



HAL
open science

Modélisation 1D par lit (ISM) d'un réseau hydraulique ramifié maillé. Application au contexte opérationnel de la prévision des fortes crues et des crues de dimensionnement d'ouvrages

Yassine Kaddi

► To cite this version:

Yassine Kaddi. Modélisation 1D par lit (ISM) d'un réseau hydraulique ramifié maillé. Application au contexte opérationnel de la prévision des fortes crues et des crues de dimensionnement d'ouvrages. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Claude Bernard Lyon 1, 2021. Français. NNT : . tel-03622133

HAL Id: tel-03622133

<https://hal.science/tel-03622133>

Submitted on 28 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université Claude Bernard



Lyon 1

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

Opérée au sein de :

l'Université Claude Bernard Lyon 1

École Doctorale MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE
CIVIL, ACOUSTIQUE

Spécialité de doctorat : Mécaniques des fluides

Soutenue publiquement le 15/10/2021, par :

Yassine Kaddi

**Modélisation 1D par lit (ISM) d'un
réseau hydraulique ramifié maillé.
Application au contexte opérationnel de
la prévision des fortes crues et des crues
de dimensionnement d'ouvrages.**

Devant le jury composé de :

| | |
|--|------------------------------|
| Mário Franca Professeur au K.I.T Karlsruhe Institut of Technology, Karlsruhe , Allemagne | Président |
| Hélène Roux Maître de conférences (HDR) à Toulouse INP, UMR5502 - IMFT | Rapporteuse |
| Carole Delenne Maître de conférences (HDR) à Université de Montpellier, UMR5569 - LEMON, INRIA | Rapporteuse |
| Didier Bousmar Professeur, Direction des Recherches hydrauliques, Laboratoire du Châtelet, Belgique | Examineur |
| Ivana Vinkovic Professeure (HDR) à l'Université Lyon 1, UMR5509 - LMFA | Examinatrice |
| Sandra Soares Frazao Professeure à l'Université Catholique de Louvain, Génie civil et environnemental, Louvain-la-neuve, Belgique | Examinatrice |
| Sébastien Proust Chercheur (HDR), INRAE Villeurbanne, UR Riverly | Directeur de thèse |
| François-Xavier Cierco Responsable du Pôle Écoulements et Ressources en Eau, Compagnie Nationale du Rhône | Co-encadrant de thèse |
| Jean-Baptiste Faure Chargé de Recherche, INRAE Villeurbanne, UR Riverly | Co-encadrant de thèse |

Notations

ACRONYMES :

ADV : Acoustic Doppler Velocimeter

COR : Corrélation des vitesses à l'intérieur du volume de mesure de l'ADV

DCM : Divided Channel Method

EDM : Exchange Discharge Model

FCF : Flood Channel Facility (canal du HR Wallingford)

FP : Lit majeur (Flood Plain)

ISM : Independent Subsection Method ou Méthode 1D par lit

MC : Lit mineur (Main Channel)

RD : Rive Droite

RG : Rive Gauche

SCM : Single Channel Method

SNR : Signal to Noise Ratio

SYMBOLES :

$\langle \dots \rangle$: Opérateur de moyennage d'ensemble

$\overline{\dots}$: Opérateur de moyennage temporel

INDICES :

d : se rapporte à une moyenne sur la hauteur d'eau

f : se rapporte au lit majeur (flood plain)

h : se rapporte à la hauteur d'eau

int : se rapporte à l'interface mineur/majeur

l : se rapporte au lit majeur gauche (flood plain left)

m : se rapporte au lit mineur (main channel)

Q : se rapporte au débit

r : se rapporte au lit majeur droit (flood plain right)

EXPOSANTS :

b : se rapporte au débit de base (base)

f : se rapporte à la descente de l'hydrogramme ou du limnigramme (fall)

p : se rapporte au pic de débit (peak)

r : se rapporte à la montée de l'hydrogramme ou du limnigramme (rise)

VARIABLES ET CONSTANTES :

A : Section mouillée totale [m^2]

B : Largeur au miroir totale [m]

B_r : Rapport des largeurs mouillées = B_f/B [-]

D : Débitance [m^3/s]

g : Accélération de la pesanteur = 9.81 [m/s^2]

h : Hauteur d'eau par rapport au fond d'un lit [m]

h_b : Hauteur de plein bord dans le lit mineur [m]

h_r : Hauteur relative de débordement [-]; $h_r = h_f/h_m$

h_{moy} : Hauteur moyenne = A/B [m]

K : Coefficient de Strickler [$m^{1/3}/s$]

n : Coefficient de Manning [$s/m^{1/3}$]

$N_s - deb$: Nombre de sections débordantes dans une branche [-]

$N_s - tot$: Nombre total de sections dans une branche [-]

N_r : Nombre de sections débordantes adimensionné = $N_s - deb/N_s - tot$ [-]

Q : Débit [m^3/s]

q : Débit latéral par unité de longueur à l'interface MC/FP [m^2/s]

R_h : Rayon hydraulique [m]

R_{Ux} : Fonction d'auto-corrélation de la vitesse longitudinale

S_f : Perte de charge par frottement [-]

S_t : Perte de charge par échange turbulent [-]

S_m : Perte de charge par transfert de quantité de mouvement dû aux échanges de masse [-]

S_0 : Pente longitudinale du fond [-]

T : Période de temps [s]

U_x : Composante longitudinale de la vitesse moyennée dans le temps [cm/s]

U_y : Composante transversale de la vitesse moyennée dans le temps [cm/s]

U_{x1} : Vitesse longitudinale en dehors de la couche de mélange dans le lit mineur [cm/s]

U_{x2} : Vitesse longitudinale en dehors de la couche de mélange dans le lit majeur [cm/s]

u'_x : Fluctuation de la vitesse longitudinale [cm/s]

u'_y : Fluctuation de la vitesse transversale [cm/s]
 x : abscisse longitudinale [m]
 y : abscisse latérale [m]
 z : abscisse perpendiculaire au fond du canal [m]
 δ : Largeur de la couche de mélange [mm]
 ϕ : Coefficient de pondération dans la formule de la vitesse longitudinale à l'interface [-]
 λ : Coefficient d'instationnarité ou cisaillement de vitesse normalisé [-]
 ψ^t : Coefficient d'échange turbulent [-]
 σ : Écart type
 τ_{int} : Cisaillement turbulent à l'interface MC/FP [Pa]

Résumé

L'objectif de cette thèse est de rendre opérationnelle une méthode de modélisation unidimensionnelle améliorée (1D+) des rivières débordantes, appelée Independent Sub-section Method (ISM) [Proust et al., 2009]. Alors que les modèles 1D classiques résolvent l'équation de quantité de mouvement (Saint-Venant) ou d'énergie (Bernoulli) sur la section totale de l'écoulement débordant (ou en lit composé), l'ISM résout une équation de quantité de mouvement dans chaque sous-section homogène en terme de topographie et de rugosité, i.e., dans le lit mineur, le lit majeur gauche, ou le lit majeur droit de la rivière débordante. De plus, l'ISM modélise explicitement le transfert latéral de masse entre sous-sections, ainsi que le transfert latéral de quantité de mouvement, qu'il soit dû à l'interaction turbulente entre les écoulements en lit mineur et en lits majeurs (structures turbulentes à grande échelle quasi-2D), ou à l'échange de masse entre lits. Avant la thèse, ce modèle a été validé à partir de données expérimentales collectées dans différents laboratoires, en régime permanent uniforme et non-uniforme [Proust et al., 2009, 2010; Bousmar et al., 2016; Proust et al., 2016].

Dans un premier temps, l'ISM a été validée en régime transitoire afin de s'assurer des capacités de modélisation dans les situations hydrologiques les plus caractéristiques des écoulements débordants. Pour ce faire, une expérience en régime transitoire a été conçue pour acquérir des données de validation spécifiques. La méthodologie de traitement utilisée a aussi fait l'objet d'un travail original. Cette expérience a été ensuite modélisée avec l'ISM et avec un modèle 1D classique pour comparer les approches 1D+ et 1D. Il a été conclu que l'ISM reproduit mieux les hauteurs d'eau que le 1D, en raison : (i) de la prise en compte de la répartition des débits par sous-section aux conditions limites amont, (ii) de la modélisation explicite tout au long du canal du débit latéral entre lits, (iii) de l'échange de quantité de mouvement par les structures turbulentes quasi-2D, et (iv) de l'échange de quantité de mouvement par le débit latéral entre lits (lorsque les vitesses en lit mineur et lit majeur

différent). De plus, à l'interface entre sous-sections, la vitesse latérale et le débit latéral sont également bien reproduits par le 1D+. Ainsi, l'hystérésis observée dans le lien entre hauteur d'eau et débit latéral est reproduite tout au long de l'hydrogramme.

Dans un second temps, deux questions méthodologiques permettant d'appliquer l'ISM en conditions opérationnelles sur un réseau ramifié sont traitées. La première question cherche à reconstruire des conditions aux limites amont pour l'ISM (1 débit par sous-section) à partir des données disponibles (1 débit unique sur la section totale). On a alors proposé de répartir le débit total amont selon la même répartition que celle qui est obtenue pour le régime uniforme calculé à l'aide des équations de l'ISM. Cette répartition du débit total amont est comparée à celles données par différentes méthodes existantes. La deuxième question concerne la modélisation des confluences jusqu'ici inaccessible à l'ISM. Le travail réalisé a consisté à trouver une solution pour répartir les débits par lits de chaque branche entrante sur les trois lits de la branche sortante de la confluence. On a alors proposé une approche qui consiste à conserver les débits des lits majeurs extérieurs des biefs entrants dans les lits majeurs du bief sortant, puis de sommer le reste des débits des biefs entrants dans le lit mineur du bief sortant. Bien que cette méthode simplifie grandement l'écoulement dans les confluences, elle permet d'avoir une première implémentation numérique relativement plus facile à coder. Dans tous les cas, des tests numériques ont cherché à évaluer l'impact des simplifications apportées.

Ensuite, un cas de terrain a été choisi pour appliquer l'ISM en conditions opérationnelles. Deux situations ont été étudiées : un modèle de tronçon simple et un modèle avec confluence. Dans les deux cas, le site retenu présente des lits majeurs suffisamment représentatifs et plusieurs crues y sont documentées. Ces configurations ont permis de tester la méthode de répartition de débit pour construire des conditions limites amont, ainsi que la méthode de traitement des confluences. La modélisation est réalisée avec le code Mage-8 couplé à la méthode ISM (1D+), ainsi qu'avec le code CRUE 10 couplé à la méthode 1D DCM [Lotter, 1933] et le code Mage-7 couplé à la méthode 1D Debord [Nicollet and Uan, 1979]. Dans l'état actuel de l'implémentation de l'ISM, les simulations ont permis de mettre en évidence la nécessité d'avoir un débordement sur tous les lits majeurs du bief de rivière étudié en raison de problèmes de fronts secs. Une proposition est faite pour forcer le débordement tout au long du bief, ce qui a permis de faire tourner le calcul, dans l'attente d'un traitement plus satisfaisant de ce problème. Sur ce cas test, après calage du coefficient d'échange tur-

bulent [Bousmar and Zech, 1999], l'ISM reproduit mieux les cotes mesurées que les autres modèles avec des biais absolus maximaux plus faibles que ceux obtenus avec les modèles 1D DCM et Debord. Dans la simulation avec confluence, les biais maximaux de Mage ISM sont plus importants mais restent dans des ordres de grandeurs généralement acceptés dans la communauté. Une proposition est suggérée pour améliorer la simulation de l'ISM. Par ailleurs, l'ISM permet de fournir des informations supplémentaires inaccessibles aux modèles 1D classiques comme le remplissage et la vidange des lits majeurs. Elle permet aussi d'analyser la répartition du débit total entre les lits ou les vitesses débitantes par lit, ainsi que le débit latéral d'échange entre lits et le cisaillement turbulent entre sous-sections.



Table des matières

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduction | 2 |
| 2 | Bibliographie générale | 12 |
| 1 | Principaux mécanismes de la dynamique des écoulements débordants | 13 |
| 1.1 | Écoulements débordants permanents uniformes | 15 |
| 1.2 | Écoulements débordants permanents non-uniformes | 26 |
| 1.3 | Écoulements débordants instationnaires | 39 |
| 2 | Spécificités des mesures en régime instationnaire | 47 |
| 2.1 | Calcul des grandeurs moyennes en régime stationnaire | 48 |
| 2.2 | Calcul des grandeurs moyennes en régime instationnaire | 49 |
| 2.3 | Critiques des expériences en régime instationnaire | 52 |
| 3 | Modélisation 1D des écoulements en lits composés | 52 |
| 3.1 | Définition d'un modèle numérique | 53 |
| 3.2 | Types d'équations pour représenter un écoulement | 53 |
| 3.3 | Modèles empiriques vs modèles à base physique | 55 |
| 3.4 | Intérêts de la modélisation 1D | 56 |
| 3.5 | Application de la modélisation à base physique 1D aux situations de terrain | 56 |
| 3.6 | État des lieux de la modélisation 1D | 60 |
| 3.7 | Modélisation 1D+ : Independent Sub-section Method (ISM) | 66 |
| 4 | Écoulement dans une confluence | 70 |
| 4.1 | Principaux mécanismes physiques | 71 |
| 4.2 | Modélisation 1D d'une confluence | 72 |
| 5 | Conclusion | 75 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3 | Modélisations expérimentale et numérique 1D et 1D+ d'écoulements transitoires en lit composé | 77 |
| 1 | Dispositif expérimental | 79 |
| 1.1 | Canal à section composée asymétrique | 79 |
| 1.2 | Alimentation en eau du canal | 81 |
| 1.3 | Mesure des débits, hauteurs d'eau et vitesses | 82 |
| 1.4 | Écarts entre paramètres de consigne et valeurs mesurées | 85 |
| 2 | Conditions d'écoulements | 86 |
| 2.1 | Hydrogrammes injectés dans les cuves amont | 86 |
| 2.2 | Limnigrammes mesurés à différentes positions longitudinales | 89 |
| 3 | Traitement des données expérimentales | 90 |
| 3.1 | Filtrage initiale des vitesses | 91 |
| 3.2 | Correction angulaire en régime permanent uniforme | 92 |
| 3.3 | Segmentation des séries de mesures en régime instationnaire | 93 |
| 3.4 | Moyenne d'ensemble des données instationnaires | 93 |
| 3.5 | Calcul de la moyenne des vitesses sur la verticale et amélioration du lissage des vitesses | 96 |
| 3.6 | Calcul des statistiques turbulentes | 97 |
| 4 | Résultats expérimentaux et comparaison aux simulations 1D et 1D+ | 100 |
| 4.1 | Hauteurs d'eau | 100 |
| 4.2 | Paramètres d'écoulement à l'interface moyennés sur la verticale | 105 |
| 4.3 | Les différentes sources de perte de charge | 116 |
| 4.4 | Analyse de sensibilité des résultats aux paramètres de calage | 118 |
| 5 | Conclusions et perspectives | 121 |
| 4 | Opérationnalisation de l'ISM sur un réseau ramifié | 124 |
| 1 | Condition à la limite amont | 125 |
| 1.1 | Description des méthodes pré-existantes | 126 |
| 1.2 | Principe de la méthode proposée | 127 |
| 1.3 | Tests préliminaires de fonctionnement | 129 |
| 1.4 | Conclusion | 145 |
| 2 | Confluences | 146 |
| 2.1 | Principe de la méthode | 146 |

| | | |
|----------------|--|------------|
| 2.2 | Tests préliminaires de fonctionnement | 148 |
| 2.3 | Conclusion | 151 |
| 3 | Méthodes numériques et implémentation | 152 |
| 3.1 | Condition à la limite amont | 152 |
| 3.2 | Confluences | 157 |
| 4 | Intercomparaison 1D-1D+ du temps de calcul de plusieurs simulations | 167 |
| 5 | Conclusions et perspectives | 171 |
| 5 | Validation de l'ISM et inter-comparaison 1D-1D+ sur un cas de terrain | 175 |
| 1 | Choix du bief | 176 |
| 1.1 | Définition d'un bief hydraulique | 178 |
| 1.2 | Critères de choix du bief | 179 |
| 1.3 | Choix du bief | 181 |
| 2 | Présentation du bief de Bourg-Lès-Valence | 185 |
| 2.1 | Parties modélisées du bief | 185 |
| 2.2 | Lignes d'eau utilisées | 186 |
| 2.3 | Conditions d'écoulement | 188 |
| 3 | Prise en compte du débordement partiel | 189 |
| 4 | Simulations | 193 |
| 4.1 | Simulations sur le modèle simple du Vieux-Rhône de Saint-Vallier . . . | 194 |
| 4.2 | Modèle avec confluence | 210 |
| 5 | Conclusions et perspectives | 216 |
| 6 | Conclusions et perspectives | 219 |
| 1 | Validation de l'ISM en régime transitoire | 220 |
| 2 | Questions méthodologiques pour un réseau ramifié | 221 |
| 3 | Validation sur un cas de terrain | 223 |
| Annexes | | 224 |
| 1 | MÉTHODE DEBORD DE FERMETURE DES ÉQUATIONS DE ST-VENANT . . | 225 |
| 2 | CODES HYDRAULIQUES UTILISÉS | 227 |
| 2.1 | Mage DEBORD | 227 |
| 2.2 | Mage ISM | 234 |
| 3 | RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS NON-LINÉAIRES | 239 |

| | | |
|-----|---|-----|
| 3.1 | Méthode de Newton | 239 |
| 3.2 | Méthode hybride de Powell modifiée | 240 |
| 4 | CONVERGENCE DE LA HAUTEUR D'EAU EN LIT MINEUR h_m | 245 |

Chapitre 1

Introduction

Contexte et enjeux

Les inondations engendrent plus de dommages que toute autre catastrophe naturelle avec un coût annuel moyen qui s'élève à 520 millions d'euros en France, comme le rapporte le Ministère de la Transition Écologique et Solidaire¹. Ce coût monte à 84 milliards dans le monde [Blöschl et al., 2017]. Ces dommages sont susceptibles d'augmenter à cause de l'expansion démographique, de l'urbanisation des zones côtières et des lits majeurs des rivières, ainsi que du réchauffement climatique. D'après Hirabayashi et al. [2013], le réchauffement climatique sera responsable d'une croissance ou d'une diminution de la fréquence des fortes crues selon les régions du monde d'ici la fin de ce siècle. Mais au total, le nombre de gens impactés par les crues devrait augmenter quelque soit le scénario du réchauffement climatique (de +1° à +5°). Blöschl et al. [2019] partagent le même constat pour le continent européen, après avoir identifié des tendances croissantes et décroissantes de l'occurrence des inondations selon les régions lors des cinq dernières décennies, en raison du changement climatique. Ils constatent par exemple que les crues débordantes ont augmenté dans le nord-ouest de l'Europe à cause d'une augmentation des précipitations. En revanche, la diminution de celles-ci ainsi que l'augmentation de l'évaporation ont entraîné une diminution du nombre des crues débordantes dans le sud de l'Europe.

Le coût socio-économique élevé des crues nécessite une meilleure gestion et prévention des crues pour faire face à plusieurs attentes, à commencer par une plus grande exigence sociétale. En effet, entre 1999 et 2006, l'exode rural et l'augmentation de la population

1. <https://www.ecologie.gouv.fr/sites/default/files/Th%C3%A9ma%20-%20L%E2%80%99%C3%A9valuation%20socio-%C3%A9conomique%20des%20projets%20de%20pr%C3%A9vention%20des%20inondations%20en%20France.pdf>

ont fait que près de 100 000 logements ont été construits dans des zones inondables de 424 grandes communes comme mentionné dans un rapport du Commissariat Général au Développement Durable². Les zones habitables à proximité des rivières se trouvent alors menacées par les crues, comme le montre la figure 1.1³.

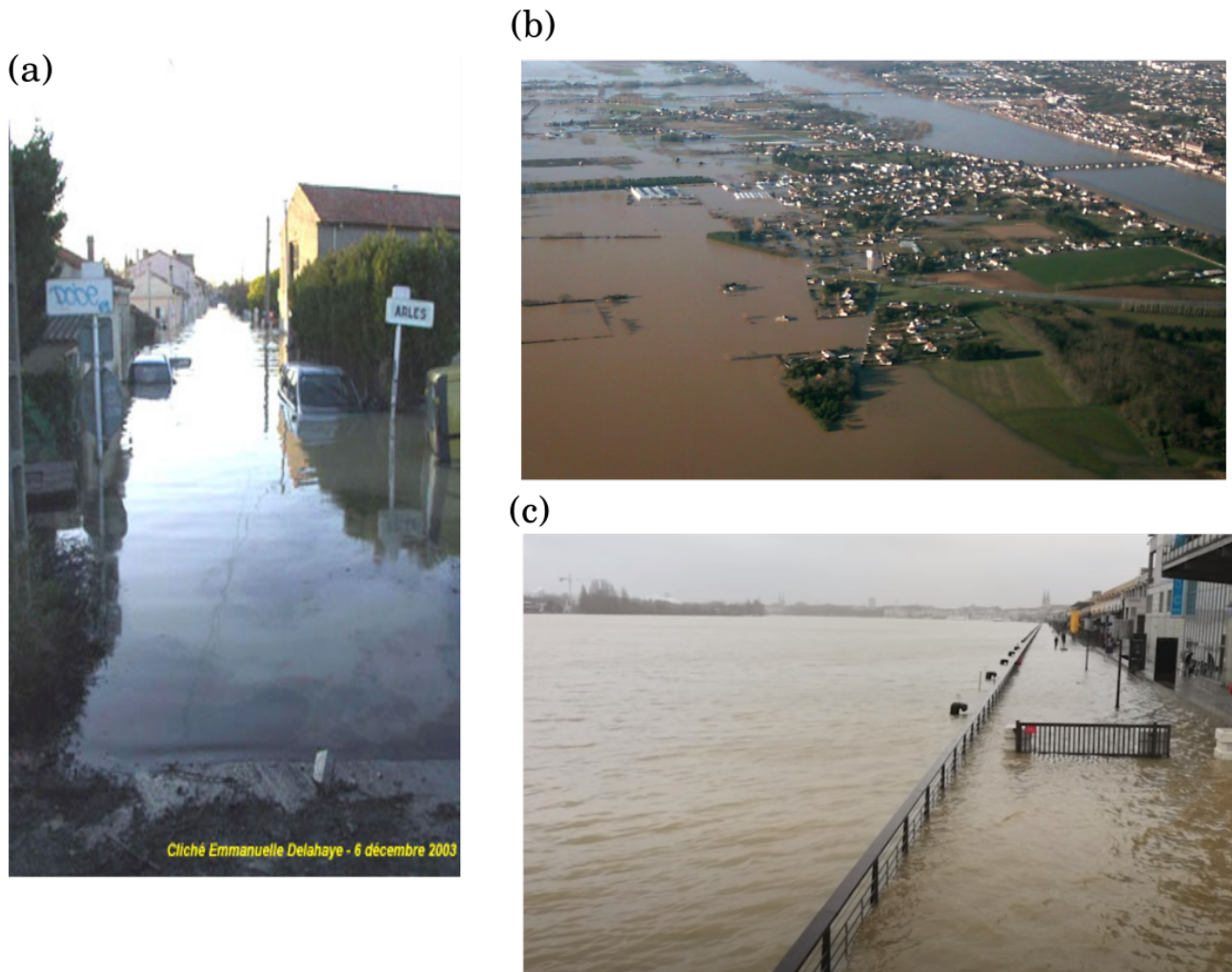


FIGURE 1.1 – Inondations à (a) Arles lors d’une crue du Rhône en décembre 2003, à (b) Gien lors d’une crue de la Loire en décembre 2003 et à (c) Toulouse lors d’un débordement de la Garonne après la tempête Justine en février 2021.

Par ailleurs, la construction des ouvrages d’art nécessite aussi la prise en compte du risque lié aux inondations. À titre d’exemple, la construction de l’autoroute A89 reliant Bordeaux à Clermont-Ferrand a nécessité le dimensionnement d’un pont à voûtes (figure 1.2a) dans le but de laisser passer des crues importantes (le débit le plus élevé enregistré est

2. https://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr/sites/default/files/2018-10/LePointSur_N6.pdf

3. Source de la figure 1.1a : <http://geoconfluences.ens-lyon.fr/doc/transv/Risque/RisqueDoc.htm>, de la figure 1.1b : <https://inforisques.loiret.fr/memoire-du-risque/decembre-2003-la-crue-de-la-loire-la-plus-importante-depuis-60-ans>, et de la figure 1.1c : <https://www.youtube.com/watch?v=7rlJHwp6bFI>

de $3500 \text{ m}^3/\text{s}$, avec une période de retour $T = 40$ ans) dans une zone propice aux inondations, située entre l'Isle et un méandre de la Dordogne, comme l'illustre la figure 1.2b. Pour dimensionner les voûtes du pont, Sauvaget et al. [2000] ont recouru à une modélisation bidimensionnelle (2D) de la crue centennale. Cette modélisation a permis de déterminer la position et la taille des voûtes tout en optimisant le coût de la structure.

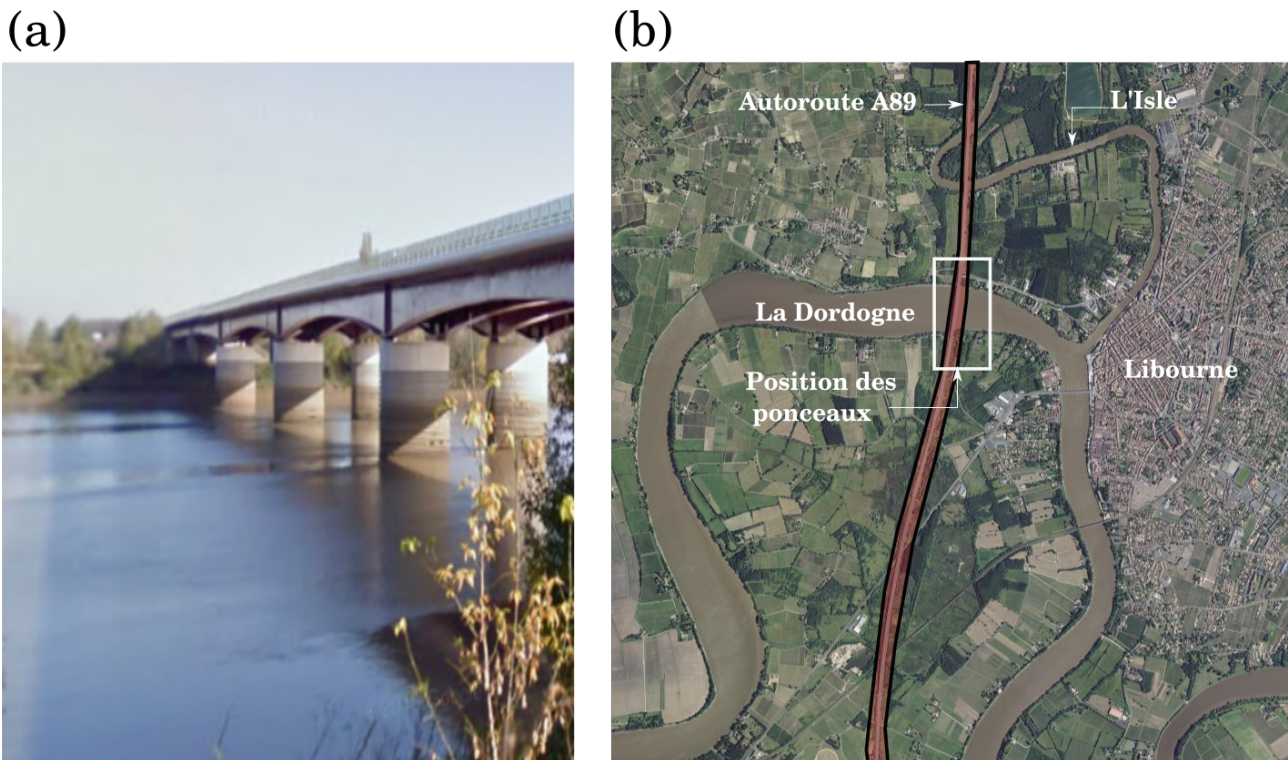


FIGURE 1.2 – (a) Pont de l'autoroute A89 (Google Maps) étudié par Sauvaget et al. [2000], et (b) la situation du pont.

Les crues débordantes peuvent également avoir une influence négative sur la biodiversité notamment en modifiant ou en détruisant des habitats aquatiques, voire en provoquant la disparition d'animaux, comme lors des inondations de 2011 en Australie à Queensland⁴.

Plusieurs mesures sont prises afin de maîtriser le risque d'inondation. Selon la directive européenne 2007⁵, l'aléa hydraulique (hauteur d'eau, vitesse et temps de submersion) doit être évalué dans les zones à risques pour des crues fréquentes, moyennes, et extrêmes ($T \geq 1000$ ans). Par ailleurs, une compétence de Gestion des Milieux Aquatiques et Prévention des Inondations (GEMAPI)⁶ est transférée aux collectivités locales en France depuis le 1^{er} janvier 2018. À Cette fin, tous les acteurs partie prenante de la gestion d'un cours d'eau

4. <https://www.australiangeographic.com.au/news/2011/01/wildlife-hit-hard-by-queensland-floods/>

5. https://ec.europa.eu/environment/water/flood_risk/implem.htm

6. <https://www.ecologie.gouv.fr/gestion-des-milieux-aquatiques-et-prevention-des-inondations-gemapi>

sont amenés à collaborer et à partager leurs informations (mesures et modélisations). C'est dans ce contexte que, à titre d'exemple, la Compagnie Nationale du Rhône (CNR), concessionnaire du Rhône pour l'État, partage des informations sur l'état d'écoulement du Rhône avec les services de l'État en charge de la protection des populations contre les crues tels le service de prévision des crues. Pour ce faire, la CNR recourt à des mesures et à des simulations hydrauliques. Ces simulations se doivent d'être robustes et rapides pour évaluer les cotes du plan d'eau et les vitesses des écoulements, et par conséquent permettre un échange d'informations et une prise de décision en temps réel. C'est ce qui explique que la modélisation unidimensionnelle (1D) est largement utilisée sur les domaines de grande envergure. En plus de son économie en temps de calcul, celle-ci nécessite peu de données pour les conditions limites et le calage des modèles. Pour un concessionnaire hydro-électrique, ce type de modélisation simple et robuste présente également les avantages suivants :

1. il peut être partagé avec l'autorité de tutelle et fournir une base de connaissance commune,
2. il fournit des indicateurs de pilotage interne et d'aide à la décision permettant par exemple de lancer des travaux d'entretien pour garantir ses obligations de concessionnaires. Ces travaux seront alors dimensionnés précisément avec des modélisations plus fines.

Cependant, la modélisation 1D peut induire davantage d'incertitudes sur les résultats quand il s'agit d'écoulements fortement débordants. Ceux-ci étant rares, leur modélisation est réalisée par extrapolation en se basant sur des modèles calés en régime permanent à plus faibles débits ou sur des crues faiblement débordantes. Cet effet, valable pour tout modèle, est renforcé du fait que les modèles 1D ne modélisent que partiellement la physique des écoulements en lit composé, notamment en s'appuyant sur des hypothèses issues du régime permanent uniforme. Les vitesses en lit majeur et en lit mineur peuvent être calculées par application d'une loi de frottement de type Strickler par lit [Lotter, 1933]) sans que le transfert de masse entre lit ne soit modélisé, et sans que le transfert de quantité de mouvement entre lits ne soit également pris en compte.

Ce transfert de quantité de mouvement est dû à des structures turbulentes horizontales (quasi-2D) générées par le gradient de vitesse entre lit mineur et lit majeur, mais également à l'échange de masse entre lit mineur et lit majeur en régime non-uniforme, lorsque les écoulements dans ces deux lits n'ont pas la même vitesse.

La non prise en compte des échanges de masse et de quantité de mouvement dans les modèles 1D classiques peut conduire à des erreurs importantes sur les hauteurs d'eau, notamment quand les lits majeurs ont une largeur variable [Proust, 2005]. Pour réduire ces erreurs, une modélisation explicite des échanges entre lits est nécessaire [Bousmar and Zech, 1999; Bousmar, 2002]. En s'appuyant sur les travaux de ces auteurs, et également sur ceux de Yen et al. [1985], Proust [2005] et Proust et al. [2009] ont proposé une méthode 1D améliorée (1D+) dite *Independent Sub-section Method* (ISM). Cette méthode a la particularité de résoudre l'équation de quantité de mouvement dans chaque sous-section homogène en terme de rugosité et de topographie (lit mineur, lits majeurs gauche et droit), alors que les approches 1D classiques résolvent l'équation de conservation de quantité de mouvement (Saint-Venant) ou d'énergie (Bernoulli) sur la section totale. L'ISM résout donc 3 équations de quantité de mouvement (1 par lit) et une équation de conservation de la masse sur la section totale, ce qui lui permet de calculer avec plus de précision les hauteurs d'eau et les vitesses dans chaque sous-section, en particulier dans les lits majeurs, et de modéliser explicitement le débit d'échange latéral entre lits, ainsi que l'échange de quantité de mouvement entre lits, qu'il soit dû à l'échange turbulent par les structures turbulentes quasi-2D ou par le débit latéral de masse.

L'ISM a connu des développements complémentaires lors de l'implémentation de sa version instationnaire dans le logiciel de modélisation 1D d'INRAE (Mage) dans le cadre du projet ANR FlowRes 2015-2018⁷. Cette méthode a été validée à partir de mesures expérimentales collectées dans plusieurs laboratoires en régime permanent uniforme et non-uniforme [Proust et al., 2009, 2010; Bousmar et al., 2016; Proust et al., 2016] mais n'avait jamais été validée en régime instationnaire, ni confrontée à des cas de terrain complexes.

Objectifs de la thèse

Le travail de thèse a tout d'abord consisté à valider la méthode ISM en régime instationnaire. Pour ce faire, une expérience a été réalisée dans le laboratoire d'hydraulique et d'hydro-morphologie d'INRAE Lyon-Villeurbanne (HHLab)⁸, avec deux types d'hydrogrammes significativement différents. Des questions méthodologiques ont alors été traitées : quelles mesures effectuer en régime instationnaire et comment les traiter ? Comment comparer si-

7. <https://flowres.inrae.fr/en/>

8. <https://riverhydraulics.inrae.fr/outils/hhlab/>

mulations et données mesurées ?

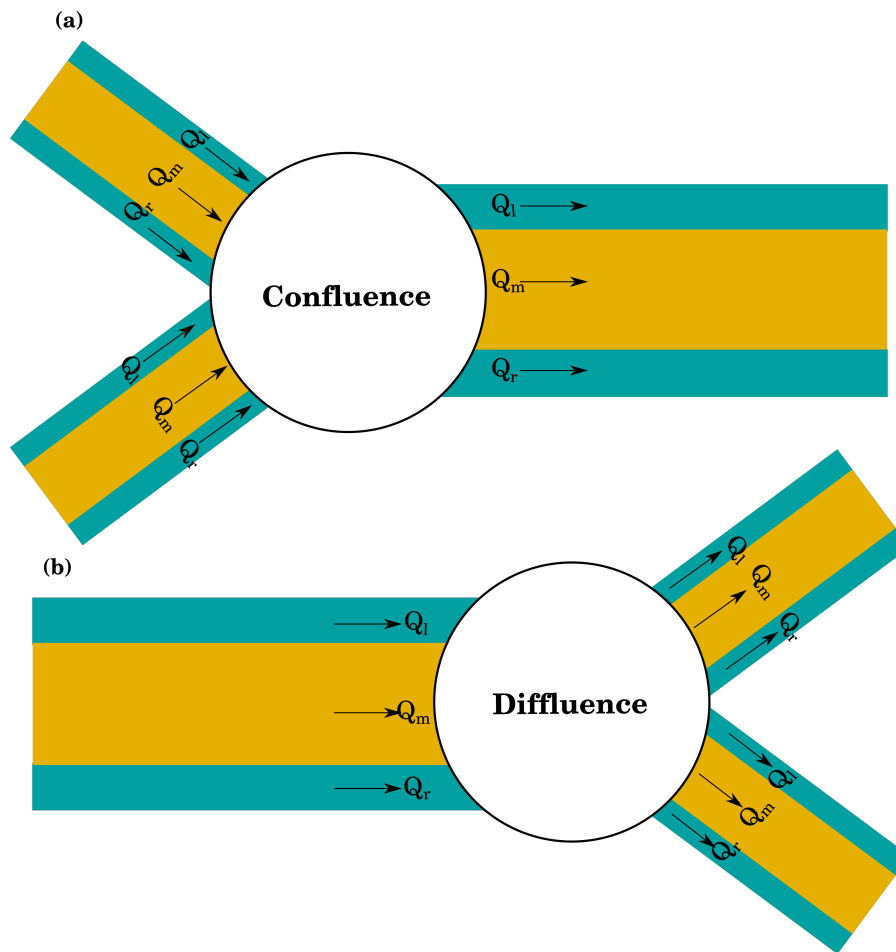


FIGURE 1.3 – Schéma d'une jonction avec le cas (a) d'une confluence et le cas (b) d'une diffluence. Le débit en lit mineur est noté Q_m , celui en lit majeur gauche Q_l et celui en lit majeur droit, Q_r .

Par ailleurs, l'application de l'ISM à des cas de terrain complexes passe par le traitement de certaines questions méthodologiques, à savoir :

1. Le traitement des conditions aux limites amont : contrairement aux modèles 1D classiques qui considèrent le débit total en entrée, l'ISM requiert un débit dans chacun des lits (lits majeurs gauche et droit, et lit mineur). Cette information n'est pas accessible dans les situations opérationnelles. On doit alors trouver un moyen pour répartir numériquement le débit global en débits par lit.
2. Le traitement des jonctions : dans le cas d'une confluence avec 2 biefs amont, on passe de 6 sous-sections à 3 sous-sections (figure 1.3a). Il convient alors de répartir les trois débits de la section aval de chaque branche entrante sur la section amont de la branche sortante de la confluence. Inversement, dans le cas d'une diffluence, on

passer de 3 sous-sections à 6 sous-sections (figure 1.3b), il faut alors répartir les trois débits sortants sur les sections amont des deux branches sortantes de la diffluence.

3. Traitement des lois d'ouvrages : toujours dans un contexte où les débits par lits sont traités indépendamment, on doit trouver une manière pour prendre en compte des singularités hydrauliques (seuils, vannes, ponts, etc.) dans chaque sous-section.

Après avoir traité deux de ces questions méthodologiques, un cas de terrain est choisi pour valider l'ISM sur un réseau ramifié. Le choix de ce cas de terrain est effectué en se basant sur plusieurs critères, principalement l'existence de mesures de lignes d'eau inondant des lits majeurs. Ce même cas de terrain permet d'aborder à la fois la question du traitement des conditions aux limites amont, ainsi que le traitement d'une confluence.

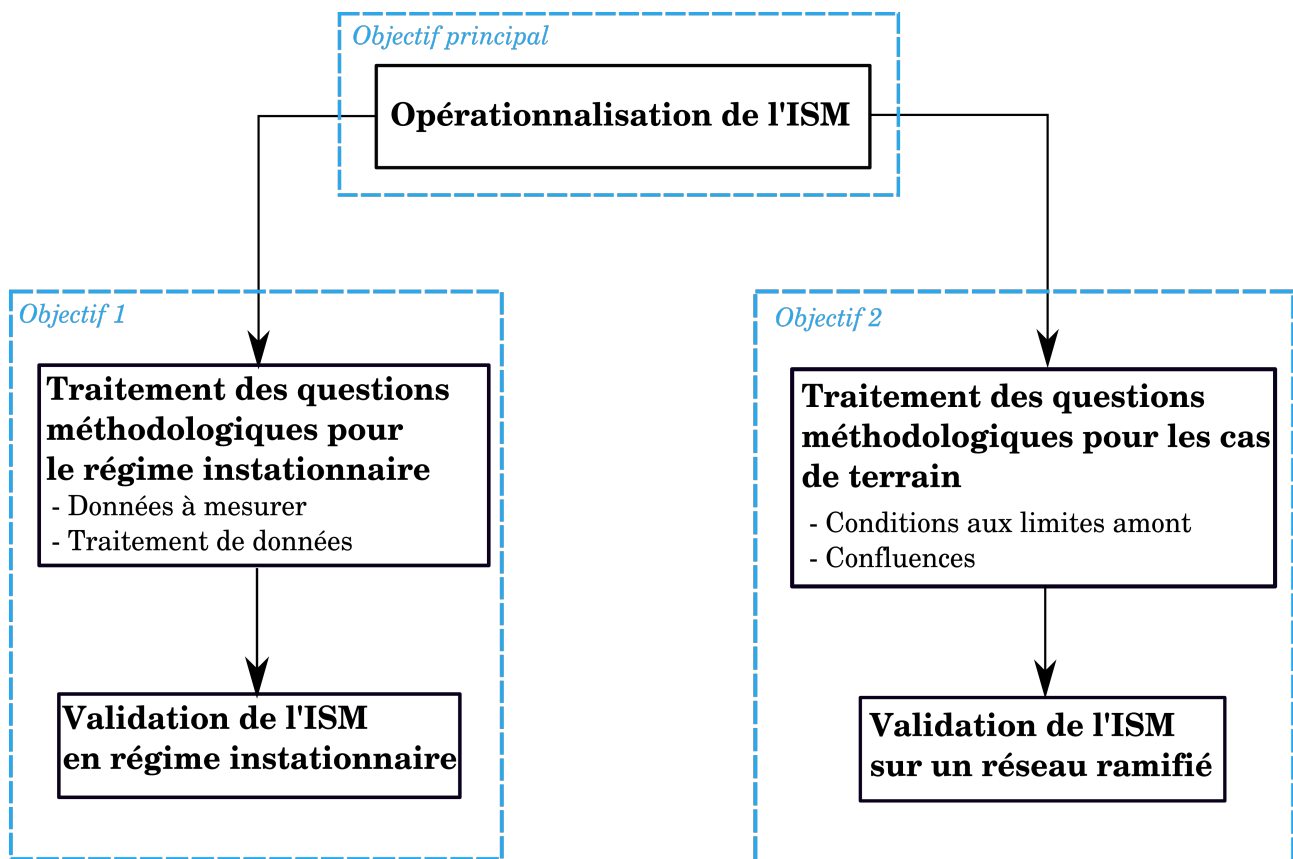


FIGURE 1.4 – Objectifs finaux de la thèse.

Dans un premier temps, nous avons abordé la validation de l'ISM en régime instationnaire. Ensuite, nous nous sommes intéressés au traitement des conditions aux limites amont, et à la question des confluences, avant de valider l'ISM sur un réseau ramifié. Faute de temps, les problématiques des diffluences et celle de la prise en compte des lois d'ouvrage n'ont pas été abordées pendant la thèse. Les objectifs finaux de la thèse, résumés sur

la figure 1.4, consistent alors à :

1. Valider l'ISM en régime transitoire sur une expérience de laboratoire dédiée.
2. Valider l'ISM sur un réseau ramifié en régime permanent, après avoir résolu les questions méthodologiques concernant les conditions aux limites amont et les confluences.

Plan du manuscrit

Le manuscrit est constitué de 6 chapitres. Après ce chapitre (1), le chapitre 2 aborde la bibliographie générale où, dans un premier temps, on détaille les mécanismes qui interviennent dans les écoulements débordants ainsi que leur influence sur la hauteur d'eau et sur la distribution des vitesses au travers de la section. Ensuite, on passe en revue des études expérimentales en régime instationnaire de la littérature, avant d'évoquer la modélisation numérique 1D des écoulements en lits composés. Ce chapitre est clôturé par une bibliographie sur l'écoulement dans une confluence.

Le chapitre 3 présente tout d'abord les expériences qui ont été faites pendant la thèse pour valider la méthode ISM en régime instationnaire. Ensuite, les données collectées lors de ces expériences sont comparées à des simulations 1D+ (ISM) et 1D.

Le chapitre 4 est consacré aux différentes questions méthodologiques évoquées plus haut, à savoir :

1. Le problème des conditions aux limites amont, qui est étudié dans le cadre d'une expérience d'écoulements en régime permanent uniforme et non-uniforme en lit composé [Proust and Nikora, 2020].
2. Une méthode de traitement des confluences avec l'ISM, qui a été implémentée et testée sur une géométrie simple.

Les réponses apportées à ces questions sont mises en oeuvre dans le cadre d'un cas de terrain dans le chapitre 5. Dans un premier temps, on s'est restreint à un linéaire moins anthropisé et contenant des lits majeurs afin de tester les performances des conditions aux limites uniquement. Dans un second temps, ce modèle a été étendu vers l'aval pour couvrir un domaine contenant une confluence afin de tester le traitement numérique de cette dernière. Les deux modèles ont été simulés avec l'ISM et des modèles 1D classiques, ce qui a permis de mener des inter-comparaisons entre 1D+ et 1D.

Enfin, dans le chapitre 6, on reprend les principales conclusions de ce travail de thèse, et l'on suggère des perspectives d'amélioration en lien avec les questions méthodologiques opérationnelles.

Chapitre 2

Bibliographie générale

Sommaire

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Principaux mécanismes de la dynamique des écoulements débordants | 13 |
| 1.1 | Écoulements débordants permanents uniformes | 15 |
| 1.2 | Écoulements débordants permanents non-uniformes | 26 |
| 1.3 | Écoulements débordants instationnaires | 39 |
| 2 | Spécificités des mesures en régime instationnaire | 47 |
| 2.1 | Calcul des grandeurs moyennes en régime stationnaire | 48 |
| 2.2 | Calcul des grandeurs moyennes en régime instationnaire | 49 |
| 2.3 | Critiques des expériences en régime instationnaire | 52 |
| 3 | Modélisation 1D des écoulements en lits composés | 52 |
| 3.1 | Définition d'un modèle numérique | 53 |
| 3.2 | Types d'équations pour représenter un écoulement | 53 |
| 3.3 | Modèles empiriques vs modèles à base physique | 55 |
| 3.4 | Intérêts de la modélisation 1D | 56 |
| 3.5 | Application de la modélisation à base physique 1D aux situations de terrain | 56 |
| 3.6 | État des lieux de la modélisation 1D | 60 |
| 3.7 | Modélisation 1D+ : Independent Sub-section Method (ISM) | 66 |
| 4 | Écoulement dans une confluence | 70 |
| 4.1 | Principaux mécanismes physiques | 71 |
| 4.2 | Modélisation 1D d'une confluence | 72 |
| 5 | Conclusion | 75 |

1 Principaux mécanismes de la dynamique des écoulements débordants

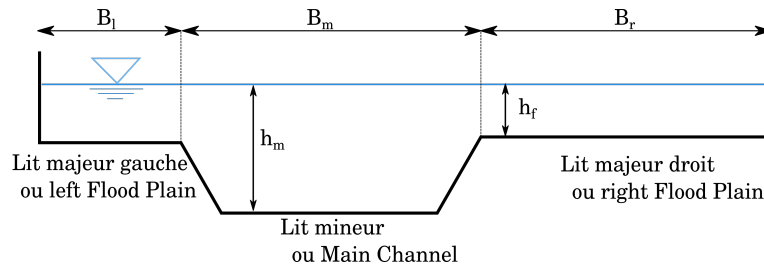


FIGURE 2.1 – Exemple d'un écoulement en lit composé.

Lorsqu'un écoulement, initialement contenu dans le lit mineur ou Main Channel (MC) de la rivière, déborde dans les lits majeurs adjacents ou Flood Plains (FP), l'écoulement est dit en lit composé (figure 2.1). Cet écoulement étant généralement profond et rapide dans le lit mineur, et peu profond et lent dans les lits majeurs [Sellin, 1964], une force d'interaction apparaît à l'interface entre le lit mineur et le lit majeur. Cette force est liée au transfert de quantité de mouvement entre lit mineur et lit majeur qui a pour conséquence de ralentir l'écoulement dans le lit mineur et accélérer celui dans le lit majeur. La physique de cette interaction est complexe car elle dépend, par exemple en régime uniforme, de plusieurs paramètres géométriques et hydrauliques tels que la hauteur relative de débordement h_f/h_m (où h_f et h_m sont les hauteurs d'eau dans le lit majeur et dans le lit mineur), les rapports de largeurs B_l/B_m et B_r/B_m entre lits majeurs et lit mineur, les rapports des rugosités de Manning n_l/n_m et n_r/n_m dans les différents lits, la pente longitudinale du canal S_0 , et la géométrie de la section [Nicollet and Uan, 1979].

Beaucoup de travaux ont porté sur l'interaction entre les écoulements en lit mineur et en lit majeur, ce qui a permis, dans un premier temps, de mieux comprendre cette interaction, et dans un second temps, de mieux modéliser les écoulements débordants. Le transfert de quantité de mouvement a trois contributions résumées sur la figure 2.2, à savoir :

1. Le transfert de quantité de mouvement par les courants transverses moyennés sur la verticale,
2. Le transfert de quantité de mouvement par les courants secondaires à axe longitudinal,
3. Le transfert de quantité de mouvement par échange turbulent, par les structures

quasi-2D à grande échelle, ou les petites structures 3D.

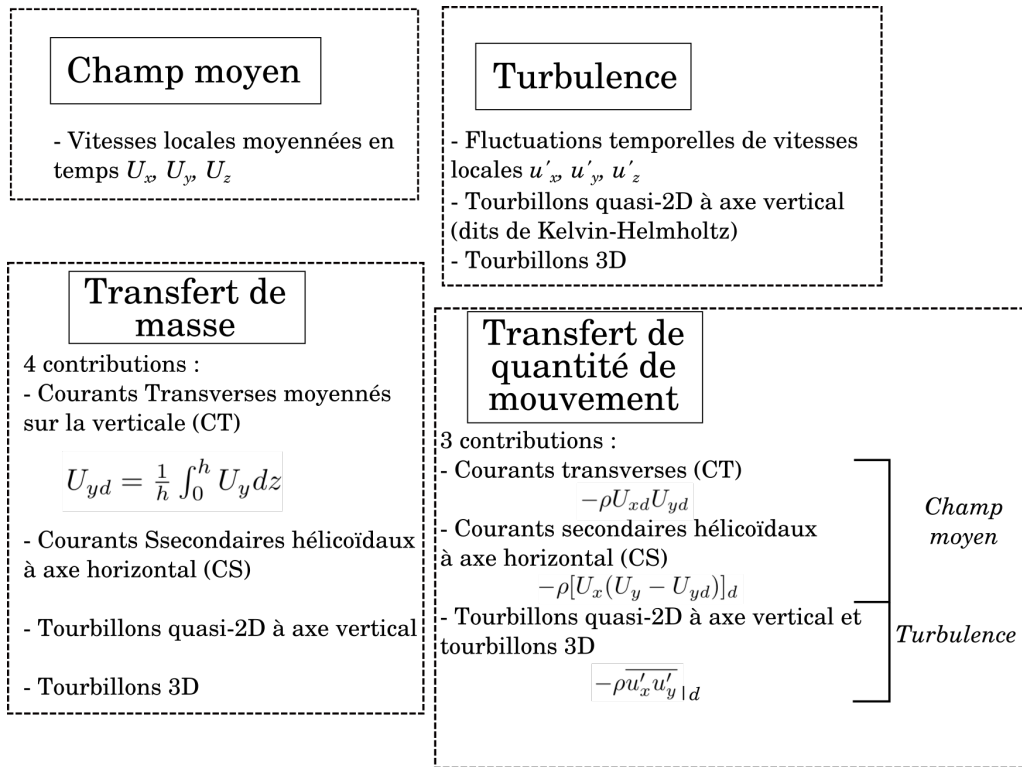


FIGURE 2.2 – Mécanismes physiques à l'oeuvre dans la zone interfacielle entre lit mineur et lit majeur. Une moyenne sur la hauteur d'eau est indiquée par l'indice d (depth-averaging).

Le transfert de quantité de mouvement par les courants transverses moyennés sur la verticale est généré par une modification géométrique d'au moins un des lits du canal (ou de la rivière), un changement de rugosité le long du canal, ou par l'influence d'une condition à la limite aval (hauteur d'eau) ou amont (répartition du débit total). Ces courants transverses moyennés sur la verticale sont caractérisés par la vitesse transverse moyennée dans le temps et sur la verticale U_{yd} , où l'indice d signifie la moyenne sur la verticale. Ces courants sont associés aux flux de quantité de mouvement $-\rho U_{xd} U_{yd}$, ρ étant la masse volumique de l'eau et U_{xd} la vitesse longitudinale moyennée sur la verticale.

Le transfert de quantité de mouvement par les courants secondaires hélicoïdaux à axe longitudinal s'écrit : $-\rho[U_x(U_y - U_{yd})]_d$, où U_x et U_y sont les vitesses locales longitudinale et transversale. En régime uniforme, ces courants sont généralement négligeables à l'interface MC/FP [van Prooijen et al. \[2005\]](#) et [Dupuis et al. \[2017a\]](#).

Le transfert de quantité de mouvement par échange turbulent s'effectue majoritairement par des structures cohérentes horizontales quasi-2D qui peuplent la couche de mélange à l'interface MC/FP [Sellin, 1964](#)], mais également par des structures 3D plus petites. Comme

l'ont montré les expériences de [Nicollet and Uan \[1979\]](#); [Dupuis et al. \[2017a,b\]](#), cet échange turbulent est amplifié par une augmentation de rugosité du lit majeur (à hauteur constante ou débit constant). Ce transfert est quantifié par la contrainte de cisaillement de Reynolds τ_{xy} , qui s'exprime par $\tau_{xy} = -\rho \overline{u'_x u'_y}$, avec u'_x et u'_y les fluctuations de vitesses longitudinale et transversale et $\overline{\dots}$ l'opérateur de moyennage temporelle.

Les trois mécanismes de transfert de quantité de mouvement sont à l'oeuvre dans les écoulements débordants et influencent des variables clefs pour l'opérationnel telles que hauteur d'eau, distribution des vitesses longitudinales dans la section, et relation hauteur-débit. De nombreux travaux expérimentaux et numériques ont visé à mieux comprendre et modéliser ces différents types de transfert de quantité de mouvement en régime uniforme et non-uniforme. Cette section décrit tout d'abord les écoulements débordants uniformes (section 1.1), notamment l'impact des structures turbulentes dans la zone interfacielle entre lit mineur et lit majeur sur la hauteur d'eau et la répartition des vitesses longitudinales dans une section en travers. Ensuite, on décrit les écoulements débordants non-uniformes dans la section 1.2, où on montre l'impact du transfert de quantité de mouvement par les courants transverses sur la hauteur d'eau et la couche de mélange. Enfin dans la section 1.3, on s'intéresse aux écoulements débordants en régime instationnaire, notamment à l'effet de l'instationnarité sur les grandeurs moyennes d'écoulement, principalement sur la hauteur d'eau et la vitesse longitudinale.

1.1 Écoulements débordants permanents uniformes

Dans cette partie, on étudie les différents mécanismes qui interviennent dans un écoulement débordant en régime permanent uniforme ainsi que leurs influences sur les variables d'intérêt des modélisations 1D et 1D+, à savoir le niveau d'eau, le débit total Q , les débits par lit (Q_l , Q_r , et Q_m) et les vitesses débitantes (U_l , U_r , et U_m). On s'intéresse également à la distribution latérale des vitesses et contraintes locales.

1.1.1 Profil latéral de la vitesse moyenne longitudinale

[Nicollet and Uan \[1979\]](#) ont rendu compte de la complexité de la répartition de la vitesse longitudinale dans une section en travers pour plusieurs expériences en régime permanent uniforme. Ces auteurs ont montré que la répartition de vitesses longitudinales dépend des hauteurs d'eau relatives, des rugosités relatives de Manning, de la géométrie du lit mineur

et du lit majeur, ainsi que de la pente longitudinale du lit, comme le montrent leurs résultats illustrés sur la figure 2.3 (pour différentes pentes, géométries du lit mineur, hauteurs d'eau et rugosités dans les sous-sections).

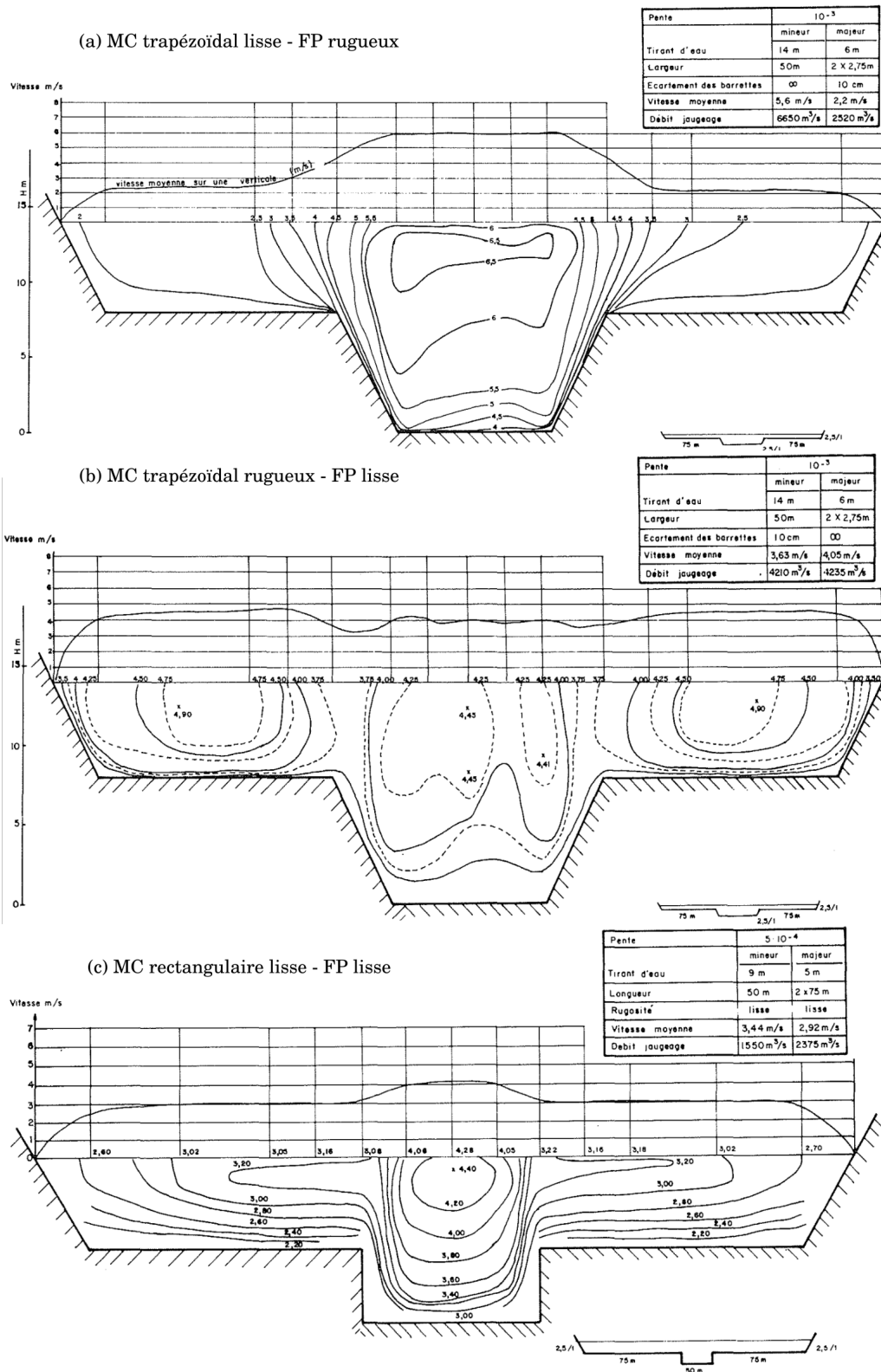


FIGURE 2.3 – Expériences de [Nicollet and Uan \[1979\]](#) : distribution latérale des vitesses longitudinales moyennes en fonction de la hauteur d'eau relative, des rugosités en lit mineur et lit majeur, de la géométrie du lit mineur et du lit majeur, ainsi que de la pente du lit.

Ces auteurs remarquent que “malgré leur diversité, ces divers écoulements présentent tous cependant une frontière nettement marquée entre lit mineur et lit majeur, ce qui justifie la séparation classique entre ces parties du lit au moyen de parois verticales fictives”. En s’appuyant alors sur leurs expériences, ils ont proposé une méthode empirique, dite formulation DEBORD (voir l’Annexe 1 et la section 3.6.3), pour calculer les vitesses débitantes ou les débits dans chaque lit, pour un débit total donné ou pour une hauteur relative donnée.

D’autre part, [Stocchino and Brocchini \[2010\]](#) ont caractérisé la distribution latérale des vitesses moyennes longitudinales en surface en fonction du ratio des hauteurs d’eau dans le lit mineur h_m et dans le lit majeur h_f , défini par $r_h = \frac{h_m}{h_f}$, l’inverse de la hauteur relative h_r . Ils ont observé que le gradient de vitesse à l’interface entre les lits augmente avec le ratio r_h (donc pour des débordements de plus en plus faibles), comme le montre la figure 2.4.

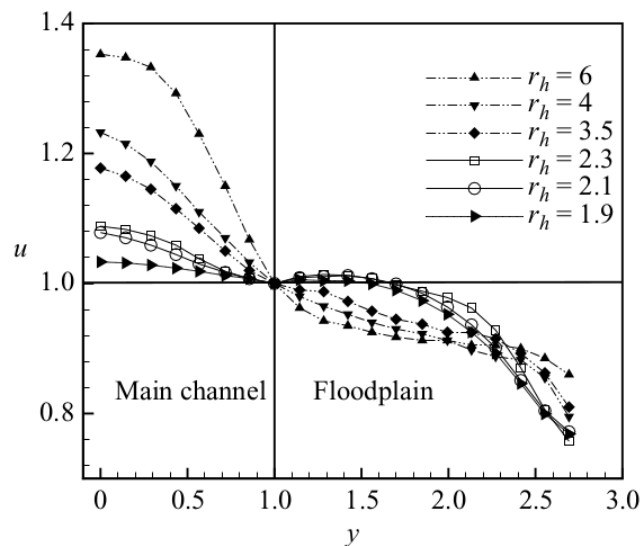


FIGURE 2.4 – Répartition latérale de la vitesse moyenne longitudinale à la surface de l’eau, notée u , en fonction du ratio de hauteur d’eau, $r_h = \frac{h_m}{h_f}$. Expériences de [Stocchino and Brocchini \[2010\]](#).

Cette répartition de la vitesse moyenne longitudinale a également été étudiée en se basant sur la notion de largeur de couche de mélange, δ : la zone où on observe un gradient de vitesses entre le lit mineur et le lit majeur (voir figure 2.5 tirée de [van Prooijen et al. \[2005\]](#), voir également section 1.1.2). Cette couche de mélange est le lieu de transfert de quantité de mouvement par les structures turbulentes se formant entre les lits. Plusieurs méthodes ont été proposées par différents auteurs pour calculer cette largeur δ : si on note U_{x1d} et U_{x2d} les vitesses longitudinales moyennées sur la verticale dans le lit mineur et dans le lit majeur hors couche de mélange, on peut définir la position latérale $y_{\alpha d}$, où la vitesse longitudinale

moyennée sur la verticale $U_{\alpha d}$ s'écrit :

$$U_{\alpha d} = U_{x2} + \alpha(U_{x1d} - U_{x2d}) \quad (2.1)$$

avec $0 < \alpha < 1$. Pope [2000] définit alors la largeur d'une couche de mélange libre comme $\delta = y_{0.9} - y_{0.1}$. van Prooijen et al. [2005] proposent la formule $\delta = 2(y_{0.75} - y_{0.25})$ (figure 2.5). Dupuis et al. [2017a] considèrent l'asymétrie de la couche de mélange et distinguent deux largeurs au sein de la couche de mélange : la largeur dans le lit mineur δ_m et celle dans le lit majeur δ_f . Ils suggèrent alors que $\delta = \delta_m + \delta_f$, avec δ_m et δ_f définies telles que :

$$U(y_{IP} + \delta_m/2) = \frac{U_{x1d} + U_{IP}}{2} \quad (2.2)$$

$$U(y_{IP} - \delta_f/2) = \frac{U_{x2d} + U_{IP}}{2} \quad (2.3)$$

où y_{IP} est la position transversale du point d'inflexion du profil de la vitesse, et U_{IP} la vitesse longitudinale à ce point, et U_{x1} et U_{x2} les deux vitesses en dehors de la couche de mélange.

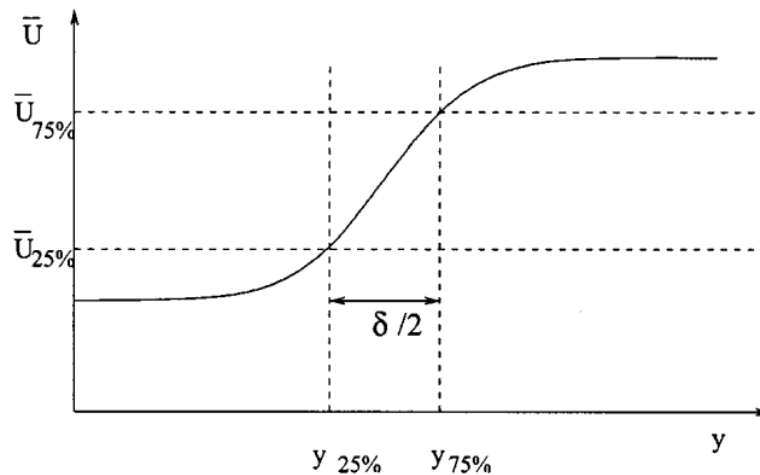


FIGURE 2.5 – Schéma de la détermination de la largeur de couche de mélange (tiré de van Prooijen et al. [2005]), avec $\delta = 2(y_{0.75} - y_{0.25})$.

1.1.2 Structures turbulentes à l'interface et échange de quantité de mouvement associé

En régime permanent uniforme, l'échange turbulent à l'interface MC/FP entre le lit mineur et le lit majeur est le principal mécanisme de transfert de quantité de mouvement. Cet

échange est dû à des structures cohérentes turbulentes de grande taille à axe vertical, de type Kelvin-Helmholtz, générées par le gradient de vitesse entre le lit mineur et le lit majeur. Ces structures quasi-2D ont été mises en évidence par [Sellin \[1964\]](#) et [Zheleznyakov \[1971\]](#). On montre sur la figure 2.6 une photo tirée de l'expérience de [Sellin \[1964\]](#), où les structures quasi-2D sont mises en évidence avec de la poudre d'aluminium injectée à la surface de l'eau. L'échange de quantité de mouvement entre les lits par ces structures conduit à la décélération de l'écoulement dans le lit mineur et à l'accélération de l'écoulement dans le lit majeur [\[Sellin, 1964\]](#), et au final, à une réduction de la capacité d'écoulement sur la section totale, pour une hauteur d'eau donnée.

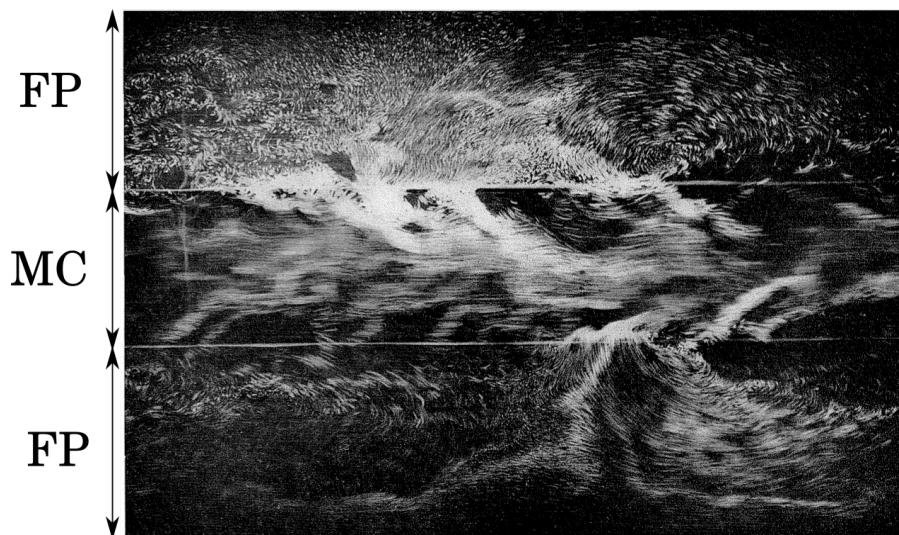


FIGURE 2.6 – Expérience de [Sellin \[1964\]](#) : mise en évidence des structures turbulentes dans le plan horizontal. Traçage en surface avec de la poudre d'aluminium.

[Proust et al. \[2017\]](#) et [Proust and Nikora \[2020\]](#) ont analysé respectivement 25 et 6 écoulements en régime uniforme et non-uniforme, et ont remarqué que les structures turbulentes cohérentes de Kelvin-Helmholtz ne peuvent se développer lorsque le cisaillement adimensionnel λ , défini par :

$$\lambda = \frac{U_{x1} - U_{x2}}{U_{x1} + U_{x2}} \quad (2.4)$$

(où U_{x1} et U_{x2} sont respectivement les vitesses longitudinales moyennes en dehors de la couche de mélange dans le lit mineur et dans le lit majeur) est inférieur à une valeur seuil de 0.3 :

$$\lambda \leq 0.3 \text{ ou } U_{x2}/U_{x1} \geq 0.54 \quad (2.5)$$

L'apparition de ces structures turbulentes à l'interface MC/FP fait augmenter l'intensité turbulente transversale $\overline{u'v'}$ et le cisaillement turbulent $\tau_{xy} = -\rho\overline{u'_x u'_y}$ (en valeur absolu) dans la zone interfaciale [Proust et al., 2017].

Dupuis et al. [2017a] ont mesuré expérimentalement le cisaillement turbulent transverse τ_{xy} pour deux rugosités différentes dans le lit majeur : (1) des lits majeurs couverts de prairie et (2) des lits majeurs couverts d'arbres (sous formes de tiges) posés sur la prairie. Ils ont constaté que, pour les deux rugosités, le cisaillement turbulent transverse normalisé $(\frac{-\overline{u'v'}}{(U_1 - U_2)^2})$ où U_1 et U_2 sont les vitesses longitudinales dans le lit mineur et dans le lit majeur en dehors de la couche de mélange) est maximal à l'interface MC/FP, comme illustré sur la figure 2.7. Cette observation confirme les résultats expérimentaux de Knight and Shiono [1990], obtenus pour des hauteurs relatives différentes ($h_r = h_f/h_m = 0.1, 0.15, 0.2$ et 0.25) dans le canal à grande échelle du HR Wallingford Flood Channel Facility-SERC. Les auteurs ajoutent que le pic du cisaillement (noté τ_{yx} dans ce cas) et la largeur de la couche de mélange augmentent quand h_r diminue (pour les débordements de plus en plus faibles) comme l'illustre la figure 2.8 extraite de Knight and Shiono [1990].

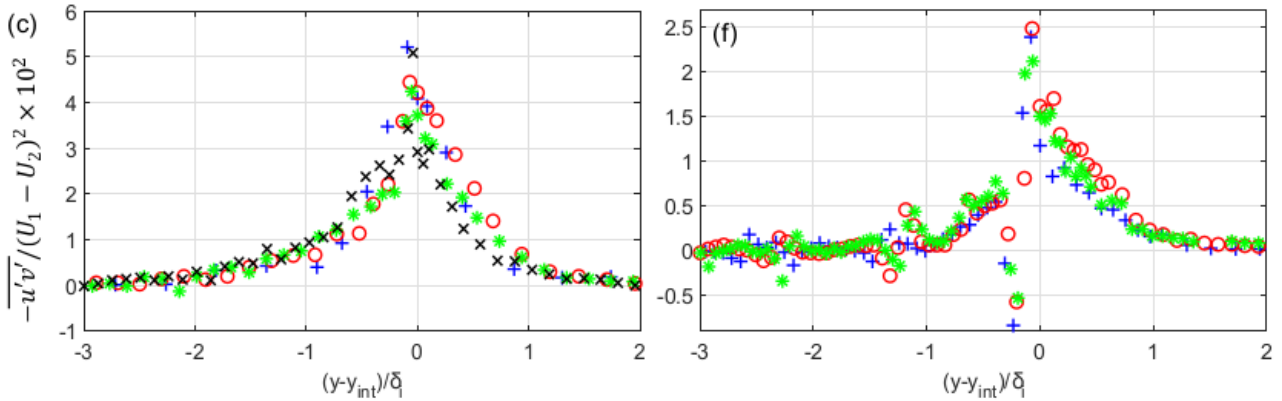


FIGURE 2.7 – Distribution latérale du cisaillement turbulent transverse à l'altitude $h_f/2$ dans le cas de lits majeurs couverts de prairie (à gauche) et le cas de lits majeurs couverts d'arbres (à droite) pour les écoulements de Dupuis et al. [2017a]. U_1 et U_2 sont les vitesses maximales respectivement dans le lit mineur et dans le lit majeur, en dehors de la couche de mélange, u' et v' sont les fluctuations de vitesses longitudinale et transversale, y_{int} est la position latérale de l'interface MC/FP et δ_i est la largeur de la couche de mélange dans le lit mineur ($\frac{y - y_{int}}{\delta_i} > 0$) et dans le lit majeur ($\frac{y - y_{int}}{\delta_i} < 0$).

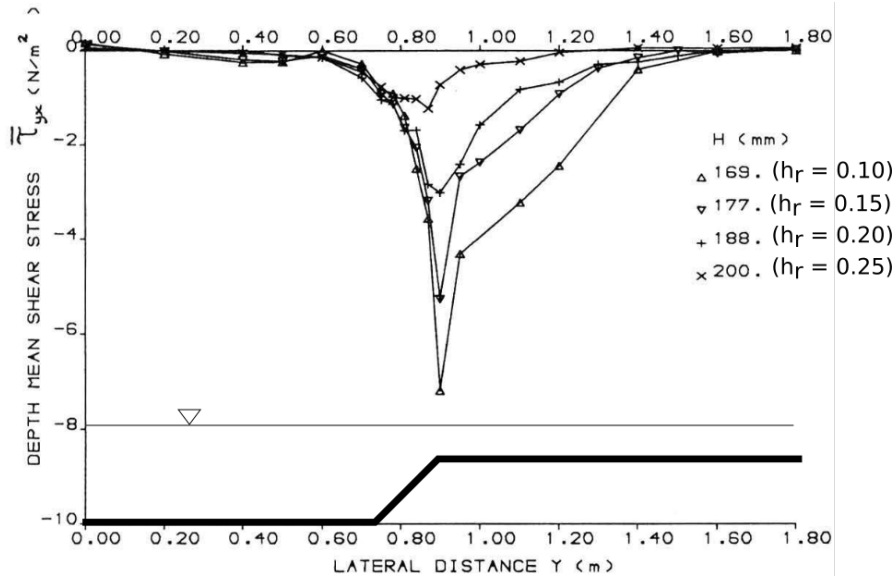


FIGURE 2.8 – Distribution latérale du cisaillement turbulent transverse moyenné sur la verticale sur une demi-section du canal composé. τ_{yx} est le cisaillement turbulent transverse. La figure est tirée de Knight and Shiono [1990], les valeurs de h_r ont été ajoutées.

D'autre part, Fernandes et al. [2014] ont étudié des écoulements dans un lit composé lisse (fond du lit mineur et lit majeur en ciment) avec des hauteurs relatives qui varient entre 0.1 et 0.38, et dans un lit composé rugueux (lit mineur en ciment et lit majeur couvert de prairie dense) avec des hauteurs relatives qui varient entre 0.15 et 0.30. Ils ont montré que le cisaillement transverse à l'interface devient plus important (en valeur absolue) quand le lit majeur est rugueux (voir figure 2.9) pour une valeur de h_r donnée.

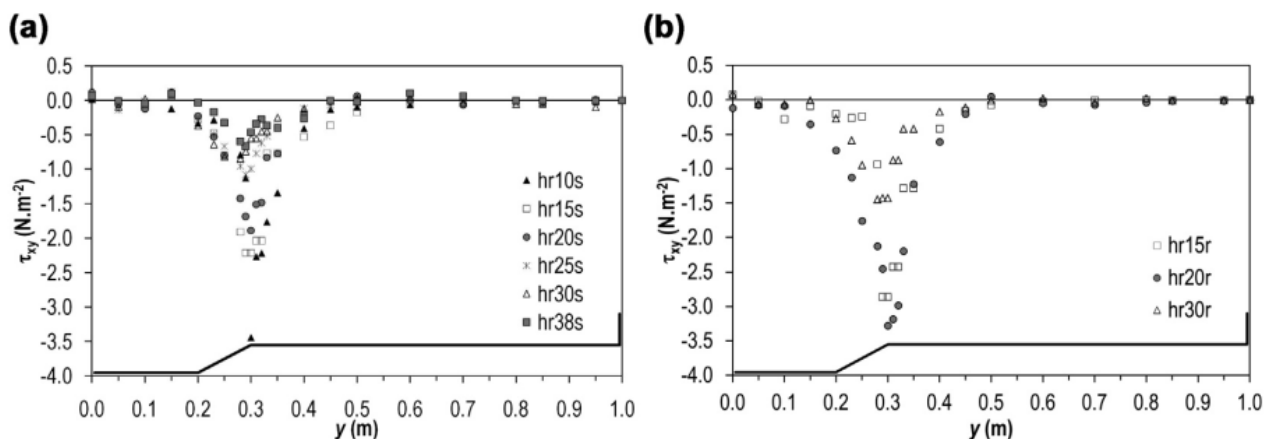


FIGURE 2.9 – Expériences de Fernandes et al. [2014] : distribution latérale de la contrainte de cisaillement turbulent transverse τ_{yx} dans une demi-section de lit composé, pour différentes hauteurs relatives h_r dans le cas (a) d'un lit mineur et lit majeur lisses (ciment) et (b) lit mineur lisse et lit majeur rugueux (prairie dense).

Les expériences de [Stocchino and Brocchini \[2010\]](#) montrent également l'influence des parois latérales des lits majeurs sur le profil de vitesse.

Alors qu'un écoulement dans un canal simple suffisamment large est majoritairement bidimensionnel dans la direction longitudinale et verticale [[Nezu and Nakagawa, 1993](#)], en lit composé, l'écoulement devient localement tridimensionnel sous l'influence de la couche de mélange à l'interface MC/FP, des couches limites pariétales verticales (fond) et latérales (parois du lit majeur et berges du lit mineur). On s'éloigne donc des hypothèses de la modélisation 1D traditionnelle au risque de fragiliser les résultats et la confiance qu'on peut leur accorder. [Bousmar and Zech \[1999\]](#) et [Proust et al. \[2010\]](#) montrent qu'il faut tenir compte des pertes de charge dues aux échanges turbulents et aux échanges de masse, en plus des contraintes au fond habituellement prises en compte dans les cas de lits simples (voir la section [3.7](#)).

1.1.3 Courants secondaires hélicoïdaux

En régime uniforme, les macro-vortex responsables de l'échange turbulent à l'interface MC/FP ne sont pas la seule source de transfert de quantité de mouvement. Comme observé en lit simple à section rectangulaire ou trapézoïdale par [Tominaga et al. \[1989\]](#), des cellules de courants secondaires hélicoïdaux à axe longitudinal se développent dans le lit mineur et dans le lit majeur [[Shiono and Knight, 1991](#)]. Ces courants secondaires ('secondary flows') sont schématisés sur la figure [2.10](#).

En s'appuyant sur un bilan de forces, [Shiono and Knight \[1991\]](#) expliquent théoriquement que les courants secondaires contribuent aux échanges de quantité de mouvement dans toute la section du lit composé, y compris à l'interface MC/FP. Plus tard, [van Prooijen et al. \[2005\]](#) montrent que l'échange de quantité de mouvement par les courants secondaires à l'interface verticale MC/FP est nul. Leurs résultats seront confirmés par les expériences de [Dupuis et al. \[2017a\]](#) et de [Proust and Nikora \[2020\]](#). On montre sur la figure [2.11](#) le bilan de quantité de mouvement mesuré par ces derniers auteurs.

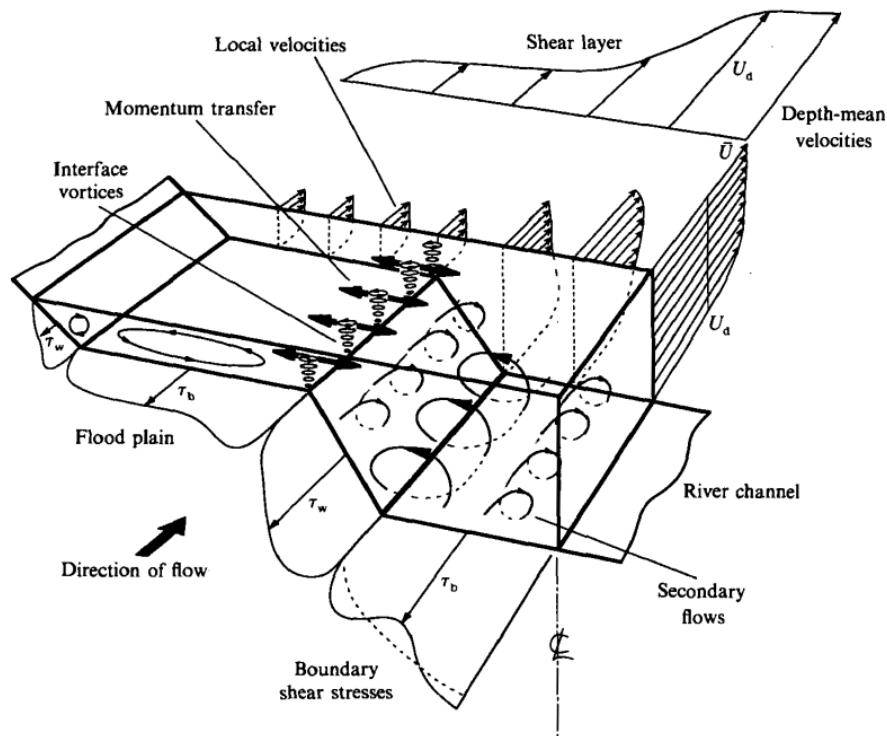


FIGURE 2.10 – Principaux mécanismes hydrodynamiques dans un écoulement uniforme permanent en lit composé droit, d'après [Shiono and Knight \[1991\]](#).

[Dupuis et al. \[2017a\]](#) montrent que les courants secondaires se développent principalement dans le lit mineur et que le transfert de quantité de mouvement dû à ces courants est du même ordre que le transfert par échange turbulent dans ce lit.

En régime uniforme, [Proust and Nikora \[2020\]](#) montrent qu'il y a deux cellules en lit mineur (une grande générée par la couche de mélange et une cellule au fond du lit mineur) et une petite cellule près de l'interface du côté du lit majeur (figure 2.12) (en contradiction avec la grande cellule en lit majeur de la figure 2.10, observée par [Shiono and Knight \[1991\]](#)).

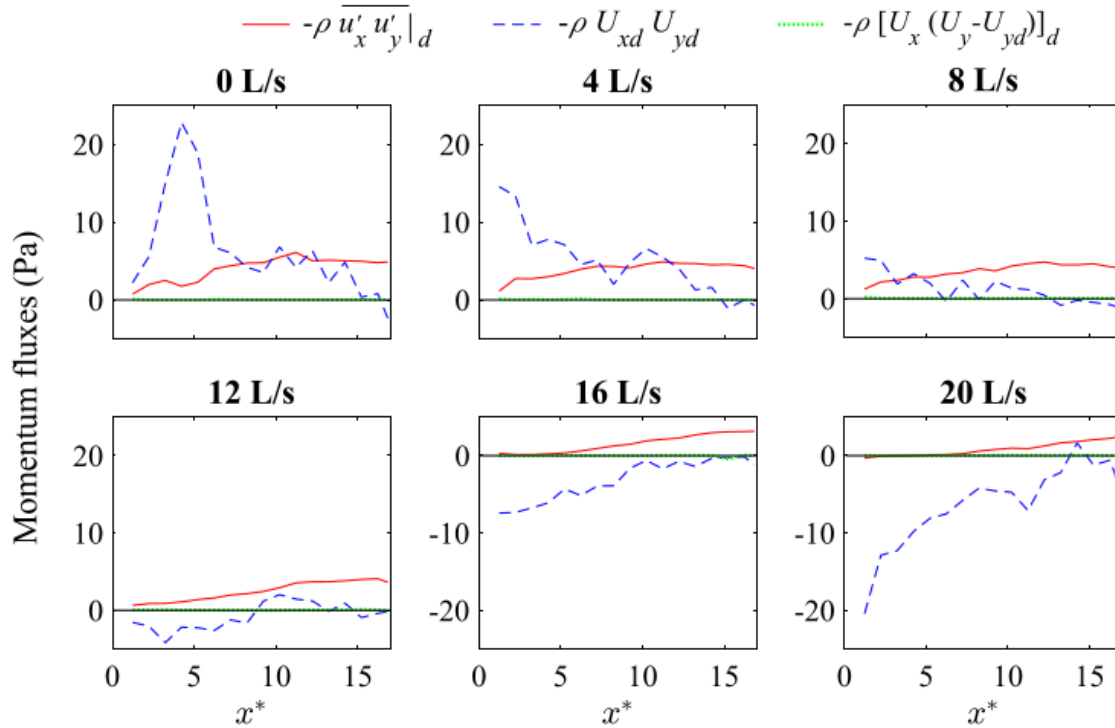


FIGURE 2.11 – Expérience de Proust and Nikora [2020] : évolution longitudinale des trois contributions aux transferts de quantité de mouvement moyenné sur la verticale, à l’interface MC/FP : la turbulence $-\rho \overline{u'_x u'_y}|_d$, le flux de quantité de mouvement par les courants transverses $-\rho U_{xd} U_{yd}$ et le flux de quantité de mouvement par les courants secondaires $-\rho [U_x (U_y - U_{yd})]_d$, pour les 6 écoulements uniforme ($Q_f = 8$ L/s) et non-uniformes ($Q_f = 0, 4, 12, 16$ et 20 L/s).

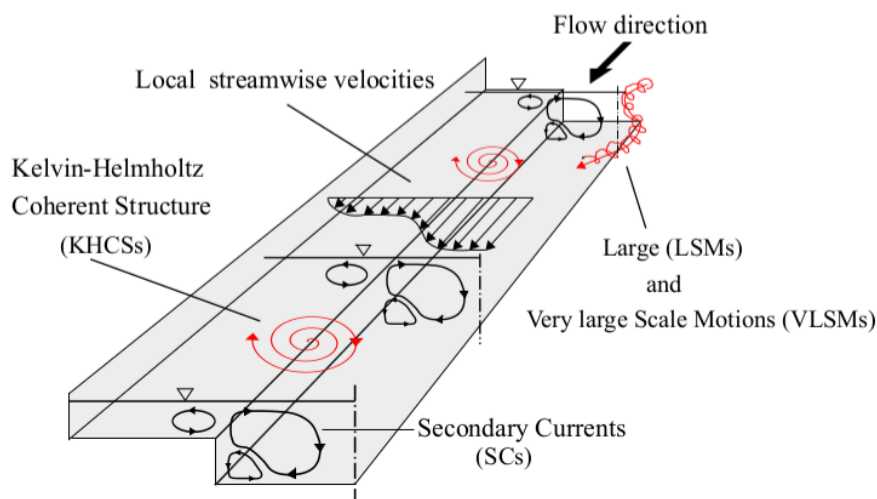


FIGURE 2.12 – Principaux mécanismes hydrodynamiques dans un écoulement uniforme composé. Figure tirée de Proust and Nikora [2020].

1.2 Écoulements débordants permanents non-uniformes

En milieu naturel, l'hypothèse d'uniformité de l'écoulement dans le sens longitudinal est rarement valable. Cela est dû principalement aux variations longitudinales de la topographie et de l'occupation du sol des lits majeurs, comme l'illustre la figure 2.13¹. Les écoulements débordants non-uniformes sont tout d'abord caractérisés par des échanges de masse entre lit mineur et lit majeur (vitesse transverse U_{yd} non nulle) et par un transfert de quantité de mouvement lié à ce transfert de masse (voir schéma 2.2).

Les transferts de masse entre lit mineur et lit majeur et l'échange de quantité de mouvement associé peuvent être générés par un changement de la géométrie du canal, des rugosités des lits, par une influence de la répartition des débits en conditions aux limites amont ou par une influence de la condition à la limite aval en hauteur d'eau. Des travaux ont essayé de reproduire ces écoulements naturels en modifiant la géométrie du lit composé : lits majeurs convergents, canaux obliques (lit majeur gauche divergent et lit majeur droit convergent), lit mineur en méandre et obstacles transverses sur le lit majeur. Ces travaux seront abordés dans la section 1.2.1. D'autres auteurs ont analysé l'impact de la variation longitudinale de la rugosité dans le lit majeur (section 1.2.2) ou se sont focalisés sur l'impact de la répartition des débits amont sur l'écoulement, comme on le détaille dans la section 1.2.3.



FIGURE 2.13 – Avant et après une inondation au Texas aux États-Unis après l'ouragan Harvey en août 2017.

1. <https://indianexpress.com/article/trending/trending-globally/social-media-is-flooded-with-before-and-after-pics-of-hurricane-harvey-and-its-devastating-4821912/>

1.2.1 Effets d'un changement de géométrie sur l'écoulement

Afin de mieux comprendre les effets de variations de largeur du lit composé, Bousmar et al. [2004] se sont intéressés à des lits majeurs convergents, en gardant des écoulements en lit prismatique comme écoulements de référence (figure 2.14). Trois configurations géométriques sont comparées :

1. Un canal dont la largeur de chaque lit majeur passe linéairement de 400 à 0 mm sur 6 m de long (figure 2.14a), noté "Cv6".
2. Un canal dont la largeur de chaque lit majeur passe linéairement de 400 à 0 mm sur 2 m de long (figure 2.14b), noté "Cv2".
3. Un canal prismatique de largeur 200 mm (figure 2.14c), noté "Pri".

