



**HAL**  
open science

# Vers une meilleure estimation de la magnitude à partir de la coda sismique

Grégoire Jean Heller

► **To cite this version:**

Grégoire Jean Heller. Vers une meilleure estimation de la magnitude à partir de la coda sismique. Physique [physics]. IRAP, 2021. Français. NNT: . tel-03582763v1

**HAL Id: tel-03582763**

**<https://hal.science/tel-03582763v1>**

Submitted on 21 Feb 2022 (v1), last revised 11 May 2022 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

---

---

Présentée et soutenue le 9 décembre 2021 par :  
Grégoire HELLER

Vers une meilleure estimation de la magnitude à partir de  
la coda sismique

---

---

### JURY

Emmanuel CHALJUB	Rapporteur	Ph., OSUG, Grenoble
Eric BEUCLER	Rapporteur	Pr., LPG, Nantes
Fabian BONILLA	Rapporteur	DR, UGE, Marne-la-Vallée
Françoise COUBOULEX	Examinatrice	DR, Géoazur, Valbonne
Ludovic MARGERIN	Directeur	DR, IRAP, Toulouse
Olivier SÈBE	Co-directeur	IR, CEA-LDG, Bruyères-le-Châtel
Jessie MAYOR	Co-Directrice	IR, EDF R&D, Palaiseau

---

### École doctorale et spécialité :

*SDU2E : Astrophysique, Sciences de l'Espace, Planétologie*

### Unité de Recherche :

*Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie (UMR 5277)*

### Directeurs de Thèse :

*Ludovic MARGERIN, Olivier SÈBE et Jessie MAYOR*

### Rapporteurs :

*Emmanuel CHALJUB, Eric BEUCLER et Fabian BONILLA*



## Résumé

Une estimation précise de la magnitude est nécessaire pour correctement évaluer l'aléa sismique, notamment dans les zones de sismicité faible à modérée comme la France Métropolitaine. Cependant, les magnitudes des petits séismes sont entachées d'importantes incertitudes causées par d'importants effets de propagation à haute fréquence qui ne sont généralement pas pris en compte. Pour résoudre ce problème, nous avons développé une nouvelle méthode physique afin d'estimer la magnitude des petits événements sismiques à partir d'une modélisation complète des enveloppes énergétiques, des arrivées directes à la coda sismique, en modélisant correctement l'atténuation (scattering et absorption intrinsèque) dans un modèle réaliste de la lithosphère terrestre.

Pour cela, nous avons développé un outil de modélisation, basé sur la méthode de Monte-Carlo, permettant de simuler la propagation de l'énergie dans une croûte inhomogène sur un manteau supposé homogène et obtenu des enveloppes énergétiques synthétiques. La théorie du transfert radiatif des ondes élastiques polarisées a été adaptée à notre outil. Nous avons d'abord déterminé les effets des interfaces de la croûte sur la forme des enveloppes énergétiques. À l'aide d'études paramétriques, nous avons confronté les principes communément acceptés d'équipartition, de dépolarisation des ondes  $S$  et de la normalisation de la coda dans ce modèle de lithosphère particulier.

Ensuite, nous avons appliqué cet outil de modélisation au séisme du Teil ayant eu lieu dans le sud-est de la France en 2019, de magnitude locale  $M_L = 5.2$ . Pour séparer les termes de source, d'atténuation et de site, nous avons développé une procédure d'inversion en 2 temps, permettant d'abord d'extraire les paramètres d'atténuation pour chaque trajet source-station à partir de l'ensemble de l'enveloppe énergétique observée en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt, puis de déterminer le spectre de source d'où la magnitude de moment  $M_w$  est extraite. Les résultats d'inversion pour 6 stations à moins de 150 km de l'épicentre confirment une importante variabilité des paramètres d'atténuation (scattering et absorption intrinsèque) à l'échelle régionale. Les résultats montrent que le scattering est plus important en direction des Alpes que dans le Massif Central, notamment à basse fréquence. L'absorption intrinsèque est aussi plus importante en direction des Alpes et le sud de la Vallée du Rhône que dans le Massif Central à basse fréquence, alors que celle-ci devient plus faible dans les Alpes à haute fréquence. Bien que peu résolvable, le mécanisme de scattering serait vers l'avant voire très vers l'avant. En inversant le spectre de source, nous déterminons une magnitude de moment  $M_w$  de  $5.05 \pm 0.17$ , une fréquence-coin  $f_c = 0.71 \pm 0.25$  Hz et un taux de décroissance du spectre de source à haute fréquence de  $n = 2.70 \pm 0.23$ .

**Mots-clés :** Sismologie, magnitudes, atténuation, coda sismique, transfert radiatif

## Abstract

An accurate magnitude estimation is necessary to properly evaluate seismic hazard, especially in low to moderate seismicity areas such as Metropolitan France. However, the magnitudes of small earthquakes are subject to large uncertainties caused by important high-frequency propagation effects which are generally not taken into account. To solve this problem, we developed a new physical method to estimate magnitudes of small earthquakes from a complete modeling of the energy envelopes, from direct arrivals to the seismic coda, by correctly modeling the attenuation (scattering and intrinsic absorption) in a realistic model of the Earth's lithosphere.

To reach this goal, we developed a modeling procedure based on the Monte-Carlo method to simulate energy propagation in an inhomogeneous crust over an assumed homogeneous mantle and obtained synthetic energy envelopes. The radiative transfer theory of polarized elastic waves was adapted to our procedure. We first determined the effects of crustal interfaces on the shape of the energy envelopes. Through parametric studies, we confronted the commonly accepted principles of equipartition, *S*-wave depolarization and coda normalization in this particular lithosphere model.

Then, we applied this modeling procedure to the Le Teil earthquake which occurred in southeastern France in 2019, for which its local magnitude is evaluated at  $M_L = 5.2$ . To separate the source, attenuation and site terms, we developed a 2-step inversion procedure, allowing first to extract the attenuation parameters for each source-station path from the whole observed energy envelope using the Levenberg-Marquardt algorithm, then to determine the source spectrum from which the moment magnitude  $M_w$  is extracted. The inversion results for 6 stations within 150 km from the epicenter confirm a significant variability in the attenuation parameters (scattering and intrinsic absorption) on a regional scale. The results show that scattering is more important in the direction of the Alps than in the Central Massif, especially at low frequency. Intrinsic absorption is also more important in the direction of the Alps and the southern Rhone Valley than in the Central Massif at low frequency, while it becomes weaker in the Alps at high frequency. Although not very resolvable, the mechanism of scattering appears to be forward or very forward. By inverting the source spectrum, we determine a moment magnitude  $M_w$  of  $5.05 \pm 0.17$ , a corner frequency  $f_c = 0.71 \pm 0.25$  Hz and a high frequency fall-off rate of  $n = 2.70 \pm 0.23$  for the source spectrum.

**Keywords :** Seismology, magnitudes, attenuation, seismic coda, radiative transfer

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>6</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>8</b>
1.1 Aléa sismique et sismicité française . . . . .	8
1.2 Magnitude des séismes . . . . .	10
1.3 Problèmes sur l'estimation des magnitudes des petits séismes en France . .	12
1.4 Plan du manuscrit . . . . .	16
<b>2 Magnitude des petits événements sismiques</b>	<b>18</b>
2.1 Approches basées sur les ondes directes . . . . .	19
2.2 Approches empiriques non-paramétriques . . . . .	23
2.2.1 Approches basées sur la normalisation de la coda . . . . .	23
2.2.2 Ratio spectraux de la coda . . . . .	25
2.3 Approches empiriques paramétriques . . . . .	26
2.3.1 Magnitudes à partir d'une calibration empirique de la coda . . . . .	26
2.3.2 Magnitudes à partir de la coda, en prenant en compte les variations latérales de propriétés d'atténuation . . . . .	28
2.3.3 Magnitudes à partir de la coda des données brutes en domaine tem- porel . . . . .	29
2.4 Approches basées sur une modélisation physique de l'enveloppe énergétique	30
2.5 Apports de notre travail sur l'estimation des magnitudes . . . . .	32
<b>3 Propagation des ondes élastiques dans un milieu inhomogène, transfert radiatif et simulations de Monte-Carlo</b>	<b>34</b>
3.1 Description du milieu hétérogène . . . . .	35
3.1.1 Milieu aléatoire à fluctuations continues . . . . .	35
3.1.2 Libres parcours moyens . . . . .	38
3.1.3 3 régimes de propagation des ondes sismiques . . . . .	41

3.2	Théorie du transfert radiatif . . . . .	42
3.2.1	Transfert radiatif des ondes élastiques polarisées . . . . .	43
3.2.2	Approximations de l'équation de transfert radiatif, régime de diffusion . . . . .	46
3.2.3	Principes découlant de la multidiffusion : équipartition et normalisation de la coda . . . . .	48
3.3	Méthode de monte-Carlo . . . . .	51
3.4	Décroissance de la coda sismique . . . . .	53
3.5	Extraction des propriétés d'atténuation des ondes sismiques . . . . .	55
3.5.1	Approche physique basée sur l'approximation de diffusion . . . . .	56
3.5.2	Approches physiques basées sur la théorie du transfert radiatif . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Diffusion multiple dans un guide d'onde crustal</b> . . . . .	<b>61</b>
4.1	Points clés de l'article . . . . .	61
4.2	Introduction . . . . .	65
4.3	Radiative transfer in a multiple-scattering crustal waveguide . . . . .	68
4.3.1	Model presentation and important scale lengths . . . . .	68
4.3.2	Radiative transfer theory . . . . .	70
4.3.3	Stokes vector and polarization . . . . .	72
4.3.4	Scattering and Mueller matrix for volume scattering . . . . .	73
4.3.5	Mueller matrix for interface scattering . . . . .	76
4.3.6	Stokes vector for double couple sources . . . . .	78
4.3.7	Monte-Carlo implementation . . . . .	79
4.4	Examples of numerical simulation results . . . . .	82
4.5	Leakage . . . . .	84
4.6	Angular distribution of energy fluxes in the waveguide . . . . .	85
4.7	Energy partition . . . . .	88
4.7.1	$P$ -to- $S$ energy ratios . . . . .	89
4.7.2	$SV$ -to- $SH$ energy ratios . . . . .	89
4.7.3	Role of intrinsic attenuation . . . . .	92
4.8	Effects of the source mechanism on the coda excitation . . . . .	96
4.9	Conclusion . . . . .	100
4.10	Effets du guide d'ondes sur le transport d'énergie . . . . .	103
4.11	Effets de la polarisation des ondes $S$ sur le transport d'énergie . . . . .	105
4.12	Effets de la profondeur de la source dans le guide d'ondes sur le transport d'énergie . . . . .	106
4.13	Ratios énergétiques en fonction de la profondeur dans le guide d'ondes . . . . .	107

<b>5</b>	<b>Application aux données du séisme du Teil</b>	<b>110</b>
5.1	Le séisme du Teil . . . . .	110
5.2	Données du séisme du Teil . . . . .	111
5.2.1	Présentation de RESIF et de la base de données . . . . .	111
5.2.2	Distribution des données du séisme du Teil . . . . .	111
5.3	Analyse des données du séisme du Teil . . . . .	112
5.3.1	Construction des enveloppes énergétiques observées . . . . .	112
5.3.2	Variabilité des enveloppes en fonction de la région et de la fréquence . . . . .	115
5.3.3	Comparaison des données avec un modèle d'atténuation de référence . . . . .	122
5.4	Inversion de l'atténuation, de la source et du site . . . . .	127
5.4.1	Inversion par trajets, algorithme de Levenberg-Marquardt . . . . .	128
5.4.2	Noyaux de sensibilité . . . . .	130
5.4.3	Inversion de l'atténuation . . . . .	134
5.4.4	Inversion du spectre de source et détermination de la magnitude . . . . .	146
5.5	Discussions . . . . .	151
5.5.1	Effet de site . . . . .	151
5.5.2	Décroissance du spectre de déplacement à la source à haute fréquence . . . . .	153
5.5.3	Stress-drop et énergie radiée à la source . . . . .	154
5.5.4	Influence du modèle de la lithosphère . . . . .	155
5.5.5	Influence du mécanisme de scattering sur les spectres de source . . . . .	156
5.5.6	Ondes de surface . . . . .	158
5.5.7	Radiation à la source . . . . .	158
<b>6</b>	<b>Conclusions &amp; perspectives</b>	<b>160</b>
	<b>Annexes</b>	<b>164</b>
<b>A</b>	<b>Basic formulas to compute the Mueller matrix</b>	<b>165</b>
A.1	Scattering amplitudes . . . . .	165
A.2	Rotation matrix . . . . .	166
A.3	Dihedral angles . . . . .	166
<b>B</b>	<b>Reflection of a diffuse field at the free surface</b>	<b>167</b>
<b>C</b>	<b>Inversion de l'amplification de site</b>	<b>170</b>
	<b>Références</b>	<b>171</b>



## Remerciements

Tout d’abord, je souhaiterais remercier mes directeurs et co-directeurs de thèse, à savoir Ludovic Margerin, Olivier Sèbe et Jessie Mayor, pour avoir suivi mon travail avec attention et m’avoir guidé pendant ces 3 années de thèse. Je pense notamment aux réunions de travail avec des discussions très intéressantes sur l’avancée des travaux et aux nouvelles connaissances apportées, me permettant de comprendre davantage les principaux enjeux en sismologie. Je pense à Ludovic pour le temps consacré à l’encadrement, sa disponibilité, sa pédagogie, et pour m’avoir appris la rigueur scientifique, notamment lors de l’écriture de rapports, de l’article scientifique ou encore des présentations, et aussi à Olivier pour sa curiosité sans limites vis-à-vis de mon travail. Je pense aussi à Jessie pour m’avoir guidé notamment lors du stage Ingénieur à EDF R&D qui s’est déroulé juste avant ma thèse. Un grand merci à Marie Calvet pour avoir encadré de près mes travaux.

Un grand merci aux membres du jury de thèse, et plus particulièrement à Eric Beucler, Emmanuel Chaljub, Fabian Bonilla et Françoise Courboux, pour avoir accepté d’évaluer mon travail. Merci aux reviewers Thierry Camelbeeck et Ian Main pour leur évaluation du rapport du livrable de SIGMA2 (juin 2021) et pour leurs remarques constructives à propos de mon travail.

Un grand merci à Paola Traversa pour m’avoir fourni la base de données de RESIF sur laquelle j’ai travaillé. Un grand merci à elle et à Ludovic pour me permettre de continuer en post-doctorat à l’IRAP pendant un an, l’objectif étant d’appliquer l’outil d’inversion développé pendant ma thèse pour cartographier l’atténuation à l’échelle de l’Europe occidentale. L’aventure continue !

Merci à Emmanuelle Nayman pour avoir suivi mes travaux de thèse, notamment pendant l’absence de Jessie, et pour m’avoir fourni quelques données sur le séisme du Teil. Je pense aussi à Olivier et à Jessie pour les données du CEA et de la SNCF, que je n’ai malheureusement pas eu le temps de traiter.

Merci à Olivier pour m’avoir accueilli au CEA à plusieurs reprises, et aussi pour m’avoir proposé de travailler à ses côtés à l’avenir, dans le cadre d’un post-doctorat au CEA, dans le but d’appliquer l’outil que j’ai développé à l’inversion des magnitudes des séismes français.

Merci aussi à toutes les personnes qui ont discuté et qui se sont intéressées à mes travaux de thèse, notamment lors des congrès scientifiques, du comité scientifique de SIGMA-2 et à l’école d’été à Cargèse.

Merci à tous mes collègues de l’équipe de recherche DIP (dynamique des intérieurs planétaires). Je pense notamment à Alisson avec qui j’ai partagé mon bureau, et aussi

à Matthieu Sylvander et Benoît Derode pour les discussions sur la sismicité notamment dans les Pyrénées. Merci à Soumaya Latour pour la relecture du chapitre 5 du manuscrit de thèse.

Un grand merci à tous mes collègues doctorants et stagiaires avec lesquels j'ai passé de très bons moments pour penser à autre chose que mon travail, notamment au restaurant du CNRS, à la cafétéria pendant les pauses café, pendant les parties de tarot (avant la crise sanitaire), les après-midis, soirées ou apéros passés ensembles.

Merci à l'IRAP pour m'avoir accueilli dans ses locaux et à EDF et au CEA pour avoir financé mes travaux par l'intermédiaire du projet de recherche SIGMA-2. Merci au personnel de l'école doctorale SDU2E.

Merci à Louis Demange pour m'avoir initié à l'alpinisme et pour m'avoir accompagné sur plusieurs grands sommets alpins, comme la Dent Parrachée (3697 m), le Pelvoux (3943 m), l'Aiguille d'Argentière (3902 m), tout en me permettant de réaliser un rêve lorsque j'étais petit : l'ascension du Mont Blanc (4808 m) en juillet 2020. Merci à Benoît pour avoir organisé les expéditions au Mont Blanc et au Grand Paradis (4061 m).

Merci aux créateurs de la franchise de Star Trek pour m'avoir occupé pendant de nombreuses soirées.

Enfin, je souhaiterais aussi remercier ma famille et mes amis pour avoir suivi ma thèse de loin et pour m'avoir soutenu dans mon travail. Je pense notamment à mon frère Lylian pour ces après-midis passées ensembles (c'est pratique d'étudier dans la même ville), mais aussi pour avoir grandement aidé à préparer mon pot de thèse à la fin de la soutenance. Je pense aussi à ma soeur Chloé et à mes parents pour leur soutien depuis le début de cette aventure, notamment par téléphone.

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Aléa sismique et sismicité française

La France est un pays dont la sismicité est considérée comme faible à modérée. Cependant, d'importants événements peuvent survenir sur le territoire français, causant de nombreuses pertes humaines et d'importantes destructions, comme ce fut le cas historiquement (séisme de Bâle en 1356, séisme de Lambesc en 1909, séisme d'Arette en 1967...). D'autres séismes récents, comme ceux de Rambervillers en 2003 et du Teil en 2019, n'ont pas fait de victime, mais ont causé des dégâts modérés, notamment sur des constructions anciennes et ont engendré des coûts de réparation importants. Dans le but d'anticiper les mouvements forts à venir et de protéger la population, une estimation précise du risque sismique s'avère nécessaire. Le risque sismique donne l'impact possible d'un séisme sur la population humaine d'une région donnée. L'estimation du risque dépend de plusieurs facteurs : (1) la densité de population (ou la densité de constructions pouvant être affectées par des séismes), (2) la vulnérabilité des constructions et (3) l'aléa sismique, qui peut être défini comme la probabilité que l'accélération du sol dépasse un certain seuil sur une période donnée (e.g. [Pagani et al., 2014](#); [Silva et al., 2020](#)). Bien entendu, il est important d'évaluer correctement l'aléa sismique pour pouvoir anticiper le mieux possible des séismes destructeurs. Pour cela, des projets de recherches, comme SIGMA, SI-Hex, EPOS ou plus récemment SIGMA2 ont été financés.

Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet de recherche SIGMA2 (Seismic Ground Motion Assessment). SIGMA2 est un projet de recherche financé par un consortium de plusieurs entreprises françaises et étrangères (EDF, CEA, Orano, Swissnuclear, PG&E, CRIEPI et CEZ Group), dont le but est d'améliorer la connaissance sur l'aléa sismique en France Métropolitaine et d'en réduire les incertitudes associées (<http://www.sigma-2>).

net). Ce projet se décompose en 6 thématiques différentes, appelées « work packages » qui sont :

- WP1 : Tectonique et étude des failles sismogènes
- WP2 : Paramètres sismologiques
- WP3 : Modèles de prédiction du mouvement du sol
- WP4 : Caractérisation des effets de site
- WP5 : Évaluation de l'aléa sismique probabiliste (modèles PSHA)
- WP6 : Caractérisation du mouvement du sol pour l'ingénierie

En l'occurrence, cette thèse est une contribution au work package 2 de SIGMA2, qui vise à réduire les incertitudes sur l'estimation des paramètres sismologiques sur les séismes historiques et récents (source, propagation et site) dans les zones de sismicité faible à modérée.

Notre objectif est d'extraire la magnitude des séismes à partir de données sismiques de haute fréquence, en modélisant correctement les effets de propagation. Dans ce document, nous présenterons une approche basée sur la modélisation physique de la propagation de l'énergie sismique dans un modèle simple mais réaliste de la lithosphère terrestre, prenant notamment en compte son caractère hétérogène.

L'estimation de l'aléa sismique repose essentiellement sur la mesure du mouvement du sol (déplacements, vitesse ou accélération du sol) par des stations sismiques, et dans une moindre mesure, sur des données historiques (basées sur des témoignages écrits) pour caractériser les mouvements forts de séismes importants de la période pré-instrumentale. Un exemple d'enregistrement est donné sur la Fig. 1.1. On suppose, pour un séisme  $i$  enregistré à une station  $j$ , que le déplacement mesuré  $u_{ij}(f, t)$  en fonction de la fréquence  $f$  et du temps  $t$  est une convolution d'un terme de source  $S_i(f, t)$ , de propagation (caractérisé par la fonction de Green  $G_{ij}(f, t)$  qui est la réponse du milieu à une source impulsionnelle) et de site  $R_j(f)$  :

$$u_{ij}(f, t) = S_i(f, t) * G_{ij}(f, t) * R_j(f). \quad (1.1)$$

Par la suite, on va supposer que ces trois termes sont indépendants et que le milieu dans lequel les ondes se propagent agit comme un système linéaire. Le terme de propagation  $G_{ij}(f, t)$  dépend largement de l'atténuation des ondes sismiques, qui est causée par 2 mécanismes :

(1) l'absorption intrinsèque, qui entraîne la décroissance de l'énergie des ondes sismiques à mesure que celles-ci se propagent dans le milieu, en se transformant en énergie thermique par exemple.

(2) le scattering, processus par lequel les ondes changent de direction de propagation

une ou plusieurs fois à cause des hétérogénéités de petite échelle présentes dans le milieu et redistribuant l'énergie des ondes directes dans la coda sismique (voir Fig. 1.1).

Dans la littérature, l'absorption et le scattering sont très souvent quantifié par des facteurs de qualité, notés  $Q_I^{-1}$  et  $Q_{S_c}^{-1}$ , dont une formulation détaillée sera faite dans la suite du document. La magnitude du séisme peut être extraite à partir du terme  $S_i(f, t)$ .

Une estimation précise de la magnitude des séismes est nécessaire pour correctement évaluer l'aléa sismique. Par exemple, les magnitudes sont nécessaires pour calibrer la loi de Gutenberg-Richter ou les équations de prédiction du mouvement du sol (GMPEs). Cependant, cette tâche reste difficile, en particulier dans les zones de sismicité faibles à modérées, où les études sont principalement basées sur de petits événements, pour lesquels seuls les mouvements du sol à haute fréquence, largement impactés par des effets de propagation mal connus, sont disponibles.

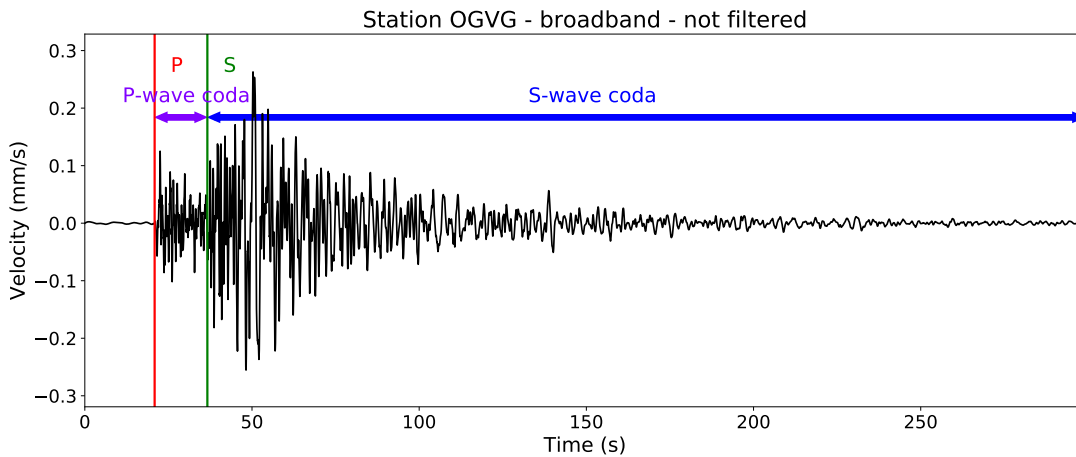


FIGURE 1.1 – Exemple d’enregistrement (somme des 3 composantes) du séisme du Teil  $M_L$  5.2 à une station large-bande située dans le centre des Alpes françaises, à une distance épacentrale de 119 km. Les arrivées directes des ondes  $P$  et  $S$ , ainsi que leur coda respective sont représentées.

## 1.2 Magnitude des séismes

Il existe plusieurs échelles de magnitude pour évaluer la taille de la source. Les échelles les plus courantes sont :

(1) la magnitude de moment  $M_w$ , calculée à partir du moment sismique  $M_0$  (Kanamori, 1977). Le moment sismique  $M_0$  est défini par les paramètres de glissement de faille avec

$$M_0 = \mu \bar{S} \bar{D}, \quad (1.2)$$

où  $\mu$  le module de cisaillement des roches entourant la faille,  $\bar{S}$  la surface de rupture et  $\bar{D}$  le déplacement relatif des 2 blocs entourant la faille. Il a été observé que le spectre de source (en déplacement) est plat à basse fréquence, puis décroît en  $f^{-n}$  avec  $n > 0$  à haute fréquence (Aki, 1967; Brune, 1970).  $M_0$  est directement liée au plateau du spectre de source à basse fréquence.  $M_w$  est relié à  $M_0$  (exprimé en N.m) par la relation suivante :

$$M_w = \frac{2}{3} \log_{10}(M_0) - 6.07. \quad (1.3)$$

(2) la magnitude locale (également appelée magnitude de Richter)  $M_L$ , qui a été originellement définie par Richter (1935).  $M_L$  est calculée empiriquement à partir du logarithme de l'amplitude maximale et corrigée empiriquement par un terme d'atténuation en fonction de la distance épacentrale. Cette échelle de magnitude doit être calibrée selon la région d'étude.

(3) la magnitude des ondes de volume  $M_b$  qui se base sur le logarithme de l'amplitude des arrivées directes des ondes P.

(4) la magnitude des ondes de surface  $M_S$  qui se base sur le logarithme de l'amplitude des ondes de surface mesurée à distance télé-sismique.

(5) la magnitude de durée  $M_D$  qui se base sur le logarithme de la durée du signal sismique (Lee et al., 1972).

On remarque que, dans cette liste,  $M_w$  est la seule échelle de magnitude à ne pas être construite de manière empirique. En effet, le moment sismique  $M_0$  a été défini par les paramètres de glissement de la faille (Eq. (1.3)). Comme  $M_0$  est lié à un modèle phénoménologique de rupture de faille et que cette grandeur ne sature pas pour les plus grands séismes (contrairement à  $M_L$ ,  $M_b$  et  $M_S$ ),  $M_w$  est considérée comme l'échelle de magnitude la plus précise pour mesurer la taille d'un séisme. Cependant, la détermination de  $M_w$  est souvent impossible pour les petits séismes, car les basses fréquences du spectre de la source sont noyées sous le niveau de bruit et le contenu à hautes fréquences est affecté par d'importants effets de propagation causés par des hétérogénéités de petite échelle mal connues. Pour cette raison, seule l'échelle  $M_L$  peut être utilisée pour mesurer la magnitude des petits séismes. Cependant, l'échelle  $M_L$  (comme  $M_b$  et  $M_S$ ) est souvent imprécise, car elle est calibrée sur un modèle moyen d'atténuation pour une région ou un pays et ne tient pas compte des variations régionales des paramètres d'atténuation. De même, les amplitudes maximales servant à l'estimation de ces magnitudes peuvent aussi être impactées par la radiation de l'énergie à la source et par des effets de propagation affectant largement les ondes directes.

En pratique, pour une région donnée, les magnitudes sont souvent déterminées par

plusieurs méthodes différentes, selon la taille de l'événement. Par conséquent, le catalogue de magnitudes correspondant à cette région est souvent décrit par plusieurs échelles de magnitudes (e.g. Shelly et al., 2021). Cependant, il existe des écarts plus ou moins importants entre les différentes échelles de magnitude (e.g. Lolli et al., 2014; Cara et al., 2015; Shelly et al., 2021). Pour pouvoir exploiter correctement l'ensemble des magnitudes, des lois de conversion entre les différentes échelles sont nécessaires (Braunmiller et al., 2005). Dans le cas de la France Métropolitaine, il a été décidé de convertir toutes les magnitudes locales du LDG (Laboratoire de Détection et de Géophysique) des événements de magnitude  $M_L \leq 4.0$  du catalogue de référence de SI-Hex (Sismicité Instrumentale de l'Hexagone) en magnitude  $M_w$ , par les relations linéaires suivante (Cara et al., 2015, 2017) :

$$\begin{aligned} M_w &= M_L - 0.6 && \text{pour } 3.1 \leq M_L \leq 4.0 \\ M_w &= 0.664M_L + 0.45 && \text{pour } M_L < 3.1. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Notons que pour tous les séismes de magnitude  $M_L \geq 4.0$  du catalogue SI-Hex avec un signal de coda exploitable, une magnitude  $M_w$  a été directement calculée grâce à une approche basée sur la coda sismique (Denieul et al., 2015), dont nous aurons l'occasion de discuter plus tard. Nous remarquons qu'avec les Eq. (1.4), il existe un écart systématique de 0.6 au maximum entre les échelles de magnitude  $M_w$  et  $M_L$ . Pour les plus petits séismes ( $M_L < 3.1$ ), la pente de la relation entre  $M_L$  et  $M_w$  s'écarte de l'unité. Ceci nous indique qu'il faut être prudent lorsqu'on exploite les magnitudes d'un catalogue de séisme et qu'il est vivement recommandé de travailler sur une échelle de magnitudes unique pour évaluer l'aléa sismique. Nous verrons dans la section suivante qu'il existe un autre problème, intrinsèque aux magnitudes  $M_L$  des petits séismes, pouvant donner de larges biais sur l'aléa sismique.

### 1.3 Problèmes sur l'estimation des magnitudes des petits séismes en France

Notre travail se focalise sur la France Métropolitaine, où l'évaluation de l'aléa sismique est principalement basée sur les enregistrements de petits séismes pour lesquels seule la magnitude  $M_L$  a été déterminée (Fig. 1.2). En effet, comme nous pouvons le voir sur la Fig. 1.2, la proportion d'événement présentant une magnitude  $M_L > 4.0$ , et pour lesquels une  $M_w$  est directement calculable, est relativement faible par rapport au nombre total d'événements.

En fait, il existe de grandes incohérences entre les différentes estimations de la magni-

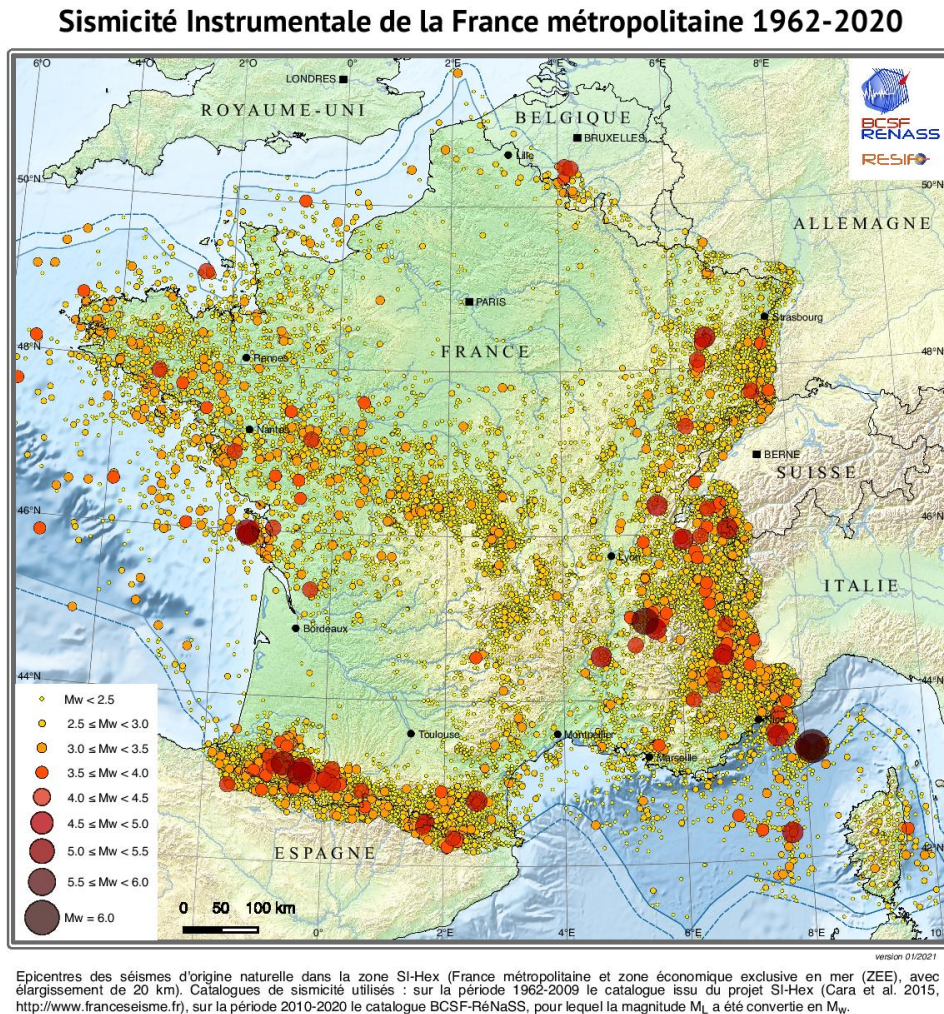


FIGURE 1.2 – Sismicité instrumentale en France métropolitaine du BCSF (Bureau Central Sismologique Français), de 1962 à 2020. Cette carte contient les événements du catalogue SI-Hex de 1962 à 2009 (Cara et al., 2015) et est complétée par la base de données du BCSF-RéNaSS de 2010 à 2020. Toutes les magnitudes des petits événements ( $M_L \leq 4.0$ ) sont converties en  $M_w$  par une loi de conversion linéaire (Cara et al., 2017).

tude des séismes, selon les différents observatoires. Plus particulièrement, les différences entre les estimations de  $M_L$  et  $M_w$  peuvent dépasser 1 sur l'échelle de magnitude, ce qui est largement supérieur à l'écart de 0.6 donné par l'Eq. (1.4). Ces écarts en magnitudes correspondent à un facteur supérieur à 30 en terme de moment sismique  $M_0$  ou en énergie radiée à la source. Un exemple spécifique de ces incohérences est donné dans le tableau 1.1 pour le séisme de La Rochelle  $M_L$  4,9, survenu dans l'ouest de la France le 28 avril 2016, et pour lequel la différence entre  $M_L$  et  $M_w$  est légèrement supérieure à 1 (Sira et al., 2016). Dans cet exemple, on observe également une grande dispersion des estimations de  $M_L$  entre les observatoires. Un autre exemple d'incohérence entre échelles de magnitudes



Localisations d'après	Magnitude ( $M_L$ )	Magnitude ( $M_w$ )
LDG (CEA)	5.1	
RéNaSS (EOST)	4.9	-
LPG (Nantes)	-	-
CSEM-EMSC	4.6	-
USGS		3.9
INGV		4.15
GFZ		3.9
Geoazur	-	3.8
<b>BCSF (valeurs préférentielles)</b>	<b><math>5 \pm 0.1</math> (4.9 à 5.1)</b>	<b>3.8 à 3.9</b>

TABLE 1.1 – Estimations des magnitudes  $M_L$  and  $M_w$  du séisme de La Rochelle provenant de différent instituts (adapté de [Sira et al. \(2016\)](#)).

est donné par [Sira et al. \(2016\)](#) lorsqu'ils comparent les tailles des séismes de La Rochelle et de Barcelonnette. Ce dernier événement s'est produit dans les Alpes françaises, le 7 avril 2014. Les deux séismes ont des magnitudes  $M_L$  équivalentes, mais l'événement de La Rochelle  $M_w$  3.9 a libéré beaucoup moins d'énergie que celui de Barcelonnette  $M_w$  4.8.

De nombreuses études ont mis en évidence d'importantes variations de propriétés d'atténuation en France ([Campillo & Plantet, 1991](#); [Sens-Schönfelder et al., 2009](#); [Drouet et al., 2010](#); [Calvet et al., 2013](#); [Mayor et al., 2016, 2018](#)). Des études récentes ont lié les incohérences des estimations de  $M_L$  en France à ces variations régionales des propriétés d'atténuation en France ([Denieul et al., 2015](#); [Mayor et al., 2018](#)). Par exemple, [Mayor et al. \(2018\)](#) ont constaté que les variations régionales de l'atténuation intrinsèque  $Q_I^{-1}$  peuvent atteindre  $\pm 50$  % à travers le pays, dans toutes les bandes de fréquence entre 1 et 32 Hz. Un exemple de ces résultats est illustré à la Fig. 1.3, où  $Q_I$ , normalisé par l'atténuation moyenne  $Q_m$ , est représenté pour des données filtrées entre 1 et 2 Hz. Ces variations ne sont généralement pas incorporées dans les estimations de  $M_L$  en France. Par conséquent, les magnitudes peuvent être sous-estimées dans les zones de forte atténuation (Bassin Méditerranéen, Bassin Aquitain, Bassin Parisien, Vallée du Rhône) et surestimées dans les zones de faible atténuation (Massif Armoricaïn, Massif Central, Ardennes).

[Mayor et al. \(2018\)](#) ont également identifié une dépendance apparente de  $Q_I^{-1}$  par rapport à la magnitude des petits événements en France. Cette dépendance apparente est illustrée sur la Fig. 1.4, où  $Q_I^{-1}$  est représenté en fonction de la magnitude. Notons que, dans cette figure, toutes les magnitudes  $M_L \leq 4.0$  sont converties en  $M_w$  par la loi de conversion linéaire donnée par l'Eq. (1.4). Cette dépendance peut être interprétée comme

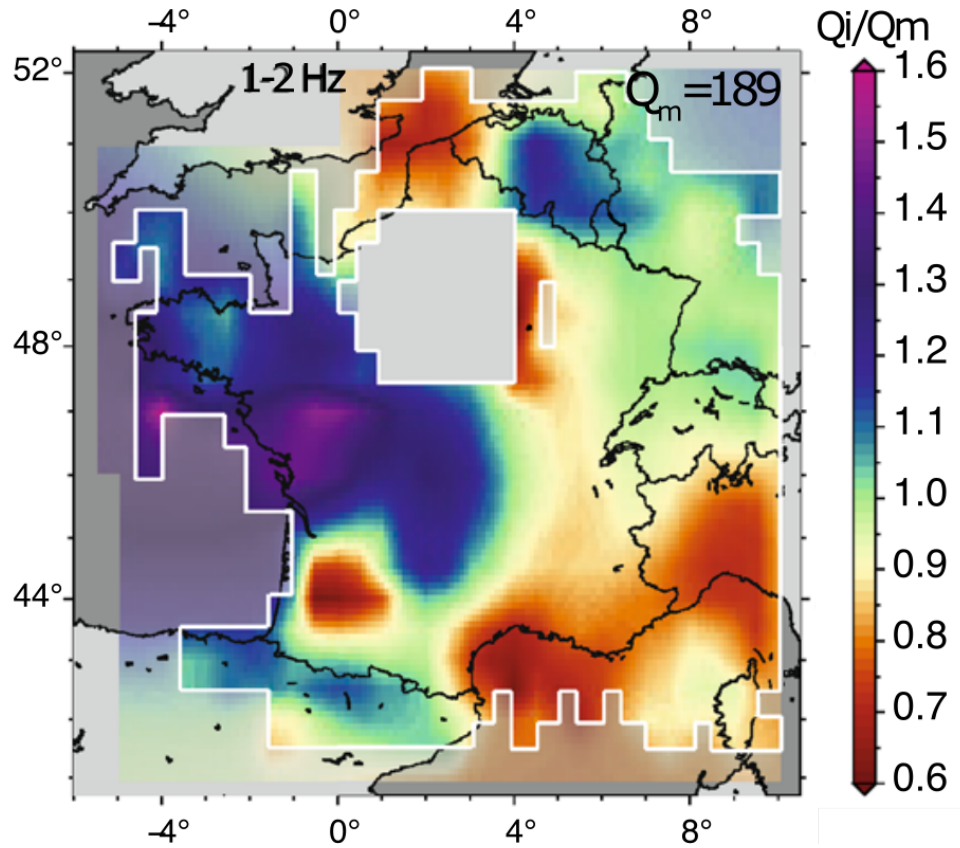


FIGURE 1.3 – Variations régionales de l’absorption intrinsèque  $Q_I$  (normalisé par l’absorption moyenne  $Q_m$ ) pour des données filtrées entre 1 et 2 Hz (de Mayor et al. (2018)).

une conséquence de la non-prise en compte des variations latérales des propriétés d’atténuation dans le calcul de  $M_L$ . Ce résultat suggère que les contributions de l’atténuation et de la source dans les mouvements du sol mesurés ne sont pas encore clairement séparées et que les magnitudes des petits séismes peuvent être systématiquement biaisées.

Une autre conséquence du biais sur les magnitudes  $M_L$  est que les paramètres  $a$  et  $b$  de la loi de Gutenberg-Richter, donnant le nombre de séismes  $N$  dépassant une magnitude  $M$  pendant une période donnée ( $\log N = a - bM$ ) peuvent être biaisés (Cara et al., 2017; Shelly et al., 2021). Plus particulièrement, Shelly et al. (2021) montrent que les différences entre les valeurs de  $b$  obtenues par détermination directe de  $M_w$  à partir de la coda sismique et celles obtenues par conversion de  $M_L$  vers  $M_w$  peuvent dépasser 30% au centre des États-Unis. Cara et al. (2017) ont montré que la valeur de  $b$  n’est pas constante en fonction de la magnitude pour les petits séismes et que celle-ci est affectée par la méthode de conversion des magnitudes. Or, les paramètres  $a$  et  $b$  de la loi de Gutenberg-Richter sont très importants pour pouvoir prédire la statistique sur les plus gros séismes pour estimer l’aléa sismique, montrant l’importance de bien estimer les

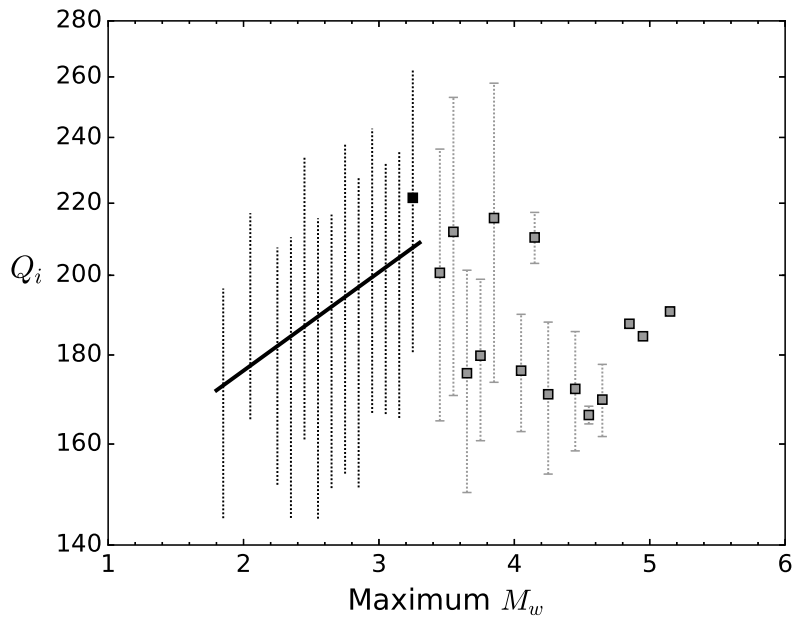


FIGURE 1.4 – Dépendance apparente du facteur de qualité intrinsèque  $Q_I$  par rapport à la magnitude (convertie en  $M_w$ ) en France (de [Mayor et al. \(2018\)](#)).

magnitudes des petits séismes. Pour ces raisons, l'utilisation d'un modèle d'atténuation réaliste est essentielle pour estimer avec précision les paramètres de la source à partir des mouvements du sol et évaluer plus précisément l'aléa sismique.

## 1.4 Plan du manuscrit

Nous avons vu que les propriétés d'atténuation sont mal incorporées dans l'estimation des magnitudes des petits séismes en France, ce qui a pour effet d'engendrer des biais sur l'estimation de l'aléa sismique. Dans ce manuscrit, nous développons un outil de modélisation directe pour pouvoir simuler la propagation d'énergie dans un modèle réaliste de la Terre, et ainsi obtenir des enveloppes énergétiques synthétiques. Le but final de cette thèse est de développer une méthode pour inverser le spectre de source, puis la magnitude  $M_w$  des séismes français à partir de l'ensemble de l'enveloppe du signal sismique, en incorporant l'outil de modélisation directe à la procédure d'inversion développée.

Le chapitre 2 sera consacré à une revue bibliographique des approches existantes qui se concentrent sur l'extraction des magnitudes, notamment à partir des ondes de la coda sismique. Nous verrons les avantages et inconvénients des approches discutées, avant de placer notre travail dans l'état de l'art actuel.

Dans le chapitre 3, nous présenterons le modèle physique permettant de décrire la

propagation de l'énergie sismique dans un milieu inhomogène, la théorie du transfert radiatif et la méthode de Monte-Carlo utilisée pour la modélisation du transport d'énergie. Nous accorderons aussi une attention particulière à la coda sismique et à ses propriétés. Après cela, nous présenterons différentes approches pour séparer les contributions du scattering et de l'absorption intrinsèque.

Dans le chapitre 4, nous appliquerons la théorie du transfert radiatif à un modèle réaliste de la lithosphère terrestre, consistant en une croûte hétérogène sur un manteau homogène, séparés d'un contraste de vitesse (le Moho). Nous présenterons l'impact d'un tel modèle sur la décroissance de la coda et confronterons nos résultats numériques à des principes bien acceptés en sismologie : la normalisation de la coda, l'équipartition et la dépolarisation des ondes  $S$ . Ces concepts seront expliqués par la suite. Ce chapitre est essentiellement composé d'un article soumis à *Pure and Applied Geophysics*.

Enfin, dans le chapitre 5, nous analyserons les données du séisme du Teil  $M_L$  5.2, survenu le 11 novembre 2019 dans la Vallée du Rhône. Ces données proviennent du réseau français RESIF. Nous verrons d'abord la variabilité de la forme des signaux sismiques en fonction de régions ayant des propriétés d'atténuation différentes. Nous appliquerons ensuite l'outil de modélisation directe à une procédure d'inversion basée sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt, pour pouvoir séparer les paramètres de sources (dont la magnitude  $M_w$ ) des paramètres d'atténuation et de site. Enfin, nous comparerons les résultats obtenus à ceux d'études indépendantes.

# Chapitre 2

## Détermination de la magnitude des petits événements sismiques

Nous rappelons que le moment sismique  $M_0$  est classiquement obtenu grâce aux basses fréquences du spectre de source (voir chapitre 1). Comme les basses fréquences des petits séismes sont inutilisables parce que sous le niveau de bruit, les méthodes classiques, comme celles basées sur les tenseurs de moment (e.g. [Braunmiller et al., 2002](#)), ne parviennent pas à déterminer  $M_0$ , puis  $M_w$  pour ces séismes. Ces « petits » séismes correspondent typiquement à  $M_w \leq 3 - 3.5$  en France Métropolitaine. Pour ces événements, seules les hautes fréquences (typiquement supérieures à 1 Hz), largement impactées par les phénomènes de propagation, sont utilisables. Néanmoins, certaines études montrent que les ondes de coda peuvent faciliter la compréhension des propriétés de propagation dans la Terre afin de mieux extraire les propriétés de la source, de propagation ou de site à partir du mouvement du sol (Eq. (1.1)). Ici, nous nous concentrerons sur les études qui ont permis l'extraction des propriétés de source ([Rautian & Khalturin, 1978](#); [Mayeda & Walter, 1996](#); [Mayeda et al., 2003](#); [Takahashi et al., 2005](#); [Mayeda et al., 2007](#); [Sens-Schönfelder & Wegler, 2006b](#); [Denieul et al., 2015](#); [Wang & Shearer, 2019](#)).

Tout d'abord, nous rappelons que l'enveloppe du signal sismique  $A_{i,j}(f, t)$ , exprimant la variation temporelle de la densité spectrale du champ d'ondes, peut s'écrire avec le même formalisme que l'Eq. (1.1), où :

$$A_{i,j}(f, t) = S_i(f)P_{ij}(f, t)R_j(f). \quad (2.1)$$

Nous rappelons que  $S_i(f)$ ,  $P_{ij}(f, t)$  et  $R_{j_1}(f)$  sont les termes de source, de propagation et de site. Ces notations seront régulièrement utilisées dans ce chapitre.

Ce chapitre contient une review bibliographique sur les approches existantes pour es-

timer le moment sismique ou la magnitude de moment, notamment à partir de la coda sismique. Pour chacune de ces différentes approches, les points forts et les limites de celle-ci seront résumés. Tout d’abord nous présenterons deux approches basées sur les ondes directes pour en extraire la magnitude  $M_w$ , puis montrerons que l’utilisation de la coda plutôt que les ondes directes (ou en plus des ondes directes) est une alternative intéressante. Ensuite, nous présenterons des approches empiriques, puis physiques se basant sur la coda. Enfin, nous expliquerons les motivations et les apports de cette thèse dans l’estimation des magnitudes par rapport à l’état de l’art actuel.

## 2.1 Approches basées sur les ondes directes

Des techniques d’inversion généralisées (ou GIT) ont été développées pour pouvoir séparer la contribution de la source, des effets de propagation (atténuation des ondes  $S$  et expansion géométrique) et des effets de site à partir du spectre des ondes  $S$  directes (Andrews, 1986; Castro et al., 1990; Oth et al., 2008; Bindi et al., 2009; Picozzi et al., 2017; Drouet et al., 2008, 2010).

Castro et al. (1990) ont développé deux approches différentes de GIT. La première approche est une inversion non-paramétrique qui se déroule en 2 étapes. Dans cette approche, l’amplitude du spectre des ondes  $S$ , noté  $A_{ij}(f, r_{ij})$  s’exprime de la manière suivante :

$$A_{ij}(f, r_{ij}) = P(f, r_{ij})M_{ij}(f), \quad (2.2)$$

où  $P(f, r_{ij})$  est une fonction décrivant l’atténuation du spectre des ondes  $S$  avec la distance épacentrale  $r_{ij}$  et  $M_{ij}(f)$  un terme regroupant les contributions de la source et du site. Dans l’approche non-paramétrique,  $P(f, r_{ij})$  n’est pas contrainte par une forme analytique.  $P(f, r_{ij})$  et  $M_{ij}(f)$  sont séparés par la méthode des moindres carrés dans la 1<sup>re</sup> étape. L’atténuation des ondes  $S$  ( $Q_\beta$ ) et le terme d’expansion géométrique sont déterminés dans la 2<sup>ème</sup> étape par régression linéaire sur  $\log_{10}(P(f, r_{ij}))$ . Les contributions de la source et du site dans le terme  $M_{ij}(f)$  sont déterminées en supposant que la moyenne du logarithme des effets de site est égale à 0.

La 2<sup>e</sup> approche de Castro et al. (1990) est une approche paramétrique, pour laquelle la fonction décrivant l’atténuation du spectre des ondes  $S$ ,  $P(f, r_{ij})$ , est imposée par une formule analytique. L’amplitude du spectre des ondes  $S$  s’exprime alors de la manière

suivante :

$$A_{ij}(f, r_{ij}) = S_i(f)R_j(f) \exp\left(-\frac{\pi f r_{ij}}{\beta Q_\beta}\right)G(r), \quad (2.3)$$

où  $S_i(f)$  est le spectre de source d'où  $M_0$  sera extrait,  $R_j(f)$  est l'effet de site,  $\beta$  est la vitesse des ondes  $S$  et  $G(r_{ij})$  est le terme d'expansion géométrique, qui est supposé être proportionnel à  $1/r_{ij}$  ou  $\sqrt{1/r_{ij}}$ . Dans cette étude, les approches paramétrique et non-paramétrique donnent des résultats cohérents.

Une approche similaire à l'approche paramétrique de [Castro et al. \(1990\)](#) a été développée par [Drouet et al. \(2010\)](#). [Drouet et al. \(2010\)](#) ont inversé conjointement le spectre de source (magnitude  $M_w$  et fréquence-coin  $f_c$  qui indique la transition entre le plateau du spectre de source et sa partie décroissante), l'atténuation intrinsèque  $Q_I^{-1}$  et les effets de site à partir des spectres des arrivées  $S$  directes d'enregistrement accélérométriques dans les Alpes, le Fossé Rhénan et les Pyrénées. Les principales différences avec l'approche de [Castro et al. \(1990\)](#) sont que le terme de source  $S_i(f)$  et l'atténuation  $Q_\beta(f)$  sont supposés avoir une forme analytique en fonction de la fréquence, et que l'expansion géométrique s'écrit sous la forme  $1/r_{ij}^\gamma$  où  $\gamma$  est inversé. L'approche de [Drouet et al. \(2010\)](#) a permis de développer le 1<sup>er</sup> catalogue homogène de  $M_w$  pour des séismes français de magnitude supérieure à 3 pour la période allant de 1996 à 2006. La procédure d'inversion est entièrement paramétrique et est basée sur l'algorithme itératif de Gauss-Newton.

Un des avantages de l'approche de [Drouet et al. \(2010\)](#) est la simplicité de la résolution, puisque toutes les formules et leurs dérivées partielles sont sous forme analytique. De plus, cette procédure permet d'inverser un grand nombre de paramètres simultanément, pour un grand nombre d'événements enregistrés sur un nombre important de stations. Cependant, il existe d'importants trade-offs entre les paramètres d'atténuation et les paramètres de source ( $M_0$  et  $f_c$ ), montrant que les propriétés de la source ne sont pas complètement séparées de l'atténuation. Ce trade-off peut être à l'origine d'importants biais sur l'estimation des magnitudes. De même, la radiation à la source, pouvant impacter les arrivées directes, et l'atténuation par scattering n'ont pas été correctement pris en compte. Un exemple montrant que les magnitudes  $M_{w(Drouet)}$  déterminés par [Drouet et al. \(2010\)](#) peuvent être biaisés est donné par l'existence d'une relation linéaire entre  $M_{w(Drouet)}$  et  $M_{w(Chevrot)}$  déterminées par [Chevrot et al. \(2011\)](#) grâce à une approche basée sur l'inversion des tenseurs de moment. En effet, la relation linéaire suivante a été déterminée :

$$M_{w(Chevrot)} = 1.31M_{w(Drouet)} - 1.46, \quad (2.4)$$

pour des séismes de magnitudes supérieures à 3 dans les Pyrénées. Ceci montre que les deux échelles de magnitudes sont incohérentes, puisque le coefficient de proportionnalité des 2 échelles de magnitudes s'écarte fortement de 1. Bien que les magnitudes déterminées par [Drouet et al. \(2010\)](#) et [Chevrot et al. \(2011\)](#) soient similaires pour les séismes les plus importants, on peut voir d'importants écarts entre les estimations de magnitudes sur les plus petits événements, où les effets de propagation affectent le plus les données. Ces différences peuvent notamment provenir de l'atténuation des ondes  $S$  sous-estimé de [Drouet et al. \(2010\)](#), notamment à haute fréquence, qui peut induire une surestimation des magnitudes des plus petits événements.

Une autre approche pour estimer  $M_w$  a été développée par [Takahashi et al. \(2005\)](#). Cette approche est basée sur un modèle physique de propagation des ondes. [Takahashi et al. \(2005\)](#) ont estimé les propriétés de la source à partir des amplitudes des ondes  $S$  directes. Les paramètres d'atténuation sont isolés en utilisant un modèle physique et paramétrique d'atténuation des amplitudes des ondes  $S$ . Une fois les paramètres d'atténuation isolés, les effets de site ont été séparés des spectres de source par l'approche non-paramétrique de normalisation de la coda, qui sera développée dans la Section 2.2.1.  $M_0$  est extrapolé à partir des spectres de source obtenus en utilisant le modèle oméga-carré ([Brune, 1970](#)). Dans cette étude, les auteurs ont insisté sur l'importance de l'utilisation d'un bon modèle d'atténuation pour estimer les paramètres de la source. Ils ont aussi souligné que l'utilisation des ondes de coda est essentielle pour corriger les effets de site.

Généralement, les approches utilisant les ondes directes pour estimer les magnitudes sont limitées si le nombre de stations est faible, à cause d'une sensibilité accrue des ondes directes aux variations liées à la radiation de la source et à d'importants phénomènes de propagation assez souvent mal compris, comme des effets de propagation 3-D, interférences entre phases ou blocage de phase. Ces approches nécessitent donc un nombre important de stations pour « moyenner » ces effets.

En analysant les différences entre les amplitudes des arrivées directes et des ondes de coda enregistrées sur plusieurs stations, [Mayeda & Walter \(1996\)](#) et [Mayeda et al. \(2003\)](#) ont montré que la coda sismique est moins sensible aux effets liés à la radiation de la source et à la propagation. Un exemple de différences d'amplitudes de coda des ondes  $Lg$  et des ondes  $Lg$  directes entre 2 stations est donné sur la Fig. 2.1. Nous rappelons que les ondes  $Lg$  consistent en un groupe d'arrivées de grande amplitude principalement causées par la propagation des ondes  $S$  piégées dans la croûte terrestre. Sur cette figure,



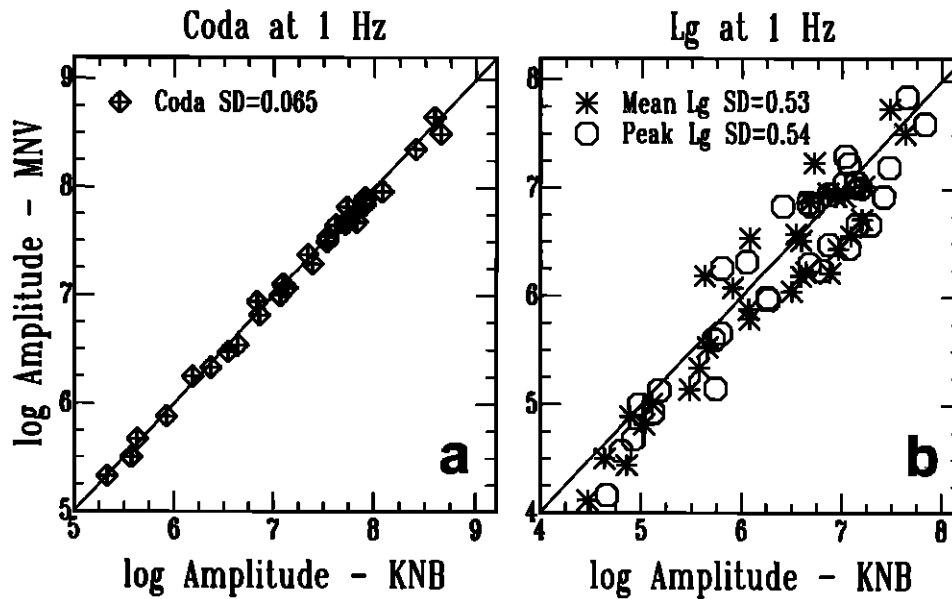


FIGURE 2.1 – À gauche : Amplitudes de la coda des ondes  $Lg$  de 31 séismes enregistrés par 2 stations au Sud de la Californie et filtrées autour de 1 Hz. À droite : Amplitudes moyennes (étoiles) et maximales (cercles) des ondes  $Lg$  directes provenant du même jeu de données. Toutes les amplitudes ont été corrigées des effets de propagation et de site. Les écarts-types des amplitudes entre les 2 stations sont indiquées sur chaque sous-figure (d'après [Mayeda & Walter \(1996\)](#)).

lorsque les amplitudes des ondes enregistrées par 2 stations et corrigées des effets de propagation et de site sont égales, cela signifie que ces amplitudes donnent la même information, qui peut directement être relié à la taille de la source. Comme la variance des amplitudes de coda est moindre (Fig. 2.1a), les ondes de coda sont moins sensibles que les ondes directes à la variabilité des effets propagation et de la radiation à la source. Par conséquent, selon [Mayeda & Walter \(1996\)](#) et [Mayeda et al. \(2003\)](#), la coda sismique peut être une alternative très intéressante pour pouvoir séparer les contributions de la source, de propagation et de site, y compris si le nombre de stations est faible. Les approches se basant sur la coda sismique pour en extraire les magnitudes sont présentées dans les sections suivantes. Nous pouvons regrouper les différentes approches en 3 catégories : empirique non-paramétrique, empirique paramétrique, et celles basées sur une modélisation physique de l'enveloppe du signal.

## 2.2 Approches empiriques non-paramétriques

### 2.2.1 Approches basées sur la normalisation de la coda

La méthode de la normalisation de la coda est une approche empirique bien connue pour séparer la source des paramètres d'atténuation et de site (Rautian & Khalturin, 1978; Tsujiura, 1978; Aki, 1980). La pierre angulaire de cette approche est que, à un temps fixe  $t$ , l'amplitude de la coda sismique devient indépendante de la distance épacentrale et de la radiation à la source (Aki & Chouet, 1975). En utilisant le modèle de coda de Aki & Chouet (1975), le terme de propagation  $P_{ij}(f, t)$  peut s'écrire :

$$P_{ij}(f, t) = P(f, t) = t^{-\alpha} \exp\left(\frac{-2\pi ft}{Q_C}\right), \quad (2.5)$$

où  $Q_C$  est le facteur de qualité de la coda, quantifiant la décroissance de la coda sismique, et  $\alpha$  est l'exposant du terme géométrique, dont sa valeur dépend du régime de propagation et du type d'ondes. Ceci signifie que  $P(f, t)$  ne varie pas au sein de la région étudiée. La Fig. 2.2 illustre une quasi-similarité de la décroissance des enveloppes de coda d'enregistrements du séisme du Teil  $M_L$  5.2 en France, pour 6 stations localisées à moins de 150 km de l'épicentre. Par conséquent, à une station, l'énergie de la coda devrait être seulement proportionnelle à l'énergie rayonnée par la source sismique et à l'effet de site. En d'autres termes, à un temps  $t$  et une fréquence  $f$  fixes, le rapport des spectres d'amplitude de la coda  $A_{i,j}(f, t)$  de 2 séismes  $i_1$  et  $i_2$  enregistrés à une station  $j_1$  peut s'écrire comme suit :

$$\frac{A_{i_1, j_1}(f, t)}{A_{i_2, j_1}(f, t)} = \frac{S_{i_1}(f)P(f, t)R_{j_1}(f)}{S_{i_2}(f)P(f, t)R_{j_1}(f)} = \frac{S_{i_1}(f)}{S_{i_2}(f)}. \quad (2.6)$$

Ainsi, la méthode de normalisation de la coda peut être utilisée pour mesurer le terme source relatif de 2 séismes différents, en éliminant facilement les effets de propagation et de site. Le moment sismique  $M_0$  peut par la suite être déterminé à partir du spectre de source  $S_i(f)$ .

De plus, cette méthode permet d'isoler les effets de site relatifs, en prenant le rapport des amplitudes de coda d'un même événement  $i_1$  enregistré à 2 stations différentes  $j_1$  et  $j_2$ , tel que :

$$\frac{A_{i_1, j_1}(f, t)}{A_{i_1, j_2}(f, t)} = \frac{S_{i_1}(f)P(f, t)R_{j_1}(f)}{S_{i_1}(f)P(f, t)R_{j_2}(f)} = \frac{R_{j_1}(f)}{R_{j_2}(f)}. \quad (2.7)$$

Cette relation donne l'effet relatif de site entre 2 stations. Pour déterminer l'amplification absolue de site, il faut choisir une station de référence où l'on suppose qu'il n'y a pas

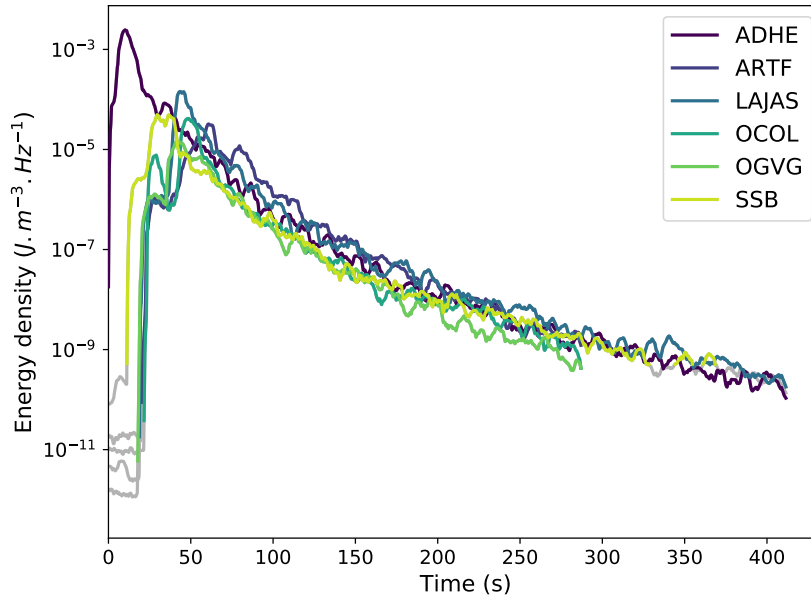


FIGURE 2.2 – Enveloppes énergétiques d'enregistrements du séisme du Teil  $M_L$  5.2 en France. les données sont filtrés autour de 1.5 Hz et proviennent de 6 stations localisées à moins de 150 km de l'épicentre du séisme.

d'amplification de site.

La première application directe de l'approche de normalisation de la coda pour déterminer empiriquement les spectres des sources a été réalisée par [Rautian & Khalturin \(1978\)](#). À partir des spectres de source déduits de la coda, les auteurs en ont extrait des paramètres de source, tels que  $M_0$ . Pour ce faire, ils ont montré la pertinence de l'approche de normalisation de la coda pour séparer les propriétés de la source et de l'atténuation en démontrant que la décroissance temporelle de l'amplitude de la coda est très similaire parmi les séismes enregistrés dans une région donnée et à une fréquence donnée (propriété déjà montrée par [Aki & Chouet \(1975\)](#)), et indépendante de la localisation de la source, ce qui suggère que l'amplitude de la coda peut être proportionnelle au spectre de la source. [Rautian & Khalturin \(1978\)](#) ont été les premiers à accorder une attention particulière au choix de la fenêtre de coda, car généralement sur Terre, le facteur de qualité de la coda  $Q_C$  augmente avec le temps écoulé, avant de se stabiliser à temps long. C'est pour cela que les études ultérieures à [Rautian & Khalturin \(1978\)](#), basées sur la méthode de normalisation de la coda, ont utilisé une fenêtre temporelle où la décroissance de la coda est stable. Cependant, l'approche de [Rautian & Khalturin \(1978\)](#) ne prend pas en compte les effets de site. Pour pallier cela, [Aki \(1980\)](#) a complété l'approche de Rautian et Khalturin afin

de séparer les effets de site de la source à partir des amplitudes de coda.

Malgré la simplicité de cette approche, la normalisation de la coda a quelques défauts. Les méthodes reposant sur l'approche de normalisation de la coda peuvent être seulement utilisées sur la partie stable de la coda qui n'est pas affectée par le diagramme de radiation ou la directivité de la source. Cette approche est limitée aux régions présentant de faibles variations latérales des propriétés d'atténuation ou aux stations et sources proches les unes des autres. Cela est dû à l'hypothèse selon laquelle le terme de propagation  $P(f, t)$  est supposé identique pour tous les trajets source-station. Par conséquent, la méthode de normalisation de la coda peut ne pas fonctionner dans les régions où les variations latérales de l'atténuation affectent significativement  $Q_C$  ou lorsque l'atténuation dépend de la profondeur (Hoshiya, 1994).

### 2.2.2 Ratio spectraux de la coda

Une variante de l'approche de la normalisation de la coda est la méthode des ratios spectraux de la coda, développée par Mayeda et al. (2007). Dans cette méthode, le ratio des spectres de Fourier de la coda de 2 séismes co-localisés sont calculés. À l'instar de la méthode de la normalisation de la coda, les effets de propagation et de site sont supprimés par la normalisation. Les effets liés au diagramme radiation à la source et à la directivité ne posent pas de problème puisque ceux-ci sont effacés dans la coda à temps long. Le ratio de spectre de déplacement à la source obtenu nous donne directement le ratio des moments sismiques des 2 séismes à basses fréquences  $M_{01}/M_{02}$ . À haute fréquence, la méthode de Mayeda et al. (2007) nous donne les fréquences-coin des spectres de source des 2 séismes, ainsi que des indications sur la physique de la source. Nous rappelons que la fréquence-coin est la fréquence de transition entre le plateau du spectre de source à basse fréquence et sa partie décroissante (de type  $f^{-n}$  avec  $n > 0$ ) à haute fréquence. Cependant, la méthode des ratios spectraux de la coda requiert que les 2 séismes étudiés soient de magnitude suffisamment importante pour que leur spectre à basse fréquence soit exploitable sans être affecté par le niveau de bruit et que ces séismes soient co-localisés pour que les termes de propagation soient identiques. De plus, cette approche donne seulement accès au ratio des moments des 2 séismes étudiés, comme pour les approches de la normalisation de la coda originelle.

