



**HAL**  
open science

# MHD turbulence in the earth's magnetosheath downstream of quasi-perpendicular bow shocks

Olga Alexandrova

► **To cite this version:**

Olga Alexandrova. MHD turbulence in the earth's magnetosheath downstream of quasi-perpendicular bow shocks. Physics [physics]. Paris 6, 2005. English. NNT : . tel-03540547

**HAL Id: tel-03540547**

**<https://hal.science/tel-03540547>**

Submitted on 27 Jan 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE PARIS VI  
OBSERVATOIRE DE PARIS**

**THESE**

Spécialité

**Physique des plasmas**

Présentée par

**Olga ALEXANDROVA**

Pour obtenir le grade de

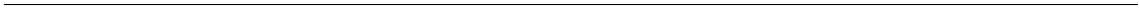
**DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS VI**

**Turbulence MHD**

**dans la magnétogaine terrestre  
en aval des chocs quasi-perpendiculaires**

soutenue le 30 novembre 2005 devant le jury composé de :

<b>M. J.C. Cerisier</b>	<b>Président</b>
<b>M. T. Passot</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>M. D. Burgess</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>M. M. Tagger</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. F. Mottez</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. A. Mangeney</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>M. M. Maksimovic</b>	<b>Co-directeur de thèse</b>



---

## Remerciements

André, je te remercie d'avoir dirigé ma thèse pour le meilleur et pour le pire. Merci pour ta générosité, ta simplicité, ta gentillesse. Tu m'a beaucoup appris tant dans le plan scientifique qu'humain. Je te dois beaucoup.

Milan, c'est ton charme qui, au moment de la recherche d'un stage de DEA, m'a motivée à revenir à l'Observatoire pour rencontrer André ... merci infiniment ! Merci pour ton soutien pendant ses trois dernières années.

I would like to thank David Burgess to have accepted to report my thesis and to have given me some of his precious time. Merci Thierry pour avoir suivi mes travaux du thèse dès les premiers jours, toujours en me donnant de bons conseils. Merci d'avoir accepté d'être le rapporteur de ce travail de thèse. Michel Tagger et Fabrice Mottez, vous m'honorez en faisant partie de mon jury. Je suis reconnaissant à Jean-Claude Cerisier, mon professeur de DEA. Merci d'avoir cru en moi et d'avoir accepté de présider mon jury de thèse. Je suis reconnaissante à Anne-Marie Cazabat, la directrice de l'Ecole Doctorale de Physique de Paris VI, pour son soutien.

Ce travail a été mené au sien du LESIA, dont je remercie le directeur Jean-Louis Bougeret de m'avoir accueillie. Un grand merci à Jacqueline Thouvay et Nicolas de Kermadec, (ex)administrateurs du LESIA, votre efficacité m'a été toujours d'un grande secours.

Merci à tous les membres du groupe plasma pour votre présence, pour les conseils, pour l'ambiance. En particulier je voudrais remercier Catherine Lacombe pour de nombreuses discussions, pour sa générosité, et son aide dans la rédaction de cette thèse. Merci à Yvonne de Conchy pour sa disponibilité et son aide avec les données du satellite Cluster. Je tiens à remercier ici mes collaborateurs tchèques Petr Hellinger et Pavel Travnicek, et les membres du groupe "fluides astrophysiques", en particulier Roland Grappin, pour les nombreuses discussions scientifiques que nous avons eues.

Je tiens à remercier Gérard Belmont et Laurence Rezeau pour m'avoir guidée dans mes "premiers pas" dans la recherche en France pendant mon année à Polytechnique. Je voudrais dire merci à tous mes professeurs du Département de Physique de la Terre à l'Université de St-Petersbourg. En particulier, à Vladimir Semenovitch Semenov, pour m'avoir fait découvrir le monde de la recherche et m'avoir contaminée avec cette maladie incurable. Je pense ici à Tatiana Georgievna Yakovleva, mon premier professeur de physique à l'école, qui m'a donné le goût pour sa matière.

---

Merci à la bande des étudiants du LESIA, Baptiste, Ioannis, Etienne, Evelyne, Cyril et tous les autres. Je ne peux pas oublier mes chers amis italiens Franco et Lorenzo!

Mes amis russes à Paris, Lenchka et Leshka, Kirill Ur'evich et Olya, Pet'ka et Mashka, Denis, Katya, Leshka, Ura, Lilya et Serega, Alena et Anton, merci d'être là! C'est toujours vrai "Fiz Fak Chempion!", n'est-ce pas? Mes amis lointains, merci pour votre soutien à distance. David, mon frère plasmique! Thomas, tu as bien fait de récupérer Sneginka pour nous tous, merci!

Mamochka, papochka et Sashen'ka, vous savez bien combien je vous aime ... merci pour votre soutien quotidien par téléphone. Vive le progrès qui permet de parler avec la Russie pendant des heures pour trois fois rien!

Cédric, mon petit lapyn'ka, mari multi-tâche. Merci pour ta patience, pour ta compréhension, pour ton amour. Je t'aime.

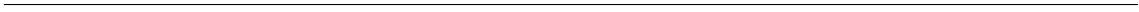
---

## Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude de la turbulence du plasma dans la magnétogaine terrestre (transition entre le vent solaire et la magnétosphère). Je montre que les spectres des fluctuations magnétiques présentent un certain degré d'universalité. Je montre aussi que les fluctuations magnétiques en aval de chocs quasi-perpendiculaires sont intermittentes, et que l'approximation de la turbulence faible n'est pas valable. Grâce à la résolution spatiale des sondes CLUSTER et à la résolution en temps et en échelle de la transformée en ondelettes, il a été possible de montrer que l'intermittence est due à des structures cohérentes en forme de vortex magnétique d'Alfvén : ce sont des structures cylindriques, alignées avec le champ magnétique moyen. La présence de ces structures dans le plasma peut être le résultat de la turbulence forte ou bien le résultat de la filamentation d'une onde d'Alfvén. Ce dernier processus est étudié via des simulations numériques de type hybride.

## Abstract

The present work is dedicated to a study of the magnetohydrodynamic (MHD) turbulence in the plasma of the Earth's magnetosheath (the region between the solar wind and the magnetosphere). I show that the magnetic field fluctuation spectra present some degree of universality. I show also that, downstream of quasi-perpendicular bow shocks, magnetic fluctuations are intermittent and the weak turbulence approximation is inapplicable. Owing to the space resolution of the multi-satellite CLUSTER mission and to the time and scale wavelet resolution it was possible to show that the intermittency is due to coherent structures in form of Alfvén vortices. An Alfvén vortex is a cylindrical structure, parallel to the mean magnetic field. The presence of such structures in the magnetosheath can be a signature of a strong turbulence or a result of the filamentation of an Alfvén wave. This last point is studied via numerical hybrid simulations.



# Table des matières

<b>1. Introduction</b>	<b>9</b>
<b>2. Spectre turbulent dans la magnétogaine et intermittence</b>	<b>19</b>
2.1. Universalité des spectres et lois d'échelle . . . . .	21
2.2. Spectres en aval de chocs perpendiculaires. Détails spectraux . . . . .	26
2.2.1. Anisotropie spectrale . . . . .	29
2.2.2. Étude de la polarisation . . . . .	30
2.3. Gaussianité versus intermittence . . . . .	32
<b>3. Structures cohérentes</b>	<b>37</b>
3.1. Étude par un seul satellite . . . . .	37
3.1.1. Alfvénicité . . . . .	41
3.1.2. Incompressibilité . . . . .	43
3.1.3. Ambiguïté d'interprétation . . . . .	44
3.2. Analyse multi-satellites . . . . .	45
3.2.1. Localisation spatiale . . . . .	45
3.2.2. Vitesse de propagation . . . . .	48
3.3. Échelle spatiale des structures cohérentes . . . . .	50
<b>4. Vortex d'Alfvén</b>	<b>53</b>
4.1. Modèle de vortex d'Alfvén bi-dimensionnel . . . . .	54
4.2. Comparaison avec les observations . . . . .	59
<b>5. Génération des vortex d'Alfvén</b>	<b>63</b>
5.1. Conséquence de la turbulence anisotrope . . . . .	63
5.2. Instabilité d'une onde d'Alfvén . . . . .	63
5.2.1. Observations des ondes d'Alfvén dans la magnétogaine . . . . .	66
5.2.2. Simulation hybride de la dynamique d'une onde d'Alfvén . . . . .	67
<b>6. Conclusion</b>	<b>77</b>



<b>A. Vortex d'Alfvén bi-dimensionnel dans un plasma</b>	<b>81</b>
A.1. Équations pour les vortex d'Alfvén . . . . .	81
A.2. Vortex d'Alfvén d'amplitude finie en propagation oblique . . . . .	84
A.3. Remarques sur la topologie des solutions . . . . .	87
<b>B. Méthode du décalage temporel pour une structure cylindrique</b>	<b>89</b>
<b>C. Données des satellites Cluster</b>	<b>93</b>
<b>D. Méthode de détermination des fluctuations de la vitesse</b>	<b>97</b>
D.1. Determination of the velocity fluctuations : method . . . . .	98
D.2. Problems . . . . .	99
D.3. Application of the method . . . . .	101
D.4. Conclusions . . . . .	102
<b>E. Publications</b>	<b>107</b>
E.1. Observations of Alfvén waves and filaments downstream of bow-shock	107
E.2. Field-aligned current : model and magnetosheath observations . . . . .	121
E.3. Alfvén vortices detected by Cluster in the magnetosheath . . . . .	127

# 1. Introduction

La turbulence reste une énigme de la physique depuis de nombreuses années. Je n'ai pas l'ambition de résoudre ce problème. Cependant, j'apporte dans cette thèse un élément nouveau à la compréhension de la nature de la turbulence dans un plasma naturel, et c'est la magnétogaine terrestre qui me sert de laboratoire.

Rappelons que la magnétogaine est la région de transition entre le vent solaire libre et la magnétosphère terrestre. Le vent solaire est un écoulement de plasma magnétisé (pratiquement sans collisions) venant de l'expansion de la couronne solaire. La Terre avec son champ magnétique dipolaire représente un obstacle dans l'écoulement du vent solaire supersonique ce qui donne lieu à une onde de choc en amont. La région occupée par le champ dipolaire déformé par le vent solaire s'appelle *la magnétosphère*. La limite externe de la magnétosphère est *la magnétopause*, interface entre champs magnétiques de nature différente. La magnétogaine se trouve entre le choc et la magnétopause (figure 1.1).

Des fluctuations importantes des champs et du plasma dans la magnétogaine ont été observées dès les premières mesures effectuées dans cette région [43, 29]. Leur niveau dépend essentiellement de la géométrie du choc par rapport au champ magnétique interplanétaire  $\mathbf{B}_{IMF}$ .

Quand l'angle  $\Theta_{Bn}$  entre  $\mathbf{B}_{IMF}$  et la normale au choc est compris entre  $0^\circ$  et  $45^\circ$  (*choc quasi-parallèle*), l'écoulement passe de supersonique à subsonique sur des échelles de l'ordre de plusieurs rayons terrestres. Le front du choc est mal défini et les fluctuations magnétiques  $\delta B$  en aval sont de l'ordre des valeurs moyennes  $B_0$ <sup>1</sup>,  $\delta B/B_0 \sim 1$ .

Quand  $45^\circ \leq \Theta_{Bn} \leq 90^\circ$  (*choc quasi-perpendiculaire*), le front du choc est bien défini, son épaisseur est de l'ordre du rayon de Larmor des ions [6] et les fluctuations en aval représentent, en général, 10% des valeurs moyennes,  $\delta B/B_0 \sim 0.1$ .

L'importance relative du niveau des fluctuations en aval des chocs quasi-perpendiculaires et quasi-parallèles est illustrée par la figure 1.2, tirée de [20]. On voit que dans le cas des chocs parallèles (panneaux de droite) le spectre moyen dans la magnétogaine est d'un ordre de grandeur plus intense que le spectre moyen dans la magnétogaine en aval des chocs perpendiculaires.

---

<sup>1</sup>On entend par  $\mathbf{B}_0$  le champ moyenné sur une période beaucoup plus grande que les temps caractéristiques des phénomènes que l'on étudie.

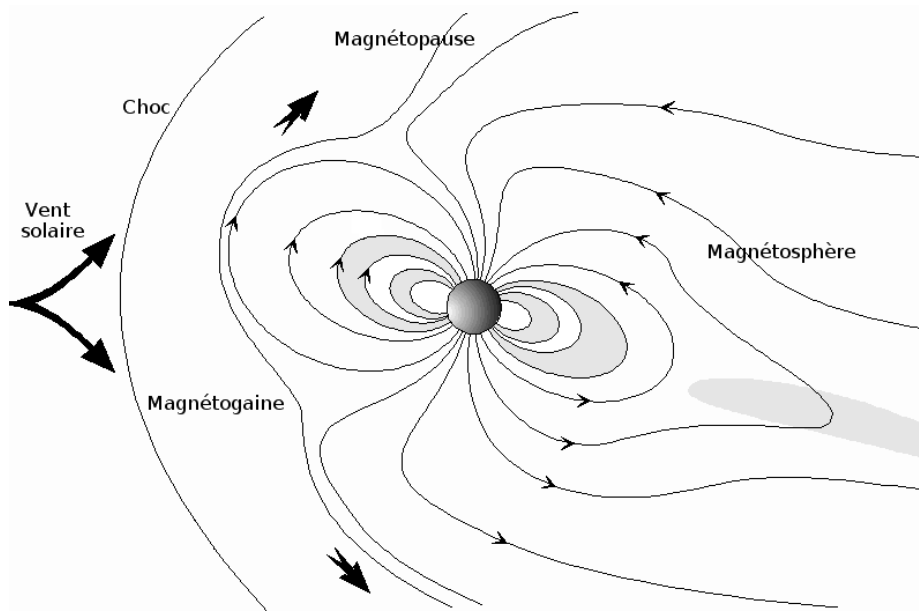


FIG. 1.1.: La magnétosphère terrestre; la magnétogaine se trouve entre le choc et la magnétopause.

Il semble qu'en aval des chocs quasi-parallèles les fluctuations viennent en majeure partie du vent solaire [29]. En aval des chocs quasi-perpendiculaires, elles semblent générées essentiellement par des sources locales.

La source locale principale des fluctuations dans la magnétogaine derrière les chocs quasi-perpendiculaires est l'anisotropie de température des ions,  $T_{\perp} > T_{\parallel}$ , où le signe  $\perp$  ( $\parallel$ ) signifie la direction perpendiculaire (parallèle) au champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ .

L'anisotropie de température des ions est engendrée par les bords de la magnétogaine, l'onde du choc et la magnétopause. En effet, le choc perpendiculaire chauffe les ions dans le plan perpendiculaire au champ magnétique et les fonctions de distribution deviennent fortement anisotropes en aval du choc [37, 70, 91]. D'autre part, lorsqu'il s'approche de la magnétopause, le plasma se comprime et le champ magnétique augmente. Du fait de l'écoulement du vent solaire autour de la magnétosphère, les lignes de force du champ magnétique s'étendent le long de la surface. Le plasma, gelé dans le champ, suit cette évolution et la densité diminue. Ce phénomène porte en anglais le nom de "*draping*" du champ magnétique. À cause de la conservation du premier invariant adiabatique, l'augmentation du champ donne lieu à l'augmentation de la vitesse perpendiculaire des particules, entraînant une hausse de la température  $T_{\perp}$ . Finalement la région près de la magnétopause possède un champ très fort, une densité faible et une anisotropie importante. Cette région est appelée la *plasma depletion layer* [67, 110, 109]. La première preuve observa-

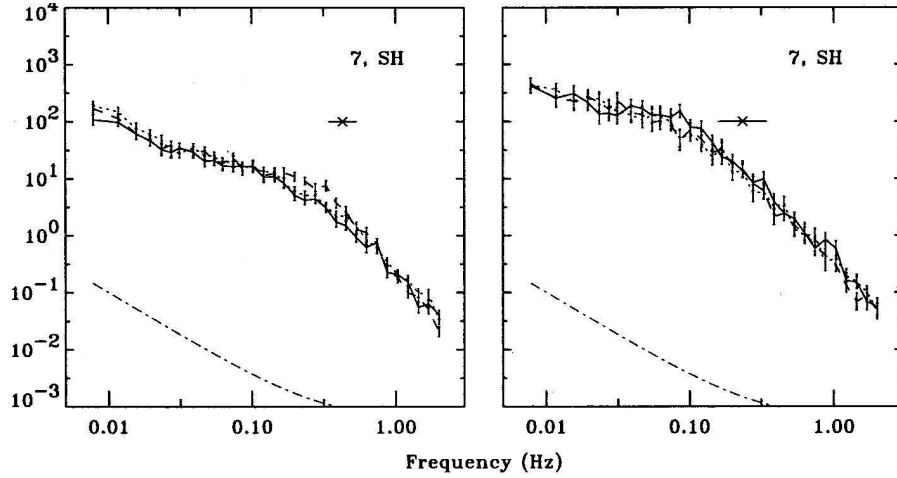


FIG. 1.2.: Spectres moyennés des trois composantes du champ magnétique en aval de 92 chocs quasi-perpendiculaires (à gauche) et en aval de 40 chocs quasi-parallèles (à droite). Les spectres des composantes transverses sont représentés en pointillé et en tirets, et la composante compressive, en trait plein. La fréquence cyclotronique des protons est indiquée par l'étoile. La figure est tirée de l'article [20].

tionnelle de l'existence de cette région est rapportée par Paschmann et al.[71] et Crooker et al. [18]. Cette couche se forme de préférence quand le choc en amont est quasi-perpendiculaire et quand le champ  $\mathbf{B}_0$  dans la magnétogaine près de la magnétopause est approximativement colinéaire avec le champ de la Terre [4].

Dans la *plasma depletion layer* et près du front du choc quasi-perpendiculaire, l'anisotropie de température des ions est une source d'énergie. La libération de cette énergie, i.e. la relaxation de l'anisotropie, a été un sujet de recherche depuis plusieurs années. La théorie linéaire d'un plasma homogène (sans bords) prédit qu'une anisotropie forte dans un plasma à  $\beta$  faible<sup>2</sup> donne lieu à l'instabilité Alfvén-Ion-Cyclotron (AIC). L'onde AIC croît à des fréquences plus basses mais de l'ordre de la fréquence cyclotronique des protons  $f_{cp} = eB/2\pi m_p$ . Le taux de croissance maximal de ce mode correspond à une onde en propagation parallèle à  $\mathbf{B}_0$  [33, 34, 23]. Les ondes AIC entrent en résonance avec le mouvement cyclotronique des ions pour diminuer leur énergie perpendiculaire.

Pour un plasma à grand  $\beta$  et faible anisotropie, c'est l'instabilité Miroir qui entre en scène. L'onde miroir est un mode à fréquence zéro avec un vecteur d'onde principalement perpendiculaire au champ magnétique statique. Elle est constituée

<sup>2</sup>Le paramètre du plasma  $\beta$  est une quantité sans dimension, représentant l'importance relative entre la pression thermique du fluide et la pression du champ magnétique :  $\beta = \frac{nkT}{B^2/2\mu_0}$  ( $\beta = \frac{nkT}{B^2/8\pi}$  en CGS).

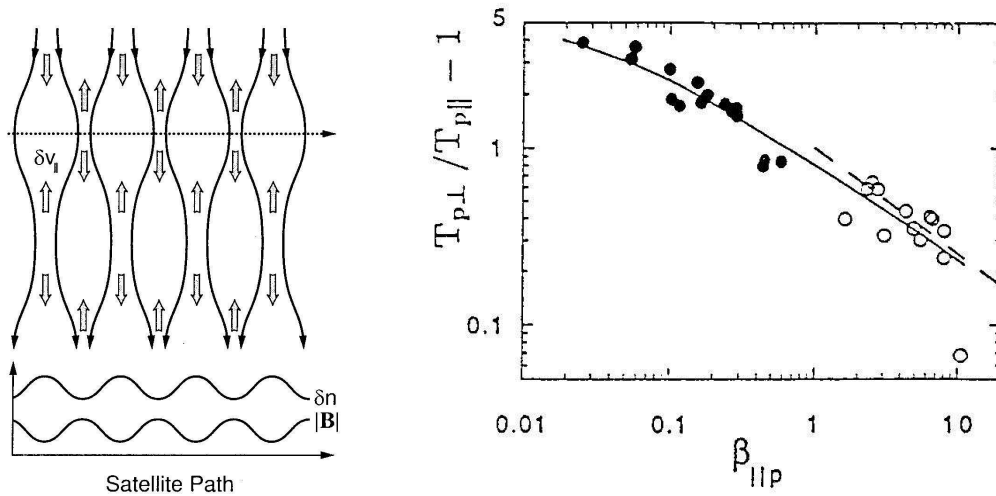


FIG. 1.3.: **Gauche** : Succession des bouteilles magnétiques du mode miroir. La figure est tirée de [105]. **Droite** : Les observations des fluctuations alfvéniques (les ronds noirs) et des fluctuations compressives (les cercles) sur le plan des paramètres, l'anisotropie  $T_{p\perp}/T_{p\parallel} - 1$  de la température des protons et  $\beta_{\parallel p}$  des protons. La figure est tirée de l'article [51].

d'une succession des bouteilles magnétiques, avec une anti-corrélation entre pression thermique et pression magnétique (voir la figure 1.3, gauche). Les ions ayant une vitesse parallèle faible sont piégés dans les bouteilles magnétiques dans lesquelles ils oscillent entre des miroirs magnétiques le long du champ  $\mathbf{B}_0$ .

Les deux instabilités agissent dans la même sens : les fonctions de distribution voient leur anisotropie réduite vers le niveau de stabilité marginale.

Pour mettre en évidence ce scénario de la relaxation de l'anisotropie, les fluctuations du champ magnétique et de la densité ont été étudiées. Des exemples d'observations d'ondes AIC et miroirs presque monochromatiques sont rapportés dans [106, 44, 45, 53, 52, 99, 57, 9, 19, 60, 59, 3]. Cependant, les ondes monochromatiques sont rares dans la magnétogaine et les études systématiques des fluctuations sont basées sur l'étude des spectres [92, 4, 5, 98, 20].

Un des résultats les plus beaux des efforts simultanés des observations dans la magnétogaine et de la théorie linéaire est présenté sur la figure 1.3 (à droite) tirée de [51]. Dans le plan des paramètres  $\beta$ , calculé avec la température des protons parallèle  $T_{p\parallel}$ , et l'anisotropie des températures des protons, les observations des fluctuations transversales incompressibles (les fluctuations alfvéniques) sont présentées par les ronds noirs. Les cercles représentent des observations de fluctuations compressibles de type miroir. Le seuil d'instabilité marginale AIC est indiqué par un trait plein, et

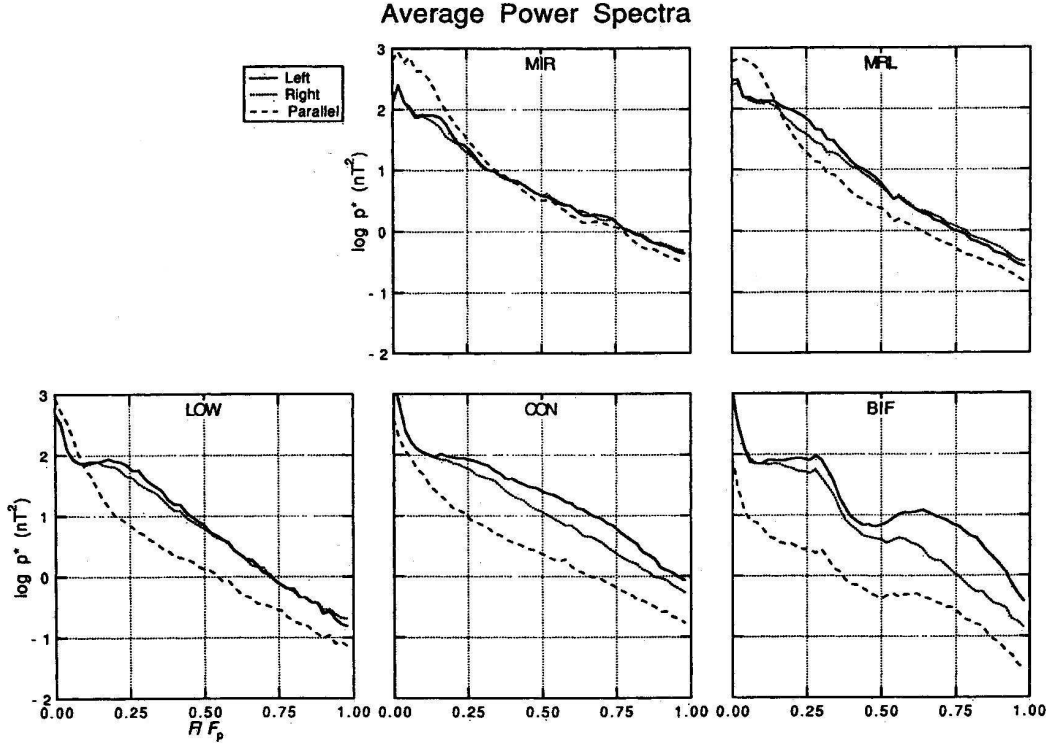


FIG. 1.4.: Cinq catégories de spectres magnétiques dans la magnétogaine, en aval des chocs quasi-perpendiculaires. La figure est tirée de l'article [5].

celui de l'instabilité miroir par une ligne en pointillés. On voit que les observations des fluctuations alfvéniques et miroirs coïncident parfaitement avec les seuils des instabilités correspondantes, indiquant que l'état de la magnétogaine est contrôlé par ces deux instabilités.

La figure 1.3 (à droite) est obtenue à partir de l'étude des spectres des fluctuations pour des fréquences inférieures à  $f_{cp}$  [5]. Ici le choix du domaine spectral est conditionné par le but visé : la confirmation du scénario de la relaxation de l'anisotropie de température des ions par la génération d'ondes des basses fréquences, inférieures à  $f_{cp}$ . Les spectres étudiés sont présentés sur la figure 1.4, qui montre la transition entre une régime à grand beta du plasma  $\beta \simeq 7$  ( $\beta_{\parallel} \simeq 6$ ) et faible anisotropie  $T_{\perp}/T_{\parallel} \lesssim 1.5$  (MIR), et un régime à petit beta  $\beta \simeq 0.5$  ( $\beta_{\parallel} \simeq 0.2$ ) et forte anisotropie  $T_{\perp}/T_{\parallel} \sim 5$  (BIF). Quand  $\beta$  est grand et l'anisotropie faible, les fluctuations compressives dominent : le spectre est lisse et dans les basses fréquences la puissance spectrale de la composante  $B_{\parallel}$  parallèle au champ moyen domine (tirets). Avec la diminution de  $\beta$  et l'augmentation de l'anisotropie, la composante transversale commence à l'emporter.

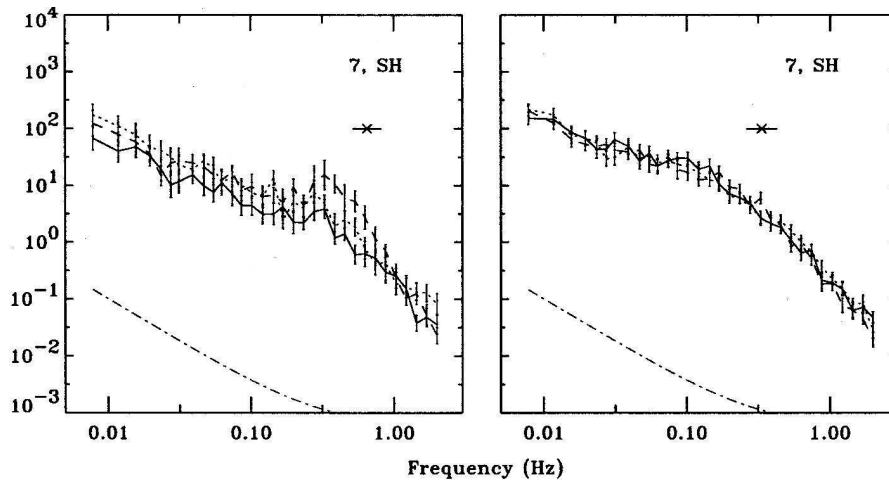


FIG. 1.5.: Spectres moyennés des trois composantes du champ magnétique dans la magnétogaine dans un intervalle de 4 minutes centré à 7 minutes du front des chocs quasi-perpendiculaires pour  $\beta$  (en amont)  $< 0.5$  (20 chocs, à gauche) et pour  $\beta$  (en amont)  $> 1$  (47 chocs, à droite). Les spectres des composantes transverses sont représentés en pointillés et en tirets, la composante compressive, en trait plein. La fréquence cyclotronique des protons est indiquée par l'étoile. La figure est tirée de l'article [20].

Si dans les cas des spectres intermédiaires, les composantes gauches et droites<sup>3</sup> sont de même importance, dans les deux derniers cas, c'est la composante gauche qui domine les spectres. Dans le cas des spectres BIF, des "détails" spectraux apparaissent en dessous des gyro-fréquences correspondant aux protons et aux particules  $\alpha$ . Ces augmentations de l'énergie des fluctuations transversales indiquent la présence simultanée d'ondes  $\alpha$ - et proton-Alfvén Ion Cyclotron.

Les résultats présentés sur la figure 1.3 (à droite) sont confirmés par les simulations numériques de type hybride d'un plasma en compression [41].

Ces résultats indiquent que la théorie quasi-linéaire seule peut expliquer les fluctuations aux basses fréquences dans la magnétogaine. En revanche, on ne voit pas comment la théorie quasi-linéaire peut expliquer des spectres en lois de puissance  $\sim f^{-\alpha}$  observés sur une large bande de fréquences dans la magnétogaine [97, 80, 79, 82, 64, 95].

L'étude statistique des spectres dans la magnétogaine la plus récente et la plus complète (sur 132 échantillons) a été effectuée dans le cadre de l'étude des fluctuations autour du choc avec des mesures du satellite AMPTE [20]. Dans cette étude, les auteurs ne s'intéressent plus seulement aux fréquences inférieures à  $f_{cp}$ , mais

<sup>3</sup>Ici, les repères dans le plan transversal au champ magnétique moyen ont été choisis de manière à distinguer les fluctuations ayant une polarisation gauche ou droite par rapport à la direction de  $\mathbf{B}_0$ .

---

la partie  $f > f_{cp}$  est aussi prise en compte. La figure 1.2, déjà mentionnée, est un des résultats de cette étude. Malgré les niveaux différents des spectres dans la magnétogaine derrière le choc parallèle et perpendiculaire, les deux spectres ont une cassure près de la fréquence cyclotronique et la partie des fréquences  $f > f_{cp}$  suit la même loi de puissance  $f^{-2.6}$ . Il semblerait, que il y a là un phénomène nouveau : indépendance de loi spectrale des paramètres à grande échelle. Ainsi, il est naturel de se tourner vers la turbulence. On entend par "turbulence" les effets non-linéaires qui agissent indépendamment des propriétés locales du milieu.

Un autre résultat de cette étude est la détection d'une "bosse" spectrale au voisinage de la cassure. La figure 1.5 montre les spectres moyennés en aval des chocs perpendiculaires pour  $\beta < 0.5$  en amont (à gauche) et pour  $\beta > 1$  (à droite). On voit que pour les petits  $\beta$  la bosse spectrale apparaît grâce à une augmentation de puissance spectrale des composantes transversales du champ magnétique aux alentours de  $f \sim f_{cp}$ . Cette bosse spectrale est interprétée dans [20] comme due à des ondes AIC, ce qui est compatible avec les observations précédentes [92, 5]. Une bosse similaire a été observée dans un cas étudié près de la magnétopause [81] par les deux satellites ISEE 1 et 2. Dans ce cas, l'étude détaillée des formes d'ondes montre que cette bosse est due à des fluctuations alfvéniques localisées dans le temps. Pour expliquer la forme du spectre, un modèle linéaire en géométrie cylindrique (MHD avec la dispersion) à été élaboré dans la thèse de L. Rezeau [83].

L'étude statistique des spectres dans la magnétogaine discutée ici [20] a été effectuée dans le but de confirmer le scénario de la relaxation de l'anisotropie par des ondes linéaires et les auteurs ne parlent pas de la turbulence en sens propre du terme. Ils concluent pourtant que le spectre en haute fréquence est en loi de puissance avec un indice entre  $-2$  et  $-3$ , tandis que le spectre en basse fréquence a un indice plus proche de  $-1$ . Ce travail est donc un pas en avant dans l'étude de la turbulence par rapport aux études précédentes, où seulement des exemples individuels ont été étudiés. En effet, cette étude statistique met en évidence l'universalité de la forme du spectre, c'est-à-dire son indépendance des paramètres à grande échelle, comme la géométrie du choc,  $\beta$  en amont et le nombre du Mach d'Alfvén,  $M_A = V_n/V_A$ , où  $V_n$  est la projection de la vitesse en amont du choc sur sa normale. Dans cette thèse je me suis intéressée, tout d'abord, à tester l'universalité de la forme du spectre magnétique dans la magnétogaine avec des mesures des satellites Cluster.

La présence d'un spectre universel suggère que, dans la magnétogaine, les ondes n'interagissent pas seulement avec les particules anisotropes, mais qu'il existe aussi des interactions entre ondes. Il a été montré [5] que l'anisotropie des fluctuations magnétique telle que  $\delta B_{\parallel} < \delta B_{\perp}$  vérifie  $\delta B/B_0 \sim \varepsilon$ ; dans le cas de l'anisotropie inversée  $\delta B_{\parallel} > \delta B_{\perp}$ , les amplitudes des fluctuations  $\delta B/B_0$  croissent avec  $\beta$ . Les faibles amplitudes des fluctuations dans la magnétogaine  $\delta B/B_0 \sim \varepsilon$  dans le premier cas, font penser à une turbulence faible ou turbulence d'ondes [79, 88].



La théorie de turbulence d'ondes décrit des ondes dispersives de faible amplitude,  $\delta B/B_0 \sim \varepsilon$ , avec l'hypothèse que l'approximation des phases aléatoires (RPA)<sup>4</sup> est valable. Avec les mesures *in situ* il nous semble difficile, voire impossible, de vérifier l'approximation des phases aléatoires. Par contre, on peut vérifier la gaussianité des fluctuations, qui est liée à l'approximation RPA [61].

En effet, il a été montré que pour une petite valeur de  $\varepsilon$ , on peut dériver l'équation cinétique des ondes par itérations [69]. Cette approximation est valable asymptotiquement pour le temps non-linéaire d'évolution de l'amplitude de l'onde  $t_{NL} \sim 1/(\varepsilon\tilde{\omega})$ , où  $\tilde{\omega} = L/V_A$  est une fréquence caractéristique et  $L$  est une longueur de cohérence du train d'onde. Dans ces approximations, les moments d'ordre quatre peuvent être exprimés par les moment d'ordre deux. Cela assure la fermeture de la hiérarchie des équations et en même temps la quasi-gaussianité des fluctuations. Ce développement est non uniforme en nombre d'ondes  $k$ . Pour les plus grandes et plus petites valeurs de  $k$  l'approximation n'est plus valable : dans ces domaine de nombres d'ondes, le spectre est affecté par l'intermittence, i.e. une déviation de la statistique gaussienne est observée [30]. L'intermittence est une propriété intrinsèque de la turbulence faible [69]. En même temps, si l'intermittence se développe, elle apparaît comme une déviation de celle-ci.

Avec les mesures *in situ* il est assez facile de vérifier la gaussianité des fluctuations, ce que je fais dans cette thèse pour les fluctuations magnétiques dans la magnétogaine et qui n'a jamais été fait auparavant.

Dans le chapitre 2, je décris une étude statistique des spectres magnétiques pris à la même distance du choc par le satellite Cluster. Je confirme que la forme du spectre est universelle des deux côtés de  $f_{cp}$ . Je montre que les deux parties spectrales se comportent de manière différente. Puis je vérifie la gaussianité des fluctuations et je mets en évidence la présence d'intermittence pour les spectres le plus souvent observés.

Le chapitre 3 est consacré à l'étude fine des événements intermittents. Je montre que ces fluctuations intermittentes correspondent à des structures cohérentes en forme des vortex alfvéniques [76], que je décris dans le chapitre 4 et dans l'appendice A. Le vortex magnétique d'Alfvén est une onde d'Alfvén non-linéaire de géométrie cylindrique (i.e.  $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ ), stable dans le plasma. À la différence de l'onde d'Alfvén plane, le vortex possède une direction de propagation plutôt perpendiculaire au champ magnétique.

Dans le chapitre 5, je discute les mécanismes possibles de génération de tels vortex. S'agit-il de signatures du développement de la turbulence forte ? Dans la turbulence forte l'approximation des phases aléatoires n'est plus valable et les corrélations long

---

<sup>4</sup>RPA : Random Phase Approximation

---

s'imposent. Dans le plasma avec un forte champ magnétique  $B_0$ , les corrélations long sont observées. En effet, dans le cas  $B_0 \gg \delta B$  la cascade turbulence s'arrête dans la direction parallèle à  $\mathbf{B}_0$  et les structures avec  $k_{\parallel} = 0$  apparaissent [32, 12].

Un autre mécanisme possible de génération des vortex est l'instabilité de filamentation d'une onde d'Alfvén monochromatique [73, 72, 13, 55, 56]. Cette instabilité se développe dans un plasma à  $\beta$  fini, quand le front d'onde d'Alfvén initial se déchire à cause de l'interaction avec une perturbation transversale de densité. L'effondrement de l'onde d'Alfvén donne naissance à des filaments magnétiques alignés avec le champ magnétique et localisés dans le plan perpendiculaire ; c'est-à-dire que le filament possède un  $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ , comme le vortex d'Alfvén.

Il est important de noter que ce travail n'a été possible que grâce à la résolution temps/échelle de la transformation en ondelettes et à la résolution spatiale du satellite Cluster.

La transformation en ondelettes [28, 50, 1, 104] permet de décomposer le signal temporel en échelles (fréquence inversée) et en temps et de plus avec une résolution adaptée aux événements étudiés : la taille de la fenêtre d'analyse par ondelettes est proportionnelle à l'échelle étudiée. Cela m'a servi pour détecter les événements intermittents. En effet, la transformation de Fourier fenêtrée est aussi une décomposition d'un signal en échelles et en temps, mais dans ce cas, la taille des fenêtres est la même pour toutes les échelles.

Avec les quatre satellites Cluster on a accès aux dimensions caractéristiques des événements dans le plasma. En particulier, en utilisant la méthode de décalages des phases entre les satellites [8] j'ai pu déterminer les vecteurs d'ondes des ondes monochromatiques AIC étudiées dans [3]. Le décalage temporel entre les satellites qui traversent la frontière plane donne la vitesse et la normale à la frontière [89], ce que j'ai aussi utilisé dans mon travail. Cette méthode de détermination de la vitesse avec les quatre satellites Cluster est adaptée à des structures cylindriques dans l'appendice B.

De plus, grâce à la configuration unique en tétraèdre de la mission multi-satellite Cluster, j'ai pu montrer sans ambiguïté la localisation spatiale de structures cohérentes. Plus précisément, grâce aux quatre satellites Cluster j'ai montré la présence des gradients  $\nabla_{\perp} \gg \nabla_{\parallel}$  de champs dans les structures cohérentes. Il faut dire que cela a été assez difficile, pour plusieurs raisons. Premièrement, le tétraèdre des satellites Cluster doit être en bonne position par rapport aux structures cohérentes. Deuxièmement, des structures cohérentes de même type remplissent une grande partie de la magnétogaine avec un peuplement important (environ 2-4 structures observées par minute), ce qui rend difficile la distinction entre les structures.

Les données du satellite Cluster utilisées dans ce travail de thèse sont décrites dans l'appendice C. La méthode de détermination des fluctuations de la vitesse à partir

## 1. Introduction

---

des données magnétiques et électriques est décrite dans l'appendice D. C'est grâce à elle que j'ai pu mettre en évidence l'alfvénicité des structures cohérentes.

## 2. Spectre turbulent dans la magnétogaine et intermittence

Ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la préoccupation principale vis-à-vis des fluctuations dans la magnétogaine a été de comprendre la relaxation de l'anisotropie de température engendrée par le choc et la magnétopause. La relaxation de l'anisotropie est expliquée avec succès par la théorie quasi-linéaire des instabilités AIC et miroir [90, 41].

Cependant, quelques études montrent qu'il y a un grand intérêt à étudier la turbulence dans la magnétogaine [79, 64, 87]. L'étude statistique des spectres magnétiques dans la magnétogaine mesurés par le satellite AMPTE [20] montre l'universalité de la forme spectrale en lois de puissance avec une cassure, et son indépendance de  $\Theta_{BN}$ ,  $M_A$  et  $\beta$  du plasma en amont du choc.

Je commence mon étude de la turbulence dans la magnétogaine par l'étude statistique de spectres magnétiques mesurés par les satellites Cluster. Le but de cette étude est de confirmer les résultats de l'étude [20] sur la forme spectrale et d'apporter une information supplémentaire sur l'intensité et sur le comportement des spectres.

Puis, je m'intéresse à des spectres individuels en aval des chocs perpendiculaires. J'étudie les particularités spectrales, la polarisation correspondante et l'anisotropie des fluctuations. Pour ces cas particuliers, j'examine la nature de la turbulence en vérifiant les valeurs des amplitudes et la gaussianité des fluctuations magnétiques.

Dans cette étude on utilise les données du champ magnétique combinées des instruments FGM [10] et STAFF-SC [15, 16], qui couvrent la gamme de fréquence jusqu'à 12.5 Hz (c.f. l'appendice C).

Pour analyser des fluctuations magnétiques turbulentes j'utilise la transformation en ondelettes de Morlet [28, 50, 1, 104]. L'ondelette de Morlet est une onde de fréquence  $\omega_0$  modulée par une gaussienne :

$$\psi_0(t) = \pi^{-1/4} \exp[-i\omega_0 t] \exp[-t^2/2] \quad (2.1)$$

où  $t$  est le temps. La transformation en ondelettes de la composante  $x$  du champ magnétique  $B_x(t_i)$  (qui est une série temporelle avec  $i = 0, \dots, N - 1$ ) est la convo-

lution de  $B_x(t)$  avec la fonction  $\psi_0(t)$  dilatée et translatée

$$\mathcal{W}_x(m, t) = \sum_{i=0}^{N-1} B_x(t_i) \psi^*[(t_i - t)/m] \quad (2.2)$$

où l'astérisque \* indique le complexe conjugué,  $t_i$  est la position (un paramètre de translation) autour de laquelle on effectue la convolution dans une fenêtre  $\Delta t$ ; et  $m$  est un paramètre de dilatation ou échelle temporelle. Le choix des échelles pour l'analyse en ondelettes non-orthogonales, comme celles de Morlet, est arbitraire. Il est pratique de définir les échelles comme une puissance fractionnaire de deux :

$$m_j = m_0 2^{j\delta j}, \quad j = 0, 1, \dots, J \quad (2.3)$$

$$J = \delta j^{-1} \log_2(N\delta t/m_0) \quad (2.4)$$

où  $m_0$  est l'échelle la plus petite et  $J$  détermine l'échelle la plus grande. Il est pratique de choisir  $m_0 = 2\delta t$  pour que l'échelle temporelle  $m$  soit facilement transformable en fréquence physique (Fourier). Ici  $\delta t$  est la résolution temporelle des mesures de  $B_j(t)$ . La résolution en échelles de la transformation est déterminée par  $\delta j$  : plus  $\delta j$  est petit, mieux les échelles sont résolues. Par exemple  $\delta j < 1/2$  donne une bonne sélection des échelles; dans cette thèse j'utilise  $\delta j = 1/8$ . Pour  $\omega_0 = 6$  dans (2.1), la période de Fourier  $1/f$  est presque égale à l'échelle temporelle  $m$

$$\frac{1}{f} = \frac{4\pi m}{\omega_0 + \sqrt{2 + \omega_0^2}} = 1.03m. \quad (2.5)$$

La convolution (2.2) transforme une fonction réelle d'une variable en une fonction complexe de deux variables, temps et échelle temporelle  $m$  (fréquence  $f$ ). En fait, la résolution temporelle de la transformation en ondelettes  $\Delta t$  et la résolution en fréquence  $\Delta f$  sont liées par la relation de Heisenberg

$$\Delta f \Delta t \sim \text{const.} \quad (2.6)$$

L'ondelette de Morlet avec  $\omega_0 = 6$  est un bon compromis pour la résolution à la fois en temps et en fréquence.

Le carré du module du coefficient d'ondelette,  $|\mathcal{W}_j(f, t)|^2$  représente le "quantum" d'énergie des fluctuations de  $B_j$  sur la surface  $\Delta t \times \Delta f$  centrée autour du moment  $t_i$  et de la fréquence  $f$ . Pour obtenir le spectre des fluctuations il suffit d'intégrer sur la variable temporelle :

$$\mathcal{W}_x^2(f) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |\mathcal{W}_x(f, t_i)|^2. \quad (2.7)$$

On remarque que la puissance spectrale mesurée en  $[\text{nT}^2/\text{Hz}]$  est  $S_x = 2\delta t \mathcal{W}_x^2(f)$ .

## 2.1. Universalité des spectres et lois d'échelle

Commençons par examiner l'universalité de la forme spectrale dans la magnétogaine. Pour cela je fais une étude statistique de différentes traversées de la magnétogaine. Pour être sûr qu'on étudie à chaque fois le même phénomène physique, il est important de comparer les spectres des fluctuations mesurées dans la même position par rapport à la frontière, ce qui maintenant possible avec les quatre satellites Cluster. Par contre, cela n'est faisable que près des frontières de la magnétogaine, le choc ou la magnétopause. Regardons ceci plus en détail.

Avec quatre satellites on peut déterminer la normale  $\mathbf{n}$  d'une frontière et sa vitesse  $V$  suivant cette normale par la méthode du *décalage temporel* [89]. En supposant que cette vitesse est constante on peut transformer l'échelle temporelle des mesures en échelle spatiale. Si le satellite est au milieu de la magnétogaine, on n'a pas d'information sur la vitesse de la magnétopause ou du choc, qui a pu fluctuer depuis la dernière traversée [62]. La transformation temps/espace n'a donc vraiment de sens que dans les régions près des frontières. De plus, si la frontière a une vitesse faible par rapport au satellite ( $V \lesssim 10$  km/s), et si la trajectoire du satellite suit sa surface on reste longtemps dans la région près de la frontière, ce qui assure un bon contrôle sur notre conversion temps/espace. Parmi les frontières possibles qui permettent de faire cette conversion, j'ai choisi le choc.

Si on se limite aux traversées du choc pendant l'année 2002, sur la base des arguments que l'on vient de discuter, 32 traversées de choc ont été choisies. Parmi ces chocs on trouve 4 chocs quasi-parallèles et 28 chocs quasi-perpendiculaires. Cela représente une statistique limitée qui vient s'ajouter à [20].

Pour chaque passage de Cluster dans la magnétogaine, on calcule les spectres magnétiques à des distances de l'ordre de 1000 km du front du choc. La distance sur laquelle les spectres sont calculés représente aussi 1000 km. La durée correspondant à la distance choisie varie entre 1.7 et 10.7 min et elle détermine la fréquence minimale des spectres. La fréquence la plus haute, 12.5 Hz, correspond à la résolution de l'instrument STAFF-SC.

On calcule les spectres pour les 32 périodes choisies en utilisant la transformation en ondelettes de Morlet (2.2). Pour obtenir l'énergie spectrale totale, on somme les carrés de ces coefficients pour les différentes composantes du champ magnétique et puis on intègre sur  $t$  :

$$\mathcal{W}^2(f) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=x,y,z} |\mathcal{W}_j(f, t_i)|^2. \quad (2.8)$$

Les spectres obtenus possèdent les propriétés déjà observées dans [20]. Ils possèdent une cassure au voisinage de la fréquence cyclotronique des protons  $f_{cp}$  indépendam-

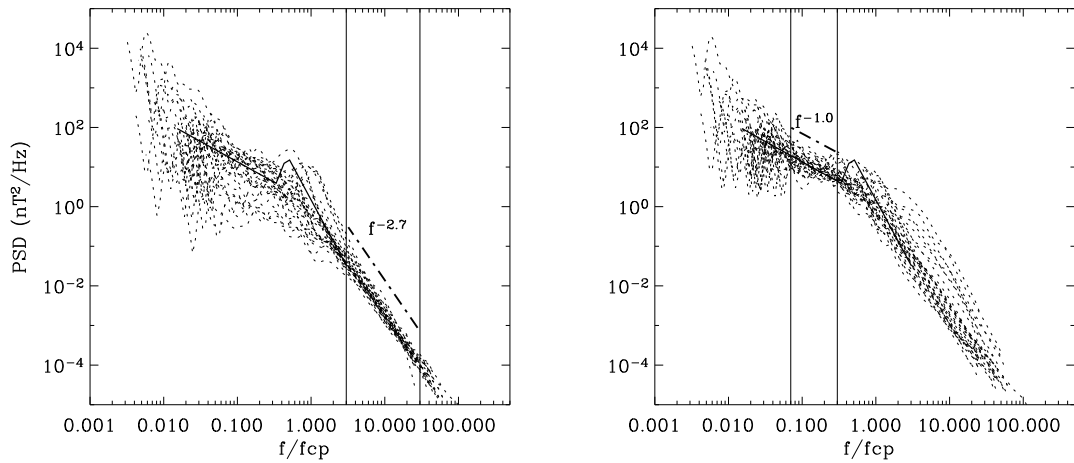


FIG. 2.1.: Les 32 spectres d'énergie magnétique superposés en fonctions de la fréquence normalisée sur la fréquence cyclotronique des protons : (a) la superposition dans le domaine des fréquences  $[3,30] f/f_{cp}$ , (b) la superposition des fréquences  $[0.07,0.3]f/f_{cp}$ . Le spectre en trait plein est tiré de l'article [20], figure 5.

ment de la géométrie du choc en amont. Dans le cas d'un choc perpendiculaire une bosse spectrale apparaît (22 fois sur 28) près de la cassure. Les 22 exemples de bosses observées ici correspondent à  $\beta < 2.5$  dans la magnétogaine, c'est-à-dire à  $\beta$  relativement petit.

Pour comparer les spectres entre eux, on choisit un spectre de référence, le plus lisse possible. Il s'agit d'un spectre pris en aval d'un choc quasi-parallèle, lors de la traversée par le satellite C1 le 29 mars 2002 à 22:14:18 UT. On désigne par  $\mathcal{W}_0^2$  l'énergie spectrale de référence. Puis, on élimine l'effet de changement du champ magnétique moyen dans la magnétogaine  $\mathbf{B}_0$  en normalisant les fréquences à  $f_{cp}$ . Ici  $\mathbf{B}_0$  et  $f_{cp}$  sont le champ et la fréquence cyclotronique moyens sur la durée totale sur laquelle le spectre est calculé.

Je ne m'intéresse pas au spectre moyen comme dans l'étude [20], mais j'essaie de superposer les spectres individuels. Je me suis aperçu qu'il n'y a pas de moyen simple de superposer les spectres sur tout le domaine de fréquence disponible  $0.001 < f/f_{cp} < 100$ . On ne peut en tirer aucune conclusion pertinente. Par contre, les comparaisons des spectres par domaines de fréquences donnent les résultats suivants :

1. La figure 2.1a montre les 32 spectres que l'on a superposés dans le domaine des fréquences  $f/f_{cp} > 1$ . Plus précisément, on arrive à superposer la partie des spectres entre 3 et  $30f/f_{cp}$ , qui est la région délimitée par les deux barres verticales. Pour superposer les 31 spectres sur le spectre de référence on utilise

des facteurs d'échelle  $Q_H$  :

$$Q_H = \frac{\mathcal{W}_0^2(f/f_{cp})}{\mathcal{W}^2(f/f_{cp})} \quad (2.9)$$

qui sont indépendants de  $f/f_{cp}$  pour  $3 \leq f/f_{cp} \leq 30$ . On voit que la pente spectrale est bien définie : le spectre suit une loi de puissance  $\sim f^{-2.7}$  (obtenue par un ajustement visuel). Alors qu'on superpose les hautes fréquences, les spectres aux fréquences inférieures à la cassure divergent.

2. Si on superpose la partie gauche des spectres, on obtient la figure 2.1b. Ici on arrive à mettre ensemble la partie des basses fréquences entre 0.07 et 0.3  $f/f_{cp}$ , qui est délimitée par les traits verticaux. Les fréquences inférieures à ce domaine sont affectées par des effets des bords de la transformation en ondelettes. On souligne que les facteurs d'échelle utilisés pour mettre ensemble la partie des basses fréquences,

$$Q_L = \frac{\mathcal{W}_0^2(f/f_{cp})}{\mathcal{W}^2(f/f_{cp})}, \quad 0.07 \leq f/f_{cp} \leq 0.3, \quad (2.10)$$

sont différents des facteurs d'échelle  $Q_H$ , et on observe maintenant une divergence des spectres dans les hautes fréquences. Ici le spectre suit une loi  $\sim f^{-1}$ .

Dans les deux panneaux de la figure 2.1, j'ai dessiné, par dessus les spectres superposés, le spectre obtenu avec les mesures du satellite AMPTE [20]. C'est un spectre moyen sur 20 spectres pris dans la magnétogaine en aval des chocs perpendiculaires avec  $\beta < 0.5$  en amont. Ici les spectres sont mesurés sur un intervalle de 4 minutes centré à 7 minutes après le temps de traversée du choc. On voit que le spectre moyen (avec un facteur d'échelle adéquat) coïncide bien avec les basses fréquences, où l'allure spectrale est donnée par une loi de puissance  $f^{-1}$ . Ce résultat est en accord avec les observations [97], qui montrent que dans le domaine  $f < f_{cp}$  l'indice spectral peut varier entre  $-2$  et  $-1$ . Aux hautes fréquences, le spectre moyen de [20] n'est pas aussi étendu que ceux que nous avons étudié, mais son allure est proche de celle observée.

Les résultats présentés ici, ajoutées aux résultats de [20] forment un début de statistique dans la magnétogaine, qui reste à compléter, mais qui nous permet de suggérer une universalité spectrale *par morceaux*, l'un pour  $f < f_{cp}$ , l'autre pour  $f > f_{cp}$

$$\mathcal{W}^2(f/f_{cp}) \sim (f/f_{cp})^{-1}, \quad f/f_{cp} < 1, \quad (2.11)$$

$$\mathcal{W}^2(f/f_{cp}) \sim (f/f_{cp})^{-2.7}, \quad f/f_{cp} > 1. \quad (2.12)$$

Considérons maintenant l'intensité spectrale (ou niveau turbulent) en fonction des paramètres à grande échelle. La figure 2.2 montre les inverses des facteurs d'échelle



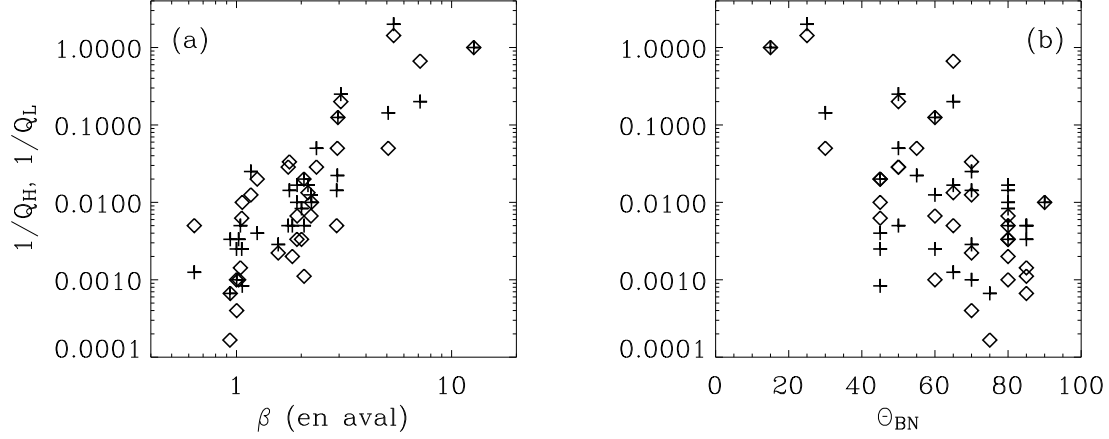


FIG. 2.2.: Les facteurs d'échelles inversées  $1/Q_H$  (losanges) et  $1/Q_L$  (croix) en fonction de (a)  $\beta$  du plasma et (b)  $\Theta_{BN}$  (en degrés) pour les 32 spectres présentés sur la figure 2.1.

$1/Q_H$  (losanges) et  $1/Q_L$  (croix), qui sont proportionnels au niveau turbulent, en fonction de  $\beta$  dans la magnétogaine<sup>1</sup> et  $\Theta_{BN}$ . On voit que les deux groupes de points suivent les mêmes tendances. Le niveau du spectre augmente avec  $\beta$  dans la magnétogaine de sorte que

$$\frac{1}{Q_{H,L}} \sim \beta^{2.7}. \quad (2.13)$$

Ce résultat est cohérent avec les résultats de simulation hybride [40], qui montrent l'augmentation de l'intensité des ondes dans la magnétogaine avec  $\beta$ .

La figure 2.2b montre la dépendance entre le niveau spectral et  $\Theta_{BN}$ . On voit que  $1/Q_H$  et  $1/Q_L$  diminue quand l'angle  $\Theta_{BN}$  croît. Effectivement, à partir des spectres moyens (figure 1.2) on voit que le spectre en aval des chocs parallèles est plus intense que celui en aval des chocs perpendiculaires [20]. Par contre, l'évolution de l'intensité spectrale pour une gamme étendue d'angles  $\Theta_{BN}$  est présentée ici pour la première fois.

Par ailleurs, les deux parties du spectre, de chaque côté de la fréquence cyclotronique des protons, se comportent de manière différente, puisque les facteurs d'échelle sont tels que  $Q_H \neq Q_L$  pour un spectre donné. La figure 2.3 montre les rapport des facteurs d'échelle  $Q_L/Q_H$  en fonction de  $\beta$  et  $\Theta_{BN}$ . On voit que lorsque  $\beta$  augmente, le rapport  $Q_L/Q_H$  s'approche de 1. Par contre la dépendance avec  $\Theta_{BN}$  n'est pas claire : pour plusieurs valeurs de  $\Theta_{BN}$  entre  $15^\circ$  et  $90^\circ$  il existe des spectres avec

<sup>1</sup>Ici  $\beta$  est déterminé à partir de la température des ions mesurée par l'instrument CIS(HIA) [77, 78] du Cluster.

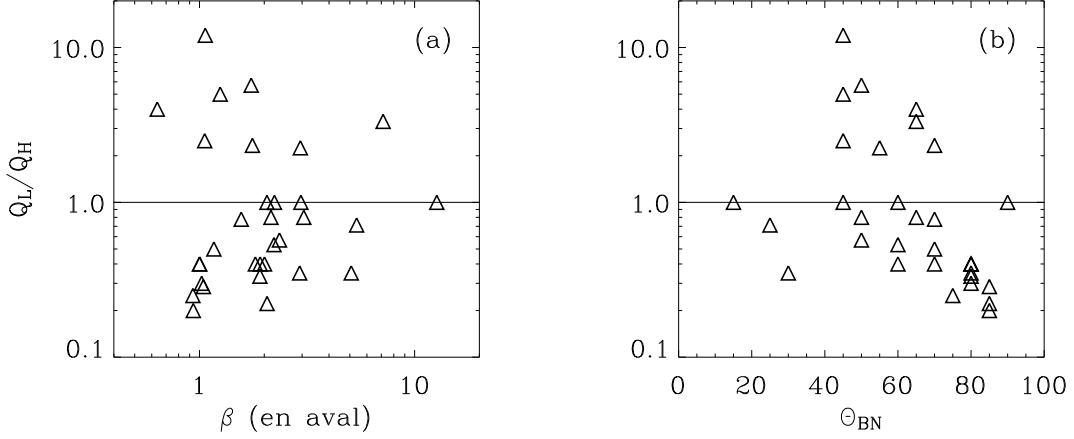


FIG. 2.3.: Les rapport des facteurs d'échelles  $Q_L/Q_H$  en fonction de  $\beta$  du plasma et  $\Theta_{BN}$ .

$$Q_L/Q_H \simeq 1.$$

Cette différence d'intensité des deux côtés de la cassure, qui semble dépendre de  $\beta$ , peut être liée aussi aux différents effets Doppler. Par exemple, si la partie basse fréquence correspond à des ondes avec un vecteur d'onde plutôt parallèle au champ magnétique statique  $k_{\parallel} \gg k_{\perp}$  et la partie haute fréquence à des ondes avec  $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ , l'effet Doppler sur les différentes parties du spectre va être différente.