Les auteurs ont fait varier le débit total entrant Q et la condition à la limite aval (hauteur de seuil) pour obtenir des hauteurs relatives H^* à $x = 5$ m comparables entre écoulements. Trois valeurs de H^* ont été étudiées (0.2, 0.3 et 0.5). L'évolution longitudinales de la cote d'eau pour la géométrie "Cv2" est présentée sur la figure 2.15 pour différents couples (H^* , Q). Pour une valeur H^* donnée, la cote Z est quasi constante à l'amont de $x = 5$ m, puis elle diminue au delà, d'autant plus fortement que le débit Q est important.

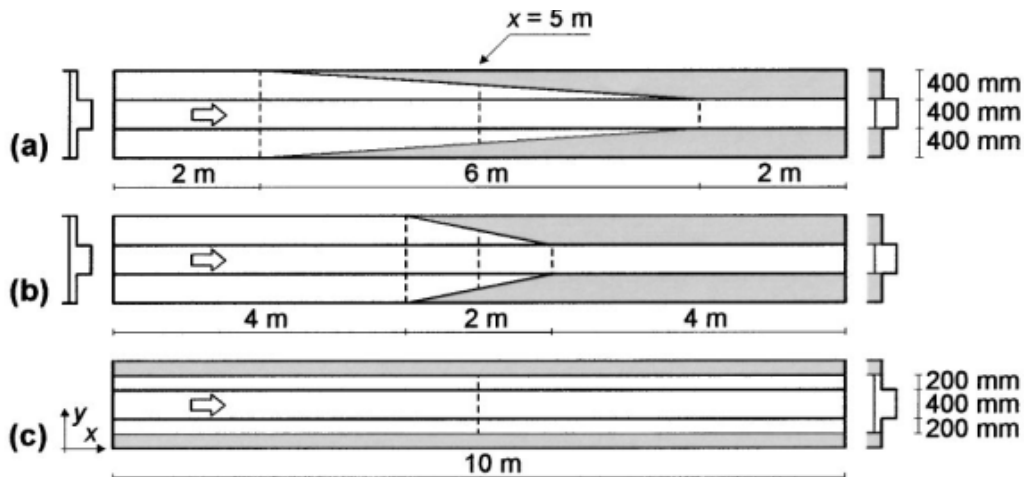


FIGURE 2.14 – Vue en plan des géométries utilisées dans l'expérience de Bousmar et al. [2004] : (a) lits majeurs convergents sur 6 m de long (Cv6), (b) lits majeurs convergents sur 2 m de long (Cv2) et (c) canal prismatique (Pri) avec deux lits majeurs, chacun de 200 mm de large.

Les auteurs ont également constaté que, pour une hauteur relative H^* donnée (à $x=5$ m), la répartition des débits entre lit mineur et lits majeurs le long du canal était indépendante

du débit total injecté Q (figure 2.16), mais dépendait de la géométrie du canal. Par ailleurs, la perte de charge due au transfert de masse induite par la géométrie est importante par rapport à la perte de charge due aux frottements au fond. De plus, la perte de charge due aux transferts de masse augmente lorsque :

1. le débit total augmente pour une hauteur relative donnée H^* à $x = 5$ m.
2. la hauteur relative augmente (dans la section de mesure à $x = 5$ m)
3. l'angle de convergence augmente (d'un angle $\alpha = 3.8^\circ$ pour Cv6 à un angle $\alpha = 11.3^\circ$ pour Cv2).

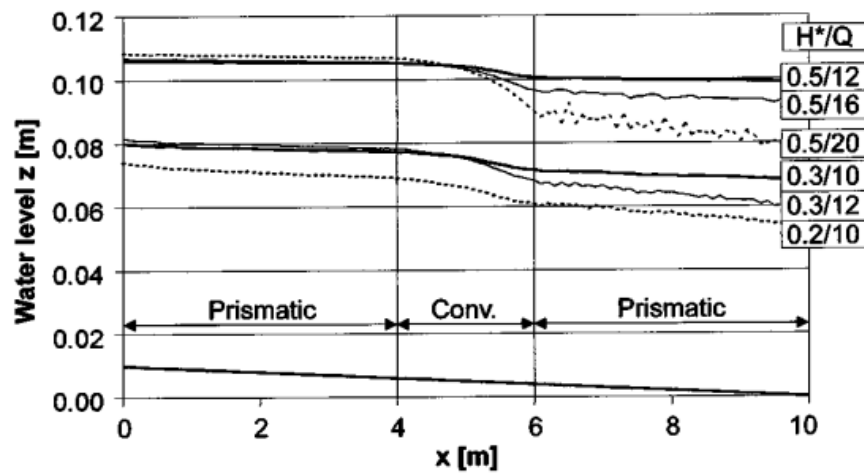


FIGURE 2.15 – Profil longitudinal de la cote d'eau Z pour des écoulements dans un lit composé avec lits majeurs convergents (géométrie Cv2) sur 2 m de long étudiés par Bousmar et al. [2004].

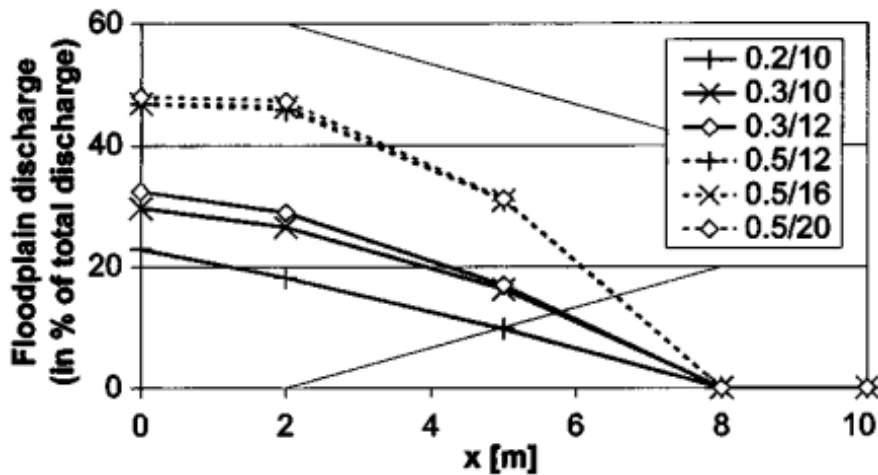


FIGURE 2.16 – Profil longitudinal du débit dans le lit majeur (en % du débit total) pour les écoulements dans un lit composé avec lits majeurs convergents sur 6 m de long (géométrie Cv6) étudiés par Bousmar et al. [2004].

Elliott and Sellin [1990] ont conduit une étude expérimentale dans un canal lit composé oblique dans le canal FCF-SERC à Wallingford qui est schématisé sur la figure 2.17. Des parois latérales amovibles (Floodplain wall sur la figure 2.17) permettent de créer un canal composé oblique dont l'axe est incliné d'un angle α par rapport à la direction longitudinale du FCF, créant un lit majeur gauche divergent et un lit majeur droit convergent. L'angle α a été modifié (5° et 9°), l'angle de la figure 2.17 étant 5° . À noter que la largeur totale et celle du lit mineur sont constantes. En prenant pour référence un canal composé droit de même largeur, ces auteurs ont calculé le pourcentage de réduction du débit total du canal oblique par rapport au canal droit, ΔQ , et ce, pour plusieurs hauteurs relatives (figure 2.18), notée $(H - h)/H$ où H est la hauteur d'eau en lit mineur et h , la hauteur de plein bord en lit mineur. La réduction maximale observée est de 12% pour une hauteur relative de 0.2. Cette observation est valable pour les deux angles d'obliquité 5° et 9° . La distribution latérale de vitesse longitudinale U (figure 2.19) montre que U est uniforme au travers du lit majeur convergent (pas de couche de mélange sur ce lit majeur), alors que la couche de mélange chevauche le lit mineur et une grande partie du lit majeur gauche divergent. On voit ici clairement l'influence des transferts de masse et de quantité de mouvement associée sur la répartition de l'écoulement dans la section.

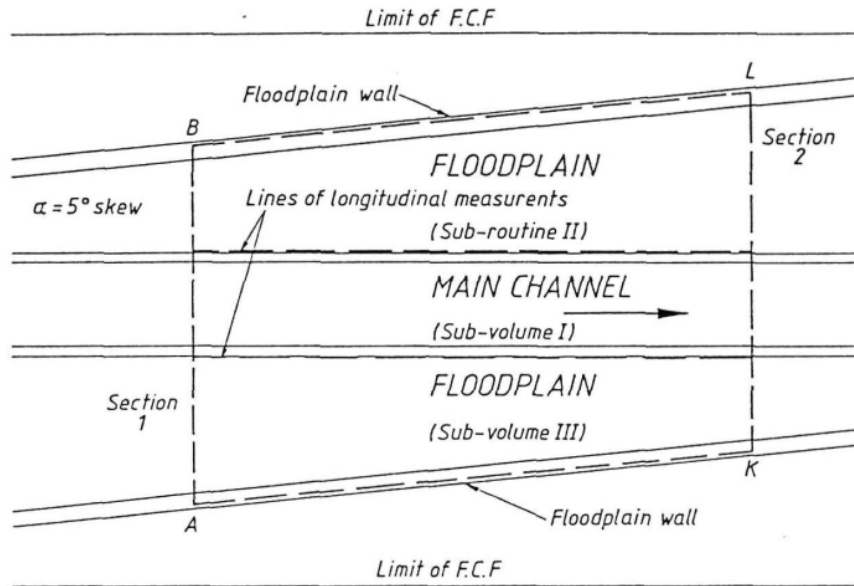


FIGURE 2.17 – Vue en plan du lit composé oblique utilisé dans les expériences de Elliott and Sellin [1990]. Le lit majeur divergent est à gauche et le lit majeur convergent à droite.

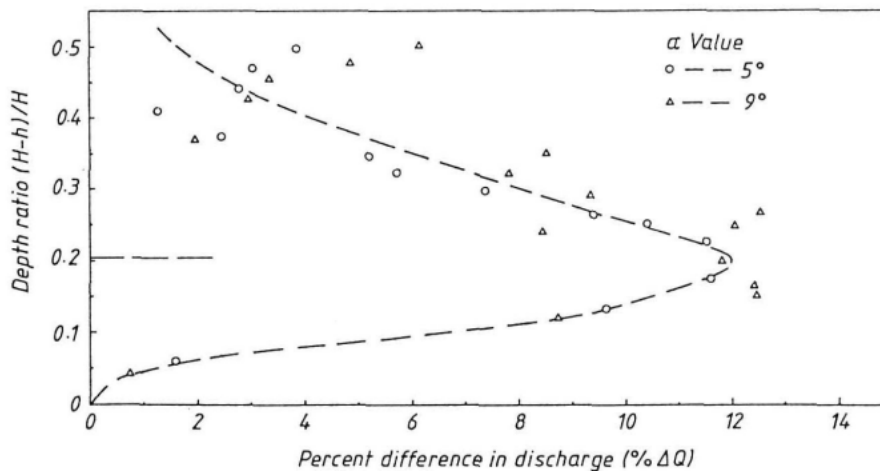


FIGURE 2.18 – Pourcentage de réduction du débit total du canal oblique par rapport au canal droit équivalent dans Elliott and Sellin [1990]. H et h sont les hauteurs d'eau dans le lit mineur et de plein bord en lit mineur.

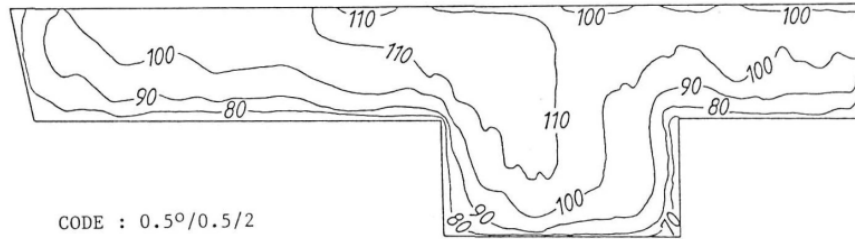


FIGURE 2.19 – Distribution de la vitesse longitudinale dans une section en travers pour les expériences de [Elliott and Sellin \[1990\]](#).

Suite aux expériences de [Elliott and Sellin \[1990\]](#) qui reproduisaient une faible sinuosité du lit mineur, [Shiono and Muto \[1998\]](#) ont étudié un lit composé avec un lit mineur à forte sinuosité (rapport de la distance curviligne à la distance longitudinale). Ces auteurs ont tout d'abord montré que des courants secondaires en lit mineur étaient générés par le cisaillement horizontal (au niveau de plein bord) entre l'écoulement au dessus du niveau de plein bord contrôlé par les lits majeurs et plutôt unidirectionnel, et l'écoulement sous le plein bord en lit mineur qui suit les méandres. De plus, un intense transfert de masse est identifié du lit majeur vers le lit mineur quand l'angle entre les directions du lit mineur et du lit majeur est grand. Il y a alors une injection d'eau du lit majeur amont dans le lit mineur, puis une éjection d'eau du lit mineur en direction du lit majeur aval.

[Peltier et al. \[2013a\]](#) ont étudié l'écoulement dans un lit composé droit en présence d'un obstacle transversal émergé dans le lit majeur (figure 2.20). Les auteurs ont observé qu'au voisinage de l'obstacle, la couche de mélange se trouve rétrécie, à cause d'une zone de recirculation qui apparaît en aval de l'obstacle et des transferts de masse du lit majeur vers le lit mineur au niveau de l'obstacle, puis du lit mineur vers le lit majeur en aval. Par conséquent, le pic du cisaillement turbulent moyenné sur la verticale peut atteindre jusque 5 fois la valeur du pic dans l'écoulement de référence (*i.e.* l'écoulement dans le même canal sans obstacle). Ce pic se trouve déplacé dans le lit mineur quand le transfert de masse a lieu du lit majeur vers le lit mineur. Quand le transfert s'inverse, le pic du cisaillement turbulent reste à l'interface. Les auteurs mettent ainsi en question l'hypothèse que le pic du cisaillement soit toujours à l'interface MC/FP en présence d'un obstacle dans le lit majeur. Dans ce cas spécifique, l'utilisation d'une interface verticale pour calculer une répartition entre sous-sections de débit en 1D serait beaucoup moins pertinente.

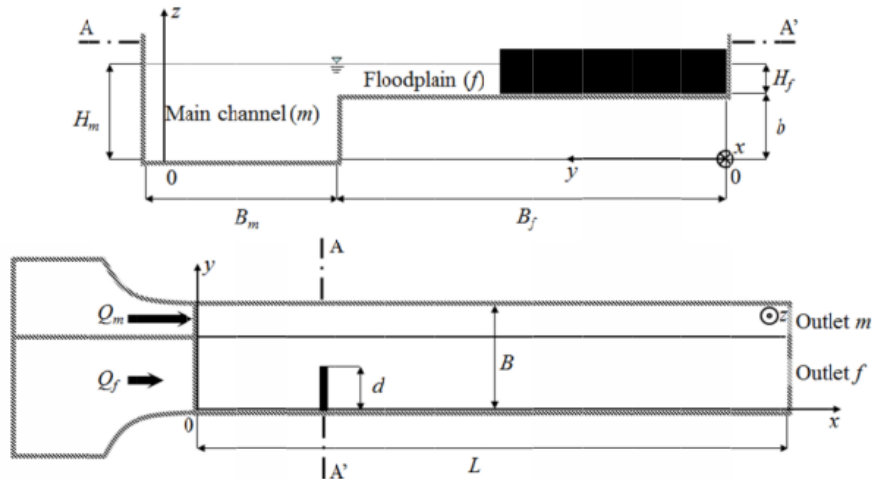


FIGURE 2.20 – Schéma du canal expérimental de [Peltier et al., 2013b] : section transversale (en haut) et vue de dessus du canal (en bas).

Les différents travaux précédemment exposés montrent l'influence que les variations longitudinales de la géométrie peuvent avoir sur l'écoulement. Ces variations entraînent des transferts de masse entre sous-sections, et un transfert de quantité de mouvement associé qui peuvent modifier tout le champ de vitesses au travers de la section, déplacer la couche de mélange et les pics de cisaillement turbulents. On peut en tirer deux conclusions principales si l'on souhaite modéliser ces écoulements non-uniformes avec une approche 1D :

1. il semblerait pertinent de modéliser de manière explicite l'échange de masse entre lit mineur et lit majeur et l'échange de quantité de mouvement associé,
2. il faudrait vérifier la validité des hypothèses du 1D qui ont été établies en régime uniformes lorsque qu'on modélise des écoulements non-uniformes.

1.2.2 Effets d'une variation longitudinale de rugosité

Au même titre qu'un changement de géométrie, un changement de rugosité dans la direction longitudinale induit des transferts de masse et de quantité de mouvement entre lit mineur et lit majeur. C'est ce que montrent les expériences de Dupuis et al. [2017b] dans le cas d'une transition de rugosité en lit majeur (figure 2.21). Deux types de transition longitudinale de rugosité sont étudiés : une transition d'un lit majeur couvert d'arbres posés sur une prairie dense à un lit majeur couvert seulement de prairie dense (CWM), et une transition de rugosité dans le sens opposé (CMW). Pour chaque transition, deux répartitions de

débits entre lit mineur et lit majeur sont injectées à l'amont, pour un débit total constant (voir tableau 2.1). Les écoulements sont comparés à deux écoulements de référence en régime permanent uniforme : un écoulement où le lit majeur est couvert d'arbres posés sur une prairie tout au long du canal (CM) et un écoulement où le lit majeur est couvert de prairie tout au long du canal (CW).

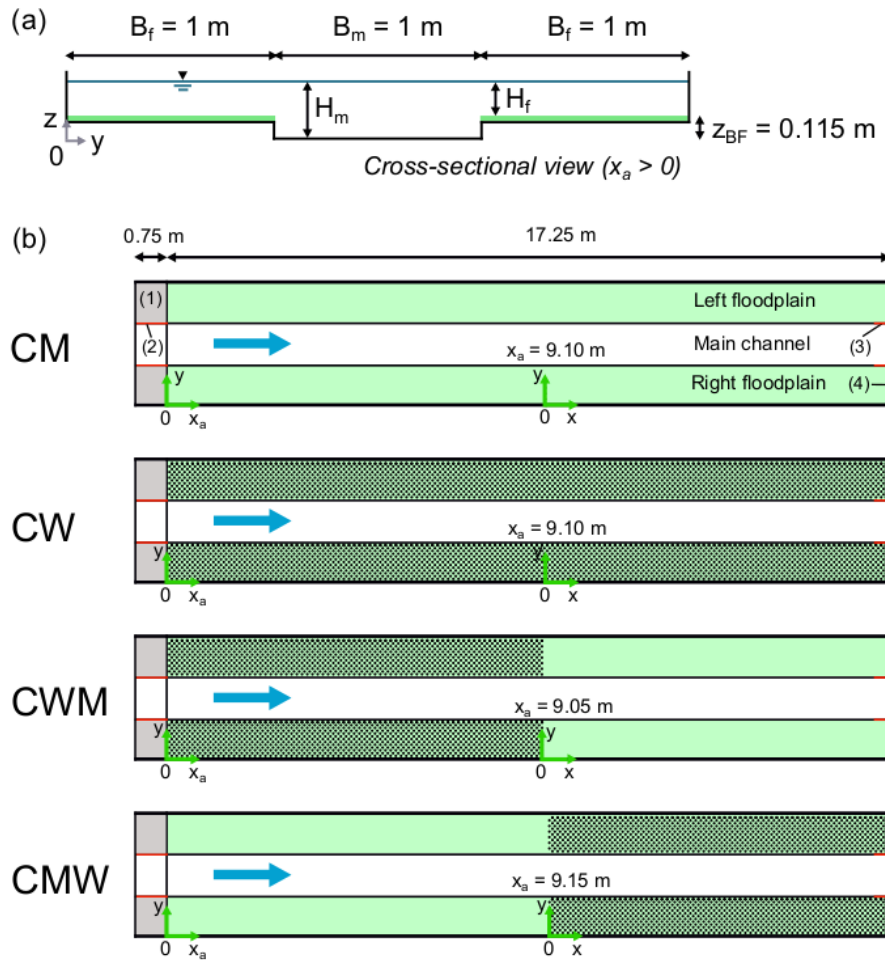


FIGURE 2.21 – Expériences de Dupuis et al. [2017b] : (a) Vue en travers de la section d'écoulement et (b) vue en plan des cas d'écoulements.

Tableau 2.1 – Expériences de Dupuis et al. [2017b] : débits injectés à l'amont du canal dans chaque lit majeur, Q_f , et dans le lit mineur, Q_m , pour un débit total constant de $Q = 162 \text{ L/s}$.

| Cas | Q_f (L/s) | Q_m (L/s) | Q (L/s) |
|--------|-------------|-------------|-----------|
| CWMQ18 | 17.5 | 126.6 | 162.0 |
| CWMQ12 | 11.0 | 140.0 | 162.0 |
| CMWQ18 | 19.2 | 123.6 | 162.0 |
| CMWQ26 | 21.7 | 118.6 | 162.0 |

La figure 2.22 montre que le type de rugosité pourrait amplifier l'influence de la distribution des débits sur la hauteur d'eau : on observe un plus grand écart de H_f en amont du canal dans les écoulements CWM par rapport au régime uniforme CW, comparé à l'écart de H_f dans les écoulements CMW par rapport au régime uniforme CM.

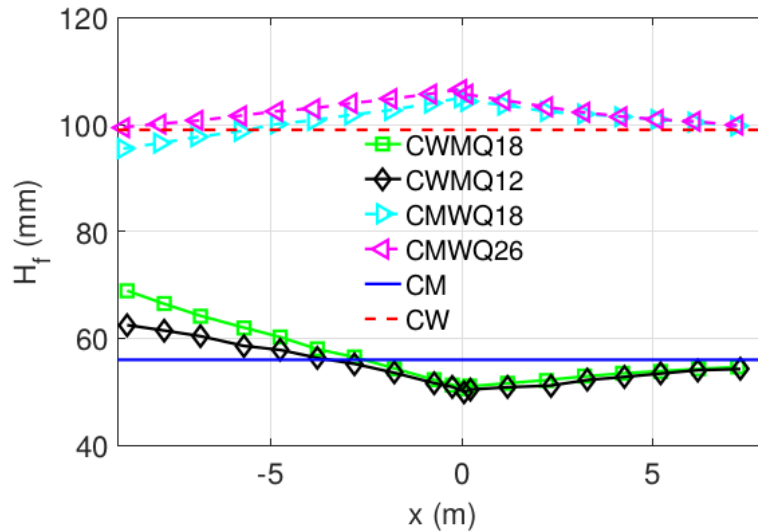


FIGURE 2.22 – Profil longitudinal de la hauteur d'eau dans le lit majeur H_f pour les 4 configurations d'écoulements non-uniformes et les 2 écoulements uniformes de Dupuis et al. [2017b].

Comme l'illustre la figure 2.23, il a été observé que, pour la configuration CWMQ18, le transfert de masse s'effectuait du lit majeur vers le lit mineur avant la transition de rugosité et s'inversait après la transition pour s'écouler du lit mineur vers le lit majeur. Cette tendance s'inverse pour la configuration CMWQ18 où on assiste à un transfert du lit mineur vers le lit majeur avant la transition de rugosité et ensuite un transfert du lit majeur vers le lit mineur, comme l'illustre la figure 2.23. Ces expériences ont également montré que le transfert de quantité de mouvement dû aux courants secondaires dans le lit mineur étaient plus intenses en présence d'éléments rigides dans le lit majeur qu'en présence de prairie seule (figure 2.24).

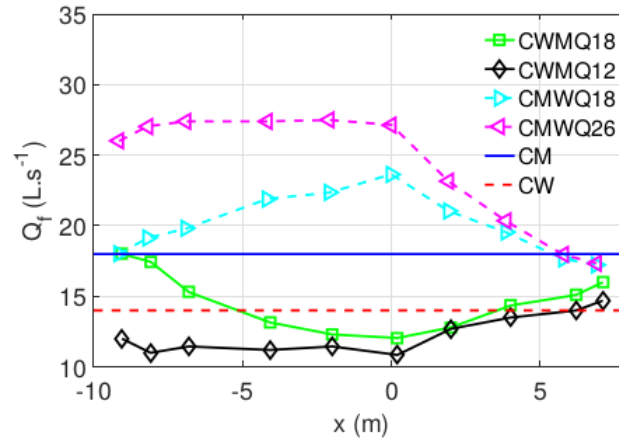


FIGURE 2.23 – Variation longitudinale du débit dans le lit majeur Q_f dans les 4 cas d'écoulements non-uniformes et les 2 écoulements uniformes de Dupuis et al. [2017b] avec les différentes répartitions de débits injectées. Le point de transition de rugosité est situé à $x = 0$ m.

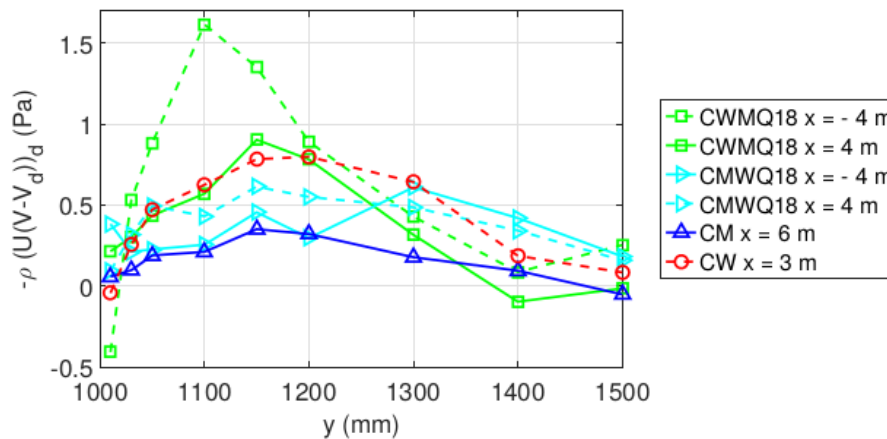


FIGURE 2.24 – Distribution latérale du transfert de quantité de mouvement dû aux courants secondaires dans le lit mineur pour les 4 configurations d'écoulements non-uniformes et les 2 écoulements uniformes de Dupuis et al. [2017b]. U et V sont les vitesses moyennes longitudinale et transversale. L'indice d signifie une moyenne sur la verticale.

Il en est de même de l'échange de quantité de mouvement par les structures turbulentes : ces auteurs observent que le tenseur de Reynolds à l'interface normalisé par la différence de vitesse entre lit mineur et lit majeur $(-\overline{u'v'}_{d,int})/(U_m - U_f)^2$, avec u' et v' les fluctuations de vitesses longitudinale et transversale, les indices d et int indiquent respectivement la moyenne sur la verticale et l'interface) augmente en présence de modèles d'arbres, comme le montre la figure 2.25 pour les différentes configurations étudiées. Ce tenseur de Reynolds normalisé est un coefficient d'échange turbulent ψ^t , utilisé comme coefficient de calage dans

des modèles 1D (voir la partie 3.6). Ces auteurs montrent alors que ψ^t peut varier avec le type de rugosité.

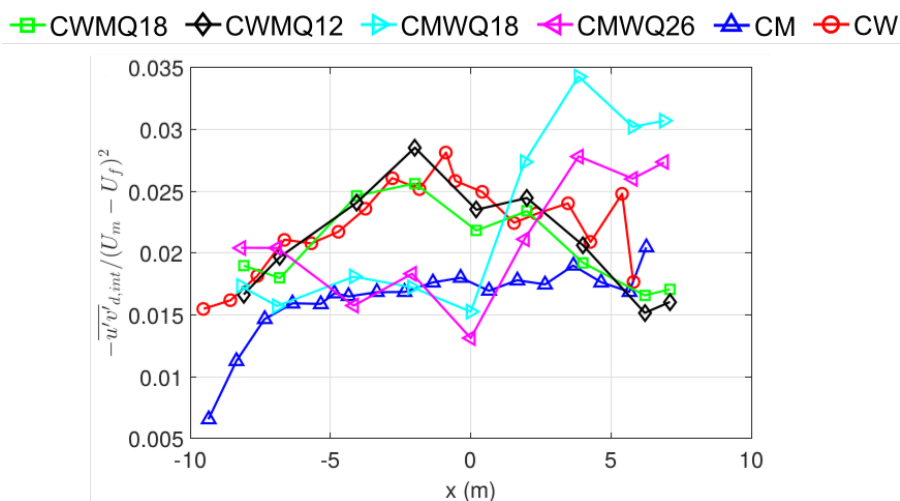


FIGURE 2.25 – Évolution longitudinale du tenseur de Reynolds à l'interface normalisé par la différence de vitesse entre lit mineur et lit majeur pour les 6 configurations de Dupuis et al. [2017b]. u' et v' sont les fluctuations de vitesses longitudinale et transversale, les indices d et int indiquent respectivement la moyenne sur la verticale l'interface.

Au final, leurs expériences ont montré que la répartition de débit amont avait autant d'importance que l'occupation du sol des lits majeurs. En revanche, cette dernière affecte à la fois le niveau des échanges turbulents et le transfert de quantité de mouvement par les courants secondaires en lit mineur.

1.2.3 Effets de la répartition des débits amont sur l'écoulement

Dupuis et al. [2017b] ont également étudié l'impact de la répartition des débits amont entre les lits sur l'écoulement, dont les expériences sont représentés dans la section précédente, figure 2.21). En effet pour un même débit total, deux répartitions différentes de débits sont considérées dans chacun des cas d'écoulement CMW et CWM comme résumé dans le tableau 2.1. Il a été déduit que les profils de hauteurs d'eau sont non seulement contrôlés par la condition à la limite aval, mais également par la distribution de débits injectée en amont (voir figure 2.22). D'autre part, la distribution amont des débits influence également le sens et l'intensité du transfert de masse latéral à l'interface MC/FP, comme le montre la figure 2.23 pour les configurations CMW et CWM.

Plusieurs auteurs ont étudié l'influence de la répartition de débit amont sur des écoulements en lit composé [Proust, 2005; Bousmar et al., 2005; Proust et al., 2017; Proust and

[Nikora, 2020](#)]. Ces derniers ont perturbé la distribution de débit amont entre lit mineur et lit majeur par rapport à la répartition uniforme calculée par la formulation DEBORD de [Nicollet and Uan \[1979\]](#) (voir section 3.6.3 et l'Annexe 1) à débit total constant ($Q= 114$ L/s). Les débits injectés sont résumés dans le tableau 2.2. Dans ce travail, les auteurs se sont intéressés à l'effet des écoulements transverses (moyennés sur la verticale), sur la structure 3D des écoulements². Par exemple, lorsque la répartition des débits amont est hors équilibre, des courants transverses ont lieu du lit majeur vers le lit mineur (figure 2.26b) ou du lit mineur vers le lit majeur (figure 2.26c). Ces derniers affectent le nombre et la taille des courants secondaires. De plus, ils peuvent déplacer la couche de mélange (dans le même sens que les courants), comme le montre la figure 2.27, où $x^* = x/B_f$ et $y^* = y/B_f$, avec B_f la largeur du lit majeur et la largeur de la couche de mélange $\delta_0 = 2(y_{75\%} - y_{25\%})$, voir section 1.1.1 pour les détails du calcul de δ_0). On observe donc un déplacement de la couche de mélange du lit mineur vers le lit majeur dans les cas d'une sous-alimentation du lit majeur à l'amont (configuration de la figure 2.26c), i.e., les 0 et 4 L/s, et un déplacement de la couche de mélange du lit majeur vers le lit mineur dans les cas de sur-alimentation du lit majeur (configuration de la figure 2.26b), i.e., le cas 12, 16 et 20 L/s.

Tableau 2.2 – Mesures expérimentales extraites de [Proust and Nikora \[2020\]](#). Q_f et Q_m sont respectivement les débits amont (à $x^* = 0$) dans chaque lit majeur et dans le lit mineur, Q_f^u est le débit dans le lit majeur en régime uniforme. On présente également la variation longitudinale de hauteur d'eau du lit majeur h_f (entre à $x^* = 1.2$ et 17.3).

| Cas | 0 L/s | 4 L/s | 8 L/s | 12 L/s | 16 L/s | 20 L/s |
|---------------------------|-------------|-------------|-------------|-----------|-------------|-------------|
| Q_f (L/s) | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 |
| Q_m (L/s) | 114 | 106 | 98 | 90 | 82 | 74 |
| $(Q_f - Q_f^u)/Q_f^u$ (%) | -100 | -50 | 0 | +50 | +100 | +150 |
| h_f (mm) | 17.6 - 31.3 | 24.2 - 31.1 | 30.6 - 30.5 | 34.3-30.9 | 37.7 - 31.2 | 40.5 - 31.7 |

2. C'est-à-dire sur (1) la couche de mélange et les structures cohérentes de type Kelvin-Helmholtz à l'interface MC/FP, sur (2) les courants secondaires à axe longitudinal ainsi que sur (3) les Large-Scale Motions et les Very-Large Scale Motions. Ces phénomènes sont illustrés sur la figure 2.26

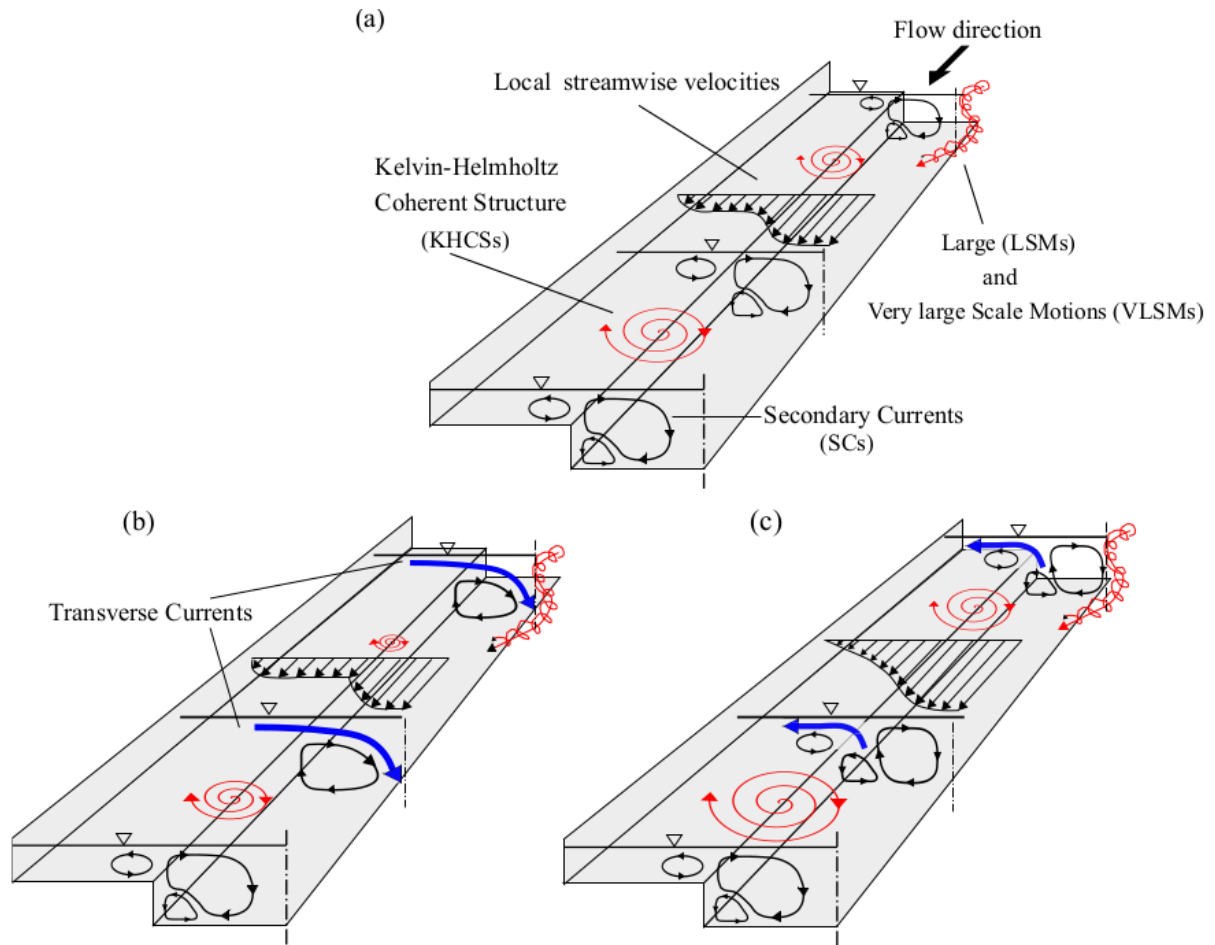


FIGURE 2.26 – Mécanismes physiques décrivant la dynamique de l'écoulement dans un écoulement uniforme (a), un écoulement non-uniforme avec courants transverse moyennés sur la hauteur d'eau dirigées vers le lit mineur (b) ou vers le lit majeur (c) (figure extraite de Proust and Nikora [2020]).

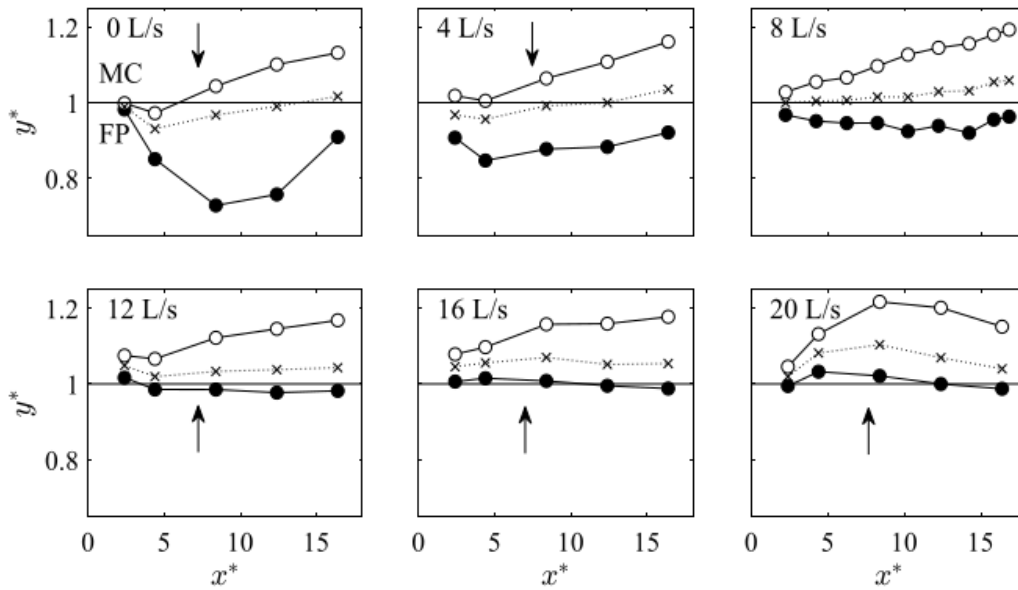


FIGURE 2.27 – Moitié de la largeur de la couche de mélange $\delta_0/2 = y_{75\%} - y_{25\%}$ normalisée par la largeur du lit majeur B_f , limitée par la position transversale $y_{25\%}$ (●) et $y_{75\%}$ (○). Le symbole (×) correspond à la position $y_{50\%}$. Les flèches indiquent le sens des courants transverses.

Les variations de la hauteur d'eau dans le lit majeur h_f sont rapportées dans le tableau 2.2. On voit que la répartition amont à une très forte influence sur h_f en amont : celle-ci varie de -30% (cas 0 L/s) à +40% (cas 20 L/s). En résumé, la répartition de débit amont peut donc affecter la ligne d'eau, la couche de mélange (position et taille) et le sens et l'intensité des transferts de masse tout au long d'un bief de rivière.

1.3 Écoulements débordants instationnaires

Après avoir étudié les écoulements débordants en régime permanent uniforme, on s'est approché des écoulements débordants naturels avec les écoulements permanents non-uniformes. On note qu'une grande partie des travaux pour décrire les écoulements à surface libre (en lits simples ou composés) est réalisée en régime permanent. Les crues étant par nature instationnaires, l'hypothèse de stationnarité n'est acceptable que pour les crues très lentes. La prise en compte de l'instationnarité de l'écoulement est donc nécessaire pour améliorer la représentation des écoulements en crue. Dans cette section, on veut comprendre la physique de ces écoulements à la lumière de la littérature ainsi que l'impact de l'instationnarité sur les variables clés pour une modélisation 1D : la hauteur d'eau et la vitesse longitudinale.

1.3.1 Caractérisation d'un écoulement instationnaire

L'écoulement instationnaire est caractérisé par la variation temporelle des grandeurs moyennes de l'écoulement (h , U_x , Q) par opposition aux écoulements permanents, avec une période de montée de crue à partir d'un débit de base Q^b jusqu'à un maximum Q^p , suivie d'une période de descente de crue, comme le montre la figure 2.28a. On a alors une évolution temporelle du débit, ce qui implique une évolution temporelle de la hauteur d'eau et de la vitesse. Toutefois, si la crue est suffisamment lente, on peut considérer l'écoulement instationnaire, comme une succession d'écoulements permanents. En effet, la variation du débit dans le temps peut être si lente que le niveau d'eau s'adapte au débit correspondant comme s'il s'agissait de deux écoulements différents. Dans ce cas, la relation hauteur-débit (courbe de tarage) dans une section est bijective (courbe stationnaire sur la figure 2.29). En revanche, en cas de crue rapide (i.e. forte instationnarité), on voit apparaître dans la courbe de tarage une hystérésis qui détruit la bijectivité de la relation hauteur-débit (courbes "Peu instationnaire" et "Très instationnaire" sur la figure 2.29).

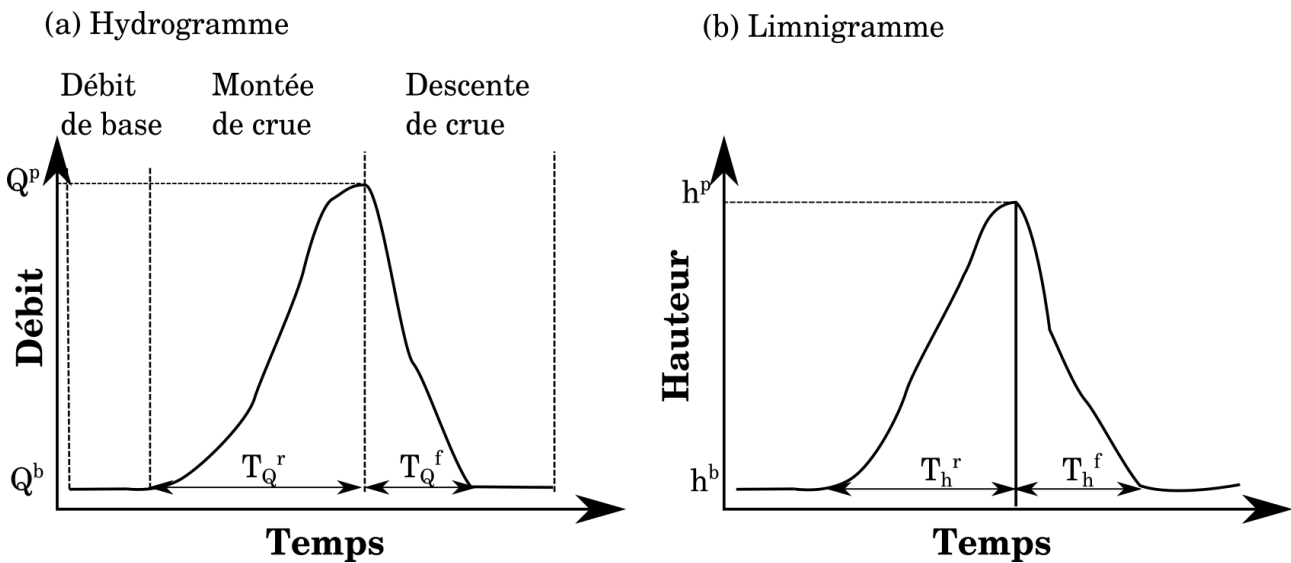


FIGURE 2.28 – (a) Schéma d'un hydrogramme et (b) schéma d'un limnigramme.

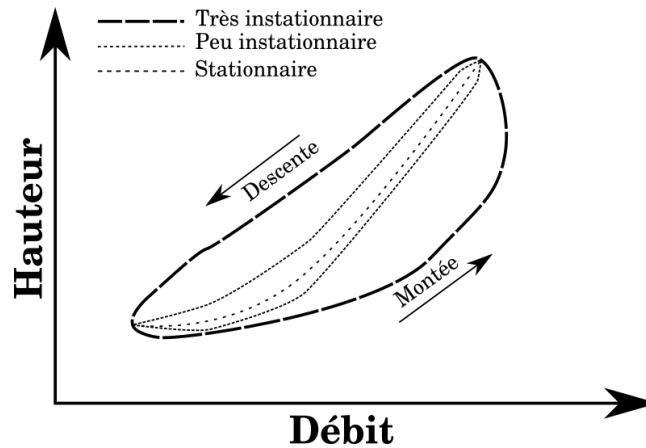


FIGURE 2.29 – Courbes de tarage représentatives de différents niveaux d’instationnarités.

La modélisation d’une crue comme une succession d’états stationnaires peut conduire à des résultats erronés quand la variation de débit est rapide (par ex. une crue provoquée par une rupture de barrage ou par la rupture d’une écluse de canal navigable..). C’est pourquoi des auteurs ont essayé de caractériser l’instationnarité d’une crue par des coefficients adimensionnels. Ainsi, le paramètre λ de Tominaga [Takahashi, 1969] (nommé parfois paramètre de Takahashi) a été proposé pour caractériser les hydrogrammes :

$$\lambda = \frac{h^p - h^b}{S_0 T_h^r \sqrt{g h^p}} \quad (2.6)$$

où h^p et h^b sont respectivement les hauteurs de pic et de base, T_h^r le temps de montée du limnigramme (voir figure 2.28b) et S_0 la pente du canal. Ce paramètre s’interprète comme le ratio de la vitesse de montée (terme $\frac{h^p - h^b}{T_h^r}$) et la célérité de l’onde dynamique au pic de la crue (terme $\sqrt{g h^p}$), normalisé par la pente du canal S_0 . Il est reproché à ce paramètre d’être peu physique car il néglige la vitesse moyenne de l’écoulement. C’est pourquoi Graf and Suszka [1985] ont ensuite proposé le paramètre Γ_{HG} :

$$\Gamma_{HG} = \frac{h^p - h^b}{T u_*^b} \quad (2.7)$$

$$u_{*b} = \sqrt{\tau_{fond}^b / \rho} \quad (2.8)$$

avec $T = T_h^r + T_f$ la durée totale de l’hydrogramme et u_*^b la vitesse de frottement de l’écoulement de base, définie dans l’équation 2.8 où τ_{fond}^b est la contrainte au fond de l’écoulement de base et ρ la masse volumique de l’eau. Nezu et al. [1994] ont suggéré de corriger le coefficient λ en remplaçant la célérité de l’onde par la vitesse de convection des structures

cohérentes U_c :

$$U_c = (U^b + U^p)/2 \quad (2.9)$$

(avec U^b et U^p les vitesses longitudinales de l'écoulement de base et de l'écoulement de pic) et en supprimant S_0 , conduisant au paramètre α dans l'équation 2.10 :

$$\alpha = \frac{h^p - h^b}{T_h^r U_c} \quad (2.10)$$

On peut alors dire que plus ces coefficients sont grands, plus l'hydrogramme est considéré comme instationnaire (et plus la raquette de l'hystérésis est grande, comme schématisé sur la figure 2.29).

Quelques valeurs des trois coefficients utilisés dans la littérature sont résumées dans le tableau 2.3.

Tableau 2.3 – Des valeurs des coefficients λ , Γ_{HG} et α utilisés dans la littérature.

| Coefficient | Référence | Valeur min | Valeur max |
|---------------|--|-----------------------|-----------------------|
| λ | Tominaga et al. [1994] | 0.19 | 0.75 |
| | Hunt [1997] | 0.14 | 0.76 |
| | Lai et al. [2000] | 0.38 | 5.03 |
| Γ_{HG} | Song and Graf [1996] | 1.80×10^{-3} | 4.04×10^{-3} |
| | Hunt [1997] | 1.63×10^{-3} | 4.80×10^{-3} |
| α | Nezu and Nakagawa [1994] | 2.25×10^{-3} | 3.10×10^{-3} |
| | Nezu et al. [1994] | 0.68×10^{-3} | 2.32×10^{-3} |
| | Bombar [2016] | 1×10^{-3} | 3×10^{-3} |

1.3.2 Effets de l'instationnarité sur les grandeurs moyennes en lit simple

Les travaux en régime instationnaire se sont focalisés sur l'étude du comportement de la hauteur d'eau, la vitesse longitudinale et les statistiques turbulentes. [Song and Graf \[1996\]](#) ont fait varier la pente géométrique du canal. Six pentes ont été étudiées et, pour chaque pente, 6 types hydrogrammes sont injectés en amont (à l'exception d'une pente où seuls 3 hydrogrammes sont injectés). Ces auteurs ont constaté que, à hauteur d'eau fixe, le débit est plus grand en montée de crue qu'en descente de crue, conduisant alors à une hystérésis dans la relation débit-hauteur (figure 2.30). Les deux raquettes sur la figure représentent deux hydrogrammes avec des coefficients Γ_{HG} différents (donc des niveaux d'instationnarité différents). De plus, en traçant l'évolution de l'hydrogramme $Q(t)$, de la vitesse débitante $U(t)$, de la vitesse de frottement $u^*(t)$ et de la hauteur d'eau $D(t)$, ils ont conclu que $u^*(t)$

atteint le pic en premier, suivie de $U(t)$, de $Q(t)$ et enfin de $D(t)$. Ce résultat est illustré sur la figure 2.31 pour un des hydrogrammes étudiés. Par ailleurs, il a été observé que, à hauteur d'eau égale, les valeurs de la vitesse de cisaillement étaient plus grandes dans la montée de crue que dans la descente de crue. L'ensemble de ces résultats sera confirmé plus tard par d'autres auteurs [Bareš et al., 2008; Bombar, 2016].

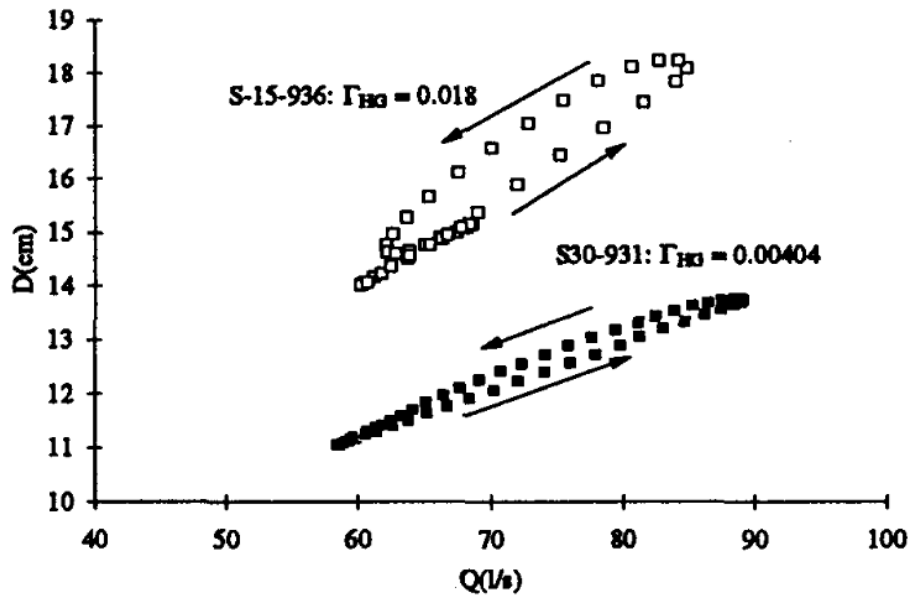


FIGURE 2.30 – Hystérésis dans la relation débit-hauteur Q - D observée par Song and Graf [1996] pour deux hydrogrammes différents. Γ_{HG} est le coefficient d'instantanéité de l'équation 2.7 et D la hauteur d'eau dans le canal.

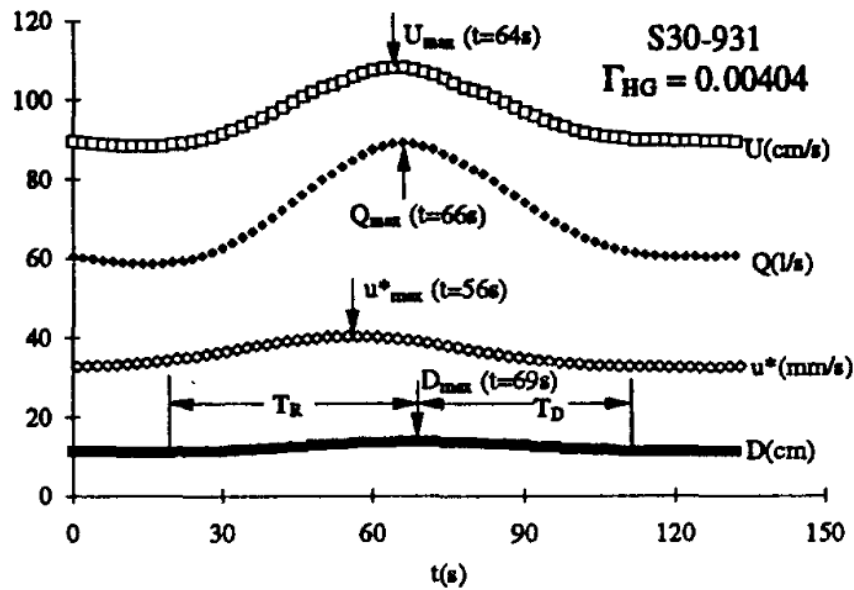


FIGURE 2.31 – Variation temporelle de la vitesse débitante U , du débit Q , de la vitesse de frottement u^* et de la hauteur d'eau D dans les expériences de Song and Graf [1996].

D'autres auteurs se sont focalisés sur la propagation de la vitesse et de l'onde. Par exemple, Hu et al. [2012] ont étudié la déformation du limnigramme et de l'hydrogramme le long du canal après avoir injecté plusieurs types d'hydrogrammes. Ils ont constaté que la déformation du limnigramme se traduit par une décroissance du pic de crue, ainsi qu'une accélération de la montée de crue (diminution de T_h^r) et une décélération de la descente de crue (augmentation de T_h^f) alors que la durée totale du limnigramme demeure constante ($T = T_h^r + T_h^f$), comme le représente la figure fig. 2.32. Les mesures des vitesses et des limnigrammes ont permis aux auteurs de formuler une relation empirique caractérisant le *taux de déformation* $T_h^r(x)/T$ en fonction de la distance longitudinale x :

$$T_h^r(x)/T = 0.5 - 0.42\left(\frac{\pi}{2} - \arctan(T\pi/90)\right) \frac{Q_p - Q_b}{Q_p} \frac{x}{L} \quad (2.11)$$

ainsi que des formules empiriques pour prévoir la forme du limnigramme $h(x, t)$ et de l'hydrogramme $Q(x, t)$ à des positions x données le long du canal.

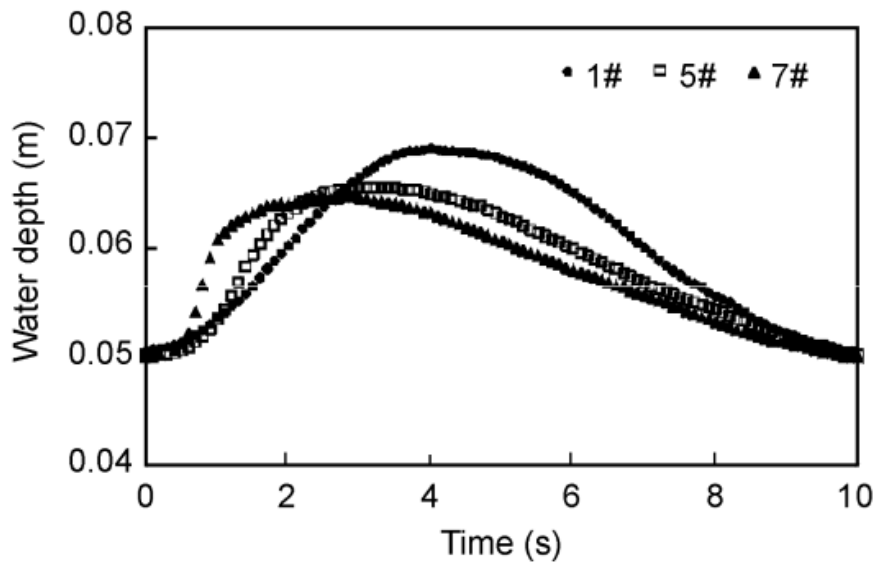


FIGURE 2.32 – Linnigrammes mesurés en amont du canal (1), à mi-longueur du canal (5) et en aval du canal (7) dans l'expérience de [Hu et al. \[2012\]](#).

1.3.3 Effets de l'instationnarité sur les grandeurs moyennes en lit composé

Peu de travaux expérimentaux ont porté sur des écoulements instationnaires en lit composé, probablement à cause de la complexité liée à l'analyse des écoulements instationnaires ainsi qu'à la difficulté de mesure dans ce régime d'écoulement (voir section 2). Parmi les rares études, on cite celle de [Tominaga et al. \[1994\]](#) qui ont mené une expérience en injectant trois hydrogrammes avec des temps de montée différents (60, 120 et 240 secondes) à débit de base et débit de pic constants dans un lit composé et dans un lit simple constitué uniquement du lit mineur (utilisé en lit composé). À noter que le débit de base injecté dans le lit composé n'était pas débordant. Les résultats sont ensuite comparés. Les auteurs ont observé que la raquette de l'hystérésis observée dans le lien vitesse débitante-hauteur U-h est plus large dans le lit mineur d'un lit composé que dans le lit simple, ce qui suggère que le débordement intensifie l'instationnarité. D'autre part, [Tominaga et al. \[1996\]](#) ont étudié davantage deux des hydrogrammes injectés dans [Tominaga et al. \[1994\]](#), avec des temps de montée différents de 60 et 120 secondes, à débit de base et débit de pic constants. Les auteurs ont observé que le pic de vitesse dans le lit mineur est atteint plus tôt en lit composé qu'en lit simple. De plus, l'hystérésis observée sur la courbe U-h est plus large dans le lit mineur que dans le lit majeur, comme l'illustre la figure 2.33 extraite de [Tominaga et al. \[1996\]](#). Même si la physique qui explique ces observations n'est pas explicitée, ces résultats montrent la différence de comportement entre l'écoulement dans le lit mineur et le lit ma-

jeur en régime instationnaire. Il a été également observé que la vitesse dans le lit mineur atteint le pic plus tôt que le limnigramme, conformément aux observations en lit simple.

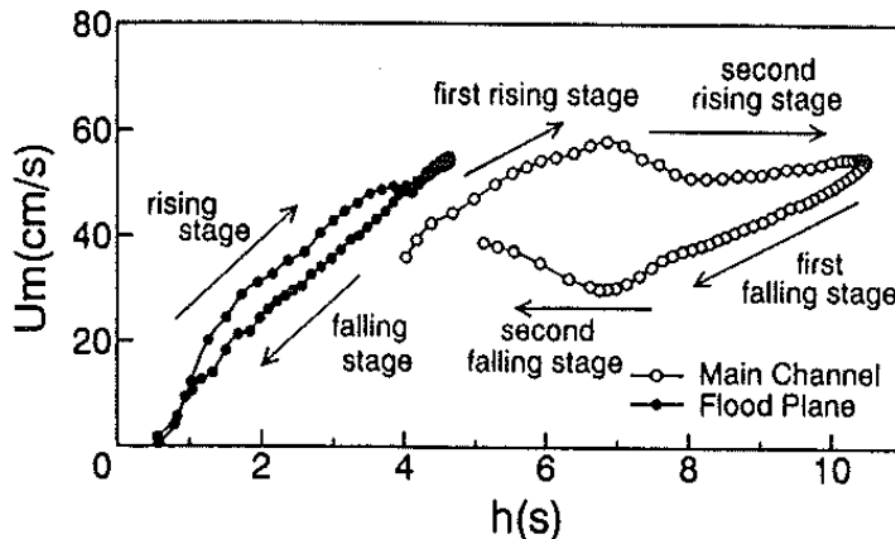


FIGURE 2.33 – Hystérésis U_m-h (U_m étant la vitesse longitudinale et h la hauteur d'eau) observée dans l'expérience de [Tominaga et al. \[1996\]](#) dans le lit mineur et dans le lit majeur pour l'hydrogramme avec un temps de montée de 120 secondes. À noter que l'unité de h est normalement en cm (plutôt qu'en seconde dans [Tominaga et al. \[1996\]](#)).

D'autre part, [Lai et al. \[2000\]](#) ont injecté dans le lit mineur d'un canal composé plusieurs hydrogrammes qu'ils ont classés par catégories : hydrogrammes courts (Short Duration Floods ou SDF) avec des coefficients d'instationnarité λ qui varient entre 0.38 et 1.11 ; hydrogrammes modérés (Moderate Duration Floods ou MDF), avec des coefficients d'instationnarité λ entre 0.46 et 1.07 ; et hydrogrammes longs (Long Duration Floods ou LDF) avec des coefficients λ entre 1.24 et 5.03. Notons que les débits de base des hydrogrammes étudiés sont non-débordants. Les auteurs ont ensuite analysé la propagation de l'onde de crue dans le canal composé et ont commencé par constater que la montée de crue de l'hydrogramme dans une section donnée est contrôlée par les conditions aux limites amont tandis que la descente de crue est contrôlée par la géométrie du canal (*i.e.* largeur du lit majeur) et la condition à la limite aval. Bien que ce résultat soit intéressant, il est à prendre avec précaution car le canal utilisé peut être influencé par des phénomènes secondaires dus aux dimensions réduites du canal. Par ailleurs, la hauteur d'eau suit une loi de décroissance exponentielle en fonction d'un paramètre de distance x^* , avec $x^* = x/(h_b/S_0)$, où x est la position longitudinale, h_b la hauteur d'eau pour le débit de base et S_0 la pente longitudinale du canal. Une formulation empirique de la décroissance du pic de hauteur d'eau en fonction

de la distance parcourue est alors proposée :

$$h_p/h_{p0} = Ae^{-Bx^*} \quad (2.12)$$

où h_p est la hauteur maximale à x^* et h_{p0} , celle dans une section de référence prise comme la première section de mesure (en amont), A et B sont des constantes qui dépendent de l'hydrogramme injecté. Une décroissance plus rapide est observée pour les limnigrammes SDF, suivie de MDF et enfin LDF. Les auteurs ont précisé toutefois que cette décroissance demeure moins rapide par rapport à celle observée dans un lit simple. En revanche, comme pour un lit simple, pour une hauteur d'eau donnée, la vitesse débitante est plus grande pendant la montée de crue que pendant la descente. Comme observé en lit simple par [Song and Graf \[1996\]](#), il a été également constaté que la vitesse maximale est atteinte avant la hauteur maximale, comme l'illustre la figure 2.34, ce qui confirme les résultats de [Tominaga et al. \[1996\]](#) en lit composé.

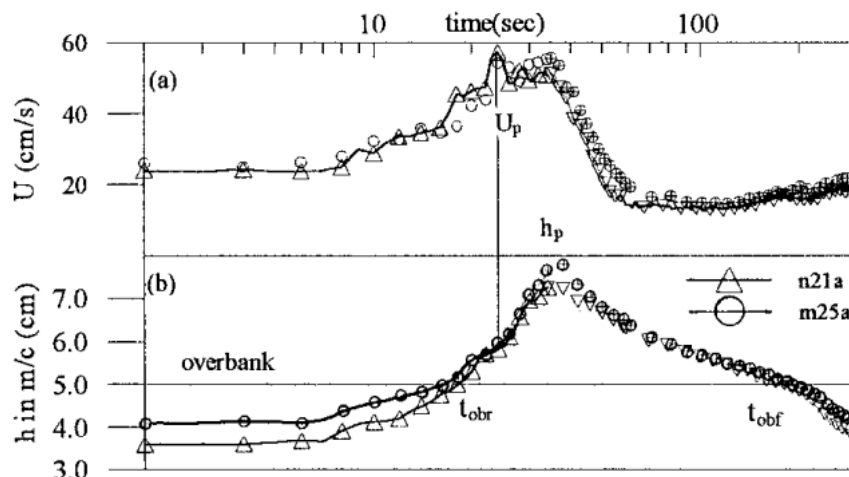


FIGURE 2.34 – Évolution temporelle de la vitesse débitante U et des hauteurs d'eau dans le lit mineur pour deux des hydrogrammes LDF (n21a et m25a) dans les expériences de [Lai et al. \[2000\]](#). L'échelle de temps en abscisse est logarithmique.

2 Spécificités des mesures en régime instationnaire

Les expériences sur des écoulements en régime instationnaire à surface libre sont rares à cause de la complexité de leur mise en œuvre et également parce qu'elles sont laborieuses (répétition de nombreux hydrogrammes). Dans cette partie, on va s'intéresser à la spécificité des mesures en régime instationnaire et des méthodologies de traitement associées.

2.1 Calcul des grandeurs moyennes en régime stationnaire

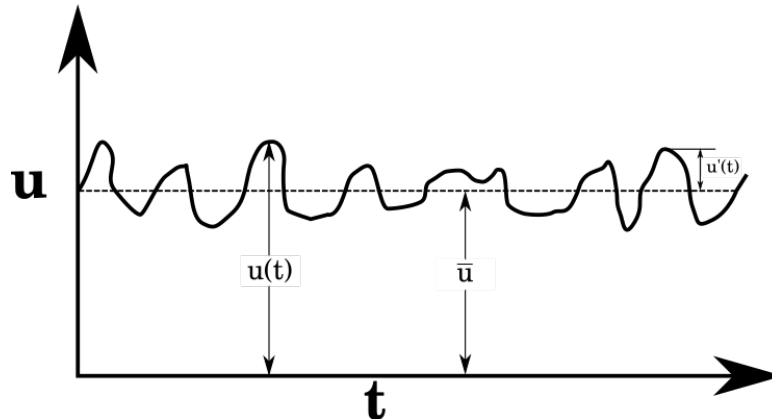


FIGURE 2.35 – Composantes d'une vitesse instantanée en régime stationnaire.

Dans un écoulement stationnaire, la décomposition de Reynolds d'une vitesse instantanée $u(t)$ dans un écoulement stationnaire turbulent s'écrit :

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad (2.13)$$

où \bar{u} est la vitesse moyennée dans le temps et $u'(t)$ la fluctuation de vitesse, qui vérifie $\overline{u'(t)} = 0$ (voir figure 2.35). La vitesse moyenne peut être calculée en effectuant une moyenne temporelle sur une durée déterminée T . Il s'agit du *temps intégral de la turbulence* et correspond à la durée au-delà de laquelle les fluctuations (correspondantes aux tourbillons de la turbulence) sont décorrélées. On peut déterminer ce temps intégral en se basant sur l'échelle intégrale L_j [Padet, 2000], qui est une échelle de longueur qui caractérise les plus gros tourbillons de l'écoulement, définie par :

$$L_j = \int_0^\infty R(A, r_j) dr_j \quad (2.14)$$

où R est la fonction de corrélation de la fluctuation de vitesse u' en deux points A et B , r_j la distance entre A et B dans la direction j . Le temps correspondant à cette longueur (temps de disparition de la turbulence) s'écrit alors $T = L_j / \sqrt{u'^2}$.

Si on suppose que la période de calcul de la moyenne \bar{u} est supérieure au temps intégral de la turbulence de l'écoulement T , on peut adopter l'hypothèse de l'égalité de la moyenne temporelle \bar{u} et la moyenne d'ensemble $\langle u(t) \rangle$. Dans ce cas on a :

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \sum_{i=\text{ÉCOULEMENT}} u_i(t) = \langle u(t) \rangle \quad (2.15)$$

On peut interpréter cette opération comme un filtrage spectral, la moyenne temporelle étant un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est $f_c = 1/T$.

Les fluctuations de hauteur d'eau étant beaucoup moins importantes que celles de vitesse, on peut effectuer une moyenne d'ensemble de la hauteur d'eau sur une durée inférieure à T , en fonction du lissage souhaité.

2.2 Calcul des grandeurs moyennes en régime instationnaire

Dans un écoulement instationnaire, l'hypothèse $\overline{u'(t)} = 0$ n'est plus vérifiée. Donc, la séparation de la turbulence de la dynamique de l'écoulement devient difficile. C'est pourquoi Carr [1981] et Reynolds and Hussain [1970] proposent de définir la vitesse instantanée en régime instationnaire $u(t)$ comme une combinaison d'une composante moyenne \bar{u} , d'une composante périodique $u_p(t)$ et d'une composante de fluctuation aléatoire d'amplitude $u'(t)$ (voir figure 2.36 extraite de Carr [1981]). Ainsi, afin de décrire un écoulement en instationnaire, il est nécessaire de calculer la vitesse moyenne qui varie temporellement (mean time-varying velocity) $\bar{u} + u_p(t)$, ce qui peut s'avérer difficile à réaliser.

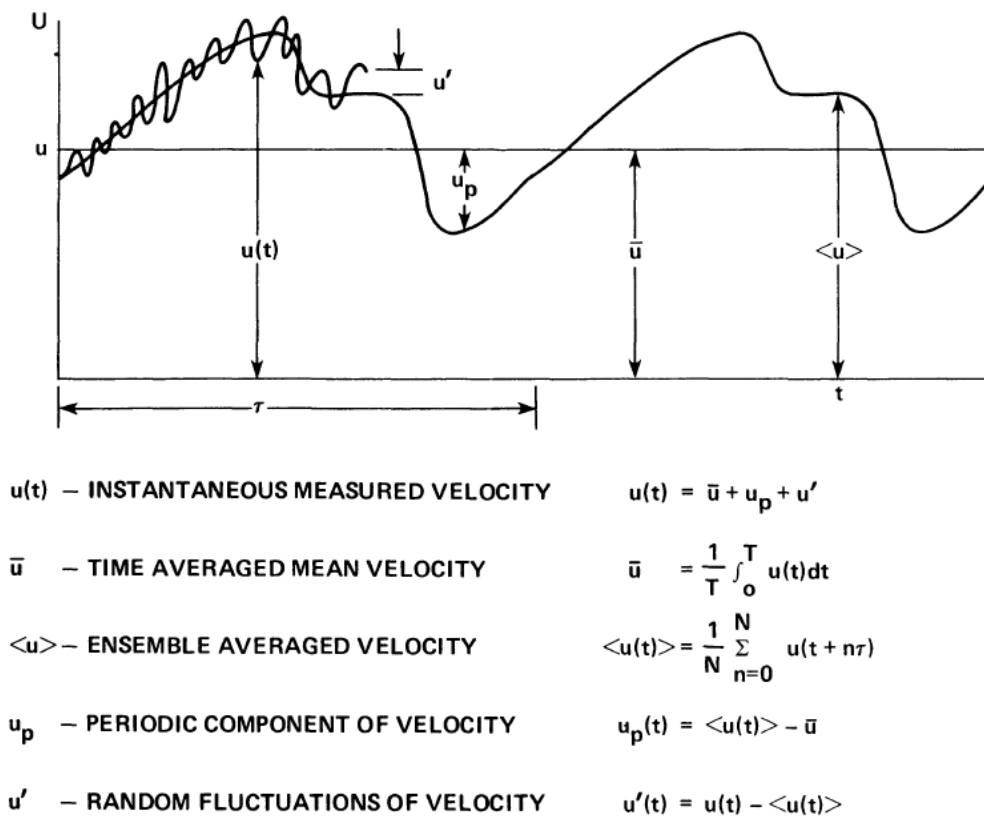


FIGURE 2.36 – Composantes d'une vitesse instantanée en régime instationnaire (figure extraite de Carr [1981]).

En effet, afin de quantifier la vitesse moyenne qui varie temporellement, on peut appliquer la moyenne d'ensemble après avoir répété le même hydrogramme plusieurs fois. Cependant, la moyenne d'ensemble, bien qu'elle soit la méthode la plus efficace, peut s'avérer énormément coûteuse en temps [Song and Graf, 1996] et exige un bon appareillage expérimental pour assurer une bonne répétabilité des hydrogrammes. Dans la littérature, la méthodologie générale pour obtenir la vitesse moyenne qui varie temporellement consistait à passer par deux filtres :

1. Un premier filtre, qui consiste à calculer la moyenne d'ensemble à partir d'un nombre de répétitions de l'hydrogramme qui varie entre 3 et 24 fois (voir tableau 2.4)
2. Un deuxième filtre, qui consiste à utiliser des méthodes de traitement de signal afin de pouvoir filtrer la fluctuation résiduelle $u'(t)$

À l'exception de Tu et al. [1994] qui se sont contentés du premier filtre (une moyenne d'ensemble à partir de 5 répétitions), tous les auteurs ont appliqué ces deux filtres pour aboutir à la moyenne de vitesse.

Pour le premier filtre, le choix du nombre de répétitions de l'hydrogramme n'est pas justifié, mais on estime qu'il est probablement lié à des contraintes expérimentales. Pour le deuxième filtre, les deux méthodes les plus appliquées sont : la moyenne glissante ou la transformée de Fourier discrète.

Tableau 2.4 – Nombre de répétitions des hydrogrammes dans la littérature (en lit simple).

| Référence | Nombre de répétitions |
|-------------------------|-----------------------|
| Tu et al. [1994] | 5 |
| Song and Graf [1996] | 3 |
| Hunt [1997] | 5 |
| Qu [2002] | 10 |
| Pathirana et al. [2008] | 24 |
| Bombar [2016] | 15 |
| Maza et al. [2016] | 11 |
| Khuntia et al. [2018] | 6 |

2.2.1 La moyenne glissante

La moyenne glissante (moving average) consiste à calculer une moyenne temporelle sur chaque petite période Δt de la période totale de l'hydrogramme : Tominaga et al. [1995] ont moyenné sur une sous-période de 4 secondes leurs deux hydrogrammes avec des temps de montée respectives de 60 et 120 secondes et Khuntia et al. [2018] ont moyenné sur des sous-périodes de 240 secondes leur hydrogramme avec un temps de montée de 2040 secondes. Lai et al. [2000] ont également utilisé une moyenne glissante sans détailler la méthode. Toutefois, dans ces articles, la raison du choix de la valeur de Δt n'est pas justifiée.

2.2.2 Transformée de Fourier discrète

La méthode de transformée de Fourier discrète est souvent utilisée pour filtrer la turbulence de la vitesse moyenne. Elle consiste à transformer le signal instantané $u(t)$ du domaine temporel au domaine spectral avec la transformée de Fourier [Sonnenberger et al., 2000]. Plusieurs auteurs ont opté pour cette méthode [Nezu and Nakagawa, 1994; Graf and Song, 1995; Song and Graf, 1996; Hunt, 1997; Bareš et al., 2008; Bombar, 2016].

La méthode de transformée de Fourier est généralement plébiscitée par les auteurs pour filtrer la turbulence. Sonnenberger et al. [2000] confortent ce choix en comparant cette méthode avec d'autres méthodes de calcul de moyenne et aboutissent à la conclusion que la méthode de Fourier approche mieux la vitesse moyenne, car celle-ci donne la fréquence de

coupure de manière objective alors que celle-ci est déterminée arbitrairement dans d'autres méthodes. Bombar et al. [2010] ont essayé de nouvelles méthodes (méthode Empirical Mode Decomposition, développée par Huang [2005]) ainsi que des algorithmes de lissage dans MATLAB) et ont trouvé des vitesses moyennes pertinentes.

2.3 Critiques des expériences en régime instationnaire

Dans les travaux publiés sur des expériences en régime instationnaire, la procédure de calcul des grandeurs moyennes est rarement détaillée. Certes, quelques auteurs ont détaillé la méthode de calcul (Nezu and Nakagawa [1994]; Song and Graf [1996]; Bareš et al. [2008] avec la Transformée de Fourier par exemple), cependant, la plupart ont rarement pris le temps de mentionner des détails importants : la raison derrière le nombre de répétitions des hydrogrammes, la répétabilité des hydrogrammes (*i.e.* la conservation d'un hydrogramme à l'autre du débit de base, du pic de débit, de la durée de montée et de la durée de descente), le choix de la durée de la fenêtre avec la moyenne glissante... L'absence de telles informations met en question la qualité de la *convergence* des grandeurs moyennes obtenues (hauteurs et vitesses). En d'autres termes, on ignore si l'incertitude sur les mesures est due uniquement à l'incertitude de l'appareillage utilisé ou également à des fluctuations résiduelles non filtrées par la méthode utilisée. Cela pourrait alors impacter les grandeurs moyennes calculées.

3 Modélisation 1D des écoulements en lits composés

Les différentes études expérimentales effectuées en lit composé ont permis de mettre en évidence la complexité de ces écoulements, due principalement aux nombreux mécanismes physiques impliqués dans le transfert de masse et de quantité de mouvement entre le lit mineur et les lits majeurs (voir figure 2.2). L'influence de ces mécanismes sur la hauteur d'eau et sur la vitesse débitante (voir section 1) nécessite leur prise en compte dans une modélisation 1D des écoulements débordants, afin de mieux reproduire ces deux variables. Dans cette partie, on aborde la modélisation 1D des écoulements débordants. Pour ce faire, on commence par définir un "modèle" (section 3.1) avant de citer les modèles existants (section 3.2). Ensuite, on discute l'application des modèles 1D à base physique dans un contexte opérationnel (section 3.5), après quoi, on énumère les modèles à base physique 1D existants, avant d'énoncer la modélisation 1D+ (section 3.6).

3.1 Définition d'un modèle numérique

Les nombreuses définitions proposées dans la littérature s'accordent sur le fait qu'un modèle numérique (ou modèle conceptuel, comme l'appelle Vidal [2005]) peut désigner une représentation mathématique simple d'un phénomène naturel. Pour en citer quelques uns, Refsgaard [1996] définit le modèle numérique comme une simple description mathématique d'un système naturel alors que Beck et al. [1997] le décrivent comme un assemblage complexe d'une ou plusieurs hypothèses. Pour clarifier la suite, il convient de distinguer les notions suivantes :

- Le *solveur d'équations* ou le *code* du modèle (comme l'appellent Hunter et al. [2007], Cunge [2003] préfère l'appellation *outil* du modèle et Vidal [2005] l'appelle *modèle informatique*), qui est le code source informatique qui implémente la formulation mathématique de la théorie du modèle en utilisant un schéma numérique ainsi qu'une représentation de la géométrie spécifique au code.
- Le *logiciel*, qui abrite le code du modèle et facilite son utilisation à travers une interface graphique dédiée (comme FudaaCrue, Hec-Ras [Brunner, 2016], ou Mage [FAURE, 2017]).
- Le *modèle numérique* du domaine de simulation, qui désigne généralement la représentation d'une partie de rivière et les aménagements associés qu'on veut modéliser. On l'appelle aussi maquette numérique.

3.2 Types d'équations pour représenter un écoulement

On distingue deux types de modèles :

1. **les modèles à base physiques** (*physically based models*) qui décrivent un processus physique et son évolution à partir des équations de la mécanique (principes de conservation de la masse, de l'énergie et/ou de la quantité de mouvement). On distingue les **modèles 1D** qui décrivent l'écoulement uniquement dans la direction de l'écoulement en résolvant des équations 1D de Saint-Venant ou de Bernoulli (ex. le modèle d'INRAE (Mage DEBORD) [FAURE, 2017; Nicollet and Uan, 1979], détaillé dans la section 3.6.3 et dans l'Annexe 1), **les modèles 2D** qui décrivent l'écoulement en surface en résolvant les équations de Saint-Venant 2D horizontales (ex. le modèle Rubar20 de Paquier [1997]) et les **modèles 3D** qui décrivent l'écoulement dans l'espace en résolvant les

équations de Navier-Stokes (ex. modèle ANSYS FLUENT³, OpenFOAM⁴).

2. **les modèles empiriques** (*data-driven models*) qui sont basés sur une *modélisation statistique* plutôt qu'une modélisation à base physique. Ces modèles trouvent une relation entre les entrées (variables explicatives) et les sorties du modèle en se basant sur plusieurs données observées sans aucune considération physique. Cette relation est modélisée en se basant sur des méthodes d'optimisation (phase d'apprentissage). Une fois la relation déterminée, le modèle empirique est utilisé pour prédire des résultats à partir d'autres valeurs de variables explicatives que celles utilisées pour l'apprentissage (phase de prédiction). À titre d'exemple, Sahu et al. [2011] ont utilisé une méthode de réseaux de neurones artificiels (Artificial Neural networks ou ANN, schématisé sur la figure 2.37) afin d'estimer le débit dans un lit composé (c'est la sortie du réseau). C'est une méthode d'apprentissage automatique qui permet d'approcher des fonctions mathématiques inconnues en apprenant à partir d'exemples annotés (apprentissage supervisé). L'estimation du débit est faite en se basant sur des données d'entrée qui caractérisent l'écoulement (variables explicatives) : la rugosité à travers le ratio $n_r = \frac{n_m}{n_f}$ des coefficients de Manning dans le lit mineur et majeur n_m et n_f , la géométrie avec (1) le ratio des sections mouillées $A_r = \frac{A_m}{A_f}$, (2) le ratio des rayons hydrauliques $R_r = \frac{R_m}{R_f}$ et (3) la pente géométrique du canal, ainsi que la hauteur relative $h_r = \frac{h_f}{h_m}$. Le débit estimé par le réseau de neurones est ensuite comparé avec les résultats d'autres modèles 1D de la littérature. La moyenne absolue des erreurs relatives était minimale avec ANN (comparée à celles des modèles 1D).

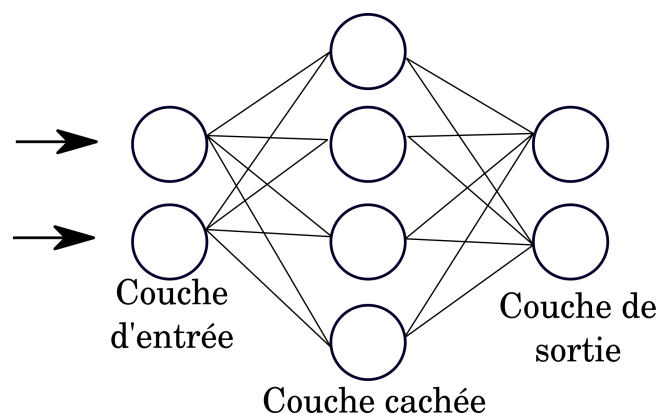


FIGURE 2.37 – Un réseau de neurones artificiels à une couche cachée.

3. https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/ug/main_pre.htm

4. <https://www.openfoam.com/>

Pour répondre à la plupart des besoins des études hydrauliques, on recourt aux modèles à base physique (voir section suivante). Seulement, plusieurs modèles empiriques sont proposés pour la rapidité de calculs qu'ils offrent ainsi que pour la précision de leurs résultats. En revanche, ces modèles nécessitent beaucoup de données de mesure, qui ne sont pas toujours disponibles en opérationnel. Dans ce qui suit, on commence par comparer ces deux types de modèles, puis on présente l'avantage de la modélisation 1D par rapport à la modélisation 2D et 3D dans le contexte de la modélisation des crues.

3.3 Modèles empiriques vs modèles à base physique

Bien qu'ils s'avèrent plus simples (pas de domaines géométriques, pas de traitement SIG, pas de paramétrisation du type coefficient de Strickler..) et relativement plus rapides à utiliser que les modèles à base physique, les résultats des modèles empiriques dépendent énormément des observations utilisées pour l'apprentissage. [Sahu et al. \[2011\]](#) ont utilisé 159 données de 5 variables explicatives : ratio des rugosités n_r , ratio des sections mouillées A_r , ratio des rayons hydrauliques R_r , pentes géométriques longitudinales, hauteur d'eau relative h_r (voir section 3.2), pour apprendre un réseau de neurones artificiels à prédire les débits totaux dans des lits composés. Dans les situations de terrain, il est impossible d'avoir autant de mesures pour effectuer la phase d'apprentissage. De plus, les mesures des crues débordantes étant rares, la prédiction des débits totaux s'effectuera par extrapolation, car les variables explicatives correspondantes aux débits de crues se trouveront en dehors de la gamme des observations utilisées dans la phase d'apprentissage.

Ces contraintes rendent problématique l'utilisation des modèles empiriques pour la modélisation des crues dans un contexte opérationnel. De plus, les modèles empiriques sont qualifiés de boîtes noires dans la mesure où ils ne permettent pas de reproduire la physique derrière les résultats. C'est pourquoi les modèles à base physique restent plébiscités pour représenter et étudier les crues débordantes, comme le confirme [Cunge \[2003\]](#). [Guinot and Gourbesville \[2003\]](#) partagent le même avis en résumant que : "*Physically based models are the best available modelling option in [extreme hydrological events]*".

Dans ce qui suit, on désigne par "modèles" les modèles à base physique.

3.4 Intérêts de la modélisation 1D

Dans de nombreuses situations, la cote maximale atteinte par le plan d'eau ou la vitesse moyenne de l'écoulement sont utilisées pour construire des indicateurs réglementaires ou d'aide à la décision, or ces deux variables sont accessibles aux modèles 1D, et ces derniers en donnent des prédictions souvent réalistes dans des situations pratiques simples. D'autant plus que le 1D permet d'économiser du temps de calcul, qui constitue une contrainte importante dans un contexte opérationnel, notamment celui qui nous intéresse ici, la prévision opérationnelle des crues en temps réel, nécessaire pour la gestion des ouvrages hydro-électriques. De plus, les informations à communiquer aux instances décisionnelles peuvent nécessiter la réalisation de calculs en temps réels et exigent donc des méthodes robustes et rapides pour évaluer des ordres de grandeurs représentatifs de la situation. En outre, les modèles 1D nécessitent peu de données pour les conditions aux limites (*i.e.* un débit en amont et une cote d'eau en aval du modèle en régime fluvial), qui sont souvent les seules accessibles sur le terrain.

3.5 Application de la modélisation à base physique 1D aux situations de terrain

Dans un contexte d'étude de crues débordantes, les hydrauliciens sont amenés à construire des modèles hydrauliques 1D pour diverses raisons, entre autres, pour :

1. Reproduire une crue du passé
2. Prédire les conséquences d'une crue dans le futur
3. Effectuer des modélisations en temps réel

On va aborder dans cette section les étapes de construction de telles études. Dans un premier temps, on définit l'architecture générale d'un modèle 1D en régime fluvial (section [3.5.1](#)), ensuite on aborde les données d'entrées (section [3.5.2](#)) ainsi que les paramètres du modèle (section [3.5.3](#)) avant de décrire les étapes de construction d'une étude (section [3.5.4](#)).

3.5.1 Architecture générale d'un code

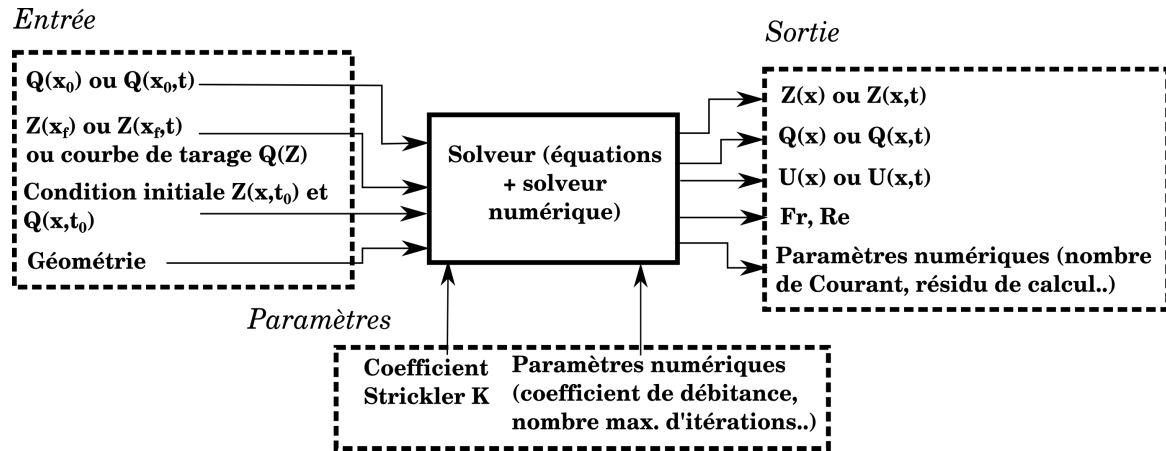


FIGURE 2.38 – Architecture générale d'un modèle hydraulique 1D en régime fluvial.

L'architecture générale d'un modèle 1D en régime fluvial est schématisée sur la figure 2.38. Les équations résolues peuvent être celles de Saint-Venant 1D :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(AU) = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g(S_f - S_0) = 0 \quad (2.17)$$

où A est la section mouillée, U est la vitesse moyenne, h est la hauteur d'eau, S_f est la perte de charge par frottement au fond, et S_0 est la pente géométrique). N'ayant pas de solutions analytiques en géométrie réelle, ces équations sont résolues de proche en proche sur un domaine discrétisé de façon à ce que les équations puissent être linéarisées à chaque pas. Pour ce faire, les équations aux dérivées partielles sont réécrites selon un schéma de discrétisation tel que le schéma semi-implicite de Preissmann [Cunge et al., 1980] en régime fluvial ou un schéma explicite en régime torrentiel [Buffat, 2008].

Le modèle 1D peut aussi résoudre l'équation de Bernoulli suivante :

$$Z_2 + h_2 + \frac{a_2 V_2^2}{2g} = Z_1 + h_1 + \frac{a_1 V_1^2}{2g} + h_e \quad (2.18)$$

où respectivement dans deux sections 1 et 2, Z_1 , Z_2 sont les cotes d'eau, h_1 , h_2 les hauteurs d'eau, V_1 et V_2 les vitesses moyennes, a_1 , a_2 les coefficients correcteurs de la vitesse débitante (de Coriolis) et h_e la perte de charge entre les deux sections.

