



**HAL**  
open science

# Démonstration de l'optique adaptative multi-objet pour les futurs ELT et d'un analyseur linéaire à grande dynamique

Matthieu Brangier

► **To cite this version:**

Matthieu Brangier. Démonstration de l'optique adaptative multi-objet pour les futurs ELT et d'un analyseur linéaire à grande dynamique. Physique [physics]. Paris 7, 2012. Français. NNT: . tel-03572785

**HAL Id: tel-03572785**

**<https://hal.science/tel-03572785>**

Submitted on 18 Feb 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE PARIS DIDEROT (Paris 7)**  
Ecole doctorale d'astronomie et d'astrophysique d'île de France  
ED127

Thèse de doctorat en Science  
Spécialité : Astronomie et Astrophysique

Matthieu BRANGIER

# Démonstration de l'optique adaptative multi-objet pour les futurs ELT et d'un analyseur linéaire à grande dynamique

Thèse dirigée par Eric GENDRON et Gérard ROUSSET

Soutenue le 22 mars 2012

Composition du jury :

M. Didier Pelat	Président
M. Roberto Ragazzoni	Rapporteur
M. Jean-Pierre Véran	Rapporteur
M. Jean-Marc Conan	Examineur
M. Richard Myers	Examineur
M. Michel Tallon	Examineur
M. Gérard Rousset	Directeur de thèse
M. Eric Gendron	Co-directeur de thèse

---

# Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier la DGA, d'avoir intégralement financé cette thèse et de m'avoir autorisé à effectuer un monitorat en parallèle.

Merci également à mon jury, d'avoir lu ce long manuscrit (je pensais écrire seulement 200 pages au départ, promis) et d'avoir pris le temps de se pencher sur mon travail de ces dernières années. Merci particulièrement à Didier d'avoir accepté de présider le jury et d'avoir pallié les dernières (?) fautes de ce manuscrit, malgré la dure vie que je lui ai mené depuis le Master !

Je te remercie également, toi, lecteur, d'avoir lu ce manuscrit jusqu'à la page ..... .  
*(Merci de compléter la ligne ci-dessus !)*

Je remercie particulièrement tous les habitants du bâtiment Lyot et de la table équatoriale (même si ces gens sont diantrement matinaux) avec qui j'ai passé trois années et demi très agréables, et qui m'ont permis de travailler sur les projets ADONF et CANARY.

Merci à Gérard pour m'avoir accompagné durant ces années, et à Eric pour avoir été là au jour le jour avec une patience à toute épreuve. Merci à Zoltán d'accepter le dur rôle de bouc émissaire, même si, bon, c'est quand même mérité :-)

Merci également à Fanny pour son travail d'alignement du banc (et c'est rien de le dire) et à la petite Elisa qui y a participé à sa manière avant même de naître. Merci à Fabrice avec qui j'ai apprécié travailler sur CANARY, à Arnaud, pour sa capacité à débayer n'importe quoi (ou presque) par simple imposition des mains (ou presque), ainsi qu'à Damien pour son aide à la réhabilitation de Wisigoths. Et même si je n'ai pas beaucoup travaillé avec eux : bon courage aux nouveaux doctorants Olivier et Gaétano pour la suite !

Merci aussi à Marie, pour avoir supporté les *bips* de mes mesures sur ADONF pendant des semaines avant de s'expatrier dans un autre labo (pas à cause de moi, du moins officiellement). Je reconnais que je ne suis pas à la hauteur de l'orchestre de Paris ... ayant décidé de m'améliorer, merci à Edwige pour la flûte traversière prêtée, qui m'aura occupé durant les mesures sans fin sur banc optique des derniers mois de ma thèse.

---

Thank to<sup>1</sup> les gens de Durham avec qui j'ai pu travailler, Richard, Eddy, Ali et son RTC du tonnerre. Tim également, qui avec sa colle optique rédemptrice peut vous remettre un ADONF sur pied en moins de deux, mais également pour sa bonne humeur permanente et sa patience avec mon anglais approximatif!

Je remercie également Didier (et oui, une seconde fois, mais j'ai beaucoup à me faire pardonner) pour l'organisation du voyage au Bénin, qui fut une expérience très intéressante, avec en particulier d'autres doctorants que j'ai côtoyé tout au long de ma thèse : Luc, Adeline, Myriam, Irène. Et bien sûr, merci aux personnes nous ayant accueillis sur place. Je suis par ailleurs heureux d'avoir enfin trouvé un pays où la température est globalement correcte.

Au cours de ma thèse j'ai, comme beaucoup de monde, effectué un monitorat, que j'ai eu la chance de faire au département d'astronomie du Palais de la Découverte. Ces trois années d'exposés au grand public ont été très intéressantes et m'ont beaucoup apporté en terme d'aisance en vulgarisation et communication scientifique.

Sortant peu à peu du cadre de ma thèse : ich danke auch<sup>2</sup> le MPIA en Allemagne de m'avoir proposé un post-doc à la suite de ma thèse : il est agréable de ne pas avoir à passer des mois à en chercher un tout en terminant ses expériences et rédigeant son manuscrit, tâches prenant déjà bien assez de temps comme ça !

Enfin je souhaite également remercier :

Toute ma famille

Marion, pour l'illustration de l'algorithme génétique

Noémie, qu'après un passage à l'université d'Orsay, j'ai retrouvée en M2 pour de nombreuses nuits d'observations, de dégustation de fromage de chèvre, et de 1<sup>ers</sup> avril à l'Observatoire (non, jamais, n'insistez pas). Merci aussi pour le dessin de CANARY et EAGLE.

Lucie, d'une part parce qu'il faut toujours remercier une Aes Sedai, c'est plus sûr, mais également pour avoir entièrement lu et corrigé mon manuscrit, et de ne pas m'en avoir voulu pour mon peu de disponibilité vers la fin de ma thèse.

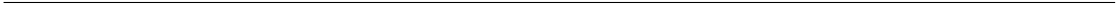
Marie, pour plein de choses (réveils matinaux compris) durant une bonne moitié de ma thèse, et depuis.

Pour terminer, je remercie la turbulence pour son autorisation à capter et à exploiter, à titre gracieux, son image dans le présent manuscrit.

---

1. ceci est une tentative désespérée pour changer du verbe "remercier" dont les synonymes me semblent bien rares.

2. *idem*



---

# Table des matières

1	Introduction . . . . .	17
2	L'imagerie astronomique . . . . .	19
2.1	Présentation . . . . .	19
2.2	La turbulence . . . . .	20
2.3	Métriques . . . . .	24
2.4	Les polynômes de Zernike . . . . .	25
2.4.1	Expression générale . . . . .	26
2.4.2	Une base orthonormée . . . . .	26
2.4.3	Des propriétés de dérivation intéressantes . . . . .	27
2.4.4	Application à l'étude de la turbulence . . . . .	27
3	L'optique adaptative . . . . .	28
3.1	Principes généraux . . . . .	28
3.2	Présentation d'analyseurs de surface d'onde . . . . .	33
3.3	Les problèmes arrivent. La MOAO aussi. . . . .	39
3.4	Conclusion . . . . .	42
4	Matrices de covariance spatiale . . . . .	42
4.1	Matrices et cartes bidimensionnelles de covariance . . . . .	43
4.2	Passage direct des mesures à la carte de covariance . . . . .	45
4.3	Formule générale des covariances sur les pentes . . . . .	47
4.4	Modèle par transformée de Fourier . . . . .	47
4.5	Cas avec plusieurs directions d'observation . . . . .	48
<b>I</b>	<b>ADONF</b>	<b>53</b>
I.1	Introduction . . . . .	55
I.1.1	Biréfringence et pouvoir rotatoire . . . . .	56
I.2	Présentation de l'analyseur . . . . .	59
I.2.1	Principe de fonctionnement . . . . .	59
I.2.2	Choix des optiques . . . . .	64
I.2.2.1	Largeur du biseau . . . . .	64
I.2.2.2	Dimensions des autres éléments . . . . .	67
I.2.2.3	Le Wollaston $W_1$ . . . . .	68
I.2.2.4	La lentille $L_1$ . . . . .	68
I.2.2.5	Le Wollaston $W_2$ . . . . .	69



	I.2.2.6	La lentille $L_2$ . . . . .	69
	I.2.2.7	Le capteur CCD . . . . .	70
I.2.3		Réalisations . . . . .	70
I.2.4		Réglages mécaniques . . . . .	71
I.2.5		Version biréfringente et achromatique . . . . .	73
	I.2.5.1	Utilisation de la biréfringence linéaire . . . . .	73
	I.2.5.2	ADONF biréfringent achromatique . . . . .	76
I.2.6		Caractéristiques : avantages et inconvénients . . . . .	78
	I.2.6.1	Aspect chromatique . . . . .	78
	I.2.6.2	Séparation du faisceau par le premier Wollaston $W_1$ . . . . .	80
	I.2.6.3	Sensibilité au fond de ciel . . . . .	80
	I.2.6.4	Résolution spatiale . . . . .	80
	I.2.6.5	Linéarité . . . . .	81
	I.2.6.6	Diffraction . . . . .	81
I.2.7		Traitement des données . . . . .	81
I.2.8		Reconstruction du front d'onde . . . . .	85
I.3		Modélisations . . . . .	88
	I.3.1	Simulations et modèles . . . . .	90
	I.3.1.1	Modèle diffractif . . . . .	91
	I.3.1.2	Modèle géométrique . . . . .	93
	I.3.1.3	Conclusion . . . . .	97
	I.3.2	Analyse du bruit . . . . .	98
	I.3.2.1	Estimation du bruit de mesure . . . . .	98
	I.3.2.2	Mesure des caractéristiques de la caméra . . . . .	103
	I.3.2.3	Mesure du bruit de l'analyseur . . . . .	103
	I.3.3	Utilisation sur une source étendue . . . . .	105
	I.3.3.1	Formule analytique de la sensibilité ( <i>centroid gain</i> ) . . . . .	105
	I.3.3.2	Conséquences sur la mesure du gradient de phase . . . . .	108
	I.3.3.3	Conséquences sur la linéarité . . . . .	109
	I.3.3.4	Conséquences sur les étoiles artificielles . . . . .	111
	I.3.3.5	Conclusion . . . . .	112
I.4		Applications . . . . .	114
	I.4.1	Linéarité de l'analyseur . . . . .	114
	I.4.2	Vérification expérimentale du comportement avec une LGS . . . . .	116
	I.4.2.1	Description de l'expérience . . . . .	116
	I.4.2.2	Protocole expérimental . . . . .	118
	I.4.2.3	Résultats . . . . .	118
	I.4.2.4	Conclusion sur l'expérience . . . . .	119
	I.4.2.5	Comparaison des performances avec un Shack-Hartman . . . . .	119
	I.4.3	Etude de miroirs et masques de phase à haute résolution . . . . .	122
	I.4.3.1	Mesure de la qualité de surface du miroir déformable ADONIS . . . . .	124
	I.4.3.2	Propriétés dérivées . . . . .	128

I.4.4	Mesure de la turbulence à haute résolution spatiale . . . . .	131
I.4.4.1	Mesures effectuées sur le télescope de 1m de l’observatoire de Meudon . . . . .	131
I.4.4.2	Mesure du profil de turbulence . . . . .	136
Conclusion	. . . . .	140
<b>II Optique Adaptative Multi-Objets</b>		<b>143</b>
II.1	Introduction . . . . .	145
II.1.1	Remarque sur la terminologie “boucle ouverte/fermée” . . . . .	146
II.1.2	EAGLE et CANARY . . . . .	147
II.1.2.1	Présentation de EAGLE . . . . .	147
II.1.2.2	CANARY, le prototype de EAGLE . . . . .	147
II.2	Présentation de la MOAO et de CANARY . . . . .	149
II.2.1	La tomographie . . . . .	149
II.2.2	Mise en oeuvre . . . . .	152
II.2.2.1	Algorithme <i>Learn and Apply</i> . . . . .	152
II.2.2.2	Filtre de boucle ouverte . . . . .	155
II.2.3	Présentation de CANARY . . . . .	157
II.2.3.1	Schéma optique général . . . . .	157
II.2.3.2	La caméra scientifique IR . . . . .	162
II.2.3.3	Informatique et électronique . . . . .	163
II.2.3.4	Les caméras ANDOR . . . . .	165
II.2.4	Pentes de référence et aberrations statiques . . . . .	169
II.2.4.1	Etalonnage de la boucle fermée . . . . .	170
II.2.4.2	Etalonnage de la MOAO en boucle ouverte . . . . .	170
II.2.4.3	Mesure des NCPA par algorithme génétique . . . . .	171
II.3	Développements réalisés pour CANARY . . . . .	178
II.3.1	Fonctions de transfert et retard pur . . . . .	178
II.3.1.1	Les limites des fonctions de transfert en optique adaptative	179
II.3.1.2	Analogique ou numérique? . . . . .	180
II.3.1.3	Fonctions de transfert entre grandeurs analogiques . . . . .	180
II.3.1.4	Fonctions de transfert entre grandeurs discrètes . . . . .	183
II.3.1.5	Fonctions de transfert . . . . .	184
II.3.1.6	Mesure des fonctions de transfert numériques . . . . .	186
II.3.1.7	Résultats . . . . .	190
II.3.1.8	Conséquences . . . . .	193
II.3.2	Mesure des matrices d’interaction . . . . .	194
II.3.2.1	Description de la méthode . . . . .	195
II.3.2.2	Influence du retard pur . . . . .	196
II.3.2.3	Influence de la sensibilité en fonction de la fréquence . . . . .	196
II.3.2.4	Vérification expérimentale . . . . .	197
II.3.2.5	Bruit et durée d’acquisition . . . . .	197

II.3.2.6	Résultats . . . . .	199
II.3.3	Calcul et prise en compte des déviations . . . . .	204
II.3.3.1	Présentation des paramètres . . . . .	204
II.3.3.2	Détermination des déviations . . . . .	206
II.3.3.3	Prise en compte de ces paramètres . . . . .	208
II.3.3.4	Influence sur les matrices de covariance . . . . .	209
II.3.4	Matrices de covariance . . . . .	212
II.3.4.1	Modèle analytique . . . . .	213
II.3.4.2	Prise en compte des déviations . . . . .	215
II.3.5	Optimisation du gain . . . . .	216
II.3.5.1	Estimation du gain optimal . . . . .	216
II.3.5.2	Gain modal . . . . .	218
II.3.5.3	Influence d'une variation de sensibilité des analyseurs . . . . .	219
II.3.5.4	Résultats expérimentaux . . . . .	220
II.4	Résultats sur banc et observations . . . . .	225
II.4.1	Estimation des performances . . . . .	225
II.4.1.1	Mesures effectuées . . . . .	225
II.4.1.2	Budget d'erreur . . . . .	227
II.4.1.3	Détermination des différentes composantes . . . . .	229
II.4.2	Effet d'une erreur sur l'estimation de l'altitude d'une couche . . . . .	233
II.4.2.1	Mesures sur banc optique . . . . .	233
II.4.2.2	Résultats . . . . .	234
II.4.2.3	Comparaison avec la GLAO et SCAO . . . . .	236
II.4.3	Recherche d'astérismes . . . . .	236
II.4.3.1	Critères . . . . .	237
II.4.3.2	Algorithme . . . . .	238
II.4.3.3	Résultats . . . . .	240
II.4.4	Observations au WHT . . . . .	240
II.4.4.1	Matrice d'interaction . . . . .	242
II.4.4.2	Variation de sensibilité des analyseurs . . . . .	242
II.4.4.3	Convergence des matrices de covariance . . . . .	244
II.4.4.4	Résultats de la MOAO sur le ciel . . . . .	248
Conclusion	. . . . .	253
Conclusion et perspectives	. . . . .	255
<b>A</b>	<b>Catalogue des astérismes</b>	<b>271</b>
<b>B</b>	<b>Liste des publications</b>	<b>277</b>

## Notation utilisées dans les parties suivantes

Afin de simplifier la lecture, voici un résumé des notations les plus couramment utilisées par la suite :

La partie entière de  $x$  est notée  $[x]$ , et sa partie décimale  $\{x\}$ .

$\langle A \rangle_t$  et  $var_t(A)$  représentent respectivement la moyenne et variance temporelle de  $A$ .

$\langle A \rangle_{x,y}$  représente la moyenne spatiale, sur  $x$  et  $y$ , de  $A$ .

La matrice de passage de l'espace de pentes à l'espace des polynômes de Zernike est notée  $M_{RZ}$ . L'opération inverse s'effectue via la matrice  $Z_{MI}$ .

### ADONF

Tout ce qui fait référence aux deux images de la sous-pupille permettant la mesure d'un gradient donné (selon  $x$  ou  $y$ ) sont notées avec les indices  $A$  et  $B$ ; l'indice  $i$  est utilisé dans les formules plus générales, et peut être remplacé par  $A$  ou  $B$ .

$N$  est l'intensité totale reçue par l'analyseur, dans la même unité que les intensités  $I_A$  et  $I_B$ . On a en particulier  $I_A + I_B = N/2$ .

$b$  représente la largeur du biseau de matériau optiquement actif.

$\theta$  est l'angle de rotation de polarisation, exprimé en degrés sauf mention contraire.

$H$  est la hauteur de l'étoile artificielle considérée et  $\Delta H$  sa longueur.

### CANARY

Les matrices d'interaction et de commande sont notées  $M_I$  et  $M_C$ .  $M_T$  est la matrice de reconstruction tomographique utilisée en MOAO pour la projection des mesures hors-axe.

$v$  représente les tensions appliquées au miroir déformable, tandis que les pentes mesurées sont notées  $s$ .

$H_{corr}$  et  $H_b$  sont les modules carré des fonctions de transfert de réjection et de transmission du bruit de la boucle d'optique adaptative.  $\tau$  y représente le retard entre le début de l'acquisition par la caméra de l'analyseur et l'application de la correction correspondante sur le miroir déformable.

Enfin, la nomenclature choisie concernant les termes de boucle ouverte/fermée engagée/désengagée est expliquée au paragraphe II.1.1 page 146. L'exposant " $d$ " s'applique aux données acquises en boucle désengagée.



-936 : l'astrologue se protège les yeux du sable et scrute le ciel pour apercevoir Sirius dans les lueurs du levant. Sitôt qu'il la verra, son pharaon pourra ordonner au Nil d'entrer en crue, apportant fertilité aux terres de son pays.

Il sait évidemment que les étoiles sont des lampes à huile accrochées à un plafond d'airain. Leur lumière vacillante et leur immobilité en sont des preuves. Enfin, certaines bougent d'une nuit à l'autre, c'est vrai. C'est étonnant d'ailleurs quand on y pense, mais la volonté des Dieux est parfois difficile à appréhender.

Comme en réponse à ses pensées blasphématoires, des rayons ardents l'obligent subitement à baisser les yeux : sur son chariot aux roues de feu, Rê vient d'apparaître à l'horizon. Avant Sirius.

Quelle importance de toute façon ? Il reviendra la nuit prochaine, et les suivantes, continuer ses inlassables observations à l'orée du désert.

2011 : Loin de la lumière des villes, sous un beau ciel d'été, les étoiles scintillent autant que 30 siècles auparavant. Pour ceux qui prennent le temps de la contempler, le charme et la fascination engendrés par cette voute céleste n'ont pas non plus changés depuis l'antiquité. Evidemment, depuis, les étoiles ont fui les abords de la Terre pour se retrouver à des années lumière, flottant dans le vide, et les *djinnns* ont depuis bien longtemps arrêté de faire le plein d'huile chaque soir : ces astres nocturnes fonctionnent depuis peu à l'énergie nucléaire. Et le scintillement ? Un simple effet de l'atmosphère, dont les fluctuations – plutôt importantes après cette chaude journée, dont le sol a gardé la mémoire – perturbent le trajet des rayons lumineux qui nous arrivent de l'espace.

Depuis quelques décennies, on s'attache d'ailleurs avec un certain succès à le corriger, afin d'améliorer les images des télescopes terrestres.

5247 : Il ferme le livre avec un sourire aux lèvres : (...) <sup>a</sup>

---

a. fin page 257









## 1 Introduction

La nuit possède un charme particulier, d'aucuns parleront d'un astre lunaire romantique ou de la majesté de la voûte céleste. Le scintillement des étoiles possède également quelque chose de réellement fascinant, apportant, que les *djinnns* égyptiens y soient ou non pour quelque chose, une touche de magie à la vision du ciel nocturne. Mystérieux et féérique.

Pour les premiers utilisateurs d'instruments astronomiques, qui n'en connaissaient pas encore la cause, et de nos jours pour les astronomes amateurs, qui eux savent en général ce qui se cache derrière le terme "turbulence", cet effet a des conséquences plus gênantes : l'objet dans l'oculaire semble onduler et se tordre à n'en plus finir, cachant les petits détails dans une valse de photons indomptable et importune. Seuls les plus patients attendront le moment où tout se fige – pour un instant seulement – avant de repartir de plus belle. Un vrai casse-tête.

Puis, ceux qui souhaitaient améliorer leurs observations, les moins patients et les plus extravagants (certains, parfois, cumulant les attributs) pensèrent aux moyens de corriger les images. De les corriger plus vite qu'elles ne se déforment. Voici maintenant environ 30 ans que la course est lancée, et il semblerait qu'on rattrape peu à peu la fautive : l'atmosphère. Un duel un peu fou ...

De même que la plupart des êtres vivants, les astronomes sont, en général, bien contents que l'atmosphère existe, pour tout un tas de bonnes raisons passablement égoïstes.

Mais ils ne l'avoueront pour rien au monde.

Ils sont même généralement les premiers à s'en plaindre : les uns car elle déforme les images, les autres parce qu'elle bloque purement et simplement les longueurs d'onde qui les intéressent. Pour ces derniers, l'unique solution consiste à envoyer des satellites,

ce qui à défaut d'être simple ne leur laisse pas le choix. Les autres peuvent également envoyer des satellites, mais vont à nouveau trouver à redire : le prix, la maintenance difficile, le diamètre limité ... aussi vont-ils pour la plupart s'entêter à construire de grands télescopes sur Terre et chercher à mesurer, à comprendre puis à corriger les effets de la turbulence atmosphérique sur les images. Ce procédé est appelé "optique adaptative".

Les premiers projets d'optique adaptative à vocation astronomique ont vu le jour dans les années 1980, en France avec COME-ON (Rousset *et al.*, 1990), avant d'équiper de nombreux grands télescopes, comme par exemple NAOS installé sur le VLT en 2001 (Rousset *et al.*, 2003). La prochaine génération de télescopes, les Extremely Large Telescopes (ELT), sont prévus pour être équipés dès leur première lumière d'une optique adaptative (Clénet *et al.*, 2009). Celle-ci néanmoins devra faire face à de nouvelles contraintes, présentées dès l'introduction et dont certains aspects sont au cœur de cette thèse.

Après une brève présentation de la turbulence atmosphérique et de ses effets sur la dégradation des images, suivie d'un paragraphe à propos des polynômes de Zernike, cette introduction s'intéresse au fonctionnement général de l'optique adaptative et ses évolutions nécessaires en vue des prochains télescopes. La volonté de pouvoir observer plusieurs sources simultanées à l'intérieur d'un champ très large (une dizaine de minutes d'arc) a en effet conduit au concept d'*optique adaptative multi-objets* (Gendron *et al.*, 2005), ou MOAO, modifiant le schéma classique de correction utilisé jusqu'ici. Pour terminer, quelques rappels sont donnés concernant les matrices de covariance des mesures de turbulence atmosphérique, utilisées à plusieurs reprises de ce manuscrit.

La thèse se découpe ensuite en deux parties. La première présente les résultats obtenus sur un analyseur de surface d'onde, ADONF (Gendron *et al.*, 2007; Gendron *et al.*, 2010a), développé ces dernières années à l'observatoire de Meudon. La motivation était la réalisation d'un analyseur linéaire. Son principe de fonctionnement est tout d'abord décrit en détail, avant de présenter la façon de choisir les éléments optiques le constituant en fonction de l'utilisation prévue ; les réglages d'alignement des optiques sont également décrits. Ses caractéristiques sont ensuite étudiées en détail, notamment sa linéarité, mais également son comportement vis à vis de son utilisation sur une source étendue, et enfin, sont présentées des formules permettant d'estimer son bruit de mesure, permettant de comparer ses performances à celles d'autres analyseurs. Pour terminer, des résultats d'observations effectuées sur banc optique et sur le ciel sont présentées, les premiers permettant de vérifier expérimentalement les résultats théoriques obtenus précédemment, et d'autres mettant en valeur certaines des utilisations potentielles d'ADONF pour lesquelles ses qualités particulières sont exploitées.

La seconde partie s'intéresse à l'optique adaptative multi-objets, présentée dans cette introduction, sur laquelle s'appuie le projet d'optique adaptative EAGLE (Rousset *et al.*, 2010a) pour l'ELT européen. Ce projet est tout d'abord présenté dans les grandes lignes, avant de s'intéresser à son prototype CANARY (Gendron *et al.*, 2010b), sur lequel les

données expérimentales présentées dans cette thèse ont été acquises. Le fonctionnement de la MOAO est ensuite abordé, et en particulier l'algorithme *learn and apply* (Vidal *et al.*, 2010b) utilisé, puis le banc CANARY est décrit en détail ainsi que son étalonnage. Concernant ce dernier aspect, un algorithme original est proposé pour l'estimation des NCPA (Not Common Path Aberrations). La partie suivante s'intéresse à des mesures et développements effectués sur CANARY. Les premières consistent à caractériser le système par l'étude des fonctions de transfert et la détermination des *déviations* entre les quatre analyseurs utilisés sur le banc. Des apports sont ensuite proposés concernant une méthode rapide de mesure de matrices d'interaction par détection synchrone, ainsi qu'une méthode analytique pour le calcul des matrices de covariance. Une méthode d'optimisation de gain, modale ou non, est ensuite exposée avec les résultats associés obtenus sur banc optique. Pour terminer, après avoir détaillé la méthode d'estimation du budget d'erreur en MOAO, différents résultats sont présentés : tout d'abord, l'étude de l'effet d'une erreur d'estimation de l'altitude d'une couche turbulente sur les performances de correction, puis des résultats d'observation sur le ciel. Ces derniers ont été obtenus au WHT où CANARY a été installé pendant huit nuits en 2010, et concernent la mesure de matrices d'interaction sur le ciel, l'estimation de la convergence des matrices de covariance des pentes mesurées, et l'étude des performances de la correction en MOAO. Je présente également la méthode de recherche des astérisques ayant servi de cibles lors de cette campagne d'observation.

## 2 L'imagerie astronomique

### 2.1 Présentation

L'observation d'un objet ponctuel par un instrument astronomique produit une tache de diffraction à son foyer, dépendant de la forme de sa pupille ; celle-ci peut être décrite, dans le cas d'une optique parfaite sans aberrations et d'un éclairement uniforme, par la fonction :

$$P(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{sur la pupille} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1)$$

On peut déterminer à partir de celle-ci la répartition de la lumière dans le plan focal, appelée aussi fonction d'étalement de point (FEP), par transformée de Fourier :

$$FEP(x, y) = |TF [P(u, v)]|^2 \quad (2)$$

L'image  $I_O(x, y)$  de n'importe quel objet obtenu avec l'instrument considéré sera alors donnée par le produit de convolution de cette fonction avec l'image idéale  $O(x, y)$  de l'objet sans diffraction :

$$I_O(x, y) = FEP(x, y) \otimes O(x, y) \quad (3)$$

La diffraction impose ainsi une limite de résolution au télescope dépendant de la FEP, et donc de la dimension de son ouverture. Pour un télescope possédant une pupille



FIGURE 1 – A gauche : tache de diffraction obtenue sur un instrument possédant une pupille circulaire (lunette), appelée tache d’Airy. A droite, tache de diffraction d’un instrument possédant une obstruction centrale de 28.5% (obstruction du WHT, sur lequel a été testé CANARY, voir partie II) : la forme reste similaire, mais l’intensité du premier anneau est renforcée.

circulaire de diamètre  $D$  telle que :

$$P(u, v) = 1 \text{ pour } \sqrt{u^2 + v^2} \leq D/2 \quad (4)$$

on peut montrer que la fonction d’étalement de point est une tache d’Airy de diamètre angulaire dépendant de la longueur d’onde  $\lambda$  :

$$\alpha_{Airy} = \frac{\lambda}{D} \text{ (rad)} \quad (5)$$

La tache d’Airy obtenue est représentée à gauche sur la figure 1. L’obturation centrale présente sur les télescopes modifie légèrement cette figure, renforçant en particulier le premier anneau, comme le montre l’image de droite.

En raison de la convolution de l’image par la FEP évoqué plus haut, l’angle  $\alpha_{Airy}$  définit alors la limite de résolution angulaire théorique d’un instrument à pupille circulaire.

En pratique, cette résolution maximale est sérieusement restreinte par l’atmosphère, dont le phénomène de turbulence dégrade la qualité des images obtenues.

## 2.2 La turbulence

Si les voyages en avion tendent à donner un sens particulièrement désagréable à ce terme, il s’agit en réalité de quelque chose de bien plus général, traduisant en physique

des fluides l'un des comportement possibles d'un écoulement (l'autre étant appelé "laminaire"). Celui-ci possède la propriété d'avoir une vitesse en tout point tourbillonnaire, lui donnant une apparence complexe et une évolution difficile à prévoir. Le phénomène de turbulence en soi est étudié depuis longtemps : Léonard de Vinci s'y serait penché il y a cinq siècles environ – il pourrait même être à l'origine du mot "turbulence" –, et, si on en comprend maintenant bien les causes, l'étude en reste complexe et constitue un problème important en mécanique des fluides.

Le mode d'écoulement d'un fluide est déterminé par le nombre de Reynolds. Celui-ci donne une estimation du rapport entre l'intensité des forces de convection et de viscosité agissant sur lui, la première favorisant l'apparition de turbulences, l'autre au contraire tendant à dissiper l'énergie du fluide au niveau moléculaire, faisant ainsi tendre l'écoulement vers un régime laminaire. Ce nombre est défini de la façon suivante :

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (6)$$

$V$  et  $L$  représentant ici les vitesses et dimensions caractéristiques de l'écoulement, et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. Cette viscosité possédant une valeur très faible pour l'air ( $\nu_{air} = 1.57 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$  à 300K), le nombre de Reynolds prend facilement des valeurs très supérieures à l'unité dans ce milieu, traduisant le comportement facilement turbulent de l'atmosphère. On peut estimer à partir de cette formule une échelle limite en dessous de laquelle ce comportement cesse : en supposant des vitesses liées à la dimension de l'écoulement dans le tourbillon considéré, on trouve qu'avec  $V \approx 1cm/s$  et  $L \approx 1cm$ , le nombre de Reynolds s'approche de l'unité, et c'est à cette échelle seulement que les forces de viscosité vont avoir un effet appréciable, dissipant l'énergie cinétique en chaleur.

### Conséquences pour les observations astronomiques

L'indice de réfraction de l'air dépend de la température et de la pression à l'endroit considéré. Les mouvements turbulents de l'atmosphère évoqués précédemment provoquent un mélange de couches d'air à différentes températures, provoquant des fluctuations spatiales rapides de température, et donc de l'indice correspondant.

Le front d'onde – plan à l'origine, provenant d'un objet céleste – traversant l'atmosphère subit alors des avances ou retards de phase proportionnels au chemin optique suivi et donc à l'indice de réfraction rencontré. A son arrivée sur le télescope, le front d'onde est ainsi déformé, et l'image formée par le télescope n'est plus une tache d'Airy telle que décrite au paragraphe précédent.

On peut écrire sous la forme d'une transformée de Fourier l'intensité dans le plan focal dépendant de la phase  $\varphi(u, v)$  :

$$I(x, y) = |TF [exp(i\varphi(u, v)) P(u, v)]|^2 \quad (7)$$



FIGURE 2 – Images obtenues avec un télescope en présence de turbulence atmosphérique : à gauche une image courte pose, présentant des *speckles*, à droite une image longue pose. La lumière s'étale sur un diamètre angulaire donnée  $\alpha_{turbu}$  relié au paramètre de Fried  $r_o$

On obtiendra alors des images telles que celles présentées sur l'image de gauche de la figure 2 : la FEP est déformée par la présence de la turbulence, les taches lumineuses formées sont appelées *speckles* (ou *tavelures*, en français). Si une pose très courte – quelques dizaines de millisecondes – permet d'observer ce type de figure, une pose plus longue en fera apparaître une moyenne spatiale, telle que présentée sur l'image de droite de la figure 2.

On peut introduire ici le paramètre de Fried (Fried, 1966),  $r_o$ , que l'on peut relier à l'angle sur lequel s'étale la lumière en raison de la turbulence :

$$\alpha_{turbu} = \frac{\lambda}{r_o} \quad (8)$$

Par analogie avec la formule 5, on peut considérer  $r_o$  comme étant le diamètre du télescope qui donnerait une résolution équivalente à celle obtenue avec un instrument de diamètre infini en présence de turbulence. Il caractérise l'influence de la turbulence sur la résolution maximale atteignable par le télescope et il peut se calculer en fonction de l'angle zénithal  $\gamma$  :

$$r_o = \left( 0.423 \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \frac{1}{\cos(\gamma)} \int C_n^2(h) dh \right)^{-3/5} \quad (9)$$

le paramètre  $C_n^2(h)$ , appelé "constante de structure de l'indice de réfraction", traduit l'amplitude de la turbulence en fonction de l'altitude  $h$ .

### Statistique de Kolmogorov

Un phénomène intéressant se produisant dans les écoulements turbulents est celui

de la cascade d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles : en raison de non linéarités dans les équations du mouvement (terme en  $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) \cdot \vec{v}$  dans l'équation de Navier-Stokes), les tourbillons se scindent successivement en structures de plus en plus petites, processus qu'il est facile de constater pour des tourbillons à la surface de l'eau par exemple. Une étude statistique de ce phénomène a été réalisée pour la première fois par Kolmogorov en 1941, et celui-ci a montré que, dans l'hypothèse d'une turbulence homogène et isotrope, la densité spectrale de puissance tridimensionnelle des fluctuations d'indice qu'elle engendre peut s'écrire :

$$\Phi_{\Delta n}^K(k) = 0.033(2\pi)^{-2/3} C_n^2(h) k^{-11/3} \quad (10)$$

Le spectre de Kolmogorov n'est en réalité valable que sur un certain intervalle, encadré par les fréquences associées aux longueurs  $l_o$ , dite *échelle interne*, et à l'*échelle externe*  $L_o$ . Ces deux grandeurs sont particulièrement difficiles à caractériser dans le cadre d'un écoulement atmosphérique ; on s'accorde généralement pour donner un ordre de grandeur de 10 à 100m pour  $L_o$ , imposée en théorie par la dimension globale de l'écoulement, et une dimension de l'ordre du centimètre pour  $l_o$ , échelle où les tourbillons disparaissent sous l'effet de la viscosité tel qu'évoqué plus haut. Entre deux s'étend le domaine dit *inertiel* dans lequel la turbulence est pleinement développée et obéit à la statistique de Kolmogorov.

Afin de tenir compte de ces échelles, le spectre de Von Karmann est souvent utilisé :

$$\Phi(k) = 0.033(2\pi)^{-2/3} C_n(h)^2 \left( k^2 + \frac{1}{L_o^2} \right)^{-11/6} \exp(-(k l_o)^2) \quad (11)$$

On retrouve dans ce spectre le comportement déterminé par Kolmogorov pour  $k \in [1/l_o, 1/L_o]$ , tandis que ce spectre chute pour les hautes fréquences (traduisant la dissipation d'énergie par viscosité aux petites échelles) et sature aux basses fréquences (traduisant la présence d'une échelle externe). La prise en compte de cette dernière en particulier est importante physiquement, car le spectre de Kolmogorov donné par l'équation 10 diverge pour les grandes échelles et n'est pas intégrable (il renferme donc une énergie infinie).

Pour terminer, en faisant l'hypothèse que l'effet de la diffraction de Fresnel due à la turbulence est négligeable devant celui de la fluctuation de phase, c'est-à-dire en se plaçant dans l'approximation de champs proches (Rodier, 1981), on peut écrire les variations de phase induite par chaque couche de turbulence de la façon suivante :

$$\varphi_h(u, v) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n_h \quad (12)$$

Ceci permet de déterminer un autre paramètre primordial pour la caractérisation de la turbulence : la fonction de structure de phase, qui nous intéressera particulièrement



dans les prochains chapitres par rapport aux matrices de covariance des pentes. Cette fonction caractérise la variance spatiale de la phase et est définie comme suit :

$$D_\varphi(\vec{r}) = \langle (\varphi(\vec{x}) - \varphi(\vec{x} + \vec{r}))^2 \rangle \quad (13)$$

On peut écrire grâce aux équations précédentes :

$$dD_{\varphi,h}(r) = 2.91 \frac{4\pi^2}{\lambda^2} C_n^2(h) r^{5/3} dh \quad (14)$$

Ce qui, dans le cas d'une turbulence de Kolmogorov (homogène et isotrope) pleinement développée, peut s'intégrer en :

$$D_\varphi(r) = 6.88 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{5/3} \quad (15)$$

Le spectre de puissance bidimensionnel des fluctuations de phase s'écrit alors simplement :

$$W_\varphi^K(k) = 0.023 r_o^{-5/3} k^{-11/3} \quad (16)$$

### 2.3 Métriques

Afin de caractériser l'impact de la turbulence, et potentiellement les performances d'une correction, il est nécessaire de pouvoir estimer l'amplitude des fluctuations de la phase et la qualité de l'image obtenue. Ces deux grandeurs sont caractérisées respectivement par la variance de phase et le rapport de Strehl.

#### Variance de phase

Cette grandeur caractérise l'amplitude des variations temporelles de la phase. Elle peut aussi bien s'appliquer à la phase turbulente  $\varphi$  qu'à la phase mesurée après correction par optique adaptative, appelée alors phase résiduelle  $\varphi^{res}$ . Le rapport entre les deux permet alors de caractériser les performances de la correction utilisée.

La variance de phase  $\sigma_\varphi^2$  peut s'écrire de la façon suivante :

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{1}{S} \iint_{pupille} (\varphi(u,v) - \langle \varphi(u,v) \rangle_{u,v})^2 du dv \quad (17)$$

#### Rapport de Strehl

Les figures 1 et 2 représentent des exemples de FEP obtenues avec un télescope, respectivement dans un cas idéal ( $FEP_{th}$ ) et en présence de turbulence. Le rapport de Strehl est défini comme étant le rapport de l'intensité normalisée sur l'axe optique entre ces deux images, que l'on peut écrire :

$$S = \frac{FEP(0)}{FEP_{th}(0)} \quad (18)$$

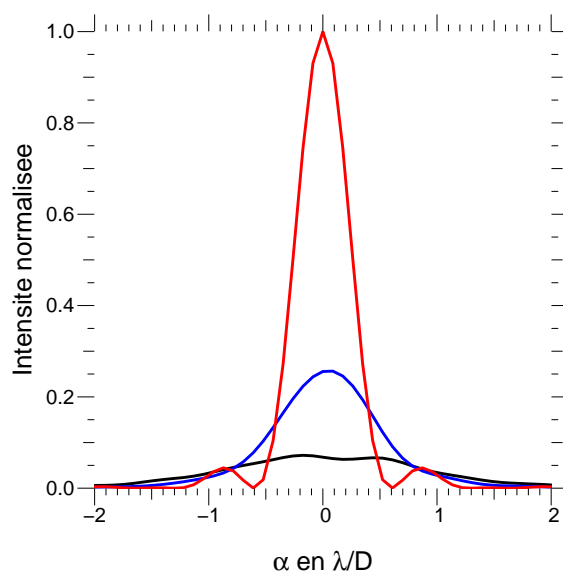


FIGURE 3 – Coupe d'une  $FEP_{th}$  pour un télescope parfait possédant 28.5% d'obstruction centrale (en rouge), et de deux  $FEP$  correspondant à un Strehl de 25% (en bleu) et 8% (en noir).

Le graphique 3 représente des coupes d'images, en rouge pour une tache de diffraction ( $FEP_{th}$ ) d'un télescope possédant 28.5% d'obstruction centrale, en bleu pour une tache de seeing à 25% de Strehl, en noir pour une tache de seeing à 8% de Strehl (correspondant à l'image de la figure 2).

La détermination expérimentale du rapport de Strehl à partir d'une image est en particulier sensible au fond, qui doit être soigneusement pris en compte.

Enfin, pour une image possédant un bon rapport de Strehl, on peut établir une relation entre celui-ci et la variance de phase exprimée en  $rad^2$  de la façon suivante :

$$S \approx \exp(-\sigma_\varphi^2) \quad (19)$$

## 2.4 Les polynômes de Zernike

La description des fronts d'onde, qu'ils soient turbulents ou provoqués par un miroir, est largement facilitée par l'utilisation des polynômes de Zernike (Zernike, 1934). Ceux-ci sont largement utilisés en optique adaptative, car ils cumulent de nombreux avantages, à commencer par leur support circulaire, adapté aux miroirs des télescopes. Des propriétés intéressantes de projection et de dérivation tirées de (Noll, 1976) sont ensuite présentées, ainsi que quelques résultats particuliers obtenus dans le cadre de l'étude de la turbulence dans cet espace.

### 2.4.1 Expression générale

Les polynômes de Zernike sont définis sur un cercle unité, et on peut les écrire sous la forme suivante, en notant  $r$  la distance radiale :

$$\left. \begin{aligned} Z_{i \text{ pair}}(r, \theta) &= \sqrt{2(n+1)} R_{n,m}(r) \cos(m\theta) \\ Z_{i \text{ impair}}(r, \theta) &= \sqrt{2(n+1)} R_{n,m}(r) \sin(m\theta) \\ Z_i(r, \theta) &= \sqrt{n+1} R_{n,0}(r) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{pour } m \neq 0 \\ \text{pour } m = 0 \end{array} \quad (20)$$

avec :

$$R_{n,m} = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2 - s]! [(n-m)/2 - s]!} \quad (21)$$

Ces polynômes font intervenir deux paramètres  $n$  et  $m$ , respectivement l'ordre radial et la fréquence azimutale. Chaque ordre radial comporte  $n+1$  mode azimutal.

Selon les auteurs, leur notation fait intervenir ces deux nombres ( $Z_n^m$ ) ou un simple indice ( $Z_i$ ), correspondant à un classement par  $n$  et  $m$  croissants. Par habitude, on note le premier polynôme de Zernike (associé au mode *piston*)  $Z_0^0$  ou  $Z_1$ .

### 2.4.2 Une base orthonormée

Les polynômes de Zernike forment une base orthogonale normée, c'est-à-dire que :

$$\frac{1}{\pi} \int_{r \leq 1} Z_i Z_j d^2r = \delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (22)$$

Cette propriété permet une projection d'un front d'onde quelconque dans cet espace, et inversement, en utilisant les formules :

$$a_i = \frac{1}{\pi} \int_{r \leq 1} \varphi(r, \theta) Z_i(r, \theta) d^2r \quad (23)$$

$$\varphi(r, \theta) = \sum_i a_i Z_i(r, \theta) \quad (24)$$

La linéarité de ces équations permet de définir des matrices de passage de l'espace des mesures de phase  $\varphi^{mes}$  à un sous-espace des polynômes de Zernike (la dimension du sous-espace étant déterminé par la taille de la matrice). Pour cela on peut tout d'abord déterminer les mesures  $\varphi_i^{mes}$  de l'analyseur considéré correspondant à chaque polynôme  $Z_i(r, \theta)$ , avant de regrouper ces valeurs en une matrice  $Z_{MI}$  :

$$Z_{MI} = [[\varphi_i^{mes}]] \quad (25)$$

Le passage de l'espace des polynômes de Zernike à l'espace des mesures s'écrit alors :

$$\varphi^{mes} = Z_{MI} \cdot [a_i] \quad (26)$$

Cette matrice  $Z_{MI}$  peut être inversée au sens de l'inverse généralisé, permettant alors d'obtenir une matrice de passage des mesures vers l'espace des polynômes de Zernike, permettant une projection rapide des mesures :

$$[a_i] = M_{RZ} \cdot \varphi^{mes} \quad (27)$$

Cette projection et les notations associées seront utilisées à plusieurs reprises dans la seconde partie, en particulier car la variance de phase s'exprime très simplement dans l'espace des polynômes de Zernike par la somme quadratique des coefficients (mode piston excepté) :

$$\begin{aligned} \sigma_\varphi^2 &= \frac{1}{S} \iint_{r \leq 1} \varphi^2(r) - \langle \varphi^2(r) \rangle_r dr \\ &= \sum_i \langle a_i^2 \rangle - \langle a_1^2 \rangle = \sum_{i \geq 2} \langle a_i^2 \rangle \end{aligned} \quad (28)$$

### 2.4.3 Des propriétés de dérivation intéressantes

On peut montrer qu'il existe une relation de récurrence concernant les dérivées des fonction  $R_{n,m}$ . A partir de là, il est possible d'écrire d'une façon générale la valeur du gradient d'un polynôme comme une combinaison linéaire des polynômes de Zernike :

$$\begin{cases} \frac{\partial Z_i}{\partial x} = \sum_j \gamma_{i,j}^x Z_j \\ \frac{\partial Z_i}{\partial y} = \sum_j \gamma_{i,j}^y Z_j \end{cases} \quad (29)$$

Les règles de calcul des coefficients  $\gamma_{i,j}^{x/y}$  sont détaillées dans l'article de Noll (Noll, 1976), permettant d'établir des matrices de passage entre les polynômes de Zernike et leurs dérivées.

Cet aspect est particulièrement intéressant si on considère que bon nombre d'analyseurs sont sensibles à la dérivée du front d'onde : la projection de leurs mesures sur les polynômes de Zernike permet de reconstruire très facilement la phase dans cette même base, par simple multiplication matricielle.

### 2.4.4 Application à l'étude de la turbulence

Les polynômes de Zernike sont ainsi à support circulaire, particulièrement adaptés aux miroirs classiques, et forment une base dans laquelle les premiers modes possèdent en outre l'avantage de correspondre à des aberrations clairement identifiées (tip-tilt, focus, astigmatisme). Les propriétés de dérivations permettent, comme évoqué dans la partie précédente, la reconstruction d'une surface d'onde à partir de ses dérivées.

D'autres propriétés encore sont très utiles, telles que la covariance des coefficients des polynômes de Zernike dans le cas d'une turbulence de Kolmogorov. On peut montrer (Noll, 1976) que celle-ci vaut, pour  $n$  et  $n' \neq 0$  :

$$\begin{aligned} \langle a_{n,m} a_{n',m} \rangle &= 2.2698 \frac{(-1)^{(n+n'-2m)/2} \sqrt{(n+1)(n'+1)} \Gamma\left(\frac{n+n'-5/3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-n'+17/3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n'-n+17/3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n+n'-17/3}{2}\right)} \left(\frac{D}{r_o}\right)^{5/3} \\ \langle a_{n,m} a_{n',m'} \rangle &= 0 \text{ pour } m \neq m' \end{aligned} \quad (30)$$

Cette propriété sera utilisée dans la partie II pour l'évaluation du paramètre  $r_o$  à partir des mesures de phase turbulente.

D'autre part, le développement de cette équation pour  $n = n'$  permet de déterminer la covariance d'un coefficient  $a_{n,m}$  associé à une phase turbulente (Conan, 1994) :

$$\sigma_{a_{n,m}}^2 \sim \left(\frac{D}{r_o}\right)^{5/3} (n+1)^{-11/3} \quad (31)$$

Cette dépendance en  $(n+1)^{-11/3}$  est importante car elle montre que l'énergie contenue dans les polynômes de Zernike décroît fortement avec l'ordre  $n$  de ceux-ci : cette base présente ainsi l'avantage d'avoir ses modes classés par énergie contenue décroissante. La projection sur un nombre (relativement) limité de polynômes est alors légitime puisque la majeure partie de l'énergie se situe dans les bas ordres, et on cherchera en optique adaptative à corriger ceux-ci en priorité.

### 3 L'optique adaptative

#### 3.1 Principes généraux

Comme le montre la figure 2 à droite, une acquisition longue pose sur un télescope fait apparaître, en raison de la turbulence, une convolution de l'image par une gaussienne de largeur à mi-hauteur  $\lambda/r_o$  (Fried, 1966). Il est ensuite impossible de retrouver à partir de celle-ci les informations à haute fréquence que le télescope aurait rendues disponibles autrement. Une première solution consiste à prendre une succession de poses très courtes (voir figure 2 à gauche), "figeant" la turbulence, à partir desquelles une analyse permet de reconstituer l'information présente dans l'image (technique d'*interférométrie des tavelures*). Cette technique n'est évidemment pas facile à mettre en oeuvre pour des objets peu lumineux.

L'optique adaptative consiste quant à elle à corriger en temps réel la turbulence à l'aide d'un miroir déformable, avant l'acquisition par la caméra.

#### Le miroir déformable

Ces miroirs reposent sur des principes de fonctionnement très variés, mais leur objectif reste identique : ils doivent pouvoir prendre la forme souhaitée, dans la limite

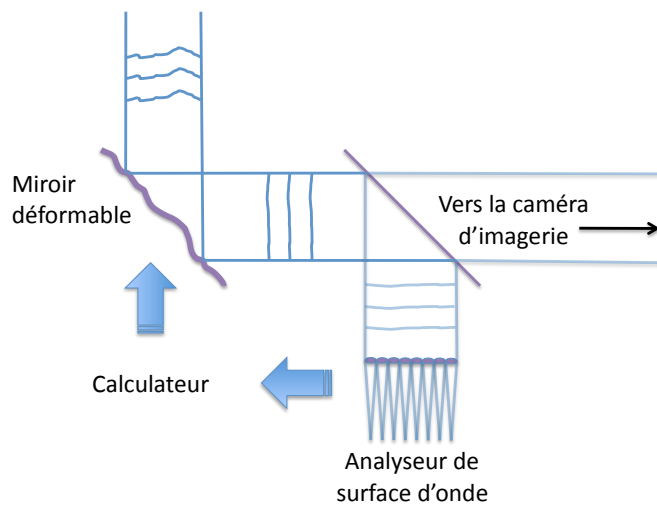


FIGURE 4 – Schéma de principe de l'optique adaptative : le front d'onde perturbé (en haut) arrive sur le miroir déformable effectuant la correction. Le faisceau est ensuite séparé en deux, une partie allant vers la caméra d'imagerie (ou un autre instrument scientifique) tandis que l'autre est envoyée vers l'analyseur de surface d'onde, dont les mesures vont servir au calculateur pour piloter le miroir déformable.

de course disponible (généralement quelques micromètres), et dans la limite du nombre d'actionneurs présents (quelques dizaines à un millier environ à l'heure actuelle).

On trouve en particulier des miroirs déformables piezo-stack, utilisant des barreaux de matériau piezoélectrique collés à une plaque réfléchissante. Ces miroirs sont linéaires par rapport aux tensions appliquées, mais possèdent un effet d'hystérésis prononcé.

D'autres modèles existent, tels que :

- les miroirs bimorphes, utilisant deux feuilles de matériau piezoélectrique collées de part et d'autre d'électrodes.
- les miroirs électrostatiques, utilisant la force d'attraction entre deux électrodes chargées, l'une collée au miroir, l'autre placée sur une surface fixe. Ce type de miroir a une réponse quadratique par rapport à la tension appliquée.
- les miroirs magnétiques, pour lesquels les électrodes consistent en des aimants, plus ou moins repoussés par le champ induit dans des bobines placées en dessous.

### Une boucle d'asservissement

Le miroir déformable effectuant la correction est commandé de façon à compenser au mieux la turbulence, c'est-à-dire en réduisant la variance de phase arrivant sur la caméra d'imagerie. Pour mener à bien cette correction, la phase est mesurée par un analyseur de surface d'onde, dont les données vont permettre au *calculateur temps réel* de déterminer la commande à appliquer au miroir déformable. Le principe de fonctionnement de quelques analyseurs est donné au paragraphe 3.2.

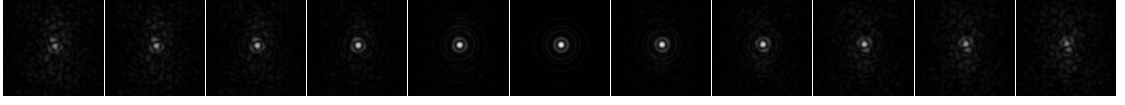


FIGURE 5 – Représentation de l'effet d'anisoplanétisme pour une observation sur un télescope de 1m avec une couche turbulente située à 10km, de  $r_o = 10cm$  à  $\lambda = 500nm$ . La simulation montre ici la FEP à court temps de pose d'une étoile corrigée par une optique adaptative idéale à l'aide des mesures effectuées à différentes distances de celle-ci, comprise entre  $-1''$  et  $+1''$ ; pour l'image au centre la correction est effectuée à partir des mesures sur l'axe.

D'une façon générale, l'analyseur est placé derrière le miroir et mesure ainsi la correction qu'il reste à effectuer. Soit parce que la turbulence a évolué, soit parce que le miroir déformable n'a pas exactement effectué la correction souhaitée. Sans doute même un peu des deux. Ce fonctionnement, en *boucle fermée*, fait mesurer à l'analyseur la phase restant à corriger, et ainsi la variation de correction à appliquer au miroir déformable. Ce fonctionnement comporte beaucoup d'avantages : le miroir déformable est vu par l'analyseur, rendant possible de corriger un éventuel défaut de modélisation de celui-ci, et les fronts d'onde mesurés par l'analyseur sont de faible amplitude, permettant à ce dernier de s'affranchir de possibles non-linéarités à de plus grandes échelles.

En fonctionnant à une fréquence compatible avec la vitesse d'évolution de la turbulence et la résolution de l'analyseur, soit typiquement quelques centaines de Hertz, la boucle d'asservissement compense la turbulence, permettant d'acquérir une image de meilleure qualité.

### Anisoplanétisme et couverture de ciel

Afin d'acquérir un objet scientifique, l'optique adaptative nécessite une étoile à proximité pour effectuer la mesure de surface d'onde. Plus celle-ci sera éloignée, plus la différence sera grande entre la turbulence mesurée et celle à corriger, puisque la lumière des deux objets aura traversé des parties différentes d'atmosphère, causant une erreur dite d'anisoplanétisme. La figure 5 représente l'influence de cette erreur en fonction de l'éloignement entre l'objet à corriger (une étoile en l'occurrence) et la source sur laquelle les mesures sont effectuées.

On peut définir un angle, dit d'isoplanétisme (Fried, 1982), par la formule suivante :

$$\theta_o = \left( 2.91 \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \int_0^\infty C_n^2(h) h^{5/3} dh \right)^{-3/5} = 0.314 \frac{r_o}{\bar{h}} \quad (32)$$

en notant  $\bar{h}$  l'altitude moyenne, pondérée par le profil de turbulence :

$$\bar{h} = \left( \frac{\int_0^\infty C_n^2(h) h^{5/3} dh}{\int_0^\infty C_n^2(h) dh} \right)^{3/5} \quad (33)$$

Cette formule donne l'angle entre deux directions pour lesquelles la différence de variance de phase est de  $1 \text{ rad}^2$ . On constate que cet angle est généralement très petit ; avec des ordres de grandeur courants de  $r_o \sim 50 \text{ cm}$  (en proche IR) et  $\bar{h} \sim 10 \text{ km}$ , on trouve  $\theta_o \sim 10''$ . Ainsi la distance maximale de l'étoile guide à l'objet se trouve fortement limitée.

Malheureusement, le fonctionnement à haute fréquence de la boucle d'asservissement implique une utilisation de courts temps de pose pour l'analyseur, et donc restreint son utilisation à des étoiles relativement lumineuses. En conséquence, la surface du ciel sur laquelle il est possible de trouver une étoile brillante assez proche pour obtenir une correction satisfaisante se trouve limitée.

Afin de pallier ce problème, certains observatoires s'équipent depuis quelques années d'étoiles LASER, faisant office d'étoiles artificielles (Foy et Labeyrie, 1985).

### Les étoiles artificielles

Il en existe actuellement de deux sortes : les étoiles LASER Rayleigh et les étoiles LASER sodium.

Les premières consistent à envoyer un rayon LASER, de préférence de courte longueur d'onde afin de profiter de la diffusion Rayleigh atmosphérique, renvoyant une partie de la lumière émise. Ce procédé nécessite une synchronisation des analyseurs avec les impulsions lumineuses générées afin d'effectuer la mesure au moment où le faisceau se trouve à l'altitude souhaitée.

Les étoiles artificielles au sodium profitent quant à elles de la couche de sodium présente dans la haute atmosphère terrestre (à 90km d'altitude environ) pour fonctionner (Foy et Labeyrie, 1985) : la longueur d'onde du LASER est accordée sur la raie D2 du sodium, de façon à être absorbée puis re-émise par les atomes en question, formant ainsi la source lumineuse souhaitée.

Ces étoiles artificielles peuvent être utilisées avantageusement dans les configurations où il n'y a pas d'étoile guide satisfaisante pour faire fonctionner l'optique adaptative. Cependant, outre la difficulté de mise en oeuvre de ce procédé (puissance LASER requise, orientation, acquisition), celui-ci souffre de plusieurs inconvénients :

- la position de ces étoiles dans le ciel évolue avec la turbulence, en raison du trajet "aller" dans l'atmosphère. Il en résulte que ces étoiles ne permettent pas de corriger le mode de basculement (Rigaut et Gendron, 1992) (ou *tip-tilt*, voir chapitre 2.4), et que l'acquisition de données complémentaires sur une étoile naturelle est nécessaire. De plus, le profil de la couche de sodium entre 85 et 95km d'altitude est sujette à des variations rapides dont le spectre se rapproche de celui de la turbulence, rendant la mesure de la défocalisation problématique, et engendrant des variations de sensibilité des analyseurs (voir I.3.3.4 pour ADONF).
- La source se situant dans l'atmosphère, l'ensemble de celle-ci n'est pas traversé par la lumière issue de l'étoile artificielle (ceci est particulièrement vrai pour les étoiles



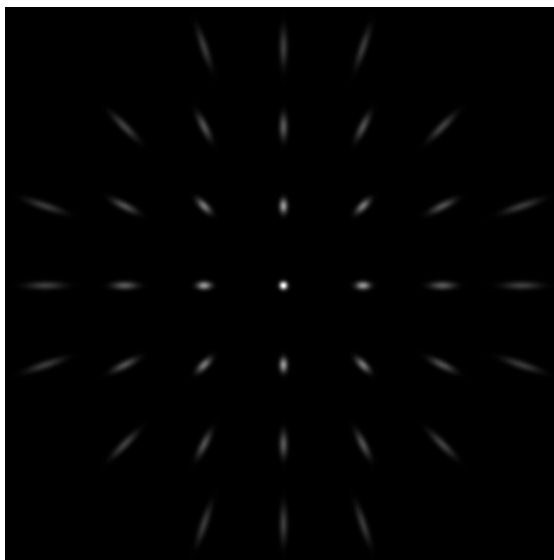


FIGURE 6 – Simulation de l'image observée par un analyseur de Shack-Hartmann pour une étoile artificielle vue sous un angle de 5'' d'arc en bord de pupille et de diamètre 1''. Sur les pupilles périphériques, l'étalement de la lumière et la baisse d'intensité mesurée par pixels diminue le rapport signal à bruit de l'analyseur.

Rayleigh, située à plus basse altitude que les étoiles artificielles au sodium)

- Un autre effet de la proximité de la source est l'effet de cône (Foy et Labeyrie, 1985) : l'atmosphère "vue" par l'étoile artificielle varie en fonction de l'altitude par un effet purement géométrique, l'empreinte de la pupille à une altitude donnée dans le cas d'une observation d'étoile artificielle étant systématiquement plus petite que celle obtenue par une étoile naturelle.
- L'extension spatiale de cette source, due à l'épaisseur de la couche de sodium ou au déplacement du faisceau lumineux pendant l'acquisition pour l'étoile Rayleigh, provoque une diminution du rapport signal sur bruit des mesures à certains endroits de la pupille.

Sur un Shack-Hartmann par exemple, présenté succinctement à la partie 3.2, l'observation d'une étoile artificielle conduit à des mesures telles que celles présentées sur la figure 6. Les sous-pupilles en bord de pupille, pour lequel le flux lumineux est étalé sur plusieurs pixels, réalisent des mesures plus bruitées que les sous-pupilles centrales, où la position du spot est mieux déterminée.

- Certains analyseurs peuvent capter de la lumière, diffusée par l'atmosphère à proximité du télescope, qui ne leur était pas destinée. Cet effet, dit *fratricide*, perturbe une partie des mesures (Gratadour *et al.*, 2010; Wang *et al.*, 2010)

### L'Optique Adaptative MultiConjuguée (MCAO)

En optique adaptative classique (parfois appelée SCAO, pour *Single Conjugated*

*Adaptive Optics*, le miroir déformable est conjugué à une altitude proche de l'ouverture du télescope, où la turbulence est généralement prépondérante. Cette couche au sol est alors corrigée au mieux par le miroir, mais l'erreur d'anisoplanétisme évoquée plus haut limite ensuite les performances de l'optique adaptative en raison des couches turbulentes situées en altitude.

Une solution consiste à utiliser plusieurs miroirs déformables, chacun conjugué avec une couche turbulente, optimisant ainsi la correction pour chacune d'elle ; ce procédé est appelé *optique adaptative multi-conjuguée* (MCAO (Beckers, 1988)) et permet d'améliorer sensiblement le champ de correction (typiquement 2' sur les télescopes actuels) en utilisant plusieurs sources réparties dans celui-ci. Le démonstrateur MAD (Multi-Conjugate Adaptive Optics Demonstrator) a récemment été testé sur le VLT (Marchetti *et al.*, 2007).

### L'Optique Adaptative pour basse couche (GLAO)

Si, comme précédemment, on utilise plusieurs étoiles guides réparties dans le champ, mais que seule la couche au sol est corrigée (à l'aide d'un seul miroir déformable), on parle alors de GLAO, pour *Ground Layer Adaptive Optics* (Rigaut, 2002). Cette couche de turbulence étant souvent prépondérante par rapport aux couches en altitude, sa correction améliore sensiblement les performances de l'instrument, sur un champ de quelques minutes d'arc. Ceci a été testé avec succès en 2008 au Multiple Mirror Telescope (Milton *et al.*, 2008).

## 3.2 Présentation d'analyseurs de surface d'onde

L'analyse de surface d'onde existe depuis le XIX<sup>e</sup> siècle et a tout d'abord servi à mesurer les défauts des miroirs, en vue de leur polissage, avant de trouver une application dans l'étude et la correction de la turbulence atmosphérique.

### Le couteau de Foucault

Au début du XIX<sup>e</sup> siècle, si le polissage des lentilles et des miroirs était quelque chose de connu, il relevait encore "plus d'un art que d'une science" (Tobin, 2002). Le seul test des optiques disponible était ... de les utiliser pour former une image, et d'en estimer la qualité. Ce procédé permettant uniquement de juger un miroir "bon" ou "mauvais", pouvait engendrer des repolissages sans fin puisqu'il était impossible de déterminer le défaut à corriger.

Le test dit du "couteau de Foucault", mis au point par cet astronome, a permis pour la première fois une estimation des défauts d'un miroir, permettant un repolissage adapté des zones concernées. Ce test est encore largement utilisé par les astronomes amateurs fabriquant leur propre télescope.

Son principe repose sur le *filtrage spatial* dans une configuration proche de la *strioscopie*. Cette méthode désigne un procédé optique permettant d'isoler dans une image de très faibles variations de phase, causées, en l'occurrence, par les défauts de surface

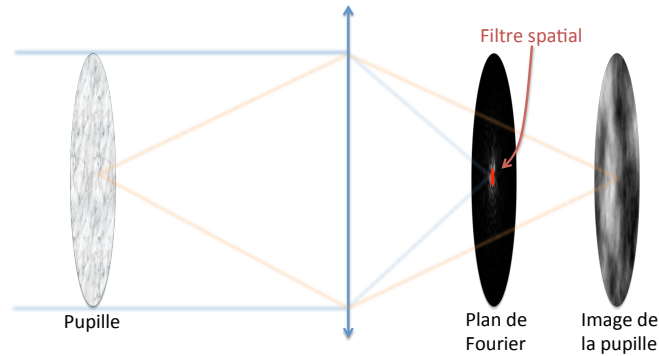


FIGURE 7 – Représentation générale du principe de filtrage spatial : un objet (ici la pupille) est éclairée par un faisceau parallèle. Une lentille fait converger les rayons dans son plan focal, soit, ici, le plan de Fourier : un masque y est placé (en rouge) supprimant certaines fréquences spatiales. L'effet du filtrage est alors observable sur l'image de l'objet, réalisé par la lentille.

d'un miroir. D'une façon générale, sa mise en œuvre nécessite d'éclairer l'objet par une source située à l'infini, après quoi une lentille convergente forme d'une part une image de la source affectée des défauts de phase de l'objet, et d'autre part une image (filtrée) de l'objet, tel que représenté sur la figure 7.

Dans le plan focal de la lentille, les rayons aberrants, ayant donc subi un déphasage à cause de l'objet, passeront hors de l'axe optique, tandis que les rayons non perturbés passeront par le point focal. En effet la déviation  $\alpha$  des faisceaux lumineux, est proportionnelle au gradient de la phase au point concerné de la pupille :

$$\alpha = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial u} \quad (34)$$

aussi la mesure de cette déviation renseigne sur les défauts de phase  $\varphi(u, v)$ .

Ceci peut également s'expliquer en optique de Fourier : l'amplitude lumineuse dans le plan focal (appelé également plan de Fourier dans cette configuration) est la transformée de Fourier de la phase, la fréquence nulle se trouvant sur l'axe.

On peut effectuer un filtrage de fréquences spatiales en plaçant un filtre d'amplitude dans ce plan focal : l'image de l'objet par la lentille représentera alors celui-ci amputé des fréquences masquées. La strioscopie correspond au cas particulier où seule la fréquence nulle est masquée, faisant ressortir l'ensemble de l'information fréquentielle.

Dans le cas du couteau de Foucault, on ne masque pas seulement la fréquence nulle, mais la moitié du plan focal. Ceci n'affecte en pratique pas beaucoup les résultats obtenus, le seul inconvénient pouvant être la perte d'une partie de l'information, mais l'application du masque successivement des deux côtés du plan focal permet de la retrouver entièrement. La figure 8 montre des simulations de mesure d'un front d'onde

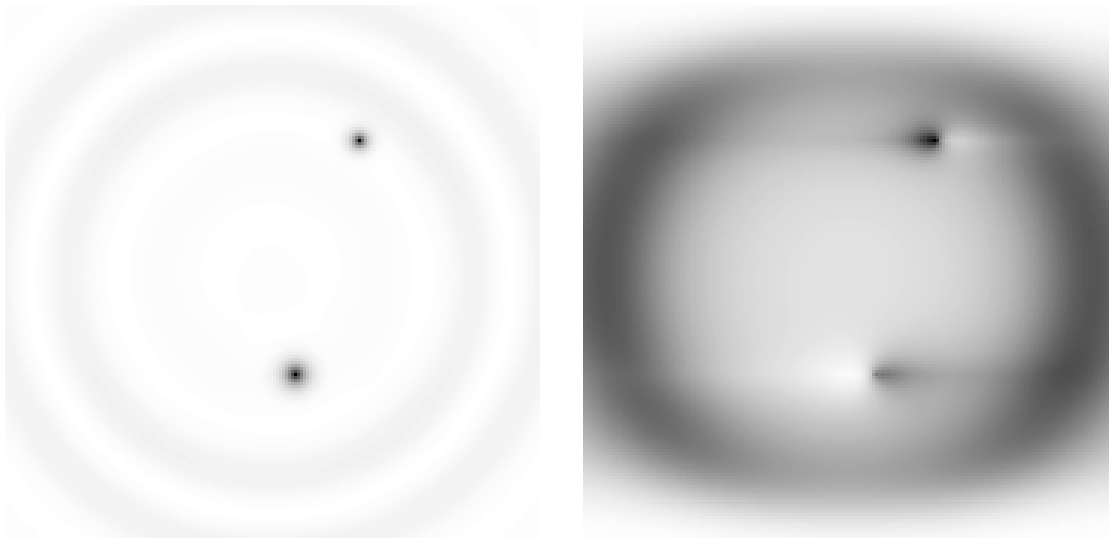


FIGURE 8 – Simulation de la mesure d’un front d’onde présentant deux défauts, par strioscopie à gauche, et par couteau de Foucault à droite ; l’effet de la diffraction sur le bord de la lame (placée verticalement) est parfaitement visible sur la seconde image et provoque, ici, un étalement horizontal de la lumière.

présentant deux défauts, à gauche par strioscopie, à droite à l’aide d’un couteau de Foucault ; on note dans ce dernier cas la diffraction sur les mesures, engendrée par le bord net du couteau.

### Le Shack-Hartmann

Sans doute le plus utilisé des analyseurs actuellement, son origine remonte à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, lorsque J.F. Hartmann pensa utiliser un masque à trous devant un télescope. Ce procédé permet de réaliser la mesure des défauts du miroir (l’image défocalisée reproduit l’image du masque, déformé par les aberrations de l’optique) mais également des perturbations de phase due à la turbulence.

Cette méthode a été améliorée plus récemment par R. Shack en 1971 (Shack et Platt, 1971), ayant eu l’idée de remplacer les trous du masque par un réseau de microlentilles. Cette méthode permet d’avoir une meilleure précision dans les mesures en raison du bras de levier fourni par la lentille, mais également de rendre les sous-pupilles jointives, évitant ainsi de perdre une partie de la lumière incidente.

En pratique, la pupille est imagée sur le réseau de microlentilles, chacune d’entre elles générant un spot dont la position du barycentre renseigne sur la dérivée du front d’onde, comme le montre la figure 9. A chaque sous-pupille correspond ainsi un certain nombre de pixels du capteur CCD sur lequel sera effectué la mesure. Ce nombre de pixels varie en fonction des contraintes existantes ; le cas extrême correspond à l’utilisation de seulement quatre pixels, formant un analyseur dit à “4 quadrants”, possédant une sensibilité très

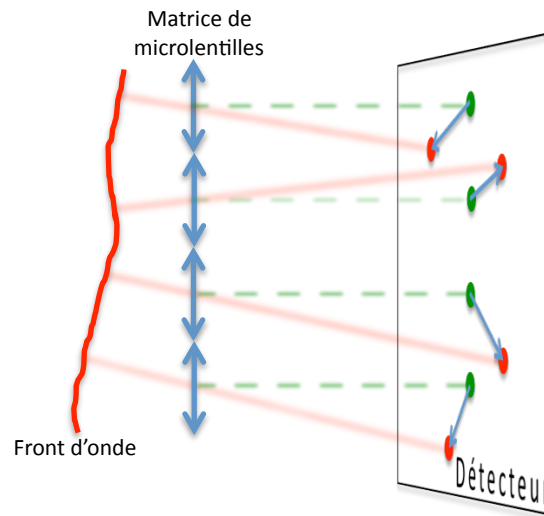


FIGURE 9 – Représentation du fonctionnement d'un analyseur de Shack-Hartmann : le front d'onde incident rencontre les microlentilles, chacune formant une image de la source en fonction de la pente locale de la phase. La position des spots formés (ici en rouge) est comparée à ceux mesurés en présence d'un front d'onde plan (en vert).

élevée (le spot passant très rapidement d'un pixel à l'autre) mais une amplitude de mesure limitée et une non-linéarité par saturation. L'augmentation du nombre de pixels permet d'augmenter l'amplitude de mesure, la linéarité et la résolution, mais le flux se trouve alors réparti sur plusieurs pixels, diminuant le rapport signal à bruit. Ceci s'accompagne rapidement d'une diminution de la sensibilité de l'analyseur, quel que soit le seuillage, comme l'illustre la figure 10.

### L'analyseur à pyramide

Cet analyseur, ayant vu le jour en 1996 (Ragazzoni, 1996), fait intervenir une pyramide de verre placée dans le plan focal du télescope. Comme le montre la figure 11, celle-ci dévie la lumière incidente dans une des quatre directions en fonction de la face de la pyramide mise en jeu.

Les rayons sans aberration, sur l'axe optique, arrivent sur le sommet de la pyramide, et sont – mis à part les problèmes de diffraction particulièrement importants ici – déviés équitablement dans les quatre directions. Un rayon aberrant par contre tombera sur l'une des faces, et ira éclairer une seule des quatre voies.

Derrière la pyramide, le schéma optique prévoit de former l'image de la pupille, ou plus exactement les quatre images de celle-ci sur un capteur CCD. Un traitement approprié permet ensuite de reconstituer les gradients de la phase sur la pupille.

Formellement, cet analyseur est équivalent à quatre couteaux de Foucault placés dans le plan focal de l'instrument.

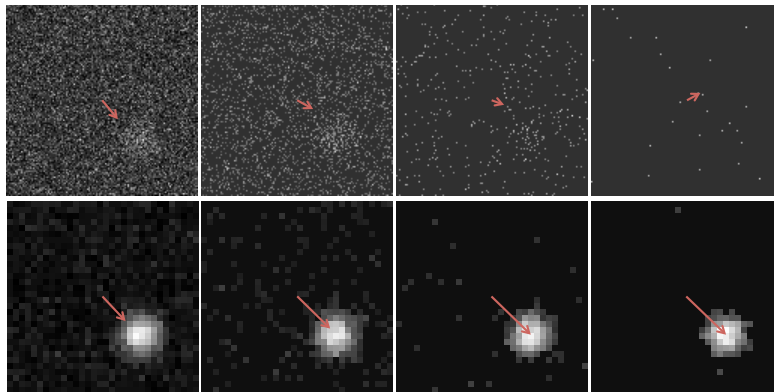


FIGURE 10 – Effet du nombre de pixels sur les mesures, pour un bruit de lecture identique. L'échelle de couleur a été ajusté entre les images du haut et du bas. En haut le nombre de pixels est quatre fois plus élevé qu'en bas : l'étalement de la lumière sur un plus grand nombre de pixels rend la mesure plus sensible au bruit du capteur CCD, quel que soit le seuillage utilisé (nul à gauche, et de plus en plus important vers la droite). Le barycentre mesuré (représenté par la flèche en rouge) est toujours affecté par le bruit, et principalement sur les données du haut.

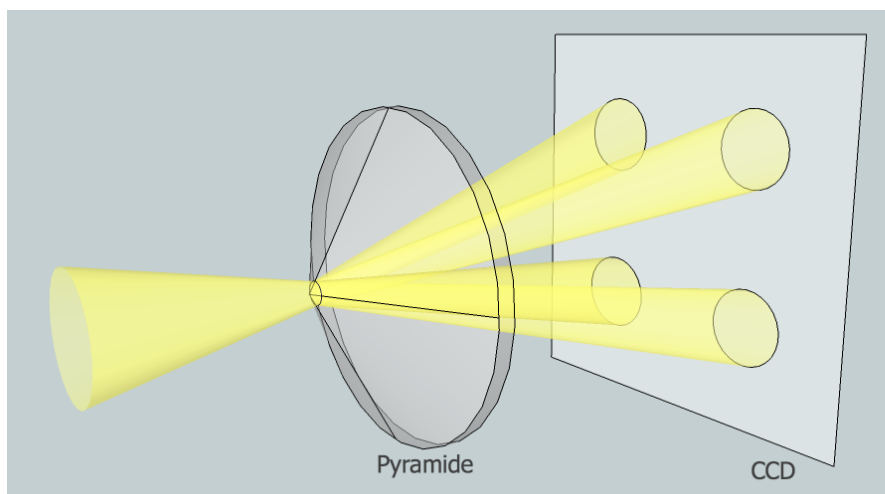


FIGURE 11 – Illustration du fonctionnement de l'analyseur à pyramide (la lentille de champ n'est pas représentée). La pyramide de verre se situe dans le plan focal et sépare le faisceau en quatre, chacun servant ensuite à former une image de la pupille sur le détecteur.

Afin d'adapter la sensibilité, la dynamique et le domaine de linéarité de cet analyseur, il convient de faire effectuer à la pyramide un mouvement de translation circulaire d'amplitude adaptée autour de l'axe optique, souvent appelée "modulation" : plus celle-ci est grande, plus le domaine de linéarité est important. En pratique, la taille de la tache de diffraction dans le plan focal permet d'obtenir une dynamique suffisante en boucle fermée.

Pour finir, l'un des grands avantages de cet analyseur est d'utiliser seulement quatre pixels par point de mesure, en comparaison de l'analyseur de Shack-Hartmann qui en utilise *au moins* quatre. Ceci permet de réduire tant le temps de traitement, que la taille du capteur CCD utilisé (et ainsi, son temps de lecture).

Un autre aspect intéressant de cet analyseur est le "*full aperture gain*" (Ragazzoni et Fariato, 1999; Vérinaud, 2004) permettant – contrairement au Shack-Hartmann – d'ajuster la sensibilité de l'analyseur lorsqu'il est intégré à une boucle fermée d'optique adaptative, améliorant ainsi sensiblement ses performances.

### Les analyseurs à transmission variable

Ce type d'analyseur (Horwitz, 1978; Roddier, 1985; Horwitz, 1994; Hénault, 2005) n'est rien d'autre qu'un modèle généralisé du couteau de Foucault présenté ci-dessus, ce dernier étant simplement un masque d'amplitude binaire placé dans le plan focal, derrière lequel on regarde l'image du miroir, en l'occurrence donc, la pupille.

Le cœur de ces analyseurs consiste en un masque d'amplitude variable, placé dans le plan focal, après lequel on forme des images de la pupille sur un capteur CCD. De la même façon que pour l'analyseur à pyramide, ceci permet de savoir où les rayons lumineux sont passés dans le plan focal, caractérisant ainsi les rayons aberrants, et permettant de déterminer les gradients de la phase.

L'avantage de ces analyseurs par rapport au couteau de Foucault et à l'analyseur à pyramide réside dans la sensibilité et la dynamique ajustables par le choix de l'extension spatiale du filtre d'amplitude. Il est ainsi inutile de faire bouger l'objet dans le plan focal, réduisant les difficultés mécaniques.

En contrepartie, la sensibilité est – sauf cas particulier – imposée par construction, et ainsi impossible à adapter en fonction des conditions et contraintes d'observation, rendant l'analyseur moins souple d'utilisation.

Enfin, ces analyseurs utilisent, comme celui à pyramide, seulement quatre pixels par point de mesure.

La figure 12 montre une simulation de mesure d'un front d'onde identique à celui de la figure 8 par un analyseur à transmission variable. La comparaison de ces deux figures montre que la diffraction n'est plus visible avec ce type d'analyseur, en comparaison avec le couteau de Foucault ou à l'analyseur à pyramide, possédant des masques à bords

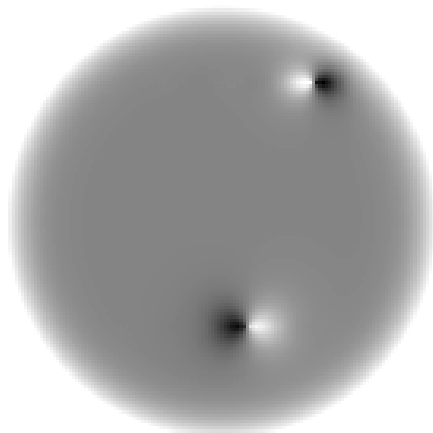


FIGURE 12 – Simulation de la mesure d'un front d'onde présentant deux défauts (le même que celui de la figure 8) mesuré par un analyseur à transmission variable de type ADONF. On ne constate ici aucun effet dû à la diffraction, contrairement à la simulation précédente.

francs.

### Etalonnage du couple analyseur/miroir déformable

Les données fournies par l'analyseur servent à piloter le miroir déformable : afin de réaliser au mieux cette opération, il est utile d'effectuer une étape d'étalonnage de ces deux éléments. On peut pour cela réaliser une matrice d'interaction (Boyer *et al.*, 1990), obtenue en faisant bouger chacun des actionneurs du miroir déformable, et en mesurant la phase induite avec l'analyseur de surface d'onde. Cette matrice caractérise donc la réponse de l'analyseur en fonction des tensions appliquées au miroir.

Pour la correction il est nécessaire de pouvoir effectuer l'opération inverse, à savoir déterminer les tensions à appliquer au miroir déformable en fonction de la mesure de l'analyseur. On calcule pour cela une matrice de commande, définie comme l'inverse de la matrice d'interaction (au sens de l'inverse généralisé, puisque la matrice d'interaction n'est généralement pas carrée). Par construction, la multiplication de cette matrice par un vecteur de mesure de l'analyseur fournira directement – au signe près – les tensions de commande à appliquer aux actionneurs du miroir déformable.

### 3.3 Les problèmes arrivent. La MOAO aussi.

La nécessité d'obtenir une résolution et une surface collectrice toujours plus importantes pour l'avancement des recherches en astrophysique a généré dernièrement des



projets de télescope de la classe des *Extremely Large Telescopes* (ELT), 30m pour le télescope américain (Nelson et Sanders, 2008), et 39m pour le télescope Européen.

Ces télescopes ont, entre autres, la vocation de permettre une meilleure compréhension de la formation et l'évolution des galaxies au début de l'univers, nécessitant de pouvoir déterminer leurs caractéristiques. La résolution ainsi attendue (75 à 100 milliarcsecondes (Cuby *et al.*, 2010)) afin de réaliser ces observations rend indispensable la mise en place d'une optique adaptative. Cependant, afin de pouvoir réaliser une étude statistique de ces galaxies, il a été choisit de pouvoir observer de façon simultanée jusqu'à 20 sources réparties dans un champ de 5' (Hammer *et al.*, 2002)., rendant le problème plus délicat

En effet, comme évoqué précédemment, l'anisoplanétisme limite fortement le champ de correction (typiquement 10" en bande H) en optique adaptative classique (SCAO). La MCAO de son côté, grâce à sa meilleure prise en compte du volume de turbulence, permet de l'étendre jusqu'à 2' si on utilise 3 miroirs déformables (Bec *et al.*, 2008). Outre l'insuffisance de cette dernière méthode, la correction d'une taille de champ donnée étant d'autant plus difficile à réaliser que la taille du télescope augmente, sa mise en place pour l'ELT semble donc particulièrement compliquée à mettre en œuvre (Lombini *et al.*, 2008). Dans le cadre du projet EAGLE (Fusco *et al.*, 2008), des études ont montré que la correction d'un champ de 5' nécessitait un minimum de 5 miroirs déformables.

Ces deux techniques ne permettent donc pas de corriger le champ sur la surface soustraite, nécessitant la mise en place d'un nouveau type de correction : l'optique adaptative multi-objets (MOAO).

### L'optique adaptative multi-objets

Si corriger un grand champ semble difficile à réaliser, on peut également considérer que ce n'est pas vraiment nécessaire : les objets scientifiques à observer ont une extension spatiale de quelques secondes d'arc tout au plus, et ce sont l'ensemble de ces petites surfaces réparties dans le champ du télescope auxquelles il est utile d'apporter une correction. C'est dans le contexte du projet FALCON qu'un nouveau type d'optique adaptative a été proposé (Hammer *et al.*, 2002; Assémat *et al.*, 2007).

Son principe consiste à associer un miroir déformable à chaque objet, qui n'effectuera la correction qu'à proximité de la direction donnée ; ceci a été testée expérimentalement avec succès sur divers bancs optiques (Andersen *et al.*, 2008; Ammons *et al.*, 2010; Vidal *et al.*, 2010a). La mesure de la turbulence est effectuée sur les étoiles naturelles présentes dans le champ, ainsi que, potentiellement, sur des étoiles artificielles situées en périphérie. La reconstruction de la surface d'onde dans les directions d'intérêt en fonction des mesures se fait par reconstruction tomographique (Ragazzoni *et al.*, 1999; Fusco *et al.*, 2001; Vidal *et al.*, 2010b), utilisant des *a priori* issus de la connaissance du profil de turbulence. Ce dernier peut-être modélisé, mesuré par un instrument extérieur (DIMM (Vernin et Munoz-Tunon, 1995), MASS (Tokovinin et Kornilov, 2007) ...) ou déterminé in situ : l'algorithme *learn and apply* (Vidal *et al.*, 2010b) présenté à la partie II.2.2.1 ayant cette double vocation de mesure du volume de turbulence puis de projection

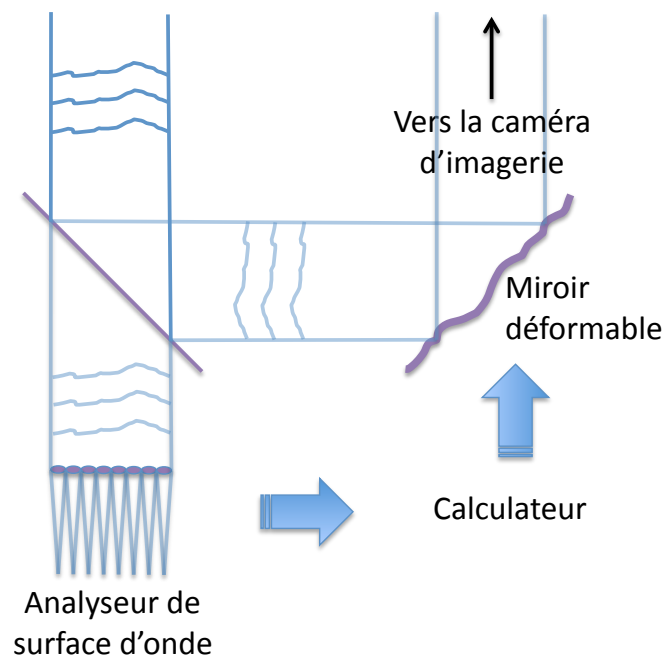


FIGURE 13 – Principe de fonctionnement d'une optique adaptative en boucle ouverte : l'analyseur est situé devant le miroir déformable et mesure la totalité du front d'onde turbulent.

tomographique.

Sans rentrer dans les détails de fonctionnement de la MOAO, faisant l'objet de la seconde partie de cette thèse, on peut d'ores et déjà se rendre compte qu'en raison même de son principe de correction, celle-ci est confrontée à deux difficultés majeures.

### Fonctionnement en boucle ouverte

La MOAO n'a pas pour objectif de réaliser la correction du champ complet, seuls les objets scientifiques le seront. En pratique, la lumière issue de ces objets sera prélevée dans le plan focal afin d'être corrigée dans les différentes voies disponibles. En conséquence, les étoiles guides présentes dans le champ ne bénéficient pas de l'optique adaptative et ainsi la correction réalisée par les miroirs déformables n'est pas vue par les analyseurs : le système doit ainsi fonctionner en boucle ouverte, contrairement à l'ensemble des optiques adaptatives utilisées à ce jour. Le principe de fonctionnement de la boucle ouverte est présenté sur la figure 13.

### Des composants linéaires ... ou bien étalonnés

En boucle fermée, une erreur introduite par une non-linéarité de l'analyseur, ou un modèle incorrect du miroir déformable (réponse à la tension de commande, hystérésis, ...) est systématiquement corrigée par l'intégrateur inclus dans l'asservissement.

Le fonctionnement en boucle ouverte impose quant à lui de pouvoir piloter le miroir déformable sans avoir aucun moyen de vérifier si la correction appliquée est correcte. Or, autant la mesure effectuée par les analyseurs que la réponse du miroir à une commande peuvent causer des erreurs de correction : il convient donc de choisir ces éléments avec soin pour obtenir les performances souhaitées en MOAO.

Pour terminer, une contrainte supplémentaire apparaît pour les analyseurs ; ceux-ci étant amenés à effectuer des mesures en boucle ouverte, leur amplitude de mesure (et la linéarité sur cet intervalle) doit être suffisante pour mesurer la turbulence en l'absence de correction. Ces caractéristiques étaient moins contraintes en boucle fermée où les analyseurs mesuraient la majeure partie du temps le résidu non corrigé de la turbulence, d'une dynamique beaucoup plus réduite.

### 3.4 Conclusion

Après avoir présenté les principes de base de l'imagerie en astrophysique et les effets de la turbulence, j'ai présenté le fonctionnement de l'optique adaptative et de plusieurs analyseurs de surface d'onde.

Les télescopes de la classe des ELT, devant être construits d'ici quelques années nécessitent cependant un nouveau type de correction, l'optique adaptative multi-objets, permettant la correction de plusieurs objets répartis dans le champ, à défaut de corriger l'ensemble de celui-ci. La MOAO nécessite cependant de travailler en boucle ouverte, faisant ainsi perdre les avantages de rétroaction de l'optique adaptative classique. Les éléments utilisés, miroirs déformables et analyseurs, se doivent donc d'être bien étalonnés afin de ne pas introduire d'erreur dans l'estimation et la réalisation de la correction. Pour finir, les analyseurs utilisés, mesurant la turbulence sans correction préalable, doivent être prévus avec une dynamique assez importante en regard du seeing attendu sur le site d'observation.

## 4 Matrices de covariance spatiale

La turbulence possède des propriétés physiques particulières, développées dans les parties précédentes, et dont une des conséquences est la forme de l'expression des covariances dans l'espace des polynômes de Zernike, donnée par la formule 30.

Les analyseurs de surface d'onde sont souvent sensibles à la dérivée de la phase, et la covariance des mesures qu'ils fournissent possèdent là encore une forme caractéristique, imposée par le spectre de la turbulence (Avila *et al.*, 1997). Je m'intéresse ici en particulier aux matrices de covariance de la dérivée de la phase, puisque le choix à été fait pour l'algorithme *learn and apply* (voir chapitre II.2.2.1) d'utiliser les covariances dans l'espace des mesures, tant pour l'estimation du profil de turbulence que pour le calcul du reconstruteur tomographique.

Je montre tout d'abord comment on peut transformer les matrices de covariance en cartes bidimensionnelles de covariance spatiale, dont la forme est indépendante de l'analyseur ; celles-ci permettent de caractériser la turbulence observée, et en particulier

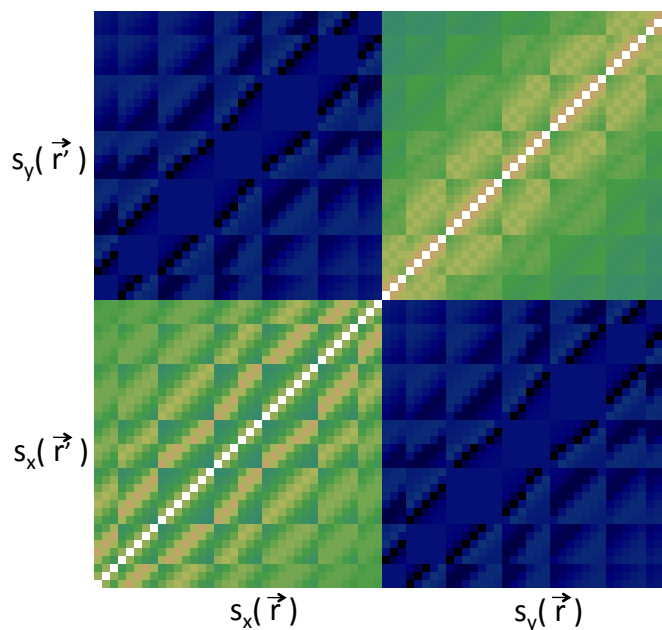


FIGURE 14 – Exemple de matrice de covariance obtenue entre les pentes issues d'un même analyseur ( $7 \times 7$  sous-pupilles de  $60\text{cm}$ ) pour une turbulence de type Kolmogorov (donc sans échelle externe). Chaque point de la matrice représente la valeur de la covariance entre deux pentes données ; la matrice est ainsi symétrique.

de déterminer l'altitude des couches turbulentes et les paramètres de Fried  $r_o$  associés, ainsi que l'échelle externe  $L_o$  (voire l'échelle interne  $l_o$ ). Puis, j'expose une façon de déterminer les cartes de covariance directement à partir des mesures dans le cas d'un échantillonnage important, ce qui sera utilisé pour ADONF dans la partie I.4.4. Les formules générales de calcul théorique des covariances sont ensuite rappelées, ainsi qu'une façon de les calculer par transformée de Fourier.

#### 4.1 Matrices et cartes bidimensionnelles de covariance

Une *matrice de covariance* des pentes est une matrice composée de la covariance des mesures effectuées par un ou plusieurs analyseurs, entre chaque couple de sous-pupilles. En notant  $s$  des mesures effectuées à deux positions  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  de la pupille, correspondant à deux sous-pupilles, on estime leur covariance de la façon suivante sur un grand nombre de réalisations :

$$Cov(s(\vec{r}), s(\vec{r}')) = \langle s(\vec{r}) \cdot s(\vec{r}') \rangle_t \quad (35)$$

La figure 14, représente une matrice théorique (de 72 par 72 valeurs). Celle-ci correspond à la configuration d'un des analyseurs de l'instrument CANARY, possédant 36 sous-pupilles, qui sera détaillé à la partie II.

Les cartes bidimensionnelles de covariance donnent quant à elle la valeur de la covariance en fonction de la distance entre deux mesures, et sont définies par la fonction :

$$\text{carte}(\vec{r} - \vec{r}') = \langle s(\vec{r}) \cdot s(\vec{r}') \rangle_t \quad (36)$$

La turbulence étant spatialement stationnaire, homogène et isotrope, cette équation ne dépend en effet que de la distance  $\vec{r} - \vec{r}'$  entre les points où elles ont été effectuées. Il ne sera donc pas surprenant dans les formules présentées ci-après de voir apparaître la fonction de structure de phase  $D_\varphi$ , traduisant la variance spatiale de la phase, définie à l'équation 13, et faisant intervenir la covariance de la phase en  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  :

$$\begin{aligned} D_\varphi(\vec{r} - \vec{r}') &= \langle (\varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r}'))^2 \rangle \\ &= \langle \varphi(\vec{r})^2 \rangle + \langle \varphi(\vec{r}')^2 \rangle - 2 \underbrace{\langle \varphi(\vec{r}) \cdot \varphi(\vec{r}') \rangle}_{\text{covariance de la phase}} \end{aligned} \quad (37)$$

Un exemple de cartes de covariance, entre des pentes en  $x$  et  $x$  (à gauche), et entre des pentes en  $x$  et  $y$  (à droite), est présenté sur la figure 15. Pour cette première, un pic très marqué est présent au milieu, traduisant la forte corrélation entre les mesures des pentes en  $x$  à courte distance, tandis que la seconde présente un profil plus complexe, mettant aussi bien en jeu des corrélations que des anti-corrélations entre les mesures. Dans tous les cas, ces covariances tendent vers 0 lorsque la distance entre les points de mesure augmente, traduisant la décorrélation de la phase turbulente à grande distance.

#### Lien entre les matrices et cartes de covariance

Les matrices et cartes de covariance sont deux façons de représenter la covariance entre les mesures effectuées par un analyseur. En fonction des caractéristiques de ce dernier, en particulier de la disposition des sous-pupilles, il est possible de passer de l'une à l'autre, et inversement.

La figure 16 représente ce lien. On a tout d'abord l'analyseur, à droite, possédant un certain arrangement de sous-pupilles, et sur lequel on a représenté en rouge et en bleu quelques couples existants pour deux valeurs possibles du vecteur  $\vec{r} - \vec{r}'$  (pour les flèches en bleu, ce vecteur est nul). En haut, sont présentées les cartes de covariance en  $x - x$ ,  $y - y$  et  $x - y$ , échantillonnées de façon à faire correspondre un pixel à la distance entre deux sous-pupilles ; sur celles-ci sont encadrées en rouge et bleu les trois valeurs de covariance correspondant aux couples de sous-pupilles de même couleur dessinées sur l'analyseur.

Pour finir, la matrice de covariance (à gauche) correspond à l'ensemble des covariances calculées pour chaque couple de mesure possible : pour deux de ces couples, les huit valeurs correspondantes sont encadrées en rouge et bleu. Les flèches en pointillé gris, bleu et rouge issues des sous-pupilles concernées indique le lien entre elles et la matrice.

Connaissant la géométrie de l'analyseur, il est alors possible pour chaque point de la matrice de covariance de déterminer l'arrangement correspondant du couple de sous-pupille associé, et ainsi d'en déduire le point correspondant dans les cartes de covariance.

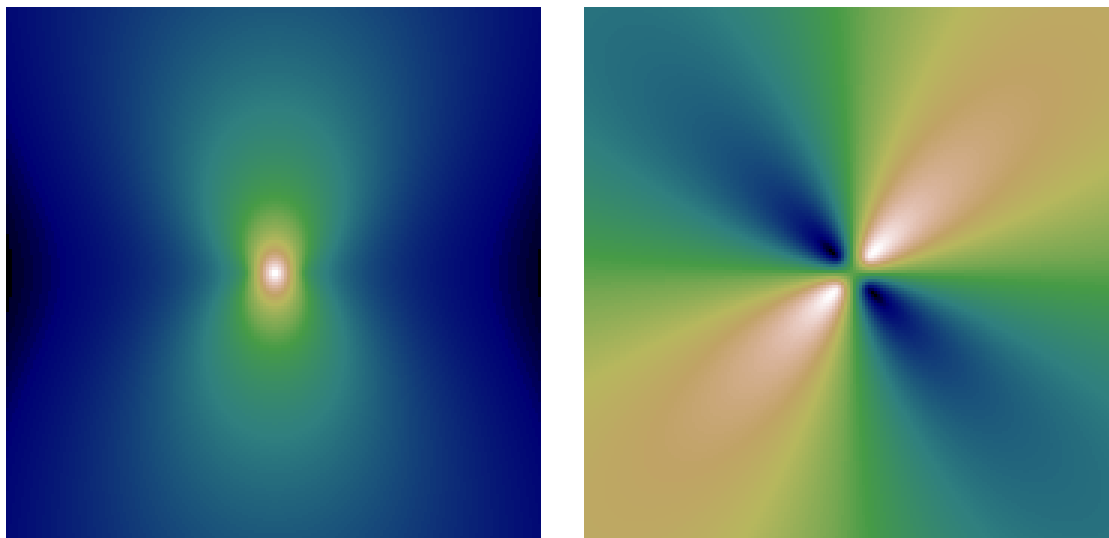


FIGURE 15 – Exemple de cartes de covariance : à gauche, entre des pentes en  $x$  et elles même, à droite, entre des pentes en  $x$  et les pentes en  $y$  correspondantes. L'échelle entre les deux a été ajustée : l'amplitude du second graphique est bien plus faible que celle de l'autre.

Selon ce qui est souhaité, on peut alors construire la matrice à partir de la carte de covariance, ou l'inverse.

Les flèches bleues et rouges entre la matrice et la carte de covariance illustrent ce passage direct de l'une à l'autre pour les six autres couples dessinés sur le schéma de l'analyseur.