L'autre point important à noter est la présence d'une bosse spectrale au voisinage de la cassure, observée déjà dans l'étude [20] en aval des chocs quasi-perpendiculaires et pour  $\beta < 0.5$  en amont. Comme on l'a déjà dit, parmi les 28 spectres en aval des chocs quasi-perpendiculaires étudiés ici, la bosse est observée 22 fois pour  $\beta < 2.5$  dans la magnétogaine, c'est-à-dire pour  $\beta$  relativement petit. À partir de la figure 2.1, on voit que la bosse se trouve près de la cassure, mais aucune des deux superpositions des spectres ne permet de faire coïncider ces bosses spectrales. Ceci signifie que la bosse n'est pas sensible à  $f_{cp}$ .

Le fait que l'on ait pu superposer deux régions des spectres mesurés pour des géométries de choc différentes ( $10^\circ < \Theta_{BN} \leq 90^\circ$ ) et dans des plasmas différents ( $0 < \beta < 15$ ), confirme l'universalité par morceaux du spectre dans la magnétogaine.

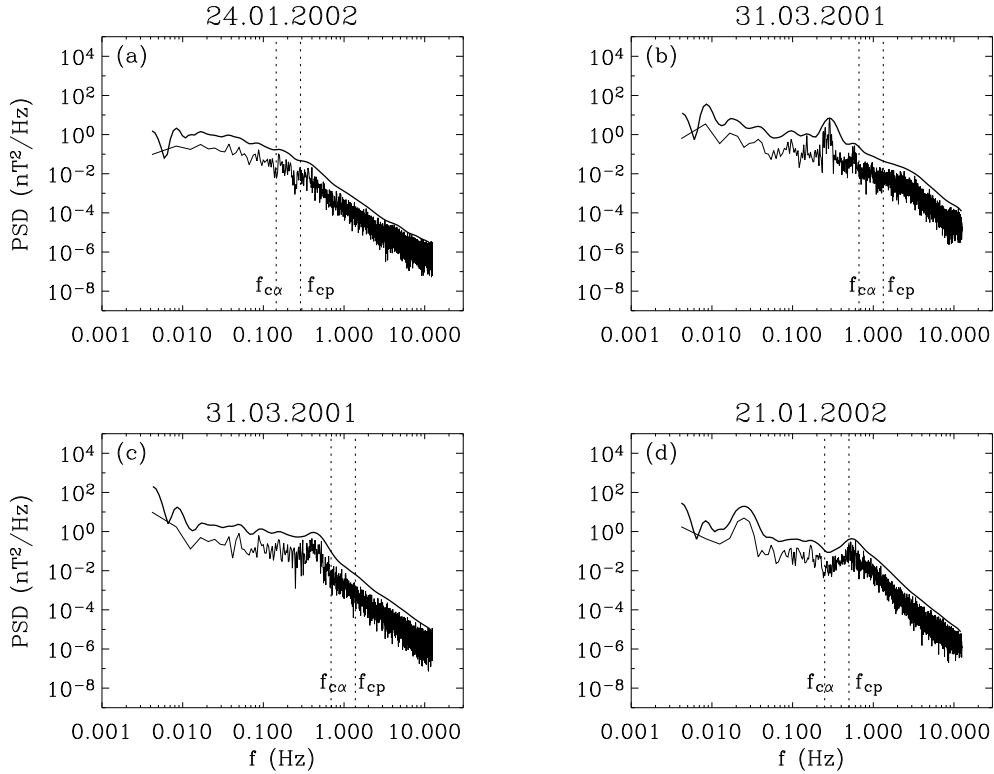


FIG. 2.4.: Les spectres Fourier et ondelettes des fluctuations magnétiques pour les périodes de 4 minutes observées (a) le 24 janvier 2002, à partir du temps  $t_i=10:33:39$  UT, (b) le 31 mars 2001,  $t_i =17:57:25$  UT, (c) le 31 mars 2001,  $t_i =17:02:20$  UT et (d) le 21 janvier 2002, à partir de  $02:58:12$  UT ; les barres verticales indiquent les fréquences cyclotroniques des protons,  $f_{cp}$  et des particules  $\alpha$ ,  $f_{c\alpha} = f_{cp}/2$ .

## 2.2. Spectres en aval de chocs perpendiculaires. Détails spectraux

Maintenant, on s'intéresse aux spectres individuels. Parmi les 32 spectres étudiés, comme cela a été remarqué, il y a 28 spectres pris dans la magnétogaine en aval de chocs perpendiculaires, et 4 spectres pris en aval de chocs parallèles. Ces derniers spectres ne possèdent pas de détails spectraux. Par contre, parmi les spectres en aval des chocs perpendiculaires, on distingue deux types différents : les spectres avec et sans bosse. Le troisième type, observé rarement (c.f. aussi [20]), et qu'on ne rencontre pas parmi les 28 spectres, est un spectre avec un pic étroit, qui correspond à une onde monochromatique.

La figure 2.4 montre ces trois types de spectres dans la magnétogaine derrière des

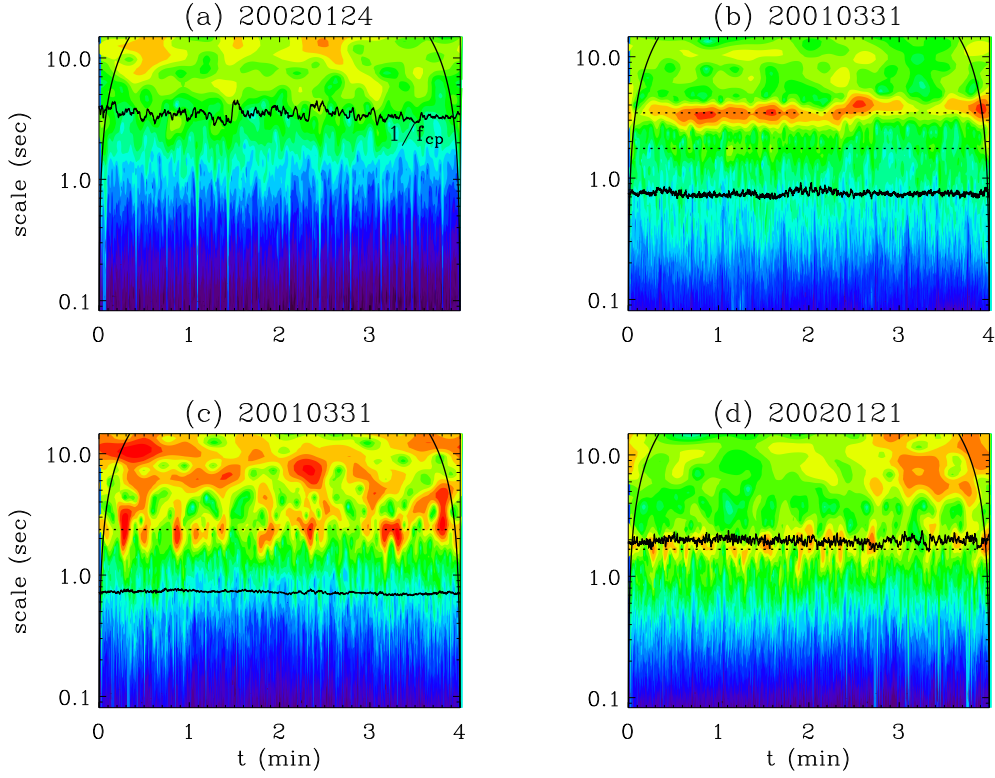


FIG. 2.5.: Scalogrammes de Morlet correspondantes aux spectres de la figure 2.4.

chocs quasi-perpendiculaires : (a) un spectre sans détails, (b) un spectre avec pics, (c) et (d) deux spectres avec bosse. En plus des spectres calculés par la transformation en ondelettes, on présente aussi les spectres de Fourier correspondants. Les spectres de ces quatre intervalles ont été calculés sur la même durée mais pas au même endroit par rapport au choc. Cela est lié au fait que les spectres (b) et (c) sont observés près de chocs qui ne font pas partie des 32 chocs retenus pour l'étude précédente. La durée sur laquelle les spectres sont calculés est de 4 minutes. Ainsi, les spectres couvrent un domaine de fréquence allant de 0.004 à 12.5 Hz. Les effets de bord de la transformation en ondelette influencent les fréquences inférieures à 0.02 Hz mais tous les détails spectraux sont bien résolus.

Les détails spectraux sont encore mieux visibles si on décompose les signaux correspondants en temps et en échelle. La figure 2.5 montre les 4 scalogrammes de Morlet correspondant aux spectres de la figure 2.4. Ici les niveaux de couleur représentent l'énergie spectrale

$$\mathcal{W}^2(m, t) = \sum_{j=x,y,z} |\mathcal{W}_j(m, t)|^2 \quad (2.14)$$

dans le plan des paramètres temps/échelles. Le cône d'influence des effets de bord de la transformation en ondelettes de Morlet est illustré par les lignes noires pleines. Elle est la même pour les quatre scalogrammes, puisque les périodes étudiées sont de même durée. Par-dessus ces scalogrammes, je montre l'évolution de la période cyclotronique des protons  $1/f_{cp}$ .

Le cas du spectre lisse (a) correspond aux mesures obtenues le 24 janvier 2002, la période de 4 minutes est comptée à partir de 10:33:39 UT. Le champ magnétique dans la magnétogaine,  $\mathbf{B}_0 \simeq 20$  nT, est le plus faible des quatre exemples considérés ici, et le paramètre du plasma  $\beta \simeq 2$  est le plus fort. Le choc en amont est bien perpendiculaire,  $\Theta_{BN} \simeq 80^\circ$ . Sur le scalogramme correspondant (figure 2.5a), on ne voit pas de détails particuliers. L'absence de détails peut être expliquée par le faible  $\mathbf{B}_0$  et donc le fort  $\beta$ . Ceci est compatible avec les résultats de l'article [20], où les auteurs montrent que les spectres sont plus lisses quand  $\beta$  en amont du choc est grand (supérieur à 1).

Le spectre (b) est mesuré le 31 mars 2001, sur la période [17:57:25–18:01:25] UT, quand le champ dans la magnétogaine est  $B_0 \simeq 90$  nT et  $\beta \simeq 1$ . Ce spectre contient deux pics, aux fréquences 0.29 et 0.57 Hz, inférieures aux fréquences  $f_{cp}$  et  $f_{c\alpha}$  respectivement. Le pic à 0.57 Hz n'est pas bien visible ni sur la figure 2.4b, ni sur le scalogramme correspondant (voir la ligne de pointillés inférieure sur la figure 2.5b), mais il est bien détaillé dans l'article [3]. Sur le scalogramme (figure 2.5b) on voit un événement énergétique continu sur  $m \simeq 3.4$  s (ligne supérieure en pointillés), qui correspond au pic principal de la figure 2.4b à 0.29 Hz.

Comme on l'a montré dans [3], ces pics correspondent à des ondes d'Alfvén-Ion-Cyclotron engendrées par les protons et les particules  $\alpha$  anisotropes. Le paramètre  $\beta$ , l'anisotropie des températures  $T_\perp/T_\parallel \simeq 2.5$  et l'abondance des particules  $\alpha$ ,  $N_\alpha/N_p \simeq 0.11$  mesurées, sont compatibles avec la croissance des ondes AIC  $\alpha$  et protons en propagation parallèle. Les propriétés dispersives des ondes, le vecteur d'onde et la fréquence dans le référentiel du plasma, sont déterminés grâce aux quatre satellites Cluster par la méthode de décalage des phases [8, 7]. Les résultats obtenus correspondent bien aux prédictions de la théorie linéaire calculées par le programme WHAMP [84, 85].

Le fait que, parmi les 32 spectres étudiés, on n'observe aucun spectre avec une onde d'Alfvén cohérente comme sur les figures 2.4b et 2.5b, montre que la présence des ondes monochromatiques est un phénomène rare dans la magnétogaine. La même conclusion est faite pour les modes miroirs quasi-monochromatiques dans [20] d'après l'étude de 132 spectres, parmi lesquels il n'y a que quelques exemples de mode miroir quasi-monochromatique. La présence d'ondes AIC monochromatiques est probablement contrôlée non seulement par l'anisotropie  $T_\perp/T_\parallel > 1$  mais aussi par l'abondance des particules  $\alpha$ .

Le troisième type de spectre, avec une bosse au voisinage de la cassure, est illustré par deux exemples, (c) et (d). Les exemples sont choisis de manière à mettre en évidence le fait que la position de la bosse par rapport aux fréquences cyclotroniques des ions est variable. La bosse occupe l'intervalle de fréquence  $0.30 \lesssim f \lesssim 0.75$  Hz. Dans le premier cas, ce domaine se trouve en dessous de la fréquence cyclotronique des particules  $\alpha$ . Dans l'autre, elle occupe les fréquences au dessus de la fréquence cyclotronique des protons. Dans la région des basses fréquences du spectre (d) le domaine [0.01–0.04] Hz correspond à un événement particulier qu'on ne discutera pas ici.

Sur les scalogrammes, figures 2.5c et 2.5d, on voit que les échelles de la bosse (autour des lignes en pointillés) sont dominées par des pics localisés en temps et en échelles. On remarque que les pics de ce type ne sont pas observés sur le scalogramme (b), où à part les événements dominants autour des lignes en pointillé, on ne voit que du bruit.

La figure 2.5 illustre bien les différences entre les différents spectres dans la magnétogaine (figure 2.4). Le spectre le plus lisse (a) ne possède pas des détails sur le scalogramme. Le pic étroit dans le spectre (b) correspond à un événement localisé en échelles mais pas en temps. Les bosses spectrales (c et d) correspondent à des événements localisés en échelles et en temps.

### 2.2.1. Anisotropie spectrale

Les spectres de la figure 2.4 et les scalogrammes de la figure 2.5 nous informent sur la puissance spectrale totale des fluctuations magnétiques. Maintenant on va comparer les différentes composantes des fluctuations du champ magnétique pour les quatre spectres étudiés. Le plus naturel est de se placer dans un référentiel lié au champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  : la direction  $z$  est parallèle à  $\mathbf{B}_0$ , et les deux autres directions,  $x$  et  $y$  sont choisies librement dans le plan perpendiculaire. Les énergies spectrales parallèle et perpendiculaire sont données respectivement par les formules

$$\mathcal{W}_{\parallel}^2(f) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |\mathcal{W}_z(f, t_i)|^2, \quad (2.15)$$

$$\mathcal{W}_{\perp}^2(f) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left( |\mathcal{W}_x(f, t_i)|^2 + |\mathcal{W}_y(f, t_i)|^2 \right). \quad (2.16)$$

Sur la figure 2.6 les spectres d'énergie parallèle  $\mathcal{W}_{\parallel}^2(f)$  sont représentés en pointillés et les spectres d'énergie perpendiculaire  $\mathcal{W}_{\perp}^2(f)$ , en tirets. Les spectres en trait plein sont les spectres totaux de la figure 2.4.

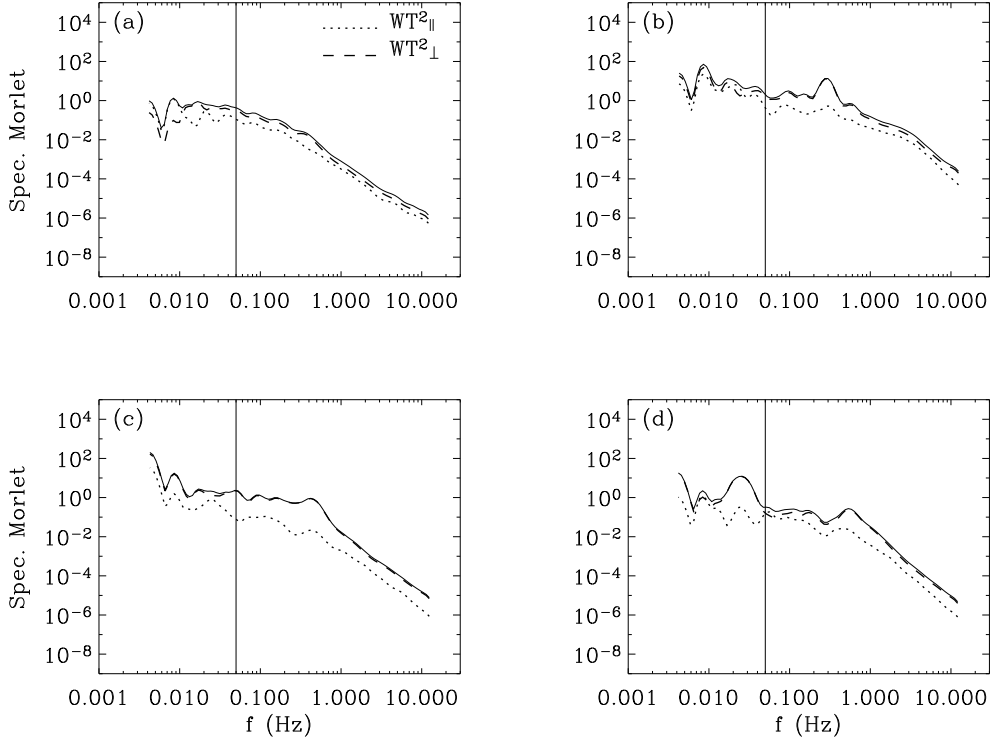


FIG. 2.6.: Les mêmes spectres que sur la figure 2.4 sont représentés par un trait plein ; l'énergie des fluctuations magnétiques compressibles,  $\mathcal{W}_{\parallel}^2$ , est représentée par les pointillés, et l'énergie perpendiculaire  $\mathcal{W}_{\perp}^2$ , par la ligne en tirets.

On remarque que le spectre (a) est le spectre le plus isotrope,  $\mathcal{W}_{\perp}/\mathcal{W}_{\parallel} \gtrsim 1$ . Dans le spectre (b), qui correspond à la période des ondes AIC, la contribution aux pics provient essentiellement de la composante transversale. Dans les spectres (c) et (d), les bosses sont aussi dues à la composante transversale de l'énergie magnétique, où  $\mathcal{W}_{\perp}/\mathcal{W}_{\parallel} \sim 10$ . C'est pour cela que, précédemment cette bosse a été interprétée comme due à des ondes d'Alfvén [92, 20].

On remarque que les anisotropies spectrales illustrées dans la figure 2.6 ne correspondent pas à celles que l'on s'attend à avoir pour des fluctuations dues à une superposition des ondes miroir.

### 2.2.2. Étude de la polarisation

Pour tester la présence d'ondes d'Alfvén aux fréquences de la bosse, on examine la polarisation dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ , plan  $(x, y)$ , et on la compare avec la

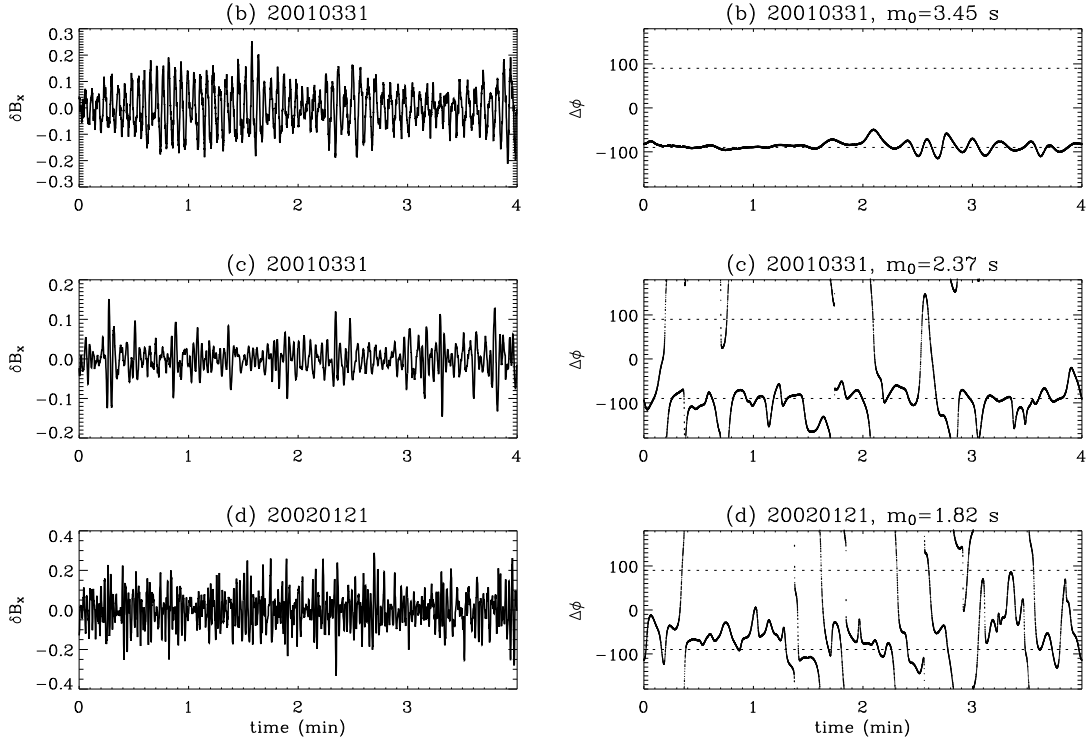


FIG. 2.7.: **Gauche** : Évolutions temporelles de  $\delta B_x$  pour les périodes des 4 minutes où les spectres (b), (c) et (d) sont calculées. **Droite** : Évolution de la différence des phases  $\Delta\phi$  (2.17) pour les même périodes.

polarisation de l'onde AIC étudiée dans [3]. Comme la bosse se trouve au voisinage de  $f_{cp}$  on s'attend à observer des ondes d'Alfvén avec une polarisation circulaire.

La polarisation circulaire dans le plan  $(x, y)$  donne une différence de phase bien définie entre les deux composantes dans le plan :  $\Delta\phi = \phi_x - \phi_y = \pi/2$  pour la polarisation droite et  $\Delta\phi = -\pi/2$  pour la polarisation gauche. En utilisant la transformation en ondelettes on peut suivre l'évolution temporelle de  $\Delta\phi$  calculée sur l'échelle fixée  $m = m_0$

$$\Delta\phi(t) = \text{atan}\left(\frac{\text{Im}(\zeta_t)}{\text{Re}(\zeta_t)}\right), \quad \zeta_t = W_y^*(m_0, t) \cdot W_x(m_0, t), \quad (2.17)$$

où  $W_x(m_0, t)$  ( $W_y(m_0, t)$ ) est le coefficient d'ondelette de Morlet de la composante  $\delta B_x$  ( $\delta B_y$ ) sur l'échelle  $m_0$  et au temps  $t$ ; l'étoile dénote le complexe conjugué.

Les deux panneaux supérieurs de la figure 2.7 montrent l'évolution temporelle de la composante  $\delta B_x$  et la différence des phases  $\Delta\phi$  pour  $m_0 \simeq 3.4$  s, durant l'intervalle où l'onde AIC est observée (figure 2.5b). On voit que la différence de phase dans ce cas est bien  $-\pi/2$  tout au long des 4 minutes étudiées.



Les deux panneaux du milieu montrent la composante  $\delta B_x$  et  $\Delta\phi$  pour  $m_0 \simeq 2.4$  s, l'échelle sur laquelle la bosse de la figure 2.6c possède un maximum. Les deux panneaux inférieurs représentent la même chose mais pour la bosse de la figure 2.6d.

On voit que pour les deux cas où la bosse spectrale est observée, la polarisation change plusieurs fois pendant la période de 4 minutes d'observation, tout en restant majoritairement une polarisation gauche. Ces résultats mettent en doute l'interprétation de la bosse spectrale comme un signe de la présence d'ondes d'Alfvén cohérentes.

### 2.3. Gaussianité versus intermittence

L'interprétation de la bosse en termes d'ondes Alfvén apparaît encore plus douteuse quand on regarde les distributions des amplitudes des fluctuations.

J'examine ici les valeurs des amplitudes des fluctuations du champ magnétique et leur gaussianité pour les différents types de spectres présentés dans les figures 2.4, 2.5 et 2.6.

Tout d'abord on définit les composantes des fluctuations du champ par

$$\delta B_j(t) = B_j(t) - \overline{B_{jT}}(t), \quad j = x, y, z \quad (2.18)$$

où

$$\overline{B_{jT}}(t) = \frac{1}{N_T} \sum_{i=0}^{N_T-1} B_j(t_i - t) \quad (2.19)$$

est le signal lissé sur la période  $T = 20$  s. Ici  $N_T = T/\Delta t$  est le nombre de points de mesure dans l'intervalle  $T$  et  $\Delta t = 0.04$  s est la résolution temporelle des mesures du signal  $B_j(t)$  par l'instrument STAFF-SC de Cluster. Cette définition (avec un filtre passe-bas à la fréquence minimale  $f_{min} = 1/T = 0.05$  Hz) est nécessaire pour éviter les effets de bord de la transformation en ondelettes et l'événement particulier du spectre (d) sur [0.01–0.04] Hz. Pour ces raisons, la fréquence minimale des fluctuations a été choisie comme étant égale à 0.05 Hz, qui est représentée par la ligne verticale dans chaque spectre de la figure 2.6.

La figure 2.8 montre les distributions des amplitudes des fluctuations

$$\delta B = \sqrt{\sum_{j=x,y,z} \delta B_j^2} \quad (2.20)$$

normalisées sur des valeurs moyennes du champ magnétique  $B_0$  pour les quatre spectres étudiées. On voit que pour tous ces histogrammes la valeur la plus probable

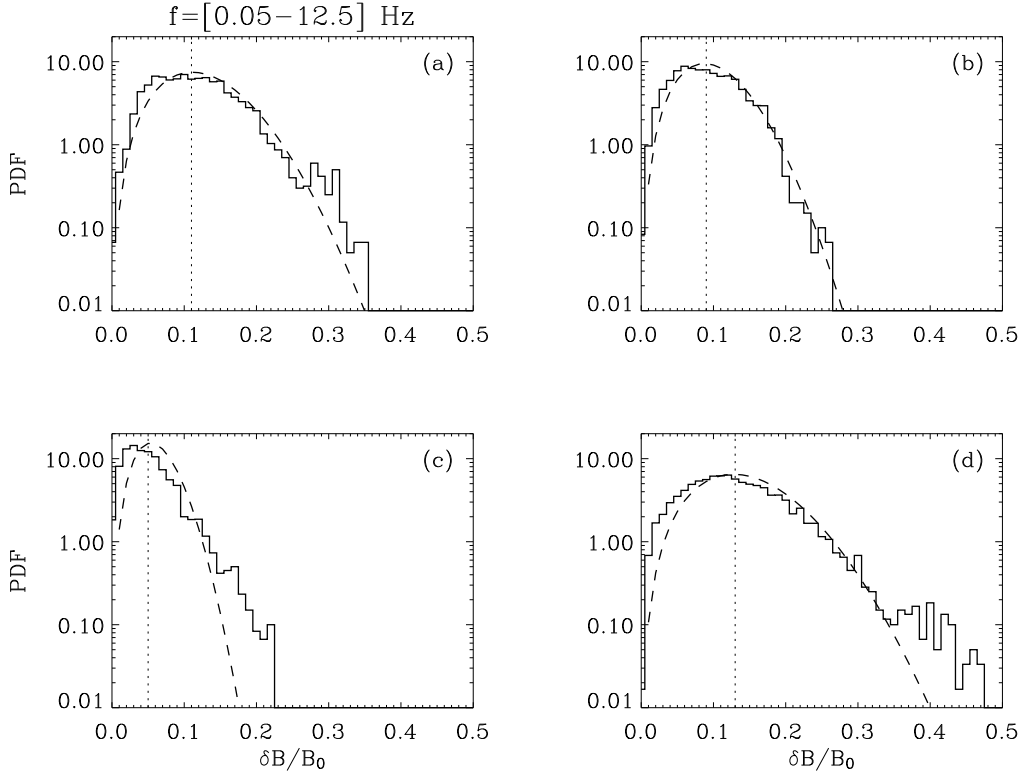


FIG. 2.8.: Les distributions des amplitudes  $\delta B/B_0$  pour les quatre spectres des figures 2.4 et 2.6, la densité de probabilité des amplitudes d'un champ vectoriel gaussienne est présentée par les lignes en tirets.

est autour de  $\delta B/B_0 \sim 0.1$ . Cela confirme les résultats de [5] : pour l'anisotropie spectrale observée,  $\mathcal{W}_\perp^2 > \mathcal{W}_\parallel^2$ , les amplitudes des fluctuations restent petites quel que soit  $\beta$ .

Les faibles amplitudes des fluctuations observées ici font penser à une turbulence faible (turbulence d'ondes). Comme on l'a discuté dans le chapitre 1, les fluctuations décrites par la turbulence faible ont une distribution gaussienne [69, 61]. Vérifions la gaussianité des fluctuations dont les distributions sont présentées sur la figure 2.8.

Les composantes  $\delta B_j$  utilisées dans la définition de  $\delta B$  (2.20) sont des variables centrées, i.e.  $\langle \delta B_j \rangle = 0$ . La variable centrée  $\delta B_j$  est gaussienne si sa densité de probabilité est

$$\mathcal{P}(\delta B_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_j^2}} e^{-\delta B_j^2/2\sigma_j^2} \quad (2.21)$$

où  $\sigma_j^2 = \langle \delta B_j^2 \rangle$  est la variance de la variable centrée.

Si les trois composantes des fluctuations du champ magnétique avaient la même variance,  $\sigma^2$ , (ce qui correspondrait à des fluctuations isotropes), la densité de probabilité des amplitudes des fluctuations magnétiques serait

$$\mathcal{P}(\delta B) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\delta B^2}{\sigma^3} e^{-\delta B^2/2\sigma^2}. \quad (2.22)$$

Dans la section 2.2.1 on a mis en évidence l'anisotropie des fluctuations magnétiques. L'expression simple (2.22) a priori ne peut pas décrire exactement les observations, mais peut toujours donner une idée de ce qui se passe. Si, pour les quatre jeux de fluctuations dont les distributions sont représentées sur la figure 2.8, on utilise la variance moyenne des trois composantes  $\{\delta B_j\}_{j=x,y,z}$

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \sum_{j=x,y,z} \sigma_j^2 \quad (2.23)$$

dans l'expression (2.22), on obtient les densités de probabilité représentées par les lignes en tirets dans cette figure.

On voit que la meilleure concordance entre la distribution (2.22) et les amplitudes du champ observé est obtenue pour le spectre (b) dans lequel, à part des ondes AIC, il n'y a que du bruit. Dans les trois autres cas (a), (c) et (d) on observe des déviations importantes par rapport à la distribution (2.22). Visiblement, ces déviations ne sont pas liées au choix de la variance  $\sigma^2$  dans l'expression (2.22) mais elles correspondent à des fluctuations intermittentes, i.e. des fluctuations rares mais énergétiques.

Donc, le seul cas compatible avec la turbulence d'ondes est le cas du spectre (b), qui est observé le plus rarement. Les deux autres types spectraux souvent observés (spectre avec et sans bosse) présentent des fluctuations intermittentes. Il faut noter que les déviations par rapport à la gaussienne sont plus importantes pour les fluctuations correspondant aux spectres avec une bosse, quand les événements localisés en temps et en échelles sont présents sur le scalogramme, voir les figures 2.5c et 2.5d.

Ainsi, en aval des chocs perpendiculaires, les fluctuations ont en général de petites amplitudes. Par contre, elles ne sont en majorité pas distribuées de manière gaussienne. Cela indique que la description des fluctuations dans l'approximation de la turbulence d'ondes n'est pas possible.

Il semble que la déviation de la gaussianité (l'intermittence) est plus importante quand le spectre est fortement anisotrope,  $\mathcal{W}_\perp/\mathcal{W}_\parallel \simeq 10$  et quand la bosse spectrale est observée. Dans le travail de Newell [69], l'intermittence de la turbulence d'ondes n'apparaît que pour les  $k$  très petits ou  $k$  très grands. Ici, la bosse apparaît au milieu du spectre en fréquence.

Dans le chapitre suivant, on étudie en détail les fluctuations du champ magnétique correspondant à un des spectres avec une bosse pour mettre en évidence la présence de structures cohérentes.



## 3. Structures cohérentes

Maintenant, on va s'intéresser à la structure fine des événements intermittents qui apparaissent sous la forme d'une bosse dans les spectres. Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, c'est un spectre avec une bosse qui est observé le plus souvent dans la magnétogaine en aval des chocs quasi-perpendiculaires. Ici on étudie un cas particulier en détail. On découvre que, dans ce cas, l'intermittence se traduit par des structures cohérentes qui possèdent des propriétés alfvéniques et sont localisées dans le plan perpendiculaire au champ moyen. Pour la première fois, il a été possible de distinguer entre une structure localisée et une onde plane grâce à la résolution spatiale des satellites Cluster et à la résolution en temps et en échelle de la transformation en ondelettes.

### 3.1. Étude par un seul satellite

La figure 3.1 montre le même scalogramme de Morlet que sur la figure 2.5c. Rappelons que ce scalogramme des fluctuations du champ magnétique correspond au spectre de la figure 2.4c et que les différents niveaux de couleur dans ce scalogramme représentent l'énergie des fluctuations magnétiques définie à partir des coefficients d'ondelette

$$E(m, t) = \mathcal{W}^2(m, t) = \sum_{j=x,y,z} |\mathcal{W}_j|^2(m, t). \quad (3.1)$$

On voit tout de suite sur cette figure que la répartition de l'énergie des fluctuations magnétiques en temps et en échelle a un caractère intermittent.

En fait, un signal temporel aléatoire gaussien possède aussi un scalogramme avec des pics. Il y a toutefois une différence très importante entre ces deux cas. Dans le scalogramme d'un signal aléatoire il n'a pas d'échelle privilégiée, contrairement au scalogramme de la figure 3.1. On y observe majoritairement des pics d'énergie autour de l'échelle  $m_0 = 2.37$  s (la ligne pointillés sur le scalogramme) entre les échelles  $m_i \simeq 1.3$  s et  $m_f \simeq 3.3$  s, qui correspondent aux fréquences contribuant à la bosse spectrale dans la figure 2.4c. Ceci peut se voir de manière qualitative si l'on considère les pics les plus importants correspondant aux événements les plus énergétiques. Pour les sélectionner, on considère l'énergie magnétique des fluctuations à l'échelle

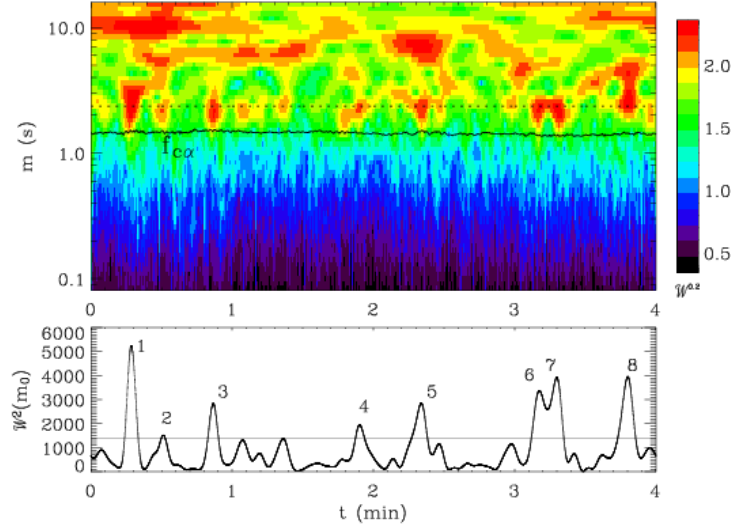


FIG. 3.1.: **En haut** : Le scalogramme de Morlet du champ magnétique mesuré pendant une période de 4 minutes à partir de 17:02:20 UT, le 31 mars 2001. L'échelle  $m_0 = 2.37$  s est indiquée par la ligne pointillée. La période cyclotronique des particules  $\alpha$  correspond au trait plein. **En bas** : Évolution de l'énergie magnétique de l'échelle de la bosse spectrale de la figure 2.4c,  $\mathcal{W}^2(m_0, t)$ , en fonction du temps.

de la bosse,  $m_0$ , i.e.  $\mathcal{W}^2(m_0, t)$  qui est présentée en bas de la figure 3.1 pour la même période que le scalogramme. Cette énergie est répartie de manière non-gaussienne. On peut voir cela sur la figure 3.2, qui montre l'histogramme des amplitudes des coefficients d'ondelettes correspondants

$$\mathcal{W}(m_0, t) = \sqrt{\sum_{i=x,y,z} \mathcal{W}_i^2(m_0, t)} \quad (3.2)$$

par la ligne en tiret on montre la fonction de distribution théorique pour les amplitudes d'un champ vectoriel gaussien (2.22)

$$\mathcal{P}(\mathcal{W}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\mathcal{W}^2}{\sigma^3} e^{-\mathcal{W}^2/2\sigma^2}. \quad (3.3)$$

Ici la variance  $\sigma^2$  est la variance moyenne des composantes

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \sum_{j=x,y,z} \langle \mathcal{W}_j^2(m_0) \rangle. \quad (3.4)$$

La même fonction de distribution pour les amplitudes d'un champ vectoriel gaussien a été utilisée dans le chapitre précédent pour mettre en évidence l'intermittence

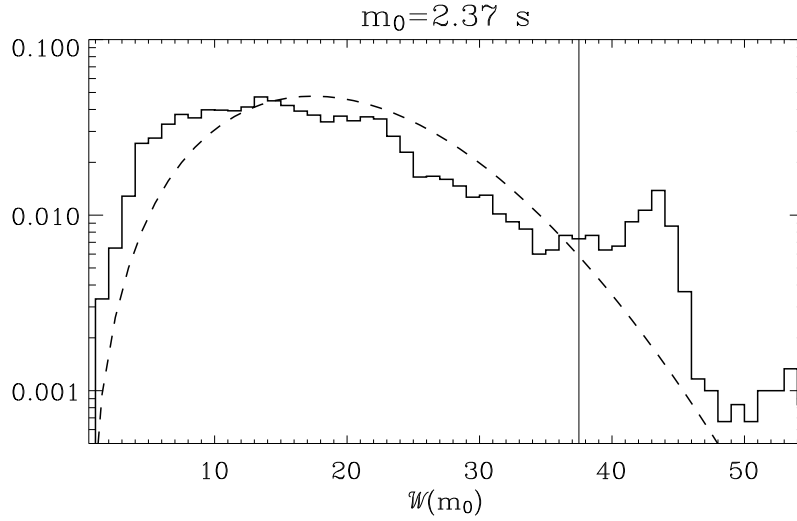


FIG. 3.2.: L'histogramme des amplitudes des coefficients des ondettes de Morlet sur l'échelle de la bosse spectrale,  $\mathcal{W}(m_0)$ , et la densité de probabilité pour des amplitudes du champ gaussien (ligne en tiret). La barre verticale correspond à  $\mathcal{W}(m_0) = 37.5$ .

pour le spectre entier des fluctuations (de 0.05 Hz jusqu'à 12.5 Hz). Ici, grâce à la transformations en ondelettes, on a pu se limiter à une échelle particulière.

On voit que l'histogramme observé (figure 3.2) dévie de la distribution gaussienne. Cela indique que sur l'échelle de la bosse spectrale il y a des événements intermittents. Les déviations les plus importantes se situent au delà d'une valeur  $\mathcal{W}(m_0) = 37.5$  (voir la barre verticale) qu'on va utiliser pour sélectionner les événements intermittents les plus "énergétiques". Cette valeur correspond à l'énergie  $\mathcal{W}^2(m_0)$  indiquée par le trait plein horizontal en bas de la figure 3.1. J'ai numéroté les huit événements qui dépassent cette valeur, que je désignerai les *pics énergétiques*. Le pic numéro 8, bien qu'apportant une contribution importante à la bosse correspond, comme on peut le voir sur le scalogramme de la figure 3.1, à un événement mettant en jeu des échelles dépassant largement la gamme d'échelles de cette bosse.

On choisit donc de n'étudier que les 7 premiers pics, qui correspondent à des structures localisées entre les échelles 1.3 et 3.3 s et qui durent environ 8 s, ce qui représente en gros le temps de passage du satellite à travers la structure correspondante à ce pic.

Maintenant, regardons la structure du champ magnétique au voisinage de ces pics. Pour cela, le plus naturel est de se placer dans le référentiel où les deux directions importantes sont prises en compte : la direction du champ magnétique moyen  $\mathbf{B}_0$  et la direction de la vitesse du plasma  $\mathbf{V}_0$ . Le champ  $\mathbf{B}_0$  et la vitesse  $\mathbf{V}_0$  sont un champ et une vitesse moyenne dans le référentiel GSE sur la période totale de 4 minutes



### 3. Structures cohérentes

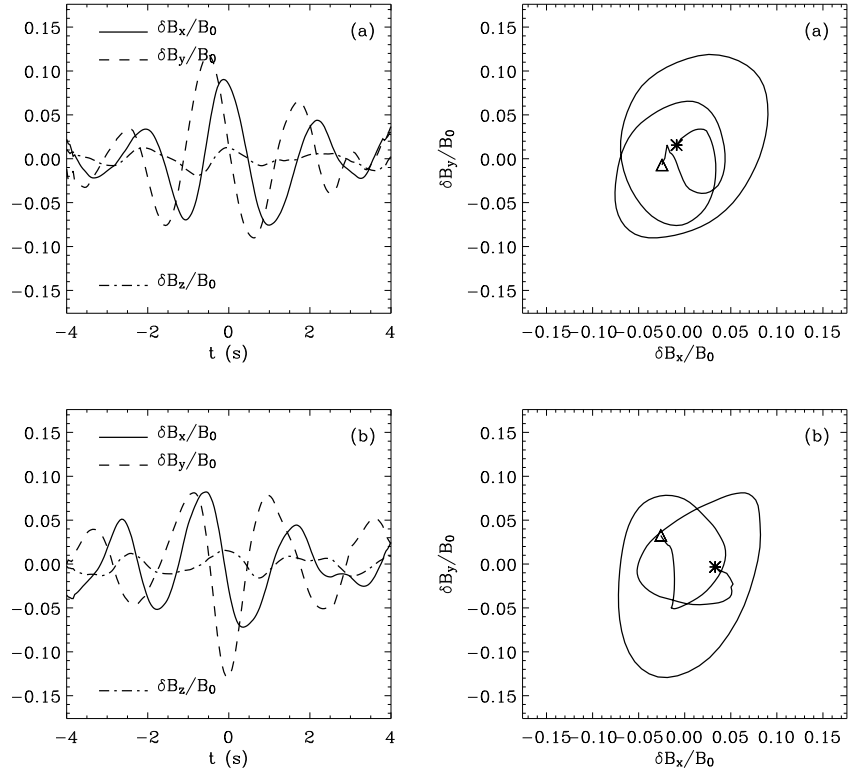


FIG. 3.3.: Panneaux de gauche : les fluctuations magnétiques des événements énergétique 3 (a) et 6 (b) de la figure 3.1. Panneaux de droite : la polarisation dans le plan  $(x, y)$ , correspondantes aux fluctuations des panneaux de gauche, l’astérisque indique le début de l’hodograme et le triangle indique la fin.

considérée.

On choisit le référentiel tel que  $\mathbf{z}$  soit parallèle à  $\mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{x}$  soit dans le plan  $(\mathbf{V}_0, \mathbf{B}_0)$ , et  $\mathbf{y}$  forme le troisième vecteur d’une base directe. Les fluctuations magnétiques  $\delta\mathbf{B}$  seront donc projetées sur ce référentiel.

La figure 3.3 (à gauche) montre l’évolution temporelle des trois composantes de  $\delta\mathbf{B}$  autour du pic 3 (a) et 6 (b), durant 8 s. Ici les composantes de  $\delta\mathbf{B}$  sont définies par (2.18), avec un temps de lissage  $T = m_0$  pour enlever des variations sur les plus grandes échelles. On voit que ces fluctuations sont régulières, bien définies, et les composantes principales sont dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ , comme on l’a déjà vu précédemment sur la figure 2.6c.

Les deux exemples présentés sur la figure 3.3 (à gauche) se ressemblent, mais il y a une différence qui n’est visible que dans le référentiel de  $\mathbf{B}_0$  et  $\mathbf{V}_0$  : la composante le long de la vitesse du plasma dans le plan perpendiculaire à  $z$ ,  $\delta B_x$  est symétrique

par rapport au temps central du pic dans le cas (a), et asymétrique dans le cas (b), où c'est  $\delta B_y$  qui est symétrique. On verra la signification de cette différence dans le chapitre 4; ici on remarque juste que parmi les sept pics choisis, il y en a six avec la composante  $\delta B_y$  symétrique par rapport au centre du pic et il n'y a qu'un seul exemple avec  $\delta B_x$  symétrique, celui présenté sur la figure 3.3a.

Les figures 3.3b représentent les hodogrammes dans le plan  $(\delta B_x/B_0, \delta B_y/B_0)$  pour les deux exemples présentés à gauche; l'astérisque indique le temps initial de l'hodogramme et le triangle indique le temps final. Dans les deux cas on observe une polarisation circulaire gauche pendant une grande partie de la période, puis vers la fin, le sens de polarisation s'inverse, ce que correspond à la figure 2.7c.

L'analyse de variance minimum [100] sur des périodes de 8 s autour des temps centraux des pics sélectionnés donne les directions de variance minimum  $\mathbf{e}_{min}$  approximativement parallèle au champ magnétique moyen : l'angle entre  $\mathbf{e}_{min}$  et  $\mathbf{B}_0$  varie de 5 à 10 degrés.

### 3.1.1. Alfvénicité

Les formes d'ondes observées sont essentiellement transversales à  $\mathbf{B}_0$ , et ainsi on est amené à penser à des fluctuations alfvéniques, pour lesquelles la relation

$$\frac{\delta V_{\perp}}{V_A} = \pm \frac{\delta B_{\perp}}{B_0} \quad (3.5)$$

est vérifiée.

Comme on l'a déjà dit, le temps moyen de passage du satellite au travers des pics d'énergie est environ 8 s. Les mesures de la fonction de distribution de la vitesse des ions par l'instrument CIS sur Cluster [78] sont limitées par la rotation du satellite et la durée de 8 s représente deux points de mesure de la vitesse du plasma (deux spins). Il est donc impossible de vérifier l'alfvénicité des fluctuations magnétiques avec les données de l'instrument CIS.

En appendice D je propose une méthode qui permet d'obtenir la vitesse dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$  avec la même résolution temporelle de 0.04 s que les mesures des champs magnétique et électrique par les instruments STAFF-SC [16] et EFW [39] respectivement.

Cette méthode est basée sur la loi d'Ohm de la MHD idéale

$$\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B}. \quad (3.6)$$

Les hypothèses principales de cette méthode sont : (i) que la loi d'Ohm (3.6) est vérifiée sur les échelles temporelles de  $T \gg 1/f_{ci}$  à  $T \sim 1/f_{ci}$ . Sur ces échelles le

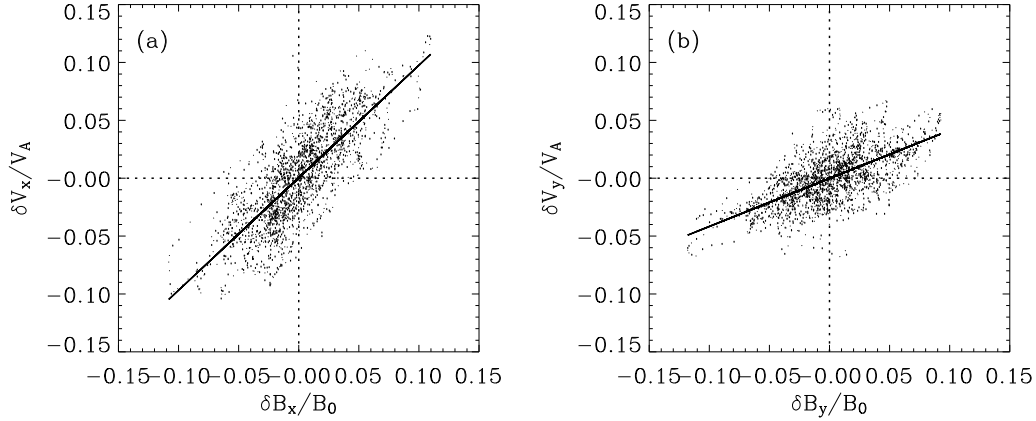


FIG. 3.4.: Test d'alfvénicité des fluctuations correspondantes aux pics énergétiques. Pour les sept événements, les dépendances entre (a)  $\delta B_x/B_0$  et  $\delta V_x/V_A$ , et (b)  $\delta B_y/B_0$  et  $\delta V_y/V_A$ . Les fluctuations de la vitesse dans le plan perpendiculaire au champ magnétique sont déterminées utilisant des données du champ électrique, voir l'expression (3.7).

gradient de pression des électrons et l'inertie des électrons restent négligeables ; (ii) que les fluctuations des champs  $\delta B$  et de la vitesse  $\delta V$  sont plus petites que leurs valeurs moyennes,  $B_0$  et  $V_0$  respectivement.

Si ces hypothèses sont vérifiées, les deux composantes des fluctuations de la vitesse dans le plan transversal  $(x, y)$  sont

$$\begin{cases} \delta V_x = \frac{1}{B_0} (\delta E_y + V_{0z} \delta B_x - V_{0x} \delta B_z) \\ \delta V_y = \frac{1}{B_0} (-\delta E_x + V_{0z} \delta B_y - V_{0y} \delta B_z) \end{cases} \quad (3.7)$$

où  $V_{0x}$ ,  $V_{0y}$  et  $V_{0z}$  sont les composantes de la vitesse moyenne du plasma mesurées par l'instrument CIS,  $\delta E_x$  et  $\delta E_y$  les composantes transversales des fluctuations électriques<sup>1</sup>.

Pendant les périodes de 8 s autour des pics sélectionnés, on détermine les fluctuations de la vitesse à partir des expressions (3.7) en supposant que les hypothèses sont vérifiées. La figure 3.4a montre la dépendance entre  $\delta B_x/B_0$  et  $\delta V_x/V_A$ . La figure 3.4b représente  $\delta B_y/B_0$  en fonction de  $\delta V_y/V_A$ .

Dans les deux panneaux de la figure 3.4 on observe une dépendance linéaire entre les composantes perpendiculaires du champ et de la vitesse. En effet, c'est le seul résultat, mais qui est déjà non-négligeable, que l'on peut tirer de cette analyse. Regardons cela plus en détail.

<sup>1</sup>L'instrument EFW ne mesure que deux composantes du champ électrique dans le plan de la rotation du satellite. Pour se placer dans les repères du champ magnétique et de la vitesse, la troisième composante du champ électrique est déterminée à partir de l'expression  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ .

Le plus frappant est la différence entre les deux composantes : dans la figure 3.4a la pente est proche de 1, alors que dans la figure 3.4b la pente est 0.4. Cela peut être lié à des problèmes de mesure du champ électrique dans la direction  $X_{gse}$ , qui est dirigé vers le Soleil<sup>2</sup> [M. André, communication privé, 2005].

Si le problème n'était que dans la détermination de  $\delta V_y$ , on pourrait vérifier la relation d'Alfvén (3.5) avec les composantes  $\delta V_x$  et  $\delta B_x$ . Mais pour faire cela, la vitesse d'Alfvén  $V_A$  doit être déterminée sans ambiguïté. En effet, ici on utilise la vitesse d'Alfvén déterminée dans [3] pour la période vers 18 :00 UT,  $V_A = 235$  km/s. Pour estimer cette vitesse, on a utilisé la fréquence de plasma des électrons  $f_{pe} \sim \sqrt{n_0}$ . Pendant la période que l'on étudie ici, le module du champ moyen  $B_0$  est le même que pour la période étudiée dans [3], et comme la raie plasma ( $f_{pe}$ ) n'est plus visible dans les données de l'instrument WHISPER [22, 21], on doit faire l'hypothèse que la densité et donc la vitesse d'Alfvén sont les mêmes.

Si  $V_A$  est mal connue, alors la vérification de (3.5) devient difficile et la valeur exacte de la pente n'a pas vraiment de sens.

D'autre part la régression linéaire entre les composantes perpendiculaires des fluctuations du champ et de la vitesse pour les sept événements pris séparément donne des résultats différents. Par exemple, pour les fluctuations présentées sur la figure 3.3a (à gauche), on obtient  $\delta V_x/V_A \simeq 0.8\delta B_x/B_0$  et pour les fluctuations présentées sur la figure 3.3b,  $\delta V_x/V_A \simeq 1.1\delta B_x/B_0$ . Cela nous fait penser à une dépendance de type

$$\delta V_{\perp}/V_A = \xi \delta B_{\perp}/B_0 \quad (3.8)$$

plus générale entre les fluctuations du champ et de la vitesse que la relation (3.5).

Dans les limites des erreurs de mesure du champ électrique, les deux composantes transversales sont de nature alfvénique, mais seule la dépendance linéaire (3.8) est vérifiée.

### 3.1.2. Incompressibilité

Dans un plasma à  $\beta$  fini la compressibilité peut être importante dans les fluctuations alfvéniques (c.f. par exemple [52, 49]). Pour vérifier ce fait, il faut estimer les fluctuations de la densité du plasma pendant les périodes correspondant aux pics sélectionnés. On ne peut pas utiliser les fonctions de distribution mesurées chaque 4 s, mais il est possible d'estimer les fluctuations de la densité électronique  $\delta n = n - n_0$

<sup>2</sup>Pour le cas étudié ici,  $E_{x,gse}$  coïncide avec  $E_x$  du référentiel  $(B_0, V_0)$  et on n'a des problèmes qu'avec  $\delta V_y$ . Dans le cas général, quand le référentiel GSE est loin du référentiel  $(B_0, V_0)$ , l'effet du Soleil joue sur les deux composantes de fluctuations de la vitesse.

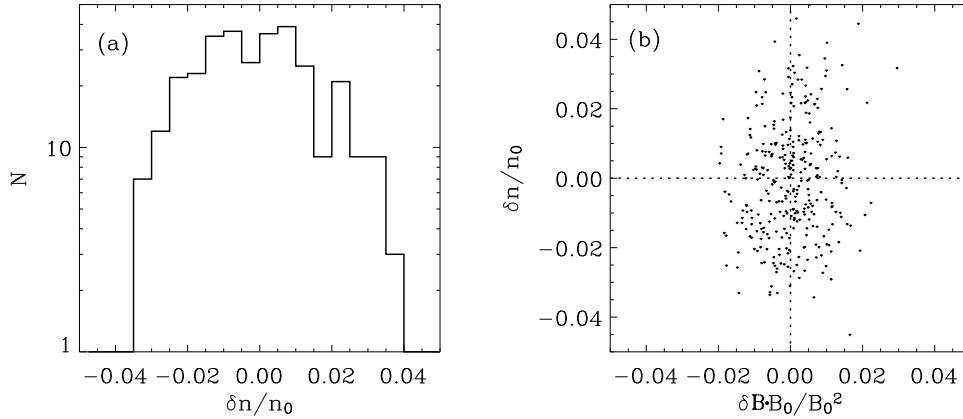


FIG. 3.5.: (a) Histogramme des valeurs des fluctuations de la densité électronique normalisée  $\delta n/n_0$  (b) Nuage de points des pressions magnétique et cinétique.

à partir des fluctuations du potentiel électrique de la sonde [75], mesurées par l'instrument EFW [39], avec une résolution de 0.25 s. Ici, la valeur moyenne de la densité est la même que celle que nous avons utilisée pour déterminer  $V_A$  plus haut,  $n_0 = 60 \text{ cm}^{-3}$ .

La figure 3.5a montre la distribution des valeurs des fluctuations de la densité électronique normalisée à  $n_0$ . On voit que c'est une distribution gaussienne avec une déviation standard de l'ordre de 0.02. Cette valeur est beaucoup plus petite que l'amplitude moyenne des fluctuations transversales  $\delta B_\perp/B_0 \sim \delta V_\perp/V_A \simeq 0.1$  correspondant aux pics énergétiques. Ainsi, on peut conclure que la compressibilité ne joue pas de rôle dans ces événements.

On peut facilement vérifier si les fluctuations magnétiques correspondant aux pics énergétiques se trouvent à l'équilibre magnétostatique. Si l'on suppose que la température reste constante pendant les 8 s de traversée des pics, les fluctuations de la pression du plasma sont proportionnelles à  $\delta n$ . La figure 3.5b montre la dépendance entre  $\delta n/n_0$  et les fluctuations de la pression du champ magnétique  $\delta \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_0/B_0^2$ ; on voit qu'il n'y a aucune relation entre ces fluctuations des pressions, en particulier il n'y a pas d'évidence d'équilibre magnétostatique, comme on aurait pu en avoir en cas de superposition des ondes miroirs.

### 3.1.3. Ambiguïté d'interprétation

Les fluctuations transversales incompressibles de nature alfvénique localisées en temps et en échelle, et avec  $\mathbf{e}_{min}$  parallèle à  $\mathbf{B}_0$  peuvent être interprétées de deux

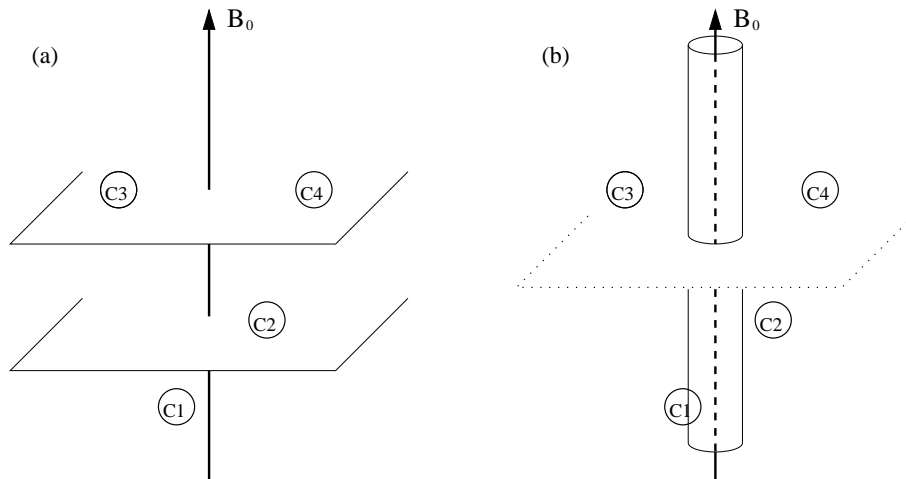


FIG. 3.6.: Les schémas : (a) le front d'une onde plane qui se propage parallèlement à  $\mathbf{B}_0$  à travers les quatre satellites Cluster ; (b) un fil de courant infini le long de  $\mathbf{B}_0$  et localisé dans le plan transversal.

manières différentes : (i) un paquet d'ondes d'Alfvén en propagation le long du champ magnétique moyen  $\mathbf{B}_0$  d'une part, et (ii) une structure magnétique cohérente de géométrie cylindrique avec un axe le long de  $\mathbf{B}_0$  d'autre part. Avec une seule sonde, on ne peut pas distinguer entre ces deux phénomènes : du point de vue de la sonde, un signal d'une structure localisée spatialement et celui d'un paquet d'onde sont similaires. On lève cette ambiguïté avec les quatre satellites de Cluster.

