HAL open science

Electron quantum transport: nanophysics and correlated systems

Jérôme Rech

▶ To cite this version:

Jérôme Rech. Electron quantum transport: nanophysics and correlated systems. Mesoscopic Systems and Quantum Hall Effect [cond-mat.mes-hall]. Aix Marseille Université (AMU), 2018. tel-03509437

HAL Id: tel-03509437
https://hal.science/tel-03509437

Submitted on 4 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ
CNRS

CENTRE DE PHYSIQUE THÉORIQUE

Thèse présentée pour obtenir le grade universitaire d'habilitation à diriger des recherches

Discipline : Physique et sciences de la matière
Spécialité : Physique Théorique et Mathématique, Matière Condensée et Nanosciences

Jérôme RECH

Transport quantique d'électrons : physique nanoscopique et systèmes corrélés

Soutenue le 28/09/2018 devant le jury composé de :

Reinhold EGGER	Rapporteur
Christian GLATTLI	Rapporteur
Fabio PISTOLESI	Rapporteur
Thierry MARTIN	Tuteur
Alberto VERGA	Président

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes collaborateurs les plus proches avec qui j'ai travaillé ces dernières années et sans qui ce manuscrit n'aurait jamais existé. Tout d'abord, Thierry Martin, qui m'a accueilli dans l'équipe de Nanophysique dès mon arrivée au Centre de Physique Théorique, et a tout mis en œuvre pour y favoriser mon intégration. Ensuite, Thibaut Jonckheere, qui malgré nos discussions quotidiennes, ne se lasse pas de tenter de répondre à mes questions parfois naïves. Tous les travaux présentés ici ont été réalisés en interaction étroite avec eux, souvent dans le cadre de collaborations françaises ou internationales, initiées en bonne part grâce au dévouement et au dynamisme de Thierry, ainsi qu'à l'implication et l'énergie de Thibaut. Je leur suis extrêmement reconnaissant pour tout ce qu'ils m'ont apporté au fil des années, par leur vision, leurs fulgurances et leur enthousiasme scientifiques.

Merci également aux autres membres de l'équipe de nanophysique, Adeline Crépieux, Pierre Devillard, et plus récemment Laurent Raymond, avec qui j'ai eu l'occasion de discuter de mes problèmes et de mes avancées au cours de ces dernières années.

C'est aussi pour moi l'occasion de remercier les nombreux collègues avec qui j'ai eu le plaisir de collaborer, et sans qui nombre de travaux présentés dans ce manuscrit n'auraient tout simplement jamais vu le jour, j'ai beaucoup appris à leur contact et lors de nos nombreux échanges. Je ne peux citer tout le monde, mais je pense tout particulièrement à Denis Feinberg, Régis Mélin et Benoît Douçot dans le cadre de l'ANR Nanoquartets, ainsi qu'à Dario Ferraro, Gwendal Fève, Pascal Degiovanni, Bernard Plaçais, et Jean-Marc Berroir dans le cadre de l'ANR 1shot.

En outre, je remercie Reinhold Egger, Christian Glattli et Fabio Pistolesi qui m'ont fait l'honneur d'accepter la lourde tâche de rapporteur de ce travail malgré un emploi du temps plus que rempli, ainsi qu'Alberto Verga qui a accepté de présider mon jury d'habilitation.

Enfin, je tiens à remercier ma famille, et tout particulièrement Estelle et Samuel pour leur soutien indéfectible au quotidien.

Table des matières

Avant-propos **7**
Synthèse des activités 7
Contenu de ce manuscrit 8

1 Systèmes multi-terminaux **13**
1.1 Introduction 13
1.2 Jonctions multiples et niveaux résonants 14
1.2.1 Formalisme Hamiltonien 14
Modèle 14
Cas d'un système à l'équilibre 15
Cas d'un système polarisé en tension 17
1.2.2 Séparer des paires de Cooper 19
1.2.3 Observer des processus multi-paires 23
1.3 Désordre et décohérence : le cas des jonctions métalliques 31
1.4 Vers des systèmes en interaction 34
1.4.1 Système à l'équilibre : approximation de champ moyen 35
1.4.2 Hors-équilibre : nécessité d'un changement de paradigme . . . 37

2 Optique quantique électronique **41**
2.1 Introduction 41
2.2 Interférométrie Hong-Ou-Mandel 42
2.2.1 Source d'électrons uniques 42
2.2.2 Collision d'électrons et de trous dans l'effet Hall entier 47
2.3 Des interactions à l'origine de la décohérence 51
2.3.1 Formalisme et premiers résultats 52
2.3.2 Modèle affiné et comparaison quantitative avec l'expérience . . 56
2.4 Vers de l'optique quantique fractionnaire : la source de quasi-particules 60
2.4.1 Dispositif anti-dot 60
2.4.2 Impulsion de tension et levitons fractionnaires 63
2.5 Interférométrie au-delà de l'effet Hall 68

3 Perspectives et projets **75**
3.1 Prolongements naturels 75
3.1.1 Systèmes supraconducteurs multi-terminaux 75
3.1.2 Optique quantique électronique 76
3.2 Nouvelles thématiques 77
3.2.1 Électronique moléculaire 78
3.2.2 Supraconducteurs topologiques 78
3.2.3 Propriétés thermoélectriques des nano-systèmes 79

Bibliographie **81**

Publications **85**

Avant-propos

Synthèse des activités

C'est au cours de mon année de maîtrise, lors d'un stage choisi un peu par hasard, que j'ai entamé mon expérience dans le domaine de la matière condensée théorique. Sous la supervision de Pierre Pujol, au sein du laboratoire de Physique de l'ENS Lyon, je m'étais alors intéressé au calcul de l'aimantation de chaînes de spin antiferromagnétiques dimérisées (chaînes de Heisenberg XX de spin 1/2) en présence de différents types d'impuretés.

C'est aussi grâce à Pierre que quelques temps plus tard, à la recherche d'un projet de thèse, j'ai eu la chance de rencontrer Catherine Pépin et Piers Coleman, pour ce qui allait devenir la première tentative de cotutelle franco-américaine en physique théorique de l'université Paris-Sud.

J'ai donc effectué ma thèse de doctorat, intitulée "Phénomènes quantiques macroscopiques dans les systèmes d'électrons fortement corrélés", entre le Service de Physique Théorique du CEA Saclay et le département de physique de l'université de Rutgers aux États-Unis. Au cours de ces années, j'ai eu l'occasion de travailler sur deux projets ayant trait aux systèmes d'électrons fortement corrélés : d'une part l'étude théorique du point critique quantique ferromagnétique dans les systèmes d'électrons itinérants (sous la supervision de Catherine Pépin) et d'autre part la description de l'effet Kondo à l'aide de bosons de Schwinger par une approche de type "N grand" (sous la direction de Piers Coleman).

J'ai ensuite intégré, en tant que post-doc, l'équipe de Konstantin Matveev dans la division de sciences des matériaux à Argonne National Laboratory, où j'ai pu opérer un important virage thématique vers la physique mésoscopique et les systèmes unidimensionnels. Je me suis intéressé en particulier au transport électrique et thermique dans les fils quantiques, considérant l'effet de différentes sources d'inhomogénéités spatiales, et étudiant les processus de collisions à trois particules et leur impact sur les propriétés d'équilibration des systèmes unidimensionnels en interaction faible.

J'ai alors pu rentrer en Europe, dans le cadre d'un second contrat post-doctoral au sein de la Ludwig-Maximilians Universität de Munich. Poursuivant mes travaux sur les systèmes unidimensionnels, j'ai aussi pu étudier, au gré des interactions avec Stefan Kehrein, la rétro-action liée à l'appareil de mesure dans les protocoles de transport cohérent par processus adiabatique.

En 2009, j'ai été recruté au CNRS en tant que chargé de recherche, et affecté à l'équipe de Nanophysique dirigée par Thierry Martin au Centre de Physique Théorique de Marseille (CPT). C'est en étroite collaboration avec Thibaut Jonckheere et Thierry Martin que j'y poursuis mes travaux sur l'étude théorique des propriétés de transport de systèmes nanoscopiques et l'effet des interactions sur ces dernières.

Les projets menés depuis mon recrutement, et détaillés dans ce manuscrit, représentent donc une synthèse thématique entre mon expérience de thèse sur les systèmes d'électrons fortement corrélés (et les méthodes théoriques utilisées dans ce contexte) et mon intérêt pour les problèmes de transport quantique.

Ainsi, dès mon arrivée à Marseille, j'ai pu m'intéresser à l'étude d'un dispositif séparateur de paires de Cooper (impliquant deux électrodes métalliques et une source supraconductrice) que nous avons ensuite étendu pour prendre en compte la répulsion Coulombienne. C'est à peu près au même moment que nous avons développé une forte activité dans un domaine nouveau, à savoir l'optique quantique électronique qui consiste à étudier l'injection contrôlée, la manipulation et la mesure d'excitations électroniques uniques dans les conducteurs balistiques que sont les états de bord de l'effet Hall quantique. Enfin, une large part de mes activités a porté sur l'étude de systèmes multi-terminaux entièrement supraconducteurs, dans le sillage des travaux sur la séparation de paires de Cooper.

Mais ces travaux sont aussi le reflet de rencontres et de collaborations, certaines ayant largement profité de financements spécifiques via des appels à projets blancs de l'Agence Nationale pour la Recherche, tout d'abord avec l'équipe expérimentale du Laboratoire Pierre Aigrain de l'ENS Paris (en particulier Gwendal Fève, Bernard Plaçais et Jean-Marc Berroir) puis avec le groupe de théoriciens de l'Institut Néel de Grenoble (et plus spécifiquement Denis Feinberg et Régis Mélin).

Enfin, ces années passées au CPT ont aussi été l'occasion d'encadrer des étudiants en stage et en doctorat, et nombre des projets présentés ici ont été menés à bien grâce à leurs efforts et à leur engagement. Ceci concerne tout particulièrement les travaux de thèse de Denis Chevallier, Claire Wahl et Romain Jacquet avec qui j'ai eu le plaisir de travailler dans le cadre d'une co-direction avec mes collègues Thibaut Jonckheere et Thierry Martin.

Contenu de ce manuscrit

Ce mémoire d'habilitation présente un résumé de mes activités de recherche depuis mon recrutement au CNRS en tant que chargé de recherche affecté à l'équipe de Nanophysique du Centre de Physique Théorique de Marseille. J'y expose donc la majorité de mes travaux de recherche réalisés entre fin 2009 et début 2017, et aborde aussi un certain nombre de perspectives et de projets à venir.

Tous ces travaux relèvent de l'étude théorique du transport quantique d'électron dans des systèmes nano- ou mésoscopiques, c'est-à-dire du comportement d'un dispositif de matière condensée de taille allant du micron à l'échelle atomique en réponse

à une perturbation extérieure (tension, gradient de température, champ magnétique, ...). De par sa taille réduite, typiquement inférieure à la longueur de cohérence, le conducteur mésoscopique est soumis à des effets et des fluctuations quantiques non-négligeables. Les propriétés de transport ne sont finalement qu'un moyen de caractériser ces fluctuations par l'étude du courant moyen de charge et de ses corrélations (bruit de courant) à travers le système. Le but commun à tous ces travaux est donc d'étudier le rôle des propriétés fondamentales de la mécanique quantique dans des dispositifs réalistes, ce souci de réalisme conduisant à une étroite collaboration (ou a minima à de nombreux échanges et discussions) avec les équipes expérimentales.

Tant au niveau des thématiques abordées que des méthodes utilisées, il existe de nombreux points communs aux projets dans lesquels j'ai été impliqué. Tout d'abord, il est possible de dégager un ensemble de lignes directrices fortes, qui se retrouvent dans plusieurs de mes travaux

- la présence de niveaux d'énergie résonants, qui peuvent représenter tout à tour un atome, une molécule, une portion de nanotube ou nanofil, une région circonscrite d'un gaz d'électrons bidimensionnel, ...
- le transport hors-équilibre, dépendant du temps, soit typiquement l'étude de la réponse en fréquence pouvant aller jusqu'au comportement à l'échelle de l'électron unique,
- les systèmes de basse dimensionnalité, en particulier unidimensionnels en interaction, notamment pour décrire les états de bord de l'effet Hall quantique,
- la physique des supraconducteurs, et plus spécifiquement les processus de réflexion d'Andreev et l'effet Josephson,
- le bruit ou les fluctuations du courant, outil de diagnostic essentiel des propriétés de transport.

Il est toujours souhaitable d'obtenir une expression explicite des quantités à analyser mais ce n'est malheureusement pas toujours possible, de sorte que les techniques mises en œuvre pour mener à bien ces travaux sont souvent une combinaison de méthodes à la fois analytiques et numériques. Les approches analytiques sont empruntées à la théorie des champs et à la physique statistique quantique, et on y retrouve communément

- les fonctions de Green, dans le formalisme de Matsubara ou de Keldysh (pour un traitement rigoureux du cas hors-équilibre), éventuellement combinées à des approches perturbatives diagrammatiques (comme les approximations conservatrices),
- les intégrales de chemin, permettant de re-sommer naturellement certaines séries de perturbation, ou de découpler des termes d'interaction à l'aide de champs auxiliaires,
- la bosonisation, la refermionisation et le formalisme de liquide de Luttinger, permettant de traiter de façon rigoureuse les systèmes unidimensionnels en interaction,
- le formalisme de matrice de scattering, qui permet de traiter simplement cer-

tains éléments du circuit en reliant les degrés de liberté à l'entrée et à la sortie.

Lorsque les expressions analytiques sont hors d'atteinte, l'étude du comportement du système en réponse à une excitation passe par un calcul numérique. Les approches que nous avons été amenés à utiliser sont diverses et impliquent

- l'évaluation d'intégrales numériques multiples (quadrature de Gauss et algorithme Monte-Carlo pseudo-aléatoire),
- la manipulation de matrices de grande taille (matrices creuses),
- la description à l'aide d'un modèle discrétisé en liaison forte (approche "tight-binding"),
- la résolution d'équations différentielles en temps pour déterminer l'évolution du système.

Les travaux présentés ici s'appuient sur les publications recensées dans la section "Publications", en page 85, qui ne reprend pas l'intégralité de mes travaux. En effet, afin d'éviter l'effet de catalogue qui va souvent de pair avec une exposition exhaustive de travaux de recherche, j'ai préféré laisser de côté la discussion de certains projets et j'ai choisi, par souci de cohérence thématique et de lisibilité, de me concentrer sur un sous-ensemble représentatif de mon activité. Ainsi, les travaux sélectionnés ont été organisés en deux grandes sections.

La première partie (couvrant les publications [P1] à [P7]) regroupe les travaux ayant trait aux systèmes multi-terminaux. J'y expose tout d'abord l'étude de jonctions multiples impliquant des niveaux résonants, en commençant par un bref rappel de formalisme. Dans le cas le plus simple d'une unique électrode supraconductrice, ici couplée à deux électrodes métalliques pour réaliser un dispositif séparateur de paires de Cooper, nous nous sommes concentrés sur le processus de réflexion d'Andreev croisée, susceptible de produire une physique nouvelle et intéressante, exploitant les propriétés d'intrication du supraconducteur et révélant des corrélations positives des courants. Nous avons pu montrer l'effet des différents paramètres du système sur la prévalence du processus de réflexion d'Andreev croisée, et en particulier les signatures attendues dans les corrélations croisées de courant proposant un régime optimal d'observation expérimentale.

Nous nous sommes ensuite tournés vers le cas de multiples électrodes supraconductrices. En effet, deux supraconducteurs couplés à travers une jonction réalisent l'effet Josephson où un courant continu apparaît à tension nulle du fait de l'échange de paires de Cooper, et devient oscillant en présence d'un potentiel extérieur. Dans le cas de trois électrodes supraconductrices couplées et polarisées en tension, nous avons montré la présence, en plus du courant Josephson AC, d'un courant continu. Ce dernier est issu d'un nouveau canal de transport porté par les processus de réflexion d'Andreev croisée, et correspond à l'échange de multiples paires de Cooper entre tous les terminaux, généralisant ainsi la physique de l'effet Josephson au cas multi-terminal en faisant intervenir un ensemble délocalisé de paires d'électrons intriqués. Nous avons analysé en détail la dépendance en phase non-triviale de ce courant ainsi que les effets de résonance liés aux niveaux résonants dans la jonction, et avons

proposé un dispositif d'équilibre susceptible de conduire à l'observation expérimentale des signatures claires de ces processus multi-paires. Dans un souci de se rapprocher des réalisations expérimentales, nous avons aussi envisagé le cas d'un même système multi-terminal impliquant cette fois une jonction métallique désordonnée en lieu et place des niveaux résonants. Ces travaux, encore à leurs prémices, nous ont permis de considérer de nouveaux effets physiques liés au désordre et à la décohérence électron-trou au sein de la jonction.

Enfin, ce chapitre se clôture sur deux tentatives d'inclure le traitement des interactions Coulombiennes, typiques des niveaux résonants. Nous présentons tout d'abord une approche de type champ moyen, valide dans le cas d'un système à l'équilibre de type SQUID, et permettant de suivre l'évolution de la séparation des paires de Cooper en fonction de l'interaction. La seconde approche, plus novatrice, consiste en un changement de paradigme, où nous présentons une description des propriétés de transport hors-équilibre d'un système multi-terminal général en s'appuyant sur une approximation conservatrice, autorisant ainsi un développement perturbatif rigoureux dans le paramètre d'interaction.

La seconde partie est quant à elle consacrée aux projets en rapport avec l'optique quantique électronique (couvrant les publications [P8] à [P15] et les revues [R1] à [R3]). Ce nouveau domaine consiste en la préparation contrôlée, la manipulation et la mesure d'excitations électroniques uniques dans les conducteurs balistiques. Empruntant aux expériences d'interférométrie de l'optique quantique, il s'agit là d'une nouvelle façon d'étudier la physique mésoscopique, qui permet entre autres d'aborder des questions fondamentales sur la décohérence, le rôle des interactions, l'effet de la mer de Fermi, la notion d'excitation minimale, ...

L'ingrédient essentiel au cœur de ces expériences d'interférométrie électronique est la source d'électrons uniques opérant dans le régime d'effet Hall quantique des gaz d'électrons bidimensionnels. Nous avons ainsi pu, en premier lieu, proposer une modélisation de l'ensemble {source + état de bord} par une simulation en temps réel d'une chaîne discrète de sites en liaison forte. Cette dernière reproduit bien le principe de fonctionnement de la source expérimentale et permet une visualisation parlante des objets émis (en énergie et en temps). Nous nous sommes ensuite tournés vers l'étude d'un interféromètre de type Hong-Ou-Mandel, réalisé dans l'effet Hall entier à remplissage $\nu = 1$. Nous avons ainsi mis en avant les similitudes entre les collisions électron-électron et leur contrepartie en optique quantique, se manifestant tout deux par une signature en forme de creux dépendant du recouvrement entre paquets d'onde incidents. Mais surtout, nous avons proposé d'observer des collisions électron-trou, sans équivalent pour les photons, qui se caractérisent par un pic de bruit observable expérimentalement.

Toujours dans la vision d'une confrontation avec l'expérience, nous avons ensuite envisagé l'effet des interactions à l'intérieur d'un état de bord multi-canal, dans le cas pertinent expérimentalement d'un remplissage entier $\nu > 1$. En particulier, nous avons pu montré que ces interactions conduisaient à des processus de décohérence,

qui se matérialisent dans les calculs de bruit sous la forme d'une forte réduction de contraste. Cette signature spécifique, observée expérimentalement a pu ensuite être affinée dans le cadre d'un modèle de source plus abouti, conduisant in fine à une comparaison quantitative précise avec les résultats expérimentaux. Le très bon accord obtenu, qui ne nécessite aucun paramètre ajustable, confirme l'existence d'un mécanisme de décohérence lié aux interactions Coulombiennes intra-bord.

Le succès de ces résultats en présence d'interactions nous a poussé à examiner la possibilité fascinante de concevoir une interférométrie dans le régime où les interactions sont à leur paroxysme, au point d'en affecter l'état fondamental du système : le régime d'effet Hall quantique fractionnaire. Toutefois, avant de considérer des montages interférométriques complexes, la première étape indispensable consiste à réaliser une source de quasi-particules uniques. C'est dans cette optique que nous avons proposé un dispositif anti-dot couplé à un état de bord, capable d'opérer dans l'effet Hall fractionnaire et pouvant émettre à la fois des quasi-particules et des électrons uniques (avec toutefois beaucoup de processus parasites supplémentaires dans ce dernier cas). En outre, nous avons examiné en détail la possibilité de générer des quasi-particules uniques sous forme d'excitations minimales de l'état de bord en utilisant des impulsions de tension spécialement conçues. Nos résultats ont cependant démontré qu'un tel scénario n'était pas envisageable et que l'émission de quasi-particules était systématiquement accompagnée de processus de création de paires quasi-trou/quasi-particule venant polluer l'état injecté.

Enfin, la versatilité des expériences d'interférométrie électronique fait qu'elles se prêtent aussi à des applications intéressantes et inédites au-delà du régime d'effet Hall. Nous avons ainsi pu explorer la possibilité d'une interférométrie Hong-Ou-Mandel dans les isolants topologiques, offrant entre autres la possibilité d'étudier des collisions d'électrons ayant des spins et des directions de propagation opposés. En couplant les états de bord de l'effet Hall entier avec des interfaces supraconductrices, nous avons enfin examiné le cas d'une interférométrie impliquant des quasi-particules de Bogoliubov, révélant des signatures de bruit présentant une dépendance non-locale dans la différence de phase supraconductrice.

Dans un ultime chapitre, je présente brièvement les perspectives de ces deux grands groupes de travaux et leurs prolongements naturels, avant d'évoquer les nouvelles thématiques qui ont commencé à m'occuper ces derniers mois et feront partie de mes projets de recherche pour les années à venir.

Chapitre 1

Systèmes multi-terminaux

1.1 Introduction

Ce chapitre regroupe des travaux qui étudient le transport à l'équilibre ou hors-équilibre de systèmes supraconducteurs ou hybrides faisant intervenir plusieurs terminaux. On parle de système hybride pour décrire une structure mésoscopique comportant à la fois une ou plusieurs électrodes supraconductrices et au moins une électrode d'une autre nature (typiquement un métal normal). L'intérêt de tels systèmes est qu'ils permettent l'étude de phénomènes à la fois intéressants et inédits, liés entre autres aux propriétés spécifiques des supraconducteurs [1] (appariement des électrons pour former des paires de Cooper, présence d'un gap dans la densité d'états, effet Josephson, ...). L'extension de ces jonctions à des systèmes multi-terminaux, en plus d'une forte motivation expérimentale, offre la possibilité d'explorer les propriétés non-locales des processus mis en jeu. En outre, cet attrait a été récemment renforcé par le potentiel que ces structures multi-terminales représentent pour la réalisation de nouvelles phases topologiques [2, 3].

Les supraconducteurs constituent une source naturelle de paires d'électrons intriqués en énergie et en spin puisque les électrons y sont appariés sous forme de paires de Cooper, formant un singulet de spin. Ceci a pour conséquence que la création d'une excitation correspondant à un électron non-apparié nécessite de fournir une énergie Δ, égale au gap supraconducteur. De fait, dans un système hybride, cela conduit à l'apparition de processus de diffusion électronique un peu particuliers. Ainsi, dans une jonction simple entre un supraconducteur et un métal, un électron de basse énergie incident depuis une électrode normale ne peut être transmis dans une électrode supraconductrice, du fait du surcoût énergétique que représente le gap. En revanche, ce même électron peut être réfléchi sous forme de trou, avec création d'une paire de Cooper dans le supraconducteur : on parle alors de réflexion d'Andreev [4]. Ce processus élémentaire peut être généralisé à la présence de plusieurs électrodes normales couplées à un même supraconducteur, offrant la possibilité à l'électron incident d'être réfléchi sous forme de trou dans une électrode normale différente. On parle alors de processus de réflexion d'Andreev croisée pour décrire cette version non-locale du

processus de réflexion usuel.

L'une des manifestations les plus saisissantes de la cohérence quantique macroscopique de l'état BCS supraconducteur est l'effet Josephson [5]. Ce dernier consiste en l'apparition d'un courant continu quand une différence de phase supraconductrice est imposée aux bornes d'une jonction à l'équilibre connectant deux électrodes supraconductrices à travers une mince barrière tunnel (isolante, métallique ou semiconductrice). Quand cette même jonction est polarisée en tension avec un potentiel constant V, un courant Josephson alternatif apparaît, oscillant à la fréquence Josephson $\omega_J = 2eV/\hbar$. Ces effets Josephson DC et AC trouvent leur origine dans le mécanisme de réflexion d'Andreev qui permet le transfert de plusieurs paires de Cooper entre les deux électrodes supraconductrices.

Dans la première partie de ce chapitre, nous explorons les propriétés de systèmes multi-terminaux hybrides ou supraconducteurs faisant intervenir des niveaux résonants. En particulier, nous étudions comment les processus élémentaires de réflexion d'Andreev se combinent pour laisser place à de nouveaux processus non-locaux complexes, dont les signatures sont analysées dans les propriétés de transport à l'équilibre et hors-équilibre. Nous nous tournons ensuite vers des systèmes plus réalistes expérimentalement, en tentant de prendre en compte d'autres phénomènes physiques, comme les effets de désordre et de décohérence, ou les effets d'interaction Coulombienne.

1.2 Jonctions multiples et niveaux résonants

Les dispositifs considérés dans cette section ont pour point commun d'impliquer de multiples terminaux (dont au moins un est supraconducteur) connectés entre eux via des points quantiques – ou "dots" – sans interaction (correspondant donc à des niveaux résonants). Le formalisme utilisé consiste en une description microscopique du système autorisant ensuite l'évaluation du courant et des corrélations de courant par le formalisme des fonctions de Green, éventuellement étendu aux fonctions de Green-Keldysh.

1.2.1 Formalisme Hamiltonien

Modèle

Notre point de départ est un ensemble de points quantiques (identifiés par un indice α) caractérisés par un niveau résonant d'énergie ϵ_α, et couplés par effet tunnel à un ensemble d'électrodes (identifiées par un indice j) via des amplitudes de couplage $t_{\alpha j}$. On considère en outre que toutes les électrodes ont le même potentiel chimique $\mu_j = \mu$ et sont caractérisées par une tension appliquée V_j et un paramètre d'ordre supraconducteur Δ_j. Le Hamiltonien microscopique décrivant un tel dispositif s'écrit :

$$H = \sum_{\alpha} H_\alpha + \sum_{j} H_j + \sum_{\alpha,j} H_{j\alpha} \tag{1.1}$$

Du fait de la nature supraconductrice de certaines électrodes, le Hamiltonien H_j est plus simplement exprimé en termes de spineurs de Nambu $\hat{\Psi}^\dagger_{jk} = (\Psi^\dagger_{jk\uparrow}\ \Psi_{j-k\downarrow})$, prenant la forme suivante :

$$H_j = \sum_{k} \hat{\Psi}^\dagger_{jk} \left(\xi_k \sigma_z + \Delta_j \sigma_x\right) \hat{\Psi}_{jk} \tag{1.2}$$

où la dispersion est donnée par $\xi_k = \frac{k^2}{2m} - \mu$. Afin d'uniformiser les définitions, nous avons choisi d'opter pour une formulation supraconductrice des électrodes, y compris des électrodes métalliques normales pour lesquelles nous avons simplement $\Delta_N = 0$.

De même, en termes de spineurs de Nambu, le Hamiltonien associé aux points quantiques s'écrit

$$H_\alpha = \epsilon_\alpha \hat{d}^\dagger_\alpha \sigma_z \hat{d}_\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} \left(\frac{t_{\alpha\beta}}{2} \hat{d}^\dagger_\alpha \sigma_z \hat{d}_\beta + \text{H.c.} \right), \tag{1.3}$$

où nous avons introduit la possibilité d'un couplage direct entre les dots, sous la forme du paramètre $t_{\alpha\beta}$. Il est important de noter qu'à ce stade, nous nous limitons au cas de niveaux résonants sans interaction. Cette approximation, qui consiste à négliger l'interaction Coulombienne, est raisonnable loin du régime de faible transmission entre niveaux résonants et électrodes. En effet, dans ce cas, les fluctuations de charge vont avoir tendance à écranter l'interaction de Coulomb, et à en diminuer les effets. On s'attend alors à ce que les résultats obtenus dans le cadre de cette approximation soient proches de ce que donnerait un calcul tenant compte exactement de l'effet des interactions.

Enfin, le Hamiltonien de couplage entre électrodes et points quantiques peut s'écrire

$$H_{j\alpha} = \sum_{k} \left(\hat{\Psi}^\dagger_{jk} \mathcal{T}_{j\alpha}(t) \hat{d}_\alpha + \text{H.c.} \right). \tag{1.4}$$

Il est important de noter que nous avons choisi ici de transférer la dépendance en tension des électrodes vers la constante de couplage à l'aide d'une transformation de jauge (substitution de Peierls) définissant ainsi $\mathcal{T}_{j\alpha}(t) = t_{j\alpha} \sigma_z e^{i\sigma_z V_j t}$.

Le Hamiltonien total résultant, Eq. (1.1), est totalement quadratique en termes à la fois des degrés de liberté électroniques des électrodes et des points quantiques. Il est alors intéressant d'intégrer exactement les degrés de liberté associés aux électrodes, et en déduire ainsi une théorie effective exprimée uniquement à l'aide des électrons des points quantiques.