3.5.2 Données d'entrées

Les données d'entrée d'un modèle 1D en régime fluvial (voir figure 2.38) sont les suivantes :

1. Conditions aux limites amont sous forme d'un débit $Q(x_0)$ (ou d'un hydrogramme $Q(x_0, t)$, en régime transitoire)
2. Conditions à la limite aval sous forme d'une cote d'eau $Z(x_f)$ (ou d'un limnigramme $Z(x_f, t)$, en régime transitoire), ou d'une courbe de tarage $Q(Z)$ à x_f
3. Conditions initiales $Q(x, t_0)$, $Z(x, t_0)$
4. Données de géométrie du tronçon modélisé

En régime fluvial, les conditions aux limites amont sont données aux modèles hydrauliques 1D sous forme de débit et la condition à la limite aval sous forme de cote d'eau ou d'une courbe de tarage. Pour une expérience en laboratoire, l'appareillage à disposition permet de mesurer les cotes d'eau (à l'aide de sondes ultrasoniques par exemple) ainsi que le débit total entrant (avec des débitmètres par exemple), voire parfois le débit entrant par sous-section. Outre la richesse des mesures que permet le laboratoire, les marges d'incertitudes de ces mesures sont négligeables (*i.e.* en général inférieures à 1 mm pour les cotes et inférieures à 1% pour le débit). En revanche, sur le terrain, la mesure du débit n'est pas évidente. En fonction de l'effectif présent ainsi que de l'appareillage utilisé, plusieurs méthodes sont proposées (voir la charte qualité de l'hydrométrie en France de Puechberty et al. [2017], p26). Mais en cas de crues extrêmes, la valeur du débit découle souvent de la mesure de cotes d'eau à l'aide des courbes de tarages (relations empiriques entre cote d'eau et débit). Les incertitudes peuvent découler non seulement des mesures de cotes d'eau, mais aussi de la méthode de l'estimation de la section mouillée et des vitesses [Mukolwe et al., 2014]. Pappenberger et al. [2006] ajoutent que l'incertitude sur le débit est plus importante pour les crues extrêmes avec des valeurs qui varient entre 18% et 25% aux alentours du pic de crue. Cette incertitude devient plus grande quand on recourt à des extrapolations de la courbe de tarage, ce qui peut être assez fréquent étant donné que les hauteurs des crues extrêmes se trouvent généralement en dehors de la gamme des observations [Guinot and Gourbesville, 2003].

Par ailleurs, l'initialisation du calcul d'un modèle 1D est faite grâce aux conditions initiales sous forme de cotes d'eau et débits initiaux sur le tronçon modélisé.

Quant à la géométrie, elle est représentée par des mesures de bathymétrie. Notons que la géométrie est également une source importante d'incertitude, d'autant plus qu'elle peut être modifiée avec les crues extrêmes [Cunge, 2003; Guinot and Gourbesville, 2003; Meert et al., 2018]. Guinot and Gourbesville [2003] concluent que la géométrie et les conditions aux limites influencent beaucoup plus les résultats de simulations que les paramètres de calages (*e.g.* les coefficients de Strickler, voir section suivante).

3.5.3 Paramètres du modèle

Les paramètres du modèle (voir figure 2.38) sont ajustés pour approcher les observations (*i.e.* hauteurs d'eau). Parmi les paramètres d'un modèle 1D, on cite :

1. Le coefficient de Strickler, qui est attribué à chaque section et, selon les codes, à chaque lit de section (lit mineur, lit majeur gauche, lit majeur droit).
2. Le pas de temps de calcul, qui peut être fixe ou variable. Par exemple, dans le modèle INRAE (Mage), le modélisateur fournit plutôt un intervalle de pas de temps (minimum et maximum) et le code adapte le pas de temps dans cet intervalle en fonction de plusieurs critères [FAURE, 2017].
3. Le maximum d'itérations qui constitue une condition d'arrêt du calcul une fois atteint.

3.5.4 Construction d'une étude

On explicite dans cette section les étapes suivies pour la construction d'une étude (*i.e.* cas de terrain d'un tronçon modélisé) :

1. Identification du domaine

L'identification du domaine à modéliser dépend des mesures existantes qui constitueront les conditions aux limites du modèle et par conséquent délimiteront le domaine.

2. Construction du modèle

La construction du modèle consiste à construire numériquement la géométrie du tronçon à modéliser à partir de mesures bathymétriques. Cette étape est réalisée dans un logiciel SIG (*i.e.* ArcGIS⁵, QGIS⁶ ..). Le modélisateur peut recourir à un maillage spatial, qui consiste à créer par interpolation linéaire des sections supplémentaires entre les sections mesurées.

5. <https://www.esrifrance.fr/arcgis.aspx>

6. <https://www.qgis.org/fr/site/>

3. Calage des paramètres

Une fois le modèle construit, on devrait caler les paramètres du modèle. Ici, on se concentre sur les coefficients de Strickler. Le calage de ces coefficients (en se basant sur des mesures de cotes d'eau) peut être coûteux en temps, surtout quand plusieurs coefficients de Stricklers sont définis pour plusieurs zones du modèle (*i.e.* sur la longueur du tronçon modélisé et/ou sur la largeur : lits majeurs, lit mineur). On peut alors être amené à utiliser des méthodes d'optimisation pour estimer les valeurs de coefficients de Stricklers. Par exemple, [Rothé et al. \[2017\]](#) ont développé l'outil AOC (Assistance à l'Optimisation du Calage), qui consiste à utiliser une méthode de *recuit simulé* (simulated annealing) [[Kirkpatrick et al., 1983](#)] pour effectuer un calage semi-automatique des coefficients de Strickler en régime permanent. Cette méthode permet d'améliorer sensiblement les résultats par rapport à un calage manuel par "essais-erreurs". En effet, en se basant sur 5 lignes d'eau (le0, le1, le2, le3, le4), les auteurs ont abouti à un meilleur calage par rapport au calage manuel, comme l'illustre la figure 2.39.

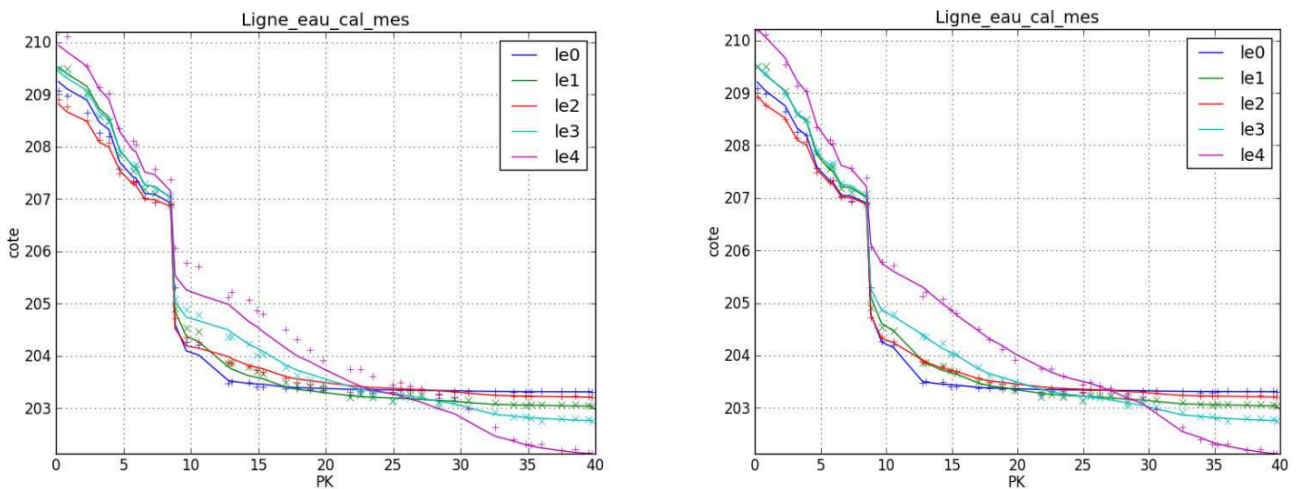


FIGURE 2.39 – Profils longitudinaux des lignes d'eau simulées (traits continus) avec les mesures correspondantes (points détachés) dans [Rothé et al. \[2017\]](#). Les résultats sont meilleurs avec le calage semi-automatique (figure de droite) qu'avec le calage manuel (figure de gauche).

3.6 État des lieux de la modélisation 1D

Nous avons vu dans la section 1 que les écoulements débordants étaient la plupart du temps non-uniformes dans le sens longitudinal. Cette non-uniformité induit des échanges

de masse entre lit mineur et lit majeur qui ne sont pas modélisés explicitement dans les modèles 1D classiques et peuvent avoir un impact sur les hauteurs d'eau [Proust, 2005]. Les transferts de masse entre lit sont induit par les changement longitudinaux de géométrie, de rugosité, l'influence de la répartition amont de débit, ou celle de la condition à la limite aval en hauteur (courbe de remous).

Initialement proposée par Yen [1984] et Yen et al. [1985], et adaptée par Proust [2005] pour des lits majeurs à largeur variable, la modélisation 1D+ va prendre en compte de manière explicite l'échange de masse, et le transfert de quantité de mouvement associé, ainsi que le transfert de quantité de mouvement dû aux structures turbulentes quasi-2D.

La modélisation 1D+ va consister à résoudre l'équation de ligne d'eau dans chacun des lits (mineur, majeur gauche et majeur droit), alors que la modélisation 1D classique résout l'équation de ligne d'eau (Bernoulli ou quantité de mouvement) sur la section totale, comme on le résume dans le tableau ci-après :

Tableau 2.5 – Hypothèses de calcul par la DCM corrigée, l'EDM et l'ISM (tableau traduit de Proust et al. [2009])

| Hypothèses sur | DCM corrigée | EDM | ISM |
|--|--|---|---------------------------------------|
| Profil du niveau d'eau calculé sur | la section totale | la section totale | chaque sous-section |
| Pente de frottement S_f calculée sur la section totale | oui | oui, utilisant S_f calculée par DCM | - |
| Pente de frottement S_{fi} calculée dans chaque sous-section | oui | oui | oui |
| Cisaillement turbulent vertical τ_{ij} entre deux sous-sections adjacentes i et j | formules empiriques (Nicollet and Uan [1979], Ackers [1993]) | $\tau_{ij} = \rho\psi^t(U_i - U_j)^2$ | $\tau_{ij} = \rho\psi^t(U_i - U_j)^2$ |
| Débit de masse latéral q | - | $ q = \psi^g dQ_f/dx $ avec $0 \leq \psi^g \leq 1$ | $ q = dQ_f/dx $ |
| Vitesse à l'interface U_{int} | - | partiellement via ψ^g | formules empiriques |
| Perte de charge par sous-section S_{Hi} | $S_{Hm} = S_{Hf}$ | $S_{Hm} = S_{Hf}$ | indépendante |
| Distribution du débit amont | - | - | Q_m et Q_f effectifs |
| Distribution du débit aval | imposée implicitement | imposée implicitement | - |
| Q_m et Q_f | régime uniforme | régime uniforme (à l'aval) | |

Comme la modélisation 1D+ modélise explicitement les échanges (masse et quantité de mouvement) aux interfaces MC/FP, la physique des écoulements débordants est donc mieux prise en compte, tout en gardant l'avantage d'économie de calcul d'un modèle 1D. Dans

cette partie, nous présentons d'abord les différents modèles 1D de la littérature, puis nous détaillons l'approche 1D+.

3.6.1 SCM

La *Single Channel Method* (SCM) consiste à étendre l'hypothèse d'une distribution uniforme de la vitesse dans une section, d'un lit simple, à un lit composé. La vitesse de l'écoulement est alors supposée uniforme dans toute la section (lit mineur et lits majeurs) et les pertes de charge dues à l'échange turbulent et au transfert de masse sont prises en compte dans le coefficient de Strickler. L'équation de conservation de masse et l'équation de quantité de mouvement sont appliquées sur la section totale. [Prinos and Townsend \[1984\]](#); [Myers. and Brennen \[1990\]](#); [Myers et al. \[2001\]](#); [Bousmar et al. \[2016\]](#) montrent que l'hypothèse de l'uniformité de la vitesse dans la section avec la SCM sous-estime le débit total, notamment lorsque les hauteurs d'eau sont faibles.

3.6.2 DCM

La *Divided Channel Method* (DCM) de [Lotter \[1933\]](#) consiste à diviser la section totale de la rivière en sous-sections homogènes en termes de rugosité et de vitesses. Chaque débit partiel est calculé par la formule de Manning appliquée à une sous-section :

$$Q_i = K_i A_i R_{hi}^{2/3} \sqrt{S_{fi}} \quad (2.19)$$

avec K_i le coefficient de Strickler, A_i la sous-section, R_{hi} le rayon hydraulique et S_{fi} la pente de frottement. Le débit total Q est obtenu en sommant les débits partiels :

$$Q = \sum Q_i \quad (2.20)$$

avec $S_f = S_{fi}$. Comme aucun transfert de quantité de mouvement entre les lits n'est pris en compte, la DCM a tendance à sous-estimer la hauteur d'eau pour un débit donné [\[Bousmar et al., 2016\]](#).

3.6.3 Prise en compte de la force d'interaction à l'interface MC/FP en régime uniforme

Les approches SCM et DCM négligeant les interactions entre lit mineur et lit majeur, elles conduisent à des erreurs importantes sur le calcul de débit (à hauteur fixée) ou sur celui de la hauteur d'eau (à débit fixé), comme l'ont montré [Wormleaton et al. \[1982\]](#); [Knight and Demetriou \[1983\]](#); [Prinos and Townsend \[1984\]](#); [Bousmar and Zech \[1999\]](#). Il a également été montré que les pertes de charge dues au transfert de quantité de mouvement à l'interface (par échange de masse et par échange turbulent) peuvent être plus importantes que la perte de charge due au frottement au fond [[Bousmar et al., 2004](#); [Proust et al., 2010, 2016](#)].

Concernant la prise en compte des échanges turbulents entre lit mineur et lit majeur en écoulement uniforme, plusieurs méthodes ont suggéré des corrections de la méthode DCM dans la littérature, en évaluant le cisaillement turbulent à l'interface. La correction de la répartition des débits est faite en estimant le *cisaillement apparent* τ_a , qui contribue à la perte d'énergie au même titre que la force de frottement sur les parois [[Myers, 1978](#)]. La méthode qui se base sur le cisaillement apparent est dite Apparent Shear Stress Method (ASSM, notée parfois ASS ou ASF Apparent Shear Force dans la littérature). Dans cette méthode, [Wormleaton et al. \[1982\]](#) proposent de calculer la vitesse moyenne dans le lit mineur à partir d'un bilan de quantité de mouvement dans le lit mineur tenant compte de τ_a , et en utilisant la vitesse en lit mineur calculée par la formule de Manning U'_m :

$$U_m = U'_m \sqrt{1 - (\tau_a \chi_a / (\rho g A_m S_0))} = U'_m \sqrt{(\tau_m \chi_m / (\rho g A_m S_0))} = U'_m \sqrt{\phi_m} \quad (2.21)$$

où χ_a et χ_m sont les périmètres mouillés de l'interface verticale et du lit mineur et A_m la section mouillée du lit mineur. Une même formule est calculée dans le lit majeur, ce qui conduit au calcul du débit total Q_t :

$$Q_t = Q'_m \sqrt{\phi_m} + Q'_f \sqrt{\phi_f} \quad (2.22)$$

avec Q'_m et Q'_f les débits dans le lit mineur et dans le lit majeur isolés.

Plusieurs formules empiriques de τ_a sont proposées dans la littérature. [Wormleaton et al. \[1982\]](#) a exprimé τ_a en fonction de la différence de vitesses entre le lit mineur et le lit majeur $\Delta U = U_m - U_f$, [Ervin and Baird \[1982\]](#) ont formulé τ_a en se basant sur la théorie de la longueur de mélange de Prandtl. D'autres formules sont basées sur l'analyse dimensionnelle

et sur des paramètres adimensionnels caractérisant la géométrie du canal (voir le tableau 2.6).

Tableau 2.6 – Quelques formules du cisaillement apparent τ_a dans la littérature. H est la hauteur d'eau dans le lit mineur, h la hauteur de plein bord, D_r le ratio de hauteurs d'eau entre le lit majeur et le lit mineur, ΔU la différence de vitesses entre le lit mineur (U_m) et le lit majeur (U_f), B_f la largeur du lit majeur, b la demi largeur du lit mineur, B la demi largeur du canal, n_f et n_m respectivement les rugosités dans le lit majeur et dans le lit mineur.

| Référence | Formule (en N/m ²) |
|-------------------------------|---|
| Wormleaton et al. [1982] | $\tau_a = 13.84 (\Delta U)^{0.882} \left(\frac{H}{h}\right)^{-3.123} \left(\frac{B_f}{b}\right)^{-0.727}$ |
| Prinos and Townsend [1984] | $\tau_a = 0.874 \left(\frac{H-h}{H}\right)^{1.129} \left(\frac{B_f}{b}\right)^{-0.514} (\Delta U)^{0.92}$ |
| Wormleaton and Merrett [1990] | $\tau_a = 3.325 (H-h)^{-0.354} B_f^{0.519} (\Delta U)^{1.451}$ |
| Smart [1992] | $\tau_a = \rho 0.03 (\Delta U)^2$ |
| Chen et al. [2016] | $\tau_a = 0.00025 \rho \frac{B}{b} (D_r)^{-1} \left(\frac{h}{b}\right)^{-0.5} \left(\frac{n_f}{n_m}\right)^{1/3} (U_m^2 - U_f^2)$ |

Parallèlement, [Nicollet and Uan \[1979\]](#) ont mené plusieurs expériences en régimes unifornes dans des lits composés prismatiques de géométries différentes et ont proposé la **méthode DEBORD**, permettant d'améliorer la DCM en prenant en compte les échanges turbulents en écoulement uniforme, et en appliquant une correction empirique à la débitance afin de retrouver la répartition de débits mesurée. Cette correction dépend du rapport des coefficients de Strickler de chaque lit ainsi que du rapport des rayons hydrauliques de chaque lit (cette méthode est détaillée davantage dans l'Annexe 1). Alors que la méthode DEBORD est largement utilisée en France, les Anglais utilisent plutôt la **méthode de Cohérence d'Ackers** (COHM, [Ackers \[1991, 1992, 1993\]](#)) développée en se basant sur des expériences dans le canal à grande échelle, Flood Channel Facility (FCF), du HR Wallingford. Cette méthode corrige la DCM en fonction de la pente des berges MC/FP, de la hauteur relative, du ratio des largeurs des lits B_f/B_m , du nombre de lits majeurs et de la rugosité relative $\frac{n_m}{n_f}$. Cette méthode mesure le degré de cohérence de la DCM en calculant un facteur d'ajustement de débit comme le rapport entre le débit expérimental mesuré et le débit calculé avec la DCM. Ensuite un facteur de Cohérence, défini comme le ratio entre la débitance calculée avec la SCM et la somme des débitances de chaque lit calculées avec la DCM, représente le degré de similarité des écoulements dans les sous-sections. Quand la cohérence est importance, on s'approche d'un écoulement en un lit simple et l'interaction à l'interface est négligeable. [Ackers \[1993\]](#) a également défini 4 régions d'écoulements en

fonction de la hauteur relative. Pour chaque région, une formule empirique pour corriger la DCM est proposée.

D'autres auteurs se sont focalisés sur la modélisation du transfert à l'interface MC/FP en cas de présence de végétation sur la plaine d'inondation [Pasche, 1984; Pasche and Rouvé, 1985; Nuding, 1991, 1998; Helmio, 2002, 2005]. Ces méthodes prennent en compte la perte de charge par transfert de quantité de mouvement à l'interface en supposant une paroi verticale rugueuse à l'interface pour laquelle un coefficient de frottement est estimé en se basant sur la méthode de Nuding [Nuding, 1991, 1998]). C'est une méthode de calcul en régime permanent qui permet d'estimer les coefficients de frottement ainsi que les débits partiels par lit pour une hauteur d'eau donnée en fonction de la forme de la végétation [Helmio, 2002, 2005]).

3.6.4 E.D.M

Bousmar and Zech [1999] vont être les premiers à prendre en compte dans une modélisation 1D sur la section totale l'échange de masse entre lits en régime non-uniforme, en plus de l'échange turbulent, dans leur modèle **Exchange Discharge Model** (EDM). L'échange turbulent y est modélisé par un modèle de longueur de mélange analogue à celui de Ervine and Baird [1982] et Smart [1992], où les fluctuations des vitesses longitudinale et transversale sont supposées proportionnelles à la différence de vitesses entre lits :

$$\tau_a = \rho\psi^t \Delta U^2 \quad (2.23)$$

où ψ^t est un coefficient d'échange turbulent et $\Delta U = U_m - U_f$ la différence des vitesses entre lit mineur et lit majeur).

Cela permet de trouver le débit latéral de l'échange turbulent $q^t = \psi^t |\Delta U| h_{int}$ où h_{int} est la hauteur d'eau à l'interface MC/FP. Le coefficient ψ^t a été calé sur 6 écoulements uniformes étudiés dans le laboratoire de l'UCL, avec $\psi^t = 0.16$. À noter que cette valeur dépend du fait que l'EDM calcule la pente de frottement S_f sur la section totale (tableau 2.5). Quant au débit d'échange dû à la non-uniformité de l'écoulement, il représente la masse d'eau échangée entre le lit mineur et le lit majeur par les courants transverses nés des contraintes géométriques ou hydrauliques (canaux non-prismatiques). Le débit d'échange dû à la géométrie s'écrit $q^g = \psi^g \frac{dQ_f}{dx}$ où ψ^g est un coefficient adimensionnel et Q_f le débit dans le lit majeur. Bousmar and Zech [1999] proposent une valeur de moyenne de ce coefficient, $\psi^g = 0.5$. Les

hypothèses adoptées dans l'EDM sont résumées dans le tableau 2.5

L'EDM permet donc de répartir les débits en tenant compte des pertes de charge additionnelles dues à l'échange turbulent et à l'échange de masse en régime non-uniforme. En effet, le débit partiel dans un lit i s'écrit :

$$Q_i = D_i S_{fi}^{1/2} = D_i \left(\frac{S_{Hi}}{1 + \chi_i} \right)^{1/2} \quad (2.24)$$

où D_i est la débitance, S_{Hi} la perte de charge totale dans le lit i ($=1$ ou 3 pour les lits majeurs droit et gauche, et $i=2$ pour le lit mineur). Les pertes de charge additionnelles se retrouvent dans le terme $\chi_i = S_{ai}/S_{fi}$, avec S_{ai} la perte de charge additionnelle et S_{fi} la perte de charge par frottement au fond ($S_{Hi} = S_{ai} + S_{fi}$).

Les détails de calculs de χ_i sont décrits dans [Bousmar and Zech \[1999\]](#). Le débit total Q_t est alors retrouvé à partir des débits partiels.

En parallèle, la cote d'eau est calculée à partir de l'équation de Bernoulli formulée sur la section totale, au moyen de la Standard Step Method [[French, 1985](#)], en considérant que la pente de frottement S_f sur la section totale est celle calculée par la DCM (voir tableau 2.5).

3.7 Modélisation 1D+ : Independent Sub-section Method (ISM)

3.7.1 Équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement

Que ce soient les approches type DCM corrigée (tableau 2.5) ou le modèle EDM, ces méthodes font l'hypothèse que la perte de charge par lit S_{Hi} est la même que la perte de charge totale S_H et que les pertes de charge par lit sont toutes identiques ($S_{Hi} = S_{Hj}$), ce qui est vrai uniquement en régime uniforme [[Proust et al., 2010](#)]. La modélisation 1D+ a été développée pour lever la contrainte sur les pertes de charge par lit et la perte de charge totale, en résolvant l'équation de continuité sur la section totale et l'équation de quantité de mouvement dans chaque section. Les variables hydrauliques sont donc définis dans chaque sous-section. Comme le résume le tableau 2.5, les pertes de charge par lit S_{Hi} sont indépendantes et le débit de masse latéral q et le cisaillement turbulent sont modélisés explicitement.

En s'appuyant sur les travaux de [Yen et al. \[1985\]](#), et en les adaptant à des géométries non-uniformes, [Proust et al. \[2009\]](#) ont développé la méthode *Independent Sub-section Method* (ISM), dont les équations sont présentées ci-après :

$$\frac{dQ_m}{dx} + \frac{dQ_l}{dx} + \frac{dQ_r}{dx} = 0 \quad (2.25)$$

$$\left(1 - \frac{U_l^2}{gh_l}\right) \frac{dh_l}{dx} = S_o - S_{fl} + \frac{U_l^2}{gB_l} \frac{dB_l}{dx} + \frac{\tau_{lm}h_l}{\rho g A_l} + \frac{q_{lm}(2U_l - U_{lm})}{gA_l} \quad (2.26)$$

$$\left(1 - \frac{U_r^2}{gh_r}\right) \frac{dh_r}{dx} = S_o - S_{fr} + \frac{U_r^2}{gB_r} \frac{dB_r}{dx} + \frac{\tau_{rm}h_r}{\rho g A_r} + \frac{q_{rm}(2U_r - U_{rm})}{gA_r} \quad (2.27)$$

$$\left(1 - \frac{U_m^2}{gh_m}\right) \frac{dh_m}{dx} = S_o - S_{fm} + \frac{U_m^2}{gB_m} \frac{dB_m}{dx} - \frac{\tau_{lm}h_l}{\rho g A_m} - \frac{\tau_{rm}h_r}{\rho g A_m} - \frac{q_{lm}(2U_m - U_{lm})}{gA_m} - \frac{q_{rm}(2U_m - U_{rm})}{gA_m} \quad (2.28)$$

Pour chaque lit i ($=m$ pour lit mineur, r pour lit majeur droit et l pour lit majeur gauche), sont définies le débit Q_i , la vitesse moyenne longitudinale U_i , la hauteur d'eau h_i , la largeur B_i , la perte de charge due au frottement S_{fi} , la section mouillée A_i . Comme mentionné plus haut, l'ISM modélise explicitement le comportement de l'écoulement à l'interface à l'aide du débit de masse latéral q_{ij} entre les lits i et j , la vitesse à l'interface U_{ij} et le cisaillement à l'interface τ_{ij} entre les lits i et j . Le tableau 2.5 extrait de Proust et al. [2009] reprend les différentes hypothèses entre l'ISM et d'autres modèles 1D.

L'équation de conservation de masse est résolue sur la section totale (éq. 4.1), et l'équation de quantité de mouvement est résolue dans chaque sous-section (équations 4.2 et 4.3 respectivement dans les lits majeurs gauche et droit et l'équation 4.4 dans le lit mineur).

3.7.2 Équations de fermeture

Pour simplifier les notations, nous utilisons par la suite q pour le débit latéral à l'interface, U_{int} pour la vitesse longitudinale à l'interface MC/FP et τ_{int} le cisaillement turbulent à l'interface MC/FP.

Proust et al. [2009, 2010] expliquent en s'appuyant sur des profils de vitesse expérimentaux de la littérature que la vitesse longitudinale à l'interface moyennée sur la verticale U_{int} s'approche de la vitesse moyenne du lit à partir duquel l'écoulement transverse a lieu. Dans le cas d'un transfert latéral du lit majeur vers le lit mineur, U_{int} s'approcherait de la vitesse moyenne du lit majeur U_f et vice-versa. C'est pourquoi U_{int} est calculée comme une moyenne pondérée des deux vitesses U_m et U_f comme explicité dans la relation 2.29 où ϕ

est un coefficient de pondération :

$$U_{int} = \phi U_m + (1 - \phi) U_f \quad (2.29)$$

Le transfert de masse q est calculé comme la variation longitudinale de Q_f :

$$q = \frac{\partial Q_f}{\partial x} \quad (2.30)$$

et le cisaillement à l'interface τ_{int} est calculé en se basant sur le même modèle implémenté dans l'EDM (Bousmar and Zech [1999], détaillé plus haut) comme explicité dans l'équation 2.31 où ψ^t est un coefficient d'échange turbulent :

$$\tau_{int} = \rho \psi^t (U_m - U_f)^2 \quad (2.31)$$

Cette formule de τ_{int} représente uniquement le cisaillement à l'interface dû à la turbulence. Ce choix est expliqué par le fait que les courants secondaires sont négligeables à l'interface, comme expliqué dans la section 1.1.3.

3.7.3 Paramètres de calage du modèle

En plus des coefficients de Strickler (un coefficient de Strickler par sous-section), le modélisateur se retrouve avec deux paramètres de calage : le coefficient de pondération ϕ dans la formule de la vitesse interfacielle (éq. 2.29) et le coefficient d'échange turbulent ψ^t dans la formule du cisaillement turbulent (2.31). Les valeurs du coefficient de pondération ϕ sont comprises entre 0 et 1. Ainsi, dans un écoulement non-uniforme, un convergent par exemple, étant donné que le transfert de l'écoulement se fait du lit majeur vers le lit mineur, plus de poids serait attribué à U_f et par conséquent ϕ serait inférieur à 0.5.

Quant aux valeurs du coefficient d'échange turbulent ψ^t , on trouve dans la littérature des valeurs allant de 0.013 à 0.034. À partir de mesures dans 3 canaux (LMFA, UCL, FCF), Proust et al. [2009] ont trouvé pour ψ^t des valeurs allant de 0.014 à 0.033 avec une moyenne de $\psi^t = 0.022$, sans aucune tendance avec la hauteur relative $h_r = \frac{h_f}{h_m}$ comme illustré sur la figure 2.40, où H^* représente la hauteur relative $\frac{h_f}{h_m}$. Il est à noter que le calcul de ψ^t était fait à l'aide d'une formule analytique qu'on peut retrouver à partir des équations de quantité de mouvement de l'ISM écrites en régime permanent uniforme (eqs 4.2 - eqs 4.4), ce qui aboutit

à la formule 2.32 où S_{fi} est la perte de charge par frottement dans le lit i .

$$\psi^t = \frac{g(S_{ff} - S_{fm})}{h_f(U_m - U_f)^2} / \left(\frac{2}{A_m} + \frac{1}{A_f} \right) \quad (2.32)$$

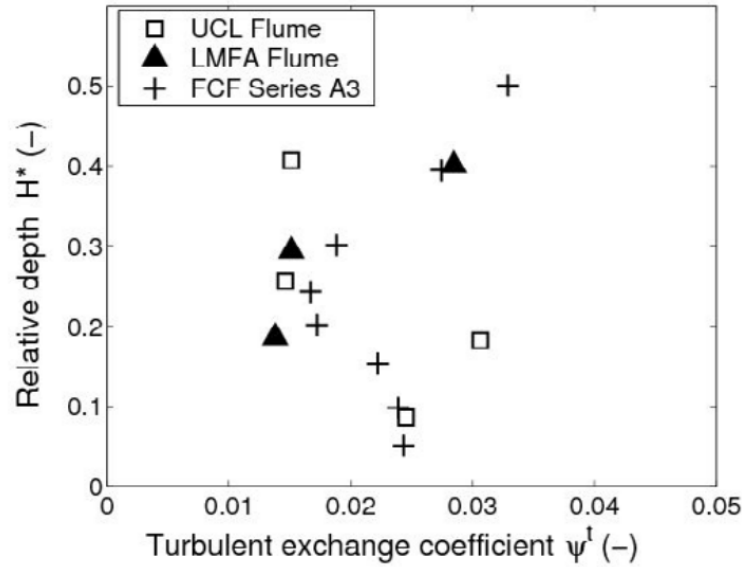


FIGURE 2.40 – Valeurs du coefficient d'échange turbulent ψ^t dans trois canaux à lits composés, avec H^* la hauteur relative $\frac{h_f}{h_m}$ (Figure extraite de Proust et al. [2009]).

D'autre part, Dupuis et al. [2017b] ont déterminé des valeurs expérimentales du coefficient d'échange turbulent ψ^t en se basant sur la formule suivante :

$$\overline{u'v'}_{d,int} = \psi^t (U_m - U_f)^2 \quad (2.33)$$

où u' et v' sont respectivement les fluctuations de vitesses longitudinales et transverses et $\overline{u'v'}_{d,int}$ la moyenne sur la verticale du cisaillement turbulent à l'interface). Ils ont constaté que ψ^t peut être également spécifique à une rugosité donnée. En effet, avec des valeurs variant entre 0.013 et 0.034, ils ont trouvé une moyenne de $\psi^t = 0.017$ avec une rugosité de type prairie dense dans le lit majeur, et une moyenne de $\psi^t = 0.025$ avec une rugosité de type forêt (modèles d'arbres) dans le lit majeur.

On en déduit alors que les valeurs de ψ^t , dans les canaux expérimentaux de la littérature, varient entre 0.013 et 0.034. En revanche, aucun ψ^t n'est évalué en situation réelle.

3.7.4 Validation de l'ISM en régime permanent uniforme et non-uniforme

Proust et al. [2009] ont modélisé avec l'ISM des écoulements en régime permanent non-uniforme dans un lit composé droit, dans un lit composé oblique (figure 2.17), dans un lit composé convergent (figure 2.14) et dans un lit composé divergent. L'erreur relative maximale sur la hauteur d'eau (resp. le débit) était de -8% (resp. -19%). Les simulations ont également permis de conclure que :

1. la hauteur d'eau est moins sensible au transfert de quantité de mouvement entre sous-sections que la distribution de débits
2. les échanges turbulents sont prépondérants dans le transfert de quantité de mouvement quand l'écoulement s'approche de l'équilibre dans les canaux droits, contrairement aux canaux non prismatiques où le transfert de quantité de mouvement dû aux échanges de masse l'emporte sur le transfert de quantité de mouvement dû aux échanges turbulents.

Ainsi, l'ISM a été validé en régime permanent non-uniforme avec ces simulations et avec les écoulements de Dupuis et al. [2017a,b] dans Proust et al. [2016]. Par ailleurs, Bousmar et al. [2016] ont effectué des comparaisons de performances de plusieurs modèles 1D, 2D et 3D en se basant sur des données expérimentales en lit composé en régime permanent uniforme. Il a été conclu que l'ISM reproduisait bien le débit (erreur relative de 2.5% , de l'ordre de l'incertitude des mesures), notamment grâce à la prise en compte du transfert de quantité de mouvement par échange turbulent à l'interface MC/FP (éq. 2.33). L'ISM a par conséquent été validé en régime permanent uniforme, et non-uniforme.

4 Écoulement dans une confluence

La modélisation 1D d'un écoulement dans une confluence nécessite plusieurs hypothèses car cet écoulement est fortement tridimensionnel. Dans cette partie, on commence par détailler la nature de l'écoulement dans une confluence, avant d'énumérer quelques méthodes de modélisation 1D des confluences. Il est important de noter qu'à notre connaissance, la modélisation d'une confluence avec des lits composés n'a pas encore été étudiée dans la littérature.

4.1 Principaux mécanismes physiques

L'hydrodynamique des confluences a fait l'objet de plusieurs études dans le but de décrire, entre autres, le transport des sédiments, la diffusion des polluants ou les évolutions géomorphologiques dans les jonctions. Les premiers travaux ont permis d'identifier six zones dans une confluence où l'hydrodynamique est spécifique [Best, 1987, 1988] qu'on illustre sur la figure 2.41 : (1) une zone de stagnation (stagnation zone), (2) une zone de déviation des écoulements entrants (flow deflection zone), (3) zone de séparation d'écoulement (flow separation zone), (4) une zone de vitesse maximale (area of maximum velocity), (5) une région de retour à l'équilibre en aval de la zone de séparation (area of flow recovery) et (6) une zone de couche de mélange se développant entre les deux écoulements incidents (shear layers).

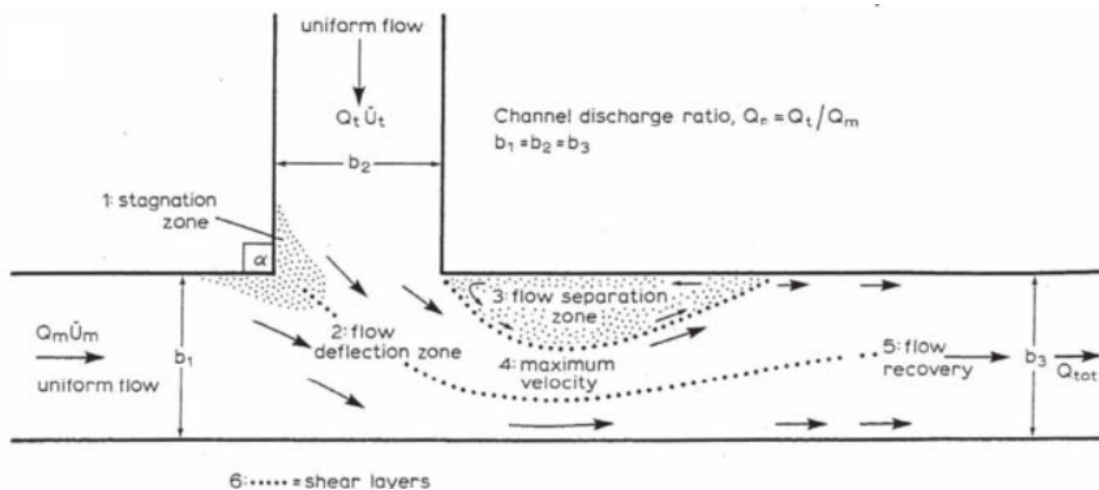


FIGURE 2.41 – Représentation schématique d'un écoulement dans une confluence [Best, 1987]

De nombreux paramètres hydrauliques et géométriques peuvent contrôler ces zones : Best and Reid [1984] ont étudié l'effet du (1) ratio de débit (débit de la branche latérale entrante / débit sortant de la confluence) et (2) de l'angle confluence sur la zone de séparation (zone 3 sur la figure 2.41). Ils ont conclu que l'augmentation du ratio de débit ou de l'angle de la confluence élargit la zone de séparation. Ces deux mêmes paramètres influencent également la morphologie du fond [Best and Rhoads, 2008]. La forme des branches entrantes (figure 2.42) peut également influencer la génération et la trajectoire des courants secondaires hélicoïdaux dans la confluence, modifiant ainsi l'agencement de ces zones [Ashmore and Parker, 1983; Ashworth et al., 1992; De Serres B, 1999]. Par ailleurs, la différence de

niveaux entre les lits, appelée "discordance", souvent assez marquée dans la nature avec des branches entrantes moins profondes que la branche sortante, peut énormément influencer la couche de mélange et par conséquent le transport sédimentaire dans les confluences [Pierini et al., 2005], [Boyer et al., 2006].

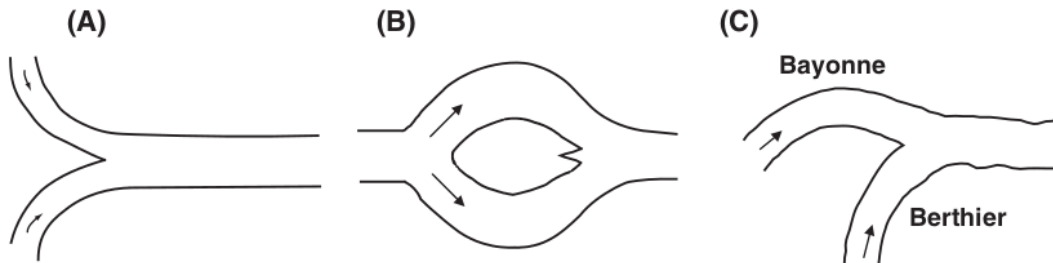


FIGURE 2.42 – Différentes formes en plan des branches en amont d'une confluence : (A) confluence schématisée par Ashmore and Parker [1983], (B) confluence schématisée par Ashworth et al. [1992] et (C) confluence de la Bayonne-Berthier au Québec [De Serres B, 1999] (figure extraite de Rice et al. [2008]).

4.2 Modélisation 1D d'une confluence

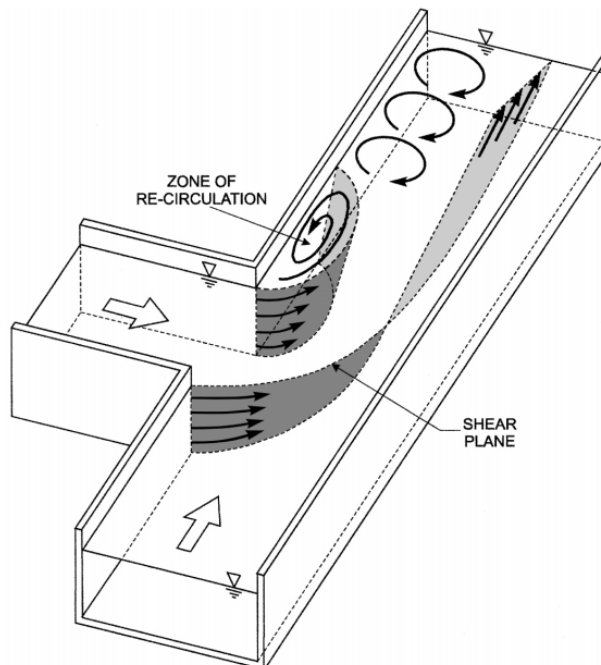


FIGURE 2.43 – Schéma de l'hydrodynamique tridimensionnelle de l'écoulement dans une confluence [Weber et al., 2001].

L'écoulement dans une confluence est donc caractérisé par l'apparition de plusieurs zones tridimensionnelles comme le schématise la figure 2.43 extraite de Weber et al. [2001], dont les deux plus importantes sont la couche de cisaillement entre les deux écoulements incidents, et la zone de recirculation dans la branche aval. Bien que cet écoulement soit tridimensionnel, des propositions de modélisation 1D des confluences sont suggérées dans la littérature en adoptant des hypothèses permettant alors de profiter de l'économie de calcul qu'offre la modélisation 1D. Par exemple, Shabayek et al. [2002] ont appliqué le principe de conservation de la quantité de mouvement à deux volumes de contrôle C.V₁ et C.V₂ (figure 2.44). Le cisaillement à l'interface entre ces deux volumes (de longueur L_i sur la figure), le cisaillement avec la zone de séparation (de longueur L_s sur la figure) ainsi que l'angle de la confluence δ sont pris en compte. La résolution de ces équations est faite avec la méthode de Newton Raphson, ce qui permet de calculer le ratio des hauteurs d'eau y_1/y_3 et y_2/y_3 avec y_1 et y_2 les hauteurs d'eau dans les volumes de contrôle C.V₁ et C.V₂, et y_3 la hauteur d'eau en aval de ces deux volumes. Ce modèle permet alors de s'affranchir de l'hypothèse souvent utilisée en 1D à savoir l'égalité des cotes en confluence.

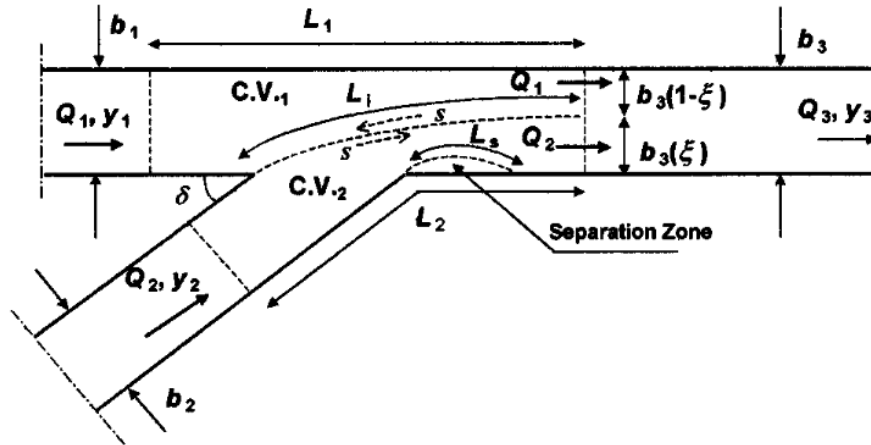


FIGURE 2.44 – Schéma d'une jonction avec deux volumes de contrôle C.V₁ et C.V₂ [Shabayek et al., 2002].

Par ailleurs, dans le logiciel de modélisation hydraulique HEC RAS [Brunner, 2016], deux choix de modélisation des confluences sont proposés à l'utilisateur. Le premier choix est une modélisation par l'équation d'énergie entre la section 3 et 4 et entre la section 3 et 0. L'équation d'énergie entre 3 et 4 s'écrit :

$$WS_4 + \frac{\alpha_4 V_4^2}{2g} = WS_3 + \frac{\alpha_3 V_3^2}{2g} + \frac{a_1 V_1^2}{2g} + h_e \quad (2.34)$$

avec, dans les sections 3 et 4, WS_3 et Z_4 les cotes d'eau (water surface elevation), V_3 et V_4 les vitesses moyennes, α_1 et α_2 les coefficients de pondérations des vitesses moyennes et h_e la perte de charge entre les sections 3 et 4. Le deuxième choix est une modélisation par l'équation de quantité de mouvement : un bilan de force est réalisé sur le volume délimité par les lignes en pointillé sur la figure 2.45, dans la direction de la branche sortante (Reach 3) :

$$SF_3 = SF_4 \cos \theta_1 - F_{4-3} + W_{4-3} + SF_0 \cos \theta_2 - F_{0-3} + W_{0-3} \quad (2.35)$$

avec, dans les sections i et j , SF_i la force spécifique appliquée sur la section i , θ_i l'angle que fait la section i avec l'axe de la section 3, F_{i-j} force due aux frottements, W_{i-j} force due au poids. Le détail des formules peut être retrouvé dans Brunner [2016], page 132.

L'angle de la confluence est uniquement considéré avec l'équation de quantité de mouvement compte-tenu du fait que les forces sont projetées sur le sens de l'écoulement de la branche sortante (Reach 3 sur la figure 2.45). Dans ce cas, la valeur de l'angle est fournie par le modélisateur.

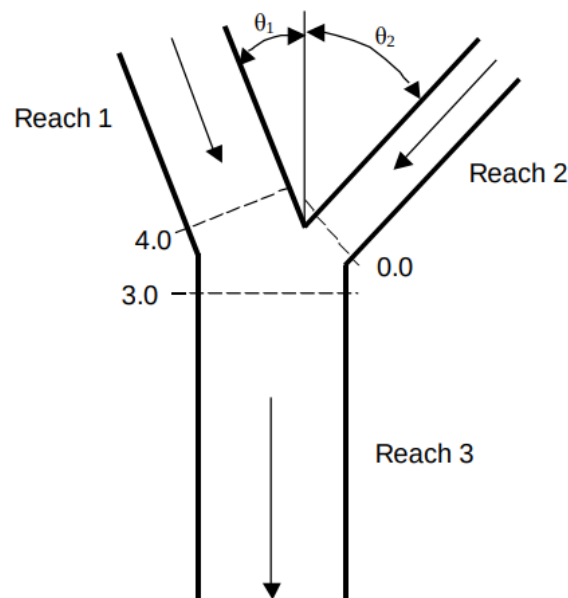


FIGURE 2.45 – Schéma d'une jonction modélisée avec l'équation de quantité de mouvement [Brunner, 2016].

5 Conclusion

Les écoulements débordants en milieu naturel sont la plupart du temps non-uniformes dans le sens longitudinal, en raison de variations de la topographie et de la rugosité des lits (notamment celles du lit majeur), d'une influence des conditions aux limites amont en répartition de débit, et de la condition à la limite aval en hauteur d'eau en régime fluvial. La non-uniformité de l'écoulement induit des transferts de masse à l'interface MC/FP caractérisé par un débit latéral q . Si les vitesses en lit mineur et lit majeur diffèrent, ce débit q induit également un transfert de quantité de mouvement équivalent à $q(U_m - U_f)$. Les courants secondaires en lit composé participent également au transfert de quantité de mouvement en lit mineur et en lit majeur, que ce soit en régime uniforme ou non-uniforme. En revanche, à l'interface MC/FP, leur influence sur l'échange de quantité de mouvement est négligeable par rapport à celle des structures turbulentes et/ou des courants transverses moyennés sur la verticale. À ces transferts, s'ajoutent l'échange turbulent à l'interface MC/FP généré par les structures cohérentes quasi-2D de Kelvin-Helmholtz. Cet échange turbulent est caractérisé par un cisaillement turbulent $\tau_{int} = -\rho \overline{u'v'_d}$ à l'interface MC/FP.

Les approches 1D classiques (type DCM) négligent le cisaillement turbulent, ou le prennent en compte (type DEBORD) ; quant au débit q et au transfert de quantité de mouvement associé, il n'est pris en compte que dans l'EDM. Mais, cette dernière résolvant l'équation de ligne d'eau sur la section totale, elle est obligée de supposer l'égalité des pentes d'énergie entre les différents lits, ce qui n'est pas conforme à certaines observations expérimentales. Pour cela, un modèle dit 1D par lit, ou 1D+, l'Independent Subsection Method (ISM) a été développé. L'ISM résout l'équation de quantité de mouvement dans chaque lit et une équation de conservation de la masse sur la section totale, ce qui lui permet de calculer 3 vitesses moyennes par lit et un niveau Z , sans supposer l'égalité des pertes de charge entre les lits. Il modélise explicitement le débit d'échange q , le cisaillement τ_{int} , la vitesse interfacielle U_{int} et l'échange de quantité de mouvement dû aux échanges de masse $q(U_{int} - U_i)$. En outre, l'ISM a deux paramètres de calage (en plus des rugosités de Strickler par lit), un paramètre pour U_{int} et un pour τ_{int} . Ce modèle permet de réduire les erreurs sur le calcul de hauteur d'eau et vitesses par lit, et a été validé en régime permanent uniforme et non-uniforme. Mais l'ISM n'a jamais été validé pour des écoulements instationnaires, et plus généralement pour des écoulements observés sur le terrain, dans des géométries complexes. Ce constat a été le point de départ de ce travail de thèse.

Chapitre 3

Modélisations expérimentale et numérique 1D et 1D+ d'écoulements transitoires en lit composé

Sommaire

| | | |
|----------|--|------------|
| 1 | Dispositif expérimental | 79 |
| 1.1 | Canal à section composée asymétrique | 79 |
| 1.2 | Alimentation en eau du canal | 81 |
| 1.3 | Mesure des débits, hauteurs d'eau et vitesses | 82 |
| 1.4 | Écarts entre paramètres de consigne et valeurs mesurées | 85 |
| 2 | Conditions d'écoulements | 86 |
| 2.1 | Hydrogrammes injectés dans les cuves amont | 86 |
| 2.2 | Limnigrammes mesurés à différentes positions longitudinales | 89 |
| 3 | Traitement des données expérimentales | 90 |
| 3.1 | Filtrage initiale des vitesses | 91 |
| 3.2 | Correction angulaire en régime permanent uniforme | 92 |
| 3.3 | Segmentation des séries de mesures en régime instationnaire | 93 |
| 3.4 | Moyenne d'ensemble des données instationnaires | 93 |
| 3.5 | Calcul de la moyenne des vitesses sur la verticale et amélioration du lissage des vitesses | 96 |
| 3.6 | Calcul des statistiques turbulentes | 97 |
| 4 | Résultats expérimentaux et comparaison aux simulations 1D et 1D+ | 100 |
| 4.1 | Hauteurs d'eau | 100 |

CHAPITRE 3. MODÉLISATIONS EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE 1D ET 1D+
D'ÉCOULEMENTS TRANSITOIRES EN LIT COMPOSÉ

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.2 | Paramètres d'écoulement à l'interface moyennés sur la verticale | 105 |
| 4.3 | Les différentes sources de perte de charge | 116 |
| 4.4 | Analyse de sensibilité des résultats aux paramètres de calage | 118 |
| 5 | Conclusions et perspectives | 121 |

Ce chapitre est consacré à une étude expérimentale d'écoulements transitoires en lit composé et à leurs modélisations numériques 1D et 1D+. On rappelle que l'un des objectifs de la thèse est de valider l'ISM (1D+) en régime transitoire à partir de données de laboratoire (voir le Chapitre 1, figure 1.4). Cette expérience permettra alors de répondre à cet objectif.

L'expérience a été conduite dans le laboratoire d'hydraulique et d'hydro-morphologie (HHLab) d'INRAE Lyon-Villeurbanne où des mesures de hauteurs d'eau et de vitesses ont été réalisées. Ce chapitre est divisé en 5 sections. Après avoir présenté le dispositif expérimental et les écoulements étudiés, nous nous intéressons au traitement des données de hauteur d'eau et de vitesse spécifique au régime transitoire. Les résultats expérimentaux sont ensuite présentés et comparés aux résultats précédents de la littérature (section 4). Dans cette même section, les résultats expérimentaux sont comparés à des simulations 1D (modèle DEBORD) et 1D+ (modèle ISM). Cette section 4 inclut également une analyse de sensibilité des simulations aux paramètres de calage du modèle 1D+. Le chapitre se termine par des conclusions et des perspectives.

1 Dispositif expérimental

1.1 Canal à section composée asymétrique

Les expériences ont été conduites dans un canal de 18 m de long et de 2 m de large (voir figure 3.1a), dont la pente longitudinale est $S_0 = 1.05$ mm/m. Le canal a une section composée asymétrique, comprenant un lit mineur ou Main Channel (MC) rectangulaire dont le fond et les parois latérales sont en verre, et un lit majeur gauche ou Flood Plain (FP) couvert de gazon artificiel dense (256 brins d'herbe/cm²). La hauteur de plein-bord, définie comme la distance verticale entre le fond du lit mineur et le haut des poils du gazon artificiel, est $h_b = 117$ mm (figure 3.1b). Les coefficients de rugosité de Strickler des 2 lits ont été calés indépendamment l'un de l'autre, en séparant les sous-sections par une paroi verticale : le coefficient de Strickler dans le lit majeur, K_f , est de 60.24 m^{1/3}/s et dans le lit mineur, K_m , est de 104.17 m^{1/3}/s [Dupuis et al., 2016]. Un nid-d'abeilles a été placé à l'entrée du lit mineur (qui reçoit des débits importants) afin d'homogénéiser l'écoulement dans les directions verticale et horizontale.

À noter que, le canal étant auparavant un canal composé symétrique avec 2 lits majeurs, pour une raison d'organisation de l'utilisation du canal, le lit majeur droit a été isolé à l'aide

d'une plaque verticale en plexiglas pour garder uniquement le lit mineur et le lit majeur gauche pour cette expérience, comme le montre la figure 3.1a.

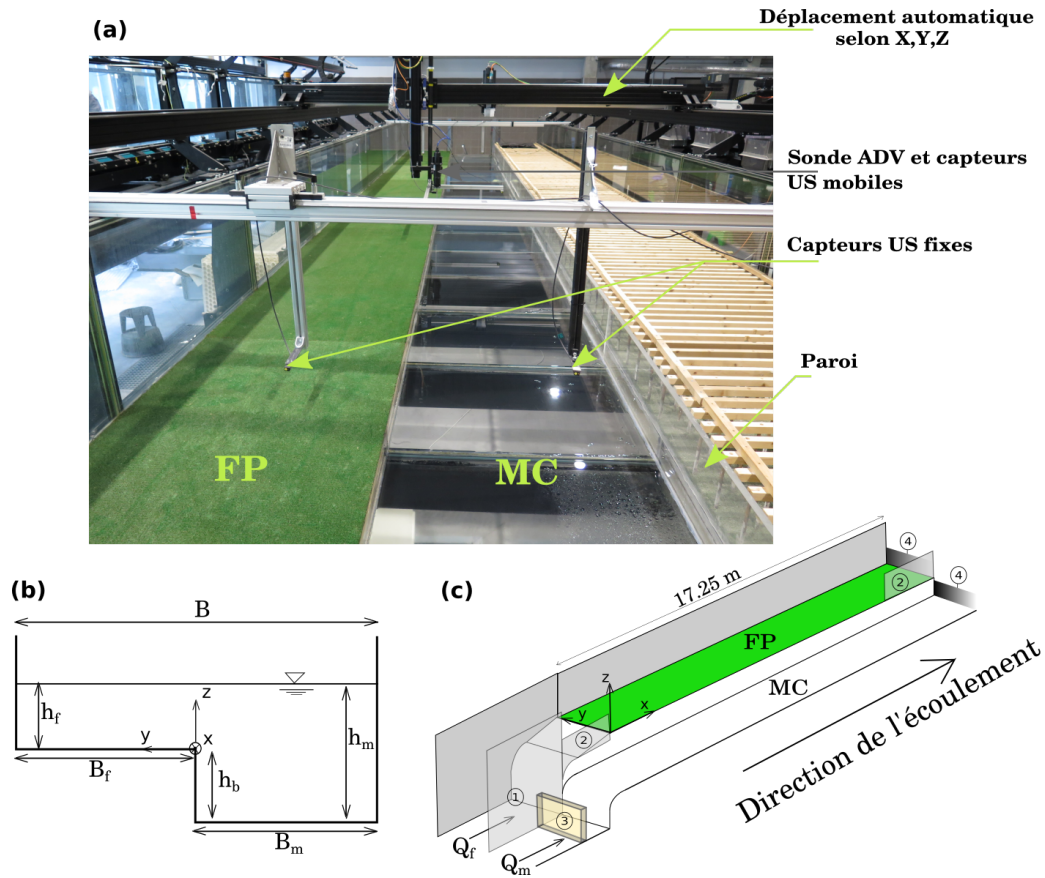


FIGURE 3.1 – (a) Photo du canal à section composée asymétrique (18 m × 2 m) prise de l'amont. Le lit majeur gauche (FP) est recouvert de gazon artificiel dense. Le fond et la paroi latérale gauche du lit mineur sont en verre et la paroi latérale droite est en plexiglass. (b) Schéma de la section en travers. (c) Schéma du canal avec ses deux cuves d'alimentation amont séparées par ① une plaque verticale, et alimentées de manière indépendante. Les plaques verticales ② séparent le lit mineur du lit majeur sur une longueur de 75 cm à l'amont et 50 cm à l'aval. Le nid d'abeilles ③ homogénéise l'écoulement dans le lit mineur. Les seuils ④ à parois minces permettent de régler la hauteur d'eau.

Dans ces expériences, on utilise un système de coordonnées cartésiennes x, y, z dans lequel, x est l'axe longitudinal parallèle à la pente S_0 , y est l'axe transversal et z , l'axe vertical (perpendiculaire au fond du canal). L'origine de l'axe x est située à l'extrémité aval de la plaque ② amont (de 75 cm de long). L'origine de l'axe y est située au niveau de la berge gauche du lit mineur (interface MC/FP). L'origine de l'axe z est située en haut des poils de gazons. Dans la suite, on utilise les coordonnées normalisées suivantes : $x^* = \frac{X}{B_f}$, $y^* = \frac{Y}{B_f}$, où B_f est la largeur du lit majeur (figure 3.1b) et $z^* = \frac{Z}{\langle h_f^p \rangle}$ où $\langle h_f^p \rangle$ est la moyenne d'ensemble

du pic de hauteur d'eau dans le lit majeur à $X = 10$ m (la définition de la moyenne d'ensemble est présentée dans la section 2.1 du Chapitre 2).

1.2 Alimentation en eau du canal

Avant d'atteindre les deux cuves d'alimentation du canal (figure 3.1c), l'eau est pompée dans une bache de stockage d'une capacité de 130 m^3 située au sous-sol du HHLab via une conduite de diamètre 600 mm et acheminée vers une tour de régulation avec un réservoir à niveau constant (d'un volume de 12 m^3) (figure 3.2). Le réservoir de la tour de régulation est relié aux cuves d'alimentation du lit mineur et du lit majeur par des conduites de diamètre 300 mm et 200 mm respectivement. Chaque conduite est équipée d'une vanne électromagnétique et d'un débitmètre électromagnétique.

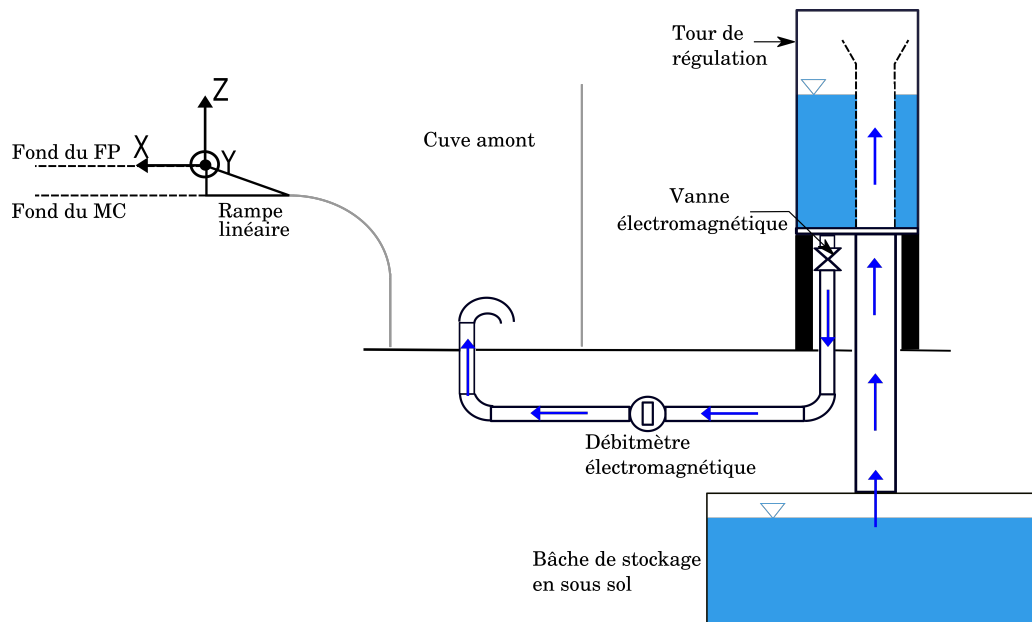


FIGURE 3.2 – Schéma en vue de côté de l'alimentation en eau d'une cuve amont (lit mineur ou lit majeur). Chaque cuve est alimentée de manière indépendante par une conduite équipée d'une vanne et d'un débitmètre.

En régime instationnaire, les hydrogrammes injectés à l'amont de chaque lit (débit $Q_m(t)$ dans le lit mineur et $Q_f(t)$ dans le lit majeur) sont définis dans un logiciel de supervision qui contrôle à chaque instant t l'ouverture des deux vannes électromagnétiques. Ce logiciel permet de définir un débit cible et la durée pour atteindre ce débit. Ainsi, pour chaque hydrogramme, on suit les étapes suivantes :

1. On donne le débit de base ainsi que sa durée (débit du régime permanent avant

l'hydrogramme).

2. On donne le débit maximal et la durée pour atteindre ce débit (temps de montée de crue).
3. On définit la durée pendant laquelle on impose le débit maximal.
4. On définit le temps de descente de la crue pour atteindre le débit de base suivant.
5. On définit enfin la durée d'application du débit de base après l'hydrogramme.

1.3 Mesure des débits, hauteurs d'eau et vitesses

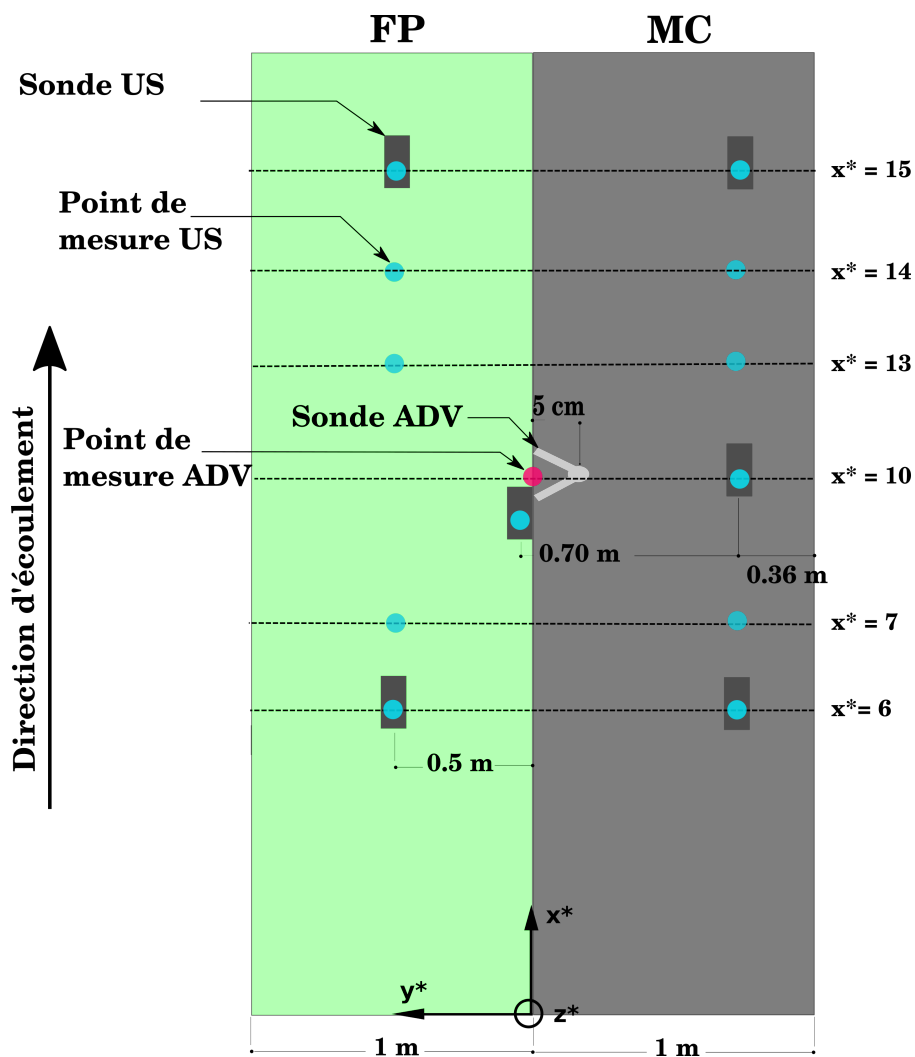


FIGURE 3.3 – Positions des Sondes à Ultrasons (US), de la sonde ADV (Acoustic Doppler Velocimeter), des points de mesure US et du point de mesure ADV. Les points de mesure correspondent aux positions où les US sont déplacés dans un second temps. Sur cette figure, les sondes US sont placées à $x^* = 6, 10$ et 15 . Dans un second temps, la sonde à $x^* = 15$ sera déplacée à $x^* = 14$ et à $x^* = 13$, et la sonde à $x^* = 6$ sera déplacée à $x^* = 7$.

Les débits d'entrée $Q_m(t)$ et $Q_f(t)$ sont mesurés à une fréquence de 50 Hz par deux débitmètres électromagnétiques *Flowmeter Waterflux* qui sont placés sur la conduite d'alimentation des cuves amont (voir figure 3.2). L'incertitude sur la mesure de débit est de $\pm 0.3\%$ du débit mesuré.

Les mesures de hauteurs d'eau ont été effectuées avec des Sondes à Ultrasons (US) *BAUMER UNDK 20I6912/S35A*. Chaque US mesure la hauteur d'air entre le capteur et la surface de l'eau. Le capteur US est aussi utilisé pour mesurer la position du fond du canal (sans eau). La hauteur d'eau est obtenue par différence entre tirant d'air sans eau et avec eau. La reproductibilité des US est de 0.5 mm et la résolution est inférieure à 0.3 mm. La fréquence d'acquisition des mesures de hauteurs d'eau est de 50 Hz. Six capteurs US ont été utilisés : 3 US dans le lit mineur et 3 US dans le lit majeur. Ils ont été placés à $x^* = 6, 7, 10, 13, 14,$ et 15 dans le lit mineur et le lit majeur (voir figure 3.3). Les capteurs US à $x^* = 10$ sont fixés à des rails tandis que les capteurs aux autres sections sont montés sur des rails amovibles manuellement entre 2 positions x^* (voir figures 3.1). Ainsi, après avoir mesuré les hauteurs d'eau à des positions x^* données avec les capteurs US montés sur les rails amovibles (à $x^* = 15$ et $x^* = 6$ par exemple sur la figure 3.1), on déplace ces rails vers les positions x^* non mesurées (de $x^* = 6$ à $x^* = 7$ et de $x^* = 15$ à $x^* = 14$ par exemple). Le rail à $x^* = 10$ est resté fixe pendant les mesures. La position y^* des mesures US se situe à $y^* = -0.64$ dans le lit mineur (voir figure 3.3). Dans le lit majeur, elle se situe à $y^* = 0.5$ sauf à $x^* = 10$ où elle est située à $y^* = 0.06$.

Les mesures de vitesses ont été effectuées à l'aide d'un Vélocimètre Acoustique Doppler (ADV) (*Vectrino Plus, Nortek*) à visée latérale (side looking probe) à plusieurs altitudes z^* à l'interface entre le lit mineur et le lit majeur (*i.e.* $y^* = 0$, figure 3.1b). Le volume d'échantillonnage peut être approximé par un cylindre de 6 mm de diamètre et 7 mm de longueur. Le centre de ce cylindre est situé à 5 cm de la céramique émettrice du signal acoustique dans la direction latérale comme le montre la figure 3.4b. Les vitesses ont été mesurées à l'interface MC/FP à $x^* = 10$, comme l'illustre la figure 3.3. La fréquence d'acquisition de l'ADV utilisée est de 100 Hz. L'incertitude sur la mesure de vitesse est de $\pm 0.5\%$ de la vitesse mesurée ± 1 mm/s.

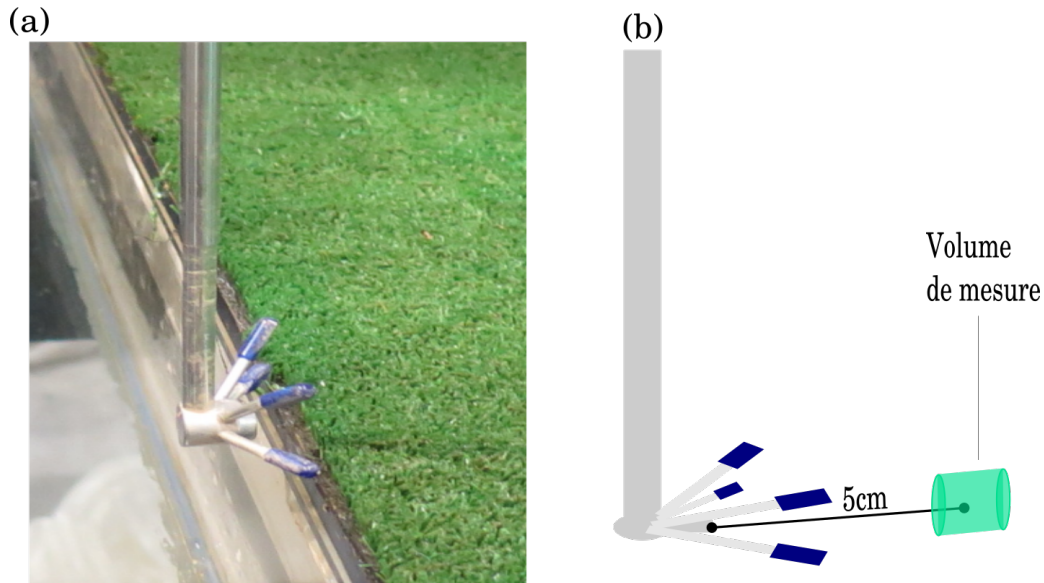


FIGURE 3.4 – (a) Vélocimètre Acoustique Doppler (ADV) à visée latérale. (b) Schéma de la side-looking probe et son volume de mesures.

Les mesures des débits d'entrée $Q_m(t)$ et $Q_f(t)$, des hauteurs d'eau $h_m(x^*, y^*, t)$ et $h_f(x^*, y^*, t)$ et des vitesses à l'interface se font de manière simultanée et sont contrôlées et stockées par le logiciel *Labview*, qui produit deux fichiers de sortie :

1. **Un fichier texte (.txt)** contenant des mesures instantanées des débits d'entrée $Q_m(t)$ et $Q_f(t)$, des mesures instantanées des hauteurs d'air des six US ainsi que les coordonnées des US.
2. **Un fichier (.vno)** contenant les mesures instantanées des trois composantes de vitesses $u(t)$, $v(t)$ et $w(t)$ en format binaire. Ce fichier est alors converti à l'aide du logiciel *Vectrino Plus* en un fichier texte afin de pouvoir lire les données. Ce dernier contient les coordonnées du point de mesure, les séries temporelles des trois composantes de vitesse ainsi que deux indicateurs de la qualité du signal : le pourcentage de corrélations des vitesses à l'intérieur du volume de mesure (COR en %) pour chaque composante de vitesse et le rapport signal sur bruit (Signal to Noise ratio, SNR) (en dB) pour chaque composante de vitesse.

Ces fichiers sont ensuite traités pour obtenir des mesures de hauteurs d'eau et de vitesses (voir la section 3).

1.4 Écarts entre paramètres de consigne et valeurs mesurées

En régime stationnaire, il suffit d'indiquer dans le logiciel de supervision les valeurs des débits d'entrée Q_m et Q_f souhaitées et d'attendre que ces valeurs soient atteintes. En revanche, en régime transitoire, on injecte plusieurs valeurs de débits qu'on définit par paliers (voir la section 1.2). Sur la figure 3.5, on montre la différence entre l'hydrogramme de consigne et les mesures dans le lit mineur. On peut constater sur cette figure qu'il y a un retard de la mesure par rapport à la consigne et que le débit maximal mesuré est inférieur au débit de la consigne. Ces écarts peuvent être dus à un temps de réaction lent de la vanne électromagnétique à l'entrée de la cuve du lit mineur (ou du lit majeur). Quand on injecte plusieurs hydrogrammes en série dans le lit mineur, le décalage temporel des mesures par rapport à la consigne augmente d'environ 30 secondes pour chaque hydrogramme, comme l'illustre la figure 3.6. Les écarts entre le débit maximal de consigne et le débit maximal mesuré ont été résolus en majorant les débits de consignes pour atteindre les valeurs cibles (+5 L/s dans le lit mineur et +13 L/s dans le lit majeur).

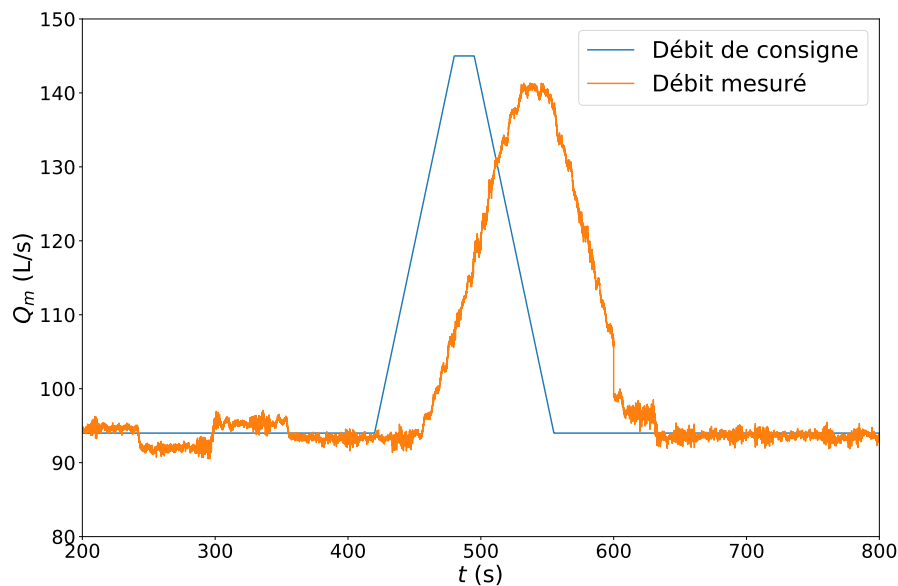


FIGURE 3.5 – Écart entre débit de consigne et débit mesuré dans le lit mineur pour un hydrogramme.

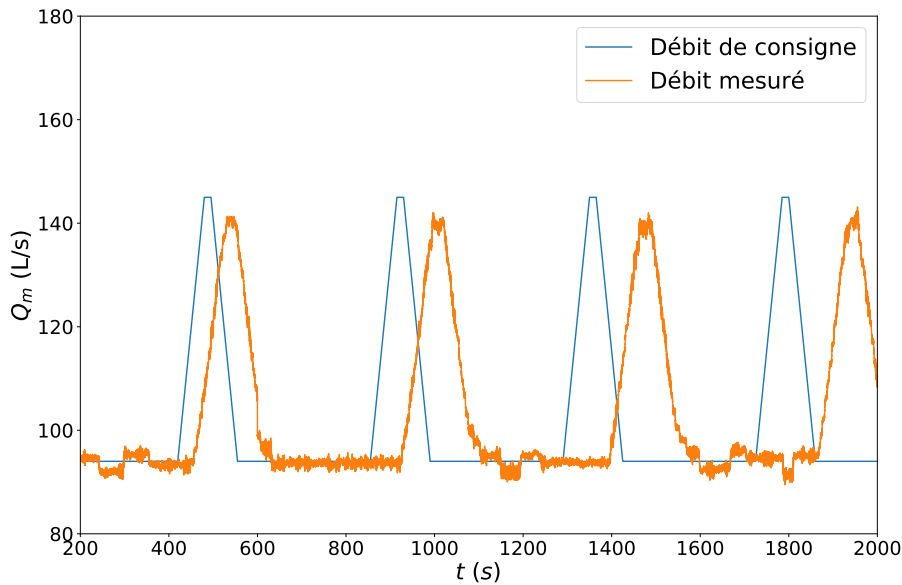


FIGURE 3.6 – Écart entre débit de consigne dans le lit mineur et débit mesuré pour une série de 4 hydrogrammes.

2 Conditions d'écoulements

2.1 Hydrogrammes injectés dans les cuves amont

Deux types d'hydrogrammes ont été étudiés lors de ces expériences. Ils sont représentés sur la figure 3.7 et leurs caractéristiques principales sont résumées dans le tableau 3.1. Ces deux types d'hydrogrammes ont été choisis pour mettre en évidence l'influence de la condition à la limite amont en débit sur les hauteurs et les vitesses tout au long des écoulements. Le premier hydrogramme (Cas I) présente un débit maximal total (valeur de $\langle Q \rangle$ au Peak Flow (PF), où $\langle \rangle$ représente la moyenne d'ensemble) de 166 L/s, inférieur à celui du Cas II, de 192 L/s. Les deux cas se distinguent également par l'écart des débits entrants, $\langle Q_m \rangle$ et $\langle Q_f \rangle$, à chaque instant t , aux débits du régime uniforme équivalent de même débit total et de même section totale mouillée. Comme le montre la figure 3.7, pour le cas I, les débits $\langle Q_m \rangle$ et $\langle Q_f \rangle$ s'écartent peu de la distribution du régime uniforme (calculée à chaque instant t par la méthode DEBORD de Nicollet and Uan [1979]). A contrario, pour le Cas II, la répartition de débit injectée entre le lit mineur et le lit majeur est nettement hors équilibre.

Il faut également noter que le Cas I est caractérisé par une légère sur-alimentation du lit majeur par rapport au régime uniforme à chaque instant t , alors que pour le cas II, le lit

majeur est nettement sous-alimenté.

Sur la figure 3.7, les débits $\langle Q \rangle$, $\langle Q_m \rangle$ et $\langle Q_f \rangle$ sont adimensionnés par les débits de base (Base Flow BF) en régime permanent uniforme correspondants (voir leurs valeurs dans le tableau 3.1. Le temps est adimensionné par la durée de montée de l'hydrogramme T_Q^r (' r ' se rapportant à '*rising stage*').

Pour calculer les moyennes d'ensemble, pour chaque cas test (Cas I et Cas II), les hydrogrammes d'entrée dans les cuves amont ($Q_m(t)$ et $Q_f(t)$) ont été répétés 100 fois, et ce, pour chaque point de mesure de vitesse sur la verticale (à $x^* = 10$). Deux hydrogrammes consécutifs sont séparés par un écoulement stationnaire (Base Flow) d'une durée de 300 secondes pour le cas I et de 200 secondes pour le cas II.

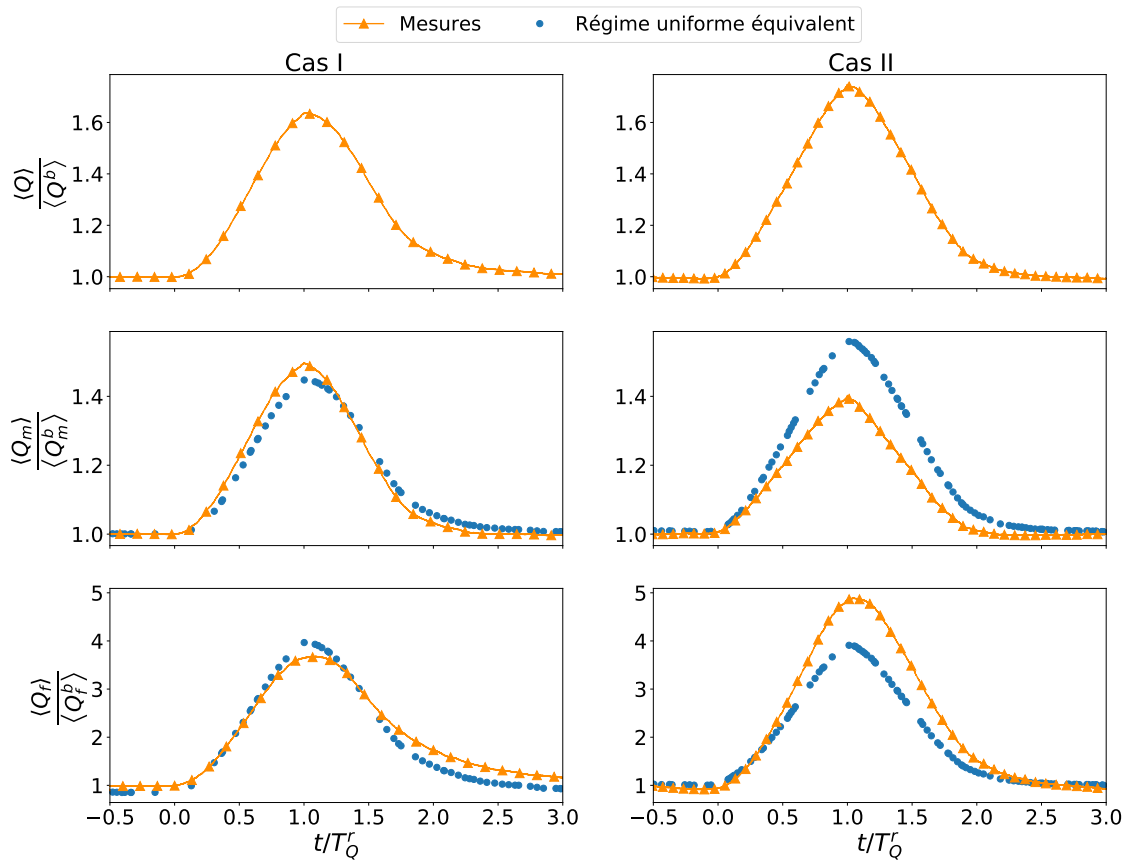


FIGURE 3.7 – Comparaison entre les débits mesurés injectés dans les cuves amont et les débits du régime uniforme équivalent (à chaque instant t). $\langle Q \rangle$ est le débit total, $\langle Q_m \rangle$ le débit entrant dans le lit mineur, $\langle Q_f \rangle$ le débit entrant dans le lit majeur. Ces débits sont adimensionnés par le débit de base total $\langle Q^b \rangle$, le débit de base dans le lit mineur $\langle Q_m^b \rangle$ et le débit de base dans le lit majeur $\langle Q_f^b \rangle$ respectivement. Le temps t est adimensionné par la durée de montée de l'hydrogramme T_Q^r .

Tableau 3.1 – Caractéristiques des hydrogrammes injectés dans les cuves amont pour les deux cas tests notés Cas I et Cas II : $\langle Q \rangle$ est le débit total, $\langle Q_m \rangle$ le débit entrant dans le lit mineur, $\langle Q_f \rangle$ le débit entrant dans le lit majeur. La notation $\langle \rangle$ désigne la moyenne d'ensemble. T_Q^r , T_Q^f et T_Q sont respectivement les temps de montée et de descente de l'hydrogramme ainsi que la durée totale de l'hydrogramme. BF correspond au débit de base (Base Flow) et PK au débit maximal (Peak Flow).

| | | $\langle Q \rangle$ (L/s) | $\langle Q_m \rangle$ (L/s) | $\langle Q_f \rangle$ (L/s) | $\langle Q_f \rangle / \langle Q \rangle$ (%) | T_Q^r (s) | T_Q^f (s) | T_Q (s) |
|--------|----|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--|----------------|----------------|--------------|
| Cas I | BF | 101 | 94 | 7 | 7 | 90 | 170 | 520 |
| | PF | 166 | 140 | 26 | 16 | | | |
| Cas II | BF | 110 | 99 | 11 | 10 | 150 | 230 | 550 |
| | PF | 192 | 138 | 54 | 28 | | | |

2.2 Limnigrammes mesurés à différentes positions longitudinales

Les caractéristiques des limnigrammes mesurés à $x^* = 10$ sont résumées dans le tableau 3.2 où $\langle h_m \rangle$ et $\langle h_f \rangle$ correspondent respectivement à la moyenne d'ensemble de la hauteur d'eau dans le lit mineur et dans le lit majeur. Le ratio $\frac{\langle h_f \rangle}{\langle h_m \rangle}$, ou hauteur relative, est noté $\langle h_r \rangle$. On fait également figurer dans ce tableau les coefficients d'instantanéité de [Takahashi \[1969\]](#) dans le lit mineur et dans le lit majeur, λ_m et λ_f (voir la section 1.3.1 du Chapitre 2), et les temps de montée et de descente du limnigramme T_h^r et T_h^f .

À noter que les valeurs de λ_m et λ_f mesurées ici se situent dans la plage inférieure de celles rencontrées dans la littérature et mesurées dans le lit mineur : $\lambda_m = 0.19$ à 0.75 pour [Tominaga et al. \[1994\]](#) et $\lambda_m = 0.38$ à 5.03 pour [Lai et al. \[2000\]](#), comme on le décrit dans la section 1.3.1 du Chapitre 2.

Tableau 3.2 – Caractéristiques des limnigrammes mesurés pour les Cas I et Cas II à $x^* = 10$. La notation $\langle \rangle$ désigne la moyenne d'ensemble (là où est mesurée la vitesse). $\langle h_m \rangle$ et $\langle h_f \rangle$ correspondent respectivement à la moyenne d'ensemble de la hauteur d'eau dans le lit mineur et dans le lit majeur, $\langle h_r \rangle = \frac{\langle h_f \rangle}{\langle h_m \rangle}$ est la hauteur d'eau relative, λ_m and λ_f représentent les coefficients d'instantanéité dans le lit mineur et dans le lit majeur [[Takahashi, 1969](#)].

| | | $\langle h_m \rangle$ (mm) | $\langle h_f \rangle$ (mm) | $\langle h_r \rangle$ | λ_m | λ_f | T_h^r (s) | T_h^f (s) |
|--------|----|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------|-------------|-------------|----------------|----------------|
| Cas I | BF | 135.6 | 21.4 | 0.16 | 0.22 | 0.37 | 105 | 275 |
| | PF | 166.0 | 50.4 | 0.30 | | | | |
| Cas II | BF | 145.4 | 29.1 | 0.20 | 0.19 | 0.32 | 150 | 250 |
| | PF | 186.6 | 70.7 | 0.38 | | | | |

3 Traitement des données expérimentales

Pour chaque point de mesure de vitesse sur la verticale à $x^* = 10$, 100 hydrogrammes ont été injectés. Sur la figure 3.8, on montre 4 hydrogrammes successifs injectés dans le lit mineur, ainsi que les hauteurs d'eau mesurées à $x^* = 6$, et les vitesses mesurées à $x^* = 10$ et $z^* = 0.18$. D'une part, cette figure montre que les hydrogrammes Q_m sont relativement bien reproductibles. D'autre part, on peut remarquer, pour un hydrogramme donné, des fluctuations temporelles de la hauteur d'eau dans le lit mineur, h_m , et des vitesses longitudinale et transversale U_x et U_y , avec notamment plus de fluctuations des composantes de vitesses, d'où l'intérêt d'une moyenne d'ensemble pour filtrer ces fluctuations. Notons que le retard temporel entre le maximum de h_m et le maximum de Q_m est en moyenne de 24 secondes avec un écart type de 2 secondes.

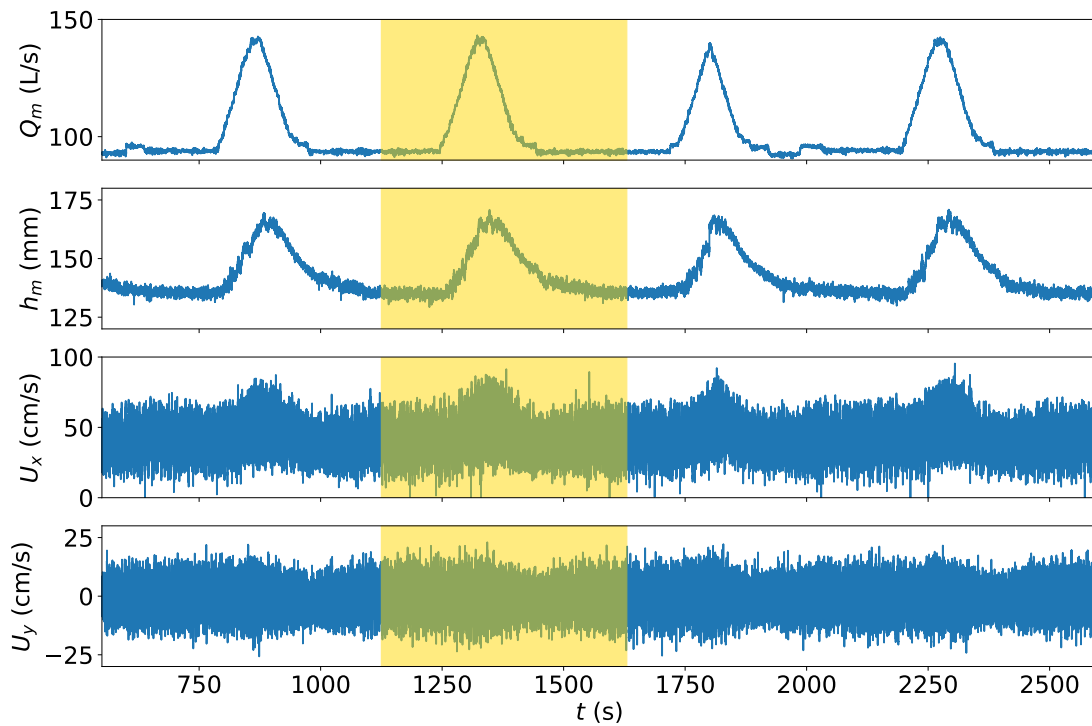


FIGURE 3.8 – Exemple de mesures instantanées des hydrogrammes du Cas I injectés dans le lit mineur, Q_m , des hauteurs d'eau h_m en lit mineur à $x^* = 6$, et de la vitesse longitudinale à l'interface U_x et transversale à l'interface U_y à $x^* = 10$ et $z^* = 0.18$. La surface jaune représente la fenêtre adoptée pendant la segmentation, d'une longueur de 520 secondes (section 3.3).

