



HAL
open science

Détection, caractérisation d'objets 3D et simulation d'évolution morphologique appliquée à l'infiltrabilité de préformes fibreuses

Christianne Mulat

► To cite this version:

Christianne Mulat. Détection, caractérisation d'objets 3D et simulation d'évolution morphologique appliquée à l'infiltrabilité de préformes fibreuses. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Bordeaux 1, 2008. Français. ⟨NNT:⟩. ⟨tel-03618726⟩

HAL Id: tel-03618726

<https://hal.science/tel-03618726v1>

Submitted on 24 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



N° d'ordre : 3685

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE BORDEAUX I

ECOLE DOCTORALE DE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

Par Christianne Mulat

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPECIALITE : Automatique, Productique, Signal et Image

**DETECTION, CARACTERISATION D'OBJETS 3D ET
SIMULATION D'EVOLUTION MORPHOLOGIQUE
APPLIQUEES A L'INFILTRABILITE
DE PREFORME FIBREUSES**

Thèse dirigée par Gérard Vignoles et Christian Germain

Soutenue le 25/11/2008

Après avis de :

MM. J. MARTIN-HERRERO, Associate Professor, ETSE Teleco, Vigo
J.-F. THOVERT, Directeur de recherche CNRS, ENSMA, Poitiers

Rapporteurs

Devant la commission d'examen formée de :

MM. J.-M. CHASSERY, Directeur de Recherche CNRS, INPG, Grenoble
P. LEVITZ, Directeur de recherche CNRS, Ecole Polytechnique, Palaiseau
M. CATALDI, Ingénieur Snecma Propulsion Solide, Le Haillan
G. L. VIGNOLES, Professeur, Université Bordeaux 1, Pessac
C. GERMAIN, Professeur, ENITAB, Talence
M. NAJIM, Professeur, ENSEIRB, Talence

Président

Sommaire

Sommaire	1
Notations	9
Introduction	11
Partie 1	15
Chapitre I.	17
I.1 Segmentation par modèles géométriques	20
I.1.1 Quelle est l'influence des modèles géométriques sur la segmentation ?	20
I.1.2 Représentations géométriques des modèles	22
I.1.3 Les modèles rigides	22
I.1.4 Les modèles paramétriques	23
I.1.5 Les modèles déformables	24
I.1.6 Segmentation par modèle d'objets cylindriques	25
I.1.6.1 Notion de cylindre généralisé	25
I.1.6.2 Approches de segmentation	27
I.2 Segmentation sans estimation des courbes d'axe	29
I.2.1 Méthodes génériques	29
I.2.1.1 Approches régions	29
I.2.1.2 Approches contours	30
I.2.2 Segmentation par pattern matching	31
I.3 Segmentation avec estimation des courbes d'axe	33
I.3.1 Méthodes par sections orthogonales	33
I.3.2 Méthode utilisant la transformée de Hough	35
I.3.3 Méthodes par squelettisation	36
I.3.4 Méthodes par géométrie locale	38
I.3.4.1 Approches par filtrage	38

I.3.4.2 Approches globales de segmentation des objets cylindriques	40
I.4 Bilan	42
I.5 Analyse	43
I.5.1 Caractéristiques de blocs étudiés	43
I.5.2 Analyse des méthodes existantes	46
I.5.3 Démarche de segmentation envisagée	47
Chapitre II.	49
II.1 Orientation et opérateurs dérivatifs	51
II.1.1 Orientation dans une image	51
II.1.2 Obtention de l'orientation	52
II.1.3 Choix des méthodes d'estimation de l'orientation	54
II.2 Cas « deux dimensions »	56
II.2.1 Modèle considéré	56
II.2.1.1 Fonction profil	56
II.2.1.2 Définition de l'orientation	57
II.2.2 Convolution des masques	58
II.2.2.1 Définitions et notations	58
II.2.2.2 Calcul des masques non biaisés	59
II.2.3 Contraintes sur les coefficients	61
II.2.4 Exemples de masques	62
II.3 Cas « 3D »	63
II.3.1 Relations 2D et 3D	63
II.3.2 Exemple de masques 3D	64
II.4 Résultats	66
II.4.1 Définition de l'erreur	66
II.4.2 Mode opératoire	67
II.4.2.1 Les paramètres des images 3D considérées	67
II.4.2.2 Masques de comparaison utilisés	67
II.4.3 Résultats pour les fonctions profil monômiales d'ordre pair	68
II.4.3.1 Cas d'étude : cylindre d'axe vertical	68
II.4.3.2 Cylindre d'axe oblique	68
II.4.4 Robustesse au bruit	70
II.4.5 Résultats pour les fonctions profil monômiales d'ordre impair	71
II.4.6 Application aux images de matériaux composites fibreux	73
II.5 Conclusion	74
Chapitre III.	77
III.1 Détection des axes	79
III.1.1 Détection des nuages d'axe	80
III.1.1.1 Estimation de l'orientation vers l'axe	80
III.1.1.2 Estimation de la distance à l'axe	81
III.1.1.3 Sélection des points des nuages d'axes et orientation moyenne	84

III.1.1.4 Nuage d'axe	85
III.1.2 Extraction des axes à partir des nuages	86
III.2 Reconstruction des fibres	89
III.2.1 Estimation du rayon	89
III.2.2 Méthode de reconstruction	91
III.3 Résultats	92
III.3.1 Objets cylindriques synthétiques	92
III.3.1.1 Fonctions profil	92
III.3.1.2 Résultats de détection des axes	93
III.3.1.3 Résultats de reconstruction des objets cylindriques	94
III.3.2 Blocs réels	95
III.3.2.1 Prétraitements	95
III.3.2.2 Résultats détection des axes	96
III.3.2.3 Résultats de reconstruction des objets cylindriques	100
III.3.3 Comparaison avec d'autres méthodes	103
III.3.3.1 Comparaison avec la méthode de Krissian	103
III.3.3.2 Comparaison avec la détection par la transformée de Hough	105
III.4 Conclusion	106
Partie 2	109
Chapitre IV.	111
IV.1 Les composites fibreux thermostructuraux	113
IV.1.1 Généralités sur les composites	113
IV.1.2 Principe de la Chemical Vapor Infiltration (CVI)	114
IV.2 Les phénomènes physico-chimiques au sein de la préforme	116
IV.2.1 Au cours de la CVI	116
IV.2.2 Transport de gaz : les divers modes	117
IV.2.3 Evolution du dépôt	120
IV.3 Approches par changement d'échelle	120
IV.3.1 Transport des gaz	121
IV.3.1.1 Transport binaire	121
IV.3.1.2 Transport mixte ou raréfié	122
IV.3.2 Evolution du dépôt	124
IV.3.3 Impact de la géométrie de la texture	125
IV.4 Modélisation de la densification	127
IV.4.1 Etat de l'art	127
IV.4.2 Apport de cette étude	132
IV.5 Conclusion	133
Chapitre V.	135
V.1 Approche utilisée	137
V.2 Gestion de l'interface fluide / solide	138

V.2.1 Marching cube	138
V.2.2 Simplified Marching cube	140
V.3 Simulation de l'infiltration	142
V.3.1 Marcheurs aléatoires balistiques	143
V.3.1.1 Méthodes balistiques	143
V.3.2 Méthodes « diffusives »	148
V.4 Algorithme de simulation de l'évolution morphologique au cours de l'infiltration	148
V.4.1 Définition des paramètres	149
V.4.2 Initialisation et lancement des marcheurs dans le fluide	150
V.4.3 Avancement dans le fluide, collisions molécules	151
V.4.3.1 Avancée jusqu'à la frontière d'un voxel (AVA)	151
V.4.3.2 Collision molécule / molécule (Figure V. 1 cas 2)	151
V.4.4 Collision avec le solide	151
V.4.4.1 Collision à la paroi sans collage du marcheur (Figure V. 1 cas 3)	152
V.4.4.2 Collision à la paroi avec collage (Figure V. 1 cas 4)	152
V.4.5 Conditions d'arrêt	152
V.5 Lien avec les paramètres d'infiltration	153
V.5.1 Distance entre deux collisions molécule / molécule	153
V.5.2 Probabilité de collage	153
V.5.3 Densification : méthode VOF adaptée	155
V.6 Validation de l'algorithme	156
V.6.1 Modèle utilisé	156
V.6.1.1 Définition du modèle	156
V.6.1.2 Système	157
V.6.1.3 Résolution	158
V.6.2 Résultats	159
V.6.2.1 Paramètres d'entrée de la simulation	159
V.6.2.2 Validité de la simulation	160
V.6.2.3 Influence de la probabilité de collage et du libre parcours moyen	163
V.7 Conclusion	165
Chapitre VI.	167
VI.1 Etude d'un arrangement carré de cylindres	169
VI.1.1 Définition du modèle et approche	169
VI.1.2 Morphologie du dépôt	170
VI.1.3 Répartition des marcheurs	173
VI.1.4 Discussion	174
VI.1.5 Bilan	176
VI.2 Etude de textures réelles de géométrie complexe	177
VI.2.1 Démarche mise en œuvre	177
VI.2.1.1 Approche globale	177
VI.2.1.2 Protocole mis en place pour l'analyse des résultats présentés	178
VI.2.1.3 Adaptation de la gestion d'arrêt de l'infiltration	179
VI.2.1.4 Présentation des extraits étudiés	179

VI.2.2 Comparaison des blocs segmentés et simulés	181
VI.2.2.1 Visualisation des dépôts	181
VI.2.2.2 Indicateur d'erreur	184
VI.2.3 Evolution des paramètres morphologiques	186
VI.2.3.1 A partir des données segmentées	186
VI.2.3.2 Au cours de la simulation de la densification	189
VI.2.4 Bilan	197
VI.3 Conclusion	197
Conclusion	199
Annexes	203
Bibliographie	221

Notations

I	Fonction intensité d'une image	(-)
H	Tenseur d'orientation	(-)
H_e	Matrice du Hessien	(-)
$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$	Valeurs propres d'une matrice	(-)
$(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$	Vecteurs propres d'une matrice	(-)
k	Courbure, avec k_{n1} et k_{n2} les courbures principales	(<i>pixel</i>)
Kn	Nombre de Knudsen	(-)
Re	Nombre de Reynolds	(-)
Pe	Nombre de Peclet	(-)
$Na \cong 6.022 \cdot 10^{23}$	Nombre d'Avogadro	(-)
L	Longueur caractéristique du milieu	(<i>m</i>)
d_p	Diamètre hydraulique des pores	(<i>m</i>)
γ	Viscosité cinématique	($m^2 \cdot s^{-1}$)
μ	Viscosité dynamique	($Pa \cdot s^{-1}$)
ρ	Densité	($kg \cdot m^{-3}$)
Ω_s	Volume molaire	($m^3 \cdot mol^{-1}$)
C_i	Concentration de l'espèce i	($mol \cdot m^{-3}$)
$\langle C_i \rangle_f$	Concentration moyenne dans le fluide	($mol \cdot m^{-3}$)

$D_{i,b}^{eff}$	Coefficient de diffusion binaire	$(m^2.s^{-1})$
$D_{i,Kn}^{eff}$	Coefficient de diffusion de Knudsen	$(m^2.s^{-1})$
$D_{i,m}^{eff}$	Coefficient de diffusion effectif	$(m^2.s^{-1})$
σ_v	Surface volumique d'interface fluide /solide	(m^{-1})
ε	Fraction volumique de fluide	(-)
τ_b	Tortuosité binaire	(-)
τ_k	Tortuosité de Knudsen	(-)
σ^2	Section de collision	(m^2)
λ	Libre parcours moyen	(m)
P_c	Probabilité de collage lors d'une collision à la paroi	(-)
$\langle v \rangle$	Vitesse quadratique moyenne des molécules	$(m.s^{-1})$
u	Vitesse d'ensemble	$(m.s^{-1})$
M	Masse molaire	$(kg.mol^{-1})$
$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$	Constante de Boltzmann	$(m^2.kg.s^{-2}.K^{-1})$
$R = 8.31$	Constante des gaz parfaits	$(J.mol^{-1}.K^{-1})$
T	Température	(K)
k^{eff}	Constante de réaction effective	(-)
ϕ	Module de Thiele	$(m.s^{-1})$

Introduction

Un des objectifs de la caractérisation non destructive consiste à interpréter des images pour en extraire des propriétés et des caractéristiques. Ces images sont obtenues par des systèmes d'acquisition variés : Microscope à Balayage Electronique, Tomographie, IRM, etc.... L'étude de ces images donne accès à des informations diverses permettant soit un diagnostic, soit la compréhension de phénomènes. Cependant, le traitement de ces données n'est pas trivial et dépend de nombreux facteurs tels que le mode d'acquisition, la composition des objets à caractériser ou encore la nature des informations à obtenir.

Dans le cadre de cette thèse, les éléments à caractériser sont des composites thermostrostructuraux de type fibreux. Ces derniers sont destinés à des applications qui requièrent des matériaux dont les propriétés mécaniques restent élevées à de très hautes températures ($> 1000^{\circ}\text{C}$).



Figure 1 : Exemples d'application des composites thermostrostructuraux de type fibreux

Ils sont généralement constitués d'un renfort de fibres et d'une matrice céramique. Le moyen d'élaboration le plus couramment utilisé est l'infiltration chimique en phase vapeur (CVI). Il s'agit de déposer de la matrice sur la préforme fibreuse par réactions chimiques des gaz précurseurs avec les parois au sein du milieu poreux. De ce procédé d'élaboration dépend la

qualité du composite au travers de la qualité de la matrice et de la porosité résiduelle. La détermination expérimentale des conditions optimales d'élaboration est longue et coûteuse. Il faut prendre en compte de nombreux phénomènes physico-chimiques mais aussi les caractéristiques géométriques de la préforme.

L'objectif global de cette thèse consiste à relier l'analyse d'images non destructive et la simulation physico-chimique de l'infiltration pour comprendre l'impact de la géométrie de la préforme sur son infiltrabilité. Pour cela, il convient de distinguer deux axes de travail : d'une part, le traitement des images 3D de matériaux composites, et d'autre part, la caractérisation de l'infiltrabilité au travers de l'évolution de la morphologie au cours de l'infiltration pour des textures complexes réelles.

Ce travail, qui présente un fort caractère multidisciplinaire, s'est déroulé dans le cadre d'une thèse en codirection entre deux laboratoires : le laboratoire de l'Intégration du Matériau au Système (IMS) au sein du groupe signal et le Laboratoire des Composites ThermoStructuraux (LCTS), avec le soutien de la société Snecma Propulsion Solide et de l'Association de Rentrée Atmosphérique (ARA).

La première partie de ce mémoire est consacrée au traitement de données 3D et contient 3 chapitres. Au sein des images 3D, il s'agit de détecter et segmenter les objets cylindriques et d'en obtenir les caractéristiques. Le premier chapitre propose un état de l'art des méthodes de reconnaissance d'objets 3D et plus particulièrement d'objets cylindriques. A la fin de ce chapitre, une analyse permet de comparer diverses approches. La nature des images visées par cette thèse rendant impropre l'utilisation des méthodes classiques, une nouvelle approche reposant sur l'étude du champ des orientations vers l'axe des cylindres est esquissée. Le chapitre II propose une méthode d'estimation locale (i.e. en tout voxel) de l'orientation vers l'axe d'un cylindre. Des estimateurs optimaux sont proposés dans le cas 2D (orientation vers le centre de disques) puis étendus en 3D (orientation vers l'axe de cylindres). Le chapitre III propose une approche robuste d'estimation des axes des cylindres à partir du champ des orientations locales obtenues à l'aide des opérateurs décrits au chapitre II. La chaîne d'analyse présentée permet ainsi la détection d'objets cylindriques dans un environnement bruité. Appliquée aux blocs 3D de composites thermostructuraux, elle permet la séparation des fibres et de la matrice.

La deuxième partie de ce mémoire concerne la caractérisation de l'infiltrabilité de textures réelles. Cette étude se fonde à la fois sur les blocs d'objets cylindriques obtenus grâce à la segmentation des données 3D, mais aussi sur un algorithme de simulation de l'évolution morphologique du milieu poreux au cours de l'infiltration. Cette partie comporte 3 chapitres. Le chapitre IV met en avant l'intérêt de l'étude de l'évolution morphologique du milieu poreux au cours de l'infiltration : en partant du contexte de cette thèse à savoir la modélisation de la densification de composites fibreux, pour ensuite, présenter la démarche choisie. Ensuite, le chapitre V détaille les outils de simulation utilisés, ainsi que l'algorithme mis en œuvre et sa validation. Le dernier chapitre (Chapitre VI) est, quant à lui, consacré aux résultats de la caractérisation de l'infiltrabilité, en partant de milieux idéaux puis en présentant la démarche globale de cette thèse sur des textures réelles.

La conclusion résume le travail et présente les perspectives à envisager.

Partie 1

Chapitre I.

Méthodes de segmentation 3D d'objets cylindriques

La segmentation est une étape primordiale pour le traitement d'images. C'est souvent la première étape dans le processus d'analyse d'images. Elle a pour but de rassembler des pixels connexes suivant des critères prédéfinis. Elle consiste à partitionner une image en zones cohérentes en termes de niveaux de gris ou partageant une propriété commune, afin de séparer les divers composants visibles en vue de les identifier.

Il existe plusieurs classifications des méthodes de segmentation. La classification la plus courante consiste à distinguer les différentes méthodes ([PAL93], [LAK00]) selon les caractéristiques sur lesquelles elles s'appuient [COC95] :

- les approches régions : elles supposent l'homogénéité d'une propriété au sein de chaque région à segmenter, comme la croissance de région, les lignes de partage des eaux [ROE01] ou encore la division / fusion,
- les approches contours : elles utilisent les discontinuités d'une propriété pour identifier les frontières des régions, comme les détecteurs de contours ou les modèles déformables.

Une autre classification [HER02] permet de regrouper les approches en deux catégories : les « approches sans modèle » qui se basent sur les caractéristiques photométriques de l'image et les « approches par modèle » ou géométriques qui utilisent des connaissances *a priori* sur la forme des objets à segmenter. Pour les premières (approches sans modèle), la segmentation permettra ensuite une reconnaissance des objets grâce à l'analyse individuelle des régions qui ont été formées. Pour les approches avec modèle, la reconnaissance directe des objets permet simultanément d'obtenir leur caractérisation et de fournir leur segmentation.

En général, le choix de la méthode de segmentation dépend à la fois des caractéristiques des images mais aussi des connaissances à disposition sur les objets à segmenter.

Dans ce travail, où l'objectif applicatif est une représentation de la donnée matériau selon ses différentes phases constitutives, la reconnaissance des objets est utilisée pour pallier l'échec des méthodes basées sur la segmentation photométrique. Nous nous intéressons ici particulièrement à la segmentation d'objets cylindriques dans des données 3D. C'est pourquoi nous privilégions les approches de segmentation s'appuyant sur un modèle d'objet cylindrique assez simple à mettre en œuvre et représentatif des objets à segmenter et à caractériser.

Dans ce chapitre, après avoir exposé les modèles géométriques et leur application à la segmentation, nous présenterons un état de l'art des méthodes 3D de segmentation d'objets cylindriques. Enfin, nous analyserons différentes méthodes de segmentation à la lumière des caractéristiques des blocs de données que nous avons étudiés au cours de cette thèse.

I.1 Segmentation par modèles géométriques

I.1.1 Quelle est l'influence des modèles géométriques sur la segmentation ?

Il existe plusieurs types de modèles pour décrire un objet. Les modèles photométriques représentent l'objet à l'aide des niveaux de gris ou de la couleur. Cependant, ils ne donnent pas d'informations sur la forme et les caractéristiques des objets qu'il faudra, si nécessaire, obtenir dans une autre étape. Les modèles dits géométriques permettent de détailler les objets à partir de leur forme et de leur position par une description, soit purement géométrique, soit morphologique (désignant ici l'association des caractéristiques géométriques et photométriques).

Le modèle géométrique permet de définir la forme de l'objet à segmenter ainsi que son aspect. La connaissance *a priori* des objets ou de leurs caractéristiques peut aider à la segmentation puisqu'elle supprime un certain nombre d'inconnues. En effet, les paramètres connus du modèle géométrique réduisent la dimension de l'espace de recherche (ou nombre de degrés de liberté du problème considéré) pour effectuer la reconnaissance. Autrement dit, grâce à cette connaissance, le nombre d'inconnues à déterminer est diminué.

Quand la forme de l'objet est entièrement connue, le **modèle** est dit **rigide**, seule sa position dans le bloc reste à déterminer. Dans le cas 3D, il y a en général 6 degrés de liberté, à savoir : 3 degrés pour la position et 3 degrés pour l'orientation. Ce nombre peut être réduit dans le cas où l'objet présente des invariances. Le cas extrême est celui d'un objet sphérique. Il présente une invariance par rotation selon les trois axes du repère. Le nombre de degrés de liberté est donc réduit à 3 (degrés de position). Dans le cas d'un objet cylindrique, il y a 4 ou 5 degrés de liberté, selon qu'il s'agit d'un cylindre de longueur infinie ou respectivement d'un tronçon de cylindre. Cette diminution de la dimension de l'espace de recherche provient d'une invariance par rotation autour de l'axe du cylindre et par translation dans la direction de cet axe. Cette dernière existe quand la longueur peut être considérée comme infinie. Les connaissances à la fois de la position et de l'orientation permettent à elles seules d'effectuer la segmentation du ou des objets.

Quand les caractéristiques des objets ne sont pas entièrement connues, le modèle mathématique dépend d'un certain nombre de variables : c'est le **modèle paramétrique**. La difficulté réside dans l'augmentation du nombre de degrés de liberté et donc de la dimension

de l'espace de recherche. Ce dernier nombre contient les degrés de liberté de position et d'orientation, soit 6, auquel il faut ajouter le nombre de paramètres inconnus de l'objet et enlever le nombre d'invariances. Dans le cas d'objets cylindriques, les paramètres inconnus sont généralement le rayon et l'axe, soit 6 ou 7 degrés de liberté. La problématique de la segmentation est donc de reconnaître la forme, de déterminer la position et d'estimer les paramètres.

Dans le cas du **modèle déformable**, les inconnues peuvent correspondre totalement ou en partie à des variables de position, d'orientation ou de forme. Il n'y a pas de description géométrique du modèle de l'objet mais les variables sont régulées par un ensemble de contraintes. La problématique revient donc à trouver l'objet en optimisant, par un critère d'énergie, la déformation du contour en se servant des forces externes et internes dont les expressions sont connues.

Pour tous les modèles, les objets et les approches de segmentation peuvent s'appliquer en 3D ou en 2D (projection de l'objet 3D dans un plan). L'approche 2D permet de diminuer le nombre de paramètres à déterminer. En effet, la détermination d'une position passe de 6 inconnues en 3D à 3 en 2D. Cependant, la représentation 3D a l'avantage de supprimer les superpositions et les occultations partielles ou totales d'objets (Figure I. 1).

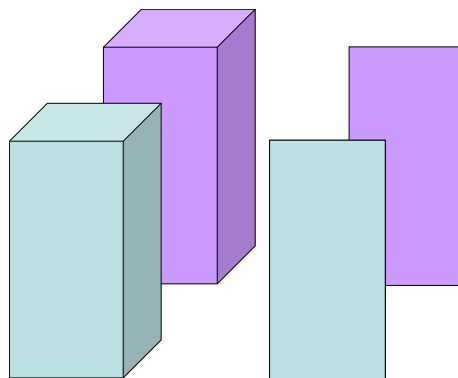


Figure I. 1 : Visualisation 3D (gauche) et 2D (droite) d'une même scène : occultation d'objets

La décision d'appliquer la méthode de segmentation à une dimension donnée dépend de la complexité de l'objet à reconnaître.

En résumé, le choix de la méthode de segmentation dépend de la connaissance *a priori* et du modèle géométrique qui en découle. La démarche consiste, selon le type de modèle, à élaborer des méthodes pour déterminer les différents paramètres aboutissant à la reconnaissance des objets puis à leur segmentation.

1.1.2 Représentations géométriques des modèles

Pour les modèles présentés, il est possible de distinguer différentes représentations géométriques selon trois catégories : surfacique, implicite et volumique [BIT98].

Les représentations géométriques surfaciques décrivent le modèle par des surfaces. Dans cette catégorie, il y a les modèles polygonaux en 2D (polyédraux en 3D), les modèles construits sur des bases de fonctions ou encore les modèles à base de particules.

En ce qui concerne les représentations implicites, elles découlent des représentations surfaciques mais les surfaces sont définies par une équation implicite $f(x, y, z) = 0$. Elles permettent de disposer de plus d'informations que les représentations surfaciques, avec la possibilité de déterminer aisément si les points sont à l'intérieur ou non du modèle, ou encore d'accéder à une approximation de la distance à la surface.

Les représentations volumiques sont, quant à elles, des représentations dont les éléments sont répartis dans l'espace ou une portion d'espace.

Ces différentes représentations peuvent être utilisées pour décrire les modèles géométriques selon les informations sur les objets et les images.

1.1.3 Les modèles rigides

Les modèles rigides correspondent à une connaissance complète de l'objet. Pour ces modèles, les informations volumiques ou surfaciques sont connues et peuvent être décrites par exemple à l'aide d'équations polynomiales $f_v(X, \Omega)$, où $X = (x, y, z)$ caractérise la position de l'objet et $\Omega = (\varphi, \theta, \gamma)$ l'angle d'Euler donnant son orientation. Les équations à résoudre pour déterminer ces paramètres sont :

- pour f_v volumique :

$$f_v(X, \Omega) = 1 \text{ à l'intérieur de l'objet sinon } f_v(X, \Omega) = 0 \quad (\text{I. 1})$$

- pour f_v surfacique :

$$f_v(X, \Omega) = 1 \text{ sur les frontières sinon } f_v(X, \Omega) = 0 \quad (\text{I. 2})$$

Notons que ces modèles se transposent aisément en 2D.

Les données surfaciques décrivent les contours. Par exemple, elles peuvent être approximées par des surfaces quadriques [CHA02].

Dans le cas de multiplicité des formes géométriques à reconnaître, il est aussi possible d'avoir accès à une bibliothèque de modèles à rechercher.

Les domaines d'application utilisant ce type d'approche sont variés : reconnaissance d'objets géométriques, de lettres / sigles ou de contours d'objets connus...

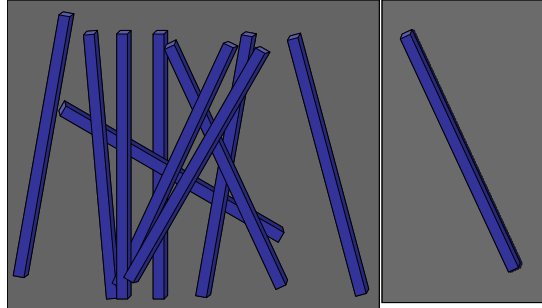


Figure I. 2 : Exemple de couple image et modèle rigide [AIG08], [AMI06]

Dans le cas 3D, la complexité résulte de la multiplication du nombre de positions possibles (en général le nombre de voxels) par le nombre d'angles d'Euler considérés (indiquant l'orientation).

Les difficultés, pour ce type de modèle, sont la complexité liée à la recherche des inconnues du modèle, surtout pour des données 3D volumiques. Il faut aussi parvenir à décrire la surface des objets à l'aide d'une fonction, de la manière la plus précise et la plus globale possible. De plus, la forme d'un même objet doit être identique sur tout le bloc.

1.1.4 Les modèles paramétriques

Les modèles paramétriques permettent de décrire les objets à l'aide de fonctions volumiques, surfaciques ou implicites. Un des outils de description le plus courant est l'utilisation de *splines* ou *B-splines*.

Définition I. 1

Une spline est une fonction définie par morceaux par des polynômes.

Définition I. 2

Une B-spline est une combinaison linéaire de splines.

La Figure I. 3 représente la paramétrisation d'un objet « lèvres » [HAM06]. Les contours sont décrits à l'aide de 4 courbes polynômiales cubiques γ_i possédant certaines propriétés, comme par exemple d'avoir une dérivée nulle aux points d'intersection (commissures Q_1 et Q_5).

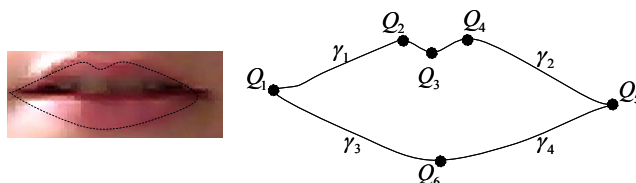


Figure I.3 : Exemple de paramétrisation d'un objet « lèvres » par B-spline

Dans le cadre de la segmentation d'objets cylindriques, la description de l'objet s'appuie souvent sur la notion de cylindre généralisé [BEH01] (cf. paragraphe I.1.6.1). La description du cylindre (Figure I.5) s'effectue alors par la forme de son axe et l'évolution éventuelle de sa section orthogonale.

En résumé, cette représentation paramétrique est plus précise et décrit mieux les modèles complexes que les modèles géométriques au prix de l'augmentation du nombre de paramètres à déterminer.

1.1.5 Les modèles déformables

La classe des modèles déformables est très vaste et s'applique à toutes les représentations géométriques surfaciques, implicites ou volumiques.

Les modèles déformables correspondent à des modèles dont la position, l'orientation mais aussi la forme peuvent être totalement ou partiellement inconnus. Le point commun réside dans le fait de régulariser les différents paramètres inconnus à l'aide de contraintes internes et externes par optimisation de critères d'énergie.

Les contours actifs, dont l'origine se trouve dans les travaux de Kass, Witkin et Terzopoulos [KAS88], font partie des modèles dits déformables. Ce sont des splines à minimisation d'énergie guidées et influencées par les forces de l'image (externes et internes). Ces splines transforment progressivement le modèle pour l'adapter au mieux au contour de l'objet.

La démarche consiste en une étape d'initialisation et une phase itérative. L'initialisation s'effectue en plaçant, dans la zone d'intérêt de l'image, la courbe, ouverte ou fermée. Ensuite, une phase itérative déplace et déforme la courbe pour l'amener à coïncider avec les bords des objets à segmenter. Pour cela, elle est contrôlée par deux types de forces [COH89] :

- les forces externes qui imposent la régularité de la courbe (contraintes d'élasticité, rigidité). Elles dérivent de l'image ou sont imposées comme contraintes. Elles permettent de déplacer et déformer le modèle de sa position initiale vers la meilleure solution pour obtenir les caractéristiques désirées dans l'image.

- les forces internes qui définissent les propriétés physiques du modèle.

D'autres forces peuvent être ajoutées par l'utilisateur pour s'adapter à des cas particuliers.

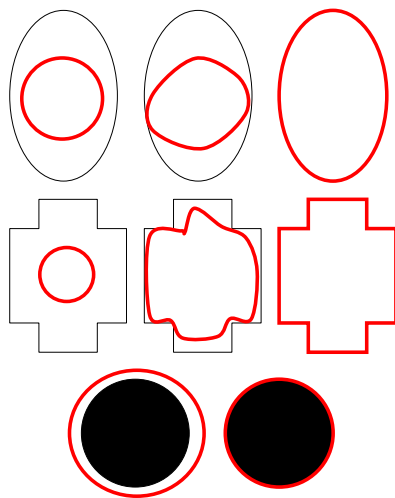


Figure I. 4 : Exemple de résultats par contours actifs

La Figure I. 4 présente différents exemples d'utilisation et d'évolution des contours actifs.

Le modèle déformable est donc caractérisé par la définition des forces et critères d'énergie qui permettent de s'adapter et de décrire au mieux les contours.

Les différentes méthodes de modèles déformables, qu'elles soient paramétriques, géométriques ou par surfaces adaptables, permettent d'être plus souples et de s'adapter aux objets et à l'environnement. Cela permet par exemple de s'adapter aux déformations locales des objets.

Un cas particulier regroupant deux modèles, paramétrique et déformable, peut être mis en œuvre par une approche en deux étapes. Premièrement, l'objet est grossièrement décrit par un modèle paramétrique connu, à partir duquel il sera possible d'effectuer la détection. La seconde étape consiste à appliquer des contraintes pour s'adapter aux déformations locales.

1.1.6 Segmentation par modèle d'objets cylindriques

Dans le cadre de cette thèse, nous cherchons plus particulièrement à détecter et à segmenter des objets cylindriques considérés dans une acceptation un peu moins stricte que celle de la géométrie classique : celle de cylindre généralisé.

1.1.6.1 Notion de cylindre généralisé

La notion de cylindre généralisé a été introduite par Binford en 1971 [SAY98]. Sa définition varie selon les auteurs. De manière globale, un cylindre généralisé est défini par son axe (éventuellement courbe) et un ensemble de sections. L'angle formé entre le plan des sections

avec le vecteur tangent à l'axe est supposé constant et est généralement un angle droit. Une règle de transformation est associée à l'objet pour spécifier la façon dont varient la forme et la taille des sections le long de l'axe.

Les descriptions du cylindre généralisé rencontrées dans la littérature restent souvent vagues. La Définition I. 3 permet de préciser la définition que nous prendrons en considération par la suite quand nous parlerons de cylindre généralisé.