Cas d'un système à l'équilibre

Considérons tout d'abord le cas d'un système à l'équilibre, particulièrement pertinent dans le cas d'électrodes supraconductrices de par la physique de l'effet Josephson

qui assure l'apparition d'un courant porté par l'échange de paires de Cooper, en l'absence de tension appliquée. Partant de la fonction de partition, exprimée sous la forme d'une intégrale de chemin impliquant l'action, nous avons, après intégration sur les champs de Grassmann $(\psi, \bar{\psi})$ associés aux électrodes

$$Z = \int \mathcal{D}\left[\bar{\psi}, \psi, \bar{d}, d\right] e^{-S\left[\bar{\psi},\psi,\bar{d},d\right]} = \int \mathcal{D}\left[\bar{d}, d\right] e^{-S_{\text{eff}}\left[\bar{d},d\right]} \tag{1.5}$$

avec l'action effective

$$S_{\text{eff}} = \int_0^\beta d\tau \sum_{\alpha,\gamma} \bar{\mathbf{d}}_\alpha(\tau) G^{-1}_{0,\alpha\gamma}(\tau) \mathbf{d}_\gamma(\tau) + \int_0^\beta d\tau d\tau' \sum_{\alpha,\gamma} \bar{\mathbf{d}}_\alpha(\tau) \Sigma_{\alpha\gamma}(\tau - \tau') \mathbf{d}_\gamma(\tau') \tag{1.6}$$

Dans le cadre de cette théorie effective, les électrons des points quantiques acquièrent donc une self-énergie associée au couplage tunnel entre points quantiques et électrodes, de la forme

$$\Sigma_{\alpha\gamma}(\tau) = \sum_j \mathcal{T}^*_{j\alpha} \mathcal{G}_j(\tau) \mathcal{T}_{j\gamma} \qquad \text{où} \quad \mathcal{G}_j(i\omega_n) = \sum_k \left(i\omega_n \mathbb{1} - \xi_k \sigma_z - \Delta_j \sigma_x\right)^{-1} \tag{1.7}$$

qui dépend explicitement des couplages aux électrodes $\mathcal{T}_{j\alpha}$ et des propriétés intrinsèques de ces dernières via la fonction de Green électronique $\mathcal{G}_j$ des électrodes, définie ici dans l'espace des fréquences de Matsubara fermioniques $\omega_n = \pi(2n+1)k_B T$ (où T est la température). Il est important de souligner qu'un tel traitement permet de tenir compte du couplage entre électrodes et points quantiques à tous les ordres, de manière non-perturbative.

Dans le cas présent, chaque point quantique se comporte comme une jonction Josephson, et le courant Josephson étant une propriété d'équilibre, le courant I_α à travers le point quantique α s'obtient directement comme une dérivée de l'énergie libre F du système par rapport à la différence de phase φ_α aux bornes de la jonction

$$I_\alpha = \frac{2e}{\hbar} \frac{\partial F}{\partial \delta\varphi_\alpha} \qquad \text{où} \quad F = -k_B T \log Z \tag{1.8}$$

La fonction de partition Z est à son tour obtenue à partir de l'action effective Eq. (1.6) en intégrant explicitement sur les degrés de liberté $(\bar{d}, d)$, permettant d'exprimer le résultat final sous la forme d'une somme de Matsubara impliquant le déterminant de la fonction de Green totale $\tilde{G}$ associée aux points quantiques

$$I_\alpha = -\frac{2e}{\beta\hbar} \frac{\partial \log Z_{\text{eff}}}{\partial \delta\varphi_\alpha} = -\frac{2e}{\beta\hbar} \frac{\partial}{\partial \delta\varphi_\alpha} \sum_n \log\left[\det \tilde{G}^{-1}(i\omega_n)\right] \tag{1.9}$$

Dans le cas général d'un système constitué de multiples points quantiques, la fonction de Green $\tilde{G}$ est une matrice dans l'espace Nambu-Dot.

Cas d'un système polarisé en tension

Dans le cas d'un système polarisé en tension, il n'est plus possible de déterminer le courant à partir de l'énergie libre, et il convient de se tourner vers des méthodes spécifiques au traitement de systèmes hors-équilibre, en l'occurrence, le formalisme des fonctions de Green-Keldysh. Cela consiste en la construction de fonctions de Green en temps réel, exprimées le long d'un contour temporel à deux branches, conduisant ainsi à des fonctions de Green prenant la forme de matrice généralisée à un espace contenant deux dimensions supplémentaires, dit espace de Keldysh. Dans le cas présent, l'intégration des degrés de liberté des électrodes reste valide, ces derniers apparaissant sous forme quadratique. Les propriétés de transport du système peuvent alors s'exprimer en termes de la fonction de Green des électrons des points quantiques $\check{G}$, exprimée désormais dans l'espace étendu Nambu-dot-Keldysh

$$G^{\eta\eta'}_{\alpha\beta}(t,t') = -i\langle T_C S(\infty)\hat{d}_{\alpha,\eta}(t)\hat{d}^{\dagger}_{\beta,\eta'}(t')\rangle_0 \tag{1.10}$$

où T_C correspond à l'opérateur d'ordre temporel le long du contour Keldysh (η et η' indiquant la branche du contour pour chacun des temps). La moyenne quantique $\langle\ldots\rangle_0$ est pratiquée sur l'état libre, en absence de couplage tunnel, et l'opérateur $S(\infty)$ décrit l'évolution en représentation d'interaction pour la partie tunnel $H_{j\alpha}$ du Hamiltonien étendu au contour Keldysh.

Cette fonction de Green contient la physique du couplage tunnel sous la forme d'une self-énergie, et s'écrit à l'aide d'une équation de Dyson dans l'espace Nambu-Dot-Keldysh

$$\check{G}(t,t') = \check{G}_0(t,t') + \int dt_1 dt_2\ \check{G}_0(t,t_1)\check{\Sigma}_T(t_1,t_2)\check{G}(t_2,t') \tag{1.11}$$

où la self-energie tunnel s'écrit

$$\check{\Sigma}_T(t_1,t_2) = \sum_{j\in\text{leads}} \check{\Sigma}_j(t_1,t_2) = \sum_j\ \check{\mathcal{T}}_j^{\dagger}(t_1)\check{\mathcal{G}}_j(t_1-t_2)\check{\mathcal{T}}_j(t_2) \tag{1.12}$$

où $\check{\mathcal{T}}_j$ est la généralisation à l'espace Keldysh du couplage tunnel dépendant du temps introduit dans Eq. (1.4) : $\left[\check{\mathcal{T}}_j\right]_{\alpha\gamma,\eta\eta'} = \mathcal{T}_{j\alpha}\delta_{\alpha\gamma}\tau_z^{\eta\eta'}$ (τ_z est une matrice de Pauli agissant dans l'espace de Keldysh).

Il est alors possible d'exprimer le courant à travers les points quantiques à l'aide de cette fonction de Green totale $\check{G}$ et de la self-énergie tunnel. En particulier, le courant circulant entre le dot α et l'électrode j s'écrit

$$\langle I_{j\alpha}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left\{(\tau_z\otimes\sigma_z)\int_{-\infty}^{+\infty} dt'\left[\check{G}(t,t')\check{\Sigma}_j(t',t) - \check{\Sigma}_j(t,t')\check{G}(t',t)\right]_{\alpha\alpha}\right\}, \tag{1.13}$$

où Tr correspond à la trace matricielle dans l'espace Nambu-Keldysh. Cette expression constitue une généralisation (à un nombre quelconque de points quantiques et

d'électrodes de différentes natures) de la formule de Meir-Wingreen [6], établie à l'origine pour le calcul du courant entre deux électrodes métalliques. Il s'avère que cette expression du courant est très générale et reste en particulier valable même en présence d'interactions Coulombiennes sur les points quantiques (voir Sec. 1.4).

De même, en procédant de façon similaire, il est possible d'exprimer les corrélations courant-courant entre différents points quantiques. Ces corrélations croisées font intervenir deux opérateurs courant évalués à des temps différents, qui de manière générale ne commutent pas entre eux. En pratique, la procédure de mesure dicte quelle combinaison des corrélateurs intervient dans le bruit effectivement mesuré [7, 8, 9, 10]. De ce fait, nous considérons ici le cas de corrélateurs non-symétrisés, nous permettant ensuite de ré-exprimer le bruit de la manière la plus appropriée en fonction de la procédure de mesure envisagée expérimentalement. La quantité qui nous intéresse est donc la partie irréductible du corrélateur de courant qui s'écrit

$$S^{\eta\eta'}_{i\alpha,j\gamma}(t,t') = \left\langle I^{\eta}_{i\alpha}(t) I^{\eta'}_{j\gamma}(t') \right\rangle - \langle I^{\eta}_{i\alpha}(t)\rangle \langle I^{\eta'}_{j\gamma}(t')\rangle \tag{1.14}$$

Pour un système sans interaction, le corrélateur de courant peut, comme le courant dérivé plus haut, s'exprimer uniquement en termes de la fonction de Green totale des électrons des points quantiques et des self-énergies tunnel associées aux électrodes, s'écrivant alors sous la forme suivante

$$\begin{aligned} S^{\eta\eta'}_{i\alpha,j\gamma}(t,t') = -\int dt_1 dt_2 \mathrm{Tr} \Big\{ & \Pi_\eta \left[\check{\Sigma}_i(t,t_1)\check{G}(t_1,t')\right]_{\alpha\gamma} \Pi_{\eta'} \left[\check{\Sigma}_j(t',t_2)\check{G}(t_2,t)\right]_{\gamma\alpha} \\ & + \Pi_\eta \left[\check{G}(t,t_1)\check{\Sigma}_j(t_1,t')\right]_{\alpha\gamma} \Pi_{\eta'} \left[\check{G}(t',t_2)\check{\Sigma}_i(t_2,t)\right]_{\gamma\alpha} \\ & - \Pi_\eta \left[\check{\Sigma}_i(t,t_1)\check{G}(t_1,t_2)\check{\Sigma}_j(t_2,t')\right]_{\alpha\gamma} \Pi_{\eta'} \check{G}_{\gamma\alpha}(t',t) \\ & - \Pi_\eta \check{G}_{\alpha\gamma}(t,t') \Pi_{\eta'} \left[\check{\Sigma}_j(t',t_1)\check{G}(t_1,t_2)\check{\Sigma}_i(t_2,t)\right]_{\gamma\alpha} \Big\} \end{aligned} \tag{1.15}$$

où, à nouveau la trace porte sur l'espace de Nambu-Keldysh, et où pour des raisons de notation, nous avons introduit deux nouvelles matrices dans l'espace de Nambu-Keldysh

$$\Pi_+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \otimes \sigma_z \qquad \text{et} \qquad \Pi_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \otimes \sigma_z \tag{1.16}$$

Il est toutefois important de souligner que, contrairement à celle obtenue pour le courant [Eq. (1.13)], cette expression du bruit est spécifique aux systèmes sans interaction. Une généralisation au cas de points quantiques en présence d'interactions Coulombiennes est possible mais nettement plus compliquée, et fait intervenir des fonctions de Green à deux particules (voir Sec. 1.4).

Les différents travaux présentés dans le reste de cette section s'appuient sur ce formalisme général et présentent les résultats de son application à différentes situations concrètes dans le but de faire ressortir les processus physiques spécifiques mis en jeu.

1.2.2 Séparer des paires de Cooper

Un système impliquant une électrode supraconductrice couplée à deux électrodes normales présente la propriété intéressante, en plus du processus de réflexion d'Andreev usuel, d'autoriser un nouveau processus non-local de réflexion d'Andreev croisée (ou CAR pour "crossed Andreev reflection", voir Fig. 1.1). Ce dernier peut-être vu comme un électron incident d'une électron normale réfléchi en un trou dans l'autre électrode métallique, accompagné par la création d'une paire de Cooper dans le supraconducteur. Une vision alternative de ce même processus consiste à séparer les deux électrons constituant une paire de Cooper et à les émettre dans des électrodes métalliques différentes. Les paires de Cooper étant des objets intriqués (en énergie et spin), leur séparation offre la possibilité intéressante d'explorer les concepts d'intrication et de non-localité de la mécanique quantique dans le cadre d'un dispositif électronique.

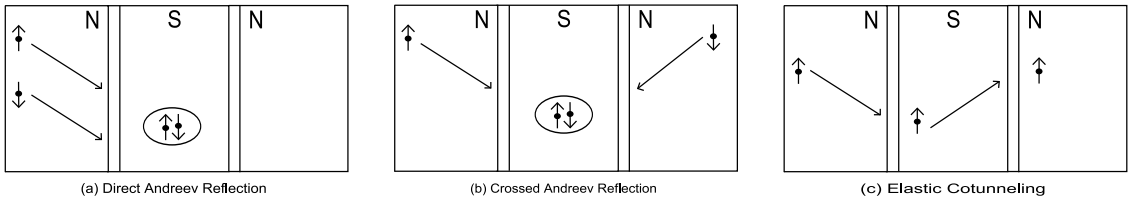

FIGURE 1.1 – Processus dominants dans le transport d'électrons entre électrodes normales et supraconductrice : réflexion d'Andreev directe, réflexion d'Andreev croisée, et cotunneling élastique.

Diverses propositions théoriques ont pointé du doigt l'intérêt de l'étude des corrélations croisées du courant dans un dispositif électronique analogue à l'interféromètre de Hanbury-Brown et Twiss [11]. En effet, la statistique fermionique des électrons impose que les corrélations croisées de courant dans un système en Y composé uniquement d'électrodes métalliques sont nécessairement de signe négatif. Plusieurs travaux [12, 13, 14] ont suggéré que le processus de réflexion d'Andreev croisée dans un système où deux électrodes normales sont couplées au même supraconducteur conduisait de façon remarquable à l'observation de corrélations croisées de courant positives, offrant une signature claire de ces processus non-locaux.

Plusieurs travaux expérimentaux ont exploité cette géométrie pour mettre en évidence la séparation de paires de Cooper [15, 16, 17]. Ces dispositifs consistent typiquement en un nanotube de carbone ou un nanofil en InAs couplé à des électrodes métalliques à chacune de ses extrémités et sur lequel est déposé un contact supraconducteur (voir Fig. 1.2). L'utilisation de nanofils plutôt que d'interfaces métalliques se justifie par le fait que dans ces structures la portion de conducteur servant de

jonction entre les électrodes se comporte comme un niveau résonant, dont la position en énergie peut être ajustée à l'aide de grilles électrostatiques, permettant ainsi d'optimiser le processus d'Andreev croisé. Dans les travaux présentés ci-après, nous nous proposons de fournir une description théorique de ce système à travers un calcul non-perturbatif des courants et des corrélations croisées de courant en fonction des divers paramètres du système. Le but de cette étude est précisément d'identifier le régime de paramètres le plus favorable pour l'observation du processus CAR et la mise en évidence catégorique de la séparation de paires de Cooper.

[P1] Courant et bruit dans un séparateur de paires de Cooper (*Current and noise correlations in a double-dot Cooper-pair beam-splitter*, D. Chevallier, J. Rech, T. Jonckheere, T. Martin, Phys. Rev. B **83**, 125421 (2011))

Dans ce travail, nous avons cherché à étudier les effets quantiques non-locaux dans des structures hybrides métal-supraconducteur impliquant des points quantiques (voir Fig. 1.2 pour un schéma du dispositif). Dans ces systèmes en Y, le but est de séparer de manière contrôlée les deux électrons constitutifs d'une paire de Cooper émise par la source supraconductrice, et de les injecter dans deux électrodes métalliques différentes via un processus de réflexion d'Andreev croisée.

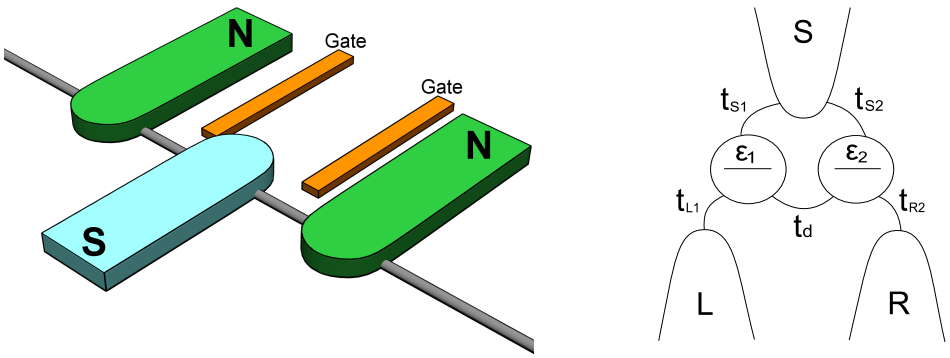

Figure 1.2 – Le dispositif séparateur de paires de Cooper, dans sa réalisation expérimentale (à gauche) et dans la version double dot considérée dans nos calculs (à droite). Une électrode supraconductrice centrale est reliée à deux électrodes normales via des niveaux résonants, dont la position est contrôlée par des grilles. Ici, ces points quantiques sont obtenus par confinement électrostatique à partir d'un conducteur unidimensionnel (nanotube ou nanofil).

À partir d'une description microscopique du dispositif et en s'appuyant sur un calcul Hamiltonien hors-équilibre (tel que présenté dans la section précédente, et limité à deux dots et 3 électrodes), nous avons établi un formalisme permettant d'évaluer non seulement le courant circulant à travers les points quantiques mais

aussi les corrélations de courant. Ce calcul non-perturbatif dans le couplage tunnel entre électrodes et points quantiques, nous a permis d'établir ces expressions à partir des seules fonctions de Green des électrons des points quantiques exprimées dans l'espace de Nambu-Dot-Keldysh.

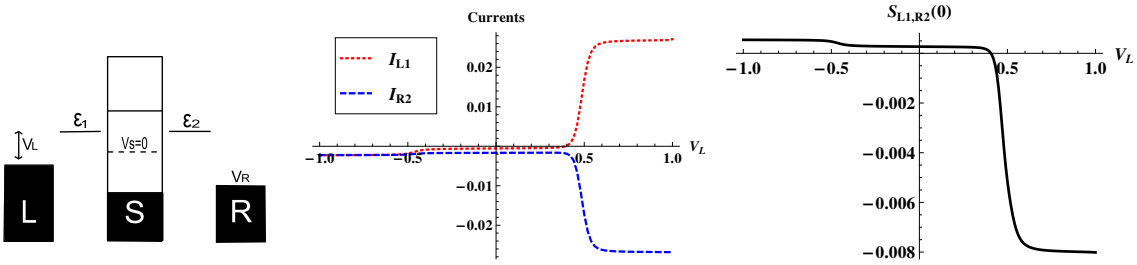

FIGURE 1.3 – Séparateur de paires de Cooper dans sa configuration symétrique : les niveaux d'énergie des points quantiques sont égaux $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0.5\Delta$ (à gauche). Courants de branchement circulant à travers les dots vers les électrodes normales L et R (au centre). Corrélations croisées de courant évaluées à fréquence nulle (à droite).

Nous avons cherché à définir un régime de paramètres idéal pour observer les signatures de la séparation des paires de Cooper. En particulier, la position des niveaux d'énergie des dots joue un rôle central dans les propriétés de transport du système et nous l'illustrons à l'aide de deux configurations différentes.

Dans le régime symétrique (voir Fig. 1.3), les points quantiques ont des énergies égales $\epsilon_1 = \epsilon_2 > 0$ et la densité d'états des dots est essentiellement non-nulle pour des énergies positives. Il s'ensuit que toutes les contributions associées à la réflexion d'Andreev, qui implique des électrons d'énergie opposées, se retrouvent fortement diminuées du fait de la densité d'état négligeable à énergie négative. Les courants liés aux processus de réflexion d'Andreev croisée (CAR) ou de réflexion d'Andreev directe (DAR) sont donc très faibles dans ce cas. Seul le processus de cotunneling élastique est susceptible de contribuer au courant de manière significative. Ce processus correspond à un couplage effectif entre électrodes métalliques médié par le supraconducteur, et consiste donc à transférer un électron d'une électrode normale à une autre via un état virtuel (impliquant des énergies dans le gap) au sein de l'électrode supraconductrice centrale. À V_R fixé et négatif, le cotunneling élastique est faible pour des tensions $V_L < \epsilon_1$ et devient important dès lors que $V_L > \epsilon_1$. Cet effet de seuil est clairement visible sur les courants obtenus, qui deviennent substantiels pour des tensions $V_L > \epsilon_1$ et sont en outre opposés ce qui est cohérent avec l'idée du transfert d'électrons d'une électrode normale vers l'autre. Enfin, les corrélations croisées de courant sont négatives dans cet intervalle de tension, confirmant bien qu'il s'agit de cotunneling.

La situation est fondamentalement différente dans le régime antisymétrique (voir Fig. 1.4) où les niveaux d'énergie des points quantiques sont choisis opposés par rap-

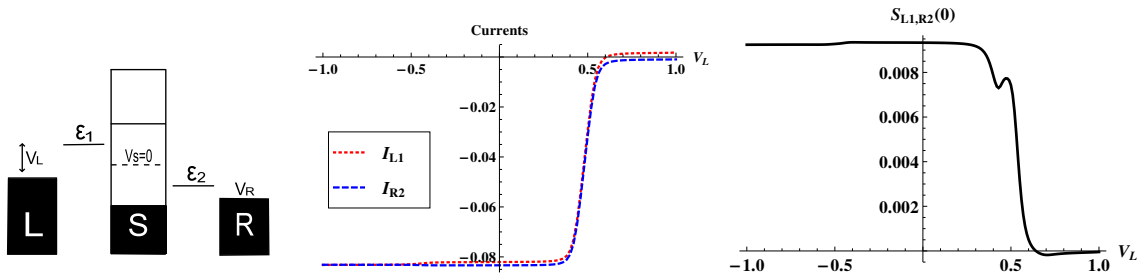

Figure 1.4 – Séparateur de paires de Cooper dans sa configuration antisymétrique : les niveaux d'énergie des points quantiques sont opposés par rapport au potentiel chimique de l'électrode centrale, $\epsilon_1 = -\epsilon_2 = 0.5\Delta$ (à gauche). Courants de branchement circulant à travers les dots vers les électrodes normales L et R (au centre). Corrélations croisées de courant évaluées à fréquence nulle (à droite).

port au potentiel chimique de l'électrode supraconductrice, $\epsilon_1 = -\epsilon_2$ (nous avons choisi pour référence $\mu_S = 0$). Comme précédemment, la réflexion d'Andreev directe n'est pas le processus le plus favorable puisqu'il implique la densité d'états d'un unique dot à la fois pour les énergies positive et négative. De même, le cotunneling élastique est fortement réprimé puisque les deux points quantiques ont des densités d'états maximales pour des énergies opposées. En revanche, cette configuration semble optimale pour la séparation de paires de Cooper puisque par réflexion d'Andreev croisée, les deux électrons d'une paire de Cooper peuvent être émis dans des dots différents à des énergies proches de ϵ_1 et ϵ_2, précisément les énergies pour lesquelles la densité d'états des points quantiques est maximale. Ceci est confirmé par nos calculs de courant circulant à travers les dots depuis l'électrode centrale vers les électrodes métalliques, où nous montrons que ces derniers sont importants (nettement plus que dans l'autre configuration considérée) et quasiment égaux sur tout l'intervalle de tension $V_L < \epsilon_1$. Des courants égaux suggèrent que le processus dominant correspond à la réflexion d'Andreev croisée, ce qui est confirmé par les résultats des corrélations croisées de courant, positives sur ce même intervalle. Pour $V_L > \epsilon_1$, le courant redevient négligeable, puisqu'il est désormais impossible d'émettre des électrons dans l'électrode métallique de gauche à des énergies proches de ϵ_1, et d'autres processus dominent alors le courant.

Enfin nous avons pu étudier le changement de comportement lié à la présence d'un couplage direct entre les points quantiques. Cet effet est motivé par les résultats expérimentaux sur les structures à base de nanotube de carbone, où un tel couplage direct semble important et est susceptible de modifier nos prédictions. La présence d'un couplage direct entre dots conduit à deux effets. Tout d'abord, cela court-circuite l'électrode centrale, ouvrant un canal de diffusion entre les électrodes métalliques pou-

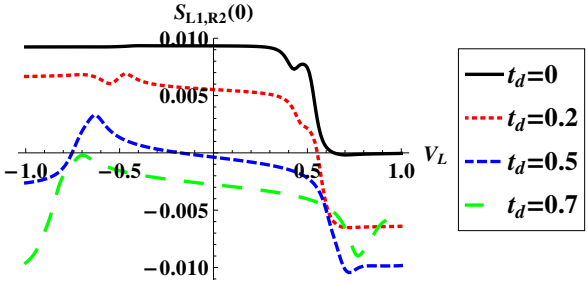

FIGURE 1.5 – Corrélations croisées de courant en fonction de la tension V_L appliquée dans le régime antisymétrique, pour différentes valeurs du couplage direct entre les points quantiques.

vant s'affranchir du supraconducteur (et des processus de diffusion associés). Ensuite, cela affecte de façon notable les densité d'états : pour un dot donné cette dernière possède une structure marquée à la fois pour l'énergie du dot mais aussi pour celle de l'autre dot. Ces deux effets tendent à favoriser d'autres processus au détriment de la réflexion d'Andreev croisée. Ce comportement est confirmé par les calculs de corrélations croisées de courants qui changent rapidement de signe au fur et à mesure que la couplage direct augmente (voir Fig. 1.5) devenant finalement positives à toute tension appliquée V_L. Ces résultats soulignent l'importance de minimiser la présence de couplage direct dans les systèmes expérimentaux pour optimiser la séparation de paires de Cooper.

1.2.3 Observer des processus multi-paires

Dans les jonctions multi-terminales, qu'elles soient supraconductrices ou hybrides, le transport électronique est dominé par des processus de diffusion un peu particuliers, au premier rang desquels figure la réflexion d'Andreev croisée (CAR). Comme on vient de le voir, dans ce cas particulier, les deux électrons constituant une paire de Cooper sont séparés spatialement et injectés dans des électrodes différentes, offrant la possibilité de sonder les propriétés quantiques des paires de Cooper dans des dispositifs dédiés (corrélations des courants résultants, intrication, ...). Il s'avère que ce processus non-local est aussi au cœur de phénomènes plus complexes faisant intervenir de multiples paires de Cooper délocalisées.

Quand une tension est appliquée aux bornes d'une jonction Josephson entre deux électrodes supraconductrices, le courant devient alternatif, avec une période contrôlée par la tension appliquée. Dans le cas d'une structure à terminaux multiples, cette physique est profondément modifiée par la présence de nouveaux canaux de transport pour les paires de Cooper, liés en particulier à la réflexion d'Andreev croisée. De

nouvelles signatures voient alors le jour, en plus de celles communément observées pour des jonctions Josephson indépendantes.

Le but des différents projets abordés ici est d'étudier l'effet Josephson et le courant associé dans le cas d'une structure multi-terminale similaire au dispositif séparateur de paires de Cooper, mais comportant cette fois uniquement des électrodes supraconductrices : il s'agit alors d'une bijonction supraconductrice (cf Fig. 1.6). L'intérêt d'un tel système est qu'il représente un candidat idéal pour l'observation et l'étude d'objets totalement inédits : des quartets électroniques non-locaux, c'est-à-dire la combinaison de deux paires de Cooper provenant de deux électrodes spatialement distinctes [18]. Ces quartets font en réalité partie d'une famille plus large de multiplets. Il s'agit en fait là d'une généralisation multi-terminale de la physique de l'effet Josephson. Dans une jonction Josephson usuelle, l'échange de paires de Cooper entre les deux électrodes conduit à l'apparition d'un courant continu. Dans le cas de la bijonction polarisée en tension, un courant continu est aussi susceptible d'apparaître, mais il ne peut cette fois correspondre à l'échange de simples paires de Cooper entre électrodes. En effet, ce courant est cette fois associée à l'échange de multiples paires délocalisées sur l'ensemble des terminaux supraconducteurs du système.

Les propriétés de ces objets sont encore largement indéterminées et restent à étudier, de même que les conditions optimales pour leur prochaine observation expérimentale. Ce sont précisément ces signatures, liées à des excitations non-locales mêlant plusieurs paires de Cooper issues de différentes électrodes, que nous nous proposons d'étudier.

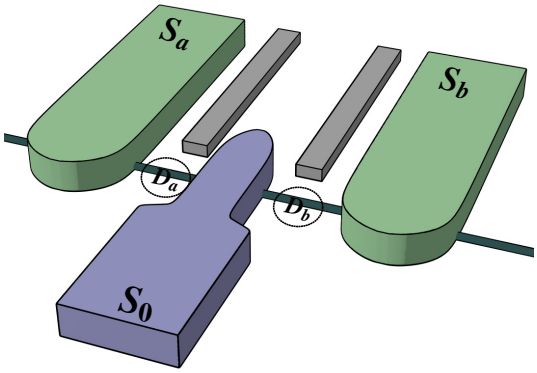

Figure 1.6 – Représentation schématique de la bijonction supraconductrice formée de deux jonctions Josephson impliquant des points quantiques (D_a et D_b), corrélées par une même électrode supraconductrice centrale (S_0). Les électrodes latérales S_a et S_b sont portées à un potentiel V_a et V_b respectivement. Chaque électrode est en outre caractérisée par sa phase au repos, soit respectivement $\varphi_a^{(0)}$, $\varphi_b^{(0)}$ et $\varphi_0^{(0)}$ choisie pour référence de phase.

[P2] Résonances Josephson multi-paires dans une bijonction supraconductrice [*Multipair DC-Josephson resonances in a biased all-superconducting bijunction*, T. Jonckheere, J. Rech, T. Martin, B. Douçot, D. Feinberg, R. Mélin, Phys. Rev. B **87**, 214501 (2013)]

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à une bijonction se composant d'un supraconducteur central couplé à deux autres supraconducteurs latéraux polarisés en tension. Dans un tel système, on s'attend à ce qu'en plus des processus communément associés aux jonctions Josephson, de nouveaux processus non-locaux de transport de paires de Cooper corrélées interviennent. Comme dans le cas du séparateur de paires de Cooper abordé plus haut, nous avons considéré le cas où les jonctions entre supraconducteurs étaient assurées par des points quantiques dont les propriétés sont contrôlées via des grilles électrostatiques.

Les calculs sont effectués à partir d'une description Hamiltonienne microscopique étendue aux systèmes hors-équilibre à l'aide du formalisme de Keldysh, et permettant de déterminer la fonction de Green des électrons des points quantiques, habillées par le couplage aux électrodes traité à tous les ordres en perturbation (comme exposé précédemment, voir Sec. 1.2.1). Nous avons alors pu étudier les propriétés de transport, notamment le courant continu circulant à travers les points quantiques constituant chacune des deux jonctions, de manière non-perturbative en fonction des tensions appliquées et de la phase de chaque électrode supraconductrice.