## 3.2. Analyse multi-satellites

Avec une seule sonde on analyse des phénomènes observés *in situ* en un point de l'espace si on considère un phénomène court (minutes et secondes), ou suivant la trajectoire du satellite si on étudie un phénomène de longue durée (quelques heures). Dans l'étude des phénomènes de courte durée on n'a aucune information sur les échelles spatiales et on ne peut pas distinguer les phénomènes qui varient dans le temps de ceux qui varient dans l'espace.

### 3.2.1. Localisation spatiale

Le schéma de la figure 3.6a montre un paquet d'ondes planes qui se propage parallèlement à  $\mathbf{B}_0$  au travers des quatre satellites Cluster. Ici, la géométrie des satellites par rapport au champ moyen est celle de la période dans la magnétogaine que l'on

étudie. Pour la même géométrie de Cluster, le schéma 3.6b représente une structure à géométrie cylindrique avec un axe le long de  $\mathbf{B}_0$  et localisé dans le plan transversal.

Dans le cas d'un paquet d'ondes planes (figure 3.6a), les satellites C3 et C4 se trouvent dans le même plan d'onde ; ils observent simultanément le même signal. Puis au bout d'un temps fini, les satellites C1 et C2 observeront ce paquet d'onde.

Dans le cas de la structure cylindrique (figure 3.6b), les deux satellites dans le plan de localisation, C3 et C4 n'observent pas forcément la structure, et s'ils l'observent, le délai temporel  $\Delta t$  entre les observations sur ces deux satellites est fini. Cela dépend, bien sûr, du vecteur vitesse de la structure par rapport aux satellites et des vecteurs de séparation entre ces derniers. Le long de l'axe, la structure magnétique est uniforme ; C1 observe le même signal que C3 et/ou C4, mais avec un délai. Pour tester ces idées simples, il faut retrouver les mêmes événements sur les sondes C1, C3 et C4. Bien que cela ne voie pas sur la figure 3.6, la sonde C2 se trouve assez loin des autres satellites suivant la direction  $y$  et pour l'instant on ne la prend pas en considération.

La complexité des formes d'ondes correspondant aux pics énergétiques et la présence d'une quantité de fluctuations similaires sur les quatre satellites compliquent le problème de l'identification des mêmes fluctuations sur les différents satellites. On a besoin de tests supplémentaires pour distinguer entre les fluctuations provenant d'un même événement, et celles provenant d'événements similaires mais différents.

En effet, si les *mêmes* fluctuations sont observées par les satellites  $C_i$ ,  $C_j$  et  $C_k$ , il est nécessaire que les écarts temporels vérifient

$$\Delta t_{ij} = \Delta t_{ik} + \Delta t_{kj}, \quad \text{où } \Delta t_{ij} = -\Delta t_{ji}, \quad (3.9)$$

sinon, les fluctuations observés sont *similaires*, mais *distinctes*. On remarque que ce test est réalisable si on dispose d'au moins 3 satellites.

Pour déterminer les délais temporels, on calcule la fonction de corrélation croisée définie par :

$$\mathcal{R}_{ij}(\Delta t) = \frac{\langle \delta \mathbf{B}_i(t) \cdot \delta \mathbf{B}_j(t + \Delta t) \rangle}{\sqrt{\langle \delta B_i^2 \rangle \langle \delta B_j^2 \rangle}}. \quad (3.10)$$

Cette définition est très commode car elle prend en compte toutes les composantes des fluctuations et, en même temps, ne dépend pas du référentiel. La valeur de  $\Delta t$  qui correspond au maximum de  $\mathcal{R}_{ij}$  donne l'écart temporel  $\Delta t_{ij}$  entre les observations des fluctuations sur les satellites  $C_i$  et  $C_j$ .

Les résultats du calcul de la fonction de corrélation croisée  $\mathcal{R}_{ij}$  dépendent (a) du choix de la période temporelle totale sur laquelle  $\mathcal{R}_{ij}$  est calculé et (b) du paramètre  $T$  dans la définition des fluctuations (2.18). Pour différents événements, ces deux

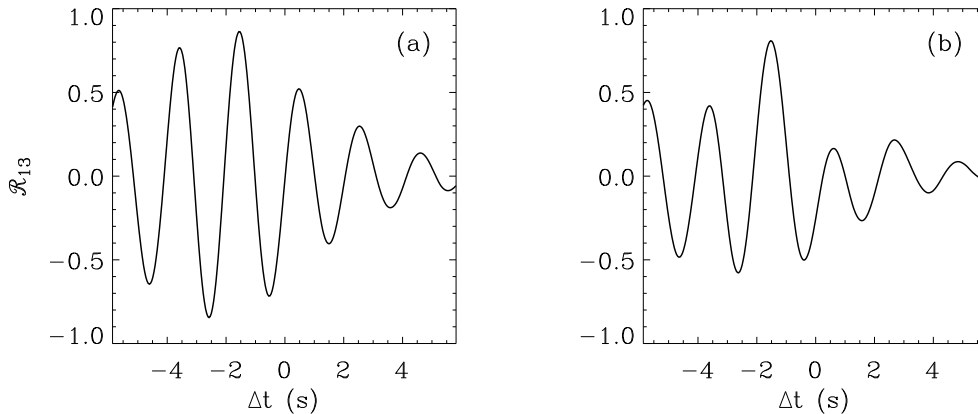


FIG. 3.7.: La fonction de cross-corrélations  $\mathcal{R}_{13}$  calculée avec les fluctuations magnétiques mesurées par C1 et C3 pour le 3ème événement : (a) la période de lissage dans la définition (2.18) est  $T = 2.25$  s, (b)  $T = 4.50$  s.

paramètres peuvent être différents, même si les paramètres du plasma ne changent pas beaucoup.

Pour chaque pic, on ajuste la durée de la période totale : il faut prendre une période assez longue pour que tous les satellites observent un événement. D'autre part, la période doit être assez courte pour ne pas prendre en compte les événements voisins.

La période de lissage  $T$  dans la définition des composantes de  $\delta\mathbf{B}$  (expression (2.18)) influence la fonction de corrélation croisée : la figure 3.7a montre la fonction  $\mathcal{R}_{13}$  calculée pour la période de 13 s autour du 3ème pic de la figure 3.1. Ici  $\Delta t$  varie entre  $-6$  et  $+6$  s et le lissage est fait sur  $T = 2.25$  s. On voit que le maximum de la fonction est mal défini, car il y a plusieurs maxima du même ordre de grandeur. La figure 3.7b représente la même fonction  $\mathcal{R}_{13}$  mais avec  $T = 4.50$  s. Ici un maximum principal est bien défini et il indique le délai entre les mesures par les satellites C1 et C3.

Pour chaque pic, on ajuste la période  $T$  pour mettre en relief un maximum principal des fonctions de corrélation croisée  $\mathcal{R}_{ij}$ . De cette manière, on a pu déterminer les écarts temporels entre les satellites C1–C3, C1–C4 et C3–C4 pour 5 événements sur 7. Les fonctions de corrélations croisées n'ont pas de maximums bien définis pour les pics 4 et 7 et il n'est pas possible d'ajuster les paramètres pour identifier  $\Delta t_{ij}$  avec  $i, j = 1, 3, 4$  sans ambiguïté. Pour les autres pics énergétiques les écarts temporels sont déterminés sans ambiguïté et vérifient bien la condition

$$\Delta t_{13} = \Delta t_{14} - \Delta t_{34}.$$



Pour ces événements observés par C1, C3 et C4 on teste l’hypothèse d’onde plane ou de structure cylindrique.

La propriété cruciale à tester est la localisation spatiale des fluctuations magnétiques, dont la vérification est permise par le délai temporel entre les satellites C3–C4. Les écarts temporels entre ces deux satellites  $\Delta t_{34}$ , déterminés pour les pics 1–3, 5, 6, varient entre 2.1 s et 2.5 s. Comme on l’a déjà dit, le paquet d’ondes planes en propagation strictement parallèle au champ  $\mathbf{B}_0$  est observé simultanément sur C3 et C4. Évidemment, la méthode de variance minimale, à partir de laquelle on a déterminé la direction de propagation, admet une erreur de  $\pm(5 - 10)^\circ$ . Dans le cas d’un paquet d’ondes planes avec un vecteur d’onde incliné de  $10^\circ$  par rapport à  $\mathbf{B}_0$ , les satellites C3 et C4 observent le même signal avec un retard de l’ordre de 0.3 s. Le délai temporel  $\Delta t_{34}$  observé est plus grand d’un ordre de grandeur. On en conclut donc que les fluctuations magnétiques correspondant aux pics 1–3, 5, 6 ne peuvent pas être des paquets d’ondes planes. Elles représentent des structures localisées dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ .

Ces structures cohérentes localisées sont bien uniformes le long du champ magnétique moyen : la corrélation croisée entre les signaux mesurés par la paire de satellites C1–C3, qui sont éloignés le long de la direction  $z$  est la meilleure des trois corrélations croisées considérées,  $\mathcal{R}_{13}$ ,  $\mathcal{R}_{14}$  et  $\mathcal{R}_{34}$ . Cela est compatible avec la géométrie cylindrique des structures localisées dans le plan transversal au champ moyen.

#### 3.2.2. Vitesse de propagation

Avec les quatre satellites il est possible de déterminer la vitesse  $V$  et la direction de propagation  $\mathbf{n}$  d’une structure localement plane par la méthode du *décalage temporel* [89] :

$$\mathbf{R}_{1i} \cdot \frac{\mathbf{n}}{V} = \Delta t_{1i}, \quad i = 2, 3, 4. \quad (3.11)$$

Ici  $\mathbf{R}_{1i} = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_1$  est le vecteur de séparation entre les satellites C1 et  $C_i$  et  $\Delta t_{1i}$  est le délai temporel entre les mesures sur ces deux sondes.

Les structures cylindriques observées ne vérifient pas la condition de planarité. Comme on a pu le montrer par une expérience numérique (voir l’appendice B), la méthode de décalage temporel est encore applicable pour les fluctuations magnétiques d’une structure cylindrique à condition que les quatre satellites observent des signaux similaires, que les écarts temporels soient bien définis et que la relation (3.9) soit vérifiée pour tous les triplets de satellites.

On peut alors appliquer le méthode du décalage temporel pour les structures cylindriques qui sont observées par les quatre satellites. Parmi les 5 structures localisées identifiées il n’y en a que 3 qui sont observées par les quatre satellites, et pour

Pic	$t_0$ (UT)	$\mathbf{V}$ (km/s)	$(V \pm \delta V)$ (km/s)	$\overline{\Delta t_{ij}}$ (s)	$\delta \Delta t_{ij}$ (s)
2	1702 : 50	(200, -20, -20)	(200 ± 15)	1.5	0.04
3	1703 : 11	(180, -50, -20)	(190 ± 20)	1.7	0.08
6	1705 : 30	(190, 90, 10)	(210 ± 20)	1.3	0.04
	plasma	(150, 0, -100)	(180 ± 15)		

TAB. 3.1.: Les résultats de la méthode de *décalage temporel*,  $\mathbf{V}$ , et les modules des vitesses avec les erreurs correspondantes,  $V \pm \delta V$ , pour les trois structures observées par les quatre satellites de Cluster. Les erreurs sont déterminées à partir de (3.12) en utilisant des délais temporels moyens  $\overline{\Delta t_{ij}}$  et les erreurs sur la détermination des délais  $\delta \Delta t_{ij}$  présentées ici. La dernière ligne de ce tableau présente la vitesse moyen du plasma mesurée par l'instrument CIS(HIA) et son erreur. Toutes les vitesses sont projetées dans le référentiel du champ magnétique moyen et de la vitesse moyenne.

lesquelles la relation (3.9) est vérifiée pour tous les triplets de satellites. Il s'agit des pics 2, 3 et 6. Les vitesses déterminées pour ces trois structures sont présentées dans le tableau 3.1. On estime l'erreur sur la vitesse par

$$\delta V \simeq \frac{\delta R_{ij}}{\overline{\Delta t_{ij}}} + \overline{R_{ij}} \frac{\delta \Delta t_{ij}}{(\overline{\Delta t_{ij}})^2} \quad (3.12)$$

où  $\delta R_{ij}$  est la précision avec laquelle on connaît les positions des satellites;  $\delta \Delta t_{ij}$  est l'erreur sur la détermination des délais et  $\overline{\Delta t_{ij}}$  est un écart temporel moyen pour les six paires de satellites. La séparation relative des satellites de Cluster est déterminée à 1% près [17], ce qui est 6.5 km pour la distance moyenne entre les satellites  $\overline{R_{ij}} = 650$  km. On estime l'erreur sur les délais à partir de la précision de la vérification de la condition (3.9). Sur la dernière ligne du tableau 3.1 je fournis la vitesse du plasma mesurée par l'instrument CIS(HIA) de Cluster et l'erreur sur sa mesure qui est de l'ordre de 10% de la valeur mesurée [78]. Toutes les vitesses sont projetées dans le référentiel que nous avons utilisé tout au long de ce chapitre et basé sur le champ magnétique moyen et la vitesse moyenne.

Les vitesses obtenues par le décalage temporel sont principalement dans le plan  $(x, y)$ , perpendiculaire au champ  $\mathbf{B}_0$ . Dans ce plan, les structures possèdent une vitesse de 50 à 100 ± 30 km/s dans le référentiel du plasma :  $\mathbf{V}_{2\perp} = (50, -20)$  km/s,  $\mathbf{V}_{3\perp} = (30, -50)$  km/s et  $\mathbf{V}_{6\perp} = (40, 90)$  km/s. La vitesse parallèle est  $V_{\parallel} \sim 0$  dans les limites des erreurs de mesure.

On en conclut que, dans le plan perpendiculaire au champ magnétique, les structures possèdent une vitesse finie dans le plasma, mais petite par rapport à la vitesse d'Alfvén locale,  $V_A \sim 250$  km/s.

### 3.3. Échelle spatiale des structures cohérentes

Avec l'information sur la vitesse des structures par rapport aux satellites, on peut passer de l'échelle temporelle des mesures *in situ* à une échelle spatiale.

La vitesse des structures est perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ , et on peut donc déterminer l'échelle transversale des structures cohérentes. L'échelle temporelle, autour de laquelle les structures sont observées,  $m_0 \simeq 2.4$  s, représente une distance  $d_0 = m_0 V = 480$  km, si on prend  $V \simeq 200$  km/s, la vitesse moyenne des structures par rapport au satellite. En unité de longueur inertielle des protons,  $d_0$  représente  $12c/\omega_{pi}$  et en rayons de Larmor,  $15\rho_i$ . Dans la magnétogaine, où  $\beta \sim 1$  en général, il est difficile de distinguer entre l'échelle inertielle et le rayon de Larmor. L'étude à grande échelle où ces deux longueurs caractéristiques changent avec les variations des propriétés du plasma peut apporter un éclairage sur ce problème.

La figure 3.8 représente le scalogramme de la composante  $B_{x,gse}$  (en ondelettes de Morlet) pour la période d'observation correspondant à cinq traversées du choc le 31 mars 2001. La période de 4 minutes étudiée tout au long de ce chapitre est délimitée par deux lignes verticales en pointillés. Superposées au scalogramme, j'ai dessiné les variations de  $\beta^{-1}$  (courbe noire, supérieure),  $4c/\omega_{pi}V_{b\perp}$  (courbe rouge, au milieu) et  $\rho_i/V_{b\perp}$  (courbe jaune, inférieure). L'échelle caractéristique  $m_0$  des structures cohérentes se trouve approximativement entre la courbe supérieure et celle du milieu. Le facteur 4 pour les variations de l'échelle inertielle est utilisée dans le but de les distinguer des variations du rayon de Larmor. La fréquence de plasma des protons est donné par

$$\omega_{pi} = 1.32 \cdot 10^3 \sqrt{n}$$

où la densité électronique  $n$  est mesurée en  $\text{cm}^{-3}$ . Le rayon de Larmor des ions est calculé en utilisant la température  $T_i$  mesurée par l'instrument CIS (HIA) :

$$\rho_i = \sqrt{k_B T_i / m_i \Omega_{ci}^2}.$$

Les deux échelles spatiales caractéristiques sont transformées en échelles temporelles par la multiplication par la vitesse  $V_{b\perp}$ , le module de la vitesse du plasma dans le plan perpendiculaire au champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ . Cette opération a un sens si toutes les structures cohérentes observées pendant la période présentée sur la figure 3.8 possèdent des vitesses proches de la vitesse du plasma dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ , voir le tableau 3.1.

En bas de la figure 3.8 je présente la distance de Cluster par rapport au front du choc  $d$ , qui est calculée en utilisant les résultats de l'article [62]. Ici une distance positive correspond à la magnétogaine et une distance négative au passage dans le vent solaire. On voit qu'avec la distance au choc, les paramètres du plasma changent

et l'échelle  $m_0$ , qui se manifeste par des pics d'énergie entre 1 et 3 secondes, varie aussi. Les variations de  $m_0$  suivent plutôt la courbe du milieu (rouge),  $4c/\omega_{pi}V_{b\perp}$ , que la courbe du bas (jaune),  $\rho_i/V_{b\perp}$ .

Ainsi, l'échelle transverse des structures cohérentes  $d_0$  est déterminée par l'échelle d'inertie des ions plutôt que par leur rayon de Larmor. On remarque que pendant la période entre les deux barres verticales,  $m_0$  est la plus grande. Pendant les autres traversées de la magnétogaine,  $m_0$  se trouve entre 1 et 2 secondes, ce qui correspond à une valeur de  $d_0$  variant entre 200 et 400 km. Ces distances sont effectivement plus petites que les séparations entre les satellites et c'est pour cette raison que toutes les structures ne sont pas observées par les quatre sondes.

Un autre conclusion importante est la présence même des structures cohérentes tout le long des périodes pendant lesquels les satellites se trouvent dans la magnétogaine. De plus, 5 minutes avant la première barre verticale, Cluster sort de la région de cusp [I. Dandouras, communication privée, 2005]. Ainsi, les structures cohérentes sont présentes sur toute la largeur de la magnétogaine pour cette traversée.

Dans le chapitre suivant on propose un modèle théorique pour décrire les structures cohérentes observées.

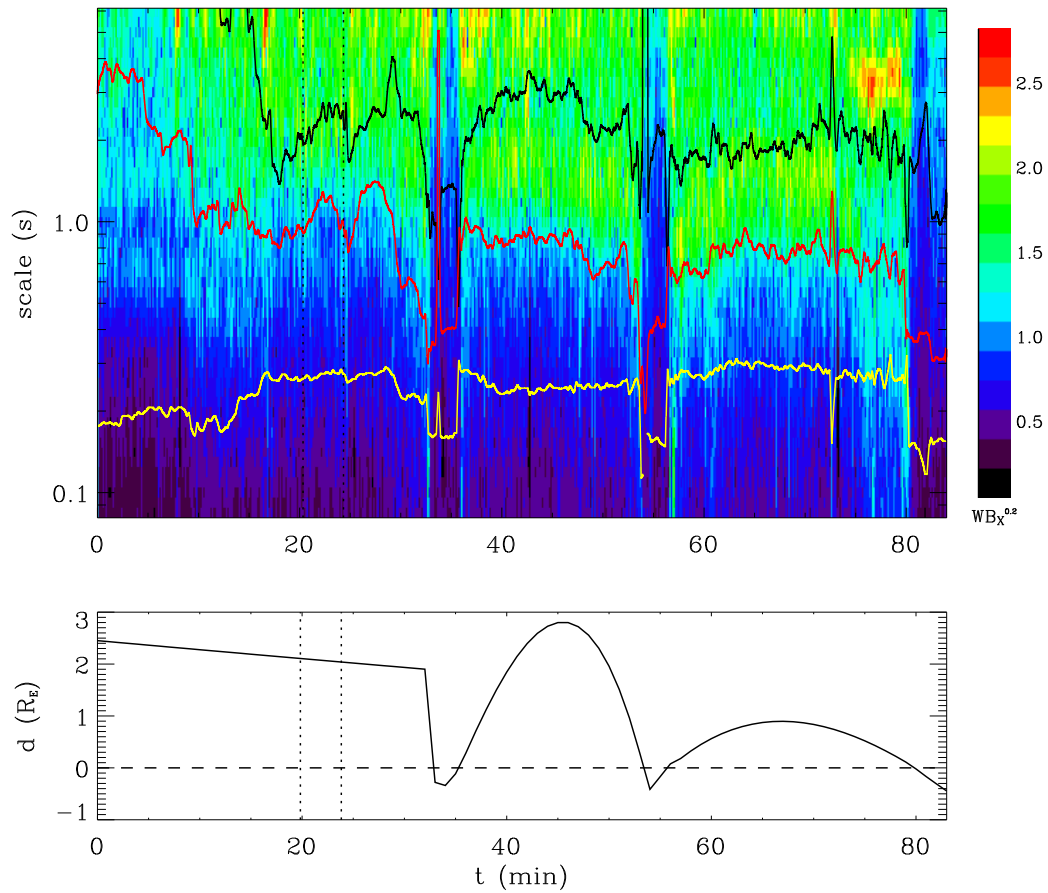


FIG. 3.8.: **Haut** : Le scalogramme (Morlet) de la composante  $B_{x,gse}$  pour la période de 82 min, à partir de 16:42:00 UT le 31 mars 2001. Les variations de  $\beta^{-1}$  (noir),  $c/\omega_{pi}$  (rouge) et  $\rho_i$  (jaune) sont superposées avec le scalogramme. **Bas** : La distance au choc des satellites Cluster  $d$  pendant la même période de 82 min.  $d$  est déterminée à partir des résultats de l'article [62].

## 4. Vortex d'Alfvén

Dans le chapitre précédent j'ai mis en évidence la présence de structures cohérentes de nature alfvénique, localisées dans le plan perpendiculaire au champ magnétique moyen  $\mathbf{B}_0$ , et qui possèdent une vitesse finie dans ce plan. De plus ces structures sont homogènes le long de  $\mathbf{B}_0$ . Ces propriétés observationnelles font penser à des vortex d'Alfvén [76, 48, 102].

Le vortex d'Alfvén est une solution du système d'équations de la MHD idéale incompressible. En quelque sorte, le vortex d'Alfvén est un analogue cylindrique des ondes d'Alfvén non-linéaires. Par contre, il y a une différence qualitative très importante. Le vortex d'Alfvén ne possède une vitesse de propagation que dans le plan du vortex, approximativement perpendiculaire au champ moyen  $\mathbf{B}_0$ ; à la différence de l'onde d'Alfvén plane, qui a une vitesse de phase nulle dans la limite du vecteur d'onde perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ . Pour l'onde l'Alfvén, la vitesse de phase parallèle est  $V_{\varphi\parallel} = V_A = B_0/\sqrt{4\pi\rho}$ , et la relation d'Alfvén est vérifiée :

$$V_{\perp}/V_A = \pm B_{\perp}/B_0$$

où  $V_{\perp}$  et  $B_{\perp}$  sont des fluctuations<sup>1</sup> perpendiculaires à  $\mathbf{B}_0$ .

Pour le vortex, cette relation s'écrit de manière plus générale

$$V_{\perp}/V_A = \xi B_{\perp}/B_0$$

où  $\xi$  dépend de la vitesse du vortex dans le plan du vortex et de l'inclinaison de son axe par rapport au champ  $\mathbf{B}_0$ .

Pour les ondes d'Alfvén planes on peut introduire les variables d'Elsasser [26],  $z^{\pm} = V_{\perp} \pm B_{\perp}/\sqrt{4\pi\rho}$ . Dans le cas où  $z^+ = 0$  ou  $z^- = 0$ , les termes non-linéaires,  $(z^{\pm} \cdot \nabla)z^{\mp}$  disparaissent des équations de la MHD et on obtient des solutions sous la forme d'ondes d'Alfvén d'amplitude arbitraire. Les vortex d'Alfvén ont besoin d'une non-linéarité pour exister.

---

<sup>1</sup>Dans ce chapitre on omet le symbole "δ" devant les fluctuations.

## 4.1. Modèle de vortex d'Alfvén bi-dimensionnel

Le modèle de vortex d'Alfvén est basé sur les équations de la MHD idéale mono-fluide. Les hypothèses principales du modèle sont les suivantes : le plasma est incompressible, les fluctuations du champ et de la vitesse sont quasi-planaires, i.e. elles vérifient  $B_z \ll B_\perp$  et  $V_z \ll V_\perp$ , où la direction  $z$  est parallèle au champ moyen  $\mathbf{B}_0$ . Ces fluctuations sont localisées dans l'espace de sorte que  $\partial_z \ll \nabla_\perp$  et elles ne subissent pas de variations rapides,  $\partial_t \ll \Omega_{ci}$ . On introduit le petit paramètre

$$\frac{\partial_z}{\nabla_\perp} \sim \frac{\partial_t}{V_A \nabla_\perp} \sim \frac{B_z}{B_\perp} \sim \frac{V_z}{V_\perp} \sim \frac{B_\perp}{B_0} \sim \frac{V_\perp}{V_A} \sim \varepsilon. \quad (4.1)$$

Dans ce cas, les fluctuations transversales peuvent être décrites par seulement deux fonctions scalaires, la composante longitudinale du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  et une fonction de flux  $\psi$  :

$$\mathbf{B}_\perp = \nabla A_z \times \mathbf{z}, \quad \mathbf{V}_\perp = \mathbf{z} \times \nabla \psi. \quad (4.2)$$

Pour ces deux variables scalaires les équations de la MHD se réduisent à deux équations scalaires [76], l'équation du mouvement suivant  $z$  et l'équation de Maxwell dans le plan perpendiculaire à  $z$  (pour les détails voir l'appendice A) :

$$d_t \nabla_\perp^2 \psi = \frac{1}{4\pi\rho} \{A_z, \nabla_\perp^2 A_z\} - \frac{B_0}{4\pi\rho} \partial_z \nabla_\perp^2 A_z \quad (4.3)$$

$$d_t A_z + B_0 \partial_z \psi = 0 \quad (4.4)$$

où

$$d_t \equiv \partial_t + \mathbf{V}_\perp \cdot \nabla_\perp$$

et la notation  $\{.,.\}$  correspond au crochet de Poisson (ou jacobien)

$$\{a, b\} = \partial_x a \partial_y b - \partial_y a \partial_x b \equiv (\nabla a \times \nabla b) \cdot \mathbf{z}.$$

On remarque que la dépendance en  $z$  est préservée dans les équations (4.3) et (4.4) par les termes contenant  $B_0 \partial_z$ .

Avec des variables sans dimensions,  $t = \Omega_{ci} t$ ,  $r_\perp = r_\perp / \rho_i$ ,  $z = z / (c / \omega_{pi})$ ,  $\rho = \rho / \rho_0$ ,  $\Phi = \psi / (\rho_i^2 \Omega_{ci})$ ,  $A = A_z V_A / (B_0 \rho_i^2 \Omega_{ci})$ , les équations (4.3) et (4.4) prennent la forme

$$d_t \nabla_\perp^2 \Phi = \{A, J\} - \partial_z J \quad (4.5)$$

$$d_t A + \partial_z \Phi = 0 \quad (4.6)$$

où le courant longitudinal est  $J = \nabla_\perp^2 A$  et la densité sans dimensions  $\rho = 1$ .

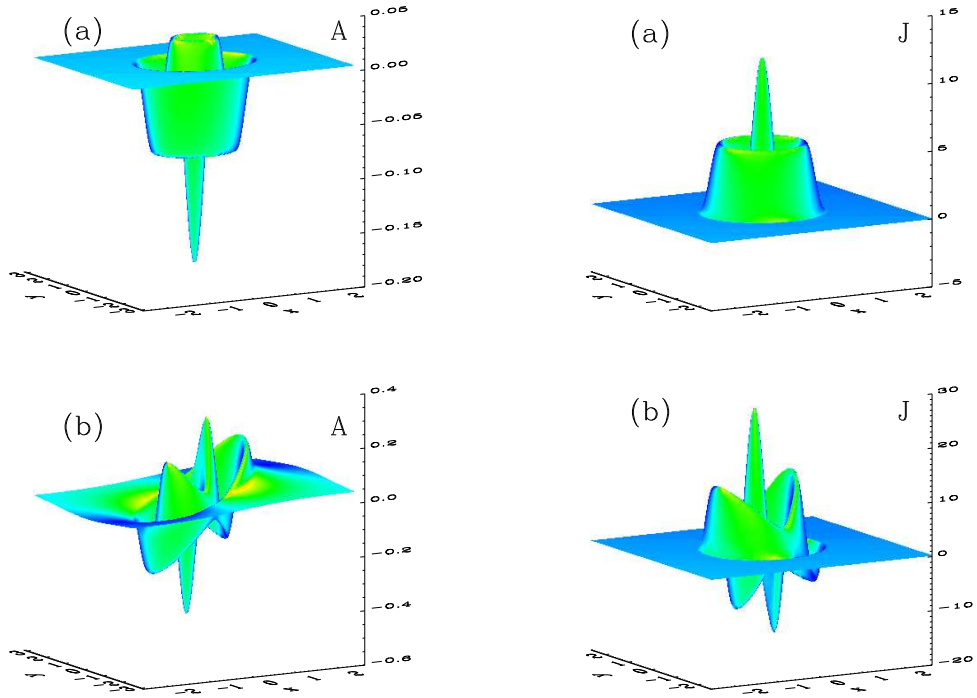


FIG. 4.1.: Modèle du vortex d'Alfvén : les surfaces de  $A$  et  $J$  pour  $A_0 = -0.15$ ,  $ka = 10.17$ ,  $c = 0$ ,  $\xi = 1$  et (a) vortex aligné avec  $u = 0$ , (b) l'axe du vortex est incliné de  $4^\circ$  par rapport au champ  $\mathbf{B}_0$ , et  $u = 0.07$ .

On cherche des solutions localisées dans le plan approximativement perpendiculaire à  $z$  qui se propagent avec la vitesse  $u$  dans ce plan, qui conservent leur forme et qui ne dépendent que de deux variables  $x$  et  $\eta$ , avec

$$\eta = y + \alpha z - ut, \quad \alpha = \tan(\vartheta). \quad (4.7)$$

Ici,  $\vartheta$  est l'angle d'inclinaison de la normale au plan  $(x, \eta)$  par rapport au champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ . Dans la littérature, il est admis que  $\alpha$  et  $u$  peuvent être arbitraires [76]. Mais lorsque  $\alpha$  augmente, la dépendance en  $z$  devient plus importante. Donc pour que l'hypothèse  $\partial_z \ll \nabla_\perp$  soit vérifiée, l'angle doit rester petit :  $\alpha \sim \frac{\partial_z}{\nabla_\perp} \sim \varepsilon$ . On remarque que la vitesse  $u$  doit aussi rester petite pour que la dépendance en temps vérifie  $\partial_t \ll \Omega_{ci}$ , i.e.  $u \sim \frac{\partial_t}{\Omega_{ci}} \sim \varepsilon$ . Ainsi on peut introduire la variable  $\xi$  telle que

$$\xi = \frac{u}{\alpha}, \quad \text{avec } u \sim \alpha \sim \varepsilon. \quad (4.8)$$

En principe  $\xi$  est arbitraire, mais de l'ordre de 1.



Avec les variables  $(x, \eta)$  les équations (4.5) et (4.6) deviennent :

$$\{\Phi - ux, \nabla_{\perp}^2(\Phi - ux)\} = \left\{A - \frac{u}{\xi}x, J\right\} \quad (4.9)$$

$$\{\Phi - ux, A - \frac{u}{\xi}x\} = 0 \quad (4.10)$$

avec un nouveau jacobien  $\{a, b\} = \partial_x a \partial_{\eta} b - \partial_{\eta} a \partial_x b$ . L'équation (4.10) signifie que  $(\Phi - ux)$  et  $(A - \frac{u}{\xi}x)$  sont des fonctions dépendantes l'une de l'autre :

$$A - \frac{u}{\xi}x = f(\Phi - ux). \quad (4.11)$$

Ainsi, l'équation (4.9) détermine  $\nabla_{\perp}^2(\Phi - ux)$  à une fonction près

$$\nabla_{\perp}^2(\Phi - ux) = f'(\Phi - ux)J + f_1(\Phi - ux), \quad (4.12)$$

où  $f$  et  $f_1$  sont des fonctions arbitraires.

On choisit la solution non triviale la plus simple :

$$\Phi = \xi A. \quad (4.13)$$

Il s'agit de la généralisation de la relation d'Alfvén (pour  $\xi = \pm 1$ ).

Pour assurer l'anisotropie des gradients  $\nabla_{\perp} \gg \nabla_{\parallel}$ , on introduit le cercle de rayon  $a$ , où le courant  $J$  est complètement localisé

$$\begin{cases} J = -k^2(A - \frac{u}{\xi}x - c), & r < a \\ J = 0, & r \geq a \end{cases} \quad (4.14)$$

où  $k$  et  $c$  sont des constantes.

La solution de l'équations (4.14), pour le potentiel  $A$ , qui décroît à l'infini comme une loi de puissance, est

$$\begin{cases} A = A_0(J_0(kr) - J_0(ka)) + \frac{u}{\xi} \frac{x}{r} \left( r - 2 \frac{J_1(kr)}{J_0(ka)} \right), & r < a \\ A = a^2 \frac{u}{\xi} \frac{x}{r^2}, & r \geq a. \end{cases} \quad (4.15)$$

Ici,  $A_0$  est une amplitude constante,  $J_0$  et  $J_1$  sont les fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1 respectivement,  $r = \sqrt{x^2 + \eta^2}$  est la variable radiale dans le plan du vortex. Cette solution décroît indépendamment de l'amplitude  $A_0$  à l'extérieur du cercle de rayon  $a$ . Pour que la solution soit continue en  $r = a$ , le paramètre  $k$  et le rayon  $a$  doivent être liés par

$$J_1(ka) = 0. \quad (4.16)$$

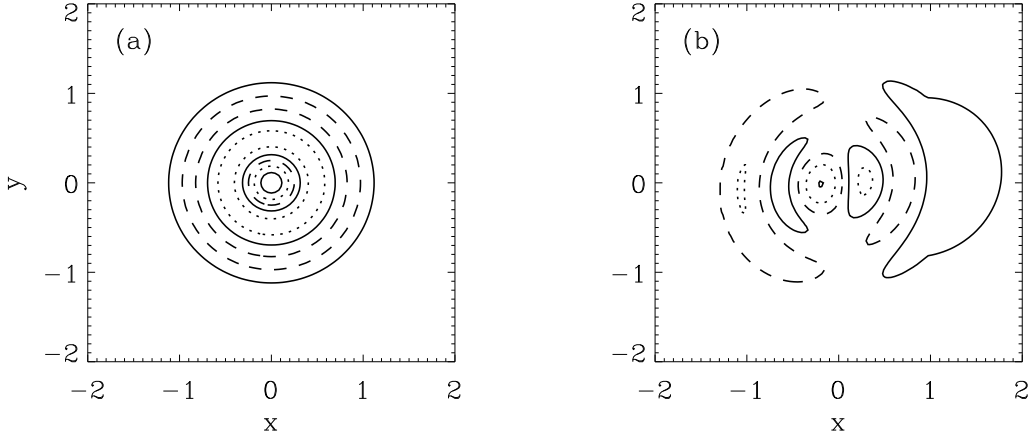


FIG. 4.2.: Modèle du vortex d'Alfvén : lignes du champ magnétique dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$  pour  $z = 0$ ; (a) vortex aligné (monopôle) à  $\mathbf{B}_0$  pour lequel  $u = 0$ , (b) vortex incliné d'un angle de  $4^\circ$  qui possède la vitesse  $u = 0.07$  le long de la direction perpendiculaire à l'axe  $\mathbf{x}$ .

Cette relation entre  $k$  et  $a$  assure aussi la continuité du champ magnétique radial en  $r = a$  et la divergence de  $\mathbf{B}_\perp$  nulle partout.

Le champ magnétique correspondant à la solution (4.15) est

$$\mathbf{B}_\perp = (\partial_y A_z, -\partial_x A_z) = (\partial_\eta A, -\partial_x A). \quad (4.17)$$

À l'intérieur du cercle de rayon  $a$  on a

$$B_x = kA_0 J'_0(kr) \frac{\eta}{r} + \frac{u}{\xi} \frac{2}{J_0(ka)} \left( \frac{J_1(kr)}{r} - kJ'_1(kr) \right) \frac{x\eta}{r^2} \quad (4.18)$$

$$B_y = -kA_0 J'_0(kr) \frac{x}{r} + \frac{u}{\xi} \frac{2}{J_0(ka)} \left( \frac{J_1(kr)}{r} \eta^2 + kJ'_1(kr) x^2 \right) \frac{1}{r^2} - \frac{u}{\xi} \quad (4.19)$$

ici le prime indique la dérivée par rapport à l'argument. À l'extérieur, le champ est

$$B_x = -2a^2 \frac{u x \eta}{\xi r^4} \quad (4.20)$$

$$B_y = 2a^2 \frac{u}{\xi} \left( \frac{x^2}{r^4} - \frac{1}{2r^2} \right); \quad (4.21)$$

pour  $u = 0$ , ce champ est nul à l'extérieur du cercle  $a$ .

Le potentiel  $A$  et le courant  $J$  sont représentés dans le plan  $(x, y)$  sur la figure 4.1. Les paramètres choisis sont  $A_0 = -0.15$ ,  $c = 0$ ,  $ak = 10.17$ , ce qui correspond

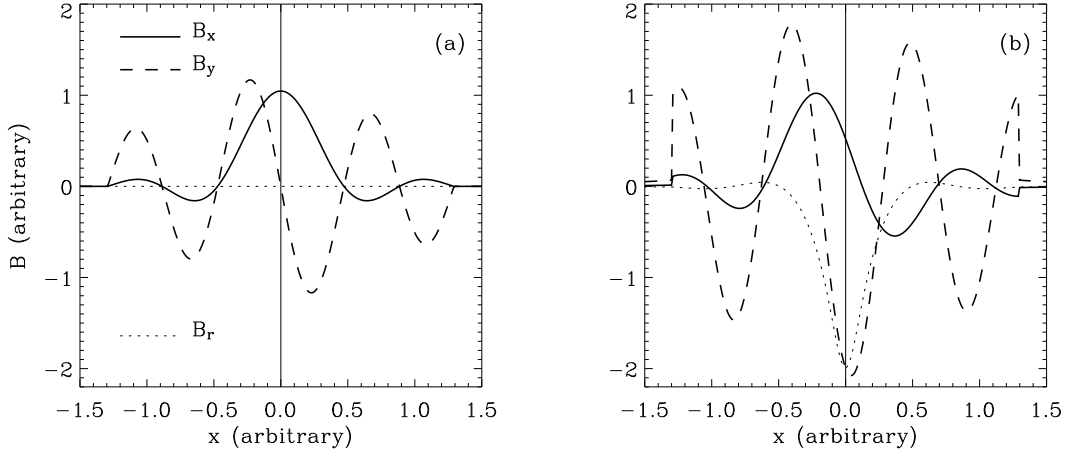


FIG. 4.3.: Modèle du vortex d'Alfvén : fluctuations du champ magnétique correspondantes à (a) monopole et (b) dipole dont l'angle entre l'axe du vortex et le champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  est  $\vartheta = 5^\circ$ .

au 3ème zéro de la fonction Bessel  $J_1$ . Les panneaux du haut (a) de la figure 4.1 correspondent au vortex aligné avec le champ magnétique et qui ne se propage pas. Les panneaux du bas (b) correspondent au vortex qui se déplace avec la vitesse  $u = 0.07$  et dont l'axe est incliné de  $4^\circ$  par rapport à  $z$ . On voit que  $A$  et  $J$  ont une forme mono-polaire quand l'axe du vortex est strictement parallèle à  $\mathbf{B}_0$ . Dans le cas d'une vitesse non nulle et d'un angle fini (b) la symétrie des fonctions  $A$  et  $J$  change, elles prennent une forme bi-polaire, et l'amplitude de  $A$  et de  $J$  augmente. Pour ces deux exemples, la figure 4.2 représente les lignes du champ magnétique dans le plan  $(x, y)$  pour  $z = 0$ . La figure 4.2a correspond au vortex avec l'axe aligné à  $z$  et la figure 4.2b, au vortex incliné bi-polaire. On voit que le vortex mono-polaire est de symétrie cylindrique. Le passage du satellite le long de la direction  $x$  à une distance finie à centre ( $y \neq 0$ ) à travers le vortex d'Alfvén de la figure 4.2a mesure les composantes  $B_x$  et  $B_y$  présentées sur la figure 4.3a. On voit que  $B_x$  (la composante le long de la trajectoire de satellite) est une fonction symétrique par rapport au centre du vortex, qui est indiqué par la ligne verticale. La composante  $B_y$  est une fonction antisymétrique par rapport au centre du vortex et le champ magnétique radial

$$B_r = B_x \frac{x}{r} + B_y \frac{y}{r} = B_x \frac{x}{r} + B_\eta \frac{\eta}{r}$$

est nul tout le long de la trajectoire. La figure 4.3b montre les mesures du champ magnétique suivant la même trajectoire le long de  $x$  à travers le vortex présenté dans la figure 4.2b. On voit que  $B_x$  et  $B_y$  ne sont plus des fonction symétriques par rapport au centre du vortex. Par contre, dans ce cas le champ radial est non nul, et

est symétrique par rapport au centre.

## 4.2. Comparaison avec les observations

Dans le chapitre 3, on a pu distinguer deux types des structures cohérentes dans le référentiel du champ et de la vitesse moyens,  $\mathbf{B}_0$  et  $\mathbf{V}_0$ , voir la figure 3.3 (les deux panneaux à gauche). La structure de la figure 3.3a ressemble aux fluctuations du vortex monopôle (aligné avec le champ et stationnaire dans le plasma) présentées sur les figure 4.3a ; et la structure de la figure 3.3b ressemble au dipôle (vortex incliné qui se propage avec une petite vitesse dans le plan approximativement perpendiculaire au champ), la figure 4.3b.

La structure cohérente de la figure 3.3a, la structure (a), possède une vitesse dans le plasma  $\mathbf{V}_\perp^a = (30, 50)$  km/s, perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$  ; et pour la structure de la figure 3.3b, structure (b), cette vitesse est  $\mathbf{V}_\perp^b = (40, 90)$  km/s (voir la section 3.2.2). Le module de la vitesse de la structure (a),  $\simeq 60$  km/s, est plus petit que celui de la structure (b),  $\simeq 100$  km/s, mais il n'est pas nul. En effet, en calculant les vitesses des structures dans le référentiel du plasma on a accumulé l'erreur des mesures de l'instrument CIS (15 km/s) et l'erreur de la méthode de *décalage temporel* (20 km/s). Ainsi, dans les limites des barres d'erreur ( $\pm 40$  km/s) la structure (a) peut être quasi-stationnaire dans le plasma, tandis que la structure (b) possède une vitesse finie. Cela est qualitativement en accord avec les propriétés des vortex présentées sur la figure 4.3.

L'inclinaison des structures cohérentes par rapport au champ magnétique peut être estimée avec les résultats de l'analyse de variance minimum [100]. Dans le chapitre 3, pour toutes les structures cohérentes, on a déterminé que l'angle entre  $\mathbf{e}_{min}$  et  $\mathbf{B}_0$  varie de 5 à 10 degrés. Déjà, le fait que les angles sont petits est en accord avec le modèle. Par contre, la différence entre les angles est de l'ordre de l'erreur de la détermination de ceux-ci. On ne peut donc pas conclure si la symétrie des composantes transversales du champ dans les structures cohérentes dépend de l'angle ou pas.

Pour les fluctuations magnétiques de la structure (a), j'ai fait l'ajustement entre ces formes d'onde et le champ magnétique du vortex monopôle ; i.e. dans les expressions (4.18)–(4.21) j'ai pris  $\xi \simeq 1$  et  $u = 0$

$$\begin{cases} \mathbf{B}_\perp = kA_0 J'_0(kr) \left( \frac{\eta}{r}, -\frac{x}{r} \right), & r < a \\ \mathbf{B}_\perp = 0, & r \geq a; \end{cases} \quad (4.22)$$

cela revient à la solution pour les fluctuations magnétiques transversales d'un modèle

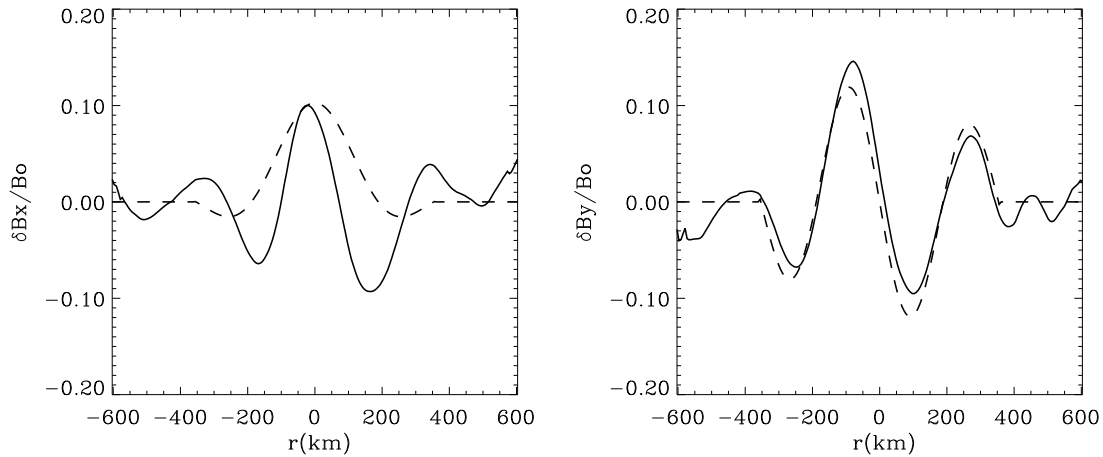


FIG. 4.4.: Comparaison entre les fluctuations observées (traits pleins) par le satellite C1 autour de 17:03:11 UT (le 3ème pic sur le scalogramme 3.1) et le modèle du vortex d'Alfvén (tirets).

de courant en équilibre magnétostatique que j'ai proposée dans [2], mais avec des fluctuations complètement localisées à l'intérieur du cercle de rayon  $a$ .

En faisant varier l'amplitude  $A_0 k$  des fluctuations au centre du vortex, le paramètre  $k$  et la distance minimale de la trajectoire de la sonde par rapport au centre de la structure  $h$  (paramètre d'impact), je trouve l'ajustement présenté dans la figure 4.4. Les observations sont montrées en traits pleins et le résultat de l'ajustement, en tirets. Ici les paramètres du modèle sont les suivants : l'amplitude  $\delta B/B_0 = kA_0 = 0.25$ , le paramètre des fonctions de Bessel  $1/k \simeq 50$  km, ce qui est de l'ordre de la longueur inertielle des protons. Le paramètre d'impact est  $h \simeq 50$  km et le paramètre  $a \simeq 350$  km, ce qui correspond au 2ème zéro de la fonction Bessel  $J_1$  :  $ka \simeq 7$  (c.f. l'expression (4.16)). Pour faire l'ajustement entre les données mesurées au cours du temps et les fluctuations spatiales du vortex stationnaire ( $u = 0$ ) j'ai utilisé la vitesse du plasma dans le plan perpendiculaire au champ  $\mathbf{B}_0$ . Comme l'on a vu à la fin du chapitre précédent, l'échelle caractéristique des structures cohérentes, qui correspond à l'échelle centrale de la bosse spectrale de la figure 2.4c, est  $d_0 = 480$  km (c.f. section 3.3). Le paramètre  $a$  déterminé ici est du même ordre de grandeur.

On voit sur la figure 4.4 que les formes d'ondes observées sont assez bien représentées par le modèle de vortex d'Alfvén.

Des vortex similaires ont été observés dans le plasma de l'ionosphère terrestre [14] et récemment dans les cornets polaires de la magnétosphère [103]. Ces vortex se développent dans un plasma inhomogène, quand la vitesse de dérive des particules est importante, il s'agit de *vortex d'Alfvén cinétique de dérive*, des solutions des

équations Hasegawa-Mima généralisées [96]. Dans le plasma de la magnétogaine la vitesse de dérive est de l'ordre de 1 km/s, ce qui est complètement négligeable, et le vortex d'Alfvén discuté dans ce chapitre est plus approprié.

Les modèles de courants alignés de forme gaussienne ou bien en équilibre magnéto-statique proposés dans [3, 2, 81] n'expliquent pas le caractère quasi-alfvénique ( $\mathbf{V}_\perp \sim \mathbf{B}_\perp$ ) des fluctuations observées. Par contre, le modèle de vortex d'Alfvén explique bien cela.

Dans le chapitre suivant on discutera des mécanismes possibles de formation de tels vortex.



# 5. Génération des vortex d'Alfvén

## 5.1. Conséquence de la turbulence anisotrope

Un phénomène bien connu dans des expériences hydrodynamiques est l'apparition de tubes de vorticité (voir la figure 5.1) qui possèdent un rayon de l'ordre de l'échelle la plus petite de la turbulence  $\lambda_0$  (l'échelle dissipative), mais leur longueur peut atteindre l'échelle la plus grande de la turbulence (l'échelle du forçage) [30].

Comme on l'a vu précedemment, les vortex d'Alfvén possèdent  $k_\perp$  fini et  $k_\parallel \simeq 0$ . Est ce que ces structures peuvent être la conséquence de la turbulence comme semblent l'être les tubes de vorticité dans la turbulence hydrodynamique ?

En effet, la turbulence en présence d'un champ  $\mathbf{B}_0$  fort est anisotrope et la cascade d'énergie se développe difficilement dans la direction parallèle au champ [31, 32]. On arrive à la situations où  $k_\parallel \simeq 0$ , ce qui correspond à des corrélations à grande portée dans la direction de  $\mathbf{B}_0$ , et la description de la turbulence faible tombe [32].

Récemment, au moyen de simulations numériques de la turbulence faible (3D MHD) il a été confirmé [12] que la cascade principale se développe dans le plan perpendiculaire au champ : l'énergie est exportée vers les  $k_\perp$ , mais pas vers les  $k_\parallel$ . Auparavant, ce cascade anisotrope, avec  $k_\perp \gg k_\parallel$ , a été déjà observé dans des simulations numériques de la turbulence forte en MHD et Hall MHD [94, 38, 65, 35, 68, 24].

Dans la magnétogaine le champ moyen est fort  $B_0 \sim 10\delta B$ , des structures cohérentes apparaissent quand le spectre des fluctuations est anisotrope et  $\beta \lesssim 2.5$  (voir le chapitre 2). Cela peut suggérer que le vortex d'Alfvén est une conséquence naturelle de la turbulence dans la magnétogaine.

## 5.2. Instabilité d'une onde d'Alfvén

Une autre source possible de génération des vortex d'Alfvén est l'instabilité d'une onde d'Alfvén d'amplitude finie.

La dynamique d'une onde d'Alfvén a été étudiée intensivement dans le cadre de la MHD, de la MHD Hall et via des simulations numériques [36, 108, 42, 13, 55, 56, 74].



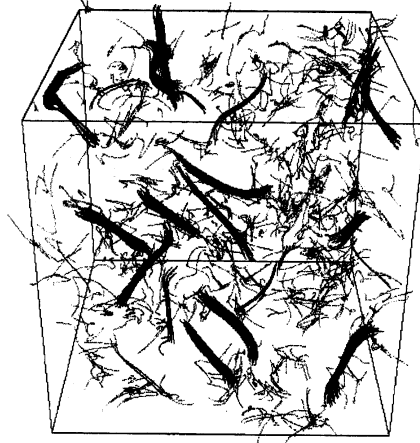


FIG. 5.1.: Filaments vortex intermittentes dans la turbulence hydrodynamique, simulations numériques 3-dimensionnelle [93] (la figure est tirée de [30]).

Dans le cas uni-dimensionnel, quand toutes les perturbations ne dépendent que de la variable le long du champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ , l'onde d'Alfvén d'amplitude finie ne peut subir qu'une instabilité longitudinale, l'instabilité de modulation, de décroissance ou de battement. Dans le cas tri-dimensionnel l'instabilité de modulation purement perpendiculaire est appelée l'instabilité de filamentation (l'instabilité transversale).

La stabilité unidimensionnelle de l'onde d'Alfvén a été le sujet de nombreuses études dans la littérature [54, 36, 108, 58, 46, 47]. Considérons une onde d'Alfvén dispersive ( $k_0, \omega_0$  vérifiant la relation de dispersion de [108], l'équation (5.12)) d'amplitude finie en propagation parallèle à  $\mathbf{B}_0$ . Quel effet sur le plasma peut-elle avoir? Supposons que dans le plasma il y a aussi une perturbation de densité  $\delta\rho$ , qui varie comme  $\exp[i(kx - \omega t)]$ , suivant  $\mathbf{B}_0$ <sup>1</sup>. L'onde d'Alfvén initiale (l'onde mère) peut battre avec  $\delta\rho$  et produire des ondes filles sur les fréquences  $\omega^\pm = \omega_0 \pm \omega$  avec les nombres d'onde  $k^\pm = k_0 \pm k$ . Ces ondes filles sont les nouveaux modes propres "de l'oscillateur forcé par  $\delta\rho$ ", ce sont des ondes dites longitudinales i.e. en propagation parallèle à  $\mathbf{B}_0$ .

Comme on l'a déjà discuté dans le chapitre 1 les ondes AIC générées dans la magnétogaine par l'anisotropie de température des ions possèdent une polarisation gauche (ondes résonant avec les ions). Dans la description fluide, l'onde d'Alfvén gauche à propagation parallèle au champ et dans un plasma à  $\beta \lesssim 1$  peut être soumise aux trois types d'instabilité longitudinale. Dans un plasma avec  $\beta > 1$ , il ne reste que l'instabilité de battement [108]. Différents types d'instabilité sont distingués en fonction du nombre d'onde  $k$  de la perturbation  $\delta\rho$ . Quand l'onde mère

---

<sup>1</sup> À la différence des autres chapitres, ici la direction du champ magnétique est suivant la direction  $x$ .

entre en résonance avec une onde sonore avec  $k < k_0$ , on dit qu'il s'agit d'une instabilité modulationnelle. Cette instabilité donne deux ondes d'Alfvén avec  $k^+$  et  $k^-$ , ou dans le cas de  $\beta \simeq 1$ , une onde d'Alfvén (avec  $k^-$ ) et une onde sonore (avec un vecteur d'onde  $k$ ). Toutes les ondes issues de l'instabilité de modulation se propagent dans la même direction que l'onde mère.

Si  $k > k_0$ , c'est l'instabilité de décroissance (ou décomposition), qui donne une onde sonore se propageant dans la direction de l'onde mère (direction positive) et une onde d'Alfvén ( $\omega^-, k^-$ ) de petite amplitude en propagation opposée mais toujours le long du champ magnétique ambiant (direction négative). L'instabilité de décomposition peut être très importante dans le développement de la turbulence MHD dans le vent solaire, comme source des ondes d'Alfvén en propagation opposée par rapport à la direction de propagation d'une onde initiale [25], [63].

Si les vecteurs d'ondes  $k_0$  et  $k$  sont proches, on parle de l'instabilité de battement. L'onde d'Alfvén initiale de grande amplitude génère deux ondes d'Alfvén de petite amplitude : une onde ( $\omega^+, k^+$ ) en propagation positive et une onde ( $\omega^-, k^-$ ) en propagation négative. L'instabilité de battement peut être aussi un bon candidat pour le développement de la turbulence MHD.

À partir de simulations numériques de type hybride (dont la description se trouve plus loin) il a été montré [107] que les effets cinétiques des ions, qui sont pris en compte dans la description hybride, changent les domaines des paramètres des instabilités longitudinales par rapport aux prédictions de la théorie fluide. En particulier, l'onde d'Alfvén gauche d'amplitude  $\delta B/B_0 \lesssim 0.8$  peut être déstabilisée par  $\delta\rho$  à  $k < k_0$  (l'instabilité de modulation) pour toutes les valeurs du  $\beta$  du plasma.

L'instabilité qui se distingue qualitativement est l'instabilité de filamentation [73, 72, 13, 55, 56, 74] : c'est la seule instabilité de l'onde d'Alfvén qui met en œuvre des ondes en propagation perpendiculaire au champ magnétique. On peut espérer avoir là des structures cohérentes localisées avec  $k_\perp \gg k_\parallel$ .

L'idée de cette instabilité est la suivante. Considérons une onde d'Alfvén dispersive d'amplitude finie, qui se propage le long du champ magnétique statique  $\mathbf{B}_0$  avec sa vitesse de phase  $V_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho}}$ , la vitesse d'Alfvén. S'il y a une perturbation de densité dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation, on voit que la vitesse de phase subit une perturbation dans le plan de l'onde :  $V_\varphi = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi(\rho+\delta\rho)}}$ .

Alors, les différentes parties du front d'onde commencent à se propager avec des vitesses différentes. Dans le cas d'une perturbation de densité maintenue, le front d'onde d'Alfvén subit un effondrement et des filaments magnétiques alignés avec la direction de propagation de l'onde initiale se forment, comme dans les simulations numériques [55, 56].

Dans la théorie fluide, l'onde d'Alfvén de polarisation gauche subit l'instabilité de

filamentation pour  $\beta > 1$ . Plus précisément, si  $\beta$  est défini comme

$$\beta = \frac{V_S^2}{V_A^2} = \frac{\gamma nk_B T}{2 B^2 / 8\pi} \quad (5.1)$$

l'instabilité de filamentation se développe pour  $\beta > \frac{V_\varphi^2}{V_A^2}$ , où  $V_\varphi = \frac{\omega_0}{k_0}$  est la vitesse de phase de l'onde d'Alfvén mère.

Quand les effets cinétiques sont pris en compte, le domaine des  $\beta$  instables s'élargit, par rapport aux prédictions de la théorie fluide. Plus précisément, quand  $T_e/T_i$  et/ou  $T_{e\perp}/T_{e\parallel}$  croissent, la valeur de  $\beta$  critique, à partir de laquelle l'instabilité de filamentation se développe, diminue. L'anisotropie des ions  $T_{i\perp}/T_{i\parallel} > 1$  freine le développement de l'instabilité; par contre l'abondance des particules  $\alpha$  élargit la domaine des paramètres de filamentation [74].

### 5.2.1. Observations des ondes d'Alfvén dans la magnétogaine

Pour créer des filaments par l'instabilité de filamentation, l'ingrédient le plus important est l'onde d'Alfvén d'amplitude finie. Comme on l'a vu, une onde monochromatique est un phénomène rare dans la magnétogaine, mais il y a toutefois quelques exemples rapportés dans la littérature, que l'on peut comparer aux conditions de l'instabilité de filamentation [52, 3]. L'onde AIC décrite dans [52] possède une polarisation gauche, la longueur d'onde estimée par l'écart temporel entre les satellites ISEE1 et ISEE2 est de l'ordre de 900 km, ce qui représente  $\simeq 20c/\omega_{pi}$  pour les paramètres du plasma observé. Ainsi, le vecteur d'onde est de l'ordre de  $kc/\omega_{pi} \sim 0.3$ . De plus le paramètre  $\beta \simeq 2.7$ , ce qui est favorable à l'instabilité de filamentation [55].

L'onde d'Alfvén observée par les quatre satellites Cluster le 31 mars 2001 [3] est une onde en propagation parallèle, qui possède une polarisation gauche, une amplitude relative  $\delta B/B_0 \sim 0.15$ , une longueur d'onde  $\lambda \simeq 10c/\omega_{pi}$  et une fréquence dans le référentiel du plasma  $\omega_0 \simeq 0.4\Omega_{cp}$ . On voit que l'onde observée est dispersive. Le paramètre  $\beta$  total du plasma pour cette période est 1.1, et ainsi les conditions de l'instabilité de filamentation sont vérifiées [55, 74]. L'observation des vortex dans la magnétogaine le même jour, 31 mars 2001, est un argument observationnel en faveur du scénario de leur génération via cette instabilité.