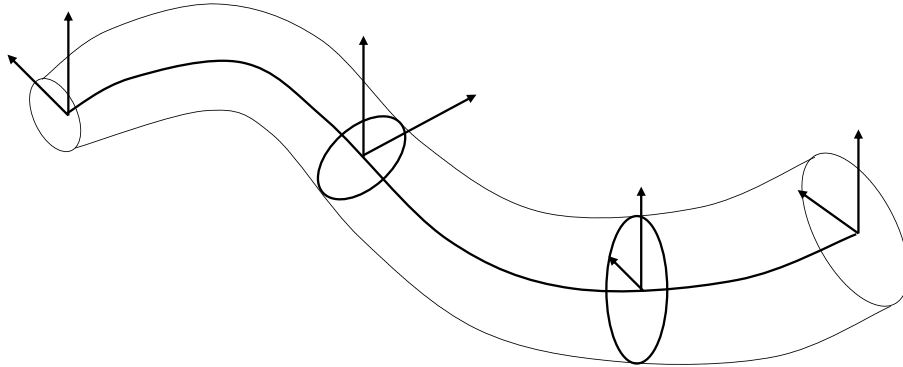


Figure I. 5 : Cylindre généralisé

Définition I. 3

Soit l , une coordonnée curviligne le long de l'axe, $\rho(l)$ est le rayon de courbure curviligne local de l'axe ; pour un cylindre généralisé, toutes les sections orthogonales à l'axe sont des cercles. Il existe plusieurs types de cylindres généralisés qui se différencient par les contraintes imposées sur l'axe, le rayon et la courbure :

- Cylindre généralisé de type A : \mathcal{C} est un axe rectiligne 3D et $r(l)$ est le rayon local de la section orthogonale avec les contraintes :

Contrainte I. 1

$r(l)$ présente des variations de faibles amplitudes par exemple :

$$r(l) = r_0 \pm 10\%$$

Contrainte I. 2

$r(l)$ est à variations lentes : $|r''(l)| \ll \frac{1}{r(l)}$

- Cylindre généralisé de type B : l'axe \mathcal{C} est une courbe 3D, r_0 est le rayon des sections orthogonales à l'axe avec les contraintes :

Contrainte I. 3

L'axe est faiblement courbé : $\rho(l) \gg r_0$. par exemple : $\rho(l) > 10r_0$

Contrainte I. 4

Le cylindre ne s'intersecte pas :

$$\forall (M, N) \in \mathcal{C} \quad |\rho(M) - \rho(N)| > \pi r_0, d \in (M, N) > 2r_0 \quad (I. 3)$$

- Cylindre généralisé de type C : l'axe \mathcal{C} est une courbe 3D, $r(l)$ est le rayon local de la section orthogonale avec les contraintes :

Contrainte I. 1

Contrainte I. 2

Contrainte I. 3

Contrainte I. 5

Le cylindre ne s'intersecte pas :

$$\forall (M, N) \in \mathcal{C} \quad |\rho(M) - \rho(N)| > \pi r_0, d \in (M, N) > 2r(l) \quad (I. 4)$$

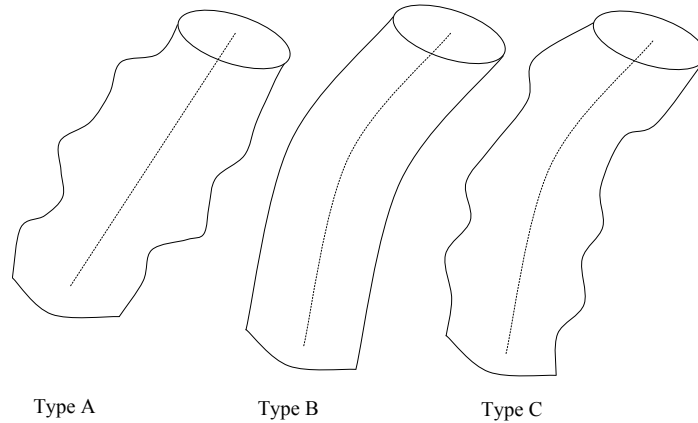


Figure I. 6 : Différents types de cylindres généralisés

Les contraintes associées aux différents types de cylindres généralisés ont pour objectif de s'assurer que la courbe principale maximale (cf. paragraphe III.1.1.2) est toujours l'inverse du rayon de la section orthogonale à l'axe. Pour les cylindres généralisés de type A, la courbure principale minimale mesurée en un point de la surface du cylindre est peu différente de $|r''(l)|$. Dans le cas des cylindres généralisés de type B, elle est peu différente de $1/\rho(l)$. Elle varie $1/\rho(l) + r_0$ de $1/\rho(l) - r_0$ en fonction de la position du point considéré. Pour le dernier type (type C), les cylindres généralisés ont une courbe principale minimale peu différente de :

$$\frac{1}{\rho(l)} + r''(l) \quad (I. 5)$$

Ce dernier type de cylindre généralisé est le plus global. Par la suite, nous appellerons cylindres généralisés les cylindres de type C.

I.1.6.2 Approches de segmentation

Nous venons de définir plusieurs représentations par modèles géométriques permettant de décrire les objets. Pour choisir une méthode de segmentation, il faut tenir compte des informations qui sont connues *a priori* pour sélectionner le type de représentation et le modèle géométrique le mieux adapté. Cela permettra de mettre en évidence les caractéristiques particulières qu'il faudra déterminer et donc définir une démarche de segmentation appropriée.

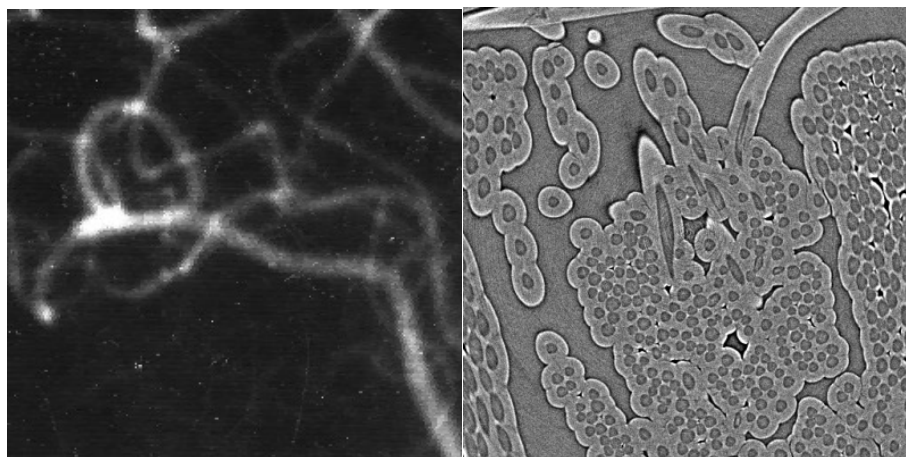


Figure I. 7 : Exemples d'images contenant des objets cylindriques : dans le domaine de l'imagerie médicale (gauche) ou dans le domaine des composites thermostrostructuraux (droite)

Les solutions rencontrées dans la littérature concernant la segmentation d'objets cylindriques ont été principalement développées dans le domaine de l'imagerie médicale pour la détection et la segmentation de vaisseaux sanguins (Figure I. 7 gauche). Dans d'autres domaines comme l'étude des matériaux composites (Figure I. 7 droite), les fibres peuvent être considérées comme localement cylindriques [COI06]. Elles se distinguent du cas précédent par le fait qu'il est possible de rencontrer des régions d'image à très forte densité de cylindres. Leur détection et leur segmentation présentent un grand intérêt dans le cadre de l'étude des matériaux.

Les principales méthodes peuvent être classées selon deux familles :

- méthodes qui cherchent à segmenter directement les cylindres,
 - o en utilisant et adaptant les méthodes classiques, par exemple des approches régions ou contours, si les contrastes objet / fond sont suffisants,
 - o en utilisant des méthodes de type modèle rigide, quand les caractéristiques du cylindre sont entièrement connues ;
- méthodes qui nécessitent une estimation préalable ou conjointe des caractéristiques des cylindres telles que la courbe d'axe et le rayon pour les détecter et les reconstruire. Dans ce dernier cas, le modèle géométrique n'est pas entièrement connu. Il faut à la fois déterminer la position et l'orientation de l'objet, mais aussi les éléments concernant sa forme. Ces méthodes de segmentation s'inscrivent dans les familles de modèles de type paramétrique ou déformable.

Dans la suite de ce paragraphe, diverses méthodes vont être détaillées. Nous avons choisi de les classer selon qu'elles nécessitent ou non une estimation des caractéristiques, à savoir :

- segmentation sans estimation des courbes d'axe, qui regroupe les méthodes directes de segmentation
- segmentation avec estimation des courbes d'axe, qui concerne les approches avec recherche des caractéristiques de l'objet : axe et contour.

I.2 Segmentation sans estimation des courbes d'axe

Ces approches visent à segmenter directement les objets, soit parce que les caractéristiques des objets, en particulier en terme de niveaux de gris, permettent une segmentation sans connaissance a priori du modèle (approches génériques par contours ou régions), soit parce que le modèle est entièrement connu (modèles rigides).

I.2.1 Méthodes génériques

La segmentation, dans ce cas, n'implique pas une reconnaissance des objets et de leurs caractéristiques.

I.2.1.1 Approches régions

De manière générale, il existe de très nombreuses méthodes de segmentation [COC95] comme par exemple les lignes de partage des eaux, les méthodes de Markov, les approches de diffusion / fusion ou encore par agrégation...

Pour utiliser ces méthodes, il faut que les objets cylindriques possèdent des niveaux de gris homogènes ou des propriétés appropriées.

Par exemple, quand l'histogramme des niveaux de gris le est adapté (Figure I. 8), un seuillage adapté permet d'effectuer directement une classification des niveaux de gris selon les régions pour réaliser la segmentation.

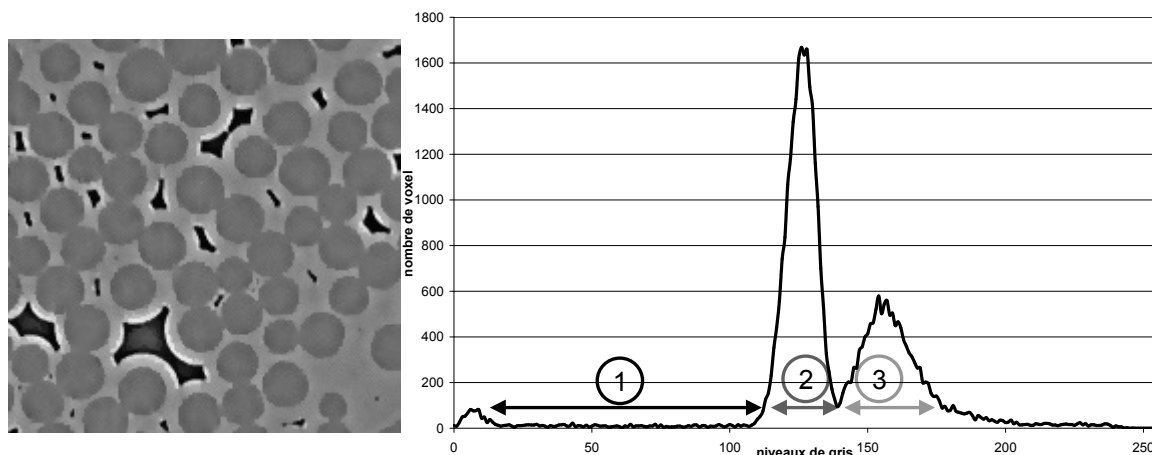


Figure I. 8 : Exemple d'une image 2D en niveau de gris et de l'histogramme correspondant

Vignoles [VIG01] propose une méthode 3D de segmentation de type approche région, sans connaissance *a priori* des objets à segmenter. Pour cela, il combine un bi seuillage avec des opérateurs de morphologie mathématique.

Ces méthodes sont les plus simples à mettre en œuvre et donc classiquement les plus utilisées. Cependant, et plus particulièrement dans le cas de données 3D, les différents réglages, comme le choix des seuils, sont délicats à obtenir. De plus, il y a une contrainte forte sur les caractéristiques des niveaux de gris des différentes régions.

1.2.1.2 Approches contours

Les approches contours tirent parti des variations d'intensité à la frontière des régions. Les méthodes utilisent généralement les opérateurs dérivatifs tels que le gradient ou le Laplacien qui correspondent respectivement à des valeurs maximales et à des passages par zéro pour les contours. Les méthodes de segmentation cherchent donc à extraire ces points caractéristiques en utilisant classiquement un seuillage hystérésis. Dans ce cas, les algorithmes de segmentation diffèrent par le calcul de l'opérateur dérivatif. Il en existe de nombreux comme par exemple les opérateurs de Sobel ou Prewitt, Kirsh ou encore ceux MDIF ou NAGDIF [COC95].

C'est dans cet esprit de détection de contours que la méthode de Martin-Herrero [MAR07] a été développée. Elle permet de segmenter les objets cylindriques en essayant de s'abstenir au maximum d'informations *a priori* sur les cylindres. L'idée est de retrouver l'intérieur des contours à partir d'informations sur les profils dérivatifs P_x . L'hypothèse nécessaire est que les objets doivent posséder des contours fermés.

Les profils dérivatifs sont des vecteurs contenant la valeur d'une estimation du gradient en fonction d'une des coordonnées. Les pics et les vallées de ces profils informent sur les variations des niveaux de gris.

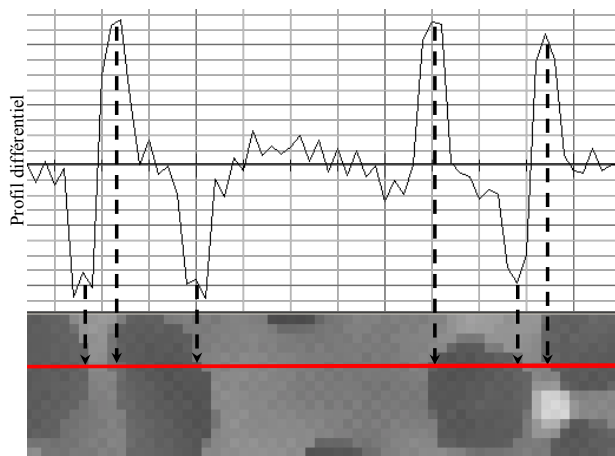


Figure I. 9 : Exemple de détection des bords avec la fonction profil différentiel P_{l_x}

Les pics négatifs représentent les sorties des objets et les pics positifs les entrées (Figure I. 9). Il est donc possible de retrouver l'intérieur des cylindres et de les segmenter.

Cette méthode permet de segmenter des objets de contours fermés comme les cylindres. Cependant, il faut que les pics des profils dérivatifs caractérisant les entrées et les sorties des objets à segmenter soient bien distincts des pics des autres objets et qu'ils n'y aient pas d'autres variations d'intensité situées ailleurs que sur la frontière des objets.

Pour ces approches contours, comme pour les approches régions, il n'y a pas de connaissance *a priori* du modèle ni de caractérisations géométriques de ce dernier mais l'image doit présenter un contraste suffisant pour appliquer des approches régions, ou des contours nets pour mettre en œuvre des approches contours. A l'issue de cette procédure, les fibres ne sont pas nécessairement individuelles mais peuvent être agrégées dans des amas.

Dans certains cas d'objets cylindriques faiblement discernables, il est plus efficace d'utiliser une caractérisation du modèle pour réaliser la segmentation.

1.2.2 Segmentation par pattern matching

Comme pour le cas général (cf. paragraphe I.1.3), il existe plusieurs façons de représenter géométriquement les cylindres. Cela permet à partir d'une représentation du modèle de type rigide d'utiliser des méthodes comme le pattern matching (ou reconnaissance de formes). Ce dernier consiste à détecter un modèle défini dans une image en retrouvant la (ou les) position(s) et l'orientation.

Dans le cas d'un cylindre dont l'axe coïncide avec l'axe du repère z , une des représentations revient à utiliser l'équation de la surface des contours (I. 6).

$$x^2 + y^2 - R^2 = 0 \text{ avec } R \text{ le rayon} \quad (\text{I. 6})$$

Une autre façon de décrire un cylindre est de considérer un point de l'axe O , un vecteur directeur unité \vec{u} et le rayon R . [DON97]

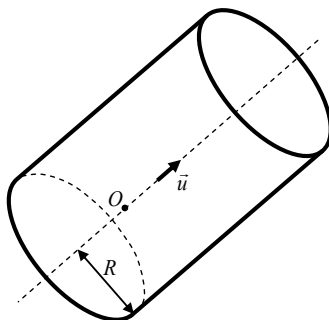


Figure I. 10 : Représentation d'un objet cylindrique et de ses caractéristiques : position O , orientation \vec{u} et rayon R

Dans cette configuration pour le cas du modèle rigide, il ne reste plus qu'à déterminer un point de l'axe et à faire coïncider les orientations.

Une famille de méthodes consiste à chercher plutôt les attributs des modèles comme les coins ou encore ici les axes. Pour cela, une solution est d'utiliser d'autres espaces de représentation. Par exemple, l'image de Gauss d'une surface correspond à la représentation des normales unitaires des points de la surface sur la sphère unité appelée sphère de Gauss. Pour un cylindre cette image est inscrite dans le grand cercle de la sphère gaussienne dont la normale coïncide avec l'axe du cylindre (Figure I. 11) [CHA01], [CHA02].

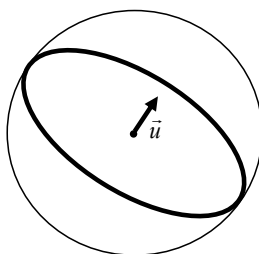


Figure I. 11 : Image gaussienne d'un cylindre d'orientation \vec{u}

Dans la littérature, il y a peu de méthodes de détection et segmentation d'objets cylindriques à partir des approches par modèles rigides et notamment en 3D. Un ensemble de méthodes permet cependant de retrouver les objets cylindriques par pattern matching en utilisant une projection de ces objets en 2D. Par exemple, l'approche développée par Liu [LIU94] permet de trouver les objets cylindriques dans des positions arbitraires à partir de caméras simple vue. La démarche est la suivante : calibration de la caméra, projection, puis une reconnaissance de formes surfaciques pour la reconstruction de la surface de l'objet. Ce type d'approche est principalement utilisé pour la reconnaissance d'objets dans des scènes filmées et pour la détection de cylindres.

Pour les objets cylindriques, en 3D, il est rare de rencontrer des méthodes proposant à la fois la connaissance de la forme et du rayon. De plus, les cylindres généralisés considérés varient en termes de rayon, d'orientation ou de courbure.

En conclusion, ces méthodes par modèles rigides sont rares pour la détection et la segmentation d'objets cylindriques. En effet, il faut une connaissance complète des objets cylindriques. Dans ce cas, la segmentation de cylindres généralisés est d'autant plus délicate que les caractéristiques des objets sont variables. De plus, la difficulté réside aussi dans la complexité de ces méthodes surtout avec des données et des méthodes de segmentation directement en 3D. Ces difficultés expliquent le peu de littérature trouvée concernant la segmentation 3D d'objets cylindriques par ces approches.

I.3 Segmentation avec estimation des courbes d'axe

Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux méthodes de segmentation avec estimation des courbes d'axe. Cette estimation s'effectue : soit au préalable, soit de façon conjointe à la segmentation. Ces approches permettent de segmenter les objets cylindriques (Figure I. 10) à partir d'une première étape de reconnaissance qui détermine leurs caractéristiques comme la courbe d'axe, le rayon, la courbure...

Il existe plusieurs familles de méthodes permettant de segmenter et d'obtenir les informations de contours et d'axes :

- celles qui estiment les contours puis l'axe en se déplaçant le long des sections du cylindre généralisé
- celles qui adaptent généralement des méthodes développées initialement dans le cas d'images binaires, comme la squelettisation ou la transformée de Hough
- celles qui se fondent sur la géométrie locale par une interprétation de la matrice du Hessien pour obtenir les informations sur l'orientation.

1.3.1 Méthodes par sections orthogonales

Les méthodes par sections orthogonales ([DON97], [VER96], [WIN98]) permettent d'estimer les contours des cylindres en se plaçant dans les plans orthogonaux à l'axe.

Ce sont des méthodes 3D par modèles paramétriques utilisant des contours actifs en 2D. Elles permettent d'avoir un modèle paramétrique souple et de s'adapter aux variations locales du modèle.

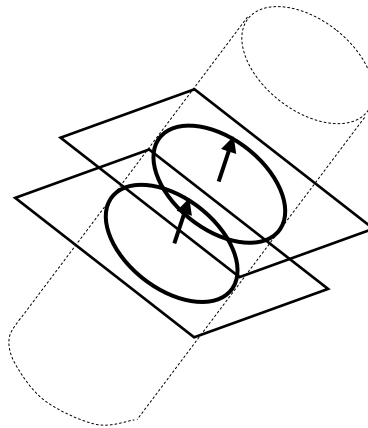


Figure I. 12 : Segmentation par recherche des contours sur les plans orthogonaux à l'axe estimé

Ces méthodes nécessitent une première phase d'initialisation de la position, qui n'est pas à proprement parler une extraction de la courbe d'axe mais une estimation locale. Généralement, la phase d'initialisation est réalisée manuellement par la détermination d'un point puis l'estimation de l'orientation de l'axe ou directement en entrant une spline d'axe [TER87]. Ensuite, les étapes itératives suivantes sont mises en œuvre :

- avancement pas à pas selon l'orientation estimée (3D)
- détection du contour dans le plan orthogonal (2D)
- mise à jour de l'orientation et du point d'axe dans ce plan (3D).

Les différences entre les méthodes proviennent des techniques utilisées pour détecter les contours ou pour estimer les points d'axe.

Pour la détection des contours, plusieurs approches peuvent être exploitées.

Les contours actifs (cf. paragraphe I.1.5) ou snakes dans les plans orthogonaux peuvent être utilisés. Ces méthodes [COH89] permettent de récupérer les contours des objets cylindriques généralisés en s'adaptant à la structure avec une bonne adaptabilité aux parois.

Une autre catégorie d'approches consiste à considérer le contour comme un nombre limité de points situés sur des rayons partant de l'axe. Il est donc possible de récupérer les contours en utilisant la détection de ces points avec les maxima du gradient et une cohérence du voisinage [VER96], ou encore par recherche du meilleur rayon [WIN98]. A partir du centre, plusieurs rayons sont estimés dans différentes directions. Pour chaque rayon, la valeur correspond à un maximum du gradient dans la direction d'estimation (Figure I. 13).

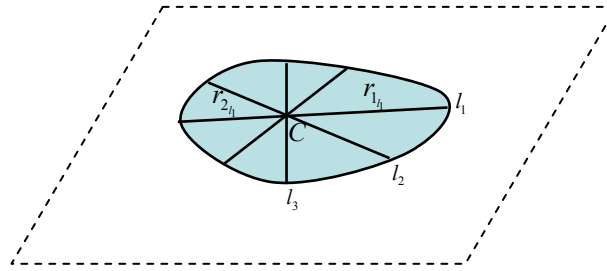


Figure I. 13 : Estimation des rayons et du centre à partir des lignes des rayons [WIN98]

Ensuite, à partir des contours ou des rayons estimés, le point de l'axe est déduit. Il y a là aussi plusieurs approches possibles. Certaines méthodes ([SWI97] ou [VER96]) se fondent sur le calcul du centre de gravité à partir des contours. Une autre approche, dans la continuité de l'estimation des rayons [WIN98], utilise l'ensemble des points et des rayons pour définir leur indice de confiance d'appartenance au centre (Figure I. 13).

Ces méthodes dépendent, à la fois, d'une bonne phase d'initialisation et d'estimation de l'orientation pour assurer une détection et une poursuite performantes. Leur avantage est de faire de la détection de contours en 2D à l'aide d'informations 3D. Cependant, elles ont l'inconvénient d'être rarement automatiques puisque l'initialisation est généralement laissée à l'appréciation de l'opérateur.

1.3.2 Méthode utilisant la transformée de Hough

La représentation de Hough a été développée dans le cas 2D. Elle peut être définie comme un ensemble de transformations qui permettent de détecter dans des images, la présence de courbes paramétriques appartenant à une famille connue, à partir d'un ensemble de points sélectionnés [MAI85].

La transformée de Hough utilise principalement des images binaires, c'est-à-dire qu'elle s'appuie sur une étape de seuillage plus ou moins délicate. Ensuite, les représentations à l'aide de la transformée de Hough permettent d'estimer l'axe et le rayon des cylindres.

Par la suite, des adaptations de ces méthodes ont été développées pour s'appliquer directement sur des images en niveaux de gris et ainsi tirer parti de l'espace de représentation de la transformée de Hough pour procéder à la segmentation. En ce qui nous concerne, il s'agit d'obtenir les paramètres du modèle pour s'adapter à la détection d'objets cylindriques ([RAB05], [BEH01]). Dans le cas d'objets cylindriques, les difficultés résident dans le fait qu'un cylindre de rayon fixe présente 5 degrés de liberté. Il faut donc envisager de mettre en œuvre des méthodes par sous-ensembles pour diminuer la complexité et le nombre de paramètres.

Une des méthodes [RAB05] utilise un modèle de cylindres par la détermination de la position, l'orientation \vec{u} et le rayon r (Figure I. 10) pour la segmentation. L'approche se décompose en deux étapes : une transformée de Hough 2D sur la sphère gaussienne d'entrée pour obtenir l'orientation du cylindre puis une transformée de Hough 3D dans un voisinage des directions obtenues à la première étape, pour avoir une estimation de la position et du rayon des cylindres.

Behrens [BEH01] propose, quant à lui, une approche utilisant une transformée de Hough étendue pour estimer l'orientation et l'axe, puis un filtre de Kalman pour la phase de poursuite. Cette méthode utilise le cylindre généralisé avec un modèle géométrique explicite. La transformée de Hough étendue, dans ce cas, utilise un sous ensemble aléatoire de données pour une représentation des données d'entrées par un petit nombre de points dans l'espace des paramètres. La poursuite s'effectue à l'aide d'un filtre de Kalman qui permet d'estimer la position, la taille et la forme de l'objet, attendues à l'étape suivante le long de l'axe du cylindre généralisé.

Ces méthodes dépendent d'une transformation de l'espace de représentation qui est délicate à utiliser dans le cas des cylindres au vu du nombre de degrés de liberté et plus encore sur des images en niveaux de gris. En conséquence, il est préférable de limiter ces approches aux blocs présentant un faible nombre d'objets cylindriques et surtout de faibles variations de taille et d'orientation de ces objets.

1.3.3 Méthodes par squelettisation

Le principe des méthodes par squelettisation est de récupérer le squelette des objets. Ces méthodes utilisent les modèles paramétriques avec une recherche de l'axe et en même temps des informations telles que le rayon, l'orientation et l'intensité des structures pour effectuer la segmentation.

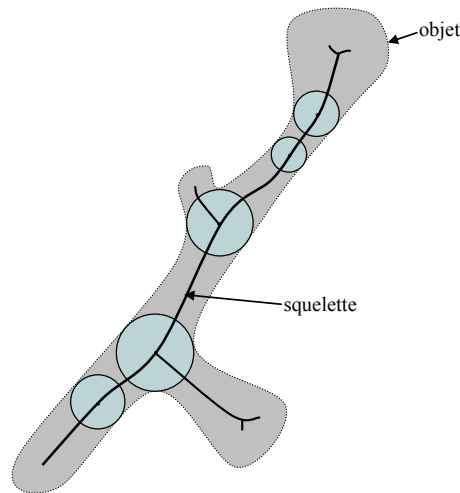


Figure I. 14 : Squelette d'un objet

Définition 1 [MAL05]

Un squelette est un sous-ensemble d'objets ayant les propriétés suivantes :

- *homotopie* : le squelette est topologiquement équivalent à l'objet original
- *minceur* : un pixel épaisseur
- *localisation* : le squelette est situé au centre de l'objet.

La squelettisation peut être définie comme un outil de morphologie mathématique.

Dans son article, Fernandez-Vidal [FER96] scinde les différentes méthodes de squelettisation en deux catégories : les algorithmes d'amincissement ou encore ceux qui calculent le squelette à partir de la carte de distance. L'article propose aussi une nouvelle méthode basée sur la carte de distance euclidienne qui est plus adaptée à des études N-dimensionnelles donc à la détection d'objets cylindriques.

Le principe de la majeure partie de ces méthodes est d'utiliser les informations obtenues grâce au squelette géométrique pour décrire formellement l'objet et ainsi reconstruire les objets cylindriques. Il y a, comme pour les méthodes par transformée de Hough, deux possibilités d'applications :

- A partir d'images pré-segmentées : dans ce cas, la segmentation a déjà été effectuée par une autre méthode plus ou moins complexe. Il s'agit alors d'extraire l'axe grâce aux méthodes de squelettisation classiques pour obtenir les caractéristiques des objets ([MAL05]).
- A partir d'images en niveau de gris : les méthodes sont utilisées dans des approches de segmentation globale ([FER96], [GAG99], [HER02]) permettant à la fois la détection et la segmentation mais aussi l'obtention des caractéristiques des objets cylindriques.

Les méthodes qui partent directement des images en niveaux de gris utilisent plusieurs techniques comme l'extraction des lignes de crêtes, la méthode d'arbres extensibles [LAV03] ou les contours actifs géodésiques. L'extraction de structures arborescentes [ANG01] peut se faire à partir d'un modèle déformable particulière qui autorise les changements de topologie tout en les contrôlant afin d'extraire le squelette de l'objet. C'est un modèle déformable avec adaptation à la topologie pour la squelettisation de structures tubulaires.

La méthode d'Hernandez-Hoyos [HER02] ne nécessite pas de binarisation préalable des images. C'est une méthode globale de segmentation d'objets cylindriques en deux étapes d'extraction : les courbes d'axe puis les contours. La phase d'extraction de l'axe s'effectue à l'aide d'un squelette extensible qui part d'un point appartenant au cylindre et qui estime successivement les nouveaux points, en utilisant deux étapes :

- la première : la prédiction de la position du nouveau point d'axe en estimant l'orientation locale du cylindre au point courant par minimisation des moments d'inerties calculés dans un voisinage centré sur ce point courant ;
- la seconde : l'estimation, qui est une correction sous l'influence de paramètres fondés sur l'analyse des moments (centre de gravité ainsi que valeurs et vecteurs propres de la matrice d'inertie).

Ensuite, l'étape d'extraction des contours s'effectue soit à l'aide de contours actifs dans les plans orthogonaux, soit d'un isocontour. Cette méthode a été développée aussi bien pour des approches mono que multi échelles.

1.3.4 Méthodes par géométrie locale

Cette famille d'approches utilise les propriétés géométriques des images et des objets à segmenter. Ces méthodes exploitent la matrice du Hessien (Définition I. 4). Ce sont souvent des approches multi-échelles [LIN96]. Pour ce type d'approches, la taille de la fenêtre d'étude est adaptée ; ainsi les paramètres sont réglés à chaque fois pour correspondre à la taille des objets recherchés. A chaque échelle, il y a estimation de l'axe des objets dans l'ordre de grandeur correspondant. L'aspect multi-échelle permet de détecter et segmenter des éléments de tailles variables tels que des vaisseaux sanguins.

1.3.4.1 Approches par filtrage

Ces méthodes ont initialement été développées pour effectuer un rehaussement anisotrope de l'image. Les propriétés des valeurs et vecteurs propres de la matrice du Hessien permettent

d'adapter le filtrage à l'orientation locale des structures, selon qu'il s'agit d'une zone isotrope ou anisotrope en niveaux de gris.

Définition I. 4

La matrice du Hessien d'une fonction I est la matrice carrée H_e de ses dérivées partielles secondes.

$$H_e = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (I.7)$$

avec $I_{ij} = \frac{\partial^2 I}{\partial i \partial j}$, $i, j = x, y, z$

L'analyse des valeurs propres et des vecteurs propres [TAK82] de la matrice du Hessien (I.7) permet d'estimer l'orientation locale. Il est ensuite possible d'appliquer une combinaison d'opérateurs dérivatifs adaptés à cette orientation locale. C'est le principe global des approches utilisant la géométrie locale.

Par convention, on note généralement $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ les valeurs propres de la matrice du Hessien avec $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ et \vec{u}_1, \vec{u}_2 et \vec{u}_3 les vecteurs propres respectivement associés.

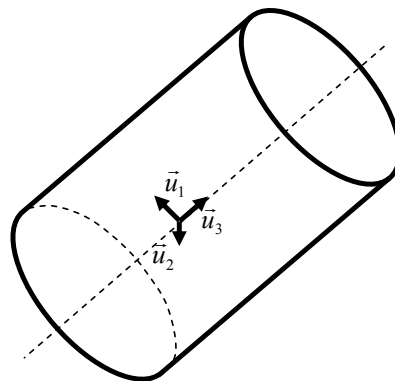


Figure I. 15 : Représentation de la base $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ des vecteurs propres de la matrice du Hessien associés respectivement aux valeurs propres

Pour une structure orientée, la base des vecteurs propres $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ forme une base orthonormale (Figure I. 15) dont le vecteur \vec{u}_3 , correspondant au vecteur propre associé à la plus faible valeur propre, représente l'orientation de la structure.

L'étude des valeurs propres permet de caractériser l'existence et la pertinence de l'orientation estimée :

- pour $\lambda_1 \cong \lambda_2 \cong \lambda_3$, il n'y a pas de direction préférentielle ;

- pour $\lambda_1 \equiv \lambda_2 > 0$ et $\lambda_3 \equiv 0$ ($\lambda_2 \equiv \lambda_3 < 0$ et $\lambda_1 \equiv 0$), la texture correspondante est une structure tubulaire ;
- pour $\lambda_1 \gg 0$ et $\lambda_2 \equiv \lambda_3 \equiv 0$ ($\lambda_3 \ll 0$ et $\lambda_1 \equiv \lambda_2 \equiv 0$), la texture a une tendance directionnelle très forte qui représente des structures planes, parallèles.

Koller [KOL95] est le premier à avoir utilisé et étendu au cas 3D la technique de filtrage à rehaussement anisotrope dans le cadre de la détection d'objets cylindriques. Son approche consiste en une combinaison non linéaire de filtres linéaires basés sur la dérivée première d'une gaussienne appliquée selon des orientations obtenues grâce aux vecteurs propres de la matrice du Hessien. Le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre λ_3 caractérise l'orientation de la courbe. Les filtres dérivatifs du premier ordre sont appliqués dans les deux autres directions. Les deux réponses sont combinées en prenant la valeur minimale. Le troisième degré de liberté correspond à l'échelle de calcul et permet une application multi-échelle de l'approche.

Par la suite, des méthodes telles que celles de Lorenz [LOR97], Sato [SAT98] ou Frangi [FRA98] ont été développées. Elles utilisent, à la fois (simultanément ou conjointement), les dérivées du premier et second ordre sur une gaussienne ainsi que l'analyse de l'orientation locale par l'étude des valeurs propres de la matrice du Hessien. Les différences pour ces approches se situent au niveau du calcul des facteurs de pondération. Ces facteurs dépendent des valeurs propres de la matrice du Hessien que ce soit de façon simultanée [FRA98] ou non ([LOR97], [SAT98]).