La présence d'électrodes supraconductrices polarisées rend le calcul plus complexe que dans le cas du séparateur de paires de Cooper considéré précédemment. En effet, il devient alors impossible de simplifier les expressions des fonctions de Green et des self-énergies qui s'expriment comme des fonctions dépendant de deux temps. Pour mener à bien le calcul, une astuce consiste à exprimer ces fonctions via une double transformée de Fourier pour avoir une dépendance sur deux énergies, puis à utiliser la périodicité par rapport à la fréquence Josephson ω_J pour réécrire ces énergies sous la forme $\omega + n\omega_J$ où $\omega \in F = [-\omega_J/2, \omega_J/2]$ et n est un entier. En repliant ainsi le spectre de Fourier, les fonctions de Green deviennent des objets ne dépendant que d'une seule énergie ω mais sont exprimées désormais sous la forme de matrices dans l'espace des harmoniques, de sorte que

$$\check{G}(t,t') = \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \int_F \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega_n t + i\omega_m t'} \check{G}_{nm}(\omega) \tag{1.17}$$

Une autre complication provient du fait que nous manipulons un système hors-équilibre caractérisé par deux tensions extérieures, et il nous faudrait donc prendre en compte deux fréquences Josephson différentes dans l'évolution temporelle, ce qui demande des calculs numériques trop exigeants. Nous nous sommes donc principalement focalisés sur le cas de deux tensions commensurables, permettant de n'avoir à traiter qu'une seule fréquence Josephson.

Nos résultats révèlent la présence de résonances dans le courant (voir Fig. 1.7a) qui se distinguent d'une contribution de fond indépendante de la phase. La caractéristique

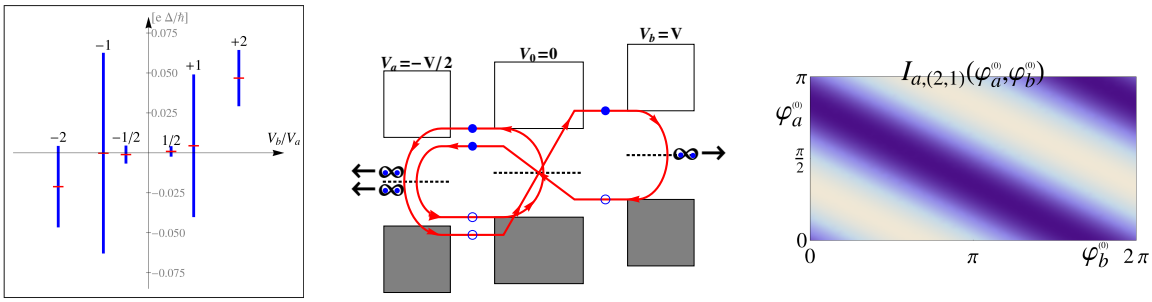

Figure 1.7 – Amplitude du courant continu dépendant de la phase en fonction des tensions appliquées sur la bijonction (gauche). Représentation schématique d'un processus sextet, mettant en jeu trois paires de Cooper (milieu). Caractéristique courant-phase dans le régime sextet, montrant la périodicité attendue en phase (droite).

courant-phase de ces résonances est très spécifique puisqu'elle implique la combinaison $n\varphi_a^{(0)} + m\varphi_b^{(0)}$, signalant ainsi le transfert de n paires de Cooper de S_0 vers S_a et m paires de S_0 vers S_b. Par exemple, dans le cas de tensions $V_b = -2V_a$, le courant est une fonction sinusoïdale de $2\varphi_a^{(0)} + \varphi_b^{(0)}$ (voir Fig. 1.7b), correspondant au mode "sextet" (échange de 3 paires de Cooper selon le processus représenté sur Fig. 1.7c). Ainsi un tel courant continu cohérent de phase, malgré des électrodes polarisées en tension, est le signe de modes cohérents délocalisés sur les 3 supraconducteurs formant la bijonction (et impliquant en cela la réflexion d'Andreev croisée), généralisant à un système multi-terminal le concept d'état lié d'Andreev et la physique de l'effet Josephson qui y est associée.

Ce courant multi-paire peut en outre être optimisé en jouant sur les paramètres du système. Par exemple, en se focalisant sur le régime de tensions $V_a = -V_b = V$ (mode quartet, échange de 2 paires de Cooper) et en se plaçant dans une configuration antisymétrique des niveaux d'énergie des points quantiques $\epsilon_1 = -\epsilon_2 = \epsilon$ dans le cas de couplages faibles entre dots et électrodes, nous avons pu suivre l'évolution de la caractéristique courant-phase en fonction de la tension V (voir Fig. 1.8a). Ainsi à tension faible, les courants circulant à travers les points quantiques sont harmoniques (avec une dépendance en phase symptomatique d'une jonction π) et identiques, suggérant l'échange cohérent de paires depuis S_0 vers à la fois S_a et S_b, comme attendu pour des modes quartets. Quand V approche ϵ, des changements notables apparaissent, à la fois pour le signe et la forme du courant. En outre, l'amplitude de la caractéristique courant-phase augmente très sensiblement (de plusieurs ordres de grandeur comme on peut le voir sur le courant critique en Fig. 1.8b). Enfin, pour des tensions au-delà de cette résonance, les deux courants s'écartent de manière substantielle, signalant la présence d'un autre processus dépendant de la phase. Ce dernier semble apparaître pour des valeurs de tension spécifiques rappelant les seuils caractéristiques des

réflexions d'Andreev multiples (seuils MAR) tout en présentant une dépendance en phase rappelant les processus multi-paires. Il s'agit en fait d'un processus dit "phase-MAR" qui combine la réflexion d'Andreev croisée avec une échelle MAR usuelle (voir Fig. 1.8c).

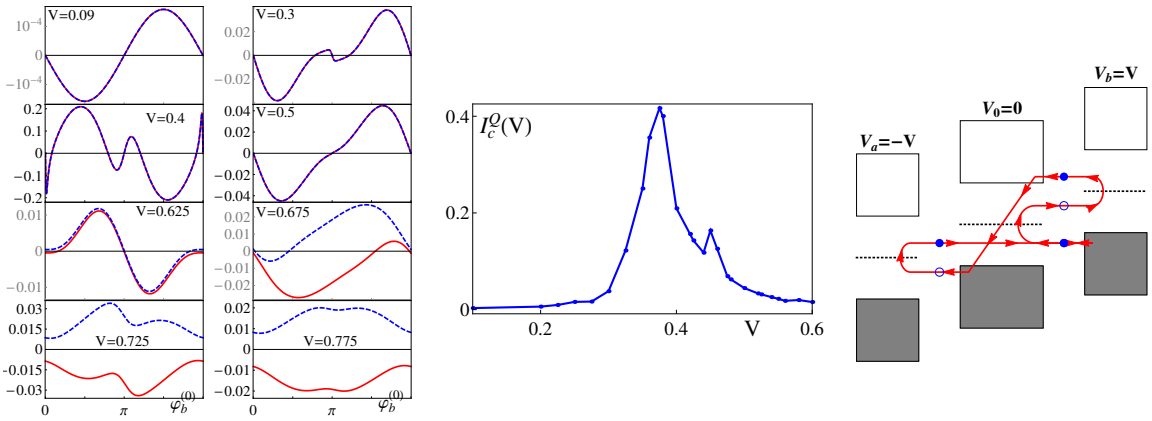

FIGURE 1.8 – Caractéristique courant-phase dans le régime quartets pour différentes valeurs de la tension (gauche) et courant critique correspondant (milieu). Représentation schématique d'un processus phase-MAR (droite).

[P3] Observer les processus multi-paires non-locaux à l'aide d'un biSQUID [*Proposal for the observation of nonlocal multipair production*, J. Rech, T. Jonckheere, T. Martin, B. Douçot, D. Feinberg, R. Mélin, Phys. Rev. B **90**, 075419 (2014)]

La réalisation d'une bijonction supraconductrice polarisée en tension telle que présentée dans le travail précédent, représente un véritable challenge du point de vue expérimental de par son aspect hors-équilibre. En outre, les tentatives de réaliser un tel système ont montré la présence de signatures compatibles avec nos résultats théoriques sur les processus multi-paires sans toutefois permettre de les identifier de manière non-équivoque [19]. Nous avons donc cherché à proposer un dispositif réalisable expérimentalement qui soit à la fois basé sur la bijonction supraconductrice et pour lequel les signatures des processus multi-paires non-locaux puissent être directement observées de manière non ambiguë. Pour cela, nous avons envisagé dans cette étude un dispositif à trois terminaux composé d'une double boucle supraconductrice, mettant en jeu des jonctions Josephson impliquant des points quantiques. Notre proposition, baptisée biSQUID (cf. Fig. 1.9), s'appuie sur les propriétés d'interférométrie déjà exploitées dans les dispositifs de type SQUID (Superconducting Quantum Interference Device), et permet d'opérer dans un régime non-dissipatif co-

hérent, potentiellement plus fiable.

Partant du Hamiltonien microscopique décrivant le système de 4 points quantiques représentant la double boucle, nous avons proposé une dérivation permettant de déterminer numériquement le courant critique à travers le dispositif en fonction du flux magnétique total à travers la structure. Cette dérivation s'appuie sur les outils et concepts présentés dans la section Sec. 1.2.1 permettant d'exprimer le courant dans un système à l'équilibre grâce à l'évaluation de l'énergie libre, obtenue après intégration sur les degrés de liberté des électrodes. Le courant critique est alors obtenu en maximisant le courant total circulant à travers S_0 sur les phases libres des électrodes supraconductrices.

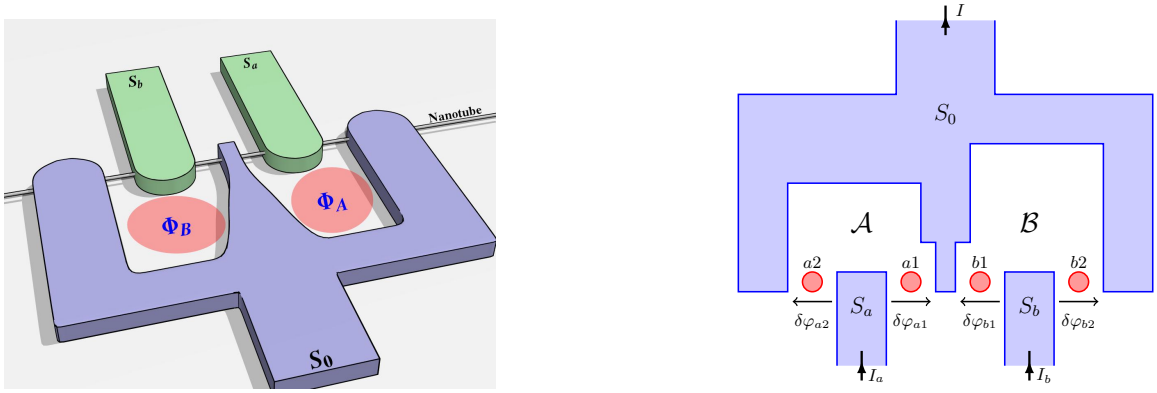

Figure 1.9 – Vue d'artiste du biSQUID constitué d'un unique nanotube de carbone connecté à trois électrodes supraconductrices à l'équilibre, et polarisé en flux (gauche). Représentation schématique du dispositif biSQUID à trois électrodes. Les deux boucles $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ ont des aires différentes et partagent une électrode centrale commune, siège des processus non-locaux (droite).

Dans le cas simple de jonctions de faible transparence non-résonantes, nous avons pu montrer que les résultats obtenus étaient bien reproduits par un développement perturbatif, confirmant ainsi l'approche phénoménologique simple mettant en jeu les processus d'échange à une ou deux paires de Cooper, incluant le processus quartet et sa dépendance en phase caractéristique. Dans le cas général plus complexe, nous avons déterminé le courant critique en fonction du champ magnétique total appliqué à travers la structure (qui fait varier les flux à travers les deux boucles du dispositif de manière concomitante) et en particulier son spectre de Fourier qui permet de remonter à la dépendance en phase des processus mis en jeu dans le transport. Cette analyse fait apparaître des signatures liées à des excitations multi-paires non-locales (voir Fig. 1.10a). Ces signatures sont même nettement plus marquées dans le cas résonant où les niveaux d'énergie des points quantiques sont choisis égaux au potentiel chimique

des électrodes supraconductrices et sont en outre renforcées au fur et à mesure que la transparence augmente (voir Figs. 1.10b et 1.10c).

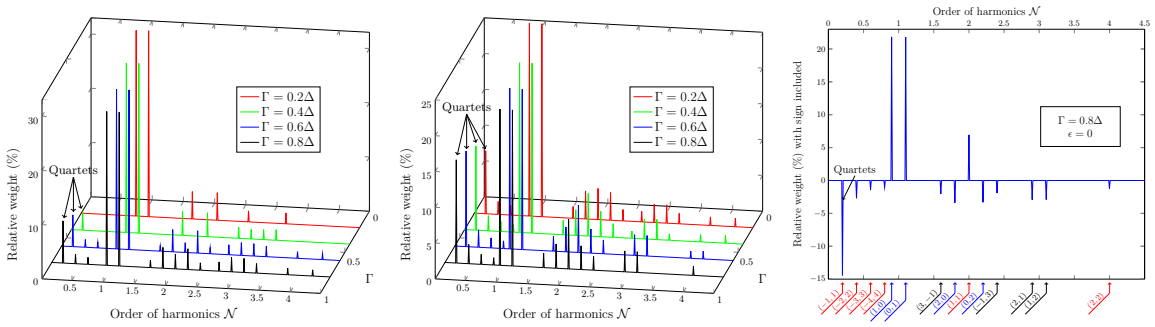

FIGURE 1.10 – Poids relatifs des composantes de Fourier du courant critique en fonction du couplage Γ dans le cas de points quantiques non-résonants (gauche), et résonants $\epsilon_\alpha = 0$ (milieu). Les mêmes poids relatifs pour le cas $\Gamma = 0.8\Delta$ (droite). Ici, nous avons restauré le signe des amplitudes Fourier et identifié les différentes signatures par un jeu d'entiers (n, m) correspondant à une périodicité en flux en $n\Phi_{\mathcal{A}} + m\Phi_{\mathcal{B}}$.

En outre, toujours pour résister au test de la réalisation expérimentale, nous avons cherché à analyser certains des effets parasites susceptibles d'être présents expérimentalement, conduisant à un couplage entre les deux boucles du biSQUID et donc à des signatures pouvant partiellement masquer le signal purement associé au mode quartet. En particulier, nous avons considéré l'effet d'une inductance mutuelle entre les boucles (qui pourrait conduire si le courant venait à être trop grand à une synchronisation des courants critiques) ainsi que la présence d'un terme d'échange direct entre les points quantiques (un phénomène limitant connu dans le cadre des nanotubes de carbone). Expérimentalement, l'inductance mutuelle peut être contournée pour peu que les courants circulant à travers le système sont suffisamment faibles, tandis que le couplage direct est une propriété intrinsèque du nanotube (évitable dans les structures à base de nanofil en InAs). Nos résultats montrent que les effets d'inductance mutuelle sont facilement reconnaissables car ils diffèrent qualitativement des signatures attendues pour le mode quartet. La présence d'un couplage direct ne constitue finalement pas vraiment un effet parasite, en cela qu'il permet d'ouvrir un nouveau canal contribuant à la formation de paires corrélées (en plus de la réflexion d'Andreev croisée) et peut donc être considéré comme une contribution supplémentaire au mode quartet usuel observé en l'absence d'un tel couplage.

[P4] Quartets et relation courant-phase dans une bijonction supraconductrice à l'équilibre [*Quartets and the current-phase structure of a double quan-*

tum dot superconducting bijunction at equilibrium, D. Feinberg, T. Jonckheere, J. Rech, T. Martin, B. Douçot, R. Mélin, Eur. Phys. J. B **88**, 99 (2015)]

Dans le but de mieux appréhender les résultats générés dans le cadre du biSQUID, nous nous sommes aussi intéressés à la bijonction supraconductrice à l'équilibre (voir Fig. 1.11a), en nous focalisant cette fois sur la caractéristique courant-phase de ce dispositif, et en essayant d'interpréter cette dernière en termes d'états liés d'Andreev. Dans un souci de généralité, nous avons en outre envisagé la possibilité d'un couplage direct entre les points quantiques, un effet communément observé expérimentalement dans ce type de structures.

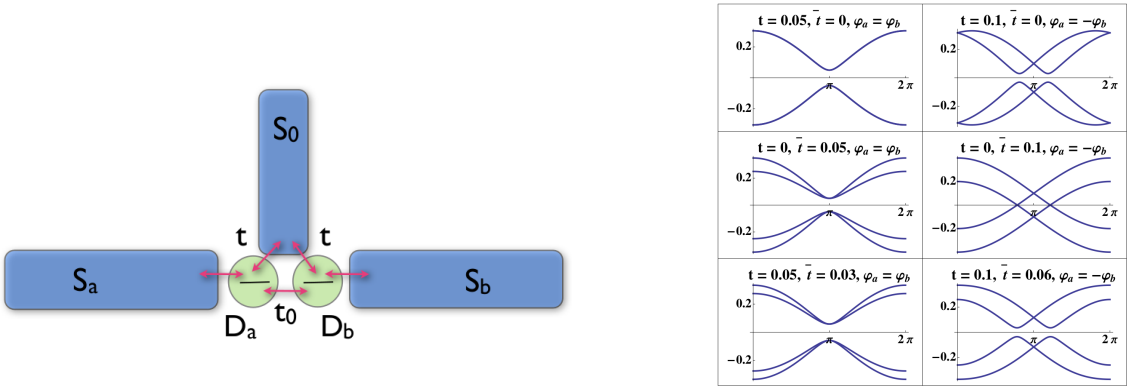

Figure 1.11 – Représentation schématique de la bijonction supraconductrice à l'équilibre (gauche). Fonction de dispersion des états liés d'Andreev en fonction de la phase pour une bijonction à résonance, dans la limite de grand gap, montrant la levée de dégénérescence liée à la présence d'un couplage entre les points quantiques (droite).

Pour cela, nous avons utilisé un formalisme Hamiltonien, semblable à celui présenté dans la section Sec. 1.2.1. Ce dernier nous a permis de déterminer l'énergie libre de la bijonction après intégration des degrés de liberté électroniques du système, et d'exprimer la fonction de partition comme le déterminant d'une matrice infinie exprimée dans l'espace Nambu-Dot-Matsubara. Le courant Josephson circulant à travers chacun des points quantiques est alors directement obtenu à tous les ordres dans le couplage entre électrodes et points quantiques à partir de la dérivée de ce déterminant par rapport à la différence de phase aux bornes de la jonction. Ce même déterminant permet en outre d'accéder à la fois aux inductances non-locales ainsi qu'à la dispersion en phase des états liés d'Andreev. Dans le régime de grand gap, il est même possible de résoudre analytiquement l'équation séculaire associée à ce déterminant, tandis que seule une résolution numérique est envisageable dans le cas général. Ceci donne lieu à la dispersion en phase des états liés d'Andreev non-locaux formés coopérativement par les deux points quantiques, et permet d'étudier analytiquement comment ces

derniers évoluent en fonction des paramètres du système (voir Fig. 1.11b). En particulier, l'énergie totale de la bijonction peut alors être exprimée perturbativement, faisant apparaître une contribution associée à l'échange de multiples paires avec une signature en phase associée. Ce terme contribue en outre négativement à l'énergie totale, un phénomène qui peut être attribué à l'anti-symétrie de la fonction d'onde des paires de Cooper. Dans le cas général, cette dispersion en phase présente une structure complexe avec une dégénérescence intrinsèque éventuellement levée par la présence d'un couplage inter-dot.

Nous avons alors pu déterminer la caractéristique courant-phase de la bijonction à l'équilibre, et ainsi dériver l'inductance non-locale de cette dernière. Une contribution d'origine purement microscopique émerge alors dès lors qu'un couplage, même faible existe entre les deux jonctions. Ce dernier peut provenir d'un échange direct entre les points quantiques ou d'un échange médié par l'électrode supraconductrice centrale via le processus de réflexion d'Andreev croisée.

Enfin, la structure en états d'Andreev non-locaux est un prérequis à la compréhension de phénomènes plus complexes faisant leur apparition lorsque la bijonction est polarisée en tension, bien que le régime d'application de l'approximation adiabatique standard soit fortement limité pour des points quantiques approchant la résonance (régime le plus pertinent expérimentalement).

1.3 Désordre et décohérence : le cas des jonctions métalliques

Dans un souci de décrire au mieux les réalisations expérimentales de jonctions supraconductrices multi-terminales [19], nous avons cherché à modéliser une jonction métallique couplée à trois électrodes supraconductrices. Dans ce dispositif, les points quantiques considérés précédemment sont remplacés par un îlot métallique désordonné de petite taille, typiquement plus petite que la longueur de cohérence supraconductrice mais beaucoup plus grande que le libre parcours moyen des électrons dans le métal. Cela permet en particulier d'aborder de nouveaux effets physiques liés au désordre et à la décohérence électron-trou au sein de la jonction.

Cela nécessite cependant une profonde modification des méthodes utilisées pour étudier le système. En particulier, l'approche usuelle pour étudier ce genre de structures s'appuie sur les équations d'Usadel [20] qui peuvent rapidement devenir difficiles à résoudre, même numériquement. L'alternative que nous proposons consiste à utiliser un formalisme simplifié, issu de l'équation d'Usadel, mais où l'effet du désordre a été moyenné : la théorie de circuit quasi-classique [21].

[P5] Fermeture du gap de proximité dans une jonction Josephson métallique entre trois supraconducteurs [*Closing the proximity gap in a metallic Josephson junction between three superconductors*, C. Padurariu, T. Jonckheere, J.

Rech, R. Mélin, D. Feinberg, T. Martin, Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. B **92**, 205409 (2015)]

Dans cette étude, nous nous sommes principalement intéressés à l'étude de la densité d'états dans l'îlot métallique central (en se focalisant sur le régime de basse énergie, près du niveau de Fermi), susceptible d'être modifiée au contact des électrodes supraconductrices. En particulier, on sait que dans un système où le contact métallique est couplé à deux supraconducteurs, un mini-gap est induit dans l'îlot par effet de proximité.

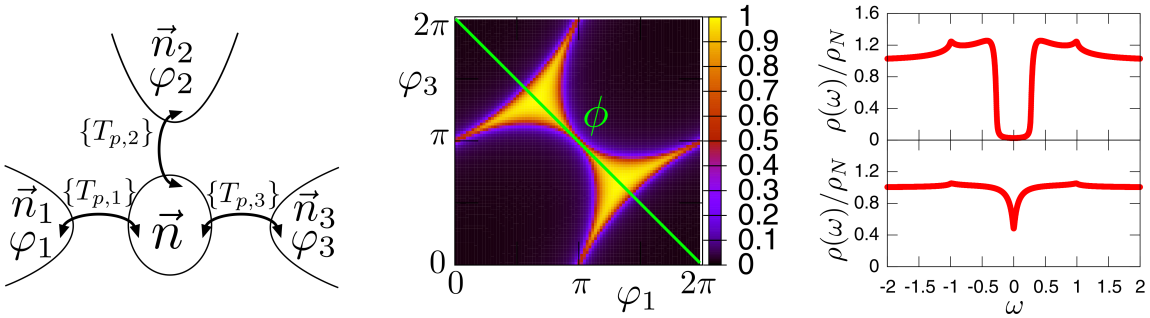

Figure 1.12 – Modélisation du système en théorie de circuit par un simple nœud couplé à trois électrodes supraconductrices (gauche). Densité d'états au niveau de Fermi pour une jonction symétrique en fonction des différences de phases supraconductrices et profils typiques dans les régimes avec et sans gap (droite).

Le formalisme que nous avons développé pour déterminer la densité d'états s'appuie sur la théorie de circuit quasi-classique [21]. Dans le cadre de cette approche, la jonction est décrite à l'aide d'éléments de circuit caractérisés par une fonction de Green quasi-classique indépendante de la position, calculée à partir des fonctions de Green des électrodes supraconductrices. Si, comme ici, la taille de la jonction est inférieure à la longueur de cohérence supraconductrice ($\sim 1.6\mu$m pour l'aluminium) un seul nœud suffit pour correctement décrire l'îlot métallique (voir Fig. 1.12a).

Les propriétés de transport sont déterminées par l'action quasi-classique S qui doit être extrêmalisée pour obtenir la fonction de Green retardée $\mathcal{G}(\omega)$ de l'îlot métallique. Cette dernière est paramétrée à l'aide d'un vecteur $\vec{n}$ tel que

$$\mathcal{G}(\omega) = \vec{n}(\theta, \phi) \cdot \vec{\tau} \tag{1.18}$$

où $\vec{\tau} = (\tau_x, \tau_y, \tau_z)$ sont les matrices de Pauli dans l'espace de Nambu, et (θ, ϕ) sont des nombres complexes paramétrant le vecteur $\vec{n}$. Le problème se réduit alors à la résolution d'un jeu d'équations complexes fortement non-linéaires pour les composantes du vecteur $\vec{n}$. La densité d'états s'obtient alors directement à partir de la relation

$\rho(\omega) = \rho_N \mathrm{Re}(n_z)$ où ρ_N est la densité d'états du métal isolé (considérée constante). Bien qu'il soit possible d'obtenir une solution analytique dans le régime de basse énergie dans la limite tunnel (cas d'un îlot faiblement couplé), il faut se tourner vers une résolution numérique de ces mêmes équations dans le cas général.

Nous avons pu montrer que la trijonction présente deux régimes : un où la densité d'états a un mini-gap fini, similaire aux jonctions usuelles entre deux supraconducteurs et un où le mini-gap se referme et où la densité d'états est finie à toute énergie. La transition entre ces deux régimes peut être obtenue à l'équilibre en variant les différences de phase supraconductrice entre les électrodes (voir Fig. 1.12b).

Dans le cas d'une jonction symétrique (couplage identique à chacune des électrodes), un régime sans gap apparaît et la densité d'états à énergie nulle est finie dans une région entière de l'espace des phases supraconductrices quelle que soit la transparence (voir Fig. 1.13a). En outre, la taille de cette région pour laquelle le mini-gap est complètement refermé (présence d'états liés d'Andreev à énergie nulle) augmente avec la transparence de la jonction, et sa forme globale dépend fortement de l'asymétrie de contact entre l'îlot métallique et les électrodes supraconductrices (voir Fig. 1.13b).

Dans le cas asymétrique où une des électrodes est parfaitement couplée à l'îlot (transmission unité), le régime de fermeture du gap apparaît uniquement à partir d'une transparence suffisamment importante vers les deux électrodes restantes, suggérant que la physique en jeu dans la fermeture du gap fait intervenir l'aspect multi-terminal du système. En effet, nous avons pu monter que la fermeture du gap est étroitement liée à la présence de processus d'échange cohérent de multiples paires de Cooper entre les électrodes, à travers l'îlot métallique.

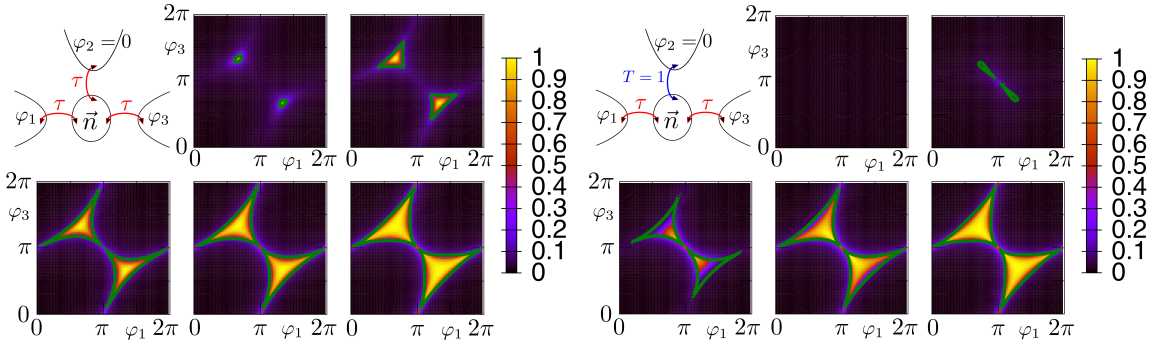

FIGURE 1.13 – Densité d'états au niveau de Fermi en fonction des différences de phases aux bornes des électrodes supraconductrices, calculée pour différentes valeurs de la transmission ($\tau = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$) pour le cas d'une jonction symétrique (gauche) et asymétrique avec un contact transparent (droite).

Notre traitement permet en outre de tenir compte de la présence de décohérence

électron-trou, liée au temps passé par les quasi-particules dans la jonction métallique. Dans le cadre de la théorie de circuit quasi-classique, ces effets de décohérence sont modélisés par l'adjonction d'une électrode fictive où la cohérence électron-trou est dissipée, conduisant à un nouveau terme dans l'action quasi-classique. Nous avons pu montrer que ce terme supplémentaire ne modifiait pas la solution des équations de circuit à basse énergie, de sorte que la décohérence est sans impact sur la densité d'états de la jonction (et donc sur la présence ou non d'un mini-gap). En revanche, elle affecte très fortement la forme de la densité d'états électronique à plus haute énergie comme c'est le cas dans les structures à deux terminaux, et en particulier influence fortement la taille du mini-gap quand celui-ci est présent.

Enfin, nous avons pu montrer que l'adjonction d'une quatrième électrode normale faiblement couplée n'a pas d'effet sur la densité d'états du contact central. Cela ouvre la voie à la mesure de cette même densité d'états expérimentalement à l'aide d'un dispositif réaliste de spectroscopie par effet tunnel à basse température, en mesurant le courant à travers la quatrième électrode normale et en en déduisant la conductance différentielle.