## 2.3 Approches empiriques paramétriques

### 2.3.1 Magnitudes à partir d'une calibration empirique de la coda

Une estimation relativement précise de la magnitude d'un séisme peut être obtenue en ajustant un modèle paramétrique empirique des amplitudes des ondes de coda aux données sismiques (Mayeda & Walter, 1996; Mayeda et al., 2003; Gök et al., 2016; Pasyanos et al., 2016). Ici, nous nous concentrons sur l'approche de Mayeda et al. (2003). Ces auteurs ont sélectionné des séismes du Moyen-Orient enregistrés par 4 stations. Pour chaque bande de fréquence, les enveloppes des amplitudes de la coda  $A_C(f, t, r_{ij})$  ont été ajustées par le modèle paramétrique suivant :

$$A_C^{ij}(f, t, r_{ij}) = S_i(f) \cdot R_j(f) \cdot T(f) \cdot P(r_{ij}, f) \cdot \mathcal{H} \left[ t - \frac{r_{ij}}{v(r_{ij}, f)} \right] \cdot \left( t - \frac{r_{ij}}{v(r_{ij}, f)} \right)^{-\gamma(r_{ij}, f)} \cdot \exp \left[ b(r_{ij}, f) \left( t - \frac{r_{ij}}{v(r_{ij}, f)} \right) \right], \quad (2.8)$$

où  $S_i(f)$  est le terme de source,  $R_j(f)$  le terme de site,  $T(f)$  la fonction de transfert de l'amplitude des ondes  $S$  vers la coda à cause du scattering,  $P(r_{ij}, f)$  le terme de propagation régional incluant l'expansion géométrique et l'atténuation des ondes  $S$ . Ce terme contrôle l'amplitude globale de l'enveloppe en fonction de la distance épacentrale  $r_{ij}$ .  $\mathcal{H}$  est la fonction Heaviside.  $v(r_{ij}, f)$  représente la vitesse du maximum de l'enveloppe du signal régional, pour une fréquence  $f$  donnée. Le terme  $\mathcal{H} [t - r_{ij}/v(r_{ij}, f)] (t - r_{ij}/v(r_{ij}, f))^{-\gamma(r_{ij}, f)} \exp [b(r_{ij}, f) (t - r_{ij}/v(r_{ij}, f))]$  de l'Eq. (2.8) décrit la forme de l'enveloppe  $A_C^{ij}(f, t, r_{ij})$  en domaine temporel, où les paramètres empiriques  $\gamma(r_{ij}, f)$  et  $b(r_{ij}, f)$  sont des paramètres de forme de coda à une fréquence donnée.

La première étape de l'approche de Mayeda et al. (2003) consiste à calibrer les paramètres  $v(r_{ij}, f)$ , puis  $\gamma(r_{ij}, f)$  et  $b(r_{ij}, f)$  sur les données. Cette calibration s'effectue de manière empirique et ces paramètres sont supposés être dépendants de la distance épacentrale  $r_{ij}$ . Une fois les paramètres de vitesses et de forme de coda déterminés, l'amplitude de la coda doit être corrigée par le terme de propagation  $P(r_{ij}, f)$ , qui est lui-aussi calibré de manière empirique sur les données. Un exemple d'enveloppes synthétiques données par l'Eq. (2.8), superposées aux enveloppes des données d'un séisme ayant eu lieu au Moyen-Orient, est illustré en Fig. 2.3. Bien qu'il s'agisse d'un modèle purement empirique, cette figure montre que la coda des ondes  $S$  est modélisée de manière raisonnable. Ensuite, les amplitudes de la coda calibrées doivent être reliées à l'échelle de magnitude  $M_w$ . Les

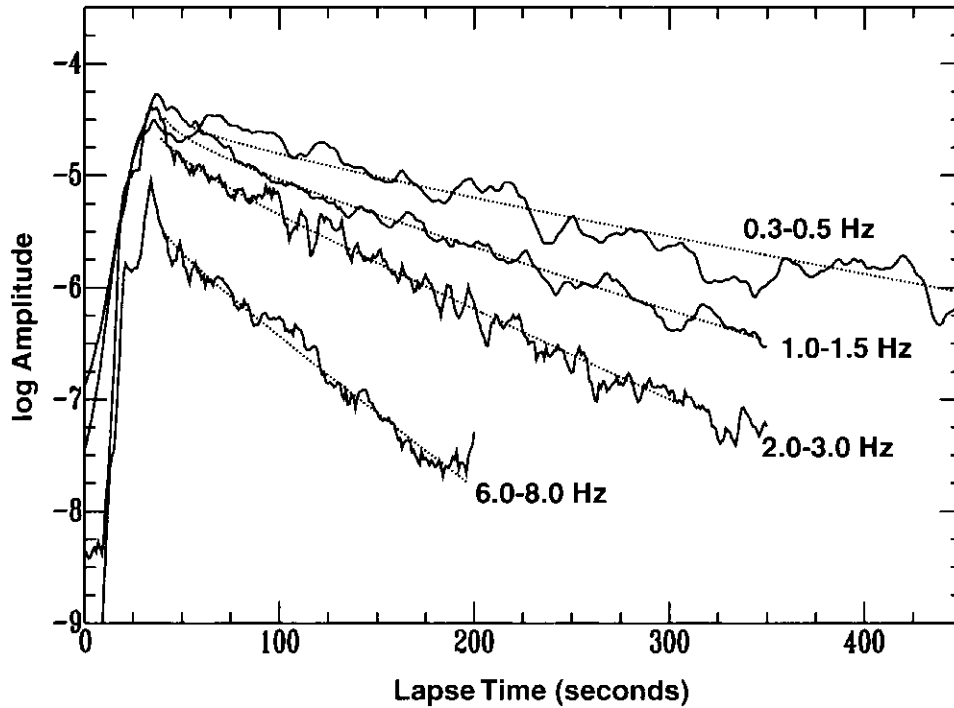


FIGURE 2.3 – Enveloppes synthétiques générées par la méthode de calibration de la coda de [Mayeda et al. \(2003\)](#) sur des enveloppes de données filtrées sur 4 bandes de fréquences entre 0.3 et 8 Hz, pour un séisme ayant eu lieu au Moyen-Orient (d’après [Mayeda et al. \(2003\)](#)).

amplitudes de coda sont transformées en spectres de source en utilisant la méthode de la fonction de Green empirique, où le spectre d’amplitudes obtenus sont normalisés par le spectre du plus petit séisme. Enfin, les spectres obtenus sont calibrés sur l’échelle de  $M_w$ , en utilisant des estimations de  $M_w$  d’événements de référence réalisées par des études indépendantes.

[Mayeda et al. \(2003\)](#) ont montré que les amplitudes des ondes de coda sont plus appropriées que les amplitudes des ondes directes pour estimer avec précision les spectres des sources de séismes et  $M_w$  avec un réseau de stations éparses, puisque la coda est moins sensible aux variabilités de la radiation à la source et aux effets de propagation. En outre, après calibration, cette approche est adaptable à d’autres régions du monde ([Yoo et al., 2011](#); [Morasca et al., 2005](#); [Gök et al., 2016](#); [Pasyanos et al., 2016](#); [Shelly et al., 2021](#)) pour estimer les magnitudes  $M_w$ .

Cependant, la méthode de [Mayeda et al. \(2003\)](#) n’est pas basée sur un modèle physique de propagation des ondes et nécessite une calibration empirique spécifique à la région étudiée. La calibration des spectres des sources nécessite des estimations indépendantes de

$M_w$  qui peuvent être déjà biaisées. En outre, cette approche nécessite encore des corrections de la variabilité régionale de l'atténuation pour être applicable à des régions où les structures atténuantes sont complexes. Pour résoudre ce dernier problème, les variations latérales des amplitudes de la coda ont récemment été incluses dans cette approche (Gök et al., 2016; Pasyanos et al., 2016), ce qui a permis de réduire davantage les incertitudes sur l'estimation des magnitudes, en améliorant plus particulièrement la modélisation des hautes fréquences.

### 2.3.2 Magnitudes à partir de la coda, en prenant en compte les variations latérales de propriétés d'atténuation

La plupart méthodes d'extraction de la magnitude, notamment la méthode de la normalisation de la coda, ne prennent pas en compte les variations latérales des propriétés d'atténuation. À cause de cela, ces méthodes sont limitées aux zones où les variations d'atténuation sont faibles. Pour prendre en compte ces variations des propriétés d'atténuation, Wang & Shearer (2019) ont développé une approche permettant de séparer les paramètres de source, d'atténuation et de site en modifiant légèrement le modèle de Aki & Chouet (1975), décrivant la décroissance de la coda. Pour cela, Wang & Shearer (2019) ont réécrit l'Eq. (2.1) en supposant que le facteur de qualité de la coda est dépendant du trajet source-station, de la manière suivante :

$$E_{ij}(f, t) = S_i(f)R_j(f)t^{-\alpha} \exp\left(\frac{-2\pi ft}{Q_C^{ij}}\right), \quad (2.9)$$

où  $E_{ij}(f, t)$  est l'enveloppe énergétique,  $S_i(f)$  et  $R_j(f)$  sont les termes de source et de site,  $\alpha$  est l'exposant du terme d'expansion géométrique, fixé à 1.5 et  $Q_C^{ij}$  est le facteur de qualité de la coda pour le trajet source-station correspondant. Lors de la procédure d'inversion,  $Q_C^{ij}$  est décomposé en 2 termes, dont l'un dépend de l'emplacement de la station, et l'autre, de l'emplacement de la source. Wang & Shearer (2019) ont inversé simultanément le terme de source  $S_i(f)$ , l'atténuation de la coda ( $Q_C^{ij}$ ) et l'amplification de site  $R_j(f)$  à partir de nombreux séismes enregistrés par de nombreuses stations en Californie du Sud. Après corrections empiriques, la magnitude  $M_w$  a été extraite de  $S_i(f)$  en appliquant le modèle de source de Brune (1970). La région choisie présente de fortes variations latérales des paramètres d'atténuation, ce qui rendrait l'approche de normalisation de la coda non-applicable pour le jeu de données, sans ces corrections.

### 2.3.3 Magnitudes à partir de la coda des données brutes en domaine temporel

Toutes les approches présentées jusqu'à présent nécessitent le filtrage des données sismiques dans des bandes de fréquences étroites. Cependant, cette opération ne peut pas être effectuée dans certains cas, comme lorsque le jeu de données contient des sismogrammes analogiques enregistrés sur papier. [Denieul et al. \(2015\)](#) ont développé une approche pour surmonter cette difficulté et l'ont appliquée à des enregistrements français pré-numériques. Les amplitudes et les propriétés d'atténuation des codas ont été déterminées en ajustant un modèle d'atténuation empirique aux amplitudes des codas. Contrairement aux études précédemment mentionnées, l'ajustement des amplitudes de coda  $C_0(t)$  est réalisé en domaine temporel à l'aide de la formule :

$$C_0(t) = W_0 t^{-\gamma} \exp(-\beta_0(t)t), \quad (2.10)$$

où  $W_0$  est un terme combinant les effets de source et de site,  $\beta_0(t)$  mesure le taux de décroissance de la coda en fonction du temps et  $\gamma$  est l'exposant du terme d'expansion géométrique. La dépendance temporelle de  $\beta_0(t)$  a été modélisée par une fonction linéaire (avec  $\beta_0(t) = \beta_1 + \beta_2 t$ ). Pour tenir compte des variations d'atténuation à grande échelle, le jeu de données a été divisé en quatre sous-régions tectoniques majeures de la France pour lesquelles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  ont été ajustées indépendamment. Un exemple d'enveloppe synthétique donnée par l'Eq. (2.10) superposé aux enveloppes des données brutes du Nord-Est de la France est illustré en Fig. 2.4.

Après avoir corrigé les paramètres d'atténuation par ce modèle empirique d'atténuation et les effets de site par une approche de normalisation de la coda, il a été montré que les amplitudes des codas étaient liées à une échelle de magnitude  $M_{coda}$ . Cette échelle a été ensuite calibrée à  $M_w$  par une régression linéaire sur l'ensemble des magnitudes  $M_w$  des événements de référence. L'utilisation des ondes de coda permet également d'utiliser des enregistrements analogiques saturés, où les arrivées directes ne peuvent pas être exploitées. En outre, les amplitudes des ondes de coda dans le domaine temporel se sont avérées stables, ce qui a permis à [Denieul et al. \(2015\)](#) d'évaluer les magnitudes avec un réseau de stations épars. Cette approche a été utilisée pour revisiter et homogénéiser  $M_w$  pour les plus grands séismes enregistrés entre 1962 et 2009 ( $M_L \geq 4$ ) du catalogue français des séismes SI-Hex ([Cara et al., 2015](#)). Néanmoins, le modèle empirique (Eq. 2.10) repose sur une hypothèse quelque peu ad-hoc sur la décroissance de la coda et la magnitude déterminée doit être calibrée sur des échelles de magnitude existantes.



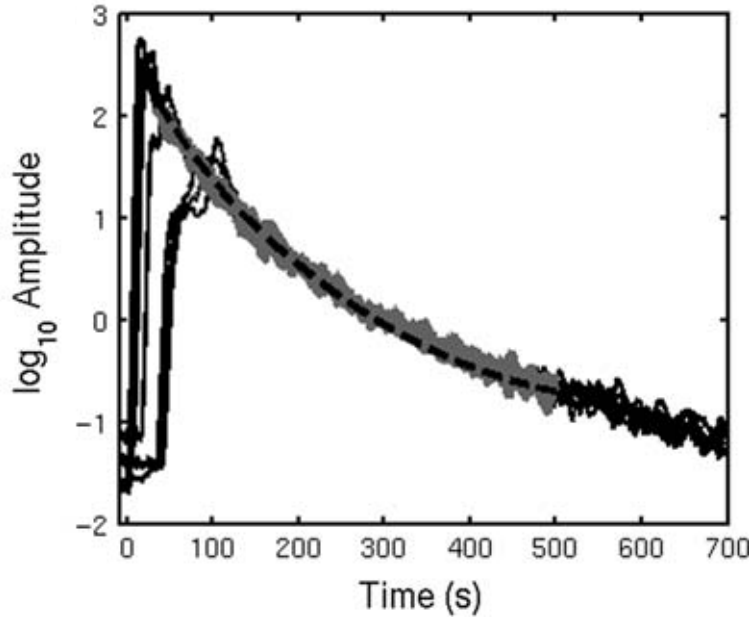


FIGURE 2.4 – Exemple de modèle quadratique exponentiel de la forme  $W_0 t^{-\gamma} \exp(-(\beta_1 t + \beta_2 t^2))$  (lignes noires discontinues) sur des enveloppes de coda des ondes  $S$  des données brutes du Nord-Est de la France (d’après [Denieul et al. \(2015\)](#)).

Jusqu’à présent, toutes les approches basées sur une modélisation de la coda présentées ici sont empiriques et reposent souvent sur des hypothèses ad-hoc, qui ne sont pas toujours vérifiées ou qui nécessitent des corrections empiriques pour être appliquées sur les données. Pour se passer de ces hypothèses, des approches physiques pour modéliser la propagation des ondes ont été développées. Une de ces approches est développée dans la section suivante.

## 2.4 Approches basées sur une modélisation physique de l’ensemble de l’enveloppe énergétique

[Sens-Schönfelder & Wegler \(2006b\)](#) ont déterminé les propriétés d’atténuation (scattering et absorption intrinsèque) et les magnitudes  $M_w$  des principaux séismes en Allemagne à partir d’une modélisation physique de l’enveloppe énergétique complète des ondes  $S$ . Adoptant une approche basée sur la théorie du transfert radiatif (avec l’hypothèse de l’approximation acoustique), [Sens-Schönfelder & Wegler \(2006b\)](#) ont modélisé l’enveloppe énergétique des ondes  $S$   $E_{mod}^{ij}(f, t, r_{ij})$  à la fréquence  $f$  pour un séisme  $i$  enregistré à une

station  $j$  comme :

$$E_{mod}^{ij}(f, t, r_{ij}) = S_i R_j G(t, r_{ij}, g_0) e^{-bt}, \quad (2.11)$$

où  $S_i$  et  $R_j$  sont respectivement le terme de source et le terme de site,  $G(t, r_{ij}, g_0)$  est la fonction de Green de l'enveloppe énergétique qui dépend du temps depuis l'origine du séisme  $t$  et de la distance épacentrale  $r_{ij}$ .  $g_0$  est le paramètre quantifiant le scattering ( $g_0 = \omega Q_{Sc}^{-1} / \beta_0$ ).  $b$  est le paramètre d'absorption intrinsèque ( $b = \omega Q_I^{-1}$ ).  $G(t, r_{ij}, g_0)$  est modélisée par la formule de Paasschens (1997), qui fournit une approximation analytique de la fonction de Green de l'équation de transfert radiatif isotrope dans un demi-espace en 3-D. Sur la base de l'Eq. (2.11), Sens-Schönfelder & Wegler (2006b) effectuent une inversion généralisée pour estimer simultanément  $g_0$ ,  $b$  et le produit  $S_i R_j$ . Les contributions des sources et des effets de site sont séparées après, en supposant que la moyenne de  $\log(S_i R_j)$  sur toutes les stations est égale à  $\log(S_i)$ .

Un exemple du modèle le mieux ajusté  $E_{mod}^{ij}(f, t, r_{ij})$ , superposé aux enveloppes de données, est illustré à la Fig. 2.5, montrant que leur modèle explique raisonnablement bien les enveloppes de données dans les fenêtres temporelles sélectionnées (ondes  $S$  directes et coda des ondes  $S$ ). Cette étude montre que la modélisation physique des enveloppes énergétiques est une alternative viable aux approches empiriques. Il s'agit d'une approche prometteuse pour déterminer les paramètres de source et de propagation, sans hypothèse ad-hoc sur la forme des enveloppes des sismogrammes. La méthode d'inversion a ensuite été améliorée et optimisée par Eulenfeld & Wegler (2016), tout en restant dans l'approximation acoustique.

Bien que très intéressantes, les études mentionnées dans la Section 2.4 reposent sur des hypothèses et des simplifications de la physique qui ne permettent pas d'exploiter des portions utiles du signal (arrivées et coda des ondes  $P$ , début de la coda des arrivées  $Lg...$ ).

L'approche utilisée par Sens-Schönfelder & Wegler (2006b) et Eulenfeld & Wegler (2016) est limitée par une approximation acoustique du transport d'énergie, qui néglige le couplage avec les ondes  $P$  et les effets liés à la polarisation des ondes  $S$ . L'hypothèse d'une source isotrope ajoute des incertitudes aux amplitudes des arrivées directes modélisées qui sont nécessaires pour estimer le coefficient de scattering  $g_0$ . De plus, toute stratification de vitesse ou d'atténuation a été négligée dans leur modèle. En fait, la présence d'un contraste de vitesse, tel que le Moho, influence grandement l'amplitude et la forme de la coda (e.g. Margerin et al., 1998). Certaines caractéristiques du signal (décroissance de la coda, élargissement et développement de la phase  $Lg$ ) sont difficiles à expliquer dans un milieu non stratifié. La présence d'un manteau faiblement diffusant sous la croûte

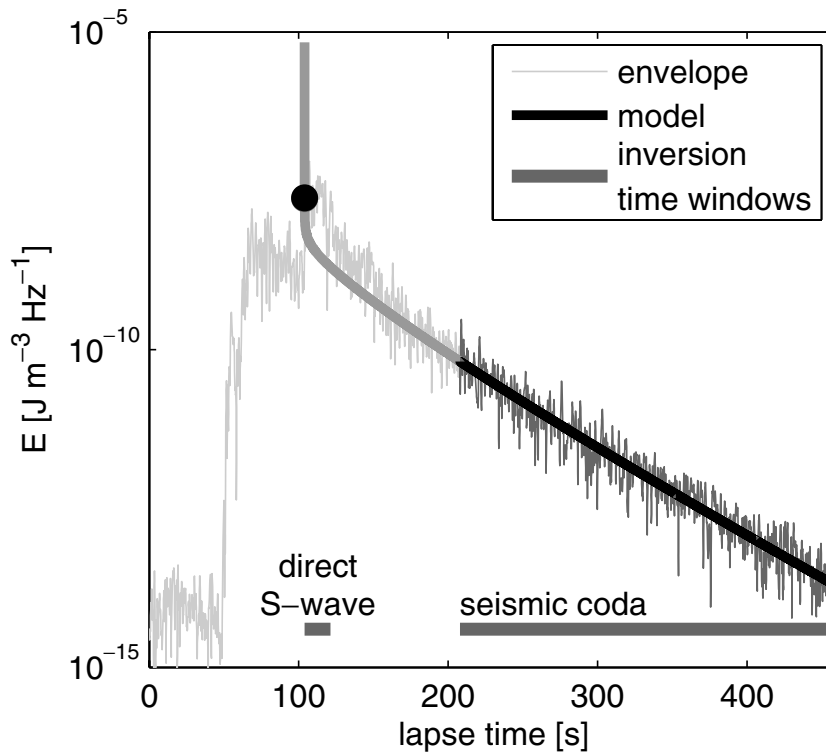


FIGURE 2.5 – Exemple d’enveloppes synthétiques obtenues par le modèle de Paasschens (ligne noire épaisse) sur l’enveloppe énergétique des données (lignes fines). Les fenêtres de temps correspondant à l’arrivée des ondes  $S$  directes et la partie de la coda inversée sont représentées par des lignes épaisses horizontales (d’après [Sens-Schönfelder & Wegler \(2006b\)](#)).

est responsable de l’effet de fuite (ou « leakage »). En effet, l’énergie sismique transmise dans le manteau a une faible probabilité de retourner vers la croûte, conduisant à une décroissance de l’énergie crustale qui est indépendante de l’absorption intrinsèque. Les effets de fuite augmentent significativement le taux de décroissance de la coda ([Margerin et al., 1998, 1999](#)). En conséquence, la négligence d’une telle stratification peut conduire à une surestimation de l’absorption intrinsèque ([Margerin et al., 1999](#)).

## 2.5 Apports de notre travail sur l’estimation des magnitudes

En raison des limitations discutées dans la section précédente, une modélisation correcte de l’atténuation dans un modèle réaliste de la lithosphère apparaît donc essentielle pour évaluer correctement les paramètres de la source pour les petits séismes à haute fré-

quence. Cela implique en particulier de modéliser des variations régionales du scattering et de l'absorption intrinsèque. Pour surmonter les limitations identifiées précédemment, une modélisation de l'enveloppe énergétique complète doit être effectuée dans un modèle réaliste de la Terre, en tenant compte de la stratification des vitesses, de la radiation de l'énergie à la source et d'une description complète de la polarisation des ondes ( $P$ ,  $SV$  et  $SH$  et déphasages entre les ondes  $SV$  et  $SH$ ).

Dans ce travail, nous développerons un modèle de propagation de l'énergie basé sur la théorie du transfert radiatif. Cette approche nous permet de construire des enveloppes énergétiques de l'ensemble du signal sismique régional, en incluant les trains d'ondes  $P$  et  $S$  directes, ainsi que leur coda respective, qui peuvent être confrontées aux observations. Cet outil de modélisation, par la suite appliqué aux données sismiques dans le but d'inverser les magnitudes, inclut des améliorations significatives par rapport aux approches précédemment développées. La prise en compte d'une stratification de vitesse et de scattering (croûte inhomogène sur un manteau homogène) permettra de simuler le phénomène de « leakage » ainsi que les phases crustales  $Lg$ . Un mécanisme de source réaliste sera simulé (en l'occurrence la solution du double-couple, qui nous indique la distribution azimutale de l'énergie radiée par un glissement ponctuel d'une faille quelconque). En incluant la polarisation des ondes, nous prendrons en compte le couplage entre les ondes  $P$  et  $S$  à chaque événement de diffusion et entre les ondes  $P$  et  $SV$  aux interfaces de la croûte (supposées horizontales). Cette tâche est grandement facilitée par l'adoption de la méthode de Monte-Carlo, qui est particulièrement adaptée à la résolution des équations de transfert radiatif.

Dans le chapitre suivant, nous introduirons le milieu hétérogène, puis développerons la théorie du transfert radiatif pour des ondes élastiques et expliquerons la procédure de Monte-Carlo. La stratification du milieu, demandant un traitement particulier aux interfaces, sera discutée dans le chapitre 4.

## Chapitre 3

# Propagation des ondes élastiques dans un milieu inhomogène, transfert radiatif et simulations de Monte-Carlo

Il est essentiel de pouvoir correctement modéliser l'atténuation des ondes sismiques (scattering et absorption intrinsèque) pour pouvoir extraire les paramètres de source, dont la magnitude, de manière convenable. Pour modéliser l'atténuation des ondes sismiques, des théories, basées sur la diffusion simple, la multi-diffusion ou l'approximation de diffusion ont vu le jour. Ici, nous supposons que la propagation des ondes sismiques est impactée par des hétérogénéités de petite taille (de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde  $\lambda$ ), modélisées par des fluctuations aléatoires des vitesses des ondes sismiques et de la densité, et que la direction de propagation d'une onde émise à la source peut être changée une ou plusieurs fois avant d'arriver au récepteur. Dans ce cas, on parle de multi-diffusion des ondes sismiques. Pour décrire la propagation de ces ondes, la théorie du transfert radiatif a été développée.

Ce chapitre est divisé en plusieurs étapes. Tout d'abord, nous discuterons de la théorie de la multi-diffusion en milieu inhomogène. Les grandeurs caractéristiques du milieu et les régimes de propagation y sont présentés. Nous introduirons et expliquerons la théorie du transfert radiatif pour des ondes élastiques avec une description complète de la polarisation, ses approximations et les principes qui en découlent (équipartition, dépolarisation et normalisation de la coda). Ensuite, nous expliquerons les étapes de la méthode de Monte-Carlo, largement utilisée afin de résoudre numériquement les équations de trans-

fert radiatif. La suite du chapitre est consacrée à la discussion sur les mécanismes de décroissance de la coda et nous verrons qu'un autre phénomène en dehors du scattering et de l'absorption intrinsèque, lié à la stratification du milieu, a un impact significatif sur l'évolution de la coda. Enfin, nous résumerons différentes approches pour pouvoir séparer scattering et absorption intrinsèque à partir de la décroissance de la coda sismique. Cette revue bibliographique appuie l'intérêt d'utiliser une approche de type Monte-Carlo dans un modèle de Terre réaliste pour simuler de manière la plus précise possible la répartition spatio-temporelle de l'énergie sismique dans la croûte, pour bien extraire le terme d'atténuation du mouvement du sol et de mieux estimer les paramètres de source.

## 3.1 Description du milieu hétérogène

La propagation des ondes sismiques de hautes fréquences est largement influencée par les hétérogénéités de petites échelles (allant du mètre à quelques kilomètres) de la Terre (Sato et al., 2012; Sato, 2019). Ces hétérogénéités ont un impact significatif sur la forme du signal sismique : celles-ci entraînent une décroissance exponentielle de l'amplitude des ondes balistiques (ou ondes directes) et le développement de la coda sismique, composée d'ondes multi-diffusées (ou diffusées plusieurs fois) par les hétérogénéités du milieu (Aki, 1969; Aki & Chouet, 1975). Dans cette section, nous allons brièvement présenter les paramètres de base utilisés pour décrire de manière quantitative un milieu de propagation inhomogène. Ces paramètres entreront dans la formulation des équations de transport (ou équations de transfert radiatif) qui constituent la base de la simulation de la coda sismique. Dans cette partie, nous n'introduirons pas encore le traitement des interfaces du milieu, mais ceci sera discuté dans le chapitre 4.

### 3.1.1 Milieu aléatoire à fluctuations continues

Pour modéliser le processus de diffusion multiple, nous construisons tout d'abord un milieu hétérogène aléatoire où les vitesses des ondes  $P$ ,  $S$  et la densité fluctuent autour des valeurs moyennes  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  et  $\rho_0$ . La Fig. 3.1 représente schématiquement le milieu aléatoire décrit ici. Pour un point de l'espace  $\mathbf{x}$ , les fluctuations de vitesse et de densité seront notées  $\delta\alpha(\mathbf{x})$ ,  $\delta\beta(\mathbf{x})$  et  $\delta\rho(\mathbf{x})$ . Nous supposons que, en tout point de l'espace, les fluctuations sont continues et que les valeurs de  $\delta\alpha(\mathbf{x})$ ,  $\delta\beta(\mathbf{x})$  et  $\delta\rho(\mathbf{x})$  sont proportionnelles entre elles et reliées par la loi de Birch (Birch, 1960, 1961) :

$$\frac{\delta\alpha(\mathbf{x})}{\alpha_0} = \frac{\delta\beta(\mathbf{x})}{\beta_0} = \frac{1}{\nu} \frac{\delta\rho(\mathbf{x})}{\rho_0} = \xi(\mathbf{x}), \quad (3.1)$$

où le paramètre  $\nu$  est fixé à 0.8, comme suggéré pour les roches lithosphériques (Sato, 1984). Nous notons  $\xi(\mathbf{x})$  la fluctuation relative de vitesse au point de l'espace  $\mathbf{x}$ . La moyenne des fluctuations aléatoires, notée entre crochets  $\langle \xi(\mathbf{x}) \rangle$  vaut 0. Les fluctuations

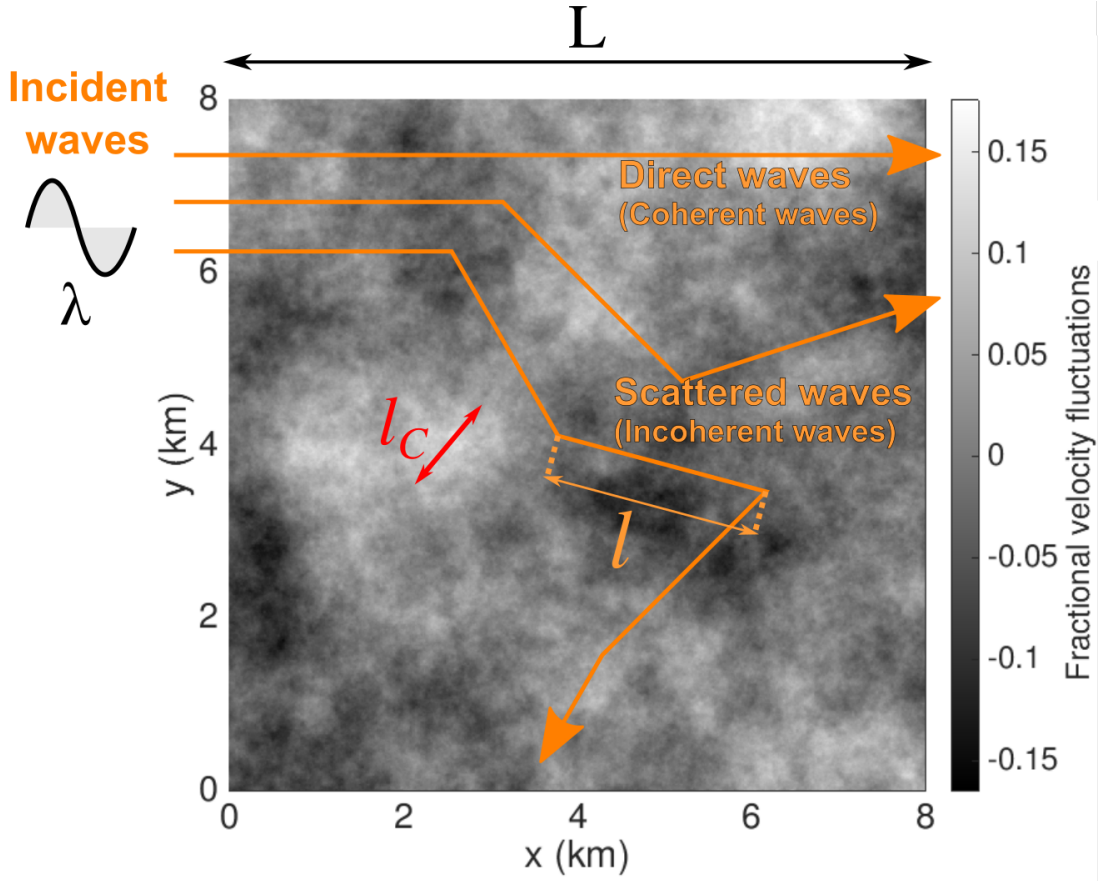


FIGURE 3.1 – Représentation du milieu hétérogène avec une ACF exponentielle ( $\kappa = 0.5$ ), une longueur de corrélation de  $l_c = 1$  km et une intensité de fluctuations de  $\epsilon = 5\%$ . Les ondes cohérentes et incohérentes et les longueurs utilisées sont schématisées.

aléatoires peuvent être caractérisées par une fonction d'autocorrélation (ACF), notée  $R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ , qui quantifie la ressemblance entre deux points du milieu  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$  séparés d'une distance  $r = \|\mathbf{y}\|$ . Pour un milieu isotrope et stationnaire, c'est-à-dire avec  $R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  indépendante des coordonnées  $\mathbf{x}$ , l'ACF, dont nous pouvons simplifier son écriture en  $R(r)$ , s'écrit de la manière suivante :

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = R(r) = \langle \xi(\mathbf{x})\xi(\mathbf{x} + \mathbf{y}) \rangle, \quad (3.2)$$

où les crochets dénotent la moyenne d'ensemble. Nous introduisons l'amplitude des fluctuations  $\epsilon$ , qui quantifie le niveau moyen de fluctuations (ou l'intensité des fluctuations),

défini par  $\epsilon^2 = \langle \xi(\mathbf{x})^2 \rangle$ . Nous notons  $l_c$  la longueur de corrélation, qui quantifie l'échelle de longueur des hétérogénéités. Nous introduisons aussi le spectre de puissance (abrégé PSDF dans la littérature), notée  $P$ , qui est la transformée de Fourier spatiale de l'ACF. Deux types d'ACF sont couramment utilisées dans la littérature scientifique pour décrire le milieu aléatoire.

(1) l'ACF gaussienne, où :

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = R(r) = \epsilon^2 \exp(-r^2/l_c^2), \quad (3.3)$$

avec sa PSDF correspondante, valable pour un milieu multi-diffusant en 3-D :

$$P(\mathbf{m}) = P(m) = \epsilon^2 \sqrt{\pi^3} l_c^3 \exp(-m^2 l_c^2/4). \quad (3.4)$$

où  $\mathbf{m}$  est le vecteur d'onde des fluctuations et  $m = \|\mathbf{m}\|$ . L'ACF gaussienne décrit une seule échelle de longueur des hétérogénéités, puisque la fonction correspondante  $R(r)$  décroît très rapidement avec la distance  $r$ . Par conséquent, les fluctuations du milieu gaussien apparaissent « lisses ».

(2) l'ACF de Von Karman, où :

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = R(r) = \frac{\epsilon^2 2^{1-\kappa}}{\Gamma(\kappa)} \left(\frac{r}{l_c}\right)^\kappa K_\kappa\left(\frac{r}{l_c}\right), \quad (3.5)$$

où  $\kappa$ , qui contrôle la décroissance de l'ACF en fonction de  $r$ , est le paramètre de Hurst. Ce paramètre est positif.  $\Gamma(\kappa)$  est la fonction gamma et  $K_\kappa$  est la fonction de Bessel modifiée d'ordre  $\kappa$ . En 3-D, la PSDF correspondante s'écrit :

$$P(\mathbf{m}) = P(m) = \frac{8\pi^{3/2}\Gamma(\kappa + 1/2)\epsilon^2 l_c^3}{\Gamma(\kappa)(1 + l_c^2 m^2)^{\kappa+1/2}}. \quad (3.6)$$

Pour de grands nombres d'ondes ( $l_c m \gg 1$ ), nous remarquons que la pente de la PSDF de Von Karman suit une loi de puissance (avec le paramètre  $\kappa$  contrôlant cette pente) et que cette PSDF converge moins vite vers 0 que la PSDF gaussienne. Ceci implique que, contrairement à l'ACF gaussienne, l'ACF de Von Karman permet de décrire les hétérogénéités sur une large gamme d'échelle dont la plus prépondérante est  $l_c$ . Nous remarquons aussi que plus  $\kappa$  est faible, moins la pente de la PSDF est forte, et donc plus le milieu contient d'hétérogénéités de tailles différentes. Dans ce cas, le milieu apparaît comme « rugueux » (Sato et al., 2012, p. 22).

Dans le cas où  $\kappa = 0.5$ , on parle d'ACF exponentielle, puisque la fonction d'autocor-



relation du milieu décroît exponentiellement avec  $r$ . Dans ce cas, l'ACF se simplifie de la manière suivante :

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = R(r) = \epsilon^2 \exp(-r/l_c), \quad (3.7)$$

avec comme PSDF correspondante dans un milieu en 3-D :

$$P(\mathbf{m}) = P(m) = \frac{8\pi\epsilon^2 l_c^3}{(1 + l_c^2 m^2)^2}. \quad (3.8)$$

Sur Terre, l'ACF de Van Karman semble être la plus appropriée pour décrire les hétérogénéités (Sato et al. (2012, p.27); Bean et al. (1999); Shiomi et al. (1997)). En effet, des mesures de spectres d'hétérogénéités réalisées en laboratoire et en forage ont montré les hétérogénéités du milieu sont d'une large gamme d'échelles. Cependant,  $l_c$  et  $\kappa$  sont très souvent non-résolvables à partir des données sismiques et sont sujets à d'important trade-offs. D'après Bean et al. (1999), la résolution de la longueur de corrélation nécessiterait des données sismiques sur une largeur de bande infinie, ce qui est bien sûr irréalisable en pratique.

Dans notre travail, nous employons une ACF exponentielle. Cette ACF dépend de seulement 2 paramètres : l'amplitude des fluctuations  $\epsilon$  et la longueur de corrélation  $l_c$  dont nous avons parlé plus haut (voir Sato et al. (2012, p. 23)). Toutefois, pour décrire la propagation des ondes dans le milieu multi-diffusant et écrire l'équation de transfert radiatif, nous aurons besoin d'introduire d'autres grandeurs, construites à l'aide de  $\epsilon$  et de  $l_c$ . Ces grandeurs sont introduites dans la sous-partie suivante.

### 3.1.2 Libres parcours moyens

Dans notre approche de modèle de transport, la puissance des hétérogénéités peut être quantifiée de manière appropriée par le libre parcours moyen  $l$  qui représente la distance moyenne entre deux événements de diffusion (voir Fig. 3.1). De manière équivalente, le libre parcours moyen peut être défini comme la longueur d'échelle caractéristique de l'atténuation de l'onde cohérente suite à la diffusion par les hétérogénéités du milieu aléatoire. Nous rappelons que l'onde cohérente correspond à l'onde directe n'ayant pas subi de diffusion. L'onde cohérente est transformée en onde incohérente par scattering, qui correspond aux ondes diffusées une ou plusieurs fois (voir Fig. 3.1). La quantité  $l$  est une fonction de l'intensité des fluctuations  $\epsilon^2$ , de la longueur de corrélation  $l_c$  et de la fréquence (circulaire) des ondes sismiques  $\omega = 2\pi f$ . Dans le cas des ondes élastiques, on distingue les libres parcours moyens  $l_P$  et  $l_S$  pour les ondes  $P$  et les ondes  $S$ . Les libres parcours-moyens peuvent être retrouvés grâce aux coefficients de scattering (différentiels)

$g_{PP}(\Theta, \Phi)$ ,  $g_{PS}(\Theta, \Phi)$ ,  $g_{SP}(\Theta, \Phi)$  et  $g_{SS}(\Theta, \Phi)$ , qui sont définis comme le rapport entre l'énergie diffusée dans la direction  $(\Theta, \Phi)$  par unité d'angle solide par unité de temps et l'énergie incidente par unité de surface par unité de temps par unité de volume de diffusion. Les relations sont les suivantes :

$$\begin{aligned} 1/l_P = g_0^P &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} (g^{PP}(\Theta, \Phi) + g^{PS}(\Theta, \Phi)) \sin \Theta d\Theta d\Phi \\ 1/l_S = g_0^S &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} (g^{SP}(\Theta, \Phi) + g^{SS}(\Theta, \Phi)) \sin \Theta d\Theta d\Phi. \end{aligned} \quad (3.9)$$

où  $g_0^P$  et  $g_0^S$  sont les coefficients de scattering totaux. Les expressions des coefficients de scattering  $g_{PP}(\Theta, \Phi)$ ,  $g_{PS}(\Theta, \Phi)$ ,  $g_{SP}(\Theta, \Phi)$  et  $g_{SS}(\Theta, \Phi)$  consistant avec notre problème sont détaillées dans (Sato et al., 2012, p. 145-146) et dans la Section 4.3.

Il est important de souligner que le diagramme de diffusion n'est jamais isotrope dans les milieux élastiques. Cette propriété a des effets profonds sur le transport global de l'énergie dans le milieu hétérogène et nécessite l'introduction d'une autre longueur caractéristique appelée le libre parcours moyen de transport  $l^*$ , qui peut être défini de la manière suivante :

$$l^* = \frac{l}{1 - \langle \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{p}}'' \rangle} = \frac{l}{1 - \langle \cos \Theta \rangle}, \quad (3.10)$$

où  $\hat{\mathbf{p}}$  et  $\hat{\mathbf{p}}''$  sont respectivement les directions des ondes incidentes et diffusées par scattering. Ici, les crochets désignent la moyenne angulaire.  $\Theta$  est l'angle de scattering, c'est-à-dire l'angle entre les directions  $\hat{\mathbf{p}}$  et  $\hat{\mathbf{p}}''$ . La quantité  $l^*$ , schématisée dans la Fig. 3.2, peut être interprétée comme la distance moyenne sur laquelle une onde cohérente perd la « mémoire » de sa direction initiale de propagation à la suite de multiples événements de diffusion non isotropes. Le rapport entre  $l^*$  et  $l$  dépend de manière critique du mécanisme de diffusion avec  $l^*/l < 1$  pour une diffusion préférentiellement vers l'arrière (puisque  $\langle \cos \Theta \rangle < 0$ ) et  $l^*/l > 1$  pour une diffusion préférentiellement vers l'avant (puisque  $\langle \cos \Theta \rangle > 0$ ). En pratique, plus la taille des hétérogénéités est grande par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$  c'est-à-dire que  $kl_c$  augmente (avec  $k = 2\pi/\lambda$ ), plus la diffusion vers l'avant est prononcée. Une explication visuelle du libre parcours moyen de transport est donnée à la Fig. 3.2. Dans le cas des ondes élastiques, les libres parcours moyens de transport  $l_P^*$  et  $l_S^*$  des ondes  $P$  et  $S$  ont été déterminés analytiquement par Turner (1998).  $l_P^*$  et  $l_S^*$  peuvent

s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{aligned} l_P^* &= \frac{g_0^S - g_0^{SS^*} + g_0^{PS^*}}{(g_0^S - g_0^{SS^*})(g_0^P - g_0^{PP^*}) - g_0^{SP^*}g_0^{PS^*}} \\ l_S^* &= \frac{g_0^P - g_0^{PP^*} + g_0^{SP^*}}{(g_0^S - g_0^{SS^*})(g_0^P - g_0^{PP^*}) - g_0^{SP^*}g_0^{PS^*}}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

avec

$$g_0^{MN^*} = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} g^{MN}(\Theta, \Phi) \cos \Theta \sin \Theta d\theta d\Phi. \quad (3.12)$$

avec  $M, N$  correspondant à  $P, S$ .

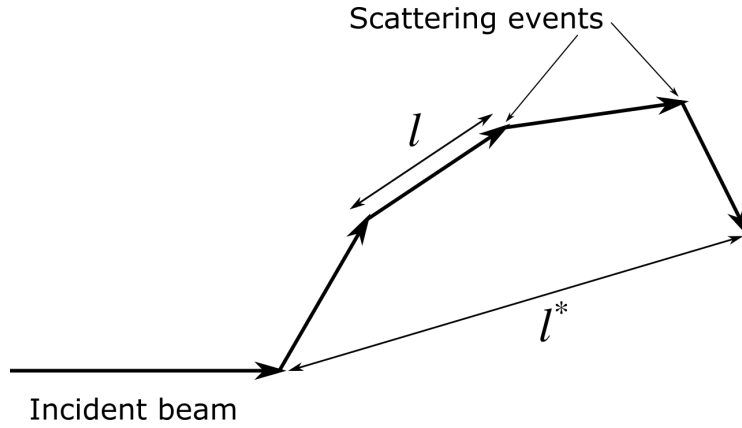


FIGURE 3.2 – Représentation schématique de la relation entre le libre-parcours moyen de transport  $l^*$  et le libre-parcours moyen  $l$ .

La croûte terrestre n'est pas parfaitement élastique. Nous supposons donc que l'énergie transportée par une onde sismique diminue exponentiellement lors de sa propagation dans le milieu, de manière irréversible. L'énergie du champ d'onde  $E$  peut être décrite phénoménologiquement par la longueur d'absorption  $l^a$  et peut se mettre sous la forme suivante :

$$E = E_0 \exp(-L/l^a), \quad (3.13)$$

où  $E_0$  est l'énergie du champ d'onde initial et  $L$  la longueur parcourue par l'onde dans le milieu absorbant. La longueur d'échelle caractéristique de l'atténuation dépend à nouveau du mode de propagation et sera notée  $l_p^a$  et  $l_s^a$  pour les ondes  $P$  et  $S$ , respectivement.

Pour faire le lien avec la pratique sismologique, nous introduisons les facteurs de qualité pour le scattering  $Q_{S_c}^S$  et l'absorption intrinsèque  $Q_I^S$  des ondes  $S$  qui sont liés au libre parcours moyen de transport  $l_s^*$  et à la longueur d'absorption  $l_s^a$ , la fréquence  $f$  et la

vitesse des ondes  $S$   $\beta_0$  par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} Q_{S_c}^S &= \frac{2\pi f}{\beta_0} l_S^* \\ Q_I^S &= \frac{2\pi f}{\beta_0} l_S^a. \end{aligned} \tag{3.14}$$

La littérature scientifique définit très souvent  $Q_{S_c}^S$  à l'aide de  $l_S$  au lieu de  $l_S^*$ , ce qui correspond à l'atténuation du champ cohérent. Nous avons plutôt choisi de définir  $Q_{S_c}^S$  à l'aide de  $l_S^*$  parce que l'atténuation du champ cohérent est difficilement résolvable et que la forme de la coda dépend essentiellement de  $l_S^*$ . L'atténuation des ondes P est difficilement résolvable et est souvent fixée par rapport à l'atténuation des ondes S. Nous avons par exemple  $Q_I^P = 3\alpha_0^2/(4\beta_0^2)Q_I^S$  pour un milieu où l'absorption est uniquement causée par le cisaillement (e.g. [Shearer, 1999](#), p. 114). Nous trouvons également pratique de définir le temps libre moyen de diffusion et le temps d'absorption des ondes  $S$  comme  $\tau_S = l_S/\beta_0$  et  $\tau_S^a = l_S^a/\beta_0$ .

Les approches récentes, utilisant la théorie du transfert radiatif pour séparer le scattering de l'absorption intrinsèque dans la lithosphère ([Lacombe et al., 2003](#); [Sens-Schönfelder & Wegler, 2006b](#); [Przybilla et al., 2006](#); [Gaebler et al., 2015](#); [Eulenfeld & Wegler, 2016](#)), ont pu évaluer de manière satisfaisante  $l_S^*$  et  $l_S^a$ . Cependant, la longueur de corrélation est restée non résolvable ou peu résolvable dans tous les cas, ce qui a pour conséquence que  $l_S$  ne puisse pas être correctement déterminé. Pour pallier ce problème, le mécanisme de scattering ( $l_S^*/l_S$ ) est souvent imposé. Celui-ci a par exemple été supposé non-préférentiel pour [Lacombe et al. \(2003\)](#), [Sens-Schönfelder & Wegler \(2006b\)](#) et [Eulenfeld & Wegler \(2016\)](#). Toutefois, selon [Przybilla et al. \(2009\)](#), une longueur de corrélation très supérieure à la longueur d'onde (ou  $l_c k_S \gg 1$  avec  $k_S = \omega/\beta_0$ ) expliquerait le mieux les données. Ceci correspond à un mécanisme de scattering vers l'avant ( $l_S^*/l_S \gg 1$ ). Pour [Gaebler et al. \(2015\)](#), les résultats montrent que  $l_S$  est non-résolvable, mais indiquent que  $l_c k_S \gg 1$  et  $l_S^*/l_S \gg 1$ , sans pouvoir préciser l'ampleur de ces 2 dernières grandeurs. Selon [Calvet & Margerin \(2013\)](#), un scattering vers l'avant expliquerait le mieux les données à haute fréquence dans les Pyrénées ( $l_S^*/l_S \geq 5$  pour  $f \geq 6$  Hz).

### 3.1.3 3 régimes de propagation des ondes sismiques

En fonction de l'échelle de temps de la propagation des ondes sismiques, on distingue 3 régimes de propagation.

- (1) Le régime balistique se produit à très courte échelle de temps ( $t \ll \tau_S$ ), lorsque

les ondes sismiques se propagent directement entre la source et le récepteur sans être diffusées. Le champ d'ondes est exclusivement cohérent (ou balistique). Ce régime est bien compris en sismologie et peut être modélisé de manière pratique avec la théorie des rais.

(2) Dans le régime de diffusion simple ( $t \sim \tau_S$ ), les ondes interagissent faiblement avec le milieu, mais suffisamment pour être diffusées une seule fois en moyenne. Ces ondes diffusées une seule fois constituent le début de la coda sismique. Par exemple, dans le cadre de l'exploration pétrolière, des méthodes sismiques utilisent ces ondes pour localiser des interfaces géologiques, qui peuvent être vues comme un ensemble de diffuseurs. Les techniques de migration sont alors utilisées pour localiser ces diffuseurs.

(3) Le régime de diffusion multiple intervient lorsque  $t \gg \tau_S$ . Dans ce régime, les ondes cohérentes sont fortement atténuées et sont de plus en plus dominées par la partie incohérente du champ d'ondes à mesure que le temps augmente. En sismologie, les méthodes classiques parviennent difficilement à modéliser la propagation des ondes dans ce régime. C'est pour surmonter cette difficulté que des théories statistiques telles que le transfert radiatif ont été développées. Notons que, bien qu'elle soit généralement développée dans un contexte de diffusion multiple, la théorie du transfert radiatif, développée dans la section suivante, permet de modéliser les caractéristiques spatiales et temporelles des régimes de propagation allant de balistique à diffusif.

## 3.2 Théorie du transfert radiatif

En sismologie, diverses approches ont été développées pour modéliser la propagation des ondes dans les milieux hétérogènes. Des simulations de formes d'ondes complètes basées sur la méthode des différences finies (Frankel & Clayton, 1986; Przybilla et al., 2006) ou la méthode des éléments spectraux (Obermann et al., 2016; Leng et al., 2020) ont été menées à bien. En dépit de leur popularité, ces méthodes sont coûteuses en termes de calcul. À haute fréquence en particulier, la reproduction de tous les détails du champ d'onde (amplitude et phase) n'a souvent pas beaucoup d'intérêt alors que les enveloppes des sismogrammes sont considérées comme des observables clés. Dans ce cas, l'approche par la théorie du transfert radiatif (aussi appelée la théorie du transport) est une alternative intéressante aux calculs par « force brute » de la forme d'onde complète.

Les équations de transfert radiatif ont tout d'abord été développées dans le cadre de la propagation des ondes électromagnétiques se propageant dans des milieux multi-diffusants (Chandrasekhar, 1960) avant d'être transposées en sismologie par Wu (1985) dans le cas

d'ondes acoustiques, puis par [Weaver \(1990\)](#) et [Ryzhik et al. \(1996\)](#) dans le cas des ondes élastiques avec une description complète de la polarisation. Ces équations, développées dans le paragraphe suivant, sont valides lorsque  $\lambda \ll L$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde et  $L$  la distance de propagation des ondes,  $l_c \sim \lambda$ ,  $\epsilon \ll 1$  ([Papanicolaou et al., 1996](#)) et lorsque  $\lambda \ll l$ .

La quantité clé de la théorie du transport est l'intensité spécifique, notée  $I(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}})$ , qui mesure la quantité d'énergie  $dE$  pour une bande de fréquence  $d\omega$  en un point de l'espace  $\mathbf{r}$  circulant dans un angle solide  $d\Omega = d^2\hat{\mathbf{p}}$  autour d'une direction donnée de l'espace  $\hat{\mathbf{p}}$ , à un angle  $\theta$  par rapport à la normale à une surface  $dA$  (voir Fig. 3.3a). Dit autrement  $I(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}})$  s'écrit :

$$I(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}) = \frac{dE}{dAd\omega dt \cos \theta d\Omega}. \quad (3.15)$$

### 3.2.1 Transfert radiatif des ondes élastiques polarisées

Pour tenir compte de la polarisation des ondes, l'intensité spécifique est en fait représentée mathématiquement par un vecteur de Stokes à 5 dimensions  $\mathbf{I}(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}})$ . Les paramètres de Stokes contiennent toutes les informations sur l'état de polarisation des ondes se propageant dans la direction  $\hat{\mathbf{p}}$  en un point de l'espace  $\mathbf{r}$ . Le vecteur  $\mathbf{I}$  s'écrit comme suit :

$$\mathbf{I}(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}) = (I_P, I_S, Q, U, V)^T. \quad (3.16)$$

Dans l'Eq. (3.16),  $I_P$  et  $I_S$  sont définies comme les intensités totales des ondes  $P$  et des ondes  $S$  et  $Q$  comme la différence des intensités  $S$  mesurées le long des axes  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$ .  $U$  et  $V$  sont liés à l'intercorrélation entre les deux composantes du mouvement de l'onde  $S$ . On peut montrer que  $U$  est similaire à  $Q$  dans le sens où il mesure la différence d'intensité  $S$  le long de deux axes  $\mathbf{x}'$  et  $\mathbf{y}'$  qui peuvent être déduits de  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  par une rotation de 45 degrés. Enfin,  $V$  peut être défini comme la différence des intensités  $S$  circulaire gauche et circulaire droite. Nous référons à la Section 4.3.3 pour l'expression détaillée du vecteur de Stokes. Les quatre dernières composantes de  $\mathbf{I}$  sont analogues aux paramètres de Stokes des ondes électromagnétiques et nous renvoyons à [Chandrasekhar \(1960\)](#) pour un traitement approfondi.

D'après [Turner & Weaver \(1994\)](#) et [Margerin \(2005\)](#), l'équation de transfert radiatif des ondes élastiques polarisées peut s'écrire comme un système d'équations couplées pour

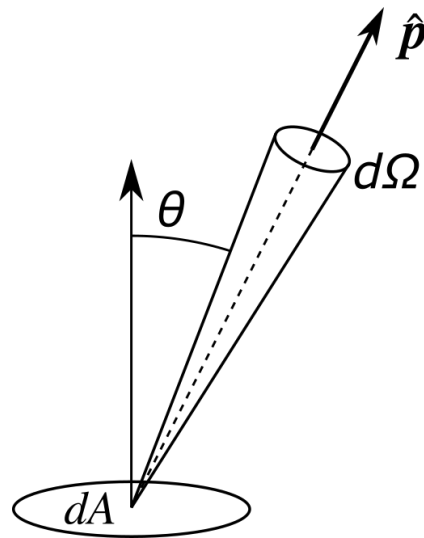
les 5 composantes de  $\mathbf{I}$ , de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \left( \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial}{\partial t} + \hat{\mathbf{p}} \cdot \nabla \right) \mathbf{I}(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}) = & - \left( \mathbf{l}^{-1} + \mathbf{l}^{\mathbf{a}-1} \right) \mathbf{I}(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}) \\ & + \mathbf{l}^{-1} \int_{4\pi} \mathcal{P}(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{p}}') \mathbf{I}(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}') d^2 \hat{\mathbf{p}}' + \mathcal{S}(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}), \end{aligned} \quad (3.17)$$

où le terme du côté gauche correspond à la variation spatio-temporelle de l'intensité spécifique suivie sur son parcours dans le milieu hétérogène. Ce terme est mathématiquement équivalent à la dérivée matérielle en mécanique classique des milieux continus. Le 1<sup>er</sup> terme du côté droit correspond à la décroissance de l'intensité spécifique incidente due à la fois à la diffusion et à l'absorption intrinsèque. Le second terme du côté droit correspond au gain d'intensité spécifique d'un faisceau se propageant à l'origine dans la direction  $\hat{\mathbf{p}}'$  et diffusé dans la direction  $\hat{\mathbf{p}}$ . Le dernier terme  $\mathcal{S}(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}})$  est le terme source, soit un séisme (double-couple) ou une explosion dans notre cas. Une représentation visuelle de l'équation de transfert radiatif est fournie à la Fig. 3.3b. Cette équation peut être vue comme un bilan énergétique pour l'énergie circulant dans la direction  $\hat{\mathbf{p}}$  à travers un petit volume  $dV$ . Dans le terme de gain,  $\mathcal{P}(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{p}}')$  est la matrice de Mueller qui transforme le vecteur de Stokes d'une onde incidente en vecteur de Stokes diffusé. Cette matrice décrit toutes les conversions de mode et les effets de polarisation dans la diffusion simple et celle-ci sera développée de manière approfondie dans la Section 4.3.4. La quantité  $\mathbf{C} = \text{diag}(\alpha_0, \beta_0, \beta_0, \beta_0, \beta_0)$  est la matrice des vitesses qui contient les vitesses moyennes  $\alpha_0$  et  $\beta_0$  des ondes  $P$  et  $S$ . Les matrices  $\mathbf{l} = \text{diag}(l_P, l_S, l_S, l_S, l_S)$  et  $\mathbf{l}^{\mathbf{a}} = \text{diag}(l_P^{\mathbf{a}}, l_S^{\mathbf{a}}, l_S^{\mathbf{a}}, l_S^{\mathbf{a}}, l_S^{\mathbf{a}})$  sont respectivement les matrices du libre parcours moyen et de la longueur d'absorption. Avec l'Eq. (3.17), on peut montrer que l'énergie totale est conservée.

L'équation de transfert radiatif est valable pour tous les régimes de diffusion allant de balistique à diffusif, mais il existe des approximations valables pour les régimes balistique, de diffusion simple ou de diffusion multiple à temps long. L'approximation de diffusion est développée ci-dessous.

(a)



(b)

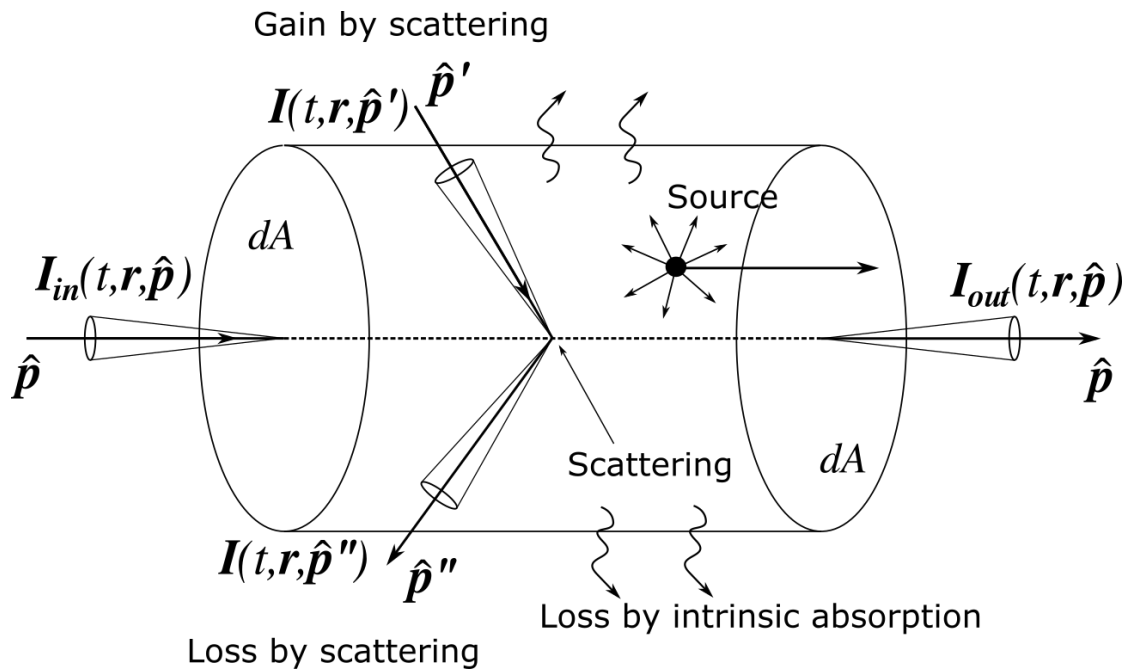


FIGURE 3.3 – (a) Illustration du concept de l'intensité spécifique, représentant la quantité d'énergie traversant un angle solide  $d\Omega = d^2\hat{p}$  autour d'une direction de l'espace  $\hat{p}$ , à un angle  $\theta$  avec la normale de la surface traversée  $dA$ . (b) Illustration de l'équation de transfert radiatif. La variation de l'intensité spécifique dans la direction  $\hat{p}$  est égale aux pertes engendrées par le scattering dans la direction  $\hat{p}''$  et l'absorption intrinsèque, plus les gains engendrés par le scattering de la direction  $\hat{p}'$  vers la direction  $\hat{p}$  et l'émission d'énergie à la source.



### 3.2.2 Approximations de l'équation de transfert radiatif, régime de diffusion

Dans le régime balistique ( $t \leq \tau_S$ ), on peut montrer que l'Eq. (3.17) peut être équivalente à l'équation de transport classique de la théorie des rais. À temps relativement courts ( $t \sim \tau_S$ ), l'Eq. (3.17) peut s'écrire comme une équation de diffusion simple.

Dans un milieu non limité, avec un temps de propagation long, c'est-à-dire après un grand nombre d'événements de diffusion, l'énergie tend à être également distribuée entre tous les modes de propagation et le champ d'ondes devient isotrope. Dans ce cas, le régime de propagation devient diffusif; ce régime étant la limite asymptotique du régime de diffusion multiple. l'Eq. (3.17) peut être approximée par une équation de diffusion des ondes élastiques pour la densité d'énergie  $E_D(\mathbf{r}, t) = \alpha_0^{-1} \int_{4\pi} I_P(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}) d^2\hat{\mathbf{p}} + \beta_0^{-1} \int_{4\pi} I_S(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}}) d^2\hat{\mathbf{p}}$  pour des ondes élastiques (Ryzhik et al., 1996). Cette équation s'écrit, pour une source unitaire et en l'absence d'absorption intrinsèque :

$$\frac{\partial E_D(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = D \nabla^2 E_D(\mathbf{r}, t), \quad (3.18)$$

où  $D$  est le coefficient de diffusivité des ondes élastiques. La solution de cette équation nous donne, dans un espace en 3 dimensions :

$$E_D(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\sqrt{\pi Dt})^3} \exp(-r^2/4Dt), \quad (3.19)$$

avec

$$D = \frac{1}{1 + 2\gamma_0^3} \left[ \frac{\alpha_0 l_P^*}{3} + 2\gamma_0^3 \frac{\beta_0 l_S^*}{3} \right] \quad (3.20)$$

(voir Turner (1998)). Avec l'Eq. (3.19), on peut montrer que l'énergie totale  $E_{tot} = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} E_D(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}$  est conservée. Une comparaison entre des enveloppes simulées à partir de la théorie du transfert radiatif pour des ondes élastiques polarisées (explosion dans un espace infini) et leurs approximations de diffusion correspondantes sont présentées en Fig. 3.4. Cette figure nous montre que l'Eq. (3.19) décrit bien l'évolution temporelle des enveloppes énergétiques à temps long, après environ 20 temps libres moyens  $\tau_S$  dans notre cas (ou après  $\sim 7$  temps libres moyens de transport  $\tau_S^*$ , sachant que  $\tau_S^* \approx 2.78\tau_S$  ici).

Une équation de diffusion généralisée a été développée par Trégourès & van Tiggelen (2002) dans le cadre des ondes élastiques. Cette équation de diffusion généralisée est un système d'équations de diffusion, permettant de suivre séparément l'évolution des énergies des ondes  $P$  et  $S$  dans des milieux très diffusants, tout en prenant en compte le couplage

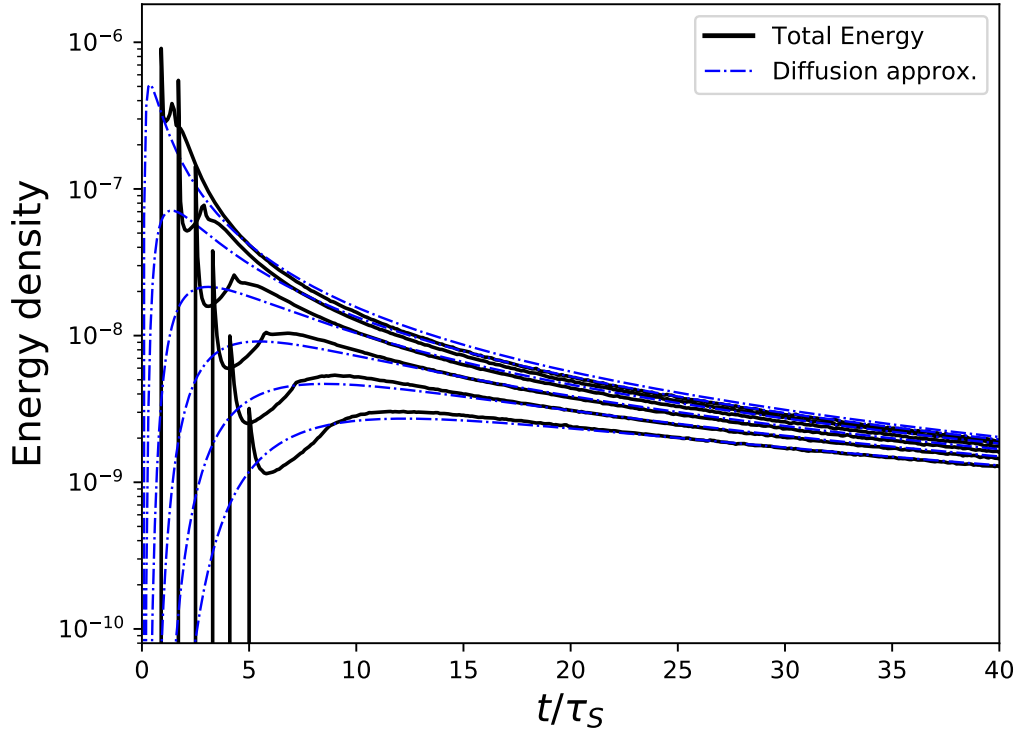


FIGURE 3.4 – Enveloppes générées par une explosion dans un milieu infini, simulées à l’aide de la méthode de Monte-Carlo, superposées par leur approximation de diffusion respective (Eq. 3.19). Les distances épacentrales des enveloppes varient de 50 à 300 km.  $\tau_S$  est fixé à 10 s et  $\tau_S^* \approx 2.78\tau_S$ . L’absorption intrinsèque est négligée.

des modes  $P$  et  $S$  par scattering. En résolvant ces équations, il a été montré que le ratio énergétique tend vers la valeur théorique d’équipartition ( $E_P/E_S = \beta^3/(2\alpha^2)$ ) (Weaver, 1990; Ryzhik et al., 1996)). Des formules analytiques ont été développées dans le cadre d’un milieu stratifié avec une couche multi-diffusante d’épaisseur  $H$  superposée sur 1/2-espace homogène (Margerin et al., 1998; Trégourès & van Tiggelen, 2002; Wegler, 2004, 2005). Cependant, ces formules sont seulement valables si le scattering de volume domine sur les effets des interfaces du milieu (ou si  $l^* < H$ ). De même, les équations de diffusion ne sont pas applicables dans le voisinage d’une interface où le contraste de scattering est élevé (Wegler, 2005). Cette zone d’inapplicabilité est appelée « couche limite » et son épaisseur est de l’ordre de  $l^*$ .

Dans leur domaine d’applicabilité (avec  $l^*$  très inférieur à l’épaisseur du milieu inhomogène et au domaine d’observation et en dehors de la « couche limite »), les équations de diffusion offrent une alternative intéressante aux équations de transfert radiatif, par leur

simplicité de résolution et la possibilité d’obtenir des solutions analytiques. Ces équations de diffusion ont été appliquées avec succès pour caractériser le scattering à partir d’enregistrement provenant de régions volcaniques (Wegler & Lühr, 2001; Wegler, 2004) ou de la croûte très diffusante de la Lune (Nakamura et al., 1977). Cependant, les équations de diffusion ne sont pas applicables dans la plupart des zones continentales puisque  $l^* > H$  dans la plupart des cas (Sato et al., 2012). Dans ce cas, l’alternative est d’utiliser les équations de transfert radiatif.

Le régime diffusif obéit à des principes fondamentaux de grande importance : équipartition, dépolarisation des ondes de cisaillement et normalisation de la coda (auquel nous avons déjà fait allusion dans le chapitre 2). Une explication détaillée de ces principes est donnée dans la sous-section suivante.

### 3.2.3 Principes découlant de la multidiffusion : équipartition et normalisation de la coda

#### 3.2.3.1 Principe de l’équipartition

Le principe d’équipartition stipule que, lorsqu’une onde incidente est diffusée à plusieurs reprises, toutes les directions de propagation deviennent équiprobables pour le champ d’ondes diffusées. Cela implique que l’énergie est distribuée de manière égale sur toutes les composantes des enregistrements sismiques (verticale, nord-sud et est-ouest). Autrement dit, le ratio énergétique entre les 2 composantes horizontales et la composante verticale ( $H^2/V^2$ ) doit tendre vers 1/2. De plus, d’autres ratios énergétiques tels que le rapport entre l’énergie de cisaillement et l’énergie de déformation en compression tendent vers des valeurs universelles, qui peuvent être facilement calculées dans un espace infini de diffusion multiple (Weaver, 1982, 1990; Ryzhik et al., 1996). À l’équipartition, les rapports entre les énergies des ondes  $P$  et  $S$  ( $E_P/E_S$ ) et entre les ondes  $SV$  et  $SH$  ( $E_{SV}/E_{SH}$ ) sont donnés par :

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E_P}{E_S} &= \frac{\beta_1^3}{2\alpha_1^3} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E_{SV}}{E_{SH}} &= 1. \end{aligned} \tag{3.21}$$

Nous soulignons que ces résultats, valables dans un espace infini, ne dépendent pas des paramètres de scattering, du type de source ou de la quantité d’énergie initialement libérée à la source. En ce sens, les rapports d’équipartition peuvent être considérés comme « universels ». L’Eq. (3.21.2) traduit mathématiquement le fait que les ondes  $S$  se dépolarisent à la suite du processus de diffusion multiple.

En pratique, de nombreuses études montrent qu’une stabilisation du rapport  $H^2/V^2$  (Souriau et al., 2011) et du rapport entre l’énergie de compression et l’énergie de cisaillement  $E_P/E_S$  (Campillo et al., 1999; Hennino et al., 2001; Margerin et al., 2009) peut être observée dans la coda sismique. Des illustrations de ces faits à l’aide de données provenant des Pyrénées et du Mexique sont présentées sur la Fig. 3.5. La Fig. 3.5a montre un exemple de forme d’onde et les enveloppes d’énergie correspondantes d’un séisme crustal local enregistré dans les Pyrénées. La stabilisation du rapport  $V^2/H^2$  (inverse du rapport  $H^2/V^2$ ) dans la coda est apparente dans ce graphique. La Fig. 3.5b montre un exemple de forme d’onde d’un séisme enregistré au Mexique avec les enveloppes énergétiques des ondes  $P$  et  $S$  correspondantes. Alors que de grandes fluctuations sont visibles dans les fenêtres temporelles du bruit et des ondes directes, le rapport énergétique  $E_S/E_P$  (inverse de  $E_P/E_S$ ) est remarquablement stable dans la coda, d’autant plus que l’énergie totale diminue d’un facteur supérieur à 1000. Les figures Fig. 3.5a et Fig. 3.5b suggèrent que, malgré son caractère asymptotique, l’équipartition est un concept clé pour l’interprétation des ondes de la coda. En particulier, la stabilisation des rapports d’énergie soutient fortement la pertinence des approches de diffusion multiple pour modéliser la coda, plutôt que des approximations ad-hoc de diffusion simple.