Toutes ces méthodes permettent de rehausser les structures de type courbe pour des images 3D. Elles peuvent être utilisées pour effectuer un filtrage adaptatif ou servir de base à des méthodes globales de segmentation.

1.3.4.2 Approches globales de segmentation des objets cylindriques

Les approches dites globales permettent non seulement de rehausser mais aussi de détecter et de segmenter les objets cylindriques. Il est possible de classer ces méthodes :

- celles qui utilisent les informations géométriques dans un filtrage (par les méthodes présentées précédemment). Ce filtrage est le point de départ pour des opérateurs de croissance de région [LOR97] ou de contour actif.
- celles qui incluent la géométrie locale dans la segmentation des cylindres [FRA99], [LOR99], [KRI00].

Les méthodes de cette dernière classe, fondées sur l'analyse de la matrice du Hessien, ont pour point commun d'extraire les axes à partir de l'analyse des valeurs et vecteurs propres de la matrice du Hessien. Elles sont multi-échelles et se déroulent en deux étapes. La première consiste à calculer, en chaque point et pour chacune des échelles, la réponse à une fonction d'appartenance, et à en prendre la valeur maximale parmi toutes les échelles. Cela permet d'obtenir une carte de probabilité d'appartenance aux axes. Ensuite, la deuxième étape est l'extraction à partir de cette carte des points des axes. L'échelle ayant permis la détection du cylindre renseigne aussi sur la valeur du rayon correspondant.

Contrairement aux approches par filtrage et celles de Frangi ou Lorenz qui sont uniquement fondées sur les valeurs propres de la matrice du Hessien, Krissan [KRI00] utilise, pour sa fonction d'appartenance, des informations provenant à la fois des vecteurs propres et des valeurs propres mais aussi des vecteurs gradients. Cette méthode permet d'extraire les axes, de reconstruire les cylindres quel que soit leur rayon.

Les différentes étapes de sa phase d'extraction des axes sont :

- une présélection des candidats à l'aide des valeurs propres de la matrice du Hessien utilisant la condition $\lambda_2 < 0$ et $\lambda_3 < 0$ (Figure I. 16) ;

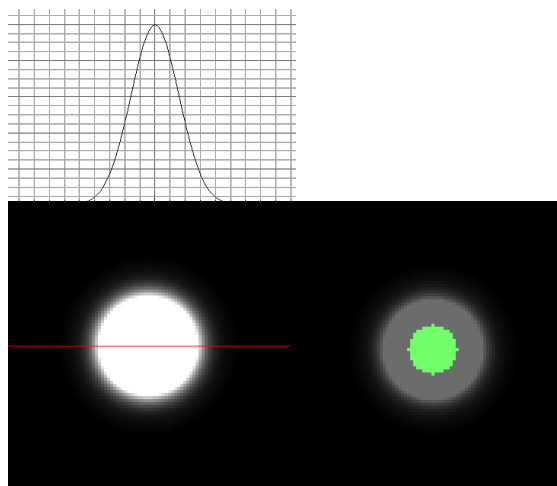


Figure I. 16 : Exemple de points présélectionnés (cercle vert) à l'aide des valeurs propres à partir d'une image d'un cylindre de profil gaussien : présélection des candidats

- le calcul de la réponse à la fonction d'appartenance à une échelle donnée. Cette fonction correspond à la moyenne du gradient sur un cercle ayant pour centre le point courant et de rayon dépendant du modèle et de l'échelle dans le plan défini par les vecteurs propres de la matrice du Hessien $(\mathbf{x}, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$. Le calcul des points le long du cercle se fait à l'aide d'une interpolation trilinéaire ;
- ce calcul est effectué pour différentes échelles, les réponses étant normalisées ;

- les maxima locaux sont extraits et correspondent à des points des axes.

A partir des points extraits par cette méthode, la courbe d'axe est construite, elle correspond aux axes des cylindres. De ces informations, il est possible d'obtenir le rayon en chaque point d'axe, il est proportionnel à l'échelle de détection du cylindre. Ensuite, l'étape de reconstruction associe en chaque point une estimation du rayon et de l'intensité, la dernière étape permet la visualisation des cylindres détectés.

De manière globale, grâce à ces méthodes multi échelles, il est possible d'obtenir des informations sur l'axe, le rayon et l'intensité pour détecter et reconstruire des objets cylindriques de tailles différentes.

En résumé, les approches par caractérisation de la géométrie locale permettent de déterminer la courbe d'axe, l'orientation, la courbure et le rayon pour reconstruire les objets cylindriques.

I.4 Bilan

Dans le cas des objets cylindriques, les applications visent généralement à segmenter les cylindres mais aussi à estimer les caractéristiques telles que la courbe d'axe, le rayon, la courbure...

Pour cela, il est possible de distinguer trois types d'approches :

- soit une **segmentation des cylindres** tirant parti des caractéristiques des niveaux de gris des objets et du fond **suivie d'une estimation des différents paramètres des objets segmentés**. Ces approches regroupent principalement des adaptations de méthodes génériques de segmentation de régions ou de contours. A ce titre, elles sont classiques et bien maîtrisées, mais cependant, les différents paramètres de ces méthodes peuvent s'avérer délicats à régler surtout dans le cas de données 3D. Les caractéristiques des images permettent une segmentation sans connaissance *a priori* des modèles à segmenter. Il faut donc ensuite utiliser des méthodes permettant d'accéder aux caractéristiques des objets cylindriques à partir des images binaires. Pour cela, des approches ont été développées, comme la transformée de Hough ([RAB05], [BEH01]), ou la squelettisation [MAL05], [TAN06].

- soit par **reconnaissance de formes**, quand un modèle entièrement connu est disponible. Dans cette catégorie, nous avons trouvé peu de littérature pour la segmentation de cylindres.
- soit en utilisant des méthodes permettant simultanément la **segmentation et l'estimation des caractéristiques des objets cylindriques**. Il y a plusieurs types d'approches : la méthode par section orthogonale, l'adaptation aux images en niveaux de gris des approches telles que la transformée de Hough ou la squelettisation pour des méthodes globales de segmentation ou encore l'exploitation d'outils caractérisant la géométrie locale des cylindres.

Le choix de la méthode dépend des caractéristiques des blocs et des objets à segmenter que ce soit en termes de niveaux de gris, ou en termes de caractéristiques des objets cylindriques telles que leur nombre, leur taille, ou leur orientation... Mais il faut aussi prendre en compte le type d'application et les contraintes en découlant.

I.5 Analyse

I.5.1 Caractéristiques de blocs étudiés

Dans cette thèse, les blocs étudiés (Figure I. 17) sont constitués de trois milieux distincts (ou phases). Le premier correspond à un enchevêtrement d'objets considérés comme localement quasi cylindriques (fibres) avec un rayon qui varie peu et un axe qui peut être courbé mais sans recouvrement par lui-même ou par un autre cylindre (cylindre généralisé de type C cf. paragraphe I.1.6.1). Ces objets sont orientés selon plusieurs orientations privilégiées. Sur ces fibres, une deuxième phase, appelée matrice, est déposée de façon coaxiale aux courbes d'axes des fibres. Les niveaux de gris de cette phase sont plus clairs. Enfin, un troisième milieu est constitué par les espaces vides. Ses niveaux de gris sont parfois proches des niveaux de gris des objets cylindriques.

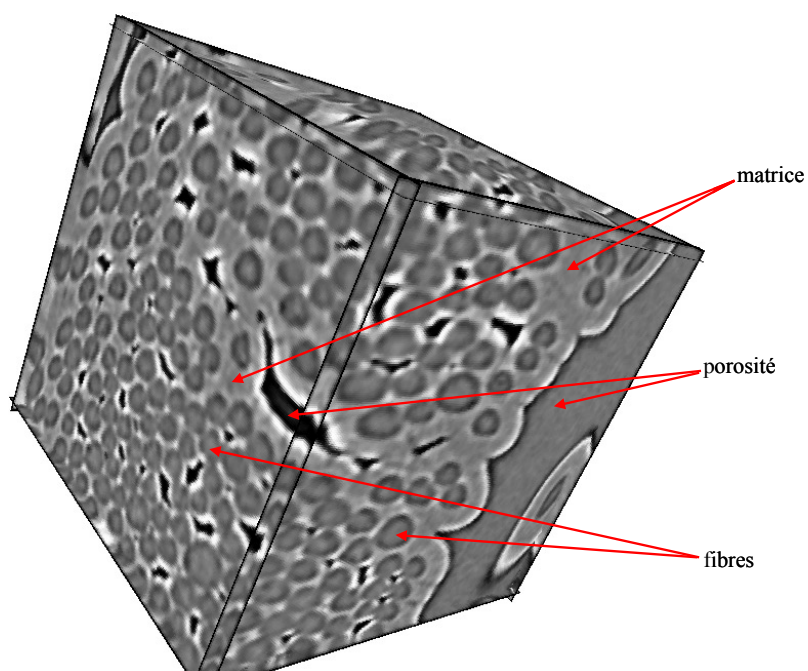


Figure I. 17 : Extrait d'un bloc acquis par microtomographie à l'ESRF après filtrage diffusif, mise en évidence des différentes phases constitutives

Les caractéristiques des blocs obtenus sont :

- d'une part, des phases avec des niveaux de gris équivalents, l'histogramme des niveaux de gris ne permet pas de distinguer les différentes phases (Figure I. 19) ;

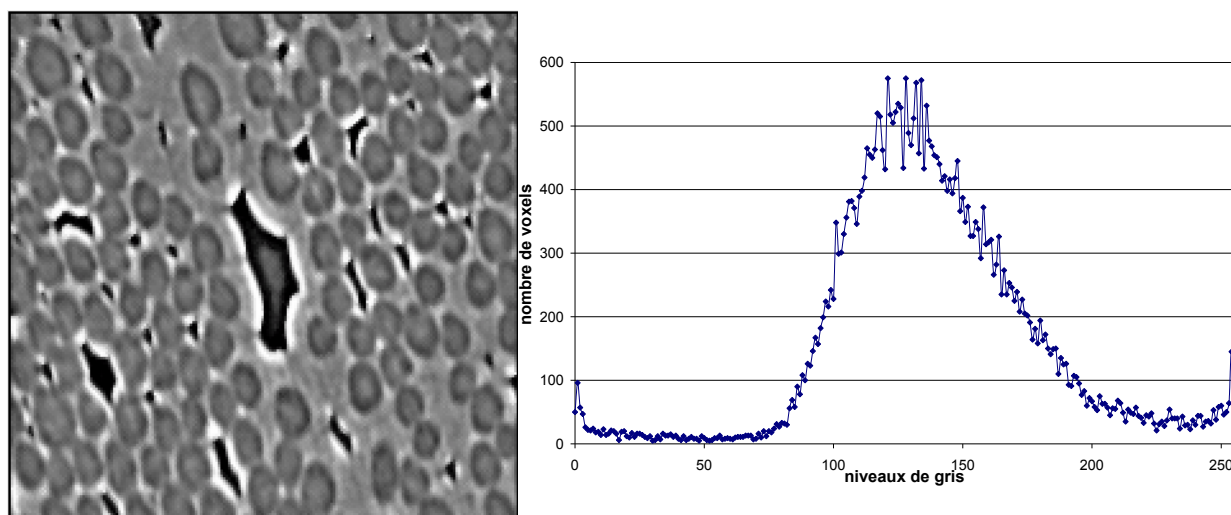


Figure I. 18 : Coupe d'un bloc filtré : visualisation de son histogramme des niveaux de gris

- d'autre part, une alternance sombre / clair à la frontière des composants (Figure I. 19).

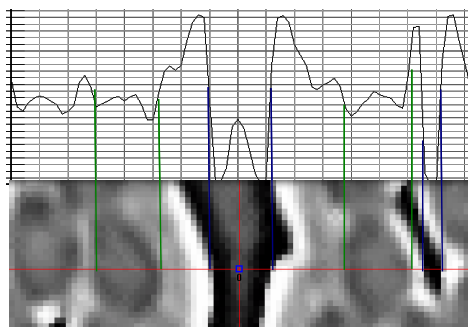


Figure I. 19 : Mise en évidence des alternances sombres / claires aux frontières des phases sur un extrait

Un autre point important observé est l'organisation des voxels en isosurfaces (Figure I. 20), qu'ils correspondent à de la matrice ou à des fibres. Ces isosurfaces sont centrées sur les axes réels des fibres donc des objets cylindriques.

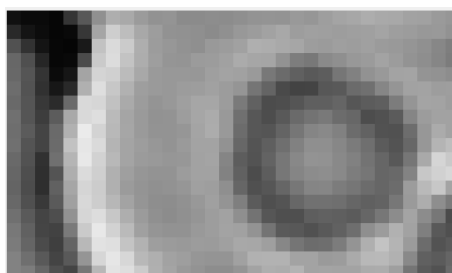


Figure I. 20 : Visualisation de l'organisation en isosurfaces des voxels autour des axes réels des fibres

Lors de la caractérisation des blocs, nous avons aussi mis en évidence les points que nous appellerons « points de fuite ». Ces points entraînent une discontinuité dans les contours.

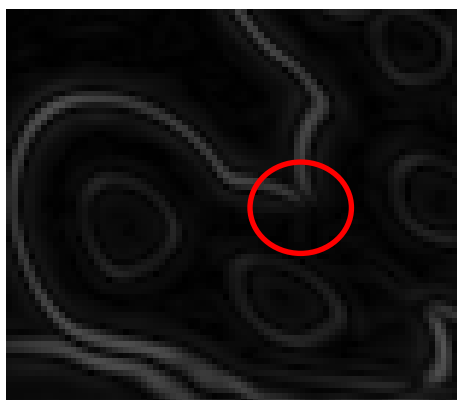


Figure I. 21 : Visualisation d'un « point de fuite » à l'aide d'une représentation par la norme du gradient

L'objectif est d'effectuer une segmentation des blocs selon les trois phases mais aussi de parvenir à caractériser les fibres en termes de position, d'orientation, de rayon et de courbure. Les caractéristiques principalement prises en compte pour le choix de la méthode de segmentation des objets cylindriques sont : des rayons qui varient peu, des niveaux de gris proches dans les différentes phases, l'alternance sombre / claire à la frontière des constituants, l'organisation en isosurface cylindriques et coaxiales.

1.5.2 Analyse des méthodes existantes

C'est dans le domaine de l'imagerie médicale que nous avons trouvé la plupart des applications de segmentation et de caractérisation d'objets cylindriques. Elles sont généralement utilisées pour la détection et la reconstruction de vaisseaux sanguins. Les images sont constituées de deux phases, les vaisseaux en clair et le fond en sombre. Les méthodes se doivent d'être multi-échelles pour détecter toutes les tailles de vaisseaux. Elles doivent aussi s'adapter aux déformations pour permettre une interprétation et un diagnostic médical.

Dans les blocs étudiés ici, les trois phases distinctes sont caractérisées par des niveaux de gris proches. De part cette première constatation, nous avons exclu les méthodes fondées sur une homogénéité des régions. L'existence de « points de fuite » limite l'utilisation de méthodes par détection de contours.

Pour les images médicales ou pour les blocs étudiés dans le cadre de cette thèse, la variation des paramètres tels que le rayon, l'orientation ou le nombre de cylindres nous a amenés à ne pas prendre en compte les approches de type modèles rigides.

De plus, l'algorithme de segmentation ayant un objectif applicatif industriel, et compte tenu des volumes des données à traiter, il faut limiter les interactions avec l'utilisateur et conserver un coût calculatoire faible. Toutes les méthodes fondées sur une initialisation par l'opérateur ont été exclues car elles s'avéraient trop lourdes au vu du nombre d'objets cylindriques (supérieur à 50 pour les extraits considérés) dans les images 3D. Dans cette même logique, les méthodes qui utilisent un plan orthogonal à l'axe à chaque itération n'ont donc pas été prises en considération car elles engendrent des calculs d'interpolations jugés trop coûteux.

Par contre, le point caractéristique de nos données est l'aspect d'organisation en isosurfaces cylindriques sur les axes des fibres et sans ramification. Ces constatations nous ont conduits à privilégier les méthodes exploitant la géométrie locale.

	Avantages	Inconvénients pour l'application aux matériaux composites
Approches régions	Classiques Mise en œuvre simple	Les phases n'ont pas des niveaux de gris homogènes
Approches contours	Classiques Mise en œuvre simple	Les contours sont discontinus Les 2 types de contours sont difficiles à distinguer
Pattern matching	Position et orientation restent à déterminer	Pas de connaissance du modèle géométrique rigide
Approches par transformée de Hough	Caractérisation position, axe et rayon	Plutôt sur images binaires Peu adaptées aux images avec beaucoup d'objets cylindriques
Approches plans orthogonaux	Application de méthodes de détection de contours et estimation axes en 2D	Positionnement dans le plan orthogonal lourd en calcul La phase d'initialisation dépend de l'opérateur
Approches squelettisation	Poursuite et adaptation aux déformations des fibres et ramifications	Phase d'initialisation délicate Pas de structure ramifiée Distinction fibres et matrice
Approches par géométrie locale	Prise en compte de l'orientation locale Extraction de l'axe, orientation et rayon	Les méthodes globales trouvées ne sont adaptées qu'à des profils gaussiens et pas besoin d'approches multi-échelles => choix de faire une nouvelle méthode globale

Tableau I. 1 : Tableau récapitulatif des méthodes de segmentation 3D des objets cylindriques

1.5.3 Démarche de segmentation envisagée

Au vu de l'analyse des différentes méthodes de détection et de segmentation d'objets cylindriques rencontrées dans la littérature, nous avons choisi dans le cadre de cette thèse d'utiliser une approche 3D fondée sur l'interprétation et la caractérisation de la géométrie locale des cylindres. La géométrie locale donne accès aux caractéristiques des objets cylindriques et particulièrement ici à son orientation.

La démarche envisagée se scinde en deux grandes étapes :

- la caractérisation du champ des orientations vers l'axe à partir de chaque voxel de l'image 3D. Cet aspect sera développé au chapitre II.
- l'estimation des caractéristiques des cylindres, qui s'effectue de la façon suivante :
 - l'extraction de l'axe à partir des informations des champs d'orientation vers l'axe ;
 - l'estimation du rayon à partir de chaque voxel d'axe obtenu précédemment ;

Cette étape sera traitée au chapitre III.

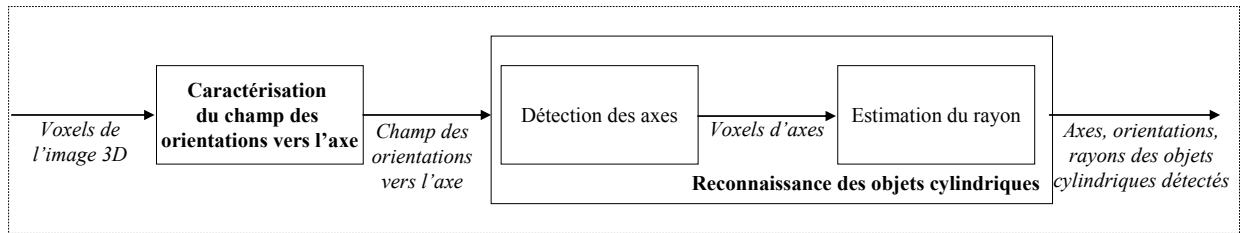


Figure I. 22 : Etapes permettant la détection et l'obtention des informations pour la segmentation d'objets cylindriques

Ces deux étapes permettent de détecter les axes des objets cylindriques, d'estimer des paramètres tels que leur courbure, leur orientation ou même le rayon local du cylindre associé à cet axe. Toutes ces informations pourront ensuite, si nécessaire, être exploitées pour la reconstruction des objets cylindriques.

Chapitre II.

Caractérisation du champ des orientations vers l'axe

A partir de l'étude bibliographique et de l'étude des caractéristiques des blocs traités dans le cadre de cette thèse, nous avons défini une approche de détection et de caractérisation des objets cylindriques (Figure II. 1). Ce chapitre présente la première phase de cette méthode, à savoir la caractérisation du champ des orientations vers l'axe. Ce champ sera exploité ensuite, dans le chapitre III, pour la détection de l'axe des cylindres, puis des cylindres eux-mêmes.

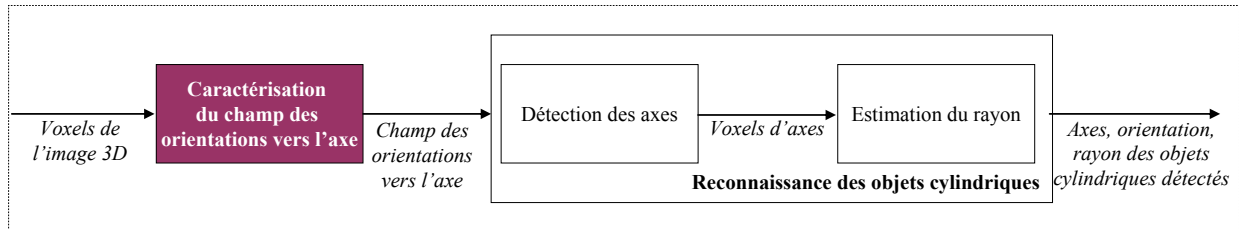


Figure II. 1 : Caractéristiques des cylindres : obtention du champ des orientations vers l'axe

Dans ce chapitre, après avoir présenté la problématique de l'estimation des orientations en traitement d'images, nous allons détailler une méthode visant à estimer l'orientation vers l'axe pour des objets cylindriques. Dans un premier temps, nous considérerons le cas où l'axe coïncide avec l'un des axes du repère. Ensuite, nous aborderons la généralisation de la méthode à des cylindres quelconques.

II.1 Orientation et opérateurs dérivatifs

II.1.1 Orientation dans une image

L'orientation locale d'une image est utilisée dans de nombreux contextes comme la vision, l'analyse d'images, l'extraction et la reconnaissance de formes... Les applications de cette information sont aussi diverses que la détection de lignes, de contours ou de coins, la caractérisation de la courbure, le rehaussement anisotropique ...

L'orientation locale dans une image correspond intuitivement à l'orientation des lignes perceptuelles, c'est-à-dire des lignes de même niveau d'intensité. Elles correspondent à des isosurfaces en 3D. L'orientation est fortement liée à l'échelle d'estimation et à la position. En effet, elle peut varier en fonction de ces paramètres, par exemple l'orientation locale par rapport à l'orientation générale de la structure des lignes de niveaux (Figure II. 2).

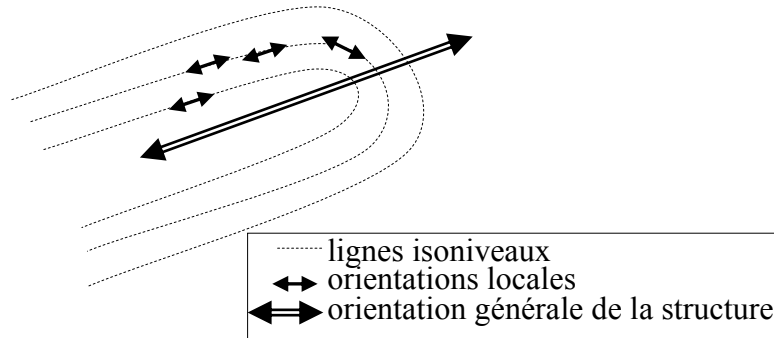


Figure II. 2 : Orientations locales et orientation générale de la structure

II.1.2 Obtention de l'orientation

De nombreuses méthodes ont été proposées dans le but d'obtenir l'orientation d'une image, et ce, dans des domaines d'applications divers, comme par exemple : la caractérisation de textures, l'analyse d'empreintes digitales... Il est possible de distinguer plusieurs familles d'approches [DAC01] :

- les méthodes fondées sur le gradient et les dérivées d'ordre supérieur qui se basent sur les opérateurs dérivatifs pour détecter les transitions ;
- les filtres orientables dont le but est de convoluer l'image avec un jeu de filtres ;
- les approches fréquentielles qui s'appuient sur une caractérisation du spectre local.

Il existe d'autres méthodes développées dans des contextes particuliers comme l'estimation de l'orientation à partir de la détection d'ellipses et de l'estimation de leurs paramètres [BLA06] dans le cadre de la caractérisation 2D de l'orientation d'objets cylindriques à partir de coupes inclinées par rapport à l'axe des cylindres.

Les méthodes fondées sur les opérateurs dérivatifs sont particulièrement efficaces pour obtenir une estimation de l'orientation locale précise et peu coûteuse en temps de calcul. Nous distinguons deux cas pour cette famille d'approches : l'utilisation du gradient et celle des opérateurs dits de vallonnement.

Le gradient est caractérisé par un vecteur dont l'amplitude est liée à la quantité de variation locale des niveaux de gris, et dont l'orientation est orthogonale à l'isosurface du point considéré (orientation de la structure).

Le gradient d'une fonction $I(x, y, z)$ est défini par un vecteur ∇I (II. 1). Il correspond à la ligne de plus grande pente.

$$\nabla I = \begin{pmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial I}{\partial y} \\ \frac{\partial I}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{II. 1})$$

Or, pour les images numériques, de par leur caractère discret, le gradient ne peut pas être directement calculé. Là-encore, il existe plusieurs techniques pour obtenir une estimation de ce gradient. La première famille d'approches est basée sur l'utilisation d'opérateurs à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF). En 2D, l'estimation du gradient $\mathbf{g} = (g_x, g_y)$ s'appuie sur la convolution de l'image en niveaux de gris avec un masque horizontal G_x et un masque vertical G_y . Le masque G_y découle du masque G_x par une rotation de $\pi/2$. Dans le cas 3D, l'estimation de la dérivée s'effectue de la même manière en utilisant trois convolutions selon les trois directions du repère.

$$g_x = G_x * I(x, y), \quad g_y = G_y * I(x, y) \quad (\text{II. 2})$$

Les plus courants des masques RIF sont ceux de Sobel et de Prewitt [COC95]. L'avantage de ces masques est leur caractère local pour l'estimation de l'orientation en exploitant uniquement les voxels situés dans un voisinage réduit (3x3 pixels). Les inconvénients de ces approches sont leur sensibilité au bruit et leur non optimisation à l'application.

Pour palier à ce dernier inconvénient, Canny [CAN86] a développé une approche en 1D (étendue ensuite en 2D) pour une détection optimale d'un échelon d'amplitude noyé dans un bruit blanc gaussien. La méthode consiste à valider la détection des contours en satisfaisant 3 critères :

- une bonne détection : en privilégiant la robustesse au bruit ;
- une bonne localisation : en regardant la variance de la distance entre le maximum de la réponse et la position réelle de la transition ;
- une non multiplicité des réponses : par minimisation de la densité de passage par zéro de la réponse due au bruit.

La seconde famille d'approches gradient revient à utiliser des approches optimales fondées sur des filtres à Réponse Impulsionnelle Infinie (RII). Ces approches par RII nécessitent une implémentation récursive ou une implantation tronquée à l'aide d'un RIF pour garantir un coût calculatoire acceptable. Les approches RII monodimensionnelles et bidimensionnelles de Deriche [DER90] se fondent sur la démarche optimale de Canny en prenant, pour le cas 1D,

un filtre impulsionnel infini et, pour le cas 2D, la combinaison de deux filtres monodimensionnelles RII suivant les deux directions x et y .

Que ce soit dans le cas des filtres RIF de Canny ou RII de Deriche, notons que ces masques sont optimaux pour la détection de contours. Cependant, aucun des critères utilisés pour leur optimisation ne prend en compte la qualité de l'estimation de l'orientation. Le Pouliquen [POU05] quant à lui, a proposé des masques optimum de gradient pour une estimation non biaisée et robuste au bruit de l'orientation des textures directionnelles en 2D. Il a également proposé des filtres dérivatifs d'ordre deux au travers des opérateurs dit de vallonement, mieux adaptés à l'estimation de l'orientation des pixels situés sur les crêtes ou les vallées de l'image en niveaux de gris. En effet, dans ces zones, le module du gradient est très faible (voire nul) et provient principalement du bruit de l'image. L'estimation à l'aide du gradient n'a alors pas de sens. Les opérateurs vallonement sont sensibles à l'orientation de la ligne de crête et complémentaires des opérateurs gradients.

II.1.3 Choix des méthodes d'estimation de l'orientation

Dans la méthode de détection et caractérisation des objets cylindriques proposée dans cette thèse, plusieurs orientations sont considérées (Figure II. 3) :

- l'orientation vers l'axe \vec{n} : elle correspond à la normale à l'isosurface passant par le voxel considéré (accessible par le gradient)
- l'orientation de l'axe \overrightarrow{axe} : orientation locale de l'isosurface, c'est la direction de la plus faible courbure de l'isosurface locale. Cette direction est approximativement celle de l'axe du cylindre correspondant.

L'estimation de l'orientation de l'axe \overrightarrow{axe} sera détaillée dans le chapitre III. Elle résulte des calculs de statistiques directionnelles [TAK82].

L'estimation de l'orientation vers l'axe s'effectuera à partir des données volumiques. Nous avons choisi pour cela une estimation de l'orientation à l'aide d'opérateurs dérivatifs fondés sur l'utilisation de masques de type gradient, à réponse impulsionnelle finie. Ces approches permettent l'optimisation de l'estimation de l'orientation vers l'axe en considérant un critère de non biais dans la détermination des masques.

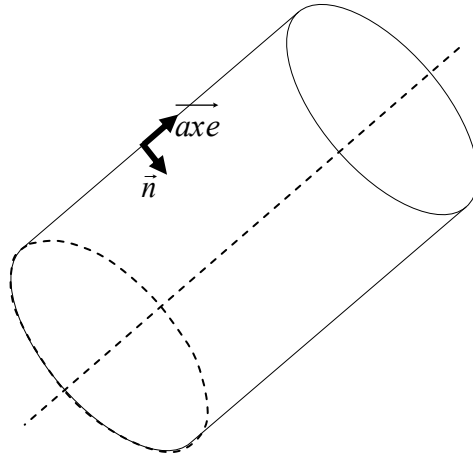


Figure II. 3 : Définition des orientations utilisées

Il convient ici d'interpréter la notion de vecteur avec prudence. En effet, la direction d'un vecteur reflète généralement un sens de parcours. Dans notre étude, nous nous intéressons à la notion d'orientation indépendamment de la direction (même si nous la représentons par un vecteur). Selon, la représentation de l'orientation et les opérateurs statistiques utilisés pour la déterminer, il faudra ou non uniformiser la direction des vecteurs. Nous avons choisi dans cette thèse de représenter le vecteur orientation vers l'axe avec une direction pointant vers l'axe correspondant.

Ce chapitre présente la méthode développée pour déterminer les masques 3D dédiés à l'estimation de l'orientation vers l'axe. Nous proposerons d'abord un critère de non biais formulé dans un contexte 2D pour estimer la direction vers le centre d'un disque. Puis, nous en déduirons des masques n'induisant pas d'erreur dans l'estimation de l'orientation vers le centre du disque. Nous étendrons ensuite l'approche au cas 3D d'objets cylindriques, en nous limitant aux cylindres dont l'axe coïncide avec un des axes du repère. Enfin, nous traiterons le cas général des cylindres d'orientation quelconque.

II.2 Cas « deux dimensions »

II.2.1 Modèle considéré

II.2.1.1 Fonction profil

Le cas 2D correspond à une coupe orthogonale de l'objet cylindrique. Pour simplifier l'étude théorique, les cylindres sont orientés selon l'un des axes du repère 3D. Cela revient à étudier, dans le plan orthogonal, un disque décrit par la fonction (II. 3)

$$f(r) = r^N \quad (\text{II. 3})$$

avec $r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}$ où (x_c, y_c) sont les coordonnées du centre.

Remarque : Pour la présentation des calculs, par soucis de simplification et sans perte de généralité, nous considérerons que le centre du disque est le centre du repère $O = (0,0)$.

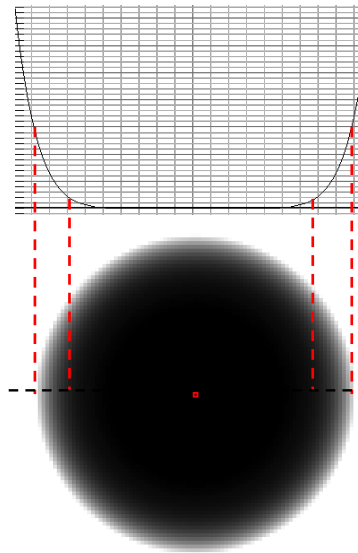


Figure II. 4 : Disque obtenu par une coupe orthogonale d'un cylindre dont l'axe coïncide avec l'un des axes du repère avec au dessus la fonction profil correspondante

La Figure II. 4 illustre le cas où la fonction profil correspond à $f(r) = r^8$.

Propriété II 1

Les fonctions ayant des dérivées continues au-delà d'un ordre N peuvent être approximées par un polynôme d'ordre N en utilisant le développement de Taylor.

Propriété II 2

Si un masque n 'induit pas de biais dans l'estimation de l'orientation pour chacun des monômes d'une fonction polynomiale, alors il n 'induit pas de biais pour le polynôme correspondant.

La Propriété II 2 est démontrée en annexe (cf. Annexe 1) pour le cas de l'estimation de l'orientation vers l'axe.

Tenant compte de ces deux propriétés, nous avons donc considéré des fonctions monômes avec un ordre aussi grand que possible pour la détermination de masques non biaisés dans l'estimation de l'orientation vers l'axe.

De plus, nous avons distingué deux cas dans ces fonctions profil :

- l'ordre du monôme est pair, le développement polynomial est possible, la fonction profil peut s'écrire comme la relation (II. 4). Une méthode d'estimation de masques non biaisés est envisageable.

$$f(r) = r^N = r^{2n} = (x^2 + y^2)^n \quad (\text{II. 4})$$

- l'ordre du monôme est impair, la méthode proposée n'est pas applicable puisqu'un développement polynomial d'ordre limité de $(\sqrt{x^2 + y^2})^N$ n'est, dans ce cas, pas possible. Seul un masque minimisant l'erreur d'orientation pourra éventuellement être trouvé.

