



**HAL**  
open science

**Petits et Grands Satellites Scientifiques :  
Dimensionnement et développements instrumentaux  
pour les missions LISA et IGOSat.**

Hubert Halloin

► **To cite this version:**

Hubert Halloin. Petits et Grands Satellites Scientifiques : Dimensionnement et développements instrumentaux pour les missions LISA et IGOSat.. Instrumentation et méthodes pour l'astrophysique [astro-ph.IM]. Université Paris Cité, 2021. tel-03452465

**HAL Id: tel-03452465**

**<https://hal.science/tel-03452465>**

Submitted on 26 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Habilitation à Diriger des Recherches

présentée à

**l'Université de Paris**  
UFR de Physique

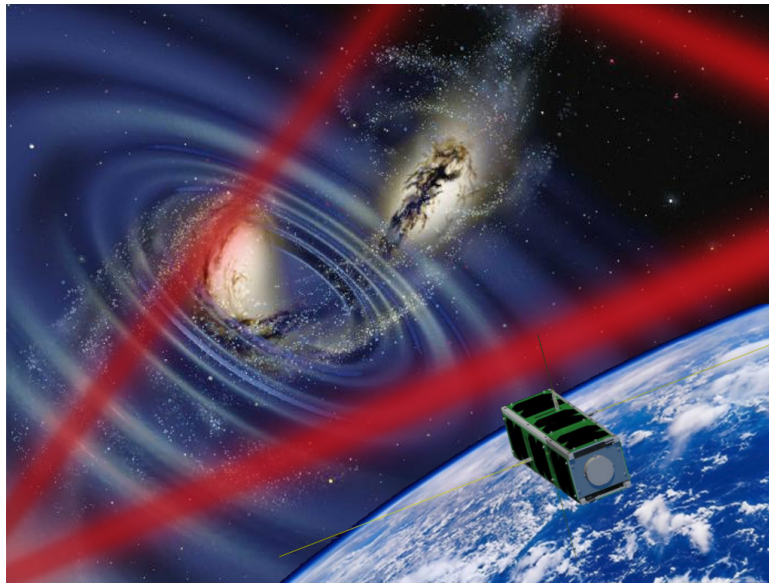
Spécialité : Instrumentation Astrophysique

par

**Hubert Halloin**

---

## Petits et Grands Satellites Scientifiques : Dimensionnement et développements instrumentaux pour les missions LISA et IGOSat



---

Soutenue le 26 Novembre 2021 devant le jury composé de :

Philippe	LOGNONNÉ	Professeur, Université de Paris	Président
Eric	NUSS	Professeur, Université de Montpellier	Rapporteur
Myriam	ZERRAD	Ing. de Recherche, Institut Fresnel, Marseille	Rapporteur
Nathalie	BESSON	Agent CEA, CEA (DRF/IRFU/DPhP) Saclay	Examineur
Alessandra	TONAZZO	Professeur, Université de Paris	Examineur
Peter	WOLF	Dir. de Recherche, Univ. Paris Sciences et Lettres	Examineur



## Résumé

Depuis Galilée et les débuts de la physique moderne (et certainement même précédemment), les découvertes scientifiques vont de paire avec la mise au point d'outils de mesures toujours plus précis et complexes. Au cours des dernières décennies, l'accès à l'espace a par ailleurs entraîné une nouvelle révolution technique en permettant le développement d'instruments s'affranchissant des contraintes d'observations depuis la surface terrestre.

La détection des ondes gravitationnelles est un exemple très actuel de l'intérêt des détecteurs spatiaux. En effet, l'espace combine deux avantages cruciaux pour cette science. D'une part, la possibilité d'effectuer les mesures entre des points très distants les uns des autres augmente significativement la sensibilité de l'instrument. D'autre part, l'absence des perturbations terrestres (en particulier sismiques) permet d'effectuer des mesures stables sur plusieurs heures, ce qui s'avère particulièrement adapté à l'observation des événements gravitationnels les plus puissants de notre Univers. Constituée de 3 satellites séparés de 2,5 millions de km et formant un interféromètre géant, la mission spatiale [Laser Interferometer Space Antenna \(LISA\)](#) sera dédiée à la détection des infimes fluctuations de l'espace-temps induites par le passage d'une onde gravitationnelle. [LISA](#) est le fruit d'un effort international de longue haleine, aujourd'hui en pleine phase de développement au sein de l'European Space Agency ([ESA](#)) et dans les pays partenaires (dont la France). Au sein du laboratoire AstroParticule et Cosmologie ([APC](#)), j'ai notamment eu l'opportunité de contribuer à plusieurs études d'analyse mission et réalisations de bancs interférométriques portant, entre autres, sur la stabilité des orbites, la méthode Time Delay Interferometry ([TDI](#)) de réduction des bruits laser, le développement d'outils pour la caractérisation optique au sol des instruments [LISA](#), etc.

Le progrès des instruments scientifiques embarqués ne passe cependant pas toujours par une course au gigantisme, comme le démontre le développement récent du standard CubeSat. Basée sur la juxtaposition d'unités de taille prédéfinie (environ 10x10x10 cm), cette classe de nanosatellites a permis une standardisation des équipements, leur production en série et donc une forte réduction des coûts de développement. La réalisation et la mise en orbite d'un satellite sont alors devenus accessibles à de nouveaux acteurs privés et publics. Les CubeSats constituent notamment un support pédagogique innovant au sein de nombreuses Écoles d'ingénieurs et Universités. Le projet Ionospheric and Gamma-Ray Observations Satellite ([IGOSat](#)), entamé en 2012 à l'Université de Paris avec le support du LabEx UnivEarthS et du Centre National d'Études Spatiales ([CNES](#)), est dédié à la formation des étudiants et embarque deux charges utiles : un détecteur innovant pour la mesure des électrons et photons gamma en orbite basse, et un récepteur Global Positioning System ([GPS](#)) bi-fréquence pour la détermination du contenu électronique de l'ionosphère.



# Abstract

Since Galileo and the beginning of modern physics (and certainly even earlier), scientific discoveries have always been supported by the construction of ever more complex and accurate measurements tools. Over the last decades, the access to space lead to a new technical revolution, allowing the development of instruments free of the observational constraints from the Earth surface.

Gravitational waves detection is a present example of the interest of space detectors. Actually, space environment combines two benefits, both crucial for this science. First, the possibility of integrating the effect of gravitational waves between two very distant satellites increase significantly the sensitivity of the instrument. Second, the absence of terrestrial perturbations (especially seismic perturbations) allows stable measurements over timescales of hours, which is particularly adapted to the observation of the most energetic gravitational events of the Universe. Constituted of 3 satellites separated by 2.5 millions kilometres and forming a giant interferometer, the [Laser Interferometer Space Antenna \(LISA\)](#) space mission will be dedicated to the detection of the tiny fluctuations of space time induced by the pass of a gravitational wave. [LISA](#) is the result of an international, long standing effort, presently under active development phase at the European Space Agency ([ESA](#)) and in its different partners (including France). Within the AstroParticule et Cosmologie ([APC](#)) laboratory, I had the opportunity to contribute to different mission profile analyses and to the development of interferometric benches addressing, for example, the stability of the [LISA](#) orbits, the performance of the Time Delay Interferometry ([TDI](#)) noise reduction algorithm, the prototyping of demonstration benches for the on-ground optical characterisation of the [LISA](#) instruments.

However, the progress in space-borne scientific instrumentation is not always related to gigantic systems, as demonstrated by the recent development of the CubeSat standard. Based on the combination of units of predefined size (about 10x10x10 cm), this class of nanosatellites lead to the standardisation of the equipments, their serial production and, consequently, a significant reduction of the development costs of a satellite. The construction and launch of a satellite have then become accessible to new actors, private and public. Actually, CubeSats now constitute an innovative teaching supports in many engineering schools and Universities. The Ionospheric and Gamma-Ray Observations Satellite ([IGOSat](#)) project, initiated in 2012 at the Université de Paris and supported by the LabEx UnivEarthS and the Centre National d'Études Spatiales ([CNES](#)), is dedicated to the training of students and host two scientific payloads : an innovative detector for the measurement of electrons and gamma-ray photons on low Earth orbit and a dual frequencies Global Positioning System ([GPS](#)) receiver for the determination of the electronic content of the ionosphere.



---

# Table des matières

Résumé	i
Abstract	iii
Table des matières	v
Liste des figures	ix
Liste des tableaux	xvi
Liste des acronymes	xvii
Avant-propos	1
<b>1 Les ondes gravitationnelles : de la théorie à la détection</b>	<b>3</b>
1.1 Les ondes gravitationnelles avant la Relativité Générale . . . . .	3
1.2 Nature et origine des ondes gravitationnelles . . . . .	7
1.2.1 Les premiers pas . . . . .	7
1.2.2 Théorie et effets d'une onde gravitationnelle . . . . .	8
1.2.2.1 Rayonnement produit par une onde gravitationnelle . . . . .	10
1.2.2.2 Effets observationnels . . . . .	12
1.2.2.3 Ordres de grandeurs . . . . .	15
1.3 Principe des détecteurs d'ondes gravitationnelles . . . . .	18
1.3.1 Les barres résonantes de Weber . . . . .	19
1.3.2 Les interféromètres . . . . .	20
1.4 Effet d'une onde gravitationnelle sur la mesure interférométrique . . . . .	25
1.5 Les premières moissons des interféromètres sol . . . . .	39
1.5.1 Configuration des détecteurs interférométriques terrestres . . . . .	39
1.5.2 Les premières détections d'ondes gravitationnelles . . . . .	41
<b>2 Description générale de LISA</b>	<b>49</b>
2.1 Un peu d'histoire . . . . .	49
2.2 Configuration générale de LISA . . . . .	55
2.2.1 Profil mission et principe de la mesure . . . . .	55
2.2.2 Aperçu de la charge utile LISA . . . . .	60
2.3 Contribution au profil mission LISA et optimisation orbitale . . . . .	66
2.3.1 Position du problème . . . . .	66



2.3.2	Méthode d'optimisation numérique . . . . .	69
2.3.3	Résultats . . . . .	70
2.3.4	Article : <i>Optimizing Orbits for (e)LISA</i> , H. HALLOIN, <b>2017</b> . . . . .	77
<b>3</b>	<b>Contributions aux démonstrations métrologiques pour LISA</b>	<b>83</b>
3.1	Quelques mots sur l'interférométrie retardée . . . . .	83
3.1.1	Article : <i>Effect of filters on the time-delay interferometry residual laser noise for LISA</i> , J.B. BAYLE ET AL., <b>2019</b> . . . . .	86
3.2	Stabilisation laser sur iode moléculaire . . . . .	99
3.2.1	Cavité vs. référence moléculaire . . . . .	99
3.2.2	L'expérience sur table et les résultats obtenus . . . . .	101
3.2.3	Article : <i>Molecular laser stabilization at low frequencies for the LISA mission</i> , B. ARGENCE ET AL., <b>2010</b> . . . . .	107
3.3	D'autres vibrations : lecture optique pour sismométrie planétaire . . . . .	116
3.3.1	L'intérêt pour les sciences planétaires . . . . .	116
3.3.2	Dimensionnement de l'instrument . . . . .	116
3.3.3	Mise en oeuvre du prototype . . . . .	124
3.3.4	Limites et perspectives . . . . .	126
3.3.5	Article : <i>Design and development of an interferometric readout for planetary seismometers.</i> , L. FAYON ET AL., <b>2018</b> . . . . .	127
3.4	L'expérience LISA On Table (LOT) . . . . .	130
3.4.1	Principe de fonctionnement du LOT . . . . .	130
3.4.2	Résultats . . . . .	135
3.4.3	Perspectives . . . . .	141
3.4.4	Article : <i>Status of the eLISA on table (LOT) electro-optical simulator for space based, long arms interferometers.</i> , P. GRÜNING ET AL., <b>2015</b> . . . . .	142
3.5	Caractérisations bas bruit, basses fréquences . . . . .	165
3.5.1	Génération et mesures RF bas bruit . . . . .	165
3.5.2	Caractérisation de références de tension . . . . .	168
3.5.3	Article : <i>Long term characterization of voltage references.</i> , H. HALLOIN ET AL., <b>2013</b> . . . . .	171
<b>4</b>	<b>The Ionospheric and Gamma-Ray Observation Satellite</b>	<b>181</b>
4.1	La révolution nanosats . . . . .	181
4.1.1	Le standard CubeSat . . . . .	183
4.1.2	L'essor du marché des nanosatellites . . . . .	184
4.2	Objectifs scientifiques d'IGOSat . . . . .	186
4.2.1	Mesure du Contenu Électronique Total de l'ionosphère . . . . .	186
4.2.1.1	Le contenu électronique total (TEC) et principe de mesure	186
4.2.1.2	Objectifs scientifiques et l'apport d'Ionospheric and Gamma-Ray Observations Satellite (IGOSat) . . . . .	188
4.2.2	Mesures in-situ des électrons et photons gamma de haute énergie en orbite basse. . . . .	191
4.2.2.1	Les connaissances actuelles . . . . .	192

---

4.2.2.2	Objectifs scientifiques . . . . .	193
4.3	Dimensionnement d'IGOSat . . . . .	195
4.3.1	Le profil mission . . . . .	195
4.3.2	L'aménagement du satellite . . . . .	199
4.3.3	Organisation du projet . . . . .	218
4.4	Article : <i>IGOSat - A 3U Cubesat for measuring the radiative/electrons content in low Earth orbit and ionosphere</i> , H. Phan et al., <b>2018</b> . . . . .	221
4.5	Article : <i>Traquer les aléas de l'ionosphère</i> , H. Halloin et al., <b>2019</b> . . . . .	228
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>233</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>234</b>



# Liste des figures

1.1	Amortissement du mouvement de la Lune en raison de la vitesse finie de la gravité dans le calcul de P. S. de Laplace. . . . .	5
1.2	Visualisation des 2 modes de polarisation dans le plan transverse à la propagation de l'onde gravitationnelle. Les points peuvent être assimilés à des objets purement inertiels, répartis suivant un cercle et dont les distances propres vont fluctuer en raison du passage d'une onde gravitationnelle. . .	10
1.3	Décroissance de la période orbitale de PSR B1913+16 entre 1975 et 2013, tirée de [Weisberg et Huang, 2016]. La prédiction issue de la Relativité Générale (i.e. la dissipation d'énergie due aux ondes gravitationnelles) se base sur des mesures indépendantes des masses et paramètres orbitaux du système binaire. . . . .	15
1.4	J. Weber travaillant sur une des premières barres résonantes pour la détection des ondes gravitationnelles (vers 1969). Crédit : AIP Emilio Segrè Visual Archives. . . . .	21
1.5	Sensibilité des barres résonante du réseau IGEC-2 vers 2005. Extrait de <a href="#">Astone et al. [2007]</a> . . . . .	22
1.6	Schéma de principe d'un interféromètre de Michelson simple. . . . .	23
1.7	Illustration (très exagérée ...) de la déformation d'un interféromètre de Michelson et de la fluctuation de puissance reçue sur la photodiode. . . . .	24
1.8	Proposition d'interféromètre pour la détection des ondes gravitationnelles, par l'équipe de R. Weiss en 1972 [ <a href="#">Weiss et al., 1972</a> ] . . . . .	25
1.9	Coordonnées sphériques utilisées pour le calcul de la réponse d'un lien laser à une onde gravitationnelle. . . . .	27
1.10	Réponses d'un lien optique aux polarisations + et $\times$ ( $\xi_+$ et $\xi_\times$ ) en fonction de la longitude et latitude de la source, pour différentes orientations du lien ( $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ ). . . . .	29
1.11	Réponses dans l'approximation basses fréquences d'un interféromètre de Michelson (angle entre les bras de $90^\circ$ ) aux polarisations + et $\times$ , placé dans le plan XY (la bissectrice des bras étant suivant $\vec{e}_x$ ) en fonction de la longitude et latitude de la source. . . . .	35
1.12	Diagrammes d'antenne d'un interféromètre de type 'LISA' (avec un angle de $60^\circ$ entre les bras) aux polarisations + et $\times$ en fonction de la longitude et latitude de la source, pour différentes fréquences de l'onde gravitationnelle. Les marques correspondent aux emplacements utilisés pour illustrer la dépendance fréquentielle de la fonction de transfert. L'échelle de couleur est logarithmique pour mettre en évidence les zones de faible réponse. . . .	36

1.13 Réponses fréquentielles d'un interféromètre de type 'LISA' aux deux polarisations + et $\times$ en quelques points choisis (cf. fig 1.12). La réponse 'moyenne' a été calculée à partir de 5000 directions uniformément réparties sur le ciel. Les fréquences sont exprimées en unités de $c/L$ et la réponse - en cycles - normalisée à $L/\lambda_0$ . . . . .	37
1.14 Réponses fréquentielles moyennes aux polarisations + et $\times$ . . . . .	38
1.15 Schémas simplifiés des interféromètres Advanced VIRGO et Advanced LIGO. . . . .	39
1.16 Schéma et performance des super-atténuateurs de VIRGO (tiré de [Acer-nese <i>et al.</i> , 2010]). . . . .	42
1.17 Illustration de l'effet du bruit Newtonien sur le mouvement d'une masse suspendue (tirée de [Pitkin <i>et al.</i> , 2011]). . . . .	42
1.18 Courbe de sensibilité de l'interféromètre VIRGO, en mai 2019 [VIRGO web site, 2019]. . . . .	43
1.19 Budgets de bruits des deux détecteurs LIGO (basses et hautes fréquences) [Martynov <i>et al.</i> , 2016]. . . . .	43
1.20 Signaux enregistrés par les détecteurs LIGO lors de l'évènement GW150914 (Handford à gauche, Livingston à droite). L'échelle de temps démarre le 14 septembre 2015 à 09 :50 :45 UTC. Les cadres supérieurs représentent les signaux enregistrés (normalisés en amplitude d'onde gravitationnelle) filtrés dans la bande 35-350 Hz. La deuxième ligne contient les modèles utilisés pour ajuster les données (relativité numérique, banque de modèles pré-calculés et reconstruction par ondelettes sans modèle astrophysique). La représentation temps-fréquence de la dernière ligne permet de visualiser l'augmentation de la fréquence et de l'amplitude du signal au cours du temps [Abbott <i>et al.</i> , 2016]. . . . .	44
1.21 Principaux paramètres des 11 sources du premier catalogue de sources d'ondes gravitationnelles GWTC-1. Les barres d'erreur correspondent à un intervalle de confiance de 90%. Le redshift des binaires de trous noirs est estimé à partir de paramètres cosmologiques standard, tandis que celui de GW170817 est une mesure de la galaxie hôte identifiée (NGC 4993). Ces redshifts sont utilisés pour calculer la masse des astres dans le référentiel de la source. La localisation de la source (dernière colonne) correspond à l'angle solide de la région à 90% de probabilité (ne prenant en compte que les information déduites des ondes gravitationnelles). [Abbott <i>et al.</i> , 2018].	46
1.22 Résumé des principales observations électromagnétiques suivant la détection de la coalescence de deux étoiles à neutrons par LIGO-VIRGO (GW170817). Les traits pleins horizontaux dans chaque bande de longueur d'onde représente approximativement le temps pendant lequel la source a pu être observée. Le spectrogramme du signal gravitationnel est représenté en haut à gauche, recalé par rapport aux données des détecteurs gamma de Fermi/GBM et INTEGRAL/SPI. Les vignettes en bas de la figure sont extraites des différentes observations en optique, X et radio, localisant la source par rapport à sa galaxie hôte [Abbott <i>et al.</i> , 2017a]. . . . .	48

2.1	Schéma de principe de l'instrument spatial GWI tel qu'étudié par la NASA dans les années 1970. Gauche : structure après déploiement en orbite basse. Droite : Principe de la mesure interférométrique [Bender <i>et al.</i> , 1998]. . . . .	50
2.2	Concept orbital de l'instrument proposé par Decher <i>et al.</i> [1980]. Les deux 'sous-satellites' parcourent la même orbite héliocentrique circulaire. Le satellite S1 suit également une orbite globalement circulaire et héliocentrique, mais des poussées régulières sont nécessaires pour maintenir la forme de la constellation. . . . .	51
2.3	Première version du concept de mission LAGOS (d'après [Faller <i>et al.</i> , 1985]).	52
2.4	Evolution de la configuration orbitale de LISA à la fin des années 1990. . . . .	53
2.5	Satellite et charge utile tels qu'imaginés en 1998 [Bender <i>et al.</i> , 1998]. . . . .	54
2.6	Profil mission LISA . . . . .	56
2.7	Sensibilité de LISA comparée aux amplitudes typiques des principaux objectifs scientifiques. L'amplitude caractéristique se déduit des densité spectrale d'amplitude en multipliant par la racine de la fréquence. Cette quantité permet de calculer le rapport signal à bruit d'une source quasi-monochromatique, intégré sur une période d'oscillation [Danzmann <i>et al.</i> , 2017]. . . . .	57
2.8	Principe de la mesure entre masses tests sur un bras de LISA . . . . .	58
2.9	Schéma de principe des mesures interférométriques dans un instrument de LISA . . . . .	59
2.10	Illustration des spectres optiques reçus sur la photodiode d'un interféromètre 'long bras'. L'origine des fréquences est choisie à la fréquence de la porteuse optique locale. . . . .	60
2.11	Schéma de principe du MOSA de l'instrument de LISA : télescope (orange, à droite), banc optique (vert), GRS (orange, à gauche) et structure de maintien (gris). . . . .	61
2.12	Schéma de principe d'un LCA assurant l'interface entre deux MOSAs et un satellite de LISA . . . . .	62
2.13	Vue en transparence de l'instrument au coeur de LPF. Deux masses inertielles - d'environ 5 cm de côté - sont maintenues dans des enceintes à vides et entre des électrodes d'actuation et mesures électrostatiques (à droite et à gauche de la figure). La distance entre ses deux masses test, et d'une masse tests avec le satellite, sont mesurées avec précision grâce à un interféromètre situé entre les GRSs. . . . .	63
2.14	Vue éclatée du satellite LPF, avec le système de masses inertielles et banc interférométrique (LTP) en son milieu. . . . .	64
2.15	Spectre de bruit d'accélération résiduelle sur une masse test de LPF. La courbe bleue correspond à des résultats intermédiaires, la courbe rouge aux résultats finaux, après différentes campagnes de caractérisation et soustraction des couplages environnementaux. . . . .	65
2.16	Illustration des paramètres keplériens pour représenter la position d'un objet sur son orbite. La représentation est pour la Terre et le plan équatorial, mais les mêmes définitions s'appliquent au Soleil comme objet central et l'écliptique comme plan de référence. Copyright Creative Commons. . . . .	67