Les séries de mesures brutes instantanées des débits, des hauteurs d'eau et des vitesses vont suivre différentes étapes de traitement, qui sont détaillées ci-après.

3.1 Filtrage initiale des vitesses

Un premier filtrage des mesures instantanées des composantes de vitesses est d'abord appliqué, lié au fait que la sonde ADV n'est immergée qu'une partie du temps pour certaines altitudes z^* . Par exemple, comme l'illustre la figure 3.9, la sonde ADV peut être hors d'eau pour les points $z^* > 0.30$. du Cas I. Dans ce cas, les valeurs de vitesse sont erronées une partie du temps comme pour U_x sur la figure 3.10 (mesurée à $z^* = 0.42$). Il faut donc écarter ces valeurs aberrantes de la série de mesures.

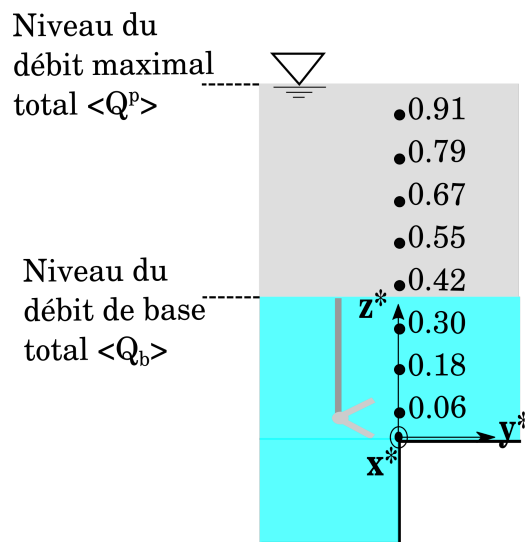


FIGURE 3.9 – Position verticale $z^* = \frac{Z}{\langle h_f^p \rangle}$ des points de mesures de vitesses à l'interface MC/FP ($y^* = 0$) pour le Cas I.

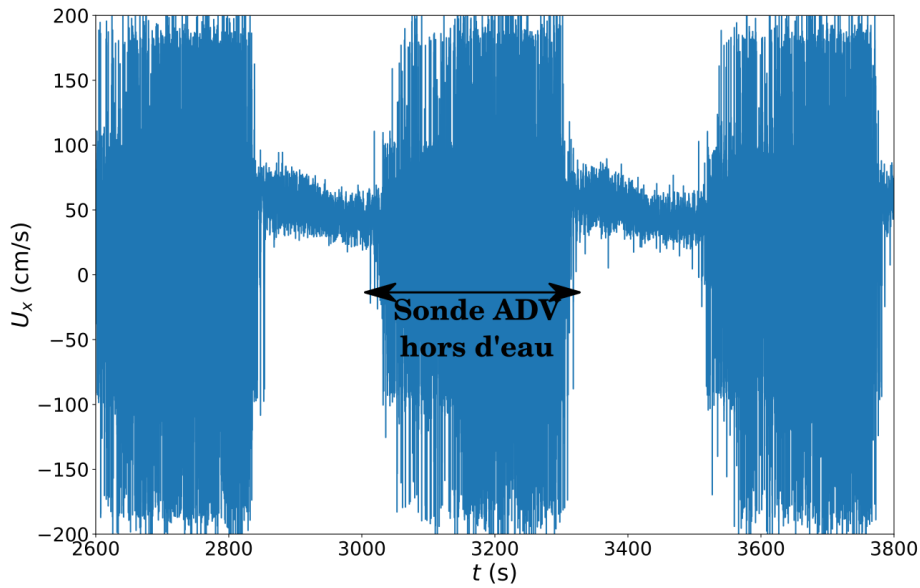


FIGURE 3.10 – Mesure de la vitesse longitudinale instantanée U_x à l'altitude $z^* = 0.42$ pour le Cas I.

Pour ce faire, on se base sur les valeurs du rapport signal sur bruit (Signal to noise Ratio, SNR) et la corrélation du signal COR à l'intérieur du volume de mesure (voir section 1.3). Les valeurs moyennes de SNR et COR associées aux vitesses longitudinale et transversale mesurées au-dessous du niveau de débit de base (points de mesure en eau pendant toute la période de l'hydrogramme) sont respectivement 22 dB et 85%. On retient alors uniquement les mesures instantanées de vitesses telles que $COR \geq 85\%$ et $SNR \geq 22$ dB.

3.2 Correction angulaire en régime permanent uniforme

La sonde ADV (side looking probe) n'est jamais parfaitement alignée avec l'axe longitudinal. Il faut donc appliquer une correction angulaire aux mesures de vitesses longitudinale et transversale U_x et U_y [Roy et al., 1996; Peltier et al., 2013b]. L'angle de rotation θ_z (voir figure 3.11) est déterminé en mesurant la vitesse au centre du lit mineur, à 20 altitudes différentes, en régime permanent uniforme pour le Cas I. L'angle de correction θ_z est déterminé en supposant que la vitesse transversale moyennée sur la verticale est nulle ($U'_{yd} = 0$ cm/s). Une rotation des vitesses longitudinale et transversale est ensuite effectuée comme l'illustre la figure 3.11. Dans notre cas, l'angle de correction θ_z était de -0.48° .

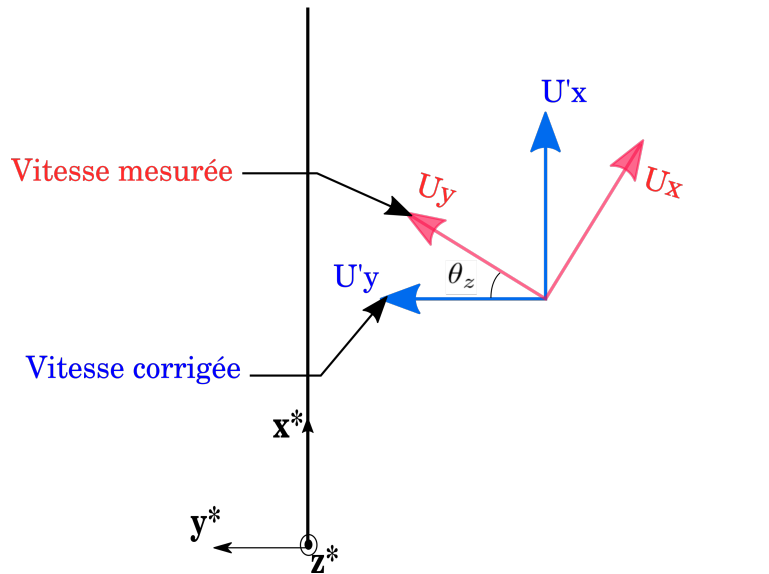


FIGURE 3.11 – Correction des vitesses longitudinale et transversale U_x et U_y par rotation d'un angle θ_z autour de la verticale pour tenir compte de l'erreur d'alignement de la sonde ADV avec l'axe x^* .

3.3 Segmentation des séries de mesures en régime instationnaire

Pour pouvoir effectuer une moyenne d'ensemble des données instationnaires, les séries des mesures instantanées ont été segmentées en prenant une fenêtre centrée sur le débit maximal, représentée par la surface jaune sur la figure 3.8. La largeur de la fenêtre est choisie de manière à inclure les mesures de hauteur d'eau et de vitesses correspondantes au débit de base avant et après l'hydrogramme, ce qui conduit à une durée totale de 520 secondes pour le Cas I et 550 pour le Cas II.

3.4 Moyenne d'ensemble des données instationnaires

3.4.1 Calcul des moyennes d'ensemble

Une fois la segmentation réalisée, une moyenne d'ensemble des segments est calculée (voir la section 2.1 dans Chapitre 2). On présente sur la figure 3.12 pour le Cas I le résultat du calcul de la moyenne d'ensemble de 100 répétitions pour des hydrogrammes dans le lit mineur $\langle Q_m \rangle$ et dans le lit majeur $\langle Q_f \rangle$, des hauteurs d'eau dans le lit mineur $\langle h_m \rangle$ et dans le lit majeur $\langle h_f \rangle$ à $x^* = 6$, et des composantes de vitesses instantanées longitudinale $\langle U_x \rangle$ et transversale $\langle U_y \rangle$ mesurées à $x^* = 10$ et $z^* = 0.18$. Alors que les hydrogrammes et les limnigrammes sont bien lissés par le moyennage d'ensemble, des fluctuations résiduelles

importantes persistent pour les composantes de vitesses U_x et U_y . Ces fluctuations sont liées à une mauvaise convergence de la moyenne d'ensemble (voir section 3.4.2). On se retrouve alors avec des fluctuations résiduelles de la moyenne d'ensemble qui sont dues à la variabilité des conditions initiales (voir figure 3.8), et à la turbulence importante à l'interface MC/FP (coeur de la création des structures cohérentes de Kelvin-Helmholtz (KH), Dupuis et al. [2017a]), que ne fait pas disparaître le moyennage sur 100 hydrogrammes.

La figure 3.12 montre également l'écart type σ de chaque moyenne d'ensemble calculée. On peut constater que, pour les débits $\langle Q_m \rangle$ et $\langle Q_f \rangle$ ainsi que pour les hauteurs d'eau $\langle h_m \rangle$ et $\langle h_f \rangle$, l'écart type σ atteint deux valeurs maximales : une première valeur lors de la montée de crue et une deuxième lors de la descente de crue, avec un point minimum entre ces deux valeurs maximales, qui coïncide avec le pic de chaque courbe. On peut expliquer cela par la technique de segmentation des séries, centrée sur le maximum du débit, minimisant alors l'écart autour de ce maximum. Par ailleurs, on peut constater que les valeurs de σ pour les vitesses sont plus importantes ($\sigma(t)$ atteint $0.27\langle U_x(t) \rangle$ et environ $2\langle U_y(t) \rangle$) que celles pour les débits (4% de $\langle Q_m(t) \rangle$ et 8% de $\langle Q_f(t) \rangle$) ou celles pour les hauteurs d'eau (3% de $\langle h_m(t) \rangle$ et 8% de $\langle h_f(t) \rangle$).

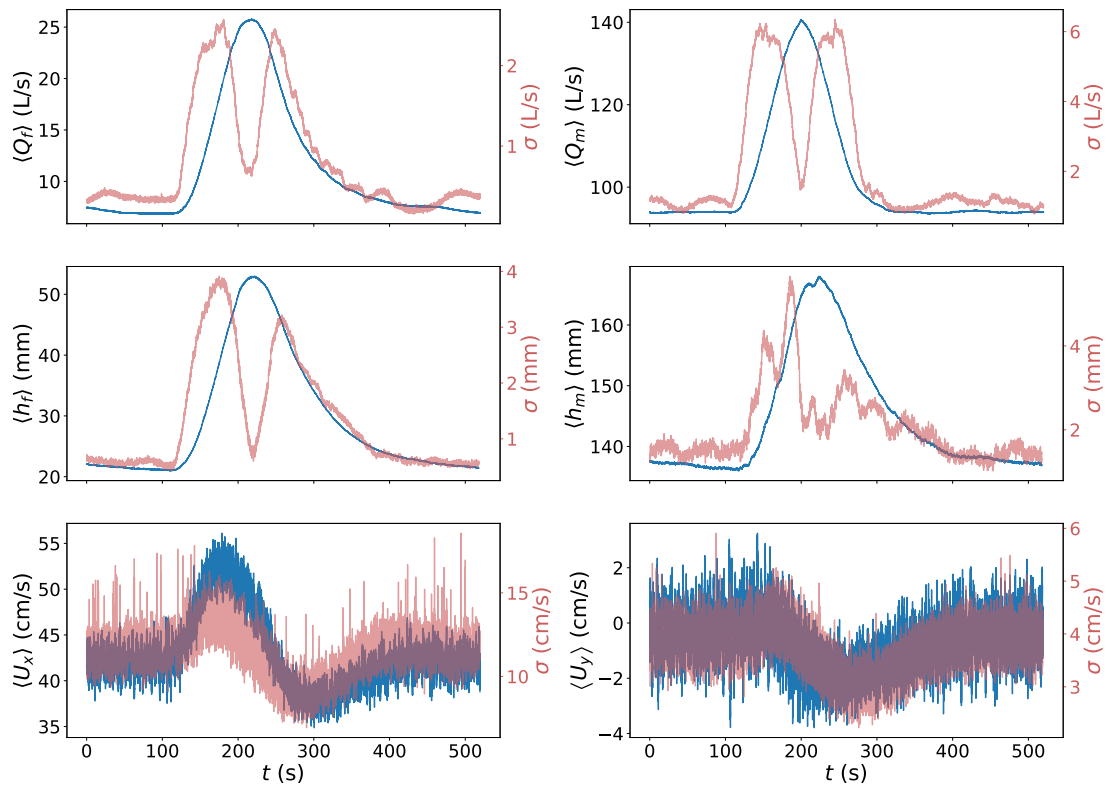


FIGURE 3.12 – Moyenne d'ensemble de 100 répétitions des hydrogrammes du Cas I dans le lit mineur $\langle Q_m \rangle$ et dans le lit majeur $\langle Q_f \rangle$, et des limnigrammes $\langle h_m \rangle$ et $\langle h_f \rangle$ à $x^* = 6$ et des vitesses instantanées longitudinale $\langle U_x \rangle$ et transversale $\langle U_y \rangle$, à $x^* = 10$ et $z^* = 0.18$. Chaque moyenne d'ensemble est accompagnée de l'écart type correspondant σ .

3.4.2 Convergence des moyennes d'ensemble calculées

Dans cette section, on étudie la convergence des moyennes d'ensembles calculées, en analysant l'amplitude des fluctuations résiduelles de la moyenne d'ensemble par rapport à la résolution des appareils de mesures. Pour ce faire, on a calculé la différence entre la moyenne d'ensemble des i premières mesures instantanées et la moyenne d'ensemble des 100 mesures instantanées à chaque instant t . Le résultat de la convergence de la moyenne d'ensemble de $\langle Q_m \rangle$, $\langle Q_f \rangle$, $\langle U_x \rangle$ et $\langle h_f \rangle$ est montrée sur la figure 3.13. Chaque courbe correspond à un temps t donné de l'hydrogramme et les lignes noires continues délimitent l'incertitude des capteurs ($\pm 0.3\%$ pour le débitmètre, ± 0.3 mm pour l'US et $\pm 0.5\%$ pour l'ADV, voir la section 1.3). On conclut alors que 90 répétitions ont permis d'avoir une conver-

gence de la moyenne d'ensemble des débits et hauteurs d'eau dans le lit majeur et dans le lit mineur (voir Annexe 4 pour la courbe de $\langle h_m \rangle$). En revanche, la vitesse U_x n'a pas convergé, mais reste dans une fourchette de $\pm 2\%$ de la vitesse finale. La convergence de la vitesse U_y n'a pas été tracée, car celle-ci atteint des valeurs proches de 0 ou nulles, le ratio $\frac{\langle U_y \rangle_i - \langle U_y \rangle}{\langle U_y \rangle}$ tend alors vers des valeurs infinies.

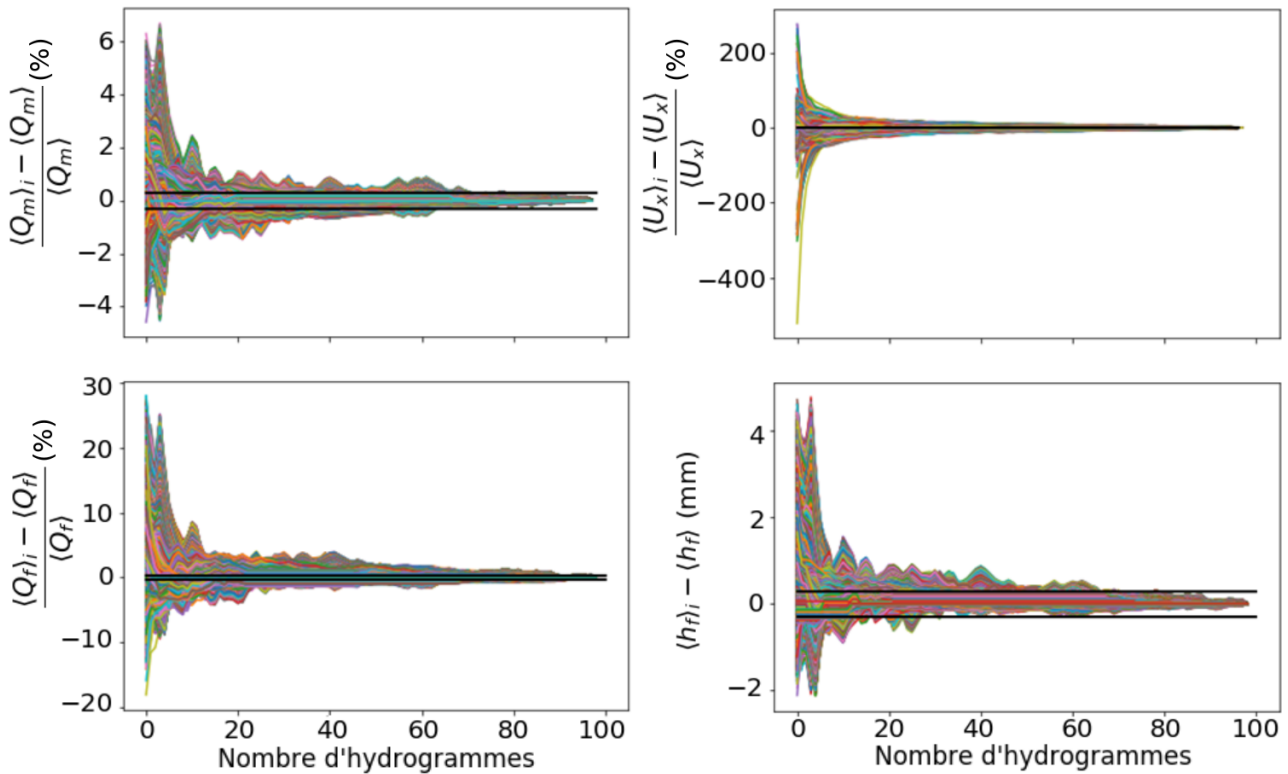


FIGURE 3.13 – Test de convergence des moyennes d'ensemble pour le Cas I : débits injectés dans le lit mineur $\langle Q_m \rangle$ et le lit majeur $\langle Q_f \rangle$, vitesse instantanée longitudinale $\langle U_x \rangle$ à l'interface à $x^* = 10$ et $z^* = 0.18$, et hauteur d'eau dans le lit majeur $\langle h_f \rangle$ à $x^* = 6$. Les traits noirs continus délimitent l'incertitude de mesure des capteurs.

3.5 Calcul de la moyenne des vitesses sur la verticale et amélioration du lissage des vitesses

Une fois calculée la moyenne d'ensemble des mesures de vitesse à chaque altitude z^* à $x^* = 10$, la moyenne sur la hauteur d'eau est calculée (figure 3.14). Afin de filtrer les fluctuations résiduelles associées à la turbulence à l'interface MC/FP, une moyenne glissante a été appliquée afin de faire disparaître l'influence des structures turbulentes de Kelvin-Helmholtz (voir la section 2.1 du Chapitre 2). Le temps intégral de la turbulence (*i.e.* la fenêtre temporelle de la moyenne glissante) est estimé en calculant une fonction d'auto-

corrélation temporelle sur des échantillons de $\langle U_x \rangle_d$: 4 échantillons de 10 secondes sont considérés pour analyser cette fonction, tracée sur la figure 3.15.

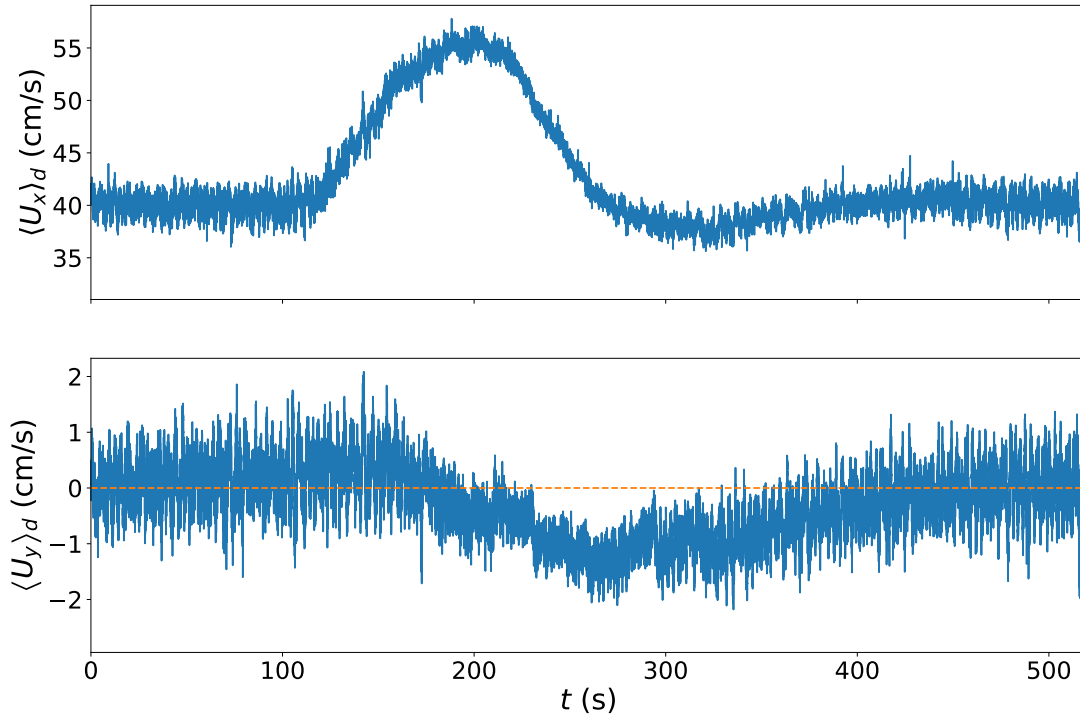


FIGURE 3.14 – Moyenne d’ensemble des vitesses instantanées longitudinale et transversales, moyennées sur la verticale, notées $\langle U_x \rangle_d$ et $\langle U_y \rangle_d$ respectivement.

Le temps intégral de la turbulence est alors fixé à 4 secondes, durée maximale pour laquelle R_{U_x} s’annule la première fois dans les échantillons de la figure 3.15. Le lissage des composantes de vitesses avec la moyenne glissante aboutit à des profils plus clairs qu’on montre sur la figure 3.16.

3.6 Calcul des statistiques turbulentes

Après avoir calculé la moyenne d’ensemble de la vitesse longitudinale $\langle U_x \rangle(z^*, t)$ et transversale $\langle U_y \rangle(z^*, t)$ à une altitude z^* donnée, on lisse cette moyenne avec la même fenêtre retrouvée auparavant de 4 secondes (section 3.5). Ensuite, les fluctuations longitudinales et transversales instantanées $u'_x(z^*, t)$ et $u'_y(z^*, t)$ sont calculées en se basant sur les vitesses longitudinales et transversales instantanées segmentées (voir section 3.3) comme le montre l’équation 3.1.

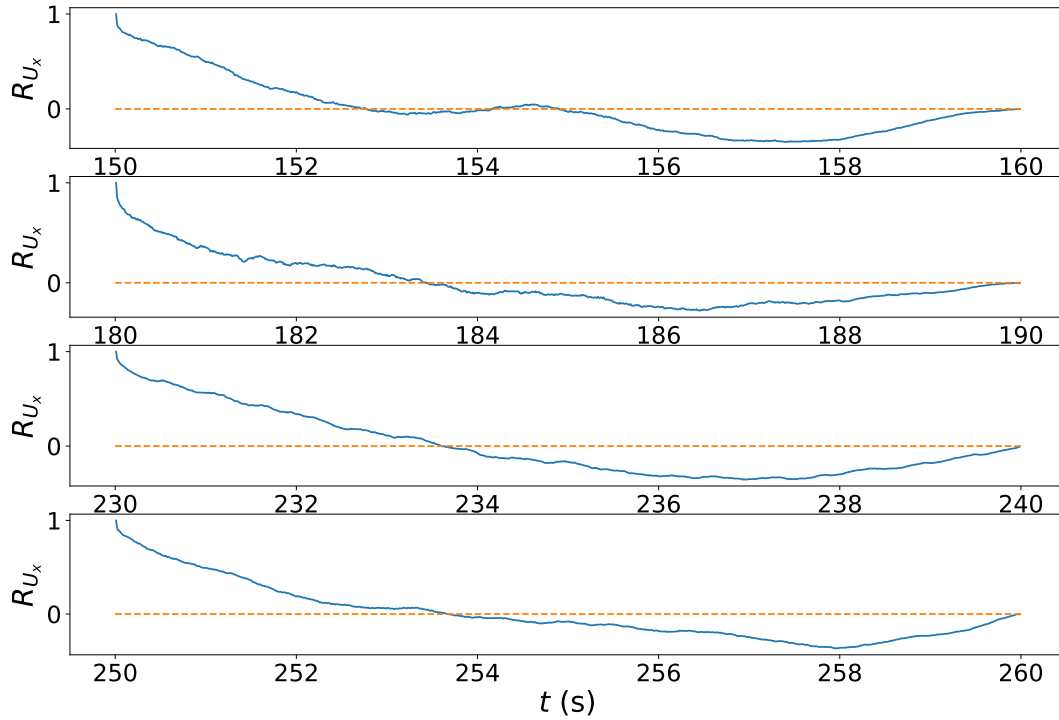


FIGURE 3.15 – Fonction d'auto-corrélation temporelle R_{U_x} sur 4 échantillons du signal $\langle U_x \rangle_d$, d'une durée de 10 sec chacun.

$$\begin{cases} u'_x(z^*, t) = U_x(z^*, t) - \langle U_x \rangle(z^*, t) \\ u'_y(z^*, t) = U_y(z^*, t) - \langle U_y \rangle(z^*, t) \end{cases} \quad (3.1)$$

Le calcul des fluctuations longitudinale et transversale permet de retrouver le cisaillement turbulent transverse $\tau_{xy} = -\rho u'_x u'_y$ ainsi que les intensités turbulentes longitudinales $\tau_{xx} = -\rho u'_x u'_x$ et transversales $\tau_{yy} = -\rho u'_y u'_y$. Cela permet ensuite de calculer la moyenne d'ensemble moyennée sur la verticale du cisaillement turbulent transverse $\langle \tau_{xy} \rangle_d$ et des intensités turbulentes longitudinale $\langle \tau_{xx} \rangle_d$ et transversale $\langle \tau_{yy} \rangle_d$.

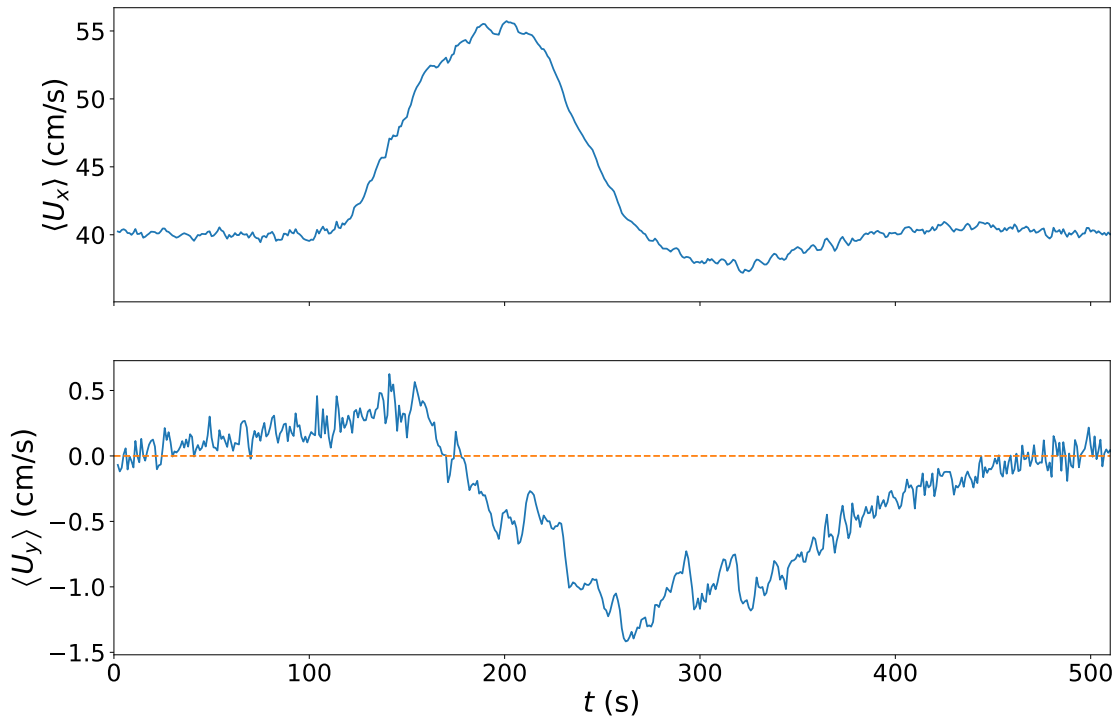


FIGURE 3.16 – Évolution temporelle des vitesses moyennées sur la verticale, longitudinale $\langle U_x \rangle_d$, et transversale $\langle U_y \rangle_d$, après lissage du signal avec une moyenne glissante (sur 4 secondes pour le Cas I, temps intégral de la turbulence).

On note ici que les fluctuations longitudinale et transversale calculées sont associées à la turbulence, mais aussi aux variations des hydrogrammes. La distinction des fluctuations dues aux variations des hydrogrammes des fluctuations dues à la turbulence est compliqué, car cela revient à distinguer deux incertitudes différentes dans une incertitude globale. On s'est contenté, dans ce travail, d'appliquer la formule proposée par Carr [1981] (voir section 1.2.1 dans l'Introduction). Il est à noter que celui-ci, ainsi que d'autres auteurs ne mentionnent pas la question de distinction des fluctuations associées à la turbulence de celles liées aux variations des hydrogrammes.

4 Résultats expérimentaux et comparaison aux simulations 1D et 1D+

Dans cette section, le temps pour les résultats expérimentaux est adimensionné par le temps de montée du limnigramme T_h^r et l'origine $t/T_h^r = 0$ est considérée au point de départ de la montée du limnigramme t_0 . Ce temps t_0 est obtenu en moyennant les temps $t_0(h)$ des limnigrammes mesurés. Dans chaque limnigramme, $t_0(h)$ correspond au premier moment où le gradient $\frac{h_i(t+\Delta t) - h_i(t)}{\Delta t}$ devient positif (avec $i = m$ en lit mineur et $i = f$ en lit majeur et Δt la période entre deux mesures successives).

Les simulations numériques de l'expérience sont effectuées avec un modèle numérique reprenant la même section du canal ainsi que les mêmes rugosités. La mesure de hauteur d'eau la plus en aval étant à $x^* = 15$, le modèle numérique fait 15 m de longueur. Les simulations sont réalisées avec le logiciel Mage d'INRAE (voir l'Annexe 2). Deux modèles implémentés dans Mage sont comparés : la méthode DEBORD (modélisation 1D) et l'ISM (modélisation 1D+). En condition à la limite amont, la méthode DEBORD requiert un débit total entrant, alors que l'ISM requiert un débit par lit. Pour l'ISM, les débits amont mesurés Q_m et Q_f sont considérés. En condition à la limite aval, la mesure de la hauteur d'eau à $x^* = 15$ dans le lit mineur $h_m(t)$ est prise en compte. On ajoute enfin que les résultats numériques sont affichés en absolu.

4.1 Hauteurs d'eau

Nous présentons sur la figure 3.17 les moyennes d'ensemble des hauteurs d'eau dans le lit mineur $\langle h_m \rangle$ et dans le lit majeur $\langle h_f \rangle$ mesurée à $x^* = 6, 10$ et 13 . Ces hauteurs sont adimensionnées par les hauteurs maximales mesurées à $x^* = 6$ dans le lit mineur et dans le lit majeur, notées respectivement $\langle h_{m0}^p \rangle$ et $\langle h_{f0}^p \rangle$. On remarque que la hauteur d'eau diminue tout au long du canal comme on le montre dans le tableau 3.3 où sont résumées les valeurs de la variation relative du pic de la hauteur d'eau dans le lit mineur ($i = m$) et dans le lit majeur ($i = f$) : $\Delta h_i = \frac{\langle h_i^p \rangle - \langle h_{i0}^p \rangle}{\langle h_{i0}^p \rangle} \times 100$, par rapport au pic de la hauteur d'eau à $x^* = 6$ $\langle h_{i0}^p \rangle$. À noter qu'aucun décalage temporel n'a été constaté dans le sens longitudinal comme il a été observé pour des écoulements en canal simple (Hu et al. [2012], voir la section 1.3 du Chapitre 2) ou dans les expériences de Lai et al. [2000] en canal composé. En effet, dans la littérature des écoulements instationnaires en canal composé, l'hydrogramme est injecté

dans le lit mineur avec un débit de base qui n'inonde pas le lit majeur. On assiste alors à une seule onde qui se propage, issue de l'hydrogramme injecté en amont. On note deux différences dans notre expérience par rapport à la littérature, la deuxième différence étant consécutive de la première :

1. Deux hydrogrammes sont injectés (un hydrogramme par lit) plutôt qu'un seul dans le lit mineur, et
2. Une inondation du lit majeur dès le débit de base.

On assiste alors à deux ondes qui se propagent avec des vitesses différentes : l'onde dans le lit mineur se propage rapidement (avec une célérité de $\sqrt{gh_m^p}$) et l'onde dans le lit majeur se propage moins vite (avec une célérité de $\sqrt{gh_f^p}$). On suppose alors que l'onde dans le lit mineur se diffuse très rapidement dans le lit majeur et disparaît, et réciproquement, l'onde dans le lit majeur se diffuse dans le lit mineur et disparaît. Ce phénomène peut être exacerbé avec l'impact du seuil aval, ce qui expliquerait l'absence d'un décalage temporel des limnigrammes dans le sens longitudinal.

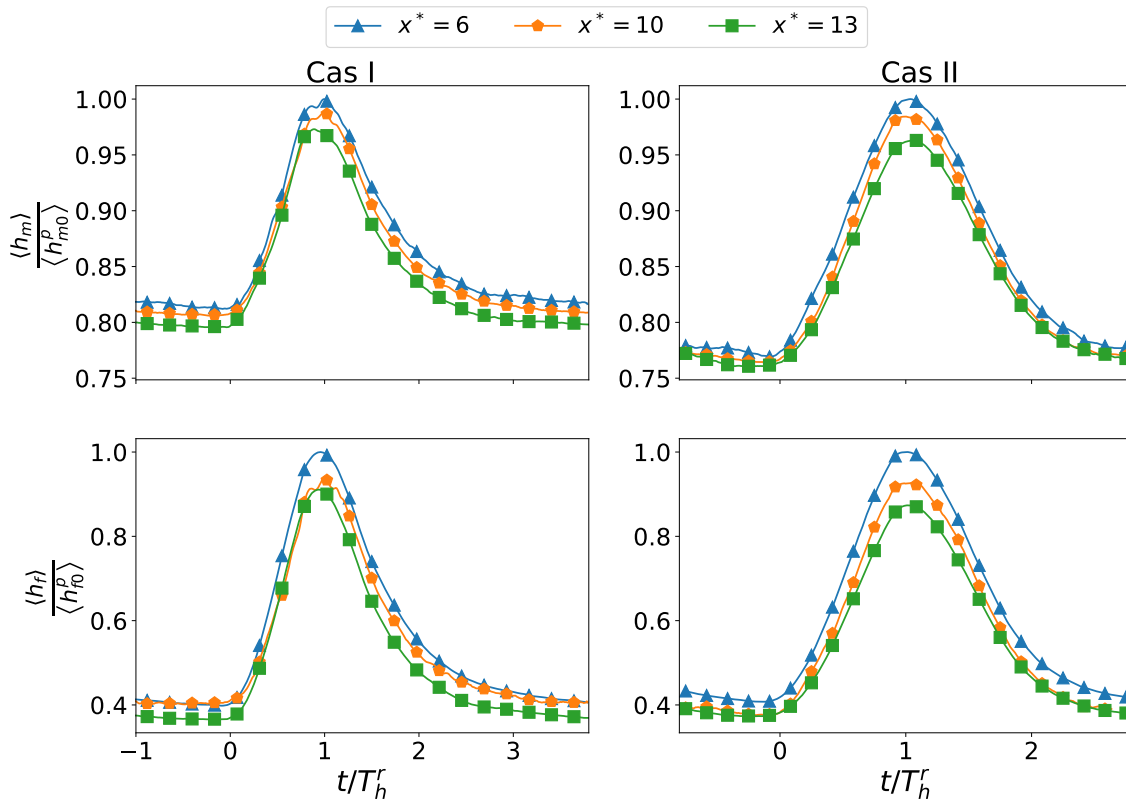


FIGURE 3.17 – Hauteur d'eau mesurée dans le lit mineur $\langle h_m \rangle$ et dans le lit majeur $\langle h_f \rangle$ adimensionnées par les hauteurs maximales mesurées dans les deux lits à $x^* = 6$, notées $\langle h_{m0}^p \rangle$ et $\langle h_{f0}^p \rangle$, respectivement.

Tableau 3.3 – Diminution relative des hauteurs d'eau à $x^* = 10$ et $x^* = 13$ par rapport à la hauteur d'eau à $x^* = 6$ dans le lit mineur, Δh_m , et dans le lit majeur Δh_f .

| | Cas I | | Cas II | |
|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | $\Delta h_m(\%)$ | $\Delta h_f(\%)$ | $\Delta h_m(\%)$ | $\Delta h_f(\%)$ |
| $x^* = 10$ | -1.14 | -6.02 | -1.56 | -7.33 |
| $x^* = 13$ | -2.70 | -8.91 | -3.66 | -12.65 |

Nous présentons sur la figure 3.18 une comparaison entre les mesures expérimentales et les simulations numériques avec le modèle 1D (DEBORD) et le modèle 1D+ (ISM) des hauteurs d'eau dans les deux lits à $x^* = 6$. Tandis que le 1D+ et le 1D ont des résultats similaires pour le Cas I, le 1D+ reproduit mieux les hauteurs d'eau pour le Cas II. Cela est dû au fait que le 1D+ prend en considération la répartition effective de débit entre le lit mineur et le lit majeur à l'amont, tandis que le 1D suppose une répartition uniforme (à chaque instant t) pour les deux cas. En effet, comme il a été vu sur la figure 3.7 pour le Cas I, la répartition des débits effective est proche de la répartition uniforme calculée par

DEBORD, alors que pour le Cas II, la répartition expérimentale est relativement éloignée de la répartition uniforme. Ceci est particulièrement vrai autour du pic de débit (figure 3.7), ce qui conduit à une différence maximale entre le 1D+ et le 1D (figure 3.18).

L'écart aux mesures entre les 2 approches est important à l'amont (à $x^* = 6$ et $x^* = 7$) comme le montre la figure 3.19, où figure l'erreur relative entre simulations et mesures des hauteurs moyennes $\frac{A}{B}$ (où A est la section mouillée totale et B la largeur au miroir totale). On voit également sur cette figure que les écarts entre 1D+ et 1D sont faibles pour le Cas I (variation entre -4% et 4%), alors qu'ils atteignent un pic avec le 1D (-7.5%) par rapport au 1D+ (-5%) pour le cas II. L'écart est encore plus marqué près de l'entrée à $x^* = 1$, comme en témoigne la figure 3.20. On voit alors que les simulations 1D et 1D+ sont proches durant tout le limnigramme pour le Cas I (l'erreur relative maximale sur la hauteur moyenne A/B calculée par rapport au 1D+ est 3%), mais sont nettement différentes autour du pic pour le Cas II (l'erreur relative maximale sur la hauteur moyenne calculée par rapport au 1D+ est 6%).

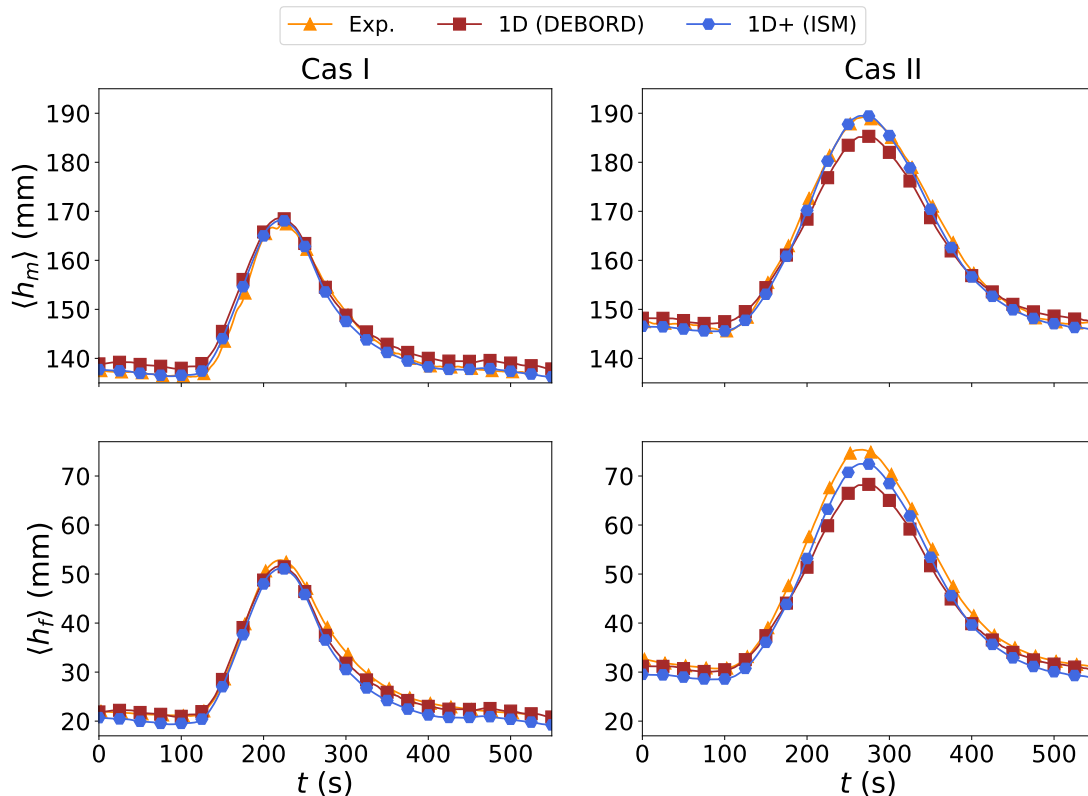


FIGURE 3.18 – Comparaison entre les simulations 1D et 1D+ et les mesures de hauteurs d'eau dans le lit mineur et dans le lit majeur à $x^* = 6$.

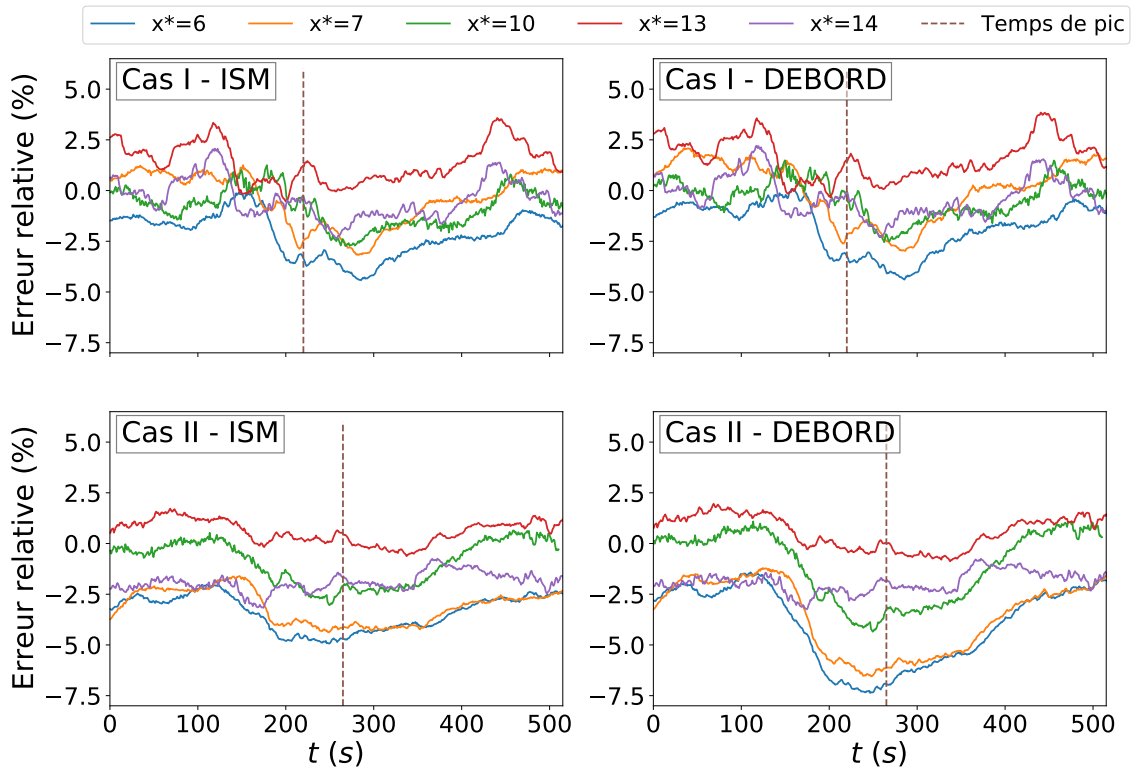


FIGURE 3.19 – Erreurs relatives entre hauteurs d'eau moyennes $\frac{A}{B}$ (A la section mouillée totale et B la largeur au miroir totale) simulées (1D et 1D+) et mesures, à différentes abscisses x^* .

On en conclut alors que la différence entre simulations 1D+ et le 1D des hauteurs d'eau est principalement due à la répartition du débit total amont entre lits qui est prise en compte par chaque modèle. Alors que le 1D+ utilise les valeurs mesurées de Q_m et de Q_f à $x^* = 0$, le 1D considère une répartition de débit entre lits égale à celle du régime uniforme dans les deux cas. Les différences entre 1D et 1D+ augmentent lorsque l'on s'approche de l'entrée du canal, comme à $x^* = 1$ sur la figure 3.20.

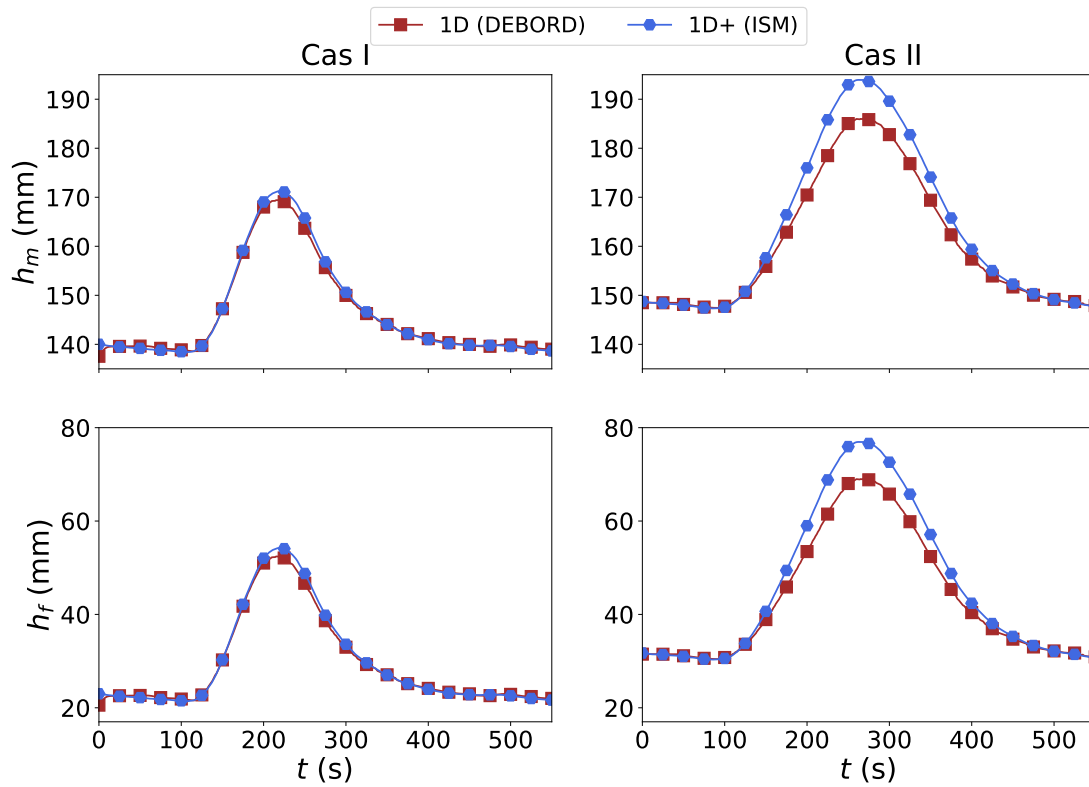


FIGURE 3.20 – Simulation par le 1D+ et le 1D des hauteurs d'eau dans le lit mineur, h_m , et dans le lit majeur, h_f , à $x^* = 1$.

4.2 Paramètres d'écoulement à l'interface moyennés sur la verticale

Dans cette section, on s'intéresse aux mesures expérimentales et aux simulations numériques des paramètres moyennés sur la verticale à l'interface MC/FP : vitesse longitudinale et transversale, débit transversal et cisaillement turbulent (Tenseur de Reynolds) transverse.

4.2.1 Vitesses et débits transversaux

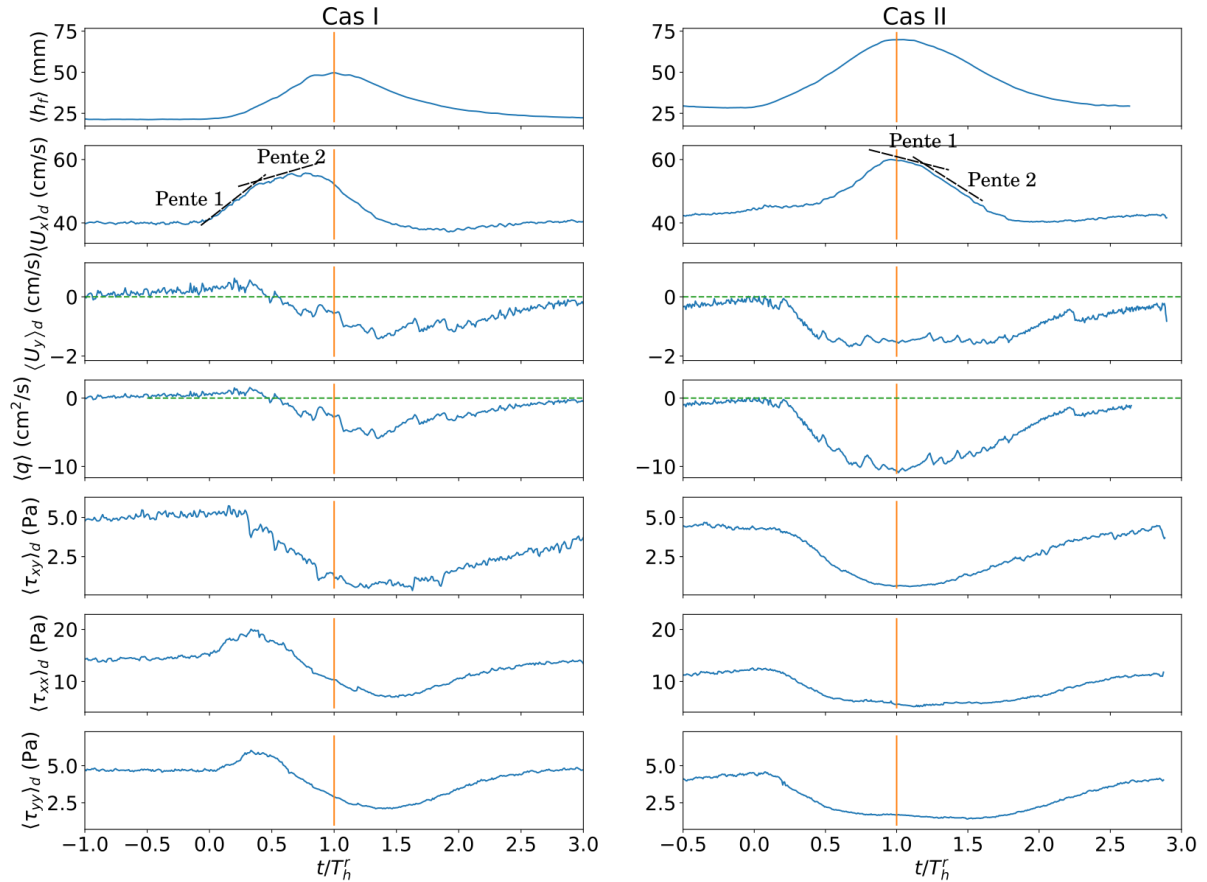


FIGURE 3.21 – Moyenne d'ensemble de la hauteur d'eau mesurée dans le lit majeur $\langle h_f \rangle$, et mesures moyennées sur la verticale à l'interface de la vitesse longitudinale et transversale, $\langle U_x \rangle_d$ et $\langle U_y \rangle_d$, du cisaillement turbulent transverse $\langle \tau_{xy} \rangle_d$ ainsi que des intensités turbulentes longitudinale $\langle \tau_{xx} \rangle_d$ et transversale $\langle \tau_{yy} \rangle_d$ à $x^* = 10$.

Les mesures de vitesse transversale moyennée sur la verticale $\langle U_y \rangle_d$ et du débit transversal $\langle q \rangle$ sont présentées sur la figure 3.21. Pour le Cas I, le transfert latéral se fait dans un premier temps (*i.e.* en début de montée de crue) du lit mineur vers le lit majeur ($\langle U_y \rangle_d > 0$ et $\langle q \rangle > 0$) et ensuite s'inverse durant tout le reste de l'hydrogramme ($\langle U_y \rangle_d < 0$ et $\langle q \rangle < 0$). Pour le Cas II, le transfert latéral s'effectue du lit majeur vers le lit mineur durant tout l'hydrogramme. Les mesures des vitesses étant réalisées uniquement à $x^* = 10$, il est difficile d'en expliquer la raison vu qu'un ré-équilibre peut avoir lieu tout au long du canal. Néanmoins, ce transfert est cohérent avec la suralimentation du lit majeur imposée en amont, comme

on l'a vu sur la figure 3.7. À noter que l'évolution des transferts latéraux le long du canal sera étudiée à l'aide des simulations 1D+ plus loin dans cette section.

Comme le montre la figure 3.22, les vitesses et débits transversaux à l'interface sont généralement bien simulés par le 1D+. Pour le Cas I, alors que le transfert latéral expérimental est nul au début du débit de base, le transfert latéral numérique prend des valeurs légèrement négatives ($\sim -0.2 \text{ cm}^2/\text{s}$). Ensuite l'ISM reproduit le signe du transfert latéral avec des valeurs positives sur une courte période en début de montée de crue, indiquant un transfert latéral du lit mineur vers le lit majeur, puis des valeurs négatives jusqu'au début du deuxième débit de base où q simulé prend des valeurs légèrement positives ($\sim +0.2 \text{ cm}^2/\text{s}$), mais finit par rejoindre les valeurs de q expérimentales. Pour le Cas II, alors qu'on a un transfert latéral expérimental du lit majeur vers le lit mineur pendant tout l'hydrogramme ($\langle q \rangle < 0$), on a un faible transfert du lit mineur vers le lit majeur juste avant la montée de crue ($\langle q \rangle > 0$).

L'évolution longitudinale du débit latéral q simulé par le 1D+ (ISM) est présentée sur la figure 3.23. Globalement, on peut remarquer qu'on a un transfert du lit majeur vers le lit mineur durant tout l'hydrogramme en amont et qu'on tend vers un changement de signe à mesure qu'on s'approche de l'aval : un transfert du lit mineur vers le lit majeur en montée de crue et une annulation de q durant le débit de base. On remarque également que ce changement de signe intervient plus tôt avec le Cas I, comparé au Cas II.

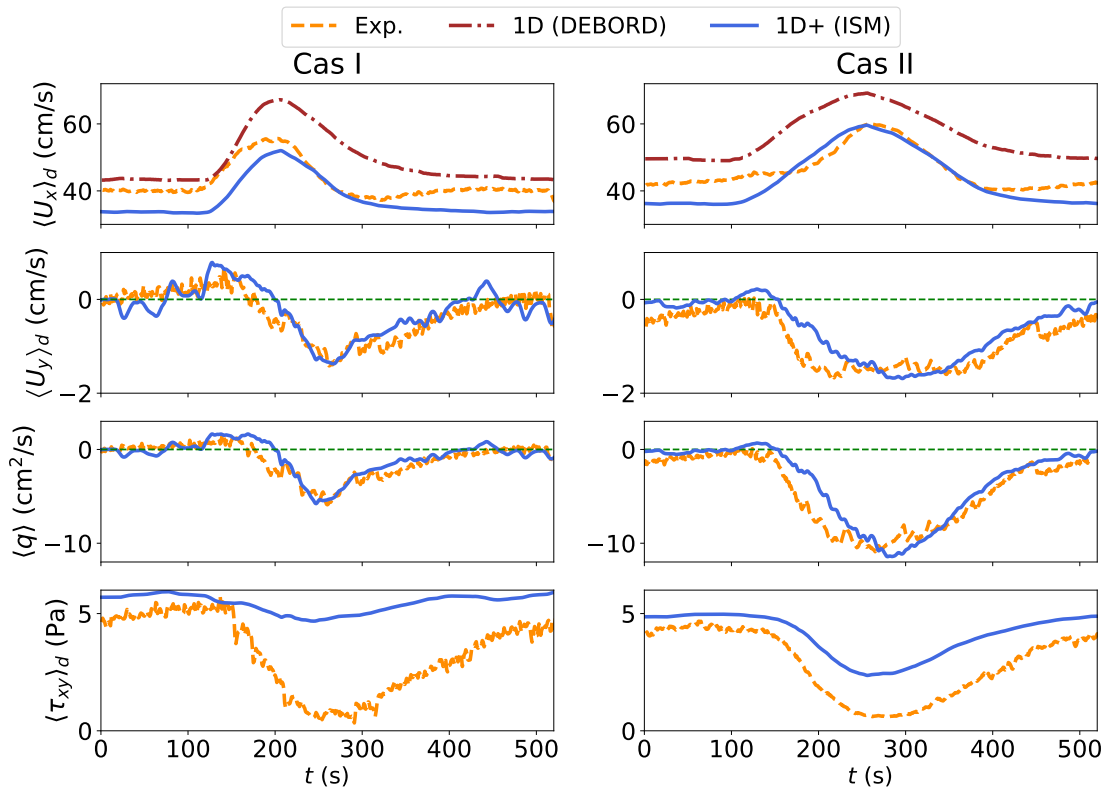


FIGURE 3.22 – Comparaison entre mesures et simulations 1D (DEBORD) et 1D+ (ISM) des paramètres à l'interface moyennés sur la hauteur : vitesse longitudinale $\langle U_x \rangle_d$, vitesse transversale $\langle U_y \rangle_d$, débit latéral unitaire $\langle q \rangle$, et cisaillement turbulent transverse $\langle \tau_{xy} \rangle_d$.

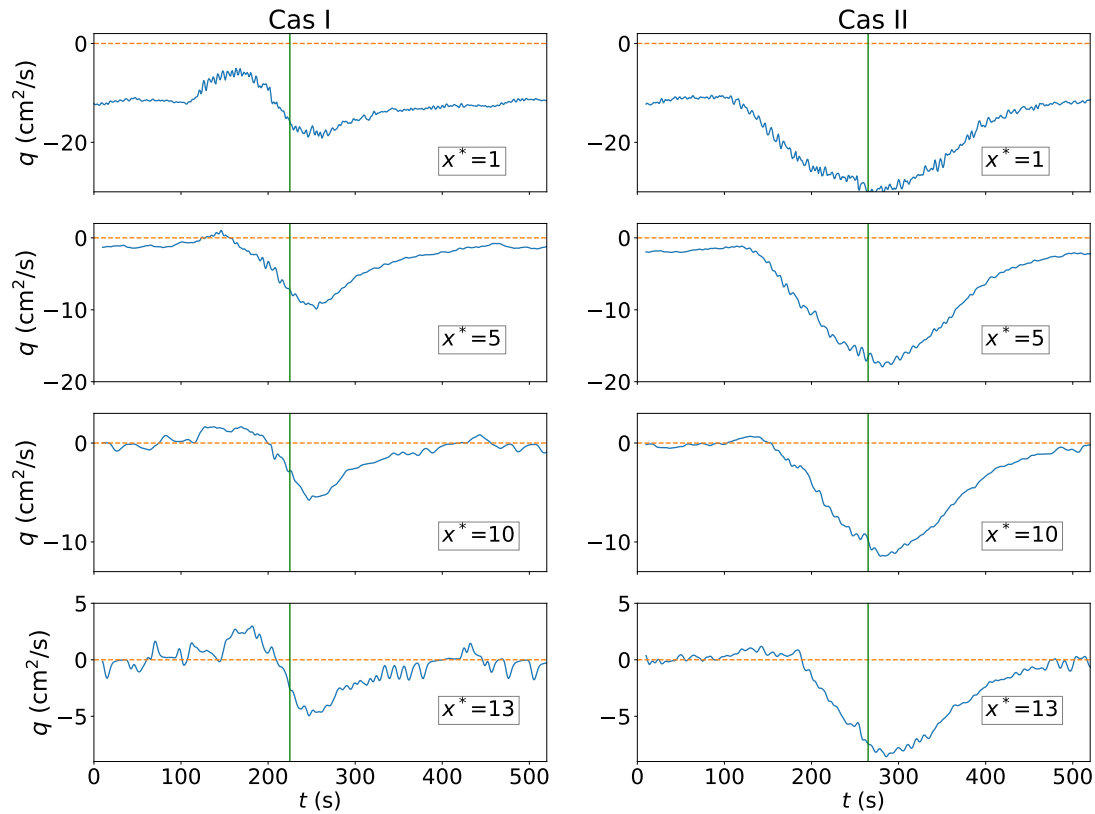


FIGURE 3.23 – Simulation 1D+ du débit latéral unitaire q à l'interface MC/FP tout au long du canal.

L'explication de ce profil type auquel tend q (des valeurs positives en montée de crue et négative en descente, avec annulation de débit transversal pendant le débit de base) peut être retrouvée dans la littérature. En effet pour modéliser expérimentalement des inondations naturelles dans des canaux droits, les hydrogrammes utilisés par les auteurs [Tominaga et al., 1994, 1995; Lai et al., 2000] commencent par des débits de base qui ne débordent pas sur le lit majeur. Ensuite, la montée de crue fait déborder l'écoulement du lit mineur causant un transfert de masse du lit mineur vers le lit majeur. Et pendant la descente de crue, le lit majeur se vide causant un transfert de masse du lit majeur vers le lit mineur. C'est ce qui est illustré sur la figure 3.24 issue de Lai et al. [2000] où plusieurs périodes sont distinguées : la période ① où le niveau correspond au débit de base, puis la période ② qui marque le début de montée de niveau d'eau jusqu'à ③ où le lit mineur est rempli et le débordement commence jusqu'à ④ puis la descente de niveau a lieu de ④ jusqu'à ⑥. Si

on trace un profil du transfert de masse latéral q approximatif qui représente ces étapes, il aura la même allure que celui de la figure 3.25. Les profils de q simulés sur la figure 3.23 tendent vers le même profil que celui de la figure 3.25 quand on s'approche de l'aval du canal.

Ainsi, plus on s'approche vers l'aval, plus on tend vers ce profil type de la figure 3.25, qu'on peut considérer comme un "équilibre" du régime instationnaire. Quand ce profil est atteint, l'impact de la répartition amont des débits n'existe plus.

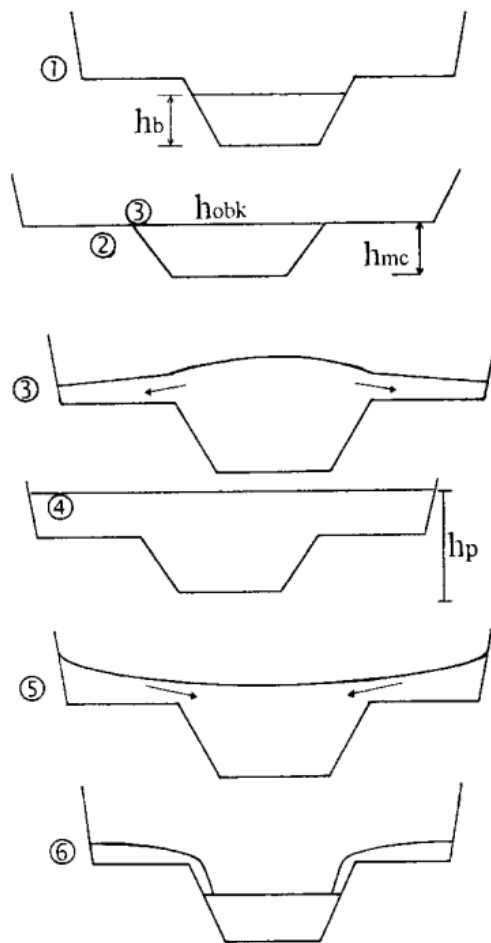


FIGURE 3.24 – Surface d'eau pendant une crue selon Lai et al. [2000]

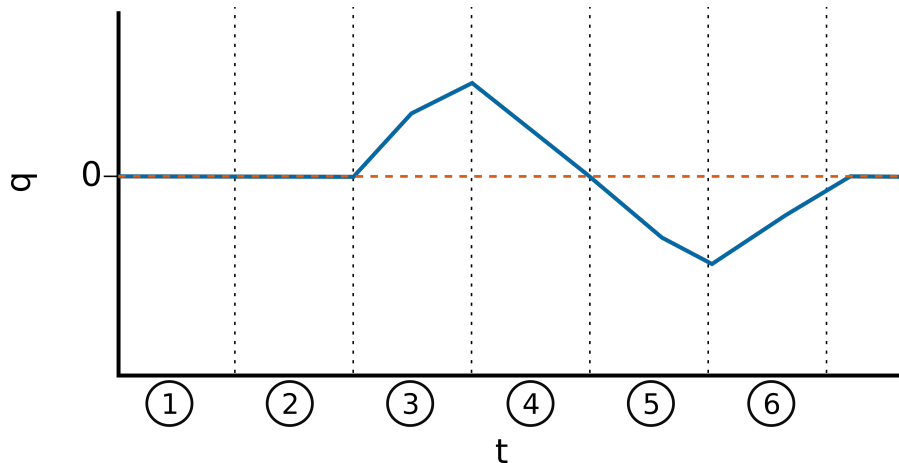


FIGURE 3.25 – Schéma du transfert latéral de masse q associé aux différentes phases de la figure 3.24. Un transfert du lit mineur vers le lit majeur correspond à $q > 0$.

Par ailleurs, on peut s'interroger sur le signe de q pour le Cas I : autour du pic du débit, le lit majeur étant légèrement sous-alimenté (voir figure 3.7), on s'attend à un transfert latéral du lit mineur vers le lit majeur ($q > 0$) dès l'amont du canal, alors qu'on a $q < 0$ durant tout l'hydrogramme. On explique cela par le fait que le régime uniforme équivalent calculé avec la méthode DEBORD soit différent du régime uniforme évalué par l'ISM. En effet, la répartition de DEBORD en pic de débit (26 L/s dans le lit majeur et 140 L/s dans le lit mineur) calculée sur-alimente le lit majeur par rapport au régime uniforme évalué par l'ISM (20 L/s dans le lit majeur et 146 L/s dans le lit mineur). Le lit majeur se trouve alors sous-alimenté par rapport au régime uniforme équivalent calculé par DEBORD, mais sur-alimenté par rapport au régime uniforme équivalent calculé par l'ISM.

4.2.2 Vitesse longitudinale

La mesure de la vitesse longitudinale moyennée sur la verticale $\langle U_x \rangle_d$ est présentée sur la figure 3.21. On peut constater que cette vitesse atteint son maximum avant la hauteur d'eau dans les deux cas. Ce résultat est plus marqué pour le Cas I, ce qui peut être expliqué par le fait que les hydrogrammes du Cas I soient plus instationnaires (les coefficients d'instationnarités λ_m et λ_f du Cas I sont supérieurs à ceux du Cas II (voir tableau 3.2). Le fait que la vitesse longitudinale atteigne son maximum avant la hauteur d'eau a été observé en lits simples [Degoutte, 2014; Song and Graf, 1996; Bareš et al., 2008; Bombar, 2016] (voir la section 1.3.2 du Chapitre 2) ainsi qu'en lit composé pour les mesures de vitesse longitudinale et hauteur d'eau dans le lit mineur [Tominaga et al., 1995] (voir la section 1.3.3 du

Chapitre 2).

Par ailleurs, [Tominaga et al. \[1995\]](#) ont identifié deux pentes différentes durant la phase de montée de la vitesse longitudinale dans le lit mineur et ont expliqué cela par le fait que la vitesse dans le lit mineur atteigne le pic en premier et maintienne des valeurs supérieures jusqu'à ce que la vitesse dans le lit majeur atteigne le pic. Dans notre expérience, on peut identifier un comportement similaire pour le cas I avec deux pentes différentes (Pente 1 et Pente 2 sur la figure 3.21) pour la vitesse longitudinale $\langle U_x \rangle_d$. En revanche pour le cas II, on remarque plutôt deux périodes de descente. Des mesures de vitesses moyennées par sous-section auraient été nécessaires pour éclaircir ce point.

On peut également remarquer que la vitesse $\langle U_x \rangle_d$, pour les Cas I et II, descend en dessous de celle correspondante au débit de base (immédiatement après la décrue), avant de retrouver cette valeur. Ce phénomène peut être expliqué par la relation entre vitesse longitudinale interfacielle et vitesse longitudinale moyenne par sous-section [[Proust et al., 2009](#)]. Ces auteurs expliquent que la vitesse à l'interface est proche de la vitesse moyenne dans la sous-section i , lorsqu'un le débit transversal q a lieu de la sous-section i vers la sous-section j . Ainsi, comme l'écoulement a lieu du lit majeur vers le lit mineur dans la descente de crue (car $\langle U_y \rangle_d < 0$ et $\langle q \rangle < 0$ sur la figure 3.21), si l'on suppose que la vitesse moyenne dans le lit majeur, U_f , est inférieure à la vitesse moyenne dans le lit mineur, U_m , on s'attend à ce que la vitesse à l'interface $\langle U_x \rangle_d$ soit proche de U_f en descente de crue, atteignant alors des valeurs inférieures à celle de la vitesse interfacielle pour le débit de base. Ensuite, quand le débit transversal q tend à disparaître (section 4.2.1), $\langle U_x \rangle_d$ retrouve la valeur correspondante au débit de base.

La vitesse longitudinale à l'interface a été simulée avec le 1D+ (ISM) en utilisant un coefficient de pondération $\phi = 0.3$:

$$U_{int} = \phi U_m + (1 - \phi) U_f \quad (3.2)$$

Donc : $U_{int} = 0.3 \times U_m + (1 - 0.3) \times U_f$, avec U_{int} la vitesse longitudinale à l'interface simulée ($U_{int} = \langle U_x \rangle_d$ expérimentale). Ainsi, plus de poids est attribué à U_f puisque l'écoulement a lieu du lit majeur vers le lit mineur pendant une grande partie du Cas I et pendant tout le Cas II ($\langle q \rangle < 0$, voir figure 3.22). La figure 3.22 montre qu'avec l'équation de U_{int} (Eq. 3.2), le 1D+ (ISM) reproduit mieux la vitesse interfacielle expérimentale que le 1D (DEBORD) pendant la phase transitoire. Cependant, cette simulation pourrait être améliorée en considérant les

variations temporelles du signe de la vitesse transversale à l'interface ou du débit transversal q (*i.e.* le coefficient ϕ ne devrait pas être constant durant l'hydrogramme). Cela permettrait de prendre en compte le transfert du lit mineur vers le lit majeur qui a lieu en début de montée de crue pour le Cas I où U_{int} devrait être plus proche de U_m que de U_f (plus de poids serait alors attribué à U_m pendant le transfert entre le lit mineur et le lit majeur).

4.2.3 Courbes d'hystérésis

On montre sur la figure 3.26, le lien entre vitesse longitudinale $\langle U_x \rangle_d$ à l'interface MC/FP et hauteur d'eau dans le lit majeur $\langle h_f \rangle$ d'une part, et entre vitesse latérale $\langle U_y \rangle_d$ et $\langle h_f \rangle$ d'autre part. Cette figure met en évidence un phénomène d'hystérésis pour les 2 courbes vitesse-hauteur. On constate que l'hystérésis de la courbe $\langle U_x \rangle_d - \langle h_f \rangle$ reproduite par le 1D+ (ISM) est plus proche des mesures que celle simulée par le 1D (DEBORD). Cela s'explique principalement par une meilleure modélisation de la vitesse longitudinale (figure 3.22) pendant la phase instationnaire. L'hystérésis de la courbe $\langle U_y \rangle_d - \langle h_f \rangle$ est également bien reproduite par le 1D+. Il faut noter que les vitesses longitudinale et transversale sont supérieures en montée de crue qu'en descente de crue, à une hauteur d'eau donnée pour les deux cas.

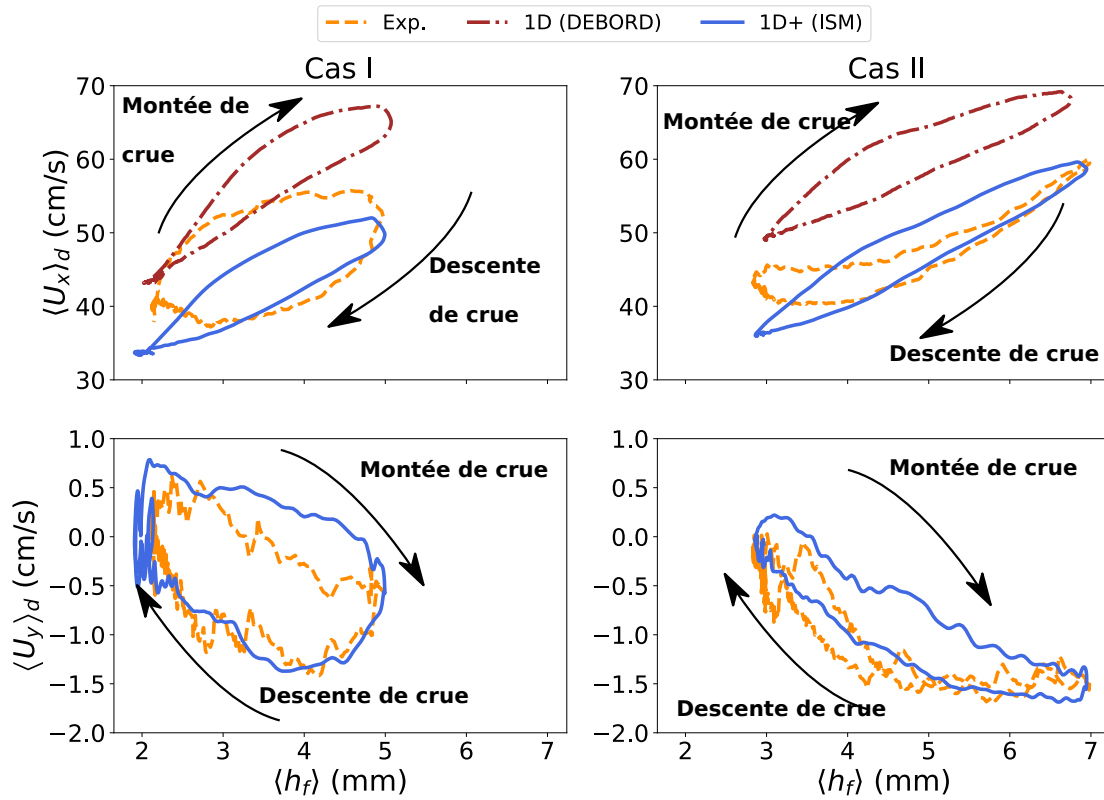


FIGURE 3.26 – Vitesses moyennées sur la hauteur longitudinale $\langle U_x \rangle_d$ et transversale $\langle U_y \rangle_d$ en fonction de la hauteur d'eau dans le lit majeur $\langle h_f \rangle$, pour les Cas I et II.

4.2.4 Cisaillement turbulent transverse

On rappelle que le cisaillement turbulent transverse à l'interface est modélisé en utilisant le modèle de longueur de mélange de [Bousmar and Zech \[1999\]](#) dans lequel les fluctuations de vitesses sont supposées proportionnelles à la différence des vitesses longitudinales en lit mineur et en lit majeur (voir la section 3.7.2 du Chapitre 2) :

$$\langle \tau_{xy} \rangle_d = \rho \psi^t (U_m - U_f)^2 \quad (3.3)$$

où U_m et U_f aux vitesses moyennes dans le lit mineur et dans le lit majeur.

La comparaison entre calcul de $\langle \tau_{xy} \rangle_d$ avec le 1D+ et mesures est présentée sur la figure 3.22. Un coefficient d'échange turbulent $\psi^t = 0.02$ a été utilisé dans la simulation [[Proust et al., 2009](#)]. On constate que le 1D+ sur-estime le cisaillement turbulent transverse à l'interface dans les deux cas, notamment pour le Cas I où $\langle \tau_{xy} \rangle_d$ est peu sensible à la montée/descente de crue. Par contre, l'évaluation temporelle de $\langle \tau_{xy} \rangle_d$ pour le Cas II est bien

reproduite.

Les écarts entre $\langle \tau_{xy} \rangle_d$ simulés et mesurés peuvent d'abord s'expliquer par l'utilisation d'une valeur constante de ψ^t (0.02) tout au long du canal. Cependant, comme on le détaille dans la section suivante, l'échange turbulent croît le long du canal, ce qui pourrait justifier des valeurs croissantes de ψ^t dans le sens longitudinal, tout en restant dans la gamme de ψ^t précédemment utilisées pour des simulations ISM.

Ces écarts peuvent être également expliqués par le fait que l'équation 3.3 n'est peut-être pas valable pendant tout l'hydrogramme. En effet, Proust et al. [2017] et Proust and Nikora [2020] ont observé que l'émergence et le développement des structures cohérentes de Kelvin-Helmholtz à l'interface MC/FP étaient contrôlés par le cisaillement adimensionnel de vitesse λ (voir la section 1.1.2 du Chapitre 2), défini par :

$$\lambda = \frac{U_{x1} - U_{x2}}{U_{x1} + U_{x2}} \quad (3.4)$$

où U_{x1} et U_{x2} sont deux vitesses longitudinales en dehors de la couche de mélange caractérisant l'écoulement rapide et lent, respectivement. Il n'a jamais été observé de structures cohérentes lorsque $\lambda < 0.3$. En s'appuyant sur ce résultat, nous avons calculé les valeurs de λ , en supposant dans le 1D+, que $U_{x1} = U_m$ et $U_{x2} = U_f$. Le résultat est illustré sur la figure 3.27. Pour le cas I, λ varie d'une valeur maximale en débit de base d'environ 0.60 jusqu'à une valeur minimale près du pic de 0.4, ce qui justifierait que les structures turbulentes 2D soient développées durant tout l'hydrogramme du Cas I à $x^* = 10$. Pour le cas II, λ oscille entre 0.55 et 0.25 autour du pic, ce qui pourrait entraîner une disparition des structures cohérentes autour du pic (quand $\lambda < 0.3$). Cette conclusion justifierait alors d'attribuer des valeurs de ψ^t pour le cas II plus grandes en débit de base et nulles autour du débit maximal, quand $\lambda < 0.3$ pour améliorer les résultats. Mais le Cas I montre que la surestimation de $\langle \tau_{xy} \rangle_d$ ne peut être due à cette hypothèse, avec $\lambda > 0.3$ pendant tout l'hydrogramme.

Par ailleurs, le fait que λ soit inférieure à 0.3 pour le Cas II et pas le Cas I autour du pic peut s'expliquer par le fait que U_f s'approche plus de U_m dans le Cas II ($U_m - U_f = 0.34$ cm/s) par rapport au Cas I ($U_m - U_f = 0.48$ cm/s) pendant le pic, ce qui est expliqué par un plus grand débit dans le lit majeur par rapport au débit total dans le Cas II (28% contre 16% dans le Cas I, comme détaillé dans le tableau 3.1).

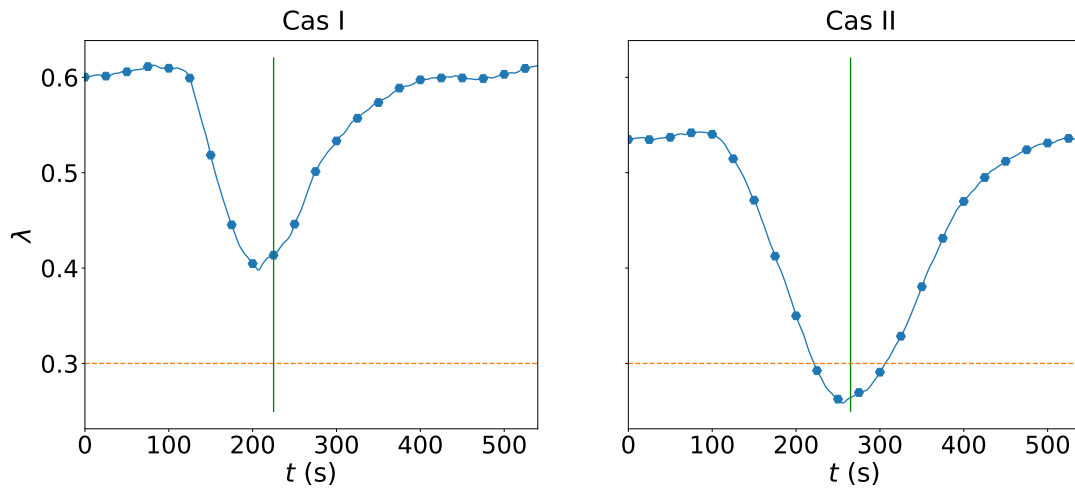


FIGURE 3.27 – Cisaillement de vitesse adimensionnel λ (Eq. 3.4) pour les Cas I et II. Le trait en pointillé orange représente la valeur seuil de 0.3 au dessous de laquelle les structures de Kelvin-Helmholtz n'apparaissent pas [Proust et al., 2017; Proust and Nikora, 2020].

4.3 Les différentes sources de perte de charge

La modélisation 1D+ permet de modéliser explicitement le transfert de quantité de mouvement (turbulence et champ moyen) et le transfert de masse à l'interface MC/FP. En régime permanent, Proust et al. [2009, 2010] montrent que, lorsqu'on est peu éloigné du régime uniforme, l'échange turbulent est prédominant dans l'échange de quantité de mouvement. En régime non-uniforme en géométrie prismatique ou non prismatique, l'échange de quantité de mouvement peut être contrôlé par l'échange turbulent ainsi que par l'échange de masse.

On explore ici le comportement de la quantité de mouvement en régime instationnaire avec les simulations du 1D+. La figure 3.28 montre, pour le Cas I, l'évolution longitudinale de la perte de charge par échange turbulent, S_{ti} , et la perte de charge par transfert de quantité de mouvement due aux échanges de masse S_{mi} adimensionnés par la perte de charge par frottement S_{fi} dans la sous-section i , avec le limnigramme dans le lit mineur ($i = m$) et dans le lit majeur ($i = f$). Les pertes de charge S_{fi} , S_{ti} et S_{mi} sont respectivement explicitées dans les équations 3.5, 3.6 et 3.7 :

$$S_{fi} = \frac{U_i^2}{K_i^2 R_{h_i}^{4/3}} \quad (3.5)$$

$$S_{ti} = \frac{\tau_{int} h_i}{\rho g A_i} \quad (3.6)$$

$$S_{mi} = \frac{q(U_{int} - U_i)}{g A_i} \quad (3.7)$$

où, U_i est la vitesse moyenne longitudinale, K_i le coefficient de Strickler, R_{h_i} le rayon hydraulique et A_i la section mouillée. U_{int} est la vitesse à l'interface MC/FP, et $\tau_{int} = \langle \tau_{xy} \rangle_d$ est calculée avec l'équation 3.3.

On peut remarquer sur cette figure que, tandis que S_{ti}/S_{fi} et S_{mi}/S_{fi} sont du même ordre de grandeur en amont du canal dans le lit mineur et dans le lit majeur, la perte de charge par échange turbulent devient prédominante quand on s'approche de l'aval du canal durant tout l'hydrogramme. Cela est principalement dû au fait que le transfert latéral de masse q tend à s'annuler en aval du canal comme il a été vu sur la figure 3.23 (section 4.2.1).

On aboutit alors à la même conclusion qu'en régime permanent non-uniforme dans un canal composé droit [Proust et al., 2009, 2010] : les échanges turbulents sont prédominants dans le transfert de quantité de mouvement quand l'écoulement s'approche de l'équilibre vers l'aval d'un canal prismatique. En revanche, en amont du canal, le transfert de masse et l'échange turbulent contribuent avec la même intensité dans le transfert de quantité de mouvement.

D'autre part, les valeurs de S_{ti}/S_{fi} augmentent en allant vers l'aval : en moyenne, les valeurs de S_{tm}/S_{fm} (resp. de S_{tf}/S_{ff}) augmentent de 0.35 (à $x^* = 1$) à 0.4 (à $x^* = 7$), puis à 0.62 ($x^* = 13$) (resp. de 0.08 à 0.15 puis à 0.37).

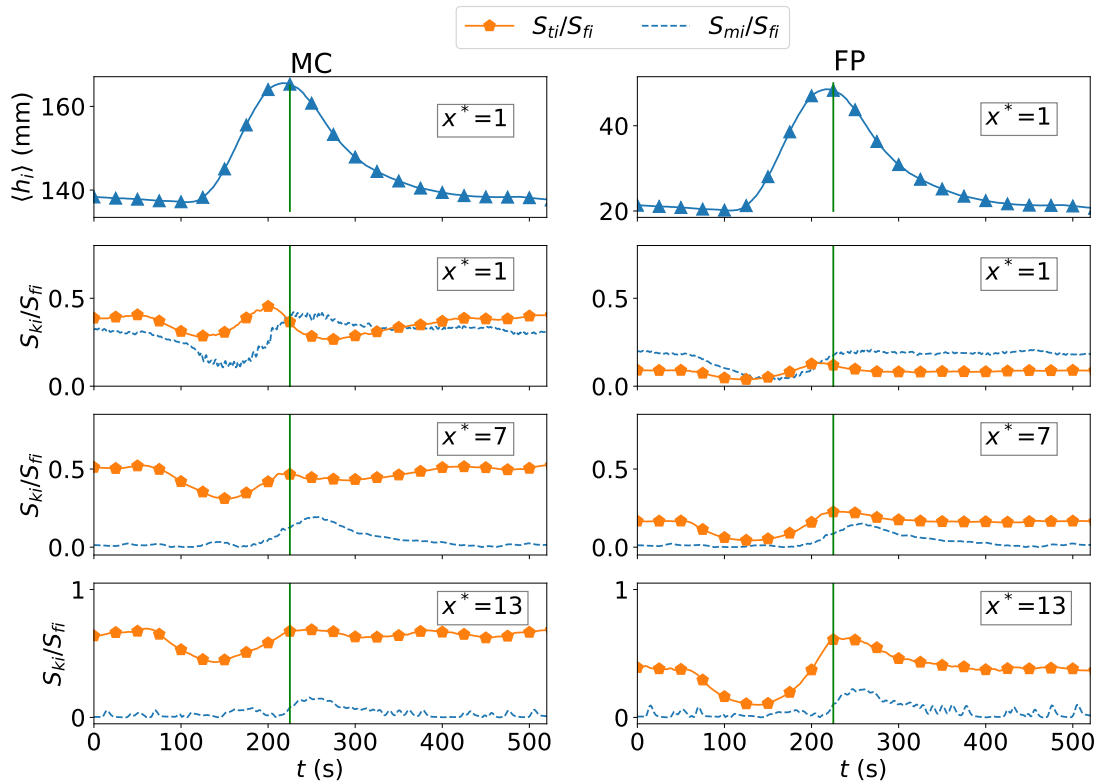


FIGURE 3.28 – Simulations 1D+ des pertes de charge par sous-section (lit mineur et lit majeur) S_{ki} par échange turbulent ($k = t$), et par échange de quantité de mouvement dû au transfert de masse ($k = m$). Ces pertes de charge sont la perte de charge par frottement S_{fi} . On fait également figurer les hauteurs d'eau dans les sous-sections.

4.4 Analyse de sensibilité des résultats aux paramètres de calage

La figure 3.29 illustre la sensibilité de la hauteur d'eau dans le lit majeur $\langle h_f \rangle$ et de la vitesse longitudinale moyennée sur la verticale à l'interface $\langle U_x \rangle_d$ à deux paramètres de calage, *i.e.*, le coefficient de pondération ϕ et le coefficient d'échange turbulent ψ^t pour le Cas I.