Comme on l'a déjà rappelé plusieurs fois, des ondes d'Alfvén monochromatiques sont rarement observées dans la magnétogaine. Cependant, il n'est pas exclu que l'effondrement d'une onde d'Alfvén par l'instabilité de filamentation se passe tellement vite qu'on n'observe pas l'onde "mère", mais seulement le résultat de l'instabilité, des vortex localisés. On peut tester ce scénario en utilisant des simulations numériques.

### 5.2.2. Simulation hybride de la dynamique d'une onde d'Alfvén

On étudie la dynamique d'une onde d'Alfvén dispersive dans les conditions les plus proches de celles observées le 31 mars 2001 en utilisant le code hybride bi-dimensionnel développé par Alan Matthews [66] et parallélisé par Petr Hellinger.

#### Approximation hybride du plasma

L'approximation hybride du plasma décrit les ions comme des particules et les électrons comme un fluide. Les ions sont décrits par des fonction de distribution qui vérifient l'équation de Vlasov

$$\frac{df_i}{dt} = \frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{a} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (5.2)$$

avec

$$\mathbf{a} = \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (5.3)$$

où  $q$  et  $m$  sont la charge et la masse du proton respectivement. Par contre, pour les électrons, l'équation fluide suivante est utilisée :

$$\nabla p_e + qN(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) = 0 \quad (5.4)$$

où l'on a posé  $m_e = 0$  (fluide sans masse). L'équation de Poisson est remplacée par l'équation de quasi-neutralité

$$N_e = N_i \equiv N. \quad (5.5)$$

Les moments de la fonction de distribution des électrons, qui interviennent dans l'équation (5.5), la densité  $N = N_e \equiv \int f_e d^3v$ , le flux  $N\mathbf{u}_e \equiv \int \mathbf{v} f_e d^3v$  et la pression  $\bar{p}_e \equiv \int (\mathbf{v} - \mathbf{u}_e)(\mathbf{v} - \mathbf{u}_e) f_e d^3v$ , sont supposés être isotropes, c.à.d.  $(p_e)_{ij} = p_e \delta_{ij}$ . Nous fermons le système pour le fluide électronique en imposant une équation d'état isotherme

$$p_e = Nk_B T_e \text{ avec } T_e = \text{const} \quad (5.6)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann et  $T_e$  la température du fluide électronique (très souvent la fermeture se fait avec une loi polytrophe mais les différences par rapport au cas isotherme sont généralement minimales).

L'évolution des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  est déterminée par les équations de Maxwell, sans le courant de déplacement  $\varepsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$  ce qui revient à exclure les ondes électromagnétiques se propageant à la vitesse de la lumière. Retenir ces ondes serait incohérent avec l'objectif de retenir uniquement les oscillations aux échelles caractéristiques du

mouvement de gyration des protons. Les équations pertinentes sont donc l'équation d'Ampère :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} = \mu_0 q N (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) \quad (5.7)$$

et l'équation de Faraday :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (5.8)$$

### Code hybride

Comme on l'a déjà dit, les protons et les électrons sont traités de façon différente dans l'approximation hybride. Dans le code hybride ceci est possible en raison du fait que les protons sont beaucoup plus lourds que les électrons et que les échelles temporelles et spatiales associées aux électrons sont donc beaucoup plus petites que celles associées aux protons.

Dans le code hybride les électrons sont soumis aux équations (5.4), (5.5), (5.6) et (5.7). Pour les ions, le code hybride résout l'équation de Vlasov (5.2) de manière à économiser le temps de calcul : on suit des "macroparticules" qui obéissent aux équations du mouvement

$$\frac{d\mathbf{r}_j}{dt} = \mathbf{v}_j \quad (5.9)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_j}{dt} = \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_j \times \mathbf{B}); \quad (5.10)$$

ces équations sont les caractéristiques de l'équation de Vlasov.

Les champs  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $N$  et  $\mathbf{J}$  sont définis sur une grille, formant des cellules, à l'intérieur desquelles les particules se déplacent en fonction des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ . On parle alors de codes PIC (de "Particles In Cell"). Ce traitement est beaucoup plus économique du point de vue du calcul numérique, mais il a l'inconvénient d'être beaucoup moins précis dans la description de la fonction de distribution  $f_i(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$ , le nombre d'ions n'étant généralement pas assez grand pour gommer les fluctuations statistiques. Celles-ci sont donc beaucoup plus importantes dans les simulations PIC utilisés ici que dans les plasmas réels ou dans les simulations Vlasov.

Au début de chaque pas de temps, la densité  $N$  et le courant  $\mathbf{J}$  sont déterminés à partir des positions et des vitesses des particules interpolées sur les points du maillage. Les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  sont ensuite calculés à l'aide des équations (5.7) et (5.8). Ensuite, les positions et les vitesses des particules sont modifiées par l'intégration des équations du mouvement de la particule dans le champ électromagnétique ainsi déterminé. Ce temps d'intégration  $\delta t$  doit être court devant les temps caractéristiques des protons, la période de gyration  $\Omega_{ci}^{-1}$  et le temps de traversée d'une cellule par les

protons les plus rapides. Les nouvelles positions et vitesses des particules sont ensuite utilisées pour déterminer la densité et le courant pour préparer le prochain pas de temps. Une description détaillée de l'algorithme peut être trouvée dans l'article de A. Matthews [66]. Notons, que les unités du code hybride sont

$$t\Omega_{ci}, \frac{\omega_{pi}}{c}(x, y), B/B_0, V/V_A. \quad (5.11)$$

### Conditions aux limites

Pour simuler l'évolution d'une onde d'Alfvén cohérente en propagation parallèle au champ  $\mathbf{B}_0$  dans deux dimensions spatiales, on a utilisé les conditions de type périodique : on suppose que le domaine de simulation se répète périodiquement dans chaque dimension des simulations. Le système est topologiquement équivalent à un tore, qui ne possède pas véritablement de limites.

On choisit la longueur perpendiculaire de la boîte de simulations égale à deux fois la longueur parallèle :  $L_x = N_x \Delta x$  et  $L_y = N_y \Delta y$  avec un nombre des cellules dans la boîte des simulations  $N_x = 128$ ,  $N_y = 2N_x$  et une résolution spatiales  $\Delta x = \Delta y = 0.4$ . La résolution temporelle est  $\Delta t = 0.04$ . On utilise 128 macroparticules par cellule.

### Conditions initiales

Les simulations sont initialisées avec une onde d'Alfvén uniforme de polarisation gauche en propagation parallèle, d'amplitude  $\delta B/B_0 = 0.2$  avec  $k_0 \simeq 0.5$  et la fréquence  $\omega_0 \simeq 0.4$ . Cette dispersion, choisie comme la plus proche à celle observée, vérifie bien la relation de dispersion de l'onde d'Alfvén avec le vecteur d'onde parallèle au champ magnétique en approximation Hall MHD [108] :

$$\omega = \sigma \frac{k^2 V_A^2}{2\Omega_i} + k V_A \sqrt{1 + \frac{k^2 V_A^2}{4\Omega_i^2}}. \quad (5.12)$$

où  $\sigma = \pm 1$ , le + correspond à l'onde polarisée à droite ( $D$ ), le - correspond à l'onde polarisée à gauche ( $G$ ). Cette relations dispersion est présenté sur la figure 5.2.

Le champ magnétique est  $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_x + B_\perp \mathbf{e}_\perp$  avec  $B_0 = 1$  ; les fluctuations transversales sont définies comme

$$B_y = \delta B \cos(k_0 x), \quad B_z = \delta B \sin(k_0 x);$$

la relation entre les fluctuations de vitesse et de champ magnétique pour une onde se propageant le long du champ  $\mathbf{B}_0$ , comme l'on observe dans la magnétogaine, est

$$V_\perp = -\frac{\omega_0}{k_0} B_\perp.$$

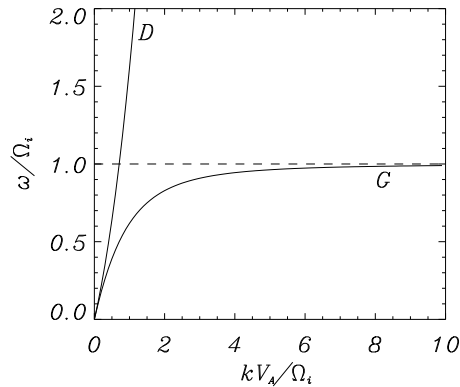


FIG. 5.2.: La relation de dispersion (5.12) pour  $\sigma = \pm 1$ , le + correspond à l'onde polarisée à droite ( $D$ ), le - correspond à l'onde polarisée à gauche ( $G$ ).

On suppose la densité du plasma initialement homogène. La température des ions et des électrons est introduite à l'aide des  $\beta_i = 0.8$  et  $\beta_e = 0.3$  respectivement.

La figure 5.3 (à gauche) montre les contours 2D de la boîte de simulation de la composante  $B_y$  au temps initial; on y voit l'onde mère avec  $k_0 = \frac{2\pi n_0}{L_x} = 0.49$  et  $n_0 = 4$ . La figure 5.3 (au centre) montre la distribution initiale de la densité dans la boîte, qui est uniforme. La figure 5.3 (à droite) montre la fonction de distribution des ions, Maxwellienne au début de la simulation.

### Évolution temporelle

A priori, l'onde d'Alfvén dispersive d'amplitude finie est en équilibre, mais comme on l'a déjà discuté, elle peut être déstabilisée par l'onde compressive de petite amplitude. Initialement, on n'a pas généré une onde sonore. Ainsi, on fait des simulations assez longues ( $T_{max} = 1000 \Omega_{ci}^{-1}$ ) pour pouvoir suivre le développement d'une onde sonore  $\delta\rho$ , puis pour suivre l'évolution de l'onde d'Alfvén en présence de la perturbation  $\delta\rho$ .

La figure 5.4 montre l'évolution temporelle de la composante  $B_y$  dans un point du plan des simulations. On voit que l'onde d'Alfvén initiale est stable jusqu'au temps  $t_* \simeq 150 \Omega_{ci}^{-1}$ ; ensuite elle devient instable. Vers le temps  $t_1 \simeq 250 \Omega_{ci}^{-1}$  elle disparaît.

La figure 5.5 montre les contours 2D de  $B_y$  et  $\rho$ , puis les fonctions de distribution pour les temps  $t_1$  et  $t_2$  indiqués dans la figure 5.4, et pour le temps final des simulations. A partir des contours 2D on ne voit que la dynamique le long de  $\mathbf{B}_0$ : le nombre de périodes de l'onde dans la direction  $x$  décroît et la densité n'est plus uniforme dans la boîte, l'onde de densité en propagation parallèle apparaît. On ne voit

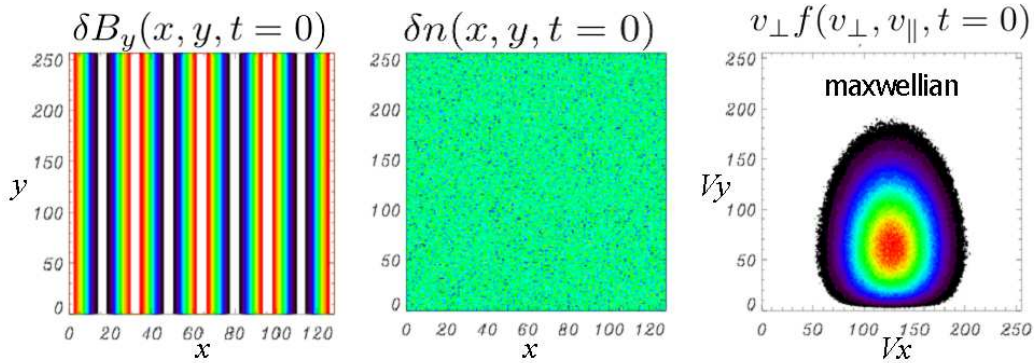


FIG. 5.3.: Au temps initial des simulations : l'onde d'Alfvén en propagation parallèle à  $x$  (et donc parallèle à  $\mathbf{B}_0$ ) (gauche), la distribution de la densité dans la boîte de simulation (centre), la fonction de distribution des vitesses des ions (droite).

pas de formation de structures alignées avec l'axe  $x$  et localisées dans la direction  $y$ , i.e.  $k_x \ll k_y$  comme on l'attend pour les vortex.

En effet, au lieu de l'instabilité transversale, l'onde mère subit une instabilité de modulation. Regardons cela plus en détail.

### Fluctuations en propagation parallèle à $\mathbf{B}_0$

À partir du temps  $t_*$  on observe une croissance des ondes sonores parallèles de grande longueur d'onde. Cela est illustré par l'évolution de l'amplitude de Fourier

$$\hat{\rho}(n_x, n_y, t) \propto \sum_i \sum_j \rho(x_i, y_j, t) \exp\left(2\pi i \left(\frac{n_x x_i}{L_x} + \frac{n_y y_j}{L_y}\right)\right) \quad (5.13)$$

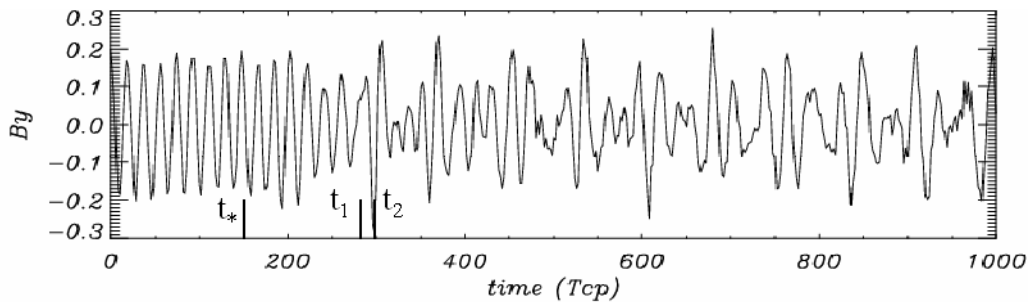


FIG. 5.4.: L'évolution temporelle de la composante  $B_y$  (perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ ) dans un point du plan des simulations ; les barres indiquent les temps  $t_* = 150$ ,  $t_1 = 280$  et  $t_2 = 300$ .



## 5. Génération des vortex d'Alfvén

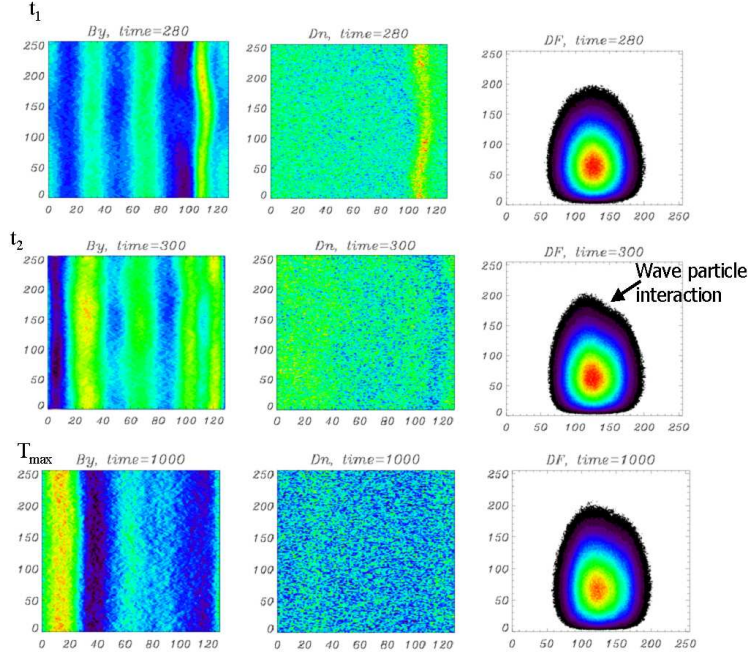


FIG. 5.5.: Pour trois temps fixés, les temps  $t_1$  et  $t_2$  indiqués dans la figure 5.4 et le temps final des simulations, les contours 2D des fluctuations du champ et de la densité, et les fonctions de distribution des protons.

des quatre modes avec  $k_x = \frac{2\pi n_x}{L_x}$  où  $n_x = 1 - 4$  et  $k_y = \frac{2\pi n_y}{L_y} = 0$  (figure 5.6b). La figure 5.6a représente l'évolution de la composante de Fourier  $\hat{B}_y(n_x, n_y, t)$  (expression (5.13)) pour les mêmes modes parallèles ( $n_x = 1 - 4$ ). L'onde initiale est représentée ici par le trait plein. Parmi les ondes filles, représentées par différents types des ligne, les plus énergétiques sont celles avec  $k_x = 0.37$  ( $n_x = 3$ ) et  $k_x = 0.24$  ( $n_x = 2$ ). On verra plus bas que les ondes parallèles avec des vecteurs d'onde plus grands que  $k_0$  n'ont pas été générées.

En effet, l'interaction de l'onde sonore  $k_x = 0.12$  ( $n_x = 1$ ) avec l'onde initiale  $k_0 = 0.49$  ( $n_x = 4$ ) donne naissance à l'onde avec  $k_x = 0.37$  ( $n_x = 3$ ). De même, l'onde sonore  $k_x = 0.24$  ( $n_x = 2$ ) donne naissance à l'onde avec  $k_x = 0.24$  ( $n_x = 2$ ). Autrement dit, la fluctuation de densité qui entre en résonance avec l'onde mère possède  $k < k_0$  et les ondes filles ont un vecteur d'onde  $k^- = k_0 - k$ . On observe donc l'instabilité de modulation, quand une onde sonore et une onde d'Alfvén ("lower sideband") sont générées.

Sur la figure 5.7 les spectres des fluctuations en propagation parallèle,  $(\omega, k_x)$  et  $k_y = 0$ , de la composante  $B_y$  du champ magnétique (à gauche) et de la densité (à droite) sont présentés. L'onde initiale est désignée par le carré sur la figure 5.7 (à

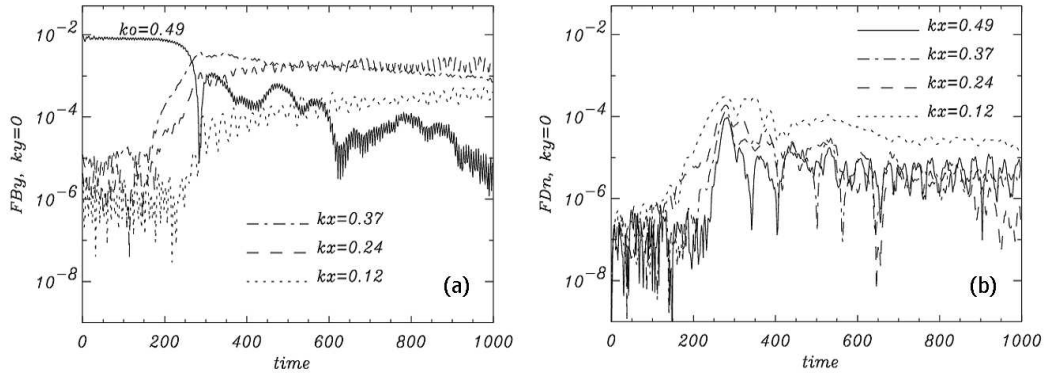


FIG. 5.6.: Évolutions temporelle des modes Fourier des (a) fluctuations magnétiques et (b) fluctuations de la densité pour  $k_y = 0$  et  $k_x = 0.12, 0.24, 0.37, 0.49$ . L'onde d'Alfvén mère correspond à  $k_0 = 0.49$ .

gauche). On voit que les ondes générées sur les vecteurs d'onde tels que  $k < k_0$  se trouvent sur la branche d'onde d'Alfvén, la conséquence attendue de l'instabilité de modulation. Par contre, dans la théorie fluide l'instabilité de modulation ne se développe pas pour les conditions initiales utilisées ici ( $\beta > 1$ ). D'autre part, comme on l'a déjà discuté, des effets cinétiques ioniques, pris en compte dans le code hybride, suppriment les conditions sur  $\beta$ . Cela été montré par Vasquez [107] en utilisant le code hybride uni-dimensionnel. L'étude d'un cas particulier dans la géométrie à 2 dimensions, effectuée ici, a donc confirmé ces résultats.

### Fluctuations en propagation oblique

Dans les simulations effectuées, les modes purement perpendiculaire (avec  $k_x = 0$ ) n'ont pas été générés ; par contre, des modes obliques sont observés. La figure 5.8 montre l'espace de Fourier  $(\omega, k_y)$  pour  $k_x$  fixée à la valeur 0.12, le plus petit vecteur d'onde non-nul. La figure 5.8 (à gauche) correspond à des fluctuations magnétiques  $B_y$  et la figure 5.8 (à droite), à des fluctuations de la densité. La courbe notée par la lettre  $F$  correspond au mode magnéto-sonore rapide et par  $S$ , au mode lent

$$\omega_{F,S}^2 = \frac{k^2(1 + \beta/2)}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2k_x^2\beta}{k^2(1 + \beta/2)^2}} \right). \quad (5.14)$$

La courbe  $KAW$  indique le mode d'Alfvén cinétique [11] :

$$\omega = k_x \sqrt{1 + k_y^2\beta/2}. \quad (5.15)$$

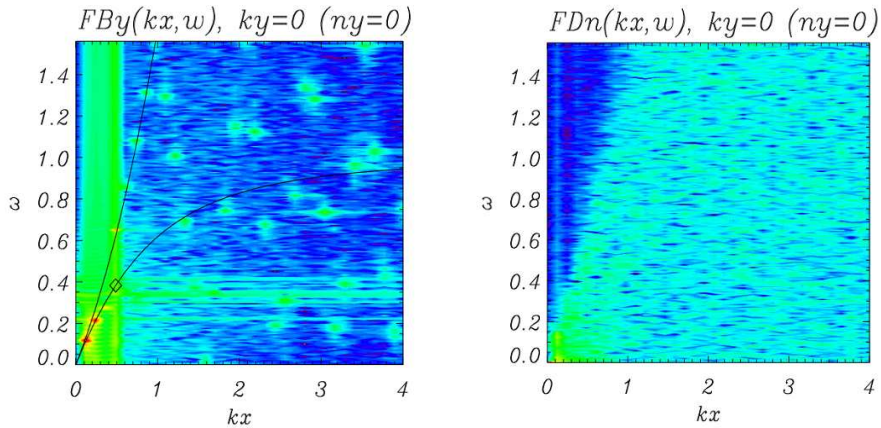


FIG. 5.7.: Spectres Fourier  $(\omega, k_x)$ , avec  $k_y = 0$ , des fluctuations magnétiques transversales  $B_y$  et de la densité.

Dans les relations de dispersion (5.14) et (5.15), les fréquences sont normalisées à  $\Omega_{ci}$  et les vecteurs d'onde, à  $c/\omega_{pi}$ .

On voit que les modes magnéto-sonore rapide et Alfvén cinétique pour  $0 < k_y \lesssim 1$  dominant dans les deux spectres de fluctuations. Pour les  $k_y > 1$ , les fluctuations observées dévient de la courbe théorique *KAW*. Ainsi, on observe la superposition d'ondes magnéto-sonore rapide et Alfvén cinétique, mais il n'existe pas une onde monochromatique, ni même une structure avec  $k_y$  finie et  $\omega = 0$ , qui domine le spectre parmi ces fluctuations obliques.

### Bilan des simulations hybrides 2D

L'étude de la dynamique d'une onde d'Alfvén avec les propriétés d'une onde AIC observée dans la magnétogaine, via les simulations numériques de type hybride, montre que cette onde est effectivement instable. Par contre, à la place de l'instabilité de filamentation, c'est l'instabilité de modulation qui se développe. Comme on l'a déjà dit, dans la théorie fluide l'instabilité de modulation ne se développe que pour  $\beta < 1$ , mais des effets cinétiques ioniques suppriment cette condition et l'onde d'Alfvén de polarisation gauche subit l'instabilité de modulation pour tout les  $\beta$  [107].

Ainsi, dans le cas étudié ici ( $\beta = 1.1$ ), l'instabilité de modulation entre en compétition avec l'instabilité de filamentation, et la première gagne. Dans nos simulations il y a toutefois une disposition à une instabilité transversale : des modes obliques se développent (figure 5.8).

La figure 5.9 montre l'évolution temporelle de l'énergie magnétique des ondes en

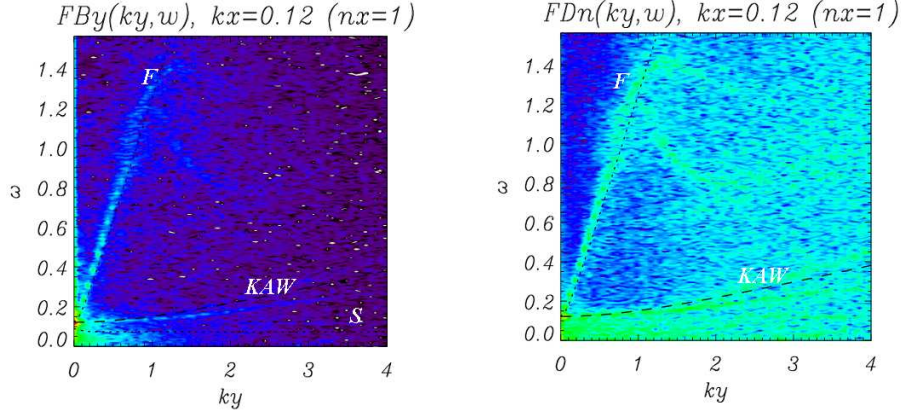


FIG. 5.8.: Spectres Fourier  $(\omega, k_y)$ , avec  $k_x = 0.12$ , des fluctuations magnétiques transversales  $B_y$  et de la densité.

propagation parallèle à  $\mathbf{B}_0$  (trait plein) et de l'énergie transversale, i.e. l'énergie des modes avec  $k_y \neq 0$ , (trait en tiret) dans la boîte des simulations :

$$E_M^{\parallel} = \sum_{n_x} \delta \hat{B}^2(n_y = 0), \quad E_M^{\perp} = \sum_{n_x} \sum_{n_y \geq 1} \delta \hat{B}^2 \quad (5.16)$$

où  $\delta \hat{B}$  est la transformation de Fourier de

$$\delta B = \sqrt{(B_x - 1)^2 + B_y^2 + B_z^2}. \quad (5.17)$$

On voit que l'énergie des modes obliques augmente pendant la simulation mais elle reste toujours beaucoup plus petite (de plusieurs ordres de grandeur) que l'énergie des modes parallèles.

J'ai effectué quelques autres simulations en augmentant chaque fois la dimension perpendiculaire de la boîte,  $N_y = 3N_x, 4N_x, 5N_x$ , la résolution spatiale étant toujours  $\Delta y = 0.4$ . Avec l'augmentation de  $N_y$ , les processus décrits ici se développent plus vite, mais il n'y a pas de changement qualitatif : l'énergie des modes obliques reste toujours beaucoup plus petite que l'énergie des ondes parallèles.

Les simulations pour  $\beta$  deux fois plus grand ou deux fois plus petit que dans la simulation présentée ci-dessus ne montrent pas de changement qualitatif des résultats. Cela peut être expliqué par le fait que le rapport  $\beta_i/\beta_e \simeq 2.7$  reste toujours le même. D'après [107], quand les effets cinétiques des ions sont importants ( $T_i/T_e > 1$ ), l'instabilité de modulation longitudinal avec la génération d'une onde d'Alfvén ( $\omega^-, k^-$ ) domine, ce qui est en accord avec nos résultats. Pour les simulations futures, il faudrait déterminer les valeurs de  $\beta_i/\beta_e$  correspondant aux observations des vortex d'Alfvén dans la magnétogaine.

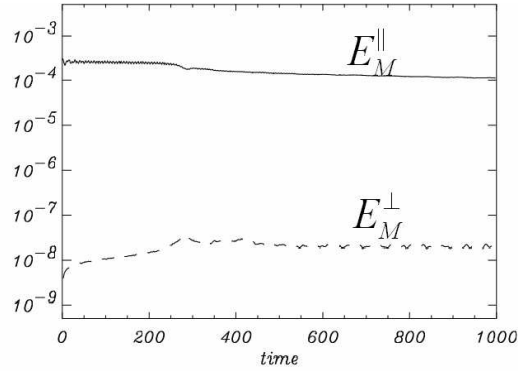


FIG. 5.9.: L'évolution temporelle de l'énergie magnétique des ondes en propagation parallèle  $E_M^{\parallel}$  et l'énergie des ondes en propagation oblique  $E_M^{\perp}$  dans la boîte des simulations. Ici le temps est en période cyclotronique des protons  $\Omega_{pi}^{-1}$ .

On pense que le développement des modes purement perpendiculaires (qui vont déstabiliser l'onde mère et produire la filamentation) est empêché par l'absence de la deuxième direction perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ . D'autre part, cette absence du plan perpendiculaire empêche la création du vortex, qui est défini dans ce plan. Il faudrait faire des simulations 3D pour vérifier l'importance de l'instabilité de filamentation dans la génération des vortex.

## 6. Conclusion

L'essentiel des études consacrées à ce que l'on appelle habituellement la "turbulence" dans la magnétogaine en aval du choc quasi-perpendiculaire, tant du point de vue observationnel que théorique, vise à comprendre les mécanismes de relaxation de l'anisotropie des températures produite dans le plasma soit au cours de la traversée du choc terrestre soit au cours de son écoulement autour de la magnétopause. Le fait que ce plasma soit généralement observé dans un état proche d'un état marginalement stable pour les principales instabilités linéaires suggère fortement qu'un mécanisme quasi linéaire est à l'oeuvre pour maintenir la stabilité marginale. Les simulations numériques de [41, 40] illustrent bien la compétition entre production d'anisotropie dans un élément de plasma qui se comprime en approchant de la magnétopause et la relaxation quasilinear pour maintenir la stabilité marginale.

Il est clair que, dans ce contexte, le point le plus important est de retrouver dans les observations les modes linéaires les plus instables pour les fonctions de distributions observées. Ceci est conforté par le fait que dans le domaine d'échelle temporelle où ces modes sont attendus, les spectres des fluctuations magnétiques ont des formes variables d'événement en événement, ce qui suggère un comportement dominé par les instabilités linéaires qui créent ces fluctuations.

J'ai brièvement résumé dans l'introduction les résultats obtenus par ces travaux ; ce que je voudrais souligner ici, c'est que les périodes où cette identification a pu être menée à bien ne représentent qu'une faible portion des données disponibles dans la magnétogaine. Le reste du temps, on a affaire à des fluctuations avec des spectres où il semble difficile d'isoler un mode particulier.

De plus, quand on examine ces spectres sur un domaine de fréquence suffisamment grand, (typiquement trois ou quatre décades) autour de la fréquence cyclotron des protons, un comportement plus général apparaît, avec un spectre en  $f^{-1}$  pour  $f/f_{cp} < 1$ , en  $f^{-3}$  pour  $f/f_{cp} > 1$ , et, lorsque  $\beta$  n'est pas trop grand, une "bosse" vers  $f/f_{cp} \sim 1$ . Comme je l'ai souligné dans le chapitre 2, cette constatation repose sur une base statistique qui devient significative : les premiers travaux de [80, 79, 82] ont été confirmés par les études statistiques de [20], ainsi que par la nôtre, décrite dans le chapitre 2.

Il semble donc que la physique de la "turbulence" dans la magnétogaine soit plus riche que les interactions particules chargées-modes linéaires instables qui sont

décrites par la théorie quasilinéaire. Des interactions non-linéaires entre modes répartissent l'énergie produite par les instabilités sur un domaine très large d'échelles spatiales ou temporelles : on peut effectivement parler de turbulence.

Comme l'amplitude relative des fluctuations magnétiques est faible  $\delta B/B_0 \sim 0.1$ , il semble naturel de décrire la turbulence de la magnétogaine comme une turbulence d'ondes (ou turbulence faible) formée par la superposition de trains d'ondes dispersives de faible amplitude (c.f. par exemple [69], [32], [86]) avec des phases et des amplitudes indépendantes d'un train d'onde à l'autre (approximation des phases aléatoires). Toutefois, comme l'a montré Newell [69], une des prédictions de cette théorie est que les fluctuations se maintiennent dans un état statistique proche de l'état gaussien, sauf pour les grands ou petits vecteurs d'onde limitant le domaine turbulent.

J'ai montré dans le chapitre 2 de cette thèse que cela n'est pas ce qui est observé sauf dans de rares périodes comme celle où une onde d'Alfvén bien cohérente est visible, excitée par l'anisotropie des particules  $\alpha$  créée au passage du choc.

Dans la plupart des cas, la turbulence est en fait intermittente. Le résultat principal de cette thèse, qui prolonge une première observation par Rezeau et al. [81] près de la magnétopause, est la démonstration que cette intermittence s'exprime par la présence de structures cohérentes. Ces structures ont la forme de vortex d'Alfvén allongés le long du champ magnétique moyen et de section comparable à  $10c/\omega_{pi}$ . S'agit-il là de l'intermittence liée à la turbulence d'ondes ? A priori, cela semble douteux car ce sont les vortex qui forment la bosse spectrale observée au voisinage de  $f_{cp}$ , loin des échelles limitant le domaine "turbulent". En fait, il m'est impossible de répondre à cette question dans l'état actuel des observations. On peut en effet imaginer que l'effet Doppler qui affecte les observations déplace la position de la bosse par rapport à ce qui serait observé dans le référentiel du plasma.

D'autre part, la génération des structures avec  $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$  est aussi prévue dans la turbulence forte [32].

Quoi qu'il en soit, la présence de structures non-linéaires comme les vortex d'Alfvén indique que la turbulence dans la magnétogaine n'est pas qu'un mélange incohérent d'ondes planes, mais au moins la superposition d'une telle turbulence d'ondes et de structures cohérentes.

Ces résultats apportent un éclairage nouveau sur la turbulence dans la magnétogaine, et suggèrent que son étude en tant qu'exemple de situation turbulente peut contribuer à une compréhension de ce qui peut se passer dans d'autres contextes – soit dans les plasmas de fusion, soit en astrophysique.

Une des questions importantes qui se posent alors est : qu'est ce qui rend la magnétogaine si particulière ? Pourquoi la turbulence dans la magnétogaine est-elle différente

---

de celle du vent solaire, où il semble que les non-linéarités sont diminuées du fait de la forte prépondérance des ondes d'Alfvén se propageant dans la direction anti-solaire. Le spectre des fluctuations du vent solaire possède aussi une cassure [101] que l'on peut expliquer par un changement de régime de la turbulence : passage du domaine alfvénique au domaine des whistlers et ondes sonores, mais, à ma connaissance, des spectres avec une bosse n'ont jamais été observés dans le vent solaire. J'envisage d'étudier ce problème en analysant des données d'autres sondes spatiales : WIND, ULYSSES et celles des missions futures comme STEREO.

Quelques éléments de réponse peuvent être immédiatement avancés : l'effet du champ moyen est beaucoup plus fort dans la magnétogaine, l'écoulement du plasma est confiné par la présence de la magnétosphère, il existe une source locale d'énergie turbulente sous forme d'anisotropie des distributions de particules, qui modifie aussi les propriétés dispersives linéaires du milieu.

Il serait important d'évaluer la contribution de ces différents effets, ainsi que celles d'autres phénomènes physique non mentionnés ici.

Il reste encore beaucoup à faire pour cela. La première chose est évidemment d'exploiter au maximum les données obtenues par la mission Cluster. Une étude statistique la plus complète possible des traversées de magnétogaine permettrait d'établir de manière irréfutable les propriétés "universelles" des spectres de fluctuations et de révéler le ou les paramètres physiques qui règlent l'apparition des vortex dans la magnétogaine.

Dans ce travail de thèse j'ai proposé l'instabilité de filamentation d'une onde d'Alfvén d'amplitude finie comme un mécanisme possible de génération des vortex. Mais nous avons vu que des ondes d'Alfvén monochromatiques sont rarement observées dans la magnétogaine. Cependant, il n'est pas exclu que l'effondrement d'onde d'Alfvén par l'instabilité de filamentation se passe tellement vite qu'on n'observe pas l'onde "mère", mais seulement le résultat de l'instabilité, des vortex localisés. Cela reste à confirmer. Les simulations numériques bi-dimensionnelles de l'évolution d'une onde d'Alfvén dispersive que j'ai décrites dans le chapitre 5 ne confirment pas ce scénario mais on ne peut pas réellement conclure avant de faire des simulations tri-dimensionnelles pour établir le rôle de cette instabilité dans la génération des vortex. C'est ce que j'envisage de faire rapidement grâce au code hybride 3D parallélisé développé par P. Hellinger et P. Travnicek.

Une fois établies de manière indubitable les conditions d'apparition des vortex dans la magnétogaine terrestre ainsi que le mécanisme physique à l'origine, ces résultats peuvent être appliqués dans un contexte astrophysique plus général. Par exemple ce mécanisme pourrait s'appliquer aux CME<sup>1</sup> ou aux supernovæ pour lesquels des chocs

---

<sup>1</sup>CME : *Coronal Mass Ejection*.



## 6. Conclusion

---

non-collisionnels accélèrent des particules chargées jusqu'à de très hautes énergies. Le mécanisme d'accélération, l'accélération de Fermi, est basé sur les réflexions des particules entre deux parois magnétiques formées par le champ en amont et les fluctuations incohérentes en aval. Ce modèle requiert des modifications substantielles si des structures régulières comme des vortex d'Alfvén sont présentes en aval des chocs non-collisionnels de manière générale.

# A. Vortex d'Alfvén bi-dimensionnel dans un plasma

Dans les manuels de physique des plasmas on trouve souvent des discussions sur les équations de la magnétohydrodynamique (MHD) idéale linearisées, et ses solutions sous la forme d'ondes d'Alfvén et d'ondes magnéto-sonores rapides et lentes, qui sont donc des ondes linéaires.

Ici, on s'intéresse aux ondes d'Alfvén non-linéaires localisées dans le plan transversal au champ magnétique moyen, qui portent le nom de "vortex d'Alfvén" [76].

## A.1. Équations pour les vortex d'Alfvén

Les hypothèses qui sont à la base de la dérivation du champ d'une onde d'Alfvén non-linéaire localisée sont les suivantes :

1. le plasma est incompressible (densité  $\rho = const$ ) ;
2. les fluctuations du champ magnétique et de la vitesse le long du champ magnétique statique  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}$  sont plus petites que les fluctuations transversales :  $\delta B_z \ll \delta B_\perp$  et  $\delta V_z \ll \delta V_\perp$  ;
3. les fluctuations transversales du champ magnétique et de la vitesse sont petites par rapport au champ moyen  $B_0$  et à la vitesse d'Alfvén  $V_A$  respectivement ;
4. les fluctuations sont localisées dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$  :  $\partial_z \ll \nabla_\perp$  ;
5. ces fluctuations sont stables dans le plasma, elles ne subissent pas de changement rapide :  $\partial_t \ll \Omega_{ci}$ .

On peut introduire le petit paramètre :

$$\frac{\partial_z}{\nabla_\perp} \sim \frac{\partial_t}{V_A \nabla_\perp} \sim \frac{\delta B_z}{\delta B_\perp} \sim \frac{\delta V_z}{\delta V_\perp} \sim \epsilon, \text{ avec } 0 < \epsilon < 1. \quad (\text{A.1})$$

La troisième condition impose les relations suivantes sur les fluctuations

$$\frac{\delta B_\perp}{B_0} \sim \frac{\delta V_\perp}{V_A} \sim \epsilon \implies \frac{\delta B_z}{B_0} \sim \frac{\delta V_z}{V_A} \sim \epsilon^2. \quad (\text{A.2})$$

Ces fluctuations sont quasi-planaires et la condition d'incompressibilité,  $\nabla \cdot \delta \mathbf{V} = 0$ , devient

$$\nabla \cdot \delta \mathbf{V} = \underbrace{\nabla_{\perp} \cdot \delta \mathbf{V}_{\perp}}_{\sim \epsilon} + \underbrace{\partial_z \delta V_z}_{\sim \epsilon^3} \simeq \nabla_{\perp} \cdot \delta \mathbf{V}_{\perp} = 0 \quad (\text{A.3})$$

De même,

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \underbrace{\nabla_{\perp} \cdot \delta \mathbf{B}_{\perp}}_{\sim \epsilon} + \underbrace{\partial_z B_0}_{=0} + \underbrace{\partial_z \delta B_z}_{\sim \epsilon^3} \simeq \nabla_{\perp} \cdot \delta \mathbf{B}_{\perp} = 0. \quad (\text{A.4})$$

Par la suite on omet le symbole "δ" pour les fluctuations.

Les équations de la MHD idéal pour de telles fluctuations deviennent

$$\rho d_t \mathbf{V}_{\perp} = \frac{1}{4\pi} [\nabla \times \mathbf{B}] \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (\text{A.5})$$

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times [\mathbf{V}_{\perp} \times \mathbf{B}] \quad (\text{A.6})$$

$$d_t \rho = 0, \quad d_t \equiv \partial_t + \mathbf{V}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp}. \quad (\text{A.7})$$

Dans l'équation (A.7), le terme  $V_z \partial_z \sim \epsilon^3$  on ne prend pas en compte.

On prend le rotationnel de l'équation (A.5) :

$$\begin{aligned} \partial_t (\nabla \times V_{\perp}) + \nabla \times ((V_{\perp} \cdot \nabla_{\perp}) V_{\perp}) &= \frac{1}{4\pi\rho} \nabla \times ((\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) \\ &= \frac{1}{4\pi\rho} \left( (\mathbf{B} \cdot \nabla) (\nabla \times \mathbf{B}) - ((\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \nabla) \mathbf{B} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

les trois équations scalaires correspondantes sont :

$$\begin{cases} (\partial_{tz}^2 + \partial_z (V_{\perp} \cdot \nabla_{\perp})) V_y = \frac{1}{4\pi\rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \partial_z B_y - \partial_z B_y \partial_x B_x + \partial_x B_y \partial_z B_x \\ (\partial_{tz}^2 + \partial_z (V_{\perp} \cdot \nabla_{\perp})) V_x = \frac{1}{4\pi\rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \partial_z B_x - \partial_z B_x \partial_y B_y + \partial_y B_x \partial_z B_y \\ \partial_x (d_t V_y) - \partial_y (d_t V_x) = \frac{1}{4\pi\rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) (\partial_x B_y - \partial_y B_x) \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

avec  $\rho = \text{const}$  et

$$(\mathbf{B} \cdot \nabla) = \underbrace{\mathbf{B}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp}}_{\sim \epsilon} + \underbrace{\mathbf{B}_0 \partial_z}_{\sim \epsilon} + \underbrace{B_z \partial_z}_{\sim \epsilon^3} \simeq \mathbf{B}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} + \mathbf{B}_0 \partial_z.$$

On remarque que la dépendance en  $z$  est préservée ici.

L'équation vectorielle (A.6) s'écrit composante par composante comme :

$$\begin{cases} \partial_t B_x = \partial_y(V_x B_y - V_y B_x) + B_0 \partial_z V_x \\ \partial_t B_y = -\partial_x(V_x B_y - V_y B_x) + B_0 \partial_z V_y \\ \partial_x V_x + \partial_y V_y = 0 \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Ici, la troisième équation est la condition de l'incompressibilité (A.3). Cette équation avec l'équation (A.4) impliquent

$$\mathbf{V}_\perp = \mathbf{z} \times \nabla \psi, \quad \mathbf{B}_\perp = \nabla A_z \times \mathbf{z}. \quad (\text{A.11})$$

Donc, dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ , la vitesse et le champ magnétique peuvent être décrits par deux variables scalaires : la fonction de flux  $\psi$  et la composante  $z$  du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$ .

Pour décrire les deux variables scalaires  $\psi$  et  $A_z$ , il ne faut que deux équations. Il faut faire un choix parmi les six équations (A.9) et (A.10).

Dans le système (A.9), les deux premières équations contiennent les termes en  $\sim \varepsilon^3$ . Alors on maintient la troisième équation dans laquelle les termes sont un ordre de grandeur plus grand, en  $\sim \varepsilon^2$ . En utilisant (A.11), on réécrit cette équation comme

$$\partial_t \nabla_\perp^2 \psi + \partial_x \psi \partial_y \nabla_\perp^2 \psi - \partial_y \psi \partial_x \nabla_\perp^2 \psi = \frac{1}{4\pi\rho} \left( \partial_x A_z \partial_y \nabla_\perp^2 A_z - \partial_y A_z \partial_x \nabla_\perp^2 A_z - B_0 \partial_z \nabla_\perp^2 A_z \right) \quad (\text{A.12})$$

Si on utilise la notation  $\{a, b\}$  pour le jacobien<sup>1</sup>  $\partial_x a \partial_y b - \partial_y a \partial_x b$ , l'équation (A.12) prend la forme :

$$\partial_t \nabla_\perp^2 \psi + \{\psi, \nabla_\perp^2 \psi\} = \frac{1}{4\pi\rho} \{A_z, \nabla_\perp^2 A_z\} - \frac{B_0}{4\pi\rho} \partial_z \nabla_\perp^2 A_z \quad (\text{A.13})$$

Maintenant, considérons le système (A.10). Les deux premières équations dans les variables  $\psi$  et  $A_z$  donnent

$$\partial_t A_z + B_0 \partial_z \psi + \{\psi, A_z\} = 0. \quad (\text{A.14})$$

Les équations (A.13) et (A.14) forment un système complet pour les deux variables  $\psi$  et  $A_z$ .

En utilisant la définition de la dérivée temporelle totale on peut réécrire

$$d_t A_z = \partial_t A_z + V_x \partial_x A_z + V_y \partial_y A_z = \partial_t A_z - \partial_y \psi \partial_x A_z + \partial_x \psi \partial_y A_z = \partial_t A_z + \{\psi, A_z\}$$

---

<sup>1</sup>Cette grandeur représenterait effectivement le jacobien d'un changement de variables des coordonnées  $(x, y)$  aux coordonnées  $(a, b)$ . C'est aussi la composante suivant  $z$  du champ de vecteur  $\nabla a \times \nabla b$ .

$$d_t \nabla_{\perp}^2 \psi = \partial_t \nabla_{\perp}^2 \psi + \{\psi, \nabla_{\perp}^2 \psi\}$$

et les équations (A.13) et (A.14) peuvent être écrites de manière plus compacte

$$d_t \nabla_{\perp}^2 \psi = \frac{1}{4\pi\rho} \{A_z, \nabla_{\perp}^2 A_z\} - \frac{B_0}{4\pi\rho} \partial_z \nabla_{\perp}^2 A_z \quad (\text{A.15})$$

$$d_t A_z + B_0 \partial_z \psi = 0. \quad (\text{A.16})$$

On introduit les variables sans dimension :

$$\Omega_{ci} t \rightarrow t, \quad \frac{r_{\perp}}{r_s} \rightarrow r_{\perp}, \quad \frac{z}{\ell_i} \rightarrow z, \quad \frac{\rho}{\rho_0} \rightarrow \rho, \quad \frac{1}{r_s^2 \Omega_{ci}} \psi \rightarrow \Phi, \quad \frac{V_A}{B_0 r_s^2 \Omega_{ci}} A_z \rightarrow A. \quad (\text{A.17})$$

Ici  $r_s = \sqrt{\frac{T_{e0}}{m_i}}$  est le rayon de Larmor des ions et  $\ell_i = \frac{V_A}{\Omega_{ci}}$  est l'échelle inertielle des ions.  $V_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}}$  est la vitesse d'Alfvén. Dans ces variables les équations (A.15), (A.16) prennent la forme :

$$d_t \nabla_{\perp}^2 \Phi = \{A, J\} - \partial_z J \quad (\text{A.18})$$

$$d_t A + \partial_z \Phi = 0 \quad (\text{A.19})$$

où le courant longitudinal est  $J = \nabla_{\perp}^2 A$ , et la densité sans dimension  $\rho = 1$ .

Les équations (A.18) et (A.19) sont les équations de la MHD idéale non-linéaire, qui décrivent les fluctuations planaires incompressibles du champ magnétique et de la vitesse. Dans la section suivante on cherche une solution générale à ces équations.

## A.2. Vortex d'Alfvén d'amplitude finie en propagation oblique

Les équations (A.18) et (A.19) ont des solutions localisées sous la forme de vortex. Une solution générale de vortex, dont l'axe est incliné d'un angle  $\vartheta \ll \pi$  par rapport au champ  $\mathbf{B}_0$  et qui se déplace le long de la direction  $y$  avec une vitesse  $u$ , peut être considérée dans le référentiel stationnaire  $(x, \eta)$ , où

$$\eta = y + \alpha z - ut, \quad \alpha = \tan(\vartheta), \quad (\text{A.20})$$

et on cherche la solution pour  $\Phi(x, \eta)$ ,  $A(x, \eta)$ .

Comme une différentielle totale est invariante par rapport au changement de variables, on a :

$$\partial_y = \partial_{\eta}, \quad \partial_z = \alpha \partial_{\eta}, \quad \partial_t = -u \partial_{\eta}. \quad (\text{A.21})$$

Si on pose

$$\tilde{A} = A - \alpha x, \quad \tilde{\Phi} = \Phi - ux \quad (\text{A.22})$$

alors

$$\begin{aligned} \{\tilde{A}, J\} &= \partial_x \tilde{A} \partial_\eta J - \partial_\eta \tilde{A} \partial_x J = (\partial_x A - \alpha) \partial_\eta J - \partial_\eta A \partial_x J = \{A, J\} - \partial_z J \\ \{\tilde{\Phi}, \nabla_\perp^2 \tilde{\Phi}\} &= (\partial_x \Phi - u) \partial_\eta \nabla_\perp^2 \Phi - \partial_\eta \Phi \partial_x \nabla_\perp^2 \Phi = \{\Phi, \nabla_\perp^2 \Phi\} + \partial_t \nabla_\perp^2 \Phi = d_t \nabla_\perp^2 \Phi \\ \{\tilde{\Phi}, \tilde{A}\} &= (\partial_x \Phi - u) \partial_\eta A - \partial_\eta \Phi (\partial_x A - \alpha) = \{\Phi, A\} + \partial_t A + \partial_z \Phi = d_t A + \partial_z \Phi \end{aligned}$$

et les équations (A.18), (A.19) prennent la forme suivante :

$$\{\tilde{\Phi}, \nabla_\perp^2 \tilde{\Phi}\} = \{\tilde{A}, J\} \quad (\text{A.23})$$

$$\{\tilde{\Phi}, \tilde{A}\} = 0 \quad (\text{A.24})$$

où  $J = \nabla_\perp^2 A = \nabla_\perp^2 \tilde{A}$ . L'équation (A.24) signifie que  $\tilde{\Phi}$  et  $\tilde{A}$  sont des fonctions dépendantes l'une de l'autre :

$$\begin{aligned} \partial_x \tilde{A} &= \lambda(x, \eta) \partial_x \tilde{\Phi}, \quad \partial_\eta \tilde{A} = \lambda(x, \eta) \partial_\eta \tilde{\Phi} \\ \implies \tilde{A} &= f_A(\tilde{\Phi}), \quad \lambda(x, \eta) = f'_A(\tilde{\Phi}). \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

On écrit l'équation (A.23) pour  $\tilde{A} = f_A(\tilde{\Phi})$  :

$$\{\tilde{\Phi}, \nabla_\perp^2 \tilde{\Phi}\} = f'_A(\tilde{\Phi}) \partial_x \tilde{\Phi} \partial_\eta J - f'_A(\tilde{\Phi}) \partial_\eta \tilde{\Phi} \partial_x J = f'_A(\tilde{\Phi}) \{\tilde{\Phi}, J\}. \quad (\text{A.26})$$

Utilisant les propriétés suivantes du jacobien :

$$\begin{aligned} \{f, h(f)\} &= h'(f) \{f, f\} = 0 \\ \{f, h(f)g\} &= g \{f, h(f)\} + h(f) \{f, g\} = h(f) \{f, g\} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

on peut réécrire l'équation (A.26) comme :

$$\{\tilde{\Phi}, \nabla_\perp^2 \tilde{\Phi}\} = \{\tilde{\Phi}, f'_A(\tilde{\Phi}) J\}. \quad (\text{A.28})$$

Cette équation détermine  $\nabla_\perp^2 \tilde{\Phi}$  à une fonction près

$$\nabla_\perp^2 \tilde{\Phi} = f'_A(\tilde{\Phi}) J + f_\Phi(\tilde{\Phi}) \quad (\text{A.29})$$

On écrit les équations principales :

$$\begin{aligned} \{\tilde{\Phi}, \tilde{A}\} &= 0, \quad \{\tilde{\Phi}, \nabla_\perp^2 \tilde{\Phi}\} = \{\tilde{A}, J\} \\ \tilde{A} &= A - \alpha x, \quad \tilde{\Phi} = \Phi - ux \\ \tilde{A} &= f_A(\tilde{\Phi}), \quad \nabla_\perp^2 \tilde{\Phi} = f'_A(\tilde{\Phi}) J + f_\Phi(\tilde{\Phi}) \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

où  $f_A$  et  $f_\Phi$  sont des fonctions arbitraires. Ce système d'équations (A.30) a un nombre infini de solutions sous forme de vortex. On discute la solution la plus simple localisée dans un disque de rayon  $a$  dans le plan  $(x, \eta)$ , et qui décroît à l'infini comme une loi de puissance.

Pour les fonctions arbitraires  $f_A$  et  $f_\Phi$  telle que

$$\begin{aligned} f_A(\tilde{\Phi}) &= \frac{\alpha}{u} \tilde{\Phi} = \frac{\alpha}{u} (\Phi - ux) \\ f_\Phi(\tilde{\Phi}) &= (1 - \alpha^2/u^2) \Delta_\perp \tilde{\Phi}, \end{aligned}$$

la dépendance entre le potentiel vecteur et la fonction de flux sera

$$\Phi = \frac{u}{\alpha} A. \quad (\text{A.31})$$

La solution sous la forme du vortex qui vérifie la relation d'Alfvén généralisée (A.31) avec un courant localisée dans un disque de rayon  $a$

$$\begin{cases} J = \nabla_\perp^2 A = -k^2(A - \alpha x - c), & r < a \\ J = \nabla_\perp^2 A = 0, & r \geq a \end{cases} \quad (\text{A.32})$$

où  $k$  et  $c$  sont des constantes, et  $r = \sqrt{x^2 + \eta^2}$ , a la forme

$$\begin{cases} A = A_0(J_0(kr) - J_0(ka)) + \frac{\alpha x}{r} \left( r - 2 \frac{J_1(kr)}{J_0(ka)} \right), & r < a \\ A = \alpha a^2 \frac{x}{r^2}, & r \geq a. \end{cases} \quad (\text{A.33})$$

Ici l'amplitude  $A_0$  et la dimension  $a$  sont arbitraires. Par contre  $\alpha$  doit être petite pour que la condition  $\partial_z \ll \nabla_\perp$  reste vérifiée et, de même la vitesse de propagation  $u$  doit être petite pour que la condition  $\partial_t \ll \Omega_{ci}$  soit vérifiée. À l'extérieur du cercle de rayon  $a$  la solution (A.33) décroît indépendamment de l'amplitude  $A_0$ .

Regardons la continuité de la solution (A.33). En  $r = a$  on a

$$\begin{cases} A^{in} = \alpha x \left( 1 - \frac{2 J_1(ka)}{a J_0(ka)} \right) \\ A^{ex} = \alpha x \end{cases} \quad (\text{A.34})$$

où les indices  $in$  et  $ex$  indiquent respectivement les domaines intérieur et extérieur du cercle  $a$ . Donc la solution (A.33) est continue en  $r = a$  si  $k$  et  $a$  sont liés par la relation

$$J_1(ka) = 0. \quad (\text{A.35})$$

Le champ magnétique correspondant à la solution (A.33) est

$$\mathbf{B}_\perp = (\partial_y A_z, -\partial_x A_z) = (\partial_\eta A, -\partial_x A) \quad (\text{A.36})$$

Pour la solution à l'intérieur du cercle de rayon  $a$  on a

$$\begin{aligned} B_x &= kA_0 J'_0(kr) \frac{\eta}{r} + \frac{2\alpha}{J_0(ka)} \left( \frac{J_1(kr)}{r} - kJ'_1(kr) \right) \frac{x\eta}{r^2} \\ B_y &= -kA_0 J'_0(kr) \frac{x}{r} + \frac{2\alpha}{J_0(ka)} \left( \frac{J_1(kr)}{r} \eta^2 + kJ'_1(kr) x^2 \right) \frac{1}{r^2} - \alpha \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

et à l'extérieur, le champ est

$$\begin{aligned} B_x &= -2\alpha a^2 \frac{x\eta}{r^4} \\ B_y &= 2\alpha a^2 \left( \frac{x^2}{r^4} - \frac{1}{2r^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

Localement la divergence de  $\mathbf{B}_\perp$  est zéro. Pour que la divergence de  $\mathbf{B}_\perp$  soit zéro partout il faut que la composante radiale du champ magnétique soit continue en  $r = a$ .

Le champ radial correspondant à (A.37) en  $r = a$  est

$$B_r^{in} = B_x \frac{x}{r} + B_y \frac{\eta}{r} = -\frac{\alpha\eta}{a} \left( 1 - \frac{2}{a} \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} \right) \quad (\text{A.39})$$

(ici on remarque que  $B_y = B_\eta$ ). Le champ radial pour (A.38) au bord est

$$B_r^{ex} = -\frac{\alpha\eta}{a}. \quad (\text{A.40})$$

Donc, pour que  $B_r^{in} = B_r^{ex}$ , la condition

$$J_1(ka) = 0 \quad (\text{A.41})$$

doit être vérifiée. Cette relation de dispersion assure aussi la continuité de  $A$ , c.f. (A.35). On remarque ici que dans le cas général quand  $\alpha \neq 0$  la composante tangentielle est discontinue sauf pour  $k = 1$ .

### A.3. Remarques sur la topologie des solutions

La solution (A.33) avec la condition (A.35) décrivent deux types de vortex topologiquement différents : vortex monopôle et dipôle.

Le vortex monopôle est la solution stationnaire :  $u = \alpha = 0$ , il n'y a pas de projection de champ  $\mathbf{B}_0$  sur le plan du vortex. Dans ce cas la solution prend la forme

$$\begin{cases} A = A_0(J_0(kr) - J_0(ka)), & r < a \\ A = 0, & r \geq a. \end{cases} \quad (\text{A.42})$$



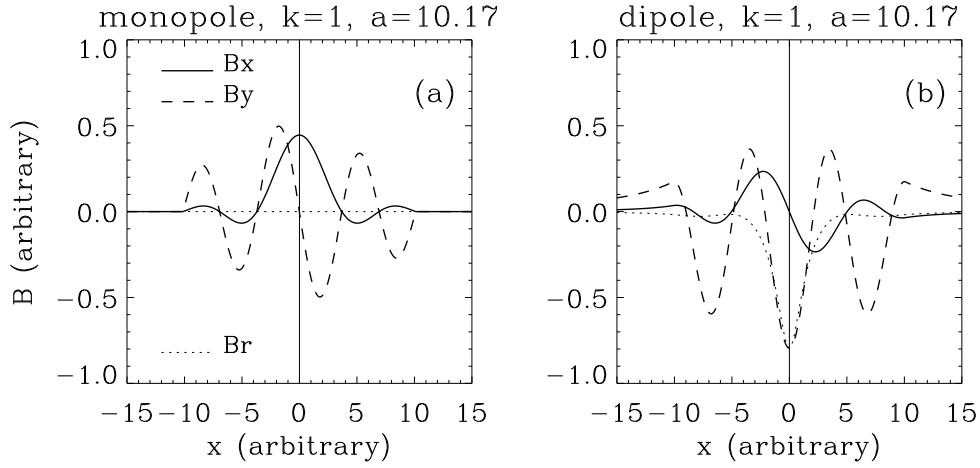


FIG. A.1.: Fluctuations du champ magnétique dans le vortex (a) monopôle avec l'amplitude  $A_0 = -0.5$  et (b) dipôle dont l'angle entre l'axe du vortex et le champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  est  $\vartheta = 10^\circ$  et  $A_0 = 0$ ; Dans les deux cas le vecteur d'onde  $k = 1$  et  $a$  correspond au troisième zéro de  $J_1$ .