Remarque : Par la suite, l'expression « masque non biaisé » correspondra à un masque permettant un calcul de l'orientation vers l'axe (3D) ou le centre du disque (2D) sans erreur.

II.2.1.2 Définition de l'orientation

Dans le cas de l'étude en 2D, l'orientation vers l'axe devient l'orientation vers le centre du disque. Elle est donnée par l'orientation du gradient θ .

$$\theta = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right) \quad (\text{II. 5})$$

où $G_x = \frac{\partial f}{\partial x}$ et $G_y = \frac{\partial f}{\partial y}$ sont les composantes du vecteur gradient.

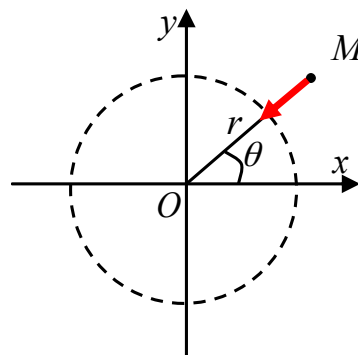


Figure II. 5 : Définition de l'orientation vers le centre du disque (2D)

Avec les fonctions profil considérées (II. 3), les composantes du gradient sont :

$$G_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{df}{dr}, G_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{df}{dr} \quad (\text{II. 6})$$

D'où :

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{II. 7})$$

II.2.2 Convolution des masques

II.2.2.1 Définitions et notations

Dans le cas d'images discrètes 2D, le calcul des dérivées (G_x, G_y) est estimé à l'aide de convolutions de masques avec les niveaux de gris de l'image. Cela permet d'obtenir le vecteur orientation $\vec{v} = (f_x, f_y)$ dont l'argument est une estimation de l'orientation θ quand $\|\vec{v}\| \neq 0$. Les composantes de ce vecteur sont obtenues à l'aide de la convolution de deux masques avec la fonction profil : $f_x = f \otimes m_x$ et $f_y = f \otimes m_y$. Construire les masques revient à calculer les coefficients du masque m_x , puisque le masque m_y peut se déduire du masque m_x par commutation des coordonnées (i, j) .

Soit $\{b_{ij} / (i, j) \in S^+\}$ les coefficients du masque discret m_x avec S^+ qui correspond à $i > 0$ (respectivement S^- qui correspond à $i < 0$). La Figure II. 6 permet une représentation 2D de l'espace des coefficients du masque m_x .

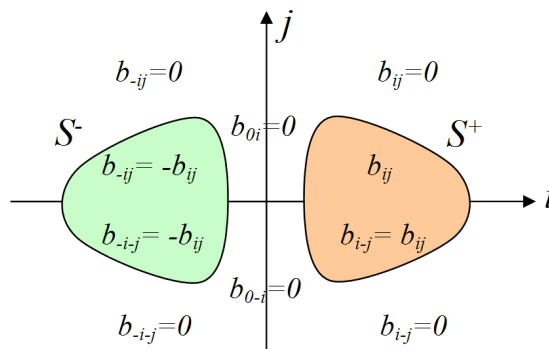


Figure II. 6 : Représentation des coefficients du masque m_x

Comme l'estimation de l'orientation par le calcul du gradient est obtenue par convolution de masques finis, des symétries sont imposées sur les coefficients de ces masques :

➤ $b_{-ij} = -b_{ij}$ Symétrie II. 1

- $b_{i(-j)} = b_{ij}$ Symétrie II. 2
- $b_{0j} = 0$ Symétrie II. 3
- $\forall (i, j) \notin S^+ \cup S^-, b_{ij} = 0$ Symétrie II. 4

Ces symétries vont permettre la simplification du calcul des masques exposé dans la suite de ce chapitre.

Une estimation de l'orientation est dite non biaisée quand elle permet de vérifier l'équation suivante :

$$\theta = \arctan\left(\frac{f_y}{f_x}\right) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (\text{II. 8})$$

Plusieurs conditions permettent de parvenir à cette égalité et ainsi de vérifier si le masque est biaisé ou non pour l'estimation de l'orientation vers le centre du disque.

Condition II. 1

La convolution des masques donne le même résultat que la dérivation de l'image intensité :

$$f_x = G_x \text{ et } f_y = G_y \quad (\text{II. 9})$$

Condition II. 2

Le résultat de convolution des masques avec des données en niveaux de gris est proportionnel à la coordonnée correspondante :

$$f_x = \alpha \times x \text{ et } f_y = \alpha \times y \text{ avec } \alpha \neq 0 \quad (\text{II. 10})$$

Condition II. 3

Le résultat de convolution des masques avec des données en niveaux de gris est proportionnel à la coordonnée correspondante, le coefficient de proportionnalité étant une fonction symétrique de x et y .

$$f_x = \varphi(x, y) \times x \text{ et } f_y = \varphi(y, x) \times y \text{ avec } \varphi(x, y) = \varphi(y, x) \quad (\text{II. 11})$$

II.2.2.2 Calcul des masques non biaisés

La méthode pour obtenir les coefficients des masques non biaisés consiste à satisfaire une des propriétés précédentes à partir des fonctions profil monômiales.

La Condition II. 1 et la Condition II. 2 sont des conditions suffisantes mais non nécessaires pour permettre une estimation des coefficients du masque non biaisée. Par contre, la Condition II. 3 est nécessaire et suffisante. C'est celle que nous prendrons en considération dans la suite du manuscrit.

En considérant chaque pixel de l'image de coordonnées (x, y) , la convolution entre le masque m_x et l'image discrète donne (en respectant la Symétrie II. 1) :

$$f_x = f \otimes m_x = \sum_{(i,j) \in S^+} b_{ij} [f(x+i, y+j) - f(x-i, y-j)] = \sum_{(i,j) \in S^+} b_{ij} \cdot \Delta_{ij} \quad (\text{II. 12})$$

Les fonctions profil sont des monômes d'ordre pair (II. 4), ce qui permet d'obtenir :

$$\Delta_{ij} = \left((x+i)^2 + (y+j)^2 \right)^n - \left((x-i)^2 + (y-j)^2 \right)^n \quad (\text{II. 13})$$

De plus, en utilisant le théorème du binôme de Newton, cette expression devient :

$$\Delta_{ij} = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot \left(2x \cdot \sum_{p=0}^{k-1} (C_{2k}^{2p+1} \cdot i^{2p+1} \cdot x^{2(k-p-1)}) \right) \cdot (y+j)^{2n-2k} \quad (\text{II. 14})$$

où $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ sont les coefficients binomiaux.

D'où grâce à un changement de variable :

$$f_x = 2x \sum_{k=1}^n \sum_{l=0}^{2(n-k)} \sum_{s=0}^{k-1} C_n^k C_{2(n-k)}^l C_{2k}^{2(k-s)-1} \cdot \left(\sum_{(i,j) \in \mathbb{S}^+} (b_{ij} i^{2(k-s)-1} j^{2(n-k)-l}) x^{2s} y^l \right) \quad (\text{II. 15})$$

La relation, Symétrie II. 2, nous permet d'utiliser la simplification : $b_{i(-j)} = b_{ij}$ et donc d'obtenir l'équation :

$$\sum_{j>0^*} (b_{ij} i^{2(k-s)-1} j^{2(n-k)-l}) = \begin{cases} 0 & l = 2p + 1 \quad \forall j \neq 0 \\ b_{i0} & \text{pour } l = 2(n-k) \text{ et } j = 0 \\ 0 & l \neq 2(n-k) \quad j = 0 \end{cases}$$

A l'aide de différents changements de variables et de permutations des sommes, il est possible

de mettre f_x sous la forme $f_x = 2x \sum_{r=0}^{n-1} \sum_{s=0}^{n-r-1} \alpha_{rs} x^{1s} y^{2r}$ (respectivement $f_y = 2y \sum_{r=0}^{n-1} \sum_{s=0}^{n-r-1} \alpha_{rs} x^{1r} y^{2s}$)

avec :

$$\alpha_{rs} = C_n^r \cdot C_{2(n-r)}^{2s+1} \cdot \sum_{i \in \mathbb{N}^*} (b_{i0} \cdot i^{2(n-r-s)-1}) + 2 \cdot \sum_{k=s+1}^{n-r} \left[C_n^k \cdot C_{2(n-k)}^{2r} \cdot C_{2k}^{2s+1} \cdot \sum_{i \in \mathbb{N}^*} \sum_{j \in \mathbb{N}^*} (b_{ij} \cdot j^{2(n-k-r)} \cdot i^{2(k-s)-1}) \right] \quad (\text{II. 16})$$

Pour garantir une estimation de l'orientation non biaisée (II. 8), nous avons cherché à obtenir

$\frac{y}{x} = \frac{f_y}{f_x}$ en satisfaisant la Condition II. 3 avec la mise en forme de f_x et f_y que nous venons

de calculer. Cela nous a permis d'obtenir une nouvelle condition à satisfaire pour obtenir des masques non biaisés.

Condition II. 4

$$\exists r \in [0, n-1], \exists s \in [0, n-r-1], \alpha_{rs} \neq 0 : \quad (\text{II. 17})$$

$$\forall r, s \quad \alpha_{rs} = \alpha_{sr} \quad (\text{II. 18})$$

II.2.3 Contraintes sur les coefficients

En appliquant la Condition II. 4 à l'équation (II. 16), il est possible d'obtenir des relations entre les coefficients des masques. Ces relations garantissent une estimation non biaisée pour les fonctions profil monômes d'ordre pair. Selon le degré $N=2n$ de la fonction profil, nous avons donc établi les équations que doivent satisfaire les coefficients des masques pour obtenir une estimation non biaisée de l'orientation vers les centres du disque.

Pour les cas $n = 1$ et $n = 2$, quels que soient les coefficients des masques, l'estimation de l'orientation vers l'axe sera non biaisée puisque :

- Pour $n = 1$,

$$\begin{aligned} f_x &= 2x \cdot \alpha_{00} \\ f_y &= 2y \cdot \alpha_{00} \end{aligned} \quad (\text{II. 19})$$

La Condition II. 1 est ainsi satisfaite (ainsi que (II. 7)).

- Pour $n = 2$,

$$\begin{aligned} f_x &= 2x \cdot \left[\alpha_{00} + \alpha_{01}x^2 + \alpha_{10}y^2 \right] \\ f_y &= 2y \cdot \left[\alpha_{00} + \alpha_{01}y^2 + \alpha_{10}x^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{II. 20})$$

Dans ce cas, la Condition II. 3 de non biais est vérifiée sans condition sur les valeurs des α_{ij} .

A partir de $n = 2$, pour satisfaire la Condition II. 3 et avoir une estimation de l'orientation non biaisée, il faut vérifier les relations suivantes entre les coefficients des masques.

Pour $n = 3$,

$$\sum_{i \geq 1} i^3 \left(b_{i0} + 2 \sum_{j \geq 1} b_{ij} \right) - 6 \sum_{i \geq 1} \sum_{j \geq 1} (b_{ij} j^2 i) = 0 \quad (\text{II. 21})$$

Pour $n = 4$,

$$\begin{aligned} \sum_{i \geq 1} i^3 \left(b_{i0} + 2 \sum_{j \geq 1} b_{ij} \right) - 6 \sum_{i \geq 1} \sum_{j \geq 1} (b_{ij} j^2 i) &= 0 \\ \sum_{i \geq 1} i^5 \left(b_{i0} + 2 \sum_{j \geq 1} b_{ij} \right) - 6 \sum_{i \geq 1} \sum_{j \geq 1} (b_{ij} j^4 i) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II. 22})$$

Pour $n = 5$,

$$\sum_{i \geq 1} i^3 \left(b_{i0} + 2 \sum_{j \geq 1} b_{ij} \right) - 6 \sum_{i \geq 1} \sum_{j \geq 1} (b_{ij} j^2 i) = 0$$

$$3 \sum_{i \geq 1} i^5 \left(b_{i0} + 2 \sum_{j \geq 1} b_{ij} \right) - 20 \sum_{i \geq 1} \sum_{j \geq 1} (b_{ij} j^4 i) - 10 \sum_{i \geq 1} \sum_{j \geq 1} (b_{ij} j^2 i^3) = 0 \quad (\text{II.23})$$

La relation pour $\sum_{i \geq 1} i^7 \left(b_{i0} + 2 \sum_{j \geq 1} b_{ij} \right) - 6 \sum_{i \geq 1} \sum_{j \geq 1} (b_{ij} j^6 i) - 10 \sum_{i \geq 1} \sum_{j \geq 1} (b_{ij} j^4 i^3) - 2 \sum_{i \geq 1} \sum_{j \geq 1} (b_{ij} j^2 i^5) = 0$ vérifie les relations des cas $n = 4$ (II. 22) et $n = 5$ (II.23), alors il est possible d'avoir des estimations non biaisées pour toutes les fonctions profil $f(r) = \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right)^{2n} \forall n \leq 5$.

II.2.4 Exemples de masques

En résolvant ces systèmes d'équations, il devient possible de déterminer des masques non biaisés pour des fonctions profil de différents ordres pour $N = 2n < 10$.

Nous avons choisi pour pouvoir résoudre les systèmes à k équations de prendre $k + 1$ inconnues donc $2(k + 1)$ coefficients pour $i \geq 0$ si les symétries sont prises en compte.

Une autre contrainte associée aux coefficients des masques est d'avoir des coefficients positifs pour $i \geq 0$, soit respectivement négatifs pour $i \leq 0$.

La Figure II. 7 montre des exemples de masques dans le cas 2D pour différents degrés N.

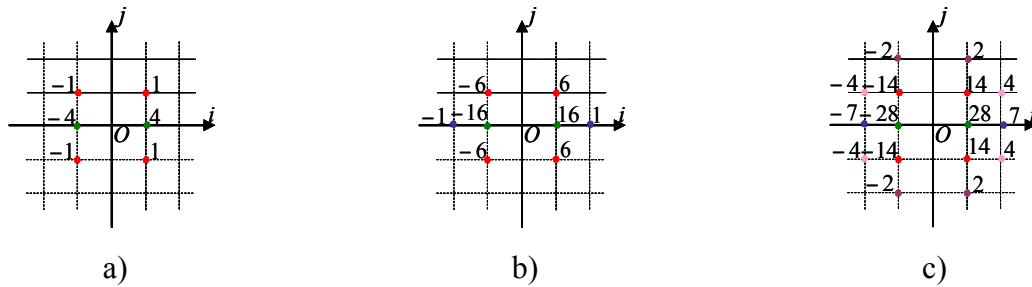


Figure II. 7 : Exemples de masques m_i permettant d'avoir une estimation non biaisée de l'orientation vers le centre du disque dans le cas 2D pour une fonction profil $f(r) = r^N$: a) G2D6, b) G2D8 et c) G2D10

Remarque : Les masques sont nommés respectivement GxDN : x représente la dimension (2 pour 2D ou 3 pour 3D) à laquelle le masque non biaisé a été obtenu et N le degré de la fonction profil considérée.

Les masques correspondant à G2D10 n'induisent pas de biais pour l'estimation de l'orientation vers le centre du disque pour les fonctions profil de degrés $N = 2n \leq 10$. En

effet, les coefficients satisfont à la fois la Condition II. 3 et les équations (II. 22) et (II.23) (qui assurent le non biais pour les ordres $n = 4$ et $n = 5$).

II.3 Cas « 3D »

La démarche choisie consiste à étendre le masque non biaisé G2D10 obtenu en 2D au cas 3D en considérant, dans un premier temps, le cas où l'axe du cylindre coïncide avec un des axes du repère. Le cas de cylindres d'orientation quelconque sera considéré dans un second temps. L'étude 3D a été faite pour un cylindre vertical, c'est-à-dire dont l'axe coïncide avec l'axe \vec{k} du repère $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Les fonctions profil deviennent alors : $f(x, y, z) = f(x, y)$.

II.3.1 Relations 2D et 3D

Dans le cas 3D, les domaines positifs, respectivement négatifs, d'un masque seront notés V^+ , respectivement V^- . Le lien entre ces domaines (V^+ et V^-) et ceux du cas 2D (S^+ et S^-) est donné pour le cas positif par la relation (II. 24).

$$S^+ = V^+ \cap (k = 0) \quad (\text{II. 24})$$

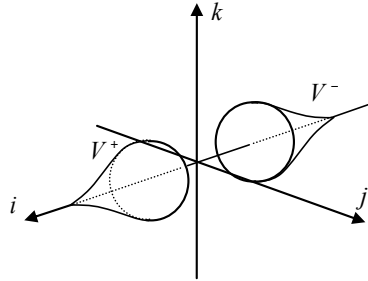


Figure II. 8 : Représentation du domaine des coefficients du masque m_x

La Figure II. 8 représente l'espace 3D des coefficients du masque m_x . Nous noterons ces coefficients : $\{a_{ijk} / (i, j, k) \in S^+\}$.

Comme pour le cas 2D, l'estimation d'un gradient impose des conditions de symétries pour les coefficients des masques. Ces conditions sont les suivantes : $\forall (i, j, k)$

- $a_{-ijk} = -a_{ijk}$ Symétrie II. 5
- $a_{i(-j)k} = a_{ijk}$ Symétrie II. 6
- $a_{ij(-k)} = a_{ijk}$ Symétrie II. 7
- $a_{ikj} = a_{ijk}$ Symétrie II. 8

- $\forall (i, j, k) \notin V^+ \cup V^-, a_{ijk} = 0$ Symétrie II. 9
- $a_{0kj} = 0$ Symétrie II. 10

Le point important est la relation qui lie les coefficients des masques en 2D et en 3D (II. 25).

$$\forall (i, j) \in S^+, b_{ij} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_{ijk} \quad (\text{II. 25})$$

Cette relation assure qu'un masque non biaisé en 2D peut être étendu en 3D dans le cas où l'axe coïncide avec \vec{k} et par symétrie pour des cylindres dont l'axe coïncide avec un autre axe du repère.

II.3.2 Exemple de masques 3D

C'est le masque G2D10, non biaisé pour les fonctions profil de degré $N = 2n \leq 10$ que nous avons choisi d'étendre en 3D. Selon la relation (II. 25), le masque G2D10 est considéré comme une projection d'un masque 3D. Les coefficients 2D correspondent donc à la somme des coefficients 3D le long de l'axe \vec{k} .

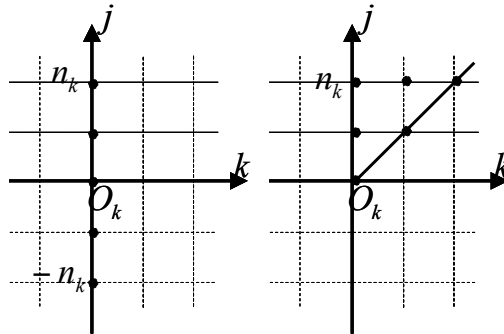


Figure II. 9 : Système des coordonnées du système à résoudre

Pour un tel système, schématisé Figure II. 9, il y a $n_k + 1$ équations avec $\frac{(n_k + 1)(n_k + 2)}{2}$ variables à déterminer. C'est donc un système linéaire sous déterminé avec $\frac{(n_k + 1)n_k}{2}$ degrés de liberté.

Il faut noter qu'il serait possible de tirer parti de cette liberté pour optimiser les masques selon d'autres critères, comme de diminuer le biais dans d'autres directions orientation non parallèles à un des axes du repère ou encore d'améliorer la robustesse au bruit. Ici, nous avons choisi d'utiliser cette liberté pour diminuer la complexité calculatoire en annulant le maximum de coefficients tout en respectant les contraintes.

Le choix de n_k dépend de l'allure du masque de projection. Ici, la forme du masque 3D a été choisie pour correspondre à l'allure du masque G2D10. Pour obtenir les différents coefficients du masque 3D à partir de ceux du masque G2D10, nous considérons deux systèmes. Ces systèmes décrivent les coefficients en fonction du plan d'appartenance (O_k, \vec{k}, \vec{j}) . Les degrés de liberté de ces systèmes sont donc de :

- 3 pour le plan (O_1, \vec{k}, \vec{j}) ($O_1 = (1,0,0)$) avec $n_k = 2$;
- 1 pour le plan (O_2, \vec{k}, \vec{j}) ($O_2 = (2,0,0)$) avec $n_k = 1$.

Par simplicité calculatoire, nous considérons : $a_{112} = a_{122} = 0$. Nous arrivons donc aux systèmes d'équations suivants :

$$\begin{cases} a_{120} = 2 \\ 2a_{111} + a_{110} = 14 \\ 2a_{110} + a_{100} = 24 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} 2a_{211} + a_{210} = 4 \\ 2a_{210} + a_{200} = 7 \end{cases} \quad (\text{II. 26})$$

Il reste donc 1 degré de liberté pour chacun des systèmes : ici, a_{111} et respectivement a_{211} .

Contrainte II. 1

Les coefficients décroissent en fonction de la distance à l'élément centre.

Les valeurs $a_{111} = 4$ et $a_{211} = 1$ permettent de conserver une forme de masque compatible avec un filtre dérivatif (Condition II. 1 et les coefficients positifs dans le domaine V^+). A partir de ces valeurs et des systèmes, il est possible d'obtenir les différents coefficients a_k du masque.

La Figure II. 10 représente une partie de ce masque G3D10 dans les plans (O_1, \vec{k}, \vec{j}) ($O_1 = (1,0,0)$) et (O_2, \vec{k}, \vec{j}) ($O_2 = (2,0,0)$).

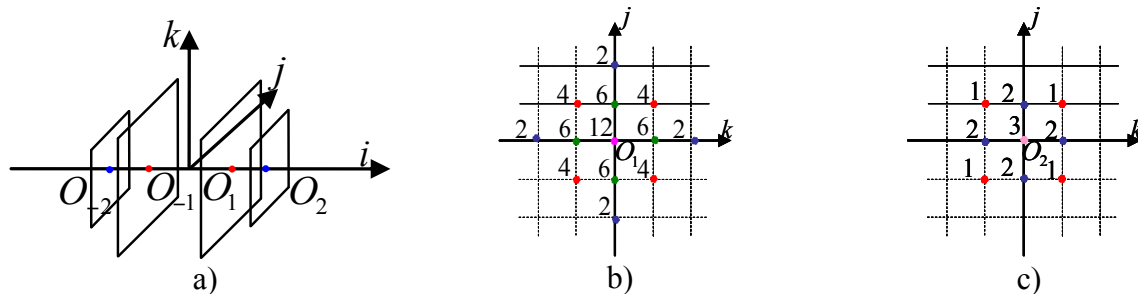


Figure II. 10 : Exemple de masque m_i en 3D pour le cas G3D10 : a) représentation 3D des plans de représentation, b) coefficients du masque dans le plan (O_1, \vec{k}, \vec{j}) avec $O_1 = (1,0,0)$ et c) coefficients dans le plan (O_2, \vec{k}, \vec{j}) avec $O_2 = (2,0,0)$

Il faut remarquer que, pour une représentation totale du masque m_i , il faut compléter cette représentation (Figure II. 10) avec les plans $(O_{-1}, \vec{k}, \vec{j})$ ($O_{-1} = (-1,0,0)$) et $(O_{-2}, \vec{k}, \vec{j})$ ($O_{-2} = (-2,0,0)$) où les coefficients correspondent à l'opposé des coefficients des plans (O_1, \vec{k}, \vec{j}) et respectivement (O_2, \vec{k}, \vec{j}) .

En résumé, le masque G3D10, découlant du masque G2D10, permet d'obtenir une estimation non biaisée de l'orientation vers l'axe pour des objets cylindriques dont l'axe coïncide avec un des axes du repère, et ce, pour toutes fonctions profil telles que $f(r) = r^{2n}$ avec $2n = N \leq 10$.

II.4 Résultats

II.4.1 Définition de l'erreur

En 3D, l'erreur d'estimation de l'orientation Δ_θ (II. 27) est donnée par l'angle entre le vecteur unitaire de l'orientation estimée $\vec{v}_n = \vec{v} \cdot \|\vec{v}\|^{-1}$ et le vecteur unitaire normal à l'axe du cylindre $\vec{n} = \overline{MH} \cdot r^{-1}$, où H correspond à la projection orthogonale du point courant M sur l'axe du cylindre et r est la distance à l'axe $r = \|\overline{MH}\|$.

$$|\sin(\Delta_\theta)| = \|\vec{n} \wedge \vec{v}_n\| \quad (\text{II. 27})$$

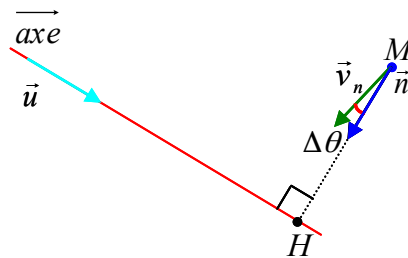


Figure II. 11 : Définition de l'erreur d'estimation de l'orientation

Les résultats seront présentés en comparant cette erreur pour une image 3D donnée et pour un choix de masques défini.

II.4.2 Mode opératoire

II.4.2.1 Les paramètres des images 3D considérées

Des gradients ont été estimés sur des blocs synthétiques 3D. La taille de ces blocs est 100x100x100 contenant un cylindre dont l'axe est défini par l'équation :

$$\left\{ \overrightarrow{OM_0} + \lambda \vec{u}, \lambda \in R \right\} \quad (\text{II. 28})$$

où $M_0 = (x_0, y_0, z_0)$ est un point de l'axe et $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ le vecteur directeur de l'axe avec $\vec{u} = (\cos(\varphi_{el})\cos(\theta_{az}), \cos(\varphi_{el})\sin(\theta_{az}), \sin(\varphi_{el}))$, θ_{az} et φ_{el} les angles d'Euler respectivement l'angle azimut l'angle d'élévation.

La fonction profil définissant ces cylindres est de la forme :

$$f(r) = r^N \text{ et } r = \sqrt{(x_0 + \lambda_H u_x - x)^2 + (y_0 + \lambda_H u_y - y)^2 + (z_0 + \lambda_H u_z - z)^2} \quad (\text{II. 29})$$

où H est un point quelconque de l'axe.

Par la suite, les conditions expérimentales utilisées sont $M_0 = (50,50,0)$ et, sauf indication, nous considérerons des fonctions profil de degré $N = 8$. Nous allons faire varier les paramètres comme l'orientation de l'axe selon θ_{az} et φ_{el} . Nous étudierons également le cas de données bruitées.

Enfin, nous étudierons le résultat fourni par nos masques pour des fonctions profil d'ordre impair (avec $N = 9$).

II.4.2.2 Masques de comparaison utilisés

Dans chacune des études et pour les mêmes conditions opératoires, les erreurs d'angles obtenues avec le masque G3D10 seront comparées aux erreurs résultant des masques tels que ceux de Prewitt et de Sobel étendus au cas 3D mais aussi avec le masque le plus simple dit masque en croix.

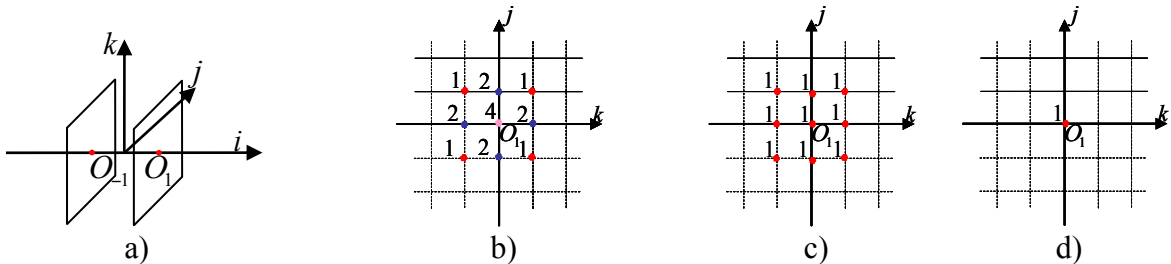


Figure II. 12 : Représentation de la section positive du masque m_x des différents opérateurs utilisés :
a) représentation des plans b) Prewitt, c) Sobel, d) en croix.

La Figure II. 12 offre une visualisation de la section positive du masque m_x dans le plan (O_1, \vec{j}, \vec{k}) pour les différents opérateurs dérivatifs utilisés. Pour une représentation complète de m_x , il faut considérer que ce masque possède les mêmes plans avec des coefficients opposés dans le plan $(O_{-1}, \vec{j}, \vec{k})$.

Ces masques sont les plus couramment utilisés pour l'estimation locale de gradient par filtre RIF. C'est pourquoi nous les avons retenus pour la comparaison.

II.4.3 Résultats pour les fonctions profil monômes d'ordre pair

II.4.3.1 Cas d'étude : cylindre d'axe vertical

Ici, l'erreur d'angle $\Delta\theta$ est estimée en chaque voxel des blocs. Ensuite, c'est l'erreur maximale $\Delta\theta_{\max}$ rencontrée qui est considérée et comparée avec celle des différents masques.

Avec les masques « classiques », nous obtenons les erreurs maximales d'angles suivantes :

- masques en croix : $\Delta\theta_{\max} = 3.57 \text{ deg}$
- masques de Prewitt : $\Delta\theta_{\max} = 3.15 \text{ deg}$
- masques de Sobel : $\Delta\theta_{\max} = 1.75 \text{ deg}$

Ces masques ne sont pas optimaux pour l'estimation de l'orientation vers l'axe d'objets cylindriques.

Pour les masques G3D10, l'erreur d'angle maximale est de $\Delta\theta_{\max} = 10^{-12} \text{ deg}$. Les masques G3D10 étant réputés non biaisés pour l'estimation vers l'axe dans cette configuration, le biais obtenu est quasi nul et s'explique par des erreurs d'arrondi et de troncature qui résultent du calcul numérique.

La démarche élaborée est donc validée dans le cas considéré : cylindre vertical ou horizontal, fonction profil polynomiale d'ordre pair.

II.4.3.2 Cylindre d'axe oblique

Pour cette étude, les divers masques ont été testés en faisant varier l'angle d'élévation $\varphi_{el} \in [0, 180]$ avec un angle azimutal $\theta_{az} = 90 \text{ deg}$ avec une fonction profil pair comme définie au paragraphe II.4.2.1. L'invariance par rotation autour de l'axe du cylindre nous permet d'étudier un seul angle azimutal. L'erreur d'orientation dépend de la position dans le bloc qui détermine la distance à l'axe. Cependant pour avoir une idée de la sensibilité des masques, nous avons choisi de considérer les valeurs maximales $\Delta\theta_{\max}$ dans les blocs. Pour chaque

orientation de l'axe, l'erreur d'angle est estimée pour chaque voxel. Ensuite, la valeur maximale pour cette orientation donnée est utilisée dans le but de la comparer avec celle obtenue avec les autres masques. La représentation des résultats est réalisée à l'aide du graphe de l'erreur d'angle maximum en fonction de l'angle d'élévation (Figure II. 13).

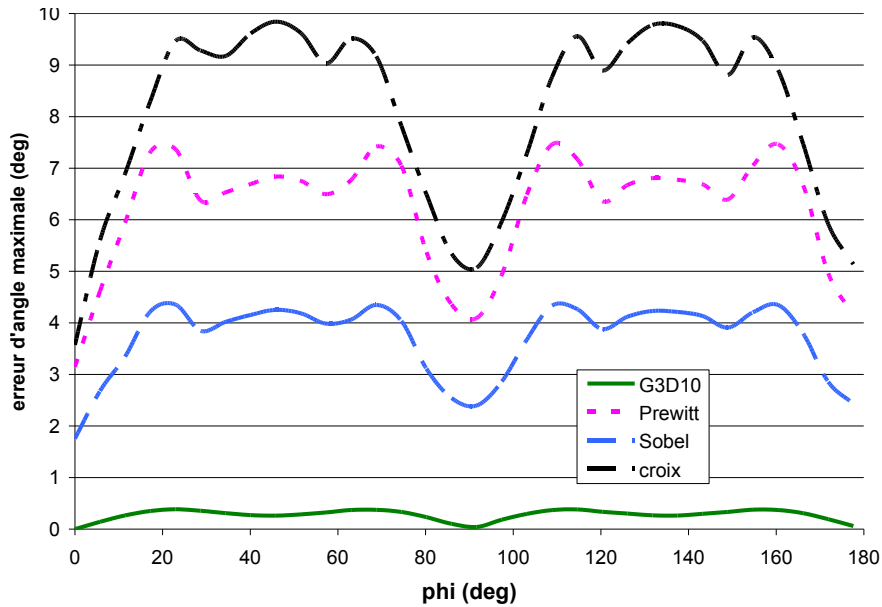


Figure II. 13 : Variation de l'erreur d'angle maximum en fonction de l'angle φ_{el} avec $\theta_{az} = 90$ deg

De plus, pour l'ensemble des orientations et des positions dans le bloc, nous avons déterminé les valeurs minimales, maximales et moyennes.

$\Delta_{\theta_{max}}$ (deg)	Masque G3D10	Masque de Sobel	Masque de Prewitt	Masque en croix
Moyenne	0.27	3.7	6.22	8.08
Maximum	0.385	4.36	7.47	9.84
Minimum	2.43e-13	1.76	3.15	3.57

Tableau II. 1 : Erreurs d'angles de l'estimation de l'orientation vers l'axe.

La première constatation est que tous les masques fournissent une estimation de l'orientation vers l'axe biaisée quand l'axe ne coïncide pas avec un des axes du repère.

Nous avons cherché les coefficients optimaux pour un masque ayant la même allure que le masque G3D10 mais dont les coefficients procurent une erreur minimale. Malheureusement, cela s'est avéré impossible car un masque optimal pour une position ne le sera pas pour une autre. La dépendance du biais à la position du point et sa distance à l'axe font qu'il n'est pas possible de trouver des coefficients optimaux pour toutes les positions dans le bloc.