2.17	Evolution de la constellation LISA pour des paramètres orbitaux optimum suivant l'approximation képlérienne. . . . .	72
2.18	Evolution de la constellation LISA pour des paramètres orbitaux optimisés. . . . .	73
2.19	Distributions différentielles et cumulées des décalages Doppler et amplitude de fluctuation d'angle entre les bras pour différentes dispersions en position et vitesse (valeurs de dispersion à $1\sigma$ ). . . . .	74
2.20	Représentation d'un satellite de LISA avec des forces perturbatrices, $\vec{g}_1$ et $\vec{g}_1'$ appliquées aux deux masses test. . . . .	75
2.21	Distributions différentielles et cumulées des décalages Doppler et amplitude de fluctuation d'angle entre les bras pour différentes dispersions en accélérations locales résiduelles (valeurs de dispersion à $1\sigma$ ). . . . .	77
3.1	Schéma de principe de l'expérience de stabilisation sur raie moléculaire. OI : Isolateur optique ; DM : Miroir dichroïque ; PBS : Séparateur polarisant ; AOM : Modulateur acousto-optique ; BS : Séparateur non-polarisant ; PD : Photodiode. . . . .	102
3.2	Cellule d'iode utilisée dans l'expérience de stabilisation en fréquence laser. Les trois passages du faisceau, absorbé et ré-émis par fluorescence sont clairement visibles. . . . .	104
3.3	Photographie de l'expérience de stabilisation laser avec les deux systèmes identiques côte-à-côte. . . . .	105
3.4	ASD de la stabilité conjointe (divisée par $\sqrt{2}$ ) des systèmes lasers asservis. La courbe noire représente l'exigence de stabilité pour LISA, telle que définie au moment de l'expérience. . . . .	106
3.5	Exemple de corrélation de la fréquence asservie (bleu, échelle de gauche) et de la température ambiante (rouge, échelle inversée à droite). . . . .	106
3.6	Vues des parties fixes et mobiles des sismomètres VBB à bord de l'instrument SEIS. Copyright : IPGP. . . . .	117
3.7	Principe de montage de deux cavités dos-à-dos. La partie mobile du sismomètre est solidaire des miroirs plans centraux, le reste de la structure étant fixe. . . . .	120
3.8	CAO et photographies du prototype de double cavité en Invar. . . . .	122
3.9	Schéma de principe du système de lecture optique. . . . .	123
3.10	Schématisation du spectre optique après la double modulation en phase, comparé aux fréquences de résonance des deux cavités ( $\nu_1$ et $\nu_2$ ). . . . .	124
3.11	Schéma de principe du système électronique de détermination et observation du signal d'asservissement PDH. . . . .	125
3.12	Mesures expérimentales de la réponse de la cavité (puissance réfléchie et signal d'erreur PDH). . . . .	126
3.13	Schéma de principe de l'électronique de contrôle-commande du LOT . . . . .	132
3.14	Schéma de principe et simulation OptoCAD du banc optique du LOT. . . . .	133
3.15	Configuration 'oeil de chat' pour l'utilisation des AOMs sur le banc optique LOT. . . . .	134
3.16	Quelques éléments de l'expérience LOT. . . . .	135

3.17	Mesures de bruits de référence avec l'interféromètre électronique. Les traces bleue et rouge représentent les signaux bruts, en vert la soustraction des deux et en noir après application de TDI. La courbe jaune représente comme référence l'allocation de bruit pour le phasemètre ( $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), mais n'est pas représentatif de l'objectif de bruit du LOT. . . . .	137
3.18	Mesures de bruits de référence avec l'interféromètre optique. Les traces bleue et rouge représentent les signaux bruts, en vert la soustraction des deux et en noir après application de TDI. La courbe jaune représente comme référence l'allocation de bruit pour le phasemètre ( $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), mais n'est pas l'objectif de bruit du LOT. . . . .	138
3.19	Comparaison des niveaux de référence de bruit de phase pour les interféromètres électroniques et optiques (sous vide et à l'air). . . . .	139
3.20	Comparaison des résultats de simulation obtenus avec les interféromètres électroniques (en rouge) et optiques (en bleu). . . . .	140
3.21	Synoptique du système de DDS asservi en cours de développement. . . . .	165
3.22	Principe de la mesure de bruit additionnel par des composants RF. . . . .	167
3.23	Spectres de bruit de phase pour les composants critiques (deux modèles de diviseur de fréquence, un amplificateur et un mélangeur). La courbe noire est l'allocation de bruit pour le phasemètre. . . . .	167
3.24	Schéma de principe et évaluation des bruits pour les mesures de stabilité de références de tension. . . . .	169
3.25	Mesures de stabilité de tension à court terme (pour l'ensemble des composants testés) et à long terme (référence de tension la plus stable). . . . .	170
4.1	Spécifications mécaniques d'un CubeSat '3U' [Mehrparvar, 2014]. . . . .	183
4.2	Déployeur de CubeSats développé par l'Université CalPoly (P-POD : Poly Picosatellite Orbital Deployer)[Mehrparvar, 2014]. . . . .	184
4.3	Evolution et prédiction des lancements de nanosatellites depuis 1998 [Nanosats Database, 2019]. . . . .	185
4.4	Schéma de principe (Vue globale et zoom sur le satellite) du principe de mesure de TEC par occultation GPS. Le dégradé orange représente un modèle moyen de densité électronique (la densité est d'autant plus importante que le rendu est blanc). . . . .	188
4.5	Densité électronique (échelle inférieure) et fréquence plasma correspondante (échelle supérieure) à minuit et midi heure locale, au dessus de Paris le 15 mai 2019. Modèle NeQuick 2 [Nava <i>et al.</i> , 2008] disponible en ligne : <a href="https://t-ict4d.ictp.it/nequick2/nequick-2-web-model">https://t-ict4d.ictp.it/nequick2/nequick-2-web-model</a> . . . . .	189
4.6	Évolution du nombre de taches solaires en fonction du temps, reflet de l'activité solaire (Source : WDC-SILSO, Observatoire Royal Observatory de Belgique, Bruxelles, <a href="http://www.sidc.be/silso">http://www.sidc.be/silso</a> ). . . . .	190
4.7	Fluctuations du TEC dans l'ionosphère lors du tsunami du 11 mars 2011 au large de Tohoku au Japon. Graphiques tirés de [Coïsson <i>et al.</i> , 2015]. . . . .	191



4.8	Distribution des électrons (quasi)piégés à une énergie de 200 keV et une altitude de 700 km, mesurée par le satellite Detection of ElectroMagnetic Emissions Transmitted from Earthquake Regions (DEMETER) [Sauvaud <i>et al.</i> , 2008]. On peut noter le flux bien plus important au niveau de la SAA et des zones aurorales (aux plus hautes latitudes atteintes par le satellites, soit $\sim \pm 65^\circ$ ). Le flux est donné en électrons/(cm <sup>2</sup> .str.keV). . . . .	192
4.9	Distribution géographique et spectre à l'équateur magnétique de la distribution de photons gamma mesuré par l'expérience SONG à bord du satellite CORONAS-I (Orbite inclinée à 83°, 500 km d'altitude). On remarque clairement l'augmentation du flux de photons gamma au-dessus de la SAA et des cornets polaires. . . . .	194
4.10	Paramètres orbitaux (apogée et périégée) compatibles avec les objectifs scientifiques d'IGOSat et la Loi sur les Opérations Spatiales. Les croix bleues correspondent à des simulations orbitales (inclinaison de 97°) pour IGOSat, compatibles avec une durée de vie supérieures à un an (ligne verte inférieure) et inférieure à 25 ans (ligne verte supérieure). Les lignes interrompues rouges donnent les lieux d'excentricité constante. Les triangles orange représentent les paramètres orbitaux des Cubesats actuellement (juin 2019) en orbite avec une inclinaison comprise entre 80° et 100°. . . . .	196
4.11	Puissance moyenne disponible estimée pour IGOSat, comparée à la consommation estimée dans différents modes de fonctionnement de la charge utile GPS. L'angle polaire représente, dans le plan équatorial terrestre, l'angle entre le méridien de la direction du Soleil et celui du noeud ascendant de l'orbite. . . . .	198
4.12	Position des radio occultations GPS pendant 10 jours d'observation d'IGOSat.	200
4.13	Différentes vue CAO d'IGOSat.. . . .	201
4.14	Agencement du scintillateur électron et gamma et principe de détection des deux types de particule. . . . .	202
4.15	Probabilités d'interaction d'un photon gamma dans les scintillateurs CeBr <sub>3</sub> et EJ-200. . . . .	203
4.16	Photographies des SiPMs utilisés dans IGOSat . . . . .	205
4.17	Photographies des scintillateurs et SiPMs développés pour IGOSat par la société Scionix. . . . .	206
4.18	Photographies des cartes de pilotage de l'EASIROC : pour tests en laboratoire et adaptation au format CubeSat. . . . .	207
4.19	Matrice de réponse simulée aux photons gamma pour le scintillateur d'IGOSat. L'énergie de la particule incidente est en ordonnée, l'énergie reconstruite en abscisse. Un évènement est considéré comme un photon gamma si de l'énergie est déposée dans le CeBr <sub>3</sub> et, éventuellement, si l'énergie déposée par scintillateur plastique est inférieure à 180 keV. L'énergie reconstituée est alors la somme des énergies déposées. . . . .	208
4.20	Taux de fausses détections en photons gamma et électrons, ainsi que le ratio minimum de taux de comptage entre photons gamma et électrons. . . . .	209
4.21	Récepteur GPSRM de la société Pumpkin, retenu pour équiper IGOSat . . . . .	210

---

4.22	Antenne Tallysman TW3870E, retenue comme antenne GPS pour équiper IGOSat . . . . .	211
4.23	Actuateurs de contrôle d'attitude d'IGOSat : magnéto-coupleurs et roue à inertie. . . . .	216
4.24	Système d'alimentation électrique d'IGOSat (panneaux photovoltaïques, carte de régulation et batteries) pendant un test fonctionnel sur un prototype.	217

# Liste des tableaux

1.1	Estimation des principales caractéristiques pour diverses sources binaires d'ondes gravitationnelles. $L_{\odot}^{em}$ représente la luminosité électromagnétique du Soleil. . . . .	18
1.2	Paramètres de la source GW150914. Les erreurs correspondent à un intervalle de confiance de 90%. Les masses sont exprimées dans le référentiel de la source (il est nécessaire de les multiplier par $(1+z)$ pour les exprimer dans le référentiel du détecteur). L'évaluation du redshift suppose les paramètres cosmologiques 'standards' issus de la mission Planck. . . . .	45
4.1	Probabilités d'interaction d'un photon gamma dans les différents scintillateurs (Rayl : diffusion de Rayleigh ; Compt : diffusion Compton ; Photo : absorption photoélectrique ; Paires : production de paires). . . . .	203

# Liste des acronymes

<b>AEI</b>	Albert Einstein Institute.....	133
<b>APC</b>	AstroParticule et Cosmologie.....	2
<b>AOM</b>	Acousto-Optic Modulator.....	103
<b>ARSENE</b>	Ariane Radio-Amateur Satellite Enseignement Espace.....	182
<b>ASD</b>	Amplitude Spectral Density.....	19
<b>ASIC</b>	Application-Specific Integrated Circuit.....	195
<b>CNES</b>	Centre National d'Études Spatiales.....	2
<b>DDS</b>	Direct Digital Synthesizer.....	131
<b>DEMETER</b>	Detection of ElectroMagnetic Emissions Transmitted from Earthquake Regions.....	xiv
<b>EASIROC</b>	Extended Analogue Silicon Photo-Multiplier Integrated Read Out Chip	195
<b>EJSM-Laplace</b>	Europa Jupiter System Mission.....	54
<b>ELITE</b>	European LIsa Technology Experiment.....	54
<b>eLISA</b>	evolving LISA.....	55
<b>EOM</b>	electro-optical modulator.....	121
<b>ESA</b>	European Space Agency.....	49
<b>GRACE-FO</b>	Gravity Recovery and Climate Explorer Follow On.....	100
<b>GNSS</b>	Global Navigation Satellite System.....	187
<b>GPS</b>	Global Positioning System.....	185
<b>GRS</b>	Gravitational Reference Sensor.....	61
<b>GWI</b>	Gravity Wave Interferometer.....	50
<b>IGOSat</b>	Ionospheric and Gamma-Ray Observations Satellite.....	vi
<b>IPGP</b>	Institut de Physique du Globe de Paris.....	2
<b>ISL</b>	Intervale Spectral Libre.....	99
<b>IXO</b>	International X-ray Observatory.....	54
<b>JUICE</b>	JUpiter ICy moon Explorer.....	55
<b>LAGOS</b>	Laser Antenna for Gravitational-radiation Observation in Space.....	51

---

<b>LCA</b>	LISA Core Assembly .....	62
<b>LIGO</b>	Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory .....	8
<b>LISA</b>	Laser Interferometer Space Antenna .....	1
<b>LPF</b>	LISA Pathfinder .....	62
<b>LOT</b>	LISA On Table .....	83
<b>LRI</b>	Laser Ranging Instrument (on GRACE-FO) .....	100
<b>LTP</b>	LISA Technology Package .....	62
<b>MOSA</b>	Movable Optical Sub-Assembly .....	61
<b>NASA</b>	National Aeronautic and Space Administration .....	50
<b>NGO</b>	New Gravitational wave Observatory .....	55
<b>OCXO</b>	Oven Controlled Crystal Oscillator .....	59
<b>OSCAR</b>	Orbiting Satellite Carrying Amateur Radio .....	182
<b>PDH</b>	Pound Drever Hall .....	100
<b>PSD</b>	Power Spectral Density .....	19
<b>SAA</b>	South Atlantic Anomaly .....	191
<b>SEIS</b>	Insight's Seismic Experiment for Internal Structure of Mars .....	116
<b>SiPM</b>	Silicon PhotoMultiplier .....	195
<b>SSB</b>	Solar System barycenter .....	26
<b>TDI</b>	Time Delay Interferometry .....	60
<b>TEC</b>	Total Electronic Content .....	186
<b>TECU</b>	Total Electronic Content Unit .....	187
<b>UHF</b>	Ultra High Frequency .....	211
<b>VBB</b>	Very broad Band .....	116
<b>VHF</b>	Very High Frequency .....	211

*À ma grand-mère.*



# Avant-propos

*"Ce qu'il y a de plus incompréhensible dans l'univers, c'est qu'il soit compréhensible."*  
Cette célèbre citation d'Albert Einstein illustre assez bien la démarche du chercheur : en face d'un phénomène physique inconnu, l'expérience de siècles de progrès scientifiques nous encourage à rechercher les lois physiques qui le régissent. Réciproquement, la pertinence d'une théorie se mesure à sa capacité à produire des prédictions observables et réfutables.

Dans ce cycle permanent d'observations, théorisation et expérimentations, les développements techniques sont indissociables des progrès scientifiques. De l'astrolabe à l'interféromètre de Michelson en passant par la lunette de Galilée, l'histoire des sciences est parsemée d'inventions techniques majeures, ayant permis des avancées importantes à notre compréhension de l'Univers.

En repoussant toujours plus loin les limites de notre connaissance du monde, les instruments scientifiques doivent se faire toujours plus précis, imposent des défis techniques toujours plus ardues.

La détection des ondes gravitationnelles est un cas d'école de ce dialogue entre science théorique et science expérimentale. Quand A. Einstein propose sa théorie de la Relativité Générale en 1915, superbe d'élégance mathématique mais aux prédictions si contre-intuitives, il faut des preuves expérimentales comme la déviation des rayons lumineux observées par Sir Arthur Eddington lors de l'éclipse de 1919, pour convaincre la communauté scientifique de son bien-fondé. Depuis, la Relativité Générale a passé tous les tests expérimentaux qui lui ont été soumis. Parmi les nombreuses prédictions de cette théorie, les ondes gravitationnelles ont un statut particulier : ondulations de la trame de l'espace-temps, elles n'existent que par la Relativité Générale. Leur existence a été longtemps débattue par les meilleurs théoriciens, puis les instrumentalistes prirent le relai pour inventer des détecteurs suffisamment sensibles pour observer ces déformations infinitésimales. Un siècle après leur première prédiction théorique, le 14 septembre 2015, le premier signal d'ondes gravitationnelles a été détecté par les plus grands et plus précis interféromètres terrestres jamais construits.

Cette détection ouvre la voie à l'astronomie des ondes gravitationnelles et de nouvelles générations de détecteurs. Parmi ceux-ci, la mission spatiale [Laser Interferometer Space Antenna \(LISA\)](#) se propose de mesurer, à l'horizon 2035, des fluctuations picométriques entre satellites séparés de 2,5 millions de km. Affranchie des perturbations terrestres, [LISA](#) complètera la moisson des observatoires terrestres, donnant une nouvelle vision de l'Univers via le message de sa principale interaction, la gravité.

Une fois en orbite, [LISA](#) sera, de loin, le plus grand instrument jamais construit par l'homme. A l'autre extrémité du spectre, la miniaturisation des composants électroniques et la baisse de leur consommation électrique a permis l'émergence récente de nouvelles pla-



teformes satellitaires, les nanosatellites. Normalisant le développement de satellites pas plus grands qu'une boîte à chaussures, le standard CubeSat a permis l'essor spectaculaire ces dernières années d'une nouvelle classe de missions. Misant sur l'innovation (et donc une certaine prise de risques), la simplicité de conception et l'économie de moyens, les CubeSats ont ouvert l'accès direct à l'espace aux start-up, aux laboratoires de recherche et aux Universités. Soutenu par le Centre National d'Études Spatiales (**CNES**) et le laboratoire d'excellence UnivEarthS, **IGOSat** est le premier nanosatellite étudiant de l'Université de Paris. Développé par des étudiants et fruit d'une collaboration entre laboratoires AstroParticule et Cosmologie (**APC**) et Institut de Physique du Globe de Paris (**IPGP**), **IGOSat** allie objectifs pédagogiques, technologiques et scientifiques.

En tant que physicien instrumentaliste, recruté Maître de Conférences à l'Université Paris Diderot en 2005, mes contributions principales se sont portées sur ces deux projets : le grand **LISA** et le petit **IGOSat**. Ils m'ont permis de voir deux facettes très différentes, mais aussi très complémentaires du développement d'une mission spatiale.

Les chapitres suivants présentent plus en détails le contexte de ces projets et mes contributions les plus importantes.

# Chapitre 1

## Les ondes gravitationnelles : de la théorie à la détection

La gravitation est la plus faible des interactions fondamentales. Elle a cependant une place à part parmi celles-ci. Non seulement elle résiste encore aux tentatives d'unification avec le modèle standard en physique des particules, mais elle est la seule à combiner une portée infinie et l'absence de 'charge' négative. De ce fait, elle est dominante pour les grandes structures de l'Univers.

La gravitation est également l'interaction la plus sensible à notre échelle macroscopique : il suffit d'observer la chute d'un objet pour se demander ce qui l'attire vers le sol. Etymologiquement, *gravité* et *pesanteur* sont d'ailleurs synonymes.

En environ 100 ans, de la fin du XVI<sup>ème</sup> à la fin XVII<sup>ème</sup> siècles, Tycho Brahé, Johannes Kepler, Galilée et Isaac Newton ont observé, expérimenté et théorisé de façon simple et effective la gravitation de telle sorte que "*les forces centripètes feront réciproquement comme les carrés des rayons*" [Newton, 1759, p 55, Cor. 6].

La formulation de la Loi de la Gravitation Universelle par I. Newton, quoiqu'expliquant parfaitement les mouvements des objets pesants et des planètes observées à l'époque, suppose deux principes :

- L'égalité (expérimentale pour Newton) entre la masse gravitationnelle et la masse inertielle
- La transmission instantanée de l'information gravitationnelle entre deux corps massifs.

De la remise en question et re-interprétation de ces deux principes naîtront les ondes gravitationnelles . . . .

### 1.1 Les ondes gravitationnelles avant la Relativité Générale

Le concept *d'ondes gravitationnelles*, c.à.d. la transmission de l'information gravitationnelle comme un processus ondulatoire, n'est pas intrinsèque à la Relativité Générale mais découle de la vitesse finie de tout transfert d'information.

