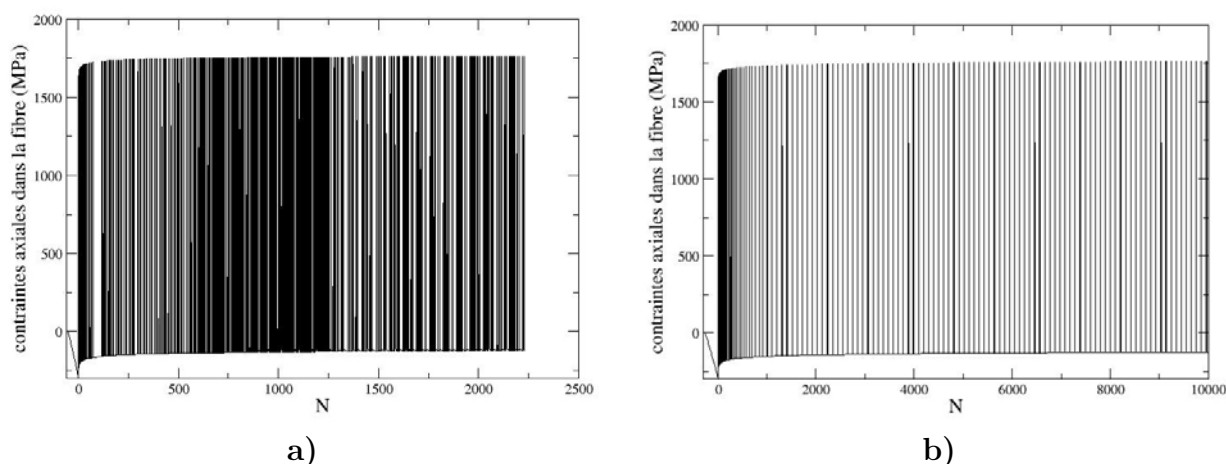


FIG. 5.18 – Évolution des contraintes axiales moyennes dans la fibre en fonction du nombre de cycles pour deux vitesses de chargement : $\sigma_{max}=950$ MPa, $V_f=35\%$, 450°C . En a) : 10 MPa/s., en b) : 95 MPa/s..

La figure 5.18 présente l'évolution de la contrainte axiale dans la fibre pour un chargement macroscopique triangulaire avec $\sigma_{max}=950$ MPa à 450°C .

Deux vitesses de chargement sont simulées : 10 et 95 MPa/s. : la surcharge associée à la vitesse la plus faible est légèrement supérieure. Pour ces chargements, la matrice ne s'écrouit pas en compression. La stabilisation des phénomènes semble intervenir plus tôt par rapport aux chargements supérieurs. Pour ces simulations, la contrainte axiale maximale dans les fibres se stabilise autour de 1750 MPa et n'évolue que faiblement jusqu'à 10000 cycles.

La figure 5.19 donne l'évolution de la contrainte axiale dans la fibre pour une fraction volumique de 20% , et respectivement , $\sigma_{max}=900$ MPa à 350°C et $\sigma_{max}=950$ MPa à

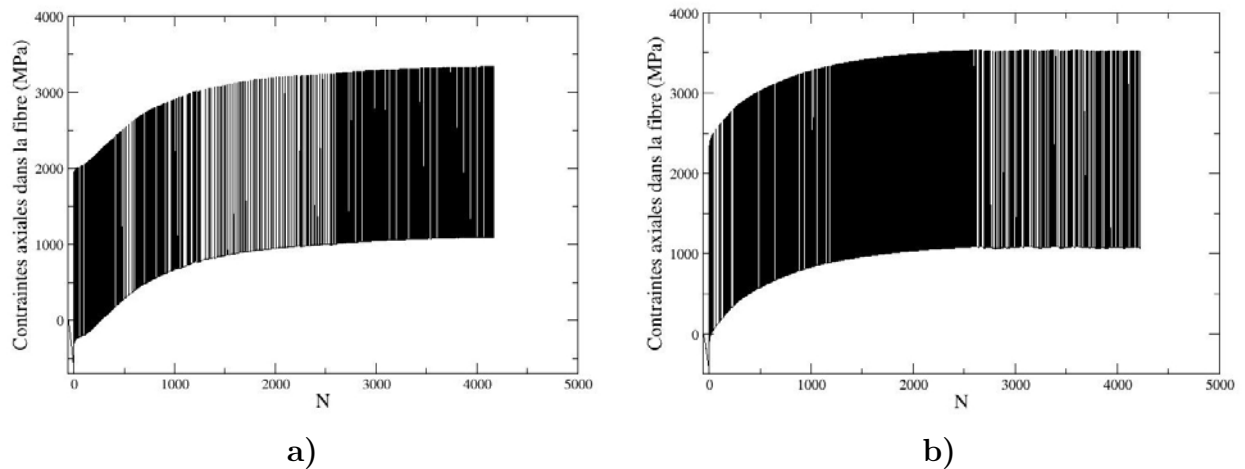


FIG. 5.19 – Évolution des contraintes axiales moyennes dans la fibre en fonction du nombre de cycles pour un Vf de 20% et deux chargements macroscopiques triangulaires différents. En a) : $\sigma_{max}=900$ MPa, 350°C à 10 MPa/s., en b) : $\sigma_{max}=950$ MPa, 450°C à 10 MPa/s..

450°C. Avec ce taux de fibre plus faible, la surcharge du renfort est plus importante. Pour un chargement en contraintes équivalent, la première montée en charge conduit logiquement à un pic de contrainte supérieur dans la fibre pour une fraction volumique basse. De plus, l'écroûissage cyclique de la matrice est bien plus prononcé, ce qui conduit à une vitesse de surcharge des fibres supérieure avec des valeurs qui dépassent largement celles obtenues pour un Vf de 35%.

Pour un même chargement macroscopique, l'écart que présente le niveau de surcharge des fibres est très prononcé entre un Vf de 35% et un Vf de 20% à haute température. Cette constatation montre clairement l'influence de la fraction volumique de fibre sur la tenue du composite en fatigue oligocyclique. Les effets qui conduisent à cette surcharge sont ici d'autant plus prononcés qu'ils sont examinés à haute température pour reproduire les conditions de fonctionnement d'un ANAM.

Un dernier point remarquable concerne la comparaison entre deux chargements identiques ($\sigma_{max}=950$ MPa, Vf=20%) à des températures différentes. La figure 5.20 montre que pour les deux températures 350°C et 450°C, les contraintes axiales dans les fibres deviennent très rapidement équivalentes entre les deux configurations. Après 500 cycles, les pics de contraintes sont égaux dans les fibres. Malgré une différence de température de 100°C, les durées de vie du composite dans ces configurations seront donc sans doute équivalentes. On retrouve là un phénomène très similaire à celui qui conduit aux mêmes contraintes dans les fibres à partir de champs résiduels différents (cf. paragraphes précédents).

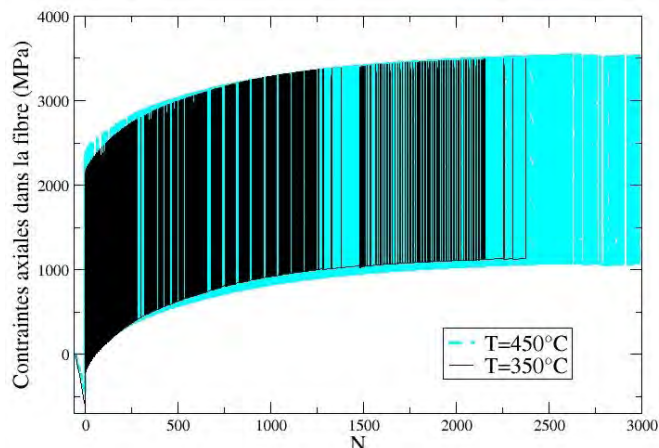


FIG. 5.20 – Évolution des contraintes axiales moyennes dans la fibre en fonction du nombre de cycles pour un Vf de 20% et deux chargements isothermes à $\sigma_{max}=950$ MPa, et $f=0.01$ Hz. Malgré l'écart des températures ($T=450^{\circ}\text{C}$ et $T=350^{\circ}\text{C}$), les maxima de contraintes dans les fibres deviennent rapidement égaux.

1.3 Prise en compte de la surcharge progressive du renfort dans le modèle de durée de vie

Pour un chargement macroscopique axial en contrainte, nous avons obtenu l'évolution de la contrainte axiale dans les filaments en fonction du nombre de cycles. Dans le modèle de durée de vie piloté par la variable σ_{zz}^f , nous n'allons considérer que la succession des pics de chargement. Il ressort en effet des modélisations qui précèdent, que c'est au pic de chargement que les maximums de contraintes sont exercés sur les filaments (on considérera que l'incrément de contrainte dans les fibres est relativement faible entre deux pics de chargement successifs). Ceci peut paraître évident, mais les mécanismes de report de charge du chapitre 4 nuancent cette affirmation : nous avons par exemple constaté que le maximum du coefficient de surcharge (k_{max}) diminuait légèrement avec la contrainte appliquée et la progression de la décohésion.

Nous allons donc considérer l'enveloppe des maxima de la contrainte axiale dans les fibres en fonction du nombre de cycles. Ces enveloppes seront identifiées de manière analytique en fonction du chargement macroscopique que l'on souhaite étudier : on pourra alors associer dans le modèle une contrainte appliquée aux filaments σ_{zz}^f à un nombre de cycles N . La méthode d'identification analytique va être décrite dans ce qui suit.

Remarque : Nous pouvons d'ores et déjà soulever un point sensible : lorsque l'effet de surcharge des fibres est à peu près stabilisé ou très lent (figure 5.18 par exemple), on constate qu'un incrément important du nombre de cycles (ΔN) ne génère qu'un faible incrément de contrainte axiale dans les fibres ($\Delta\sigma_{zz}^f$) ; la pente de l'enveloppe des maxima de contrainte dans les fibres est très faible.

Par conséquent, dans ces configurations de surcharge lente, il faudra tenir compte du fait que les incertitudes du modèle se répercutent de manière importante sur les durées de vie. De même, l'aspect stochastique intrinsèque au modèle (comportement de Weibull des fibres) devra être examiné avec soin compte-tenu de la forte variabilité qu'il peut entraîner.

Il faut noter que l'ensemble des simulations proposées concernent un chargement macroscopique triangulaire en contraintes à $R_\sigma=0$, isotherme. Étant donné le régime de fatigue que nous étudions (durée de vie pilotée par la rupture des fibres), tout effet concourant à une surcharge du renfort est pénalisant pour la durée de vie. En se plaçant en régime isotherme et aux températures maximales de fonctionnement d'un ANAM, nous sommes censés être dans le cas le plus pénalisant⁴. Il est en revanche possible d'obtenir la surcharge du renfort pour des chargements macroscopiques anisothermes divers (notamment hors phase ou en phase). Il ne s'agit que d'imposer les conditions de chargement ad hoc à la cellule hexagonale.

L'assemblage des briques du modèle de durée de vie peut maintenant être réalisé : c'est l'objet de ce qui suit.

2 Le modèle de durée de vie SIRCUD-3

Les précédents chapitres ont permis d'obtenir une modélisation des différents phénomènes impliqués dans l'endommagement du composite en fatigue oligocyclique. Il s'agit maintenant d'assembler ces éléments pour construire le modèle de durée de vie.

L'approche probabiliste

L'aspect statistique des fractures de fibres est modélisé à l'aide d'une méthode de Monte Carlo sur la base d'une discrétisation du réseau de filaments (cf. chap.3). Les filaments sont découpés en maillons unidimensionnels. La finesse de cette discrétisation a été discutée dans le chapitre 3 : la configuration multifilamentaire implique les mêmes impératifs qu'en monofilamentaire. L'ensemble des maillons adressés par leurs coordonnées (i, j, k) dans les trois dimensions du composite est affecté des populations de défauts via la loi de Weibull unimodale décrite au chapitre 3. Les paramètres de cette loi correspondent à la dispersion des familles de défauts qui s'activent dans la configuration d'une éprouvette monofilamentaire soumise à une traction axiale. L'identification multiéchelle des défauts a été réalisée grâce à la modélisation d'un essai de fragmentation.

⁴[Bettge & al., 06] obtiennent pourtant des durées de vie inférieures en régime oligocyclique pour des chargements anisothermes en phase par rapport à des chargements isothermes à haute température. L'explication vient probablement des fréquences de chargement qui sont très éloignées : 0.25 Hz pour les essais isothermes par rapport à 7 min./cycle pour les essais anisothermes.

Pour rappel, c'est un tirage de nombres aléatoires⁵ ($P_{i,j,k} \in [0, 1]$) qui permet d'affecter une contrainte à rupture à chaque maillon du modèle par :

$$\sigma_{i,j,k}^r = \sigma_0 \left[\frac{L_0}{L_m} \ln \frac{1}{1 - P_{i,j,k}} \right]^{\frac{1}{m}}.$$

Avec σ_0 : contrainte de référence pour une longueur de jauge L_0 , m : module de Weibull, L_m : longueur d'un maillon de la discrétisation.

Le chargement macroscopique

La variable de contrôle est la contrainte axiale dans le renfort. Selon l'intensité du chargement macroscopique, la température et la fraction volumique, la relation entre σ_{zz}^f et le nombre de cycles N est issue des calculs sur la cellule hexagonale périodique.

L'évolution de la variable σ_{zz}^f qui va piloter le modèle de durée de vie a été obtenue pour un nombre de cycles suffisant afin de couvrir la plage des durées de vie oligocycliques du composite SCS-6/Ti6242.

On ne considère que la succession des maxima de contraintes dans les fibres au cours des cycles (enveloppe des maxima de contraintes obtenue par les calculs EF périodiques).

Le chargement est appliqué dans le modèle via des incréments de contrainte axiale $\Delta\sigma^f$. Le lien avec le nombre de cycles est utilisé pour calculer les cinétiques de décohésion et l'évolution des zones de surcharge qui en découle. La fonction $\sigma_{max}^f(N)$ doit donc être inversée pour obtenir $N(\sigma_{max}^f)$.

L'enveloppe $\sigma_{max}^f(N)$ est reproduite analytiquement dans SIRCUD à l'aide d'une routine d'approximation multilinéaire. L'utilisateur doit renseigner dans un fichier les coordonnées des points (σ_{zz}^f, N) qu'il souhaite utiliser pour l'approximation. Ces points correspondent à la discrétisation choisie pour l'interpolation multilinéaire de l'enveloppe. Selon la forme de ces enveloppes associée aux différents cas de chargements macroscopiques, nous considérons qu'une dizaine de points est suffisante pour interpoler correctement par morceaux une courbe $N(\sigma_{max}^f)$. Cette méthode permet de reproduire précisément les courbes de surcharge difficilement identifiables par une fonction analytique.

Les incréments de contraintes sont ajustés automatiquement de manière à éviter la divergence (les incréments trop importants entraînent des instabilités non naturelles) et limiter le temps de calcul (incrément trop petits).

Rupture(s), rechargement et report de charge

Le report de charge induit par la rupture d'un filament a été estimé au chapitre 4. La surcontrainte locale dans les fibres voisines d'une rupture a été calculée dans différentes configurations (température, Vf, longueurs de décohésion,...). Au voisinage d'un cluster de ruptures, la surcharge est estimée par une méthode superposant ces valeurs de surcontrainte.

⁵le générateur de nombres aléatoires utilisé est au choix la fonction `ran1(idum)` ou `ran3(idum)` ([Press & al., 92]).

Lorsqu'une rupture se produit, le numéro de cycle correspondant est enregistré. Les longueurs de décohéation et de surcharge (L_r et L_s) associées sont données par (cf. chap. 4) :

$$\begin{aligned} L_r &= \frac{Rf}{\tau_r} \sigma_{zz}^\infty(N) + \frac{dL_{dec}}{dN}(N - N_{rupt}), \\ L_s &= \frac{Rf}{\tau_r} \sigma_{zz}^\infty(N) + \frac{dL_{dec}}{dN}(N - N_{rupt}) - cte. \end{aligned}$$

Avec la fonction de report de charge α_{max} (calculée au chapitre 4 et dépendante des configurations Vf et température), on obtient l'évolution des zones de surcontraintes triangulaires.

Une information supplémentaire est nécessaire : la vitesse de décohéation $\frac{dL_{dec}}{dN}$. Elle dépend bien sûr du cas de chargement macroscopique. Il est difficile de l'estimer autrement qu'en effectuant un essai de fatigue instrumenté par des capteurs acoustiques et de procéder ensuite à une dissolution de la matrice (cf. chap.2 et [Legrand, 97]). Les résultats expérimentaux de [Legrand, 97] nous donneront une première estimation de cette vitesse pour les cas de calcul qui se rapprochent de ses conditions d'essais. Cette vitesse de décohéation fait partie des variables à identifier pour reproduire dans SIRCUD des durées de vie expérimentales.

Comme nous l'avons exposé dans les chapitres 3 et 4, il n'est pas nécessaire, pour la configuration composite, d'adopter dans les zones de rechargement un profil de contrainte axiale complexe issu de l'utilisation des zones cohésives. En effet, ces profils mixtes (portion linéaire et portion sigmoïdale) trouvent leur utilité en fragmentation lorsque la densité linéique des ruptures de fibre est importante. Le total des zones de rechargement n'est alors plus négligeable devant les longueurs de fibre considérées : la probabilité que des ruptures se produisent dans ces zones de rechargement n'est plus négligeable. De plus, le chapitre 4 utilise une interface mixte au niveau de la rupture (longueur décohérée + longueur saine). Le profil des surcontraintes obtenu dans les voisines est très proche d'une forme linéaire en "chapeau" : c'est celui qui est adopté dans SIRCUD. L'utilisation d'une relation purement linéaire pour fixer les zones de rechargement dans SIRCUD ne dégrade donc pas la finesse obtenue par les calculs E.F. pour la surcontrainte. Ces deux remarques conduisent à adopter un paramètre τ_r unique qui fixe les longueurs de rechargement à ce moment là assimilées à des longueurs d'exclusion (la forme du profil de rechargement n'a alors plus d'importance).

L'identification précise du coefficient de rechargement initial τ_r est délicate. Pour identifier ce paramètre, [Molliex, 95] et [Legrand & al., 02] comparent des simulations de la rupture en traction avec des essais sur composites SCS-6/TA6V et SM1140+/Ti6242. Tous les autres paramètres de leur modèle ayant été identifiés par ailleurs et comme il n'y a pas de mécanisme supplémentaire lié à un chargement de fatigue, l'identification de τ_r est possible. τ_r caractérise le transfert de charge, sa valeur est par conséquent variable selon la nature de l'interface, la température ou la fraction volumique de fibres.

Cependant, nous ne disposons pas, à cet instant, d'essais de traction à rupture sur le

système SCS-6(EGV)/Ti6242. Nous adopterons donc dans un premier temps les valeurs identifiées par [Legrand & al., 02] pour le système SCS-6/TA6V proche du nôtre. L'influence de ce paramètre sur les durées de vie simulées pourra être étudiée par ailleurs (étude paramétrique), de manière à éventuellement l'ajuster.

La valeur du paramètre *cte* qui règle l'écart entre la taille de la zone surcontrainte et celle de la zone de rechargement est obtenue à l'aide des calculs EF du chapitre 4. Lorsque la longueur de rechargement est donnée (par τ_r), cet écart (*cte*) est donné en fonction du Vf et de la température. Les modélisations E.F. du chapitre 4 montrent qu'il ne varie quasiment pas au cours des cycles de chargement.

Particularités et hypothèses propres à l'algorithme

La figure 5.21 illustre le principe général du modèle de durée de vie appelé SIRCUD-3 (Simulation de la Rupture d'un Composite UniDirectionnel, version 3).

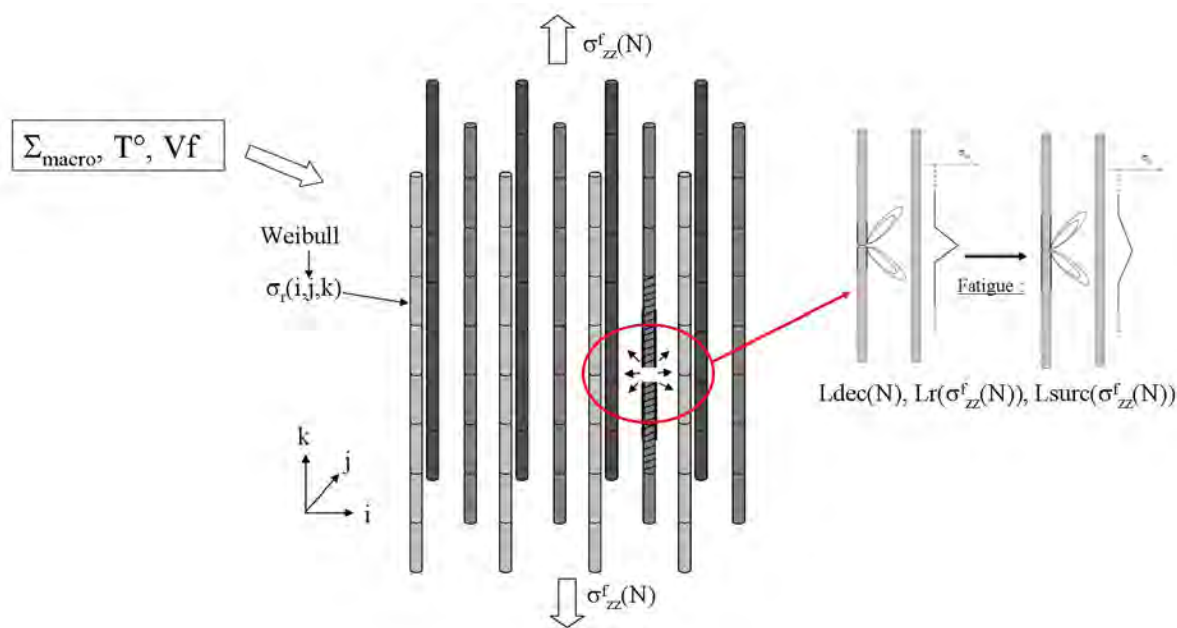


FIG. 5.21 – Principe du modèle de durée de vie.

Ses variables d'entrée sont :

- les paramètres géométriques qui définissent la taille du composite à simuler : le nombre de plis de fibres, le nombre de fibres par pli, la longueur de composite (L), la taille des maillons (L_m);
- les paramètres de Weibull du renfort (m, σ_0, L_0);
- la fonction $\sigma_{max}^f(N)$ associée à l'enveloppe des maxima de contraintes dans les fibres;

- les paramètres qui règlent le report de charge en fonction du cas de chargement macroscopique : τ_r (pente initiale du rechargement), cte (pour régler le support du triangle de surcontrainte), α_{max} (donnant la valeur du pic de surcharge dans les fibres voisines d'une rupture) et $\frac{dL_{dec}}{dN}$ (vitesse de décohésion).

Le scénario d'endommagement reproduit par l'algorithme est le suivant :

- On impose un incrément de contrainte initial calculé de manière à faire rompre le maillon le plus faible. La rupture de ce maillon est activée avec une longueur d'exclusion initiale liée à la valeur de la contrainte appliquée. La surcontrainte triangulaire correspondante est appliquée aux maillons voisins de cette rupture. Le numéro du cycle associé à cette rupture est enregistré.
- Avant tout incrément de contrainte supplémentaire, on contrôle si la surcharge induite par la rupture provoque des ruptures secondaires et la formation d'un cluster : si tel est le cas, les ruptures correspondantes sont activées avec la mise en place des longueurs d'exclusions et de surcharge associées. Un contrôle de la stabilité du système est à nouveau réalisé.
- On incrémente la contrainte globale appliquée aux filaments. Cet incrément de contrainte est associé à un incrément du nombre de cycles à l'aide de l'enveloppe de surcharge déterminée par le calcul EF. Ce nombre de cycles est alors utilisé pour déterminer les longueurs des décohésions et des zones de surcharge correspondantes.
- On examine alors si l'incrément de contrainte provoque de nouvelles ruptures isolées où liées à l'évolution des zones de surcharge (formation de clusters). La rupture finale est atteinte lorsque le système présente une instabilité (rupture en chaîne des maillons).