Cependant, en comparaison avec les autres masques, le masque de G3D10 donne une estimation significativement meilleure de l'orientation vers l'axe du cylindre.

II.4.4 Robustesse au bruit

Un bruit blanc gaussien, dont nous avons fait varier l'amplitude, a été ajouté aux fonctions profil utilisées précédemment. Cette approche nous a permis de tester la robustesse des masques au bruit.

Pour cette étude, le cylindre a pour orientation celle correspondant à une erreur maximale obtenue avec le masque G3D10, c'est-à-dire $\theta_{az} = 90 \text{ deg}$ et $\varphi_{el} = 63 \text{ deg}$. Pour chaque Rapport Signal sur Bruit considéré, l'erreur d'angle $\Delta\theta$ a été estimée pour tous les voxels situés dans la couronne $r = 3 \pm 0.5 \text{ pix}$. C'est ainsi que la valeur correspondant à l'erreur maximale a été obtenue pour une réalisation. L'erreur a été ensuite moyennée pour 50 réalisations de bruit.

Le rapport signal sur bruit (*SNR*) est défini par l'équation :

$$SNR = 20 \log \left(\frac{\|\overrightarrow{grad}_{r=3}\|}{\sigma_b} \right) \quad (\text{II. 30})$$

où σ_b est l'écart type du bruit additif et $\|\overrightarrow{grad}_{r=3}\|$ correspond à la norme du gradient calculé en considérant seulement les voxels sur une couronne de distance à l'axe $r = 3 \pm 0.5 \text{ pix}$. Cette couronne correspond à la position pour laquelle l'erreur maximale de $\Delta\theta_{\max}$ a été obtenue dans le cas non bruité.

La Figure II. 14 représente cette valeur maximale moyenne en fonction du rapport signal sur bruit.

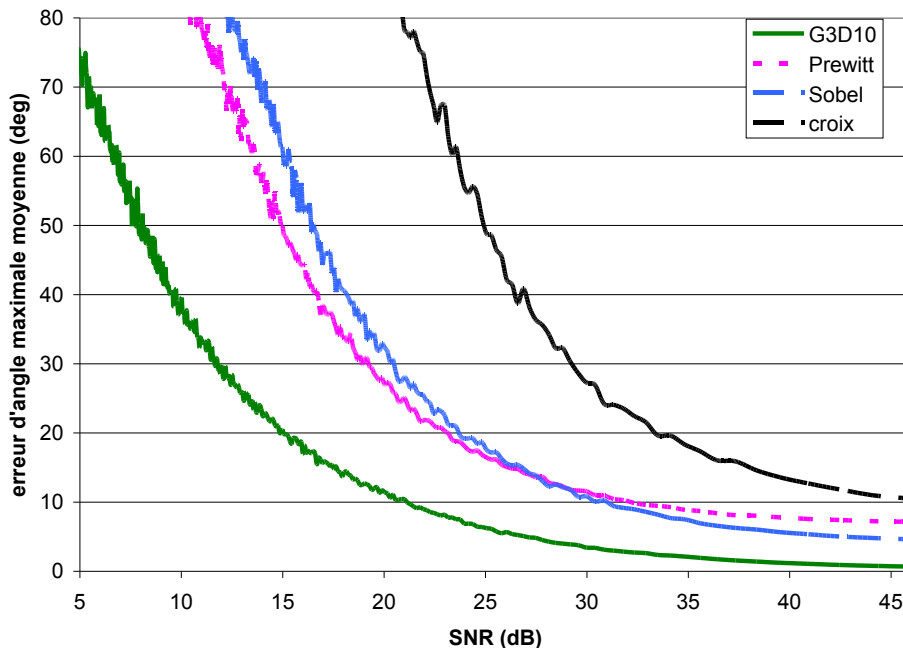


Figure II. 14 : Visualisation de l'erreur d'angle maximale en fonction du rapport signal sur bruit (moyenne sur 50 réalisations du bruit)

Le biais correspond aux valeurs résiduelles de l'erreur quand le rapport signal à bruit tend vers l'infini. Comme le cylindre est oblique, l'estimation de l'orientation est biaisée pour tous les opérateurs testés. Cependant, pour les rapports signal sur bruit significatifs, les résultats obtenus avec le masque G3D10 permettent d'avoir une estimation de l'orientation plus précise qu'avec les autres masques. La taille du masque G3D10 par rapport aux autres masques explique partiellement cette meilleure robustesse au bruit.

En conclusion, dans le cas des fonctions profil monômes de degré pair, le masque G3D10 permet d'obtenir une meilleure estimation de l'orientation vers l'axe d'un cylindre que les masques classiquement utilisés pour l'estimation d'un gradient local, et ce, quels que soient l'orientation du cylindre et le bruit de l'image 3D.

II.4.5 Résultats pour les fonctions profil monômes d'ordre impair

Pour ce type de fonction profil, il n'est pas possible d'aboutir à une formulation analytique des conditions de non biais, car il n'y a pas de développement polynomial fini.

Le masque G3D10 a été cependant testé pour différents ordres impairs de la fonction profil afin de vérifier l'impact de ce type de fonction sur le biais d'estimation.

La démarche consiste à varier les valeurs d'un des coefficients du masque G3D10, puis pour chaque valeur d'obtenir l'erreur d'orientation maximale, pour étudier si cela entraîne une diminution du biais. La Figure II. 15 met en évidence que les valeurs des coefficients obtenues par notre approche donnent des erreurs d'angle inférieures à 10^{-4} deg. Il s'agit du biais minimal.

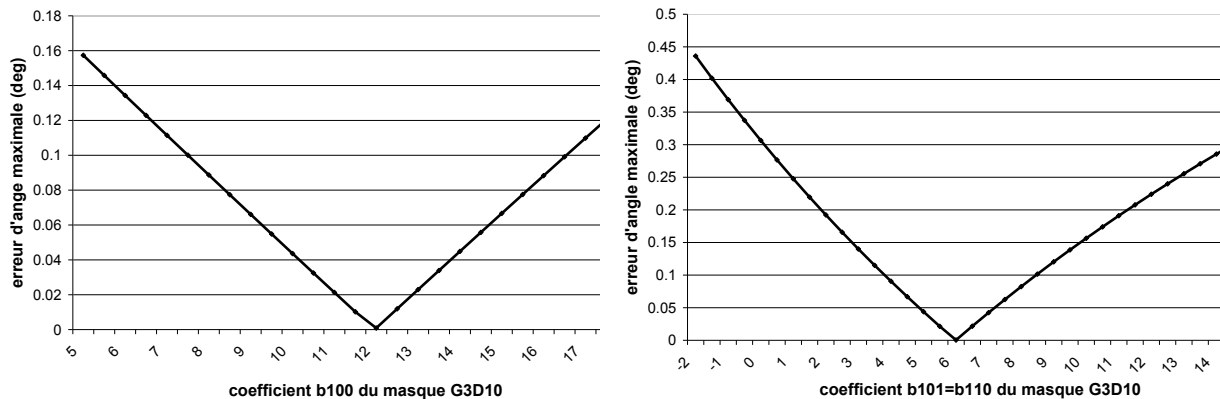


Figure II. 15 : Erreur d'angle maximale en fonction de la valeur d'un coefficient du masque G3D10

Cette dernière constatation peut être interprétée comme un premier indice pour conclure que le masque G3D10 est quasi-optimal dans le cas de fonctions profil monômes de degré impair.

Nous avons effectué les comparaisons avec les autres masques dans les mêmes conditions que pour le cas des fonctions profil d'ordre pair avec une fonction profil monôme de degré $N = 9$, c'est-à-dire en fonction de l'orientation du cylindre (Figure II. 16) et avec ajout d'un bruit blanc gaussien (Figure II. 17).

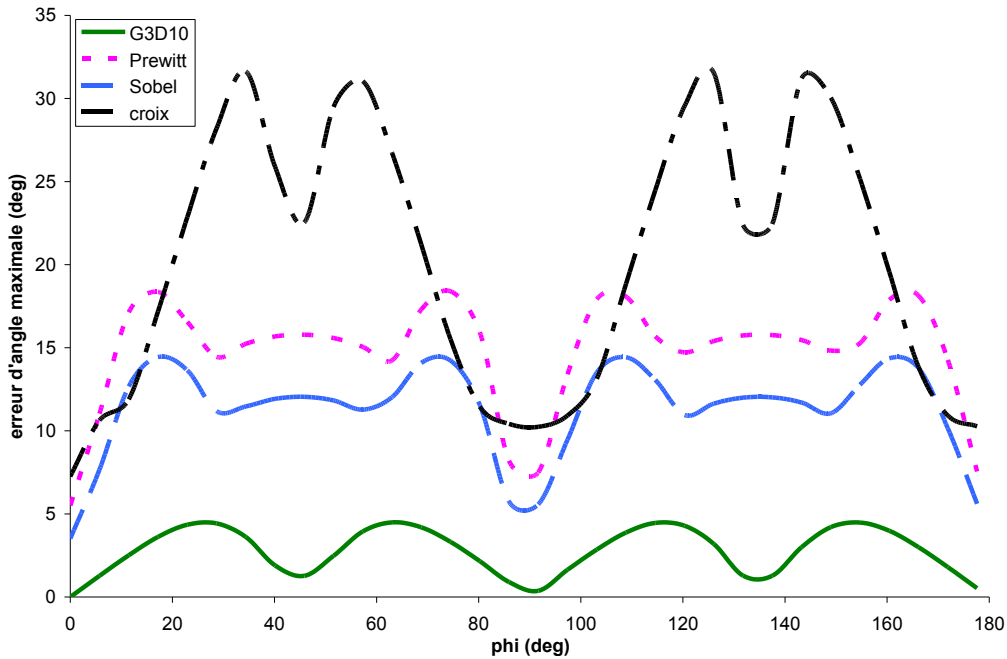


Figure II. 16 : Variation de l'erreur d'angle maximale en fonction de l'angle φ pour $N = 9$

Le masque G3D10 permet d'avoir une meilleure estimation de l'orientation vers l'axe du cylindre quels que soient l'orientation de ce cylindre et le bruit de l'image 3D.

La modification de l'ordre de la fonction profil a un faible impact sur les allures des courbes d'erreur en fonction de l'orientation du cylindre.

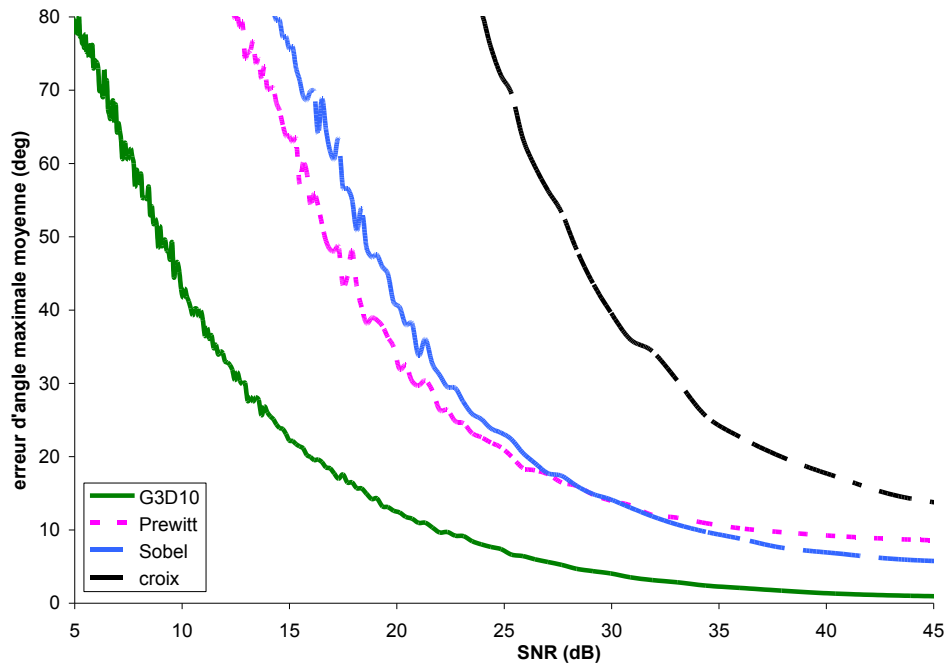


Figure II. 17 : Visualisation de l'erreur d'angle maximale en fonction du rapport signal sur bruit pour $N = 9$ (moyenne sur 50 réalisations du bruit)

Il y a peu d'impact pour l'augmentation du biais (rapport signal à bruit tendant vers l'infini) ou de la robustesse au bruit en passant à un ordre impair de fonction profil. De plus, le masque G3D10 induit une erreur d'estimation inférieure à celle des autres masques.

En résumé, en comparaison avec les autres masques, ce masque semble donc optimal pour l'estimation de l'orientation vers l'axe quelles que soient l'orientation et la fonction monômiale.

II.4.6 Application aux images de matériaux composites fibreux

Nous avons appliqué les masques directement sur des extraits de blocs de données étudiés dans le cadre de cette thèse. La Figure II. 18 montre un exemple de visualisation des vecteurs « orientation vers l'axe » des cylindres. L'argument de ces vecteurs donne l'orientation vers l'axe du cylindre (modulo π).

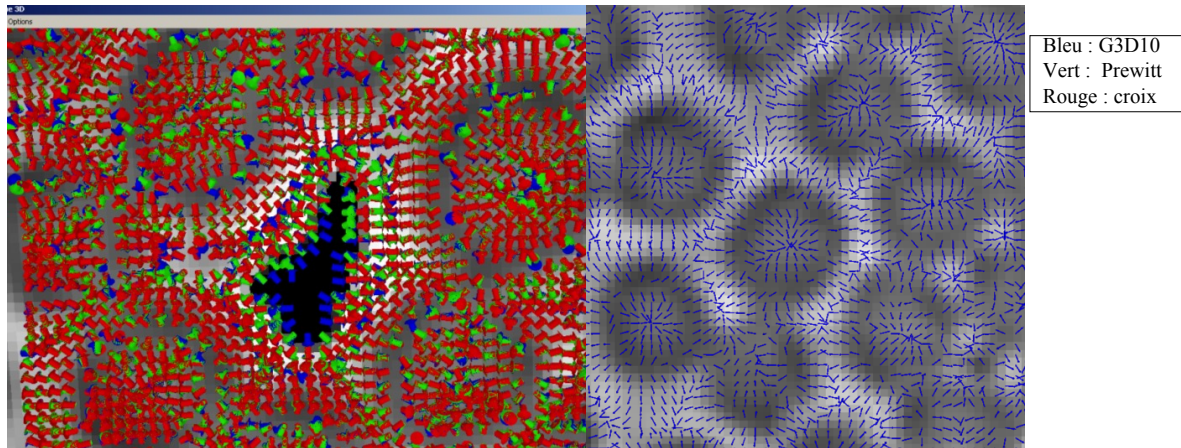


Figure II. 18 : Visualisation des vecteurs « orientation vers l'axe » sur extraits réels : avec comparaison des différents masques (gauche) et avec représentation uniquement du masque G3D10 (droite)

Les estimations semblent bien correspondre aux orientations vers l'axe des cylindres dès que les points sont sur des isosurfaces cylindriques.

II.5 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté de nouveaux masques de convolution dédiés au calcul de l'orientation vers l'axe d'un objet cylindrique dans une donnée 3D. Cette approche se fonde sur une estimation optimale des dérivées de fonctions profil de l'objet. La démarche a d'abord été élaborée dans le cas d'un modèle 2D de disque de fonction profil monômiale de degré pair, puis étendue au cas 3D pour des cylindres dont l'axe coïncide avec l'un des axes du repère, toujours avec une fonction profil monômiale de degré pair. Nous avons obtenu en 2D le masque G2D10, qui permet l'estimation non biaisée de l'orientation vers le centre du disque pour toute somme de fonctions profil monômiales d'ordre pair $N \leq 10$. Le masque G3D10 correspond à l'extension du masque G2D10 au cas 3D pour le même type de fonctions. Avec le masque G3D10, nous obtenons donc une estimation non biaisée de l'orientation vers l'axe d'un cylindre quand celui-ci coïncide avec l'un des axes du repère pour toute somme de fonctions monômiales de degré pair $N = 2n \leq 10$.

Différents tests ont été effectués pour valider notre approche et comparer le masque obtenu aux masques les plus classiquement utilisés. Dans les conditions d'élaboration des masques, nous avons confirmé le caractère non biaisé de nos estimations. Ensuite, afin d'étendre le domaine d'utilisation de nos masques, nous avons fait varier l'orientation de l'axe des cylindres, le bruit ainsi que le degré de la fonction profil. Nous pouvons conclure qu'à défaut d'être totalement non biaisée, l'erreur d'estimation de l'orientation à l'aide du masque G3D10

est toujours inférieure à celles obtenues avec les différents masques testés (Sobel, Prewitt et masque en croix).

Cette démarche globale de recherche d'un masque non biaisé pour l'estimation d'une orientation peut être développée pour d'autres types d'objets. Par exemple, pour des objets sphériques, il suffirait de reprendre les relations de passage du 2D au 3D pour déterminer un masque non biaisé dans l'estimation de l'orientation vers le centre de la sphère.

Enfin, rappelons que l'estimation du champ des orientations locales vers les axes des cylindres s'inscrit dans la démarche globale de détection et de caractérisation d'objets cylindriques. Le champ des orientations obtenu grâce aux masques issus de ce chapitre, va permettre de détecter les cylindres par leur axe puis d'estimer la courbure et le rayon du cylindre correspondant.

Chapitre II.

Caractérisation des objets cylindriques

Ce chapitre propose une nouvelle démarche visant à l'obtention des caractéristiques des objets cylindriques à partir du champ des orientations vers l'axe obtenu au Chapitre II.

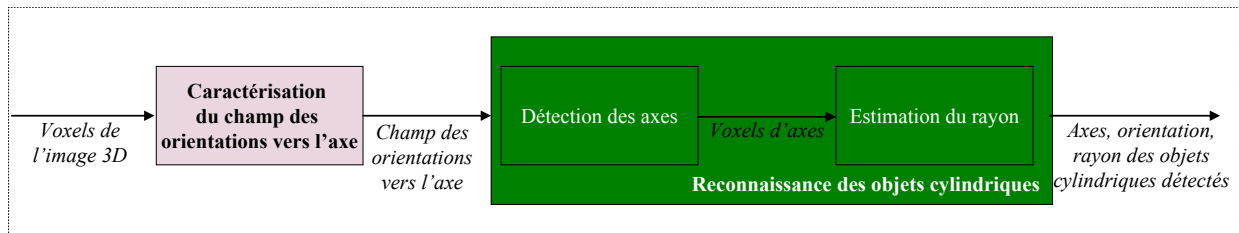


Figure III. 1 : Obtention des caractéristiques de cylindres et reconnaissance des objets cylindriques

L'étape de caractérisation des objets cylindriques se décompose en deux parties :

- l'extraction des axes à partir du champ des orientations ;
- l'estimation du rayon en chaque voxel d'axe.

Les informations obtenues par la caractérisation des objets cylindriques permettent ensuite de reconstruire les cylindres et donc de les segmenter.

Dans ce chapitre, nous présenterons, dans un premier temps, l'extraction des axes. Puis, nous détaillerons les étapes d'estimation du rayon et de reconstruction des objets cylindriques. Le dernier paragraphe sera dédié à la présentation des résultats avec une application à la segmentation des fibres pour des matériaux composites fibreux.

III.1 Détection des axes

Dans cette partie, nous détaillerons l'algorithme élaboré pour détecter les axes d'objets cylindriques dans des blocs de données 3D en niveaux de gris.

Dans ce cadre d'étude, deux possibilités existent :

- soit l'ensemble des voxels est situé sur des isosurfaces cylindriques coaxiales ;
- soit il existe des voxels n'appartenant pas à des isosurfaces cylindriques. Dans le cadre des images étudiées dans le contexte de cette thèse, de telles zones existent. Elles sont généralement homogènes, nous les appellerons pores.

En considérant que le module du gradient est faible dans les régions poreuses, nous pouvons éliminer ces régions du champ des orientations par un seuillage des modules et donc se ramener au premier cas.

Ensuite, l'algorithme de détection des axes peut être divisé en deux étapes (Figure III. 2) :

- Détection des « nuages d'axe » : ces nuages sont des ensembles connexes de voxels centrés sur l'axe réel du cylindre correspondant ;

- Extraction des voxels d'axe à partir des nuages.

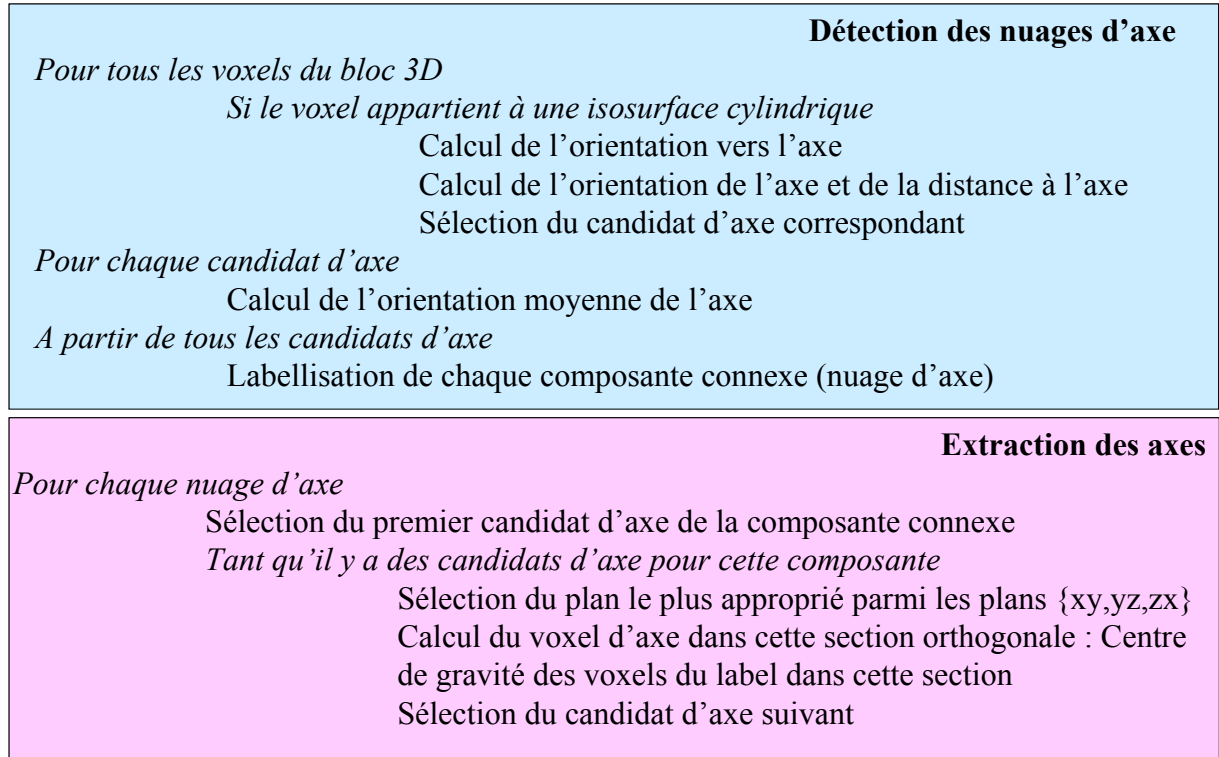


Figure III. 2 : Démarche de détection des axes d'objets cylindriques

III.1.1 Détection des nuages d'axe

III.1.1.1 Estimation de l'orientation vers l'axe

A partir du masque G3D10 développé pour la détection du champ des orientations vers l'axe pour des objets cylindriques et afin d'extraire les propriétés locales des cylindres, l'orientation vers l'axe a pu être estimée en chacun des voxels appartenant aux isosurfaces supposées localement cylindriques. Ensuite, un tenseur d'orientation (Définition III. 1) [KNU89] est appliqué sur l'estimation du gradient obtenue.

Définition III. 1

Un tenseur désigne une fonction multilinéaire. Le tenseur d'orientation est formé par la matrice de corrélation utilisant les vecteurs gradients dans un voisinage choisi centré sur le point courant.

$$H = \begin{bmatrix} \sum_{i \in \mathcal{V}} coef_i \cdot g_{xi} g_{xi} & \sum_{i \in \mathcal{V}} coef_i \cdot g_{xi} g_{yi} & \sum_{i \in \mathcal{V}} coef_i \cdot g_{xi} g_{zi} \\ \sum_{i \in \mathcal{V}} coef_i \cdot g_{xi} g_{yi} & \sum_{i \in \mathcal{V}} coef_i \cdot g_{yi} g_{yi} & \sum_{i \in \mathcal{V}} coef_i \cdot g_{yi} g_{zi} \\ \sum_{i \in \mathcal{V}} coef_i \cdot g_{xi} g_{zi} & \sum_{i \in \mathcal{V}} coef_i \cdot g_{zi} g_{yi} & \sum_{i \in \mathcal{V}} coef_i \cdot g_{zi} g_{zi} \end{bmatrix} \quad (III. 1)$$

où $\vec{g}(x, y, z) = (g_x, g_y, g_z)$ est le gradient estimé en (x, y, z) , V correspond au voisinage considéré et $coef$, un facteur de pondération des vecteurs.

Le tenseur d'orientation est donc une matrice carrée contenant des informations de gradients donc d'orientations.

A partir de l'analyse des valeurs propres $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (avec $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$) et des vecteurs propres $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ (respectivement) du tenseur d'orientation, il est possible d'obtenir des informations caractéristiques des vecteurs qui le constituent, soit ici leur orientation. L'orientation \vec{u}_1 correspond à une moyenne dans un voisinage local de l'orientation des vecteurs du tenseur, donc l'orientation vers l'axe. L'orientation de l'axe correspond au vecteur \vec{u}_3 (Figure III. 3).

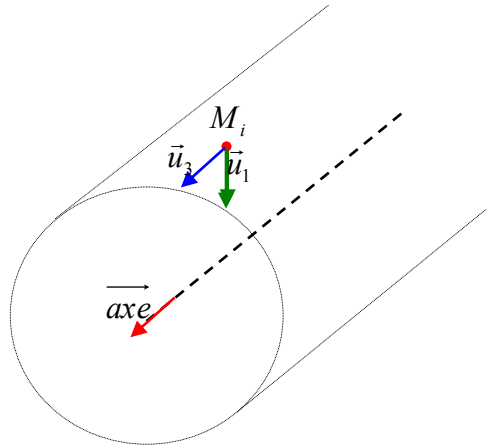


Figure III. 3 : Représentation des vecteurs propres du tenseur d'orientation

Dans le cas d'un cylindre parfait, tous les vecteurs gradient \vec{g} pris en compte dans le tenseur d'orientation sont coplanaires quelle que soit la position M sur le cylindre. Dans ce contexte, la coplanarité revient à dire que tous les vecteurs considérés sont parallèles à n'importe quel plan orthogonal à l'axe. Cette coplanarité des vecteurs constitue donc une condition de cylindricité des points considérés. Elle peut être vérifiée grâce à un indice de coplanarité obtenu à l'aide des valeurs propres du tenseur d'orientation : $\mu = f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$. En effet, dès lors que λ_3 est proche de zéro, les gradients analysés sont coplanaires [DON99]. L'indice de coplanarité sera utilisé comme indice de confiance sur l'orientation estimée dans les étapes suivantes.

III.1.1.2 Estimation de la distance à l'axe

En chaque voxel appartenant à une isosurface cylindrique et à partir de l'estimation des orientations obtenues à l'aide des valeurs propres et des vecteurs propres du tenseur

d'orientation, nous avons estimé la distance entre ce point et l'axe du cylindre associé à l'aide de la courbure locale (*Définition III. 2*).

Définition III. 2

La courbure est une grandeur caractéristique de la géométrie locale d'une courbe. Elle correspond à la mesure de la propension de la courbe à s'éloigner de sa tangente. [DON99]

$$\frac{d\vec{t}}{ds} = k\vec{n} \quad (\text{III. 2})$$

où \vec{t} et respectivement \vec{n} sont les vecteurs tangent et normal à la courbe paramétrique en l'abscisse curviligne s .

Le signe de cette courbure dépend de la paramétrisation de la courbe.

En géométrie différentielle, il est possible de retrouver des définitions équivalentes de la courbure. Elles utilisent la notion de cercle osculateur qui est le cercle tangent approchant au plus près la courbe (Figure III. 4). Dans ce cas, la courbure k correspond à l'inverse du rayon de ce cercle osculateur.

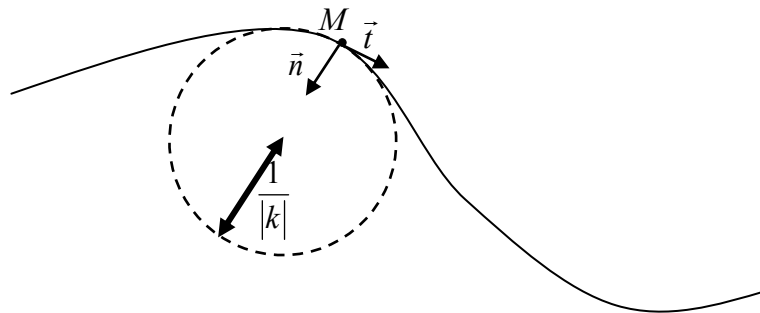


Figure III. 4 : Définition de la courbure en géométrie différentielle

Les courbures principales correspondent aux extrema de la courbure normale k_n . Cette dernière constitue la projection de la courbure sur la normale à la surface. La connaissance des vecteurs unitaires de l'orientation vers l'axe $\vec{u}_1 = (I_x, I_y, I_z)$ (ou du gradient [DON99]) permet d'obtenir la courbure k_n par la relation (III. 3). [MON95]

$$k_n(\vec{v}) = -div_{\pi_v}(\vec{u}_1) \quad (\text{III. 3})$$

où π_v est le plan normal défini par les vecteurs \vec{u}_1 et \vec{u}_3 .

Dans le cas de notre étude, le signe de la courbure est donc relié au vecteur \vec{u}_1 du point considéré et à sa direction. Ce signe sera utile pour la détection de l'orientation.



Figure III. 5 : Signe de la courbure en fonction du vecteur d'orientation vers l'axe

Pour estimer les courbures, la matrice $H_{e,bis}$, qui s'inspire de la matrice du Hessian, est considérée. Elle est construite non pas à partir des dérivées des vecteurs gradients, mais de celles des vecteurs unitaires $\vec{u}_i = (I_x, I_y, I_z)$ représentant l'orientation moyenne vers l'axe (moyenne des vecteurs gradients) (III. 4).

Pour estimer les dérivées utilisées dans ce tenseur, les masques prennent en compte des vecteurs dans un voisinage du point courant M . Notons que le sens des vecteurs du voisinage est arbitrairement réaffecté de façon à ce que le signe de la courbure soit représentatif de la direction du vecteur d'orientation vers l'axe du point courant.

$$H_{e,bis} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 4})$$

avec $I_{ij} \approx \frac{\partial I_i}{\partial j}$ et $i, j = x, y, z$

Dans ce cas, la courbure s'exprime aussi par la relation :

$$k_n(\vec{v}) = -\vec{u}_3^T H_{e,bis} \vec{u}_3 \quad (\text{III. 5})$$

Les courbures principales sont calculées à partir de l'équation (III. 5) [DON99]. Elles correspondent au maximum k_{n1} et au minimum k_{n2} de la valeur absolue de cette équation.

$$k_{n1} = \text{signe} \times \max \left(\text{abs} \left(-\frac{1}{2} \left(a^T H_{e,bis} a + b^T H_{e,bis} b \pm \sqrt{(a^T H_{e,bis} a - b^T H_{e,bis} b)^2 + 4(a^T H_{e,bis} b)^2} \right) \right) \right)$$

$$k_{n2} = \text{signe} \times \min \left(\text{abs} \left(-\frac{1}{2} \left(a^T H_{e,bis} a + b^T H_{e,bis} b \pm \sqrt{(a^T H_{e,bis} a - b^T H_{e,bis} b)^2 + 4(a^T H_{e,bis} b)^2} \right) \right) \right)$$

avec $\vec{a} = \frac{1}{I_x^2(I_y^2 + I_z^2) + 4I_y^2 + I_z^2} \begin{pmatrix} 2I_y I_z \\ -I_x I_z \\ -I_x I_y \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \vec{a} \wedge \vec{u}_1$ et *signe* qui est le signe associé à la

solution correspondant au maximum ou minimum respectif.

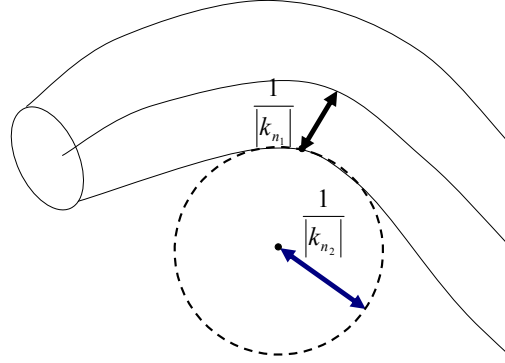


Figure III. 6 : Représentation des valeurs absolues des courbures principales dans le cas d'un cylindre

La distance du point courant à l'axe est obtenue à l'aide de la courbure principale maximale :

$$d_{axe} = \frac{1}{|k_{n1}|} \quad (\text{III. 7})$$

La distance à l'axe correspond au rayon du cylindre de l'isosurface à laquelle appartient le point étudié. La courbure principale minimale k_{n2} informe sur la déformation locale de l'axe

de l'objet cylindrique : $\frac{1}{|k_{n2}|}$ (Figure III. 6).