1.4 Vers des systèmes en interaction

Dans cette section, nous revenons à l'étude de jonctions impliquant des niveaux résonants en cherchant à prendre en compte un autre effet essentiel : la présence d'interactions Coulombiennes. En effet, suivant les détails de la réalisation du système expérimental, ces interactions peuvent avoir un impact plus ou moins important. Il s'agit toutefois d'un problème théorique nettement plus difficile à résoudre que le cas sans interaction. En effet, dans le régime sans interactions, le Hamiltonien décrivant le système est entièrement quadratique en terme des degrés de liberté électroniques des électrodes et des points quantiques. Cela autorise la résolution de l'équation de Dyson et donc l'expression de la fonction de Green des électrons des dots de manière non-perturbative, permettant ainsi de calculer les courants et leurs corrélations. En présence d'interactions électroniques, un terme quartique fait son apparition dans le Hamiltonien, rendant inapplicable le formalisme utilisé jusqu'alors et empêchant en général tout traitement analytique complet. Il faut dès lors se tourner vers un calcul perturbatif, seul à même de nous permettre de déterminer l'effet d'interactions électroniques modérées sur les processus de réflexion d'Andreev.

Dans cette section, nous illustrons ceci sur deux problèmes très différents. Tout d'abord, nous nous intéressons à un dispositif de type SQUID à l'équilibre, impliquant deux électrodes et deux points quantiques et étudions comment les interactions locales au sein des dots affecte la séparation de paires de Cooper. Ensuite, nous nous tournons vers les propriétés de transport d'un système multi-terminal hors-équilibre en présence d'interaction, nécessitant un profond changement de paradigme dans la description théorique.

1.4.1 Système à l'équilibre : approximation de champ moyen

[P6] Séparation et recombinaison de paires de Cooper dans une géométrie nano-SQUID à forte transparence [*Cooper pair splitting and recombination in a nanoSQUID geometry at high transparency*, R. Jacquet, J. Rech, T. Jonckheere, A. Zazunov, T. Martin, Phys. Rev. B **92**, 235429 (2015)]

Comme nous l'avons vu en section Sec. 1.2.2, les mesures de bruit sont particulièrement adaptées pour mettre en lumière les effets du processus de réflexion d'Andreev croisée, et la physique de la séparation des paires de Cooper. Cependant, ces mesures sont particulièrement délicates à opérer expérimentalement, et un diagnostic de l'efficacité du processus CAR ne reposant non pas sur des corrélations mais directement sur des mesures de courant Josephson serait un atout important.

C'est dans cette optique que nous nous sommes intéressés à un système interférométrique à l'équilibre de type SQUID (Superconducting Quantum Interference Device). Ce dernier se compose de deux électrodes supraconductrices, polarisées en phase et reliées via deux points quantiques placés en parallèle (voir Fig. 1.14). En outre un champ magnétique extérieur peut être appliqué, affectant les électrons traversant la jonction. Les électrons transitant entre les deux électrodes peuvent ainsi emprunter deux chemins physiques distincts, correspondant à une différence de phase contrôlable via le flux magnétique α à travers la structure, dans l'esprit de l'interférométrie Aharonov-Bohm. Le courant Josephson mesuré porte alors la signature d'effets d'interférences via sa dépendance en α.

Dans ce travail, nous avons envisagé un système de points quantiques incluant une interaction locale Coulombienne, motivés en cela par de récentes expériences [22]. En premier lieu, nous avons reproduit des résultats standards sur l'effet de la répulsion de Coulomb dans une jonction Josephson à base de point quantique [23]. En effet, cette dernière conduit à l'apparition de trois phases associées à des remplissages différents du niveau résonant : une phase π où le point quantique est occupé par un unique électron, une phase $0^{(0)}$ où il est vide, et enfin une phase $0^{(2)}$ où il est doublement occupé.

Notre dérivation s'appuie sur le formalisme présenté en section Sec. 1.2.1. À partir du Hamiltonien microscopique, nous construisons la fonction de partition Z du système. Après intégration des degrés de liberté des électrodes, nous arrivons à une action effective quartique empêchant tout calcul exact de Z. Nous nous tournons alors vers une transformation de Hubbard-Stratonovich, introduisant ainsi deux nouveaux champs auxiliaires permettant de découpler le terme quartique. Faisant alors l'approximation d'un traitement de champ moyen (qui revient à négliger les fluctuations temporelles de ces nouveaux champs) il devient possible d'intégrer les degrés de liberté électroniques restants et de dériver une expression pour l'action effective du système. La fonction de partition est alors obtenue numériquement par la méthode du col et donne accès aux propriétés de transport en fonction de la différence de phase aux

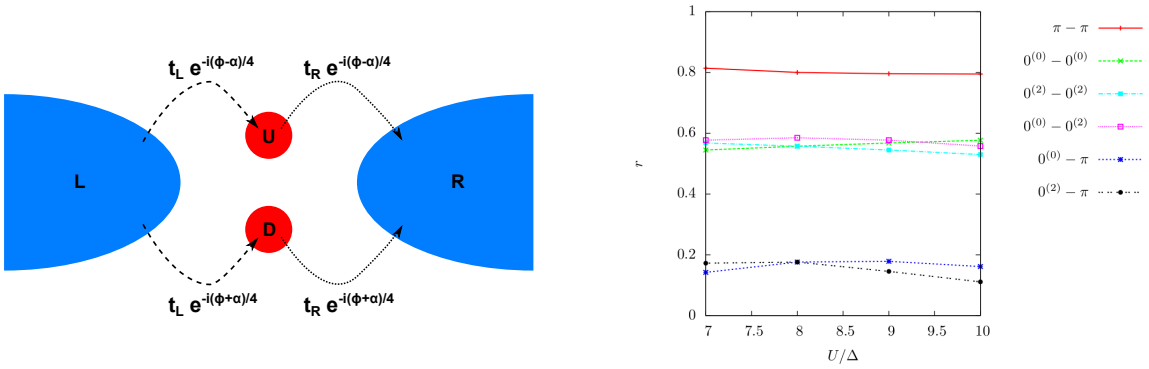

Figure 1.14 – Schéma du nanoSQUID avec les paramètres de couplage tunnel dépendant de la phase, α étant le flux extérieur et ϕ la différence de phase supraconductrice (gauche). Efficacité du processus CAR en fonction de l'interaction répulsive locale pour différentes associations de phase des points quantiques, dans le régime de forte transmission (droite).

bornes du SQUID et du flux magnétique qui le traverse. Nous avons ainsi pu déterminer le courant critique à travers le SQUID, et en particulier sa dépendance en flux, en fonction des paramètres du système (énergies des points quantiques, interaction de Coulomb). Il est à noter que bien que le traitement de l'interaction soit approximatif, notre approche tient compte du couplage aux électrodes à tous les ordres, nous autorisant à considérer le régime de forte transmission, peu étudié jusqu'alors.

Pour simplifier les discussions et permettre d'identifier plus facilement le régime optimal pour observer les signatures de la réflexion d'Andreev croisée, nous avons défini l'efficacité de séparation de paires. Dans le régime de faible transmission, un traitement perturbatif dans le couplage tunnel entre dots et électrodes permet de définir ce ratio de façon naturelle à partir des différentes contributions au courant. Cette définition est ensuite étendue au cas d'une transmission quelconque en faisant appel à la moyenne sur le flux magnétique α du courant critique élevé au carré.

Nous avons ainsi pu étudier le comportement de la caractéristique courant-flux pour différents choix de remplissage des points quantiques. Nos résultats confirment tout d'abord qu'en présence de réflexion d'Andreev croisée, le courant critique voit sa période doubler en fonction du flux α. En outre, ils révèlent quelle association de phases est susceptible de favoriser le processus CAR. Alors qu'une association des points quantiques dans les phases $0^{(0)} - 0^{(0)}$ et $0^{(2)} - 0^{(2)}$ conduisent à des signaux CAR robustes, le régime le plus favorable est obtenu dans le cas $\pi - \pi$ (voir Fig. 1.14). Plus intéressant encore, nous avons pu montré que pour ces 3 associations de phases, les résultats dépendaient assez peu de la force de la répulsion Coulombienne qui ne modifie l'efficacité de séparation de paires que très marginalement.

1.4.2 Hors-équilibre : nécessité d'un changement de paradigme

[P7] Corrélations de courants dans un dispositif séparateur de paires de Cooper en présence d'interactions [*Current correlations in an interacting Cooper-pair beam-splitter*, J. Rech, D. Chevallier, T. Jonckheere, T. Martin, Phys. Rev. B **85**, 035419 (2012)]

Ce projet est une suite directe de celui portant sur la séparation des paires de Cooper (publication [P1]). En effet, on y a étudié le même système, à savoir une électrode supraconductrice centrale couplée à deux électrodes métalliques via des points quantiques, mais en cherchant cette fois à y inclure les effets liés à la présence d'interaction Coulombienne sur les dots. La motivation est double, puisque d'un point de vue théorique ces interactions sont susceptibles de fortement favoriser les processus de réflexion d'Andreev croisée, et d'un point de vue expérimental ces effets sont présents et difficilement contrôlables.

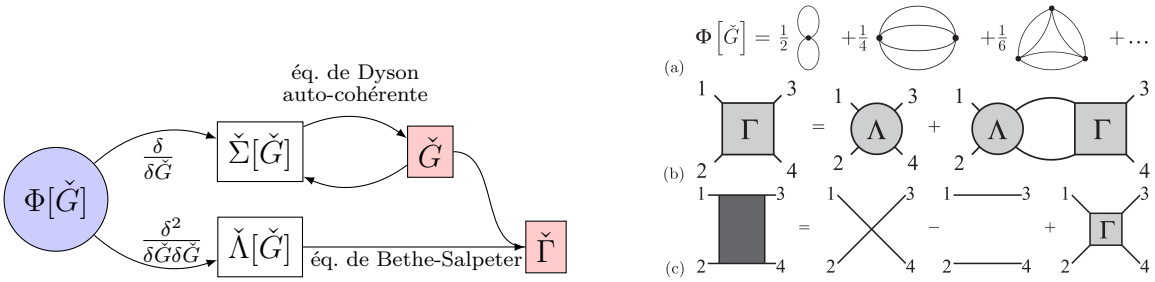

FIGURE 1.15 – Représentation schématique du formalisme développé pour déterminer la fonction de Green à une particule ($\check{G}$) et la fonction de vertex complète $\check{\Gamma}$ à partir d'une troncation de la fonctionnelle de Luttinger-Ward $\Phi[\check{G}]$ (gauche). A droite, nous avons représenté diagrammatiquement les différentes contributions à la fonctionnelle de Luttinger-Ward (en haut), l'équation de Bethe-Salpeter pour le vertex (au milieu), et la fonction de Green à deux particules (en bas). Par convention, les lignes représentent la fonction de Green complète à une particule pour les électrons des dots et les disques noirs sont les vertex nus. Les grands cercles et les carrés grisés correspondent respectivement au vertex irréductible et au vertex complet.

En repartant de la description microscopique du dispositif exploitée dans la section Sec. 1.2.2 et en s'appuyant sur un calcul Hamiltonien hors-équilibre (formalisme de Keldysh) similaire, nous avons généralisé l'approche consistant à évaluer non seulement le courant circulant à travers les points quantiques mais aussi les corrélations de courant. Il s'agit là d'une extension du formalisme précédemment établi à la pré-

sence éventuelle d'interactions, permettant d'obtenir les propriétés de transport du système sous forme d'expressions faisant intervenir les fonctions de Green usuelles des points quantiques à une particule, mais aussi leur équivalent à deux particules. En présence d'interactions, cela ne peut malheureusement pas être effectué de manière exacte (comme on l'a vu dans une situation à l'équilibre dans la section précédente) et il faut avoir recours à un calcul approché sous la forme d'un développement perturbatif. Cependant, les techniques perturbatives usuelles, en puissances de l'interaction, sont connues pour échouer dans le régime hors-équilibre conduisant à des résultats non-physiques [24]. Il a donc fallu opter pour un changement de paradigme et se tourner vers des approximations garantissant les lois de conservation du système (en particulier la conservation du courant).

Nous avons proposé d'étendre le formalisme d'approximation conservatrice [25] à un système hors-équilibre, et avons pu établir qu'une telle approche, dite de Baym-Kadanoff-Keldysh, permettait non seulement de calculer la fonction de Green à une particule, par des approches usuelles de résolution auto-cohérente de l'équation de Dyson, mais surtout autorisait l'évaluation de la fonction de vertex complète (et donc de la fonction de Green à deux particules) via la résolution auto-cohérente de l'équation de Bethe-Salpeter.

L'élément de départ du calcul est la fonctionnelle de Luttinger-Ward [26] qui correspond à l'ensemble des diagrammes fermés 2-particule irréductible (ou Phi-dérivables). De façon schématique, le principe du calcul est le suivant (voir Fig. 1.15). À partir d'une forme tronquée de la fonctionnelle de Luttinger-Ward $\Phi[\check{G}]$ (consistant à sélectionner un sous-ensemble de diagrammes), et en calculant les dérivées successives, il est possible de déterminer la self-énergie et le vertex irréductible à deux particules. D'une part, la self-énergie nous donne accès via l'équation de Dyson à la fonction de Green totale à une particule $\check{G}$, d'autre part le vertex irréductible permet, à l'aide de l'équation de Bethe-Salpetter, de déterminer le vertex complet. Ces résolutions se font de manière auto-cohérente et nécessitent donc une approche numérique. À partir de la fonction de Green totale à une particule et du vertex complet, il devient alors possible d'évaluer la fonction de Green à deux particules et d'en déduire les corrélations de courant.

Notre formalisme est suffisamment général pour être applicable aux calculs de courant et de corrélations de courant dans tout système impliquant des points quantiques (avec ou sans interaction locale) connectés à de multiples électrodes normales et/ou supraconductrices. Alors que ce type de formalisme est relativement bien établi pour les calculs de courant (dans l'esprit de la formule de Meir-Wingreen [6]), c'est à notre connaissance la première approche de ce genre permettant d'accéder aux corrélations de courant à toute fréquence (nulle ou finie), généralisant ainsi les formules de bruit de type Fisher-Lee [27] à la présence d'interactions.

Nous nous sommes focalisés sur la configuration antisymétrique des points quantiques ($\epsilon_1 = -\epsilon_2$) qui comme nous l'avons vu dans le cas sans interactions, est la plus favorable pour la séparation des paires de Cooper et avons considéré les corrélations

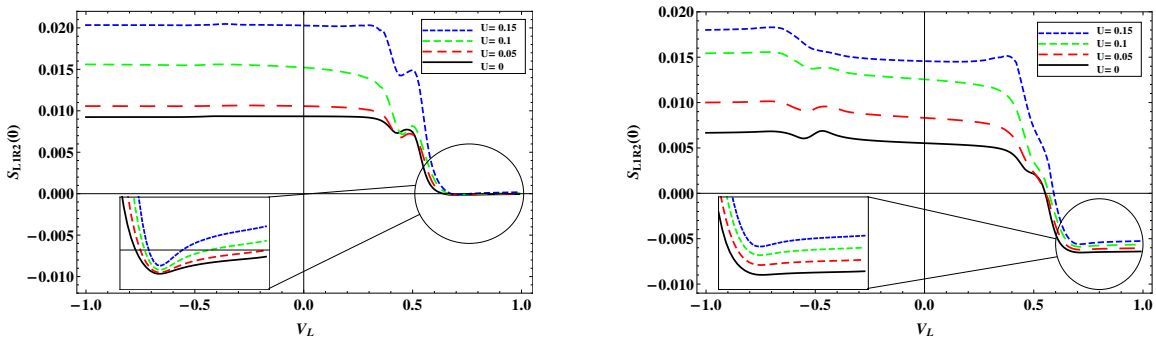

FIGURE 1.16 – Corrélations de courant à fréquence nulle pour le dispositif séparateur de paires de Cooper en interaction dans la configuration antisymétrique. Le bruit est tracé en fonction du potentiel de l'électrode normale droite, pour différentes valeurs de l'interaction de Coulomb U sur les points quantiques. La répulsion Coulombienne locale a pour effet d'augmenter les corrélations positives, signalant un renforcement du processus de réflexion d'Andreev croisée. Les résultats sont présentés en l'absence de tout couplage direct (gauche) et pour un couplage inter-dot $t_d = 0.2\Delta$ (droite).

de courant pour plusieurs valeurs (modérées) de l'interaction Coulombienne U. Alors que notre formalisme reproduit parfaitement les résultats précédents dans la limite $U = 0$, on voit que pour une interaction finie, même faible, les corrélations de courant ont un comportement qualitatif similaire mais sont aussi significativement plus importantes (voir Fig. 1.16a). Cet effet est visible même en présence d'un couplage direct entre les points quantiques, où la présence d'interaction locale sur les dots conduit à des corrélations de courant décalées vers des valeurs positives plus grandes (voir Fig. 1.16b).

Nos calculs suggèrent donc que même une faible interaction de Coulomb sur les points quantiques est suffisante pour favoriser l'apparition de corrélations de courant positives, signalant un renforcement significatif du processus de réflexion d'Andreev croisée. Ces résultats constituent une motivation expérimentale forte pour la mesure de corrélations de courant, première étape indispensable à l'étude des propriétés d'intrication électronique dans ces systèmes.

Chapitre 2

Optique quantique électronique

2.1 Introduction

Cette thématique s'inscrit dans le cadre d'une collaboration initiée autour de projets financés par l'ANR depuis fin 2010 ("1shot" puis "1shot reloaded", coordonnés par J.M. Berroir) regroupant l'équipe expérimentale de physique mésoscopique du laboratoire Pierre Aigrain de l'ENS Paris (G. Fève, B. Plaçais et J.M. Berroir), l'équipe théorique de P. Degiovanni (ENS Lyon) et l'équipe de nanophysique du CPT. Elle porte sur l'étude de l'émission, la propagation et la manipulation d'électrons uniques dans des états de bord de l'effet Hall quantique. Elle a donné lieu, en plus des publications [P8] à [P15], à l'écriture de plusieurs articles de revue que nous ne détaillerons pas ici puisqu'ils reprennent une large partie des résultats présentés par ailleurs : une revue cosignée par la totalité des collaborateurs et reprenant de nombreux résultats expérimentaux et théoriques obtenus à ce jour [R1], un article de revue reprenant les résultats théoriques majeurs obtenus dans l'entier et les premiers éléments concernant la physique spécifique du cas fractionnaire [R2] et enfin un article regroupant les résultats de l'application de ce type d'interférométrie au-delà de l'effet Hall [R3].

L'objet principal de ce projet est d'explorer expérimentalement et théoriquement la possibilité de réaliser, avec des électrons uniques se propageant dans des conducteurs quantiques balistiques, les expériences fondatrices de l'optique quantique. Les analogues électroniques des expériences de Hanbury-Brown et Twiss (HBT) [11] et Hong-Ou-Mandel (HOM) [28] y sont étudiés dans le contexte de la physique mésoscopique. La géométrie HBT, où des particules sont émises sur l'un des bras d'entrée d'une séparatrice, permet de démontrer l'émission de particules uniques. Dans l'expérience HOM, deux particules uniques entrent en collision sur la lame séparatrice et les corrélations des faisceaux de sortie reflètent la statistique quantique des particules. Les conducteurs quantiques balistiques considérés sont réalisés dans des gaz bidimensionnels d'électrons de haute mobilité. Dans le régime d'effet Hall quantique, la propagation des électrons sur des canaux de bords unidimensionnels et chiraux permet de reproduire les dispositifs de l'optique quantique. Un contact ponctuel quantique (ou QPC pour "Quantum point contact") est utilisé comme lame séparatrice.

Les corrélations entre les courants électriques à la sortie du QPC sont mesurées et analysées.

Au-delà de la démonstration de ces expériences fondamentales, le projet vise à mettre en évidence, par la mesure des corrélations de courants, les analogies et les différences entre des bosons sans interactions (photons) et des fermions (électrons). La physique des électrons dans la matière condensée diffère de celle des photons dans le vide par plusieurs aspects. Le premier découle de statistiques quantiques différentes, ce qui entraîne en particulier l'existence de la mer de Fermi. Le second est associé à l'interaction de Coulomb entre électrons. Celle-ci contrôle le temps de vie des excitations électroniques ainsi que les mécanismes de décohérence des paquets d'ondes électroniques. De nombreux processus, absents des systèmes impliquant des photons (par exemple, la création de paires particule-trou), vont jouer un rôle prépondérant dans le cas fermionique. Il est donc intéressant d'étudier non seulement de quelle manière ces propriétés différentes modifient fondamentalement ces expériences, mais aussi d'analyser quelles informations sur la statistique ou les interactions sont susceptibles d'être obtenues par ces mêmes expériences.

2.2 Interférométrie Hong-Ou-Mandel

Pour pouvoir réaliser dans un contexte de matière condensée des expériences analogues de l'optique quantique, il nous faut rassembler un certain nombre d'ingrédients essentiels. Les gaz d'électrons bidimensionnels dans le régime d'effet Hall quantique entier, par la physique si spécifique qui les caractérise, offrent une plateforme particulièrement adaptée. En effet, tout d'abord, les états de bord caractéristiques de ce type d'échantillon constituent un conducteur balistique présentant en outre l'avantage d'être chiraux. Ensuite, il est relativement facile de forcer le recouvrement quantique d'états de bord contre-propageant à l'aide d'électrodes de surface polarisées, réalisant ainsi un contact ponctuel quantique se comportant comme la lame semi-réfléchissante de l'optique. L'ingrédient indispensable resté longtemps manquant est un équivalent électronique des sources cohérentes de lumière, une forme de source d'électrons uniques capable d'opérer dans le contexte de l'effet Hall quantique. Cependant ce verrou expérimental a récemment été levé, ouvrant la voie à la réalisation de toute sorte d'expériences d'interférométrie électronique.

2.2.1 Source d'électrons uniques

Il existe à ce jour plusieurs dispositifs expérimentaux permettant d'émettre et de manipuler des courants électriques à l'échelle de la charge unique dans des systèmes de physique mésoscopique :

- les pompes quantiques à électrons uniques [29, 30]. Ces systèmes sont conçus à partir de boîtes métalliques et tirent parti de la quantification de la charge,

avec des fréquences de répétition de quelques dizaines de MHz (une variante de cette source a été implémentée dans l'effet Hall quantique [31]).

- les ondes acoustiques de surface (ou SAW pour "surface acoustic waves"). Il s'agit là d'utiliser les propriétés piézoélectriques du matériau pour piéger un électron unique à l'aide du potentiel électrostatique généré par une onde acoustique de surface se propageant dans l'échantillon [32]. L'efficacité de cette technique a été démontrée par le transfert d'électrons uniques entre des points quantiques distants [33, 34]. Toutefois, l'application principale de ces systèmes reste pour l'instant cantonnée à la métrologie, bien que ce soit de solides candidats pour la génération d'états quantiques de charge élémentaire.
- l'application d'un potentiel électrique bien choisi. Cette idée consiste à générer des états à une particule dans les conducteurs balistiques à l'aide d'un simple contact ohmique, en utilisant non pas une tension continue mais un potentiel $V_{\text{exc}}(t)$ dépendant du temps. Alors que pour une excitation quelconque, on s'attend à générer un état complexe fait d'une superposition d'un nombre arbitraire d'électrons et de trous, il a été démontré [35] que pour une tension quantifiée (i.e. $\int dteV_{\text{exc}}(t)/\hbar = 2\pi n$) et présentant un profil Lorentzien, il était possible de générer un nombre entier d'électrons au-dessus de la mer de Fermi sans excitations électron-trou parasites. Il reste que ce protocole peut être difficile à mettre en place, du fait de la complexité à générer le bon profil de tension sur le contact.
- la capacité mésoscopique [36, 37]. L'émetteur consiste ici en un point quantique couplé d'une part à une électrode métallique de surface de manière capacitive, et d'autre part au conducteur balistique par effet tunnel à travers un contact ponctuel quantique. Ce système réalise une version quantique du circuit RC usuel, où dot et électrode métallique représentent les deux plaques d'un condensateur tandis que le QPC joue le rôle d'une résistance. La présence d'une unique barrière tunnel (contrairement aux pompes mentionnées plus haut) en fait un système relativement simple à ajuster. L'électrode métallique est polarisée avec une tension périodique, de sorte que la source d'électrons correspondante génère un courant quantifié alternatif.

C'est ce dernier système qui nous intéresse, pour la simple raison qu'il s'agit de la source d'électrons uniques ("single electron source" ou SES) réalisée par notre partenaire expérimental [38], et que nous allons détailler légèrement ici. Le point quantique au cœur du dispositif est bien décrit comme une cavité résonnante avec un ensemble de niveaux d'énergie discrets espacés d'une échelle d'énergie typique $\Delta = h/\tau_0$ (τ_0 le temps d'un tour complet dans la cavité) de l'ordre de 100 µeV. Ces niveaux sont en outre élargis par le couplage tunnel à l'état de bord, avec un élargissement donné par la transparence D du QPC.

Le principe de fonctionnement de la SES est le suivant. L'application d'un potentiel d'excitation à l'électrode métallique de surface a pour conséquence de déplacer le spectre des niveaux d'énergie du point quantique. Considérons la situation idéale

où le niveau de Fermi de l'état de bord se situe entre deux niveaux d'énergie du dot (voir Fig. 2.1) et où on applique une tension d'excitation en forme de créneau d'amplitude Δ. Pendant la première demi-période, le plus haut niveau d'énergie occupé se retrouve soudainement promu au-dessus du niveau de Fermi à une énergie $\Delta/2$ (cas ① sur la figure Fig. 2.1). L'électron occupant ce niveau est alors émis à travers le QPC dans l'état de bord (cas ② sur Fig. 2.1). Au cours de la demi-période suivante, ce niveau maintenant vide est ramené à une énergie $-\Delta/2$, sous le niveau de Fermi (cas ③ sur Fig. 2.1). Un électron est alors absorbé depuis le gaz d'électrons vers le point quantique, correspondant ainsi à l'émission d'un trou dans l'état de bord (cas ④ sur Fig. 2.1). Il suffit alors de répéter cette séquence à une fréquence élevée (typiquement de l'ordre du GHz) pour obtenir l'émission périodique d'un électron unique (suivi d'un unique trou).

Enfin, il est à noter qu'en jouant sur l'amplitude du potentiel d'excitation et sur la position du niveau de Fermi au sein du spectre de niveaux du dot, il est possible de considérer des situations plus générales où l'énergie de l'électron (et du trou) injecté est ajustable à loisir faisant de la source d'électrons uniques conçue à partir de la capacité mésoscopique un outil particulièrement versatile.

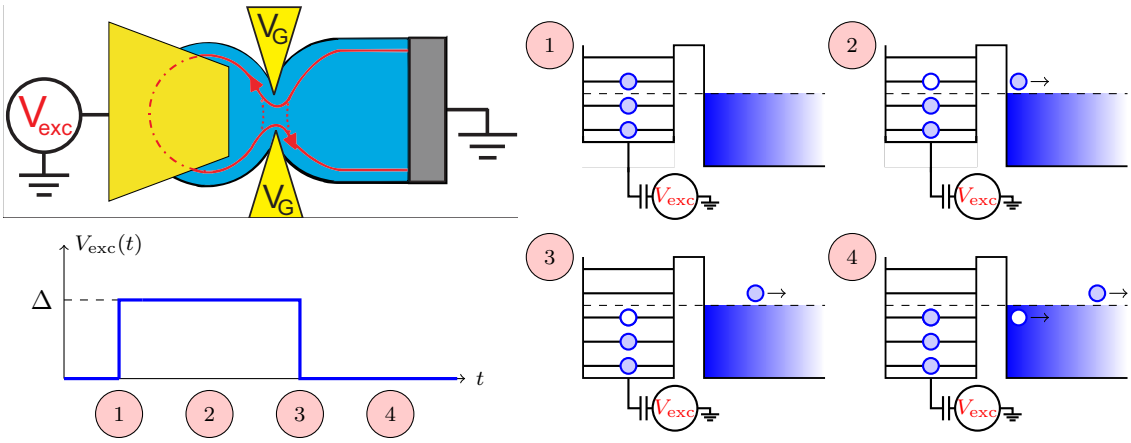

Figure 2.1 – Représentation schématique de la source d'électrons uniques : un point quantique couplé capacitivement à une électrode métallique polarisée est aussi couplé via un QPC à l'état de bord chiral de la barre de Hall (en haut à gauche). Principe de fonctionnement de la SES : la tension d'excitation (en bas à gauche) décale le spectre de niveaux d'énergie du dot conduisant au cours de chaque période à l'émission d'un électron puis d'un trou (à droite)

[P8] Simulation temps réel du bruit à fréquence finie d'une source d'électrons uniques (*Real-time simulation of finite-frequency noise from a single-*

electron emitter, T. Jonckheere, T. Stoll, J. Rech, T. Martin, Phys. Rev. B **85**, 045321 (2012))

La caractérisation expérimentale de la source d'électrons uniques passe par la mesure du bruit de courant à fréquence finie [39]. En effet, la mesure du courant ne nous renseigne que sur la charge moyenne émise alors que le bruit permet de vérifier que ce qui est émis est bien un électron unique, sans excitations électron-trou parasites. Le but de ce projet est d'étudier sous l'angle théorique les propriétés de la source d'électrons uniques, et en particulier les auto-corrélations de courant à la fréquence caractéristique du potentiel d'excitation. Pour cela, nous nous sommes intéressés au développement d'une méthode numérique permettant de simuler en temps réel l'évolution du système {source + état de bord} dans le cas où les interactions Coulombiennes peuvent être négligées. Ce cas simple semble suffisant pour décrire correctement plusieurs aspects des expériences.

Notre approche consiste à représenter l'état de bord et la source sous la forme d'une chaîne discrète de sites en liaison forte ("tight-binding"). La source est ici modélisée comme une petite région de quelques sites en bout de chaîne (pour assurer la chiralité de la propagation) sur laquelle s'applique un potentiel dépendant du temps $V(t)$ que l'on peut varier à loisir. Cette région est couplée plus faiblement au reste de la chaîne, définissant ainsi un point quantique. Le fait de moduler ce "maillon faible" de la chaîne permet de modéliser différents régimes de transparence de la source d'électrons réalisée expérimentalement à l'aide d'une capacité mésoscopique.