Les actions principales de l'algorithme du code sont indiquées sur la figure 5.22. Cette figure expose les principales variables du code, utilisées pour résoudre les difficultés liées à la programmation de l'algorithme : on notera par exemple l'utilisation d'une variable $Rupt_{eff}(i_{rupt}, (i, j, k), \sigma_{appli}^f(i_{rupt}))$. Cette variable est liée à la mise à jour des zones de surcharge triangulaires et de rechargement (fig.5.22 : *). Pour recalculer les valeurs des coefficients de surcharge à chaque incrément de contrainte, le scénario d'endommagement est entièrement reproduit chronologiquement : il est donc nécessaire d'enregistrer l'histoire du chargement avec l'ordre d'apparition des ruptures. Cette procédure augmente le temps de calcul et est sans doute contournable, mais constitue le meilleur moyen que nous ayons trouvé pour reproduire correctement l'étalement du chapeau de surcontrainte au cours des cycles.

Une subtilité supplémentaire doit être mentionnée : la chronologie "physique" des événements doit être respectée dans l'algorithme. Les mécanismes de report de charge peuvent conduire à dépasser la contrainte à rupture locale en plusieurs endroits (plusieurs maillons) dans un filament surcontraint. Comme l'illustre la figure 5.23, le jeu des zones d'exclusion fait qu'il n'est pas rigoureux de parcourir sans ordre particulier les maillons dans les boucles de calcul. Il faut respecter l'ordre réel des ruptures : dans le cas contraire, l'enchaînement des événements peut s'en trouver bouleversé. Il est donc

nécessaire de programmer l'algorithme de manière à discerner à chaque fois parmi les maillons susceptibles de rompre, celui soumis à la contrainte la plus éloignée de son propre seuil de rupture (fig.5.22 : **). C'est ce maillon dont la rupture est activée en premier dans le code.

On comprend que ce phénomène n'est pas lié à la valeur de l'incrément de contrainte puisque le cas illustré par la figure 5.23 est lié à l'apparition d'une nouvelle rupture. En revanche, cette méthode permet de pallier aux éventuels problèmes de taille d'incrément de contrainte qui provoquent plusieurs ruptures "simultanées".

Note : *Si le principe général de la modélisation s'inspire fortement des travaux antérieurs de [Molliex, 95], [Legrand, 97] et [Faucon, 99], cette nouvelle version de SIR-CUD n'est pas issue d'un développement des versions antérieures. L'ensemble du code a du être réécrit compte-tenu des conséquences des hypothèses précédentes sur l'algorithme général.*

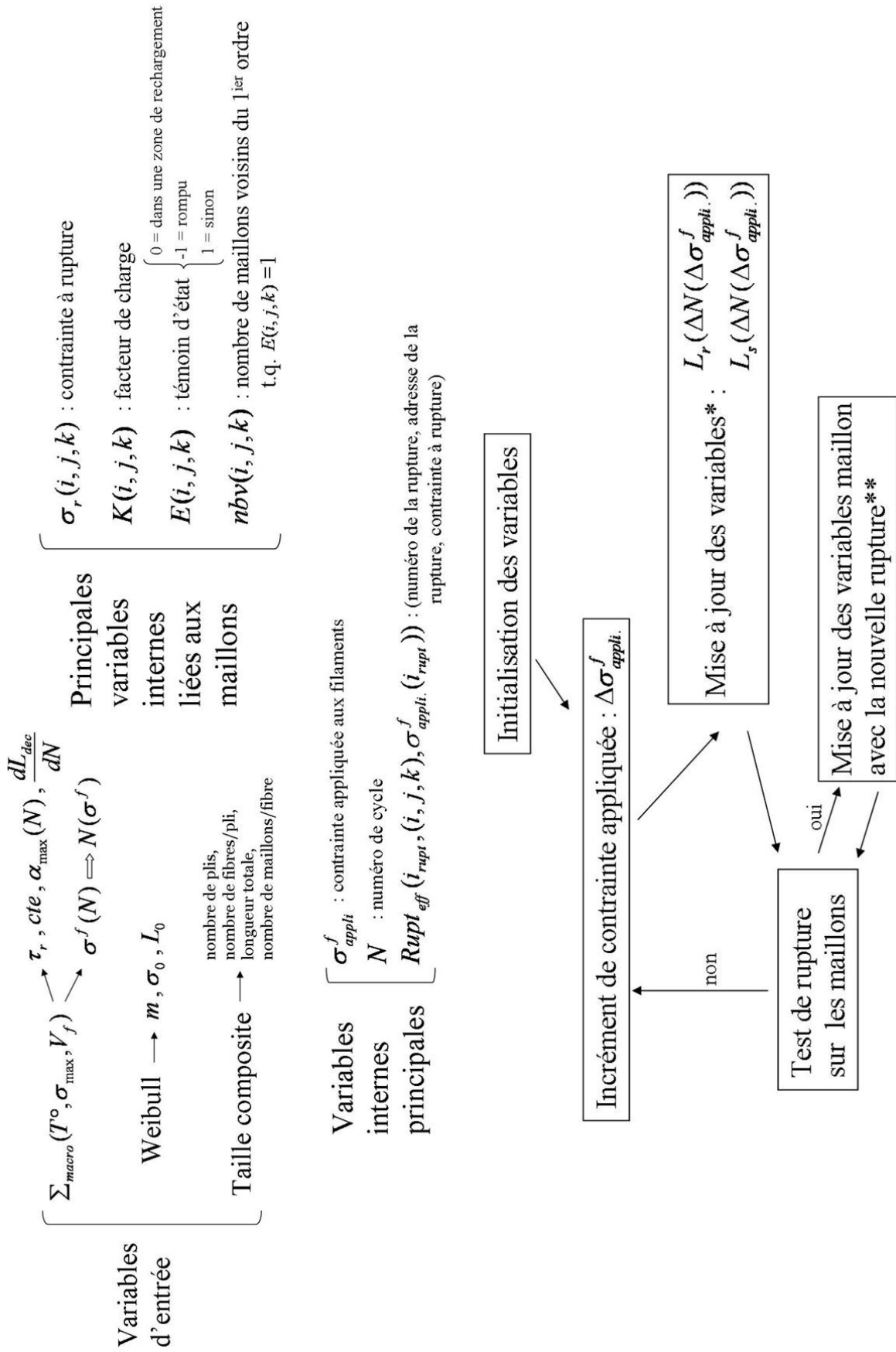


FIG. 5.22 – Algorithme simplifié du code SIRCUD (les actions étoilées sont commentées dans le texte).

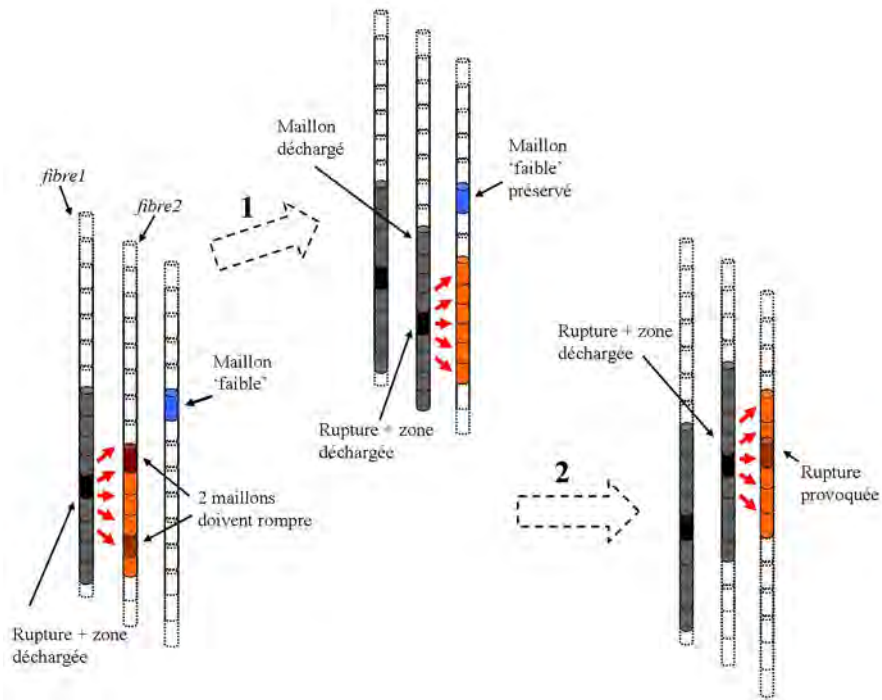


FIG. 5.23 – **Importance du respect de l'ordre des ruptures de maillons.** Deux scénarios différents (1 et 2) peuvent survenir, selon l'ordre dans lequel on fait rompre l'un des deux maillons de la zone surchargée. Dans le cas 1, le maillon 'faible' sera préservé tandis que dans le cas 2, celui-ci rompra.

La notion de cluster

Clarifions une hypothèse adoptée dans l'algorithme qui est celle liée à l'approche du report de charge lors de ruptures. La technique de calcul des coefficients de surcontrainte⁶ développée au chapitre 4, suppose que l'intensité de cette surcharge est fonction de ce que nous avons appelé "le nombre de voisins disponibles" (on peut se reporter à la figure 5.23 pour avoir un schéma illustrant ces commentaires).

Lorsqu'une rupture survient, une longueur de rechargement assimilée à une longueur d'exclusion se met en place : notons cette fibre rompue *fibre1*. De manière sous-jacente, il est supposé que l'ensemble des maillons compris dans cette zone d'exclusion ne sont plus

⁶Rappel du calcul des surcontraintes :

$$k'(z) = k(z) + \frac{k_i(z) \cdot \alpha(z)}{n},$$

$k'(z)$ et $k(z)$ sont respectivement les nouveaux et anciens "surplus" de charge supportés par la fibre considérée. $k_i(z)$ désigne le surplus de charge supporté par la voisine i ($0 \leq i \leq 6$ loin des bords) qui vient de rompre, n désigne le nombre de voisins non rompues de la fibre i , et α désigne le facteur de transfert de la charge $k_i(z)\sigma^\infty$ supportée par la fibre i avant sa rupture vers la voisine considérée.

capables de supporter la moindre charge. Une rupture secondaire intervient à cause de la surcharge d'une voisine de cette rupture (que l'on note *fibres2*) : il faut alors calculer la surcontrainte au voisinage de cette rupture secondaire.

Le voisinage de la seconde rupture comporte des maillons de la *fibres1*. Cependant, le maillon de la *fibres1* coplanaire à cette rupture secondaire se situe dans la zone d'exclusion de la *fibres1*. La surcharge du voisinage de la *fibres2* est alors calculée comme si la *fibres1* n'était plus susceptible d'être surchargée. La *fibres2* a donc une voisine 'en moins' ce qui surcontraint d'autant son voisinage non perturbé selon la formulation du report de charge.

Cette approche revient donc à définir plus précisément la notion de cluster : il y a formation d'un cluster lorsqu'au moins deux ruptures interviennent dans des fibres voisines, à des hauteurs différentes de moins d'une longueur de rechargement. Dans ce cas, la surcharge du voisinage est fonction du nombre de ruptures formant ce cluster.

On comprend donc ici que la définition d'un cluster est en elle même une question complexe. Selon le système étudié, il est possible que cette notion soit variable : la formation d'un cluster dépendra de la distance axiale entre deux ruptures voisines ou en d'autres termes, des conséquences de la superposition ou non des volumes perturbés par ces deux ruptures. Dans tout les cas, on est ici toujours tributaire d'une vérification de ces hypothèses par un calcul E.F. à l'aide du modèle proposé au chapitre 4.

D'autre part, le report de charge du modèle est toujours limité au voisinage du premier ordre : comme il n'a pas été possible d'évaluer la surcharge au voisinage d'ordre supérieur d'un cluster, nous ne savons pas exactement le niveau d'approximation que cela constitue. Cependant, les cas où le report de charge dû à la formation d'un cluster entraînerait la rupture d'une fibre voisine du deuxième ordre sans rompre la voisine du premier ordre paraissent peu probables. Dans le cas d'une unique rupture, les voisines du premier ordre constituent un "écran" vis à vis des fibres voisines du second ordre ; on peut donc supposer que la surcharge des voisines du second ordre a fortement diminué au passage de l'écran des fibres du premier ordre, lors de la formation d'un cluster. Cet aspect peut également être vérifié à l'aide du modèle EF proposé au chapitre 4.

Lorsque le cluster de ruptures est plus important, la surcontrainte induite dans le premier rideau de fibres est telle, que la rupture se propage de manière catastrophique : dans ce cas, l'approximation de la surcharge au premier ordre n'est pas pénalisante.

2.1 Essais numériques de fatigue oligocyclique

Nous allons maintenant présenter quelques essais numériques de fatigue oligocyclique axiale.

Les informations traditionnellement obtenues lors d'un essai expérimental de fatigue sont le numéro du cycle à rupture, le rochet expérimental et parfois l'activité acoustique révélatrice de la cinétique d'endommagement ([Thomas & al., 01] ou [Legrand, 97]). Les cycles à rupture et l'activité acoustique seront deux moyens intéressants de valider les essais virtuels. En effet, l'activité acoustique peut être précisément associée au nombre de ruptures de fibres en chargement oligocyclique (paramètre qui est accessible par la simulation).

La figure 5.24 illustre le dialogue écran lors de l'exécution de SIRCUD.

```

rousset@pcguillaume:~/sircud
[rousset@pcguillaume sircud]$ ./sircud
=====
SIRCUD-3.1 - G. ROUSSET 06/07
=====

-----
Fichiers du cas de calcul 1 :
-----
parametres : -param-casl.com
chargement macro : -Interp_surcharge-fibre1.dat
resultats : -casl.res
trace : -casl.tra
*****
***** parametres du cas de calcul 1 *****
*****
nombre de fibres (NBF): 40.
  plis (NBP): 40.
  maillons/fibre (N): 2000.
  longueur simulee L (cm): 10.
  LM, taille maillon (microns): 50.
Weibull : SIGO(MPa),L0 (mm),m : 3499.99999 25.4 8.
  Rf (mm) : 0.07
Pente rechargement initial T0r (MPa) : 49.9999999
  Ecart entre Lr et Ls (mm) : 0.1
Vitesse de decohesion dLdec/dN (microns/cycle) : 1.
*****DEBUT CALCUL DDV*****
*****
Cas de calcul 1/ 1
Tirage 1/ 1
rupture effective a: ( 24 21 1319 1.), pour: 1331MPa, Ncy= 365
increment de contrainte ! --> mise a jour LDEC et LSURC
deltaSigma= 1332.0414MPa, Sigma= 1332MPa, nombre de ruptures= 1
Lr= 0.000932490745 m
Ls= 0.000832490745 m
increment de contrainte ! --> mise a jour LDEC et LSURC
deltaSigma= 0.3374999999MPa, Sigma= 1332MPa, nombre de ruptures= 1
Lr= 0.000932819642 m
Ls= 0.000832819642 m
increment de contrainte ! --> mise a jour LDEC et LSURC

```

FIG. 5.24 – Capture d'écran lors de l'exécution de SIRCUD.

Le premier cas de calcul est illustré par la figure 5.25. Nous nous sommes placé dans les conditions d'un des essais de fatigue réalisé par [Legrand, 97]. Les éprouvettes composites utilisées par cet auteur sont en SCS-6/TA6V avec une zone utile qui correspond à 8 plis de 40 fibres pour une longueur L de 30 mm. Les éprouvettes ne comportent pas de gaine de titane entourant le composite : il n'y a donc pas "d'effet structure" à étudier (le chargement appliqué à l'éprouvette correspond à celui subi par le composite).

De plus, si l'alliage de ces éprouvettes est différent du Ti6242, les fibres sont issues d'un lot sûrement différent du nôtre, sans compter l'intervention du procédé de fabrication EGV. La comparaison avec l'essai de [Legrand, 97] n'est donc présentée ici qu'à titre d'illustration, et permet de vérifier dans un premier temps que SIRCUD ne donne pas de résultats irréalistes.

L'exemple expérimental tiré des travaux de [Legrand, 97] est premièrement un chargement macroscopique de 1200 MPa, triangulaire à 0,1 Hz, à 450°C pour un Vf de 35%. Nous adoptons dans SIRCUD-3 un rechargement interfacial τ_r de 40 MPa et une vitesse de décohesion cyclique $\frac{dL_{dec}}{dN}$ de 1 $\mu\text{m}/\text{cycle}$, qui sont les valeurs proposées par [Legrand, 97].

Les calculs du chapitre 4 montrent que dans cette configuration, l'écart entre longueur de rechargement et longueur surcontrainte est environ 0,15 mm ($cte=0,15$ mm). Le pic de

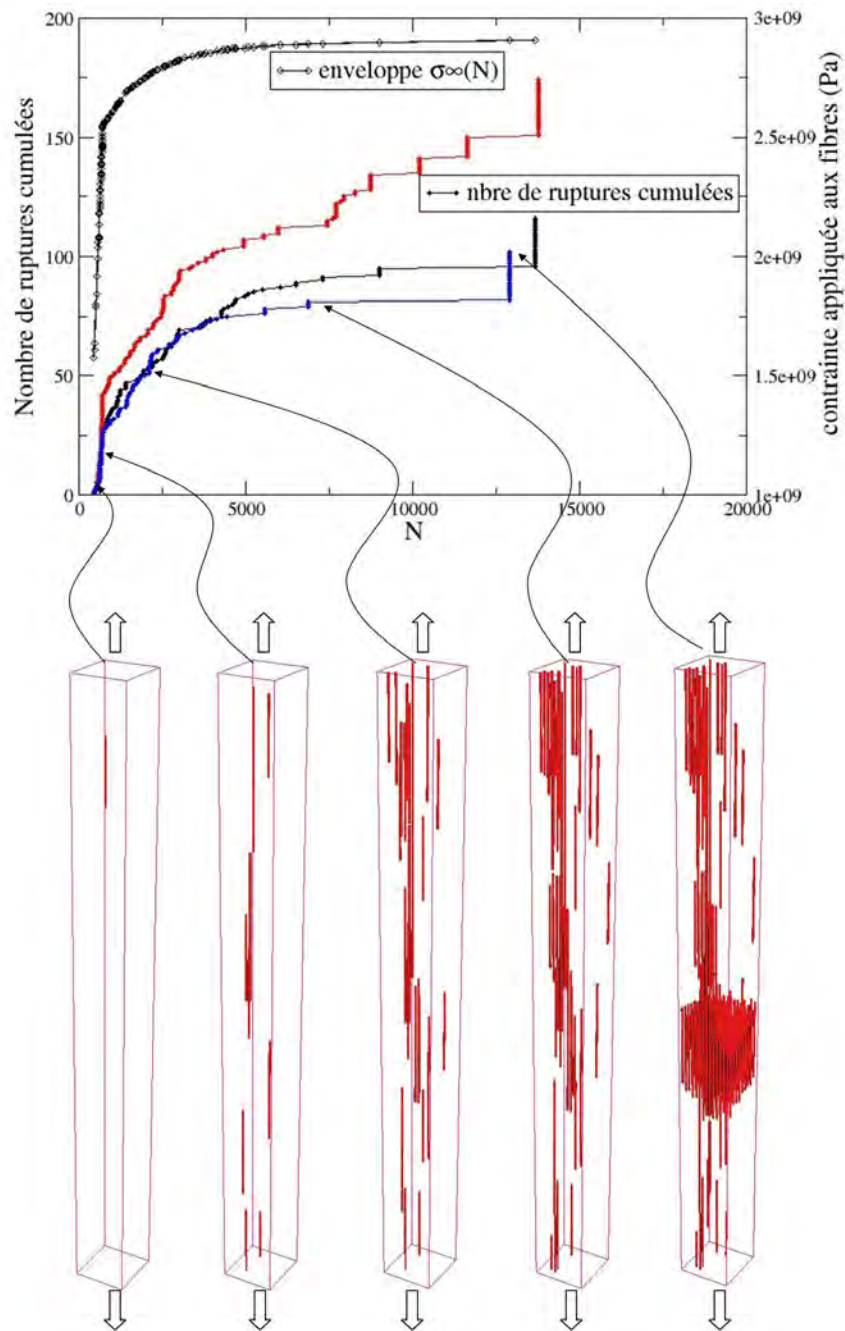


FIG. 5.25 – Cas de calcul 1 : représentation de trois essais numériques. $\sigma_{macro}=1200$ MPa, $T=450^{\circ}\text{C}$, $V_f=35\%$, $f=0.1$ Hz ; 8 plis de 40 fibres, $L=30$ mm, $L_m=30$ μm ; décohesion : $\frac{dL_{dec}}{dN}=1$ $\mu\text{m}/\text{cycle}$, $\tau_r=40$ MPa ; Weibull : $m=8$, $\sigma_0=3500$ MPa.

surcharge dans les voisines d'une rupture est donné par $k_{max}=1,06$ loin des bords (α_{max} vaut donc 0,36).

Les paramètres de Weibull que nous utilisons pour cet exemple sont : $m=8$, $\sigma_0=3500$ MPa, $L_0=25.4$ mm.

La figure 5.25 représente le cumul des ruptures de fibres et la contrainte globale appliquée au renfort en fonction du nombre de cycles, pour trois essais numériques distincts (*i.e.* trois tirages des contraintes à rupture de l'ensemble du réseau de maillons). Une animation graphique de l'évolution de l'endommagement dans le réseau de filaments a été construite. La zone utile de l'éprouvette est modélisée, et on distingue cinq états successifs du composite indexés sur une courbe de cumul des ruptures. Les maillons rompus apparaissent en noir, et les zones de rechargement associées aux ruptures sont rouges. On peut remarquer la croissance des zones de rechargement à mesure des cycles par exemple pour les ruptures situées dans la zone inférieure de l'éprouvette entre les états 2, 3 et 4. La formation du cluster final apparaît à l'état 5.

L'évolution de la contrainte appliquée au renfort qui est représentée correspond à l'interpolation de l'enveloppe des maxima de contraintes donnée par le calcul EF sur la cellule périodique.

Les durées de vie obtenues pour ce calcul présentent une dispersion qu'il faut considérer. Nous verrons par la suite que cette dispersion est présente dans la plupart des cas de calcul. Les trois essais numériques représentés figure 5.25 sont ceux qui fournissent les durées de vie les plus faibles. La dispersion des durées de vie est une conséquence de la nature statistique intrinsèque au modèle. Cet effet est amplifié par le caractère asymptotique de l'enveloppe $\sigma^f(N)$ à partir du moment où le mécanisme de surcharge globale commence à se stabiliser. On voit sur la figure 5.25 que la courbe de surcharge présente un plateau à partir de 5000 cycles : un grand nombre de cycles supplémentaires ne génère qu'un faible incrément de contrainte dans le renfort.

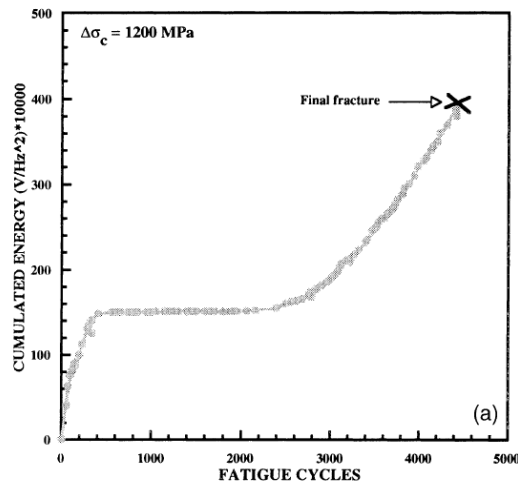


FIG. 5.26 – Essai expérimental de fatigue oligocyclique axiale réalisé par [Legrand, 97]. Composite SCS-6/TA6V, $T=450^{\circ}\text{C}$, $\sigma_{max}=1200$ MPa, $f=0.1$ Hz, $V_f=35\%$.