Ce potentiel décrit le champ du *courant sans force* localisé dans le cercle du rayon  $a$

$$\begin{cases} \delta\mathbf{B}_\perp = kA_0 J'_0(kr)(\eta/r, -x/r), & r < a \\ \delta\mathbf{B}_\perp = 0, & r \geq a, \end{cases} \quad (\text{A.43})$$

Le monopôle possède un courant de symétrie cylindrique et des composantes du champ magnétique continues pour tous les  $k$  (voir les figures 4.2a, 4.3a et A.1a).

Dès qu'il y a une projection du champ  $\mathbf{B}_0$  sur le plan du vortex, la topologie change. Maintenant le vortex possède deux courants inversés et il se propage avec la vitesse  $u$  le long de la projection de  $\mathbf{B}_0$  sur le plan, la direction  $y$  dans notre cas. Il n'est plus de symétrie cylindrique, voir la figure 4.2b. Dans le cas général les composantes du champs  $\mathbf{B}_\perp$  sont discontinues en  $r = a$ , voir les expressions (A.37)–(A.38)<sup>2</sup> et la figure 4.3b, sauf pour  $k = 1$ , voir la figure A.1b).

---

<sup>2</sup>On rappelle l'expression générale des dérivés des fonctions de Bessel :

$$J'_m(x) = J_{m-1}(x) - m/x J_m(x)$$

## B. Méthode du décalage temporel pour une structure cylindrique

La détermination de la vitesse d'une structure ou d'une onde à partir des mesures en plusieurs points de l'espace (des satellites, par exemple), est connue comme la méthode de *décalage temporel*. Pour déterminer les trois composantes de la vitesse il faut avoir quatre points de mesure dans l'espace, ce qui est exactement le nombre de satellites de la mission Cluster. On peut alors déterminer la norme de la vitesse  $V$  et la direction de la propagation  $\mathbf{n}$  à partir du système d'équations :

$$\mathbf{R}_{1i} \cdot \frac{\mathbf{n}}{V} = \Delta t_{1i}, \quad i = 2, 3, 4. \quad (\text{B.1})$$

Ici  $\mathbf{R}_{1i} = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_1$  est le vecteur de séparation entre les satellites C1 et Ci, et  $\Delta t_{1i}$  est le délai temporel entre les mesures sur ces deux sondes [89]. Cette méthode est applicable si la structure étudiée est localement plane et si elle se propage à vitesse constante.

Dans cet appendice, on montre avec une expérience numérique que la méthode de *décalage temporel* peut être appliquée pour déterminer la vitesse de propagation d'une structure cylindrique, comme un vortex magnétique localisé dans le plan transversal et dont l'axe est aligné avec le champ principal. On discutera le domaine d'applicabilité de cette méthode pour ce cas particulier.

La figure B.1a est le schéma de passage des 4 satellites à travers un vortex avec un axe strictement parallèle à la direction du champ  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}$ . Pour modéliser les signaux mesurés par les satellites fictifs, on utilise ici un modèle de courant aligné à  $\mathbf{B}_0$ , qui est décrit par l'équation du courant sans force

$$\left( \nabla \times \delta \mathbf{B} \right) \times \mathbf{B}_0 = 0. \quad (\text{B.2})$$

Une des solutions de l'équation (B.2) est

$$\delta \mathbf{B}(r) = b_{\perp} J_1(\kappa r) \left( -\frac{y}{r}, \frac{x}{r}, 0 \right). \quad (\text{B.3})$$

Ici  $b_{\perp}$  est l'amplitude des fluctuations transversales du champ magnétique,  $J_1$  est la fonction de Bessel du premier ordre et  $\kappa$  est le paramètre de la fonction de Bessel

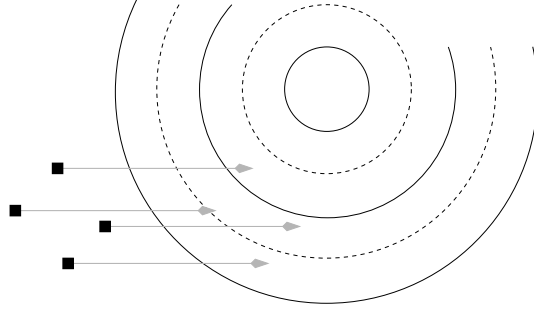


FIG. B.1.: Schéma de passage des quatre satellites à travers un tube magnétique. Ici C3 est celui qui passe le plus près du centre de la structure, puis C4, puis C2 et C1 passe plus près du bord.

dont la dimension est l'inverse d'une longueur,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  est la longueur dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$ . La trajectoire d'un satellite  $C_j$  avec une vitesse constante à travers le tube de courant est  $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_{0j} + \mathbf{V}t$ . On pose  $\mathbf{V} = (1, 0, 0)$  et on admet que la vitesse est la même pour les quatre satellites. On calcule l'expression (B.3) pour les trajectoires des quatre satellites et on obtient les signaux synthétiques, montrés sur la figure B.2a. Maintenant, on peut appliquer la méthode de timing sur ces signaux pour vérifier si elle donne la même vitesse que celle qu'on a posée.

Pour appliquer la méthode de timing il faut connaître les séparations entre les satellites et les écarts temporels. Dans les conditions des observations *in situ*, les positions entre les satellites sont bien connues. Par contre, c'est la détermination des  $\Delta t_{ij}$  qui pose beaucoup de problèmes : les limites sur l'applicabilité de la méthode de timing sont liées principalement à la détermination de  $\Delta t_{ij}$ .

On détermine les délais temporels en utilisant le maximum de la fonction de corrélation croisée

$$\mathcal{R}_{ij}(\Delta t) = \frac{\langle \delta \mathbf{B}_i(t) \cdot \delta \mathbf{B}_j(t + \Delta t) \rangle}{\sqrt{\langle \delta B_i^2 \rangle \langle \delta B_j^2 \rangle}}. \quad (\text{B.4})$$

La figure B.2b montre les six fonctions  $\mathcal{R}_{ij}(\Delta t)$  pour les six paires de satellites. Les maxima des fonctions sont bien identifiés, les décalages qui correspondent aux maxima donnent les écarts  $\Delta t_{ij}$ . La condition nécessaire pour que les satellites  $C_i$ ,  $C_j$  et  $C_k$  observent le même événement est que la relation

$$\Delta t_{ij} = \Delta t_{ik} + \Delta t_{kj} \quad (\text{B.5})$$

soit vérifiée. Dans notre cas, cette relation est vérifiée pour tous les triplets de satellites, et la méthode de décalage temporel (B.1) donne la vitesse

$$\mathbf{V} = (1, 0, 0)$$

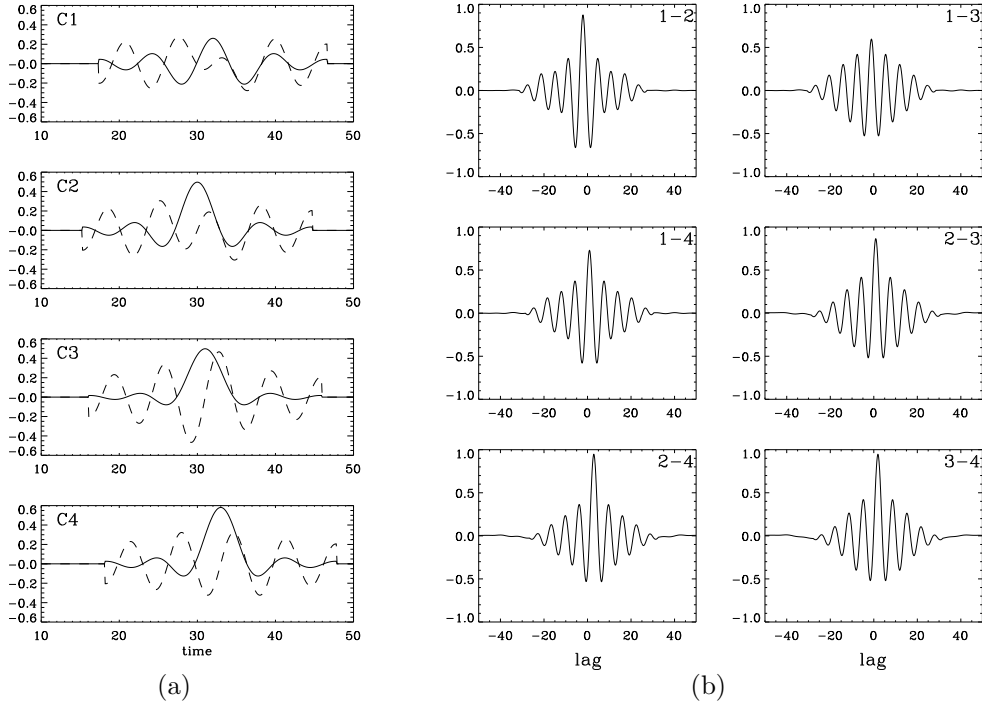


FIG. B.2.: (a) Quatre signaux synthétiques mesurés par les satellites modélisés : la composante  $\delta B_x$  est indiquée par un trait plein et  $\delta B_y$  par des tirets ; (b) les fonctions de cross-corrélation  $\mathcal{R}_{ij}$  entre les quatre signaux synthétiques.

qui est la même que celle utilisée pour générer les signaux synthétiques du champ magnétique.

Comme on le voit sur la figure B.2a, les formes d'onde dépendent de la trajectoire des satellites. Il y a des cas où les fluctuations sur une des sondes ne ressemblent pas du tout aux signaux mesurés par les autres.

La figure B.3a montre les signaux synthétiques pour les mêmes trajectoires des satellites C1, C2 et C4 que dans la figure B.2a. Par contre, le satellite C3 passe au centre de la structure et on voit que  $\delta B_x = 0$  le long de toute la trajectoire. Les six corrélations croisées correspondantes sont présentées sur la figure B.3b. On voit que les corrélations croisées  $\mathcal{R}_{i3}$ , où  $i = 1, 2$ , n'ont pas un maximum bien défini. Dans ce cas la relation (3.9) n'est vérifiée que pour  $\Delta t_{14} = \Delta t_{12} + \Delta t_{24}$ , et la méthode de timing (B.1) donne la vitesse

$$\mathbf{V} = (-0.05, -0.20, 0.13)$$

ce qui est loin d'être vrai.

## B. Méthode du décalage temporel pour une structure cylindrique

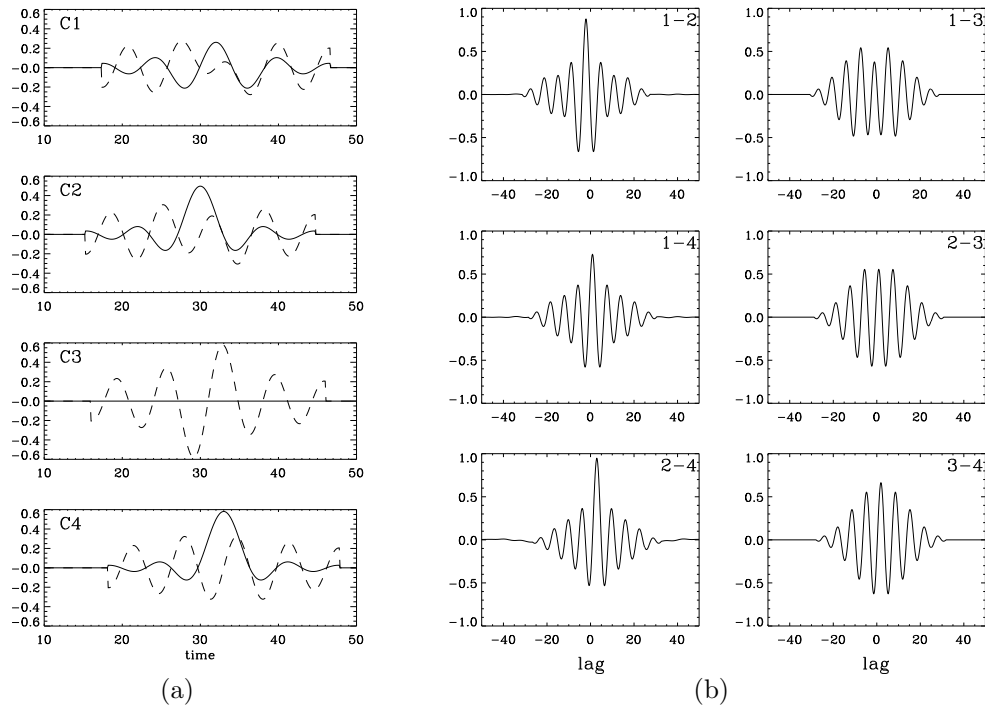


FIG. B.3.: La même chose que la figure , mais le signal du satellite C3 est mesuré suivant la trajectoire qui traverse le centre du tube du courant.

A partir de cette étude numérique, on conclut que la méthode de décalage temporel peut être appliquée pour déterminer la vitesse d'une structure localisée de la géométrie cylindrique si

- les signaux mesurés par les quatre satellites se ressemblent ;
- les fonctions de corrélation croisées ont des maxima bien définis ;
- la relation entre les écarts temporels

$$\Delta t_{ij} = \Delta t_{ik} + \Delta t_{kj}$$

est vérifiée pour toutes les triplets de satellites.

Si un des trois points mentionnés n'est pas vérifié, la vitesse calculée n'a pas de sens.

## C. Données des satellites Cluster

Dans cet appendice je présente certaines expériences des satellites Cluster, celles qui m'ont permis d'obtenir les résultats de cette thèse. Ces expériences sont FGM, STAFF, EFW, CIS et WHISPER. La description complète de l'instrumentation de Cluster peut être trouvée dans le livre [17]. L'ensemble des méthodes "multi-points" développées pour Cluster est décrit dans l'ouvrage [27].

### **FGM (Flux Gate Magnetometer)**

Cet instrument mesure le champ magnétique continu [10]. La résolution temporelle maximale est 0.045 s, il s'agit de données HR (High Resolution). Les données principalement utilisées dans cette thèse sont échantillonnées à 4 s. Une fusion de ces données avec les données de STAFF-SC, échantillonnées à 0.04 s, nous fournit des données équivalentes à HR-FGM sur les basses fréquences, et de meilleure résolution à hautes fréquences. Pour les détails de la fusion des données, voir l'appendice dans l'article [3].

### **STAFF (Spatio-Temporal Analysis of Field Fluctuations)**

L'instrument STAFF mesure le champ magnétique variable [15, 16]. L'expérience contient trois magnétomètres alternatifs (Search Coil) qui couvrent la gamme de fréquence de 0.1 Hz à 4 kHz. L'acquisition des signaux issus de ces capteurs est faite différemment suivant la gamme de fréquence : celle-ci s'effectue par deux sous-expériences, STAFF-SC et STAFF-SA.

STAFF-SC fournit des formes d'ondes dans la gamme de fréquence de 0.1 à 12.5 Hz en Normal Mode ou NBR (Normal Bit Rate) ou jusqu'à 180 Hz en Burst Mode ou HBR (High Bit Rate).

STAFF-SA comporte un analyseur de spectre. Elle utilise les trois composantes du champ magnétique  $B_x$ ,  $B_y$  et  $B_z$  ainsi que les deux composantes électriques  $E_x$  et  $E_y$  mesurées par l'expérience EFW [39]. STAFF-SA calcule à bord, en temps réel, la matrice spectrale complexe  $5 \times 5$  du champ électromagnétique, dans la gamme de fréquences de 8 Hz à 4 kHz.

Dans cette thèse j'ai utilisé des données de STAFF-SC en Normal Mode pour effectuer une fusion avec des données de FGM.

### **EFW (Electric Field and Wave experiment)**

Les deux composantes du champ électrique dans le plan de spin du satellite [39] sont mesurées dans des modes équivalents à ceux des données de STAFF. Dans cette thèse j'ai utilisé des formes d'onde du champ électrique pour déterminer des fluctuations de la vitesse, voir l'appendice D.

De plus, cet instrument mesure le potentiel du satellite  $\Phi_{sc}$  à partir duquel on peut déterminer la densité électronique à haute résolution (5 points par seconde) en utilisant l'expression empirique suivante

$$N = 1000 \cdot 10^{\Phi_{sc}/2.25} + 23 \cdot 10^{\Phi_{sc}/6} + 9 \cdot 10^{\Phi_{sc}/16}. \quad (\text{C.1})$$

Le potentiel  $\Phi_{sc}$  du satellite par rapport au plasma ambiant est déterminé par la balance entre les photoélectrons échappés de la surface de la sonde et le flux des électrons et des ions qui vient du plasma ambiant [75]. Dans des certains cas, le courant des ions est négligeable par rapport au courant électronique.

### **CIS (Cluster Ion Spectrometer)**

L'instrument CIS [77, 78] mesure des fonctions de distribution des ions et calcule leurs moments : la densité, la vitesse et la température des ions. Cet instrument contient deux sous-expériences : CIS1 (CODIF) qui sépare les espèces ioniques et CIS2 (HIA) qui ne sépare pas les espèces ioniques.

Chacun de ces deux instruments possède deux parties : l'une très sensible qui est activée dans les modes dits "MAGnetosphériques" (MAG) et l'autre moins sensible qui peut fonctionner soit dans les modes MAG et SW (pour "vent solaire") pour CIS1, soit uniquement dans le mode SW pour CIS2.

La difficulté est de savoir quand il faut commuter à bord, du mode MAG vers le mode SW. Cela est fait a priori autour de la position théorique du choc, mais cela ne tombe jamais bien.

Si, en sortant de la magnétogaine, on passe trop tôt en mode SW on va très mal analyser la magnétogaine, car l'instrument CIS2 va, par exemple, réduire sa gamme d'énergie et la couverture angulaire. En revanche on aura une mesure correcte du vent solaire par CIS2. A noter aussi que dans tous les cas CIS1 "évite" le pic du vent solaire pour ne pas être saturé.

---

Si on reste en mode MAG pour les deux instruments, les propriétés de la magnétogaine vont être bien déduites, mais pas celles du vent solaire. Dans le mode MAG, CIS1 est très sensible (pour pouvoir détecter les ions minoritaires) ; si la densité des protons est supérieur à  $5 - 10 \text{ cm}^{-3}$ , CIS1 sature. Ce qui veut dire que dans certaines parties de la fonction de distribution le comptage de l'instrument est saturé, ce qui va rendre erronés tous les moments, en commençant par les densités, mais aussi les vitesses, sans parler des températures. Dans ce cas, seules les données CIS2 peuvent nous aider, avec les limites suivantes : densité magnétogaine correcte, pas de composition ionique, vitesse correcte, températures correctes ; vent solaire mal évalué, densité peut-être correcte, vitesses correctes, températures incorrectes [Jean-Michel Bosqued, communication privée, 2003].

### **WHISPER (Wave of high frequency and Sounder for Probing of Electron density by Relaxation)**

L'expérience WHISPER [22, 21] fonctionne sur le principe d'un sondeur à relaxation. Un émetteur-récepteur stimule les résonances à la fréquence propre du plasma. L'émission sur la fréquence du plasma permet de déterminer la valeur de la densité de plasma

$$\omega_{pe} \sim \sqrt{n_e}. \quad (\text{C.2})$$

L'expérience WHISPER permet une mesure très précise de la densité et est souvent utilisée pour comparer avec la densité obtenue par intégration de la fonction de distribution des protons mesurée par CIS.

Malheureusement, dans la magnétogaine, il arrive que la fréquence de plasma soit supérieure à 80 kHz, la fréquence maximale analysée par WHISPER : dans ce cas, WHISPER ne donne pas la densité. Par ailleurs, il arrive que les fluctuations électriques non thermiques dans la magnétogaine soient intenses et empêchent la détermination de la fréquence de plasma.





# D. Méthode de détermination des fluctuations de la vitesse

Ce texte a été rédigé comme un rapport de travail pour les collègues suédois de l'équipe de l'instrument EFW [39].

## Determination of the velocity fluctuations from the flow and field measurements : method and application to Cluster data

### Introduction

The time resolution of the measurements of the velocity distribution function of the particles, in space plasmas, is bounded above by the satellite spin period. At the same time, field measurements are not limited by the spin. For example, the time resolution of the CIS instrument of Cluster [Rème *et al.*, 1997] that measures ion distributions is 4 s while the STAFF-SC experience [Cornilleau-Wehrlin *et al.*, 1997, 2003] measures magnetic field fluctuations with a time resolution of 0.04 s. Two components of electric field are measured by the EFW experience [Gustafsson *et al.*, 1997] with 0.04 s time resolution as well.

In this report we propose a method which permits to obtain the first moment of the ion distributions in the plane perpendicular to the background magnetic field  $\mathbf{B}_0$  with the same time resolution as the fields fluctuations. This method is based on the Ohm's law of the ideal magnetohydrodynamics (MHD) :

$$\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B} \quad (\text{D.1})$$

The principal assumptions of the method are :

1. The Ohm's law of the ideal MHD is verified over the different time scales, from  $T \gg 1/\Omega_{cp}$  to  $T \sim 1/\Omega_{cp}$ . On scales of the order of proton cyclotron period  $1/\Omega_{cp}$ , the Hall effect, the electron pressure gradient and the electron inertia remain negligible.

2. Fields and velocity fluctuations are small.

In section D.1 we describe the method. In section D.2 we discuss the observational problems related to its application : measurements of two components of the electric field and not the full vector ; verification of the ideal Ohm's law. We compare the EFW measurements with the ideal electric field (D.1) on a time scale  $T \gg 1/\Omega_{cp}$  where Ohm's law must be verified. We obtain very good correlations but the amplitudes of the corresponding components are slightly different and there are offsets. Therefore we try to correct EFW data to eliminate the offsets and the amplitude differences. These corrections are then used to determine the velocity fluctuations. In section D.3 we apply the method for a magnetosheath time period where a quasi-monochromatic Alfvén wave was observed [Alexandrova et al., 2004]. Section D.4 gives conclusions and describes some problems related to the EFW data.

## D.1. Determination of the velocity fluctuations : method

We suppose that the measured electric field verifies Ohm's law (D.1) on the time scales between  $T \gg 1/\Omega_{cp}$  and the proton cyclotron scale  $T \sim 1/\Omega_{cp}$ . To take into account the different scales we write

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}; \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \delta\mathbf{V}$$

therefore the electric field (D.1) is :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -[(\mathbf{V}_0 + \delta\mathbf{V}) \times (\mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B})] \\ &= -[\mathbf{V}_0 \times \mathbf{B}_0] - [\delta\mathbf{V} \times \mathbf{B}_0] - [\mathbf{V}_0 \times \delta\mathbf{B}] - [\delta\mathbf{V} \times \delta\mathbf{B}] \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

We suppose that the term  $[\delta\mathbf{V} \times \delta\mathbf{B}]$  is small with respect to the other terms and we define

$$\mathbf{E}_0 = -\mathbf{V}_0 \times \mathbf{B}_0 \quad (\text{D.3})$$

$$\delta\mathbf{E} = -[\delta\mathbf{V} \times \mathbf{B}_0] - [\mathbf{V}_0 \times \delta\mathbf{B}] \quad (\text{D.4})$$

Now it is convenient to chose a reference frame in which  $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$ . We will call it "magnetic field frame". In this frame, the equation (D.4) component by component is

$$\begin{cases} \delta E_x = -\delta V_y B_0 - V_{0y} \delta B_z + V_{0z} \delta B_y \\ \delta E_y = \delta V_x B_0 + V_{0x} \delta B_z - V_{0z} \delta B_x \\ \delta E_z = -V_{0x} \delta B_y + V_{0y} \delta B_x. \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

The first and second equations of this system give the velocity fluctuations in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  as functions of the field's fluctuations, the background magnetic field and plasma bulk velocity

$$\begin{cases} \delta V_x = \frac{1}{B_0} (\delta E_y + V_{0z} \delta B_x - V_{0x} \delta B_z) \\ \delta V_y = \frac{1}{B_0} (-\delta E_x + V_{0z} \delta B_y - V_{0y} \delta B_z) \end{cases} \quad (\text{D.6})$$

The third equation of the system (D.5) gives an expression for the parallel fluctuation of the electric field that is expected to be small in the ideal MHD description.

## D.2. Problems

We discuss here some problems that can arise when we need to apply the method to real data.

First of all, the EFW instrument of Cluster measures two components of the electric field,  $E_{xgse}$  and  $-E_{ygses}$ , in the plane perpendicular to the satellite axis. To be able to work in any reference frame different from the satellite one, the full vector  $\mathbf{E}$  is needed. This problem can be easily solved by using the expression  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$  that follows from equation (D.1). This relation was used to determine the third component of electric field by many authors [see for example *Pedersen et al.*, 1984]. Knowing  $E_z$  we can make a coordinate transformation to apply the method developed for the magnetic field reference frame.

Second, let us check if the Ohm's law of the ideal MHD is verified on the time scales  $T \gg 1/\Omega_{cp}$ . For this, we use the averaged data of velocity, electric and magnetic fields over a period of length  $T$  and we define

$$\begin{aligned} E_{xm} &= \langle E_{xgse} \rangle_T; & E_{xc} &= -[\langle \mathbf{V} \rangle_T \times \langle \mathbf{B} \rangle_T]_{xgse} \\ E_{ym} &= \langle E_{ygses} \rangle_T; & E_{yc} &= -[\langle \mathbf{V} \rangle_T \times \langle \mathbf{B} \rangle_T]_{ygses}; \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

here we use the index "m" for the measured electric field and "c" for the calculated one. Figure D.1 shows  $E_{xm}$  as a function of  $E_{xc}$  in the upper panel and  $E_{ym}$  as a function of  $E_{yc}$  in the lower panel for one magnetosheath period [16:00 – 17:06] UT on 31st of March 2001, when  $1/\Omega_{cp} \sim 1$  s. We get  $E_m$  and  $E_c$  using a time averaging over  $T = 30$  s. One can see a good correlation between the corresponding components : the correlation coefficients are  $C_x = 0.98$  and  $C_y = 0.97$  but the slopes are not equal to one and there are offsets.

The high correlation between the measured field and the ideal field indicates that the Ohm's law is well verified, the offsets and differences in the amplitudes are probably related to defects of the EFW or CIS measurements. To eliminate the offsets and

the amplitude differences we make a linear scalar fitting between the calculated field  $E_c$  and the improved measured field  $E'$

$$E'_x = \Delta E_x + \alpha_x E_{xm}; \quad E'_y = \Delta E_y + \alpha_y E_{ym} \quad (\text{D.8})$$

that gives the following results

$$\begin{cases} E'_x (\text{mV/m}) = (-1.1 \pm 0.1) + (1.2 \pm 0.0) E_{xm} \\ E'_y (\text{mV/m}) = (1.8 \pm 0.1) + (1.0 \pm 0.0) E_{ym}. \end{cases} \quad (\text{D.9})$$

The offsets are given in mV/m. One can see from the equation (D.9) that the offsets for the two components and amplitude differences in the  $E_{xm}$  component are rather significant. The root mean square (rms) error,  $S$ , is

$$S = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} ((E'_{x,n} - E_{cx,n})^2 + (E'_{y,n} - E_{cy,n})^2) = 1.1 (\text{mV/m})^2 \quad (\text{D.10})$$

where  $N$  is the total number of data points.

In order to reduce  $S$ , we try a vectorial fitting :

$$\mathbf{E}' = \Delta \mathbf{E} + A \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \Delta E_x \\ \Delta E_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xm} \\ E_{ym} \end{pmatrix} \quad (\text{D.11})$$

with an offset  $\Delta \mathbf{E}$ ;  $A$  is a two-dimensional matrix with real entries. We determine  $\Delta \mathbf{E}$  and the matrix coefficients by minimising  $S$

$$\mathbf{E}' (\text{mV/m}) = \begin{pmatrix} -1.2 \\ 0.8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1.2 & 0.0 \\ -0.2 & 1.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xm} \\ E_{ym} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.12})$$

After the vectorial fitting,  $S$  becomes slightly lower than in the scalar fitting case,  $0.9 (\text{mV/m})^2$ , and the diagonal coefficients  $a_{xx}$  and  $a_{yy}$  are close to  $\alpha_x$  and  $\alpha_y$  respectively. The difference between the offsets in the two fittings can be explained by the fact that in the vectorial fitting,  $a_{yx}$  is not negligible. In turn, this fact means that the two components of the electric field are not independent; the reason of what is not clear for us.

In the two panels of Figure D.2 the two components of  $\mathbf{E}_c$  are represented by solid lines, the corresponding components of  $\mathbf{E}'$  obtained from (D.12) by dashed lines and the measured  $E_{xm}$  and  $E_{ym}$  by dashed-dotted lines. One can see a good agreement between  $E'$  and  $E_c$ . The jump in  $E_c$  before 16:06:40 as well as some small jumps afterwards come from defects of the CIS data.

Now, let us test these two fitting procedures on an other magnetosheath crossing of 31st of March 2001; we chose [17:42-18:00] UT. Here the proton cyclotron period

remains  $\sim 1$  s, so we use the same window of 30 seconds to average the data. A linear scalar fitting between the measured and calculated fields gives the following results

$$\begin{cases} E'_x(\text{mV/m}) = (-2.6 \pm 0.3) + (1.0 \pm 0.1) E_{xm} \\ E'_y(\text{mV/m}) = (3.5 \pm 1.2) + (0.9 \pm 0.1) E_{ym}. \end{cases} \quad (\text{D.13})$$

One can see that the offsets are completely different from those of the previous time period and  $\Delta E_y$  is noisy. The rms error here is slightly higher than in the previous case,  $S = 1.3 \text{ (mV/m)}^2$ .

The vectorial fitting results are

$$\mathbf{E}'(\text{mV/m}) = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 4.1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1.0 & -0.2 \\ -0.2 & 0.9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xm} \\ E_{ym} \end{pmatrix} \quad (\text{D.14})$$

and we get  $S = 1.1 \text{ (mV/m)}^2$ .

We do not understand why the offsets change with the time period.

### D.3. Application of the method

Let us determine the velocity fluctuations for a time period [17:57:00-18:00:00] UT, when a quasi-monochromatic wave was observed in the downstream region of a perpendicular bow-shock [*Alexandrova et al.*, 2004]. The polarisation and dispersive properties indicate that we observe an Alfvén-ion-cyclotron wave.

An Alfvén wave is expected to have velocity fluctuations proportional to the magnetic field ones

$$\frac{\delta \mathbf{V}}{V_A} = \pm \frac{\delta \mathbf{B}}{B_0}. \quad (\text{D.15})$$

The sign is negative in the case of a wave propagating parallel to  $\mathbf{B}_0$ , and is positive in the opposite situation. For the observed AIC wave, the wave vector is parallel to  $\mathbf{B}_0$ , so we should observe an anti-correlation between the corresponding components of the velocity and magnetic field fluctuations.

To apply the method, we determine the  $E_z$  component using mixed magnetic field [see appendix in *Alexandrova et al.*, 2004] and improved EFW data (the results of vectorial fitting (D.14) were used here). Then we chose a magnetic field reference frame. The GSE coordinates of its basis vectors are

$$\begin{cases} \mathbf{e}_x = (0.97, 0.00, 0.23) \\ \mathbf{e}_y = (-0.04, -0.99, 0.15) \\ \mathbf{e}_z = (0.23, -0.15, -0.96). \end{cases}$$

The velocity fluctuations are then determined using expressions (D.6).

As one can see from the two panels of Figure D.3, the expected anti-correlation between  $\delta B_x/B_0$  and  $\delta V_x/V_A$  (upper panel) and between  $\delta B_y/B_0$  and  $\delta V_y/V_A$  (lower panel) is observed. Here, the magnetic field fluctuations are plotted by solid lines and the velocity ones by dashed lines. The correlation coefficients between the corresponding components are  $C(\delta B_x/B_0, \delta V_x/V_A)=-0.9$  and  $C(\delta B_y/B_0, \delta V_y/V_A)=-0.8$ . The linear fitting is shown in Figure D.4 with the following results

$$\frac{\delta V_x}{V_A} = -0.8 \frac{\delta B_x}{B_0}; \quad \frac{\delta V_y}{V_A} = -1.1 \frac{\delta B_y}{B_0}.$$

Both factors are close to one.

This example clearly shows that the proposed method of the determination of the velocity fluctuations works well. This suggests that the two basic hypothesis of the method are verified : (a) the Ohm's law is still satisfied on a time scale of the Alfvén wave period  $T \gtrsim 1/\Omega_{cp}$ ; (b) the amplitudes of the magnetic field and velocity fluctuations are of the order of 0.2 of the background field and of the Alfvén speed respectively, so the term  $\delta \mathbf{B} \times \delta \mathbf{V}$  is small.

## D.4. Conclusions

In this report we propose a simple method of determination of velocity fluctuations in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$ . The advantage of this method is that the velocity fluctuations can be calculated using  $\delta \mathbf{B}$ ,  $\delta \mathbf{E}$ ,  $B_0$  and  $V_0$ . Therefore the time resolution of the velocity fluctuations is the same as the ones of the fields. The method works under the assumptions that the Ohm's law is verified and the fluctuations have small amplitudes.

Some problems, nevertheless, appears

1. On large time scales where the Ohm's law is verified, the correlation between the measured electric field and the Ohm's one is perfect, but there are offsets, and amplitudes are slightly different. Moreover, the offsets depend on the time period.
2. The vectorial fitting between the measured and the Ohm's electric field indicates that two measured components of the electric field are not completely independent.

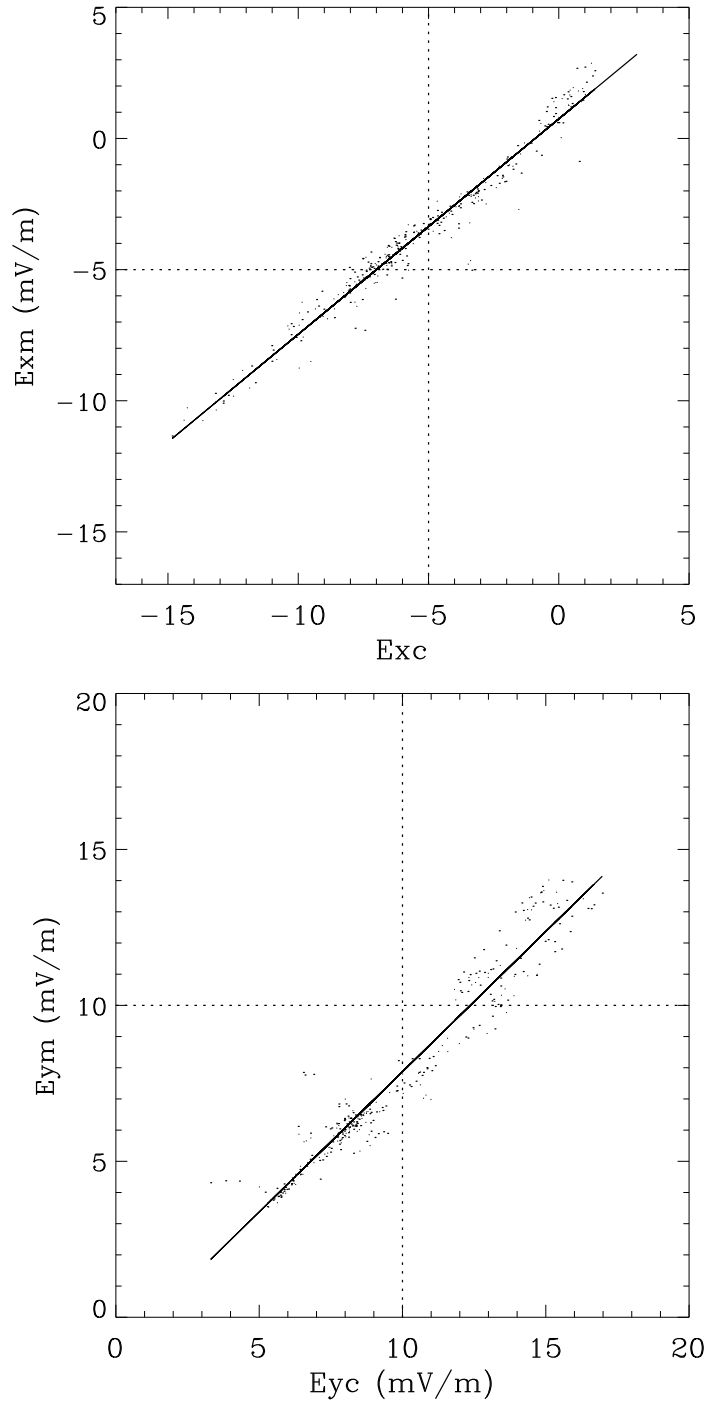


FIG. D.1.: Cluster-3 : comparison of the measured electric field  $E_m$  with the calculated one  $E_c$  from the ideal Ohm's law for the time period [16:00-17:06] UT.



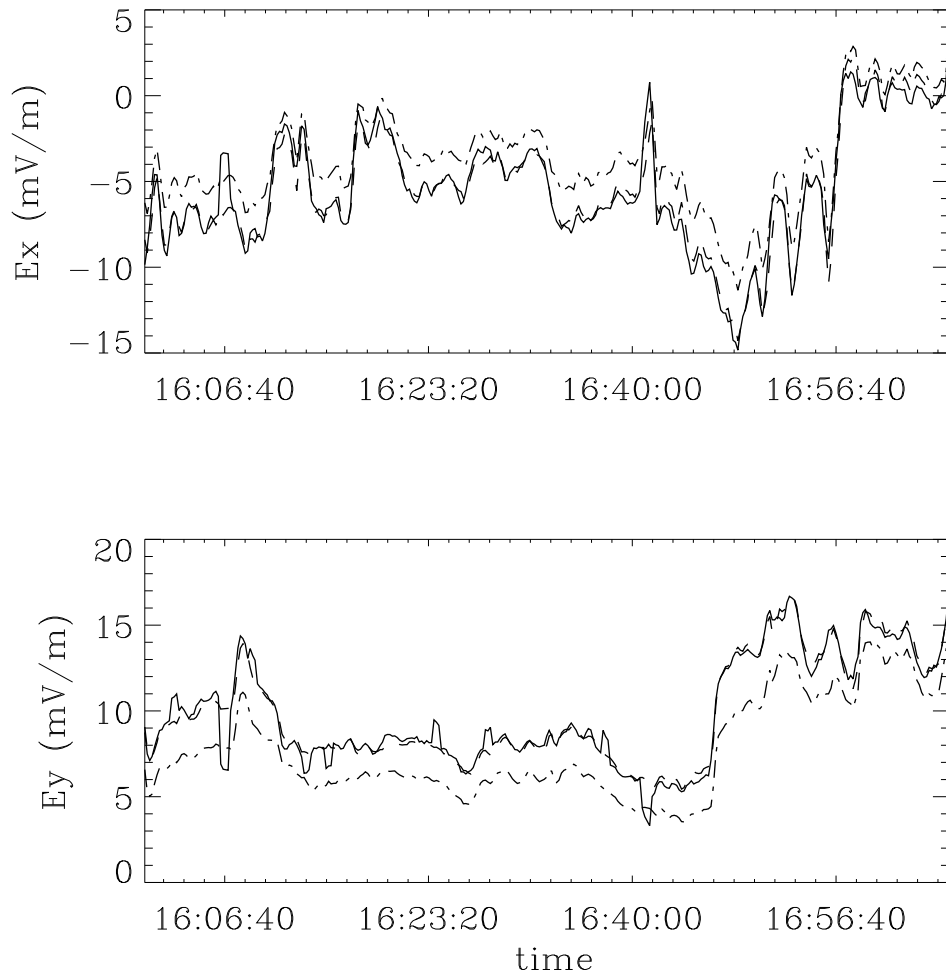


FIG. D.2.: Cluster 3 : two components of the electric field calculated using Eqs. (D.7) (solid lines), measured by the EFW instrument (dashed-dotted lines) and improved using the vectorial fitting (dashed lines) for the time period [16:00-17:06] UT.

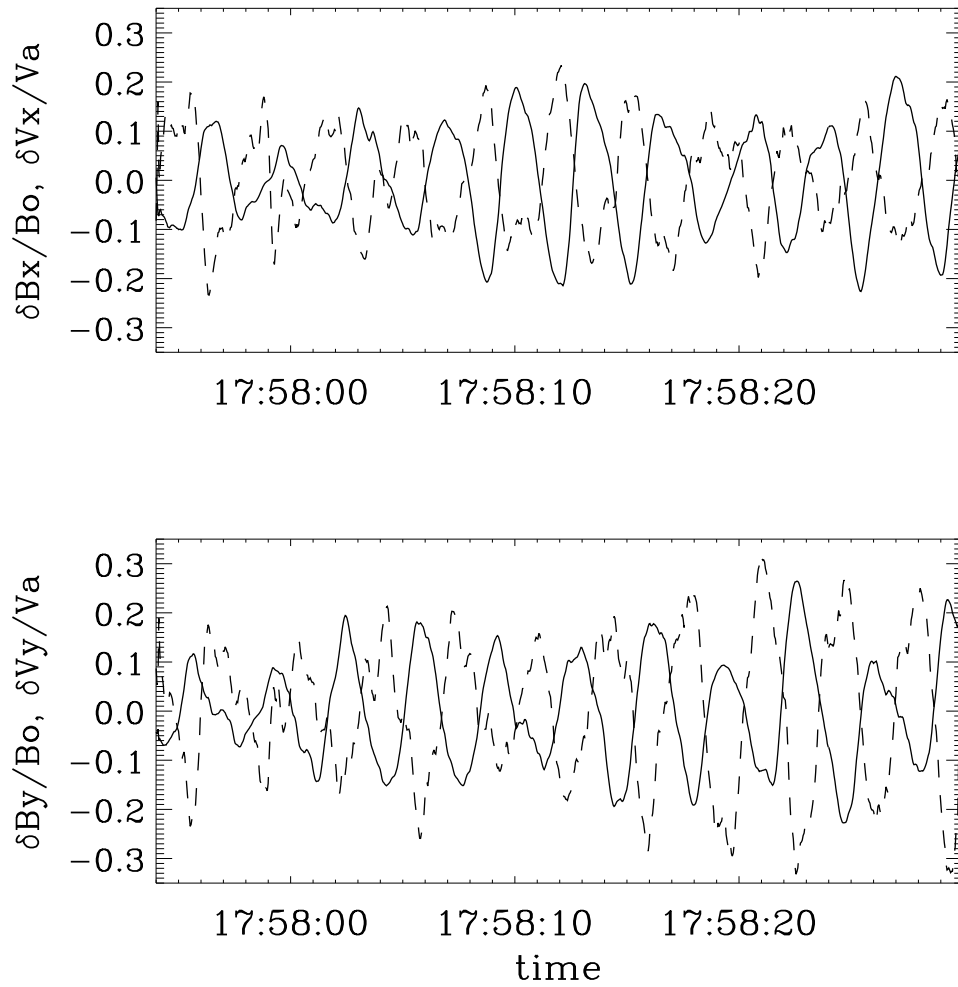


FIG. D.3.: Cluster 3 : magnetic field and velocity fluctuations in the plane perpendicular to the background magnetic field during a time period [17:57:54-17:58:30] UT. The magnetic field fluctuations are shown by the solid lines and the velocity fluctuations by the dashed lines.

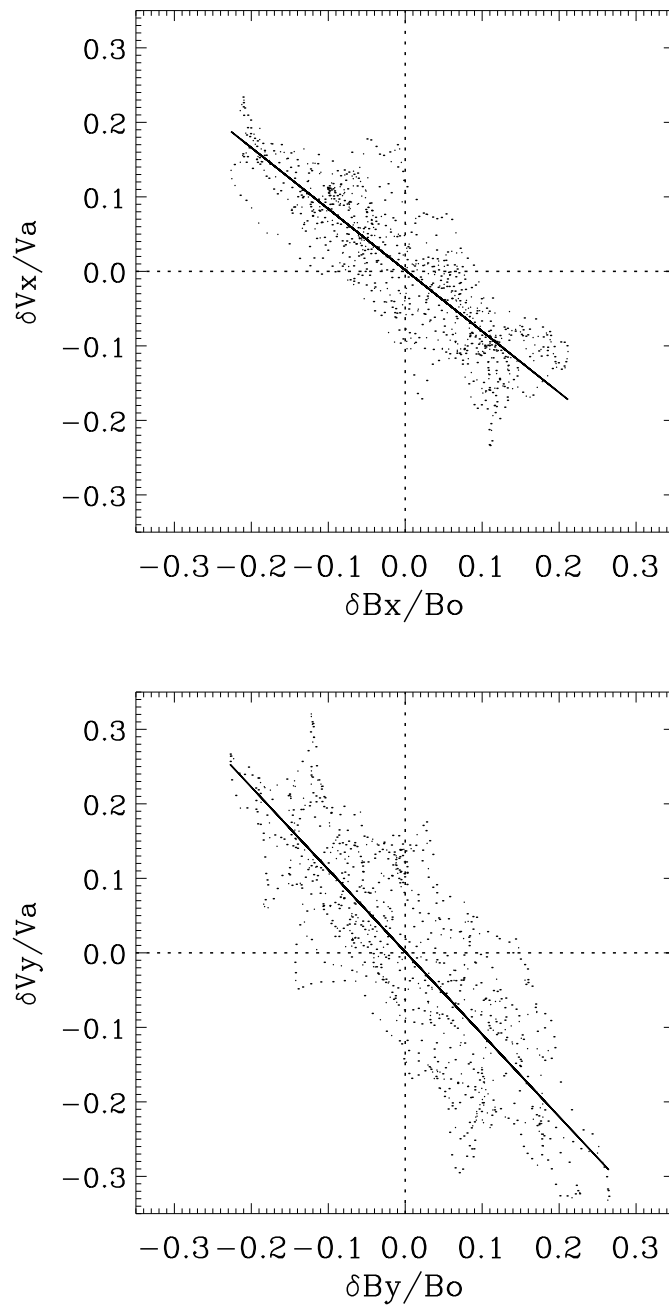


FIG. D.4.: Cluster 3 : linear fitting between the magnetic field and velocity fluctuations presented in Figure D.3.

## **E. Publications**

### **E.1. Cluster observations of finite amplitude Alfvén waves and small-scale magnetic filaments downstream of a quasi-perpendicular shock**

**Alexandrova et al., J. Geophys. Res., 2004**



## Cluster observations of finite amplitude Alfvén waves and small-scale magnetic filaments downstream of a quasi-perpendicular shock

O. Alexandrova,<sup>1</sup> A. Mangeney,<sup>1</sup> M. Maksimovic,<sup>1</sup> C. Lacombe,<sup>1</sup> N. Cornilleau-Wehrin,<sup>2</sup> E. A. Lucek,<sup>3</sup> P. M. E. Décréau,<sup>4</sup> J.-M. Bosqued,<sup>5</sup> P. Travnicek,<sup>6</sup> and A. N. Fazakerley<sup>7</sup>

Received 23 May 2003; revised 28 August 2003; accepted 8 October 2003; published 11 May 2004.

[1] The Cluster satellites crossed the Earth's bow shock several times on 31 March 2001. For all these crossings the bow shock was supercritical and quasi-perpendicular. We present here the results of a detailed analysis of the magnetic field fluctuations observed downstream of the shock. We use data from the four Cluster spacecraft to determine the behavior and the geometry of these fluctuations with good accuracy. Shortly after the ramp crossing, we observed a large-amplitude nonlinear Alfvén wave, propagating along the downstream average magnetic field with a spectrum peaking at two frequencies below the proton and the alpha ion cyclotron frequencies. Farther downstream in the magnetosheath the magnetic field fluctuations took the form of three-dimensional structures which can be interpreted as cylindrical field-aligned current tubes. It is the first time that such current tubes have been observed downstream of a quasi-perpendicular shock, and they are closely associated with a quasi-monochromatic, finite amplitude Alfvén wave. We suggest that a close relation exists between the nonlinear Alfvén wave and the current tubes as a result of a filamentation instability which is expected to occur at  $\beta \geq 1$  and for frequencies comparable to the ion cyclotron frequencies. *INDEX TERMS:* 2784 Magnetospheric Physics: Solar wind/magnetosphere interactions; 7851 Space Plasma Physics: Shock waves; 2728 Magnetospheric Physics: Magnetosheath; 2752 Magnetospheric Physics: MHD waves and instabilities; *KEYWORDS:* bow shock, Alfvén waves, current filaments

**Citation:** Alexandrova, O., A. Mangeney, M. Maksimovic, C. Lacombe, N. Cornilleau-Wehrin, E. A. Lucek, P. M. E. Décréau, J.-M. Bosqued, P. Travnicek, and A. N. Fazakerley (2004), Cluster observations of finite amplitude Alfvén waves and small-scale magnetic filaments downstream of a quasi-perpendicular shock, *J. Geophys. Res.*, *109*, A05207, doi:10.1029/2003JA010056.

### 1. Introduction

[2] The structure of supercritical, quasi-perpendicular collisionless shocks is largely controlled by gyrating ions reflected at the shock ramp [see, e.g., *Leroy et al.*, 1982; *Paschmann et al.*, 1982]. Once they move downstream of the shock ramp, these ions contribute to the temperature anisotropy  $T_{i\perp} > T_{i\parallel}$ , where  $T_{i\perp}$  and  $T_{i\parallel}$  are the ion temperatures perpendicular and parallel, respectively, to an ambient magnetic field. This anisotropy is then the source of Alfvén ion cyclotron and/or mirror instabilities [see

*Schwartz et al.*, 1996]. When the proton thermal energy density is small with respect to the magnetic energy density,  $\beta_p < 1$ , the most unstable mode is the Alfvén ion cyclotron mode (AIC), while the mirror mode is the most unstable one in the opposite situation. Furthermore, with a sufficient proportion of anisotropic  $\alpha$  particles both the proton cyclotron and the helium cyclotron modes are destabilized [*Gary et al.*, 1994].

[3] The nonlinear evolution of the AIC instability is not yet fully understood. Several saturation mechanisms may operate, either the quasi-linear relaxation [see, e.g., *Yoon*, 1992] or stronger nonlinearities like the parametric or modulational instabilities. In particular, if there is a perturbation with a finite component of the wave vector orthogonal to the ambient magnetic field  $\mathbf{B}$ ,  $k'_\perp \neq 0$ , the Alfvén wave may be unstable to a transverse instability, which generates field-aligned magnetic tubes, where the local concentration of the transverse magnetic energy increases. This phenomenon, called the filamentation instability, has been observed in Hall-MHD simulations for the parallel-propagating circularly polarized Alfvén wave pumps [*Laveder et al.*, 2002].

[4] In this study we present Cluster observations suggesting that the filamentation instability may play a role

<sup>1</sup>Observatoire de Paris-Meudon, Laboratoire d'Etudes Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique, CNRS, Meudon, France.

<sup>2</sup>Centre d'Etude des Environnements Terrestre et Planétaires, Institut Pierre Simon Laplace, Vélizy, France.

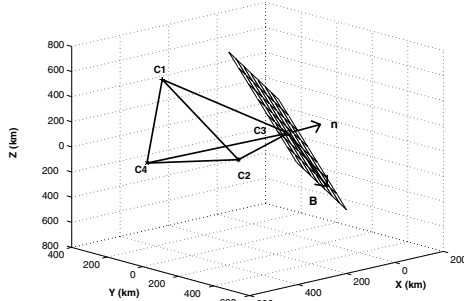
<sup>3</sup>Space and Atmospheric Physics, Imperial College, London, UK.

<sup>4</sup>Laboratoire de Physique et Chimie de l'Environnement, CNRS, Orleans, France.

<sup>5</sup>Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements, CNRS, Toulouse, France.

<sup>6</sup>Institute of Atmospheric Physics, Prague, Czech Republic.

<sup>7</sup>Mullard Space Science Laboratory, University College London, Dorking, UK.



**Figure 1.** Relative positions of the four Cluster spacecraft ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_4$  to  $C_3$ ) at the time of the shock crossing, the downstream magnetic field, and the plane of the shock front with its normal.

in the saturation of the AIC instability and in the temperature anisotropy relaxation downstream of quasi-perpendicular shocks. These observations were obtained in the region immediately downstream of a supercritical, quasi-perpendicular bow shock where the plasma parameters were suitable for the development of the AIC instability:  $\beta_p < 1$  and simultaneously anisotropic protons and  $\alpha$  particles. AIC waves were effectively observed downstream but close to the shock front with a relatively narrow spectrum centered on two frequencies comparable to the proton and  $\alpha$  particle gyrofrequencies (see section 3); their steepened waveform displays evidence of significant nonlinearities.

[5] The most important result of this work is the identification, farther downstream, of field-aligned current tubes (section 4). Similar current tubes were already observed by the ISEE spacecraft [Rezeau *et al.*, 1993] in the magnetopause boundary layer, while the present observations were made in the region downstream of the bow shock, just after crossing a region where a large-amplitude AIC wave was observed. We suggest that the current tubes, which look like the magnetic filaments (D. Laveder, private communication, 2003), result from the filamentation instability of the AIC wave.

## 2. Observations

[6] On 31 March 2001 the four Cluster spacecraft came out of the magnetosphere at  $\sim 1440$  UT and crossed the bow shock for the first time at  $\sim 1710$  UT, the GSE coordinates of the magnetopause and bow shock crossings being  $(6.6, 0.2, 8.8)R_E$  and  $(9.4, -1.4, 9.1)R_E$ , respectively. After this crossing, nine successive shock crossings were observed until 2000 UT. All these shocks were quasi-perpendicular, the angle  $\Theta_{BN}$  between the normal to the shock and the magnetic field ranging between  $60^\circ$  and  $90^\circ$  [Maksimovic *et al.*, 2003].

[7] We have analyzed the magnetic field waveforms obtained by the search coils of the Spatio-Temporal Analysis of Field Fluctuations (STAFF) experiment [Cornilleau-Wehrin *et al.*, 1997, 2003] at a sampling

frequency of 25 Hz. Since these waveforms have been high-pass filtered to remove the spacecraft spin modulation, we have also used the data from the fluxgate magnetometer (FGM) experiment at 4-s resolution [Balogh *et al.*, 2001] to recover the low frequencies. Both signals are combined by using a Haar wavelet transform (see Appendix A for more details) to retain the slow trends given by the smoothed FGM data as well as the fast variations of the STAFF magnetic waveforms. The “mixed” waveforms, which will be used throughout this study, are then obtained by inverting the resulting wavelet transform. We shall also use the potential of Haar wavelet transform to detect fast variations of the fields because of its good time resolution.

[8] In this paper, we shall examine in more detail an outward crossing at 1802:17 UT. A first estimate of the shock normal in the GSE system was obtained by using the time delays between the shock crossings by the four spacecraft [Schwartz, 1998; Maksimovic *et al.*, 2003]. This yields a normal  $\mathbf{n}_* = (0.94, -0.26, 0.21)$  approximately parallel to the Sun-Earth direction. The relative positions of the four spacecraft at the time of the shock crossing, the downstream magnetic field, and the plane of the shock front with its normal are illustrated in Figure 1.

[9] The GSE direction of maximum magnetic field variance during the interval 1800–1804 UT around the shock crossing is  $\mathbf{b} = (0.23, -0.13, -0.96)$ ; the direction varies very little between the four spacecraft. The maximum variance direction is expected to be orthogonal to the shock normal according to the coplanarity theorem. Thus we have chosen the unit vector parallel to  $-\mathbf{b} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{n}_*)$  as the actual shock normal,  $\mathbf{n} = (0.93, -0.26, 0.26) \approx \mathbf{n}_*$ . We shall use the direct shock coordinate system  $(\mathbf{n}, \mathbf{b} \times \mathbf{n}, \mathbf{b}) = (\mathbf{n}, \mathbf{m}, \ell)$  based on this “improved” shock normal.

[10] The magnetosheath and solar wind plasma parameters obtained by the Cluster 1 ( $C_1$ ) and ACE spacecraft for this crossing are given in Table 1. ACE data are taken with a 30-min delay corresponding to the solar wind travel time from the ACE location to the Earth orbit.

[11] The upstream and downstream average magnetic fields  $\mathbf{B}_{sw}$  and  $\mathbf{B}_{msh}$  have been determined as averages over the two time intervals 1802:55–1804:07 UT upstream, and 1800:31–1801:43 UT downstream, respectively. They both have strong southward components in the GSE coordinate system; in the shock frame their components are  $\mathbf{B}_{sw} = (-2.4, 3.4, 29.5)$  and  $\mathbf{B}_{msh} = (-2.3, 3.5, 88.1)$  nT, which shows that the normal component of the magnetic field is approximately constant across the shock and that the coplanarity theorem applies reasonably well.

[12] The velocity data are obtained from the Cluster Ion Spectrometry (CIS) experiment [Rème *et al.*, 1997] in the magnetosheath and from the ACE/Solar Wind Electron Proton Alpha Monitor [McComas *et al.*, 1998] in the solar wind since CIS was in an operating mode that allowed good measurements only in the magnetosheath without ion separation. The bulk speeds are given in the rest frame of the shock, which moves with a local speed  $\approx 12$  km/s toward the Earth in the GSE system [Maksimovic *et al.*, 2003]. The proton temperature  $T_p$  is also taken from CIS downstream and from ACE upstream. The electron temperature  $T_e$  is measured by

**Table 1.** Magnetosheath and Solar Wind Plasma Parameters<sup>a</sup>

	Magnetosheath	Solar Wind
$B$ , nT	90	30
$f_{cp}$ , Hz	1.4	0.5
$f_{cis}$ , Hz	0.7	0.2
$V_s$ , km/s	260	603
$T_p$ , eV	319	5
$T_e$ , eV	87	39
$N_e$ , cm <sup>-3</sup>	60	19
$N_p$ , cm <sup>-3</sup>	49	16
$N_{\alpha}$ , cm <sup>-3</sup>	5.5	1.5
$V_A$ , km/s	235	140
$c/\omega_{pi}$ , km	35	60
$\beta_p$	0.8	0.04
$\beta_e$	0.3	0.33

<sup>a</sup>Upstream velocity and  $\alpha$  particle composition are observed by the ACE satellite; the other parameters are from the satellite Cluster 1. The bulk speeds are given in the rest frame of the shock.

the Plasma Electron and Current Experiment (PEACE) instrument [Johnstone et al., 1997].

[13] The electron concentration  $N_e$  in the solar wind can be reliably estimated by the location of the plasma line by the Waves of High Frequency and Sounder for Probing of Electron density by Relaxation (WHISPER) radio receiver [Décréau et al., 1997]. In the magnetosheath the plasma line, even if not easily distinguishable from the noise level, gives an electron density of around 60 cm<sup>-3</sup>. As noted above, the CIS instrument was in the magnetospheric mode for this particular shock crossing, and the CIS composition and distribution function (CODIF) sensor (with ion separation) was saturated because the proton concentration exceeded 5–10 cm<sup>-3</sup>. Therefore in the solar wind we use ACE data to determine the  $\alpha$  particle abundance  $N_{\alpha}/N_p \simeq 0.11$  and the quasi-neutrality to obtain the  $\alpha$  and proton densities  $N_{\alpha}$  and  $N_p$ . In the magnetosheath the CIS hot ion analyzer (HIA) sensor (without ion separation) gives a total ion concentration of  $\sim 40$  cm<sup>-3</sup>. This density does not satisfy a mass flux conservation across the bow shock; assuming a downstream abundance  $N_{\alpha}/N_p$  equal to the upstream one, the mass flux conservation gives  $N_e = 56$  cm<sup>-3</sup> downstream. Therefore throughout this paper we will use the WHISPER result that is closer to this theoretical value and not the CIS density. Other parameters such as the Alfvén velocities  $V_A = B/\sqrt{\mu_0 \rho}$  ( $\rho$  is the total mass density), the ion inertial lengths  $c/\omega_{pi}$ , and the proton and electron betas  $\beta_p$  and  $\beta_e$  are also presented in Table 1. In particular, the Alfvén Mach number of the shock is  $M_A = V_n/V_A = 4.4$  ( $V_n$  is the upstream normal velocity in the shock rest frame), and the angle between the interplanetary magnetic field and the shock normal is  $\Theta_{BN} = 82^\circ$ ; therefore the shock is supercritical and quasi-perpendicular.