Étant donné que le système considéré est dépourvu d'interactions, l'état du système à N électrons peut être reconstruit à partir des états à un électron. Ces derniers sont tout d'abord obtenus par simple diagonalisation du Hamiltonien de la chaîne "tight-binding" (avant application du potentiel d'excitation) et sont directement donnés par les vecteurs propres correspondants. L'évolution temporelle de ces états en présence de $V(t)$ est alors calculée par résolution numérique de l'équation de Schrödinger dépendant du temps (revenant à résoudre un système d'équations différentielles du premier ordre de même taille que la longueur de la chaîne). Cette évolution en temps permet ainsi de calculer toutes les quantités physiques mesurables expérimentalement comme la charge moyenne ou le courant moyen sur un site donné ou encore les corrélations de courant.

Parmi les avantages de cette méthode, citons qu'elle s'adapte facilement à diverses géométries et configurations, mais surtout elle donne naturellement accès à des représentations visuelles particulièrement parlantes, comme par exemple le contenu en énergie des paquets d'onde ou encore leur propagation le long de l'état de bord (en analysant la densité électronique le long de la chaîne, voir Fig. 2.2a). Les résultats obtenus reproduisent bien le principe de fonctionnement de la source tel qu'expliqué plus haut avec l'émission d'un électron unique suivie de celle d'un trou. Le paquet d'onde injecté a une forme exponentielle dans l'espace réel (comme attendu pour la source expérimentale) qui ici se déforme au fur et à mesure de la propagation du fait de la dispersion non-linéaire de la chaîne (il s'agit là d'un artefact de la méthode).

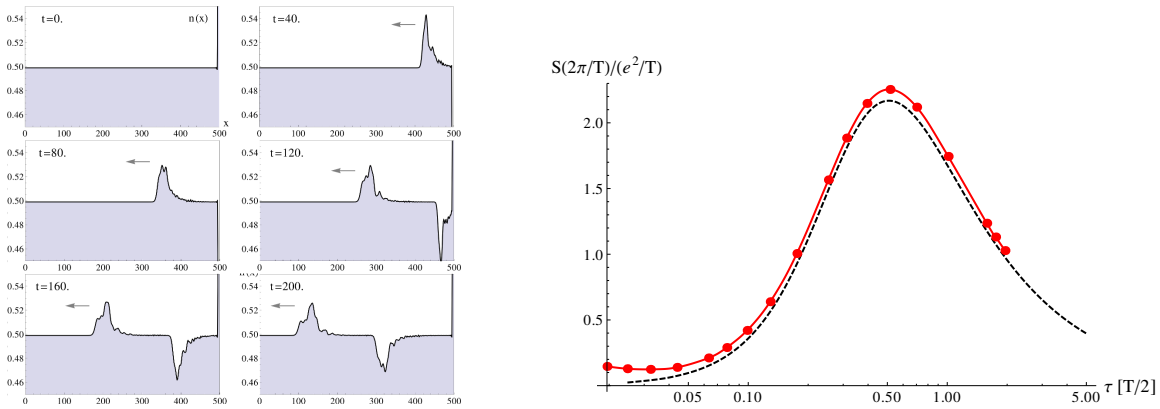

Figure 2.2 – Densité électronique en fonction de la position le long du bord (ici chaîne discrète de 500 sites), tracée pour différents temps (gauche). La source d'électrons uniques, définie à l'extrémité droite de la chaîne, émet un électron au temps de référence $t = 0$, puis un trou au temps $t = 100$. Auto-corrélations de courant calculées à la fréquence du potentiel d'excitation en fonction du temps d'émission pour une chaîne de 600 sites (droite). La courbe pointillée correspond à une autre approche théorique présente dans la littérature.

Surtout, nous nous sommes focalisés sur les calculs du bruit à fréquence finie de la source d'électrons uniques, permettant de caractériser le type d'objet réellement émis par la source. En particulier, on a pu comparer nos résultats obtenus à la fréquence du potentiel d'excitation à d'autres résultats obtenus par l'approche Floquet de matrices de scattering dépendantes du temps loin du régime de forte transparence (voir Fig. 2.2b) et ceux mesurés expérimentalement [40]. L'accord entre les courbes théoriques est très bon et les points expérimentaux (non montrés ici) sont compatibles avec ces prédictions. On voit apparaître deux régimes dans le bruit. Pour un temps d'émission τ nettement plus court que la demi-période, la probabilité d'émettre un électron est proche de l'unité et le bruit obtenu provient de l'incertitude sur le moment précis de l'émission, qui diminue avec τ. En revanche, pour des temps d'émission $\tau > T/2$, la probabilité d'émission est inférieure à 1, et le bruit correspond à un bruit de grenaille qui diminue au fur et à mesure que la probabilité d'émission diminue, c'est-à-dire quand τ augmente.

Au-delà de l'intérêt intrinsèque que représente la comparaison directe avec les résultats expérimentaux, cette méthode permet en outre de poser les bases d'un traitement plus complet de la physique mise en jeu, en particulier en présence d'interactions électroniques. Cette prochaine étape requérant des méthodes plus complexes et plus puissantes (par exemple par td-dmrg, i.e. "time-dependent density matrix renormalization group"), notre travail constitue un premier pas prometteur permettant déjà

d'obtenir une bonne compréhension des contraintes et des échelles typiques imposées par ces approches numériques.

2.2.2 Collision d'électrons et de trous dans l'effet Hall entier

L'interféromètre de Hong-Ou-Mandel (HOM) [28] est un dispositif d'optique quantique visant à étudier les interférences à deux photons. Le principe est d'utiliser une source de paires de photons identiques (typiquement un cristal non-linéaire) et d'envoyer les deux photons ainsi générés sur les deux ports d'entrée d'une lame semi-réfléchissante. On mesure alors le taux de coïncidence en sortie du miroir en fonction du déphasage temporel entre les photons. Ce taux compte les occurrences de photons présents dans les deux ports de sortie et est donc directement rattaché à la probabilité de trouver un photon dans chaque canal. Ainsi lorsque deux photons identiques arrivent en même temps sur la lame, ils ressortent nécessairement par le même canal, une conséquence directe de la statistique bosonique, conduisant alors à un taux de coïncidence nul. En revanche, si un décalage existe entre les arrivées de photons, ces derniers peuvent être considérés comme indépendants et chacun peut donc diffuser indifféremment dans l'un ou l'autre des canaux de sortie, conduisant à une probabilité non-nulle de trouver un photon dans chaque port de sortie du miroir. L'évolution du taux de coïncidence en fonction du déphasage temporel d'entrée est donc marquée par un "dip" (un creux) pour le cas où le déphasage est nul. En outre, la forme concrète du dip nous renseigne sur la forme des paquets d'onde incidents et ainsi le temps de cohérence des photons.

Ce dispositif interférométrique peut être généralisé aux systèmes fermioniques et en particulier être réalisé dans le contexte des gaz d'électrons bidimensionnels dans le régime de l'effet Hall. La source de paires de photons est ici remplacée par deux sources d'électrons uniques indépendantes (dont le déphasage temporel peut être ajusté) qui injectent des électrons le long d'états de bord contre-propageant d'une barre de Hall (voir Fig. 2.3). Ces derniers sont en outre couplés via un contact ponctuel quantique (l'équivalent de la lame semi-réfléchissante) et les courants en sortie du QPC sont ensuite mesurés (ou dans notre cas, calculés). Plutôt que le taux de coïncidence, qui n'est pas vraiment mesurable ici, on s'intéresse à une autre propriété physique susceptible de nous renseigner sur les interférences entre électrons injectés, à savoir les corrélations croisées des courants de sortie à fréquence nulle

$$S_{RL}^{\text{out}} = \int dtdt' \left[\langle I_R^{\text{out}}(t) I_L^{\text{out}}(t') \rangle - \langle I_R^{\text{out}}(t) \rangle \langle I_L^{\text{out}}(t') \rangle \right] \tag{2.1}$$

Ce système offre l'occasion fascinante d'étudier les interférences à deux fermions, et d'explorer les différences essentielles avec l'équivalent photonique. En particulier, la statistique fermionique et la présence d'une mer de Fermi ouvrent la voie à l'étude non seulement des collisions entre électrons mais aussi des collisions entre électron et trou, un scénario sans équivalent en optique quantique.

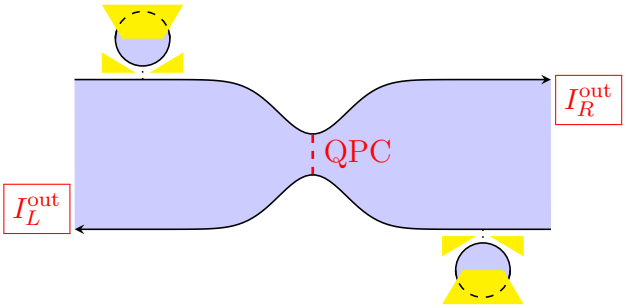

Figure 2.3 – Représentation schématique du dispositif permettant la réalisation des expériences d'interférométrie HOM. Deux états de bord de l'effet Hall quantique sont en contact au QPC, permettant la rétrodiffusion d'électrons en ce point. Des paquets d'onde électronique sont injectés sur les bras d'entrée à l'aide de sources d'électrons uniques et on mesure les courants $I_R^{\text{out}}(t)$ et $I_L^{\text{out}}(t)$ en sortie.

[P9] Interférométrie Hong-Ou-Mandel à partir d'électrons et de trous
[*Electron and hole Hong-Ou-Mandel interferometry*, T. Jonckheere, J. Rech, C. Wahl, and T. Martin, Phys. Rev. B **86**, 125425 (2012)]

Dans ce projet, nous avons étudié en détail les corrélations de courant attendues dans le cas de l'expérience HOM réalisée dans l'effet Hall entier à remplissage $\nu = 1$, en se focalisant sur la possibilité d'injecter des électrons ou des trous. Une partie des calculs a été mené par une approche numérique basée sur le formalisme de Floquet [41] permettant une description rigoureuse de la source d'électrons à l'aide d'une resommation de tous les possibles événements de diffusion à l'intérieur de la source. Cependant, cette méthode ne permet pas de présenter de formules analytiques pour les résultats de l'interférométrie HOM. Nous avons donc cherché à élaborer en complément une approche purement analytique pour le calcul des corrélations de courant en sortie du contact ponctuel dans le cadre des expériences de type HBT et HOM, inspirée des méthodes de problème à N corps hors équilibre. Pour cela, nous avons modélisé la présence des sources d'électrons uniques sous une forme plus générale, en considérant l'injection à un temps déterminé d'un paquet d'onde électronique de charge +1 ou -1, permettant de simuler l'injection dans le système d'un électron ou d'un trou. Cette modélisation reproduit bien le comportement de la source d'électrons uniques dans son régime d'opération optimal.

Nous avons alors cherché à réaliser des calculs de corrélations de courants en sortie qui se réduisent, par une modélisation du QPC sous forme de matrice de diffusion à des calculs de moyennes de quatre opérateurs fermioniques incidents. Ces moyennes sont à effectuer non pas sur l'état fondamental du système (i.e. la mer de Fermi remplie pour chaque état de bord chiral) mais sur un état préparé correspondant à

l'injection de ce paquet d'onde dans le passé lointain. Cet état correspond à l'ajout sur le bord d'un électron avec une fonction d'onde $\phi(x)$ au-dessus de la mer de Fermi

$$|\Psi\rangle = \int dx \phi(x) \psi^\dagger(x) |0\rangle \tag{2.2}$$

où le vide $|0\rangle$ représente la mer de Fermi et $\psi^\dagger(x)$ est l'opérateur de création d'un électron à la position x. Nos calculs peuvent être réalisés pour une forme quelconque du paquet d'onde injecté. En pratique, on se limitera au cas de paquets d'onde exponentiels qui correspondent aux objets émis par la source d'électrons uniques expérimentale dans son régime de fonctionnement idéal :

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{2\Gamma}{v_F}} e^{i\epsilon_0 x/v_F} e^{\Gamma x/v_F} \theta(-x) \tag{2.3}$$

où les paramètres de la source d'électrons sont l'énergie du dot ϵ_0 et le temps d'émission $\tau_e = \frac{1}{2\Gamma}$.

Nous nous sommes tout d'abord intéressés au cas de collisions électron-électron. Développant les moyennes sur les opérateurs fermioniques à l'aide du théorème de Wick, il devient possible d'exprimer les corrélations de courant à fréquence nulle en fonction du décalage en temps δt entre les deux sources, qui se réduisent à basse température à la forme suivante

$$\frac{S_{RL}^{\text{out}}(\delta t)}{2\mathcal{S}_{HBT}} = 1 - \left| \int dx \ \phi_R(x) \ \phi_L^*(x + v_F \delta t) \right|^2 \tag{2.4}$$

où $\mathcal{S}_{HBT}$ est le bruit de partition quand une seule source est présente (correspondant au dispositif Hanbury-Brown et Twiss). Nos calculs suggèrent que ce dernier est indépendant de la forme du paquet considéré.

En pratique, nous avons pu comparer les résultats de ces calculs à ceux de l'approche numérique complète par le formalisme de Floquet (voir Fig. 2.4) et constater un très bon accord, ce qui justifie a posteriori notre modèle simplifié d'injection. Dans tous les cas (paquets identiques ou collisions asymétriques), on voit que pour des électrons arrivant indépendamment (long délai δt entre les sources), le bruit réduit est constant et sature à une valeur unité, ce qui signale bien que le bruit HOM se réduit à la seule contribution HBT, c'est-à-dire à la somme des bruits de partition des deux sources prises séparément. En revanche, pour des sources synchronisées et des paquets identiques, le bruit s'annule exactement laissant apparaître le dip HOM, aussi appelé "dip de Pauli" ou "dip de Fermi" (voir Fig. 2.4a). Ce résultat, en accord avec la statistique fermionique des porteurs de charge, était attendu. En effet, du fait du principe de Pauli, la situation où deux électrons identiques sont incidents sur le QPC ne peut conduire qu'à un seul état de sortie, correspondant à un électron dans chacun des ports de sortie du QPC, ce qui se traduit par une annulation du bruit de partition. Déjà dans ce cas, la forme du dip nous renseigne sur le paquet injecté. En effet, plus la transparence de la source est élevée, plus le temps d'émission est faible

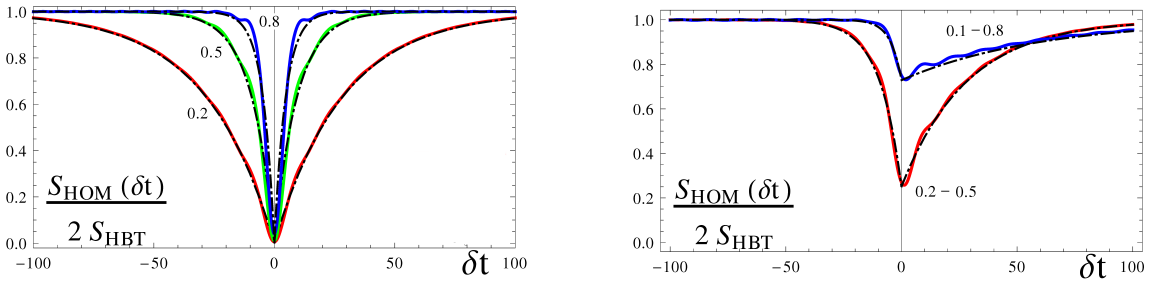

Figure 2.4 – Bruit HOM en fonction du délai d'injection pour des paquets exponentiels, les courbes superposées correspondant à la comparaison entre résultats analytiques (trait plein) et numériques (trait pointillé) pour différentes valeurs de transparence $D = 0.2$, 0.5 et 0.8 en sortie de la source (gauche). Même quantité calculée dans le cas de collisions de paquets asymétriques avec $D_R = 0.2, D_L = 0.5$ et $D_R = 0.1, D_L = 0.8$ (droite).

et donc moins la fonction d'onde du paquet est étendue. Ainsi, on observe bien des dips HOM plus étroits pour des transparences de la source plus grandes. Ce lien entre paquets d'onde incidents et forme du dip est d'autant plus frappante dans le cas de collisions de paquets asymétriques (voir Fig. 2.4b).

Comme mentionné plus haut, ce dispositif d'interférométrie HOM offre la possibilité unique d'étudier des collisions entre électron et trou, qui non seulement n'ont pas d'équivalent en optique quantique, mais en plus seraient a priori accessibles expérimentalement puisque la source d'électrons uniques émet au cours de chaque période un électron puis un trou. Nos résultats analytiques suggèrent que dans cette situation le bruit HOM est marqué par un pic, une structure plus ou moins marquée au-dessus de la contribution de fond HBT. L'amplitude de ce pic fait intervenir un terme de recouvrement en énergie entre les paquets d'onde correspondant à l'électron et au trou injecté, ainsi qu'un produit de fonction de Fermi de la forme $f(\epsilon)\,[1 - f(\epsilon)]$. Il s'ensuit que cet effet diminue fortement avec la température, puisque l'intervalle en énergie qui y contribue est typiquement donné par une région de taille $k_B T$ autour du niveau de Fermi, et que l'observation du pic HOM nécessite donc que les paquets d'onde de l'électron et du trou incidents aient un poids significatif dans cette fenêtre d'énergie. On s'attend ainsi à ce que ces interférences positives soient faibles dans le régime d'émission optimal de la source. Nous avons toutefois pu vérifier que ce pic HOM pouvait malgré tout être observé dans un cas réaliste expérimentalement. En effet, en utilisant le formalisme de Floquet pour décrire la source, nous avons considéré le cas où le spectre d'énergie du point quantique est ajusté de sorte qu'un des niveaux se trouve à une énergie ϵ au-dessus du niveau de Fermi, conduisant pour ϵ faible, à un processus d'émission relativement différent du régime idéal d'opération

de la source d'électrons uniques (voir Fig. 2.5a). Nous avons alors pu évaluer le résultat de collisions électron-trou dans ce régime et avons observé l'apparition d'un pic HOM, d'autant plus marqué que ϵ est petit (voir Fig. 2.5b).

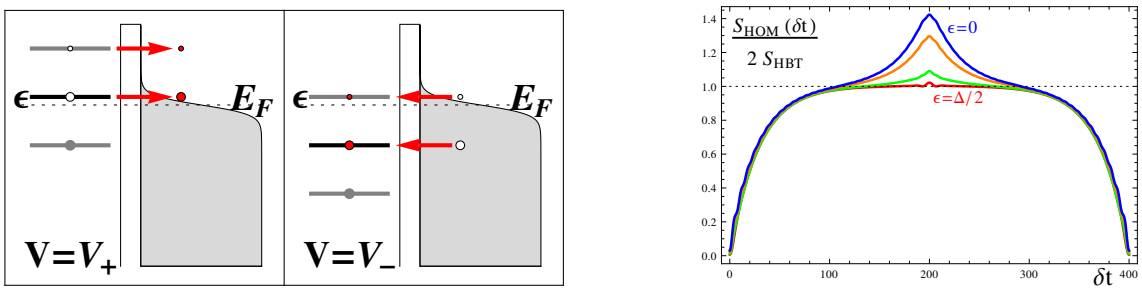

FIGURE 2.5 – Processus d'émission de la source loin du régime d'opération idéal où la position des niveaux d'énergie est paramétrée par la distance ϵ au niveau de Fermi (gauche). Pics HOM obtenus pour des collisions électron-trou avec des paquets d'énergie ϵ au-dessus de la mer de Fermi (droite).

Enfin, il est intéressant de noter la ressemblance de notre formule pour le bruit HOM avec celle obtenue dans le contexte de l'optique quantique pour la collision de photons. Comme dans cette situation, la forme du dip HOM peut-être directement reliée au recouvrement des paquets d'onde incidents sur le QPC.

2.3 Des interactions à l'origine de la décohérence

La réalisation expérimentale de tels dispositifs d'interférométrie constitue un véritable challenge. Les premiers éléments expérimentaux obtenus [42] sont encourageants puisqu'ils semblent en accord avec un certain nombre de résultats présentés plus haut. En effet, le bruit réduit (rapport des contributions HOM et HBT) mesuré expérimentalement démontre bien la présence d'un dip de Pauli dans le cas où les sources d'électrons uniques sont synchronisées ainsi qu'une contribution de fond, indépendante du délai entre les injections et correspondant à la partition aléatoire des signaux des deux sources arrivant indépendamment sur le contact ponctuel quantique. Ces résultats expérimentaux sur le bruit présentent toutefois une caractéristique importante qui n'est pas reproduite par le formalisme de collisions électron-électron de la section précédente, à savoir un contraste fortement réduit, signature d'un effet de décohérence qui affecte négativement les interférences électroniques.

Ces résultats soulèvent en fait une question plus générale, ayant trait au rôle des interactions Coulombiennes dans ces systèmes interférométriques. En effet, pour des raisons techniques liées au régime d'opération optimal du QPC, l'expérience est réali-

sée non pas dans l'effet Hall entier à $\nu = 1$, mais plutôt pour un facteur de remplissage plus élevé, typiquement $\nu = 2$ ou 3. Cela implique une structure interne pour l'état de bord avec la présence d'au moins deux canaux co-propageant, ces derniers étant couplés via une interaction Coulombienne, comme démontré expérimentalement [43]. Ce type de systèmes unidimensionnels en interaction est connu pour présenter des propriétés fascinantes telles que la fractionnalisation de la charge, où un électron se propageant sur un des canaux excite la densité de charge sur le canal co-propageant, qui va à son tour affecter l'électron par rétro-action, conduisant à l'apparition de deux modes propres de charge fractionnaire se propageant à des vitesses différentes. En particulier, cela signifie qu'une approche en termes de degrés de liberté fermioniques telle que celle présentée dans la section précédente n'est ici plus valide et qu'il va falloir se tourner vers un formalisme utilisant la bosonisation.

Dans un premier travail, nous avons cherché à étudier les effets des interactions dans l'interféromètre HOM, et avons montré que nos résultats étaient qualitativement compatibles avec ceux obtenus expérimentalement. Puis, dans un second projet, mené en étroite collaboration avec le groupe expérimental du LPA, nous avons montré qu'un modèle affiné était à même de reproduire quantitativement les mêmes signatures de bruit sans nécessiter de paramètre ajustable, confirmant que les interactions présentes au sein de l'état de bord étaient à l'origine des effets de décohérence observés dans les mesures HOM.

2.3.1 Formalisme et premiers résultats

[P10] Interactions dans l'interféromètre Hong-Ou-Mandel à électrons [*Interactions and charge fractionalization in an electronic Hong-Ou-Mandel interferometer*, C. Wahl, J. Rech, T. Jonckheere, T. Martin, Phys. Rev. Lett. **112**, 046802 (2014)]

Dans cette étude, nous avons donc cherché à étendre nos travaux au cas de l'effet Hall entier à remplissage $\nu = 2$, dans le souci d'une meilleure compréhension des résultats expérimentaux. La principale difficulté technique réside en ce qu'il nous faut désormais combiner différentes approches pour décrire convenablement la physique de ce système et en particulier les trois aspects essentiels que sont l'injection, la propagation et la diffusion sur le contact ponctuel quantique (QPC). En effet, chaque bord compte désormais deux canaux co-propageant, liés par un terme d'interaction Coulombienne locale (couplant en tout point la densité de charge sur chaque canal).

Du point de vue de l'injection, nous considérons un formalisme en termes d'état préparé similaire à celui développé dans l'étude précédente et qui a montré un très bon accord avec la description de la source complète. Il consiste à considérer les moyennes d'opérateurs à calculer sur un état spécifique $|\varphi\rangle$ correspondant à un paquet d'onde électronique particulier injecté au-dessus de la mer de Fermi sur chacun des deux

états de bord

$$|\varphi\rangle = \int dy \varphi_R(y) \psi^\dagger_{1,R}(y-L)|0\rangle_R \otimes \int dz \varphi_L(z) \psi^\dagger_{1,L}(z+L)|0\rangle_L \tag{2.5}$$
$$\text{avec } \varphi_L(x) = \sqrt{\frac{2\Gamma}{v_F}} e^{-i\epsilon_0 x/v_F} e^{-\Gamma x/v_F} \theta(x) \text{ et } \varphi_R(x) = \varphi_L(-x)$$

où $\psi^\dagger_{s,\mu}(x)$ désigne l'opérateur de création électronique à la position x sur le canal s du bord μ. Dans le cas présent, en accord avec le dispositif expérimental, nous nous limitons au cas d'une injection de paquets exponentiels (de résolution en énergie $\gamma = \Gamma/\epsilon_0$) sur le canal externe $s = 1$ de chaque état de bord, et par simplicité nous choisissons une injection symétrique, à une distance L de part et d'autre du QPC. Toutefois, formellement, cette approche est tout aussi à même de décrire des injections asymétriques de paquets quelconques sur n'importe lequel des deux canaux de l'état de bord.

De même, le QPC, qui permet l'échange d'électrons entre états de bord contre-propageant, est traité à l'aide de degrés de liberté fermioniques, en utilisant une description en terme de matrice de scattering (justifiée ici par le caractère local à la fois de l'interaction et de la diffusion sur le QPC)

$$\begin{pmatrix} \psi_{s,R} \\ \psi_{s,L} \end{pmatrix}^{\text{outgoing}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\mathcal{T}} & i\sqrt{\mathcal{R}} \\ i\sqrt{\mathcal{R}} & \sqrt{\mathcal{T}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{s,R} \\ \psi_{s,L} \end{pmatrix}^{\text{incoming}} \tag{2.6}$$

où $\mathcal{T}$ et $\mathcal{R} = 1-\mathcal{T}$ sont respectivement les probabilités de transmission et de réflexion sur le QPC. Il est à noter que deux possibilités sont alors envisageables selon que la rétrodiffusion affecte le canal interne ou le canal externe de l'état de bord donnant lieu à deux dispositifs différents, indexés par l'indice $s = 1, 2$ (voir Fig. 2.6). Le cas $s = 1$ correspond au système expérimental, tandis que le cas $s = 2$ offre la perspective intéressante d'étudier les propriétés d'interférométrie des objets induits par l'interaction puisque la partition affecte non pas le canal d'injection mais celui qui l'accompagne.

En revanche, pour décrire la propagation le long des états de bord, et en particulier l'effet de l'interaction inter-canal sur cette propagation, il nous a fallu nous tourner vers une description en terme de bosons. L'identité de bosonisation, utilisée dans le contexte de la physique des liquides de Luttinger, permet de ré-exprimer les degrés de liberté fermioniques $\psi_{s,\mu}(x,t)$ sous forme de modes collectifs bosoniques $\phi_{s,\mu}(x,t)$

$$\psi_{s,\mu}(x,t) = \frac{U_\mu}{\sqrt{2\pi a}} e^{i\phi_{s,\mu}(x,t)} \tag{2.7}$$

où U_μ est un facteur de Klein (restaurant les bonnes propriétés d'anti-commutation) et a un paramètre de cutoff introduit pour régulariser la théorie. En termes de ces

nouveaux degrés de liberté bosoniques, le Hamiltonien du système s'écrit

$$\begin{aligned} H &= \frac{\hbar}{4\pi} \sum_{r=R,L} \int dx \left[\sum_{j=1,2} v_j (\partial_x \phi_{j,r})^2 + 2u(\partial_x \phi_{1,r})(\partial_x \phi_{2,r}) \right] \\ &= \frac{\hbar}{4\pi} \sum_{r=R,L} \int dx \left[v_+ (\partial_x \phi_{+,r})^2 + v_- (\partial_x \phi_{-,r})^2 \right] \end{aligned} \tag{2.8}$$

En considérant le régime de couplage fort (le plus pertinent expérimentalement [43]), nous avons introduit les modes propres du Hamiltonien $\phi_\pm = (\phi_2 \pm \phi_1)/\sqrt{2}$ et défini les vitesses propres correspondantes $v_\pm = v_F \pm u$ (avec $v_1 = v_2 = v_F$). Ce nouvel Hamiltonien décrit la propagation libre de deux modes collectifs : un mode de charge rapide et un mode neutre lent. Ces derniers peuvent être visualisés sur la densité de charge le long du bord où on distingue bien deux excitations (appelées dans la suite $\oplus$ et $\ominus$) se propageant à des vitesses différentes et caractérisées par la charge qu'elles portent.

La quantité d'intérêt est, comme dans la section précédente, le bruit de courant à fréquence nulle mesuré sur le canal partitionné s en sortie du QPC

$$S = \int dt dt' \langle I^{\text{out}}_{s,R}(x,t) I^{\text{out}}_{s,L}(x',t') \rangle_\varphi - \langle I^{\text{out}}_{s,R}(x,t) \rangle_\varphi \langle I^{\text{out}}_{s,L}(x',t') \rangle_\varphi \tag{2.9}$$

Ce dernier est obtenu en suivant pas à pas le cheminement suivant

- utiliser la dispersion linéaire le long du bord pour écrire le courant à la position x en terme de celui en sortie du QPC : $\int dt I^{\text{out}}_{s,\mu}(x,t) = \int dt I^{\text{out}}_{s,\mu}(0,t)$
- remplacer l'opérateur courant $I^{\text{out}}_{s,\mu}$ en sortie du QPC par son expression en termes des degrés de liberté fermioniques correspondants $\psi^{\text{out}}_{s,\mu}$
- utiliser la matrice Eq. (2.6) pour transcrire cette forme en termes des fermions entrants au niveau du QPC $\psi^{\text{in}}_{s,\mu}$
- en déduire grâce à l'identité de bosonisation Eq. (2.7) une expression du bruit faisant intervenir des moyennes d'opérateurs bosoniques $\phi^{\text{in}}_{s,\mu}$
- ré-exprimer ces opérateurs en termes des modes propres du Hamiltonien $\phi^{\text{in}}_{\pm,\mu}$
- utiliser le théorème de Wick pour calculer les moyennes d'opérateurs et ainsi obtenir une expression finale sous forme intégrale du bruit S.