## 4.2 Passage direct des mesures à la carte de covariance

Comme déjà évoqué, le calcul des cartes de covariance permet d'obtenir des informations concernant le profil de turbulence. La détermination de ces cartes à partir d'une série de mesures peut être réalisée en calculant leur matrice de covariance avant d'effectuer l'opération décrite au paragraphe précédent. Ce calcul statistique sur des données peut cependant s'avérer long dans certains cas, étant donné que la matrice de covariance comporte un nombre de valeurs égales au carré du nombre de points de mesure de l'analyseur. Or, dans le cas d'ADONF (voir partie I) par exemple, il est courant d'avoir  $10^4$  à  $10^5$  points sur la pupille, générant une matrice de covariance de  $10^8$  à  $10^{10}$  valeurs ...

Dans le cas où il n'y a *qu'un seul analyseur*, il est possible d'éviter ce problème en passant directement des mesures à la carte de covariance. On utilise pour cela la propriété des transformées de Fourier permettant de calculer l'*autocovariance* des données :

$$Cov(s_x(\vec{r}), s_x(\vec{r}')) = TF \left[ |TF [s]|^2 \right] \quad (38)$$

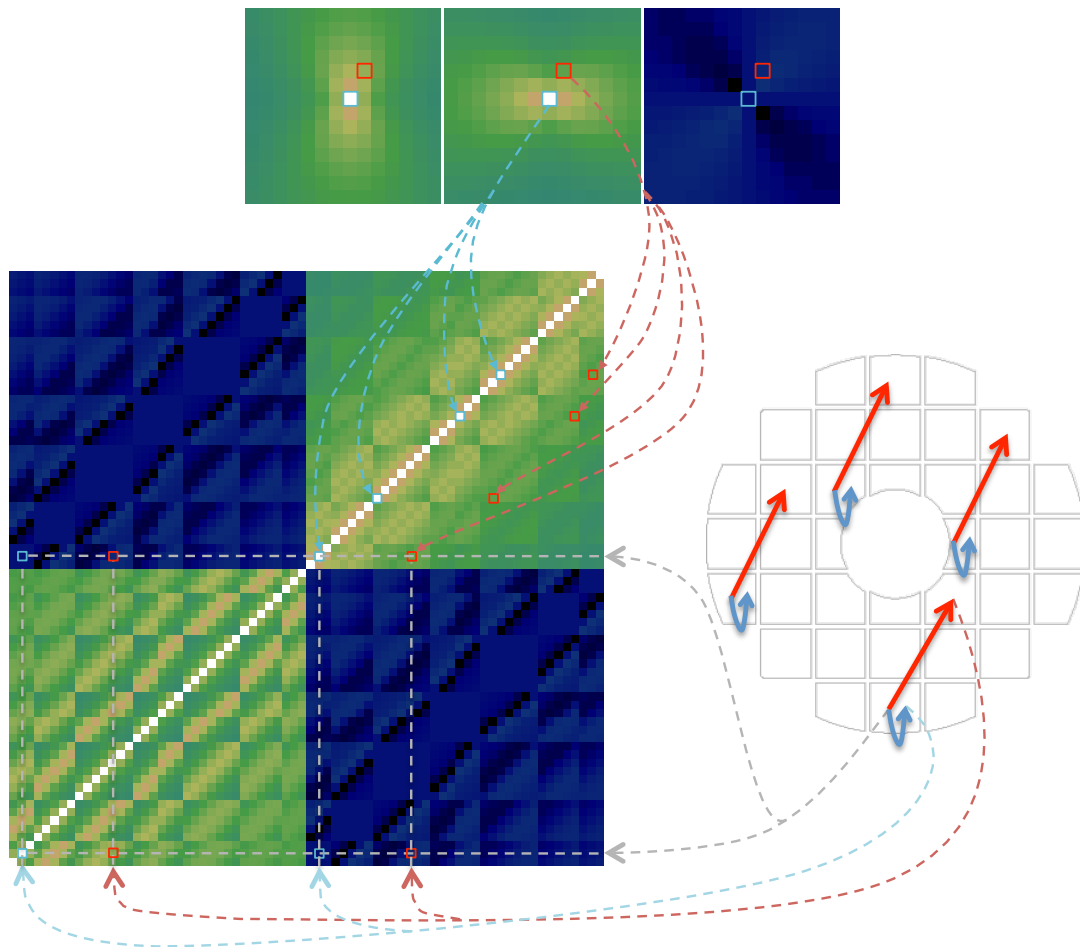


FIGURE 16 – Schéma explicatif du lien entre les matrices de covariance (à gauche) et les cartes de covariance (en haut) en fonction des points de mesure sur la pupille (à droite). Pour chaque couple de sous-pupilles se situant à une distance donnée (certains couples sont représentés en rouges, d'autres en bleu), la covariance des mesures est identique; celle-ci apparaît à *un* endroit sur chaque carte de covariance (encadré en rouge et bleu) et *autant de fois que de couples concernés* dans la matrice de covariance (encadré en rouge et bleu). Ainsi, la connaissance de la géométrie des points de mesure de l'analyseur permet de remplir la matrice de covariance à partir de la carte de covariance correspondante. Inversement, le calcul de la matrice permet de déterminer la carte de covariance correspondante.

Ceci sera en particulier utilisé au chapitre I.4.4 pour la caractérisation du profil de turbulence à partir des mesures d'ADONF.

### 4.3 Formule générale des covariances sur les pentes

Une pente donnée par l'analyseur correspond à la mesure du gradient de phase sur la sous-pupille, aussi, en notant  $\varphi(\vec{r})$  cette phase, et  $\Pi(\vec{r})$  une fonction valant 1 sur la sous-pupille et 0 ailleurs, on peut écrire :

$$s_x(\vec{r}) = \frac{1}{S} \iint \frac{\partial \varphi}{\partial x}(\vec{u}) \Pi(\vec{u} - \vec{r}) d^2 \vec{u} \quad (39)$$

La covariance entre deux sous-pupilles définies par leurs positions  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  s'exprime alors de la façon suivante :

$$\langle s_x(\vec{r}) . s_x(\vec{r}') \rangle = \frac{1}{S^2} \iint \iint \left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial x}(\vec{u}) . \frac{\partial \varphi}{\partial x}(\vec{v}) \right\rangle \Pi(\vec{u} - \vec{r}) \Pi'(\vec{v} - \vec{r}') d^2 \vec{u} d^2 \vec{v} \quad (40)$$

On peut relier la fonction de structure de phase  $D_\varphi$  au produit des gradients apparu dans l'équation ci-dessus (Rodier, 1981) :

$$\left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial x}(\vec{u}) . \frac{\partial \varphi}{\partial x}(\vec{v}) \right\rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_\varphi}{\partial x^2}(\vec{u} - \vec{v}) \quad (41)$$

ce qui amène à :

$$\langle s_x(\vec{r}) . s_x(\vec{r}') \rangle = \frac{1}{2S^2} \iint \iint \frac{\partial^2 D_\varphi}{\partial x^2}(\vec{u} - \vec{v}) \Pi(\vec{u} - \vec{r}) \Pi'(\vec{v} - \vec{r}') d^2 \vec{u} d^2 \vec{v} \quad (42)$$

En effectuant le changement de variables  $\vec{w} = \vec{v} - \vec{r}'$  et  $\vec{z} = \vec{r} - \vec{u}$ , on trouve alors facilement l'expression d'un produit de convolution :

$$\begin{aligned} \langle s_x(\vec{r}) . s_x(\vec{r}') \rangle &= \frac{1}{2S^2} \iint \iint \frac{\partial^2 D_\varphi}{\partial x^2}((\vec{r} - \vec{r}') - \vec{w} - \vec{z}) \Pi(\vec{w}) \Pi'(-\vec{z}) d^2 \vec{z} d^2 \vec{w} \\ &= \frac{1}{2S^2} \frac{\partial^2 D_\varphi}{\partial x^2}(\vec{r} - \vec{r}') \otimes \Pi(\vec{r}) \otimes \Pi'(-\vec{r}') \end{aligned} \quad (43)$$

On obtient de la même façon les expressions pour les covariances en  $x - y$  et  $y - y$ , qui n'affectent que la dérivée de  $D_\varphi$ , respectivement en  $\partial^2 / \partial x \partial y$  et  $\partial^2 / \partial y^2$ .

### 4.4 Modèle par transformée de Fourier

Le produit de convolution de l'équation 43 peut avantageusement s'effectuer dans l'espace de Fourier :

$$\begin{aligned} TF [\langle s_x(\vec{r}) . s_x(\vec{r}') \rangle] &= \frac{1}{2S^2} TF \left[ \frac{\partial^2 D_\varphi}{\partial x^2} \right] e^{2i\pi \vec{k}(\vec{r} - \vec{r}')} . TF [\Pi] . TF [\Pi'] \\ &= \frac{1}{2S^2} (2\pi k_x)^2 TF [D_\varphi] e^{2i\pi \vec{k}(\vec{r} - \vec{r}')} . TF [\Pi] . TF [\Pi'] \end{aligned} \quad (44)$$



On rappelle ici les équations 15 et 16, donnant la fonction de structure de phase et son spectre dans le cas d'une turbulence pleinement développée :

$$D_\varphi(r) = 6.88 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{5/3} \quad (45)$$

$$W_\varphi^K(k) = TF[D_\varphi](k) = 0.023 r_o^{-5/3} k^{-11/3} \quad (46)$$

En injectant ce dernier résultat dans l'équation 44, on retrouve un résultat proche de celui de (Borgnino *et al.*, 1992) :

$$TF[\langle s_x(\vec{r}) \cdot s_x(\vec{r}') \rangle] = 0.023 r_o^{-5/3} \frac{1}{2S^2} (2\pi k_x)^2 k^{-11/3} e^{2i\pi \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} TF[\Pi] \cdot TF[\Pi'] \quad (47)$$

La carte de covariance des pentes en  $x-x$  peut alors se calculer de la façon suivante :

$$\langle s_x(\vec{r}) \cdot s_x(\vec{r}') \rangle = 0.023 r_o^{-5/3} \frac{1}{2S^2} TF \left[ (2\pi k_x)^2 k^{-11/3} e^{2i\pi \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} TF[\Pi] \cdot TF[\Pi'] \right] \quad (48)$$

On obtient les deux autres cartes de covariance, en  $x-y$  et  $y-y$ , en remplaçant  $k_x^2$  respectivement par  $k_x k_y$  et  $k_y^2$ .

#### 4.5 Cas avec plusieurs directions d'observation

Considérons une couche turbulente située à une altitude  $h$  et deux directions d'observation séparées d'un angle  $\alpha$ , tel que représenté sur la figure 17. Les empreintes de la pupille du télescope à l'altitude  $h$  sont décalées l'une par rapport à l'autre d'un vecteur  $\vec{\Delta r}$  et il en sera de même pour les mesures effectuées entre ces deux directions. La covariance de celles-ci va alors être affectée, et la forme des matrices et cartes de covariance entre les deux mesures va changer.

En ce qui concerne les cartes de covariance, le changement est très simple : comme expliqué au début de ce chapitre, celles-ci donnent la valeur de la covariance en fonction de la distance  $\vec{r} - \vec{r}'$  entre les points de mesure, ceci faisant intervenir la dérivée de la fonction de structure de phase en  $\vec{r} - \vec{r}'$  (formule 43). Ici, les sous-pupilles sont décalées d'un vecteur  $\vec{\Delta r}$  supplémentaire entre les deux mesures, aussi faut-il faire le calcul en  $\vec{r} - \vec{r}' - \vec{\Delta r}$ . Ceci se traduit par une simple translation des cartes de covariance. La figure 18 en donne un exemple entre des mesures effectuées dans la même direction (à gauche) et dans deux directions différentes (à droite).

En ce qui concerne les matrices de covariance, leur construction à partir des cartes de covariance et de la géométrie de l'analyseur ne change pas, et la figure 19 donne l'exemple correspondant aux cartes de la figure 18.

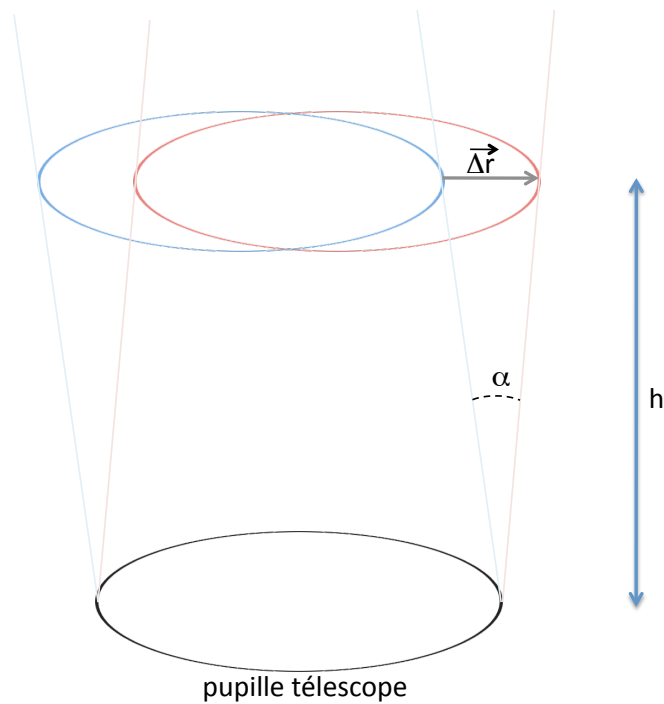


FIGURE 17 – Représentation des empreintes, en rouge et bleu, de la pupille du télescope sur une couche de turbulence située à une altitude  $h$  pour deux directions d’observation séparées d’un angle  $\alpha$ . Le recouvrement partiel de celles-ci, dépendant de cet angle, provoque une corrélation d’une partie des mesures de phase.

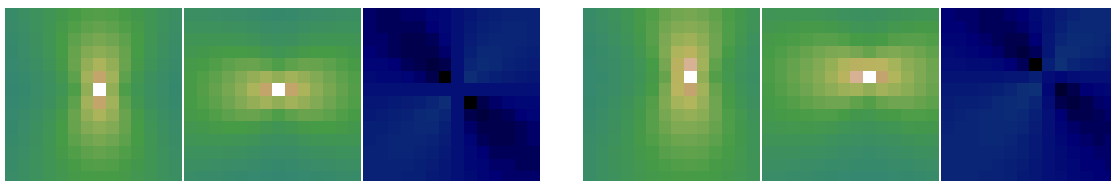


FIGURE 18 – A gauche : carte de covariance entre des mesures effectuées dans une même direction. A droite, entre des mesures effectuées dans deux directions différentes : la translation dépend de l’angle entre les directions d’observation et l’altitude de la couche turbulente.

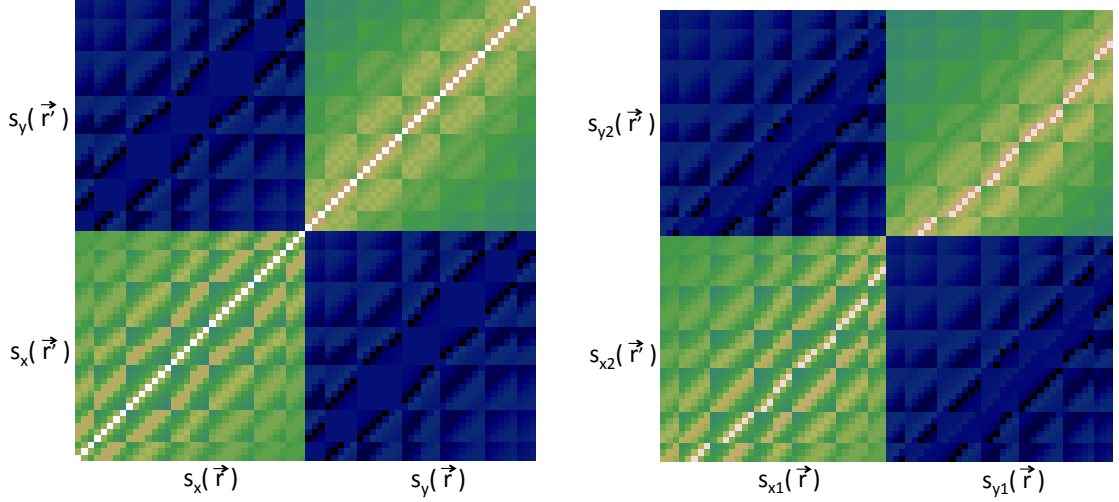


FIGURE 19 – A gauche : matrice de covariance pour des mesures effectuées dans une même direction. A droite, entre les mesures  $s_1(r)$  effectuées dans une direction, et les mesures  $s_2(r)$  effectuées dans une autre, pour une couche de turbulence en altitude. Ces matrices correspondent aux cartes de la figure 18.

#### Cas de plusieurs couches de turbulence

On peut facilement généraliser les résultats précédents à plusieurs couches de turbulence : celles-ci étant décorréelées, leurs contributions dans les cartes et matrices de covariance s'ajoutent. Or le décalage  $\vec{\Delta r}$  est proportionnel à l'altitude  $h$  : sur les cartes de covariance, on va observer (dans la limite de résolution) autant de pics qu'il y a de couches turbulentes ; leur intensité dépend de la force de la turbulence dans la couche considérée (l'équation 43 faisant intervenir  $D_\varphi$ , dépendant en particulier de  $r_o$ ) et le décalage par rapport au centre renseigne sur son altitude (connaissant l'angle  $\alpha$  entre les directions d'observation). La figure 20 donne un exemple de cartes de covariance correspondant à l'observation de quatre couches de turbulence d'intensités différentes : on voit nettement les pics correspondants sur les covariances en  $x - x$  et  $y - y$ .

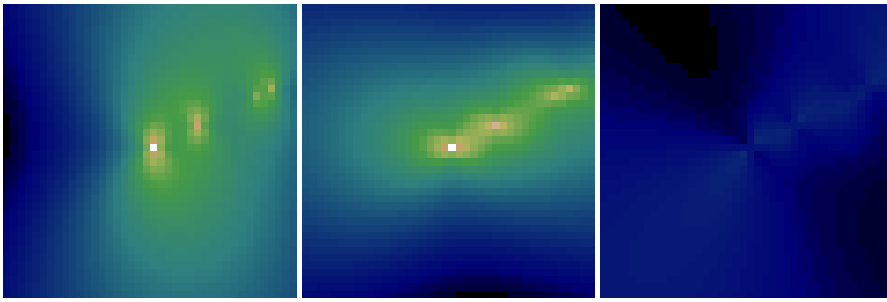


FIGURE 20 – Cartes de covariance en  $x - x$ ,  $y - y$  et  $x - y$  pour des mesures effectuées dans deux directions différentes, en présence d'un profil de turbulence composé de quatre couches.



Première partie

**ADONF**



## I.1 Introduction

Il existe de nos jours de nombreux analyseurs de surface d'onde, le premier conçu, évoqué en introduction, a maintenant plus d'un siècle. Parmi les plus récents on trouve l'analyseur à pyramide (Ragazzoni, 1996) et ADONF pour "Analyseur D'Onde Novateur Fibré" (Gendron *et al.*, 2007; Gendron *et al.*, 2009, 2010a). Ce dernier projet répondait à 2 attentes : d'une part, la réalisation d'un analyseur possédant de nouvelles caractéristiques (linéarité, petit nombre de pixels), utilisant les propriétés de polarisation de la lumière; d'autre part, l'aspect "fibré", qui consiste à placer un toron de fibres optiques au foyer du télescope afin de transporter la lumière jusqu'au détecteur placé à un endroit moins encombrant.

Ce projet s'est rapidement scindé en ces deux parties, l'analyseur continuant, par abus, à être appelé *ADONF* ou par son acronyme anglais *YAW*, pour *Yet Another Wavefront-sensor*.

Cet analyseur fait partie de la classe des analyseurs à transmission variable, se rapprochant ainsi du couteau de Foucault. Son principe général est d'obtenir une image de la pupille sur laquelle les variations d'intensité (dus au masque de transmission variable placé dans le plan focal) renseignent sur la dérivée de la phase incidente. En effet, ces variations d'intensité dépendent de l'endroit où les rayons lumineux sont passés dans le plan focal, et donc de la pente locale du front d'onde.

ADONF utilise l'association d'un matériau optiquement actif d'épaisseur variable avec un polariseur-analyseur, l'ensemble utilisé en lumière polarisée, afin d'obtenir l'équivalent d'un masque de transmission variable.

Certains cristaux comme le quartz présentent une telle propriété optique, présentée au chapitre I.1.1, mais nécessitent de faire attention aux propriétés biréfringentes de ce même matériau. D'autres cristaux, comme le  $NaClO_3$  présentent une polarisation rotatoire sans biréfringence, mais ne sont pas trouvable sous forme de gros monocristaux. Enfin, des solutions aqueuses, de sucre par exemple, sont tout aussi intéressantes, d'autant que la concentration permet d'ajuster le pouvoir rotatoire à la valeur souhaitée.

Une autre façon de réaliser un tel analyseur est d'utiliser la biréfringence, devant



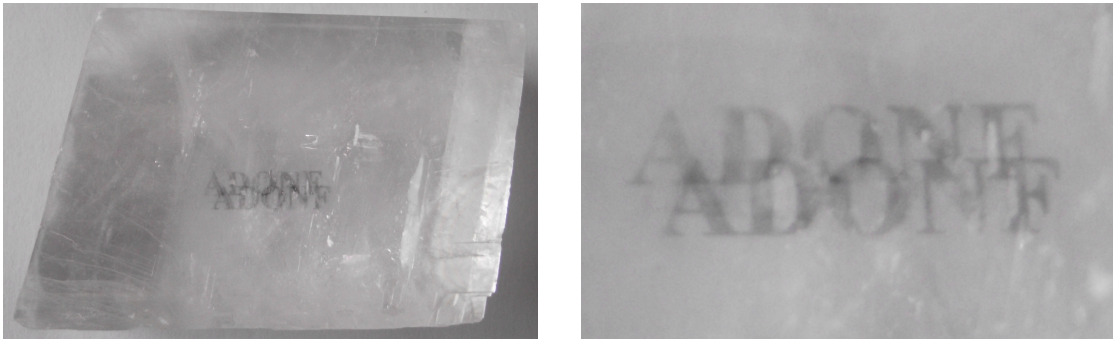


FIGURE I.1 – Mise en évidence de la double réfraction due à la biréfringence de la calcite : le texte situé derrière le cristal apparaît dédoublé sur ces photos.

laquelle le pouvoir rotatoire est négligeable en dehors d'un axe très particulier. Dans ce cas, la lumière incidente doit être polarisée circulairement, et le matériau biréfringent la fera devenir plus ou moins elliptique. La mesure se fait là encore par un prisme de Wollaston. Ce modèle permet également d'adapter la sensibilité du matériau si on en utilise un sensible à l'effet Pockels. L'autre avantage est qu'il est également possible de rendre cet analyseur achromatique, en utilisant deux matériaux biréfringents accolés au lieu d'un seul.

### I.1.1 Biréfringence et pouvoir rotatoire

La biréfringence, sous-entendue *biréfringence linéaire*, et le pouvoir rotatoire (parfois appelé *biréfringence circulaire*) sont les propriétés de certains matériaux à affecter la propagation de la lumière de façon anisotrope. Ceci se traduit par une modification de l'état de polarisation de la lumière au cours de la traversée du milieu.

Ces deux effets, bien qu'assez semblables et pouvant se manifester ensemble dans certains cristaux, comme le quartz, ont des origines microscopiques très différentes, ainsi que des spécificités propres.

#### La biréfringence

La biréfringence fût découverte à la fin du XVII<sup>e</sup> siècle, grâce au spectaculaire effet de double réfraction dans les cristaux de calcite, tel que le montre la photo sur la figure I.1. Le réseau cristallin (trigonal) de ce matériau impose un arrangement particulier des molécules le constituant, faisant apparaître un axe privilégié selon lequel la lumière pourra se déplacer à une vitesse différente de celle selon les deux autres ; il en résulte des indices optiques différents selon les axes, et la réfraction provoque alors le dédoublement de l'image lors de la traversée du cristal.

De nombreux cristaux possèdent ainsi deux indices de réfractions principaux (matériaux *uniaxes*), d'autres cependant peuvent n'en posséder qu'un seul (dans le cas d'un cristal cubique en particulier) tandis que certains en possèdent trois (milieux *biaxes*).

Pour les matériaux uniaxes, tels que ceux qui ont été utilisés pour ADONF, la *biréfringence* correspond à la différence des deux indices principaux. Celle-ci peut-être positive ou négative, propriété qui sera utilisée pour la version achromatique de l'analyseur (voir section I.2.5).

En pratique, la biréfringence peut-être complexe à étudier selon l'angle d'arrivée de la lumière par rapport aux axes principaux des cristaux. Je me limiterai ici au seul cas simple qui nous intéresse : une lame de matériau uniaxe taillée parallèlement à son axe principal.

Dans cette configuration, il convient de prendre en compte séparément les deux composantes de polarisation correspondant aux axes du cristal. L'une d'elles va se propager à la vitesse imposée par l'indice ordinaire  $n_o$ , l'autre à celle de l'indice extraordinaire  $n_e$ , et, à la sortie de la lame, le déphasage ainsi induit entre ces deux composantes aura modifié l'état de polarisation final du faisceau : c'est un procédé classique utilisé, par exemple, pour la réalisation de lames à retard.

Des formules pour calculer les indices optiques de nombreux cristaux en fonction de la longueur d'onde sont données dans (Bass *et al.*, 2009). Je reproduis ici les formules, où  $\lambda$  est exprimé en  $\mu m$ , pour la calcite (valable entre 0.2 et  $2.2\mu m$ ) :

$$n_o^2 - 1 = \frac{0.8559\lambda^2}{\lambda^2 - (0.0588)^2} + \frac{0.8391\lambda^2}{\lambda^2 - (0.141)^2} + \frac{0.0009\lambda^2}{\lambda^2 - (0.197)^2} + \frac{0.6845\lambda^2}{\lambda^2 - (7.005)^2} \quad (I.1)$$

$$n_e^2 - 1 = \frac{1.0856\lambda^2}{\lambda^2 - (0.07897)^2} + \frac{0.0988\lambda^2}{\lambda^2 - (0.142)^2} + \frac{0.317\lambda^2}{\lambda^2 - (11.468)^2} \quad (I.2)$$

et le quartz (valable entre 0.18 et  $0.71\mu m$ ) :

$$n_o^2 - 1 = \frac{0.663044\lambda^2}{\lambda^2 - (0.060)^2} + \frac{0.517852\lambda^2}{\lambda^2 - (0.106)^2} + \frac{0.175912\lambda^2}{\lambda^2 - (0.119)^2} + \frac{0.565380\lambda^2}{\lambda^2 - (8.844)^2} + \frac{1.675299\lambda^2}{\lambda^2 - (20.742)^2} \quad (I.3)$$

$$n_e^2 - 1 = \frac{0.665721\lambda^2}{\lambda^2 - (0.060)^2} + \frac{0.503511\lambda^2}{\lambda^2 - (0.106)^2} + \frac{0.214792\lambda^2}{\lambda^2 - (0.119)^2} + \frac{0.539173\lambda^2}{\lambda^2 - (8.792)^2} + \frac{1.807613\lambda^2}{\lambda^2 - (197.70)^2} \quad (I.4)$$

Un exemple de valeurs de ces indices optiques est donné dans le tableau suivant, pour une longueur d'onde  $\lambda = 633nm$  :

Élément	$n_o$	$n_e$	$n_e - n_o$
Calcite	1.6558	1.4852	-0.1706
Quartz	1.5426	1.5523	+0.0097

### L'activité optique

Au début du XIX<sup>e</sup> siècle, on découvre que d'autres milieux ont la propriété de faire tourner la direction de polarisation de la lumière : on appelle cela le *pouvoir rotatoire*,

ou activité optique. Des cristaux, tels que le quartz à nouveau, sont concernés, mais également des solutions aqueuses, de sucre par exemple.

Pour les solutions, cet effet provient de la dissymétrie d'une molécule : pour le sucre par exemple, la présence d'un carbone asymétrique permet l'existence de molécules de même formule chimique, ne différent que par un plan de symétrie. Ces molécules vont avoir la propriété de faire tourner la lumière dans un sens ou dans l'autre, jouant un rôle symétrique. La loi de Byot stipule que cet effet est proportionnel à la concentration de soluté et à l'épaisseur de solution traversée. Le saccharose par exemple est *dextrogyre*, ce qui signifie que la polarisation tourne vers la gauche quand on fait face à la lumière.

Les cristaux peuvent présenter une structure cristalline asymétrique également, ayant pour conséquence l'apparition d'activité optique. Dans le cas du quartz par exemple, les molécules de  $SiO_4$  forment des hélices, pouvant s'enrouler dans un sens ou dans un autre : on peut ainsi avoir des cristaux *levogyres* ou *dextrogyres*, et la rotation de l'axe de polarisation est ici proportionnelle à l'épaisseur de matériau traversée.

Cette activité optique  $\rho$  est fortement chromatique. Plusieurs formules sont données dans (Chandrasekhar, 1952) pour celle du quartz, dont une, très simple, est valable dans le domaine visible et ultra-violet :

$$\rho(\lambda) = \frac{k\lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_o^2)^2} \quad (I.5)$$

avec  $k = 7.186$  et  $\lambda_o = 0.0926283\mu m$ , et  $\lambda$  exprimé en  $\mu m$ .

D'une façon générale, on peut souvent trouver une expression de cette forme pour exprimer les activités optiques des cristaux, et dans l'approximation  $\lambda \gg \lambda_o$  (valable dans le domaine visible pour le quartz), il est possible d'écrire :

$$\rho = \frac{k}{\lambda^2} \quad (I.6)$$

Le tableau suivant présente les valeurs de l'activité optique pour le sucre et le quartz, données pour  $\lambda = 589nm$  et à  $20^\circ C$  :

Elément	$\rho$ ( $\lambda = 589nm$ et $T = 20^\circ C$ )
Saccharose	$66.5^\circ dm^{-1} \cdot g^{-1} \cdot mL$
Quartz	$21.7^\circ mm^{-1}$

Pour le quartz, entre autres, la biréfringence et l'activité optique cohabitent, la première masquant généralement la seconde en raison de son effet prépondérant. La seule façon de pouvoir tirer malgré tout partie de cet effet est de tailler le cristal de quartz perpendiculairement à son axe principal : dans cette configuration, la lumière incidente se propage selon celui-ci et les 2 autres axes, d'indice  $n_o$  tous les deux, ne vont pas avoir d'effet sur la propagation de la lumière.

### Biréfringence et activité optique induite

Il existe divers moyens de faire apparaître ces effets dans certains matériaux, par divers moyens, en particulier l'application de champs électriques, magnétiques, mais également de contraintes mécaniques.

La biréfringence peut ainsi être obtenue par effet Pockels ou effet Kerr par application d'un champ électrique ou par effet Cotton-Mouton par application d'un champ magnétique. L'activité optique peut quant à elle être induite par effet Faraday en appliquant un champ magnétique à certains matériaux.

Rien de ceci n'a été utilisé pour ADONF, mais cela resterait cependant à étudier de façon plus approfondie. Malgré les inévitables problèmes d'encombrements et de parasites sur les caméras d'un dispositif magnétique ou électrique, ainsi que la difficulté d'obtention d'un champ homogène, ces effets rendraient possible un ajustement de la sensibilité de l'analyseur en modifiant simplement la biréfringence du matériau qu'il utilise.

## I.2 Présentation de l'analyseur

Comme déjà évoqué en introduction, cet analyseur peut être décrit comme un analyseur à transmission variable, utilisant des matériaux optiquement actifs pour réaliser l'équivalent d'un filtre d'amplitude dans le plan focal (Gendron *et al.*, 2010a).

Le principe de fonctionnement de cet analyseur est tout d'abord présenté, avant de s'intéresser à l'utilité spécifique de chacun de ses composants optiques. Le choix des caractéristiques de chacun d'eux est ensuite abordé, avant de présenter succinctement les différents prototypes réalisés à ce jour, suivi de la proposition d'un modèle achromatique de cet analyseur.

On s'intéresse ensuite, dans une première approche, aux propriétés générales d'ADONF, avant de détailler la méthode de traitement des données et de reconstruction du front d'onde.

### I.2.1 Principe de fonctionnement

La figure I.2 illustre de façon simplifiée le fonctionnement de cet analyseur, en omettant en particulier les lentilles et la lame de quartz (voir les paragraphes suivants).

À l'entrée de l'analyseur se trouve tout d'abord un *prisme de Wollaston*, noté  $W_1$  ; son fonctionnement est détaillé ci-dessous, mais son rôle principal consiste à séparer le faisceau de lumière incident en deux faisceaux de polarisations orthogonales. Dans le plan focal, deux *biseaux* perpendiculaires collés sur une *lame de quartz*, l'ensemble composé de matériaux optiquement actifs, sont placés de façon à intercepter ces faisceaux, et vont modifier leur état de polarisation en fonction de l'endroit où la lumière sera passée. Celle-ci sera ensuite analysée à l'aide d'un second prisme de Wollaston,  $W_2$ , séparant à nouveau la lumière en deux, produisant ainsi quatre faisceaux.

Enfin, une ou deux lentilles permettent de former les quatre images de la pupille, issues de chacun des faisceaux, sur le capteur CCD.

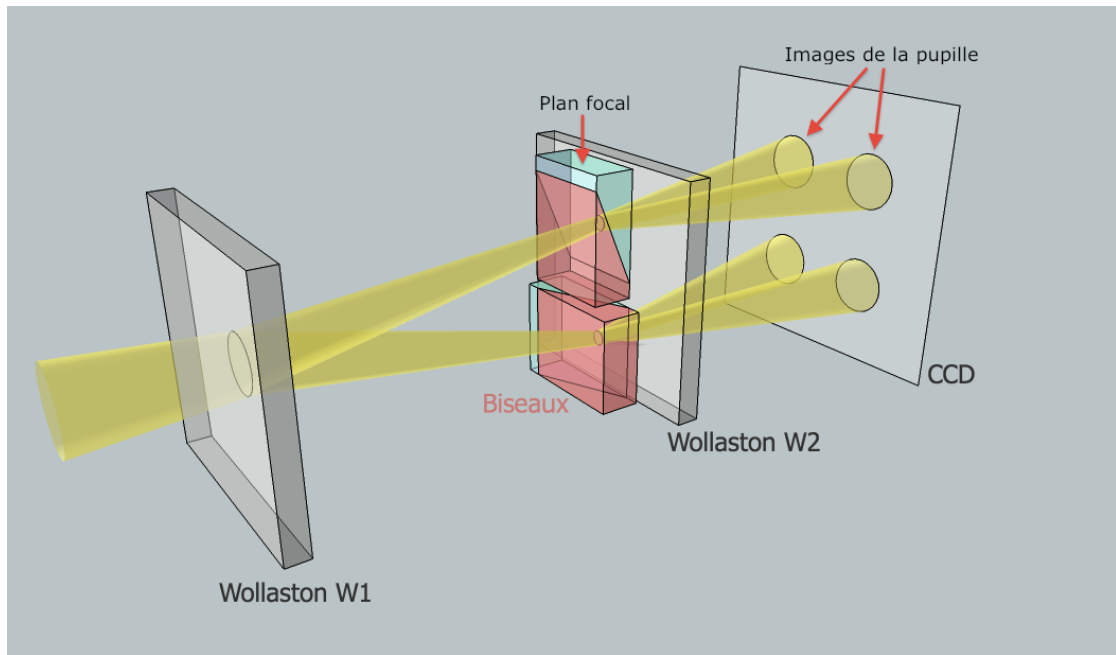


FIGURE I.2 – Illustration du fonctionnement d'ADONF : le faisceau est tout d'abord séparé en deux par le premier Wollaston  $W_1$ , avant de rencontrer les biseaux dans le plan focal. Un second Wollaston  $W_2$  sépare alors à nouveau la lumière en deux, formant quatre images sur le détecteur. Les lentilles et la lame de quartz ne sont pas représentées ici pour plus de clarté, voir figure I.5 pour plus de détails.

Chacun de ces éléments est détaillé dans les paragraphes suivants, à la suite de quoi je reviens sur l'équivalence de cet ensemble avec un filtre à transmission variable.

### Prismes de Wollaston

Les deux prismes de Wollaston sont composés de deux prismes de quartz collés, dont les axes optiques sont orthogonaux entre eux. Ils ont la propriété de séparer la lumière incidente en deux faisceaux divergents (séparés de quelques degrés, dépendant des caractéristiques de l'élément), de polarisations rectilignes et orthogonales l'une par rapport à l'autre.

Ces éléments ont donc la possibilité d'être utilisés pour obtenir deux faisceaux polarisés à  $90^\circ$  à partir de lumière naturelle ou polarisée (dans ce second cas, l'intensité des faisceaux peut ne pas être identique). Ces prismes peuvent également servir d'analyseurs : pour une lumière incidente polarisée rectilignement d'intensité  $I_o$ , la différence normalisée des intensités  $I_A = I_o \cos^2(\theta)$  et  $I_B = I_o \sin^2(\theta)$  des faisceaux en sortie permettant de connaître l'orientation  $\theta$  de cette polarisation, par rapport à l'un des axes principaux du prisme :

$$\frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) = \cos(2\theta) \quad (\text{I.7})$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{I_A - I_B}{I_A + I_B}\right) \quad (\text{rad}) \quad (\text{I.8})$$

Pour ADONF, le premier Wollaston  $W_1$  sert à diviser la lumière naturelle d'une étoile en deux faisceaux polarisés et créer deux voies optiques : l'une sert à déterminer le gradient selon une direction, l'autre selon la direction perpendiculaire. Le second prisme,  $W_2$ , joue quant à lui le rôle d'analyseur tel que décrit ci-dessus. Les deux Wollastons étant croisés, on obtient alors quatre images sur le capteur CCD.

### Les biseaux

Ces deux éléments forment le coeur de l'analyseur, placés dans un plan focal, ce sont eux qui permettent d'effectuer le filtrage présenté en introduction au chapitre 3.2 en utilisant le pouvoir rotatoire du quartz.

Comme représenté sur la figure I.3, chacun d'eux est formé de deux prismes de quartz accolés, de forme identique, l'un dextrogyre (en rouge), l'autre lévogyre (en vert). De plus, l'épaisseur de ces éléments (environ 2.4mm, ajustée lors de la réalisation des pièces) est choisie de façon à ce que la polarisation puisse au maximum tourner de  $45^\circ$ , pour une longueur d'onde de 633nm (utilisée pour les tests que j'ai réalisés en laboratoire).

Cette configuration permet, en fonction de l'endroit où la lumière est passée dans le plan focal, de faire tourner la polarisation d'un angle variable. Celui-ci vaut  $\pm 45^\circ$  si la lumière passe à côté du biseau (rayons en haut et en bas). Dans le cas où le rayon passe exactement au centre, les épaisseurs de matériaux lévogyre et dextrogyre traversés étant exactement identiques, la direction de polarisation ne tourne pas.

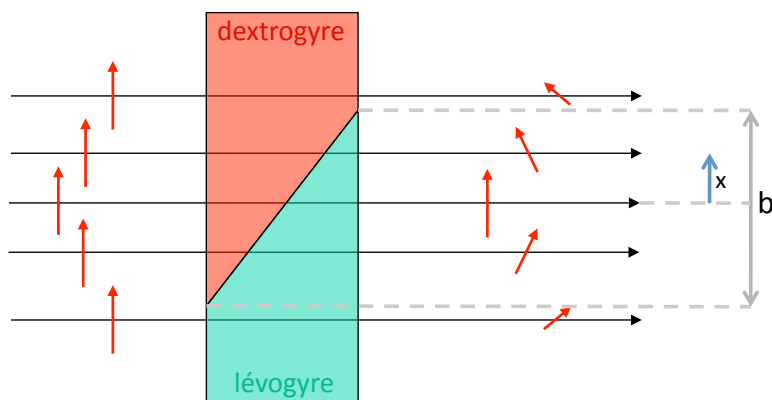


FIGURE I.3 – Principe de fonctionnement des biseaux de l'analyseur ADONF : l'épaisseur de matériau lévogyre et dextrogyre dépend de l'endroit où le rayon passe, faisant ainsi varier l'angle de rotation de la polarisation, figurée ici par les flèches rouges.

On peut ainsi établir une relation très simple entre l'angle de rotation de polarisation  $\theta$  et l'endroit où le faisceau est passé dans les biseaux, et donc, dans le plan focal. En notant  $b$  la largeur du biseau et  $x$ , l'endroit où passe le rayon lumineux par rapport à l'axe optique :

$$\theta = \frac{\pi x}{2 b} \quad (\text{I.9})$$

ADONF comporte deux biseaux perpendiculaires afin de réaliser l'analyse selon les deux axes correspondants : en effet, comme le montre la formule précédente, un biseau ne permet de mesurer l'aberration d'un rayon que selon un axe (selon  $x$  dans l'équation). Ceci explique donc la nécessité d'utiliser deux biseaux, et de séparer la lumière en deux à l'entrée de l'analyseur à l'aide du prisme de Wollaston  $W_1$ .

### La lame de quartz

Cette lame de quartz est taillée dans le même matériau que les biseaux, et son épaisseur est ajustée pour faire tourner l'axe de polarisation de  $45^\circ$ . Cette lame possède le double avantage de servir de support aux biseaux, collés dessus, et de permettre d'éviter une perte d'information lors de la mesure par le second Wollaston. En effet, l'angle  $\theta$  en sortie des biseaux se trouve dans l'intervalle  $[-\frac{\pi}{4}; +\frac{\pi}{4}]$ , en conséquence, vu les notations utilisées ci-dessus,  $I_B = I_o \sin^2(\theta)$  est identique sur cet intervalle pour  $+\theta$  et  $-\theta$ , ce qui crée une indétermination sur le signe de  $\theta$ , et donc sur le signe de  $x$ . A noter qu'il serait possible de placer le Wollaston  $W_2$  à  $45^\circ$  de  $W_1$ , mais l'arrangement des images des pupilles nécessiterait alors un capteur CCD plus grand.

L'utilisation de la lame à  $45^\circ$  permet de placer  $\theta$  dans un intervalle  $[0; \frac{\pi}{2}]$ , et proche de  $\frac{\pi}{4}$  pour des rayons non aberrants. Dans cette configuration,  $I_A \approx I_B \approx I_o/2$ , ce qui rend par ailleurs l'influence du bruit minimale sur la mesure (voir le paragraphe I.3.2

pour plus de détails).

Après cette lame, la relation I.9 reste la même, mais entre les intensités mesurées et l'angle  $\theta$  de rotation de la polarisation on a dorénavant la relation :

$$\theta = \frac{1}{2} \operatorname{asin} \left( \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \right) \quad (rad) \quad (I.10)$$

Ou encore pour avoir une mesure en degrés, comme celles présentées sur certaines mesures par la suite :

$$\theta = \frac{180^\circ}{2\pi} \operatorname{asin} \left( \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \right) \quad (I.11)$$

### Les lentilles

La première lentille  $L_1$  est la plus importante car elle possède un double rôle. D'une part, elle permet de rendre parallèles les deux faisceaux (séparés d'un angle  $\alpha_{W_1}$ ) issus de  $W_1$  ; elle doit pour cela avoir  $W_1$  à son foyer objet. Cette opération est essentielle pour éclairer les biseaux avec des rayons quasi-perpendiculaires à leurs surfaces, permettant ainsi de s'affranchir des effets de biréfringence linéaire (sensibles dès que l'angle d'incidence dépasse  $5^\circ$  environ). D'autre part, cette lentille forme une image de la pupille (située à l'infini à l'entrée de l'analyseur) qu'il est possible d'acquérir avec un capteur CCD.

Toutefois, selon les optiques utilisées, cette image peut nécessiter un capteur plus grand que ceux couramment disponibles, ce qui a été le cas sur certains de nos prototypes ; il a fallu pour ceux-ci ajouter une seconde lentille  $L_2$ , permettant d'ajuster l'image à la taille du CCD. Cette option possède cependant le désavantage de provoquer de fortes aberrations sur l'image finale, que le *morphing* (voir le chapitre I.2.7) ne corrige pas complètement.

### Réalisation du filtre d'amplitude variable

Comme présenté ci-dessus, après séparation de la lumière en deux composantes de polarisation orthogonales par le Wollaston  $W_1$ , les biseaux ont la propriété de faire tourner la polarisation de la lumière de façon proportionnelle à l'endroit où passe la lumière. Le Wollaston  $W_2$  agit ensuite comme un analyseur.

Les photos de la figure I.4 illustrent l'effet de filtre à transmission variable qui en résulte. Elles représentent les deux biseaux perpendiculaires, collés sur la lame de quartz, le tout placé entre deux polariseurs, formant un ensemble équivalent à celui de deux des quatre faisceaux issus des prismes de Wollaston. La photo de gauche a été réalisée en lumière blanche, illustrant l'aspect fortement chromatique de la polarisation rotatoire, tandis que celle de droite a été prise avec un filtre rouge, permettant de voir le gradient de transmission provoqué par l'ensemble des optiques.



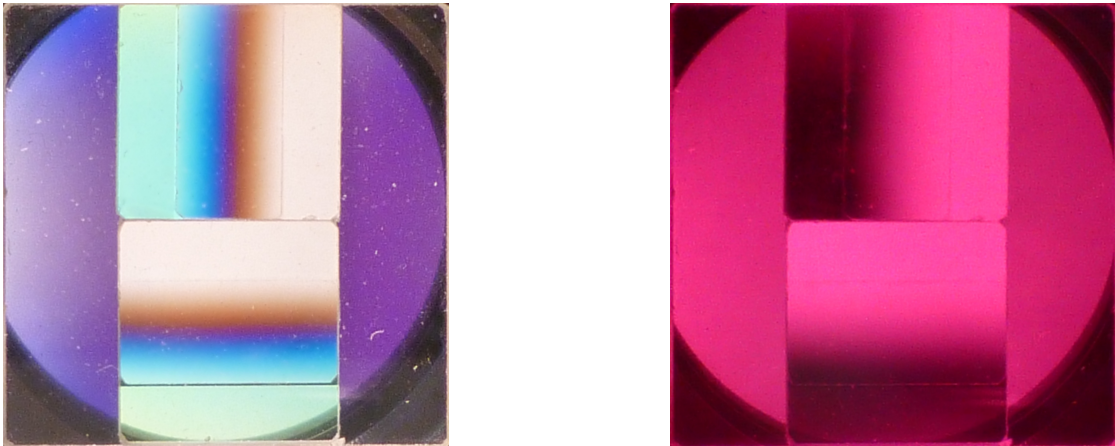


FIGURE I.4 – Photos des biseaux d'ADONF, collés sur la lame de quartz à  $45^\circ$ , et placés entre deux analyseurs. L'image de gauche a été prise en lumière blanche, illustrant le chromatisme de cet analyseur. Celle de droite, prise avec un filtre rouge, montre clairement la variation de transmission équivalente de l'ensemble au centre des biseaux.

## I.2.2 Choix des optiques

Selon les contraintes d'utilisation de l'analyseur, il est essentiel de bien choisir les paramètres pour sa réalisation, en tenant compte de leurs dépendances les uns par rapport aux autres. Dans les chapitres suivants, les notations se réfèrent au schéma I.5 (à l'échelle horizontalement, mais pas transversalement).

### I.2.2.1 Largeur du biseau

Ce paramètre est à choisir en premier car sa valeur détermine entièrement la sensibilité et le domaine de linéarité de l'analyseur

#### Mesure de *seeing* sur une source ponctuelle

Ce cas correspond à l'observation d'une étoile naturelle : afin que son image reste toujours sur le biseau lors de l'observation, il est nécessaire que la projection de la tache de *seeing* dans le plan focal du télescope soit plus petite que la largeur  $b$  du biseau. Si on utilise un instrument de focale  $F$ , on doit choisir un biseau tel que :

$$b \geq F \textit{ seeing} \quad (\text{I.12})$$

#### Utilisation avec une source étendue

De la même façon, si on souhaite que l'image de l'objet reste sur les biseaux, il faut prendre en compte l'extension spatiale angulaire  $\alpha$  de celui-ci de façon à ce que :

$$b = F \sqrt{\textit{seeing}^2 + \alpha^2} \quad (\text{I.13})$$

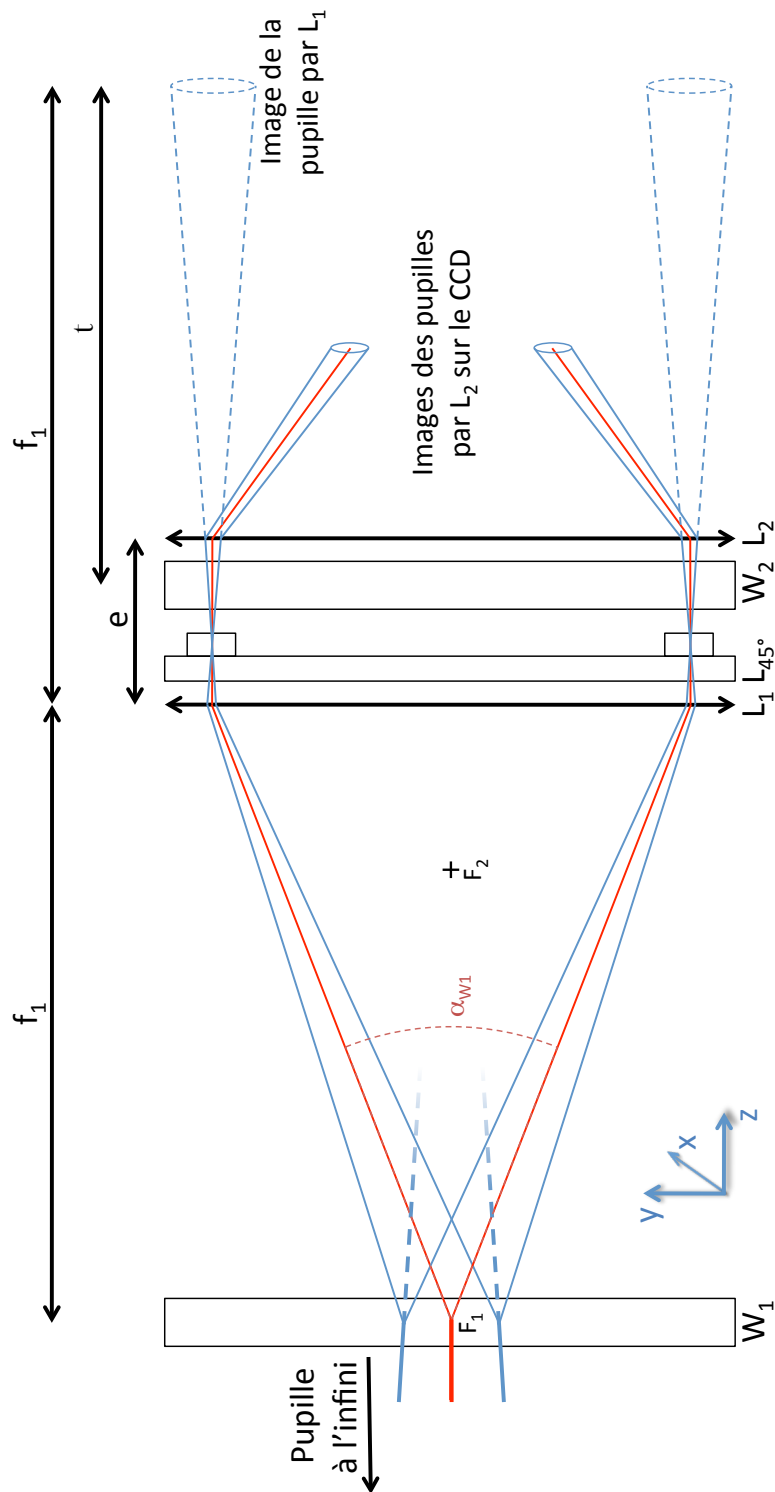


FIGURE I.5 – Schéma optique d'ADONF, utilisant les notations de la partie I.2.2. Les rayons bleus sont issus du bord de la pupille (située à l'infini), et les rouges de son centre.

Ceci est parfaitement adaptable à des mesures sur banc optique, en prenant en compte la dimension de la source et le grandissement du montage utilisé.

### Utilisation avec une étoile artificielle

Comme évoqué en introduction, une étoile artificielle possède la particularité de ne pas être vue de la même façon selon l'endroit de la pupille considéré. Observée avec un télescope de focale  $F$  et de diamètre  $D$ , l'allongement  $\Delta h$  de son image dans le plan focal peut s'exprimer en fonction de son altitude  $H$  et de son extension  $\Delta H$  de la façon suivante :  $\Delta h = \Delta H \gamma^2$  avec le grandissement  $\gamma = F/H$ , d'où :

$$\Delta h = \Delta H \frac{F^2}{H^2} \quad (\text{I.14})$$

En considérant le biseau centré sur l'image de l'étoile artificielle, chaque extrémité de celle-ci sera défocalisée d'une longueur  $\Delta h/2$  et formera sur le biseau une tache de diamètre inversement proportionnel à l'ouverture  $F/D$  de l'instrument :  $\frac{\Delta h}{2F/D}$ .

Pour mesurer en plus une turbulence avec un seeing donné, la formule devient :

$$b = F \sqrt{\text{seeing}^2 + \left( \Delta H \frac{D}{2H^2} \right)^2} \quad (\text{I.15})$$

### Utilisation pour contrôler un miroir déformable

On considère un miroir déformable, possédant  $n$  actionneurs selon son diamètre  $d$ , chaque actionneur ayant une course  $h_{max}$  et une interaction  $\eta$  entre eux. L'amplitude maximale entre deux actionneurs voisins est donc  $h_{max}(1 - \eta)$  et en supposant que le miroir prenne un profil sinusoïdal entre deux, la pente (tilt) maximale est :

$$\alpha = \pi/2 h_{max}(1 - \eta)/(d/n) \quad (\text{I.16})$$

Pour mesurer cette déformation en utilisant un faisceau d'ouverture  $F/D$ , le biseau doit avoir une largeur :

$$b = (F/D) d 2\alpha = (f/d) \pi n h_{max}(1 - \eta) \quad (\text{I.17})$$

### Design complet du biseau

La largeur  $b$  du biseau est donnée par les formules ci-dessus, il reste à déterminer la dimension des bords  $b'$  et la longueur  $l$  de cet élément. Ces dimensions sont reportées sur la figure I.6 pour plus de clarté.

Pour commencer, la taille  $b'$  des bords n'a pas une grande importance : il vaut mieux éviter de choisir  $b' = 0mm$  afin de ne pas avoir des bords saillants possédant sans doute des défauts de réalisation en bord de biseau. Le choix de  $b'$  peut se faire de façon à ce que les bords des biseaux coïncident avec les bords de la lame de quartz sur laquelle ils sont collés, imposant un certain centrage à l'ensemble.

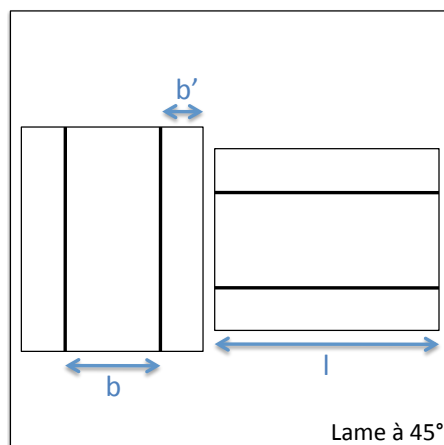


FIGURE I.6 – Représentation des biseaux collés sur la lame de quartz et des dimensions mises en jeu, dont les formules sont données au chapitre I.2.2.1.

Enfin, si on souhaite s'assurer que lorsqu'un des spots se trouve sur un biseau, le second se trouve sur l'autre biseau, la longueur  $l$  doit être égale à la largeur  $b$  additionnée de la dimension des 2 bords :

$$l \approx b + 2b' \quad (\text{I.18})$$

Cette relation n'est donnée ici que pour apporter un côté pratique lors de l'utilisation, et ne possède pas une grande importance pour la réalisation des biseaux.

Pour terminer, la distance entre les spots  $d_{spots}$  aura son importance dans les calculs suivants, aussi est-il utile de la déterminer en fonction du *design* choisi pour les biseaux. Si  $l$  obéit à l'équation ci-dessus, on peut écrire  $d_{spots}$  de la façon suivante :

$$d_{spots} \approx l/2 + b/2 + b' \quad (\text{I.19})$$

Il existe toutefois une certaine marge concernant cette dimension, qu'on peut estimer à  $\pm(l - b)$ .

La figure I.7 est un exemple de réalisation de biseaux collés sur lame de quartz tel que décrit dans cette partie. Ce sont les éléments du modèle *ELT* décrit à la partie I.2.3.

### I.2.2.2 Dimensions des autres éléments

Chacun des éléments optiques du plan focal doit avoir une taille minimale imposée par la distance maximale entre les rayons lumineux, donnée par la somme de la distance entre les spots et la largeur des biseaux :  $d_{spots} + b$ .

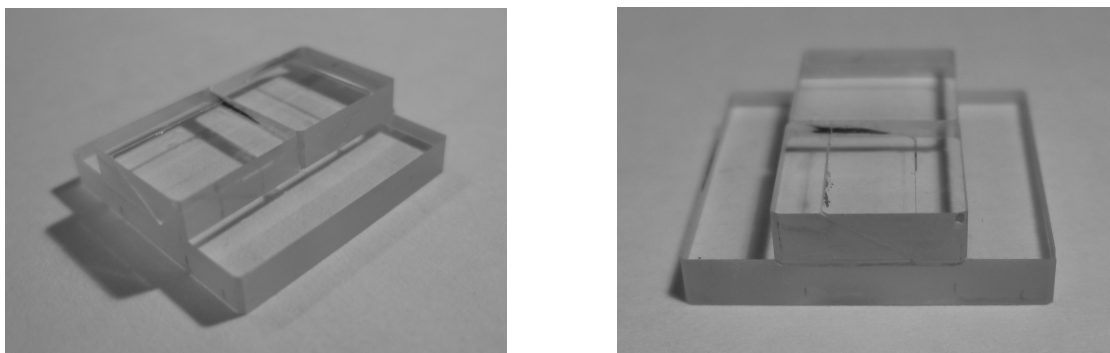


FIGURE I.7 – Deux photos des biseaux collés sur la lame de quartz pour le prototype *ELT*, décrit au chapitre I.2.3

### I.2.2.3 Le Wollaston $W_1$

Son rôle est de séparer l'image de la pupille en deux, en évitant le recouvrement de l'une par l'autre. Il faut pour cela prendre en compte l'ouverture du faisceau  $F/D$ , dont l'inverse donne directement l'angle du cône de lumière issu de la pupille, si on suppose que celle-ci est située à l'infini. Le recouvrement est alors évité si l'angle de séparation du Wollaston  $\alpha_{W_1}$  obéit à :

$$\alpha_{W_1} > \frac{1}{(F/D)} \quad (\text{I.20})$$

Ce Wollaston ne se situant pas dans le plan focal, il convient de déterminer également ses dimensions. D'une façon générale, seule l'ouverture du faisceau et la distance de  $W_1$  au foyer (dépendant de  $L_1$ , voir la sous-partie suivante) détermine le diamètre utile et donc la dimension minimale  $l_{W_1}$  de cet élément par la formule :

$$l_{W_1} \geq \frac{f_1}{(F/D)} \quad (\text{I.21})$$

Cependant, dans le cas d'une observation sur étoile artificielle, la défocalisation importante engendrée par l'allongement de la source implique de choisir un Wollaston plus grand. La formule I.14 donne la longueur  $\Delta h$  de l'image au foyer du télescope, aussi la taille minimale du Wollaston devient :

$$l_{W_1} \geq \left( f_1 + \frac{\Delta h}{2} \right) \frac{1}{(F/D)} \quad (\text{I.22})$$

### I.2.2.4 La lentille $L_1$

Celle-ci doit rendre parallèles les faisceaux issus du premier Wollaston :  $W_1$  se situe donc au foyer de cette lentille. D'autre part, les faisceaux devant arriver séparés d'une distance  $d_{spots}$  sur les biseaux, la focale de  $L_1$  est alors imposée par :

$$f_1 = \frac{d_{spots}}{\alpha_{W_1}} \quad (\text{I.23})$$

La précision sur  $f_1$  n'est pas essentielle : une erreur sur la focale se traduira simplement par une erreur de même amplitude sur la distance des spots sur les biseaux, qui doit rester dans le domaine évoqué plus haut concernant la détermination de la longueur  $l$  des biseaux.

### I.2.2.5 Le Wollaston $W_2$

Ce Wollaston doit également séparer les images des pupilles en évitant le recouvrement. Il faut absolument prendre en compte dans ce calcul que ce composant ne se trouve pas au foyer image du télescope en raison des éléments optiques placés entre lui et  $L_1$  (les biseaux et la lame à  $45^\circ$ ).

$L_1$  crée l'image de la pupille à une distance  $f_1$  d'elle-même, et à une distance  $t$  de  $W_2$ . La séparation des images des pupilles impose alors en fonction de l'ouverture ( $F/D$ ) :

$$t \alpha_{W_2} > \frac{f_1}{(F/D)} \quad (\text{I.24})$$

Enfin, on peut estimer  $f_1 - t$  comme étant l'épaisseur de la lame à  $45^\circ$ , des biseaux, de la moitié de  $W_2$  et de la distance laissée entre chacun de ces éléments.

### I.2.2.6 La lentille $L_2$

Son rôle se réduit à adapter la taille de l'image finale sur le capteur CCD, sa focale  $f_2$  dépendra donc de l'utilisation souhaitée : maximiser la taille des pupilles sur le détecteur, ou échantillonner les pupilles sur un nombre de pixels donné. Pour cela, on commence par déterminer le grandissement  $\gamma$  souhaité, résultant des deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$ , avant de déterminer la focale de cette dernière :

- si on souhaite maximiser la taille de l'image  $q$  sur le détecteur, le grandissement prend en compte la taille des pupilles et la séparation par  $W_1$  :

$$\gamma = \frac{q}{f_1 (\alpha_{W_1} + 1/(F/D))} \quad (\text{I.25})$$

- si c'est la taille  $q_{pup}$  d'une pupille qui doit être imposé, on a :

$$\gamma = \frac{q_{pup} (F/D)}{f_1} \quad (\text{I.26})$$

Pour terminer, le grandissement  $\gamma_{L_2}$  de la lentille  $L_2$  s'écrit, en notant  $F_2$  son foyer objet et  $A$  l'image de la pupille :

$$\gamma = -\frac{f_2}{F_2 A} = \frac{f_2}{f_1 - e + f_2} \quad (\text{I.27})$$

On en déduit alors la focale  $f_2$  de cette lentille correspondant à la configuration souhaitée :

$$f_2 = \frac{\gamma(f_1 - e)}{1 - \gamma} \quad (\text{I.28})$$

où la distance  $e = L_1 - L_2$  est imposée par : l'épaisseur des biseaux, de la lame à  $45^\circ$  de  $W_2$  et de la distance entre ces éléments (soit environ 10mm au total sur nos prototypes).

L'erreur acceptable sur  $f_2$  dépend de l'erreur maximale souhaitée sur la taille de l'image finale, et comme déjà évoqué, cette lentille est optionnelle si la dimension du capteur CCD est déjà adaptée aux autres choix effectués.

### I.2.2.7 Le capteur CCD

L'image sur le CCD est produite par l'association de  $L_1$  et  $L_2$ ; dans le cas où la pupille se trouve à l'infini, la distance de  $L_2$  au CCD est donnée par :

$$d_{L_2-CCD} = \gamma(f_1 - e) \quad (\text{I.29})$$

Dans le cas où il n'y a pas de lentille  $L_2$ , la caméra CCD se situe simplement au foyer image de  $L_1$ .

## I.2.3 Réalisations

A ce jour, 3 prototypes différents ont été réalisés : le premier en 2006, ayant permis de valider le concept, puis deux autres en 2010, bénéficiant de l'expérience du premier pour corriger quelques aspects. Les mesures présentées dans les chapitres suivants ont toutes été réalisées avec le prototype "CANARY".

Pour les deux prototypes suivants, une lentille  $L_2$  a été prévue, mais nous avons entre temps eu la possibilité de nous procurer une caméra CCD possédant un capteur assez grand pour ne plus en avoir besoin, nous affranchissant par là même des aberrations importantes qu'elle provoquait.

### Modèle CANARY

Ce premier prototype avait un objectif double : pouvoir effectuer des mesures sur le miroir ADONIS, utilisé sur le banc optique de CANARY (voir partie II), et faire des mesures de turbulence sur le ciel avec une étoile Rayleigh au WHT. D'après les formules concernant le choix des optiques présentées au chapitre I.2.2, il est possible de choisir le biseau de taille adaptée :

- les actionneurs du miroir ADONIS ont les propriétés suivantes :  $n = 8$  actionneurs de course maximale  $h_{max} = 6\mu m$  et d'interaction  $\eta = 24\%$  (mesurée lors de la caractérisation du miroir pour CANARY). Pour utiliser ADONF avec une ouverture de  $f/d = 15$ , on trouve  $b = 3.4mm$ .
- l'étoile Rayleigh sera observée à 9km d'altitude, pour une longueur de 1km. Le WHT a un diamètre de 4.20m, et l'ouverture du faisceau sera adaptée à 15. Enfin, le seeing estimé est de 0.8", ce qui impose d'utiliser un biseau de 1.65mm.

Etant donné que, lors d'une utilisation courante, le miroir déformable n'est pas utilisé dans les conditions extrêmes (actionneurs en butée) dont le calcul tient compte, notre choix s'est porté sur un biseau de 1.7mm.

L'ensemble des caractéristiques optiques retenues, en application des formules présentées ci-dessus et des contraintes de disponibilité des éléments, sont les suivantes :

Taille du biseau	$b$	=	1.7mm
Séparation de $W_1$	$\alpha_{W1}$	=	$5^\circ$
Distance entre les faisceaux	$d_{spots}$	=	5.1mm
Focale de $L_1$	$f_1$	=	62.9mm
Séparation de $W_2$	$\alpha_{W2}$	=	$5^\circ$
Focale de $L_2$	$f_2$	=	44.5mm
Diamètre des lentilles			1/2"
Dimension des Wollastons			$12 \times 12$ mm
Dimension de la lame à $45^\circ$			$12 \times 12$ mm
Dimension des biseaux	$(b + 2b')$	$\times l$	= $4.3 \times 6$ mm

### Modèle ELT

Afin de réaliser expérimentalement les mesures faites sur un télescope de la classe de ELT (30m ici), ce prototype a été prévu pour être capable d'observer une étoile artificielle au sodium, située à 90km d'altitude et d'une largeur à mi-hauteur de 10km, soit pour une gaussienne  $\sigma = 4.25$ km. Afin de pouvoir effectuer des mesures jusqu'à un seeing de 0.8", un biseau de 4mm a été choisi, et les caractéristiques des autres composants optiques sont présentées ci-dessous :

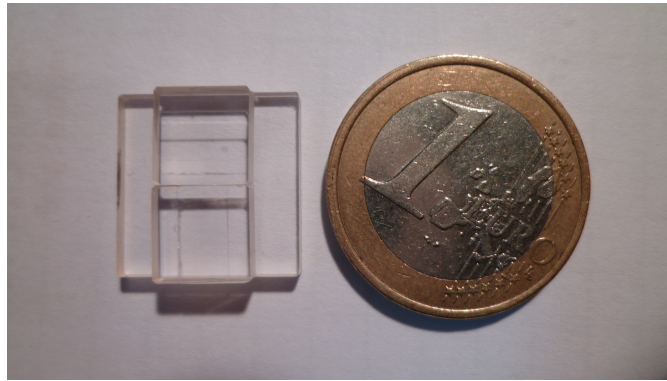
Taille du biseau	$b$	=	4mm
Séparation de $W_1$	$\alpha_{W1}$	=	$5^\circ$
Distance entre les faisceaux	$d_{spots}$	=	8mm
Focale de $L_1$	$f_1$	=	88.3mm
Séparation de $W_2$	$\alpha_{W2}$	=	$5^\circ$
Focale de $L_2$	$f_2$	=	38.1mm
Diamètre des lentilles			1"
Dimension des Wollastons			$16 \times 16$ mm
Dimension de la lame à $45^\circ$			$16 \times 16$ mm
Dimension des biseaux	$(b + 2b')$	$\times l$	= $8 \times 8$ mm

Ces analyseurs sont ainsi de dimension relativement réduite : le modèle *ELT*, le plus gros, utilise des optiques de diamètre inférieur ou égal à 25.4mm. Selon l'axe optique, l'extension entre le premier Wollaston et le capteur CCD est de 12cm à 16cm, selon la présence ou non de la lentille  $L_2$ .

### I.2.4 Réglages mécaniques

Afin de réaliser des supports mécaniques pour l'ensemble des éléments, il convient de prendre en compte les réglages nécessaires pour chacun d'eux. En notant  $z$  l'axe optique, le tableau suivant récapitule ceux-ci :



FIGURE I.8 – Photo du biseau pour le modèle *ELT* avec une pièce, donnant l'échelle.

Wollaston $W_1$	translation en $Z$ , rotation d'axe $Z$
Lentille $L_1$	translation en $X$ et $Y$
Biseaux	translation en $X$ et $Y$ , rotation d'axe $Z$
Wollaston $W_2$	rotation en $Z$
Lentille $L_2$	translation en $X$ et $Y$
Caméra	translation en $X$ , $Y$ et $Z$

Lorsque l'ensemble des éléments peuvent être placés et remis dans l'ordre souhaité, le réglage peut se faire en utilisant un LASER<sup>3</sup> en effectuant les opérations dans l'ordre suivant :

- repérer l'axe optique, matérialisé par le LASER, à une distance de quelques mètres. Le repérer également sur la caméra peut servir pour le réglage de  $L_2$  à la fin.
- placer la caméra et les Wollastons, et régler l'orientation de ceux-ci de façon à avoir les 4 spots formant un rectangle, autant que possible aligné avec les pixels de la caméra
- enlever la caméra et  $W_2$ , et placer la lentille  $L_1$ . Régler la position en  $Z$  de celle-ci de façon à avoir deux faisceaux parallèles en sortie ( $W_1$  est au point focale image de  $L_1$ ) et régler sa position transversale de façon à ce qu'ils arrivent à proximité du repère sur l'axe optique
- placer les biseaux de façon à ce que les faisceaux passent approximativement aux endroits souhaités en ajustant leur position transversale
- placer  $L_2$  et régler sa position transversale de façon à ramener les images autour de l'axe optique (la caméra peut aider, si on a repéré l'axe optique sur l'image)
- placer la caméra, et régler la position transversale des biseaux en équilibrant les flux
- une fois la source en place, affiner la mise au point de la caméra sur la pupille
- régler le focus de l'analyseur en éliminant les gradients observés sur les images des pupilles

3. Attention aux sources LASER polarisées, pouvant provoquer des surprises avec ADONF!

Malheureusement, étant donné le nombre d'éléments concentrés autour du point focal, il est souvent difficile de faire ces réglages dans un ordre les rendant faciles à mettre en œuvre, mais il est toujours possible de converger vers un bon alignement des optiques.

En particulier, dans le cas où il n'y a pas de lentille  $L_2$ , le réglage de la distance  $W_1-L_1$  peut avantageusement être réalisé en plaçant une source de lumière parallèle à la place de la caméra : on cherche ensuite à former l'image de la source sur  $W_1$ . Les biseaux et même  $W_2$  ne gênent pas et formeront simplement deux images de la source sur  $W_1$ . Cette méthode a particulièrement été utilisée pour le prototype de CANARY, pour lequel les trois éléments placés au foyer sont tenus pas la même pièce mécanique.

### I.2.5 Version biréfringente et achromatique

Comme évoqué en introduction, si le modèle actuel de notre analyseur utilise l'activité optique du quartz pour fonctionner, il est possible d'utiliser la biréfringence pour obtenir un résultat similaire. Une autre modification devrait permettre la réalisation d'un analyseur peu sensible à la longueur d'onde, offrant des possibilités intéressantes, notamment pour les observations d'étoiles naturelles.

Les seules modifications proposées ici concernent les biseaux et la lame à  $45^\circ$  : le reste des éléments et le schéma optique restent identiques. Le principe consiste à modifier l'état de polarisation de la lumière (linéaire, elliptique ou circulaire) en fonction de l'endroit où elle est passée dans le plan focal ; on forme ensuite quatre images de la pupille sur le détecteur, permettant comme précédemment de calculer les gradients de la phase.

#### I.2.5.1 Utilisation de la biréfringence linéaire

On utilise ici un matériau biréfringent, possédant au moins deux indices optiques, dont la propriété est d'induire un déphasage entre les deux composantes de polarisation selon les axes optiques principaux du cristal.

Tout d'abord une lame quart d'onde transforme la polarisation linéaire issue du premier prisme de Wollaston en une polarisation circulaire. Le biseau, représenté sur la figure I.9, modifie ensuite l'état de polarisation de la lumière en fonction de l'endroit où celle-ci le traverse. Un second Wollaston joue ensuite le rôle de polariseur-analyseur. Les équations suivantes font intervenir une à une ces transformations, pour aboutir aux caractéristiques de l'analyseur ainsi constitué.

Considérons le champ électrique  $\vec{E}$ , d'amplitude  $A$ , de pulsation  $\omega$  et de polarisation linéaire (issu du prisme de Wollaston  $W_1$ ) :

$$\vec{E} = A \begin{vmatrix} \cos(\omega t) \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{I.30})$$

La lumière traverse tout d'abord une lame quart d'onde, on obtient en sortie une

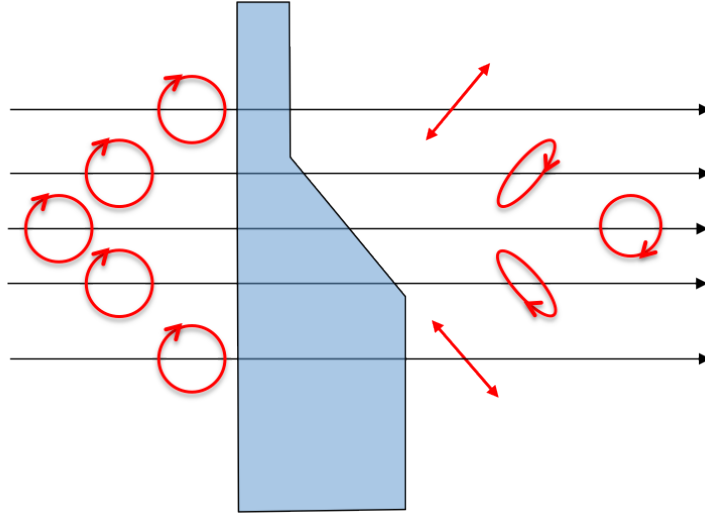


FIGURE I.9 – Représentation du cristal placé dans le plan focal pour un modèle d'ADONF utilisant la biréfringence. La polarisation de la lumière entrante et sortante est représentée en rouge

polarisation circulaire :

$$\vec{E} = A \begin{vmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{vmatrix} \quad (\text{I.31})$$

Elle traverse alors un prisme biréfringent, d'épaisseur  $e$  et de biréfringence  $\Delta n = n_e - n_o$ , introduisant un déphasage  $\Phi$  entre les deux axes tel que :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n e \quad (\text{I.32})$$

Le champ électrique s'écrit en sortie :

$$\vec{E} = A \begin{vmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t + \Phi) \end{vmatrix} \quad (\text{I.33})$$

On place alors un Wollaston dont les axes sont incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport au repère considéré, séparant le faisceau en ses deux composantes de polarisation linéaire pouvant s'écrire :

$$\begin{cases} \vec{E}_A = \frac{\sqrt{2}}{2} A (\cos(\omega t) \cos(\alpha) + \sin(\omega t + \Phi) \sin(\alpha)) \vec{e}_A \\ \vec{E}_B = \frac{\sqrt{2}}{2} A (-\cos(\omega t) \sin(\alpha) + \sin(\omega t + \Phi) \cos(\alpha)) \vec{e}_B \end{cases} \quad (\text{I.34})$$

Les intensités mesurées par le CCD sont alors proportionnelles à la moyenne temporelle du carré des amplitudes du champ électrique, soit  $I_i \sim \langle E_i^2 \rangle_t$ . On utilise alors les

relations :

$$\langle \cos^2(\omega t) \rangle_t = \langle \sin^2(\omega t) \rangle_t = \frac{1}{2} \quad (\text{I.35})$$

$$\langle \cos(\omega t) \sin(\omega t + \Phi) \rangle_t = \frac{1}{2} (\langle \sin(2\omega t + \Phi) + \sin(\Phi) \rangle_t) = \frac{1}{2} \sin(\Phi) \quad (\text{I.36})$$

permettant d'écrire les intensités mesurées sur les deux voies :

$$\begin{aligned} I_A &= \frac{I_o}{2} \left( \frac{1}{2} \cos^2(\alpha) + \frac{1}{2} \sin^2(\alpha) + 2 \frac{1}{2} \sin(\Phi) \cos(\alpha) \sin(\alpha) \right) \\ &= \frac{I_o}{2} (1 + \sin(\Phi) \sin(2\alpha)) \end{aligned} \quad (\text{I.37})$$

$$\begin{aligned} I_B &= \frac{I_o}{2} \left( \frac{1}{2} \cos^2(\alpha) + \frac{1}{2} \sin^2(\alpha) - 2 \frac{1}{2} \sin(\Phi) \cos(\alpha) \sin(\alpha) \right) \\ &= \frac{I_o}{2} (1 - \sin(\Phi) \sin(2\alpha)) \end{aligned} \quad (\text{I.38})$$

Enfin, si on se place dans le cas le plus favorable, pour lequel les amplitudes de variation des  $I_i$  en fonction de  $\Phi$  sont maximales, soit pour  $\alpha = 45^\circ$  :

$$\begin{cases} I_A = \frac{I_o}{2} (1 + \sin(\Phi)) \\ I_B = \frac{I_o}{2} (1 - \sin(\Phi)) \end{cases} \quad (\text{I.39})$$

On trouve que le déphasage est donné par :

$$\Phi = \arcsin \left( \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \right) \quad (\text{I.40})$$

Ce déphasage étant lié à l'épaisseur  $e$  du matériau biréfringent traversé, l'utilisation d'un biseau de ce cristal permet de relier le déphasage induit à l'épaisseur de matériau traversé et donc à la position dans le plan focal. Afin d'avoir un analyseur linéaire, le matériau doit être taillé en forme de biseau tel que représenté sur la figure I.9.

On voit sur celle-ci l'évolution de la polarisation en fonction de l'endroit traversé : aucun changement pour un rayon non aberrant passant par le centre, et une polarisation linéaire pour les rayons les plus excentrés. L'épaisseur  $e$  du matériau correspondante est facilement déterminée par la biréfringence  $\Delta n$  de celui-ci, dont dépend le déphasage induit par la relation :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n e \quad (\text{I.41})$$

Ainsi un déphasage de  $\Phi = \pm\pi/2$  modulo  $2\pi$ , correspondant aux deux bords du matériau, est obtenu pour une épaisseur  $e = \pm\lambda/(4\Delta n)$  modulo  $\lambda/\Delta n$ . La différence d'épaisseur entre ces deux bords  $\Delta e = \lambda/(2\Delta n)$  est bien sûr un paramètre important,

mais il convient également dans la mesure du possible de limiter au maximum l'épaisseur du support, afin de limiter le chromatisme de l'ensemble. Ceci est cependant difficile pour la plupart des matériaux, puisque pour le quartz par exemple, dont la biréfringence à  $\lambda = 500nm$  est  $\Delta n = 0.0093$ , l'épaisseur minimale pour le support est de  $54\mu m$  rendant le biseau bien fragile ... Une solution à ce problème est apportée par le paragraphe suivant.

En pratique, un tel biseau avec un support assez épais est parfaitement réalisable et utilisable : l'angle entre les deux faces est de l'ordre de  $1^\circ$  (pour  $b = 3.1mm$ ), possédant l'avantage d'être assez grand pour l'usinage, et assez petit pour ne pas dévier fortement le faisceau lumineux par réfraction.

### I.2.5.2 ADONF biréfringent achromatique

Afin de rendre le dernier modèle achromatique, plutôt que d'utiliser des matériaux d'une finesse rédhibitoire, on peut utiliser le même principe qui permet d'obtenir des lames quart d'onde achromatiques en collant 2 cristaux biréfringents de façon à ce que leur chromatisme se compense. Ceux-ci doivent être placés de façon à ce que leurs axes optiques soient orthogonaux, comme représenté sur la figure I.10 : les déphasages induits sont ainsi de signe opposés.

Soient  $a$  et  $b$  les deux matériaux, d'épaisseur  $e_a$  et  $e_b$  et de biréfringence  $\Delta n_{ia}$  et  $\Delta n_{ib}$ ,  $i$  étant associé à l'une des deux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  considérées pour lesquelles on souhaite un achromatisme parfait.

Le retard en nombre d'ondes s'écrit  $N = \delta_i / \lambda_i$  avec  $\delta_i = e_a \Delta n_{ia} - e_b \Delta n_{ib}$ .

Pour les deux longueurs d'ondes données, on obtient le système :

$$\begin{cases} \lambda_1 N = e_a \Delta n_{1a} - e_b \Delta n_{1b} \\ \lambda_2 N = e_a \Delta n_{2a} - e_b \Delta n_{2b} \end{cases} \quad (I.42)$$

dont la résolution donne :

$$\begin{cases} e_a = N \frac{\lambda_1 \Delta n_{2b} - \lambda_2 \Delta n_{1b}}{\Delta n_{1b} \Delta n_{2a} - \Delta n_{2b} \Delta n_{1a}} \\ e_b = N \frac{\lambda_1 \Delta n_{2a} - \lambda_2 \Delta n_{1a}}{\Delta n_{1b} \Delta n_{2a} - \Delta n_{2b} \Delta n_{1a}} \end{cases} \quad (I.43)$$

On souhaite introduire un déphasage, dépendant de la position dans l'espace selon un axe donné, allant de  $-\pi/2$  à  $+\pi/2$ , soit  $N = -1/4$  à  $N = +1/4$  ou allant de  $\pi/2$  à  $3\pi/2$ , soit  $N = 1/4$  à  $N = 3/4$ . Cette seconde solution est préférable puisque évitant d'avoir une épaisseur nulle au centre, donc des bords de cristaux, présentant nécessairement des défauts.

Les épaisseurs étant proportionnelles à  $N$ , les biseaux auront des faces planes et l'assemblage des deux matériaux sera tel que représenté sur la figure I.10. A nouveau, les effets sur la polarisation de l'onde entrante  $y$  sont figurés, et selon l'endroit traversé, on

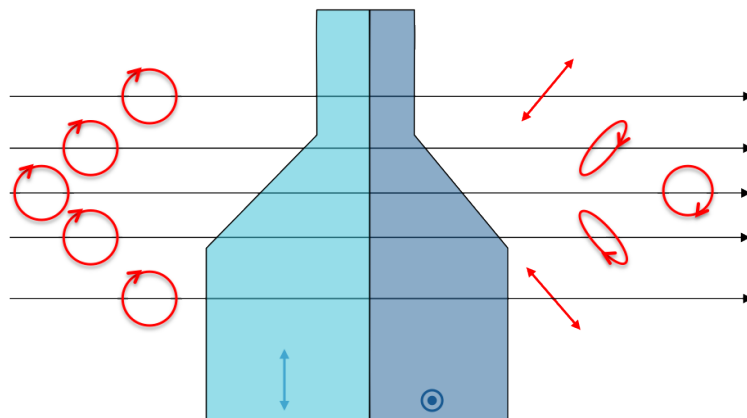


FIGURE I.10 – Représentation du cristal placé dans le plan focal pour un modèle d'ADONF achromatique. La polarisation de la lumière entrante et sortante est représentée en rouge

retrouve au centre la polarisation circulaire de départ et sur les bords une polarisation linéaire. L'analyse se fait de la même façon que pour l'analyseur du paragraphe précédent, en utilisant la formule :

$$\Phi = \text{asin} \left( \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \right) \quad (\text{I.44})$$

### Exemple d'application avec du quartz et $\text{MgF}_2$

Les indices optiques de ces deux matériaux, issus des formules de (Bass *et al.*, 2009), sont données dans ce tableau pour deux longueurs d'onde :

	$\lambda$	$n_o$	$n_e$
$\text{MgF}_2$	$0.5\mu\text{m}$	1.3798	1.3917
	$0.7\mu\text{m}$	1.3761	1.3878
$\text{SiO}_2$	$0.5\mu\text{m}$	1.5488	1.5584
	$0.7\mu\text{m}$	1.5407	1.5504

On obtient alors les épaisseurs des biseaux pour les deux matériaux à chaque extrémité de ceux-ci en utilisant la formule I.43 :

N	$\delta$	$e_{\text{MgF}_2}$	$e_{\text{SiO}_2}$
1/4	$\lambda/4$	$174\mu\text{m}$	$228\mu\text{m}$
3/4	$-\lambda/4$	$523\mu\text{m}$	$685\mu\text{m}$

On constate que les épaisseurs des matériaux sont plus raisonnables compte tenu de leur fragilité ; la différence d'épaisseur entre les deux bords – et l'angle ainsi formé par rapport à l'axe optique – risque cependant d'induire des réfractions importantes sur les surfaces d'entrée et de sortie : il est donc sans doute nécessaire de prévoir l'ajustement de

prismes complémentaires à cet ensemble, réalisés dans un matériau optiquement inactif et d'indice optique proche de ceux utilisés ici.

Pour terminer, certains matériaux présentent un effet Pockels, correspondant à une biréfringence  $\Delta n$  proportionnelle à l'amplitude d'un champ électrique appliqué sur le cristal. Le déphasage  $\Phi$  étant proportionnel à  $\Delta n$ ,  $\Phi$  serait donc proportionnel au champ imposé, permettant ainsi de faire varier la sensibilité de l'analyseur. De nombreux matériaux cependant présentent aussi un effet Kerr, pour lequel la biréfringence suit une loi quadratique du champ électrique imposé, inutilisable dans notre cas.

L'application de ceci nécessiterait donc de trouver 2 matériaux biréfringents dont l'association permettrait de rendre l'ensemble achromatique, et que ces deux matériaux présentent un effet Pockels sans effet Kerr.

## I.2.6 Caractéristiques : avantages et inconvénients

La présentation de l'analyseur qui vient d'être faite permet de prévoir un certain nombre de ses caractéristiques. En particulier, deux critiques majeures peuvent être faites : l'aspect monochromatique, et la nécessité de séparer le faisceau incident en deux avant l'analyse. D'autres aspects sont quant à eux très intéressants, comme la résolution et la linéarité de ce senseur.

### I.2.6.1 Aspect chromatique

En raison de la forte chromaticité de la biréfringence d'une façon générale, et de la biréfringence rotatoire en particulier, il n'est possible d'utiliser ADONF qu'avec des sources monochromatiques (diodes, LASER ...) ou d'autres sources associées à un filtre interférentiel à bande étroite.

Si une utilisation sur banc optique, où l'intensité lumineuse n'est pas limitée, ne souffre généralement pas de cette restriction, l'observation de la turbulence sur une étoile en est par contre sérieusement affectée. Les observations effectuées avec ADONF sur le ciel ont été réalisées avec un filtre d'environ  $50nm$  de bande passante, limitant d'environ un ordre de grandeur la quantité de lumière utilisée pour l'analyse, par rapport à un autre senseur.

Il faut cependant noter que dans le cas d'une utilisation sur une étoile artificielle, produite par un LASER, l'aspect monochromatique ne représente plus une limitation

### Conséquence d'une utilisation à une autre longueur d'onde

Les éléments optiquement actifs, la lame à  $45^\circ$  et les biseaux, possèdent un pouvoir rotatoire dépendant de la longueur d'onde défini par la formule I.6.

Si on décide d'utiliser un modèle d'ADONF prévu pour une longueur d'onde  $\lambda_o$  à une valeur différente  $\lambda$ , le rapport des pouvoirs rotatoires est simplement défini par :

$$\frac{\rho}{\rho_o} = \left( \frac{\lambda_o}{\lambda} \right)^2 \quad (\text{I.45})$$

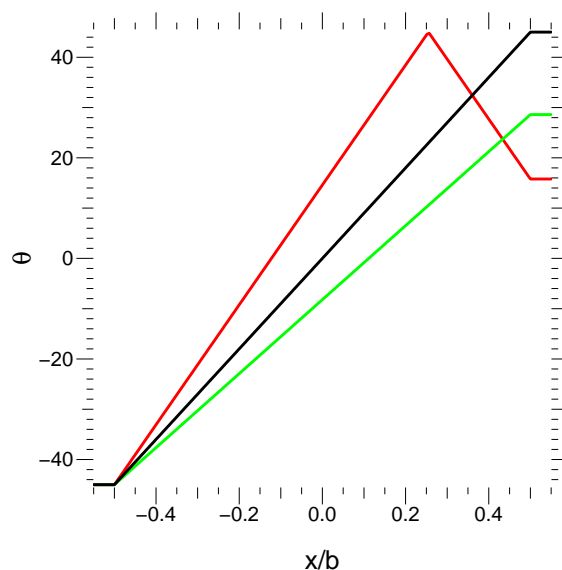


FIGURE I.11 – Représentation de l'angle  $\theta$  mesuré par ADONF en fonction de la position  $x/b$  sur le biseau, pour des longueurs d'onde  $\lambda_o = 633nm$  (noir),  $\lambda = 550nm$  (rouge) et  $\lambda = 700nm$  (vert).

et l'ensemble des rotations d'angles de polarisation va être affecté de ce facteur.

Le graphique sur la figure I.11 présente, pour différentes longueurs d'onde, les angles  $\theta$  mesurés par ADONF en fonction de la position normalisée  $x/b$  sur le biseau, prenant en compte la chromaticité des matériaux. La longueur d'onde  $\lambda_o$  a été choisi comme pour nos prototypes à  $633nm$ , et on constate que si on s'écarte de cette valeur ( $\lambda = 550$  et  $700nm$  ici), la réponse de l'analyseur évolue et on remarque en particulier trois conséquences importantes :

- La sensibilité de l'analyseur évolue en  $(\lambda_o/\lambda)^2$ , ce qui peut être un moyen de l'adapter selon les besoins puisque l'analyseur conserve sa linéarité.
- Si  $\lambda < \lambda_o$ , on observe un repliement (à partir de  $x/b = 0.25$  sur la courbe rouge du graphique), réduisant la zone utilisable du biseau et pouvant amener à des erreurs sur les mesures.
- La position sur le biseau correspondant à  $\theta = 0^\circ$  varie : lors du réglage de l'analyseur, il convient donc de choisir entre se placer à  $\theta = 0^\circ$  (soit  $I_A = I_B$ ), minimisant l'erreur de mesure mais laissant une dynamique de l'analyseur non symétrique, ou de se placer à  $x/b = 0$  pour retrouver cette symétrie en sacrifiant un peu de rapport signal à bruit.



### I.2.6.2 Séparation du faisceau par le premier Wollaston $W_1$

La première étape de l'analyse consiste à séparer le faisceau lumineux entrant, afin de le diriger vers les deux biseaux se chargeant de l'analyse sur des axes perpendiculaires. Cette opération a malheureusement pour conséquence importante de diviser l'intensité lumineuse sur chacune des voies d'analyse, diminuant le rapport signal/bruit d'un facteur  $\sqrt{2}$  par rapport à un senseur utilisant systématiquement l'ensemble de la lumière disponible (pyramide, Shack-Hartmann, ...).

### I.2.6.3 Sensibilité au fond de ciel

La formule permettant la détermination de la trajectoire des rayons lumineux dans les biseaux, et donc l'aberration correspondante, dépend de l'intensité lumineuse totale à l'endroit de la pupille concernée, traduit dans la formule par le terme  $I_A + I_B$ . Cette intensité est ainsi calculée systématiquement, principalement afin de s'affranchir d'inhomogénéités d'éclairage de la pupille, potentiellement variable dans le temps en raison de la scintillation.

Ceci pose malgré tout un problème majeur en pratique en raison d'un potentiel éclairage parasite, tel que le fond de ciel. Il est tout d'abord nécessaire de mesurer celui-ci, et de soustraire sa contribution sur les acquisitions effectuées par la suite. Mais si celui-ci n'est pas correctement compensé, ou si son intensité a évolué depuis son étalonnage, la valeur de  $I_A + I_B$  sera mal estimée (alors que dans le terme  $I_A - I_B$ , l'erreur tendra à se compenser) amenant à modifier la sensibilité de l'analyseur.

Pour limiter cet effet, il est possible de placer un diaphragme dans le plan focal, ceci provoquant en contrepartie une potentielle perte d'information si une partie de la lumière provenant de la source est bloquée (en cas de *seeing* important par exemple).

Notons toutefois que cet inconvénient n'est pas spécifique à ADONF : une variation du fond de ciel affecte de la même façon l'analyseur à pyramide, et affecte également le calcul du centre de gravité utilisé par l'analyseur de Shack-Hartmann, modifiant de même sa sensibilité (voir la présentation de cet analyseur au chapitre 3.2 en introduction).

### I.2.6.4 Résolution spatiale

Un des grands avantages de ce senseur est indéniablement sa résolution spatiale, rendue possible par l'utilisation de seulement 4 pixels par point de mesure. En conséquence, avec un capteur classique de quelques millions de pixels, il est facile d'obtenir plusieurs milliers à plusieurs centaines de milliers de points de mesure dans la pupille. En pratique, sur banc optique, le modèle CANARY réalisait par exemple un point de mesure tous les  $50\mu m$  à la surface de l'écran de phase, alors que sur le ciel, des résolutions de l'ordre du centimètre ont été atteintes, tout en gardant une résolution temporelle acceptable (10 à 100ms).

### I.2.6.5 Linéarité

La formule I.9 montre la linéarité théorique de l'analyseur sur l'ensemble du biseau, l'angle  $\theta$  mesuré étant directement proportionnel à l'abscisse de l'endroit où le faisceau a traversé le biseau.

Cette linéarité, qui a pu être vérifiée avec succès sur banc optique comme détaillé au chapitre I.4.1, ne vaut cependant que pour une source de taille négligeable devant la taille du biseau : une source adaptée (fibre optique) sur banc optique ou une étoile naturelle remplissent facilement cette condition. En ce qui concerne les sources étendues et les étoiles artificielles, l'analyseur reste linéaire sur un domaine plus restreint, détaillé au chapitre I.3.3.

### I.2.6.6 Diffraction

Ce point a brièvement été évoqué en introduction par la comparaison des figures 8 (à droite) et 12, simulant respectivement les mesures réalisées par un analyseur de type couteau de Foucault (ou à pyramide) et celles obtenues avec un analyseur à transmission variable, similaire à ADONF.

La forte diffraction présente sur les mesures dans le premier cas est dû au bord net du couteau de Foucault, ou aux arêtes vives de la pyramide. Ceci perturbant alors les données des pixels voisins.

Dans le cas d'ADONF (et des analyseurs à transmission variable d'une façon générale), si le biseau (resp. le masque d'amplitude) possède une extension spatiale grande devant la longueur d'onde, l'effet de la diffraction est bien plus limité. En effet, la taille de la tache de diffraction dans le plan focal est en général petite devant la taille du biseau. Ce n'est pas le cas pour une pyramide, où la zone de transition qui définit la limite binaire dans le plan focal entre des rayons devant aller dans une ou l'autre des pupilles est un bord franc, donc par essence plus petit que la taille de la tache de diffraction.

Pour quantifier cet effet dans le cas d'ADONF, il faut comparer la tache de diffraction due au biseau ( $\lambda/b$ ) à la dimension d'un pixel.

Pour le modèle *CANARY* par exemple, en n'utilisant pas  $L_2$ , pour  $b = 1.7mm$  et  $\lambda = 633nm$ , l'angle de diffraction  $\lambda/b$  est 160 fois plus petit que l'angle du faisceau pour une ouverture de  $(F/D) = 17$ , c'est-à-dire que pour un échantillonnage de la pupille sur moins de 160 pixels, la tache de diffraction provoquée par le biseau sera plus petite qu'un pixel.

## I.2.7 Traitement des données

Les données brutes de cet analyseur présentent quatre images de la pupille tel qu'on peut le voir sur la figure I.12, formées par les deux Wollastons. Celles-ci sont associées par paires, permettant de calculer la dérivée du front d'onde sur les deux axes associés.

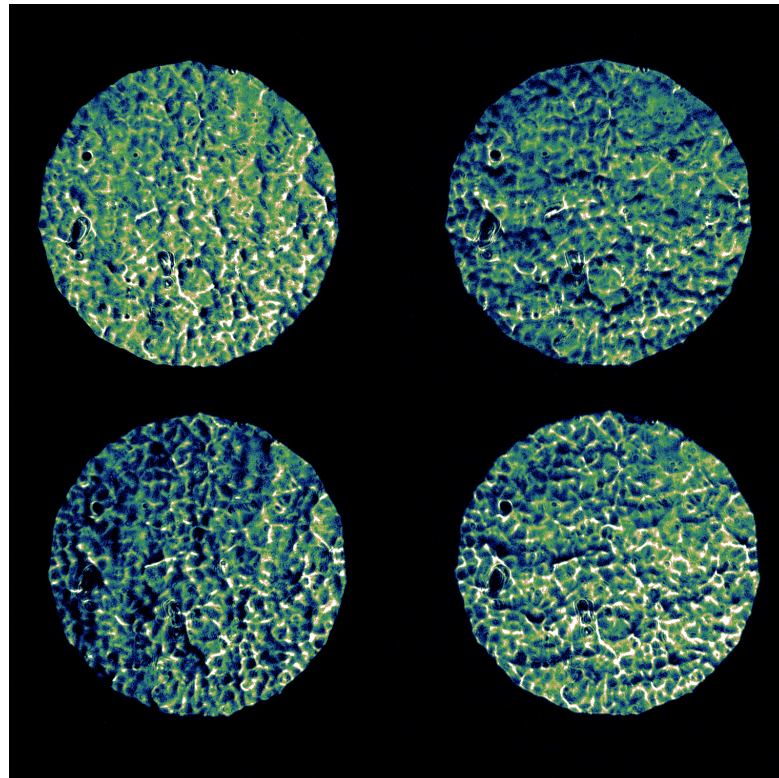


FIGURE I.12 – Une image brute d'ADONF, avec les quatre images de la pupille. On remarque l'absence de motif correspondant à la diffraction dans le plan focal.

### Morphing

Une première étape consiste à faire correspondre au mieux les points de mesure sur les quatre images ; en effet, en raison des aberrations déjà évoquées dans les chapitres précédents, les images de la pupille sont déformées (distorsions) par les optiques, en particulier par la lentille de courte focale  $L_2$ , si elle est utilisée.