A titre de comparaison donc, la figure 5.26 reporte l'activité acoustique enregistrée

par [Legrand, 97] lors de l'essai expérimental que nous avons reproduit. La forme de la courbe d'activité acoustique est similaire à celles obtenues par la simulation (fig.5.25). De nombreuses ruptures surviennent dans les premiers cycles puis le cumul des ruptures ralentit avant de croître rapidement en fin de vie de l'éprouvette.

Cette première comparaison essai/modèle présente un écart entre les durées de vie simulées ($\simeq 13000$ cycles) et celle obtenue expérimentalement ($\simeq 5000$ cycles). Les composites étudiés sont comme nous l'avons dit différents. Cependant, cet écart et la comparaison des activités acoustiques montre que le modèle s'il surestime ici la durée de vie, ne donne pas de résultat irréaliste. Cette première confrontation est donc encourageante.

Remarque : *Le comportement à rupture aléatoire des fibres se répercute de manière amplifiée sur les durées de vie lorsque la rupture finale intervient dans un intervalle de cycles pour lequel le phénomène de surcharge globale est stabilisé. Dans cet intervalle de cycles, les mécanismes d'endommagement qui prennent de l'importance sont ceux dont l'identification précise est la plus délicate : cinétique de décohésion, croissance des zones de surcharge ([Legrand, 97]). D'une manière plus générale, l'impact des incertitudes concernant les paramètres du modèle se trouve amplifié. Pour obtenir une sécurité maximale, l'idée est donc de privilégier le dimensionnement du CMM pour la phase de surcharge des fibres la plus prononcée.*

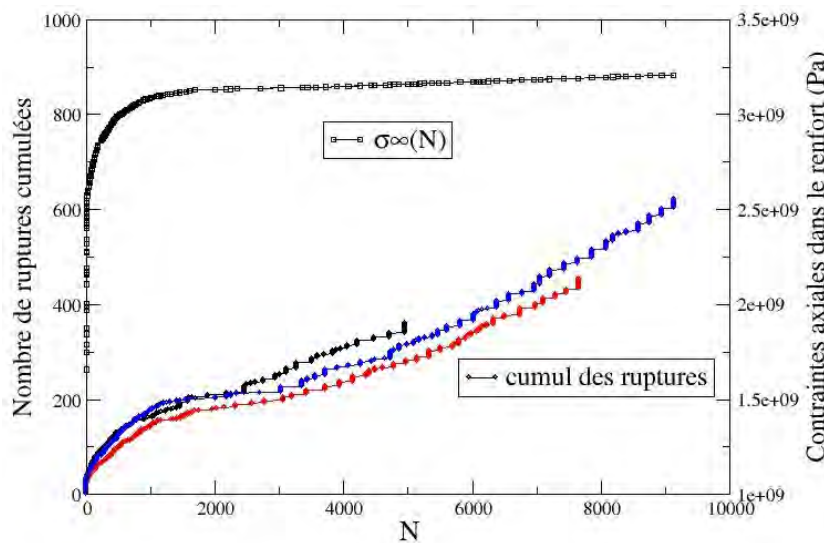


FIG. 5.27 – Cas de calcul 2. Représentation de trois essais numériques. $\sigma_{macro}=1300$ MPa, $T=450^{\circ}\text{C}$, $V_f=35\%$, $f=0.1$ Hz ; 8 plis de 40 fibres, $L=30$ mm, $L_m=30$ μm ; décohésion : $\frac{dL_{dec}}{dN}=1$ $\mu\text{m}/\text{cycle}$, $\tau_r=40$ MPa ; Weibull : $m=8$, $\sigma_0=3500$ MPa, $L_0=25.4$ mm.

La deuxième confrontation correspond à un deuxième essai réalisé par [Legrand, 97]. Les conditions d'essais restent les mêmes sauf σ_{max} qui vaut cette fois 1300 MPa.

La figure 5.27 présente les résultats d'un calcul de durée de vie avec les mêmes paramètres que précédemment pour ce chargement. Les différents tirages conduisent à des durées de vie qui s'échelonnent entre 5000 et 9000 cycles. Ces durées de vie sont du même ordre que celle obtenue expérimentalement par [Legrand, 97] pour le SCS-6/TA6V ([Legrand, 97] donne 7196 en cycle à rupture pour cet essai). Cependant, les paramètres de Weibull utilisés sont différents de ceux identifiés par cet auteur à partir de filaments extraits (tests de traction sur les filaments extraits des éprouvettes par dissolution de la matrice). Si l'on utilise les mêmes paramètres de Weibull que [Legrand, 97] ($\sigma_0=4600$ MPa, $L_0=25$ mm, $m=11$), les durées de vie estimées par SIRCUD-3 sont cette fois très supérieures à celles obtenues précédemment ($\simeq 60000$ cycles pour $\sigma_{macro}=1300$ MPa, ≥ 200000 cycles pour $\sigma_{macro}=1200$ MPa). Ces durées de vie sortent de la plage des chargements oligocycliques. Si on les compare à celles obtenues pour ces conditions d'essais par le modèle de durée de vie de cet auteur, elles sont également très supérieures.

Une des raisons de cet écart vient du fait que le coefficient de surcontrainte utilisé par [Legrand, 97] vaut 1.17 dans les voisines du premier ordre d'une rupture (1.06 dans notre cas). En utilisant dans nos simulations les paramètres de Weibull identifiés par l'essai de fragmentation ($\sigma_0=3600$ MPa, $L_0=25$ mm, $m=8$), les durées de vie obtenues se rapprochent cette fois des valeurs expérimentales sur SCS-6/TA6V.

En utilisant les paramètres de Weibull des SCS-6(EGV) identifiés par la fragmentation avec un coefficient de surcontrainte de 1.17, nos simulations conduisent à des durées de vie très brèves de l'ordre de 2000 cycles pour un chargement de 1200 MPa. Avec les mêmes paramètres de Weibull que [Legrand, 97] et un coefficient de surcontrainte de 1.17, les durées de vie obtenues pour un chargement de 1200 MPa dépassent largement la limite du domaine oligocyclique (≥ 100000 cycles). Le fait que l'on ne reproduise pas les mêmes durées de vie que [Legrand, 97] en utilisant les mêmes données d'entrée, tient aussi à la modélisation de la surcharge en "triangle" et non pas en "créneau" qui est utilisée par cet auteur. Le mécanisme de surcharge au voisinage des ruptures est plus sévère chez [Legrand, 97].

Pour un chargement de 950 MPa à 0.01 Hz, un Vf de 35%, une température de 450°C et la même taille de composite (*i.e.* 8 plis de 40 fibres, zone utile = 30 mm), la figure 5.28 présente les durées de vie obtenues pour 30 essais numériques. Les paramètres de la simulations sont ceux déterminés par [Legrand, 97] pour ce qui concerne le transfert de charge (τ_r et $\frac{dL_{dec}}{dN}$), et les paramètres de Weibull sont ceux identifiés par l'essai de fragmentation du chapitre 3.

On remarque premièrement une dispersion assez faible des résultats. Les durées de vie obtenues ont une valeur moyenne de 90000 cycles. Ces valeurs sortent donc de l'intervalle des chargements oligocycliques. De plus, on peut remarquer que la longueur du composite étant de 30 mm, une vitesse de décohésion de 1 $\mu\text{m}/\text{cycle}$ conduit à des longueurs de décohésion de 100 mm pour $\Delta N \simeq 100000$. Cet effet ne pose pas de problème dans l'algorithme mais on peut se poser la question de sa réalité physique.

Les durées de vie obtenues par ce calcul sortent du domaine de validité de SIRCUD, et par conséquent, suggèrent la bonne tenue du composite pour ce chargement dans le domaine oligocyclique (*i.e.* le chargement n'est donc pas oligocyclique).

La figure 5.29 présente les durées de vie obtenues dans les mêmes conditions pour un

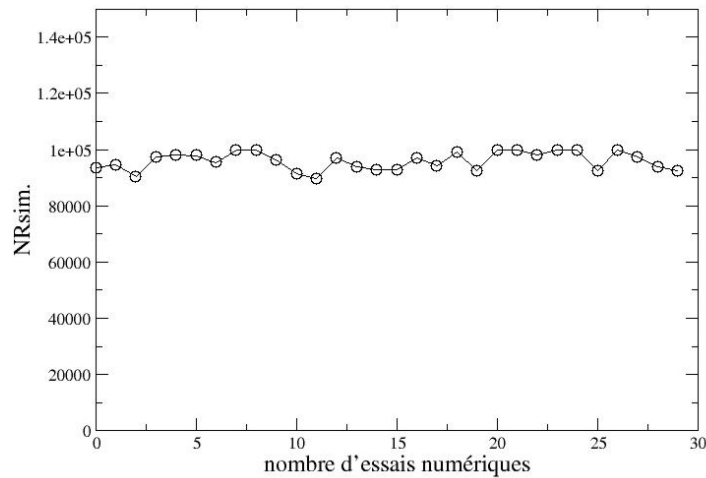


FIG. 5.28 – Cas de calcul 3. Trente essais numériques. $\sigma_{macro}=950$ MPa, $T=450^{\circ}\text{C}$, $V_f=35\%$, $f=0.01$ Hz ; 8 plis de 40 fibres, $L=30$ mm, $L_m=30$ μm ; décohesion : $\frac{dL_{dec}}{dN}=1$ $\mu\text{m}/\text{cycle}$, $\tau_r=40$ MPa ; Weibull : $m=8$, $\sigma_0=3600$ MPa.

volume de composite très supérieur. Ce jeu de simulations est effectué pour 10 plis de 40 fibres et une longueur de 50 cm.

La dispersion obtenue pour 30 essais numériques est du même ordre que celle évaluée pour une taille de composite inférieure. La moyenne des durées de vie obtenues est de 80000 cycles. Il existe donc un effet d'échelle qui se manifeste par une diminution des durées de vie d'environ 10000 cycles pour un volume de composite environ 20 fois supérieur. Ces durées de vie restent cependant très supérieures aux intervalles associés au régime oligocyclique et suggèrent la bonne tenue du composite pour ce chargement.

Influence du module de Weibull des filaments

Un étude paramétrique fine du modèle devra être réalisée pour confirmer les commentaires que nous allons formuler maintenant. Par manque de temps, cette étude ne sera pas entièrement développée dans ce travail mais nous allons nous concentrer sur les points qui nous paraissent les plus intéressants en vue de l'utilisation industrielle du composite. Premièrement, l'impact du module de Weibull des fibres sur la tenue du matériau doit être examiné. En effet, il est intéressant de voir dans quelle mesure un module de Weibull faible, qui est l'apanage de filaments moins coûteux, est pénalisant pour la durée de vie en régime oligocyclique. Les simulations que nous avons effectuées avec $m=8$ révèlent un nombre de ruptures important avant la ruine finale par rapport à un module plus fort (idem chez [Molliex, 95] ou [Landis & al., 00]). Des essais instrumentés en émission acoustique et des dissolutions d'éprouvettes testées pourront renseigner sur ce point. Pour le dernier cas de calcul présenté figure 5.29, utiliser un module plus fort $m=15$, conduit à des durées de vies légèrement supérieures en moyenne (on gagne environ 10000 cycles), mais ne révèle pas d'avantage considérable ; le nombre de ruptures avant la ruine

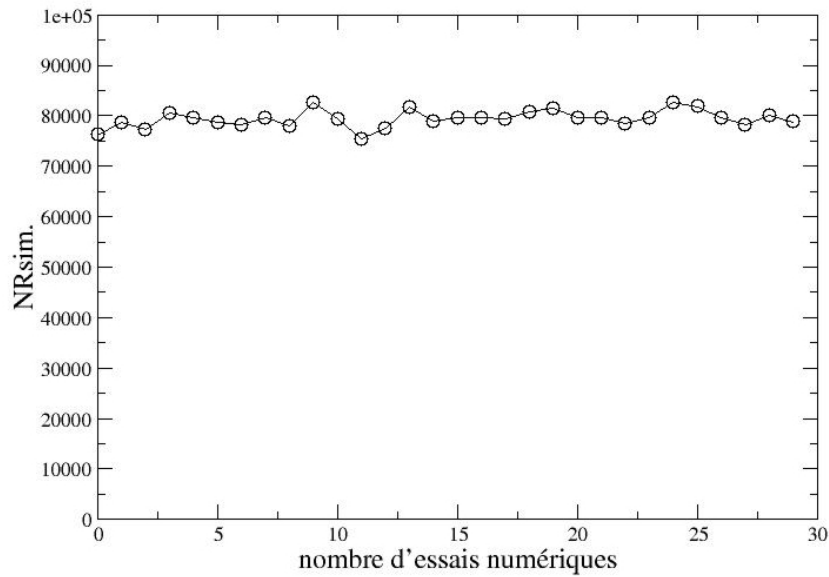


FIG. 5.29 – Cas de calcul 4. Trentes essais numériques. $\sigma_{macro}=950$ MPa, $T=450^{\circ}\text{C}$, $V_f=35\%$, $f=0.01$ Hz ; 10 plis de 40 fibres, $L=500$ mm, $L_m=100$ μm ; décohésion : $\frac{dL_{dec}}{dN}=1$ $\mu\text{m}/\text{cycle}$, $\tau_r=40$ MPa ; Weibull : $m=8$, $\sigma_0=3600$ MPa.

finale est cependant inférieur.

Les réflexions qui ont été menées au chapitre 3 peuvent s'appliquer ici. Un module de Weibull fort "centre" la dispersion des contraintes à rupture autour de la valeur σ_0 . L'influence de m sur le comportement à rupture peut se comprendre simplement en examinant la probabilité de rupture d'une portion de fibre surcontrainte. Supposons cette longueur surcontrainte égale à 3 mm ; comme le formalisme du modèle est construit par la loi de Weibull unimodale, on peut tracer les probabilités de rupture de cette portion de fibre en fonction de la contrainte qu'elle subit. La figure 5.30 représente les deux courbes de probabilité associées aux modules $m=8$ et $m=15$. On remarque alors que selon le niveau de chargement de la portion de fibre, un module faible peut conduire à une probabilité de rupture inférieure et inversement. Cependant le module faible aura favorisé la formation de ruptures multiples aux niveaux de chargement inférieurs.

De par la forme de la loi de Weibull, le point d'intersection de ces courbes est toujours à l'abscisse σ_0 ($P(\sigma_0) = 1 - \exp[-\frac{L}{L_0}] \forall m$). Ce point d'intersection va donc se déplacer vers le haut pour des longueurs de fibres plus importantes ($P(\sigma_0)$ croissant avec L). À mesure que le nombre de ruptures isolées augmente, la longueur cumulée des portions surchargées augmente : pour une contrainte en dessous de la valeur σ_0 la probabilité de rupture avec un m faible sera de plus en plus supérieure à celle obtenue pour un m supérieur (fig. 5.30). Ce qui équilibre un peu les choses et fait qu'au final un module faible ne donne pas toujours des durées de vie extrêmement inférieures à celles obtenues avec un module élevé, réside dans le mécanisme de surcontrainte.

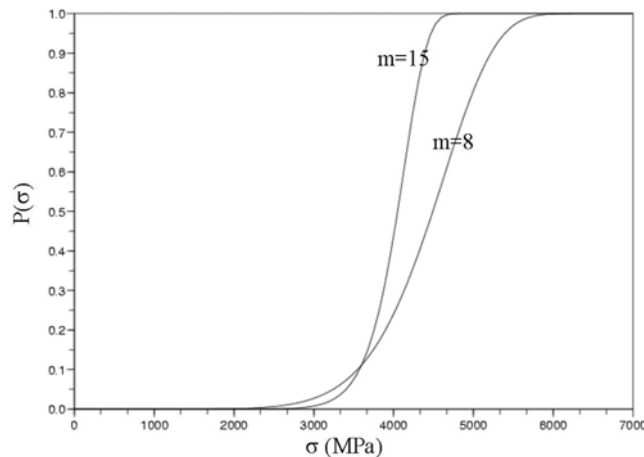


FIG. 5.30 – Comparaison des probabilités de rupture d’une portion de fibre de 3mm pour $\sigma_0=3600$ MPa, $L_0=25.4$ mm avec $m=8$ et 15.

On observe sur la figure 5.30 qu’un module élevé induit une probabilité de rupture supérieure pour les fortes contraintes. Lors de la formation d’un cluster qui induit une surcharge forte, un composite avec un module faible aura tendance à être moins sensible à la formation de ce cluster ; tout dépendra donc de l’intensité du report de charge du système.

En poursuivant cette logique, un composite à fraction volumique importante (qui induit des surcontraintes fortes au voisinage des ruptures) sera sans doute moins désavantagé par un m faible, qu’un composite à fraction volumique faible.

2.2 Modélisation d’un essai de fatigue oligocyclique

Dans le cadre du programme VITAL (cf. chap.1), des éprouvettes cylindriques de SCS-6(EGV)/Ti6242 ont été soumises à des essais de fatigue axiale. Nous allons appliquer notre modèle de durée de vie dans les conditions associées à un de ces essais réalisé dans le domaine oligocyclique.

L’essai considéré est isotherme à $T=350^\circ\text{C}$, la fraction volumique du composite est de 20%. Le chargement macroscopique est triangulaire en contrainte à $\sigma_{max}=1000$ MPa, avec une fréquence (élevée) de 5 Hz.

Cependant, l’éprouvette constitue à elle seule une ”mini-structure”. La partie CMM est en effet gainée par du Ti6242. Un calcul de structure est donc nécessaire au préalable pour connaître le chargement appliqué à l’échelle macroscopique du composite.

La figure 5.31 illustre le modèle EF adopté pour le calcul du champ de contrainte appliqué au composite. Un quart d’une portion de l’éprouvette cylindrique est représenté. Des conditions de symétries sont appliquées sur les plans verticaux (déplacements normaux à ces plans nuls), et on bloque le déplacement axial des noeuds de la face inférieure du modèle. Le chargement macroscopique en contrainte est appliqué sur la face supérieure du modèle avec une condition de bord droit. La simulation des contraintes résiduelles est

effectuée par un refroidissement isotherme du modèle comme dans tout les cas de calcul précédents. La zone CMM a un comportement modélisé par la loi TFA (cf. chap. 4) tandis que la gaine de titane utilise le comportement e-v-p du Ti6242.

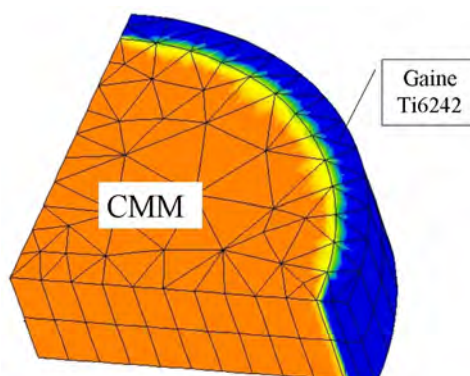


FIG. 5.31 – Calcul sur la "mini-structure" de l'éprouvette cylindrique. Le chargement macroscopique est de $\sigma_{max}=1000$ MPa à 350°C , la simulation du champ résiduel est effectuée.

À l'issue de l'étape de refroidissement, la zone CMM est en légère compression axiale, tandis que la gaine de titane est en traction. Après une centaine de cycles, le champ macroscopique appliqué au composite semble stabilisé. Il est logiquement légèrement supérieur à celui appliqué à l'éprouvette et correspond à des pics de chargement de 1100 MPa. Cette dernière valeur est celle que l'on va utiliser comme chargement macroscopique sur la cellule périodique.

Remarque : *On peut se poser la question de l'homogénéité du champ axial dans la zone CMM. Dans ce cas de calcul, la section CMM ne présente pas de gradient de contrainte axiale au niveau macroscopique : l'ensemble des fibres de l'éprouvette doit donc subir le même chargement. Cependant, il est possible que les filaments situés à la périphérie de la zone CMM puissent subir un champ de contraintes différent de ceux à coeur, notamment à cause du champ résiduel. L'écriture de la loi de comportement TFA ne permet en revanche pas de distinguer ces fibres. Il serait intéressant de vérifier cette hypothèse à l'aide d'un modèle EF. Dans le cas d'une éprouvette avec un nombre de filaments relativement faible (100 en l'occurrence), cet effet pourrait être influent.*

Pour se rapprocher au maximum des conditions d'essais, le calcul sur la cellule périodique est bien sur effectué avec un Vf de 20%, une température de 350°C en tenant compte des contraintes résiduelles. La fréquence de chargement est fixée à 1 Hz (1100 MPa/s.) pour reproduire les effets de la viscosité matricielle qui limitent la surcharge des fibres. Comme nous l'avons précisé, la loi e-v-p du Ti6242 n'est pas validée dans cet intervalle de vitesses mais reproduit bien l'effet escompté.

Comme nous l'avons expliqué précédemment, certains des paramètres de SIRCUD sont difficilement identifiables sans réaliser des essais supplémentaires. En ce qui concerne le

paramètre τ associé aux pentes initiales des zones de rechargement, un essai de traction simple à rupture pour le Vf considéré aurait été utile. La vitesse de décohésion $\frac{dL_{dec}}{dN}$ est également difficilement identifiable sans essais de fatigue avec dissolution de la matrice et instrumentation acoustique pour révéler les longueurs d'interface endommagées en fonction du nombre de cycles (cf. [Legrand, 97]). Ces deux paramètres seront donc "réglés" de façon à s'approcher de la durée de vie obtenue expérimentalement.

Certaines considérations préalables peuvent cependant fournir un ordre de grandeur pour ces paramètres. À l'issue de l'étape de refroidissement, la contrainte radiale de compression à l'interface fibre/matrice de la cellule périodique est aux alentours de -160 MPa. Dans une zone décohérée et avec le coefficient de frottement de [Guichet, 98] $\mu=0.4$ (cf. chap.3), le cisaillement seuil de glissement est donné par la loi de Coulomb : $\tau = -\mu \cdot \sigma_{rr}$. On obtient donc une première estimation du cisaillement interfacial pour les zones décohérées : $\tau=64$ MPa. La vitesse de décohésion $\frac{dL_{dec}}{dN}$ estimée expérimentalement par [Legrand, 97] après un essai de fatigue sur un SCS-6/TA6V (Vf=33%, $T=450^\circ\text{C}$, $\sigma_{max}=1100$ MPa) est de $0.5 \mu\text{m}/\text{cycle}$. L'intensité du fretage étant supérieure pour un Vf inférieur, il est supposé que la vitesse de décohésion que nous devons adopter est inférieure à cette valeur. Nous la fixons dans un premier temps à $0.2 \mu\text{m}/\text{cycle}$.

Les paramètres de Weibull sont ceux identifiés au chapitre 3 : $\sigma_0=3600$ MPa pour $L_0=25.4$ mm, $m=8$. La longueur de jauge est de 13 mm, et comporte 100 filaments. Une observation du faciès de rupture montre un bon arrangement hexagonal des fibres. La forme de l'éprouvette est cylindrique ; SIRCUD fonctionne à partir d'un empilement de plis contenant chacun le même nombre de fibres (section rectangulaire de composite). Nous considérerons qu'une représentation carrée de la zone composite est une bonne approximation en ce qui concerne le nombre de fibres en bordure du CMM.

Le paramètre k_{max} pour un Vf de 20% à 350°C a été évalué au chapitre 4 : on adopte $k_{max}=1.04$. L'écart entre les longueurs de rechargement et de surcontrainte est fixé par $cte=0.22$ mm.

Le premier jeu de simulations conduit à des durées de vie bien inférieures à celle obtenue expérimentalement. Il est alors choisi d'augmenter le paramètre τ pour diminuer les longueurs de rechargement ; on adopte $\tau=100$ MPa. Avec cette valeur, la figure 5.32 présente les durées de vie obtenues pour 30 essais numériques. Les numéros de cycles à rupture sont normés par la durée de vie expérimentale. Avec ces paramètres de simulation, on obtient un intervalle de durées de vie dans lequel l'essai expérimental s'inscrit. Il est difficile de discuter de la dispersion des résultats à l'aide d'un unique essai expérimental. La dispersion produite par le modèle révèle cependant que pour ce jeu de paramètres, la durée de vie expérimentale est au dessus de la moyenne obtenue par la simulation. Cette comparaison essai/modèle se révèle tout de même assez satisfaisante. Le tau de surcharge globale est la principale source d'incertitude de cette modélisation, puisque la fréquence de chargement expérimentale de 5 Hz ne peut être reproduite avec rigueur dans la simulation. Comme la surcharge globale des fibres est sans doute surestimée avec cette fréquence inférieure, les résultats de SIRCUD montrent une bonne corrélation avec l'expérience (on produit de plus des résultats plutôt conservatifs).