Le limnigramme est insensible à une variation de ϕ . Il l'est un peu plus à une variation de ψ^t : une augmentation de +100% de ψ^t implique une augmentation de 3% de $\langle h_f \rangle$ en débit de base (régime uniforme stationnaire) et une augmentation de 0.5% de $\langle h_f \rangle$ au pic du débit. $\langle h_f \rangle$ varie donc peu avec ψ^t au pic du débit par rapport au débit de base, ce qui pourrait être dû au fait que la différence de vitesse $U_m - U_f$ et donc le cisaillement turbulent transverse à l'interface diminue lorsque la hauteur d'eau augmente (figure 3.22).

Quant à la vitesse longitudinale à l'interface, une augmentation de +100% de ϕ induit

une augmentation de 24% de $\langle U_x \rangle_d$ en débit de base et de 12% de $\langle U_x \rangle_d$ au pic du débit. Alors qu'une augmentation de +100% de ψ^t implique une augmentation de 5.5% de $\langle U_x \rangle_d$ en débit de base ainsi qu'une augmentation de 3.5% au pic du débit. Ainsi, si les coefficients sont calés pour que la vitesse interfacielle ait la même valeur de mesure correspondante au débit de base, $\langle U_x \rangle_d$ serait sur-estimée dans la montée et la descente de crue. Cela peut être dû à deux raisons : (1) une mauvaise distribution de vitesse à cause d'une mauvaise distribution de débits, les hauteurs d'eau étant très peu sensibles aux coefficients ϕ et ψ^t et/ou (2) la formulation de $\langle U_x \rangle_d$ qui suppose un coefficient de pondération constant durant l'hydrogramme. Bien que cette formulation ait donné des bons résultats en régime permanent (Proust et al. [2009], Proust et al. [2010]), elle peut présenter des inconvénients en régime transitoire en raison de la variation du sens de l'écoulement transversal à l'interface pendant l'hydrogramme, comme il a été montré pour le Cas I où on assiste à un transfert de masse du lit mineur vers le lit majeur en début de montée de crue et un inversement du sens du transfert pendant le reste de l'hydrogramme (figure 3.22). Une formulation de la vitesse interfacielle longitudinale qui tiendrait compte du signe de la vitesse transversale à l'interface pourrait alors améliorer les résultats.

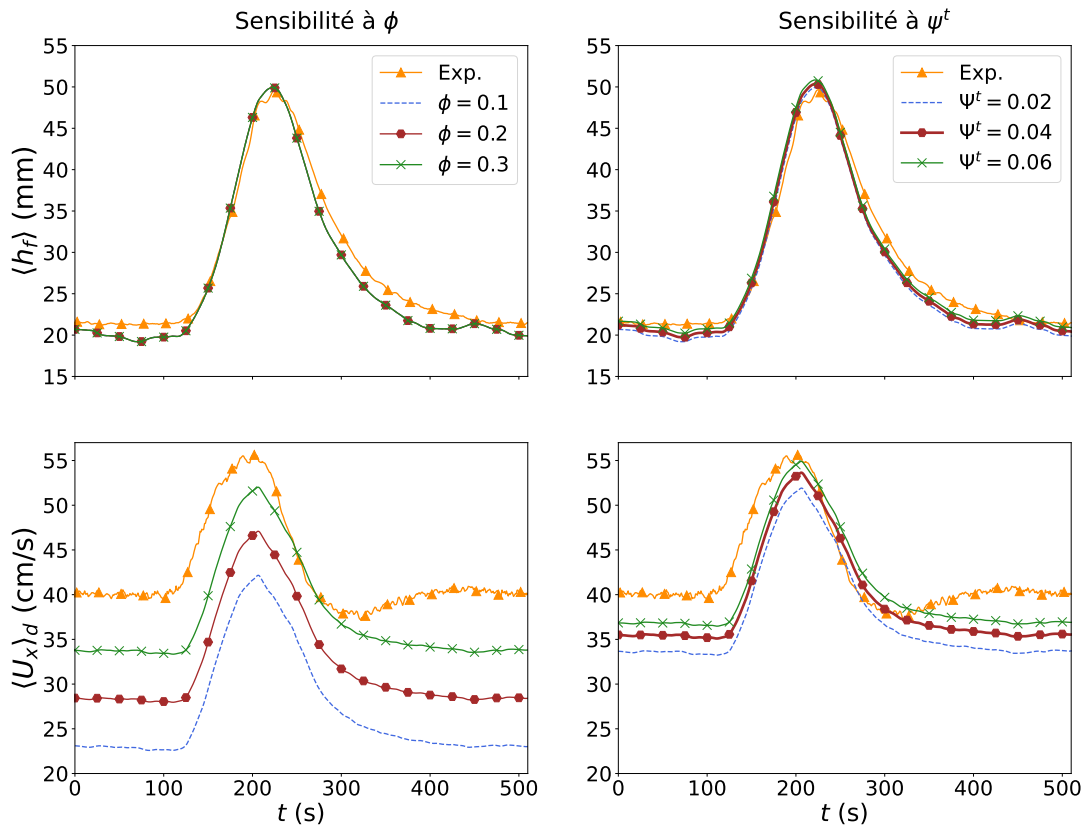


FIGURE 3.29 – Sensibilité de la hauteur d'eau dans le lit majeur $\langle h_f \rangle$ et de la vitesse longitudinale moyennée sur la verticale à l'interface $\langle U_x \rangle_d$ aux paramètres de calages : coefficient de pondération ϕ (Eq. 3.2) et coefficient d'échange turbulent ψ^t (Eq. 3.3) pour le Cas I.

Sur la figure 3.30 on s'intéresse à la sensibilité du cisaillement turbulent transverse moyenné sur la verticale à l'interface au coefficient d'échange turbulent ψ^t pour le Cas II. Une allure plus proche des mesures est retrouvée avec $\psi^t = 0.04$, mais avec des valeurs plus grandes. Le résultat peut être amélioré par des valeurs de ψ^t qui varient dans le temps. On peut également formuler ψ^t en fonction du coefficient du cisaillement adimensionnel λ de manière que ψ^t s'annule quand $\lambda < 0.3$ (voir la section 4.2.4).

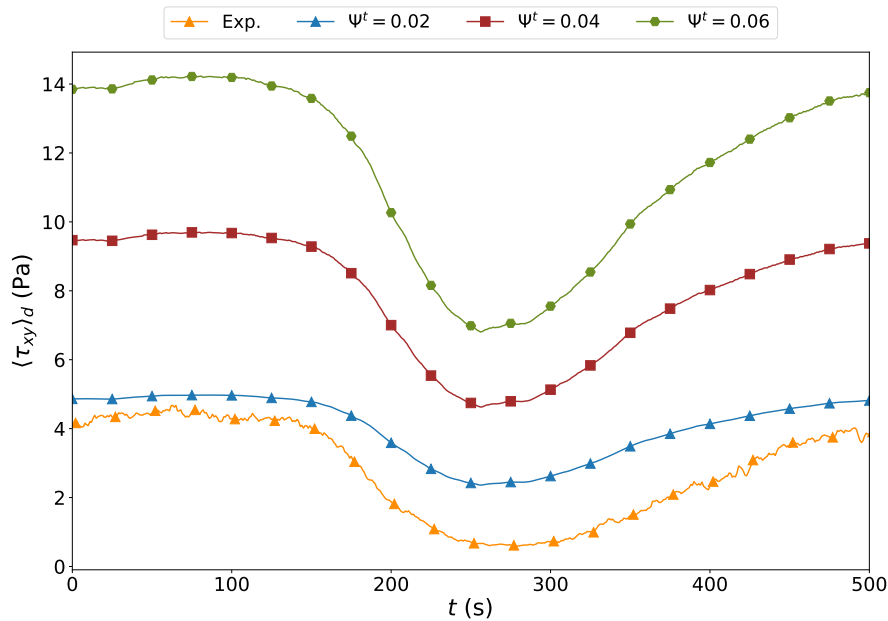


FIGURE 3.30 – Sensibilité du cisaillement turbulent transverse moyenné sur la verticale à l’interface MC/FP $\langle \tau_{xy} \rangle_d$ au coefficient d’échange turbulent ψ^t pour le Cas II.

5 Conclusions et perspectives

Dans cette section, une expérience en régime instationnaire en lit composé a été menée afin de valider le modèle 1D+ ISM en régime instationnaire pour répondre au premier objectif de thèse (figure 1.4 dans le Chapitre 1). Deux cas d’écoulement sont distingués : le Cas I est caractérisé par un hydrogramme dont la répartition de débit amont à chaque instant est proche de la répartition uniforme de même section mouillée (estimée par la méthode DEBORD) ; et le Cas II est caractérisé par un hydrogramme dont la répartition de débit est hors équilibre à chaque instant. Dans chacun des cas tests, ces hydrogrammes par lit $Q_m(t)$ et $Q_f(t)$ sont répétés 100 fois pour chaque point de mesure de vitesse sur la verticale (à $x^* = 10$).

Le choix des deux cas tests a permis de mesurer l’impact de la distribution des débits amont sur l’évolution des paramètres hydrauliques tout au long de l’écoulement. Les résultats expérimentaux ont été ensuite comparés avec les simulations du 1D+ (qui prend en compte la répartition effective des débits en amont), ainsi qu’avec les simulations du modèle 1D DEBORD (qui suppose à tout moment une distribution de débit égale à celle du régime uniforme de même section mouillée).

Les résultats expérimentaux ont montré que la vitesse longitudinale à l'interface atteint son maximum avant la hauteur d'eau pour les deux cas tests. Ce résultat est conforme aux résultats précédemment observés en lit simple, et également dans le lit mineur d'un lit composé [Tominaga et al., 1995]. On note également que la vitesse longitudinale à l'interface atteint des valeurs au-dessous de celles correspondantes au débit de base juste après la descente de crue, ce qui peut être dû au fait que la vitesse à l'interface approche celles de la vitesse moyenne dans le lit majeur, lorsque les transferts latéraux se font du lit majeur vers le lit mineur.

Quant aux résultats numériques, on conclut que la simulation 1D+ (ISM) reproduit mieux les hauteurs d'eau pour les Cas I et II puisqu'elle prend en considération la répartition des débits en amont, qui a une influence croissante sur les résultats de hauteurs d'eau à mesure que l'on s'approche de l'amont du canal. De plus, la vitesse transversale et le transfert de masse latéral sont bien reproduits par le 1D+ pour le cas I et le Cas II et ce tout au long de l'hydrogramme, prédisant le changement du sens des transferts de masse au cours du temps notamment. La simulation de ces transferts de masse le long du canal avec le 1D+ a permis de mettre en évidence un transfert latéral du lit majeur vers le lit mineur pendant tout l'hydrogramme en amont du canal, avec un changement de signe dans la montée de crue à mesure qu'on s'approche de l'aval. Quand la répartition amont du débit est hors équilibre (Cas II), ce changement de signe apparaît plus loin par rapport à une répartition plus proche du régime uniforme. La simulation de la vitesse longitudinale à l'interface reproduit relativement bien les mesures, mais pourrait être améliorée en considérant la vitesse transversale ou à minima son signe dans le calcul de la vitesse longitudinale. Les hauteurs d'eau et vitesses à $x^* = 10$ étant bien reproduites, les hystérésis $\langle h_f \rangle - \langle U_y \rangle_d$ et $\langle h_f \rangle - \langle U_x \rangle_d$ sont bien retrouvées. On conclut également des simulations que l'échange turbulent et le transfert de masse contribuent avec les mêmes ordres de grandeurs au transfert de quantité de mouvement en amont du canal. Cependant, l'échange turbulent finit par prédominer vers l'aval du canal.

Les simulations du cisaillement turbulent transverse à l'interface avec le 1D+ ont surévalué les mesures dans les deux cas. En effet, on arrive à la limite de ce que peut faire une approche 1D avec des structures turbulentes 2D en régime instationnaire.

Chapitre 4

Opérationnalisation de l'ISM sur un réseau ramifié

Sommaire

| | | |
|----------|--|------------|
| 1 | Condition à la limite amont | 125 |
| 1.1 | Description des méthodes pré-existantes | 126 |
| 1.2 | Principe de la méthode proposée | 127 |
| 1.3 | Tests préliminaires de fonctionnement | 129 |
| 1.4 | Conclusion | 145 |
| 2 | Confluences | 146 |
| 2.1 | Principe de la méthode | 146 |
| 2.2 | Tests préliminaires de fonctionnement | 148 |
| 2.3 | Conclusion | 151 |
| 3 | Méthodes numériques et implémentation | 152 |
| 3.1 | Condition à la limite amont | 152 |
| 3.2 | Confluences | 157 |
| 4 | Intercomparaison 1D-1D+ du temps de calcul de plusieurs simulations . | 167 |
| 5 | Conclusions et perspectives | 171 |

L'utilisation opérationnelle de l'ISM requiert de pouvoir utiliser cette technique de modélisation sur un réseau ramifié maillé, c'est à dire sur un réseau présentant des confluences et des diffluences, avec les données de terrain disponibles. Ces deux spécificités font l'objet de ce chapitre. En effet, l'ISM permet de modéliser le niveau d'eau et les vitesses dans les trois lits, U_l , U_r et U_m (cf. section 3.7 du Chapitre 2) à partir des 4 équations suivantes :

$$\frac{dQ_m}{dx} + \frac{dQ_l}{dx} + \frac{dQ_r}{dx} = 0 \quad (4.1)$$

$$\left(1 - \frac{U_l^2}{gh_l}\right) \frac{dh_l}{dx} = S_o - S_{fl} + \frac{U_l^2}{gB_l} \frac{dB_l}{dx} + \frac{\tau_{lm}h_l}{\rho g A_l} + \frac{q_{lm}(2U_l - U_{int,l})}{gA_l} \quad (4.2)$$

$$\left(1 - \frac{U_r^2}{gh_r}\right) \frac{dh_r}{dx} = S_o - S_{fr} + \frac{U_r^2}{gB_r} \frac{dB_r}{dx} + \frac{\tau_{rm}h_r}{\rho g A_r} + \frac{q_{rm}(2U_r - U_{int,r})}{gA_r} \quad (4.3)$$

$$\left(1 - \frac{U_m^2}{gh_m}\right) \frac{dh_m}{dx} = S_o - S_{fm} + \frac{U_m^2}{gB_m} \frac{dB_m}{dx} - \frac{\tau_{lm}h_l}{\rho g A_m} - \frac{\tau_{rm}h_r}{\rho g A_m} - \frac{q_{lm}(2U_m - U_{int,l})}{gA_m} - \frac{q_{rm}(2U_m - U_{int,r})}{gA_m} \quad (4.4)$$

Pour ce faire, l'ISM requiert un débit pour chaque condition à la limite amont. Or, sur le terrain, seul la mesure du débit total est accessible. Il est donc nécessaire de développer une méthode pour répartir ce débit total entre les différents lits.

De même, pour les confluences : avec trois lits dans chaque bief amont (un lit mineur et deux lits majeurs), il convient de répartir les différents débits sortants pour alimenter le bief aval correctement.

Ce chapitre présente donc, dans un premier temps, les méthodes utilisées pour construire une condition à la limite amont à partir d'un débit total et leurs évaluations en régime permanent et en régime transitoire. Ensuite, une méthode pour traiter les confluences avec l'ISM est discutée et testée sur un cas simple. L'implémentation numérique des méthodes proposées est alors détaillée, avant d'analyser le temps de calcul de l'ISM.

1 Condition à la limite amont

Dans cette section, on s'attache tout d'abord à décrire les traitements de la condition à la limite amont pré-existants. On détaille ensuite la méthode proposée qui permet de répartir le débit total selon la répartition du débit en régime uniforme à partir des équations de l'ISM. Cette répartition est ensuite appliquée à des cas tests de la littérature en régime permanent et en régime transitoire, ce qui permet de caractériser la zone d'influence des hypothèses

effectuées sur le niveau d'eau et les débits par lits.

1.1 Description des méthodes pré-existantes

Au démarrage de ces travaux, deux approches permettaient de répartir le débit total entrant entre les lits dans l'ISM : une méthode numérique itérative [FAURE, 2017] et la formulation DEBORD [Nicollet and Uan, 1979] (voir section 3.6 du Chapitre 2 et l'Annexe 1). On décrit ces deux méthodes dans les deux sections suivantes.

1.1.1 Méthode itérative de répartition des débits

Dans le cadre du projet ANR FlowRes (2015-2018)¹, une méthode numérique itérative pour répartir le débit total entrant dans les 3 lits a été implémentée. Cette méthode consiste à attribuer à l'instant initial une répartition de débit calculée à l'aide de la formulation DEBORD dans la première section. À l'issue de la 1ère itération de calcul, la répartition calculée dans la seconde section au pas de temps précédant est reportée comme condition à la limite amont. Cela est répété jusqu'à la convergence du calcul. La répartition calculée dans ce cas n'est pas forcément une répartition du régime uniforme (on rappelle que la répartition de débit entre lit mineur et lit majeur d'un régime uniforme est la répartition de débit qui permet d'obtenir une cote d'eau et une répartition de débit constantes tout au long du canal).

1.1.2 La formulation DEBORD pour la répartition du débit amont

Toujours dans le cadre du projet FlowRes, la formulation DEBORD [Nicollet and Uan, 1979] a été implémentée pour estimer la répartition des débits par lits à partir du débit total d'entrée. L'implémentation de la formule de DEBORD est justifiée par le fait qu'elle est économique car celle-ci exige peu de données : un débit total et un niveau d'eau suffisent pour évaluer la répartition de débits entre les lits. De plus, la formulation de DEBORD est cohérente avec le modèle 1D DCM implémenté dans Mage.

Pour rappeler brièvement la méthode DEBORD (voir la section 3.6 dans le Chapitre 2 et la section Mage DEBORD de l'Annexe 1 pour plus de détails), Nicollet and Uan [1979] ont mis au point une formulation empirique à partir de nombreuses expériences dans des

1. Projet de recherche dont l'objectif était de prédire les écoulements débordants dont l'occupation du sol dans le lit majeur varie lors de crues extrêmes, voir <https://flowres.inrae.fr/en/>

lits composés en régime permanent uniforme en hauteur d'eau. Il s'agit des deux relations explicitées dans les équations 4.5 et 4.6 :

$$\eta = \frac{Q_f}{Q_m} = \frac{K_f}{K_m} \frac{BA_f}{\sqrt{A_m^2 + A_f A_m (1 - B^2)}} \left(\frac{R_f}{R_m} \right)^{2/3} \quad (4.5)$$

$$D = D_f + D_m = K_f B A_f R_f^{2/3} + K_m \sqrt{A_m^2 + A_f A_m (1 - B^2)} R_m^{2/3} \quad (4.6)$$

où, dans un lit i ($=m$ pour le lit mineur et f pour le lit majeur), Q_i est le débit, K_i désigne le coefficient de Strickler, A_i la section mouillée et R_i le rayon hydraulique. Le coefficient B est calculé selon le système 4.7 suivant :

$$B = \begin{cases} B_o = 0.901 \left(\frac{K_m}{K_f} \right)^{-1/6}, & \text{si } r = \frac{R_f}{R_m} > 0.3 \\ \frac{1-B_o}{2} \cos(\pi r / 0.3) + \frac{1+B_o}{2}, & \text{si } r = \frac{R_f}{R_m} \in [0, 0.3] \end{cases} \quad (4.7)$$

La formulation DEBORD est plus fiable pour des écoulements avec $r > 0.3$ car ce sont les écoulements les plus étudiées dans les expériences de [Nicollet and Uan \[1979\]](#). De plus, comme montré par exemple dans [Proust \[2005\]](#), plus l'écoulement est non-uniforme, plus cette répartition est erronée, ce qui peut impacter la hauteur d'eau.

1.1.3 Pourquoi une autre méthode de répartitions de débit ?

On peut alors s'interroger : pourquoi a-t-on besoin d'une nouvelle méthode de répartition de la condition à la limite amont alors que les deux méthodes existantes sont déjà opérationnelles ?

L'objectif est d'avoir une méthode de répartition de débits en cohérence avec le modèle de l'ISM. Puisqu'il est difficile d'approcher la répartition réelle, on propose de répartir le débit total selon la répartition du régime uniforme, calculée par les équations de l'ISM.

1.2 Principe de la méthode proposée

Comme évoqué ci-dessus, il s'agit ici de résoudre les équations de l'ISM (eqs. 4.1 - 4.4) sous l'hypothèse que l'écoulement est permanent et uniforme, conduisant au système

d'équations suivant :

$$Q - U_r A_r - U_m A_m - U_l A_l = 0 \quad (4.8)$$

$$S_0 - \frac{U_r^2}{K_r^2 R_r^{4/3}} + \psi^t \frac{(Z - Z_r)(U_m - U_r)^2}{g A_r} = 0 \quad (4.9)$$

$$S_0 - \frac{U_m^2}{K_m^2 R_m^{4/3}} - \psi^t \frac{(U_m - U_r)^2 (Z - Z_r) + (U_m - U_l)^2 (Z - Z_l)}{g A_m} = 0 \quad (4.10)$$

$$S_0 - \frac{U_l^2}{K_l^2 R_l^{4/3}} + \psi^t \frac{(Z - Z_l)(U_m - U_l)^2}{g A_l} = 0 \quad (4.11)$$

où Z est la cote d'eau, et pour une sous-section i , Z_i est la cote du fond, U_i est la vitesse moyenne longitudinale, A_i est la sous-section mouillée i , K_i est le coefficient de Strickler et R_i est le rayon hydraulique. S_0 est la pente géométrique du canal et ψ^t est le coefficient d'échange turbulent, avec $i = m$ en lit mineur, $i = r$ en lit majeur droit et $i = l$ en lit majeur gauche.

L'avantage de cette méthode est qu'elle évalue la répartition de débit du régime uniforme en cohérence avec les hypothèses de l'ISM. Cependant, cette méthode requiert de connaître un paramètre supplémentaire à savoir le coefficient d'échange turbulent ψ^t . Deux étapes sont nécessaires :

1. Détermination de ψ^t .
2. Calcul de la répartition des débits.

1.2.1 Détermination du coefficient d'échange ψ^t

Quand on est en possession de mesures du débit total et de la cote d'eau Z en régime supposé permanent et uniforme, on peut alors considérer ces deux variables comme des paramètres connus et le coefficient ψ^t ainsi que les vitesses partielles U_r , U_m et U_l comme les variables du système. Ainsi, on résout le système d'équations 4.8 - 4.11 pour trouver le vecteur (ψ^t, U_r, U_m, U_l) à Z et Q donnés (voir section 1.3). La figure 4.1 schématise l'évaluation de ψ^t dans ce cas de calcul.

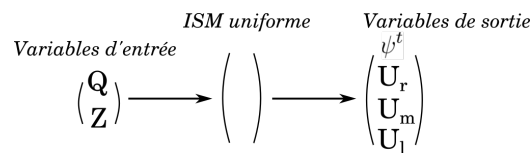


FIGURE 4.1 – Entrées et sorties du système d'équations de l'ISM en régime uniforme en cas de possession de mesures du débit total Q et de la cote d'eau Z en régime permanent uniforme.

En cas d'absence de mesures du niveau Z en régime permanent uniforme, on considère qu'il faudrait donner une valeur à ψ^t du même ordre de grandeur que celles de la littérature. On rappelle que les valeurs de ψ^t pour des simulations ISM varient entre 0.013 et 0.034 (voir la section 3.7.3 du Chapitre 2).

1.2.2 Calcul de la répartition du débit amont

Dans le cas où le coefficient ψ^t est connu ainsi que le débit total, on calcule la répartition des débits correspondant au débit total entrant. Dans ce cas, le coefficient ψ^t est considéré comme un paramètre et est utilisé pour la résolution du système de l'ISM en régime uniforme (Eqs. 4.8 - 4.11). Les variables inconnues dans ce système d'équations sont alors la cote d'eau Z , et les vitesses par lits U_m , U_r et U_l . À partir des valeurs de ces vitesses partielles, la répartition des débits est déduite du calcul des sections mouillées A_i dans chaque lit, puis utilisée comme condition à la limite amont pour l'ISM. L'évaluation de la répartition en régime uniforme dans cette étape de calcul est schématisée sur la figure 4.2.

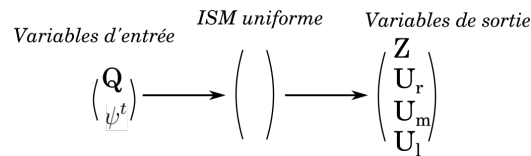


FIGURE 4.2 – Entrées et sorties du système d'équations de l'ISM en régime uniforme en cas de possession de mesures du débit total Q et de la valeur du coefficient d'échange turbulent ψ^t .

On note qu'en régime instationnaire, la même opération est réalisée à chaque instant t sur le débit total $Q(t)$ amont. On peut dire alors que la répartition de l'hydrogramme d'entrée entre les lits de la section amont correspond à la répartition du régime permanent uniforme équivalent à celle d'un écoulement de débit total Q à chaque instant.

1.3 Tests préliminaires de fonctionnement

L'objet de cette section est de tester la répartition du débit amont proposée dans la section 1.2 en régime stationnaire et en régime instationnaire sur un cas d'étude simple. En régime stationnaire, on applique cette répartition aux écoulements uniformes et non-uniformes en canal composé droit de Proust and Nikora [2020]. En régime instationnaire, on étudie cette répartition à partir de l'expérience de la thèse exposée au Chapitre 3. Les trois méthodes de

répartitions (ISM en régime uniforme, DEBORD et méthode itérative) sont alors comparées à la répartition expérimentale.

1.3.1 Condition à la limite amont en régime permanent

Afin de tester la méthode de répartition du débit amont proposée pour la construction de la condition à la limite amont, on a tout d'abord utilisé les mesures expérimentales de [Proust and Nikora \[2020\]](#). Dans cette expérience, la répartition de débit entre lit mineur et lit majeur à l'entrée du canal est modifiée, tout en gardant un débit total constant ($Q = 114$ L/s). Trois configurations sont étudiées expérimentalement :

1. Une répartition du régime uniforme,
2. Deux répartitions de débit présentant une sous-alimentation du lit majeur par rapport au régime uniforme
3. Trois répartitions de débit présentant une sur-alimentation du lit majeur par rapport au régime uniforme.

Dans notre étude, on s'est restreint à étudier 3 écoulements dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau 4.1. Chaque écoulement est identifié par le débit dans chaque lit majeur à l'amont. Le Cas 8 L/s correspond à l'écoulement uniforme. Le cas 4 L/s correspond à une sous-alimentation de 50% du lit majeur, et le cas 16 L/s, à une sur-alimentation de 100%. Le cas uniforme permet d'évaluer la répartition en régime uniforme calculée par l'ISM, et les cas non-uniformes permettent d'estimer l'erreur sur la hauteur d'eau quand la répartition de débit amont réelle est éloignée de la répartition du régime uniforme.

Tableau 4.1 – Mesures expérimentales extraites de [Proust and Nikora \[2020\]](#). Q_f et Q_m sont respectivement les débits d'entrées dans chacun des deux lits majeurs et dans le lit mineur, Q_f^u est le débit dans le lit majeur en régime uniforme. On présente également la gamme de variation de la hauteur d'eau en lit majeur h_f , entre $X= 1.2$ m et $X= 17.3$ m.

| Cas | 4 L/s | 8 L/s | 16 L/s |
|---------------------------|-------------|-------------|-------------|
| Q_f (L/s) | 4 | 8 | 16 |
| Q_m (L/s) | 106 | 98 | 82 |
| $(Q_f - Q_f^u)/Q_f^u$ (%) | -50 | 0 | 100 |
| h_f (mm) | 24.2 - 31.1 | 30.6 - 30.5 | 37.7 - 31.2 |

Pour ces trois écoulements, les mesures de la hauteur d'eau dans le lit majeur (h_f), de la vitesse longitudinale à l'interface moyennée sur la hauteur d'eau (U_{int}) et du débit latéral

à l'interface par unité de longueur (q) sont présentés sur la figure 4.3 avec σ_{exp} l'écart-type dans chaque cas :

$$\sigma_{exp}(mm) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{x=1}^{x=N} (h^{obs}(x) - \bar{h}^{obs})^2} \quad (4.12)$$

où $h^{obs}(x)$ représente la hauteur d'eau observée à l'abscisse x et \bar{h}^{obs} représente la moyenne longitudinale des hauteurs d'eau. L'abscisse x est adimensionnée par la largeur du lit majeur $B_f = 1$ m. Le Cas 8 L/s est uniforme en terme de hauteur d'eau, mais présente des faibles variations de la vitesse U_{int} , et un débit q non nul dans la première moitié du canal dus au développement de la couche de mélange. Le Cas 4 L/s est caractérisé par un débit latéral $q < 0$ tout au long du canal (transfert de masse du lit mineur au lit majeur) ainsi que par une hauteur d'eau h_f croissante. La vitesse à l'interface dans ce cas est plus grande à l'amont. Cela s'explique par le fait que U_{int} s'approche de la vitesse moyenne du lit mineur puisque le transfert de masse latéral se fait du lit mineur vers le lit majeur (Proust et al. [2009], voir section sur la vitesse interfacielle). En revanche, pour le Cas 16 L/s, on assiste à un transfert de masse du lit majeur vers le lit mineur ($q > 0$) tout au long du canal qui s'accompagne d'une diminution de la hauteur d'eau en lit majeur.

Le Cas 8 L/s étant uniforme, on s'en sert pour déterminer la valeur du coefficient d'échange turbulent ψ^t en résolvant le système d'équations de l'ISM en régime uniforme (Eqs. 4.8 - 4.11), comme expliqué dans la section 1.2 (voir figure 4.1). La valeur de ψ^t trouvée est ensuite utilisée pour simuler les écoulements 4 L/s et 12 L/s.

Le débit total d'entrée est distribué entre les lits selon 4 répartitions différentes : la répartition de la méthode numérique itérative (Rep-Iter), la répartition de la méthode DEBORD (Rep-D), la répartition de l'ISM en régime uniforme (Rep-ISM) et la répartition expérimentale mesurée (Rep-Exp).

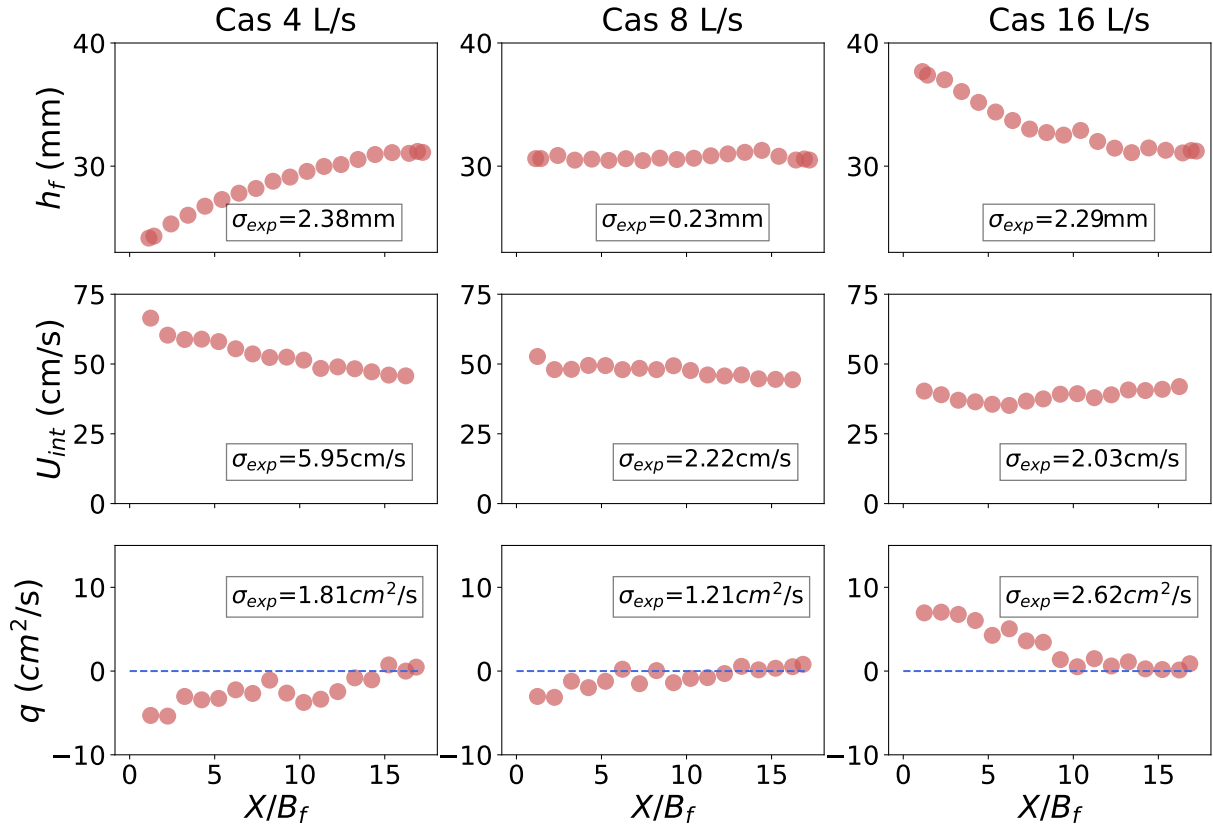


FIGURE 4.3 – Expérience de Proust and Nikora [2020] : mesures de la hauteur d'eau dans le lit majeur h_f , de la vitesse longitudinale à l'interface moyennée sur la verticale U_{int} , et du débit latéral à l'interface q . L'écart-type de la variation longitudinale de chaque paramètre σ_{exp} est également indiqué. L'abscisse X est adimensionnée par la largeur du lit majeur $B_f = 1$ m .

1.3.1.1 Évaluation du coefficient ψ^t et simulation du cas d'écoulement uniforme (Cas 8 L/s)

La résolution du système des équations de l'ISM en régime uniforme est faite pour un débit total de $Q = 114$ L/s et d'un niveau d'eau de $Z = 147.5$ mm. Le calcul aboutit à une valeur de $\psi^t = 0.048$ et des débits $Q_m = 98.6$ L/s et $Q_f = 7.7$ L/s. La proportion de débit en lit majeur expérimentale étant de $2Q_f/Q = 14$ %, et celle calculée par l'ISM étant de $2Q_f/Q = 13.5$ %, l'écart relatif sur ce paramètre est de 3.5 %.

Une fois le coefficient ψ^t calculé en régime uniforme, on simule le cas uniforme avec les 4 répartitions étudiées pour la condition à la limite amont. On utilise un coefficient de pondération de la vitesse interfacielle longitudinale de $\phi = 0.5$. Les résultats sont reportés

sur la figure 4.4. L'écart-type σ (voir Eq. 4.13, où $h(x)$ est la hauteur d'eau calculée et \bar{h} la moyenne suivant x), l'erreur moyenne quadratique RMSE (éq. 4.14) ainsi que l'erreur relative maximale absolue (la valeur maximale des erreurs moyennes $\epsilon(x)$ (éq. 4.15) des simulations sont résumés, avec les paramètres de calage, dans le tableau 4.3.

$$\sigma(mm) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{x=1}^{x=N} (h(x) - \bar{h})^2} \quad (4.13)$$

$$RMSE(mm) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{x=i}^{x=N} (h(x) - h^{obs}(x))^2} \quad (4.14)$$

$$\epsilon(x) (\%) = \frac{|h(x) - h(x)^{obs}|}{h(x)^{obs}} \times 100 \quad (4.15)$$

La figure 4.4 montre que les répartitions de débits cohérentes avec l'ISM (Rep-ISM et Rep-Iter) ainsi que la répartition réelle Rep-Exp reproduisent bien les mesures de h_f (l'erreur relative maximale et la RMSE des 3 répartitions sont similaires dans le tableau 4.3). En revanche, la répartition avec DEBORD (Rep-D) a tendance à sur-alimenter le lit majeur : celle-ci surestime la répartition amont du débit avec une erreur relative maximale de 7%. On peut également remarquer que h_f simulée avec la répartition expérimentale Rep-Exp est légèrement au-dessous celle simulée avec Rep-ISM qui demeure constante le long du canal. Cette légère différence est due à la différence de 3.5% entre la répartition calculée par l'ISM uniforme ($2Q_f/Q = 13.5\%$) et la répartition expérimentale ($2Q_f/Q = 14\%$). La répartition amont de la méthode numérique itérative (Rep-Iter) correspond à $2Q_f/Q = 14.3\%$, ce qui est plus proche de la répartition réelle (différence de 2.1 %).

Tableau 4.2 – Paramètres de calage utilisés dans les simulations des cas d'écoulement explicités dans le tableau 4.1. ϕ est le coefficient de pondération de la vitesse longitudinale à l'interface, ψ^t le coefficient d'échange turbulent, K_f et K_m les coefficients de Strickler dans le lit majeur et dans le lit mineur.

| Cas d'écoulement | ϕ | ψ^t | K_f (m ^{1/3} /s) | K_m (m ^{1/3} /s) |
|------------------|--------|----------|-----------------------------|-----------------------------|
| Cas 4 L/s | 0.1 | 0.048 | 60.24 | 104.17 |
| Cas 8 L/s | 0.5 | 0.048 | 60.24 | 104.17 |
| Cas 16 L/s | 0.3 | 0.048 | 60.24 | 104.17 |

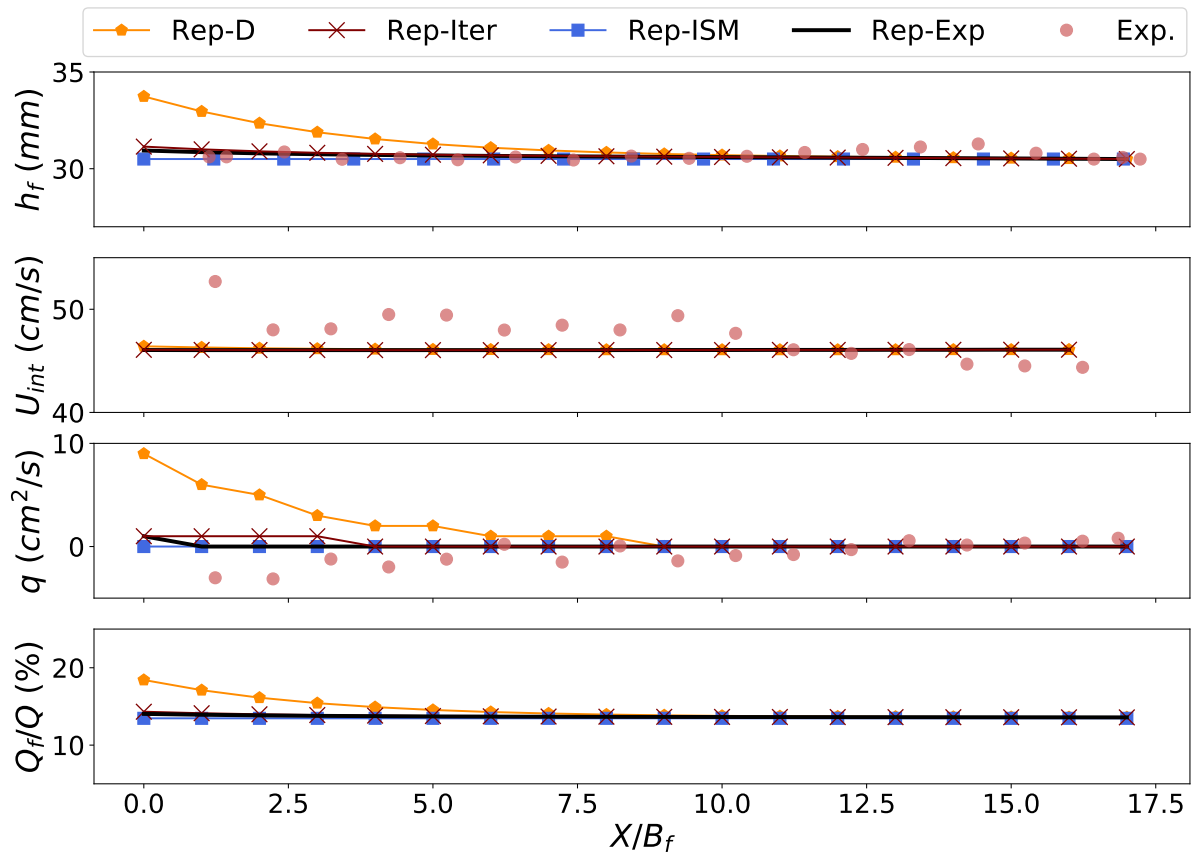


FIGURE 4.4 – Simulations ISM de la hauteur d’eau dans le lit majeur h_f , de la vitesse longitudinale à l’interface U_{int} , du débit latéral à l’interface q , ainsi que de la proportion de débit en lit majeur Q_f/Q pour l’écoulement uniforme (Cas 8 L/s). Simulations avec à l’amont : (1) la répartition DEBORD (Rep-D), (2) la répartition numérique itérative (Rep-Iter), (3) la répartition de l’ISM en régime uniforme (Rep-ISM) et (4) la répartition expérimentale (Rep-Exp).

Tableau 4.3 – Calcul de l’erreur relative maximale (Eq. 4.15), de l’écart-type σ , (Eq. 4.13) et de l’erreur moyenne quadratique RMSE (Eq. 4.14) des simulations des hauteurs d’eau dans le lit majeur h_f du Cas 8 L/s avec différentes répartitions de débits en condition à la limite amont.

| Répartition | ϵ (%) | σ (mm) | RMSE (mm) |
|-------------|----------------|---------------|-----------|
| Rep-D | 7.67 | 0.10 | 1.12 |
| Rep-Iter | 2.34 | 0.17 | 0.32 |
| Rep-ISM | 2.50 | 0.00 | 0.30 |
| Rep-Exp | 2.35 | 0.12 | 0.30 |
| Exp. | | 0.23 | |

Dans le tableau 4.3, on constate que la RMSE de la méthode Rep-ISM est la même que celle donnée en injectant la répartition de débit effective Rep-Exp. (0.30 mm), ce qui est

expliqué par la cohérence interne de la méthode de calcul de la répartition Rep-ISM avec l'hypothèse du régime uniforme.

On cherche à reproduire un régime uniforme, défini théoriquement par $\sigma = 0$ mm. On attend alors d'une méthode numérique qu'elle résolve le régime uniforme et qu'elle conduise à $\sigma = 0$ mm. Cela n'est vrai que si la répartition de débit amont est en cohérence avec le choix des équations à résoudre, ce qui est le cas pour la répartition Rep-ISM. Cela dit, quelque soit la méthode, on parvient bien à modéliser le régime uniforme, car on constate que pour toutes les méthodes $\sigma < \sigma_{exp}$, avec une estimation de la hauteur moyenne observée plus ou moins fiable : en se basant sur ϵ , Rep-Iter reproduit le mieux, suivi de Rep-Exp, Rep-ISM et enfin Rep-D. En se basant sur la RMSE, c'est Rep-ISM et Rep-Exp qui ont des performances similaires, suivies de Rep-Iter, puis Rep-D.

On peut également remarquer que l'écart type expérimental ($\sigma = 0.23$ mm) est supérieur à celui calculé par l'écart type Rep-ISM ($\sigma = 0.00$ mm). En effet, la dispersion des points expérimentaux est due à la précision des capteurs (≤ 0.3 mm).

1.3.1.2 Simulation des cas d'écoulements non-uniformes : Cas 4 L/s et Cas 16 L/s

On a également simulé deux écoulements non-uniformes (Cas 4 L/s et Cas 16 L/s) avec en condition à la limite amont, les répartitions Rep-Iter, Rep-D, Rep-ISM et Rep-Exp. Les résultats sont présentés sur la figure 4.5, sur laquelle figure également le régime uniforme. Le tableau 4.4 résume les erreurs relatives maximales absolues (Eq. 4.15) et les erreurs moyennes quadratiques (Eq. 4.14) sur les hauteurs d'eau simulées dans les trois cas. On précise que pour les Cas 4 L/s et Cas 16 L/s, les coefficients de pondération utilisés sont respectivement $\phi = 0.1$ et $\phi = 0.3$ (voir les paramètres de calage dans le tableau 4.2). On est supposé utiliser un coefficient ϕ plus grand que 0.5 dans le Cas 4 L/s pour donner plus de poids à la vitesse dans le lit mineur, compte tenu du fait que l'écoulement se fait du lit mineur vers le lit majeur ($q < 0$, voir la section 3.7.2 du Chapitre 2), toutefois l'état actuel du développement de l'ISM fait apparaître des instabilités numériques quand on adopte des valeurs $\phi > 0.5$ pour exprimer le sens de l'écoulement qui se fait du lit mineur vers le lit majeur, dans ce cas de figure. Pour le Cas 16 L/s, la valeur de $\phi = 0.1$ (< 0.5) qui donne plus de poids à la vitesse en lit majeur, est cohérente.

Tableau 4.4 – Calcul de l'erreur relative maximale (Eq. 4.15), et de l'erreur relative quadratique RMSE (Eq. 4.14) entre simulations et mesures des hauteurs d'eau pour les trois cas d'écoulements étudiés avec en condition à la limite amont 4 répartitions différentes : (1) la répartition de la méthode DEBORD (Rep-D), (2) la répartition numérique itérative (Rep-Iter), (3) la répartition de l'ISM uniforme (Rep-ISM) et (4) la répartition expérimentale (Rep-Exp).

| Cas | Répartition | ϵ (%) | RMSE (mm) |
|------------|-------------|----------------|-----------|
| Cas 4 L/s | Rep-D | 38.42 | 4.60 |
| | Rep-Iter | 31.20 | 3.75 |
| | Rep-ISM | 25.72 | 3.11 |
| | Rep-Exp | 7.51 | 1.18 |
| Cas 8 L/s | Rep-D | 7.67 | 1.12 |
| | Rep-Iter | 2.34 | 0.32 |
| | Rep-ISM | 2.50 | 0.30 |
| | Rep-Exp | 2.35 | 0.30 |
| Cas 16 L/s | Rep-D | 11.56 | 2.25 |
| | Rep-Iter | 16.36 | 3.08 |
| | Rep-ISM | 18.07 | 3.37 |
| | Rep-Exp | 3.67 | 0.65 |

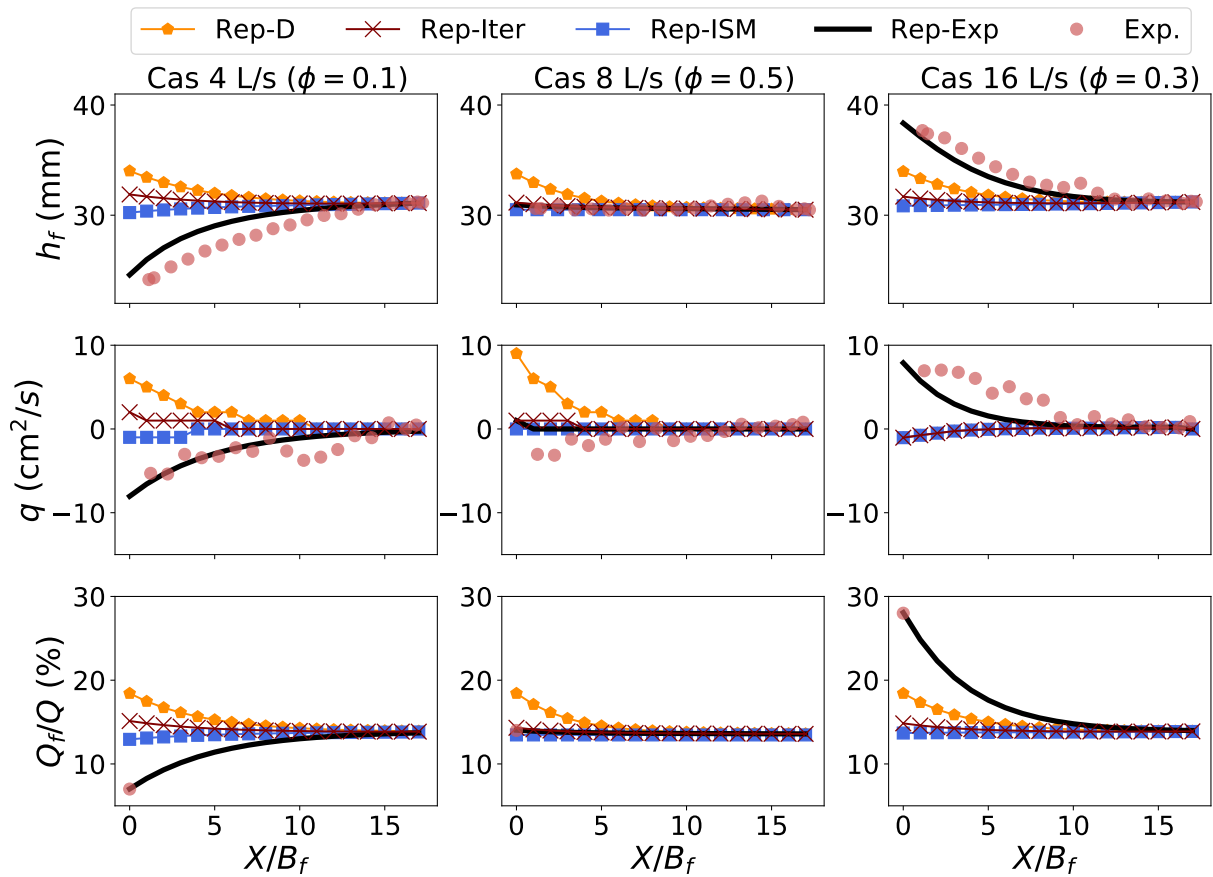


FIGURE 4.5 – Simulations ISM des trois écoulements présentés dans le tableau 4.1 avec 4 répartitions différentes injectées à l'entrée du canal : (1) répartition de la méthode DEBORD (Rep-D), (2) répartition numérique itérative (Rep-Iter), (3) répartition de l'ISM en régime uniforme (Rep-ISM) et (4) répartition expérimentale (Rep-Exp).

La figure 4.5 montre que prendre en compte la répartition expérimentale mesurée à l'amont conduit aux meilleurs résultats pour le calcul de la hauteur d'eau h_f , et du débit latéral q , avec des valeurs minimales de ϵ et de la RMSE, comme on peut le voir dans le tableau 4.4. Ce résultat était attendu compte tenu qu'on injecte ici la répartition observée alors que les méthodes Rep-D et Rep-ISM font l'hypothèse d'un régime uniforme, hypothèse non vérifiée ici pour les cas 4 L/s et 16 L/s.

Les trois autres méthodes Rep-D, Rep-Iter et Rep-ISM conduisent à des résultats plus éloignés quand l'écoulement s'écarte du régime uniforme. C'est le cas d'un lit majeur sous-alimenté (Cas 4 L/s) avec des ϵ significatives (38.42 %, 31.20 % et 25.72 %), comme les RMSE (4.60 mm, 3.75 mm et 3.11 mm). En cas de sur-alimentation du lit majeur par rapport au régime uniforme (Cas 16 L/s), les erreurs relatives maximales diminuent mais restent

importantes : 11.56 %, 16.36 % et 18.07 % et des RMSE de 2.25 mm, 3.08 mm et 3.37 mm (tableau 4.4).

Lorsque l'on compare l'hypothèse d'une répartition uniforme (Rep-D ou Rep-ISM) à l'amont d'un régime non-uniforme :

- En cas de sous-alimentation du lit majeur, la répartition de DEBORD (Rep-D) est plus éloignée des mesures que la répartition de l'ISM (Rep-ISM). Celle-ci est du même ordre de grandeur que Rep-Iter.
- En cas de sur-alimentation du lit majeur, la répartition de DEBORD (Rep-D) est la plus proche des mesures alors que la répartition de l'ISM en régime uniforme (Rep-ISM) est la plus éloignée, mais toujours du même ordre de grandeur que Rep-Iter. Cette performance de Rep-D s'explique par la tendance de la méthode à sur-alimenter le lit majeur.

Cela dit, dans ces simulations, la répartition des débits proposée Rep-ISM surestime h_f en amont du canal dans le Cas 4 L/s et sous-estime h_f en amont du canal dans le Cas 16 L/s.

Proche de la condition à la limite amont, Rep-D, Rep-ISM et Rep-Iter restent donc hasardeuses. Plus à l'aval, toutes les répartitions finissent par se rejoindre et approcher les mesures à $X/B_f = 14$ pour le Cas 4 L/s et à $X/B_f = 9$ dans le Cas 16 L/s.

1.3.2 Condition à la limite amont en régime transitoire

Dans cette section, on veut tester l'utilisation dans l'ISM de la répartition du régime uniforme (Rep-ISM) pour construire la condition à la limite amont d'écoulements transitoires. Pour ce faire, on utilise l'expérience de la thèse détaillée au Chapitre 3. On rappelle que deux types d'hydrogrammes ont été étudiés : pour le Cas I, la répartition du débit total à l'instant t est peu éloignée d'une succession de répartitions en régime uniforme ; pour le Cas II, la répartition de débit est plus éloignée de celle du régime uniforme. À noter qu'on va conserver ici les mêmes paramètres de calage que ceux utilisés au Chapitre 3 (tableau 4.5)

1.3.2.1 Simulation de l'expérience en régime transitoire

Pour les deux types d'hydrogrammes, on utilise à l'entrée du canal composé les mêmes répartitions de débit que celles utilisées en régime permanent : la répartition de DEBORD

(Rep-D), la répartition de la méthode numérique itérative (Rep-Iter), la répartition de l'ISM en régime uniforme (Rep-ISM) et la répartition expérimentale mesurée (Rep-Exp.). Les résultats sont présentés sur la figure 4.6.

Tableau 4.5 – Paramètres de calage utilisés dans les simulations des écoulements en régime transitoire : ϕ est le coefficient de pondération dans le calcul de la vitesse à l'interface, ψ^t le coefficient d'échange turbulent dans le calcul du cisaillement à l'interface, K_f et K_m sont les coefficients de Strickler dans les lits majeurs et dans le lit mineur.

| Écoulement | ϕ | ψ^t | K_f (m ^{1/3} /s) | K_m (m ^{1/3} /s) |
|------------|--------|----------|-----------------------------|-----------------------------|
| Cas I | 0.3 | 0.02 | 60.24 | 104.17 |
| Cas II | 0.3 | 0.02 | 60.24 | 104.17 |

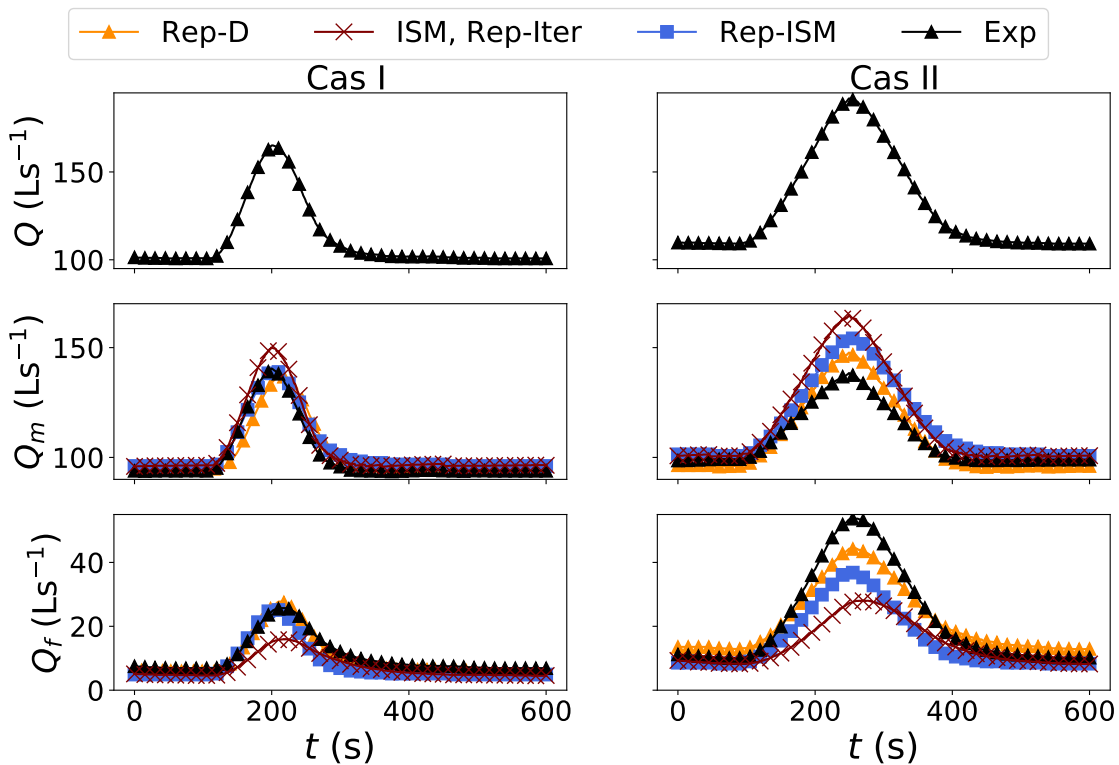


FIGURE 4.6 – Débits total Q et débits dans le lit mineur Q_m et dans le lit majeur Q_f à l'entrée du canal en fonction du temps, pour les deux types d'hydrogrammes (Cas I et Cas II) injectés en amont ($X/B_f=0$) de l'expérience en régime transitoire du Chapitre 3. Ces débits sont calculés avec la méthode de DEBORD (Rep-D), la méthode numérique itérative (Rep-Iter), l'ISM en régime uniforme (Rep-ISM). On présente également la répartition expérimentale (Exp).

On constate sur cette figure que les 3 répartitions évaluées à partir de l'hydrogramme total Rep-Iter, Rep-ISM et Rep-D sont différentes : si on considère la répartition réelle Exp,

on peut dire que la répartition numérique Rep-Iter est erronée dans les deux cas, avec des erreurs relatives maximales calculée sur le ratio Q_f/Q (de -37.74% et -47.67% respectivement, voir tableau 4.6). La répartition de l'ISM uniforme (Rep-ISM) est proche de celle mesurée pour le Cas I (erreur relative maximale de -1.17% , voir tableau 4.6), mais sous-alimente plus le lit majeur dans le Cas II que dans le Cas I (erreur relative maximale de -30.72%).

D'autre part, si on se base sur la répartition du régime uniforme Rep-ISM, on peut retrouver la même conclusion qu'en régime permanent, à savoir qu'en cas de sur-alimentation du lit majeur (Cas II), la répartition de DEBORD Rep-D est la plus proche des mesures, comparée aux répartitions Rep-Iter et Rep-ISM (voir tableau 4.6).

Tableau 4.6 – Calcul de l'erreur relative maximale sur le ratio des répartitions des débits amont Q_f/Q avec les répartitions Rep-D, Rep-Iter et Rep-ISM par rapport à la répartition expérimentale.

| Cas d'écoulement | Répartition | ϵ (%) |
|------------------|-------------|----------------|
| Cas I | Rep-D | 8.05 |
| | Rep-Iter | -37.74 |
| | Rep-ISM | -1.17 |
| Cas II | Rep-D | -17.26 |
| | Rep-Iter | -47.67 |
| | Rep-ISM | -30.72 |

Ces différences de répartition de débit amont impactent les limnigrammes simulés pour $0 \leq X/B_f \leq 6$ dans le Cas I et pour $0 \leq X/B_f \leq 10$ dans le Cas II, comme on peut le voir sur la figure 4.7. On présente sur cette figure les limnigrammes $h_f(t)$ à 4 positions longitudinales X/B_f et pour les 4 répartitions (Rep-D, Rep-Iter, Rep-ISM et Rep-Exp). Le limnigramme $h_f(t)$ simulé avec Rep-D donne des hauteurs d'eau plus fortes que celui obtenu avec Rep-ISM ou encore Rep-Iter car l'hydrogramme $Q_f(t)$ injecté avec Rep-D conduit à sur-estimer la hauteur d'eau. Néanmoins, cette sur-estimation de $h_f(t)$ causée par la répartition de débits injectée tend à s'effacer vers l'aval : les limnigrammes simulés avec les 4 répartitions finissent par converger vers les mêmes valeurs à partir de $X/B_f = 6$ dans le Cas I et de $X/B_f = 10$ dans le Cas II.

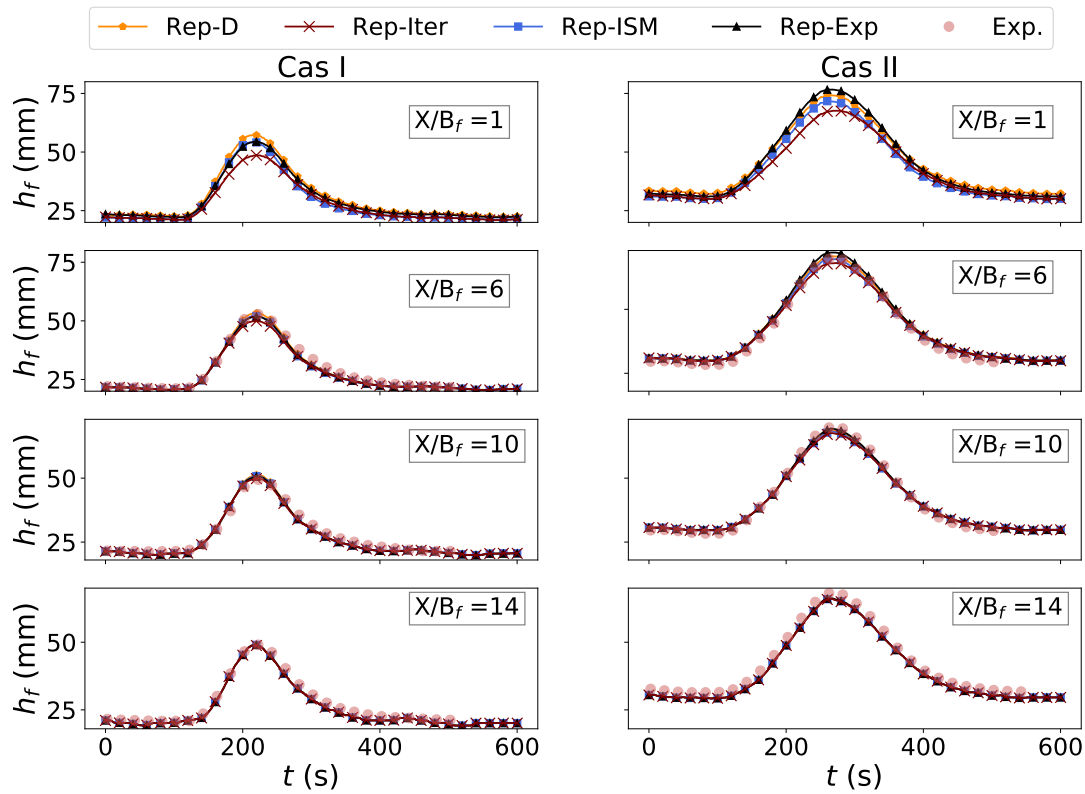


FIGURE 4.7 – Hauteurs dans le lit majeur en fonction du temps $h_f(t)$, à 4 abscisses le long du canal : mesures et simulations avec (1) la répartition DEBORD (Rep-D), (2) la répartition numérique itérative (Rep-Iter), (3) la répartition de l'ISM en régime uniforme (Rep-ISM) et (4) la répartition expérimentale (Rep-Exp).

La même remarque peut être faite avec la proportion de débit en lit majeur (figure 4.8) : l'influence de la répartition amont disparaît vers $X/B_f = 10$ dans le Cas I et vers $X/B_f = 14$ dans le Cas II ($X/B_f < 35$ observée par Bousmar et al. [2005], selon les conditions d'écoulements).

On peut conclure alors que, quelque soit la répartition des débits injectée, la convergence de h_f et de Q_f/Q est équivalente. De plus, la convergence de Q_f/Q vers l'équilibre est moins rapide que celle de h_f , comme observé expérimentalement dans [Bousmar et al., 2005]. On étudie la longueur nécessaire à partir de laquelle la répartition amont des débits n'influence plus h_f et Q_f/Q dans la section suivante.

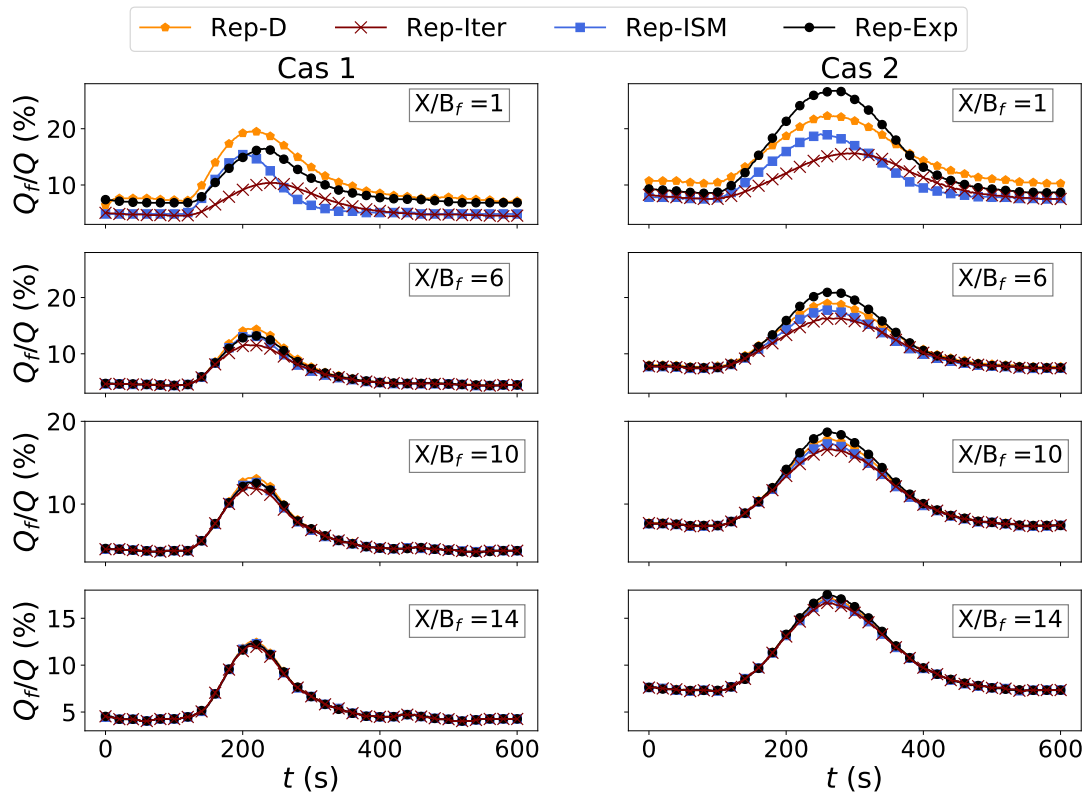


FIGURE 4.8 – Évolution temporelle de la proportion de débit dans le lit majeur Q_f/Q (t) le long du canal avec les 4 répartitions injectées : (1) répartition de DEBORD (Rep-D), (2) répartition numérique itérative (Rep-Iter), (3) répartition de l'ISM uniforme (Rep-ISM) et (4) répartition expérimentale (Rep-Exp).

1.3.2.2 Étude de longueur nécessaire pour atteindre une stabilisation de h_f (t) et de Q_f/Q (t)

Pour calculer la longueur à partir de laquelle la distribution de débits amont n'impacte plus les hauteurs d'eau et les répartitions de débits en régime instationnaire, on simule un canal de 165 m (150 m + 15 m) dans des conditions identiques et on injecte plusieurs répartitions de débits en amont en perturbant l'hydrogramme dans le lit majeur $Q_f(t)$ par rapport à la répartition réelle à débit total constant $Q(t)$. Cette perturbation varie dans le Cas I (resp. dans le Cas II) entre -50% et $+30\%$ (resp. entre -20% et $+50\%$) de $Q_f(t)$. On est resté dans ces intervalles de perturbations car le calcul diverge au-delà de ces valeurs. Ensuite, dans la direction longitudinale, on calcule la moyenne temporelle de l'erreur relative de la hauteur d'eau h_f (RE_{h_f}) et de la répartition des débits Q_f/Q ($RE_{Q_f/Q}$) à une position X/B_f donnée, comme suit :

1. la moyenne temporelle de l'erreur relative entre la hauteur d'eau $h_f^{injectée}(t)$ simulée après avoir injecté l'hydrogramme avec la répartition injectée et la hauteur d'eau $h_f^{réelle}(t)$ simulée après avoir injecté l'hydrogramme avec la répartition réelle (Eq. 4.16), et

$$RE_{h_f}(X/B_f) (\%) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{t=T} RE_{h_f}(X/B_f, t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{t=T} \frac{h_f^{injectée}(X/B_f, t) - h_f^{réelle}(X/B_f, t)}{h_f^{réelle}(X/B_f, t)} \times 100 \quad (4.16)$$

2. la moyenne temporelle de l'erreur relative entre la répartition des débits $(Q_f/Q)^{injectée}(t)$ simulée après avoir injecté l'hydrogramme avec la répartition injectée et la répartition des débits $(Q_f/Q)^{réelle}(t)$ simulée après avoir injecté l'hydrogramme avec la répartition réelle (Eq. 4.17).

$$RE_{Q_f/Q}(X/B_f)(\%) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{t=T} RE_{Q_f/Q}(X/B_f, t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{t=T} \frac{(Q_f/Q)^{injectée}(X/B_f, t) - (Q_f/Q)^{réelle}(X/B_f, t)}{(Q_f/Q)^{réelle}(X/B_f, t)} \times 100 \quad (4.17)$$

Le résultat de calcul de la moyenne temporelle de l'erreur relative le long du canal est tracé sur la figure 4.9. On considère qu'on a convergence quand l'erreur relative est inférieure à 1% (la surface colorée sur la figure).

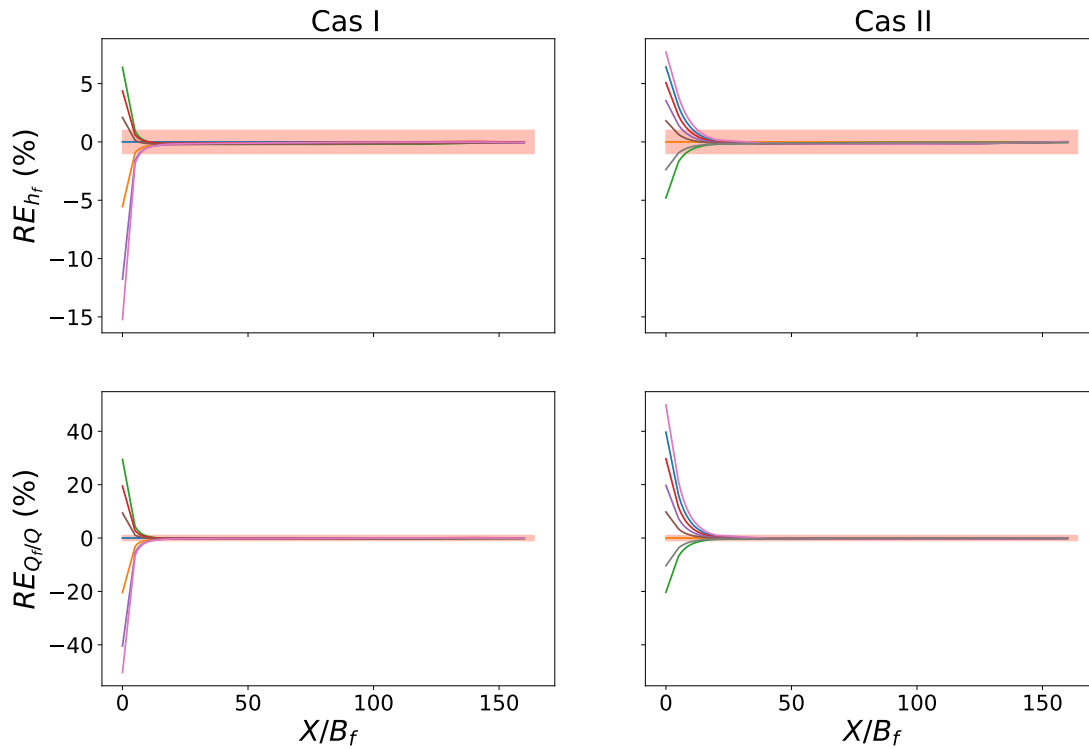


FIGURE 4.9 – La moyenne temporelle de l’erreur relative le long du canal de la hauteur d’eau dans le lit majeur RE_{h_f} et la répartition de débit $RE_{Q_f/Q}$ de plusieurs répartitions de l’hydrogramme total. La surface colorée représente un intervalle de 1%

On remarque alors que RE_{h_f} et $RE_{Q_f/Q}$ convergent quelle que soit la répartition du débit injectée en amont. Avant de converger, RE_{h_f} varie entre -15% et 7% dans les deux cas. On illustre sur la figure 4.10 la longueur de convergence vers le régime uniforme L_u adimensionnée par la largeur du lit majeur B_f nécessaire à obtenir $RE_{h_f} < 1\%$ et $RE_{Q_f/Q} < 1\%$. On remarque également que la convergence de h_f a lieu plus tôt que celle de Q_f/Q , comme observé dans la section précédente. En effet, on a convergence de h_f à une valeur maximale de $L_u/B_f = 8$ dans le Cas I et $L_u/B_f = 12.5$ dans le Cas II, alors que Q_f/Q converge à une valeur maximale de $L_u/B_f = 13$ dans le Cas I et $L_u/B_f = 40$ dans le Cas II. La convergence de h_f et de Q_f/Q a lieu dans une longueur $X/B_f < 35$, valeur observée par Bousmar et al. [2005], pour toutes les simulations, à l’exception du cas où le lit majeur est sur-alimenté de 50% dans le Cas II ($L_u/B_f=40$), comme on peut le voir sur la figure 4.10. Cela peut être expliqué par le fait que la gamme des valeurs des répartitions amont étudiées ici est plus large (8 valeurs de Q_f/Q à débit total constant) que dans Bousmar et al. [2005] pour un

écoulement donné (maximum de 3 valeurs de Q_f/Q à débit total constant).

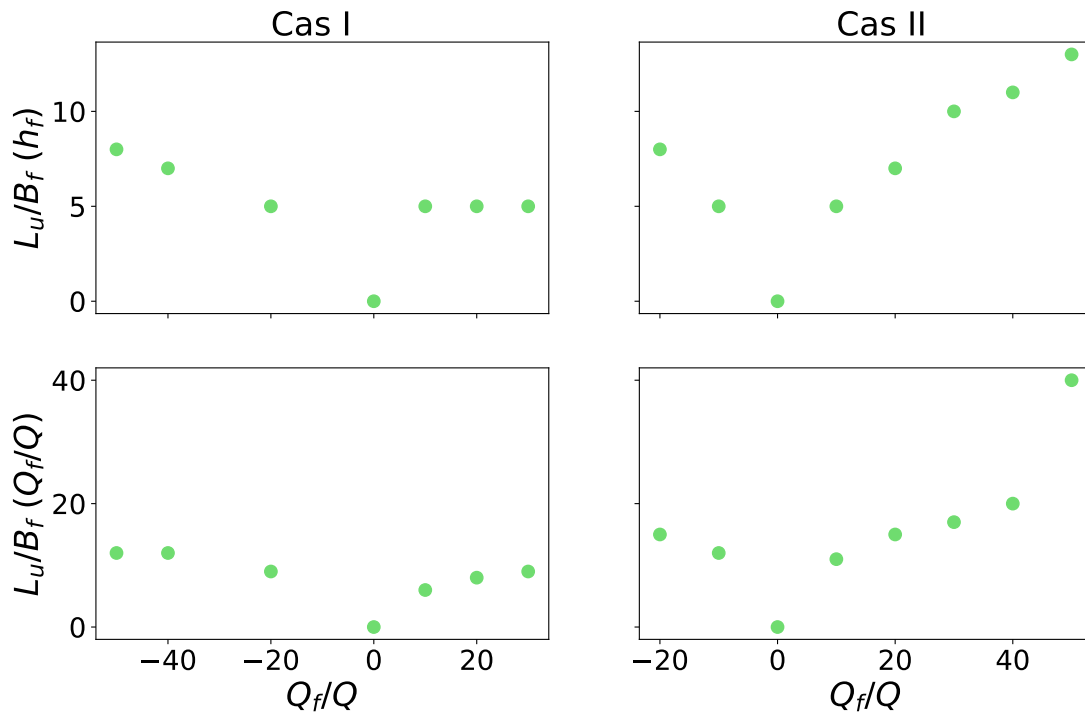


FIGURE 4.10 – Longueur à partir de laquelle la distribution de l'hydrogramme injectée en amont n'impacte plus la hauteur d'eau et la répartition de débits.

1.4 Conclusion

Dans cette section, on a proposé une méthode de répartition de débit entre lit mineur et lits majeurs pour construire une condition à la limite amont en débit tout en assurant la cohérence interne avec les hypothèses de l'ISM en régime uniforme. La répartition calculée avec cette méthode est comparée avec la répartition expérimentale, ainsi qu'avec les répartitions calculées avec les méthodes existantes à savoir : la méthode DEBORD et la méthode numérique itérative. La comparaison est réalisée en régime permanent et en régime transitoire. En régime uniforme, les répartitions calculées avec l'ISM en régime uniforme et avec la méthode numérique itérative permettent de mieux reproduire les hauteurs d'eau. En cas de sur-alimentation du lit majeur, c'est la répartition calculée avec la méthode de DEBORD qui permet d'être plus proche des mesures de hauteurs d'eau. Toutefois, ce résultat est peut être lié à la tendance de cette méthode à surestimer Q_f en régime uniforme. Par ailleurs, l'influence de la répartition amont sur la hauteur d'eau et sur la répartition de débits tend à disparaître sur une longueur $X/B_f < 40$, ce qui reste proche des valeurs observées expéri-

mentalement par [Bousmar et al. \[2005\]](#), pour les différentes répartitions étudiées. Cela dit, ce sont des résultats préliminaires à partir de deux expériences. Davantage de simulations numériques sur d'autres expériences sont nécessaires pour pouvoir conclure de manière définitive (avec des largeurs B_f différentes, des débits totaux différents, des géométries différentes.).

2 Confluences

On s'intéresse dans cette section à la question du traitement des confluences avec l'ISM. En effet, avec un débit par lit dans chaque bief en amont de la jonction, on doit trouver une méthode pour répartir les débits des lits amont de la confluence sur les lits aval.

2.1 Principe de la méthode

La résolution de l'équation de quantité de mouvement dans chaque lit rend la modélisation des confluences plus complexe pour l'ISM que pour les codes 1D classiques. En effet, avec un code 1D, un seul débit est défini par bief (voir figure [4.11](#) où Q^i est le débit dans le bief i). La conservation des débits (Eq. [4.18](#)) s'écrit :

$$Q^3(x_1) = Q^1(x_N) + Q^2(x_N) \quad (4.18)$$

où $Q^i(x_j)$ est le débit dans le bief i dans la section située à x_j .

Elle permet de calculer directement le débit $Q^3(x_1)$ en amont du bief aval (voir la section [Mage DEBORD de l'Annexe 2](#)).

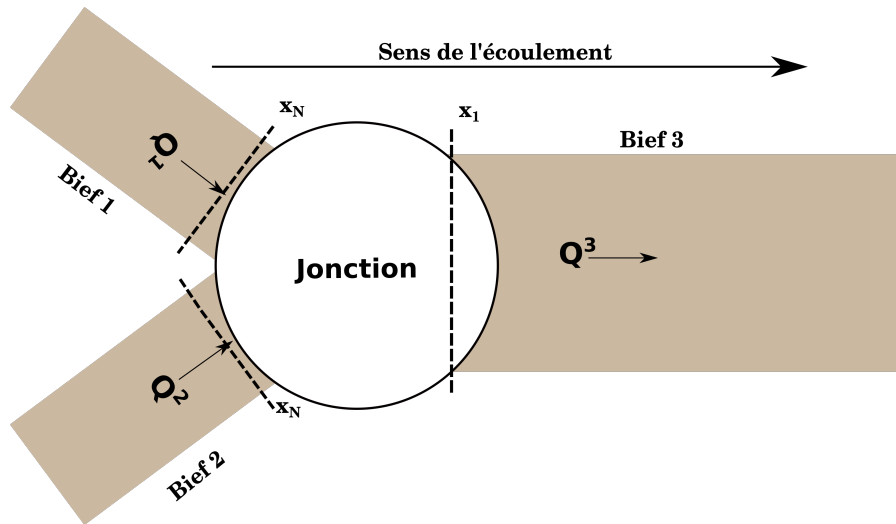


FIGURE 4.11 – Schéma d'une confluence pour une modélisation 1D.

Avec l'ISM, le débit est défini par lit. On doit alors répartir les débits sortants de la jonction (*i.e.* les 6 débits des biefs 1 et 2 sur la figure 4.12 où Q_l^i , Q_m^i et Q_r^i sont respectivement le débit dans le lit majeur gauche, dans le lit mineur et dans le lit majeur droit du bief i) sur les trois lits du bief sortant (*i.e.* Bief 3 sur la figure 4.12). Plusieurs méthodes peuvent être envisagées, dont :

1. répartir le débit total sortant suivant une répartition du régime uniforme, à l'instar de la répartition calculée avec l'ISM en régime uniforme expliquée dans la section 1.2,
2. supposer que les débits des lits majeurs extérieurs des biefs entrants 1 et 2 (*i.e.* FP_l^1 et FP_r^2) se conservent dans les lits majeurs extérieurs du bief sortant Bief 3 (*i.e.* FP_l^3 et FP_r^3) et sommer le reste des débits entrant dans le lit mineur comme détaillé dans le système d'équations 4.19.

$$\begin{cases} Q_l^3(x_1) = Q_l^1(x_N) \\ Q_r^3(x_1) = Q_r^2(x_N) \\ Q_m^3(x_1) = Q_m^1(x_N) + Q_r^1(x_N) + Q_l^2(x_N) + Q_m^2(x_N) \end{cases} \quad (4.19)$$

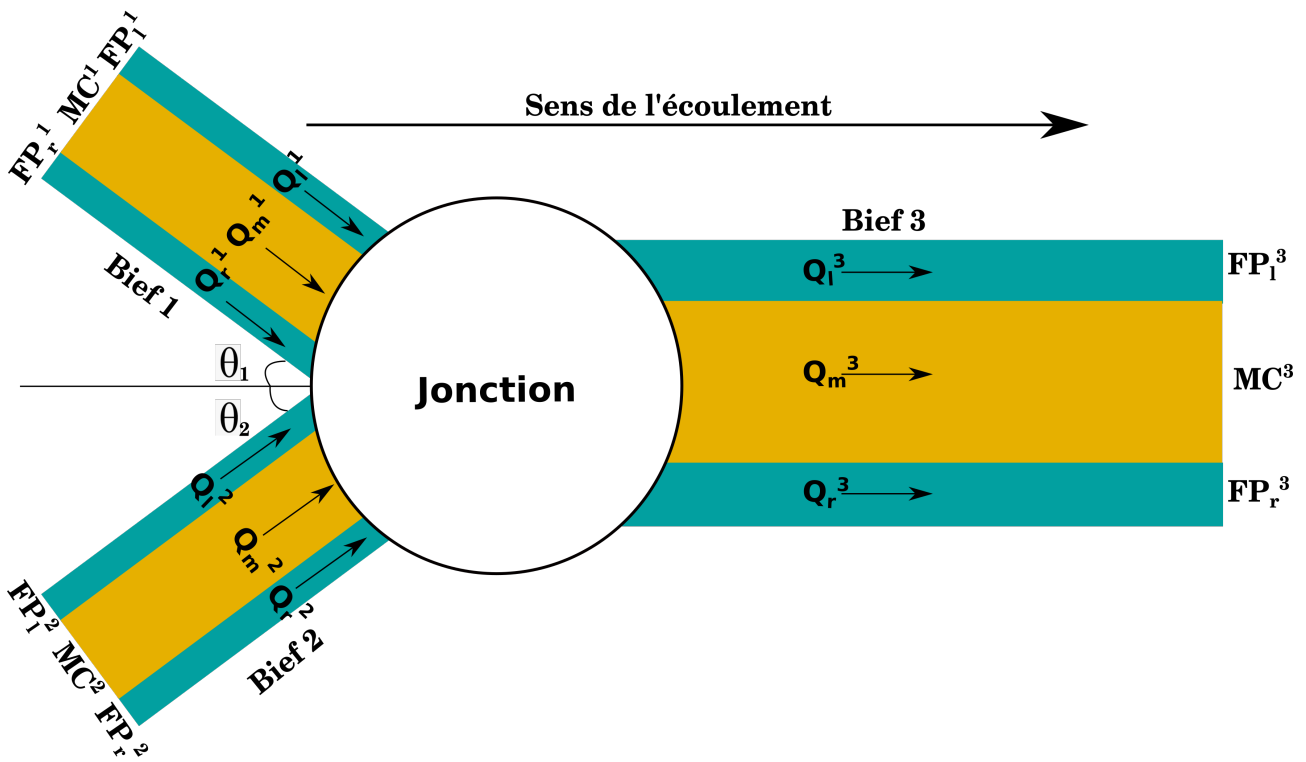


FIGURE 4.12 – Schéma d'une confluence pour une modélisation ISM (1D+).

L'avantage de la deuxième proposition est qu'elle est plus simple à implémenter numériquement par rapport à la première proposition (voir la section 3.2 pour plus de détails) et qu'elle ne fait pas l'hypothèse du régime permanent uniforme non respectée en crue. Le choix de cette méthode est alors justifié par la volonté d'avoir une première implémentation permettant de tester la simulation des confluences avec l'ISM.

2.2 Tests préliminaires de fonctionnement

Dans cette section, on étudie le comportement de l'implémentation de la méthode choisie pour simuler les confluences avec l'ISM sur un cas simple. Pour ce faire, on considère un réseau de trois biefs : deux biefs entrants Bief 1 et Bief 2 avec les mêmes caractéristiques géométriques et un bief sortant Bief 3 plus large. Les détails géométriques sont illustrés sur la figure 4.13. On injecte dans chacun des biefs 1 et 2 un débit $Q = 162$ L/s. La condition à la limite aval est $h_m = 147$ mm en aval du Bief 3, ce qui correspond à la hauteur dans le lit mineur du régime uniforme dans le Bief 3. Les paramètres de la simulation sont résumés dans le tableau 4.7.

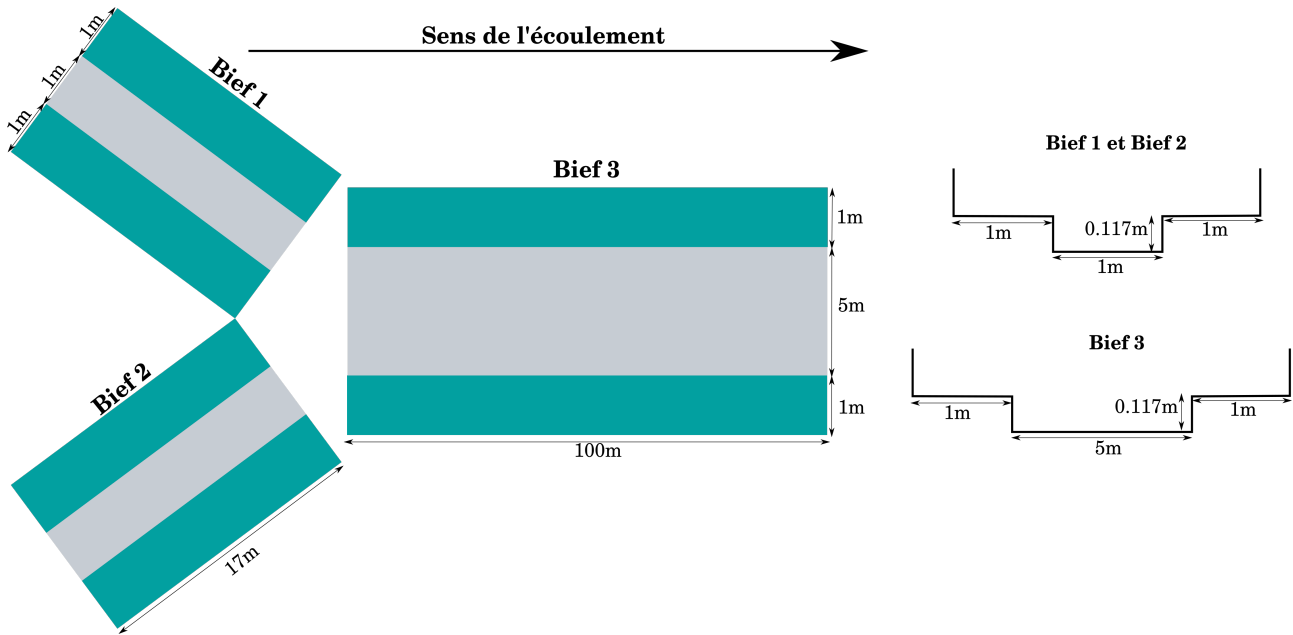


FIGURE 4.13 – Géométrie de la confluence simulée.