La correspondance pixel à pixel entre ces quatre images s'effectue par une opération de *morphing*. Pour ceci, on choisit une image comme référence, et on cherche pour chacune des trois autres une série de douze coefficients  $(a, b, c, d, e, f, a', b', c', d', e', f')$  permettant de relier un pixel  $(x, y)$  de cette première à une position  $(x_m, y_m)$  sur celles-ci via les formules :

$$\begin{cases} x_m &= ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f \\ y_m &= a'x^2 + b'y^2 + c'xy + d'x + e'y + f' \end{cases} \quad (\text{I.46})$$

La détermination expérimentale de ces coefficients s'effectue à l'aide d'un masque à trous, placé dans un plan pupille : on obtient ainsi 4 images contenant autant de spots lumineux provenant des mêmes endroits de la pupille. Les coordonnées de chacun d'eux permet de déterminer les coefficients de morphing en minimisant pour chaque image les quantités :

$$\begin{cases} \sum_i (x_{mi} - (ax_i^2 + by_i^2 + cx_iy_i + dx_i + ey_i + f))^2 \\ \sum_i (y_{mi} - (a'x_i^2 + b'y_i^2 + c'x_iy_i + d'x_i + e'y_i + f'))^2 \end{cases} \quad (\text{I.47})$$

En raison de ce morphing, les points de mesure peuvent se trouver entre quatre pixels (le décalage entre les quatre images n'étant généralement pas un nombre entier de pixels) ; on réalise donc une interpolation entre les quatre pixels voisins pour obtenir l'intensité lumineuse  $I_m$  au point souhaité en fonction des coordonnées  $(x_m, y_m)$  données par la formule I.46 :

$$I_m = \begin{pmatrix} (1 - \{x_m\})(1 - \{y_m\}) \\ \{x_m\}(1 - \{y_m\}) \\ (1 - \{x_m\})\{y_m\} \\ \{x_m\}\{y_m\} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{[x_m], [y_m]} \\ I_{[x_m]+1, [y_m]} \\ I_{[x_m], [y_m]+1} \\ I_{[x_m]+1, [y_m]+1} \end{pmatrix} \quad (\text{I.48})$$

où  $[x_m]$  et  $\{x_m\}$  représentent respectivement les parties entières et fractionnaires de  $x_m$ .

Cette expression sera utilisée ultérieurement, en notant de façon simplifiée pour ne pas alourdir les calculs :

$$I_m = \sum_i c_i I_i \quad (\text{I.49})$$

où les coefficients  $c_i$  sont les éléments de la matrice :

$$c = \begin{pmatrix} (1 - \{x_m\})(1 - \{y_m\}) \\ \{x_m\}(1 - \{y_m\}) \\ (1 - \{x_m\})\{y_m\} \\ \{x_m\}\{y_m\} \end{pmatrix} \quad (\text{I.50})$$

### Calcul de la rotation de l'axe de polarisation

La suite du traitement consiste en l'application de la formule I.11 rappelée ici et appliquée le cas échéant aux intensités issues du morphing :

$$\theta = \frac{180}{2\pi} \operatorname{asin} \left( \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \right) \text{ (degres)} \quad (\text{I.51})$$

A noter toutefois que pour certains points, il peut arriver que les intensités  $I_A$  ou  $I_B$  mesurées soient négatives en raison du bruit de lecture. Dans ce cas, on a  $|I_A - I_B| > I_A + I_B$ , et la valeur de  $\theta$  n'est pas définie : il convient alors de traiter ce cas de façon adaptée selon la cause d'une telle mesure. En effet, il peut arriver que l'on soit proche de la saturation de l'analyseur, auquel cas  $I_A$  ou  $I_B$  sont presque nuls, et le rapport  $\frac{I_A - I_B}{I_A + I_B}$  vaut  $\pm 1$ , les fluctuations dues au bruit pouvant alors provoquer un léger dépassement : on considère alors l'analyseur saturé et  $\theta = \pm 45^\circ$ . Mais il est également possible qu'à certains endroits de la pupille, l'intensité lumineuse soit quasiment nulle (bord de la pupille, obstruction centrale, poussière sur une optique, scintillation ...), rendant la mesure inexploitable.

Il convient donc, en fonction de la valeur de  $I_A + I_B$ , de déterminer si l'analyseur est saturé ou si la mesure n'est pas valide. Ce problème a souvent été rencontré sur les mesures de turbulence en raison du scintillement provoquant des variations d'intensité sur la pupille, perturbant fortement la mesure effectuée à faible flux.

### Conversion des mesures en gradients de phase

On considère une phase turbulente  $\varphi(u, v)$  reliée à la différence de marche  $\delta(u, v)$  par :

$$\delta(u, v) = \frac{\lambda}{2\pi} \varphi(u, v) \quad (\text{I.52})$$

Un faisceau parallèle éclairant la pupille et rencontrant la phase  $\varphi(u, v)$  sera dévié selon l'axe  $\vec{x}$  d'un angle  $\alpha(u, v)$  tel que :

$$\alpha = \frac{\partial \delta(u, v)}{\partial u} \quad (\text{I.53})$$

correspondant dans le plan focal à un déplacement  $x$  dépendant de la focale  $F$  du télescope :

$$x = F\alpha = \frac{\lambda}{2\pi} F \frac{\partial \varphi(u, v)}{\partial u} \quad (\text{I.54})$$

La formule I.9, rappelée ci-dessous, fait le lien entre  $\theta$  donné par la formule ci-dessus et  $x$  :

$$\theta = \frac{\pi x}{2b} = \frac{\lambda}{4b} F \frac{\partial \varphi(u, v)}{\partial u} \quad (\text{I.55})$$

On en déduit, avec l'équation I.10 (en radians), la relation donnant directement les gradients de phase :

$$\frac{\partial \varphi(u, v)}{\partial u} = \frac{4b}{\lambda F} \theta = \frac{2b}{\lambda F} \operatorname{asin} \left( \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \right) \quad (\text{I.56})$$

à partir de laquelle on peut écrire la dérivée spatiale de la différence de marche, habituellement utilisée pour exprimer l'erreur de surface d'un front d'onde :

$$\frac{\partial \delta(u, v)}{\partial u} = \frac{2b}{\pi F} \theta \quad (\text{I.57})$$

Sur des mesures discrètes, il est possible d'écrire ces formules en fonction de  $\bar{u}$ , homogène à des pixels, en effectuant un changement de variable faisant intervenir la distance  $D/n$  entre chaque point de mesure :  $du = (D/n)d\bar{u}$  :

$$\frac{\partial \varphi(\bar{u}, \bar{v})}{\partial \bar{u}} = \frac{4b}{\lambda n(F/D)} \theta \quad (\text{I.58})$$

$$\frac{\partial \delta(\bar{u}, \bar{v})}{\partial \bar{u}} = \frac{2b}{\pi n(F/D)} \theta \quad (\text{I.59})$$

Selon ces notations,  $\partial \delta / \partial \bar{u}$  correspond à la différence entre deux valeurs de  $\delta$  séparées de 1 pixel selon l'axe  $u$ .

### I.2.8 Reconstruction du front d'onde

La reconstruction d'un front d'onde à partir de son gradient est un problème courant en analyse de surface d'onde (Rousset, 1999), puisque de nombreux analyseurs, comme le Shack-Hartmann, sont sensibles à la dérivée de cette surface. Cependant, dans le cas d'ADONF, le nombre important de points de mesure pose certains problèmes, et rend en particulier difficile la reconstruction sur les polynômes de Zernike présentée en introduction au chapitre 2.4.3, puisqu'il faudrait effectuer la projection sur une base considérablement grande afin de ne pas affecter la résolution spatiale.

Sur chacune des figures suivantes illustrant les différentes reconstructions, le même front d'onde (Original) respectant le spectre de Kolmogorov, dont le gradient a été déterminé (de façon discrète, par différence des pixels deux à deux dans la direction de dérivation), est reconstruit en utilisant différentes méthodes et paramètres ; le front d'onde ainsi déterminé est présenté au milieu à gauche, avec à droite le détail des diverses contributions ayant permis de le déterminer. En bas enfin, est représenté le résidu.

L'ensemble des graphiques est à la même échelle, et l'estimation de l'erreur de reconstruction est donnée de façon relative en faisant le rapport entre la valeur RMS du résidu sur la valeur RMS du front d'onde initial.

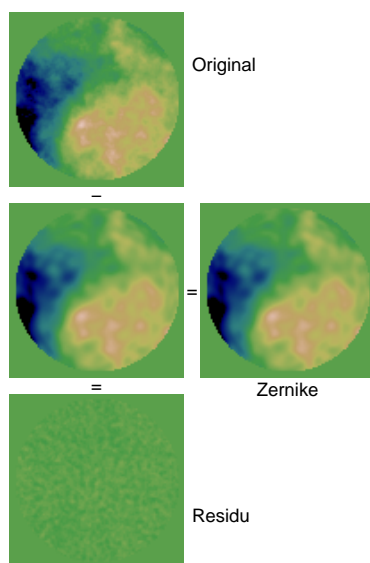


FIGURE I.13 – Reconstruction (au milieu) sur les 820 premiers polynômes de Zernike, à partir des gradients de la phase initiale (en haut). La différence entre la phase originale et reconstruite donne le résidu (en bas), comportant ici des hautes fréquences mal reproduites par les polynômes. L'erreur de reconstruction est estimée à 7%.

### Reconstruction sur les polynômes de Zernike

La figure I.13 montre le résultat d'une reconstruction sur les 820 premiers polynômes de Zernike (correspondant aux 40 premiers ordres radiaux) : l'erreur de reconstruction est ici de 7.0%. On voit en particulier qu'une partie de l'information à très haute fréquence n'a pas été correctement retrouvée, et il sera difficile d'améliorer les choses en augmentant le nombre de polynômes utilisés en raison des erreurs numériques devenant importantes lors de la génération de polynômes de Zernike de hauts ordres.

### Reconstruction par transformée de Fourier

Une autre possibilité pour reconstruire la surface d'onde consiste à utiliser la transformée de Fourier et ses propriétés par rapport aux dérivées :

$$TF \left[ \frac{df}{dx}(x) \right] = 2i\pi\nu \cdot TF[f](\nu) \quad (\text{I.60})$$

On peut donc aisément retrouver la fonction  $f(x)$  par :

$$f(x) = \frac{TF \left[ \frac{df}{dx}(x) \right]}{2i\pi\nu} \quad (\text{I.61})$$

La surface d'onde étant de rotationnel nul, celle-ci est entièrement déterminée par son gradient, à partir duquel il est possible de la reconstruire entièrement. On peut faire intervenir l'opérateur Laplacien à deux dimensions de la façon suivante :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(\varphi) = \begin{cases} \text{grad}_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) \\ \text{grad}_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \end{cases} \quad (\text{I.62})$$

$$\begin{aligned} -\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}}(\varphi(x, y)))) + \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}(\varphi(x, y))) &= \Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \\ \frac{\partial \text{grad}_x}{\partial x} + \frac{\partial \text{grad}_y}{\partial y} &= \end{aligned} \quad (\text{I.63})$$

En utilisant les propriétés des transformées de Fourier, on peut alors écrire :

$$2i\pi\nu \text{TF} [\text{grad}_x(x, y)] + 2i\pi\xi \text{TF} [\text{grad}_y(x, y)] = ((2i\pi\nu)^2 + (2i\pi\xi)^2) \text{TF} [\varphi(x, y)] \quad (\text{I.64})$$

$$\varphi(x, y) = \text{TF}^{-1} \left[ \frac{2i\pi\nu \text{TF} [\text{grad}_x(x, y)] + 2i\pi\xi \text{TF} [\text{grad}_y(x, y)]}{(2i\pi\nu)^2 + (2i\pi\xi)^2} \right] \quad (\text{I.65})$$

La mise en pratique de cette intégration en utilisant la transformée de Fourier rapide pose cependant des problèmes, puisque celle-ci obéit à des contraintes, en particulier de périodicité. Il est par exemple impossible de reconstruire un *tilt* par cette méthode, les conditions au bords n'étant pas remplies pour la FFT. La figure I.14 présente des résultats similaires aux précédents, le front d'onde reconstruit étant cette fois estimé par transformée de Fourier. On constate que le résidu est important (59.7% d'erreur de reconstruction) et semble justement être constituée de bas ordres, dont en majeure partie un *tilt*.

### Reconstruction hybride

Il est cependant possible de cumuler les avantages des deux méthodes, la reconstruction par transformée de Fourier permettant de reproduire fidèlement les hautes fréquences, après quoi une projection des gradients résiduels sur les polynômes de Zernike permet de prendre en compte les bas ordres.

A noter qu'il est préférable d'effectuer les opérations dans cet ordre, puisque le résultat fourni par transformée de Fourier rapide peut introduire des basses fréquences dans le résultat (la reconstruction s'effectue sur un carré, sur lequel il n'y a pas de basse fréquence, mais après découpage de la pupille (circulaire), le résultat peut être différent).

Les figures I.15 et I.16 présentent ainsi des résultats combinant ces deux méthodes : chaque figure comporte ainsi la partie issue des polynômes (Zernike) et de la FFT (Fourier) ; le front d'onde reconstruit est alors la somme de ces deux contributions, qui est comme précédemment comparé aux données initiales (Original) pour calculer le résidu.

Empiriquement, pour un échantillonnage de 100 pixels selon le diamètre pour la pupille, le nombre de polynômes de Zernike utilisés n'a pas besoin d'être très élevé (une



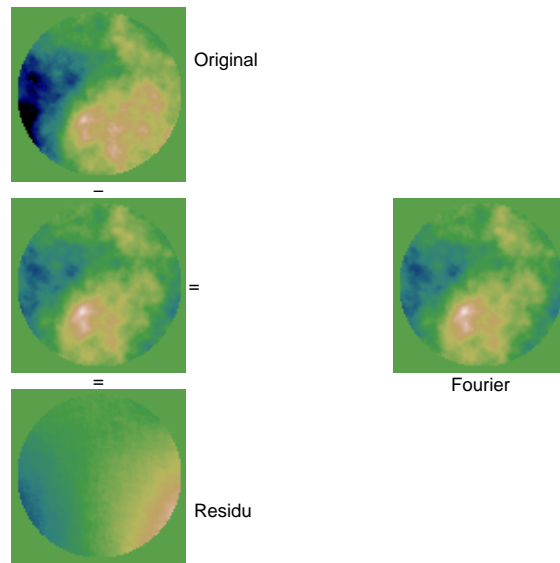


FIGURE I.14 – Reconstruction de la phase par transformée de Fourier rapide : le résidu comporte des bas-ordres d’amplitude importante, provoquant une erreur de reconstruction de 60%.

dizaine d’ordres radiaux suffit), et effectuer des itérations n’apporte aucune amélioration appréciable du résultat. La figure I.15, utilisant 820 polynômes de Zernike et la transformée de Fourier, montre l’apport de cette reconstruction par rapport à la figure I.13 : on passe ainsi d’une erreur de reconstruction de 7.0% à 5.1% grâce à la reconstruction des hautes fréquences par transformée de Fourier. La figure I.16 donne le résultat obtenu avec 55 polynômes de Zernike (10 ordres radiaux) : le résultat reste similaire au précédent, l’erreur de reconstruction étant de 5.4%.

### Conclusion

La reconstruction combinant l’utilisation de la transformée de Fourier et la projection sur les polynômes de Zernike améliore sensiblement les résultats obtenus, pour un nombre de polynômes de Zernike raisonnable. En conséquence nous avons principalement utilisé celle-ci, notamment pour les résultats présentées dans les parties suivantes.

## I.3 Modélisations

Outre les caractéristiques présentées au chapitre I.2.6, ADONF semblait prometteur sur un certain nombre d’autres points concernant l’observation de sources étendues. Toutes les attentes n’ont pas été récompensées, mais certains aspects de l’analyseur demeurent intéressants, en particulier sa grande linéarité sur un domaine donné.

Tout d’abord sont présentés les outils de simulation et les conclusions quant à l’intérêt

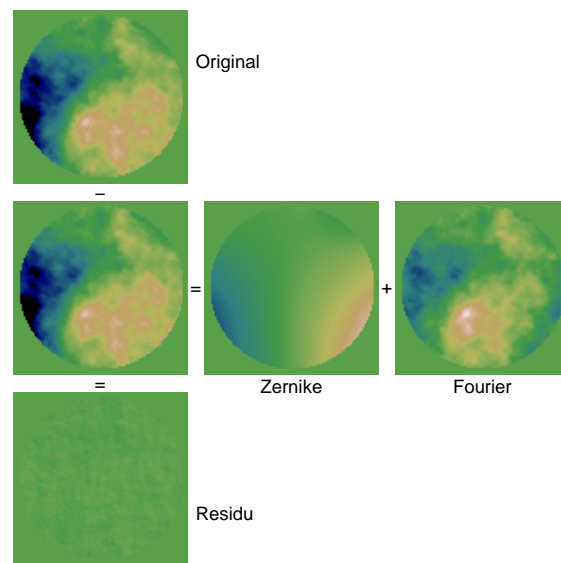


FIGURE I.15 – Reconstruction de la phase utilisant 820 polynômes de Zernike et la transformée de Fourier : l'erreur de reconstruction est de 5.1%

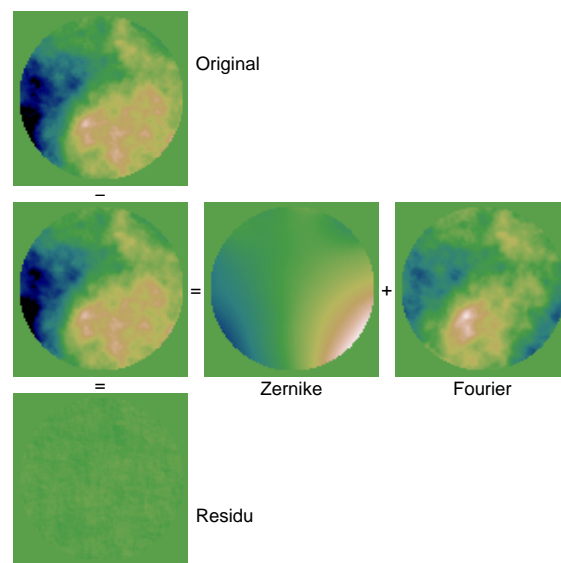


FIGURE I.16 – Reconstruction de la phase utilisant 55 polynômes de Zernike et la transformée de Fourier. L'erreur de reconstruction est de 5.4%, à peine supérieure à celle obtenue dans les mêmes conditions avec 820 polynômes de Zernike.

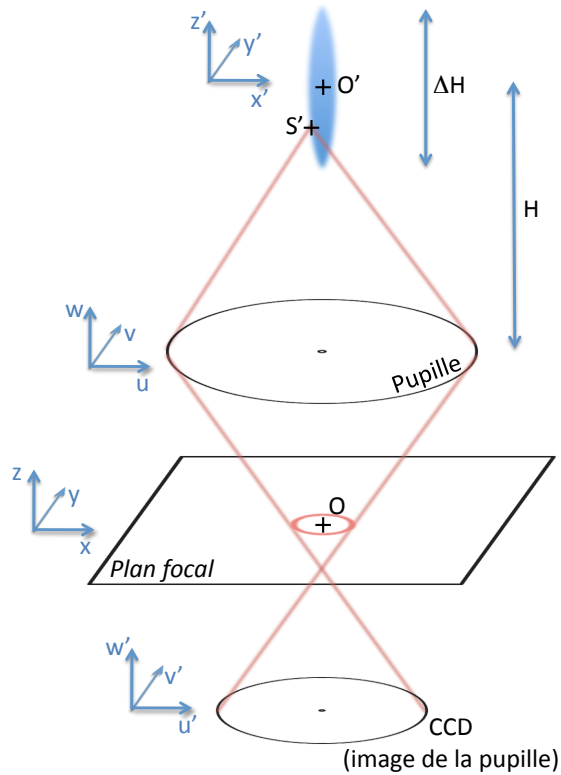


FIGURE I.17 – Représentation du traitement d’une étoile artificielle par le modèle diffractif : un point source  $S'$  se trouve décentré, provoquant un tilt et une défocalisation dans le plan focal.

d’un modèle diffractif ou géométrique, puis des analyses théoriques et résultats sur banc optique concernant le bruit de mesure, le gain, et la linéarité de l’analyseur.

### I.3.1 Simulations et modèles

Suite aux premières expériences, il est apparu essentiel de concevoir un outil performant donnant la possibilité de comparer les mesures sur banc optique à des modélisations informatiques.

La première étape a consisté à réaliser un modèle diffractif complet, ayant la possibilité de gérer des sources en 3 dimensions afin de permettre la simulation d’observations d’étoiles LASER. Puis, l’élaboration d’un modèle géométrique, plus rapide d’exécution, a permis de déterminer l’utilité respective de chacun.

### I.3.1.1 Modèle diffractif

Le modèle utilisé est représenté sur la figure I.17. On considère un point source  $S'$  dont l'amplitude peut être écrite en tenant compte de la turbulence, de l'ouverture du télescope ainsi que d'un tilt et focus de la façon suivante :

$$\Psi'_S(u, v) = \underbrace{A(x', y', z')}_{\text{amplitude LGS}} \underbrace{P(u, v)}_{\text{pupille}} \underbrace{e^{i\varphi(u, v)}}_{\text{turbulence}} \underbrace{e^{ik''(u^2+v^2)}}_{\text{onde spherique}} \underbrace{e^{iku+ik'v}}_{\text{tilt}} \quad (\text{I.66})$$

Etant donné la distance de l'étoile artificielle, on peut trouver  $k$  en écrivant la différence de marche  $\delta$  :

$$\delta = u \frac{x'}{H} \quad (\text{I.67})$$

à laquelle on peut relier la phase  $\varphi(u, v)$  :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = ku \quad (\text{I.68})$$

D'où la valeur de  $k$ , et par analogie celle de  $k'$  :

$$\begin{cases} k = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'}{H} \\ k' = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{y'}{H} \end{cases} \quad (\text{I.69})$$

Concernant le terme d'onde sphérique, on considère que le centre  $O'$  de l'étoile artificielle, situé à une hauteur  $H$  formera son image au point focal de l'analyseur. Pour l'ensemble des rayons lumineux suivant ce trajet optique, la différence de marche est nulle. Le point source considéré  $S'$  est à d'une distance  $z'$  sur l'axe optique, on peut écrire la différence de chemin optique pour le point courant  $M(x, y)$  dans le plan focal, en faisant l'hypothèse que  $\sqrt{x'^2 + y'^2} \ll H$  et  $z' \ll H$  :

$$\begin{aligned} \delta = \overline{S'M} - \overline{O'O} &= \sqrt{(H+z')^2 + (x'^2 + y'^2)} - \sqrt{H^2 + (x'^2 + y'^2)} \\ &\approx (H+z') \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x'^2 + y'^2}{(H+z')^2} \right) - H \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x'^2 + y'^2}{H^2} \right) \\ &\approx z' + \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2) \left( \frac{1}{H+z'} - \frac{1}{H} \right) \\ &\approx z' + \frac{1}{2} \frac{z'}{H^2} (x'^2 + y'^2) \end{aligned} \quad (\text{I.70})$$

ceci donnant la composante d'onde sphérique dans l'équation I.66 par le même raisonnement que pour  $k$  et  $k'$  :

$$k'' = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{z'}{2H^2} \quad (\text{I.71})$$

Connaissant maintenant  $\Psi_S(u, v)$ , on peut calculer la répartition de l'amplitude lumineuse dans le plan focal par transformé de Fourier :  $A_{focal}(x, y) = TF[\Psi_S]$ . Ensuite,

l'opération de filtrage par l'ensemble biseaux+Wollastons s'effectue simplement en multipliant par sa fonction de transmission équivalente :

$$\begin{cases} b_A(x, y) = \sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \\ b_B(x, y) = \cos\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \end{cases} \quad (\text{I.72})$$

Dans le modèle numérique, il est nécessaire à cette étape de prendre en compte les propriétés de la transformée de Fourier rapide pour déterminer l'échelle  $p'$  d'un pixel du plan focal et ainsi la taille du biseau en pixels :  $p' = \frac{\lambda F}{Np}$ , avec  $F$  la focale du télescope,  $N$  la taille de l'image en pixels, et  $p$  l'échelle d'un pixel dans le plan pupille. On note que l'on a en particulier  $Np$  correspondant à la dimension de l'image dans le plan pupille, le diamètre du télescope étant quant à lui déterminé par l'image  $P(u, v)$ , valant 1 sur la surface correspondant à l'ouverture et 0 ailleurs.

Les lentilles d'ADONF, de focale résultante  $f$ , forment ensuite l'image de la pupille sur la caméra, opération que l'on traduit dans l'espace de Fourier pour donner l'intensité mesurée :

$$I(u', v') = \left| TF^{-1} [TF [\Psi_S(u, v)] . b_i(x, y)] \right|^2 \quad (\text{I.73})$$

La dimension d'un pixel dans le plan image pupille est alors  $p'' = \frac{\lambda f}{Np'} = \frac{f}{F} p$

### Modélisation d'une étoile artificielle

L'étoile artificielle est une répartition uniforme de sources incohérentes, aussi l'intensité lumineuse totale reçue par la caméra est l'intégrale sur l'ensemble du volume émissif :

$$I(u', v') = \iiint \left| TF^{-1} [TF [\Psi_{S(x', y', z')}(u, v)] . b_i(x, y)] \right|^2 dx' dy' dz' \quad (\text{I.74})$$

Cette forme n'admet malheureusement aucune factorisation, et l'intégration doit donc être approximée par une somme, après discrétisation de la source lumineuse. Cette forme de calcul, évidemment longue, peut toutefois réutiliser avantageusement certains éléments en utilisant un maillage approprié.

En effet, en regardant la forme de  $S(u, v, w)$  on constate qu'en choisissant un système de coordonnées angulaire  $(\frac{u}{H}, \frac{v}{H})$ , les points situés à des hauteurs différentes utiliseront le même terme  $e^{ikx+ik'y}$ . Mieux encore, ce terme est un tilt pur, et correspond dans le plan focal à une translation ; plutôt que de réaliser cette opération, il est plus intéressant d'effectuer une translation des biseaux, et le choix du système de coordonnées angulaire assure que chacun de ces filtres d'amplitude  $b_i$  sera utilisé plusieurs fois.

Concernant le terme de focus  $e^{ik''(x^2+y^2)}$ , il est bien sûr possible de le calculer à l'avance pour chaque altitude choisie.

### Résultats

Les résultats fournis par cet algorithme sont tout à fait cohérents avec les résultats attendus en ce qui concerne la mesure d'aberrations de bas ordre. On observe cependant

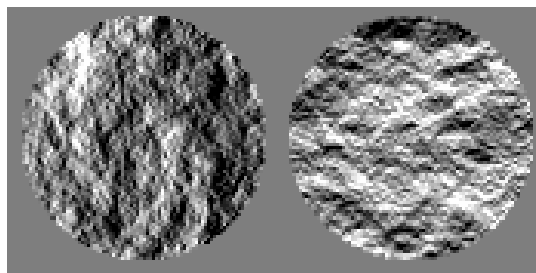


FIGURE I.18 – Exemple de gradients obtenus par simulation avec le modèle diffractif pour un télescope de 4.2m, un biseau de 1.7mm, un  $r_o = 50cm$  à  $\lambda = 500nm$  et une source étendue (1" d'arc de diamètre)

fréquemment des erreurs numériques causées par la transformée de Fourier rapide (FFT), en raison de discontinuités (en bord de pupille notamment) voire de repliement dans certains cas selon les paramètres choisis. La figure I.18 donne un exemple de résultat obtenu avec cet algorithme.

La modélisation d'étoile artificielle nécessite cependant des temps de calculs assez longs, dus à l'échantillonnage nécessaire en trois dimensions.

### I.3.1.2 Modèle géométrique

Il existe une autre approche pour les simulations, dont l'avantage – outre le temps de calcul – est la visualisation du fonctionnement de l'analyseur qu'elle apporte, aidant à en comprendre les propriétés.

Cette fois-ci, on va considérer un par un les points de la pupille, prenant en compte pour chacun d'eux l'ensemble des faisceaux lumineux provenant de l'étoile artificielle y passant : on obtient pour chaque calcul un point de mesure de l'analyseur, rendant cette méthode généralement plus rapide que la précédente.

Dans le plan focal, on observe une image de l'objet en trois dimensions, dont l'extension dépend de l'endroit de la pupille considéré. Cet effet est illustré par la figure I.19.

L'angle sous lequel est vue l'étoile artificielle depuis un point de la pupille situé à une distance  $d_{off}$  de l'axe optique<sup>4</sup> peut s'écrire, en utilisant les notations de la figure I.20 :

$$\alpha = \frac{d_{off}}{H} - \frac{d_{off}}{H + \Delta H} \approx \frac{\Delta H}{H^2} d_{off} \quad (I.75)$$

Pour un point de la pupille, l'image de l'étoile artificielle dans le plan focal possède ainsi un allongement  $F\alpha$  proportionnel à  $d_{off}$  et très simple à calculer, dont profite le modèle de simulation géométrique.

4. ou plus exactement de l'axe de l'étoile artificielle, pouvant par exemple être tirée en bord de télescope

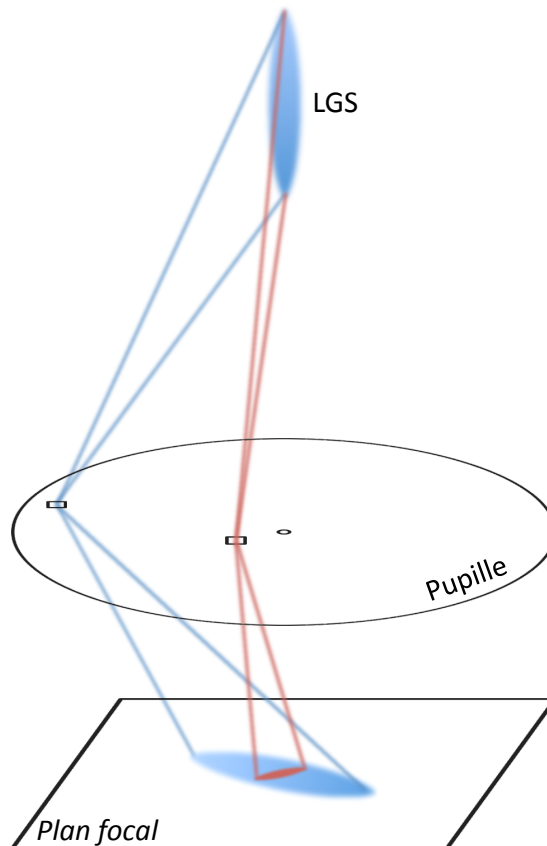


FIGURE I.19 – Représentation de l'image de l'étoile artificielle dans le plan focal en fonction du point de la pupille considérée : la longueur de celle-ci dépend de la distance au centre de ce dernier. Le modèle géométrique utilise cette représentation pour ses calculs.

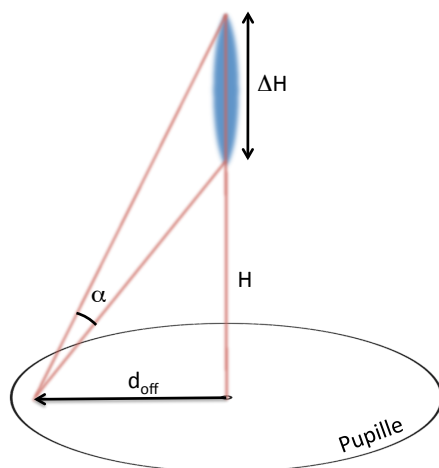


FIGURE I.20 – Représentation de l'angle apparent de l'étoile artificielle en fonction de l'endroit considéré sur la pupille.

Pour commencer, l'intensité lumineuse de l'étoile artificielle doit tout d'abord être intégrée sur  $x'$  et  $y'$  pour ne dépendre que de  $z'$ ; on note cette intensité linéique  $I_{LGS}(z')$ . Son intensité totale est appelée  $I_{LGS}^{tot}$ .

Ensuite, la projection de son image dans le plan focal sur les deux biseaux, représentée figure I.21, peut s'écrire en fonction de la direction de projection  $\vec{r}$  considérée :

$$I_s(\vec{r}, \vec{d}_{off}) = I_{LGS} \left( z' = F \frac{\vec{d}_{off} \cdot \vec{r}}{H^2} \right) \quad (\text{I.76})$$

On introduit la perturbation due à la turbulence en prenant en compte la translation de l'image qu'elle induit dans le plan focal, donnée par  $F \vec{grad}(\varphi(x, y))$ , ce qui amène à l'équation :

$$I_s(\vec{r}, \vec{d}_{off}) = I_{LGS} \left( z' = F \frac{\vec{d}_{off} \cdot \vec{r}}{H^2} - F \vec{grad}(\varphi(x, y)) \cdot \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|} \right) \quad (\text{I.77})$$

Les fonctions de transmission des biseaux ne dépendant que d'une variable, il est possible de simplifier directement les intensités sortantes, se réduisant aux cas où  $\vec{r} = \vec{x}$  et  $\vec{r} = \vec{y}$  :

$$I_i^x(u', v') = I_{LGS}^{tot} \frac{\int I_{LGS} \left( xF \frac{u_{off}}{H^2} + F \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \right) b_i^2(x) dx}{\int I_{LGS} \left( xF \frac{u_{off}}{H^2} \right) dx} \quad (\text{I.78})$$

$$I_i^y(u', v') = I_{LGS}^{tot} \frac{\int I_{LGS} \left( yF \frac{v_{off}}{H^2} + F \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \right) b_i^2(y) dy}{\int I_{LGS} \left( yF \frac{v_{off}}{H^2} \right) dy}$$



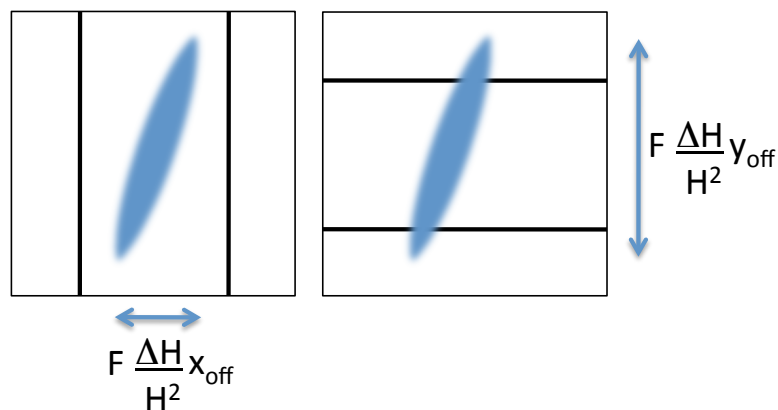


FIGURE I.21 – Cette figure représente la projection de l’image de l’étoile artificielle sur les biseaux : on constate que les dimensions  $x_{off}$  et  $y_{off}$  sont décorréliées en raison de l’invariance en translation des biseaux, en  $y$  à gauche et en  $x$  à droite.

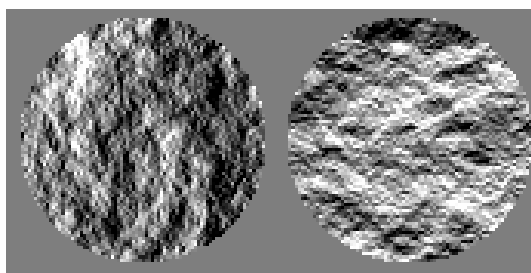


FIGURE I.22 – Exemple de gradients obtenus par simulation avec le modèle géométrique pour un télescope de 4.2m, un biseau de 1.7mm, un  $r_o = 50cm$  à  $\lambda = 500nm$  et une source étendue (1" d’arc de diamètre).

La simulation consiste ensuite simplement à réaliser ce calcul sur chaque pixel de coordonnées  $(u', v')$  de l’image de la pupille, pour les quatre masques de transmissions correspondant aux quatre images de la pupille formée par l’analyseur.

### Résultats

Tout comme pour l’autre algorithme, celui-ci a été testé avec succès sur des aberrations de bas ordre. Les erreurs numériques sont grandement réduites ici et le temps de calcul est fixe, quelles que soient les caractéristiques spatiales de la source, apportant généralement un gain de temps appréciable lors des simulations. La figure I.22 donne un exemple de résultat obtenu dans la même configuration que la figure I.18. Ces deux figures vont servir de base à la comparaison des algorithmes au paragraphe suivant.

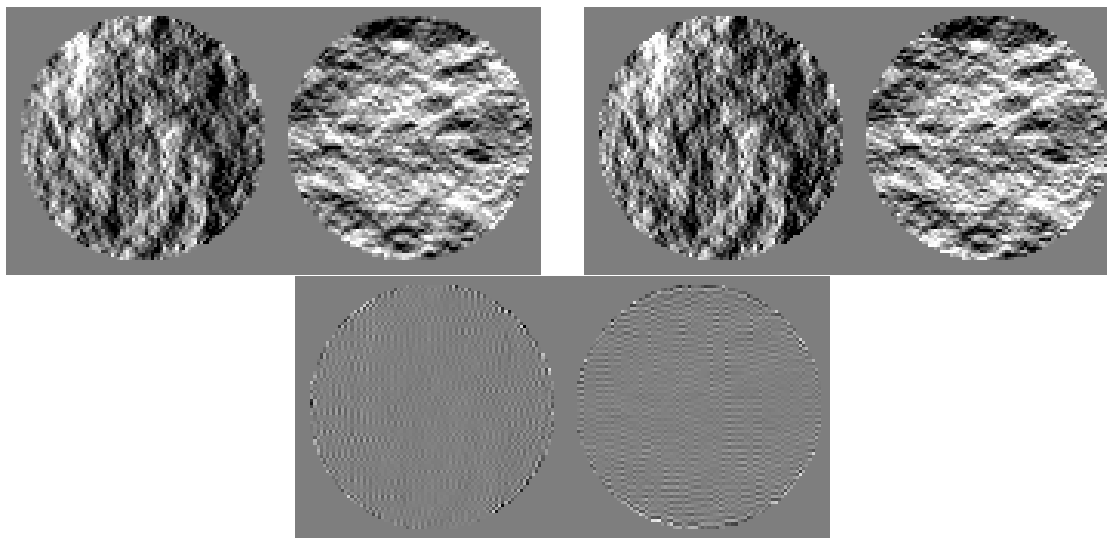


FIGURE I.23 – En haut : exemple de gradients obtenus par simulation avec le modèle diffractif (à gauche) et géométrique (à droite) pour un télescope de 4.2m, un biseau de 1.7mm, un  $r_o = 50cm$  à  $\lambda = 500nm$  et une source étendue (1" d'arc de diamètre). En bas, est représentée la différence entre les deux, à la même échelle.

### I.3.1.3 Conclusion

Les deux algorithmes présentés permettent de réaliser des simulations correctes du comportement de l'analyseur, tel que nous avons pu le vérifier en utilisant certaines aberrations "simples" comme le *tilt* et défocus. Il est maintenant intéressant de comparer les résultats obtenus par ces deux algorithmes ; la figure I.23 représente les gradients obtenus (ayant déjà illustré les deux paragraphes précédents) par l'algorithme diffractif (à gauche) et géométrique (à droite). En dessous, la différence entre les deux est affichée à la même échelle.

On constate tout d'abord qu'il existe en particulier des erreurs en bord de pupille, ce qui s'explique par le fait que l'algorithme géométrique ne prend pas en compte la discontinuité présente à cet endroit : les mesures sont ainsi erronées dans ce modèle pour les points concernés (ce qui, vu leur nombre, reste un problème marginal).

Sur le reste de la pupille, on observe un écart entre les deux simulations dont l'origine est sans doute numérique et due à la FFT, provoquant des oscillations à haute fréquence sur l'ensemble de la pupille.

Une dernière différence – importante – concerne la diffraction : le modèle géométrique n'en tient pas compte par définition, aussi faut-il limiter son utilisation à son domaine de validité.

Dans le plan focal tout d'abord, la taille de la tache de diffraction doit être plus petite que la taille du biseau, et ainsi respecter la condition :

$$\lambda(F/D) \ll b \quad (\text{I.79})$$

Ceci n'est *a priori* pas très contraignant, le biseau ayant plutôt une taille de l'ordre de la tache de *seeing*, grande devant la taille de la tache de diffraction.

Le biseau diffracte également la lumière incidente : ceci a déjà été évoqué et limite la résolution spatiale qu'il est possible d'atteindre avec l'analyseur. Afin de rester dans un cadre d'optique géométrique, il est nécessaire de choisir un nombre de points selon la diagonale de la pupille inférieur ou égal à cette résolution maximale :

$$n_{max} = \frac{b}{\lambda(F/D)} \quad (\text{I.80})$$

En conclusion, le modèle diffractif s'avère sans surprise être plus complet que le modèle géométrique, mais la nécessité pour ce premier de discrétiser la source afin de réaliser la simulation d'une étoile artificielle rend son utilisation très chronophage. Le modèle géométrique, si on accepte une erreur pour les pixels en bords de pupille ainsi que les restrictions concernant la taille du biseau (nos prototypes actuels ont un biseau assez large pour remplir cette condition), et si on fait attention au nombre de pixels maximum imposé par la diffraction, donne des résultats tout à fait suffisants. Les développements suivants faisant intervenir le modèle géométrique (en particulier l'estimation de la sensibilité de l'analyseur) seront comparés à des résultats obtenus par le modèle diffractif (voir chapitre I.3.3.4) ou des données expérimentales (voir chapitre I.4.2) qui viendront conforter cette conclusion.

## I.3.2 Analyse du bruit

### I.3.2.1 Estimation du bruit de mesure

L'erreur sur la mesure réalisée par ADONF peut s'exprimer en fonction des variances de bruit sur les pixels utilisés, utilisant la différentielle de l'équation I.11 :

$$\sigma_\theta^2 = \left( \frac{\partial \theta}{\partial I_A} \right)^2 \sigma_A^2 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial I_B} \right)^2 \sigma_B^2 \quad (\text{I.81})$$

$$= \left( \frac{180^\circ}{2\pi} \right)^2 \frac{I_A^2 \sigma_A^2 + I_B^2 \sigma_B^2}{I_A I_B (I_A + I_B)^2} \quad (\text{I.82})$$

En considérant un bruit de lecture de la caméra  $\sigma_e$  et un bruit de photon poissonien, l'erreur sur la mesure de flux est  $\sigma_A^2 = I_A + \sigma_e^2$ , donnant l'expression :

$$\sigma_\theta^2 = \left( \frac{180^\circ}{2\pi} \right)^2 \frac{I_A^3 + I_B^3 + \sigma_e^2 (I_A^2 + I_B^2)}{I_A I_B (I_A + I_B)^2} \quad (\text{I.83})$$

On peut également exprimer cette erreur en fonction du nombre total de photons  $N = 2(I_A + I_B)$  et du signal  $s = \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B}$ . De ces deux équations, on déduit :

$$\begin{cases} I_A = (1 + s)N/4 \\ I_B = (1 - s)N/4 \end{cases} \quad (\text{I.84})$$

que l'on peut remplacer dans la formule précédente pour obtenir :

$$\sigma_\theta^2 = \left(\frac{180^\circ}{2\pi}\right)^2 2 \frac{N(1 + 3s^2) + 4\sigma_e^2(1 + s^2)}{N^2(1 - s^2)} \quad (\text{I.85})$$

Si l'analyse de surface d'onde se passe dans un régime de petites déformations, pour lequel  $I_A \approx I_B \approx N/4$ , soit  $s \approx 0$ , on a :

$$\sigma_\theta^2 = \left(\frac{180^\circ}{2\pi}\right)^2 2 \frac{N + 4\sigma_e^2}{N^2} \quad (\text{I.86})$$

Cette formule sera par la suite utilisée pour être comparée à l'expression du bruit du Shack-Hartmann.

Je définis également deux variables réduites :

$$\begin{cases} \sigma_\theta'^2 = \sigma_\theta^2 \frac{(1 - s^2)(1 + s^2)}{(1 + 3s^2)^2} \\ N' = N \frac{1 + 3s^2}{1 + s^2} \end{cases} \quad (\text{I.87})$$

dont l'introduction permet d'exprimer la formule I.85 sous la même forme que la précédente :

$$\sigma_\theta'^2 = \left(\frac{180^\circ}{2\pi}\right)^2 2 \frac{N' + 4\sigma_e^2}{N'^2} \quad (\text{I.88})$$

L'équation I.56 permet d'écrire l'estimation du bruit donné par la formule I.86 sur la différence de phase  $\Delta\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial u} d_{sspp}$  entre deux sous-pupilles de dimensions  $d_{sspp}$  :

$$\sigma_{\Delta\varphi}^2 = \left(\frac{2b}{\lambda F} d_{sspp}\right)^2 2 \frac{N + 4\sigma_e^2}{N^2} \quad (\text{I.89})$$

$$= 8 \left(\frac{b}{w_{diff}}\right)^2 \left(\frac{1}{N} + \frac{4\sigma_e^2}{N^2}\right) \quad (\text{I.90})$$

où  $w_{diff} = \frac{\lambda F}{d_{sspp}}$  est la largeur de la tache de diffraction dans le plan focal du télescope.

On note que toutes ces formules font clairement apparaître un terme en  $4\sigma_e^2$ , traduisant directement l'influence des quatre pixels utilisés pour effectuer la mesure.

On peut comparer cette dernière formule aux formules équivalentes existant pour d'autres analyseurs (Rousset, 1999), comme le Shack-Hartmann :

$$\sigma_{\Delta\varphi}^2_{SH} \approx 5 \left( \frac{N_T}{N_D} \right)^2 \left( \frac{1}{N} + \frac{2N_T^2\sigma_e^2}{3N^2} \right) \quad (\text{I.91})$$

où  $N_T$  est la largeur de l'image formée au foyer de la microlentille et  $N_D$  la largeur de l'image limitée par la diffraction.

Le bruit de mesure de ces deux analyseurs suit une loi identique en  $\frac{A}{N} + \frac{B\sigma_e^2}{N^2}$ , faisant intervenir de façon similaire le bruit de lecture  $\sigma_e$  de la caméra et l'intensité lumineuse par sous-pupille  $N$ . On remarque également la présence commune au dénominateur de la taille de la tache de diffraction ; le numérateur, cependant, est uniquement déterminé par la taille du biseau  $b$  pour ADONF, tandis qu'il dépend de la taille de l'image, et donc du *seeing*, pour le Shack-Hartmann.

### Influence du *morphing*

Lors de l'opération de *morphing*, l'intensité considérée est interpolée entre la valeur de quatre pixels. Le bruit de ces pixels se trouve alors corrélé dans la valeur finale, aussi faut-il tenir compte de cette opération pour établir des comparaisons entre les mesures et prévisions théorique.

L'équation I.49, rappelée ici, donne le calcul de l'intensité en fonction des quatre pixels adjacents, à laquelle on peut ajouter la seconde formule, reliant le bruit de la mesure en fonction du bruit des quatre pixels considérés :

$$\begin{cases} I_{corr} = \sum_i c_i I_i \\ \sigma_{corr}^2 = \sum_i c_i^2 \sigma_i^2 \end{cases} \quad (\text{I.92})$$

Les coefficients  $c_i$  étant donnés par la matrice I.50.

On peut développer la seconde équation, faisant intervenir le bruit de lecture de la caméra et les intensités des pixels mis en jeu :

$$\begin{aligned} \sigma_{corr}^2 &= \sum_i c_i^2 (\sigma_e^2 + I_i) \\ &= \sigma_e^2 \sum_i c_i^2 + \sum_i c_i^2 I_i \end{aligned} \quad (\text{I.93})$$

Pour en tenir compte, il faut revenir à l'équation I.82, et remplacer  $\sigma_A^2$  et  $\sigma_B^2$  par cette expression, ce qui permet d'estimer l'erreur sur chaque mesure effectuée. Ceci peut se révéler utile dans le traitement de données fortement bruitées, comme celles acquises sur le ciel, afin de limiter la prise en compte de valeurs aberrantes.

La figure I.24, représente (à droite) le bruit estimé par cette formule sur une image ayant subi l'opération de *morphing*, en regard (à gauche) du bruit déterminé par le

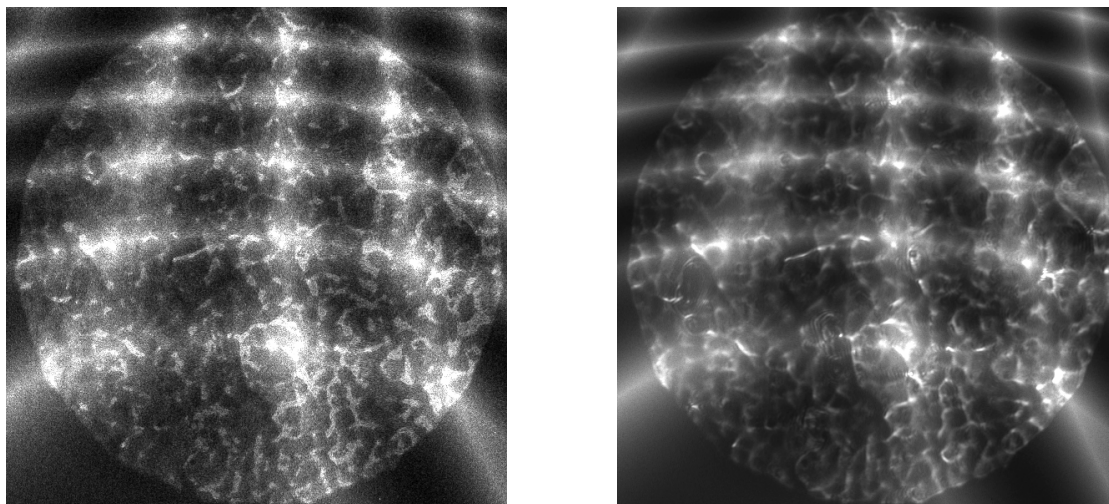


FIGURE I.24 – Variance du bruit mesuré en laboratoire à gauche, et variance estimée en fonction des paramètres de la caméra à droite. Ceci illustre les résultats de l'équation I.93.

calcul de la variance temporelle d'une série d'images obtenues sur banc optique, après morphing : on constate visuellement que les résultats sont remarquablement proches ; un ajustement linéaire entre les deux confirme la bonne prévision du bruit de mesure par ces formules.

Enfin, on peut établir une dernière formule dans le cas où les intensités sont proches les unes des autres :

$$\begin{aligned}\sigma_{corr}^2 &= \sigma_e^2 \sum_i c_i^2 + \sum_i c_i^2 I_i \\ &= (I_{moy} + \sigma_e) \sum_i c_i^2\end{aligned}\quad (I.94)$$

Le terme  $\sum c_i^2$  traduit la façon dont le bruit est affecté pour chaque pixel, il est possible de calculer ce terme et de l'inclure dans l'équation I.82 pour obtenir :

$$\begin{aligned}\sigma_\theta^2 &= \left(\frac{180^\circ}{2\pi}\right)^2 \frac{(I_A^3 + I_A^2 \sigma_e^2) \sum_i c_{A\ i}^2 + (I_B^3 + I_B^2 \sigma_e^2) \sum_i c_{B\ i}^2}{I_A I_B (I_A + I_B)^2} \\ &= \left(\frac{180^\circ}{2\pi}\right)^2 \frac{2N + 4\sigma_e}{N^2} \frac{1}{2} \underbrace{\left( \sum_i c_{A\ i}^2 + \sum_i c_{B\ i}^2 \right)}_{\text{propagation du bruit}}\end{aligned}\quad (I.95)$$

Le dernier terme, faisant intervenir les coefficients de morphing des deux images représente la façon dont le bruit est transmis dans la mesure finale. La valeur des coefficients  $c_i$  pouvant par définition varier entre 0 et 1, avec la contrainte  $\sum c_i = 1$ , il est

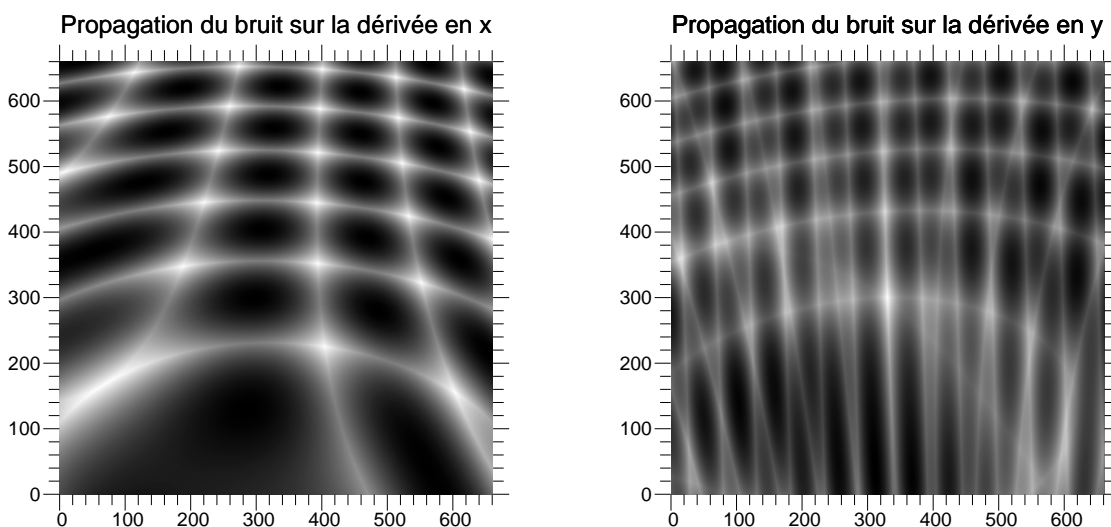


FIGURE I.25 – Selon le point considéré, le bruit mesuré varie entre 25% et 100% du bruit réel sur les mesures d’ADONF en raison de l’opération de morphing (l’autre partie est corrélée). Ces graphiques représentent la façon dont ce bruit est transmis dans les gradients en  $x$  et  $y$ , pour des coefficients de morphing obtenus sur le banc.

facile de vérifier que :

$$0.25 \leq \sum c_i^2 \leq 1 \quad (\text{I.96})$$

aussi le terme appelé ci-dessus “propagation du bruit” prend également des valeurs situées dans cet intervalle, influant ainsi de façon significative sur le bruit mesuré. Il peut être déterminé en fonction des polynômes de morphing, et une illustration de celui-ci pour les deux gradients est donnée sur la figure I.25. On remarque d’ailleurs une nette ressemblance entre l’image de gauche de cette figure et les données présentées sur la figure I.24, en particulier en raison du terme  $\sigma_e^2 \sum c_i^2$ .

### Remarque importante

La prise en compte du morphing se traduit par une diminution du bruit estimé par le calcul de la variance temporelle sur un cube de données, de la façon dont cela a été pris en compte par les formules précédentes. Il est cependant important de bien rappeler que ceci ne constitue en aucun cas une diminution réelle du bruit de mesure, celui-ci se trouvant simplement corrélé et se retrouvant pleinement dans la phase reconstruite à partir des gradients.

L’étude faite ici constitue simplement un moyen de pouvoir comparer les mesures de bruit aux formules énoncées en début de partie.

### I.3.2.2 Mesure des caractéristiques de la caméra

Afin de déterminer ces paramètres, deux cubes d'images ont été enregistrés, un avec la caméra dans l'obscurité, l'autre avec la caméra éclairée avec un gradient d'intensité sur le capteur CCD.

Le premier cube donne immédiatement l'*offset* et le bruit de lecture  $\sigma_e$  de la caméra, en calculant pour chaque pixel la valeur moyenne et RMS temporelle, avant de calculer la valeur moyenne sur l'ensemble des pixels :

$$\text{offset} = \langle \langle I_{dark} \rangle_t \rangle_{x,y} \quad (\text{I.97})$$

$$\sigma_e^2 = \langle \langle (I_{dark} - \langle I_{dark} \rangle_t)^2 \rangle_t \rangle_{x,y} \quad (\text{I.98})$$

Dans l'hypothèse d'un bruit de Poisson, pour un pixel mesurant un nombre  $N$  de photo-électrons et possédant un gain  $g$  :

$$\begin{cases} I = gN + \text{offset} \\ \langle (I - \langle I \rangle_t)^2 \rangle_t = g^2N + \sigma_e^2 = g(\langle I \rangle_t - \text{offset}) + \sigma_e^2 \end{cases} \quad (\text{I.99})$$

Il est ainsi possible de déterminer le gain par ajustement linéaire. Les mesures effectuées pour la caméra AVT Pike F-421B équipant ADONF sont représentées sur la figure I.26, représentant pour chaque pixel la valeur de  $\langle (I - \langle I \rangle_t)^2 \rangle_t - \sigma_e^2$  en fonction de  $\langle I \rangle_t - \text{offset}$  ; l'ajustement, en rouge, a été forcé à passer par 0.

Les caractéristiques suivantes ont ainsi été mesurées :

gain	$0.053e^-/ADU$
$\sigma_e$	$16.4e^-$
offset	$432ADU$

### I.3.2.3 Mesure du bruit de l'analyseur

Pour différentes intensités, des cubes de données ont été acquis avec l'analyseur, permettant de déterminer expérimentalement le bruit en calculant pour chaque pixel la variance temporelle des mesures associées.

La figure I.27 présente les résultats obtenus : ces graphiques, en échelle logarithmique, représentent la variance temporelle mesurée (en degrés<sup>2</sup>) en fonction de l'intensité lumineuse disponible pour effectuer la mesure (en ADU). L'ensemble des données présentées prend en compte la correction de propagation du bruit dû au morphing (équation I.95). Le graphique de gauche présente les résultats bruts : la correspondance avec la courbe théorique, en rouge, donnée par l'équation I.86, est très bonne. Le graphique de droite prend en compte la correction de l'équation I.88, et représente donc  $\sigma_\theta'^2$  en fonction de  $N'$  : le résultat obtenu est encore en meilleur accord avec les formules théoriques.

Les formules établies dans cette partie pour l'estimation du bruit de mesure de l'analyseur sont donc parfaitement vérifiées par les mesures présentées ici. Celles-ci pourront



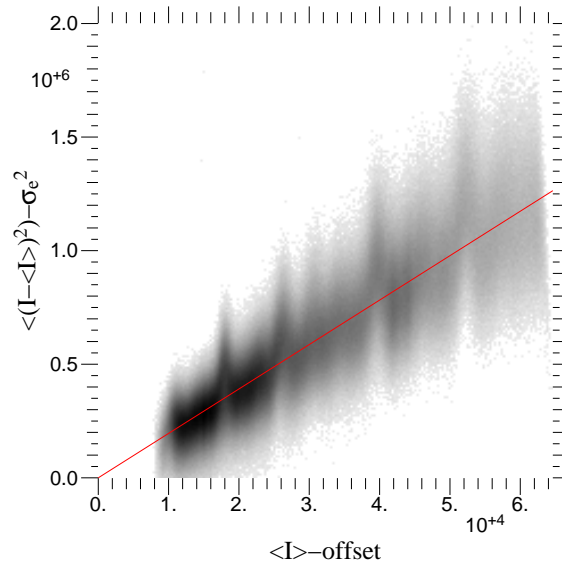


FIGURE I.26 – Représentation de la variance temporelle de l'intensité en fonction de l'intensité moyenne, pour chaque pixel. La relation entre les deux est linéaire comme attendu, et l'ajustement permettant de déterminer le gain de la caméra est représenté en rouge.

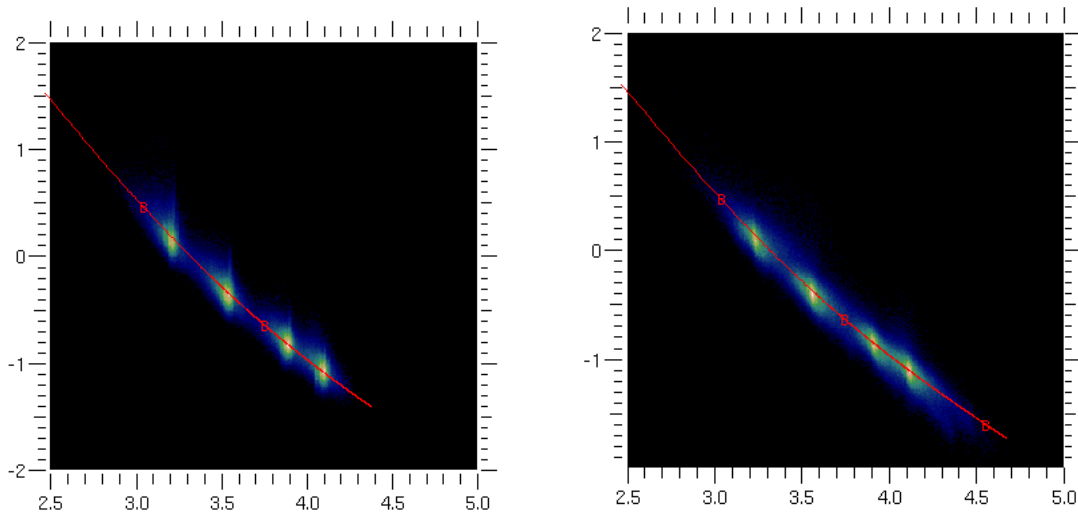


FIGURE I.27 – A gauche : variance (en degrés<sup>2</sup>) du bruit mesuré sur un cube de mesures effectuées par ADONF en fonction de l'intensité lumineuse (en ADU). A droite : ces mêmes données sont tracées après la correction prenant en compte les intensités  $I_A$  et  $I_B$  (formule I.88). Les deux graphiques sont en échelle logarithmique, et la courbe rouge est la courbe théorique issue des équations I.86 (à gauche) et I.88 (à droite).

donc être utilisées pour estimer le bruit sur d'autres acquisitions, et ceci sera en particulier utilisé sur les données de turbulence atmosphérique, fortement bruitées, présentées au chapitre I.4.4.

### I.3.3 Utilisation sur une source étendue

Dans le cas d'une source ponctuelle, l'analyseur possède un comportement linéaire et une sensibilité constante sur l'ensemble du biseau. En revanche, l'utilisation d'une source étendue affecte ces deux propriétés. Celles-ci sont étudiées de façon théorique ici avant d'en étudier les conséquences sur le rapport signal à bruit des mesures, en particulier dans le cas des étoiles artificielles.

Un Shack-Hartmann à quatre quadrants possède un *centroid gain* (Véran et Herriot, 2000; van Dam, 2005), c'est-à-dire une dépendance du coefficient de conversion entre le centre de gravité à quatre pixels et la dérivée de la phase, en fonction de la taille apparente de l'objet. Cette problématique affecte non seulement la reconstruction de front d'onde, mais aussi le gain apparent de l'intégrateur de la boucle d'asservissement (voir section II.3.5.3). Je montre ici qu'ADONF subit un effet similaire mais de manière extrêmement réduite par rapport à un Shack-Hartmann. J'appelle ici "sensibilité" ce terme de "*centroid gain*".

#### I.3.3.1 Formule analytique de la sensibilité (*centroid gain*)

L'ensemble biseaux+Wollastons peut être modélisé par les fonctions de transmission  $b_i$  données par la formule I.72, représentées en rouge et bleu sur la figure I.28 et rappelées ici :

$$\begin{cases} b_A(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \\ b_B(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \end{cases} \quad (\text{I.100})$$

En adaptant les notations de la partie I.3.1.2, la source étudiée possède cette fois une répartition lumineuse  $I'_s(x', y')$  dont l'image sur le biseau peut s'écrire  $I_s(x, y)$ . En tenant compte d'un *tilt* moyen introduisant les translations  $t_x$  et  $t_y$  sur les deux axes, les intensités transmises par les biseaux s'écrivent alors :

$$\begin{cases} I_i^x = \iint I_s(x + t_x, y + t_y) b_i^2(x) dx dy \\ I_i^y = \iint I_s(x + t_x, y + t_y) b_i^2(y) dx dy \end{cases} \quad (\text{I.101})$$

Prenons par exemple la première équation (le calcul étant symétrique selon  $y$ ) pour laquelle il est possible d'intégrer l'intensité sur  $y$  :

$$\mathcal{I}_i(x + t_x) = \int I_s(x + t_x, y + t_y) dy \quad (\text{I.102})$$

permettant d'écrire :

$$I_i^x = \int \mathcal{I}_s(x + t_x) b_i^2(x) dx \quad (\text{I.103})$$

La mesure effectuée avec ADONF, donnée par la formule I.11 est rappelée ici :

$$\theta = \frac{180^\circ}{2\pi} \operatorname{asin} \left( \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \right) \quad (\text{I.104})$$

aussi la sensibilité à un déplacement de la source peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \text{sensibilite} &= \frac{d\theta}{dt_x} \\ &= \frac{180^\circ}{2\pi} \frac{d}{dt_x} \left( \frac{I_A - I_B}{N/2} \right) \frac{1}{\left( 1 - \left( \frac{I_A^x - I_B^x}{N/2} \right)^2 \right)^{1/2}} \\ &= \frac{180^\circ}{2\pi} 2 \frac{dI_A^x}{dt_x} \frac{1}{\left( N/2 - (I_A^x - I_B^x) \right)^{1/2}} \\ &= \frac{180^\circ}{\pi} \frac{1}{\left( (N/2)^2 - (I_A^x - I_B^x)^2 \right)^{1/2}} \int \frac{d\mathcal{J}_s(x+t_x)}{dt_x} b_A^2(x) dx \quad (\text{I.105}) \end{aligned}$$

Concernant l'intégrale précédente, on peut tout d'abord écrire concernant le premier terme que :

$$\frac{d\mathcal{J}_s(x+t_x)}{dt_x} = \frac{d\mathcal{J}_s(x+t_x)}{dx} \quad (\text{I.106})$$

De plus, les deux fonctions présentes dans cette intégrale étant nulles à l'infini, une intégration par parties donne :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathcal{J}_s(x-t_x)}{dx} b_A^2(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{J}_s(x-t_x) \frac{db_A^2(x)}{dx} dx \quad (\text{I.107})$$

Enfin, le développement du dénominateur de l'équation I.105 s'écrit :

$$(N/2)^2 - (I_A - I_B)^2 = (N/2)^2 - (2I_A - N/2)^2 \quad (\text{I.108})$$

$$= 4(N/2 - I_A)I_A \quad (\text{I.109})$$

$$= 4I_A I_B \quad (\text{I.110})$$

On obtient alors la sensibilité :

$$\text{sensibilite} = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{1}{2\sqrt{I_A I_B}} \int \mathcal{J}_s(x+t_x) \frac{db_A^2(x)}{dx} dx \quad (\text{I.111})$$

$$= \frac{180^\circ}{\pi} \frac{1}{2\sqrt{I_A I_B}} \left( \mathcal{J}_s(-t) \otimes \frac{db_A^2(t)}{dx} \right) \quad (\text{I.112})$$

Le terme  $db_A^2/dx$  pouvant se développer en :

$$\begin{aligned} \frac{db_A^2(x)}{dx} &= \frac{\pi}{2b} 2 \cos \left( \frac{\pi x}{2b} \right) \sin \left( \frac{\pi x}{2b} \right) \\ &= \frac{\pi}{2b} \sin \left( \frac{\pi x}{b} \right) \quad (\text{I.113}) \end{aligned}$$

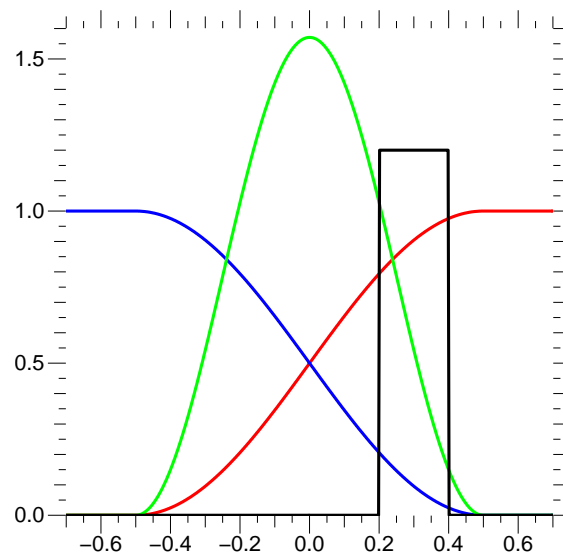


FIGURE I.28 – Représentation de  $b_A^2(x)$ , en rouge,  $b_B^2(x)$ , en bleu, en fonction de  $x$ , exprimé en unité de biseau; ces courbes figurent la fonction de transmission des filtres d'amplitude équivalents à l'ensemble biseaux+Wollaston  $W_2$ . La courbe en vert est celle de  $\frac{db_A^2(x)}{dx}$ , intervenant dans le calcul de la sensibilité de l'analyseur (formule I.112); l'autre grandeur intervenant dans cette équation est  $\mathcal{I}_s(x + t_x)$ , en noir ici, représentée pour une source d'intensité constante, de largeur 0.2 et de tilt moyen  $t_x = 0.3$  (exprimés en unité de biseaux).

Pour un objet ponctuel, l'intensité de la source s'écrit en utilisant l'opérateur de Dirac  $\mathcal{I}_s = N/2 \delta(t_x)$  d'où  $I_i = N/2 b_i^2(t_x)$  et :

$$\text{sensibilite} = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{1}{2\sqrt{(N/2)^2 b_A^2(t_x) \cdot b_B^2(t_x)}} \frac{N}{2} \frac{db_A^2}{dx}(x = t_x) \quad (\text{I.114})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{180^\circ}{\pi} \frac{1}{2(N/2)b_A(t_x) \cdot b_B(t_x)} \frac{N}{2} \frac{\pi}{2b} 2 \cos\left(\frac{\pi t_x}{2b}\right) \sin\left(\frac{\pi t_x}{2b}\right) \\ &= \frac{180^\circ}{2b} \end{aligned} \quad (\text{I.115})$$

La sensibilité est alors constante sur l'ensemble de la pupille, et fixée par la taille  $b$  du biseau.

On peut écrire l'équivalent de cette formule sur le gradient de la phase :

$$\text{sensibilite}_{\Delta\varphi} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{F} \quad (\text{I.116})$$

faisant apparaître la focale  $F$  du télescope comme un "bras de levier" équivalent à celui fourni par la focale des microlentilles dans le Shack-Hartmann.

Le gain en sensibilité peut-être défini dans tous les cas comme le rapport entre les formules I.112 et I.115 :

$$\text{gain} = \frac{b}{\pi} \frac{1}{\sqrt{I_A^x I_B^x}} \int \mathcal{I}_s(x + t_x) \frac{db_i^2(x)}{dx} dx \quad (\text{I.117})$$

les intensités  $I_i^x$  étant données par la formule I.103.

Cette formule, sans dimension, possède en outre l'avantage de s'appliquer aussi bien aux mesure de rotation de l'angle de polarisation qu'aux gradients de phase (la relation entre ces deux grandeurs, donnée par la formule I.55 est linéaire).

### I.3.3.2 Conséquences sur la mesure du gradient de phase

Si les mesures sont affectées d'une variation de sensibilité de l'analyseur, le bruit  $\sigma_\theta$  dépend toujours de la même façon du bruit de lecture  $\sigma_e$  et des intensités lumineuses  $I_A$  et  $I_B$  selon les formules présentées en début de cette partie. Le bruit propagé sur les gradients de phase en fonction de la taille de l'objet peut alors se résumer à l'étude du rapport bruit/gain, dont la formule analytique est la suivante :

$$\sigma_t = \frac{\sigma_\theta}{\text{gain}} = \frac{180^\circ}{2b(I_A + I_B)} \frac{\sqrt{I_A^3 + I_B^3 + \sigma_e^2(I_A^2 + I_B^2)}}{\int \mathcal{I}_s(x, t) \frac{db_i^2(x)}{dx} dx} \quad (\text{I.118})$$

De même que pour l'équation I.85, il est possible d'écrire cette dernière formule en fonction du nombre totale de photons  $N$  et du signal  $s$  :

$$\sigma_t = \frac{180^\circ}{4b} \sqrt{2} \sqrt{\frac{3s^2 + 1}{N} + \frac{4\sigma_e^2(s^2 + 1)}{N^2}} \frac{N/2}{\int \mathcal{I}_s(x, t) \frac{db_i^2(x)}{dx} dx} \quad (\text{I.119})$$

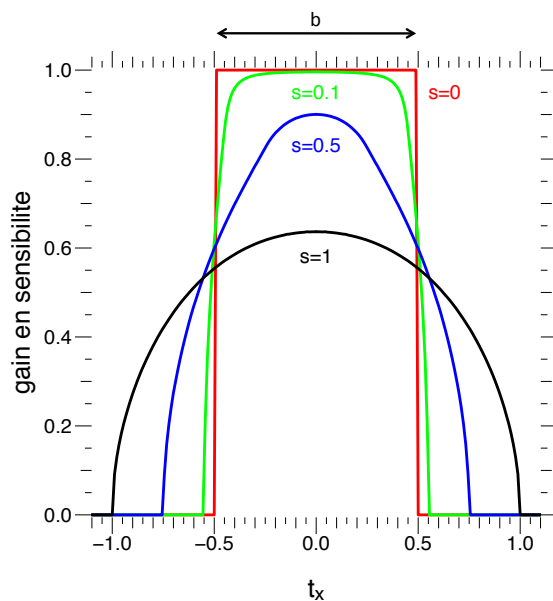


FIGURE I.29 – Gain en fonction du tilt  $t_x$ , pour plusieurs objets, représentés par des fonctions porte de différentes largeurs  $s$ . Toutes les dimensions sont exprimées en unité de biseau.

On note que par construction :  $\int \mathcal{I}_s(x, t) dx = N/2$ .

Ainsi, le rapport signal à bruit des mesures effectuées dépend de la dimension de l'objet, ceci ayant en particulier des conséquences sur les étoiles artificielles, mais contrairement à d'autres analyseurs comme l'analyseur à pyramide et à quatre quadrants, la taille du biseau intervient (dans l'intégrale, pour les formules précédentes) pour modérer cet effet tant que l'objet reste petit devant celui-ci.

### I.3.3.3 Conséquences sur la linéarité

Pour une source étendue, la sensibilité dépend de  $\mathcal{I}_s(x, t)$ , donc de la répartition lumineuse de la source, et en particulier de son extension. On voit qualitativement sur la figure I.28 que plus la source (représentée en noir) sera étendue, plus le gain sera faible, la courbe verte (au numérateur) décroissant plus vite que le produit des courbes rouge et bleue (au dénominateur). Cette perte de sensibilité de l'analyseur est figurée sur le graphe I.29 pour différents taille d'objets (figurés ici par des fonctions portes de différentes largeurs). On constate en particulier que même un objet dont la taille de l'image est petite par rapport aux biseaux ( $s=0.1$  pour la courbe en vert) change notablement le comportement de l'analyseur.

Ceci est toutefois à comparer avec les résultats obtenus avec l'analyseur à pyramide ou à quatre quadrants : la figure I.30 montre la variation de sensibilité en fonction de

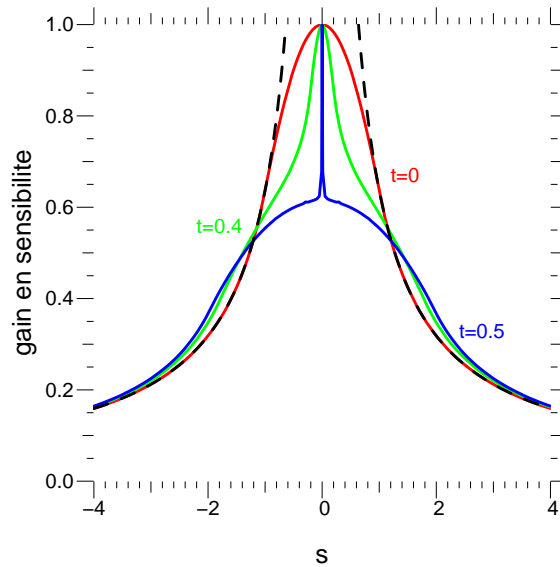


FIGURE I.30 – Gain en fonction de la taille  $s$  de l’objet, pour différents tilts  $t$ . La courbe en pointillés noirs représente la courbe asymptotique du gain à l’infini,  $\frac{2b}{\pi s}$ , qui est aussi le gain d’un analyseur de type quatre quadrants ou à pyramide. Toutes les dimensions sont rapportées à la taille du biseau.

la taille de l’objet pour ces analyseurs en pointillés noirs, et pour ADONF en rouge, vert et bleu (pour différents tilts). On constate que si les sensibilités de ces premiers dépend fortement de la taille de l’objet, en particulier si celui-ci est petit, la sensibilité d’ADONF sature et varie beaucoup moins pour des sources de faible extension. Pour des sources larges devant la taille du biseau d’ADONF, cependant, ces différents analyseurs retrouvent un comportement identique.

En ce qui concerne la linéarité du senseur, il est difficile de donner une conclusion générale, étant donné que celle-ci dépend de la forme et extension de la source. On peut toutefois constater que pour des sources “classiques” (circulaires, gaussiennes), l’analyseur reste linéaire sur une certaine plage. La figure I.31 représente les réponses d’ADONF pour des disques uniformes de différents diamètres : 0, 0.5, 1 et 2 (exprimées en unité de biseau). On constate que la réponse reste quasi-linéaire pour les valeurs comprises entre  $-30^\circ$  et  $+30^\circ$ . Les sensibilités par contre changent de façon conséquente : pour les quatre courbes présentées ici, on trouve respectivement  $90^\circ$ ,  $81^\circ$ ,  $62^\circ$  et  $36^\circ$ .

Le même type de simulation pour une source gaussienne donne une plage de linéarité située entre  $-25^\circ$  et  $+25^\circ$ , et des sensibilités de  $90^\circ$ ,  $79^\circ$ ,  $58^\circ$  et  $34^\circ$  pour des largeurs à mi-hauteur de 0, 0.5, 1 et 2 (toujours exprimées en unité de biseau).

En conclusion, l’analyseur reste linéaire lorsqu’il est utilisé sur une source étendue de taille donnée, mais sur un intervalle restreint. Il est donc possible d’utiliser ADONF dans

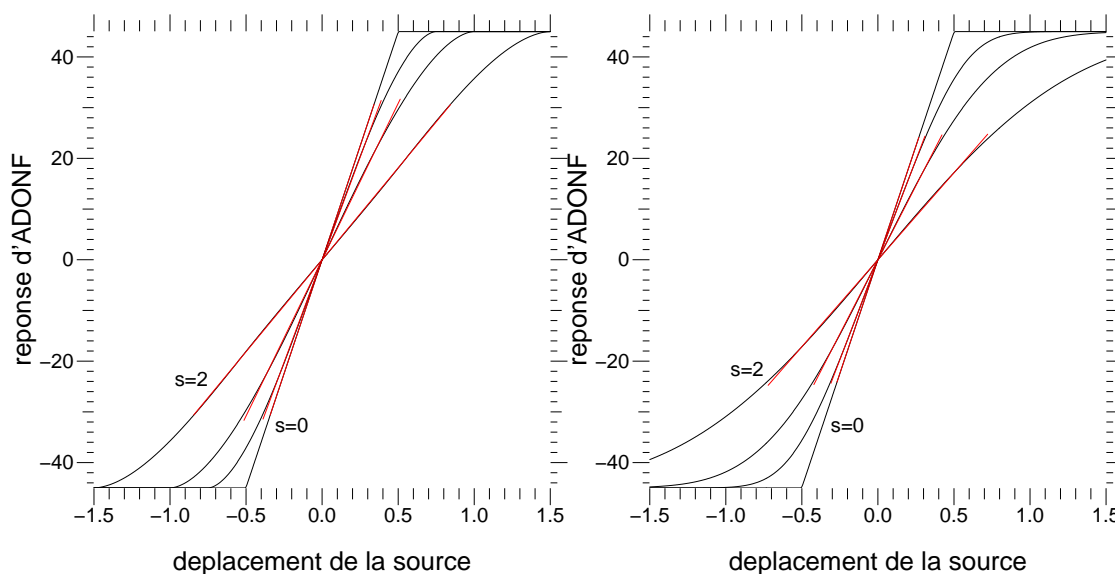


FIGURE I.31 – Réponse d'ADONF en fonction du tilt, pour des sources en forme de disques uniformes à gauche, de gaussiennes à droite, et de diamètre ou FWHM de 0, 0.5, 1 et 2 (en unité de biseau). Les droites rouges sont les ajustement de la zone de linéarité.

ces conditions, en respectant cette contrainte, et en prenant en compte le gain engendré par l'extension de la source.

Dans le cas où l'analyseur est dès le départ prévu pour une utilisation précise utilisant une source étendue, ces formules permettent de choisir au mieux la taille du biseau en fonction des performances souhaitées.

#### I.3.3.4 Conséquences sur les étoiles artificielles

La figure I.30 représente le gain en fonction de la taille de la source, pour différentes valeurs de tilt moyen (toutes les dimensions sont rapportées à la taille du biseau) où on voit que la sensibilité de l'analyseur diminue lorsque l'extension spatiale de l'objet augmente.

Dans le cas d'une étoile artificielle, selon le point de la pupille étudié, son image dans le plan focal se trouve plus ou moins allongée (voir figure I.19), et provoque une variation de la valeur du gain correspondant. Ainsi, la sensibilité de l'analyseur n'est pas la même en chaque point de la pupille. La figure I.32 représente cette variation de gain sur les gradients mesurés par ADONF, chacun étant affecté selon sa direction de mesure. On retrouve ainsi un problème similaire à celui des Shack-Hartmann : les points de mesure situés hors-axe par rapport à la position de l'étoile artificielle possèdent un rapport signal à bruit plus faible que les autres.

Afin de conforter les résultats obtenus ici à partir d'un modèle géométrique, des



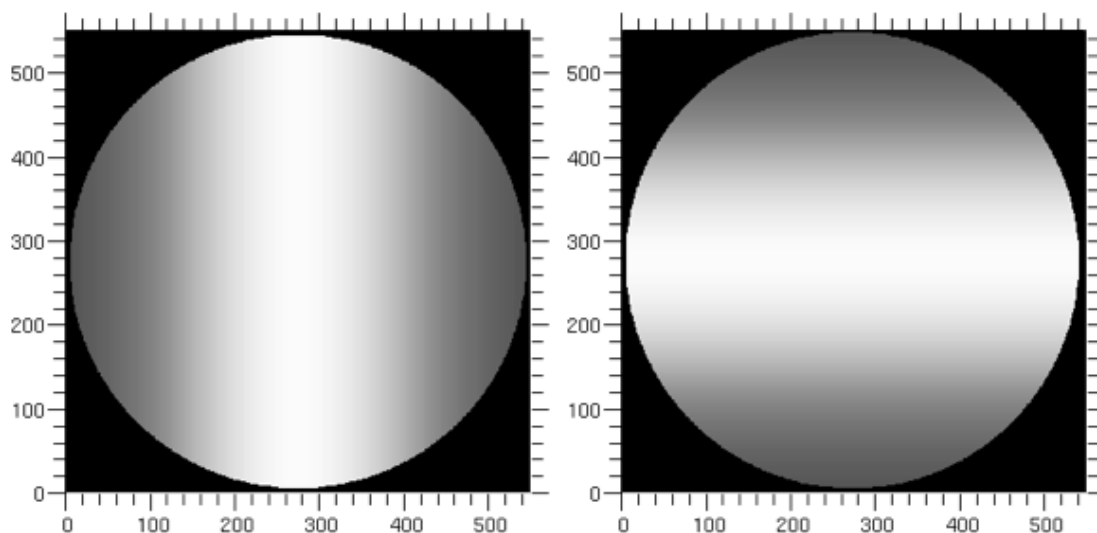


FIGURE I.32 – Représentation des valeurs du gain sur les gradients mesurés par ADONF pour une étoile laser tirée du centre de la pupille : celui-ci chute sur les bords de pupille selon l’axe de mesure. L’amplitude de cet effet, donné par la courbe rouge de la figure I.30, dépend de la dimension apparente de l’étoile artificielle vue en bord de pupille par rapport à la taille du biseau (ce rapport étant proche de l’unité ici).

simulations ont été effectuées avec les algorithmes diffractif et géométrique présentés au chapitre I.3.1. Celles-ci ont été réalisées pour une étoile artificielle de  $\Delta H = 500m$  de long, située à une altitude de  $H = 9000m$ , observée avec un télescope de  $4.2m$  avec une ouverture de  $(F/D) = 17$ , à une longueur d’onde de  $500nm$  et un biseau de largeur  $0.85mm$  (soit une configuration proche de celle de CANARY au WHT, voir partie II).

Le graphique I.33 montre une coupe transversale de la pupille, en noir pour le modèle diffractif, en rouge pour le modèle géométrique. Les résultats obtenus sont très proches (outre une oscillation sur la courbe noire, due à la discontinuité en bord de pupille) permettant ainsi de valider les équations précédentes, toujours dans le cadre de l’optique géométrique.

### I.3.3.5 Conclusion

L’établissement des formules traduisant la sensibilité et le bruit de l’analyseur en fonction des caractéristiques de la source a permis de montrer que l’analyseur se comporte différemment en fonction de l’objet observé. Ainsi, une source étendue tend à diminuer la sensibilité de l’analyseur et à réduire son domaine de linéarité. Dans le cas d’une étoile artificielle, la sensibilité, et donc le bruit de mesure, varient selon le point de la pupille considéré, exactement comme pour l’analyseur de Shack-Hartmann. Ces résultats ont fait l’objet d’une validation expérimentale, présentée au chapitre I.4.2, et amènent à

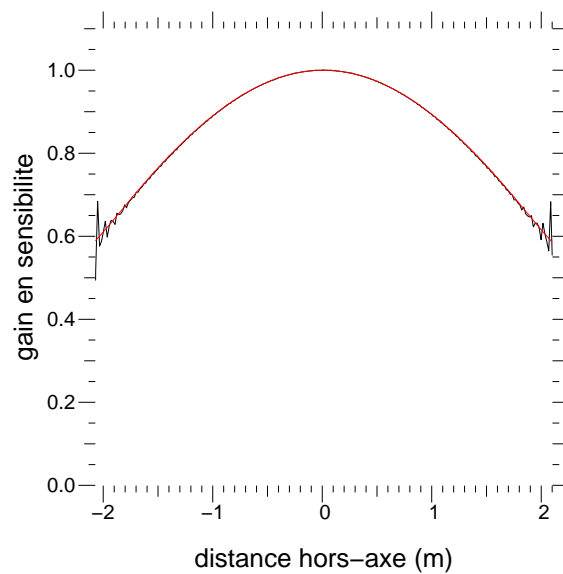


FIGURE I.33 – Sensibilité de l’analyseur en fonction de la position sur la pupille. Ces résultats ont été obtenus par simulation d’une étoile artificielle par les modèles diffractif (en noir) et géométrique (en rouge) présentés au chapitre I.3.1. La simulation correspond à la configuration suivante : une étoile artificielle de  $\Delta H = 500m$  de long, à une altitude de  $H = 9000m$ , vue depuis un télescope de  $4.2m$  ouvert à  $(F/D) = 17$ , à une longueur d’onde de  $500nm$  et utilisant un biseau de largeur  $0.85mm$ .

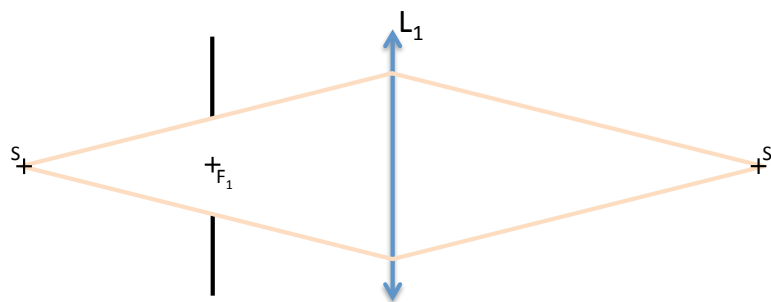


FIGURE I.34 – Montage utilisé pour mesurer la linéarité de l’analyseur : la source  $S$  est placée sur des platines lui permettant de se déplacer selon les axes transversaux. La lentille  $L_1$  en forme l’image  $S'$  sur les biseaux de l’analyseur. La pupille, et l’écran de phase éventuels, figurés en noir, sont au foyer objet de la lentille : l’analyseur voit ainsi la pupille à l’infini.

la conclusion qu’ADONF n’est pas un analyseur plus approprié qu’un autre pour être utilisé sur des étoiles artificielles.

## I.4 Applications

A la suite de l’étude théorique d’ADONF, ce chapitre présente les résultats d’expériences effectuées avec cet analyseur, mettant en valeur ses caractéristiques. Sa linéarité pour commencer, puis son comportement vis à vis des étoiles artificielles, que j’ai étudié sur banc optique, afin d’évaluer ses performances dans cette configuration. Ses caractéristiques avantageuses telles que sa grande résolution et sa grande linéarité lorsqu’il est utilisé dans les conditions adéquates, en font un instrument idéal pour l’étude de surface de miroirs, et également un pionnier dans l’étude de la turbulence atmosphérique à haute résolution. Je présente les résultats de telles mesures que j’ai réalisées sur le télescope de 1m de l’observatoire de Meudon, à la suite de quoi je propose un moyen d’utiliser ADONF pour mesurer le profil de turbulence.

### I.4.1 Linéarité de l’analyseur

Il en a longuement été question au cours des chapitres précédents : une des principales caractéristiques de cet analyseur est sa grande linéarité. Ce paragraphe présente des résultats obtenus sur banc optique permettant de mettre en valeur cet aspect d’ADONF.

Afin de réaliser cette mesure, j’ai simulé un *tilt* au foyer d’un télescope, se traduisant simplement du point de vue de l’analyseur par un déplacement de l’image dans le plan focal. Le montage optique, très simple, représenté sur la figure I.34 permet de réaliser ceci : la source quasi-ponctuelle  $S$  ( $35\mu\text{m}$  de diamètre), placée sur des platines motorisées, peut se déplacer transversalement à l’axe optique, provoquant un déplacement

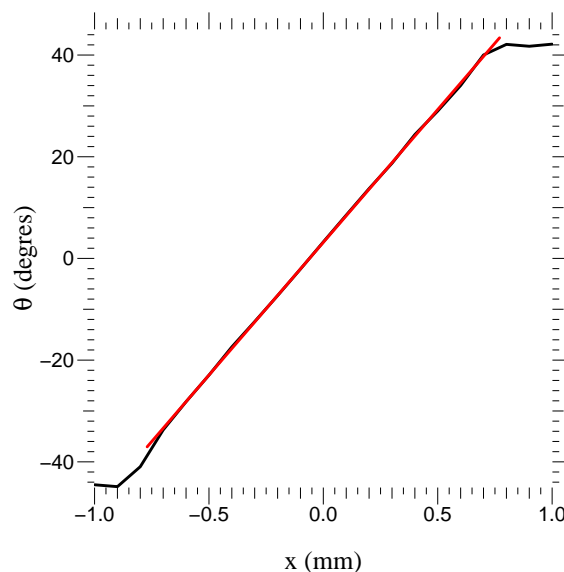


FIGURE I.35 – Réponse  $\theta$  de l’analyseur ADONF en fonction de la position  $x$  du spot sur le biseau. A gauche, on observe un décrochage sans doute dû à un défaut physique au bord du biseau. A droite, l’effet d’arrondi avant la saturation est dû à la taille de la source ( $35\mu m$ ). La droite rouge est un ajustement linéaire sur la zone de travail de l’analyseur, dont la pente est très proche des prévisions théoriques.

proportionnel au grandissement de son image  $S'$  par la lentille  $L_1$ . La pupille est matérialisée par un diaphragme, placé au foyer objet de la lentille de façon à ce que son image soit renvoyée à l’infini du point de vue de l’analyseur.

La figure I.35 montre la mesure  $\theta$  effectuée par l’analyseur, en fonction de la position  $x$  de l’image  $S'$  sur les biseaux (le facteur de grandissement a ici déjà été pris en compte).

On constate que sur un intervalle d’environ 1.4mm (entre -0.7mm et +0.7mm), l’analyseur est, comme attendu, remarquablement linéaire. La droite rouge représente un ajustement effectué à partir des données : sur l’intervalle indiqué, les mesures ne s’écartent pas plus de  $0.5^\circ$  de celle-ci (erreur correspondant à  $10\mu m$  de déplacement en  $x$ ).

La sensibilité attendue, en degrés par millimètres, est facile à calculer en fonction de la dimension du biseau  $b = 1.7mm$  :

$$sensibilite = \frac{90^\circ}{b} = 52.9^\circ/mm \quad (I.120)$$

Celle mesurée, donnée par la pente de l’ajustement réalisé, est  $52.2^\circ/mm$ . L’écart par rapport à la valeur théorique est ainsi de 1.3% sur la sensibilité, et on peut citer, parmi les causes possibles, les erreurs sur :

- la longueur d’onde utilisée (voir le chapitre I.2.6.1)
- l’étalonnage du fond de la caméra (voir le chapitre I.2.6.3)

- la taille du biseau
- l'épaisseur du matériau optiquement actif
- l'orientation du biseau exactement selon l'axe de déplacement de la source
- l'étalonnage des moteurs de la platine

On observe également d'autres choses intéressantes sur cette courbe, concernant les défauts de l'analyseur.

Tout d'abord, les valeurs de saturation :  $-44^\circ$  pour les  $x$  négatifs,  $+42^\circ$  pour les  $x$  positifs ; ces valeurs, très proches des  $\pm 45^\circ$  attendus, ont plusieurs raisons de présenter de tels écarts : outre les possibles défauts de fabrication des éléments en quartz ou l'utilisation d'une longueur d'onde différente de celle pour lesquels ils étaient conçus (voir le chapitre I.2.6.1 et la figure I.11, expliquant la dissymétrie engendrée par l'utilisation d'une autre longueur d'onde), l'erreur peut provenir d'un mauvais étalonnage du fond de la caméra. Ceci, comme évoqué au chapitre I.2.6.3 modifie la sensibilité de l'analyseur, mais également sa valeur de saturation.

Deuxièmement, l'arrondi visible en  $x = 0.75\text{mm}$ , entre la linéarité et la saturation : ceci est dû à la taille de la source (environ  $35\mu\text{m}$  sur les biseaux ici) provoquant une légère non-linéarité lorsque celle-ci arrive en bord du biseau (voir I.3.3.3)

Enfin, le défaut clairement visible entre  $x = -0.9$  et  $-0.7\text{mm}$ , réduisant d'autant le domaine de linéarité, est très probablement dû à un défaut physique du biseau : nous avons en effet constaté que sur le côté non fixé à la lame de quartz, les deux parties de cet élément avaient tendance à se décoller avec le temps, provoquant des pertes de lumière et des erreurs dans les mesures.

### Conclusion

On peut ainsi montrer en laboratoire que cet analyseur se comporte comme attendu de façon très linéaire, dans les limites énoncées aux chapitres précédents (notamment vis à vis de la taille de la source), dans les limites des défauts de réalisation de l'analyseur et de son utilisation (fond de la caméra, longueur d'onde, orientation des biseaux ...).

Ces résultats sont très encourageants quant aux possibilités offertes par un tel analyseur, concernant son utilisation en boucle ouverte, ou comme analyseur de surface optique tel que décrit dans les parties suivantes.

## I.4.2 Vérification expérimentale du comportement avec une LGS

Le comportement d'ADONF vis à vis des étoiles artificielles a été développé au chapitre I.3.3.4, et une expérience a été mise au point sur banc optique afin de valider les résultats obtenus, en particulier concernant la variation du gain à travers la pupille.

### I.4.2.1 Description de l'expérience

Afin de simuler une étoile artificielle sur banc optique (voir figure I.36), nous avons placé une diode sur la membrane d'un haut-parleur dont l'amplitude maximale de dé-

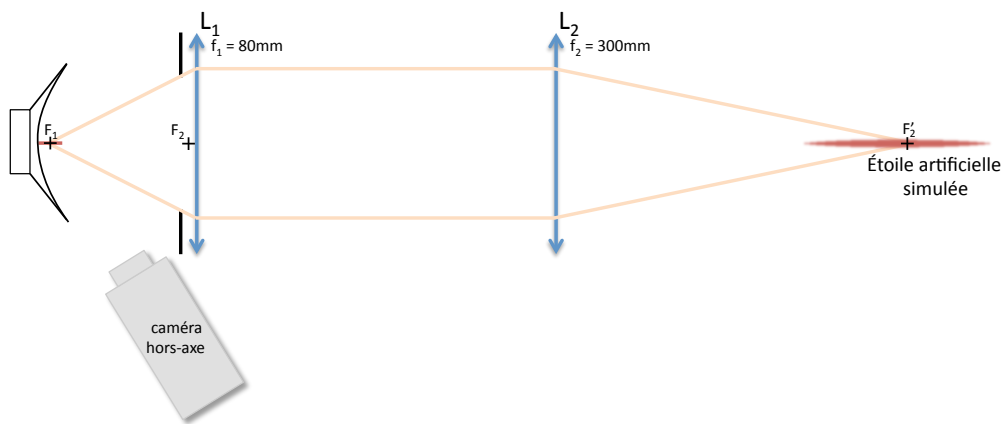


FIGURE I.36 – Montage utilisé pour simuler une étoile artificielle sur banc optique : une diode est montée sur un haut-parleur et placée devant un montage grossissant à deux lentilles. Le mouvement de la membrane du haut-parleur crée ainsi une image allongée autour du point focal de la seconde lentille, pouvant dans notre cas atteindre 180mm de long. Une caméra hors-axe permet d’acquérir des images de la source, permettant de connaître la longueur de l’étoile artificielle simulée après étalonnage du grandissement des optiques. Enfin, le diaphragme (en noir), et potentiellement l’écran de phase, sont situés au point focal objet de  $L_2$  afin que l’analyseur les voie à l’infini. La direction de vibration du HP pointe vers le centre de la pupille : ce montage simule donc un laser tiré depuis le centre du télescope.

placement est de 13mm ; celle-ci se déplace sinusoidalement de manière symétrique par rapport à sa position au repos. A cette position, la source se trouve au foyer objet d'une lentille  $L_1$  de focale  $f_1 = 80mm$ . Cette dernière se trouve collée à un diaphragme de 20mm de diamètre, figurant la pupille de l'instrument. Ces deux éléments se trouvent à leur tour au foyer d'une lentille  $L_2$  de focale  $f_2 = 300mm$ , formant d'une part l'image de la pupille à l'infini, et d'autre part, l'image de la source à son foyer image ; l'ouverture du faisceau, imposée par  $f_2$  et le diamètre du diaphragme, est de 15. Les deux lentilles permettent d'effectuer un grandissement transversal  $G \approx 3.75$ , et ainsi un grandissement longitudinal  $G^2 \approx 14$  ; l'image de la source pouvait ainsi atteindre 180mm de long, de l'ordre de grandeur de celle attendue sur un ELT (30 à 50cm pour des télescopes de 30 et 39m de diamètre, avec une étoile artificielle de 10km de long située à 90km d'altitude). En pratique, le grandissement mesuré a été  $G = 3.73$  d'où  $G^2 = 13.9$ .

Afin de minimiser les problèmes de vibration, la fréquence du haut parleur a été fixée à 20Hz, et le déphasage entre la position de sa membrane et la tension de commande a été étalonné à cette fréquence. Il a été ainsi possible de synchroniser la variation d'intensité de la diode avec son déplacement, permettant ainsi de générer les profils souhaités de répartition lumineuse dans l'étoile artificielle.