Cette forme analytique reste très volumineuse mais peut toutefois être aisément évaluée numériquement. Nos calculs du bruit HOM révèlent ainsi plusieurs signatures caractéristiques dans les corrélations de courant évaluées en fonction du délai δT entre les sources.

Tout d'abord, pour des injections synchronisées, un dip central apparaît, avec un contraste non-optimal, nettement réduit par rapport au cas $\nu = 1$. Ceci est une conséquence directe du fait que les deux paquets d'onde électroniques ne sont plus parfaitement indistinguables, du fait de phénomènes de décohérence. Ces derniers sont ici inhérents à la propagation le long de l'état de bord en présence d'interactions, où une partie de la cohérence électronique est perdue dans le canal co-propageant

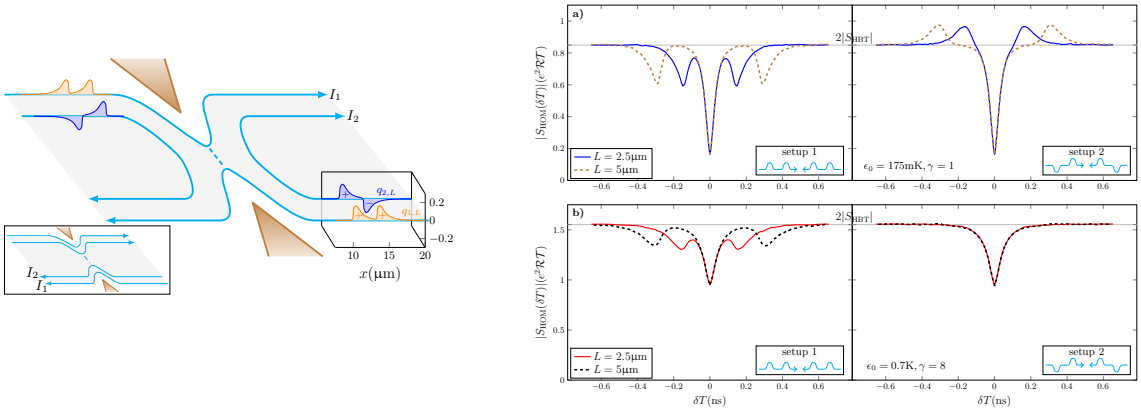

FIGURE 2.6 – Schéma des deux dispositifs considérés correspondant à la rétrodiffusion du canal externe ou du canal interne (gauche). Bruit HOM en fonction du délai temporel entre les injections, pour les deux dispositifs considérés et pour deux types de paquets d'onde exponentiels, de résolution en énergie $\gamma = 1$ et $\gamma = 8$ (droite).

conduisant in fine à une perte de contraste du dip HOM. En outre, cet effet ne dépend que très peu du canal partitionné mais est d'autant plus important que les paquets incidents sont résolus en énergie (voir Fig. 2.6). Cette tendance est similaire à celle observée expérimentalement pour des injections synchronisées [42].

Ensuite, nos calculs prévoient aussi l'émergence de structures satellites, en plus du dip central placées symétriquement par rapport à ce dernier. La forme et la taille de ces structures dépendent fortement à la fois de la résolution des paquets incidents et du dispositif considéré, prenant en particulier la forme de dips pour le cas $s = 1$ et de pics pour le cas $s = 2$. Ces structures peuvent être interprétées comme l'interférence entre modes neutres et chargés, arrivant sur le contact ponctuel en même temps. En effet, après injection, l'électron se fractionnalise en un mode de charge rapide (que l'on peut voir comme deux excitations $\oplus$, une sur chaque canal) et un mode neutre lent (que l'on peut voir comme une excitation $\oplus$ se propageant sur le canal d'injection et une excitation $\ominus$ sur le canal co-propageant). Le dip central correspond alors à l'interférence destructive d'excitations de même charge et de même vitesse (conduisant à une réduction du bruit). Les structures satellites proviennent quant à elles de la collision d'excitations de vitesses différentes. Dans le cas $s = 1$, ce sont des excitations de même charge $\oplus$ interférant de manière destructive et produisant des dips, tandis que dans le cas $s = 2$ il s'agit d'interférences entre excitations de charge opposée, conduisant à des pics.

Enfin, notre approche est suffisamment générale pour être étendue à d'autres régimes qui restent à explorer expérimentalement, comme par exemple le cas des collisions électron-trou. Dans cette situation, nous observons à nouveau un pic central,

encadré de part et d'autre par des structures satellites dépendant du canal partitionné.

2.3.2 Modèle affiné et comparaison quantitative avec l'expérience

Le mécanisme de décohérence induit par les interactions semble produire des signatures de bruit en bon accord qualitatif avec les premiers résultats expérimentaux. Au fur et à mesure que de nouveaux éléments en provenance des expérimentateurs sont devenus disponibles, il est apparu naturel de proposer une comparaison plus quantitative, et d'envisager à titre de comparaison d'autres mécanismes susceptibles d'expliquer ces résultats. C'est dans ce contexte que s'est déroulé le projet suivant.

[P11] Décohérence et relaxation d'électrons uniques dans un conducteur unidimensionnel [*Decoherence and relaxation of a single electron in a one-dimensional conductor*, A. Marguerite, C. Cabart, C. Wahl, B. Roussel, V. Freulon, D. Ferraro, Ch. Grenier, J.-M. Berroir, B. Plaçais, T. Jonckheere, J. Rech, T. Martin, P. Degiovanni, A. Cavanna, Y. Jin, G. Fève, Phys. Rev. B **94**, 115311 (2016)]

Ce travail est le fruit d'une longue collaboration entre équipes théoriques et expérimentales concernant l'interférométrie Hong-Ou-Mandel dans l'effet Hall entier à remplissage $\nu = 2$ pour le dispositif à $s = 1$ (i.e. avec partition du canal d'injection). En s'appuyant sur les résultats expérimentaux obtenus au laboratoire Pierre Aigrain de l'ENS, nous avons confronté notre scénario de décohérence induit par les interactions Coulombiennes couplant les deux canaux de chaque état de bord.

Nous avons envisagé plusieurs possibilités susceptibles d'expliquer les résultats expérimentaux et nous avons alors analysé quantitativement chacun de ces scénarios.

Tout d'abord, ces derniers pourraient être liés à des différences intrinsèques entre les deux sources d'électrons uniques, conduisant à des énergies ou des temps d'émission légèrement différents. Ces effets pourraient provenir soit d'un défaut de construction au niveau de l'échantillon, soit de fluctuations aléatoires liées au bruit de l'environnement des sources. Nous avons pu montrer que des différences dans le temps d'émission des deux sources ne pouvaient pas expliquer la perte de contraste mesurée expérimentalement et étaient en outre systématiquement associées à des traces HOM (c'est-à-dire des variations du bruit HOM réduit en fonction du délai temporel) asymétriques. De même, nos calculs (et les investigations expérimentales menées en ce sens) suggèrent de façon surprenante que le contraste ne dépend pratiquement pas du désaccordage en énergie entre les deux sources.

Un autre scénario envisageable concerne la possibilité d'une dépendance en énergie du paramètre de réflexion au niveau du contact ponctuel quantique. Cette éventualité a été étudiée dans la littérature [44] et semble suggérer que le contraste du dip HOM augmente pour des paquets spatialement plus étendus, ce qui est en total désaccord avec les observations expérimentales.

Enfin, les résultats observés pourraient être liés au scénario de décohérence induit par les interactions. Pour s'en convaincre, nous avons cherché à proposer une comparaison détaillée des prédictions théoriques aux résultats expérimentaux, sans paramètres ajustables. En effet, cette comparaison repose sur un petit nombre de paramètres qui peuvent être mesurés expérimentalement : l'énergie ϵ_0 et le temps d'émission τ_e de la source, la température électronique $k_B T = 1/\beta$ et le retard accumulé τ_s entre les deux modes fractionnalisés se propageant du point d'injection au contact ponctuel quantique. Ce dernier paramètre est lié à la différence de vitesse de propagation entre les deux modes propres du système sur la distance L séparant la source du QPC, de sorte que $\tau_s = L\left(\frac{1}{v_-} - \frac{1}{v_+}\right)$.

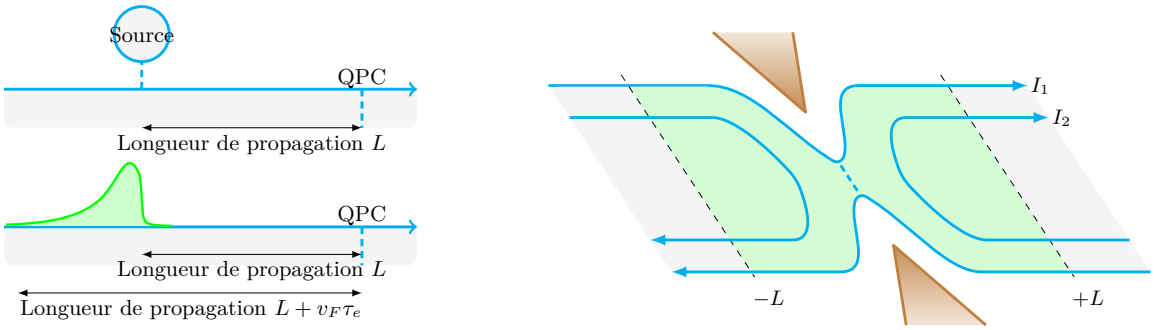

FIGURE 2.7 – Comparaison entre le modèle idéal de source et la modélisation théorique initiale (gauche). Modèle d'interaction inhomogène permettant une description plus fidèle de la source d'électrons uniques (droite).

Pour pouvoir entreprendre une telle comparaison quantitative, il nous a fallu en premier lieu affiner la modélisation de la source. En effet, dans le travail précédent, nous avions traité l'injection à l'aide d'un état préparé $|\varphi\rangle = |\varphi_R\rangle \otimes |\varphi_L\rangle$ correspondant à deux paquets d'onde φ_R et φ_L déposés à une distance L du QPC, mais par ailleurs l'état de bord était modélisé par un liquide de Luttinger chiral homogène. Il s'avère que cette formulation conduit à une mauvaise description de la source dès lors que l'on considère des paquets spatialement étendus. En effet, alors que l'avant du paquet ressent l'interaction sur une distance de propagation $\sim L$, la queue du paquet d'onde fait l'expérience de l'interaction sur une distance beaucoup plus longue (voir Fig. 2.7a). Il a donc été nécessaire de modifier la modélisation du système et de considérer un état préparé déposé à distance L du QPC, dans une région sans interaction inter-canal, puis qui se propage sur une distance L le long d'un état de bord où l'interaction est non-nulle conduisant ainsi à envisager un liquide de Luttinger chiral inhomogène (voir Fig. 2.7b).

Le Hamiltonien du système doit donc être actualisé, et passe de la forme donnée

par l'équation Eq. (2.8) à l'expression suivante

$$H = \frac{\hbar}{4\pi} \sum_{r=R,L} \int dx \left[v_+(x)(\partial_x \phi_{+,r})^2 + v_-(x)(\partial_x \phi_{-,r})^2 \right] \text{ où } v_\pm(x) = \begin{cases} v_F & |x| > L \\ v_\pm & |x| \leq L \end{cases} \tag{2.10}$$

avec $v_\pm = v_F \pm u$. En particulier, cela a un impact important sur les fonctions de corrélation bosoniques des champs propres $\phi_{\pm,\mu}$ du Hamiltonien qui ne sont plus invariantes par translation et dépendent donc de deux positions :

$$\mathcal{G}_{\pm,\mu}(x, x'; t) = \langle \phi_{\pm,\mu}(x, t) \phi_{\pm,\mu}(x', 0) \rangle \tag{2.11}$$

Ces corrélateurs sont obtenus par la résolution d'un nouveau jeu d'équations du mouvement dérivées à partir du Hamiltonien Eq.(2.10), et s'expriment sous la forme suivante

$$\mathcal{G}_{\pm,\mu}(x, x'; t) = \mathcal{G}^{(0)} \left(t - \sigma_\mu \left[\frac{f_\pm(x)}{v_\pm(x)} - \frac{f_\pm(x')}{v_\pm(x')} \right] \right) \text{ où } f_\pm(X) = \begin{cases} X \pm \frac{uL}{v_\pm} & X < -L \\ X & |X| \leq L \\ X \mp \frac{uL}{v_\pm} & X > L \end{cases} \tag{2.12}$$

avec $\sigma_{R/L} = \pm 1$ et $\mathcal{G}^{(0)}(\tau) = -\log \left[\frac{\sinh(\pi(i\tau_0 - \tau)/\beta)}{\sinh(i\pi\tau_0/\beta)} \right]$ (où $\tau_0 = a/v_F$). Ces nouvelles expressions pour les fonctions de corrélation bosoniques sont alors substituées dans l'expression du bruit de courant à fréquence nulle. Bien qu'elles soient plus complexes que dans le cas du système homogène traité précédemment, elles conduisent à une forme explicite du bruit HOM tout aussi (peu) compacte mais surtout qui ne dépend que d'un jeu restreint de paramètres expérimentaux $\epsilon_0, \tau_e, \beta$ et τ_s

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{HOM}(\tau) = &- \mathcal{S}_0 \int dt_1 d\tau_1 dt_2 d\tau_2 \; \phi(-t_1)\phi^*(-\tau_1) g(0, t_1 - \tau_1) \; \phi(t_2)\phi^*(\tau_2) g(0, \tau_2 - t_2) \\ &\times \int dt dt' \mathrm{Re} \left[g(t', 0)^2 \right] \left[\frac{h(t; t_2, \tau_2) h(t + t' - \tau; -t_1, -\tau_1)}{h(t + t'; t_2, \tau_2) h(t - \tau; -t_1, -\tau_1)} - 1 \right] \end{aligned} \tag{2.13}$$

où nous avons introduit le préfacteur $\mathcal{S}_0 = \frac{2e^2 \mathcal{R}\mathcal{T}}{(2\pi\tau_0)^4 \langle \varphi | \varphi \rangle}$ et les fonctions auxiliaires

$$g(t', t) = \left[\frac{\sinh\left(\frac{i\tau_0}{\beta/\pi}\right)}{\sinh\left(\frac{i\tau_0 + t' - t}{\beta/\pi}\right)} \right] \text{ et } h(t; t_1, t_2) = \left[\frac{\sinh\left(\frac{i\tau_0 - t + t_1}{\beta/\pi}\right)}{\sinh\left(\frac{i\tau_0 + t - t_2}{\beta/\pi}\right)} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\sinh\left(\frac{i\tau_0 - t + t_1 + \tau_s}{\beta/\pi}\right)}{\sinh\left(\frac{i\tau_0 + t - t_2 - \tau_s}{\beta/\pi}\right)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

ainsi que des paquets d'onde exponentiels de la forme $\phi(t) = \dfrac{1}{\sqrt{\tau_e}} e^{-i\epsilon_0 t} e^{-\frac{t}{2\tau_e}} \theta(t)$.

A partir de l'expression Eq. (2.13) dans laquelle nous avons substitué les valeurs des paramètres tirées de l'expérience (et en prenant la limite $\tau_0 \to 0$), nous avons pu extraire le bruit réduit $\Delta q(\tau)$ que l'on définit comme le ratio du bruit HOM

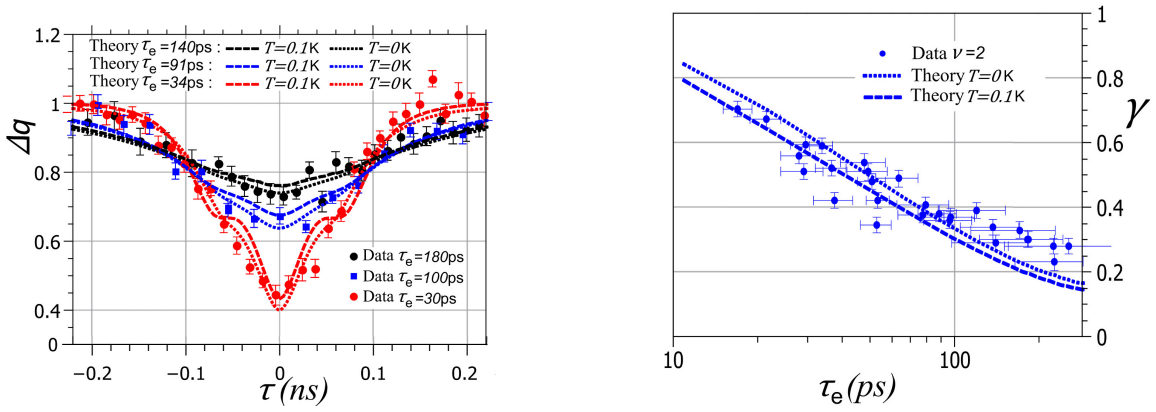

FIGURE 2.8 – Comparaison entre le modèle de décohérence induite par les interactions et les résultats expérimentaux : bruit HOM normalisé en fonction du décalage en temps entre les sources (gauche) et contraste du dip HOM à émission synchronisée en fonction du temps d'émission de la source (droite).

normalisé par la contribution HBT correspondante, et nous avons comparé le résultat obtenu avec les données expérimentales. Cette analyse démontre que seul le scénario de décohérence que nous proposons présente un excellent accord quantitatif avec l'expérience, qu'il s'agisse de l'évolution du bruit HOM normalisé Δq en fonction du décalage en temps τ entre les sources, ou de l'évolution du contraste γ du dip HOM en fonction du temps d'émission τ_e de la source d'électrons uniques (voir Fig. 2.8). En outre, ce très bon accord est obtenu sans le moindre paramètre ajustable. Il est toutefois à noter que l'accord devient moins bon pour les temps d'émission plus longs, ce qui était à prévoir puisque dans ce cas la source expérimentale s'éloigne de son régime d'opération idéal et la description théorique en termes d'état préparé est de fait moins adaptée.

Nous proposons en outre une représentation de la cohérence électronique sous la forme d'une fonction de Wigner, combinant ainsi les aspects temporel et énergétique. En particulier cela permet une visualisation directe de l'évolution du paquet d'onde électronique le long du trajet de propagation entre la source et le QPC. Cette représentation démontre que la décohérence d'un électron unique s'opère en deux temps, avec tout d'abord une relaxation du paquet d'onde dont le poids spectral est transféré à basse énergie (axe énergétique), suivie d'une fractionnalisation du paquet d'ondes en deux modes distincts (axe temporel). En outre, la relaxation du paquet d'onde qui émerge dans cette représentation nous permet de mieux comprendre pour quelle raison le contraste du dip HOM ne dépend que faiblement de la différence d'énergie d'injection entre les sources.

Ce travail démontre de manière catégorique que la décohérence observée sous

la forme d'un contraste fini du dip HOM résulte bien de l'émergence d'excitations collectives neutres induites par les interactions Coulombiennes intra-bord.

2.4 Vers de l'optique quantique dans l'effet Hall fractionnaire : la source de quasi-particules

Comme nous l'avons vu dans le cas de l'effet Hall entier à remplissage $\nu = 2$, la présence d'interactions électron-électron affecte fortement la nature des excitations électroniques, conduisant dans ce cas à leur fractionnalisation, et à des signatures interférométriques très différentes de celles observées dans le cas sans interaction.

Il est alors naturel d'imaginer d'opérer de tels interféromètres dans le régime d'effet Hall fractionnaire, où les interactions sont à leur paroxysme. Cependant, dans ce régime, le système est naturellement décrit non plus en termes d'électrons, mais en termes d'anyons, des quasi-particules portant une charge fractionnaire et obéissant à une statistique fractionnaire. De telles expériences d'interférométrie offrent la possibilité fascinante de sonder les propriétés singulières de ces anyons. La première étape, préalable indispensable à la réalisation de ces interféromètres fractionnaires, consiste à concevoir une source de quasi-particules uniques.

On pourrait être tenté d'étendre simplement au cas fractionnaire le dispositif de capacité mésoscopique (un dot couplé à l'état de bord par effet tunnel) qui a fait le succès des montages interférométriques expérimentaux dans le régime d'effet Hall entier. Cependant, pour opérer dans le régime optimal d'émission, les valeurs de transparence du point quantique nécessaires sont si faibles qu'elles conduisent systématiquement à un régime où seuls des électrons peuvent passer par effet tunnel du dot à l'état de bord [31]. Au contraire, à forte transparence, le point quantique et l'état de bord se retrouvent fortement couplés de sorte que le signal de sortie se réduit à la réponse d'un état de bord à un potentiel d'excitation. Dans ce dernier cas, il a été suggéré que l'injection de quasi-particules individuelles pourrait être obtenue en concevant spécifiquement le potentiel d'excitation, mais nous avons pu montrer par ailleurs que cette alternative n'était pas plausible (voir Sec. 2.4.2). L'échec de cette transposition directe souligne ainsi la nécessité d'envisager de nouveaux designs susceptibles de réaliser une source de quasi-particules uniques dans l'effet Hall fractionnaire.

2.4.1 Dispositif anti-dot

[P12] Emetteur de quasi-particules et d'électrons uniques dans l'effet Hall quantique fractionnaire [*Single quasiparticle and electron emitter in the fractional quantum Hall regime*, D. Ferraro, J. Rech, T. Jonckheere, T. Martin, Phys. Rev. B **91**, 205409 (2015)]

Nous avons donc proposé un dispositif opérant dans les états fractionnaires de la séquence de Laughlin (remplissage $\nu = 1/(2n+1)$ où $n \in \mathbb{N}$) et capable de fonctionner à la fois comme une source de quasi-particules uniques ("single quasiparticle source" ou SQS) et comme une source d'électrons uniques ("single electron source" ou SES).

Le point de départ consiste en un anti-dot (fonctionnant comme un trou au sein du fluide de Hall) modulé au cours du temps à l'aide d'un champ magnétique ou d'une électrode polarisée (voir Fig. 2.9a), et couplé de manière fortement asymétrique aux états de bord de l'effet Hall (de sorte que l'un d'entre eux peut être négligé). Dans ce système, le processus tunnel dominant implique l'échange de quasi-particules entre anti-dot et état de bord, et à l'ordre le plus bas dans ce couplage tunnel, les propriétés de transport dépendent du taux tunnel $\tilde{\Gamma}(E)$

$$\tilde{\Gamma}(E) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} w_p \gamma(E - p\epsilon) \tag{2.14}$$

où $\epsilon = 2\pi v/L_{ad}$ est l'énergie associée aux modes plasmoniques de l'anti-dot. Cette forme combine l'expression usuelle du taux tunnel à température finie entre des bords de longueur infinie [45, 46], et un terme correctif lié à la taille finie L_{ad} de l'anti-dot [47].

Dans le régime de faible couplage, quand le taux tunnel correspond à la plus petite échelle d'énergie (plus petit que la température ou l'énergie de charge de l'anti-dot), on peut réduire l'analyse au régime séquentiel pour lequel la dynamique du système est bien décrite à l'aide de processus tunnel à une quasi-particule (émise ou absorbée par l'anti-dot). Dans le cadre de cette approximation, il devient possible de décrire le système à l'aide d'une approche par équation maîtresse permettant de suivre l'évolution en temps des probabilités d'occupation de l'anti-dot. La probabilité $\mathcal{P}_N(t)$ d'avoir N quasi-particules sur l'anti-dot au temps t respecte ainsi une équation de premier ordre, qui peut être exprimée sous forme matricielle de la manière suivante

$$\frac{d\hat{\mathcal{P}}(t)}{dt} = \hat{\Gamma}\hat{\mathcal{P}}(t), \tag{2.15}$$

où $\hat{\mathcal{P}}(t)$ est un vecteur colonne dont les éléments sont donnés par les probabilités d'occupation et $\hat{\Gamma}$ est une matrice carrée dont les éléments satisfont

$$\hat{\Gamma}_{np} = \tilde{\Gamma}\left[-(n-p)(n+p-1-2\delta(t))E_c\right] - \left\{\sum_{q\in\mathbb{Z}} \tilde{\Gamma}\left[(n-q)(n+q-1-2\delta(t))E_c\right]\right\}\delta_{np} \tag{2.16}$$

avec une excitation périodique carrée de l'anti-dot, de la forme $\delta(t) = \delta \times \mathrm{Sgn}\left(\frac{T}{2} - t\right)$.

Les propriétés de transport du système sont alors directement obtenues à partir de ces probabilités, et en particulier l'occupation de l'anti-dot et le courant circulant

entre l'anti-dot et l'état de bord fractionnaire sont donnés par

$$\mathcal{N}(t) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} n\hat{\mathcal{P}}_n(t) \quad \text{et} \quad I(t) = -e^* \sum_{n\in\mathbb{Z}} \sum_{p\in\mathbb{Z}} n\hat{\Gamma}_{np}\hat{\mathcal{P}}_p(t) \tag{2.17}$$

Plus surprenant, en faisant intervenir la probabilité conditionnelle $\hat{\mathcal{P}}(n_2, t+t'|n_1, t)$ d'avoir n_2 quasi-particules occupant l'anti-dot au temps $t+t'$ sachant qu'il y en avait n_1 au temps t, il est en outre possible de déterminer les corrélations de courant à fréquence finie, ce qui nous autorise une caractérisation plus fine des conditions d'opération de la source.

En ajustant convenablement l'amplitude du signal d'excitation, on peut opérer la source dans le régime d'émission d'une quasi-particule unique (voir Fig. 2.9b), ou dans celui d'un électron unique par demi-période (voir Fig. 2.10a).

Dans le cas de l'émission de quasi-particules, seuls deux états de charge sont impliqués dans la dynamique du système permettant un traitement purement analytique. En particulier, nous avons pu en déduire une expression non seulement du courant et de la charge moyenne transmise depuis l'anti-dot vers l'état de bord par période, mais aussi du bruit de courant à fréquence finie. Nos résultats démontrent non seulement la quantification de la charge fractionnaire émise durant chaque demi-période, mais aussi des fluctuations analogues à ce qui est observé pour la source d'électrons uniques utilisée dans l'effet Hall entier (voir Fig. 2.9c). Cela suggère que la source proposée se comporte bien comme une source de quasi-particules uniques sans excitations parasites et que le bruit obtenu provient uniquement de l'incertitude sur le moment de l'émission (bruit de phase).

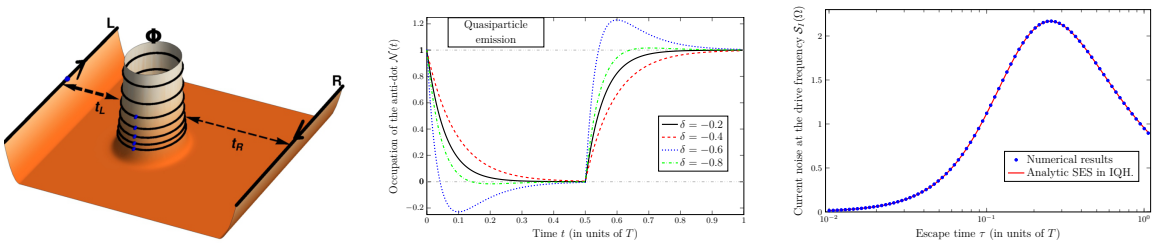

Figure 2.9 – Schéma du dispositif présentant un anti-dot couplé de manière fortement asymétrique aux états de bord de l'effet Hall quantique fractionnaire (gauche). Régime d'opération "source de quasi-particules uniques" : occupation de l'anti-dot au cours du temps en fonction de l'amplitude de la tension appliquée (milieu) et comparaison du bruit à la fréquence du potentiel extérieur avec le résultat analytique adapté de la source d'électrons uniques (droite).

Le régime d'émission d'électrons uniques est beaucoup plus compliqué et nécessite de prendre en compte un grand nombre de probabilités d'occupation pour convenable-

ment décrire la physique d'émission d'un électron, appelant une solution numérique de l'équation maîtresse matricielle. Dans ce régime, la charge moyenne injectée par demi-période correspond bien à celle d'un électron (voir Fig. 2.10b). En revanche, le bruit de courant calculé à la fréquence du potentiel d'excitation est beaucoup plus grand que le bruit obtenu dans le cas idéal d'émission de quasi-particules, même en tenant compte de la charge transférée plus grande (voir Fig. 2.10c). Ce résultat, nettement supérieur à ce qui est attendu pour une source efficace, constitue une indication claire de l'importance de processus tunnel impliquant de multiples quasi-particules et traduit la présence d'un grand nombre d'excitations de charge nulle, sous la forme de paires quasi-particule/quasi-trou.

Enfin, une analyse quantitative des différents paramètres du système (en particulier les échelles de temps et d'énergie caractéristiques des deux régimes d'émission de la source) suggère que notre proposition est réaliste et qu'une telle source pourrait être réalisée dans les conditions expérimentales actuelles, ouvrant la voie à de nouvelles expériences d'optique quantique mettant en jeu des anyons.

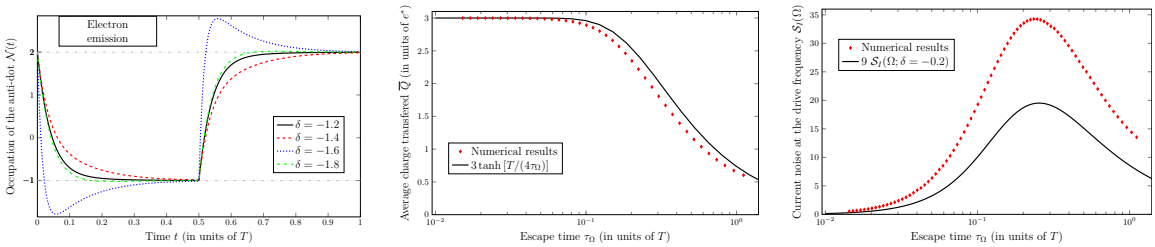

FIGURE 2.10 – Régime d'opération "source d'électrons uniques" : occupation de l'anti-dot au cours du temps en fonction de l'amplitude de la tension appliquée (gauche), comparaison de la charge moyenne transférée et du bruit à la fréquence du potentiel extérieur avec le résultat (remis à l'échelle) de la SQS (milieu et droite).