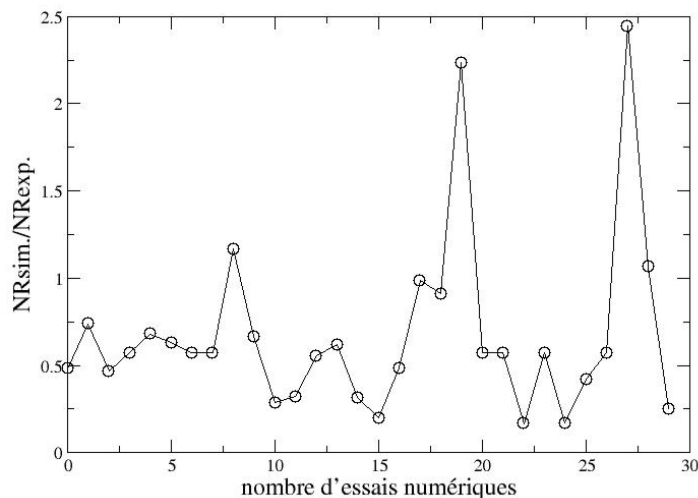


FIG. 5.32 – Durées de vie obtenues par la simulation normées par la durée de vie expérimentale. Trentes essais numériques. $\sigma_{max}=1100$ MPa, $T=350^{\circ}\text{C}$, $f_{experimentale}=5$ Hz, $f_{simulation}=1$ Hz ; 100 fibres, longueur de jauge = 13 mm, Vf=20%.

Remarque : *SIRCUD* modélise le comportement d'un composite dont l'arrangement hexagonal serait "idéal". Les conséquences d'un mauvais arrangement sont complexes à évaluer avec rigueur sans une étude minutieuse par éléments finis : ces phénomènes sont en effet associés au problème complexe des clusters. Les tendances que l'on peut se figurer sont liées à la dispersion des distances inter-fibres. Une distance faible induit un coefficient de surcharge plus élevé et inversement. L'intuition conduit à penser qu'une répartition inégale sera plutôt néfaste pour la durée de vie. De plus, cet effet rajoute un élément aléatoire au comportement du composite : il semble donc important d'obtenir dans la mesure du possible un arrangement régulier lors de l'élaboration. La structure du programme *SIRCUD* permet d'ajouter facilement un tel développement. Par manque de temps, cet aspect n'a pas pu être étudié en détail.

Un mécanisme d'endommagement supplémentaire est évoqué dans les travaux de [Legrand, 97]. Il s'agit d'une dégradation des propriétés des fibres causée par une oxydation de leur couche protectrice de PyC. Cette oxydation proviendrait d'une diffusion de l'oxygène dans le titane aux températures considérées (450°C) et manifestement accélérée par le chargement de fatigue oligocyclique. Dans le titane monolithique, le coefficient de diffusion de l'oxygène est donné par $D = D_0 \exp[-\frac{Q}{RT}]$ avec $D_0=1.036.10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$, $Q=202600 \text{ J.mol}^{-1}$ et $R=8.314 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$ (ref. : [Shamblen & Redden, 72]). En considérant que la teneur en oxygène est nulle dans le matériau avant l'essai et que la concentration en oxygène est égale au maximum de solubilité dans la phase α en surface (=34% atomique), on résoud l'équation de Fick qui donne :

$$C(x, t) = C_s - (C_s - C_0) \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right),$$

avec $C_s=34\%$ atomique, $C_0=0$ et $D=2.39.10^{-18}m^2/s$. pour $450^\circ C$, t est la variable temps et x la distance à la surface. En considérant un temps de 1000 heures (180000 cycles à 0.1 Hz), cette concentration décroît de façon exponentielle depuis la surface où $C = C_s$ jusqu'à $C = 0$, à $15 \mu m$ de profondeur. Il est donc peu probable que se développe une oxydation des fibres proches des chants de l'éprouvette notamment lorsqu'il existe une gaine de titane. En revanche cette estimation ne prend pas en compte des mécanismes de fissuration en surface de l'éprouvette qui pourraient survenir sous chargements oligocycliques. L'oxygène étant α -gène, la phase α formée en surface diminue la ductilité du métal en augmentant sa limite élastique, ce qui pourrait conduire à des micro-fissures amenant l'oxygène aux fibres. À notre connaissance, cet effet n'a pourtant jamais été réellement observé. Nous supposons que pour les durées de vie considérées et d'autant plus lorsque le CMM est gagné, que cet effet est du second ordre. De plus, les simulations semblent pour l'instant en bon accord avec les expériences considérées.

2.3 Campagne d'essais numériques

Après la présentation du comportement de SIRCUD sur quelques cas et sa validation partielle à la section précédente, nous allons construire une campagne d'essais de fatigue numériques. Le domaine de validité des courbes S-N obtenues correspond à la région 1 du diagramme de Wöhler (≤ 15000 ou 20000 cycles); elles pourront être validées ultérieurement par des essais expérimentaux. En effet, les durées de vie simulées dépassant les 20000 cycles sortent du domaine de validité de SIRCUD, puisque des mécanismes tels que de la fissuration matricielle peuvent rentrer en jeu.

Les chargements macroscopiques qui vont être examinés sont triangulaires isothermes avec une fréquence de chargement faible (0.01 Hz), pour limiter les incertitudes liées au comportement visqueux du titane aux vitesses supérieures. Deux fractions volumiques de fibre vont être utilisées (35% et 20%). Nous faisons le choix de modéliser une éprouvette standard dont la zone utile est composée de 15 plis de 15 fibres pour une longueur L de 30 mm. La longueur d'un maillon L_m est de $20 \mu m$. Les paramètres de Weibull utilisés pour les filaments sont ceux déterminés par l'essai de fragmentation : $\sigma_0=3600$ MPa, $L_0=25.4$ mm, $m=8$. Pour chaque cas de chargement, cinq essais seront réalisés. Les chargements adoptés et les paramètres SIRCUD associés aux deux fractions volumiques sont les suivants :

1. **Vf=35%** : la température est fixée à $450^\circ C$. Les chargements simulés sont respectivement $\sigma_{max}=1300$ MPa, 1200 MPa, 950 MPa. La valeur adoptée pour τ est 60 MPa. Le choix de cette valeur provient du raisonnement suivant : dans le cas de la comparaison essai/modèle réalisée au paragraphe précédent pour un Vf de 20%, le choix de τ par la formule $\tau = -\mu\sigma_{rr}$ donne une valeur qu'il faut rehausser dans SIRCUD pour se rapprocher de la durée de vie expérimentale (on a choisit $\tau=100$ MPa au lieu de 64). Pour un Vf de 35% à $450^\circ C$, les contraintes radiales sont aux alentours de -100 MPa à l'interface. Avec $\mu=0.4$ ([Guichet, 98]) on obtient 40 MPa. On fait donc le choix d'augmenter arbitrairement cette valeur à 60 MPa. La vitesse de décohésion est le paramètre le plus incertain de ces calculs.

[Legrand, 97] l'a évalué expérimentalement à $0.5 \mu\text{m}/\text{cycle}$ de part et d'autre de la rupture pour le système SCS-6/TA6V à 450°C , pour $\sigma_{max}=1100 \text{ MPa}$ à 0.3 Hz . Comme le système que nous étudions est proche, nous adopterons en première approximation cette vitesse de décohésion pour l'ensemble des cas de chargement macroscopique. L'écart entre longueur de rechargement et longueur surcontrainte est donné par $cte=0.15 \text{ mm}$.

2. **Vf=20%** : la température est fixée à 350°C . Les chargements simulés sont respectivement $\sigma_{max}=1100 \text{ MPa}$, 950 MPa , 900 MPa . La valeur adoptée pour τ est 100 MPa . La vitesse de décohésion est fixée à $0.2 \mu\text{m}/\text{cycle}$ pour tout les chargements, car cette valeur a donné une bonne corrélation avec l'essai de fatigue reproduit au paragraphe précédent. L'écart entre longueur de rechargement et longueur surcontrainte est donné par $cte=0.22 \text{ mm}$.

La figure 5.33 fournit la courbe S-N des durées de vie obtenues pour les fractions volumiques de 35% et 20% par SIRCUD avec des valeurs expérimentales issues de la littérature pour des composites différents mais des chargements macroscopiques proches.

La fréquence simulée est ici faible (0.01 Hz) ce qui conduit à une surcharge accrue du renfort et donc à des ruptures prématurées dans le régime oligocyclique. Malgré cet élément pénalisant, les durées de vie obtenues sont en bon accord avec les valeurs issues de la littérature pour des fréquences supérieures (0.33 Hz) et suggèrent même un excellent comportement du SCS-6(EGV)/Ti6242 en fatigue oligocyclique.

2.4 Synthèse

Le modèle de durée de vie SIRCUD a été construit. Son domaine de validité concerne les durées de vie courtes (≤ 15000 ou 20000 cycles) associées aux chargements oligocycliques pour une ruine uniquement pilotée par la rupture des fibres. Les cas de calculs qui ont été présentés sont associés aux conditions les plus éprouvantes pour le composite dans ce domaine de chargement : isothermes à hautes températures (450°C), chargements macroscopiques importants, et fréquence faible. Une palette d'essais expérimentaux à ces chargements devra être réalisée pour valider rigoureusement la robustesse du modèle et préciser l'identification de paramètres micromécaniques tels que la pente initiale du rechargement (τ) et la vitesse de décohésion ($\frac{dL_{dec}}{dN}$). Une étude paramétrique complète du modèle devra également être effectuée : cette étape n'a pas été rigoureusement réalisée.

Il manque également une identification du comportement de la matrice Ti6242 en chargement cyclique et à des vitesses de déformation supérieures pour pouvoir représenter avec rigueur l'accumulation de plasticité. Les quelques comparaisons essais/modèle que nous avons pu effectuer sont cependant très satisfaisantes. De plus, les résultats de simulations associées à des fréquences de chargement faibles ($\simeq 0.01 \text{ Hz}$) présentent une marge de sécurité car c'est à vitesse faible que la matrice plastifie le plus et surcharge le plus les fibres.

La modélisation fine des différents mécanismes d'endommagement qui a été présentée dans les chapitres précédents fournit au modèle une plus grande robustesse et une meilleure

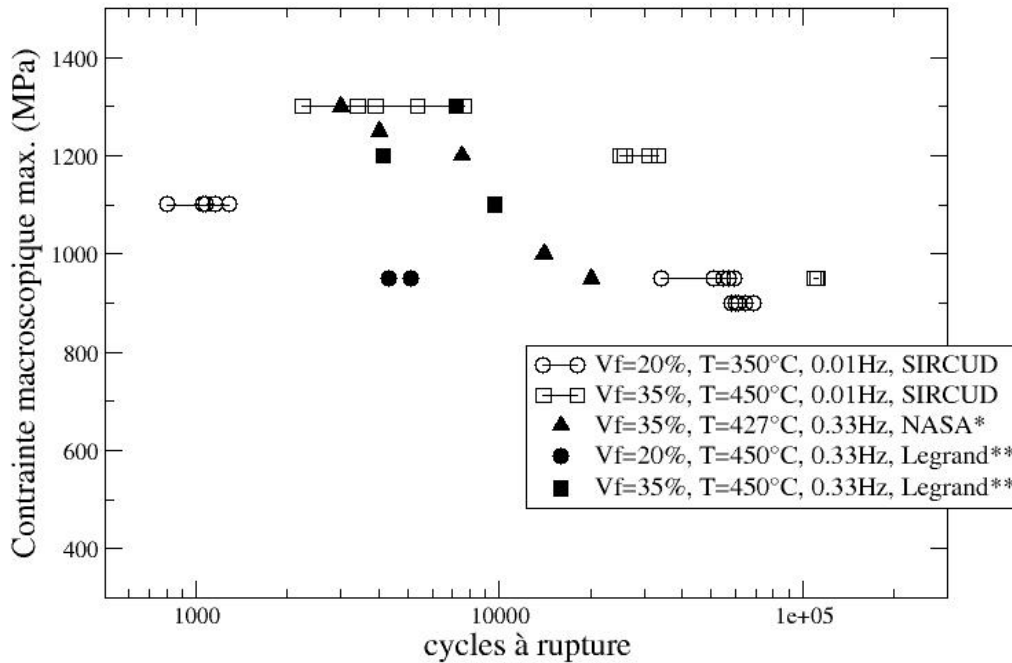


FIG. 5.33 – Courbes S-N obtenues par la simulation pour les Vf 20% et 35%. Le chargement est isotherme triangulaire à $R_\sigma=0$, $f=0.01$ Hz, $T=350^\circ\text{C}$ pour Vf=20% et $T=450^\circ\text{C}$ pour Vf=35%. L'éprouvette standard modélisée comporte 15 plis de 15 fibres pour une zone utile de 30 mm. *NASA : SCS-6/Ti-15-3 obtenu par FFF (Foil-Fiber-Foil), [Rapport NASA, 96]. **Legrand : SCS-6/TA6V obtenu par FFF, [Legrand, 97].

précision que les versions précédentes sur lesquelles il est basé. Il est aussi rassurant de voir que cette finesse supplémentaire dans la modélisation des phénomènes microscopiques ne se fait pas au détriment des conclusions formulées par les auteurs des versions précédentes de SIRCUD : la plupart des analyses qualitatives de [Legrand, 97] ou [Molliex, 95] sont ici reproduites et précisées.

Dans les régimes oligocycliques, SIRCUD constitue un outil d'aide au dimensionnement de structures composites.

3 Application du modèle de durée de vie SIRCUD au calcul de structure

Cette section propose l'application du modèle de durée de vie à la structure ANAM. SIRCUD est construit sur la base d'un endommagement piloté par la rupture des filaments : il est donc valable pour les chargements oligocycliques axiaux du composite. SIRCUD peut alors être utilisé pour prévoir la durée de vie de l'insert CMM d'un ANAM lors de survitesses associées aux décollages et atterrissages d'un avion. Il est nécessaire de réaliser un calcul de structure préalable sur l'ANAM pour obtenir le chargement subi par l'insert CMM. Ce chargement macroscopique à l'échelle du composite se traduit par une évolution de la contrainte axiale dans les filaments qui est la variable pilote du modèle.

Le dimensionnement d'une structure industrielle complexe soulève la question des effets d'échelle propres à l'application d'un modèle qui a été construit et identifié sur la base d'expérimentations en laboratoire. Cet aspect sera discuté dans ce qui suit.

3.1 Description de la problématique, utilité de SIRCUD

Le concept d'ANAM renforcé succédant aux disques de compresseurs traditionnels en alliage monolithique découle de considérations mécaniques sur la pièce en rotation. Pour justifier l'évolution du design "poireau" vers celui d'anneau avec un unidirectionnel SiC/Ti comme renfort circonférentiel (cf. Introduction), il est intéressant d'écrire brièvement l'équilibre mécanique d'un disque alésé en rotation dans le cadre élastique isotrope. Le schéma du disque simplifié est donné par la figure 5.34. Le développement analytique du problème est donné en annexe D et est tiré de [Forest, 05].

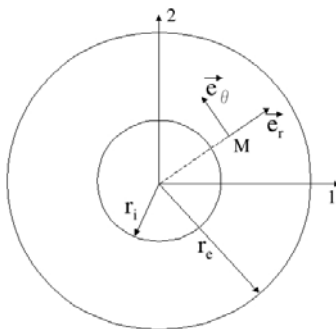


FIG. 5.34 – Schéma du disque alésé simplifié avec les référentiels terrestre (cartésien) et local (cylindrique).

Le champ de contrainte dans le disque est supposé plan. Dans le repère cylindrique (r, θ) les contraintes radiales et circonférentielles σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$ sont données en fonction du rayon r par :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = & -\frac{3 + \nu}{8} \frac{\rho \omega^2}{r^2} (r^2 - r_i^2)(r^2 - r_e^2) \\ \sigma_{\theta\theta} = & \frac{\rho \omega^2 r^2}{8} \left((3 + \nu) \left(\frac{r_i^2 r_e^2}{r^4} + \frac{r_i^2 + r_e^2}{r^2} \right) - (1 + 3\nu) \right) \end{cases}$$

r_i est le rayon interne, r_e le rayon externe (fig.5.34). ν est le coefficient de Poisson, ω la vitesse de rotation et ρ la masse volumique.

Dans une section radiale de ce disque, la figure 5.35 présente la forme des fonction $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{rr} en fonction de r pour deux valeurs de r_i .

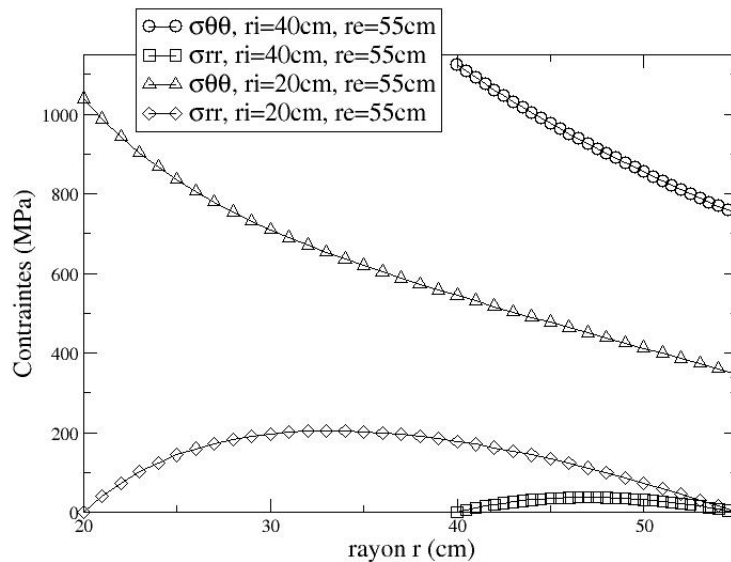


FIG. 5.35 – Forme des fonctions $\sigma_{\theta\theta}(r)$ et $\sigma_{rr}(r)$ dans une section radiale du disque modèle pour deux valeurs du rayon d'alésage. On a adopté $\rho=4.54 \text{ g/cm}^3$, $\nu=0,3$ et $\omega=3000 \text{ rad./s}$.

Avec la forme de ces fonctions on remarque que :

1. Les contraintes radiales sont très inférieures aux circumferentielles.
2. La composante $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale par rapport à σ_{rr} dans la région proche du rayon intérieur, et l'écart se creuse lorsque le rayon d'alésage devient important : les contraintes radiales diminuent lorsqu'on tend vers une géométrie anneau tandis que les contraintes circumferentielles augmentent.
3. $\sigma_{\theta\theta}$ est décroissante en r , les contraintes circumferentielles sont donc maximales vers le rayon intérieur.

Le champ de contraintes dans un anneau (r_i grand) par rapport à celui d'un disque alésé, implique des contraintes circonférentielles très importantes et très supérieures aux contraintes radiales. L'emploi d'un renfort composite dans la zone proche du rayon intérieur avec des fibres orientées dans la circonférence se révèle donc intéressant.

Remarque : *On note qu'il n'y a pas d'intervention du module de Young dans l'expression des contraintes : seule la masse volumique et la vitesse de rotation pilotent l'intensité des contraintes. Diminuer la masse volumique est donc intéressant pour gagner en vitesse de rotation. On en déduit aussi que la relation entre V_f et module de Young n'a pas d'incidence sur les contraintes en premières approximation (utiliser un renfort CMM avec un V_f faible ne modifiera pas fondamentalement l'intensité des contraintes : il vaut mieux un V_f fort pour la tenue en service qui a de plus une masse volumique inférieure). Par contre le module élastique intervient au niveau de la déformation macroscopique du disque.*

Le composite SCS-6/Ti6242 est un des matériaux envisagés par SNECMA pour renforcer les étages de compresseurs fabriqués d'un seul bloc : les ANAM (ANneau Aubagé Monobloc, figure 5.36).

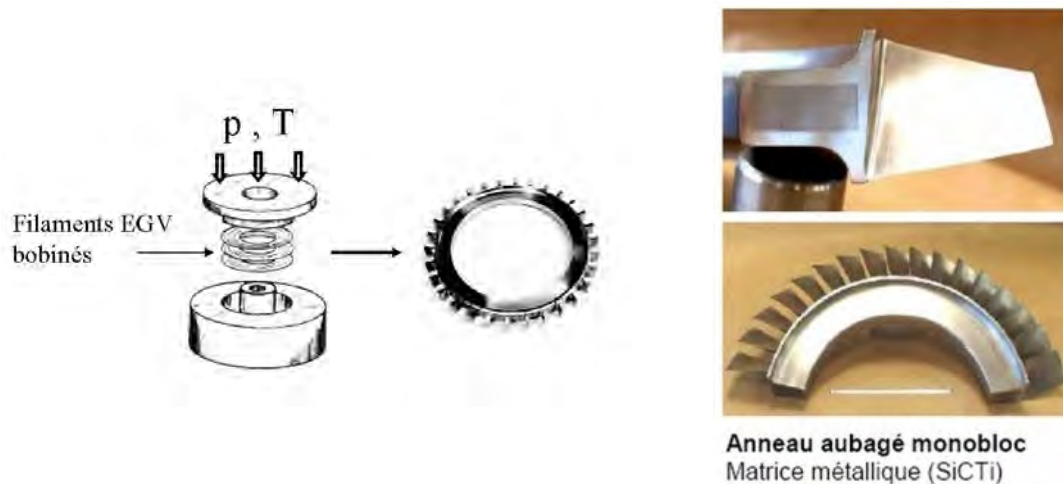


FIG. 5.36 – ANAM renforcé dans sa circonférence par le composite unidirectionnel SCS-6/Ti6242.

L'introduction du procédé intermédiaire de fabrication EGV décrit au chapitre 1 est une des raisons de l'utilisation des filaments SCS-6 (compatibles avec ce procédé). L'alliage Ti6242 est un bon candidat pour la pièce ANAM puisqu'il conserve de bonnes propriétés jusqu'à 450°C.

Lorsque le comportement des fibres pilotent la durée de vie du matériaux, l'industriel doit connaître et maîtriser les conséquences d'une variation de leurs propriétés. Ces filaments sont soumis aux différentes étapes du procédé de fabrication de la pièce, ce qui peut

dégrader leur comportement initial. Ils peuvent également provenir de fournisseurs divers, ou être tout simplement de types différents.

L'intérêt d'un modèle de durée de vie relativement robuste permet de prévoir l'impact d'une variation de propriétés des fibres sur la tenue de la pièce ; le cas échéant, on pourra extraire des caractéristiques "minimales" pour les fibres, et établir en quelque sorte un cahier des charges. Une fois le choix du matériau figé, SIRCUD pourra aussi aider au dimensionnement de l'insert SiC/Ti dans l'ANAM.

3.2 Calcul de structure

À partir de la figure 5.36, nous avons construit un maillage axisymétrique approchant la géométrie de la pièce. Les symétries du problème permettent en effet cette approximation. La figure 5.37 présente le maillage correspondant.