Une caméra hors-axe prend également des images de la diode : après un étalonnage permettant de faire le lien entre celles-ci et la position de la source sur l'axe (connu avec précision : le haut parleur se trouvant sur des platines avec vis micrométriques), il est possible, en effectuant des acquisitions simultanées avec l'analyseur, de connaître la longueur de l'étoile artificielle simulée par le montage.

#### I.4.2.2 Protocole expérimental

Afin de déterminer la sensibilité de l'analyseur dans une configuration donnée, j'ai effectué deux mesures en déplaçant très légèrement la source d'une grandeur supposée représenter une quantité infinitésimale  $dx$ , de façon à pouvoir déterminer la sensibilité de l'analyseur  $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ . Le gain est ensuite obtenu en effectuant le rapport avec la sensibilité maximale, mesurée à *tilt* nul.

Pour chaque acquisition, la caméra hors-axe prend une image de façon simultanée avec l'analyseur, permettant ainsi de connaître la longueur de l'étoile artificielle simulée, et ainsi de comparer les résultats avec les formules théoriques établies précédemment.

Toutes les mesures effectuées et présentées ici ont été réalisées avec le prototype "CANARY" dont le biseau mesure 1.7mm.

#### I.4.2.3 Résultats

Les mesures de gain en fonction de la position dans la pupille présentées figures I.37 et I.38 ont été obtenues pour un profil constant et pour divers allongements de la source.

Le diamètre de la source sur les biseaux ( $115\mu m$ ) est à la fois négligeable devant la taille de ceux-ci et l'effet de l'extension sur l'axe. Sur les mesures successives, le

déplacement du haut-parleur provoquait, pour des points situés en bord de pupille, des allongements de 0mm, 1mm (petit devant la taille du biseau), 2.1mm (de l'ordre de la taille du biseau) et 3.2mm (environ le double de la taille du biseau).

Pour chacune des séries de mesures, une coupe transversale de la pupille, moyennée sur 5 pixels, est représentée en bleu et les prévisions théoriques correspondantes sont tracées en rouge. Les graphiques présentés tiennent également compte d'un facteur 1.9 pour la série sur l'axe et 1.2 pour la série hors-axe. Ceci est peut-être dû à un manque de précision des moteurs pour déplacer le montage, assez lourd ; en particulier, un phénomène d'hystérésis les concernant a été constaté sur d'autres mesures effectuées avec ce montage.

Après cette correction, on constate que l'ensemble des résultats obtenus sont en très bon accord avec la théorie développée au chapitre I.3.3.4, tant sur l'axe que hors-axe et pour toutes les longueurs détoiles artificielles testées.

#### I.4.2.4 Conclusion sur l'expérience

En dehors du facteur multiplicatif introduit sur les mesures afin de correspondre aux données théoriques, on constate que les profils mesurés sont très proches de ceux attendus pour les différentes longueurs d'étoiles artificielles et valeurs de *tilt* moyen testées.

Je n'ai pas eu le temps de refaire cette expérience au cours de ma thèse, aussi l'interprétation de ce coefficient comme étant un problème de moteur n'est pas complètement certaine. En supposant que c'est le cas néanmoins, ces expériences permettraient de valider les études présentées à la partie I.3, concernant la sensibilité de l'analyseur dans le cas d'une mesure sur étoile artificielle, mais également le modèle géométrique, à la base de l'ensemble des formules présentées.

#### I.4.2.5 Comparaison des performances avec un Shack-Hartman

L'estimation du gain par le modèle géométrique développé semblant être représentative, la formule I.118 donnant le bruit de mesure de l'analyseur en prenant en compte la variation de sensibilité en fonction de la taille de la source (et donc de la distance hors-axe ici) peut être exploitée, et en particulier être comparée à des simulations effectuées pour d'autres analyseurs.

La figure I.39 représente l'erreur de mesure de la surface d'onde (en  $\mu m$  RMS) en fonction de la distance hors-axe pour différents analyseurs, observant une étoile artificielle de 1.1" de diamètre, située à 90km d'altitude et s'étendant sur 10km. Chaque sous-pupille reçoit un flux de 250 photo-électrons par trame, le bruit de lecture de la caméra est de  $3e^-$  et le  $r_o$  fixé à 10cm. Des simulations pour un Shack-Hartmann possédant, par sous-pupille,  $12 \times 12$  pixels de 1.5" et 0.75" sont représentés en rouge et magenta, et pour un analyseur à 4 quadrants pour des pixels de 6" et 9" en bleu et cyan. Celles-ci font l'hypothèse que le gain est parfaitement connu, et ne varie pas. Elles mettent donc en évidence la différence de comportement vis à vis du bruit uniquement, sans montrer l'erreur potentielle due à la variation de gain.



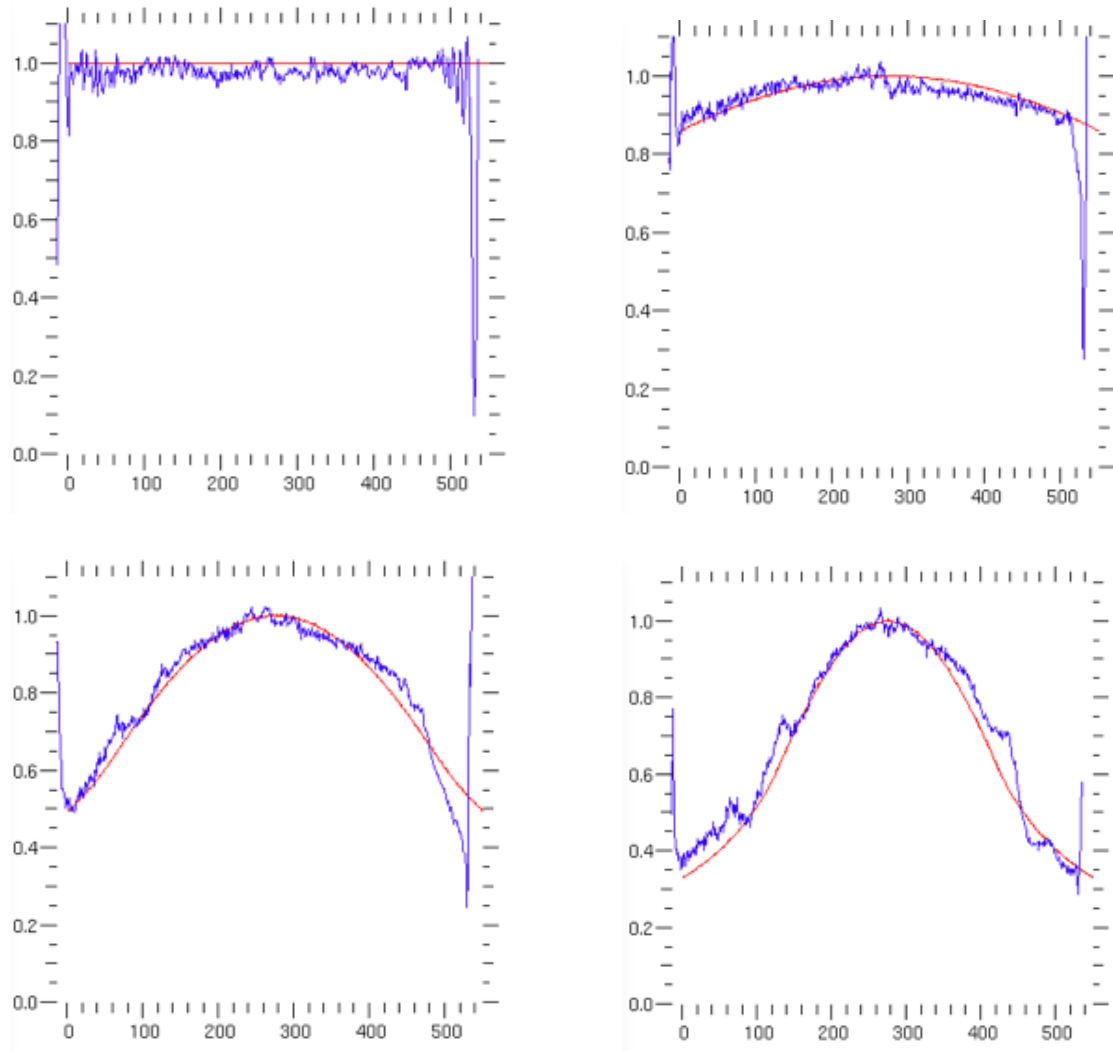


FIGURE I.37 – Mesures du gain de l'analyseur en fonction de la position sur la pupille. Les quatre graphiques représentent une coupe transversale de celle-ci, pour différents allongements de l'étoile artificielle : 0mm, 1mm, 2.1mm et 3.2mm, pour un biseau de 1.7mm

Les mesures sont représentées en bleu, la courbe rouge étant la prévision théorique donnée par l'équation I.117

Ces mesures ont été effectuées avec l'étoile artificielle dans l'axe (à tilt nul)

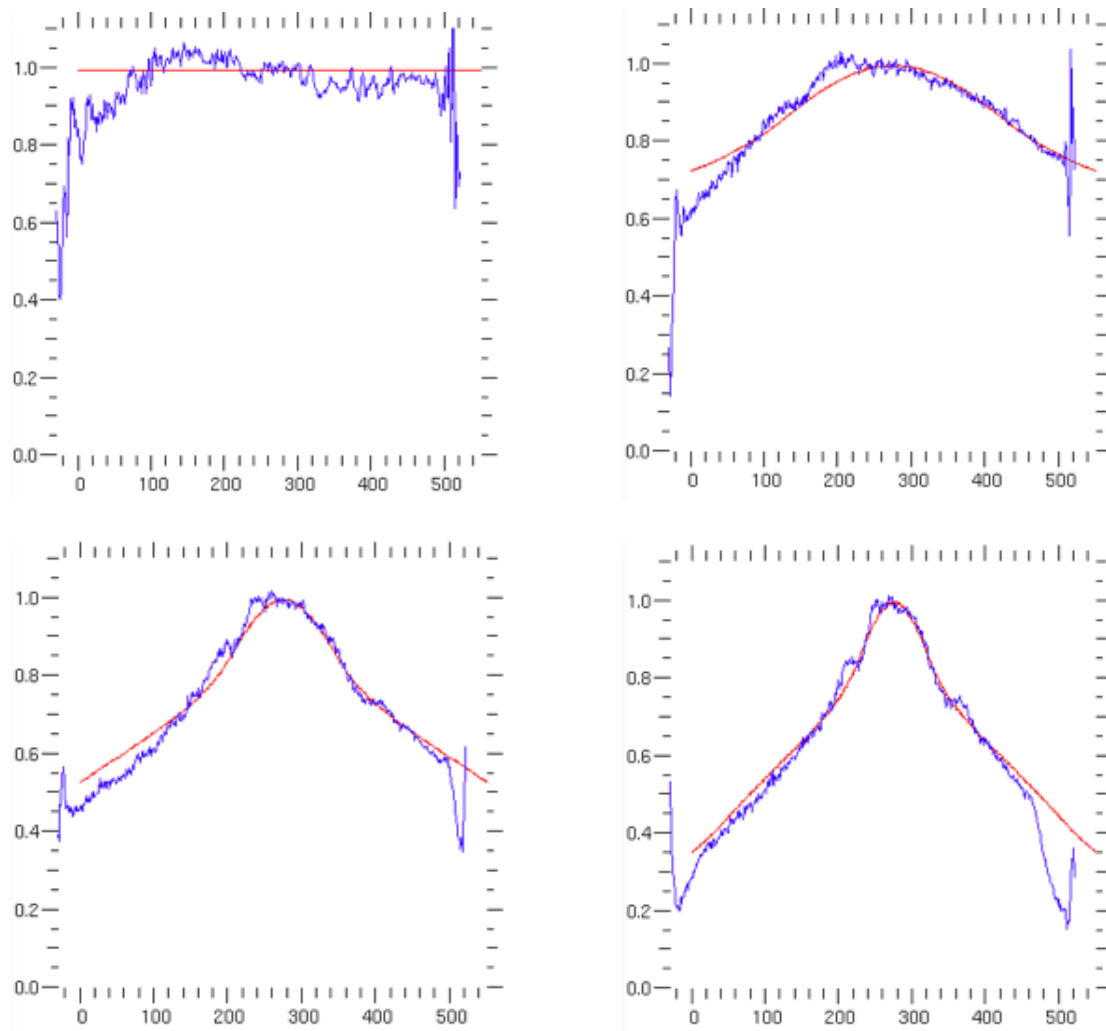


FIGURE I.38 – Ces mesures ont été effectuées avec les mêmes paramètres que celles de la figure I.37, mais avec l'étoile artificielle hors-axe pour un tilt de 0.56mm (mesuré au niveau du plan focal)

La courbe en pointillés noir donne le bruit théorique correspondant à un analyseur à 4 quadrants ou un analyseur à pyramide non modulé (les résultats utilisés ici sont dérivés des calculs effectués pour ADONF, pour un biseau de taille nulle). Les résultats pour ADONF sont représentés en vert pour trois tailles de biseau, correspondant sur le ciel à des angles de 0", 6" et 12". Ces dernières courbes théoriques prennent en compte la variation du gain en fonction de la position sur la pupille.

### Conclusions

Un modèle d'ADONF avec un biseau de taille nulle est équivalent à un analyseur à pyramide ou un analyseur à 4 quadrants, mis à part la séparation du faisceau initial en deux : ceci provoque une augmentation du bruit de mesure d'un facteur  $\sqrt{2}$  que l'on voit sur ce graphique entre la courbe en pointillés noirs et la courbe verte juste au dessus.

On constate qu'un analyseur comme ADONF n'est pas optimal pour cette utilisation, son bruit de mesure étant supérieur sur l'ensemble de la pupille à ce qu'il est possible d'obtenir avec un analyseur de Shack-Hartmann ou à 4 quadrants. Son seul avantage concernant cette utilisation, qui n'a pas été quantifié ici et qui ne compense pas ses défauts concernant le bruit de mesure, serait la constance relative de sa sensibilité en fonction du profil de l'étoile artificielle, ce qui n'est pas le cas pour les autres analyseurs.

### I.4.3 Etude de miroirs et masques de phase à haute résolution

Si ADONF possède d'inévitables défauts, comme sa chromaticité ou la séparation du faisceau en deux à l'entrée de l'analyseur, son utilisation en laboratoire n'en souffre pas.

Pour utiliser cet analyseur dans de bonnes conditions, il faut utiliser une source dont la taille est petite devant celle du biseau : celle-ci est donc à adapter en fonction du montage optique, mais une fibre optique semble être une solution généralement satisfaisante. Il faut également que la source soit monochromatique, ou a défaut utiliser un filtre interférentiel ; dans tous les cas, il est souvent possible en laboratoire d'obtenir l'un ou l'autre avec un flux lumineux tout à fait suffisant.

ADONF est alors capable de mesurer avec une grande précision la surface d'un miroir ou de tout autre élément optique. Ceci a déjà été réalisé avec nos prototypes actuels, pour la mesure d'un masque de phase, d'un miroir déformable ou d'un miroir de télescope.

#### Mesure d'un masque de phase

Si cette mesure n'est pas la plus utile en soi, l'image I.12 illustre la précision qu'il est possible d'atteindre avec ADONF. Le diamètre du diaphragme placé dans le plan pupille et contre lequel était situé le masque de phase était de seulement 7mm, correspondant à 600 pixels sur l'image. Celle-ci est suréchantillonnée puisque la diffraction due au biseau permet "seulement" 160 points de mesure à  $\lambda = 633nm$  : au final la résolution spatiale réelle sur la phase mesurée est de  $50\mu m$ .

La figure I.40 montre un autre exemple de mesure sur un écran SILIOS, composé de couches successives de silicium, que l'analyseur résout parfaitement. On constate par

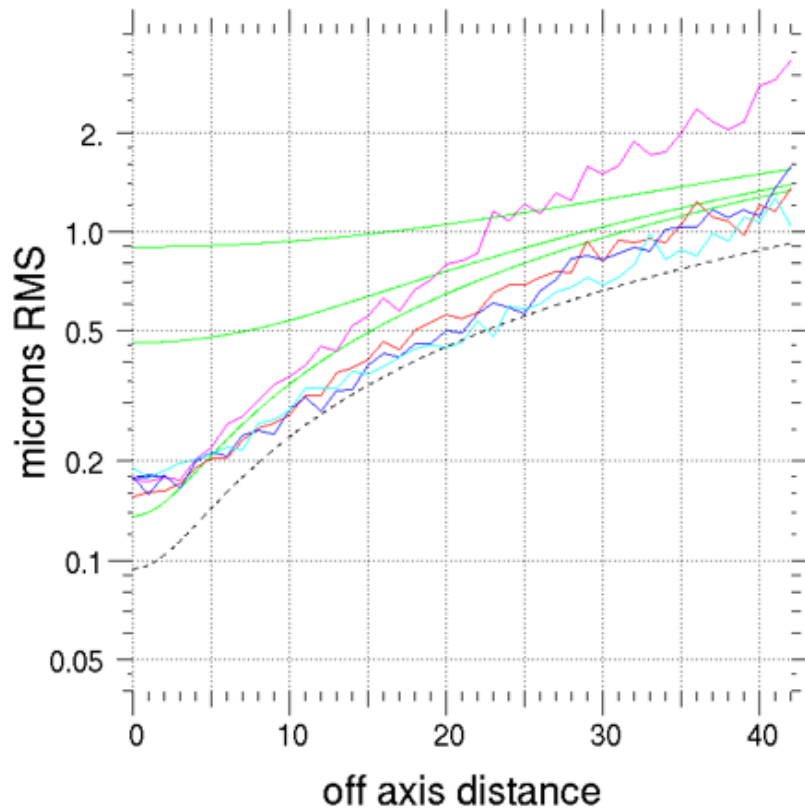


FIGURE I.39 – Estimation du bruit sur différents analyseurs en fonction de la distance hors-axe (en m), pour l’observation d’une étoile artificielle de  $1.1''$  de diamètre, mesurant 10km de long sur l’axe, et située à 90km d’altitude. Chaque sous-pupille reçoit un flux de 250 photo-électrons par trame, et la caméra a un bruit de lecture de  $3e^-$  par pixel. Les courbes en rouge et magenta sont des simulations pour un Shack-Hartmann dont les pixels mesurent  $1.5''$  et  $0.75''$ , tandis que les courbes en bleu et cyan correspondent à un analyseur à 4 quadrants avec des pixels de  $6''$  et  $9''$ . La courbe en pointillés noir est une estimation du bruit théorique pour un analyseur à 4 quadrants ou une pyramide non modulée, et les courbes en vert correspondent au bruit théorique d’ADONF pour des tailles de biseau de  $0''$ ,  $6''$  et  $12''$ .

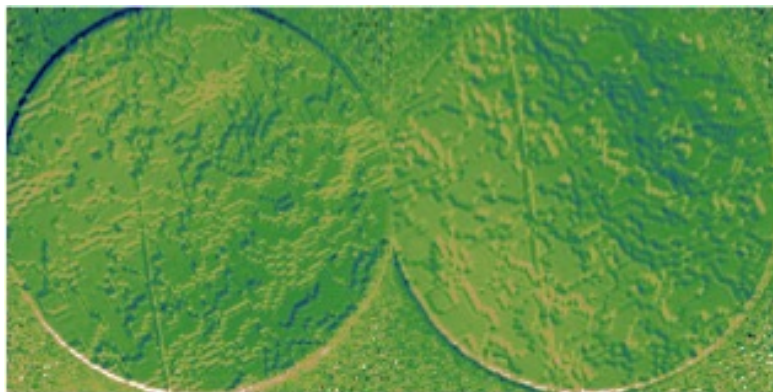


FIGURE I.40 – Dérivées de la phase en  $x$  et  $y$  mesurés par ADONF sur un écran de phase SILIOS : on distingue très nettement les dépôts successifs de silicium reproduisant la turbulence.

ailleurs sur ces mesures que l'analyseur sature localement, aux endroits de sauts de phase, le biseau de l'analyseur utilisé ici n'étant pas assez large pour ce type d'écran, présentant de fortes discontinuités.

On a d'ailleurs estimé à 5cm environ l'étalement de la tache de diffraction générée par un de ces écrans de phase, pour un faisceau ouvert à  $(F/D) = 17$  : il semble donc illusoire de prévoir un modèle d'ADONF possédant un biseau de taille suffisante. Cet analyseur n'est cependant pas pire qu'un autre face à ce type d'écran : un Shack-Hartmann par exemple ne mesure pas toute la phase ainsi produite, une grande partie des hautes fréquences étant filtrées par son diaphragme de champ. Aussi, pour utiliser ADONF dans les mêmes conditions, il conviendrait de placer de la même façon un diaphragme sur les biseaux, ou dans un autre plan focal plus accessible. Les mesures seraient alors limitées en terme de fréquences spatiales, mais l'analyseur ne présenterait alors plus de saturation.

#### I.4.3.1 Mesure de la qualité de surface du miroir déformable ADONIS

La surface d'un miroir déformable n'est pas toujours facile à visualiser avec un Shack-Hartmann du fait du faible nombre de points de mesure, en général assez comparable au nombre d'actionneurs du miroir. La résolution d'ADONF permet à nouveau des mesures intéressantes : il est par exemple possible de visualiser et de caractériser avec précision les fonctions d'influence de chaque actionneur. Il est également possible de vérifier l'état de surface de ces miroirs, opération pouvant s'avérer utile après quelques années d'utilisation. Enfin, la mise à plat du miroir est également facilitée par le large suréchantillonnage procuré par ADONF.

La figure I.41 présente les gradients mesurés par ADONF sur le miroir ADONIS pendant la mission pour l'instrument CANARY en novembre 2010 (voir II.4.4). En utilisant la *Focal Plane Source* (voir II.2.3.1 pour la description de ce banc optique), le faisceau

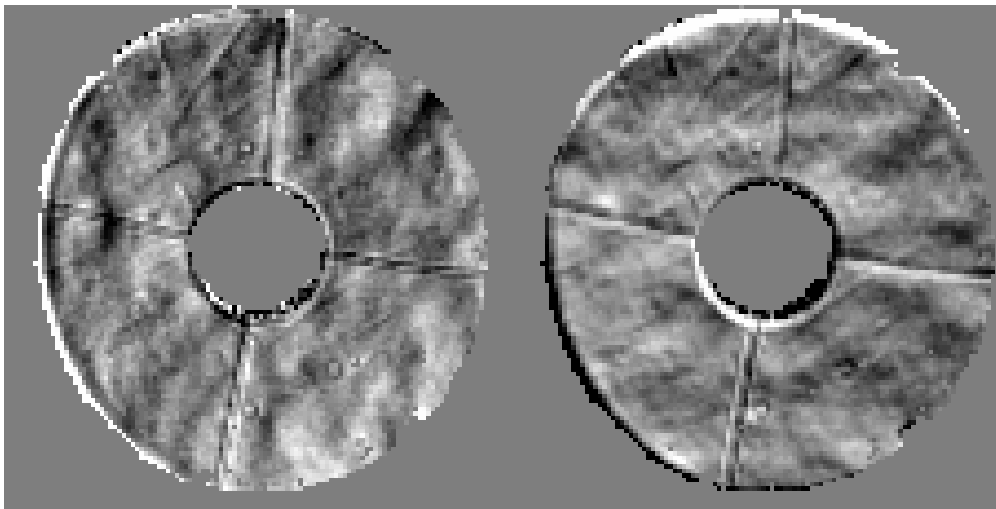


FIGURE I.41 – Dérivée de la phase mesurée par ADONF lors de la mesure du miroir déformable ADONIS, mettant en valeur les défauts de surface. La forme étrange de la pupille sur ces mesures est due à la superposition de deux masques circulaires mal alignés.

en sortie du miroir ADONIS était ouvert à 10.84 : il a fallu placer un relai optique afin d'adapter cette ouverture pour ADONF, à  $(F/D) = 17$  environ. Cette mesure ne correspond pas au miroir seul : sur le trajet optique étaient également présents d'autres éléments du banc CANARY (deux paraboles hors-axe et le miroir *tip-tilt*) ainsi que des éléments ajoutés pour la mesure (un miroir de renvoi, le relai et un filtre rouge interférentiel). L'erreur mesurée ici est donc surestimée, même si la majeure partie provient sans doute du miroir déformable.

Sur les gradients acquis, on voit nettement des irrégularité dues aux actionneurs ( $8 \times 8$ , selon un maillage rectangulaire), ainsi que des défauts plus fins, principalement en haut de l'image. Ces gradients ont permis de reconstruire la phase I.42 résultant de la contribution du miroir ADONIS (lorsque des tensions nulles sont appliquées) et des autres éléments détaillés ci-dessus.

### Traitement quantitatif des données

Les mesures fournies par l'analyseur sont habituellement données en angle de rotation de la polarisation  $\theta$ . Afin de les relier aux dimensions du miroir, on utilise tout d'abord la formule I.9 reliant la mesure à la position  $x$  sur le biseau. La formule I.59 permet ensuite de faire le lien entre  $\theta$  et la dérivée de la différence de marche  $\partial\delta/\partial\bar{u}$ .

Dans notre cas, le rapport  $(F/D)$  était mal connu puisque l'ouverture du faisceau était adaptée spécifiquement pour ADONF de 10.84 à 17 par une lentille pour laquelle un réglage précis était difficile à obtenir. Afin d'effectuer un étalonnage entre les mesures

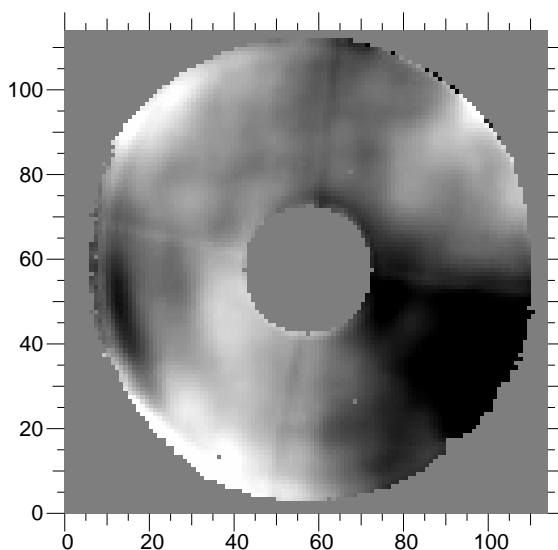


FIGURE I.42 – Phase reconstruite à partir des gradients de la figure I.41, contenant la contribution du miroir ADONIS, ainsi que d'autres optiques possédant à priori de meilleures qualités de surface.

$\theta$  de l'analyseur et le déplacement  $x_{focal}$  dans un plan focal, on place une source fixée sur une platine dans ce plan ; les mesures pour différentes positions de celle-ci permet alors de déterminer un coefficient  $\kappa$  entre ces deux grandeurs :

$$\theta = \kappa x_{focal} \quad (\text{I.121})$$

Les équations I.58 et I.59 peuvent être réécrites en remplaçant l'équation I.9 par l'étalonnage précédent, ce qui donne :

$$\frac{\partial \varphi(\bar{u}, \bar{v})}{\partial \bar{u}} = \frac{2\pi}{\lambda n \kappa (F/D)_{tel}} \theta \quad (\text{I.122})$$

$$\frac{\partial \delta(\bar{u}, \bar{v})}{\partial \bar{u}} = \frac{1}{\kappa n (F/D)_{tel}} \theta \quad (\text{I.123})$$

Le rapport  $(F/D)_{tel}$  intervenant est celui du télescope et/ou du banc optique, en général bien connu.

### Résultats

Les mesures reconstruites de la surface du miroir présentées au début de ce chapitre ont pu être converties en nanomètres en utilisant les coefficients présentés précédemment. Dans notre cas, l'étalonnage a fourni  $\kappa = 93.7^\circ/mm$ , l'ouverture du WHT et du banc CANARY est  $(F/D)_{tel} = 10.84$  et on avait  $n = 110$  points de mesure sur la pupille.

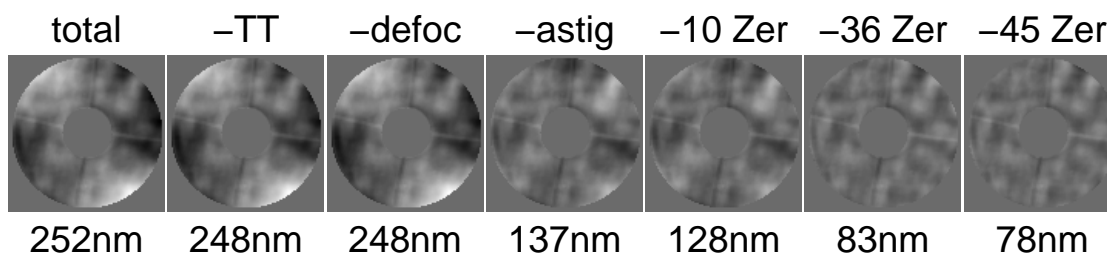


FIGURE I.43 – Phase reconstruite sur le miroir ADONIS, soustraite de la composante selon les premiers polynômes de Zernike (indiqués au dessus) ; l’erreur RMS estimée est indiquée en dessous.

Pour des raisons pratiques liées à l’utilisation des polynômes de Zernike, la reconstruction a été effectuée *sur la plus plus grande zone circulaire possible* et non sur l’ensemble de la pupille mesurée. Les reconstructions ont pris en compte la suppression d’un nombre donné de polynômes de Zernike, permettant de mieux représenter la répartition de l’erreur de surface, et en particulier d’estimer la partie (à haute fréquence spatiale) impossible à corriger par le miroir lui même. Sur la figure I.43 sont représentés les fronts d’onde correspondants et les erreurs RMS estimées. On trouve ainsi les résultats consignés dans le tableau suivant :

Nb polynômes	commentaire	résidu (RMS)
0	phase mesurée	252nm
3	- <i>tip-tilt</i>	248nm
4	- défocus	248nm
6	- astigmatisme	137nm
10	- 3 ordres radiaux	128nm
36	- 7 ordres radiaux	83nm
45	- 8 ordres radiaux	78nm

Ce miroir déformable possédant 52 actionneurs, on estime que le nombre de modes corrigés est de l’ordre de 40, aussi l’erreur de surface mesurée (du miroir déformable et des optiques utilisées) avoisinerait les  $80nm$  RMS.

D’autres mesures effectuées avec le miroir seul dans les mêmes conditions (tensions de commande de 0V) par ADONF en octobre 2011 font état d’une erreur de surface de 60 à  $70nm$  RMS, tandis que des mesures datant du repolissage du miroir début 2009 donnaient environ  $50nm$  RMS (mesures effectuées avec ADONF et par estimation du rapport de Strehl sur un *best flat*). Ces estimations sont assez cohérentes, l’erreur mesurée sur le miroir seul étant légèrement inférieure à celle mesurée ci-dessus sur l’ensemble des optiques.

L’interférogramme fournit par le constructeur après repolissage faisait quant à lui état de  $108nm$  RMS, *tilt* et défocus soustraits : il est difficile d’effectuer une comparaison



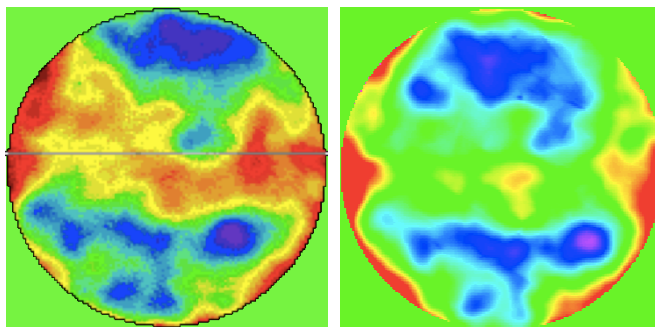


FIGURE I.44 – Interférogramme (à gauche) du miroir ADONIS fournit par CILAS après le repolissage. A droite, le mesure effectuée peu après avec ADONF, affichée avec une table de couleurs similaire (mais non identique).

sur cette dernière valeur, divers effets pouvant générer des polynômes de Zernike de bas ordre sur les mesures (astigmatisme, et aberration sphérique en particulier), mais l'ordre de grandeur reste tout à fait comparable aux mesures effectuées par ADONF. La figure I.44, mettant en regard l'interférogramme (à gauche) et les mesures données par ADONF (à droite), permet en outre de constater qualitativement que les deux mesures sont similaires ; ne connaissant pas la table de couleur exacte utilisée par le constructeur et ne possédant pas les données de l'interférogramme, il n'est pas possible d'effectuer une comparaison plus poussée.

Les erreurs mesurées n'expliquent pas entièrement celles constatées sur le banc optique détaillées dans la seconde partie. En effet, le rapport de Strehl maximum obtenu à  $\lambda = 1.55\mu m$  était de 74%, correspondant à une variance de phase estimée à  $\sigma_\varphi \approx 135nm$  RMS (donnée par la formule 19). Néanmoins, une partie de cette erreur semble venir d'un éclairage inhomogène de la pupille sur le banc optique : le rapport de Strehl équivalent pour un éclairage homogène serait ainsi d'environ 82%, correspondant à  $\sigma_\varphi \approx 110nm$  RMS. Ceci tendrait à montrer que le miroir déformable n'est responsable que d'environ un tiers de l'erreur constatée sur les images de la caméra scientifique.

### I.4.3.2 Propriétés dérivées

#### Mesure des fonctions d'influence

Extrait d'une série de mesures des 52 actionneurs d'ADONIS, la figure I.45 montre la fonction d'influence de deux actionneurs du miroir déformable. On voit sur le deuxième exemple la fraction importante de cet actionneur masquée par l'obstruction centrale.

Ce type de mesure, effectuée avec un nombre de points bien supérieur au nombre d'actionneurs, permet de caractériser avec précision le miroir, et peut apporter de l'aide pour la mise en place d'algorithmes tels que la *diversité de phase*, nécessitant un modèle relativement fidèle de ce cet élément.

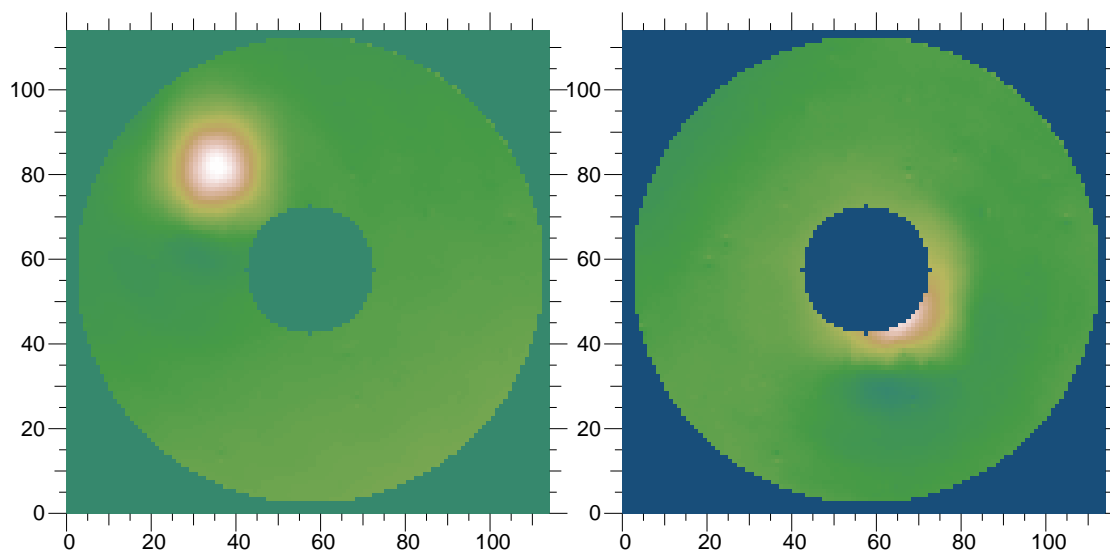


FIGURE I.45 – Fonctions d’influence à haute résolution de deux actionneurs du miroir déformable ADONIS mesurées par ADONF.

### Un analyseur pour une boucle d’optique adaptative ?

L’ensemble de ces mesures sur le miroir déformable permet de calculer une matrice d’interaction : celle-ci est représentée figure I.46. Nous avons d’ailleurs réussi avec succès à fermer la boucle d’optique adaptative avec cette matrice ... quelque peu disproportionnée pour cet usage : 17000 points de mesure pour 52 actionneurs (+2 de *tip-tilt*) !

Bien sûr, un usage avec un nombre de points adapté au nombre d’actionneurs du miroir déformable est également possible, et souhaitable. Cet analyseur peut néanmoins piloter sans souci des miroirs déformables possédant un grand nombre d’actionneurs.

### L’analyseur espion

ADONF est particulièrement efficace dans son rôle d’étude des miroirs, et peut à ce titre servir d’espion pour les miroirs déformables afin de pallier le manque de linéarité de ceux-ci. L’intérêt est limité en optique adaptative classique puisque la boucle d’asservissement corrige les défauts de suivi du miroir, mais dès que l’on souhaite travailler en boucle ouverte (comme en MOAO) il est essentiel de bien caractériser son comportement, ou d’avoir une possibilité de le surveiller. ADONF peut parfaitement remplir ces deux rôles, tant lors de l’étalonnage, avec les mesures présentées ci-dessus, qu’en temps réel pour s’assurer que le miroir applique la correction souhaitée.

### Mesure d’un miroir de télescope

Sortant légèrement du cadre du laboratoire, la mesure de la qualité d’un miroir peut se faire lors d’une mesure de turbulence sur un télescope. En effet, une mesure sur un temps assez long permet de moyennner la turbulence afin d’obtenir la contribution des

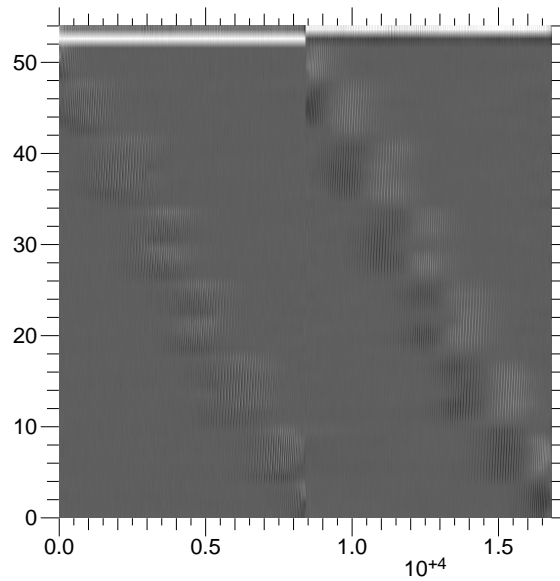


FIGURE I.46 – Matrice d’interaction entre le miroir déformable ADONIS et ADONF : 54 actionneurs pour 17000 points de mesure.

optiques.

Ces mesures nécessitent d’éviter de saturer l’analyseur tout au long de l’acquisition, et la durée cumulée de prise de données doit être au minimum de plusieurs dizaines secondes afin de moyenner correctement la turbulence.

Une telle mesure a été réalisée sur le télescope de 1m de l’observatoire de Meudon à l’occasion d’observations de la turbulence atmosphérique (présentées ci-dessous). Le résultat de la moyenne des mesures est donné sur la figure I.47. Celui-ci est donné à titre indicatif car le temps de pose équivalent, de 10s environ, est insuffisant pour moyenner correctement la turbulence ; ainsi l’aspect général du miroir est relativement bien représenté (on retrouve les principales structures en utilisant la moitié du jeu de données) mais aucune estimation quantitative ne peut être effectuée ici.

### Conclusion

Comme le montrent ces derniers résultats, ADONF donne la possibilité d’effectuer des mesures de qualité optique avec une résolution spatiale importante, tout en étant très compact et donc généralement facile (en comparaison avec les interféromètres dédiés) à intégrer dans un montage optique. Le processus de contrôle des optiques peut ainsi être grandement facilité par cet analyseur.

De plus, l’utilisation dans une boucle d’optique adaptative a permis de montrer qualitativement la capacité d’ADONF à fonctionner dans ce type de système, que ce soit pour la mesure directe de front d’onde, ou la surveillance d’un miroir déformable en

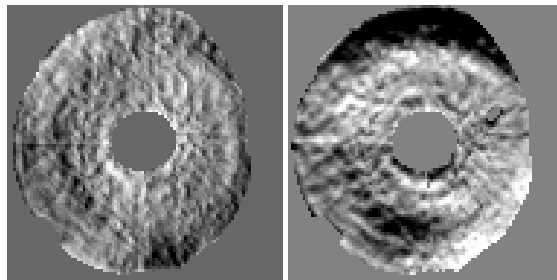


FIGURE I.47 – Mesure de qualité du miroir du télescope de 1m de l’observatoire de Meudon : les gradients en  $x$  et  $y$  mesurés par ADONF sont représentés ici. La turbulence a été moyennée sur un temps de 10 secondes environ pour obtenir cette image. La forme de la pupille est due à un baffle (mal) placé dans le télescope pour limiter le fond de ciel.

boucle ouverte.

#### I.4.4 Mesure de la turbulence à haute résolution spatiale

##### I.4.4.1 Mesures effectuées sur le télescope de 1m de l’observatoire de Meudon

Des mesures, tout d’abord effectuées au WHT, puis répétées au télescope de 1m de l’observatoire de Meudon m’ont permis de réaliser des mesures de turbulence atmosphérique avec une très grande résolution spatiale. Concernant les dernières mesures présentées ici, l’analyseur a fourni la possibilité d’avoir 90 points de mesure à travers le diamètre du télescope, atteignant ainsi une résolution  $1.1cm$ .

Ces données permettent tout d’abord de visualiser de façon spectaculaire l’évolution temporelle de la turbulence sur une série d’acquisitions à court temps de pose : l’effet de la scintillation, le déplacement dû au vent et même parfois la turbulence générée à proximité de l’araignée du télescope. Concernant ce dernier cas, la simple visualisation des données permet d’en apprendre beaucoup concernant la génération de turbulence dû à l’instrument lui-même. La figure I.48 donne un résultat qualitatif à ce propos : la variance de la phase mesurée par l’analyseur pendant 10 secondes sur le télescope de 1m de l’observatoire de Meudon est présentée en regard de la disposition de l’araignée du télescope et de la direction estimée du vent : on note clairement une augmentation de la variance à certains endroits, à gauche et à droite de la pupille, et en deux zones pouvant correspondre à deux des supports du miroir secondaire. Il semble donc possible qu’en ces endroits, de la turbulence supplémentaire soit générée par l’instrument lui-même.

L’acquisition de ce type de données permet également l’établissement de cartes de covariance des pentes : ADONF, tout comme le Shack-Hartmann, étant sensible à la dérivée de la phase, on peut appliquer les formules données en introduction au chapitre

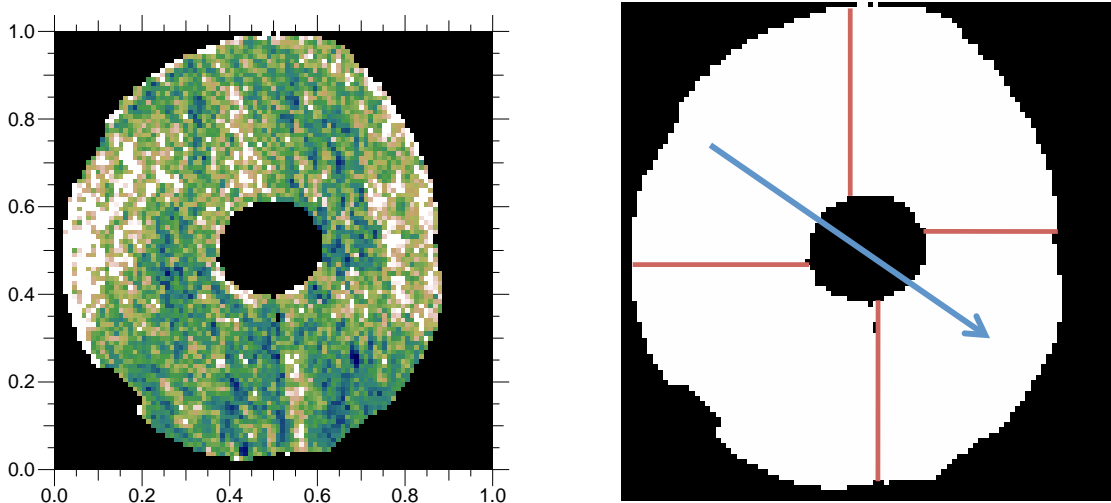


FIGURE I.48 – A gauche : variance de la phase sur 10 secondes de mesures effectuées par ADONF sur le télescope de 1m de l’observatoire de Meudon. A droite, une représentation de l’araignée du télescope (en rouge) et de la direction estimée du vent (en bleu) lors de l’acquisition.

4. Concernant les données fournies par ADONF, le nombre de points consécutifs permet d’utiliser la méthode décrite à la partie 4.2 et en particulier la formule 38.

Les mesures sont fortement bruitées en raison du peu de flux reçu par pixel, dû au court temps de pose utilisé (10ms) et au nombre élevé de points de mesure. La scintillation provoque des variations importante de ce bruit, provoquant localement des erreurs très importantes sur l’estimation de la phase. Afin de sélectionner les données ayant un sens, les formules développées à la partie I.3.2 permettent d’estimer le bruit pour chaque pixel sur chaque trame. Les données pour lesquelles ce bruit a été estimé inférieur à  $45^\circ$  ont ensuite été utilisées pour le calcul de l’autocorrélation. La figure I.49 montre le résultat de cette sélection :

- En haut, l’intensité mesurée sur les deux voies de mesure (en  $x$  et  $y$ ) présente des variations d’intensité dues à la scintillation. On remarque au passage que, comme attendu (mais il est heureux de le constater), les intensités servant à la mesure des deux gradients sont très similaires. Celles-ci sont en effet issues de la séparation – équitable – par le Wollaston  $W_1$ .
- Au milieu, les mesures brutes fournies par ADONF correspondant aux données précédentes : on constate que le bruit est important aux endroits où l’intensité lumineuse disponible est faible. L’équation I.83 d’une façon générale et, dans notre cas, l’équation I.95 permettent d’estimer la variance instantanée du bruit sur chacun des pixels, en fonction des intensités sur chacune des quatre images de la pupille.
- Seules les données situées sur la pupille, et pour lesquelles le bruit de mesure

est inférieur – arbitrairement – à  $45^\circ$  sont conservées. Le résultat est présenté en bas : la totalité des données invalides, dont une grande partie était saturée, a été supprimée. Aucune donnée saturée n'a *a priori* été supprimée à tort : la configuration utilisée, avec un biseau de  $1.7mm$  sur un télescope de  $22m$  de focale à  $\lambda = 500nm$ , permettait un étalement potentiel de la FEP sur  $10''$ , largement suffisant même en cas de mauvais *seeing*. Ceci permet de penser que l'on n'a pas introduit de biais dans les covariances calculées au paragraphe I.4.4.

Les cartes de covariance calculées après cette sélection sont présentées en haut sur la figure I.50, et sont comparées à des cartes de covariance théoriques (en bas). On observe un léger tramage, en particulier sur les covariances en  $x$  : des mesures effectuées sur des parties non éclairées du capteur montrent que celui-ci provient de la caméra. En dehors de cela, la ressemblance avec les résultats théoriques est convaincante, et mérite une étude plus détaillée.

La figure I.51 représente la coupe de la carte de covariance mesurée en  $y$  selon un axe horizontal (en noir) et les coupes correspondantes pour des cartes théoriques sans échelle externe (en bleu) ou prenant en compte une échelle externe de  $40m$  (en rouge) en utilisant le développement limité suivant (Lutomirski et Yura, 1971) :

$$D_\varphi(r) = 6.88 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{5/3} \left( 1 - 0.804 \left( \frac{2\pi r}{L_o} \right)^{1/3} \right) \quad (\text{I.124})$$

On observe ainsi que de la fonction de structure de phase lors des observations possédait effectivement une dépendance proche de  $r^{5/3}$ , et on constate l'effet très net provoqué par l'échelle externe.

Sur la figure I.52 toutefois, je propose un ajustement (en magenta) prenant en compte une puissance de  $r$  en  $5.15/3$  et une échelle externe plus faible  $L_o = 18m$ , semblant mieux reproduire les résultats.

### Influence du bruit

Il est difficile d'estimer exactement l'influence du bruit avec le traitement effectué. Des essais en ajoutant un bruit aux mesures, d'intensité estimée proche du bruit réel montre que la carte de covariance mesurée  $y$  est très peu sensible. Le principal effet de ce bruit est d'affiner le pic central, se traduisant en particulier lors d'un ajustement par une diminution de la puissance en  $r$  estimée de la fonction de structure de phase.

### Influence de l'échelle interne

La résolution de l'analyseur,  $1.1cm$  ici, approche les dimensions de l'échelle interne  $l_o$  évoquée en introduction. Cette échelle caractérisant la dimension à partir de laquelle l'énergie turbulente est dissipée, on s'attend à observer un plateau au centre de la carte de covariance au lieu du pic généralement obtenu.

Il est clair que cette échelle interne n'a pas été atteinte ici, le pic central étant encore bien marqué sur la coupe de la carte de covariance (figure I.51). Il pourrait alors être

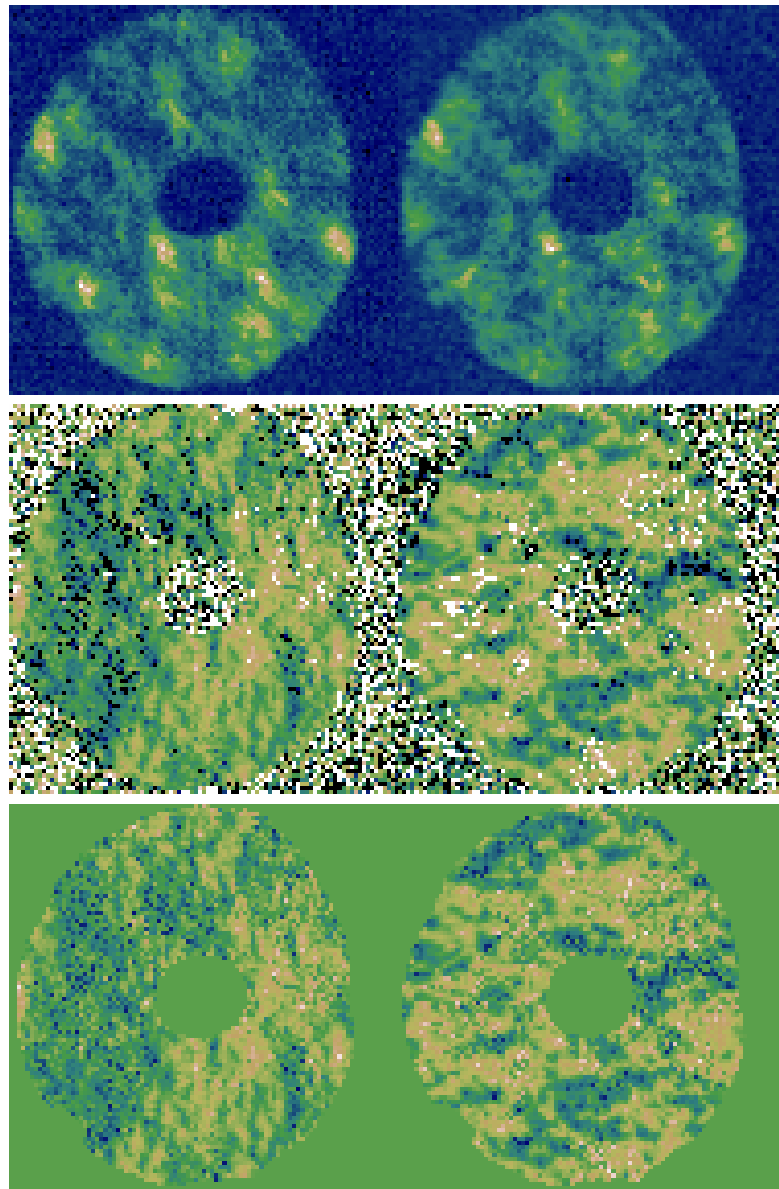


FIGURE I.49 – Exemple de données ayant servi à calculer les cartes de covariance. En haut sont représentées les intensités totales disponibles pour chaque gradient. Au milieu sont représentés les gradients en  $x$  et  $y$  reconstruits : on note la présence de nombreux points saturés (en noir et blanc) ; comme on peut le constater avec l'image au dessus, ceux-ci correspondent généralement aux zones de la pupille peu éclairée, donc possédant un fort bruit de mesure. L'estimation de ce bruit pour chaque pixel permet de choisir ceux pour lesquels il est – arbitrairement – inférieur à  $45^\circ$  : le résultat de cette sélection est donné en bas, montrant les données exemptes des points bruités (cette dernière image comporte également un masque supprimant les points hors de la pupille), qui sont utilisées pour le calcul des cartes de covariance.

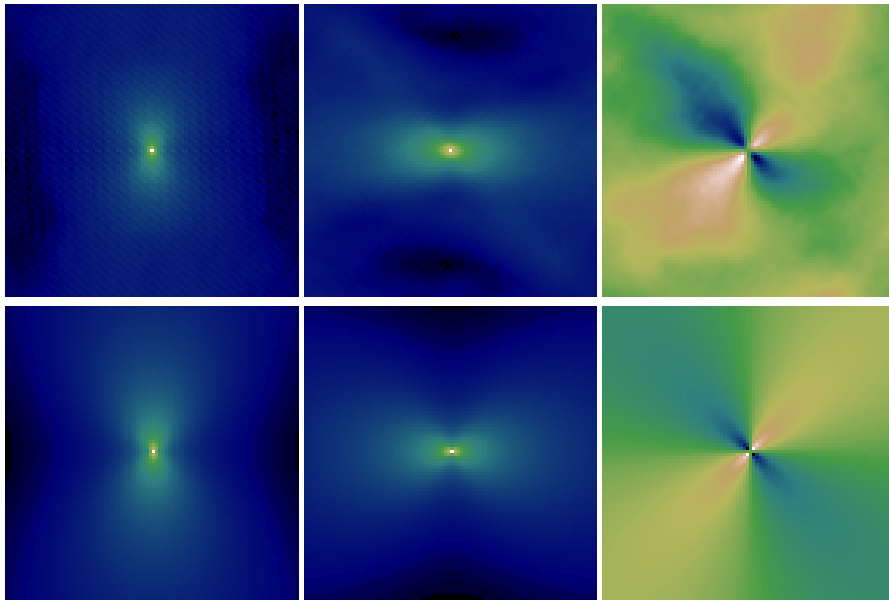


FIGURE I.50 – Cartes de covariance en  $x - x$ ,  $y - y$  et  $x - y$  obtenues sur le ciel avec le télescope de 1m de l’observatoire de Meudon (en haut) et simulées (en bas).

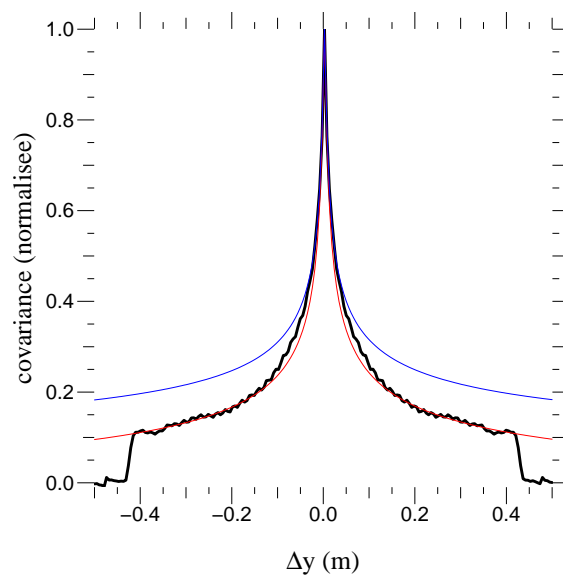


FIGURE I.51 – Coupe d’une carte de covariance en  $y$  selon l’axe en  $x$ , en noir pour les mesures, en bleu pour une carte théorique sans échelle externe, et en rouge pour une carte théorique prenant en compte une échelle externe de 40m.



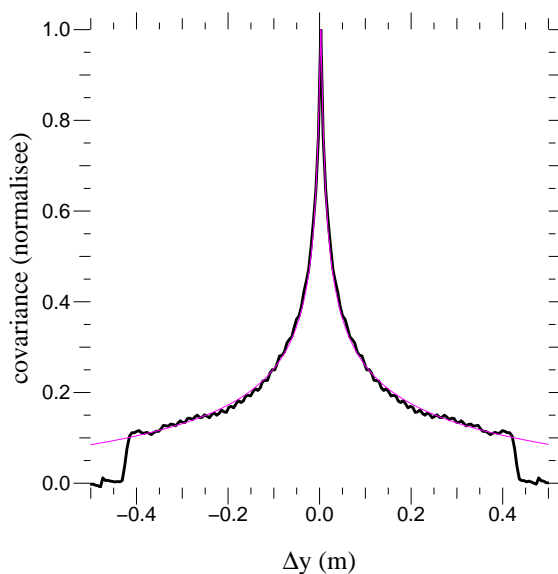


FIGURE I.52 – Coupe d’une carte de covariance en  $y$  selon l’axe en  $x$ . Les mesures (en noir) sont comparées à une carte de covariance théorique prenant en compte une fonction de structure de phase dépendant de  $r^{5.15/3}$  et une échelle externe  $L_o = 18m$ .

intéressant de refaire des mesures avec le prototype ELT de notre analyseur quand il sera opérationnel : celui-ci permettant 360 points de mesure selon le diamètre de la pupille à  $\lambda = 500nm$  sur le télescope utilisé (ouvert à  $F/D = 22$ ), la résolution serait de 2.8mm, permettant peut-être de mettre en évidence pour la première fois l’influence de l’échelle interne.

#### I.4.4.2 Mesure du profil de turbulence

Depuis le début de cette partie, j’ai considéré l’observation d’une source unique, cependant, des résultats intéressants peuvent également être obtenus lors de l’observation d’étoiles doubles, permettant en particulier l’établissement d’un profil de turbulence comme évoqué en introduction au chapitre 4.5.

Le schéma optique d’ADONF prévoit de former des images de la pupille sur le capteur CCD, à la suite de quoi les gradients en  $x$  et  $y$  sont déterminés. Dans le cas de l’observation d’une étoile double, les images de la pupille contiendront la somme des informations concernant les phases  $\varphi_1(x, y)$  et  $\varphi_2(x, y)$ , les intensités s’ajoutant puisque les sources sont incohérentes. On s’attend alors à ce que l’autocovariance des données issues de l’analyseur permette de calculer la covariance entre les pentes issues des deux directions. En effet, une pente mesurée peut se décomposer selon ses deux composantes :

$$s_x(\vec{r}) = s_{x2}(\vec{r}) + s_{x1}(\vec{r}) \quad (\text{I.125})$$

L'autocovariance s'écrit alors :

$$\langle s_x(\vec{r}) \cdot s_x(\vec{r}') \rangle = \langle s_{x1}(\vec{r})^2 \rangle + \langle s_{x2}(\vec{r})^2 \rangle + \underbrace{\langle s_{x1}(\vec{r}) \cdot s_{x2}(\vec{r}') \rangle}_{\text{covariance entre les 2 directions}} \quad (\text{I.126})$$

La carte d'autocovariance contient alors deux fois la contribution de l'autocovariance mesurée sur l'axe, et la covariance des mesures entre les deux axes.

La résolution spatiale de l'analyseur pourrait ainsi également servir à obtenir une très bonne résolution du profil de turbulence en utilisant cette méthode. Le tableau I.53 donne une idée des performances qu'il est possible d'atteindre avec l'analyseur utilisé pour les mesures précédentes ; on note toutefois que celles-ci pourraient être mieux que doublées avec le modèle "ELT" de l'analyseur, permettant de sonder l'atmosphère jusqu'à 20km avec une résolution de 60m.

L'inconvénient de cette méthode réside principalement dans la contribution importante des termes d'autocovariance, risquant de masquer une partie de l'information cherchée.

	$\alpha = 10''$	$\alpha = 1'$
$h_{max}$	20000m	3400m
$\Delta h$	220m	40m
$\Delta h_{max}$	140m	25m

FIGURE I.53 – Ce tableau présente les performances d'ADONF pour la mesure du profil de turbulence, appliqué au modèle "CANARY" utilisé sur un télescope de 1m de diamètre et 22m de focale (correspondant aux caractéristiques du télescope de l'observatoire de Meudon) et pour deux séparations d'étoiles  $\alpha = 10''$  et  $\alpha = 1'$ . Sont donnés pour ces deux valeurs l'altitude maximale  $h_{max}$  accessible, la résolution sur l'altitude des couches  $\Delta h$  correspondant à la configuration utilisée au paragraphe précédent, et la résolution maximale (limitée par la diffraction)  $\Delta h_{max}$ .

### Une piste pour s'affranchir de la couche au sol ...

Il est possible de se servir des propriétés de polarisation de l'analyseur pour s'en servir d'une façon un peu originale afin de fortement diminuer, voire d'annuler, la contribution de la couche au sol. Celle-ci en effet est vue de la même façon par les deux analyseurs, et possède généralement une grande partie de l'énergie turbulente.

Pour cette mesure, il convient de choisir une étoile double possédant la propriété d'avoir, au foyer du télescope, un écartement approximativement égal à la distance entre les biseaux ; c'est-à-dire  $F\alpha \approx b$  si  $F$  est la focale du télescope. A titre d'exemple, pour le télescope de 1m de l'observatoire de Meudon, l'écartement serait de  $50''$  environ. Dans ces conditions, il est possible de former *sur un même biseau* l'image des deux étoiles. Etant

donné les propriétés de l'analyseur, les polarisations des deux images seront croisées sur le biseau en question. L'expérience que je propose n'utilise qu'un seul des biseaux : celui sur lequel les deux images se superposent.

Dans le cas d'une turbulence au sol, la phase des faisceaux issus des deux étoiles est identique : le déplacement des images dans le plan focal est donc le même pour les deux étoiles, et l'angle de rotation de polarisation par les biseaux est identique. Or, comme ceux-ci sont initialement polarisés selon deux axes orthogonaux, la projection par le second prisme de Wollaston  $W_2$  fournira les mesures :

$$\begin{aligned} I_A &= I_{o1} \cos^2 \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) + I_{o2} \cos^2 \left( \theta + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= I_{o1} \cos^2 \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) + I_{o2} \sin^2 \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.127})$$

$$\begin{aligned} I_B &= I_{o1} \sin^2 \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) + I_{o2} \sin^2 \left( \theta + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= I_{o1} \sin^2 \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) + I_{o2} \cos^2 \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.128})$$

et dans le cas où les intensités des étoiles  $I_{o1}$  et  $I_{o2}$  sont identiques,  $I_A$  et  $I_B$  seront égaux, et l'analyseur mesurera une phase nulle.

Pour une couche en altitude par contre, les phases produites sur les deux faisceaux n'étant pas identiques, l'analyseur jouera son rôle et fournira les mesures de covariance souhaitées.

Ainsi, il est possible de diminuer la contribution de la couche au sol pour effectuer des mesures plus précises du profil de turbulence en altitude. Ceci implique toutefois de trouver une étoile double possédant l'écartement voulu (ou de réaliser un biseau de la taille correspondant à une étoile double donnée), et dont les composantes sont de magnitudes proches à la longueur d'onde utilisée.

### Conclusion

La grande résolution d'ADONF permet de réaliser des cartes de covariance très précises, contenant des informations permettant de mettre en évidence assez facilement la dépendance effective en  $r^{5/3}$  – ou d'une puissance très proche – de la fonction de structure de phase, et donc de confirmer la véracité de l'hypothèse de Kolmogorov pour les échelles spatiales inférieures à quelques décimètres. Une estimation de l'échelle externe  $L_o$  a été également été donnée, bien que ce paramètre soit intrinsèquement difficile à mesurer avec un télescope dont le diamètre est petit devant lui. Une résolution supérieure à celle utilisée pour les résultats présentés ici permettrait peut-être même d'atteindre assez facilement l'échelle interne  $l_o$ .

Des propositions concernant l'utilisation possible de cet analyseur sur une étoile double pour déterminer le profil de turbulence ont été détaillées ; dans la première confi-

guration, les mesures pourraient être fortement affectées par la contribution des autocovariances de la phase dans les directions d'observation, mais la qualité des cartes obtenues sur le ciel mérite de le vérifier expérimentalement.

## Conclusion

Le principe de fonctionnement d'ADONF a été décrit en détail, l'utilité de chacun de ses composants ayant été mis en valeur avant de décrire une procédure permettant de les choisir en fonction de l'utilisation souhaitée de l'analyseur. Afin de pallier sa chromaticité, deux autres configurations ont été proposées, utilisant des matériaux biréfringents au lieu de ceux optiquement actifs actuellement utilisés sur nos prototypes.

Les caractéristiques de l'analyseur ont ensuite été évoquées : son aspect chromatique, le bruit causé par la séparation de la lumière en deux faisceaux vers les deux voies d'analyse, sa sensibilité au fond de ciel, et ses principales performances : la linéarité et la grande résolution spatiale.

Le traitement des données, incluant l'opération de *morphing* et la conversion entre l'angle de rotation de polarisation  $\theta$  et la dérivée de la phase, puis la reconstruction du front d'onde par une méthode faisant intervenir les polynômes de Zernike et la transformée de Fourier ont ensuite été détaillés.

Dans la partie I.3, je me suis ensuite intéressé à l'élaboration de modèles pour simuler le comportement de l'analyseur, prenant en compte la diffraction, dans un premier temps, puis se limitant à l'optique géométrique dans un second temps. Le choix de l'algorithme en fonction des conditions de simulation (la taille du biseau par rapport au diamètre de la tache de diffraction en particulier) a ensuite été discuté, et dans la majeure partie des cas il s'est avéré que le modèle géométrique était suffisant.

Des formules ont ensuite été établies afin d'estimer le bruit de mesure de l'analyseur en fonction des paramètres de la caméra et du nombre de photons reçus. Des mesures sur banc optique ont été effectuées afin de les vérifier. Je me suis ensuite attaché à étudier le comportement de l'analyseur, en particulier sa sensibilité et linéarité dans le cas d'une utilisation sur une source étendue et sur une étoile artificielle.

La dernière partie a été consacrée à des résultats expérimentaux obtenus sur banc optique ou sur le ciel. La linéarité de l'analyseur a tout d'abord été vérifiée expérimentalement avec succès, puis une expérience a été réalisée afin de simuler une étoile artificielle et comparer les comportements de l'analyseur avec les prévisions établies précédemment. Les résultats obtenus, conformes à la théorie développée, semblent montrer qu'ADONF n'est certainement pas l'analyseur le mieux adapté pour ce type d'observations.

Des mesures sur un miroir déformable ont ensuite été présentées : la résolution spatiale obtenue permet de mesurer avec précision les fonctions d'influence des actionneurs, et il est possible de déterminer l'erreur de surface à haute fréquence du miroir, qui affectera les performances de sa correction.

J'ai ensuite présenté des mesures de turbulence que j'ai réalisé durant l'été 2011 au télescope de 1m de l'observatoire de Meudon, à partir desquelles des cartes de covariance ont pu être calculées et comparées aux prévisions théoriques. On retrouve ainsi une fonction de structure de phase dont la dépendance en  $r$  est en puissance  $5/3$  (ou  $5.15/3$ ), et l'échelle externe a été estimée à 40m (ou 18m). Aucune influence de l'échelle interne n'a pu être observée malgré la résolution de 1.1cm de ces mesures, qu'il conviendrait donc – si on souhaite estimer  $l_o$  – de refaire avec l'analyseur "ELT", possédant un biseau

plus large et donc permettant une mesure sur un plus grand nombre de points.

Enfin, j'ai proposé deux méthodes de mesure du profil de turbulence à partir de l'observation d'une étoile double, espérant pouvoir obtenir une bonne résolution sur celui-ci étant donné le nombre important de points de mesure sur la pupille.

En conclusion, ADONF souffre en particulier de son chromatisme – qui pourrait être amélioré sinon corrigé par les modèles biréfringents proposés – et de la séparation du faisceau en deux par le premier Wollaston, augmentant son bruit de mesure d'un rapport  $\sqrt{2}$  par rapport aux autres analyseurs. Il possède en dehors de ça des qualités très intéressantes, outre ses dimensions réduites, puisqu'il permet de réaliser des mesures linéaires à très haute résolution spatiale, ce qui en fait, comme je l'ai montré, un instrument particulièrement adapté au contrôle des optiques, à la surveillance d'un miroir déformable dans une boucle d'optique adaptative et aux mesures de turbulence à haute résolution.



Deuxième partie

# Optique Adaptative Multi-Objets





## II.1 Introduction

Différents types d'optiques adaptatives ont été présentés en introduction (chapitre 3) et cette partie s'intéresse en particulier à l'Optique Adaptative Multi-Objets (MOAO), permettant d'obtenir une correction dans plusieurs directions d'intérêt scientifique réparties dans un grand champ (typiquement 5 à 10').

Les développements présentés dans cette partie sont réalisés dans l'objectif de contribuer à la réalisation de EAGLE (Cuby *et al.*, 2010) : cet instrument de première génération de l'E-ELT sera utilisé en particulier pour l'étude des galaxies lointaines et utilisera la MOAO pour obtenir jusqu'à 20 voies scientifiques bénéficiant simultanément d'une correction. Durant ma thèse, j'ai pu travailler sur CANARY, le prototype de EAGLE, et de nombreux résultats présentés ici proviennent de cet instrument, utilisé en laboratoire ou sur le ciel. Les caractéristiques générales de ces deux instruments sont présentées à la fin de cette introduction.

Le premier chapitre s'intéresse aux principes généraux de la MOAO, et en particulier à la reconstruction tomographique, permettant de déterminer la correction à appliquer dans une direction donnée en fonction des mesures effectuées sur les sources présentes dans le champ. La mise en œuvre que nous avons utilisé est également détaillée, et en particulier l'algorithme *learn and apply* (Vidal *et al.*, 2010b) et le filtre de boucle ouverte. Le banc optique de l'instrument CANARY est ensuite présenté en détail, avant de revenir sur l'étalonnage particulier de la boucle de MOAO. Je propose pour terminer un algorithme générique pour la mesure des NCPA.

On s'intéresse ensuite à de nombreux aspects pratiques de la MOAO, étudiés sur CANARY. Tout d'abord, la caractérisation de la boucle d'asservissement avec la détermination des fonctions de transfert et du retard pur associé, ainsi que leur mesure expérimentale. Une méthode rapide de réalisation des matrices d'interaction est ensuite proposée, et comparée à une méthode classique tant théoriquement qu'expérimentalement. Ces matrices sont ensuite utilisées pour déterminer les différences de comportement entre les analyseurs : il est en effet important d'accorder leurs mesures avant de pouvoir les utiliser ; les paramètres en jeu, appelés *déviations*, sont expliqués, avant de proposer une méthode pour les déterminer et les prendre en compte dans le calcul des matrices

de covariance. Je propose d'ailleurs à la suite une méthode analytique approchée du calcul de ces matrices, qui nous a été imposé par le temps de calcul relativement long de la méthode par transformée de Fourier présentée en introduction (chapitre 4.4). Enfin, l'étude de l'optimisation du gain a été effectuée et testée avec succès sur le banc optique : les formules théoriques et résultats expérimentaux terminent ce chapitre.

Pour finir, je présente des résultats obtenus sur banc optique ou durant les observations au William Herschel Telescope en 2010. Après une présentation de la méthode utilisée pour estimer le budget d'erreur, on y trouvera en particulier l'étude des conséquences d'une erreur sur la hauteur estimée d'une couche turbulente, causant une erreur de tomographie. Puis, concernant les observations effectuées sur le ciel, après avoir détaillé la méthode de recherche d'astérismes de quatre étoiles utilisés pour nos observations, je donne successivement les résultats de la mesure d'une matrice d'interaction directement sur une étoile, l'estimation de la convergence des matrices de covariance utilisées pour estimer le profil de turbulence, et les résultats de la correction MOAO sur les astérismes que nous avons observé.

### II.1.1 Remarque sur la terminologie “boucle ouverte/fermée”

Ces termes ont déjà été employés en introduction pour désigner le type de boucle utilisé, la *boucle ouverte* étant appliquée à la MOAO pour caractériser le fait que les analyseurs de surface d'onde n'étaient pas placés derrière le miroir déformable, au contraire d'autres types de correction comme la SCAO, GLAO, MCAO ou LTAO.

Ce terme est quelque peu malheureux, puisqu'en automatique, les dénominations de boucle ouverte ou boucle fermée – et les fonctions de transfert associées – désignent l'utilisation du système sans ou avec rétroaction. L'optique adaptative en a d'ailleurs hérité, et on parle couramment de “fermer la boucle d'optique adaptative”.

En MOAO, les analyseurs fonctionnent effectivement sans rétroaction (donc en “boucle ouverte”) mais le système comporte cependant un filtrage (il est abusif de parler d'asservissement) des mesures (voir II.2.2.2). Par abus nous avons commencé à utiliser les termes de “fermer/ouvrir la boucle”, ou plus exactement de “fermer/ouvrir la boucle ouverte”. Il nous arrivait donc “d'ouvrir la boucle ouverte pour fermer la boucle fermée”.

Et l'inverse.

Si vous n'êtes pas encore perdu, tant mieux ! Mais pour éviter toute confusion par la suite, j'emploierai les termes de “boucle fermée/ouverte” pour désigner le mode de fonctionnement des analyseurs (en optique adaptative classique ou en MOAO), et le terme de boucle “engagée/désengagée” pour dire si on utilise ou non le filtrage (*ie* la rétroaction en optique adaptative classique).

Ainsi les termes de “boucle fermée engagée” et “boucle fermée désengagée” correspondent aux appellations habituelles de “boucle fermée” et “boucle ouverte”. Les appellations “boucle ouverte engagée” et “boucle ouverte désengagée” sont leur équivalent en MOAO.

## II.1.2 EAGLE et CANARY

### II.1.2.1 Présentation de EAGLE

EAGLE (Cuby *et al.*, 2010) est un projet d'instrument pour l'ELT ayant pour objectif de permettre l'observation simultanée de vingt sources (au maximum), réparties dans un champ de  $5'$ , en utilisant des spectromètres à intégrale de champ en proche infra-rouge ( $0.8\mu m - 2.5\mu m$ ) nécessitant une correction d'optique adaptative. Comme discuté en introduction de cette thèse, la correction d'un champ aussi large ne peut être réalisée en optique adaptative classique ou en MCAO. La MOAO utilisée par EAGLE rendra en revanche possible l'amélioration de la résolution dans les directions d'intérêt scientifique. Les spectromètres utilisés, à basse résolution, ne nécessitent toutefois pas d'obtenir une résolution proche de la limite de diffraction ( $4$  à  $12mas$ ) mais seulement  $75$  à  $100mas$ .

Pour effectuer cette correction, les analyseurs pourront utiliser jusqu'à six étoiles artificielles situées à  $7'$  en périphérie du champ, et cinq étoiles naturelles réparties dans le champ (Rousset *et al.*, 2010b). Le miroir M4 de l'ELT possédant quelque 5000 actionneurs supportera une partie de la correction, fonctionnant en boucle fermée, tandis que sur chaque voie scientifique un miroir déformable possédant un nombre similaire d'actionneurs fonctionnera en boucle ouverte pour réaliser la correction résiduelle dans la direction concernée.

### II.1.2.2 CANARY, le prototype de EAGLE

Afin de tester et valider sur le ciel le concept de la MOAO, d'effectuer un prototype d'instrument (Myers *et al.*, 2008; Gendron *et al.*, 2010c) pour EAGLE et d'acquérir une certaine expérience dans ce domaine avant l'utilisation scientifique sur l'ELT, un banc d'optique adaptative multi-objet possédant trois analyseurs hors-axe et une voie scientifique a été réalisé en vue d'être utilisé sur le William Herschel Telescope (WHT). Ce télescope, situé sur l'île de La Palma aux Canaries, mesure  $4.20m$  de diamètre et sera d'ici peu équipé d'étoiles Rayleigh : l'observation de celles-ci à  $9km$  d'altitude permet de réaliser – en première approximation<sup>5</sup> – une reproduction à l'échelle  $1/10$  de l'ELT, d'un diamètre initialement prévu de  $42m$  et utilisant des étoiles artificielles au sodium, à  $90km$  d'altitude. CANARY est cependant dimensionné pour pouvoir également travailler avec des étoiles Rayleigh situées entre  $15$  et  $20km$  si le flux rétrodiffusé est suffisant, permettant ainsi de mieux sonder la turbulence en altitude.

Le projet CANARY se décline en trois phases consécutives, permettant de complexifier peu à peu l'instrument pour se rapprocher du mode de fonctionnement de EAGLE en abordant graduellement les problèmes à résoudre :

- Phase A (2007-2010) : trois étoiles naturelles sont utilisées pour effectuer une correction en boucle ouverte sur une étoile centrale.

---

5. en particulier l'altitude maximale des couches turbulentes observables est limitée à  $9km$  d'altitude, certaines situées au delà ne seront donc pas vues et donc pas corrigées par CANARY.

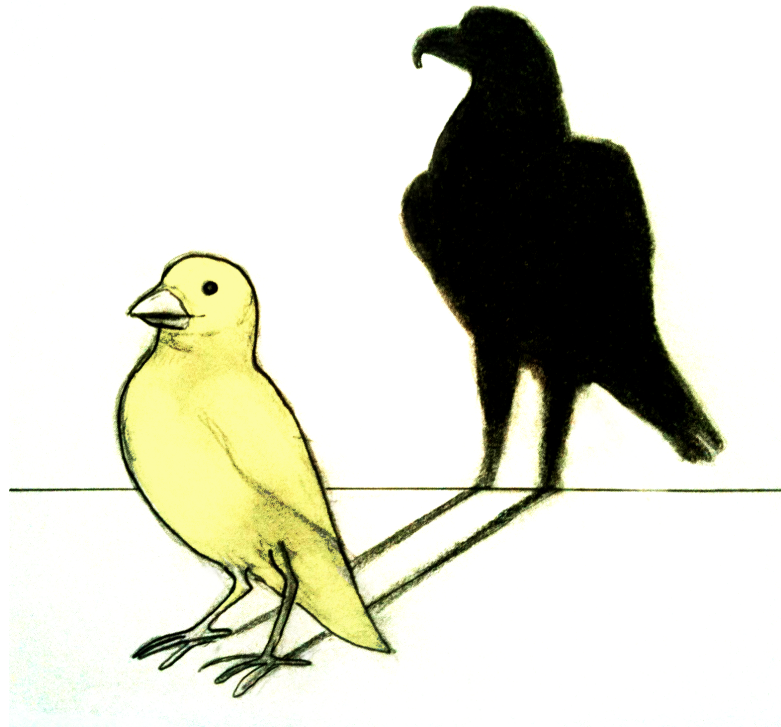


FIGURE II.1 – CANARY, le prototype de EAGLE (vue d'artiste)

- Phase B (2011-2012) : de nouveaux analyseurs sont ajoutés pour permettre l'utilisation de quatre étoiles artificielles en boucle ouverte.
- Phase C : un miroir déformable est ajouté, afin de reproduire le fonctionnement du miroir M4 de l'ELT, et permettant à CANARY de tester le fonctionnement hybride boucle fermée/boucle ouverte.

Le banc CANARY a commencé à être monté en 2009, et les observations de la phase A ont été réalisées en septembre et novembre 2010. Celles de la phase B sont prévues pour juin 2012.

## II.2 Présentation de la MOAO et de CANARY

L'optique adaptative multi-objets a pour objectif d'appliquer une correction à plusieurs endroits du champ sur des surfaces réduites autour des objets scientifiques. La mesure de la turbulence s'effectue sur les étoiles présentes dans ce même champ (et potentiellement sur des étoiles artificielles) à partir de quoi il est ensuite nécessaire de déterminer la correction à appliquer dans les directions des objets à corriger ; cette opération de *tomographie* (Gavel, 2004; Neichel *et al.*, 2008), se base sur la connaissance d'un profil de turbulence, et a été développée pour la MCAO et LTAO. Le principe, appliqué dans le cadre de la MOAO, est rappelé, avant de présenter sa mise en œuvre dans le cas de CANARY, utilisant l'algorithme *learn and apply* (Vidal *et al.*, 2010b).

### II.2.1 La tomographie

L'objectif de la tomographie est de reconstruire le volume de turbulence en utilisant les mesures de plusieurs analyseurs (étape de *back-propagation*), avant d'en effectuer la projection (étape de *forward-propagation*) dans la direction d'intérêt (Gavel, 2004). Sur la figure II.2, sont représentées en rouge les directions d'analyse  $\alpha_i$  et les empreintes correspondantes de la pupille du télescope sur chaque couche de turbulence : les mesures dans ces directions renseignent sur les contributions  $\varphi_{\alpha_i}^L$ , à partir desquelles on retrouve – partiellement – l'information concernant la phase  $\varphi^L$  à chaque altitude concernée. Une projection de ces données permet ensuite de recalculer la phase dans la direction  $\beta$  que l'on souhaite corriger (en bleu sur la figure).

La phase effectivement vue par chacun des analyseurs correspond à la somme de la phase induite par chaque couche de turbulence dans la direction  $\alpha_i$  :

$$\varphi_{\alpha_i} = \sum_L \varphi_{\alpha}^L \quad (\text{II.1})$$

On peut également introduire un projecteur  $P_{\alpha_i}^L$  (géométrique dans le cas de la MOAO) des couches de turbulence, tel que :

$$\varphi_{\alpha_i} = P_{\alpha_i}^L \cdot \varphi^L \quad (\text{II.2})$$

que l'on peut généraliser à l'ensemble des directions d'observations  $\alpha_i$ , ce qui amène, en notant  $P_{\alpha}$  ce projecteur et  $\varphi_{\alpha}$  l'ensemble des phases observées par les analyseurs :

$$\varphi_{\alpha} = P_{\alpha}^L \cdot \varphi^L \quad (\text{II.3})$$

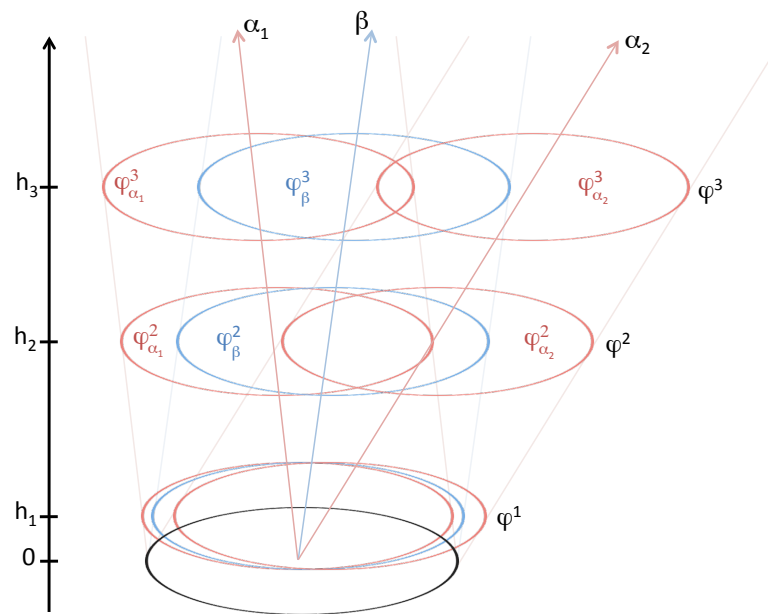


FIGURE II.2 – Représentation des empreintes de la pupille sur trois couches de turbulence pour trois directions considérées. En bleu sont représenté ce qui à trait à la direction  $\beta$  de l'objet scientifique, et en rouge, aux directions  $\alpha_i$  d'analyse.

On introduit ensuite un opérateur  $M$  traduisant la réponse de l'analyseur en fonction de la phase et un bruit de mesure  $b$ , permettant d'écrire la relation entre la phase  $\varphi_\alpha$  précédente et la mesure  $\varphi_\alpha^{mes}$  associée :

$$\varphi_\alpha^{mes} = M \cdot \varphi_\alpha + b = M \cdot P_\alpha^L \cdot \varphi^L + b \quad (\text{II.4})$$

### Back-propagation

La détermination du volume de turbulence consiste à trouver une matrice  $W_{tomo}$  reliant ces mesures  $\varphi_\alpha^{mes}$  à la phase  $\varphi^L$  selon l'équation :

$$\varphi^L = W_{tomo} \cdot \varphi_\alpha^{mes} \quad (\text{II.5})$$

### Méthode des moindres carrés

Cette reconstruction peut se faire en cherchant à minimiser l'erreur entre la mesure et les données correspondantes du modèle :

$$\epsilon^2 = \langle \|\varphi_\alpha^{mes} - M \cdot P_\alpha^L \cdot \varphi^L\|^2 \rangle \quad (\text{II.6})$$

ce qui amène à :

$$W_{tomo}^{LSE} = [{}^t(M \cdot P_\alpha^L) \cdot (M \cdot P_\alpha^L)]^{-1} \cdot {}^t(M \cdot P_\alpha^L) \quad (\text{II.7})$$

### Méthode MMSE (Minimum Mean Square Error)

Le reconstruction peut également se faire en minimisant la variance de phase résiduelle dans les couches reconstruites (Ellerbroek, 1994; Fusco *et al.*, 1999; Assémat, 2004) :

$$\epsilon^2 = \langle \|\varphi^L - W_{tomo}^{MMSE} \varphi_\alpha^{mes}\|^2 \rangle \quad (\text{II.8})$$

dont le reconstruteur associé s'écrit :

$$W_{tomo}^{MMSE} = \langle \varphi^L \cdot \varphi_\alpha^{mes} \rangle \langle \varphi_\alpha^{mes} \cdot \varphi_\alpha^{mes} \rangle^{-1} \quad (\text{II.9})$$

ce qui peut s'exprimer également en développant  $\varphi_\alpha^{mes}$  et en notant  $C_\varphi$  et  $C_b$  les matrices de covariance de la phase et du bruit apparaissant dans le calcul :

$$W_{tomo}^{MMSE} = C_\varphi \cdot {}^t(M \cdot P_\alpha^L) [(M \cdot P_\alpha^L) \cdot C_\varphi \cdot {}^t(M \cdot P_\alpha^L) + C_b]^{-1} \quad (\text{II.10})$$

La matrice de covariance  $C_\varphi$  de la phase turbulente, introduite en introduction (voir section 4), dépend du profil de turbulence  $C_n^2$  : si on connaît celui-ci, il est possible de calculer la matrice  $W_{tomo}^{MMSE}$  correspondante, plus performante en terme de reconstruction que celle obtenue au sens des moindres carrés  $W_{tomo}^{LSE}$ .



**Forward-propagation**

A partir des données obtenues, il est ensuite possible de déterminer la phase dans la direction  $\beta$  voulue en utilisant le projecteur  $P_\beta^L$  défini plus haut :

$$\varphi_\beta = P_\beta^L \varphi^L \quad (\text{II.11})$$

Le reconstruteur tomographique  $W$ , permettant de passer de la phase mesurée  $\varphi_\alpha^{mes}$  dans les directions  $\alpha_i$  à l'estimation de la phase  $\varphi_\beta$  dans la direction d'intérêt scientifique s'écrit alors :

$$W = P_\beta^L \cdot W_{tomo} \quad (\text{II.12})$$

**II.2.2 Mise en oeuvre**

La méthode proposée précédemment est fortement dépendante de la connaissance du profil de turbulence; il est possible d'obtenir celui-ci par une mesure extérieure (SLO-DAR, DIMM) mais il est également possible d'utiliser les mesures effectuées par les analyseurs dans les différentes directions pour déterminer celui-ci. C'est le principe de l'algorithme *learn and apply* (Vidal *et al.*, 2010b) présenté ici et mis en place dans le cadre de CANARY. Le filtre utilisé faisant intervenir le reconstruteur tomographique ainsi déterminé est présenté à la suite.

**II.2.2.1 Algorithme Learn and Apply**

On considère ici des pentes mesurées par les analyseurs, notées  $s_\alpha$ , et celles  $s_\beta$  correspondant à la direction d'intérêt scientifique. Comme précédemment, on peut écrire une relation matricielle entre les deux, faisant intervenir la matrice de reconstruction tomographique, notée  $M_T$  :

$$s_\beta = M_T \cdot s_\alpha \quad (\text{II.13})$$

à partir de quoi on peut écrire :

$$M_T = (s_\beta \cdot {}^t s_\alpha) \cdot (s_\alpha \cdot {}^t s_\alpha)^{-1} \quad (\text{II.14})$$

Les deux matrices  $(s_\beta \cdot {}^t s_\alpha)$  et  $(s_\alpha \cdot {}^t s_\alpha)$  sont des matrices de covariance des pentes mesurées par les analyseurs, que je vais noter par la suite  $C_{\alpha\beta}$  et  $C_{\alpha\alpha}$ . La mesure sur un grand nombre de données permet d'écrire la matrice de reconstruction de la façon suivante :

$$M_T = \langle C_{\alpha\beta} \rangle \langle C_{\alpha\alpha} \rangle^{-1} \quad (\text{II.15})$$

Contrairement au reconstruteur de l'équation II.9 s'attachant à minimiser la phase,  $M_T$  minimise les mesures de pentes des analyseurs. Cette méthode procure l'avantage de pouvoir déterminer la matrice  $C_{\alpha\alpha}$  directement à partir des mesures, ainsi que la matrice  $C_{\alpha\beta}$  à condition de disposer d'un analyseur dans la direction  $\beta$ . Néanmoins, on peut extraire de la matrice  $C_{\alpha\alpha}$  tous les paramètres d'a priori sur le profil de turbulence et construire la matrice  $C_{\alpha\beta}$  même en l'absence d'analyseur dans la direction  $\beta$ . C'est l'intérêt de cette méthode, conçue afin de pouvoir :

- se passer d'*a priori* externe sur le profil de turbulence  $C_n^2(h)$
- retrouver dans les mesures mêmes de l'instrument tous les paramètres du modèle (désalignements des analyseurs, *etc.*)

En pratique, on est également confrontés à la durée d'acquisition des données nécessaires à la convergence statistique des matrices de covariance mesurées (voir II.4.4.3 pour l'estimation de cette durée).

Les différentes façons d'utiliser cet algorithme sont détaillées à la suite, répondant aux problèmes qui viennent d'être évoqués en fonction de la configuration utilisée.

### Learn

Le but de la phase dite "*learn*" est d'extraire des matrices de covariance des mesures les paramètres relatifs au profil de  $C_n^2(h)$ . Le principe évoqué jusqu'ici reprend celui du SLODAR, pour un nombre de directions sondées égal ou supérieur à deux, et sur l'instrument scientifique (et non un télescope dédié, plus petit). La résolution ainsi obtenue sur le profil de turbulence est ainsi bien meilleure : en effet un astérisme de quatre étoiles offre six lignes de base, c'est-à-dire six séparations permettant de sonder différemment et de manière complémentaire le volume de turbulence. Les bases larges permettent une résolution fine proche du sol, et les bases étroites permettent de sonder les couches les plus hautes. La résolution sur un télescope de 42m pour des étoiles guides séparées d'un angle de 2.5' est estimée à 100m (Vidal, 2009).

Les données acquises par les différents analyseurs permettent de calculer les matrices de covariance précédemment évoquées, comportant du bruit, et n'ayant pas complètement convergé. Afin d'améliorer le reconstruteur tomographique qui pourra être calculé, on passe alors par une étape d'ajustement des paramètres du profil de turbulence (hauteur des couches, force relative de la turbulence dans chacune d'elles, échelle externe) en utilisant un algorithme de type Levenberg-Marquardt cherchant à reproduire les mesures avec des matrices de covariance théoriques (voir chapitre 4 en introduction).

A noter que cette opération seule ne nécessite que des mesures dans les directions d'analyse  $\alpha_i$ .

### Apply

Pour cette partie, on considère connaître le profil de turbulence : soit grâce à l'étape précédente, soit à l'aide de données externes issues d'un instrument dédié. En utilisant les formules et principes développés en introduction au paragraphe 4, il est alors possible, en connaissant la géométrie des sources observées, de déterminer les matrices de covariance théoriques correspondantes. Celles-ci peuvent ensuite être utilisées dans l'équation II.15 en lieu et place de celles mesurées pour déterminer le reconstruteur tomographique correspondant.

### Learn and Apply

Il est bien sûr possible de combiner les deux principes précédents, utilisant les analyseurs pour effectuer les mesures de pentes, calculer les matrices de covariance,

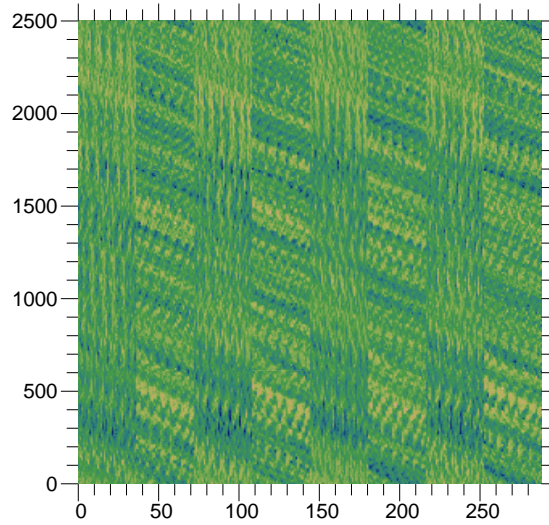


FIGURE II.3 – Exemple de données synchronisées acquises sur le banc CANARY : les 2500 séries pentes sont rangées analyseur par analyseur.

en déduire les paramètres de turbulence par ajustement, et se servir du résultat pour déterminer le restructeur.

La mesure des pentes dans la direction  $\beta$  peut être réalisée, ce qui apporte une information sur la matrice de covariance  $C_{\alpha\beta}$ , mais comme évoqué, ce mode de fonctionnement ne correspond pas à une utilisation réelle de l'instrument. Ceci n'est cependant pas un problème si on connaît avec précision la direction  $\beta$  de l'objet scientifique, car il est possible de déterminer les paramètres de la turbulence à partir des seules mesures effectuées dans les directions  $\alpha_i$ , que l'on projette ensuite dans la direction d'intérêt scientifique en utilisant un opérateur  $P_\beta^L$  théorique.

### Exemple de mesures

La figure II.3 présente des mesures effectuées en laboratoire sur le banc optique CANARY : 2500 pentes ont été acquises sur les quatre voies, rangées ici analyseur par analyseur. On reconnaît des structures communes sur chaque série, dues à la couche au sol.

L'algorithme *learn* a ensuite permis de déterminer le profil de turbulence, présenté sur la figure II.4. On y voit très clairement deux couches, correspondant aux deux écrans de phase utilisés sur le banc pour simuler une turbulence à différentes altitudes.

La figure II.5 présente les matrices de covariance des mesures, à gauche. À droite est présenté le résultat obtenu après ajustement des paramètres de turbulence pour la détermination du profil : c'est cette matrice qui sera utilisée pour le calcul du restructeur  $M_T$ . En bas sont présentés des détails de ces matrices, correspondant aux covariances entre deux analyseurs seulement : on voit clairement l'effet de diminution du bruit de

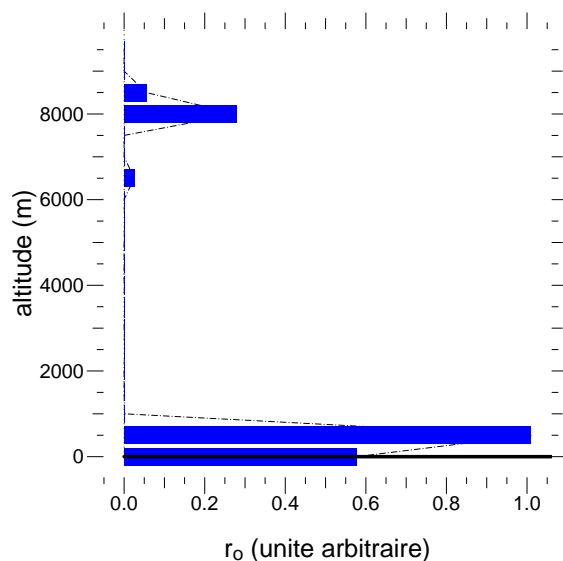


FIGURE II.4 – Profil de turbulence estimé par l'algorithme *learn* à partir des données de la figure II.3.

convergence réalisé par cette opération.

### II.2.2.2 Filtre de boucle ouverte

En optique adaptative classique, l'analyseur étant placé derrière le miroir déformable, il mesure le résidu de la phase turbulente. Le filtre de la boucle d'asservissement contient alors un intégrateur afin d'effectuer la correction adaptée.

En boucle ouverte, les analyseurs hors-axe mesurent la phase non corrigée, aussi le filtre doit prendre une forme différente. CANARY est prévu pour fonctionner avec une forme du filtre de Kalman (incluant l'aspect temporel de la turbulence) et une loi de commande de type Linéaire Quadratique Gaussienne (Petit, 2006). L'ONERA et le L2TI, impliqués dans le projet CANARY en collaboration avec le LESIA et l'université de Durham, travaillent en particulier à sa mise en place pour la phase B du projet, après en avoir testé avec succès les performances sur banc optique (Petit *et al.*, 2008; Parisot *et al.*, 2010).

Pour la phase A, ayant eu lieu pendant ma thèse, afin de nous concentrer sur la mise en pratique de la MOAO en boucle ouverte, le choix a été fait d'utiliser un filtre moins ambitieux, sans doute moins performant, mais également plus robuste. Celui-ci peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} u_{n+1} = E u_n + M s_n \\ v_{n+1} = u_{n+1} + v_o \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

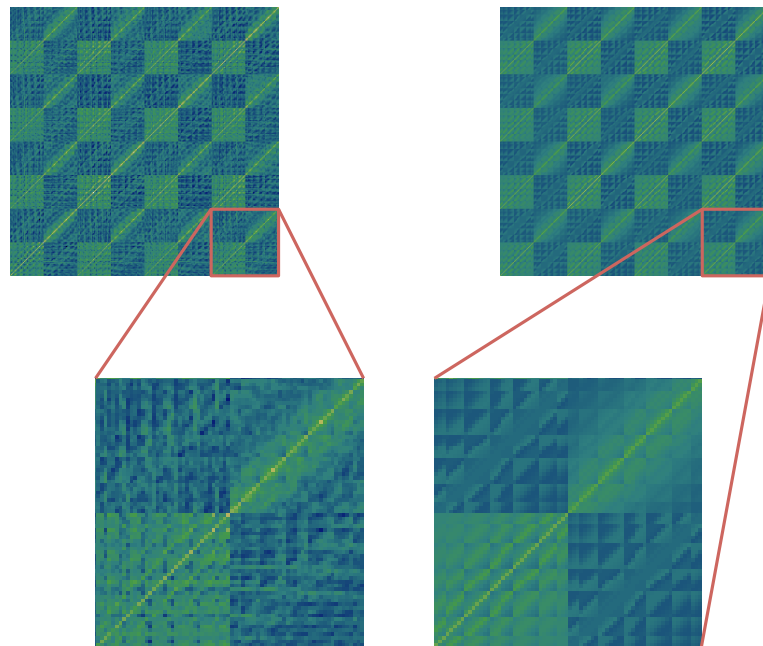


FIGURE II.5 – A gauche, matrice de covariance des mesures présentées sur la figure II.3. A droite, le résultat obtenu après ajustement des paramètres du profil de turbulence (voir figure II.4). En bas sont présentés pour plus de clarté les matrices de covariance de deux analyseurs seulement.