III.1.1.3 Sélection des points des nuages d'axes et orientation moyenne

A cette étape, les informations obtenues en chaque voxel appartenant à une isosurface supposée cylindrique sont :

- l'orientation vers l'axe : \vec{u}_1
- la distance à cet axe : d_{axe}
- l'estimation de l'orientation du cylindre : \vec{u}_3

En combinant ces paramètres, il est possible de déterminer pour chacun des voxels M_i un point d'axe associé. Il correspond à la translation du voxel de calcul à une distance d_{axe_i} selon \vec{u}_1 (III. 8).

$$\overrightarrow{M_i C_i} = \text{sgn}(k_{n1}) \cdot d_{axe_i} \cdot \vec{u}_1 \quad (\text{III. 8})$$

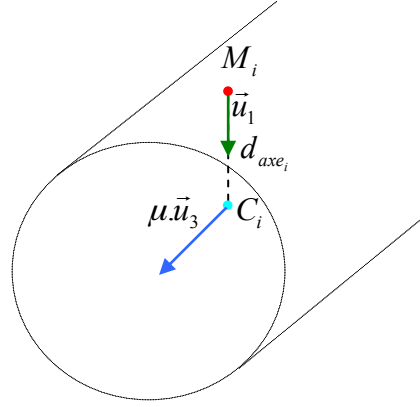


Figure III. 7 : Détection d'un point d'axe

La relation (III. 8) illustre le lien entre la direction du vecteur \vec{u}_1 et le signe de la courbure estimée au paragraphe précédent. Le signe de la courbure permet de garantir que la recherche du point probable d'axe s'effectue bien en se déplaçant vers l'intérieur de l'objet cylindrique.

Pour chacun des voxels d'isosurface cylindrique, un point probable d'axe est détecté (Figure III. 7). Le couple de paramètres (μ, \vec{u}_3) correspondant est associé au voxel C_i le plus proche du point probable d'axe.

A un même candidat d'axe C_i correspondent plusieurs couples (μ, \vec{u}_3) . Le cumul de ces paramètres en ce point s'effectue par la construction du tenseur d'orientation décrit dans la relation (III. 9).

$$H_c(x_{c_i}, y_{c_i}, z_{c_i}) = \sum_{M \in \mathfrak{S}} \begin{bmatrix} \mu(M) \times u_{3x}(M) \times u_{3x}(M) & \mu(M) \times u_{3y}(M) \times u_{3x}(M) & \mu(M) \times u_{3z}(M) \times u_{3x}(M) \\ \mu(M) \times u_{3x}(M) \times u_{3y}(M) & \mu(M) \times u_{3y}(M) \times u_{3y}(M) & \mu(M) \times u_{3z}(M) \times u_{3y}(M) \\ \mu(M) \times u_{3x}(M) \times u_{3z}(M) & \mu(M) \times u_{3y}(M) \times u_{3z}(M) & \mu(M) \times u_{3z}(M) \times u_{3z}(M) \end{bmatrix} \quad (\text{III. 9})$$

où \mathfrak{S} est l'ensemble initial des voxels qui appartiennent à des isosurfaces cylindriques.

Les vecteurs propres de ce tenseur permettent d'obtenir une estimation de l'orientation moyenne de l'axe à partir de l'ensemble des vecteurs considérés. Les valeurs propres sont proportionnelles au nombre de vecteurs ayant servi à construire ce tenseur.

III.1.1.4 Nuage d'axe

A ce stade, une labellisation est effectuée pour distinguer les cylindres les uns des autres et pour ensuite travailler sur les voxels d'axes détectés cylindre par cylindre. Chaque composante connexe résultant de la labellisation correspond à ce que nous appellerons par la suite un « nuage d'axe ».

La labellisation utilisée est une labellisation hybride [MAR07b] qui combine une approche récursive à un parcours itératif dans le bloc de données. Cette approche permet de réduire à la fois le temps de calcul et la taille de la pile.

Dans le cas de cylindres parfaits, c'est-à-dire à partir d'un champ des orientations locales idéal, les nuages d'axes correspondent parfaitement aux axes des cylindres recherchés. Cependant, compte-tenu du biais d'estimation des orientations et en présence de bruit ou de déformations, les nuages d'axe tendent à s'épaissir. Une deuxième étape de squelettisation du nuage devient alors nécessaire pour en extraire les axes.

III.1.2 Extraction des axes à partir des nuages

Cette étape repose sur l'hypothèse que le centre des composantes coïncide avec l'axe de l'objet cylindrique correspondant. De plus, comme les cylindres peuvent éventuellement être courbés ($\frac{1}{|k_{n2}|}$), les axes ne peuvent donc pas être obtenus par une régression linéaire

directement appliquée sur les nuages d'axe. Nous avons donc privilégié une approche d'extraction de l'axe procédant voxel par voxel. L'orientation moyenne de l'axe a été estimée pour chaque candidat à l'étape précédente. Nous utilisons cette information pour détecter les voxels d'axe par un calcul 2D détaillé ci-dessous.

Dans certaines méthodes exposées dans le premier chapitre (approches par plan orthogonaux cf. paragraphe I.3.1), l'approche consiste à se placer dans le plan orthogonal à l'axe du cylindre. Pour effectuer ce passage, il faut procéder à une interpolation trilineaire ou à un changement de repère. Ces interpolations entraînent une lourdeur calculatoire considérée rédhibitoire. Dans un souci de simplification, nous avons préféré utiliser les informations d'orientations pour choisir le plan du repère le plus orthogonal à l'orientation de l'axe du cylindre au point courant, à savoir l'un des trois plans $\{xy, yz, xz\}$ afin d'effectuer les calculs exclusivement en 2D.

Le choix du plan le plus orthogonal à l'axe s'effectue en prenant le plan du repère correspondant à la projection maximale du vecteur d'axe.

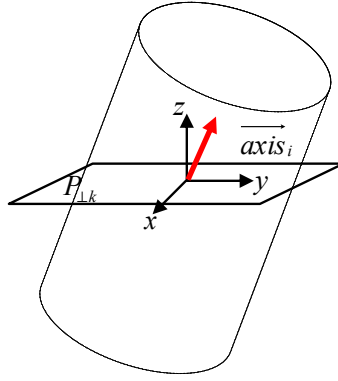


Figure III. 8 : Choix du plan du repère le plus orthogonal à l'axe

La démarche pour traiter un nuage d'axe consiste alors à trouver un candidat à l'extrémité du nuage et à se déplacer de manière itérative le long de cette composante en utilisant les informations, centre et orientation, estimées à l'étape précédente.

Pour l'itération k , un candidat du nuage considéré $M_i = (x_i, y_i, z_i)$ est trouvé dans le plan du repère le plus orthogonal en considérant l'orientation $\overrightarrow{axis_{G_{k-1}}}$ obtenue à l'itération $k-1$. Grâce à l'orientation $\overrightarrow{axis_i}$ de ce point M_i , il est possible de déterminer le plan le plus orthogonal $P_{\perp k}$ (Figure III. 8). C'est dans ce dernier plan que la position du centre du cylindre et l'orientation de l'axe vont être déterminées. Les points du nuage d'axe qui se situent sur le plan $P_{\perp k}$ sont pris en compte pour le calcul du centre et de l'orientation. Nous appellerons cet ensemble de points : la « section $P_{\perp k}$ ».

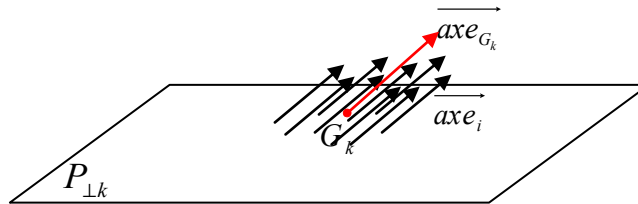


Figure III. 9 : Estimation du centre de gravité et de son orientation

Le centre de gravité de la « section $P_{\perp k}$ » est déterminé, il correspond au centre de l'intersection du nuage d'axe avec le plan et donc à un point de l'axe.

$$x_{G_k} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}, y_{G_k} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}, z_{G_k} = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i} \text{ avec } m_i = \|\overrightarrow{axe_i}\| \quad (\text{III. 10})$$

De plus, l'orientation locale est obtenue en calculant la moyenne des orientations à l'aide des vecteurs propres du tenseur d'orientation construit avec les vecteurs $\overrightarrow{axe_{k,i}}$ de la « section $P_{\perp k}$ ».

Dans le plan $P_{\perp k}$, nous obtenons le voxel d'axe $G_k = (x_{G_k}, y_{G_k}, z_{G_k})$ et son orientation $\overrightarrow{axis_{G_k}}$ et il est possible de passer au plan suivant (Figure III. 9).

Une des difficultés de cette approche par plan est d'éviter les retours en arrière (boucles fatales) principalement dans les cas où le choix du plan le plus orthogonal est ambigu, par exemple quand les normes de 2 ou 3 projections du vecteur $\overrightarrow{axis_i}$ sont proches. Pour cela, différents moyens ont été mis en œuvre dans l'algorithme : la vérification qu'il n'y existe pas une trop grande variation de l'orientation d'un plan à un autre à l'aide du produit scalaire entre les vecteurs orientations considérés, et la vérification que la majeure partie des points de la « section $P_{\perp k}$ » n'a pas déjà été utilisée à une itération précédente pour estimer un centre.

L'itération le long d'un nuage d'axe s'interrompt lorsque le nombre de points de la « section $P_{\perp k}$ » est nul ou qu'une extrémité du bloc 3D est atteinte.

Cette démarche permet donc de retrouver les voxels d'axe en se déplaçant plan par plan le long du nuage d'axe à partir d'une des extrémités de la composante.

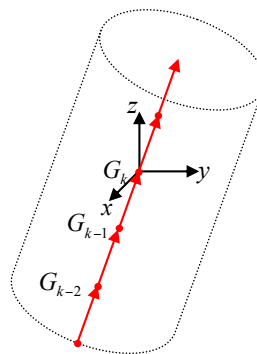


Figure III. 10 : Détection d'un objet cylindrique par ses voxels d'axe et leur orientation

A ce stade de la segmentation, les objets cylindriques sont détectés par l'intermédiaire de leur axe. De plus, l'orientation de l'axe est localement estimée en chaque voxel d'axe.

III.2 Reconstruction des fibres

III.2.1 Estimation du rayon

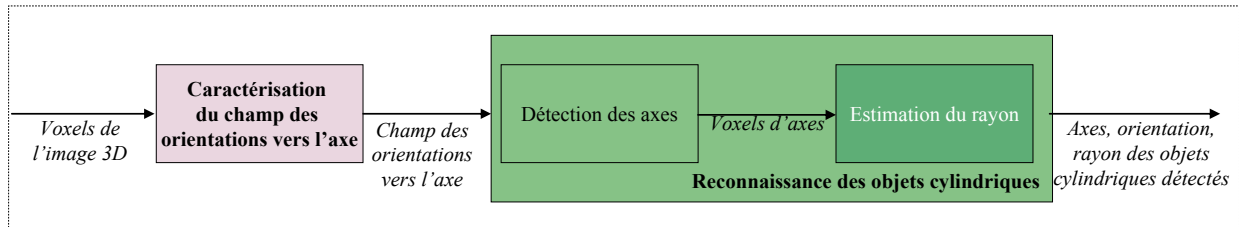


Figure III. 11 : Obtention des caractéristiques de cylindres et reconnaissance des objets cylindriques : étape d'estimation du rayon

Les axes des objets cylindriques sont détectés à l'aide de leur position et de leur orientation locale. Pour connaître tous les paramètres du modèle géométrique cylindrique, il faut maintenant estimer le rayon des cylindres.

Comme les objets peuvent présenter des déformations ou des variations locales, nous avons choisi une approche locale pour l'estimation du rayon. Grâce à la connaissance de l'orientation locale des cylindres, l'approche consiste à estimer les rayons sur les sections orthogonales successives.

Dans le cas d'un objet cylindrique, la coupe orthogonale à l'axe est composée d'un disque dont le rayon est celui du cylindre. A partir du plan du repère le plus orthogonal à l'axe (comme au paragraphe précédent), l'objet cylindrique dans ce plan est alors délimité par une ellipse dont les paramètres déterminent le rayon du cylindre.

L'idée consiste, pour chaque voxel d'axe, à considérer le plan $P_{\perp k}$ du repère le plus orthogonal pour ensuite retrouver l'ellipse correspondant à la coupe du cylindre et ses paramètres pour en déduire le rayon.

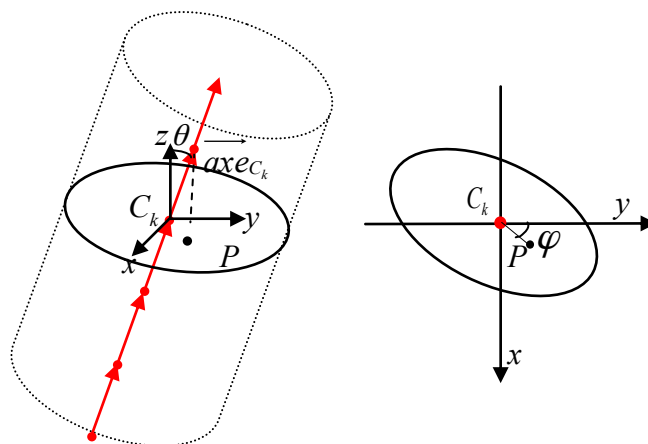


Figure III. 12 : Coupe d'un cylindre dans le plan du repère le plus orthogonal à l'axe et visualisation de l'ellipse de cette coupe

Remarque : Dans la suite, l'axe sera supposé plus proche de l'axe z donc le plan le plus orthogonal sera le plan $\{xy\}$ (Figure III. 12). De plus, comme le cercle est un cas particulier d'ellipse, nous considérerons le cas le plus général où l'axe du cylindre ne coïncide pas avec l'un des axes du repère.

L'équation de l'ellipse résultant de la coupe d'un objet cylindrique est donnée par la relation suivante :

$$\frac{\left((x - x_{C_k})\cos\varphi - (y - y_{C_k})\sin\varphi\right)^2}{b^2} + \frac{\left((x - x_{C_k})\sin\varphi + (y - y_{C_k})\cos\varphi\right)^2}{a^2} = 1 \quad (\text{III. 11})$$

où $C_k = (x_{C_k}, y_{C_k}, z_{C_k})$ est le voxel d'axe de calcul, φ l'angle comme défini Figure III. 12 et a et b sont les paramètres de l'ellipse.

Le petit rayon de l'ellipse correspond au rayon de l'objet cylindrique duquel résulte cette ellipse. De plus, les relations trigonométriques permettent d'écrire les équations (III. 12) décrivant le repère, l'ellipse et ses caractéristiques.

$$\left\{ \begin{array}{l} a = R \\ b = \frac{a}{\cos\theta} \\ \cos\theta = \frac{z_{\text{axe } C_k}}{a} \\ \cos\varphi = \frac{y_{\text{axe } C_k}}{a} \\ \sin\varphi = \frac{x_{\text{axe } C_k}}{a} \end{array} \right. \quad (\text{III. 12})$$

où $\vec{\text{axe } C_k} = \left(\frac{x_{\text{axe } C_k}}{a}, \frac{y_{\text{axe } C_k}}{a}, \frac{z_{\text{axe } C_k}}{a} \right)$ est le vecteur orientation au voxel d'axe considéré C_k et θ l'angle d'élévation comme défini Figure III. 12.

Il reste donc l'inconnue a à déterminer pour connaître l'ellipse associée aux contours de l'objet cylindrique.

Pour estimer au mieux ces contours réels, il faut dans un premier temps construire une ellipse discrète, la plus proche possible de l'ellipse réelle. En effet, les différents calculs s'effectuent sur les images discrètes et les équations d'ellipses (III. 11) ne sont pas directement applicables. Nous avons utilisé la méthode de Bresenham qui est une méthode récursive cherchant le voxel le plus proche du point de la courbe (cf. Annexe 3)

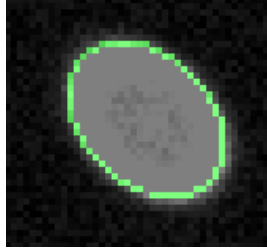


Figure III. 13 : Exemple de tracé d'une ellipse discrète

Pour l'estimation du rayon, nous avons choisi d'utiliser les caractéristiques des contours à l'aide de l'estimateur gradient. En effet, les contours sont caractérisés par des transitions plus marquées de niveaux de gris entraînant un extremum du gradient.

L'algorithme d'estimation du rayon s'effectue comme présenté à la Figure III. 14.

Pour chaque point d'axe:
 sélection du plan et récupération des angles θ et φ
 pour un intervalle de rayons cohérents,
 calcul de la moyenne de la norme du gradient le long de l'ellipse correspondante
 estimation du rayon comme étant celui correspondant à la moyenne maximale

Figure III. 14 : Algorithme d'estimation du rayon

Cette démarche nous permet d'estimer le rayon en tout point d'axe indépendamment les uns des autres en se servant de l'information contour et orientation des objets cylindriques.

III.2.2 Méthode de reconstruction

A ce niveau de l'algorithme, les cylindres ont été détectés et leurs caractéristiques ont été estimées. Pour chaque voxel d'axe, nous avons les informations : position, orientation et rayon. Une fois obtenues les caractéristiques du modèle géométrique, de nombreuses méthodes existent et peuvent s'appliquer à cette étude pour reconstruire les objets. Par exemple, les méthodes utilisant des modèles déformables permettent de s'adapter à d'éventuelles déformations des objets cylindriques. Dans le cadre de cette thèse, elles n'ont pas été mises en œuvre.

Nous avons choisi de présenter la méthode la plus simple et la plus directe qui utilise la reconstruction par des unions de sphères. Il s'agit d'associer en chaque voxel d'axe une sphère dont le rayon vaut le rayon estimé. Cette méthode permet d'obtenir des résultats satisfaisants quand le rayon des sphères est supérieur à la distance d'un point d'axe à un autre.

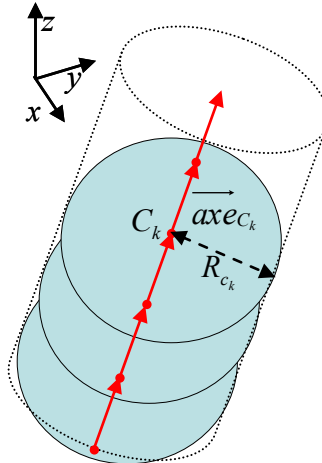


Figure III. 15 : Reconstruction par unions de sphères

Dans ces conditions, il est possible de segmenter des objets cylindriques dans un bloc de données 3D.

III.3 Résultats

III.3.1 Objets cylindriques synthétiques

III.3.1.1 Fonctions profil

Nous présentons ici les résultats obtenus à partir de deux types de fonctions profil : tout d'abord des fonctions gaussiennes qui sont les plus couramment étudiées dans la littérature, ensuite celles de type Bernstein qui permettent de prendre en compte des fonctions profil de forme plus complexe.

Pour rappel (cf. Annexe 2), les fonctions s'écrivent :

- fonction profil gaussienne : $f(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{\alpha^2}\right)$
- fonction profil de Bernstein : $f(r) = \begin{cases} \sum_{k=0}^n \beta_k C_n^k \left(\frac{r}{r_0}\right)^k \left(1 - \frac{r}{r_0}\right)^{n-k} & \text{si } r \leq r_0 \\ \beta_n \exp(-\alpha(r - r_0)) & \end{cases}$

Le choix des β_k a été fait pour être le plus proche de la fonction profil observée sur les blocs traités dans cette thèse.

III.3.1.2 Résultats de détection des axes

Les résultats concernant la détection de l'axe sont probants et valident la démarche. En effet, quelle que soit la fonction profil, l'objet cylindrique est bien détecté par son axe, même lorsque l'axe ne coïncide pas avec l'un des axes du repère (Figure III. 16), pour les deux types de fonctions profil.

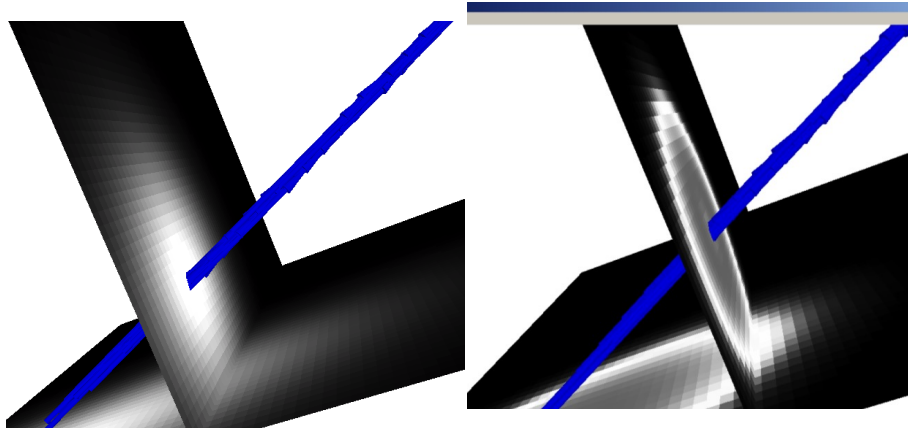


Figure III. 16 : Détection de l'axe d'un objet cylindrique de fonctions profil : une gaussienne (gauche) et une de type Bernstein (droite)

La Figure III. 17 présente le cas de deux objets cylindriques de fonction profil de type Bernstein qui ont été détectés et labellisés par leur axe.

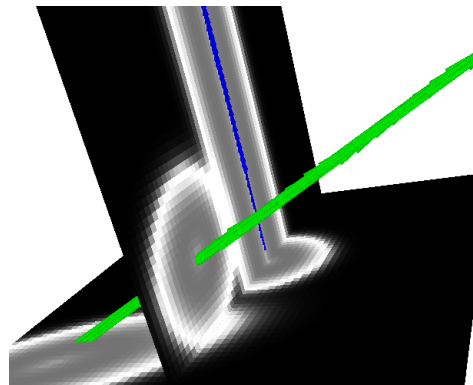


Figure III. 17 : Détection de plusieurs objets cylindriques dans un même bloc

Dans le cas idéal, la détection de l'axe coïncide exactement avec l'axe du cylindre quelle que soit l'orientation de celui-ci. C'est ce qui se produit ici dans le cas d'un bloc contenant un seul cylindre non bruité. Nous avons ensuite testé cette partie de l'algorithme sur des objets cylindriques bruités.

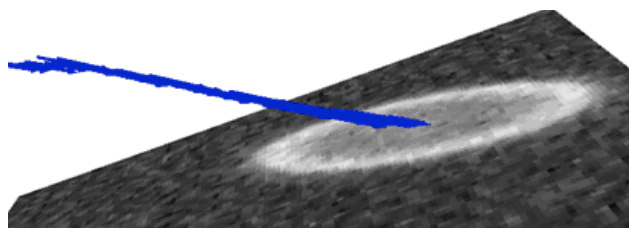


Figure III. 18 : Détection de l'axe pour une fonction profil de type Bernstein bruitée par un bruit blanc gaussien de rapport signal sur bruit de 12dB

Les tests sur des données bruitées (Figure III. 18) permettent d’observer une erreur inférieure à 1 voxel. Il n’y a donc pas d’incidence sensible sur les résultats de la détection du cylindre.

III.3.1.3 Résultats de reconstruction des objets cylindriques

A partir des axes obtenus et de leur orientation, il est possible d’estimer le rayon puis de reconstruire le cylindre à l’aide de la méthode d’union de sphères.

Dans le cas des cylindres présentés Figure III. 16, les rayons calculés en effectuant la moyenne des rayons locaux le long de l’axe donnent :

- un écart de 0.5 pixel par rapport à α pour une fonction profil de type gaussienne ;
- un écart de 0.13 pixel par rapport à r_0 pour une fonction profil de type Bernstein.

La Figure III. 19 représente la superposition de l’image en niveau de gris avec l’objet cylindrique reconstruit.

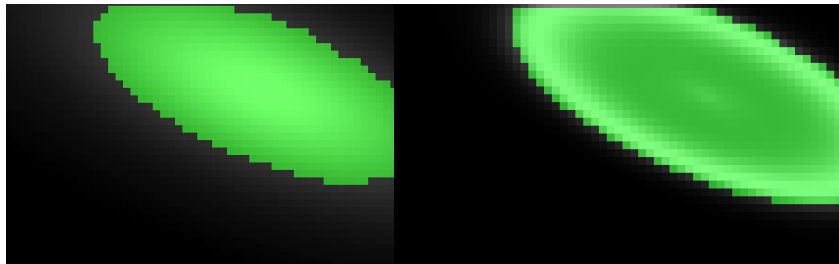


Figure III. 19 : Reconstruction des fibres : fonctions profil a) gaussienne, b) de type Bernstein

La Figure III. 20 présente le résultat de la reconstruction des cylindres obtenu dans le cas d’un bloc contenant deux cylindres. Nous avons déterminé un rayon moyen le long du cylindre sans écart avec la valeur r_0 pour le cylindre vertical (un axe du repère) et un écart de 0.16 pixel pour le cylindre oblique. Dans tous les cas, les erreurs sont inférieures au pixel.

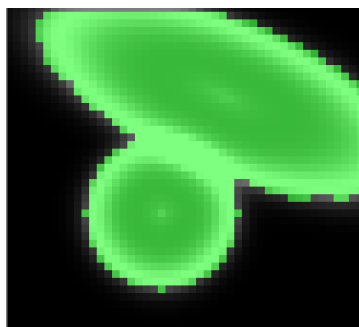


Figure III. 20 : Résultat de la reconstruction pour deux objets cylindriques

Il y a donc bien correspondance entre cylindres réels et reconstruits.

En conclusion, cette étude effectuée sur des objets cylindriques synthétiques valide l'approche développée quel que soit le type de fonctions profil étudiées (gaussienne ou de type Bernstein).

III.3.2 Blocs réels

Les blocs étudiés au cours de cette thèse sont des images 3D de matériaux composites dont nous avons précisé les caractéristiques dans le premier chapitre.

III.3.2.1 Prétraitements

Les images à disposition (Figure III. 21) pour la segmentation présentent à la fois un bruit et des artéfacts circulaires dus à l'étape de reconstruction mise en œuvre au cours de l'acquisition. Il faut donc atténuer ces artéfacts et ce bruit sans altérer l'arrangement des voxels en isosurfaces cylindriques (cf. chapitre I).

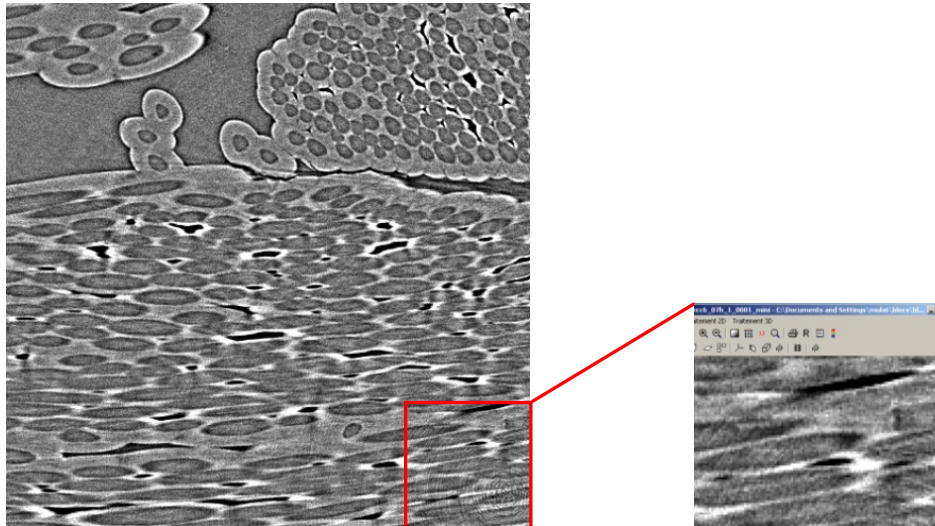


Figure III. 21 : Extrait de bloc : visualisation bruit et artéfacts circulaires

Différentes approches ont été testées dans ce sens. Le Tableau III. 1 résume les différentes conclusions obtenues au niveau de l'efficacité des filtres étudiés et plus particulièrement les avantages et les inconvénients par rapport à l'application et aux caractéristiques des blocs considérés dans cette thèse. (cf. Annexe 4)

Filtres	Avantages	Inconvénients
A orientation adaptative	Bon résultat Suppression du bruit sans altérer les informations d'organisation en isosurfaces cylindriques	Lourd en réglages et en temps de calcul
Dans l'espace de phase 3D	Rapide Résultat quasi équivalent au filtre diffusif	Orientation privilégiée 2 itérations
Pérona-Malik	Rapide en mise en œuvre et temps de calcul Rehaussement des transitions (contours)	Détérioré l'aspect d'organisation en isosurfaces cylindriques

Tableau III. 1 : Avantages et inconvénients des différents filtres testés

Nous avons donc préféré un filtrage à l'aide d'un filtre par espace de phase 3D (Figure A. 4).

III.3.2.2 Résultats détection des axes

L'approche de détection des objets cylindriques proposée a été appliquée sur les données réelles de matériaux composites fibreux étudiés dans cette thèse. Les essais ont été effectués sur un ensemble de 9 extraits 3D de taille variable (200x200x198 voxels, 200x200x34 voxels ou encore 300x90x300 voxels). Pour chacun de ces extraits, le nombre moyen de fibres par coupe varie de 32 à 89 fibres.

Dans ce type de bloc, les petits espaces poreux, plus sombres, peuvent être éliminés par simple seuillage. Cela permet de supprimer les pores dont la géométrie se rapproche parfois de celle d'un cylindre.

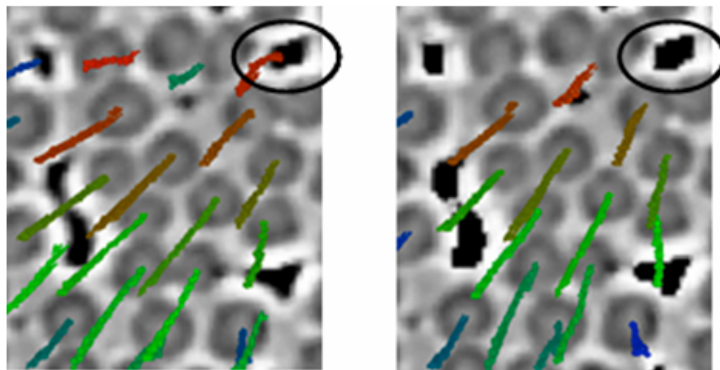


Figure III. 22 : Pré-segmentation pour supprimer les erreurs de détection dues à des pores dont la géométrie est proche de celle des objets cylindriques

Pour cette étude, le taux de détection des fibres correspond à la moyenne des ratios, calculés section par section, entre le nombre de fibres détectées par notre algorithme et le nombre de fibres comptées manuellement. Le Tableau III. 2 regroupe les différents résultats obtenus pour les extraits ayant subi une pré-segmentation ou non.

Taille des blocs (voxels)	Fibres par coupe	Taux de fibres détectées	Seuillage des petits pores
200x200x198	37	80%	Non
200x200x198	59	72%	Oui
200x200x198	42	82%	Oui
200x200x198	89	87%	Oui
200x200x34	52	83%	Non
200x200x34	53	81%	Oui
200x200x34	89	82%	Oui
300x90x300	76	87%	Oui

Tableau III. 2 : Résultats de détection des fibres obtenus

Dans tous les cas, le taux de détection est supérieur à 70% des fibres. En moyenne, ce taux vaut 81%.

Les figures suivantes présentent les résultats de la détection des axes avec un label distinct pour chaque objet cylindrique détecté.

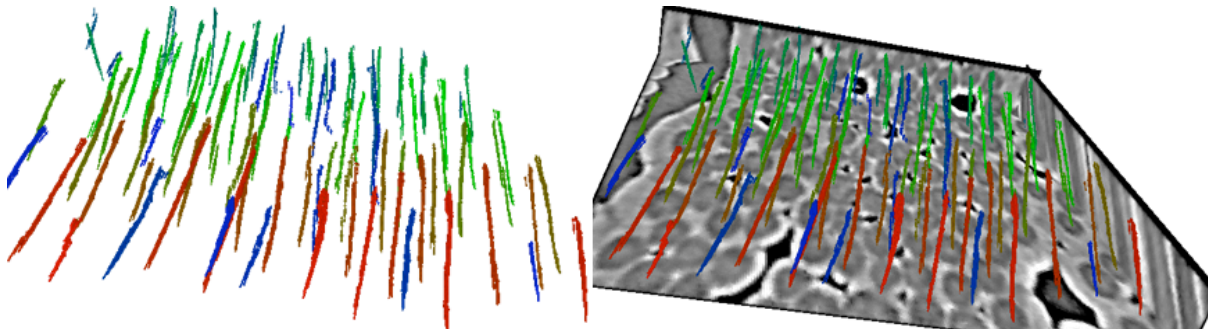


Figure III. 23 : Résultat de la détection pour un bloc de taille 200x200x34

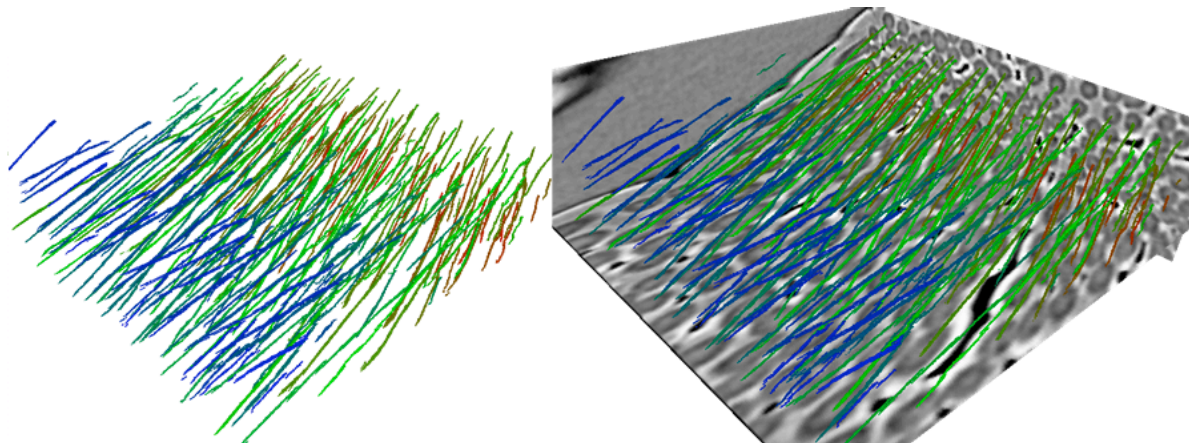


Figure III. 24 : Résultat de la détection pour un bloc de taille 300x90x300

La Figure III. 24 présente un taux de détection de 87% pour 76 fibres par coupe.