2.4.2 Impulsion de tension et levitons fractionnaires

Considérons une jonction simple entre deux électrodes métalliques, réalisée à partir d'un conducteur unidimensionnel avec un seul mode, et polarisée à l'aide d'un potentiel dépendant du temps. Le nombre total de charges injectées à travers le conducteur est directement donné par l'intégrale en temps du potentiel d'excitation. Ainsi, un profil bien choisi, i.e. quantifié selon $\int dteV(t) = 2\pi n\hbar$ avec $n \in \mathbb{Z}$, permet l'échange d'un nombre entier de charges n entre électrodes. Cependant, cela ne garantit pas l'injection de n vraies excitations, puisque dans le cas général, le potentiel va aussi générer un certain nombre de paires électrons-trous qui ne contribuent pas à la charge totale échangée. Il est alors possible d'aller plus loin et de se demander si

un potentiel extérieur spécialement choisi permettrait d'injecter dans la jonction un nombre défini d'électrons de manière fiable.

Cette question se ramène à un problème variationnel non-trivial qui consiste à déterminer quel profil d'excitation $V(t)$ conduit à une valeur minimale du nombre d'excitations $N_{\text{exc}} = N_e + N_h$ (qui compte le nombre total d'électrons et de trous générés par l'application de la tension extérieure). Levitov et ses collaborateurs ont pu montrer [48] que ce problème se réduisait à chercher le potentiel d'excitation tel que la phase accumulée totale acquise par les électrons $e^{i\varphi(t)}$ (où $\varphi(t) = \int_{-\infty}^{t} dteV(t)$) possédait une structure de pôle spécifique dans le plan complexe. Dans le même travail, ils ont pu démontrer que la solution consistait en une combinaison arbitraire d'impulsions Lorentziennes (centrées en t_i et de largeur τ_i) et que le potentiel recherché prenait donc la forme suivante

$$V(t) = \frac{\hbar}{e} \sum_{i=1}^{n} \frac{2\tau_i}{(t - t_i)^2 + \tau_i^2} \tag{2.18}$$

conduisant alors à un nombre d'excitations minimal, qui se réduit simplement au nombre n d'impulsions dans le potentiel. Dans le cas le plus simple d'une unique impulsion Lorentzienne (voir Fig. 2.11a), ce potentiel correspond à une particule unique excitée au-dessus du niveau de Fermi, avec une mer de Fermi laissée inchangée. Cette excitation, souvent appelée "leviton" dans la littérature, correspond en fait à une excitation à N corps complexe qui conspire pour se comporter comme une quasi-particule de Fermi unique au-dessus d'une mer de Fermi.

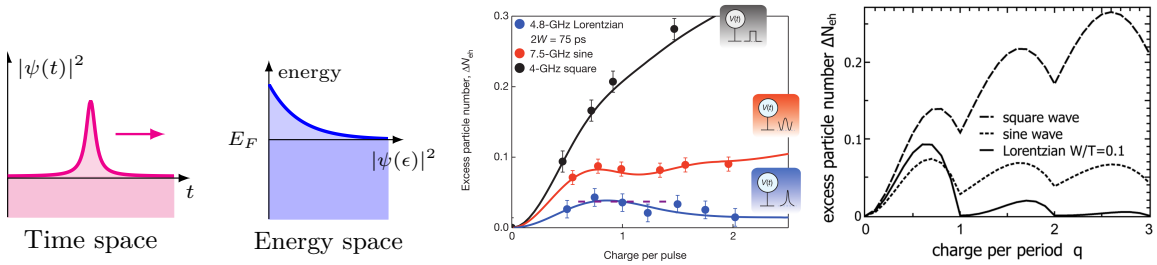

Figure 2.11 – Représentation du leviton à la fois dans les domaines temporel (profil Lorentzien) et énergétique (profil exponentiel) montrant le module de la fonction d'onde (gauche). Résultats expérimentaux (milieu) et théoriques (droite) sur le nombre d'excitations en excès pour différents potentiels d'excitation.

Les propriétés de ce leviton ont été étudiés expérimentalement dans les gaz d'électrons bidimensionnels (se comportant comme des liquides de Fermi) équipés d'une constriction à un canal [49]. Des mesures de bruit dans un dispositif de type Hanbury-Brown et Twiss [11] sont utilisées pour déterminer le nombre d'excitations propagées

à travers le système pour différents potentiels extérieurs périodiques (voir Fig. 2.11b). Ces études ont montré qu'un potentiel Lorentzien périodique (ce dernier aspect étant lié à des contraintes expérimentales de répétition) était associé au minimum du nombre d'excitations, comme attendu théoriquement [50] (voir Fig. 2.11c), confirmant ainsi la création et l'observation d'un train périodique de levitons.

La génération de levitons et donc d'électrons uniques, à l'aide d'impulsions de tension présente l'avantage notable de ne pas nécessiter de processus délicats de nanolithographie, ce qui en fait un candidat solide pour des applications en tant que source d'objets uniques. Il est donc pertinent et naturel de se poser la question de la transposition de cette physique au cas de l'effet Hall fractionnaire. Dans quelle mesure ce concept d'excitations minimales peut-il être étendu au cas fractionnaire ? Peut-on injecter des anyons uniques à l'aide d'impulsions de tension bien choisies ?

[P13] Excitations minimales dans le régime d'effet Hall quantique fractionnaire [*Minimal excitations in the fractional quantum Hall regime*, J. Rech, D. Ferraro, T. Jonckheere, L. Vannucci, M. Sassetti, T. Martin, Phys. Rev. Lett. **118**, 076801 (2017)]

Nous nous sommes ainsi concentrés sur un système composé d'une barre de Hall dans le régime d'effet Hall fractionnaire avec un facteur de remplissage dans la séquence de Laughlin $\nu = 1/(2n+1)$ ($n \in \mathbb{N}$) équipée d'un contact ponctuel quantique et dont l'un des états de bord est polarisé avec un potentiel extérieur $V(t)$ dépendant du temps (voir Fig. 2.12a). Ce système est décrit dans le cadre du modèle hydrodynamique donné par le Hamiltonien $H = H_0 + H_T$

$$H_0 = \frac{v_F}{4\pi} \int dx \left[(\partial_x \phi_R)^2 + (\partial_x \phi_L)^2 \right] \tag{2.19}$$

$$H_T = \Gamma(t) \psi_R^\dagger(0) \psi_L(0) + \text{H.c.} \tag{2.20}$$

où les champs bosoniques $\phi_{R,L}$ se propagent le long du bord avec une vitesse v_F et sont reliés par une identité de bosonisation à l'opérateur d'annihilation de quasi-particule anyonique $\psi_{R,L}(x) = \frac{U_{R,L}}{\sqrt{2\pi a}} e^{\pm i k_F x} e^{-i\sqrt{\nu}\phi_{R,L}(x)}$ (avec un paramètre de cutoff a et un facteur de Klein U_μ). Ici, nous nous sommes focalisés sur le régime de faible rétrodiffusion pour lequel le Hamiltonien qui décrit le couplage tunnel au niveau du QPC entre états de bord contre-propageant correspond à l'échange de quasi-particules. En outre, nous avons appliqué une transformation permettant de transférer la dépendance dans le potentiel extérieur vers la constante de couplage, définissant ainsi $\Gamma(t) = \Gamma_0 \exp\left(i e^* \int_{-\infty}^t dt' V(t') \right)$, où Γ_0 est la constante de couplage nue, et $e^* = \nu e$ est la charge fractionnaire.

Le potentiel d'excitation extérieur $V(t) = V_{dc} + V_{ac}(t)$ se décompose en une partie continue constante V_{dc} et une partie périodique en temps $V_{ac}(t)$, de période $T = 2\pi/\Omega$ et de moyenne nulle. La composante continue détermine la quantité de charge injectée dans l'état de bord par l'action de la tension appliquée. En utilisant le quantum de conductance fractionnaire G_0 de l'état de bord, on peut écrire la charge totale excitée

au cours d'une période, à savoir

$$Q = \int_0^T dt\langle I(t)\rangle = \int_0^T dt G_0 V(t) = \nu \frac{e^2}{2\pi} \int_0^T dt V(t) = qe \tag{2.21}$$

où $q = \frac{e^* V_{dc}}{\Omega}$ correspond au nombre d'électrons par impulsion. La composante périodique du potentiel d'excitation est quant à elle responsable de la phase accumulée que ressentent les quasi-particules $\varphi(t) = e^* \int_{-\infty}^t dt' V_{ac}(t')$. Cette phase est en particulier décrite à travers les composantes de Fourier p_l de $e^{-i\varphi(t)}$.

La propriété de transport qui nous intéresse dans ce système est le bruit photo-assisté, c'est-à-dire le bruit de courant à fréquence nulle mesuré en sortie du QPC et qui correspond donc aux corrélations du courant rétro-diffusé moyennées dans le temps :

$$\mathcal{S} = 2 \int d\tau \int_0^T \frac{d\bar{t}}{T} \left\langle \delta I_B \left(\bar{t} + \frac{\tau}{2}\right) \delta I_B \left(\bar{t} - \frac{\tau}{2}\right) \right\rangle \tag{2.22}$$

$$I_B(t) = ie^* \left[\Gamma(t)\psi_R^\dagger(0,t)\psi_L(0,t) - \text{H.c.}\right] \tag{2.23}$$

où $\delta I_B(t) = I_B(t) - \langle I_B(t)\rangle$. Dans le régime perturbatif, quand les conditions sont réunies pour l'émission d'excitations minimales, on s'attend à ce que ces dernières soient transmises indépendamment, conduisant à un bruit Poissonien. Il est donc naturel de caractériser les excitations minimales comme celles pour lesquelles le bruit en excès $\Delta\mathcal{S} = \mathcal{S} - 2e^*\overline{\langle I_B(t)\rangle}$ s'annule à température nulle, ce dernier étant donné au deuxième ordre par l'expression

$$\Delta\mathcal{S} = \frac{2}{T}\left(\frac{e^*\Gamma_0}{v_F}\right)^2 \left(\frac{a\Omega}{v_F}\right)^{2\nu-2} \frac{1}{\Gamma(2\nu)} \sum_l P_l \left|l+q\right|^{2\nu-1} \left[1 - \text{sgn}\left(l+q\right)\right] \tag{2.24}$$

où $P_l = |p_l|^2$ correspond à la probabilité pour une quasi-particule soumise au potentiel d'excitation d'absorber ou d'émettre l photons. Nous avons ainsi analysé les variations de ce bruit en excès en fonction du nombre d'électrons par impulsion pour différents profils du potentiel d'excitation et différentes températures dans le cas $\nu = 1/3$ (voir Fig. 2.12b). Il ressort qu'à température nulle, seul le potentiel Lorentzien périodique conduit à un bruit en excès nul pour des valeurs spécifiques du nombre d'électrons q. Ceci confirme l'existence d'impulsions optimales et donc d'excitations minimales dans le régime d'effet Hall quantique fractionnaire, sous forme de levitons. De manière plus surprenante, cependant, cette annulation du bruit en excès se produit pour des valeurs entières de q, signalant que bien que les levitons soient des excitations minimales aussi dans le fractionnaire, ils ne correspondent pas à une charge fractionnaire, mais plutôt transportent un nombre entier d'électrons. D'une part, cela nous montre que les levitons entiers restent des excitations minimales même en présence de très fortes interactions électron-électron. D'autre part, ces résultats suggèrent qu'il n'est pas possible d'exciter des quasi-particules uniques en utilisant une tension Lorentzienne périodique quantifiée. Nous avons aussi pu montrer qu'aucun autre choix de

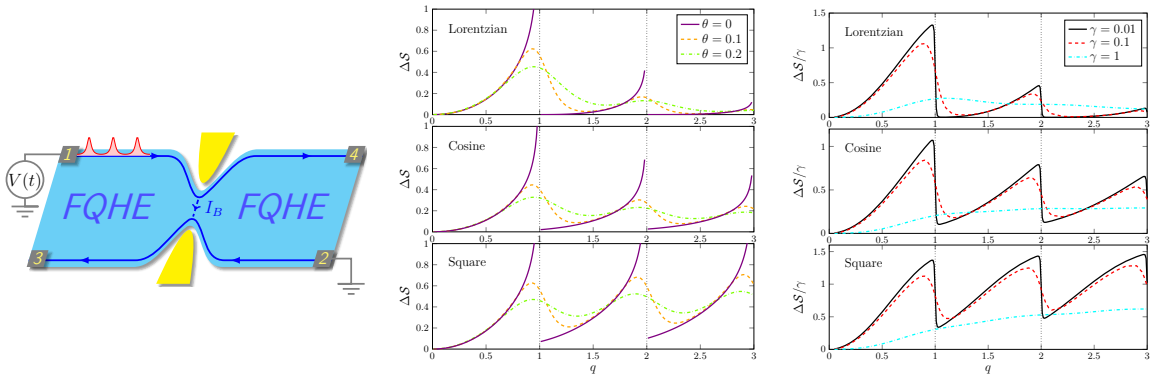

FIGURE 2.12 – Représentation schématique du dispositif (gauche). Bruit en excès en fonction de nombre d'électrons par impulsion q à remplissage $\nu = 1/3$ pour différents potentiels d'excitations et différentes températures (milieu). Même quantité dans le cas non-perturbatif à $\nu = 1/2$ pour différents couplages au niveau du QPC (droite).

potentiel d'excitation ne conduisait à l'annulation du bruit en excès pour des valeurs fractionnaires du nombre d'électrons injectés.

Pour aller au-delà du régime de faible rétro-diffusion, nous avons cherché à développer une approche non-perturbative exacte, pour le remplissage spécifique $\nu = 1/2$. Bien que cette valeur de remplissage ne corresponde pas à un état de Hall incompressible, elle nous apporte d'importants enseignements sur le comportement attendu pour des valeurs physiques du remplissage, au-delà du régime de faible rétro-diffusion. Ce formalisme s'appuie sur une extension au cas d'une tension périodique de l'approche de refermionisation [51, 52] permettant in fine de calculer le bruit en excès pour différents profils de tension extérieure et différentes valeurs du couplage au niveau du QPC (voir Fig. 2.12c). Pour un faible couplage entre les états de bord contre-propageant, le bruit en excès montre la présence de structures qui rappellent celles observées dans le calcul perturbatif à $\nu = 1/3$, et seul le potentiel Lorentzien périodique conduit à un bruit en excès approchant zéro pour un nombre entier d'électrons injectés. Au fur et à mesure que le couplage augmente, la position de ces minima se déplacent légèrement, puis à fort couplage, le bruit s'uniformise et perd toute structure, quel que soit la forme du potentiel appliqué.

Nous nous sommes aussi intéressés à l'exploration des levitons dans le domaine temporel à travers un dispositif d'interférométrie Hong-Ou-Mandel (HOM) [28] (voir Fig. 2.13a). En polarisant les deux états de bord en entrée du QPC, nous étudions les collisions d'excitations synchronisées et la physique des interférences à deux particules. Bien que cela ne représente pas un diagnostic des excitations minimales (voir Fig. 2.13b), cette étude révèle le caractère singulier des levitons puisque ces derniers conduisent à l'apparition d'un dip dans le bruit normalisé qui dans le cas $q = 1$

prend une forme totalement universelle, indépendante à la fois de la température et du remplissage (allant jusqu'à reproduire le cas $\nu = 1$ [50]).

Enfin, nous avons pu noter que le courant rétro-diffusé moyenné sur une période présentait des structures marquées en fonction de q, au contraire du comportement ohmique observé dans le cas de l'effet Hall entier. Là encore, ces structures ne peuvent être utilisées comme un diagnostic des excitations minimales puisqu'elles sont présentes pour tout potentiel d'excitation et diffèrent assez peu. En revanche, l'espacement entre ces structures offre la possibilité d'accéder à la charge fractionnaire e^* des quasi-particules de Laughlin, et constitue en cela une alternative intéressante aux expériences de bruit de grenaille en tension continue [53, 54].

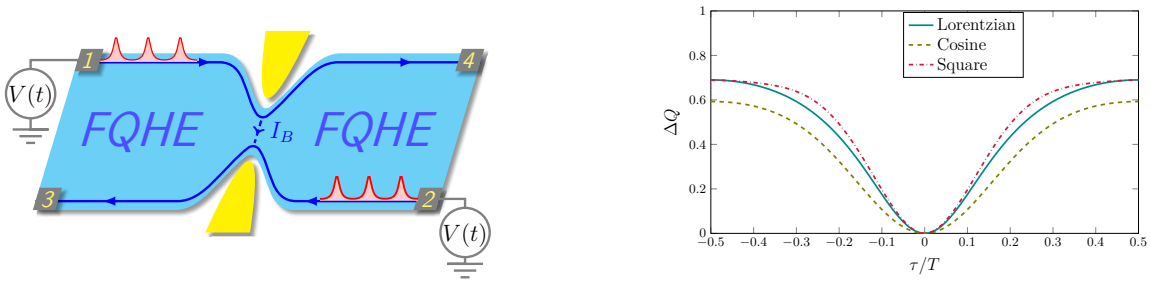

Figure 2.13 – Représentation schématique du dispositif d'interférométrie HOM (gauche). Bruit HOM normalisé dans le cas de potentiels quantifiés à $q = 1$ pour une barre de Hall à remplissage $\nu = 1/3$ dans le régime de faible rétro-diffusion pour différents potentiels appliqués (droite).

2.5 Interférométrie au-delà de l'effet Hall

La versatilité des expériences d'interférométrie électronique fait qu'elles se prêtent aussi à des applications intéressantes et inédites dans des dispositifs très différents de ceux présentés précédemment, offrant ainsi une revisite de certains aspects fondamentaux de l'optique quantique.

Nous explorons ici deux scénarios d'optique quantique électronique dans des systèmes au-delà du régime d'effet Hall usuel, en s'intéressant tout d'abord à la physique des isolants topologiques, puis à celle de la supraconductivité par effet de proximité.

[P14] Interférométrie Hong-Ou-Mandel dans les isolants topologiques 2D [*Electronic Hong-Ou-Mandel interferometry in 2D topological insulators*, D. Ferraro, C. Wahl, J. Rech, T. Jonckheere, T. Martin, Phys. Rev. B **89**, 075407 (2014)]

Les isolants topologiques bidimensionnels constituent un nouvel état de la matière prédit théoriquement et observé expérimentalement dans les puits quantiques

CdTe/HgTe et dans des structures à base de GaSb et InAs. Cet état est caractérisé par un gap dans le volume ("bulk") du matériau, et par la présence de modes de conduction singuliers prenant la forme d'états de bord hélicoïdaux où les électrons de spin opposé se propagent le long du bord dans des directions différentes, une conséquence directe du fort couplage spin-orbite dans ces systèmes. Du fait de leur structure topologique similaire à celle de l'effet Hall entier, on parle souvent pour ces systèmes d'effet Hall quantique de spin (ou QSH pour "quantum spin Hall").

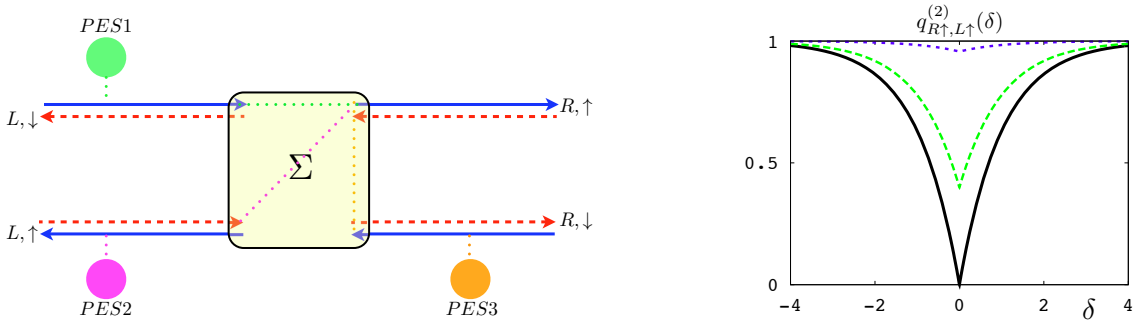

FIGURE 2.14 – Schéma du dispositif : deux états de bord d'un isolant topologique 2D sont couplés par une région de diffusion Σ, et sont équipés de trois sources d'électrons (gauche). Évolution du bruit HOM normalisé dans le cas de collisions entre électrons $(R,\uparrow)$ et $(L,\uparrow)$ en fonction du délai entre injections pour différentes valeurs des paramètres de diffusion au QPC (droite).

L'existence de tels états de bord protégés topologiquement et les propriétés si particulières de ces derniers font de ce système un candidat idéal pour un dispositif interférométrique dans le contexte de l'optique quantique électronique. Dans cette perspective, plusieurs scénarios ont été proposés pour étendre à ces matériaux le concept de source d'électrons à la demande [55, 56]. Dans tous les cas, il s'agit d'injecter pour chaque période du potentiel d'excitation deux électrons (ou deux trous) de spin opposé, offrant ainsi la possibilité d'équiper ces états de bord hélicoïdaux de source de paires d'électrons (ou PES pour "pair-electron source").

Nous avons ainsi considéré un dispositif consistant en une barre de Hall dans l'effet Hall quantique de spin, équipé d'un contact ponctuel quantique (voir Fig. 2.14a). Le long de l'état de bord supérieur, les électrons de spin "up" se propagent vers la droite et ceux de spin "down" vers la gauche (et l'opposé se produit sur l'état de bord inférieur). Trois processus de diffusion sont possibles au niveau du QPC car compatibles avec la symétrie par retournement du temps : diffusion préservant le spin, diffusion renversant le spin et rétro-diffusion préservant le spin. En outre, le dispositif considéré peut contenir jusqu'à trois sources d'électrons, capable chacune d'injecter une paire d'électrons de spins et de directions de propagation opposés.

Nous nous sommes donc intéressés à des collisions électron-électron dans le cadre de l'interférométrie HOM (ce qui revient à éteindre une des trois sources équipant la barre de Hall). Nous avons alors pu montrer que la corrélation entre projection du spin et direction de propagation caractéristique des isolants topologiques 2D conduisait à une riche phénoménologie.

Tout d'abord, dans le cas d'une injection sur les bords $(R,\uparrow)$ et $(L,\uparrow)$ (sources PES1 et PES3), nous avons observé un dip dans le bruit HOM normalisé en fonction du délai entre paquets d'onde. Ce cas de figure correspond à la transposition directe aux isolants topologiques 2D de la physique observée dans l'effet Hall entier, et on parlera ainsi de dip de Pauli puisqu'il s'agit là d'une manifestation du principe de Pauli. Il est à noter cependant que contrairement au cas de l'effet Hall entier à $\nu = 1$, ce dip présente un contraste non-optimal (voir Fig. 2.14b), qui en outre dépend crucialement des degrés de liberté internes au QPC. Ceci est une conséquence de la présence d'autres canaux de diffusion au niveau du QPC : le surcroît de bruit de partition lié à ces canaux supplémentaires n'est en général pas exactement compensé par la réduction du bruit associée au principe de Pauli.

De même, il est possible de sonder les collisions impliquant les électrons $(R,\uparrow)$ et $(R,\downarrow)$ (sources PES1 et PES2). Cependant, il apparaît en observant le Hamiltonien décrivant le QPC que ce processus est fondamentalement équivalent au précédent, et que ces derniers sont couplés par l'échange des contributions conservant et renversant le spin.

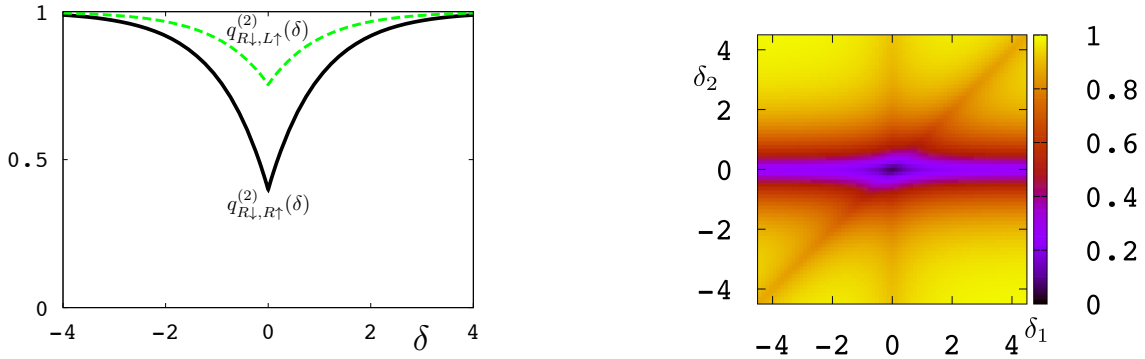

Figure 2.15 – Évolution du bruit HOM normalisé dans le cas de collisions entre électrons $(R,\uparrow) - (R,\downarrow)$ et $(R,\downarrow) - (L,\uparrow)$ en fonction du délai entre injections pour différentes valeurs des paramètres de diffusion au QPC (gauche).

La possibilité la plus fascinante consiste à observer les propriétés d'interférences à travers la collision d'électrons de spins et de direction opposés, à savoir $(R,\uparrow)$ et $(L,\downarrow)$ (sources PES2 et PES3). Là encore, le bruit HOM est marqué par la présence d'un dip dans le cas d'injections synchronisées, toutefois la physique n'est pas liée au principe

de Pauli. La possibilité d'observer une telle réduction du bruit dans le cas de collisions d'électrons de spin opposé est en fait liée aux contraintes spécifiques résultant de la symétrie de renversement du temps et de la conservation de la charge dans ces systèmes [57]. Ce phénomène est connu sous le nom de "dip $\mathbb{Z}_2$" (voir Fig. 2.15a).

Il est à noter que dans tous les cas d'interférométrie à deux électrons, l'évolution du bruit HOM en fonction des délais d'injection et en particulier la visibilité des dips dépendent sensiblement des caractéristiques de la région de diffusion entre les deux bords. Ainsi, les résultats de l'interférométrie HOM peuvent être mis à profit pour déterminer les propriétés du QPC, fournissant une information sur l'importance relative des amplitudes de diffusion microscopiques préservant ou renversant le spin.

Enfin, le dispositif considéré offre une dernière possibilité, unique en son genre, celle d'opérer simultanément les trois sources et d'explorer ainsi le cas fascinant des collisions à 3 électrons. Dans le cas d'une parfaite synchronisation des trois sources, nous avons pu montré que ce type d'interférométrie conduisait systématiquement à une suppression totale du bruit, indépendamment des caractéristiques de la région de diffusion (voir Fig. 2.15b). Cette propriété résulte de l'interaction particulière entre statistique fermionique d'une part et symétrie par renversement du temps d'autre part, conduisant au final à l'absence de bruit de partition dans le canal mesuré. Ce dip apparaît donc comme une propriété spécifique des états de bord hélicoïdaux des isolants topologiques bidimensionnels. Tandis que le contraste est nécessairement maximal, la forme du dip en fonction des délais d'injection entre les trois sources dépend quant à elle fortement des paramètres microscopiques du QPC.

[P15] Interférence non-locale et collisions Hong-Ou-Mandel de quasi-particules de Bogoliubov [*Nonlocal interference and Hong-Ou-Mandel collisions of single Bogoliubov quasiparticles*, D. Ferraro, J. Rech, T. Jonckheere, T. Martin, Phys. Rev. B **91**, 075406 (2014)]

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à une extension des expériences d'interférométrie Hong-Ou-Mandel, permettant d'inclure des effets dépassant le cadre strict de l'effet Hall quantique entier. En particulier, motivés par nos travaux sur l'interférométrie impliquant à la fois des électrons et des trous (voir Sec. 2.2.2), nous nous sommes focalisés ici sur la possibilité de collisions de quasi-particules de Bogoliubov, c'est-à-dire de superpositions quantiques électron-trou.

Le dispositif en question consiste en un gaz d'électrons bidimensionnel dans le régime de l'effet Hall quantique entier à remplissage $\nu = 2$ (pour lequel on néglige les interactions intra-bord), où les deux états de bord contre-propageant sont localement rendus supraconducteurs par effet de proximité sur une région définie. Le processus de réflexion d'Andreev convertit alors les électrons, injectés par l'intermédiaire d'une source d'électrons uniques standard, en quasi-particules de Bogoliubov (voir Fig. 2.16a). Il s'agit là d'une adaptation au contexte de l'optique quantique électronique – permettant l'étude de la collision de quasi-particules uniques – d'une proposition théorique impliquant l'application d'une tension extérieure continue et la

mesure de bruit à haute fréquence [58].

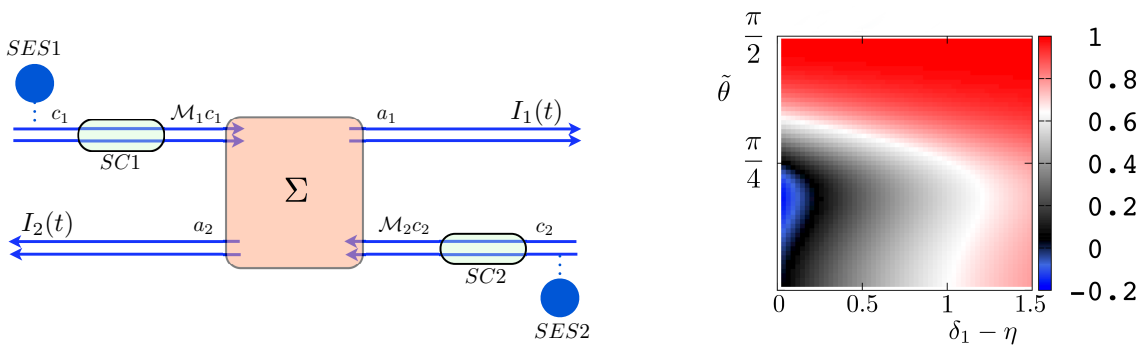

Figure 2.16 – Schéma du dispositif présentant les deux sources d'électrons, les régions supraconductrices et le contact ponctuel quantique (gauche). Courbes de densité du bruit HOM normalisé en fonction de l'angle de mélange et du décalage temporel entre les sources, dans le cas d'une collision entre un électron et une quasi-particule de Bogoliubov (droite).