Dans ces formules,  $s_n$  sont les mesures,  $u_n$  le signal traité et filtré et  $v_n$  les tensions de commande du miroir déformable. La première équation consiste en un filtrage des mesures  $s_n$  pour le calcul des tensions de commande. La seconde consiste en un simple ajout de tensions, constantes ou non dans le temps ; ceci est utilisé pour la réalisation de matrices d'interaction (voir II.3.2) pour l'envoi de commandes connues au miroir, et également pour la correction des aberrations statiques (voir II.2.4), propres à la MOAO.

En dehors d'une optimisation modale, (voir II.3.5), la première équation peut s'écrire de façon beaucoup plus simple faisant intervenir un gain  $g$ . Par analogie avec l'intégrateur utilisé en boucle fermée, la matrice  $M$  joue, à un coefficient près, le rôle de la matrice de commande ; celle-ci fait ici néanmoins intervenir dans notre cas le reconstruteur tomographique  $M_T$ , afin d'effectuer la projection des mesures sur l'axe avant de calculer la commande correspondante par multiplication avec  $M_C$ . Toujours dans ce cas, la matrice  $E$  est une matrice identité, affectée d'un coefficient, et on peut écrire ce filtre de façon simplifiée :

$$\begin{cases} u_{n+1} = (1 - g) u_n + g M_C \cdot M_T s_n \\ v_{n+1} = u_{n+1} + v_o \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

La matrice  $M_C$  intervenant ici est la matrice d'interaction entre un analyseur sur l'axe et le miroir déformable. Celle-ci est donc la même que celle utilisée en SCAO.

## II.2.3 Présentation de CANARY

### II.2.3.1 Schéma optique général

Le banc, représenté sur la figure II.6 a été conçu de façon à pouvoir être utilisé aussi bien sur le ciel (faisceau rouge) qu'en laboratoire en utilisant, dans ce dernier cas, un *simulateur de télescope* (faisceau blanc) permettant de placer quatre sources dans la configuration souhaitée et de simuler une turbulence à deux couches à l'aide de deux écrans de phases conjugués à des altitudes différentes (le  $r_o$  résultant est d'environ  $12cm$  à  $\lambda = 500nm$ ). L'une ou l'autre de ces deux voies est sélectionnée par un miroir de renvoi (voir figure II.7), en direction des analyseurs et de la voie de correction.

Proche du plan focal du télescope tout d'abord, les 3 analyseurs hors-axe (voir figure II.7) sont placés sur des platines motorisées leur permettant d'accéder aux endroits voulus dans le champ, en face des trois étoiles de guidage, dont la lumière est interceptée par des prismes *pick-off* (voir figure II.8). La lumière de l'étoile centrale parcourt un train optique particulier (voir figure II.9) incluant le miroir *tip-tilt* et le miroir déformable avant d'être séparée en deux par une lame dichroïque : la partie infrarouge est dirigée vers la caméra d'imagerie, tandis que la partie visible est utilisée par l'analyseur central, appelé *truth sensor*. Cet analyseur est en particulier utilisé pour estimer les performances de correction de la MOAO en mesurant la phase résiduelle non corrigée par la boucle d'optique adaptative dans ce mode de fonctionnement. Il permet également d'utiliser le banc en SCAO, en utilisant l'étoile centrale pour fermer la boucle d'asservissement ; cette configuration idéale pour obtenir la meilleure correction possible permet de comparer

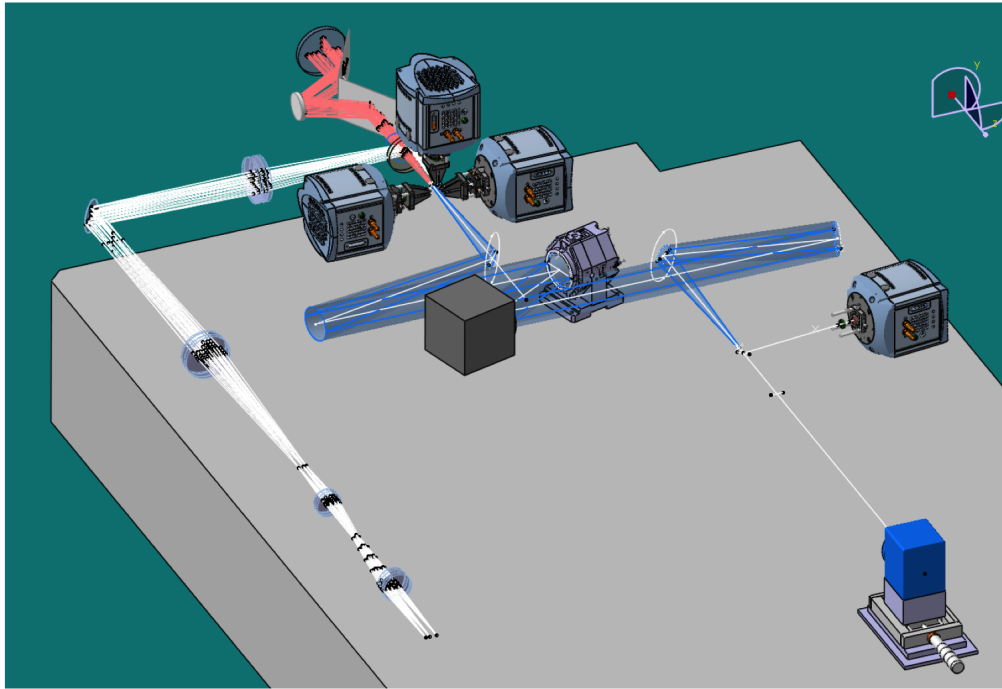


FIGURE II.6 – Représentation globale épurée du banc CANARY : la lumière provient du simulateur de télescope (en bas à gauche) ou du télescope (en rouge). Les trois analyseurs hors-axe sont représentés (en haut) : voir figure II.7 pour plus de détails. Le faisceau sur l'axe (en bleu) passe par diverses optiques, dont le miroir déformable et le miroir *tip-tilt* (voir schéma II.9 pour plus de détails) avant d'être séparé en deux par une lame dichroïque vers le *truth sensor* (à droite) et la caméra scientifique IR (en bas à droite).

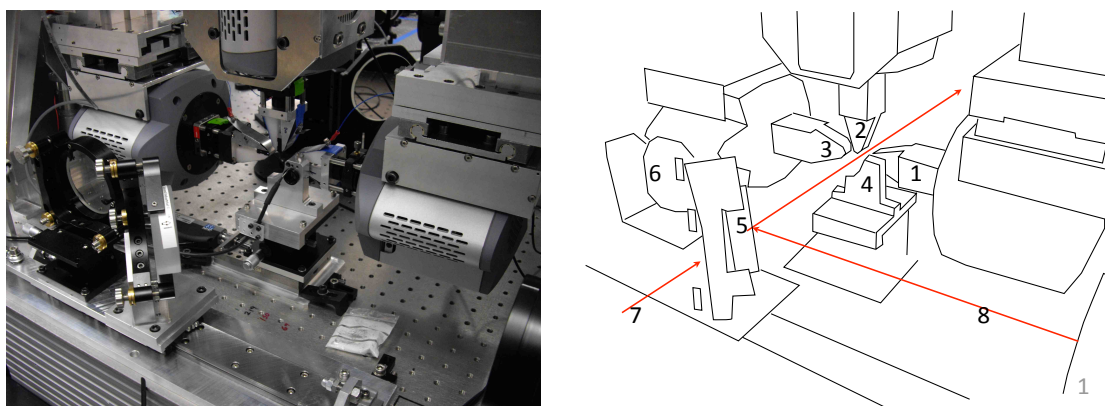


FIGURE II.7 – Photo et schéma optique à proximité des analyseurs hors-axe situés dans le plan focal de CANARY. Les analyseurs sont notés (1), (2) et (3). La lumière peut provenir du simulateur de télescope (8) et être réfléchi par le miroir (5) ou du télescope (7) et passer par la lentille (6). L'élément marqué (4) est le support de la Focal Plane Source, sur lequel se trouve également le coin de cube utilisé par la Reverse Path Source.

les résultats entre les deux types d'asservissement, et ainsi d'estimer les performances relatives de la MOAO.

Certains de ces éléments et plusieurs autres s'ajoutant à cette configuration, essentiels pour les étapes d'étalonnage ou d'acquisition, sont présentés à la suite.

### Focal Plane Source

Cette source, représentée sur la figure II.7, est située à proximité immédiate des analyseurs hors-axe, et est située sur une platine motorisée permettant de la placer toujours au même endroit. Elle permet en particulier de réaliser des pentes de référence sur les analyseurs hors-axe, et les matrices d'interaction sur le *truth sensor*.

La fibre optique qui permet ces étalonnages est alimentée en lumière visible par une LED blanche, et possède un cœur de  $200\mu\text{m}$  afin de simuler une tache de la largeur du *seeing*; ceci permet d'avoir un échantillonnage correct par les pixels des analyseurs. A proximité immédiate de cette fibre (moins de  $0.5\text{mm}$ ) se trouve une fibre monomode en bande H, de diamètre de cœur négligeable devant la diffraction dans ce domaine de longueur d'onde. Elle est alimentée par un laser à  $1550\text{nm}$ , et est utilisée comme source ponctuelle non résolue pour la caméra scientifique IR.

### Source de référence du *truth sensor*

Comme son nom l'indique, cette source est destinée à réaliser des pentes de référence sur le *truth sensor*. Elle est également montée sur platine motorisée et se situe dans le plan focal situé en regard du *truth sensor*, visible sur la figure II.6. Il s'agit également d'une fibre de  $200\mu\text{m}$  de cœur, dite *seeing limited*.



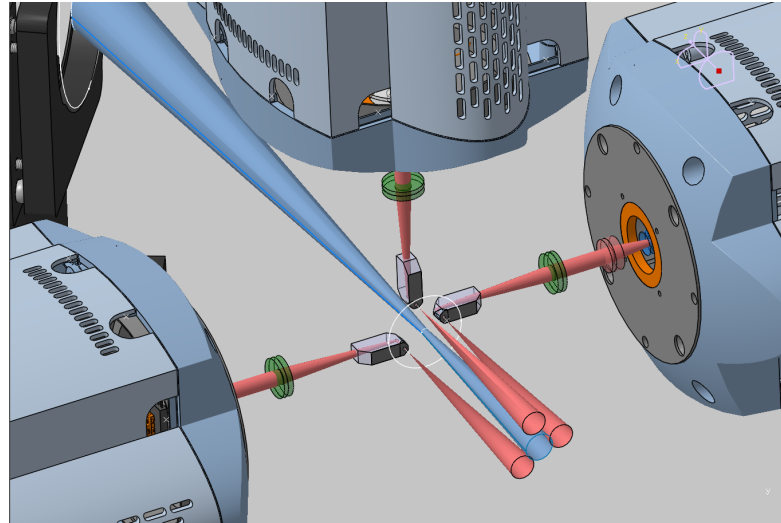


FIGURE II.8 – Représentation des trois analyseurs hors-axe à proximité du plan focal. Les prismes *pick-off* sont visibles au bout des optiques situées devant chaque caméra.

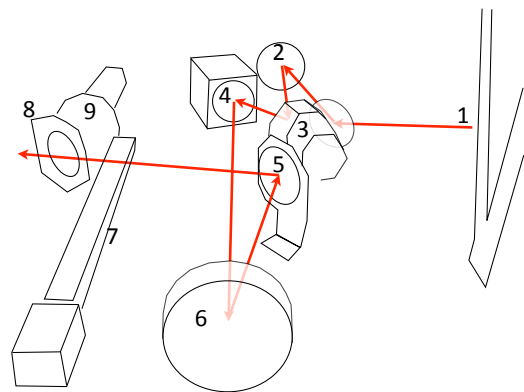
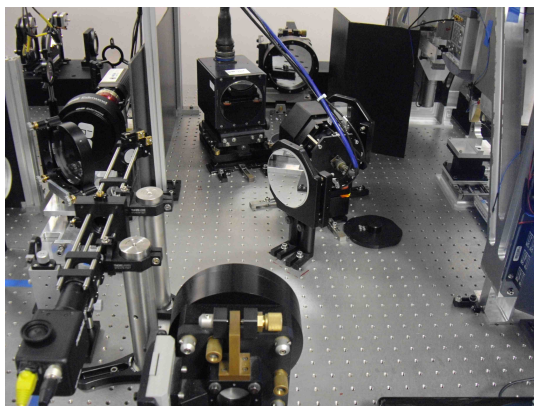


FIGURE II.9 – Photo et schéma optique de CANARY ; les éléments de la figure II.7 se trouvent sur la droite (1). Le faisceau lumineux passe successivement sur une parabole hors-axe (2), le miroir *tip-tilt* (3), le miroir déformable ADONIS (4), une seconde parabole hors-axe (6), un miroir plan (5) avant de se diriger vers le *truth sensor* et la caméra scientifique. L'élément (9) est la caméra d'acquisition, avec son miroir de renvoi (8), permettant de réaliser des images grand champ ( $4' \times 4'$  environ) dans le plan focal.

### Reverse Path

Afin de pallier l'impossibilité de réaliser des matrices d'interaction sur les analyseurs hors-axe, une source a été placée sur la même monture que la précédente, mais orientée dans le sens opposé. Sur la monture de la Focal Plane Source a également été placé un *coin de cube*, permettant de renvoyer la lumière en direction des prismes *pick-off* des analyseurs. Le trajet suivi par la lumière est celui figuré en bleu sur la figure II.6, mais dans le sens remontant vers le télescope.

Les analyseurs hors-axe sont ainsi capables de voir le miroir déformable, permettant des étalonnages importants, décrits au chapitre II.3.3.

### Miroir déformable

Le miroir utilisé, visible sur les figures II.6 et II.9, est le miroir de l'instrument ADONIS (ADaptive Optics Near Infrared System) anciennement installé sur le télescope de 3.60 m de la Silla au Chili (Gendron *et al.*, 1991; Jagourel et Gaffard, 1992). Il possède  $8 \times 8$  actionneurs piezoélectriques sur un maillage carré, dont seulement 52 sont utiles à l'intérieur de la pupille.

Son erreur de boucle ouverte, c'est-à-dire l'erreur entre la commande et le rendu réel de surface du miroir, a été étudiée en 2009 en utilisant diverses méthodes d'étalonnage. Les résultats obtenus (Vidal, 2009) font état d'une erreur de 2 à 3%.

### Caméra d'acquisition

L'acquisition des étoiles par les analyseurs hors-axe n'étant pas facile étant donné le diaphragme de champ très petit (environ 5") de ceux-ci, une caméra grand champ ( $3.91' \times 3.91'$ ) conjuguée avec le plan focal a été installée sur le banc optique. A partir des images qu'elle fournit, il est possible de placer systématiquement les analyseurs à environ 1" de la position de l'étoile.

Cette caméra est représentée sur la figure II.9 et un exemple d'image qu'elle fournit est donné sur la figure II.10.

### Les analyseurs

Les quatre analyseurs de Shack-Hartmann (trois hors-axe et le *truth sensor*) sont identiques. Ils sont équipés de caméras ANDOR, présentées au chapitre II.2.3.4, possédant des pixels de  $24\mu\text{m}$  et une capacité de réaliser des mesures à faible bruit de lecture grâce à la technologie EMCCD (Robbins et Hadwen, 2003). Les réseaux de microlentilles ont été réalisés à l'observatoire de Paris-Meudon ; ils sont composés de  $7 \times 7$  microlentilles de 12mm de focale et  $384\mu\text{m}$  de côté, les sous-pupilles mesurant ainsi  $16 \times 16$  pixels ; sur le William Hershel Telescope de 4.2m, les sous-pupilles mesurent 60cm de côté. La taille des pixels mesurée de l'analyseur sur le ciel pour les missions de septembre et novembre 2010 est de 0.257", 0.250", 0.260" et 0.295" respectivement pour les analyseurs 1, 2, 3 (tels que numérotés sur la figure II.7) et le *truth sensor*.

Enfin, pour les analyseurs hors-axe, la lumière est captée par des prismes *pick-off* (voir figure II.8) dans le plan focal, y réduisant l'encombrement.

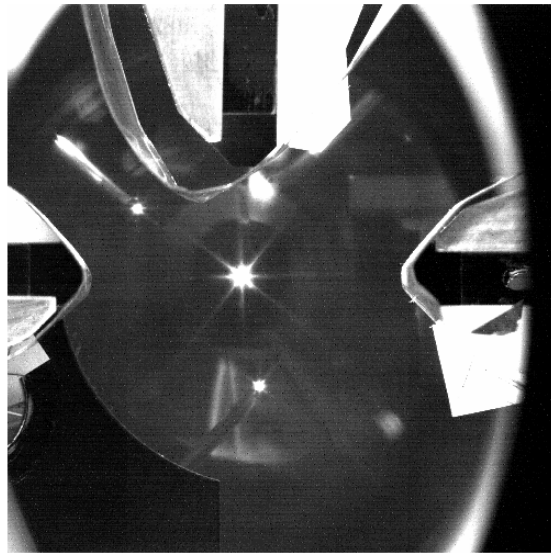


FIGURE II.10 – Exemple d’image obtenue avec la caméra d’acquisition : on voit ici les quatre sources du *simulateur de télescope* reproduisant un astérisme et les trois analyseurs hors-axe.

### II.2.3.2 La caméra scientifique IR

Cette caméra Xenics Xeva-1.7-320 possède un capteur InGaAs, sensible entre 0.9 et  $1.7\mu\text{m}$ . Elle est équipée d’un filtre réduisant le domaine de longueur d’onde à la bande H (entre  $1,45\mu\text{m}$  et  $1,8\mu\text{m}$ ).

La longueur d’onde moyenne de ce filtre est particulièrement importante pour l’estimation du rapport de Strehl de l’image obtenue, puisque le diamètre de la tache d’Airy dépend de celle-ci. Nous avons donc déterminé expérimentalement sa courbe de transmission.

#### Caractérisation du filtre IR de la caméra scientifique

Afin d’effectuer cette mesure, nous avons utilisé un monochromateur à réseau éclairé par une lampe halogène, et déterminé l’intensité reçue par la caméra avec et sans filtre. Les résultats sont présentés sur la figure II.11 sur laquelle le spectre mesuré de la lampe est représenté en rouge, et la partie transmise par le filtre, en noir. Le rapport des deux a été tracé en bleu, donnant une idée du facteur de transmission du filtre (90-95% au delà de  $1.45\mu\text{m}$ ) ; à partir de  $1.65\mu\text{m}$ , l’intensité mesurée par la caméra est trop faible pour effectuer la mesure de la transmission du filtre, ceci ne donnant qu’une idée de sa largeur de bande passante.

La figure II.12 présente des données fournies par le constructeur concernant la transmission du filtre IR et la sensibilité de la caméra, en fonction de la longueur d’onde. Le produit de ces deux grandeurs donne la sensibilité de l’ensemble caméra+filtre, et per-

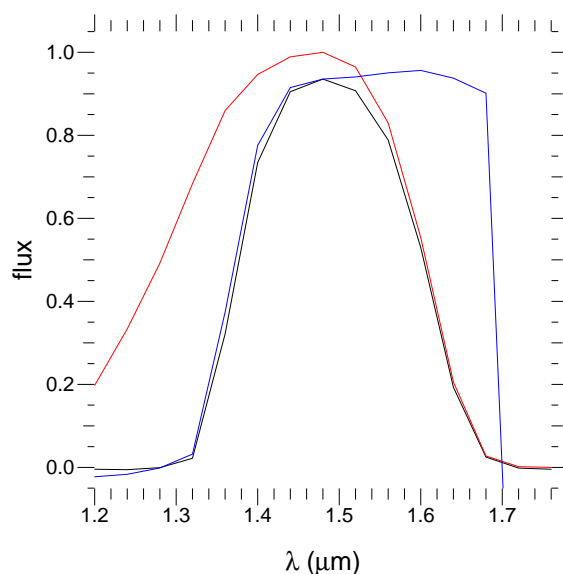


FIGURE II.11 – Etalonnage de la transmission du filtre infra-rouge utilisé pour la caméra scientifique de CANARY (en bleu), donné par le rapport entre le spectre de la source (en rouge) et le spectre transmis (en noir). La coupure nette à  $1.7\mu m$  est due à la caméra, qui n'est pas sensible au delà de cette longueur d'onde. Le centre de la bande spectrale a été mesuré à  $\lambda \approx 1.49\mu m$ , avec une largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda \approx 0.23\mu m$ .

met d'estimer que le maximum se situe à  $\lambda \approx 1.48\mu m$ , la valeur médiane à  $\lambda \approx 1.49\mu m$ , avec une largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda \approx 0.23\mu m$ . C'est également ce qu'on observe sur la courbe expérimentale de la figure II.11.

Il faut cependant noter que cette bande de transmission est malheureusement mal placée par rapport aux bandes d'absorptions atmosphériques terrestres. La bande d'absorption entre les bandes J et H tombe précisément dans la zone sélectionnée par ce filtre. La figure II.13 présente à gauche la superposition de la sensibilité précédemment estimée et de la transmission atmosphérique. Le graphique à droite présente le produit de l'ensemble. Sur ce dernier, un calcul de barycentre donne une longueur d'onde centrale de  $\lambda \approx 1.53\mu m$ , avec une largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda \approx 0.16\mu m$ .

### II.2.3.3 Informatique et électronique

Les caméras ANDOR sont reliées à deux ordinateurs équipés de cartes FPGA directement connectées aux cartes d'acquisition des caméras, leur permettant de recevoir directement le flux de pixels, potentiellement de le traiter (soustraction du fond, seuillage et calcul de pentes, mais cette option n'a jamais été testée ni utilisée), avant de le transférer par fibre optique au calculateur temps réel (RTC).

Parmi les deux calculateurs temps réel testés, celui retenu a été DARC, réalisé à l'université de Durham, et possédant d'excellentes performances ainsi qu'une très grande

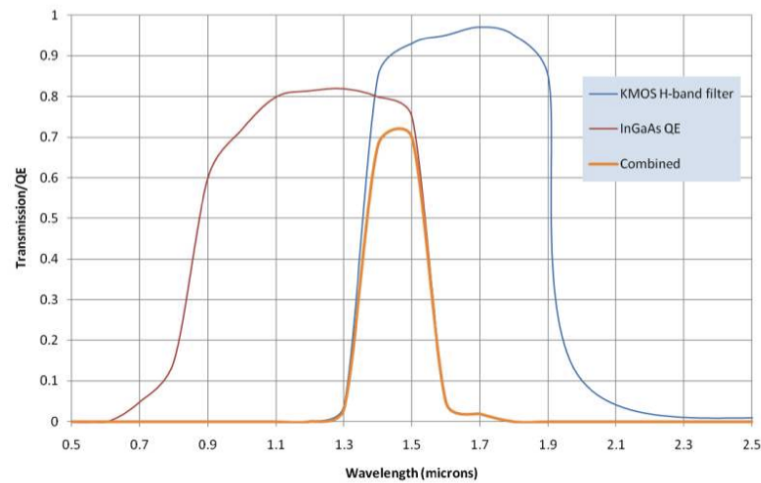


FIGURE II.12 – Données du constructeur concernant la transmission du filtre IR (en bleu) et la sensibilité de caméra utilisée (en rouge) en fonction de la longueur d'onde exprimée en micromètres. Le produit des deux est présenté en orange et présente un maximum à  $\lambda = 1.49\mu m$ .

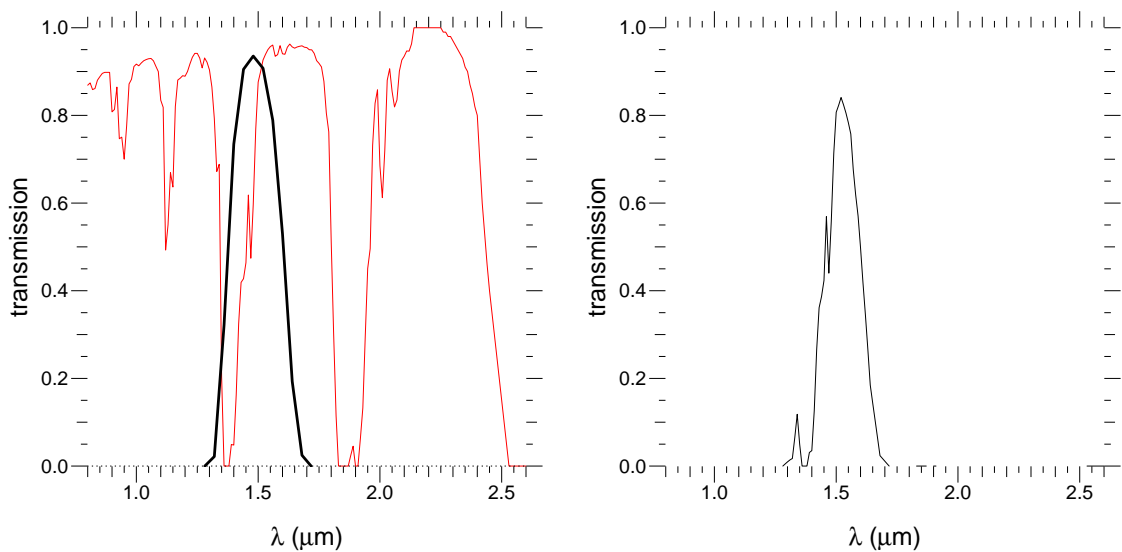


FIGURE II.13 – A gauche : en noir est représenté le produit de la transmission du filtre IR et du rendement quantique de la caméra infra-rouge en fonction de la longueur d'onde et en rouge, la transmission atmosphérique en bandes I, J, H, K. A droite, le produit de ces deux fonctions donne la sensibilité spectrale finale de la caméra IR prenant en compte ces trois paramètres.

stabilité et robustesse.

Les données issues du RTC sont envoyées à un autre ordinateur, le *deformable mirror controller* (DMC), qui relaie l'information aux amplificateurs du miroir déformable.

Le calcul et les transferts de données entre les caméras et le miroir déformable nécessitent environ 1.5ms (voir le chapitre II.3.1)

D'autres ordinateurs complètent l'ensemble, l'un en particulier étant le coeur de l'architecture, un autre commandant les sources et moteurs du banc, auquel il faut ajouter celui prenant en charge la caméra infrarouge, et sans oublier la station de travail... un ensemble complexe qui a nécessité la création d'une interface de commande pouvant gérer l'ensemble de l'expérience.

### L'interface STYC

*Smart Tools in Yorick for Canary*, l'interface que j'ai contribué à développer pour la commande du banc optique, a été réalisée en Glade, utilisant des scripts Python pour communiquer avec Yorick, langage dans lequel a été écrite la majeure partie du code scientifique. La communication avec le reste de l'informatique se fait de façon variée, utilisant le *shell*, un serveur CORBA et un serveur FTP, dont l'interface nous permet heureusement de ne plus nous soucier, ou presque.

Celle-ci possède également bon nombre de sécurités, tant pour éviter des problèmes matériels (collisions, EMgain excessif, ...) que des erreurs de manipulation (mesures ou étalonnages dans des configurations erronées). La sauvegarde et l'archivage des données est également grandement automatisé, évitant les erreurs et oublis malheureux au cours des nuits d'observation.

Sa création a nécessité des mois de travail, et son évolution est encore importante et régulière un an et demi après les premières versions.

#### II.2.3.4 Les caméras ANDOR

##### Description

Les caméras sont des caméras ANDOR (iXon3 EMCCD 860) possédant un capteur CCD de  $128 \times 128$  pixels, pouvant être lues à une fréquence maximum de 513 images par seconde et bénéficiant de la technologie Electron Multiplying CCD (EMCCD).

Cette dernière permet l'amplification du signal reçu avant sa lecture par un procédé se rapprochant du principe de fonctionnement des photomultiplicateurs : les charges accumulées lors de l'acquisition sont ici – avant d'être lues – transférées dans un registre spécial du CCD, le *Gain Register*, dans lequel les transferts sont effectués de la même façon que dans une matrice CCD classique, mais avec des tensions plus importantes. Il en résulte des collisions, provoquant des ionisations du silicium, et ainsi la génération de nouveaux électrons. L'amplification reste très faible dans ce milieu (1.015 au maximum à chaque transfert, pour les tensions utilisées, de l'ordre de 50V) mais la répétition de cette opération un grand nombre de fois permet une augmentation conséquente du signal.

Cette amplification ayant lieu avant la lecture, il en résulte un gain (en photo-électrons/ADU) et un bruit de lecture (en photo-électrons) variables et d'autant plus

faibles que l'EM-gain est grand. Cette propriété permet en particulier de diminuer fortement le bruit de lecture – en dessous d'un photo-électron – permettant l'acquisition de sources très peu lumineuses et autorisant même de fonctionner en comptage de photons.

En pratique, ces caméras donnent d'excellent résultats, mais deux choses en particulier sont à savoir :

- la saturation du puits de potentiel est prévue pour intervenir à l'intérieur de la gamme de numérisation du convertisseur analogique-numérique, or, entre la lecture du CCD et la digitalisation, la mesure est affectée d'un certain facteur appelé *pre-amplifier gain* (pour des raisons historiques, puisque celui-ci intervient après l'amplification EM). En fonction de celui-ci, la valeur (en ADU) de la saturation sera variable, et dans notre cas, elle intervient vers 5000ADU. Il est toutefois possible d'obtenir des valeurs au delà, mais le fonctionnement de la caméra devient alors très fortement non-linéaire : l'estimation de cette limite est donc importante afin de faire en sorte de la respecter pour utiliser la caméra dans de bonnes conditions.
- le refroidissement du CCD est essentiel au bon fonctionnement de l'EMgain, pour deux raisons. D'une part le courant d'obscurité dépend fortement de la température, et même à des températures de  $-30^{\circ}$  le facteur d'amplification EM est tel qu'il devient rapidement prépondérant. De plus, des défauts inhérent à l'amplification dans le cristal nécessitent également de travailler à basse température, aussi est-il préférable de refroidir ces caméras à  $-90^{\circ}$ . Il semblerait également que des protections internes empêchent le réglage de l'EMgain à des valeurs trop importantes pouvant endommager la caméra, et cette limitation arrive très rapidement si le refroidissement est trop faible. Pour utiliser l'EMgain, il est donc fortement préférable d'utiliser un refroidissement par liquide, et de laisser le temps à la caméra d'atteindre sa température minimale.

### Rendement quantique

Le rendement quantique de ces caméras est relativement élevé dans le domaine visible : la figure II.14 en donne les valeurs fournies par le constructeur.

### *Excess noise factor*

La multiplication d'électrons dans le *gain register*, présentée ci-dessus, est un processus aléatoire, provoquant une fluctuation supplémentaire du signal par rapport au bruit poissonnien. La variance du signal se trouve alors affectée d'un coefficient, appelé *excess noise factor*.

### Caractérisation des caméras

Afin d'estimer les performances de ces caméras, en particulier pour prévoir à l'avance leurs performances sur le ciel, j'ai réalisé des mesures de gain, bruit de lecture et de l'*excess noise factor* pour différentes valeurs d'EMgain. Ces deux premiers sont estimés de la façon présentée au chapitre I.3.2.2, en utilisant la relation linéaire entre la variance du bruit et l'intensité, induite par la loi de Poisson. L'*excess noise factor* quant à lui

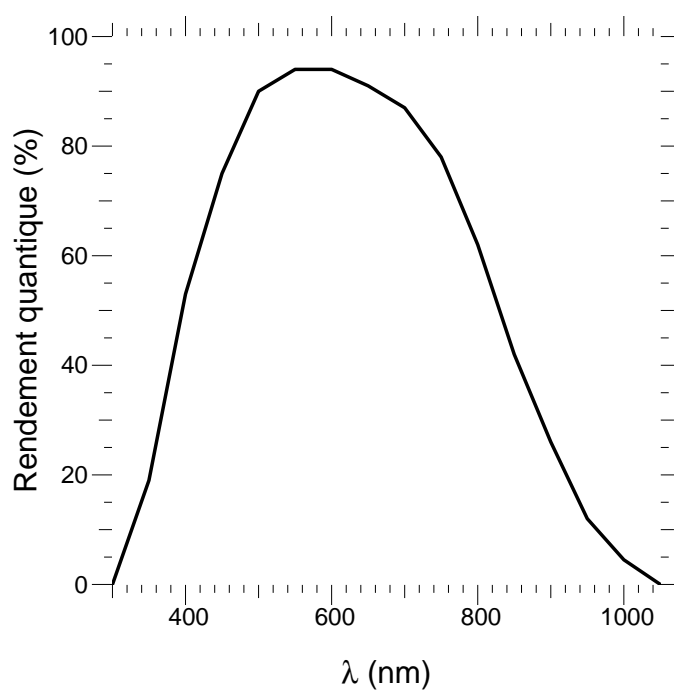


FIGURE II.14 – Rendement quantique des caméras ANDOR (en %), en fonction de la longueur d'onde en nanomètres (données du constructeur).



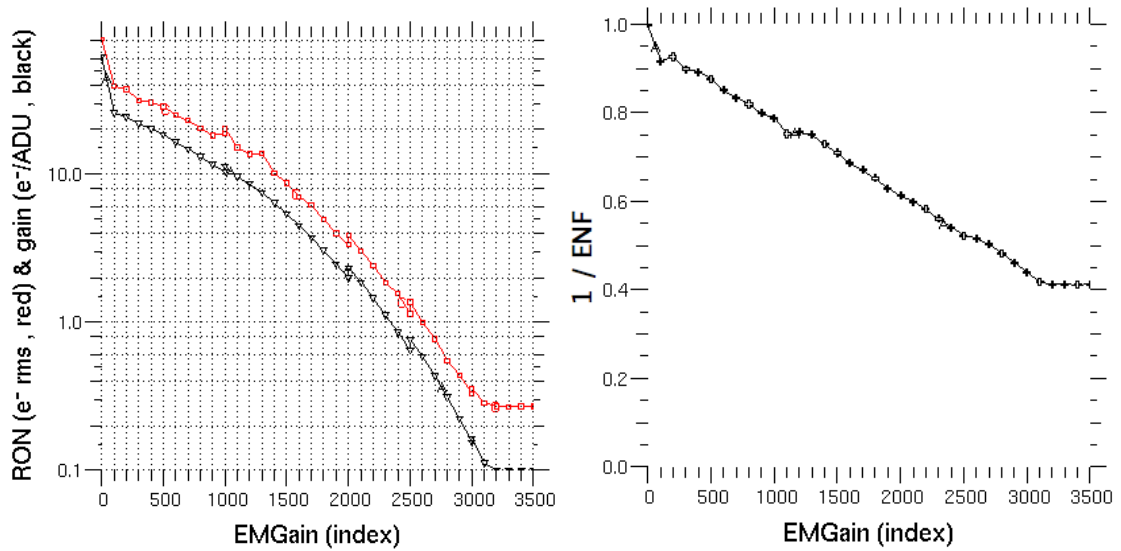


FIGURE II.15 – Ces graphiques représentent les caractéristiques d’une caméra ANDOR en fonction de la valeur de l’EMgain. A gauche, le gain (en noir) et le bruit de lecture *RON* (en rouge), à droite l’inverse de l’*excess noise factor*.

est plus difficile à mesurer : il provoque en effet une augmentation de la variance du signal, mais celle-ci a précédemment servi à calculer le gain de la caméra. Cependant, si on mesure l’intensité reçue (en photo-électrons) provenant d’une source lumineuse stable dans le temps, ceci faisant intervenir le gain, le résultat est tout simplement inversement proportionnel à *excess noise factor*. Il reste une dernière difficulté pour la mise en pratique cette expérience : étant donné l’amplification très importante de l’EMgain, il n’a pas été possible de garder une intensité constante pour l’ensemble des mesures ; en effet, une intensité correcte à EMgain nul aurait endommagé la caméra au maximum de son amplification, et inversement, une intensité adaptée à la sensibilité maximale aurait été impossible à mesurer en l’absence d’amplification. L’ensemble des courbes a ainsi été réalisé en quatre fois, en ajustant la luminosité de la source entre chaque série de mesures, et l’ensemble des résultats a été raccordé par la suite en se servant du recouvrement partiel entre eux.

Sur les graphiques II.15 et II.16, je présente les mesures effectuées sur l’une des caméras concernant le gain, le bruit de lecture et l’inverse de l’*excess noise factor* en fonction de l’EMgain.

Le graphique II.15 présente à gauche le gain (en noir) et le bruit de lecture (en rouge) en fonction de la valeur de l’EMgain. L’échelle est logarithmique, afin de rendre l’évolution exponentielle de cet effet d’amplification. On constate tout d’abord un décrochage de ces deux paramètres lors de la mise en route de l’EMgain : l’effet de celui-ci est réellement immédiat. On remarque aussi que ces courbes descendent très bas : on atteint

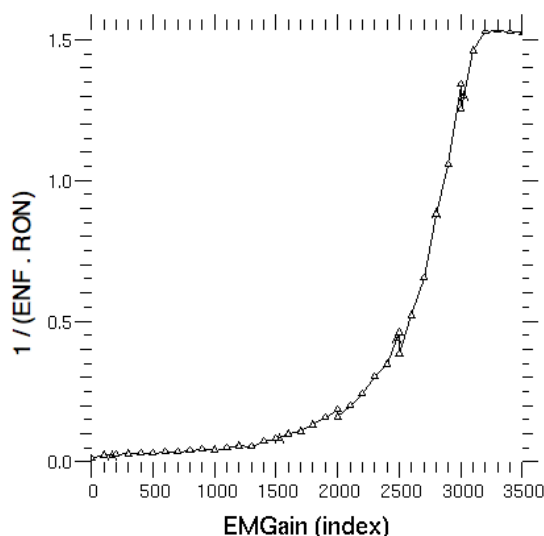


FIGURE II.16 – Cette figure représente le rapport entre l'efficacité quantique et le bruit de lecture, mettant en valeur l'évolution de la sensibilité de la caméra en fonction de l'EMgain

ainsi au minimum un gain de  $0.1e^-/ADU$  et un bruit de lecture de  $0.3e^-$  seulement, autorisant à travailler en comptage de photons.

Sur cette même figure, à droite, est représentée l'inverse de l'*excess noise factor* mesurée. On observe ici à nouveau un léger décrochage de cette grandeur avec la mise en marche de l'amplification, après quoi elle décroît peu à peu en fonction de l'EMgain. La décroissance est légèrement supérieure à celle attendue, d'un facteur 2 au maximum (Gach *et al.*, 2009). Comme expliqué ci-dessus, cette mesure a été effectuée en quatre fois, en ajustant le flux de la source afin de pouvoir effectuer la mesure sur la caméra, et elle utilise les estimations de gain précédemment établies : ces mesures sont donc entachées d'une erreur non négligeable pouvant expliquer cette différence.

La figure II.16, enfin, met en valeur l'évolution des performances de la caméra en traçant l'inverse du produit de l'*excess noise factor* et du bruit de lecture en fonction de l'EMgain : on constate que la courbe ne fait qu'augmenter, traduisant l'amélioration systématique – et même exponentielle – induite par cette amplification, jusqu'à une valeur limite où tous les paramètres restent constants.

#### II.2.4 Pentés de référence et aberrations statiques

Les trains optiques différents entre l'analyseur (le *truth sensor* sur CANARY) et la caméra scientifique induit des perturbations de front d'onde qui ne sont pas mesurées et donc pas corrigées. Ces aberrations, appelées NCPA (Non Common Path Aberrations)

nécessitent d'être mesurées afin de pouvoir les prendre en compte dans la correction et obtenir ainsi l'image scientifique la meilleure possible.

La mesure des pentes de référence sur les différents analyseurs est également importante pour effectuer la correction voulue ; celle-ci est facile à réaliser à l'aide des sources présentées au chapitre II.2.3.1.

En boucle fermée, ces mesures sont parfaitement suffisantes pour assurer la correction statique nécessaire sur la caméra scientifique, mais en boucle ouverte, les pentes de référence du *truth sensor* et les NCPA ne peuvent pas être prises en compte de façon classique lors de l'étalonnage et, de plus, les pentes de référence des analyseurs hors-axe doivent être choisies avec soin pour ne pas engendrer d'autres aberrations statiques. Les deux cas sont étudiés ici, avant la présentation d'un algorithme permettant la mesure des NCPA.

#### II.2.4.1 Etalonnage de la boucle fermée

Un grand avantage de la boucle fermée et sa capacité à corriger spontanément les aberrations statiques, pour peu que l'étalonnage ait été correctement effectué. La méthode classique consiste à mesurer des pentes de référence  $s_{ref}$  de façon à ce qu'elles correspondent à une onde plane incidente sur l'analyseur, et à déterminer les NCPA  $s_{NCPA}$  (traduites sous la forme de pentes ici). Ces pentes  $s_{ref} - s_{NCPA}$  sont ensuite utilisées lors du calcul des tensions à appliquer au miroir déformable de la façon suivante :

$$u_{n+1} = u_n + g.M_C.(s - (s_{ref} - s_{NCPA})) \quad (\text{II.18})$$

Ceci assure qu'en moyenne, les tensions  $u_n$  s'ajusteront pour que les mesures valent  $\langle s \rangle_t = s_{ref} - s_{NCPA}$  assurant ainsi la correction des aberrations statiques et l'obtention d'un front d'onde plat sur la caméra scientifique.

#### II.2.4.2 Etalonnage de la MOAO en boucle ouverte

En boucle ouverte, le problème devient plus complexe : d'une part, la boucle ne comporte pas d'intégrateur lui permettant de corriger spontanément toute erreur résiduelle, d'autre part, les mesures des références de tous les analyseurs sont à prendre en compte, alors que, pour CANARY, l'un d'entre eux, le *truth sensor*, ne sera pas utilisé lors du fonctionnement de la boucle. Ceci nécessite quelques modifications dans l'estimation des pentes de référence, et l'ajout de tensions statiques sur le miroir déformable.

Les analyseurs hors-axe mesurent des pentes  $s_{off}$  qui sont projetées sur l'axe par la matrice de reconstruction  $M_T$ , avant d'être utilisées dans le calcul des tensions appliquées au miroir déformable à l'aide de la matrice de commande  $M_C$ . En utilisant les notations de l'équation II.17, le calcul effectué est le suivant :

$$\begin{cases} u_{n+1} = (1 - g) u_n + g M_C . M_T . (s_{off} - s_{ref\ off}) \\ v_{n+1} = u_{n+1} + v_o \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Les tensions appliquées sur le miroir déformable sont données par  $v_n$ , prenant en compte une tension d'offset  $v_o$ . En valeur moyenne, la première formule donne :

$$\langle u_{n+1} \rangle_t = (1 - g) \langle u_n \rangle_t + g M_C \cdot M_T \cdot \langle s_{off} - s_{ref\ off} \rangle_t \quad (\text{II.20})$$

Or  $\langle u_{n+1} \rangle_t = \langle u_n \rangle_t$ , ce qui permet d'écrire la valeur moyenne de la tension  $u_n$  :

$$\langle u_n \rangle_t = M_C \cdot M_T \cdot \langle s_{off} - s_{ref\ off} \rangle_t \quad (\text{II.21})$$

d'où la valeur moyenne de la tension de commande  $v_n$  :

$$\langle v_n \rangle_t = M_C \cdot M_T \cdot \langle s_{off} - s_{ref\ off} \rangle_t + v_o \quad (\text{II.22})$$

Afin d'obtenir une image correcte sur la caméra scientifique, la pente moyenne mesurée sur le *truth sensor* doit être  $\langle s_{TS} \rangle_t = s_{ref\ TS} - s_{NCPA}$ , ce qui correspond à des tensions  $v_{opt} = M_C \cdot (\langle s_{TS} \rangle_t - (s_{ref\ TS} - s_{NCPA}))$  sur le miroir déformable. Il existe plusieurs moyens d'égaliser  $v_{opt}$  et  $\langle v_n \rangle_t$ , mais la plus simple et naturelle consiste à choisir les pentes de références  $s_{ref\ off}$  des analyseurs hors-axe et la tension d'offset  $v_o$  de la façon suivante :

$$\begin{cases} s_{ref\ off} = \langle s_{off} \rangle_t \\ v_o = M_C \cdot (\langle s_{TS} \rangle_t - (s_{ref\ TS} - s_{NCPA})) \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

cette dernière étant alors simplement le reflet sur le miroir déformable des pentes de référence habituellement utilisées en boucle fermée.

### Mise en pratique en boucle ouverte

L'algorithme *learn and apply* nécessite de réaliser des mesures de turbulence sur une durée assez longue afin de déterminer le profil de turbulence à partir des covariances des pentes. Ces données peuvent avantageusement être utilisées à nouveau pour la détermination des pentes moyennes mesurées par les analyseurs hors-axe.

Dans l'ordre, il convient ainsi de réaliser les opérations suivantes :

- mesure de pentes sur l'ensemble des analyseurs
- détermination si nécessaire de la matrice de reconstruction  $M_T$
- calcul de la moyenne des mesures des analyseurs hors-axe, et utilisation de celles-ci en tant que pentes de référence
- application sur le miroir déformable d'une tension d'offset  $v_o$  telle que :  
 $v_o = M_C \cdot (\langle s_{TS} \rangle_t - (s_{ref\ TS} - s_{NCPA}))$

#### II.2.4.3 Mesure des NCPA par algorithme génétique

Diverses méthodes ont été développées afin de déterminer ces aberrations, comme le *simplex* (Nelder et Mead, 1965; Bissonauth *et al.*, 2004), ou la *diversité de phase* (Gonsalves, 1982; Blanc *et al.*, 2003), utilisant des images défocalisées de la source pour déterminer la phase résiduelle ayant engendré l'image vue par la caméra.

Le problème à résoudre est difficile car possédant de nombreux degrés de liberté : pour CANARY par exemple, il y en a 52 si on cherche un jeu de tensions sur le miroir déformable, 72 si on cherche des pentes de références sur le *truth sensor*. Chacune de ces variables peut de plus prendre n'importe quelle valeur continue dans un certain intervalle, rendant l'espace des solutions gigantesque. Ceci m'a donné l'idée d'implémenter un algorithme génétique : ce type de programme, basé sur le principe biologique d'adaptation au milieu de vie et de sélection naturelle, possède une capacité intéressante à résoudre ce genre de problèmes (Holland, 1992). Son seul inconvénient étant l'impossibilité de trouver la solution optimale dans un temps fini, mais seulement une "bonne" solution.

### Présentation de l'algorithme

Un algorithme génétique possède une logique de fonctionnement peu courante, celle-ci étant en grande partie basée sur le hasard, au même titre que l'évolution biologique. La figure II.17 représente de façon schématique son fonctionnement.

On choisit au départ un ensemble de solutions, formant des *individus*, et constituant la *population* de départ. Chacun des ces individus est confronté au problème à résoudre (ici, obtenir une image correcte sur la caméra scientifique) et est noté en fonction des performances obtenues. Cette note, traduisant la capacité à résoudre le problème, permet de classer les solutions en fonction de leurs performances ; on peut espérer qu'une combinaison des meilleurs résultats puisse améliorer encore les choses : l'étape de *reproduction* assure cette opération. Celle-ci s'effectue en plusieurs phases : tout d'abord, la sélection des *parents* ; celle-ci peut se faire au moyen d'un système de loterie biaisée basée sur la note obtenue, ou encore par un système de tournoi : on assure ainsi que les meilleures solutions seront favorisées pour participer à l'élaboration de la génération suivante. Puis vient l'étape de *crossing-over*, directement inspirée de la biologie, et consistant à mélanger les caractères des parents, et l'étape de mutation, induisant potentiellement des variations aléatoires dans les caractères de l'enfant. Cette dernière étape est particulièrement importante, puisque les mutations permettent de parcourir l'espace des solutions et éviter ainsi de bloquer l'algorithme dans un minimum local ; il faut ajuster ce paramètre de façon à permettre cette exploration, tout en évitant d'empêcher la convergence par des mutations trop nombreuses. Enfin, cet algorithme étant aléatoire, il peut être plus sûr de conserver d'une génération à la suivante les meilleures solutions (phase d'élitisme).

La génération *enfant* remplace alors la précédente, et toutes ces étapes sont ensuite répétées autant de fois que nécessaire pour converger vers une solution.

### Choix des paramètres

Plusieurs jeux de paramètres ont été testés, et ce chapitre présente la meilleure configuration trouvée.

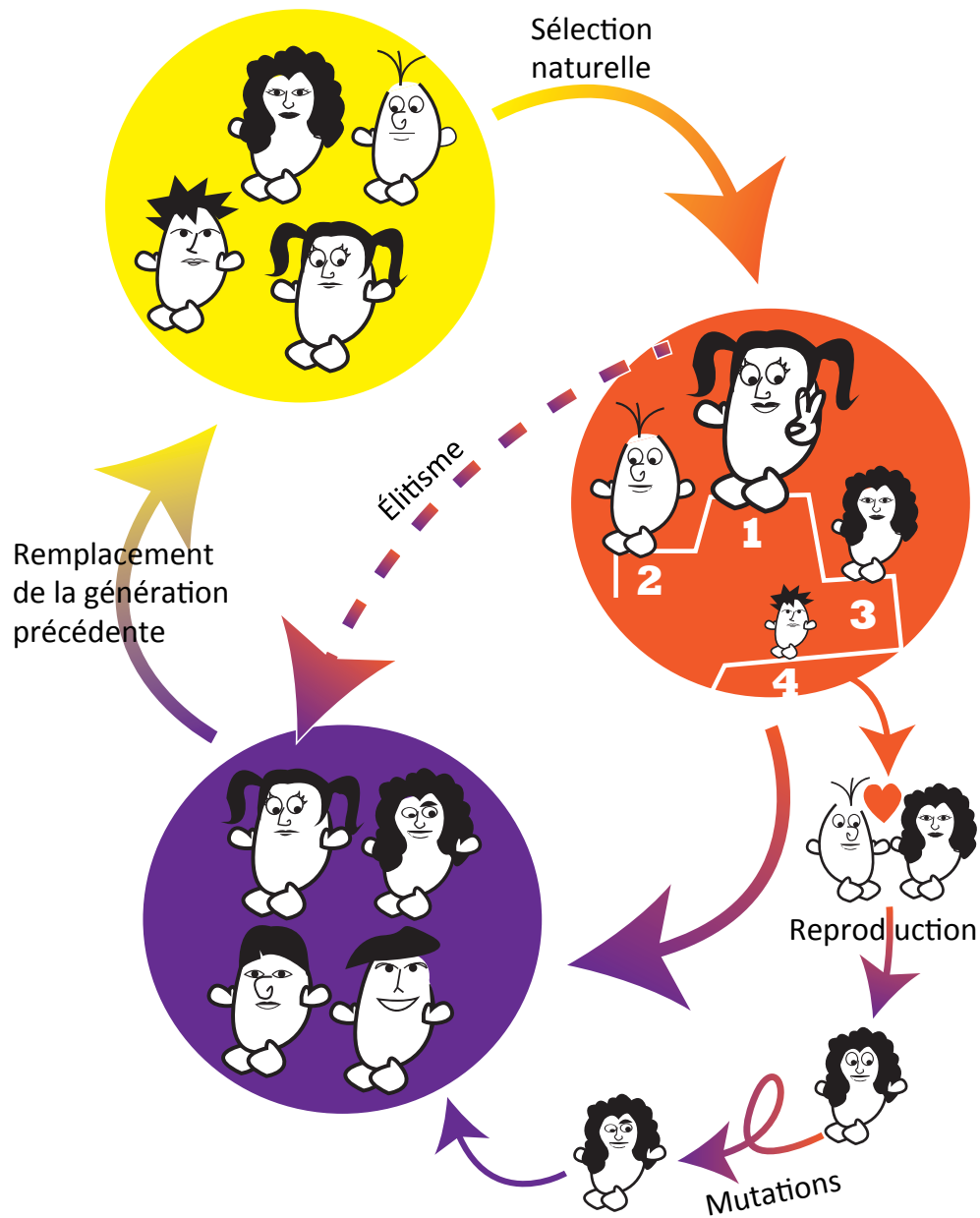


FIGURE II.17 – Représentation du fonctionnement d’un algorithme génétique : les solutions de départ (bulle jaune) sont évaluées et classées en fonction de leurs performances à résoudre le problème (bulle orange). Une phase de reproduction, basée sur le classement précédent, et de mutation permettent ensuite de générer une nouvelle population de solutions *enfants* (bulle violette) à laquelle on ajoute les meilleurs de la génération précédente (élitisme). Cette nouvelle génération remplace alors la population précédente.

### Population de départ

Le choix de celle-ci est important : il faut choisir un nombre d'individus correct, et y représenter correctement l'espace des solutions, et si possible fournir au système de l'aide pour converger rapidement.

Le nombre d'individus a été fixé à 100, taille de population typique des algorithmes génétiques. Ceux-ci ont été choisis parmi deux types de solutions :

- des polynômes de Zernike de bas ordre (défocus, astigmatisme, ...) à différentes intensités
- des pentes aléatoires

Dans cette configuration, les premiers fournissent au système la possibilité de corriger les bas ordres et ainsi obtenir une image acceptable dès les premières générations. Les derniers au contraire fournissent le caractère aléatoire permettant à l'algorithme de parcourir l'espace des solutions. On peut noter que cette dernière partie est optionnelle, les mutations pouvant également jouer ce rôle, mais de façon plus lente.

### Système de notation

Ce critère de notation est toujours délicat à choisir, il doit en effet favoriser les meilleures solutions sans pour autant définitivement exclure les autres afin de minimiser le temps de convergence. Plusieurs ont été testés, attribuant une note proportionnelle au rapport de Strehl  $S$ , à  $\log(S) \approx -\sigma_\varphi^2$  ou à  $S^2$ , et c'est cette dernière solution qui a donné les meilleurs résultats.

### Sélection des parents et reproduction

Le choix se fait par loterie biaisée, c'est-à-dire que les individus ont une probabilité proportionnelle à leur note d'être tirés au sort.

Le crossing-over peut ensuite se faire de différentes façon. La première solution est celle du crossing-over à un ou plusieurs points, pour laquelle on choisit au hasard des groupes de pentes qui, assemblés, formeront l'individu de la génération suivante. J'ai choisi de croiser les pentes en X et Y au même endroit : en effet, rien n'empêche de considérer l'ensemble comme un vecteur de 72 valeurs, mais il semblait *a priori* plus judicieux de garder les valeurs par paire. La figure II.18 représente un croisement en deux points dans les conditions qui viennent d'être énoncées.

Il est généralement considéré (Beasley *et al.*, 1993) que le croisement en deux points donne de meilleurs résultats, mais aucune différence n'a été constatée avec un croisement en un point pour cet algorithme.

Une autre possibilité testée consiste à faire la moyenne pondérée ou même la somme des valeurs des parents : cette solution est à proscrire vu les résultats obtenus, l'évolution étant alors nulle ou très lente (voir figure II.20 et paragraphe suivant).

### Les mutations

La probabilité de mutation a été fixée à 5%. Pour chaque individu mutant, il est tiré au sort un ensemble de pentes, qui subiront un ajout de valeurs aléatoires. Il aurait été

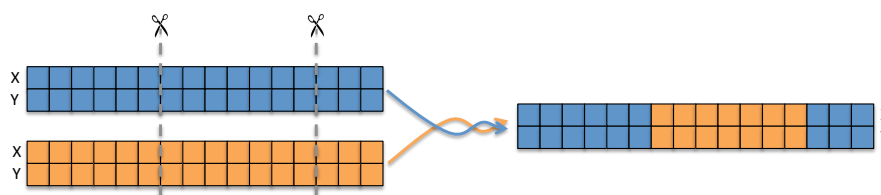


FIGURE II.18 – Représentation du croisement entre deux jeux de pentes (“individus”) : chacun est coupé aux mêmes endroits, et les morceaux sont croisés pour en former un nouveau, qui ira rejoindre la génération suivante.

également possible de remplacer les pentes sélectionnées par les valeurs aléatoires, mais ceci n’a pas été testé.

### Elitisme

Afin de prévenir la perte potentielle de bons résultats d’une génération à l’autre, les meilleurs individus sont sauvegardés d’une génération à la suivante : différentes valeurs entre 1 et 20 ont été testées, sans impact sur la convergence.

### Résultats

L’utilisation de cet algorithme sur le banc CANARY a permis d’atteindre jusqu’à 75% de Strehl, de façon parfaitement répétable, avec une durée typique de convergence de 35 à 40 générations (soit 1h30 d’acquisition étant donné la configuration actuelle du banc). La figure II.19 donne un exemple de PSF obtenue de cette façon, sur laquelle le premier anneau est parfaitement visible et équilibré.

Comme déjà énoncé ci-dessus lors de l’énumération des paramètres, les meilleurs choix ont été les suivants :

- utilisation de polynômes de Zernike (les 9 premiers, correspondant à 3 ordres radiaux) pour la population initiale, même si l’algorithme converge presque aussi bien sans cette aide.
- crossing-over en 1 ou 2 points.
- une amplitude suffisante des pentes pour la population initiale ( $0.2px$  s’est avéré trop faible pour CANARY, tandis que pour  $0.5px$  et au delà, la convergence s’effectuait correctement).
- une notation proportionnelle au rapport de Strehl au carré.

La figure II.20, représentant le meilleur Strehl par génération, donne des exemples typiques de convergence obtenus lors des nombreux tests, mettant en valeur les conséquences de certains choix. Le croisement par crossing-over à 1 point de croisement donne les courbes orange et rouge : celles-ci tendent en 35 générations environ vers une valeur limite proche de 75% de Strehl ; les deux autres courbes sont le résultat de reproduction



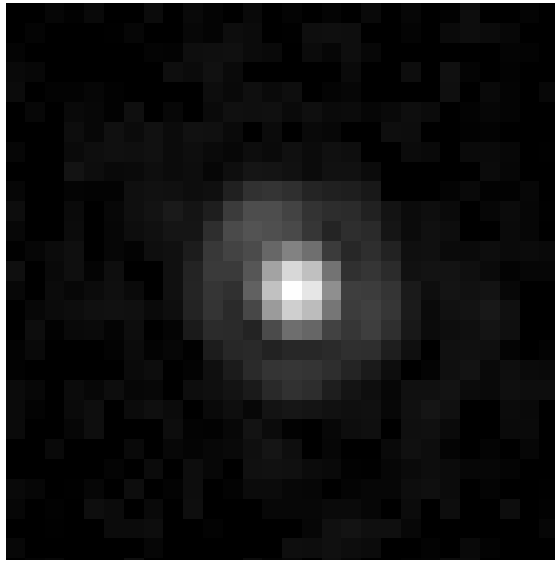


FIGURE II.19 – FEP obtenue par algorithme génétique sur le banc CANARY, estimée à 74% de Strehl

par moyenne, n'apportant aucune évolution notable sur 50 générations.

L'utilisation ou non de polynômes de Zernike dans la population initiale influe en particulier sur le Strehl des premières générations : on voit ainsi que les courbes en cyan et rouge (utilisant les polynômes) commencent à 65% de Strehl tandis que les courbes bleue et orange démarrent autour de 50% ; ceci n'empêche pas cette dernière de rattraper son retard pour atteindre des performances comparables à celle représentées par la courbe rouge.

Enfin, la figure II.21 représente les pentes de référence déterminées par l'algorithme pour les configurations correspondant aux courbes rouges et oranges, soit celles ayant correctement convergé malgré la différence de la population de départ. On constate alors que le résultat des deux évolutions est remarquablement semblable sur la majeure partie de la pupille après seulement 50 générations.

### Conclusion

Le principal défaut de cette méthode est que sa mise en œuvre reste longue dans notre cas, en particulier en raison du temps nécessaire à l'acquisition des images de la caméra scientifique (un peu plus de deux secondes) : l'évolution de 50 générations nécessitent ainsi environ deux heures. Cet inconvénient est cependant tout à fait relatif car dépendant fortement de la configuration matérielle (l'algorithme en lui-même étant très simple et nécessitant peu de puissance de calcul). On pourrait par exemple envisager d'effectuer le calcul du rapport de Strehl par l'ordinateur pilotant la caméra, évitant de cette façon un transfert de nombreuses images.

Cet algorithme présente cependant le grand avantage de s'adapter de façon extrême-

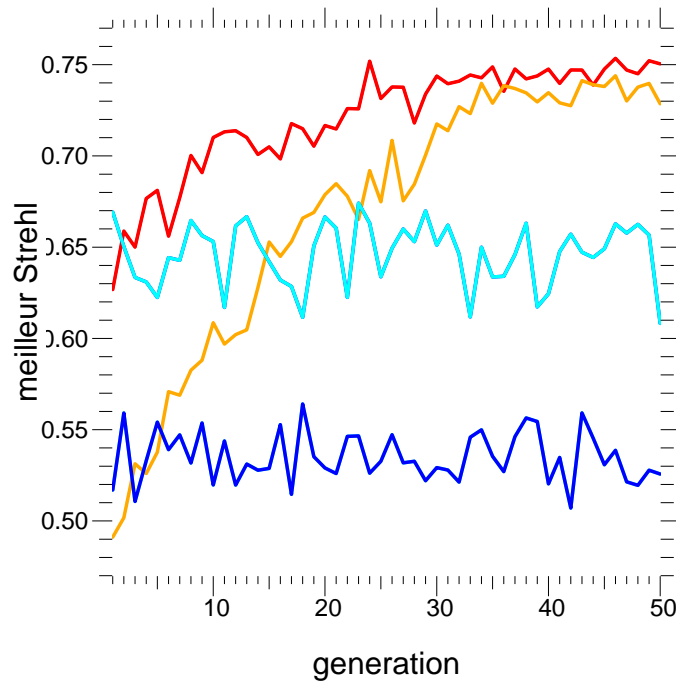


FIGURE II.20 – Représentation du meilleur Strehl de chaque génération, pour quatre configurations différentes. En bleu et cyan, un croisement par moyenne a été utilisé, tandis que pour les courbes en rouge et orange le croisement a été réalisé par *crossing-over*. Pour les courbes en rouge et cyan, l'initialisation incluait des polynômes de Zernike contrairement aux deux autres.

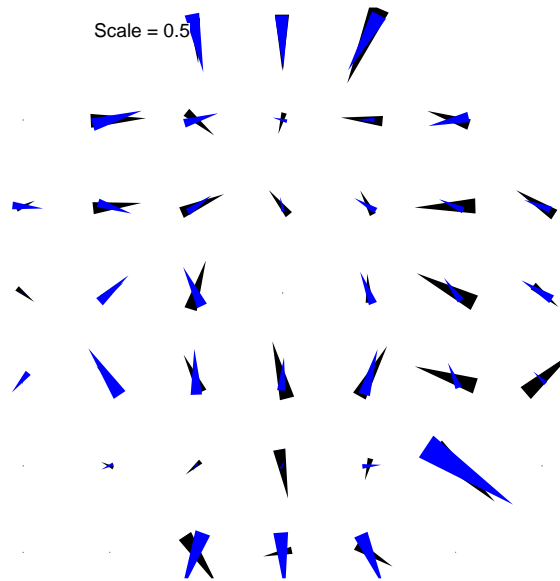


FIGURE II.21 – Représentations des pentes de référence déterminées par algorithme génétique pour deux configurations correspondant aux courbes rouge et orange de la figure II.20 : en noir celles ayant utilisé au départ les polynômes de Zernike, en bleu celles étant parties d’une génération complètement aléatoire.

ment souple sur n’importe quel système d’optique adaptative car ne nécessitant aucune connaissance préalable, l’évolution étant guidée par l’expérience et non par un quelconque modèle ou étalonnage. Enfin, les essais effectués sur le banc CANARY montrent que les performances semblent être tout à fait à la hauteur d’autres algorithmes tels que la diversité de phase, le rendant ainsi parfaitement crédible pour la détermination des NCPA.

## II.3 Développements réalisés pour CANARY

### II.3.1 Fonctions de transfert et retard pur

Les fonctions de transfert permettent de caractériser le comportement et les performances de la boucle d’asservissement (Demerlé *et al.*, 1994; Madec, 1999). Elles donnent entre autres accès au retard pur entre la mesure d’une perturbation et sa correction, et au comportement fréquentiel de la correction.

Je présente tout d’abord les fonctions de transfert de façon détaillée afin de prendre en compte l’aspect numérique et analogique des différentes données, avant d’exposer les fonctions de transfert utiles aux calculs ultérieurs et celles accessibles expérimentalement. Ces dernières sont comparées à des mesures que j’ai effectuées sur CANARY afin de m’assurer des performances du système ainsi que pour déterminer le retard, qui sera

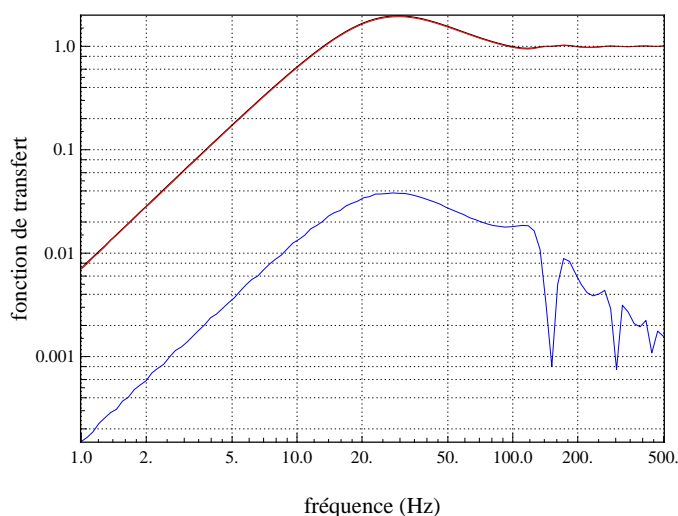


FIGURE II.22 – Fonction de transfert de correction en boucle fermée obtenue par simulation complète sur-échantillonnée de la boucle d’OA, avec un retard de 0.3 trames, un gain de 0.5 à une fréquence de 150 Hz. En noir : rapport au carré entre valeurs RMS de l’erreur et de l’entrée. En rouge : rapport au carré des amplitudes des sinusoïdes du fondamental. En bleu : rapport des valeurs RMS des harmoniques et du fondamental d’entrée. Les courbes rouge et noir sont pratiquement confondues : plus de 99% de l’énergie est en effet contenue dans le mode fondamental.

utilisé dans les paragraphes suivants pour d’autres étalonnages (voir les chapitres II.3.2, II.3.5 et II.4.1).

### II.3.1.1 Les limites des fonctions de transfert en optique adaptative

Dans un système d’optique adaptative usuel, des mesures du signal (la turbulence) sont effectuées par une caméra, qui échantillonne les données en raison de son temps de pose. Ceci peut en particulier provoquer un effet de repliement du spectre. Ensuite, le miroir déformable applique une correction “pas à pas” à une fréquence donnée (généralement identique à celle de fonctionnement de la caméra). Ainsi, d’un côté la turbulence évolue de façon continue tandis que la correction effectuée par la boucle d’asservissement s’effectue par paliers : le résidu de turbulence, qui est la différence entre ces deux grandeurs, se trouve alors affecté de fortes discontinuités (dues à la correction par le miroir déformable), et son spectre présente ainsi de nombreuses harmoniques qui n’étaient pas présentes dans le signal turbulent.

La théorie des filtres linéaires n’est ainsi manifestement pas applicable ici ; ceci s’explique par le fait qu’un système d’optique adaptative n’est pas invariant dans le temps, condition nécessaire à l’application de cette théorie.

Il est cependant possible d'effectuer des simulations permettant de vérifier la validité d'un filtre linéaire en optique adaptative. Pour cela, on simule un signal sinusoïdal sur-échantillonné, sur lequel les comportements de l'analyseur et du miroir déformable sont reproduits : on obtient alors le résidu de turbulence, qu'il est possible d'analyser afin d'en tirer trois paramètres :

- la valeur RMS
- l'amplitude (et phase) de la sinusoïde du fondamental
- la valeur RMS de tout ce qui n'est pas dans le mode fondamental (la puissance de toutes les harmoniques générées).

La figure II.22 présente les fonctions de transfert obtenues en effectuant cette simulation à diverses fréquences, et on constate empiriquement que la puissance contenue dans les harmoniques (en bleu) représente environ 1% de l'énergie totale, ce qui est relativement négligeable.

On montre ainsi que, si la théorie des filtres linéaires ne s'applique pas dans le cas d'une boucle d'optique adaptative, l'amplitude des harmoniques produites se trouve suffisamment faible pour que cette approximation soit correcte.

### II.3.1.2 Analogique ou numérique ?

Comme évoqué au paragraphe précédent, la turbulence et le résidu "vu" par la caméra scientifique sont des grandeurs analogiques variant continûment dans le temps. Au contraire, les mesures fournies par la caméra, les éventuelles perturbations ajoutées et les tensions appliquées au miroir déformables sont des grandeurs numériques, et échantillonnées. Il est ainsi important de faire la différence entre quelles grandeurs la fonction de transfert est calculée.

Dans tous les cas, il est possible de déterminer les fonctions de transfert de façon analogique et numérique, comme je l'expose dans le paragraphe suivant.

### II.3.1.3 Fonctions de transfert entre grandeurs analogiques

En boucle ouverte<sup>6</sup>, la perturbation en entrée subit plusieurs transformations successives, représentées sur les schémas fonctionnels des figures II.23 et II.24 :

- l'acquisition par la caméra, correspondant à un échantillonneur-bloqueur (incluant un retard d'une demi-trame  $T/2$ )
- une fonction de filtrage (correcteur), dépendant du type de boucle utilisé
- un retard pur  $\tau - T$  (transfert des images, temps de calcul ...) entre le milieu de l'acquisition et l'application de la commande décalée d'une demi-trame (voir ci-dessous).

---

6. J'utilise ici, et dans ce seul paragraphe, le formalisme de l'automatique. Le terme "boucle ouverte" ne correspond pas au mode de fonctionnement de l'optique adaptative (MOAO), mais à l'appellation classique dans les asservissement de la *fonction de transfert en boucle ouverte*.



- l'application sur le miroir durant une trame par les DAC (échantillonneur-bloqueur, incluant à nouveau une demi-trame de retard)

$T = 1/f_e$  est la période d'échantillonnage et  $\tau$  correspond au retard entre le début de l'acquisition et l'application de la correction correspondante sur le miroir déformable. Il est représenté sur la figure II.25.

On peut écrire la fonction de transfert en boucle ouverte (entre V et T, sur les figures II.23 et II.24) en notation de Laplace (pour laquelle  $p = 2i\pi f$ ) :

$$\underline{h_{bo}}(p) = \underbrace{\frac{e^{pT/2} - e^{-pT/2}}{pT} e^{-pT/2}}_{\text{échantillonneur-bloqueur}} \cdot \overbrace{e^{-p(\tau-T)}}^{\text{retard pur}} \cdot \underbrace{C(p)}_{\text{correcteur}} \cdot \underbrace{\frac{e^{pT/2} - e^{-pT/2}}{pT} e^{-pT/2}}_{\text{échantillonneur-bloqueur(DAC)}} \quad (\text{II.24})$$

Il serait également possible de prendre en compte l'effet des amplificateurs du miroir déformable, agissant comme un filtre passe-bas, cependant leur influence n'a jamais été observé sur les mesures.

Le correcteur (ici un intégrateur numérique) effectue ici l'opération :

$$y_n = y_{n-1} + g x_n \quad (\text{II.25})$$

dont la transformée en Z s'exprime de la façon suivante :

$$Y = Y z^{-1} + g X \quad (\text{II.26})$$

avec  $z = e^{-i2\pi\nu} = e^{-pT}$  et  $\nu = f/f_e$ ,  $f_e = 1/T$  étant la fréquence d'échantillonnage.

On obtient ainsi la fonction de transfert de l'intégrateur numérique :

$$C(p) = \frac{Y}{X} = \frac{g}{1 - e^{-pT}} \quad (\text{II.27})$$

d'où la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$\begin{aligned} \underline{h_{bo}}(p) &= \underbrace{\left( \frac{e^{pT/2} - e^{-pT/2}}{pT} e^{-pT/2} \right)}_{\text{échantillonneur-bloqueur}} \cdot \overbrace{e^{-p(\tau-T)}}^{\text{retard pur}} \cdot \underbrace{\frac{g}{1 - e^{-pT}}}_{\text{correcteur}} \cdot \underbrace{\left( \frac{e^{pT/2} - e^{-pT/2}}{pT} e^{-pT/2} \right)}_{\text{échantillonneur-bloqueur(DAC)}} \\ &= \frac{e^{pT/2} - e^{-pT/2}}{pT} e^{-p\tau} \cdot \frac{g}{pT} \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

**Remarque (approximation analogique) :** Dans les formules précédentes, il est équivalent de considérer un intégrateur analogique d'expression  $1/pT$  à la place de l'expression de l'intégrateur discret, à condition d'enlever l'échantillonneur-bloqueur correspondant aux DAC car la fonction de transfert  $1/pT$  assure elle-même *de facto* le maintien de la commande pendant une trame, et considérer un retard pur égal au temps écoulé entre la fin de l'intégration et le début de l'application de la commande :  $\tau - T/2$ . Dans ces conditions, on retrouve exactement l'expression II.28.

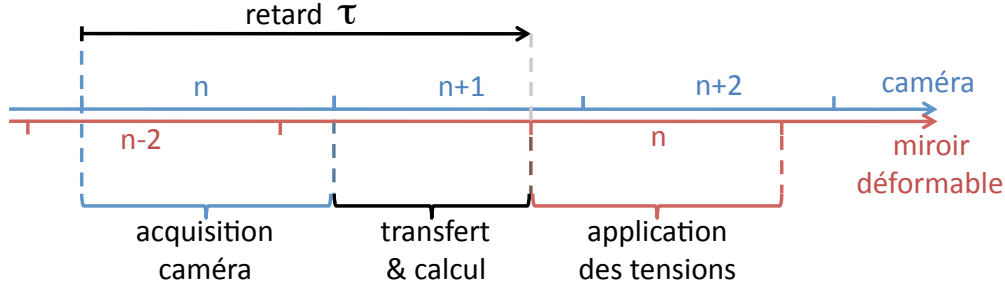


FIGURE II.25 – Représentation temporelle du décalage entre les mesures et la mise à jour des tensions du miroir déformable : les mesures de la trame  $n$  (en bleu) issue de la caméra servent à mettre à jour les tensions après acquisition et calcul.

### Application au filtre de boucle ouverte

Dans le cas de la boucle ouverte, la fonction de filtrage s'écrit :

$$y_n = (1 - g) y_{n-1} + g x_n \quad (\text{II.29})$$

En utilisant les transformées en  $Z$ , ceci devient :

$$Y = (1 - g) Y z^{-1} + g X \quad (\text{II.30})$$

On détermine ainsi le correcteur associé :

$$C(p) = \frac{Y}{X} = \frac{g}{1 - (1 - g)e^{-pT}} \quad (\text{II.31})$$

Celui-ci peut alors être remplacé dans l'équation précédente.

#### II.3.1.4 Fonctions de transfert entre grandeurs discrètes

Comme déjà évoqué, il existe un repliement du spectre en raison de l'échantillonnage temporel réalisé par l'analyseur, et les conséquences dans la boucle d'optique adaptative sont assez complexes. En effet, de par le principe même de la boucle d'asservissement, le signal de commande  $V$  (voir figure II.23) va être à nouveau mesuré par l'analyseur ; étant donné que ceux-ci possèdent la même fréquence de travail, le signal  $V$  est sous-échantillonné et – comme le montre la figure II.25 – *a priori* appliqué de façon décalée par rapport aux périodes d'acquisition de l'analyseur.

Conformément à ce qui a été écrit au paragraphe précédent, il serait tentant d'écrire les effets conjugués des DAC (maintenant la tension sur le DM pendant une trame), du retard pur et de l'échantillonnage par la caméra de la façon suivante :

$$\underline{h_{wfs+dac}} = \left( \frac{1 - e^{-pT}}{pT} \right)^2 e^{-p(\tau-T)} \quad (\text{II.32})$$



cette fonction de transfert reliant ainsi les grandeurs *numériques*  $M$  et  $C$ .

Cependant, cette forme ne prend pas en compte le repliement du spectre à la fréquence d'échantillonnage  $f_e$ , modélisé comme la convolution par un peigne de Dirac. Aussi faut-il écrire :

$$\underline{h_{wfs+dac}} = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \left( \frac{1 - e^{-p(f+k f_e)T}}{p(f+k f_e)T} \right)^2 e^{-p(f+k f_e)(\tau-T)} \quad (\text{II.33})$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \left( \frac{1 - e^{-pT-2i\pi k}}{pT + 2i\pi k} \right)^2 e^{-p\tau-2i\pi k(\tau-T)/T} \quad (\text{II.34})$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \left( \frac{1 - e^{-pT}}{pT + 2i\pi k} \right)^2 e^{-p(\tau-T)} e^{-2i\pi k(\tau-T)/T} \quad (\text{II.35})$$

$$= \left( \frac{1 - e^{-pT}}{pT} \right)^2 e^{-p(\tau-T)} \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \left( \frac{pT}{pT + 2i\pi k} \right)^2 e^{-2i\pi k(\tau-T)/T} \quad (\text{II.36})$$

Cette fonction est une transformée de Fourier, mais je n'ai cependant pas réussi à trouver de forme analytique simple.

En considérant la figure II.25, on peut cependant se convaincre que, puisque la mesure se fait "à cheval" sur deux valeurs de tensions appliquées successivement au miroir déformable, le signal mesuré correspondra à une convolution du signal de commande. En considérant un retard correspondant à  $\Delta n = \tau/T$  trames, on peut écrire la fonction de transfert numérique du retard fractionnaire :

$$\underline{h_X} = ((1 - \{\Delta n\}) + \{\Delta n\}e^{-2ifT})e^{-2if\lfloor\Delta n\rfloor} \quad (\text{II.37})$$

Cette fonction de transfert est représentée en pointillés sur la figure II.23 pour un retard  $\Delta n = 1.3$ .

On constate empiriquement que les deux dernières fonctions de transfert sont quasi-identiques, quelle que soit la valeur de  $\Delta n$ . A défaut de pouvoir démontrer la parfaite équivalence entre celles-ci, l'erreur (<1%) est assez négligeable pour que j'utilise l'équation II.37 comme fonction de transfert équivalente entre les grandeurs *numériques*  $M$  et  $C$ .

### II.3.1.5 Fonctions de transfert

Je définis ici un certain nombre de fonctions de transfert, donc je vais me servir pour décrire par la suite le comportement de la boucle d'asservissement, en particulier pour écrire les fonctions de transfert du bruit transmis  $\underline{h_{bf}}$  et de réjection  $\underline{h_{corr}}$

- $\underline{h_{wfs}} = (1 - e^{-pT})/pT$  : la fonction de transfert de l'analyseur
- $\underline{h_{dac}} = (1 - e^{-pT})/pT e^{-p(\tau-T)}$  : la fonction de transfert des DAC

- $\underline{h}_X$  (voir formule II.37) : la fonction de transfert *numérique*  $\underline{h}_{wfs+dac}$
- $\underline{h}_{\text{filtreBF}} = g/(1 - e^{-pT})$  : la fonction de transfert de l'intégrateur en boucle fermée (formule II.27)
- $\underline{h}_{\text{filtreBO}} = g/(1 - (1 - g)e^{-pT})$  : la fonction de transfert du filtre de boucle ouverte (formule II.31)
- $\underline{h}_b$  : la fonction de transfert reliant R et B et dite "analogique", ou reliant R vu par l'analyseur et B et dite "numérique"
- $\underline{h}_{\text{corr}}$  : la fonction de transfert entre R et T et dite "analogique", ou reliant R vu par l'analyseur et T vu par l'analyseur en boucle non engagée et dite "numérique"

### Fonction de transfert en boucle fermée

#### Fonctions de transfert numérique

On doit ici utiliser la fonction de transfert  $\underline{h}_X$ , prenant en compte le repliement du spectre :

$$\underline{h}_{\text{corr}} = \frac{1}{1 + \underline{h}_X \cdot \underline{h}_{\text{filtreBF}}} \quad (\text{II.38})$$

$$\underline{h}_b = \frac{\underline{h}_{\text{filtreBF}}}{1 + \underline{h}_X \cdot \underline{h}_{\text{filtreBF}}} \quad (\text{II.39})$$

Ces fonctions de transfert s'appliquent donc à des données numériques, échantillonnées, dont le spectre est périodique et symétrique par rapport à la fréquence de Nyquist.

#### Fonctions de transfert analogiques

Les fonctions de transfert du paragraphe précédent concernent des grandeurs mesurables, mais ne sont toutefois pas celles qui caractérisent les performances du système. Il faut pour cela écrire les fonctions de transfert analogiques :

$$\underline{h}_b = \frac{\underline{h}_{\text{filtreBF}} \cdot \underline{h}_{\text{dac}}}{1 + \underline{h}_{wfs} \cdot \underline{h}_{\text{filtreBF}} \cdot \underline{h}_{\text{dac}}} \quad (\text{II.40})$$

$$\underline{h}_{\text{corr}} = \frac{1}{1 + \underline{h}_{wfs} \cdot \underline{h}_{\text{filtreBF}} \cdot \underline{h}_{\text{dac}}} \quad (\text{II.41})$$

### Fonction de transfert en boucle ouverte

Il n'est ici pas question de mesurer des fonctions de transfert numériques, l'analyseur ne "voyant" pas le miroir déformable. On peut cependant toujours écrire les fonction de transfert analogiques :

$$\underline{h}_b = \underline{h}_{wfs} \cdot \underline{h}_{\text{filtreBO}} \cdot \underline{h}_{\text{dac}} \quad (\text{II.42})$$

$$\underline{h}_{\text{corr}} = 1 - \underline{h}_{wfs} \cdot \underline{h}_{\text{filtreBO}} \cdot \underline{h}_{\text{dac}} \quad (\text{II.43})$$

### II.3.1.6 Mesure des fonctions de transfert numériques

**Remarque :** Dans l'idéal, on souhaiterait mesurer et caractériser les fonctions de transfert analogiques, car ce sont elles qui expriment les performances réelles de la boucle. Il est cependant impossible de les obtenir, puisqu'il faudrait avoir accès aux grandeurs analogiques (T, B et R), or le seul moyen d'obtenir des mesures est donné par l'analyseur (M). On considère donc par la suite les fonction de transfert  $h_{corr}$  et  $h_{bf}$  numériques.

Pour déterminer expérimentalement la réponse fréquentielle de la boucle d'optique adaptative, en boucle ouverte ou en boucle fermée, il existe plusieurs solutions : un balayage en fréquence (très lent), la réponse à un dirac (mal adapté à la discrétisation) ou la réponse à un bruit blanc. C'est cette dernière solution que j'ai utilisée pour réaliser les mesures sur CANARY.

Un bruit blanc ayant la propriété de contenir l'ensemble des fréquences, la réponse de l'analyseur à un tel signal appliqué sur le miroir déformable contient toutes les informations relatives au comportement de la boucle d'asservissement, et permet d'en calculer la fonction de transfert.

En pratique donc, j'ai généré et appliqué à un actionneur un bruit blanc gaussien  $P_{pertu}$  de variance  $\sigma_{pertu}^2$ . Une acquisition synchronisée des pentes et tensions est ensuite effectuée, en boucle désengagée et en boucle engagée. Les pentes mesurées sont alors projetées sur les tensions du miroir – en particulier celles de l'actionneur choisi – grâce à la matrice de commande, donnant la tension mesurée  $M_{mes}$ . La fonction de transfert est alors très simple à calculer :

$$\underline{h} = \frac{TF[M_{mes}]}{TF[P_{pertu}]} \quad (\text{II.44})$$

Par construction, la transformée de Fourier du signal  $P_{pertu}$  est une constante liée à la variance de celui-ci : la transformée de Fourier de  $M_{mes}$  est donc directement proportionnelle à la fonction de transfert  $\underline{h}$ .

A partir des mesures, il est possible de déterminer le module carré des fonctions de transfert numériques  $H_b$  et  $H_{corr}$  ainsi que le retard pur. Chacun de ces paramètres peut être comparé ou déterminé à partir des modélisations théoriques des fonctions de transfert.

#### Mesures réalisées

Les mesures présentées ici ont été réalisées en boucle fermée, pour un gain de 0.6, en boucle désengagée et engagée.

Concernant les mesures en boucle désengagée, celles-ci ne fournissent pas la fonction de transfert en boucle ouverte (formule II.28) puisque le correcteur (proportionnel intégrateur) n'est pas utilisé. On mesure en réalité la fonction de transfert numérique du retard fractionnaire, notée  $\underline{h}_X$ , traduisant la réponse de l'analyseur (en amplitude et avec le retard associé) à une commande appliquée sur le miroir déformable.

Les mesures effectuées en boucle engagée permettent ensuite de calculer une autre fonction de transfert, correspondant au produit  $h_{corr} \cdot h_X$  entre la fonction de transfert de réjection en boucle fermée et la fonction de transfert précédente. Ainsi, le rapport entre les deux fonctions de transfert mesurées (en boucle engagée et désengagée) est la fonction de transfert de réjection *numérique*  $h_{corr}$ .

### Module carré des fonctions de transfert

Comme évoqué précédemment, le signal d'entrée possédant un spectre constant, la densité spectrale de puissance (module au carré de sa transformée de Fourier) du signal  $M_{mes}$  est proportionnel au module carré de la fonction de transfert :

$$H = |h|^2 = \frac{|TF[M_{mes}]|^2}{\sigma_{pertu}^2} \quad (II.45)$$

le terme au dénominateur étant la variance du signal d'entrée.

En boucle désengagée, cette fonction renseigne sur le comportement du couple analyseur/miroir déformable à l'ensemble des fréquences. En effet, si les basses fréquences sont bien vues par le système, ceci n'est plus vrai pour des fréquences proches de la fréquence d'échantillonnage.

En boucle engagée, elle contient des informations sur l'efficacité de la correction en fonction de la fréquence : on s'attend en particulier à ce que les basses fréquences soient bien corrigées par la boucle d'asservissement.

### Mesure du retard pur (*latency*)

Le retard pur est un paramètre important en asservissement : il influe en particulier fortement sur la stabilité du système en fonction de la fréquence, et joue un rôle important dans les performances qu'il est possible d'obtenir après correction.

Ce retard a plusieurs origines :

- le temps de pose de la caméra : il correspond forcément à une trame de retard, soit 4ms à 250Hz par exemple
- le temps de lecture de la caméra : 2ms pour les caméras ANDOR utilisées sur CANARY
- le temps de transfert de l'image au ordinateur (opération *a priori* simultanée avec la lecture de la caméra)
- le temps de calcul du Calculateur Temps Réel (RTC), qui, comme son nom ne l'indique pas, nécessite quelques millisecondes
- l'envoi de la commande au miroir déformable, et le temps de réponse de celui-ci

Si les deux premiers paramètres sont imposés (le premier par la fréquence d'échantillonnage, le second par la caméra), les suivants nécessitent une mesure, qui interviendra par la suite notamment dans le calcul des matrices d'interactions (chapitre II.3.2), l'estimation du gain optimal (chapitre II.3.5) et de l'erreur de bande passante (chapitre II.4.1).

Ce retard (acquisition, transfert & calcul) est représenté sur la figure II.25 : comme déjà évoqué, celui-ci ne correspondant pas – en général – à un nombre entier de trames, l'application des tensions se fait de façon décalée par rapport aux périodes d'acquisition de la caméra.

**Remarque :** Je précise ici que le RTC de CANARY fonctionne de telle sorte que le retard est le même en boucle désengagée et en boucle engagée : en effet, le calcul des tensions de commande est systématiquement effectué, mais envoyé ou non aux amplificateurs du miroir déformable en fonction de l'état de la boucle. Les mesures présentées ci-après en boucle désengagée sont donc parfaitement représentatives du fonctionnement de CANARY en boucle engagée. De même le calcul étant effectué sur des matrices de commande de tailles identiques en boucle ouverte et fermée (possédant des blocs de 0 aux endroits appropriés), le retard estimé ici est *toujours* valable, quel que soit le mode de fonctionnement du système.

Dans les formules analogiques, la fonction de transfert en boucle ouverte contient un terme  $e^{-p\tau}$  traduisant le retard pur  $\tau$  de la boucle. L'argument de ce terme est ainsi proportionnel à la fréquence, et sa pente permet de calculer ce retard  $\tau$  :

$$\phi(f) = \arg(e^{-p\tau}) = -2\pi f\tau \quad (\text{II.46})$$

Cependant, les données utilisées ici sont échantillonnées, et, dans ce cas, c'est à travers l'expression de l'équation II.37 que le retard va s'exprimer :

$$\phi(f) = \arg(h_X) = \arg(((1 - \{\Delta n\}) + \{\Delta n\}e^{-2ifT})e^{-2if\lfloor\Delta n\rfloor}) \quad (\text{II.47})$$

La forme de cette fonction est représentée en noir sur la figure II.26.

On note que le développement limité au premier ordre en 0 permet de retrouver l'approximation analogique :

$$\begin{aligned} \phi(f) &\underset{0}{\sim} \arg((1 - 2i\pi f\{\Delta n\}T)(1 - 2i\pi f\lfloor\Delta n\rfloor T)) \\ &\underset{0}{\sim} \arg(1 - 2i\pi fT(\lfloor\Delta n\rfloor + \{\Delta n\})) \\ &\underset{0}{\sim} \arg(1 - 2i\pi f\Delta n T) \\ &\underset{0}{\sim} -2i\pi f\Delta n T \end{aligned} \quad (\text{II.48})$$

Ce qui donne bien le même résultat que l'équation II.46, avec  $\Delta n T = \tau$ . Cette équivalence entre les deux modèles est exacte pour toutes les fréquences (et non seulement proche de 0) pour tout retard  $\tau$  correspondant à un nombre entier de trames.

A partir des mesures, on peut calculer  $h_X$  et son argument. Afin d'estimer le retard associé, on peut utiliser un ajustement utilisant la formule II.47, ce qui n'est pas facile à mettre en œuvre. On peut alors choisir d'utiliser l'approximation analogique II.46, et estimer la pente de la courbe en 0 : cet ajustement est donné en rouge sur la figure

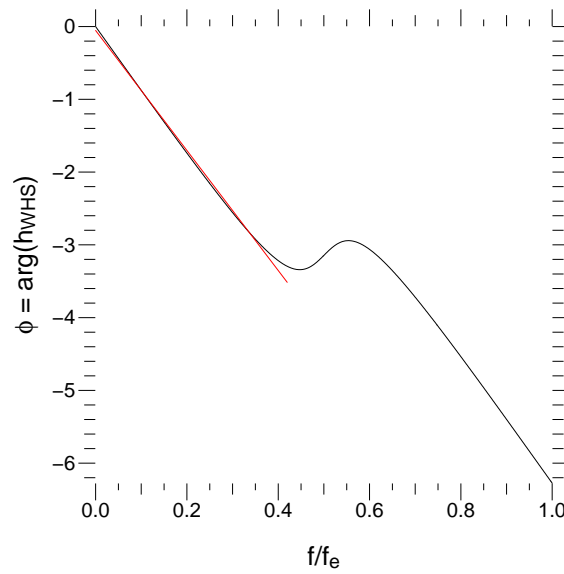


FIGURE II.26 – En noir : argument de la fonction de transfert  $\underline{h}_X$  comportant un retard pur de 1.4 trames en fonction de la fréquence réduite. L'ajustement linéaire sur l'intervalle  $f/f_e \in [0, 0.4]$  est représenté en rouge.

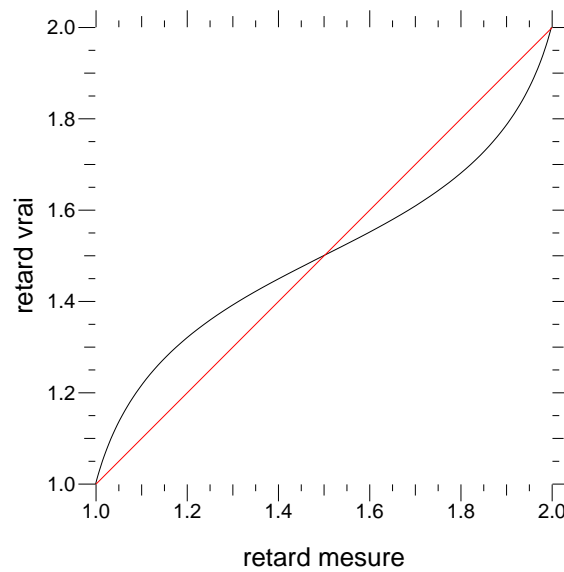


FIGURE II.27 – Afin de tenir compte de l'échantillonnage des mesures, le graphe ci-dessus (en noir) permet de déterminer le retard réel (exprimés en nombre de trames) en fonction du retard mesuré par ajustement linéaire de l'argument de la fonction de transfert  $\underline{h}_X$  (voir figure II.26).

II.26. Cette dernière option conduit nécessairement à une erreur sur la mesure : en effet, soit on restreint fortement l'intervalle sur lequel l'ajustement est effectué afin de rester "proche de 0", ce qui rend la mesure sensible au bruit, soit on le réalise sur une partie plus importante de la courbe, ce qui induit une erreur due à la forme de celle-ci. Il est cependant possible d'étalonner cette erreur afin de la prendre en compte : la figure II.27 représente le retard réel (en nombre de trames) en fonction du retard estimé par ajustement linéaire dans l'intervalle  $f/f_e \in [0, 0.4]$ ; on note que la correction peut atteindre 0.15 trames. Cette méthode, combinant les avantages d'un ajustement linéaire facile à réaliser et d'un bruit de mesure réduit, a été utilisée pour les mesures présentées ci-dessous.

### II.3.1.7 Résultats

Les mesures présentées dans ce paragraphe ont été obtenues pour des fréquences d'échantillonnage de 250Hz (figures II.29 et II.31) et 125Hz (figures II.28 et II.30), encadrant les fréquences auxquelles le système est habituellement utilisé.

Pour chacune d'elles, un jeu de données a été acquis sur chaque actionneur, en boucle désengagée et en boucle fermée engagée. Les résultats présentés à la suite concernent d'abord l'un d'eux afin d'illustrer les résultats obtenus concernant la mesure des modules carrés des fonctions de transfert et du retard pur, avant de s'intéresser à la valeur de ce retard en fonction de l'actionneur considéré.

#### Mesure du retard

Les graphiques présentés sur les figures II.28 et II.29 représentent l'argument de la fonction de transfert  $\underline{h_X}$  mesurée sur banc optique pour deux fréquences (125Hz et 250Hz). Le retard a été estimé en prenant en compte l'aspect discret des mesures, et la courbe théorique correspondante donnée par la formule II.47 a été tracée en vert. On constate que celle-ci est en très bon accord avec les mesures, le retard a donc correctement été estimé par la méthode présentée au paragraphe précédent.

Les mesures de retard pur ont ainsi donné les résultats suivants :

- à 250Hz : 7.2ms en moyenne sur le DM, 8.35ms sur le *tip-tilt*, soit respectivement 1.80 et 2.09 trames de retard
- à 125Hz : 10.9ms sur le DM et 11.25ms sur le *tip-tilt*, soit 1.36 et 1.41 trames de retard

Je rappelle ici que les retards déterminés ici sont toujours valables pour CANARY, quelle que soit la configuration utilisée (boucle ouverte/fermée, engagée/désengagée), et que ce retard est donc en particulier le retard effectif de la boucle d'asservissement MOAO pour les fréquences étudiées.

#### Module carré des fonctions de transfert

Les figures II.30 et II.31 représentent pour les deux fréquences étudiées le module

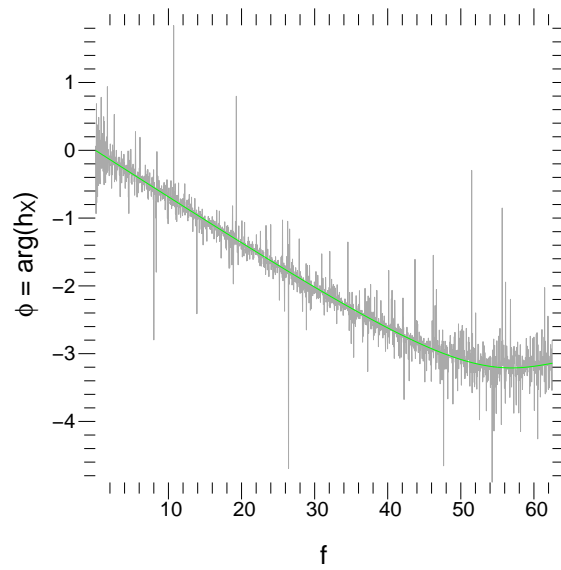


FIGURE II.28 – Argument de la fonction de transfert  $\underline{h_X}$  mesurée à 125Hz en boucle désengagée (en gris) en fonction de la fréquence. La courbe en vert est l'expression théorique correspondante pour le retard estimé (10.94ms) à partir des mesures.

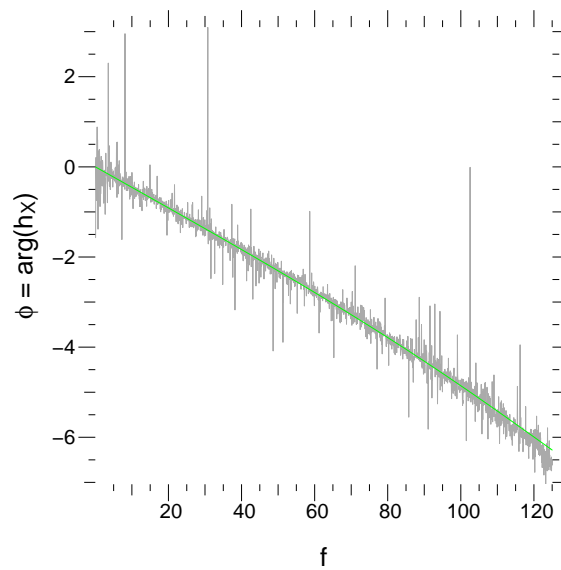


FIGURE II.29 – Argument de la fonction de transfert  $\underline{h_X}$  mesurée à 250Hz en boucle désengagée (en gris) en fonction de la fréquence. Le retard mesuré est ici de 7.23ms.