### 3. The AIC Waves

[14] Figure 2 displays the time profile of the three components of the magnetic field (in the shock frame) and of the proton temperature anisotropy  $T_{p\perp}/T_{p\parallel}$  observed by the C<sub>1</sub> spacecraft for a 12-min interval around the time of shock crossing at 1802:17 UT, taken as the origin of time for Figure 2 and most of the following analysis. An almost monochromatic wave can be observed

in the  $n$  and  $m$  components of the magnetic field for  $\sim 300$  s downstream of the shock crossing. This is most clearly illustrated by using the Morlet wavelet transform (see Appendix A). The wavelet amplitudes  $WB_j(f, t)$  give the contribution at time  $t$  of fluctuations at scale  $1/f$  to the total fluctuation  $\delta B_j(t)$  of the  $j$ th component of the magnetic field. Figure 3 shows the contour levels in the timescale plane of the squared amplitude of the wavelet coefficients  $|WB_n(f, t)|^2$  of the  $n$  component of the magnetic field for the same time period as Figure 2 (here also  $t = 0$  at the shock crossing time). The scales ( $1/f$ ) range from 0.1 to 18.0 s, and the amplitude levels are represented by a color scale ranging from black (low) to red (high). The proton cyclotron period  $1/f_{cp}$  (s) is shown by a solid line in Figure 3.

[15] One can see in Figure 3 the intense structured emission just before the shock crossing, corresponding to the quasi-sinusoidal wave seen in Figure 2. It lasts for  $\sim 4$  min, from 280 s before the shock crossing to 30 s before the shock crossing, and peaks at 3–5 s scales. Deeper in the magnetosheath, at about  $-350$  s, the fluctuation regime changes (see the vertical dashed line), and we observe intermittent peaks of energy, identified by black arrows, at scales between 1 and 2 s, which will be discussed in section 4.

[16] Simultaneous with the intense narrowband emission seen on the scalogram of Figure 3, a relatively large proton temperature anisotropy is observed (see the fourth panel of Figure 2). This anisotropy has a peak value just downstream of the shock ramp and reaches a more or less constant value of  $\simeq 1.7$  deeper in the magnetosheath, when the field loses its quasi-sinusoidal character. It can therefore be expected that the observed wave is an AIC wave resulting from the development of an instability due to the particle anisotropies.

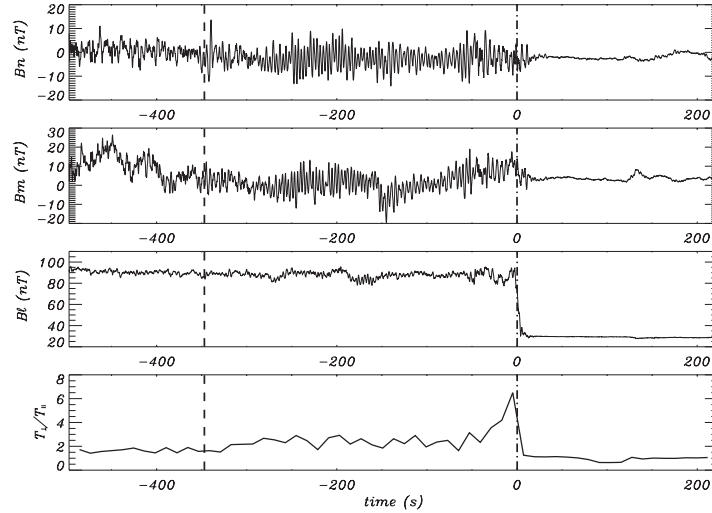
#### 3.1. Linear Theory

[17] A linear analysis based on Vlasov theory, using an improved version of the linear dispersion code called WHAMP developed by Rönmark [1982, 1983], confirms indeed that the level of anisotropy observed just downstream of the shock can be indicative of an AIC instability. For this, we have assumed bi-Maxwellian electron, proton, and  $\alpha$  particle distribution functions, with parameters as close as possible to the observed values.

[18] In particular, the parallel electron and proton temperatures and the corresponding temperature anisotropies are taken as  $T_{e\parallel} = 85$  eV,  $T_{e\perp}/T_{e\parallel} = 1.1$  (as observed by PEACE) and  $T_{p\parallel} \simeq 170$  eV,  $T_{p\perp}/T_{p\parallel} = 2.5$  (as observed by CIS), respectively. The  $\alpha$  particle anisotropy is assumed to be the same as that of the protons, and the particle temperature is taken to be  $T_{\alpha\parallel} \simeq 4T_{p\parallel}$ , a reasonable value downstream of a quasi-perpendicular bow shock with an upstream temperature ratio  $(T_{\alpha\parallel}/T_{p\parallel})_{sw} = 4$  [Zhao et al., 1991; Fuselier et al., 1991]. The other parameters (magnetic field magnitude and concentrations) are taken from Table 1.

[19] With these parameters the most unstable modes are Alfvén waves propagating along the background magnetic field. The corresponding linear growth rate (Figure 4a) and frequency (Figure 4b) are displayed as functions of the normalized wave vector  $kr_p$  parallel to the magnetic field,  $r_p$  being the proton Larmor radius based on the

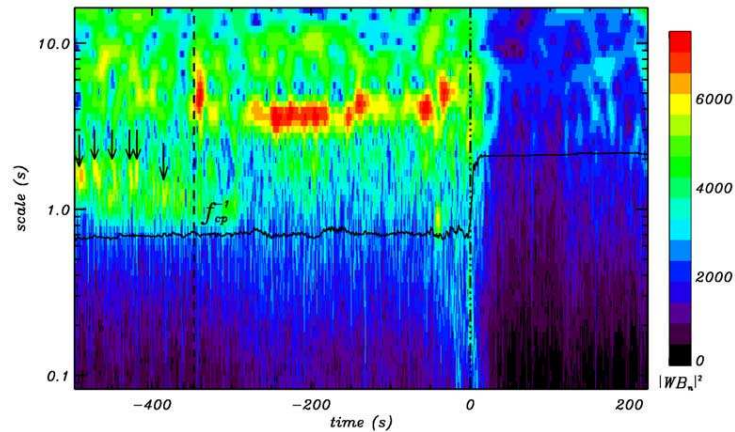




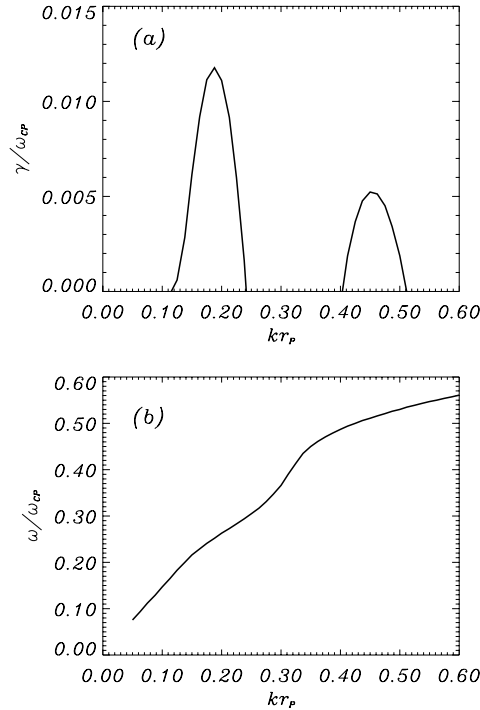
**Figure 2.** Cluster 1 magnetic field profiles (a)  $B_n$ , (b)  $B_m$ , (c)  $B_t$  in the shock frame and (d) the proton temperature anisotropy  $T_{p\perp}/T_{p\parallel}$  for the interval 1754–1806 UT on 31 March 2001. The origin of times is taken at the shock crossing, 1802:17 UT, marked by the vertical dash-dotted line so that negative times correspond to the magnetosheath. The dashed vertical line corresponds to  $t = 1756:30$  UT and separates the two fluctuation regimes discussed in text.

proton parallel thermal velocity  $v_p = (2k_B T_{p\parallel}/m_p f_{cp}^2)^{1/2} \simeq 0.51 f_{cp}$ , associated with the  $\alpha$  particle and proton anisotropies, respectively. The corresponding unstable wave vector domains are centered on  $k_1 r_p = 0.19$  and  $k_2 r_p = 0.45$ , respectively. The growth rate decreases with the angle

[20] The growth rate is positive (instability) in two separate frequency domains centered on  $0.24 f_{cp}$  and



**Figure 3.** Dynamic spectrum of  $B_n$ , using the Morlet wavelet transform, around the bow shock crossing, 1754–1806 UT. The shock crossing time at 1802:17 UT is taken as the origin of time (vertical dash-dotted line). The dashed vertical line corresponds to  $t = 1756:30$  UT; the proton cyclotron period,  $1/f_{cp}$  (s), is shown by a black solid line; singular points (see section 4) are marked with black arrows.



**Figure 4.** (a) Growth rate of the Alfvén ion cyclotron instability as a function of the nondimensional parallel wave vector  $k\tau_p$ . (b) Real part of the dispersion relation.

between the magnetic field and the wave propagation direction.

### 3.2. Properties of the Narrowband Waves

[21] We shall now show that the narrowband waves observed in the period 4 min prior to the shock crossing are indeed the expected AIC waves.

[22] First, a minimum variance analysis of the magnetic field [Sonnerup and Scheible, 1998] performed during a relatively uniform period from 260 to 170 s before the shock crossing for the satellite  $C_1$  indicates that the direction of minimum variance, estimated to be parallel to the wave vector direction  $\mathbf{e}_{\min} = (-0.19, 0.07, 0.98)$  in the shock  $(\mathbf{n}, \mathbf{m}, \mathbf{l})$  frame, is approximately parallel to the ambient magnetic field  $\mathbf{B}_{msh}$ . The polarization of  $\delta\mathbf{B}$  in the  $(n, m)$  plane is circular and left-handed with respect to  $\mathbf{B}_{msh}$ , as shown in Figure 5a. Therefore the polarization and propagation direction is compatible with that expected for an Alfvén wave propagating along the ambient magnetic field. The same results were obtained for the other three spacecraft.

[23] Second, a Fourier transform of the magnetic waveforms in the same uniform period (Figure 5b) shows that two frequencies are excited in the spacecraft frame:  $f_1 = 0.29$  Hz and  $f_2 = 0.57$  Hz. There is approximately a factor of 2 between

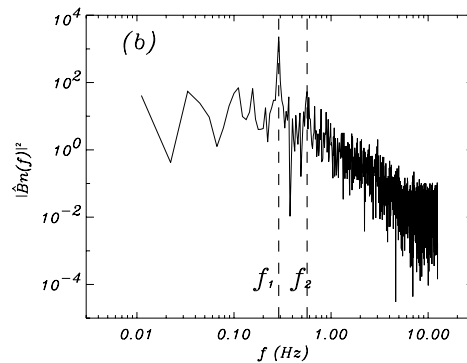
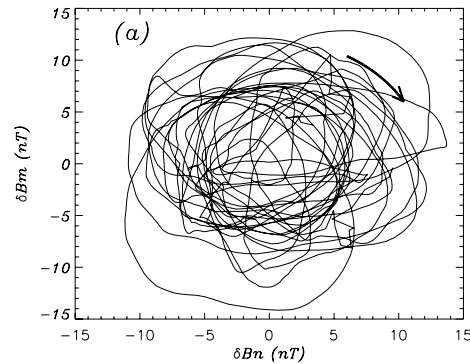
$f_1$  and  $f_2$ , indicating by comparison with Figure 4 that both the  $\alpha$  particle and proton anisotropies contribute to the instability. Note that the spectral peak at the lower frequency  $f_1$  is larger than the one at  $f_2$ , as predicted by the linear Vlasov theory, and dominates the waveform visible in Figure 2.

[24] In order to obtain the frequencies in the plasma rest frame,  $f_{0,1}$  and  $f_{0,2}$ , the Doppler effect should be taken into account:

$$\omega = |\omega_0 + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_b)|, \quad (1)$$

where  $\omega = 2\pi f$  is the observed frequency in the satellite frame (assumed to be at rest in the GSE frame of reference),  $\mathbf{V}_b = 270(-0.95, 0.11, 0.29)$  km/s is the magnetosheath plasma bulk velocity in the GSE frame for the wave observation period, and  $\mathbf{k}$  is the still unknown wave vector.

[25] The wave vector can be determined by using data from the four Cluster spacecraft [Balikhin *et al.*, 1997, 2000; Sahraoui *et al.*, 2003]. Indeed, let us make a Fourier transform of one component of the magnetic field, say,  $B_X(t, i)$ , where  $i$  denotes the spacecraft. At a given frequency  $f$  the Fourier amplitude  $B_X(f, i)$  is a complex number with a



**Figure 5.** (a) Hodogram. (b) Fourier transform of  $B_n$  over the period from 260 to 170 s before the shock crossing. The spectral density  $|B_n(f)|^2$  has two peaks over the frequencies  $f_1 = 0.29$  and  $f_2 = 0.57$  Hz (dashed lines).

phase  $\varphi_i(f)$ . Taking  $C_1$  as the reference spacecraft, the phase difference between the magnetic waveforms observed on  $C_2, C_3$ , and  $C_4$  and that observed on  $C_1$  can be written as

$$[\varphi_1(f) - \varphi_i(f)] = (\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{r}_{1i}) + 2\pi n_{1i}, \quad i = 2, 3, 4, \quad (2)$$

where  $\delta\mathbf{r}_{1i} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_i$  is the separation vector between  $C_1$  and  $C_i$ . This is a system of three equations for the three components of the wave vector, which depends on unknown parameter  $n_{1i} = 0, \pm 1, \dots$ . This indeterminacy can be lifted by imposing some requirements: (1) The solution must be parallel to the direction of minimum variance  $\mathbf{e}_{\min}$ ; (2) the angle between the magnetic field and  $\mathbf{k}$  is expected to be small, as predicted by the linear theory; (3) the function  $\sum_i \{[\varphi_1(f) - \varphi_i(f)] - (\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{r}_{1i}) - 2\pi n_{1i}\}^2$  must be minimal; and (4) we choose the smallest  $n_{1i}$  compatible with the first three requirements. In this way we obtain (in the GSE system of coordinates)

$$\mathbf{k}_1 = 14 \times 10^{-3} (0.27, -0.26, -0.93) \text{ km}^{-1}$$

for the wave observed at frequency  $f_1 = 0.29$  Hz, and

$$\mathbf{k}_2 = 25 \times 10^{-3} (-0.07, -0.23, -0.97) \text{ km}^{-1}$$

for the wave observed at frequency  $f_2 = 0.57$  Hz. In the  $(\mathbf{n}, \mathbf{m}, \ell)$  frame the unit vectors of  $\mathbf{k}_1$  and  $\mathbf{k}_2$  are

$$\mathbf{e}_{1*} = (0.08, 0.12, 0.99) \quad \mathbf{e}_{2*} = (-0.25, 0.18, 0.95).$$

These wave vectors are approximately parallel to the ambient magnetic field: The angle between  $\mathbf{e}_{1*}$  and  $\mathbf{B}_{msh}$  is  $\sim 10^\circ$ ; for the second mode this angle is  $\sim 15^\circ$ .

[26] Using equation (1), we can now determine the wave frequencies in the plasma rest frame:

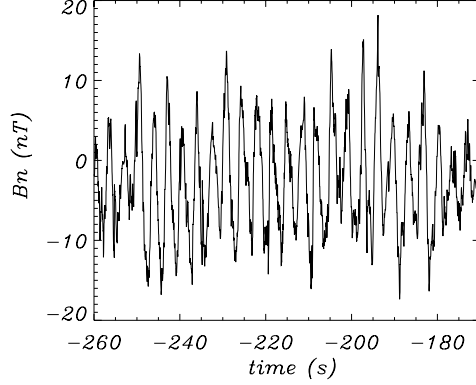
$$f_{0,1} = 0.62 \text{ Hz} \quad f_{0,2} = 0.83 \text{ Hz}$$

and the corresponding parallel phase velocities  $V_{\varphi\parallel} = \omega_0/k_{\parallel}$ . For the first wave mode we find  $V_{\varphi\parallel} \simeq 280$  km/s; for the second mode we find  $V_{\varphi\parallel} \simeq 215$  km/s. These values are compatible, within the observational uncertainties, with the estimated Alfvén speed in the magnetosheath (see Table 1).

[27] Furthermore, there is a qualitative agreement with the predictions of the linear Vlasov theory. The two solutions we found,  $k_{1\parallel} r_p = 0.31$  and  $k_{2\parallel} r_p = 0.55$ ,  $f_{0,1} = 0.43 f_{cp}$  and  $f_{0,2} = 0.58 f_{cp}$ , are in a good agreement with the nonlinear dispersion relation presented in Figure 4b. However, they do not correspond exactly to the maxima of the growth rate. A better quantitative agreement could be achieved by changing the parameters used in the linear theory; however, as discussed in section 2, some of these parameters are so uncertain that the qualitative agreement achieved here is the only one which is meaningful.

[28] Therefore the polarization, the dispersive properties of the waves, and the comparison with the linear theory confirm the identification of the observed wave modes at  $f_1$  and  $f_2$  as Alfvén ion cyclotron waves excited by the anisotropy of the  $\alpha$  particles and the protons, respectively.

[29] The waveforms of the AIC are periodic, but a detailed analysis reveals that they are not sinusoidal and have steepened wave fronts, indicating the presence of relatively strong nonlinearities. This is apparent in Figure 6, which



**Figure 6.** Close-up of Figure 2, component  $B_n$ , shown with the same origin of time.

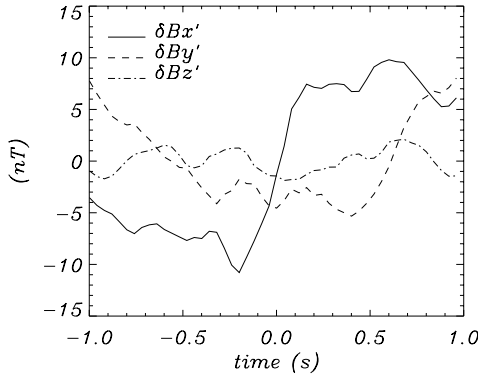
displays the profile of the magnetic field component  $B_n$  for the period from 260 to 170 s before the shock crossing.

[30] A more systematic analysis can be made by using the Haar wavelet transform (see Appendix A), which we shall apply to this period when the AIC waves have a relatively uniform behavior. A local gradient will be qualified as steep when the local energy at the smallest scale (i.e., the square of the wavelet coefficient calculated on  $\Delta t = 0.08$  s) exceeds by some threshold value  $\eta > 1$  the mean energy of the fluctuations at this scale:  $|WB_{\chi}|^2 > \eta \langle WB_{\chi}^2 \rangle$ , the average  $\langle WB_{\chi}^2 \rangle$  being taken on the whole interval of analysis. Note that the result of the analysis does not depend on the particular value of  $\eta$  as soon as it is larger than 3–5.

[31] Then a minimum variance analysis of the magnetic field fluctuations over a time interval of 2 s is made around each time when a “steep” gradient is detected. The number of points with a steep gradient obviously depends on the value of  $\eta$ , but in most cases only one component of the magnetic field has a large variation, while the other two remain almost constant. The component of maximal variance is always orthogonal to the large-scale magnetic field  $\mathbf{B}_{msh}$ . This is illustrated in Figure 7, which displays the profiles of the three components of  $\delta\mathbf{B}$  in the local minimum variance frame for an interval of  $\Delta t = 2$  s around the “singularity” (a time with a steep gradient) occurring at  $t_{\text{sing}} \simeq -220$  s (1758:38 UT). Here the directions of maximum, intermediate, and minimum variance are  $x'$ ,  $y'$ , and  $z'$ , respectively. One can see that  $\delta B_{x'}$  changes sign at  $t_{\text{sing}}$  and that the other two components fluctuate around zero. The eigenvalues of the variance tensor [Sommerup and Scheible, 1998] are 1, 0.33, and 0.03, respectively, the direction of minimum variance making an angle of  $\simeq 15^\circ$  with  $\mathbf{B}_{msh}$ . Therefore these “singularities” are current sheets approximately parallel to the wave fronts, presumably produced by some nonlinear steepening of the AIC waves.

#### 4. Three-Dimensional Structures: Current Tubes

[32] The scalogram of Figure 3 shows that the intense  $\alpha$  particle AIC wave at scale  $1/f_1 \simeq 3.6$  s disappears abruptly



**Figure 7.** Profiles of the three components of  $\delta\mathbf{B}$  in the minimum variance frame ( $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ) around the steep gradients at time  $t_{\text{sing}} \simeq -220$  s (1758:38 UT) downstream of the shock front.

deep in the magnetosheath, i.e., before  $-350$  s. However, during the time interval from 500 to 350 s before the shock crossing, the level of magnetic field turbulence remains relatively high, with strong localized peaks, marked by the arrows, at scales between 1 and 2 s. One may consider these peaks as “singular” points, i.e., times at which a steep gradient is observed, as discussed in section 3.2. The time width of these localized peaks is significantly bigger than the sampling time, so to identify the singular points in this region, the time resolution of the Morlet wavelet transform (WT) is sufficient, and we do not need the high time resolution of the Haar WT (see Appendix A). Here also, the number of singular points depends on the threshold  $\eta$ , but above a minimal value they all share the same properties, which are significantly different from the planar current sheets discussed in section 3.2.

[33] Let us consider one of these singularities occurring at  $\tau \simeq -420$  s (1755:16 UT). During a 10-s period around  $\tau$ ,  $C_1$  observes a regular magnetic field profile as illustrated by the component  $\delta B_{x'}$  in Figure 8a, where  $x'$  is the maximum variance direction in the local variance frame, calculated over the period under consideration. The variance analysis of  $\delta\mathbf{B}$  for this period gives the three eigenvalues 1, 0.68, and 0.14, so the singularity has a higher dimension than the current sheets. In Figure 8b the three components ( $\delta B_{x'}$ ,  $\delta B_{y'}$ ,  $\delta B_{z'}$ ) of  $\delta\mathbf{B}$  in the same minimum variance frame are displayed for the 2-s interval around  $\tau$  (the period between the two vertical dotted lines in Figure 8a). One can see that  $\delta\mathbf{B}$  has a three-dimensional (3-D) structure: None of the components remains constant, contrary to the case of the current sheets, even if the fluctuation in  $\delta B_{z'}$  is smaller than that of the two other components. The direction of minimum variance is approximately parallel to  $\mathbf{B}_{\text{msh}}$ , indicating that the axis of the symmetry of the 3-D structure is field aligned.

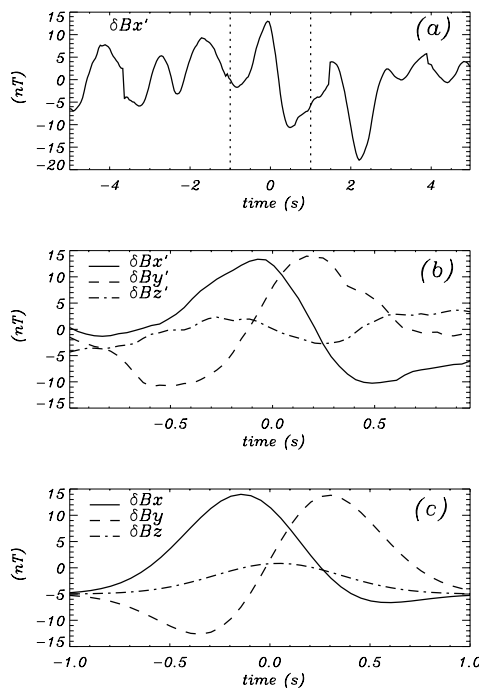
[34] As seen in Figure 1, the separation vector (in GSE)  $\delta\mathbf{r}_{14} = (46.0, -23.6, 654.3)$  km between  $C_1$  and  $C_4$  is almost parallel to  $\mathbf{B}_{\text{msh}}$ . The angle between these two vectors is  $19^\circ$ .

If the structures observed by  $C_1$  are field aligned, it is expected that they will be found in the  $C_4$  data. Indeed, a good correlation between the field variations observed on  $C_1$  and  $C_4$  are found for the singularities occurring around  $t_{\text{sing}}^1 = 1755:10$  and  $t_{\text{sing}}^4 = 1755:11$ , respectively:

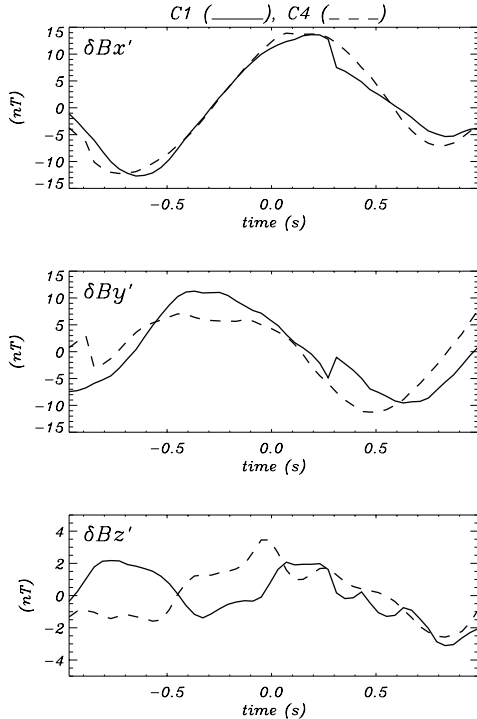
$$\begin{aligned} C(\delta B_{x'}^1, \delta B_{x'}^4) &= 0.98, \\ C(\delta B_{y'}^1, \delta B_{y'}^4) &= 0.78, \\ C(\delta B_{z'}^1, \delta B_{z'}^4) &= 0.27 \end{aligned} \quad (3)$$

Figure 9 presents the time profile of  $\delta\mathbf{B}$  measured by  $C_1$  (solid line) and  $C_4$  (dashed line) for the 2-s periods around  $t_{\text{sing}}^1$  and  $t_{\text{sing}}^4$  in the local minimum variance frame of  $C_1$ . The small jumps in the  $C_1$  data ( $\sim 4$  nT) are due to the STAFF search coil (SC) calibration method.

[35] The correlations in equation (3) indicate that it is highly probable that  $C_1$  and  $C_4$  observe the same structure. Thus its parallel dimension should be greater than the  $C_1$ – $C_4$  separation  $\delta_{\parallel 14} = 620$  km parallel to  $\mathbf{B}_{\text{msh}}$ . In Figure 10 we present the projection of the four spacecraft on a plane perpendicular to  $\mathbf{B}_{\text{msh}}$ ; the arrow represents the direction of



**Figure 8.** Magnetic field fluctuations, taking  $\tau \simeq -420$  s (1755:16 UT) as the origin of time. (a) Fluctuations  $\delta B_{x'}$  during 10 s around  $\tau$ . (b) Fluctuations of the magnetic field components ( $\delta B_{x'}$ ,  $\delta B_{y'}$ ,  $\delta B_{z'}$ ) for the 2-s period around  $\tau$ . (c) The  $z$ -aligned current tube simulation ( $\delta B_x$ ,  $\delta B_y$ ,  $\delta B_z$ ).



**Figure 9.** Profile of the magnetic field components measured by  $C_1$  around 1755:10 UT (solid line) and by  $C_4$  around 1755:11 UT (dashed line).

the plasma bulk velocity in this plane. The time delay  $\Delta t_{14} \approx 1.4$  s and the separation  $\delta R_{\perp 14} \approx 200$  km can then be used to determine the displacement velocity of the structure  $V_* \approx 140$  km/s in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_{msh}$ . This velocity is calculated assuming that the structure is exactly parallel to the ambient magnetic field, but the angle of  $10^\circ$  between  $\mathbf{B}_{msh}$  and the axis of the structure (an average value over the several structures) can change this result from 70 to 230 km/s. This last value is very close to the plasma bulk velocity.

[36] A similar profile of magnetic field variation can be obtained with a very simple two-dimensional model, where a cylindrical current tube of radius  $R_0$  is flowing along an ambient magnetic field  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ . Assuming that all the spatial dependencies are in the  $(x, y)$  plane, the model is characterized by two functions,  $\delta B_z(x, y)$  and the  $z$  component  $A(x, y)$  of the potential vector  $\mathbf{A} = A\mathbf{e}_z$  of the magnetic fluctuation, which we take as Gaussian so that

$$\begin{aligned} \delta B_z &= \Delta B_{\parallel} \exp(-R^2/R_0^2) \\ A &= \left(\frac{\Delta B_{\perp}}{\Delta B_{\parallel}}\right) R_0 \delta B_z, \end{aligned} \quad (4)$$

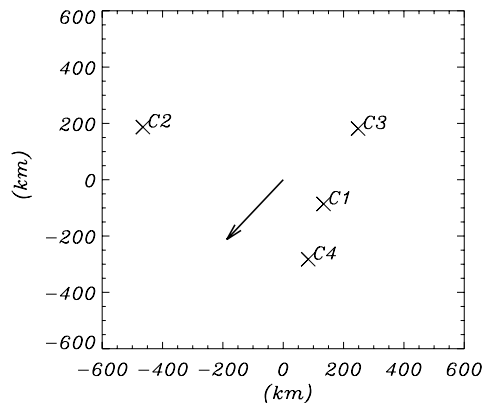
where  $\Delta B_{\parallel}$  and  $\Delta B_{\perp}$  characterize the parallel and perpendicular amplitude, respectively, of the magnetic fluctuations ( $R$  is the distance to the tube axis,  $R^2 = x^2 + y^2$ ). Since  $\delta \mathbf{B} = \delta B_z \mathbf{e}_z + \nabla \times \mathbf{A}$ ,  $\delta B_x = (-2y/R_0^2) A$  and  $\delta B_y = (2x/R_0^2) A$ . The source of this magnetic perturbation is a field-aligned localized current tube given by the Maxwell equation  $\nabla \times \delta \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ :

$$\mathbf{j} = 2 \frac{\delta B_z}{\mu_0 R_0} \left[ -\frac{y}{R_0} \mathbf{e}_x + \frac{x}{R_0} \mathbf{e}_y + 2 \frac{\Delta B_{\perp}}{\Delta B_{\parallel}} \left(1 - \frac{R^2}{R_0^2}\right) \mathbf{e}_z \right]. \quad (5)$$

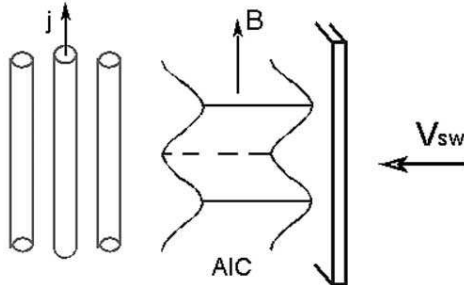
This current has a maximal longitudinal current at the center of the tube and maximal transversal current at the tube border.

[37] An instrument carried by a spacecraft crossing the structure in the  $(x, y)$  plane along a trajectory  $\rho(t) = \rho_0 + \mathbf{V}_* t$  with a velocity  $\mathbf{V}_*$  ( $\rho_0$  is the spacecraft position at time  $t = 0$ ) would measure a magnetic field fluctuation  $\{\delta B_x[\rho(t)], \delta B_y[\rho(t)], \delta B_z[\rho(t)]\}$  which is qualitatively similar to the observed one once the parameters are correctly adjusted. In particular, using  $R_0 = 60$  km,  $\Delta B_{\parallel} \approx 15$  nT,  $\Delta B_{\perp}/\Delta B_{\parallel} \approx 2$ , and the distance of closest approach to the tube axis 30 km, we obtain the profiles of  $\delta B_x$ ,  $\delta B_y$ , and  $\delta B_z$  shown in Figure 8c. This model is oversimplified and does not rely on a firm physical basis. It can be used nevertheless for the purpose of illustration and dimensional analysis.

[38] Thus one may conclude that during the time interval from 500 to 350 s before the shock crossing, on the 2-s timescale, satellites  $C_1$  and  $C_4$  observe field-aligned current tubes with a perpendicular cross section of the order of 60 km and a parallel size  $>600$  km. Satellites  $C_2$  and  $C_3$  also observe similar structures on the 2-s timescale in this region. The space separations in the plane perpendicular to the magnetic field  $\delta R_{\perp 12} \approx 650$  km and  $\delta R_{\perp 24} \approx 720$  km are much larger than  $R_0$  estimated from the model (equation (4)); therefore we cannot be sure that  $C_2$  observes the same structures as  $C_1$  and  $C_4$ . The separation  $\delta R_{\perp 13} \approx$



**Figure 10.** Relative positions of  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , and  $C_4$  for the studied shock crossing projected on the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_{msh}$ . The arrow represents the direction of the bulk velocity in this plane.



**Figure 11.** Schematic presentation of the processes sequence discussed in text: generation and filamentation of AIC waves in the downstream region of the perpendicular bow shock.

290 km is not much larger than  $\delta R_{\perp 14}$ , but during 20 s before  $\tau$ , there are no data on  $C_3$ , so we cannot properly compare structures observed by  $C_3$  with those discussed in this section. More detailed comparisons between the four satellites will be the subject of a future work. We can conclude that just downstream of the region where coherent Alfvén ion cyclotron waves are observed, one finds a region more or less loosely filled with current tubes parallel to the local ambient magnetic field.

## 5. Discussion and Conclusion

[39] It is well known, both theoretically and observationally, that AIC waves may be destabilized by proton and  $\alpha$  particle pressure anisotropies downstream of a quasi-perpendicular, supercritical bow shock [Anderson *et al.*, 1994; Gary *et al.*, 1994]. This is the case for the shock crossing studied here, which falls in a regime of temperature anisotropies and  $\beta_p$  where Alfvén ion cyclotron waves are unstable. As predicted by previous authors, we observed two AIC modes propagating approximately along the downstream average magnetic field and corresponding to the destabilizing effects of the  $\alpha$  and proton temperature anisotropies, in agreement with the linear theory of the instability. Note that the identification of the waves observed by one satellite was based on the polarization study and on the wave vector direction obtained by the minimum variance method. With the help of the four Cluster satellites the determination of the wave dispersion is possible. To our knowledge, an accurate AIC wave identification in the downstream region of a quasi-perpendicular shock is made here for the first time.

[40] Farther downstream in the magnetosheath but still close to the shock front, the AIC waves disappear. Simultaneously, the pressure anisotropies decrease, and large-amplitude, localized fluctuations appear at timescales and spatial scales smaller than the period and wavelength of the AIC waves. These fluctuations may be interpreted as field-aligned current tubes and last until the previous shock crossing is reached at 1738:22 UT. No quasi-monochromatic AIC waves are observed downstream of this shock, the Cluster spacecraft finding themselves immediately in a region with current tubes similar to those described below.

[41] Thus, in the downstream region of a perpendicular bow shock, two different phenomena are observed successively: coherent, plane AIC waves propagating along  $\mathbf{B}_{msh}$ , followed by a region where the magnetic fluctuations take the form of current tubes. Even if the geometry and the length scales of the two phenomena are very different, they are observed in adjacent regions. This is the most important result of this work.

[42] A possible interpretation for the observed symmetry breaking is the filamentation instability [Laveder *et al.*, 2002] of the quasi-monochromatic AIC waves observed downstream of the shock. This instability takes place in a plasma with  $\beta \geq 1$  and leads to the collapse of the finite amplitude dispersive Alfvén wave into intense field-aligned magnetic filaments with a cross section of the order of  $c/\omega_{pi}$ . This instability has been extensively studied for parallel-propagating waves in Hall-MHD without kinetic effects. In our case the conditions are favorable for the filamentation instability. In particular, the total plasma  $\beta$  in the magnetosheath exceed the unity:  $(\beta_p + \beta_e)_{msh} \simeq 1.1$ . Furthermore, the AIC characteristics, such as the frequency, wavelength, and polarization and their direction of propagation, more or less along the ambient magnetic field, are the correct ones for the development of the instability. The cross section of the current tubes is of the same order as the cross section of the filament seen in the simulations [Laveder *et al.*, 2002]. The structure of this filament is rather complex: An azimuthal magnetic field does not make a complete twist, an axial component has a shear inside the filament, and an electric current within the filament has the same structure (D. Laveder, private communication, 2003). The model we have used in this paper is highly schematic, and a detailed study of the fine structure of the observed filaments will be the subject of a forthcoming paper.

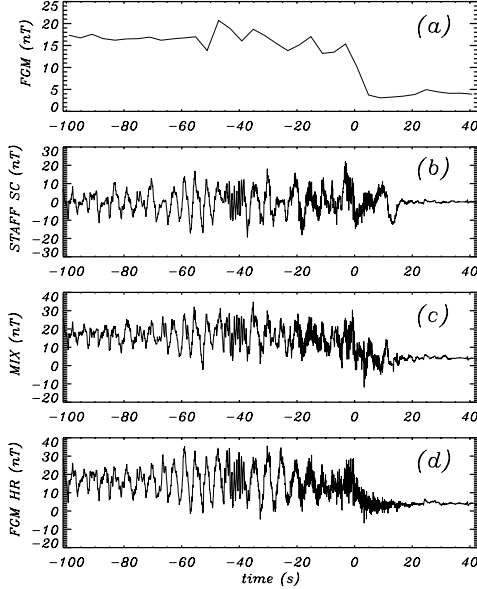
[43] The sequence of processes, discussed in this paper, is summarized in the cartoon of Figure 11: The supercritical quasi-perpendicular bow shock is the source of the strong downstream temperature anisotropy which excites the AIC waves; the waves give rise to the current tubes via the filamentation instability. As mentioned in section 3, the pressure anisotropy remains relatively high in the AIC region and decreases in the tube region, indicating that the filamentation instability plays an important role in the final plasma relaxation in the downstream region.

[44] For the other shock crossings observed that day, the solar wind and shock parameters were roughly in the same range; it is therefore surprising that the combination of AIC waves and current tubes was found for only one other shock crossing, occurring at 1717:49 UT. However, for all of them we were able to identify field-aligned current tubes downstream but close to the shock front. This suggests that the filamentation instability is so fast that AIC waves cannot be observed if the geometry of the crossing is not favorable. Detailed comparisons with theoretical models of this nonlinear instability, including kinetic effects, are necessary to support these conclusions. This will be the subject of further studies.

## Appendix A

### A1. Wavelet Transformation: Basic Concepts

[45] In many cases of interest one has to analyze a signal  $S(t)$  whose spectral content varies with time. The methods



**Figure A1.** Data merging for  $B_x(nT)$ : (a) FGM data  $[B_x(t)]_F$ , (b) Cluster Spatio-Temporal Analysis of Field Fluctuations (STAFF) search coil waveforms  $[B_x(t)]_S$ , (c) mixed data  $[B_x(t)]_{\text{mix}}$ , and (d) FGM high resolution.

which are commonly used to study this variation of the spectral content (within the limits of the uncertainty principle, which states that one cannot obtain arbitrary good localization simultaneously in time and frequency,  $\Delta f \Delta t \geq C^{(6)}$ ) are the windowed Fourier transform (WFT) and the wavelet transform (WT).

[46] In the WFT, time localization is achieved by using a windowing function  $g(t)$  and then taking the Fourier transform

$$GS(f, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t') g(t' - t) e^{-i2\pi f t'} dt',$$

where  $g(t)$  is a real function which vanishes for  $t \geq T$ . This transform is energy preserving and invertible. It is characterized by the fact that the analyzing kernel  $g(t' - t) e^{-i2\pi f t'}$  has the same support for all  $f$  and  $t$ , while the number of cycles varies with  $f$ , with the consequence that frequency resolution is  $\Delta f \simeq 1/T$  and the time localization  $\Delta t \simeq T$  does not depend on the frequency.

[47] In the WT one uses an analyzing function which has a narrow support for high frequencies and a large one for low frequencies. This is achieved by using a two-parameter family of functions called wavelets,  $\psi_{f,t}(t') \equiv \sqrt{f} \psi[f(t' - t)]$ , derived from a “mother” wavelet  $\psi(t)$ , which has a finite support around  $t = 0$ . One of the parameters is the translation parameter  $t$ , as in the win-

dowed Fourier transform case; the other parameter is a dilation (or scale) parameter  $f > 0$  corresponding to a local frequency,  $1/f$  being the temporal scale. Making the convolution of the signal  $S(t)$  with a member of the family of functions  $\psi_{f,t}(t')$ , we obtain the corresponding wavelet coefficient

$$WS(f, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t') \sqrt{f} \psi[f(t' - t)] dt'.$$

[48] Changing the value of  $f$  has the effect of dilating ( $1/f > 1$ ) or contracting ( $1/f < 1$ ) the analyzing function  $\psi_{f,t}(t')$ , while changing  $t$  has the effect of translating the support of this function toward the point  $t$ . In the wavelet transform the number of cycles in the wavelet  $\psi_{f,t}(t')$  does not change with the scale parameter  $1/f$ , but the size of its support does. It is small for small  $1/f$ , so the wavelet transform picks up higher-frequency components and vice versa. The choice of the function  $\psi(t)$  is not unique, but  $\psi(t)$  must have a finite energy, a sufficiently fast decay for large values of  $|t|$  and zero mean.

[49] The signals we have to deal with are discrete ones, with a sampling time  $t_s$ . A complete orthogonal wavelet basis may then be constructed if a logarithmic uniform discretization of spacing and scales is chosen, for example,

$$t_n = n2^m t_s, \quad f_m = \frac{1}{2^m t_s}, \quad m \geq 1.$$

At scale  $m$  the time resolution is  $2^m t_s = \Delta t_m$ .

[50] In this work we have used two wavelet transforms, depending on whether we need a good time resolution or a good frequency resolution [see, e.g., *Kumar and Foufoula-Georgiou*, 1994]. The first one is the Haar wavelet (HW),

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq 1/2 \\ -1, & 1/2 < t \leq 1 \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

Note that computing the Haar coefficients of a sampled signal  $S(t_s)$  at a given scale  $m$  is equivalent to taking the difference between the average of the signal over two consecutive intervals of length  $2^m$  points. At the highest scale this procedure is equivalent to taking the difference between two neighboring points of the signal, which provides the highest time resolution but the worst frequency resolution of the transformation. Therefore the HW transform is convenient for detecting fast and local variations, which we call the “singular points.” The second WT is the Morlet wavelet

$$\psi(t) = \pi^{-1/4} e^{-(2\pi i f t)} e^{-t^2/2},$$

where  $(2\pi f) \geq 5$ , which represents a good compromise between time and scale resolution; it is well suited

to detecting frequency peaks in an inhomogeneous environment.

## A2. Data Merging

[51] The search coil (SC) magnetometer of the STAFF SC experiment measures magnetic waveforms with a sampling time of  $t_s = 0.04$  s in the normal bit rate mode. Frequencies smaller than the spacecraft spin rate ( $1/t_R$ ,  $t_R \simeq 4$  s) are filtered out so that the useful signal covers the 0.25–12.5 Hz frequency range. In many cases, however, it is convenient to have magnetic waveforms which also contain information about the large-scale variations, information which may be found in the FGM data, averaged, and sampled at 4 s. We are therefore led to merge the STAFF SC signal with the FGM signal, which can be done in many ways.

[52] Here we use the Haar wavelet transform (the WFT could be used as well, the main requirement being that the transform is invertible). To illustrate the procedure, consider the  $X$ th component of the magnetic field  $[B_X(t)]_F$  measured by FGM (see Figure A1a) and  $[B_X(t)]_S$  measured by STAFF SC (see Figure A1b). We begin by interpolating the  $[B_X(t)]_F$  signal to the STAFF measurement times; then we apply the Haar wavelet transform to both the STAFF waveforms and the interpolated FGM waveforms, obtaining the wavelet coefficients  $[WB_X(m, t)]_S$  and  $[WB_X(m, t)]_F$ , respectively. The period of rotation lies in the  $m = m_* = 6$  scale since  $2^{m_*} < t_R < 2^{m_*+1}$ . We then combine these two sets of wavelet coefficients to obtain the wavelet coefficients  $[WB_X(m, t)]_{\text{mix}}$  of a mixed signal, equal to  $[WB_X(m, t)]_F$  for scales larger than  $m_*$  and to  $[WB_X(m, t)]_S$  for scales smaller than  $m_*$ :

$$[WB_X(m, t)]_{\text{mix}} = a_m [WB_X(m, t)]_F + b_m [WB_X(m, t)]_S,$$

where  $a_m$  and  $b_m$  are weight functions

$$a_m = \begin{cases} 1, & m \geq m_* \\ 2^{-2(m-5)}, & m < m_* \end{cases}$$

$$b_m = 1 - a_m.$$

We now apply the inverse wavelet transformation using the set of  $[WB_X(f, t)]_{\text{mix}}$  to get the final “mixed” signal  $[B_X(t)]_{\text{mix}}$  (see Figure A1c). In Figure A1d we also present the FGM high-resolution signal to compare with our resulting signal. One can see that the signals are very similar, with the fluctuation amplitude being slightly higher for the high-resolution FGM data than for the merged signal; a more detailed comparison of these two signals will be made in a future work.

[53] **Acknowledgments.** We thank the ACE SWEPAM instrument team and the ACE Science Center for providing the ACE data.

[54] Shadia Rifai Habbal thanks Dimitri Laveder and another referee for their assistance in evaluating this paper.

## References

- Anderson, B. J., S. A. Fuselier, S. P. Gary, and R. E. Denton (1994), Magnetic spectral signatures in the Earth’s magnetosheath and plasma depletion layer, *J. Geophys. Res.*, *99*, 5877–5891.
- Balikhin, M. A., T. Dudok de Wit, V. Krasnosel’skikh, W. A. C. Mier-Jedrzejowicz, and W. Baumjohann (1997), Experimental determination of the dispersion of waves observed upstream of quasi-perpendicular shock, *Geophys. Res. Lett.*, *24*, 787–790.
- Balikhin, M. A., I. Bates, and M. Dunlop (2000), Minimum variance free identification of the composition of space plasma turbulence and non-linear processes in it, in *Proceeding of the Cluster-II Workshop on Multi-scale/Multipoint Plasma Measurements*, edited by R. A. Harris, *Eur. Space Agency Spec. Publ., ESA SP-449*, 287–290.
- Balogh, A., et al. (2001), The Cluster magnetic field investigation: Overview of in-flight performance and initial results, *Ann. Geophys.*, *19*, 1207–1217.
- Cornilleau-Wehrin, N., et al. (1997), The Cluster Spatio-Temporal Analysis of Field Fluctuations (STAFF) experiment, *Space Sci. Rev.*, *79*, 107–136.
- Cornilleau-Wehrin, N., et al. (2003), First results obtained by the Cluster STAFF experiment, *Ann. Geophys.*, *21*, 437–456.
- Décroux, P. M. E., et al. (1997), WHISPER, A resonance sounder and wave analyser: Performances and perspectives for the Cluster mission, *Space Sci. Rev.*, *79*, 157–193.
- Fuselier, S. A., D. M. Klumppar, E. G. Shelley, B. J. Anderson, and A. J. Coates (1991),  $\text{He}^{2+}$  and  $\text{He}^+$  dynamics in the subsolar magnetosheath and plasma depletion layer, *J. Geophys. Res.*, *96*, 21,095–21,104.
- Gary, S. P., P. D. Convery, R. E. Denton, S. A. Fuselier, and B. J. Anderson (1994), Proton and helium cyclotron anisotropy instability thresholds in the magnetosheath, *J. Geophys. Res.*, *99*, 5915–5921.
- Johnstone, A. D., et al. (1997), PEACE: A Plasma Electron and Current Experiment, *Space Sci. Rev.*, *79*, 351–398.
- Kumar, P. and E. Fofoula-Georgiou (1994), Wavelet analysis and its applications: An introduction, in *Wavelets in Geophysics*, edited by E. Fofoula-Georgiou and P. Kumar, pp. 1–43, Academic, San Diego, Calif.
- Laveder, D., T. Passot, and P. L. Sulem (2002), Transverse dynamics of dispersive Alfvén waves: Direct numerical evidence of filamentation, *Phys. Plasmas*, *9*, 293–304.
- Leroy, M. M., D. Winske, C. C. Goodrich, C. S. Wu, and K. Papadopoulos (1982), The structure of perpendicular bowshocks, *J. Geophys. Res.*, *87*, 5081–5094.
- Maksimovic, M., S. D. Bale, T. S. Horbury, and M. Andre (2003), Bow shock motions observed with CLUSTER, *Geophys. Res. Lett.*, *30*(7), 1393, doi:10.1029/2002GL016761.
- McComas, D. J., S. J. Bame, P. Barker, W. C. Feldman, J. L. Phillips, P. Riley, and J. W. Griffe (1998), Solar Wind Electron Proton Alpha Monitor (SWEPAM) for the Advanced Composition Explorer, *Space Sci. Rev.*, *86*, 563–612.
- Paschmann, G., N. Scokopke, S. J. Bame, and J. T. Gosling (1982), Observations of gyrating ions in the foot of a nearly perpendicular bowshock, *Geophys. Res. Lett.*, *9*, 881.
- Rème, H., et al. (1997), The Cluster Ion Spectrometry (CIS) experiment, *Space Sci. Rev.*, *79*, 303–350.
- Rezeau, L., A. Roux, and C. T. Russell (1993), Characterization of small-scale structures at the magnetopause from ISEE measurements, *J. Geophys. Res.*, *98*, 179–186.
- Rönmark, K. (1982), Waves in homogeneous, anisotropic, multicomponent plasmas, *Kiruna Geophys. Inst. Rep. 179*, 56 pp., Swed. Inst. of Space Phys., Univ. of Umeå, Umeå, Sweden.
- Rönmark, K. (1983), Computation of the dielectric tensor of a Maxwellian plasma, *Plasma Phys.*, *25*, 699–701.
- Sahraoui, F., et al. (2003), ULF wave identification in the magnetosheath: K-filtering technique applied to Cluster II data, *J. Geophys. Res.*, *108*(A9), 1335, doi:10.1029/2002JA009587.
- Schwartz, S. J. (1998), Shock and discontinuity normals, Mach numbers, and related parameters, in *Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data*, edited by G. Paschman and P. W. Daly, *ISSI Sci. Rep. SR-001*, pp. 249–270, Eur. Space Agency, Paris.
- Schwartz, S. J., D. Burgess, and J. J. Moses (1996), Low-frequency waves in the Earth’s magnetosheath: Present status, *Ann. Geophys.*, *14*, 1134–1150.
- Sonnerup, B. U. Ö., and M. Scheible (1998), Minimum and maximum variance analysis, in *Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data*, edited by G. Paschman and P. W. Daly, *ISSI Sci. Rep. SR-001*, pp. 185–220, Eur. Space Agency, Paris.
- Yoon, P. H. (1992), Quasi-linear evolution of Alfvén-ion-cyclotron and mirror instabilities driven by ion temperature anisotropy, *Phys. Fluids B*, *4*, 3627–3637.
- Zhao, X., K. W. Ogilvie, and Y. C. Whang (1991), Modeling the effects of fast shocks on solar wind minor ions, *J. Geophys. Res.*, *96*, 5437–5445.

— O. Alexandrova, C. Lacombe, M. Maksimovic, and A. Mangeney, LESIA/CNRS, Observatoire de Paris, 5 pl. Jules Janssen, 92195 Meudon, France. (olga.alexandrova@obspm.fr; catherine.lacombe@obspm.fr; milan.maksimovic@obspm.fr; mangeney@despace.obspm.fr)



**A05207**

ALEXANDROVA ET AL.: ALFVÉN WAVES AND FIELD-ALIGNED FILAMENTS

**A05207**

J.-M. Bosqued, CESR, 9, av. du Colonel Roche, F-31028 Toulouse, France. (jean-michel.bosqued@cesr.fr)

N. Cornilleau-Wehrin, CETP, 10–12, av. de l'Europe, F-78140 Vélizy, France. (nicole.cornilleau@cetp.ipsl.fr)

P. M. E. Décreau, LPCE/CNRS, 3A, av. de la recherche scientifique, F-45071 Orleans, France. (pdecreau@cnrs-orleans.fr)

A. N. Fazakerley, Mullard Space Science Laboratory, Holmbury, St. Mary, Dorking, Surrey RH5 6NT, UK. (anf@mssl.ucl.ac.uk)

E. A. Lucek, Space and Atmospheric Physics, Imperial College, Prince Consort Road, London SW7 2BZ, UK. (e.lucek@imperial.ac.uk)

P. Travnicek, Institute of Atmospheric Physics, Prague 14131, Czech Republic. (trav@alenka.ufa.cas.cz)

## **E.2. Stationary field-aligned filament : model based on Cluster observations**

**Alexandrova and Mangeney, proceedings "Problems of Geocosmos", 2004**



## M2. Solar Wind and Magnetosheath

### Stationary Field-Aligned Filament: Model Based on Cluster Observations

O. Alexandrova\* and A. Mangeney\*

#### Abstract

The magnetosheath in the vicinity of the bow-shock contains an anisotropic plasma. The relaxation of this anisotropy is still an open question in the physics of collisionless shock waves. Cluster observations give us some new information on this problem. On the 31st of March 2001 Cluster satellites crossed several times the Earth bow-shock. For some of these crossings non-linear Alfvén wave and small localized magnetic structures were observed in the neighborhood of the shock in the magnetosheath. In this paper we show that the localized magnetic structures are field-aligned axi-symmetric filaments and that their state can be described by a simple balance between the Laplace force and the pressure gradient.

## 1 Introduction

The solar wind plasma, after crossing the Earth bow-shock becomes strongly anisotropic. This anisotropy is responsible for the excitation of Alfvén Ion Cyclotron (AIC) waves and/or mirror waves [1] which tend to relax the particle anisotropy to a marginally stable level [2]. However this relaxation is not fully understood. The Cluster mission with four identical satellites, give us an opportunity to get a new information on the relaxation process.

The post shock magnetic field behavior of one particular Cluster crossing on the 31st of March 2001 at 18:02:17 UT was studied in [3]. In the magnetosheath just after the shock crossing AIC waves with a constant magnetic energy were observed. This region is followed by a region with clearly separated energy peaks, where magnetic field fluctuations are coherent and look like field-aligned magnetic tubes. This suggest that the observed AIC waves are subject to a filamentation instability, that leads to the collapse of a finite amplitude dispersive Alfvén wave into intense field-aligned magnetic filaments with a cross section of the order of  $c/\omega_{pi}$  [4]. If the observed coherent magnetic fluctuations are indeed the corresponding filaments, it would mean that the filamentation instability plays an important role in the anisotropy relaxation process. An other interesting problem is the asymptotic state of the filament in the ambient plasma.

The present paper will focus on the identification and state of the observed coherent magnetic fluctuations. The outline of the paper is as follows: In section 2, we summarise the observed features of the magnetic fluctuations, we discuss some possible explanations of these observations. In section 3, we present a simple model of a filament state and we compare it with the observed magnetic fluctuations. Section 4 gives conclusions.

---

\*LESIA/CNRS, Observatoire de Paris, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon, France, e-mail: olga.alexandrova@obspm.fr; mangeney@despace.obspm.fr

## 2 Properties of the coherent magnetic fluctuations

Let us consider the magnetic field fluctuations  $\delta\mathbf{B}$  over a time period  $\Delta t = 8$  s around one of the separated peaks of energy observed 31 of March 2001 at  $t_0 = 17:05:36$  UT, Fig. 1. We use  $\delta\mathbf{B} = \mathbf{B} - \langle\mathbf{B}\rangle$ , where  $\langle\mathbf{B}\rangle$  is the average magnetic field over  $\Delta t$ . To specify the geometry of the fluctuations,  $\delta\mathbf{B}$  is represented in the local variance frame, where the axis are the eigenvectors  $\{\mathbf{e}_i\}_{i=x,y,z}$  of the variance matrix  $\{M_{ij}\}_{i,j=x,y,z} = \langle B_i B_j \rangle - \langle B_i \rangle \langle B_j \rangle$ . The normalized eigenvalues of the matrix are  $\{\lambda_i/\lambda_x\} = \{1, 0.8, 0.1\}$  and the minimum variance direction  $\mathbf{e}_z$  is approximately parallel to  $\langle\mathbf{B}\rangle$ . These coherent fluctuations can be interpreted either as a wave packet or a localized magnetic filament.

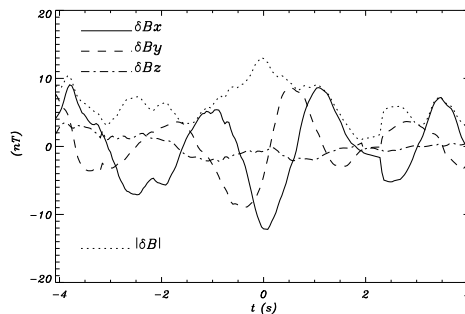


Figure 1: Magnetic field fluctuations measured by Cluster-4 on the 31 of March 2001 during a 8 s period around 17:05:36 UT.

In a forthcoming paper [5] we shall present a detailed analysis of these fluctuations, which is beyond the scope of this short paper. Let us summarize the main results: (a) the fluctuations are localized in space; (b) they move with the sheath plasma; (c) the electron plasma density and the magnetic field modulus are anti-correlated; (e) there is a good correlation between  $\delta B_j$  and  $\delta V_j$  (with  $j = x, y$ ), where  $\delta V_j$  is not measured directly because of the time resolution of the ion spectrometry instrument but determined from the electric field measurements:  $\delta V_x = (\delta E_y + [\mathbf{V} \times \delta\mathbf{B}]_y)/B_z$  and  $\delta V_y = -(\delta E_x + [\mathbf{V} \times \delta\mathbf{B}]_x)/B_z$ .

An interpretation in terms of plane waves does not seem to be consistent with the observed space localization. A plane wave is coherent in a plane perpendicular to the wave vector  $\mathbf{k}$ . If the observed  $\delta\mathbf{B}$  is a wave packet,  $\mathbf{e}_z$  which is roughly parallel to  $\langle\mathbf{B}\rangle$  coincides with the  $\mathbf{k}$  direction. As we will show in article [5] two of the satellites happen to have a separation vector perpendicular to  $\langle\mathbf{B}\rangle$  but they do not observe simultaneously the same signal. Therefore there is some other characteristic dimension in this plane and we do not observe a plane wave packet, but a three-dimensional isolated structure. The other observed properties defined above are also in contradiction with the plane wave explanation. For example, the anti-correlation between  $\delta\rho$  and  $|\delta\mathbf{B}|$  can be interpreted by a slow magnetosonic wave, mirror mode or slow magnetosonic soliton. However in the parallel propagating case the slow mode becomes a pure sound wave with  $\delta\mathbf{B} = 0$ . One can exclude also the mirror mode because it has predominantly  $\mathbf{k} \perp \langle\mathbf{B}\rangle$ . For the magnetosonic soliton the same argument that we have used for the slow wave is valid.

Therefore we can see that the most convenient interpretation of the observed coherent magnetic fluctuations is a 3D structure localized in the plane perpendicular to  $\langle\mathbf{B}\rangle$ . It has a large longitudinal dimension with respect to the perpendicular one as  $\lambda_z \ll \lambda_x, \lambda_y$  and it

is symmetrical in the  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ -plane as  $\lambda_x \sim \lambda_y$ . The correlation between  $\delta\mathbf{B}$  and  $\delta\mathbf{V}$  in the plane perpendicular to  $\langle\mathbf{B}\rangle$  characterizes alfvénic fluctuations. So we observe a field-aligned axi-symmetrical structure looking like an alfvénic filament [6] but with a non-constant plasma pressure.