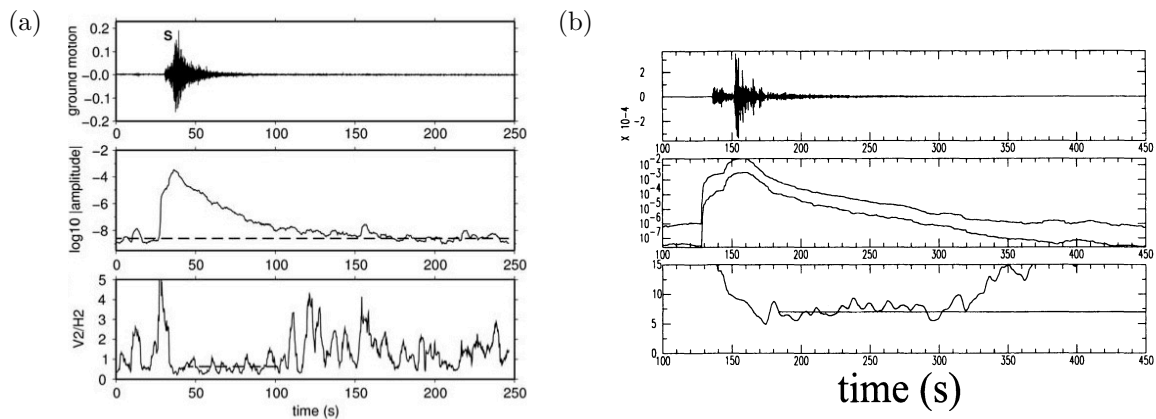


FIGURE 3.5 – (a) De haut en bas : exemple de signal sismique enregistré dans les Pyrénées, son enveloppe énergétique correspondante et le ratio  $V^2/H^2$  (de Souriau et al. (2011)). (b) De haut en bas : exemple de signal sismique enregistré au Mexique, son enveloppe énergétique correspondante et le ratio  $E_S/E_P$  (de Campillo et al. (1999)). Dans les deux cas, les moyennes des ratios stabilisés  $V^2/H^2$  et  $E_S/E_P$  sont représentées par des lignes continues noires.

Il est intéressant de noter que les études réalisées dans les Pyrénées et au Mexique révèlent également que les limites des rapports d’énergie  $H^2/V^2$  et  $E_P/E_S$  diffèrent de la valeur théorique de l’espace infini. Dans le cas du Mexique, cette divergence a été résolue

en incorporant les ondes de Rayleigh dans la formulation de l'équipartition (Hennino et al., 2001). D'autres facteurs peuvent affecter les rapports d'énergie asymptotiques. L'effet de l'absorption intrinsèque est particulièrement important pour les applications sismologiques (Margerin et al., 2001; Trégourès & van Tiggelen, 2002).

Le résultat clé est que, bien que les rapports de partition d'énergie se stabilisent dans la coda dans ce cas aussi, leur valeur asymptotique dépend de manière critique de l'albédo du milieu. Nous rappelons que l'albédo sismique est défini comme la contribution relative de l'atténuation par scattering par rapport l'atténuation totale ( $B = Q_{Sc}^{-1}/(Q_{Sc}^{-1} + Q_I^{-1})$ ). Si  $B < 0.5$ , l'atténuation par absorption domine sur le scattering, et inversement. Ces résultats indiquent qu'il y a une violation du principe d'équipartition dans le sens où la partition de l'énergie n'est plus universelle puisque celle-ci dépend des détails du processus de diffusion. Nous aurons l'occasion d'illustrer ce point par des exemples numériques.

### 3.2.3.2 Principe de normalisation de la coda

Le principe de normalisation de la coda décrit à la Section 2.2.1 est une autre conséquence essentielle du processus de diffusion multiple. Dans ce régime, l'équation de diffusion peut être appliquée de manière asymptotique pour décrire le transport de l'énergie totale. En conséquence de la loi de Fick (ou loi de Fourier), la multi-diffusion tend à effacer les gradients d'énergie. Cela implique notamment que l'énergie dans la coda devient indépendante de la distance épacentrale, du mécanisme au foyer et de la profondeur de la source (Aki & Chouet, 1975), comme le suppose le principe de normalisation de la coda. Cependant, des études antérieures ont montré que dans les milieux présentant une stratification de l'atténuation (Hoshiya, 1994) ou de la vitesse (Hoshiya, 1997; Yoshimoto, 2000), le principe de normalisation de la coda peut être limité lorsque l'on considère des sources à différentes profondeurs. Cela peut ne pas être un problème lorsque la zone sismogénique ne s'étend pas sur des couches ayant des propriétés d'atténuation très différentes. Dans la Section 4.8, nous décrirons un effet nouveau, et probablement plus gênant, lié au mécanisme de la source (explosion, double-couple). Dans le cas d'un milieu simple constitué d'une croûte inhomogène recouvrant un manteau transparent, nous montrerons que les explosions génèrent systématiquement des codas moins énergétiques que les séismes, en raison d'une fuite de l'énergie de la croûte vers le manteau facilitée pour les ondes  $P$ . Nous verrons que l'effet du mécanisme au foyer peut être extrêmement important, ce qui suggère qu'il faut être prudent lorsque l'on utilise des explosions comme événements de référence pour calibrer les magnitudes.

### 3.3 Méthode de monte-Carlo

Dans cette étude, nous résolvons numériquement l'équation de transfert radiatif des ondes polarisées (Eq. (3.17)) en utilisant la méthode de Monte-Carlo. Cette technique stochastique consiste à simuler un grand ensemble de trajectoires aléatoires dans le milieu inhomogène (Gusev & Abubakirov, 1987; Hoshiya, 1991; Margerin et al., 2000). Pour ce faire, l'énergie qui se propage est discrétisée en particules énergétiques, également appelées phonons (Shearer & Earle, 2004), qui portent le vecteur de Stokes  $I(t, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{p}})$ . Pour atténuer les fluctuations statistiques inhérentes à la méthode, des millions voire des milliards de trajectoires de phonons doivent être générées. Comme la simulation d'une trajectoire est extrêmement rapide et que le code est facilement parallélisable, cette méthode est extrêmement compétitive et peut bénéficier des infrastructures de calcul de haute performance modernes. La méthode de Monte-Carlo, illustrée à la Fig. 3.6, est divisée en 3 étapes que nous décrivons brièvement ci-dessous :

(1) Chaque phonon d'énergie unitaire est généré par une source ponctuelle. Différents types de sources peuvent être simulés ici, comme une explosion (source isotrope d'ondes  $P$ ) ou un séisme (solution du double-couple). La direction initiale et le mode de propagation sont tirés aléatoirement selon une loi de probabilité suivant le diagramme de radiation à la source.

(2) Chaque phonon effectue une « marche aléatoire », pendant laquelle la direction de propagation, le mode et l'état de polarisation changent lorsque des événements de diffusion se produisent dans le milieu ou aux interfaces. Lorsque le phonon est diffusé par scattering, son mode, puis sa direction de propagation sont à nouveau tirés aléatoirement, selon une loi de probabilité dépendant des coefficients de scattering  $g_{PP}(\Theta, \Phi)$ ,  $g_{PS}(\Theta, \Phi)$ ,  $g_{SP}(\Theta, \Phi)$  et  $g_{SS}(\Theta, \Phi)$ . La longueur de libre parcours entre deux diffusions est déterminée par une loi de probabilité exponentielle qui dépend des libres parcours moyens  $l_P$  et  $l_S$ . Au cours de cette étape, l'atténuation intrinsèque peut être prise en compte en faisant diminuer de manière exponentielle le poids du phonon qui se propage dans le milieu. Les interfaces du milieu font l'objet d'un traitement spécifique car celles-ci affectent de manière déterministe la direction de propagation, en respectant la loi de Snell-Descartes, mais aussi les longueurs de libre parcours lorsque des conversions de mode se produisent. Plus de détails techniques peuvent être trouvés dans la Section 4.3.4 à Section 4.3.6.

(3) La construction des enveloppes énergétiques est réalisée en contrôlant l'état complet de la particule (position, direction de propagation, état de polarisation, mode, poids) à intervalles de temps réguliers. À titre d'exemple, pour obtenir la densité d'énergie totale, il suffit de sommer les poids des phonons se trouvant dans un sous-volume du milieu

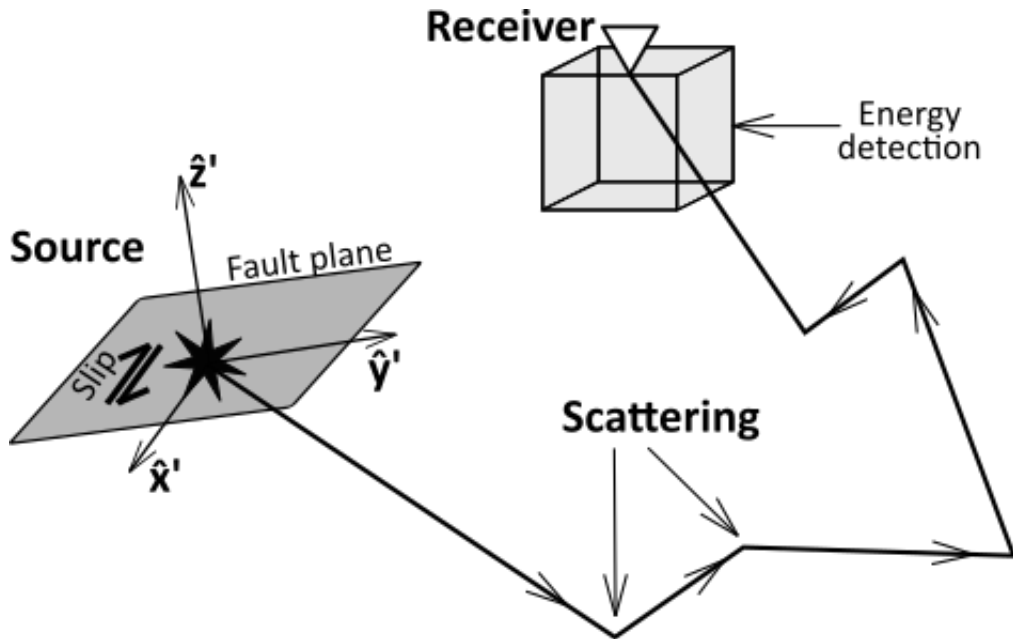


FIGURE 3.6 – Schéma de la simulation de Monte-Carlo. La marche aléatoire d’une particule, de la source au récepteur, est représentée par des lignes noires.

contenant le récepteur d’intérêt à chaque pas de temps. Les enveloppes sont finalement normalisées par le nombre total de phonons pour obtenir la réponse d’une source unitaire. Notons que l’algorithme nous permet d’évaluer statistiquement de nombreuses autres quantités telles que les rapports de partition d’énergie  $E_P/E_S$  et  $E_{SV}/E_{SH}$  ou la direction de propagation des ondes. De cette manière, nous obtenons une image détaillée du processus de transport d’énergie dans le milieu hétérogène étudié.

Dans l’espace infini 2-D et 3-D, [Przybilla et al. \(2006\)](#) et [Przybilla & Korn \(2008\)](#) ont montré que les résultats obtenus par la méthode Monte-Carlo sont cohérents avec les simulations par différences finies de champs d’ondes complets dans des milieux hétérogènes avec des propriétés statistiques spécifiques. [Margerin \(2017b\)](#) a introduit une méthode spectrale pour résoudre l’équation de transfert élastique dans l’espace 3-D infini et a montré un accord parfait avec la méthode de Monte-Carlo. L’avantage des méthodes indiquées ici est leur polyvalence, permettant de prendre en compte des structures d’atténuation de large échelle, différents types de sources et un modèle de vitesse variable. Néanmoins, la méthode de Monte-Carlo est la plus compétitive en ce qui concerne le temps de calcul. Comme nous nous intéressons pas à la forme d’onde complète du signal, la méthode de Monte-Carlo est la plus appropriée pour notre approche.

Avant d’appliquer notre approche pour modéliser les enveloppes énergétiques en fonction des paramètres de scattering et d’absorption intrinsèque, nous souhaiterions d’abord

étudier la décroissance de la coda sismique à temps court et long, puis de voir l'impact d'un modèle stratifié simple sur cette décroissance.

### 3.4 Décroissance de la coda sismique

Pour quantifier la décroissance de la coda sismique, le facteur de qualité de la coda  $Q_C$  a été introduit par [Aki & Chouet \(1975\)](#), en modélisant l'évolution temporelle de l'énergie de la coda  $E_{coda}(f, t)$  à la fréquence  $f$  de la manière suivante :

$$E_{coda}(f, t) = E_0(f)t^{-\alpha} \exp\left(\frac{-2\pi ft}{Q_C(f)}\right), \quad (3.22)$$

où  $-\alpha$  est l'exposant du terme d'« expansion géométrique » et  $E_0(f)$  une constante englobant le terme de source et de site. Dans l'approche de [Aki & Chouet \(1975\)](#),  $Q_C$  est généralement déterminé par régression linéaire du logarithme de l'enveloppe énergétique  $\log(E_{coda}(f, t))$  de la coda sur une fenêtre de temps fixe. Une opération de lissage de  $E_{coda}(f, t)$  et une correction du terme  $t^{-\alpha}$  sont préalablement nécessaires pour obtenir des résultats corrects. Le terme  $\alpha$  dépend du régime de propagation des ondes sismiques. Celui-ci est généralement fixé a priori. Le choix de  $\alpha = 2$  est adapté au régime de diffusion simple des ondes de volume (à temps court), tandis que  $\alpha = 3/2$  est adapté à l'approximation de diffusion des ondes de volume (à temps long). Le choix de  $\alpha = 1$  permet de prendre compte de la propagation des ondes de surface.

Généralement, la forme de la coda est supposée indépendante du terme de source et de site, ce qui fait que  $Q_C$  est uniquement dépendant de la propagation des ondes dans le milieu. Étant l'observable le plus évident de la coda sismique,  $Q_C$  semble être un paramètre idéal pour décrire l'atténuation des ondes sur Terre. Cependant, de nombreuses études ([Rautian & Khalturin, 1978](#); [Kosuga, 1992](#); [Carcolé & Sato, 2010](#); [Calvet & Margerin, 2013](#)) ont montré que le facteur de qualité de la coda  $Q_C$  n'est pas constant en fonction du temps. Dans la plupart des cas sur Terre,  $Q_C$  augmente progressivement en fonction du temps. Par le passé, cette augmentation a souvent été interprétée par une décroissance des propriétés d'atténuation avec la profondeur (e.g. [Rautian & Khalturin, 1978](#)), parce que les ondes « échantillonnent » de plus grandes profondeurs lorsque le temps dans la coda augmente. Cette dépendance temporelle de  $Q_C$  nous informe qu'il faut être prudent lors du choix de la fenêtre de temps pour étudier la décroissance de la coda sismique ou pour en extraire les paramètres d'atténuation. Cependant, la dépendance temporelle de  $Q_C$  n'est pas uniquement due à la géologie du milieu.



Bien que  $Q_C$  soit relativement simple à mesurer lorsque la fenêtre de temps est fixée (Aki & Chouet, 1975), son interprétation physique demeure sujette à discussion. En effet, le terme  $Q_C$  dépend sensiblement du modèle de propagation des ondes que l'on suppose (diffusion simple ou approximation de diffusion), où il existe un trade-off entre le terme  $\alpha$  introduit ci-dessus et  $Q_C$ . De même, le terme  $Q_C$  englobe l'atténuation par le scattering (quantifiée par le facteur de qualité pour le scattering  $Q_{Sc}$ ) et par l'absorption intrinsèque (quantifiée par le facteur de qualité pour l'absorption intrinsèque  $Q_I$ ). Les contributions de  $Q_{Sc}$  et de  $Q_I$  dépendent du temps écoulé dans la coda. Nous pouvons montrer qu'à temps court et l'approximation de diffusion simple que :

$$Q_C^{-1} = Q_{Sc}^{-1} + Q_I^{-1}. \quad (3.23)$$

À temps long et grâce dans l'approximation de diffusion, nous avons :

$$Q_C^{-1} = Q_I^{-1}. \quad (3.24)$$

En pratique, la partie de la coda utilisée pour mesurer  $Q_C$  correspond rarement au régime de diffusion simple ou à l'approximation de diffusion. En effet, la coda est déjà impactée (parfois très tôt) par des ondes diffusées plusieurs fois (qui ne peuvent pas être prises en compte pour un modèle de diffusion simple), mais pas suffisamment pour correspondre à l'approximation de diffusion. C'est pour cela que les approches se basant sur le modèle empirique de Aki & Chouet (1975) doivent faire l'hypothèse ad-hoc d'un des 2 modèles extrêmes de diffusion des ondes sismiques pour lequel ce modèle est valide. Néanmoins, les Eq. (3.23) et Eq. (3.24) nous indiquent que la décroissance de la coda est sensible en même temps au scattering et à l'absorption intrinsèque à temps court, et plutôt sensible à l'absorption intrinsèque à temps long. Cette propriété sera redémontrée de manière plus approfondie en analysant la sensibilité des enveloppes par rapport aux paramètres d'atténuation ou noyaux de sensibilité, développés dans le chapitre 5.

Les Eq. (3.23) et Eq. (3.24) sont valables pour un milieu multi-diffusant infini ou semi-infini. Cependant, des études plus récentes (Margerin et al., 1998, 1999; Wegler, 2004), utilisant des modèles de propagation stratifiés plus réalistes en incluant une stratification de scattering et de vitesse, montrent que  $Q_C$  est impacté par la fuite de l'énergie vers le manteau (ou une autre couche moins diffusante située en-dessous de la zone d'intérêt), phénomène appelé « leakage ». Une illustration du leakage est montrée en Fig. 3.7 (le scattering du manteau est négligé dans cet exemple). En effet, il a été montré que les ondes transmises dans le manteau revenaient difficilement vers la croûte, soit à cause de

la faible diffusivité du manteau, soit à cause de la forte diffusivité vers l'avant (Mancinelli et al., 2016). Par conséquent, le leakage induit une décroissance plus rapide de l'énergie de la croûte, par rapport au cas d'un espace uniforme où l'énergie multi-diffusée en profondeur peut plus facilement revenir vers la surface. Ce phénomène de fuite, responsable de l'augmentation de la pente de la coda, impacte de manière significative  $Q_C$ , indépendamment de  $Q_I$ , notamment à basses fréquences (Margerin et al., 1999). Ce phénomène a souvent été négligé par le passé (e.g. Sens-Schönfelder & Wegler, 2006b; Przybilla et al., 2009; Carcolé & Sato, 2010), ce qui a pour effet de biaiser les paramètres d'atténuation, notamment de surestimer  $Q_I^{-1}$  (Margerin et al., 1999) ou  $Q_{Sc}^{-1}$  (Bianco et al., 2002). Dans ce cas,  $Q_C$  devrait plutôt être exprimé de la manière suivante :

$$Q_C^{-1} = Q_{Sc}^{-1} + Q_I^{-1} + Q_L^{-1} \quad (3.25)$$

à temps court et

$$Q_C^{-1} = Q_I^{-1} + Q_L^{-1} \quad (3.26)$$

à temps long, où  $Q_L$  désigne le facteur de qualité pour le leakage.  $Q_L$  peut être déterminé de manière analytique pour un modèle simplifié de croûte très diffusante (ou lorsque  $l_S^* < H$  avec  $H$  désignant l'épaisseur de la croûte) (Margerin et al., 1998; Tregourès & van Tiggelen, 2002; Wegler, 2004). Cependant, dans le cas où  $l_S^* > H$ , comme dans la plupart des zones continentales stables, les formules analytiques ne sont plus valables et  $Q_L$  peut seulement être déterminé numériquement. C'est notamment pour cette raison que nous allons appliquer des méthodes numériques afin de pouvoir correctement modéliser l'atténuation des ondes sismiques, à partir de la théorie du transfert radiatif.

Avant de développer notre approche et de présenter les résultats, nous allons d'abord expliquer des approches existantes pour pouvoir modéliser l'atténuation, en séparant les contributions du scattering et de l'absorption intrinsèque à partir des données sismiques.

### 3.5 Extraction des propriétés d'atténuation des ondes sismiques

Depuis l'émergence de l'intérêt porté sur la coda sismique à partir des années 1970 (Aki, 1969; Aki & Chouet, 1975), de nombreuses études ont extrait ou tenté d'extraire les propriétés fondamentales de propagation des ondes de coda, telles que le scattering et l'absorption intrinsèque (e.g. Wu, 1985; Fehler, 1991; Wegler & Lühr, 2001; Lacombe et al., 2003). Pour quantifier l'atténuation, il existe aussi des proxies, comme le « peak

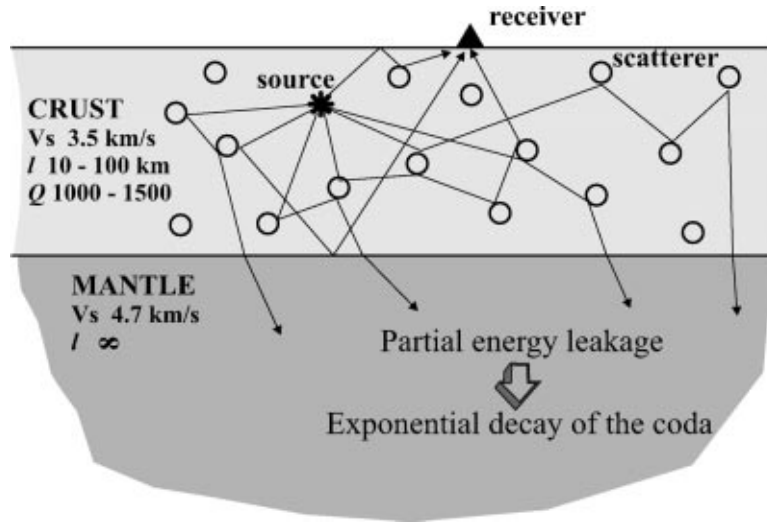


FIGURE 3.7 – Illustration du phénomène de leakage pour un modèle de croûte multi-diffusante sur un manteau homogène avec un libre-parcours moyen infini (d’après Margerin et al. (1999)).

delay time » (différence entre le temps d’arrivées des ondes  $S$  balistiques et le maximum d’amplitude du signal) pour pouvoir estimer le scattering (Calvet et al., 2013), et  $Q_C$  à temps long pour pouvoir estimer l’absorption intrinsèque (Mayor et al., 2018), mais ceux-ci ne seront pas détaillé dans notre discussion.

Il existe différentes approches pour séparer les paramètres de scattering de l’atténuation intrinsèque. Ces approches, leurs avantages et leurs limites, sont brièvement résumées ci-dessous.

### 3.5.1 Approche physique basée sur l’approximation de diffusion

Dans les zones où le scattering est très fort, comme dans les zones volcaniques, il est possible de séparer le scattering de l’absorption intrinsèque en utilisant une approximation de diffusion (e.g. Wegler & Lühr, 2001). Wegler & Lühr (2001) ont inversé les coefficients de scattering  $\eta_s$  et d’absorption intrinsèque  $\eta_i$  à partir d’enveloppes énergétiques de profils sismiques du volcan Merapi (Indonésie) en utilisant l’équation de diffusion pour des ondes acoustiques. Pour information,  $\eta_s = \omega/(\beta_0 Q_{Sc}) = 1/l_S$  et  $\eta_i = \omega/(\beta_0 Q_I) = 1/l_S^a$ . L’enveloppe énergétique  $W(r, t)$  pour une station localisée à une distance hypocentrale  $r$  est modélisée de manière analytique par :

$$W(r, t) = \frac{E_0}{(4\pi Dt)^{-3/2}} \exp\left(-bt - \frac{r^2}{4Dt}\right). \quad (3.27)$$

avec  $D$  le coefficient de diffusivité égal à  $D = \beta_0/(3\eta_s)$  (pour des ondes acoustiques) et  $b$  le coefficient d'absorption intrinsèque tel que  $b = \beta_0\eta_i$ . L'Eq. (3.27) est relativement simple, et par conséquent, la procédure d'inversion est très peu coûteuse en temps de calcul. Cependant, le modèle de diffusion de Wegler & Lühr (2001) fonctionne seulement si le scattering est suffisamment fort (ou si  $l_S \ll H$  et  $l_S \ll r_{epi}$  avec  $H$  et  $r_{epi}$  respectivement l'épaisseur du milieu multi-diffusant et la distance épacentrale), de telle sorte que les ondes soient diffusées plusieurs fois entre la source et les récepteurs, ce qui est heureusement le cas pour cette étude. Une limitation de l'approche de Wegler & Lühr (2001) est que le modèle de vitesse et le scattering sont supposés non-dépendant de la profondeur. Or, ce n'est sûrement pas le cas, puisqu'une diminution apparente du coefficient de scattering avec la distance épacentrale a été déterminée, ce qui signifie que les ondes détectées à grande distance épacentrale se propageraient dans des zones plus profondes et moins hétérogènes du volcan. De même, cette approximation peut seulement être appliquée dans certaines régions spécifiques du monde, où le scattering domine sur les structures de grandes échelles. Ce n'est pas le cas dans la plupart des zones continentales stables, où  $l_S^* > H$  (e.g. Lacombe et al., 2003; Sens-Schönfelder & Wegler, 2006b; Przybilla et al., 2009). Pour contourner ce problème, la théorie du transfert radiatif semble être une approche adaptée.

## 3.5.2 Approches physiques basées sur la théorie du transfert radiatif

### 3.5.2.1 Approche physique basée sur la MLTWA

L'approche basée sur la multiple lapse-time window analysis, abrégée MLTWA, a tout d'abord été utilisée par Fehler (1991) pour séparer  $Q_I$  et  $Q_{Sc}$ . Dans cette approche, le niveau d'énergie de la coda sur une bande de fréquence donnée est déterminé en intégrant l'énergie de la coda sur 3 fenêtres temporelles de même largeur (15 secondes ici) placées côte-à-côte et représentées dans la Fig. 3.8a. Le début de la 1<sup>re</sup> fenêtre coïncide avec l'arrivée des ondes  $S$  directes. Nous écrivons  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  les niveaux d'énergies de la 1<sup>re</sup>, 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> fenêtre.  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  sont ensuite corrigés du terme d'expansion géométrique ( $4\pi r^2$  avec  $r$  la distance épacentrale). À partir de ces 3 niveaux d'énergie  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ , représentés dans la Fig. 3.8b en fonction de la distance épacentrale, les paramètres d'atténuation  $Q_I$  et  $Q_{Sc}$  peuvent être déterminés, grâce à des formules analytiques construites à l'aide des solutions de l'équation de transfert radiatif pour un espace infini. La pierre angulaire de cette approche est que  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  n'ont pas la même sensibilité aux paramètres

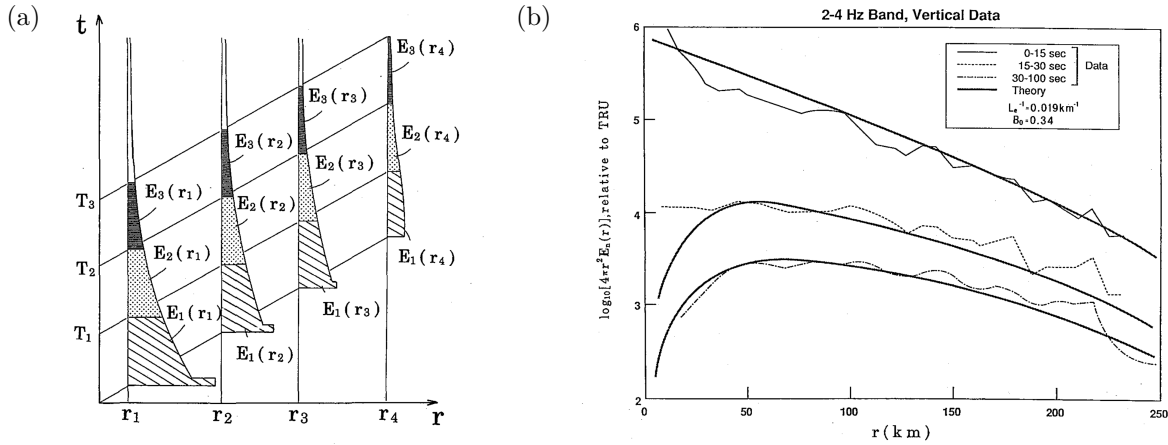


FIGURE 3.8 – (a) Procédure d’estimation des niveaux d’énergie  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  à plusieurs distances épicentrales ( $r_1$  à  $r_4$ ). Les fenêtres de temps sont délimitées par les temps  $T_1$  à  $T_3$ . (b) Modélisation de  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  (traits épais), corrigés de l’expansion géométrique  $4\pi r^2$  en fonction de la distance épicentrale  $r$  sur les données moyennées sur chaque intervalle de distance épicentrale (traits fins). D’après Fehler (1991).

d’atténuation. En effet, le niveau d’énergie  $E_1$  est sensible au scattering et à l’absorption, puisqu’un scattering important a pour effet de faire rapidement diminuer l’énergie des ondes balistiques, donc  $E_1$ , surtout à distance épicentrale élevée. En revanche, les niveaux énergies  $E_2$  et  $E_3$  sont principalement affectés par  $Q_I^{-1}$ .  $E_2$  et  $E_3$  deviennent de moins en moins importants par rapport à  $E_1$  à mesure que l’absorption intrinsèque augmente.

L’approche basée sur la MLTWA a pour avantage de ne pas nécessiter d’importants calculs (contrairement aux méthodes de formes d’ondes complètes ou de simulation de Monte-Carlo) et peut donc être appliquée sur un grand jeu de données. Cette approche a été utilisée pour estimer  $Q_I$  et  $Q_{Sc}$  dans différentes régions du monde (Hoshiba (1993); Bianco et al. (2002); Carcolé & Sato (2010); Meirova & Pinsky (2014), Margerin et al. (2021, in prep.)). Cependant, en dépit de sa popularité, la MLTWA a été développée pour un milieu non stratifié et en supposant un modèle de scattering isotrope (c’est-à-dire que les ondes sont diffusées par les hétérogénéités de petite échelle dans toutes les directions de manière équiprobable). Pour évaluer les différences entre les paramètres d’atténuation données par la MLTWA, adaptée à un milieu infini, et ceux donnés par des simulations numériques dans un milieu plus réaliste, soit un espace stratifié à 2 couches (croûte + manteau séparés d’un contraste de vitesse et de scattering), Bianco et al. (2002, 2005) ont comparé les résultats des 2 approches. Dans les 2 études, il a été montré que  $Q_{Sc}^{-1}$  était surestimé si un modèle uniforme était utilisé à la place d’un modèle stratifié (d’un facteur 2 dans le cas de la région d’étude de Bianco et al. (2005)). Del Pezzo & Bianco (2010) sont arrivés aux mêmes conclusions concernant  $Q_{Sc}^{-1}$  et ont proposé des termes

de corrections aux paramètres d'atténuation pour prendre en compte les effets d'une stratification simplifiée. De même, la MLTWA ne prend pas en compte le diagramme de radiation à la source, qui peut notamment impacter  $E_1$  et biaiser l'estimation des paramètres d'atténuation. À cause d'importantes fluctuations dans les niveaux d'énergie (surtout pour  $E_1$ ), l'application de la MLTWA nécessite un nombre important de données, notamment à distance épacentrale proche. Par conséquent, cette approche ne fonctionne que pour des régions bien instrumentées et où la sismicité est importante (comme dans les Alpes ou les Pyrénées). À cause de cela, cette approche peut être difficilement appliquée pour cartographier l'atténuation à l'échelle de la France. Enfin, la MLTWA ne permet pas de reproduire la forme complète de l'enveloppe énergétique des données et de prendre en compte les ondes  $P$  et leur coda. Pour résoudre ce problème, des approches basées sur la résolution numérique des équations de transfert radiatif semblent être une alternative intéressante.

### 3.5.2.2 Approche physique basée sur le transfert radiatif, permettant de simuler la forme de l'enveloppe

Des méthodes basées sur la théorie du transfert radiatif ont été développées pour pouvoir séparer  $Q_I$  et  $Q_{Sc}$  en simulant la forme des enveloppes énergétiques (Lacombe et al., 2003; Sens-Schönfelder & Wegler, 2006b; Przybilla et al., 2009; Gaebler et al., 2015; Rachman et al., 2015; Wang & Shearer, 2017), contrairement à la MLTWA où seul le niveau d'énergie moyen sur 3 fenêtre est utilisé. L'approche de Sens-Schönfelder & Wegler (2006b), déjà discutée dans la Section 2.4, consiste en une modélisation physique des ondes  $S$  directes et de la coda des ondes  $S$  grâce à l'approximation de Paasschens (1997), dans le but de séparer  $Q_I$  et  $Q_{Sc}$ , en plus d'inverser le spectre de source. Ici, nous allons nous focaliser sur l'approche de Lacombe et al. (2003).

Dans cette étude, Lacombe et al. (2003) ont modélisé la coda des phases  $Lg$  de séismes régionaux à l'échelle de la France Métropolitaine en interprétant les équations de transfert radiatif grâce à la méthode de Monte-Carlo. Contrairement à l'approche de Sens-Schönfelder & Wegler (2006a) utilisant un demi-espace non-stratifié, Lacombe et al. (2003) ont utilisé un modèle de lithosphère stratifiée afin de prendre en compte le phénomène de leakage. Le modèle stratifié, simple mais réaliste, comprend une croûte inhomogène reposant sur un manteau homogène, séparés d'un contraste de vitesse et de densité. Les paramètres d'atténuation (scattering et absorption intrinsèque) ont été déterminés par la méthode du grid-search. Nous rappelons que la méthode du grid-search consiste à effectuer un grand nombre de simulations en testant l'ensemble des combinaisons de paramètres

d'atténuation plausibles, puis de sélectionner le couple de paramètres dont les simulations reproduisent le mieux les données.

Les avantages de l'approche de [Lacombe et al. \(2003\)](#) utilisant la méthode de Monte-Carlo sont l'adaptabilité de celle-ci à des milieux complexes (avec une stratification par exemple), et son applicabilité sur des distances régionales et sur des réseaux de stations peu denses. Bien qu'un nombre important de calculs doivent être réalisés, cette approche nécessite beaucoup moins de temps de calcul que des méthodes numériques se basant sur les formes d'ondes complètes (différences finies, éléments spectraux...). Cependant, dans l'approche de [Lacombe et al. \(2003\)](#), la propagation des ondes  $P$ , l'anisotropie du scattering et la radiation à la source n'ont pas été incorporés au modèle, ce qui implique qu'une grande partie du signal ne puisse pas être modélisée. Néanmoins, l'approche de [Lacombe et al. \(2003\)](#) est une piste prometteuse pour pouvoir modéliser l'atténuation à l'échelle de la France Métropolitaine.

Dans cette thèse, nous développerons une approche très similaire à [Lacombe et al. \(2003\)](#), en prenant en compte la propagation des ondes  $P$  (avec couplage  $P$ - $S$  par scattering ou conversions aux interfaces du milieu), une description complète de la polarisation des ondes  $S$ , la radiation à la source et l'anisotropie du scattering. Dans cette thèse, la théorie du transfert radiatif développée à la Section 3.2 et la méthode de Monte-Carlo développé à la Section 3.3 seront appliqués à un milieu stratifié (croûte hétérogène sur un manteau homogène) dans le chapitre suivant. Ainsi, en plus de nous permettre d'inverser le spectre de source, cette approche offrira simultanément une estimation des paramètres d'atténuation ( $l_S^*$ ,  $l_S^*/l_S$  et  $l_S^a$ ) en utilisant l'information portée par l'ensemble de l'enveloppe énergétique du signal sismique régional, incluant les arrivées directes des ondes  $P$  et  $S$ , ainsi que leur coda respective.

# Chapitre 4

## Diffusion multiple dans un guide d'onde crustal

Ce chapitre est principalement consacré à l'article *Revisiting multiple-scattering principles in a crustal waveguide : equipartition, depolarization and coda normalization* soumis au journal *Pure and Applied Geophysics*. Dans cet article, les points développés au chapitre précédent seront appliqués dans le cas d'un modèle simplifié mais réaliste de la lithosphère terrestre, composé d'une croûte (aussi appelée guide d'ondes) hétérogène sur un manteau homogène. Nous montrerons que cette géométrie, notamment les interfaces (surface libre et Moho), a un impact considérable sur la propagation de l'énergie, notamment si les libres parcours moyens sont plus important que l'épaisseur de la croûte. Les principes d'équipartition, de dépolarisation des ondes  $S$  et de normalisation de la coda seront confrontés aux résultats de simulations. En plus de l'article, ce chapitre traite des effets du guide d'ondes sur la propagation de l'énergie, de la polarisation des ondes  $S$ , de la profondeur de la source dans le guide d'onde, puis de l'évolution des ratios énergétiques ( $E_P/E_S$  et  $E_{SV}/E_{SH}$ ) en fonction de la profondeur dans le guide d'ondes.

### 4.1 Points clés de l'article

Dans cet article, nous appliquons la théorie du transfert radiatif des ondes polarisées (développée en Section 3.2) à un modèle simplifié mais réaliste de la lithosphère terrestre, consistant en une croûte hétérogène d'épaisseur constante  $H$  (qu'on appellera guide d'ondes), recouvrant un manteau homogène occupant le demi-espace sous-jacent. Ces milieux sont délimités par la surface libre et le Moho, où la propagation des ondes est impactée de manière déterministe. Le but de cette étude est tout d'abord de clarifier



les interactions entre la diffusion aléatoire des ondes par les hétérogénéités de la croûte et les réflexions déterministes aux interfaces et d'étudier comment ces deux phénomènes impactent conjointement la propagation de l'énergie sismique.

Dans l'introduction de l'article (Section 4.2), nous soulignons les enjeux relatif au développement d'un modèle réaliste de propagation énergétique à l'échelle crustale pour pouvoir correctement simuler les enveloppes énergétiques.

Dans la Section 4.3, le modèle de guide d'ondes, les outils théoriques utilisés pour décrire la propagation des ondes dans la croûte hétérogène et l'application de la méthode de Monte-Carlo à notre problème sont expliqués en détail. Dans cette partie, nous avons employé un vecteur de Stokes à 5 composantes pour décrire complètement la polarisation des ondes sismiques. Nous avons développé les expressions mathématiques nécessaires à la transformation du vecteur de Stokes aux diffuseurs avec la Matrice de Mueller, puis aux interfaces en introduisant les matrices de réflexion de Stokes aux interfaces (surface libre et au Moho) et la matrice de transmission au Moho. Nous avons aussi pris en compte le diagramme de radiation à la source, pour pouvoir simuler un double-couple avec n'importe quelle inclinaison de faille ou direction de glissement. Dans cette étude, nous avons introduit plusieurs paramètres adimensionnels pour quantifier les paramètres d'atténuation. Pour comparer l'importance relative du scattering par rapport aux interfaces, nous avons introduit le paramètre  $l_S^*/H$ . De même, l'anisotropie du scattering est quantifiée par  $l_S^*/l_S$ . Pour quantifier l'absorption intrinsèque, le rapport  $\tau_S^a/\tau_S = l_S^a/l_S$  a été introduit.

Dans la Section 4.4, nous montrons que les interfaces ont un impact non-négligeable sur la propagation de l'énergie dans le guide d'ondes. Nous remarquons que le leakage (introduit dans le chapitre précédent) a un impact non seulement sur la décroissance temporelle de la coda, mais aussi sur les flux d'énergie à temps long, qui ne sont jamais isotropes, contrairement à ce que stipule le principe d'équipartition.

À travers une première étude paramétrique, nous voyons comment les paramètres de scattering  $l_S^*/H$  et  $l_S^*/l_S$  influencent le temps de fuite dans le manteau (Section 4.5), les flux d'énergie à temps long (Section 4.6) et la partition de l'énergie dans la croûte (ratio entre les énergies des ondes  $P$  et  $S$ , notée  $E_P/E_S$  et entre l'énergie des ondes  $SV$  et  $SH$ , notée  $E_{SV}/E_{SH}$ ) dans la Section 4.7. Lorsque le scattering par les diffuseurs de la croûte domine sur les réflexions aux interfaces (ou lorsque  $l_S^* \ll H$ ), les ratios énergétiques se rapprochent des valeurs théoriques ( $E_P/E_S = \beta^3/(2\alpha^3)$  et  $E_{SV}/E_{SH} = 1$ ) et le flux est quasiment isotrope, montrant que le principe d'équipartition est applicable et que les ondes  $S$  deviennent dépolarisées à temps long. En revanche, si les effets des interfaces dominent sur le scattering de volume (lorsque  $l_S^* \gg H$ ), le flux devient anisotrope. Dans ce cas, les

ondes P, peu guidées, se propagent exclusivement autour de la direction horizontale et les ondes  $S$  à des angles d'incidences post-critiques dans la croûte. Les ratios énergétiques s'écartent des valeurs théoriques. Plus particulièrement,  $E_P/E_S$  décroît vers 0 et  $E_{SV}/E_{SH}$  peut s'accroître de 28 % au maximum. Une deuxième étude paramétrique montre les effets de l'absorption sur les ratios énergétiques (Section 4.7.3), qui sont fortement décalés des valeurs en milieu non-absorbant lorsque l'albédo sismique est faible (ou lorsque  $l_S^a < l_S^*$ ).

Dans la Section 4.8, nous illustrons le rôle du mécanisme à la source sur l'énergie de la coda à temps long. Lorsque  $l_S^* \gg H$ , nous montrons que l'énergie de la coda à temps long générée par un double-couple est bien plus importante que celle générée par une explosion de même magnitude. Les différences dans l'excitation de la coda peuvent dépasser un ordre de grandeur dans les cas extrêmes (où  $l_S^* \geq 70H$ ). Cependant, ces différences sont moindres si les mécanismes de 2 différents doubles-couples sont considérés (jusqu'à 60 %). Ce résultat montre que la méthode de la normalisation de la coda, résumée dans la Section 2.2.1, ne fonctionne pas dans certains cas, notamment si on veut comparer les magnitudes d'une explosion et d'un séisme dans une croûte peu multi-diffusante.

Dans des cas réels, notamment en France où  $l_S^*/H \approx 8$  (Lacombe et al., 2003), nous pouvons nous attendre à ce que les principes d'équipartition, de dépolarisation des ondes  $S$  et de normalisation de la coda soient fortement limités.

# Revisiting multiple-scattering principles in a crustal waveguide : equipartition, depolarization and coda normalization

Grégoire Heller<sup>1</sup>, Ludovic Margerin<sup>1</sup>, Olivier Sèbe<sup>2</sup>, Jessie Mayor<sup>3</sup>, Marie Calvet<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institut de Recherche en Astrophysique et Planetologie, Observatoire Midi-Pyrénées, Université Paul Sabatier, C.N.R.S., 14 Avenue Edouard Belin, Toulouse, France.

<sup>2</sup> CEA, Bruyères Le Chatel, DAM/DIF/LDG, 91297 Arpajon

<sup>3</sup> EDF R&D, 7 Boulevard Gaspard Monge, 91120 Palaiseau, France

## Abstract

Seismic waves radiated by small crustal earthquakes are prone to multiple mode conversions caused by reflection and transmission at interfaces, and scattering by small-scale heterogeneities in the bulk of the medium. The goal of this study is to clarify the complex interplay between volume and surface scattering in crustal waveguides and how it will impact the crustal energy propagation. To carry out this task, we have incorporated a rigorous description of wave polarization in the context of Monte-Carlo simulations of the multiple-scattering process by introducing a 5-dimensional Stokes vector. To shed light on the wave content of the regional short-period seismic wavefield, we investigate the asymptotic partitioning of seismic energy onto  $P$ ,  $SV$  and  $SH$  polarizations in the coda, as well as the angular distribution of energy flux in the waveguide. In full elastic space, equipartition theory predicts that (1) the energy ratio between  $P$ - and  $S$ -wave energies tends to  $\beta^3/(2\alpha^3)$ , (2) an equal distribution of energy among  $SV$ - and  $SH$ -waves and (3) that energy fluxes are isotropic. In the presence of interfaces, we find that the isotropy of the wavefield is systematically broken and that energy ratios are shifted to the detriment of  $P$ -waves and in favor of  $SV$ -waves in a non-absorbing media. This implies that a residual polarization is preserved in the waveguide. Through an extensive parametric study, we illustrate in detail how the anisotropy of the wavefield, the partitioning ratios and the shear wave polarization depend on the crustal attenuation parameters. The role of the initial polarization at the source has also been examined. In the case of an explosion and a shear dislocation with equal magnitude, we find that the energy level in the coda can

differ by more than one order of magnitude when the effect of crustal scattering becomes very weak compared to reflections or transmissions at interfaces. When comparing different shear dislocation mechanisms, we find that the energy level in the coda can differ by up to 60 percent. While equipartition, depolarization and coda normalization remain fundamental guides to our understanding of the coda, their application requires a good a priori knowledge of the attenuation properties of the crust.

**Key words :** coda waves, polarized waves, crustal waveguide, radiative transfer, scattering, energy partition, seismic source

## 4.2 Introduction

Coda waves are scattered waves by random small-scale heterogeneities of the medium (Aki & Chouet, 1975) and contain valuable information on the fluctuations of elastic and anelastic parameters in the Earth (see Sato et al., 2012; Sato, 2019, for a review). Numerous studies extracted fundamental propagation properties from coda waves, such as scattering and intrinsic attenuation (Wu, 1985; Fehler, 1991; Lacombe et al., 2003; Sens-Schönfelder & Wegler, 2006b; Przybilla et al., 2009; Eulenfeld & Wegler, 2016; Gaebler et al., 2015; Mayor et al., 2018), while others focused on the extraction of source properties from these multi-scattered waves (Mayeda & Walter, 1996; Mayeda et al., 2003; Sens-Schönfelder & Wegler, 2006b; Denieul et al., 2015; Sèbe et al., 2018). However, the separation of source, propagation and site effects can be difficult, as a consequence of our incomplete knowledge of the small-scale physical properties of the Earth's interior in addition to oversimplified models or assumptions. There are different approaches to model energy propagation in multiple scattering media containing small-scale heterogeneities. In seismology, full wavefield simulations have been fruitfully employed (Frankel & Clayton, 1986; Obermann et al., 2016; Leng et al., 2020). Here, we adopt a radiative transfer approach which has been widely used in the past and is a common tool across disciplines.

Radiative transfer theory has been initially developed for electromagnetic waves (Chandrasekhar, 1960), and then, transposed to seismology and acoustics (Wu, 1985; Weaver, 1990; Ryzhik et al., 1996). The Monte-Carlo method is often used to solve numerically the radiative transfer equations. Starting from a simplified unbounded heterogeneous medium in a scalar approximation waves (Gusev & Abubakirov, 1987; Hoshiya, 1991), several improvements of the numerical models have been made in order to consider more realis-

tic models of Earth. Gradually more complex deterministic structures were considered, including depth-dependent velocity profiles consisting of several layers (Hoshiya, 1997; Margerin et al., 1998; Lacombe et al., 2003), velocity gradients (Yoshimoto, 2000) or a 3D velocity model with a variable crustal thickness (Sanborn & Cormier, 2018). These studies showed that deterministic structure have great impact on the coda amplitude and shape, which is controlled by partial guiding and leakage. The neglect of these effects could lead to a biased estimation of source or attenuation parameters, as shown in Margerin et al. (1998); Bianco et al. (2005).

Depth-dependent scattering and intrinsic attenuation were first implemented by Hoshiya (1994), who also pointed out some possible limits of the coda normalization method. More recently, lateral variations of scattering or intrinsic attenuation parameters were also taken into account (Sens-Schönfelder et al., 2009; Sanborn & Cormier, 2018), showing that a zone of strong attenuation affects considerably the coda shape (especially the  $Lg$  coda which can be greatly attenuated).

An attractive feature of radiative transfer theory is that it allows one to keep track of mode conversions and shear wave polarization in heterogeneous elastic media. The theory was established by Weaver (1990) and the first seismological applications were developed by Zeng (1993); Sato (1994), including the  $P$ -to- $S$  and  $S$ -to- $P$  conversions by scattering. In later numerical works, a complete description of polarization was included through a 5-dimensional Stokes vector (Turner & Weaver, 1994; Margerin et al., 2000). Such a description of shear waves allows one to separate the contributions of  $SV$  and  $SH$  polarizations which behave differently at both internal interface discontinuities and at the free surface. Turner & Weaver (1995) developed a full treatment of wave polarization in the case of incident plan waves in a scattering medium limited by a solid-liquid interface. Sens-Schönfelder et al. (2009) and Sanborn et al. (2017) considered the contributions of  $SV$  and  $SH$  polarizations in addition to deterministic reflections in the case of a crustal waveguide. To our understanding, these two studies neglected the ellipticity aspect of wave polarization which develops when  $S$ -waves are incident on a boundary at post-critical incidence angles. Since polarization affects the scattering pattern of  $S$ -waves, a complex feedback can be expected between volume scattering and deterministic reflections. The initial polarization state is controlled by the source radiation patterns, which have been included into Monte-Carlo simulations in order to simulate realistic shear dislocations such as small earthquakes (Rachman et al., 2015; Sanborn et al., 2017). The source radiation influences the shape of the seismic signal, especially around the direct arrivals, where the wavefield is not yet randomized. However, it is well accepted that there is no signature of

the source mechanism on the late coda excitation.

The literature referenced above amply illustrates that both deterministic structures and random heterogeneities can greatly influence the coda shape and its polarization state. Yet, the complex interactions between bulk scattering and reflection/transmission at interfaces have not yet been systematically explored. The purpose of our study is to fill this gap in our understanding of the coda, with a particular view on some well established wavefield properties in infinite scattering media : equipartition and coda normalization. The use of these concepts in seismology is summarized hereafter.

The principle of equipartition is well understood in unbounded random media, where all directions of propagation become equiprobable after several scattering events and the partition of body wave energy tends to a fixed value which is independent of the source and scattering properties (Weaver, 1982; Ryzhik et al., 1996). This concept is fundamental for some domains of seismology, such as coda wave interferometry (Snieder, 2002) used for imaging or monitoring (Sens-Schönfelder & Wegler, 2006a) or Green's function retrieval from coda (Campillo & Paul, 2003) or ambient noise correlations (Shapiro & Campillo, 2004).

In seismology, the equipartition principle has been supported by several numerical or experimental studies. Margerin et al. (2000) show numerically that energy equilibration is reached after a few scattering events in Monte-Carlo simulations. (Souriau et al., 2011) shows that a stabilization of the H/V ratio is rapidly reached for coda waves in the Pyrenees. This indicates that the diffuse wavefield has reached a form of equilibrium akin to the predictions of equipartition theory. Campillo et al. (1999); Shapiro et al. (2000); Hennino et al. (2001); Margerin et al. (2009) observed that an equilibration of the ratio between the  $P$ -waves and the  $S$ -waves is reached for coda waves recorded by an array of receivers. However, these studies also reveal that the  $P$ -to- $S$  energy ratio can be different from the theoretical full-space value. In the case of Hennino et al. (2001), the discrepancy was convincingly reconciled with equipartition theory by incorporating Rayleigh waves at the surface of a half-space. But other studies confirmed analytically or numerically that the  $P$ -to- $S$  energy ratio is shifted in the presence of intrinsic attenuation (Margerin et al., 2001; Trégourès & van Tiggelen, 2002), interfaces (Trégourès & van Tiggelen, 2002) or sub-surface layering (Margerin et al., 2009). Margerin (2017a) shows that in the presence of interfaces, the energy flux is never isotropic, thereby illustrating that the equipartition process can indeed be broken down. Hence, while a key concept, the conditions of application of equipartition to seismological data needs to be carefully examined.

The principle of coda normalization which originates from the work of [Aki & Chouet \(1975\)](#) is widely used to separate source, propagation and site properties ([Rautian & Khalturin, 1978](#); [Tsujiura, 1978](#); [Aki, 1980](#)). This principle assumes that, at a fixed lapse time, seismic coda amplitude becomes independent on the source-receiver distance. Therefore, the energy in the coda should be proportional to the radiated energy from the seismic source. However, this method shows some limits, particularly for media with variations of attenuation ([Hoshiaba, 1994](#)) or elastic parameters ([Hoshiaba, 1997](#); [Yoshimoto, 2000](#)). These studies show that the coda excitation doesn't only depend on the source size, but also on the source depth and medium parameters. As a result, the radiated energy or the magnitude may be biased, which can lead to uncertainties in the seismic hazard estimation.

In this paper, we will clarify the role of wave polarization in the complex interplay between scattering by random heterogeneities and deterministic reflections in a simple waveguide geometry. The theoretical aspect of the transport of polarized elastic waves in a crustal waveguide and the Monte-Carlo implementation will be outlined in the next section. Next, we discuss the shape of the modeled energy envelopes, the crustal energy decay and the partitioning energy ratios between the different polarizations. The relative impacts of interfaces, scattering and intrinsic attenuation on the crustal energy decay, the angular distribution of the flux and the energy partition is clarified with the aid of two parametric studies. Finally, the effects of the source radiation on the coda excitation is examined through 3 additional parametric studies, where the coda excitation by explosion or shear dislocations are compared.

## 4.3 Radiative transfer in a multiple-scattering crustal waveguide

### 4.3.1 Model presentation and important scale lengths

In this paper, we introduce a stratified medium consisting of a heterogeneous crust overlaying a homogeneous mantle, as a simple but nevertheless realistic model of the lithosphere. The geometry is depicted in [Fig. 4.1a](#). Crust and mantle are separated by a horizontal velocity contrast (Moho) at a constant depth  $H$  where the energy can be either reflected or transmitted. In the numerical examples we set  $H = 30$  km. The crust is bounded at the top by a free surface where only reflection is possible. In [Fig. 4.1a](#), the subscript 1 and 2 designate the elastic parameters of the crust and mantle, respectively.

The shear and longitudinal velocities ( $\beta$ ,  $\alpha$ ) and the density ( $\rho$ ) of the crust and mantle are given by :  $\beta_1=3.5$  km/s,  $\alpha_1=\sqrt{3}\beta_1 \approx 6.06$  km/s,  $\rho_1=2.8$ ,  $\beta_2=4.7$  km/s,  $\alpha_2=\sqrt{3}\beta_2 \approx 8.14$  km/s and  $\rho_2=3.3$ . In our model, the crust consists of a random medium with fluctuations of velocity and density  $\delta\alpha$ ,  $\delta\beta$  and  $\delta\rho$ , superposed on a homogeneous background. Following Birch's law, the continuous fluctuations of velocity are assumed to be proportional to the density perturbations :

$$\frac{\delta\alpha}{\alpha} = \frac{\delta\beta}{\beta} = \frac{1}{\nu} \frac{\delta\rho}{\rho}. \quad (4.1)$$

In this study, the parameter  $\nu$  of Birch's law is set to 0.8 as suggested for lithospheric rocks (Sato, 1984). To describe the spatial correlation of the fluctuations, we choose an exponential function with scale length  $l_c$ . This simple hypothesis is supported by borehole observations (e.g. Wu et al., 1994). In a model of radiative transport, the strength of heterogeneities is quantified by the mean free path which represents the average distance between two scattering events. Equivalently, the mean free path  $l$  can be defined as the characteristic scale length of attenuation of the coherent wave as a consequence of scattering by heterogeneities. This quantity is a sensitive function of the total variance of the fluctuations  $\langle\epsilon^2\rangle$ , the correlation length  $l_c$  and the (circular) frequency of the probing waves  $\omega$ . It may be evaluated approximately with the aid of the Born approximation (Sato, 1984) or more rigorously from the Dyson equation (Weaver, 1990). In this work, we employed the former approach to calculate all the parameters of the transport model. It is valid below the high-frequency geometrical limit, i.e., the a-dimensional parameter  $\omega l_c \sqrt{\langle\epsilon^2\rangle}/c$  must be smaller than 1 ( $c$  stands for  $\alpha$  or  $\beta$ ). Note that in the case of elastic waves, the mean free path also depends on the propagation mode ( $P$  or  $S$ ) and will be denoted by  $l_P$  and  $l_S$ .

It is important to point out that the scattering pattern is never isotropic in elastic media. This property has profound effects on the overall transport of energy in the heterogeneous medium and calls for the introduction of another scale length known as the transport mean free path  $l^*$ . This quantity can be understood as the average distance over which a coherent wave loses "memory" of its initial direction of propagation as a consequence of multiple non-isotropic events. The ratio between  $l^*$  and  $l$  depends critically on the scattering mechanism with  $l^*/l < 1$  for preferentially backward scattering and  $l^*/l > 1$  for preferentially forward scattering. In the case of elastic waves, the derivation of the transport mean free paths of elastic waves  $l_p^*$  and  $l_s^*$  has been summarized by Turner (1998).

Earth crust is not perfectly elastic and this gives rise to irreversible conversion of seismic energy into other forms. In our model, these complex absorption processes will



be described at a phenomenological level. We assume that the energy carried by a wave decreases exponentially as it propagates through the medium. The characteristic scale length of attenuation depends again on the propagation mode and will be denoted by  $l_p^a$  and  $l_s^a$  for  $P$ - and  $S$ -waves, respectively.

As illustrated in Fig. 4.1a, we suppose for simplicity that there is no scattering in the mantle (hence the infinite value of the explaining the mean free paths). Actually, scattering in the mantle is required to explain  $P$ -coda observations at teleseismic distances (Mancinelli et al., 2016). Our model will nevertheless be applicable when the ratio between the transport mean free paths in the crust and the mantle is sufficiently small. More precisely, we require that the return time of waves transmitted to the mantle be large compared to our observation time window. This will be the case if the fluctuations in the mantle are either very weak (to decrease back-scattering) or large scale (to promote forward scattering), or both. The results by Mancinelli et al. (2016) suggest that the later condition is likely fulfilled. It is worth noting that, due to the geometry of our model, the transmitted energy in the mantle cannot come back to the crust. Therefore, even without absorption the crustal energy can only decrease over time, a phenomenon called energy leakage (Korn, 1990; Margerin et al., 1998). As shown in Margerin et al. (1998) and Margerin (2017a), one can distinguish two regimes for leakage. In the case of strong scattering in the crust ( $l^*/H \ll 1$ ), the typical leakage time scales like  $H^2/l^*/c$ . This formula can be interpreted as the typical time required for diffuse energy to propagate through the crust. In the opposite weak scattering regime ( $l^*/H \gg 1$ ), the leakage time increases like  $l^*/c$ . In that case, the factor limiting the leakage is the time required to randomize the propagation direction of guided waves. In the following, we will employ the adimensional parameter  $l_s^*/H$  to compare the relative importance of scattering in the bulk of the crust to deterministic reflections at the Moho and the free surface.

### 4.3.2 Radiative transfer theory

To model energy propagation in the multiple-scattering crustal waveguide, we use the theory of radiative transfer for polarized elastic waves. Detailed accounts and derivations of radiative transfer equations for different types of waves are given in Weaver (1990); Ryzhik et al. (1996); Margerin (2005). Here, we will merely recall the most important aspects of the theory, in particular the treatment of polarization at scattering events in the bulk and at interfaces. To motivate the discussion, examples of snapshots of  $P$ - and  $S$ -wave energies for an explosion source in the crust are displayed in Fig. 4.1b and Fig. 4.1c, at two different lapse time  $t = 0.75\tau_S$  and  $t = 1.5\tau_S$ , where  $\tau_S$  is the  $S$ -wave mean free

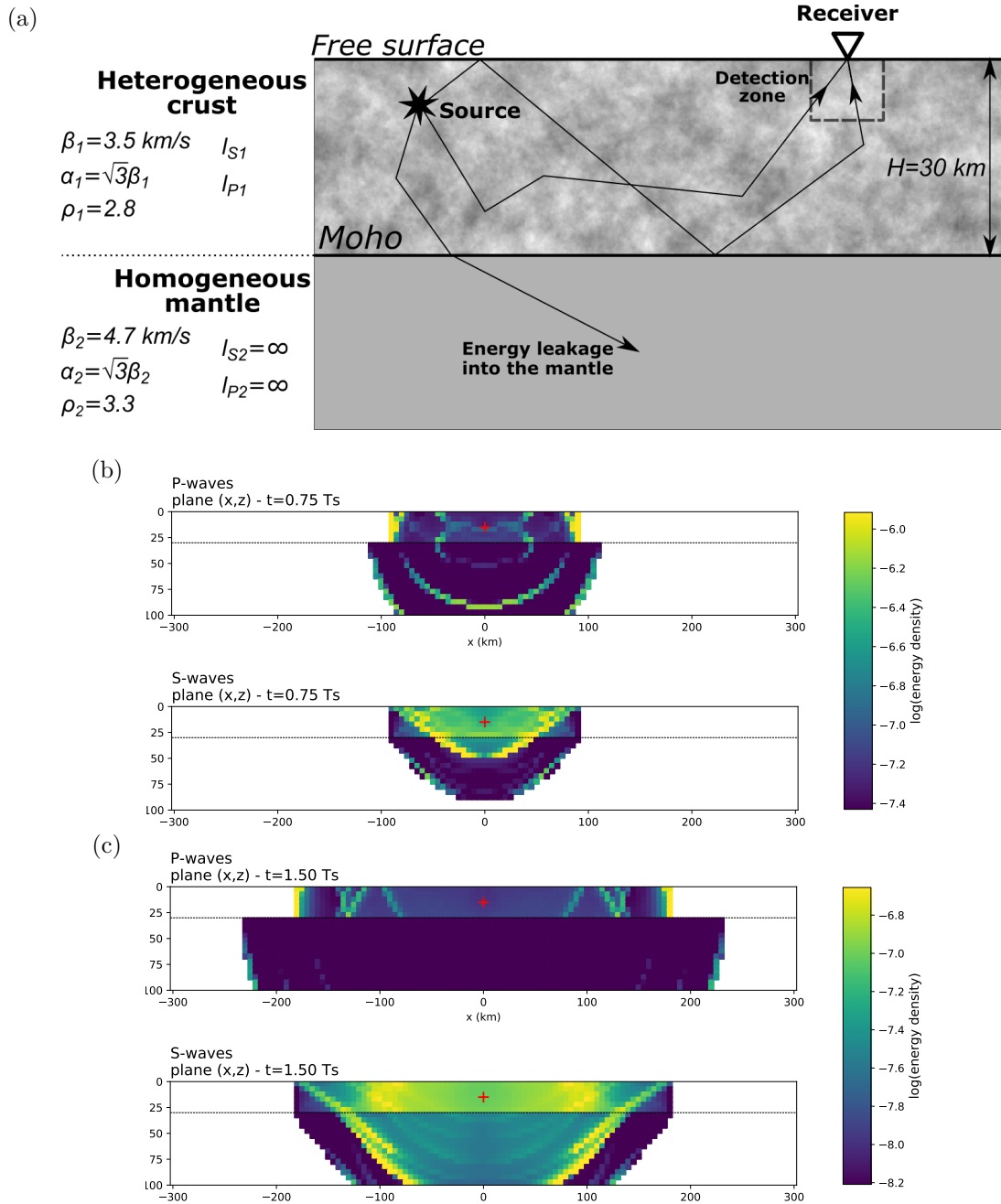


FIGURE 4.1 – (a) Model geometry and parameters of the Monte-Carlo simulations. The seismic source is placed at a depth of 15 km for all simulations. There is no scattering in the mantle, which explains the infinite mean free paths. (b) and (c) Snapshot of  $P$ - and  $S$ -wave energy propagation in the lithosphere, at a time of  $0.75 * \tau_S$  and  $1.5 * \tau_S$  respectively, with  $\tau_S = 20 \text{ s}$ . The energy is generated by an explosion (red cross). The waveguide is bounded by a free surface at the top and the Moho at the bottom (represented by the dashed horizontal lines on the snapshot). The energy density is averaged over cylindrical shells with radius and thickness equal to 5 km.

time (set to 20 s here). On this Figure, we can recognize ballistic wavefronts, followed by diffusive waves forming the coda. For seismological application, the  $P$  and  $S$  energy densities are by far the most important quantities. But transport equations give us access to far more detailed information such as the polarization state or the angular spectrum of the wavefield, which are very helpful to understand the physics of multiple-scattering. Isotropy and depolarization of the wavefield are also central to important applications such as the Green's function reconstruction from coda waves (Campillo & Paul, 2003; Emoto et al., 2015). We will therefore devote some space to the treatment of energy exchange between different polarizations in the following.

### 4.3.3 Stokes vector and polarization

We introduce a local Cartesian frame  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  where  $\mathbf{z}$  is the direction of propagation of the waves. The field of a plane wave  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  can be expressed as follows :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} u_P \\ u_{Sx} \\ u_{Sy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_P(t)e^{-i\omega(t-z/\alpha)} \\ A_{Sx}(t)e^{-i\omega(t-z/\beta)} \\ A_{Sy}(t)e^{-i(\omega(t-z/\beta)+\delta(t))} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

where  $A_P$ ,  $A_{Sx}$  and  $A_{Sy}$  stand for the displacement amplitudes of  $P$ -waves and the  $x$  and  $y$  components of  $S$ -waves, respectively. The symbol  $\delta(t)$  denotes the phase shift between the  $x$  and  $y$  shear polarizations. In order to allow for a complete description of  $S$ -wave polarization at the level of transport theory, a 5-dimensional Stokes vector  $\mathbf{S}$  of specific intensities is introduced :

$$\mathbf{S} = (I_P, I_S, Q, U, V)^T. \quad (4.3)$$

We recall that the term ‘‘specific’’ refers to an angularly resolved flux of energy and, as such, depends on the space direction. The components of the Stokes vector depend on the phase and amplitudes introduced in Eq. (4.2) in the following way :

$$\begin{aligned} I_P &= \rho_0 \alpha_0 \omega^2 \langle A_P^2 \rangle \\ I_S &= \rho_0 \beta_0 \omega^2 \langle A_{Sx}^2 + A_{Sy}^2 \rangle \\ Q &= \rho_0 \beta_0 \omega^2 \langle A_{Sx}^2 - A_{Sy}^2 \rangle \\ U &= 2\rho_0 \beta_0 \omega^2 \langle A_{Sx} A_{Sy} \cos \delta \rangle \\ V &= 2\rho_0 \beta_0 \omega^2 \langle A_{Sx} A_{Sy} \sin \delta \rangle \end{aligned} \quad (4.4)$$

where the brackets denote averaging over a large number of periods. In Eq. (4.4)  $I_P$  and  $I_S$  are recognized as the total intensities of  $P$ -waves and  $S$ -waves and  $Q$  as the difference of  $S$  intensities measured along the  $x$  and  $y$  axis.  $U$  and  $V$  are related to the cross-correlation between the two components of the  $S$ -wave motion. It can be shown that  $U$  is similar to  $Q$  in the sense that it measures the difference of  $S$  intensity along two axes  $\mathbf{x}'$  and  $\mathbf{y}'$  that can be deduced from  $\mathbf{x}$  and  $\mathbf{y}$  by a 45 degrees rotation. Finally  $V$  can be defined as the difference of circular left and circular right  $S$  intensities. The last four components of  $\mathbf{S}$  are analogous to the Stokes parameters of electromagnetic waves and we refer to Chandrasekhar (1960) for a thorough treatment.

#### 4.3.4 Scattering and Mueller matrix for volume scattering

With the aid of definition (4.4), we can now write down the matrix relating incident and outgoing Stokes vectors in the single-scattering process. For clarity, we begin with the so-called scattering matrix. This requires the introduction of a few more notations which are depicted in Fig. 4.2a. The incident wave propagates along direction  $\mathbf{p}$  and is scattered into direction  $\mathbf{p}'$ . We introduce the scattering plane as the plane defined by the directions  $\mathbf{p}$  and  $\mathbf{p}'$ . Two right-handed reference frames denoted by  $(\mathbf{r}, \mathbf{l}, \mathbf{p})$  and  $(\mathbf{r}', \mathbf{l}', \mathbf{p}')$  are employed to express the incident and scattered Stokes vectors, respectively. The directions  $\mathbf{r}$  ( $\mathbf{r}'$ ) and  $\mathbf{l}$  ( $\mathbf{l}'$ ) are perpendicular and parallel to the scattering plane, respectively.  $\Theta$  is the angle between the directions  $\mathbf{p}'$  and  $\mathbf{p}$ , also called scattering angle.  $\Phi$  is the rotation angle between the reference frames  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  and  $(\mathbf{r}, \mathbf{l}, \mathbf{p})$  around the  $\mathbf{z}$  axis. For simplicity, we imagine a scattering volume  $\mathcal{V}_{sc}$  at the center of the coordinate system, whose size is much larger than the correlation length  $l_c$ , yet much smaller than the scattering mean free path. We isolate  $\mathcal{V}_{sc}$  from the rest of the heterogeneous medium and calculate its response to an incident plane wave. Following a method similar to Margerin (2005), the scattered Stokes vector  $\mathbf{S}^{sc}$  can be related to the incident vector  $\mathbf{S}^i$  by the scattering matrix  $\mathbf{F}$  as follows :

$$\mathbf{S}^{sc} = \frac{1}{R^2} \mathbf{F} \mathbf{S}^i, \quad (4.5)$$

where  $R$  is the distance from the scatterer to the observer.  $\mathbf{F}$  can be further explicated like so :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} |f_{PP}|^2 & \alpha/(2\beta)|f_{SP}|^2 & -\alpha/(2\beta)|f_{SP}|^2 & 0 & 0 \\ \beta/\alpha|f_{PS}|^2 & (|f_{\perp\perp}|^2 + |f_{\parallel\parallel}|^2)/2 & (|f_{\perp\perp}|^2 - |f_{\parallel\parallel}|^2)/2 & 0 & 0 \\ -\beta/\alpha|f_{PS}|^2 & (|f_{\perp\perp}|^2 - |f_{\parallel\parallel}|^2)/2 & (|f_{\perp\perp}|^2 + |f_{\parallel\parallel}|^2)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Re(f_{\perp\perp}f_{\parallel\parallel}^*) & -\Im(f_{\perp\perp}f_{\parallel\parallel}^*) \\ 0 & 0 & 0 & \Im(f_{\perp\perp}f_{\parallel\parallel}^*) & \Re(f_{\perp\perp}f_{\parallel\parallel}^*) \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

where  $f_{**}$  designate the scattering amplitudes for the different mode conversions. More specifically,  $f_{\perp\perp}$  and  $f_{\parallel\parallel}$  designate the  $S$ -to- $S$  scattering amplitudes for polarization respectively perpendicular and parallel to the scattering plane. Because the specific intensities are expressed in frames that are attached to the scattering plane, the scattering amplitudes depend only on the scattering angle when the scatterer is rotationally invariant. Assuming a continuous medium with small fluctuations, the amplitudes  $f_{**}$ , adapted from [Sato et al. \(2012, p. 142\)](#) under the Born approximation, can be found in [Appendix A.1](#). Under the small fluctuation assumption, all the scattering amplitudes are real ( $\Im(f_{\perp\perp}f_{\parallel\parallel}^*) = 0$ ). Therefore, the scattering process does not modify the phase shift of the two components of the  $S$ -wave.