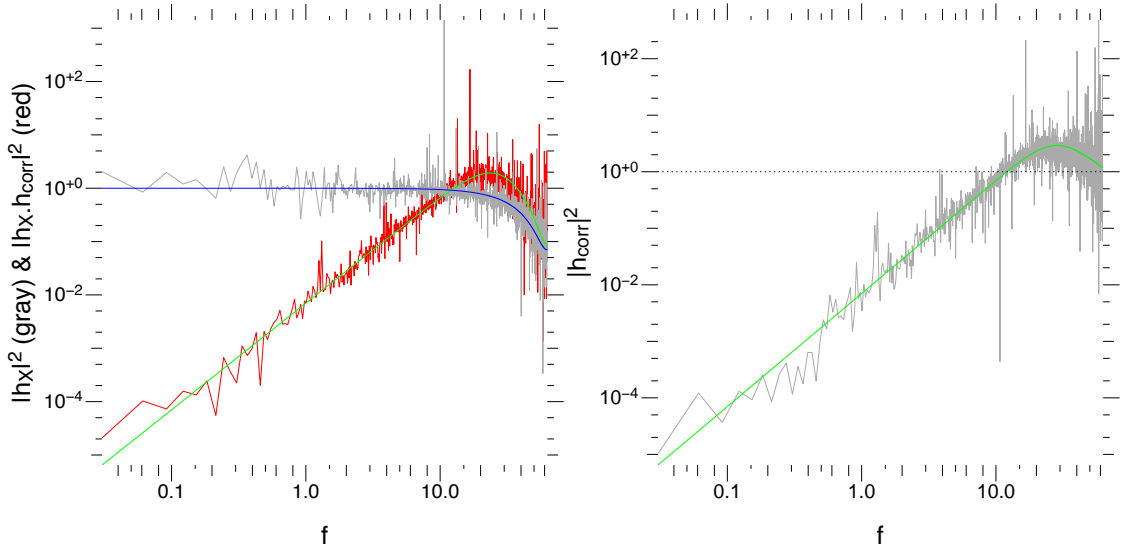


FIGURE II.30 – A gauche : modules carrés des fonctions de transfert  $h_X$  (en gris) et  $\underline{h_X} \cdot \underline{h_{corr}}$  (en rouge) en fonction de la fréquence  $f$ , correspondant respectivement aux mesures effectuées en boucle désengagée et en boucle fermée engagée. Les courbes théoriques correspondantes sont en bleu et vert. A droite : module carré de la fonction de transfert de réjection  $\underline{h_{corr}}$  mesurée en gris, et la courbe théorique correspondante en vert. Ces mesures ont été effectuées à 125Hz.

des fonctions de transfert accessibles à la mesure et les ajustements réalisés, prenant notamment en compte le retard estimé au paragraphe précédent.

A gauche de ces figures sont représentés les modules carrés des fonctions de transfert directement mesurées : en gris celui de la réponse de l'analyseur  $|h_X|^2$ , et en rouge son produit avec la fonction de transfert de réjection  $|\underline{h_X} \cdot \underline{h_{corr}}|^2$ . Les courbes théoriques, respectivement en bleu et vert, prenant en compte le gain de 0.6 utilisé et le retard précédemment estimé, représentent fidèlement les mesures réalisées. Comme attendu, on remarque que la sensibilité de l'analyseur décroît lorsque la fréquence augmente.

A droite de ces figures, le rapport des deux mesures précédentes permet d'obtenir le module carré de la fonction de transfert de réjection  $H_{corr}$ . La valeur théorique, en vert, donnée par la formule II.38 tenant compte du retard estimé s'accorde à nouveau très bien avec les mesures. Ceci permet de valider la représentation du système par les équations des fonctions de transfert données à la section précédente, ainsi que la méthode d'estimation du retard utilisée.

Cette dernière courbe traduit donc les performances de la boucle fermée, qui est comme attendue très efficace à basse fréquence, mais présente un dépassement à plus haute fréquence.

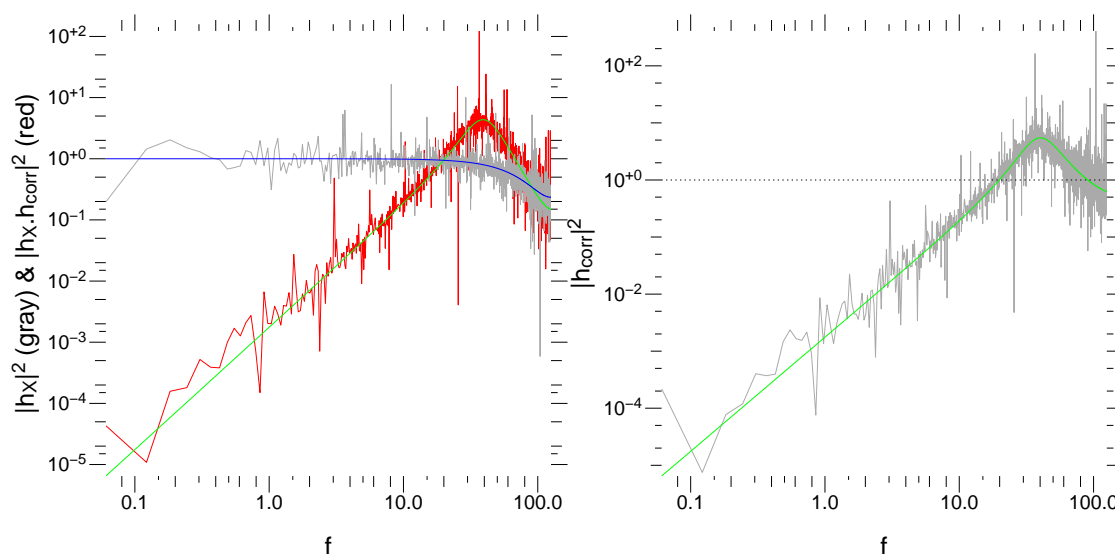


FIGURE II.31 – Modules carrés des fonctions de transfert mesurées à 250Hz, similaires à celles présentées à la figure II.30.

### Retard pur en fonction de l'actionneur

La mise à jour des tensions du miroir déformable et *tip-tilt* se fait après calcul par le RTC par l'intermédiaire d'un ordinateur appelé DMC (DM-controller) puis des amplificateurs de tension. Mais surtout, elle s'effectue actionneur par actionneur et cet effet est parfaitement visible lorsqu'on trace les temps de retard estimés précédemment en fonction de l'actionneur considéré comme sur la figure II.32.

J'ai pu ainsi estimer le temps de mise à jour d'un actionneur à environ  $6\mu s$  pour  $f_e = 125Hz$  et à  $7.8\mu s$  pour  $f_e = 250Hz$ . La différence entre ces deux valeurs peut en particulier s'expliquer par le manque de précision de la première mesure, fortement bruitée.

#### II.3.1.8 Conséquences

Le retard provoque des défauts de stabilité dans la boucle d'asservissement, et en particulier peut conduire à réaliser l'inverse de l'effet escompté dans un certain domaine de fréquences, en fonction du gain de boucle utilisé. Ceci se voit par exemple sur la figure II.31 à droite : la fonction de transfert de réjection en boucle fermée dépasse l'unité sur un domaine de fréquence (20 à 90Hz), et atteint une valeur maximum de 5.5. A 125Hz, le retard est moindre (1.36 trames au lieu de 1.8 trames), aussi ce dépassement est au maximum de 2.9 seulement (voir figure II.30).

Une autre chose, déjà évoquée et utilisée ici mais qui prendra son importance dans le chapitre suivant, est le décalage temporel entre les tensions appliquées et pentes mesurées

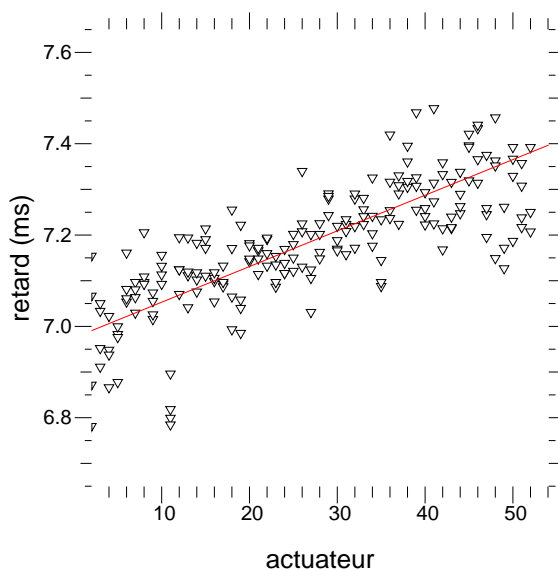


FIGURE II.32 – Retard pur mesuré en fonction du numéro de l’actionneur. L’ajustement linéaire réalisé est représenté en rouge, et renseigne sur la rapidité de mise à jour des tensions sur le miroir déformable.

qui ne correspond pas à un nombre entier de trames.

On peut voir sur la figure II.25 que pour un retard de 1.7 trames, les mesures de l’analyseur et les mises à jour des tensions du miroir déformable ne sont pas synchronisées : les mesures se font donc “à cheval” entre deux valeurs de tensions appliquées. En conséquence, les pentes mesurées sont en première approximation déphasées par rapport aux tensions de commande, mais, plus précisément, sont le résultat d’une convolution de celles-ci par une fonction porte dont le décalage temporel correspond au retard (fonction  $h_X$  évoquée à l’équation II.37).

Ceci est particulièrement important à prendre en compte lorsqu’on souhaite mesurer avec précision la réponse de l’analyseur à une perturbation engendrée par le miroir déformable, ce qui est le cas avec la méthode proposée au chapitre suivant pour la mesure des matrices d’interaction.

### II.3.2 Mesure des matrices d’interaction

Afin d’être capable de commander le miroir déformable en fonction des données fournies par l’analyseur, il faut effectuer une matrice d’interaction, correspondant à une série de mesures de l’analyseur pour chaque actionneur du miroir déformable. Son inverse, la matrice de commande, permettra ainsi le calcul des tensions de commande souhaitées.

Une façon très simple et largement utilisée de la réaliser consiste à bouger les actionneurs un à un, et de compiler les mesures effectuées. Le temps d’acquisition par cette méthode peut cependant s’avérer relativement long en fonction du nombre d’actionneurs.

Sur CANARY, nous avons testé une autre méthode, basée sur la détection synchrone et permettant de faire la mesure pour l'ensemble des actionneurs en même temps, diminuant d'autant la durée d'acquisition de la matrice.

### II.3.2.1 Description de la méthode

La détection synchrone est une méthode très efficace pour mesurer un signal fortement bruité, dans la mesure où on connaît sa fréquence, et encore mieux si on connaît également sa phase. Ce type de détection est particulièrement utilisé en sciences expérimentales, mais trouve également d'autres utilités, telle que choisir une station radio sur les grandes ondes par exemple.

Pour commencer, si on applique un signal sinusoïdal  $v = V \sin(2\pi t f_0)$  à un actionneur du miroir, on mesurera un signal de même fréquence sur les pentes de l'analyseur  $s_i = S_i \sin(2\pi t f_0 + \phi)$ , comportant un déphasage dû au retard discuté dans le chapitre II.3.1. Laissons ce retard de côté pour l'instant, il est en effet possible de s'en affranchir tel que j'en discuterai au paragraphe II.3.2.2. Dans ces conditions, en multipliant le signal et la mesure, on obtient, en moyennant sur un nombre entier de périodes :

$$\langle s_i \cdot v \rangle_t = V S_i \langle \sin^2(2\pi t f_0) \rangle_t = \frac{V S_i}{2} \quad (\text{II.49})$$

L'amplitude  $V$  étant bien évidemment connue, il est facile de déterminer les amplitudes  $S_i$  mesurées par l'analyseur, fournissant ainsi une ligne de la matrice d'interaction. L'avantage de cette méthode est qu'elle peut être utilisée simultanément pour chaque actionneur si on choisit des fréquences différentes pour chacun d'eux. Pour cela donc, on applique sur le miroir déformable un jeu de tensions  $v_j$  sur les différents actionneurs tel que :

$$v_j = V \sin\left(2\pi \frac{t_k}{n} (f_0 + j)\right) \quad (\text{II.50})$$

où  $f_0$  est la fréquence (entière) minimum utilisée, et  $j$  un nombre entier ; l'ensemble des fréquences mises en jeu est ainsi  $[f_0; f_0 + N]$ ,  $N$  étant le nombre d'actionneurs.  $n$  correspond au nombre de trames considérées, et  $t_k \in [0; n - 1]$ .

L'ensemble des mesures  $s_i$  est ainsi composé d'une superposition de données à diverses fréquences, que la détection synchrone permet de séparer. Il convient pour cela d'effectuer la multiplication de l'ensemble des  $s_i$  par l'ensemble des  $v_j$  : une multiplication matricielle convient parfaitement à ce type d'opération, et en notant  $\mathcal{S}$  la matrice des pentes mesurées,  $\mathcal{V}$  la matrice des tensions appliquées, il vient :

$$\mathcal{V} \cdot {}^t \mathcal{S} = \left[ n \frac{V S_{i,j}}{2} \right] \quad (\text{II.51})$$

L'ensemble des mesures d'amplitude de chaque pente pour chaque sous-pupille est  $S_{i,j}$ , aussi la matrice d'interaction s'écrit simplement :

$$M_I = \frac{1}{V} [S_{i,j}] = \frac{2}{nV^2} \mathcal{V} \cdot {}^t \mathcal{S} \quad (\text{II.52})$$

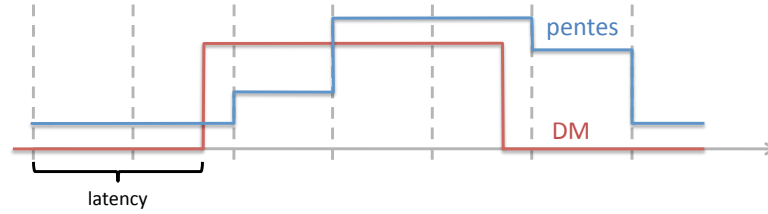


FIGURE II.33 – L’excitation par le miroir est représentée en rouge et la mesure correspondante de l’analyseur en bleu. Les pointillés délimitent les périodes d’échantillonnage de la caméra, et on voit que le miroir déformable bouge de façon décalée par rapport à ces trames. La valeur de pente mesurée pendant un temps d’intégration donné reflète l’action *moyenne* du miroir sur cette période (convolution du signal) et n’est disponible qu’à la trame suivante

Il est bien sûr nécessaire, pour utiliser ce calcul de matrice d’interaction, d’avoir accès à des mesures synchronisées des pentes et des tensions appliquées, ce que nous permet le RTC de CANARY.

### II.3.2.2 Influence du retard pur

Si les données fournies par le RTC sont – à son sens – synchronisées, le retard fractionnaire (nombre non-entier de trames, déterminé au chapitre II.3.1) entre l’envoi de la commande au miroir déformable et sa mesure par l’analyseur induit un déphasage entre ces deux mesures. J’ai montré que la caméra effectue un filtrage des tensions appliquées, qui se caractérise par la fonction de transfert  $\underline{h}_X$  décrite à l’équation II.37, et mesurée au paragraphe II.3.1.6.

Le filtrage par  $\underline{h}_X$  s’exprime dans l’espace temporel échantillonné par une convolution, qui s’écrit :

$$V_{mes}(n) = (1 - \{\Delta n\}) \cdot v_{n - \lfloor \Delta n \rfloor} + \{\Delta n\} \cdot v_{n - \lfloor \Delta n \rfloor - 1} \quad (\text{II.53})$$

$V_{mes}$  ainsi calculé correspond aux tensions que l’analyseur va réellement mesurer du fait du retard fractionnaire, comme présenté sur la figure II.33. Ainsi pour calculer la matrice d’interaction, il suffit de remplacer  $V$  par  $V_{mes}$  dans l’équation II.52.

**Remarque :** le retard pouvant dépendre de l’actionneur considéré, comme je l’ai présenté sur les mesures à la figure II.32, il est dans la mesure du possible préférable de calculer un  $V_{mes}$  différent pour chaque actionneur.

### II.3.2.3 Influence de la sensibilité en fonction de la fréquence

Comme calculé et mesuré dans la partie II.3.1, la sensibilité des analyseurs dépend de la fréquence. Si l’échelle logarithmique de la figure II.31 ne fait pas ressortir cet effet, il

est néanmoins conséquent : pour une fréquence d'échantillonnage de 250Hz, la sensibilité est divisée par deux à 70Hz.

Afin de réaliser la mesure proposée, il est essentiel de tenir compte de cette variation de sensibilité, à défaut de quoi la mesure de chaque actionneur sera affectée d'un coefficient dépendant de la fréquence qui lui aura été associée. Cet effet est dû à l'opération de convolution précédemment évoquée, aussi la simple prise en compte de  $V_{mes}$  tel que proposé au paragraphe précédent suffit à effectuer la correction en sensibilité souhaitée.

A défaut, cette correction peut également être réalisée en utilisant la formule II.37 pour déterminer les valeurs de  $|h_X(f)|^2$ , caractérisant la réponse de l'analyseur aux fréquences utilisées.

#### II.3.2.4 Vérification expérimentale

Afin de vérifier le comportement de l'ensemble composé de l'analyseur et du miroir déformable, et en particulier les hypothèses de réponse rapide du miroir et de convolution du signal, j'ai appliqué une tension en créneau sur un actionneur du miroir déformable, et comparé la réponse de l'analyseur avec le résultat attendu.

Ce signal de commande est représenté en noir sur la figure II.34, et la réponse effectivement mesurée par l'analyseur sur banc optique à 125Hz et 250Hz y est superposé en rouge (cette courbe représente une moyenne sur 1000 réalisations). La convolution du signal de commande est représenté en bleu sur les deux graphiques, pour un retard de 1.34 trames à 125Hz et 1.72 trames à 250Hz, valeurs choisies afin de reproduire au mieux les mesures.

Si à 125Hz le retard utilisé pour tracer cette dernière courbe correspond bien à celui précédemment mesuré, ce n'est pas tout à fait le cas à 250Hz où le retard avait précédemment été estimé à 1.80 trames (voir chapitre II.3.1.7). On remarque également une variation de 5 à 10% du comportement du miroir déformable selon si l'actionneur est poussé ou tiré, et selon la fréquence de la boucle d'asservissement.

D'autre part, on constate, en particulier sur le signal acquis à 250Hz, que le signal n'atteint pas la tension de commande après deux trames comme attendu, mais subit encore une légère atténuation (entre 1.5 et 2%). Cet effet est sans doute dû au temps de réponse des amplificateurs de tension du miroir déformable, relativement long pour les miroirs piezo-électriques tels que ADONIS pour éviter l'application trop brusque de tensions, risquant d'endommager cet élément.

Ces mesures montrent que l'approximation présentée précédemment est correcte, mais possède des limites, en particulier en raison du comportement du miroir déformable.

#### II.3.2.5 Bruit et durée d'acquisition

Il est possible de déterminer le gain de temps réalisé à performance égale entre cette méthode et celle consistant à mesurer chaque actionneur séparément en comparant le rapport signal à bruit.

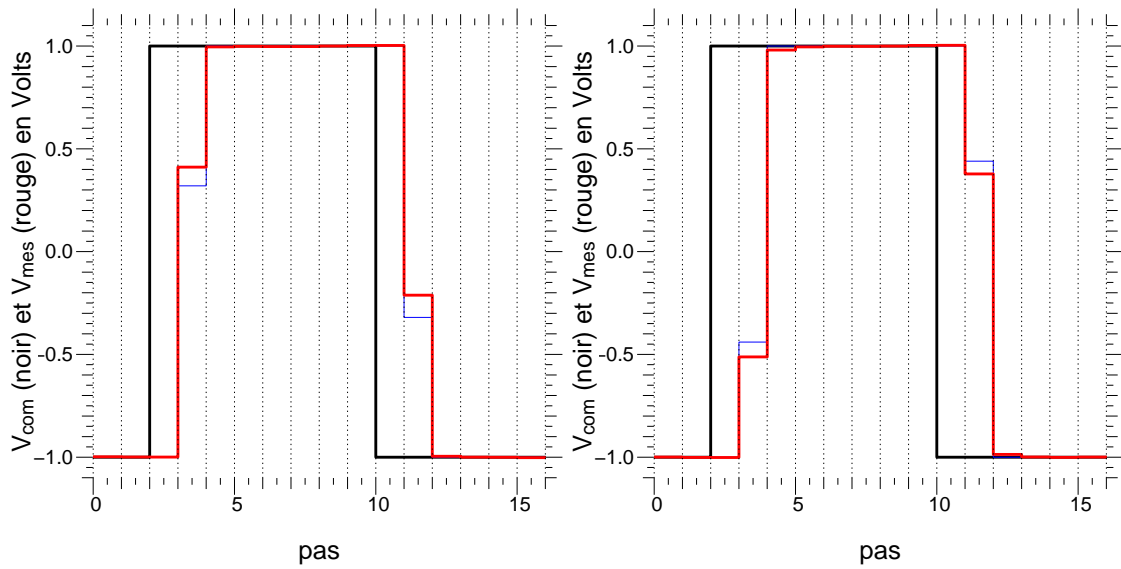


FIGURE II.34 – Réponse (en rouge) mesurée sur banc optique par l'analyseur à un signal de commande (en noir) appliqué au miroir déformable, pour des fréquences de 125Hz et 250Hz. La courbe en bleu représente une convolution du signal de commande pour des retards de 1.34 trames à 125Hz et 1.72 trames à 250Hz (lesquels reproduisent au mieux les mesures expérimentales, en rouge).

Celui-ci se trouve en réalité être le même dans les deux cas pour un actionneur et un nombre de trames donnés. En effet, en notant  $S$  l'amplitude du signal et  $\sigma_b^2$  la variance du bruit sur une trame :

- pour la mesure actionneur par actionneur, la mesure de l'amplitude se fait par moyenne de  $n$  données, l'amplitude mesurée est  $S$  et la variance du bruit  $\sigma_{mes}^2 = \sigma_b^2/n$
- la détection synchrone mesure quant à elle une amplitude de  $S/2$  pour une variance de bruit de  $\sigma_{mes}^2 = \sigma_b^2/(2n)$

La première méthode nécessite cependant la répétition du processus pour chaque actionneur, aussi le gain de temps à bruit égal est proportionnel au nombre d'actionneurs du miroir déformable, ce qui est très appréciable lors de l'étalonnage du système d'optique adaptative.

Cette façon de procéder impose nécessairement une durée minimale d'acquisition, car il est nécessaire d'avoir :

- une fréquence maximale respectant le critère de Shannon, soit 2 points de mesure par période :  $f_{max} = f_e/2$
- une fréquence minimale permettant une oscillation complète de l'actionneur sur la durée  $T$  de l'acquisition :  $f_{min} = 1/T$
- des fréquences dont l'écart deux à deux est au moins  $1/T$  pour que la détection synchrone sépare correctement les composantes

La durée minimale d'acquisition  $T_{min}$  doit donc obéir à :

$$f_{min} + (n_{act} - 1)\frac{1}{T} = \frac{f_e}{2} \Rightarrow T_{min} = \frac{2n_{act}}{f_e} \quad (\text{II.54})$$

Pour CANARY, avec  $n_{act} = 54$  et  $f_e \approx 200\text{Hz}$ , le temps d'acquisition minimum est d'une demi seconde à peine. A fréquence égale, ce temps reste par ailleurs encore très raisonnable pour un nombre d'actionneurs de quelques centaines ou milliers.

### II.3.2.6 Résultats

#### Premiers résultats

La figure II.35 montre les matrices d'interaction obtenues. Les 54 lignes de l'image correspondent aux 54 actionneurs, le *tip* et *tilt* étant représentés dans les 2 lignes supérieures. Les 72 colonnes correspondent aux 36 mesures en X du Shack-Hartmann, suivies des 36 mesures en Y. Cette séparation des mesures en X et en Y explique l'aspect de diptyque de l'image. Comme le montre la figure II.35, la matrice d'interaction obtenue par la méthode par détection synchrone (à droite) est parfaitement similaire à celle obtenue en effectuant la mesure actionneur par actionneur (à gauche). On note néanmoins la présence d'un léger tramage sur cette dernière (à gauche).

Une étude plus précise sur une série de 100 acquisitions de matrice permet de mesurer notamment une erreur moyenne de 1% en amplitude entre les deux matrices, et la différence deux à deux de celles-ci montre une répartition temporelle gaussienne, similaire pour chaque valeur, donc indépendante des mesures. Cette analyse sera développée dans les paragraphes suivants.



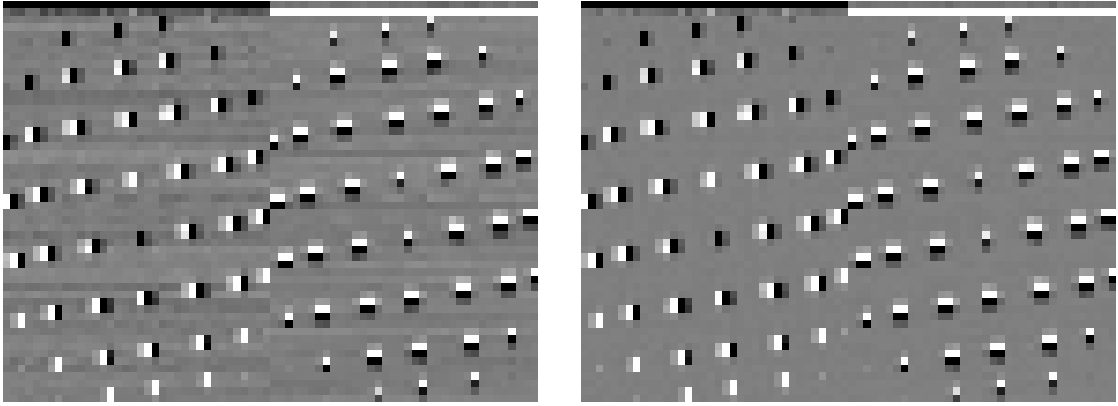


FIGURE II.35 – Matrice d’interaction obtenue en appliquant une tension actionneur par actionneur à gauche, et son équivalent avec la méthode proposée ici, à droite

### Influence du retard pur

Comme développé précédemment dans le chapitre II.3.2.2, cette méthode de réalisation des matrices d’interaction nécessite la connaissance du retard pur de la boucle d’asservissement. De plus, les erreurs constatées au chapitre II.3.2.4 pourraient également jouer un rôle non négligeable. Les premières mesures présentées ci-dessus sont déjà rassurantes quant à ces problèmes, et une étude plus complète permet de mieux en caractériser les conséquences.

#### Conséquence d’une erreur sur l’estimation du retard

Au paragraphe II.3.2.1 présentant les bases de la méthode, un déphasage  $\phi$  entre les mesures et la commande a brièvement été introduit, avant de considérer sa correction comme réalisée par l’opération de convolution. Une erreur sur cette dernière engendrera l’existence d’un déphasage résiduel  $\delta\phi$ , qui modifiera en particulier l’équation II.49 de la façon suivante :

$$\langle s_i.v \rangle_t = V S_i \langle \sin(2\pi t f_0) \sin(2\pi t f_0 + \delta\phi) \rangle_t = \frac{V S_i}{2} \cos(\delta\phi) \quad (\text{II.55})$$

Si le retard de chaque actionneur n’a pas été pris en compte comme évoqué au paragraphe II.3.2.2, le déphasage  $\delta\phi$  n’a pas la même valeur selon l’actuateur considéré ; je reviendrai à cette éventualité à la fin de ce paragraphe. Dans le cas contraire, le terme  $\cos(\delta\phi)$  étant le même pour chaque mesure, il peut être mis en facteur dans chacune des équations suivantes, jusqu’à la formule II.52. Il apparaît donc qu’une erreur dans la prise en compte du retard pur se traduit par une erreur d’amplitude des mesures. La figure II.36 représente cette variation, présentant des arches de cosinus, en fonction du retard, pour une mesure de la matrice d’interaction à 250Hz. On constate alors que l’erreur est inférieure à 1% pour des valeurs comprises entre 1.52 et 1.8 trames de retard, et inférieure à 5% entre 1.35 et 2.3 trames de retard : ces valeurs laissent ainsi une marge d’erreur raisonnable sur l’estimation du retard pour l’utilisation de cette méthode.

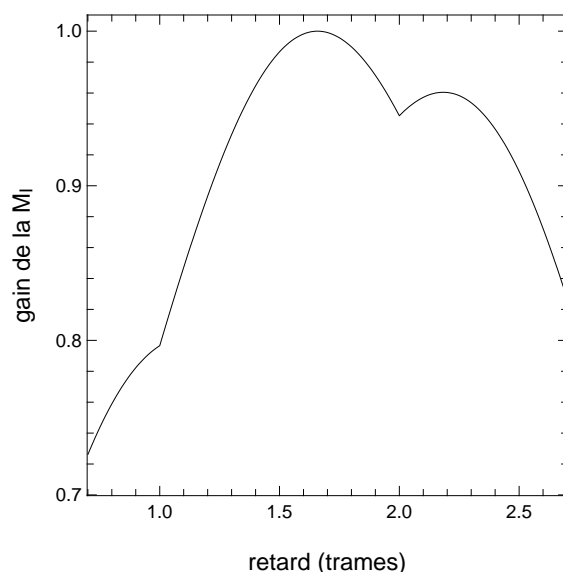


FIGURE II.36 – Facteur multiplicatif introduit sur la matrice d’interaction mesurée en fonction du retard considéré, pour une mesure effectuée sur banc optique à  $250\text{Hz}$ . On constate que l’erreur effectuée reste faible pour une variation raisonnable du retard estimé (erreur inférieure à 1% pour une variation de  $\pm 0.15$  trames)

Une autre conclusion à tirer de ce graphique est que, étonnamment, la valeur de retard qu’il convient d’utiliser (donnant l’amplitude maximale, correspondant à  $\cos(\delta\phi) = 1$ ) s’avère être 1.66 trames à  $250\text{Hz}$ , soit une valeur différente du retard de 1.80 trames mesuré à partir des fonctions de transfert au chapitre II.3.1. Cette erreur peut potentiellement être causée par les écarts de comportement du système par rapport aux hypothèses utilisées, discutés au chapitre II.3.2.4, et explique l’erreur de 1% sur l’amplitude des mesures entre les deux méthodes, constatée au paragraphe précédent.

Pour en revenir aux variations de retard en fonction de l’actuateur considéré, les mesures sur CANARY à  $250\text{Hz}$  présentées à la figure II.32 montrent que ce retard varie entre 7.0 et 7.4ms, soit entre 1.75 et 1.85 trames. L’erreur ainsi commise, inférieure à 0.05 trames, est donc négligeable au vu de ce qui a été déterminé dans les lignes précédentes.

### Conséquences sur la boucle d’asservissement

Une erreur sur le nombre de trames de retard se traduit ainsi par une variation de l’amplitude des coefficients de la matrice d’interaction. Cette variation se répercute de la même façon sur la matrice de commande, et affectera ainsi l’amplitude de la correction calculée et appliquée sur le miroir déformable.

Dans le cas d’une boucle fermée, cette erreur aura tendance à se corriger d’elle-même sous l’effet de l’intégrateur, mais en boucle ouverte, cette erreur n’aura aucun moyen d’être compensée et affectera d’autant les performances de l’optique adaptative.

Pour conclure, la méthode permet d'obtenir une calibration des matrices avec une erreur sur le gain inférieure à 1%. Une telle qualité les rend parfaitement utilisables pour réaliser la correction de turbulence, puisqu'on peut rappeler que sur un télescope de 4.20m de diamètre, la déformation turbulente est de 600 à 1500nm RMS (en ordre de grandeur), ce qui signifie 6 à 15 nm rms d'erreur imputables à la matrice de commande, ce qui est négligeable. Il est cependant possible de réduire encore cette erreur, comme proposé au paragraphe suivant.

### Vers un affranchissement complet des erreurs de retard pur

Afin de limiter ces imprécisions, dues à une mauvaise estimation du retard et à un retard variable selon l'actuateur, il est possible de chercher le maximum de la courbe présentée sur la figure II.36, et de considérer le retard ainsi estimé comme le meilleur compromis. Cette opération correspond à reprendre l'équation II.55, en remplaçant  $v$  par le signal en quadrature  $v'$ , pour déterminer  $\sin(\delta\phi)$  :

$$\langle s_i.v' \rangle_t = VS_i \langle \sin(2\pi t f_0) \cos(2\pi t f_0 + \delta\phi) \rangle_t = \frac{VS_i}{2} \sin(\delta\phi) \quad (\text{II.56})$$

La somme quadratique de ces deux dernières équations permet de s'affranchir de  $\delta\phi$ , et donne l'amplitude du signal souhaité, et donc l'élément de la matrice d'interaction sans influence – en moyenne – de l'effet du retard pur. Les fluctuations éventuelles de ce dernier (d'environ  $\pm 0.1$  trame pour CANARY, visibles sur la figure II.32) contribuent néanmoins à une erreur telle qu'évoquée dans les paragraphes précédents.

### Bruit sur les matrices

Pour les deux méthodes comparées depuis le début de cette partie, une série de 100 matrices d'interaction a été mesurée pour trois configurations (soit un total de 300 matrices) :

- mesure actionneur par actionneur, avec pour chacun une moyenne de 15 acquisitions pour deux valeurs de tensions, soit 1620 mesures au total.
- mesure par la méthode présentée ici : 5 série de 324 mesures, soit 1620 mesures.
- mesure actionneur par actionneur. Pour chacun, 810 acquisitions pour deux valeurs de tensions, soit 1620 mesures *par actionneur* (et 87480 au total)

Le bruit a ensuite été déterminé en calculant la variance temporelle des matrices ainsi obtenues.

Avant même de se pencher sur l'étude quantitative, on constate sur la figure II.37 que les trois matrices présentées, correspondant aux trois configurations énoncées ci-dessus, semblent présenter un bruit (spatial) très différent. Les deux matrices du haut correspondant aux mesures faites actionneur par actionneur sont les plus affectées ; celle de gauche, réalisée avec 1620 mesures encore plus que celle de droite, en ayant utilisé 87480. La matrice présentée en bas à gauche a été obtenue par détection synchrone

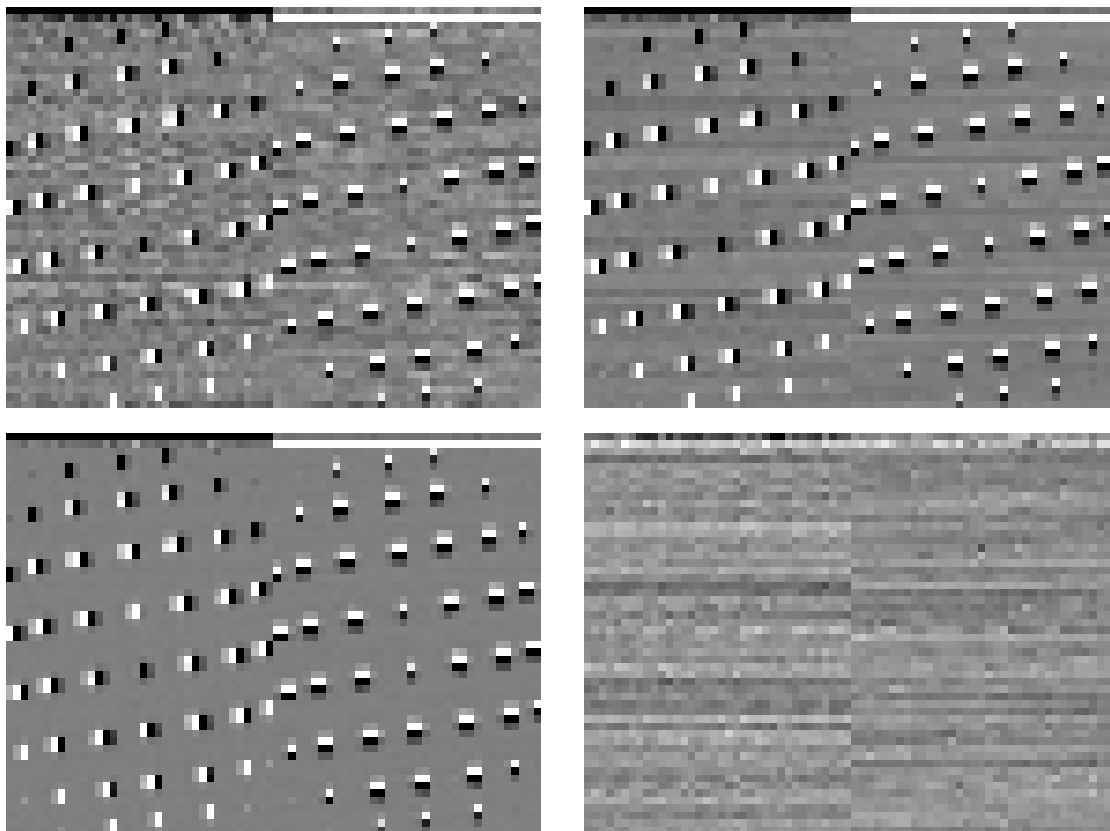


FIGURE II.37 – Matrices d’interaction obtenues par trois méthodes ou configurations différentes : en haut à gauche, actionneur par actionneur avec 1620 acquisitions, de même à droite, avec 87480 acquisitions. En bas à gauche, la matrice a été obtenue par détection synchrone. En bas à droite, la différence entre ces deux derniers résultats présente uniquement du bruit.

et semble la moins bruitée des trois. A droite est présenté la différence entre ces deux derniers résultats, ne présentant que du bruit.

Pour chacune des trois séries de matrices, la valeur RMS temporelle de chaque point a été estimée. L’ensemble des valeurs RMS obtenues pour un type de matrice donné ne montre aucune structure spatiale particulière : ces valeurs se distribuent selon une loi normale, centrée autour d’une valeur moyenne que j’ai considéré être l’erreur moyenne sur chaque point de mesure des matrices. On a ainsi dans le même ordre que ci-dessus les erreurs suivantes (les amplitudes mesurées étant de l’ordre de 2.5 px/V) :

méthode	Nb points/act.	erreur mesurée ( $10^{-3}$ px/V RMS)
classique	30	34
détection sync.	1620	2.7
classique	1620	15

De façon surprenante, les deux valeurs correspondant aux mesures actionneurs par actionneurs ne sont pas cohérentes : on attendait en effet une diminution du bruit d'un facteur  $\sqrt{54} = 7.3$  au lieu d'un facteur 2.25 comme mesuré. Cela montre donc que la moyenne du bruit ne suit pas une loi en  $1/N$ , ce qui tend à faire penser que le bruit n'est pas blanc. En effet, il est raisonnable de penser que le niveau de turbulence présent sur le banc puisse influencer les mesures. Etant principalement à basse fréquence, il se moyenne plus difficilement qu'un bruit blanc.

Au contraire, l'erreur sur la méthode de détection synchrone est en comparaison plus basse que prévue : 12.5 fois plus faible que celle sur la première série (au lieu de 7.3) et encore 5 fois plus faible que celle de la troisième série (au lieu d'un bruit comparable). Il faut cependant considérer que les fréquences utilisées pour la détection synchrone se répartissent de 3 à 30 Hz environ, ce qui est beaucoup plus rapide que la mesure actionneur par actionneur, nécessitant dans le cas de CANARY un temps de l'ordre de la seconde entre deux transferts de données. La meilleure performance de la détection synchrone peut donc s'expliquer si on invoque l'hypothèse d'une perturbation de type turbulent, avec un spectre décroissant. On peut d'ailleurs noter sur l'image du résidu, montrée en bas à droite de la figure II.37, que ce "bruit" s'organise selon des lignes pour les sous-pupilles X, et de même pour Y. Cela signifie qu'il est essentiellement composé de *tilt*, ce qui corrobore l'hypothèse d'une origine turbulente.

Il apparaît clairement que l'influence du bruit est largement diminuée par l'utilisation de la détection synchrone, tout en réduisant considérablement la durée de l'acquisition : six secondes dans notre cas pour celle-ci, contre huit minutes pour la dernière configuration.

### II.3.3 Calcul et prise en compte des déviations

L'analyse de surface d'onde par plusieurs senseurs en parallèle, dans l'optique d'en combiner les valeurs pour le calcul des matrices de covariance, nécessite de corriger et normaliser les mesures effectuées. Cette opération s'avère quelque peu complexe dans le cas de figure étudiée puisque nous avons identifié sept paramètres simples (rotations, translations, ...) pouvant changer d'un analyseur à l'autre, qu'il est donc nécessaire de déterminer et de prendre en compte. Certains d'entre eux sont représentés à titre d'exemple sur la figure II.38.

#### II.3.3.1 Présentation des paramètres

Un analyseur de Shack-Hartmann comporte une lentille et un réseau de microlentilles, le rôle de la première étant double : rendre parallèle le faisceau incident et faire l'image de la pupille sur les microlentilles. Chaque microlentille forme ensuite sur le capteur CCD une image de la source, dont la position renseigne sur la dérivée de la surface d'onde.

Trois éléments sont ainsi susceptibles de ne pas être réglés à l'identique entre les différents analyseurs. Pour la description et les conséquences décrites ci-dessous, on considère un analyseur comme étant la référence, ainsi que le découpage de la pupille correspondant.

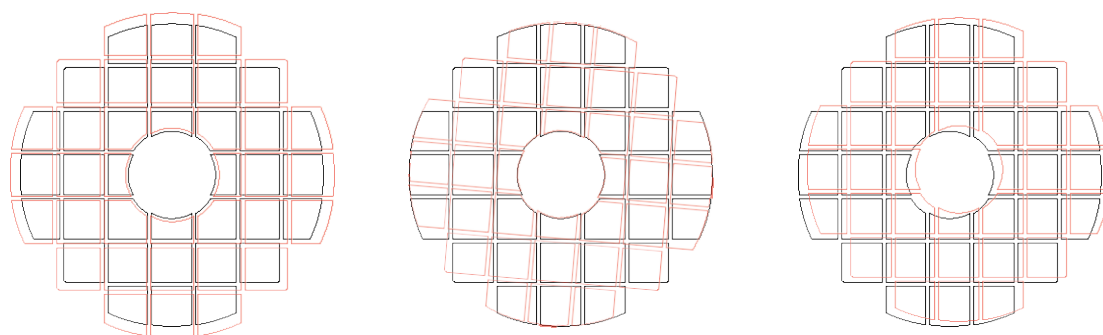


FIGURE II.38 – Représentation de différences possibles entre analyseurs : un grandissement, une rotation, et une translation des sous-pupilles.

### Translation de l'image de la pupille

Le réseau de microlentilles peut-être réglé en translation, et on cherche en particulier à équilibrer l'intensité lumineuse des spots sur le bord de la pupille afin de l'aligner au mieux. D'une part cette méthode possède ses limites et, les dérives mécaniques aidant, il est possible que les pupilles ne soient pas toutes exactement centrées de la même façon sur les différents analyseurs.

Une autre erreur peut provenir d'un mauvais réglage en  $z$  de la position des microlentilles, celles-ci n'étant alors plus conjuguées avec la pupille, mais à une altitude légèrement différente.

### Grandissement de la pupille

Une variation de la focale ou de la position de la lentille formant l'image de la pupille aura pour conséquence de faire varier la taille de cette image sur les microlentilles, modifiant le découpage de la pupille par celles-ci. Une variation du pas des microlentilles aura par ailleurs le même effet.

### Rotation des microlentilles

Ce réglage en rotation entre les différents réseaux de microlentilles n'est pas forcément évident à réaliser, à moins de pouvoir compter sur une mécanique de précision assurant le réglage des caméras (voir le paragraphe suivant). Cette rotation, aura, encore une fois, pour conséquence un découpage variable de la pupille entre les différents analyseurs.

### Rotation des caméras

La caméra impose un système de coordonnées aux mesures effectuées. En effet, les microlentilles, quelles que soient leurs positions, vont former des spots se déplaçant à la surface du CCD et en fonction de l'orientation de celui-ci, les mesures ne seront pas les mêmes.

### La sensibilité

Ce paramètre est sans doute expérimentalement le plus important à prendre en compte, car le moins facile à régler sur l'analyseur.

Idéalement, la sensibilité d'un Shack-Hartmann est liée à la focale des microlentilles qu'il renferme. En pratique, outre le fait que ces focales peuvent facilement varier d'un réseau à un autre, c'est la distance de ces microlentilles au capteur CCD qui va imposer la sensibilité de l'analyseur. Or cette distance n'est pas facile à maîtriser et peut facilement souffrir d'une erreur de quelques pour-cent, qui affecte d'autant la sensibilité du senseur.

#### II.3.3.2 Détermination des déviations

Afin de déterminer ces paramètres, il est possible de comparer les mesures effectuées par les différents analyseurs pour des surfaces d'onde identiques. Sur le banc de CANARY, la source *reverse path* (voir chapitre II.2.3.1) permet aux analyseurs hors-axe de voir le miroir déformable : nous avons donc pu mesurer les matrices d'interaction des différents analyseurs, et je propose ici une méthode les utilisant, en plus des pentes de référence des analyseurs, pour retrouver certaines de ces déviations.

#### Rotation des caméras

Quelles que soient les positions et orientations des microlentilles, un tilt va provoquer le déplacement des spots des Shack-Hartmann dans une direction donnée. Selon l'orientation des caméras cependant, les mesures seront effectuées dans des repères différents.

Une façon de déterminer ces angles consiste à utiliser les matrices d'interaction pour comparer les réponses des différents analyseurs en fonction du *tilt* dans des directions données. Le couplage des mesures permet de déterminer l'angle cherché. D'une façon plus générale, l'ensemble des mesures, y compris celles constituant les matrices d'interaction, ayant subi une rotation, il est possible de chercher à déterminer la matrice de rotation intervenant entre chacune d'elles. Il convient pour cela de les réarranger au préalable sous la forme d'un vecteur de mesure.

Enfin, j'insiste sur le fait que ce résultat est indépendant de la rotation du réseau de micro-lentilles : ce sont donc bien uniquement les angles entre les caméras qui sont ainsi mesurés.

#### Rotation des microlentilles par rapport à la caméra

Les mesures de pentes de référence donnent directement l'information concernant la rotation des microlentilles *par rapport à leurs caméras*, il conviendra donc de prendre en compte la rotation de celles-ci pour obtenir l'angle de rotation des microlentilles entre elles.

Une rotation de la trame de microlentilles par rapport à la caméra va engendrer une mesure de l'analyseur comportant un rotationnel. Celui-ci peut par exemple être mesuré par projection sur un champ de vecteur rotationnel d'amplitude connue. La rotation des microlentilles entre elles est ensuite déduite à partir des rotations des caméras, précédemment mesurées.

### Sensibilité

Ce paramètre est sans doute le plus simple à déterminer à partir des matrices d'interaction puisque celles-ci contiennent les réponses des analyseurs aux mouvements de chaque actionneur du miroir déformable, et chacune de ces valeurs est affectée des sensibilités correspondantes. En pratique donc, un simple ajustement linéaire entre chaque coefficient des matrices permet de déterminer ce paramètre.

Il est possible de prendre en compte un gain global pour l'analyseur, ou un gain pour chaque sous-pupille : en effet, on constate que les sous-pupilles partiellement obturées peuvent être affectées d'un gain différent des autres (voir chapitre II.4.4.1, figure II.59). Ce phénomène étant marginal, et n'apparaissant qu'à faible flux, nous n'avons considéré qu'un gain global par analyseur pour CANARY.

### Décalage du centre de la pupille

Un des effets facilement calculable d'un décentrage de la pupille est la transformation d'un défocus en *tilt*+défocus. En effet, si un analyseur bien centré observe un défocus parfait  $\varphi(x, y) = Z_4(x, y) = \sqrt{3}(2r^2 - 1) = \sqrt{3}(2x^2 + 2y^2 - 1)$ , un autre analyseur dont le décentrage en nombre de rayons de pupille est  $(x_o, y_o)$  mesurera :

$$\begin{aligned} \varphi_0(x, y) &= \sqrt{3} \left( 2(x - x_o)^2 + 2(y - y_o)^2 - 1 \right) & (II.57) \\ &= \underbrace{\sqrt{3}(2x^2 + 2y^2 - 1)}_{focus} - \underbrace{2\sqrt{3}x_o \cdot (2x)}_{tip} - \underbrace{2\sqrt{3}y_o \cdot (2y)}_{tilt} + \underbrace{\sqrt{3}(x_o^2 + y_o^2)}_{piston} \end{aligned}$$

La méthode proposée pour mesurer  $x_o$  et  $y_o$  consiste à choisir un analyseur (le *truth sensor* dans notre cas) comme référence, et déterminer, grâce à sa matrice d'interaction, le jeu de tensions permettant de produire un défocus pur. Puis on projette ces tensions sur les matrices d'interaction des autres analyseurs afin d'obtenir la mesure correspondante, que l'on projette à son tour sur la base des polynômes de Zernike pour mesurer les composantes de *tip-tilt* ( $Z_2(x, y) = 2x$  et  $Z_3(x, y) = 2y$ ) et en déduire les décentrages  $x_o$  et  $y_o$ .

### Grandissement et conjugaison de la pupille

Ces deux paramètres sont difficiles à mesurer et ont pour l'instant été relativement laissés de côté.

En ce qui concerne la conjugaison de la pupille, un mauvais réglage devrait engendrer un décalage de la pupille sur la trame de microlentilles dépendant du *tilt*. Il est donc peut-être possible de déterminer ce paramètre en mesurant ce décentrage par la méthode précédente, pour un défocus pur, puis pour un défocus additionné de *tilt* : la comparaison des deux résultats permettrait alors de déterminer cette erreur de conjugaison. Cependant, le diaphragme de champ de CANARY limite fortement la possibilité de réaliser une telle mesure.



Le grandissement devrait quant à lui modifier la répartition lumineuse sur les spots du Shack-Hartmann situés en périphérie de la pupille. Quelques mesures ont été réalisées pour mettre en évidence une telle variation, en comparant les intensités mesurées avec celles attendues pour divers grandissement, mais cette mesure est fortement dépendante de l'homogénéité de l'éclairage de la pupille, et de la réponse de chaque microlentille (notamment en terme de transmission). Ainsi, les mesures donnent systématiquement une variation du grandissement inférieure à 2%, mais sur laquelle il est difficile de donner une barre d'erreur. On note toutefois que ces mesures sont stables dans le temps, malgré les voyages effectués par l'instrument : le réglage précis (1 à 2% d'erreur) réalisé lors du montage des analyseurs semble donc être encore valable.

### II.3.3.3 Prise en compte de ces paramètres

La mesure des déviations est utile lors de l'ajustement des matrices de covariances théoriques aux données expérimentales des analyseurs (algorithme *learn and apply*, voir chapitre II.2.2.1). La prise en compte des déviations entre les différents analyseurs peut alors se faire de deux manières différentes :

- soit on corrige les données de l'effet concerné, de façon à rapprocher les données des résultats théoriques, et ainsi permettre leur comparaison avec les matrices de covariance théoriques parfaites (sans déviations).
- soit on prend en compte ces déviations pour générer des matrices de covariance théoriques qui peuvent alors être comparées avec les données affectées des mêmes déviations.

Certains facteurs, tels que la sensibilité, peuvent être corrigés en suivant l'une ou l'autre approche. D'autres, comme la translation de la pupille, sont plus efficacement mis en œuvre par la seconde méthode, car il est facile – et mathématiquement exact – de déterminer les matrices de covariance théoriques incluant cette déviation, alors que la correction des données correspondantes impliquerait nécessairement une perte d'information (par interpolation/extrapolation des mesures).

La prise en compte de ces différents paramètres par l'une ou l'autre de ces méthodes dépend en particulier des possibilités offertes par la façon choisie de calculer les matrices de covariance théoriques : un exemple est donné au chapitre II.3.4.2 pour le calcul analytique présenté dans cette partie.

J'insiste cependant sur le fait qu'il est nécessaire de faire attention à la façon dont ces paramètres sont pris en compte pour garder une certaine cohérence dans la façon de traiter les données. En effet, les matrices de covariance théoriques vont servir à réaliser le reconstruteur  $M_T$  (voir équations II.13 à II.15), qui prendra ainsi en compte une partie des déviations. Or, si on pré-corrige les données expérimentales de leurs déviations (cas de la première méthode), l'ajustement des matrices de covariances sera fait à déviations nulles, et le reconstruteur  $M_T$  créé à partir de ces matrices sera adapté à un système sans déviations, ce qui n'est pas le cas du système réel. Aussi, il sera indispensable de pré-corriger les données temps réel des déviations avant de faire agir  $M_T$  dessus.

Cette opération peut s'effectuer de façon systématique sur les mesures avant toute utilisation des données, cependant ce n'est par exemple pas souhaitable au moment du calcul des pentes de référence des analyseurs hors-axe. Puisque c'est en particulier la reconstruction tomographique qui nécessite cette homogénéisation des mesures, celle-ci peut également être réalisée en modifiant la matrice  $M_T$  : une division des coefficients correspondant à chaque analyseur par la sensibilité associée permettra de prendre ce paramètre en compte. Il faut ensuite néanmoins faire attention à quelles données sont affectées de quelle correction en fonction de l'endroit du code où elles apparaissent.

#### II.3.3.4 Influence sur les matrices de covariance

La figure II.39 présente les effets des différents paramètres énumérés précédemment, excepté l'erreur de conjugaison de la pupille. Pour chacun d'eux, des mesures effectuées par un analyseur de référence et un analyseur présentant une variation plus ou moins importante du paramètre considéré a été simulée. Dans chaque cas, les cartes de covariance en  $x - x$  et en  $x - y$  correspondantes sont représentées, et les différences par rapport au cas idéal figurent en dessous à la même échelle, permettant d'apprécier l'impact de ces différentes erreurs.

Sont représentés dans l'ordre les effets :

- du grandissement pour des valeurs variant entre 100% et 90%
- d'une variation de sensibilité variant d'un facteur 1 et 0.9
- du décentrage de la pupille pour une variation de 0 à 0.3 sous-pupilles
- de l'angle de rotation des microlentilles entre  $0^\circ$  et  $6^\circ$
- de l'angle de rotation de la caméra entre  $0^\circ$  et  $6^\circ$

Les valeurs numériques correspondantes sont consignées dans le tableau II.40, l'erreur indiquée correspond au rapport entre la valeur RMS estimée sur la différence au cas idéal et le maximum de la matrice de covariance sans déviation.

Dans le cas où on souhaite utiliser ces matrices de covariance pour estimer le profil de turbulence en les comparant à des matrices théoriques (comme le fait l'algorithme *learn and apply* que nous avons utilisé), leur changement d'amplitude et de forme va provoquer une erreur sur la force et/ou l'altitude des couches de turbulence considérées.

Le tableau II.41 présente pour les simulations effectuées l'amplitude relative estimée de la matrice de covariance en fonction des différentes déviations évoquées. Les paramètres les plus sensibles semblent être le grandissement et les variations de sensibilité.

En considérant que l'amplitude des covariances dépend de  $r_o^{-5/3}$  (voir formule 43 en introduction), on peut en déduire l'erreur effectuée sur la force de la turbulence. Les erreurs (en pourcentage) d'estimation sur le  $r_o$  pour les différentes déviations sont consignées dans le tableau II.42.

Les différentes contributions des déviations sont difficiles à comparer, car les erreurs effectuées lors du réglage dépendent fortement de l'instrument : sur CANARY par exemple, le grandissement est difficile à évaluer, tandis que l'estimation de la sensibilité de chaque analyseur peut être déterminée au pourcent près. Notre critère de réglage lors

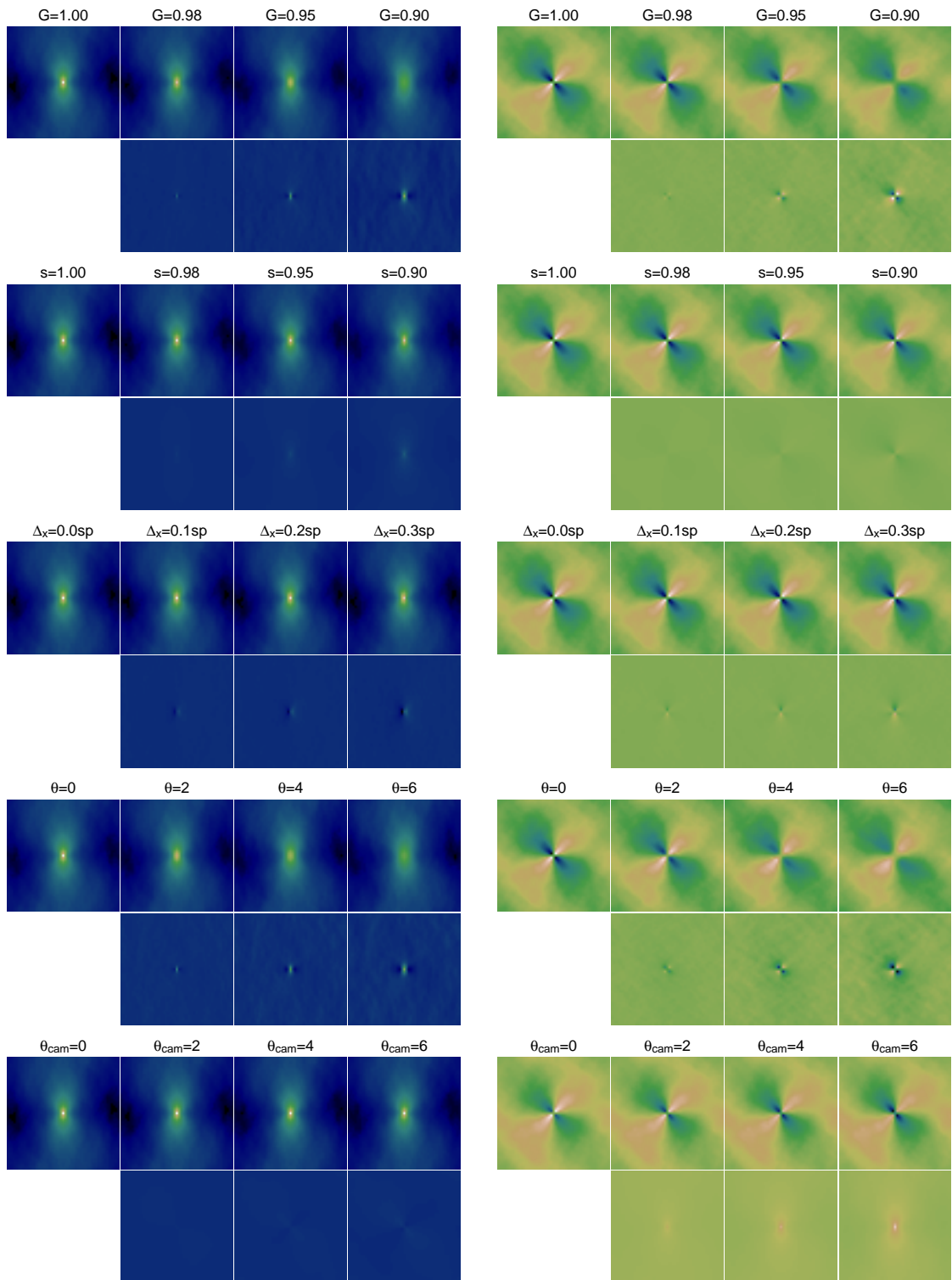


FIGURE II.39 – Influence des différentes déviations entre les analyseurs. Les différents paramètres sont détaillés dans le chapitre II.3.3.4

<b>Grandissement</b>	<b>0.98</b>	<b>0.95</b>	<b>0.90</b>
x-x	0.36	1.06	2.12
x-y	1.37	4.09	8.60
<b>Sensibilité</b>	<b>0.98</b>	<b>0.95</b>	<b>0.90</b>
x-x	0.18	0.46	0.92
x-y	0.60	1.51	3.02
<b>Décentrage</b>	<b>0.1sp</b>	<b>0.2sp</b>	<b>0.3sp</b>
x-x	0.32	0.48	0.81
x-y	1.12	1.68	2.76
<b>Rotation <math>\mu l</math></b>	<b>2°</b>	<b>4°</b>	<b>6°</b>
x-x	0.60	1.28	1.85
x-y	3.13	6.82	10.22
<b>Rotation cam</b>	<b>2°</b>	<b>4°</b>	<b>6°</b>
x-x	0.14	0.28	0.42
x-y	2.51	5.01	7.50

FIGURE II.40 – Erreurs relatives estimées sur les cartes de covariance de la figure II.39. Les valeurs présentées ici correspondent au rapport entre la valeur RMS du résidu (différence entre carte avec et sans déviation) et la le maximum de l'amplitude de la carte sans déviation.

<b>Grandissement</b>	<b>0.98</b>	<b>0.95</b>	<b>0.90</b>
	0.98	0.96	0.92
<b>Sensibilité</b>	<b>0.98</b>	<b>0.95</b>	<b>0.90</b>
	0.98	0.95	0.90
<b>Décentrage</b>	<b>0.1sp</b>	<b>0.2sp</b>	<b>0.3sp</b>
	1.00	1.00	1.00
<b>Rotation <math>\mu l</math></b>	<b>2°</b>	<b>4°</b>	<b>6°</b>
	1.00	1.01	1.01
<b>Rotation cam</b>	<b>2°</b>	<b>4°</b>	<b>6°</b>
	1.00	0.99	0.98

FIGURE II.41 – Amplitudes relatives estimées des cartes de covariance de la figure II.39 par ajustement avec une carte sans déviation. Cette erreur se répercute sur l'estimation du  $r_o$  (voir le tableau II.42).

<b>Grandissement</b>	<b>0.98</b>	<b>0.95</b>	<b>0.90</b>
	1.0	2.4	5.2
<b>Sensibilité</b>	<b>0.98</b>	<b>0.95</b>	<b>0.90</b>
	1.2	3.1	6.5
<b>Décentrage</b>	<b>0.1sp</b>	<b>0.2sp</b>	<b>0.3sp</b>
	-0.1	-0.1	-0.1
<b>Rotation <math>\mu l</math></b>	<b>2°</b>	<b>4°</b>	<b>6°</b>
	-0.1	-0.5	-0.6
<b>Rotation cam</b>	<b>2°</b>	<b>4°</b>	<b>6°</b>
	0.3	0.6	1.0

FIGURE II.42 – Erreur en pourcent sur l'estimation du  $r_o$ , en fonction des différentes déviations simulées. A noter que le décentrage, d'influence négligeable sur le  $r_o$ , induit quant à lui plutôt une erreur sur l'altitude des couches.

du montage des analyseurs était d'obtenir une erreur inférieure à 1/10 de sous-pupille, ce qui correspond à un grandissement de  $100 \pm 1.5\%$  et des angles  $\theta_{cam}$  et  $\theta_{\mu l}$  inférieurs à  $0.8^\circ$  en valeur absolue. A partir des tableaux présentés, il apparaît que l'erreur prépondérante sur l'estimation du  $r_o$  provient du grandissement (0.7%) et de la rotation de la caméra (0.1%). Les autres erreurs étant inférieures à 0.1%.

En pratique, nous avons également mesuré une variation de sensibilité pouvant dépasser les 5% (causant donc une erreur de plus de 3% sur la valeur de  $r_o$ ), ainsi les facteurs les plus importants – et donc à corriger en priorité – sont le grandissement et la sensibilité relative des analyseurs.

Il faut noter cependant que si l'erreur de décentrage n'a aucun impact sur l'estimation du  $r_o$ , l'altitude des couches en est par contre affectée. Cette erreur  $\Delta h$  dépend de l'angle  $\alpha$  entre les étoiles observées et du décentrage  $\Delta x$  :

$$\Delta h = \frac{\Delta x}{\alpha} \quad (\text{II.58})$$

Pour CANARY par exemple, la distance typique entre les étoiles guide est de  $1'$  et un décalage de  $\pm 0.1$  sous-pupille (mesurant  $60cm$ ) induit ainsi une erreur de  $\pm 200m$  sur les altitudes des couches de turbulence.

### II.3.4 Matrices de covariance

Les matrices de covariance, présentées en introduction au chapitre 4, sont utilisées dans le code *learn and apply* mis en place sur CANARY tel que décrit au chapitre II.2.

Afin de réaliser l'ajustement permettant la détermination de la hauteur et de l'intensité des couches de turbulence lors de la phase *learn*, il est nécessaire de pouvoir calculer des matrices de covariance théoriques en fonction des différents paramètres.

Ce calcul peut être réalisé par transformée de Fourier comme présenté en introduction, mais cette méthode s'est avérée particulièrement lente, même pour un nombre restreint de couches de turbulence. Le modèle analytique présenté ici permet une amélioration du temps de calcul au prix de quelques approximations.

### II.3.4.1 Modèle analytique

La formule 43 présentée en introduction fait intervenir la dérivée seconde de la fonction de structure de phase. Dans l'objectif d'améliorer le temps de calcul de l'algorithme *learn and apply*, j'ai déterminé une formule analytique de celle-ci, présentée ici. Je m'intéresse ensuite à la réalisation de l'opération de convolution et à la normalisation des données permettant d'obtenir les paramètres de turbulence ( $r_o$  et  $L_o$ ) dans les bonnes unités.

#### Fonction de structure de phase

Nous avons choisi d'utiliser la formule suivante de la structure de phase, prenant en compte l'échelle externe (Lutomirski et Yura, 1971) :

$$D_\varphi(r) = 6.88 \left(\frac{r}{r_o}\right)^{5/3} \left(1 - 0.804 \left(\frac{2\pi r}{L_o}\right)^{1/3}\right) \quad (\text{II.59})$$

Les dérivées partielles de cette équation sont données par les formules suivantes :

$$\frac{\partial^2 D_\varphi}{\partial x^2} = -3.82 r_o^{-5/3} \left(x^2 r^{-7/3} - 3 r^{-1/3} + 2.89 \left(\frac{2\pi}{L_o}\right)^{1/3}\right) \quad (\text{II.60})$$

$$\frac{\partial^2 D_\varphi}{\partial y^2} = -3.82 r_o^{-5/3} \left(y^2 r^{-7/3} - 3 r^{-1/3} + 2.89 \left(\frac{2\pi}{L_o}\right)^{1/3}\right) \quad (\text{II.61})$$

$$\frac{\partial^2 D_\varphi}{\partial x \partial y} = -3.82 r_o^{-5/3} x y r^{-7/3} \quad (\text{II.62})$$

Les valeurs de ces dérivées secondes restent ensuite à être convoluées par la forme des sous-pupilles (voir paragraphe suivant).

On note que toutes ces formules divergent en 0, mais restent intégrables : il est ainsi possible de leur attribuer numériquement une valeur en ce point. Il est en particulier possible de les intégrer sur un cercle de rayon  $R$ , permettant d'extrapoler le résultat sur la surface associée au pixel central.

Les valeurs de ces dérivées secondes forment la carte  $C(x, y)$ , de laquelle on peut extraire les valeurs pour chaque vecteur  $\vec{r}$  existant entre les divers couples de sous-pupilles. Deux exemples de ces cartes sont représentés sur la figure II.43 : ceux-ci doivent encore subir une étape de convolution, mais on y reconnaît déjà la forme des cartes bidimensionnelles de covariance présentées en introduction (figure 15).

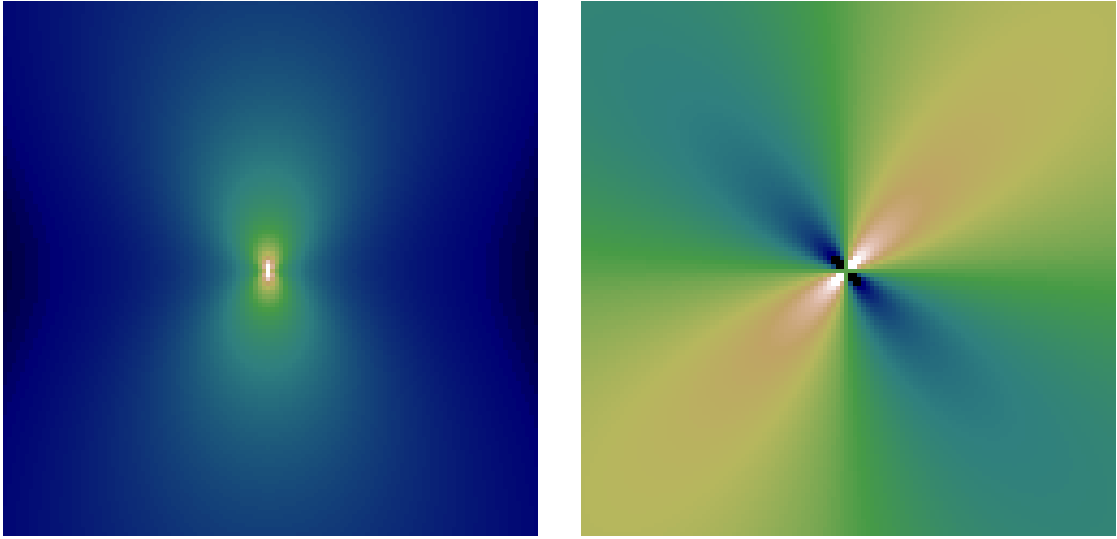


FIGURE II.43 – Représentation des dérivées secondes de la fonction de structure de phase  $D_\varphi$ , selon  $x$  à gauche et selon  $x$  et  $y$  à droite. Une opération de convolution permet d'en déduire les cartes bidimensionnelles de covariance.

### Convolution

La formule 43 (en introduction) fait apparaître un double produit de convolution par la forme des sous-pupilles. L'associativité de cette opération permet de considérer tout d'abord le calcul de  $\Pi(\vec{r}') \otimes \Pi'(-\vec{r}')$ , qui sera le noyau de convolution appliqué dans un second temps à la carte  $C(x, y)$ .

Ce noyau peut se calculer à l'avance pour chaque couple à considérer. Comme on peut le voir sur la figure II.44, ceci peut faire intervenir des sous-pupilles de formes différentes et de tailles différentes (ceci est particulièrement utile pour la prise en compte d'étoiles artificielles). Le calcul peut par exemple être effectué par transformées de Fourier sur des représentations de la forme des sous-pupilles considérées (voir figure II.44). Afin de limiter le nombre de calculs à effectuer par la suite, je choisis de limiter le noyau de convolution à sa taille minimale (3x3 sur les exemples donnés), imposé par la dimension des sous-pupilles.

Une fois ce calcul effectué, on obtient un noyau de convolution  $F$  (à droite sur la figure II.44) à appliquer à la carte  $C(x, y)$  issue des calculs du paragraphe précédent pour obtenir la carte bidimensionnelle de covariance  $C'$ . Ceci s'effectue de la façon suivante :

$$C'_{i,j} = \sum_{m,n} C_{i-m,j-n} F_{m,n} \quad (\text{II.63})$$

Si on souhaite prendre en compte les formes spécifiques des différentes sous-pupilles, il faut calculer un à un les termes de la *matrice de covariance*, en considérant les matrices de convolution  $F$  correspondant chaque couple de sous-pupilles. Ceci nécessite bien sûr de connaître la géométrie de l'analyseur, comme évoqué en introduction au chapitre 4.1.

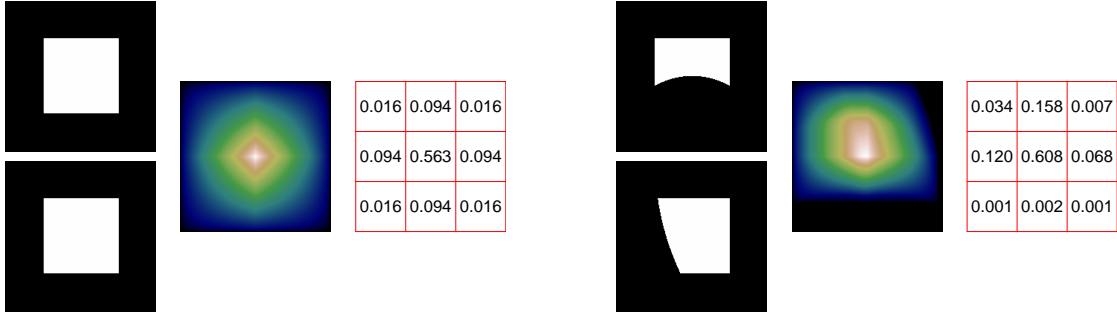


FIGURE II.44 – Construction du noyau de convolution  $F$  pour deux couples de sous-pupille de CANARY. Les formes de celles-ci sont représentées en noir et blanc à gauche, avec au milieu, la convolution entre celles-ci, et à droite le noyau de convolution de taille minimale qui en est issu.

### Normalisation

On note  $D$  la taille d'une sous-pupille,  $d$  la taille d'une microlentille et  $(f/d)_\mu$  l'ouverture de celles-ci,  $p$  la taille d'un pixel de l'analyseur,  $m$  la mesure de celui-ci en pixels,  $\lambda$  la longueur d'onde et  $\alpha = s_x \lambda / (2\pi)$  la variation de l'angle d'arrivée du faisceau dû à la phase  $\varphi(u, v)$  sur la sous-pupille, avec  $s_x = \partial\varphi/\partial x$  dans le plan du télescope. Je note également  $a$  la variation correspondante de l'angle du faisceau au niveau des microlentilles.

En utilisant la conservation de la différence de marche dans chaque plan pupillaire, on a  $D\alpha = da$  et la relation entre la mesure  $s_x$  et la position sur le détecteur  $m = (f/d)_\mu da/p$  on trouve :

$$m = \underbrace{\left( (f/d)_\mu \frac{D\lambda}{2\pi p} \right)}_{\zeta} s_x \quad (\text{II.64})$$

Le facteur  $\zeta^2$  ainsi déterminé permet de faire le lien entre les covariances mesurées en  $\text{pixels}^2$  et les covariances issues du modèle, en  $\text{rad}^2/m^2$ , permettant ainsi une estimation des paramètres de turbulence  $r_o$  et  $L_o$  avec les bonnes unités.

#### II.3.4.2 Prise en compte des déviations

Les déviations, déterminées lors de l'étalonnage du banc vont trouver leur utilité ici tel qu'il en a été discuté au chapitre II.3.3.3. Il est en effet essentiel de les prendre en compte pour le calcul des matrices de covariance afin d'obtenir des données comparables aux mesures expérimentales, améliorant ainsi l'ajustement des paramètres de turbulence (altitude,  $r_o$  et  $L_o$ ), et, par la suite, les performances de la correction.

### Sensibilité

La sensibilité affecte l'ensemble des mesures d'un analyseur, aussi suffit-il de les



diviser par ce facteur afin de normaliser l'ensemble des données avant le calcul des matrices de covariance. Comme évoqué au chapitre II.3.3.3, ce paramètre sera à nouveau à prendre en compte pour le calcul du reconstructeur  $M_T$ .

### Rotation de la caméra

Cette rotation engendre une rotation des pentes mesurées, aussi est-il nécessaire d'effectuer la rotation inverse avant le calcul des matrices de covariance.

### Translation de la pupille

En raison du déplacement du centre de la pupille d'un analyseur d'un vecteur  $\vec{r}_{tr}$  par rapport à l'analyseur de référence, les covariances calculées s'expriment de la façon suivante :

$$\langle s_{1x}(\vec{r}') \cdot s_{2x}(\vec{r}' + \vec{r}_{tr}) \rangle \quad (\text{II.65})$$

Ce qui conduit simplement à effectuer une translation d'un vecteur  $\vec{r}_{tr}$  de la dérivée de la structure de phase utilisée lors de l'ajustement :

$$\frac{\partial^2 D_\varphi}{\partial x^2} ((\vec{r}' - \vec{r}') - \vec{r}_{tr}) \quad (\text{II.66})$$

### Rotation des microlentilles et grandissement de l'image de la pupille

Ces deux paramètres influent sur la façon dont est découpée la pupille par l'analyseur, et donc sur la forme des sous-pupilles  $\Pi$  et  $\Pi'$  intervenant dans la convolution de la dérivée de la structure de phase. Il est ainsi possible de les prendre en compte en modifiant la forme de la matrice de convolution comme évoqué ci dessus au chapitre II.3.4.1.

## II.3.5 Optimisation du gain

La boucle d'asservissement en MOAO utilise un filtre de boucle ouverte défini au paragraphe II.2.2.2. Celui-ci, tout comme l'intégrateur avec gain utilisé en SCAO, fait intervenir un gain, qu'il est souhaitable d'optimiser (Gendron et Léna, 1994, 1995) afin d'obtenir le meilleur compromis concernant le filtrage des mesures, et ainsi la meilleure performance en terme de correction.

### II.3.5.1 Estimation du gain optimal

Le gain optimal est défini comme étant celui qui minimise le résidu  $\langle r^2 \rangle$ , correspondant à la différence entre le signal bruité filtré et le signal réel. Celui-ci inclut la contribution du signal turbulent  $t$  non corrigé, donné par  $h_{corr}$  (voir chapitre II.3.1) et du bruit injecté  $b$  transmis par  $h_b$  :

$$\langle r^2 \rangle = \langle |h_{corr} \tilde{t} + h_b \tilde{b}|^2 \rangle_f \quad (\text{II.67})$$

Je suppose le bruit  $b$  blanc, de variance  $\sigma_b^2$ , et décorrélé du signal  $t$ , c'est-à-dire :

$$|\tilde{b}|^2 = \sigma_b^2 \quad (\text{II.68})$$

$$|\tilde{b} \cdot \tilde{t}| = 0 \quad (\text{II.69})$$

On peut également écrire l'équation II.67 sous la forme :

$$\langle r^2 \rangle = \int H_{corr} |\tilde{t}|^2 df + \int H_b |\tilde{b}|^2 df \quad (\text{II.70})$$

Le résidu  $\langle r^2 \rangle$  peut alors se développer de la façon suivante afin de faire apparaître le terme  $t + b$ , correspondant à la mesure effectuée par les analyseurs :

$$\begin{aligned} \langle r^2 \rangle &= \int H_{corr} |\tilde{t}|^2 df + \int H_b |\tilde{b}|^2 df \\ &= \int H_{corr} |\tilde{t} + \tilde{b}|^2 df - \int H_{corr} |\tilde{b}|^2 df - \int H_{corr} |\tilde{t} \cdot \tilde{b}| df + \int H_b |\tilde{b}|^2 df \\ &= \int H_{corr} |\tilde{t} + \tilde{b}|^2 df + \int (H_b - H_{corr}) |\tilde{b}|^2 df \\ &= \int H_{corr} |\tilde{t} + \tilde{b}|^2 df + \sigma_b^2 \int (H_b - H_{corr}) df \end{aligned} \quad (\text{II.71})$$

On retrouve ici un résultat déjà établi pour l'estimation des performances de l'optique adaptative (Gendron et Léna, 1994; Dessenne *et al.*, 1998). Dans cette dernière formule apparaît comme souhaité le terme  $t + b$ , correspondant à la mesure effectuée et la variance du bruit  $\sigma_b^2$  qu'il est possible de déterminer par autocovariance des mesures. Il est donc de cette façon possible de calculer l'erreur résiduelle en fonction du gain de boucle à partir des données brutes de l'analyseur et d'une estimation de la variance du bruit correspondant.

Il est important de noter que ce dernier résultat est valable en boucle fermée comme en boucle ouverte, il est simplement nécessaire d'utiliser les formules de  $H_b$  et  $H_{corr}$  correspondantes, données au chapitre II.3.1.

### Détermination du gain optimal

La première étape consiste à calculer la densité spectrale de puissance du signal issu de chaque sous-pupille, ou la moyenne de celles-ci si on prend en compte plusieurs pentes pour calculer un gain global. On utilise ensuite l'autocorrélation de ces signaux pour déterminer la variance du bruit  $\sigma_b^2$ .

Puis, pour plusieurs valeurs de  $g$  dans un intervalle de  $[0; 1]$ , on calcule les valeurs de  $H_b$  et  $H_{corr}$  en utilisant les formules présentées au chapitre II.3.1.3, qui serviront à estimer l'erreur  $\langle r^2 \rangle$  à minimiser grâce à la formule II.71.

Sur l'image II.45 sont représentées les densités spectrales de puissance de mesures réalisées sur le banc à différents flux, et les valeurs de la transformée de Fourier au carré  $H_b$  et  $H_{corr}$  pour un gain  $g = 0.4$  en boucle ouverte. On voit très nettement sur ces mesures l'effet du bruit à partir de  $\nu = 0.1$  sur le graphique de gauche.

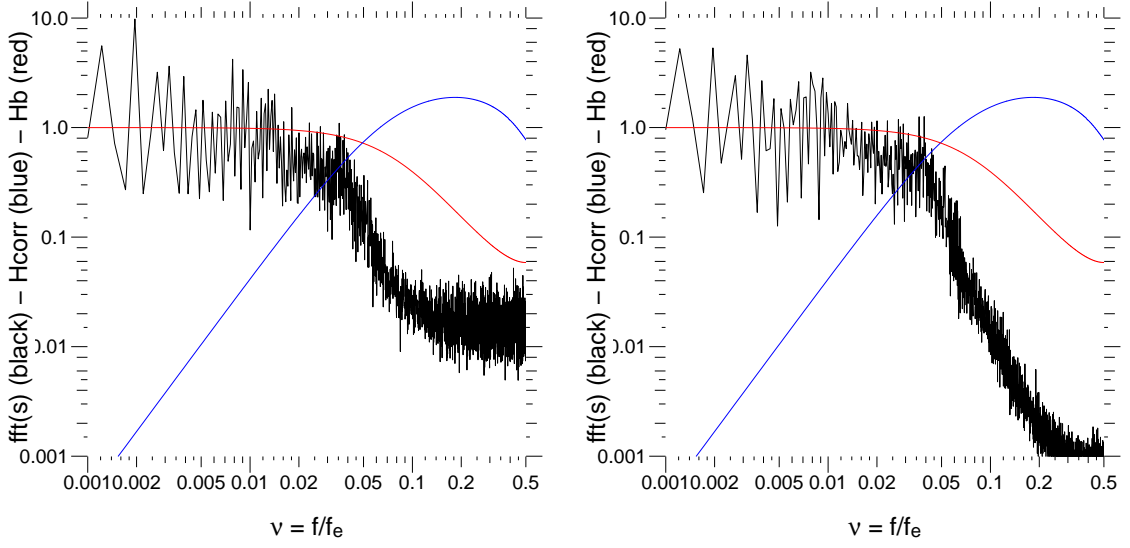


FIGURE II.45 – La densité spectrale de puissance de la turbulence mesurée est représentée en noir, les fonctions de transfert  $H_b$  et  $H_{corr}$  sont représentées en rouge et bleu. On voit nettement l'effet du bruit sur le graphe de gauche, illustrant son influence dans les calculs présentés.

Une fois ces calculs effectués, il est possible de trouver le meilleur compromis afin d'optimiser la correction. En effet, un faible gain transmettra peu de bruit, mais reconstruira mal le signal, surtout à haute fréquence, tandis qu'avec un gain fort, le système sera très réactif, mais sensible au bruit. On voit sur le graphique II.46 une représentation des erreurs correspondantes, en bleu l'erreur due à la turbulence, et en rouge l'erreur due au bruit. En noir, la somme des deux présente un minimum, donnant la valeur de gain à choisir.

### II.3.5.2 Gain modal

En boucle ouverte comme en boucle fermée, le filtrage des mesures peut s'effectuer directement, ou après projection sur une base modale (Gendron et Léna, 1994). J'ai implémenté cette option dans l'algorithme d'optimisation de gain de CANARY, et j'expose à la suite les formules correspondant au filtre de boucle ouverte utilisé.

Tout d'abord, les mesures doivent être projetées dans l'espace des polynômes de Zernike, après quoi l'algorithme reste exactement le même que précédemment : pour chaque coefficient, un gain optimal est évalué. L'application du résultat nécessite cependant de recalculer les matrices  $E$  et  $M$  du filtre de boucle ouverte (voir la formule II.16) de la façon suivante :

$$M = M_C \cdot Z_{MI} \cdot G \cdot M_{RZ} \cdot M_T \quad (\text{II.72})$$

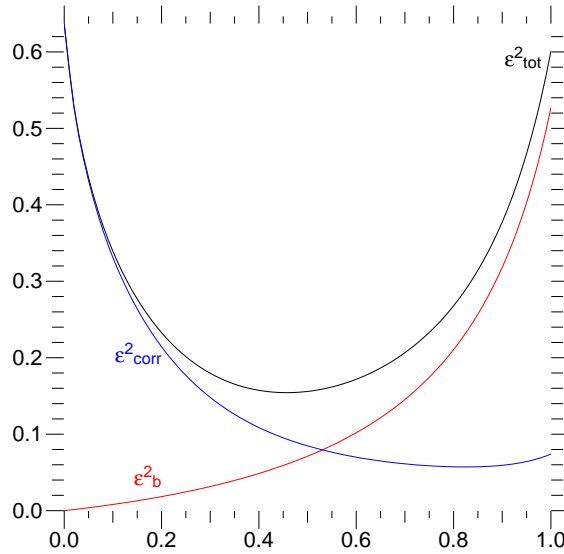


FIGURE II.46 – L'estimation du gain optimal correspond à un compromis entre l'erreur dûe à la prise en compte du bruit de mesure (en rouge) et l'erreur temporelle (en bleu). L'erreur totale (en noir) possède un minimum que l'algorithme s'efforce de déterminer.

$$E = M_C \cdot Z_{MI} \cdot (I_d - G) \cdot M_{RZ} \cdot M_I \quad (\text{II.73})$$

en notant  $Z_{MI}$  et  $M_{RZ}$  les matrices de passage de l'espace des polynômes de Zernike à l'espace des pentes et inversement,  $M_T$  la matrice de reconstruction tomographique,  $M_C$  la matrice de commande et  $M_I$  la matrice d'interaction. Enfin,  $G$  est une matrice diagonale regroupant les gains optimaux associés à chaque mode, et  $I_d$  est la matrice identité.

### II.3.5.3 Influence d'une variation de sensibilité des analyseurs

Au paragraphe I.3.3.1, il a été question de la variation de sensibilité de l'analyseur ADONF en fonction de la taille de la source, avant d'évoquer que ceci affectait également d'autres analyseurs. D'autres paramètres peuvent également entrer en jeu : pour ADONF et le Shack-Hartmann par exemple, il a été discuté au paragraphe I.2.6.3 qu'une mauvaise soustraction du fond (et/ou un mauvais seuillage pour le second) avait pour conséquence une modification de la sensibilité.

En ce qui concerne le Shack-Hartmann, que ce soit en raison d'une erreur de soustraction du fond, ou de seuillage, il est possible de prendre en compte des pixels surnuméraires, *a priori* répartis uniformément, qui auront tendance à rapprocher le centre de gravité du centre de la sous-pupille, et ainsi affecter la mesure d'un certain facteur (voir 3.2 en introduction).

La méthode des “N pixels les plus brillants” que nous avons principalement utilisé sur CANARY souffre du même défaut, pour les mêmes raisons.

La difficulté est que cette sensibilité n’est pas complètement maîtrisée : d’une part il faudrait pouvoir la mesurer, ce qui n’est pas toujours possible, d’autre part elle peut varier, en particulier en fonction de l’intensité de la source (quand des nuages passent ...), de l’intensité du fond de ciel, voire de l’évolution de la couche de sodium pour les étoiles artificielles concernées.

Or cette variation de sensibilité prend toute son importance ici, dans le sens où sa valeur intervient dans la boucle d’asservissement. En effet, si elle est affectée d’un facteur  $\gamma$ , on peut écrire les fonctions de filtrage de l’intégrateur et du filtre de boucle ouverte de la façon suivante, en remplaçant  $S_n$  par  $\gamma S_n$  :

$$u_n = u_{n-1} + g\gamma M_C \cdot s_n \quad (\text{II.74})$$

$$u_n = (1 - g)u_{n-1} + g\gamma M_T \cdot M_C \cdot s_n \quad (\text{II.75})$$

Le gain  $g$  de la boucle se trouve ainsi associé au facteur de sensibilité  $\gamma$  intrinsèque à l’analyseur.

La correction de cet effet est très simple à effectuer dans le cas de l’intégrateur : puisque le gain effectif de la boucle est  $g\gamma$ , il suffit de le prendre en compte lors de la configuration du RTC et de travailler avec un gain de boucle  $g_0 = g/\gamma$ ,  $g$  étant le gain réel désiré.

Dans le cas du filtre de boucle ouverte que nous avons utilisé, le premier terme de droite fait intervenir  $(1 - g)$  et le second  $g\gamma$  : il est dans ce cas impossible de modifier simplement la valeur du gain. Nous avons donc dû associer  $\gamma$  à la matrice de commande  $M_C$  et configurer le RTC pour travailler avec un gain  $g$  et une matrice de commande  $M_C/\gamma$ . Il est cependant évident (avec le recul) que le filtre aurait été plus simple à configurer sous la forme suivante :

$$u_n = g_1 u_{n-1} + g_2 M_T \cdot M_C \cdot s_n \quad (\text{II.76})$$

permettant de prendre en compte la variation de sensibilité de l’analyseur avec les seuls paramètres  $g_1 = 1 - g$  et  $g_2 = g/\gamma$ .

#### II.3.5.4 Résultats expérimentaux

J’ai réalisé les mesures présentées ici sur banc optique, afin de bénéficier d’une bonne stabilité des paramètres (intensité lumineuse, *seeing*) en jeu tout au long de la série de mesures, et ainsi obtenir des résultats plus représentatifs que ceux obtenus sur le ciel. Pour chaque série d’acquisitions, les performances de la boucle ont été testées à 250Hz pour 20 valeurs de gain variant de 0 à 1, puis pour les quatre types d’optimisation que j’ai implémenté pour CANARY :

- un gain global, sur l’ensemble des actionneurs

- un gain global pour le miroir déformable, et un autre pour le *tip-tilt*
- un gain par actionneur
- une optimisation modale

Dans les trois premiers cas, l'optimisation a été effectuée sur les tensions appliquées au miroir déformable, cette opération étant plus adaptée à la configuration du RTC DARC. En ce qui concerne l'optimisation modale, les données ont tout d'abord été projetées sur les 35 premiers polynômes de Zernike avant d'estimer le gain associé à chaque mode.

Chacune des mesures optimisée a été corrigée du gain du Shack-Hartmann, mesuré dans le cas de la boucle fermée, ou estimé dans le cas de la boucle ouverte. Cette valeur a été déterminée en réalisant une matrice d'interaction à fort flux, et une autre au flux utilisé : comme présenté au paragraphe II.3.3.2, ceci permet de déterminer la sensibilité (ou gain) de l'analyseur.

Les graphiques des figures II.47 et II.49 montrent les résultats obtenus en boucle fermée et en boucle ouverte pour plusieurs configurations, correspondant à des valeurs de flux et des vitesses de vent différentes. Sur chacun de ceux-ci sont représentés les mesures et les estimations de l'algorithme d'optimisation présenté.

En trait plein noir tout d'abord sont représentés les mesures de l'erreur obtenue en appliquant un gain identique sur l'ensemble des actionneurs (miroir déformable et miroir *tip-tilt*). Cette erreur, de même que pour les mesures suivantes, a été obtenue en projetant le résidu mesuré par le *truth sensor* sur les 35 premiers polynômes de Zernike, dont la variance a ensuite été déterminée. Pour terminer, afin d'estimer l'erreur de correction seule, la variance du bruit de mesure du *truth sensor* a été soustraite de chacune de ces mesures ; celle-ci a été estimée sur une série de mesures effectuée en boucle désengagée et en laissant les écrans de phase fixes.

Pour les quatre types d'optimisation présentés ci-dessus, une estimation de la performance a été réalisée de la même façon, et les résultats sont représentés par des croix sur les graphiques. En vert, le résultat d'une optimisation globale, en bleu celui de l'optimisation séparée pour le miroir déformable (en petit) et le *tip-tilt* (en gros). Pour les deux autres optimisations, par actionneur en rouge et modale en orange, les différents gains appliqués (sur les actionneurs ou sur les modes) sont représentés par autant de petites croix, permettant de visualiser leur répartition. Dans chacun des cas, l'ordonnée de ces points ou groupe de points correspond à l'erreur mesurée sur le banc optique.

Enfin, les estimations des erreurs dues au filtre sont représentées en pointillés : en rouge l'erreur due au bruit, en bleu l'erreur due au bruit et en noir, l'erreur totale. L'erreur sur le bruit a été ajustée afin de corriger l'erreur sur l'estimation du bruit de l'analyseur (ce qui explique sa valeur non nulle à gain nul) ; ceci ne change rien à la détermination du gain optimal, correspondant au minimum de la courbe noire et a été réalisé ici afin de comparer plus facilement les mesures et les prévisions.

### Mesures en boucle fermée

Les quatre graphiques présentés sur la figure II.47 correspondent à des acquisitions

effectuées dans différentes configurations, faisant varier l'intensité lumineuse des sources et la vitesse de rotation des écrans de phase. En haut, des intensités très faibles ont été utilisées, à la limite de fonctionnement de la boucle d'asservissement à gauche, et deux fois plus lumineuse à droite, pour une rotation des écrans correspondant à une vitesse de vent de 20m/s. En bas, l'intensité lumineuse est environ cent fois plus importante, et les vitesses de vent simulées sont de 1m/s à gauche et 20m/s à droite.

On constate que pour chacun d'eux, les performances estimées par l'algorithme (en pointillés noir) sont très proches des mesures réalisées pour les différentes valeurs de gain. Concernant les gains optimaux estimés, on obtient globalement de bons résultats :

- les gains globaux sont proches du minimum de la courbe en noir. Sur le premier graphique cependant, cette estimation ne semble pas très bonne, ceci pouvant s'expliquer par le fait que la minimisation par l'algorithme ne se fait pas sur les courbes présentées ici (estimées sur les polynômes de Zernike).
- les gains séparés pour le miroir déformable et *tip-tilt* apportent généralement une correction légèrement plus performante.
- une optimisation du gain actionneur par actionneur améliore systématiquement la correction, parfois d'un facteur appréciable comme on peut le voir sur les deux graphiques de gauche. Cette optimisation présente également l'avantage d'éviter les divergences de la boucle due à certains actionneurs mal vus par l'analyseur, ceux-ci se voyant attribuer un gain plus faible par l'algorithme (voir paragraphe suivant).
- l'optimisation modale est celle qui présente les meilleurs résultats, apportant systématiquement une amélioration appréciable de la correction, pouvant aller jusqu'à diminuer la variance du résidu d'un facteur 2.

La comparaison des trois graphiques correspondants à une vitesse de vent de 20m/s (en haut et en bas à droite) montre – sans surprise – que le gain optimal augmente d'autant que la mesure comporte peu de bruit (*ie* que la source est intense). La comparaison des deux graphiques du bas, correspondant à une même intensité de la source et à des vitesses de vent différentes montre que le gain est plus fort lorsque la vitesse du vent augmente, ce qui est là encore un résultat tout à fait connu.

### Répartition des gains estimés

On peut également voir sur la figure II.47 l'effet de l'intensité lumineuse sur les gains estimés : il apparaît clairement entre les graphiques du haut et du bas (resp. faible et forte intensité) que la répartition des gains par actionneurs et modaux se trouvent moins dispersés dans le second cas que le premier.

Concernant les gains par actionneurs, ceci s'explique aisément par la difficulté d'effectuer les mesures à faible flux sur certaines sous-pupilles, proches de l'obstruction centrale ou du bord de la pupille, et ainsi de commander les actionneurs correspondants. On peut voir à gauche de la figure II.48 une représentation des gains appliqués sur la surface du miroir déformable : outre un gradient de haut en bas, dû à un éclairage non uniforme de la pupille, on observe une diminution des gains aux endroits cités.

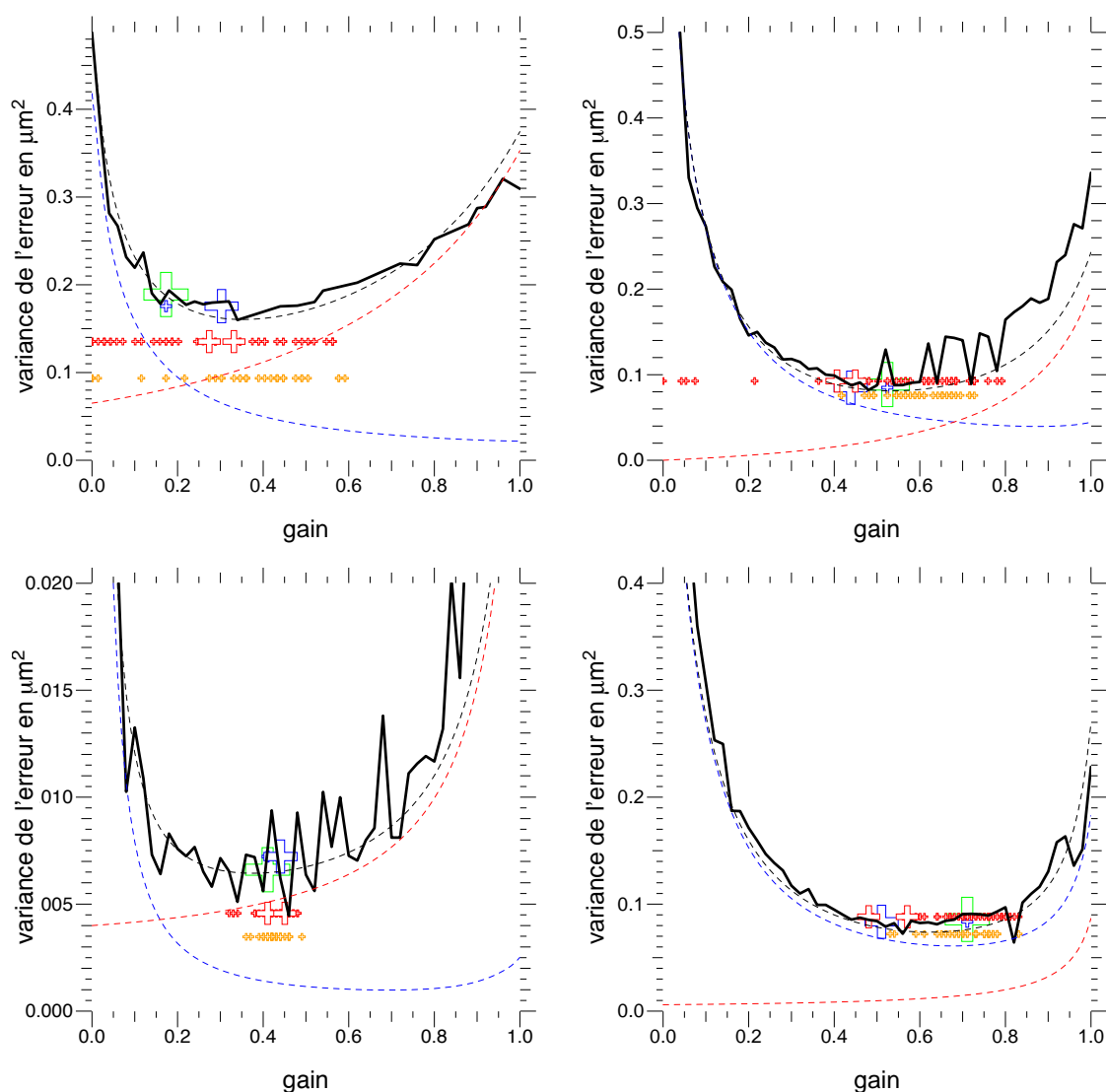


FIGURE II.47 – Mesures de performance de correction effectuées en boucle fermée. Le trait noir représente l'erreur mesurée pour différentes valeurs de gain, les traits en pointillés représentent l'estimation, à partir d'un jeu de données, de l'erreur due au bruit (en rouge), à la turbulence non corrigée (en bleu) et totale (en noir). Les points figurent les performances obtenues pour diverses optimisations : en vert pour un gain global, en bleu un gain pour le miroir déformable (petite croix) et un autre pour le *tip-tilt* (grosse croix), en rouge les gains associés à chaque actuateur (les deux grosses croix sont associées au *tip-tilt*), et en orange les gains associés à chaque mode de Zernike. Enfin, les configurations correspondant aux quatre graphiques sont les suivantes : intensité à la limite de fonctionnement de la boucle d'asservissement et vent à 20m/s en haut à gauche, intensité deux fois plus importante et vent à 20m/s à droite, forte intensité et vent à 1m/s en bas à gauche, forte intensité et vent à 20m/s à droite.