Nous avons donc tout d'abord cherché à caractériser le type d'excitations qui arrivent sur le QPC. Suite à l'injection d'un électron de spin "up" $|e,\uparrow\rangle$, l'effet de la traversée de la zone de proximité du supraconducteur se ramène à l'action d'une matrice de transfert [59] de sorte que l'objet résultant en sortie de la zone de proximité supraconductrice est une quasi-particule de Bogoliubov donnée par la superposition d'un électron et d'un trou de spin opposé suivant

$$|\mathcal{B}\rangle = \cos\tilde{\theta}|e,\uparrow\rangle + \sin\tilde{\theta}e^{-i\Phi}|h,\downarrow\rangle \tag{2.25}$$

où l'angle de mélange $\tilde{\theta}$ et la phase Φ sont des paramètres dépendant des propriétés microscopiques du système : phase et gap supraconducteur, taille de la région de proximité, vitesse de propagation le long du bord, champ magnétique extérieur, ...

Cette caractérisation nous permet de calculer le courant en sortie de la zone de proximité. Ce dernier est réduit par rapport au courant en entrée (directement injecté par la source) d'un facteur $\cos(2\tilde{\theta})$ correspondant à la différence entre la probabilité $\mathcal{P}_e = \cos^2\tilde{\theta}$ qu'un électron incident ressorte comme un électron, et la probabilité $\mathcal{P}_h = \sin^2\tilde{\theta}$ qu'il soit converti en trou. De même, nous avons pu extraire les fluctuations du courant et montrer que ces dernières étaient proportionnelles au produit $\mathcal{P}_e \times \mathcal{P}_h$. Outre les cas limites $\tilde{\theta} = 0$ et $\tilde{\theta} = \pi/2$, ces résultats font ressortir la particularité du cas $\tilde{\theta} = \pi/4$ pour lequel les contributions "électron" et "trou" du courant se compensent exactement, conduisant à un courant nul incident sur la zone de diffusion mais où les fluctuations du courant sont maximales.

Nous avons alors étudié le résultat des expériences de Hanbury-Brown et Twiss (HBT), et de Hong-Ou-Mandel (HOM), en fonction de l'angle de mélange qui contrôle

le contenu en électron et en trou des quasi-particules de Bogoliubov envoyées vers le QPC. Dans le cas HBT, nous obtenons un bruit de partition associé à la charge de la quasi-particule de Bogoliubov, proportionnel au carré de la charge transportée par le paquet d'onde incident sur le contact ponctuel. En particulier, ce bruit HBT s'annule exactement dans le cas $\tilde{\theta} = \pi/4$ correspondant à une superposition symétrique électron-trou (puisqu'il s'agit dans ce cas d'une excitation individuelle transportant une charge nulle). Il s'avère que du fait de l'interférence électron-électron et trou-trou, ce cas particulier de quasi-particule de Bogoliubov conduit aussi à une contribution maximale au bruit HOM. Plus intéressant encore, pour des excitations identiques, le bruit HOM est alors dépendant de la différence de phase supraconductrice entre les deux sources. Cette dépendance non-locale provient d'un effet de corrélation de deuxième ordre puisqu'il affecte seulement les corrélations de courant et non pas le courant lui-même qui, lui, reste indépendant de la phase supraconductrice.

Enfin, nous avons pu montrer qu'il était possible d'extraire des informations sur la structure interne des excitations de Bogoliubov, à l'aide d'une forme de spectroscopie HOM. L'idée consiste à réaliser un interféromètre où une quasi-particule de Bogoliubov entre en collision avec un état de référence connu et contrôlé, par exemple un électron émis par une source d'électrons uniques. Ainsi, le signe du bruit maximal obtenu dépend du caractère dominant de la quasi-particule (électron ou trou), une propriété qui peut même survivre pour des injections décalées dans le temps, ouvrant la voie à une forme de protocole de tomographie de Bogoliubov (voir Fig. 2.16b).

Chapitre 3

Perspectives et projets

Mes projets s'articulent autour de deux grands axes : d'une part des activités dans la continuité de celles qui m'ont occupé depuis mon arrivée au CPT, et d'autre part des projets "en rupture", abordant de nouvelles thématiques (tout en restant dans le cadre du transport quantique mésoscopique). Les sections suivantes présentent succinctement les idées centrales de ces travaux à venir.

3.1 Prolongements naturels

Les activités de recherche menées ces dernières années ouvrent de nombreuses perspectives nouvelles autour desquelles j'ai l'intention de travailler dans le futur. Comme les travaux présentés dans ce mémoire, ces projets peuvent s'organiser autour de deux thématiques principales.

3.1.1 Systèmes supraconducteurs multi-terminaux

En particulier, un nouvel outil particulièrement performant a été mis en place lors de l'étude du gap de proximité : il s'agit de la théorie de circuit quasi-classique. Cette méthode, largement numérique, permet de traiter des systèmes étendus et désordonnés en résolvant une version simplifiée des équations d'Usadel. Dans notre cas, elle est particulièrement pertinente pour faire le lien avec l'expérience. En effet, les expériences couplant de multiples électrodes supraconductrices à des points quantiques exigent des techniques de nano-fabrication avancées. D'autres approches consistant à coupler les électrodes à de grandes régions métalliques sont plus faciles à réaliser et ce sont celles qui prévalent à l'heure actuelle. En revanche, la description théorique correspondante fait la part belle aux effets de déphasage, que nos approches à base de points quantiques ne prenaient pas en compte. Il serait donc utile d'étudier la bijonction supraconductrice sous ce nouvel angle, et de déterminer dans quel mesure les effets de déphasage perturbent les processus multi-paires prédits dans ces dispositifs. Cela permettrait une comparaison quantitative avec l'expérience et pourrait renforcer le caractère non-ambigu des signatures observées.

Jusqu'à présent, tous nos travaux se sont concentrés sur les calculs de courant dans des situations de tensions commensurables (et plus particulièrement d'électrodes supraconductrices polarisées à $+V$, 0 et $-V$). Il serait utile d'étudier comment le courant évolue lors du passage de la "résonance de quartets", c'est-à-dire en partant d'une situation de tensions générales puis en les faisant varier progressivement jusqu'à atteindre la commensurabilité. Cette question est particulièrement délicate à aborder avec les outils numériques développés jusqu'ici. En effet, ces derniers reposent sur un développement périodique à la fréquence Josephson qui n'est plus valide dans le cas incommensurable, nécessitant la mise en place de nouvelles approches numériques.

En outre, pour aller au-delà des travaux envisagés jusqu'ici, il serait intéressant de considérer le bruit associé au courant continu résultant de l'échange de multiples paires de Cooper. En effet, comme nous l'avons montré, ce courant est une généralisation du courant Josephson, impliquant plusieurs paires de Cooper délocalisées. Or le courant Josephson usuel dans une jonction supraconductrice a la propriété de ne pas générer de bruit à température nulle. Dès lors, qu'advient-il du "bruit des quartets", c'est-à-dire des corrélations du courant multi-paires ? Peut-on envisager que ce dernier s'annule, héritant cette caractéristique du courant Josephson, ou au contraire s'agissant d'une propriété intrinsèquement hors-équilibre, qu'il présente des signatures de bruit non-triviales ? Ces corrélations de courant pourraient être déterminées idéalement dans les deux structures principales envisagées : les jonctions impliquant des dots (à l'aide de calculs faisant intervenir le formalisme de Keldysh) ou celles impliquant des îlots métalliques (en utilisant la théorie de circuit quasi-classique). Là encore, une comparaison des signatures observées dans ces deux types de dispositifs serait souhaitable pour mieux comprendre les effets de déphasage et les résultats expérimentaux.

Enfin, un aspect important de la physique des points quantiques est l'énergie de charge associée à leur occupation : du fait de l'interaction de Coulomb, la double occupation du point quantique est très défavorable énergétiquement. Cet effet, qui est susceptible de profondément modifier la dynamique du système, peut être négligé dans le cas de points quantiques "ouverts", c'est-à-dire fortement couplés aux électrodes, tels que nous les avons considéré jusqu'ici. Il serait cependant intéressant de prendre en compte les effets de répulsion Coulombienne et étudier dans quelle mesure les processus multi-paires sont impactés par ces derniers. Plusieurs directions sont envisageables, allant de traitements relativement accessibles à base d'équations maîtresses, à des approches beaucoup plus lourdes s'appuyant sur des traitements perturbatifs conservatifs à la Kadanoff-Baym.

3.1.2 Optique quantique électronique

Ces projets sont dans la droite ligne de nos travaux sur la décohérence à $\nu = 2$ en cela qu'ils se focalisent sur l'impact des interactions dans le cadre de l'interférométrie électronique, en particulier la caractérisation et les signatures de tels effets dans

les corrélations de type HBT ou HOM. Une meilleure compréhension des effets d'interaction constitue une étape indispensable pour contrôler et limiter la décohérence électronique.

Cela consisterait tout d'abord en l'étude des interactions au niveau du QPC entre états de bord contre-propageant. En effet, la proximité des états de bord au niveau du contact ponctuel quantique suggère que l'interaction Coulombienne devrait y jouer un rôle important. L'approche analytique la plus prometteuse à ce niveau consiste à utiliser la bosonisation pour recombiner les deux états de bord chiraux contre-propageant (fortement) couplés capacitivement en un unique liquide de Luttinger non-chiral inhomogène. On s'attendrait alors à voir apparaître des signatures similaires à ce qui est observé pour l'interféromètre de Fabry-Pérot, avec des exposants non-entiers pour les fonctions de corrélation.

Mais l'aspect le plus intéressant serait de traiter un système fortement corrélé, où les interactions atteignent leur paroxysme, au point de changer la description du système jusque dans son état fondamental : le régime d'effet Hall quantique fractionnaire. Maintenant que nous avons montré la possibilité d'émettre des quasi-particules et des électrons de façon contrôlée, il serait intéressant d'étudier les analogues des expériences d'interférométrie HBT et HOM, et de déterminer dans quelle mesure cela conduit à une physique dramatiquement différente, du fait de la charge et de la statistique fractionnaire des quasi-particules.

On s'attachera en particulier à étudier l'expérience HOM, dans laquelle deux objets (quasi-particules ou électrons) injectés par deux sources différentes sont envoyés sur le QPC avec un décalage temporel contrôlé. La répartition de ces objets en sortie en fonction de ce décalage temporel est alors fortement conditionnée par leur statistique, offrant la possibilité intéressante dans le cas de l'effet Hall fractionnaire d'analyser l'impact de la statistique anyonique, et de déterminer si cette dernière conduit à une signature claire dans la visibilité du dip ou dans sa forme. En outre, la description du contact ponctuel quantique étant particulièrement délicate dans le cas fractionnaire (comportement fortement non-linéaire), nous nous intéresserons plus spécifiquement aux régimes de faible et de forte rétro-diffusion, où le comportement est tantôt décrit comme le transfert de quasi-particules ou d'électrons.

Enfin, en fonction des résultats obtenus, et en particulier si ces derniers suggèrent que l'angle statistique n'est pas accessible par les expériences d'interférométrie considérées, il faudra envisager des géométries plus complexes, par exemple faisant intervenir deux contacts ponctuels quantiques successifs.

3.2 Nouvelles thématiques

J'envisage de m'intéresser à plusieurs nouvelles thématiques, apparues au gré de collaborations récentes.

3.2.1 Électronique moléculaire

Des discussions informelles ont été nouées avec le groupe de N. Clément (IEMN, Villeneuve d'Ascq) depuis plusieurs années. Ces dernières ont abouti récemment à une idée de projet pertinent portant sur l'électronique moléculaire. En effet, des expériences ont récemment vu le jour pour lesquelles des films uni-moléculaires (typiquement une centaine de molécules) sont déposés sur des nano-plots d'or, permettant de mesurer leurs propriétés collectives de transport à l'aide d'une pointe STM (Scanning Tunneling Microscopy). Il s'agirait alors de réaliser une étude statistique de la conductance à travers plusieurs milliers de ces ensembles de molécules en vue d'estimer le couplage inter-moléculaire à l'intérieur des films, avec des applications de micro-électronique vers les transistors organiques et les diodes électro-luminescentes. En effet, l'estimation de l'énergie de couplage entre molécules à l'aide de propriétés de transport électronique reste un challenge dans ce domaine, et bien que des méthodes alternatives existent, elles ne sont pas toujours adaptées au type de molécules considérées (en particulier, les molécules d'intérêt en biologie). Moyennant certains efforts de modélisation, le formalisme de fonctions de Green que nous utilisons pour calculer les propriétés de transport de nano-systèmes devrait être adaptable à ce type de dispositifs, permettant de générer des histogrammes de conductance que l'on pourrait alors confronter aux résultats expérimentaux. D'autres aspects pourraient ensuite être explorés, allant de l'effet de la distribution des couplages, à celui du nombre de molécules par nano-plot, en passant par l'évaluation du courant plutôt que de la conductance (plus difficile sur le plan théorique, mais plus pertinent expérimentalement puisque permettant d'accéder à des tensions plus élevées).

3.2.2 Supraconducteurs topologiques

Un autre axe de recherche concerne les supraconducteurs topologiques et plus particulièrement la physique des fermions de Majorana. En effet, il a été proposé que pour un fil isolant topologique rendu supraconducteur par effet de proximité, ces nouveaux états d'énergie nulle émergeaient, localisés près des extrémités du fil. Les premières tentatives d'observation de ces fermions de Majorana s'appuient sur des mesures de densité d'états locale, et restent à ce jour ambiguës. J'envisage dans les années à venir d'étudier de nouveaux protocoles basés sur des systèmes multi-terminaux, qui pourraient à terme permettre une caractérisation fiable de ces nouveaux états, par exemple par des signatures de bruit spécifiques dans un dispositif similaire au séparateur de paires de Cooper. En outre, ces systèmes offrent la possibilité intéressante de coupler entre eux plusieurs fermions de Majorana, ouvrant dès lors la voie à la physique du tressage (les états de Majorana ayant une statistique d'échange non-triviale). Ces calculs seraient réalisés à l'aide d'un formalisme de fonctions de Green hors-équilibre (Keldysh) qu'il faudrait adapter aux spécificités des supraconducteurs topologiques. Ceci permettrait en outre une description plus réaliste de ces systèmes que les mo-

dèles effectifs se focalisant sur les degrés de liberté de basse énergie, puisqu'il prend en compte l'effet des quasi-particules situées au-delà du gap. Il s'agit là d'un sujet particulièrement actif dans la communauté, qui nécessiterait donc un investissement important à court terme pour être susceptible de déboucher sur une série de résultats nouveaux.

3.2.3 Propriétés thermoélectriques des nano-systèmes

Le rapide développement des nanotechnologies a généré un fort attrait pour les effets quantiques sur le transport d'électrons aux échelles sub-micrométriques. Cependant, la question des aspects thermodynamiques, tels que le transport de chaleur ou la conversion de puissance reste un challenge difficile dans les systèmes nanoscopiques. Le but de ce projet serait de mettre à profit l'expérience de transport dans les conducteurs unidimensionnels, en particulier dans le régime de l'effet Hall quantique, pour s'intéresser aux aspects de courant d'énergie et de chaleur, mais aussi aux corrélations de ces courants (bruit de chaleur, ou bruit mixte charge-chaleur). On pourrait en particulier s'intéresser aux possibilités qu'offrent l'émission d'électrons uniques (via une source spécifique ou l'application d'un potentiel dépendant du temps) pour étudier comment la chaleur est transportée dans le système et s'il est envisageable dans une certaine mesure de découpler cette physique du transport de charge.

Bibliographie

[1] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity : Second Edition.* Dover Books on Physics. Dover Publications, 2004.

[2] R.P. Riwar, M. Houzet, J.S. Meyer, and Y.V. Nazarov. *Nature Comm.*, 7 :11167, 2016.

[3] J.S. Meyer and M. Houzet. *Phys. Rev. Lett.*, 119 :136807, 2017.

[4] A.F. Andreev. Thermal conductivity of the intermediate state of superconductors. *Sov. Phys. JETP.*, 19 :1228, 1964.

[5] B. D. Josephson. *Phys. Lett.*, 1 :251, 1962.

[6] Y. Meir and N.S. Wingreen. *Phys. Rev. Lett.*, 68 :2512, 1992.

[7] G. B. Lesovik and R. Loosen. *JETP Lett.*, 65 :295, 1997.

[8] U. Gavish, Y. Levinson, and Y. Imry. *Phys. Rev. B*, 62 :R10637, 2000.

[9] R. Aguado and L. P. Kouwenhoven. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :1986, 2000.

[10] P.-M. Billangeon, F. Pierre, H. Bouchiat, and R. Deblock. *Phys. Rev. Lett.*, 96 :136804, 2006.

[11] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. Correlation between photons in two coherent beams of light. *Nature*, 177 :27, 1956.

[12] M. P. Anantram and S. Datta. *Phys. Rev. B*, 53 :16390, 1996.

[13] J. Torrès and T. Martin. *Eur. Phys. J. B*, 12 :319, 1999.

[14] J. Torrès, T. Martin, and G. B. Lesovik. *Phys. Rev. B*, 63 :134517, 2001.

[15] L. Hofstetter, S. Csonka, J. Nygard, and C. Schönenberger. *Nature*, 461 :960, 2009.

[16] L.G. Herrmann, F. Portier, P. Roche, A.L. Yeyati, T. Kontos, and C. Strunk. *Phys. Rev. Lett.*, 104 :026801, 2010.

[17] A. Das, Y. Ronen, M. Heiblum, D. Mahalu, A.V. Kretinin, and H. Shtrikman. *Nature Comm.*, 3 :1165, 2012.

[18] A. Freyn, B. Douçot, D. Feinberg, and R. Mélin. *Phys. Rev. Lett.*, 106 :257005, 2011.

[19] A. Pfeffer, J.E. Duvauchelle, H. Courtois, R. Mélin, D. Feinberg, and F. Lefloch. *Phys. Rev. B*, 90 :075401, 2014.

[20] A. I. Larkin and Yu. V. Ovchinninkov. *Sov. Phys. JETP*, 41 :960, 1975.

[21] Yu. V. Nazarov. *Superlattices Microstruct.*, 25 :1221, 1999.

[22] R.S. Deacon, A. Oiwa, J. Sailer, S. Baba, Y. Kanai, K. Shibata, K. Hirakawa, and S. Tarucha. *Nature Comm.*, 6 :7446, 2015.

[23] S. A. Kivelson and B. Z. Spivak. *Phys. Rev. B*, 45 :10490, 1992.

[24] S. Hershfield. *Phys. Rev. B*, 46 :7061, 1992.

[25] L.P. Kadanoff and G. Baym. *Quantum statistical mechanics : Green's function methods in equilibrium and nonequilibrium problems.* Frontiers in physics. W.A. Benjamin, 1962.

[26] J.M. Luttinger and J.C. Ward. *Phys. Rev.*, 118 :1417, 1960.

[27] D.S. Fisher and P.A. Lee. *Phys. Rev. B*, 23 :6851, 1981.

[28] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :2044, 1987.

[29] L.J. Geerligs, V.F. Anderegg, P.A.M. Holweg, J.E. Mooij, H. Pothier, D. Esteve, C. Urbina, and M.H. Devoret. *Phys. Rev. Lett.*, 64 :2691, 1990.

[30] H. Pothier, P. Lafarge, C. Urbina, D. Esteve, and M.H. Devoret. *Europhys. Lett.*, 17 :249, 1992.

[31] C. Leicht, P. Mirovsky, B. Kaestner, F. Hohls, V. Kashcheyevs, E. V. Kurganova, U. Zeitler, T. Weimann, K. Pierz, and H. W. Schumacher. Generation of energy selective excitations in quantum hall edge states. *Semicond. Sci. and Tech.*, 26 :055010, 2011.

[32] J.M. Shilton, V.I. Talyanskii, M. Pepper, D.A. Ritchie, J.E.F. Frost, C.J.B. Ford, C.G. Smith, and G.A.C. Jones. *J. Phys. Condens. Matter*, 8 :L531, 1996.

[33] S. Hermelin, S. Takada, M. Yamamoto, S. Tarucha, A. D. Wieck, L. Saminadayar, C. Bäuerle, and T. Meunier. Electrons surfing on a sound wave as a platform for quantum optics with flying electrons. *Nature*, 477 :435–438, 2011.

[34] R. P. G. McNeil, M. Kataoka, C. J. B. Ford, C. H. W. Barnes, D. Anderson, G. A. C. Jones, I. Farrer, and D. A. Ritchie. On-demand single-electron transfer between distant quantum dots. *Nature*, 477 :439–442, 2011.

[35] J. Keeling, I. Klich, and L. S. Levitov. Minimal-excitation states of electrons in one-dimensional wires. *Phys. Rev. Lett.*, 97 :116403, 2006.

[36] M. Büttiker, H. Thomas, and A. Prêtre. *Physics Letters A*, 180 :364, 1993.

[37] J. Gabelli, G. Fève, J.-M. Berroir, B. Plaçais, A. Cavanna, B. Etienne, Y. Jin, and D. C. Glattli. *Science*, 313 :499, 2006.

[38] G. Fève, A. Mahé, J.-M. Berroir, T. Kontos, B. Plaçais, D. C. Glatti, A. Cavanna, B. Etienne, and Y. Jin. An on-demand coherent single-electron source. *Science*, 316 :1169, 2007.

[39] A. Mahé, F. D. Parmentier, E. Bocquillon, J.-M. Berroir, D. C. Glatti, T. Kontos, B. Plaçais, G. Fève, A. Cavanna, and Y. Jin. Current correlations of an on-demand single electron emitter. *Phys. Rev. B*, 82 :201309, 2010.

[40] F. D. Parmentier, E. Bocquillon, J.-M. Berroir, D. C. Glattli, B. Plaçais, G. Fève, M. Albert, C. Flindt, and M. Büttiker. Current noise spectrum of a single particle emitter : theory and experiment. *Phys. Rev. B*, 85 :165438, 2011.

[41] S. Ol'khovskaya, J. Splettstoesser, M. Moskalets, and M. Büttiker. Shot noise of a mesoscopic two-particle collider. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :166802, 2008.

[42] E. Bocquillon, V. Freulon, J.-M. Berroir, P. Degiovanni, B. Plaçais, A. Cavanna, Y. Jin, and G. Fève. Coherence and indistinguishability of single electron wavepackets emitted by independent sources. *Science*, 339(6123) :1054–1057, 2013.

[43] E. Bocquillon, V. Freulon, J.-M. Berroir, P. Degiovanni, B. Plaçais, A. Cavanna, Y. Jin, and G. Fève. Separation between neutral and charge modes in one dimensional chiral edge channels. *Nat. Comm.*, 4 :1839, 2013.

[44] D. Marian, E. Colomés, and X. Oriols. Time-dependent exchange and tunneling : Detection at the same place of two electrons emitted simultaneously from different sources. *J. Phys. : Condens. Matter*, 27 :245302, 2015.

[45] S. Roddaro, V. Pellegrini, F. Betram, R. Raimondi, and G. Vignale. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :046805, 2003.

[46] T. Martin. Noise in mesoscopic physics. In H. Bouchiat, Y. Gefen, S. Guéron, G. Montambaux, and J. Dalibard, editors, *Nanophysics : Coherence and Transport*, Les Houches, Session LXXXI, page 283. Elsevier, 2005.

[47] A. Braggio, M. Grifoni, M. Sassetti, and F. Napoli. *Europhys. Lett.*, 50 :236, 2000.

[48] L. S. Levitov, H. Lee, and G. B. Lesovik. Electron counting statistics and coherent states of electric current. *J. Math. Phys.*, 37 :4845, 1996.

[49] J. Dubois, T. Jullien, F. Portier, P. Roche, A. Cavanna, Y. Jin, W. Wegscheider, P. Roulleau, and D. C. Glattli. Minimal-excitation states for electron quantum optics using levitons. *Nature*, 502 :659, 2013.

[50] J. Dubois, T. Jullien, C. Grenier, P. Degiovanni, P. Roulleau, and D. C. Glattli. Integer and fractional charge lorentzian voltage pulses analyzed in the framework of photon-assisted shot noise. *Phys. Rev. B*, 88 :085301, 2013.

[51] C. de C. Chamon, D. E. Freed, and X. G. Wen. Non-equilibrium noise in chiral luttinger liquids. *Phys. Rev. B*, 53 :4033, 1996.

[52] P. Sharma and C. Chamon. Adiabatic charge and spin transport in interacting quantum wires. *Phys. Rev. B*, 68 :035321, 2003.

[53] R. de Picciotto, M. Reznikov, M. Heiblum, V. Umansky, G. Bunin, and D. Mahalu. Direct observation of a fractional charge. *Nature*, 389 :162, 1997.

[54] L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin, and B. Etienne. Observation of the $e/3$ fractionally charged laughlin quasiparticle. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :2526, 1997.

[55] P. P. Hofer and M. Büttiker. *Phys. Rev. B*, 88 :241308, 2013.

[56] A. Inhofer and D. Bercioux. *Phys. Rev. B*, 88 :235412, 2013.

[57] J. M. Edge, J. Li, P. Delplace, and M. Büttiker. *Phys. Rev. Lett.*, 110 :246601, 2013.

[58] C.W.J. Beenakker. *Phys. Rev. Lett.*, 112 :070604, 2014.

[59] J. A. M. van Ostaay, A. R. Akhmerov, and C. W. J. Beenakker. *Phys. Rev. B*, 83 :195441, 2011.

Publications

[P1] D. Chevallier, J. Rech, T. Jonckheere, and T. Martin. *Current and noise correlations in a double dot Cooper pair beam splitter.* Physical Review B, **83**, 125421 (2011).

[P2] T. Jonckheere, J. Rech, T. Martin, B. Douçot, D. Feinberg, and R. Mélin. *Multipair DC-Josephson resonances in a biased all-superconducting bijunction.* Physical Review B, **87**, 214501 (2013).

[P3] J. Rech, T. Jonckheere, T. Martin, B. Douçot, D. Feinberg, and R. Mélin. *Proposal for the observation of nonlocal multipair production : the biSQUID.* Physical Review B, **90**, 075419 (2014).

[P4] D. Feinberg, T. Jonckheere, J. Rech, T. Martin, B. Douçot, and R. Mélin. *Quartets and the current-phase structure of a double quantum dot superconducting bijunction at equilibrium.* European Physical Journal B, **88**, 99 (2015).

[P5] C. Padurariu, T. Jonckheere, J. Rech, R. Mélin, D. Feinberg, T. Martin, and Y. V. Nazarov. *Closing the proximity gap in a metallic josephson junction between three superconductors.* Physical Review B, **92**, 205409 (2015).

[P6] R. Jacquet, J. Rech, T. Jonckheere, A. Zazunov, and T. Martin. *Cooper pair splitting and recombination in a nanoSQUID geometry at high transparency.* Physical Review B, **92**, 235429 (2015).

[P7] J. Rech, D. Chevallier, T. Jonckheere, and T. Martin. *Current correlations in an interacting Cooper-pair beam splitter.* Physical Review B, **85**, 035419 (2012).

[P8] T. Jonckheere, T. Stoll, J. Rech, and T. Martin. *Real-time simulation of finite-frequency noise from a single-electron emitter.* Physical Review B, **85**, 045321 (2012).

[P9] T. Jonckheere, J. Rech, C. Wahl, and T. Martin. *Electron and hole Hong-Ou-Mandel interferometry.* Physical Review B, **86**, 125425 (2012).

[P10] C. Wahl, J. Rech, T. Jonckheere, and T. Martin. *Interactions and charge fractionalization in an electronic Hong-Ou-Mandel interferometer.* Physical Review Letters, **112**, 046802 (2014).

[P11] A. Marguerite, C. Cabart, C. Wahl, B. Roussel, V. Freulon, D. Ferraro, C. Grenier, J.-M. Berroir, B. Plaçais, T. Jonckheere, J. Rech, T. Martin, P. Degiovanni, A. Cavanna, Y. Jin, and G. Fève. *Decoherence and relaxation of a*

single electron in a one-dimensional conductor. Physical Review B, **94**, 115311 (2016).

[P12] D. Ferraro, J. Rech, T. Jonckheere, and T. Martin. *Single quasiparticle and electron emitter in the fractional quantum Hall regime.* Physical Review B, **91**, 205409 (2015).

[P13] J. Rech, D. Ferraro, T. Jonckheere, L. Vannucci, M. Sassetti, and T. Martin. *Minimal excitations in the fractional quantum Hall regime.* Physical Review Letters, **118**, 076801 (2017).

[P14] D. Ferraro, C. Wahl, J. Rech, T. Jonckheere, and T. Martin. *Electronic Hong-Ou-Mandel interferometry in 2d topological insulators.* Physical Review B, **89**, 075407 (2014).

[P15] D. Ferraro, J. Rech, T. Jonckheere, and T. Martin. *Nonlocal interference and Hong-Ou-Mandel collisions of single bogoliubov quasiparticles.* Physical Review B, **91**, 075406 (2014).

Revues

[R1] E. Bocquillon, V. Freulon, F. D. Parmentier, J.-M. Berroir, B. Plaçais, C. Wahl, J. Rech, T. Jonckheere, T. Martin, C. Grenier, D. Ferraro, P. Degiovanni, and G. Fève. *Electron quantum optics in ballistic chiral conductors.* Ann. Phys. (Berlin), **526**, 1 (2014).

[R2] J. Rech, C. Wahl, T. Jonckheere, and T. Martin. *Electron interferometry in integer quantum Hall edge channels.* Journal of Statistical Mechanics, **2016**, 054008 (2016).

[R3] D. Ferraro, T. Jonckheere, J. Rech, and T. Martin. *Electronic quantum optics beyond the integer quantum Hall effect.* Physica Status Solidi B, **2016**, 00531 (2016).