Pour les extraits présentés dans ces deux figures, les objets cylindriques ont quasiment tous la même orientation.

Remarque : Les cylindres dont les parois touchent les faces externes des blocs ne sont pas pris en compte, leur forme tronquée n'étant plus cylindrique.

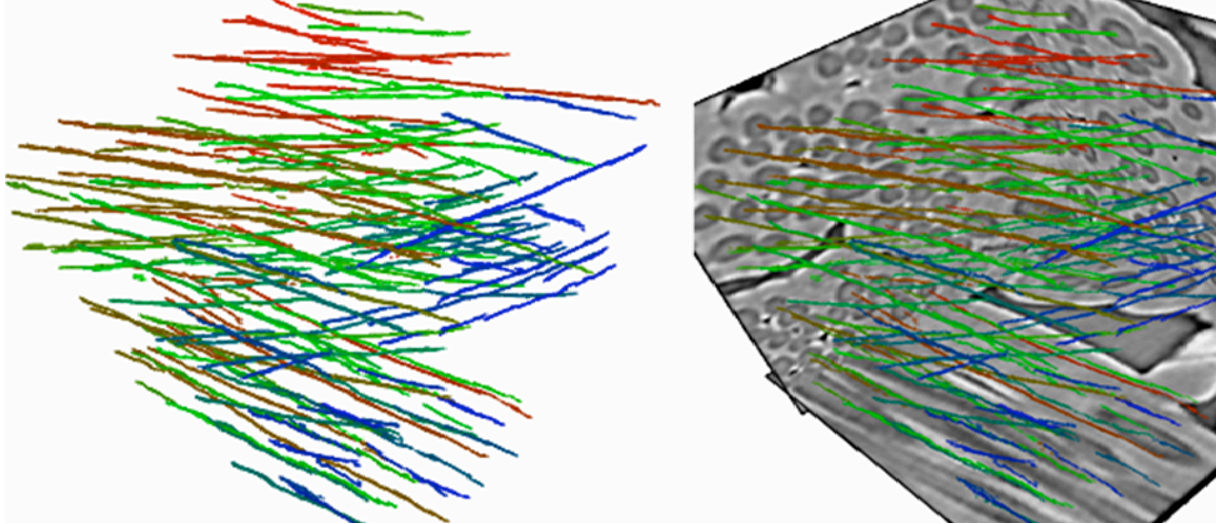


Figure III. 25 : Résultat de la détection des axes pour un extrait de taille 200x200x198

La Figure III. 25 donne un taux de détection de l'ordre de 72% pour 59 fibres par coupe : plusieurs orientations privilégiées sont indifféremment détectées. L'approche s'adapte bien à la géométrie locale.

Problèmes rencontrés :

Les erreurs le plus souvent rencontrées sont :

- Non détection de l'objet cylindrique : elles proviennent généralement de fibres qui ne vérifient pas l'hypothèse de cylindricité ou de fibres difficilement discernables les unes des autres (Figure III. 26).

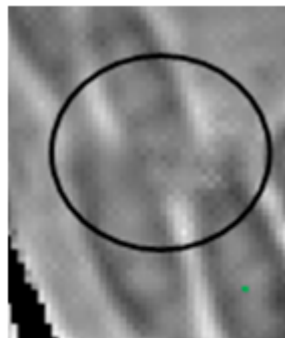


Figure III. 26 : Distinction difficile entre les objets

- Fausse détection
- Discontinué de la détection d'un cylindre : l'axe est interrompu ou est scindé en deux composantes distinctes (labels différents) avec ou sans recouvrement :

- sans recouvrement : pour certaines sections, aucun point d'axe n'est détecté (Figure III. 27) ;

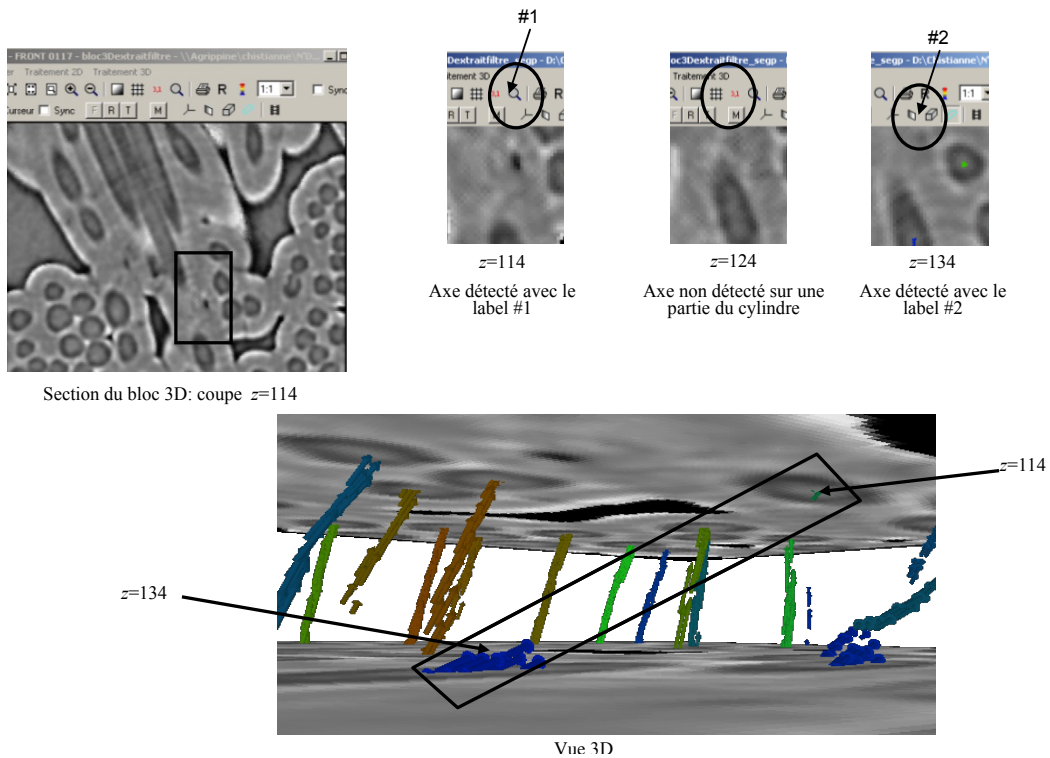


Figure III. 27 : Erreur de détection : interruption de la détection

- avec recouvrement : plusieurs points d'axes non connexes sont détectés pour une même fibre et sur la même section (Figure III. 28).

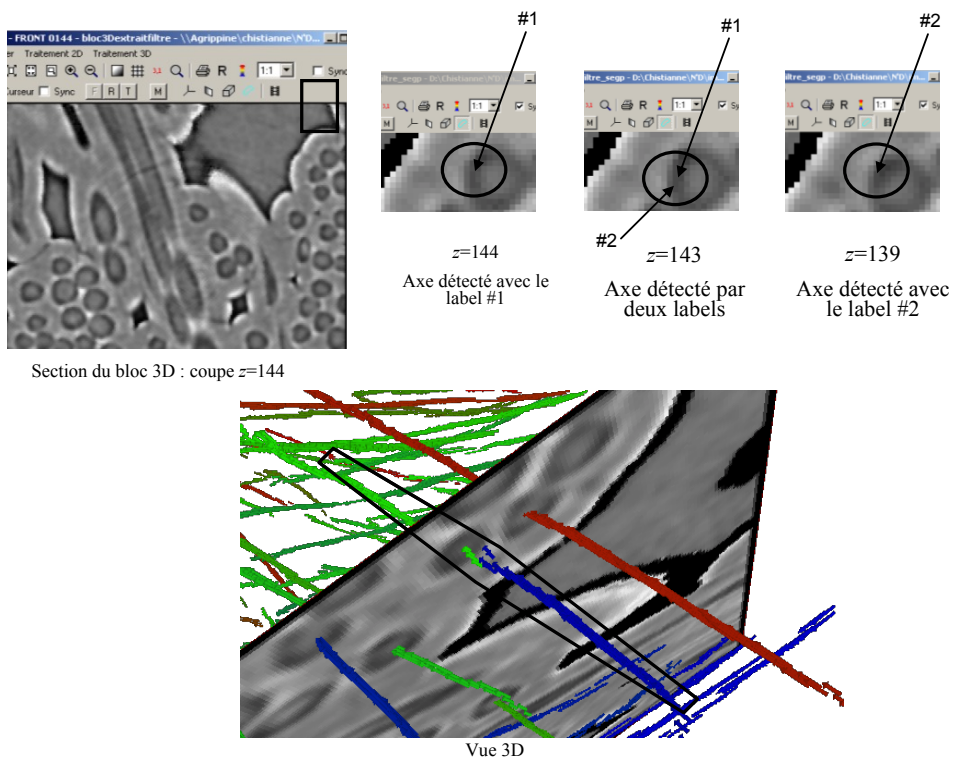


Figure III. 28 : Erreur de détection : détection d'un cylindre par deux axes

Solutions envisagées :

Selon les types d'erreurs, plusieurs solutions sont envisagées :

- Dans le cas d'une non détection ou d'une détection erronée (en dehors d'un objet cylindrique), une intervention de l'opérateur peut permettre de rectifier la détection de l'objet cylindrique. Ces erreurs sont les plus critiques, même si dans notre cas, les détections en dehors des objets peuvent être supprimées par un pré- ou post-traitement de la porosité.
- Dans le cas d'un axe discontinu, une adaptation de la méthode peut combler les discontinuités en utilisant par exemple une poursuite des axes prenant en compte les objets déjà détectés.

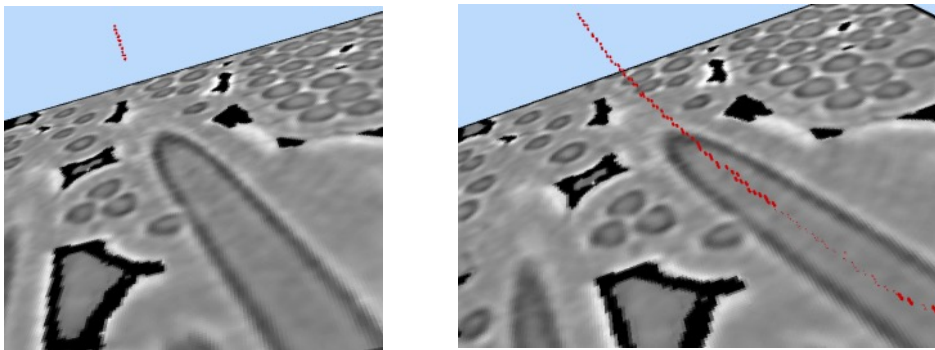


Figure III. 29 : Suppression de la discontinuité des axes par poursuite

La Figure III. 29 montre un exemple d'amélioration de la détection des axes par poursuite d'un axe.

III.3.2.3 Résultats de reconstruction des objets cylindriques

Dans le cadre de ce mémoire et dans cette partie, les résultats de la reconstruction sont présentés à partir des axes détectés à l'étape précédente sans correction ni amélioration. Il y a donc répercussion des erreurs d'axes sur la reconstruction. A partir des axes et des orientations, les rayons peuvent être localement estimés. Il faut remarquer qu'une erreur de détection des axes entraîne une mauvaise estimation du rayon puisque, dans ce cas, aucune des différentes ellipses considérées par la méthode ne coïncide avec les contours réels des objets.

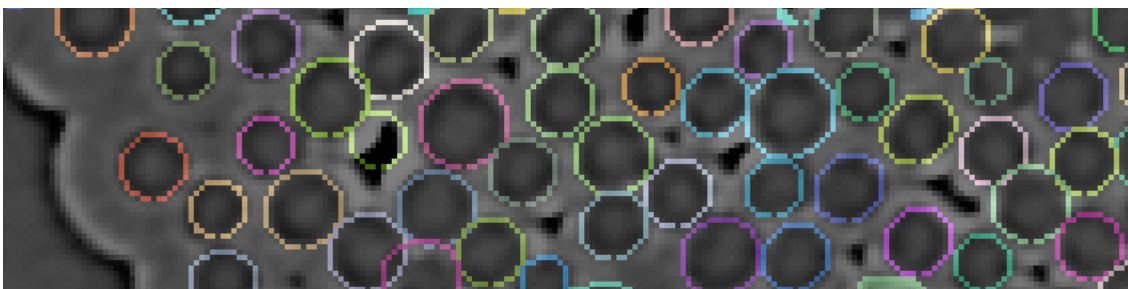


Figure III. 30 : Tracé des rayons obtenus à l'aide de la méthode de Bresenham

Nous avons procédé à une étude sur les 9 blocs testés pour estimer le rayon moyen des objets cylindriques.

Le rayon moyen présenté correspond à la moyenne de toutes les estimations de rayons effectuées pour tous les cylindres détectés sur tout le bloc. Les résultats sont résumés dans le Tableau III. 3.

Taille des blocs (voxels)	Rayon moyen des cylindres
200x200x198	6.03
200x200x198	5.75
200x200x198	5.95
200x200x198	5.77
200x200x34	5.67
200x200x34	5.68
200x200x34	5.6
300x90x300	5.75

Tableau III. 3 : Calcul des rayons moyens des objets cylindriques des différents blocs étudiés

Dans le cadre de cette étude, les blocs sont constitués de cylindres dont le rayon varie autour de *5 pixels*. L'estimation du rayon apparaît cohérente avec le rayon réel des objets cylindriques compte tenu de l'échelle d'acquisition. Cette connaissance nous a permis de valider la méthode d'estimation locale des rayons.

A partir de cette estimation des rayons, nous avons reconstruit les cylindres en utilisant des sphères de rayon correspondant centrées sur l'axe.

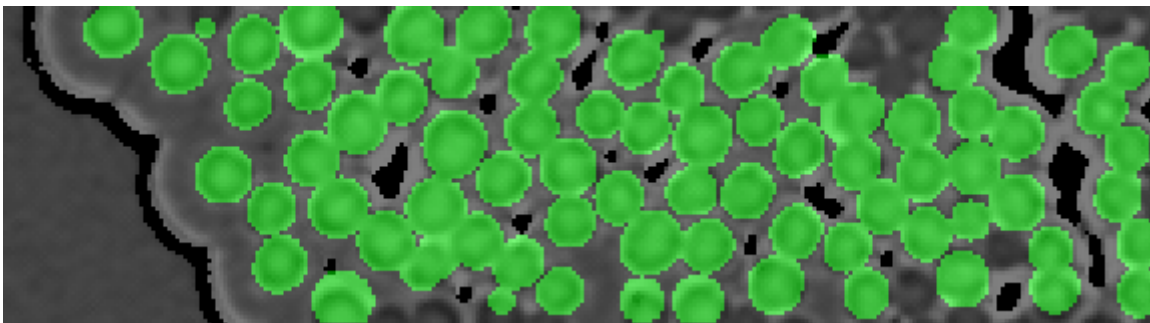


Figure III. 31 : Reconstruction des cylindres pour un bloc de taille 300x90x300 correspondant à un taux de détection de 87%

Pour la Figure III. 31, les objets cylindriques ont la même orientation moyenne. La reconstruction par sphère donne un résultat satisfaisant avec une légère surestimation du

contour (position de la transition). Les erreurs dans cet extrait résultent principalement d'effets de bords et d'une non-détection de cylindres.

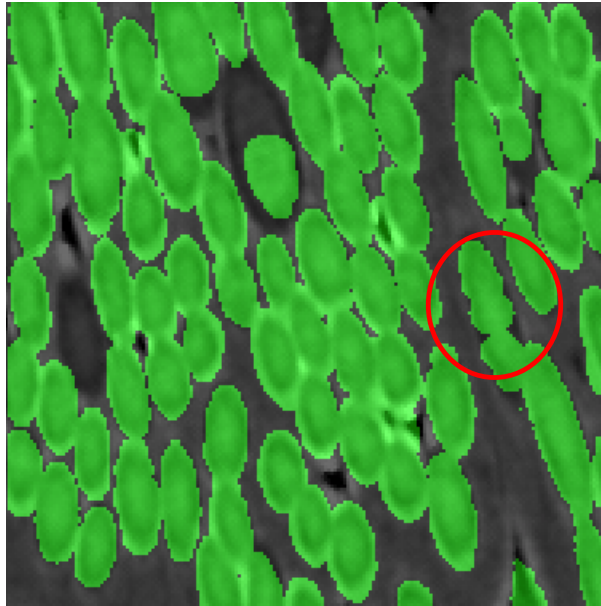


Figure III. 32 : Reconstruction des cylindres pour un bloc de taille 200x200x198 correspondant à un taux de détection de 82%

Pour la Figure III. 32, la reconstruction donne des résultats satisfaisants. Les erreurs proviennent principalement d'erreurs de détection d'axe. Il est aussi possible d'observer l'effet de la reconstruction par sphère (Figure III. 32 cercle rouge) lorsqu'il manque un ou deux voxels d'axe et que les sphères ne se recouvrent pas suffisamment pour assurer la continuité des bords du cylindre.

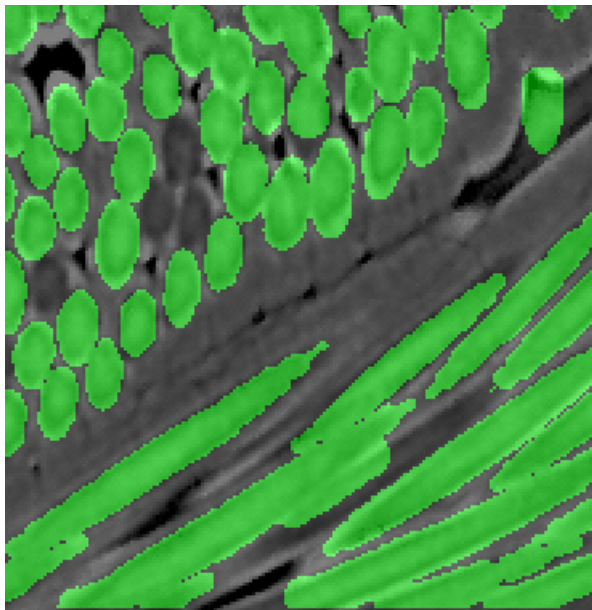


Figure III. 33 : Reconstruction des cylindres pour un bloc de taille 200x200x34 correspondant à un taux de détection de 83%

En ce qui concerne la Figure III. 33, les seules erreurs sont causées par une mauvaise détection de l'axe et par l'absence de pré segmentation pour supprimer la porosité. Cependant, quelle que soit l'orientation, l'estimation du rayon reste cohérente.

Les objets cylindriques détectés ont bien été reconstruits avec une estimation du rayon qui coïncide avec les contours des objets lorsque l'axe est correctement détecté.

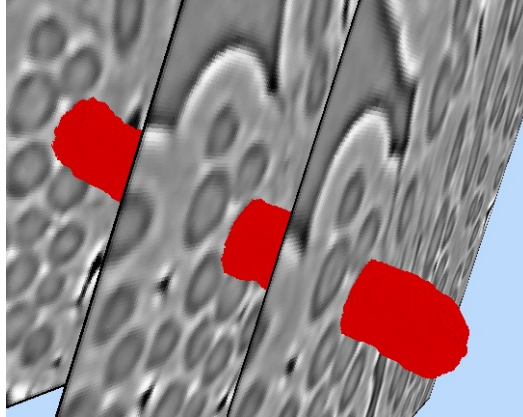


Figure III. 34 : Suivi d'un cylindre le long d'un bloc

De plus, grâce à la labellisation, il est possible de suivre un objet cylindrique particulier tout le long du bloc (Figure III. 34) et ainsi d'obtenir ses caractéristiques.

En conclusion, l'approche de reconstruction des objets cylindriques par estimation du rayon permet d'obtenir une valeur du rayon en chaque voxel d'axe, et un rayon moyen des fibres cohérent avec les caractéristiques dimensionnelles attendues. Grâce aux informations d'axe (position et orientation) et rayon, il est possible de reconstruire les cylindres. De nombreuses méthodes de reconstruction existent, la plus simple consiste à associer, à chaque voxel d'axe, une sphère dont la valeur du rayon correspond à celui estimé. C'est cette approche qui a été utilisée pour la présentation des résultats. Bien que perfectible, elle donne des résultats satisfaisants et valide l'estimation des axes et rayons.

III.3.3 Comparaison avec d'autres méthodes

III.3.3.1 Comparaison avec la méthode de Krissian

Pour effectuer la comparaison avec la méthode de Krissian [KRI00], nous avons pris en compte les objets cylindriques synthétiques utilisés au paragraphe III.3.1.1.

Pour des fonctions gaussiennes, des méthodes utilisant la matrice du Hessien (cf. paragraphe I.3.4) comme la méthode globale de Krissian permettent de détecter les axes. Dans cette méthode, l'étape de présélection s'effectue en récupérant les voxels dont les deux plus petites valeurs propres de la matrice du Hessien sont négatives. Comme le montre la Figure III. 35,

les centres du cylindre sont obtenus en associant la recherche de ces valeurs à une détection locale de minimum.

Dans le cas de gaussienne, les deux méthodes, celle présentée dans cette thèse et celle utilisant l'interprétation des valeurs propres de la matrice du Hessien, sont adaptées à la détection des axes d'objets cylindriques. Notons que d'autres méthodes présentées au Chapitre I s'appliquent elles-aussi pour des fonctions profil de type gaussien.

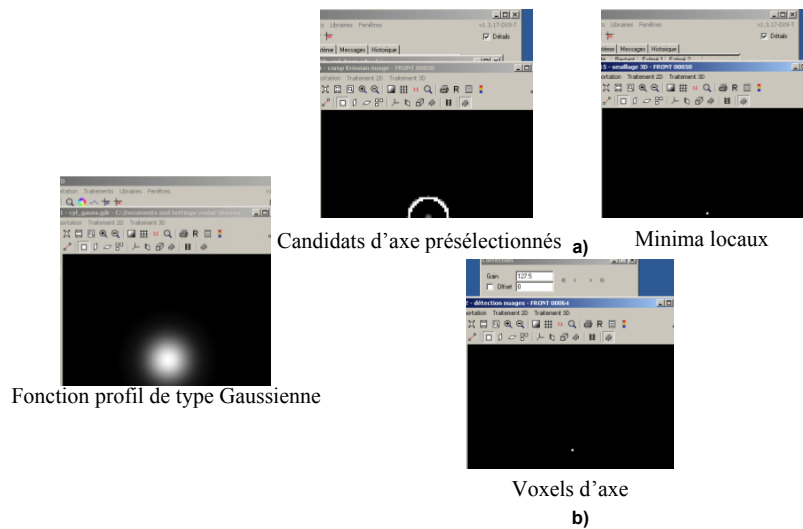


Figure III. 35 : Comparaison des méthodes de sélection des points d'axes pour une fonction profil gaussienne avec : a) l'étape de pré sélection des points supposés d'axe de Krissian (gauche) et détection des minima (droite) et b) l'étape d'extraction d'axe de l'approche proposée dans cette thèse

Cependant, pour les fonctions profil de type Bernstein (Figure III. 36), qui correspondent à des profils plus complexes et sont mieux adaptés au cas d'étude retenu dans cette thèse, l'approche de Krissian détecte à la fois les voxels de l'axe mais aussi ceux aux frontières des cylindres.

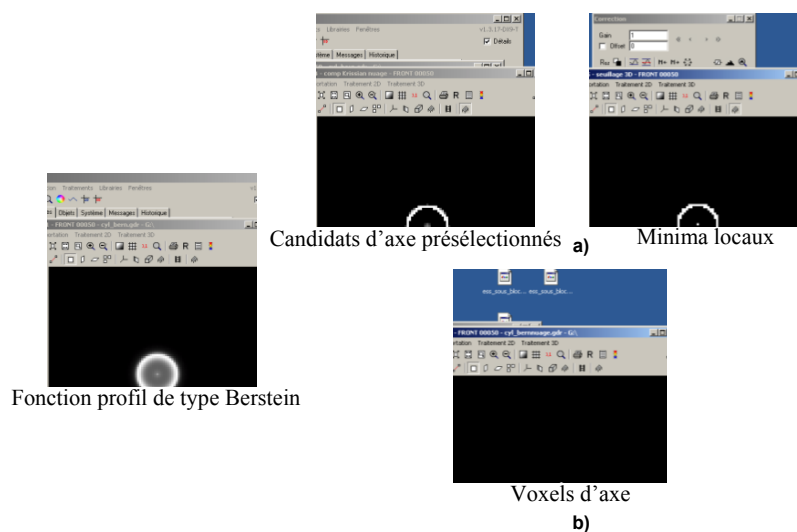


Figure III. 36 : Comparaison des méthodes de sélection des points d'axe pour une fonction profil de type Bernstein avec : a) l'étape de pré sélection des points supposés d'axe de Krissian (gauche) et détection des minima (droite) et b) l'étape d'extraction d'axe de l'approche proposée dans cette thèse

Cette méthode est donc inadaptée aux cas de profils plus complexes. Elle s'appuie sur une hypothèse forte quant à la nature de la fonction. Notre approche, quant à elle, permet bien d'obtenir l'axe des objets cylindriques pour les fonctions profil quelconques, en particulier celles fondées sur les polynômes de Bernstein.

Par cette étude, nous montrons que l'approche présentée dans cette thèse, permet de s'affranchir d'une hypothèse restrictive sur les fonctions profil des objets cylindriques généralement effectuée dans la plupart des méthodes globales rencontrées dans la littérature et présentées dans le chapitre I.

III.3.3.2 Comparaison avec la détection par la transformée de Hough

Une deuxième comparaison a été effectuée pour la détection des axes avec une transformée de Hough à partir d'une coupe 2D binaire.

Le choix de la section a été effectué de façon à en faciliter la segmentation. En effet, nous avons montré au chapitre I la difficulté d'appliquer sur des données 3D des méthodes génériques dont les réglages sont à la fois délicats et non généralisables. Nous avons considéré une coupe orthogonale aux fibres (sections circulaires) et ne comprenant que 2 phases. Pour la coupe choisie, la segmentation de départ donne un résultat satisfaisant ce qui ne sera pas nécessairement le cas sur l'ensemble du bloc.

Ensuite, nous avons appliqué une transformée de Hough 2D pour détecter les cercles ; le choix du rayon correspondant à l'ordre de grandeur des cylindres des données 3D (3 à 12 pixels). Un seuillage sur cette transformée permet d'obtenir la détection des voxels d'axes potentiels.

Les résultats par la Transformée de Hough, bien que localisés sur des cercles, ne sont pas concluants puisqu'ils ne permettent pas d'obtenir le centre.

En comparaison, les résultats obtenus par notre méthode d'extraction des axes permettent de détecter les cylindres et leur axe.

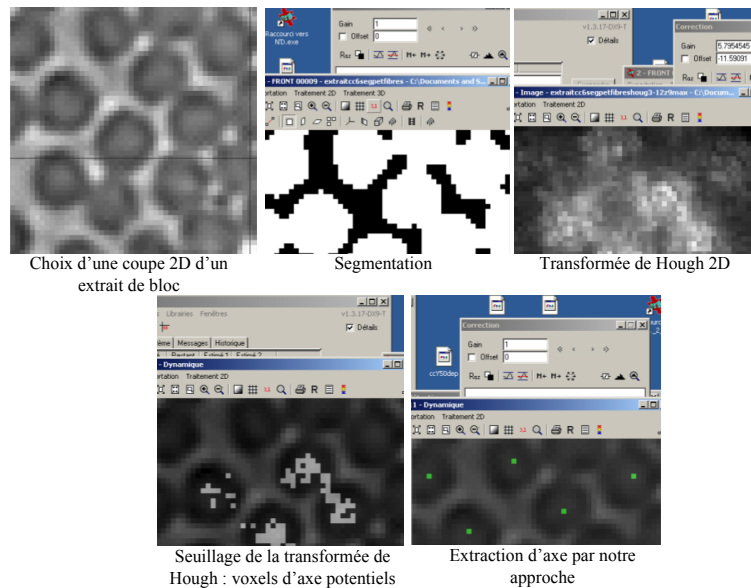


Figure III. 37 : Comparaison de la détection des axes sur données réelles avec la transformée de Hough

La transformée de Hough apparaît mal adaptée pour l'extraction d'objets cylindriques pour les données étudiées dans le cadre de cette thèse. En effet, l'étude bibliographique nous a montré que les méthodes utilisant la transformée de Hough à partir d'images en niveaux de gris n'étaient pas un choix pertinent en présence de nombreux cylindres généralisés à détecter, compte tenu du nombre de paramètres variables pour la description des objets. Nous avons de plus montré dans ce paragraphe que même si la pré-segmentation fournissait un résultat exploitable, la transformée de Hough donne un résultat médiocre en comparaison avec la méthode proposée ici.

III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons détaillé la méthode développée pour détecter et segmenter des objets cylindriques dans des images 3D. Cette méthode se déroule en estimant les caractéristiques des cylindres, à savoir axe et rayon, puis en reconstruisant les objets. Une première phase consiste à détecter les objets cylindriques par leur axe (position et orientation). Cette étape exploite des informations de géométrie locale obtenues à partir des champs des orientations vers l'axe et de l'orientation de l'axe et à partir de l'estimation des courbures. Elle s'effectue pour tous les voxels appartenant à des isosurfaces cylindriques. La seconde phase permet d'estimer les rayons puis de reconstruire les cylindres. Elle se déroule pour chaque voxel d'axe déterminé à l'étape précédente. L'estimation s'effectue en détectant, sur des sections 2D, les paramètres de l'ellipse dont la frontière maximise un critère de contraste.

Quand à la reconstruction, elle se déroule en associant à chaque voxel d'axe une sphère dont le rayon correspond à celui estimé à l'étape précédente.

Le taux de détection obtenu est en moyenne de 81% de fibres détectées. Il met en évidence l'avantage de cette approche, à savoir l'absence d'hypothèse sur la fonction profil de l'objet cylindrique. L'estimation du rayon moyen des fibres est en accord avec les valeurs de référence connues pour ces matériaux composites et permet de valider à la fois l'estimation de l'axe et du rayon de chaque fibre. La reconstruction, bien qu'effectuée avec une méthode très simple, donne elle-aussi des résultats pertinents.

Les erreurs résiduelles observées proviennent soit d'une mauvaise cylindricité des objets, soit d'un amas de cylindres difficiles à discerner les uns des autres ou encore des porosités ayant une forme similaire aux objets. Ces erreurs entraînent des non détections ou des détections en dehors de cylindres recherchés, mais aussi des discontinuités dans la détection d'un même cylindre. Elles se répercutent ensuite sur la reconstruction et la segmentation des objets cylindriques.

Cependant, des améliorations peuvent être apportées. Par exemple, en effectuant une poursuite des axes prenant en compte les cylindres déjà reconstruits, il est possible de combler les discontinuités des fibres. Une autre amélioration possible consiste à reprendre l'étape de reconstruction en adaptant des méthodes déjà connues, comme les modèles déformables. Il sera ainsi possible de mieux s'adapter à des variations dans la cylindricité des objets.

Partie 2

Chapitre IV.

Pourquoi l'étude de l'évolution morphologique du milieu poreux au cours de l'infiltration ?

Le contexte global de l'étude de cette thèse est la compréhension et la modélisation de la CVI (Chemical Vapor Infiltration). C'est un procédé de fabrication des matériaux composites de type fibreux. Dans la première partie de ce manuscrit de thèse, nous avons détaillé une méthode de détection et segmentation d'objets cylindriques. Les techniques présentées peuvent s'appliquer aux composites thermostructuraux à renfort fibreux. Les blocs composés de ces cylindres forment un milieu poreux dont nous voulons étudier l'évolution morphologique au cours de l'infiltration de la matrice.

Dans ce chapitre, nous présenterons le contexte de l'application de cette thèse qui est la modélisation de l'infiltration chimique. Cela nous permettra de mettre en évidence l'intérêt de notre étude de l'infiltration au travers de l'évolution morphologique et de présenter l'apport de la démarche développée au cours de cette thèse.

IV.1 Les composites fibreux thermostructuraux

IV.1.1 Généralités sur les composites

Les composites étudiés ici entrent dans la catégorie des composites thermostructuraux. Ils sont destinés à des applications qui requièrent des propriétés mécaniques élevées à des hautes températures (supérieures à 1000°C). Ils sont constitués de plusieurs phases :

- *Le renfort fibreux* : Il est composé de fibres, ici de Carbone (C) ou de céramique comme le Carbure de Silicium (SiC). Elles sont généralement regroupées en fils qui sont mis en forme pour fabriquer l'architecture fibreuse ou texture. La préforme fibreuse est constituée d'un assemblage de ces textures. Ces fibres apportent une très haute tenue mécanique au matériau ([NAS79]). Leur diamètre avoisine les 10 – 20 μm .
- *La matrice* : Elle est ici constituée soit de Carbone soit d'une céramique (par exemple Carbure de Silicium). Cette phase est continue et permet de garantir l'intégrité structurale en liant les fibres entre elles. Les principales voies d'élaboration sont : la voie liquide ou la voie gazeuse.
- *La porosité* : Elle comprend les espaces qui ne sont ni des fibres ni de la matrice. Elle peut être intra ou inter fils (« micro » ou « macro » porosité).

La qualité d'un composite dépend en partie de l'étape d'élaboration par infiltration, de laquelle résulte la qualité de la matrice ainsi que l'espace poral. En effet, quand la porosité diminue, c'est-à-dire la fraction de fluide (ε) diminue, la rigidité ainsi que la résistance du

composite augmente. De plus, les pores, surtout s'ils présentent des bords anguleux, peuvent être les initiateurs de la fissuration et donc de la rupture.