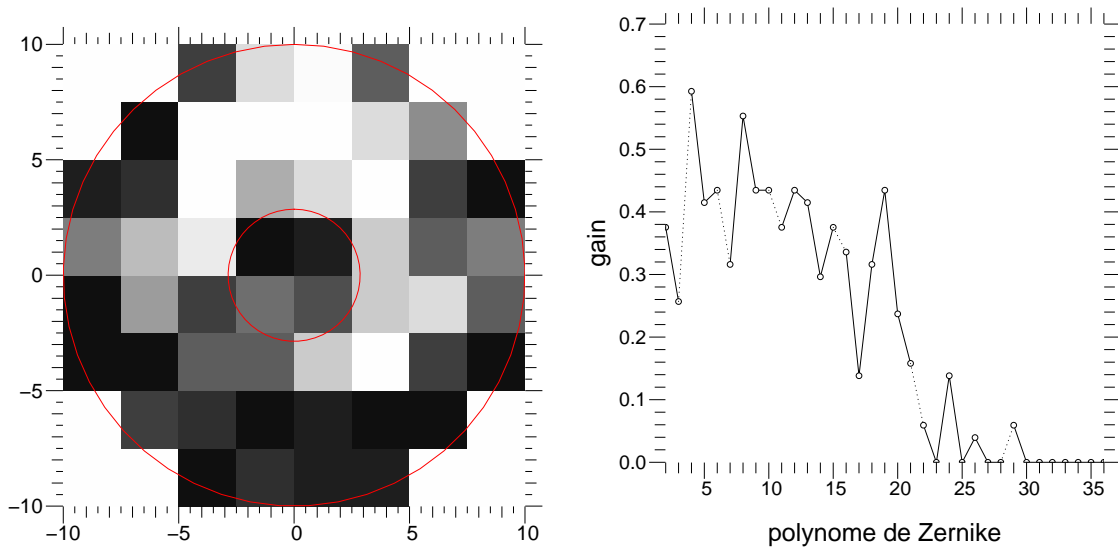


FIGURE II.48 – Résultats de l'algorithme d'optimisation pour des données fortement bruitées et une vitesse de vent importante, correspondant au graphique en haut à gauche de la figure II.47 (intensité lumineuse à la limite de fonctionnement de la boucle et vent de 20m/s). A gauche : représentation des gains appliqués sur chaque actionneur : ceux correspondant à des sous-pupilles mal vues (proche de l'obstruction centrale et sur les bords, représentés en rouge) sont plus faibles que les autres ; on observe également une variation de haut en bas, due à un gradient lumineux sur la pupille. A droite : les gains appliqués à chaque polynôme de Zernike dans le cas d'une optimisation modale ; les polynômes de hauts ordres (à partir de  $n=22$  ici) évoluent trop rapidement pour être corrigés.

Les gains estimés sur les polynômes de Zernike dépendent aussi de l'intensité lumineuse mais sont également sensibles à la vitesse du vent : les polynômes de hauts ordres, rapidement variables dans le temps, sont ainsi rapidement éliminés par l'algorithme, comme on peut le voir à droite de la figure II.48.

Ces deux représentations des gains estimés ont été réalisées dans des conditions très proches de celles ayant aboutit au premier graphique de la figure II.47, c'est-à-dire pour une vitesse de vent équivalente à 20m/s, et pour un faible rapport signal à bruit.

### Mesures en boucle ouverte

De la même façon qu'en boucle fermée, la figure II.49 présente des résultats obtenus sur banc optique en boucle ouverte, avec les mêmes conventions de représentation. L'estimation du bruit de l'analyseur n'avait alors pas été effectuée lors des mesures : celle-ci a été compensée par un ajustement en translation de la courbe pointillée en rouge comme expliqué précédemment.

Ces deux mesures ont été réalisées pour des intensités faibles (environ deux fois plus

intense à droite qu'à gauche), et des vitesses équivalentes de vent de 10m/s et 5m/s. Les conclusions sont très similaires à celles données pour la boucle fermée : les estimations de bruit (en pointillés) sont très proches des mesures effectuées, et l'algorithme effectue systématiquement un choix de gain optimal correct. De même, les performances obtenues en appliquant des gains actionneurs par actionneurs sont globalement meilleures, et un gain modal améliore encore résultats.

D'autre part, on constate sur les graphiques présentés que la variance n'augmente pas aussi vite qu'en boucle fermée après le minimum. L'intégrateur tend en effet à faire diverger la boucle fermée pour des gains proches de l'unité tandis que la boucle ouverte est stable même pour des gains supérieurs à l'unité. En conséquence, en fonction de l'incertitude potentielle concernant la sensibilité de l'analyseur discutée au chapitre II.3.5.3, il est préférable en boucle ouverte de *surestimer* légèrement le gain de boucle. Je précise par ailleurs que j'ai choisi les graphiques présentés sur la figure II.49 pour leur minimum particulièrement marqué : pour un flux légèrement plus important, on constate que les performances de la boucle sont quasiment constantes pour des valeurs de gain supérieures à 0.2 ou 0.3. Il est ainsi courant de pouvoir travailler avec un gain proche de l'unité en boucle ouverte lorsque le rapport signal à bruit est correct.

## II.4 Résultats sur banc et observations

### II.4.1 Estimation des performances

CANARY a été réalisé pour comprendre *in situ* les erreurs de correction tomographique en boucle ouverte, aussi l'estimation d'un budget d'erreur sur la boucle MOAO est importante afin d'en discriminer les différentes contributions. Celles-ci sont tout d'abord exposées, et une méthode permettant de les déterminer est exposée à la suite.

#### II.4.1.1 Mesures effectuées

Les données nécessaires à l'estimation des diverses erreurs intervenant dans la boucle d'optique adaptative nécessite deux types de mesures. D'une part, les données prises lorsque la boucle est engagée sont intéressantes afin de mesurer directement sur le *truth sensor* l'erreur effectuée lors de la correction. Il est cependant impossible à partir de ces seules données de déterminer, par exemple, quelle partie provient du bruit sur les analyseurs hors-axe par rapport à celle causée par une mauvaise reconstruction tomographique.

Afin de pouvoir déterminer ces contributions, on réalise une série de mesure avec la boucle désengagée, permettant en particulier une comparaison des données des analyseurs hors-axe avec celles du *truth sensor*.

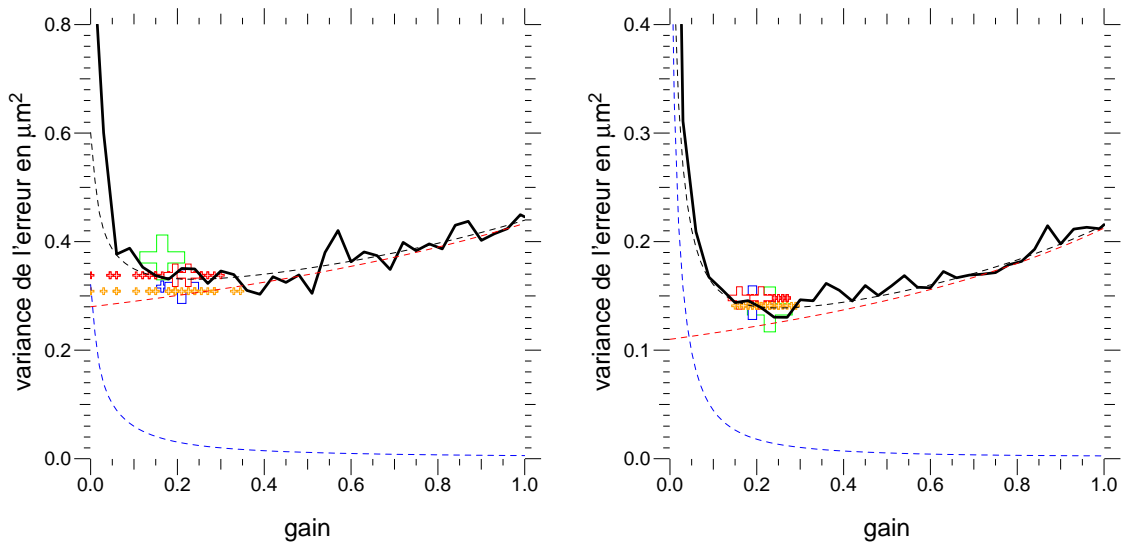


FIGURE II.49 – Mesures de performance de correction effectuées en boucle ouverte. Le trait noir représente l'erreur mesurée pour différentes valeurs de gain, les traits en pointillés représentent l'estimation, à partir d'un jeu de données, de l'erreur due au bruit (en rouge), à la turbulence non corrigée (en bleu) et totale (en noir). Les points figurent les performances obtenues pour diverses optimisations : en vert pour un gain global, en bleu un gain pour le miroir déformable (petite croix) et un autre pour le *tip-tilt* (grosse croix), en rouge les gains associés à chaque actuateur (les deux grosses croix sont associées au *tip-tilt*), et en orange les gains associés à chaque mode de Zernike. Enfin, ces deux graphiques ont été obtenus à faible flux, pour des vitesses de vent de 10m/s et 5m/s.

### II.4.1.2 Budget d'erreur

L'erreur totale sur la correction en optique adaptative peut se décomposer en plusieurs termes, mettant en valeur les causes de celle-ci : intrinsèque (nombre d'actionneurs limités), due au bruit de mesure (magnitude de l'étoile), tomographique (erreur de reconstruction) ...

Les termes d'erreur  $\sigma^2$  présentés à la suite peuvent correspondre à des variances temporelles (bruit, tomographie ...) ou spatiales (aberrations statiques), malgré une notation identique. L'origine de chacun d'eux est expliqué dans le texte suivant, et les formules associées sont données au paragraphe II.4.1.3.

#### Boucle fermée

Dans le cas d'une optique adaptative classique, on peut écrire l'erreur sur l'analyseur (noté  $TS$  pour "truth sensor", par analogie avec le paragraphe suivant) :

$$\sigma_{TS}^2 = \underbrace{\sigma_{BW}^2}_{\text{bande passante}} + \underbrace{\sigma_{noise\ TS}^2}_{\text{bruit mesures}} + \underbrace{\sigma_{noise\ prop}^2}_{\text{bruit propage}} \quad (\text{II.77})$$

et sur la caméra scientifique d'imagerie :

$$\begin{aligned} \sigma_{camera}^2 = & \underbrace{\sigma_{fitting}^2}_{\text{sous-modélisation}} + \underbrace{\sigma_{alias}^2}_{\text{repliement}} + \underbrace{\sigma_{BW}^2}_{\text{bande passante}} + \underbrace{\sigma_{ani}^2}_{\text{anisoplanétisme}} \quad (\text{II.78}) \\ & + \underbrace{\sigma_{abstat\ HO}^2}_{\text{aberrations HO}} + \underbrace{\sigma_{NCPA}^2}_{\text{Not Com. Path Ab.}} + \underbrace{\sigma_{noise\ prop}^2}_{\text{bruit propage}} \end{aligned}$$

le terme  $\sigma_{abstat\ HO}^2$  désignant les aberrations statiques de hauts ordres, dues aux défauts des optiques, et non vues par l'analyseur.  $\sigma_{noise\ prop}^2$  traduit quant à lui l'erreur induite par l'application de tensions erronées sur le miroir déformable ayant pour origine le bruit sur les mesures de pentes réalisées par l'analyseur.

Le tableau II.50 récapitule l'ensemble de ces termes.

#### Boucle ouverte

Dans le cas de la boucle de MOAO, il n'existe pas d'erreur d'anisoplanétisme, mais d'autres termes s'ajoutent ou se transforment :

- l'erreur de repliement concerne les analyseurs hors-axe et le *truth sensor*, il convient donc de prendre en compte  $\sigma_{alias\ off}^2$  et  $\sigma_{alias\ TS}^2$ . D'autre part, comme développé dans les paragraphes suivants, il est nécessaire de prendre en compte de façon séparée les couches à "basse" (LA) et "haute" altitude (HA).
- outre les aberrations statiques de hauts ordres toujours présents, une erreur dans l'estimation et la prise en compte en boucle ouverte des aberrations statiques sur l'axe et hors-axe (voir chapitre II.2.4) conduit à introduire des aberrations statiques de bas ordre  $\sigma_{abstat\ LO}^2$ . C'est en quelque sorte une erreur *statique* de boucle ouverte.

$\sigma_{BW}^2$	Erreur de bande passante, causée par la fréquence d'échantillonnage limitée de la boucle d'optique adaptative
$\sigma_{noise\ TS}^2$	Erreur de mesure due au bruit de l'analyseur
$\sigma_{fitting}^2$	Erreur de sous-modélisation, due au nombre fini d'actionneurs du miroir déformable, limitant la résolution spatiale de la correction
$\sigma_{alias}^2$	Erreur de repliement causée par l'échantillonnage du front d'onde par l'analyseur
$\sigma_{abstat\ HO}^2$	Aberrations statiques de hauts ordres due aux optiques, que le miroir déformable ne pourra pas corriger
$\sigma_{NCPA}^2$	Aberrations différentielles entre l'analyseur et la caméra d'imagerie scientifique
$\sigma_{noise\ prop}^2$	Erreur due au bruit de mesure de l'analyseur, propagé sur les actionneurs du miroir déformable
$\sigma_{ani}^2$	Erreur d'anisoplanétisme (voir en introduction 3.1)

FIGURE II.50 – Description des termes du budget d'erreur en boucle fermée (SCAO)

- le bruit sur les mesures des analyseurs hors-axe, propagé dans le restructeur tomographique, conduit à une erreur notée  $\sigma_{noise\ prop.}^2$ .
- une erreur de reconstruction tomographique du front d'onde (mauvais restructeur, couverture de la pupille imparfaite ...) conduit à une erreur  $\sigma_{tomo}^2$ .
- le miroir déformable n'étant pas vu par les analyseurs hors-axe, une différence entre la correction appliquée et la correction souhaitée est à l'origine d'une erreur de boucle ouverte  $\sigma_{OL}^2$

Ces quatre derniers termes sont vus par la caméra et le *truth sensor*. Concernant l'erreur de repliement, la caméra n'est affectée que par celle des analyseurs hors-axe (à basse et haute altitude, voir à la fin de cette section), tandis que le *truth sensor* est sensible aux contributions de l'ensemble des analyseurs mais uniquement pour le terme à haute altitude. On en vient donc à l'erreur mesurée par la caméra :

$$\begin{aligned}
\sigma_{camera}^2 = & \underbrace{\sigma_{fitting}^2}_{\text{sous-modélisation}} + \underbrace{\sigma_{alias\ off\ LA+HA}^2}_{\text{repliement}} + \underbrace{\sigma_{BW}^2}_{\text{bande passante}} + \underbrace{\sigma_{abstat\ HO}^2}_{\text{aberrations HO}} + \underbrace{\sigma_{OL}^2}_{\text{open-loop}} \\
& + \underbrace{\sigma_{abstat\ LO}^2}_{\text{aberrations LO}} + \underbrace{\sigma_{NCPA}^2}_{\text{Not Com. Path Ab.}} + \underbrace{\sigma_{noise\ prop}^2}_{\text{bruit propage}} + \underbrace{\sigma_{tomo}^2}_{\text{tomographie}} \quad (\text{II.79})
\end{aligned}$$

et le *truth sensor* :

$$\begin{aligned}
\sigma_{TS}^2 = & \underbrace{\sigma_{alias\ off\ HA}^2}_{\text{repliement}} + \underbrace{\sigma_{alias\ TS\ HA}^2}_{\text{repliement}} + \underbrace{\sigma_{BW}^2}_{\text{bande passante}} + \underbrace{\sigma_{abstat\ LO}^2}_{\text{aberrations LO}} + \underbrace{\sigma_{OL}^2}_{\text{open-loop}} \\
& + \underbrace{\sigma_{noise\ prop}^2}_{\text{bruit propage}} + \underbrace{\sigma_{noise\ TS}^2}_{\text{bruit TS}} + \underbrace{\sigma_{tomo}^2}_{\text{tomographie}} \quad (\text{II.80})
\end{aligned}$$

$\sigma_{BW}^2$	Erreur de bande passante, causée par la fréquence d'échantillonnage limitée de la boucle d'optique adaptative
$\sigma_{noise\ TS}^2$	Bruit de mesure du <i>truth sensor</i>
$\sigma_{fitting}^2$	Erreur de sous-modélisation, due au nombre fini d'actionneurs du miroir déformable, limitant la résolution spatiale de la correction
	Erreur de repliement causée par l'échantillonnage du front d'onde :
$\sigma_{alias\ off\ LA+HA}^2$	à basse et haute altitude, par les analyseurs hors-axe
$\sigma_{alias\ off\ HA}^2$	à haute altitude par les analyseurs hors-axe
$\sigma_{alias\ TS\ HA}^2$	à haute altitude par le <i>truth sensor</i>
$\sigma_{abstat\ HO}^2$	Aberrations statiques de hauts ordres, que le miroir déformable ne pourra pas corriger
$\sigma_{abstat\ LO}^2$	Aberrations statiques résiduelles de bas ordres, dues à une erreur de prise en compte des aberrations sur l'axe (tensions statiques sur le miroir déformable) et hors-axe (pentes de référence). Voir II.2.4.
$\sigma_{NCPA}^2$	Aberrations différentielles entre le <i>truth sensor</i> et la caméra d'imagerie scientifique
$\sigma_{noise\ prop}^2$	Erreur due au bruit de mesure de l'analyseur, propagé sur les actionneurs du miroir déformable
$\sigma_{OL}^2$	Erreur de boucle ouverte, due au défaut de modélisation du miroir déformable
$\sigma_{tomo}^2$	Erreur de tomographie effectuée lors de la reconstruction de la turbulence sur l'axe de visée à partir des mesures hors-axe

FIGURE II.51 – Description des termes du budget d'erreur en boucle ouverte (MOAO)

On peut alors écrire le lien entre ces deux erreurs :

$$\sigma_{camera}^2 = \sigma_{TS}^2 - \sigma_{alias\ TS\ HA}^2 + \sigma_{alias\ off\ LA}^2 - \sigma_{noise\ TS}^2 + \sigma_{fitting}^2 + \sigma_{abstat\ HO}^2 + \sigma_{NCPA}^2 \quad (II.81)$$

Le tableau II.51 récapitule l'ensemble des termes intervenant dans ces dernières formules.

### II.4.1.3 Détermination des différentes composantes

#### Notations

L'ensemble des estimations présentées ici, et réalisées sur les données acquises par CANARY, est effectué dans l'espace de polynômes de Zernike. La matrice  $M_{RZ}$ , définie en introduction au chapitre 2.4, permet le passage d'un jeu de pentes  $s$  à leur décompo-

sition sur cette base en utilisant la formule 27 :

$$[a_z] = M_{RZ} \cdot s \quad (\text{II.82})$$

où  $[a_z]$  est le vecteur des coefficients  $a_z$  des polynômes de Zernike. Par abus de notation, j'écrirai par la suite la somme des contributions  $[a_z^2]$  projetées sur les polynômes de Zernike de la façon suivante :

$$\sum_{z \geq n} a_z^2 = \sum_{z \geq n} f(M_{RZ}, s) \quad (\text{II.83})$$

où  $f$  est une fonction faisant intervenir la matrice  $M_{RZ}$  ou son carré, et les pentes  $s$  ou les variances  $\sigma_s$  associées, présentées ci-dessous.

Les données acquises présentées au chapitre II.4.1.1 et les variances associées sont notées :

- $s_{TS}$  pour les pentes du *truth sensor*, de variances  $\sigma_{s_{TS}}^2$
  - $s_{i\ off}$  pour les pentes du i-ième analyseur hors-axe de variances  $\sigma_{i\ off}^2$
- Les équivalents obtenus avec la boucle désengagée sont notés avec un exposant "  $d$  ".

Les  $\sigma_s^2$  utilisés ici sont, de même que les pentes  $s$ , des vecteurs. Ils composés des variances de chaque pente, que l'on peut écrire :

$$[\sigma_s^2] = [var_t(s_j)] \quad (\text{II.84})$$

où  $var_t(s_j)$  désigne la variance temporelle de  $s_j$ .

Enfin, les bruits de mesure sur les différents analyseurs  $\sigma_{s_{TS\ noise}}^2$   $\sigma_{s_{i\ off\ noise}}^2$  sont des vecteurs regroupant les bruits estimés sur chaque sous-pupille par autocorrélation des mesures.

## Formules utilisées

### NCPA et aberrations de hauts ordres

L'erreur sur les NCPA est très difficile à estimer, et va affecter la qualité de l'image de même que les aberrations de hauts ordres. La contribution totale de ces deux termes a été estimée à partir de la meilleure image qu'il a été possible d'obtenir sur le banc après prise en compte des NCPA, et nous avons estimé :

$$\sqrt{\sigma_{NCPA}^2 + \sigma_{abstat\ HO}^2} \approx 150nm\ RMS \quad (\text{II.85})$$

### Aberrations de bas ordres

La valeur moyenne des pentes mesurées par le *truth sensor* permet de calculer l'erreur due aux aberrations statiques de bas ordre :

$$\sigma_{abstat\ LO}^2 = \sum_{z \geq 4} (M_{RZ} \cdot \langle s_{TS} \rangle_t)^2 \quad (\text{II.86})$$

et la variance temporelle de ces même mesures donne la contribution restante :

$$\sigma_{TS}^2 - \sigma_{abstat LO}^2 = \sum_z \text{var}_t(M_{RZ} \cdot s_{TS}) \quad (\text{II.87})$$

### Erreur de fitting

Le calcul de l'erreur de fitting nécessite de connaître le  $r_o$  au moment de l'observation. Celui-ci peut-être obtenu de source extérieure (DIMM), ou déterminé à partir des mesures des analyseurs hors-axe par ajustement de leurs variances. A la suite de quoi, l'erreur de fitting s'écrit (Conan, 1994) :

$$\sigma_{fitting}^2 = 0.257 \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 N_z^{-5/6} \left( \frac{D_{tel}}{r_o} \right)^{5/3} \quad (\text{II.88})$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde,  $N_z$  le nombre de modes (polynômes de Zernike) corrigés par le miroir déformable (estimé à 35 dans notre cas) et  $D_{tel}$  le diamètre du télescope.

### Bruit propagé

La propagation du bruit affectant les mesures des analyseurs hors-axe fait intervenir la matrice de reconstruction tomographique. En notant  $M^2 = [[m_{i,j}^2]]$  la matrice dont les éléments sont ceux de la matrice  $M = [[m_{i,j}]]$  au carré, les variances obéissent à la relation de propagation suivante, qui est valide si les bruits sur les pentes ne sont pas corrélés, ni entre deux sous-pupilles, ni entre les mesures en  $x$  et  $y$  :

$$\sigma_{noise prop total}^2 = \sum_z (M_{RZ} \cdot M_T)^2 \cdot \sigma_{s off noise}^2 \quad (\text{II.89})$$

Le bruit réellement pris en compte dans la correction est celui obtenu après filtrage, on peut donc écrire en supposant ce bruit blanc :

$$\sigma_{noise prop}^2 = \sigma_{noise prop total}^2 \int_f H_b df \quad (\text{II.90})$$

### Bruit du *truth sensor*

De la même façon, le bruit sur les mesures du *truth sensor* peut être transposé dans l'espace des polynômes de Zernike pour obtenir :

$$\sigma_{noise TS}^2 = \sum_z M_{RZ}^2 \cdot \sigma_{s TS noise}^2 \quad (\text{II.91})$$

### Erreur de tomographie

A partir des données acquises en boucle désengagée, il est possible de déterminer l'erreur de tomographie en comparant les valeurs prédites par la tomographie  $M_T \cdot s_{off}^d$  et les mesures effectives du *truth sensor*  $s_{TS}^d$ . Cette mesure est affectée de l'aliasing ainsi que du bruit sur le *truth sensor* et du bruit propagé précédemment déterminés :

$$\begin{aligned} \sum_z \text{var}_t(M_{RZ} \cdot (s_{TS}^d - M_T \cdot s_{off}^d)) &= \sigma_{tomo}^2 + \sigma_{noise TS}^2 + \sigma_{noise prop total}^2 \quad (\text{II.92}) \\ &+ \sigma_{alias TS HA}^2 + \sigma_{alias off HA}^2 \end{aligned}$$



**Erreur de bande passante**

L'erreur de bande passante  $\sigma_{BW}^2$  peut être déterminée à partir des mesures des analyseurs hors axe. Elle peut s'exprimer à l'aide des fonctions de transfert de la boucle avec les notations des chapitres II.3.1 et II.3.5. En notant :

$$\sigma_{Z \text{ off noise}}^2 = \sum_z M_{RZ}^2 \cdot \sigma_{i \text{ off noise}}^2 \quad (\text{II.93})$$

l'erreur s'écrit :

$$\begin{aligned} \sigma_{BW}^2 &= \sum_z \int_f H_{corr} \left| TF [M_{RZ} \cdot s_{off}] \right|^2 df + \sigma_{Z \text{ off noise}}^2 \int_f (H_b - H_{corr}) df \\ &\quad - \sigma_{Z \text{ off noise}}^2 \int_f H_b df \\ &= \sum_z \int_f H_{corr} \left| TF [M_{RZ} \cdot s_{off}] \right|^2 df - \sigma_{Z \text{ off noise}}^2 \int_f H_{corr} df \end{aligned} \quad (\text{II.94})$$

On peut également la déterminer, connaissant le retard de la boucle d'asservissement, en filtrant numériquement les pentes  $s_{off}^d$  et un bruit de variance  $\sigma_{i \text{ off noise}}^2$  avec l'équation du filtre de boucle ouverte II.17 :

$$\sigma_{BW}^2 = \text{var}_t(M_{RZ} \cdot s_{off}^d - \text{filtre}(M_{RZ} \cdot s_{off}^d)) - \text{var}_t(M_{RZ} \cdot \text{bruit} - \text{filtre}(M_{RZ} \cdot \text{bruit})) \quad (\text{II.95})$$

**Aliasing**

La prise en compte de l'erreur de repliement dépend de l'altitude de la couche turbulente considérée. En effet, pour une couche au sol, l'ensemble des analyseurs effectue la mesure d'un front d'onde identique, l'erreur de repliement effectuée par les analyseurs hors-axe sera propagée par le reconstituteur et "corrigée" par le miroir déformable ; le *truth sensor* effectue alors une mesure affectée de l'aliasing compensée par les bas ordres du miroir, tandis que la caméra d'imagerie est affectée par l'erreur totale de repliement sur les analyseurs hors-axe propagée.

Pour une couche en altitude, les hautes fréquences (responsables de l'aliasing) sont rapidement décorréliées entre les différents analyseurs : l'erreur sur les analyseurs hors-axe propagée est vue par la caméra et le *truth sensor*. Cette fois cependant, l'aliasing mesuré sur l'axe par l'analyseur central est différent de celui corrigé par le miroir déformable : on mesure donc une seconde erreur sur le *truth sensor*.

Outre ces considérations sur l'altitude des couches, l'erreur d'aliasing est particulièrement difficile à estimer. Nous avons choisi, d'après (Rigaut *et al.*, 1998), de fixer la valeur de sa variance comme étant égale au tiers de celle de l'erreur de fitting :

$$\sigma_{alias}^2 = 0.33 \sigma_{fitting}^2 \quad (\text{II.96})$$

### Erreur de boucle ouverte

Cette erreur a été mesurée sur le miroir déformable ADONIS en 2009 (voir II.2.3.1) et a été estimée entre 2 et 3% de la course totale demandée au miroir, en faisant l'hypothèse que les analyseurs ne contribuaient pas à cette erreur (dynamique suffisante, sensibilité maîtrisée, *etc.*).

Si une telle mesure est réalisable au cours d'une expérience dédiée, son estimation sur des données prises sur le ciel est en revanche plus difficile ; on a ainsi attribué à l'erreur de boucle ouverte la différence entre l'erreur totale mesurée par le *truth sensor* et la somme des autres contributions à celle-ci. L'erreur de boucle ouverte ainsi estimée recouvre en fait toutes les erreurs d'origine inconnue qui affectent le budget d'erreur, et cumule donc les imprécisions sur l'ensemble des autres termes. Pour cette raison, sa valeur est sans doute la moins bien déterminée du budget d'erreur.

### Conclusion

Chacun des termes présents dans les équations II.79 et II.80 peut ainsi être déterminé à partir des mesures effectuées, en dehors de l'aliasing pour lequel, comme souvent pour ce terme, une approximation a été utilisée. On note toutefois l'importance d'avoir des données acquises en boucle désengagée afin de pouvoir calculer l'erreur de tomographie, et compléter ainsi le budget d'erreur en boucle ouverte.

## II.4.2 Effet d'une erreur sur l'estimation de l'altitude d'une couche

Une erreur sur l'estimation de l'altitude d'une couche a pour conséquence une mauvaise reconstruction tomographique de la turbulence, causant une baisse des performances de la MOAO. Cette erreur peut provenir de la phase *learn*, en particulier si les données sont fortement bruitées, mais peut également être due à un changement du profil de turbulence au cours du temps. Indépendamment de ceci, la modification de la hauteur de l'objet dans le ciel au cours du temps provoque une variation de la distance apparente des couches selon l'axe de visée, dont il est intéressant de quantifier l'effet.

### II.4.2.1 Mesures sur banc optique

Afin de mesurer l'effet de cette erreur, un astérisme a été reproduit sur le banc optique (figure II.52 ; les intensités lumineuses étaient équivalentes pour chaque source), et un écran de phase a été placé de façon à être conjugué en altitude. L'algorithme *learn* a permis de déterminer cette altitude équivalente à 5250m, ainsi que la force de la turbulence ( $r_o = 12cm$ ). A partir de ces informations, il a été possible de calculer plusieurs reconstruteurs tomographiques, chacun basé sur un profil à une seule couche de  $r_o = 12cm$  et positionnée à une altitude variant de 2000 à 10000m selon le reconstruteur. J'ai estimé les performances de la correction avec chacun, en acquérant des données en boucle engagée.

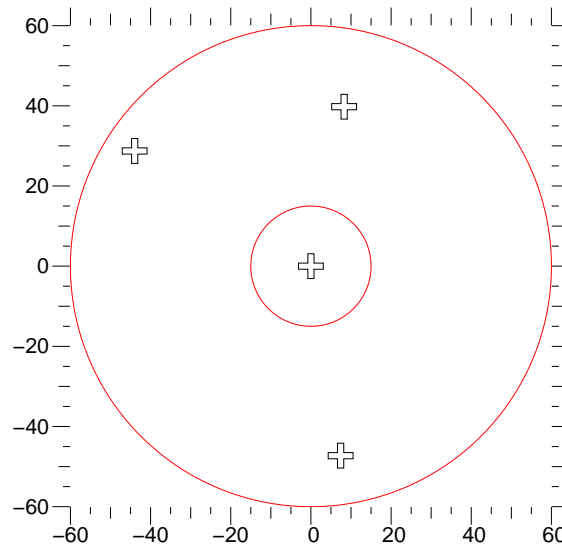


FIGURE II.52 – Astérisme simulé sur banc optique pour l'étude de l'erreur réalisée par une mauvaise estimation de l'altitude d'une couche en MOAO. Les étoiles hors-axe sont situées à 41, 48 et 53'' de l'étoile centrale.

#### II.4.2.2 Résultats

Comme expliqué au chapitre II.4.1, le budget d'erreur a pu être établi à partir des données obtenues en boucle engagée et désengagée. Une partie des résultats est présentée sur le graphique II.53. Celui-ci montre les variances des erreurs mesurées et calculées en fonction de l'altitude choisie dans le reconstructeur : en rouge l'erreur de tomographie pure  $\sigma_{tomo}^2$ , en noir la variance des mesures réalisées sur le *truth sensor* en boucle engagée, et en bleu l'erreur du front d'onde sur la voie scientifique  $\sigma_{camera}^2$ . On retrouve un résultat attendu : les erreurs sont minimales pour une altitude de 5250m, comme estimé initialement. Chacune de ces erreurs suit le même profil, montrant que l'erreur réalisée par une mauvaise estimation de l'altitude est entièrement contenue dans le terme  $\sigma_{tomo}^2$ . Le tableau II.54 détaille le budget d'erreur, calculé à partir des formules du chapitre II.4.1. Celui-ci permet de vérifier que seul le terme d'erreur de tomographie varie en fonction de l'altitude, les termes  $\sigma_{abstat}$  et  $\sigma_{noise prop}$  ayant quant à eux plutôt suivi une évolution dépendante du temps (dérive) au cours des mesures.

Concernant les aberrations statiques, dues à une erreur sur les tensions d'offset à appliquer du miroir déformable, il est intéressant de constater que leur amplitude a triplé durant la demi-heure qu'ont duré les mesures, sans doute dû à une dérive mécanique sur le banc. Ceci encourage à réaliser cet étalonnage assez régulièrement afin de s'en affranchir correctement, même si leur contribution après cette période (70nm RMS) reste relativement négligeable devant les autres termes.

On remarque également que les erreurs de bruit  $\sigma_{noise TS}^2$  et de bruit propagé  $\sigma_{noise prop}^2$

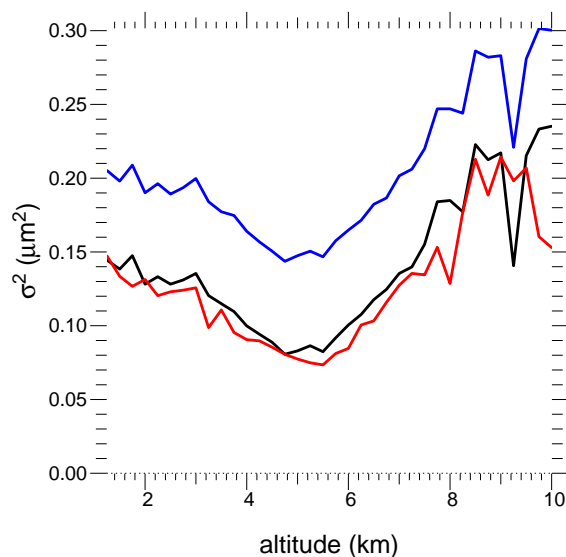


FIGURE II.53 – Variance de l'erreur de correction de la boucle MOAO en fonction de l'altitude estimée de la couche, pour une couche de turbulence située à 5250m. En rouge l'erreur de reconstruction tomographique  $\sigma_{tomo}^2$ , en noir la variance des mesures du *truth sensor* (soit  $\sigma_{TS}^2 - \sigma_{abstat\ LO}^2$  d'après la formule II.87) et en bleu l'erreur estimée sur le front d'onde de la voie scientifique

	erreur (nm RMS)
$\sigma_{noise\ prop}$	30 à 50
$\sigma_{fitting}$	200
$\sigma_{noise\ TS}$	60
$\sigma_{abstat}$	40 à 70
$\sigma_{NCPA+abstat\ HO}$	150
$\sigma_{BW}$	85
$min(\sigma_{tomo})$	275

FIGURE II.54 – Budget d'erreur de la correction MOAO pour des mesures effectuées sur le banc optique correspondant au graphique II.53. L'erreur de tomographie  $\sigma_{tomo}$  donnée ici correspond au minimum de la courbe précédente, correspondant à une altitude prise en compte dans le reconstructeur de 5250m.

	MOAO	GLAO	SCAO
$\sigma_{tomo}$	275	422	-
$\sigma_{camera}$	380	500	280

FIGURE II.55 – Comparaison des performances de la MOAO, GLAO et SCAO. Pour chacune sont données les erreurs de tomographie (le cas échéant), et l’erreur estimée sur le front d’onde dans la voie d’imagerie  $\sigma_{camera}$ . Toutes ces grandeurs sont exprimées en  $nm$  *RMS*

sont ici assez faibles en regard des autres, ce qui s’explique par le très bon rapport signal à bruit utilisé pour ces mesures.

Pour finir, les mesures réalisées ici montrent que la détermination du profil de turbulence ne nécessite pas une précision absolue : la courbe représentant la variance de l’erreur de tomographie en fonction de l’altitude est en effet évasée, et la position du minimum difficile à déterminer à mieux que  $500m$ . En conséquence, une erreur de  $500m$  sur l’estimation du profil n’aurait pas changé de façon perceptible le budget d’erreur ici.

### II.4.2.3 Comparaison avec la GLAO et SCAO

En imposant la couche au sol (configuration abusivement appelé GLAO ici, puisque réalisée en boucle ouverte), ou en fermant la boucle classique d’optique adaptative (SCAO), on obtient d’autres performances, comparées dans le tableau II.55 avec les meilleures performances de la MOAO (obtenues pour une altitude de  $5250m$ ).

Il apparaît ainsi que la correction obtenue en GLAO est moins bonne qu’en MOAO, comme on pouvait le deviner déjà sur la figure II.53 en extrapolant la courbe pour  $h = 0m$  ; la variance de l’erreur de tomographie est en particulier doublée. En SCAO par contre, les performances sont bien meilleures, et la variance de phase sur la voie scientifique est quasiment divisée d’un facteur 2 par rapport à la MOAO et d’un facteur supérieur à 3 par rapport à la GLAO.

La MOAO permet ainsi de réaliser un gain significatif des performances de la boucle adaptative par rapport à la GLAO, grâce à la prise en compte des couches de turbulence en altitude. La SCAO sur l’axe donne comme attendu des résultats encore meilleurs, mais ne correspond pas à une configuration utilisable de l’optique adaptative pour une cible scientifique ; il n’était malheureusement pas possible sur CANARY de réaliser une correction SCAO hors axe pour effectuer une comparaison plus pertinente des performances.

### II.4.3 Recherche d’astérismes

Afin d’effectuer les mesures sur le ciel, il a été nécessaire de trouver des astérismes de quatre étoiles, répondant au mieux à divers critères imposés par des contraintes

techniques (magnitude, distance minimale entre les étoiles) et théoriques (répartition des étoiles autour de l'objet central, distance maximale des étoiles hors-axe). Ces critères sont tout d'abord expliqués, et je présente ensuite l'algorithme que j'ai développé pour trouver et classer les astérismes correspondants. Enfin, quelques résultats sont présentés, en particulier la liste des cibles retenues pour les observations de CANARY.

### II.4.3.1 Critères

#### Distance à l'étoile centrale

Un système de MOAO implique l'interception de la lumière d'étoiles hors axe dans un plan focal. L'encombrement des éléments optiques chargés de cette opération limite la distance minimale entre deux étoiles observables. Avec CANARY, la lumière des étoiles hors-axe est interceptée par les prismes *pick-off*, dont les dimensions imposent une distance minimale de  $15''$  (correspondant à  $3.3\text{mm}$  dans le plan focal) entre celles-ci.

La distance maximale est quant à elle déterminée par plusieurs facteurs : la taille du champ, ou la course maximale des analyseurs hors-axe en ce qui concerne les contraintes techniques, mais le plus important est sans doute la hauteur maximale de la plus haute couche à mesurer et à reconstruire par tomographie. On peut en donner un ordre de grandeur en considérant que cette couche située à une altitude  $h$ , observée avec un télescope de diamètre  $D$  doit être vue par quelques sous-pupilles de deux analyseurs ; s'ils possèdent  $N$  sous-pupilles dans leur diamètre et qu'on souhaite avoir un recouvrement de  $n$  rangées de sous-pupilles (2 semble être un minimum), l'écartement maximal des étoiles est donné par :

$$\theta_{max} \approx \frac{D}{h} \left(1 - \frac{n}{N}\right) \quad (\text{II.97})$$

Dans le cas de CANARY, avec  $D = 4.2\text{m}$ ,  $h = 10\text{km}$ ,  $N = 7$  et  $n = 2$ , on trouve  $\theta_{max} \approx 60''$ . Ceci n'est qu'un ordre de grandeur et non pas une limite franche, et j'ai d'ailleurs pris une valeur légèrement plus grande ( $65''$ ) pour établir la liste d'astérismes présentée dans les paragraphes suivants.

#### Répartition des étoiles

Une bonne reconstruction du front d'onde par tomographie implique que la turbulence soit mesurée sur l'intégralité de la pupille jusqu'à une altitude donnée. Si la distance maximale des étoiles hors-axe est une première contrainte, il faut également que la répartition de celles-ci autour de l'axe optique soit satisfaisante, le cas idéal étant un astérisme formant un triangle équilatéral centré sur cet axe.

Ce critère est difficile à évaluer informatiquement : les premières listes d'astérismes pour CANARY ont ainsi été sélectionnées à la main après un tri par les autres critères. Dans la partie suivante, je propose un critère d'évaluation de cette configuration géométrique.

#### Magnitude limite

Compte tenu des caractéristiques techniques, il est possible d'estimer la magnitude

limite observable. En bande V, le nombre de photons reçus peut s'écrire :

$$n_{ph} = 10^{-0.4m+2.79} \text{ photons} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{A}^{-1} \quad (\text{II.98})$$

d'où le nombre de photo-électrons mesuré, par sous-pupille de surface  $S$ , à la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  et compte tenu d'une bande spectrale de largeur  $\Delta\lambda$ , d'un rendement quantique  $R_Q$  et d'une transmission de l'atmosphère et optiques  $\tau$  :

$$n_{ph} = 10^{-0.4m+2.79} \frac{1}{f_e} \cdot S \cdot \Delta\lambda \cdot R_Q \cdot \tau \quad (\text{II.99})$$

Pour CANARY, avec  $f_e = 250\text{Hz}$ ,  $S = 0.36\text{m}^2$ ,  $\Delta\lambda = 400\text{nm}$ ,  $R_Q = 0.4$  et  $\tau = 0.43$ , on estime le nombre de photo-électrons reçus par sous pupille à 100 pour  $m_V = 12$  et à 40 pour  $m_V = 13$ . Les caractéristiques mesurées des caméras ANDOR utilisées montrent qu'il est possible grâce à l'EM-gain d'obtenir des bruits de lecture inférieurs à  $0.25e$  – rendant les mesures à ces magnitudes théoriquement possibles, même en tenant compte de l'étalement probable du flux sur plusieurs pixels.

Nous avons toutefois choisi de nous limiter à une magnitude de 12 afin de restreindre le bruit sur les mesures, ceci nous laissant encore le choix entre plusieurs astérismes par nuit.

### Observabilité

Puisqu'il est plutôt souhaitable que les astérismes soient observables sur le site du télescope, et de préférence qu'ils passent assez haut dans le ciel (à une distance zénithale inférieure à  $z_{max}$ ), il faut sélectionner ceux pour lesquels la déclinaison  $\delta$  se situe dans un certain intervalle, dépendant de la latitude  $lat$  du lieu d'observation :

$$\delta \in [lat - z_{max}; lat + z_{max}] \quad (\text{II.100})$$

La liste ainsi générée reste encore à réduire en fonction de l'heure sidérale correspondant à l'heure et au lieu d'observation, ajoutant un critère sur l'ascension droite des objets.

#### II.4.3.2 Algorithme

Si une liste des critères est assez facile à établir, le choix des astérismes répondant au mieux à ceux-ci est plus délicate, et il faut trouver des compromis qui ne sont pas toujours faciles à formuler de façon analytique. Voici les choix que j'ai effectués pour cet algorithme, qui restent tout à fait discutables, et à adapter en fonction des besoins propres à chaque expérience, en particulier en fonction des contraintes techniques.

Le catalogue utilisé ici est le Tycho2 (Høg *et al.*, 2000), comportant plus de 2.4 millions d'étoiles jusqu'à une magnitude 12.5 environ, parmi lesquelles un premier tri facile permet d'éliminer les étoiles trop peu lumineuses et ne se trouvant pas dans l'intervalle de déclinaisons souhaité. Il a fallu ensuite chercher les groupes d'au moins 4 étoiles dans un rayon donné, en l'occurrence correspondant à la distance maximale souhaitée pour les étoiles hors-axe.

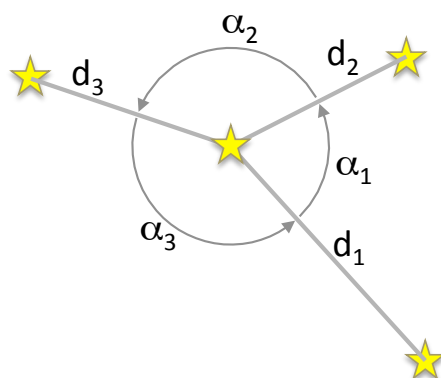


FIGURE II.56 – Représentation des distances  $d_i$  et des angles  $\alpha_i$  entre les étoiles composant l'astérisme, utilisés dans les estimateurs donnés aux formules II.101 et II.102

Une fois la liste des groupes d'étoiles établie, il convient de considérer chaque quadruplet possible, et d'estimer les diverses caractéristiques de cet astérisme, permettant de calculer un estimateur de "qualité" de celui-ci.

Concernant la forme de l'astérisme, je propose, afin d'en estimer la pertinence, de déterminer les distances au centre  $d_i$  de chacune des étoiles hors-axe à l'étoile centrale, et l'angle  $\alpha_i$  (toujours positif) entre chacune d'elles, comme représenté sur la figure II.56. On calcule ensuite, avec  $n = 3$  ici :

$$\text{perf}_d = n \frac{\prod_i^n d_i}{\sum_i^n d_i^n} \quad (\text{II.101})$$

$$\text{perf}_\alpha = n \frac{\prod_i^n \alpha_i}{\sum_i^n \alpha_i^n} \quad (\text{II.102})$$

Le premier critère estime l'équilibre des distances entre les étoiles ; il est maximal et vaut 1 si les 3 étoiles sont à la même distance de l'astre central, et décroît assez rapidement vers 0 sinon.

Le second critère est identique, mais concerne les angles.

On peut utiliser le produit de ces deux critères afin d'estimer l'équilibre des étoiles hors-axe : dans le cas idéal d'un triangle équilatéral, ce produit vaut 1, et il diminue si les étoiles s'écartent de cette forme que ce soit en distance ou angulairement. En pratique, les astérismes évalués par cette méthode semblent très bons jusqu'à une valeur de 0.75, et sont corrects jusqu'à 0.25. En dessous de cette valeur, les étoiles hors-axe sont très souvent toutes du même côté, ou l'une d'elles se trouve très proche de l'étoile centrale tandis que les autres sont très loin, cas plus intéressant pour une boucle SCAO que pour servir de cible à un démonstrateur de MOAO.



### II.4.3.3 Résultats

Après une première recherche dans la catalogue, j'ai établi une liste de 457 quadruplets d'étoiles, pour lesquels les performances géométriques ont été estimées. La liste de 151 astérismes donnée à l'annexe A correspondant à ceux pour lesquels le produit  $\text{perf}_d * \text{perf}_\alpha$  était supérieur à 0.20, limite empirique en dessous de laquelle je considère la configuration géométrique comme inadaptée à la MOAO.

Pour illustrer les résultats obtenus et en apprécier les limites, la figure II.57 représente les champs d'étoiles autour de quelques-uns des astérismes sélectionnés, et dont les composantes sont repérées par des croix. Les deux cercles rouges, situés à respectivement 15" et 60" d'arc du centre représentent les limites minimales et maximales<sup>7</sup> correspondant au *design* de CANARY.

Le 1<sup>er</sup> de la liste permet de constater que la sélection correspond aux attentes : les étoiles sont effectivement dans la configuration souhaitée, proche du triangle équilatéral centré sur une étoile. Le second en est quant à lui très proche également, mais on voit qu'il y a plusieurs autres étoiles dans le champ : celui-ci se trouve en réalité quelque part dans l'amas ouvert *M11* ( $\alpha \approx 18h51m$  et  $\delta \approx -6^\circ 16'$ ) des canards sauvages ... on constate d'ailleurs que 63 des astérismes de la liste s'y trouvent également ! Ceci peut donner l'avantage d'avoir de nombreux astérismes observables au même moment, avec le risque toutefois que certaines étoiles soient trop proches les unes des autres pour utiliser les analyseurs dans de bonnes conditions, aussi faut-il vérifier à l'avance ces astérismes avec un catalogue plus complet.

Le 3<sup>e</sup> astérisme, pour lequel la performance calculée est de 0.5 reste acceptable tandis que le dernier, avec une performance de 0.2, est nettement moins équilibré. Les astérismes encore moins bien classés dans la liste sont typiquement de cette forme, ou présentent des configurations encore moins avantageuses.

## II.4.4 Observations au WHT

CANARY a pu être utilisé pour des observations sur le ciel au cours de huit nuits d'observations au William Hershell Telescope (4.20m) situé sur l'île de La Palma aux Canaries. L'objectif était de mesurer les performances de la MOAO dans des conditions réelles avec, pour la phase A, l'utilisation de 3 étoiles naturelles sur les analyseurs hors-axe.

Les huit nuits étaient réparties entre Septembre et Novembre 2010, durant lesquels la météo n'a pas été des plus favorables : au final, seule une nuit a permis l'acquisition de données réellement exploitables en septembre, et ce sont celles-ci qui sont présentées dans ce chapitre et dans les publications en annexe (Gendron *et al.*, 2011; Brangier *et al.*, 2011).

---

7. Certaines étoiles sont légèrement en dehors du cercle extérieur pour certains astérismes, la limite pour la recherche des résultats ayant été fixée à 65" pour ne pas exclure certains groupes d'étoiles potentiellement acceptables.

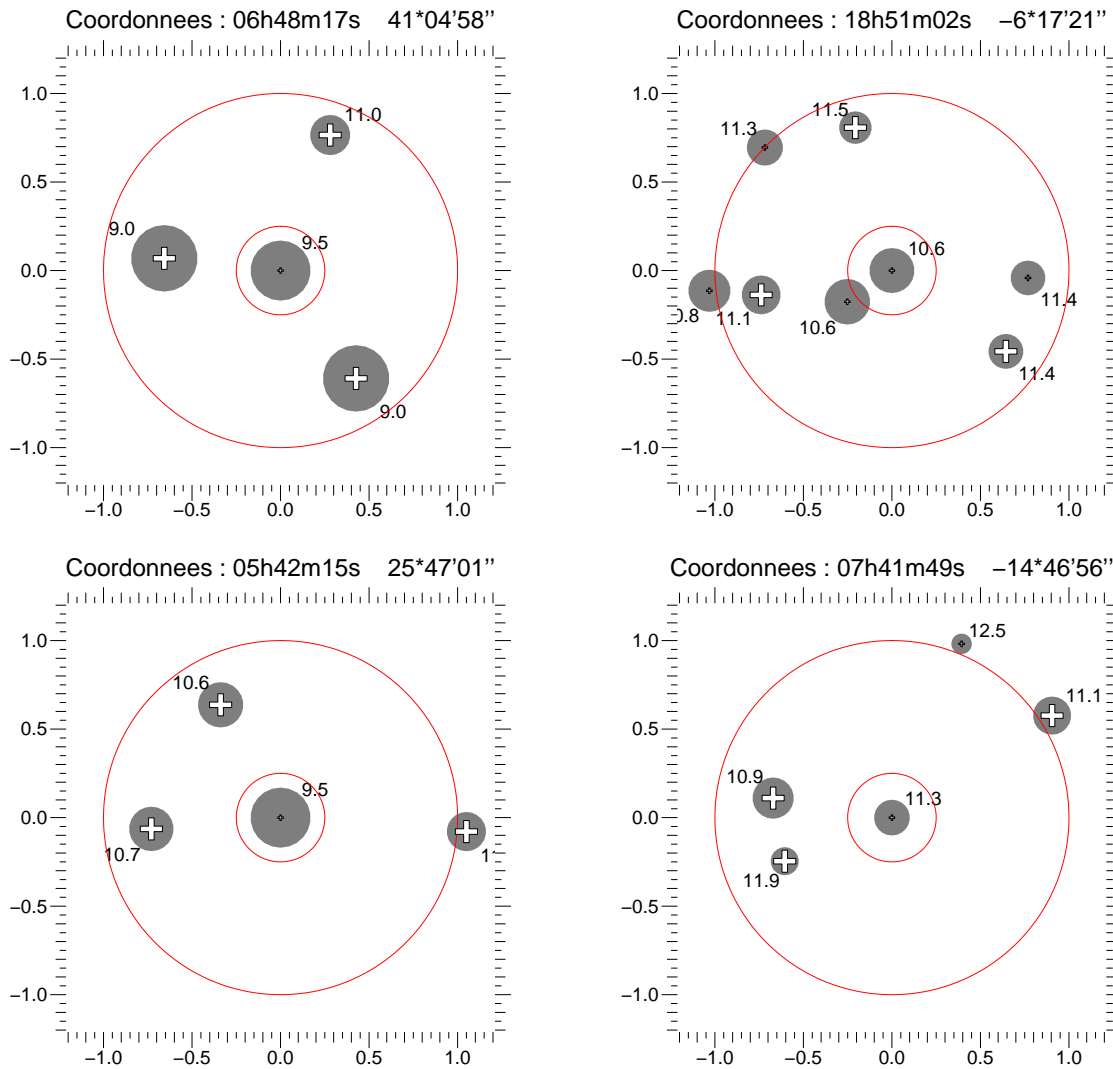


FIGURE II.57 – Quatre astérismes choisis pour les observations de CANARY. Les cercles en rouge correspondent à des rayons de 15'' et 1'.

- celui pour lequel la performance estimée a été la meilleure : 0.93
- un autre astérisme bien équilibré, mais au milieu d'un amas ouvert (performance = 0.83)
- un exemple pour une performance de 0.5
- un autre exemple pour une valeur de 0.2

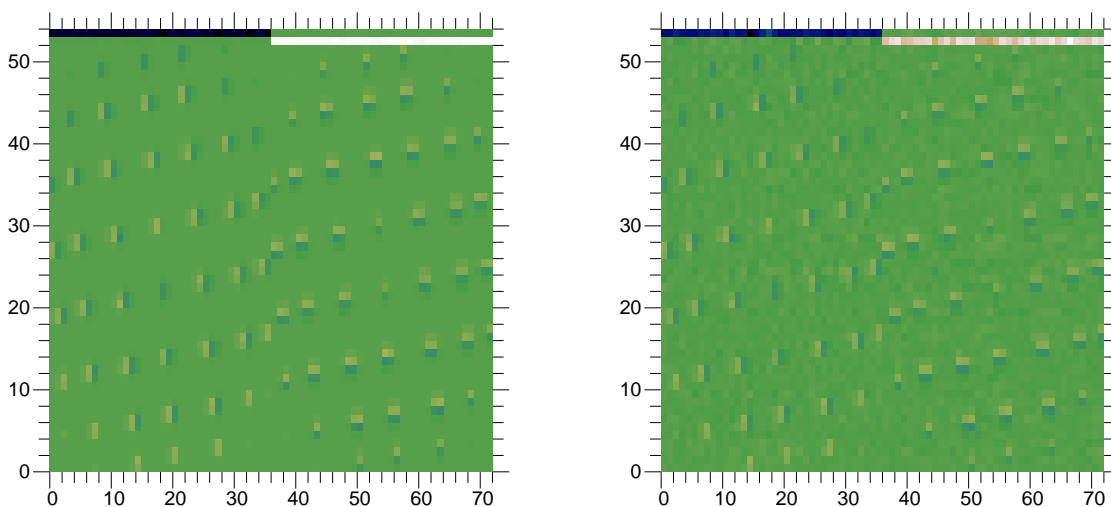


FIGURE II.58 – Comparaison de matrices d’interactions obtenues en laboratoire (à gauche) et sur le ciel (à droite) par détection synchrone.

#### II.4.4.1 Matrice d’interaction

Comme présenté au chapitre II.3.2, la méthode de détection synchrone pour la réalisation de matrice d’interaction peut être appliquée sur le ciel, la turbulence étant alors un bruit vu par les analyseurs, décorrélié du signal ajouté par le miroir déformable.

Cette méthode a été testée avec succès, et la comparaison avec des matrices d’interaction prises sur le banc montre à quel point cette méthode est parfaitement viable. La figure II.58 montre un exemple de matrice prise sur le banc optique et sur le ciel. La seconde présente un bruit plus important que la première et l’erreur relative entre ces deux matrices est de 5%. L’étoile utilisée pour cette mesure était de magnitude  $m_V = 8.3$ , et les données ont été acquises sur 1500 trames, soit un peu plus de 8s à 175Hz. Sur cette échelle de temps, la turbulence a évolué de façon significative, n’empêchant pas pour autant la mesure grâce à la détection synchrone incluse dans l’algorithme.

On constate même que le rapport signal à bruit aux fréquences utilisées pour les différents actuateurs, entre 3 et 34 Hz, est d’environ 100 aux basses fréquences et 1000 aux hautes fréquences (cette différence étant due au spectre décroissant de la turbulence). L’erreur de 5% précédemment évoquée n’est donc pas une erreur due au bruit mais traduit plutôt sans ambiguïté une variation de sensibilité de l’analyseur entre les deux configurations.

#### II.4.4.2 Variation de sensibilité des analyseurs

La mesure de matrice d’interaction réalisée au paragraphe précédent permet donc de déterminer la variation de sensibilité du Shack-Hartmann sur la source observée avec le *truth sensor*. Cette donnée est en particulier très importante pour déterminer avec

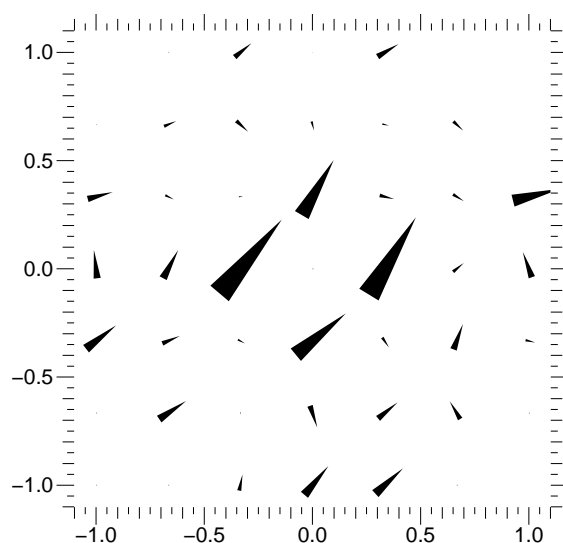


FIGURE II.59 – Représentation vectorielle de la variation du gain pour chaque sous-pupille, estimée sur le ciel à partir des données permettant le calcul de la matrice d'interaction par détection synchrone. Cette carte représente pour chaque sous-pupille la différence de sensibilité de l'analyseur entre une mesure sur le banc (à fort flux) et sur le ciel. Un vecteur nul figure ainsi une sensibilité inchangée entre les deux configurations. Les amplitudes de variation sont en moyenne de 6% et au maximum (pour les sous-pupilles centrales) de 25 à 35%.

précision le gain optimal de la boucle d'asservissement (voir chapitre II.3.5). Attention cependant, je parle ici de variations de sensibilité d'un même analyseur, en fonction de la source utilisée ; les variations entre les différents analyseurs ont déjà été étudiées et prises en compte au paragraphe II.3.3.

La variation de sensibilité mesurée ici dépend en outre de l'endroit considéré sur la pupille. La figure II.59 représente cette variation sur les deux axes de façon vectorielle : une flèche selon  $\vec{x}$  montre une variation en  $x$  seulement, une flèche à  $45^\circ$  traduit une variation sur les deux axes. On voit ici très clairement que les sous-pupilles du centre, mal vues en raison de l'obstruction centrale, ainsi que certaines en périphérie, dans une moindre mesure, sont beaucoup plus affectées (en raison de leur éclairage partiel) à la variation d'intensité lumineuse de la source. Pour CANARY nous avons considéré une variation de sensibilité globale des analyseurs, mais il pourrait ainsi être utile de prendre cet effet en compte pour chaque sous-pupille afin de corriger au mieux les données, ou de calculer des matrices de covariance théorique plus adaptées.

### II.4.4.3 Convergence des matrices de covariance

La mesure des matrices de covariance des pentes sur le ciel doit être réalisée sur une période suffisamment longue afin de moyenniser le bruit de mesure et la turbulence, voire les vibrations du télescope. Au contraire, la durée d'acquisition doit rester raisonnable devant le temps de variation typique du profil de turbulence. Les données acquises lors de la nuit du 27 septembre permettent de donner une première idée de ce paramètre, en faisant apparaître les éléments précédemment cités par le calcul de la variance d'Allan, avant d'estimer la vitesse de convergence à l'aide de la variance usuelle.

Ces résultats restent toutefois des estimations, les paramètres entrant en jeu (en particulier la vitesse du vent et la variabilité des couches de turbulence, ainsi que la magnitude des étoiles et la configuration de l'astérisme) pouvant fortement varier en fonction du temps et de la cible.

#### Variance d'Allan

##### Présentation

Cette variance a été introduite en 1966 en tant qu'estimateur de stabilité des horloges atomiques (Allan, 1966), et peut s'exprimer comme suit :

$$\bar{X}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} X(t) dt \quad (\text{II.103})$$

On définit la variance d'Allan à partir de deux intégrations successives  $\bar{X}_1$  et  $\bar{X}_2$  de durée  $\tau$  par la formule :

$$\sigma_A^2(\tau) = \left\langle \frac{1}{2} (\bar{X}_2 - \bar{X}_1)^2 \right\rangle_t \quad (\text{II.104})$$

Cette variance possède la propriété de converger quel que soit le type de bruit.

En pratique, les données acquises  $X_i$  sont des signaux déjà intégrés sur une période  $\tau_o$  dépendant de la fréquence d'échantillonnage sur le ciel. Il est alors possible d'estimer le résultat d'une intégration sur un temps  $\tau = n \tau_o$  pour tout  $n$  entier :

$$\bar{X}_{l,n} = \frac{1}{n} \sum_{i=l}^{l+n-1} X_i \quad (\text{II.105})$$

à partir de quoi la variance d'Allan s'écrit, en notant  $N$  le nombre d'échantillons du signal :

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2} \frac{1}{N - 2n + 1} \sum_{l=1}^{N-2n+1} (\bar{X}_{l+n,n} - \bar{X}_{l,n})^2 \quad (\text{II.106})$$

Je donne sur la figure II.60 un exemple de représentation de la variance d'Allan pour un signal simulé, comportant un bruit blanc, un signal sinusoïdal et une dérive. Le

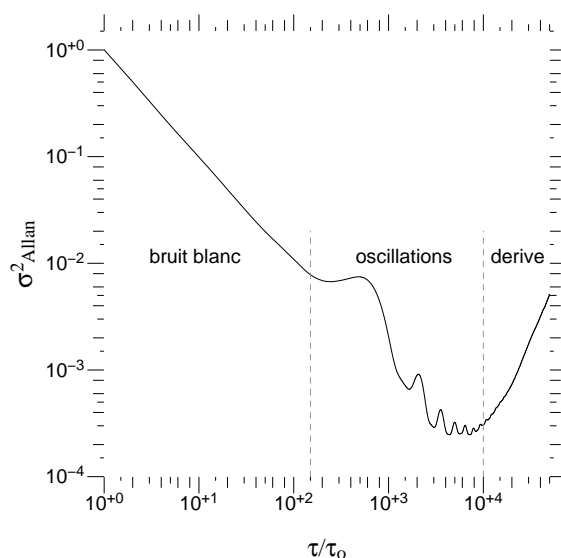


FIGURE II.60 – Variance d’Allan pour un signal simulé comportant un bruit blanc, un signal périodique, et une dérive. Chacun de ces phénomènes engendre la partie du signal indiquée, aidant ainsi à déterminer la meilleure période de moyennage.

premier conduit à une droite de pente -1 en échelle logarithmique<sup>8</sup>. Le signal sinusoïdal, de période  $1400\tau_0$  ici provoque une augmentation de la variance à partir de  $150\tau_0$  environ, avant de passer par un minimum pour chaque multiple de la période du signal ; s’il s’agit d’un bruit périodique, il convient de choisir l’un de ces minima comme période d’intégration.

Enfin, à partir de  $8000\tau_0$  environ, la variance augmente de plus en plus, en raison de la dérive introduite, donnant ainsi la période d’intégration optimale pour le signal considéré.

Après cet exemple permettant d’apprécier l’utilisation de la variance d’Allan, je présente les résultats obtenus par cette méthode sur les données acquises sur le ciel.

### Estimation sur les données

Le jeu de données utilisé ici comporte 90000 échantillons, acquis à une fréquence de 175Hz. La variance d’Allan est calculée sur les covariances des pentes. Les courbes obtenues sont assez similaires pour chaque couple de pentes existant, aussi vais-je me limiter à détailler une seule d’entre elles, représentative de l’ensemble. Cette variance d’Allan est tracée sur la figure II.61. Ces données acquises sur le ciel sont plus difficiles à diagnostiquer que précédemment, mais il est possible d’en tirer quelques conclusions.

8. D’autres bruits, comme par exemple le bruit de scintillation, ou une marche aléatoire provoquent des pentes de -2 et +1.

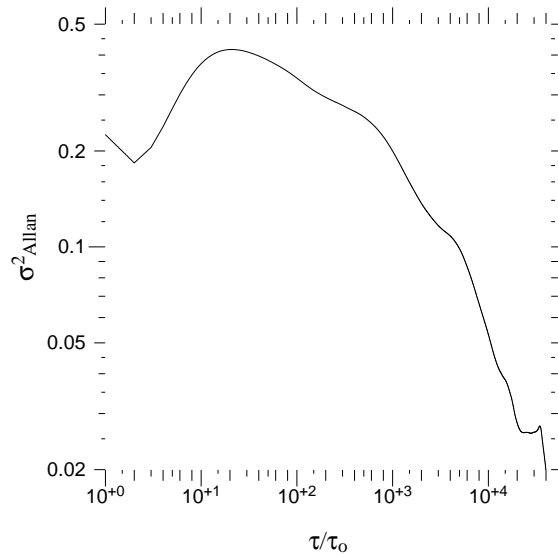


FIGURE II.61 – Variance d'Allan pour une matrice de covariance mesurée sur le ciel

On constate tout d'abord une augmentation de la variance sur les 30 premiers points environ : ceci s'explique par le fait que la turbulence évolue relativement peu entre deux acquisitions : l'atmosphère générant la phase turbulente se déplace typiquement de 0.1 sous-pupille par trame pour une vitesse de vent de 10m/s dans la configuration de CANARY à 175Hz. Il faut donc attendre le temps nécessaire à l'évolution de la turbulence, afin d'obtenir une moyenne statistique correcte de ses effets. On note également un très léger effet du bruit, apparaissant sous la forme d'une diminution de la variance sur les deux ou trois premiers points seulement, montrant le peu d'influence de celui-ci.

Après un maximum autour de 50 ou 100 $\tau_o$  (selon les covariances étudiées), la variance diminue à nouveau, connaît quelques oscillations et semble remonter légèrement à la fin. Cette dernière augmentation toutefois ne permet toutefois pas de tirer des conclusions en raison du peu de points mis en jeu (la formule II.106 montre en effet que la moyenne est effectuée sur  $N - 2n + 1$  points, de l'ordre de l'unité pour  $n \approx N/2$ ).

Ainsi, la seule conclusion qu'il est réellement possible de tirer ici est que ces matrices de covariance nécessitent au moins un temps d'intégration de 5000 $\tau_o$ , soit environ 30 secondes à 175Hz, pour obtenir un signal acceptable. En effet, au delà, la variance diminue, signe que le bruit diminue mais que le signal est déjà entièrement présent.

### Estimation par variance classique

Etant donné les résultats précédents, il semble possible d'estimer que la matrice de covariance établie avec l'ensemble des 90000 mesures n'introduit pas ou peu de biais dû à une dérive ou une vibration parasite.

On considère alors cette matrice comme la référence, à laquelle on compare les matrices de covariance obtenues pour des jeux de données plus réduits. La valeur RMS de

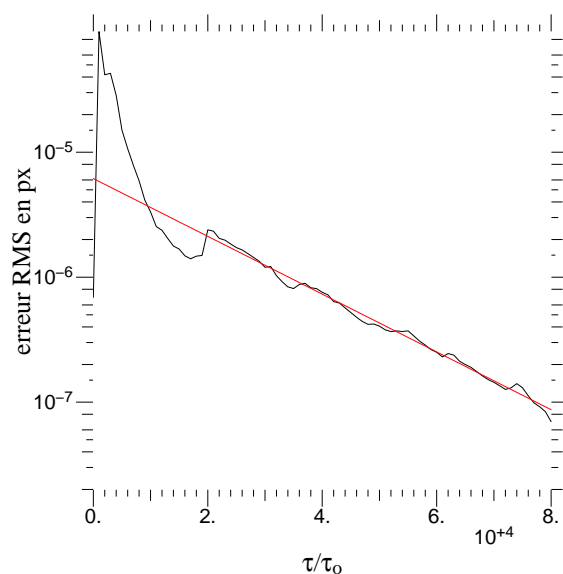


FIGURE II.62 – Estimation de l’erreur RMS entre la matrice de covariance estimée pour  $n$  points, et celle calculée avec le maximum de points disponibles. L’ajustement en rouge a été effectué sur les points situés entre  $\tau/\tau_o = 25000$  et  $80000$ .

la différence ainsi calculée est représentée sur la figure II.62. La forme de cette courbe est similaire à une courbe en  $A e^{-t/T} + y_o$ , permettant ainsi de caractériser un temps de convergence. On remarque d’ailleurs que la convergence ne semble pas atteinte, ce qui explique les résultats du chapitre précédent.

Un ajustement de la courbe présentée permet d’estimer les valeurs des constantes de l’équation précédente :  $T \approx 20000$  et  $y_o = 2.10^{-8} px^2$  (correspondant à une erreur sur la covariance de  $4.10^{-8} rad^2/m^2$ ). La valeur de  $T$  ne permet pas à elle seule de caractériser le temps de convergence ; en effet, en raison des effets déjà évoqués à la partie précédente, comme on le voit sur le graphique, l’erreur augmente tout d’abord – très rapidement – avec la durée d’acquisition (de près de 2 ordres de grandeur) avant de commencer à converger. Les valeurs de l’ajustement donnent une meilleure idée de la vitesse de convergence : l’erreur faite en moyennant 80000 points est d’un ordre de grandeur plus faible en prenant une matrice nulle, on se trouve donc à 90% de la valeur cherchée.

En se basant sur ce résultat, on peut extrapoler que le temps caractéristique de convergence est  $\tau_c \approx 35000$  trames (3.5 minutes) et qu’il faut acquérir  $10^4$  trames (environ 10 minutes) pour atteindre les 5% d’erreur, et 15 minutes pour 1%.

### Conclusion

L’étude effectuée à l’aide des variances d’Allan et classique permettent de montrer que les matrices de covariance nécessitent un temps d’acquisition très long en regard de la fréquence d’acquisition ou du temps d’évolution de la turbulence, correctement repré-



senter la turbulence. Sur les données obtenues au WHT, on constate qu'il est nécessaire d'acquérir des mesures sur les analyseurs durant au moins une minute pour obtenir un résultat non aberrant, et 10 à 15 minutes pour une matrice de covariance précise au niveau du pour-cent.

Le profil de turbulence que nous avons eu cette nuit là ayant très peu varié, la durée maximale d'intégration ne peut être estimée. Ces résultats sont ainsi à considérer uniquement en tant qu'ordres de grandeur, tant pour cette raison que pour tous les autres facteurs pouvant entrer en jeu énoncés en introduction (magnitude des étoiles, configuration de l'astérisme, vitesse du vent ...) ainsi que la dépendance de l'instrument utilisé (sensibilité et bruit des caméras en particulier).

#### II.4.4.4 Résultats de la MOAO sur le ciel

Je présente pour terminer les résultats obtenus lors de l'observation d'un astérisme durant la nuit du 27 septembre 2010. Celui-ci correspond au numéro 12 dans les publications et au numéro 337 dans la liste donnée en annexe A à la page 273 ; il est représenté, avec les magnitudes en bande V des étoiles correspondante, sur la figure II.63.

Les conditions d'observation sont estimées à partir des données, en ajustant les covariances des polynômes de Zernike à partir de la formule 30. Celles-ci font état d'un seeing de 0.79", correspondant à un  $r_o$  de 13cm à  $\lambda = 500nm$ . Le profil déterminé par l'algorithme *learn and apply*, sur la figure II.64, présente une couche au sol très importante (80% du total) et une contribution non négligeable assez régulièrement répartie en altitude jusqu'à 8km. Une dernière couche est visible à 13km d'altitude. Ce profil a été calculé *a posteriori*, celui que nous avons utilisé au cours de la nuit pour la correction sur le ciel n'étant composé que de trois couches, pour des raisons de temps de calcul.

Le budget d'erreur a pu être estimé à partir des données acquises, comme détaillé à la section II.4.1. Les résultats sont consignés dans le tableau de la figure II.65 en regard de la figure II.66 représentant la part de ces différentes sources d'erreur.

Les 16% d'erreurs dus aux NCPA en représentent une part non négligeable, provenant au moins pour un tiers du miroir déformable ; il devrait néanmoins être possible de réduire la contribution de ce terme pour les prochaines observations. Parmi les autres sources d'erreur, on trouve comme en optique adaptative classique la contribution de l'erreur de fitting, alisasing, bande passante et du bruit, représentant environ 40% du total. Les contributions dues à la MOAO, l'erreur de tomographie, de boucle ouverte et d'aberrations statiques représentent quant à elles un peu plus de 40%.

L'image obtenue sur la caméra IR permet de mesurer un rapport de Strehl de 14.9% obtenu dans ces conditions. L'erreur totale mesurée ( $371nm RMS$ ) permet quant à elle de prévoir (avec la formule 19) un rapport de Strehl de 8.7% à  $1.49\mu m$ . La valeur estimée est plus faible que celle observée ce qui peut s'expliquer par le fait que la formule utilisée est une bonne approximation uniquement pour de bons rapports de Strehl, et n'en donne qu'une valeur pessimiste sinon, ce qui est le cas ici.

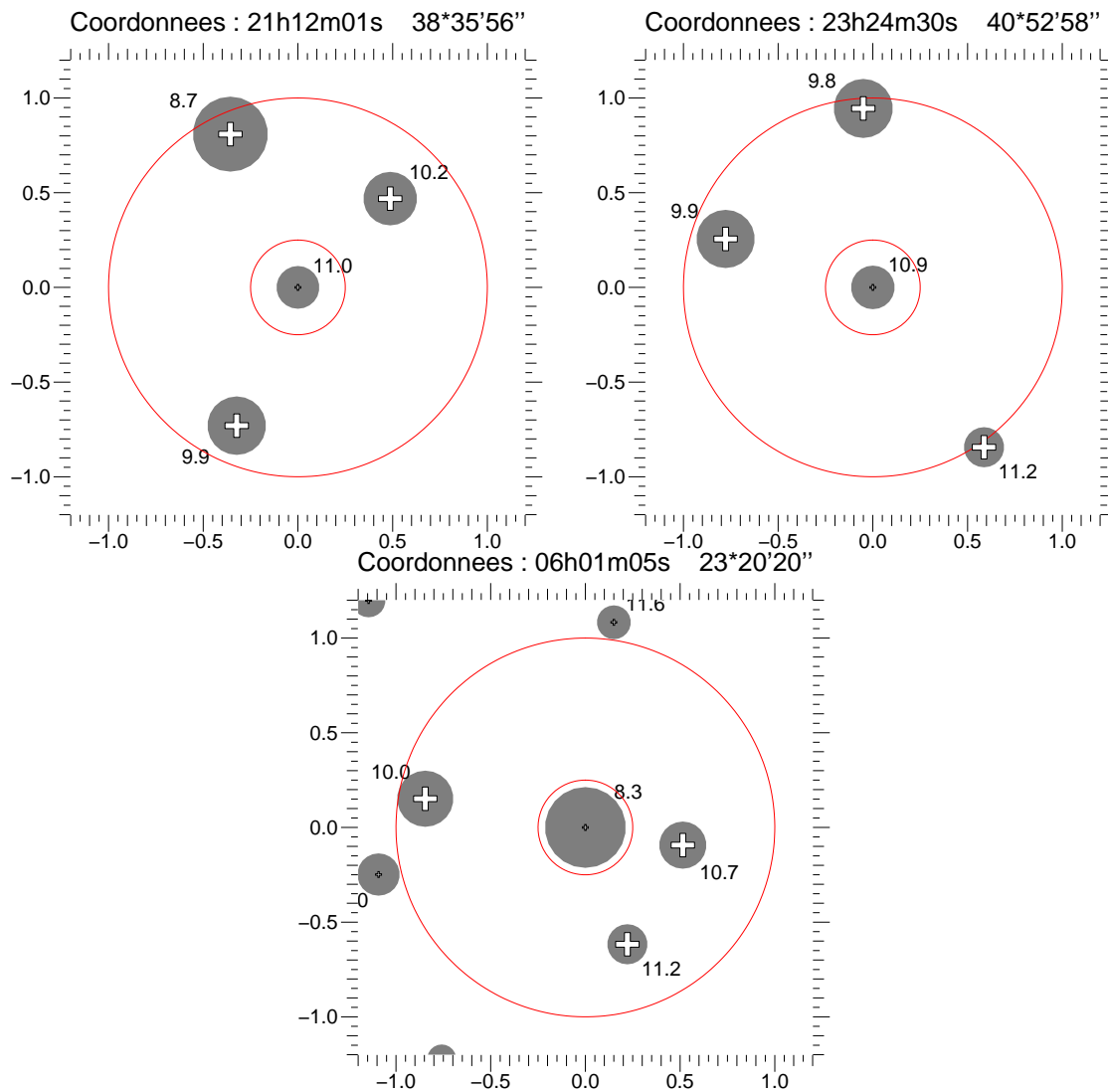


FIGURE II.63 – Astérismes utilisés pour les acquisitions réalisées sur le ciel, présentées dans les paragraphes suivants. Ils sont désignés dans les publications par les numéros 47, 53 et 12 (dans l'ordre ci-dessus, correspondant à l'ordre d'observation), correspondant aux numéros 386, 394 et 337 du catalogue donné en annexe. Les magnitudes en bande V sont indiquées à côté de chaque étoile, et les axes sont gradués en minutes d'arc. Les cercles rouges ont un rayon de 15" et 60".

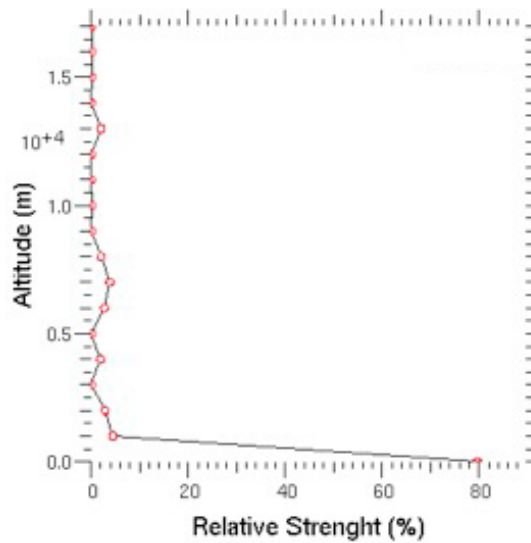


FIGURE II.64 – Profil de turbulence mesuré à partir des données acquises par CANARY sur le ciel au WHT le 27 septembre 2010, en utilisant l'algorithme *learn*.

Plus tôt dans la nuit, des mesures ont été effectuées sur un autre astérisme (numéro 47 dans les publications, et numéro 386 dans le catalogue en annexe) dans d'autres configurations afin de comparer les résultats obtenus en MOAO avec d'autres types de boucles d'optique adaptative ; les résultats sont présentés sur la figure II.67. En particulier, nous avons utilisé le *truth sensor* pour effectuer une correction SCAO sur l'axe, correspondant à la meilleure configuration envisageable, et obtenu un Strehl de 27%. L'image indiquée comme étant corrigée en GLAO correspond plus exactement à une correction MOAO en considérant une seule couche au sol (la différence formelle avec la GLAO est la position des analyseurs, ne voyant pas le miroir déformable dans notre cas). La performance obtenue ici est de 13% de Strehl.

La MOAO, en prenant en compte les couches en altitude, améliore sensiblement ce résultat, sans bien sûr atteindre les performances de la SCAO, et permet d'obtenir 25% de Strehl.

Toutes ces valeurs sont bien sûr à comparer aux 3% de Strehl, estimé en l'absence de correction, et sont à relativiser entre elles dans le sens où la turbulence évoluait entre chaque acquisition. Cette étude est approfondie dans les publications en annexe.

### Conclusion

La correction MOAO, malgré les difficultés de mise en œuvre dues à la boucle ouverte, a donné de très bons résultats sur le ciel, atteignant comme attendu des performances intermédiaires entre la SCAO et la GLAO. L'établissement d'un budget d'erreur précis a permis de comprendre en quoi certaines choses pouvaient être améliorées (telles que les NCPA) et d'effectuer des comparaisons avec EAGLE. Les premiers résultats

Erreur	nm RMS	
Tomographie	$\sigma_{tomo}$	= 194
Bruit	$\sigma_{noise\ prop}$	= 96
Open Loop	$\sigma_{openLoop}$	= 125
Aliasing	$\sigma_{aliasing\ off\ HA+LA}$	= 84
Bande passante	$\sigma_{BW}$	= 113
Fitting	$\sigma_{fitting}$	= 165
NCPA	$\sigma_{NCPA}$	= 150
Aberr. stat.	$\sigma_{abstat\ LO}$	= 72
Erreur totale	$\sigma_{camera}$	= 371

FIGURE II.65 – Budget d'erreur issu d'une observation sur le ciel.

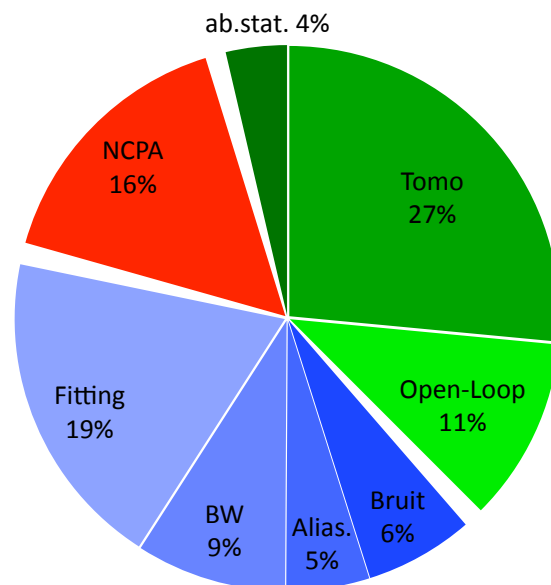


FIGURE II.66 – Représentation de la contribution de chaque terme du budget d'erreur

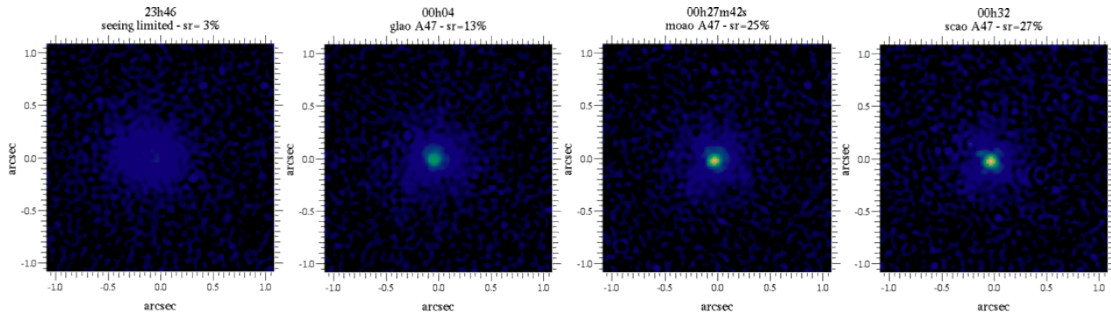


FIGURE II.67 – Images obtenues sur la caméra scientifique sur un même astérisme, dans différentes configurations. Dans l'ordre et avec le rapport de Strehl associé : sans correction (3%), GLAO (13%), MOAO (25%), SCAO (27%).

tendent à montrer que le budget d'erreur prévisionnel de cet instrument est globalement en accord avec nos observations, en dehors des aberrations statiques qui semblent être légèrement sous-estimées.

## Conclusion

J'ai présenté en détail dans cette partie l'instrument CANARY, prototype de EAGLE, et premier instrument de MOAO sur le ciel, au niveau technique et avec des considérations sur l'étalonnage particulier – et nouveau – de ce type d'instrument. J'ai également proposé une méthode originale de mesure des NCPA, qui, si elle peut s'avérer lente par rapport à d'autres algorithmes, possède l'avantage d'être robuste et d'avoir une souplesse d'adaptation à tout système d'optique adaptative existant sans nécessiter d'*a priori* sur le modèle du miroir déformable et les caractéristiques de la pupille.

Je me suis ensuite attaché à l'étude des caractéristiques de l'instrument, en particulier concernant l'établissement des fonctions de transfert théoriques et leur mesure expérimentale, ayant donné d'excellents résultats. Ceci m'a permis de déterminer en particulier le retard pur de la boucle d'asservissement. J'ai ensuite décrit une méthode pour l'établissement des matrices d'interaction, utilisant la détection synchrone pour effectuer la mesure simultanée de la réponse de l'ensemble des actionneurs, alliant rapidité et faible bruit de mesure. Cette méthode a d'ailleurs été mise en œuvre avec succès sur le ciel, montrant la possibilité de réaliser ces matrices *en présence de turbulence*.

Ensuite, l'utilisation simultanée de plusieurs analyseurs nécessitant de réaliser la mesure des *déviations* entre eux afin d'accorder leurs mesures avant de les utiliser, j'ai proposé une méthode permettant de déterminer la plupart de ces paramètres, avant de caractériser l'erreur commise par la mauvaise prise en compte de chacun.

Enfin, de la même façon qu'une boucle d'optique adaptative classique, un gain doit être choisi, et j'ai présenté une méthode de calcul du gain optimal, ainsi que les résultats expérimentaux associés pour divers cas d'optimisation. L'optimisation modale reste la plus efficace dans tous les cas, et en particulier sur les données fortement bruitées.

Pour terminer, la méthode pour réaliser le budget d'erreur que nous avons utilisé est présentée, suivi de résultats obtenus sur banc optique et sur le ciel. Les premiers concernent la mesure de l'influence de l'erreur sur l'*a priori* de la hauteur d'une couche turbulente, générant une erreur dite de tomographie. Enfin, j'ai proposé une méthode de recherche d'astérismes de quatre étoiles (dont la liste est donnée en annexe), adaptés à la mise en œuvre de la MOAO sur le ciel ; ceux-ci ont été utilisés dans le cadre des observations effectuées au William Hershel Telescope en 2010, dont les résultats sont présentés en dernière partie. Je me suis en particulier intéressé à la convergence des matrices de covariance, paramètre important pour la détermination du profil de turbulence, avant de présenter des résultats obtenus sur le ciel dans le cadre d'une correction MOAO.

L'instrument CANARY a ainsi permis de montrer en laboratoire, mais également sur le ciel, la capacité de la MOAO à effectuer une correction en boucle ouverte avec de bonnes performances. Ce projet très prometteur continue maintenant pour intégrer des étoiles artificielles afin de s'approcher de la configuration de EAGLE ; les prochains tests sur le ciel devraient avoir lieu mi-2012.



## Conclusion et perspectives

Cette thèse s'inscrit dans le projet de recherche et développement pour l'instrument EAGLE, nécessitant une optique adaptative multi-objets, étudié dans le cadre de l'E-ELT. Afin de mener à bien ce projet, de même que d'autres, précurseurs ou similaires, en Europe (FALCON ...) et cousins aux Etats-Unis (IRMOS), il fallait en particulier être capable d'effectuer une correction d'optique adaptative par tomographie de la turbulence en boucle ouverte. Après des expériences prometteuses effectuées en laboratoire il y a quelques années, le démonstrateur CANARY a permis pour la première fois de réaliser une telle correction sur le ciel, ouvrant la voie à des projets plus ambitieux.

Grâce à ce dernier instrument, nous avons pu étudier plusieurs aspects nécessaires à la réalisation des grands projets pour les télescopes de la classe des 30-40m devant voir le jour d'ici environ une décennie. Ceux-ci ont été abordés dans cette thèse, et concernent en particulier les problèmes essentiels à résoudre, tel que l'étalonnage de l'ensemble des composants, la tomographie, et l'optimisation des performances de la boucle. D'autres améliorations sont encore à apporter au cours des prochaines années; tout d'abord, l'instrument CANARY va évoluer et se complexifier peu à peu, tout d'abord afin de pouvoir utiliser des étoiles artificielles (phase B, mi-2012), puis en utilisant une correction mixte boucle fermée/boucle ouverte (phase C) afin de se rapprocher du mode de fonctionnement d'EAGLE sur l'E-ELT. En ce qui concerne le contrôle de la boucle, des évolutions sont également prévues, en particulier l'implantation d'un filtre de type LQG (par l'ONERA et le L2TI) plus évolué que celui utilisé jusqu'à présent, incluant un aspect temporel.

Début 2012, il semble apparaître qu'un rassemblement pourrait s'opérer dans la communauté des spectrographes multi-objets (MOS) pour l'E-ELT, et que le futur instrument pourrait unifier les caractéristiques de EAGLE et de EVE-OPTIMOS (Optical Multi Object Spectrograph). Dans ces conditions, l'instrument qui se dessine pourrait ressembler à FALCON, premier concept de la MOAO, composé de petites unités de correction de front d'onde et d'analyse de front d'onde, placées directement dans le plan focal. Dans ce contexte, un analyseur de front d'onde miniature qui minimise le nombre de pixels à exploiter, et conçu pour la mesure en boucle ouverte est nécessaire; la mise en œuvre d'ADONF prendrait alors tout son sens car c'est exactement pour ce type d'application que cet analyseur a été pensé.

Cet analyseur, outre ses domaines d'application d'ores et déjà évoqués, pourrait ainsi devenir très utile à l'avenir dans ce genre de projets, en particulier dans sa version *fibrée* d'origine, permettant de réduire au maximum l'encombrement dans le plan focal. Ceci nécessite cependant au préalable de valider ses performances en version *achromatique*, nécessaire pour une utilisation sur étoiles naturelles. Ceci serait ainsi logiquement la prochaine étape importante à réaliser dans le développement de cet analyseur.

Enfin, du point de vue de la compréhension de la turbulence atmosphérique dans le contexte des ELT, il serait également intéressant de réaliser avec ADONF d'autres me-



sures à haute résolution spatiale des fronts d'onde issus d'un télescope. La détermination des paramètres caractérisant la turbulence (vitesse de décroissance du spectre, échelle externe) sont importants pour le modèle que nous avons utilisé (*learn and apply*), mais également pour adapter au mieux les futurs système d'optique adaptative à ce qu'ils devront corriger. En particulier, les E-ELT, dont le diamètre sera de l'ordre de l'échelle externe, nécessiteront peut-être une prise en compte particulière de ce paramètre pour le moment mal déterminé, modifiant le spectre de Kolmogorov à grande échelle et diminuant la contribution des polynômes de bas ordre ; un miroir *tip-tilt* pourrait ainsi être moins efficace en terme de correction que sur les télescopes actuels. A l'opposé, l'étude de l'échelle interne pourrait également apporter des informations intéressantes sur la physique de l'atmosphère, pouvant aboutir à des résultats utiles en ce qui concerne la correction par optique adaptative. Enfin, les problèmes de non stationnarité des perturbations dans la pupille des télescopes (en périphérie et autour des araignées) pourraient être finement caractérisés et donner lieu à la mise au point de méthodes mieux adaptées à leur prise en compte.

-936 ...

2011 ...

5247 : Il ferme le livre avec un sourire aux lèvres : il n'a jamais vu d'étoile de sa vie, mais pense avec mansuétude aux croyances des civilisations passées qu'il vient de lire. *S'ils avaient su ...*



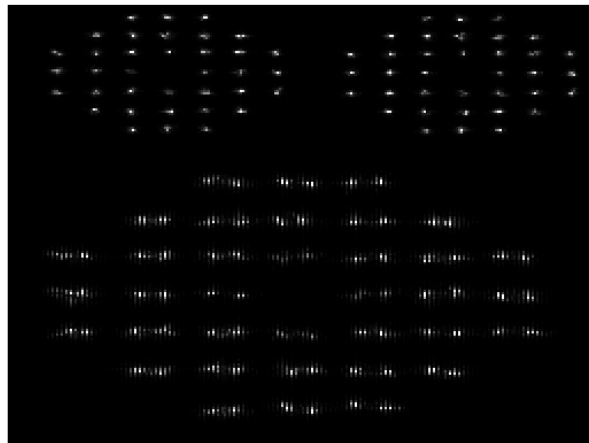
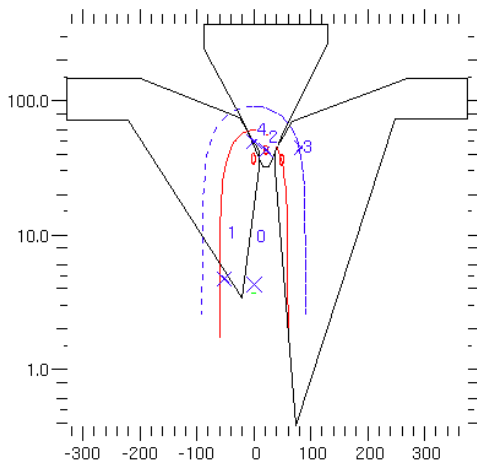
## Bétisier

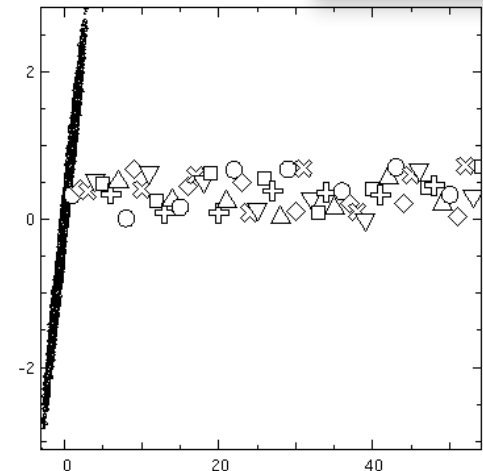
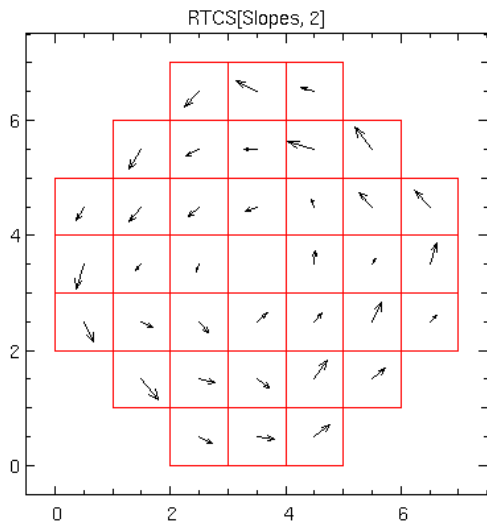
Quelques souvenirs de graphiques ayant mal tourné durant ces trois ans : problèmes d'échelle, de désentrelacement, affichage de dessins en échelle logarithmique ou tout simplement résultats incongrus et pièges informatiques :

```

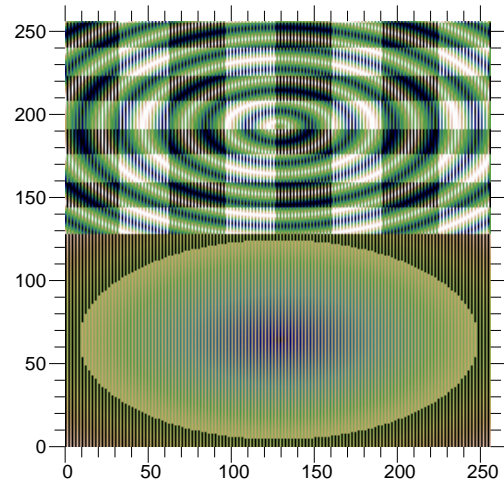
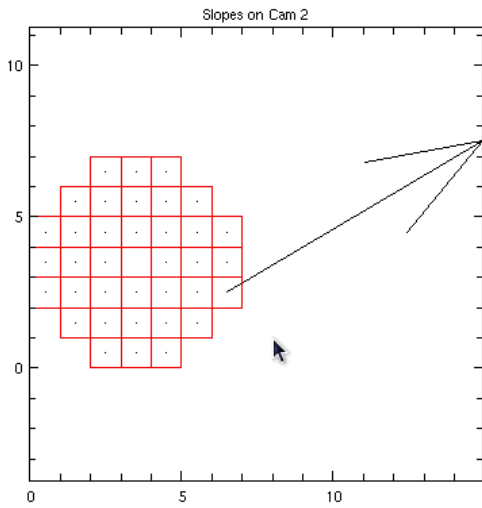
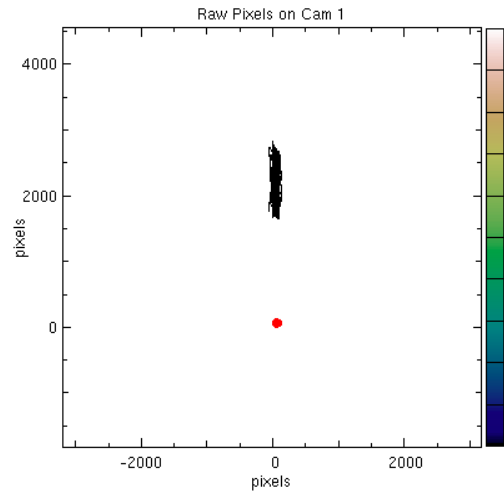
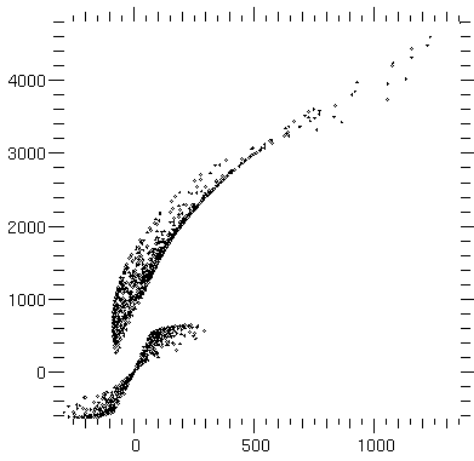
> h=90000
> sqrt(h^2+x^2)
ERROR (*main*) Floating point interrupt (SIGFPE)
WARNING source code unavailable (try dbdis function)
now at pc= 1 (of 21), failed at pc= 14
  To enter debug mode, type <RETURN> now (then dbexit to get out)
> sqrt(h^2)
ERROR (*main*) Floating point interrupt (SIGFPE)
WARNING source code unavailable (try dbdis function)
now at pc= 1 (of 15), failed at pc= 8
  To enter debug mode, type <RETURN> now (then dbexit to get out)
> h^2
-489934592
> ...