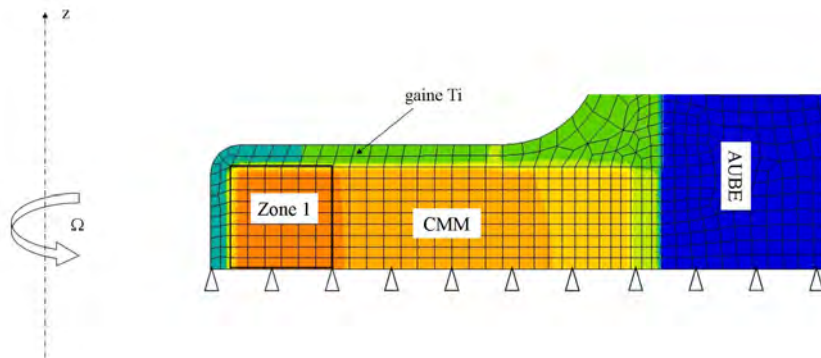


FIG. 5.37 – Maillage axisymétrique représentatif d'un ANAM. Le renfort CMM est gainé dans du titane et la zone proche du rayon intérieur (zone 1) est soumise aux contraintes orthoradiales les plus importantes. Les fibres sont orientées dans la direction normale à cette représentation plan. La palette de couleurs est indexée sur les contraintes $\sigma_{\theta\theta}$.

Le calcul effectué comprend la simulation de la phase de fabrication génératrice des contraintes résiduelles. Ces contraintes se manifestent à deux échelles : à l'échelle du composite (fibres en compression, matrice en tension) mais également à l'échelle de la structure. La zone CMM est comprimée par la rétractation supérieure de la gaine en titane et cette gaine est donc en tension résiduelle. Les lois de comportement utilisées sont la loi e-v-p du Ti6242 pour les zones en titane monolithique et la loi homogénéisée TFA présentée au chapitre 4 pour la partie CMM. La fraction volumique utilisée est 35%.

Le chargement imposé à la structure comporte donc la phase de refroidissement et une succession de cycles de montée/descente en vitesse, représentatifs des phases de décollages/atterrissages. La rotation de l'anneau est simulée en appliquant une force centrifuge à la structure par le biais d'une vitesse de rotation Ω . La température de fonctionnement est fixée à 450°C. Le chargement appliqué (figure 5.38) est similaire à celui utilisé dans les travaux de [Kruch & al., 06]. Ω_{max} est fixée de manière à obtenir un chargement

axial macroscopique du composite correspondant aux régimes oligocycliques étudiés dans les sections précédentes de ce chapitre.

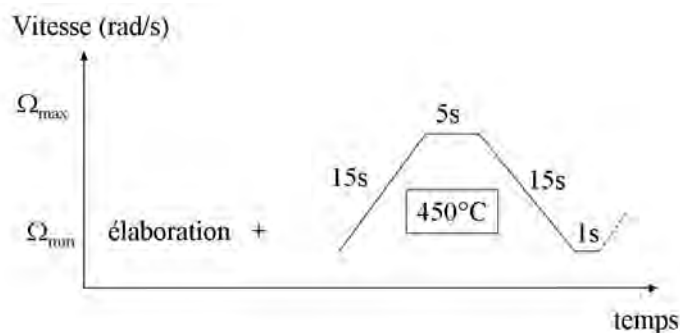


FIG. 5.38 – Chargement appliqué à la structure ANAM.

Comme l'avait annoncé l'approche analytique, les contraintes orthoradiales ($\sigma_{\theta\theta}$) sont maximales dans la zone des petits rayons (notée zone 1 figure 5.37) et très supérieures aux contraintes radiales (σ_{rr}).

Dans cette zone 1, la moyenne des contraintes axiales macroscopiques à l'échelle du composite et celle des contraintes axiales dans les fibres (à l'aide de la localisation permise par la loi TFA) ont été évaluées. La figure 5.39 donne l'évolution de ces deux variables au cours d'une centaine de cycles (on utilise dans le calcul une option de saut de cycles car ce type de calcul est très volumineux).

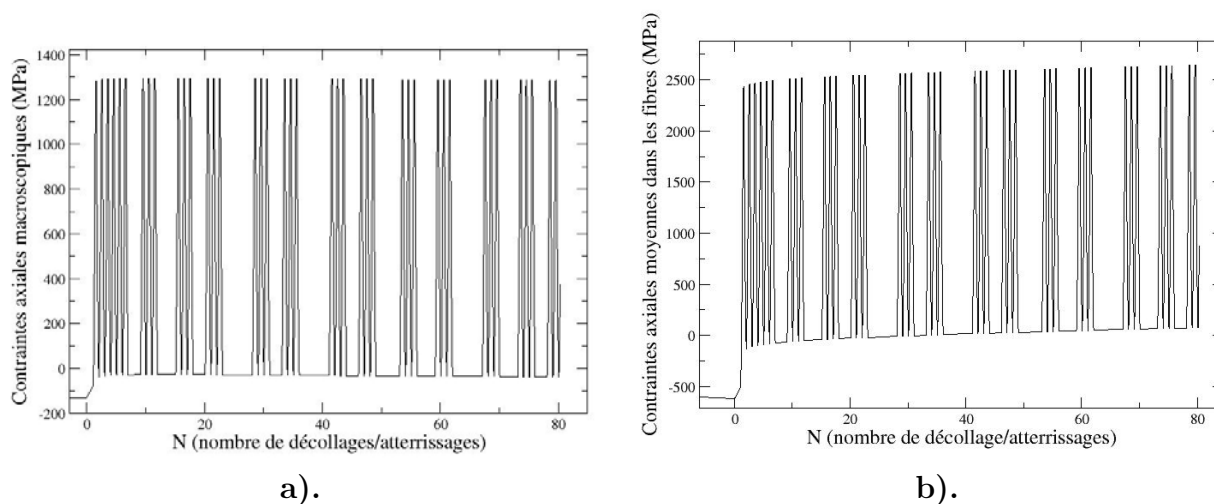


FIG. 5.39 – Évolution des contraintes macroscopiques axiales (direction des fibres) moyennées dans la zone 1 de l'insert CMM (en a.), et évolution des contraintes axiales moyennées dans les fibres dans la même zone 1 (en b.).

La loi de comportement TFA n'est pas couplée à l'endommagement, contrairement au modèle utilisé dans les travaux de [Carrère, 01] ou [Kruch & al., 06]. On suppose que cet

endommagement n'influe quasiment pas sur le comportement du CMM avant rupture lorsqu'il s'agit d'un endommagement lié aux ruptures de fibres dans la direction axiale ([Carrère, 01]). En revanche, l'endommagement associé aux décohésions interfaciales à cause de la composante transverse du chargement, peut conduire à une modification des propriétés macroscopiques du CMM ; cet effet n'est pas pris en compte ici. L'évolution des contraintes dans la structure n'est donc due qu'à l'adaptation viscoplastique.

Avec ces hypothèses, la figure 5.39.a) indique que le champ axial moyen à l'échelle du composite dans la zone 1 décroît très légèrement au cours des cycles. Dans les fibres, l'écroutissage cyclique de la matrice conduit à une surcharge progressive de ces dernières, à l'instar des calculs réalisés sur la cellule périodique (la loi TFA permet d'avoir accès aux champs locaux des sous phases fibre et matrice en chaque point d'intégration du calcul).

Pour utiliser SIRCUD, nous pourrions faire l'économie d'un calcul cyclique sur cellule périodique et utiliser directement l'évolution de la variable σ_{zz}^f donnée par la loi TFA dans le calcul de structure (on devra alors comparer les résultats donnés par notre cellule en chargement cyclique et ceux de la loi TFA).

Maintenant que le champ de contraintes macroscopique à l'échelle du composite est déterminé, il faut se poser la question du mode d'utilisation de SIRCUD qui est construit sur la base d'un chargement macroscopique axial homogène.

Remarque : *Un compromis doit être trouvé pour la fraction volumique du composite à cause du champ multiaxial qui règne dans l'insert CMM. Comme le suggère les travaux de [Carrère, 01], un V_f important n'est pas forcément bénéfique vis à vis de l'endommagement transverse (la matrice est "d'avantage trouée"), tandis que dans le sens longitudinal, une forte fraction volumique est plutôt souhaitable.*

3.3 Pseudo-couplage avec l'endommagement

Avec ce qui précède, on remarque que SIRCUD peut être utilisé d'une manière pseudo-couplée au calcul de structure. En survitesse, les phénomènes visqueux dans l'ANAM se stabilisent au bout d'un nombre de cycles relativement important. Comme nous avons pu le voir sur les calculs de surcharge cyclique (cellule hexagonale périodique), cette stabilisation des champs peut intervenir pour un nombre de cycles qui est de l'ordre de la durée de vie souhaitée en régime oligocyclique ([Kruch & al., 06] proposent des calculs sur un ANAM en survitesse, dans lesquels la stabilisation intervient après 10000 cycles). Dans le cas de la fatigue oligocyclique axiale, on suppose que l'endommagement constitué des ruptures de fibres n'induit pas de modification du comportement macroscopique avant la rupture finale. Le chargement macroscopique appliqué au composite peut donc être calculé indépendamment de l'endommagement axial, et utilisé par la suite comme condition de chargement de la cellule périodique pour être traduit en chargement axial des fibres. L'évolution des contraintes axiales dans le renfort utilisée dans SIRCUD peut

donc être celle correspondant à la phase d'adaptation viscoplastique de la structure. La durée de vie est alors calculée de manière pseudo-couplée.

Selon le calcul de structure réalisé au paragraphe précédent, le chargement macroscopique axial du composite est légèrement décroissant dans la zone considérée. Utiliser le champ stabilisé pour le calcul de durée de vie pourrait alors se révéler non conservatif. On pourrait avec profit utiliser un modèle plus précis de comportement tel celui de [Kruch & al., 06] (cf. chap. 2) pour obtenir une évolution plus réaliste des champs de contraintes dans l'insert.

Faire un calcul pseudo-couplé comme nous le suggérons sera conservatif dans le cas où le chargement axial du CMM diminue dans la structure pendant la phase d'adaptation.

3.4 Prédiction de la durée de vie ANAM en régime oligocyclique

Le caractère multiaxial du champ de contraintes qui règne dans la structure soulève plusieurs questions :

1. La composante transverse du champ a un impact certain sur l'endommagement axial du composite. Sans posséder plus d'informations sur ce couplage, il paraît logique de considérer que la composante transverse vient favoriser la décohésion et limiter l'efficacité du rechargement axial des fibres rompues. Au niveau des contraintes, l'impact d'une composante transverse sur le chargement axial des fibres est pris en compte naturellement par le calcul de structure. Pour prendre en compte cet effet dans SIRCUD, on peut alors choisir d'abaisser arbitrairement le paramètre τ pour augmenter la taille des zones de rechargement et de surcontraintes (la composante transverse favorise la décohésion).
2. Pour les chargements axiaux les plus sévères, le diagramme de Wöhler 5.33 révèle que la durée de vie du composite est assez sensible au niveau de chargement macroscopique. Même avec l'aspect aléatoire intrinsèque au modèle, les intervalles de durées de vie ne se chevauchent pas pour des petites variations de σ_{max} (la région oligocyclique du diagramme (σ_{max}, N_{rupt}) figure 5.33 forme un plateau). Il semble alors naturel d'effectuer le calcul de durée de vie dans la zone du CMM la plus fortement chargée. Cependant, les propriétés de rechargement conditionnent la durée de vie en chargement axial et sont affectées par le niveau de chargement transverse. De plus, les composantes transverses et axiales du champ subi par le composite sont localisées différemment dans la structure (cf. fig.5.35). En clair, une zone soumise à un chargement axial intense avec une composante transverse faible pourrait avoir une durée de vie supérieure ou égale à celle d'une zone voisine où le chargement axial est moindre mais la composante transverse supérieure. L'examen de ce problème implique une étude paramétrique fine du modèle SIRCUD : en l'occurrence, une comparaison des durées de vie obtenues pour différents couples de données d'entrée $(\sigma_f(N); \tau)$. Si cette étude révèle un chevauchement important des intervalles de durées de vie, il sera nécessaire d'avoir des données

réalistes quand à la variation de τ avec la composante transverse.

Notre cas de calcul sur une géométrie approchée de l'ANAM révèle que les composantes autres que longitudinales à l'échelle du composite sont faibles et présentent un gradient peu important dans la zone 1 soumise au champ axial le plus sévère. Dans ce cas il semble donc assez réaliste d'appliquer SIRCUD dans cette zone en faisant l'hypothèse d'une composante transverse très faible. Dans la zone 1 référencée sur la figure 5.37, le champ axial est également relativement homogène (gradient max. $\leq 5\%$). Nous faisons donc le choix d'évaluer la durée de vie de l'insert CMM en utilisant SIRCUD sur un volume de composite équivalent à cette zone 1.

Ce volume de composite est évalué à 1200 fibres pour 1 mètre de longueur.

Dans cette zone 1, le chargement du composite peut être approximé par un chargement triangulaire en contrainte à $\sigma_{max} \simeq 1300$ MPa (fig.5.39.a)). Pour obtenir l'évolution correspondante des contraintes axiales dans les fibres, on peut donc utiliser en première approximation un calcul réalisé précédemment sur la cellule périodique avec une fréquence de 0.01 Hz. Ce qui est conservatif puisque la fréquence est supérieure dans la structure.

Les paramètres SIRCUD sont donc équivalents à ceux adoptés pour un calcul avec $V_f=35\%$, $T=450^\circ\text{C}$ et $\sigma_{max} = 1300$ MPa (cf. section 2.3). On ne considère pas non plus d'influence du chargement transverse sur le rechargement par manque d'information à ce sujet, et sachant que les contraintes transverses sont très faibles pour notre cas de calcul dans la zone 1 considérée. Seule la taille du composite est augmentée par rapport aux résultats présentés à la section 2.3.

La station dont nous disposons (bi-xeon de 2.3 GHz, 2 Go de R.A.M.) permet de réaliser trois calculs SIRCUD en cinq jours pour cette taille de composite et ce jeu de paramètres.

La durée de vie moyenne obtenue est de 500 cycles.

L'effet d'échelle a donc réduit les durées de vie obtenues sur des volumes de composites de type éprouvette (cf. fig. 5.33).

3.5 Discussion relative à l'aspect statistique de SIRCUD

La section qui suit clôt cette étude, et propose des pistes de réflexion qui nous semble intéressantes à suivre. Il s'agit d'une discussion ou critique générale de l'aspect statistique du modèle qui regroupe notamment les "choses à faire". Ce paragraphe voudrait aussi contribuer à éclaircir certains aspects de l'intégration d'une loi de Weibull dans notre modèle mécanique. La plupart des réponses aux questions qui sont posées passent par une étude paramétrique plus poussée de SIRCUD. La problématique des effets d'échelle y est discutée.

La brique statistique de base de SIRCUD est le comportement à rupture des filaments SCS-6 décrit par une loi de Weibull. Pour utiliser rigoureusement la loi de Weibull il faut que le mécanisme de rupture des filaments réponde à la théorie du lien le plus faible (cf. annexe ??). Pour des filaments nus soumis à une traction uniaxiale, la loi de Weibull représente bien la dispersion des contraintes à rupture : le mode de rupture dans cette configuration est associé à l'activation du défaut le plus critique présent dans le volume

considéré.

En configuration in situ, et plus précisément dans la configuration d'un essai de fragmentation, les mécanismes qui conduisent à la rupture des filaments ne sont déjà plus exactement les mêmes. Il existe deux différences majeures entre la fragmentation et l'essai de traction à nu. D'une part, au niveau des populations de défauts mis en lumière et d'autre part, au niveau des mécanismes qui conduisent à la rupture des filaments.

La fragmentation permet aussi d'identifier la dispersion des défauts les plus critiques associés au volume de fibre testé : c'est la dispersion des contraintes de la première fracture de filament sur les différentes éprouvettes. Cette dispersion, si le nombre d'éprouvettes de fragmentation était suffisant, pourrait être comparée à celle des ruptures de filaments nus de même volume. Si les mécanismes de rupture sont les mêmes et si les populations de défauts n'ont pas été affectées par la fabrication des éprouvettes, cette dispersion doit être identique.

Si tel est le cas, les défauts suivants, mis en lumière par ordre de criticité décroissante en fragmentation, peuvent être séparés en deux groupes : ceux qui peuvent se retrouver en position de défauts les plus critiques dans une des fibres testées, et ceux plus petits, dont l'expression autrement que par la fragmentation est peu probable. Pour les défauts du premier groupe, leur identification est possible à l'aide d'essais à nu si le nombre d'échantillons testés est très important. On peut même penser que la frontière d'identification entre ces deux groupes de défauts est fonction de la taille des lots testés en traction à nu. La fragmentation permet en quelque sorte de limiter la taille des lots. Ces commentaires sont en fait directement liés au principe du lien le plus faible que traduit la loi de Weibull. L'effet d'échelle est inhérent à cette loi et sa validité théorique va de soit. Ce qui est en cause, c'est la taille des lots d'essais qui dans la pratique sont toujours insuffisants. L'effet d'échelle prévu par la loi de Weibull n'est autre qu'une forme "d'homothétie" de la dispersion des défauts identifiée à une certaine échelle ; ceci présuppose donc que la répartition identifiée par une palette d'essais sur un volume V est représentative de la répartition à toute échelle. On est donc en complète analogie avec le problème de l'échantillon représentatif que connaissent les instituts de sondage avec comme solution idéale des tests sur des échantillons de taille très importante.

Deuxièmement, la configuration in situ en fragmentation peut induire des mécanismes de rupture différents du cas à nu : on pense par exemple à la présence de la zone interfaciale de TiC au comportement fragile, dont la fissuration lors de l'essai peut entraîner la rupture de la fibre très sensible aux défauts surfaciques. Si ces mécanismes sont différents à nu et in situ, le problème est de toujours vérifier la mécanique du lien le plus faible : l'activation d'un défaut de la zone de TiC, s'il en est, doit provoquer la rupture immédiate de la fibre. En tout état de cause, la modélisation de l'essai de fragmentation à l'aide de la loi de Weibull avec le cas échéant des paramètres différents du cas à nu (cf. chapitre 3) donne de très bon résultats.

Il faut donc distinguer le problème d'échelle lié à la représentativité de la dispersion identifiée sur la taille des éprouvettes de fragmentation, et le problème de la configuration mécanique des phénomènes que l'on identifie. En d'autres termes on a d'un côté le

problème qui correspond à la transposition de la répartition des défauts identifiés sur un échantillon de volume V_1 vers un volume V_2 supérieur (une éprouvette de fragmentation "très longue") et de l'autre, la transposition de la configuration fragmentation vers la configuration composite en fatigue axiale oligocyclique.

Cette dernière transposition peut être faite si l'on considère que (i) la fibre équivalente composée du filament SCS et de la zone interfaciale est identique en fragmentation monofilamentaire et dans la configuration composite, et que (ii) la rupture des fibres en fatigue axiale provient des mêmes phénomènes d'activation qu'en fragmentation. Si l'on considère qu'il y a parfois intervention de fissures de la zone de TiC provoquant instantanément la rupture de la fibre, les deux configurations fatigue et fragmentation ne semblent pas présenter de différences majeures pour deux raisons : il y a dans les deux cas isodéformation axiale entre fibre, matrice et interphase, et ce qui provoque la fissuration de la zone interfaciale fragile est une contrainte axiale qui est accessible en fatigue et en fragmentation de manière similaire (on connaît le champ de contrainte axial dans les deux configurations). En revanche, s'il existe des mécanismes d'endommagement sous critique dans la zone équivalente fibre+interphase, les choses ne sont plus directement transposables et des essais en fatigue monofilamentaires pourraient être intéressants.

La source d'incertitude lié à l'aspect statistique du modèle peut donc se résumer par deux points :

1. L'effet d'échelle lié à l'extrapolation de la distribution des familles de défauts identifiées sur des éprouvettes de laboratoire : ici le problème est surtout lié à la taille des échantillons. Avec d'un côté le nombre d'éprouvettes testées en fragmentation et de l'autre la taille de ces éprouvettes qui compte tenu du principe de la fragmentation donnent une quantité d'information proportionnelle au volume testé.
2. La transposition de la configuration fragmentation à la configuration composite en fatigue oligocyclique.

Dans ces deux cas, il est difficile d'extraire des intervalles d'incertitude précis. Cependant, l'identification des défauts par la fragmentation réduit déjà beaucoup les incertitudes liées à ces deux points par rapport à des essais à nu. Avec l'avantage certain de tester in situ la résistance à rupture de petites longueurs de fibres, ce qui est fondamental compte-tenu de l'échelle à laquelle se produisent les mécanismes d'endommagement dans la configuration composite.

L'imprécision sur l'effet d'échelle exposée par le premier point peut être encore précisée : soit la distribution des défauts identifiés sur des éprouvettes de laboratoire est dans son ensemble très éloignée de celle obtenue pour des volumes plus important, soit, cette distribution n'est affectée qu'au niveau de ses valeurs extrêmes, *i.e.* un volume de composite important comporte une famille de macro défauts supplémentaire liée à l'élaboration et une fois ces défauts activés, on retombe sur la distribution identifiée par les essais de fragmentation.

C'est cette dernière hypothèse qui nous semble être la plus judicieuse compte-tenu de la faible dispersion observée dans les essais de fragmentation du chapitre 3. L'effet

d'échelle inhérent à la distribution de défauts identifiée au chapitre 3 est alors reproduit par le modèle qui autorise des calculs sur des volumes de composites équivalents à ceux des pièces réelles et l'ajout d'une population de macro défauts supplémentaire peut être réalisée arbitrairement. On peut alors tester l'influence de cette population supplémentaire.

La rupture du composite intervient lors de la propagation d'un cluster de ruptures qui implique des volumes de fibres petits (volume surcontraint au voisinage des ruptures), de l'ordre de ceux testés en fragmentation. C'est donc surtout la distribution des défauts à cette petite échelle qui pilote la propagation ou le confinement de l'endommagement. Par suite, il semble probable que la présence d'une famille de macro défauts ait des conséquences différentes entre un réseau de filaments qui possède une faible dispersion de défauts à l'échelle des mécanismes de surcontrainte (m grand en fragmentation) et un réseau avec un m faible à l'échelle de ces micromécanismes. On trouve notamment ce type de considérations dans les travaux de [Faucon, 99] : avec un modèle de rupture en traction de type SIRCUD appliqué à un composite SM1140+/Ti6242, cet auteur montre que la résistance du composite est bien plus affectée par une population de macro défauts arbitraire lorsque le module de Weibull des filaments est fort.

Pour les cas que nous avons pu traités, introduire arbitrairement une population de macro défauts n'est pas très pénalisant pour les durées de vie. Avec $m=8$ identifié en fragmentation, un nombre important de ruptures survient avant la ruine finale, et quelques ruptures supplémentaires aux contraintes faibles ne viennent pas bouleverser la résistance du matériau. Ici aussi une étude paramétrique sera utile.

Le matériel informatique permet maintenant l'utilisation de SIRCUD sur des volumes de composite équivalents à ceux des pièces industrielles. Cependant, certains auteurs comme [Landis & al., 00] recherchent une relation d'échelle à l'aide de modèles de rupture du composite. L'idée est que le mode de rupture du composite en fatigue oligocyclique ou en traction se résume par la formation d'un cluster : il est sans doute possible d'extraire un volume représentatif de composite dont le comportement à rupture est représentatif de celui d'un volume supérieur.

Si l'on considère que la ruine du composite se produit lors de la rupture d'un volume élémentaire V_1 la probabilité de rupture d'un volume V_2 est donnée par la loi du lien le plus faible par :

$$P(V_2) = 1 - (1 - P(V_1))^{\frac{V_2}{V_1}},$$

où $P(V_1)$ est la probabilité de rupture du volume de composite V_1 . Rechercher un effet d'échelle de cette manière est possible lorsqu'on possède des modèles numériques qui permettent de réaliser un grand nombre d'essais virtuels.

3.6 Synthèse

Ce chapitre a présenté la construction du modèle SIRCUD-3. La dernière section concerne son application au dimensionnement d'une pièce industrielle. La problématique des effets d'échelle y a été discuté en donnant quelques pistes d'investigation qui vont être nécessaires pour une utilisation vraiment rigoureuse du modèle : il s'agit surtout d'études paramétriques fines.