Cet aspect historique, présenté dans les paragraphes suivant, de la genèse des ondes gravitationnelles est principalement tiré de [Kennefick \[2007\]](#), auquel le lecteur pourra se référer pour plus d'informations.

Les prémisses de la prédiction des ondes gravitationnelles suivent de quelques dizaines d'années seulement la diffusion de la théorie de Newton.

Dans le cadre de la gravité Newtonienne, les astronomes des XVIII<sup>ème</sup> et XIX<sup>ème</sup> siècles ont développé les calculs de mécanique célestes à un degré proche de la perfection. Il s'agissait notamment de décrire et prédire le mouvement des planètes autour du Soleil (ou de la Lune autour de la Terre). Le problème gravitationnel à  $N(> 2)$  corps étant insoluble analytiquement, la stratégie consistait à calculer les orbites d'un système binaire en considérant l'influence des autres corps célestes comme des perturbations, d'amplitudes supposées faibles devant le terme d'attraction centrale. La même technique est aussi utilisée pour prendre en compte les effets d'un potentiel non central (tel que l'aplatissement de la Terre au niveau des pôles). Ces perturbations ont des effets complexes sur les écarts aux prédictions du problème à deux corps, à la fois périodiques - de périodes courtes (multiples de la pulsation orbitale) et longues (dépendant des paramètres orbitaux) - et séculaires - c.à.d dérivant linéairement avec le temps. L'effet de ces perturbations peut donc être tout à fait notable sur des périodes historiques, ainsi que l'avait déjà noté Edmund Halley en comparant les tables d'éclipses romaines et médiévales aux observations de son temps.

Le cas de la prédiction de l'orbite lunaire était particulièrement étudié, notamment en raison de son utilisation possible pour déterminer la longitude d'un bateau en mer. Dans cette compétition où se sont illustrés Euler, Lagrange et Kant notamment, la conclusion à la fin du XVIII<sup>ème</sup> siècle était qu'une modification de la théorie de la Gravitation Universelle de Newton était nécessaire pour décrire complètement le mouvement de la Lune autour de la Terre.

En 1776, Pierre Simon de Laplace entreprit donc d'évaluer l'effet de la transmission de la force gravitationnelle à une vitesse finie et de déduire des observations une valeur de cette vitesse [[Laplace, 1776](#)]. Pour son calcul, Laplace considère la gravitation comme un flot de 'corpuscules' se propageant depuis la Lune vers la Terre. En raison de leur supposée vitesse finie, ses corpuscules se dirigent donc vers la position où sera la Terre après leur temps de vol. La Terre parcourant une orbite autour du barycentre Terre-Lune, la force n'est donc plus parfaitement centrale mais légèrement 'vers l'arrière', s'opposant au mouvement de la Lune, avec un angle de  $v/v_G$ , où  $v_G$  est la vitesse de propagation de la gravité (cf. fig. 1.1).

La force de trainée qui en résulte a pour effet de faire perdre de l'énergie au système Terre-Lune. La Lune se rapproche donc de la Terre et, en vertu de la troisième loi de Kepler, augmente sa vitesse angulaire.

A partir d'une dérive séculaire de la longitude de la Lune estimée alors à  $1^\circ$  sur 2000 ans, Laplace en déduit alors que *"la vitesse du corpuscule  $N$  est 7 680 000 fois plus grande que celle de la lumière, en sorte qu'il faudrait que la Lune se précipitât sur la Terre avec cette vitesse, pour ne point éprouver, au premier instant de sa chute, l'action de la pesanteur"* [[Laplace, 1776](#), p 227].

Le système gravitationnel n'est donc plus conservatif. Dans son calcul, Laplace ne se préoccupe cependant pas du devenir de l'énergie totale perdue et n'imagine donc pas de 'radiation' de cette énergie vers l'extérieur du système Terre-Lune.

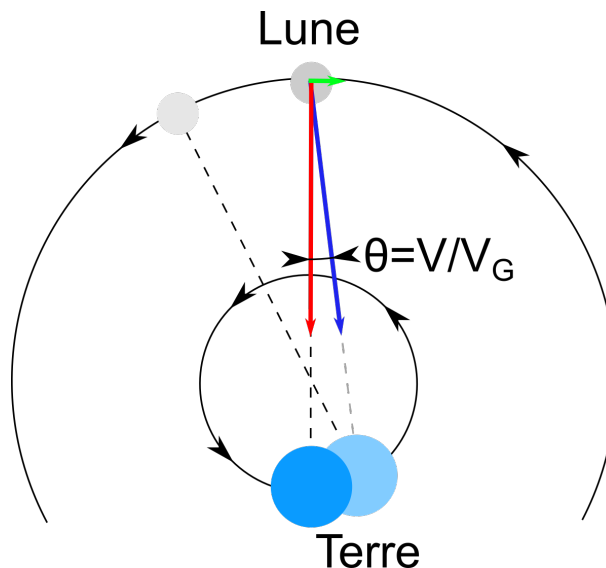


FIGURE 1.1 – Amortissement du mouvement de la Lune en raison de la vitesse finie de la gravité dans le calcul de P. S. de Laplace.

La précession de l'orbite Lunaire a depuis été expliquée par la friction des forces de marée : l'onde de marée à la surface de la Terre est à la fois attirée par l'attraction lunaire et entraînée par la rotation terrestre. De ce fait, le 'bourelé' de marée n'est pas exactement à la verticale de la Lune, mais légèrement en avance (d'environ  $3^\circ$ ). L'asymétrie d'attraction gravitationnelle qui en résulte transfère donc du moment cinétique de rotation de la Terre vers le moment angulaire du système Terre-Lune : la Lune s'éloigne (sa vitesse angulaire décroît) tandis que la rotation terrestre ralentit (la durée du jour s'accroît, d'environ 2 ms/siècle). La combinaison de ces deux effets antagonistes a conduit à une dérive des heures des éclipses lunaires (mesurées relativement à une rotation terrestre supposée constante) telles que compilées par E. Halley. Notons d'ailleurs que, réciproquement, les mesures historiques sont aujourd'hui utilisées pour confronter les modèles de ralentissement de la rotation terrestre avec des observations passées des éclipses [Stephenson *et al.*, 2016].

Les calculs de Laplace ont néanmoins eu une influence considérable tout au long du XIX<sup>ème</sup> siècle et ont constitué un argument majeur contre la plupart des théories supposant un support matériel à la propagation de la gravité.

Environ un siècle après les calculs de Laplace sur l'accélération de la Lune, un problème similaire s'est posé avec l'avancée du périhélie de Mercure : même en prenant en compte les perturbations des autres planètes, un reliquat de  $43''$ /siècle restait inexpliqué. Appliquant la méthode des perturbations qui lui permit de prédire et découvrir Neptune en 1846, Urbain Le Verrier proposa l'existence d'une planète intra-mercurienne Vulcain pour expliquer ces anomalies. Las, aucune des observations menées à partir de 1860 n'en trouva trace . . . .

Une nouvelle fois, la solution semblait dans une modification de la loi de la Gravitation Universelle de Newton.

Dès 1905, H. Poincaré introduisit le terme *d'onde gravitationnelle* (ou *onde d'accé-*

lération) pour tenter de trouver une description ondulatoire de la gravitation, unifiée avec la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell et donc compatible avec le principe de relativité. De fait, de même qu'une particule chargée accélérée perd de l'énergie par rayonnement électromagnétique, un corps massif orbitant autour du Soleil perdrait de l'énergie par un rayonnement d'origine encore inconnue et expliquerait ainsi l'avancée du périhélie de Mercure. Poincaré n'ignore pas les travaux de Laplace sur la propagation de la gravité, mais "Laplace supposait que [...] sa vitesse de propagation se combinait avec celle du corps attiré [...]. C'est une hypothèse toute particulière, assez mal justifiée, et en tout cas entièrement différente de celle de Lorentz." [Poincaré, 1908, p 399]. Finalement, passant en revue les théories relativistes alors existantes, Poincaré déduit que leur application à la gravité serait qu'"en résumé, le seul effet sensible sur les observations astronomiques serait un mouvement du périhélie de Mercure, de même sens que celui qui a été observé sans être expliqué, mais notablement plus faible. Cela ne peut être regardé comme un argument en faveur de la nouvelle Dynamique [relativiste] [...]; mais cela peut encore moins être regardé comme un argument contre elle." [Poincaré, 1908, p 400].

L'explication de la précession du périhélie de Mercure sera parfaitement décrite par la théorie de la Relativité Générale, mais comme un effet conservatif de la théorie et non par émission d'ondes gravitationnelles.

Pour finir sur les temps pré-einsteinien des ondes gravitationnelles, Max Abraham proposa en 1912 une théorie scalaire relativiste de la gravitation [Abraham, 2007], dans laquelle la gravité se propage à la vitesse de la lumière, les ondes gravitationnelles existent et sont longitudinales. Abraham semble également être le premier à identifier que, contrairement aux ondes électromagnétiques, les ondes gravitationnelles ne peuvent être dipolaires.

Comme en électromagnétisme, les ondes gravitationnelles ne peuvent être monopolaires : en vertu de la loi de Newton en  $1/r^2$  (et donc du théorème de Gauss), le champ lointain d'une source sphérique (même pulsante) ne dépend que de sa masse (ou de sa charge en électromagnétisme). Celle-ci étant conservée, il n'y a pas d'émission monopolaire.

L'émission dipolaire existe évidemment pour les ondes électromagnétiques, en considérant, par exemple, deux charges opposées oscillant suivant un axe. Le champ produit est alors proportionnel au produit de la charge et de l'accélération des deux particules.

Par analogie, l'onde gravitationnelle dipolaire produite serait donc proportionnelle au produit de l'accélération par la masse (gravitationnelle) des deux objets. La conservation de la quantité de mouvement nécessite par ailleurs que la somme des accélérations multipliées par les masses (inertielles) est nulle. Le principe d'équivalence entre masse gravitationnelle et masse inertielle implique donc l'absence d'émission dipolaire gravitationnelle (ainsi que, d'ailleurs, l'existence de masses négatives...).

L'émission dipolaire étant largement dominante dans tous les phénomènes électromagnétiques observés alors, Abraham en conclut que bien que le mécanisme d'émission d'ondes gravitationnelles soit compatible avec la théorie proposée, "la possibilité de leur production est pratiquement exclue" [Abraham, 2007, p 1298].

On voit donc que l'idée de l'existence des ondes gravitationnelles, comme conséquence de l'application du principe de relativité (restreinte) à la gravitation, précède la théorie de la Relativité Générale, qui lui donnera un cadre complet et cohérent. La question de

savoir si ces ondes gravitationnelles transportent effectivement de l'énergie, et donc ont un effet observable, sera cependant longtemps débattue.

## 1.2 Nature et origine des ondes gravitationnelles

La description des ondes gravitationnelles comme la propagation d'une déformation de la courbure de l'espace-temps provient évidemment de la Relativité Générale.

A. Einstein publie les équations de champ de la Relativité Générale et ses conséquences pour l'avancée du périhélie de Mercure dans une série d'article en novembre 1915 [[Einstein, 1915c,b,a](#)].

Ces équations sont aujourd'hui écrites usuellement sous la forme :

$$G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

A gauche,  $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ , le tenseur d'Einstein, décrit la géométrie de l'espace-temps, avec  $g_{\mu\nu}$  la métrique et  $R_{\mu\nu}$  le tenseur de Ricci (et  $R$  la courbure scalaire, obtenue via la trace de  $R_{\mu\nu}$  :  $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$ ).

A droite,  $T_{\mu\nu}$  représente le tenseur énergie-impulsion et  $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$ .

L'équation d'Einstein 1.1 peut se résumer suivant l'aphorisme fameux de J.A. Wheeler "Spacetime tells matter how to move, matter tells spacetime how to curve" [[Wheeler et Ford, 2000](#), p 235].

### 1.2.1 Les premiers pas ...

Très peu de temps après la publication des équations de champ de la Relativité Générale, Einstein écrit à Schwarzschild (en février 1916) qu'il est convaincu de l'inexistence d'ondes gravitationnelles, analogues aux ondes électromagnétiques, en raison de l'absence de rayonnement gravitationnel dipolaire (c.à.d suivant un argument très similaire à celui de Abraham). Une explication proposée par [Kennefick \[2007\]](#) est qu'Einstein travaillait alors sur les développements 'post-Newtoniens' qui lui avait permis de calculer la précession du périhélie de Mercure. Ces calculs se basent sur le développement des perturbations en termes de  $(v/c)^2$ . Le premier terme, conservatif, (en  $(v/c)^2$  donc, il n'y a pas de correction relativiste en  $v/c$ ) est responsable de la précession de Mercure et le premier terme non conservatif, correspondant à la dissipation d'énergie par ondes gravitationnelles est en  $(v/c)^5$  (i.e. ordre 2,5). En février 1916, Einstein n'était probablement pas allé aussi loin dans le développement des perturbations post-newtoniennes et, ne voyant apparaître que des termes conservatif (en  $(v/c)^2$  et  $(v/c)^4$ ), en aurait déduit qu'il n'y a pas d'émission d'ondes gravitationnelles (un autre argument étant que la précession du périhélie de Mercure était parfaitement décrite par le premier terme post-newtonien, sans besoin donc d'avoir recours à une dissipation d'énergie par ondes gravitationnelles).

Cependant, Einstein change complètement d'opinion en quelques mois. Il publie ainsi en juin 2016 [[Einstein, 1916](#)] un article où, en linéarisant la métrique à proximité d'un espace plat (donc en champ faible) et utilisant le 'bon' choix de jauge (i.e. un jeu de coordonnées adéquates), il se ramène à des équations (tensorielles) analogues à celle de l'électromagnétisme et donc pouvant être résolues par les mêmes techniques, en particulier

celle des potentiels retardés. Einstein en déduit l'existence d'ondes gravitationnelles se propageant à la vitesse de la lumière, qu'il classe suivant trois catégories (longitudinales-longitudinales, longitudinales-transverses, transverses-transverses) et précise que seules ces dernières sont 'physiques', les autres ne transportant aucune énergie (et dépendent du choix de coordonnées pris pour l'observateur) [Chen *et al.*, 2017 ; Kennefick, 2007]. L'article de juin 1916 contenant un certain nombre d'erreurs de calculs, Einstein publie un nouvel article en 1918 [Einstein, 1918], qui consolide les conclusions de l'article de 1916 et suit un raisonnement très proche des démonstrations modernes. En 1922, A. Eddington démontra dans un cadre plus général que les ondes transverses-transverses se propageaient à la vitesse de la lumière dans tous les systèmes de coordonnées, tandis que les ondes longitudinales-longitudinales et longitudinales-transverses avaient une vitesse arbitraire ("[...] and the only speed of propagation relevant to them is the 'the speed of thought.'"), confirmant ainsi leur caractère 'géométrique' et 'non physique' [Eddington, 1922].

Notons au passage que la première détection des ondes gravitationnelles par la collaboration [Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory \(LIGO\)](#)/VIRGO a été annoncée en février 2016, soit exactement 100 ans après la publication de l'article fondateur d'Einstein [Abbott *et al.*, 2016].

### 1.2.2 Théorie et effets d'une onde gravitationnelle

Ce n'est pas notre propos ici de détailler les calculs de Relativité Générale permettant de mettre en évidence les ondes gravitationnelles. Le lecteur intéressé pourra consulter nombre d'ouvrages de référence dans ce domaine, en particulier [Charles W. Misner et Wheeler \[2017\]](#).

Nous résumons ici les principales étapes et résultats déduits de la Relativité Générale approximée en champ faible.

La première étape consiste à linéariser la métrique en considérant des perturbations faibles d'un espace-temps plat (de Minkowski) avec  $x^\mu = (ct, x, y, z)$  :

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \\ \text{avec : } \eta_{\mu\nu} &= \text{diag}(-1, +1, +1, +1) \end{aligned} \quad (1.2)$$

La perturbation  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$  représentera donc l'effet du passage d'une onde gravitationnelle.  $h_{\mu\nu}$  est un tenseur  $4 \times 4$  symétrique, avec donc, a priori, 10 paramètres libres.

Après linéarisation, l'équation d'Einstein 1.1 prend alors la forme :

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu} \partial_\alpha \partial_\beta \bar{h}^{\alpha\beta} - \partial_\mu \partial_\alpha \bar{h}^\alpha_\nu - \partial_\nu \partial_\alpha \bar{h}^\alpha_\mu = -2\kappa T_{\mu\nu} \quad (1.3)$$

Dans cette équation,  $\square = \eta^{\nu\mu} \partial_\mu \partial_\nu$  est l'opérateur d'Alembertien et, pour simplifier les calculs, on introduit une perturbation métrique 'à trace renversée' (comme Einstein en 1916 ... ) :

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \Rightarrow \bar{h} = \eta^{\mu\nu} \bar{h}_{\mu\nu} = -h \quad (1.4)$$

Comme en électromagnétisme, cette équation est définie à un choix de jauge près, qui s'interprète en relativité générale comme un choix de système de coordonnées. Ici, la jauge

de Lorenz est la plus adaptée ( $\partial_\nu \bar{h}_{\mu\nu} = 0$ ), qui fixe 4 degrés de liberté et dont on déduit une équation d'onde :

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = -2\kappa T_{\mu\nu} \Rightarrow \square h_{\mu\nu} = -2\kappa \bar{T}_{\mu\nu} \quad (1.5)$$

Cette équation est valable en champ faible et démontre la propagation des ondes gravitationnelles à la vitesse de la lumière (en raison de l'opérateur d'Alembertien). Loin de la source, dans le vide, lorsque  $T_{\mu\nu} = 0$ , la solution est une onde plane :

$$h_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu} \exp(ik_\alpha x^\alpha) \quad (1.6)$$

avec :  $k^\alpha = (\omega/c, \vec{k})$  et  $\|k\|^2 - (\omega/c)^2 = 0$

La condition de jauge de Lorenz fixe 4 degrés de libertés du tenseur de polarisation  $\epsilon_{\mu\nu}$ . On montre qu'il est cependant encore possible, parmi les choix de jauges compatibles avec la condition de Lorentz, de fixer 4 autres degrés de libertés. Dans notre cas, cette liberté permet de choisir la jauge *transverse* et *sans trace* (jauge TT pour 'transverse-traceless') :

$$h^{TT} = \bar{h}^{TT} = 0 \Rightarrow h_{\mu\nu}^{TT} = \bar{h}_{\mu\nu}^{TT} \quad (1.7)$$

et :  $h_{0\nu}^{TT} = 0$

Le terme 'transverse' fait ici référence au fait que  $h_{\mu\nu}^{TT}$  est nul suivant la direction du temps.

Ces conditions fixent 4 autres degrés de libertés et les 2 degrés de libertés (i.e. polarisations) restant peuvent être mis facilement en évidence en considérant une onde gravitationnelle se propageant suivant  $\vec{z}$  :  $\vec{k} = (0, 0, k)$ . La solution onde plane de l'équation d'Einstein dans le vide donne alors :

$$h_{\mu\nu}^{TT} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp(ik_\alpha x^\alpha) \quad (1.8)$$

Les termes  $h_+$  et  $h_\times$  sont les deux degrés de libertés restant, en facteur des 2 polarisations possibles pour la perturbation de la métrique :

$$\epsilon_{\mu\nu}^+ = h_+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} ; \quad \epsilon_{\mu\nu}^\times = h_\times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Ces équations montrent donc une modification de la métrique de l'espace-temps dans les directions perpendiculaires à la propagation de l'onde gravitationnelle.

Elles décrivent, à  $z$  donné et pour la polarisation '+', une contraction-dilatation périodique suivant l'axe  $\vec{x}$  ( $dx^\mu = (0, 1, 0, 0)$ ) de même amplitude et en opposition de phase par rapport à la déformation sur l'axe  $\vec{y}$  ( $dx^\mu = (0, 0, 1, 0)$ ). D'où le terme '+'



Pareillement, la polarisation '×' représente une déformation périodique suivant  $\frac{1}{2}(\vec{x}+\vec{y})$  en opposition de phase à la déformation sur l'axe  $\frac{1}{2}(-\vec{x}+\vec{y})$ , i.e les mêmes axes que la polarisation '+' tournés de  $45^\circ$ .

On retrouve également le caractère quadripolaire de la déformation induite par l'onde, puisque celle-ci est identique à elle-même par rotation de  $180^\circ$  autour de  $\vec{z}$ . La déformation de la métrique dans le plan perpendiculaire à la propagation de l'onde est illustrée en figure 1.2.