The directional dependence of the scattered intensity is quantified by the scattering coefficient  $g^{**}(\Theta, \Phi)$ , which is defined as the ratio between the energy scattered into direction  $(\Theta, \Phi)$  per unit solid angle per unit time to the incident energy per unit area per unit time per unit scattering volume. These scattering coefficients depend on the incident polarization and the scattering amplitudes as follows :

$$\begin{aligned} g^{PP}(\Theta, \Phi) &= \frac{4\pi}{\mathcal{V}_{sc}} \langle |f_{PP}|^2 \rangle \\ g^{PS}(\Theta, \Phi) &= \frac{4\pi}{\mathcal{V}_{sc}} \left\langle \frac{\beta}{\alpha} |f_{PS}|^2 \right\rangle \\ g^{SP}(\Theta, \Phi) &= \frac{4\pi}{\mathcal{V}_{sc}} \left\langle \frac{\alpha}{2\beta} |f_{SP}|^2 \left( 1 - \frac{Q^i \cos 2\Phi - U^i \sin 2\Phi}{I_S^i} \right) \right\rangle \\ g^{SS}(\Theta, \Phi) &= \frac{4\pi}{\mathcal{V}_{sc}} \left\langle \frac{|f_{\perp\perp}|^2 + |f_{\parallel\parallel}|^2}{2} + \left( \frac{|f_{\perp\perp}|^2 - |f_{\parallel\parallel}|^2}{2} \right) \left( \frac{Q^i \cos 2\Phi + U^i \sin 2\Phi}{I_S^i} \right) \right\rangle \end{aligned} \quad (4.7)$$

where  $\mathcal{V}_{sc}$  is the elementary representative scattering volume that we have singled out. The scattering coefficients have unit inverse length. Upon integration over all scattering angles, the scattering coefficients provide the attenuations caused by the scattering process. As

an example, we write :  $g^P = 1/l_P = (4\pi)^{-1} \int_{4\pi} (g^{PP}(\Theta, \Phi) + g^{PS}(\Theta, \Phi)) \sin \Theta d\Phi$  with  $l_P$  the  $P$ -wave scattering mean free path.

All the quantities we have derived so far suffice to completely describe the single-scattering process. To formulate the multiple scattering process, it is important to fix a global reference frame  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$  (see the geometry in Figure 4.2b) and adopt a global convention to decompose the Stokes vector. Following Turner & Weaver (1994), we introduce a spherical coordinate system  $(\theta, \phi, \rho)$  to address this last point. If we think of  $\mathbf{z}_0$  as the normal to the interfaces of the medium (Moho and free surface), the spherical coordinate system coincides in fact with the usual  $(\mathbf{s}_v, \mathbf{s}_h, \mathbf{p})$  basis for shear vertical, shear horizontal and longitudinal wave motions. In spherical coordinates, the incident and scattered directions of propagation are denoted by  $(\theta_0, \phi_0)$  and  $(\theta_1, \phi_1)$ , respectively.

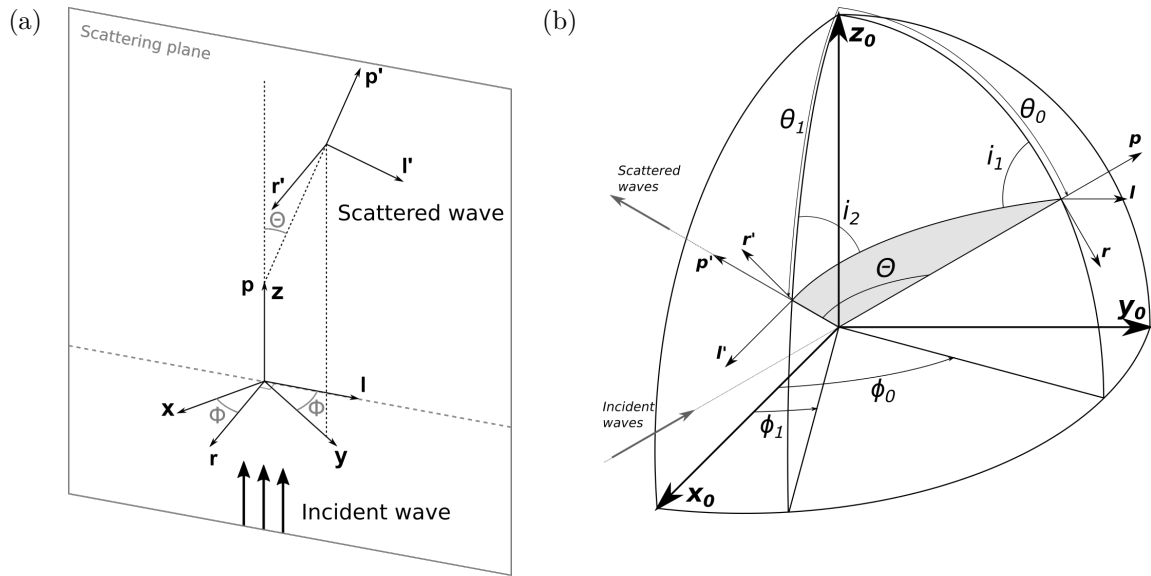


FIGURE 4.2 – (a) Reference frames for incident and scattered waves. The vectors  $\mathbf{r}$  and  $\mathbf{l}$  are perpendicular and parallel to the scattering plane, respectively. (b) Angle conventions for the derivation of the Mueller matrix in a global reference frame. The scattering plane is represented by the shaded surface.

Following the conventions outlined above for the reference frames, the scattered Stokes vector  $\mathbf{S}^{sc}$  is obtained by taking the product of the Mueller matrix  $\mathcal{P}(\theta_1, \phi_1, \theta_0, \phi_0)$  with the incident Stokes vector  $\mathbf{S}^i$ . The Mueller matrix is deduced from the scattering matrix as follows :

$$\mathcal{P}(\theta_1, \phi_1, \theta_0, \phi_0) = \mathbf{L}(i_2 - 3\pi/2) \mathbf{F}(\Theta) \mathbf{L}(i_1 + \pi/2), \quad (4.8)$$

where  $\mathbf{L}$  is a rotation matrix for the Stokes vector (see appendix A.2). The rotations allow us to first transform the coordinates of the incident Stokes vector to the  $(\mathbf{r}, \mathbf{l}, \mathbf{p})$

system attached to the scattering plane, and then take the scattered Stokes vector in the  $(\mathbf{r}', \mathbf{l}', \mathbf{p}')$  system back to the spherical basis. In Eq. (4.8), the dihedral angles  $i_1$  and  $i_2$  are determined from spherical trigonometry, using the conventions of Turner & Weaver (1994) and Margerin (2005) shown in Fig. 4.2b.  $i_1$  is the angle between the vertical plane containing the incident direction of propagation and the scattering plane.  $i_2$  is the angle between the vertical plane containing the scattered direction of propagation and the scattering plane. The expression of these angles are found in Appendix A.3. We note that an elliptically polarized plane wave remains elliptically polarized upon scattering.

### 4.3.5 Mueller matrix for interface scattering

When seismic energy reaches an interface, reflection and transmission result in mode conversions and changes in the polarization. The purpose of this section is to provide a concise derivation of the matrices relating the incident and scattered Stokes vector at a flat interface. First, the amplitude and phase of the reflected or transmitted waves are determined from the reflection and transmission coefficients given by Aki & Richards (2002), adapted to our global reference frame  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$ . For horizontal interfaces, only  $P$ - and  $SV$ -waves are coupled. Following Margerin (1998, p.125), the reflected Stokes vector  $\mathbf{S}^r$  at the free surface can be written as :

$$\mathbf{S}^r = \mathbf{R}_{Surf} \mathbf{S}^i, \quad (4.9)$$

where  $\mathbf{R}_{Surf}$  is the Stokes reflection matrix. This matrix can be written as :

$$\mathbf{R}_{Surf} = \begin{pmatrix} R_{\dot{P}-\dot{P}}^I & R_{\dot{S}V-\dot{P}}^I/2 & R_{\dot{S}V-\dot{P}}^I/2 & 0 & 0 \\ R_{\dot{P}-\dot{S}V}^I & (R_{\dot{S}V-\dot{S}V}^I + 1)/2 & (R_{\dot{S}V-\dot{S}V}^I - 1)/2 & 0 & 0 \\ R_{\dot{P}-\dot{S}V}^I & (R_{\dot{S}V-\dot{S}V}^I - 1)/2 & (R_{\dot{S}V-\dot{S}V}^I + 1)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\dot{U}\dot{U}} & R_{\dot{V}\dot{U}} \\ 0 & 0 & 0 & R_{\dot{U}\dot{V}} & R_{\dot{V}\dot{V}} \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

where  $R_{**}^I$  are the reflection coefficients for the specific intensity, which are defined as products between the energy reflection coefficients  $R_{**}^E$  (Aki & Richards, 2002) and the ratio between the squared velocities of the incident and the reflected waves. This last factor takes into account the change of geometrical spreading associated with the expansion or contraction of a ray bundle upon reflection. This follows immediately from the application of Snell's law at the interface. Note that in absence of mode conversions, the coefficient  $R_{**}^I$  and  $R_{**}^E$  are equal. The expressions for the coupling coefficients between the parameters  $U$

and  $V$  of the incident and scattered waves are particularly simple because the reflection coefficient of  $SH$ -waves is unity. We find :  $R_{\dot{U}\dot{U}} = R_{\dot{V}\dot{V}} = \Re(\dot{S}\dot{S}_V)$  and  $R_{\dot{U}\dot{V}} = -R_{\dot{V}\dot{U}} = \Im(\dot{S}\dot{S}_V)$ , where  $\dot{S}\dot{S}_V$  is the amplitude reflection coefficient of the  $SV$ -to- $SV$  reflection at the surface.

Likewise, we can develop Stokes reflection and transmission matrices  $\mathbf{R}_{Moho}$  and  $\mathbf{T}_{Moho}$  for the reflection or transmission of specific intensity at the Moho. Following a method similar to [Turner & Weaver \(1995\)](#), the reflected and transmitted Stokes vectors  $\mathbf{S}^r$  and  $\mathbf{S}^t$  are written as :

$$\mathbf{S}^r = \mathbf{R}_{Moho}\mathbf{S}^i \quad (4.11)$$

$$\mathbf{S}^t = \mathbf{T}_{Moho}\mathbf{S}^i \quad (4.12)$$

The reflection and transmission matrices are given by :

$$\mathbf{R}_{Moho} = \begin{pmatrix} R_{\dot{P}-\dot{P}}^I & R_{\dot{S}_V-\dot{P}}^I/2 & R_{\dot{S}_V-\dot{P}}^I/2 & 0 & 0 \\ R_{\dot{P}-\dot{S}_V}^I & (R_{\dot{S}_V-\dot{S}_V}^I + R_{\dot{S}_H-\dot{S}_H}^I)/2 & (R_{\dot{S}_V-\dot{S}_V}^I - R_{\dot{S}_H-\dot{S}_H}^I)/2 & 0 & 0 \\ R_{\dot{P}-\dot{S}_V}^I & (R_{\dot{S}_V-\dot{S}_V}^I - R_{\dot{S}_H-\dot{S}_H}^I)/2 & (R_{\dot{S}_V-\dot{S}_V}^I + R_{\dot{S}_H-\dot{S}_H}^I)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\dot{U}\dot{U}} & R_{\dot{V}\dot{U}} \\ 0 & 0 & 0 & R_{\dot{U}\dot{V}} & R_{\dot{V}\dot{V}} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

and

$$\mathbf{T}_{Moho} = \begin{pmatrix} T_{\dot{P}-\dot{P}}^I & T_{\dot{S}_V-\dot{P}}^I/2 & T_{\dot{S}_V-\dot{P}}^I/2 & 0 & 0 \\ T_{\dot{P}-\dot{S}_V}^I & (T_{\dot{S}_V-\dot{S}_V}^I + T_{\dot{S}_H-\dot{S}_H}^I)/2 & (T_{\dot{S}_V-\dot{S}_V}^I - T_{\dot{S}_H-\dot{S}_H}^I)/2 & 0 & 0 \\ T_{\dot{P}-\dot{S}_V}^I & (T_{\dot{S}_V-\dot{S}_V}^I - T_{\dot{S}_H-\dot{S}_H}^I)/2 & (T_{\dot{S}_V-\dot{S}_V}^I + T_{\dot{S}_H-\dot{S}_H}^I)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{\dot{U}\dot{U}} & T_{\dot{V}\dot{U}} \\ 0 & 0 & 0 & T_{\dot{U}\dot{V}} & T_{\dot{V}\dot{V}} \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

respectively. The coupling coefficients between  $U$  and  $V$  are  $R_{\dot{U}\dot{U}} = R_{\dot{V}\dot{V}} = \Re(\dot{S}\dot{S}_V\dot{S}\dot{S}_H^*)$ ,  $R_{\dot{U}\dot{V}} = -R_{\dot{V}\dot{U}} = \Im(\dot{S}\dot{S}_V\dot{S}\dot{S}_H^*)$ ,  $T_{\dot{U}\dot{U}} = T_{\dot{V}\dot{V}} = \Re(\dot{S}\dot{S}_V\dot{S}\dot{S}_H^*)$  and  $T_{\dot{U}\dot{V}} = -T_{\dot{V}\dot{U}} = \Im(\dot{S}\dot{S}_V\dot{S}\dot{S}_H^*)$ , where  $\dot{S}\dot{S}_V$  and  $\dot{S}\dot{S}_V$  are the amplitude reflection and transmission coefficients of the  $SV$ -to- $SV$  reflection at the Moho and  $\dot{S}\dot{S}_H$  and  $\dot{S}\dot{S}_H$  are the amplitude reflection and transmission coefficients of the  $SH$ -to- $SH$  reflection at the Moho. We notice that at a post-critical angles of incidence, a phase shift occurs between the  $SV$  and  $SH$ -waves both at the Moho and the free surface. This implies in particular that an initially linearly polarized  $S$ -waves will acquire an elliptical polarization upon reflection. In turn,



the polarization influences the scattering pattern in the bulk of the medium as shown in Eq. (4.7). Our analysis therefore demonstrates that polarization introduces a complex interplay between scattering from interfaces and from volumetric heterogeneities. To our knowledge, this phenomenon has been largely ignored in the seismological literature. In particular, assuming that  $S$ -waves are linearly polarized, i.e.  $V = 0$ , is only valid in unbounded media. Consequences of polarization will be further explored through numerical simulations. The next section is devoted to the treatment of energy radiation at the source for polarized elastic waves.

### 4.3.6 Stokes vector for double couple sources

In this work, we will consider two basic types of sources : explosions (isotropic  $P$ -wave sources) and dislocations (double-couple sources). In a Stokes parameters framework, the treatment of explosions is particularly simple. Denoting  $\mathbf{S}_0$  the Stokes vector at the source, we have :

$$\mathbf{S}_0(\theta, \phi) = \frac{1}{R^2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

The Stokes vector has been normalized in such a way that the energy at the source is 1.

For shear dislocations, we assume that they can be adequately represented by point-like double-couples. The dislocation parameters, which can be set arbitrarily, are  $\phi_s$  (strike),  $\delta$  (dip) and  $\lambda$  (rake). Following [Aki & Richards \(2002\)](#), the wave amplitude in the far-field of the source is proportional to the radiation patterns of  $P$ -,  $SV$ - and  $SH$ -waves  $\mathfrak{F}^P$ ,  $\mathfrak{F}^{SV}$  and  $\mathfrak{F}^{SH}$  which may be written as :

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}^P(\theta, \phi) &= \cos \lambda \sin \delta \sin^2 \theta \sin 2(\phi - \phi_s) - \cos \lambda \cos \delta \sin 2\theta \cos(\phi - \phi_s) \\ &+ \sin \lambda \sin 2\delta (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta \sin^2(\phi - \phi_s)) + \sin \lambda \cos 2\delta \sin 2\theta \sin(\phi - \phi_s) \\ \mathfrak{F}^{SV}(\theta, \phi) &= \sin \lambda \cos 2\delta \cos 2\theta \sin(\phi - \phi_s) - \cos \lambda \cos \delta \cos 2\theta \cos(\phi - \phi_s) \\ &+ \frac{1}{2} \cos \lambda \sin \delta \sin 2\theta \sin 2(\phi - \phi_s) - \frac{1}{2} \sin \lambda \sin 2\delta \sin 2\theta (1 + \sin^2(\phi - \phi_s)) \\ \mathfrak{F}^{SH}(\theta, \phi) &= \cos \lambda \cos \delta \cos \theta \sin(\phi - \phi_s) + \cos \lambda \sin \delta \sin \theta \cos 2(\phi - \phi_s) \\ &+ \sin \lambda \cos 2\delta \cos \theta \cos(\phi - \phi_s) - \frac{1}{2} \sin \lambda \sin 2\delta \sin \theta \sin 2(\phi - \phi_s). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Since there are no phase shifts between the two components of the  $S$ -wave, they are

linearly polarized so that the last Stokes parameter  $V$  is zero. The Stokes vector in the global frame  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$  can be written as :

$$\mathbf{S}_0(\theta, \phi) = \frac{1}{R^2} \begin{pmatrix} \frac{15}{16\pi} W_P \mathfrak{F}^P(\theta, \phi)^2 \\ \frac{5}{8\pi} W_S (\mathfrak{F}^{SV}(\theta, \phi)^2 + \mathfrak{F}^{SH}(\theta, \phi)^2) \\ \frac{5}{8\pi} W_S (\mathfrak{F}^{SV}(\theta, \phi)^2 - \mathfrak{F}^{SH}(\theta, \phi)^2) \\ 2 \frac{5}{8\pi} W_S \mathfrak{F}^{SV}(\theta, \phi) \mathfrak{F}^{SH}(\theta, \phi) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

As well as for the explosion, the Stokes vector has been normalized in such a way that the energy at the source is 1.  $W_P$  and  $W_S$  are the fraction of energy release at the source, which are equal to :

$$\begin{aligned} W_P &= \frac{2}{2 + 3\gamma_1^5} \\ W_S &= \frac{3\gamma_1^5}{2 + 3\gamma_1^5}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

where  $\gamma_1$  is the velocity ratio  $\alpha_1/\beta_1$ .

### 4.3.7 Monte-Carlo implementation

The transport of polarized elastic waves in the crustal waveguide has been simulated with the Monte-Carlo method. In this approach, seismic energy is carried by discrete seismic phonons (Shearer & Earle, 2004) who obey the laws of classical ray theory in between two scattering events, where their mode ( $P$ ,  $S$ ), polarization state (Stokes vector) and propagation direction change randomly. A major advantage of this approach is its flexibility, allowing the treatment of various types of sources, mode conversions and boundaries. In the numerical examples shown in this work, millions or billions of phonon trajectories have been simulated to obtain reasonably accurate results. The Monte-Carlo scheme, illustrated in Fig. 4.1a in the case of a multiple-scattering waveguide, is divided into 3 steps :

(1) The initial direction of propagation and mode of a unit energy phonon is randomly selected by interpreting Eqs. (4.15)-(4.17) in a probabilistic way. In the case of the double-couple source, the initial direction of propagation is simulated by the rejection method (Lux & Koblinger, 1991). The double-couple diagrams simulated with 500 million phonons are shown in Fig. 4.3a for all the modes. We draw the attention of the reader to the

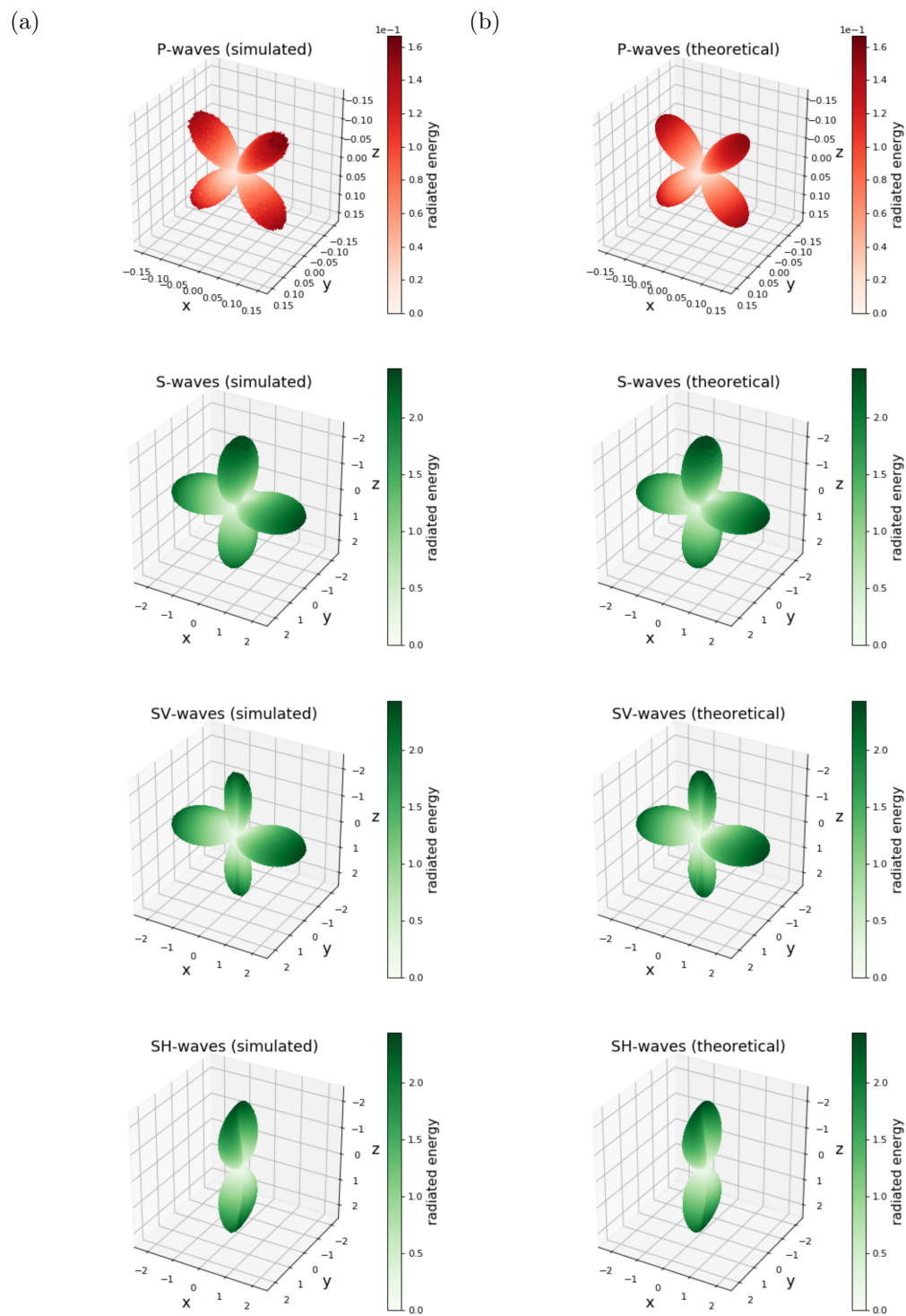


FIGURE 4.3 – (a) Simulated radiation patterns of a double-couple (strike, dip and rake are all equal to  $0^\circ$ ). From left to right are represented the energy radiation patterns of the modes  $P$ ,  $S$  (sum of  $SH$  and  $SV$  modes),  $SV$  and  $SH$ . (b) Corresponding theoretical radiation patterns of a double-couple.

difference of scale between the  $P$ -wave and  $S$ -wave radiation patterns, where the radiated  $S$ -wave energy is around 23.4 times greater than the radiated  $P$ -wave energy. Despite small statistical fluctuations, the simulated double-couple diagrams match well the theoretical formulas (Fig. 4.3b).

(2) Each phonon performs a “random walk” during which its direction of propagation and polarization are modified at each scattering process that occurs in the bulk of the medium or at an interface. The free path length between two scattering events is determined by an exponential probability law with scale length  $l_P$  or  $l_S$  for  $P$  and  $S$  modes, respectively. If the phonon reaches an interface in between two scattering events, its mode, polarization and direction of propagation are modified according to the laws of reflection/transmission outlined above. The new mode of propagation of the phonon is determined by interpreting probabilistically the energy conservation law at the interface. Subsequently, the propagation direction of the phonon is modified deterministically by application of Snell’s law. The Stokes vector is then updated by application of Eq. 4.9 and Eq. 4.11-4.12 at the free surface and Moho, respectively. Note that upon reflection/transmission, the free path length is adjusted to take into account the difference between the  $P$  and  $S$  scattering mean free paths in the case of mode conversions or of transmission to a medium with different scattering properties. When scattering occurs in the bulk of the medium, Eqs (4.7) are interpreted probabilistically to determine the new mode and propagation directions of the scattered phonon. This may be achieved by a decomposition into conditional probabilities as explained in Margerin et al. (2000). Once the new state of the particle is determined, the scattered Stokes vector is updated by application of formula Eq. (4.8). Finally, we remark that as the phonon propagates through the medium, its weight decreases exponentially as a consequence of intrinsic attenuation. Again, the scale length of exponential decay ( $l_P^a$ ,  $l_S^a$ ) depends on the propagation mode ( $P$ ,  $S$ ).

(3) As it propagates through the medium, the complete state of the phonon is monitored at discrete time instants  $i \times dt$ , where  $dt$  is the temporal resolution. At each time step, the construction of the energy envelopes for each polarization state is achieved through a weighted average of the Stokes vectors of the phonons present in the sub-volume of the medium containing the receiver of interest. The resulting envelopes are normalized by the total number of phonons to simulate a unit energy source.

## 4.4 Examples of numerical simulation results

The purpose of this section is to explain, through a typical example, the general approach that we have adopted to analyze our results. A more detailed account of the numerical exploration is given in the following sections. Results of Monte-Carlo simulations in a heterogeneous crustal waveguide for an explosion source are presented in Fig. 4.4.  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$  are set to 3.25 and 2.78, respectively and intrinsic attenuation is neglected. These values correspond to a random medium with  $l_c = 1$  km,  $\tau_S = 10$  s,  $H = 30$  km and a central frequency of 1 Hz. We recall that the non-dimensional  $l_S^*/H$  measures the relative importance of reflection from interfaces versus scattering in the bulk of the medium. When this parameter is large, the former process has a very large impact on the propagation as illustrated later. The second parameter  $l_S^*/l_S$  measures the level of scattering anisotropy. As this parameter increases, the randomization of propagation directions requires an increasingly large number of scattering events. This parameter controls the degree of angular anisotropy of the energy fluxes in the waveguide at long lapse-time.

Typical energy envelopes are shown in Fig. 4.4a, for epicentral distances ranging from 50 to 300 km. Energy envelopes in the waveguide exhibit a strong direct  $P$ -wave arrival, followed by weak multiples caused by boundary reflections. We note that the development of  $Lg$ -like phases is made possible by the guiding effect. At sufficiently large post-critical distances, it is apparent that the guided phases dominate the signal. Because the initial source is an explosion in the middle of the crust, the envelope shape of the trapped  $S$ -wave has a diffuse character with no visible ballistic arrival. In Fig. 4.4b, we observe that the  $P$ - and  $S$ -waves trapped in the crustal waveguide decay exponentially at the exact same rate after a few mean free times. This exponential decay (readily apparent in linear-log scale in Fig. 4.4b) is a consequence of the leakage effect. A leakage time  $\tau_l$  can therefore be introduced as follows :

$$E_{tot}(t) = E_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_l}\right), \quad (4.19)$$

where  $E_{tot}(t)$  is the total energy in the crustal waveguide and  $E_0$  is a constant. Eq. (4.19) is typically valid after a few mean free times.

Figures 4.4c and 4.4d represent, respectively, the time evolution of the ratios between the  $P$ - and the  $S$ -wave energies ( $E_P/E_S$ ) and between the  $SV$ - and  $SH$ -wave energies ( $E_{SV}/E_{SH}$ ) in the whole crust. Interestingly, we observe that these ratios stabilize after 10 to 15  $S$ -wave mean free time. However, the limits differ from the theoretical predictions

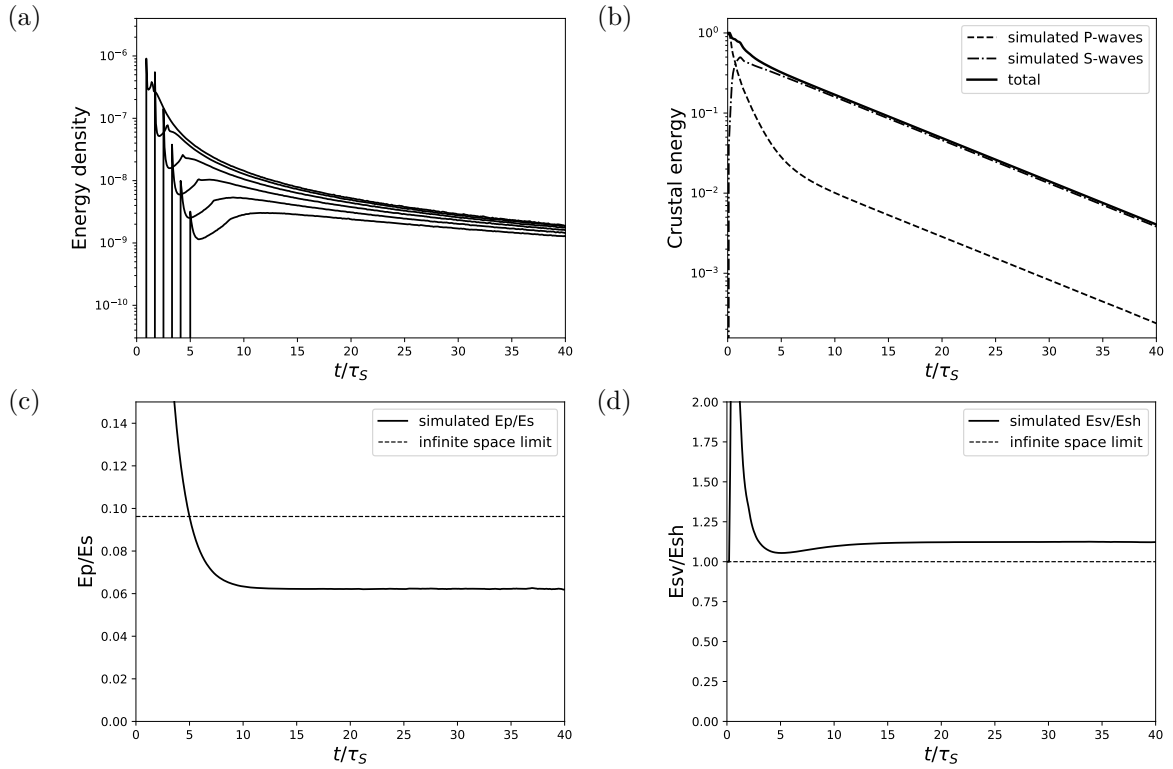


FIGURE 4.4 – Monte-Carlo simulation results for a  $P$ -wave explosion in the crustal waveguide described in Fig. 4.1a.  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$  are set to 3.25 and 2.78, respectively. There is no intrinsic absorption. (a) Simulated energy envelopes for epicentral distances ranging from 50 km to 300 km. (b) Evolution of the total energy in the crustal waveguide. The  $P$ -waves and  $S$ -waves energy contributions are also shown. (c) Evolution of the  $P$ -to- $S$  energy ratio in the crust. (d) Evolution of the  $SV$ -to- $SH$  energy ratio in the crust. For (c) and (d), the theoretical limits of the ratios for an infinite multi-scattering space are shown by the horizontal dashed line (see Eq. (4.20)). For every sub-figure, note that the time is normalized by the  $S$ -wave mean free time  $\tau_S$ .

of equipartition in infinite space, as derived by Weaver (1982, 1990); Ryzhik et al. (1996) :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E_P}{E_S} = \frac{\beta_1^3}{2\alpha_1^3} \quad (4.20)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E_{SV}}{E_{SH}} = 1.$$

We stress that these results, valid in infinite space, do not depend on the scattering properties, on the source type or on the amount of energy initially released at the source. In this sense, equipartition ratios can be deemed “universal”. Eq. (4.20) is the mathematical translation of the fact that  $S$ -waves become depolarized as a result of the multiple scattering process. However, in the example shown in Fig. 4.4, the  $E_P/E_S$  and  $E_{SV}/E_{SH}$

ratios stabilize around 35.3 percent below and 12.4 percent above the full space values (Eq. (4.20)), respectively. These results are in sharp contrast with the equipartition principle. The deviation of the  $E_{SV}/E_{SH}$  ratio from 1 means that a residual polarization subsists at long lapse-time in the waveguide, in sharp contrast with the full-space predictions. This result shows that a full description of wave polarization is required to model correctly the energy transport in the crust. The reduction of the ratio  $E_P/E_S$  can be simply understood as a consequence of the leaky nature of  $P$ -waves. In this sense, leakage behaves like absorption at a phenomenological level. The equilibration ratio is simply shifted in favor of the mode which is least absorbed (Margerin et al., 2001). The increase of the  $E_{SV}/E_{SH}$  ratio requires a slightly more sophisticated argument. To understand the origin of the observed shift, the guiding of  $SV$  and  $SH$  polarizations will be examined in Sections 4.6 and 4.7 through a parametric study.

## 4.5 Leakage

A parametric study has been carried out to investigate the effects of the scattering properties of the crust on energy leakage. We examined a wide range of mean free paths, with  $l_S/H$  varying from 0.072 to 37.3 and  $l_S^*/l_S$  ranging from 0.80 (backward scattering) to 41.95 (strong forward scattering). Leakage times  $\tau_l$  are estimated from the fit of the crustal energy decay with Fig. 4.4b in a time window where the stabilization of the energy ratios is reached. The results are shown in Fig. 4.5, where the inverse of  $\tau_l$  is represented as a function of the parameters  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$ . We observe that leakage reaches maximum efficiency around  $l_S^* = H$  in the case of forward scattering, as previously noted by Margerin et al. (1999) and (Lacombe, 2001, p. 144). However, in the backward scattering case, the maximum efficiency of leakage seems to be reached when  $l_S^*$  is slightly lower than  $H$ . This maximum marks the limit between the diffusive regime ( $l_S^* < H$ ) where leakage is limited by the transit time of diffuse energy through the crust, and the guided regime ( $l_S^* > H$ ) where the seismic energy is multiply-reflected at the medium boundaries and leakage occurs mostly through the scattering of post-critically reflected crustal waves. In the diffusive regime, leakage is independent of the details of the scattering mechanism, in the sense that very different levels of scattering anisotropy yield the same leakage rate provided only that the wave diffusivities are equal. The situation is quite different in the guided regime, where the leakage rate depends clearly on the scattering mechanism. Indeed, we observe in Fig. 4.5 that the leakage rate depends on both  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$  in the case  $l_S^* > H$ . This shows that in regions where scattering is mostly weak like in

France ( $l_S^* \approx 250$  km at 3 Hz (Lacombe et al., 2003)), the scattering mechanism has a strong influence on the energy leakage and can greatly affect the shape of the coda. In particular, leakage effects contribute to the overall decay rate of the coda which may lead to an overestimation of attenuation as estimated for example from the coda quality factor  $Q_c$  (Margerin et al., 1999).

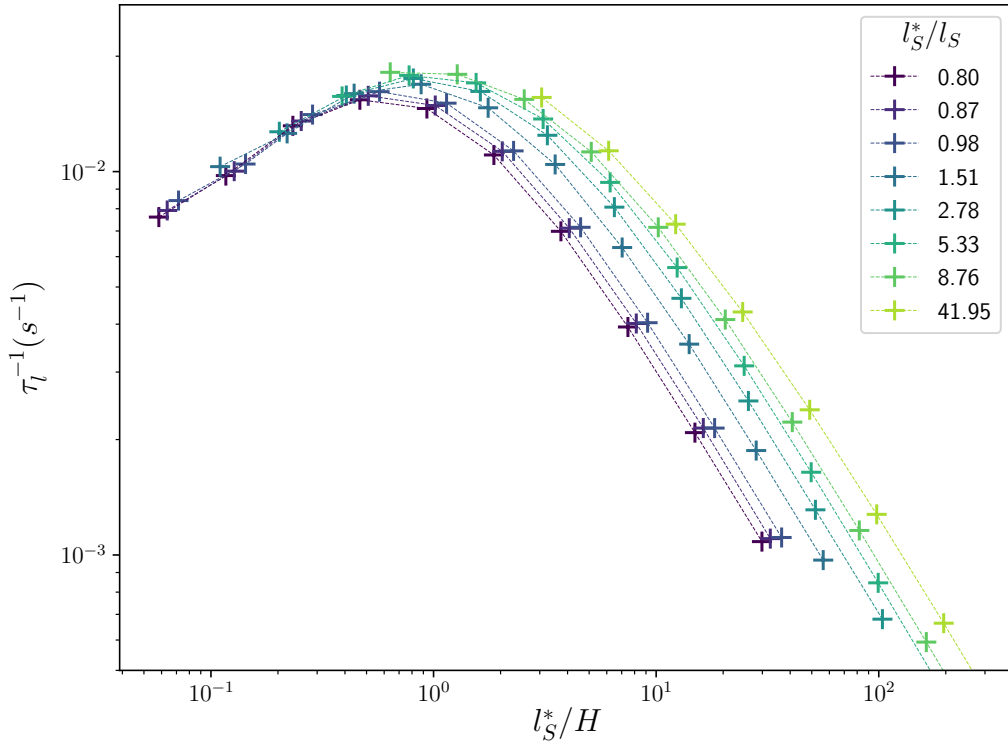


FIGURE 4.5 – Inverse of the leakage time  $\tau_l^{-1}$  as a function of  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$ .

## 4.6 Angular distribution of energy fluxes in the waveguide

For an unbounded medium, the multiple scattering process tends to homogenize the distribution of energy in phase space after a large number of scattering events (Ryzhik et al., 1996). This implies that all propagation directions become equally probable at long lapse-time. However, as shown by Margerin (2017a) for scalar waves, the angular distribution of specific intensity (i.e. of energy fluxes) never reaches perfect isotropy in



the long-lapse time limit in an open waveguide. In Margerin (2017a), it is shown that such a breakdown of strict-sense equipartition is mainly due to the leakage effects. In the elastic case, we expect that the angular dependence of both mode conversions and reflectivity at the Moho and free surface eventually contribute to the anisotropy of the wavefield. Based on the same parametric study as described in Section 4.5, we now investigate the impact of medium boundaries on the anisotropy of the energy fluxes at long lapse time in the crust. Fig. 4.6 shows polar plots of the angular distribution of the  $P$ ,  $S$ ,  $SH$  and  $SV$  specific intensities averaged over the whole crustal thickness and all azimuths for a set of representative values of the key parameters  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$ . Note that the specific intensities have been normalized by the sum of integrated  $P$  and  $S$  intensities in the crust. Furthermore, the specific intensities have also been averaged temporally in a late time window, such that all energy ratios have reached equilibrium. As an example, in the case where  $l_S^*/l_S = 2.78$ , the time window is between  $20\tau_S$  and  $40\tau_S$ . For each sub-figure, the asymptotic angular distributions are shown for a fixed scattering mechanism and different values of the parameter  $l_S^*/H$ . We try to keep the discussion as brief as possible and examine asymptotic regimes for the parameter  $l_S^*/H$ .

Fig. 4.6 clearly shows that when  $l_S^* \ll H$  (or in the diffusive regime), the wavefield is nearly isotropic for all the modes. Although leakage introduces a preferential vertical transport direction across the slab, it leaves little imprint on the specific intensities when the crust is thick compared to the mean free path. Furthermore it may be demonstrated that, while the reflection coefficients are angularly dependent at the free surface, they leave no imprint on an incident equipartitioned wavefield. In other words, if the incident fluxes are isotropic and equilibrated (i.e.  $E_S/E_P = 2(\alpha_1/\beta_1)^3$ ,  $E_{SV} = E_{SH}$ ), so will be the reflected wavefield. This fact is demonstrated in Appendix B. In the thick crust regime, the only imprint left by the presence of interfaces is the exponential decay of the coda, not to be confused with dissipation by anelastic processes.

In the thin crust regime  $l_S^* \gg H$  (or in the guided regime), the situation is far more complex. We can clearly observe in Fig. 4.6 that the wavefield becomes increasingly anisotropic as the parameter  $l_S^*/H$  increases. The effect is particularly spectacular for  $P$ -waves whose distribution of propagation directions becomes sharply peaked along the horizontal. This property may be traced back to their leaky nature. Indeed, the  $P$ -waves that survive in the waveguide at long lapse-time must minimize their interactions with the Moho, thereby favoring transport of energy along the free surface. This result directly contradicts the principle of equipartition. In the next section, we will show that the development of a strongly anisotropic  $P$  wavefield is also associated with a very large shift

of the  $E_S/E_P$  ratio in favor of  $S$ -waves.

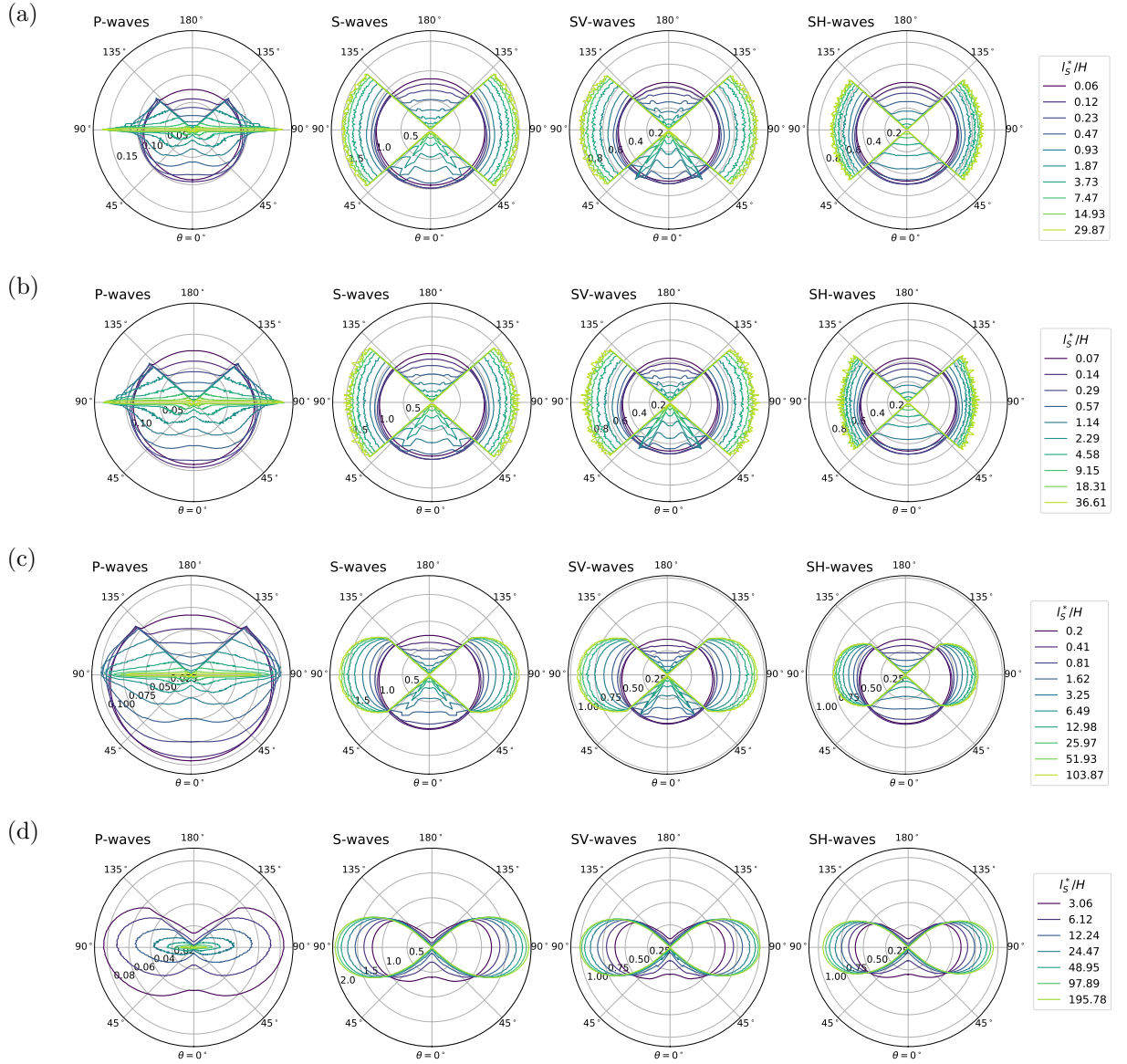


FIGURE 4.6 – Polar plots of the angular distribution of the specific intensity in the crustal waveguide for  $P$ -,  $S$ -,  $SV$ - and  $SH$ -waves for different values of  $l_S^*/H$ . 4 different scattering regimes have been considered : (a)  $l_S^*/l_S$  is fixed at 0.80 (backward scattering). (b)  $l_S^*/l_S$  is fixed at 0.98 (non-preferential scattering). (c)  $l_S^*/l_S$  is fixed at 2.78 (forward scattering). (d)  $l_S^*/l_S$  is fixed at 41.95 (strong forward scattering). The angle  $\theta = 0$  corresponds to the downward direction (i.e. propagation from the free surface to the Moho).

The  $SV$  and  $SH$  wavefields show similar behaviors with additional complexities for the former in relation to the strong coupling with  $P$ -waves at the free surface. The most prominent feature visible for both  $SH$ - and  $SV$ -waves is in Fig. 4.6 the large jump in the energy fluxes between the pre- and post- critical angles of propagation (the critical

$S$ -to- $S$  reflection is at  $\theta \approx 48.1$  degrees in our model). We note that the post-critical  $SV$  and  $SH$  wavefields are nearly isotropic in the backward and non-preferential scattering ( $l_S^*/l_S \approx 1$ ) cases. As the scattering becomes more and more peaked in the forward direction, the angular patterns tend to flatten out along the horizontal direction. It also appears that the  $SV$  flux is slightly larger than the  $SH$  flux for large  $l_S^*/H$ . This finding is consistent with our previous examination of Fig. 4.4d where the  $SV$ -to- $SH$  energy ratio was found to be greater than 1 at long lapse-time. We will further comment on this residual polarization effect when we analyze the partitioning ratio. Other noticeable differences between the energy flux distributions of  $SH$  and  $SV$  are the peaks visible around 30-35 degrees incidence for downgoing  $SV$ -waves. This extra intensity finds its origin in the  $P$ - $SV$  conversions on the free surface for  $P$ -waves propagating at nearly grazing incidence. The sharpness of these peaks clearly attenuates as the scattering anisotropy increases. In the case of strong forward scattering, the vanishing of the peaks of downgoing  $SV$  intensity can be traced back to the very strong leakage of the  $P$ -wave energy out of the waveguide, leaving almost no  $P$ -wave energy to be converted to  $SV$ -waves at the free surface. In this case of extreme forward scattering, we observe that the angular distributions of  $SH$  and  $SV$  fluxes are almost identical. This result will resurface when we discuss the asymptotic energy partitioning ratios. As an additional difference of flux distribution between  $SV$ - and  $SH$ -waves, we also notice smaller amplitude  $SV$  intensity peaks in the upward direction (near  $\theta = 150$  degrees). They clearly correspond to the Moho reflection of the extra  $SV$  intensity propagating at  $\theta = 30 - 35$  degrees. These peaks are mostly visible when scattering is preferentially backwards or weakly anisotropic, and disappear in the limit of strong forward scattering.

These results show that adding the Moho breaks the isotropy of the wavefield, and therefore, the equipartition principle can no longer be applied in the weak scattering regime. In Fig. 4.4c and Fig. 4.4d, we could observe that the breakdown of equipartition has also an impact on the long lapse time energy ratios  $E_P/E_S$  and  $E_{SV}/E_{SH}$ . In the next section, we will see how we can link the anisotropy of the flux to the shift of these ratios.

## 4.7 Energy partition

The results of the parametric study described in Section 4.5 and Section 4.6 have also been exploited to study the influence of the scattering properties on the long lapse-time limits energy partitioning ratios averaged over the crust. The results for  $E_P/E_S$  and

$E_{SV}/E_{SH}$  are presented in Section 4.7.1 and Section 4.7.2, respectively. An additional parametric study, which highlights the effects of intrinsic attenuation on energy partitioning in the coda has been carried out and results are presented in Section 4.7.3.

### 4.7.1 $P$ -to- $S$ energy ratios

In Fig. 4.7, the long lapse-time limit of the energy ratio  $E_P/E_S$  is represented as a function of  $l_S^*/H$  for a series of media with different levels of scattering anisotropy quantified by the ratio  $l_S^*/l_S$ . The symbol colors correspond to the long lapse-time limit of the energy ratio  $E_{SV}/E_{SH}$ . In the thick crust regime ( $l_S^* \ll H$ ), the energy ratios  $E_P/E_S$  and  $E_{SV}/E_{SH}$  tend to the infinite space equipartition predictions (see Eq. (4.20)) as expected. The leakage rate is so small that it hardly affects the energy partitioning between the different polarizations. Furthermore, as already alluded to in the previous section, an equipartitioned wavefield is left invariant when it interacts with the free surface (see Appendix B). In the thin crust regime ( $l_S^* \gg H$ ), on the one hand,  $E_P/E_S$  strongly decreases as the scattering weakens and eventually tends to zero for very large  $l_S^*$ , due to the leaky nature of  $P$ -waves. It is only through the coupling with guided  $S$ -waves that some  $P$ -wave energy can be trapped at long lapse-time in the crust. As the scattering strength decreases, the coupling becomes weaker and weaker which explains the vanishing of the  $P$ -wave energy for thin crusts.

The transition between the thick and thin crust regimes occurs in a range of crustal thickness  $1 < l_S^*/H < 20$ . Remarkably, the overall sigmoid shape of the curve representing  $E_P/E_S$  as a function of  $l_S^*/H$  depends little on the level of scattering anisotropy, be it forward or backward. As an application, the study of Lacombe et al. (2003) suggests  $l_S^*/H \approx 8$  in France. From Fig. 4.7, we deduce  $0.25 \lesssim E_P/E_S \lesssim 0.4$  which in turn implies that the average crustal  $E_P/E_S$  ratio is 2.5 to 4 times smaller than the value expected in full space. The far more complicated dependence of  $E_{SV}/E_{SH}$  on the scattering properties is examined in the next subsection.

### 4.7.2 $SV$ -to- $SH$ energy ratios

In Fig. 4.8, the long lapse-time limit of the energy ratio  $E_{SV}/E_{SH}$  is represented as a function of  $l_S^*/H$  for a series of media with different levels of scattering anisotropy, as quantified by the ratio  $l_S^*/l_S$ . The results of the simulations for backward and forward scattering have been presented separately in Fig. 4.8a and Fig. 4.8b to enhance the readability.

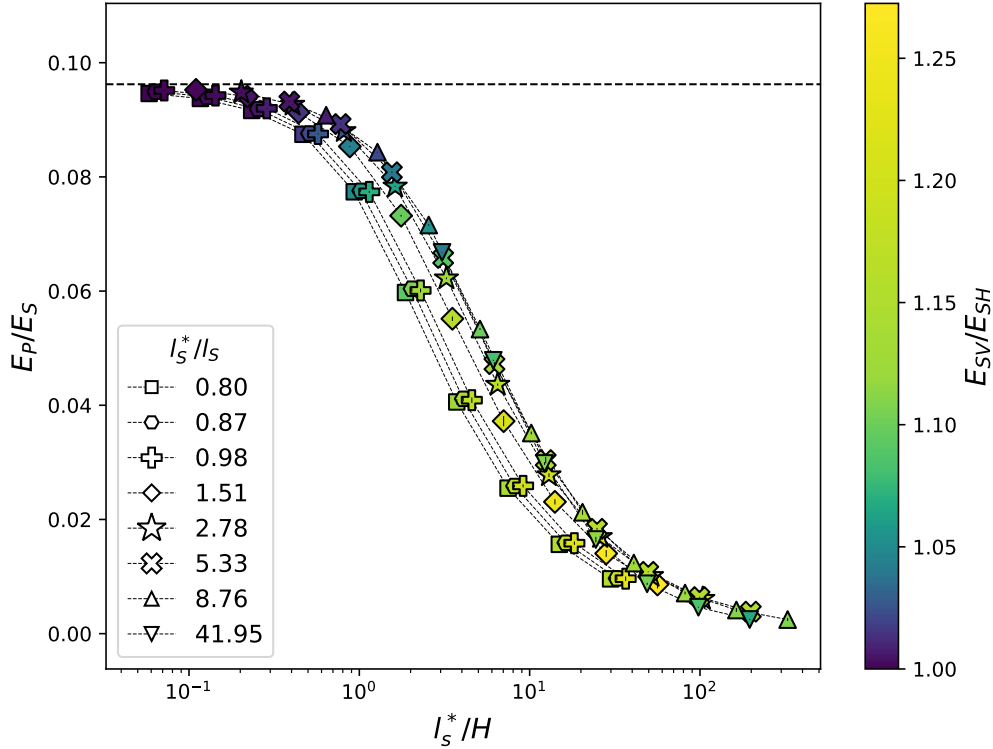


FIGURE 4.7 – Long lapse-time limit of the  $P$ -to- $S$  ratio as a function of  $l_S^*/H$  for different levels of scattering anisotropy as quantified by  $l_S^*/l_S$ . The color scale provides the corresponding limit of the  $E_{SV}/E_{SH}$  ratio. The infinite space value of  $E_P/E_S$  is represented by the horizontal dashed line.

Before going into details, it is worth noting that for all the random media that we have simulated the asymptotic  $E_{SV}/E_{SH}$  ratio always exceeds 1. We shall find some counterexamples to this result when we introduce absorption in the next section. In the thick crust regime  $l_S^* < H$ , we observe little dependence of the asymptotic  $SV$ -to- $SH$  ratio on the scattering mechanism. Deviations from the depolarized state (say by more than 10%) at long lapse-time only occur in the thin crust regime  $l^*/H > 1$ , on which we will focus the discussion. In this regime, for a fixed  $l_S^*/H$ , the ratio  $E_{SV}/E_{SH}$  increases from the backward scattering case to the moderately forward scattering case ( $l_S^*/l_S \approx 1.5$ ). From this point on,  $E_{SV}/E_{SH}$  starts to decrease. The increase of the  $E_{SV}/E_{SH}$  ratio (and the joint decrease of the  $E_P/E_S$  ratio) may be explained as follows. First we remark that in the thin crust regime,  $P$ -waves tend to propagate near the horizontal direction, as seen in Section 4.6. This corresponds to grazing incidence angles at the free surface which gives rise to large conversions to  $SV$ -waves (see e.g. Aki & Richards, 2002). Furthermore,

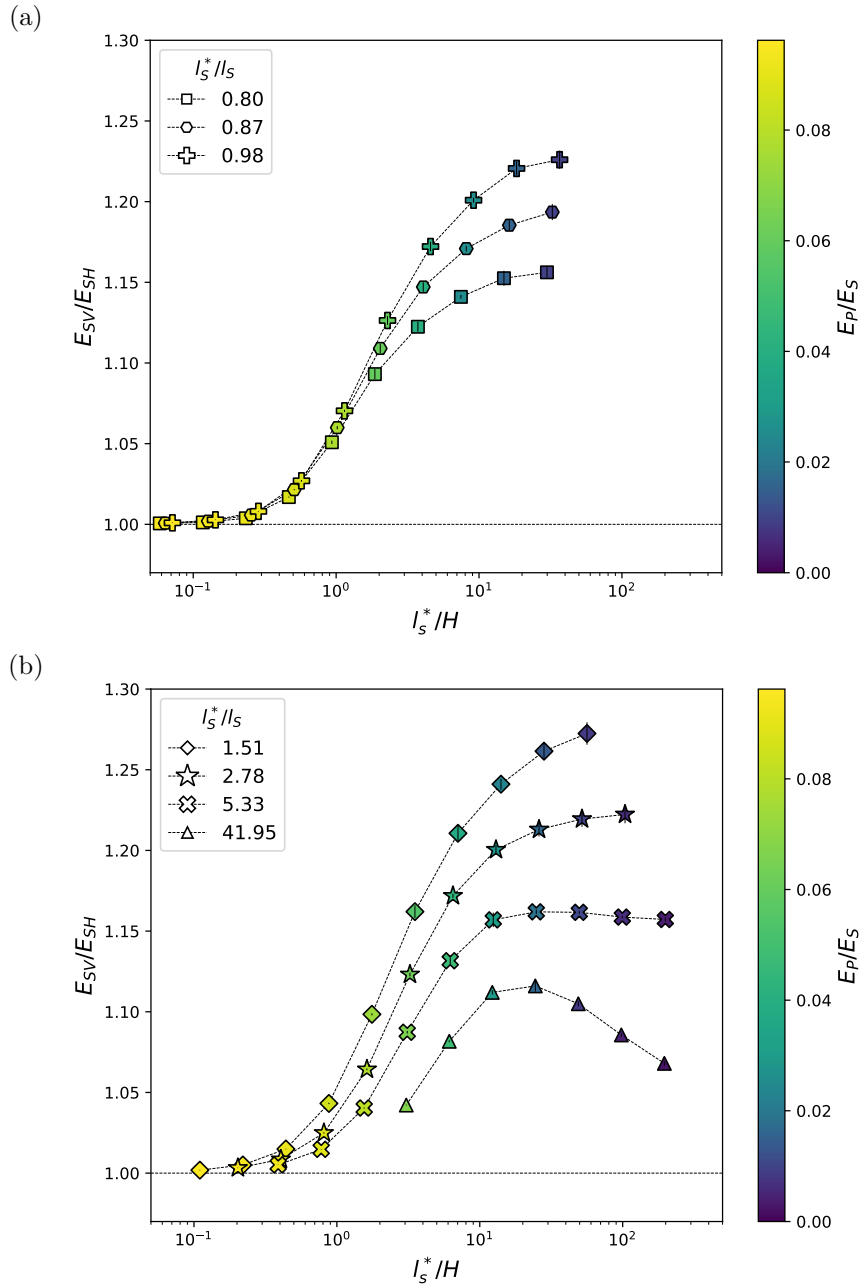


FIGURE 4.8 – Long lapse-time limit of the  $SV$ -to- $SH$  ratio as a function of  $l_S^*/H$  for different levels of anisotropy as quantified by  $l_S^*/l_S$ . (a) for different backward scattering regimes. (b) for different forward scattering regimes. The color scale provides the corresponding limit of the  $E_P/E_S$  ratio. The infinite space value of  $E_{SV}/E_{SH}$  is represented by the horizontal dashed line.

there are almost no pre-critical  $SV$ -waves in the waveguide (Section 4.6), which tends to block conversions from  $SV$ - to  $P$ -waves at the Moho or the free surface. We therefore suggest that part of the extra  $SV$  energy comes from the surface conversion of  $P$ -waves

which tend to propagate mostly horizontally in the crust. Nevertheless, this explanation is not sufficient because if we assume that the whole  $P$ -wave energy was converted to  $SV$  energy, the  $SV$ -to- $SH$  ratio would not exceed 1.19. This is in contradiction with results from our numerical simulations, which show that the  $SV$ -to- $SH$  ratio can be as large as 1.28. By direct examination of the angular dependence of the  $SV$  and  $SH$  reflection coefficients at the Moho (Aki & Richards, 2002), we found that pre-critical  $SV$ -waves are globally more guided than pre-critical  $SH$ -waves. This is far from evident as part of the  $SV$  energy couples to mantle  $P$ -waves but it is nevertheless true. Thus, the reflection properties of polarized  $S$ -waves at the Moho provide a second mechanism to explain the extra  $SV$  energy in the crust. In the case of strong forward scattering ( $l_S^*/l_S > 5$ ), the  $SV$ -to- $SH$  ratio limit reaches a maximum and starts to decrease for increasingly large  $l_S^*$ . This behavior can again be understood in the light of reflection properties at the Moho. Indeed, in the thin crust regime, there is less and less  $S$ -wave energy propagating at pre-critical angles of incidence as  $l_S^*/H$  increases, hence no differential behavior between the two modes. This explanation is consistent with the similarity of the angular distribution of  $SV$  and  $SH$  fluxes in the waveguide reported in Section 4.6.

### 4.7.3 Role of intrinsic attenuation

An additional parametric study, which highlights the effects of intrinsic attenuation on energy ratios in the coda, has been carried out. In this work, absorption is introduced in a purely phenomenological manner and takes the form of a simple exponential decay in the time domain with characteristic absorption time  $\tau_a^{P,S}$  for  $P$ - and  $S$ -waves, respectively. In Fig. 4.9, the long lapse time limits of the energy ratios  $E_P/E_S$  and  $E_{SV}/E_{SH}$  are represented as a function of the adimensional parameter  $\tau_S^a/\tau_S$ . The simulation results are shown for 4 different couples of scattering parameters. We fixed the  $P$ -wave attenuation time as  $\tau_P^a = 9/4\tau_S^a$ , which corresponds to the usual assumption that all dissipation is caused by shearing in a Poisson solid (see e.g. Shearer, 1999, p. 114). The relative contribution of scattering to the total attenuation is often quantified with the aid of a seismic albedo defined as :

$$B = \frac{1/\tau_S}{1/\tau_S + 1/\tau_S^a}. \quad (4.21)$$

When scattering dominates intrinsic attenuation (i.e.  $B > 0.5$  or  $\tau_S < \tau_S^a$ ), the shift of both the  $E_P/E_S$  and  $E_{SV}/E_{SH}$  energy ratios with respect to the elastic case is rather small. As shown analytically in Margerin et al. (2001) for an infinite medium and in Trégourès & van Tiggelen (2002) for a multiple scattering waveguide in the diffusive

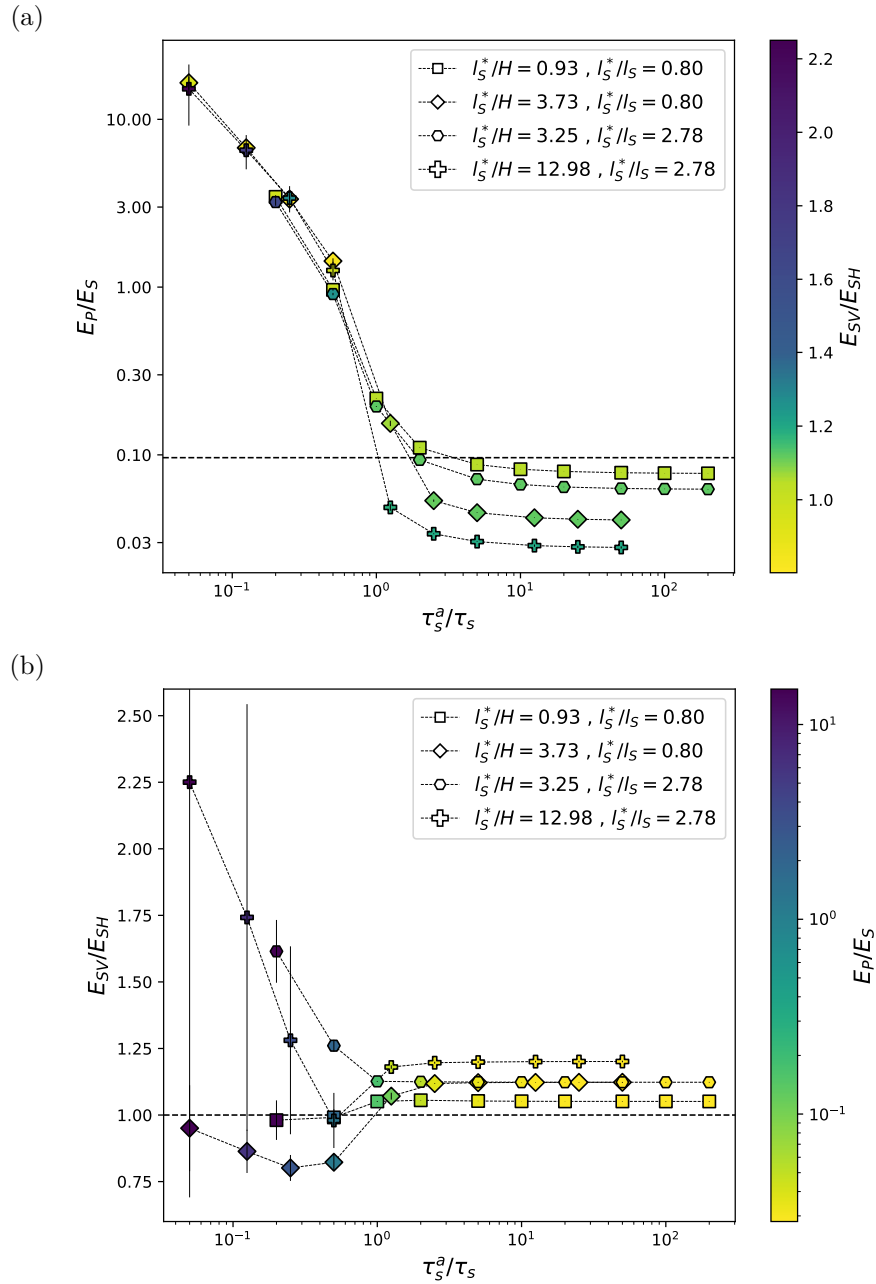


FIGURE 4.9 – (a) Long lapse-time limit of the  $P$ -to- $S$  ratio as a function of the normalized absorption time of  $S$ -waves  $\tau_S^a/\tau_S$ . (b) Long lapse-time limit of the  $SV$ -to- $SH$  ratio as a function of  $\tau_S^a/\tau_S$ . Each symbol corresponds to a fixed  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$ . The limit in the infinite multiple scattering and purely elastic space is represented by the horizontal dashed line. Vertical black lines indicate error bars (95 % confidence interval).

regime, the  $P$ -to- $S$  ratio should be shifted in favor of the least attenuated mode. This effect becomes visible in Fig. 4.9a for sufficiently small albedos ( $B < 0.5$  or  $\tau_S > \tau_S^a$ ). Interestingly, in this strong absorption regime the  $P$ -to- $S$  ratio limit becomes almost



independent of the scattering parameters and can become largely higher than the infinite space equipartition limit. There is in fact a competition between the leakage effect which tends to decrease the  $P$ -to- $S$  ratio and intrinsic attenuation which acts oppositely. When the latter effect dominates it is in fact possible to reach extreme values of  $E_P/E_S$  as high as 100 times the full-space predictions. Note however that in practice, the coda will likely return to the noise level before any equipartition is reached if absorption dominates scattering.