Quand à l'utilisation de SIRCUD dans un cas très multiaxial, des essais seront nécessaires pour déterminer dans quelle mesure un chargement transverse affecte les mécanismes de concentration de contraintes au voisinage des ruptures. Une étude paramétrique de l'influence du couple $(\sigma_{zz}^f(N), \tau)$ renseignera sur la nécessité d'une telle identification. Les différentes confrontations essai/modèle qui ont pu être réalisées au cours de cette étude, sont très encourageantes quand à la précision de SIRCUD dont la robustesse devra être encore validée par d'autres comparaisons avec l'expérimental.

Conclusion

L'objectif général de ce travail est la mise au point d'un modèle de durée de vie pour un composite unidirectionnel SiC/Ti soumis à un chargement de fatigue oligocyclique axiale. L'enjeu industriel sous-jacent concerne la rupture technologique qui substitue, dans les moteurs d'avions, des anneaux renforcés par un composite aux disques de compresseur monolithiques.

Des travaux antérieurs ont établi que le mécanisme central d'endommagement dans cette configuration repose sur les ruptures aléatoires des filaments qui coalescent en un macro défaut, et provoquent la ruine brutale du composite sans signes avant-coureurs macroscopiques. Par nature et comme la majorité des modèles existant, l'approche construite dans ce travail est principalement basée sur des considérations micromécaniques. Cette étude propose de relever le degré de précision des modèles existants pour tendre vers une utilisation profitable au dimensionnement de pièces industrielles.

Ses principales avancées proviennent d'une évaluation plus précise des phénomènes d'endommagement à l'échelle micro. L'idée directrice a été d'examiner ces ingrédients micromécaniques à l'aide d'outils numériques récents.

L'hypothèse forte du modèle est l'absence de fissuration matricielle pour les durées de vie courtes qui sont examinées. Les trois aspects principaux du problème sont alors la distribution statistique des défauts dans les filaments, les mécanismes de transfert de charge au voisinage des ruptures, et la surcharge globale du renfort au cours des cycles.

▷ Pour identifier le comportement à rupture du renfort en configuration in situ, nous avons réalisé des essais de fragmentation. L'objectif est d'identifier les mécanismes de rupture à l'échelle des phénomènes d'endommagement dans le composite : la taille des zones surchargées au voisinage de ruptures est en effet millimétrique quel que soit le volume de composite étudié.

Cette identification a été réalisée par la construction d'un essai numérique de fragmentation. L'étape de simulation E.F. du transfert de charge a amélioré les approches traditionnelles de la fragmentation par l'utilisation d'un modèle de zone cohésive à l'interface et d'une loi de comportement élasto-viscoplastique pour la matrice. L'identification de ces lois nécessite des essais micromécaniques dédiés qui ont été effectués par des études antérieures.

In situ, les paramètres de Weibull obtenus pour un filament SCS-6 pré-enduit par un alliage Ti6242 à grande vitesse sont : $m=8$, $\sigma_0=3600$ MPa, pour $L_0=25.4$ mm.

▷ Pour évaluer l'intensité et l'étendue des surcontraintes au voisinage d'une rupture de fibre, une simulation du phénomène par éléments finis a été réalisée en trois dimensions. Ces calculs assez volumineux ont permis d'établir les caractéristiques du report de charge dans différentes configurations, à l'aide d'une loi de comportement élasto-viscoplastique pour la matrice et d'une interface partiellement décohérée. Les avancées dans l'évaluation de ce micromécanisme découlent de la prise en compte d'un comportement relativement précis des constituants fibre, matrice et interphase :

- L'influence de la température et celle de la fraction volumique ont pu être étudiées.
- Le rôle de l'interface a été évalué par le biais des longueurs de décohésion où le transfert de charge s'opère par frottement de Coulomb.
- L'influence de la fatigue cyclique sur les mécanismes de report de charge a été étudiée en simulant la progression de la décohésion et l'écrouissage global de la matrice.

Ces calculs révèlent que, pour le cas SCS-6/Ti6242 à arrangement hexagonal, et pour des V_f inférieurs ou égaux à 35%, le report de charge consécutif à une rupture se restreint aux filaments voisins du premier ordre. Ces derniers subissent une surcontrainte dont l'intensité maximale s'exerce dans le plan de la rupture. Cette intensité maximale du facteur de surcontrainte pour un V_f de 35%, à $T=450^\circ\text{C}$ et pour une décohésion faible est donnée par $k(z) \simeq 1.055$ dans les voisines du premier ordre. De part et d'autre du pic de surcharge, la surcontrainte décroît de façon quasi linéaire (surcontrainte en « chapeau ») sur une longueur que la simulation donne légèrement inférieure à la longueur de rechargement de la fibre rompue associée.

Pour évaluer maintenant la surcontrainte au voisinage d'un cluster de ruptures, une méthode analytique de superposition est utilisée. Le choix de cette méthode est surtout motivé par le fait que la matrice Ti6242 possède un module plastique très faible : l'hypothèse qui en découle, est que sa capacité à transférer la charge est en quelque sorte bornée par la plasticité. Par conséquent, un coefficient de transfert de charge α , indépendant de la taille du cluster et déterminé dans la configuration d'une unique rupture, est utilisé pour calculer la surcontrainte dans le voisinage du premier ordre d'un cluster. On distingue alors la quantité de charge à transférer associée au nombre de ruptures du cluster, du transfert de cette charge via la matrice représenté par le coefficient α .

Une résolution analytique de cet aspect micromécanique est possible dans le cadre de la théorie du « shear-lag » à laquelle certains raffinements fournissent maintenant une grande précision. La complexité croissante de ces approches diminue cependant leur intérêt par rapport aux calculs E.F. et leur utilisation trop souvent simplifiée conduit à des résultats sensiblement différents de ceux obtenus par nos simulations (la surcontrainte est souvent surévaluée).

▷ Le seul mécanisme impliqué dans l'endommagement qui ne soit pas discret est la surcharge globale du renfort au cours des cycles. Pour modéliser ce phénomène lié à la fatigue oligocyclique, des calculs par éléments finis ont été réalisés sur un VER en trois dimensions. Pour un chargement macroscopique de type contrainte imposée, l'évolution des contraintes axiales dans les filaments a été évaluée pour plusieurs milliers de cycles grâce à une méthode de sauts de cycles et d'homogénéisation périodique. À l'aide de la

loi e-v-p du titane, les conséquences de l'accumulation de plasticité dans la matrice ont été estimées pour différentes configurations de fraction volumique, de température et de fréquence de chargement.

Les principaux résultats obtenus sont :

- L'équilibre mécanique entre fibres et matrice induit localement dans le titane un chargement mixte complexe en contrainte et déformation.
- L'accumulation de déformations plastiques axiales pilote la surcharge des fibres : pour les chargements les plus intenses, la matrice plastifie alternativement en traction et compression. Les lois d'écroûssages conditionnent la réponse globale du système. Pour les chargements les plus intenses, la stabilisation du système ne correspond pas à un cyclage élastique : il y a écroûssage équilibré de la matrice en traction et compression.
- Les hautes températures et les faibles fréquences de chargement sont les plus pénalisantes : la plasticité et par conséquent, le niveau de surcharge des fibres, sont d'autant plus importantes dans ces conditions. On notera l'influence importante de la vitesse de chargement qui conditionne l'accumulation de plasticité.
- Pour les chargements intenses, le niveau de contraintes résiduelles initial n'a pas d'influence sur le chargement du renfort : le développement de l'écroûssage et le faible module plastique de la matrice Ti6242 conduit à équilibrer le niveau de contrainte dans les constituants au bout de quelques cycles. Le rochet macroscopique sera par contre supérieur dans le cas de contraintes résiduelles importantes. Si le matériau est successivement soumis à des phases de chargements cycliques intenses et à d'autres plus modérées, l'état de contrainte dans les constituants, notamment lors des chargements plus faibles, ne peut pas être obtenu par un calcul de localisation indexé sur le champ résiduel initial sans que l'histoire du chargement ait été prise en compte.

Toutes ces constatations, à notre connaissance relativement nouvelles dans l'état de l'art, ont été permises par la simulation EF de l'écroûssage cyclique. Si les lois de comportement utilisées sont suffisamment robustes, ces modélisations permettent d'économiser un grand nombre d'essais cycliques.

▷ Le code SIRCUD a ensuite été construit. Le principe du modèle de durée de vie consiste à discrétiser le réseau de filaments en éléments unidimensionnels et de les affecter de contraintes à ruptures aléatoires via une méthode de Monte Carlo. C'est la loi de Weibull identifiée par la fragmentation qui est utilisée pour cette affectation.

La variable de contrôle est la contrainte axiale dans les filaments. Son évolution au cours des cycles de chargement est donnée par les calculs cycliques. Lorsqu'un élément de la discrétisation vient à rompre, une zone d'exclusion se met en place de part et d'autre de la rupture sur une distance réglée par le paramètre τ_r . L'assimilation des longueurs de rechargement à des longueurs d'exclusion est valable lorsque la densité linéique des ruptures de fibres est très inférieure à celle obtenue en fragmentation : c'est le cas en configuration composite. L'utilisation d'un unique paramètre τ_r est alors suffisante pour régler l'évolution de ces zones d'exclusion.

S'ajoute à ces longueurs d'exclusion initiales une cinétique de décohésion réglée par une valeur en μm par cycle. La valeur de ces deux paramètres τ_r et $\frac{dL_{dec}}{dN}$ doit être identifiée par deux types d'essais qui découpent leur influence : un essai de traction à rupture

sur le composite pour τ_r d'abord, puis un essai de fatigue oligocyclique. $\frac{dL_{dec}}{dN}$ peut alors être identifié à l'aide de SIRCUD pour reproduire l'essai de fatigue ou plus directement à l'aide d'un enregistrement acoustique des ruptures de fibres dont les longueurs de décohesion associées sont révélées par dissolution de la matrice.

La surcontrainte des voisines de rupture(s) est modélisée par une fonction en « chapeau » dont le support dépend des paramètres τ_r et $\frac{dL_{dec}}{dN}$. La relation entre la longueur d'exclusion et le support de la surcontrainte ainsi que son intensité sont entièrement données par le calcul E.F. à partir des paramètres τ_r et $\frac{dL_{dec}}{dN}$.

La ruine du composite est atteinte lorsque l'algorithme présente une instabilité créée par la rupture en chaîne des filaments.

La comparaison avec des résultats expérimentaux a montré la bonne corrélation essai/modèle obtenue. L'applicabilité de SIRCUD comme outil de dimensionnement dans une problématique industrielle a été démontrée sur le cas de la pièce ANAM. Par rapport aux modèles antérieurs qui fournissent des informations plutôt qualitatives, les paramètres d'entrée de SIRCUD ont une consistance plus physique et peuvent être identifiés par ailleurs à l'aide des essais micromécaniques que nous avons évoqué. Le modèle donne des résultats précis sans avoir à effectuer un réel recalage de ces paramètres : ceci prouve sa robustesse et montre les avancées issues de l'évaluation plus fine des mécanismes d'endommagement.

Perspectives

Les perspectives de ce travail peuvent être partagées en trois catégories :

1. Celles associées à une étude paramétrique du modèle.
2. Celles "intrinsèques", liées à l'évaluation des phénomènes micromécaniques.
3. Celles qui correspondent à l'intégration de SIRCUD dans une démarche globale de dimensionnement de pièces industrielles renforcées par un composite unidirectionnel à matrice métallique.

Les conséquences que peuvent avoir ces différentes perspectives les unes sur les autres sont imbriquées. SIRCUD doit d'abord être validé plus rigoureusement à l'aide de comparaisons avec des essais de fatigue oligocyclique supplémentaires. Si ces comparaisons révèlent des écarts significatifs, il faudra discerner quelle variable d'entrée ou quel mécanisme du modèle est à incriminer en premier. Cette identification passe par une étude paramétrique fine de SIRCUD et par les différents éléments de comparaison disponibles entre essai et modèle.

En parallèle d'une confrontation supplémentaire de SIRCUD à l'expérimental doit donc être effectuée une étude paramétrique. Elle permettra de dégager le degré d'influence de chacun des paramètres et orienter les démarches éventuelles d'identification supplémentaire de ces derniers. Ces « choses à faire » s'il en est, sont partiellement décrites par les points suivants :

Un essai de fatigue oligocyclique sur le composite SCS-6(EGV)/Ti6242 instrumenté en capteurs acoustiques serait utile. Le cumul des ruptures de filaments est un bon moyen de discerner les points d'achoppement éventuels du modèle. Ici il faudra tenir compte de la fréquence de chargement expérimentale : la loi de comportement utilisée est surtout valide pour des fréquences faibles ($\leq 0,1$ Hz). Ici aussi, l'étude paramétrique pourra révéler le degré d'influence de la fréquence de chargement et conduire ou non à effectuer une identification complémentaire de la loi. Cependant, les durées de vie estimées par SIRCUD et obtenues en utilisant des simulations cycliques à vitesse faible sont conservatives par rapport aux vitesses plus élevées. SIRCUD peut donc être utilisé comme critère surdimensionnant lorsque la prévision est établie à partir de fréquences de chargement faibles. L'absence de fissures matricielles significatives peut ensuite être validée. Une dissolution progressive des éprouvettes testées en fatigue est la solution.

Un autre aspect qu'il faut examiner concerne l'influence d'un chargement transverse sur les durées de vie axiales. Cet aspect est lié à l'utilisation de SIRCUD en champ multiaxial notamment pour l'application ANAM. Une étude paramétrique permettra d'obtenir ces renseignements. Dans SIRCUD, l'impact d'un chargement transverse se traduit probablement par une baisse de τ_r et une augmentation de $\frac{dL_{dec}}{dN}$. Une étude paramétrique en fonction de ces deux variables est donc nécessaires. Des diagrammes de durées de vie S-N obtenus pour différentes valeurs de τ_r et $\frac{dL_{dec}}{dN}$ vont renseigner sur la nécessité d'identifier clairement la relation entre τ_r et un chargement transverse. Si ces courbes restent relativement superposées pour les chargement les plus intenses, il n'est alors pas nécessaire d'identifier une relation précise entre transfert de charge et chargement transverse : il faut utiliser SIRCUD dans la région la plus fortement chargée axialement dans la structure.

Une étude plus poussée de la dispersion des résultats SIRCUD doit également être menée. Ce pan du problème est à relier aux effets d'échelle. Parmi les axes de travail envisagés, il serait utile de tester dans quelle mesure une population de macro défauts superposée à la dispersion identifiée en fragmentation, viendra influencer sur les durées de vie. Il est probable que pour le système que nous étudions, cette dispersion de macro défauts n'ait pas de fort impact.

La répartition des filaments au sein du composite est un point supplémentaire à examiner : SIRCUD modélise un arrangement hexagonal idéal. Il serait intéressant d'examiner à l'aide de SIRCUD, l'influence d'un arrangement perturbé. Cet effet peut être sommairement modélisé à l'aide de SIRCUD en faisant varier la répartition des valeurs de la surcharge k : deux fibres rapprochées entraînent un k important mais sont d'un autre côté plus éloignée de leur voisines. Si cet effet se révèle influent, il sera nécessaire d'examiner cet aspect à l'aide d'un modèle micromécanique.

L'aspect important qui découle de cette dernière remarque, est celui du calcul de la surcontrainte au voisinage de clusters. Cette surcontrainte est calculée par une méthode de superposition analytique qui semble être appropriée au cas du système SCS-6/Ti6242. Les résultats fournis par cette technique peuvent cependant être encore validés si besoin est par le calcul EF. Nous avons proposé et construit un modèle qui permettrait de vérifier cet aspect.

Pour finir, s'il est avéré que les ruptures des filaments n'entraînent pas ou peu de modification au niveau du comportement macroscopique, il est possible d'utiliser SIRCUD

pour réaliser un calcul de tenue aux phases oligocycliques d'une manière pseudo-couplée. On peut donc imaginer d'intégrer SIRCUD dans un calcul complet de durée de vie de la pièce ANAM. Adjoindre SIRCUD au modèle de [Kruch & al., 06] dédié à l'endommagement pour la fatigue à plus grand nombre de cycles permettrait de disposer d'un outil de prévision couvrant l'intégralité des chargements thermomécaniques de la pièce en service. Le couplage de SIRCUD au modèle ces auteurs pourrait être effectué car la méthode TFA qui y est utilisée donne accès aux contraintes locales dans les constituants.

A l'inverse, SIRCUD pourrait être développé de manière à intégrer les mécanismes d'endommagement présents en fatigue à grand nombre de cycles ([Xia & Curtin, 01], [Peters & al., 01]). Il s'agit principalement de la progression de fissures dans le titane. Comme c'est toujours le renfort qui assure l'intégrité mécanique du composite, l'influence de ces fissures se modélise par des surcontraintes dans les filaments. La structure de SIRCUD autorise un tel développement.

De part sa construction, le modèle SIRCUD peut être étendu à d'autres unidirectionnels dont la ruine intervient à cause de la rupture aléatoire des fibres et des mécanismes de surcontrainte qui en découlent. Bien sûr il est alors nécessaire de réaliser l'ensemble des étapes d'identification, avec néanmoins, l'avantage de disposer des outils déjà construits dans ce travail.

Annexe A

Directions principales du tenseur des contraintes dans un unidirectionnel

1 Cellule hexagonale périodique

La cellule hexagonale périodique tridimensionnelle décrite au chapitre 5 est utilisée ici pour déterminer les directions principales du tenseur des contraintes dans un unidirectionnel à arrangement hexagonal.

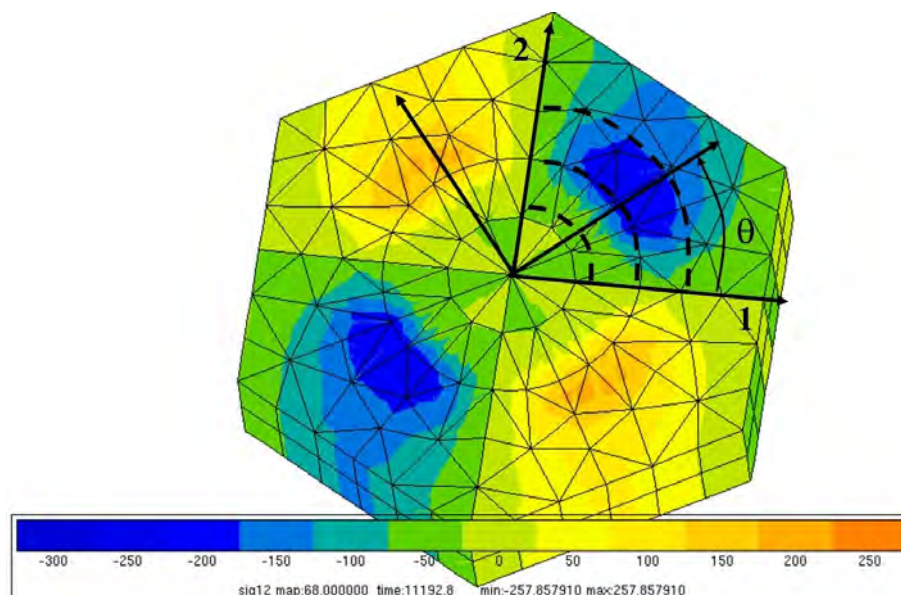


FIG. A.1 – Résultat de calcul sur cellule hexagonale périodique ($V_f=20\%$) soumise à un chargement de traction axiale. La carte des couleurs est indexée sur la contrainte de cisaillement σ_{12} dans le repère cartésien représenté sur la cellule. Le repère cylindrique attaché à la fibre est représenté : dans ce dernier, le tenseur des contraintes va être évalué le long des trois arcs de cercles représentés en pointillés ($\theta \in [0; \frac{\pi}{2}]$).

Intuitivement, le repère cylindrique attaché aux fibres, paraît être principal et le rester pour des chargements longitudinaux; c'est ce que nous allons vérifier. La figure A.1 illustre le résultat d'un calcul E.F. réalisé sur cette cellule hexagonale périodique. Les conditions de périodicité sont les mêmes que celles décrites dans le chapitre 5. Le calcul débute classiquement par une phase simulant le cycle de refroidissement, et qui permet de générer le champ résiduel. Un chargement axial est ensuite appliqué par le biais d'une force imposée à tout les éléments du maillage. La figure A.1 représente la carte des contraintes de cisaillement plan, σ_{12} , dans le repère cartésien. On remarque donc que le repère cartésien n'est ici pas principal.

2 Changement de repère

Le long des trois arcs de cercle que l'on distingue sur la figure A.1, un post-traitement est effectué pour reporter le tenseur des contraintes aux noeuds le long de ces arcs. Compte tenu de la périodicité du champ, que l'on distingue sur la figure A.1, on peut se contenter d'examiner le champ de contraintes pour $\theta \in [0; \frac{\pi}{2}]$. Un traitement des données est alors effectué à l'aide d'une fonction **Scilab**. Pour chaque noeud, sont calculées ses coordonnées et le tenseur des contraintes, dans le repère cylindrique local avec :

$$(r, \theta, z) = (\sqrt{x^2 + y^2}, \arctan \frac{y}{x}, z),$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{(r,\theta,z)} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{(x,y,z)} \cdot \boldsymbol{\alpha}^t,$$

$$\text{avec la matrice de rotation : } \boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On constate que le tenseur $\boldsymbol{\sigma}_{(r,\theta,z)}$ calculé dans la fibre, à l'interface, et dans la matrice, n'est pas complètement diagonal. En effet, il subsiste un léger cisaillement plan ($\sigma_{r\theta}$) surtout dans la matrice, sans doute du à l'arrangement des fibres, mais dont la valeur absolue reste faible par rapport aux composantes diagonales. En revanche, ce cisaillement augmente avec la fraction volumique; pour un Vf de 35%, celui-ci n'est plus complètement négligeable par rapport aux contraintes radiales ($\|\sigma_{r\theta}\|_{max} \simeq 30\% \|\sigma_{rr}\|$). En revanche pour ces Vf plus importants il faut mentionner que $\|\sigma_{rr}\|$ reste faible. Dans le cas de Vf inférieurs ou égaux à 20%, il est par contre cohérent d'assimiler repère cylindrique et repère principal. L'explication physique de la présence de ce cisaillement dans des plans parallèles à l'orientation des fibres, tiend comme nous venons de l'évoquer, à l'arrangement des filaments. Pour un autre type d'arrangement que le temps nous interdit d'examiner ici, il est a parier que ce phénomène est également présent.

Ce résultat provient de l'utilisation d'une cellule périodique dans les trois dimensions; pour des calculs axisymétriques, cette composante de cisaillement disparaît. Il est donc

important d'utiliser une approche tridimensionnelle pour notamment comprendre avec précision les mécanismes de plasticité.

Pour des chargements dans le sens des fibres, ce calcul nous permet également de constater que la distribution des contraintes autres qu'axiales, reste équivalente au cours du chargement. Pour ces sollicitations, la variable qui subie majoritairement une variation est σ_{zz} (surtout dans le renfort). Ceci assoit l'hypothèse d'utiliser cette variable comme pilote d'un modèle de durée de vie.

Pour illustrer ces commentaires, nous proposons sur la figure A.2 le tracé des composantes cylindriques qui sont non nulles en fonction de la position angulaire, sur l'arc de cercle dans la matrice représenté sur la figure A.1. Ceci pour deux fractions volumiques 35% et 20%, et pour deux état de chargement axial : 0 MPa (à la fin du cycle de refroidissement), et 1200 MPa (contrainte macroscopique entraînant une plasticité matricielle).