### 3 Simple model of a field-aligned magnetic filament

In this section we propose a simple model of a field-aligned filament. The equation of motion for time stationary compressible plasma in the ideal MHD approximation is

$$\frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = \rho(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V} + \nabla p. \quad (1)$$

Let us consider a case of small amplitude stationary perturbations of uniform plasma:  $V_0 = 0$  and  $\delta B/B_0 \sim \delta V/V_A \sim \delta\rho/\rho_0 \sim \delta p/p_0 \sim 0.15$ , where  $V_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0\rho_0}}$  is the Alfvén velocity. In the first order we have:

$$\frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \delta\mathbf{B}) \times \mathbf{B}_0 = \nabla\delta p \quad (2)$$

i.e. a balance between the Laplace force and the pressure gradient. The large longitudinal dimension and the axi-symmetry of the filament suggest  $\partial/\partial z = \partial/\partial\varphi = 0$ . The axi-symmetric solution of equation (2) vanishing at infinity is:

$$\delta\mathbf{B}(r) = [b_\perp J_1(\kappa r) \frac{x}{r}, b_\perp J_1(\kappa r) \frac{y}{r}, b_\parallel J_0(\kappa r)] \quad (3)$$

$$\delta p_\perp(r) = -\frac{B_0}{\mu_0} b_\parallel J_0(\kappa r) \quad (4)$$

$$\delta p_\parallel(r) = \text{const} \quad (5)$$

where  $J_0$  and  $J_1$  are the 0th and 1st order Bessel functions,  $\kappa$  is a scaling factor,  $r$  is the space variable in the plane perpendicular to the filament axis,  $b_\parallel$  and  $b_\perp$  are two amplitudes. To

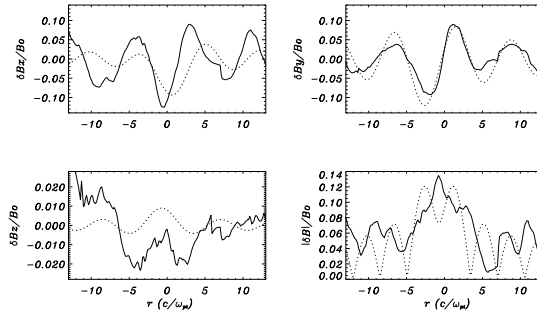


Figure 2: Comparison between the observed magnetic fluctuations (solid line) and ones of the field-aligned axi-symmetric filament (dotted line); here  $r$  is normalized on  $c/\omega_{pi}$ .

compare the model with the observations, the time coordinate is transformed into distance by using the plasma bulk velocity, since the filament is stationary in the plasma frame. The best fitting was found for  $b_\perp/B_0 = 0.2$ ,  $b_\parallel/B_0 = 0.02$ ,  $1/\kappa = 1.3 c/\omega_{pi}$  and with a closest approach of

the satellite to the filament axis of  $0.9 c/\omega_{pi}$ . Fig. 2 shows the comparison between the observed magnetic fluctuations (solid line) and the result of the fitting (dotted line). In article [5] we shall show also that the observed plasma pressure  $\delta n_e k_B T$ , where electron density fluctuations  $\delta n_e$  are obtained from satellite electric potential data, is in a reasonably good agreement with  $\delta p_\perp$  from the model.

One can see that this simple model takes into account most of the observations. Since we neglect second order terms, in particular  $\rho(\delta\mathbf{V} \cdot \nabla)\delta\mathbf{V}$ , the velocity fluctuation does not play a role. However, it is expected that a better model would lead to  $\delta\mathbf{V} = \pm \frac{\delta\mathbf{B}}{\sqrt{\mu_0\rho_0}}$  to reduce the effect of non linearities (c.f. [6]). In a future work we intend to develop a model of alfvénic filaments in a compressible plasma.

#### 4 Conclusion

In this paper we have shown that the most convenient explanation of the observed coherent magnetic fluctuations is a stationary field-aligned axi-symmetric filament. The presence of such filaments near the AIC waves downstream of a perpendicular bow-shock suggest that the filamentation instability plays an important role in the physics of collisionless shocks and in the anisotropy relaxation process.

The final state of the filament in the ambient plasma can be described by a simple balance between the Laplace force and the pressure gradient. This leads to a Bessel function solution in the field-aligned axi-symmetric case.

**Acknowledgement.** I want to thank A.P. Kropotkin for the fruitful discussion.

#### References

- [1] Schwartz, S.J., D. Burgess, J.J. Moses, Low-frequency waves in the Earth's magnetosheath: present status, *Ann. Geophysicae*, **14**, 1134, 1996.
- [2] Gary, S.P., et al., The proton cyclotron instability and the anisotropy/ $\beta$  inverse correlation, *J. Geophys. Res.*, **99**, 5903, 1994.
- [3] Alexandrova, O., et al., Cluster observations of finite amplitude Alfvén waves and small-scale magnetic filaments downstream of a quasi-perpendicular shock, *J. Geophys. Res.*, **109**, A05207, 2004.
- [4] Laveder, D., T. Passot, and P.L. Sulem, Transverse dynamics of dispersive Alfvén waves: direct numerical evidence of filamentation, *Phys. Plasmas*, **9**, 293–304, 2002.
- [5] Alexandrova, O., et al., Stationary filaments observed by Cluster downstream of perpendicular shock, to be submitted in *J. Geophys. Res.*
- [6] Kinney, R., et al., Filamentary magnetohydrodynamic plasmas, *Phys. Plasmas*, **1(2)**, 260, 1994.

**E.3. Alfvén vortex filaments observed by Cluster  
downstream of perpendicular shock**

**Alexandrova et al., à paraître dans le J. Geophys. Res.**





## Alfvén vortex filaments observed in magnetosheath downstream of a quasi-perpendicular bow shock

O. Alexandrova<sup>1</sup>, A. Mangeney<sup>1</sup>, M. Maksimovic<sup>1</sup>,  
N. Cornilleau-Wehrlin<sup>2</sup>, J. M. Bosqued<sup>3</sup>, M. André<sup>4</sup>

**Abstract.** Magnetic field fluctuations in the frequency range [0.02–12.5] Hz are studied with the four Cluster satellites in the Earth magnetosheath downstream of a quasi-perpendicular bow-shock. The turbulent spectrum presents a spectral break accompanied by a broad maximum usually interpreted as due to Alfvén Ion Cyclotron waves. In this paper we establish that this spectral knee corresponds to space-localized coherent magnetic structures in the form of Alfvén vortices. The Alfvén vortex is a non-linear cylindrical Alfvén wave, quasi-parallel to the mean magnetic field  $\mathbf{B}_0$  and propagating in a plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$ . In this plane, the observed vortices are localized within  $20c/\omega_{pi}$ . The frequent observations of such structures indicate their stability in the plasma. Therefore, the Alfvén vortices can be an important element in the magnetosheath turbulence. The possible origins of these vortices, such as a strong turbulence or the filamentation instability of an Alfvén wave, are discussed.

### 1. Introduction

The Earth magnetosheath is the collisionless plasma found between the Earth bow shock and the magnetosphere boundary (the magnetopause). In this region the solar wind slows down and heats up. A notable feature of the magnetosheath is the ion temperature anisotropy: the temperature perpendicular to the mean magnetic field ( $T_{i\perp}$ ) is larger than the parallel one ( $T_{i\parallel}$ ). This anisotropy is a source of free energy and its liberation proceeds through the generation of waves. The linear Vlasov theory for homogeneous plasmas predicts that if the plasma beta, the ratio between the plasma pressure  $p$  and the magnetic pressure, is small ( $\beta = 2\mu_0 p/B^2 \leq 1$ ) Alfvén Ion Cyclotron (AIC) waves will grow, while for a high beta ( $\beta \geq 5$ ) mirror waves will grow [Schwartz *et al.*, 1996]. These waves then scatter and diffuse the particles, reducing the anisotropy. Most of previous works on the magnetosheath were devoted to the identification of AIC and mirror waves [Lacombe *et al.*, 1992; Anderson *et al.*, 1994; Lucek *et al.*, 2001; Sahraoui *et al.*, 2003; Alexandrova *et al.*, 2004] to confirm this scenario of anisotropy relaxation. Very convincing results have been obtained and discussed in [Lacombe and Belmont, 1995], where one can see that AIC and Mirror instabilities control the magnetosheath state. That was confirmed by numerical simulations such as those described in [Hellinger *et al.*, 2003].

The linear theory of plasma instabilities, nevertheless, cannot explain the observed magnetic spectra which extend over a large number of frequency decades [Rezeau *et al.*, 1999; Czaykowska *et al.*, 2001]. It is commonly accepted that the magnetosheath is turbulent and this turbulence is weak, i.e. an incoherent mixture of almost linear wave modes [Rezeau *et al.*, 1999]. In a case study in the magnetosheath near the magnetopause, it was shown that the

turbulent spectrum in the frequency range above the proton cyclotron frequency,  $f > f_{cp} = eB/m_p$ , is formed by zero frequency mirror waves convected by the plasma flow across the spacecraft [Sahraoui *et al.*, 2006].

A statistical study by Czaykowska *et al.* [2001] has shown that the power spectrum of magnetic fluctuations in a large frequency range around the proton cyclotron frequency can be described by two power laws with a break, i.e. a change of slope, in the vicinity of  $f_{cp}$ . For a low beta in the solar wind ( $\beta < 0.5$ ), this spectral break in the magnetosheath is accompanied by a "knee" (a local and broad maximum), which was interpreted as the signature of AIC waves. This interpretation is in agreement with the quasi-linear scenario of the temperature anisotropy relaxation. However, the AIC instability is usually visible in the spectrum as a sharp peak and not as a large maximum (see for example [Alexandrova *et al.*, 2004]).

In the solar wind turbulence the spectral break has been also observed, but not the knee (see [Leamon *et al.*, 1998] for example).

In this paper, we will study in detail the nature of the turbulent fluctuations responsible for the spectral knee described above. For that purpose we analyze magnetic field fluctuations measured by the Cluster satellites on March 31, 2001 in the middle of the magnetosheath behind a quasi-perpendicular bow-shock.

We perform both a one satellite and multi-satellite analysis on the magnetic fluctuations corresponding to this knee. A single satellite analysis shows that the magnetic fluctuations are Alfvénic; if they are assumed to be a superposition of plane waves, a minimum variance analysis suggests that the wave vector is nearly parallel to the unperturbed magnetic field  $\mathbf{B}_0$ . Instead, the multi-satellite analysis shows that these fluctuations are localized in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$ , in contrast to the hypothesis of parallel propagating Alfvén plane waves. These localized Alfvénic structures have the form of field-aligned filaments, with velocities mainly perpendicular to the mean field and with transverse dimensions of the order of 20 ion inertial length  $c/\omega_{pi}$  ( $\omega_{pi} = \sqrt{e^2 n / (\epsilon_0 m_p)}$  being the proton plasma frequency). The frequent observations of such filaments in the magnetosheath suggests that they are stable structures in the plasma with a long life time.

A good model for these localized Alfvénic structures is known under the name of Alfvén vortex filaments [Petviashvili and Pokhotelov, 1992] which are cylindrical analogues

<sup>1</sup>Observatoire de Paris-Meudon, LESIA/CNRS, France.

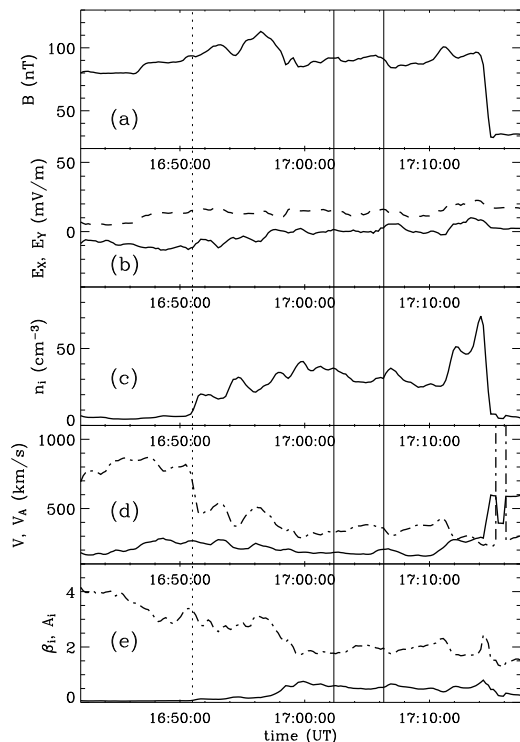
<sup>2</sup>CETP/IPSL, Vélizy, France.

<sup>3</sup>CESR/CNRS, Toulouse, France.

<sup>4</sup>Swedish Institute of Space Physics, Umeå University, Umeå Sweden.

of the non-linear Alfvén wave. In the simplest case, they are solutions of the incompressible ideal magnetohydrodynamic (MHD) equations (see [Kadomtsev and Pogutse, 1974] and [Strauss, 1976] for the original references). The axis of the vortex is quasi-parallel to  $\mathbf{B}_0$ . The qualitative difference with the Alfvén wave is that the vortex propagates in a plane perpendicular to the unperturbed magnetic field with a velocity determined by the projection of this field  $\mathbf{B}_0$  on the plane perpendicular to the vortex axis. In the case when the vortex axis is strictly parallel to the field, this velocity is equal to zero. Moreover, the well known relation  $\delta V_{\perp}/V_A = \pm \delta B_{\perp}/B_0$  ( $V_A = B/\sqrt{\mu_0 \rho}$  being the Alfvén speed), between the perpendicular magnetic field and velocity fluctuations in the Alfvén wave, is replaced for the vortex by a more general relation  $\delta V_{\perp}/V_A = \xi \delta B_{\perp}/B_0$ , where  $\xi$  is determined by the vortex velocity.

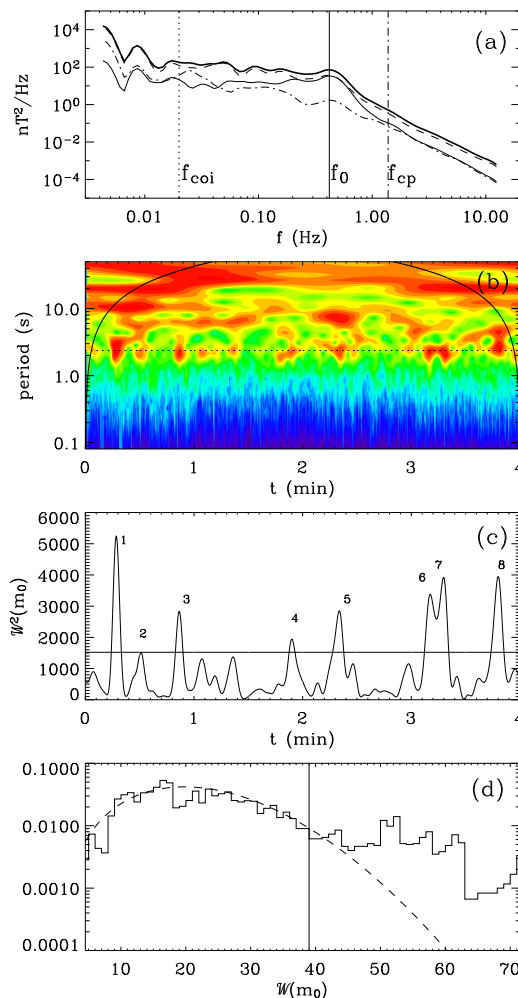
To the authors knowledge, this is the first clear identification of such an Alfvén vortex in a space plasma. We discuss some possible generating mechanisms in the last section of this paper.



**Figure 1.** Cluster-3, fields and plasma parameters during the time period 1642–1724 UT on March 31, 2001; (a) magnetic field amplitude; (b) two components of electric field in the GSE frame,  $E_X$  (solid line) and  $E_Y$  (dashed line); (c) CIS ions density  $n_i$ ; (d) CIS plasma bulk velocity (solid line) and Alfvén velocity  $V_A$  (dashed dotted line); (e) ion plasma beta  $\beta_i$  (solid line) and ion temperature anisotropy  $A_i = T_{i\perp}/T_{i\parallel}$  (dashed dotted line). The vertical dotted line indicates the end of the cusp region. The two vertical solid lines indicate the time period 1702:20–1706:20 UT where the magnetosheath is rather uniform.

## 2. Data and observations

In this paper we study one of the magnetosheath crossings on March 31, 2001 by the Cluster mission. Three magnetic components are obtained from the mixing [Alexandrova et al., 2004] of the waveforms measured by the search coils of the STAFF experiment at 0.04 s time resolution [Cornilleau-Wehrlin et al., 2003] and the smoothed data



**Figure 2.** Spectral characteristics of magnetic field fluctuations measured during 4 minutes from 17:02:20 UT, March 31, 2001: (a) Total power spectral density (thick solid line) and power spectral densities of the components  $\mathcal{S}_x$  (solid line),  $\mathcal{S}_y$  (dashed line),  $\mathcal{S}_z$  (dashed-dotted line). (b) Morlet scalogram  $\mathcal{W}^2(m, t)$ , the scale  $m_0 = 2.37$  s is indicated by the dotted-line. (c) Time evolution of the magnetic energy of the scale  $m_0$ ,  $\mathcal{W}^2(m_0, t)$ ; the horizontal line corresponds to the threshold energy. (d) Histogram of the  $\mathcal{W}(m_0, t)$  values, that is compared to the probability density for the amplitudes of the Gaussian field (dashed line), see equation (5); the vertical line corresponds to  $\mathcal{W}(m_0) = 39$ , the threshold for the energetic peaks.

from the FGM experiment at 4 s resolution [Balogh *et al.*, 2001]. Two electric components in the plane of the satellite spin, i.e.  $E_X$  and  $-E_Y$  in the GSE frame, are measured by the Electric Fields and Waves (EFW) experiment [Gustafsson *et al.*, 1997] with 0.04 s time resolution. The CIS instrument [Rème, 2001] measures full 3D ion distribution functions and their moments (density, bulk velocity and temperature) at a time resolution up to the spin period, that is 4 s. In this paper, we use the Cluster-3 Hot Ion Analyser (HIA) data (without ion species resolution) with 12 seconds time resolution.

### 2.1. Selected interval

Figure 1 shows Cluster-3 (C3) measurements of fields and plasma parameters for the time period 1642:00–1717:24 UT. In panel (a) of this figure, the magnetic field strength is shown. Panel (b) displays two electric field components in GSE frame;  $E_Y$  is represented by the dotted line. In panel (c) the CIS(HIA) ion density  $n_i$  is shown. In panel (d), we present the plasma bulk velocity  $V$  (solid line) and the Alfvén speed  $V_A$  (dashed-dotted line). In panel (e) the ion beta ( $\beta_i$ ) and the ion temperature anisotropy  $A_i = T_{i\perp}/T_{i\parallel}$  (dashed-dotted line) are presented. The sudden change in the plasma density (panel (c)) at about 1651:00 UT (vertical dotted line) corresponds to the end of the cusp region and the beginning on the magnetosheath [I. Dandouras, private communication, 2005]. Cluster crosses the bow shock at 1714:40 UT.

In this paper we study in details a magnetosheath period, marked out in Figure 1 by the two vertical solid lines. During this time period, 1702:20–1706:20 UT, all the Cluster satellites are in a rather uniform region of the magnetosheath, where the average magnetic field and plasma bulk velocity in GSE frame are  $\mathbf{B}_0 = (20.6, -11.0, -87.6)$  nT and  $\mathbf{V}_0 = (-168.8, 11.2, 58.4)$  km/s respectively. Using these vectors we construct a reference frame based on the magnetic field and plasma velocity. The unit vectors of the magnetic field and the velocity are  $\mathbf{e}_z$  and  $\mathbf{e}_v$  respectively, the unit vector  $\mathbf{e}_x = [\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_v] \times \mathbf{e}_z / |\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_v|$  is perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  in the plane containing  $\mathbf{B}_0$  and  $\mathbf{V}_0$ ,  $\mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x$  is chosen to complete the direct orthonormal frame  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ . All over the paper we will be working in this reference system. The mean parameters of the plasma which are used in this paper are the following:  $B_0 = 90$  nT,  $n_0 = 30$  cm $^{-3}$ ,  $V_A = 360$  km/s,  $T_i = 360$  eV,  $\beta_i = 0.5$ .

### 2.2. Wavelet spectrum

We use here the Morlet wavelet transform, which provides a good compromise between the frequency resolution, necessary to identify the spectral knee, and the time resolution necessary to identify local structures as the Alfvén vortices. The Morlet wavelet is a wave of frequency  $f$  modulated by a Gaussian:

$$\psi_0(t) = \pi^{-1/4} \exp[-i2\pi ft] \exp[-t^2/2] \quad (1)$$

$t$  being the time variable. The best time-frequency resolution is achieved while  $(2\pi f) = 6$  [Torrence and Compo, 1998]. The wavelet transform of the  $j$ -th component of the magnetic field  $B_j(t_i)$ , a data time series with  $i = 0, \dots, N-1$ , is the convolution of  $B_j(t)$  with a scaled and translated version of  $\psi_0(t)$

$$\mathcal{W}_j(m, t) = \sum_{i=0}^{N-1} B_j(t_i) \psi^*[(t_i - t)/m] \quad (2)$$

where the  $*$  indicates the complex conjugate and  $m$  is a time scale (the corresponding frequency is  $f = 1/m$ ).

For the selected magnetosheath time period (4 min, from 1702:20 to 1706:20 UT), the scalogram of Figure 2b displays

the distribution of the total energy (color levels) of the magnetic field fluctuations as a function of scale and time

$$\mathcal{W}^2(m, t) = \sum_{j=x,y,z} |\mathcal{W}_j(m, t)|^2. \quad (3)$$

The solid line indicates the "cone of influence" where the Morlet coefficients are affected by end effects [Torrence and Compo, 1998]. We introduce here the frequency  $f_{coi}$ , that corresponds to the scale tangent to the "cone of influence" curve. In our case this scale is around 50 s, not visible on the scalogram.

Figure 2a shows the power spectral densities (PSD) of the three magnetic field components

$$\mathcal{S}_j[\text{nT}^2/\text{Hz}] = \frac{2T}{N^2} \sum_{t'=0}^{N-1} |\mathcal{W}_j(m, t')|^2, \quad j = x, y, z \quad (4)$$

and of their sum (the total PSD, solid thick line). The total PSD is in fact the result of the time integration of the scalogram of Figure 2b. With the data resolution  $\delta t = 0.04$  s, the 4 minutes data set covers a frequency range [0.004–12.5] Hz but the frequencies  $f < f_{coi} \simeq 0.02$  Hz (see the vertical dotted line) are affected by the end effects. The total PSD can be fitted by two power laws:  $\sim f^{-1/2}$  for the low frequency range [0.02–0.3] Hz and  $\sim f^{-3}$  for the high frequency range [0.8–12.5] Hz. The vertical solid line indicates the central frequency  $f_0 = 0.42$  Hz of the spectral knee, which covers the [0.30–0.75] Hz range, while the vertical dashed-dotted line indicates the proton cyclotron frequency  $f_{cp} = 1.38$  Hz. The PSD's for the field components indicate that the magnetic fluctuations are strongly anisotropic: the dominant contribution is  $\mathcal{S}_y$  (dashed line, magnetic fluctuations perpendicular to both  $\mathbf{B}_0$  and  $\mathbf{V}_0$ ) except in the spectral knee where the spectra  $\mathcal{S}_y$  and  $\mathcal{S}_x$  (solid line) are almost identical. The compressive fluctuations, see the spectrum  $\mathcal{S}_z$  (dashed-dotted line), remain small in the whole frequency range. Thus, the fluctuations in the spectral knee are essentially transverse to the mean magnetic field, and isotropic in this plane.

The universality of the spectral shapes described here (two power laws and the knee) has to be firmly established through a detailed statistical study. That is the purpose of a future work. However, the agreement with the results of other authors ([Czaykowska *et al.*, 2001]) indicates that it is likely to be a general property of magnetosheath turbulence, in a broad range of parameters. In the following, we shall restrict ourselves to an analysis of the fluctuations in the spectral knee.

## 3. Magnetic fluctuations in the spectral knee frequency range

### 3.1. One satellite analysis

#### 3.1.1. Time localization

Let us now use the time resolution of the wavelet transform: we can see from the scalogram (Figure 2b) that the energy is non-uniformly distributed in time and scales. On the scale of the spectral knee  $m_0 = 1/f_0 = 2.37$  s (the horizontal dotted line) one observes a set of energetic peaks localized in time. To select the most energetic events we consider a section of the scalogram at this scale,  $\mathcal{W}^2(m_0, t)$ , which is shown in Figure 2c.

Figure 2d shows a histogram of the wavelet amplitudes  $\mathcal{W}(m_0, t) = \sqrt{\mathcal{W}^2(m_0, t)}$ , still for  $m_0 = 2.37$  s. This histogram may be compared to the distribution law for the

amplitudes of a Gaussian vectorial field (dashed-line) with the same standard deviation

$$\mathcal{P}(\mathcal{W}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\mathcal{W}^2}{\sigma^3} e^{-\mathcal{W}^2/2\sigma^2}, \quad (5)$$

where  $\sigma^2$  is the variance of  $\mathcal{W}(m_0, t)$ . The deviation of the actual histogram from the distribution  $\mathcal{P}(\mathcal{W})$  is characteristic of some intermittency or inhomogeneity of the turbulence [Frisch, 1995] on the scale  $m_0$ . Events that participate in the energetic non-Gaussian part of the distribution are selected using the threshold value  $\mathcal{W}(m_0) = 39$  (see the vertical line in Figure 2d). The corresponding threshold energy is shown by a horizontal solid line in Figure 2c. There are eight events that exceed this threshold energy and we attribute a label to each of them. Later in the text we denote them as "energetic events".

Most of these events (7 out of 8) lie between the scales 1.3 and 3.3 s in the scalogram of Figure 2b but the peak number 8 is significantly larger and covers the scales up to 6 s. It appears that this last event has a different nature than the others and it will not be considered in our analysis. The duration of the events, i.e. the crossing time by the satellite, is in average 8 s, and varies from case to case.

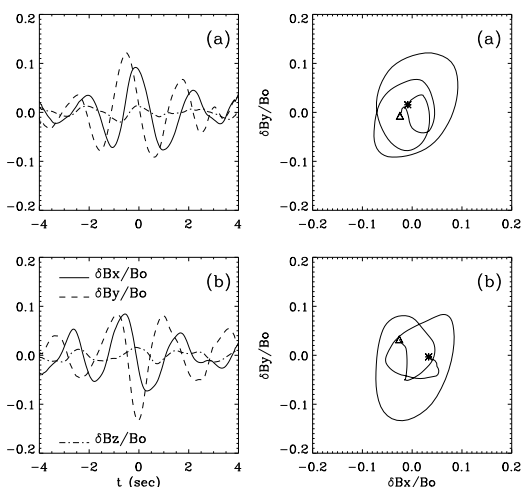
Now, let us look at the structure of the magnetic field in the vicinity of each selected event. Figure 3 (left) shows the time evolution during 8 s of the three components of the magnetic field fluctuations around peaks 3 (a) and 6 (b). The fluctuation of  $j$ -th component of the magnetic field is defined here by

$$\delta B_j(t) = B_j(t) - \overline{B}_{jT}(t), \quad j = x, y, z, \quad (6)$$

where

$$\overline{B}_{jT}(t) = \frac{1}{N_T} \sum_{i=0}^{N_T-1} B_j(t_i - t) \quad (7)$$

is a signal smoothed over a time period  $T$  (here taken to be  $m_0$ ).  $N_T = T/\delta t$  is the number of data points within the



132

**Figure 3.** Magnetic waveforms (left panels) and corresponding hodograms in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  (right panels) for the energetic events 3 (a) et 6 (b) of Figure 2c. Asterisks indicate where the hodograms start, and triangles, where they end.

period  $T$ . This definition is used to avoid slow trends on scales larger than those of the events we are analyzing.

One can see that the magnetic fluctuations presented in the left panels of Figure 3 have regular, well defined waveforms. The dominant fluctuations occur in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$ ,  $\delta B_x \sim \delta B_y \sim 0.1B_0$ ; the compressible fluctuations are significantly smaller,  $\delta B_z \sim 0.01B_0$ . These fluctuations are thus mainly non-compressive. This is in agreement with the results of Figure 2a and it is confirmed by a minimum variance analysis [Sonnerup and Scheible, 1998] for a 8 s time period around each selected energetic peak. In all cases, the minimum variance direction  $\mathbf{e}_{min}$  is nearly parallel to the mean magnetic field: the angle between  $\mathbf{e}_{min}$  and  $\mathbf{B}_0$  lies within the limits  $[5 - 10]^\circ \pm 5^\circ$ .

The two examples presented in Figure 3 (left panels) look very similar, but there is one important difference, visible in the reference frame based on  $\mathbf{B}_0$  and  $\mathbf{V}_0$ : in case (a) the component along the plasma bulk velocity in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$ ,  $\delta B_x$ , is symmetric with respect to the central time of the peak ( $t = 0$ ) and  $\delta B_y$  is asymmetric; in case (b) the opposite symmetry is observed. We will see in section 4 the meaning of these different symmetries. For the 7 chosen peaks there are six cases similar to case (b) and only one with a symmetric  $\delta B_x$  waveform shown in Figure 3a.

The right panels of Figure 3 show the corresponding hodograms ( $\delta B_x/B_0, \delta B_y/B_0$ ) of the magnetic fluctuations, with asterisks corresponding to the beginning of the hodograms and triangles to their end. In the two cases, the polarization is lefthanded with respect to  $\mathbf{B}_0$  except for a short period of polarization reversal at the end.

These observations on one spacecraft first suggest that the energetic peaks of Figure 2c are time localized wave packets of Alfvénic fluctuations propagating along  $\mathbf{B}_0$ .

### 3.1.2. Alfvénicity

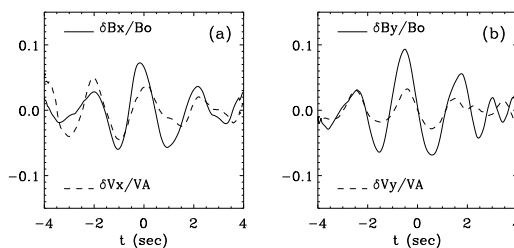
One expects therefore that the relation between the velocity, and magnetic field fluctuations characteristic of Alfvénic wave modes

$$\delta V_\perp/V_A = \pm \delta B_\perp/B_0 \quad (8)$$

is verified.

As said in section 2, the available velocity measurements by CIS experiment [Rème, 2001] have a time resolution of 12 seconds. This is longer than the typical duration of an energetic event and therefore it would seem impossible to check the Alfvénicity of magnetic fluctuations with the CIS data.

However, in appendix A we describe a method that allows to obtain the velocity fluctuations in the plane perpendicular



**Figure 4.** Comparison of the magnetic (solid lines) and velocity (dashed lines) fluctuations in the plane perpendicular to the mean magnetic field for the energetic event number 3: (a)  $\delta B_x/B_0$  and  $\delta V_x/V_A$ ; (b)  $\delta B_y/B_0$  and  $\delta V_y/V_A$ ; the velocity fluctuations are determined using the electric and magnetic field data, see expressions (9) and (10).

to  $\mathbf{B}_0$  with the same time resolution of 0.04 s as the magnetic and electric fields measurements. The main assumptions of the method are: (i) The Ohm's law  $\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B}$  ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  and  $\mathbf{V}$  being the electric and magnetic fields and plasma bulk velocity respectively) is verified over the different time scales involved, from  $T \gg 1/f_{cp}$  to  $T \sim 1/f_{cp}$ ; the Hall term, the electron pressure gradient and the electron inertia remain small. (ii) The fields and velocity fluctuations are small with respect to  $B_0$  and  $V_A$  respectively. When these assumptions are verified, the two components of the velocity fluctuations in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  are

$$\delta V_x = (\delta E_y + V_{0z}\delta B_x - V_{0x}\delta B_z)/B_0 \quad (9)$$

$$\delta V_y = (-\delta E_x + V_{0z}\delta B_y - V_{0y}\delta B_z)/B_0 \quad (10)$$

where  $V_{0x}$ ,  $V_{0y}$  and  $V_{0z}$  are the components of  $\mathbf{V}_0$ ;  $\delta E_x$  and  $\delta E_y$  are the perpendicular components of electric field fluctuations. As explained in section 2, the EFW experiment measures only two electric field components in the GSE frame and the third electric field component is determined from  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$  so that we can compute the electric field in the reference frame based on  $\mathbf{B}_0$  and  $\mathbf{V}_0$ .

Figure 4 shows the normalized fluctuations of the velocity obtained in this way (dashed line) and of the magnetic field (solid line) in the plane perpendicular to the mean field for the energetic event number 3. The panel (a) represents  $\delta B_x/B_0$  and  $\delta V_x/V_A$ , and the panel (b) shows  $\delta B_y/B_0$  and  $\delta V_y/V_A$ . In both panels we observe a clear correlation between the magnetic field and velocity fluctuations: typically the correlation coefficients for the  $x$  and  $y$ -components are  $C_x \sim C_y \sim 0.7-0.8$  for all the energetic events studied here. A linear regression between the magnetic field and velocity fluctuations for the event 3 shown in Figure 4 gives different relations for the two components:

$$\delta V_x/V_A = \xi_x \delta B_x/B_0, \text{ with } \xi_x = 0.5,$$

$$\delta V_y/V_A = \xi_y \delta B_y/B_0, \text{ with } \xi_y = 0.3.$$

This difference may be related to measurement problems of the electric field in the direction  $X_{gse}$ , due the periodic crossing of the spacecraft shadow by the antenna. Indeed, for the case studied here,  $X_{gse}$  is close to the  $x$ -axis of the reference frame based on  $\mathbf{B}_0$  and  $\mathbf{V}_0$  which we use. This will then affect  $\delta V_y$  (see expression (10)).

If we now assume that the  $x$  component of the velocity is essentially unaffected by this measurement bias, two conclusions follow. The first one is that  $\xi_x$  is not equal to 1, the value expected for an Alfvén wave (see equation (8)). The second is that  $\xi_x$  varies in the range [0.4–0.8] from one

event to another. Thus, the relation (8) between magnetic and velocity fluctuations must be replaced by a more general one

$$\delta V_{\perp}/V_A = \xi \delta B_{\perp}/B_0, \quad (11)$$

with a proportionality coefficient  $\xi$  dependant, probably, on the local properties of the plasma and/or of the fluctuation itself.

### 3.2. Multi-satellite analysis

The one satellite study described above suggests that the observed coherent magnetic fluctuations can be interpreted as time localized Alfvén wave packets propagating along the mean magnetic field, i.e. with the dominant spatial gradients in the direction along  $\mathbf{B}_0$  (i.e.  $k_{\parallel} \gg k_{\perp}$ ). An alternative interpretation was proposed in [Rezeau *et al.*, 1993; Alexandrova *et al.*, 2004]: each "energetic" event was associated with a current tube with an axis parallel to  $\mathbf{B}_0$ , i.e. with the dominant spatial gradients in the directions perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  (i.e.  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ ). We shall now see that using the four Cluster spacecraft allows to remove this ambiguity.

#### 3.2.1. Space localization of the magnetic fluctuations

The configuration of the four Cluster satellites with respect to the mean magnetic field on March 31, 2001 at 1700:00 UT is represented schematically in Figure 5. Figure 5a shows planes of constant phase of a wave packet propagating along  $\mathbf{B}_0$  and passing the four satellites. Figure 5b illustrates the other alternative: a cylindrical structure with an axis parallel to  $\mathbf{B}_0$  and localized in the perpendicular plane.

In the case of the plane wave packet (Figure 5a) the satellites C3 and C4 lie roughly in the same wave plane; they observe simultaneously the same signal and, after some delays, the two other satellites observe also this signal.

In the case of a cylindrical structure (Figure 5b), the satellites C3 et C4, will eventually observe this structure but with a finite time delay which depends on the satellite separation and the relative velocity of the structure through the satellites. Furthermore, if the structure is roughly uniform along its axis, the satellite C1 will observe the same signal as C3 and/or C4 with some time delay. (Satellite C2 is located rather far from the others along the  $y$ -axis, even if it is not apparent in Figure 5, and the probability to observe the same signal on C2 is small.)

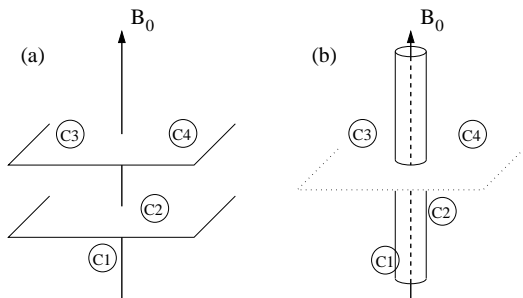
To chose between the two models of Figure 5 we first have to identify the same events on the satellites C1, C3 and C4. The complexity of the energetic events waveforms and the presence of a number of similar fluctuations on all the Cluster satellites complicate the problem of event identification on the different satellites. Some criterion is needed to separate between the observation of the same event by the satellites  $C_i$ ,  $C_j$  et  $C_k$ , the time delays  $\Delta t_{ij} = t_j - t_i$ , between these satellites should satisfy a compatibility relation

$$\Delta t_{ij} = \Delta t_{ik} + \Delta t_{kj}, \text{ with } \Delta t_{ij} = -\Delta t_{ji}. \quad (12)$$

If this relation between the time delays is not satisfied, the different satellites observe most probably *similar*, but *distinct* events. This test is only possible if at least 3 satellites data are available.

To determine the time delays, we compute the cross-correlation function

$$\mathcal{R}_{ij}(\tau) = \frac{\langle \delta \mathbf{B}_i(t) \cdot \delta \mathbf{B}_j(t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle \delta B_i^2 \rangle \langle \delta B_j^2 \rangle}} \quad (13)$$



**Figure 5.** Scheme: (a) a planar wave packet propagating along  $\mathbf{B}_0$  through the 4 Cluster satellites; (b) an infinite current tube aligned with  $\mathbf{B}_0$  and localized in the transverse plane.

as a function of the time delay  $\tau$ ; the notation  $\langle \dots \rangle$  designs a mean value over a given time interval  $T_{tot}$ . The time delay between the observations of the same energetic event on the satellites  $C_i$  and  $C_j$ ,  $\Delta t_{ij}$ , is then given by the maximum of  $\mathcal{R}_{ij}$ . This definition involves two distinct time averages: the first one, over the time interval  $T$ , is used to define the smoothed magnetic field,  $\overline{\mathbf{B}}_T$ , and the corresponding magnetic fluctuations (equations (6), (7)) while the second one, over the time interval  $T_{tot}$ , is used to calculate the mean values in equation (13). These two parameters must be adjusted from event to event. Indeed,  $T_{tot}$  has to be chosen so that it is large enough for the different satellites to observe a complete event, but small enough to take into account only one event. Similarly,  $T$  must be larger than the duration of a typical energetic event but not too large so that the smoothing operation (equation (6)) separates correctly the energetic events from the slower background evolution. Once this choice has been done, the definition (13) is very convenient as it takes into account all the components of magnetic fluctuations and, at the same time, does not depend on the reference frame.

Table 1 gives the values  $T$  and  $T_{tot}$  which have been used to analyze each event. We have been able to determine the time delays between the satellites C1, C3, C4 for 5 events out of 7; however, for the peaks 4 and 7 an unambiguous determination of  $\Delta t_{ij}$  ( $i, j = 1, 3, 4$ ) does not seem feasible by adjusting  $T_{tot}$  and  $T$ . For the events 1–3, 5, 6, the time delays for the satellites C1, C3 and C4 satisfy the coherency condition (12) with a small error  $\delta\Delta t = \|\Delta t_{13} - (\Delta t_{14} + \Delta t_{43})\|$ , see the last column of Table 1. In these cases, the same magnetic structures are most probably observed by the satellites C1, C3 and C4 and we can study their 3D geometry.

As one can see from Table 1, the delay  $\Delta t_{34}$  varies between 2.1 s and 2.5 s. As discussed above, a plane wave packet travelling strictly parallel to  $\mathbf{B}_0$  should be observed simultaneously on C3 and C4, which have a separation vector approximately perpendicular to  $\mathbf{B}_0$ . Even if the wave vector makes an angle of  $\sim 10^\circ$  with  $\mathbf{B}_0$  (see section 2), the satellites C3 and C4 should observe the same signal with a time delay of order 0.3 s, an order of magnitude smaller than the observed  $\Delta t_{34}$ . Therefore, the magnetic structure of the energetic peaks 1–3, 5, 6 is not that of a plane wave packet but is localized in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$ .

We see in Table 1 that the correlation  $\mathcal{R}_{13}$  between the signals measured on C1 and C3 is larger than  $\mathcal{R}_{14}$  and  $\mathcal{R}_{34}$ . As the separation vector between C1 and C3 is nearly along the mean magnetic field, the coherent magnetic structures are roughly uniform along  $\mathbf{B}_0$ , at least on scales of the order of the Cluster separation, 600 km.

Thus, the analysis of the time delays between the Cluster spacecraft indicates that the energetic peaks of Figure 2c correspond to magnetic coherent structures aligned with  $\mathbf{B}_0$  and localized in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  with a cross section smaller than the distance between C3 and C4. In the following analysis we assume that the cross section is nearly circular. It could be elliptical as well, but with only four satellites not much more could be deduced.

### 3.2.2. Propagation speed

With the four Cluster satellites it is possible to determine the velocity  $\mathcal{V}$  and the direction of propagation  $\mathbf{n}$  of a locally planar structure moving with a constant speed in the satellite frame [Schwartz, 1998]

$$\mathbf{D}_{1i} \cdot \frac{\mathbf{n}}{\mathcal{V}} = \Delta t_{1i}, \quad i = 2, 3, 4. \quad (14)$$

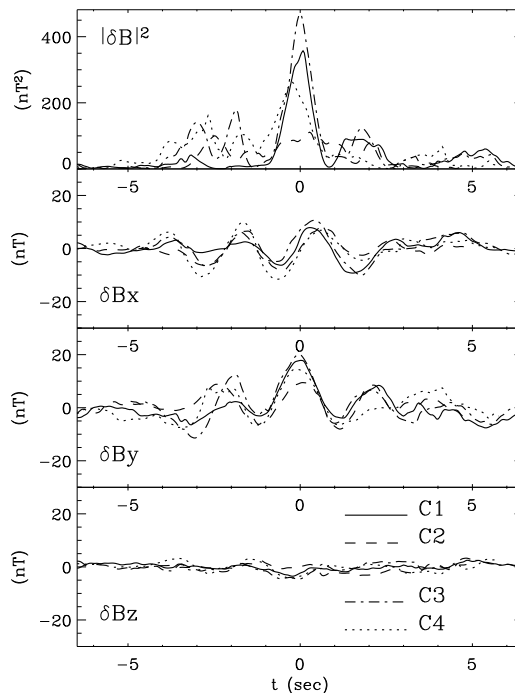
Here  $\mathbf{D}_{1i} = \mathbf{R}_{1i} \mathbf{D}_1$  is a separation vector between the satellites C1 and  $C_i$ ,  $\Delta t_{1i}$  is a temporal delay between measurements on these two satellites. This method, based on time and space separations, is called the *timing method*. Actually, the timing method keeps its validity (see appendix B) for cylindrical structures when the following conditions are

satisfied: (i) four satellites observe similar signals; (ii) the maxima of the six correlation functions  $\mathcal{R}_{ij}$  (with  $i = 1, 3$  and  $j = 2, 4$ ) and the corresponding time delays are well defined; (iii) the relation (12) is verified for all triplets of satellites.

The timing method can therefore be applied to the coherent structures corresponding to the energetic peaks. However, only three (2, 3 and 6) among the 5 localized structures of Table 1, satisfy the conditions of applicability of the timing method. For these three events Table 2 presents the time delays between the six satellite pairs. One can see indeed that the relation (12) is verified for all triplets of satellites, indicating that these events are observed by the four satellites. The fact that the other events are not observed by the 4 satellites is consistent with their space localization.

As an example, Figure 6 shows the waveforms for the event number 3. Here the magnetic fluctuations measured on C2, C3 and C4 are shifted with respect to the ones observed on C1 by the corresponding time delays  $\Delta t_{1i}$ ,  $i = 2 - 4$ , and one can see directly that the four satellites observe the same event.

The velocities  $\mathcal{V}$  obtained by the timing method (and the corresponding error  $\delta\mathcal{V}$ ) for the structures 2, 3 and 6 are given in Table 3. To obtain  $\delta\mathcal{V}$ , we have taken into account the fact that the satellite separations are determined with an error of 1% [Credland et al., 1997], and estimated the error on the time delays using the largest deviations about the coherency condition (12). The last line of the table gives the plasma bulk velocity, which is known with a 10% precision [Rème, 2001]. All velocities in this table are projected



**Figure 6.** Superposition of magnetic field fluctuations observed around 1703:11 UT by all the Cluster satellites. In the four panels the energy and the three components of the magnetic fluctuations are shown for a 13 s time period, different line styles indicate different satellites, as shown in the bottom panel.

to the reference frame based on  $\mathbf{B}_0$  and  $\mathbf{V}_0$ ; it may be seen that the dominant components of  $\mathbf{n}\mathcal{V}$  are perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  while the parallel component,  $\mathcal{V}_z = (\mathbf{n}\mathcal{V})_z \simeq 0$  within the error limits.

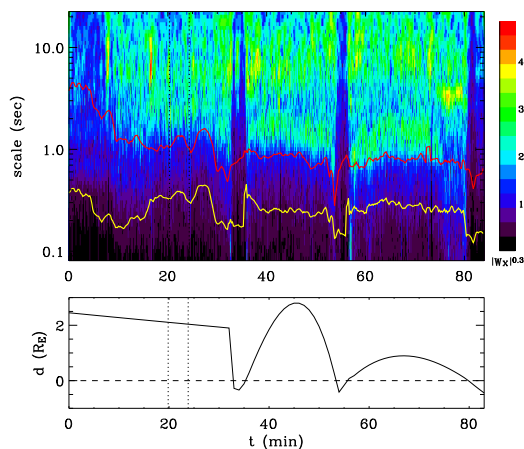
In the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  the structures move with respect to the plasma with speeds  $\widehat{V}_{2\perp} = 55 \pm 35$  km/s,  $\widehat{V}_{3\perp} = 60 \pm 40$  km/s and  $\widehat{V}_{6\perp} = 100 \pm 40$  km/s. Thus, structures 2 and 3 are quasi-static and structure 6 moves in the plasma frame with a speed smaller than the local Alfvén velocity,  $V_A \sim 360$  km/s.

### 3.2.3. Characteristic sizes of the coherent structures

Since the velocities which we have just determined are nearly perpendicular to  $\mathbf{B}_0$ , we can determine the transverse dimensions of the coherent structures. The parallel dimension must be larger than the maximal parallel intra-satellites separation, which is of the order of 600 km.

As seen on the scalogram of Figure 2c, the typical time scale of the localized magnetic fluctuations is  $m_0 = 2.37$  s corresponding to a spatial scale  $d_0 = m_0\bar{V} = 480$  km, with  $\bar{V} \simeq 200$  km/s, the mean speed of the structures with respect to the satellites. This corresponds to  $d_0 \sim 12$  ion inertial length  $c/\omega_{pi}$  or  $d_0 \sim 23$  ion thermal gyroradius  $\rho_i$  ( $\rho_i = V_{Ti}/\Omega_{ci}$ , where  $V_{Ti} = \sqrt{k_B T_i/m_i} = 185$  km/s is the ion thermal velocity and  $\Omega_{ci} = 2\pi f_{ci}$ ).

In the magnetosheath, where  $\beta_i \propto \rho_i^2/(c/\omega_{pi})^2$  is in general of the order of one, it is difficult to distinguish between the ion inertial scale and the Larmor radius, although their variations on long times may be different. This is illustrated in the upper panel of Figure 7. The two characteristic lengths are transformed into time scales by dividing by  $V_{b\perp}$ , the plasma bulk velocity in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  and their time evolution is superimposed on the scalogram of the Morlet wavelet of the component  $B_{X_{gse}}$  of the magnetic field for a period of 82 min starting at 1642:00 UT on March 31, 2001. This period is much longer than the 4 minutes time period studied in this paper (shown by the two vertical dotted-lines). The "Larmor scale"  $\rho_i/V_{b\perp}$  is the yellow line; the "ion inertial scale"  $(c/\omega_{pi})/V_{b\perp}$  (multiplied by a factor of 4 to separate the two lines) is the red line. The lower panel of the figure displays the evolution of



**Figure 7.** **Top:** Morlet scalogram of  $B_{X_{gse}}$  for the period of 82 min, from 1642:00 UT on 31st of March 2001. Variations of  $c/\omega_{pi}$  (red line) and  $\rho_i$  (yellow line). **Bottom:** Distance to the shock from the Cluster satellite  $d$  for the same time period;  $d$  is determined using the results of Maksimovic *et al.* [2003].

the approximate distance  $d$  from Cluster to the shock front, obtained by using the shock position determined by Maksimovic *et al.* [2003]. The shock crossings correspond to  $d = 0$ . In the solar wind  $d < 0$  and in the magnetosheath  $d > 0$ .

For each magnetosheath crossing, the scalogram exhibit intense emission peaks at scales  $m_0$  which depend slowly on time (the corresponding periods being  $\sim 1 - 3$  s). These are the time-localized coherent magnetic fluctuations described above. It may be seen that

- their scale  $m_0$  changes with the distance from the shock: it being larger when the Cluster satellites are deeper into the magnetosheath,

- the time evolution of  $m_0$  is similar to that of  $c/\omega_{pi}V_{b\perp}$  and somewhat different from the evolution of the Larmor scale  $\rho_i/V_{b\perp}$ .

This indicates that  $m_0$  scales with the ion inertial scale rather than with the Larmor radius.

Another important conclusion that can be made from the analysis of the scalogram of Figure 7 is related to the occurrence of the coherent time-localized magnetic fluctuations in the magnetosheath. Indeed, these fluctuations are observed during the whole second and the third magnetosheath crossings. Before the first shock crossing they appear only at  $t \simeq 15$  min, when Cluster left the cusp region to enter the magnetosheath as discussed in section 2. Thus, the field-aligned magnetic structures seem to fill the whole magnetosheath region for this particular day suggesting that these structures are stable in the magnetosheath plasma.

### 3.3. Summary of the observations

The time localized coherent magnetic fluctuations observed at time scales  $\sim 1 - 3$  sec, which look like parallel propagating Alfvén wave packets, when observed with only one spacecraft, are indeed field-aligned structures, localized in the plane perpendicular to the mean magnetic field,  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ , with a transverse dimension of the order of  $10 c/\omega_{pi}$ . They have an Alfvénic nature and appear to be large enough to be incompressible. Their proper velocity in the plasma frame is perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  and is much smaller than the local Alfvén speed.

The incompressible MHD equations have localized three dimensional solutions, called "Alfvén vortices" [Petviashvili and Pokhotelov, 1992], which have also an Alfvénic nature (see equation (11)), which are stationary in the plasma if their axis is aligned with the unperturbed magnetic field,  $\mathbf{B}_0$ , or move slowly in the plasma, while keeping their shape, if their axis makes a small angle with  $\mathbf{B}_0$ . We shall now see that the properties of the localized structures described above compare favourably with what one would expect from Alfvén vortices.

## 4. Alfvén vortex

First, let us summarize briefly the main theoretical features of the Alfvén vortex model [Petviashvili and Pokhotelov, 1992]. It is based on the ideal, incompressible, MHD equations. The magnetic field and velocity fluctuations are mostly perpendicular to the unperturbed magnetic field  $\mathbf{B}_0$ ,  $\delta B_z \ll \delta B_{\perp}$  and  $\delta V_z \ll \delta V_{\perp}$ , where, as before, the  $z$  direction is parallel to  $\mathbf{B}_0$ ; they have a slow time dependence,  $\partial_t \ll \Omega_{ci}$ , and their space variations is faster perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  than parallel to it,  $\partial_z \ll \nabla_{\perp}$ . Their amplitude  $\varepsilon \sim \delta B_{\perp}/B_0$  is assumed to be small although finite,  $0 < \varepsilon < 1$  and they satisfy the following scaling relations:

$$\frac{\partial_z}{\nabla_{\perp}} \sim \frac{\partial_t}{V_A \nabla_{\perp}} \sim \frac{\delta B_z}{B_{\perp}} \sim \frac{\delta V_z}{\delta V_{\perp}} \sim \frac{\delta B_{\perp}}{B_0} \sim \frac{\delta V_{\perp}}{V_A} \sim \varepsilon. \quad (15)$$

Note that these relations correspond well to the observations (see section 3, subsections 2 and 3.2.1).



The transverse fluctuations can then be described only by two scalar functions, the parallel component of the vector potential  $\mathbf{A}$  and by a flux function  $\psi$ :

$$\delta\mathbf{B}_\perp = \nabla A_z \times \mathbf{z}, \quad \delta\mathbf{V}_\perp = \mathbf{z} \times \nabla\psi. \quad (16)$$

For these two scalar variables the MHD equations reduce to two scalar equations [Kadomtsev and Pogutse, 1974; Strauss, 1976; Petviashvili and Pokhotelov, 1992], the conservation of the momentum along  $z$  and the Maxwell-Faraday equation in the plane perpendicular to  $z$ . These equations can be written in dimensionless form, using new variables  $t = \Omega_{ci}t$ ,  $r_\perp = r_\perp/\rho_i$ ,  $z = z/(c/\omega_{pi})$ ,  $\rho = \rho/\rho_0$ ,  $\Phi = \psi/(\rho_i^2\Omega_{ci})$ ,  $A = A_z V_A/(B_0\rho_i^2\Omega_{ci})$

$$d_t \nabla_\perp^2 \Phi = \{A, J\} - \partial_z J \quad (17)$$

$$d_t A + \partial_z \Phi = 0 \quad (18)$$

where  $J = \nabla_\perp^2 A$  is the longitudinal current,

$$d_t \equiv \partial_t + \delta\mathbf{V}_\perp \cdot \nabla_\perp$$

and the notation  $\{.,.\}$  corresponds to the Poisson brackets (or the Jacobian)

$$\{a, b\} = \partial_x a \partial_y b - \partial_y a \partial_x b = (\nabla a \times \nabla b) \cdot \mathbf{z}.$$

Note that the dependence on  $z$  is kept in the equations (17) and (18) in the terms with  $\partial_z$ .

The Alfvén vortices are solutions which have a finite size in a plane nearly perpendicular to  $z$  and propagate with a speed  $u$  in this plane while conserving their shape. They depend only on two variables  $x$  and  $\eta$ , with

$$\eta = y + \alpha z - ut, \quad \alpha = \tan(\vartheta), \quad (19)$$

$\vartheta$  being the angle between the normal to the plane  $(x, \eta)$  and  $\mathbf{B}_0$ . For the condition  $\partial_z \ll \nabla_\perp$  to be satisfied, the angle must be small,  $\alpha \sim \partial_z/\nabla_\perp \sim \varepsilon$ . Similarly, the velocity  $u$  must be also small in order to satisfy the condition  $\partial_t \ll \Omega_{ci}$ , i.e.  $u \sim \partial_t/\Omega_{ci} \sim \varepsilon$ . Instead of the angle  $\vartheta$  (or  $\alpha$ ), it is convenient to use the variable  $\xi$

$$\xi = \frac{u}{\alpha}, \quad \text{with } u \sim \alpha \sim \varepsilon. \quad (20)$$

In principle,  $\xi$  is arbitrary, but of the order of 1.

In the new variables  $(x, \eta)$  the equations (17) and (18) become

$$\{\Phi - ux, \nabla_\perp^2(\Phi - ux)\} = \{A - \frac{u}{\xi}x, J\} \quad (21)$$

$$\{\Phi - ux, A - \frac{u}{\xi}x\} = 0 \quad (22)$$

with the new Poisson bracket  $\{a, b\} = \partial_x a \partial_\eta b - \partial_\eta a \partial_x b$ . Equation (22) means that  $(\Phi - ux)$  and  $(A - \frac{u}{\xi}x)$  are dependent on one another:

$$A - \frac{u}{\xi}x = f(\Phi - ux) \quad (23)$$

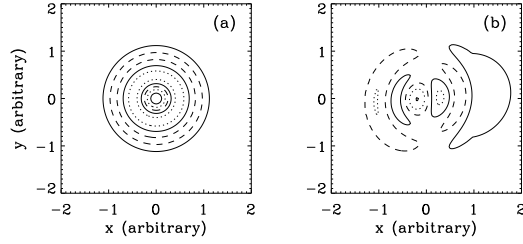
so that equation (21) leads to an equation for  $(\Phi - ux)$

$$\nabla_\perp^2(\Phi - ux) = f'(\Phi - ux)J + f_1(\Phi - ux), \quad (24)$$

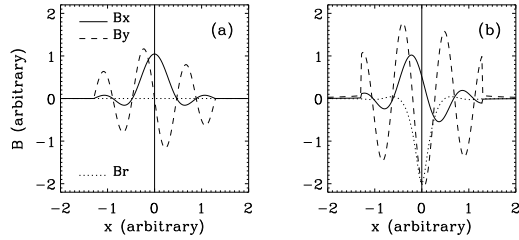
containing two arbitrary functions,  $f$  and  $f_1$ . Therefore, there is an infinite number of solutions of the system (21) and (22).

Among this infinite set of solutions, the Alfvén vortex satisfies a generalized Alfvén relation (see equation (11))

$$\Phi = \xi A \quad (25)$$



**Figure 8.** Magnetic field lines of Alfvén vortices in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  for  $z = 0$ ; (a) a field-aligned vortex (monopole), (b) a vortex with an axis inclined with an angle of  $4^\circ$  and that propagates with  $u = 0.07V_A$  along the  $y$ -axis.



**Figure 9.** Magnetic field fluctuations measured by a simulated satellite passing by the two vortices presented in Figure 8 along the  $x$ -axis; (a) monopole and (b) dipole.

while the corresponding current density  $J$  is a linear function of  $A - \frac{u}{\xi}x$  inside a circle of radius  $a$  and vanishes outside

$$\begin{cases} J = -k^2(A - \frac{u}{\xi}x - \tilde{c}), & r < a \\ J = 0, & r \geq a \end{cases} \quad (26)$$

where  $k$  and  $\tilde{c}$  are constants.

The arbitrary functions appearing in equation (24) are then specified and the solution that decays at infinity as a power law is

$$\begin{cases} A = A_0(J_0(kr) - J_0(ka)) + \frac{u}{\xi} \frac{x}{r} \left( r - 2 \frac{J_1(kr)}{J_0(ka)} \right), & r < a \\ A = a^2 \frac{u}{\xi} \frac{x}{r^2}, & r \geq a. \end{cases} \quad (27)$$

Here  $A_0$  is a constant amplitude,  $J_0$  and  $J_1$  are the Bessel functions of 0th and 1st order respectively,  $r = \sqrt{x^2 + \eta^2}$  is the radial variable in the plane of the vortex.

The continuity of the solution (27) in  $r = a$  requires that the parameter  $k$  and the radius  $a$  be coupled by the following dispersion relation

$$J_1(ka) = 0. \quad (28)$$

This relation ensures the continuity of the radial magnetic field in  $r = a$  as well as a vanishing divergence of  $\delta\mathbf{B}_\perp$  everywhere.