```





System : 1 ( 3049.7972, -1810.0136 )



# Bibliographie

- D ALLAN : Statistics of atomic frequency standards. *Proceedings of the IEEE*, 54 (2):221–230, 1966.
- S. M. AMMONS, L. JOHNSON, E. A. LAAG, R. KUPKE, D. T. GAVEL, B. J. BAUMAN et C. E. MAX : Integrated Laboratory Demonstrations of Multi-Object Adaptive Optics on a Simulated 10 Meter Telescope at Visible Wavelengths. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 122:573–589, mai 2010.
- D. R. ANDERSEN, M. FISCHER, R. CONAN, M. FLETCHER et J.-P. VÉRAN : VOLT : the Victoria Open Loop Testbed. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7015 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2008.
- F. ASSÉMAT, E. GENDRON et F. HAMMER : The FALCON concept : multi-object adaptive optics and atmospheric tomography for integral field spectroscopy - principles and performance on an 8-m telescope. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 376:287–312, mars 2007.
- F. ASSÉMAT : *Apport de la haute résolution angulaire sur l'étude des galaxies lointaines : imagerie, optique adaptative et spectroscopie 3D*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2004.
- R. AVILA, A. ZIAD, J. BORGNINO, F. MARTIN, A. AGABI et A. TOKOVININ : Theoretical spatiotemporal analysis of angle of arrival induced by atmospheric turbulence as observed with the grating scale monitor experiment. *Journal of the Optical Society of America A*, 14:3070–3082, novembre 1997.
- M. BASS, C. DECUSATIS, G. LI, V.N. MAHAJAN, J. ENOCH, E.V. STRYLAND et Optical Society of AMERICA : *Handbook of Optics : Optical properties of materials, nonlinear optics, quantum optics*. Handbook of Optics. McGraw-Hill, 2009. ISBN 9780071498920. URL <http://books.google.com/books?id=1CES2t0BwikC>.
- David BEASLEY, David R BULL et Ralph R MARTIN : An overview of genetic algorithms : Part 2, research topics. *University Computing*, 15(4):1–15, 1993. URL <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.44.3757>.

- M. BEC, F. J. RIGAUT, R. GALVEZ, G. ARRIAGADA, M. BOCCAS, G. GAUSACHS, D. GRATADOUR, E. JAMES, R. ROJAS, R. ROGERS, M. P. SHEEHAN, G. TRANCHO et T. VUCINA : The Gemini MCAO bench : system overview and lab integration. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7015 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2008.
- J. M. BECKERS : Increasing the size of the isoplanatic patch with multiconjugate adaptive optics. *In Very Large Telescopes and their Instrumentation, Vol. 2*, volume 2, pages 693–703, octobre 1988.
- N. BISSONAUTH, P. CLARK, G. B. DALTON, R. M. MYERS et W. J. SUTHERLAND : Image analysis algorithms for critically sampled curvature wavefront sensor images in the presence of large intrinsic aberrations. *In H. LEWIS & G. RAFFI, éditeur : Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 5496 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 738–746, septembre 2004.
- A. BLANC, T. FUSCO, M. HARTUNG, L. M. MUGNIER et G. ROUSSET : Calibration of NAOS and CONICA static aberrations. Application of the phase diversity technique. *Astronomy and Astrophysics*, 399:373–383, février 2003.
- J. BORGNINO, F. MARTIN et A. ZIAD : Effect of a finite spatial-coherence outer scale on the covariances of angle-of-arrival fluctuations. *Optics Communications*, 91(3?4): 267 – 279, 1992. ISSN 0030-4018. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003040189290451V>.
- C. BOYER, V. MICHAU et G. ROUSSET : Adaptive optics - Interaction matrix measurements and real time control algorithms for the COME-ON project. *In J. B. BRECKINRIDGE, éditeur : Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 1237 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 406–421, août 1990.
- Matthieu BRANGIER, Fabrice VIDAL, Tim MORRIS, Eric GENDRON, Zoltan HUBERT, Alastair BASDEN, Gérard ROUSSET, Richard MYERS, Fanny CHEMLA, Andy LONGMORE, Tim BUTTERLY, Nigel DIPPER, Colin DUNLOP, Gilles FASOLA, Deli GENG, Damien GRATADOUR, David HENRY, Jean michel HUET, Philippe LAPORTE, Nik LOOKER, Michel MARTEAUD, Denis PERRET, Arnaud SEVIN, Harry SHEPHERD, Gordon TALBOT, Eddy YOUNGER et Richard W. WILSON : Canary moao demonstrator : on-sky first results. *In Adaptive Optics : Methods, Analysis and Applications*, page AMA3. Optical Society of America, 2011. URL <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=A0-2011-AMA3>.
- S. CHANDRASEKHAR : The optical rotatory power of quartz and its variation with temperature. *Proceedings Mathematical Sciences*, 35:103–113, 1952. ISSN 0253-4142. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF03172225>. 10.1007/BF03172225.

- 
- Y. CLÉNET, J.M. CONAN, T. FUSCO et G. ROUSSET : First AO4ELT Conference - Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes . In EDP SCIENCES, éditeur : *First AO4ELT Conference - Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes* , 2009.
- J.-M. CONAN : *Etude de la correction partielle en optique adaptative*. Thèse de doctorat, Ph. D. thesis, Université Paris XI Orsay, (1994), 1994.
- J.-G. CUBY, S. MORRIS, T. FUSCO, M. LEHNERT, P. PARR-BURMAN, G. ROUSSET, J.-P. AMANS, S. BEARD, I. BRYSON, M. COHEN, N. DIPPER, C. EVANS, M. FERRARI, E. GENDRON, J.-L. GIMENEZ, D. GRATADOUR, P. HASTINGS, Z. HUBERT, E. HUGOT, P. JAGOUREL, P. LAPORTE, V. LEBRUN, D. LE MIGNANT, F. MADEC, R. MYERS, B. NEICHEL, T. MORRIS, C. ROBERT, H. SCHNETLER, M. SWINBANK, G. TALBOT, W. TAYLOR, F. VIDAL, S. VIVÈS, P. VOLA, N. WELIKALA et M. WELLS : EAGLE : a MOAO fed multi-IFU NIR workhorse for E-ELT. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7735 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2010.
- M. DEMERLÉ, P. Y. MADEC et G. ROUSSET : Servo-Loop Analysis for Adaptive Optics. In D. M. ALLOIN & J. M. MARIOTTI, éditeur : *NATO ASIC Proc. 423 : Adaptive Optics for Astronomy*, page 73, 1994.
- C. DESSENNE, P.-Y. MADEC et G. ROUSSET : Optimization of a Predictive Controller for Closed-Loop Adaptive Optics. *Applied Optics LP*, 37:4623–4633, juillet 1998.
- B. L. ELLERBROEK : First-order performance evaluation of adaptive-optics systems for atmospheric-turbulence compensation in extended-field-of-view astronomical telescopes. *Journal of the Optical Society of America A*, 11:783–805, février 1994.
- R. FOY et A. LABEYRIE : Feasibility of adaptive telescope with laser probe. *Astronomy and Astrophysics*, 152:L29–L31, novembre 1985.
- D. L. FRIED : Optical Resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 56:1372–+, octobre 1966.
- D. L. FRIED : Anisoplanatism in adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 72:52–+, janvier 1982.
- T. FUSCO, J.-M. CONAN, V. MICHAU, L. M. MUGNIER et G. ROUSSET : Efficient-phase estimation for large-field-of-view adaptive optics. *Optics Letters*, 24:1472–1474, novembre 1999.
- T. FUSCO, J.-M. CONAN, G. ROUSSET, L. M. MUGNIER et V. MICHAU : Optimal wave-front reconstruction strategies for multiconjugate adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 18:2527–2538, octobre 2001.



- T. FUSCO, G. ROUSSET, F. ASSÉMAT, B. NEICHEL, E. GENDRON, R. M. MYERS, T. MORRIS, F. CHEMLA, C. ROBERT, I. BRYSON et J. G. CUBY : Concept study of a multi-object AO system for the EAGLE instrument on the European ELT. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7015 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2008.
- J.-L. GACH, P. BALARD, O. DAIGLE, G. DESTEFANIS, P. FEAUTRIER, C. GUILLAUME et J. ROTHMAN : Sub electron readout noise & photon counting devices. *In P. KERN, éditeur : EAS Publications Series*, volume 37 de *EAS Publications Series*, pages 255–270, 2009.
- D. T. GAVEL : Tomography for multiconjugate adaptive optics systems using laser guide stars. *In D. BONACCINI CALIA, B. L. ELLERBROEK, & R. RAGAZZONI, éditeur : Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 5490 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 1356–1373, octobre 2004.
- E. GENDRON, F. ASSÉMAT, F. HAMMER, P. JAGOUREL, F. CHEMLA, P. LAPORTE, M. PUECH, M. MARTEAUD, F. ZAMKOTSIAN, A. LIOTARD, J.-M. CONAN, T. FUSCO et N. HUBIN : FALCON : multi-object AO. *Comptes Rendus Physique*, 6:1110–1117, décembre 2005.
- E. GENDRON, M. BRANGIER, G. CHENEGROS, F. VIDAL, Z. HUBERT, G. ROUSSET et F. POUPLARD : a New Sensor for Laser Tomography on ELTs. *In E. MASCIADRI & M. SARAZIN, éditeur : Optical Turbulence : Astronomy Meets Meteorology*, pages 283–290, septembre 2009.
- E. GENDRON, M. BRANGIER, G. CHENEGROS, F. VIDAL, Z. HUBERT, G. ROUSSET et F. POUPLARD : A new sensor for laser tomography on ELTs. *In Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, 2010a.
- E. GENDRON, J. G. CUBY, F. RIGAUT, P. LÉNA, J. C. FONTANELLA, G. ROUSSET, J. P. GAFFARD, C. BOYER, J. C. RICHARD et M. VITTOT : The Come-On-Plus project - an upgrade of the Come-On adaptive optics prototype system. *In M. A. EALEY, éditeur : Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 1542 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 298–307, décembre 1991.
- E. GENDRON et P. LÉNA : Astronomical adaptive optics. 1 : Modal control optimization. *Astronomy and Astrophysics*, 291:337–347, novembre 1994.
- E. GENDRON et P. LÉNA : Astronomical adaptive optics. II. Experimental results of an optimized modal control. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 111:153, mai 1995.

- E. GENDRON, T. MORRIS, Z. HUBERT, R. MYERS, A. LONGMORE, G. ROUSSET, G. TALBOT, F. VIDAL, N. DIPPER, D. GRATADOUR, N. LOOKER, M. BRANGIER, E. YOUNGER, A. SEVIN, A. BASDEN, D. PERRET, L. YOUNG, D. ATKINSON, F. CHEMLA, D. HENRY, T. BUTTERLEY, P. LAPORTE, D. GUZMAN, M. MARTEAUD, D. GENG, N. VEDRENNE, M. HARRISON, T. FUSCO, A. GUESALAGA, C. DUNLOP, S. TODD, K. DEE, C. DICKSON, A. GREENAWAY, B. STOBIE, H. DALGARNO et J. SKVARC : Status update of the CANARY on-sky MOAO demonstrator. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7736 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2010b.
- E. GENDRON, T. MORRIS, Z. HUBERT, R. MYERS, A. LONGMORE, G. ROUSSET, G. TALBOT, F. VIDAL, N. DIPPER, D. GRATADOUR, N. LOOKER, M. BRANGIER, E. YOUNGER, A. SEVIN, A. BASDEN, D. PERRET, L. YOUNG, D. ATKINSON, F. CHEMLA, D. HENRY, T. BUTTERLEY, P. LAPORTE, D. GUZMAN, M. MARTEAUD, D. GENG, N. VEDRENNE, M. HARRISON, T. FUSCO, A. GUESALAGA, C. DUNLOP, S. TODD, K. DEE, C. DICKSON, A. GREENAWAY, B. STOBIE, H. DALGARNO et J. SKVARC : Status update of the CANARY on-sky MOAO demonstrator. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7736 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2010c.
- E. GENDRON, F. VIDAL, M. BRANGIER, T. MORRIS, Z. HUBERT, A. BASDEN, G. ROUSSET, R. MYERS, F. CHEMLA, A. LONGMORE, T. BUTTERLEY, N. DIPPER, C. DUNLOP, D. GENG, D. GRATADOUR, D. HENRY, P. LAPORTE, N. LOOKER, D. PERRET, A. SEVIN, G. TALBOT et E. YOUNGER : MOAO first on-sky demonstration with CANARY. *Astronomy and Astrophysics*, 529:L2, mai 2011.
- Eric GENDRON, Florence POUPLARD, Fabrice VIDAL, Zoltan HUBERT, Denis PERRET et Gerard ROUSSET : A new linear optical differentiation wavefront sensor for laser tomography on elts. *In Adaptive Optics : Analysis and Methods/Computational Optical Sensing and Imaging/Information Photonics/Signal Recovery and Synthesis Topical Meetings on CD-ROM*, page ATuB4. Optical Society of America, 2007. URL <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=A0-2007-ATuB4>.
- R. A. GONSALVES : Phase retrieval and diversity in adaptive optics. *Optical Engineering*, 21:829–832, octobre 1982.
- D. GRATADOUR, E. GENDRON, G. ROUSSET et F. RIGAUT : Fratricide effect on ELTs. *In Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, 2010.
- F. HAMMER, F. SAYÈDE, E. GENDRON, T. FUSCO, D. BURGARELLA, V. CAYATTE, J.-M. CONAN, F. COURBIN, H. FLORES, I. GUINOARD, L. JOCOU, A. LANÇON, G. MONNET, M. MOUHCINE, F. RIGAUD, D. ROUAN, G. ROUSSET, V. BUAT et F. ZAMKOTSIAN : The FALCON Concept : Multi-Object Spectroscopy Combined with MCAO in Near-IR. *In J. BERGERON & G. MONNET, éditeur : Scientific Drivers for ESO Future VLT/VLTI Instrumentation*, pages 139–+, 2002.

- F. HÉNAULT : Wavefront sensor based on varying transmission filters : theory and expected performance. *Journal of Modern Optics*, 52:1917–1931, 2005.
- E. HØG, C. FABRICIUS, V. V. MAKAROV, S. URBAN, T. CORBIN, G. WYCOFF, U. BASTIAN, P. SCHWEKENDIEK et A. WICENEC : The Tycho-2 catalogue of the 2.5 million brightest stars. *Astronomy and Astrophysics*, 355:L27–L30, mars 2000.
- John H. HOLLAND : *Adaptation in natural and artificial systems*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1992. ISBN 0-262-58111-6. URL <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=129194>.
- B. A. HORWITZ : Phase image differentiation with linear intensity output. *Applied Optics LP*, 17:181–186, janvier 1978.
- B. A. HORWITZ : New pupil-plane wavefront gradient sensor. In M. A. EALEY & F. MERKLE, éditeur : *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 2201 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 496–501, mai 1994.
- P. JAGOUREL et J.-P. GAFFARD : Adaptive optics components in Laserdot. In M. A. EALEY, éditeur : *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 1543 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 76–87, janvier 1992.
- M. LOMBINI, E. DIOLAITI, I. FOPPIANI, L. SCHREIBER, E. MARCHETTI et B. DELABRE : Preliminary design of the post focal relay of the MCAO module for the E-ELT. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7015 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2008.
- R. F. LUTOMIRSKI et H. T. YURA : Wave Structure Function and Mutual Coherence Function of an Optical Wave in a Turbulent Atmosphere. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 61:482–+, avril 1971.
- P.-Y. MADEC : *Wavefront control*, pages 171–204. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 1999.
- E. MARCHETTI, R. BRAS, B. DELABRE, R. DONALDSON, E. FEDRIGO, C. FRANK, N. HUBIN, J. KOLB, J.-L. LIZON, M. MARCHESI, S. OBERTI, R. REISS, J. SANTOS, C. SOENKE, S. TORDO, A. BARUFFOLO, P. BAGNARA et THE CAMCAO CONSORTIUM : On-sky Testing of the Multi-Conjugate Adaptive Optics Demonstrator. *The Messenger*, 129:8–13, septembre 2007.
- N. M. MILTON, M. LLOYD-HART, C. BARANEC, T. STALCUP, Jr., K. POWELL, D. MCCARTHY, C. KULESA et K. HEGE : Commissioning the MMT ground-layer and laser tomography adaptive optics systems. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7015 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2008.

- 
- R. M. MYERS, Z. HUBERT, T. J. MORRIS, E. GENDRON, N. A. DIPPER, A. KELLERER, S. J. GOODSSELL, G. ROUSSET, E. YOUNGER, M. MARTEAUD, A. G. BASDEN, F. CHEMLA, C. D. GUZMAN, T. FUSCO, D. GENG, B. LE ROUX, M. A. HARRISON, A. J. LONGMORE, L. K. YOUNG, F. VIDAL et A. H. GREENAWAY : CANARY : the on-sky NGS/LGS MOAO demonstrator for EAGLE. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7015 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2008.
- B. NEICHEL, T. FUSCO et J.-M. CONAN : Tomographic reconstruction for wide-field adaptive optics systems : Fourier domain analysis and fundamental limitations. *Journal of the Optical Society of America A*, 26:219–+, décembre 2008.
- J. A. NELDER et R. MEAD : A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, 7:308–313, 1965.
- J. NELSON et G. H. SANDERS : The status of the Thirty Meter Telescope project. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7012 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, août 2008.
- R. J. NOLL : Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 66:207–211, mars 1976.
- A. PARISOT, A. COSTILLE, C. PETIT et T. FUSCO : Closed-loop tomographic control on HOMER wide-field AO bench : experimental results and identification issues. *In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7736 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2010.
- C. PETIT : *Etude de la commande optimale en OA et OAMC, validation numérique et expérimentale*. Thèse de doctorat, Université Paris XIII, 2006. URL <http://books.google.com/books?id=qfeUZwEACAAJ>.
- C. PETIT, J.-M. CONAN, C. KULCSÁR, H.-F. RAYNAUD et T. FUSCO : First laboratory validation of vibration filtering with LQG control law for Adaptive Optics. *Optics Express*, 16:87, 2008.
- R. RAGAZZONI : Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism. *Journal of Modern Optics*, 43:289–293, février 1996.
- R. RAGAZZONI et J. FARINATO : Sensitivity of a pyramidal Wave Front sensor in closed loop Adaptive Optics. *Astronomy and Astrophysics*, 350:L23–L26, octobre 1999.
- R. RAGAZZONI, E. MARCHETTI et F. RIGAUT : Modal tomography for adaptive optics. *Astronomy and Astrophysics*, 342:L53–L56, février 1999.

- F. RIGAUT : Ground Conjugate Wide Field Adaptive Optics for the ELTs. In E. VERNET, R. RAGAZZONI, S. ESPOSITO, & N. HUBIN, éditeur : *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, volume 58 de *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, page 11, 2002.
- F. RIGAUT et E. GENDRON : Laser guide star in adaptive optics - The tilt determination problem. *Astronomy and Astrophysics*, 261:677–684, août 1992.
- F. J. RIGAUT, J.-P. VÉLAN et O. LAI : Analytical model for Shack-Hartmann-based adaptive optics systems. In D. BONACCINI & R. K. TYSON, éditeur : *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 3353 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 1038–1048, septembre 1998.
- M. S. ROBBINS et B. J. HADWEN : The noise performance of electron multiplying charge-coupled devices. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 50:1227–1232, mai 2003.
- F. RODDIER : The Effects of Atmospheric Turbulence in Optical Astronomy. *Prog. Optics, Volume 19, p. 281-376*, 19:281–376, 1981.
- F. RODDIER : The rotating soft knife edge wavefront sensor. *NOAO R&D Note 85-3*, 1985.
- G. ROUSSET : *Wave-front sensors*, pages 91–130. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 1999.
- G. ROUSSET, J. C. FONTANELLA, P. KERN, P. GIGAN et F. RIGAUT : First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics. *Astronomy and Astrophysics*, 230:L29–L32, avril 1990.
- G. ROUSSET, T. FUSCO, F. ASSEMAT, E. GENDRON, T. MORRIS, C. ROBERT, R. MYERS, M. COHEN, N. DIPPER, C. EVANS, D. GRATADOUR, P. JAGOUREL, P. LAPORTE, D. LE MIGNANT, M. PUECH, H. SCHNETLER, W. TAYLOR, F. VIDAL, J.-G. CUBY, M. LEHNERT, S. MORRIS et P. PARR-BURMAN : EAGLE MOAO system conceptual design and related technologies. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7736 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2010a.
- G. ROUSSET, T. FUSCO, F. ASSEMAT, T. MORRIS, E. GENDRON, R. MYERS, M. BRANGIER, M. COHEN, N. DIPPER, C. EVANS, D. GRATADOUR, P. JAGOUREL, P. LAPORTE, D. LE MIGNANT, M. PUECH, C. ROBERT, H. SCHNETLER, W. TAYLOR, F. VIDAL, J.-G. CUBY, M. LEHNERT, S. MORRIS et P. PARR-BURMANN : EAGLE multi-object AO concept study for the E-ELT. In *Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, 2010b.

- G. ROUSSET, F. LACOMBE, P. PUGET, N. N. HUBIN, E. GENDRON, T. FUSCO, R. ARSENAULT, J. CHARTON, P. FEAUTRIER, P. GIGAN, P. Y. KERN, A.-M. LAGRANGE, P.-Y. MADEC, D. MOUILLET, D. RABAUD, P. RABOU, E. STADLER et G. ZINS : NAOS, the first AO system of the VLT : on-sky performance. In P. L. WIZINOWICH & D. BONACCINI, éditeur : *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 4839 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 140–149, février 2003.
- R. SHACK et B. PLATT : Production of a lenticular Hartmann screen. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 61:656, 1971.
- William TOBIN : *Léon Foucault : le miroir et le pendule*. EDP Sciences, 2002.
- A. TOKOVININ et V. KORNILOV : Accurate seeing measurements with MASS and DIMM. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 381:1179–1189, novembre 2007.
- M. A. VAN DAM : Measuring the centroid gain of a Shack-Hartmann quad-cell wavefront sensor by using slope discrepancy. *Journal of the Optical Society of America A*, 22:1509–1514, août 2005.
- J.-P. VÉRAN et G. HERRIOT : Centroid gain compensation in ShackHartmann adaptive optics systems with natural or laser guide star. *Journal of the Optical Society of America A*, 17:1430–1439, août 2000.
- C. VÉRINAUD : On the nature of the measurements provided by a pyramid wave-front sensor. *Optics Communications*, 233:27–38, mars 2004.
- J. VERNIN et C. MUNOZ-TUNON : Measuring astronomical seeing : The DA/IAC DIMM. *Astronomical Society of the Pacific*, 107:265–272, mars 1995.
- F. VIDAL : *Calibrations et reconstruction tomographique en optique adaptative multi-objet pour l'astronomie : Application au démonstrateur CANARY*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, 2009.
- F. VIDAL, E. GENDRON, M. BRANGIER, A. SEVIN, G. ROUSSET et Z. HUBERT : Tomography reconstruction using the Learn and Apply algorithm. In *Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, 2010a.
- F. VIDAL, E. GENDRON et G. ROUSSET : Tomography approach for multi-object adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 27(26):A260000+, octobre 2010b.
- L. WANG, A. OTAROLA et B. ELLERBROEK : Impact of laser guide star fratricide on TMT MCAO system. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7736 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2010.
- F. ZERNIKE : Beugungstheorie des schneidenverfahrens und seiner verbesserten form, der phasenkontrastmethode. *Physica*, 1:689–704, mai 1934.



## Annexe A

# Catalogue des astérismes

Liste de 151 astérismes de quatre étoiles, proposée pour être utilisée dans le cadre d'expérimentation sur la MOAO, et réalisée spécifiquement pour l'instrument CANARY. Celle-ci a été établie et classée selon les critères détaillés au chapitre II.4.3.

Ces astérismes sont issus du catalogue Tycho2, et correspondent aux contraintes suivantes :

- une distance minimale de  $15''$
- une distance maximale de  $65''$
- une magnitude  $m_V < 12$
- une “performance” géométrique :  $\text{perf}_\alpha \cdot \text{perf}_d \geq 0.2$

Aucune limitation n'a été appliquée quant à la déclinaison et l'ascension droite : les astérismes trouvés correspondent à l'ensemble du ciel et cette liste peut ainsi être réduite en fonction du lieu et de la date d'observation.

A noter également que 63 d'entre eux se trouvent dans l'amas *M11* des canards sauvages ( $RA \approx 18\text{h}51\text{m}$  et  $\delta \approx -6^\circ 16'$ ).

Le numéro de la première colonne est purement arbitraire et correspond à l'ordre dans lequel les astérismes ont été trouvés dans le catalogue, c'est-à-dire par ordre de déclinaison croissante. Les coordonnées  $RA$  et  $\delta$  (J2000.0) sont issues du catalogue Tycho2, les distances minimale et maximale entre l'étoile centrale et les étoiles hors-axe sont exprimées en secondes d'arc. Les performances  $\text{perf}_d$  et  $\text{perf}_\alpha$  sont calculées à partir des formules II.101 et II.102, et la dernière colonne en donne le produit ; les astérismes sont classés par ordre décroissant de ce dernier résultat.



n	RA	$\delta$	dist min	dist max	perf <sub>d</sub>	perf <sub><math>\alpha</math></sub>	perf totale
396	06h48m15s	41°05'44"	39.6	48.9	0.97	0.96	0.93
135	18h51m03s	-6°16'33"	45.1	50.0	0.99	0.84	0.83
331	06h08m30s	13°57'32"	43.4	63.2	0.90	0.90	0.81
429	22h13m36s	55°44'27"	49.3	60.8	0.96	0.80	0.77
338	07h09m30s	24°10'29"	33.8	45.6	0.93	0.83	0.77
292	06h51m40s	00°27'06"	39.3	59.0	0.89	0.86	0.77
255	18h51m02s	-6°14'08"	50.6	52.2	1.00	0.76	0.76
138	18h51m03s	-6°16'33"	47.3	62.2	0.94	0.80	0.75
364	05h52m10s	32°31'35"	33.8	59.8	0.80	0.93	0.74
256	18h51m02s	-6°14'08"	42.2	52.2	0.96	0.77	0.74
11	07h33m10s	-15°26'18"	23.4	41.6	0.78	0.92	0.71
156	18h51m03s	-6°16'33"	45.1	50.0	0.99	0.71	0.71
341	06h09m02s	24°22'27"	38.4	61.5	0.80	0.86	0.69
363	05h52m09s	32°31'23"	33.8	59.8	0.75	0.92	0.68
393	19h55m17s	39°59'01"	39.9	56.6	0.92	0.74	0.68
79	18h51m03s	-6°16'33"	46.9	59.1	0.96	0.71	0.68
259	18h51m05s	-6°14'35"	17.4	31.8	0.78	0.84	0.66
394	23h24m30s	40°53'55"	49.1	61.7	0.96	0.67	0.65
30	18h18m37s	-13°46'34"	34.5	43.9	0.96	0.67	0.65
386	21h12m03s	38°36'45"	40.6	53.1	0.95	0.66	0.63
12	07h33m10s	-15°26'18"	29.2	48.8	0.84	0.75	0.63
170	18h51m10s	-6°15'48"	45.4	64.8	0.90	0.69	0.62
159	18h51m03s	-6°16'33"	46.2	62.2	0.93	0.67	0.62
246	18h51m05s	-6°14'35"	23.2	45.6	0.74	0.83	0.61
3	07h17m49s	-15°37'10"	29.5	62.8	0.68	0.91	0.61
37	18h18m37s	-13°46'34"	16.5	29.4	0.80	0.76	0.61
413	01h36m50s	47°21'23"	43.0	64.6	0.89	0.67	0.60
290	06h51m44s	00°26'36"	39.3	59.0	0.89	0.67	0.59
369	05h36m07s	34°09'25"	34.9	58.6	0.83	0.71	0.59
358	20h41m23s	30°12'52"	45.3	62.5	0.92	0.63	0.58
367	05h52m17s	32°34'36"	22.3	58.3	0.58	0.98	0.57
312	19h56m51s	09°45'36"	24.5	45.8	0.76	0.75	0.57
27	18h18m37s	-13°46'34"	34.5	60.8	0.75	0.75	0.56
252	18h51m02s	-6°14'08"	36.8	52.2	0.90	0.62	0.56
414	19h45m22s	47°26'18"	43.0	54.7	0.95	0.58	0.55
237	18h51m05s	-6°14'35"	40.5	52.2	0.94	0.58	0.55
405	20h03m56s	44°10'31"	47.1	58.7	0.96	0.56	0.54
38	18h18m38s	-13°45'56"	25.2	47.5	0.71	0.76	0.54
314	18h51m30s	10°20'03"	22.0	63.3	0.54	1.00	0.53
345	06h09m02s	24°22'27"	45.0	58.0	0.95	0.56	0.53

281	07h33m12s	-4°00'58"	31.9	58.9	0.69	0.76	0.53
311	06h52m53s	08°44'40"	39.4	53.3	0.93	0.56	0.53
131	18h51m03s	-6°16'33"	18.4	50.0	0.55	0.94	0.52
150	18h51m03s	-6°16'33"	18.4	50.0	0.56	0.93	0.52
403	20h03m51s	44°10'19"	47.1	60.8	0.94	0.54	0.51
349	05h42m17s	25°47'39"	43.3	63.2	0.86	0.59	0.51
78	18h51m05s	-6°16'39"	46.9	59.3	0.96	0.53	0.51
75	18h51m03s	-6°16'33"	29.3	59.1	0.71	0.71	0.51
169	18h51m10s	-6°15'48"	33.0	64.8	0.73	0.69	0.50
187	18h51m03s	-6°16'33"	31.4	49.9	0.81	0.61	0.50
167	18h51m10s	-6°15'48"	54.6	64.8	0.97	0.50	0.49
395	19h40m49s	41°05'05"	29.6	59.7	0.71	0.67	0.48
58	20h58m57s	-12°37'45"	23.7	45.0	0.76	0.62	0.47
205	18h51m05s	-6°14'35"	41.1	55.7	0.93	0.51	0.47
155	18h51m05s	-6°16'39"	45.1	59.9	0.92	0.51	0.47
428	22h57m36s	54°23'06"	58.2	61.2	1.00	0.46	0.46
98	18h51m03s	-6°16'33"	46.9	61.8	0.94	0.49	0.46
134	18h51m05s	-6°16'39"	45.1	59.9	0.93	0.50	0.46
390	22h47m59s	39°17'24"	34.5	57.4	0.83	0.55	0.46
232	18h50m54s	-6°14'54"	19.9	59.2	0.51	0.89	0.45
373	05h28m51s	35°48'16"	23.4	56.8	0.59	0.76	0.45
17	07h41m33s	-14°50'12"	44.1	51.0	0.98	0.46	0.45
342	06h09m02s	24°22'27"	17.9	40.2	0.65	0.68	0.44
245	18h51m05s	-6°14'35"	23.2	35.1	0.84	0.52	0.44
6	07h33m10s	-15°26'18"	30.6	54.4	0.80	0.55	0.44
137	18h51m05s	-6°16'39"	47.3	62.2	0.94	0.46	0.43
158	18h51m05s	-6°16'39"	46.2	62.2	0.93	0.46	0.43
389	22h48m05s	39°17'03"	33.1	57.4	0.74	0.57	0.42
337	06h01m09s	23°20'29"	31.4	51.5	0.83	0.50	0.42
231	18h50m54s	-6°14'54"	31.0	59.2	0.74	0.56	0.42
453	01h46m04s	61°13'41"	27.9	62.2	0.64	0.65	0.41
66	06h51m52s	-7°04'15"	22.6	46.9	0.62	0.67	0.41
273	18h51m02s	-6°14'08"	40.5	64.8	0.85	0.48	0.41
190	18h51m03s	-6°16'33"	31.4	52.0	0.78	0.51	0.40
97	18h51m05s	-6°16'39"	46.9	61.8	0.94	0.42	0.40
309	04h50m50s	07°42'36"	20.5	54.9	0.56	0.71	0.40
181	18h51m03s	-6°16'33"	31.4	59.3	0.67	0.59	0.40
16	07h15m04s	-14°50'23"	16.7	55.1	0.46	0.87	0.39
411	22h05m17s	46°26'13"	21.4	54.2	0.52	0.74	0.39
260	18h51m05s	-6°14'35"	17.4	56.7	0.39	0.98	0.38
29	18h18m38s	-13°46'44"	25.2	43.9	0.81	0.47	0.38
74	18h51m05s	-6°16'39"	29.3	59.3	0.71	0.53	0.38
149	18h51m05s	-6°16'39"	18.4	59.9	0.48	0.77	0.37

166	18h51m10s	-6°15'48"	33.0	64.8	0.74	0.49	0.37
427	22h57m09s	53°23'28"	27.7	48.4	0.81	0.45	0.37
379	20h12m19s	36°04'59"	58.6	62.2	1.00	0.37	0.37
305	06h51m45s	00°28'57"	28.2	46.3	0.84	0.43	0.36
391	22h47m59s	39°17'24"	33.1	57.4	0.80	0.44	0.36
203	18h51m06s	-6°14'56"	24.1	55.7	0.65	0.55	0.35
251	18h51m02s	-6°14'08"	36.8	51.5	0.92	0.38	0.35
456	23h24m49s	61°37'36"	28.2	52.5	0.75	0.46	0.35
2	07h56m20s	-16°25'18"	34.8	64.4	0.72	0.48	0.35
15	07h41m32s	-14°50'58"	42.6	60.5	0.91	0.38	0.35
236	18h51m05s	-6°14'52"	27.5	52.2	0.76	0.45	0.34
92	18h51m03s	-6°16'33"	29.3	61.8	0.69	0.49	0.34
392	22h47m59s	39°17'24"	33.1	53.9	0.79	0.42	0.34
283	07h47m05s	00°01'50"	59.1	63.8	1.00	0.33	0.33
211	18h51m05s	-6°14'35"	35.8	47.1	0.95	0.35	0.33
387	19h50m13s	38°37'49"	45.5	59.6	0.95	0.35	0.33
362	19h48m57s	31°49'12"	38.1	58.7	0.88	0.37	0.32
191	18h51m03s	-6°16'33"	31.4	59.9	0.66	0.49	0.32
62	07h02m40s	-8°21'01"	21.9	57.8	0.56	0.57	0.32
42	18h18m38s	-13°45'56"	34.5	45.3	0.95	0.34	0.32
439	23h11m00s	60°34'00"	24.4	60.5	0.54	0.58	0.32
130	18h51m05s	-6°16'39"	18.4	59.9	0.48	0.65	0.31
355	20h57m47s	27°43'19"	29.5	64.0	0.68	0.46	0.31
204	18h51m05s	-6°14'52"	31.8	55.7	0.79	0.39	0.31
199	18h51m04s	-6°15'07"	35.8	55.7	0.85	0.36	0.30
209	18h51m06s	-6°14'56"	24.1	41.1	0.82	0.36	0.30
108	18h51m05s	-6°16'39"	17.6	49.9	0.50	0.60	0.30
289	06h51m38s	00°26'30"	48.2	61.1	0.96	0.31	0.30
335	20h02m34s	18°56'03"	36.6	45.2	0.97	0.30	0.29
244	18h51m05s	-6°14'35"	23.2	45.6	0.63	0.47	0.29
91	18h51m05s	-6°16'39"	29.3	61.8	0.69	0.42	0.29
347	06h09m02s	24°22'27"	17.9	48.2	0.56	0.52	0.29
404	20h03m51s	44°10'19"	47.1	64.5	0.93	0.31	0.29
233	18h51m00s	-6°14'56"	35.1	52.2	0.89	0.32	0.28
440	23h10m57s	60°34'01"	24.4	60.5	0.61	0.46	0.28
49	18h18m40s	-13°45'18"	39.3	63.8	0.82	0.34	0.28
210	18h51m05s	-6°14'52"	31.8	41.1	0.95	0.29	0.28
26	18h18m38s	-13°46'44"	25.2	60.8	0.59	0.47	0.28
408	20h35m11s	46°05'51"	30.2	38.7	0.95	0.29	0.27
352	06h05m58s	26°36'35"	25.0	42.0	0.83	0.33	0.27
303	06h51m45s	00°28'57"	28.2	51.5	0.78	0.34	0.27
250	18h51m04s	-6°15'07"	36.8	52.2	0.91	0.28	0.26
133	18h50m59s	-6°17'23"	45.1	47.3	1.00	0.26	0.26

139	18h51m05s	-6°16'39"	46.2	59.9	0.94	0.27	0.25
293	06h51m40s	00°27'06"	39.3	53.8	0.93	0.27	0.25
141	18h51m03s	-6°16'33"	47.3	59.9	0.95	0.26	0.25
113	18h51m05s	-6°16'39"	17.6	49.9	0.54	0.46	0.25
77	18h51m02s	-6°17'21"	18.4	56.3	0.51	0.49	0.25
388	21h18m04s	38°55'34"	25.1	55.4	0.67	0.37	0.25
136	18h50m59s	-6°17'23"	46.2	62.2	0.92	0.27	0.25
264	18h51m02s	-6°14'08"	47.1	64.8	0.93	0.26	0.24
381	19h51m09s	36°39'32"	42.7	63.2	0.89	0.27	0.24
63	07h02m46s	-8°22'08"	38.1	54.8	0.88	0.27	0.24
1	07h18m57s	-16°53'04"	24.2	51.6	0.67	0.35	0.23
402	20h03m51s	44°10'19"	60.2	64.5	1.00	0.23	0.23
294	06h51m40s	00°27'06"	42.5	61.1	0.90	0.25	0.23
5	07h33m10s	-15°26'46"	23.4	54.4	0.58	0.38	0.22
430	22h38m43s	55°50'51"	21.0	64.3	0.50	0.43	0.22
282	07h47m02s	00°01'23"	17.4	62.0	0.43	0.50	0.21
267	18h51m02s	-6°14'08"	40.5	61.2	0.88	0.24	0.21
372	19h31m11s	34°56'02"	35.2	43.9	0.96	0.22	0.21
73	18h51m02s	-6°17'21"	18.4	56.3	0.43	0.49	0.21
76	18h50m59s	-6°17'23"	46.9	61.8	0.95	0.22	0.21
48	18h18m40s	-13°45'29"	39.3	63.8	0.82	0.25	0.21
20	07h37m28s	-13°55'33"	24.7	51.0	0.69	0.30	0.21
299	06h51m45s	00°28'57"	20.9	62.1	0.50	0.41	0.20
18	07h41m45s	-14°46'21"	39.2	64.4	0.78	0.26	0.20
240	18h51m05s	-6°14'35"	35.1	52.2	0.88	0.23	0.20

---

**Annexe B**

**Liste des publications**

# A new sensor for laser tomography on ELTs

E. Gendron<sup>1,a</sup>, M. Brangier<sup>1</sup>, G. Chenegros<sup>1</sup>, F. Vidal<sup>1</sup>, Z. Hubert<sup>1</sup>, G. Rousset<sup>1</sup>, and F. Poupard<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LESIA, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, Université Paris Diderot, 5, Place Jules Janssen, 92190 Meudon, France

**Abstract.** We present a new concept for an optical differentiation wavefront sensor, featuring a high number of phase measurements across the pupil, with a linear response versus the phase gradient. We show measurements with this sensor, obtained through turbulence on elongated laser spots.

## 1 Introduction

We present in this article a new type of wavefront sensor. It belongs to the class of optical differentiation wavefront sensors (see review papers from Hénault F.[3], and papers from Oti *et al.*[1] [2]). It allows us to measure the gradient of the phase. This sensor has the advantage of being linear on a wide range, allows a high spatial sampling of the pupil, and uses only 4 pixels per measurement. Those characteristics makes it a promising candidate for open-loop operation with laser guide stars (LGS) on future extremely large telescopes.

A peculiar sensor property is to have a sensitivity independent from the angular size and shape of the object (within a certain range). The so-called ‘centroid gain’ effect, well known to affect quad-cell devices, is strongly mitigated here and can even be canceled out. As a consequence of this, the noise variance is also independent from the size and shape of the object.

Because of these interesting properties, we primarily intend to propose this sensor for open-loop measurements (MOAO-type instruments) on laser beacons : the uncontrolled variability of their shape (sodium profile distribution, upward laser spot width) raises calibration issues for any shape-sensitive sensor, that can be solved by this sensor. Unfortunately, the price to pay to get these nice properties is a global increase in the noise figure compared to other sensors.

## 2 Description

### 2.1 Principle

Optical differentiation wavefront sensors work by optically Fourier-filtering the pupil image: placing a varying amplitude transmission filter in the focal plane that will transform the phase gradient into intensity variations in the pupil plane. Instead of using a spatially varying transmissive filter, we will manufacture a spatially varying polarization-rotator. A first Wollaston prism splits the incoming beam into 2 linearly polarized beams, with orthogonal directions of polarization. One of the beam will be used to get the gradient of the phase along  $x$ , the other along  $y$ . On both beams, we place the central element of our system : a thin plate that makes the polarization to rotate by an angle  $\alpha$ , that varies continuously across the focal plane from  $-45$  to  $+45$  degrees over a distance  $w$ , as described on the left of figure 1 ( $\alpha(x)$  is a linear function of the position  $x$ ). We will explain how this ‘plate’ works in the following section. Then a second Wollaston prism acts as an analyzer : its axis is rotated by 45 degrees

---

<sup>a</sup> e-mail: eric.gendron at obspm.fr

from the first one, so that 4 pupil images are formed at the output (a field lens is inserted somewhere, to form pupil images).

On a non-aberrated beam, all the rays cross the same point (the centre) of our variable rotatory plate, and the polarization is rotated by 0 degrees for any point of the pupil. Hence, the amplitude spreads equally on the axes of the second Wollaston prism, and the intensity is the same for the four pupil images. Instead, an aberrated ray will cross the focal plane at a particular location, characterized by a certain amount of polarization rotation. The second Wollaston prism will translate this rotation into a difference of intensity in the pupil planes. As  $\alpha$  is a linear function of the position, getting  $\alpha$  is like getting the impact of the ray in the focal plane, i.e. the phase gradient.

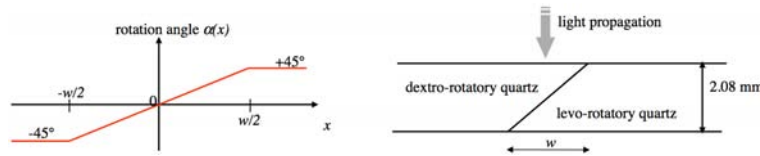
Adopting a simple ray-tracing approach to describe the behavior of this sensor, calling  $I_A(u, v)$  and  $I_B(u, v)$  the intensity at a pupil location  $(u, v)$  in a couple of pupil images formed by the second Wollaston prism, we can retrieve the rotation angle  $\alpha$  by :

$$\alpha = \frac{1}{2} \text{Arctan} \left( \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} \right) \quad (1)$$

As the quantity  $(I_A + I_B)$  is the total incoming intensity, we see that the sensor is insensitive to scintillation.

## 2.2 The spatially variable rotatory plate

Some optical materials are said to be *optically active*. In these materials, the plane of a linearly polarized light will rotate as the beam propagates into the medium, proportionally to the travelled thickness. Any optically active material exists either in dextrorotatory (clockwise rotation) or levorotatory (counter-clockwise) type. Monocrystals of quartz are optically active, but the optical activity is usually masked by the linear birefringence, larger than optical activity by an order of magnitude. Optical activity of quartz is only fully revealed when the light propagates parallel to its optical axis, where its linear birefringence vanishes. At  $\lambda = 589 \text{ nm}$ , the rotatory power of quartz is  $21.68^\circ/\text{mm}$  (2.08 mm make  $45^\circ$  rotation).



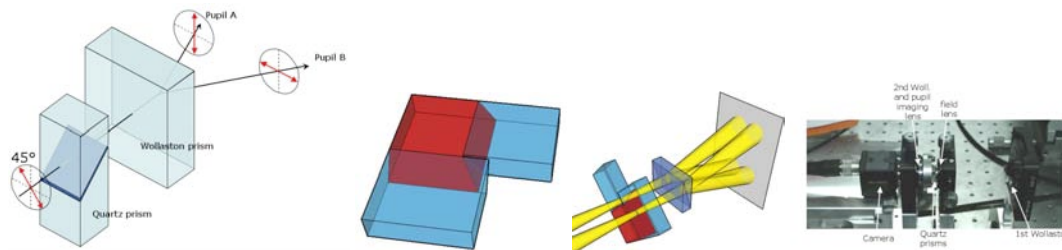
**Fig. 1.** Left : Variation of the rotation angle of the polarization versus position. Right : Optical design of the spatially variable rotatory plate. Two plates of a monocrystal of quartz are assembled together. One is dextrogyre, the other laevogyre. The light propagates perpendicular to the plate. The optical axis is parallel to the light propagation. The thickness is 2.08 mm, so that the polarization turns by  $+45^\circ$  in one crystal, by  $-45^\circ$  in the other, and of course by any angle in between (as described by the left figure in the zone where the crystals overlap).

We assemble two plates made in a monocrystal of quartz, as described on figure 1. The width of the wedge (called  $w$  on the figure 1) corresponds to the zone into which the sensor will behave linearly. The analyzed beam is to be focused right in the middle of the plate thickness and of the wedge. This particular point defines the center of the wavefront sensor. This is the point where any length travelled in the dextro-plate equals the length in the levo-plate : any rotation will vanish (contrarily to what happens for any other ray). It should be noticed that no particular edge of any material marks the 'zero' of the wavefront sensor (contrarily to the edge of the knife for Foucault test, or the peak or edges between the faces of a pyramid sensor). Thus, diffractive effects are minimized.

We emphasize that the sensor is not sensitive to the polarization of the incoming light at all, since the first Wollaston prism acts as a polarizer, and thus erases whatsoever previous polarization property. The rotatory power of a material is highly dependent on the wavelength  $\lambda$ . The dependence is usually



something close to  $\lambda^{-2}$ . When used in polychromatic light, one can consider that the sensor will have a sensitivity that varies with  $\lambda^{-2}$ .



**Fig. 2.** Left: The polarization rotates proportionally to the height the ray went through the wedge, from  $-45^\circ$  to  $+45^\circ$ . A Wollaston prism analyzes and splits the beam to form 2 pupil images. Middle left: Picture showing the technical implementation : two orthogonal sides of a quartz plate have been polished with a wedge, and two others plates from the other enantiomer have been cemented to it. Middle right: 3D representation of the setup : light is coming from the left. The two beams have already been separated by a first Wollaston prism. They are both linearly polarized. They are both focused at the center of the quartz wedges. The field lenses have not been represented here. Right: the setup in our lab. Light is coming from the right. The total length from the first Wollaston to the CCD plane is about 100 mm.

### 3 Image processing

Several steps are required in order to get the gradient signal out of the images :

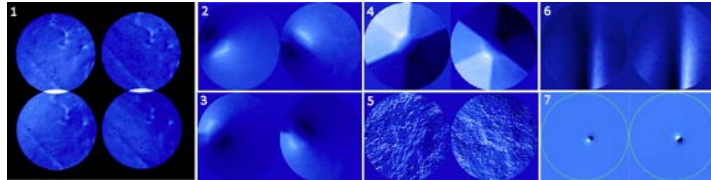
- From equation 1, it is clear that the linearity of the CCD response versus the received flux is of key importance. We have calibrated it, and we have to compensate from a slight non-linearity in the processing.
- The fine subtraction of background is even more important than with a Shack-Hartmann, and the background should be finely calibrated.
- Flat-field also matters a lot, since it impacts directly on the detected photometric signal.
- Due to the non-zero thickness of the quartz plate, the amount of rotation of the polarization has to be corrected from a geometrical effect. One has to apply to the gradient image a kind of "flat-field" correction, which expression (developed at first order in a Taylor series) is :  $(1 + \frac{\epsilon}{w}\theta)(1 + \psi^2/2)$ , with  $\theta$  and  $\psi$  the angles corresponding to pupil coordinates, respectively parallel and orthogonal to the direction of differentiation.
- Due to aberrations of the optics, the pupil image may reveal some optical distortion (1.5% in our present design). A special operation -that we call pupil morphing- needs to be performed so that the 4 pupil images accurately match together, pixel-to-pixel. The calibration of this morphing is done beforehand only once, by inserting a square-grid mask in the pupil, and measuring its relative deformation with sub-pixel accuracy in the 4 pupils (correlation).

### 4 Experimental results

We built a prototype sensor, currently tested in our lab within an optical setup that reproduces a  $f/17$  focus of a 4.2m telescope. We have chosen a wedge width of  $w=1.07$  mm (see fig. 1), equivalent to 2.9 arcsec on-sky. In order to get 4 pupil images arranged on a square, we put the Wollastons' axes orthogonal to each other, and added a quartz plate in between to rotate the polarizations by  $45^\circ$ . The output pupil diameter is 2.2 mm, leading to 228 pixels into the pupil diameter. The sensor is fed by a fiber-source at  $\lambda = 620$  nm, of various diameters. Pupil is at infinity, and may include Kolmogorov-type phase screen. The source can be moved in, x, y, z with precision translation stages.

The first remarkable thing is that the pupil images are of a very high quality, with no diffracted light outside it (see fig. 3). Rings on the edge of the pupil (derivative of a discontinuous function) do exist, but they are just 2 pixels wide, and not brighter than  $\pm 15\%$  of the average pupil intensity.

We have studied the interaction between optical activity and linear birefringence. We found that a bias is introduced, that is about 0.2% on the pupil edge for a  $f/15$  beam, and behaves as  $(f/D)^{-4}$ . Although negligible, a solution can be to use a purely optically active crystal, such as  $\text{NaClO}_3$ .



**Fig. 3.** 1 : Example of raw sensor image, background subtracted only. The patterns inside the pupil are due to inhomogeneity of the incoming flux. Pupil overlap here because the incoming beam is at  $f/15$  (the sensor is designed for  $f/17$ ). 2 to 7 : Examples of phase gradients after images (flat-field, sub-pixel morphing, combination of images according to eq. 1). The differentiation directions are at  $45^\circ$ . 2 and 3 : phase gradients when applying a voltage on an electrode of a 31-elements bimorph mirror from CILAS. 4 : central electrode of the same bimorph mirror. 5 : SILIOS phase screens manufactured by etching successive binary masks into silica. The very high resolution of the sensor reveals the stair-like structure of the screens (although steps are only 10 nm high). 6 : Gaz from a cigarette lighter in a 10mm pupil. 7 : one electrode of a 32x32 electrostatic DM from Boston Micromachines.

## 5 Linearity and sensitivity properties

### 5.1 Laboratory tests of linearity on unresolved, extended, and 3D sources

We have tested the sensor with an unresolved and extended point-sources of 50, 100, 200, and 600  $\mu\text{m}$ . The test consists in translating the source by a known amount across the field, and measure the consequent tilt with the sensor in terms of this translation. The experiment was conducted with and without a fixed Kolmogorov-type aberrated plate in the pupil. In any case, we could verify

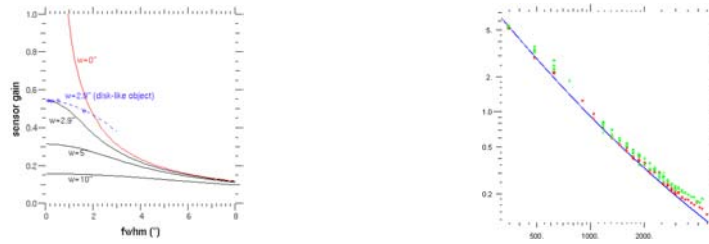
- a perfectly linear sensor response in terms of the source position
- a slope of this response (the sensor gain) which is independent of the source diameter : no "centroid gain" effect, except on the broadest source (600  $\mu\text{m}$ , i.e. 1.62" wide) that exhibits a relative gain of  $\approx 0.90$  compared to the other smaller sources
- no extra centroid gain effect with the presence (or absence) of seeing

We have also simulated an LGS beacon, by defocusing the spot during the exposure time of the camera : we kept the intensity constant during the defocus and this is equivalent to simulate a uniform sodium density profile. We then performed the same linearity tests as before with this defocused source, testing also with different diameters, with or without phase screens. Results are unchanged : the sensor gain is constant, and remains the same for 3D than for 2D sources.

However, in a first time, we have restricted our tests to a limited range of source diameters, defocus, and tilts, in order that the whole blurred image is always still entirely located within the 75% central part of the wedge. Our wavefront sensor has manufacturing flaws on both sides of the wedge due to aging, and the wedge is not cemented any more at the edge, letting a tiny air gap to appear at both sides, that make a total reflection of light, and that prevents us from using its very whole area.

### 5.2 Theory of linearity and gain on 3D extended sources

A realistic approach that accurately models the sensor for a point source is to use a Fourier-filtering approach : the system forms an image of the pupil by multiplying its Fourier transform (*i.e.* the com-



**Fig. 4.** Left : Theoretical gain of the sensor (arbit. units) in terms of the width of the object (arcsec) for various wedge widths. Plain lines are for gaussian shaped objects, dashed one for a disk-like object. Circles are lab measurements. The red line ( $w = 0''$ ) describes the behavior of quad-cells or non-modulated pyramid. Right : variance of the polarization rotation (in degrees<sup>2</sup>) in terms of the flux. The solid line is the theoretical expectation. The different points are for various sizes of object, ranging from point-source to 200 microns wide (equiv. to 0.6 arcsec on-sky). This shows that the experimental noise measurements meet the theoretical expectations.

plex amplitude in the focal plane) by the amplitude-masking functions  $m_x(x, y)$  and  $m_y(x, y)$  achieved by the quartz wedge and second Wollaston prism, which expressions are  $m_x(x, y) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{w}(x + w/2)\right)$  for  $x \in [-w/2, w/2]$ ,  $m_y(x, y) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{w}(y + w/2)\right)$ , and replacing  $\sin()$  by  $\cos()$  for the dual functions.

The simulation of an incoherent 3D extended object is done by considering it as the superposition of incoherent point sources in the field, *i.e.* by summing the intensities of the filtered pupil for each of these points. This computation quickly becomes too heavy to any computer when the telescope diameter gets larger (the defocus blur grows as  $D$  while diffraction is in  $D^{-1}$ , proportionally leading to  $D^3$  Fourier transforms of size  $D^4$ ). We have implemented this algorithm together with speedup computation tricks (as functions  $m(x, y)$  only depend on one variable, intensity can be pre-integrated along one dimension of the object ; a point-source shift in the focal plane can be turned into a pre-computed shift of the mask  $m(x - x_0, y)$ ) in order to speed up the computation. Despite of this, the computation time remains too long ( $\approx$  minutes) to allow its implementation in an end-to-end simulator.

However, the good piece of news is that such a detailed model is useless : thanks to it, we could demonstrate that, as long as the size of the extended object is larger than the diffraction, a simple ray-traced, geometric approach is as valuable as the diffractive one. The intensity at a pupil point  $M$  can be obtained by integrating product of  $m_x^2(x, y)$  by the flux of the 3D object *as seen from point M* : the 2 approaches fit remarkably well. Thanks to this, we could derive the plots shown on figure 4 (left), that show the sensor gain versus the full width at half maximum (fwhm) of the object, assumed to be a gaussian. Those curves exhibit large gain variations because, contrarily to our experiments, the fwhm of the object spans here a much broader variation range (broader than the wedge itself) and that the object has wings (gaussian, instead of the ‘disk-like’ function of our lab setup). The experimental points we obtained with our lab setup are shown as blue circles on figure 4 (left), on top of the blue dashed line which is the simulation of the sensor gain for a disk-like object.

The red curve has been computed for  $w = 0$ , which corresponds to the case either of a quad-cell detector, or a pyramid sensor. This is to compare how this sensor allows us to stabilize the gain, compared to a such a device. In fact, there are 2 regimes : when the object is small compared to  $w$  then the gain is stabilized, to a rather fixed value, which is unfortunately lower as  $w$  gets larger. On the opposite, when the object is larger than the wedge  $w$ , the sensor tends to behave as a quad-cell sensor or a non-modulated pyramid : both are hyper-sensitive to centroid gain.

## 6 Noise behavior

We can compute the noise variance on the phase difference between edges of a pixel, assuming that the flux of photons  $N$ , per frame and per ‘pupil sample’, is divided equally between the two gradient channels, and then equally divided between the two pupils  $A$  and  $B$ . We assume both photon and detector read-out noise. The noise variance (in  $\text{rd}^2$ ) is given by:  $\sigma_\phi^2 = \left(\frac{2w_{sky}}{\lambda/d_{subap}}\right)^2 \left(\frac{2}{N} + \frac{8\sigma_c^2}{N^2}\right) \frac{1}{G_o^2}$  where

$w_{sky}$  is the size of the wedge expressed as an angle as seen on the sky,  $\sigma_e$  is the readout noise in electrons rms per pixel, and  $G_o$  is the sensor gain (as defined in the previous section) normalized to unity for a point-like object. For any object smaller than the wedge, we have  $G_o = 1$ . This expression takes into account the splitting of the flux into 2 channels.

We have experimentally measured the noise variance for small objects ( $G_o \approx 1$ ) with our setup, by acquiring on a stabilized light source a set of 100 gradients on a fixed wavefront, and computing the time-variance for each pixel (shown vs flux on Fig. 4). The results really show a perfect match with theoretical expectations, and show strictly no dependence of the noise versus source diameter.

Now, the perspective effect makes the apparent size of a laser beacon to vary across the pupil. As the sensor gain depends of the *apparent* object size seen from a particular pupil position, the sensor gain  $G_o$  will also vary across the pupil. The gain  $G_o$  will be equal to  $\approx 1$  at any positions where the spot elongation remains smaller than the wedge size  $w$  : in these parts, the sensor will be insensitive to any variation of the spot shape. In the other parts, where the elongation exceeds  $w$ ,  $G_o$  will degrade to lower values and the noise will increase with spot size just as any other wavefront sensor.

## 7 Conclusion

A new optical differentiation WFS has been described. One of its advantages is to use only 4 pixels per phase measurement, making the detector manufacturing easier for large telescopes : not only a smaller format is required, but also the readout noise spec can be relaxed. The data processing is also lighter and simpler. Another advantage is to provide perfect linearity characteristics, which makes it suitable for open-loop measurements (MOAO) and to provide a stable centroid gain, provided the object is kept smaller than the wedge of the sensor. We see this as a great advantage when dealing with LGSs beacon whose shape may not be under control (upward aberrations, Na profile).

A prototype has been build, and partially tested. Preliminary tests indicate a behavior (noise, linearity, gain) that fits theory remarkably well. In the next months it will be tested with a ELT-type LGS larger than the wedge, to compare the lab performance to theory in these 'extreme' conditions.

The sensor provides a higher noise level than quad-cell, but with the advantage of no 'centroid gain' problem : the balance between those two parameters is tuned by the only free parameter in the sensor design : the wedge size,  $w$ . A larger  $w$  provides increased gain stability and linearity with higher noise, while a small  $w$  reduces the range where gain stability and linearity are kept with better noise performance. A  $w = 0$  reduces the sensor to a pure quad-cell or non-modulated pyramid.

An achromatic version of it has also been developed, that will be presented in future publications.

**Acknowledgments** Part of this work was funded by the European FP7 Preparatory activity WP 9000 program.

## References

1. Oti J.E., Canales V.F., Cagigal M.P., "Improvements on the optical differentiation wavefront sensor", MNRAS **360**, 1448-1454 (2005)
2. Oti J.E., Canales V.F., Cagigal M.P., "Analysis of the signal-to-noise ratio in the optical differentiation wavefront sensor", Optics Express, vol. 11, Issue 21, p.2783, (2003)
3. Hénault, F. "Wavefront sensor based on varying transmission filters: theory and expected performance", Journal of Modern Optics, vol. 52, Issue 14, p.1917-1931, (2005)

# CANARY MOAO demonstrator: on-sky first results

**M. Brangier, F. Vidal, T. Morris, E. Gendron, Z. Hubert, A. Basden, G. Rousset, R. Myers, F. Chemla, A. Longmore, T. Butterley, N. Dipper, C. Dunlop, G. Fasola, D. Geng, D. Gratadour, D. Henry, J-M Huet, P. Laporte, N. Looker, M. Marteaud, D. Perret, A. Sevin, H. Shepherd, G. Talbot, E. Younger, R. Wilson**

*LESIA/GEPI, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, Université Paris 7, 5 place J. Janssen, 92190 Meudon, France*

*Centre for Advanced Instrumentation, Durham University, South Road, Durham, DH1 3LE, UK*

*UKATC, Royal Observatory Edinburgh, Blackford Hill, Edinburgh, EH9 3HJ, UK*

*matthieu.brangier@obspm.fr*

**Abstract:** We present the first on-sky results of CANARY, the multi-object adaptive optics demonstrator of EAGLE.

© 2011 Optical Society of America

OCIS codes: 010.1080, 110.1080

## 1. Introduction

For future astrophysical programs, new concepts are needed to fulfill the requirements for wide-field observation. Amongst the various concepts, multi-object adaptive optics (MOAO) is likely to be one of the most innovative. It was initially proposed by [Hammer et al. 2002] in the Falcon project.

MOAO aims at simultaneously compensating for the turbulence for a large number of very faint small science objects spread over a wide field of view, using natural guide stars (NGS) and laser guide stars (LGS) to get phase measurements, which are processed to reconstruct the information on the 3D turbulence volume by a tomographic approach, then the correction per object is computed in the object direction [Vidal et al. 2010a].

The development plan of the ELT instruments targets pathfinders : CANARY has the goal of demonstrating on-sky the feasibility of MOAO. We present the instrument and the results obtained during four nights in September 2010.

## 2. CANARY demonstrator

CANARY is designed to be set up at the 4.2-m William Herschel Telescope (WHT) at Roque de los Muchachos on La Palma, Canary Islands, Spain [Morris et al. 2010, Gendron et al. 2010]. CANARY makes use of star asterisms formed by four NGSs brighter than  $m_V = 12$  in a  $2'$  field. The central star, placed on-axis is observed by a WFS called *Truth Sensor* (TS), which measures the corrected wavefront after the DM for diagnostic purpose, but is also used to perform system calibration tasks, and to close the loop for performance comparison between conventional and open loop approaches. CANARY is equipped with three other WFS that are able to patrol the telescope focal plane and acquire the off-axis NGSs. The four WFS are identical, they are Shack-Hartmann (SH) with  $7 \times 7$  sub-apertures using  $16 \times 16$  pixels each. The central star beam corrected in open-loop by a CILAS  $8 \times 8$  piezostack array DM (conjugate to the pupil) and a high-speed tip-tilt mirror. At the output of the relay, the beam is split by a dichroic plate: the transmitted infrared flux ( $1.2$  to  $1.7 \mu m$ ) is sent to the IR camera (H band). The visible part of the spectrum is reflected by the dichroic and goes to the TS. A telescope and source simulator allows us to completely run the system in the lab and characterize it.

## 3. Calibrations and algorithms

The SH image processing algorithm uses an adaptive or fixed windowing of the SH spots on a sub-aperture-by-sub-aperture basis, together with centroiding done on thresholded spots or selected brightest pixels. These features allowed us to cope with the dynamics required for open-loop wavefront sensing depending on the observing conditions.

The linear tomographic reconstruction process is derived using the *Learn & Apply* algorithm from [Vidal et al. 2010a], where the reconstructor is calibrated on-sky. Accumulating synchronous measurements with all of WFSs allows us to gather the input and output data of the reconstructor, which is then found by solving –in a least-square

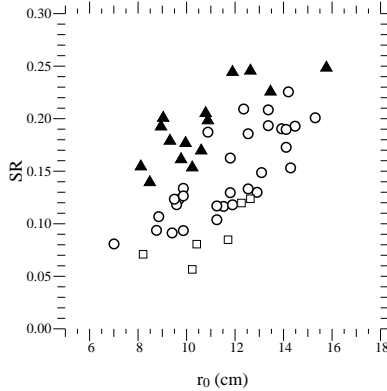


Fig. 1. Strehl ratios in H-band, versus  $r_0(0.5\mu m)$  measured by the off-axis WFSs simultaneously with the IR images. SCAO= $\triangle$ , MOAO= $\circ$ , GLAO= $\square$ .

sense— the linear equation relating both inputs and outputs. The model involves atmospheric and asterism parameters, but also residual errors in the optical alignment, important for tomographic reconstruction and which can either be retrieved from the recorded data or can be set to a given calibrated value. In particular, it is equipped with the so-called reverse path calibration source, which allow to illuminate the DM and feed the light back into off-axis WFS and then record interaction matrices (measured by actuating simultaneously all actuators with a sine wave pattern at a specific temporal frequency for each and retrieving the matrix thanks to a kind of spectral analysis) with each sensor : they are the starting point for finding out all instrumental model parameters.

The telescope focal plane contains field-variable static aberrations, that we measure on-sky using average slopes data : on the one hand, the off-axis ones are used as reference slopes for each off-axis WFS, and on the other hand the on-axis ones are translated into DM voltages  $u_{\text{offset}}$  that will be applied as an offset on the DM while the open loop is engaged.

The open-loop controller is a temporal filter of the form  $u_{k+1}^- = (1 - g)\vec{u}_k^- + gR\vec{s}_{k+1}$ , where  $\vec{u}_k^-$  is a voltage vector at iteration  $k$ , and  $\vec{s}_k$  the vector that concatenates the slopes of the three off-axis WFSs. The matrix  $R$  is the tomographic reconstructor matrix,  $g$  is the gain. The voltage actually applied on the DM is  $\vec{v}_k = \vec{u}_k^- + u_{\text{offset}}$ . For the closed-loop operation, we used the conventional integrator temporal controller with optimised gains as in [Gendron & Léna 1995].

#### 4. Observations and data reduction

We focus here on the results of the fourth night of our observation (2010 Sep 27). We alternated between the SCAO (single-conjugate AO, stands for conventional AO in closed loop on the TS), GLAO and MOAO modes.

All IR images were obtained by summing 30 individual exposure of 1 second. Strehl ratios (SR) have been computed on these images, after background subtraction, by normalizing their total energy to unity, and dividing their peak value by that of the diffraction-limited pattern sampled identically. The uncertainty on the SR is of the order of 0.02.

In parallel to the IR images, the real-time slopes of all WFSs (off-axis and TS) and DM voltage data were saved to determine the atmospheric parameters and evaluate the error budget. The performance was estimated from the TS by reconstructing the residual phase on the Zernike basis using modes  $Z_2$  to  $Z_{36}$  [Noll 1976] and computing the variance  $\sigma_{TS}^2 = \sum_2^{36} \langle a_i^2 \rangle$ . The TS wavefront noise values  $\sigma_{\text{noise}}$  are the slope noise (computed by autocorrelation) propagated through the Zernike reconstruction matrix on the 35 modes. Hence, the AO loop residual error variance is  $\sigma_{TS}^2 - \sigma_{\text{noise}}^2$ .

The bench static error was calibrated to be of the order of  $\sigma_{\text{stat}} = 150$  nm rms.

The value of  $r_0$ , given at the zenith angle of the observation, is obtained with the open-loop off-axis WFSs by fitting the theoretical variances of the Zernike decomposition of the Kolmogorov spectrum to those of the measured wavefront reconstructed on  $Z_4$  to  $Z_{36}$  (tip-tilt excluded from the fit).

#### 5. Results

Figure 1 shows (for mixed data taken on different asterisms, time and configuration) the same SR values obtained from the IR images, versus  $r_0$  as deduced from the off-axis WFS data (Sect. 4): the different performance regimes clearly appear, the improvement from GLAO to MOAO shows the effectiveness of the tomographic reconstruction.

The total variance of the on-axis residual wavefront is computed by  $\sigma_\phi^2 = \sigma_{TS}^2 - \sigma_{noise}^2 + \sigma_{fit}^2 + \sigma_{stat}^2$ . The corresponding SR, as deduced from the TS, is computed by  $SR_{TS} = \exp(-(2\pi\sigma_\phi/\lambda)^2)$ . The estimation of the DM fitting error  $\sigma_{fit}$  (or undermodelling error) has been derived from the measured value of  $r_0$  using the Noll formula for 36 compensated Zernike modes [Noll 1976]. We have chosen three images taken on the same asterism with associated slope data to illustrate the wavefront error budget. Table 1 shows the results for two MOAO cases compared to a SCAO case. One can see that the main contributor to the wavefront error is the AO loop error, which is measured by the TS after the quadratic subtraction of the noise contributor. This term includes both static and dynamic contributors. It contains mainly temporal errors in SCAO mode, while in MOAO mode it additionally accounts for the tomographic and open-loop errors. Both cases also contain a contribution from noise propagated through the AO control. The detail of the error budget is a tricky problem which require further investigation, but we can already see that the results of MOAO are similar to those of SCAO.

Table 1. Error budget (in nm rms). Comparison between SR deduced from TS slopes and IR images.

	MOAO 0h10	MOAO 0h11	SCAO 0h32
average $r_0$ (cm)	12.3	13.3	11.9
TS measured $\sigma_{TS}$ (nm)	292	290	275
noise error $\sigma_{noise}$ (nm)	178	170	186
AO loop error (nm)	231	235	203
fitting error $\sigma_{fit}$ (nm)	174	163	179
bench static aberr. $\sigma_{stat}$ (nm)	150	150	150
Total $\sigma_\phi$ (nm)	326	323	309
$SR_{TS}$ from slopes (H band)	0.214	0.22	0.25
IR camera SR (H band)	0.21	0.193	0.244

## 6. Conclusion

MOAO is a new AO technique that is optimised to perform simultaneous observations of a sparsely-populated objects within a very wide field of view. It works by optically picking those objects of interest in the field of view, that will be corrected with independent DMs working in open-loop and driven by all the in-the-field open loop measurements performed on all the guide stars through a global tomography approach of the atmosphere.

We report how this challenging technique has been successfully demonstrated on-sky for the first time by the CANARY demonstrator installed at the WHT. In CANARY, the MOAO uses three widely off-axis NGSs to compute the on-axis real-time compensation. A preliminary analysis of the first on-sky results in September 2010 shows that MOAO nearly performs as well as conventional closed-loop adaptive optics with Strehl ratios of the order of, respectively, 0.20 and 0.25 in similar system parameters and observing conditions.

## 7. Acknowledgements

This work is supported by Agence Nationale de la Recherche (ANR) program 06-BLAN-0191, CNRS/INSU, Observatoire de Paris, and Université Paris Diderot – Paris 7 in France, Science and Technology Facilities Council, University of Durham in UK and European Commission Framework Programme 7 (E-ELT Preparation Infrastructure 2007-1 Grant 211257 and the program OPTICON JRA1).

## References

- [Gendron & Léna 1995] Gendron, E. & Léna, P. 1995, *Astron. Astrophys.*, 111, 153-167
- [Gendron et al. 2010] Gendron, E., Morris, T., Hubert, Z. et al. 2010, *Proc. SPIE*, 7736, 77360P-1
- [Hammer et al. 2002] Hammer, F., Sayède, F., Gendron, E. et al. 2002, in *Scientific drivers for ESO future VLT/VLTI instrumentation*, ESO Astrophysics Symposia, Springer, 139-148
- [Noll 1976] Noll, R. J., 1976, *JOSA*, 66, 207
- [Morris et al. 2010] Morris, T., Hubert, Z., Myers, R., et al., 2010, , 08003-1
- [Vidal et al. 2010a] Vidal, F., Gendron, E. and Rousset, G. 2010a, *JOSA A*, 27, A253-A264

L E

## MOAO first on-sky demonstration with CANARY

E. Gendron<sup>1</sup>, F. Vidal<sup>1</sup>, M. Brangier<sup>1</sup>, T. Morris<sup>2</sup>, Z. Hubert<sup>1</sup>, A. Basden<sup>2</sup>, G. Rousset<sup>1</sup>, R. Myers<sup>2</sup>,  
F. Chemla<sup>3</sup>, A. Longmore<sup>4</sup>, T. Butterley<sup>2</sup>, N. Dipper<sup>2</sup>, C. Dunlop<sup>2</sup>, D. Geng<sup>2</sup>, D. Gratadour<sup>1</sup>, D. Henry<sup>4</sup>,  
P. Laporte<sup>3</sup>, N. Looker<sup>2</sup>, D. Perret<sup>1</sup>, A. Sevin<sup>1</sup>, G. Talbot<sup>2</sup>, and E. Younger<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LESIA, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, Université Paris Diderot, 5 place J. Janssen, 92190 Meudon, France  
e-mail: [firstname.lastname@obspm.fr](mailto:firstname.lastname@obspm.fr)

<sup>2</sup> Centre for Advanced Instrumentation, Durham University, South Road, Durham DH1 3LE, UK

<sup>3</sup> GEPI, Observatoire de Paris, CNRS, Université Paris Diderot, 5 place J. Janssen, 92190 Meudon, France

<sup>4</sup> UKATC, Royal Observatory Edinburgh, Blackford Hill, Edinburgh EH9 3HJ, UK

Received 4 February 2011 / Accepted 23 February 2011

### ABSTRACT

**Context.** A new challenging adaptive optics (AO) system, called multi-object adaptive optics (MOAO), has been successfully demonstrated on-sky for the first time at the 4.2 m *William Herschel* Telescope, Canary Islands, Spain, at the end of September 2010.

**Aims.** This system, called CANARY, is aimed at demonstrating the feasibility of MOAO in preparation of a future multi-object near infra-red (IR) integral field unit spectrograph to equip extremely large telescopes for analysing the morphology and dynamics of high-*z* galaxies.

**Methods.** CANARY compensates for the atmospheric turbulence with a deformable mirror driven in open-loop and controlled through a tomographic reconstruction by three widely separated off-axis natural guide star (NGS) wavefront sensors, which are in open loop too. We compared the performance of conventional closed-loop AO, MOAO, and ground-layer adaptive optics (GLAO) by analysing both IR images and simultaneous wave-front measurements.

**Results.** In *H*-band, Strehl ratios of 0.20 are measured with MOAO while achieving 0.25 with closed-loop AO in fairly similar seeing conditions ( $r_0 \approx 15$  cm at  $0.5 \mu\text{m}$ ). As expected, MOAO has performed at an intermediate level between GLAO and closed-loop AO.

**Key words.** instrumentation: adaptive optics – instrumentation: high angular resolution – atmospheric effects – galaxies: formation – galaxies: high-redshift

## 1. Introduction

Adaptive optics (AO) is a technique that compensates in real time with a deformable mirror (DM) the wavefront of the incoming stellar light, which has been distorted by the Earth's atmosphere. AO became available for astronomers at the end of the 1980's (Rousset et al. 1990), and its success is such that the next generation of giant telescopes of 20–40 m class cannot be conceived without it (Clénet et al. 2010). For future astrophysical programmes, new concepts are needed to fulfil the requirements for wide-field observation, such as the ground layer AO (GLAO) (Milton et al. 2008) or the multiconjugate AO (MCAO) (Marchetti et al. 2008). Amongst the various concepts, multi-object adaptive optics (MOAO) is likely to be one of the most innovative. It was initially proposed by Hammer et al. (2002) in the Falcon project for analysing the morphology of high-*z* galaxies. It was recently reconsidered in the phase A study of the multi-object integral field unit infra-red (IR) spectrograph, called EAGLE (Cuby et al. 2010), in the frame of the European Extremely Large Telescope (Kissler-Patig 2010). MOAO is a key technology for this instrument (Rousset et al. 2010). Therefore, its development plan targets a pathfinder, called CANARY, with the goal of demonstrating on-sky the feasibility of MOAO (Myers et al. 2008).

MOAO aims at simultaneously compensating for the turbulence for a large number of very faint small science objects (1–2'' each) spread over a wide field of view (5–10') in a

multiplex configuration. The disproportion between the size of the objects of interest and that of the field led to a concept of distributed AO corrections in MOAO, instead of a whole-field AO correction as in MCAO. Therefore, one DM per object is implemented in the optical train that feeds an integral field unit. In addition, the objects are generally too faint (such as the distant galaxies) for a measurement of the atmospheric distortions. It is therefore required to find a number of natural guide stars (NGS) in the wide field that are bright enough for this purpose. It is also envisioned to generate laser guide stars (LGS) when the number of available NGS is not sufficient (Rousset et al. 2010). Hence the wavefront measurements done across the field are mutually processed to reconstruct the information on the 3D turbulence volume by a tomographic approach (Ragazzoni et al. 1999). Then, the correction per object is computed by projection of the 3D turbulence volume in the object direction (Fusco et al. 2001; Vidal et al. 2010b). The main object in MOAO is the compensation made in open-loop for each object, i.e. with no feedback to the wavefront sensors (WFS) working on the NGS or/and LGS. Other side effects are noticeable, such as the difficulty of calibrating any optical relationship between the WFSs and DMs placed in different optical trains. A first on-sky testing of on-axis open-loop command has been reported (Andersen et al. 2008) as well as first MOAO laboratory demonstrations (Ammons et al. 2010; Vidal et al. 2010a).

CANARY's goal is to demonstrate on-sky the capability of driving a DM in open-loop by tomography using a number of



**Table 1.** Three asterisms extracted from the Tycho 2 catalogue.

#	Sep	$m_V$	Sep	$m_V$	Sep	$m_V$	$m_V$
47	47.9''	9.9	40.6''	10.2	53''	8.7	11
53	61.7''	11.2	49.1''	9.9	56.8''	9.8	10.9
12	39.3''	11.2	31.4''	10.7	51.5''	10	8.3

**Notes.** The columns indicate the CANARY reference number, the separation (in arcsec) of the off-axis stars from the central one, and the  $V$  magnitudes of each.

in-the-field guide stars. This Letter briefly presents the instrument and the results obtained during a run of four nights in September 2010.

## 2. CANARY demonstrator

CANARY is designed to be set up at the 4.2-m *William Herschel* Telescope (WHT) at Roque de los Muchachos on La Palma, Canary Islands, Spain (Morris et al. 2010; Gendron et al. 2010). CANARY makes use of star asterisms formed by four NGSs. The central one, placed on-axis and used for diagnostic purpose, mimics the science object that will benefit from the turbulence compensation. We selected asterisms with a typical distance between the central on-axis star and the three off-axis ones ranging from 15 to 65'', while keeping all stars brighter than  $m_V = 12$ . The three observed asterisms of the 54 selected asterisms for the September period, are described in Table 1.

CANARY is installed at the Nasmyth focus of the WHT, where the field is optically de-rotated with a K-mirror. CANARY is equipped with three WFS that are able to patrol the telescope focal plane (2.5' in diameter, plate scale 0.22 mm/'') and acquire the off-axis NGSs. The on-axis star is observed by a fourth WFS called *Truth Sensor* (TS), which measures the corrected wavefront after the DM. The four WFS are identical, they are Shack-Hartmann (SH) with  $7 \times 7$  sub-apertures. They use Andor iXonEM 860 EMCCD cameras featuring  $128 \times 128$  pixels. The measured read-out noise is 0.3, 0.5, 0.55 and 0.7  $e^-$  rms per pixel for the four cameras. We use  $16 \times 16$  pixels of 0.25'' scale in each SH sub-aperture, or any sub-window of it. The minimum distance between two off-axis WFSs is 20'', limited by an anti-collision system. The central star beam is sent to two diagnostic tools via a two off-axis parabolae relay that includes a CILAS  $8 \times 8$  piezostack array DM (conjugate to the pupil) and a high-speed tip-tilt mirror. At the output of the relay, the beam is split by a dichroic plate: the transmitted infrared flux (1.2 to 1.7  $\mu\text{m}$ ) is sent to the IR camera. This latter is a Xeva-1.7-320 from Xenics, featuring  $320 \times 256$  pixels with a measured read-out noise of  $200 \pm 30 e^-$  rms per pixel. The plate scale of the IR camera is  $p = 0.0371''$  per pixel. The camera has a single filter: H band. The visible part of the spectrum is reflected by the dichroic and goes to the TS. The TS allows us to check the turbulence compensation in real-time, to perform system calibration tasks, and to close the loop for performance comparison between conventional and open loop approaches. A telescope and source simulator allows us to completely characterise the system when under testing in the laboratory or during daytime maintenance at the telescope. The input focal plane of CANARY is also equipped with deployable sources (full-width at half-maximum either seeing or diffraction-limited). In addition, a specific feature is the so-called reverse-path calibration source, discussed in Sect. 3.

The real-time computer (RTC) architecture is described in Dipper et al. (2010) and Basden et al. (2010). The system is

driven at a selectable sampling frequency of up to 250 Hz, which is limited by the WFS readout speed. The four WFS cameras are synchronised and read through dedicated FPGA-based acceleration hardware. The AO controller is based on CPU, featuring multi-core processors, and optimised for multi-threaded operation. The RTC exhibits 800  $\mu\text{s}$  latency between the latest read-out pixels of the WFSs and the time when the DM actuators are reaching half-stroke value. It also allows clients to obtain continuous or sub-sampled real-time data streams of images, slopes, and voltages. The RTC features a number of different real-time algorithms.

## 3. Calibrations and algorithms

The SH image processing algorithm uses an adaptive or fixed windowing of the SH spots on a sub-aperture-by-sub-aperture basis, together with centroiding done on thresholded spots or selected brightest pixels. These features allowed us to cope with the dynamics required for open-loop wavefront sensing depending on the observing conditions.

The linear tomographic reconstruction process is derived using the *Learn & Apply* algorithm from Vidal et al. (2010b), where the reconstructor is calibrated on-sky. Accumulating synchronous measurements with the three off-axis WFSs allows us to gather the input data of the reconstructor, while synchronous measurements from the TS form the expected outputs. The reconstructor is then found by solving – in a least-square sense – the linear equation relating both inputs and outputs. In practice, data from all WFSs are recorded before observing (the grab phase of *Learn*), then data covariance matrices are computed and fitted to a model before being inverted to compute the reconstructor. The model involves the main parameters of the atmospheric turbulence profile and the NGS field positions, but also a variety of instrumental parameters such as the sensitivity of the WFSs, the slight pupil shifts, rotations, and magnifications that are left by residual errors in the optical alignment. Retrieving those parameters is important for tomographic reconstruction. They can either be retrieved by the fitting process from the recorded data themselves – for a perfect match, or they can be set to a given value when already calibrated – hence making the turbulence parameter fit more robust. As a pathfinder instrument, CANARY allows us to explore both options. In particular, it is equipped with the so-called reverse path calibration source, which is a seeing-limited source illuminating the DM from the relay output and feeding the light back into one of the open-loop WFS located in the input focal plane thanks to a retroreflector system, while preserving the pupil orientation. Therefore we can record interaction matrices with each off-axis WFS: they are the starting point for finding out all instrumental model parameters.

As in conventional AO (Boyer et al. 1990), those interaction matrices reflect the optical relationship between the DM and the WFSs. They are measured by actuating simultaneously all actuators with a sine wave pattern at a specific temporal frequency for each and retrieving the matrix thanks to a kind of spectral analysis. This particular method has been demonstrated to be the best one for identifying the open-loop DM model. The method has also demonstrated excellent on-sky capabilities with the TS: the quality of the on-sky determination of the non-zero matrix coefficients only differs by 2% from the laboratory ones.

The telescope focal plane contains field-variable static aberrations, possibly rotated by the optical de-rotator. Although it may be possible to model them, we preferred to follow a method where we measure them in situ. On the one hand, the on-sky recorded data from the off-axis WFSs (inputs for *Learn*) are

averaged to estimate the static aberrations and used as reference slopes, i.e. subtracted from the off-axis measurements made during the observation. On the other hand, the average slope values of the on-axis TS, simultaneously measured, are subtracted from the TS previously calibrated close-loop reference slopes and translated into DM voltages  $u_{\text{offset}}$  that will be applied as an offset on the DM while the open loop is engaged.

The open-loop controller is a temporal filter of the form  $\mathbf{u}_{k+1} = (1 - g)\mathbf{u}_k + gR\mathbf{s}_{k+1}$ , where  $\mathbf{u}_k$  is a voltage vector at iteration  $k$ , and  $\mathbf{s}_k$  the vector that concatenates the slopes of the three off-axis WFSs. The matrix  $R$  is the tomographic reconstructor matrix,  $g$  is the gain (scalar value, possibly different for DM and tip-tilt). The voltage actually applied on the DM is  $\mathbf{v}_k = \mathbf{u}_k + u_{\text{offset}}$ . For the closed-loop operation, we used the conventional integrator temporal controller (Gendron & Léna 1995).

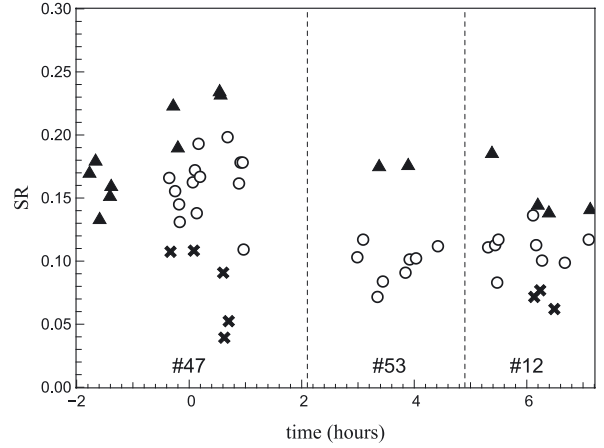
#### 4. Observations and data reduction

We focus in this Letter on the results obtained on the fourth night of our observation (2010 Sep. 27). We alternated the observations between the SCAO (single-conjugate AO, stands for conventional AO in closed loop on the TS), GLAO and MOAO modes as the turbulence profile evolved and as we changed asterisms. We also collected external SLODAR (Wilson 2002) and DIMM (Sarazin & Roddier 1990) data in parallel, which will be processed later along with our data. During the whole night, the sampling frequency of all WFSs was 150 Hz irrespective of the AO mode. Although the temporal controllers are slightly different between open and closed loop, the RTC latency is the same for all modes.

The IR images were subtracted from the background and compensated for dead pixels with a dead pixel map established on a dark image. All images were obtained using individual exposure times of 1 second, and sums of 30 images were saved. Strehl ratios (SR) have been computed on the IR images by normalizing their total energy to unity, and dividing their peak value by that of the diffraction-limited pattern sampled identically. This peak value is given by  $a = \frac{\pi}{4}(D^2 - o^2)p^2/\lambda^2$ , with  $o$  the central obscuration diameter, and  $p$  the camera pixel scale. The normalization of the flux is dramatically sensitive to the estimation of background level to be subtracted. Special care has been taken with this operation, first narrowing the field to only  $64^2$  pixels around the source and then estimating the residual background level at the periphery. We estimate the uncertainty on the SR to be of the order of 0.02.

In parallel to the IR images, the real-time slopes of all WFSs (off-axis and TS) and DM voltage data were saved to determine the atmospheric parameters and evaluate the error budget. The performance was estimated from the TS by reconstructing the residual phase on the Zernike basis using modes  $Z_2$  to  $Z_{36}$  (Noll 1976) and computing the variance  $\sigma_{\text{TS}}^2 = \sum_2^{36} \langle a_i^2 \rangle$ . The noise variance on the measured slopes of the TS is estimated by computing the temporal autocorrelation of each slope signal. The Dirac-like autocorrelation of the noise is separated from the smooth autocorrelation of turbulence by extrapolating the first points at the origin with a parabolic fit (Gendron & Léna 1995). The TS wavefront noise values  $\sigma_{\text{noise}}$  reported in the next section, expressed in nm rms, are the slope noise propagated through the Zernike reconstruction matrix on the 35 modes, assuming no spatial correlation of slope noise (diagonal covariance matrix). Hence, the AO loop residual error variance, as measured by the TS, is given by  $\sigma_{\text{TS}}^2 - \sigma_{\text{noise}}^2$ .

The value of  $r_0$  is obtained with the open-loop off-axis WFSs. It is computed by fitting the theoretical variances of the



**Fig. 1.** Strehl ratios measured on the IR images ( $H$ -band) versus local time (negative time before midnight) for the three asterisms. SCAO =  $\Delta$ , MOAO =  $\circ$ , GLAO =  $\times$ . The vertical dashed line indicates the change of asterism, labelled with their number.

Zernike decomposition of the Kolmogorov spectrum to those of the measured wavefront reconstructed on  $Z_4$  to  $Z_{36}$  (tip-tilt excluded from the fit).  $r_0$  is given at the zenith angle of the observation and was not rescaled to zenith.

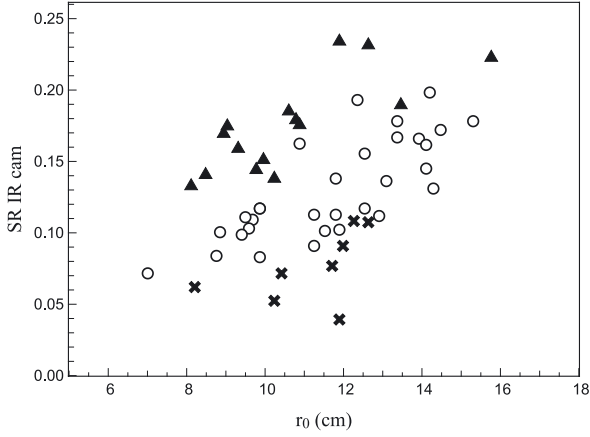
#### 5. Results

The best SR in  $H$ -band obtained on-bench (no turbulence) is  $0.70 \pm 0.02$ , which corresponds to bench static aberration errors of the order of  $\sigma_{\text{stat}} = 150$  nm rms, assuming the validity of  $\text{SR} = \exp(-2\pi\sigma_{\text{stat}}/\lambda)^2$ . Note that the best flat of the DM is 50 nm rms (interferometric measurements). The on-bench SR is rather modest and the potential problem should be investigated further for the next runs.

$H$ -band image SR are shown in Fig. 1 versus the local time. SCAO, MOAO and GLAO are respectively noted with triangles, circles, and squares. Although they correspond to different seeing and system configurations (loop gain and centroiding options, see Sect. 3), one can see that the MOAO performance lies between GLAO and SCAO ones. Note that the GLAO results presented here were achieved with the DM operating in open-loop, but with the full MOAO tomographic reconstructor replaced with a simple average of the off-axis WFS data. Note the relatively low performance of MOAO for asterism 53. This is because of the larger NGS separations, the increase of  $C_n^2(h)$  at high altitude and a less accurate estimation of the field static aberrations when compared to the results with asterism 47.

Figure 2 shows the same SR values obtained from the IR images, versus  $r_0$  as deduced from the off-axis WFS data (Sect. 4): the different performance regimes clearly appear. As expected, the general trend is an increase of SR with the increase of  $r_0$ . The improvement from GLAO to MOAO shows the impact and the effectiveness of the tomographic reconstruction. We emphasize that points significantly scatter around an average behaviour, because they correspond to a variety of observing configurations. In addition, Fig. 2 mixes data taken on different asterisms, distances from zenith, tomographic reconstructors and  $C_n^2(h)$  profiles. The detailed analysis that is required to distinguish all the effects will be provided in a subsequent paper.

The total variance of the on-axis residual wavefront is computed by  $\sigma_{\phi}^2 = \sigma_{\text{TS}}^2 - \sigma_{\text{noise}}^2 + \sigma_{\text{fit}}^2 + \sigma_{\text{stat}}^2$ . The corresponding SR, as deduced from the TS, is computed by  $\text{SR}_{\text{TS}} = \exp(-2\pi\sigma_{\phi}/\lambda)^2$ .



**Fig. 2.** Strehl ratios in  $H$ -band, same as in Fig. 1, versus  $r_0(0.5 \mu\text{m})$  measured by the off-axis WFSs simultaneously with the IR images. SCAO =  $\Delta$ , MOAO =  $\circ$ , GLAO =  $\times$ .

**Table 2.** Error budget (in nm rms).

	MOAO 0h10	MOAO 0h11	SCAO 0h32
average $r_0$ (cm)	12.3	13.3	11.9
TS measured $\sigma_{\text{TS}}$ (nm)	292	290	275
noise error $\sigma_{\text{noise}}$ (nm)	178	170	186
AO loop error (nm)	231	235	203
fitting error $\sigma_{\text{fit}}$ (nm)	174	163	179
bench static aberr. $\sigma_{\text{stat}}$ (nm)	150	150	150
Total $\sigma_{\phi}$ (nm)	326	323	309
$\text{SR}_{\text{TS}}$ from slopes ( $H$ band)	0.214	0.22	0.25
IR camera SR ( $H$ band)	0.21	0.193	0.244

**Notes.** Comparison between the SR deduced from the TS slope data (14 s data) and the SR of the IR images.

The estimation of the DM fitting error  $\sigma_{\text{fit}}$  (or undermodelling error) has been derived from the measured value of  $r_0$  using the Noll formula for 36 compensated Zernike modes (Noll 1976). We have chosen three images with associated slope data to illustrate the wavefront error budget. Table 2 shows the results for two MOAO cases compared to a SCAO case. All files are taken on the same asterism (asterism 47) in fairly similar seeing conditions and system configuration. One can see that the main contributor to the wavefront error is the term called AO loop error, which is measured by the TS after the quadratic subtraction of the noise contributor. This term includes both static and dynamic contributors. It contains mainly temporal errors in SCAO mode, while in MOAO mode it additionally accounts for the tomographic and open-loop errors. Both cases also contain a contribution from noise propagated through the AO control: SCAO injects the TS noise in closed-loop, while MOAO injects in open loop the noise from the three off-axis WFSs propagated through the tomographic reconstructor. In the particular case of asterism 47, the SCAO noise is higher than the MOAO one (one star of 11th magnitude against three stars 1 to 2 mag brighter, see Table 1). The detail of the error budget is a tricky problem and is left for the forthcoming paper. We can already see that the results of MOAO are similar to those of SCAO. This very preliminary attempt of drawing an error budget produces numbers that are consistent with the SR values that were observed on the IR camera. However, the exponential formula should be pessimistic in estimating  $\text{SR}_{\text{TS}}$ , leading to a few tens of nanometers of error that require further investigation.

## 6. Conclusion

MOAO is a new challenging AO technique that is optimised to perform simultaneous observations of a sparsely-populated objects within a very wide field of view, such as observations of distant galaxies in the early universe.

We report in this Letter how this technique has been successfully demonstrated on-sky for the first time by the CANARY demonstrator installed at the WHT in the Canary Islands, Spain. In CANARY, the MOAO uses in open loop three WFSs on three widely off-axis NGSS to compute by tomography the atmospheric turbulence real-time compensation delivered in open loop by the DM to the on-axis target. A preliminary analysis of the first on-sky results in September 2010 shows that MOAO nearly performs as well as conventional closed-loop adaptive optics. Strehl ratios of the order of 0.20 were observed in MOAO mode, compared to 0.25 in classical closed-loop AO mode in similar observing conditions ( $r_0(0.5 \mu\text{m})$  around 15 cm). The in-depth analysis of the recorded data will be published in a forthcoming paper. The next step in the CANARY programme will be to perform the on-sky test of MOAO using four Rayleigh LGSs in addition to NGSS.

*Acknowledgements.* This work is supported by Agence Nationale de la Recherche (ANR) program 06-BLAN-0191, CNRS/INSU, Obs. de Paris, and Univ. Paris Diderot – Paris 7 in France, Science and Technology Facilities Council, Univ. of Durham in UK and European Commission FP7 (E-ELT Prep. Infrastruct. 2007-1 Grant 211257 and the program OPTICON JRA1).

## References

- Ammons, S. M., Johnson, L., Laag, E. A., et al. 2010, *PASP*, 122, 573
- Andersen, D. R., Fischer, M., Conan, R., Fletcher, M., & Véran, J. 2008, in *Adaptive Optics Systems*, Proc. SPIE, 7015
- Basden, A., Geng, D., & Myers, R. 2010, *Applied Optics*, 49, 6354
- Boyer, C., Michau, V., & Rousset, G. 1990, in *Amplitude and Intensity Spatial Interferometry*, Proc. SPIE, 1237, 406
- Clénet, Y., Conan, J., Fusco, T., & Rousset, G. (eds.) 2010, in *1st Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes Conf.* (EDP Sciences), 00001
- Cuby, J., Morris, S., Fusco, T., et al. 2010, in *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy III*, Proc. SPIE, 7735
- Dipper, N. A., Basden, A., Looker, N. E., et al. 2010, in *Adaptive Optics Systems II*, Proc. SPIE, 7736
- Fusco, T., Conan, J., Rousset, G., Mugnier, L. M., & Michau, V. 2001, *JOSA A*, 18, 2527
- Gendron, E., & Léna, P. 1995, *A&AS*, 111, 153
- Gendron, E., Morris, T., Hubert, Z., et al. 2010, in *Adaptive Optics Systems II*, Proc. SPIE, 7736
- Hammer, F., Sayède, F., Gendron, E., et al. 2002, in *Scientific Drivers for ESO Future VLT/VLTI Instrumentation*, ed. J. Bergeron, & G. Monnet, 139
- Kissler-Patig, M. 2010, in *1st Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes Conf.* (EDP Sciences), 01001
- Marchetti, E., Brast, R., Delabre, B., et al. 2008, in *Adaptive Optics Systems*, Proc. SPIE, 7015
- Milton, N. M., Lloyd-Hart, M., Baranec, C., et al. 2008, in *Adaptive Optics Systems*, Proc. SPIE, 7015
- Morris, T., Hubert, Z., Myers, R., et al. 2010, in *1st Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes Conf.* (EDP Sciences), 08003
- Myers, R. M., Hubert, Z., Morris, T. J., et al. 2008, in *Adaptive Optics Systems*, Proc. SPIE, 7015
- Noll, R. J. 1976, *JOSA A*, 66, 207
- Ragazzoni, R., Marchetti, E., & Rigaut, F. 1999, *A&A*, 342, L53
- Rousset, G., Fontanella, J. C., Kern, P., Gigan, P., & Rigaut, F. 1990, *A&A*, 230, L29
- Rousset, G., Fusco, T., Assémat, F., et al. 2010, in *Adaptive Optics Systems II*, Proc. SPIE, 7736
- Sarazin, M., & Roddier, F. 1990, *A&A*, 227, 294
- Vidal, F., Gendron, E., Brangier, M., et al. 2010a, in *1st Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes Conf.* (EDP Sciences), 07001
- Vidal, F., Gendron, E., & Rousset, G. 2010b, *JOSA A*, 27, A253
- Wilson, R. W. 2002, *MNRAS*, 337, 103