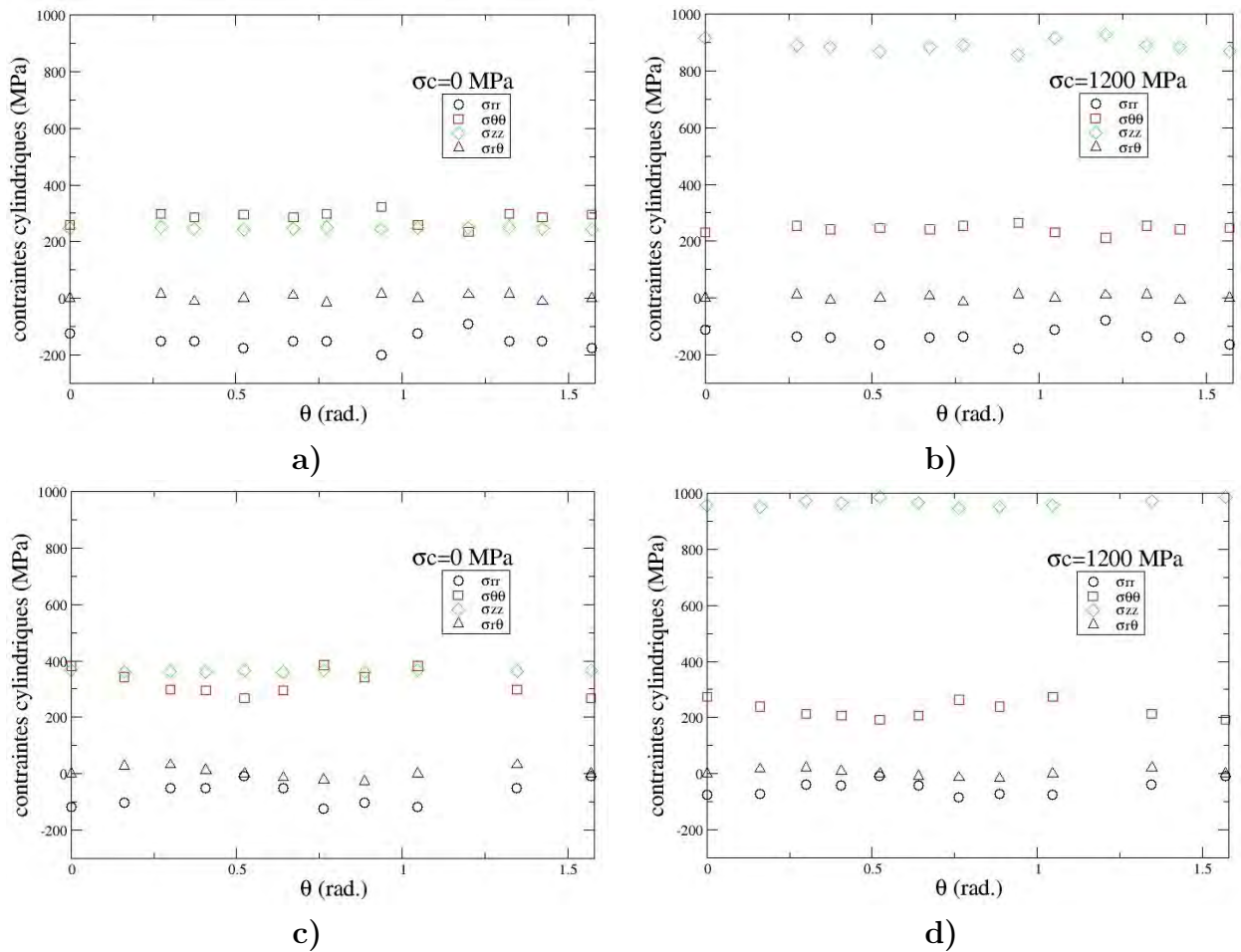


FIG. A.2 – Contraintes dans le repère cylindrique le long d'un arc de cercle d'angle $\pi/2$, dans la matrice environnant une fibre. En a) : $V_f = 20\%$, $\sigma_c = 0$ MPa; en b) : $V_f = 20\%$, $\sigma_c = 1200$ MPa; en c) : $V_f = 35\%$, $\sigma_c = 0$ MPa; en d) : $V_f = 35\%$, $\sigma_c = 1200$ MPa.

Annexe B

Recalage de la température maximale de "free-stress" dans un calcul de contraintes résiduelles par éléments finis

1 Correspondance calcul/donnée expérimentale

Le paramètre qui permet de reproduire dans un calcul éléments finis la déformation axiale expérimentale des filaments (obtenue par dissolution de la matrice) est la température maximale (T_{max}), à partir de laquelle on commence à simuler le refroidissement. En effet, compte-tenu des imprécisions des simulations et des lois de comportement, adopter la température réelle maximale du cycle d'élaboration, conduit à surestimer de manière importante le champ résiduel ([Malon, 00], chapitre 2 et 3). La déformation que l'on obtient dans la simulation est issue de la différence entre la longueur de la fibre libre de toute contrainte à T_{max} , et sa longueur dans le composite refroidi. Si le calcul commence à T_{max} , les déformations sont initialisées à la valeur nulle pour cette température. Cependant, la déformation que l'on souhaite reproduire est la différence entre l'état de la fibre dans le composite à température ambiante, et son état libre, à la même température ambiante. Il est alors nécessaire de faire en parallèle, un calcul ou une simulation de la rétractation de la fibre seule, entre T_{max} et la température ambiante.

La déformation expérimentale à reproduire (ϵ_{exp}) est donnée par :

$$\epsilon_{exp} = \frac{L_{comp}^{20^\circ} - L_{nue}^{20^\circ}}{L_{nue}^{20^\circ}},$$

où $L_{nue}^{20^\circ}$ est la longueur de la fibre nue à 20°C après l'opération de dissolution, et $L_{comp}^{20^\circ}$ dans le composite à 20°C. $L_{nue}^{20^\circ}$ est utilisée au dénominateur car considérée comme valeur de référence où $\epsilon_{residuel} = 0$.

La simulation fournit :

$$\epsilon_{sim} = \frac{l_{comp}^{20^\circ} - l_{nue}^{T_{max}}}{l_{nue}^{T_{max}}}, \quad (L \text{ et } l \text{ ne sont bien sur pas forcément les mêmes}).$$

Il ne faut donc pas simplement comparer ϵ_{exp} et ϵ_{sim} au risque de sous estimer la valeur T_{max} . Une deuxième simulation est nécessaire pour connaître la $l_{nue}^{20^\circ}$ associée à la $l_{nue}^{T_{max}}$ du calcul. On simule le refroidissement de la fibre seule pour obtenir cette valeur.

Si le coefficient de dilatation longitudinal de la fibre n'est pas fonction de la température, on peut obtenir $l_{nue}^{20^\circ}$ analytiquement par la formule :

$$\frac{l_{nue}^{T_{max}} - l_{nue}^{20^\circ}}{l_{nue}^{20^\circ}} = \alpha_f (T_{max} - 20^\circ).$$

Maintenant on règle T_{max} , de manière à obtenir dans le calcul :

$$l_{comp}^{20^\circ} = \epsilon_{exp} \cdot l_{nue}^{20^\circ} + l_{nue}^{20^\circ};$$

Compte-tenu du fait que la simulation a tendance à surestimer le champ résiduel, l'erreur qui consiste à ne pas faire cette rectification n'est pas forcément dérangeante. Nous la mentionnons par soucis de rigueur dans la démarche.

2 Commentaires sur la simulation des contraintes résiduelles dans le cas des éprouvettes monofilamentaires

La simulation par éléments finis du champ des contraintes résiduelles semble toujours surestimer de manière importante les valeurs que l'on peut obtenir expérimentalement. Il est intuitif de considérer l'étape de simulation des CRE préalable à tout calcul de structures comme ne devant pas occuper une part importante du calcul total. Il s'agit donc d'imaginer ce que serait une simulation "idéale" de l'étape d'élaboration, et d'évaluer la précision des approximations nécessaires pour limiter la complexité de cette étape de simulation. Nous proposons ci-après quelques éléments de discussion.

1. L'étape de refroidissement est simulée en imposant au modèle une baisse de température uniforme; l'idéal serait d'imposer un flux thermique aux bords libres pour mieux reproduire la physique. En revanche ceci complique de manière importante l'étape de simulation des CRE.

L'inhomogénéité du refroidissement lors de l'étape d'assemblage est d'ailleurs prouvée par les contraintes internes présentes dans les éprouvettes : lorsqu'un usinage est pratiqué sur une des faces (cf. chap.3), les éprouvettes se courbent. Le refroidissement au coeur du matériaux est plus lent qu'en surface et entraîne un

différentiel dans les mécanismes de relaxation.

2. Pour établir les conséquences de l'utilisation d'une loi e-v-p pour la matrice par rapport à une loi élastique nous avons comparé les champs résiduels induits par ces deux lois dans le cas de l'éprouvette monofilamentaire. En adoptant une T_{max} arbitraire de 870°C , le champ résiduel induit par la loi e-v-p provoque l'apparition de déformations plastiques au voisinage de l'interface (cf. chap.2). En revanche, pour $T_{max}=620^{\circ}\text{C}$, ces déformations plastiques disparaissent pour le cycle d'élaboration considéré (vitesse de refroidissement lente et cycle de pression) à cause des mécanismes de relaxation. Par conséquent, le même champ résiduel est obtenu dans ce cas avec une loi purement élastique.

La contrainte résiduelle axiale obtenue dans la fibre (σ_{zz}^f) avec la loi e-v-p pour $T_{max}=870^{\circ}\text{C}$ est reproduite dans un calcul avec une loi élastique en réglant la T_{max} correspondante : pour $T_{max}^{evp}=870^{\circ}\text{C}$, on obtient $T_{max}^{elas.}=650^{\circ}\text{C}$.

Les contraintes non axiales (σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$) obtenues sont différentes dans ces deux calculs bien que les contraintes σ_{zz}^f se correspondent. Avec la loi élastique, les contraintes non axiales ont une amplitude supérieures (-370 MPa en e-v-p pour -530 MPa en élastique dans la fibre). Cette différence est une conséquence des déformations plastiques accumulées avec la loi e-v-p.

L'écoulement plastique a donc une grande influence sur l'amplitude du champ résiduel.

3. Le cycle de pression dont l'influence sur le champ résiduel a été montrée, est relativement problématique en terme de simulation. Soit il s'agit d'une pression isostatique et il est alors facile d'appliquer les conditions limites ad hoc sur les bords libres de la cellule axisymétrique, soit, ce qui est plus proche de la réalité, la pression doit être appliquée sur un côté extérieur de la cellule pour être représentatif d'une pression appliquée de manière uniaxiale. Dans le cas de la cellule axisymétrique du chapitre 3, il en résulte un écoulement de la matrice dans la direction de la fibre aux hautes températures qui est alors difficilement modélisable. En effet la condition de bord droit empêche les mécanismes d'écoulement qui en plus impliqueraient un glissement relatif à l'interface nécessitant alors un modèle particulier d'interface.

Pour résumer, il semble que la principale raison de l'écart entre calcul et essai dans les CRE soit la sous-estimation des mécanismes d'écoulement dans les simulations. On peut espérer simuler un état de contraintes résiduelles comparable à celui de l'expérience en utilisant la température de free stress réelle du cycle d'élaboration si tout les éléments précédemment cités étaient considérés. Ces éléments sont difficiles à prendre en compte dans le temps qui nous est imparti, cependant la simulation adoptée semble constituer une bonne approximation. Il est montré au chapitre 3 dans le cas de la fragmentation qu'une faible variation dans l'état d'écrouissage initial ne perturbe pas de façon significative l'analyse de l'essai : en revanche l'amplitude des contraintes résiduelles doit être correctement reproduite de manière à faire le lien entre les déformations macroscopiques

des éprouvettes mesurées expérimentalement, et l'amplitude des contraintes dans le filament.

Annexe C

Approche probabiliste de Weibull

1 La théorie du lien le plus faible

Les hypothèses qui découlent du comportement à rupture en traction d'une fibre de SiC impliquent que les défauts y soient distribués selon un processus ponctuel de Poisson :

- tous les défauts sont ponctuels ;
- le nombre de défauts dans un volume $V + dV$ est indépendant du nombre de défauts présents dans V ;
- il n'y a pas de défauts multiples (absence de recouvrement) ;
- le nombre de défauts est indépendant de la position dans le volume sollicité.

Ces hypothèses impliquent que les contraintes à ruptures sont des variables indépendantes. Si l'on note $P_s(\sigma, V_i)$ la probabilité de survie d'un volume élémentaire V_i soumis à une contrainte σ , la théorie du maillon le plus faible implique que la probabilité de survie d'un élément de volume $V = V_i + V_j$ soumis à une contrainte σ uniforme est donnée par :

$$P_s(\sigma, V) = P_s(\sigma, V_i + V_j) = P_s(\sigma, V_i) \cdot P_s(\sigma, V_j)$$

(la survie de l'élément V implique la survie simultanée des éléments V_i et V_j).

Si l'on passe au logarithme on a :

$$\ln P_s(\sigma, V_i + V_j) = \ln P_s(\sigma, V_i) + \ln P_s(\sigma, V_j)$$

En adoptant les notations :

- $V_i = x$ et $V_j = y$;
- $f(x) = \ln P_s(\sigma, x)$.

on a : $f(x + y) = f(x) + f(y)$.

Une définition de la dérivée de f par rapport à x donne :

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dx}f(x) &= f'(x) \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) + f(h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} \\
 &= cte
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

On a donc que $\frac{d}{dV}[\ln P_s(\sigma, V)]$ ne dépend pas de V . On peut alors écrire que :

$$\frac{d}{dV}[\ln P_s(\sigma, V)] = \phi(\sigma).$$

Et donc,

$$\ln P_s(\sigma, V) = \phi(\sigma).V + cte,$$

d'où,

$$P_s(\sigma, V) = \exp[\phi(\sigma).V + cte].$$

On peut annuler la constante car :

$P_s(\sigma, 0) = 1$ (un volume nul "survit" toujours), d'où : $\exp[cte] = 1 \rightarrow cte = 0$.

La fonction $\phi(\sigma)$ doit maintenant avoir certaines propriétés, pour que $P_s(\sigma, V)$ respecte les hypothèses suivantes :

1. $\forall V, P_s(0, V) = 1$, d'où pour $V = 1$: $\exp[\phi(0)] = 1 \rightarrow \phi(0) = 0$;
(il est parfois judicieux de supposer que toute rupture est interdite en dessous d'un certain seuil σ_u , ce qui implique alors que : $\forall V, P_s(\sigma \leq \sigma_u, V) = 1 \rightarrow \phi(\sigma_u) = 0$)
2. $\lim_{\sigma \rightarrow +\infty} P_s(\sigma, V) = 0$ et donc : $\lim_{\sigma \rightarrow +\infty} \exp[V.\phi(\sigma)] = 0 \rightarrow \lim_{\sigma \rightarrow +\infty} \phi(\sigma) = -\infty$;

Cette fonction $\phi(\sigma)$ a été identifiée par Weibull sous la forme d'une loi puissance en σ par : $\phi(\sigma) = -\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m$. Cette fonction à deux paramètres peut être associée à une densité volumique de défauts "activables". Il apparaît alors plus compréhensible de l'écrire : $\phi(\sigma) = -\frac{1}{V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m$, ainsi le paramètre σ_0 est donné pour que $\phi(\sigma)$ corresponde à une densité volumique pour un volume V_0 donné.

Note : Il existe diverses manières de représenter cette densité volumique de défauts. La

forme de cette fonction dépend du type de phénomène mécanique que l'on veut modéliser ([Baxevanakis, 94]). On se réserve donc la possibilité d'adapter, le cas échéant, la forme de cette fonction.

Le complémentaire de la probabilité de survie d'un volume V est donc la probabilité de rupture de ce dernier et est donnée, en utilisant la précédente relation, par :

$$\begin{aligned} P_r(\sigma, V) &= 1 - P_s(\sigma, V) \\ &= 1 - \exp\left[-\frac{V}{V_0} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right] \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Lorsque le champ de contraintes reste uniaxial mais non uniforme sur le volume V , il est nécessaire de discrétiser l'approche de la manière suivante :

- on considère une discrétisation de ce volume V en sous volumes élémentaires V_i , de sorte qu'au sein de chacun de ces V_i l'on puisse considérer le champ de contraintes comme uniforme ;
- l'hypothèse qui considère les contraintes à ruptures comme des variables aléatoires indépendantes et celle de la théorie du lien le plus faible, conduisent à écrire pour la probabilité de survie du volume V :

$$P_s(\tilde{\sigma}, V) = \prod_i P_s(\langle \tilde{\sigma} \rangle_i, V_i)$$

où $\langle \tilde{\sigma} \rangle_i$ désigne la valeur du champ de contraintes sur le sous volume V_i ;

- la formule de Weibull qui donne la probabilité cumulée de rupture P_r du volume V soumis au champ σ uniaxial non uniforme s'obtient alors en écrivant :

$$\begin{aligned} P_s(\tilde{\sigma}, V) &= \prod_i P_s(\langle \tilde{\sigma} \rangle_i, V_i) \\ &= \prod_i \exp\left[-\frac{V_i}{V_0} \cdot \left(\frac{\langle \tilde{\sigma} \rangle_i}{\sigma_0}\right)^m\right] \\ &= \exp\left[-\frac{1}{V_0} \sum_i V_i \cdot \left(\frac{\langle \tilde{\sigma} \rangle_i}{\sigma_0}\right)^m\right] \\ &= \exp\left[-\frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\tilde{\sigma}}{\sigma_0}\right)^m dV\right] \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Et donc :

$$P_r(\tilde{\sigma}, V) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\tilde{\sigma}}{\sigma_0}\right)^m dV\right] \quad (\text{C.4})$$

2 Prise en compte d'un gradient de contraintes axiales dans les filaments surchargés

Il existe un gradient radial de la grandeur $\sigma_{zz}^f(x, y, z)$ dans les portions de fibres surchargées. Dans ces filaments surchargés, la zone qui fait face à la rupture subit logiquement une surcharge accrue, *i.e.* la portion d'interface de la fibre voisine orientée du côté de la rupture va subir un cisaillement important par rapport à la portion d'interface opposée qui est masquée par l'épaisseur de la fibre.

Le caractère fragile du comportement des fibres de SiC présente intuitivement une sensibilité à un gradient radial de contrainte axiale. Cependant, le comportement à rupture des filaments a été déterminé par l'essai de fragmentation où le chargement axial est homogène par section de fibre. Il paraît difficile d'imaginer un essai micromécanique permettant d'identifier le comportement à rupture des fibres soumises à un chargement axial non homogène. De plus, il s'agirait d'identifier une distribution spatiale des défauts dans les trois dimensions des filaments. Utiliser la valeur maximale de la surcharge dans les sections de fibre se révélerait bien sur plus conservatif mais on sortirait alors du cadre de l'identification des populations de défauts par l'essai de fragmentation.

Sans revenir sur le développement du formalisme de Weibull du chapitre 3, l'identification des familles de défauts et donc des paramètres (m, σ_0) a été possible en supposant que les contraintes axiales étaient constantes sur une section de fibre, et constante sur une longueur de maillons dans le sens axial. Ceci a permis d'écrire, en considérant uniquement la variable σ_{zz} ([Lamon, 07]) :

$$P(\sigma_{zz}, V_m) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0} \int_{V_m} \left(\frac{\sigma_{zz}(x, y, z)}{\sigma_0}\right)^m dV\right] = 1 - \exp\left[-\frac{L_m}{L_0} \cdot \left(\frac{\sigma_{zz}}{\sigma_0}\right)^m\right],$$

où $P(\sigma_{zz}, V_m)$ désigne la probabilité de rupture d'un maillon de volume V_m et L_m la longueur axiale d'un maillon.

Dans le cadre multifilamentaire, une approche avec discrétisation du réseau de filaments en maillons va également être adoptée. Or cette fois, s'il existe un gradient important de la contrainte axiale dans les sections de fibres, la simplification de la loi de Weibull ci-dessus n'est plus possible. On a pourtant besoin d'affecter l'ensemble des maillons du réseau par la loi de Weibull écrite de manière simplifiée à l'aide des paramètres déterminés en fragmentation. On a alors recours à une contrainte $\bar{\sigma}_{zz}$ qui est représentative d'une forme de moyenne surfacique de la contrainte $\sigma_{zz}(x, y, z)$ dans les filaments.

Dans un maillon suffisamment petit pour que l'on puisse toujours considérer que la contrainte $\sigma_{zz}(x, y, z)$ est constante en z , on écrit l'égalité des probabilités de rupture sous la forme que l'on souhaite utiliser :

$$\begin{aligned} P(\sigma_{zz}, V_m) &= 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0} \int_{V_m} \left(\frac{\sigma_{zz}(x, y, z)}{\sigma_0}\right)^m dV\right] \\ &= 1 - \exp\left[-\frac{L_m}{L_0 S_f} \int_{S_f} \left(\frac{\sigma_{zz}(x, y)}{\sigma_0}\right)^m dS\right] \\ &= 1 - \exp\left[-\frac{L_m}{L_0} \cdot \left(\frac{\bar{\sigma}_{zz}}{\sigma_0}\right)^m\right], \end{aligned}$$

où S_f désigne une section de fibre.

On obtient alors l'expression de la contrainte équivalente $\bar{\sigma}_{zz}$ à utiliser dans le modèle multifilamentaire, dans le cas de gradients surfaciques :

$$\bar{\sigma}_{zz} = \left[\frac{1}{S_f} \int_{S_f} \sigma_{zz}^m(x, y) dS \right]^{\frac{1}{m}} .$$

Cette expression avait déjà été proposée dans les travaux de [Bandorawalla, 02] sans que l'auteur ne fournisse pour autant de justification. Dans notre cas, les simulations éléments finis que nous avons réalisées révèlent un gradient radial de la contrainte axiale dans les portions surchargées inférieur ou égal à 3% pour les Vf considérés. La simple moyenne surfacique que nous adoptons pour déterminer $k(z)$ et qui sera utilisée dans le modèle macroscopique, se révèle donc acceptable.

Annexe D

Champ de contraintes dans un disque alésé en rotation

Ce développement analytique est tiré de [Forest, 05].
On considère un disque alésé que l'on suppose élastique isotrope, animé d'une vitesse angulaire ω , de rayon intérieur r_i et extérieur r_e (fig. D.1). Dans le référentiel terrestre $(1, 2)$, l'équilibre local d'un point M du disque s'écrit, en négligeant la pesanteur :

$$\operatorname{div} \bar{\sigma} = \rho \bar{\gamma} \quad (\text{D.1})$$

Le référentiel attaché au disque est le repère cylindrique local (r, θ) en un point M .

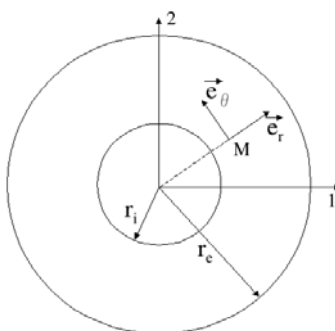


FIG. D.1 – Schéma du disque alésé simplifié avec les référentiels terrestre (cartésien) et local (cylindrique).

Dans le repère cartésien, le point M a comme position $(r \cos(\omega t), r \sin(\omega t), 0)$ car la vitesse angulaire est $\omega = \dot{\theta}$. L'accélération est obtenue en dérivant deux fois par rapport au temps avec $\vec{\gamma}_M = (-r\omega^2 \cos(\omega t), -r\omega^2 \sin(\omega t), 0)$.