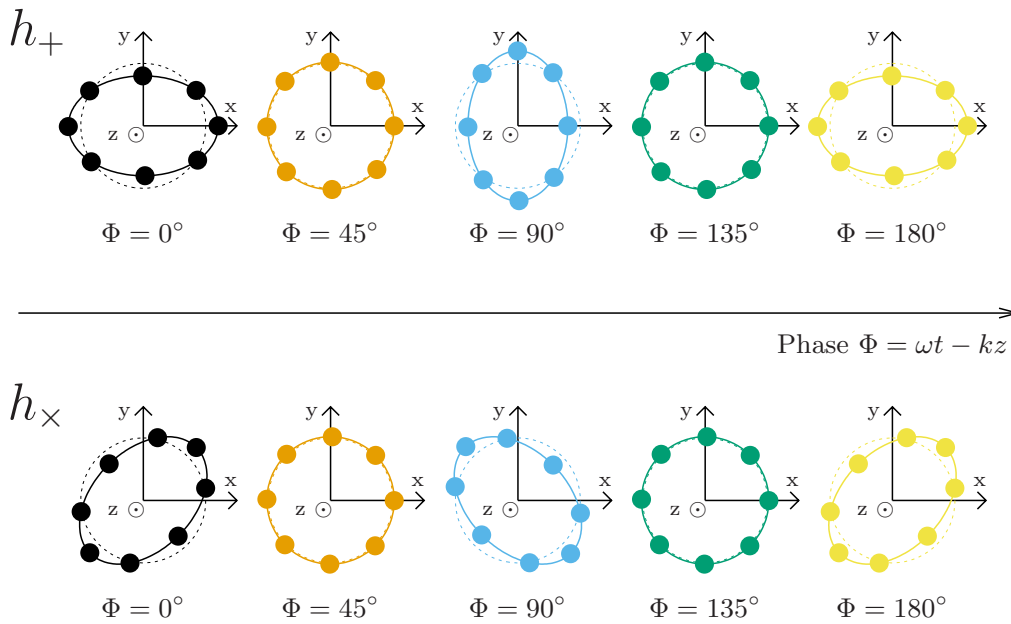


FIGURE 1.2 – Visualisation des 2 modes de polarisation dans le plan transverse à la propagation de l'onde gravitationnelle. Les points peuvent être assimilés à des objets purement inertiels, répartis suivant un cercle et dont les distances propres vont fluctuer en raison du passage d'une onde gravitationnelle.

### 1.2.2.1 Rayonnement produit par une onde gravitationnelle

Pour estimer l'amplitude de l'onde gravitationnelle émise par une source, on reprend l'équation d'onde linéarisée avec source :

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = -2\kappa T_{\mu\nu} \quad (1.10)$$

La solution formelle de cette équation s'obtient avec une fonction de Green retardée :

$$\bar{h}_{\mu\nu}(t, \vec{x}) = \frac{\kappa}{2\pi} \int \frac{T_{\mu\nu} \left( t - \frac{|\vec{x}-\vec{x}'|}{c}, \vec{x}' \right)}{|\vec{x}-\vec{x}'|} d^3\vec{x}', \quad (1.11)$$

où  $\vec{x}$  et  $\vec{x}'$  sont des vecteurs de type espace.

On se place ensuite dans le cas simplifié où la longueur d'onde de l'onde gravitationnelle, ainsi que la distance de l'observateur sont grandes devant la taille de la source (e.g. la séparation des 2 composantes d'un système binaire),  $\lambda, r \gg R_{source}$  :

$$\bar{h}_{\mu\nu}(t, \vec{x}) \approx \frac{4G}{rc^4} \int T_{\mu\nu} \left( t - \frac{r}{c}, \vec{x}' \right) d^3\vec{x}' \quad (1.12)$$

Après quelques calculs (cf. [Charles W. Misner et Wheeler, 2017, p. ex.]), en utilisant la conservation de l'énergie-impulsion ( $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ ) et en intégrant par partie, on obtient finalement la formule du quadrupôle :

$$\bar{h}_{ij} \approx \frac{2G}{rc^4} \frac{d^2 I^{ij}}{dt^2} \left( t - \frac{r}{c} \right) \quad (1.13)$$

Avec :  $I^{ij} = \int x^i x^j \rho d^3\vec{x}$  et  $\rho = \frac{T^{00}}{c^2}$

$\rho(\vec{x})$  est la densité de masse au repos de la source pour un système non-relativiste. La dernière étape est de se placer dans la jauge TT (transverse, sans trace) :

$$h_{ij}^{TT} \approx \frac{2G}{rc^4} \ddot{Q}_{ij} \left( t - \frac{r}{c} \right), \quad Q_{ij} = I^{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} I^k_k \quad (1.14)$$

On retrouve dans cette équation qu'il faut une distribution au moins quadrupolaire de masse pour générer une onde gravitationnelle (pas d'émission dipolaire en raison de la conservation de la quantité de mouvement.) De plus, l'utilisation de  $Q_{ij}$  (sans trace) au lieu de  $I^{ij}$  démontre que les mouvements à symétrie sphérique n'émettent pas d'ondes gravitationnelles : si  $I^{ij}$  est proportionnel au tenseur identité (invariance par toute rotation), alors  $Q_{ij}$  est nul. Puisque  $Q_{ij}$  n'a pas de symétrie sphérique,  $h_{ij}^{TT}$  non plus, l'émission d'ondes gravitationnelles ne peut être isotrope.

L'équation 1.14 amène à quelques autres remarques pour la génération et la détection de sources d'ondes gravitationnelles :

- L'amplitude de l'onde gravitationnelle décroît comme  $1/r$ . Contrairement aux ondes électromagnétiques, où l'observable est la puissance lumineuse, nous verrons que les détecteurs mesurent directement cette amplitude. De ce fait, améliorer la sensibilité d'un détecteur d'ondes gravitationnelles d'un facteur 10, correspond à un volume 1000 fois plus grand (et donc potentiellement 1000 fois plus de sources, contre  $\approx 30$  pour un télescope optique p.ex.).
- Le facteur de couplage en facteur de  $\ddot{Q}_{ij}^{TT}/r - 2G/c^4$  - est très petit ( $\approx 1,7 \times 10^{-44} \text{ s}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ). L'accélération du quadrupole devra donc être très importante pour produire des ondes gravitationnelles détectables, c.à.d de grandes masses se déplaçant à grande vitesse (souvent relativiste).

La luminosité de la source d'ondes gravitationnelles peut se calculer à partir du tenseur d'Isaacson [Charles W. Misner et Wheeler, 2017], caractérisant l'énergie transportée par les ondes gravitationnelles (et donc prise au système gravitationnel les générant) :

$$T_{\mu\nu} = \frac{c^4}{32\pi G} \langle \partial_\mu h_{jk}^{TT} \partial_\nu h^{TTjk} \rangle, \quad (1.15)$$

où les crochets  $\langle \dots \rangle$  indiquent une moyenne sur plusieurs longueurs d'onde et/ou plusieurs périodes.

$T^{0i}$  correspondant à la densité d'énergie se propageant dans la direction  $x^i$ , on en déduit le flux d'énergie transporté par une onde gravitationnelle se propageant suivant la direction  $z$  :

$$F = \frac{c^3}{16\pi G} \langle \dot{h}_+^2 + \dot{h}_\times^2 \rangle, \quad (1.16)$$

soit, pour une onde monochromatique polarisée '+', d'amplitude  $h_+$  et de fréquence  $f$  ( $\langle \dot{h}_+^2 \rangle = (2\pi)^2 f^2 h_+^2 / 2$ ) :

$$F = \frac{\pi c^3}{8G} f^2 h_+^2 \quad (1.17)$$

Cette expression nous permet une première estimation numérique du flux transportée par une onde gravitationnelle en fonction de paramètres 'typiques' :

$$F \approx 16 \left( \frac{f}{10 \text{ Hz}} \right)^2 \left( \frac{h}{10^{-21}} \right)^2 \mu\text{W}\cdot\text{m}^{-2} \quad (1.18)$$

Ce flux peut être comparé au flux lumineux (visible) de la Pleine Lune ( $\approx 3 \text{ mW}\cdot\text{m}^{-2}$ ) ou de l'étoile la plus brillante du ciel, Sirius ( $\approx 0,1 \mu\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ). On constate ainsi que le flux d'ondes gravitationnelles pour une source 'typique' peut transporter une grande quantité d'énergie.

Une autre façon de mettre cela en évidence est de calculer la luminosité gravitationnelle, c.à.d l'énergie totale rayonnée sous forme d'ondes gravitationnelles par unité de temps :

$$L = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}^{ij} \rangle \quad (1.19)$$

Cette *formule du quadrupôle* (avec également l'eq. 1.14) a été obtenue par Einstein dès 1918 [Einstein, 1918].

Le facteur  $\frac{G}{c^5}$  est très petit - son inverse  $L_0$  vaut environ  $L_0 \approx 3,6 \times 10^{52} \text{ W}$  - la perte d'énergie est donc faible dans les cas 'classique' (comme le mouvement des corps dans le système solaire). Cependant, dans les cas très relativistes,  $\ddot{Q}$  est de l'ordre de  $L_0$ . Ainsi, lors de la coalescence de 2 objets compacts, la luminosité émise en ondes gravitationnelles peut être (brièvement!) une fraction de  $L_0$ . Pour comparaison, la luminosité 'électromagnétique' totale du Soleil est de l'ordre de  $3,8 \times 10^{26} \text{ W}$ , celle d'une galaxie de typiquement  $10^{37} \text{ W}$  et toutes les galaxies de l'Univers visible ensemble  $10^{49} \text{ W}$ . Un système binaire de deux trous noirs peut donc potentiellement émettre, au moment de leur coalescence, plus d'énergie en ondes gravitationnelles que tout l'Univers en visible [Sathyaprakash et Schutz, 2009].

### 1.2.2.2 Effets observationnels

Les calculs précédents, montrant l'amplitude et l'énergie transportée par une onde gravitationnelle à partir de la dynamique de la distribution de masse de la source, ont été établis très tôt (par Einstein en 1918) mais la controverse sur l'effet physique 'réel' des ondes gravitationnelles a perduré jusque dans les années 1950.

En effet, les formules précédentes n'ont été établies que grâce à des approximations et un système de coordonnées 'adapté' : jauge TT et champ faible. Les équations de champ de la Relativité Générale ne sont en effet résolues que dans certains cas très particuliers, généralement avec certaines approximations plus ou moins fortes. Il n'existe par exemple pas de description relativiste générale d'un système binaire. Dans le cas des ondes gravitationnelles, un des problèmes de la modélisation concernait le raccordement entre les calculs proches de la source (en champ fort) et la propagation des ondes en champ faible, à l'infini.

D'autre part, la possibilité d'un effet 'observable' des ondes gravitationnelles restait à étudier. En 1956, Pirani [1956, 1957] montre que la courbure de l'espace-temps (et donc le passage d'une onde gravitationnelle) peut être connue en mesurant la distance entre des objets inertiels (i.e. soumis uniquement à la gravité), qui se déplacent donc suivant une géodésique : la distance mesurée entre 2 particules tests doit fluctuer sous l'influence de l'onde gravitationnelle. La figure 1.2 représente donc également la déformation d'un anneau de masses libre sous l'action d'une onde gravitationnelle.

Influencés par les travaux de F. Pirani, H. Bondi et R. Feynman proposent une expérience de pensée à la conférence de Chapel Hill en 1957, considérée aujourd'hui comme la première démontrant la détectabilité d'une onde gravitationnelle : l'expérience de la 'perle collante' [Bondi, 1957]. Dans cette expérience, on considère un bâton sur lequel glissent 2 anneaux, 1 à chaque extrémité. Les anneaux et le bâton sont inertiels. Lors du passage d'une onde gravitationnelle (se propageant perpendiculaire au bâton), le bâton ainsi que les 2 anneaux vont subir une série de contractions / dilatations. La distance entre les 2 anneaux va donc osciller proportionnellement à leur éloignement et à l'amplitude de l'onde.

Pour le bâton, les contraintes mécaniques apportées par l'onde gravitationnelle s'opposent aux forces de cohésion interne à la matière. Si la fréquence de l'onde est significativement inférieure à la fréquence de résonance longitudinale du bâton, celui-ci va suivre la dilatation de la métrique et continuer à osciller après l'arrêt de l'onde (oscillations de relaxation pour revenir à l'état d'équilibre). Si l'onde a une fréquence supérieure à la fréquence de résonance mécanique, alors il n'y a pas de déformation du bâton. Dans les 2 cas, on observe un mouvement relatif d'un ou des deux anneaux par rapport au bâton. Si on suppose maintenant que le glissement s'effectue avec un certain frottement, la quantité de chaleur dégagée est alors une observable physique (au moins en théorie ...) démontrant l'existence des ondes gravitationnelles et leur interaction avec la matière.

En parallèle de l'évaluation de l'effet observable d'une onde gravitationnelle, la question de la validité de la formule du quadrupôle 1.14 dans un cas 'réel' a agité la communauté scientifique jusqu'à la fin des années 1970. Pour résumer, voici quelques étapes de la controverse, tirées de Kennefick [2007] ; Chen *et al.* [2017] :

1918 : Einstein calcule la formule du quadrupôle 1.14 [Einstein, 1918]

1922 : Eddington corrige un facteur 2 dans la formule d'Einstein [Eddington, 1922]

1923 : Eddington montre que la formule du quadrupôle s'applique à un cylindre en rotation [Eddington, 1923]

- 1941 : Landau et Lifshitz affirment que la formule du quadrupôle s'applique à un système d'étoiles binaire [[Landau et Lifshitz, 1971](#), p. 325]
- 1957 : Expérience de pensée de la 'perle collante' pour montrer qu'il est possible d'extraire de l'énergie d'une onde gravitationnelle
- 1970 : Chandrasekhar démontre la validité de la formule du quadrupôle pour des sources binaires étendues (i.e. non ponctuelles) à faibles vitesses
- 1978 : Découverte de la décroissance orbitale du pulsar PSR 1913+16, en accord avec les prédictions de la formule du quadrupôle [[Hulse et Taylor, 1975](#) ; [Taylor \*et al.\*, 1976, 1979](#) ; [Taylor et McCulloch, 1980](#)]
- 1983 : Démonstration de la conformité des calculs théoriques et des mesures expérimentales des pulsars binaires avec la formule du quadrupôle [[Damour, 1983](#)]

A partir du milieu des années 1980, grâce à la multiplicité des méthodes aboutissant au même résultat positif (et la première preuve expérimentale de l'effet des ondes gravitationnelles), la formule du quadrupôle fait consensus pour calculer l'amplitude des ondes gravitationnelles. Les mesures récentes par les détecteurs interférométriques démontreront une fois de plus la validité de ces calculs. Pour plus de détails historiques sur la controverse autour de la formule du quadrupôle et l'énergie transportée par les ondes gravitationnelles, voir [Kennefick \[2007, Chapitre 5\]](#).

**Le pulsar binaire PSR B1913+16** Un pulsar binaire est un système binaire de deux étoiles à neutrons dont l'un au moins des compagnons est observé en radio, i.e. comme un pulsar. L'intérêt de tels systèmes est de fournir une horloge intrinsèque extrêmement stable, lié à la stabilité de la rotation des étoiles à neutrons. Ainsi, les radio-télescopes au sol reçoivent des pulses radio (typiquement mesurés dans la bande 400 - 1500 kHz) à intervalles extrêmement bien définis.

Dans le cas d'un système double, l'étude fine des perturbations de ces périodes permet de déterminer très précisément les paramètres orbitaux du couple, ainsi que les paramètres physique des 2 objets (masse, vitesse et axe de rotation). La source PSR B1913+16 a été découverte en 1973 [[Hulse et Taylor, 1975](#)] et ses co-découvreurs, Hulse et Taylor, annoncent en 1978 que la décroissance de l'orbite est conforme à ce qui est attendue en raison de la dissipation d'énergie potentielle par ondes gravitationnelles [[Taylor \*et al.\*, 1979](#) ; [Taylor et McCulloch, 1980](#)]. L'accord entre théorie et mesures s'avèrera effectivement extrêmement bon, confirmé par les travaux de [Damour \[1983\]](#) et ne pouvant être correctement expliqué sans l'inclusion de l'effet des ondes gravitationnelles. Cette découverte est donc considérée comme la première preuve, indirecte (au sens où l'onde gravitationnelle elle-même n'a pas été détectée), de l'existence des ondes gravitationnelles et la validité de la formule du quadrupôle. Hulse et Taylor recevront le prix Nobel de Physique en 1993 pour cette découverte.

Sur plus de 35 ans d'observations, la période orbitale de ce système binaire a décliné d'environ 62 s. Le rapport entre cette mesure et la prédiction de Relativité Générale (corrigée du mouvement relatif entre le système solaire et le pulsar) est de  $0,9983 \pm 0,0016$

[Weisberg et Huang, 2016]. La figure 1.3 montre l'accord entre les prédictions de la Relativité Générale et les mesures de la décroissance de la période orbitale de PSRB1913+16.

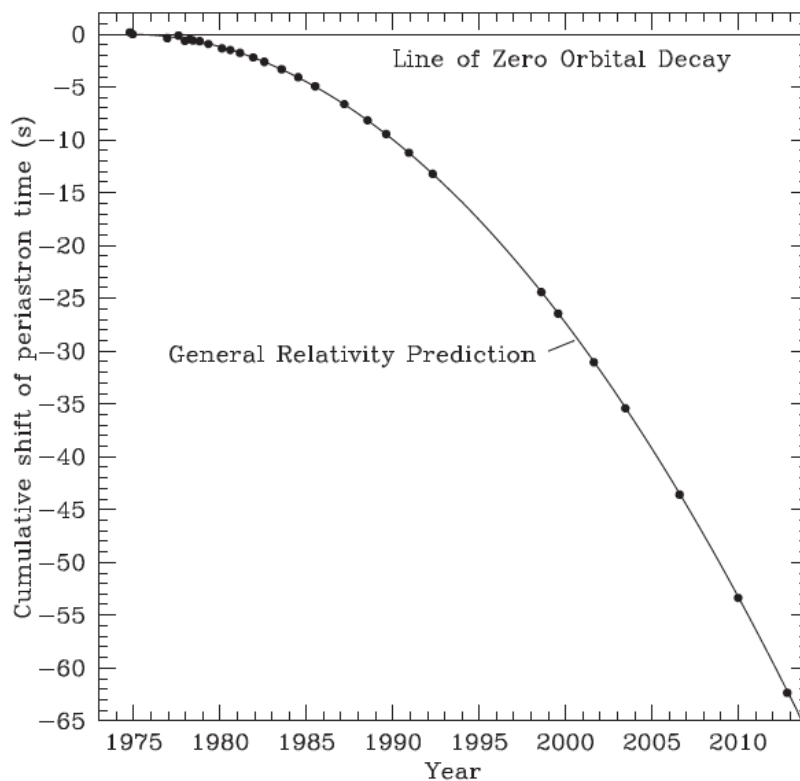


FIGURE 1.3 – Décroissance de la période orbitale de PSR B1913+16 entre 1975 et 2013, tirée de [Weisberg et Huang, 2016]. La prédiction issue de la Relativité Générale (i.e. la dissipation d'énergie due aux ondes gravitationnelles) se base sur des mesures indépendantes des masses et paramètres orbitaux du système binaire.

Une dizaine de pulsars a depuis été utilisée pour vérifier et confirmer à chaque fois les prédictions de la Relativité Générale, mais PSR B1913+16 reste cependant le pulsar binaire le plus étudié et offrant la plus grande précision dans les tests de la Relativité Générale [Weisberg et Huang, 2016, Table 3].

### 1.2.2.3 Ordres de grandeurs

Les équations d'Einstein sont fortement non linéaires et il n'existe généralement pas de solution analytique 'exacte' pour l'émission des ondes gravitationnelles, même dans le cas le plus simple d'un problème à deux corps.

Il est cependant possible, à partir de la formule du quadrupôle (eq. 1.14) de faire des estimations en ordre de grandeur, qui se révèlent souvent proches des résultats obtenus par des calculs plus complexes ou par la relativité numérique. Nous proposons donc ici quelques ordres de grandeurs, en suivant les approximations proposées dans Schutz [1984, 1999]; Sathyaprakash et Schutz [2009].

Si on considère une source de masse totale  $M$  et de vitesse interne typique  $v$ , alors une estimation de  $\ddot{Q}_{ij}$  est  $Mv_{ns}^2$ , où  $v_{ns}$  est la composante 'non-sphérique' de  $v$ . D'où :

$$h \approx \frac{2GMv_{ns}^2}{rc^4} \quad (1.20)$$

Pour fixer les idées, on peut insérer quelques valeurs numériques typiques dans cette équation, sachant que  $h = 10^{-21}$  est équivalent à une déformation élastique de l'ordre de 1 pm/Mkm :

$$h \approx \frac{M}{M_{\odot}} \cdot \left( \frac{v_{ns}}{0,01c} \right)^2 \cdot \frac{10 \text{ kpc}}{r} \text{ pm/Mkm} \quad (1.21)$$

L'échelle de distance choisie ici (10 kpc) correspond à la distance du Soleil au centre de notre Galaxie.

**Sources artificielles d'ondes gravitationnelles** Ces estimations permettent d'ores et déjà d'exclure toute source d'origine humaine. En effet, imaginons un 'générateur d'ondes gravitationnelles' constitué de 2 masses de 1 t chacune, reliées par un mât de 10 m et tournant à une vitesse de 10 tours/seconde<sup>1</sup>. La fréquence de l'onde, en raison de son caractère quadrupolaire, est de 20 Hz, soit une longueur d'onde d'environ 15 000 km, soit à peu près le diamètre de la Terre. Sachant qu'il faut s'éloigner d'au moins d'une longueur d'onde pour que les effets ondulatoires (champ lointain) l'emportent sur les effets de gradient (champ proche), il faut imaginer ce 'générateur' et le 'détecteur' d'ondes gravitationnelles aux antipodes l'un de l'autre. Avec ces grandeurs caractéristiques et en les injectant dans l'équation 1.20 (la vitesse tangentielle des masses est purement non sphérique), l'amplitude attendue de l'onde est  $h \sim 10^{-43}$ . Cette amplitude est des ordres de grandeurs inférieure à toute capacité actuelle de détection : même avec un détecteur de taille caractéristique 1000 km, l'amplitude des déplacements à mesurer est 100 fois inférieure à la longueur de Planck ( $1,6 \times 10^{-35}$  m) ...