Tableau 4.7 – Paramètres de la simulation du cas test de confluence avec l'ISM : coefficients de Strickler en lit majeur K_f , en lit mineur K_m , coefficient d'échange turbulent ψ^t et coefficient de pondération dans le calcul de la vitesse interfacielle ϕ .

| Paramètre | Bief 1 | Bief 2 | Bief 3 |
|-----------------------|--------|--------|--------|
| K_f ($m^{1/3}/s$) | 40 | 40 | 40 |
| K_m ($m^{1/3}/s$) | 50 | 50 | 50 |
| ψ^t | 0.02 | 0.02 | 0.05 |
| ϕ | 0.3 | 0.3 | 0.3 |

On trace sur la figure 4.14 les résultats de simulation sur les biefs 2 et 3, *i.e.* de part et d'autre de la confluence pour les variables suivantes : le débit total, Q , la proportion de débit en lit majeur, Q_f/Q , la hauteur d'eau dans le lit mineur, h_m et le débit latéral à l'interface, q . On note que le Bief 1 et le Bief 2 se comportent de manière similaire. On constate que la proportion de débit dans le lit majeur Q_f/Q et le débit latéral q diminuent jusqu'à atteindre un minimum de $q = -80 \text{ cm}^2/\text{s}$ au point de la confluence, traduisant alors une vidange des lits majeurs extérieurs des biefs 1 et 2 en se dirigeant vers la confluence. Ce résultat est plus clairement visualisé sur la figure 4.15 où on schématise le transfert de masse latéral q . Cela peut être dû au fait que la largeur du lit mineur du Bief 3 est plus grande que la somme des largeurs des lits mineurs et des lits majeurs intérieurs du Bief 1 et du Bief 2 (*i.e.* une plus grande section mouillée dans le lit mineur dans le Bief 3 par rapport aux biefs 1 et 2). Passée la confluence, la vidange du lit majeur diminue puis finit par s'annuler plus en

aval : un équilibre est alors atteint et Q_f/Q et h_m deviennent constants le long du canal. Cet équilibre est atteint à $X/B_f = 22$, soit avant la valeur 35 observée par Bousmar et al. [2005]. On remarque que l'impact de l'hypothèse de simulation de confluence sur la répartition de débit est du même ordre que l'hypothèse du régime uniforme observée pour la condition à la limite amont.

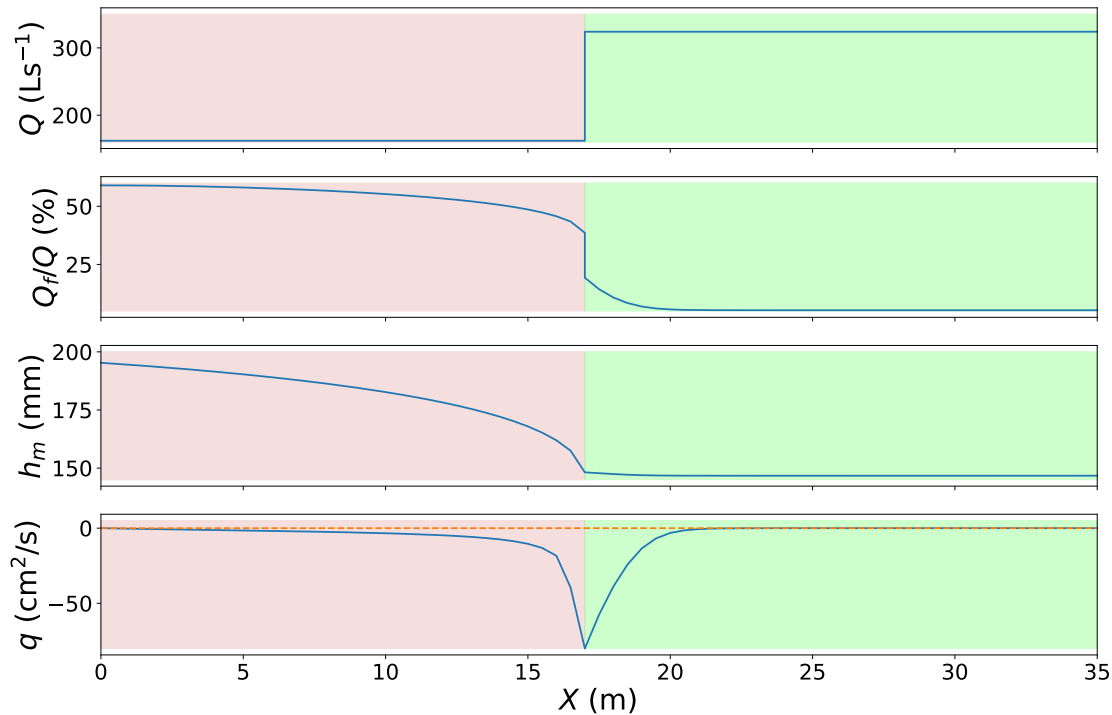


FIGURE 4.14 – Résultats de simulation ISM de la confluence dans les biefs 2 et 3 (voir figure 4.13). La zone rouge représente le Bief 2, et la zone verte Bief 3, avec Q le débit total, Q_f le débit dans lit majeur, h_m la hauteur d'eau dans le lit mineur et q le débit latéral par unité de largeur à l'interface MC/FP.

De plus, on constate que le débit latéral q n'est pas nul au point de la confluence, alors qu'on fait l'hypothèse de la continuité des débits des lits majeurs extérieurs. Cela peut être expliqué par le fait que $q = \frac{\partial Q_f}{\partial x}$ est calculé dans chaque bief, et non pas dans tout le réseau. En d'autres termes, la conservation des débits des lits majeurs extérieurs n'implique pas nécessairement $q = 0$ dans la section amont du bief 3.

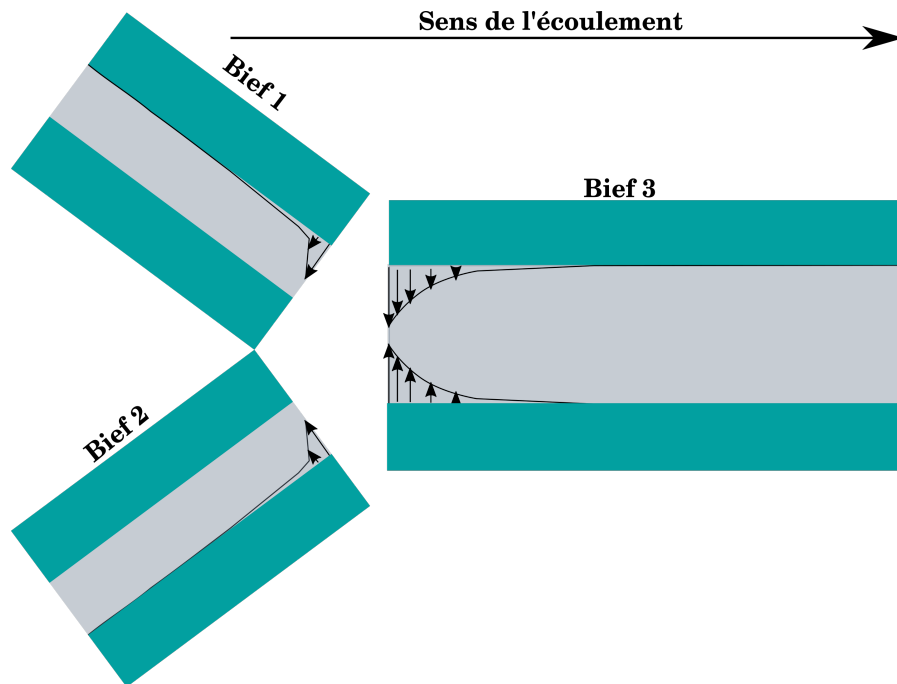


FIGURE 4.15 – Représentation du transfert de masse latéral entre les lits majeurs extérieurs et le lit mineur à partir de la simulation ISM.

2.3 Conclusion

Dans cette section, on a proposé une première approche pour traiter les confluences avec l'ISM. Cette approche consiste à conserver les débits des lits majeurs extérieurs des deux biefs entrants dans les lits majeurs du bief sortant, et à sommer le reste des débits des biefs entrants dans le lit mineur du bief sortant. Bien que cette méthode simplifie amplement l'écoulement dans les confluences (parce qu'elle ne considère pas des pertes de charge additionnelles telles que celles décrites dans la section 4 du Chapitre 2), elle permet d'avoir une première implémentation numérique relativement plus facile à coder que la première approche proposée dans la section 2.1. Cette implémentation s'affranchit de l'hypothèse du régime uniforme². L'impact de l'approche proposée sur la répartition de débit semble du même ordre que l'hypothèse du régime uniforme observée pour la condition à la limite amont. Notons qu'on va utiliser cette approche plus tard pour simuler un cas réel (Chapitre 5).

2. on explique ce qu'on entend par "relativement plus facile à coder" dans la section 3.2.2

3 Méthodes numériques et implémentation

Maintenant qu'on a explicité les méthodologies proposées pour résoudre la question de la condition à la limite amont ainsi que le traitement des confluences avec l'ISM, on aborde dans cette section les méthodes numériques utilisées afin d'implémenter ces solutions. On commence par détailler la méthode de calcul utilisée pour le traitement de la condition à la limite amont ainsi que son intérêt par rapport à d'autres méthodes avant d'évoquer les détails mathématiques de l'implémentation du calcul des confluences.

3.1 Condition à la limite amont

Dans la section 1.2, on propose une méthode pour répartir le débit total entre les lits en amont du canal. Deux résolutions d'équations de l'ISM en régime uniforme (eqs. 4.8 - 4.11) sont possibles, comme expliqué dans la section 1.2 :

1. Résoudre le système avec (Q, Z) comme variables d'entrées et (ψ^t, U_l, U_m, U_r) comme variables de sorties, dans l'étape de la détermination du coefficient d'échange turbulent ψ^t (section 1.2.1)
2. Résoudre le système avec (Q, ψ^t) comme variables d'entrées et (Z, U_l, U_m, U_r) comme variables de sorties, dans l'étape du calcul de la répartition du débit amont (section 1.2.2)

Mathématiquement parlant, il s'agit de résoudre un système d'équations non-linéaires comme explicité dans l'équation 4.20, où \mathbf{f} représente les équations de l'ISM (eqs. 4.8 - 4.11) et \mathbf{x} un vecteur à 4 composantes inconnues, (Eq. 4.21, pour un calcul de la répartition des débits par exemple).

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0 \tag{4.20}$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} Z \\ U_l \\ U_m \\ U_r \end{pmatrix} \tag{4.21}$$

Dans un premier temps, on a alors implémenté la méthode de Newton pour résoudre les équations de l'ISM en régime uniforme dans les deux cas de calculs. Cette dernière ayant des problèmes de convergence quand le jacobien n'est pas inversible, seule la 2ème résolution

peut être réalisée. Dans la suite, on utilisera donc la méthode hybride de Powell modifiée, considérée comme une correction de la méthode de Newton.

3.1.1 Rappel de la méthode de Newton

On commence par rappeler la méthode de Newton appliquée dans un espace réel de taille $n \in \mathbb{R}^n$ (voir l'Annexe 3 pour plus de détails). L'évaluation de la solution de l'équation 4.20 se fait :

1. en initialisant la solution \mathbf{x}_0
2. en itérant sur \mathbf{x} (Eq. 4.22) suivant un pas dit le pas de Newton \mathbf{p}_k (Eq. 4.23).

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{p}_k \quad (4.22)$$

$$\mathbf{p}_k = -J^{-1}\mathbf{f}(x_k) \quad (4.23)$$

avec J le jacobien de \mathbf{f} .

L'utilisation systématique du pas \mathbf{p}_k peut conduire à des divergences à cause d'une estimation initiale éloignée de la solution finale ou à cause d'un jacobien qui n'est pas inversible. En effet, on a commencé par implémenter la méthode de Newton afin de résoudre les équations de l'ISM en régime uniforme pour le calcul de la répartition des débits (section 1.2.2). Alors que la résolution numérique réussit dans ce cas, des instabilités numériques apparaissent dans l'étape de détermination de ψ^t (section 1.2.1), à cause du calcul de l'inverse du Jacobien. On s'est alors intéressé à une autre méthode dite la méthode hybride de Powell modifiée [Powell, 1970].

3.1.2 Méthode hybride de Powell modifiée

Une des méthodes les plus utilisées pour améliorer la méthode de Newton est la méthode hybride de Powell modifiée (Powell [1970], Nocedal and Wright [2006], voir aussi l'Annexe 3 pour plus de détails). Dans cette méthode, la résolution de l'équation 4.20 devient un problème d'optimisation, qui consiste à résoudre $\min_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x})$.

L'avantage de cette méthode est le fait qu'elle utilise des idées d'optimisation pour avoir une convergence globale dans la résolution des équations non linéaires (d'où l'appellation

"hybride"). En effet, un problème d'optimisation (consistant à résoudre $\min_x \mathbf{f}(\mathbf{x})$) et la résolution d'un système d'équations non linéaires (consistant à résoudre un système $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$) sont traités différemment, mais l'un peut être traduit à l'autre (Annexe 3 pour plus de détails).

Cela dit, cette méthode améliore la méthode de Newton en vérifiant, à chaque itération k , que le pas de Newton \mathbf{p}_k (Eq. 4.23) fait diminuer le résidu $\|\mathbf{f}\|^2$ (avec $\|\cdot\|$ la norme euclidienne), avant de le considérer systématiquement comme c'est fait avec la méthode de Newton. Le calcul du pas se fait dans un rayon qu'on appelle "région de confiance" Δ . Les étapes suivies dans la résolution de l'équation sont explicitées ci-après, en prenant l'exemple d'un calcul de la répartition des débits par lit.

3.1.3 Étapes de calcul avec la méthode hybride de Powell modifiée

L'implémentation de la méthode hybride de Powell modifiée est basée sur des algorithmes dans Nocedal and Wright [2006] et de Yoki Okawa³. Les étapes principales de calcul peuvent être résumées comme suit :

1. Initialisation de la variable inconnue \mathbf{x}_0 ,
2. Calcul du pas
3. Actualisation de la taille de la région de confiance Δ
4. suite de calcul

Dans ce qui suit, \tilde{r} est l'approximation quadratique de la fonction résiduelle r (voir Annexe 3) :

$$r(x) = \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|^2 = \sum_i f_i(\mathbf{x})^2 \quad (4.24)$$

L'algorithme principal est alors résumé comme suit :

3. <https://github.com/yoki/Optimization>

Algorithm 1 Algorithme principal

```

1: Initialisation de  $\Delta$  ( $\Delta = \|\mathbf{x}\|$  quand  $\|\mathbf{x}\| \neq 0$ , sinon  $\Delta = 1$ )
2: Décomposition  $QR$  de la matrice  $J$ 
3: while  $|\tilde{r}(\mathbf{x})| > ftol$  do
4:   Calculer  $\mathbf{p}$  à partir de  $Q$ ,  $R$  et  $\Delta$ 
5:   if  $\tilde{r}(\mathbf{x}+\mathbf{p}) < \tilde{r}(\mathbf{x})$  then
6:      $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}+\mathbf{p}$ 
7:     Calcul de  $\mathbf{f}(\mathbf{x}+\mathbf{p})$ 
8:   end if
9:   Actualisation de  $\Delta$  avec  $\tilde{r}(\mathbf{x}+\mathbf{p})$ ,  $\tilde{r}(\mathbf{x})$  et  $J\mathbf{p}$ 
10:  Actualisation de  $J$  avec  $f(\mathbf{x})$ 
11:  Actualisation de  $Q$  et  $R$  avec  $J$ 
12: end while

```

avec $ftol$ le seuil au-dessous duquel on a convergence entre r et \tilde{r} (sa valeur dans le code est $ftol = 10^{-5}$), R et Q sont les matrices issues de la décomposition QR de la jacobienne J [Pastre, 2004], Δ le rayon de la région de confiance, J le jacobien, \mathbf{p} le pas et \mathbf{x} l'inconnu.

3.1.3.1 Calcul du pas - méthode dogleg

Dans un premier temps, on calcule le pas dans la direction de Newton (Eq. 48)

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{p}^N \quad (4.25)$$

Ensuite, comme détaillé dans l'Annexe 3, ce pas est retenu si la contrainte de la région de confiance est respectée ($\|\mathbf{p}\| \leq \Delta$), autrement, on considère soit la direction de la plus grande pente (le terme \mathbf{g} est défini dans l'algorithme 2) :

$$\mathbf{p}_k \approx \Delta \frac{\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|} \quad (4.26)$$

soit une combinaison des deux méthodes (Eq. 53, le terme θ est défini dans l'algorithme 2) :

$$\mathbf{p}_k = (1 - \theta)\mathbf{p}^U + \theta\mathbf{p}^N \quad (4.27)$$

Ces étapes sont résumées dans l'algorithme 2 :

Algorithm 2 Calcul du pas \mathbf{p}

```

1: Entrée :  $R, Q, \Delta, f(x), \Psi$ 
2: Sortie :  $\mathbf{p}$ 
3: Calcul du pas de Newton
4:  $p^N = -R^{-1}Q^T f(x)$ 
5: if  $\|p^N\| \leq \Delta$  then
6:   Affectation du pas de Newton
7:    $\tilde{p} \leftarrow p^N$ 
8: else
9:   Méthode de la plus grande pente
10:  Calcul du pas de la plus grande pente  $\mathbf{g} = -(QR)^T \mathbf{f}(x)$ 
11:  Calcul du minimum dans la direction de  $\mathbf{g}$  :  $\mathbf{p}^U = \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{\|QR\mathbf{g}\|^2} \mathbf{g}$ 
12:  if  $\mathbf{p}^U \|\Psi^{-1} \mathbf{g}\| \geq \Delta$  then
13:    Choisir le pas de la plus grande pente  $\tilde{p} \leftarrow \Delta \frac{\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|}$ 
14:  else
15:    Combinaison des deux méthodes
16:    Trouver  $\theta$  tel que  $\|(1 - \theta)\mathbf{p}^U + \theta\Psi\mathbf{p}^N\| = \Delta$ 
17:     $\tilde{p} \leftarrow (1 - \theta)\mathbf{p}^U + \theta\Psi\mathbf{p}^N$ 
18:     $\mathbf{p} \leftarrow \Psi^{-1}\tilde{p}$ 
19:  end if
20: end if

```

où Ψ est la matrice diagonale de normalisation de \mathbf{p} ($\Psi\mathbf{p} = \tilde{p}$), \tilde{p} le pas avant normalisation.

3.1.3.2 Actualisation de la taille de la région de confiance Δ

Dans l'algorithme 3, on actualise la taille de la région de confiance en se basant sur le jacobien calculé : la condition de la ligne 2 (où $r(x) - r(x + p)$ représente la fonction réelle et $r(x) - \Phi$ la fonction approximative) permet de tester si J est bien évalué. Le seuil de la condition est pris par défaut égal à 10%. Quand le ratio $\frac{r(\mathbf{x}) - r(\mathbf{x} + \mathbf{p})}{r(\mathbf{x}) - \Phi}$ est inférieur à 10%, on a une variation de la fonction approximative beaucoup plus rapide, on estime alors que J a été mal évalué. On réduit en conséquence la taille de la région (avec le paramètre *DeltaSpeed* dont la valeur par défaut est 0.25) sous l'hypothèse que la région de confiance est moins grande que l'estimation et le jacobien est recalculé. Sinon, on estime que la prédiction était bonne, et donc on augmente la taille de la région de confiance.

Algorithm 3 Actualisation de la taille de la région de confiance Δ

```

1:  $\Phi = \|\mathbf{f}(\mathbf{x}) + J\mathbf{p}\|$ 
2: if  $\frac{r(\mathbf{x})-r(\mathbf{x}+\mathbf{p})}{r(\mathbf{x})-\Phi} < 0.1$  then
3:   Changement négligeable de la fonction objective. Réduire  $\Delta$  :  $\Delta \leftarrow DeltaSpeed \times \Delta$ 
4:   GoodJacobian = 0
5:   BadJacobian = BadJacobian + 1
6: else
7:   BadJacobian = 0
8:   GoodJacobian = GoodJacobian + 1
9:   if GoodJacobian > 1 OR  $\frac{r(\mathbf{x})-r(\mathbf{x}+\mathbf{p})}{r(\mathbf{x})-\Phi} > 0.5$  then
10:     $\Delta \leftarrow \max(\Delta, 2\|\mathbf{p}\|)$ 
11:   else if  $|\frac{r(\mathbf{x}+\mathbf{p})-\Phi}{r(\mathbf{x})-\Phi}| < 0.1$  then
12:     $\Delta = 2\|\mathbf{p}\|$ 
13:   end if
14: end if
15: if BadJacobian = 2 then
16:   Recalcul du jacobien
17:   BadJacobian = 0
18: end if
    
```

Le jacobien est actualisé en utilisant la méthode de Broyden's rank 1 [Press et al., 2007] suivant la formule suivante :

$$J \leftarrow J + \frac{1}{\|\mathbf{p}\|^2} (\mathbf{f}(\mathbf{x} + \delta) - \mathbf{f}(\mathbf{x}) - J\mathbf{p})\mathbf{p}^T \quad (4.28)$$

3.1.3.3 Suite du calcul Le calcul s'arrête quand l'un des cas suivants est vérifié si :

- la convergence est réussie (résidu inférieur à $ftol$),
- la taille de la région de confiance Δ se réduit au seuil de la tolérance (défini par défaut à 10^{-4}),
- l'algorithme atteint un minimum local

Le détail des conditions d'arrêt de calcul est décrit dans l'Annexe 3.

3.2 Confluences

Dans la section 2.1, on expose la méthode proposée pour calculer les écoulements dans les confluences avec l'ISM . Dans cette section, on s'attache à détailler l'implémentation de cette dernière dans le code Mage. Pour ce faire, on commence par rappeler les étapes de calcul sur un bief unique, puis celles pour un écoulement dans une confluence avec la méthode DEBORD (les détails de calcul sont explicités dans la section ISM de l'Annexe 2 ainsi que dans la notice Mage). Ensuite, on rappelle les étapes de calcul sur un bief unique

avec l'ISM (pour les détails de calcul, voir également la section ISM l'Annexe 2 et FAURE [2017]). Ces rappels permettront de montrer ce qui existait avant la thèse tout en mettant en évidence la complexité de l'implémentation numérique avec l'ISM par rapport à DEBORD. Enfin, on explicite le travail effectué dans la thèse pour implémenter la méthode de calcul d'un écoulement dans les confluences avec ISM.

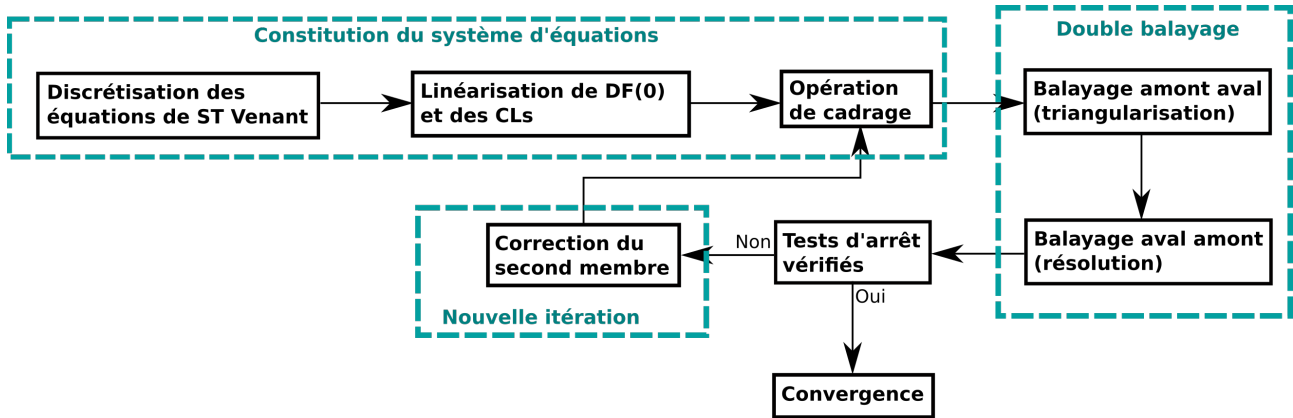


FIGURE 4.16 – Schéma de la résolution numérique avec Mage DEBORD d'un bief unique à un pas de temps donné. CL signifie la condition à la limite amont et $DF(0)$ le jacobien (voir l'Annexe 2 pour plus de détails).

3.2.1 Rappel du calcul avec Mage DEBORD

3.2.1.1 Cas d'un bief unique

La figure 1 résume les étapes de calcul avec Mage 1D DEBORD dans un bief unique sans confluence (détaillées dans la section Mage DEBORD de l'Annexe 2) : le système d'équations constitué à partir des équations de Saint-Venant 1D est résolu avec la méthode Newton-Raphson, ce qui permet d'aboutir à une formule sous la forme de l'équation 4.29 :

$$MX^k = C^k \quad (4.29)$$

où M est une matrice carrée par blocs 2×2 (notée $DF(X^0)$ dans l'Annexe 2), X est le vecteur d'inconnus, C est le second membre et k le nombre de l'itération. La forme matricielle

de l'équation 4.29 est explicitée dans la formule 4.30 :

$$\begin{pmatrix} R_M & S_M & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -e_1 & -d_1 & \dots \\ 0 & 0 & R_2 & S_2 & \dots \\ & & & \dots & 0 & 1 & -e_i & -d_i & \dots \\ & & & \dots & 0 & 0 & R_{i+1} & S_{i+1} & \dots \\ & & & & & & & & \dots & 0 & 1 & -e_{N-1} & -d_{N-1} \\ & & & & & & & & & \dots & 0 & 0 & R_N & S_N \\ & & & & & & & & & & \dots & 0 & 0 & -R_V & -S_V \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Z_1 \\ \Delta Q_2 \\ \dots \\ \Delta Z_i \\ \Delta Q_{i+1} \\ \dots \\ \Delta Z_{N-1} \\ \Delta Q_N \\ \Delta Z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_M \\ f_1 \\ T_2 \\ \dots \\ f_i \\ T_{i+1} \\ \dots \\ f_{N-1} \\ T_N \\ T_V \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

pour un bief constitué de N points de calculs (*i.e.* de sections), où les termes $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i, R_i$ et S_i sont des constantes, ΔQ_i (resp. ΔZ_i) est la variation du débit (resp. de la cote) au point i . La condition à la limite amont (première ligne de M) et la condition à la limite aval (dernière ligne de M) s'écrivent sous forme d'équation RST :

$$R\Delta Q + S\Delta Z = T \quad (4.31)$$

où R, S et T sont des constantes, notées R_M, S_M et T_M pour la condition à la limite amont dans la matrice M et R_V, S_V et T_V pour la condition à la limite aval.

L'équation 4.29 est alors résolue avec la méthode de double balayage : un premier balayage amont aval qui consiste à triangulariser la matrice M (et par conséquent modifier le second membre C^k), ensuite un deuxième balayage qui résout l'équation en partant de l'aval vers l'amont. Un test de convergence en cote et débit est ensuite effectué (eqs 16 - 17), avec 10^{-9} comme seuil défini par défaut :

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\Delta Q_i^{k+1} - \Delta Q_i^k)^2}}{\min(1, \max(Q_i, i = 1, \dots, N))} < 10^{-9} \quad (4.32)$$

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\Delta Z_i^{k+1} - \Delta Z_i^k)^2}}{\min(1, \max(y_i, i = 1, \dots, N))} < 10^{-9} \quad (4.33)$$

où y_i est la hauteur d'eau. Si ce test est validé, on considère qu'on a convergence et on passe au pas de temps suivant, sinon le second membre est corrigé suivant l'équation 4.34 et le calcul est refait (voir figure 1).

$$C^k = C^{k-1} + (B - F(X^{k-1})) \quad (4.34)$$

3.2.1.2 Cas d'une confluence

Comme expliqué dans la section Mage DEBORD de l'Annexe 2, le double balayage est étendu dans le cas d'une confluence sur les trois biefs (voir figure 4.17) : après un premier balayage amont-aval dans les biefs entrants 1 et 2, on obtient une relation RST (Eq. 4.31) en aval de chaque bief. En supposant l'égalité des cotes ainsi que la conservation des débits à la confluence, la combinaison des deux relations RST permet d'obtenir une nouvelle relation RST à l'amont du bief sortant (*bief 3*), construisant ainsi la condition à la limite amont pour ce bief. Puis le premier balayage est poursuivi jusqu'à l'aval au point D (voir figure 4.17). Ainsi, on se retrouve avec un système triangularisé dans les trois biefs. Ensuite, le deuxième balayage est amorcé à partir de l'aval du *bief 3* jusqu'au point C. La cote obtenue à ce point est utilisée comme condition aval pour le *bief 1* et le *bief 2*. Le deuxième balayage est alors poursuivi jusqu'à l'amont des deux biefs. L'ensemble de ces étapes est résumé sur le schéma de la figure 4.18.

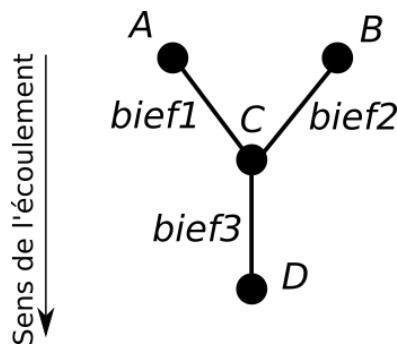


FIGURE 4.17 – Schéma d'une confluence modélisée avec Mage DEBORD.

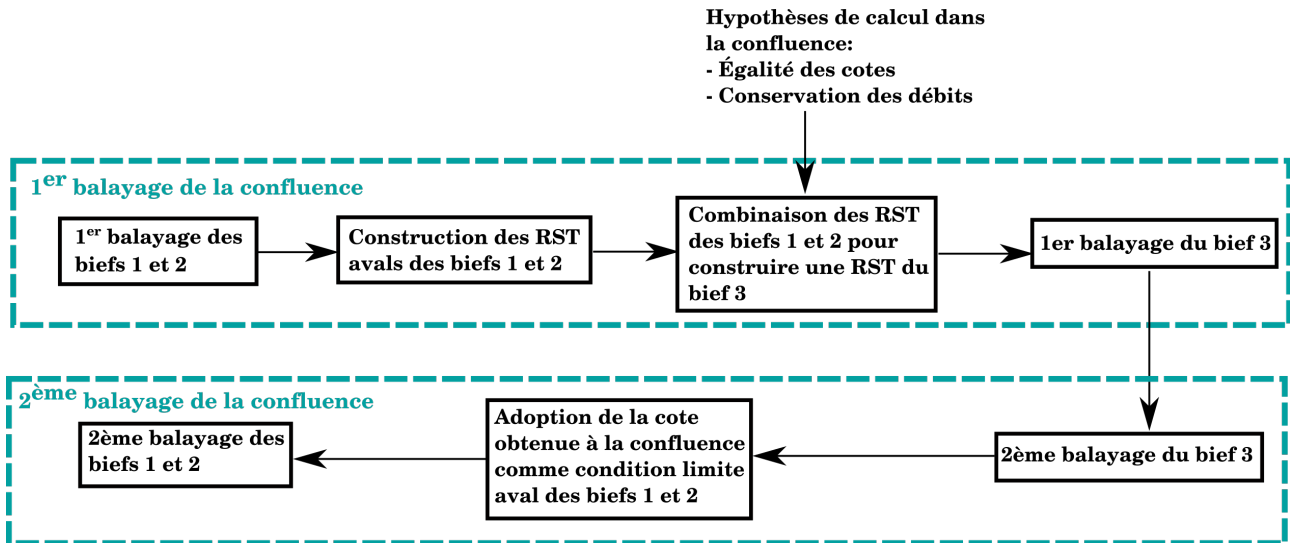


FIGURE 4.18 – Schéma du double balayage dans une confluence avec Mage DEBORD.

3.2.2 Calcul avec Mage ISM

3.2.2.1 Cas d'un seul bief

Le principe de la figure 1 reste valable avec l'ISM (plus de détails dans la section Mage ISM de l'Annexe 2). Toutefois, avec 4 équations à résoudre (plutôt que 2 équations avec DEBORD), à chaque point de calcul, l'équation matricielle à résoudre devient relativement plus compliquée. En effet avec ISM, l'équation 4.30 s'écrit sous la forme :

explicitité dans l'équation 25, où A_i , B_i et C_i sont des blocs de matrices de dimension 4×4 , X_i le vecteur d'inconnues de la section i (Eq. 26) et D_i le vecteur du second membre de la section i .

$$\begin{pmatrix} B_1 & C_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & & & & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & \mathbf{0} & \dots & & & & & \\ \mathbf{0} & A_3 & B_3 & C_3 & \dots & & & & & \\ & & & \dots & A_{N-1} & B_{N-1} & C_{N-1} & & & \\ & & & \dots & \mathbf{0} & A_N & B_N & & & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_i \\ \vdots \\ D_N \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

$$X_i = \begin{pmatrix} \Delta Q_{m_i} \\ \Delta Q_{g_i} \\ \Delta Q_{d_i} \\ \Delta Z_i \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

3.2.2.2 Cas d'une confluence

Une confluence à modéliser avec l'ISM est schématisée sur la figure 4.19. Le calcul numérique de l'écoulement dans une confluence peut être réalisé de la même manière qu'avec DEBORD : après le premier balayage dans les biefs 1 et 2, on obtient une relation RST en aval de chaque bief (voir la section Mage ISM de l'Annexe 2). Ensuite, on combine ces relations RST pour construire la condition à la limite amont du bief 3 en se basant sur des hypothèses. Dans le cas de DEBORD, les hypothèses étaient (1) l'égalité des cotes et (2) la conservation des débits. Dans le cas de l'ISM, les hypothèses sont les suivantes :

- Égalité des cotes au point de la confluence (Eq. 4.39, avec ΔZ_{ij} la variation de la cote du bief i dans la section $j = 1, N$).
- Conservation des débits des lits majeurs extérieurs : le débit du lit majeur gauche du bief 1 FP_1^g passe au lit majeur gauche du bief 3 FP_3^g et le débit du lit majeur droit du bief 2 FP_2^d passe au lit majeur droit du bief 3 FP_3^d (voir eqs. 4.40 et 4.41, avec ΔQ_{ij}^k la variation du débit du bief i dans la section $j = 1, N$, dans le lit $k = g, m, d$ respectivement pour gauche, mineur et droit).

— Les débits dans le MC_1 , FP_1^d , FP_2^g et MC_2 sont passés au MC_3 (Eq. 4.42).

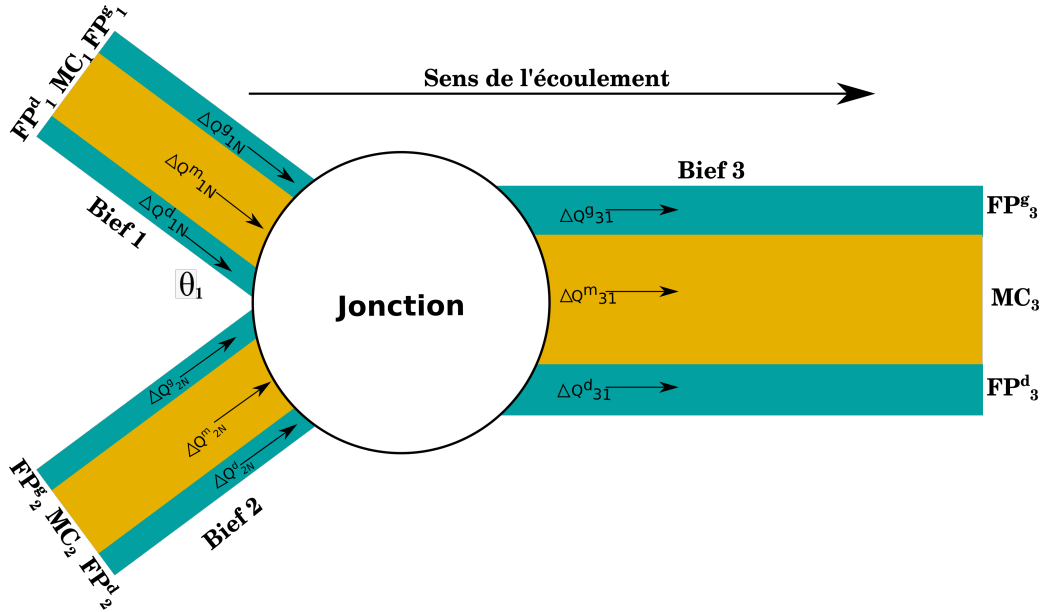


FIGURE 4.19 – Schéma d'une confluence à modéliser avec l'ISM.

$$\Delta Z_{31} = \Delta Z_{2N} = \Delta Z_{1N} \quad (4.39)$$

$$\Delta Q_{31}^g = \Delta Q_{1N}^g \quad (4.40)$$

$$\Delta Q_{31}^d = \Delta Q_{2N}^d \quad (4.41)$$

$$\Delta Q_{31}^m = \Delta Q_{1N}^m + \Delta Q_{1N}^d + \Delta Q_{2N}^g + \Delta Q_{2N}^m \quad (4.42)$$

Maintenant qu'on a formulé les hypothèses, on s'en sert pour construire mathématiquement la condition à la limite amont dans le *bief 3*, *i.e.* un bloc de matrice 3×3 de la même forme que celui des biefs 1 et 2 (sous la forme de \mathbf{R}_M , voir Eq. 28).

Pour illustrer cela, on suppose que le *bief 1* et le *bief 2* sont constitués chacun de 4 sections de calculs. Après le premier balayage des deux biefs, les matrices M_1 et M_2 correspondantes s'écrivent comme suit :

$$M_1 = \begin{pmatrix} B_1 & C_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & B_2 & C_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & B_3 & C_3 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & B_4 \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} B'_1 & C'_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & B'_2 & C'_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & B'_3 & C'_3 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & B'_4 \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

Les blocs de matrices B_1 et B'_1 contiennent la condition à la limite amont des deux biefs, comme expliqué dans la section Mage ISM de l'Annexe 2 : les trois premières lignes de ces deux blocs s'écrivent sous la forme de R_M (Eq. 28).

$$B = \begin{pmatrix} a & c & c & f \\ b & d & e & g \\ b & e & d & g \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

On veut construire la condition à la limite amont pour le *bief 3* (ce qui revient à construire un premier bloc B'_1 de M_3) à partir des blocs B_1 et B'_1). En d'autres termes, on veut réécrire les trois premières lignes du premier bloc de *bief 3* sous la forme de R_M (Eq. 28). Vu que, après le premier balayage des biefs 1 et 2, B_4 et B'_4 s'écrivent sous la forme de la matrice B (Eq. 4.45), on réalise la transformation suivante (les signes "×" signifient des valeurs obtenues après la transformation) pour B_1 et B'_1 :

$$\begin{pmatrix} a & c & c & f \\ b & d & e & g \\ b & e & d & g \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} R_m & 0 & 0 & S_m \\ 0 & R_l & 0 & S_l \\ 0 & 0 & R_r & S_r \\ \times & \times & \times & \times \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

Une fois les derniers blocs B_4 et B'_4 transformés, on peut écrire les équations RST aval de chaque bief entrant (Eq. 4.47 pour le *bief 1* et Eq. 4.48 pour le *bief 2*) :

$$\begin{cases} R_m \Delta Q_{1N}^m + S_m \Delta Z_{1N} = T_m \\ R_l \Delta Q_{1N}^g + S_l \Delta Z_{1N} = T_l \\ R_r \Delta Q_{1N}^d + S_r \Delta Z_{1N} = T_r \end{cases} \quad (4.47)$$

$$\begin{cases} R'_m \Delta Q_{2N}^m + S'_m \Delta Z_{2N} = T'_m \\ R'_l \Delta Q_{2N}^g + S'_l \Delta Z_{2N} = T'_l \\ R'_r \Delta Q_{2N}^d + S'_r \Delta Z_{2N} = T'_r \end{cases} \quad (4.48)$$

C'est à cette étape qu'on se sert des hypothèses formulées (eqs 4.39 - 4.42) pour combiner les équations 4.47 et 4.48 et ainsi aboutir aux équations RST propres à la première section du *bief 3* :

$$\begin{cases} R_m'' \Delta Q_{31}^m + S_m'' \Delta Z_{31} = T_m'' \\ R_l'' \Delta Q_{31}^g + S_l'' \Delta Z_{31} = T_l'' \\ R_r'' \Delta Q_{31}^d + S_r'' \Delta Z_{31} = T_r'' \end{cases} \quad (4.49)$$

Dans la section 2, on dit que les hypothèses adoptées sont "relativement plus faciles à implémenter numériquement". Par "relativement plus faciles", on entend le passage des deux équations 4.47 et 4.48 à l'équation 4.49 pour construire la condition à la limite amont du *bief 3*.

Une fois la condition à la limite amont construite, les mêmes étapes qu'avec DEBORD sont suivies : le premier balayage est poursuivi jusqu'à l'aval du *bief 3*, ensuite le deuxième balayage est amorcé à partir de l'aval jusqu'à la confluence. La cote obtenue à la confluence sert de condition à la limite aval pour les biefs 1 et 2. Le deuxième balayage est enfin poursuivi jusqu'à l'amont des deux biefs. On peut dire alors qu'on a étendu le double balayage utilisé dans le calcul des confluences avec la méthode DEBORD à la méthode ISM. Ce "double balayage étendu" est résumé dans le schéma suivant :

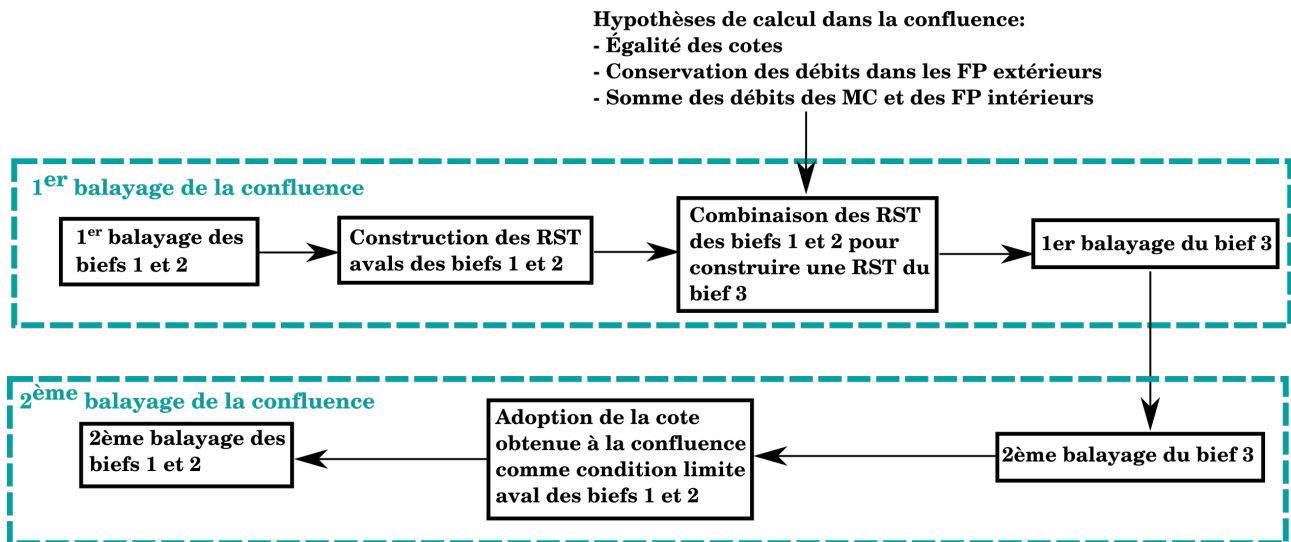


FIGURE 4.20 – Schéma du double balayage dans une confluence avec l'ISM.

4 Intercomparaison 1D-1D+ du temps de calcul de plusieurs simulations

Dans cette section, on discute le temps de calcul du code 1D+ ISM par rapport au code 1D DEBORD. En effet, l'ISM est un compromis entre la prise en compte de la physique des écoulements (les transferts de masse et de quantité de mouvement sont explicitement considérés à l'interface) et la rapidité du calcul 1D. Avec 4 équations par point de calcul permettant de modéliser les paramètres hydrauliques dans chaque lit, l'ISM représente mieux la physique de l'écoulement par rapport aux codes 1D. En revanche, pour un canal avec N points de calculs, $4N$ équations sont résolues contre $2N$ équations dans un code de calcul 1D. Cela se traduit par un temps de calcul plus coûteux avec l'ISM.

Pour résoudre alors ce problème, l'implémentation numérique du module de résolution des équations non-linéaires est pensée pour mieux optimiser le temps de calcul. Entre autres, (1) la méthode de Newton-Raphson dégénérée est utilisée dans la résolution de l'équation matricielle, ce qui permet de s'affranchir du calcul de la dérivée des équations à chaque itération (voir la section Mage ISM de l'Annexe 2), (2) la matrice de l'équation matricielle $MX = C$ est écrite sous forme d'une matrice tri-diagonales par blocs, ce qui permet de résoudre rapidement l'équation avec la méthode LU (voir la section Mage ISM de l'Annexe 2).

$$Difference (s) = Temps^{ISM} - Temps^{DEBORD} \quad (4.50)$$

La question est alors de savoir si l'ISM, avec l'implémentation numérique actuelle, parvient à rester compétitive en termes de temps de calcul malgré les opérations supplémentaires réalisées. Pour vérifier cela, on reprend plusieurs simulations effectuées pendant la thèse et on compare *la durée CPU* de l'ISM avec celle de DEBORD. Il s'agit de la durée d'exécution d'un programme sur le processeur. Étant donné que cette durée est sujette à des variations de l'ordre de 10% (en fonction de la charge de la machine), chaque simulation est répétée 5 fois et la moyenne des durées est considérée. Le calcul est fait avec un processeur Intel Core i7-7820HQ à 2,90 GHz avec la version Mage 8 dont le dernier correctif est *bb1bfd* réalisé le 2020-12-04, sur un ensemble de simulations présentées dans la littérature (voir la liste donnée au tableau 4.8 ainsi que des simulations réalisées sur l'aménagement Bourg-Lès-Valence au cours de cette thèse.

Aussi, on affiche dans le tableau 4.8 les résultats des différentes simulations avec :

1. DEBORD
2. l'ISM pour les trois conditions aux limites amont, détaillées dans la section 1, à savoir : la répartition amont donnée par la méthode numérique itérative (Rep-Iter), la répartition de DEBORD (Rep-D) et la répartition de l'ISM en régime uniforme (Rep-ISM).

La signification des acronymes dans le tableau 4.8 est détaillée dans le tableau 4.9. La différence entre le temps de calcul avec l'ISM ($Temps^{ISM}$) et le temps de calcul avec DEBORD ($Temps^{DEBORD}$) (Eq. 4.50) est calculée pour chaque répartition donnée. Les résultats du tableau sont également illustrés sur la figure 4.21.

En se basant sur les résultats du tableau 4.8 et de la figure 4.21, on constate, comme attendu, que l'ISM met plus de temps à calculer que DEBORD. Il convient de noter que le poids du calcul de la condition à la limite amont pèse autant sinon plus que le passage d'un calcul 1D à un calcul 1D+. En effet, le pourcentage de temps supplémentaire nécessaire au calcul 1D+ est plus faible quand on passe d'un calcul 1D à un calcul 1D+ avec la même routine de prétraitement des conditions aux limites amont (DEBORD) que quand on change de routine pour un même calcul 1D+

Cela dit, l'ISM avec la répartition DEBORD Rep-D demeure le plus proche, comparé à l'ISM avec la répartition du régime uniforme Rep-ISM ou l'ISM avec la répartition itérative

Tableau 4.8 – Temps de calcul CPU maximal des simulations DEBORD et ISM sur les configurations proposées. La différence du temps écoulé entre DEBORD et les répartitions de l'ISM est calculée selon l'équation 4.50. La signification des acronymes est reportée sur le tableau 4.9. L'expression 'N/A' signifie instabilité de calcul.

| Configuration | Temps de calcul (s) | | | | Différence entre DEBORD et : | | | N ⁰ de sections |
|---------------|---------------------|-------|---------|----------|------------------------------|---------|----------|----------------------------|
| | DEBORD | Rep-D | Rep-ISM | Rep-Iter | Rep-D | Rep-ISM | Rep-Iter | |
| JB | 2.64 | 3.80 | 9.18 | 5.87 | 1.16 | 6.54 | 3.23 | 269 |
| KGT | 0.13 | 0.20 | N/A | 1.71 | 0.07 | N/A | 1.58 | 151 |
| PRN | 0.64 | 1.02 | 5.11 | 1.60 | 0.38 | 4.47 | 0.96 | 121 |
| SKN | 0.13 | 0.23 | N/A | 7.77 | 0.10 | N/A | 7.64 | 181 |
| Hu | 1.51 | 2.28 | N/A | 4.65 | 0.77 | N/A | 3.14 | 301 |
| FRN | 0.19 | 0.27 | 0.43 | 0.42 | 0.08 | 0.24 | 0.23 | 101 |
| DPS | 0.14 | 0.24 | 0.649 | 3.85 | 0.10 | 0.51 | 3.71 | 171 |
| PST | 0.32 | 0.72 | 2.21 | 3.06 | 0.46 | 1.89 | 2.75 | 171 |
| BV | 0.73 | 1.52 | 3.03 | 1.33 | 0.80 | 2.30 | 0.61 | 70 |

Tableau 4.9 – Références des configurations présentées dans le tableau 4.8.

| Acronyme | Référence |
|----------|---|
| JB | James and Brown [1977] |
| KGT | Knight and Demetriou [1983] |
| PRN | Prinos and Townsend [1984] |
| SKN | Seckin [2004] |
| Hu | Hu et al. [2010] |
| FRN | Fernandes et al. [2015] |
| DPS | Dupuis et al. [2017a] |
| PST | Proust and Nikora [2020] |
| BV | Aménagement Bourg-Lès-Valence |

Rep-Iter.

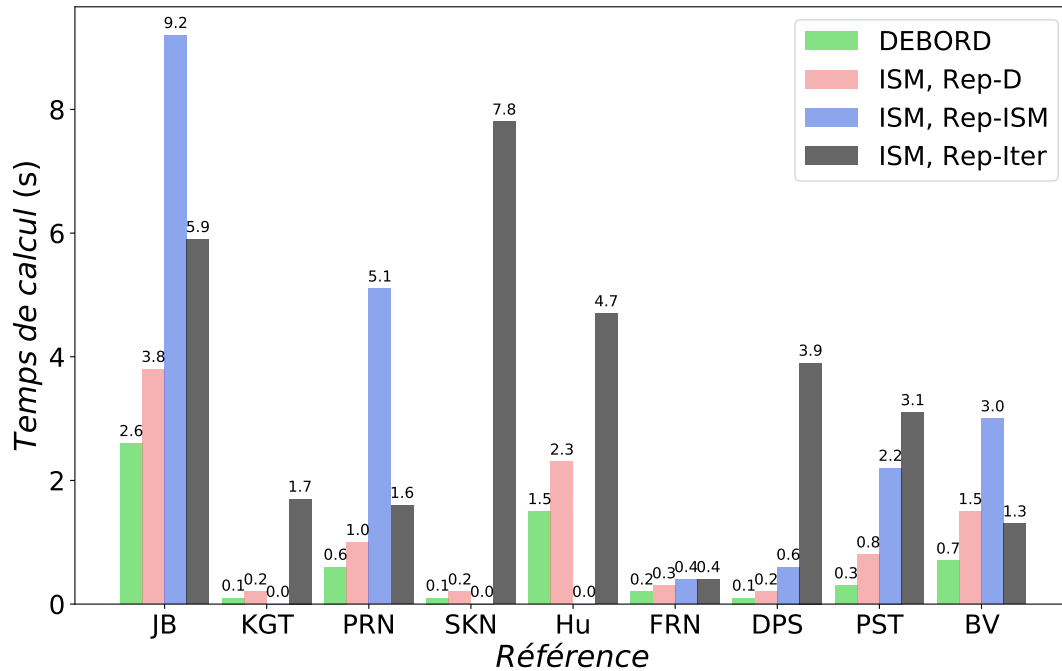


FIGURE 4.21 – Temps de calcul des expériences de la littérature du tableau 4.8 avec l'ISM et DEBORD. La valeur 0.0 signifie que le calcul n'a pas pu être mené à son terme.

Par ailleurs, l'ISM avec la condition à la limite amont Rep-ISM dure plus longtemps que les autres conditions aux limites car, dans cette méthode, un système d'équations non linéaires est résolu pour évaluer la répartition des débits (section 1.2). Plus le nombre d'itérations pour converger vers la solution est grand, plus le calcul avec Rep-ISM sera long. La robustesse de la méthode de résolution choisie se fait au profit du temps de calcul. En revanche, quand le régime d'écoulement est proche du régime uniforme du débit injecté, la résolution se fait plus rapidement. C'est pourquoi la répartition du régime uniforme (Rep-ISM) met le plus de temps dans les cas JB, PRN et BV et moins de temps à calculer par rapport à Rep-Iter dans FRN, DPS et PST : l'écoulement est considéré plus proche du régime uniforme chez FRN, DPS et PST par rapport aux autres références. En effet, [Fernandes et al. \[2015\]](#), [Dupuis et al. \[2017a\]](#) et [Proust and Nikora \[2020\]](#) sont les seuls à avoir injecté un débit par lit par rapport aux autres auteurs pour atteindre un régime uniforme, ce qui approche davantage d'un "vrai" régime uniforme (hauteur et répartition de débits constants le long du canal), tandis que dans les autres expériences, un débit total est injecté, ce qui induit un transfert de masse en amont et éloigne du régime uniforme, comme l'expliquent

Proust [2005] et Bousmar et al. [2005].

D'autre part, le maillage spatial utilisé influence également le temps de calcul : plus nombreux sont les points de calcul, plus le calcul avec l'ISM durera par rapport à DEBORD. En témoigne la figure 4.22 qui illustre le temps de calcul à des pas d'espaces ΔX différents dans le cas *BV* (Aménagement Bourg-Lès-Valence).

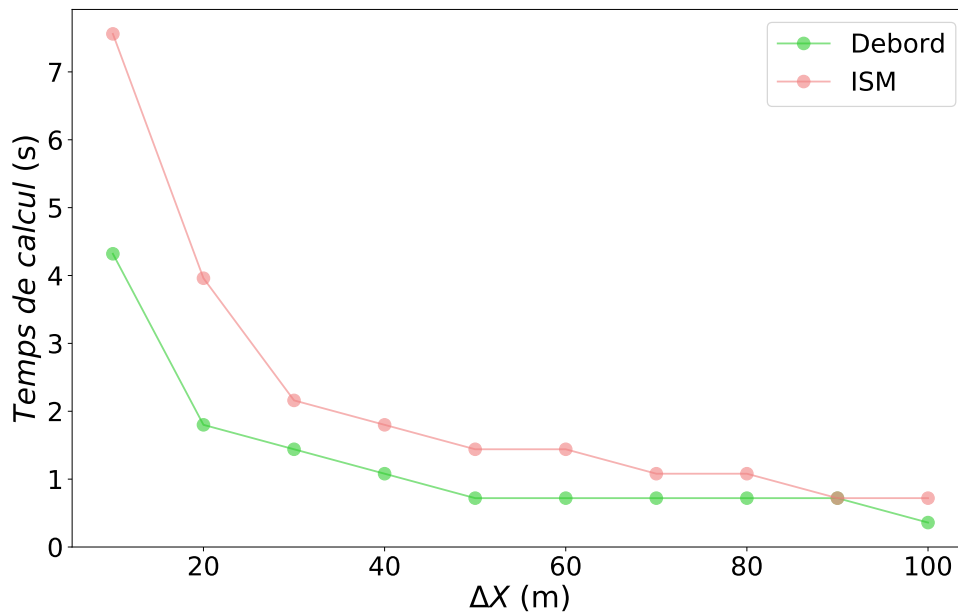


FIGURE 4.22 – Influence du pas d'espace ΔX sur le temps de calcul de l'ISM avec Rep-D et de DEBORD dans la simulation *BV*.

Ainsi, on peut conclure que le temps de calcul avec l'ISM dépend autant, voire plus, du calcul de la condition à la limite amont que de la résolution des équations supplémentaires. Ce temps de calcul atteint presque un facteur 2 pour Rep-D, un facteur 4 à 9 pour Rep-ISM et un facteur 2 à 80 pour Rep-Iter. Cela dit, la figure 4.22 montre que l'utilisation de l'ISM en opérationnel est raisonnable vu que le temps de calcul peut être économique en fonction du maillage utilisé.

5 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons abordé dans un premier temps des questions méthodologiques qui permettent de rendre l'ISM opérationnel en traitant la condition à la limite amont ainsi que les confluences.

L'ISM a besoin d'un débit par lit comme condition à la limite amont. Or, seul le débit total entrant est disponible en opérationnel. Puisqu'il est difficile d'approcher la répartition effective, on propose une méthode qui assure la cohérence interne avec les hypothèses de l'ISM dans le régime uniforme, en résolvant les équations de l'ISM en régime permanent uniforme. Cette méthode vient s'ajouter à la répartition de débit en régime uniforme donnée par DEBORD (Rep-D) et à celle de la méthode itérative (Rep-Iter). Les trois répartitions sont comparées en régime permanent et en régime transitoire. On conclut que, la condition à la limite Rep-D a tendance à suralimenter le lit majeur. Quand le régime est uniforme, la répartition de l'ISM en régime uniforme et la répartition numérique itérative approchent mieux les hauteurs d'eau que la répartition DEBORD. Par ailleurs, l'influence de la répartition amont sur la hauteur d'eau et sur la répartition de débits tend à disparaître sur une longueur $X/B_f \leq 10$, valeur proche de celle observée expérimentalement par [Bousmar et al. \[2005\]](#) pour atteindre un régime uniforme en hauteurs d'eau et en proportion de débits Q_f/Q . Ces résultats sont conformes avec la simulation des deux expériences en laboratoire. Davantage de simulations numériques sur d'autres cas de figures sont nécessaires pour pouvoir généraliser (avec des largeurs B_f différentes, des débits totaux différents, des géométries différentes..).

Quant à la question de la confluence, on a proposé une approche qui consiste à conserver les débits des lits majeurs extérieurs des deux biefs entrants dans les lits majeurs du bief sortant, puis de sommer le reste des débits des biefs entrants dans le lit mineur du bief sortant. Cette méthode permet d'avoir une première implémentation numérique pour simuler les confluences avec l'ISM. Dans un second temps, des pertes de charge additionnelles dues à la confluence devraient être considérées afin de mieux représenter la physique des écoulements et par conséquent, s'approcher davantage des mesures des cotes d'eau en confluence. Cependant, cette dernière méthode requiert des mesures supplémentaires dans des confluences en lits composés pour la valider, ce qui est quasi-inexistant dans la littérature.

Enfin, le temps de calcul avec l'ISM est analysé pour vérifier si l'ISM conserve réellement l'avantage de l'économie du temps de calcul des modèles 1D sachant qu'il résout des équations supplémentaires. On a vu alors que ce temps de calcul dépend plus largement des modules de construction de la condition à la limite amont que du nombre d'équations à résoudre. Une étude qui distingue le temps de calcul des modules de traitement de la

condition à la limite amont du temps de calcul de la résolution des équations permettrait d'éclaircir la part du temps de calcul de la condition à la limite amont dans la simulation.

Chapitre 5

Validation de l'ISM et inter-comparaison 1D-1D+ sur un cas de terrain

Sommaire

| | | |
|----------|--|------------|
| 1 | Choix du bief | 176 |
| 1.1 | Définition d'un bief hydraulique | 178 |
| 1.2 | Critères de choix du bief | 179 |
| 1.3 | Choix du bief | 181 |
| 2 | Présentation du bief de Bourg-Lès-Valence | 185 |
| 2.1 | Parties modélisées du bief | 185 |
| 2.2 | Lignes d'eau utilisées | 186 |
| 2.3 | Conditions d'écoulement | 188 |
| 3 | Prise en compte du débordement partiel | 189 |
| 4 | Simulations | 193 |
| 4.1 | Simulations sur le modèle simple du Vieux-Rhône de Saint-Vallier | 194 |
| 4.2 | Modèle avec confluence | 210 |
| 5 | Conclusions et perspectives | 216 |

Après avoir répondu aux questions méthodologiques concernant les conditions aux limites amont et les confluences dans le Chapitre 4, on s'intéresse dans ce chapitre à mettre en application ces évolutions sur un cas test réel. Dans un premier temps, on veut appliquer l'ISM à un site avec des lits majeurs disposant de mesures de lignes d'eau inondant ces derniers. Ce premier objectif permet d'évaluer les performances de l'ISM sur un écoulement débordant avec une bathymétrie réelle et des conditions aux limites à partir de mesures de terrain. Dans un second temps, on veut valider les développements et la mise en oeuvre du traitement des confluences. Sur ces deux configurations, les performances de l'ISM sont confrontées à celles des deux codes 1D Mage DEBORD et FudaaCrue (DCM).

On note au préalable que, dans le modèle d'INRAE, le mot *bief* désigne une branche où les équations de Saint-Venant sont résolues, alors que dans le modèle de la CNR, ce même mot désigne l'ensemble des domaines hydrauliques modélisés. C'est cette deuxième notion qu'on utilisera dans ce chapitre. Celle-ci est plus détaillée dans la section 1.1.

À cet effet, il a été décidé de simuler un bief exploité par la Compagnie Nationale du Rhône (CNR) pour la production hydroélectrique. Le choix de ce bief est décrit dans la section 1. Cette étape a été réalisée avec l'aide de Halimatou DEMBÉLÉ dans le cadre d'un stage de M2 à la CNR. Une fois le bief choisi, une description plus détaillée de ce bief est proposée dans la section 2. Puis, la section 3 est consacrée au problème du front sec, lié à des instabilités numériques en cas de débordements partiels sur le modèle. Ensuite, la section 4 présente les résultats des simulations avec le code 1D+ ISM ainsi qu'avec les deux codes 1D, FudaaCrue et Mage DEBORD.

À noter que les simulations avec FudaaCrue ont été effectuées avec l'aide de Halimatou DEMBÉLÉ et Lisbeth GOUMARRE de la CNR.

1 Choix du bief

La CNR est en charge de la concession du Rhône de la frontière suisse à la mer, à l'exception de l'aménagement de Cusset. La gestion des aménagements du Rhône par la CNR passe par la réalisation de trois missions :

1. La production hydro-électrique
2. La navigation
3. L'irrigation

En tant que concessionnaire, la CNR a des engagements réglementaires et contractuels envers l'État qu'elle se doit d'honorer à travers des missions d'entretien des lits et de contrôle des sections d'écoulements. Ces engagements consistent principalement à la non-aggravation des crues et à l'entretien des conditions spécifiques de navigabilité dans le chenal navigable. Ces engagements sont formalisés par des contraintes sur les niveaux d'eau en des points qu'on appelle Points de Réglages (PR). Pour assurer ces différentes missions, la CNR recourt à des modélisations hydrauliques principalement 1D. Le choix du 1D est justifié par :

1. L'adéquation avec la nature des mesures disponibles pour fournir les conditions aux limites
2. L'adéquation avec la taille des domaines étudiés, souvent très grande pouvant aller jusqu'à une dizaine de kilomètres de linéaire, voire plus.

Cette modélisation 1D est réalisée avec le code développé par la CNR (CRUE10) qui s'appuie sur un modèle DCM, (voir la section 3.6 du Chapitre 2), et implémenté dans le logiciel FudaaCRUE. Cela dit, la CNR peut recourir également à des modélisations 2D ou 3D pour d'autres applications (modélisation hydro-sédimentaire, dimensionnement de dragages..).

Dans la suite, on veut choisir un site d'intérêt pour valider les spécificités de l'ISM. On recherche donc un site sur lequel on pourra disposer de lignes d'eau mettant en eau des lits majeurs.

On commence d'abord par définir ce qu'on entend par un "bief hydraulique" dans la section 1.1 avant d'énumérer les critères de choix dans la section 1.2.

1.1 Définition d'un bief hydraulique

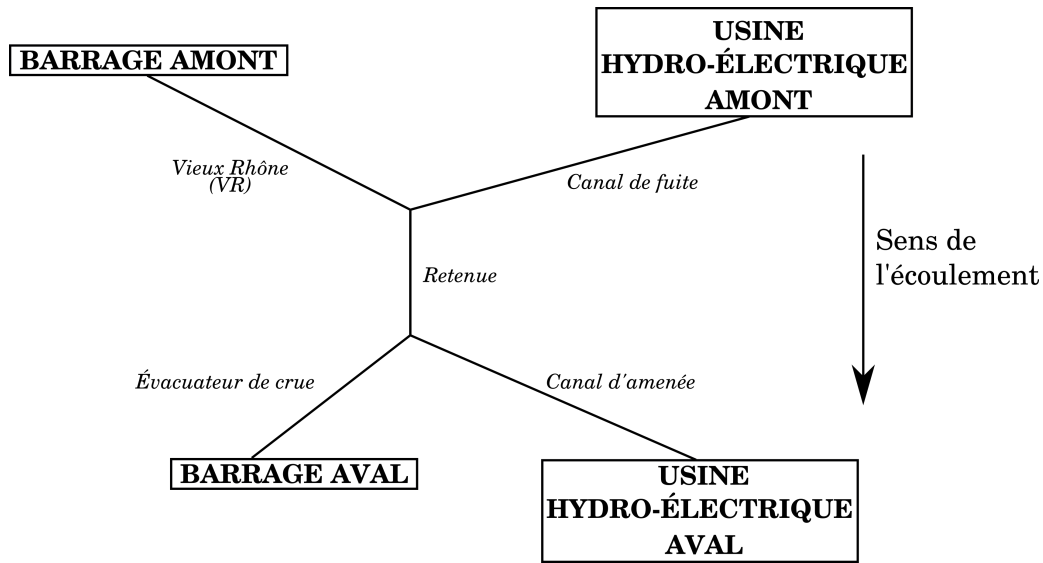


FIGURE 5.1 – Schéma d'un bief du Rhône géré par la CNR.

Un bief hydraulique, illustré sur la figure 5.1, est décrit par un linéaire de cours d'eau assurant la continuité hydraulique entre deux aménagements constitués d'un barrage et une usine hydro-électrique en amont et d'un barrage et une usine hydro-électrique en aval. Ce linéaire compte le Vieux Rhône (VR) qui représente le cours naturel du Rhône court-circuité à l'aval du barrage amont, le canal de fuite de l'usine hydro-électrique amont, la retenue, le canal d'amenée vers l'usine hydro-électrique aval ainsi que l'évacuateur de crues vers le barrage aval. L'ensemble des biefs peut être considéré comme une succession de schémas similaires à la figure 5.1. Ces biefs s'étendent entre la frontière suisse et la mer, comme on le montre sur la figure 5.2.

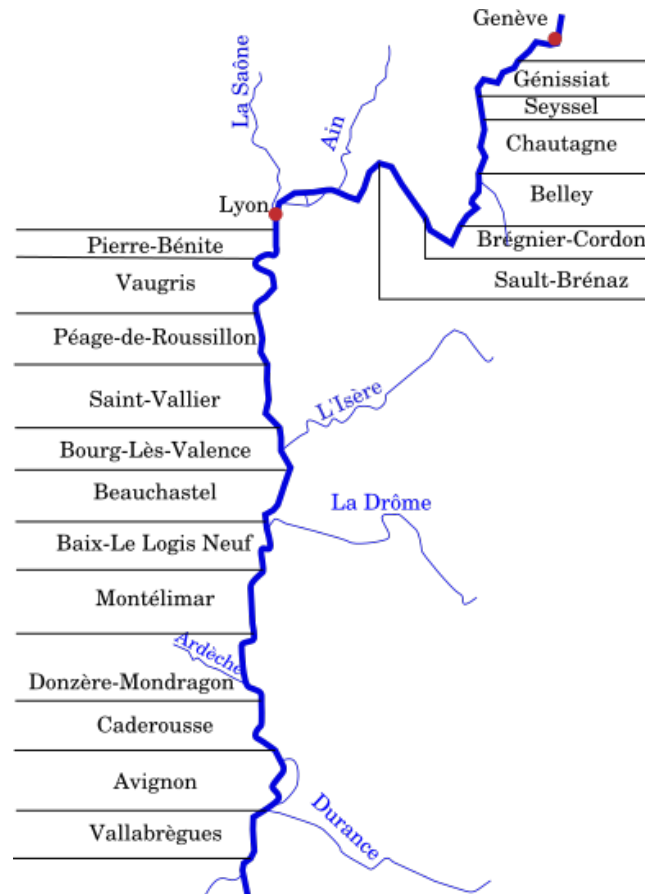


FIGURE 5.2 – Biefs sur le Rhône gérés par la CNR.

1.2 Critères de choix du bief

On définit dans cette section l'ensemble des critères retenus pour choisir un site disposant des caractéristiques spécifiques pour valider l'intérêt de l'utilisation de l'ISM. On rappelle que l'intérêt primordial de l'ISM est d'effectuer une modélisation explicite du transfert de masse et de la quantité de mouvement (champ moyen et turbulence) à l'interface MC/FP. En d'autres termes, les performances spécifiques de l'ISM pourront être estimées uniquement pour des écoulements débordants. Donc, dans un premier temps, on cherche un bief présentant des lits majeurs ainsi que des lignes d'eau débordantes si possible en régime permanent pour pouvoir les associer à un débit amont indépendant du temps. Dans un second temps, on cherche un bief présentant une confluence avec des lits majeurs.

Pour réaliser cette évaluation, on cherche un site caractérisé par :

1. des lits majeurs larges
2. une confluence avec des lits majeurs sur au moins un affluent et sur la branche sortante

3. des lignes d'eau inondant les lits majeurs sur plusieurs sections consécutives.

Les conditions d'écoulement sont caractérisées par :

1. une gamme de débit d'intérêt : on cherche la gamme de débits qui permet d'inonder les lits majeurs sans mettre en eau des casiers, pour éviter des comparaisons entre modèles sur un domaine traité par d'autres équations que celles de Saint-Venant.
2. la hauteur d'eau moyenne totale $h_{moy} = A/B$, où A est la section mouillée totale et B la largeur mouillée totale.
3. la hauteur d'eau moyenne dans le lit majeur $h_{fmoy} = A_f/B_f$ où A_f est la section mouillée des lits majeurs et $B_f = B_l + B_r$ la somme des largeurs mouillées des lits majeurs gauche et droit.
4. la hauteur d'eau à l'interface entre lit majeur et lit mineur, h_f .
5. le rapport de largeurs mouillées $B_r = B_f/B$.
6. le nombre de sections de débordements $N_s - deb$. Seules les branches avec au moins trois sections débordantes consécutives pour la ligne d'eau étudiée sont considérées. Ce dernier peut être adimensionné par le nombre total de section $N_s - tot$. Le nombre de sections débordantes adimensionné N_r est alors donné par l'équation 5.1 :

$$N_r = \frac{N_s - deb}{N_s - tot} \quad (5.1)$$

Idéalement, on voudrait que le nombre total de sections par branche soit égal au nombre de sections débordantes, avec des valeurs B_r importantes.

1.3 Choix du bief

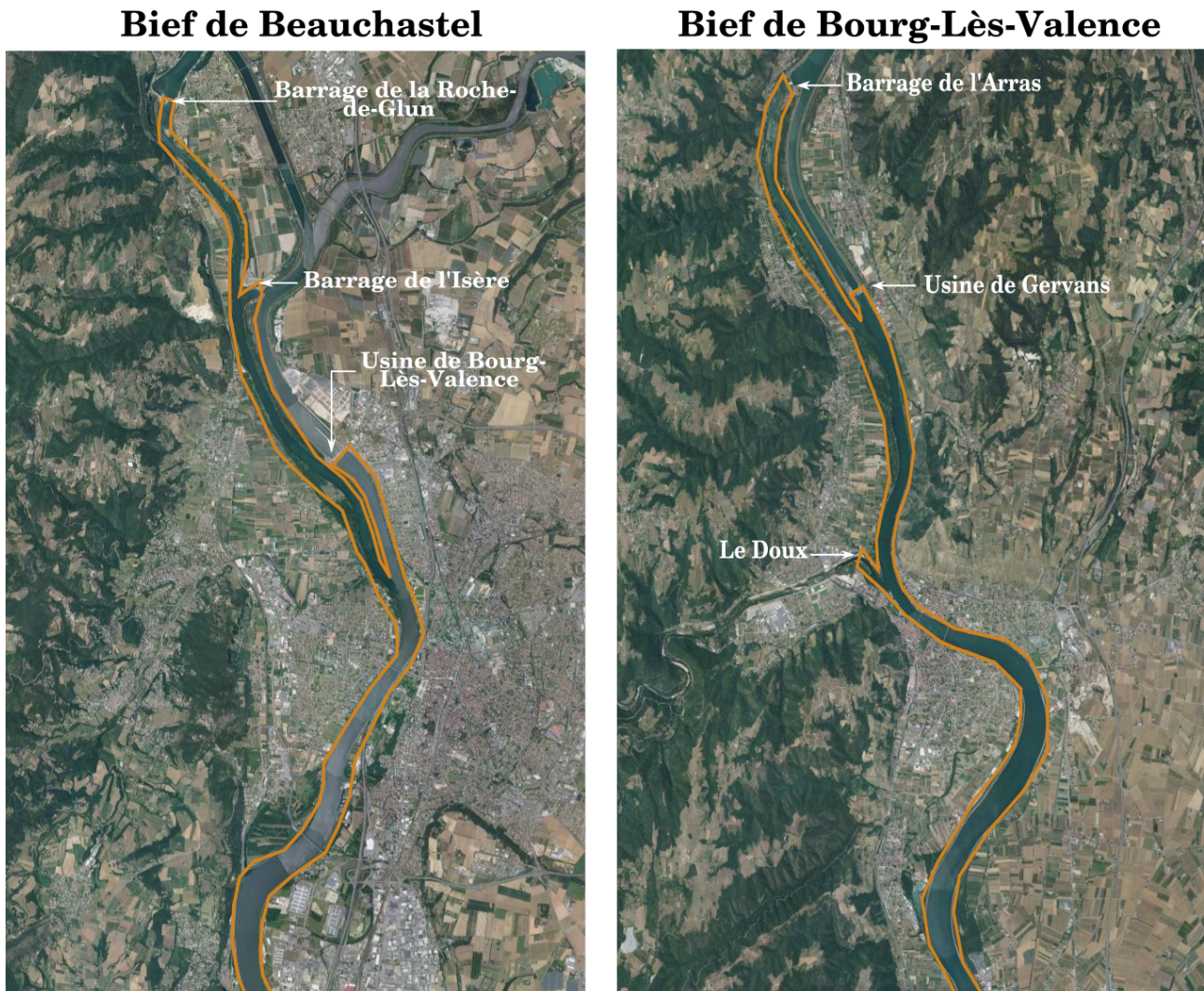


FIGURE 5.3 – Partie amont des deux biefs pré-sélectionnés : Beauchastel et Bourg-Lès-Valence.

L'expertise de la CNR a permis de faire une pré-sélection de biefs selon les critères de sélection énumérés dans la section 1.2. Deux biefs se sont avérés intéressants dans le cadre de notre étude, à savoir ceux de Bourg-Lès-Valence (BV) et Beauchastel (BE). La partie amont de ces deux biefs est illustrée sur la figure 5.3. On résume dans le tableau 5.1 les caractéristiques précédemment décrites pour chaque bief. On remarque alors que le bief de Bourg-Lès-Valence a une plus grande longueur maximale inondée, et davantage de lignes d'eau dans la gamme de débits sélectionnée.

Tableau 5.1 – Caractéristiques des biefs retenus. La longueur maximale inondée est calculée pour les lignes d'eau disponibles.

| Bief | Beauchastel (BE) | Bourg-Lès-Valence (BV) |
|------------------------------------|------------------|------------------------|
| Gamme de débit (m ³ /s) | [3000, 5700] | [350, 3430] |
| Longueur maximale inondée (m) | 1323 | 1764 |
| Nombre de lignes d'eau disponibles | 4 | 5 |

On illustre le résultat de calcul de 4 indicateurs pour les biefs de Beauchastel (BE) et de Bourg-Lès-Valence (BV) sur les figures 5.4 et 5.5 avec les lignes d'eau les plus débordantes, respectivement les lignes d'eau du 19/11/2002 (avec un débit total de 4760 m³/s) sur BE et du 17/06/2016 (avec un débit total de 2977 m³/s) sur BV. Sur cette figure, on montre le résultat des 4 indicateurs de débordements : la hauteur moyenne totale, h_{moy} , la hauteur moyenne dans le lit majeur, h_{fmoy} , le ratio des largeurs, B_r , ainsi que la hauteur d'eau à l'interface, h_f , dans toutes les branches, avec au moins trois sections inondées. On trace des boîtes à moustaches pour l'ensemble des sections inondées par branche (on représente en abscisse les noms des branches). Le ratio sur les boîtes à moustaches représente le ratio des sections débordantes N_r (éq. 5.1).

Ces figures montrent que B_r est plus important sur le bief de Bourg-Lès Valence que sur celui de Beauchastel (en moyenne 0.19 et 0.15 respectivement). Un résultat similaire est obtenu avec la hauteur moyenne dans le lit majeur h_{fmoy} (1.14 m pour Bourg-Lès-Valence et 0.81 m pour Beauchastel).

Le débordement est donc plus important sur BV que sur BE, avec de plus, un nombre de lignes d'eau à disposition plus élevé. De plus, un modèle 2D existe déjà pour ce bief, ce qui faciliterait une éventuelle comparaison 1D+/2D. On a alors opté pour le bief de Bourg-Lès-Valence pour valider l'ISM sur un cas réel. On détaille davantage ce bief dans la section suivante.

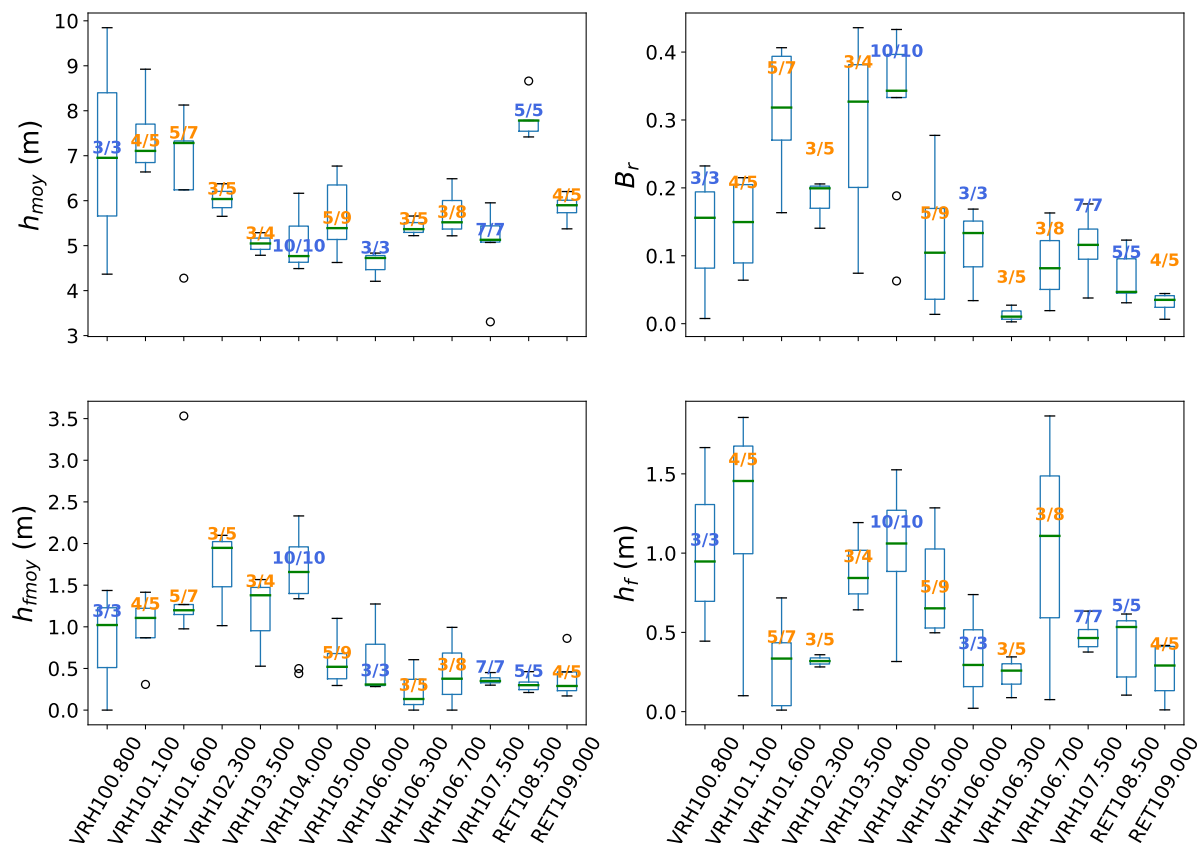


FIGURE 5.4 – Caractéristiques des débordements sur les lits majeurs du bief de Beauchastel avec la ligne d’eau du 19/11/2002, la plus débordante dans la gamme des débits sélectionnée. Les boîtes à moustaches présentent la distribution des sections inondées par branche. Le ratio sur les boîtes à moustaches est explicité dans l’équation 5.1. Ce ratio est coloré en bleu quand toutes les sections sont inondées.

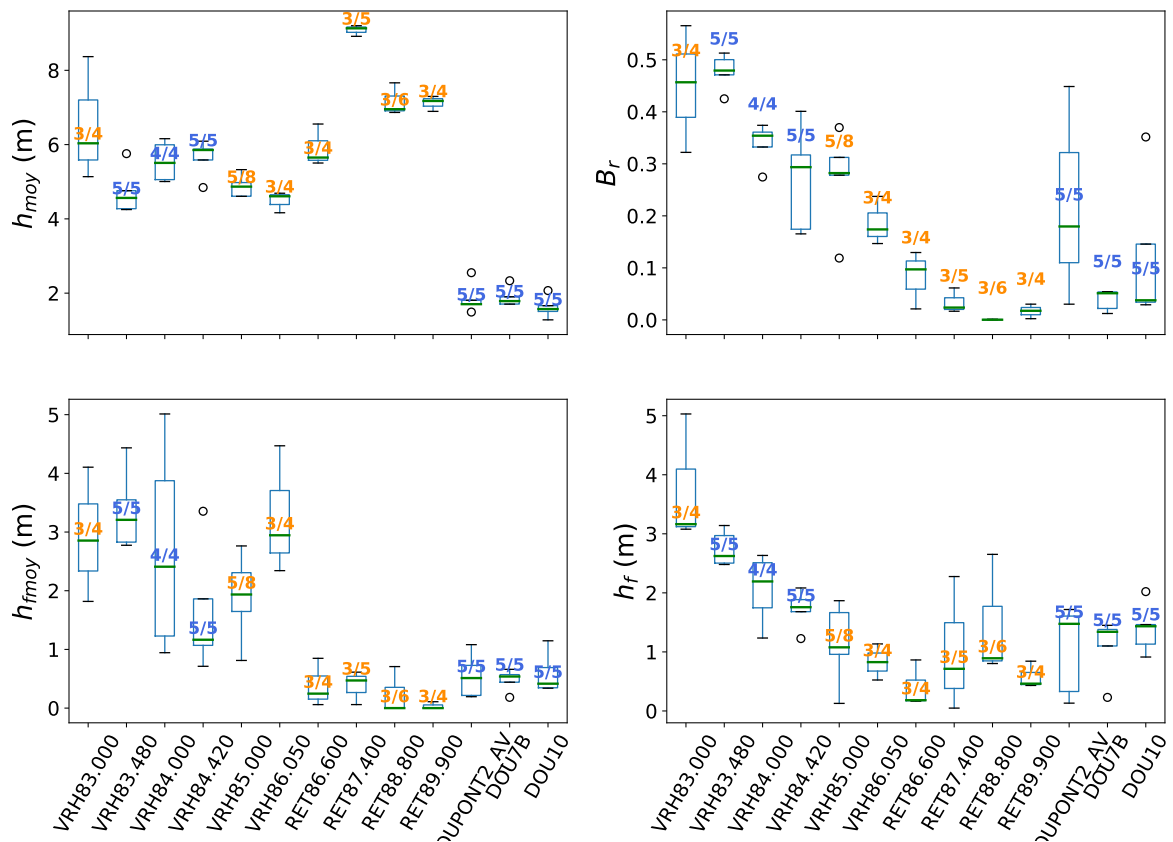


FIGURE 5.5 – Caractéristiques des débordements sur les lits majeurs du bief de Bourg-Lès-Valence avec la ligne d'eau du 17/06/2016, la plus débordante dans la gamme des débits sélectionnée. Les boîtes à moustaches présentent la distribution des sections inondées par branche. Le ratio sur les boîtes à moustaches est explicité dans l'équation 5.1. Ce ratio est coloré en bleu quand toutes les sections sont inondées.

2 Présentation du bief de Bourg-Lès-Valence

2.1 Parties modélisées du bief

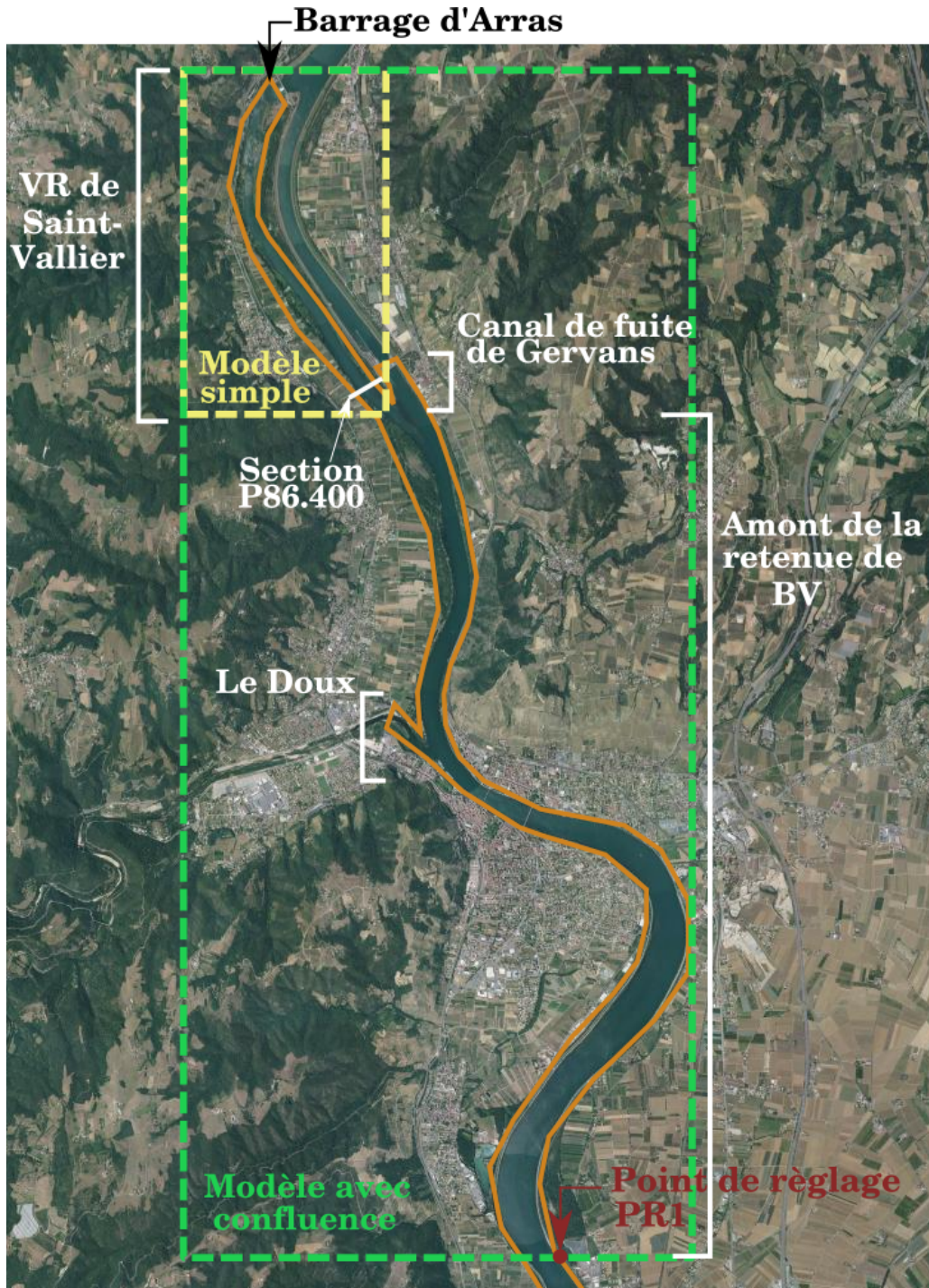


FIGURE 5.6 – Parties modélisées du bief de Bourg-Lès-Valence dans le modèle simple et dans le modèle avec confluence.

On illustre sur la figure 5.6 les parties considérées du bief de Bourg-Lès-Valence dans les simulations. La partie "modèle simple" en jaune représente le Vieux-Rhône (VR) de Saint-Vallier, qui s'étend entre l'aval du barrage d'Arras et l'amont de la confluence (entre le VR et le canal de fuite de Gervans), et dont la longueur est environ 4 km. Cette partie permet d'appliquer l'ISM sur un cas réel constitué d'une suite de tronçons avec des lits majeurs et de tester la méthode de répartition de débit pour construire les condition limites amont.

La partie du modèle simple est ensuite étendue au "modèle avec confluence" en vert, qui s'arrête au niveau du point de réglage PR1 en rouge (position qui correspond à un point de contrôle, où des lois hauteur-débit sont définies par une consigne d'exploitation de l'aménagement). Cette partie comprend 1 confluence entre le Vieux Rhône de Saint-Vallier et le canal de fuite de Gervans (qui fait 300 m de longueur) pour former la retenue de Bourg-Lès-Valence jusqu'au PR1 (qui fait 13 km).

Ce modèle plus étendu permet, dans un second temps, de modéliser une confluence avec l'ISM sur un cas réel. À noter que le Doux est traité comme un point d'injection.

2.2 Lignes d'eau utilisées

Lors des 1^{res} simulations ISM en conditions réelles, un problème numérique lié à la présence de fronts secs est survenu. En effet, dans de nombreux cas, le lit majeur présente une alternance entre sections en eau et sections à sec. Or, la résolution des équations de Saint Venant à débit nul pose des problèmes de stabilité numérique qui n'ont pu être résolues ici. C'est pourquoi, on a opté pour des lignes d'eau encore plus débordantes que celles dans la gamme de débits sélectionnée (voir la section 1.3). Deux lignes d'eau sont retenues, la ligne d'eau du 10/03/2001 et celle du 16/11/2002, dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau 5.2. Le débit du barrage d'Arras associé à la ligne d'eau du 10/03/2001 est de 2261 m³/s, alors que celui associé à la ligne d'eau du 16/11/2002 est de 3300 m³/s, pour un débit décennal Q_{10} de 3080 m³/s, selon l'Étude Globale sur le Rhône¹ et le rapport d'actualisation du modèle numérique de Bourg-Lès-Valence². Les figures 5.7 et 5.8 montrent le résultat des 4 indicateurs de débordements h_{moy} , h_{fmoy} , B_r et h_f . On peut constater dans ces figures que la ligne d'eau du 16/11/2002 met en eau le lit majeur sur plus de sections que la ligne d'eau du 10/03/2001, ce qui était attendu puisque le débit

1. <https://www.plan-rhone.fr/publications-131/actualisation-de-lhydrologie-des-crues-du-rhone-1865.html?cHash=9612a85f6a0cf55232ff34ccbcbabb>

2. Actualisation du Modèle Numérique de Bourg-Lès-Valence, Surveillance et Entretien du Lit du Rhône, Rapport d'étude

total entrant est supérieur dans le 1^{er} cas (voir tableau 5.2).