As illustrated in Fig. 4.9b, the  $SV$ -to- $SH$  ratio is significantly shifted from the elastic medium value only in the strong absorption regime  $B < 0.5$ . Because there is no difference in intrinsic attenuation between the two components of  $S$ -wave polarization, the overall effect of absorption is less pronounced for the  $SV$ -to- $SH$  than for the  $P$ -to- $S$  partition ratio. Nevertheless, the dependence of the former on the albedo is more delicate to understand. In the simpler forward scattering case ( $l_S^*/l_S = 2.78$ ), we remark an increase of the  $SV$ -to- $SH$  ratio as the albedo decreases. In the backward scattering case ( $l_S^*/l_S = 0.80$ ), however, the  $SV$ -to- $SH$  ratio first passes through a minimum before increasing again as  $B \rightarrow 0$ . The increase of the  $SV$ -to- $SH$  ratio in the strong absorption limit is easy to understand on the grounds that the dominance of the  $P$ -wave energy in the waveguide (as seen in Fig. 4.9a) promotes the coupling with  $SV$ -waves through conversions at the free surface. The decrease of the  $SV$ -to- $SH$  ratio in a small range of albedo is rather counterintuitive. To understand this behavior we represent in Fig. 4.10 the distribution of the fluxes of  $P$ -,  $S$ -,  $SV$ - and  $SH$ -waves for different ratios  $\tau_S^a/\tau_S$  in the case of forward (Fig. 4.10a) and backward scattering (Fig. 4.10b). It is important to keep in mind that for small albedos, the energy is mostly transported by  $P$ -waves propagating horizontally in the waveguide. Hence, we expect the  $P$ -to- $S$  coupling induced by scattering and mode conversion at interfaces to be at the origin of the observed complexity. To support this hypothesis, we remark that the azimuthally averaged angular patterns for  $P$ -to- $SH$  and  $P$ -to- $SV$  scattering generated by a horizontal  $P$  wavefield (Fig. 4.10c-Fig. 4.10d) can readily be identified in the  $SH$  and  $SV$  angular flux distributions (Fig. 4.10a-Fig. 4.10b). Interestingly, for horizontally propagating  $P$ -waves, the scattered  $SH$  energy tends to propagate predominantly near the horizontal direction, in contrast with  $SV$ -waves which can show large lobe of scattered intensity off the incident horizontal direction. In the case of predominantly backward scattering, the  $SV$  energy scattered at large angles leaks out of the waveguide, which induces a reduction of the  $SV$  energy flux with respect to the  $SH$  flux. In the case of forward scattering, the very large peaks of  $P$ -to- $SV$  conversions at the free surface tend to mask this effect. Furthermore, the angular distribution

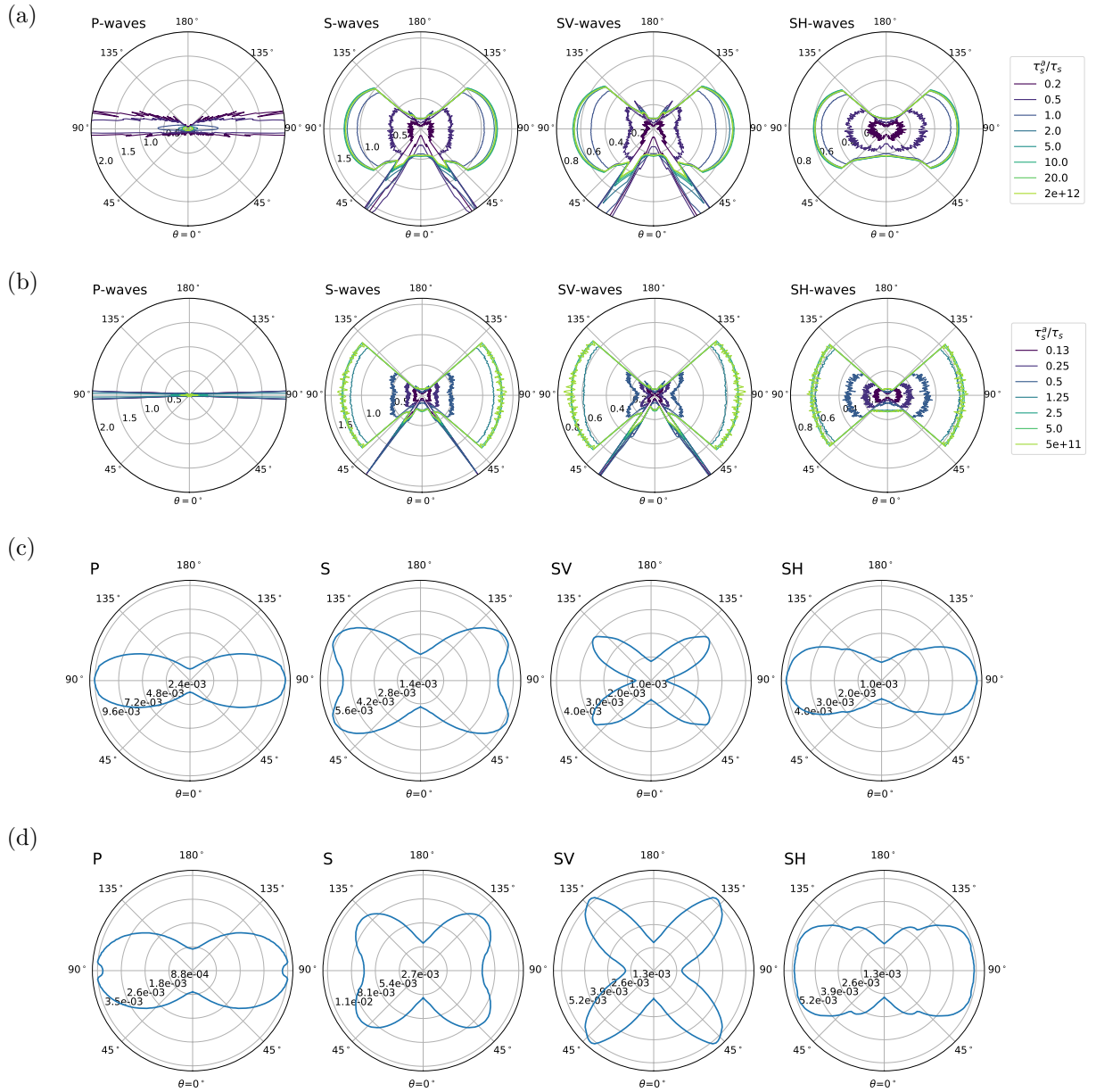


FIGURE 4.10 – (a) and (b) Polar plots of the angular distribution of the specific intensity in the crustal waveguide for  $P$ -,  $S$ -,  $SV$ - and  $SH$ -waves for different values of attenuation time of  $S$ -waves  $\tau_S^a/\tau_S$ . (a)  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$  are respectively set to 3.25 and 2.78 (forward scattering). (b)  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$  are respectively fixed at 3.73 and 0.80 (backward scattering). (c) and (d) Azimuthal averages of the single scattering patterns for a horizontally propagating incident  $P$  wavefield. (c)  $l_S^*/l_S$  is fixed at 2.78 (forward scattering). (d)  $l_S^*/l_S$  is fixed at 0.80 (backward scattering).

of  $P$ -to- $SV$  scattered energy is narrower in the forward scattering than in the backward scattering case, which in turn explains the different behavior of the  $SV$ -to- $SH$  partition observed in the two scattering regimes. Again, the extreme absorption cases analyzed in

this section are probably of academic relevance only, but they illustrate the complex polarization effects that come into play when deterministic reflections interact with volumetric scattering.

## 4.8 Effects of the source mechanism on the coda excitation

In this section, we will focus on the effects of the source mechanism on the coda excitation. We first recall the basic assumption underlying the coda normalization method, initially developed by [Rautian & Khalturin \(1978\)](#) and [Aki \(1980\)](#), which has been widely used to separate source, propagation and site effects from coda waves. For a given station, the method stipulates that the coda decay at long lapse-time is independent of epicentral distance and source radiation ([Aki & Chouet, 1975](#)). Therefore, the coda level should be proportional to the source size (and site effect) only. We will examine to what extent this principle remains applicable in the case of a crustal waveguide through 3 parametric studies. For simplicity, we neglect intrinsic attenuation.

In [Fig. 4.11](#), we compare the energy envelopes generated by an isotropic source of  $P$ -waves and a double-couple (strike, dip and rake are all set to  $0^\circ$ ), for two representative scattering strengths ( $l_S^*/H = 3.25$  in [Fig. 4.11a](#) and  $l_S^*/H = 12.98$  in [Fig. 4.11b](#)). The two sources release the same amount of energy. For the construction of the energy envelopes generated by the double-couple, we subdivided the volume into cylindrical voxels of angular aperture 20 degrees, thickness 10 km and radius 10 km. All the receivers were placed along the North direction.

As was to be expected, large differences of amplitude are noticeable for the direct arrivals, as a consequence of the differences in source radiation. These differences in the  $P$  and  $Lg$  phases can be used to discriminate an explosion source from a shear-dislocation source (e.g. [Sanborn et al., 2017](#)). [Fig. 4.11](#) also demonstrates clearly that the long-lapse time coda is much more strongly excited by a double-couple than by an explosion, but the decay rate is independent of the source mechanism. In [Fig. 4.12](#), we represent the ratio between the total crustal energy generated by a double-couple and an explosion. This gives us access to a quantitative estimation of the differences in the coda excitation level. In the thick crust regime ( $l_S^* < H$ ), the coda levels are similar for the two types of sources, implying that the coda normalization method is applicable in this case. The differences between the two types of sources become significant in the more common thin crust regime  $l_S^* > H$ , where the coda excitation can differ by more than one order of magnitude

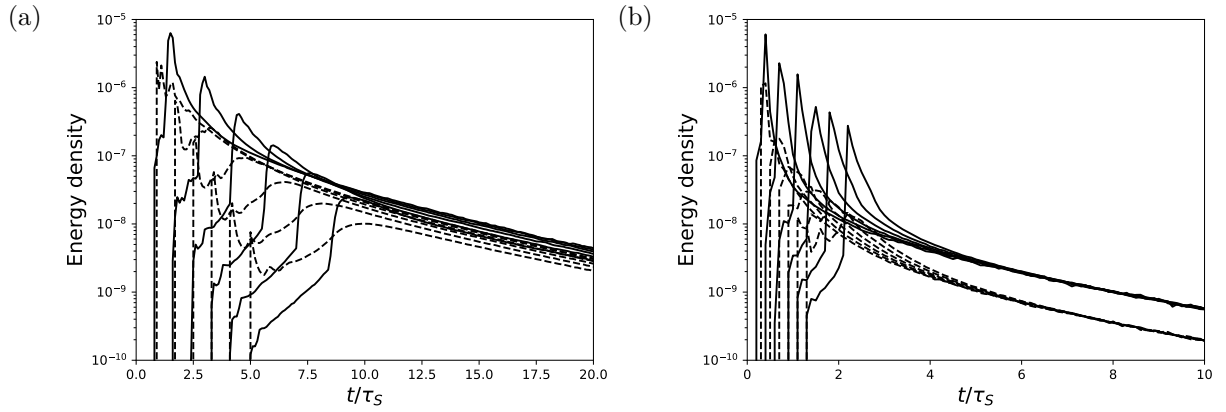


FIGURE 4.11 – Comparisons between the energy envelopes generated by a double-couple source (continuous lines) and by an isotropic  $P$ -wave source (dashed line). The epicentral distances range from 50 to 300 km. The scattering parameters are set to : (a)  $l_S^*/H = 3.25$  and  $l_S^*/l_S = 2.78$ . (b)  $l_S^*/H = 12.98$  and  $l_S^*/l_S = 2.78$ .

between a double couple and an explosion for  $l_S^* > 70H$  (in favor of the double-couple source). As an application, in France where  $l_S^*/H \approx 8$  (Lacombe et al., 2003), we expect the coda excitation to differ by a factor 2-3 between an earthquake and an explosion. More

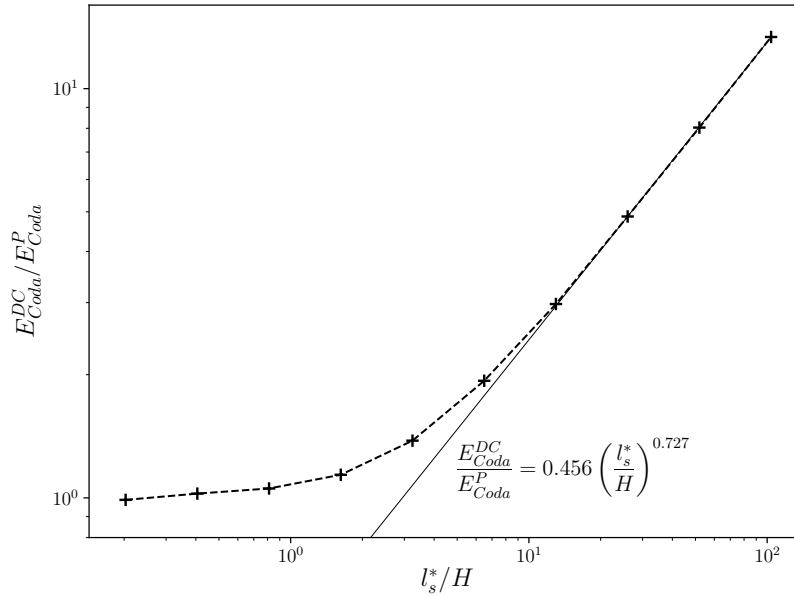


FIGURE 4.12 – Coda excitation ratios between an isotropic  $P$ -wave source and a double-couple as a function of  $l_S^*/H$ .  $l_S^*/l_S$  is fixed at 2.78 (forward scattering). The continuous line is the best-fitting algebraic function fitting the last 4 points.

specifically, we found empirically that the ratio  $R$  between the energy of a double-couple

and an explosion in the coda can be summarized by a power-law of the  $R \propto (l_S^*/H)^\eta$  with  $\eta \approx 0.7$ . As a result, in the case of weak scattering, the coda normalization method has to be corrected for the difference in source mechanisms. If this cannot be accomplished, cross-comparison of magnitude estimates between different source types should be avoided. We investigated the mechanism at the origin of the large variation of coda excitation between the explosion and the double couple. We found that the differences observed in the coda are in fact inherited from the dynamics of energy transport at early time, when the crustal energy released by the explosion is mostly composed of  $P$ -waves. Since  $P$ -waves are leaky, a large fraction of the energy released at the source escapes the crust before scattering has time to convert the energy into partially guided  $S$ -waves.

In Fig. 4.13, we illustrate how the focal mechanism of a double-couple source affects the coda excitation. In Fig. 4.13a, we compare the energy envelopes generated by a horizontal fault (strike=0°, dip=0°, rake=0°) and a strike-slip fault (strike=0°, dip=90°, rake=0°). In Fig. 4.13b, we compare the energy envelopes generated by a reverse fault (strike=0°, dip=45°, rake=90°) and a strike-slip fault. We consider these two scenarios with  $l_S^*/H = 3.25$  and  $l_S^*/l_S = 2.78$ . The comparisons show moderate differences around the direct arrivals which are due to the changes in the source radiation patterns. Nevertheless, there are still significant differences in the coda excitation. With the scattering parameters adopted in Fig. 4.13a and Fig. 4.13b, the coda excitation by the strike slip fault is, respectively, 28.7% and 21.2% larger than the excitation by the horizontal and the reverse fault.

Fig. 4.13c and Fig. 4.13d show that the differences in the coda excitation depend on the scattering strength. Although the differences are weak in thick crust regime, the energy ratios in the coda can differ by as much as 60 percents in the thin crust regime for the strike-slip mechanism compared to the horizontal fault or the reverse fault mechanisms. If we suppose that the radiated energy is proportional to the seismic moment, these results show that the magnitude of earthquakes determined from coda waves, with different focal mechanisms, can be partly biased (by a maximum of 0.13 in  $M_w$  unit). These differences are again related to the dynamics of energy transport at early time, which depends on the source mechanism. For the strike slip fault, we find that the energy is preferentially radiated around the horizontal plane (or at post-critical angle), and is less susceptible to be transmitted into the mantle, compared to the horizontal or reverse faults.

We performed yet another parametric study to understand how the inclination of the fault (dip) plays a role in the coda excitation. We scanned different values of the dip between 0° and 90° for reverse mechanisms (rake set to 90°). We compared the coda exci-

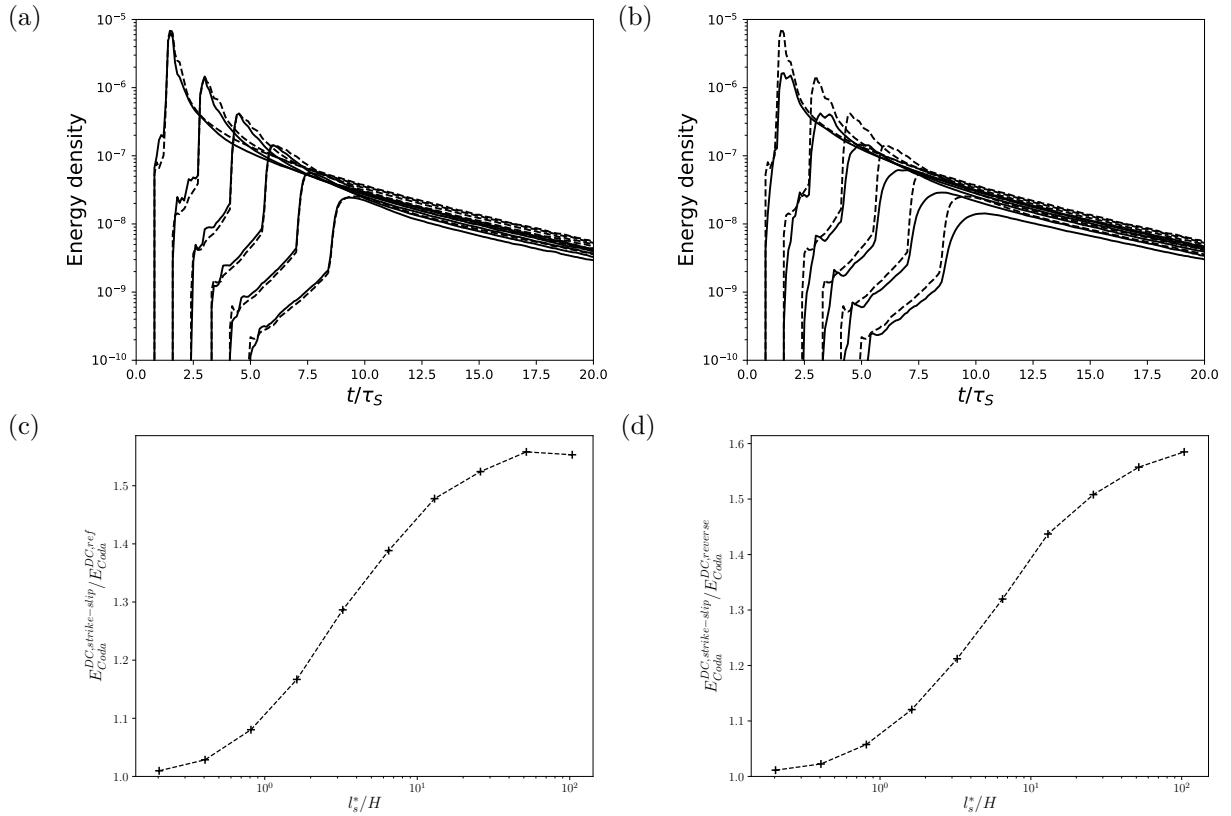


FIGURE 4.13 – (a) Comparison between the energy envelopes generated by a horizontal fault (continuous lines) and by a strike-slip fault (dashed line). (b) Comparison between the energy envelopes generated by a reverse fault (continuous lines) and by a strike-slip fault (dashed line). The epicentral distances range from 50 to 300 km. For every simulation in (a) and (b),  $l_S^*/H$  and  $l_S^*/l_S$  are fixed to 3.25 and 2.78 (forward scattering), respectively. (c) Coda excitation ratios between a strike-slip and a horizontal fault as a function of  $l_S^*/H$ . (d) Coda excitation ratio between a strike-slip and a reverse fault mechanism as a function of  $l_S^*/H$ . for every simulation in (c) and (d),  $l_S^*/l_S$  is fixed to 2.78 (forward scattering).

tation generated by these faults to the coda excitation of a horizontal fault (dip=0°), for two different values of  $l_S^*/H$  (Fig. 4.14). The coda excitation slightly increases for focal mechanisms with increasing dip below 45°, and decreases towards the value of the horizontal fault mechanism. The magnitude of the effect does not exceed 6% in the example shown in Fig. 4.14, which is rather small.

This study suggests that for a given family of focal mechanisms, the details of the fault parameters can affect the excitation of the coda at long lapse-time in the thin crust regime  $l_S^* > H$ . However, the differences of energy level are modest and can cause only minor biases in magnitude estimation based on the coda normalization method. The biases typically do not exceed 0.1 in  $M_w$  scale, which is low. In sharp contrast, different families

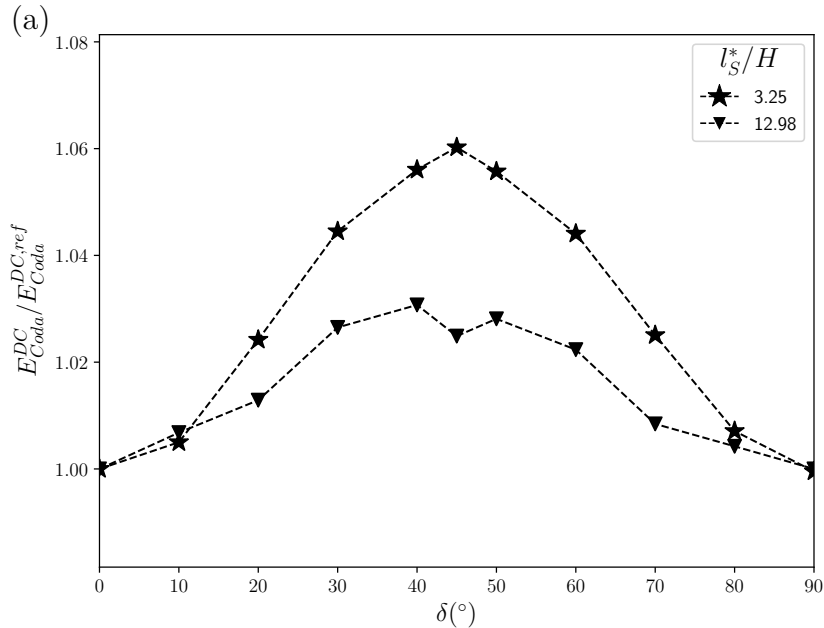


FIGURE 4.14 – Evolution of the ratios of the coda excitation between an inclined fault (dip from  $0^\circ$  to  $90^\circ$ ) and an horizontal fault (dip= $0^\circ$ ). For the blue and red curves, we fixed  $l_S^*/H$  at 3.25 and 12.98, respectively. For every simulation  $l_S^*/l_S$  is fixed at 2.78 (forward scattering).

of source mechanisms, such as explosions vs double couples, yield measurably different levels of coda. This implies that the coda normalization method should be corrected for large variations in source mechanism in the thin crust (weak scattering) regime.

## 4.9 Conclusion

In this study, we evaluated the applicability of basic multiple scattering principles (equipartition, depolarization of shear waves and coda normalization) to seismic waves propagating in a heterogeneous crustal waveguide. To carry out this task, we performed Monte-Carlo simulations of transport of elastic waves taking into account deterministic reflection and transmission of waves at the medium boundaries, as well as a complete description of polarization effects based on a 5-dimensional Stokes vector representation. We analyzed the effects of the scattering properties on the energy decay, the energy partitioning and the angular distribution of energy flux in the crustal waveguide and showed that a full description of polarization is required to model correctly the energy transport. While the energy densities of the different wave modes stabilize at long lapse time in the

coda, the equilibration ratios generally do not match the prediction of equipartition in full space, except when the crust is thick compared to the transport mean free path. Like in the scalar case (Margerin et al., 1999), the decay rate common to all the modes can be quantified by a leakage time  $\tau_l$  and leakage is optimum when the transport mean free path is of the order of the crustal thickness ( $l_s^* \approx H$ ).

The effect of crustal interfaces becomes particularly pronounced when the transport mean free path is greater than the crustal thickness, a common situation for the continental lithosphere (Sato, 2019). In this thin crust regime regime  $l_s^* > H$ , we find that the wavefield is never isotropic, even at long lapse-time in the coda. This confirms the breakdown of equipartition put forward by Margerin (2017a) in the scalar case. The anisotropy of the fluxes becomes more and more pronounced as the scattering weakens and the number of reflection at interfaces between two scattering events increases. The energy partitioning is shifted to the detriment of  $P$ -waves and in favor of  $SV$ -waves ( $E_P/E_S < \frac{1}{2}(\beta_1/\alpha_1)^3$  and  $E_{SV}/E_{SH} > 1$ ). The magnitude of the shifts depends on the parameters  $l_s^*/H$  and  $l_s^*/l_S$ , quantifying the strength of the scattering and the scattering anisotropy, respectively. In the limit of weak scattering, the  $P$ -to- $S$  energy ratio in the coda can decrease to nearly zero, as a consequence of the leaky nature of  $P$ -waves. In the same limit, the  $SV$ -to- $SH$  energy ratio can increase up to 1.28, meaning that the  $S$ -waves are not completely depolarized in the waveguide. This increase is simply explained by the fact that the energy reflection coefficient at the Moho is larger for  $SV$  than for  $SH$  polarizations, although the former mode can convert to  $P$ -waves. An additional mechanism favoring the dominance of  $SV$ -waves is the strong  $P$ -to- $SV$  conversion at the free surface. These results are unaffected in the case of moderate levels of dissipation in the crust (seismic albedo greater than 0.5). If intrinsic attenuation becomes comparable or larger than crustal scattering, both the  $P$ -to- $S$  and  $SV$ -to- $SH$  energy ratios are affected, compared to the elastic case. We provide complete explanations for the observed ratios in terms of the scattering mechanism. While of academic interests, these results may not always be applicable to real data due to the presence of noise, which hampers the observation of the asymptotic long lapse-time limit.

We also studied the validity of the assumption underpinning the coda normalization method, namely that the source mechanism leaves no imprint on the coda excitation at long lapse time. Through a parametric study, we demonstrate that the overall energy level in the coda is higher for double couple sources than for explosions in the thin crust (or weak scattering) regime  $l^* > H$  of the continental crust. The weaker coda excitation related to explosions is a consequence of the strong transmission of  $P$ -wave energy



to the mantle at short lapse-time. There are also small-to-moderate differences in coda excitation depending on the focal mechanism of the double couple. In weak scattering areas ( $l_S^* \gg H$ ), like in France where  $l_S^* \approx 250$  km at 3 Hz ([Lacombe et al., 2003](#)), earthquake data are expected to be globally far from the equipartition ratios of the infinite medium. A residual polarization in the coda is likely and the source mechanism could leave its imprint in the energy level of the coda, even at long lapse-time. Hence, while basic multiple-scattering principles like equipartition or coda normalization are important guides to our understanding of the coda, they may not always be applicable to real data. Correct estimation of scattering ( $l_S^*/H$ ,  $l_S^*/l_S$ ) and intrinsic attenuation properties ( $l_S^a$ ) in a sufficiently realistic stratified model of Earth are therefore key to correctly interpret the information encoded in the coda. In the future, this work may be continued by improving on existing methods for the estimation of small to moderate earthquake magnitudes based on the physical modeling of the seismogram envelopes ([Sens-Schönfelder & Wegler, 2006b](#); [Eken, 2019](#)).

## Acknowledgements

This study was part of the SIGMA-2 project and funded by EDF (Électricité de France) and CEA (Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives). This work was granted access to the HPC resources of CALMIP supercomputing center under the allocation 2020-p20031.

## 4.10 Effets du guide d'ondes sur le transport d'énergie

Ce paragraphe a pour but de montrer l'impact du guide d'ondes sur la forme des enveloppes énergétiques et sur les ratios énergétiques. Pour ce faire, nous comparons sur la Fig. 4.15 les résultats de simulations obtenus dans un espace infini aux résultats obtenus dans la Section 4.4 pour le guide d'ondes crustal. Pour plus de clarté, les résultats de l'espace infini sont présentés dans la colonne de gauche de la Fig. 4.15 et les résultats du guide d'ondes sont dans la colonne de droite. Les résultats des 2 simulations ont été obtenus en utilisant des paramètres élastiques et d'atténuation identiques ( $l_S^*/H = 3.25$ ,  $l_S^*/l_S = 2.78$  et pas d'absorption intrinsèque). La source est explosive dans les deux cas.

Les Fig. 4.15a et Fig. 4.15b comparent les enveloppes énergétiques obtenues dans le cas de l'espace infini et du guide d'ondes, respectivement. Les distances épacentrales sont comprises entre 50 et 300 km. Dans ces 2 sous-figures, nous voyons que le guide d'ondes a un impact considérable dans la forme des enveloppes énergétiques, où le début de la coda est amplifié par le piégeage partiel des ondes qui sont guidées dans la croûte. Ceci donne lieu à l'émergence de la phase Lg qui ne peut pas être observée sans stratification (Fig. 4.15b). De même, dans le cas du guide d'ondes, nous observons une décroissance plus rapide de l'énergie dans la coda, qui est due au phénomène de leakage.

Les Fig. 4.15c et Fig. 4.15d nous permettent de suivre l'évolution totale de l'énergie dans l'espace infini (calculée dans tout l'espace) et dans le guide d'ondes (calculée dans la croûte seulement), avec la contribution de l'énergie des ondes  $P$  et  $S$ . Nous pouvons voir que l'énergie totale est conservée dans l'espace infini en restant égale à 1, alors que dans le cas du guide d'ondes, celle-ci décroît de manière exponentielle à temps long à cause du leakage (voir Section 4.4). Pour les 2 simulations, l'énergie des ondes  $P$ , largement majoritaire à temps court, est rapidement convertie en énergie des ondes  $S$ , à cause du phénomène de scattering.

Les Fig. 4.15e, Fig. 4.15f, Fig. 4.15g et Fig. 4.15h montrent les ratios énergétiques  $E_P/E_S$  et  $E_{SV}/E_{SH}$  dans l'espace infini et dans le guide d'ondes. Nous pouvons voir qu'à temps long et dans l'espace infini, les 2 ratios tendent vers les valeurs théoriques correspondant aux Eq. (3.21), contrairement au cas du guide d'ondes où nous avons vu précédemment que les interfaces cassent l'équipartition et décalent les ratios énergétiques à temps long. Dans l'espace infini, les ondes  $S$  restent dépolarisées à temps long alors qu'une polarisation résiduelle subsiste à temps long dans le cas du guide d'ondes.

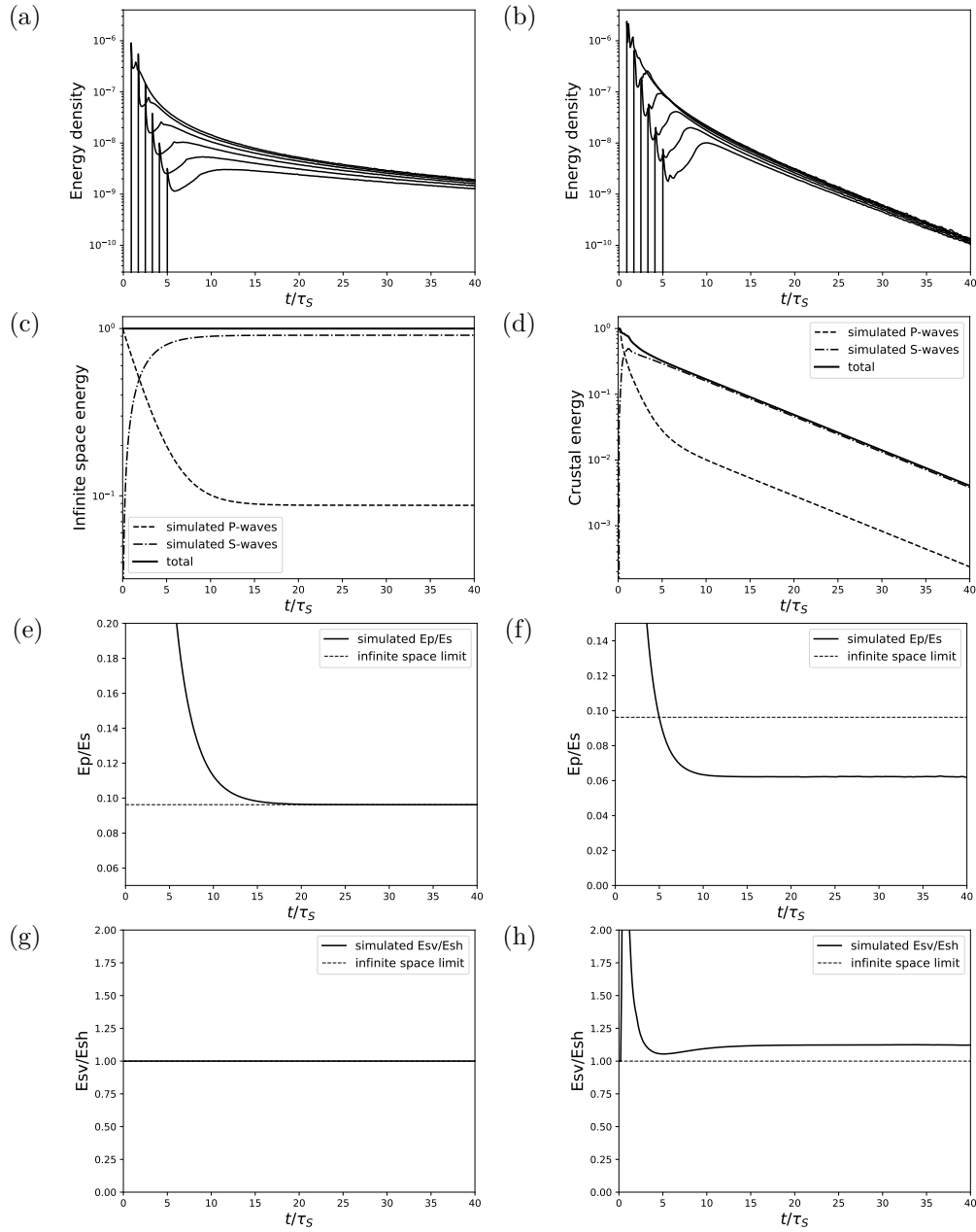


FIGURE 4.15 – Résultats de simulation de Monte-Carlo pour une explosion dans un espace de multi-diffusion infini (colonne de gauche), comparé aux résultats de simulation pour une explosion dans un guide d'ondes crustal (colonne de droite). Pour les 2 simulations, les valeurs de  $l_S^*/H$  et  $l_S^*/l_S$  sont fixées à 3,25 et 2,78, respectivement. Il n'y a pas d'absorption intrinsèque. La source est placée à 15 km de profondeur. (a) et (b) Enveloppes énergétiques simulées pour des distances épacentrales allant de 50 km à 300 km. (c) et (d) Évolution de l'énergie totale dans l'espace infini et dans le guide d'ondes. Les contributions énergétiques des ondes  $P$  et des ondes  $S$  sont également représentées. (e) et (f) Évolution du rapport énergétique  $E_P/E_S$  dans l'espace infini et dans le guide d'ondes. (g) et (h) Évolution du rapport énergétique  $E_{SV}/E_{SH}$  dans l'espace infini et dans le guide d'ondes. Pour (e), (f), (g) et (h), les limites théoriques des rapports sont indiquées par la ligne pointillée horizontale (voir Eq. (3.21)). Pour chaque sous-figure, le temps est normalisé par le temps libre moyen des ondes  $S$   $\tau_S$ .

Cette comparaison souligne bien l'importance de la prise en compte d'un modèle réaliste de lithosphère terrestre dans la modélisation de la propagation de l'énergie, puisque si on rajoute une stratification de vitesse et d'atténuation, la forme des enveloppes énergétiques est largement impactée et les ratios énergétiques sont décalés par rapport aux valeurs théoriques.

## 4.11 Effets de la polarisation des ondes $S$ sur le transport d'énergie

Dans le but de montrer l'impact de la prise en compte de la polarisation des ondes  $S$  sur la propagation de l'énergie dans la croûte, nous avons comparé la forme des enveloppes énergétiques simulées en considérant (1) la polarisation complète des ondes  $S$  (avec le formalisme du vecteur de Stokes) et (2) des ondes  $S$  dépolarisées (en forçant  $Q$ ,  $U$  et  $V$  à 0). Les résultats sont présentés en Fig. 4.16, pour une source explosive dans la croûte. Chaque sous-figure correspond à une simulation avec  $l_S^*/H$  fixé à (a) 1.62 (b) 3.25 (c) 6.49 (d) 12.98. Le mécanisme de scattering est le même dans tous les cas ( $l_S^*/l_S = 2.78$ ) et l'absorption intrinsèque est négligée.

Nous pouvons voir sur la Fig. 4.16 que les effets de la polarisation des ondes  $S$  sont négligeable lorsque  $l_S^* < H$  ou si  $l_S^* \sim H$ , mais deviennent de plus en plus significatifs à mesure que l'on augmente  $l_S^*/H$ . Ces différences dans la forme des enveloppes (pouvant atteindre 10 à 30 %) sont surtout visibles au début de la coda, notamment sur les arrivées correspondant aux réflexions multiples aux interfaces. Ces différences sont expliquées par les différences de comportement des ondes  $SV$  et  $SH$  aux interfaces. Dans le cas dépolarisé, il y a autant d'énergie d'ondes  $SV$  et  $SH$  à tout temps. Nous rappelons qu'aux interfaces planes, les ondes  $SV$  sont couplées avec les ondes  $P$  alors que les ondes  $SH$  sont uniquement couplées avec elles-mêmes. Dans le cas polarisé, nous avons pu voir que davantage d'énergie d'ondes  $SV$  est créée par d'importantes conversion  $P$ - $SV$  aux interfaces. Or nous avons pu montrer précédemment (Section 4.6) que les ondes  $SV$  étaient globalement mieux guidées que les ondes  $SH$  à angle pré-critique, ce qui expliquerait que l'énergie des arrivées multiples et du début de la coda soit légèrement plus importante dans le cas polarisé. Ces différences d'énergie ont tendance à se réduire dans la coda à temps long, mais semblent subsister à temps long si les interfaces dominent fortement sur le scattering ( $l_S^* \gg H$ ). Ces résultats illustrent la pertinence du développement complet de l'état de polarisation des ondes sismiques dans un guides d'ondes peu diffusant, avec  $l_S^* \gg H$ , comme c'est le cas en France (Lacombe et al., 2003) où  $l_S^*/H \approx 8$  à 3 Hz.

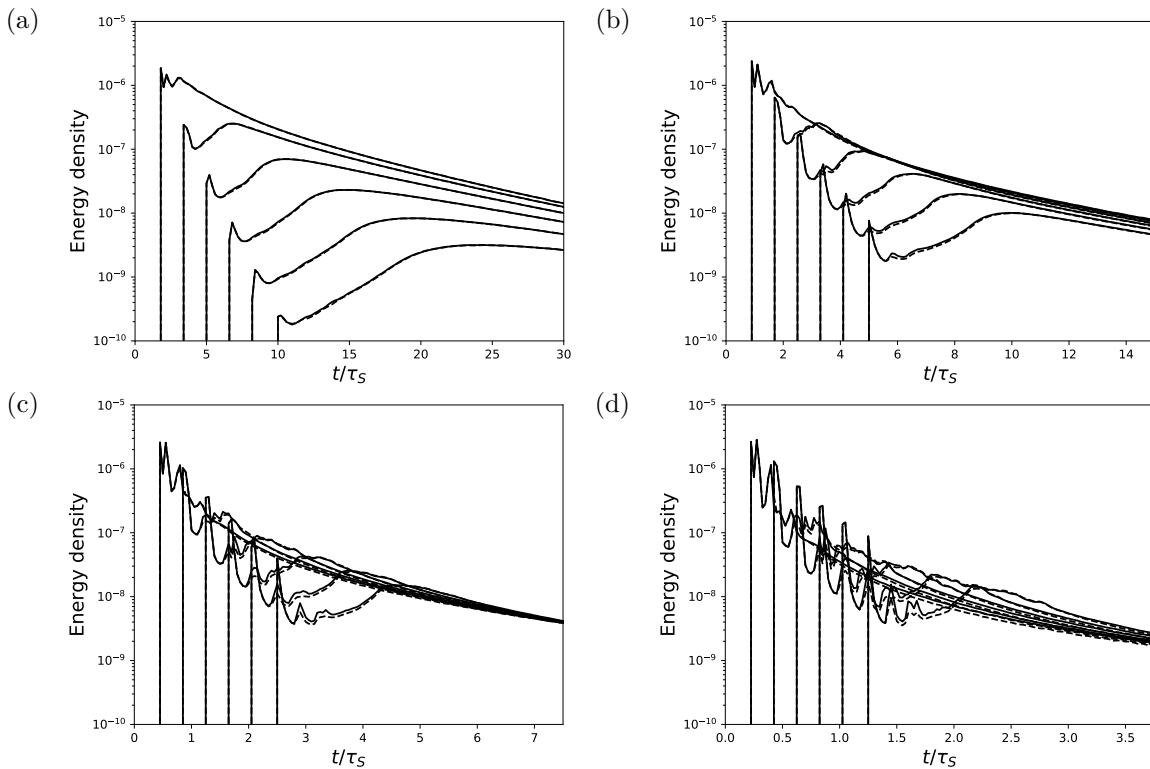


FIGURE 4.16 – Comparaison des enveloppes énergétiques générées par une explosion dans le guide d’ondes entre le cas des ondes  $S$  polarisées (traits pleins) et dépolarisées avec  $Q = U = V = 0$  (traits discontinus). La source est placée à 15 km de profondeur. Les distances épacentrales varient de 50 à 300 km. Pour chaque sous-figure,  $l_S^*/H$  est fixé à (a) 1.62 (b) 3.25 (c) 6.49 (d) 12.98. Dans tous les cas,  $l_S^*/l_S$  est fixé à 2.78. Il n’y a pas d’absorption intrinsèque.

## 4.12 Effets de la profondeur de la source dans le guide d’ondes sur le transport d’énergie

Nous avons également effectué des simulations dans lesquelles nous avons placé la source à différentes profondeurs focales dans la croûte. Les résultats de comparaison d’enveloppes d’explosions simulées sont présentés dans la Fig. 4.17. Les sources sont placées à 5, 15 et 25 km de profondeur.  $l_S^*/H$  et  $l_S^*/l_S$  sont respectivement fixés à 3.25 et 2.78. Il n’y a pas d’absorption intrinsèque. Nous observons des différences significatives au niveau des arrivées directes des ondes  $P$  à faible distance épacentrale (inférieures à 100 km), qui sont dues aux différences notables de trajets des ondes directes. Néanmoins, nous avons trouvé de très petites différences dans l’excitation de la phase Lg et de la coda (moins de 5 % pour cette dernière). Nous rappelons que notre modélisation ne prend pas en compte la dépendance en profondeur des paramètres d’atténuation ou de vitesse dans la

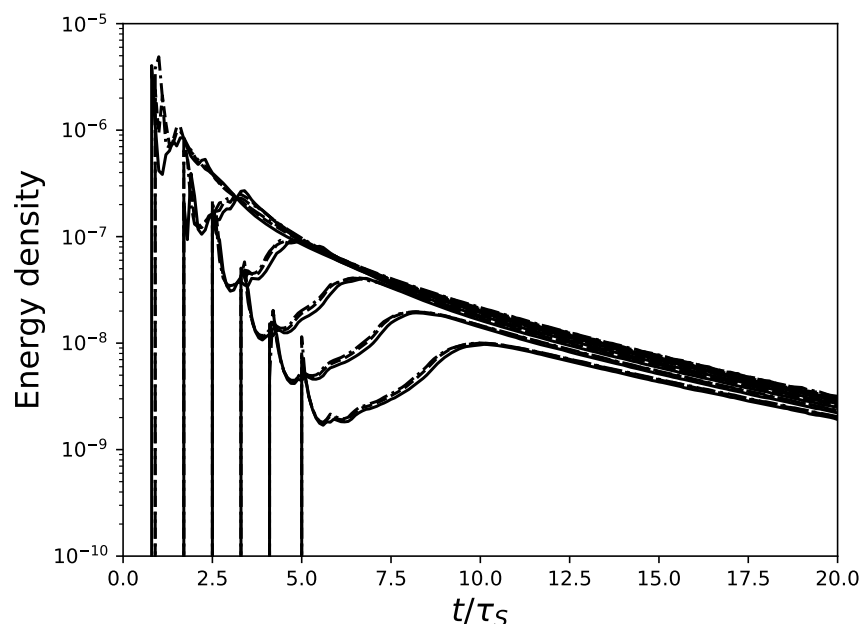


FIGURE 4.17 – Comparaison entre enveloppes énergétiques générées par des sources explosives placées à 5 km (traits continus), 15 km (traits discontinus réguliers) et 25 km (traits discontinus mixtes). Les distances épacentrales varient de 50 à 300 km.  $l_S^*/H$  et  $l_S^*/l_S$  sont respectivement fixés à 3.25 et 2.78. Il n’y a pas d’absorption intrinsèque.

croûte, ou encore la propagation des ondes de surface, ce qui expliquerait les différences si faibles dans la coda. Les travaux de [Hoshiya \(1994\)](#) suggèrent que de grands contrastes d’atténuation (par scattering ou absorption) sont nécessaires pour observer les effets de la profondeur focale sur la génération de la coda. Les travaux de [Hoshiya \(1997\)](#) et [Yoshimoto \(2000\)](#) suggèrent que d’importants changements de vitesse (continu ou discontinu) avec la profondeur affectent l’énergie de la coda. Tant que les séismes sont générés à la même profondeur sismogénique, comme en France et dans la plupart des zones continentales stables, cela ne pose pas de problèmes. Mais si cela se produit, une dépendance de l’atténuation en fonction de la profondeur doit être incorporée dans la modélisation. Ceci est tout à fait faisable dans le cadre des simulations de Monte-Carlo.

### 4.13 Ratios énergétiques en fonction de la profondeur dans le guide d’ondes

Nous avons vu dans la Section 4.7 que les interfaces ont un impact non-négligeable sur les ratios énergétiques dans la croûte. Ces ratios peuvent être fortement décalés par

rapport aux valeurs théoriques. Nous pouvons nous demander si ce décalage est constant dans tout le guide d'ondes, ou si au contraire, celui-ci dépend de la profondeur  $z$ . Pour cela, nous avons représenté en Fig. 4.18 les ratios énergétiques  $E_P/E_S$  et  $E_{SV}/E_{SH}$  à temps long en fonction de la profondeur normalisée  $z/H$ . Les ratios énergétiques ont été moyennés pour chaque intervalle de profondeur de 5 km, allant de 0 à 35 km (soit 5 km de plus que la profondeur du Moho). Plusieurs simulations ont été réalisées en échelonnant  $l_S^*/H$  entre 0.20 et 51.9. Pour toutes les simulations,  $l_S^*/l_S$  est fixé à 2.78 et l'absorption intrinsèque a été négligée. Dans tous les cas, les ratios énergétiques varient peu en fonction de la profondeur si  $z < H$ , ( $E_P/E_S$  varie de moins de 10 % et  $E_{SV}/E_{SH}$  varie de moins de 2 %). Les variations de  $E_P/E_S$  semblent être influencées par les 2 interfaces dans le cas où  $l_S^*/H$  n'est pas très élevé (inférieur ou autour de 10), montrant l'existence d'une couche limite dans la croûte, tandis que les variations de  $E_{SV}/E_{SH}$  sont principalement influencées par le Moho et deviennent négligeable dans le régime guidé ( $l_S^* > H$ ). La Fig. 4.18 montre aussi que les deux ratios énergétiques du manteau (entre  $H$  et  $H + 5$  kilomètres) sont très différents de ceux de la croûte. L'augmentation du ratio  $E_P/E_S$  dans le manteau, observée uniquement lorsque  $l_S \gg H$  est probablement due à la fuite plus rapide des ondes  $P$  crustales. La diminution du ratio  $E_{SV}/E_{SH}$  dans le manteau est sûrement causée par une fuite plus rapide des ondes  $SH$  non-guidée, par rapport aux ondes  $SV$ .

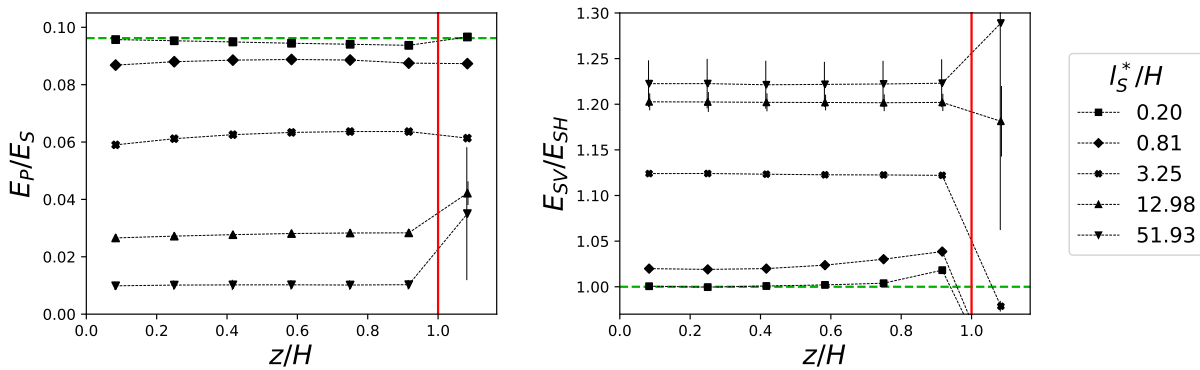


FIGURE 4.18 – Évolution des ratios énergétiques  $E_P/E_S$  et  $E_{SV}/E_{SH}$  en fonction de la profondeur normalisée  $z/H$  et de  $l_S^*/H$ . La profondeur du Moho normalisée ( $z/H = 1$ ) est représentée par la ligne rouge verticale. Les ratios énergétiques de l'espace infini sont représentés par les lignes pointillées vertes horizontales. Dans tous les cas,  $l_S^*/l_S$  est fixé à 2.78. Il n'y a pas d'absorption intrinsèque.

En conclusion, les résultats des Sections 4.10 à 4.13 montrent que les interfaces (surface libre et Moho) impacte largement la forme des enveloppes énergétiques, où les effets de

guidage des ondes font émerger les phases  $Lg$  et le leakage est responsable d'une décroissance plus rapide de la coda. La prise en compte de l'état complet de la polarisation a un impact modéré sur la propagation de l'énergie, notamment si  $l_S^* > H$ . Ces 2 premiers résultats montrent bien la pertinence de prendre en compte les interfaces et une description complète de la polarisation des ondes  $S$  dans nos simulations de Monte-Carlo. Cependant, dans notre modèle de guide d'ondes non-stratifié, la profondeur de la source a peu d'impact sur les enveloppes énergétiques. Les ratios énergétiques à temps long  $E_P/E_S$  et  $E_{SV}/E_{SH}$  varient très légèrement en fonction de la profondeur dans la croûte. À l'avenir, il serait intéressant de voir l'effet d'une stratification interne (en vitesse et/ou en paramètres d'atténuation) sur la forme des enveloppes, les ratios énergétiques (moyennés sur toute la croûte ou en fonction de la profondeur dans la croûte) et les effets de la profondeur de la source sur la propagation de l'énergie.



# Chapitre 5

## Application aux données du séisme du Teil

Dans ce chapitre, nous exploitons l’outil de modélisation développé dans le chapitre précédent et développons une procédure d’inversion permettant de séparer le spectre de source de l’atténuation et des effets de site. Les paramètres de source, dont le moment sismique  $M_0$ , puis la magnitude  $M_w$ , sont déterminés à partir de ce spectre de source. Cette procédure d’inversion est appliquée au séisme du Teil  $M_L$  5.2.

### 5.1 Le séisme du Teil

L’événement du Teil, de magnitude locale estimée à  $M_L = 5.2$  par le RéNaSS, s’est produit le 11 novembre 2019 à 10 heures 52 (heure universelle). L’épicentre a été localisé à proximité de la ville de Montélimar, dans le sud de la vallée du Rhône, région de sismicité modérée. Ce séisme, dont le mouvement du sol a été important à proximité de l’épicentre (Causse et al., 2021) est à l’origine de dégâts modérés, avec une intensité macrosismique maximale de VII-VIII (Sira et al., 2020). L’épicentre du séisme a été localisé à environ 1-2 km de profondeur, ce qui est très peu profond pour un séisme de magnitude modéré dans des zones continentales stables (Klose & Seeber, 2007). Des observations directes montrent que la rupture a atteint la surface (Ritz et al., 2020). Ce séisme est exceptionnel, dans la mesure où aucun événement historique similaire n’a été répertorié aux alentours immédiats et parce que très peu de répliques ont été enregistrées (Sira et al., 2020). Néanmoins, le séisme du Teil s’avère intéressant à étudier, puisque de nombreux enregistrements de bonne qualité sont disponibles dans les régions avoisinantes (voir section Section 5.2).

Des estimations des paramètres de faille ont été réalisées par interférométrie radar.

Celles-ci montrent une rupture, visible à la surface, d'environ 5 kilomètres sur un axe NE-SW, avec un déplacement de 15 centimètres vers le haut pour le terrain au sud-est de la faille (Ritz et al., 2020). Le mécanisme de faille est globalement inverse avec les paramètres strike=62°, dip=59° et rake=107° selon le CEA-LDG ([http://www-dase.cea.fr/actu/dossiers\\_scientifiques/2019-11-11/index.html](http://www-dase.cea.fr/actu/dossiers_scientifiques/2019-11-11/index.html)).

## 5.2 Données du séisme du Teil

### 5.2.1 Présentation de RESIF et de la base de données

RESIF (Réseau sismologique et géodésique français) est un équipement national qui couvre principalement le territoire français. L'objectif de RESIF est de recueillir des données sismiques, géodésiques et gravimétriques, afin de mieux comprendre la structure de la Terre et les déformations dues à l'activité tectonique et de mieux gérer l'aléa sismique. RESIF a été créé en 2009 et est intégré à EPOS (European plate observing system). Les données sismiques sont fournies par les réseaux accélérométriques permanents (RAP) et à large bande (RLBP), ainsi que par des réseaux temporaires (Traversa et al., 2020). Toutes les traces fournies par RESIF ont été préalablement pré-traitées, en corrigeant la réponse instrumentale et en supprimant les tendances linéaires ou de longues périodes (detrending), pour avoir une ligne de base constante. Avant de traiter les données, nous avons converti toutes les traces accélérométriques en traces vélocimétriques.

Un exemple de trace brute pré-traitée vélocimétrique à 3 composantes (composantes nord-sud, est-ouest et verticale) est présenté à la Fig. 5.1. Les temps d'arrivées des ondes crustales directes  $P$  et  $S$  pointés manuellement sont indiqués. Par la suite, les ondes  $P$  et  $S$  directes se propageant uniquement dans la croûte seront notées  $Pg$  et  $Sg$ . Les pointés des temps d'arrivées  $t_{Pg}$  et  $t_{Sg}$  des ondes  $Pg$  et  $Sg$  sont importants puisque ceux-ci seront utilisés pour construire un modèle de vitesse moyen entre la source et la station étudiée. Dans notre cas, nous sélectionnons uniquement les traces correspondant au séisme du Teil, et nous analysons préalablement la distribution des données disponibles pour ce séisme.

### 5.2.2 Distribution des données du séisme du Teil

Tout d'abord, la distribution (en distance et en azimut) des données a été analysée. Pour le séisme du Teil, 87 traces sismiques à 3 composantes sont disponibles dans le jeu de données de RESIF. La Fig. 5.2a illustre la distribution des stations à large bande et accélérométriques où des traces sont disponibles. Ce séisme a été choisi en particulier parce

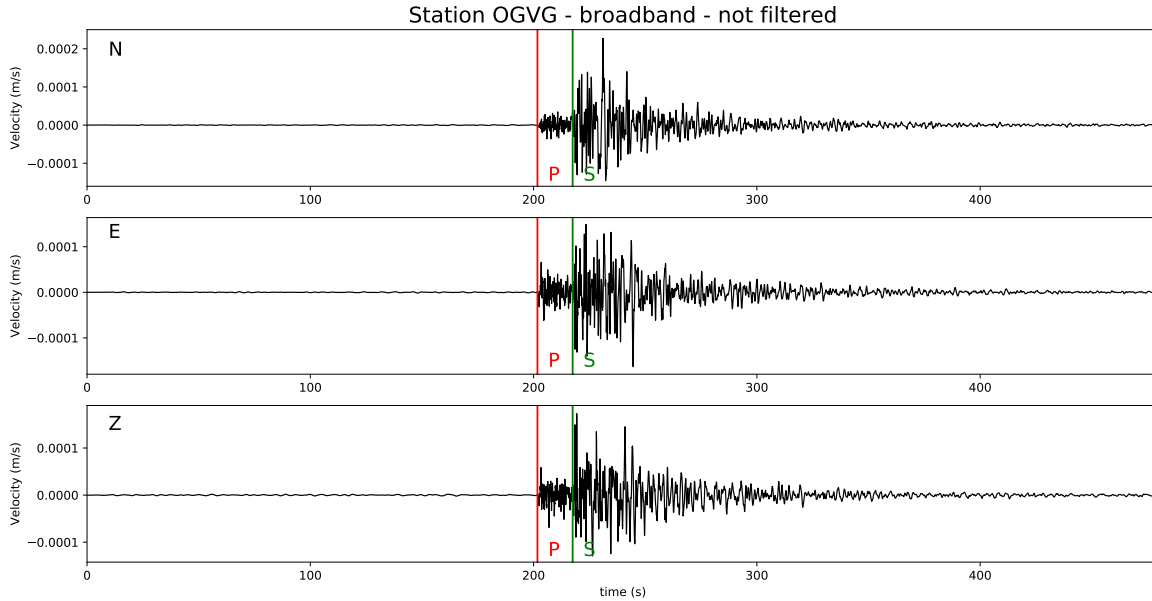


FIGURE 5.1 – Exemple de forme d’onde non filtrée à 3 composantes de l’événement du Teil  $M_L$  5.2 enregistré à la station OGVG (Hautes-Alpes). La lettre N en haut à gauche indique la composante Nord-Sud, E la composante Est-Ouest et Z la composante verticale. La réponse instrumentale et la ligne de base ont été corrigées. Les temps d’arrivée  $Pg$  et  $Sg$  sont indiqués par des lignes verticales.

qu’un grand jeu de données est disponible au voisinage de l’épicentre. Sur la Fig. 5.2b, nous pouvons voir que 32 enregistrements sont disponibles à moins de 150 km en distance épacentrale. Presque toutes les directions azimutales sont couvertes, malgré un plus faible nombre de stations dans la Vallée du Rhône, le sud du Massif Central et le Golfe du Lion. Par conséquent, le séisme du Teil peut être exploité dans quasiment toutes les régions aux alentours du séisme, où les propriétés d’atténuation peuvent être différentes.

## 5.3 Analyse des données du séisme du Teil

### 5.3.1 Construction des enveloppes énergétiques observées

Avant de construire les enveloppes énergétiques, toutes les traces sismiques sont converties en vélocigrammes et sont filtrées en appliquant des filtres Butterworth passe-bande d’ordre 2 dans 7 bandes de fréquence centrées sur  $f_0 = 0.375, 0.75, 1.5, 3, 6, 12$  et 24 Hz. Chaque filtre a une largeur d’une octave. Les enveloppes énergétiques (ou la densité spectrale d’énergie) d’un séisme  $i$  enregistré à une station  $j$ , notées  $E_{obs}^{ij}(t, f_0)$ , sont construites

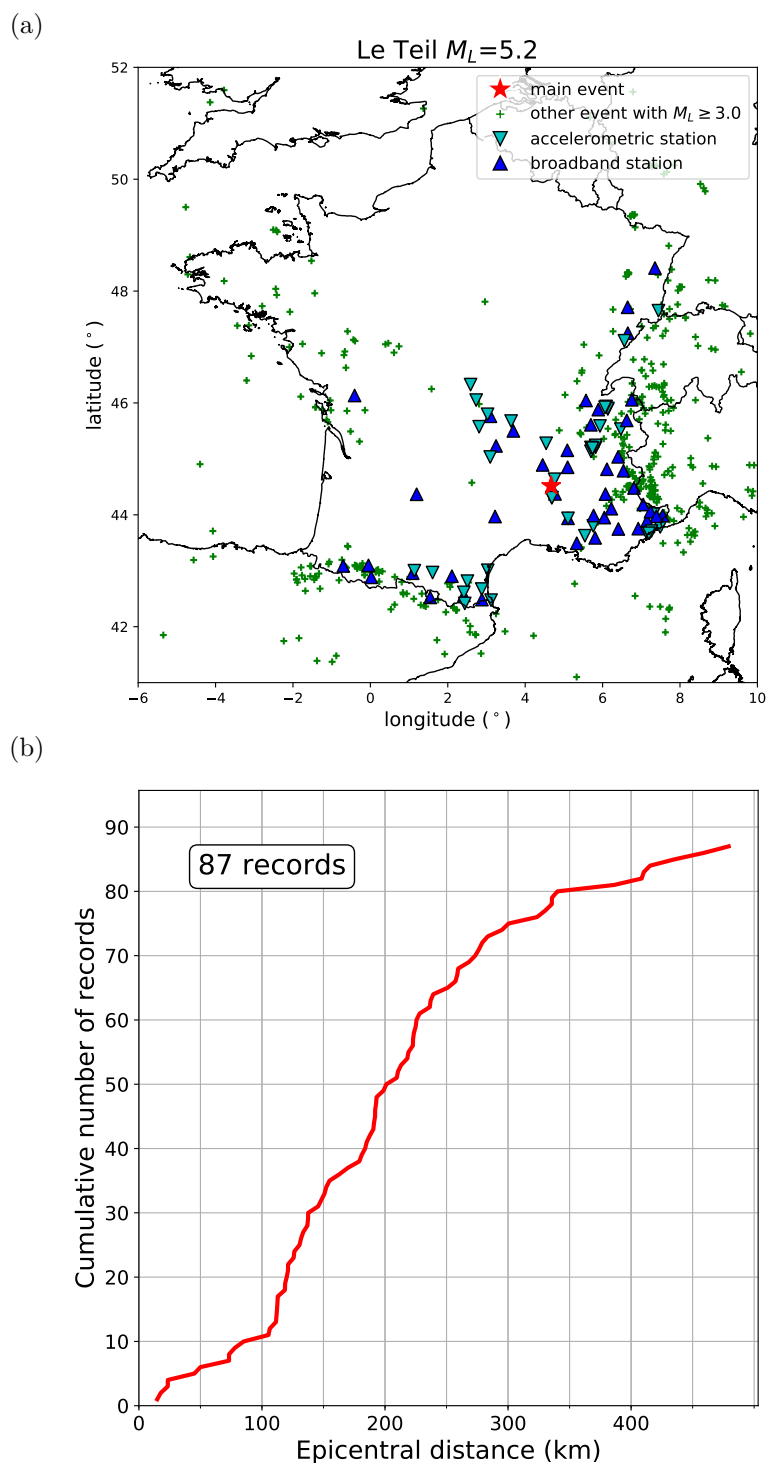


FIGURE 5.2 – (a) Localisation des stations large-bandes et accélérométriques de RESIF, où les enregistrements du séisme du Teil  $M_L$  5.2 sont disponibles. Cet événement s’est produit le 11 novembre 2019 à 10h52 (heure universelle). Les autres événements significatifs de la base de données ( $M_L \geq 3.0$ ) sont aussi représentés. (b) Nombre cumulé d’enregistrements du séisme du Teil en fonction de la distance épiscopentrale.

à partir des 3 composantes des vélocigrammes filtrés  $\dot{u}_k^{ij}(t, f_0)$  comme suit :

$$E_{obs}^{ij}(t, f_0) = \frac{\rho_1 \langle \dot{u}^{ij}(t, f_0)^2 \rangle}{2\Delta f}, \quad (5.1)$$

où  $\rho_1$  est la densité moyenne de la croûte, fixée à 2800 kg/m<sup>3</sup>,  $\Delta f$  est la différence entre les fréquences de coupure supérieure et inférieure du filtre. La division par  $\Delta f$  est nécessaire pour corriger de la largeur du filtre, et ainsi obtenir une densité spectrale d'énergie.  $\langle \dot{u}^{ij}(t, f_0)^2 \rangle$  est la moyenne du carré du signal analytique sur les 3 composantes (Sato et al., 2012, p. 41), qui peut être exprimé en termes de la transformée de Hilbert  $\mathcal{H}$  de la vitesse comme suit :

$$\langle \dot{u}^{ij}(t, f_0)^2 \rangle = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \left( \dot{u}_k^{ij}(t, f_0)^2 + \mathcal{H} [\dot{u}_k^{ij}(t, f_0)]^2 \right). \quad (5.2)$$

Les enveloppes énergétiques sont ensuite lissées à l'aide d'une moyenne glissante. La largeur de la fenêtre mobile est de 4 cycles pour  $f_0 \leq 0.75$  Hz, 8 cycles pour  $1.5 \leq f_0 \leq 3$  Hz et 16 cycles pour  $f_0 \geq 6$  Hz.

Notre but suivant est de modéliser ces enveloppes énergétiques  $E_{obs}^{ij}(t, f_0)$ . Si les termes de propagation, de source et de site sont indépendants et quasi-stationnaires, on peut écrire les enveloppes modélisées  $E_{mod}^{ij}(t, f_0)$  en suivant le formalisme de l'Eq. (1.1) sous la forme suivante :

$$E_{mod}^{ij}(t, f_0) = \langle S_i(t, f_0)^2 \rangle * \langle G_{ij}(t, f_0)^2 \rangle * \langle R_j(t, f_0)^2 \rangle. \quad (5.3)$$

Ici, le terme de propagation  $\langle G_{ij}(t, f_0)^2 \rangle$  correspond à l'enveloppe de la fonction de Green (ou l'enveloppe énergétique pour une source impulsive et unitaire). Cette fonction est construite par l'outil de modélisation directe développé dans le chapitre chapitre 4. Le terme  $\langle S_i(t, f_0)^2 \rangle$  correspond à l'énergie spectrale radiée à la source. Pour des séismes de magnitude faible à modérée, la durée de la rupture est très courte par rapport aux temps caractéristiques des variations des enveloppes énergétiques et les dimensions de la rupture sont faibles par rapport aux distances d'observations. Sachant cela, la source est supposée ponctuelle dans l'espace et dans le temps. Par la suite, nous noterons l'énergie spectrale radiée à la source  $W_i(f_0)$ . Nous supposons aussi que le terme de site est un simple facteur multiplicatif et sera noté  $R_j(f_0)^2$  (terme de site en énergie). Cela revient à dire que  $\langle S_i(t, f_0)^2 \rangle = W_i(f_0)\delta(t)$  et  $\langle R_i(t, f_0)^2 \rangle = R_i(f_0)^2\delta(t)$  où  $\delta(t)$  est la fonction de Dirac. Dans ce cas, la convolution peut être transformée en multiplication, de telle sorte

que :

$$E_{mod}^{ij}(t, f_0) = W_i(f_0)R_j(f_0)^2 \langle G_{ij}(t, f_0)^2 \rangle. \quad (5.4)$$

En écrivant l’enveloppe énergétique sous cette forme, nous pourrions plus facilement séparer les contributions de source, de propagation et de site. Les termes de source et de site étant supposés comme des facteurs multiplicatifs, la forme de l’enveloppe dépendra uniquement du terme de propagation. Maintenant, il serait intéressant de comparer les enveloppes observées du séisme du Teil entre elles, pour observer d’éventuelles dépendances régionales sur la forme de ces enveloppes.

### 5.3.2 Variabilité des enveloppes en fonction de la région et de la fréquence

Les enveloppes énergétiques et les enveloppes énergétiques lissées sont présentées sur la Fig. 5.3 pour des enregistrements filtrés autour de  $f_0 = 1.5$  Hz provenant de stations situées dans différentes régions de France (Massif Central, nord des Alpes, sud des Alpes, Pyrénées occidentales et orientales, Nord-Est et Bassin Aquitain). En observant les enveloppes d’énergie lissées de stations situées à des distances similaires sur la Fig. 5.3 (stations OCOL et OGLE, ou encore les stations CALF, FILF et MONQ), nous pouvons déduire des différences significatives dans les propriétés de propagation à travers le territoire français. Par exemple, les arrivées directes  $Pg$  sont systématiquement plus faibles et plus étalées dans le temps dans les Alpes que dans le Massif central. Cette observation nous indique que le scattering serait plus fort dans les Alpes que dans le Massif Central. En effet, le scattering a pour effet d’élargir les pulses d’arrivées directes (Sato, 1989; Saito et al., 2002). Le diagramme de radiation influe aussi sur les amplitudes des arrivées directes (Kobayashi et al., 2015; Takemura et al., 2016), mais ceci n’explique pas toutes les tendances régionales observées.

Nous remarquons que sur la Fig. 5.3, les formes des enveloppes de la coda des ondes  $Pg$  et  $Sg$  (ou  $Lg$ ) varient également de manière significative entre les différentes régions. Nous rappelons que les ondes  $Lg$  consistent en un groupe d’arrivées de grande amplitude principalement causées par la propagation des ondes  $S$  piégées dans la croûte terrestre. L’énergie dans la coda des ondes  $Pg$  peut soit augmenter avec le temps (Alpes), soit diminuer (Massif Central, Bassin Aquitain, Pyrénées Orientales), ou encore rester constante (Pyrénées occidentales, Nord-Est). Les variations régionales dans l’atténuation des ondes  $P$  crustales en France (Campillo & Plantet, 1991) pourraient expliquer cette observation. De plus, les phases mantelliques  $Pn$  et  $Sn$  apparaissent à distance régionale (à partir de

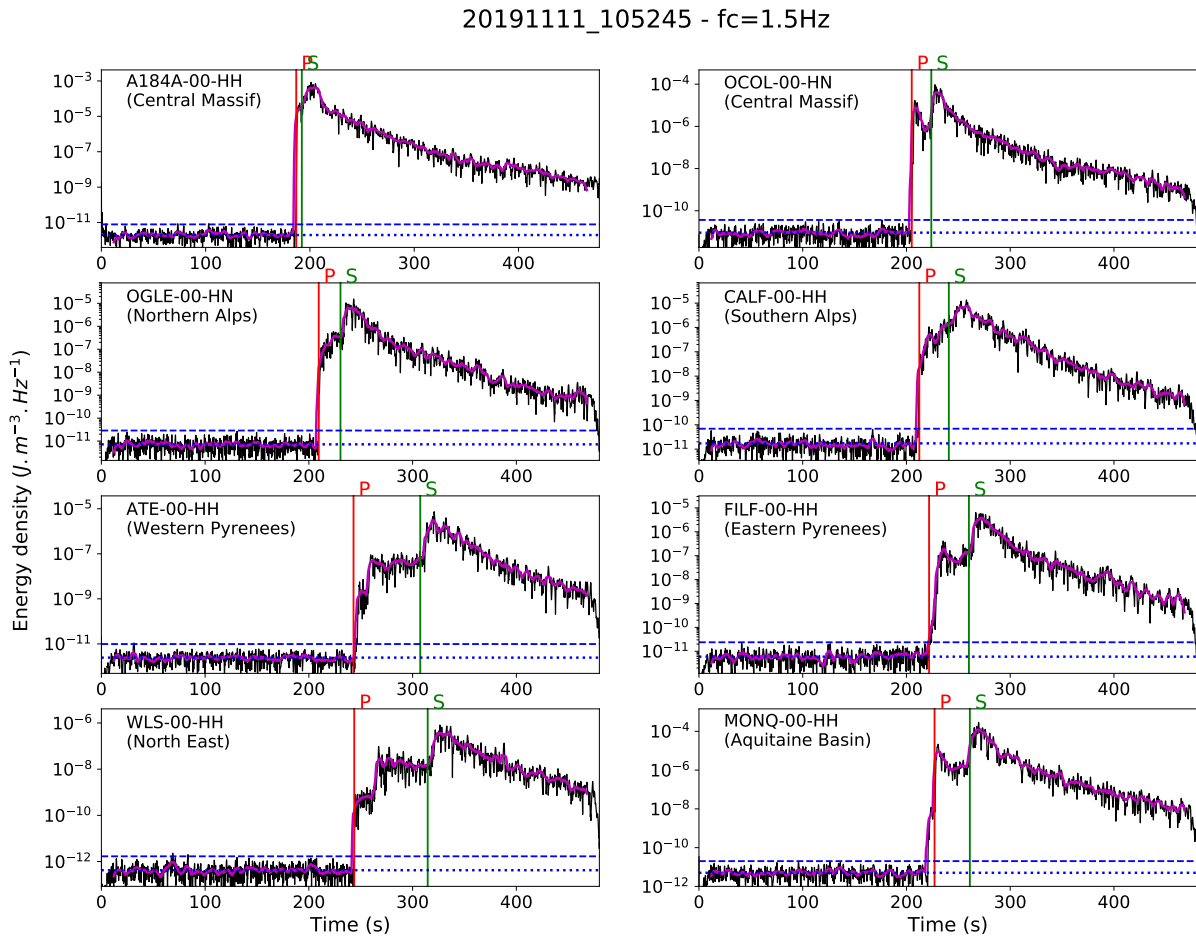


FIGURE 5.3 – Envelopes énergétiques (lignes noires fines) et enveloppes énergétiques lissées (lignes magenta épaisses) du séisme du Teil ( $M_L = 5.2$ ) pour plusieurs stations localisées dans diverses régions de France, filtrées autour de  $f_0 = 1.5$  Hz. Pour chaque enregistrement, le niveau de bruit est représenté par la ligne horizontale en pointillés. La ligne horizontale traitillée correspond au ratio signal/bruit de 4. Les premiers temps d'arrivées des ondes directes sont représentés par des lignes verticales.