**Systèmes astrophysiques d'étoiles binaires** Pour un système gravitationnellement lié et de taille caractéristique  $R$ , le théorème du Viriel nous indique que  $v_{ns}^2 \sim \epsilon \frac{GM}{R}$  avec  $\epsilon \leq 1$ . En injectant cette relation dans 1.20, on trouve :

$$h \approx \epsilon \frac{R_s}{r} \Xi, \quad (1.22)$$

Avec :  $R_s = 2 \frac{GM}{c^2}$  : Rayon de Schwarzschild de la source

$$\Xi = \frac{R_s}{R} \leq 1 \quad : \quad \text{Compacité de la source (1 pour un trou noir)}$$

, soit en reprenant les valeurs typiques ci-dessus :

$$h \approx \frac{M}{M_{\odot}} \cdot \frac{\epsilon}{0,1} \cdot \frac{\Xi}{0,001} \cdot \frac{10 \text{ kpc}}{r} \text{ pm/Mkm} \quad (1.23)$$

<sup>1</sup>La vitesse des masses est alors à peine inférieure (314 m/s) à la vitesse du son au niveau de la mer. La force centrifuge est de l'ordre de  $6 \times 10^8$  N aux points d'attache, soit la résistance à la rupture d'une poutre de fibres de carbone haute résistance de section  $\sim 30 \times 30 \text{ cm}^2$  ...

La même approche peut être utilisée pour évaluer la luminosité en ondes gravitationnelles d'une source astrophysique auto-gravitante compacte. En reprenant l'équation 1.19 et  $\ddot{Q} \sim Mv_{ns}^3/R$  et en suivant la même méthodologie que précédemment, on obtient :

$$\begin{aligned} L &\sim \frac{G}{c^5} \epsilon^3 G^3 \left(\frac{M}{R}\right)^5 \\ &\sim 10^{-3} \cdot L_0 \cdot \epsilon^3 \cdot \Xi^5 \end{aligned} \quad (1.24)$$

La luminosité en ondes gravitationnelles est donc très dépendante de la compacité.

Pour un système binaire,  $\epsilon \sim 1$  d'après les lois de Newton.

Ainsi, même si la luminosité est complètement négligeable pour les systèmes 'classiques' (planètes, étoiles binaires sur leur séquence principale, etc), elle peut être de l'ordre de  $L_0/1000$  (i.e.  $10^{23}$  fois la luminosité électromagnétique du Soleil!) pour une binaire de trous noirs à la coalescence ( $\Xi \sim 1$ )

La fréquence des ondes gravitationnelles peut également être estimée à partir de la physique de Newton. En effet, utilisant la troisième loi de Kepler et en considérant que la fréquence de l'onde gravitationnelle est le double de la fréquence orbitale, on a  $f \sim \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \approx \frac{2}{\pi} \sqrt{G\rho}$ , où  $\rho$  est la densité de masse-énergie de la source. Pour les astres compacts à l'origine des ondes gravitationnelles, il est plus pertinent d'exprimer la fréquence en fonction de la compacité  $\Xi$  de la source :

$$\begin{aligned} f &\approx \frac{c^3}{2\sqrt{2}GM} \Xi^{3/2} \\ &\approx 2 \frac{M_\odot}{M} \cdot \left(\frac{\Xi}{0,001}\right)^{3/2} \text{ Hz} \end{aligned} \quad (1.25)$$

En raison de la perte d'énergie par ondes gravitationnelles, un système binaire va présenter des orbites de plus en plus serrées, ce qui va induire une vitesse orbitale plus importante et donc une augmentation de l'émission d'ondes gravitationnelles. Le phénomène est donc exponentiel (en luminosité et fréquence de l'onde notamment) et finit par la coalescence des deux corps. Pour un système binaire de trous noirs (non rotatifs), la plus haute fréquence est atteinte à la dernière orbite stable ( $R_{lso} = 3R_S$ ) :

$$f_{max} \sim 500 \frac{20M_\odot}{M} \text{ Hz} \quad (1.26)$$

Il est également possible d'estimer le temps caractéristique de coalescence lors des dernières phase spiralantes :

$$t_{coal} \sim \frac{E_{potentielle}}{L} \sim 1.2 \Xi^{-4} \frac{M}{M_\odot} \text{ ms} \quad (1.27)$$

$t_{coal}$  est un ordre de grandeur du temps de coalescence de la source. Une source peut cependant être observable pendant bien plus longtemps pendant sa phase 'amont', quasi-monochromatique.

Les calculs précédents sont basés sur des approximations Newtoniennes (donc a priori inadaptées pour les astres binaires compacts et relativistes ...). Des calculs complets



de Relativité Générale (parfois numériques) sont nécessaires pour calculer précisément les formes d'ondes, amplitudes et fréquences des sources astrophysiques. Ces estimations sont néanmoins correctes en ordre de grandeur et permettent de se faire une idée des performances nécessaires pour les instruments de détection.

Les caractéristiques de ces différentes sources ont été résumées dans le tableau 1.1.

	Soleil	Naine blanche	Etoile à neutrons	Trou noir stellaire	Trou noir massif
masse $M [M_{\odot}]$	1	0,1 à 1,4	1 à $\sim 3$	$\sim 10$	$\sim 10^6$
Rayon $R$ [km]	$7 \times 10^5$	$\sim 10^4$	$\sim 10$	$\sim 30$	$\sim 3 \times 10^6$
Compacité $\Xi$ [1]	$10^{-6}$	$10^{-4}$ à $10^{-3}$	$\sim 0,5$	1	1
Fréquence à la coalescence $f$ [Hz]	$10^4$	$10^4$ à $10^5$	$10^3$ à $10^4$	$10^3$	$10^{-2}$
Luminosité pic $L [L_{\odot}^{em}]$	$4 \times 10^{-4}$	10 à $4 \times 10^6$	$10^{21}$ à $10^{22}$	$10^{23}$	$10^{23}$
Temps de coalescence $t_{coal}$	$10^9$ siècles	20 à $10^4$ siècles	0,1 à 0,2 s	10 ms	1000 s
Distance $r$ [kpc]	10	10	$10^4$	$10^6$	$10^7$
Amplitude max $h$ [pm/Mkm]	$10^{-2}$	$10^{-2}$ à 10	0,5 à 5	1	$10^4$

TABLE 1.1 – Estimation des principales caractéristiques pour diverses sources binaires d'ondes gravitationnelles.  $L_{\odot}^{em}$  représente la luminosité électromagnétique du Soleil.

D'autres phénomènes astrophysiques sont susceptibles de générer des ondes gravitationnelles observables (notamment les supernovae, les fluctuations de l'Univers primordiale, les pulsars asymétriques, etc.). Le lecteur peut se référer à, par exemple, [Sathyaprakash et Schutz \[2009\]](#); [Riles \[2013\]](#) pour un aperçu plus complet.

### 1.3 Principe des détecteurs d'ondes gravitationnelles

Comme on l'a vu précédemment, jusqu'au milieu du XX<sup>ème</sup> siècle, la question de savoir si les ondes gravitationnelles étaient un effet physique réel ou un artefact de choix de jauge est restée ouverte. La possibilité de détecter des ondes gravitationnelles a été cependant considérée comme confirmée par l'expérience de pensée de la 'perle collante' [[Bondi, 1957](#)].

Le principe de base des méthodes actuelles de détection directe des ondes gravitationnelles repose sur l'effet alors identifié de fluctuation de distance entre masses inertielles : soit en détectant directement cette fluctuation de distance, soit en l'amplifiant grâce à un résonateur mécanique.

Dans la gamme de fréquences entre  $\sim 1$  mHz à  $\sim 1$  kHz, un ordre de grandeur de la performance à détection à atteindre (en considérant des temps d'intégration des signaux entre quelques ms pour les sources les plus rapides et quelques années pour les sources

monochromatiques) est de l'ordre de  $h \approx 10^{-21}$ , soit une performance métrologique de 1 pm sur 1 Mkm, ou  $10^{-18}$ m (1/1000 de la taille d'un proton) sur 1 km.

Pour comparaison, une des mesures les plus fines au tournant du XX<sup>ème</sup> siècle est la mesure interférométrique de Michelson et Morley (qui cherchaient à mesurer la vitesse de la Terre par rapport au supposé éther). Leur performance, remarquable pour l'époque, est équivalente à  $\sim 5$  nm sur 10 m, soit une mesure relative de  $\sim 5 \times 10^{-11}$  [Michelson et Morley, 1887a,b]. La détection directe d'une onde gravitationnelle demande donc un gain de  $\sim 10$  ordres de grandeur et nécessitera plusieurs décennies de développements instrumentaux.

Notons immédiatement que contrairement à, e.g., l'expérience de Michelson et Morley, il ne s'agit pas de détecter un biais 'fixe' (ou 'moyen') qui correspondrait donc à une valeur (quasi)'statique' de la déformation. Afin d'atteindre une sensibilité suffisante, toutes les méthodes proposées reposent sur la détection d'un signal temporellement cohérent à une certaine fréquence (ou suivant une évolution de fréquence connue) : p.ex. par une analyse de Fourier, d'ondelettes ou un filtrage adapté au signal recherché.

Une exception à cette règle est la recherche des ondes gravitationnelles par leur trace dans la polarisation du fond diffus cosmologique, technique que nous n'aborderons pas dans ce document.

De ce fait, les amplitudes (d'ondes gravitationnelles, de bruit métrologique, etc.) seront souvent décrites dans le domaine fréquentiel, sous forme de *densité spectrale de puissance* (ou *d'amplitude*). Techniquement, la densité spectrale de puissance (Power Spectral Density (PSD)) repose sur l'ergodicité et la stationnarité du signal et correspond à la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation. Physiquement, la PSD représente la distribution en fréquence de la puissance du signal et s'exprime en [unité du signal]<sup>2</sup>/Hz. Plusieurs estimateurs statistiques existent pour calculer la PSD d'un signal. La densité d'amplitude (Amplitude Spectral Density (ASD)) est la racine de la PSD, exprimée en [unité du signal]/ $\sqrt{\text{Hz}}$

### 1.3.1 Les barres résonantes de Weber

Les premiers détecteurs d'ondes gravitationnelles développés dès les années 1960 sont assez proches de l'expérience de pensée de Bondi et Feynman : si un solide est contraint de se déformer en raison du passage d'une onde gravitationnelle (comme le bâton de l'expérience), de l'énergie élastique va être transférée au matériau. Si, de plus, la fréquence d'excitation est proche de la fréquence de résonance mécanique du système, alors le couplage avec l'onde est largement amplifié.

Une des premières tentatives a alors consisté à utiliser des sismomètres terrestres (fréquence fondamentale  $\sim 1$  mHz), mais les mouvements sismiques de la Terre empêchent d'atteindre une sensibilité suffisante pour détecter les excitations provoquées par les ondes gravitationnelles [Forward *et al.*, 1961 ; Weiss et Block, 1965]. Cependant, si la Terre est un astre sismiquement trop 'bruyant', il n'en est pas de même d'autres planètes et satellites. De fait, les mesures sismométriques de la Lune, mesurées avec les sismomètres déposés par les missions Apollo, apportent aujourd'hui les limites supérieures les plus contraignantes sur la densité d'énergie en ondes gravitationnelles de l'Univers, entre 0,1 et 1 Hz (à un niveau cependant assez élevé correspondant à  $h \sim 10^{-15}/\sqrt{\text{Hz}}$  [Coughlin et Harms, 2014]).

Les premiers détecteurs spécifiques au sol ont été développés par J. Weber : il s'agissait de 'simples' cylindres d'aluminium dont les vibrations sont mesurées par des transducteurs piézo-électriques (cf. Fig. 1.4 et [Weber \[1960\]](#)). Les barres de Weber avait une bande passante étroite autour de 1660 Hz, l'objectif étant de détecter des excès de vibration au-dessus du bruit thermique de la barre. J. Weber a rapporté des 'excès' périodiques (jusqu'à plusieurs par jour) dont certains attribués à des ondes gravitationnelles, notamment des événements simultanés (au temps de propagation près) entre deux barres séparées de 1600 km [[Weber, 1969](#)].

Au courant de années 1970, plusieurs autres expériences similaires ont été menées en Europe et aux Etats-Unis, avec des barres plus massives (meilleure réponse aux ondes gravitationnelles) et un bruit thermique des chaînes de détection bien plus bas. Ces expériences n'ont cependant détecté aucune anomalie statistique malgré un seuil de détection entre 10 et 100 fois plus bas. Une ré-analyse des résultats de J. Weber a ensuite montré que les excès observés étaient probablement dus à l'algorithme de sélection des coïncidences couplé à l'interprétation 'manuelle' des seuils de détection et la réponse fortement non linéaire de la chaîne de mesure. Ces effets combinés auraient donc eu pour conséquence de générer des 'anomalies' de bruit suivant une statistique différente (et plus nombreuse) qu'attendue. Pour plus de détails sur cette controverse et les premières tentatives de détection des ondes gravitationnelles dans les années 1960 et 1970, le lecteur pourra se référer à [Levine \[2004\]](#).

Ces expériences pionnières ont néanmoins suscité un grand enthousiasme dans le développement de barres résonantes pour la détection d'ondes gravitationnelles.

Dans les années suivant les expériences de Weber, la technologies des barres résonantes a largement progressé avec l'utilisation de détecteurs et transducteurs cryogéniques, ainsi que de nouvelles techniques d'analyse de données et d'estimation de la signification des coïncidences. A la fin des années 1990 et jusque vers 2005, la 'surveillance' du ciel en ondes gravitationnelles était assurée par principalement cinq détecteurs à barre résonante : Allegro à l'Université d'État de Louisiane, Auriga à l'Université de Padoue, Explorer au CERN, Nautilus au laboratoire de Frascati et Niobe (seule barre résonante en niobium plutôt qu'en alliage d'aluminium) à l'Université d'Australie occidentale.

La figure 1.5 résume les sensibilités atteintes par ces détecteurs, soit environ  $10^{-21}/\sqrt{Hz}$  entre 860 et 940 Hz. Compte-tenu de la petite bande passante de ces instruments, il n'est pas possible de reconstituer de formes d'onde complètes, leur principal objectif étant la détection d'ondes gravitationnelles en conjonction avec un événement impulsionnel, en particulier les supernovae asymétriques. Les dernières barres résonantes en activité (Nautilus et Auriga) ont été arrêtées en juin 2016, supplantées par les interféromètres sol qui ont atteint une sensibilité meilleure dans cette même bande de fréquence. Pour plus d'informations sur les dernières générations de détecteurs résonants pour les ondes gravitationnelles, voir [Astone et al. \[2007\]](#) ; [Aguiar \[2011\]](#) ; [Pizzella \[2016\]](#).

### 1.3.2 Les interféromètres

Dans sa version la plus simple, un interféromètre de Michelson est constitué d'une source lumineuse (préférentiellement cohérente et monochromatique, i.e. une source laser) divisée en deux faisceaux se propageant suivant deux directions orthogonales et revenant après



FIGURE 1.4 – J. Weber travaillant sur une des premières barres résonantes pour la détection des ondes gravitationnelles (vers 1969). Crédit : AIP Emilio Segrè Visual Archives.

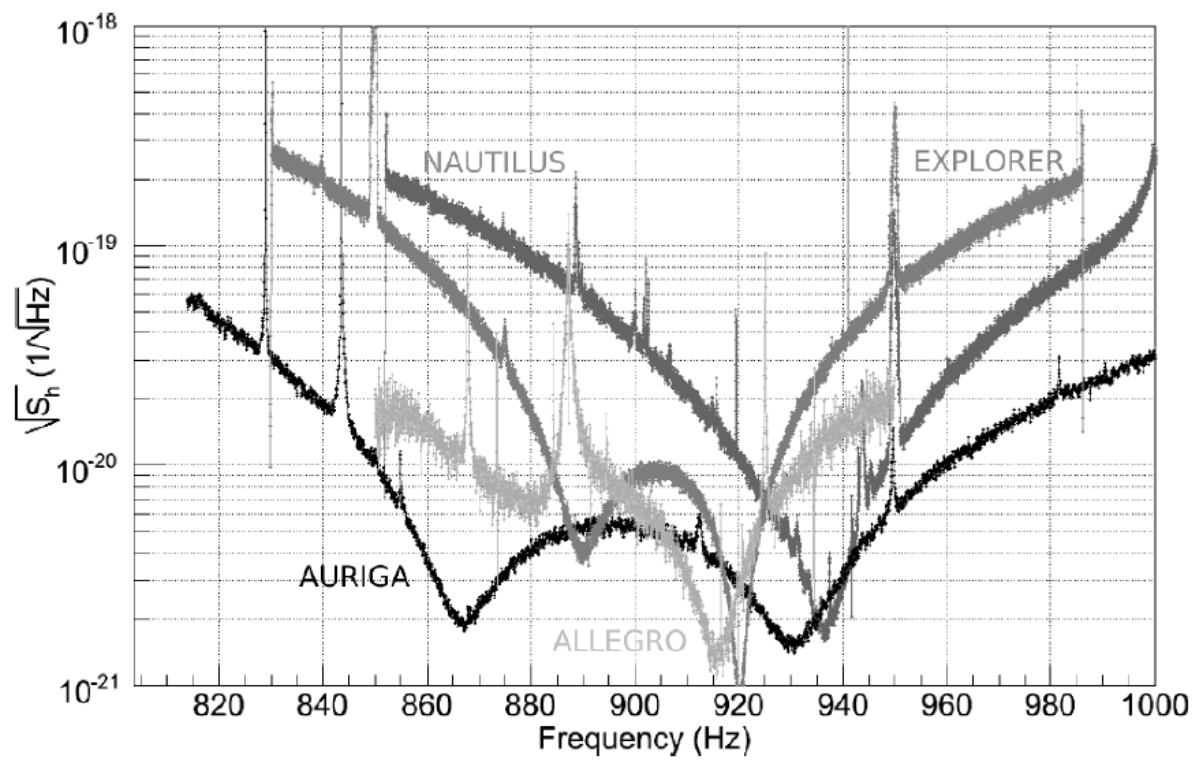


FIGURE 1.5 – Sensibilité des barres résonante du réseau IGEC-2 vers 2005. Extrait de [Astone \*et al.\* \[2007\]](#)

réflexion à leur point d'origine (cf. fig. 1.6).

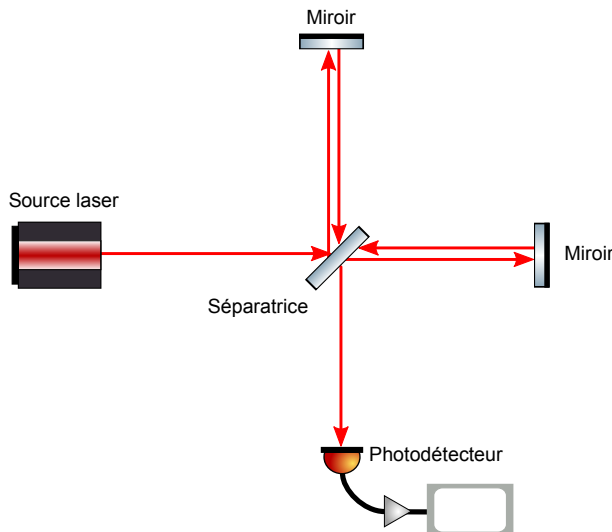


FIGURE 1.6 – Schéma de principe d'un interféromètre de Michelson simple.

La recombinaison des 2 ondes réfléchies donne accès à la phase relative (i.e. la différence de chemin optique) des deux 'bras' de l'interféromètre. Si on considère une onde gravitationnelle se propageant perpendiculairement au plan de l'interféromètre, ce dispositif semble particulièrement bien adapté à la détection des fluctuations différentielles engendrées par celle-ci (cf. fig. 1.2). Le principe de la détection par interférométrie est illustrée sur la figure 1.7.

Un interféromètre sera d'autant plus sensible aux ondes gravitationnelles que la longueur (physique ou effective) des bras sera grande. La réalisation pratique de cette mesure implique cependant deux grands défis techniques : la réalisation de miroirs 'inertiels', uniquement sensibles à la gravité, au moins dans la direction des faisceaux optiques ; ainsi que la minimisation et le contrôle des bruits métrologiques permettant d'atteindre une sensibilité relative meilleure que  $\approx 10^{-21}$  de la longueur d'un bras.

La première mention de l'utilisation d'un interféromètre pour la détection des ondes gravitationnelles est généralement attribuée à Gertsenshteïn et Pustovoït en 1962 en Union Soviétique [Gertsenshteïn et Pustovoït, 1963] et indépendamment au groupe de J. Weber en 1964 aux États-Unis. Ce dernier publie les résultats d'un premier concept d'interféromètre en 1971 [Moss *et al.*, 1971] et rapporte des premières sensibilités de  $1,3 \times 10^{-14} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  autour du kHz, en bon accord avec la limite de bruit de photon (faisceau laser de  $80 \mu\text{W}$  à 633 nm), estimé à  $1,06 \times 10^{-14} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Bien que représentant les mesures de vibrations les plus précises de l'époque, ces sensibilités ne permettaient pas alors d'envisager raisonnablement la détection d'une onde gravitationnelle. L'avantage essentiel de ces dispositifs interférométriques est la large bande passante de détection (typ. 1-20 kHz pour ces premiers instruments). Utilisé simultanément avec les barres résonantes (mais un facteur 10 à 100 moins sensibles autour de leur fréquence de résonance), aucun évènement conjoint ne fut rapporté.