Tableau 5.2 – Caractéristiques des lignes d'eau retenues.

| Date | Débit entrant (m ³ /s) | | | | Niveau PR1 (m NGF Ortho) |
|------------|-----------------------------------|------|---------|-------|--------------------------|
| | Arras | Doux | Gervans | Total | |
| 10/03/2001 | 2261 | 20 | 1390 | 3671 | 116.82 |
| 16/11/2002 | 3300 | 218 | 1280 | 4798 | 116.48 |

Les deux lignes d'eau sont utilisées pour tester le modèle simple (voir figure 5.6) et, faute de temps, seule la ligne d'eau du 10/03/2001 est utilisée pour tester le modèle avec confluence.

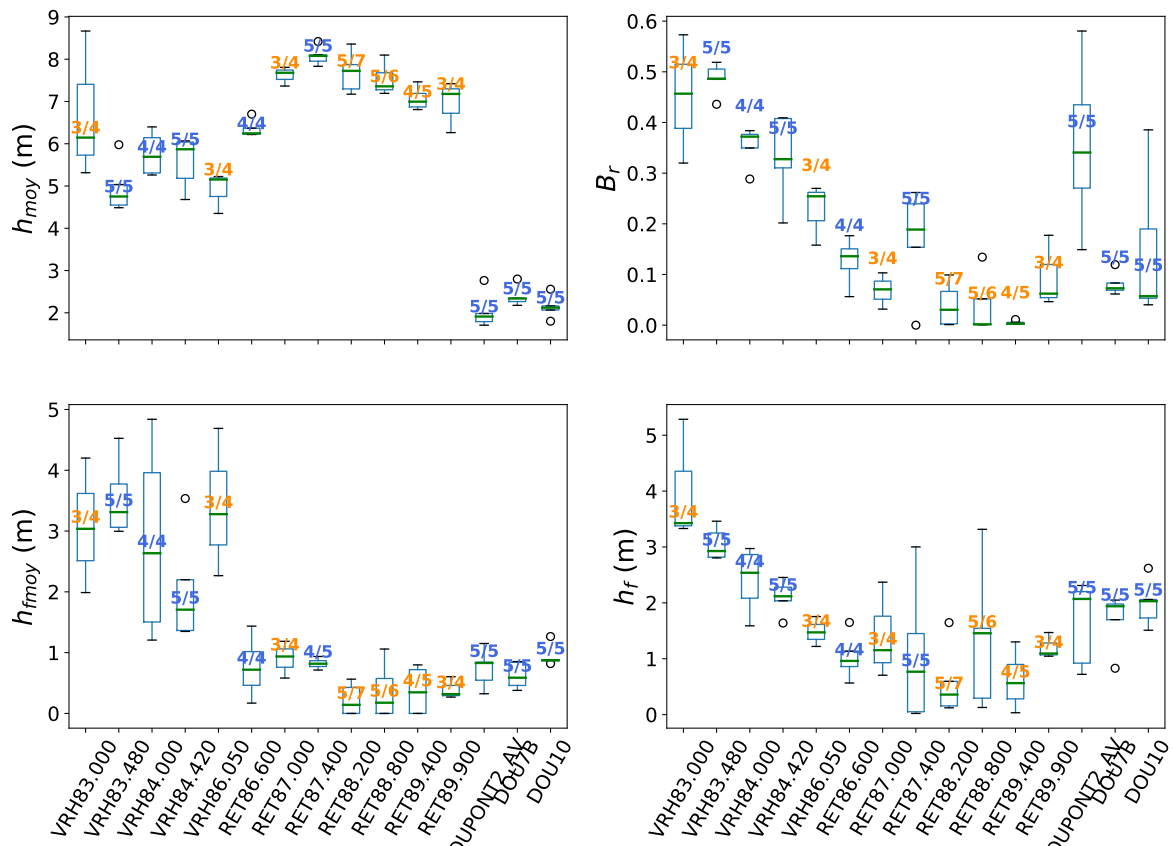


FIGURE 5.7 – Caractéristiques des débordements en lit majeur sur le bief de Bourg-Lès-Valence avec la ligne d'eau du 10/03/2001. Les boîtes à moustaches présentent la distribution des sections inondées par branche. Le ratio sur les boîtes à moustaches est explicité dans l'équation 5.1. Ce ratio est coloré en bleu quand toutes les sections sont inondées.

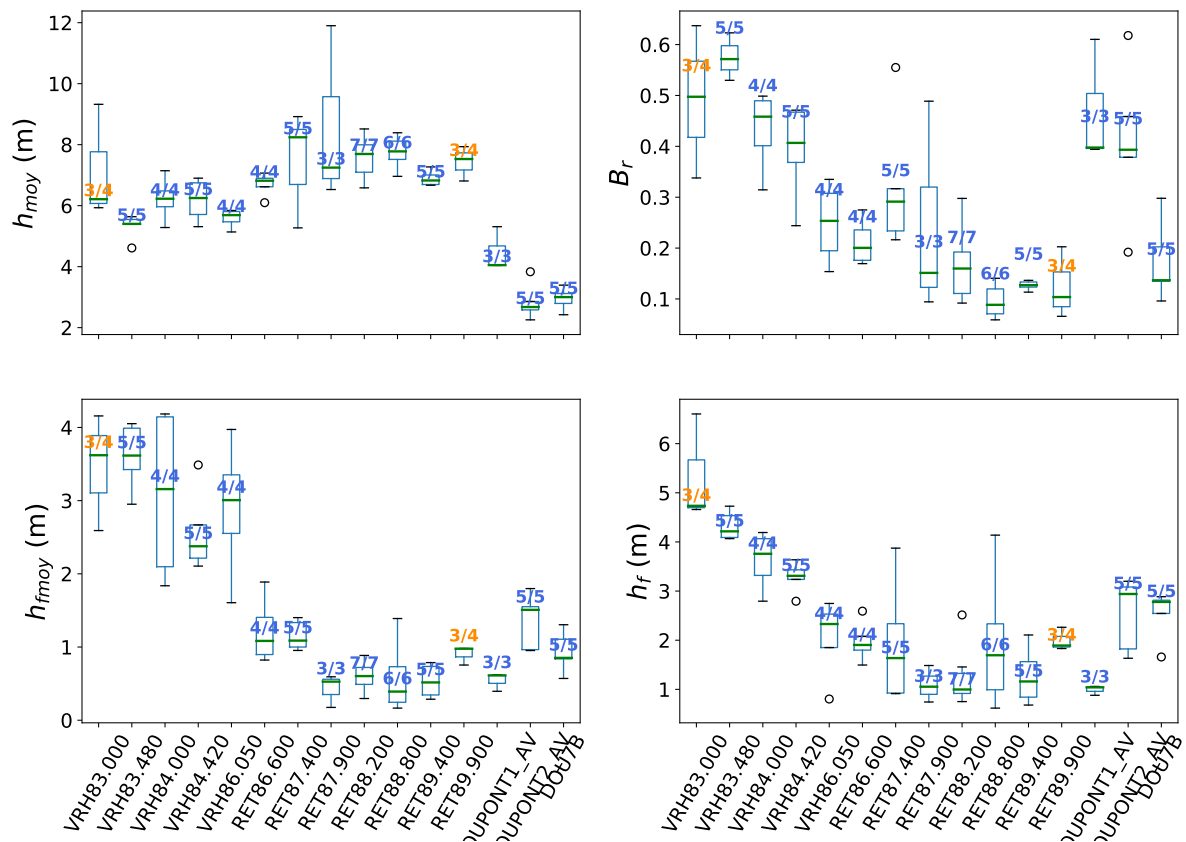


FIGURE 5.8 – Caractéristiques des débordements en lit majeur sur le bief de Bourg-Lès-Valence avec la ligne d'eau du 16/11/2002. Les boîtes à moustaches présentent la distribution des sections inondées par branche. Le ratio sur les boîtes à moustaches est explicité dans l'équation 5.1. Ce ratio est coloré en bleu quand toutes les sections sont inondées.

2.3 Conditions d'écoulement

Les données disponibles pour fournir la condition à la limite amont au modèle simple du VR de Saint-Vallier sont uniquement le débit entrant du barrage Arras. La condition limite aval est la mesure du niveau d'eau, à la section P86.400 (voir figure 5.6). Ces mesures disponibles sont résumées dans le tableau suivant :

Tableau 5.3 – Conditions d'écoulement des lignes d'eau utilisées pour le modèle simple. Le débit entrant est mesuré à la station aval du barrage d'Arras et la cote aval est mesurée à la section P86.400.

| Date | Débit entrant (m ³ /s) | Cote aval (m NGF Ortho) |
|------------|-----------------------------------|-------------------------|
| 10/03/2001 | 2261 | 120.41 |
| 16/11/2002 | 3300 | 121.38 |

Le modèle avec confluence du bief de Bourg-Lès-Valence (figure 5.6) est testé avec la ligne d'eau du 10/03/2001. Les conditions aux limites amont sont déduites du débit en aval du barrage d'Arras, du débit du Doux ainsi que du débit de l'usine de Gervans. La condition limite aval est donnée par la cote imposée au niveau du point de réglage PR1. Ces mesures sont résumées dans le tableau suivant :

Tableau 5.4 – Conditions d'écoulement pour la ligne d'eau du 10/03/2001 pour le modèle avec confluence.

| Date | Débit entrant (m ³ /s) | | | | Niveau PR1 (m) |
|------------|-----------------------------------|------|---------|-------|----------------|
| | Arras | Doux | Gervans | Total | |
| 10/03/2001 | 2261 | 20 | 1390 | 3671 | 116.82 |

Ces conditions pourront être utilisées directement comme conditions aux limites dans les codes 1D (Mage DEBORD et FudaaCrue) et feront l'objet d'adaptations pour l'ISM (présentées respectivement aux sections 1 et 2).

3 Prise en compte du débordement partiel

Comme expliqué dans la section 2.2, on peut se trouver dans des situations où on a des sections débordantes et d'autres non débordantes, ce qui peut conduire à des instabilités numériques avec Mage ISM, à cause de la résolution des équations de Saint Venant sur des lits majeurs hors d'eau. Il s'agit d'un problème de front sec.

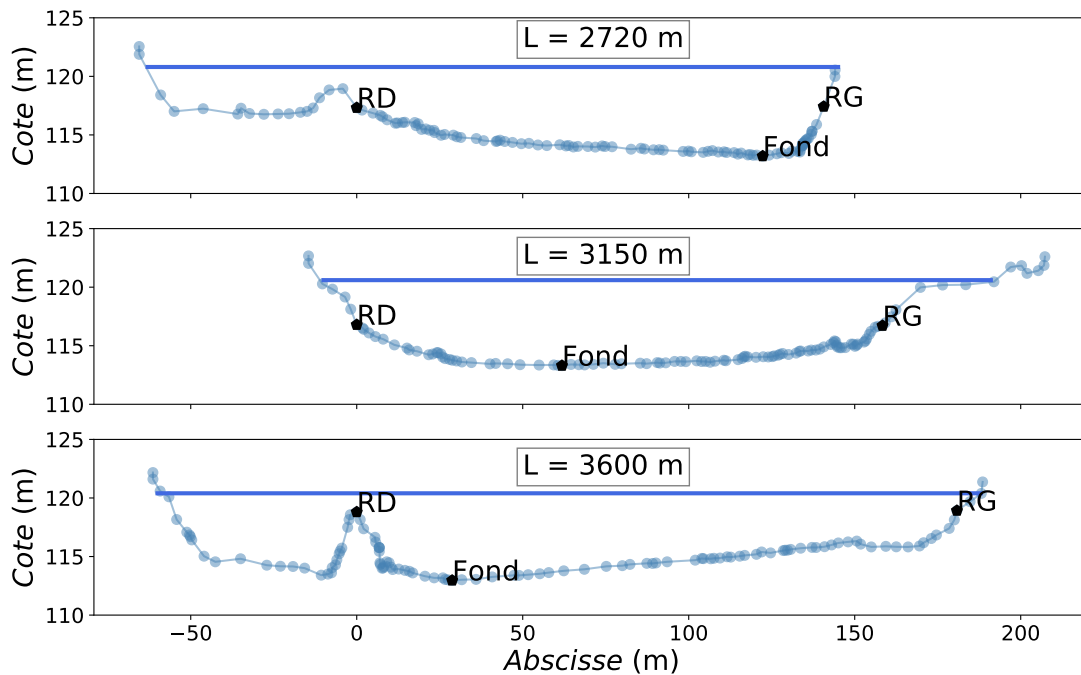


FIGURE 5.9 – Exemple de sections en travers : les trois dernières sections du Vieux Rhône de Saint-Vallier. "L" représente la distance longitudinale à partir de la section amont. L'interface MC/FP droite est définie par le point "RD" et l'interface MC/FP gauche est définie par le point "RG".

Pour illustrer ce problème, on représente sur la figure 5.9 les trois dernières sections du Vieux Rhône de Saint-Vallier, situées respectivement à une distance longitudinale à partir de la section amont $L = 2720$, 3150 et 3600 m du barrage d'Arras. L'interface MC/FP droite est définie par le point 'RD' et l'interface MC/FP gauche est définie par le point 'RG'. Ces points sont définis par le modélisateur, en fonction du régime hydrologique : la sous-section où l'écoulement a lieu la plupart du temps est considérée comme lit mineur, délimitée par 'RD' et par 'RG'. On remarque alors que les points 'RD' et 'RG' sont submergés. Cependant, l'ISM considère qu'il n'y a pas de débordement dans les lits majeurs gauches des sections situées à $L = 2720$ m et $L = 3600$ m, car elle suppose que le débordement dans un lit majeur est pris en compte si sa section mouillée représente au moins 1% de la section mouillée totale. En d'autres termes, il ne suffit pas que la cote d'eau dépasse la cote de l'interface MC/FP pour considérer qu'on a un débordement.

Dans l'état actuel des développements, pour faire tourner le calcul, on force le débordement dans le lit majeur gauche en déplaçant le point 'RG' de manière à augmenter la

section mouillée dans le lit majeur, *i.e.* vers le point 'RG2', comme schématisé sur la figure 5.10 pour la section à $L = 2720$ m.

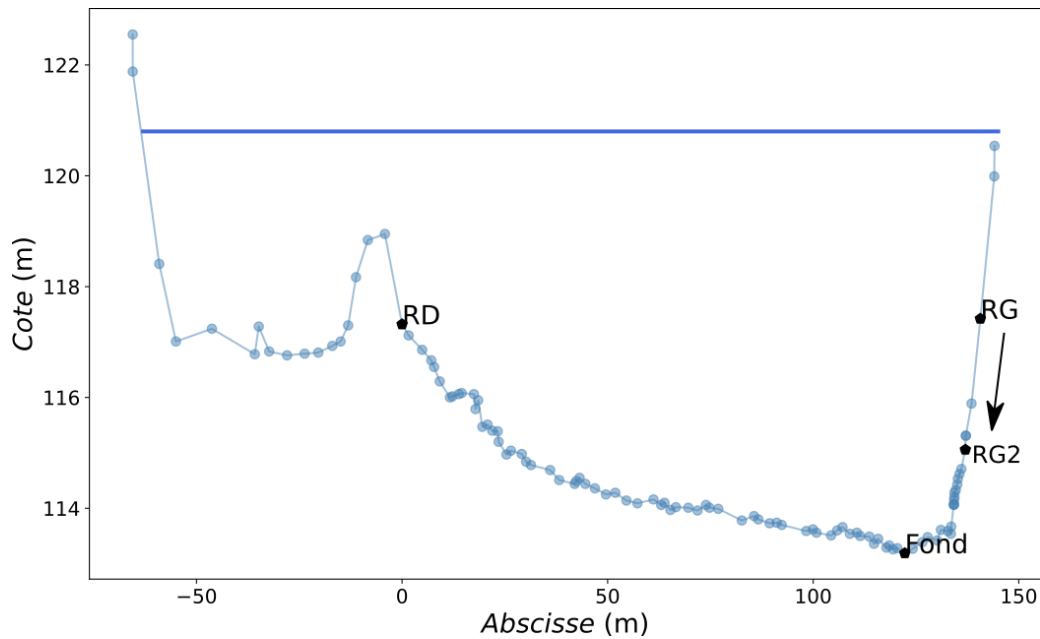


FIGURE 5.10 – Modification de la limite MC/FP en rive gauche en déplaçant 'RG' pour augmenter la section mouillée dans le lit majeur dans la section située à $L = 2720$ m dans le modèle Mage ISM.

Le même raisonnement est alors effectué sur l'ensemble des sections où le débordement est très faible (section mouillée dans un lit majeur $< 1\%$ de la section mouillée totale), comme le montre la figure 5.11, où on trace les points RD et RG, avant et après leurs modifications dans le cas du modèle simple. Ainsi, on permet le calcul en évitant l'apparition de fronts secs fictifs dans l'attente d'un traitement plus satisfaisant et plus général.

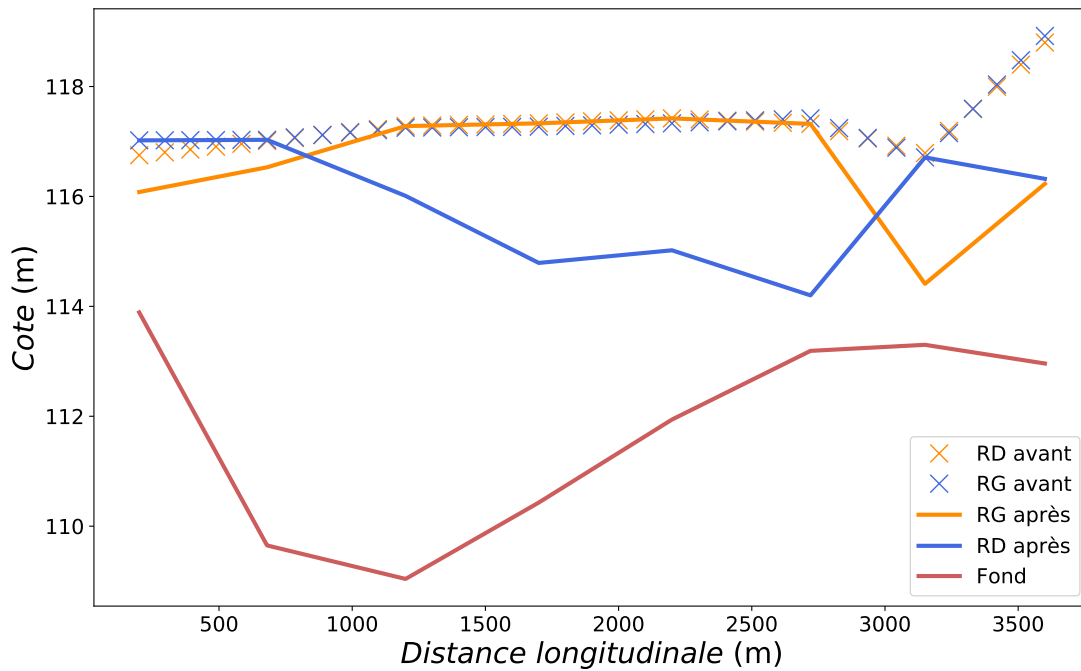


FIGURE 5.11 – Positions du fond, des points RD et RG avant et après leurs déplacements sur le tronçon modélisé.

La même démarche est effectuée, cette fois dans le cas du modèle avec confluence, comme illustré sur la figure 5.12, où "Tronçon 1", "Tronçon 2", "Tronçon 3" et "Tronçon 4" représentent respectivement le Vieux Rhône de Saint-Vallier, le canal de fuite de Gervans, la partie amont de la retenue de Bourg-Lès-Valence en amont du Doux, et celle en aval du Doux. Alors que les modifications du Tronçon 1 étaient les mêmes que celles du modèle simple, on a été contraint de forcer un débordement dans la section aval de ce tronçon en déplaçant le point RD à 0.5 m de la cote du fond. Le débordement n'a pas lieu sur les autres points de ce tronçon car il s'agit d'un canal endigué et donc sans lit majeur. Le Tronçon 3 est le tronçon le plus modifié : on a baissé tous les points RG/RD par rapport à la géométrie originale pour garantir le débordement partout. Le Tronçon 4 est quant à lui resté inchangé : aucun débordement n'y a lieu. On peut attendre de ces modifications arbitraires qu'elles influencent plus la répartition de débits entre lits, que la hauteur d'eau par lit.

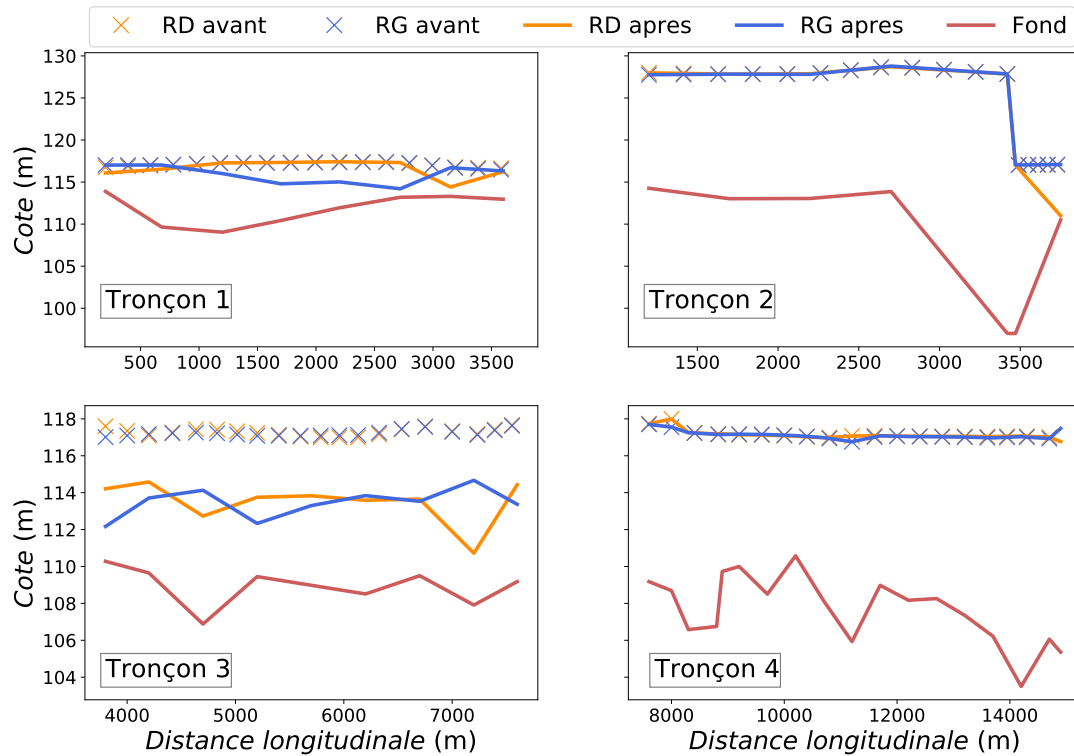


FIGURE 5.12 – Positions du fond et des points RD et RG avant et après leur déplacement sur les 4 tronçons du modèle avec confluence dans le modèle Mage ISM.

4 Simulations

Dans cette section, on simule les différents écoulements détaillés dans la section 2, à savoir le modèle simple du Vieux Rhône et le modèle avec confluence du bief de Bourg-Lès-Valence. Un benchmark est effectué entre le modèle 1D+, Mage ISM, et les modèles 1D, Mage DEBORD, et FudaaCrue. On considère qu'un modèle 1D est validé quand la RMSE (éq. 5.2) entre les cotes simulées et observées se situe dans un intervalle de ± 10 cm, valeur généralement acceptée par la communauté.

$$RMSE (m) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} (Cote_i^{calculée} - Cote_i^{mesurée})^2} \quad (5.2)$$

avec i , l'indice de la section considérée.

4.1 Simulations sur le modèle simple du Vieux-Rhône de Saint-Vallier

4.1.1 Présentation des cas

Plusieurs modèles de Bourg-Lès-Valence ont été construits à partir des données bathymétriques de la campagne de 2009 (avec le modèle de la CNR) et pour les besoins d'INRAE (avec le modèle d'INRAE). La même bathymétrie est utilisée pour Mage DEBORD et Fudaa-Crue. Cependant, malgré une source de données identique, quelques différences subsistent entre les deux modèles :

1. L'étendue des sections n'est pas la même entre les modèles de la CNR et d'INRAE : les sections sont plus larges avec FudaaCrue comme on le voit sur la figure 5.13.
2. La résolution spatiale n'est pas la même entre les modèles de la CNR et d'INRAE : avec le modèle de la CNR, on a des sections environ tous les 100 m tandis qu'on en a tous les 500 m avec le modèle d'INRAE. On s'approche alors d'une même résolution spatiale en interpolant les sections du modèle sur le modèle d'INRAE.
3. La partie concédée du Doux (voir figure 5.6) est simulée comme un tronçon avec FudaaCrue alors qu'elle est modélisée comme un apport ponctuel avec le modèle d'INRAE.

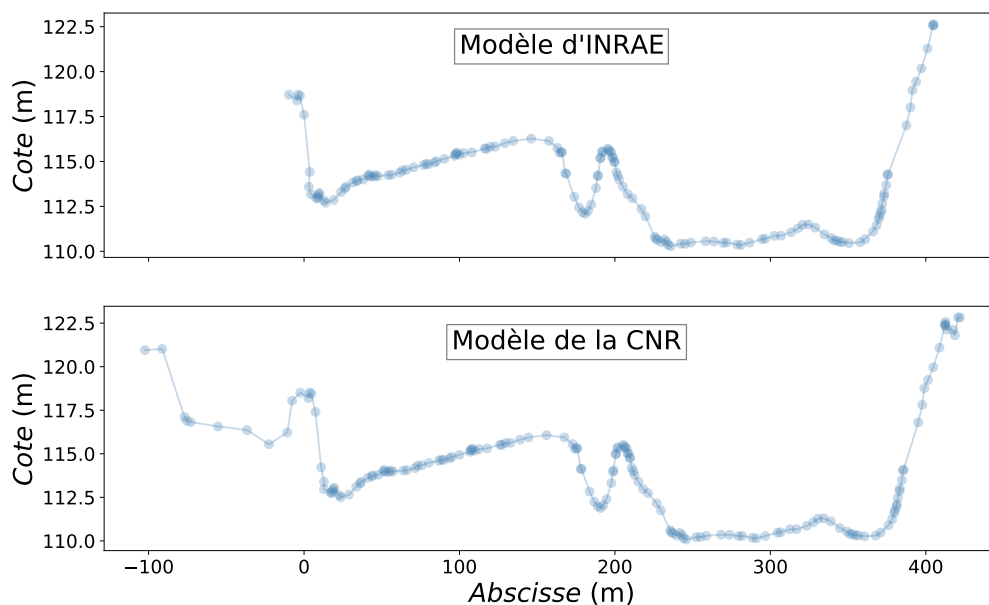


FIGURE 5.13 – Étendue d'une section avec le modèle d'INRAE et avec le modèle de la CNR.

Ainsi, deux simulations sont réalisées dans le cas du modèle simple :

1. Une simulation sans harmonisation des géométries, où les modèles de CNR et d'INRAE sont pris tels quels.
2. Une simulation où la géométrie est corrigée. Les sections du modèle FudaaCrue sont utilisées dans le modèle d'INRAE, ce qui permet de tester l'influence des écarts de géométrie (largeur section et résolution spatiale). Le transfert du modèle de la CNR vers celui d'INRAE est effectué à l'aide d'un script³ développé lors de la thèse.

On note également que les valeurs des coefficients de Strickler du modèle INRAE sont issus du calage effectué avec Mage DEBORD pour une gamme de débits entre 766 et 3198 m³/s alors que le calage du modèle CNR est effectué pour une gamme de débits entre 60 et 3300 m³/s. Les coefficients de Strickler utilisés dans chacun des modèles sont illustrés sur la figure 5.14. La différence entre les coefficients Strickler du modèle INRAE et celui de la CNR est due à plusieurs raisons, dont :

- la résolution spatiale des sections utilisée dans chaque modèle
- le nombre de coefficients de Strickler calés
- la différence de gamme de débit utilisée dans le calage

3. <https://gitlab.irstea.fr/yassine.kaddi/mage2/-/tree/master/Mage2/Transfert>

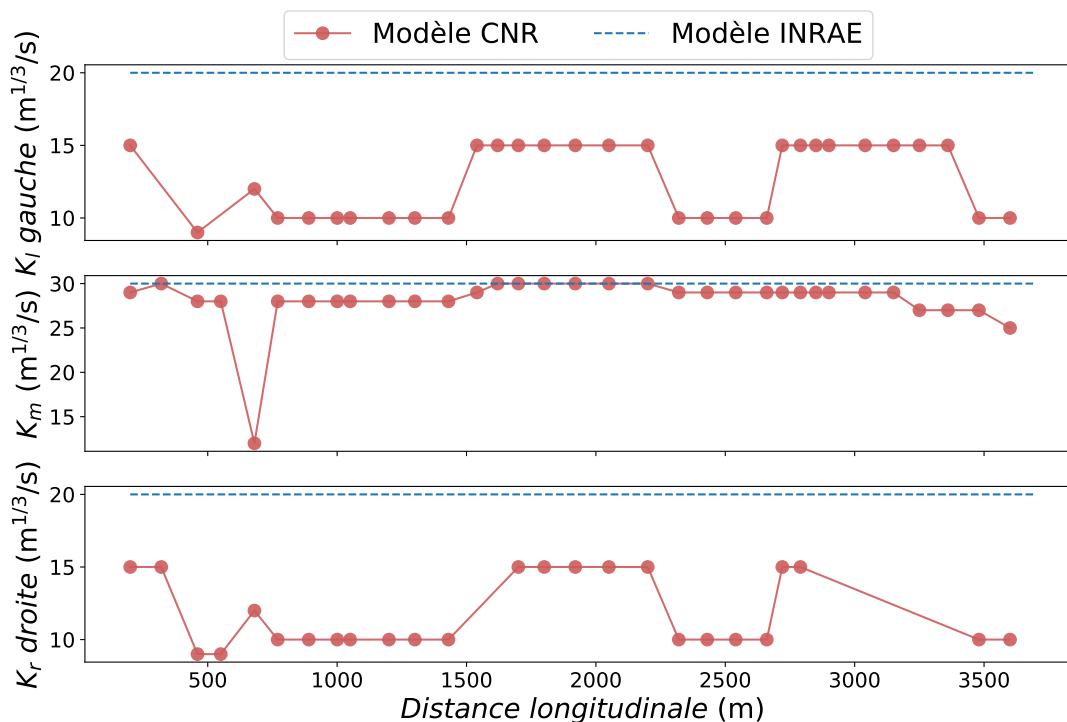


FIGURE 5.14 – Les coefficients Stricklers des modèles INRAE et CNR dans le lit mineur K_m et dans les lits majeurs gauche (K_l) et droit (K_r), calés respectivement avec Mage DEBORD et FudaaCruce. Les mêmes coefficients de Mage DEBORD sont utilisés dans Mage ISM.

4.1.2 Simulation sans modification des géométries

On rappelle qu'on garde les modèles INRAE et CNR sans aucune modifications géométriques. Les caractéristiques des simulations des deux lignes d'eau avec les 3 codes sont décrites dans le tableau 5.5 :

Tableau 5.5 – Caractéristiques des simulations avec Mage ISM, Mage DEBORD et Fudaa-Cruce. ΔX_c est le pas d'espace des sections utilisant les profils de la campagne de mesure de 2009, ΔX_{num} est le pas d'espace numérique, après interpolation des sections de mesures dans le modèle INRAE, N_{keff} est le nombre de coefficients de Strickler effectivement utilisés, N_{Ktot} est le nombre total des coefficients de Strickler disponibles pour le modèle, ψ^t est le coefficient d'échange turbulent entre lit et ϕ le coefficient de pondération de la vitesse à l'interface MC/FP.

| | ΔX_c (m) | ΔX_{num} (m) | N_{keff} | N_{Ktot} | ψ^t | ϕ |
|-------------|------------------|----------------------|------------|------------|----------|--------|
| Mage ISM | 500 | 50 | 2 | 210 | 0.08 | 0.3 |
| Mage DEBORD | 500 | 50 | 2 | 140 | - | - |
| FudaaCruce | 50 à 170 | 50 à 170 | 14 | 89 | - | - |

Les conditions aux limites correspondantes aux deux lignes d'eau du 10/03/2001 et du 16/11/2002 sont résumées dans le tableau 5.6. Alors que FudaaCrue et Mage DEBORD requièrent un débit total entrant, Mage ISM prend en compte la répartition des débits dans les trois lits (mineur, majeurs gauche et droit). La répartition considérée ici est celle calculée à l'aide de la méthode DEBORD. Des simulations avec d'autres types de répartition amont sont étudiées dans la section 4.1.5.

Tableau 5.6 – Conditions aux limites des simulations sans modification de géométrie. Mage DEBORD et FudaaCrue considèrent en entrée le débit total, alors que Mage ISM prend en compte la répartition amont des débits calculée avec la méthode DEBORD.

| Date | Débits entrants (m ³ /s) | | | | Cote aval (m NGF Ortho) |
|------------|-------------------------------------|------|-----------|-------|-------------------------|
| | FP droit | MC | FP gauche | Total | |
| 10/03/2001 | 323 | 1524 | 414 | 2261 | 120.41 |
| 16/11/2002 | 511 | 2120 | 669 | 3300 | 121.38 |

4.1.2.1 Résultats des simulations en cotes

Les résultats de simulation des lignes d'eau du 10/03/2001 et du 16/11/2002 avec Mage ISM, Mage DEBORD et FudaaCrue sont présentés sur la figure 5.15. Le biais absolu entre simulations et mesures est également calculé :

$$Biais\ absolu\ (cm) = (Cote^{calculée} - Cote^{mesurée}) \times 100 \quad (5.3)$$

Les caractéristiques des erreurs sur les lignes d'eaux sont résumées dans le tableau 5.7.

Tableau 5.7 – Caractéristiques des écarts des simulations obtenues avec Mage ISM, Mage DEBORD et FudaaCrue : biais absolu maximal (maximum du biais absolu, éq. 5.3), biais absolu moyen (moyenne du biais absolu) et RMSE (éq. 5.2).

| Ligne d'eau | Code | Biais absolu maximal (cm) | Biais absolu moyen (cm) | RMSE (cm) |
|-------------|-------------|---------------------------|-------------------------|-----------|
| 10/03/2001 | Mage ISM | 8.5 | 5.2 | 6.2 |
| | Mage DEBORD | 12.9 | 5.9 | 7.1 |
| | FudaaCrue | 11.1 | 4.6 | 6.4 |
| 16/11/2002 | Mage ISM | 9.7 | 4.1 | 5.2 |
| | Mage DEBORD | 7.3 | 4.9 | 5.4 |
| | FudaaCrue | 11.8 | 5.1 | 6.1 |

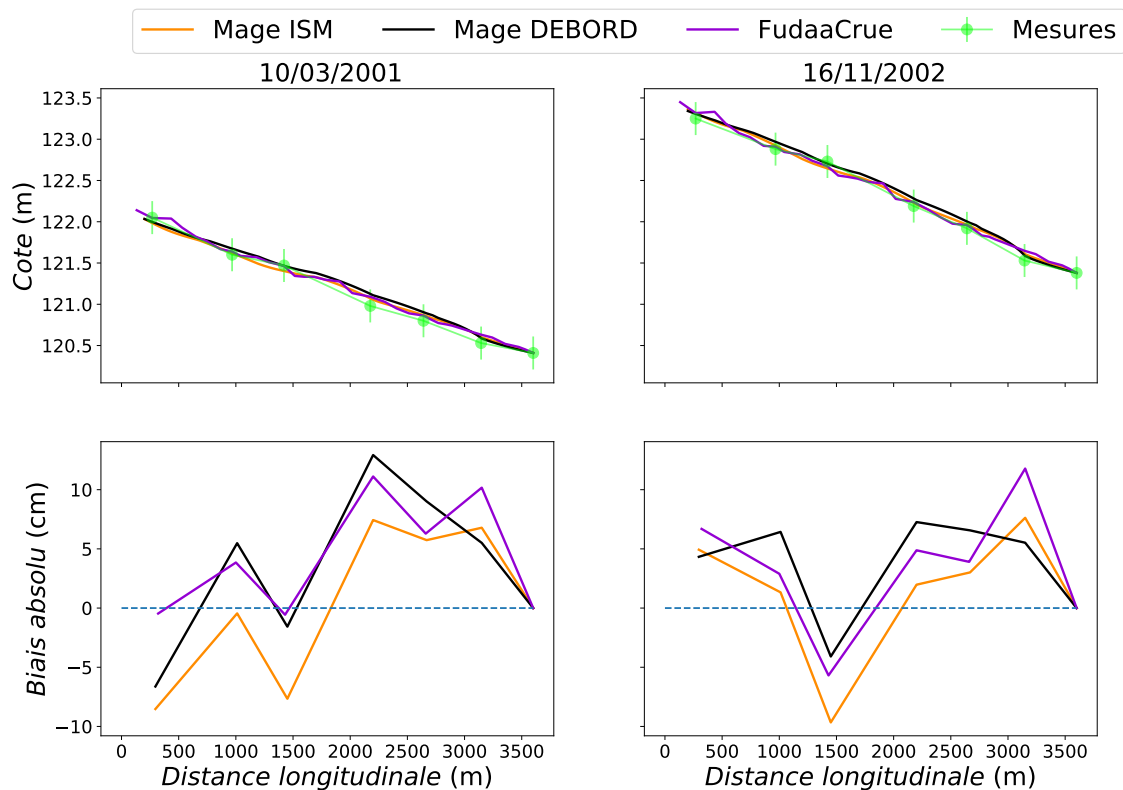


FIGURE 5.15 – Lignes d'eau obtenues avec Mage ISM, Mage DEBORD et avec FudaaCrue. Le biais absolu entre les simulations et les mesures est calculé selon l'équation 5.3.

On peut constater dans le tableau 5.7 que le biais moyen est du même ordre de grandeur pour les trois codes. En outre, Mage ISM présente la valeur minimale de la RMSE par rapport à Mage DEBORD et FudaaCrue pour les deux lignes d'eau, avec une RMSE de 6.2 et 5.2 cm, qui demeure dans le marge d'erreur retenu (10 cm). Mage ISM présente donc des bonnes performances pour la simulation des cotes, ce en reprenant les coefficients de Strickler des modèles Mage DEBORD (*i.e.* sans calage spécifique). Un calage des coefficients de Strickler propre à Mage ISM serait donc susceptible d'améliorer davantage les résultats.

4.1.2.2 Résultats des simulations : Remplissage et vidange dans chaque lit majeur

Outre la modélisation des échanges de masse et de quantité de mouvement à l'interface, l'un des intérêts de l'ISM réside dans le calcul des paramètres hydrauliques dans chaque lit (*i.e.* débit, vitesse moyenne...). Ainsi, on analyse le remplissage et la vidange des lits majeurs en illustrant sur la figure 5.16 la proportion de débit en lit majeur Q_f/Q , le débit latéral à l'interface q , et la section mouillée dans chaque lit majeur A_f , simulés avec Mage ISM pour la ligne d'eau du 10/03/2001. Le transfert de masse entre les lits majeurs et le lit mineur

peut aussi être visualisé à l'aide du schéma de la figure 5.17 où on représente le sens du transfert latéral du débit à l'interface MC/FP à partir du signe de q (figure 5.16), où $q > 0$ signifie un transfert du lit mineur vers le lit majeur.

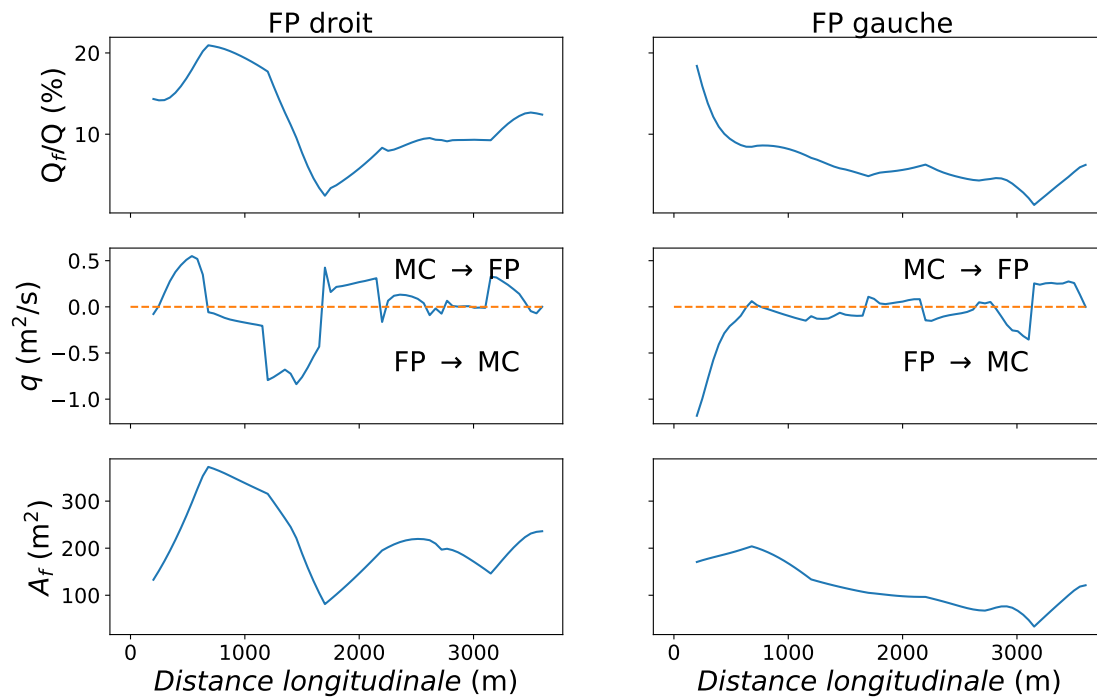


FIGURE 5.16 – Proportion de débit dans chaque lit majeur, Q_f/Q , débit latéral à l'interface MC/FP, q , et section mouillée dans chaque lit majeur, A_f , simulés avec Mage ISM pour la ligne d'eau du 10/03/2001.

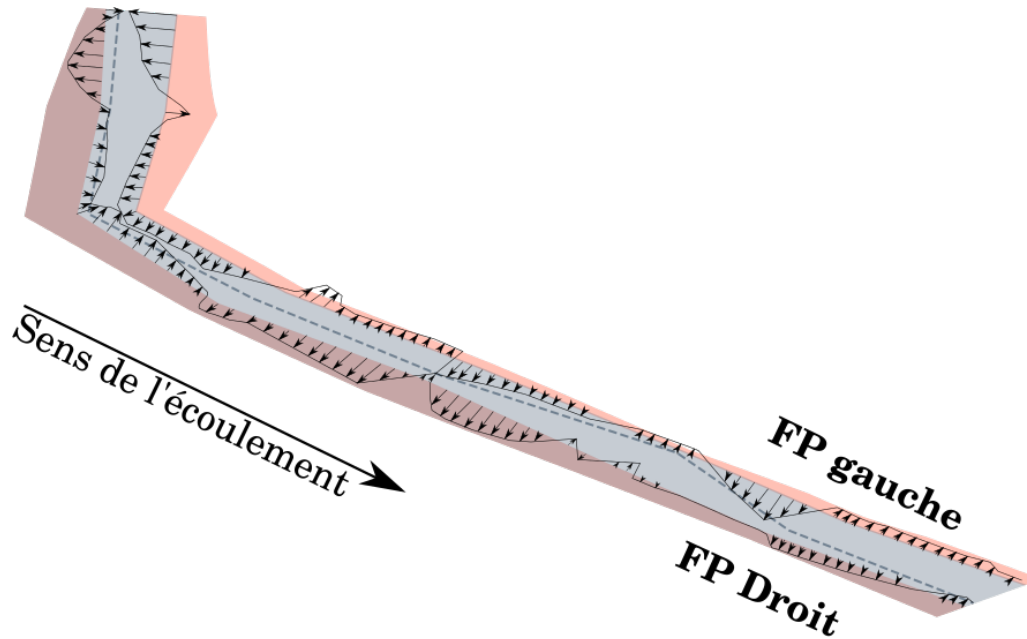


FIGURE 5.17 – Schématisation du sens du transfert latéral de masse à l'interface MC/FP. La partie colorée en gris (resp. en rose) représente le lit mineur (resp. les lits majeurs). La ligne en pointillé représente le talweg du lit mineur.

Ces figures témoignent de transferts à l'interface MC/FP dans les deux sens, soit du lit mineur vers le lit majeur soit du lit majeur vers le lit mineur. Ce va-et-vient est en partie dû à la variation longitudinale de la géométrie du lit majeur, comme l'indique l'évolution de A_f sur la figure 5.16 (voir également la figure 5.7 dans la section 2.2). Ce transfert est également influencé par l'abaissement des limites MC/FP afin de forcer le débordement. Par ailleurs, on peut expliquer le transfert du lit majeur vers le lit mineur dans la première section par le fait que la répartition DEBORD injectée sur-alimente le lit majeur de 38.73% dans le lit majeur droit et de 40.27 % dans le lit majeur gauche par rapport au régime uniforme évaluée par l'ISM, comme on le résume dans le tableau 5.8. Cette tendance est similaire à celle observée sur les cas expérimentaux de laboratoire (voir Chapitre 3).

Tableau 5.8 – Débits par lit entrants évalués par la méthode DEBORD et par l'ISM uniforme pour la ligne d'eau du 10/03/2001. La différence relative est calculée par rapport à l'ISM uniforme.

| Débit par lit | FP droit | MC | FP gauche | Total |
|----------------------------------|----------|--------|-----------|-------|
| ISM uniforme (m ³ /s) | 198 | 1816 | 247 | 2261 |
| DEBORD (m ³ /s) | 323 | 1524 | 414 | 2261 |
| Différence relative (%) | 38.73 | -19.14 | 40.27 | |

4.1.3 Simulation avec la géométrie corrigée

On rappelle que dans ce cas, la géométrie du modèle CNR est introduite dans le modèle INRAE. Les caractéristiques de cette simulation sont résumées dans le tableau suivant :

Tableau 5.9 – Caractéristiques des simulations avec Mage ISM, Mage DEBORD et FudaaCrue. ΔX_c est le pas d'espace entre deux sections consécutives basé sur les profils de la campagne de mesures de 2009, ΔX_{num} est le pas d'espace numérique, après interpolation des sections de mesures dans le modèle INRAE, N_{Keff} est le nombre de coefficients Strickler effectivement utilisés, N_{Ktot} est le nombre total des coefficients de Strickler disponibles dans le modèle, ψ^t est le coefficient d'échange turbulent entre lits et ϕ le coefficient de pondération dans la vitesse aux interfaces MC/FP.

| | ΔX_c (m) | ΔX_{num} (m) | N_{keff} | N_{Ktot} | ψ^t | ϕ |
|-------------|------------------|----------------------|------------|------------|----------|--------|
| Mage ISM | 50 à 170 | 50 | 2 | 228 | 0.054 | 0.3 |
| Mage DEBORD | 50 à 170 | 50 | 2 | 152 | - | - |
| FudaaCrue | 50 à 170 | 50 à 170 | 14 | 89 | - | - |

Les conditions aux limites correspondantes aux lignes d'eau du 10/03/2001 et du 16/11/2002 sont résumées dans le tableau 5.10.

Tableau 5.10 – Conditions aux limites des simulations. Mage DEBORD et FudaaCrue considèrent en entrée le débit total, alors que Mage ISM prend en compte les trois débits par lit entrants, calculés avec la méthode DEBORD.

| Date | Débit entrant (m ³ /s) | | | | Cote aval (m NGF Ortho) |
|------------|-----------------------------------|------|-----------|-------|-------------------------|
| | FP droit | MC | FP gauche | Total | |
| 10/03/2001 | 214 | 1508 | 539 | 2261 | 120.41 |
| 16/11/2002 | 328 | 2021 | 951 | 3300 | 121.38 |

4.1.3.1 Résultats des simulations en cotes

On trace les résultats de simulations des cotes sur la figure 5.18. On remarque que la ligne d'eau du 10/03/2001 est bien reproduite avec Mage ISM, avec une RMSE de 5.81 cm < 10 cm, comme on peut le voir dans le tableau 5.11. La RMSE entre cote simulée et observée est plus faible avec Mage ISM qu'avec Mage DEBORD ou FudaaCrue. On constate de plus l'effet de l'écart de géométrie : la RMSE a diminué par rapport aux simulations sans modification des géométries (de 6.2 cm à 5.8 cm).

En revanche, la RMSE de Mage ISM et de Mage DEBORD calculée sur la ligne d'eau du 16/11/2002 s'élève respectivement à 12 cm et 10.41 cm (comparées à 5.2 cm et 5.4 cm dans

les simulations sans modification des géométries), principalement à cause du premier point (à une distance longitudinale de 268.6 m) où le biais maximal est atteint : respectivement 27.2 cm et 21.5 cm, alors que les autres points de cette ligne d'eau sont bien reproduits. Ce biais maximal est dû à la répartition des débits injectée en amont, comme on le décrit dans la section "Analyse des résultats en cote" plus tard. Cet effet local est probablement corrigé dans le modèle CNR par un calage spécifique des coefficients Strickler, comme le suggère la figure 5.14, où l'on constate des valeurs spécifiques en lit majeur à l'amont du bief.

Tableau 5.11 – Caractéristiques des écarts entre simulations Mage ISM, Mage DEBORD et FudaaCrue : biais absolu maximal, biais absolu moyen et RMSE (éq. 5.2).

| Ligne d'eau | Code | Biais absolu maximal (cm) | Biais absolu moyen (cm) | RMSE (cm) |
|-------------|-------------|---------------------------|-------------------------|-----------|
| 10/03/2001 | Mage ISM | 10.0 | 5.0 | 5.8 |
| | Mage DEBORD | 13.6 | 5.9 | 7.3 |
| | FudaaCrue | 11.1 | 4.6 | 6.4 |
| 16/11/2002 | Mage ISM | 27.2 | 5.9 | 12.0 |
| | Mage DEBORD | 21.5 | 8.4 | 10.4 |
| | FudaaCrue | 11.8 | 5.1 | 6.1 |

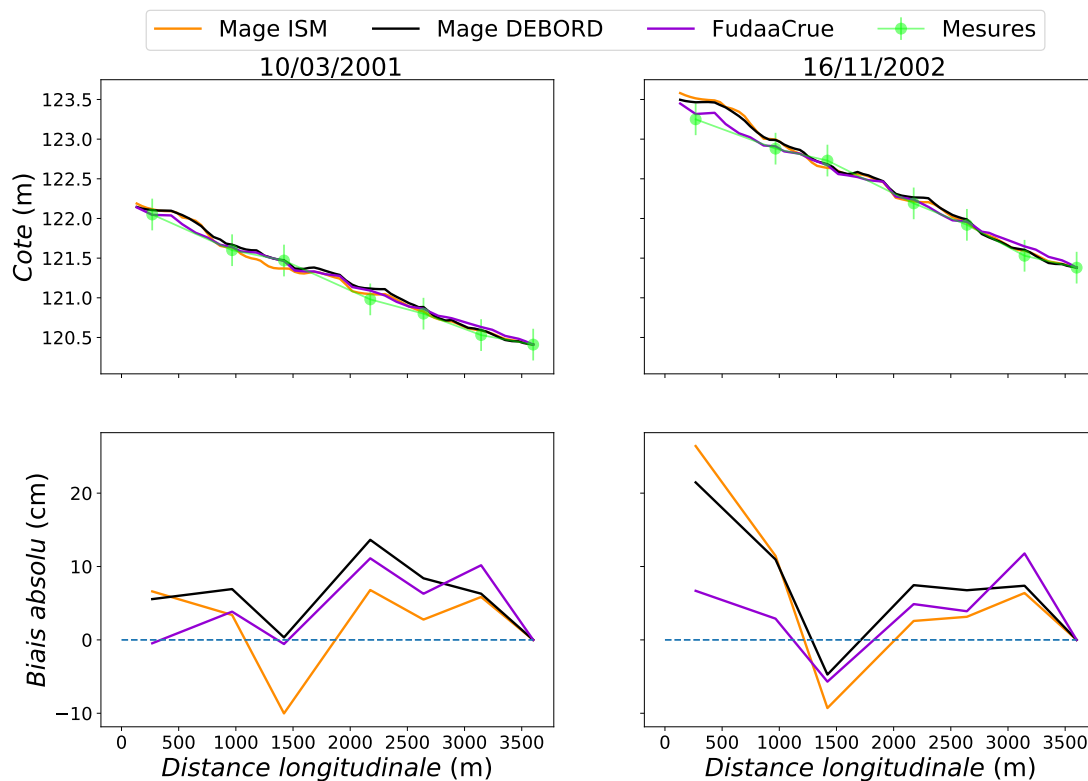


FIGURE 5.18 – Simulation des cotes avec Mage DEBORD, Mage ISM et FudaaCrue sans recalage spécifique des coefficients de Strickler pour Mage ISM. Le biais absolu est calculé avec l'équation 5.3.

4.1.3.2 Résultats des simulations : Remplissage et vidange dans chaque lit majeur

On trace sur la figure 5.19 la proportion de débit Q_f/Q , le débit latéral q aux interfaces MC/FP, et la section mouillée A_f dans chaque lit majeur simulés avec Mage ISM pour la ligne d'eau du 10/03/2001. Comme dans la simulation sans modification des géométries, on peut remarquer des transferts dans les deux sens entre lit mineur et lit majeur le long du canal, avec des variations qui semblent corrélées à celles de la section mouillée dans le lit majeur. Cependant, l'amplitude de ces transferts ici est plus importante par rapport aux simulations sans modification des géométries, avec des fluctuations du débit linéique q entre -3 et 3 m²/s à l'interface MC/FP droit (contre des fluctuations entre -1 et 0.5 m²/s dans les simulations sans modification des géométries) et des fluctuations entre -5 et 7 m²/s à l'interface MC/FP gauche (contre des fluctuations entre -1 et 0.4 m²/s dans les simulations sans modification des géométries). On peut alors conclure que la géométrie actuelle influence le remplissage et la vidange des lits majeurs : avec une plus grande résolution, on capte davantage les

variations géométriques qui, quand elles sont marquées, entraînent des fluctuations du sens du transfert de masse q et de son amplitude sont plus importantes.

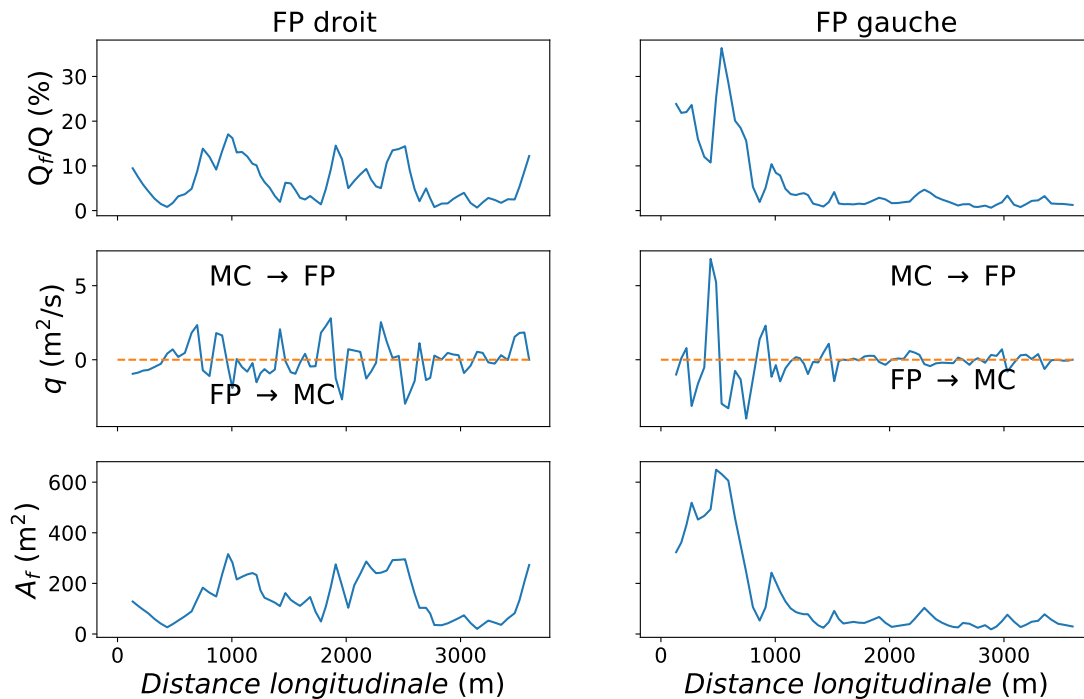


FIGURE 5.19 – Proportion de débit dans chaque lit majeur Q_f/Q , débit latéral à l'interface q et section mouillée dans les lits majeurs A_f simulés avec Mage ISM pour la ligne d'eau du 10/03/2001.

4.1.3.3 Analyse des résultats en cote

Mage ISM a bien reproduit les cotes avec la géométrie du modèle INRAE. Avec la géométrie du modèle CNR, les cotes ont également été bien reproduites, à l'exception de la première section. Cet effet local est probablement dû à la répartition de débit injectée comme condition aux limites amont. En effet, en se basant sur les tableaux 5.6 et 5.10 des conditions aux limites, on peut remarquer que la répartition des débits dans le deuxième cas sur-alimente davantage le lit majeur gauche du modèle CNR que dans celle du modèle INRAE (à débit total constant) : +30% avec la ligne d'eau du 10/03/2001 et +42% avec la ligne d'eau du 16/11/2002. Cette sur-alimentation du lit majeur gauche résulte d'une largeur plus étendue de la section amont dans le modèle CNR, comme on le montre sur la figure 5.20, où la zone en bleu délimite le profil de la même section avec le modèle d'INRAE.

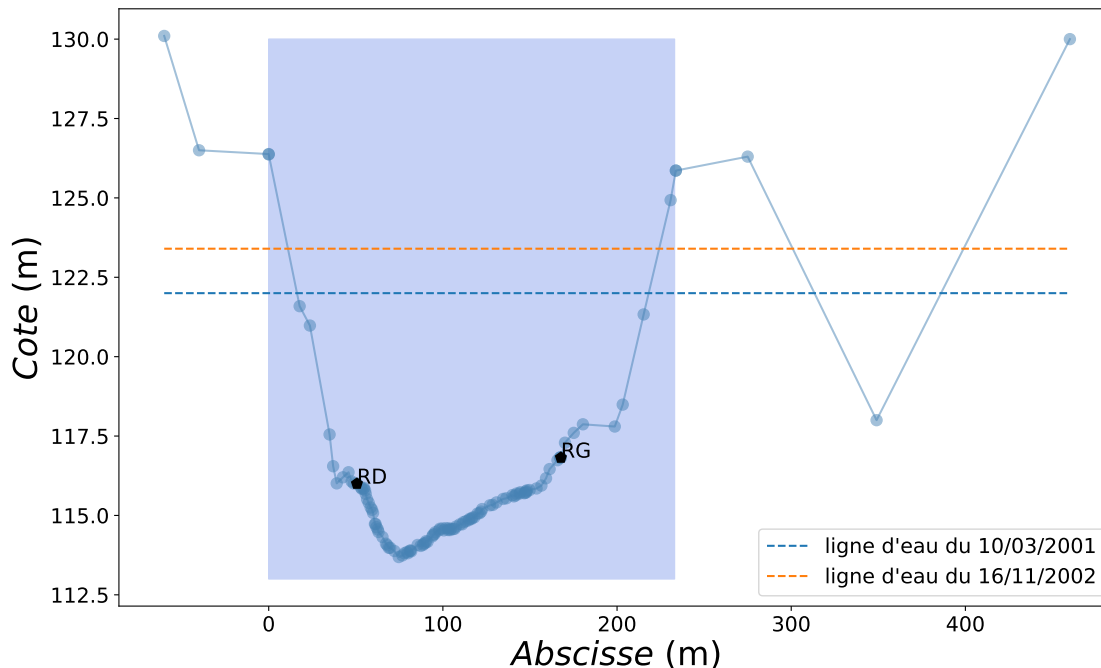


FIGURE 5.20 – Profil de la section amont du modèle CNR . La zone en bleu délimite l'étendue du profil de la même section dans le modèle INRAE. Le lit majeur gauche se situe à droite du point 'RG' et le lit majeur droit se situe à gauche du point 'RD'.

Le biais maximal est légèrement réduit quand la condition à la limite amont est alimentée avec la répartition de débit en régime uniforme de l'ISM pour atteindre 22.26 cm. Supposant que le régime n'était pas uniforme, un calage manuel de la répartition des débits a été effectué. Ce dernier permet d'atteindre un biais de 17 cm au niveau de la première section. L'influence de la condition à la limite amont en débit sur les simulations Mage ISM est illustrée sur la figure 5.21. La méthode qui minimise le biais sur-alimente le lit mineur par rapport au régime uniforme évalué par l'ISM comme résumé dans le tableau 5.12. Une étude des méthodes de construction de la condition à limite amont est menée dans le cas où les géométries sont inchangées dans la section 4.1.5.

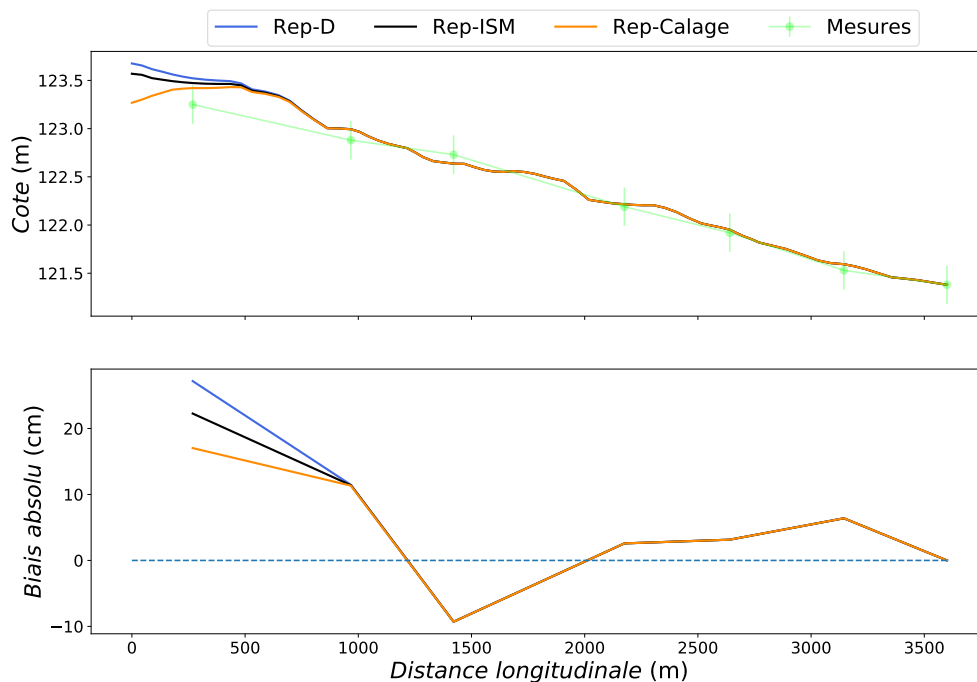


FIGURE 5.21 – Ligne d’eau en fonction de la répartition injectée en condition aux limites amont dans Mage ISM pour la ligne d’eau du 16/11/2002 : répartition DEBORD (Rep-D), répartition de l’ISM uniforme (Rep-ISM) et la répartition après calage manuel (Rep-Calage).

Tableau 5.12 – La répartition ISM uniforme (Rep-ISM) et la répartition calée (Rep-Calage) injectée pour simuler la ligne d’eau du 16/11/2002.

| Répartition | Débit (m ³ /s) | | |
|-------------|---------------------------|------|-----------|
| | FP droite | MC | FP gauche |
| Rep-ISM | 498.1 | 2707 | 94.9 |
| Rep-Calage | 48.1 | 3227 | 24.9 |

4.1.4 Analyse de sensibilité

Dans cette section, on veut étudier la sensibilité du modèle au coefficient d’échange turbulent ψ^t , au coefficient de pondération ϕ , ainsi qu’au maillage longitudinal spatial ΔX . Pour ce faire, on reprend la simulation avec la ligne d’eau du 10/03/2001 sur le modèle INRAE d’origine (sans modification de géométrie).

4.1.4.1 Sensibilité de la cote et de la répartition de débit au coefficient d’échange turbulent ψ^t

Afin d’étudier la sensibilité du modèle par rapport au coefficient d’échange turbulent ψ^t ,

on trace sur la figure 5.22 la variation de la cote de la ligne d'eau du 10/03/2001 ainsi que le proportion de débit du lit majeur pour différentes valeurs de ψ^t . On a pris des valeurs $\psi^t < 1$ pour rester proche des valeurs de la littérature (voir la section 3.7.3 du Chapitre 2). La variation de ψ^t influence les cotes d'eau : l'augmentation de ψ^t fait augmenter Z et Q_f/Q . Une augmentation de ψ^t de +0.02 cause une augmentation maximale de la cote d'environ 2 cm et une augmentation de Q_f/Q d'environ 1%. Cet effet d'augmentation est croissant sur chacune des variables à mesure qu'on s'éloigne de la condition limite concernée (vers l'amont pour Z ou vers l'aval pour Q).

Par ailleurs, les grandes valeurs de ψ^t induisent un biais et une RMSE entre les cotes simulées et observées plus faibles, comme on peut le voir dans le tableau 5.13. C'est donc $\psi^t = 0.08$ qui reproduit le mieux les cotes observées.

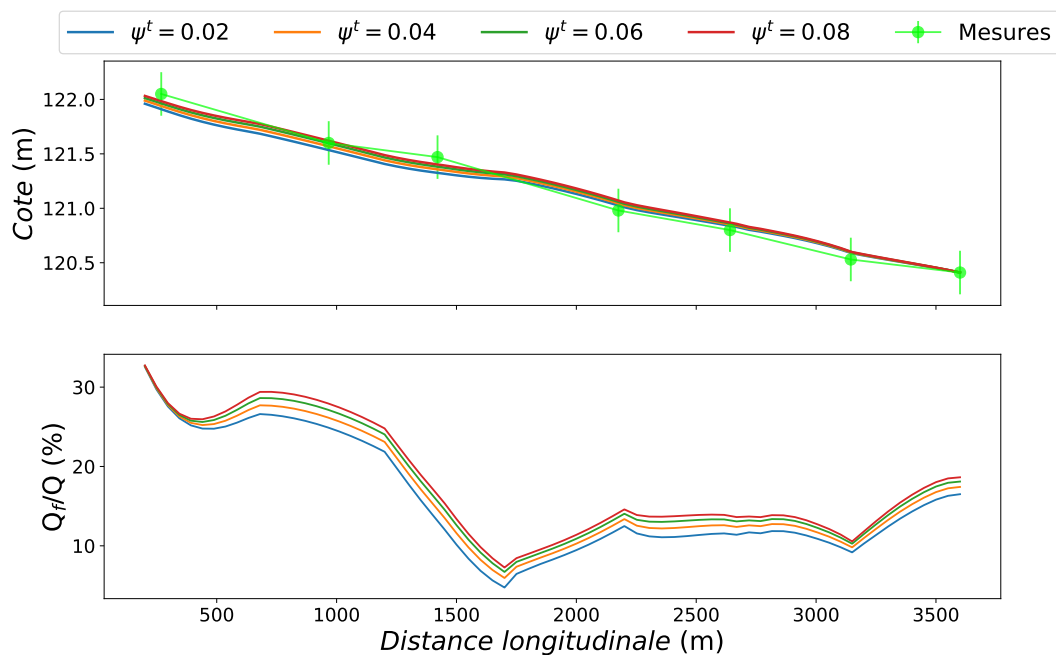


FIGURE 5.22 – Sensibilité de la cote et de la proportion de débit dans les deux lits majeurs au coefficient d'échange turbulent ψ^t entre lits. Simulation de la ligne d'eau du 10/03/2001 sur le modèle INRAE du Vieux-Rhône de BV.

Tableau 5.13 – Caractéristiques des erreurs sur la cote simulée par Mage ISM en fonction de ψ^t .

| ψ^t | Biais absolu maximal (cm) | Biais absolu moyen (cm) | RMSE (cm) |
|----------|---------------------------|-------------------------|-----------|
| 0.02 | 16.1 | 7.4 | 9.4 |
| 0.04 | 13.1 | 6.5 | 7.8 |
| 0.06 | 10.6 | 5.8 | 6.7 |
| 0.08 | 8.5 | 5.2 | 6.2 |

4.1.4.2 Sensibilité de la cote et de la répartition de débit au coefficient de pondération ϕ et à la résolution spatiale ΔX

Pour étudier la sensibilité du modèle par rapport au coefficient de pondération de la vitesse interfaciale ϕ , on trace sur la figure 5.23 les cotes calculées pour plusieurs valeurs de ϕ . Et pour étudier la sensibilité par rapport à la résolution spatiale ΔX , on trace sur la figure 5.24 les cotes calculées pour plusieurs valeurs de ΔX .

On constate alors que ϕ et ΔX n'influencent pas la cote. La répartition des débits n'est pas influencée par le maillage spatial ΔX non plus. Celle-ci est très peu influencée par ϕ (une augmentation de $\phi = 0.1$ diminue la répartition Q_f/Q de 0.2%).

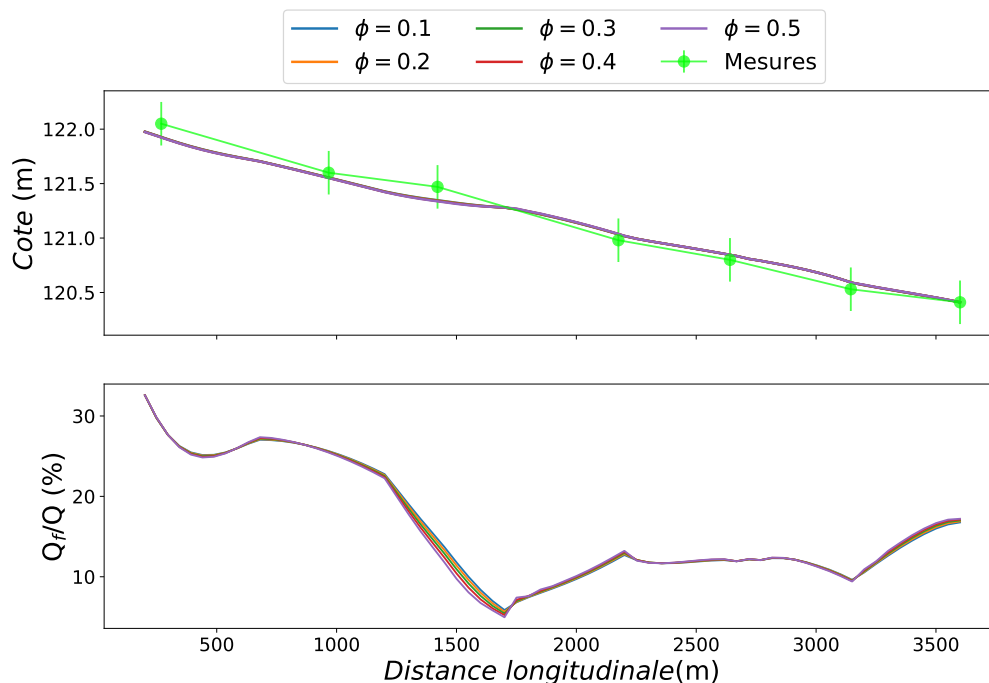


FIGURE 5.23 – Sensibilité de la cote et de la proportion de débit en lit majeur au coefficient de pondération de la vitesse interfaciale ϕ . Simulation de la ligne d'eau du 10/03/2001 sur le modèle INRAE du VR de BV.

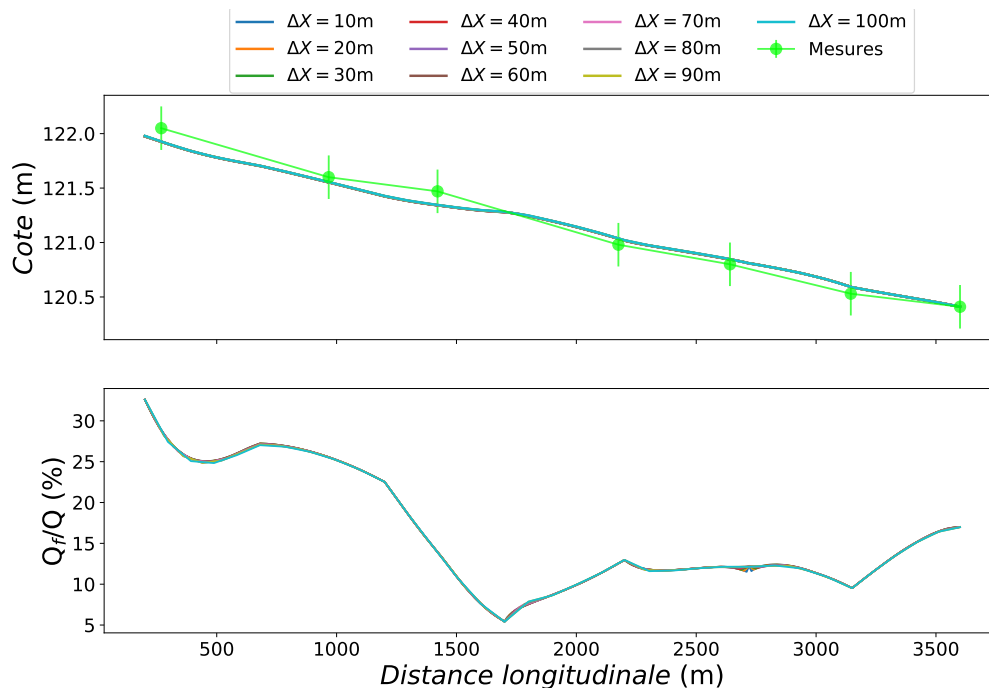


FIGURE 5.24 – Sensibilité de la cote et de la proportion de débit à la discrétisation spatiale ΔX . Simulation de la ligne d'eau du 10/03/2001 sur le modèle INRAE du VR de BV.

4.1.5 Étude de l'influence de la répartition amont des débits

On veut à présent analyser l'influence de la condition aux limites amont sur la cote et sur la répartition des débits le long du canal. Pour ce faire, on compare les trois méthodes de répartition du débit amont expliquées dans la section 1 du Chapitre 4 : celle calculée par la méthode DEBORD (Rep-D), la répartition de l'ISM uniforme (Rep-ISM) et la répartition numérique itérative (Rep-Iter) dans le modèle INRAE d'origine avec la ligne d'eau du 10/03/2001, comme on l'illustre sur la figure 5.25. La distance longitudinale L est adimensionnée par la moyenne des largeurs des lits majeurs \overline{B}_f . Le tableau 5.14 résume les conditions aux limites de chaque cas. On constate alors que la répartition donnée par Rep-ISM ($Q_f/Q = 19.68\%$) ou Rep-Iter ($Q_f/Q = 20.19\%$) amènent pratiquement la même valeur, tandis que Rep-D sur-alimente le lit majeur ($Q_f/Q = 32.58\%$). Ce comportement est identique à celui observé sur les canaux expérimentaux (voir Chapitre 4). Par conséquent, la cote amont avec Rep-ISM et Rep-Iter est de 121.92 m NGFO, soit 6 cm de moins qu'avec Rep-D (121.98 m NGFO). Ces différences de cotes et de Q_f/Q dues à la répartition des débits amont tendent à s'annuler au bout de $\frac{L}{\overline{B}_f} = 3$ pour les cotes et au bout d'une distance normalisée $\frac{L}{\overline{B}_f} = 8$ pour les répartitions Q_f/Q . Cette valeur est très inférieure à $L/\overline{B}_f = 35$

observée par Bousmar et al. [2005] dans des expériences en laboratoire.

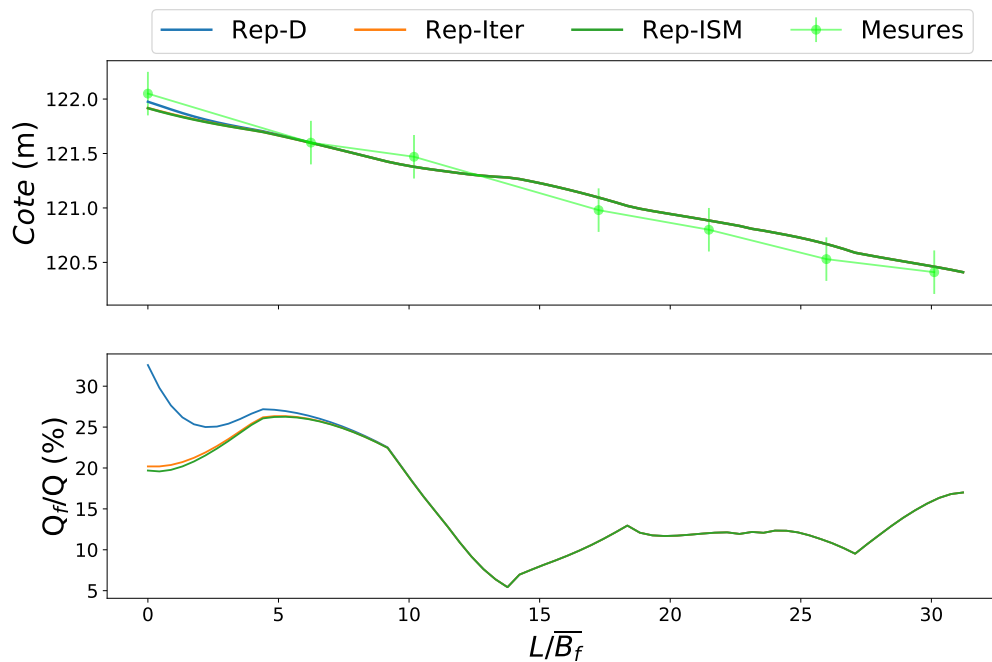


FIGURE 5.25 – Sensibilité de la cote et de la proportion de débit dans le lit majeur Q_f/Q à la condition limite amont dans le modèle INRAE avec la ligne d'eau du 10/03/2001. La distance longitudinale L est adimensionnée par la moyenne des largeurs des lits majeurs \overline{B}_f .

Tableau 5.14 – Conditions aux limites des simulations de Mage ISM de la ligne d'eau du 10/03/2001 en considérant trois répartitions de débits amont différentes.

| Répartition de débit amont | Débit entrant (m ³ /s) | | | | Cote aval (m NGF Ortho) |
|----------------------------|-----------------------------------|------|-----------|-------|-------------------------|
| | FP droit | MC | FP gauche | Total | |
| Rep-D | 323 | 1524 | 414 | 2261 | 120.41 |
| Rep-Iter | 256 | 1804 | 201 | 2261 | 120.41 |
| Rep-ISM | 198 | 1816 | 247 | 2261 | 120.41 |

4.2 Modèle avec confluence

On s'intéresse dans cette section à la simulation de la confluence entre le Vieux Rhône de Saint-Vallier et, le canal de fuite de Gervans pour former la retenue de Bourg-Lès-Valence. Dans le modèle, cette dernière est coupée à l'aval au point de réglage PR1 (figure 5.6). Pour schématiser la confluence, on note le Vieux Rhône de Saint-Vallier "Tronçon 1", le canal de fuite de Gervans "Tronçon 2", la retenue de Bourg-Lès-Valence en amont du le Doux "Tronçon

3' et la retenue de Bourg-Lès-Valence entre le Doux et le PR1 'Tronçon 4', comme illustré sur la figure 5.26. Les caractéristiques des simulations avec les 3 codes sont décrites dans le tableau 5.15 :

Tableau 5.15 – Caractéristiques des simulations du modèle de BV avec confluence avec Mage ISM, Mage DEBORD et FudaaCrue. ΔX_c est le pas d'espace longitudinal entre les sections de la campagne de mesure de 2009, ΔX_{num} est le pas d'espace numérique, après interpolation des sections de mesures pour le modèle INRAE, N_{keff} est le nombre de coefficients Strickler effectivement utilisés, N_{Ktot} est le nombre total des coefficients de Strickler disponible dans les modèles, ψ^t est le coefficient d'échange turbulent entre lits et ϕ le coefficient de pondération dans le calcul de la vitesse interfacielle. Les valeurs de ψ^t et de ϕ sont les mêmes dans tous les tronçons.

| | ΔX_c (m) | ΔX_{num} (m) | N_{keff} | N_{Ktot} | ψ^t | ϕ |
|-------------|------------------|----------------------|------------|------------|----------|--------|
| Mage ISM | 500 | 60 | 2 | 372 | 0.03 | 0.3 |
| Mage DEBORD | 500 | 60 | 2 | 248 | - | - |
| FudaaCrue | 50 à 170 | 50 à 170 | 26 | 201 | - | - |

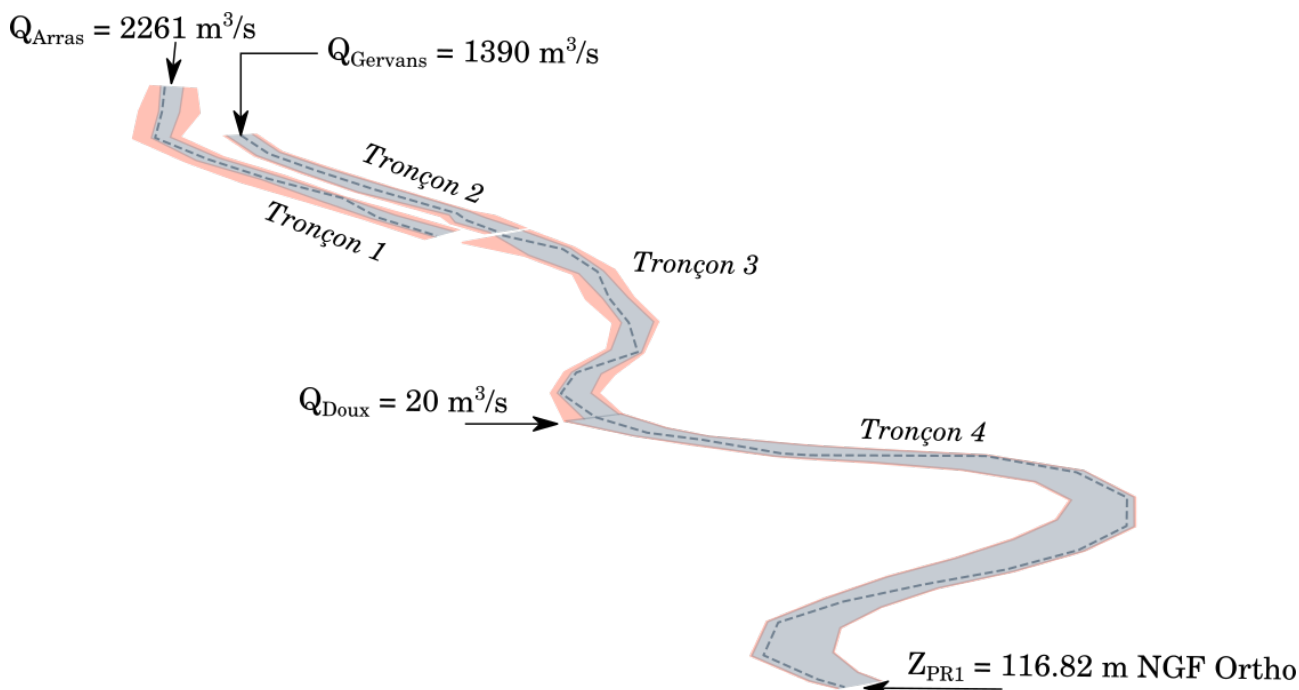


FIGURE 5.26 – Schéma de la confluence étudiée avec les conditions aux limites, pour la ligne d'eau du 10/03/2001. La partie colorée en gris (resp. en rose) représente le lit mineur (resp. le lit majeur). La ligne en pointillés représente le talweg.

On explicite dans le tableau 5.16 les conditions aux limites des 3 codes, qui correspondent à la ligne d'eau du 10/03/2001. Alors que FudaaCrue et Mage DEBORD requièrent

un débit total entrant, Mage ISM prend en compte la répartition amont du débit total entre les trois lits. La répartition considérée ici est la répartition calculée par la méthode DEBORD (Rep-D). On note que, pour le modèle INRAE, le débit entrant dans le Doux est considéré comme un apport ponctuel. On remarque que, le Tronçon 2 n'a pas de lits majeurs car c'est un canal aménagé (canal de fuite de Gervans).

Tableau 5.16 – Conditions aux limites du modèle BV avec confluence, pour la ligne d'eau du 10/03/2001 : débit total entrant pour Mage DEBORD et FudaaCrue, et débits entrants dans les 3 lits pour Mage ISM (répartition calculée par la méthode DEBORD). La cote aval est prise au niveau du PR1 (figure 5.26).

| Débit entrant (m ³ /s) | | | | | | | | | Cote aval au PR1 (m NGF Ortho) |
|-----------------------------------|------|-----------|-------|-----------|------|-----------|-------|------|--------------------------------------|
| Tronçon 1 | | | | Tronçon 2 | | | | Doux | |
| FP droit | MC | FP gauche | Total | FP droit | MC | FP gauche | Total | | |
| 324 | 1521 | 416 | 2261 | 0 | 1390 | 0 | 1390 | 20 | 116.82 |

On se focalise sur le Tronçon 1 entrant et Tronçon 3 sortant de la confluence, le tronçon 2 n'étant pas débordant. Les coefficients de Strickler des modèles CNR et INRAE sont indiqués sur la figure 5.27. Les coefficients de Strickler du modèle INRAE sont utilisés sans modification, ni calage spécifique, avec Mage DEBORD et Mage ISM.

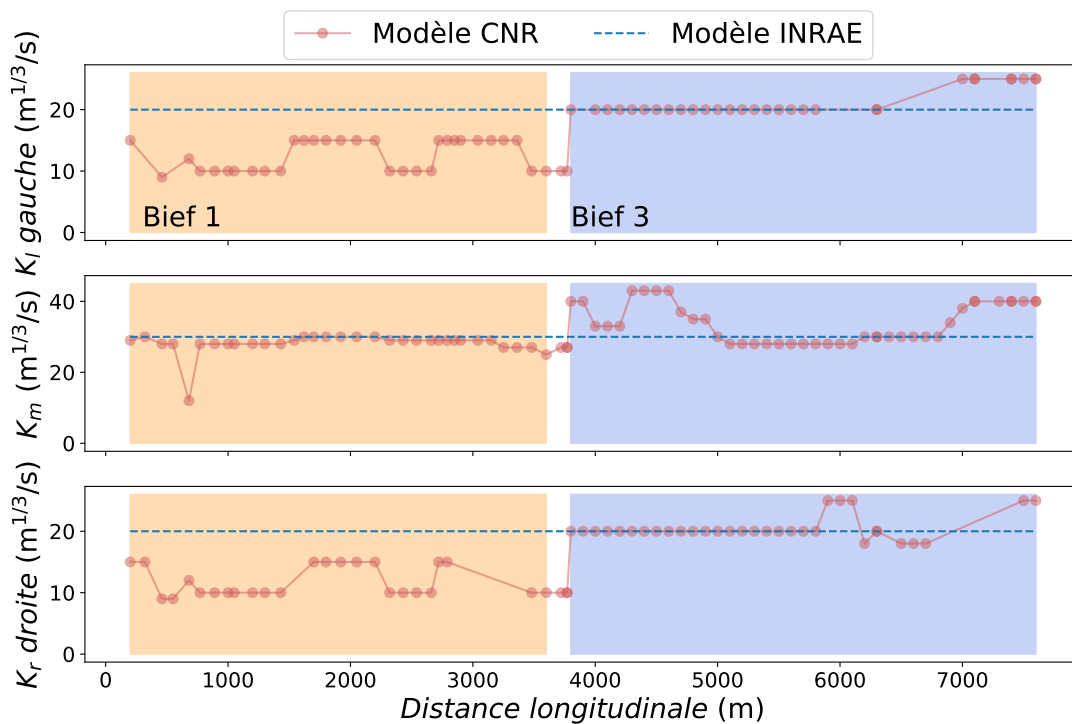


FIGURE 5.27 – Les coefficients de Stricklers dans le lit mineur K_m et dans les lits majeurs K_f des modèles CNR et INRAE.

4.2.1 Résultats de simulation en cotes

On trace sur la figure 5.28 la simulation des cotes avec Mage ISM, Mage DEBORD et FudaaCrue dans les tronçons avec lits majeurs de la confluence (Tronçon 1 et Tronçon 3). On constate alors que Mage ISM reproduit mieux la cote d'eau par rapport à Mage DEBORD : Mage DEBORD conduit à un biais deux fois plus élevé que Mage ISM, comme on peut le voir sur le tableau 5.17. Ce biais est maximal à l'aval immédiat de la confluence, ce qui peut être dû à la méthode de répartition dans la confluence (répartition de débits différente de la répartition réelle).