150 ou 200 km) et ont des amplitudes globalement plus élevées à hautes fréquences, si on les compare aux phases crustales. Nous rappelons que les ondes  $Pn$  et  $Sn$  sont des ondes réfractées dans le manteau supérieur, se propageant parallèlement au Moho avant de remonter vers la surface. Comme les vitesses de propagation dans le manteau sont supérieures à celles de la croûte, les phases  $Pn$  et  $Sn$  arrivent avant les phases  $Pg$  et  $Sg$  au-delà d'une distance typique autour de 150 km. Néanmoins, pour mieux voir les effets des variations latérales de propriétés d'atténuation à l'échelle régionale (ou sous-régionale),

nous avons besoin de superposer toutes les enveloppes des données pour chaque bande de fréquence.

Afin de mieux comprendre les différences régionales dans l'atténuation des arrivées directes et de la coda en France, nous subdivisons la France en 7 zones (Fig. 5.4a). Nous superposons toutes les enveloppes énergétiques de l'événement du Teil pour différentes bandes de fréquences sur la Fig. 5.4b. Pour faciliter la comparaison entre les différentes stations, toutes les enveloppes sont représentées en fonction de la vitesse de groupe et sont normalisées par le niveau d'énergie de l'enveloppe entre 1.8 et 2.2 km/s. Seule la partie des enveloppes ayant un ratio  $S/N > 4$  est représentée.

Sur la Fig. 5.4b, des différences significatives dans les pentes de codas sont observées. Les codas des phases  $Lg$  enregistrés dans le sud des Alpes ont globalement une décroissance énergétique plus rapide que les codas enregistrées dans les autres régions. Cette décroissance plus rapide, qui implique que le facteur de qualité de la coda  $Q_C$  soit plus faible, est due à la propagation de l'énergie sismique à travers des régions fortement atténuantes dans le Sud-Est de la France (voir la Fig. 1.3, Mayor et al. (2018)). En revanche, le taux de décroissance de coda dans le nord des Alpes est plus faibles que dans le sud des Alpes, indiquant une atténuation intrinsèque ou un leakage moins importants dans cette région. Nous pouvons noter une forte augmentation du niveau d'énergie dans la coda des ondes  $Sg$  ou  $Lg$  à basses fréquences pour certaines stations de la zone Nord des Alpes, notamment autour de 0.75 Hz. Cette augmentation est soit causée par des ondes traversant des zones très lentes, soit causée par un très fort scattering, retardant les amplitudes maximales. Nous observons aussi dans la Fig. 5.4b, que les amplitudes des arrivées directes  $Pg$  et  $Sg$  sont plus élevées pour les enregistrements du Massif Central et des Pyrénées, par rapport à ceux des Alpes (Nord et Sud). Ceci est sûrement expliqué par une atténuation plus faible dans le Massif Central et dans l'est des Pyrénées, comme l'ont souligné Mayor et al. (2018), impactant plus faiblement les arrivées directes. Nous constatons aussi une grande variabilité sur les phases mantelliques, notamment  $Pn$ , mais nous ne nous attardons pas là-dessus, car celles-ci ne seront pas incluses dans la procédure d'inversion décrite plus loin.

Sur la Fig. 5.4b, nous remarquons aussi que les vitesses de groupe correspondant aux arrivées directes sont légèrement différentes d'une station à l'autre. Ces différences sont dues aux variabilités latérales de vitesses des ondes sismiques. Ceci nous indique que, pour pouvoir correctement simuler les enveloppes énergétiques, des pointés d'arrivées directes seront nécessaires pour construire un modèle de vitesse moyen pour chaque couple de



source-station.

Enfin, nous constatons une importante variabilité au sein d'une même zone, notamment dans les Alpes du Nord et du Sud. Ceci signifie qu'un modèle d'atténuation unique, même à l'échelle d'une région, ne permet pas d'expliquer ces différences. Pour examiner ces différences sub-régionales, nous avons à nouveau subdivisé les 4 régions les plus proches de l'épicentre comme indiqués sur la Fig. 5.4a. Les enveloppes normalisées de chaque région d'intérêt sont superposées sur les Fig. 5.5 pour les Alpes du Nord, Fig. 5.6 pour les Alpes du Sud, Fig. 5.7 pour le Massif Central et Fig. 5.8 pour l'est des Pyrénées.

Pour la zone des Alpes du Nord (Fig. 5.5), nous constatons une très forte variabilité sub-régionale. Sur quasiment toutes les bandes de fréquences, les phases  $Pg$  et  $Sg$  sont systématiquement plus faibles dans les sous-régions correspondant à la Vallée du Rhône (zone 1 sur la Fig. 5.5) et aux Préalpes (zones 2 et 3) que dans les sous-régions comprenant les massifs cristallins (zones 4 et 5). De même, nous constatons aussi d'importantes différences sur la forme et la pente de la coda des ondes  $Sg$ , où celle-ci dépend largement de la zone, à haute fréquence notamment. À basse fréquence, les codas des données des stations localisées dans les zones 1 et 2, respectivement situées à proximité de la Vallée du Rhône et dans le Bassin sédimentaire de l'Isère, sont amplifiées, notamment autour de 0.75 Hz. Le maximum d'énergie est atteint pour des vitesses de groupes pouvant aller de 1.2 à 1.5 km/s. Plusieurs hypothèses peuvent expliquer cette amplification. Un très fort scattering à basse fréquence peut être à l'origine de cette forme de coda, retardant le maximum d'énergie et rallongeant fortement le pulse d'énergie (Sato, 1989; Saito et al., 2002). Une autre hypothèse serait que des ondes de basse fréquence très énergétiques se propageraient dans des milieux très lents proches de la surface. Comme la source est proche de la surface (1-2 km de profondeur), il pourrait s'agir d'ondes de surface. Néanmoins, cette amplification en énergie n'est pas visible dans les autres régions.

Pour la zone des Alpes du Sud (Fig. 5.6), une forte variabilité régionale est aussi remarquable sur les arrivées directes  $Pg$  et  $Sg$  et sur la coda des  $Sg$ , notamment à haute fréquence. Comme précédemment, les enregistrements des stations proches de la Vallée du Rhône (zone 1, puis 2 et 3 de la Fig. 5.5) présentent des arrivées directes  $Pg$  et  $Sg$  moins énergétiques que dans la zone 4 moins sédimentaire. La pente de la coda dépend aussi de la zone. Cependant, les différences de formes d'enveloppes sont moins importantes à basse fréquence (autour de 0.375 Hz) qu'aux fréquences plus élevées.

Pour le Massif Central (Fig. 5.7), nous observons moins de différences que dans les zones alpines. Ceci est dû à de moindres variations latérales de propriétés de la croûte pour cette zone. Néanmoins, d'importantes différences subsistent à très basse fréquence

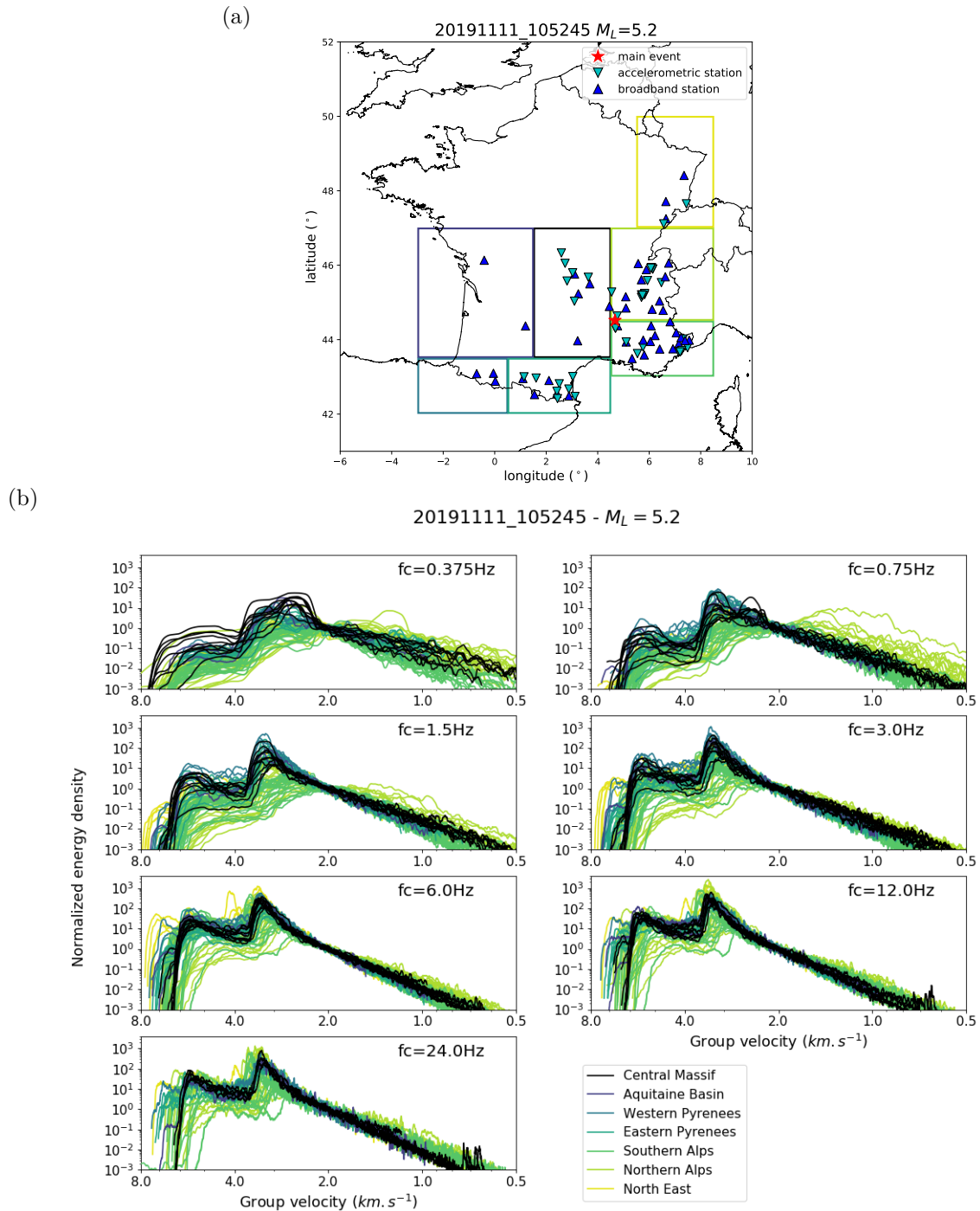


FIGURE 5.4 – (a) Zonage de la France pour la comparaison des enveloppes énergétiques. (b) Comparaison des enveloppes énergétiques lissées des données du séisme du Teil, pour toutes les bandes de fréquences centrées entre 0.375 à 24 Hz. Toutes les enveloppes sont représentées en fonction de la vitesse de groupe et normalisées par leur niveau d'énergie entre 1.8 et 2.2 km/s. Les couleurs des enveloppes indiquent leurs différentes régions indiquées par la carte de zonage ci-dessus.

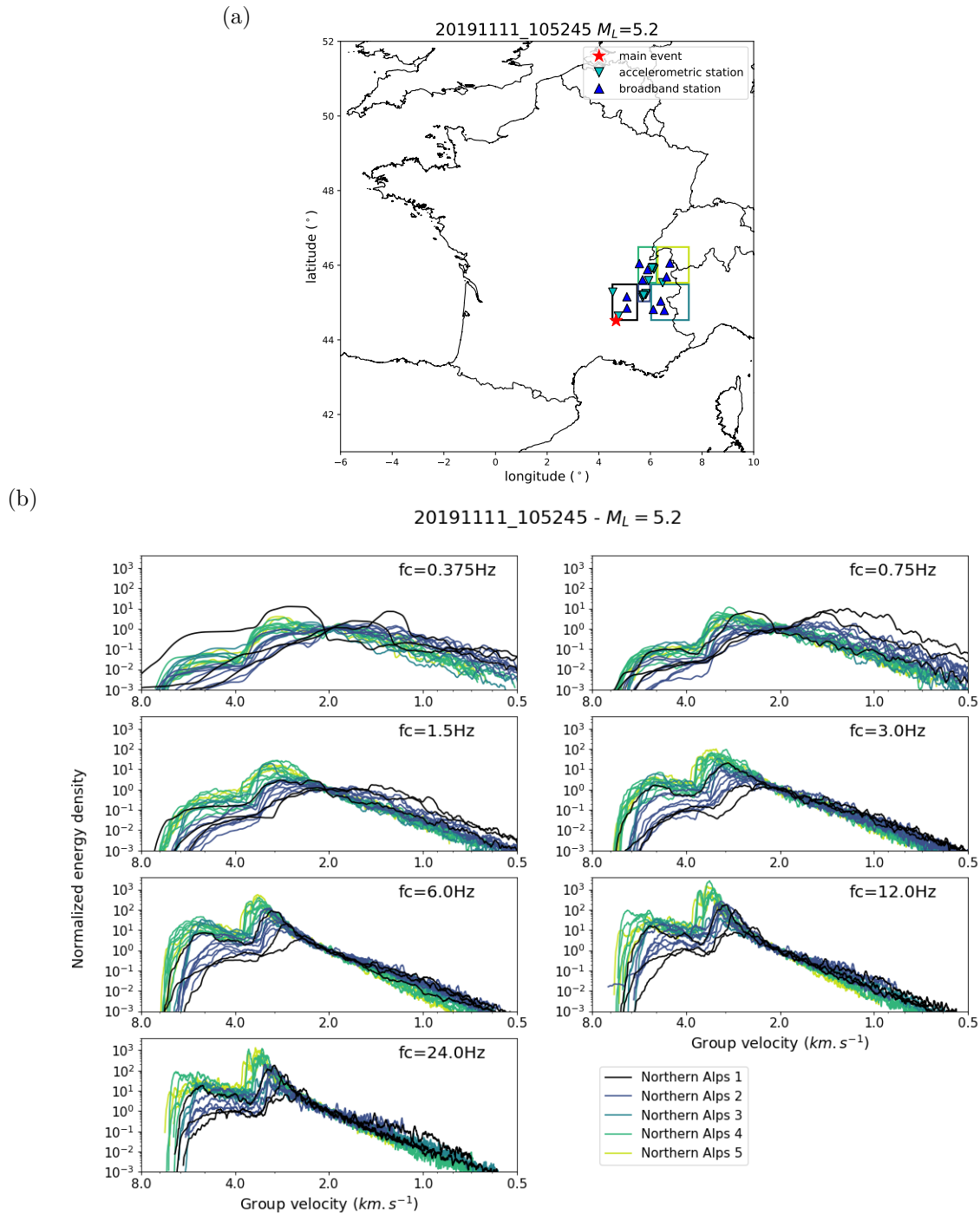


FIGURE 5.5 – (a) Zonage du nord des Alpes pour la comparaison des enveloppes énergétiques. (b) Comparaison des enveloppes énergétiques lissées des données du séisme du Teil, pour la région des Alpes du Nord seulement (voir Fig. 5.4 pour plus d’informations). Les couleurs des enveloppes indiquent leurs différentes sous-régions indiquées par la carte de zonage ci-dessus.

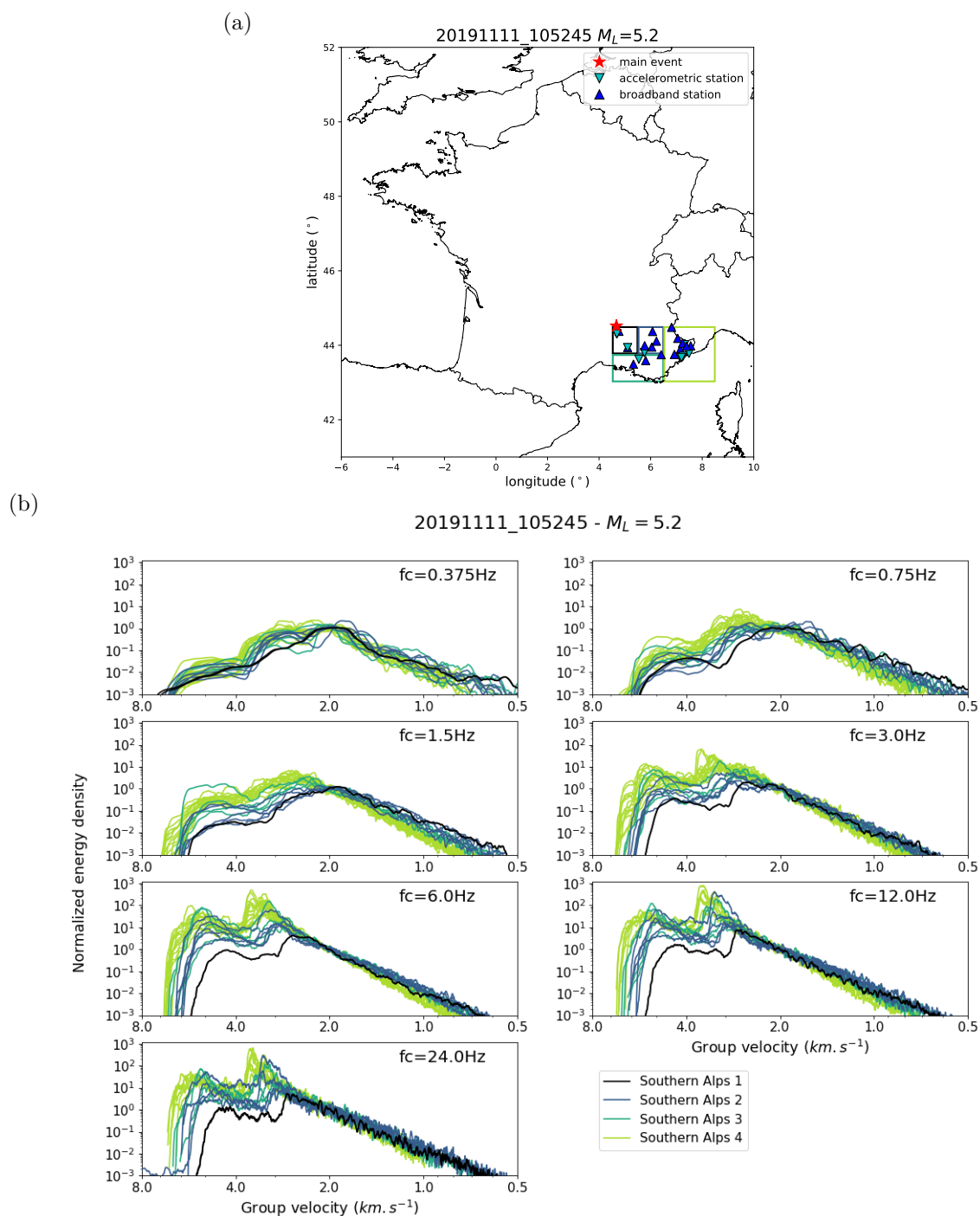


FIGURE 5.6 – (a) Zonage du sud des Alpes pour la comparaison des enveloppes énergétiques. (b) Comparaison des enveloppes énergétiques lissées des données du séisme du Teil, pour la région des Alpes du Sud seulement (voir Fig. 5.4 pour plus d'informations). Les couleurs des enveloppes indiquent leurs différentes sous-régions indiquées par la carte de zonage ci-dessus.

sur l'ensemble des enveloppes énergétiques (arrivées directes et forme de la coda) et en dessous de 3 Hz pour les arrivées  $Pg$  correspondant à la station localisée dans le sud du Massif Central (zone 1).

Pour l'est des Pyrénées (Fig. 5.8), il existe quelques différences sur les arrivées des ondes directes  $Pg$ , celles-ci étant moins énergétiques pour les stations localisées à proximité du Bassin Méditerranéen (pour  $f_0 \leq 6$  Hz). Les taux de décroissance des codas diffèrent uniquement à basse fréquence (pour  $f_0 \leq 3$  Hz) entre les 2 sous-régions.

En conclusion, les propriétés d'atténuation ne devraient pas être moyennées sur une région entière, puisque celles-ci sont variables à échelles sub-régionales, comme l'ont déjà remarqué Campillo & Plantet (1991) et Mayor et al. (2018) à l'échelle de la France, Calvet et al. (2013) à l'échelle des Pyrénées et Mayor et al. (2016) à l'échelle des Alpes. Avant de proposer une méthode permettant de prendre en compte ces variations de propriétés d'atténuation, nous comparerons les enveloppes des données du séisme du Teil aux enveloppes générées par un modèle d'atténuation de référence construit à l'échelle de la France Métropolitaine.

### 5.3.3 Comparaison des données avec un modèle d'atténuation de référence

Pour illustrer la nécessité de modéliser les variations latérales des propriétés d'atténuation en France, nous avons comparé les enveloppes énergétiques des données du séisme du Teil filtrées autour de 3 Hz aux enveloppes synthétiques construites en utilisant les paramètres d'atténuation du modèle de référence déterminé par Lacombe et al. (2003) pour le centre de la France ( $l_S^* = 250$  km et  $l_S^a = 150$  km à 3 Hz). Ce modèle a été obtenu à partir de simulations de codas des ondes  $Lg$  dans un milieu stratifié (voir Section 3.5.2.2). Comme le modèle de Lacombe et al. (2003) ne prend pas en compte l'anisotropie du scattering, nous avons fixé  $l_S^*/l_S^a = 1$ , ce qui correspond à un mécanisme de scattering non préférentiel. Nous avons pris en compte l'atténuation des ondes  $P$ , en fixant celle-ci en fonction de l'atténuation des ondes  $S$ , en supposant que l'atténuation intrinsèque est uniquement causée par le cisaillement (e.g. Shearer, 1999, p. 114), soit  $l_P^a = 3\alpha_1^3/(4\beta_1^3)l_S^a$ . La source simulée consiste en un double-couple avec des paramètres de rupture strike=62°, dip=59° et rake=107°, estimés par le CEA-LDG ([http://www-dase.cea.fr/actu/dossiers\\_scientifiques/2019-11-11/index.html](http://www-dase.cea.fr/actu/dossiers_scientifiques/2019-11-11/index.html)).

Les résultats sont présentés sur la Fig. 5.9 pour 6 stations situées à moins de 150 km de distance épacentrale. Les enveloppes synthétiques ont été calculées avec le code de Monte-Carlo appliqué au modèle de lithosphère stratifié présenté dans la Section 4.3.

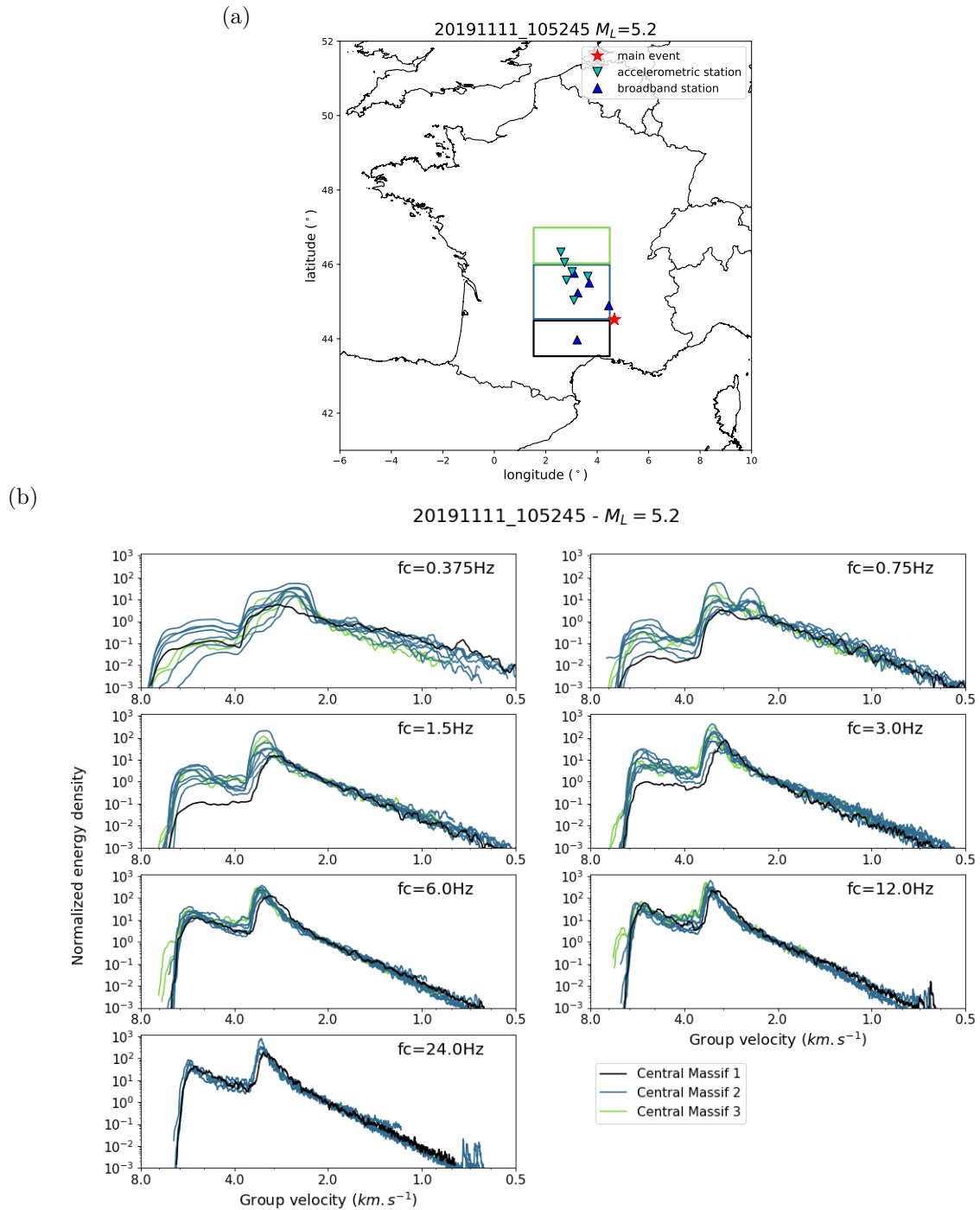


FIGURE 5.7 – (a) Zonage du Massif Central pour la comparaison des enveloppes énergétiques. (b) Comparaison des enveloppes énergétiques lissées des données du séisme du Teil, pour la région du Massif Central seulement (voir Fig. 5.4 pour plus d'informations). Les couleurs des enveloppes indiquent leurs différentes sous-régions indiquées par la carte de zonage ci-dessus.

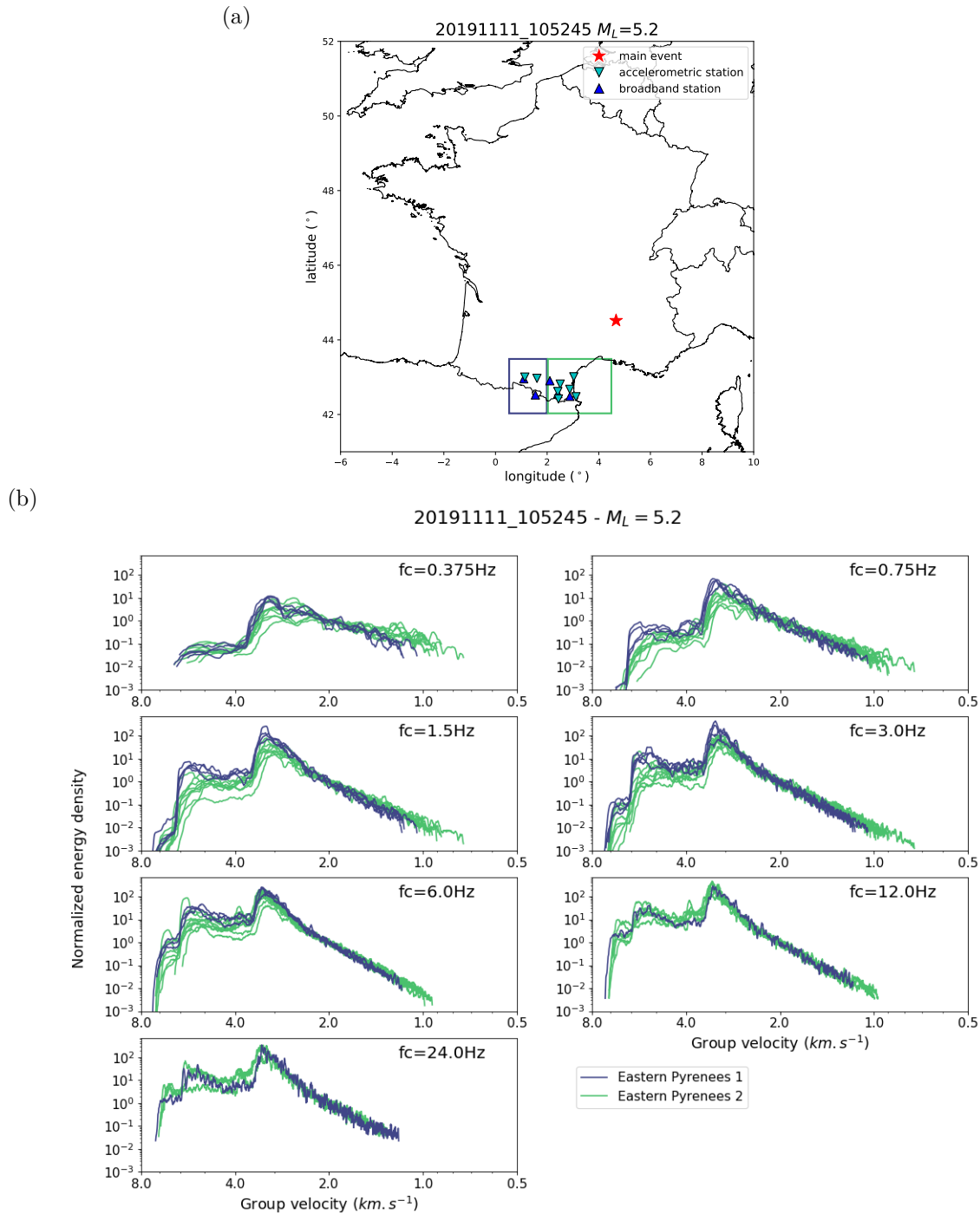


FIGURE 5.8 – (a) Zonage des Pyrénées-Est pour la comparaison des enveloppes énergétiques. (b) Comparaison des enveloppes énergétiques lissées des données du séisme du Teil, pour la région des Pyrénées-Est seulement (voir Fig. 5.4 pour plus d’informations). Les couleurs des enveloppes indiquent leurs différentes sous-régions indiquées par la carte de zonage ci-dessus.

L'épaisseur de la croûte a été fixée à  $H = 30$  km. Sur chaque sous-figure, l'enveloppe modélisée est superposée aux données. Nous observons clairement que ce modèle unique d'atténuation ne peut pas expliquer certaines formes d'enveloppe des données.

La décroissance de la coda des ondes  $S$  (ou  $Lg$ ) est relativement bien modélisée à temps long, soit après 100 ou 150 secondes après le temps d'origine du séisme. Néanmoins, nous observons d'importantes différences autour des arrivées directes et du début de la coda des ondes  $S$ .

Dans le cas des 2 stations sélectionnées dans le Massif Central (Fig. 5.9a et Fig. 5.9b) et de la station SSB dans la vallée du Rhône (Fig. 5.9c), nous constatons que les énergies des ondes  $P$  et  $S$  directes modélisées sont sous-estimées par rapport aux données. Dans le cas des enregistrements des Alpes (Fig. 5.9e et Fig. 5.9f), seul le pulse d'ondes  $P$  est sous-estimé par la modélisation. Ceci suggère que l'atténuation des ondes  $P$  pourrait être surestimée par le modèle de référence dans cette région. Dans le Massif Central, nous remarquons que le pulse d'ondes  $S$  des données est plus étroit et énergétique que ce que la modélisation suggère. Ceci peut être expliqué par un faible scattering ou un scattering fortement vers l'avant. À l'inverse, dans la Vallée du Rhône et les Alpes (Fig. 5.9c à Fig. 5.9f), la largeur du pulse d'ondes  $S$  a été sous-estimée par la modélisation. Un fort scattering ou des ondes de surface (non prises en compte ici) pourraient expliquer cela.

Enfin, il existe des décalages dans les temps d'arrivées des ondes  $Pg$  et  $Sg$  (de 2 à 3 secondes au maximum) entre les enveloppes modélisées et les données. Il s'agit d'un artefact du modèle de vitesse crustale adopté, présenté dans la Section 4.3.1. Ce problème sera bien sûr corrigé lors de la procédure d'inversion, grâce aux pointés manuels des temps d'arrivées  $t_{Pg}$  et  $t_{Sg}$  des ondes directes.

Ces résultats montrent qu'il est nécessaire d'adapter le modèle d'atténuation de référence de [Lacombe et al. \(2003\)](#) à la zone d'étude, pour pouvoir mieux modéliser les données, notamment le niveau d'énergie des arrivées directes. Il est aussi nécessaire de modéliser les variations latérales de propriétés d'atténuation, comme suggéré dans la Section 5.3.2 et par la tomographie d'absorption réalisée par [Mayor et al. \(2018\)](#), illustrant des variations significatives de propriétés d'atténuation à l'échelle régionale. Pour cela, l'atténuation par scattering et l'absorption intrinsèque seront modélisées pour chaque trajet source-station en utilisant l'algorithme d'inversion de Levenberg-Marquardt.



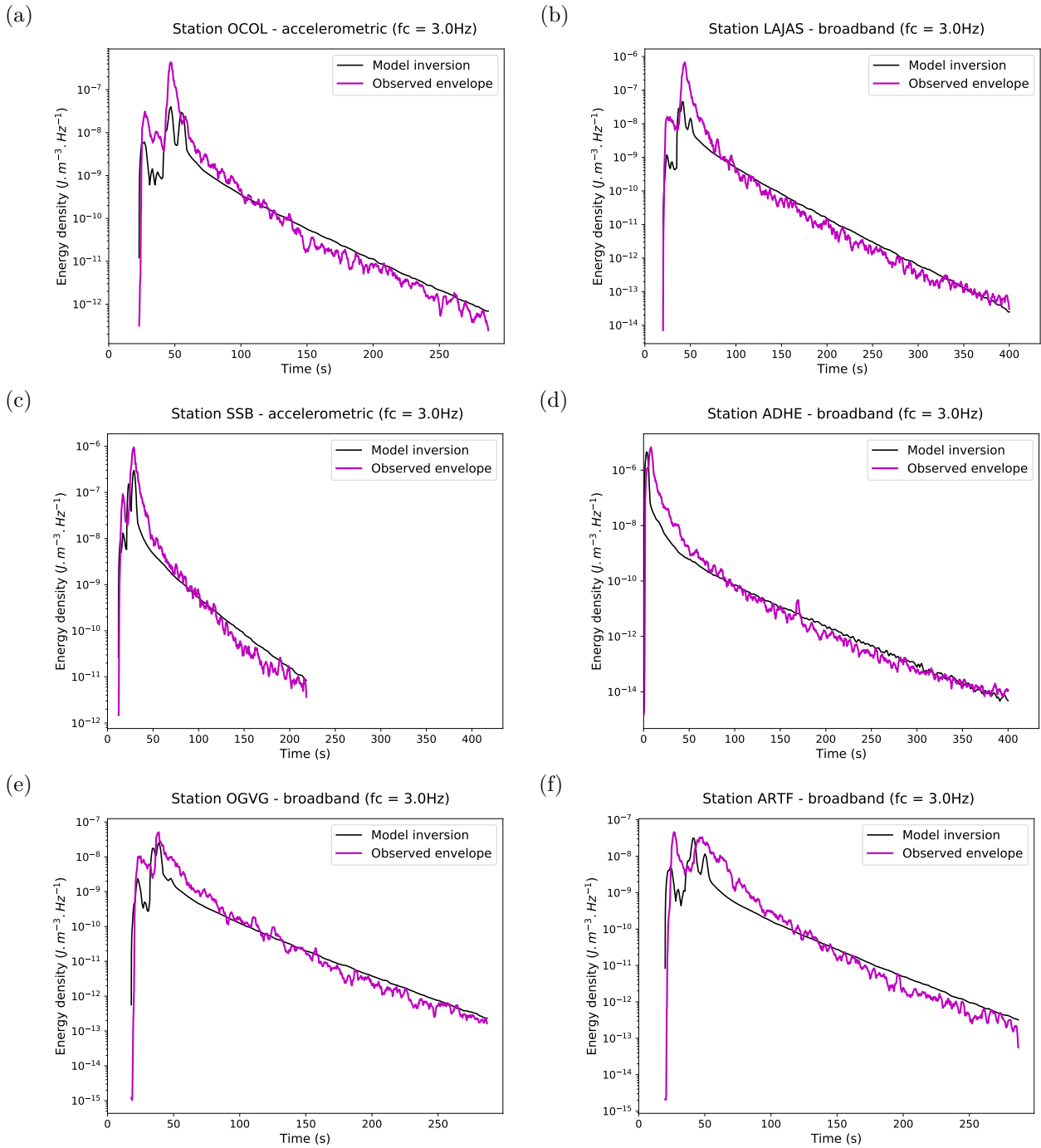


FIGURE 5.9 – Enveloppes synthétiques (courbes noires) générées par le modèle d’atténuation de référence de [Lacombe et al. \(2003\)](#) adapté à notre outil de modélisation et superposées aux enveloppes des données filtrées autour de 3 Hz (courbes magenta). Les paramètres d’atténuation de ce modèle sont  $l_S^* = l_S = 250$  km et  $l_S^a = 150$  km. Les données correspondent aux stations localisées dans (a) le nord du Massif Central (b) le sud du Massif Central (c) le nord de la Vallée du Rhône (d) le sud de la Vallée du Rhône (e) le nord des Alpes (f) le sud des Alpes.

## 5.4 Inversion de l'atténuation, de la source et du site

Nous avons développé une procédure d'inversion pour séparer le spectre de source, de l'atténuation et les paramètres du site dans une gamme de fréquences allant de 0.375 à 24 Hz. La méthode est testée et appliquée aux enveloppes énergétiques du séisme du Teil. La procédure d'inversion est divisée en 2 étapes distinctes : (1) extraire les paramètres d'atténuation des enveloppes de données ; (2) avec un modèle d'atténuation correct, séparer les spectres de source des effets de site. À partir des spectres de source, nous pouvons extraire  $M_0$ , puis  $M_w$  en appliquant un modèle de source (Brune, 1970; Abercrombie, 1995).

Pour l'étape (1), nous utiliserons une approche hybride, combinant l'algorithme d'inversion de Levenberg-Marquardt et l'approche du grid-search pour inverser les paramètres d'atténuation moyennés sur chaque trajet source-station. L'outil de modélisation développé dans le chapitre 4 dans une géométrie de guide d'ondes crustal (croûte hétérogène sur un manteau homogène décrits en Fig. 4.1a) est utilisé pour la modélisation directe des enveloppes et est incorporé dans un algorithme d'inversion de Levenberg-Marquardt, qui sera expliqué plus tard. Pour commencer, nous supposons un milieu exponentiel et fixons le paramètre de Birch  $\nu = 0.8$  (voir Section 3.1.1). Les vitesses de la croûte  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  sont déterminées par des pointés manuels d'arrivées d'ondes directes. Celles-ci sont légèrement différentes à celles données dans la Section 4.3.1, où  $\beta_1$  et  $\alpha_1$  étaient égaux à 3.5 km/s et  $\sqrt{3}\beta_1$  respectivement. Ici,  $\alpha_1$  est fixée entre 5.50 et 6.09 km/s et  $\beta_1$  entre 3.24 et 3.50 km/s selon les trajets source-station. Les vitesses des ondes du manteau et les densités de la croûte et du manteau sont les mêmes que celles données en Section 4.3.1 ( $\beta_2 = 4.7$  km/s,  $\alpha_2 = \sqrt{3}\beta_2$ ,  $\rho_1 = 2.8$  et  $\rho_2 = 3.3$ ). Malgré d'importantes variations latérales d'épaisseur de la croûte dans le sud-est de la France et notamment sous les Alpes (Ziegler & Dèzes, 2006), celle-ci a été fixée constante à  $H = 30$  km. L'étape (2), consistant à corriger le spectre de source des effets de site, puis d'extraire les paramètres de source, sera discutée dans la section suivante (Section 5.4.4).

Nous procédons fréquence par fréquence et explorons une large gamme de valeurs pour le mécanisme de scattering  $l_S^*/l_S$  (allant entre 1 et 40). Comme  $l_S$  et  $l_S^*$  peuvent directement être déterminés grâce à la longueur de corrélation  $l_c$  et l'amplitude des fluctuations du milieu  $\epsilon$  une fois le coefficient de Birch  $\mu$  et l'ACF supposée exponentielle, nous pouvons réduire le nombre de paramètres à inverser pour le scattering. De plus, nous fixerons a priori l'atténuation des ondes  $P$  ( $l_P^*$  et  $l_P^a$ ) en fonction de celle des ondes  $S$ , comme le couplage entre les ondes  $P$  et  $S$  par scattering n'est pas supposé changer lorsque  $l_S^*/l_S$  est fixé et que la dissipation est supposée être uniquement causée par le cisaillement.

À l’avenir, cette contrainte pourra être relâchée si nécessaire. Avec ces hypothèses, il y a seulement deux paramètres libres dans le modèle : le libre parcours moyen  $l_S$  et la longueur d’absorption  $l_S^a$  dans la croûte.

Les paramètres d’atténuation  $l_S$  et  $l_S^a$  sont inversés à partir des données pour chaque trajet source-station, grâce à l’algorithme itératif et linéarisé de Levenberg-Marquardt. Grâce à cet algorithme, les paramètres d’atténuation seront déterminés de telle sorte que la différence des moindres-carrés entre le logarithme des enveloppes énergétiques simulées et des données soient minimisées. Cet algorithme a déjà été utilisé avec succès pour inverser l’atténuation par [Carcolé & Sato \(2010\)](#) et [Menina et al. \(2021, accepté\)](#). Ici, la procédure d’inversion de Levenberg-Marquardt, expliquée dans la Section 5.4.1, optimise seulement  $l_S$  et  $l_S^a$ . Le mécanisme de scattering, quantifié par  $l_S^*$  est déterminée par une approche de grid-search. L’approche de grid-search consiste à répéter la modélisation sur différentes valeurs de  $l_S^*/l_S$  (fixées à 1, puis 2, 5, 10, 20 et 40), puis à sélectionner le meilleur modèle  $(l_S, l_S^a, l_S^*/l_S)$  comme modèle final.

L’approche hybride, combinant l’algorithme de Levenberg-Marquardt pour  $l_S$  et  $l_S^a$  et le grid-search sur  $l_S^*/l_S$ , a été choisie parce que celle-ci est plus rapide que l’algorithme de force brute du grid-search sur  $l_S$ ,  $l_S^a$  et  $l_S^*/l_S$  en même temps, qui nécessiterait un nombre conséquent de simulations directes pour tester toutes les combinaisons de  $l_S$ ,  $l_S^a$  et  $l_S^*/l_S$  possibles, et serait très coûteux en temps de calcul. En outre,  $l_S^a$  et  $l_S^*/l_S$  sont déterminés de manière plus précise par l’algorithme de Levenberg-Marquardt par rapport au grid-search. Comme  $l_S^*/l_S$  est en pratique peu résolvable ([Gaebler et al., 2015](#)), et que l’algorithme de Levenberg-Marquardt pourrait converger vers un minimum secondaire si  $l_S^*/l_S$  était inversé, l’approche du grid-search semble adaptée pour estimer le mécanisme de scattering. De même, l’algorithme de Levenberg-Marquardt converge plus rapidement que l’algorithme de Gauss-Newton. Les différentes étapes de la procédure de l’algorithme de Levenberg-Marquardt sont présentés ci-dessous.

### 5.4.1 Inversion par trajets, algorithme de Levenberg-Marquardt

Dans cette partie, nous résumons les étapes de l’algorithme de Levenberg-Marquardt adaptées à notre problème pour déterminer les paramètres d’atténuation  $l_S$  et  $l_S^a$ , pour un mécanisme de scattering fixé.

Tout d’abord, nous introduisons le vecteur  $\mathbf{p}_0 = (\log_{10}(1/\tau_S), \log_{10}(1/\tau_S^a)) = (\log_{10} \mu_S, \log_{10} \mu_S^a)$ , qui définit le modèle d’atténuation initial pour un trajet entre la source et la station, pour une bande de fréquence centrée sur  $f_0$  et  $k_S l_C$  (ou  $l_S^*/l_S$ ) fixé. Nous rappelons que  $\tau_S = 1/\mu_S = l_S/\beta_1$  et  $\tau_S^a = 1/\mu_S^a = l_S^a/\beta_1$  sont les temps de libre-parcours

moyen et d'absorption des ondes  $S$ . Comme l'algorithme de Levenberg-Marquardt ne permet pas de contrôler le domaine de recherche de solutions, nous choisissons d'écrire les paramètres d'atténuation à inverser de cette manière afin d'éviter que les résultats d'une itération intermédiaire mènent à une longueur  $l_S$  négative, ce qui bloquerait l'exécution du programme. Nous écrivons le vecteur de données  $\mathbf{y} = \log_{10}(E_{obs}^{ij}) = [y_1, \dots, y_N]$  où  $N$  est le nombre de points de mesures de l'enveloppe. Le vecteur du modèle d'enveloppe s'écrit  $\mathbf{f}(\mathbf{p}_k) = \log_{10}(E_{mod}^{ij}) = [f_1(\mathbf{p}_k), \dots, f_N(\mathbf{p}_k)]$  avec  $\mathbf{p}_k$  le modèle d'atténuation à la  $k$ -ième itération. Nous voulons minimiser les différences de moindres-carrés entre  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{f}(\mathbf{p}_k)$ , définies par la fonction de résidu (ou misfit)  $\chi^2$  de la manière suivante :

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_n - f_n(\mathbf{p}_k))^2. \quad (5.5)$$

Ensuite, nous appliquons une perturbation  $\mathbf{q}$  au modèle d'atténuation  $\mathbf{p}_k$ , de telle sorte que  $\mathbf{q} = (\Delta \log_{10} \mu_S, \Delta \log_{10} \mu_S^a)$ . En appliquant la formule de Taylor à l'ordre 1,  $\mathbf{f}(\mathbf{p}_k + \mathbf{q})$  peut être linéarisé de la manière suivante :

$$\mathbf{f}(\mathbf{p}_k + \mathbf{q}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{p}_k) + \mathbf{J}\mathbf{q}, \quad (5.6)$$

où  $\mathbf{J}$  est la Jacobienne de  $\mathbf{f}$  en  $\mathbf{p}_k$ . Cette matrice, de dimension  $N * 2$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \log_{10}(E_{mod1}^{ij})}{\partial \mu_S} & \frac{\partial \log_{10}(E_{mod1}^{ij})}{\partial \mu_S^a} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \log_{10}(E_{modN}^{ij})}{\partial \mu_S} & \frac{\partial \log_{10}(E_{modN}^{ij})}{\partial \mu_S^a} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\ln(10)} \begin{pmatrix} \frac{1}{E_{mod1}^{ij}} \frac{\partial E_{mod1}^{ij}}{\partial \mu_S} & \frac{1}{E_{mod1}^{ij}} \frac{\partial E_{mod1}^{ij}}{\partial \mu_S^a} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{E_{modN}^{ij}} \frac{\partial E_{modN}^{ij}}{\partial \mu_S} & \frac{1}{E_{modN}^{ij}} \frac{\partial E_{modN}^{ij}}{\partial \mu_S^a} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

La matrice  $\mathbf{J}$  fait intervenir les dérivées partielles des enveloppes synthétiques par rapport à  $\mu_S$  et  $\mu_S^a$ . Ces dérivées sont appelées les noyaux de sensibilité (ou « kernels ») et leur calcul est inclus dans la procédure de modélisation directe. Les calculs des noyaux de sensibilité sont basés sur la méthode différentielle de Monte-Carlo (Takeuchi, 2016) et nécessitent seulement l'insertion de quelques étapes de calcul supplémentaires dans notre

algorithme de modélisation directe. Une explication détaillée sur les noyaux de sensibilité sera donnée dans la Section 5.4.2.

Afin de minimiser le résidu  $\chi^2$ , la solution inverse de Levenberg-Marquardt pour la perturbation  $\mathbf{q}$  donne :

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \text{diag}(\mathbf{J}^T \mathbf{J})) \mathbf{q} \approx \mathbf{J}^T (\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{p})), \quad (5.8)$$

où  $\lambda$  est un paramètre d'amortissement.  $\lambda$  est introduit pour éviter des instabilités de l'inversion dues à un mauvais conditionnement de  $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ . Nous rappelons que le conditionnement indique la robustesse du problème inverse par rapport aux données et est défini par le rapport entre les normes de la plus grande et de la plus petite valeur propre de  $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ .

La perturbation  $\mathbf{q}$  est obtenu en inversant la matrice  $(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \text{diag}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}))$ . À la fin de chaque itération  $k$ , le nouveau modèle d'atténuation  $\mathbf{p}_{k+1}$  prend la valeur de  $\mathbf{p}_k + \mathbf{q}$ . Enfin, l'algorithme s'arrête lorsque  $\mathbf{p}$  converge ou lorsqu'on atteint le nombre maximal d'itérations, que nous avons fixé à  $k_{max} = 20$ . Par ce procédé, nous obtenons le modèle final d'atténuation  $l_S$  et  $l_S^a$ .  $l_S^*$  est déduit de  $l_S$  grâce au mécanisme de scattering fixé au départ.

Le terme  $W_i(f_0)R_j^2(f_0)$  peut être facilement extrait en ajustant l'enveloppe modélisée sur l'enveloppe des données. Le terme de source  $W_i(f_0)$  et de site  $R_j^2(f_0)$  seront séparés dans une étape indépendante discutée en Section 5.4.4.

L'ensemble de la procédure est répété pour l'ensemble des valeurs de  $l_S^*/l_S$  entre 1 (mécanisme de scattering non-préférentiel) et 40 (mécanisme fortement vers l'avant) par l'approche du grid-search expliquée précédemment, puis sur l'ensemble des bandes de fréquences entre 0.375 et 24 Hz.

Avant d'appliquer la procédure d'inversion de l'atténuation aux données du séisme du Teil, nous allons d'abord développer les noyaux de sensibilité utilisés dans l'Eq. (5.7) pour optimiser le modèle de  $l_S$  et  $l_S^a$  sur chaque trajet.

## 5.4.2 Noyaux de sensibilité

Comme nous l'avons vu dans la sous-section précédente, nous avons besoin de calculer les dérivées partielles des enveloppes énergétiques par rapport aux paramètres d'atténuation, aussi appelées noyaux de sensibilité pour pouvoir inverser les paramètres d'atténuation (voir Eq. (5.7) et Eq. (5.8)). Les calculs de sensibilité ont déjà été implémentés avec succès dans un algorithme de Monte-Carlo par Takeuchi (2016).

Les noyaux de sensibilité sont directement simulés avec le code de modélisation, grâce à la méthode différentielle de Monte-Carlo. Pour appliquer cette méthode, nous cherchons à déterminer l'impact d'un léger changement de scattering ou d'absorption intrinsèque sur chaque trajectoire de phonon (ou de particule énergétique) simulée. Les noyaux de sensibilité sont calculés en appliquant pour chaque phonon simulé des poids énergétiques « perturbés » par un petit changement de scattering  $\delta(1/\tau_S) = \delta\mu_S$  et d'absorption intrinsèque  $\delta(1/\tau_S^a) = \delta\mu_S^a$ . Outre la rapidité de calcul et de la facilité de sa mise en oeuvre, la méthode de Monte-Carlo différentielle présente l'avantage que les noyaux de sensibilité soient directement calculés dans le code de modélisation des enveloppes énergétiques. De plus, la méthode différentielle de Monte-Carlo converge beaucoup plus vite que la méthode des différences d'enveloppes. La méthode de différences d'enveloppes consiste à réaliser 2 simulations de Monte-Carlo, dont l'une avec des paramètres d'atténuation fixés à  $(\mu_S, \mu_S^a)$  et l'autre avec le scattering ou l'absorption légèrement perturbée  $(\mu_S + \Delta\mu_S, \mu_S^a)$  ou  $(\mu_S, \mu_S^a + \Delta\mu_S^a)$ , puis les enveloppes synthétiques obtenues sont soustraites de manière à connaître l'effet de la perturbation de scattering ou de l'absorption sur les enveloppes. En effet, nous pouvons exprimer les noyaux de sensibilité  $\partial E_{mod}^{ij}(t, f_0, \mu_S, \mu_S^a)/\partial\mu_S$  et  $\partial E_{mod}^{ij}(t, f_0, \mu_S, \mu_S^a)/\partial\mu_S^a$  de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{mod}^{ij}(t, f_0, \mu_S, \mu_S^a)}{\partial\mu_S} &\approx \frac{E_{mod}^{ij}(t, f_0, \mu_S + \Delta\mu_S, \mu_S^a) - E_{mod}^{ij}(t, f_0, \mu_S, \mu_S^a)}{\Delta\mu_S} \\ \frac{\partial E_{mod}^{ij}(t, f_0, \mu_S, \mu_S^a)}{\partial\mu_S^a} &\approx \frac{E_{mod}^{ij}(t, f_0, \mu_S, \mu_S^a + \Delta\mu_S^a) - E_{mod}^{ij}(t, f_0, \mu_S, \mu_S^a)}{\Delta\mu_S^a}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

où les enveloppes données par la méthode des différences d'enveloppes sont dans le terme de droite.

Les noyaux de sensibilité simulés par notre code de modélisation directe et ceux donnés par la méthode des différences d'enveloppes (voir Eq. (5.9)) sont représentés sur la Fig. 5.10 pour une distance épacentrale de 150 km. Nous avons scindé la contribution de l'énergie des ondes  $P$  et  $S$  dans cette figure. Pour une meilleure lisibilité, les valeurs absolues des noyaux de sensibilité sont représentées. La source est un double-couple dont les caractéristiques correspondent à celles du séisme du Teil (Strike=62°, dip=59°, rake=107°, placée à une profondeur de 1 km selon le CEA-LDG). Les paramètres d'atténuation sont ceux du modèle de référence de [Lacombe et al. \(2003\)](#) pour la France à 3 Hz ( $l_S^* = 250$  km,  $l_S^a = 150$  km) et  $l_S^*/l_S^a$  a été fixé à 1. Pour assurer une bonne convergence des 2 méthodes, 5 milliards de phonons ont été simulés. Néanmoins, nous avons pu constater que 50 millions de phonons donnaient aussi des résultats satisfaisants pour la méthode de Monte-Carlo différentielle, mais pas pour la méthode des différences d'enveloppes. La Fig. 5.10 montre

une concordance quasi-parfaite entre les 2 méthodes, malgré les fluctuations importantes des noyaux de sensibilités de scattering donnés par la méthode des différences d’enveloppes (pour les 2 sous-figures du haut de la Fig. 5.10), montrant bien que la méthode de Monte-Carlo différentielle converge plus vite que la méthode des différences d’enveloppes.

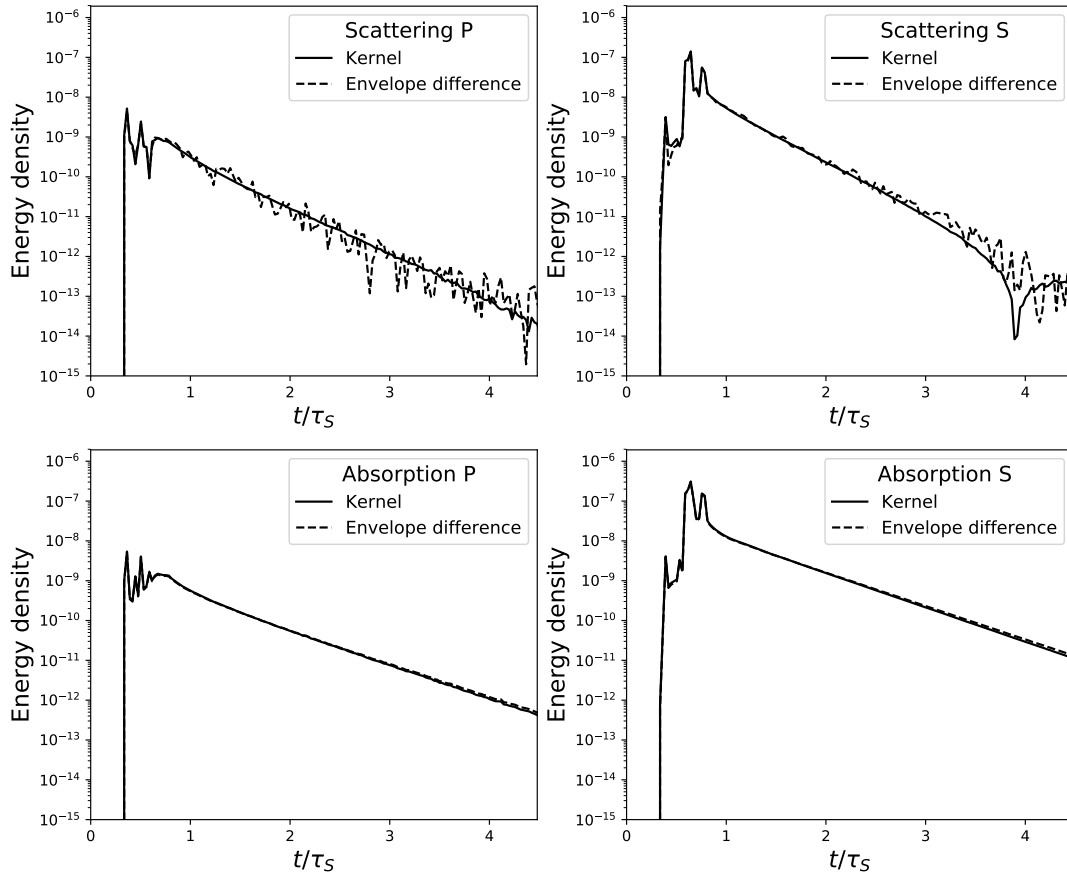


FIGURE 5.10 – Noyaux de sensibilité en valeur absolue pour le scattering et l’absorption des ondes  $P$  et  $S$  simulés avec notre code de modélisation (traits pleins), comparés aux différences d’enveloppes énergétiques (traits discontinus). La distance épacentrale est de 150 km (voir le texte pour les paramètres utilisés).

Nous remarquons aussi sur la Fig. 5.10 que les noyaux de sensibilité du scattering et d’absorption des ondes  $P$  atteignent leur maximum aux alentours des arrivées directes  $P$  et de ses multiples. De même, les noyaux de sensibilité du scattering et d’absorption des ondes  $S$  atteignent leur maximum aux alentours des arrivées directes  $S$  et de ses multiples. Nous observons aussi une décroissance du noyau de sensibilité du scattering des ondes  $S$

vers 0 (Fig. 5.10b) autour de  $t/\tau_S = 3.8$  avant de changer de signe (non-montré sur cette figure). Ceci montre que l'enveloppe des ondes  $S$  devient insensible aux variations de paramètres de scattering à ce temps précis et que si une petite perturbation de scattering a une influence positive sur l'enveloppe des ondes  $S$  à  $t/\tau_S < 3.8$ , celle-ci devient négative à  $t/\tau_S > 3.8$ .

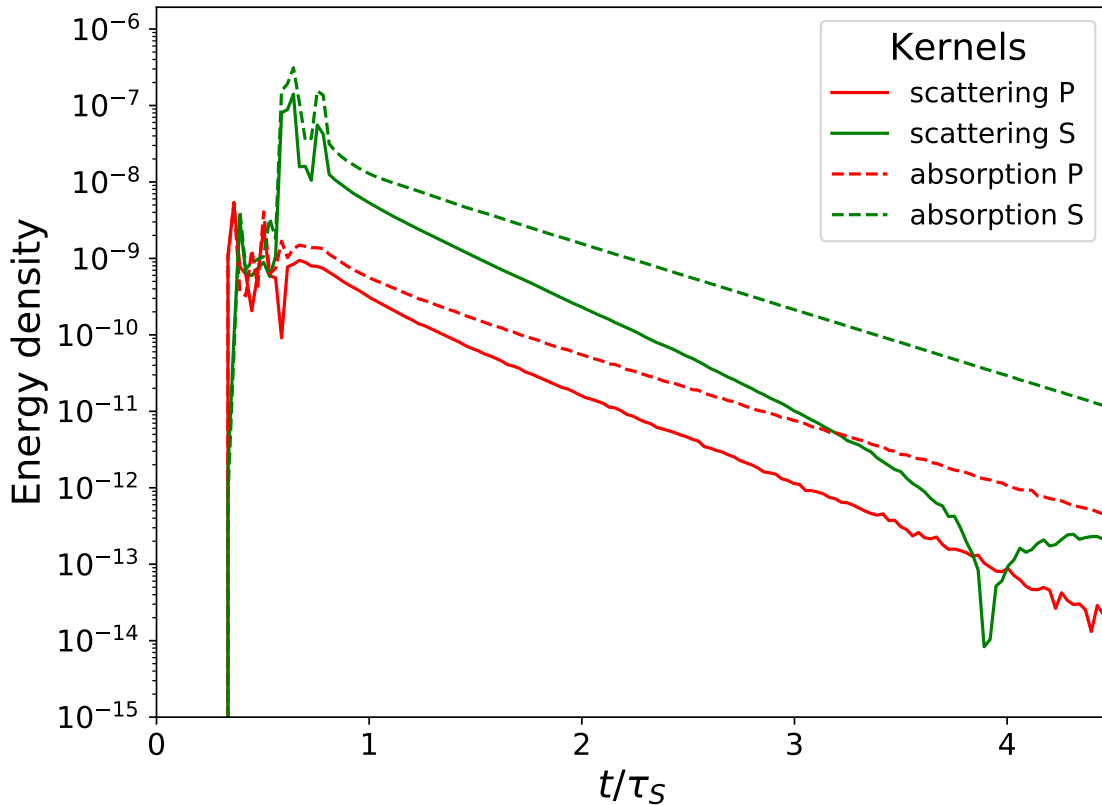


FIGURE 5.11 – Noyaux de sensibilité en valeur absolue pour le scattering et l'absorption des ondes  $P$  et  $S$ . La distance épacentrale est de 150 km (voir le texte pour les paramètres utilisés).

Pour facilement comparer les noyaux de sensibilité entre eux, nous avons superposé les noyaux de sensibilité présentés en Fig. 5.10 sur un même graphe en Fig. 5.11. Nous pouvons voir que les 4 noyaux de sensibilité ont un niveau d'énergie équivalent entre les temps d'arrivées directes des ondes  $P$  et  $S$ . Ceci signifie que la coda des ondes  $P$  est en même temps sensible aux paramètres de scattering et d'absorption des ondes  $P$  et  $S$ . En revanche, l'énergie des arrivées directes d'ondes  $S$  et le début de la coda des ondes  $S$  sont plutôt sensibles aux paramètres de scattering et d'absorption des ondes  $S$ , puisque les 2



noyaux de sensibilité correspondants aux ondes  $S$  dominant ceux des ondes  $P$ . Enfin, seul le noyau de sensibilité de l'absorption des ondes  $S$  domine à temps long dans la coda des ondes  $S$ . Ceci signifie qu'une perturbation de  $l_S$  (ou  $l_S^*$ ) impactera seulement de manière significative les arrivées d'ondes  $S$  directes et le début de la coda des ondes  $S$ , alors que seule une perturbation du modèle de  $l_S^a$  impactera de manière significative la coda des ondes  $S$  de l'enveloppe énergétique à temps long.

Une fois le calcul de sensibilité réalisé, nous appliquons celui-ci à l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour inverser les données du séisme du Teil, dont les résultats sont présentés dans la prochaine sous-section.

### 5.4.3 Inversion de l'atténuation

Maintenant, nous appliquons notre procédure d'inversion pour séparer les contributions de la source, de l'atténuation et du site à partir des enveloppes énergétiques des données du séisme du Teil. Le choix des stations à inverser, et les résultats de la première étape de l'inversion, consistant à inverser l'atténuation, sont présentés dans cette partie.

#### 5.4.3.1 Choix des données à inverser

Nous avons appliqué notre procédure d'inversion au séisme du Teil. Pour cela, nous avons sélectionné 6 stations (sur 87) de RESIF. Le choix des stations a été réalisé selon plusieurs critères :

(1) La distance épacentrale maximale est de 150 km, pour éviter l'émergence des phases mantelliques  $Pn$  et  $Sn$  qui ne sont pas modélisées par notre code.

(2) La couverture azimutale doit être bonne, pour couvrir une bonne variété de régions atténuantes aux alentours du séisme. Pour cela, 2 stations ont été choisies dans le Massif Central, 2 dans la Vallée du Rhône, et 2 dans les Alpes (une dans la zone Alpes-Nord et une dans la zone Alpes-Sud de la Fig. 5.4).

(3) Un bon rapport signal sur bruit sur toutes les bandes de fréquences centrées entre 0.375 et 24 Hz.

(4) Un effet de site pas trop important, sur l'ensemble des bandes de fréquences. Pour effectuer le choix des stations, les effets de site ont été grossièrement évalués par la méthode de la normalisation de la coda (voir Eq. (2.7)) sur l'ensemble des stations localisées à moins de 150 km de l'épicentre. L'énergie moyenne de l'enveloppe de chaque station a été normalisée par la moyenne de l'énergie de l'ensemble des stations autour de 100 s.

Après la sélection des stations, les pointés des temps d'arrivées des ondes directes  $t_{Pg}$  et  $t_{Sg}$  sont réalisés manuellement. Ensuite, la qualité des signaux est vérifiée, de manière à enlever toutes les parties impactées par des répliques ou par d'autres signaux parasites. En effet, ce qui semble être une réplique a été détectée sur les enveloppes énergétiques de 3 stations et est uniquement visible à haute fréquence. Celle-ci se produit environ 180 secondes après le temps d'origine, mais n'a pas été répertoriée par le RéNaSS. Pour ne pas impacter les résultats de l'inversion, les parties du signal où cet événement est visible ont été enlevées. La fenêtre temporelle dans laquelle les données sont inversées commence au temps d'arrivée  $t_{Pg}$  et se termine lorsque le rapport signal sur bruit  $S/N$  atteint 4.

Pour construire les enveloppes synthétiques à l'aide de la méthode de Monte-Carlo, nous sommons les poids énergétiques de tous les phonons traversant un sous-volume du milieu délimité par un intervalle de distances épacentrales de 10 km autour de la station, sur un intervalle de profondeur de 10 km. Pour tester la faisabilité de la procédure d'inversion, ces enveloppes sont pour l'instant moyennées sur tous les azimuts. Une subdivision azimutale sera effectuée dans le futur, pour pouvoir mieux prendre en compte les effets de la radiation de la source sur les enveloppes énergétiques. Nous rappelons que ces arrivées directes sont les parties des enveloppes les plus sensibles au diagramme de radiation à la source. Nous rappelons aussi que la source simulée est un double-couple avec des paramètres de rupture  $\text{strike}=62^\circ$ ,  $\text{dip}=59^\circ$ ,  $\text{rake}=107^\circ$ , placée à 1 km de profondeur.

#### 5.4.3.2 Comparaison entre les enveloppes énergétiques synthétiques et observées

Les enveloppes synthétiques obtenues par la procédure d'inversion  $E_{mod}^{ij}(t, f_0)$  et les données  $E_{obs}^{ij}(t, f_0)$  sont représentées sur les Fig. 5.12, Fig. 5.13 et Fig. 5.14 pour les 6 stations inversées, respectivement pour des bandes de fréquences centrées à  $f_0 = 0.75$ , 3 et 12 Hz. Les enveloppes synthétiques présentées sont celles obtenues avec le mécanisme de scattering ( $l_S^*/l_S$ ) minimisant la fonction résidu  $\chi^2$ .