A la même époque, en 1972, Rainer Weiss et son équipe écrivent le premier rapport

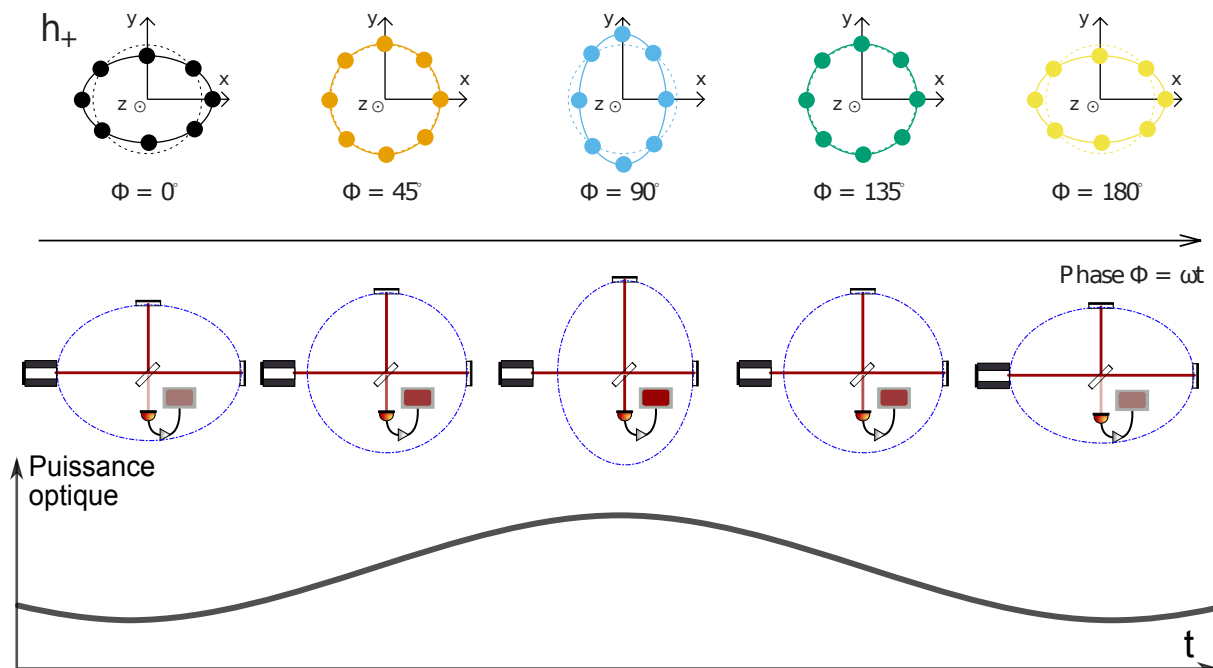


FIGURE 1.7 – Illustration (très exagérée ...) de la déformation d'un interféromètre de Michelson et de la fluctuation de puissance reçue sur la photodiode.

contenant un dimensionnement complet d'un interféromètre pour la détection des ondes gravitationnelles [Weiss *et al.*, 1972].

L'interféromètre proposé par Weiss *et al.* [1972] est représenté en figure 1.8.

Ce rapport contient d'autre part une discussion approfondie et quantitative des principales sources de bruits, toujours valide aujourd'hui :

- a. Bruit d'amplitude de la source laser (bruit de photons)
- b. Bruit de phase / fréquence de la source laser
- c. Agitation thermique des suspensions, miroirs, composants optiques et autres supports mécaniques
- d. Pression de radiation induit par le faisceau laser
- e. Bruit sismique
- f. Bruits de gradients thermiques
- g. Impacts des rayons cosmiques de haute énergie
- h. Fluctuations du champ gravitationnel local
- i. Champs électriques et magnétiques parasites.

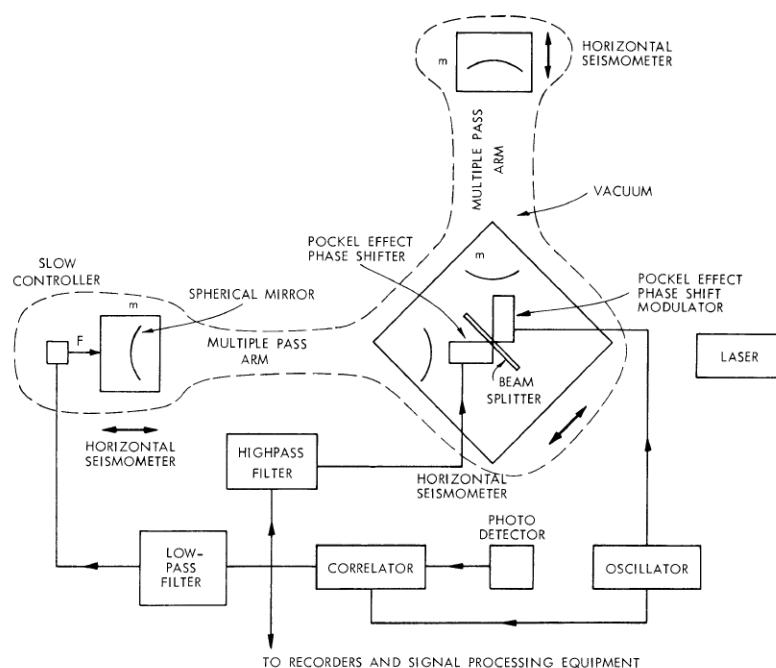


FIGURE 1.8 – Proposition d’interféromètre pour la détection des ondes gravitationnelles, par l’équipe de R. Weiss en 1972 [Weiss *et al.*, 1972]

## 1.4 Effet d’une onde gravitationnelle sur la mesure interférométrique

Afin de calculer quantitativement la réponse d’un interféromètre à une onde gravitationnelle quelconque, nous suivons ici la méthodologie utilisée dans Vinet [2007, 2010, 2013] :

Dans la jauge TT, il existe une base  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{w})$  (orthogonale, unitaire), telle que l’onde se propage suivant  $\vec{w}$  et les composantes spatiales de son amplitude sont dans le plan  $(\vec{a}, \vec{b})$  :

$$h_{ij} = h'_+(t) \cdot (a_i a_j - b_i b_j) + h'_\times(t) \cdot (a_i b_j + a_j b_i) \quad (1.28)$$

Cette équation définit bien un tenseur symétrique et on peut vérifier facilement que :

$$\begin{aligned} h_i^i &= 0 \quad \text{sans trace} \\ h_{ij}(\vec{a} \wedge \vec{b})^j &= 0 \quad \text{transverse} \\ h_{ij}a^j &= h'_+ a_i + h'_\times b_i \\ h_{ij}b^j &= -h'_+ b_i + h'_\times a_i \\ &\Rightarrow \text{La polarisation } + \text{ agit en opposition de phase sur } \vec{a} \text{ et } \vec{b} \\ h_{ij}(a^j + b^j) &= h'_+(a_i - b_i) + h'_\times(a_i + b_i) \\ h_{ij}(a^j - b^j) &= h'_+(a_i + b_i) - h'_\times(a_i - b_i) \\ &\Rightarrow \text{La polarisation } \times \text{ agit en opposition de phase sur } \vec{a} + \vec{b} \text{ et } \vec{a} - \vec{b} \end{aligned} \quad (1.29)$$



Les équations précédentes permettent de calculer l'effet d'une onde gravitationnelle sur le temps de parcours (i.e. la phase) d'un faisceau lumineux se propageant d'un point A (de coordonnées  $\vec{x}_A$ ) à B (de coordonnées  $\vec{x}_B$ ). Dans la cas général, en particulier en considérant la mission **LISA**, il faut considérer le temps de propagation de l'onde de A à B (autrement dit, la longueur d'onde de l'onde gravitationnelle devient comparable à la distance entre 'émetteur' et 'récepteur'). On effectue donc le calcul dans le cas général, qui sera ensuite particularisé aux interféromètres sol.

L'onde gravitationnelle se propage suivant un vecteur d'onde  $\vec{k} = \frac{2\pi f}{c}\vec{w}$ , dans un référentiel inertiel (en d'autres termes,  $-\vec{w}$  est la direction de la source vue par l'observateur). Des calculs précis nécessitent de prendre en compte la vitesse relative du détecteur par rapport à ce référentiel (e.g. par rapport au Référentiel Barycentrique Solaire **SSB**). Plus exactement, la direction de propagation de l'onde, vu du détecteur est donnée au premier ordre par  $\vec{w}_D \approx \vec{w} - \vec{w} \wedge (\vec{w} \wedge \vec{\beta})$ , où  $\vec{\beta} = \vec{v}/c$  et  $\vec{v}$  est la vitesse relative du détecteur par rapport au référentiel inertiel considéré<sup>1</sup>. En pratique, que ce soit pour les interféromètres sol ou pour **LISA**,  $\beta \lesssim 10^{-4}$  par rapport au Solar System barycenter (**SSB**), soit une aberration maximale de  $\sim 20$  secondes d'arc, largement inférieure à la résolution angulaire des détecteurs actuels. Cet effet d'aberration sera donc négligé par la suite.

En géométrie sphérique,  $\vec{w}$  est repéré par ses angles de latitude  $\theta$  et longitude  $\phi$ .

Un choix naturel pour les vecteurs de base  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{w})$  est alors constitué des vecteurs de base 'canoniques' en géométrie sphérique (cf. Fig. 1.9) :

$$\vec{\theta} = -\frac{\partial \vec{w}}{\partial \theta} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ -\cos \theta \end{pmatrix} \quad \vec{\phi} = \frac{\partial \vec{w}}{\cos \theta \partial \phi} = \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

La distance propre parcourue par la lumière suivant une géodésique se calcule dans la jauge TT par (loin de toute source gravitationnelle) :

$$\begin{aligned} ds^2 = 0 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ &= (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) dx^\mu dx^\nu \\ &= -c^2 dt^2 + (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j \end{aligned} \quad (1.31)$$

Considérant un lien laser allant de A vers B, suivant la direction  $\vec{n}$  :

$$L = \|\vec{x}_B - \vec{x}_A\|, \quad \vec{n} = \frac{\vec{x}_B - \vec{x}_A}{L}, \quad d\vec{x} = \vec{n} d\lambda \quad (1.32)$$

$$\Rightarrow c^2 dt^2 = (\delta_{ij} + h_{ij}) n^i n^j d\lambda^2 = (1 + h_{ij} n^i n^j) d\lambda^2 \quad (1.33)$$

$$\Rightarrow c dt \approx \left(1 + \frac{1}{2} h_{ij} n^i n^j\right) d\lambda \quad (1.34)$$

$$\Rightarrow d\lambda \approx c \cdot \left(1 - \frac{1}{2} h_{ij} n^i n^j\right) dt \quad (1.35)$$

<sup>1</sup>Il s'agit de la contrepartie géométrique de l'effet Doppler-Fizeau, également bien connue des astronomes comme 'aberration de la lumière'.

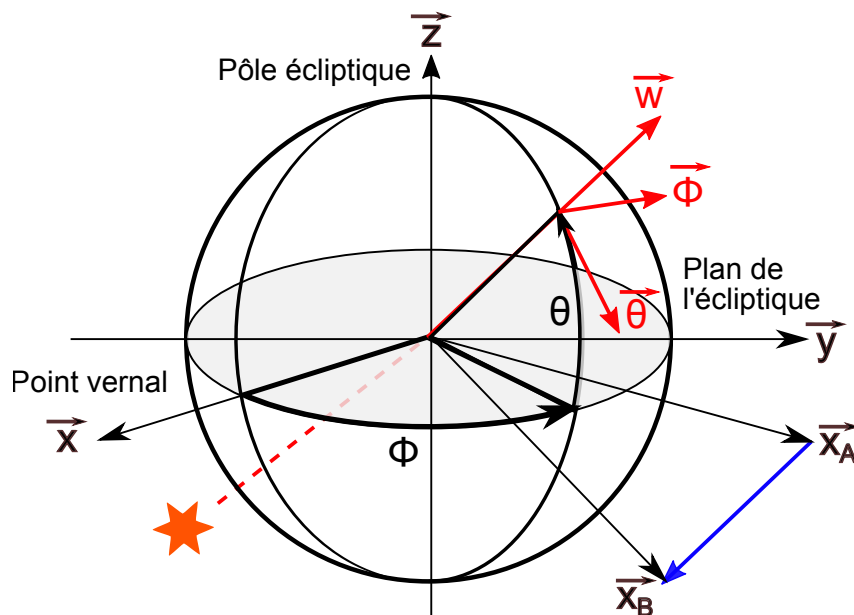


FIGURE 1.9 – Coordonnées sphériques utilisées pour le calcul de la réponse d'un lien laser à une onde gravitationnelle.

Pirani [1956] a démontré qu'un observateur interprétera cette modification de la distance propre comme une modulation de la distance mesurée entre 2 points en chute libre séparés d'une distance constante  $d\lambda$  dans la jauge TT.

On peut expliciter  $h_{ij} n^i n^j$  en fonction des composantes  $h_+$ ,  $h_\times$  et de l'orientation du lien laser par rapport à l'onde incidente :

$$\begin{aligned}
 H &= h_{ij} n^i n^j = (h_+ \cdot (\theta_i \theta_j - \phi_i \phi_j) + h_\times \cdot (\theta_i \phi_j + \theta_j \phi_i)) n^i n^j \\
 &= h_+ \xi_+ + h_\times \xi_\times \\
 \text{avec : } \xi_+ &= (\vec{\theta} \cdot \vec{n})^2 - (\vec{\phi} \cdot \vec{n})^2, \quad \xi_\times = 2(\vec{\theta} \cdot \vec{n})(\vec{\phi} \cdot \vec{n})
 \end{aligned}
 \tag{1.36}$$

$\xi_+$  et  $\xi_\times$  définissent les fonctions de réponse du bras aux 2 polarisations '+' et '×'. Ces coefficients régissent donc aussi la sensibilité des interféromètres en fonction de la direction de la source :

- Les fonctions de réponse sont identiques pour  $\vec{n}$  et  $-\vec{n}$  (cette égalité provient in fine de la nature quadropolaire de l'onde gravitationnelle), et il y a donc *a priori* ambiguïté sur la direction de la source. La dégénérescence peut être plus ou moins efficacement levée en considérant : l'effet Doppler lié à la vitesse relative du détecteur par rapport à la source, la détection simultanée de la source par deux détecteurs orientés différemment, la rotation du détecteur (et donc la modulation de sa fonction de réponse) pendant la durée du phénomène observé.
- La réponse est nulle pour les deux polarisations si la source est alignée avec le lien optique ( $\vec{\theta} \cdot \vec{n} = \vec{\phi} \cdot \vec{n} = 0$ ), bien sûr conforme à la propriété de déformation transverse à la direction de propagation des ondes gravitationnelles.

- $\xi_+$  est nul ssi  $\vec{\theta}$  et  $\vec{\phi}$  ont (en valeur absolue) la même projection sur  $\vec{n}$ , c.à.d si  $\vec{n}$  est dans le plan bissecteur à  $\vec{\theta}$  et  $\vec{\phi}$ , ou dans son plan orthogonal, i.e.  $\exists \alpha ; \vec{n} = \cos \alpha \vec{w} + \sin \alpha / \sqrt{2} (\vec{\theta} \pm \vec{\phi})$
- $\xi_\times$  est nul ssi  $\vec{\theta}$  ou  $\vec{\phi}$  est orthogonal à  $\vec{n}$ , c.à.d si  $\vec{n}$  est dans le plan orthogonal à  $\vec{\theta}$  (contenant  $\vec{\phi}$ ), ou dans le plan orthogonal à  $\vec{\phi}$  (contenant  $\vec{\theta}$ ), i.e.  $\exists \alpha ; \vec{n} = \cos \alpha \vec{w} + \sin \alpha \vec{\phi}$  ou  $\vec{n} = \cos \alpha \vec{w} + \sin \alpha \vec{\theta}$

Les valeurs de  $\xi_+$  et  $\xi_\times$  en fonction de la direction de la source sont représentées en figure 1.10 pour les vecteurs de base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ . La réponse aux deux polarisations d'un lien orienté arbitrairement est une combinaison (quadratique) de ces cartes.

$h_+$  et  $h_\times$  représentant une onde se propageant à la vitesse de la lumière, en un point  $\vec{x}$  quelconque du trajet entre A et B, l'élément de longueur de la métrique se déduit de l'onde évaluée à l'origine ( $h_+(t)$  et  $h_\times(t)$ ), par :

$$d\lambda = c \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} H \left( t - \frac{1}{c} \vec{w} \cdot \vec{x}(t) \right) \right) dt$$

avec :  $\vec{x}(t) = \vec{x}_A + c(t - t_A)\vec{n}$   $t_A$  étant le temps d'émission du faisceau en A, (1.37)

$$\text{soit : } d\lambda = c \cdot \left[ 1 - \frac{1}{2} H \left( (1 - \vec{w} \cdot \vec{n}) t + \vec{w} \cdot \vec{n} t_A - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_A}{c} \right) \right] dt$$

L'onde arrive au temps  $t_B$  au point B, calculé à partir de l'effet intégré sur l'ensemble du chemin :

$$\frac{1}{c} \int_0^L d\lambda = \int_{t_A}^{t_B} \left[ 1 - \frac{1}{2} H \left( (1 - \vec{w} \cdot \vec{n}) t' + \vec{w} \cdot \vec{n} t_A - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_A}{c} \right) \right] dt', \quad (1.38)$$

$$\frac{L}{c} = t_B - t_A - \frac{1}{2} \int_{t_A}^{t_B} H \left( (1 - \vec{w} \cdot \vec{n}) t' + \vec{w} \cdot \vec{n} t_A - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_A}{c} \right) dt' \quad (1.39)$$

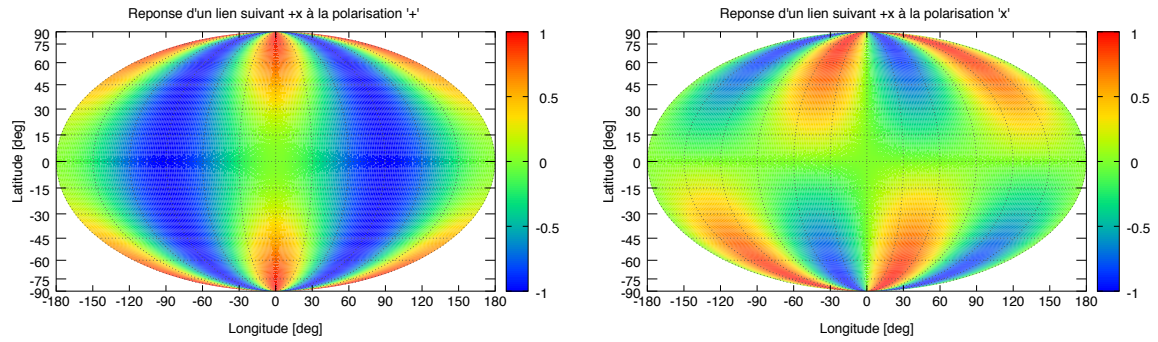
L'incrément de phase du faisceau (de fréquence optique  $\nu_0$ ) se propageant de A à B est lié au temps de propagation entre ces deux points :

$$\Delta\phi = 2\pi\nu_0(t_B - t_A) \quad (1.40)$$

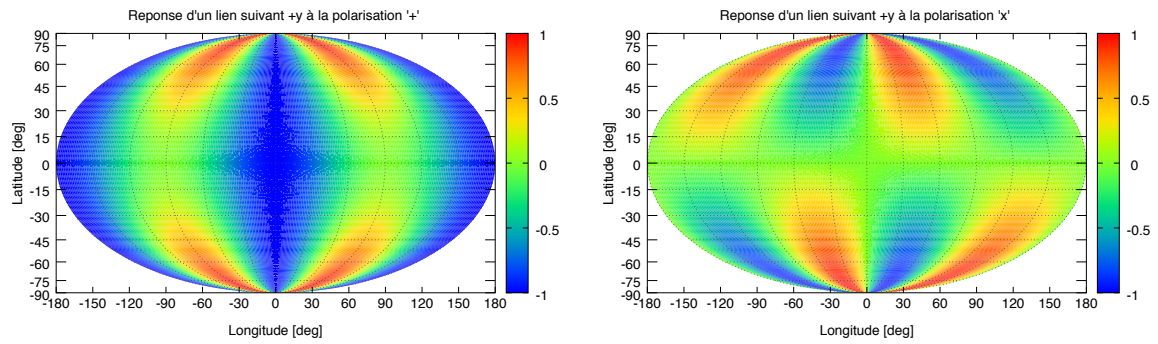
D'après les équations précédentes, le temps de propagation  $\Delta t = t_B - t_A$  est donc la solution d'une équation implicite. Cependant, au premier ordre, on peut remplacer  $t_A$  dans l'intégrale par  $t_A \approx t_B - L/c$  :

$$\begin{aligned} t_B - t_A &\approx \frac{L}{c} + \frac{1}{2} \int_{t_B - L/c}^{t_B} H \left( (1 - \vec{w} \cdot \vec{n}) t' + \vec{w} \cdot \vec{n} \left( t_B - \frac{L}{c} \right) - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_A}{c} \right) dt' \\ &\approx \frac{L}{c} + \frac{1}{2} \int_{t_B - L/c}^{t_B} H \left( (1 - \vec{w} \cdot \vec{n}) t' + \vec{w} \cdot \vec{n} t_B - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_B}{c} \right) dt' \end{aligned} \quad (1.41)$$

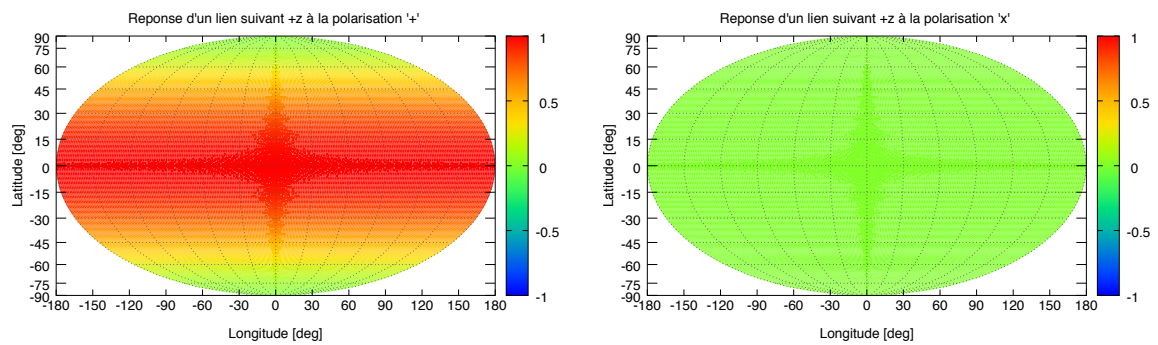
L'effet de l'onde gravitationnelle s'exprime plus naturellement comme la modulation de la fréquence optique reçue (i.e. la fluctuation de fréquence *compensant* les fluctuations de temps de parcours du faisceau). De façon équivalente, les fluctuations de phase du



(a) Réponse d'un lien suivant  $\vec{e}_x$  à une polarisation  $+$ . (b) Réponse d'un lien suivant  $\vec{e}_x$  à une polarisation  $\times$ .