Since,

$$\delta\mathbf{B}_\perp = (\partial_y A_z, -\partial_x A_z) = (\partial_\eta A, -\partial_x A) \quad (29)$$

the components of the magnetic field fluctuation in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  for  $r < a$  are given by

$$\delta B_x = kA_0 J_0'(kr) \frac{\eta}{r} + \frac{u}{\xi} \frac{2}{J_0(ka)} \left( \frac{J_1(kr)}{r} - kJ_1'(kr) \right) \frac{x\eta}{r^2} \quad (30)$$

$$\delta B_y = -kA_0 J_0'(kr) \frac{x}{r} + \frac{u}{\xi} \frac{2}{J_0(ka)} \left( \frac{J_1(kr)}{r} \eta^2 + kJ_1'(kr)x^2 \right) \frac{1}{r^2} - \frac{u}{\xi}. \quad (31)$$

Here, the prime indicates the derivation with respect to the argument. In the outside region the field is

$$\delta B_x = -2a^2 \frac{u}{\xi} \frac{x\eta}{r^4} \quad (32)$$

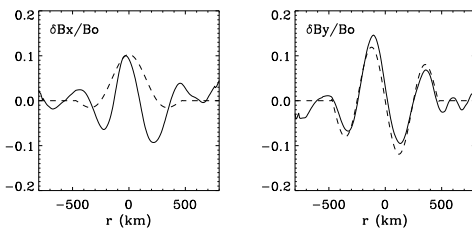
$$\delta B_y = 2a^2 \frac{u}{\xi} \left( \frac{x^2}{r^4} - \frac{1}{2r^2} \right). \quad (33)$$

If  $u = 0$  the field is zero outside of the circle of radius  $a$ .

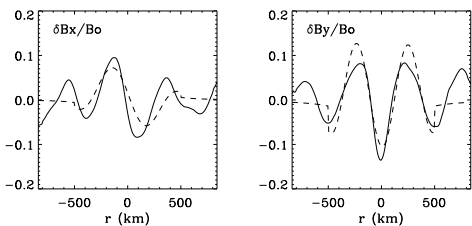
The magnetic field lines in the plane  $(x, y)$  are represented in Figure 8. Here we have chosen the following parameters:  $A_0 = -0.15$ ,  $\hat{c} = 0$ ,  $ak = 10.17$ , that correspond to the 3rd zero of the Bessel function  $J_1$ . Figure 8a corresponds to the field aligned vortex. Figure 8b corresponds to the vortex that is inclined with an angle of  $4^\circ$  with respect to  $z$  and that moves with velocity  $u = 0.07$  ( $u$  is normalized on  $V_A$ ) in the direction of a non-zero mean magnetic field projection on the vortex plane (see expression (19)).

As one can see from Figure 8a, the magnetic field lines of the field-aligned vortex have a cylindrical symmetry with respect to the vortex center: it is a mono-polar vortex. The inclined vortex is no longer symmetric, see Figure 8b and has a bipolar structure.

Figure 9 shows "measured" magnetic field fluctuations by a "simulated" satellite passing by these two vortices along



**Figure 10.** Comparison between the fluctuations of the event 3 (solid lines) and the model of the monopole Alfvén vortex (dashed lines).



**Figure 11.** Comparison between the fluctuations of the event 6 (solid lines) and the model of the dipole Alfvén vortex (dashed lines).

the  $x$  direction at a finite distance from their centers ( $y \neq 0$ ). In Figure 9a, we can see that the component along the satellite trajectory,  $\delta B_x$ , is a symmetric function with respect to the vortex center and  $\delta B_y$  is an antisymmetric one. The radial magnetic field

$$\delta B_r = \delta B_x \frac{x}{r} + \delta B_y \frac{\eta}{r} = \delta B_x \frac{x}{r} + \delta B_y \frac{y}{r}$$

remains zero all along the satellite trajectory. In Figure 9b the radial field is not zero, it is symmetric with respect to the center,  $\delta B_x$  is nearly antisymmetric and  $\delta B_y$  is nearly symmetric.

In section 3 we could distinguish two types of coherent structures in the reference frame of  $\mathbf{V}_0$  and  $\mathbf{B}_0$ , see Figure 3 (the two left panels). The structure of Figure 3a (event 3) is similar to the fluctuations of the mono-polar vortex shown in Figure 9a; and the structure of Figure 3b (event 6) is similar to the dipole of Figure 9b. As we have seen in section 3.2.2, the structure 3 can be quasi-stationary in the plasma, and the structure 6 has a finite velocity, but smaller than  $V_A$ . This is qualitatively in agreement with the properties of the two vortex types.

Since the variations of the field have scales much longer parallel to the structure axis than perpendicular to it, the direction of minimum variance as calculated in section 3 should give an estimate of the direction of this axis, and of its inclination with respect to the mean magnetic field. In section 3 we have seen that the angle between  $\mathbf{e}_{min}$  and  $\mathbf{B}_0$  for the different events varies from 5 to 10 degrees. The fact that the angles are small is in agreement with the Alfvén vortex model. However, they are of the same order as the errors on their measurement, and it does not appear possible to proceed further in this direction and to study whether the observed symmetry of magnetic fluctuations depends on the angle or not.

One may still compare the magnetic variations of the structures 3 and 6 with those expected from the crossing of an Alfvén vortex. For the structure 3, magnetic fluctuations are fitted with the monopole vortex model; i.e. in the expressions (30)–(33) we take  $u = 0$

$$\delta \mathbf{B}_\perp = (kA_0 J_0'(kr) \frac{\eta}{r}, -kA_0 J_0'(kr) \frac{x}{r}), \quad r < a \quad (34)$$

$$\delta \mathbf{B}_\perp = 0, \quad r \geq a, \quad (35)$$

corresponding to a force-free or magnetostatic current filament of radius  $a$ . Varying the value of the relative amplitude  $A_0 k$  of the fluctuations in the vortex center, the parameter  $k$  and the minimal distance  $h$  (impact parameter) of the satellite trajectory with respect to the center, we obtain the fitting presented in Figure 10. Here the observed fluctuations are shown by the solid lines and the results of the fit, by the dashed ones. The model parameters which fit best the observations are the following: the amplitude  $kA_0 = -0.24$ , the Bessel function parameter  $1/k \simeq 70$  km, which is of order of the protons inertia length ( $c/\omega_{pi} \simeq 40$  km). The impact parameter is  $h \simeq 65$  km and the radius of localization  $a \simeq 470$  km, that corresponds to the second zero of the Bessel function  $J_1$ ,  $ka \simeq 7$  (see expression (28)). Time variations of the observed magnetic structures are transformed into the spatial variations of the vortex model by using the structure velocity with respect to the satellite (see section 3.2.2). As we have seen in section 3.2.3, the characteristic scale of the coherent structures is  $d_0 = 480$  km. The parameter  $a$  determined here is of the same order of magnitude.

The waveforms of the structure 6 are fitted with the bipolar vortex model, see Figure 11. Here the parameters are the following:  $kA_0 = -0.03$ ,  $1/k \simeq 70$  km,  $h \simeq 100$  km, the radius of localization  $a \simeq 500$  km,  $ka \simeq 7$  and the angle of the vortex inclination is  $\vartheta \sim 1^\circ$ .

One can see from Figures 10 and 11 that the observed waveforms with different symmetries, described in section 3, are well represented by the monopole and the dipole Alfvén vortex models.

## 5. Conclusion and discussion

In this paper we have demonstrated for the first time the presence of Alfvén vortex filaments in the magnetosheath turbulence downstream of a quasi-perpendicular bow shock. The corresponding magnetic fluctuations appear in the power spectrum as a large maximum and participate to the intermittency of the magnetosheath turbulence. The polarization of these fluctuations, the minimum variance direction and the magnetic field/velocity relationship correspond to Alfvénic fluctuations. That is why these fluctuations and the spectrum knee were previously interpreted as AIC waves, generated by unstable anisotropic ion distributions [Czaykowska *et al.*, 2001].

The multi-satellite analysis performed here shows without any ambiguity some new properties of these Alfvénic fluctuations, not coherent with the plane wave interpretation. Namely, these fluctuations are localized in the plane perpendicular to the minimum variance direction. If the minimum variance direction is parallel to  $\mathbf{B}_0$ , the propagation velocity determined from the four satellites timing method is nearly perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  and its magnitude in the plasma frame is much smaller than the local Alfvén speed. These characteristics indicate that the Alfvénic fluctuations are not plane waves but Alfvén vortex filaments, which are three dimensional non-linear structures.

The identification and detailed analysis of the Alfvén vortices reported in this paper was possible thanks to a fortunate configuration of the Cluster spacecraft. Two satellites have a separation vector nearly perpendicular to the unperturbed magnetic field and all the separations are larger but of the order of the Alfvén vortex perpendicular dimension. When the Cluster separations are much larger than the scale of the vortex, the probability to find the same event on the four satellites is very small. If the satellites are very close to each other, the time delays between the observations on the different satellites are so small that it is not possible to determine them correctly, and thus the analysis of the 3D structure of the fluctuations is impossible.

A generation mechanism of the Alfvén vortex filaments in the magnetosheath is an open question. Several possibilities may be considered. Drift Alfvén vortices [Shukla *et al.*, 1985], which are solutions of generalized Hasegawa-Mima equations, are similar to those described above. They are generated naturally in a plasma with strong gradients, when the drift velocity of the particles  $V_d = -\nabla p \times \mathbf{B} / neB^2$  becomes comparable to their thermal velocity [Petviashvili and Pokhotelov, 1992]. The perpendicular size of the drift Alfvén vortices is of the order of the ion Larmor radius. This kind of vortex structures has been observed in the ionosphere [Chmyrev *et al.*, 1988] by the IC-B-1300 satellite and more recently in the magnetospheric cusp region [Sundkvist *et al.*, 2005] by the Cluster satellites. However, in the magnetosheath plasma the drift velocity of the ions is of the order of 1 km/s, which is negligible with respect to all the characteristic velocities in the medium, and the characteristic scale of the observed vortices is shown to scale with the ion inertial length rather than with the proton Larmor radius. Therefore, it is unlikely that the coherent structures we have described here are drift Alfvén vortices.

A more appropriate possibility is that the vortices are the result of the development of a turbulent cascade. Assuming that the magnetosheath turbulence is weak, since  $\delta B/B_0 < 1$ , the statistics of the magnetic field, at large scale, should be nearly Gaussian. It has been shown by several authors (see for example, [Galtier *et al.*, 2002]) that the approximation of weak turbulence fails at small scales where some intermittence develops. The nature of the corresponding coherent structures remains an open problem but one may speculate that, in the magnetosheath conditions, they

take the form of Alfvén vortices. Indeed, in the presence of a finite large scale magnetic field, the cascade proceeds mainly perpendicularly to the mean magnetic field, i.e.  $k_\perp \gg k_\parallel$ . The limit  $k_\parallel \rightarrow 0$ , corresponds to a very long correlation length along the mean field as in a field aligned monopolar Alfvén vortex. The fact that we observe much more inclined vortices with a small angle (bi-polar vortices with a finite  $k_\parallel$ ) could indicate that the turbulence avoids the longest correlations.

Numerical simulations of the strong MHD turbulence [Shebalin *et al.*, 1983; Grappin, 1986; Matthaeus *et al.*, 1996; Müller and Grappin, 2005; Dmitruk *et al.*, 2005] and of the Hall MHD turbulence [Ghosh and Goldstein, 1997] show the development of the anisotropic cascade,  $k_\perp \gg k_\parallel$ , in the presence of a mean field. Such a bi-dimensional turbulence tends to a state where the fluctuations of the velocity and magnetic fields are aligned [Ting *et al.*, 1986] as in the Alfvén vortex.

The bi-dimensional fluctuations with  $k_\perp \gg k_\parallel$  have already been observed in the solar wind turbulence [Matthaeus *et al.*, 1990]. Can these fluctuations be at the origin of the magnetosheath vortices? The Earth bow-shock represents an obstacle for the solar wind fluctuations. A detailed study of the transformation of the 2D solar wind fluctuations across the shock discontinuity must be done in order to answer this question. However, the bow-shock itself can play a crucial role in the vortex formation. For neutral fluids it was shown that the vorticity jump across the shock is very large when the curvature of the shock is important, and it leads to the formation of a vortex sheet downstream of the shock [Kevlahan, 1997].

Another possible generation mechanism of Alfvén vortices in the magnetosheath can be the Alfvén wave filamentation instability [Laveder *et al.*, 2002; Passot and Sulem, 2003]. This is suggested by the observations described in [Alexandrova *et al.*, 2004], where monochromatic AIC waves are observed in regions close to where field-aligned filaments (here shown to be the Alfvén vortices) are found. However, monochromatic waves are not frequently observed during the 82 minutes time period of Figure 7, in opposition to Alfvén vortices. This could be due to the fact that the filamentation process is so fast that we observe only its result and not the initial AIC wave. The importance of filamentation instability in vortex formation must be verified by numerical simulations on the one hand and by a global statistical analysis of magnetosheath crossings on the other hand.

## Appendix A: Determination of the velocity fluctuations

Here we propose a method which allows to obtain the first moment of the ion distributions in the plane perpendicular to the background magnetic field  $\mathbf{B}_0$  with the same time resolution as the field fluctuations. This method is based on the Ohm's law of the ideal magnetohydrodynamics (MHD):

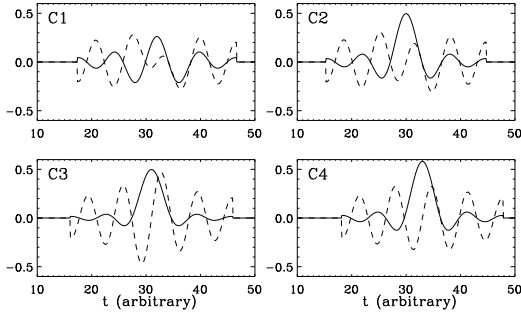
$$\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B} \quad (\text{A1})$$

We suppose that the measured electric field verifies Ohm's law (A1) on the time scales between  $T \gg 1/f_{cp}$  and the proton cyclotron scale  $T \sim 1/f_{cp}$ . To take into account the different scales we write

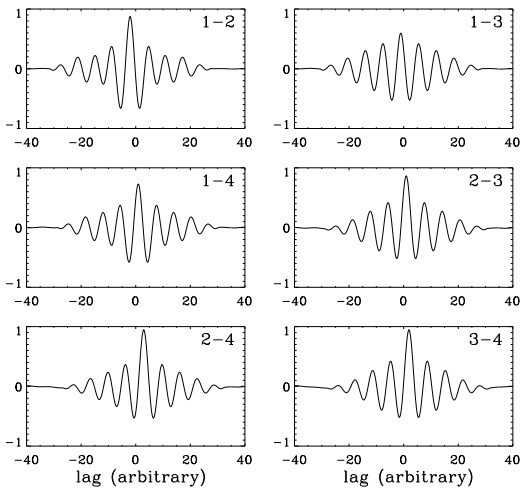
$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}; \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \delta\mathbf{V}$$

therefore the electric field (A1) is:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -[(\mathbf{V}_0 + \delta\mathbf{V}) \times (\mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B})] \\ &= -[\mathbf{V}_0 \times \mathbf{B}_0] - [\delta\mathbf{V} \times \mathbf{B}_0] - [\mathbf{V}_0 \times \delta\mathbf{B}] - [\delta\mathbf{V} \times \delta\mathbf{B}] \end{aligned} \quad (\text{A2})$$



**Figure 12.** Four synthetic signals measured by the modelled satellites:  $\delta B_x$  (solid lines) and  $\delta B_y$  (dotted lines)



**Figure 13.** cross-correlations  $\mathcal{R}_{ij}$ , with  $i = 1 - 4$  and  $j = 2 - 4$

We suppose that the term  $[\delta \mathbf{V} \times \delta \mathbf{B}]$  is small with respect to the other terms and we define

$$\mathbf{E}_0 = -\mathbf{V}_0 \times \mathbf{B}_0 \quad (\text{A3})$$

$$\delta \mathbf{E} = -[\delta \mathbf{V} \times \mathbf{B}_0] - [\mathbf{V}_0 \times \delta \mathbf{B}] \quad (\text{A4})$$

Now it is convenient to chose a reference frame in which  $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$ . We will call it "magnetic field frame". In this reference frame (A4) component by component is:

$$\begin{cases} \delta E_x = -\delta V_y B_0 - V_{0y} \delta B_z + V_{0z} \delta B_y \\ \delta E_y = \delta V_x B_0 + V_{0x} \delta B_z - V_{0z} \delta B_x \\ \delta E_z = -V_{0x} \delta B_y + V_{0y} \delta B_x \end{cases} \quad (\text{A5})$$

The first and second equations of this system give the velocity fluctuations in the plane perpendicular to  $\mathbf{B}_0$  as functions of the field's fluctuations, the background magnetic field and plasma bulk velocity:

$$\begin{cases} \delta V_x = \frac{1}{B_0} (\delta E_y + V_{0z} \delta B_x - V_{0x} \delta B_z) \\ \delta V_y = \frac{1}{B_0} (-\delta E_x + V_{0z} \delta B_y - V_{0y} \delta B_z) \end{cases} \quad (\text{A6})$$

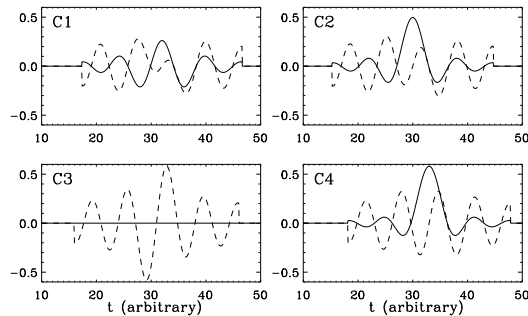
The third equation of system (A5) gives an expression for the parallel fluctuation of the electric field that is expected to be small in the ideal MHD description.

### Appendix B: Timing method for the cylindrical magnetic structure

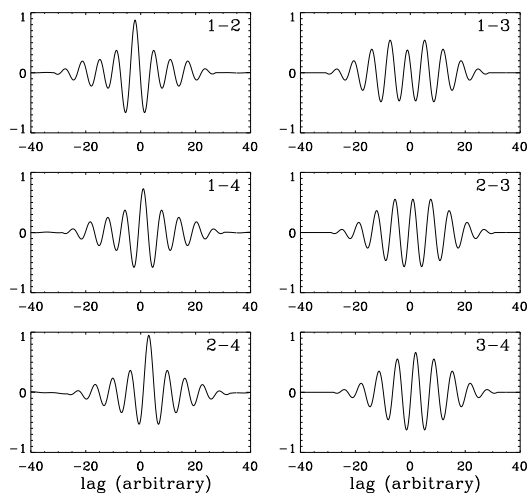
In this appendix we show using a numerical experiments that the timing method [Schwartz, 1998] can be applied to a cylindrical structure, such as a field-aligned current (or an Alfvén vortex) in order to determine its velocity. We discuss as well the limits of this method.

We consider the model of a field-aligned current (or a monopole vortex) described by equations (34) and (35). The trajectory of the satellite  $C_j$  with a constant speed through the current is  $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_{0j} + \mathbf{V}t$ . We chose  $\mathbf{V} = (1, 0, 0)$  and we suppose that this speed is the same for all the satellites. The synthetic signals on the four satellites are shown in Figure 12.

To apply the timing method to these synthetic signals we need to know the time and space separations between



**Figure 14.** The same as Figure 12, but the signal of C3 is measured along the trajectory that cross the current tube center



**Figure 15.** The same as Figure 13, but the signal of C3 is measured along the trajectory that cross the current tube center

the satellites. In the *in situ* observations the satellites separations are well known. It is the determination of time separations  $\Delta t_{ij}$  that poses a lot of problems. Therefore, the limits of application of the timing method are mainly associated with  $\Delta t_{ij}$  determination.

We determine  $\Delta t_{ij}$  using the maximum of the cross-correlation functions, see expression (13). Figure 13 shows the six functions  $\mathcal{R}_{ij}(\Delta t)$  for the six satellite pairs. The maximums of the functions are well defined, and the time lags corresponding to these maxima give  $\Delta t_{ij}$ . The condition (12) is verified for all satellite triples and the timing method (14) gives  $\mathbf{V} = (1, 0, 0)$ . Therefore we recover exactly the speed used to generate the synthetic signals.

As it is visible from Figure 12, the waveforms depend on the trajectory of the satellites. It can happen that crossing the same structure, different satellites record completely different signals. Figure 14 shows the synthetic signals for the same trajectories of the satellites C1, C2 and C4 that in Figure 12. The satellite C3 goes through the current tube center and we note that  $\delta B_x = 0$  in this case. The six cross-correlations for these 4 signals are presented in Figure 15. One can see that  $\mathcal{R}_{i3}$ , with  $i = 1, 2$ , do not have a well defined maximum. In this case, the relation (12) is verified only for one satellite triplet,  $\Delta t_{14} = \Delta t_{12} + \Delta t_{24}$ , and the timing method (14) gives an incorrect speed  $\mathbf{V} = (-0.05, -0.20, 0.13)$ .

From this numerical experience we can conclude that the timing method can be applied to determine the localized cylindrical structure speed if

- the measured signals on the four satellites are similar;
- the cross-correlation functions have a well defined maximum;
- the relation on the time separations (12) is verified for all triplets of the satellites.

If one of the mentioned points is not satisfied, the results of the timing method have no meaning.

**Acknowledgments.** We acknowledge the FGM team (Pis A. Balogh and E. Lucek) for the use of their 4 sec resolution data. The Wavelet software was provided by C. Torrence and G. Compo, and is available at URL: <http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>. O. Alexandrova thanks O. Verkhoglyadova, V. Krasnoselskih, D. Sundkvist and A. Kropotkin for fruitful discussions and she acknowledges the support of the french Centre National d'Etude Spatiales (CNES).

## References

Alexandrova, O., A. Mangeney, M. Maksimovic, C. Lacombe, N. Cornilleau-Wehrin, E. A. Lucek, P. M. E. Décréau, J.-M. Bosqued, P. Travnicek, and A. N. Fazakerley (2004), Cluster observations of finite amplitude Alfvén waves and small-scale magnetic filaments downstream of a quasi-perpendicular shock, *J. Geophys. Res.*, *109*, A05207, doi:10.1029/2003JA010056.

Anderson, B. J., S. A. Fuselier, S. P. Gary, and R. E. Denton (1994), Magnetic spectral signatures in the Earth's magnetosheath and plasma depletion layer, *J. Geophys. Res.*, *99*, 5877–5891.

Balogh, A., C. M. Carr, M. H. Acuña, M. W. Dunlop, T. J. Beek, P. Brown, K.-H. Fornacon, E. Georgescu, K.-H. Glassmeier, J. Harris, G. Musmann, T. Oddy, and K. Schwingenschuh (2001), The Cluster Magnetic Field Investigation: overview of in-flight performance and initial results, *Annales Geophysicae*, *19*, 1207–1217.

Chmyrev, V. M., S. V. Bilichenko, V. I. Pokhotelov, V. A. Marchenko, and V. I. Lazarev (1988), Alfvén vortices and related phenomena in the ionosphere and the magnetosphere, *Physica Scripta*, *38*, 841–854.

Cornilleau-Wehrin, N., G. Chanteur, S. Perraut, L. Rezeau, P. Robert, A. Roux, C. de Villedary, P. Canu, M. Maksimovic,

Y. de Conchy, D. H. C. Lacombe, F. Lefevre, M. Parrot, J. L. Pinçon, P. M. E. Décréau, C. C. Harvey, P. Louarn, O. Santolik, H. S. C. Alleyne, M. Roth, T. Chust, O. Le Contel, and Staff Team (2003), First results obtained by the Cluster STAFF experiment, *Annales Geophysicae*, *21*, 437–456.

Credland, J., G. Mecke, and J. Ellwood (1997), The Cluster Mission: ESA'S Spacefleet to the Magnetosphere, *Space Science Reviews*, *79*, 33–64.

Czaykowska, A., T. M. Bauer, R. A. Treumann, and W. Baumjohann (2001), Magnetic field fluctuations across the Earth's bow shock, *Annales Geophysicae*, *19*, 275–287.

Dmitruk, P., W. H. Matthaeus, and S. Oughton (2005), Direct comparisons of compressible MHD and reduced MHD turbulence, *Physics of Plasmas*, *12*, 112,304.

Frisch, U. (1995), *Turbulence. The legacy of A.N. Kolmogorov*, Cambridge: Cambridge University Press.

Galtier, S., S. V. Nazarenko, A. C. Newell, and A. Pouquet (2002), Anisotropic Turbulence of Shear-Alfvén Waves, *The Astrophysical Journal*, *564*, L49–L52, doi:10.1086/338791.

Ghosh, S., and M. L. Goldstein (1997), Anisotropy in Hall MHD turbulence due to a mean magnetic field, *Journal of Plasma Physics*, *57*, 129–154.

Grappin, R. (1986), Onset and decay of two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence with velocity-magnetic field correlation, *Physics of Fluids*, *29*, 2433–2443.

Gustafsson, G., R. Bostrom, B. Holback, G. Holmgren, A. Lundgren, K. Stasiewicz, L. Ahlen, F. S. Mozer, D. Pankow, P. Harvey, P. Berg, R. Ulrich, A. Pedersen, R. Schmidt, A. Butler, A. W. C. Fransen, D. Klinge, M. Thomsen, C.-G. Falthammer, P.-A. Lindqvist, S. Christenson, J. Holtet, B. Lybekk, T. A. Sten, P. Tanskanen, K. Lappalainen, and J. Wygant (1997), The Electric Field and Wave Experiment for the Cluster Mission, *Space Science Reviews*, *79*, 137–156.

Hellinger, P., P. Travnicek, A. Mangeney, and R. Grappin (2003), Hybrid simulations of the magnetosheath compression: Marginal stability path, *Geophysical Research Letters*, *30*, 13–1.

Kadomtsev, B. B., and O. P. Pogutse (1974), Nonlinear helical perturbations of a plasma in the tokamak, *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki*, *65*, 575–589.

Kevlahan, N. K.-R. (1997), The vorticity jump across a shock in a non-uniform flow, *Journal of Fluid Mechanics*, *341*, 371–384.

Lacombe, C., and G. Belmont (1995), Waves in the Earth's magnetosheath: Observations and interpretations, *Advances in Space Research*, *15*, 329–340.

Lacombe, C., F. G. E. Pantellini, D. Hubert, C. C. Harvey, A. Mangeney, G. Belmont, and C. T. Russell (1992), Mirror and Alfvén waves observed by ISEE 1-2 during crossings of the earth's bow shock, *Annales Geophysicae*, *10*, 772–784.

Laveder, D., T. Passot, and P. L. Sulem (2002), Transverse dynamics of dispersive Alfvén waves. I. Direct numerical evidence of filamentation, *Physics of Plasmas*, *9*, 293–304.

Leamon, R. J., C. W. Smith, N. F. Ness, W. H. Matthaeus, and H. K. Wong (1998), Observational constraints on the dynamics of the interplanetary magnetic field dissipation range, *J. Geophys. Res.*, *103*, 4775.

Lucek, E. A., M. W. Dunlop, T. S. Horbury, A. Balogh, P. Brown, P. Cargill, C. Carr, K.-H. Fornacon, E. Georgescu, and T. Oddy (2001), Cluster magnetic field observations in the magnetosheath: four-point measurements of mirror structures, *Annales Geophysicae*, *19*, 1421–1428.

Maksimovic, M., S. D. Bale, T. S. Horbury, and M. André (2003), Bow shock motions observed with CLUSTER, *Geophysical Research Letters*, *30*, 46–1.

Matthaeus, W. H., M. L. Goldstein, and D. A. Roberts (1990), Evidence for the presence of quasi-two-dimensional nearly incompressible fluctuations in the solar wind, *J. Geophys. Res.*, *95*, 20,673–20,683.

Matthaeus, W. H., S. Ghosh, S. Oughton, and D. A. Roberts (1996), Anisotropic three-dimensional MHD turbulence, *J. Geophys. Res.*, *101*, 7619–7630, doi:10.1029/95JA03830.

Müller, W.-C., and R. Grappin (2005), Spectral Energy Dynamics in Magnetohydrodynamic Turbulence, *Physical Review Letters*, *95*(11), 114,502–+, doi:10.1103/PhysRevLett.95.114502.

Passot, T., and P. L. Sulem (2003), Filamentation instability of long Alfvén waves in warm collisionless plasmas, *Physics of Plasmas*, *10*, 3914.

Petviashvili, V. I., and O. A. Pokhotelov (1992), *Solitary Waves in Plasmas and in the Atmosphere*, Gordon & Breach Science Pub.

Rème, H. e. a. (2001), First multispacecraft ion measurements in and near the Earth's magnetosphere with the identical Cluster ion spectrometry (CIS) experiment, *Annales Geophysicae*, 19, 1303–1354.

Rezeau, L., A. Roux, and C. T. Russell (1993), Characterization of small-scale structures at the magnetopause from ISEE measurements, *J. Geophys. Res.*, 98, 179–186.

Rezeau, L., G. Belmont, N. Cornilleau-Wehrin, F. Reberac, and C. Briand (1999), Spectral law and polarization properties of the low-frequency waves at the magnetopause, *Geophysical Research Letters*, 26, 651–654, doi:10.1029/1999GL900060.

Sahraoui, F., J. L. Pinçon, G. Belmont, L. Rezeau, N. Cornilleau-Wehrin, P. Robert, L. Mellul, J. M. Bosqued, A. Balogh, P. Canu, and G. Chanteur (2003), ULF wave identification in the magnetosheath: The k-filtering technique applied to Cluster II data, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 108, 1–1, doi:10.1029/2002JA009587.

Sahraoui, F., G. Belmont, L. Rezeau, N. Cornilleau-Wehrin, J. L. Pinon, and A. Balogh (2006), Anisotropic Turbulent Spectra in the Terrestrial Magnetosheath as Seen by the Cluster Spacecraft, *Phys. Rev. Lett.*, 96, 075,002.

Schwartz, S. J. (1998), *Shock and discontinuity normals, mach numbers, and related parameters*, chap. Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data, issi scientific report ed., ESA Publications Division, Netherlands.

Schwartz, S. J., D. Burgess, and J. J. Moses (1996), Low-frequency waves in the Earth's magnetosheath: present status, *Annales Geophysicae*, 14, 1134–1150.

Shebalin, J. V., W. H. Matthaeus, and D. Montgomery (1983), Anisotropy in MHD turbulence due to a mean magnetic field, *Journal of Plasma Physics*, 29, 525–547.

Shukla, P. K., M. Y. Yu, and R. K. Varma (1985), Drift-Alfvén vortices, *Physics of Fluids*, 28, 1719–1721.

Sonnerup, B., and M. Scheible (1998), *Minimum and Maximum Variance Analysis*, chap. Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data, pp. 185–220, issi scientific report ed., ESA Publications Division, Netherlands.

Strauss, H. R. (1976), Nonlinear, three-dimensional magnetohydrodynamics of noncircular tokamaks, *Physics of Fluids*, 19, 134–140.

Sundkvist, D., V. Krasnoselskikh, P. K. Shukla, A. Vaivads, M. André, S. Buchert, and H. Rème (2005), In situ multi-satellite detection of coherent vortices as a manifestation of Alfvénic turbulence, *Nature*, 436, 825–828, doi: 10.1038/nature03931.

Ting, A. C., W. H. Matthaeus, and D. Montgomery (1986), Turbulent relaxation processes in magnetohydrodynamics, *Physics of Fluids*, 29, 3261–3274.

Torrence, C., and G. P. Compo (1998), A Practical Guide to Wavelet Analysis., *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 79, Issue 1, pp.61-78, 79, 61–78.

N. Cornilleau-Wehrin, CETP, 10-12, av. de l'Europe 78140 Velizy, France. (nicole.cornilleau@cetp.ipsl.fr)  
 J.-M. Bosqued, CESR, 9, avenue du Colonel Roche, BP 4346 31028 Toulouse, France. (jean-michel.bosqued@cesr.fr)  
 M. André, Swedish Institute of Space Physics, Umeå University, Umeå Sweden. (ma@irfu.se)

**Table 1.** For the seven energetic events: central times  $t_0$ , total periods around the central times  $T_{tot}$ , smoothing times  $T$ , maximal correlations between the signals measured by satellite paires C1-C3, C1-C4, C3-C4 and corresponding time lags.

#	$t_0$ (UT)	$T_{tot}$	$T$	$\mathcal{R}_{13}$	$\mathcal{R}_{14}$	$\mathcal{R}_{34}$	$\Delta t_{13}$	$\Delta t_{14}$	$\Delta t_{34}$	$\delta \Delta t$
1	1702:36	12	2.25	0.9	0.7	0.7	-1.52	0.63	2.11	0.04
2	1702:50	11	3.00	0.8	0.6	0.7	-1.48	0.78	2.27	0.00
3	1703:11	12	4.50	0.8	0.6	0.6	-1.52	0.78	2.23	0.08
4	1704:13									
5	1704:40	8	2.25	0.8	0.7	0.7	-1.59	1.00	2.50	0.09
6	1705:31	8	2.25	0.9	0.8	0.8	-1.33	1.21	2.50	0.04
7	1705:38									

<sup>a</sup> All the time periods are in seconds.

**Table 2.** Time lags for the three events observed by all Cluster satellites.

#	$t_0$ (UT)	$\Delta t_{12}$	$\Delta t_{13}$	$\Delta t_{14}$	$\Delta t_{23}$	$\Delta t_{24}$	$\Delta t_{34}$
2	1702:50	1.29	-1.48	0.78	-2.77	-0.55	2.27
3	1703:11	1.68	-1.52	0.78	-3.16	-0.90	2.23
6	1705:30	-0.47	-1.33	1.21	-0.82	1.68	2.50

<sup>a</sup> All the time delays are measured in seconds.

**Table 3.** Results of the timing method for the three events observed by all the Cluster satellites. The plasma bulk velocity is given in the last line.

#	$t_0$ (UT)	$\mathbf{nV}$ (km/s)	$(V \pm \delta V)$ (km/s)
2	1702:50	(200, -20, -20)	(200 ± 15)
3	1703:11	(180, -50, -20)	(190 ± 20)
6	1705:30	(190, 90, 10)	(210 ± 20)
	plasma	(150, 0, -100)	(180 ± 20)

<sup>a</sup> The velocities are projected in the reference frame based on  $\mathbf{B}_0$  and  $\mathbf{V}_0$ .



# Bibliographie

- [1] P. ABRY, *Ondelettes et turbulences : multirésolutions, algorithmes de décomposition, invariance d'échelle et signaux de pression*, vol. La collection Nouveaux Essais, Diderot editeur, Paris, 1997.
- [2] O. ALEXANDROVA AND A. MANGENEY, *Stationary field-aligned filament : model based on cluster observations*, in Problems of Geocosmos, A. Kovtun, M. Kubyshkina, V. Semenov, V. Sergeev, V. Shashkanov, and T. Yanovskaya, eds., vol. 5, St. Petersburg State University, May 2004, pp. 132–135.
- [3] O. ALEXANDROVA, A. MANGENEY, M. MAKSIMOVIC, C. LACOMBE, N. CORNILLEAU-WEHRLIN, E. A. LUCEK, P. M. E. DÉCRÉAU, J.-M. BOSQUED, P. TRAVNICEK, AND A. N. FAZAKERLEY, *Cluster observations of finite amplitude Alfvén waves and small-scale magnetic filaments downstream of a quasi-perpendicular shock*, J. Geophys. Res., 109 (2004).
- [4] B. J. ANDERSON AND S. A. FUSELIER, *Magnetic pulsations from 0.1 to 4.0 Hz and associated plasma properties in the earth's subsolar magnetosheath and plasma depletion layer*, J. Geophys. Res., 98 (1993), pp. 1461–1479.
- [5] B. J. ANDERSON, S. A. FUSELIER, S. P. GARY, AND R. E. DENTON, *Magnetic spectral signatures in the Earth's magnetosheath and plasma depletion layer*, J. Geophys. Res., 99 (1994), pp. 5877–5891.
- [6] S. D. BALE, F. S. MOZER, AND T. S. HORBURY, *Density-Transition Scale at Quasiperpendicular Collisionless Shocks*, Physical Review Letters, 91 (2003), p. 265004.
- [7] M. BALIKHIN, I. BATES, AND M. DUNLOP, *Minimum Variance Free Identification of the Composition of Space Plasma Turbulence and Nonlinear Processes in it*, in Cluster-II Workshop : Multiscale/Multipoint Plasma Measurements, Proceedings of the Workshop held at Imperial College, London, UK, 22-24 September 1999. Paris : European Space Agency (ESA), 2000, ESA-SP, vol. 449, ISBN : 9290927968, p.287, Feb. 2000, p. 287.
- [8] M. A. BALIKHIN, T. D. DE WIT, H. S. C. K. ALLEYNE, L. J. C. WOOLLISCROFT, S. N. WALKER, V. KRASNOSEL'SKIKH, W. A. C. MIER-JEDRZEJEOWICZ, AND W. BAUMJOHANN, *Experimental determination of the dispersion of waves observed upstream of a quasi-perpendicular shock*, Geophysical Research Letters, 24 (1997), pp. 787–790.



- [9] M. A. BALIKHIN, L. J. C. WOOLLISCROFT, H. S. C. ALLEYNE, M. DUNLOP, AND M. A. GEDALIN, *Determination of the dispersion of low frequency waves downstream of a quasiperpendicular collisionless shock*, *Annales Geophysicae*, 15 (1997), pp. 143–151.
- [10] A. BALOGH, C. M. CARR, M. H. ACUÑA, M. W. DUNLOP, T. J. BEEK, P. BROWN, K.-H. FORNAÇON, E. GEORGESCU, K.-H. GLASSMEIER, J. HARRIS, G. MUSMANN, T. ODDY, AND K. SCHWINGENSCHUH, *The Cluster Magnetic Field Investigation : overview of in-flight performance and initial results*, *Annales Geophysicae*, 19 (2001), pp. 1207–1217.
- [11] W. BAUMJOHANN AND R. A. TREUMANN, *Basic space plasma physics*, London : Imperial College Press, 1996.
- [12] B. BIGOT, S. GALTIER, AND H. POLITANO, *Transition entre les régimes de turbulence faible et forte en mhd incompressible*, in 17ème Congrès Français de Mécanique, 2005.
- [13] S. CHAMPEAUX, T. PASSOT, AND P. L. SULEM, *Alfvén-wave filamentation*, *Journal of Plasma Physics*, 58 (1997), pp. 665–690.
- [14] V. M. CHMYREV, S. V. BILICHENKO, V. I. POKHOTELOV, V. A. MARCHENKO, AND V. I. LAZAREV, *Alfven vortices and related phenomena in the ionosphere and the magnetosphere*, *Physica Scripta*, 38 (1988), pp. 841–854.
- [15] N. CORNILLEAU-WEHRLIN ET AL., *The Cluster Spatio-Temporal Analysis of Field Fluctuations (STAFF) Experiment*, *Space Science Reviews*, 79 (1997), pp. 107–136.
- [16] —, *First results obtained by the Cluster STAFF experiment*, *Annales Geophysicae*, 21 (2003), pp. 437–456.
- [17] J. CREDLAND, G. MECKE, AND J. ELLWOOD, *The Cluster Mission : ESA'S Spacefleet to the Magnetosphere*, *Space Science Reviews*, 79 (1997), pp. 33–64.
- [18] N. U. CROOKER, T. E. EASTMAN, AND G. S. STILES, *Observations of plasma depletion in the magnetosheath at the dayside magnetopause*, *J. Geophys. Res.*, 84 (1979), pp. 869–874.
- [19] A. CZAYKOWSKA, T. M. BAUER, R. A. TREUMANN, AND W. BAUMJOHANN, *Mirror waves downstream of the quasi-perpendicular bow shock*, *J. Geophys. Res.*, 103 (1998), pp. 4747–4752.
- [20] —, *Magnetic field fluctuations across the Earth's bow shock*, *Annales Geophysicae*, 19 (2001), pp. 275–287.
- [21] P. M. E. DÉCRÉAU AND ET AL., *Early results from the Whisper instrument on Cluster : an overview*, *Annales Geophysicae*, 19 (2001), pp. 1241–1258.

- 
- [22] P. M. E. DÉCRÉAU, P. FERGEAU, V. KRANNOSELS'KIKH, M. LEVEQUE, P. MARTIN, O. RANDRIAMBOARISON, F. X. SENE, J. G. TROTIGNON, P. CANU, AND P. B. MOGENSEN, *Whisper, a Resonance Sounder and Wave Analyser : Performances and Perspectives for the Cluster Mission*, Space Science Reviews, 79 (1997), pp. 157–193.
- [23] R. E. DENTON, M. K. HUDSON, S. A. FUSELIER, AND B. J. ANDERSON, *Electromagnetic ion cyclotron waves in the plasma depletion layer*, J. Geophys. Res., 98 (1993), p. 13477.
- [24] P. DMITRUK, W. H. MATTHAEUS, AND S. OUGHTON, *Direct comparisons of compressible MHD and reduced MHD turbulence*, Physics of Plasmas, 12 (2005), p. 112304.
- [25] M. DOBROWOLNY, A. MANGENEY, AND P. VELTRI, *Properties of magneto-hydrodynamic turbulence in the solar wind*, Astronomy and Astrophysics, 83 (1980), pp. 26–32.
- [26] W. M. ELSASSER, *The Hydromagnetic Equations*, Physical Review, 79 (1950), pp. 183–183.
- [27] A. I. ERIKSSON, *Analysis methods for multi-spacecraft data*, SR-001, ISSI, esa publications ed., 1998, ch. Spectral Analysis, pp. 5–42.
- [28] M. FARGE, *Wavelet transforms and their applications to turbulence*, Annual Review of Fluid Mechanics, 24 (1992), pp. 395–457.
- [29] V. FORMISANO, G. MORENO, F. PALMIOTTO, AND P. C. HEDGECOCK, *Solar wind interaction with the earth's magnetic field. i - magnetosheath*, Journal of Geophysical Research, 78 (1973), pp. 3714–3730.
- [30] U. FRISCH, *Turbulence. The legacy of A.N. Kolmogorov*, Cambridge : Cambridge University Press, 1995.
- [31] S. GALTIER, S. V. NAZARENKO, AND A. C. NEWELL, *On wave turbulence in MHD*, Nonlinear Processes in Geophysics, 8 (2001), pp. 141–150.
- [32] S. GALTIER, S. V. NAZARENKO, A. C. NEWELL, AND A. POUQUET, *Anisotropic Turbulence of Shear-Alfvén Waves*, The Astrophysical Journal, 564 (2002), pp. L49–L52.
- [33] S. P. GARY, S. A. FUSELIER, AND B. J. ANDERSON, *Ion anisotropy instabilities in the magnetosheath*, J. Geophys. Res., 98 (1993), pp. 1481–1488.
- [34] S. P. GARY, M. E. MCKEAN, D. WINSKE, B. J. ANDERSON, R. E. DENTON, AND S. A. FUSELIER, *The proton cyclotron instability and the anisotropy/ $\beta$  inverse correlation*, J. Geophys. Res., 99 (1994), p. 5903.
- [35] S. GHOSH AND M. L. GOLDSTEIN, *Anisotropy in Hall MHD turbulence due to a mean magnetic field*, Journal of Plasma Physics, 57 (1997), pp. 129–154.

- [36] M. L. GOLDSTEIN, *An instability of finite amplitude circularly polarized Alfvén waves*, The Astrophysical Journal, 219 (1978), pp. 700–704.
- [37] J. T. GOSLING AND A. E. ROBSON, *Ion reflection, gyration, and dissipation at supercritical shocks*, Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series, 35 (1985), pp. 141–152.
- [38] R. GRAPPIN, *Onset and decay of two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence with velocity-magnetic field correlation*, Physics of Fluids, 29 (1986), pp. 2433–2443.
- [39] G. GUSTAFSSON ET AL., *The Electric Field and Wave Experiment for the Cluster Mission*, Space Science Reviews, 79 (1997), pp. 137–156.
- [40] P. HELLINGER AND P. TRÁVNÍČEK, *Magnetosheath compression : Role of characteristic compression time, alpha particle abundance, and alpha/proton relative velocity*, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 110 (2005), p. 4210.
- [41] P. HELLINGER, P. TRÁVNÍČEK, A. MANGENEY, AND R. GRAPPIN, *Hybrid simulations of the magnetosheath compression : Marginal stability path*, Geophysical Research Letters, 30 (2003), pp. 13–1.
- [42] J. V. HOLLWEG, *Beat, modulational, and decay instabilities of a circularly polarized Alfvén wave*, J. Geophys. Res., 99 (1994), p. 23431.
- [43] R. E. HOLZER, M. G. MCLEOD, AND E. J. SMITH, *Preliminary Results from the Ogo 1 Search Coil Magnetometer : Boundary Positions and Magnetic Noise Spectra*, J. Geophys. Res., 71 (1966), p. 1481.
- [44] D. HUBERT, C. C. HARVEY, AND C. T. RUSSELL, *Observations of magnetohydrodynamic modes in the earth’s magnetosheath at 0600 LT*, Journal of Geophysical Research, 94 (1989), pp. 17305–17309.
- [45] D. HUBERT, C. LACOMBE, C. C. HARVEY, M. MONCUQUET, C. T. RUSSELL, AND M. F. THOMSEN, *Nature, properties, and origin of low-frequency waves from an oblique shock to the inner magnetosheath*, Journal of Geophysical Research, 103 (1998), pp. 26783–26798.
- [46] V. JAYANTI AND J. V. HOLLWEG, *Parametric instabilities of parallel-propagating Alfvén waves : Some analytical results*, J. Geophys. Res., 98 (1993), p. 19049.
- [47] —, *Growth rates of new parametric instabilities occurring in a plasma with streaming He(2+)*, J. Geophys. Res., 99 (1994), p. 23449.
- [48] B. B. KADOMTSEV AND O. P. POGUTSE, *Nonlinear helical perturbations of a plasma in the tokamak*, Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki, 65 (1974), pp. 575–589.

- 
- [49] D. KRAUSS-VARBAN, N. OMIDI, AND K. B. QUEST, *Mode properties of low-frequency waves : Kinetic theory versus Hall-MHD*, J. Geophys. Res., 99 (1994), pp. 5987–6009.
- [50] P. KUMAR AND E. FOUFOULA-GEORGIOU, *Wavelet Analysis in Geophysics : An Introduction*, Academic Press, San Diego, wavelets in geophysics ed., 1994.
- [51] C. LACOMBE AND G. BELMONT, *Waves in the Earth's magnetosheath : Observations and interpretations*, Advances in Space Research, 15 (1995), pp. 329–340.
- [52] C. LACOMBE, G. BELMONT, D. HUBERT, C. C. HARVEY, A. MANGENEY, C. T. RUSSELL, J. T. GOSLING, AND S. A. FUSELIER, *Density and magnetic field fluctuations observed by ISEE 1-2 in the quiet magnetosheath*, Annales Geophysicae, 13 (1995), pp. 343–357.
- [53] C. LACOMBE, F. G. E. PANTELLINI, D. HUBERT, C. C. HARVEY, A. MANGENEY, G. BELMONT, AND C. T. RUSSELL, *Mirror and Alfvénic waves observed by ISEE 1-2 during crossings of the earth's bow shock*, Annales Geophysicae, 10 (1992), pp. 772–784.
- [54] C. N. LASHMORE-DAVIES, *Modulational Instability of a Finite Amplitude Alfvén Wave*, Physics of Fluids, 19 (1976), pp. 587–589.
- [55] D. LAVEDER, T. PASSOT, AND P. L. SULEM, *Transverse dynamics of dispersive Alfvén waves. I. Direct numerical evidence of filamentation*, Physics of Plasmas, 9 (2002), pp. 293–304.
- [56] —, *Transverse dynamics of dispersive Alfvén waves. II. Driving of a reduced magnetohydrodynamic flow*, Physics of Plasmas, 9 (2002), pp. 305–314.
- [57] J. A. LECKBAND, D. BURGESS, F. G. E. PANTELLINI, AND S. J. SCHWARTZ, *Ion distributions associated with mirror waves in the Earth's magnetosheath*, Advances in Space Research, 15 (1995), pp. 345–348.
- [58] M. LONGTIN AND B. U. O. SONNERUP, *Modulation instability of circularly polarized Alfvén waves*, J. Geophys. Res., 91 (1986), pp. 6816–6824.
- [59] E. A. LUCEK, M. W. DUNLOP, A. BALOGH, P. CARGILL, W. BAUMJOHANN, E. GEORGESCU, G. HAERENDEL, AND K.-H. FORNACON, *Identification of magnetosheath mirror modes in Equator-S magnetic field data*, Annales Geophysicae, 17 (1999), pp. 1560–1573.
- [60] —, *Mirror mode structures observed in the dawn-side magnetosheath by Equator-S*, Geophysical Research Letters, 26 (1999), pp. 2159–2162.
- [61] Y. V. LVOV AND S. NAZARENKO, *Noisy spectra, long correlations, and intermittency in wave turbulence*, Physical Review E, 69 (2004), p. 066608.

- [62] M. MAKSIMOVIC, S. D. BALE, T. S. HORBURY, AND M. ANDRÉ, *Bow shock motions observed with CLUSTER*, Geophysical Research Letters, 30 (2003), pp. 46–1.
- [63] E. MARSCH AND C.-Y. TU, *Modeling results on spatial transport and spectral transfer of solar wind Alfvénic turbulence*, J. Geophys. Res., 98 (1993), p. 21045.
- [64] A. MATSUOKA, D. J. SOUTHWOOD, S. KOKUBUN, AND T. MUKAI, *Propagation sense of low-frequency MHD waves in the magnetosheath observed by Geotail*, J. Geophys. Res., 105 (2000), pp. 18361–18376.
- [65] W. H. MATTHAEUS, S. GHOSH, S. OUGHTON, AND D. A. ROBERTS, *Anisotropic three-dimensional MHD turbulence*, Journal of Geophysical Research, 101 (1996), pp. 7619–7630.
- [66] A. P. MATTHEWS, *Current Advance Method and Cyclic Leapfrog for 2D Multispecies Hybrid Plasma Simulations*, Journal of Computational Physics, 112 (1994), pp. 102–116.
- [67] J. E. MIDGLEY AND L. DAVIS, *Calculation by a Moment Technique of the Perturbation of the Geomagnetic Field by the Solar Wind*, J. Geophys. Res., 68 (1963), p. 5111.
- [68] W.-C. MÜLLER, D. BISKAMP, AND R. GRAPPIN, *Statistical anisotropy of magnetohydrodynamic turbulence*, Physical Review E, 67 (2003), p. 066302.
- [69] A. C. NEWELL, *Wave Turbulence Is Almost Always Intermittent at Either Small or Large Scales*, Studies in Applied Mathematics, (2002).
- [70] G. PASCHMANN, N. SCKOPKE, S. J. BAME, AND J. T. GOSLING, *Observations of gyrating ions in the foot of the nearly perpendicular bow shock*, GRL, 9 (1982), pp. 881–884.
- [71] G. PASCHMANN, N. SCKOPKE, G. HAERENDEL, J. PAPAMASTORAKIS, S. J. BAME, J. R. ASBRIDGE, J. T. GOSLING, E. W. HONES, AND E. R. TECH, *ISEE plasma observations near the subsolar magnetopause*, Space Science Reviews, 22 (1978), pp. 717–737.
- [72] T. PASSOT, C. SULEM, AND P.-L. SULEM, *Effect of longitudinal modulation of Alfvén wave filamentation*, Physical Review E, 50 (1994), pp. 1427–1436.
- [73] T. PASSOT AND P.-L. SULEM, *Multidimensional modulation of Alfvén waves*, Physical Review E, 48 (1993), pp. 2966–2974.
- [74] ———, *Filamentation instability of long Alfvén waves in warm collisionless plasmas*, Physics of Plasmas, 10 (2003), p. 3914.
- [75] A. PEDERSEN, P. DÉCRÉAU, C.-P. ESCOUBET, G. GUSTAFSSON, H. LAAKSO, P.-A. LINDQVIST, B. LYBEKK, A. MASSON, F. MOZER, AND

- A. VAIVADS, *Four-point high time resolution information on electron densities by the electric field experiments (EFW) on Cluster*, *Annales Geophysicae*, 19 (2001), pp. 1483–1489.
- [76] V. I. PETVIASHVILI AND O. A. POKHOTILOV, *Solitary Waves in Plasmas and in the Atmosphere*, Gordon & Breach Science Pub, February 1992.
- [77] H. RÈME AND ET AL., *The Cluster Ion Spectrometry (cis) Experiment*, *Space Science Reviews*, 79 (1997), pp. 303–350.
- [78] H. RÈME AND ET AL., *First multispacecraft ion measurements in and near the Earth's magnetosphere with the identical Cluster ion spectrometry (CIS) experiment*, *Annales Geophysicae*, 19 (2001), pp. 1303–1354.
- [79] L. REZEAU, G. BELMONT, N. CORNILLEAU-WEHRLIN, F. REBERAC, AND C. BRIAND, *Spectral law and polarization properties of the low-frequency waves at the magnetopause*, *Geophysical Research Letters*, 26 (1999), pp. 651–654.
- [80] L. REZEAU, S. PERRAUT, AND A. ROUX, *Electromagnetic fluctuations in the vicinity of the magnetopause*, *Geophysical Research Letters*, 13 (1986), pp. 1093–1096.
- [81] L. REZEAU, A. ROUX, AND C. T. RUSSELL, *Characterization of small-scale structures at the magnetopause from ISEE measurements*, *J. Geophys. Res.*, 98 (1993), pp. 179–186.
- [82] L. REZEAU, F. SAHRAOUI, E. D'HUMIÈRES, G. BELMONT, T. CHUST, N. CORNILLEAU-WEHRLIN, L. MELLUL, O. ALEXANDROVA, E. LUCEK, P. ROBERT, P. DÉCRÉAU, P. CANU, AND I. DANDOURAS, *A case study of low-frequency waves at the magnetopause*, *Annales Geophysicae*, 19 (2001), pp. 1463–1470.
- [83] REZEAU-NICOLAS, *Turbulence des ondes d'Alfven au voisinage de la magnetopause terrestre*, thèse de doctorat, Université Paris 6, Novembre 1988.
- [84] K. RONNMARK, *Waves in homogeneous, anisotropic multicomponent plasmas (WHAMP)*, tech. rep., June 1982.
- [85] ———, *Computation of the dielectric tensor of a Maxwellian plasma*, *Plasma Physics*, 25 (1983), pp. 699–701.
- [86] F. SAHRAOUI, G. BELMONT, AND L. REZEAU, *Hamiltonian canonical formulation of Hall-magnetohydrodynamics : Toward an application to weak turbulence theory*, *Physics of Plasmas*, 10 (2003), p. 1325.
- [87] F. SAHRAOUI, G. BELMONT, L. REZEAU, N. CORNILLEAU-WEHRLIN, J. L. PINÇON, AND A. BALOGH, *Anisotropic Turbulent Spectra in the Terrestrial Magnetosheath as Seen by the Cluster Spacecraft*, submitted to *Phys. Rev. Lett.*, (2005).

- [88] F. SAHRAOUI, J. L. PINÇON, G. BELMONT, L. REZEAU, N. CORNILLEAU-WEHRLIN, P. ROBERT, L. MELLUL, J. M. BOSQUED, A. BALOGH, P. CANU, AND G. CHANTEUR, *ULF wave identification in the magnetosheath : The k-filtering technique applied to Cluster II data*, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 108 (2003), pp. 1–1.
- [89] S. J. SCHWARTZ, *Shock and discontinuity normals, mach numbers, and related parameters*, ESA Publications Division, Netherlands, issi scientific report ed., 1998, ch. Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data.
- [90] S. J. SCHWARTZ, D. BURGESS, AND J. J. MOSES, *Low-frequency waves in the Earth's magnetosheath : present status*, Annales Geophysicae, 14 (1996), pp. 1134–1150.
- [91] N. SCKOPKE, G. PASCHMANN, S. J. BAME, J. T. GOSLING, AND C. T. RUSSELL, *Evolution of ion distributions across the nearly perpendicular bow shock - Specularly and non-specularly reflected-gyrating ions*, Journal of Geophysical Research, 88 (1983), pp. 6121–6136.
- [92] N. SCKOPKE, G. PASCHMANN, A. L. BRINCA, C. W. CARLSON, AND H. LÜHR, *Ion thermalization in quasi-perpendicular shocks involving reflected ions*, J. Geophys. Res., 95 (1990), pp. 6337–6352.
- [93] Z.-S. SHE, E. JACKSON, AND S. A. ORSZAG, *Intermittent vortex structures in homogeneous isotropic turbulence*, Nature, 344 (1990), pp. 226–228.
- [94] J. V. SHEBALIN, W. H. MATTHAEUS, AND D. MONTGOMERY, *Anisotropy in MHD turbulence due to a mean magnetic field*, Journal of Plasma Physics, 29 (1983), pp. 525–547.
- [95] N. N. SHEVYREV AND G. N. ZASTENKER, *Some features of the plasma flow in the magnetosheath behind quasi-parallel and quasi-perpendicular bow shocks*, Planetary and Space Science, 53 (2005), pp. 95–102.
- [96] P. K. SHUKLA, M. Y. YU, AND R. K. VARMA, *Drift-Alfvén vortices*, Physics of Fluids, 28 (1985), pp. 1719–1721.
- [97] G. L. SISCOE, L. DAVIS, E. J. SMITH, P. J. COLEMAN, AND D. E. JONES, *Magnetic Fluctuations in the Magnetosheath : Mariner 4*, J. Geophys. Res., 72 (1967), p. 1.
- [98] P. SONG, C. T. RUSSELL, AND S. P. GARY, *Identification of low-frequency fluctuations in the terrestrial magnetosheath*, J. Geophys. Res., 99 (1994), pp. 6011–6025.
- [99] P. SONG, C. T. RUSSELL, AND M. F. THOMSEN, *Waves in the inner magnetosheath - A case study*, Geophysical Research Letters, 19 (1992), pp. 2191–2194.

- 
- [100] B. SONNERUP AND M. SCHEIBLE, *Minimum and Maximum Variance Analysis*, ESA Publications Division, Netherlands, issi scientific report ed., 1998, ch. Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data, pp. 185–220.
- [101] O. STAWICKI, S. P. GARY, AND H. LI, *Solar wind magnetic fluctuation spectra : Dispersion versus damping*, J. Geophys. Res., 106 (2001), pp. 8273–8282.
- [102] H. R. STRAUSS, *Nonlinear, three-dimensional magnetohydrodynamics of non-circular tokamaks*, Physics of Fluids, 19 (1976), pp. 134–140.
- [103] D. SUNDKVIST, V. KRASNOSELSKIKH, P. K. SHUKLA, A. VAIVADS, M. ANDRÉ, S. BUCHERT, AND H. RÈME, *In situ multi-satellite detection of coherent vortices as a manifestation of Alfvénic turbulence*, Nature, 436 (2005), pp. 825–828.
- [104] C. TORRENCE AND G. P. COMPO, *A Practical Guide to Wavelet Analysis.*, Bulletin of the American Meteorological Society, vol. 79, Issue 1, pp.61-78, 79 (1998), pp. 61–78.
- [105] R. A. TREUMANN AND W. BAUMJOHANN, *Advanced space plasma physics*, London : Imperial College Press, 1997.
- [106] B. T. TSURUTANI, E. J. SMITH, R. R. ANDERSON, K. W. OGILVIE, J. D. SCUDDER, D. N. BAKER, AND S. J. BAME, *Lion roars and nonoscillatory drift mirror waves in the magnetosheath*, J. Geophys. Res., 87 (1982), pp. 6060–6072.
- [107] B. J. VASQUEZ, *Simulation study of the role of ion kinetics in low-frequency wave train evolution*, J. Geophys. Res., 100 (1995), pp. 1779–1792.
- [108] H. K. WONG AND M. L. GOLDSTEIN, *Parametric instabilities of the circularly polarized Alfvén waves including dispersion*, J. Geophys. Res., 91 (1986), pp. 5617–5628.
- [109] C. C. WU, *MHD flow past an obstacle - Large-scale flow in the magnetosheath*, Geophysical Research Letters, 19 (1992), pp. 87–90.
- [110] B. J. ZWAN AND R. A. WOLF, *Depletion of solar wind plasma near a planetary boundary*, J. Geophys. Res., 81 (1976), pp. 1636–1648.