Nous remarquons que l'ensemble des enveloppes observées est relativement bien modélisé, même s'il subsiste des écarts entre les synthétiques obtenus pour le modèle final d'atténuation et les données. Nous pouvons notamment voir à basse fréquence (Fig. 5.12) que le début de la coda des ondes  $S$  (ou  $Lg$ ) est sous-estimé par le modèle, alors que le pulse d'ondes  $S$  est mieux modélisé. Cet écart disparaît à haute fréquence (Fig. 5.13 et Fig. 5.14). Cet écart avec les données pourrait être expliqué par les ondes de surface, qui sont davantage excitées à basses fréquences. La propagation des ondes de surface n'est pas encore modélisée dans notre approche, mais il serait intéressant de la prendre en compte

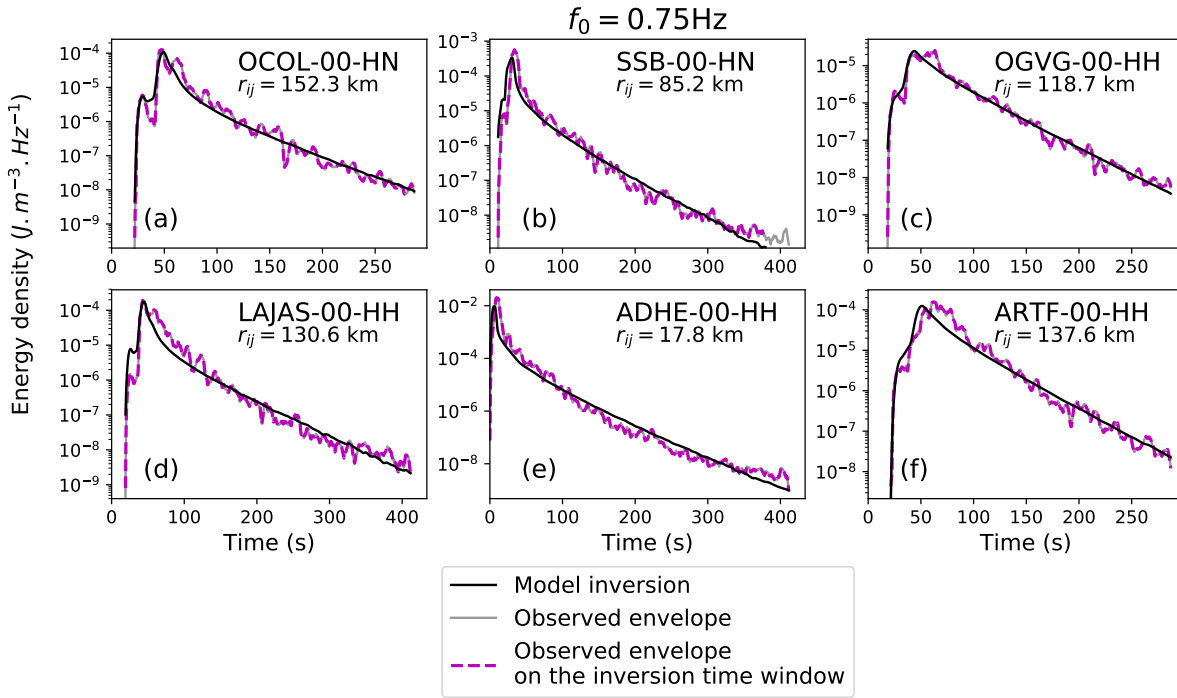
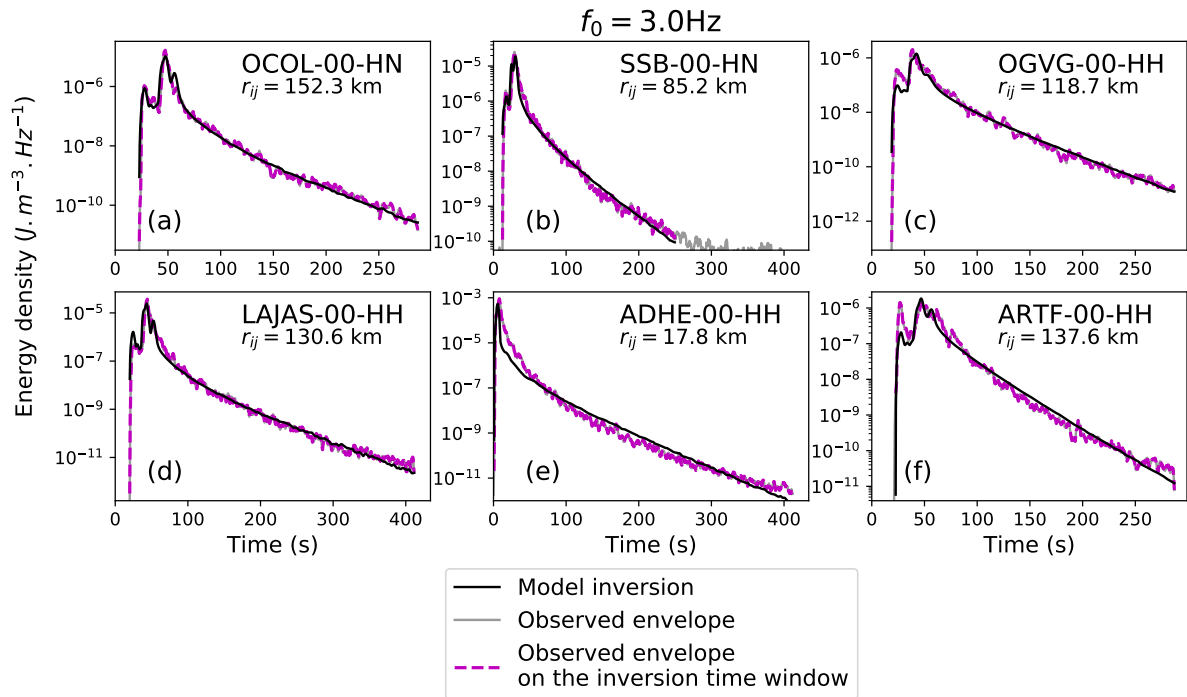
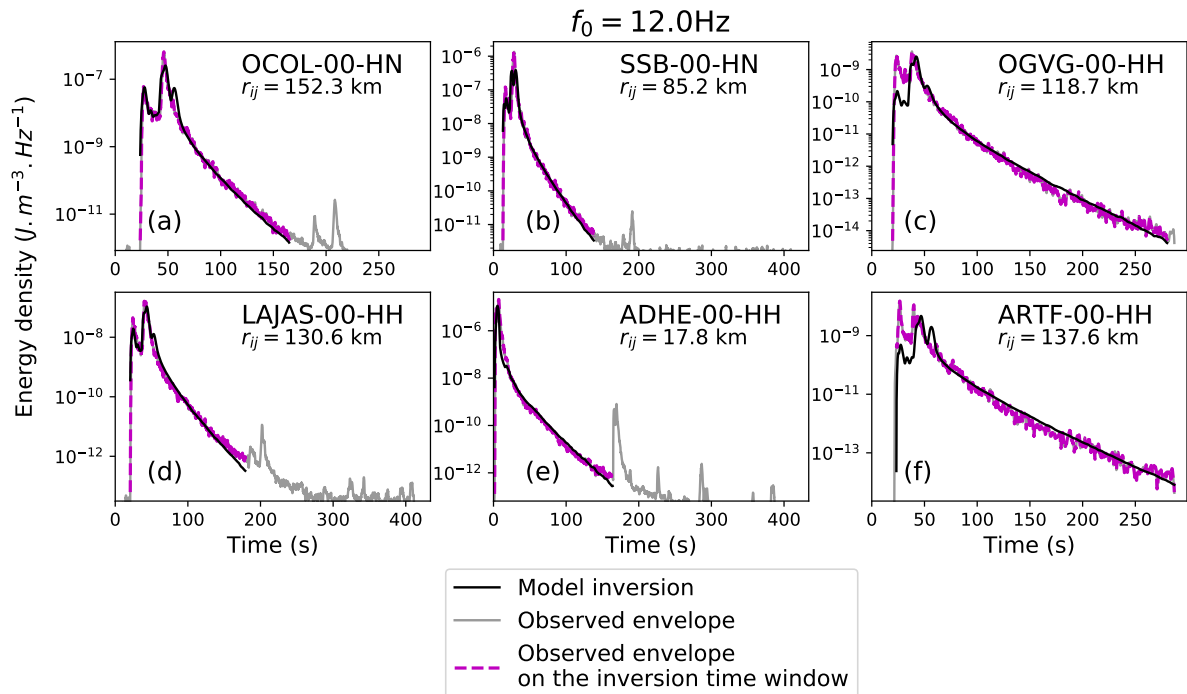


FIGURE 5.12 – Comparaison entre les enveloppes synthétiques obtenues par la procédure d’inversion (courbe noire) et les enveloppes des données (courbes magenta) filtrées autour de  $f_0 = 0.75$  Hz dans la fenêtre d’inversion. (a) correspond à une station au nord du Massif Central, (b) au nord de la Vallée du Rhône, (c) au nord des Alpes, (d) au sud du Massif Central, (e) au sud de la Vallée du Rhône, (f) au sud des Alpes.

à l’avenir (Xu et al., 2021).

Nous remarquons aussi que l’énergie des ondes  $P$  directes et de la coda des ondes  $P$  sont bien modélisées dans la plupart des cas dans le Massif Central et la Vallée du Rhône, sauf à basse fréquence, où leur niveau d’énergie est surestimé (Fig. 5.12). À l’inverse, l’énergie des ondes  $P$  directes et de la coda des ondes  $P$  est sous-estimée pour les 2 stations des Alpes à haute fréquence (Fig. 5.13 et Fig. 5.14). Ceci signifie que le modèle d’atténuation des ondes  $P$ , fixé en fonction de celui des ondes  $S$  (par exemple  $Q_P^I = 3\alpha_1^2/(4\beta_1^2) \cdot Q_S^I$ ), pourrait ne plus être valable dans ces cas précis.

Enfin, la coda des ondes  $S$  à temps long est globalement bien modélisée sur l’ensemble des stations, à part pour la station ADHE dans la Vallée du Rhône, qui est située à proximité de l’épicentre (environ 18 km). Cet écart doit être dû à d’importantes variations de géologie autour de cette station (bassins sédimentaires quaternaires et roches plus anciennes datant du Crétacé).

FIGURE 5.13 – Comme pour la Fig. 5.12, mais pour une fréquence centrale de  $f_0 = 3$  Hz.FIGURE 5.14 – Comme pour la Fig. 5.12, mais pour une fréquence centrale de  $f_0 = 12$  Hz.

### 5.4.3.3 Libres parcours moyens inversés

Nous rappelons que le libre parcours moyen  $l_S$  et la longueur d'absorption  $l_S^a$  sont déterminés par l'algorithme d'inversion de Levenberg-Marquardt, pour un mécanisme de scattering  $l_S^*/l_S$  fixe. Cette procédure est répétée pour différentes valeurs de  $l_S^*/l_S$  entre 1 et 40, puis le triplet de paramètres  $(l_S^*, l_S^a, l_S^*/l_S)$  minimisant le mieux la fonction résidu (Eq. (5.5)) sont retenus. Il serait intéressant d'analyser la sensibilité de  $l_S^*$  et de  $l_S^a$  déterminés par l'algorithme d'inversion en fonction du mécanisme de scattering imposé.

Les Fig. 5.15 et Fig. 5.16 présentent la sensibilité des libres parcours moyens inversés  $l_S^*$  et  $l_S^a$  au mécanisme de scattering imposé  $l_S^*/l_S$ . Nous définissons l'amélioration de la qualité de la modélisation  $R$  par rapport au mécanisme de scattering supposé non-préférentiel par la formule suivante :

$$R = \frac{(\chi_{iso}^2 - \chi_{aniso}^2)}{\chi_{iso}^2}, \quad (5.10)$$

où  $\chi_{iso}^2$  est le résidu pour le modèle final où le mécanisme de scattering est supposé non-préférentiel ( $l_S^*/l_S = 1$ ) et  $\chi_{aniso}^2$  le résidu pour le modèle final où le mécanisme de scattering est supposé anisotrope ( $l_S^*/l_S$  entre 2 et 40).  $R$  est représentée sur les Fig. 5.15 et Fig. 5.16 par des cercles de couleurs bleues pour  $R > 0$ , où l'on constate une amélioration de la modélisation anisotrope par rapport à celle où le mécanisme est supposé non-préférentiel, et des cercles de couleur rouges dans le cas inverse.

Sur les Fig. 5.15 et Fig. 5.16, nous constatons que  $l_S^*$  et  $l_S^a$  sont légèrement sensibles au paramètre d'anisotropie du scattering  $l_S^*/l_S$  et varient typiquement d'un facteur inférieur ou égal à 1.5. Nous remarquons aussi que, pour toutes les stations inversées,  $l_S^a$  augmente légèrement si le mécanisme de scattering est plus vers l'avant, ce qui est surprenant au premier abord. Néanmoins, nous avons vu que sur la Fig. 4.5, le taux de leakage augmente avec  $l_S^*/l_S$  en régime guidé (si  $l_S^* > H$ ). Le leakage étant plus fort, une diminution de l'absorption intrinsèque  $(l_S^a)^{-1}$  est nécessaire pour compenser le taux de décroissance de la coda sismique des données. Ce mécanisme est en accord avec l'augmentation de  $l_S^a$  en fonction de  $l_S^*/l_S$  sur les Fig. 5.15 et Fig. 5.16.

En observant l'évolution de la qualité des modélisation  $R$  sur les Fig. 5.15 et Fig. 5.16, nous pouvons voir que dans presque tous les cas, un scattering vers l'avant, voire très piqué vers l'avant, explique le mieux les données. Le scattering serait fortement vers l'avant dans le Massif Central, où  $l_S^*/l_S = 40$  sur l'ensemble des bandes de fréquences.  $l_S^*/l_S$  augmenterait régulièrement pour la station SSB au Nord de la Vallée du Rhône, alors qu'un scattering plutôt isotrope expliquerait le mieux les données de la station ADHE, qui est à proximité de l'épicentre, sur la plupart des bandes de fréquences. Le scattering

serait fortement vers l'avant pour toutes les bandes de fréquence pour le nord des Alpes et pour les basses fréquences pour le sud des Alpes. Dans les meilleurs cas, la diminution du résidu  $\chi_{aniso}^2$  est de l'ordre de 30 % par rapport à  $\chi_{iso}^2$ , où  $l_S^*/l_S$  est supposé être égal à 1. Néanmoins, nous constatons sur les Fig. 5.15 et Fig. 5.16 que plusieurs valeurs de  $l_S^*/l_S$  peuvent donner des résidus  $\chi^2$  (ou des améliorations de modélisation  $R$ ) très similaires. Par conséquent, le mécanisme de scattering est un paramètre difficilement résoluble dans notre approche.  $l_S^*/l_S$  pourrait mieux être résolu en inversant davantage de données sismiques.

La Fig. 5.17 représente les paramètres d'atténuation  $l_S^*$ ,  $l_S^a$  inversés en fonction de la fréquence  $f_0$  et déterminés avec le mécanisme de scattering minimisant le mieux le résidu  $\chi^2$ . Pour toutes les stations inversées, la longueur d'absorption  $l_S^a$  diminue régulièrement en fonction de la fréquence, de manière similaire à  $l_{S0}^a f^{\eta_i}$  où  $\eta_i < 0$  et  $l_{S0}^a$  peut être vu comme la longueur d'absorption à 1 Hz. La décroissance de  $l_S^a$  semble plus rapide dans le Massif Central que dans les Alpes. En effet, l'absorption dans le Massif Central est plus faible que dans les Alpes à basse fréquence alors que celle-ci devient plus forte à haute fréquence. Le scattering  $l_S^*$  évolue de manière plus compliquée en fonction de la fréquence. Dans presque tous les cas, l'atténuation par scattering est plus forte à basse fréquence où  $l_S^*$  est relativement faible.  $l_S^*$  augmente à haute fréquence avant de légèrement diminuer à très haute fréquence, sauf dans la Vallée du Rhône où  $l_S^*$  est presque constant pour la station SSB et a un motif plus compliqué pour la station ADHE. Une augmentation de  $l_S^*$  a été identifiée à basse fréquence ( $f < 1\text{Hz}$ ) par [Sens-Schönfelder & Wegler \(2006a\)](#) en mesurant l'atténuation par scattering à l'échelle de l'Allemagne, en faisant l'hypothèse d'un scattering isotrope et de l'approximation acoustique. Néanmoins, il est encore possible d'appliquer une loi de type  $l_{S0}^* f^{\eta_{sc}}$  dans notre cas, où  $\eta_{sc} > 0$  et  $l_{S0}^*$  peut être vu comme le libre parcours moyen de transport à 1 Hz.

Nous rappelons que l'albédo sismique  $B$  est défini comme le ratio entre l'atténuation par scattering par rapport à l'atténuation totale, soit :

$$B = \frac{(l_S^*)^{-1}}{(l_S^*)^{-1} + (l_S^a)^{-1}}. \quad (5.11)$$

Grâce à la Fig. 5.17, nous pouvons voir que le scattering domine sur l'atténuation à basse fréquence, ce qui signifie que l'albédo est élevé ( $B > 0.5$ ). À l'inverse, l'albédo devient faible à haute fréquence ( $B < 0.5$ ). Nous aurons l'occasion de reparler de l'albédo un peu plus loin.

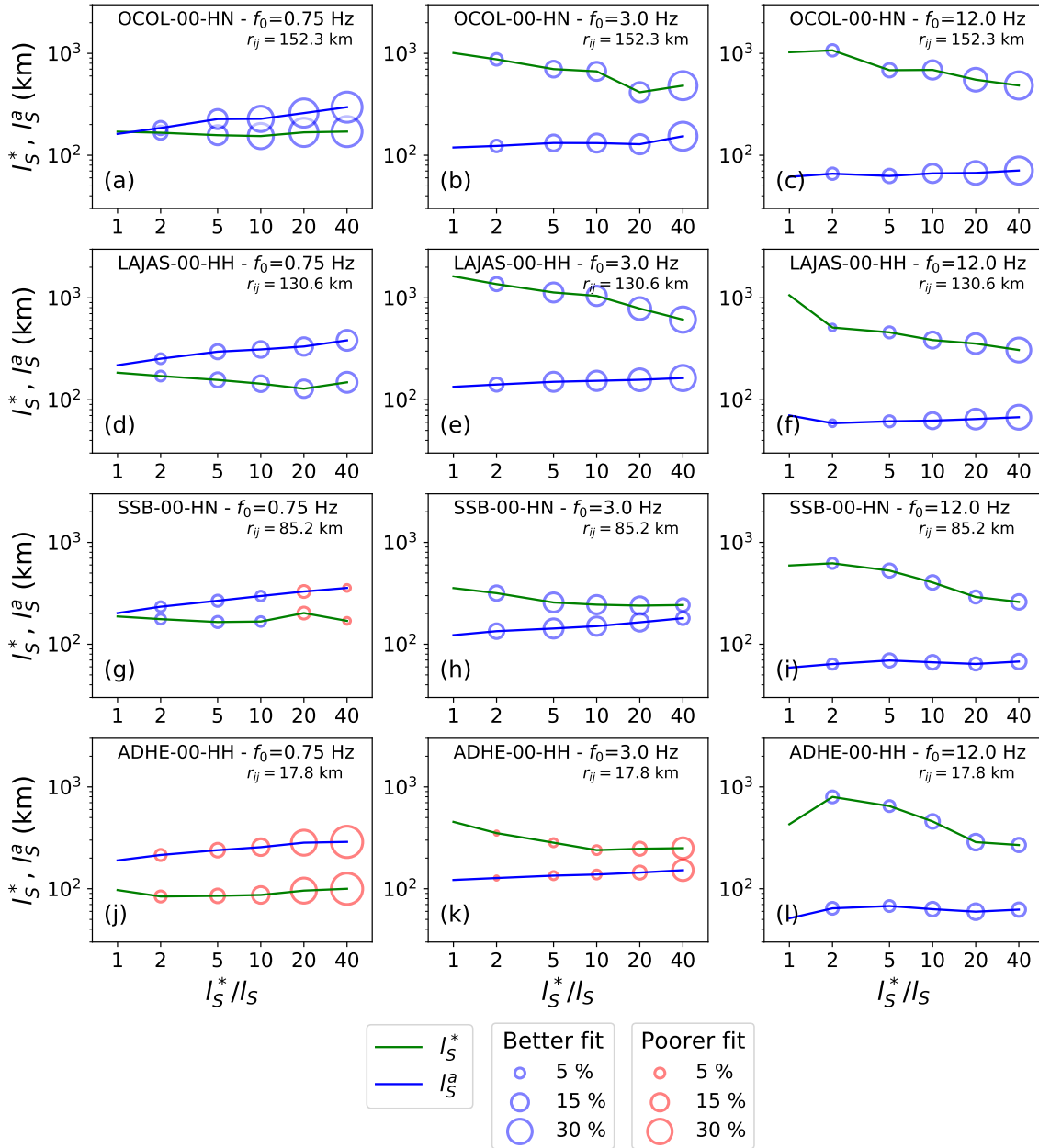


FIGURE 5.15 – Sensibilité des paramètres d'atténuation  $l_S^*$  et  $l_S^a$  par rapport au mécanisme du scattering  $l_S^*/l_S$ , pour  $f_0 = 0.75$  Hz (colonne de gauche),  $f_0 = 3$  Hz (colonne du centre) et  $f_0 = 12$  Hz (colonne de droite). Les cercles bleus représentent l'amélioration de la qualité de la modélisation par rapport à celle où le scattering est supposé non préférentiel ( $R > 0$ ). À l'inverse, les cercles rouges représentent une dégradation de la qualité de la modélisation ( $R < 0$ ). Dans tous les cas,  $R$  a été converti en pourcentage. (a) à (c) correspondent à une station dans le nord du Massif central, (d) à (f) à une station dans le sud du Massif central, (g) à (i) à une station dans le nord de la Vallée du Rhône et (j) à (l) à une station dans le sud de la Vallée du Rhône.

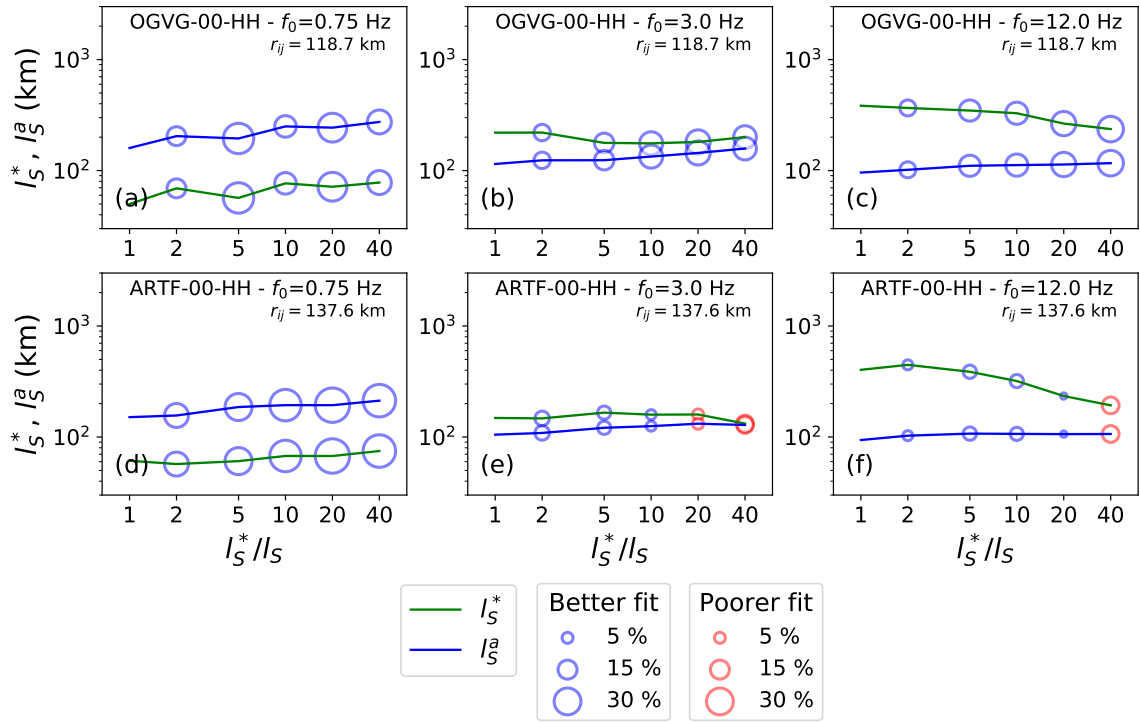


FIGURE 5.16 – Comme pour la Fig. 5.15. (a) à (c) correspondent à une station dans le nord des Alpes et (d) à (f) à une station dans le sud des Alpes.

Pour avoir une idée plus précise de la dépendance géographique de l'atténuation, nous avons représenté le scattering  $l_S^*$  et l'absorption  $l_S^a$  pour les 6 stations sélectionnées sur une carte, pour chaque bande de fréquence, sur les Fig. 5.18 et Fig. 5.19. Comme  $l_S^a$  varie peu entre les différentes stations mais varie beaucoup en fonction de la fréquence, nous avons normalisé  $l_S^*$  et  $l_S^a$  par leur médiane  $\langle l_S^* \rangle$  et  $\langle l_S^a \rangle$  sur chaque bande de fréquence. Les valeurs médianes de  $\langle l_S^* \rangle$  et de  $\langle l_S^a \rangle$  sont indiquées sur chaque sous-figure.

Sur la Fig. 5.18, nous constatons une importante variabilité de  $l_S^*$  en fonction de la région, notamment à basse fréquence ( $f \leq 1.5$  Hz). À basse fréquence, le scattering est significativement plus fort du côté des Alpes, par rapport aux autres régions. Cette différence de scattering devient plus floue à haute fréquence. Une zone de très fort scattering à basse fréquence entre la Vallée du Rhône et la zone des Alpes du Nord pourrait expliquer ces résultats. Cette hypothèse avait déjà été formulée en analysant la forme des enveloppes énergétiques sur la Fig. 5.5 dans la Section 5.3.2.

La Fig. 5.19 nous indique que la variabilité de  $l_S^a$  selon la région est moins importante que celle de  $l_S^*$ . Néanmoins, des tendances claires ressortent à presque toutes les bandes de fréquences. À basse fréquence ( $f_0 \leq 1.5$  Hz), le Massif Central atténue moins que



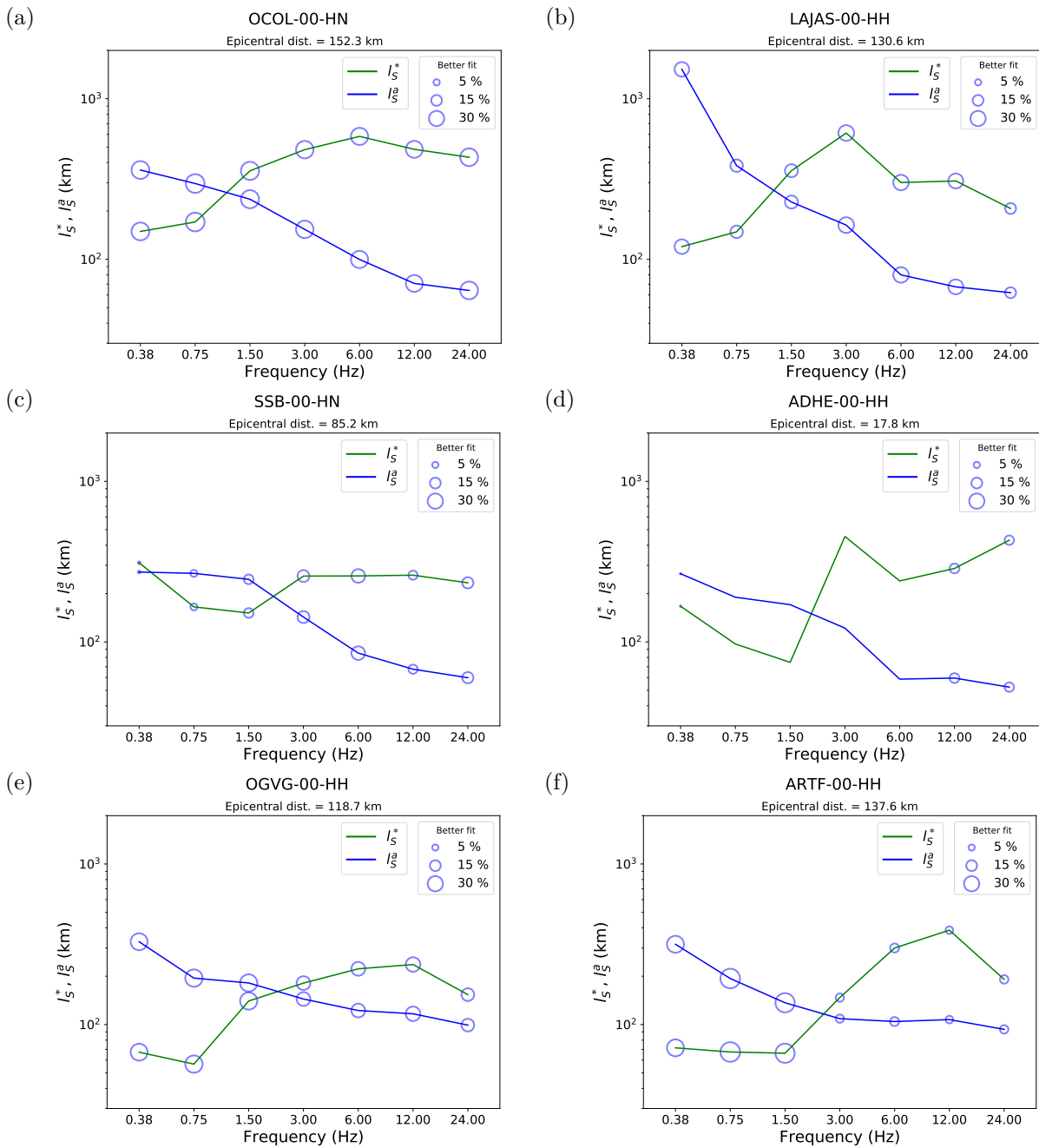


FIGURE 5.17 – Paramètres d'atténuation  $l_S^*$  et  $l_S^a$  inversés, en fonction de la fréquence centrale  $f_0$ . Ces paramètres sont déterminés en fonction du mécanisme de scattering  $l_S^*/l_S^a$  qui minimise le mieux possible la fonction résidu  $\chi^2$ . (a) correspond aux paramètres inversés à une station au nord du Massif Central, (b) au sud du Massif Central, (c) au nord de la Vallée du Rhône, (d) au sud de la Vallée du Rhône, (e) au nord des Alpes, (f) au sud des Alpes.

les Alpes et le sud de la Vallée du Rhône, tandis qu'à hautes fréquences ( $f_0 \geq 6$  Hz), les Alpes atténuent moins que la Vallée du Rhône et le Massif Central. À 3 Hz, seule la station ARTF localisée dans le Sud des Alpes se démarque avec une plus forte absorption. Ces résultats peuvent être comparés à la tomographie d'atténuation intrinsèque réalisée sur l'ensemble de la France par Mayor et al. (2018) et sur les Alpes par Mayor et al. (2016). Nos résultats sont cohérents avec Mayor et al. (2016, 2018) pour les bandes de fréquences centrées sur 1.5 et 3 Hz, où l'absorption intrinsèque est plus forte vers le sud des Alpes. En revanche, pour les plus hautes fréquences, nous remarquons une tendance inverse de l'absorption par rapport à Mayor et al. (2018) et Mayor et al. (2016) où l'absorption est plus forte dans le sud des Alpes que dans le Massif Central et la Vallée du Rhône selon ces auteurs.

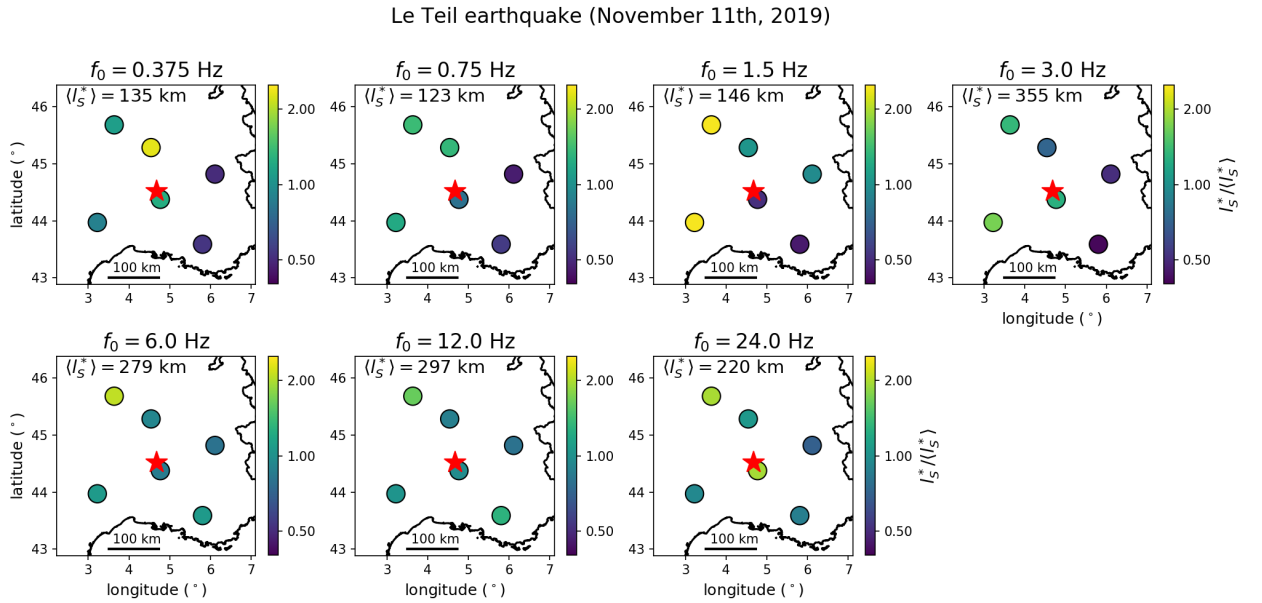


FIGURE 5.18 – Libre parcours moyen de transport des ondes  $S$   $l_S^*$  inversé pour les 6 stations sélectionnées. Pour plus de lisibilité,  $l_S^*$  a été normalisé par la médiane sur l'ensemble des stations  $\langle l_S^* \rangle$ .

Nous avons vu sur la Fig. 5.17 que des lois de puissance  $l_S^a(f) = l_{S0}^a f^{\eta_i}$  et  $l_S^*(f) = l_{S0}^* f^{\eta_{sc}}$  peuvent être déterminées pour décrire l'évolution fréquentielle des paramètres d'atténuation. En prenant les valeurs médianes de  $l_S^a$  déterminées sur l'ensemble des stations et sur chaque bande de fréquences, nous trouvons  $l_{S0}^a = 216$  km et  $\eta_i = -0.42$ . Nous pouvons écrire une relation similaire pour le facteur de qualité intrinsèque des ondes  $S$   $Q_I^S$  :  $Q_I^S = Q_{I0}^S \cdot f^{\eta'_i}$  avec  $Q_{I0}^S = 387$  et  $\eta'_i = 1 + \eta_i = 0.58$ . Ce modèle d'atténuation est similaire à celui déterminé pour la France Métropolitaine par Campillo & Plantet (1991) ( $Q_{I0}^S = 320$

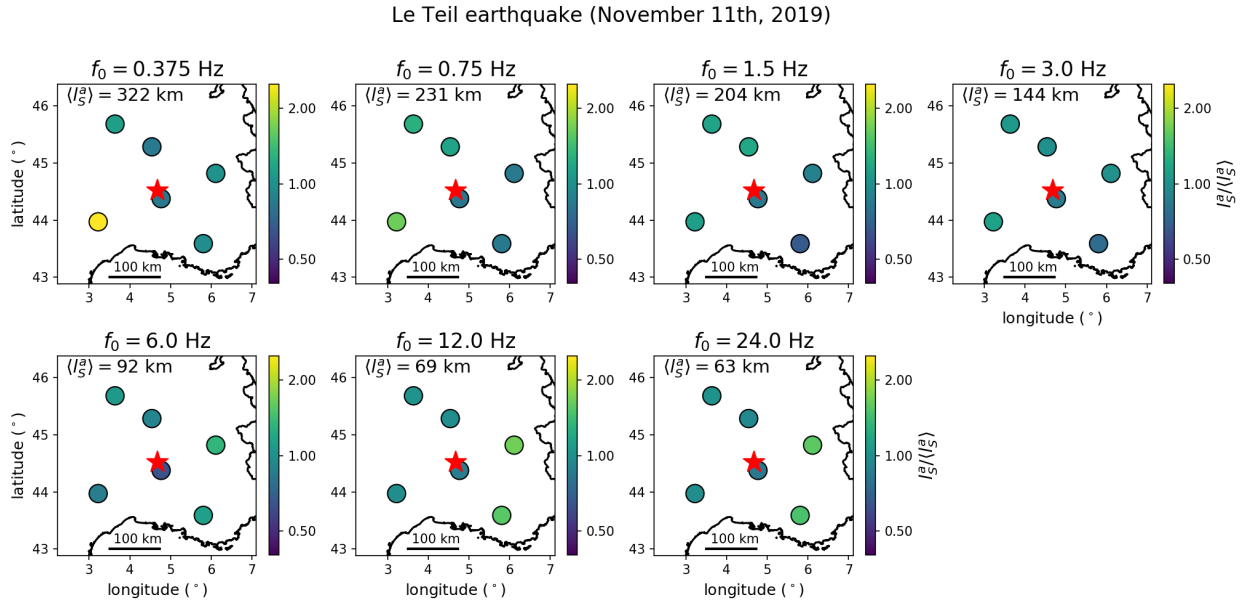


FIGURE 5.19 – Longueur d’absorption  $l_S^a$  inversée pour les 6 stations sélectionnées. Pour plus de lisibilité,  $l_S^a$  a été normalisée par la médiane sur l’ensemble des stations  $\langle l_S^a \rangle$ .

et  $\eta' = 0.5$ ) si on suppose que l’atténuation des ondes  $S$  est uniquement causée par l’absorption intrinsèque. Cependant, le modèle de Mayor et al. (2018) montre un peu plus de différences, avec  $Q_{I0}^S = 142$  et  $\eta'_i = 0.88$ , déterminés à l’échelle de la France en effectuant une régression linéaire du logarithme de  $Q_I$ , pour des fréquences centrales comprises entre 1.5 et 24 Hz.

En prenant les valeurs moyennes de  $l_S^*$  déterminées sur chaque bande de fréquences, nous trouvons  $l_{S0}^* = 165$  km et  $\eta_{sc} = 0.20$ . Pour le facteur de qualité du scattering des ondes  $S$   $Q_{Sc}^S$ , nous avons la relation suivante :  $Q_{Sc}^S = Q_{Sc0}^S \cdot f^{\eta'_{sc}}$  avec  $Q_{Sc0}^S = 296$  et  $\eta'_{sc} = 1 + \eta_{sc} = 1.20$ .

L’albédo sismique (Eq. (5.11)) est représenté sur une carte en Fig. 5.20. Comme nous avons pu le voir précédemment, l’albédo sismique est élevé ( $B > 0.5$ ) à basse fréquence sur quasiment toutes les stations et celui-ci diminue fortement à haute fréquence. Ces résultats suivent la tendance de la plupart des régions du monde en zone continentale stable, où  $B$  est globalement décroissant avec la fréquence. À haute fréquence ( $f > 5$  Hz), l’albédo est très souvent inférieur à 0.5 sur Terre (Sato et al., 2012, p. 266). Des variations régionales de l’albédo sont perceptibles. À basse fréquence,  $B$  est légèrement plus faible dans la Vallée du Rhône comparé aux les régions aux alentours, tandis qu’à fréquence moyenne (1.5 Hz), l’albédo de la Vallée du Rhône augmente légèrement et devient supérieur à celui des autres régions, avant de fortement diminuer à haute fréquence. À haute fréquence,  $B$

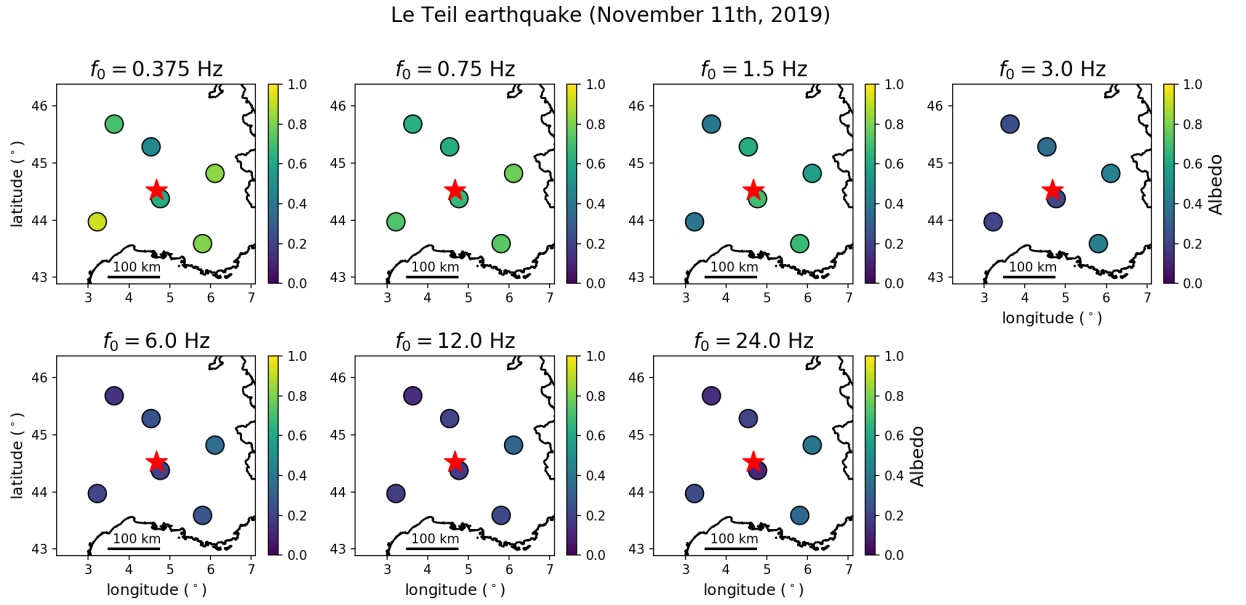


FIGURE 5.20 – Albédo  $l_S^{*-1}/(l_S^{*-1} + l_S^{a-1})$  pour les 6 stations sélectionnées.

devient plus fort dans les Alpes que dans les autres régions. À 3 Hz, l'albédo médian est de  $B = 0.29$ , qui est légèrement inférieur à celui évalué à 0.375 par [Lacombe et al. \(2003\)](#) pour le centre de la France.

Les résultats d'inversion de l'atténuation montrent bien des variabilités du processus d'atténuation en fonction de la région autour du séisme du Teil. Alors que l'atténuation par absorption augmente avec la fréquence, l'atténuation par scattering diminue étonnamment avec la fréquence. La valeur médiane de  $l_S^a$  à 3 Hz, évaluée à 144 km, est très proche de celle déterminée par [Lacombe et al. \(2003\)](#) à l'échelle de la France ( $l_S^a = 150$  km) alors que la valeur médiane de  $l_S^*$ , évaluée à 355 km, est plus élevée que celle de [Lacombe et al. \(2003\)](#) ( $l_S^* = 250$  km). Toutefois, comme le scattering est vers l'avant ou très vers l'avant ( $l_S^* \gg l_S$ ), les valeurs de  $l_S$  de notre étude seraient bien plus faibles que celles du modèle supposé isotrope de [Lacombe et al. \(2003\)](#), mais celles-ci restent peu résolubles.

Maintenant, le modèle d'atténuation crustal est connu pour chaque trajet source-station. Nous allons donc aborder la deuxième étape de la procédure de détermination de la magnitude, consistant à séparer les termes de source et de site des enveloppes observées, avant de déterminer les paramètres de source.

#### 5.4.4 Inversion du spectre de source et détermination de la magnitude

Dans cette partie, nous nous concentrons sur la deuxième étape de l'inversion, qui consiste à extraire les paramètres de source, dont la magnitude, à partir des mouvements du sol corrigés de l'atténuation.

##### 5.4.4.1 Extraction du spectre de déplacement à la source

Une fois le terme de propagation  $\langle G_{ij}(t, f_0)^2 \rangle$  correctement déterminé par l'algorithme d'inversion de Levenberg-Marquardt, le terme  $W_i(f_0)R_j^2(f_0)$  peut être facilement extrait pour chaque station en ajustant l'enveloppe modélisée sur l'enveloppe des données. En effet,  $W_i(f_0)R_j^2(f_0)$  est le facteur multiplicatif qu'on doit appliquer aux enveloppes simulées (de source unitaire) afin de les faire correspondre le mieux possible aux enveloppes des données. Il reste alors à séparer les termes  $W_i(f_0)$  et  $R_j^2(f_0)$ . Pour cela, nous supposons que  $W_i(f_0)$  est un terme commun à toutes les stations et  $R_j^2(f_0)$  le terme variable propre à chaque station. Nous avons choisi d'extraire les effets de site relatif par rapport à l'ensemble du réseau de stations inversées. Pour cela, nous supposons que la moyenne logarithmique des effets de site est égale à 0 sur l'ensemble des stations sélectionnées, ou dit autrement :

$$\left\langle \log \left( W_i(f_0)R_j^2(f_0) \right) \right\rangle = \log \left( W_i(f_0) \right), \quad (5.12)$$

où les crochets désignent la moyenne sur l'ensemble des stations sélectionnées. Les effets de sites, déterminés pour chaque station et chaque bande de fréquences, sont disponibles en Annexe C.

Pour un double-couple, l'énergie spectrale de source  $W_i(\omega)$  est égal à la somme des spectres des ondes  $P$   $W_i^P(\omega)$  et des ondes  $S$   $W_i^S(\omega)$ . Ces spectres s'expriment de la manière suivante (Sato et al., 2012, p. 188) :

$$W_i^P(\omega) = \frac{\omega^4 |\hat{M}(\omega)|^2}{15\pi\rho_1\alpha_1^5} \quad (5.13)$$

et

$$W_i^S(\omega) = \frac{\omega^4 |\hat{M}(\omega)|^2}{10\pi\rho_1\beta_1^5}. \quad (5.14)$$

$\hat{M}(\omega)$  désigne la transformée de Fourier de la fonction temporelle du moment sismique. À partir des 2 précédentes équations, le ratio d'énergie libéré à la source par bande de

fréquences s'écrit :

$$W_i^S(\omega)/W_i^P(\omega) = \frac{3}{2}\gamma_1^5, \quad (5.15)$$

avec  $\gamma_1 = \alpha_1/\beta_1$ . Pour un solide de Poisson, c'est-à-dire lorsque  $\gamma_1 = \sqrt{3}$ , l'énergie des ondes  $S$  radiée par un double-couple est d'environ 23.4 fois supérieure à l'énergie des ondes  $P$ , pour toutes les bandes de fréquences.

On en déduit alors le spectre de déplacement à la source  $\omega|\hat{M}(\omega)|$ , à l'aide des spectres de sources des ondes  $P$  et  $S$  :

$$\omega|\hat{M}(\omega)| = \sqrt{\frac{W_i(\omega)}{\omega^2} \frac{30\pi\rho_1\beta_1^5\gamma_1^5}{2+3\gamma_1^5}}. \quad (5.16)$$

#### 5.4.4.2 Extraction des paramètres de source

Une fois le spectre de déplacement à la source déterminé, les paramètres de source peuvent être extraits de celui-ci. En appliquant le modèle  $\omega$ -carré de [Brune \(1970\)](#), le spectre de déplacement à la source peut être relié au moment sismique  $M_0$  (exprimé en N.m) de la manière suivante :

$$\omega|\hat{M}(\omega)| = \frac{M_0}{1 + \left(\frac{\omega}{2\pi f_c}\right)^2} = \frac{M_0}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}, \quad (5.17)$$

où  $f_c$  est la fréquence coin. Cependant, nous allons plutôt utiliser le modèle de source employé par [Abercrombie \(1995\)](#) pour modéliser le spectre de déplacement à la source, puisque la pente du spectre à hautes fréquences diffère de 2. Ce modèle s'écrit de la manière suivante :

$$\omega|\hat{M}(\omega)| = \frac{M_0}{\left(1 + \left(\frac{\omega}{2\pi f_c}\right)^{\gamma n}\right)^{1/\gamma}} = \frac{M_0}{\left(1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{\gamma n}\right)^{1/\gamma}}, \quad (5.18)$$

où  $n$  exprime la pente de la décroissance du spectre à haute fréquence et  $\gamma$  la rapidité de la transition entre le plateau du spectre à  $M_0$  et sa partie décroissante en  $f^{-n}$ . Dans le cas où  $n = 2$  et  $\gamma = 1$ , le modèle de source de l'Eq. (5.18) devient un modèle de Brune.

$M_0$ ,  $f_c$ ,  $n$  et  $\gamma$  peuvent être extraits en effectuant une régression linéaire sur le logarithme du spectre de déplacement à la source inversé. Pour cela, l'Eq. (5.18) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\ln\left(\omega|\hat{M}(\omega)|\right) = \ln M_0 - \frac{1}{\gamma} \ln\left(1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{\gamma n}\right). \quad (5.19)$$

Finalement, la relation entre la magnitude de moment  $M_w$  et le moment sismique  $M_0$  est donnée par [Hanks & Kanamori \(1979\)](#) :

$$M_w = \frac{2}{3} \log_{10}(M_0) - 6.07. \quad (5.20)$$

La Fig. 5.21 représente le spectre de déplacement à la source pour le séisme du Teil entre 0.375 et 24 Hz, déterminé pour l'ensemble des 6 stations sélectionnées par l'Eq. (5.16). Les spectres non-corrigés des effets de site sont aussi représentés sur la figure. Le modèle de source, déterminé par l'Eq. (5.18), est superposé au spectre inversé. La régression linéaire nous donne  $M_0 = 4.78 \pm 2.75 \cdot 10^{16}$  N.m,  $f_c = 0.71 \pm 0.25$  Hz,  $\gamma = 1.0$  (contraint) et  $n = 2.70 \pm 0.23$ . En appliquant l'Eq. (5.20), nous déterminons une magnitude de  $M_w = 5.05 \pm 0.17$ . Toutes les incertitudes correspondent à un intervalle de confiance à 95 %.

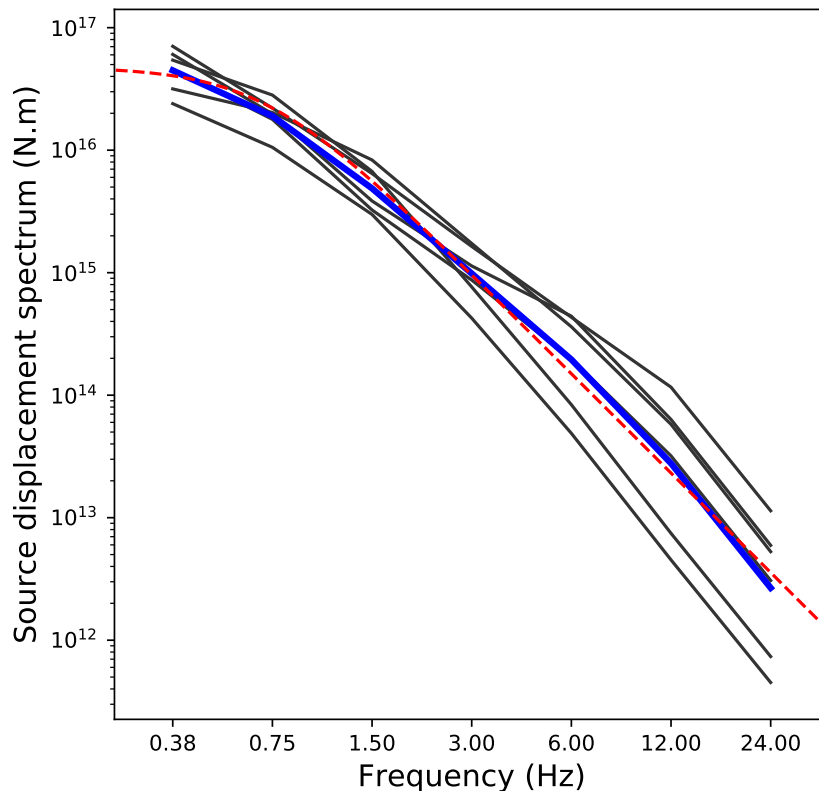


FIGURE 5.21 – Spectre de déplacement à la source  $\omega|\hat{M}(\omega)|$  inversé pour les 6 stations sélectionnées (courbes noires, non corrigées des effets de site), spectre de déplacement à la source après correction des effets de site (courbe bleue épaisse) et modèle de source (courbe rouge discontinue) donné par l'Eq. (5.18).

La magnitude inversée par notre approche ( $M_w = 5.05$ ) est légèrement supérieure à

celles déterminées dans la littérature. [Causse et al. \(2021\)](#) ont utilisé une approche spectrale simplifiée et ont trouvé  $M_w = 4.85 \pm 0.20$  et  $f_c = 0.44$  Hz (entre 0.26 et 0.66). En employant une méthode similaire, [De Novellis et al. \(2020\)](#) ont déterminé  $M_w = 4.9 \pm 0.1$  et  $f_c = 0.6 \pm 0.1$  Hz. Les incertitudes correspondent à un intervalle de confiance à 68 %. [Ritz et al. \(2020\)](#) ont déterminé une magnitude  $M_w = 4.9$  par inversion de formes d'ondes. [Delouis et al. \(2021\)](#) ont déterminé une magnitude  $M_w = 4.9$  par la même approche, en utilisant un jeu de données légèrement différent. [Vallage et al. \(2021\)](#) ont déterminé une magnitude de  $M_w = 4.8$  par inversion de formes d'ondes et  $M_w = 4.9$  à partir de mesures InSAR. En inversant le tenseur de moment, le CEA-LDG a déterminé  $M_w = 4.83$ . Selon Geoazur,  $M_w$  a été déterminé à 4.8 par inversion des formes d'ondes. En utilisant la méthode de calibration des magnitudes à l'échelle européenne de [Grünthal et al. \(2009\)](#), une magnitude de  $M_w = 4.9$  a été déterminée.

Grâce au spectre de déplacement à la source, nous pouvons aussi retrouver l'énergie radiée en intégrant  $W_i(\omega)$  sur toutes les fréquences. L'énergie radiée par les ondes de volume  $E_R^i$  s'écrit :

$$E_R^i = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{15\pi\rho_1\alpha_1^5} + \frac{1}{10\pi\rho_1\beta_1^5} \right) \int_0^{+\infty} \omega^2 |\omega \hat{M}(\omega)|^2 d\omega. \quad (5.21)$$

(adapté de [Sato et al. \(2012\)](#)). L'énergie radiée du séisme du Teil a été évaluée à  $E_R = 5.03.10^{12}$  J.

L'énergie normalisée (ou « scaled energy »)  $\tilde{e}_R^i$  est définie par le ratio  $\tilde{e}_R^i = E_R/M_0$ . Grâce à cette grandeur, nous pouvons écrire la contrainte apparente (ou « apparent stress »)  $\sigma_a$  sous la forme suivante :

$$\sigma_a = \mu \tilde{e}_R^i \quad (5.22)$$

([Wyss, 1970](#)), où  $\mu$  est le module de cisaillement du milieu, qu'on suppose être égal à 34.3 GPa dans la croûte (grâce à la relation  $\beta_1 = \sqrt{\mu/\rho_1}$ ). Pour le séisme du Teil, nous avons trouvé  $\sigma_a = 3.61.10^6$  Pa.

La chute de contraintes statique (ou « stress-drop »)  $\Delta\sigma$  donne une indication sur la différence entre les contraintes moyennées sur la faille avant et après la rupture. Le stress-drop peut être exprimé sous la forme suivante ([Brune, 1970](#)) :

$$\Delta\sigma = \frac{7}{16} M_0 \left( \frac{f_c}{k\beta_1} \right)^3. \quad (5.23)$$



avec  $k = 0.37$  pour les ondes  $S$  (Brune, 1971). Pour le séisme du Teil, nous avons trouvé  $\Delta\sigma = 3.44 \cdot 10^6$  Pa. Cette valeur est comparable avec le stress apparent  $\sigma_a$ . Cette valeur est plus importante que celle déterminée par De Novellis et al. (2020), qui ont trouvé  $\Delta\sigma = 1.3 \cdot 10^6$  Pa. La valeur de  $\Delta\sigma$  de De Novellis et al. (2020) pourrait être expliquée par un moment sismique et une fréquence-coin plus faibles ( $M_0 = 3.4 \cdot 10^{16}$  N.m et  $f_c = 0.6$  Hz) que celles déterminées par notre étude ( $M_0 = 4.78 \cdot 10^{16}$  N.m et  $f_c = 0.71$  Hz). En prenant les valeurs des paramètres de source déterminés par Causse et al. (2021) ( $M_w = 4.85$  et  $f_c = 0.44$  Hz), la chute de contrainte serait encore plus faible ( $\Delta\sigma = 0.41$  MPa selon leur étude). La chute de contraintes  $\Delta\sigma$  déterminée ici se situe dans la fourchette moyenne, puisque le stress-drop est généralement compris entre 0.1 et 100 MPa d'après la littérature scientifique (e.g. Abercrombie, 1995; Ruff, 1999; Allmann & Shearer, 2009). Les valeurs de  $\Delta\sigma$  et de  $\sigma_a$  se situent dans la moyenne des chutes de contraintes déterminées par Drouet et al. (2010) dans l'ensemble des zones les plus sismique de France (Alpes, Pyrénées, Fossé Rhénan) et est dans la borne supérieure des chutes de contraintes déterminées dans les Alpes par Drouet et al. (2010).

En utilisant un modèle de glissement de faille circulaire (Eshelby, 1957), la fréquence coin  $f_c$  peut être reliée au rayon  $r_f$  de la faille par la relation suivante :

$$f_c = \frac{k\beta_1}{r_f}, \quad (5.24)$$

Avec cette relation, le rayon de faille est estimé à  $r_f = 1.8 \pm 0.3$  km. Ceci correspond à un diamètre moyen de 3.6 km, qui est cohérent avec les estimations des dimensions de la zone de rupture qui sont évaluées à environ 5 km dans la direction horizontale et 1.4 à 2.8 km dans la direction perpendiculaire (Ritz et al., 2020).

Finalement, notre approche pour inverser les magnitudes est opérationnelle, puisque celle-ci nous donne des résultats cohérents en ce qui concerne la magnitude et les paramètres d'atténuation. À notre connaissance, cette méthode est la première approche physique capable de modéliser l'ensemble de l'enveloppe énergétique, des arrivées  $Pg$  à la coda des ondes  $Sg$  ou  $Lg$ , dans un modèle réaliste de la lithosphère terrestre et en prenant en compte l'état complet de la polarisation des ondes  $S$ . Néanmoins, cette méthode est encore au stade de développement avant de pouvoir être appliquée à un grand jeu de données et certains aspects nécessitent une discussion.

## 5.5 Discussions

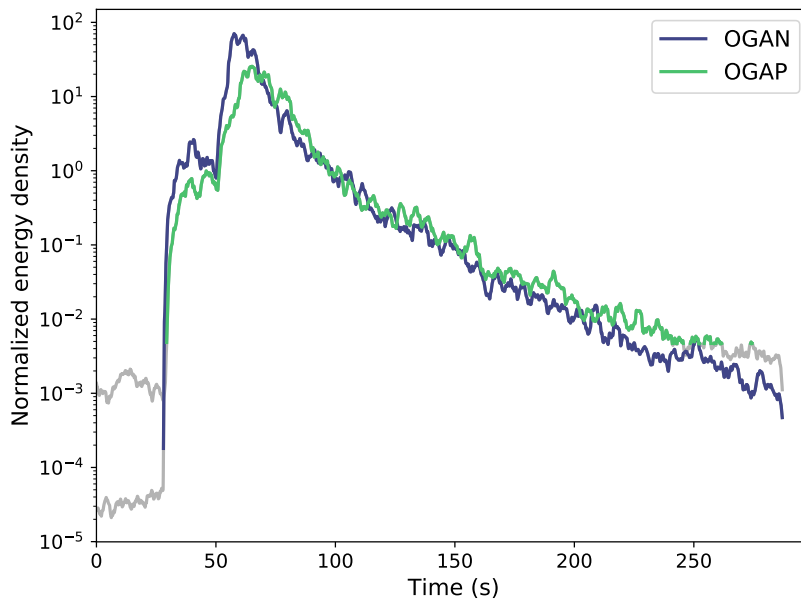
### 5.5.1 Effet de site

La magnitude  $M_w$  déterminée par notre approche est légèrement plus élevée que celles déterminées par les autres études (Ritz et al., 2020; Causse et al., 2021; Delouis et al., 2021; Vallage et al., 2021). Une explication est que les effets de site n'ont pas complètement été séparés du terme de source, puisque nous avons estimé un effet de site seulement relatif aux 6 stations inversées, en supposant que la moyenne logarithmique des effets de site est nulle. Pour évaluer plus précisément les effets de site, il sera nécessaire d'appliquer la procédure d'inversion sur un grand nombre d'événements et de stations, puis de déterminer les effets de sites relatifs à une moyenne de stations de références, où la réponse liée au site est supposée plate et unitaire sur toutes les bandes de fréquences, ce qui devrait être le cas pour des stations placées sur rocher dur.

Nous avons aussi supposé que l'effet de site consistait seulement en une amplification du signal sismique par un facteur multiplicatif. Toutefois, la stratification d'un bassin sédimentaire et sa géométrie peut rallonger le signal sismique (Semblat et al., 2005) et donc changer la forme de l'enveloppe énergétique, ce qui peut affecter les paramètres d'atténuation inversés sur un trajet. Un exemple de changement dans la forme de l'enveloppe énergétique, dû à un important effet de site est illustré en Fig. 5.22a. Sur cette figure, les enveloppes énergétiques filtrées autour de  $f_0 = 3$  Hz de 2 stations localisées dans le nord des Alpes et très proches l'une de l'autre, à 191.1 km (pour la station OGAN) et 192.0 km (pour la station OGAP) de l'épicentre du séisme du Teil, sont représentées. Nous constatons que les données de la station OGAP, localisée dans le bassin sédimentaire d'Annecy, principalement composées de dépôts lacustres quaternaires (Thouvenot et al., 1998), sont largement amplifiées par un effet de site, comparé à la station OGAN, localisée sur rocher. En effet, en comparant les niveaux d'énergie de la coda à 100 s sur la Fig. 5.22a, nous avons déterminé une amplification en énergie d'un facteur 54.4 à la station OGAP par rapport à la station OGAN. Une importante amplification de site a déjà été observée dans ce bassin sédimentaire par Thouvenot et al. (1998). De plus, nous remarquons aussi un important changement dans la forme des enveloppes au niveau des arrivées directes  $Pg$  et  $Sg$  et du début de leur coda respective. En effet, le pulse d'ondes  $Sg$  de la station OGAP, présentant un important effet de site, est plus large que celui de la station OGAN. Un élargissement du pulse direct est une indication d'un scattering plus important (Sato, 1989; Saito et al., 2002). De même, le maximum d'amplitude de la station OGAP intervient 7.5 secondes après celui de la station OGAN. Ce décalage

temporel est aussi indicateur de scattering plus important (Takahashi et al., 2009; Calvet et al., 2013). Ces deux observations nous indiquent que le scattering de la station OGAP serait bien plus fort que celui de la station OGAN, alors que les trajets sont presque égaux.

(a)



(b)

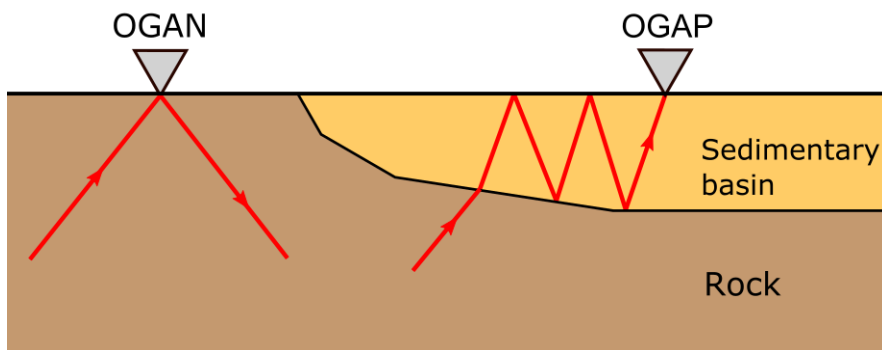


FIGURE 5.22 – (a) Comparaison des enveloppes énergétiques filtrées autour de  $f_0 = 3$  Hz des stations co-localisées OGAN et OGAP, respectivement localisées dans le nord des Alpes à 191.1 et 192.0 km de l'épicentre du séisme du Teil, normalisées par leur niveau d'énergie autour de 100 s. Nous rappelons que la station OGAP présente une forte amplification de site par rapport à la station OGAN. (b) Illustration simplifiée de la réverbération des ondes dans un bassin sédimentaire.

Une explication à ces changements de formes des enveloppes proviendrait du piégeage des ondes sismiques dans le bassin sédimentaire où est localisé la station OGAP, illustré en Fig. 5.22b. Cette réverbération des ondes dans le bassin amplifierait fortement l'énergie

sismique, et ferait aussi diminuer  $l_S^*$  à cause de réflexions multiples entre les interfaces du bassin sédimentaire. Ceci montre que l'effet de site ne consiste pas seulement en une simple amplification du signal par un facteur multiplicatif, et peut affecter les paramètres d'atténuation sur le trajet.

### 5.5.2 Décroissance du spectre de déplacement à la source à haute fréquence

En modélisant le spectre de déplacement à la source avec l'Eq. (5.18), nous trouvons que le taux de décroissance à haute fréquence est de  $n = 2.70 \pm 0.23$ . Ce coefficient est plus élevé que celui énoncé par le modèle de Brune (1970), aussi appelé modèle oméga-carré, où  $n = 2$ . Un écart au modèle oméga-carré n'est pas rare (e.g. Abercrombie, 1995). Pour des petits séismes enregistrés au Sud de la Californie,  $n$  fluctue entre 1 et 3 selon Abercrombie (1995). Eulenfeld & Wegler (2016) ont déterminé des valeurs de  $n$  moyennes entre 3.0 et 4.7 pour des petits séismes induits dans 3 sites localisés dans des bassins sédimentaires en Allemagne. Eken (2019) a déterminé des valeurs de  $n$  typiquement entre 2.0 et 2.5 pour des séismes de magnitude modérée ( $M_w \leq 4.0$ ) en Turquie. Pour les petits séismes, une dispersion plus importante de valeurs de  $n$  a été rapportée par Eken (2019). Cet écart au modèle de Brune (1970) peut être expliqué par le mécanisme de rupture de la faille. Une valeur de  $n$  élevée signifie que la rupture a libéré beaucoup moins d'énergie à haute fréquence que ce qui était prévu par ce modèle. Une autre hypothèse pour la valeur de  $n$  provient de la proximité de la zone de rupture par rapport à la surface (1 à 2 km). En effet, les ondes de hautes fréquences pourraient être davantage atténuées à proximité de la zone de rupture, où la géologie locale agirait comme un filtre passe-bas. Enfin, la dépendance fréquentielle de l'effet de site peut impacter la valeur de  $n$ . En effet, certaines stations sélectionnées, comme les stations LAJAS, OCOL et SSB localisées dans le Massif central et le nord de la Vallée du Rhône (voir Annexe C) présentent un effet de site peu important à basse fréquence, alors qu'à haute fréquence, celui-ci devient important. Cet effet de site à haute fréquence peut impacter négativement la valeur de  $n$ . À l'inverse, un effet de site à basse fréquence, comme à la station ARTF dans le sud des Alpes, peut impacter  $n$  positivement.

Le terme  $\gamma$  de l'Eq. (5.18), indiquant la vitesse de transition entre le plateau du spectre de déplacement à la source et sa partie décroissante, a été contraint à 1 dans notre étude. En laissant ce paramètre libre, la régression linéaire aurait donné des paramètres de source  $M_0$ ,  $f_c$  et  $n$  irréalistes, ainsi que  $\gamma$  très proche de 0. Cette instabilité est sûrement due à une fréquence-coin  $f_c$  basse par rapport à la fréquence centrale minimale. Par conséquent,

le plateau du spectre de source est à peine visible et ne contraindrait pas correctement l'ensemble des paramètres de l'Eq. (5.19) en même temps.

### 5.5.3 Stress-drop et énergie radiée à la source

La chute de contraintes  $\Delta\sigma$  est un paramètre important caractérisant la source sismique. Cependant, il existe beaucoup d'incertitudes sur les valeurs de  $\Delta\sigma$  dans la littérature scientifique. Dans notre cas, la fréquence-coin  $f_c$ , nécessaire pour le calcul de  $\Delta\sigma$ , a été déterminée avec une incertitude conséquente. De même, la vitesse  $\beta_1$  utilisée dans l'Eq. (5.23) est fixée *a priori* comme celle de la croûte moyenne et peut être différente de celle de la zone de rupture, surtout si celle-ci est localisée proche de la surface. Les incertitudes sur  $f_c$  et  $\beta_1$  sont amplifiées par la puissance cube de l'Eq. (5.23). En prenant en compte les bornes inférieures et supérieures de  $f_c$  évaluées à  $0.71 \pm 0.25$  Hz, la chute de contraintes  $\Delta\sigma$  serait comprise entre 0.937 et 8.52 MPa, ce qui correspond à une marge d'incertitudes d'un ordre de grandeur.

En réalité, il existe une très grande variabilité de valeurs de stress-drops pour une même population de séismes, pouvant atteindre 3 ordres de grandeur (Ruff, 1999). Cette dispersion est en même temps due à la variabilité de la rupture et à la difficulté d'extraire le terme de source du mouvement du sol, impliquant de larges incertitudes sur  $M_0$  et  $f_c$  se répercutant sur  $\Delta\sigma$  (Cotton et al., 2013). Les incertitudes sur les paramètres de source, la grande variabilité des stress-drops, ainsi que les éventuels biais provenant d'un modèle d'atténuation approximatif, empêchent de correctement comprendre la physique de la rupture, et notamment sa dépendance avec la magnitude, le mécanisme au foyer ou la profondeur de la source, qui reste à ce jour peu clair (Malagnini et al., 2014), ce qui signifie que la physique des séismes est encore peu comprise.

De même, l'énergie radiée à la source  $E_R$ , et donc la contrainte apparente  $\sigma_a$  dépendant directement de  $E_R$ , et sont largement dépendantes du spectre de source et du modèle de vitesses  $\alpha_1$  et  $\beta_1$ . En effet, les erreurs sur le modèle de vitesse sont largement amplifiées dans l'estimation de  $E_R$ , puisque  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  sont élevés à la puissance 5 dans l'Eq. (5.21). À nouveau, les incertitudes sur les magnitudes et l'énergie radiée à la source ont pour conséquence que les possibles liens entre l'énergie radiée ou la contrainte apparente avec le moment sismique ne sont pas clairs (Baltay et al. (2010)).

### 5.5.4 Influence du modèle de la lithosphère

Nous avons vu dans le chapitre 4 que la prise en compte d'un modèle de lithosphère stratifié avait un impact considérable sur la forme des enveloppes énergétiques, où le début de la coda est amplifié par le guidage partiel des ondes dans la croûte, en faisant notamment émerger les phases  $Lg$ , et que la décroissance de la coda était favorisée par le leakage. Des études ont montré qu'une stratification interne de la croûte (en vitesses et/ou en atténuation) peut impacter la forme des enveloppes énergétiques (Semblat et al., 2005; Wang & Shearer, 2017).

En comparant les enveloppes synthétiques aux données (Fig. 5.12, Fig. 5.13 et Fig. 5.14), nous avons aussi vu que des parties des enveloppes de données n'étaient pas correctement modélisées, notamment pour les stations ADHE dans la Vallée du Rhône et proche de l'épicentre et ARTF dans le sud des Alpes. Les régions dans lesquelles se situent ces stations présentent une géologie complexe où les propriétés d'atténuation peuvent varier latéralement. Les importantes variations de la profondeur du Moho dans le sud des Alpes (Ziegler & Dèzes, 2006) peuvent aussi avoir un impact significatif sur la propagation de l'énergie (Sanborn & Cormier, 2018). De même, la géométrie 2-D ou 3-D de bassins sédimentaires peut impacter la propagation de l'énergie sismique et le mouvement du sol, notamment à haute fréquence (Semblat et al., 2005; Bonilla et al., 2006; Chaljub et al., 2015).

La topographie, qui n'a pas été prise en compte, pourrait légèrement influencer le scattering (Takemura et al., 2015) et l'amplification du mouvement du sol (site) (Geli et al., 1988). Toutefois, Takemura et al. (2015) ont montré que les effets de la topographie sont faibles par rapport au scattering de volume. Par conséquent, l'effet de la topographie serait insuffisant pour expliquer un fort scattering (ou faible  $l_s^*$ ) dans les régions autour de l'épicentre, notamment à basse fréquence, et plus particulièrement du côté des Alpes. Néanmoins, la topographie peut affecter les réflexions déterministes à la surface libre et avoir un effet sur la propagation de l'énergie dans la croûte. Pour prendre en compte ces effets de topographie, il serait nécessaire de modifier le modèle d'interfaces déterministes utilisé dans notre approche.