Quand on compare avec la simulation FudaaCrue, on constate que celle-ci reproduit mieux la cote par rapport à Mage ISM (avec un biais moyen de 3.8 cm et une RMSE de 4.8 cm, voir tableau 5.17). Cela peut être expliqué par :

1. Une meilleure représentation des sections dans la géométrie utilisée que dans le modèle Mage INRAE, avec une meilleure résolution spatiale et des sections plus étendues,
2. Un meilleur calage des coefficients de Strickler avec le modèle CNR : les coefficients de Stricklers varient davantage tandis qu'ils demeurent constants avec Mage DEBORD

et Mage ISM comme illustré sur la figure 5.27. Une augmentation du nombre de degré de liberté et un calage de Mage ISM indépendant de Mage DEBORD permettrait probablement d'améliorer la simulation.

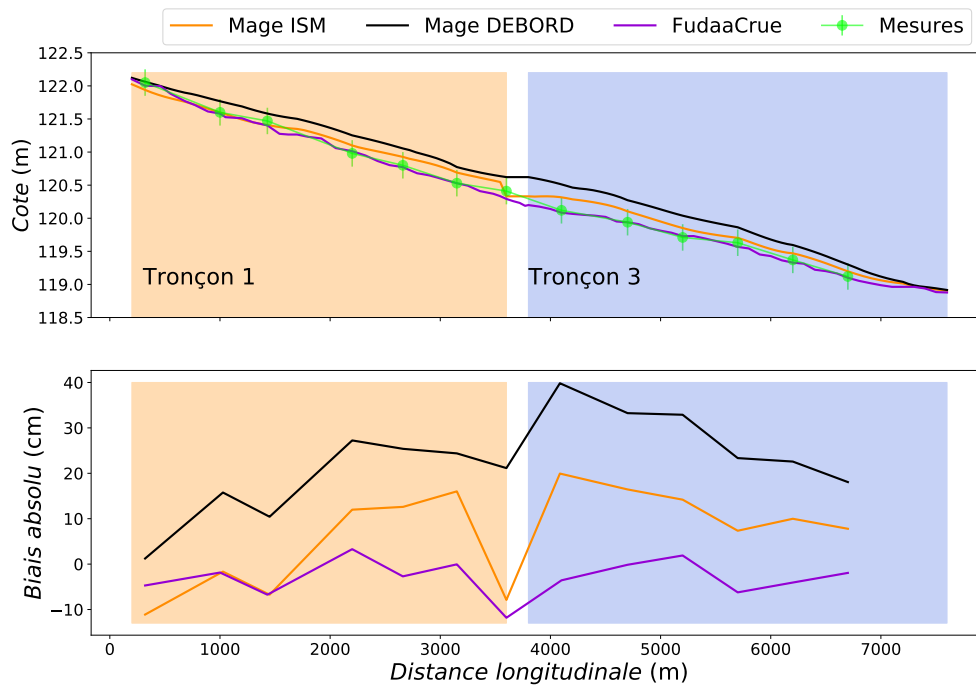


FIGURE 5.28 – Simulations de la ligne d'eau du 10/03/2001 avec Mage ISM, Mage DEBORD et FudaaCrue le long des Tronçon 1 et Tronçon 3 (figure 5.26). Le biais absolu entre les simulations et les mesures est calculé sur la cote (voir équation 5.3).

Tableau 5.17 – Caractéristiques des écarts des simulations avec Mage ISM, Mage DEBORD et FudaaCrue de la confluence (figure 5.26) : biais absolu maximal, biais absolu moyen, et RMSE.

| Code | Biais absolu maximal (cm) | Biais absolu moyen (cm) | RMSE (cm) |
|-------------|---------------------------|-------------------------|-----------|
| Mage ISM | 19.9 | 11.4 | 12.3 |
| Mage DEBORD | 39.8 | 22.7 | 24.7 |
| FudaaCrue | 11.8 | 3.8 | 4.8 |

Cette simulation montre donc l'avantage du 1D+ par rapport au 1D classique, lorsque les coefficients de Strickler ne sont pas calés finement.

4.2.2 Résultats de simulation : Remplissage et vidange des lits majeurs

La figure 5.29 illustre le remplissage et la vidange des lits majeurs à travers la proportion de débit en lit majeur Q_f/Q , le débit latéral à l'interface q et la section mouillée dans chaque lit majeur A_f . Le transfert de masse entre les lits majeurs et le lit mineur peut aussi être visualisé à l'aide du schéma de la figure 5.30 où on représente le sens du transfert latéral du débit à l'interface MC/FP à partir du signe de q (figure 5.29), où $q > 0$ signifie un transfert du lit mineur vers le lit majeur.

Sur le modèle simple, les transferts à l'interface MC/FP apparaissent nombreux, ce qui est expliqué par une grande variation des sections mouillées, comme l'indique l'évolution de A_f sur la figure 5.29. Ce transfert peut être aussi le résultat de la modification des points RG/RD afin de forcer le débordement.

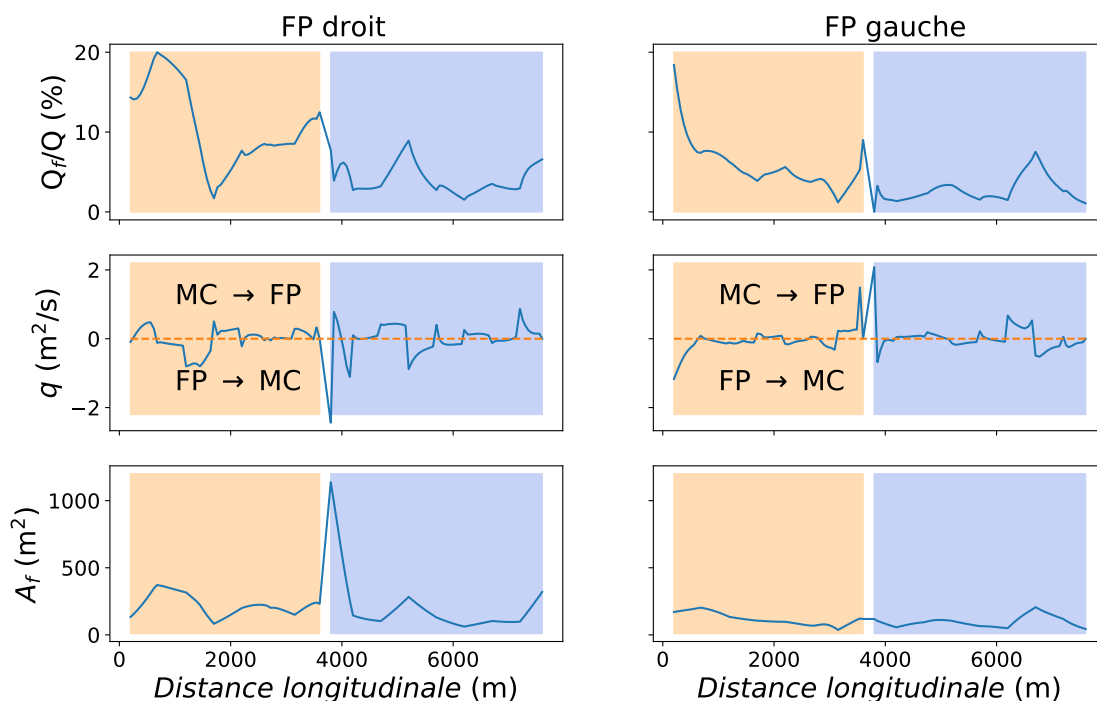


FIGURE 5.29 – Proportion de débits en lit majeur Q_f/Q , débit latéral à l'interface q , et section mouillée dans chaque lit majeur A_f , simulés avec Mage ISM dans les tronçons 1 et 3.

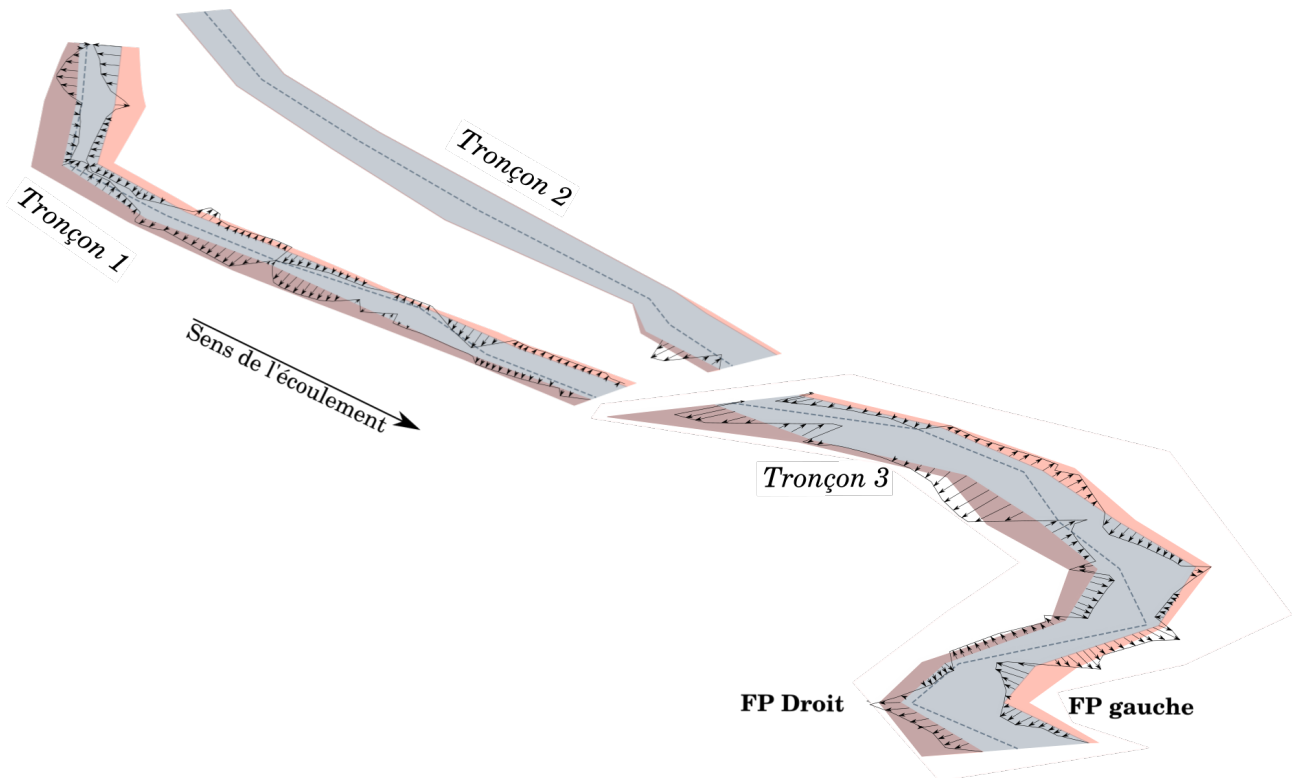


FIGURE 5.30 – Schématisation du sens du transfert latéral du débit à l'interface MC/FP dans les tronçons de la confluence. La partie colorée en gris (resp. en rose) représente le lit mineur (resp. les lits majeurs gauche et droit). La ligne en pointillés représente le talweg du lit mineur.

5 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, on a simulé un bief de 4 km (le Vieux Rhône) ainsi qu'une confluence dans le secteur de Bourg-Lès-Valence avec le code 1D+ Mage ISM, et les codes 1D FudaaCrue et Mage DEBORD. On note que, dans la simulation du modèle simple, Mage ISM reproduit mieux les cotes mesurées que les autres modèles avec des RMSE qui demeurent inférieures à 10 cm. Dans la simulation du modèle avec confluence, les biais maximaux de Mage ISM sont plus importants que ceux avec FudaaCrue, mais s'avèrent deux fois moins importants qu'avec Mage DEBORD, pour un même jeu de coefficients de Strickler. Les performances de l'ISM pourraient être améliorées par un calage spécifique des coefficients de Strickler et de ψ^t . Mage ISM, en plus d'être plus physique comparé aux codes 1D, permet de fournir des informations supplémentaires comme l'amplitude et le sens du transfert de masse à l'interface MC/FP. Il permet également d'analyser la répartition des débits entre les lits et les vitesses moyennes par lit.

En revanche, dans l'état actuel des développements de l'ISM, la simulation avec Mage ISM requiert un débordement continu sur tous les lits majeurs du bief. Dans l'attente d'un traitement plus satisfaisant du problème des fronts secs, la modification de la position de l'interface MC/FP pour forcer le débordement le long du canal a permis de faire tourner le calcul. Par ailleurs, une comparaison avec une simulation 2D sur de Bourg-Lès-Valence pourrait confirmer le double avantage de Mage ISM, à savoir :

1. Une simulation explicite de l'échange de masse et de l'échange de quantité de mouvement entre lit mineur et lits majeurs, permettant de calculer des variables supplémentaires : débit latéral à l'interface, vitesses longitudinales à l'interface, et débits spécifiques en lit mineur et lits majeurs,
2. L'économie de calcul du 1D+ par rapport au 2D : en comparant la durée de simulation du 2D et du 1D+.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives

Dans cette thèse, on s'est intéressé à rendre opérationnelle une méthode de modélisation 1D+ dite Independent Sub-section Method (ISM) [Proust et al., 2009]. Contrairement aux modèles 1D classiques qui résolvent les équations 1D de Saint-Venant ou Bernoulli sur la section totale, l'ISM résout l'équation de quantité de mouvement dans chaque sous-section. Par ailleurs, l'ISM modélise explicitement le transfert de masse latéral et de quantité de mouvement (turbulence et champ moyen) entre lit mineur et lits majeurs. Ce modèle a été validé en régime permanent uniforme et non-uniforme [Proust et al., 2009], [Proust et al., 2010], [Bousmar et al., 2016], [Proust et al., 2016] avant la thèse. Le premier objectif de la thèse a consisté à valider l'ISM en régime transitoire, en réalisant une expérience dans un canal de laboratoire en régime instationnaire. Des questions méthodologiques ont alors été traitées pour savoir quelles mesures effectuer et comment les traiter.

Le second objectif a été de valider l'ISM sur un cas de terrain réel, ce qui a nécessité par le traitement de deux questions méthodologiques. La première question a été de trouver un moyen pour répartir numériquement le débit total entrant en débits par lit en condition aux limites amont. La deuxième question a porté sur les confluences et a consisté à trouver une solution pour répartir les débits par lits de chaque branche entrante sur les trois lits de la branche sortante de la confluence.

Enfin, un cas de terrain a été choisi pour valider l'ISM sur un réseau ramifié. Le choix de ce cas de terrain a été effectué en se basant sur plusieurs critères, principalement l'existence de mesures de lignes d'eau inondant des lits majeurs sur un linéaire significatif. Ce même cas de terrain permet d'aborder à la fois la question du traitement de la condition aux limites amont, ainsi que le traitement d'une confluence.

1 Validation de l'ISM en régime transitoire

Pour valider l'ISM, une expérience en régime instationnaire a été conduite dans un lit composé à section asymétrique situé dans le HHLab d'INRAE Lyon-Villeurbanne. Deux cas d'écoulement ont été distingués : le Cas I est caractérisé par un hydrogramme dont la répartition de débit amont entre lit mineur et lit majeur à chaque instant t est proche de la répartition uniforme de même section mouillée (estimée par la méthode DEBORD de Nicollet and Uan [1979]) et le Cas II est caractérisé par un hydrogramme dont la répartition de débit amont est hors équilibre à chaque instant t . Dans chacun des cas tests, les hydrogrammes par lit $Q_m(t)$ et $Q_f(t)$ ont été répétés 100 fois pour chaque point de mesure de vitesse sur

la verticale à l'interface entre lit mineur et lit majeur. Le choix des deux cas tests a permis de mesurer l'impact de la distribution des débits amont sur l'évolution des paramètres hydrauliques tout au long de l'écoulement.

D'une part, les résultats expérimentaux ont montré que la vitesse longitudinale à l'interface atteint son maximum avant la hauteur d'eau pour les deux cas tests, ce qui est conforme aux résultats précédemment observés en lit simple [Song and Graf, 1996; Bareš et al., 2008; Bombar, 2016] et dans le lit mineur d'un lit composé [Tominaga et al., 1995].

D'autre part, l'expérience a été modélisée avec le modèle 1D+ ISM et le modèle 1D DEBORD. L'ISM reproduit mieux les hauteurs d'eau pour les Cas I et II puisque ce modèle prend en considération la répartition des débits en amont, qui a une influence croissante sur les résultats de hauteurs d'eau à mesure que l'on s'approche de l'amont du canal. De plus, la vitesse transversale et le transfert de masse latéral entre lits sont bien reproduits par le 1D+ pour les deux cas et ce tout au long de l'hydrogramme. La simulation de ces transferts de masse le long du canal avec le 1D+ a permis de mettre en évidence un transfert latéral du lit majeur vers le lit mineur pendant tout l'hydrogramme en amont du canal, avec un changement de signe dans la montée de crue à mesure qu'on s'approche de l'aval.

Le lien entre hauteur d'eau et vitesse longitudinale ou vitesse transversale est bien reproduit par le 1D+, avec des boucles d'hystérésis simulées conformes aux mesures expérimentales dans les deux Cas I et II. La simulation de la vitesse longitudinale pourrait être améliorée en prenant en compte l'effet de la direction des échanges de masse sur cette vitesse longitudinale. Les simulations montrent que l'échange turbulent et le transfert de masse contribuent tous deux au transfert de quantité de mouvement en amont du canal, alors que l'échange turbulent est prédominant dans ce transfert vers l'aval du canal.

Les simulations du cisaillement turbulent transverse à l'interface avec le 1D+ ne reproduisent que qualitativement les mesures, les valeurs simulées étant supérieures aux mesures dans les deux cas. On atteint là les limites de la modélisation des structures cohérentes 2D en régime transitoire avec une approche 1D.

2 Questions méthodologiques pour un réseau ramifié

L'opérationnalisation de l'ISM a consisté à répondre à des questions méthodologiques en lien avec un réseau ramifié, notamment la modélisation de la condition aux limites amont ainsi que celle des confluences de lits composés.

Concernant la condition aux limites amont, il s'agit de répartir un débit total entrant entre le lit mineur et les lits majeurs. Deux méthodes, déjà implémentées dans l'ISM, permettent d'évaluer cette répartition, à savoir la méthode DEBORD et une méthode itérative. Dans cette thèse, on a proposé une méthode qui assure la cohérence interne avec les hypothèses de l'ISM pour le régime uniforme, et qui consiste donc à résoudre les équations de l'ISM en régime permanent uniforme. Ces trois répartitions amont de débits sont comparées en régime permanent et en régime transitoire. Il est conclu que, lorsque le régime est uniforme, la répartition de l'ISM en régime uniforme et la répartition itérative approchent mieux les hauteurs d'eau que la méthode DEBORD. En cas de sur-alimentation du lit majeur, c'est la répartition calculée avec la méthode de DEBORD qui a tendance à s'approcher des mesures de hauteurs d'eau, ce qui peut être lié à la tendance de cette méthode à surestimer Q_f en régime uniforme. Par ailleurs, pour les géométries étudiées, l'influence de la répartition amont sur la hauteur d'eau et sur la répartition de débits tend à disparaître sur une longueur $X/B_f < 40$, ce qui reste cohérent aux valeurs expérimentales observées par [Bousmar et al. \[2005\]](#).

Pour la modélisation des débordements en confluence, on a proposé une approche qui consiste à conserver les débits des lits majeurs extérieurs des deux biefs entrants dans les lits majeurs du bief sortant, puis de sommer le reste des débits des biefs entrants dans le lit mineur du bief sortant. Bien que cette méthode simplifie amplement l'écoulement dans les confluences (parce qu'elle ne considère pas des pertes de charge additionnelles telles que celles décrites dans la section 4 du Chapitre 1), elle permet d'avoir une première implémentation numérique relativement facile à coder qui s'affranchit de l'hypothèse du régime uniforme.

Le temps de calcul avec l'ISM est également analysé pour vérifier si l'ISM conserve réellement l'avantage de l'économie du temps de calcul des modèles 1D sachant qu'il résout des équations supplémentaires par rapport à ces derniers. On a conclu alors que ce temps dépend plus largement des modules de construction des conditions aux limites amont que du nombre d'équations à résoudre : le temps de calcul d'une simulation ISM avec une répartition amont DEBORD est d'environ deux fois celui du 1D, alors qu'avec la répartition de l'ISM uniforme, il est de 4 à 9 fois celui du 1D. Quant à la méthode itérative, le temps de calcul est de 2 à 80 fois celui du 1D. Une étude qui distingue le temps de calcul des modules de traitement de la condition aux limites amont du temps de calcul de la résolution

des équations permettrait d'éclaircir la part du temps de calcul de la condition aux limites amont dans la simulation.

3 Validation sur un cas de terrain

Afin d'appliquer l'ISM sur un cas de terrain et vérifier les propositions des questions méthodologiques dans un réseau ramifié, le modèle de Bourg-Lès-Valence est choisi. Ce modèle comprend :

1. un modèle simple qui permet d'appliquer l'ISM sur un cas réel constitué d'une suite de branches avec des lits majeurs et de tester la méthode de répartition de débit en condition limites amont,
2. un modèle étendu avec confluence.

La modélisation a été réalisée avec Mage ISM, ainsi qu'avec deux codes 1D : Mage DEBORD et FudaaCrue. Dans la simulation du modèle simple, Mage ISM reproduit mieux les cotes mesurées que les modèles 1D classiques avec des biais absolus maximaux qui demeurent dans le critère d'erreur retenu (10 cm). Dans la simulation du modèle avec confluence, les biais maximaux de Mage ISM sont plus importants que ceux de FudaaCrue, mais s'avèrent deux fois moins importants qu'avec Mage DEBORD, pour un même jeu de coefficients de Strickler. Les performances de l'ISM peuvent être améliorées par un calage spécifique des coefficients de Strickler. En outre, Mage ISM, par sa modélisation explicite des échanges entre lits, permet de fournir des informations supplémentaires comme le remplissage et la vidange des lits majeurs (l'amplitude et le signe du débit latéral de masse à l'interface MC/FP). Il permet également d'analyser la répartition des débits entre les lits et les vitesses moyennes par lit.

D'autre part, dans l'état actuel des développements de l'ISM, la simulation avec Mage ISM requiert un débordement sur tout le linéaire des lits majeurs du du bief considéré. Dans l'attente d'un traitement plus satisfaisant du problème des fronts secs, la modification de la position de l'interface MC/FP pour forcer le débordement le long du bief d'étude a permis d'avoir des simulations.

Annexes

1 MÉTHODE DEBORD DE FERMETURE DES ÉQUATIONS DE ST- VENANT

Dans la méthode DEBORD [Nicollet and Uan, 1979], l'écoulement est supposé uniforme dans chaque lit et une équation empirique est établie comme exprimé dans l'équation 1 :

$$\frac{Q_m}{q_m} = B = \begin{cases} B_o = 0.901 \left(\frac{K_m}{K_f}\right)^{-1/6}, & \text{si } r = \frac{R_f}{R_m} > 0.3 \\ \frac{1-B_o}{2} \cos(\pi r/0.3) + \frac{1+B_o}{2}, & \text{si } r = \frac{R_f}{R_m} \in [0, 0.3] \end{cases} \quad (1)$$

où Q_m est le débit en MC dans le lit composé, q_m le débit en MC dans un *lit image*, soit le débit correspondant à un lit simple constitué uniquement du MC, R_m et R_f les rayons hydrauliques en MC et en FP et K_m et K_f respectivement les coefficients de Strickler en MC et en FP.

La distribution de débit est retrouvée en utilisant la formulation de DEBORD constituée de deux équations : le ratio η entre les débits Q_f et Q_m donnés ans l'équation 2 :

$$\eta = \frac{Q_f}{Q_m} = \frac{K_f}{K_m} \frac{BA_f}{\sqrt{A_m^2 + A_f A_m (1 - B^2)}} \left(\frac{R_f}{R_m}\right)^{2/3} \quad (2)$$

On rappelle également les hypothèses suivantes considérées dans la formulation DEBORD :

1. Le régime de l'écoulement est supposé très proche du régime uniforme.
2. Les vitesses sont supposées uniformes à travers chaque sous-section. Les coefficients de Boussinesq sont donc $\beta_f = \beta_m = 1$, où β_f et β_m sont les coefficients de Boussinesq en lit majeur et en lit mineur respectivement. Cette hypothèse conduit à l'équation 3 :

$$\beta = \left(\frac{\eta^2}{A_f} + \frac{1}{A_m}\right) \frac{A}{1 + \eta^2} \quad (3)$$

La débitante totale est calculée comme suit :

$$D = D_f + D_m = K_f B A_f R_f^{2/3} + K_m \sqrt{A_m^2 + A_f A_m (1 - B^2)} R_m^{2/3} \quad (4)$$

où D est la débitance totale et dans un lit i , K_i désigne le coefficient de Strickler, A_i la section mouillée, R_i le rayon hydraulique et D_i la débitance.

3. La surface de l'eau est considérée horizontale dans une section donnée.
4. Les pertes de charges par sous-section sont supposées égales à la perte de charge

totale $J_f = J_m = J$. Cette hypothèse conduit à l'équation de la débitance (Eq. 4).

5. Étant donné que la perte de charge à l'interface n'est pas explicitement formulée, elle est prise en compte dans le coefficient de Boussinesq sur la section totale (éq. 3) et dans la formule de la débitance par l'intermédiaire du coefficient B .

2 CODES HYDRAULIQUES UTILISÉS

2.1 Mage DEBORD

On présente dans cette partie la méthode de résolution du système des équations de Saint-Venant avec Mage Debord dans un seul bief, et ensuite dans des réseaux ramifiés et maillés en absence d'ouvrages hydrauliques et de casiers.

2.1.1 Bief unique

En supposant le bief discrétisé en N sections de calcul, la première étape est de **constituer le système d'équations** à résoudre. Pour une section i , les inconnues sont la variation de débit et de cote d'eau ΔQ_i et ΔZ_i au pas de temps Δt :

$$\begin{cases} \Delta Q_i = Q(x_i, t + \Delta t) - Q(x_i, t) \\ \Delta Z_i = Z(x_i, t + \Delta t) - Z(x_i, t) \end{cases} \quad (5)$$

La discrétisation et la linéarisation des équations de Saint-Venant entre les sections i et $i + 1$ donne :

$$\begin{cases} A_{11}^i \Delta Q_i + A_{12}^i \Delta Z_i - B_{11}^{i+1} \Delta Q_{i+1} - B_{12}^{i+1} \Delta Z_{i+1} = B_{13}^{i+1} \\ A_{21}^i \Delta Q_i + A_{22}^i \Delta Z_i - B_{21}^{i+1} \Delta Q_{i+1} - B_{22}^{i+1} \Delta Z_{i+1} = B_{23}^{i+1} \end{cases} \quad (6)$$

où A_{kj}^i et B_{kj}^i sont des constantes.

La linéarisation de la condition à la limite amont permet d'écrire ce système sous la forme d'une *relation d'impédance ou R-S-T* : $R_M \Delta Q_1 + S_M \Delta Z_1 = T_M$ avec

$$\begin{cases} R_M = 1 \\ S_M = 0 \\ T_M = Q(x_1, t + \Delta t) - Q(x_1, t) \end{cases} \quad (7)$$

De même, la condition à la limite aval peut s'écrire sous la forme R-S-T : $R_V \Delta Q_N + S_V \Delta Z_N = T_V$. Les valeurs de R_V , S_V et T_V varient selon que la condition à la limite aval est un limnigramme (Eq. 8) ou une loi de tarage (Eq. 9).

$$\begin{cases} R_V = 0 \\ S_V = 1 \\ T_V = Z(x_N, t + \Delta t) - Z(x_N, t) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} R_V = 1 \\ S_V = \frac{QZ(Z_N + \epsilon) - QZ(Z_N - \epsilon)}{2\epsilon} \\ T_V = QZ(x_N, t + \Delta t) - Q(x_N, t) \end{cases} \quad (9)$$

En regroupant alors la linéarisation des équations de Saint-Venant discrétisées avec la linéarisation des conditions aux limites amont et aval, on trouve un système de $2N$ équations :

$$\begin{cases} R_M \Delta Q_1 + S_M \Delta Z_1 = T_M \\ \dots \\ A_{11}^i \Delta Q_i + A_{12}^i \Delta Z_i - B_{11}^{i+1} \Delta Q_{i+1} - B_{12}^{i+1} \Delta Z_{i+1} = B_{13}^{i+1} \\ A_{21}^i \Delta Q_i + A_{22}^i \Delta Z_i - B_{21}^{i+1} \Delta Q_{i+1} - B_{22}^{i+1} \Delta Z_{i+1} = B_{23}^{i+1} \\ \dots \\ R_V \Delta Q_N + S_V \Delta Z_N = T_V \end{cases} \quad (10)$$

La résolution de l'équation est faite avec la méthode itérative de Newton-Raphson (ou méthode Newton, partie 3.1) et les itérations (identifiées par l'indice k) s'écrivent suit :

$$X^{k+1} = X^k + [DF(X^k)]^{-1} (B - F(X^k)) \quad (11)$$

où DF représente le jacobien de la fonction F . Pour économiser le temps de calcul, on suppose que le gradient $DF(X^k)$ varie très légèrement avec les itérations et on le remplace par $DF(X^0)$, ce qui évite de le recalculer à chaque itération. Cette méthode est dite de Newton-Raphson dégénérée. On multiplie alors par $DF(X^0)$ et l'équation 11 devient :

$$DF(X^0)X^{k+1} = DF(X^0)X^k + (B - F(X^k)) \quad (12)$$

En mettant $C^k = DF(X^0)X^k$, les itérations deviennent comme explicité dans le système

13 :

$$\begin{cases} C^{k+1} & = C^k + (B - F(X^k)) \\ DF(X^0)X^{k+1} & = C^{k+1} \end{cases} \quad (13)$$

La première équation de ce système permet de corriger le second membre et la deuxième équation est la forme matricielle du système d'équations 10. Ensuite vient *l'opération de cadrage* qui permet d'améliorer le comportement numérique du système et d'en faciliter la résolution par la décomposition LU. Ainsi, l'équation a la forme de l'équation 14 :

$$\begin{pmatrix} R_M & S_M & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -e_1 & -d_1 & \dots \\ 1 & 0 & -b_2 & -a_2 & \dots \\ & & & & \dots \\ & & & \dots & 0 & 1 & -e_i & -d_i & \dots \\ & & & \dots & 1 & 0 & -b_{i+1} & -a_{i+1} & \dots \\ & & & & & & & & \dots \\ & & & & & & \dots & 0 & 1 & -e_{N-1} & -d_{N-1} \\ & & & & & & & \dots & 1 & 0 & -b_N & -a_N \\ & & & & & & & & \dots & 0 & 0 & -R_V & -S_V \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Z_1 \\ \Delta Q_2 \\ \dots \\ \Delta Z_i \\ \Delta Q_{i+1} \\ \dots \\ \Delta Z_{N-1} \\ \Delta Q_N \\ \Delta Z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_M \\ f_1 \\ c_2 \\ \dots \\ f_i \\ c_{i+1} \\ \dots \\ f_{N-1} \\ c_N \\ T_V \end{pmatrix} \quad (14)$$

où les termes a_i, b_i, c_i, d_i, e_i et f_i sont des constantes (voir la notice de Mage pour plus de détails).

À chaque itération de Newton-Raphson, une fois le système d'équations constitué, la résolution s'effectue en deux étapes avec la méthode du **double balayage**. En effet, on commence par un premier balayage qui consiste à triangulariser la matrice $DF(X^0)$ et par conséquent modifier le second membre de l'amont vers l'aval. L'équation 14 s'écrit alors sous la

forme de l'équation 15 :

$$\begin{pmatrix} R_M & S_M & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -e_1 & -d_1 & \dots \\ 0 & 0 & R_2 & S_2 & \dots \\ & & & & \dots \\ & & & \dots & 0 & 1 & -e_i & -d_i & \dots \\ & & & & \dots & 0 & 0 & R_{i+1} & S_{i+1} & \dots \\ & & & & & & & & & \dots \\ & & & & & & \dots & 0 & 1 & -e_{N-1} & -d_{N-1} \\ & & & & & & & \dots & 0 & 0 & R_N & S_N \\ & & & & & & & & \dots & 0 & 0 & -R_V & -S_V \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Z_1 \\ \Delta Q_2 \\ \dots \\ \Delta Z_i \\ \Delta Q_{i+1} \\ \dots \\ \Delta Z_{N-1} \\ \Delta Q_N \\ \Delta Z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_M \\ f_1 \\ T_2 \\ \dots \\ f_i \\ T_{i+1} \\ \dots \\ f_{N-1} \\ T_N \\ T_V \end{pmatrix} \quad (15)$$

Ensuite un deuxième balayage pour la résolution de l'aval vers l'amont. Cette résolution est faite à chaque pas de temps t jusqu'à ce que le test d'arrêt (inégalités 16 et 17) soit vérifié :

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\Delta Q_i^{k+1} - \Delta Q_i^k)^2}}{\min(1, \max(Q_i, i = 1, \dots, N))} < 10^{-9} \quad (16)$$

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\Delta Z_i^{k+1} - \Delta Z_i^k)^2}}{\min(1, \max(y_i, i = 1, \dots, N))} < 10^{-9} \quad (17)$$

où y_i est la hauteur d'eau.

On dit alors qu'on a convergence au pas de temps t . Quand le test d'arrêt n'est pas vérifié, le second membre est corrigé et on revient à l'opération de cadrage. L'ensemble des étapes de résolution en cas de bief unique est résumé dans le schéma de la figure 1.

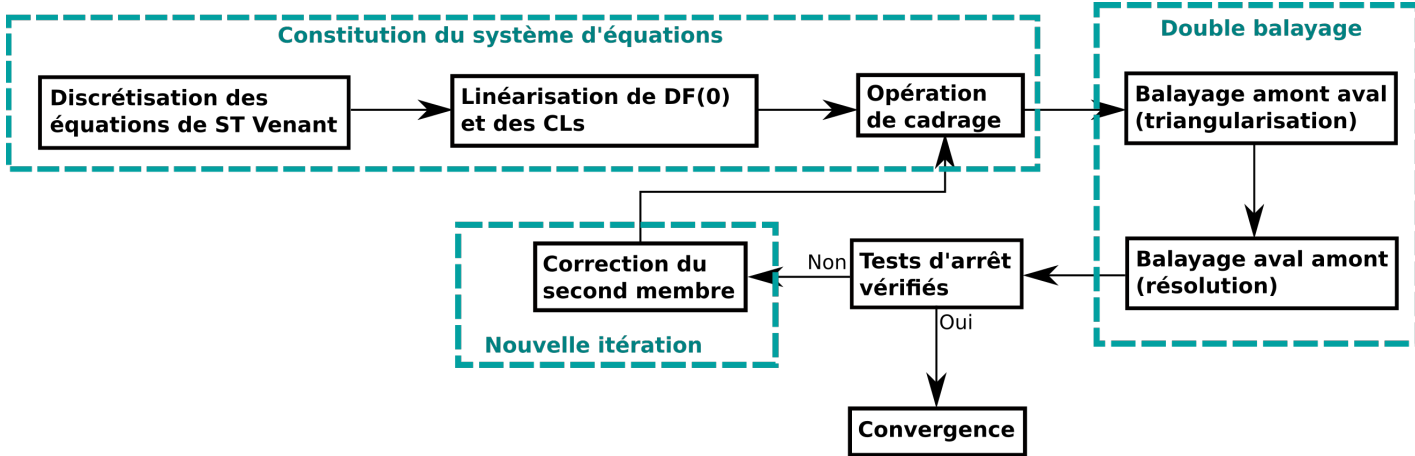


FIGURE 1 – Schéma de la résolution numérique avec Mage DEBORD d'un seul bief.

2.1.2 Cas d'une confluence

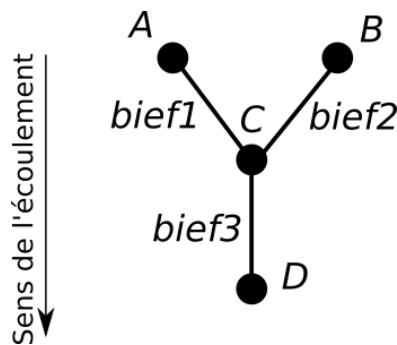


FIGURE 2 – Schéma d'une confluence.

Dans une confluence, les étapes de constitution du système d'équations par bief (figure 2) demeures inchangées et le double balayage est étendu sur les biefs comme suit : le premier balayage a lieu indépendamment dans chacun des deux biefs d'entrée *bief 1* et *bief 2*. Ce premier balayage permet d'obtenir deux relations R-S-T en aval de ces deux biefs qu'on explicite dans le système d'équations 18 :

$$\begin{cases} R_1 \Delta Q_1^N + S_1 \Delta Z_1^N = T_1 \\ R_2 \Delta Q_2^N + S_2 \Delta Z_2^N = T_2 \end{cases} \quad (18)$$

avec ΔQ_i^N et ΔZ_i^N étant respectivement la variation du débit et de la cote d'eau dans la dernière section du bief i . On suppose l'égalité des côtes ainsi que la conservation des débits

à la confluence, ce qui se traduit par les équations 19 :

$$\begin{cases} \Delta Q_1^N + \Delta Q_2^N = \Delta Q_3^1 \\ \Delta Z_1^N = \Delta Z_2^N = \Delta Z_3^1 \end{cases} \quad (19)$$

En se basant sur ces hypothèses, la somme des équations RST des biefs 1 et 2 (eqs. 18) permet d'écrire une relation RST à l'amont du bief sortant *bief 3* :

$$R_3 \Delta Q_3^1 + S_3 \Delta Z_3^1 = T_3 \quad (20)$$

et ainsi construire de la condition à la limite amont pour ce bief. Ensuite, on poursuit le premier balayage jusqu'au noeud D. Ainsi, on se retrouve avec un système triangularisé dans les trois biefs. Le deuxième balayage s'ensuit à partir du bief aval (le *bief 3*) et la cote obtenue à l'amont de ce bief est utilisée comme condition à la limite aval pour les biefs 1 et 2. Le deuxième balayage est enfin poursuivi jusqu'à l'amont des deux biefs. Les étapes de double balayage dans le cas d'une confluence sont résumées dans le schéma de la figure 3. Les étapes de calcul sur une diffluence et sur une maille est également explicité sur le schéma. Voir la notice de Mage pour plus d'informations.

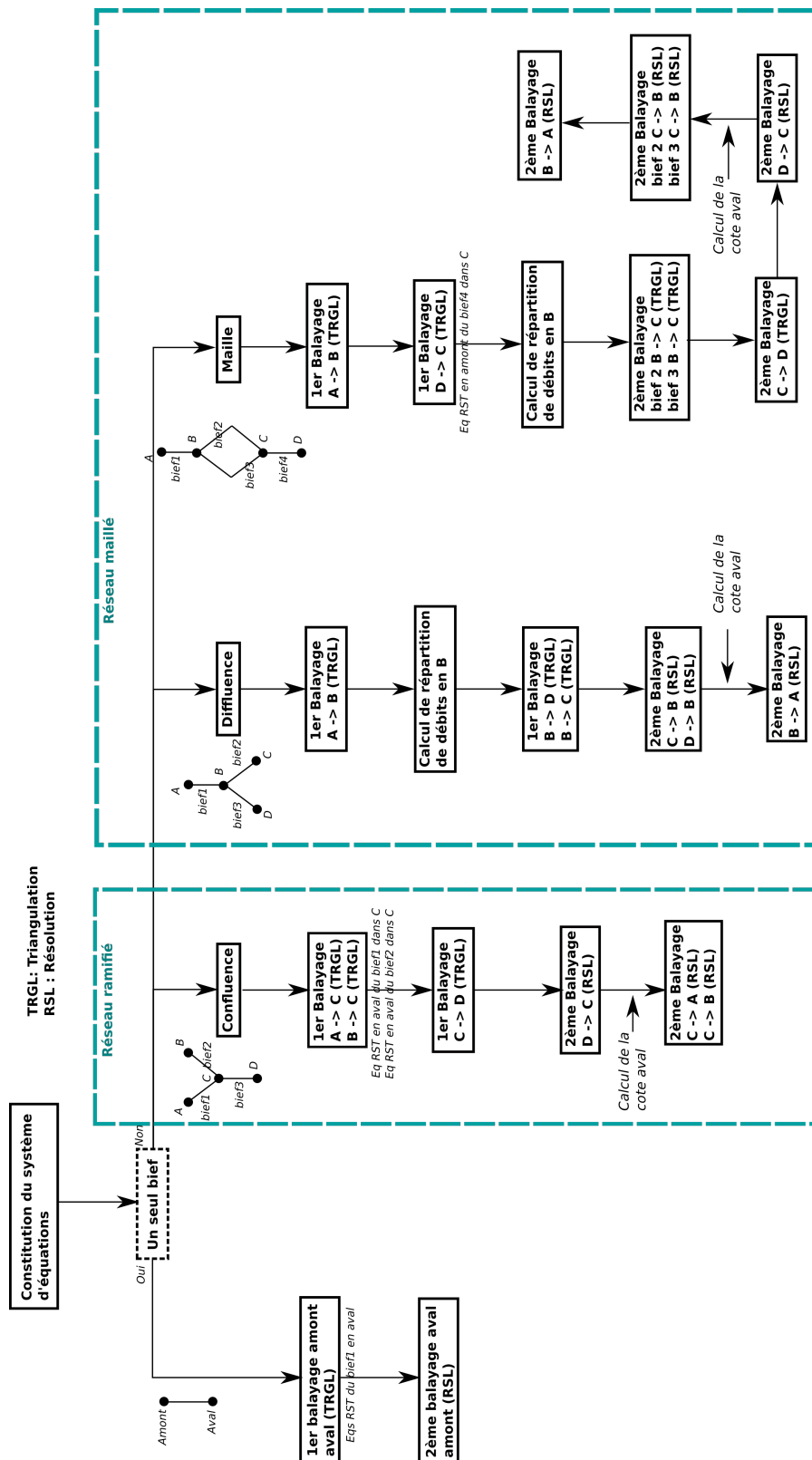


FIGURE 3 – Schéma de la résolution numérique avec mage Debord dans le cas d'un bief unique et dans le cas d'un réseau ramifié et maillé.

2.2 Mage ISM

Dans cette partie, on présente la résolution des équations de l'ISM avec Mage dans un seul bief. On suppose également qu'un bief est discrétisé en N sections de calcul. La discrétisation et la linéarisation des équations de l'ISM entre les sections i et $i + 1$ donne :

$$\mathbf{A}_i \times \begin{pmatrix} \Delta Q_{m_i} \\ \Delta Q_{g_i} \\ \Delta Q_{d_i} \\ \Delta Z_i \end{pmatrix} = \mathbf{B}_i \times \begin{pmatrix} \Delta Q_{m_{i+1}} \\ \Delta Q_{g_{i+1}} \\ \Delta Q_{d_{i+1}} \\ \Delta Z_{i+1} \end{pmatrix} + C_i \quad (21)$$

avec \mathbf{A}_i et \mathbf{B}_i des matrices en blocs 4×4 et C_i un vecteur de dimension 4. Par ailleurs, la linéarisation de la condition à la limite amont permet d'avoir des équations R-S-T (comme dans le cas de Debord) pour chaque lit :

$$\begin{cases} R_m \Delta Q_{m_1} + S_m \Delta Z_1 = T_m \\ R_l \Delta Q_{g_1} + S_l \Delta Z_1 = T_l \\ R_r \Delta Q_{d_1} + S_r \Delta Z_1 = T_r \end{cases} \quad (22)$$

avec :

$$\begin{cases} R_k = 1 \\ S_k = 0 \\ T_k = Q_k(x_1, t + \Delta t) - Q_k(x_1, t) \end{cases} \quad (23)$$

où $k = m, l, r$. La linéarisation de la condition à la limite aval permet d'écrire l'équation $R_V(\Delta Q_{m_N} + \Delta Q_{m_N} + \Delta Q_{m_N}) + S_V \Delta Z_N = T_V$. R_V , S_V et T_V ont les mêmes valeurs qu'avec Debord (Eq.8 ou 9).

En regroupant la linéarisation des équations de Saint-Venant avec la linéarisation des conditions aux limites amont et aval, on trouve un système de $4N$ équations (au lieu de $2N$ avec Debord) :

$$\left\{ \begin{array}{l}
R_m \Delta Q_{m_1} + S_m \Delta Z_1 = T_m \\
R_l \Delta Q_{g_1} + S_l \Delta Z_1 = T_l \\
R_r \Delta Q_{d_1} + S_r \Delta Z_1 = T_r \\
\dots \\
A_{11}^i \Delta Q_{m_i} + A_{12}^i \Delta Q_{g_i} + A_{13}^i \Delta Q_{d_i} + A_{14}^i \Delta Z_i = B_{11}^{i+1} \Delta Q_{m_{i+1}} + B_{12}^{i+1} \Delta Q_{g_{i+1}} + B_{13}^{i+1} \Delta Q_{d_{i+1}} + B_{14}^{i+1} \Delta Z_{i+1} \\
+ B_{15}^{i+1} \\
A_{21}^i \Delta Q_{m_i} + A_{22}^i \Delta Q_{g_i} + A_{23}^i \Delta Q_{d_i} + A_{24}^i \Delta Z_i = B_{21}^{i+1} \Delta Q_{m_{i+1}} + B_{22}^{i+1} \Delta Q_{g_{i+1}} + B_{23}^{i+1} \Delta Q_{d_{i+1}} + B_{24}^{i+1} \Delta Z_{i+1} \\
+ B_{25}^{i+1} \\
A_{31}^i \Delta Q_{m_i} + A_{32}^i \Delta Q_{g_i} + A_{33}^i \Delta Q_{d_i} + A_{34}^i \Delta Z_i = B_{31}^{i+1} \Delta Q_{m_{i+1}} + B_{32}^{i+1} \Delta Q_{g_{i+1}} + B_{33}^{i+1} \Delta Q_{d_{i+1}} + B_{34}^{i+1} \Delta Z_{i+1} \\
+ B_{35}^{i+1} \\
A_{41}^i \Delta Q_{m_i} + A_{42}^i \Delta Q_{g_i} + A_{43}^i \Delta Q_{d_i} + A_{44}^i \Delta Z_i = B_{41}^{i+1} \Delta Q_{m_{i+1}} + B_{42}^{i+1} \Delta Q_{g_{i+1}} + B_{43}^{i+1} \Delta Q_{d_{i+1}} + B_{44}^{i+1} \Delta Z_{i+1} \\
+ B_{45}^{i+1} \\
\dots \\
R_V (\Delta Q_{m_N} + \Delta Q_{m_N} + \Delta Q_{m_N}) + S_V \Delta Z_N = T_V
\end{array} \right. \quad (24)$$

La forme matricielle du système 24 donne alors l'équation matricielle par blocs suivante :

$$\begin{pmatrix}
\mathbf{B}_1 & \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots \\
\mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{0} & \dots \\
\mathbf{0} & \mathbf{A}_3 & \mathbf{B}_3 & \mathbf{C}_3 & \dots \\
& & & \dots & \mathbf{A}_{N-1} & \mathbf{B}_{N-1} & \mathbf{C}_{N-1} \\
& & & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{A}_N & \mathbf{B}_N
\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_i \\ \vdots \\ \mathbf{X}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{D}_i \\ \vdots \\ \mathbf{D}_N \end{pmatrix} \quad (25)$$

avec \mathbf{A}_i , \mathbf{B}_i et \mathbf{C}_i des blocs de matrices de dimension 4×4 à l'exception de \mathbf{B}_i et \mathbf{B}_i de dimension 3×4 et \mathbf{B}_N et \mathbf{B}_N de dimension 1×4 , \mathbf{X}_i le bloc des inconnues de la section i , qui s'écrit comme suit :

$$\mathbf{X}_i = \begin{pmatrix} \Delta Q_{m_i} \\ \Delta Q_{g_i} \\ \Delta Q_{d_i} \\ \Delta Z_i \end{pmatrix} \quad (26)$$

et \mathbf{D}_i le bloc du second membre de la section i :

$$\mathbf{D}_i = \begin{pmatrix} d_1^i \\ d_2^i \\ d_3^i \\ d_4^i \end{pmatrix} \quad (27)$$

Les trois premières lignes de \mathbf{B}_1 contiennent l'information de la condition à la limite amont sous forme R-S-T et s'écrivent sous la forme de \mathbf{R}_M :

$$\mathbf{R}_M = \begin{pmatrix} R_m & 0 & 0 & S_m \\ 0 & R_l & 0 & S_l \\ 0 & 0 & R_r & S_r \end{pmatrix} \quad (28)$$

On est alors ramené à résoudre l'équation 25 à chaque itération de Newton-Raphson.

La matrice $DF(X^0)$ étant tridiagonale par bloc, la résolution est faite à chaque itération k de Newton-Raphson selon l'algorithme de la décomposition LU par blocs. Pour illustrer cette résolution, on suppose qu'on veut calculer un bief avec 3 sections de calculs à une itération donnée k . Pour la simplification des notations, on omet l'indice k . Les étapes de constitution de l'équation à résoudre mènent alors à l'équation :

$$\mathbf{DF}(\mathbf{X}^0)\mathbf{X} = \mathbf{D} \quad (29)$$

dont la forme matricielle s'écrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_3 & \mathbf{B}_3 & \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_4 & \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_3 \\ \mathbf{X}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{D}_3 \\ \mathbf{D}_4 \end{pmatrix} \quad (30)$$

On veut alors, à l'instar de la méthode Debord, procéder au double balayage : un premier balayage (ou descente) qui permet de triangulariser $\mathbf{DF}(\mathbf{X}^0)$ et un deuxième balayage (ou montée) pour la résolution. Pour ce faire on utilise la méthode de décomposition LU, qui permet d'écrire la matrice $\mathbf{DF}(\mathbf{X}^0)$ sous forme d'une matrice triangulaire inférieure par blocs (L pour Lower) et une matrice triangulaire supérieure par blocs (U pour Upper).

L'équation 30 devient alors sous la forme :

$$\mathbf{LUX} = \mathbf{D} \quad (31)$$

soit :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{A}}_2 & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{A}}_3 & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{A}}_4 & \mathbf{I} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_1 & \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{B}}_2 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{B}}_3 & \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{B}}_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_3 \\ \mathbf{X}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{D}_3 \\ \mathbf{D}_4 \end{pmatrix} \quad (32)$$

où $\tilde{\mathbf{A}}_i$ et $\tilde{\mathbf{B}}_i$ sont des blocs de matrices résultants de la transformation LU de $\mathbf{DF}(\mathbf{X}^0)$ (explicités dans l'algorithme ci-dessous). Le premier balayage transforme alors l'équation 29 en l'équation suivante :

$$\mathbf{UX} = \tilde{\mathbf{D}} \quad (33)$$

avec :

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_1 \\ \tilde{\mathbf{D}}_2 \\ \tilde{\mathbf{D}}_3 \\ \tilde{\mathbf{D}}_4 \end{pmatrix} \quad (34)$$

Ainsi, on résume le premier balayage avec l'algorithme suivant :

Algorithm 4 Algorithme du premier balayage (ou descente) : décomposition LU de $DF(X^0)$

- 1: *Décomposition LU*
 - 2: $\tilde{\mathbf{B}}_1 = \mathbf{B}_1$
 - 3: **for** $i=2$ **to** N **do**
 - 4: $\tilde{\mathbf{A}}_i = \mathbf{A}_i \tilde{\mathbf{B}}_{i-1}^{-1}$
 - 5: $\tilde{\mathbf{B}}_i = \mathbf{B}_i - \tilde{\mathbf{A}}_i \mathbf{C}_{i-1}$
 - 6: *Correction du second membre*
 - 7: calcul de l'inverse de \mathbf{L} : \mathbf{L}^{-1}
 - 8: $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{D}$
 - 9: **end for**
-

le second balayage (ou montée) consiste alors à résoudre l'équation suivante

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_1 & \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{B}}_2 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{B}}_3 & \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{B}}_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_3 \\ \mathbf{X}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_1 \\ \tilde{\mathbf{D}}_2 \\ \tilde{\mathbf{D}}_3 \\ \tilde{\mathbf{D}}_4 \end{pmatrix} \quad (35)$$

La résolution se fait en suivant l'algorithme suivant :

Algorithm 5 Algorithme du deuxième balayage (ou montée) : résolution de l'équation 35

- 1: $X_N = \tilde{\mathbf{B}}_N^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_N$
 - 2: **for** $i=N-1$ **to** 1 **do**
 - 3: $X_i = \tilde{\mathbf{B}}_i^{-1} (\tilde{\mathbf{D}}_i - \mathbf{C}_i X_{i+1})$
 - 4: **end for**
-

3 RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS NON-LINÉAIRES

La résolution analytique des équations non linéaires étant généralement compliquée, les solutions sont alors approchées avec des *méthodes itératives* [Kelley, 1995]

La méthode la plus utilisée pour résoudre les équations non linéaires est la méthode de Newton grâce à sa rapidité (section 3.1). Toutefois, la convergence de cette méthode est *locale* : elle nécessite une estimation initiale proche de la solution pour converger.

C'est dans ce contexte que plusieurs méthodes sont proposées pour améliorer la méthode de Newton dans le but (1) d'avoir une *convergence globale*, soit une convergence à un point stationnaire peu importe l'estimation initiale et (2) de se passer du calcul de l'inverse de calcul de dérivée et ainsi augmenter les chances de convergence, tout en maintenant le principal avantage de la méthode de Newton : la rapidité.

3.1 Méthode de Newton

Pour simplifier, on explique la méthode de Newton avec une fonction d'une variable réelle $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Une estimation de la solution finale x_0 permet d'approcher la fonction f en x_0 (aussi appelée *développement de Taylor* au premier ordre) :

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (36)$$

où f' est la dérivée de la fonction f . En partant de l'hypothèse que x_0 est une solution, l'équation 36 permet d'approcher la solution finale en suivant les itérations de l'équation :

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_{k+1})} \quad (37)$$

On dit alors qu'on approche la solution suivant le pas $p_k = -\frac{f(x_k)}{f'(x_{k+1})}$. Normalement, le pas commence à diminuer et on considère que la solution est atteinte et que l'algorithme a convergé quand le critère de convergence est respecté : $|p_k| < tol$ où tol représente un nombre très petit ($\approx 10^{-6}$ par exemple). On voit toutefois que l'application de la méthode de Newton requiert que f soit dérivable en tout point et que ces dérivées soient non nulles.

Dans un espace réel de dimension n \mathbb{R}^n , l'estimation de la solution d'une fonction $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ se fait en itérant sur \mathbf{x} suivant le pas de Newton \mathbf{p}_k :

$$\mathbf{p}_k = -J^{-1}\mathbf{f}(x_k) \quad (38)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{p}_k \quad (39)$$

Avec \mathbf{J} le jacobien de \mathbf{f} . L'utilisation systématique du pas \mathbf{p}_k suggéré par Newton peut conduire à des divergences à cause d'une estimation initiale éloignée de la solution finale ou à cause d'un jacobien qui n'est pas inversible, d'où l'importance d'améliorer la méthode de Newton en contraignant l'évolution du pas \mathbf{p}_k .

3.2 Méthode hybride de Powell modifiée

Une des méthodes les plus utilisées pour améliorer la méthode de Newton est la méthode hybride de Powell modifiée [Powell, 1970] [Nocedal and Wright, 2006]. En effet c'est la méthode utilisée par défaut dans plusieurs packages de résolution d'équations non linéaires dans différents langages de programmation (Matlab, Octave, Python..). L'avantage de cette méthode est le fait qu'elle utilise des idées d'optimisation pour avoir une convergence globale lors de la résolution des équations non linéaires. En effet, les problèmes d'optimisation (consistant à résoudre $\min_x \mathbf{f}(\mathbf{x})$) et ceux de résolution des équations non linéaires (consistant à résoudre un système d'équations non linéaires $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$) sont traités différemment, mais l'un peut être écrit sous la forme de l'autre.

Tandis que la méthode de Newton (méthode de résolution d'équations non linéaires) converge rapidement dans les cas favorables, mais peut facilement diverger (à cause du pas \mathbf{p}_k), sinon les méthodes d'optimisations convergent dans tous les cas, mais peuvent converger lentement et vers d'autres solutions que celle souhaitée. La solution a alors été de développer un algorithme hybride pour éviter les inconvénients de chaque méthode. L'idée a été de vérifier le pas de Newton \mathbf{p}_k en s'assurant à chaque itération que le résidu $\|\mathbf{f}\|^2$ (avec $\|\cdot\|$ la norme euclidienne) diminue avant de le considérer systématiquement comme c'est fait avec la méthode de Newton. Pour des raisons de singularités, la méthode est ultérieurement modifiée pour considérer un pas égal à une combinaison du pas de Newton \mathbf{p}_k et la direction de la plus grande pente (Steepest descent direction), d'où l'appellation "Méthode hybride de Powell modifiée".

Donc pour résoudre un système d'équations non linéaires dans un espace réel à n dimensions \mathbb{R}^n , qui s'écrit :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0 \quad (40)$$

ou de manière explicite :

$$\begin{pmatrix} f_1(x_1, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, \dots, x_n) \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n(x_1, \dots, x_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} \quad (41)$$

On résout plutôt le problème d'optimisation pour minimiser la fonction résiduelle :

$$r(x) = \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|^2 = \sum_i f_i(\mathbf{x})^2 \quad (42)$$

Pour ce faire, on commence par approcher la fonction r par la fonction \tilde{r} , l'approximation quadratique au point d'estimation \mathbf{x}_k :

$$\tilde{r}(\mathbf{x}) = r(\mathbf{x}_k) + \mathbf{p}_k^T J(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \frac{1}{2} \mathbf{p}_k^T B(\mathbf{x}_k) \mathbf{p}_k \quad (43)$$

où \mathbf{p}_k est le pas à déterminer et $J(x_k)$ le jacobien, dont les éléments a_{kj} sont définis comme :

$$a_{kj} = \frac{\delta f_k(\mathbf{x})}{\delta x_j} \quad (44)$$

et $B(\mathbf{x}_k)$ la matrice hessienne au point \mathbf{x}_k .

La matrice hessienne de r est approchée par le produit des jacobiens $J(\mathbf{x}_k)^T J(\mathbf{x}_k)$. La méthode hybride de Powell modifiée consiste alors à résoudre :

$$\min_P \left[r(\mathbf{x}_k) + \mathbf{p}_k^T J(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \frac{1}{2} \mathbf{p}_k^T J(\mathbf{x}_k)^T J(\mathbf{x}_k) \mathbf{p}_k \right] \quad (45)$$

avec une contrainte sur le pas qu'on détaille dans le paragraphe suivant. On se retrouve bien dans un problème d'optimisation classique dont la fonction objectif est donnée par l'équation 45.

3.2.1 Contrainte du pas

Deux méthodes existent dans le choix des pas pour résoudre des problèmes d'optimisation :

- Les **méthodes de recherche linéaires (Line search methods)** : ce sont les plus connues. Dans chaque itération, elles consistent à trouver la bonne direction (la di-

rection de la plus grande pente) et ensuite prennent le pas dans cette direction dans le but d'optimiser le pas jusqu'à la convergence vers la solution.

- **les méthodes de régions de confiance (Trust region methods)** consistant à définir une région et y trouver le point qui minimisera le plus notre fonction, puis répéter ces opérations jusqu'à la convergence.

Tandis que les méthodes de recherche linéaires sont plus populaires, l'avantage des méthodes de régions de confiance est qu'elles sont plus efficaces sur des fonctions très complexes. En effet, une fonction complexe (comme r) peut être approchée avec une approximation quadratique \tilde{r} (comme l'approximation de Taylor, voir Eq. 36) et être facilement résolue. Toutefois, le domaine où la fonction est simplifiée est restreint à la région "de confiance" (*i.e.* la région on l'on fait confiance à l'approximation \tilde{r}), soit la région de rayon Δ tel que, pour un pas donné \mathbf{p} : $\|\mathbf{p}\| \leq \Delta$, d'où l'appellation "méthode de régions de confiance".

La méthode hybride de Powell modifiée se base sur une méthode de région de confiance pour déterminer le pas. Il s'agit alors de résoudre le sous-problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\mathbf{p}} \left[r(\mathbf{x}_k) + \mathbf{p}_k^T J(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \frac{1}{2} \mathbf{p}_k^T J(\mathbf{x}_k)^T J(\mathbf{x}_k) \mathbf{p}_k \right] \quad (46)$$

avec

$$\|\mathbf{p}_k\| \leq \Delta \quad (47)$$

La taille de la région de confiance est déterminée selon la différence entre la fonction approchée \tilde{r} et la fonction réelle r . Quand cette différence est petite, on considère qu'on était conservateur et qu'on peut se permettre de chercher plus loin. On augmente alors Δ . Quand elles sont différentes, on veut alors diminuer la taille de la région car on considère qu'on est allé plus loin.

3.2.2 Choix du pas

3.2.2.1 Le point de Cauchy

Il est possible d'estimer le pas comme dans les méthodes de recherche linéaire : la bonne direction est retrouvée en prenant la direction de la plus grande pente. Cette méthode, connue sous le nom du "point de Cauchy", consiste à minimiser la fonction objectif (Eq. 45) le long de la plus grande pente ($-\nabla r$) tout en satisfaisant la contrainte imposée par

le rayon de confiance. Toutefois, la performance de la méthode du point de Cauchy étant médiocre (Nocedal and Wright [2006]), trois méthodes sont proposées comme alternatives pour estimer le pas : *la méthode dogleg*, *la méthode de minimisation du sous espace en 2 dimensions* et *la méthode de Steihaug*. On détaille ici uniquement la méthode dogleg vu que c'est elle qui a été utilisée.

3.2.2.2 Méthode dogleg

Cette méthode est utilisée quand la matrice hessienne B est définie positive (soit il existe un vecteur non nul z tel que $z^T B z \geq 0$). On commence par examiner l'effet du rayon Δ de la région de confiance sur la solution \mathbf{p}_k du sous-problème :

Si la contrainte du rayon de confiance est respectée, on prend la direction de Newton $\mathbf{p}^N = -J^{-1}\mathbf{f}$ comme solution au problème de l'équation 45 et on a :

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{p}^N \quad (48)$$

Quand Δ est très petit comparé à \mathbf{p}^N , la contrainte de région de confiance implique que le terme quadratique est négligeable. La solution est alors la même que celle de l'approximation de Taylor au premier ordre (sans le terme quadratique) :

$$\tilde{r}(\mathbf{x}) = r(\mathbf{x}_k) + \mathbf{p}_k^T J(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) \quad (49)$$

et à \mathbf{p}_k est estimé comme suit :

$$\mathbf{p}_k \approx \Delta \frac{\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|} \quad (50)$$

avec :

$$\mathbf{g} = -J^T \mathbf{f} \quad (51)$$

Pour des valeurs intermédiaires de Δ , \mathbf{p}_k suit une trajectoire courbe. Cette trajectoire est approchée par deux segments. Le premier va de l'origine au minimum le long de la direction de la plus grande pente définie par :

$$\mathbf{p}^U = \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{\|J\mathbf{g}\|^2} \mathbf{g} \quad (52)$$

et le second segment va de \mathbf{p}^U vers la direction de Newton \mathbf{p}^N (voir Nocedal and Wright

[2006]). La solution est alors une combinaison des deux segments comme suit :

$$\mathbf{p}_k = (1 - \theta)\mathbf{p}^U + \theta\mathbf{p}^N \quad (53)$$

3.2.3 Suite du calcul

Le calcul s'arrête quand l'un des cas suivants est vérifié :

— **Si la convergence est réussie**

On considère que la convergence est réussie quand le résidu est très petit, soit :

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\|\mathbf{f}(\mathbf{x})\| = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i f_i^2(\mathbf{x})} < ftol \quad (54)$$

la valeur de $ftol$ par défaut dans le code est 10^{-5} .

— **Si la taille de la région de confiance Δ se réduit au seuil de tolérance**

Il s'agit d'un critère d'arrêt d'algorithme (échec de la convergence). Quand le calcul s'arrête, c'est parce que la taille de la région de confiance s'est réduite en deçà du niveau de tolérance : $\Delta < xtol \times (\|\mathbf{x}\| + xtol)$. Ce problème peut arriver quand la vitesse de réduction de Δ est très petite (*deltaSpeed* dans le code, égale à 0.25 par défaut), quand le jacobien change rapidement (à cause d'une grande valeur du paramètre *JacobianStep* dans le code) ou à cause d'une mauvaise initialisation du problème.

— **Si l'algorithme atteint un minimum local**

Il peut arriver que l'algorithme s'arrête sans que le résidu ne soit très petit (ce qui peut être vérifié en regardant la valeur atteinte de $\|f(x)\|$). Cela peut arriver quand $ftol$ est grand ou à cause d'une mauvaise initialisation du problème.

4 CONVERGENCE DE LA HAUTEUR D'EAU EN LIT MINEUR h_m

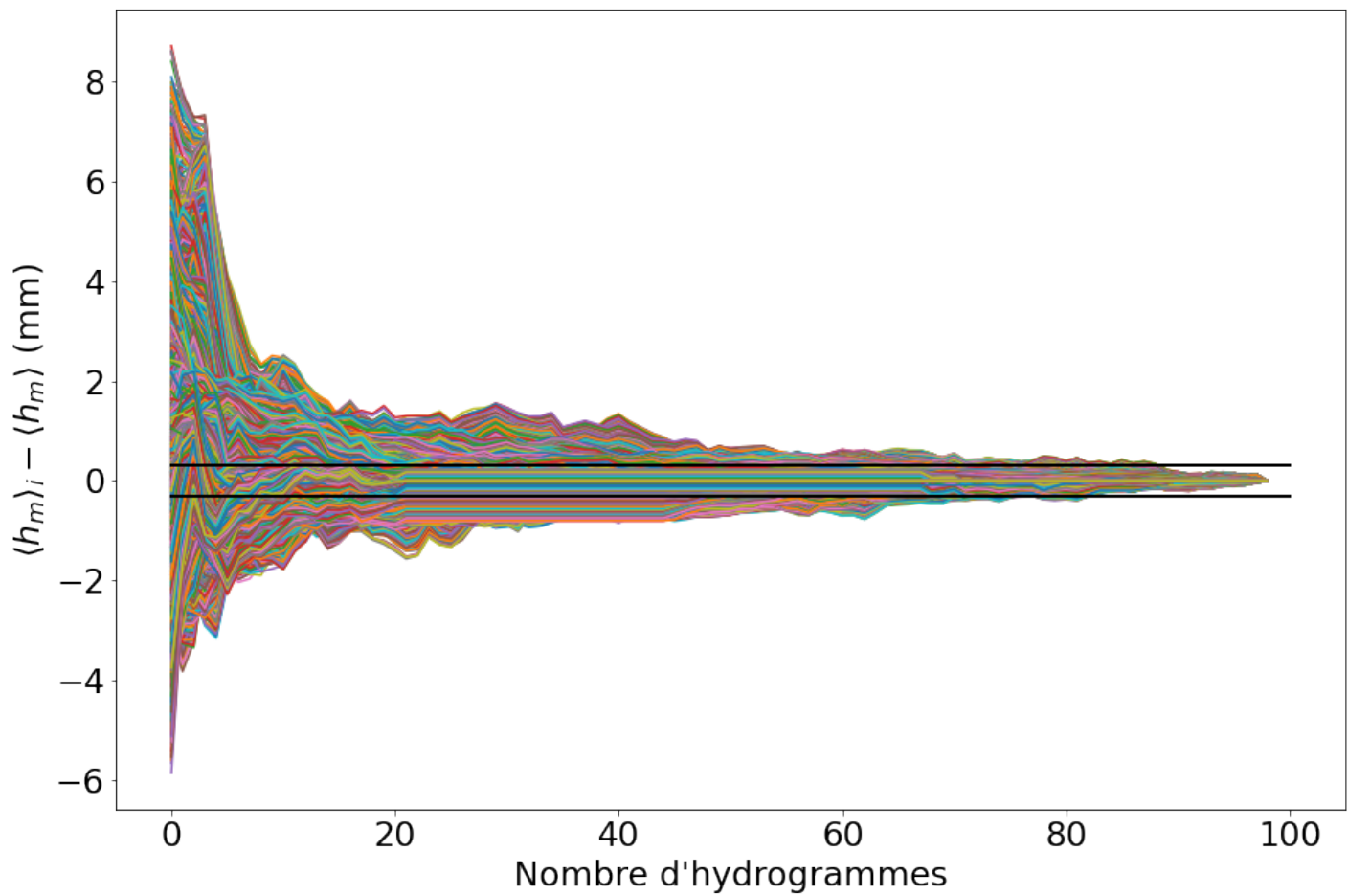


FIGURE 4 – Test de convergence de la moyenne d'ensemble pour le Cas I de la hauteur d'eau dans le MC $\langle h_m \rangle$ à $x^* = 6$. Les traits noirs continus délimitent l'incertitude de mesure des capteurs.

90 répétitions d'hydrogrammes ont permis d'avoir une convergence de la moyenne d'ensemble de la hauteur d'eau dans le lit mineur.

Bibliographie

- P. Ackers. Hydraulic design of straight compound channels. *Rep. No. SR281HR Wallingford, Wallingford, U.K.*, 1991.
- P. Ackers. Hydraulic design of two-stage channels. *Proc., I.C.E., Water, Maritime and Energy, Thomas Telford, London.*, 96(4) :247–257, 1992.
- P. Ackers. Flow formulae for straight two-stage channels. *Journal of Hydraulic Research*, 31 (4) :509–531, 1993.
- P. Ashmore and G. Parker. Confluence scour in coarse braided streams. *Water Resources Research*, 19 :392–402, 1983.
- P. Ashworth, R. Ferguson, and D. Powell. Secondary flow in coarse-grained braided river confluences. *Earth Surface Processes and Landforms*, 17 :299–312, 1992.
- V. Bareš, J. Jiráček, and J. Pollert. Spatial and temporal variation of turbulence characteristics in combined sewer flow. *Flow Measurement and Instrumentation*, 19(3) :145 – 154, 2008. ISUD 5 : The 5th International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics and Fluid Engineering.
- M. B. Beck, J. R. Ravetz, L. A. Mulkey, and T. O. Barnwell. On the problem of model validation for predictive exposure assessments. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 11(3) :229 – 254, 1997.
- J. Best. Flow dynamics at river channel confluences : Implications for sediment transport and bed morphology. *Society of Economic Palaeontologists and Mineralogists Special Publication*, 39 :27–35, 1987.
- J. Best. Sediment transport and bed morphology at river channel confluences. *Sedimentology*, 35 :481–498, 1988.

- J. Best and I. Reid. Separation zone at open-channel junctions. *Journal of Hydraulic Engineering*, 110 :1588–1594, 1984.
- J. L. Best and B. L. Rhoads. Sediment transport, bed morphology and the sedimentology of river channel confluences. *River Confluences, Tributaries and the Fluvial Network*, 2008.
- G. Blöschl, J. Hall, and J. P. et al. Changing climate shifts timing of european floods. *Science*, 357 :588–590, 2017.
- G. Blöschl, J. H. Viglione, and A. et al. Changing climate both increases and decreases european river floods. *Nature*, 573 :108–111, 2019.
- G. Bombar. Hysteresis and shear velocity in unsteady flows. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 9(2) :839–853, 2016.
- G. Bombar, M. Sukri, G. Tayfur, and S. Elci. Calculation of the time-varying mean velocity by different methods and determination of the turbulence intensities. *Scientific Research and Essays*, 5(6) :572–581, 2010.
- D. Bousmar. *Flow modelling in compound channels : momentum transfer between main channel and prismatic or non-prismatic floodplains*. PhD thesis, Université catholique de Louvain Faculté des Sciences Appliquées Unité de Génie Civil et Environnemental, 2002.
- D. Bousmar and Y. Zech. Momentum transfer for practical flow computation in compound channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 127(7) :696 – 706, 1999.
- D. Bousmar, N. Wilkin, J. Jacquemart, and Y. Zech. Overbank flow in symmetrically narrowing floodplains. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(4) :305–312, 2004.
- D. Bousmar, N. Riviere, S. Proust, A. Paquier, R. Morel, and Y. Zech. Upstream discharge distribution in compound-channel flumes. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131 :408–412, 2005.
- D. Bousmar, B. Mathurin, J. Fernandes, M. Filonovich, C. Hazlewood, F. Huthoff, J. Leal, and A. P. . S. Proust. Uniform flow in prismatic compound channel : Benchmarking numerical models. In *River Flow*, pages 272–280, 2016.
- C. Boyer, A. Roy, and J. Best. Dynamics of a river channel confluence with discordant beds : Flow turbulence bed load sediment transport and bed morphology. *Journal of Geophysical Research – Earth Surface*, 111, 2006.

- G. W. Brunner. *HEC-RAS River Analysis System, Hydraulic Reference Manual, Version 5.0*. US Army Corps of Engineers, February 2016.
- M. Buffat. *Méthode numériques pour les EDP en Mécanique*. 2008.
- L. W. Carr. A review of unsteady turbulent boundary layer experiments. *Unsteady Turbulent shear flows, IUTAM Symposium Toulouse*, 1981.
- Z. Chen, Q. Chen, and L. Jiang. Determination of apparent shear stress and its application in compound channels. *12th International Conference on Hydroinformatics*, 154 :459 – 466, 2016.
- J. A. Cunge. Of data and models. *Journal of Hydroinformatics*, 5(2) :75–98, 2003.
- J. A. Cunge, F. M. Holly, and A. Verwey. Practical aspects of computational river hydraulics. *London : Pitman*, 1980.
- B. P. B. J. De Serres B, Roy AG. Three-dimensional structure of flow at a confluence of river channels with discordant beds. *Geomorphology*, 26 :313–335, 1999.
- G. Degoutte. "traitÉ d'hydraulique À surface libre". *Cours d'hydraulique*, 2014.
- V. Dupuis, S. Proust, and C. B. . A. Paquier. Combined effects of bed friction and emergent cylinder drag in open channel flow. *Environmental Fluid Mechanics*, 2016.
- V. Dupuis, S. Proust, C. Berni, and A. Paquier. Mixing layer development in compound channel flows with submerged and emergent rigid vegetation over the floodplains. *Experiments in Fluids*, 58(4), 2017a.
- V. Dupuis, S. Proust, C. Berni, and A. Paquier. Compound channel flow with a longitudinal transition in hydraulic roughness over the floodplains. *Environmental Fluid Mechanics*, 2017b.
- S. C. A. Elliott and R. H. J. Sellin. Serc flood channel facility : skewed flow experiments. *Journal of Hydraulic Research*, 28(2) :197–214, 1990.
- Ervine and Baird. Rating curves for rivers with overbank flow. In *Proc.*, 1982.
- J.-B. FAURE. *MAGE Résolution des équations de Barré de Saint-Venant 1D en réseaux complexes Documentation théorique et notice d'emploi*. 2017.

- J. Fernandes, J. Leal, and A. Cardoso. Improvement of the lateral distribution method based on the mixing layer theory. *Advances in Water Resources*, 69 :159–167, 2014.
- J. Fernandes, J. Leal, and A. Cardoso. Assessment of stage–discharge predictors for compound open-channels. *Flow Measurement and Instrumentation*, 45 :62–67, 2015.
- R. H. French. Open-channel hydraulics. McGraw-Hill, New York. *HEC-2 water surface profiles, users manual. (1990). U.S. Army Corps of Engrs., Hydrologic Engineering Center,* 1985.
- W. Graf and T. Song. Bed-shear stress in non-uniform and unsteady open-channel flows. *Journal Of Hydraulic Research*, 1995.
- W. Graf and L. Suszka. Unsteady flow and its effect on sediment transport. *XXI Congr. of IAHR, Int. Assoc. of Hydr. Res.*, 3 :539–544, 1985.
- V. Guinot and P. Gourbesville. Calibration of physically based models : back to basics? *Journal of Hydroinformatics*, 2003.
- T. Helmio. Unsteady 1d flow model of compound channel with vegetated floodplains. *Journal of Hydrology*, 269 :89 – 99, 2002.
- T. Helmio. Unsteady 1d flow model of a river with partly vegetated floodplains - application to the rhine river. *Environmental Modelling & Software*, 20 :361–375, 2005.
- Y. Hirabayashi, R. Mahendran, S. Koirala, L. Konoshima¹, D. Yamazaki², S. W. H. Kim, and S. Kanae. Global flood risk under climate change. *Nature Clim Change*, 3 :816–821, 2013.
- C. Hu, Z. Ji, and Q. Guo. Flow movement and sediment transport in compound channels. *Journal of Hydraulic Research*, 48(1) :23–32, 2010.
- J. Hu, ShengFa, and X. Fu. Experimental investigation on propagating characteristics of sinusoidal unsteady flow in open-channel with smooth bed. *Science China*, 55 :2028–2038, 2012.
- N. E. Huang. *Hilbert-Huang Transform and its Applications*. World Scientific Publishing, 2005.
- A. E. Hunt. *The Behaviour of Turbulence in Unsteady Open Channel Flow*. PhD thesis, University of Canterbury, 1997.

- N. M. Hunter, P. D. Bates, M. S. Horritt, and M. D. Wilson. Simple spatially-distributed models for predicting flood inundation : A review. *Geomorphology*, 90(3) :208 – 225, 2007. Reduced-Complexity Geomorphological Modelling for River and Catchment Management.
- M. James and J. B. Brown. *Geometric parameters that influence floodplain flow*. Hydraulics Laboratory (U.S.) Engineer Research and Development Center (U.S.), 1977.
- C. T. Kelley. *Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations*. Number 16 in Frontiers in Applied Mathematics. SIAM, 1995.
- J. R. Khuntia, K. Devi, S. Proust, and K. K. Khatua. Depth-averaged velocity and bed shear stress in unsteady open channel flow over rough bed. *RiverFlow Conference*, 2018.
- S. Kirkpatrick, C. D. G. Jr., and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598) :671–680, 1983.
- D. W. Knight and J. D. Demetriou. Floodplain and main channel flow interaction. *Journal of Hydraulic Engineering*, 109(8) :1073–1092, 1983.
- D. W. Knight and K. Shiono. Turbulence measurements in a shear layer region of a compound channel. *Journal of Hydraulic Research*, 28(2) :175–196, 1990.
- C.-J. Lai, C.-L. Liu, and Y.-Z. Lin. Experiments on flood-wave propagation in compound channel. *Journal Of Hydraulic Engineering*, 126(7) :492–501, 2000.
- G. K. Lotter. Considerations of hydraulic design of channels with different roughness of walls. *channels with different roughness of walls. Trans. All Union Scientific Research, Institute of Hydraulic Engineering.*, 1933.
- M. Maza, J. L. Lara, and I. J. Losada. Solitary wave attenuation by vegetation patches. *Advances in Water Resources*, 98 :159 – 172, 2016.
- P. Meert, F. Pereira, and P. Willems. Surrogate modeling-based calibration of hydrodynamic river model parameters. *Journal of Hydro-environment Research*, 19 :56 – 67, 2018.
- M. M. Mukolwe, G. D. Baldassarre, M. Werner, and D. P. Solomatine. Flood modelling : parameterisation and inflow uncertainty. *Water Management*, 167(1) :51–60, 2014.
- W. Myers. and E. Brennen. Flow resistance in a compound channel. *Journal of Hydraulic Research*, 28 :141–146, 1990.

- W. Myers, J. Lyness, and J. Cassells. The influence of planform on flow resistance in mobile bed compound channels. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers Water and Maritime Engineering*, 148 :5–14, 2001.
- W. R. C. Myers. Momentum transfer in a compound channel. *Journal of Hydraulic Research*, 16(2) :139–150, 1978.
- I. Nezu and H. Nakagawa. Turbulence in open-channel flows. *IAHR Monograph, A. A. Balkema : Rotterdam, The Netherlands*, 269 :281, 1993.
- I. Nezu and H. Nakagawa. Turbulence measurements in unsteady free-surface flows. *Flow Measurement and Instrumentation*, 6(1) :49–59, 1994.
- I. Nezu, A. Kadota, and H. Nakagawa. Experimental study on turbulent structures in unsteady open-channel flows,. *Proc. Japan Soc. Civil Eng*, 491/11-27 :81–88, 1994. in Japanese.
- G. Nicollet and M. Uan. Ecoulements permanents à surface libre en lits composés. *La Houille Blanche*, 1 :21 – 30, 1979.
- J. Nocedal and S. J. Wright. *Numerical optimization*. Springer series in operations research and financial engineering. Springer, 2. ed. edition, 2006.
- A. Nuding. Fließwiderstandsverhalten in gerinnen mit ufergebüsch. entwicklung eines fließgewässer mit und ohne gehölzufer, unter besonderer berücksichtigung von ufergebüsch. *Wasserbau-Mitteilungen*, 35 :116, 1991.
- A. Nuding. Zur durchflußermittlung bei gegliederten gerinnen. *Wasserwirtschaft*, 88(3) : 130–132, 1998.
- J. Padet. Fluides en Écoulement méthodes et modèles. *Université de Reims Champagne Ardenne*, 2000.
- F. Pappenberger, P. Matgen, K. J. Beven, J.-B. Henry, L. Pfister, and P. Fraipont. Influence of uncertain boundary conditions and model structure on flood inundation predictions. *Advances in Water Resources*, 29(10) :1430–1449, 2006. ISSN 0309-1708.
- A. Paquier. Computation with code rubar 20 on some experimental cases. *Université Catholique de Louvain Working group on dam-break modelling Meeting report*, 1997.

- E. Pasche. Turbulenzmechanismen in naturnahen fließgewässern und die möglichkeiten ihrer mathematischen erfassung. *Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen*, 1984.
- E. Pasche and G. Rouvé. Overbank flow with vegetatively roughened flood plains. *Journal of Hydraulic Engineering*, 111(9) :1262–1278, 1985.
- D. Pastre. Factorisation qr, calcul direct, méthode de givens, méthode de householder. *Méthodes numériques, licence de mathématiques et licence MASS*, 2004. URL <http://helios.mi.parisdescartes.fr/~pastre/meth-num/MN/8-QR/cours-qr.pdf>.
- K. Pathirana, P. Ranasinghe, and U. Ratnayake. Bed shear stress in unsteady open channel flow over rough beds. *Engineer : Journal of the Institution of Engineers, Sri Lanka*, 41(1) : 7–12, 2008.
- Y. Peltier, S. Proust, N. Riviere, A. Paquier, and K. Shiono. Turbulent flows in straight compound open-channel with a transverse embankment on the floodplain. *Journal of Hydraulic Research*, 51(4) :446–458, 2013a.
- Y. Peltier, N. Riviere, S. Proust, E. Mignot, and A. P. . K. Shiono. Estimation of the error on the mean velocity and on the reynolds stress due to a misoriented adv probe in the horizontal plane : case of experiments in a compound open-channel. *Flow Measurement and Instrumentation*, 34 :34 – 41, 2013b.
- J. Pierini, G. Perillo, M. Carbone, and F. Marini. Residual flow structure at a scour-hole in bahia blanca estuary argentina. *Journal of Coastal Research*, 21 :784–796, 2005.
- S. Pope. Turbulent flows. *Cambridge University Press*, pages 139–144, 2000.
- M. J. D. Powell. *A Fortran Subroutine For Solving Systems of Nonlinear Algebraic Equations*. H.M. Stationery Office, 1970.
- W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical Recipes 3rd Edition : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 3 edition, 2007. ISBN 0521880688.
- P. Prinos and R. Townsend. Comparison of methods for predicting discharge in compound open channels. *Advances in Water Resources*, 1984.

- S. Proust. *Ecoulements non-uniformes en lits composés : Effets de variations de largeur du lit majeur*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2005.
- S. Proust and V. I. Nikora. Compound open-channel flows : effects of transverse currents on the flow structure. *Journal of Fluid Mechanics*, 885 :A24, 2020. ISSN 10.1017/jfm.2019.973.
- S. Proust, D. Bousmar, N. Rivière, and A. P. . Y. Zech. Nonuniform flow in compound channel : A 1d method for assessing water level and discharge distribution. *Water resources research*, 45(12), 2009.
- S. Proust, D. Bousmar, N. R. A, and P. . Y. Zech. Energy losses in compound open channels. *Advances in Water Resources*, 33 :1–16, 2010.
- S. Proust, J. Faure, V. Dupuis, C. Berni, and A. Paquier. 1d+ model for overbank flow with a transition bed friction - emergent rigid vegetation drag. In *River Flow*, pages 2255 – 2261, 2016.
- S. Proust, J. N. Fernandes, J. B. Leal, N. Rivière, and Y. Peltier. Mixing layer and coherent structures in compound channel flows : effects of transverse flow, velocity ratio and vertical confinement. *Water Resources Research*, pages 3387 – 3406, 2017.
- R. Puechberty, C. Perret, S. Poligot-Pitsch, P. Battaglia, A. Belleville, P. Bompard, G. Chauvel, J. Cousseau, G. Dramais, G. Glaziou, A. Hauet, S. Héluin, M. Lang, F. Larrarte, J. L. Coz, P. Marchand, P. Moquet, O. Payrastre, G. Pierrefeu, and G. Rauzy. *Charte qualité de l'hydrométrie Guide de bonnes pratiques*. Groupe Doppler Hydrométrie, 2017.
- Z. Qu. *Unsteady open-channel flow over a mobile bed*. PhD thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2002.
- J. C. Refsgaard. Terminology, modelling protocol and classification of hydrological model codes. *Distributed Hydrological Modelling*, 1996.
- W. C. Reynolds and A. K. M. F. Hussain. The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 1970.
- S. P. Rice, A. G. Roy, and B. L. Rhoads. *River Confluences, Tributaries and the Fluvial Network*. 2008.

- P.-L. Rothé, F.-X. Cierco, L. Duron, and P. Balayn. Meta-heuristic optimization method for the calibration of friction coefficients in 1-d open surface channel modelling. *SimHydro 2017 :Choosing the right model in applied hydraulics, 14-16 June 2017, Sophia Antipolis, 2017.*
- A. Roy, P. Biron, and B. de Serres. On the necessity of applying a rotation to instantaneous velocity measurements in river flows. *Earth Surf Proc Landforms*, 21 :817–27, 1996.
- M. Sahu, K. Khatua, and S. Mahapatra. A neural network approach for prediction of discharge in straight compound open channel flow. *Flow Measurement and Instrumentation*, 22 :438–446, 2011.
- P. Sauvaget, E. David, D. Demmerle, and P. Lefort. Optimum design of large flood relief culverts under the a89 motorway in the dordogne—isle confluence plain. *Hydrological Processes*, 14(13) :2311–2329, 2000.
- G. Seckin. A comparison of one-dimensional methods for estimating discharge capacity of straight compound channels. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 31 :619 – 631, 2004.
- R. H. J. Sellin. A laboratory investigation into the interaction between flow in the channel of a river and that of its floodplain. *La Houille Blanche*, 110 :689 – 789, 1964.
- S. Shabayek, P. Steffler, and F. E. Hicks. Dynamic model for subcritical combining flows in channel junctions. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(9), 2002.
- K. Shiono and D. W. Knight. Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel. *Journal of Fluid Mechanics*, 222 :617–646, 1991.
- K. Shiono and Y. Muto. Complex flow mechanisms in compound meandering channels with overbank flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 376 :221–261, 1998.
- G. Smart. Stage-discharge discontinuity in composite flood channels. *J. Hydraul. Res.*, 30 (6) :817–833, 1992.
- T. Song and W. H. Graf. Velocity and turbulence distribution in unsteady open-channel flows. *Journal Of Hydraulic Engineering*, 122(3) :141–154, 1996.
- R. Sonnenberger, K. Graichen, and P. Erk. Fourier averaging : a phase-averaging method for periodic flow. *Experiments in Fluids*, 28 :218–224, 2000.

- A. Stocchino and M. Brocchini. Horizontal mixing of quasi-uniform straight compound channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, page 425–435, 2010.
- T. Takahashi. Theory of one-dimensional unsteady flows in a prismatic open channel. *Ann. Dis. Prev. Res. Inst., Kyoto University*, 19B :515 – 527, 1969. in Japanese.
- A. Tominaga, I. Nezu, K. Ezak, and H. Nakagawa. Three-dimensional turbulent structure in straight open channel flows. *Journal of Hydraulic Research*, 27(1), 1989.
- A. Tominaga, M. Nagao, N. Mio, and J. Liu. Hydraulic characteristics of flood waves passing compound channels. *Proceedings of hydraulic engineering*, 38 :443–448, 1994.
- A. Tominaga, J. Liu, M. Nagao, and N. I. Hydraulic characteristics of unsteady flow in open channels with flood plains. *26th Congress of IAHR*, 1995.
- A. Tominaga, S. Kenichiro, M. Nori, and N. M. Nagao. Hydraulic characteristics of unsteady flow in compound channels with wooded zones on flood plains. *Water Engineering paper*, 1996.
- H. Tu, N. TAMAI, and K. Kan. Unsteady flow velocity variations in and near an embayment. *Proceedings of Hydraulic Engineering*, 1994.
- B. C. van Prooijen, J. A. Battjes, and W. S. J. Uijttewaal. Momentum exchange in straight uniform compound channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(3) :175–183, 2005.
- J.-P. Vidal. *Assistance au calage de modèles numériques en hydraulique fluviale - Apports de l'intelligence artificielle*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2005.
- L. Weber, E. Schumate, and N. Mawer. Experiments on flow at a 90 degrees open-channel junction. *Journal of Hydraulic Engineering*, 34 :340–350, 2001.
- Wormleaton and D. Merrett. An improved method of calculation for steady uniform flow in prismatic main channel/flood plain sections. *Journal of Hydraulic Research*, 1990.
- Wormleaton, J. Allen, and P. Hadjipanos. Discharge assessment in compound channel flow. *Journal of the Hydraulics Division*, 1982.
- B. C. Yen. Hydraulics of flood plains : Methodology for backwater computation. *Wiss. Ber. 84/5, Inst. für Wasserbau*, 1984.

- B. C. Yen, C. R., K. R., and W. B. Significance of flood plains in backwater computation. *International Association of Hydro-Environment Engineering and Research 21st Congress*, 1985.
- G. Zheleznyakov. Interaction of channel and floodplain flows. *Proceedings of the 14th International Congress of IAHR, Paris*, pages 144–148, 1971.