Nous allons détailler le procédé d'obtention de la matrice par voie gazeuse. C'est ce procédé qui est le plus souvent employé pour l'élaboration des composites aux plus hautes performances. En effet, il permet de respecter l'intégrité de la fibre et il introduit relativement peu de pré-fissuration ; par contre, il est plus coûteux que les processus par voies liquides.

IV.1.2 Principe de la Chemical Vapor Infiltration (CVI)

L'Infiltration Chimique en phase Vapeur (ICPV), aussi appelé Chemical Vapor Infiltration (CVI), consiste à infiltrer la matrice à l'aide de précurseurs gazeux qui réagissent dans la préforme fibreuse et déposent du solide [NAS90]. La réaction chimique est déclenchée par une température suffisamment élevée.

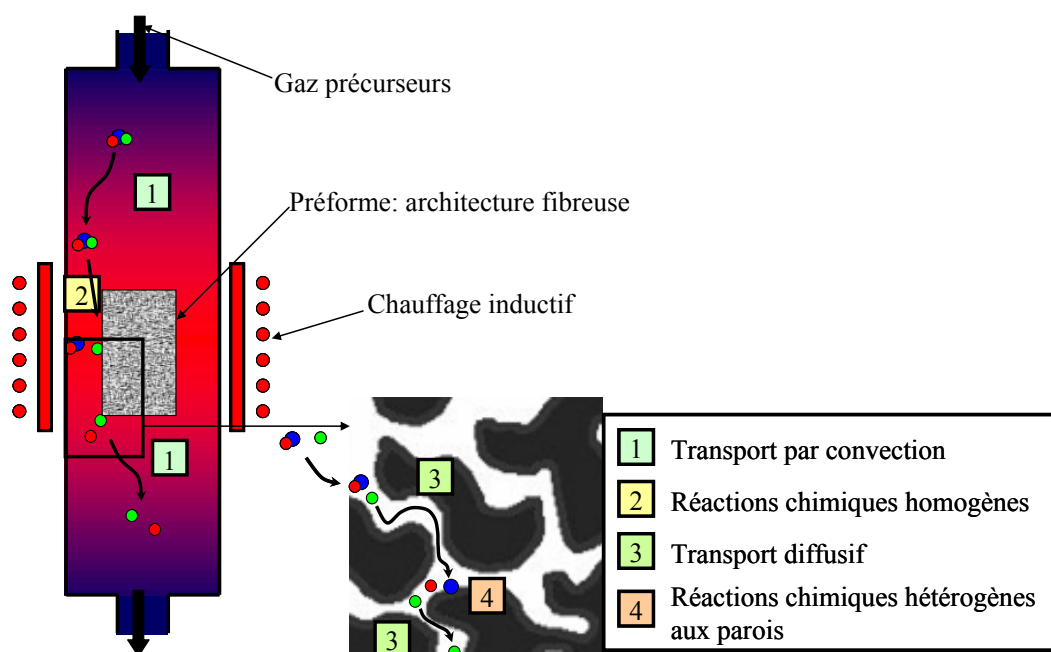


Figure IV. 1 : Principe de la CVI

L'élaboration de la matrice se déroule de la manière suivante : la préforme est placée dans une enceinte qui est chauffée et dans laquelle les gaz précurseurs sont introduits. Les espèces gazeuses sont transportées par convection et diffusion autour et au sein de la préforme. Pendant le transport en zone chaude, des réactions chimiques homogènes peuvent avoir lieu (pyrolyse ou craquage). Les réactions chimiques hétérogènes avec les parois ont lieu au sein du milieu poreux. Elles permettent le dépôt. Des sous-produits gazeux sont transportés par diffusion vers l'extérieur de la préforme et sont emportés par convection hors de celle-ci. Habituellement, ce processus se déroule sous pression réduite pour favoriser la pénétration des gaz au sein de la préforme.

Les phénomènes intervenant au cours de la densification dans la préforme sont les différents types de transport de gaz et de chaleur, ainsi que les réactions chimiques. Nous les détaillerons dans le paragraphe suivant.

Il existe plusieurs types de procédé d'infiltration par voie gazeuse [COIN04], [GOL97] :

- CVI isotherme isobare (I-CVI) : il s'agit du procédé le plus employé car il est simple et flexible. Il permet d'élaborer un grand nombre de pièces simultanément mais nécessite un temps important. En effet, l'infiltration n'est pas homogène, et il faut de temps en temps arrêter le traitement pour décaper la croûte externe et rouvrir les pores.
- CVI isobare à gradient de température (TG-CVI) : en appliquant un gradient de température, le centre est plus chauffé que les bords. Cela favorise les réactions chimiques au cœur de la préforme et permet de pallier au plus gros inconvénient de la I-CVI. Cependant, même s'il permet une densification plus homogène et plus rapide, ce procédé n'est pas adapté à toutes les pièces. De plus, il est délicat à contrôler.
- CVI forcée (F-CVI) : les espèces gazeuses sont transportées au sein de la préforme par convection forcée (et non plus par diffusion) à l'aide d'une chute de pression au travers de la préforme. La phase gazeuse est donc renouvelée plus rapidement ce qui permet de diminuer le temps de densification. Ce procédé requiert souvent l'addition d'un gradient thermique pour être efficace [STA91]. Il faut cependant que la géométrie des pièces soit simple.

Dans tous les cas, le procédé d'élaboration est long et coûteux. Il semble donc intéressant de le modéliser pour l'optimiser ; en effet, nous avons dit que la qualité d'un composite dépend en partie de l'étape de densification. C'est un dépôt le plus homogène possible avec une porosité résiduelle minimum qu'il est souhaitable d'obtenir. Pour cela, il faut optimiser les conditions opératoires (température, pression, composition de la phase gazeuse...) en fonction de la géométrie de la préforme à infiltrer. La modélisation est donc un outil important pour optimiser la qualité des pièces.

IV.2 Les phénomènes physico-chimiques au sein de la préforme

IV.2.1 Au cours de la CVI

Le processus de densification met en jeu différents phénomènes au sein du milieu poreux. Ils sont plus ou moins présents en fonction des caractéristiques géométriques et topologiques de la préforme, d'une part et des conditions opératoires d'autre part. Il est possible de distinguer au sein de la préforme, (i) le transport de chaleur, (ii) le transport des espèces gazeuses dans la porosité et (iii) les réactions chimiques.

(i) Dans le contexte du procédé isotherme I-CVI, nous ne traiterons pas ici du transfert de chaleur.

(ii) Les mécanismes de transport gazeux dans la CVI sont :

- la diffusion ordinaire qui est basée sur les collisions molécule / molécule, les molécules étant distinctes les unes des autres (il y a plusieurs espèces gazeuses),
- la diffusion de Knudsen, ou transport raréfié, ou effusion, qui prend en compte les collisions directes des molécules avec le solide,
- le transport visqueux (régime de Darcy), lui aussi basé sur les collisions molécule / molécule (indifférenciées), permettant le transfert de quantité de mouvement,
- le transport inertiel (régime de Forchheimer), dans lequel « la vitesse est transportée par la vitesse »,
- la diffusion surfacique.

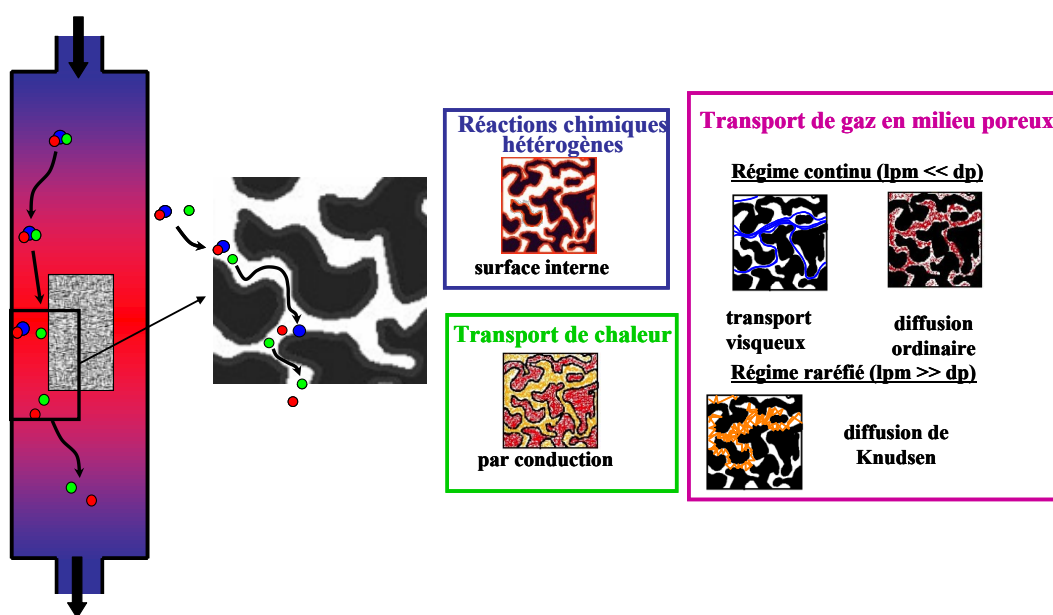


Figure IV. 2 : Différents phénomènes au sein de la préforme

Seuls les deux premiers modes de transport (a – b) seront considérés dans la suite, mais ils seront également discutés vis-à-vis du troisième et du quatrième (c – d).

Les conditions opératoires telles que la température, la pression, le débit et la composition du gaz vont influencer sur le type de transport prédominant, donc sur la façon dont va se répartir le gaz.

(iii) Enfin, les autres phénomènes considérés sont les réactions chimiques. Parmi celles-ci nous retiendrons surtout les réactions hétérogènes car ce sont elles qui permettent le dépôt de la matrice. L'importance de ces réactions est reliée, en sus des conditions opératoires, à la surface disponible, c'est-à-dire à l'aire de l'interface entre le fluide et le solide.

IV.2.2 Transport de gaz : les divers modes

Les différents modes de transferts de masse peuvent être classés selon qu'ils sont convectifs ou séparant, c'est-à-dire qu'ils entraînent ou non le déplacement du barycentre du gaz (si oui, la vitesse d'ensemble est non nulle : $u \neq 0$), et selon qu'ils sont ou non séparant, c'est-à-dire qu'ils permettent ou non de transporter les espèces de façon différenciée (si oui, les vitesses des différentes espèces sont différentes : $u_i \neq u_j$).

Le Tableau IV. 1 résume cette classification. Il est possible d'observer que seul le transport en régime raréfié, c'est-à-dire par diffusion de Knudsen, est à la fois séparant et convectif. En effet, pour montrer son caractère convectif, il faut imaginer que la diffusion de Knudsen d'une espèce gazeuse est comme l'inter-diffusion d'un couple d'espèces dont l'une est gazeuse et l'autre est le solide poreux. Or, le milieu poreux est fixé dans le repère du laboratoire : par conséquent, la vitesse moyenne du gaz n'est pas nulle [MAS83]. Par ailleurs, la vitesse de diffusion est directement liée à la masse moléculaire du gaz considéré. Cela confère un caractère séparant à ce type de transport ; les masses moléculaires des espèces gazeuses étant généralement différentes les unes des autres.

	Convectif : $u \neq 0$	Séparant : $u_i \neq u_j$
Transport visqueux	oui	non
Diffusion ordinaire ou binaire	non	oui
Raréfié ou diffusion de Knudsen	oui	oui

Tableau IV. 1 : Classification des types de transferts de masse

Ces différents phénomènes sont en concurrence les uns avec les autres selon les conditions : température, pression, composition des gaz, complexité du milieu poreux... Plusieurs coefficients permettent de faire des distinctions et hypothèses sur le transport.

Le degré de raréfaction d'un gaz est mesuré par le nombre de Knudsen Kn (IV 1).

$$Kn = \frac{\lambda}{d_p} \quad (\text{IV } 1)$$

où λ est le libre parcours moyen (IV 2) et d_p , le diamètre équivalent des pores. Une approximation simple de λ est :

$$\lambda \cong \frac{1}{C.Na.\pi\sqrt{2}\sigma^2} \quad (\text{IV } 2)$$

où C est la concentration molaire totale qui peut être obtenue par la loi des gaz parfaits, $Na \cong 6.022.10^{23}$ le nombre d'Avogadro et σ^2 la section de collision.

En comparant diffusion ordinaire et de Knudsen, il est possible de distinguer [TRA96] les différents régimes de diffusions suivants :

- $Kn \approx 0.01$: le régime binaire où la diffusion binaire est majoritaire, c'est-à-dire quand les collisions intermoléculaires sont prédominantes.
- $Kn \approx 100$: le régime de Knudsen avec une diffusion de Knudsen majoritaire ce qui revient à avoir des collisions intermoléculaires négligeables.
- $Kn \approx 1$: le régime mixte qui se produit quand il y a coexistence entre les diffusions binaire et de Knudsen

Notons que si l'écoulement visqueux de type Darcy et l'écoulement raréfié d'un gaz pur sont comparés, la valeur de Kn pour laquelle les deux types de transports ont des vitesses égales ne vaut pas 1 mais 0.1 [VIG08].

Il est possible de mesurer l'importance relative de la diffusion ordinaire et du transport convectif grâce au nombre de Péclet :

$$Pe = \frac{u \times L}{D_{bin}^{eff}} \quad (\text{IV } 3)$$

avec u la vitesse d'ensemble, D_{bin}^{eff} le coefficient diffusif binaire, L une longueur caractéristique du milieu (ici $L = d_p$).

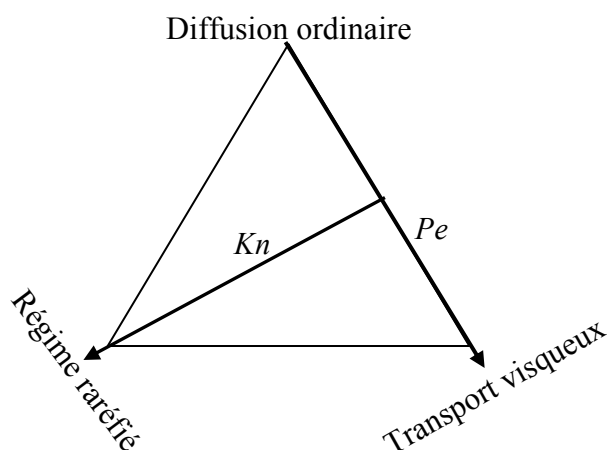


Figure IV. 3 : Différents régimes de transports de masse et distinction

Il est sous-entendu que le milieu est l'objet de gradients de composition en diverses espèces gazeuses, pour que la diffusion binaire puisse jouer son rôle.

Enfin, le nombre de Reynolds est défini, pour un gaz homogène, par :

$$Re = \frac{u \times L}{\nu} \quad (IV\ 4)$$

où ν est la viscosité cinématique, rapport de la viscosité dynamique μ et de la densité ρ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Ce nombre donne l'importance de l'effet inertiel par rapport à l'effet visqueux. Pour $Re < 10$, l'écoulement est laminaire ; pour $Re < 0.1$, il est non inertiel et quand il est trop grand, l'écoulement est turbulent.

Ici, le nombre de Reynolds est du même ordre de grandeur que le nombre de Peclet, car dans le cas de notre étude, le régime est considéré comme laminaire. Dans ce cas, la viscosité cinématique ν est presque égale au coefficient de diffusion de masse.

Comme il n'y a pas de forces extérieures appliquées (par exemple gradient de pression), l'hypothèse d'une vitesse d'ensemble u négligeable est choisie. Ceci amène donc à négliger à la fois le transport visqueux et le transport inertiel vis-à-vis des diffusions ordinaire et de Knudsen. Enfin, la diffusion surfacique est en général bien plus lente que la diffusion dans les gaz, il est donc aussi possible de la négliger.

IV.2.3 Evolution du dépôt

Les autres phénomènes intervenant au cours de la densification au sein du milieu poreux sont les réactions chimiques, en particulier les réactions hétérogènes. Ces dernières permettent la formation du dépôt. Il est possible de suivre l'évolution de l'épaisseur h du dépôt au cours de la densification par l'expression analytique suivante [DUF05] :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \left| \frac{\nu_s}{\nu_g} \right| \Omega_s k \cdot C(z = h) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2} \quad (\text{IV } 5)$$

où $\left| \frac{\nu_s}{\nu_g} \right|$ est le ration stœchiométrique entre solide et gaz, Ω_s le volume molaire et C la concentration de gaz précurseurs.

Le terme en racine carrée de l'équation (IV 5) prend en compte l'orientation du dépôt. C'est une équation de propagation, dite d'Hamilton-Jacobi.

Cette relation permet de suivre l'évolution du dépôt à l'échelle des fibres.

IV.3 Approches par changement d'échelle

Il y a différentes échelles ou ordre de grandeur d'observation pour un matériau. En effet, pour un ordre de grandeur supérieur au centimètre, il est possible d'observer le matériau à l'échelle de la pièce. Nous considérerons par la suite ce niveau d'observation comme l'échelle macroscopique. Pour des ordres de grandeurs inférieurs au dixième de micromètre, l'échelle d'observation est celle de la fibre et du dépôt. Elle correspond à l'échelle microscopique. Les valeurs intermédiaires correspondent à différent niveau d'observation du matériau, comme les fils, le motif et la texture.

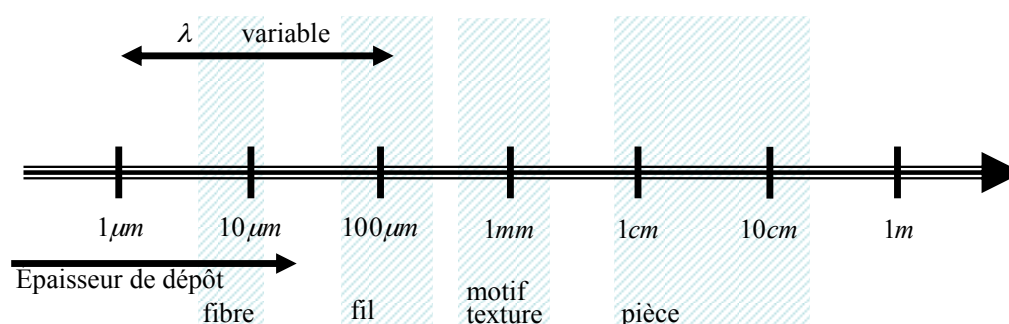


Figure IV. 4 : Echelles d'observation d'un matériau

La stratégie de modélisation globale consiste à tirer parti des différentes échelles inférieures. A partir de l'observation des fibres et du dépôt, par intégration, il est possible d'obtenir les

équations régissant les échelles supérieures jusqu'à celle de la pièce. Il faut une bonne description des petites échelles pour pouvoir simuler ensuite le processus global. Nous allons maintenant présenter les résultats des changements d'échelles, de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique pour le cas du transport des gaz puis celui de l'évolution du dépôt.

IV.3.1 Transport des gaz

La description à l'échelle microscopique des phénomènes de transports diffère selon le type de régime considéré.

IV.3.1.1 Transport binaire

Avec l'hypothèse qu'il n'y a pas de réactions dans le fluide, il est possible d'écrire l'équation suivante :

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + \text{div}(-D_{i,gaz} \nabla C_i) = \frac{\partial C_i}{\partial t} + \text{div}(J_i) = 0 \text{ dans le gaz} \quad (\text{IV } 6)$$

Avec les paramètres :

- C_i la concentration de l'espèce i
- $D_{i,gaz}$ le coefficient de diffusion de l'espèce i dans le gaz
- J_i le flux incident de l'espèce i
- n la normale à la paroi.

C'est à peu de chose près la seconde loi de Fick. Il faut aussi prendre en compte la condition aux limites suivante ;

$$D_{i,gaz} \nabla C_i(\text{paroi}) \cdot n = 0 \quad (\text{IV } 7)$$

En intégrant sur tout le volume l'équation (IV 6) avec la condition aux limites (IV 7), nous arrivons à la relation à l'échelle macroscopique :

$$\frac{\partial \langle C_i \rangle}{\partial t} + \text{div}(-D_{i,b}^{eff} \nabla \langle C_i \rangle) = 0 \quad (\text{IV } 8)$$

$$\text{ou } \frac{\partial \langle \varepsilon \langle C_i \rangle_f \rangle}{\partial t} + \text{div}(-D_{i,b}^{eff} \nabla \langle C_i \rangle) = 0 \quad (\text{IV } 9)$$

$\langle C_i \rangle_f$ est la concentration moyenne de C_i sur tout le volume de fluide. En pondérant par la fraction volumique de fluide ε , cela correspond à la concentration moyenne sur l'ensemble fluide et solide $\langle C_i \rangle$.

Comme la croissance du dépôt est plus lente que les phénomènes de transferts de masse, l'hypothèse d'une quasi-stationnarité est souvent effectuée.

$$\operatorname{div}(-D_{i,b}^{eff} \nabla \langle C_i \rangle) = 0 \quad (\text{IV } 10)$$

En utilisant une théorie cinétique très simplifiée des gaz, nous pouvons évaluer le coefficient de diffusion binaire effectif de la façon suivante :

$$D_{i,b}^{eff} \approx \varepsilon \tau_b^{-1} \cdot D_{i,gaz} \approx \varepsilon \tau_b^{-1} \cdot \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \quad (\text{IV } 11)$$

où $\langle v \rangle$ est la vitesse quadratique moyenne, τ_b représente l'influence de la géométrie du milieu soit, ici, la tortuosité binaire.

Pour un milieu quelconque, τ_b , et par conséquent $D_{i,b}^{eff}$ sont des tenseurs de rang 2.

IV.3.1.2 Transport mixte ou raréfié

Dans le cas d'un régime mixte ou raréfié, la description microscopique du transport ne peut plus être effectuée avec l'équation de Fick. Il faut utiliser l'équation cinétique de Maxwell-Boltzmann [VIG08] :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \nabla_{x,y,z} f = \Omega(f, f) \quad (\text{IV } 12)$$

Les différentes quantités de cette équation sont :

- $f = f(x, y, z, v_x, v_y, v_z, t)$ est la fonction de distribution des molécules en espace et en vitesse, c'est-à-dire la densité de probabilité d'avoir une molécule avec une vitesse (v_x, v_y, v_z) au point (x, y, z) à l'instant t
- $\Omega(f, f)$ est l'intégrale de collision représentant la variation de f au cours du temps en fonction des collisions intermoléculaires.

La fonction f permet d'obtenir les grandeurs macroscopiques telles que la concentration au travers de la densité $\rho = MC$ (IV 13), la vitesse moyenne par le flux massique (IV 14), le demi-flux émergeant d'un plan (IV 15), la température (IV 16)...

$$\int_{\mathfrak{R}_v^3} f \cdot d^3v = \rho \quad (\text{IV } 13)$$

$$\int_{\mathfrak{R}_v^3} f \cdot v d^3v = \rho u = j \quad (\text{IV } 14)$$

$$\phi_m = \int_{(v \cdot n) > 0} |v \cdot n| f \cdot d^3V \quad (\text{IV } 15)$$

$$E_c = \frac{3}{2} k_B T = \int_{\mathfrak{R}^3} f \frac{v^2}{2} d^3v \quad (\text{IV } 16)$$

Dans le cas d'un gaz au repos et homogène, la vitesse suit une distribution Maxwellienne.

$$f(v) d^3v = \rho \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m}{2k_B T} v^2 \right) d^3v = \mathcal{M}(v, T) d^3v \quad (\text{IV } 17)$$

où k_B correspond à la constante de Boltzmann, m la masse moléculaire ($m = \frac{Rk_B}{M}$ avec M la masse molaire) et T la température.

La vitesse quadratique moyenne d'agitation moléculaire est définie par l'équation (IV 18).

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi \cdot m}} \quad (\text{IV } 18)$$

De plus, dans les conditions de Maxwell-Boltzmann, le demi-flux émergent d'un plan est donné par la relation :

$$\phi_m = \sqrt{\frac{k_B T}{2\pi \cdot m}} = \frac{1}{4} \rho \langle v \rangle \quad (\text{IV } 19)$$

Dans le milieu poreux, il faut ajouter à l'équation (IV 12) concernant le fluide, une condition aux limites à la paroi. Pour traduire une réflexion diffuse, l'expression suivante est utilisée :

$$f(v) |v \cdot n|_{(v \cdot n) > 0} = \frac{4}{\langle v \rangle} \mathcal{M}(v) |v \cdot n| \left(\int_{(v \cdot n) < 0} f(v) |v \cdot n| d^3v \right) \quad (\text{IV } 20)$$

Le facteur entre parenthèses dans le second membre est l'intégrale du flux incident à la paroi. Cette équation est une traduction de la loi « de Knudsen en cosinus ». Elle est équivalente à la loi de Lambert pour la réflexion diffuse de la lumière. Il est aisé de vérifier que le flux émergent est égal au flux incident.

Par intégration de l'équation (IV 12) avec la condition aux limites donnée par la relation (IV 20), il est possible d'arriver à une équation à l'échelle macroscopique dont la forme est identique à (IV 10) (loi de Fick) en considérant les coefficients de diffusion effective de

Knudsen (sauf dans le cas de plaques parallèles où il y a une divergence lente du coefficient de diffusion apparent en $\ln(t)$).

Le coefficient de diffusion de Knudsen $D_{i,Kn}^{eff}$ est donné par la relation suivante :

$$D_{i,Kn}^{eff} = \frac{\varepsilon}{\tau_K} \frac{1}{3} \langle v \rangle d_p \quad (IV 21)$$

avec τ_K la tortuosité de Knudsen. C'est une quantité également tensorielle dans un milieu poreux quelconque.

Dans le cas du régime mixte, il y a coexistence des deux régimes présentés dans les paragraphes précédents. Le régime mixte est caractérisé par le coefficient de diffusion effectif $D_{i,m}^{eff}$. Ce coefficient dépend à la fois des coefficients de diffusion de Knudsen et binaire [MAS83].

$$D_{i,m}^{eff} = \left(D_{i,b}^{eff^{-1}} + D_{i,Kn}^{eff^{-1}} \right)^{-1} \quad (IV 22)$$

Cette relation montre que les deux types de transport agissent comme des résistances en série ; il s'agit de la relation de Bosanquet [POL48]. Il existe en fait des théories plus élaborées pour décrire le transport multicomposant en milieu poreux, comme le Dusty Gas Model (DGM) [MAS83] ou le Binary Friction Model [KER96]. Cependant, elles ne sont pas très précises sur la question de l'influence de la géométrie du milieu poreux.

Même si la description à l'échelle microscopique des phénomènes de transport est différente selon le type de diffusion, par l'intégration aux échelles supérieures, nous arrivons à une description de l'échelle macroscopique par des expressions du même type, avec des coefficients de diffusion et dépendant de la géométrie du milieu poreux.

IV.3.2 Evolution du dépôt

A partir de l'équation régissant l'évolution de l'épaisseur de dépôt (IV 5), l'intégration sur le volume nous permet d'accéder, comme pour le transport de gaz, à l'échelle supérieure.

$$\frac{1}{V} \int_A \frac{\partial h}{\partial t} \partial A = \frac{\Omega_s}{V} \int_A k C_i \partial A \quad (IV 23)$$

A l'échelle macroscopique, l'évolution du dépôt suit la relation suivante :

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \sigma_v \frac{\partial h}{\partial t} = \sigma_v \Omega_s k^{eff} \langle C_i \rangle = \Omega_S \phi_R \quad (IV 24)$$

où :

- $\sigma_v(\varepsilon) = A/V$ est la surface d'interface fluide solide
- $k^{eff}(T)$ est la constante de réaction effective à l'échelle macroscopique

Cette équation (IV 24) permet de suivre l'évolution de la fraction volumique de la porosité en fonction de la réactivité à la paroi. Il est également possible de définir le flux réactif ϕ_R [NAD04] :

$$\phi_R = \sigma_v(\varepsilon)k^{eff}(T)\langle C_i \rangle \quad (IV\ 25)$$

IV.3.3 Impact de la géométrie de la texture

Nous allons mettre en évidence l'impact de la texture à partir des deux relations décrivant les phénomènes au cours de la CVI à l'échelle macroscopique obtenues au paragraphe précédent.

Chacun des termes de la relation (IV 25) décrivant le processus de densification est dépendant de la géométrie du milieu poreux, de manière directe ou au travers de la porosité ε :

- La surface interne σ_v est directement reliée à la porosité ou au travers de la relation définissant le diamètre des pores. Ici, nous considérerons le diamètre de pore hydraulique [SAT96].

$$d_p = \frac{4\varepsilon}{S_v} \quad (IV\ 26)$$

La dérivée de la surface interne en fonction de la fraction volumique de fluide ε permet d'accéder à des caractéristiques de la morphologie du milieu. Ainsi dans le cas d'un cylindre, respectivement une sphère, cette dérivée est proportionnelle au rayon du cylindre, respectivement de la sphère.

- $\langle C_i \rangle$ est régi par l'équation de transfert de masse qui fait intervenir la diffusivité effective $D_{i,m}^{eff}(\varepsilon)$. Cette dernière varie en fonction du type de transport de gaz (cas binaire (IV 11), Knudsen (IV 21), mixte (IV 22)). Chacun de ces coefficients varie en fonction de la porosité et de la tortuosité.
- $k^{eff}(T)$ est une fonction de la température T qui suit la loi d'Arrhenius. L'équation de transfert de la chaleur, qui permet d'avoir la variation de la température T , fait intervenir la conductivité thermique effective $\lambda(\varepsilon)$ qui est fonction de l'état d'avancement de l'infiltration.

De plus, en combinant la diffusion (dont le coefficient effectif est équivalent à celui donné en (IV 22)) et la réaction aux parois, il est possible d'obtenir l'équation suivante :

$$\frac{\partial(\varepsilon\langle C_i \rangle_f)}{\partial t} + \text{div}(-D_{i,m}^{eff}\nabla(\varepsilon\langle C_i \rangle)) = \phi_R \quad (\text{IV } 27)$$

Le premier terme est supposé nul puisque la croissance du dépôt est plus lente que la diffusion.

Nous allons résoudre cette équation dans le cas d'un modèle simple adimensionnel. Dans ce cas 1D, il est possible de déduire de l'équation (IV 27) celle du modèle simplifié :

$$\frac{d^2\tilde{c}}{d\xi^2} = -\phi^2\tilde{c} \quad (\text{IV } 28)$$

avec les grandeurs adimensionnées $\langle c_i \rangle = c_0\tilde{c}$ et $x = L\xi$.

Le module de Thiele ϕ est un coefficient permettant de mettre en évidence le lien entre l'infiltrabilité et la géométrie de la préforme.

$$\phi = L\sqrt{\frac{\sigma_v(\varepsilon)k^{eff}(T)}{D_{i,m}^{eff}(\varepsilon)}} \quad (\text{IV } 29)$$

Il représente la compétition entre la réaction hétérogène et la diffusion. Les différents paramètres sont reliés à la géométrie du milieu poreux, comme détaillés précédemment, avec en plus L qui est une longueur référence qui caractérise les dimensions du milieu à infiltrer.

Les conditions aux limites considérées sont : $\frac{d\tilde{c}}{d\xi}(\xi = 0) = 0$ et $\tilde{c}(\xi = 1) = 1$. Elles permettent de résoudre l'équation (IV 28). La solution pour ce modèle simplifié est :

$$\tilde{c}(\xi) = \frac{\cosh(\phi\xi)}{\cosh(\phi)} \quad (\text{IV } 30)$$

A partir de cette relation (IV 30), le lien entre module de Thiele et régime de diffusion est mis en évidence. Nous allons distinguer deux cas :

- $\phi \ll 1$ d'où $\tilde{c}(\xi) \cong \tilde{c}(1)$, ce qui implique une infiltration homogène
- $\phi \gg 1$ alors $\tilde{c}(0) \cong 2\exp(\phi)$, ce qui implique un appauvrissement au bord $\xi = 0$.

Lors d'une infiltration, le module de Thiele n'est pas constant. Vers la fin, il augmente, car le transport diffusif est fortement diminué. Or, s'il augmente, on se rapproche de situations indésirables de gradient d'infiltration. Avoir, une bonne infiltrabilité consiste donc à préserver un module de Thiele le plus faible possible au cours de l'infiltration en agissant sur la géométrie du milieu poreux.

Les relations décrivant les phénomènes à l'échelle macroscopique sont liées à la géométrie du milieu poreux. Cette dernière a donc un impact sur l'infiltration et le dépôt résultant.

IV.4 Modélisation de la densification

IV.4.1 Etat de l'art

Les techniques de modélisation sont, soit des méthodes analytiques, soit des méthodes numériques de simulation comme l'utilisation de la technique des marcheurs aléatoires (Monte Carlo/ Random Walker).

Elles peuvent s'appliquer, soit à l'échelle microscopique (par exemple [OFO97], [STA95], [WAN02]...) soit à l'échelle macroscopique ([JON07], [LI08], [KAI02]...) en considérant les équations à cette échelle déjà résolues, ou encore par une approche multi-échelle pour une modélisation globale ([TRA96], [VIG06], [VIG08]...).

Un autre moyen de distinguer les approches de modélisation consiste à considérer différents modèles pour décrire les phénomènes intervenant au cours de la densification:

- pour les réactions chimiques et cinétiques [LI08], [LEU01], [JON07]
- pour le transport ([SOT90], [TOM07], [MEL91], [COI04]) hors et au sein du milieu poreux avec la caractérisation de propriétés telles que :
 - o la diffusivité binaire ou de Knudsen [TOM91], [MEL89], [BUR99], [TRA96]
 - o la perméabilité [STA95]
 - o la conductivité [SKA94].
- pour l'évolution des propriétés structurales avec les propriétés [TOM91], [OFO97] :
 - o surface interne, front d'évolution [STA91] [WAN02] [JIN03]
 - o fraction volumique de fluide [COI06].

La plupart des modèles sont basés sur l'hypothèse de quasi-stationnarité. Cette hypothèse est obtenue en considérant que l'évolution des propriétés de la préforme est beaucoup plus lente que les phénomènes de transfert et les réactions chimiques. Il est alors possible de faire une évaluation des propriétés géométriques et de transport séparée de la résolution des équations bilan.