Notre code de modélisation ne permet pas de simuler des ondes coniques. Nous rappelons que les ondes coniques sont des ondes réfractées se propageant à l'interface entre la croûte et le manteau. Comme ces ondes se propagent aux vitesses  $\alpha_2$  et  $\beta_2$  à l'interface, celles-ci arrivent avant les ondes crustales  $Pg$  et  $Sg$  à partir d'une certaine distance. Les ondes coniques expliquent en grande partie l'émergence des arrivées  $Pn$  et  $Sn$  à distances régionales, typiquement à une distance épacentrale supérieure à 100 ou 200 km (e.g. Aki &

Richards, 2002). Ce type d'ondes ne peut être simulé avec la théorie des rais, notamment utilisée pour déterminer la trajectoire des phonons dans notre outil de modélisation. C'est notamment pour cela que nous avons restreint l'application de notre outil d'inversion à des distances épacentrales de moins de 150 km. Par conséquent, notre modèle ne permet pas de simuler les phases mantelliques  $Pn$  et  $Sn$ , qui peuvent être d'amplitude importante dans les données à hautes fréquences (voir Fig. 5.4).

Enfin, nous avons négligé le scattering dans le manteau. En réalité, le manteau supérieur contient aussi des hétérogénéités de petites échelles (moins que la croûte) (Mancinelli et al., 2016; Takeuchi, 2016). Les hétérogénéités de petite échelle du manteau ont peu d'influence sur les enveloppes énergétiques lorsque les distances épacentrales sont faibles et peu d'effets sur la coda des phases  $Lg$ , même à distances régionales (Lacombe et al., 2003). Cependant, les hétérogénéités du manteau supérieur peuvent diffuser les ondes sous le Moho et peuvent en partie contribuer aux phases mantelliques  $Pn$  et  $Sn$  à distances régionales.

### 5.5.5 Influence du mécanisme de scattering sur les spectres de source

Nous avons vu dans la Section 5.4.3 que le mécanisme de scattering  $l_S^*/l_S$  avait une influence légère mais significative sur les paramètres d'atténuations  $l_S^*$  et  $l_S^a$  inversés. Cependant,  $l_S^*/l_S$  reste peu résolvable à partir d'une seule station. Nous pouvons nous demander quelle serait l'influence de  $l_S^*/l_S$  sur les spectres de source. Pour cela, nous illustrons la sensibilité des spectres de déplacement à la source par rapport à  $l_S^*/l_S$  pour 3 stations sur la Fig. 5.23. Chaque courbe représente un spectre de déplacement à la source pour une station, non corrigé des effets de site, obtenu pour une valeur de  $l_S^*/l_S$  fixée entre 1 et 40 pour l'ensemble des bandes de fréquences.

Sur la Fig. 5.23, nous constatons que dans tous les cas,  $\omega|\hat{M}(\omega)|$  est peu sensible à un changement de mécanisme de scattering supposé. Entre les cas où le scattering est supposé non-préférentiel ( $l_S^*/l_S = 1$ ) et fortement vers l'avant ( $l_S^*/l_S = 40$ ), les changements dans le spectre de déplacement à la source dépassent rarement les 30% dans tous les cas. Pour l'ensemble des stations montrées en Fig. 5.23, la sensibilité des spectres de source est moindre pour des valeurs élevées de  $l_S^*/l_S$ . Or, nous avons vu que des valeurs élevées, voire très élevées de  $l_S^*/l_S$  expliquaient le mieux la plupart des enveloppes des données. Ceci montre que, malgré la difficulté à résoudre  $l_S^*/l_S$ , le spectre de source peut être résolu de manière robuste.

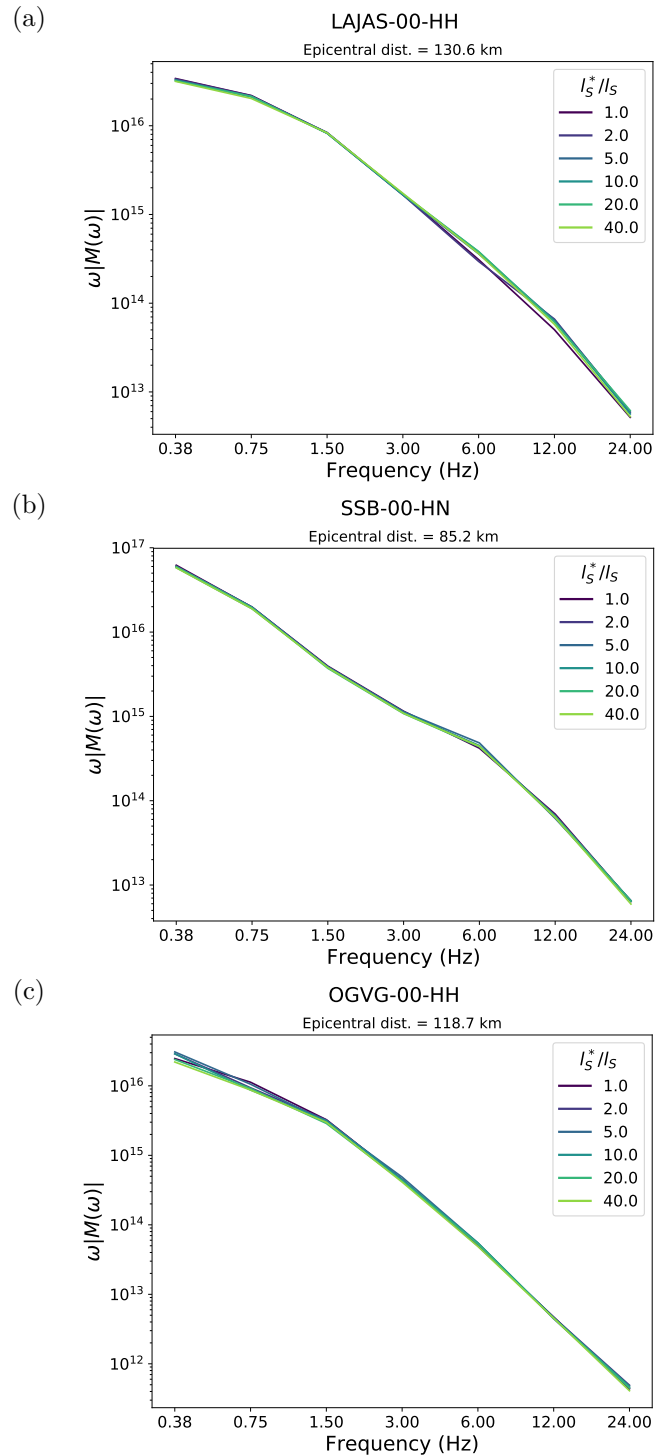


FIGURE 5.23 – Sensibilité des spectres de déplacement à la source  $\omega|\hat{M}(\omega)|$  à  $l_S^*/l_S$  obtenus pour différentes stations. (a) correspond à une station dans le Massif Central, (b) à une station dans la Vallée du Rhône et (c) à une station dans le nord des Alpes.



### 5.5.6 Ondes de surface

Les ondes de surface, ainsi que leurs interactions avec les ondes de volume, n'ont pas été modélisées dans notre approche. Nous avons vu que, dans certains cas, notre outil d'inversion ne parvenait pas à correctement modéliser le début de la coda des ondes  $S$  à basse fréquence (Fig. 5.12). Nous avons émis l'hypothèse que cette partie d'enveloppe était affectée par une importante proportion d'ondes de surface. La propagation des ondes de surface, ainsi que le couplage avec les ondes de volume ont récemment pu être implémentés dans la méthode de Monte-Carlo dans un demi-espace dans le cas scalaire (Margerin et al., 2019) et dans le cas des ondes élastiques (Xu et al., 2021). Le développement théorique et l'implémentation des ondes de surface dans le cas d'un milieu stratifié nécessiterait un travail supplémentaire conséquent. Néanmoins, un tel effort nous permettra de mieux modéliser le début de la coda des ondes  $S$ , notamment à basse fréquence, où les paramètres d'atténuation et le spectre de source pourraient être légèrement biaisés si ce type d'ondes n'est pas considéré.

### 5.5.7 Radiation à la source

Notre outil d'inversion ne permet pas encore d'inverser le mécanisme au foyer. Nous avons supposé que le mécanisme au foyer du séisme du Teil était un double-couple et que les paramètres de rupture (strike, dip et rake) étaient ceux déterminées par le CEA-LDG par inversion du tenseur de moment. Ces paramètres sont cohérents avec ceux déterminés par d'autres études (Ritz et al., 2020; Delouis et al., 2021; Vallage et al., 2021) et avec les observations en surface (Ritz et al., 2020), malgré quelques différences entre chaque étude. Or, le mécanisme au foyer ne peut pas être déterminé pour les plus petits séismes avec la méthode d'inversion des tenseurs de moments par inversion des formes d'ondes, puisque les basses fréquences utilisées par ces méthodes classiques sont sous le niveau de bruit. Par exemple, dans les Pyrénées, où le réseau de stations est dense, seuls les événements de magnitudes supérieures à 3.0 ont été inversés par Chevrot et al. (2011). Une estimation correcte du mécanisme au foyer est importante pour pouvoir correctement modéliser les arrivées directes  $Pg$  et  $Sg$ , notamment à distance épacentrale proche, et d'estimer le « leakage » à temps court (voir Section 4.5), afin d'éviter d'introduire des biais dans les paramètres d'atténuation et de source.

À l'avenir, des noyaux de sensibilités relatifs aux paramètres de rupture (strike, dip et rake) pourront être implémentés pour pouvoir inverser ceux-ci en même temps que les paramètres d'atténuation.

De même, nous avons construit chaque enveloppe synthétique en sommant les poids

énergétiques des phonons traversant un sous-volume occupant un intervalle de distances autour de la distance épacentrale et moyenné sur tous les azimuts. Pour pouvoir prendre en compte la dépendance azimutale du mécanisme au foyer sur les enveloppes énergétiques et mieux modéliser les arrivées directes notamment, des subdivisions azimutales seront nécessaires.

Enfin, la directivité, caractérisée par une amplification du mouvement du sol dans une direction en partant de l'épicentre et une désamplification dans la direction opposée, n'est pas modélisée. La directivité peut être importante, même pour des séismes de magnitude modérée, comme celui de Barcelonnette  $M_w$  4.1 ayant eu lieu en 2012 (Courboulex et al., 2013). Pour le séisme du Teil, la rupture a été bilatérale, c'est-à-dire que celle-ci s'est propagée dans les deux directions opposées le long de la faille, en partant de l'épicentre et la vitesse de rupture est plutôt faible comparé à la vitesse des ondes  $S$  (De Novellis et al., 2020), indiquant une faible directivité. La directivité peut introduire un biais supplémentaire sur la magnitude, comme l'amplification ou désamplification du mouvement du sol qui en résulte est indépendante des effet de site ou de la solution du double-couple pour une source ponctuelle. De même, la directivité peut déformer le spectre de source en affectant  $f_c$  et  $n$  notamment (Miyake et al., 2001).

# Chapitre 6

## Conclusions & perspectives

L'objectif principal de ce travail était de développer une nouvelle méthode pour estimer la magnitude  $M_w$  de séismes faibles à modérés. Pour cela, nous avons montré qu'il était important de prendre en compte un modèle réaliste de la lithosphère terrestre pour correctement séparer le terme de source, d'où  $M_w$  est extraite, du terme d'atténuation et de site. Nous avons vu qu'en général, les magnitudes des petits séismes étaient entachées d'importantes incertitudes, à cause d'une mauvaise prise en compte des propriétés d'atténuation qui affectent grandement l'amplitude et la forme des signaux sismiques, notamment à haute fréquence.

Tout d'abord, nous avons réalisé une revue bibliographique sur les approches existantes pour estimer les magnitudes des séismes de petite et de moyenne taille. Nous avons vu que la coda sismique apportait des informations cruciales pour séparer les termes de source, d'atténuation et de site. Néanmoins, la majorité des approches basées sur la coda sismique sont largement dépendantes d'hypothèses ad-hoc qui ne sont pas toujours vérifiées ([Rautian & Khalturin, 1978](#); [Mayeda et al., 2003](#); [Denieul et al., 2015](#)). Des approches physiques ont été développées pour simuler les arrivées directes et la coda, en se passant des hypothèses empiriques sur la coda. Cependant, les approches physiques existantes sont limitées par des simplifications de la physique utilisée (demi-espace non-stratifié, ondes acoustiques, scattering supposé isotrope), ayant pour conséquences que certaines parties de l'enveloppe du signal sismique (ondes  $P$  directes, coda des ondes  $P$  et début de la coda des ondes  $S$ ) ne puissent pas être modélisées ([Sens-Schönfelder & Wegler, 2006b](#)).

Dans notre travail, nous avons opté pour une approche physique en nous affranchissant des hypothèses ad-hoc souvent formulées par les études passées sur l'estimation des magnitudes. Pour cela, nous avons amélioré un outil de modélisation, pour pouvoir correctement modéliser l'ensemble de l'enveloppe du signal sismique. Pour ce faire, nous avons

adapté la théorie du transfert radiatif à un milieu présentant une stratification simplifiée, consistant en une croûte inhomogène sur un manteau supposé homogène et séparé de la croûte par un contraste de vitesses et de densité (Moho). Une description complète de la polarisation des ondes sismiques a été prise en compte en introduisant un vecteur de Stokes à 5 dimensions. La méthode de Monte-Carlo a été utilisée pour simuler les enveloppes énergétiques.

Les résultats de modélisation montrent que les interfaces de la croûte ont un important impact sur la forme des enveloppes énergétiques. D'une part, le guidage partiel des ondes amplifie le début de la coda sismique et fait émerger la phase  $Lg$ . D'autre part, le phénomène de « leakage » est responsable d'une décroissance plus rapide de la coda sismique et de la diminution de l'énergie dans la croûte de manière exponentielle à temps long. De même, nous avons constaté que, si les interfaces dominent sur le scattering par les hétérogénéités de petites échelles (ou si  $l_S^* \geq H$ ), le flux d'énergie dans la croûte devient fortement anisotrope, et les ratios énergétiques  $E_P/E_S$  et  $E_{SV}/E_{SH}$  sont décalés par rapport aux valeurs théoriques, au détriment des ondes  $P$  et en faveur des ondes  $SV$ . Ces résultats contredisent directement les principes bien acceptés d'équipartition et de dépolarisation des ondes  $S$  par scattering multiple. Nous avons aussi constaté que le principe de la normalisation de la coda était limité dans le cas où  $l_S^* \geq H$ , notamment si des explosions sont comparées aux séismes. Ces résultats nous indiquent l'importance de prendre en compte une stratification de vitesses et de paramètres d'atténuation pour correctement simuler la propagation de l'énergie des ondes sismiques dans la Terre.

Ensuite, nous avons appliqué cet outil de modélisation pour inverser la magnitude du séisme du Teil  $M_L$  5.2, ayant eu lieu le 11 novembre 2019 dans le sud-est de la France, à partir des données de RESIF. Après avoir analysé la forme des enveloppes des données de ce séisme, nous avons pu constater qu'un modèle unique d'atténuation ne pouvait pas expliquer la variabilité dans la forme des enveloppes observées. Pour prendre en compte les variations latérales des propriétés d'atténuation, nous avons développé un outil d'inversion par trajets, où les paramètres d'atténuation  $l_S^*$  et  $l_S^a$  sont inversés sur chaque trajet source-station par l'algorithme de Levenberg-Marquardt et le mécanisme de scattering  $l_S^*/l_S$  est déterminé par la méthode du grid-search. Les résultats confirment bien une importante variabilité des paramètres d'atténuation à l'échelle régionale. Même si le paramètre  $l_S^*/l_S$  reste peu résolvable pour chaque trajet source-station, le mécanisme de scattering semble être préférentiellement vers l'avant, voire très vers l'avant dans presque tous les cas. Néanmoins, le mécanisme de scattering a peu d'influence sur le spectre de source inversé, surtout si celui-ci est vers l'avant.

Une fois les paramètres d'atténuation correctement déterminés et les effets de site corrigés, nous avons pu extraire le spectre de source, puis les paramètres de source, dont le moment sismique  $M_0$ , la fréquence-coin  $f_c$  et le taux de décroissance du spectre à haute fréquence  $n$ . Dans le cas du séisme du Teil, une magnitude de moment  $M_w = 5.05 \pm 0.17$  a été évaluée. Cette magnitude est légèrement plus élevée que celles déterminées dans la littérature scientifique. Cet écart peut être expliqué par la procédure de séparation des effets de site du spectre de source, où les effets de sites sont seulement supposés relatifs au réseau. Un plus grand nombre de stations, dont des stations sur rocher, sera nécessaire pour déterminer des effets de site absolus et mieux déterminer le spectre de source. Néanmoins, l'application de notre approche aux données du séisme du Teil sert de « proof of concept », démontrant la faisabilité de celle-ci pour correctement séparer les contributions de l'atténuation de la source et du site à partir des enveloppes énergétiques du signal sismique, en modélisant physiquement l'ensemble des enveloppes dans un milieu réaliste de la lithosphère terrestre.

À notre connaissance, c'est la première fois qu'une approche, se basant sur la modélisation physique de l'ensemble de l'enveloppe du signal sismique, est développée pour pouvoir en séparer les contributions de la source, de propagation et de site. Toutefois, quelques améliorations de la procédure sont encore nécessaires. Pour l'outil de modélisation directe, la prise en compte des ondes coniques et du scattering dans le manteau permettra de simuler les phases mantelliques  $Pn$  et  $Sn$  et de mieux inverser l'atténuation de la croûte, voire même d'inverser l'atténuation dans le manteau supérieur. La prise en compte d'une stratification interne de la croûte permettra de mieux modéliser l'atténuation et d'autres phénomènes de propagation causées par des bassins sédimentaires. Il sera aussi possible d'implémenter des variations 2-D ou 3-D de propriétés élastiques ou d'atténuation (Sanborn & Cormier, 2018). La propagation des ondes de surface, ainsi que leurs interactions avec les ondes de volume par scattering pourraient à l'avenir être prises en compte dans l'outil de modélisation directe (Xu et al., 2021). Pour la procédure d'inversion, l'utilisation d'un grand nombre de sources et de stations pourrait mieux contraindre le paramètre de mécanisme de scattering (Margerin et al., 2021, in prep.). Il serait aussi possible d'inverser l'atténuation des ondes  $P$  indépendamment de celle des ondes  $S$ , notamment à partir des ondes  $P$  directes et de la coda des ondes  $P$ , en relâchant notamment les contraintes sur  $l_p^a$ .

À l'avenir, l'objectif final de ce travail est d'appliquer et d'automatiser cette procédure à l'ensemble des séismes français (petits et moyens) pour déterminer les magnitudes  $M_w$  et de revisiter les catalogues de magnitude existants (comme SI-Hex). En appliquant

cette approche sur un grand nombre de séismes enregistrés par un nombre important de stations, les effets de site pourraient être calculés relativement par rapport à des stations de référence et non par rapport à la moyenne sur le réseau comme dans notre étude. En effectuant cela, les spectres de source obtenus seraient mieux corrigés des effets de site. De même, il serait possible de produire une tomographie de scattering et d'absorption intrinsèque à l'échelle de la France, comme un nombre important de trajets source-station se croiseraient. À notre connaissance, une tomographie de scattering n'a jamais encore été réalisée à l'échelle de la France.

Enfin, notre nouvelle approche physique pourrait apporter des réponses au débat sur le « scaling », indiquant s'il existe une dépendance de la contrainte apparente avec la magnitude, qui reste à ce jour peu comprise. Si le « scaling » existe, l'énergie radiée à la source ne serait plus proportionnelle à la magnitude. Différentes études ont apporté des conclusions différentes à ce sujet, même si la zone géographique est identique. Par exemple, en Californie, certaines études montrent qu'il n'y a pas de « scaling » en fonction de la magnitude (Shearer et al., 2006; Baltay et al., 2010) alors que d'autres études prouvent l'existence du « scaling » (Abercrombie, 1995; Mayeda & Walter, 1996; Mayeda et al., 2007; Malagnini et al., 2014). Outre la dispersion et les incertitudes associées à la contrainte apparente, les différences entre les méthodes employées et leurs possibles biais peuvent expliquer ces incohérences entre les différents résultats. Or, la détermination du « scaling » à partir des séismes de magnitude faible à modérée est cruciale pour correctement évaluer l'aléa sismique, puisque l'énergie libérée par un gros séisme pourrait être bien plus importante que prévu. À l'avenir, pour résoudre cette indétermination, notre approche pourrait être utilisée pour comparer les résultats avec ceux obtenus par les autres méthodes existantes.

# Annexes

# Annexe A

## Basic formulas to compute the Mueller matrix

### A.1 Scattering amplitudes

We suppose a continuous medium with small fluctuations (see the main text for further details). The scattering amplitudes  $f_{**}$  can be found in [Sato et al. \(2012, p. 142\)](#). Because the specific intensities are expressed in frames that are attached to the scattering plane, the scattering amplitudes depend only on the scattering angle when the scatterer is rotationally invariant. These scattering amplitudes are expressed as :

$$\begin{aligned}
 f_{PP}(\Theta, \Phi) &= \frac{k_P^2}{4\pi} \left[ \nu \left( -1 + \cos \Theta + \frac{2}{\gamma_1^2} \sin^2 \Theta \right) - 2 + \frac{4}{\gamma_1^2} \sin^2 \Theta \right] \tilde{\xi} \left( 2k_P \sqrt{\frac{1 - \cos \Theta}{2}} \right) \\
 f_{PS}(\Theta, \Phi) &= \frac{-k_S^2}{4\pi} \sin \Theta \left[ \nu \left( 1 - \frac{2}{\gamma_1} \cos \Theta \right) - \frac{4}{\gamma_1} \cos \Theta \right] \tilde{\xi} \left( k_P \sqrt{1 - 2\gamma_1 \cos \Theta + \gamma_1^2} \right) \\
 f_{SP}(\Theta, \Phi) &= \frac{k_P^2}{4\pi} \sin \Theta \left[ \nu \left( 1 - \frac{2}{\gamma_1} \cos \Theta \right) - \frac{4}{\gamma_1} \cos \Theta \right] \tilde{\xi} \left( k_P \sqrt{1 - 2\gamma_1 \cos \Theta + \gamma_1^2} \right) \\
 f_{\perp\perp}(\Theta, \Phi) &= \frac{k_S^2}{4\pi} [\nu(\cos \Theta - \cos 2\Theta) - 2 \cos 2\Theta] \tilde{\xi} \left( 2k_S \sqrt{\frac{1 - \cos \Theta}{2}} \right) \\
 f_{\parallel\parallel}(\Theta, \Phi) &= \frac{k_S^2}{4\pi} [\nu(\cos \Theta - 1) + 2 \cos \Theta] \tilde{\xi} \left( 2k_S \sqrt{\frac{1 - \cos \Theta}{2}} \right).
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

$\tilde{\xi}$  is the Fourier transform of the spatial fluctuations of the random medium.  $k_P$  and  $k_S$  are the  $P$ -wave and  $S$ -wave wavenumbers.  $\gamma_1$  is the velocity ratio  $\alpha_1/\beta_1$ . We recall that  $\nu$  is the Birch coefficient outlined in Eq. (3.1). Note that there is the following reciprocity



relationship :  $f_{SP} = -\frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} f_{PS}$ .

## A.2 Rotation matrix

With our conventions for notation, the Stokes rotation matrix  $\mathbf{L}(\phi)$ , which is used to write the Stokes vector in a new coordinate system (rotated by an angle  $\phi$  around the direction of propagation axis), can be written as :

$$\mathbf{L}(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos 2\phi & \sin 2\phi & 0 \\ 0 & 0 & -\sin 2\phi & \cos 2\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

The components  $I_P$ ,  $I_S$  and  $V$  are invariant under such a rotation.

## A.3 Dihedral angles

The dihedral angles  $i_1$  and  $i_2$  used for the derivation of the Mueller Matrix are determined by :

$$\begin{aligned} \cos i_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \Theta}} \left[ \cos \theta_1 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_0} - \cos \theta_0 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_1} \cos(\phi_0 - \phi_1) \right] \\ \sin i_1 &= \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \theta_1}{1 - \cos^2 \Theta}} \sin(\phi_0 - \phi_1) \\ \cos i_2 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \Theta}} \left[ \cos \theta_0 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_1} - \cos \theta_1 \sqrt{1 - \cos^2 \theta_0} \cos(\phi_0 - \phi_1) \right] \\ \sin i_2 &= \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \theta_0}{1 - \cos^2 \Theta}} \sin(\phi_0 - \phi_1). \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$\cos \Theta$  is equal to :

$$\cos \Theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_1} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_0} \cos(\phi_1 - \phi_0) + \cos \theta_1 \cos \theta_0. \quad (\text{A.4})$$

# Annexe B

## Reflection of a diffuse field at the free surface

In this Appendix, we demonstrate that the free surface does not affect an equilibrated and isotropic wavefield. We recall that when this condition applies, we have equal amount of  $SV$ - and  $SH$ -waves incident at the free surface, which acts as a mirror for the latter. As a consequence, the isotropy of  $SH$ -waves is obviously preserved. The critical aspect pertains to the mode coupling between  $P$ - and  $SV$ -waves which strongly depends on the incidence angles. Let us illustrate the reasoning in the case of a beam of dowgoing  $P$ -waves at the free surface (see Fig. B.1). This beam originates from the reflection of a set of upgoing  $P$ - and  $SV$ -wave rays. To properly quantify the contribution of  $SV$ -waves, two important physical effects have to be taken into account : mode conversions and focusing/defocusing of the beam of rays. We denote by  $e^P(\mathbf{n}^i)$  and  $e^{SV}(\mathbf{n}^j)$  the specific energy densities of  $P$ - and  $SV$ -waves incident at the free surface. For the reflected  $P$ -waves we use the notation  $e^P(\mathbf{n}^o)$ . Note that the unit vectors  $\mathbf{n}^i$ ,  $\mathbf{n}^j$  and  $\mathbf{n}^o$  denoting the propagating direction of the rays are related by Snell's law. The principle of energy conservation for  $P$ -waves may be expressed as follows :

$$e^P(\mathbf{n}^o)\alpha_1|\mathbf{n}^o \cdot \mathbf{z}|d^2n^o = R_{\hat{P}-\hat{P}}^E(\mathbf{n}^i)e^P(\mathbf{n}^i)\alpha_1|\mathbf{n}^i \cdot \mathbf{z}|d^2n^i + R_{\hat{S}_V-\hat{P}}^E(\mathbf{n}^j)e^{SV}(\mathbf{n}^j)\beta_1|\mathbf{n}^j \cdot \mathbf{z}|d^2n^j \quad (\text{B.1})$$

where  $d^2n^{i,o,j}$  represent elementary solid angles (see Fig. B.1) and the  $R^E$  denote the energy reflection coefficients (see also the main text for further details). Using the notations of [Aki & Richards \(2002\)](#), they can be expressed in terms of the traditional displa-

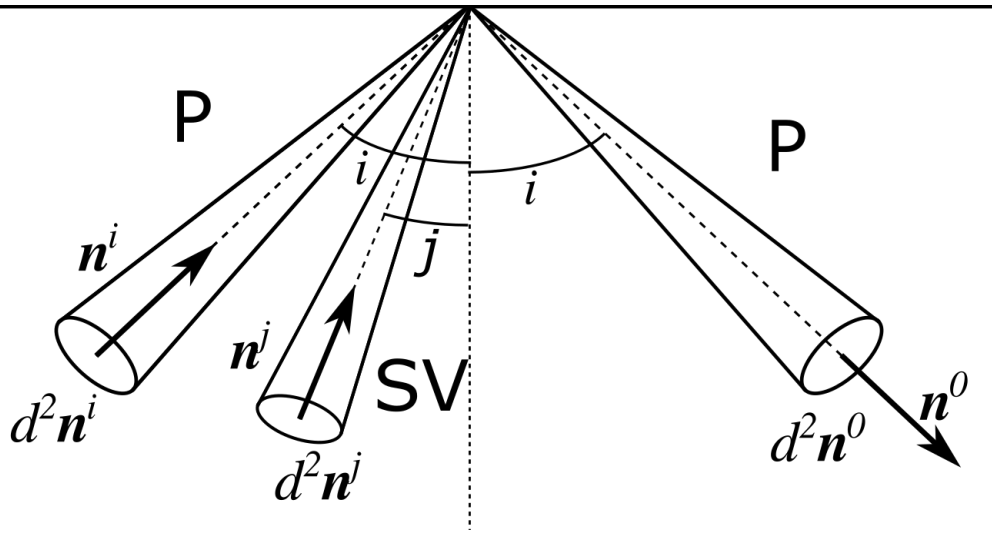


FIGURE B.1 – Energy balance at the free surface. The downgoing  $P$ -waves propagating around direction  $\mathbf{n}^o$  have two origins : reflection of  $P$ -waves with incidence direction  $\mathbf{n}^i$ , or conversion of  $SV$ -waves with incidence direction  $\mathbf{n}^j$ . The incidence angles of  $P$ - and  $S$ -waves are denoted by  $i$  and  $j$ , respectively. The elementary solid angles of incident  $P$ , incident  $S$  and reflected  $P$ -waves are denoted by  $d^2\mathbf{n}^i$ ,  $d^2\mathbf{n}^j$  and  $d^2\mathbf{n}^o$ , respectively.

cement reflection coefficients as follows :

$$\begin{aligned} R_{\hat{P}-\hat{P}}^E(\mathbf{n}^i) &= \hat{P}\hat{P}(\mathbf{n}^i)^2 \\ R_{\hat{S}_V-\hat{P}}^E(\mathbf{n}^j) &= 1 - \hat{S}\hat{S}_V(\mathbf{n}^j)^2. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Note that the displacement reflection coefficients are always real for the propagating waves considered in our model. We may now put the ratio between the reflected and incident energy densities in the form :

$$\frac{e^P(\mathbf{n}^o)}{e^P(\mathbf{n}^i)} = \frac{\hat{P}\hat{P}(\mathbf{n}^i)^2 |\mathbf{n}^i \cdot \mathbf{z}| d^2n^i}{|\mathbf{n}^o \cdot \mathbf{z}| d^2n^o} + \frac{\beta_1 e^S(\mathbf{n}^j) (1 - \hat{S}\hat{S}_V(\mathbf{n}^j)^2) |\mathbf{n}^j \cdot \mathbf{z}| d^2n^j}{\alpha_1 e^P(\mathbf{n}^i) |\mathbf{n}^o \cdot \mathbf{z}| d^2n^o}. \quad (\text{B.3})$$

We may now apply Snell's law to simplify this expression. For  $P$ -to- $P$  reflection we clearly have :  $|\mathbf{n}^i \cdot \mathbf{z}| d^2n^i = |\mathbf{n}^o \cdot \mathbf{z}| d^2n^o$ . For  $S$ -to- $P$  conversion we differentiate Snell's law to obtain :

$$\frac{\cos i di}{\alpha_1} = \frac{\cos j dj}{\beta_1}, \quad (\text{B.4})$$

where  $j$  is the incidence angle of  $SV$ -waves and  $i$  the reflection angle of  $P$ -waves. Combining (Eq. B.4) with usual Snell's law, we obtain :

$$\frac{|\mathbf{n}^j \cdot \mathbf{z}| d^2n^j}{|\mathbf{n}^o \cdot \mathbf{z}| d^2n^o} = \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2}. \quad (\text{B.5})$$

Reporting the last result in Eq. (B.3) yields :

$$\frac{e^P(\mathbf{n}^o)}{e^P(\mathbf{n}^i)} = \dot{P}\dot{P}(\mathbf{n}^i)^2 + \frac{\beta_1^3 e^S(\mathbf{n}^j)(1 - \dot{S}\dot{S}_V(\mathbf{n}^j)^2)}{\alpha_1^3 e^P(\mathbf{n}^i)}. \quad (\text{B.6})$$

For an equipartitioned upgoing wavefield, the specific energy densities  $e^S(\mathbf{n}^j)$  and  $e^P(\mathbf{n}^i)$  are independent of the incidence angles and their ratio is equal to  $\alpha_1^3/\beta_1^3$ . Noting the symmetry relation  $\dot{S}\dot{S}_V(\mathbf{n}^j)^2 = \dot{P}\dot{P}(\mathbf{n}^i)^2$  (Aki & Richards, 2002), we arrive at the desired result :

$$e^P(\mathbf{n}^o) = e^P(\mathbf{n}^i). \quad (\text{B.7})$$

Following the same line of reasoning, the result can be extended to *SV*-waves. In conclusion, if the wavefield incident at the free surface is equipartitioned, so is the reflected wavefield.

# Annexe C

## Inversion de l'amplification de site

Comme nous l'avons vu dans la Section 5.4.4, le terme de source est censé être le terme commun du produit  $W_i(f_0)R_j^2(f_0)$  et les effets de sites sont supposés être les résidus propres à chaque station. Les effets de site  $R_j^2(f_0)$  sont calculés par l'Eq. (5.12). Dans la Fig. C.1, nous représentons les effets de site en amplitude  $R_j(f_0)$  pour les 6 stations sélectionnées et pour chaque bande de fréquences centrée entre  $f_0 = 0.375$  et 24 Hz.

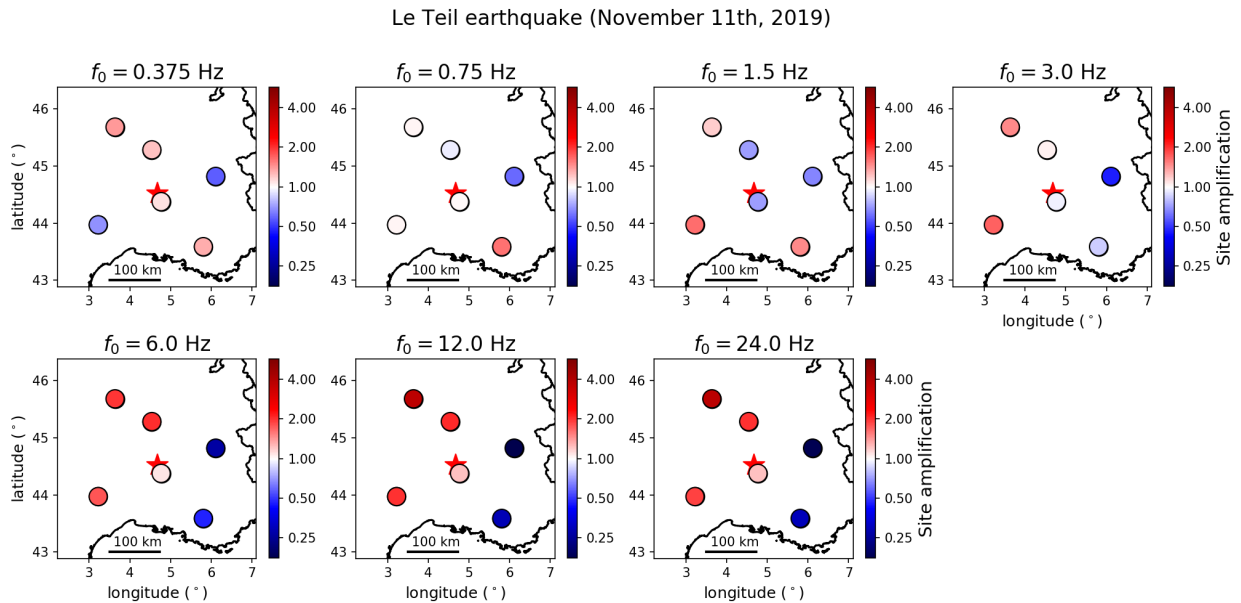


FIGURE C.1 – Effet de site  $R_j(f_0)$  en amplitude pour les 6 stations sélectionnées. Les effets de site sont relatif au réseau de station sélectionnés.

Comme discuté dans la Section 5.5.2, nous constatons une importante dépendance fréquentielle de l'effet de site sur la plupart des stations inversées. Par exemple, sur la station LAJAS, localisée au sud-ouest de l'épicentre du séisme du Teil, l'amplification de

site est peu importante à basse fréquence, alors que celle-ci devient importante à haute fréquence. Une tendance inverse est observée pour la station ARTF localisée au sud-est de l'épicentre, dans le sud des Alpes.

# Références

- Abercrombie, R. E. (1995). Earthquake source scaling relationships from 1 to 5 ml using seismograms recorded at 2.5-km depth. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 100(B12), 24015–24036.
- Aki, K. (1967). Scaling law of seismic spectrum. *Journal of geophysical research*, 72(4), 1217–1231.
- Aki, K. (1969). Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves. *Journal of geophysical research*, 74(2), 615–631.
- Aki, K. (1980). Attenuation of shear-waves in the lithosphere for frequencies from 0.05 to 25 hz. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 21(1), 50–60.
- Aki, K. & Chouet, B. (1975). Origin of coda waves : source, attenuation, and scattering effects. *Journal of geophysical research*, 80(23), 3322–3342.
- Aki, K. & Richards, P. G. (2002). *Quantitative seismology*. University Science Books, Sausalito, California.
- Allmann, B. P. & Shearer, P. M. (2009). Global variations of stress drop for moderate to large earthquakes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 114(B1).
- Andrews, D. (1986). Objective determination of source parameters and similarity of earthquakes of different size. *Earthquake source mechanics*, 37, 259–267.
- Baltay, A., Prieto, G., & Beroza, G. C. (2010). Radiated seismic energy from coda measurements and no scaling in apparent stress with seismic moment. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 115(B8).
- Bean, C. J., Marsan, D., & Martini, F. (1999). Statistical measures of crustal heterogeneity from reflection seismic data : the role of seismic bandwidth. *Geophysical Research Letters*, 26(21), 3241–3244.

- Bianco, F., Del Pezzo, E., Castellano, M., Ibanez, J., & Di Luccio, F. (2002). Separation of intrinsic and scattering seismic attenuation in the southern apennine zone, italy. *Geophysical Journal International*, 150(1), 10–22.
- Bianco, F., Pezzo, E. D., Malagnini, L., Luccio, F. D., & Akinci, A. (2005). Separation of depth-dependent intrinsic and scattering seismic attenuation in the northeastern sector of the italian peninsula. *Geophysical Journal International*, 161(1), 130–142.
- Bindi, D., Pacor, F., Luzi, L., Massa, M., & Ameri, G. (2009). The m w 6.3, 2009 l’aquila earthquake : source, path and site effects from spectral analysis of strong motion data. *Geophysical Journal International*, 179(3), 1573–1579.
- Birch, F. (1960). The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars : 1. *Journal of Geophysical Research*, 65(4), 1083–1102.
- Birch, F. (1961). The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars : 2. *Journal of Geophysical Research*, 66(7), 2199–2224.
- Bonilla, L. F., Liu, P.-C., & Nielsen, S. (2006). 1d and 2d linear and nonlinear site response in the grenoble area. In *Proc. 3rd Int. Symp. on the Effects of Surface Geology on Seismic Motion (ESG2006)*.
- Braunmiller, J., Deichmann, N., Giardini, D., & Wiemer, S. (2005). Homogeneous moment-magnitude calibration in switzerland. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 95(1), 58–74.
- Braunmiller, J., Kradolfer, U., Baer, M., & Giardini, D. (2002). Regional moment tensor determination in the european–mediterranean area—initial results. *Tectonophysics*, 356(1-3), 5–22.
- Brune, J. N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes. *Journal of geophysical research*, 75(26), 4997–5009.
- Brune, J. N. (1971). Seismic sources, fault plane studies and tectonics. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 52(5), IUGG–178.
- Calvet, M. & Margerin, L. (2013). Lapse-time dependence of coda q : Anisotropic multiple-scattering models and application to the pyrenees. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 103(3), 1993–2010.



- Calvet, M., Sylvander, M., Margerin, L., & Villaseñor, A. (2013). Spatial variations of seismic attenuation and heterogeneity in the pyrenees : Coda q and peak delay time analysis. *Tectonophysics*, 608, 428–439.
- Campillo, M., Margerin, L., & Shapiro, N. (1999). Seismic wave diffusion in the earth lithosphere. In *Diffuse Waves in Complex Media* (pp. 383–404). Springer.
- Campillo, M. & Paul, A. (2003). Long-range correlations in the diffuse seismic coda. *Science*, 299(5606), 547–549.
- Campillo, M. & Plantet, J. (1991). Frequency dependence and spatial distribution of seismic attenuation in france : experimental results and possible interpretations. *Physics of the earth and planetary interiors*, 67(1-2), 48–64.
- Cara, M., Cansi, Y., Schlupp, A., Arroucau, P., Béthoux, N., Beucler, E., Bruno, S., Calvet, M., Chevrot, S., Deboissy, A., et al. (2015). Si-hex : a new catalogue of instrumental seismicity for metropolitan france. *Bulletin de la Société Géologique de France*, 186(1), 3–19.
- Cara, M., Denieul, M., Sèbe, O., Delouis, B., Cansi, Y., & Schlupp, A. (2017). Magnitude m w in metropolitan france. *Journal of Seismology*, 21(3), 551–565.
- Carcolé, E. & Sato, H. (2010). Spatial distribution of scattering loss and intrinsic absorption of short-period s waves in the lithosphere of japan on the basis of the multiple lapse time window analysis of hi-net data. *Geophysical Journal International*, 180(1), 268–290.
- Castro, R., Anderson, J., & Singh, S. (1990). Site response, attenuation and source spectra of s waves along the guerrero, mexico, subduction zone. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 80(6A), 1481–1503.
- Causse, M., Cornou, C., Maufroy, E., Grasso, J.-R., Baillet, L., & El Haber, E. (2021). Exceptional ground motion during the shallow m w 4.9 2019 le teil earthquake, france. *Communications Earth & Environment*, 2(1), 1–9.
- Chaljub, E., Maufroy, E., Moczo, P., Kristek, J., Hollender, F., Bard, P.-Y., Priolo, E., Klin, P., De Martin, F., Zhang, Z., et al. (2015). 3-d numerical simulations of earthquake ground motion in sedimentary basins : testing accuracy through stringent models. *Geophysical Journal International*, 201(1), 90–111.

- Chandrasekhar, S. (1960). *Radiative Transfer*. Courier Corporation.
- Chevrot, S., Sylvander, M., & Delouis, B. (2011). A preliminary catalog of moment tensors for the pyrenees. *Tectonophysics*, 510(1-2), 239–251.
- Cotton, F., Archuleta, R., & Causse, M. (2013). What is sigma of the stress drop? *Seismological Research Letters*, 84(1), 42–48.
- Courboulex, F., Dujardin, A., Vallée, M., Delouis, B., Sira, C., Deschamps, A., Honoré, L., & Thouvenot, F. (2013). High-frequency directivity effect for an m w 4.1 earthquake, widely felt by the population in southeastern france. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 103(6), 3347–3353.
- De Novellis, V., Convertito, V., Valkaniotis, S., Casu, F., Lanari, R., Tobar, M. F. M., & Pino, N. A. (2020). Coincident locations of rupture nucleation during the 2019 le teil earthquake, france and maximum stress change from local cement quarrying. *Communications Earth & Environment*, 1(1), 1–10.
- Del Pezzo, E. & Bianco, F. (2010). Two-layer earth model corrections to the mltwa estimates of intrinsic-and scattering-attenuation obtained in a uniform half-space. *Geophysical Journal International*, 182(2), 949–955.
- Delouis, B., Oral, E., Menager, M., Ampuero, J.-P., Trilla, A. G., Régnier, M., & Deschamps, A. (2021). Constraining the point source parameters of the 11 november 2019 mw 4.9 le teil earthquake using multiple relocation approaches, first motion and full waveform inversions. *Comptes Rendus. Géoscience*, 353(S1), 1–24.
- Denieul, M., Sèbe, O., Cara, M., & Cansi, Y. (2015). M w estimation from crustal coda waves recorded on analog seismograms. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 105(2A), 831–849.
- Drouet, S., Chevrot, S., Cotton, F., & Souriau, A. (2008). Simultaneous inversion of source spectra, attenuation parameters, and site responses : application to the data of the french accelerometric network. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 98(1), 198–219.
- Drouet, S., Cotton, F., & Guéguen, P. (2010).  $v_s$  30,  $\kappa$ , regional attenuation and m w from accelerograms : Application to magnitude 3–5 french earthquakes. *Geophysical Journal International*, 182(2), 880–898.

- Eken, T. (2019). Moment magnitude estimates for central anatolian earthquakes using coda waves. *Solid Earth*, 10(3), 713–723.
- Emoto, K., Campillo, M., Brenguier, F., Briand, X., & Takeda, T. (2015). Asymmetry of coda cross-correlation function : Dependence of the epicentre location. *Geophysical Journal International*, 201(3), 1313–1323.
- Eshelby, J. D. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the royal society of London. Series A. Mathematical and physical sciences*, 241(1226), 376–396.
- Eulenfeld, T. & Wegler, U. (2016). Measurement of intrinsic and scattering attenuation of shear waves in two sedimentary basins and comparison to crystalline sites in germany. *Geophysical Journal International*, 205(2), 744–757.
- Fehler, M. (1991). Numerical basis of the separation of scattering and intrinsic absorption from full seismogram envelope. a monte-carlo simulation of multiple isotropic scattering. *Papers in meteorology and Geophysics*, 42(2), 65–91.
- Frankel, A. & Clayton, R. W. (1986). Finite difference simulations of seismic scattering : Implications for the propagation of short-period seismic waves in the crust and models of crustal heterogeneity. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 91(B6), 6465–6489.
- Gaebler, P. J., Eulenfeld, T., & Wegler, U. (2015). Seismic scattering and absorption parameters in the w-bohemia/vogtland region from elastic and acoustic radiative transfer theory. *Geophysical Supplements to the Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 203(3), 1471–1481.
- Geli, L., Bard, P.-Y., & Jullien, B. (1988). The effect of topography on earthquake ground motion : a review and new results. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 78(1), 42–63.
- Gök, R., Kaviani, A., Matzel, E. M., Pasyanos, M. E., Mayeda, K., Yetirmishli, G., El-Hussain, I., Al-Amri, A., Al-Jeri, F., Godoladze, T., et al. (2016). Moment magnitudes of local/regional events from 1d coda calibrations in the broader middle east region. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 106(5), 1926–1938.
- Grünthal, G., Stromeyer, D., & Wahlström, R. (2009). Harmonization check of m w within the central, northern, and northwestern european earthquake catalogue (cenec). *Journal of Seismology*, 13(4), 613–632.

- Gusev, A. & Abubakirov, I. (1987). Monte-carlo simulation of record envelope of a near earthquake. *Physics of the earth and planetary interiors*, 49(1-2), 30–36.
- Hanks, T. C. & Kanamori, H. (1979). A moment magnitude scale. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 84(B5), 2348–2350.
- Hennino, R., Trégourès, N., Shapiro, N., Margerin, L., Campillo, M., Van Tiggelen, B., & Weaver, R. (2001). Observation of equipartition of seismic waves. *Physical review letters*, 86(15), 3447.
- Hoshiaba, M. (1991). Simulation of multiple-scattered coda wave excitation based on the energy conservation law. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 67(1-2), 123–136.
- Hoshiaba, M. (1993). Separation of scattering attenuation and intrinsic absorption in japan using the multiple lapse time window analysis of full seismogram envelope. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 98(B9), 15809–15824.
- Hoshiaba, M. (1994). Simulation of coda wave envelope in depth dependent scattering and absorption structure. *Geophysical research letters*, 21(25), 2853–2856.
- Hoshiaba, M. (1997). Seismic coda wave envelope in depth-dependent s wave velocity structure. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 104(1-3), 15–22.
- Kanamori, H. (1977). The energy release in great earthquakes. *Journal of geophysical research*, 82(20), 2981–2987.
- Klose, C. D. & Seeber, L. (2007). Shallow seismicity in stable continental regions. *Seismological Research Letters*, 78(5), 554–562.
- Kobayashi, M., Takemura, S., & Yoshimoto, K. (2015). Frequency and distance changes in the apparent p-wave radiation pattern : effects of seismic wave scattering in the crust inferred from dense seismic observations and numerical simulations. *Geophysical Journal International*, 202(3), 1895–1907.
- Korn, M. (1990). A modified energy flux model for lithospheric scattering of teleseismic body waves. *Geophysical Journal International*, 102(1), 165–175.
- Kosuga, M. (1992). Dependence of coda q on frequency and lapse time in the western nagano region, central japan. *Journal of Physics of the Earth*, 40(2), 421–445.
- Lacombe, C. (2001). *Propagation des ondes élastiques dans la lithosphère hétérogène : modélisations et applications*. PhD thesis, Grenoble 1.

- Lacombe, C., Campillo, M., Paul, A., & Margerin, L. (2003). Separation of intrinsic absorption and scattering attenuation from lg coda decay in central france using acoustic radiative transfer theory. *Geophysical Journal International*, 154(2), 417–425.
- Lee, W. H. K., Bennett, R., & Meagher, K. (1972). *A method of estimating magnitude of local earthquakes from signal duration*. Citeseer.
- Leng, K., Korenaga, J., & Nissen-Meyer, T. (2020). 3-d scattering of elastic waves by small-scale heterogeneities in the earth’s mantle. *Geophysical Journal International*, 223(1), 502–525.
- Lolli, B., Gasperini, P., & Vannucci, G. (2014). Empirical conversion between teleseismic magnitudes (mb and m s) and moment magnitude (m w) at the global, euro-mediterranean and italian scale. *Geophysical Journal International*, 199(2), 805–828.
- Lux, I. & Koblinger, L. (1991). Monte carlo particle transport methods : neutron and photon calculations.
- Malagnini, L., Mayeda, K., Nielsen, S., Yoo, S.-H., Rawles, C., Boschi, E., et al. (2014). Scaling transition in earthquake sources : a possible link between seismic and laboratory measurements. *Pure and Applied Geophysics*, 171(10), 2685–2707.
- Mancinelli, N., Shearer, P., & Liu, Q. (2016). Constraints on the heterogeneity spectrum of earth’s upper mantle. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 121(5), 3703–3721.
- Margerin, L. (1998). *Diffusion multiple des ondes élastiques dans la lithosphère*. PhD thesis, Université Joseph-Fourier-Grenoble I.
- Margerin, L. (2005). Introduction to radiative transfer of seismic waves. *Geophysical Monograph-American Geophysical Union*, 157, 229.
- Margerin, L. (2017a). Breakdown of equipartition in diffuse fields caused by energy leakage. *The European Physical Journal Special Topics*, 226(7), 1353–1370.
- Margerin, L. (2017b). Computation of green’s function of 3-d radiative transport equations for non-isotropic scattering of p and unpolarized s waves. *Pure and Applied Geophysics*, 174(11), 4057–4075.

- Margerin, L., Bazaras, A., & Campillo, M. (2019). A scalar radiative transfer model including the coupling between surface and body waves. *Geophysical Journal International*, 219(2), 1092–1108.
- Margerin, L., Calvet, M., & Hung, S.-H. (2021). Strong lateral variations of scattering attenuation and anisotropy across the taiwanese crust. *Geophysical Journal International*.
- Margerin, L., Campillo, M., Shapiro, N., & van Tiggelen, B. (1999). Residence time of diffuse waves in the crust as a physical interpretation of coda q : application to seismograms recorded in mexico. *Geophysical Journal International*, 138(2), 343–352.
- Margerin, L., Campillo, M., & Tiggelen, B. (1998). Radiative transfer and diffusion of waves in a layered medium : new insight into coda q. *Geophysical journal international*, 134(2), 596–612.
- Margerin, L., Campillo, M., & Van Tiggelen, B. (2000). Monte carlo simulation of multiple scattering of elastic waves. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 105(B4), 7873–7892.
- Margerin, L., Campillo, M., Van Tiggelen, B., & Hennino, R. (2009). Energy partition of seismic coda waves in layered media : theory and application to pinyon flats observatory. *Geophysical Journal International*, 177(2), 571–585.
- Margerin, L., Van Tiggelen, B., & Campillo, M. (2001). Effect of absorption on energy partition of elastic waves in the seismic coda. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 91(3), 624–627.
- Mayeda, K., Hofstetter, A., O’Boyle, J. L., & Walter, W. R. (2003). Stable and transportable regional magnitudes based on coda-derived moment-rate spectra. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93(1), 224–239.
- Mayeda, K., Malagnini, L., & Walter, W. R. (2007). A new spectral ratio method using narrow band coda envelopes : Evidence for non-self-similarity in the hector mine sequence. *Geophysical Research Letters*, 34(11).
- Mayeda, K. & Walter, W. R. (1996). Moment, energy, stress drop, and source spectra of western united states earthquakes from regional coda envelopes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 101(B5), 11195–11208.

- Mayor, J., Calvet, M., Margerin, L., Vanderhaeghe, O., & Traversa, P. (2016). Crustal structure of the alps as seen by attenuation tomography. *Earth and Planetary Science Letters*, 439, 71–80.
- Mayor, J., Traversa, P., Calvet, M., & Margerin, L. (2018). Tomography of crustal seismic attenuation in metropolitan france : Implications for seismicity analysis. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 16(6), 2195–2210.
- Meirova, T. & Pinsky, V. (2014). Seismic wave attenuation in israel region estimated from the multiple lapse time window analysis and s-wave coda decay rate. *Geophysical Journal International*, 197(1), 581–590.
- Menina, S., Margerin, L., Kawamura, T., Lognonné, P., Marti, J., Drilleau, M., Calvet, M., Compaire, N., Garcia, R., Karakostas, F., Schmerr, N., Van Driel, M., Stähler, S., Plasman, M., Giardini, D., Carrasco, S., Knapmeyer-Endrun, B., Pike, W., & Banerdt, B. (2021). Statistical, energy envelope and attenuation characteristics of high frequency (hf) and very high frequency (vf) martian events. *Bulletin of the Seismological Society of America*.
- Miyake, H., Iwata, T., & Irikura, K. (2001). Estimation of rupture propagation direction and strong motion generation area from azimuth and distance dependence of source amplitude spectra. *Geophysical research letters*, 28(14), 2727–2730.
- Morasca, P., Mayeda, K., Malagnini, L., & Walter, W. R. (2005). Coda-derived source spectra, moment magnitudes and energy-moment scaling in the western alps. *Geophysical Journal International*, 160(1), 263–275.
- Nakamura, Y. et al. (1977). Seismic energy transmission in an intensively scattering environment. *Journal of Geophysics*, 43(1), 389–399.
- Obermann, A., Planes, T., Hadziioannou, C., & Campillo, M. (2016). Lapse-time-dependent coda-wave depth sensitivity to local velocity perturbations in 3-d heterogeneous elastic media. *Geophysical Journal International*, 207(1), 59–66.
- Oth, A., Bindi, D., Parolai, S., & Wenzel, F. (2008). S-wave attenuation characteristics beneath the vrancea region in romania : new insights from the inversion of ground-motion spectra. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 98(5), 2482–2497.
- Paasschens, J. (1997). Solution of the time-dependent boltzmann equation. *Physical Review E*, 56(1), 1135.

- Pagani, M., Monelli, D., Weatherill, G., Danciu, L., Crowley, H., Silva, V., Henshaw, P., Butler, L., Nastasi, M., Panzeri, L., et al. (2014). Openquake engine : An open hazard (and risk) software for the global earthquake model. *Seismological Research Letters*, 85(3), 692–702.
- Papanicolaou, G. C., Ryzhik, L. V., & Keller, J. B. (1996). Stability of the p-to-s energy ratio in the diffusive regime. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 86(4), 1107–1115.
- Pasyanos, M. E., Gök, R., & Walter, W. R. (2016). 2d variations in coda amplitudes in the middle east. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 106(5), 1915–1925.
- Picozzi, M., Oth, A., Parolai, S., Bindi, D., De Landro, G., & Amoroso, O. (2017). Accurate estimation of seismic source parameters of induced seismicity by a combined approach of generalized inversion and genetic algorithm : Application to the geysers geothermal area, california. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 122(5), 3916–3933.
- Przybilla, J. & Korn, M. (2008). Monte carlo simulation of radiative energy transfer in continuous elastic random media—three-component envelopes and numerical validation. *Geophysical Journal International*, 173(2), 566–576.
- Przybilla, J., Korn, M., & Wegler, U. (2006). Radiative transfer of elastic waves versus finite difference simulations in two-dimensional random media. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 111(B4).
- Przybilla, J., Wegler, U., & Korn, M. (2009). Estimation of crustal scattering parameters with elastic radiative transfer theory. *Geophysical Journal International*, 178(2), 1105–1111.
- Rachman, A. N., Chung, T. W., Yoshimoto, K., & Son, B. (2015). Separation of intrinsic and scattering attenuation using single event source in south korea. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 105(2A), 858–872.
- Rautian, T. & Khalturin, V. (1978). The use of the coda for determination of the earthquake source spectrum. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 68(4), 923–948.
- Richter, C. F. (1935). An instrumental earthquake magnitude scale. *Bulletin of the seismological society of America*, 25(1), 1–32.



- Ritz, J.-F., Baize, S., Ferry, M., Larroque, C., Audin, L., Delouis, B., & Mathot, E. (2020). Surface rupture and shallow fault reactivation during the 2019 mw 4.9 le teil earthquake, france. *Communications Earth & Environment*, 1(1), 1–11.
- Ruff, L. J. (1999). Dynamic stress drop of recent earthquakes : Variations within subduction zones. In *Seismogenic and Tsunamigenic Processes in Shallow Subduction Zones* (pp. 409–431). Springer.
- Ryzhik, L., Papanicolaou, G., & Keller, J. B. (1996). Transport equations for elastic and other waves in random media. *Wave motion*, 24(4), 327–370.
- Saito, T., Sato, H., & Ohtake, M. (2002). Envelope broadening of spherically outgoing waves in three-dimensional random media having power law spectra. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 107(B5), ESE–3.
- Sanborn, C. J. & Cormier, V. F. (2018). Modelling the blockage of lg waves from three-dimensional variations in crustal structure. *Geophysical Journal International*, 214(2), 1426–1440.
- Sanborn, C. J., Cormier, V. F., & Fitzpatrick, M. (2017). Combined effects of deterministic and statistical structure on high-frequency regional seismograms. *Geophysical Journal International*, 210(2), 1143–1159.
- Sato, H. (1984). Attenuation and envelope formation of three-component seismograms of small local earthquakes in randomly inhomogeneous lithosphere. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 89(B2), 1221–1241.
- Sato, H. (1989). Broadening of seismogram envelopes in the randomly inhomogeneous lithosphere based on the parabolic approximation : Southeastern honshu, japan. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 94(B12), 17735–17747.
- Sato, H. (1994). Multiple isotropic scattering model including ps conversions for the seismogram envelope formation. *Geophysical Journal International*, 117(2), 487–494.
- Sato, H. (2019). Isotropic scattering coefficient of the solid earth. *Geophysical Journal International*, 218(3), 2079–2088.
- Sato, H., Fehler, M. C., & Maeda, T. (2012). *Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous earth*, volume 496. Springer.

- Sèbe, O., Guilbert, J., & Bard, P.-Y. (2018). Spectral factorization of the source time function of an earthquake from coda waves, application to the 2003 rambervillers, france, earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 108(5A), 2521–2542.
- Semblat, J. F., Kham, M., Parara, E., Bard, P.-Y., Pitilakis, K., Makra, K., & Raptakis, D. (2005). Seismic wave amplification : Basin geometry vs soil layering. *Soil dynamics and earthquake engineering*, 25(7-10), 529–538.
- Sens-Schönfelder, C., Margerin, L., & Campillo, M. (2009). Laterally heterogeneous scattering explains lg blockage in the pyrenees. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 114(B7).
- Sens-Schönfelder, C. & Wegler, U. (2006a). Passive image interferometry and seasonal variations of seismic velocities at merapi volcano, indonesia. *Geophysical research letters*, 33(21).
- Sens-Schönfelder, C. & Wegler, U. (2006b). Radiative transfer theory for estimation of the seismic moment. *Geophysical Journal International*, 167(3), 1363–1372.
- Shapiro, N., Campillo, M., Margerin, L., Singh, S., Kostoglodov, V., & Pacheco, J. (2000). The energy partitioning and the diffusive character of the seismic coda. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90(3), 655–665.
- Shapiro, N. M. & Campillo, M. (2004). Emergence of broadband rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise. *Geophysical Research Letters*, 31(7).
- Shearer, P. (1999). Introduction to seismology. *Introduction to Seismology*, (pp. 272).
- Shearer, P. M. & Earle, P. S. (2004). The global short-period wavefield modelled with a monte carlo seismic phonon method. *Geophysical Journal International*, 158(3), 1103–1117.
- Shearer, P. M., Prieto, G. A., & Hauksson, E. (2006). Comprehensive analysis of earthquake source spectra in southern california. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 111(B6).
- Shelly, D. R., Mayeda, K., Barno, J., Whidden, K. M., Moschetti, M. P., Llenos, A. L., Rubinstein, J. L., Yeck, W. L., Earle, P. S., Gök, R., et al. (2021). A big problem for small earthquakes : Benchmarking routine magnitudes and conversion relationships with coda envelope-derived mw in southern kansas and northern oklahoma. *Bulletin of the Seismological Society of America*.

- Shiomi, K., Sato, H., & Ohtake, M. (1997). Broad-band power-law spectra of well-log data in japan. *Geophysical Journal International*, 130(1), 57–64.
- Silva, V., Amo-Oduro, D., Calderon, A., Costa, C., Dabbeek, J., Despotaki, V., Martins, L., Pagani, M., Rao, A., Simionato, M., et al. (2020). Development of a global seismic risk model. *Earthquake Spectra*, 36(1\_suppl), 372–394.
- Sira, C., Schlupp, A., Emeline, M., Ludmila, P., Remi, D., Etienne, B., Elise, B., & Schaming, M. (2020). *Rapport macrosismique n°4, Séisme du Teil (Ardèche) 11 novembre 2019 à 11 h 52 locale, Magnitude 5,2 ML (RENASS), Intensité communale max VII-VIII (EMS98)*. PhD thesis, BCSF-RENASS.
- Sira, C., Schlupp, A., & Schaming, M. (2016). *Séisme de La Rochelle (Charente-Maritime) du 28 avril 2016, à 6h46 TUMagnitude : 4, 9 (ML RéNaSS)*. PhD thesis, Université de Strasbourg, CNRS.
- Snieder, R. (2002). Coda wave interferometry and the equilibration of energy in elastic media. *Physical review E*, 66(4), 046615.
- Souriau, A., Chaljub, E., Cornou, C., Margerin, L., Calvet, M., Maury, J., Wathelet, M., Grimaud, F., Ponsolles, C., Péquegnat, C., et al. (2011). Multimethod characterization of the french-pyrenean valley of bagnères-de-bigorre for seismic-hazard evaluation : observations and models. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 101(4), 1912–1937.
- Takahashi, T., Sato, H., Nishimura, T., & Obara, K. (2009). Tomographic inversion of the peak delay times to reveal random velocity fluctuations in the lithosphere : method and application to northeastern japan. *Geophysical Journal International*, 178(3), 1437–1455.
- Takahashi, T., Sato, H., Ohtake, M., & Obara, K. (2005). Scale dependence of apparent stress for earthquakes along the subducting pacific plate in northeastern honshu, japan. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 95(4), 1334–1345.
- Takemura, S., Furumura, T., & Maeda, T. (2015). Scattering of high-frequency seismic waves caused by irregular surface topography and small-scale velocity inhomogeneity. *Geophysical Journal International*, 201(1), 459–474.
- Takemura, S., Kobayashi, M., & Yoshimoto, K. (2016). Prediction of maximum p-and s-wave amplitude distributions incorporating frequency-and distance-dependent charac-

- teristics of the observed apparent radiation patterns. *Earth, Planets and Space*, 68(1), 1–9.
- Takeuchi, N. (2016). Differential monte carlo method for computing seismogram envelopes and their partial derivatives. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 121(5), 3428–3444.
- Thouvenot, F., Fréchet, J., Tapponnier, P., Thomas, J.-C., Le Brun, B., Ménard, G., Lacassin, R., Jenatton, L., Grasso, J.-R., Coutant, O., et al. (1998). The ml 5.3 epagny (french alps) earthquake of 1996 july 15 : a long-awaited event on the vuache fault. *Geophysical Journal International*, 135(3), 876–892.
- Traversa, P., Maufroy, E., Hollender, F., Perron, V., Bremaud, V., Shible, H., Drouet, S., Guéguen, P., Langlais, M., Wolyniec, D., et al. (2020). Resif rap and rlbp dataset of earthquake ground motion in mainland france. *Seismological Research Letters*, 91(4), 2409–2424.
- Trégourès, N. P. & van Tiggelen, B. A. (2002). Generalized diffusion equation for multiple scattered elastic waves. *Waves in random media*, 12, 21–38.
- Tsujiura, M. (1978). Spectral analysis of the coda waves from local earthquakes. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 53, 1–48.
- Turner, J. A. (1998). Scattering and diffusion of seismic waves. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 88(1), 276–283.
- Turner, J. A. & Weaver, R. L. (1994). Radiative transfer and multiple scattering of diffuse ultrasound in polycrystalline media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96(6), 3675–3683.
- Turner, J. A. & Weaver, R. L. (1995). Ultrasonic radiative transfer in polycrystalline media : Effects of a fluid–solid interface. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 98(5), 2801–2808.
- Vallage, A., Bollinger, L., Champenois, J., Duverger, C., Trilla, A. G., Hernandez, B., Pichon, A. L., Listowski, C., Mazet-Roux, G., Menager, M., et al. (2021). Multitechnology characterization of an unusual surface rupturing intraplate earthquake : the ml 5.4 2019 le teil event in france. *Geophysical Journal International*, 226(2), 803–813.

- Wang, W. & Shearer, P. (2017). Using direct and coda wave envelopes to resolve the scattering and intrinsic attenuation structure of southern california. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 122(9), 7236–7251.
- Wang, W. & Shearer, P. M. (2019). An improved method to determine coda-q, earthquake magnitude, and site amplification : Theory and application to southern california. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 124(1), 578–598.
- Weaver, R. L. (1982). On diffuse waves in solid media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 71(6), 1608–1609.
- Weaver, R. L. (1990). Diffusivity of ultrasound in polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 38(1), 55–86.
- Wegler, U. (2004). Diffusion of seismic waves in a thick layer : Theory and application to vesuvius volcano. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 109(B7).
- Wegler, U. (2005). Diffusion of seismic waves in layered media : boundary conditions and analytical solutions. *Geophysical Journal International*, 163(3), 1123–1135.
- Wegler, U. & Lühr, B. G. (2001). Scattering behaviour at merapi volcano (java) revealed from an active seismic experiment. *Geophysical Journal International*, 145(3), 579–592.
- Wu, R.-S. (1985). Multiple scattering and energy transfer of seismic waves—separation of scattering effect from intrinsic attenuation—i. theoretical modelling. *Geophysical Journal International*, 82(1), 57–80.
- Wu, R.-S., Xu, Z., & Li, X.-P. (1994). Heterogeneity spectrum and scale-anisotropy in the upper crust revealed by the german continental deep-drilling (ktb) holes. *Geophysical Research Letters*, 21(10), 911–914.
- Wyss, M. (1970). Stress estimates for south american shallow and deep earthquakes. *Journal of Geophysical Research*, 75(8), 1529–1544.
- Xu, Z., Margerin, L., & Mikesell, T. D. (2021). Monte carlo simulations of coupled body-and rayleigh-wave multiple scattering in elastic media. *Geophysical Journal International*.
- Yoo, S.-H., Rhie, J., Choi, H., & Mayeda, K. (2011). Coda-derived source parameters of earthquakes and their scaling relationships in the korean peninsula. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 101(5), 2388–2398.

- Yoshimoto, K. (2000). Monte carlo simulation of seismogram envelopes in scattering media. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 105(B3), 6153–6161.
- Zeng, Y. (1993). Theory of scattered p-and s-wave energy in a random isotropic scattering medium. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 83(4), 1264–1276.
- Ziegler, P. & Dèzes, P. (2006). Crustal evolution of western and central europe. *Geological Society, London, Memoirs*, 32(1), 43–56.







## Résumé

Une estimation précise de la magnitude est nécessaire pour correctement évaluer l'aléa sismique, notamment dans les zones de sismicité faible à modérée comme la France Métropolitaine. Cependant, les magnitudes des petits séismes sont entachées d'importantes incertitudes causées par d'importants effets de propagation à haute fréquence qui ne sont généralement pas pris en compte. Pour résoudre ce problème, nous avons développé une nouvelle méthode physique afin d'estimer la magnitude des petits événements sismiques à partir d'une modélisation complète des enveloppes énergétiques, des arrivées directes à la coda sismique, en modélisant correctement l'atténuation (scattering et absorption intrinsèque) dans un modèle réaliste de la lithosphère terrestre.

Pour cela, nous avons développé un outil de modélisation, basé sur la méthode de Monte-Carlo, permettant de simuler la propagation de l'énergie dans une croûte inhomogène sur un manteau supposé homogène et obtenu des enveloppes énergétiques synthétiques. La théorie du transfert radiatif des ondes élastiques polarisées a été adaptée à notre outil. Nous avons d'abord déterminé les effets des interfaces de la croûte sur la forme des enveloppes énergétiques. À l'aide d'études paramétriques, nous avons confronté les principes communément acceptés d'équipartition, de dépolarisation des ondes  $S$  et de la normalisation de la coda dans ce modèle de lithosphère particulier.

Ensuite, nous avons appliqué cet outil de modélisation au séisme du Teil ayant eu lieu dans le sud-est de la France en 2019, de magnitude locale  $M_L = 5.2$ . Pour séparer les termes de source, d'atténuation et de site, nous avons développé une procédure d'inversion en deux temps, permettant d'abord d'extraire les paramètres d'atténuation pour chaque trajet source-station à partir de l'ensemble de l'enveloppe énergétique observée en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt, puis de déterminer le spectre de source d'où la magnitude de moment  $M_w$  est extraite. Les résultats d'inversion pour 6 stations à moins de 150 km de l'épicentre confirment une importante variabilité des paramètres d'atténuation (scattering et absorption intrinsèque) à l'échelle régionale. Les résultats montrent que le scattering est plus important en direction des Alpes que dans le Massif Central, notamment à basse fréquence. L'absorption intrinsèque est aussi plus importante en direction des Alpes et le sud de la Vallée du Rhône que dans le Massif Central à basse fréquence, alors que celle-ci devient plus faible dans les Alpes à haute fréquence. Bien que peu résolvable, le mécanisme de scattering serait vers l'avant voire très vers l'avant. En inversant le spectre de source, nous déterminons une magnitude de moment  $M_w$  de  $5.05 \pm 0.17$ , une fréquence-coin  $f_c = 0.71 \pm 0.25$  Hz et un taux de décroissance du spectre de source à haute fréquence de  $n = 2.70 \pm 0.23$ .

**Mots-clés :** Sismologie, magnitudes, atténuation, coda sismique, transfert radiatif