(c) Réponse d'un lien suivant  $\vec{e}_y$  à une polarisation  $+$ . (d) Réponse d'un lien suivant  $\vec{e}_y$  à une polarisation  $\times$ .



(e) Réponse d'un lien suivant  $\vec{e}_z$  à une polarisation  $+$ . (f) Réponse d'un lien suivant  $\vec{e}_z$  à une polarisation  $\times$ .

FIGURE 1.10 – Réponses d'un lien optique aux polarisations  $+$  et  $\times$  ( $\xi_+$  et  $\xi_\times$ ) en fonction de la longitude et latitude de la source, pour différentes orientations du lien ( $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$ ,  $\vec{e}_z$ ).

faisceau sont mesurées en B comme les variations (par rapport à l'horloge locale  $t_B$  du temps d'émission du faisceau  $t_A$ ) :

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0}(t) = -\frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\Delta\phi}{dt_B}(t) = -\frac{d(t_B - t_A)}{dt_B}(t) \quad (1.42)$$

Par changement de variable ( $\tau = (1 - \vec{w} \cdot \vec{n}) t' + \vec{w} \cdot \vec{n} t_B$ ), l'équation 1.39 peut se mettre sous la forme :

$$t_B - t_A \approx \frac{L}{c} + \frac{1}{2(1 - \vec{w} \cdot \vec{n})} \int_{t_B - (1 - \vec{w} \cdot \vec{n})L/c}^{t_B} H\left(\tau - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_B}{c}\right) d\tau \quad (1.43)$$

Ce qui permet facilement d'en déduire la modulation de fréquence recherchée :

$$\begin{aligned} \frac{\delta\nu}{\nu_0}(t) &\approx -\frac{1}{2(1 - \vec{w} \cdot \vec{n})} \left[ H\left(t - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_B}{c}\right) - H\left(t - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_B + (1 - \vec{w} \cdot \vec{n})L}{c}\right) \right] \\ &\approx -\frac{1}{2(1 - \vec{w} \cdot \vec{n})} \left[ H\left(t - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_B}{c}\right) - H\left(t - \frac{\vec{w} \cdot \vec{x}_A + L}{c}\right) \right] \end{aligned} \quad (1.44)$$

Cette équation apporte quelques interprétations physiques et commentaires :

- L'effet de l'onde gravitationnelle s'exprime 'naturellement' comme un effet Doppler (décalage de fréquence) et non comme une fluctuation de phase.
- Cette fluctuation de fréquence se calcule à partir d'une évaluation de la réponse aux ondes gravitationnelle en uniquement deux points de l'espace-temps : à la position et au temps d'arrivée du photon en B (premier terme entre crochets de l'eq. 1.44) ; à la position et au temps d'émission du photon en A (deuxième terme entre crochets de l'eq. 1.44).
- Dans le cas de **LISA**, les évolutions (orbitales) de  $x_A$ ,  $x_B$  (et donc de  $L$  et  $\vec{n}$ ) pendant un temps de parcours ( $L/c$ ) ne peuvent pas être négligées devant la longueur d'onde gravitationnelle et il s'agit donc tout d'abord de résoudre à chaque temps d'évaluation  $t$  une équation implicite en  $L$  :  $L = \|\vec{x}_B(t) - \vec{x}_A(t - L/c)\|$ .
- Pour la même raison, un effet Doppler 'classique', lié à la vitesse relative entre émetteur et récepteur s'ajoute à l'effet de l'onde gravitationnelle. La distinction entre ces deux effets repose sur une séparation en fréquences : très long terme (semaines) pour l'effet Doppler orbital, 'court' terme (typ. entre la seconde et l'heure) pour les sources observées par **LISA**.

Afin de calculer la réponse fréquentielle du détecteur, on effectue une transformée de

Fourier de la réponse d'un bras :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta\tilde{\nu}}{\nu_0}(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta\nu}{\nu_0}(t) e^{-2i\pi ft} dt = -\frac{\tilde{H}(f)}{2(1-\vec{w}\cdot\vec{n})} \left[ e^{2i\pi\frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_B}{c}f} - e^{2i\pi\frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_A+L}{c}f} \right] \\
 &= -\frac{\tilde{H}(f)}{2(1-\vec{w}\cdot\vec{n})} \left[ 1 - e^{2i\pi(1-\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f} \right] e^{2i\pi\frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_B}{c}f} \\
 &= -\tilde{H}(f) \frac{i \sin\left(\pi(1-\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f\right)}{1-\vec{w}\cdot\vec{n}} e^{2i\pi\frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_M+L/2}{c}f} \text{ avec : } \vec{x}_M = \frac{\vec{x}_A + \vec{x}_B}{2} \\
 &= -\left(\xi_+\tilde{h}_+(f) + \xi_\times\tilde{h}_\times(f)\right) \frac{i \sin\left(\pi(1-\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f\right)}{1-\vec{w}\cdot\vec{n}} e^{2i\pi\frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_M+L/2}{c}f} \\
 &= -\frac{i\pi Lf}{c} \left(\xi_+\tilde{h}_+(f) + \xi_\times\tilde{h}_\times(f)\right) \text{sinc}\left(\pi(1-\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f\right) e^{2i\pi\frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_M+L/2}{c}f}
 \end{aligned} \tag{1.45}$$

avec :  $\xi_+ = (\vec{\theta}\cdot\vec{n})^2 - (\vec{\phi}\cdot\vec{n})^2$  ;  $\xi_\times = 2(\vec{\theta}\cdot\vec{n})(\vec{\phi}\cdot\vec{n})$ , et :  $\text{sinc } x = \frac{\sin x}{x}$

Dans le domaine de Fourier, il est alors aisé de calculer la réponse en fluctuations de phase (mesurées en B et exprimées en fraction de la longueur d'onde optique) par rapport à la phase optique linéaire :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta\tilde{\Phi}}{2\pi}(f) &= i \frac{\delta\tilde{\nu}(f)}{2\pi f} \\
 &= \frac{L}{2\lambda_0} \left(\xi_+\tilde{h}_+(f) + \xi_\times\tilde{h}_\times(f)\right) \text{sinc}\left(\pi(1-\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f\right) e^{2i\pi\frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_M+L/2}{c}f}
 \end{aligned} \tag{1.46}$$

Ces équations nous indiquent plusieurs effets physiques :

- Le déphasage entre l'onde gravitationnelle (évaluée à l'origine du repère) et la réponse du lien optique est un retard pur correspondant au décalage d'origine ( $\vec{w}\cdot\vec{x}_M$ ) et de temps de propagation ( $L/c$ ) au milieu du lien.
- La réponse du lien (telle que représentée en fig. 1.10) est modulée en fonction de la fréquence de l'onde :
  - Lorsque  $\pi(1-\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f \ll 1$ , la réponse est directement proportionnelle à la dilatation locale induite par l'onde gravitationnelle. Dans ce régime, l'amplitude de la réponse est également proportionnelle à la longueur du lien optique.
  - La réponse 'sature' et se dégrade à hautes fréquences, avec des valeurs nulles pour des fréquences multiples de  $\frac{c}{L}$ , i.e des longueurs d'onde gravitationnelle ( $c/f$ ) sous-multiples de  $L$ .

**Réponse aller-retour** Dans un interféromètre de Michelson, le faisceau optique est réfléchi par un miroir et revient à l'émetteur avant que sa phase ne soit mesurée. Il est donc nécessaire d'évaluer la réponse 'aller-retour' d'un lien optique. Dans le cas de *LISA*, les faisceaux ne sont pas réellement 'réfléchis', mais la phase relative entre le faisceau incident et ré-émis est mesurée localement. Ceci est fonctionnellement équivalent (après soustraction de cette phase à la mesure finale) à une réflexion sur un miroir.

La réponse 'aller-retour' d'un lien optique se déduit facilement de l'équation 1.44, en considérant deux trajets 'simples' en sens inverses et successifs (A→B→A) :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta\nu}{\nu_0} \right|_{AR} (t) \approx & -\frac{1}{2(1-\vec{w}\cdot\vec{n})} \left[ H\left(t - \frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_B}{c}\right) - H\left(t - \frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_A + L}{c}\right) \right] + \\ & -\frac{1}{2(1+\vec{w}\cdot\vec{n})} \left[ H\left(t - \frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_A + L}{c}\right) - H\left(t - \frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_B + 2L}{c}\right) \right] \end{aligned} \quad (1.47)$$

Il faut noter que cette équation suppose que les déplacements de A et B sont négligeables (i.e. très petits devant la longueur d'onde gravitationnelle) sur un temps d'aller-retour. Cette approximation n'est pas toujours pertinente pour LISA et doit être revue en fonction de la précision souhaitée des résultats.

Dans le domaine de Fourier, les fonctions de transfert fréquence et en phase s'en déduisent également immédiatement :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta\tilde{\nu}}{\nu_0} \right|_{AR} (f) = & -\frac{i\pi L f}{c} \left( \xi_+ \tilde{h}_+(f) + \xi_\times \tilde{h}_\times(f) \right) \times \\ & \left[ \text{sinc}\left(\pi(1-\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f\right) + \text{sinc}\left(\pi(1+\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f\right) e^{2i\pi\frac{L}{c}f} \right] e^{2i\pi\frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_{M+L/2}}{c}f} \end{aligned} \quad (1.48)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta\tilde{\Phi}}{2\pi} \right|_{AR} (f) = & i \left. \frac{\delta\tilde{\nu}(f)}{2\pi f} \right|_{AR} (f) = \frac{L}{2\lambda_0} \left( \xi_+ \tilde{h}_+(f) + \xi_\times \tilde{h}_\times(f) \right) \times \\ & \left[ \text{sinc}\left(\pi(1-\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f\right) + \text{sinc}\left(\pi(1+\vec{w}\cdot\vec{n})\frac{L}{c}f\right) e^{2i\pi\frac{L}{c}f} \right] e^{2i\pi\frac{\vec{w}\cdot\vec{x}_{M+L/2}}{c}f} \end{aligned} \quad (1.49)$$

Comme attendu, dans l'approximation des basses fréquences, la réponse sur un trajet optique 'aller-retour' est le double de la réponse sur un aller simple, et le déphasage obtenu est bien proportionnel à l'amplitude de l'onde gravitationnelle :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta\tilde{\Phi}}{2\pi} \right|_{AR} (f) & \underset{2\pi\frac{L}{c}f \ll 1}{\approx} \frac{L}{\lambda_0} \left( \xi_+ \tilde{h}_+(f) + \xi_\times \tilde{h}_\times(f) \right) \\ \Leftrightarrow \left. \frac{\delta\Phi}{2\pi} \right|_{AR} (t) & \underset{2\pi\frac{L}{c}f \ll 1}{\approx} \frac{L}{\lambda_0} \left( \xi_+ h_+(t) + \xi_\times h_\times(t) \right) \end{aligned} \quad (1.50)$$

**Réponse d'un interféromètre** Nous avons maintenant tous les éléments pour calculer la fonction de transfert d'un interféromètre. Dans sa configuration la plus basique, un interféromètre de Michelson (voir figure 1.6) permet de mesurer la différence de phase (ou de fréquence) optique entre les deux faisceaux ayant parcouru un aller-retour sur chacun des bras :

$$\left. \frac{\delta\Phi}{2\pi} \right|_{Michelson} (f) = \left| \left. \frac{\delta\Phi}{2\pi} \right|_{AR,2} (f) - \left. \frac{\delta\Phi}{2\pi} \right|_{AR,1} (f) \right|, \quad (1.51)$$

où les indices 1 et 2 font références aux 2 bras de l'interféromètre, portés par les vecteurs  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$ . En approximation basses fréquences, on obtient donc :

$$\left. \frac{\delta\Phi}{2\pi} \right|_{\text{Michelson}}(t) \underset{2\pi \frac{L}{c} f \ll 1}{\approx} \frac{L}{\lambda_0} ((\xi_{+,2} - \xi_{+,1}) h_+(t) + (\xi_{\times,2} - \xi_{\times,1}) h_{\times}(t)) \quad (1.52)$$

Une forme plus exploitable de cette equation peut être obtenue en repartant de la définition de  $\xi_+$  et  $\xi_{\times}$  et en introduisant les deux vecteurs orthogonaux  $\vec{n}_{\parallel}$  et  $\vec{n}_{\perp}$  :

$$\begin{aligned} \vec{n}_{\parallel} &= \frac{\vec{n}_1 + \vec{n}_2}{\sqrt{2(1 + \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)}} && \text{Vecteur unitaire de la bissectrice des 2 bras} \\ \vec{n}_{\perp} &= \frac{\vec{n}_2 - \vec{n}_1}{\sqrt{2(1 - \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)}} && \text{Vecteur unitaire orthogonal au plan bissecteur des 2 bras} \end{aligned} \quad (1.53)$$

Après quelques calculs sans difficulté et en supposant des bras de même longueur, l'expression de la réponse de l'instrument se simplifie un peu avec :

$$\begin{aligned} \xi_{+,2} - \xi_{+,1} &= 2 \sin \alpha \left[ (\vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\parallel})(\vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\perp}) - (\vec{\phi} \cdot \vec{n}_{\parallel})(\vec{\phi} \cdot \vec{n}_{\perp}) \right] \\ \xi_{\times,2} - \xi_{\times,1} &= 2 \sin \alpha \left[ (\vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\parallel})(\vec{\phi} \cdot \vec{n}_{\perp}) + (\vec{\phi} \cdot \vec{n}_{\parallel})(\vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\perp}) \right], \end{aligned} \quad (1.54)$$

où  $\alpha$  est l'angle (entre 0 et 180°) entre  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$ .

Sans perdre en généralité, on peut fixer le système de coordonnées de telle sorte que  $\vec{n}_{\parallel} = \vec{e}_x$  et  $\vec{n}_{\perp} = \vec{e}_y$  et les équations ci-dessus s'expriment simplement en fonction des angles  $\theta$  et  $\phi$  de la direction de la source (cf. eq. 1.30) :

$$\begin{aligned} \xi_{+,2} - \xi_{+,1} &= \sin \alpha \sin 2\phi (1 + \sin^2 \theta) \\ \xi_{\times,2} - \xi_{\times,1} &= 2 \sin \alpha \cos 2\phi \sin \theta \end{aligned} \quad (1.55)$$

Ces équations permettent de tirer quelques caractéristiques importantes de la sensibilité des interféromètres :

- L'angle entre les deux bras de l'interféromètre influe uniquement sur l'amplitude de la réponse, pas sur la forme de son diagramme de sensibilité. La réponse maximale est - comme attendue - atteinte pour deux bras orthogonaux ( $\alpha = 90^\circ$ ). Dans le cas de **LISA** (configuration équilatérale), la réduction en sensibilité pour un interféromètre est de  $\sqrt{3}/2 \approx 0,87$ .
- La réponse à la polarisation + est nulle pour toute source dans les plans méridiens contenant la bissectrice des bras ( $\vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\perp} = \vec{\phi} \cdot \vec{n}_{\parallel} = 0$ ) ou perpendiculaire à celle-ci ( $\vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\parallel} = \vec{\phi} \cdot \vec{n}_{\perp} = 0$ ), i.e.  $\phi = 0$  [ $\pi/2$ ].
- La réponse à la polarisation  $\times$  est nulle pour toute source dans le plan de l'interféromètre ( $\vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\perp} = \vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\parallel} = 0$ ) -  $\theta = 0$  - ou dans les plans méridiens à  $\pm 45^\circ$  du plan contenant la bissectrice ( $(\vec{\phi} \cdot \vec{n}_{\parallel})(\vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\perp}) = -(\vec{\phi} \cdot \vec{n}_{\perp})(\vec{\theta} \cdot \vec{n}_{\parallel})$ ), i.e.  $\phi = \pi/4$  [ $\pi/2$ ].



Ces réponses sont illustrées sur la figure 1.11, représentant l'amplitude de la réponse d'un interféromètre de Michelson ( $\alpha = 90^\circ$ , bras égaux) aux deux polarisations. L'interféromètre est situé dans le plan  $(xy)$ , avec la bissectrice des bras suivant  $\vec{e}_x$ .

Il est finalement possible d'avoir une évaluation de la réponse 'moyenne' d'un interféromètre aux deux polarisations des ondes gravitationnelles, en modélisant le ciel comme une distribution uniforme de sources décorrélées. Dans ce cas, la réponse 'moyenne' est obtenue comme une somme quadratique sur l'ensemble des directions du ciel :

$$\begin{aligned}\langle \xi_{+,2} - \xi_{+,1} \rangle &= \sqrt{\frac{1}{4\pi} \iint [\xi_{+,2}(\theta, \phi) - \xi_{+,1}(\theta, \phi)]^2 \cos \theta d\theta d\phi} = \sqrt{\frac{28}{30}} \sin \alpha \\ \langle \xi_{\times,2} - \xi_{\times,1} \rangle &= \sqrt{\frac{1}{4\pi} \iint [\xi_{\times,2}(\theta, \phi) - \xi_{\times,1}(\theta, \phi)]^2 \cos \theta d\theta d\phi} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sin \alpha\end{aligned}\quad (1.56)$$

Considérant d'autre part que la polarisation de la source est aléatoire, la réponse 'moyenne' ou 'typique' de l'interféromètre est donc donnée par :

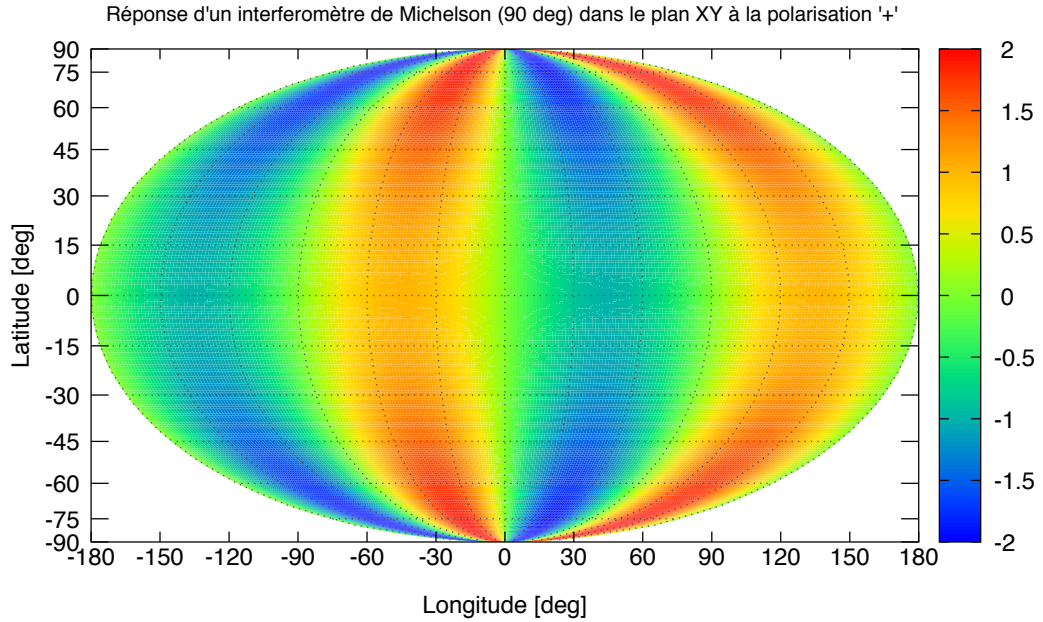
$$\begin{aligned}\frac{\delta\Phi}{2\pi} \Big|_{\text{Michelson}} &\underset{2\pi \frac{L}{c} f \ll 1}{\approx} \frac{L}{\lambda_0} \sqrt{\langle \xi_{+,2} - \xi_{+,1} \rangle^2 + \langle \xi_{\times,2} - \xi_{\times,1} \rangle^2} \cdot h \\ &\underset{2\pi \frac{L}{c} f \ll 1}{\approx} \frac{L}{\lambda_0} 2\sqrt{\frac{2}{5}} \sin \alpha \cdot h\end{aligned}\quad (1.57)$$

Lorsque la longueur d'onde de l'onde gravitationnelle ne peut pas être négligée devant la longueur des bras, l'expression de la réponse de l'instrument est bien plus complexe, mais son expression reste analytique dans le domaine de Fourier si on suppose des longueurs de bras quasi-fixes (cf. eq. 1.49). Le diagramme d'antenne dépend alors de la fréquence.