On exprime ce vecteur accélération dans le repère cylindrique en utilisant par exemple la matrice de changement de base $[\alpha]$, avec :

$$[\alpha] = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On obtient : $\vec{\gamma}_M = (-r\omega^2, 0, 0)$, dans $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ (l'accélération est centripète). On suppose alors que le tenseur des contraintes a la forme suivante en première approximation dans le repère cylindrique (pour un disque suffisamment mince et dans le cadre des petites perturbations) :

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

L'équation d'équilibre D.1 fournit :

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + \rho\omega^2 r = 0 \quad (\text{D.2})$$

On a deux inconnues $(\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta})$, donc besoin d'une deuxième équation. On remarque alors qu'en coordonnées cylindriques, l'expression des déformations donne :

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \text{ et } \epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}.$$

Compte-tenu de la symétrie du problème, les variables ne dépendent pas de θ , ainsi cela conduit à l'équation :

$$(r\epsilon_{\theta\theta})' = \epsilon_{rr}$$

D'autre part, la loi de Hooke généralisée donne :

$$\epsilon_{rr} = \frac{\sigma_{rr}}{E} - \frac{\nu\sigma_{\theta\theta}}{E}, \quad \epsilon_{\theta\theta} = \frac{\sigma_{\theta\theta}}{E} - \frac{\nu\sigma_{rr}}{E}$$

On obtient ainsi notre seconde équation :

$$(1 + \nu)(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = r(\sigma'_{\theta\theta} - \sigma'_{rr}) \quad (\text{D.3})$$

À l'aide de D.2, on exprime $\sigma_{\theta\theta}$ et sa dérivée en fonction de σ_{rr} que l'on peut alors substituer dans D.3 pour obtenir l'équation différentielle :

$$r\sigma''_{rr} + 3\sigma'_{rr} + (3 + \nu)\rho\omega^2 r = 0$$

Avec une idée préalable de la forme des solutions, les conditions aux limites $\sigma_{rr}(r = r_i) = \sigma_{rr}(r = r_e) = 0$ nous conduisent à :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = & -\frac{3 + \nu}{8} \frac{\rho\omega^2}{r^2} (r^2 - r_i^2)(r^2 - r_e^2) \\ \sigma_{\theta\theta} = & \frac{\rho\omega^2 r^2}{8} \left((3 + \nu) \left(\frac{r_i^2 r_e^2}{r^4} + \frac{r_i^2 + r_e^2}{r^2} \right) - (1 + 3\nu) \right) \end{cases}$$

Bibliographie

- [Andersons & al., 01] J. Andersons, R. Joffe, M. Hojo, S. Ochiai "Fibre fragment distribution in a single-fibre composite tension test", *Comp. Part B*, 32, pp.323-332, (2001)
- [Aveston & Kelly, 73] J. Aveston, A. Kelly, "Theory of multiple fracture of fibrous composites", *J. Mat. Sci.*, 8, pp.352-362, (1973)
- [Aveston & al., 71] J. Aveston, G.A. Cooper, A. Kelly, "Single and multiple fracture : the properties of fibre composites", Conference proceedings, National Physical Laboratory, (Guildford, U.K.), *The properties of fibre composites*, pp. 15-26, IPC Science and Technology Press, Ltd. Teddington, U.K.
- [Bandorawalla, 02] T.J. Bandorawalla, "Micromechanics-based strength and lifetime prediction of polymer composites", Thèse de doctorat, Virginia Polytechnic Institute and State University, (2002)
- [Baroumes, 98] L. Baroumes, "Comportement des composites à matrice métallique : du processus de fabrication à la tenue en service", Thèse de doctorat, Université Paris 6, (1998)
- [Baxevanakis, 94] C. Baxevanakis, "Comportement statistique à rupture des composites stratifiés", Thèse de doctorat, École nationale supérieure des Mines de Paris, (1994)
- [Bednarczyk & al., 02] B. A. Bednarczyk, S. M. Arnold, "Transverse tensile and creep modeling of continuously reinforced titanium composites with local debonding", *Int. J. Sol. Struct.*, vol. 39, pp. 1987-2017, (2002)
- [Bettge & al., 06] D. Bettge, W. Wedell, P.D. Portella, J. Hemptenmacher, P.W.M Peters, B.Skrotzki, "Mechanical behavior and fatigue damage of a titanium matrix composite reinforced with continuous SiC fibers", *Mat. Sc. Eng. A*, (2006)
- [Beyerlein & al., 99] I.R. Beyerlein, C.M. Landis, "Shear-lag model for failure simulations of unidirectional fiber composites including matrix stiffness", *Mech. Mat.*, 31, pp. 331-350, (1999)
- [Blassiau, 05] S. Blassiau, "Modélisation des phénomènes microstructuraux au sein d'un composite unidirectionnel carbone/epoxy et prédiction de durée de vie : contrôle et qualification de réservoirs bobinés", Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, (2005)
- [Blassiau & al., 06] S. Blassiau, A. Thionnet, A.R. Bunsell, "Micromechanisms of load transfer in a unidirectional carbon fibre-reinforced epoxy composite due to fibre failure. Part 2 : influence of viscoelastic and plastic matrices on the mechanisms of load transfer", *Comp. Struc.*, 74, pp. 319-331, (2006)

- [Bobet & al., 97] J.-L. Bobet, C. Masuda, Y. Kagawa, "*Estimation of residual stresses in SiC/Ti-15-3 composites and their relaxation during a fatigue test*", J. Mat. Sc., 32, pp. 6357-6369, (1997)
- [Brevet Européen EP1772443A2, 06] J-M Franchet & al., "*Procédé d'enduction métallique de fibres par voie liquide*", demande de brevet européen, EP 1 772 443 A2, SNECMA (FR), 04/10/2006
- [Cailletaud, 07] G. Cailletaud, "*Cours Mécanique des Matériaux Solides 3122*", Mines Paris-Paristech, (2007)
- [Carrère, 01] N. Carrère, "*Sur l'analyse multiéchelle des matériaux composites à matrice métallique : application au calcul de structure*", Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique (2001)
- [Carrère & al., 03] N. Carrère, E. Martin, B. Coutand, "*Creep behaviour of a unidirectional SM1140+/Ti-6242 composite*", Comp. Part A, vol. 34, pp. 1065-1073, (2003)
- [Chaboche & al., 01] J.L. Chaboche, F. Feyel, Y. Monerie, "*Interface debonding models : a viscous regularization with a limited rate dependency*", Int. J. Sol. Str., 38, pp. 3127-3160, (2001)
- [Chollon & al., 05] G. Chollon, R. Naslain, C. Prentice, R. Shatwell & P. May, "*High temperature properties of SiC and diamond CVD-monofilament*", J. of Europ. Ceram. Soc., vol. 25, pp. 1929-1942, (2005)
- [Choo & al., 01] H. Choo, M.A.M. Bourke, M.R. Daymond, "*A finite-element analysis of the inelastic relaxation of thermal residual stress in continuous-fiber-reinforced composites*", Comp. Sc. and Tech., vol. 61, pp. 1757-1772, (2001)
- [Clyne & Withers, 93] T.W. Clyne, P.J. Withers, "*An introduction to metal matrix composites*", Cambridge University Press, (1993)
- [Cox, 52] H.L. Cox, "*The elasticity and strength of paper and other fibrous materials*", Brit. J. Appl. Phys., 3, pp.72-79, (1952)
- [Curtin, 91] W.A. Curtin, "*Exact theory of fibre fragmentation in a single-filament composite*", J. Mat. Sci., 26, pp. 5239-5253, (1991)
- [Douin & al., 02] J. Douin, P. Donnadieu, A. Finel, G.F. Dirras, J.F. Silvain, "*Influence of the elastic stress relaxation on the microstructures and mechanical properties of metal-matrix composites*", Comp. Part A 33, pp. 1397-1401, (2002)
- [Duda & al., 04] C. Duda, C. Arvieu, J.F. Fromentin & J.M. Quenisset, "*Microstructural characterization of liquid route processed Ti 6242 coating of SCS-6 filaments*" Comp. Part A, vol. 35, pp. 511-517 (2004)
- [Duda, 04] C. Duda, "*Compréhension et amélioration des conditions de couplage par enduction à grande vitesse entre filaments SiC_{CVD} et alliage base titane*" Thèse de l'Université Bordeaux 1, (2004)
- [Dvorak, 92] G. Dvorak, "*Transformation field analysis of inelastic composite materials*", Proc. Roy. Soc. Lond., Vol.A437, pp. 311-327, (1992)

- [Étude stratégique, 01] NODAL CONSULTANTS pour le ministère de l'Economie et des Finances (DiGITIP), Rapport de synthèse d'étude stratégique : "*L'industrie française des matériaux composites*", (2001)
- [Fang & al., 00] Q. Fang, P.S. Sidky, G.M. Hocking, "*Residual stresses in titanium matrix composites (TMC) in thermomechanical cycling using matrix etching*", Mat. Sc. Eng., A288, pp. 293-297, (2000)
- [Faucon, 99] A. Faucon, "*Etude de quelques mécanismes d'endommagement au sein d'un matériau composite à matrice d'alliage de titane renforcée par des filaments de carbure de silicium*", Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, (1999)
- [Favre & al., 91] J.P. Favre, P. Sigety, D. Jacques, "*Stress transfer by shear in carbon fibre model composites : Part 2 - Computer simulation of the fragmentation test*", J. Mat. Sci., 26, pp. 189-195, (1991)
- [Feigenblum, 02] J. Feigenblum, "*Procédé inductif d'enduction métallique de fibres par voie liquide*", Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, (2002)
- [Forest, 05] S. Forest, M. Amestoy, S. Cantournet, G. Damamme, S. Kruch, "*Mécanique des milieux continus*", Ecole des Mines de Paris, (2005-2006)
- [Fraser & al., 75] W.A. Fraser, F.H. Achker, A.T. DiBenedetto, "*A computer modeled, single filament technique for measuring coupling and sizing agent effects in fiber reinforced composites*", 30th Anniversary Technical Conference, 1975, Reinforced Plastics/Composites Institute, The society of the Plastics Industry, Inc.
- [Garcia-Leiva & al., 02] M.C. Garcia-Leiva, I. Ocana, A. Martin-Meizoso, J.M. Martinez-Esnaola, V. Marques, F. Heredero, "*High temperature tensile and fatigue behaviour of the unidirectionnally reinforced MMC Ti64/SiC*", Eng. Frac. Mech. , vol. 70, pp. 2137-2148, (2002)
- [Gonzalez & al., 01] C. Gonzalez & J. Llorca, "*Micromechanical modelling of deformation and failure in Ti-6Al-4V/SiC composites*" Acta. Mater., vol. 49, pp. 3505-3519, (2001)
- [Guichet, 98] B. Guichet, "*Identification de la loi de comportement interfaciale d'un composite SiC/Ti*", Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, (1998)
- [Guo & al., 95] Z.X. Guo, B. Derby, "*Solid state fabrication and interfaces of fibre reinforced metal matrix composites*", Prog. in Mat. Sci., vol. 39, pp. 411-495, (1995)
- [Hanan & al., 03] J.C. Hanan, E. Ustundag, I.J. Beyerlein, G.A. Swift, J.D. Almer, U. Lienert, D.R. Haeffner, "*Microscale damage evolution and stress redistribution in Ti-SiC fiber composites*", Act. Mat., vol. 51, pp. 4239-4250, (2003)
- [Hausmann & al., 01] J. Hausmann, J. Hemptenmacher, J. Kumpfert, ICCM 13, Beijing, China (2001)
- [Hausmann & al., 02] J.M. Hausmann, C. Leyens, J. Hemptenmacher, W.A. Kaysser, "*Optimisation of the fatigue resistance of metal matrix composites*", Adv. Eng. Mat., 4, No.7, (2002)
- [Hemptenmacher & al., 04] J. Hemptenmacher, P.W.M. Peters, "*Influence of the matrix microstructure on the creep behavior of SiC-fiber reinforced Ti-alloys*", Adv. Eng. Mat., 6, No. 3, (2004)

- [Hertz-Clemens, 02] S. Hertz-Clemens, "*Etude d'un composite aéronautique à matrice métallique sous chargements de fatigue : sollicitation mécano-thermique et propagation de fissures*", Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, (2002)
- [Heuvel & al., 97] P.W.J. van den Heuvel, B. Hogeweg, T. Peijs, "*An experimental and numerical investigation into the single-fibre fragmentation test : stress transfer by a locally yielding matrix*", *Comp. Part A*, 28A, pp. 237-249, (1997)
- [Heuvel & al., 04] P.W.J. van den Heuvel, S. Goutianos, R.J. Young, T. Peijs, "*Failure phenomena in fibre-reinforced composites. Part 6 : a finite element study of stress concentrations in unidirectional carbon fibre-reinforced epoxy composites*", *Comp. Sc. Tech.*, 64, pp. 645-656, (2004)
- [Hui & al., 95] C-Y. Hui, S.L. Phoenix, M. Ibnabdeljalil, R.L. Smith, "*An exact closed form solution for fragmentation of Weibull fibers in a single filament composite with applications to fiber-reinforced ceramics*", *J. Mech. Sol.*, 43, pp. 1551-1585, (1995)
- [Hui & al., 96] C-Y. Hui, S.L. Phoenix, L. Kogan, "*Analysis of fragmentation in the single filament composite : roles of fiber strength distributions and exclusion zone models*", *J. Mech. Phys. Solids*, 44-10, pp. 1715-1737, (1996)
- [Ibnabdeljalil & al., 96] M. Ibnabdeljalil, W.A. Curtin, "*Strength and reliability of fiber-reinforced composites : localized load-sharing and associated size effects*", *Int. J. Sol. Struc.*, vol. 34, pp. 2649-2668, (1997)
- [Kelly & al., 00] A. Kelly, C. Zweben, "*Comprehensive composite materials*", volume 3, "*Metal matrix composites*", vol. ed. : T.W. Clyne, Pergamon, (2000)
- [Kelly & Tyson, 65] A. Kelly, W.R. Tyson, "*Tensile properties of fibre-reinforced metals : copper/tungsten and copper/molybdenum*", *J. Mech. Phys. Sol.*, 13, pp. 329-350, (1965)
- [Kruch & al., 06] S. Kruch, N. Carrère, J.L. Chaboche, "*Fatigue damage analysis of unidirectional metal matrix composites*", *Int. J. Fat.*, 28, pp. 1420-1425, (2006)
- [Lamon, 07] J. Lamon, "*Mécanique de la rupture fragile et de l'endommagement : approches statistiques et probabilistes*", Lavoisier, Hermes-Science, (2007).
- [Landis & al., 00] C. M. Landis, I. J. Beyerlein, R. M. McMeeking, "*Micromechanical simulation of the failure of fiber reinforced composites*", *J. Mech. Phys. Sol.*, 48, pp. 621-648, (2000)
- [Legrand, 97] N. Legrand, "*Fatigue des composites à matrice métallique base titane à renfort unidirectionnel de fibres SiC*" Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, (1997)
- [Legrand & al., 02] N. Legrand, L. Remy, B. Dambrine, "*Damage mechanisms and life prediction in high temperature fatigue of unidirectionnal SiC-Ti composite*" *Int. J. Fat.*, vol. 24, pp. 369-379, (2002)
- [Lemaitre & Chaboche, 96] J. Lemaitre, J.L. Chaboche, "*Mécanique des matériaux solides*", deuxième édition, Dunod, (1996)
- [Leyens & al., 03] C. Leyens, J. Hausmann, J. Kumpfert, "*Continuous fiber reinforced titanium matrix composites : fabrication, properties and applications*", *Adv. Eng. Mat.*, 5, No. 6, (2003)

- [Leyens & al., 03] C. Leyens, F. Kocian, J. Hausmann, W.A. Kaysser, "Materials and design concepts for high performance compressor components", *Aero. Sci. Tech.*, 7, pp. 201-210, (2003)
- [Lissart & Lamon, 97] N. Lissart, J. Lamon, "Damage and failure in ceramic matrix mini-composites : experimental study and model", *Acta. Mater.*, 45, pp. 1025-1044, (1997)
- [Mahesh & al., 02] S. Mahesh, S.L. Phoenix, I. Beyerlein, "Strength distributions and size effects for 2D and 3D composites with Weibull fibers in an elastic matrix", *Int. J. Frac.*, 115, pp. 41-85, (2002)
- [Mahesh & al., 04] S. Mahesh, J.C. Hanan, E. Ustundag, I.J. Beyerlein, "Shear-lag model for a single fiber metal matrix composite with an elasto-plastic matrix and a slipping interface", *Int. J. Sol. Struc.*, 41, pp. 4197-4218, (2004)
- [Majumdar & al., 95] B.S. Majumdar, G.M. Newaz, "Constituent damage mechanisms in metal matrix composites under fatigue loading, and their effects on fatigue life" *Mat. Sc. Eng. A200*, pp. 114-129, (1995)
- [Majumdar & al., 98] B.S. Majumdar, T.E. Matikas, D.B. Miracle, "Experiments and analysis of fiber fragmentation in single and multiple-fiber SiC/Ti-6Al-4V metal matrix composites", *Comp. Part B*, 29B, pp. 131-145, (1998)
- [Malon, 00] S. Malon, "Caractérisation des mécanismes d'endommagement dans les composites à matrice métallique de type SiC/Ti", Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, (2000)
- [Michel & al., 01] J-C. Michel, H. Moulinec, P. Suquet "Composites à microstructure périodique" dans "Homogénéisation en mécanique des matériaux 1", sous la direction de M. Bournert, T. Bretheau, P. Gilormini, pp. 57-95, Hermes Science, (2001)
- [Miracle, 05] D. B. Miracle, "Metal Matrix composites - From science to technological significance" *Comp. Sci. Tech.*, vol. 65, pp. 2526-2540 (2005)
- [Molliex, 95] L. Molliex, "Approche micromécanique de la résistance en traction de composites à matrice métallique", Thèse de doctorat, École Centrale des arts et manufacture de Paris, (1995)
- [Monerie, 00] Y. Monerie, "Fissuration des matériaux composites : rôle de l'interface fibre/matrice", Thèse de doctorat, Université de Aix-Marseille 2, (2000)
- [Nairn, 97] J.A. Nairn, "On the use of Shear-Lag methods for analysis of Stress transfer in unidirectional composites", *Mech. of Mat.*, 26, pp. 63-80, (1997)
- [Nairn & Liu, 97] J.A. Nairn, Y.C. Liu, "Stress transfer into a fragmented, anisotropic fiber through an imperfect interface", *Int. J. Sol. Struc.*, 34, pp. 1255-1281, (1997)
- [Nairn, 92] J.A. Nairn, "A variational mechanics analysis of the stresses around breaks in embedded fibers", *Mech. Mater.*, 13, pp. 131-157, (1992)
- [Rapport NASA, 96] chapter 3 in "MMC Life System Development (Phase I)", NASA/Pratt & Whitney Life Prediction Cooperative Program, NASA Reference Publication 1361, E. Zaretsky, editor, (1996)

- [Okabe & al., 01] T. Okabe, N. Takeda, Y. Kamoshida, M. Shimizu, W.A. Curtin, "A 3D shear-lag model considering micro-damage and statistical strength prediction of unidirectional fiber-reinforced composites", *Comp. Sc. and Tech.*, 61, pp. 1774-1787, (2001)
- [Osborne & al., 05] D. Osborne, H. Ghonem, "Experimental and computational study of interphase properties and mechanics in titanium metal matrix composites at elevated temperatures", *Mech. Mat. Lab. Dep. of Mech. Eng., Univ. of Rhode Island Kingston, RI02881*, final report for USAF Off. of Sc. Res., Bolling Air Force Base, DC 20332, (2005)
- [Peters & al., 01] P.W.M. Peters, Z. Xia, J. Hemptenmacher, H. Assler, "Influence of interfacial stress transfer on fatigue crack growth in SiC-fibre reinforced titanium alloys", *Comp. Part A*, vol. 32, pp. 561-567, (2001)
- [Peters & al., 02] P.W.M. Peters, J. Hemptenmacher, "Oxidation of the carbon protective coating in SCS-6 fibre reinforced titanium alloys" *Comp. Part A*, vol. 33, pp. 1373-1379, (2002)
- [Pottier, 98] T. Pottier, "Modélisation multiéchelle du comportement et de l'endommagement de composites à matrice métallique", Thèse de Doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, (1998)
- [Press & al., 92] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, "Numerical recipes in fortran : chap. 7, random numbers", Cambridge University Press, (1992)
- [Preuss & al., 02] M. Preuss, P.J. Withers, E. Maire, J.-Y. Buffiere, "SiC single fibre full-fragmentation during straining in a Ti-6Al-4V matrix studied by synchrotron X-rays", *Act. Mat.*, 50, pp. 3175-3190, (2002)
- [Rangaswamy & al., 99] P. Rangaswamy, M.B. Prime, M. Daymond, M.A. Bourke, B. Clausen, H. Choo, N. Jayaraman, "Comparison of residual strains measured by X-ray and neutron diffraction in a titanium (Ti-6Al-4V) matrix composite", *Mat. Sc. Eng.*, A259, pp. 209-219, (1999)
- [Sanders & al., 99] B.P. Sanders, S. Mall, R.B. Pittman, "The effect of frequency and temperature on the fatigue behaviour of a unidirectional titanium-matrix composite", *Comp. Sc. Tech.*, 59, pp. 583-591, (1999)
- [Shia & al., 00] D. Shia, C.Y. Hui, S.L. Phoenix, "Statistics of fragmentation in a single-fiber composite under matrix yielding and debonding with application to the strength of multi-fiber composites", *Comp. Sci. Tech.*, 60, pp. 2107-2128, (2000)
- [Sibum, 03] H. Sibum, "Titanium and titanium alloys-From raw material to semi-finished products", *Adv. Eng. Mat.*, 5, n°6, (2003)
- [Sinclair & al., 03] R. Sinclair, M. Preuss, E. Maire, J.Y. Buffiere, P. Bowen, P.J. Withers, "The effect of fibre fractures in the bridging zone of fatigue cracked Ti-6Al-4V/SiC fibre composites", *Act. Mat.*, vol. 52, pp. 1423-1438, (2004)
- [Smith & Spencer, 70] G.E. Smith, A.S.M. Spencer, "Interfacial tractions in a fibre-reinforced elastic composite material", *J. Mech. Phys. Solids*, 18, pp. 81-100, (1970)

- [Talreja, 95] R. Talreja, "A conceptual framework for interpretation of MMC fatigue", *Mat. Sc. Eng.*, A200, pp. 21-28, (1995)
- [Thomas & al., 01] M.P. Thomas, G. Howard, R. Pather, M.R. Brown, P.H. Tranter, "Comparison of low cycle fatigue performance of several [0] Sigma fibre reinforced titanium matrix composites", *Int. J. Fat.*, vol. 23, pp. 851-856, (2001)
- [Thomas, 02] M.P. Thomas, "Load controlled low cycle fatigue of [0]₈ Sigma fibre reinforced titanium matrix composite", *J. Mat. Sci.*, vol. 37, pp. 3075-3084, (2002)
- [Tripathi & Jones, 97] D. Tripathi, F. R. Jones, "Measurement of the load-bearing capability of the fibre/matrix interface by single-fibre fragmentation", *Comp. Sci. Tech.*, 57, pp. 925-935, (1997)
- [Tripathi & Jones, 98] D. Tripathi, F. R. Jones, "Review : Single fibre fragmentation test for assessing adhesion in fibre reinforced composites", *J. Mat. Sci.*, 33, pp. 1-16, (1998)
- [Tvergaard, 90] V. Tvergaard, "Micromechanical modelling of fiber debonding in metal matrix composites", in *Elastic Deformation of composites Materials*, Ed. by G. Dvorak, IUTAM Symposium Troy, N-Y, (1990)
- [Wang & al., 96] P.C. Wang, S.M. Jeng, J.M. Yang, A.K. Mal, "Fatigue life prediction of fiber-reinforced titanium matrix composites", *Acta. Mater.*, vol. 44, pp. 1097-1108, (1996)
- [Ward & al., 02] Y. Ward, R.J. Young, R.A. Shatwell, "Determination of residual stresses in SiC monofilament reinforced metal-matrix composites using Raman spectroscopy", *Comp. Part A*, 33, pp. 1409-1416, (2002)
- [Xia & al., 02] Z. Xia, T. Okabe, W.A. Curtin, "Shear-lag versus element models for stress transfer in fiber-reinforced composites", *Comp. Sc. Tech.*, 62, pp. 1141-1149, (2002)
- [Xia & al., 02] Z. Xia, W.A. Curtin, T. Okabe, "Green's function vs. shear-lag models of damage and failure in fibre composites", *Comp. Sc. Tech.*, 62, pp.1279-1288, (2002)
- [Xia & Curtin, 01] Z.H. Xia, W.A. Curtin, "Life prediction of titanium MMCS under low-cycle fatigue", *Acta. Mater.*, 49, pp.1633-1646, (2001)
- [ZeBuLoN] ZeBuLon, trademarks of Northwest Numerics and Modeling, Inc.
- [Zhou & Curtin, 95] S.J. Zhou, W.A. Curtin, "Failure of fiber composites : a lattice green function model", *Acta. Metall. Mater.*, 43, pp. 3093-3104, (1995)