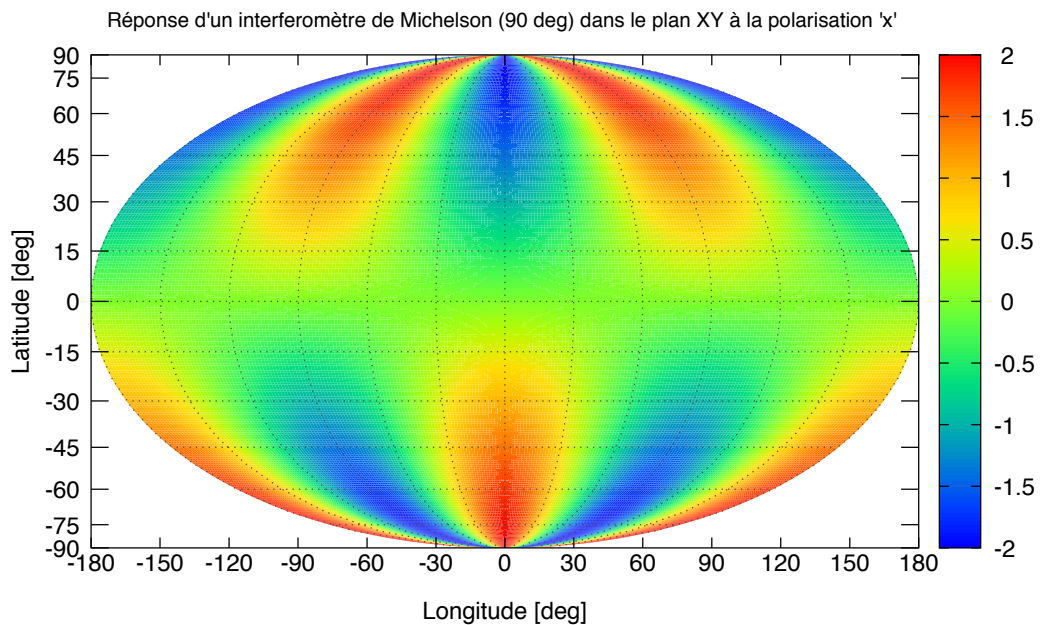
Les figures 1.12 illustrent la variabilité fréquentielle de la réponse instrumentale dans le cas d'un interféromètre avec un angle de  $60^\circ$  entre les bras (i.e de type LISA). La dépendance fréquentielle ne se résume pas à une modulation de l'amplitude globale de la réponse, mais apporte également une distribution spatiale différente.

Les marques (croix) portées sur ces cartes correspondent à des points pour lesquelles la réponse instrumentale (en fonction de la fréquence) a été explicitement calculée et reportée sur les graphiques 1.13

Compte-tenu de la complexité des dépendances spatiales et fréquentielles, une réponse 'moyenne' de l'interféromètre ne peut être calculée explicitement. L'approche la plus commune consiste donc à évaluer la moyenne quadratique (i.e. supposant des sources décorrélées) d'un ensemble de sources uniformément réparties sur le ciel. Ce calcul est illustré sur les figures 1.13 et 1.14, générés à partir de 5000 sources. Une modélisation analytique simple pouvant être utilisée dans l'estimation des performances instrumentales consiste à considérer uniquement la forme fréquentielle de la réponse pour une source 'au zénith' et de la normaliser pour correspondre à la réponse moyenne dans l'approximation basses

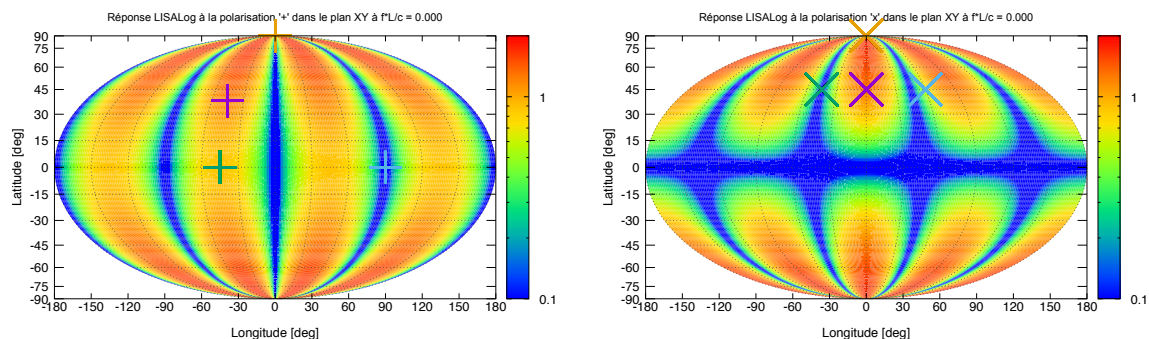


(a) Réponse d'un interféromètre de Michelson dans le plan XY à une polarisation +.

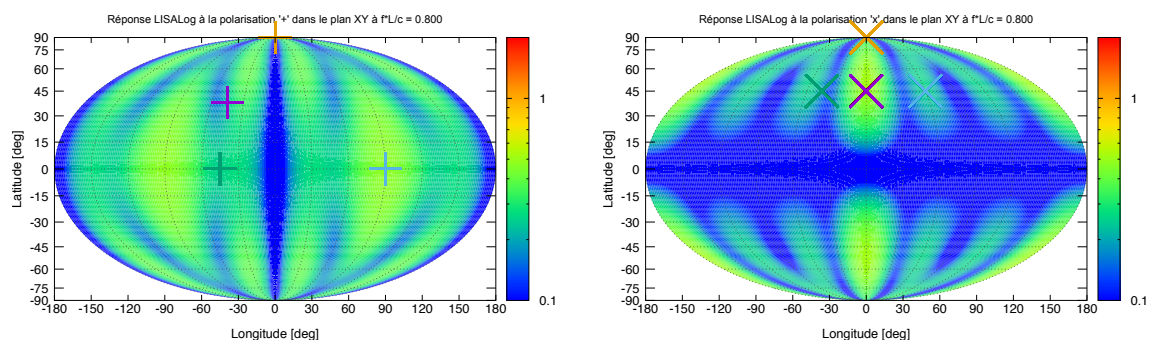


(b) Réponse d'un interféromètre de Michelson dans le plan XY à une polarisation x.

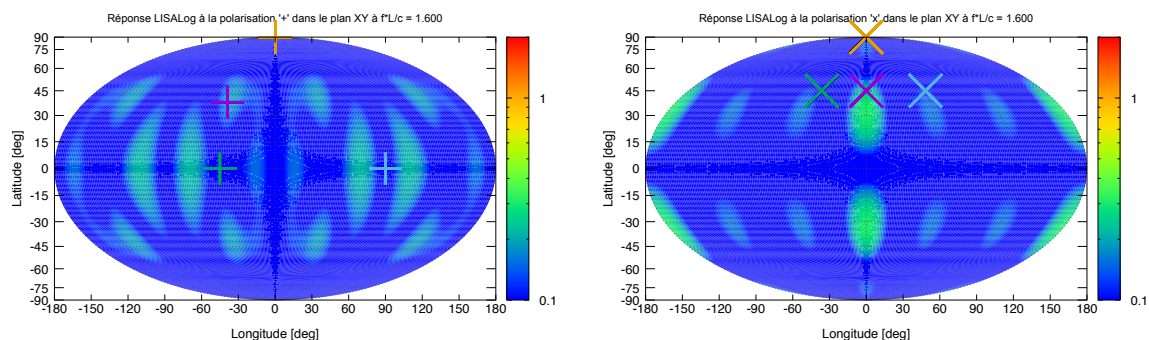
FIGURE 1.11 – Réponses dans l'approximation basses fréquences d'un interféromètre de Michelson (angle entre les bras de  $90^\circ$ ) aux polarisations + et x, placé dans le plan XY (la bissectrice des bras étant suivant  $\vec{e}_x$ ) en fonction de la longitude et latitude de la source.



(a) Réponse + de l'interféromètre à la fréquence  $f \times L/c = 0$ . (b) Réponse  $\times$  de l'interféromètre à la fréquence  $f \times L/c = 0$ .

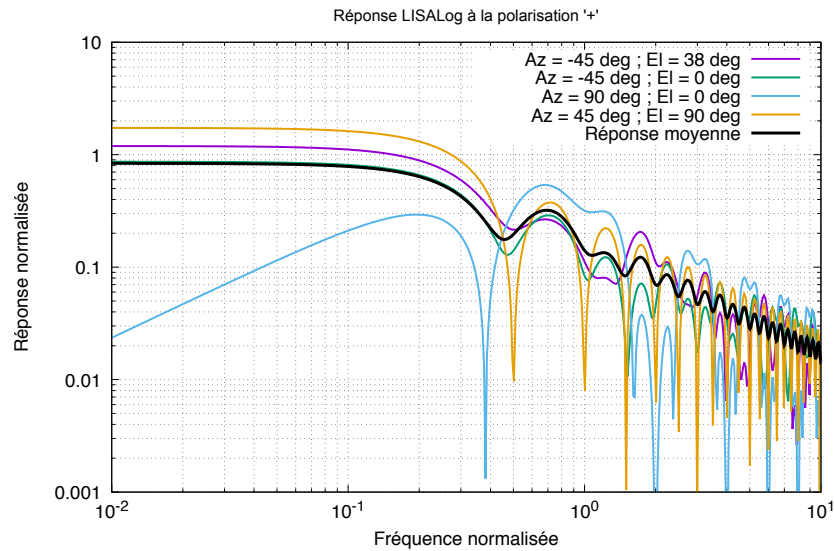


(c) Réponse + de l'interféromètre à la fréquence  $f \times L/c = 0.8$ . (d) Réponse  $\times$  de l'interféromètre à la fréquence  $f \times L/c = 0.8$ .

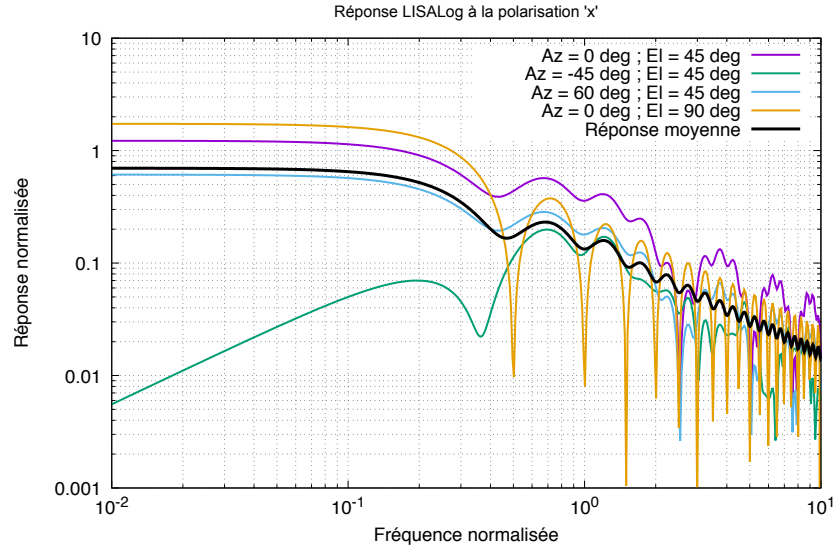


(e) Réponse + de l'interféromètre à la fréquence  $f \times L/c = 1.6$ . (f) Réponse  $\times$  de l'interféromètre à la fréquence  $f \times L/c = 1.6$ .

FIGURE 1.12 – Diagrammes d'antenne d'un interféromètre de type 'LISA' (avec un angle de  $60^\circ$  entre les bras) aux polarisations + et  $\times$  en fonction de la longitude et latitude de la source, pour différentes fréquences de l'onde gravitationnelle. Les marques correspondent aux emplacements utilisés pour illustrer la dépendance fréquentielle de la fonction de transfert. L'échelle de couleur est logarithmique pour mettre en évidence les zones de faible réponse.



(a) Réponses fréquentielles normalisées à la polarisation  $+$ , pour les directions indiquées sur les cartes 1.12.



(b) Réponses fréquentielle snormalisées à la polarisation  $\times$ , pour les directions indiquées sur les cartes 1.12.

FIGURE 1.13 – Réponses fréquentielles d'un interféromètre de type 'LISA' aux deux polarisations  $+$  et  $\times$  en quelques points choisis (cf. fig 1.12). La réponse 'moyenne' a été calculée à partir de 5000 directions uniformément réparties sur le ciel. Les fréquences sont exprimées en unités de  $c/L$  et la réponse - en cycles - normalisée à  $L/\lambda_0$

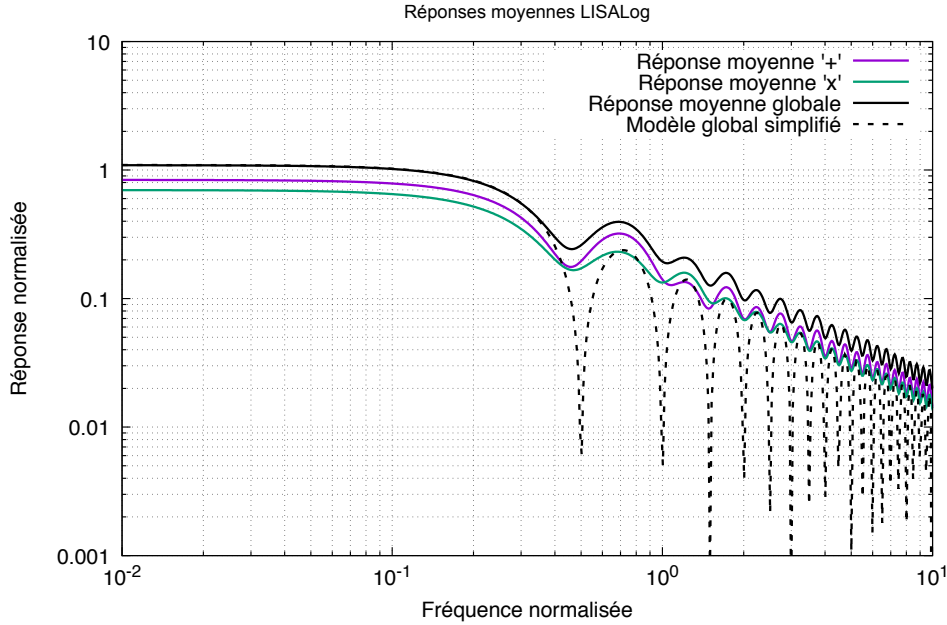


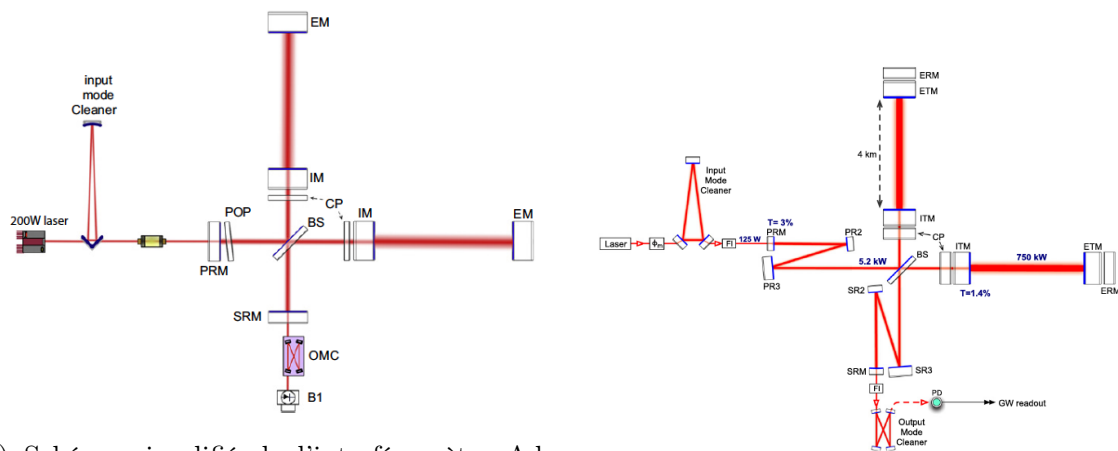
FIGURE 1.14 – Réponses fréquentielles moyennes aux polarisations + et ×

fréquences. En d'autres termes, on obtient les modèles simplifiés suivant :

$$\begin{aligned}
 \langle \xi_{+,2} - \xi_{+,1} \rangle(f) &\approx \sqrt{\frac{28}{30}} \sin \alpha \cdot \text{sinc} \left( 2\pi \frac{L}{c} f \right) \\
 \langle \xi_{\times,2} - \xi_{\times,1} \rangle(f) &\approx \sqrt{\frac{2}{3}} \sin \alpha \cdot \text{sinc} \left( 2\pi \frac{L}{c} f \right) \\
 \sqrt{\langle \xi_{+,2} - \xi_{+,1} \rangle^2 + \langle \xi_{\times,2} - \xi_{\times,1} \rangle^2}(f) &\approx 2\sqrt{\frac{2}{5}} \sin \alpha \cdot \left| \text{sinc} \left( 2\pi \frac{L}{c} f \right) \right|
 \end{aligned} \tag{1.58}$$

Cette réponse moyenne simplifiée de l'interféromètre est comparée à l'intégration numérique en figure 1.14, de laquelle plusieurs remarques peuvent être émises :

- Ainsi qu'attendu, la réponse fréquentielle est globalement un passe-bas du premier ordre avec une fréquence de coupure d'environ  $f_c \frac{c}{2\pi L}$ .
- Le modèle simplifié sous-estime légèrement la réponse instrumentale au-dessus de la fréquence de coupure (ce qui permet une évaluation 'conservative' des performances de l'instrument).
- Les fréquences de réponses nulles dépendent de la position de la source et disparaissent donc de la réponse moyenne (contrairement au modèle simplifié présentant des zéros aux multiples du temps de propagation  $L/c$ ).



(a) Schéma simplifié de l'interféromètre Advanced VIRGO [Acrnese *et al.*, 2015]. Les bras sont constitués de cavités Fabry-Pérot de 3 km de long.

(b) Schéma simplifié de l'interféromètre Advanced LIGO [LIGO Scientific Collaboration *et al.*, 2015].

FIGURE 1.15 – Schémas simplifiés des interféromètres Advanced VIRGO et Advanced LIGO.

## 1.5 Les premières moissons des interféromètres sol

Avant de décrire plus en détail le projet LISA et certains des travaux qui y sont reliés, il faut dire quelques mots des interféromètres terrestres existants et des premières détections directes d'ondes gravitationnelles.

### 1.5.1 Configuration des détecteurs interférométriques terrestres

Aujourd'hui, quatre interféromètres sont opérationnels au sol :

- Advanced LIGO, constitué de deux interféromètres aux Etats-Unis, près de Livingston (Louisiane) et Handford (Washington) [LIGO Scientific Collaboration *et al.*, 2015]
- Advanced VIRGO, situé en Italie, près de Pise en Italie [Acrnese *et al.*, 2015]
- GEO600, situé près de Hanovre en Allemagne [Grote *et al.*, 2004]

De part sa taille (bras de 600 m), GEO600 n'est pas assez sensible pour détecter des ondes gravitationnelles (sauf en cas d'évènement exceptionnel). Il est cependant extrêmement utile pour mettre au point de nouvelles techniques interférométriques, telles que la compression quantique de la lumière pour diminuer le bruit de mesure en-dessous du bruit de photons [Affeldt *et al.*, 2014].

Les figures 1.15a et 1.15b donnent un aperçu des configurations optiques des interféromètres VIRGO et LIGO. Ces deux instruments partagent le même principe de fonctionnement avec une topologie caractéristique d'un interféromètre de Michelson avec des bras orthogonaux de plusieurs km de long. Les principaux 'ajouts' par rapport à une interféromètre de Michelson 'standard' sont :

- Une cavité résonnante en entrée (Input Mode Cleaner) afin de purifier le mode de propagation (TEM00) dans l'interféromètre et donc améliorer le contraste
- L'utilisation de cavités Fabry-Perot pour former les bras de l'interféromètre qui permet d'augmenter le déphasage (le faisceau fait plusieurs aller-retour dans un bras) sans augmenter significativement la taille de l'instrument.
- Le recyclage de la puissance optique sortante dans l'interféromètre : à la fois le renvoi de la puissance sortante vers la source laser (PRM : Power Recycling Mirror) et renvoi de la puissance sortante vers la photodiode de mesure (SRM : signal recycling mirror)

VIRGO et LIGO sont donc constituées de plusieurs cavités résonantes imbriquées les une dans les autres, augmentant considérablement la puissance optique stockée dans l'interféromètre lui-même (plusieurs centaines de kW dans les bras), et surtout d'augmenter, en parcourant plusieurs fois l'instrument, la différence de chemin optique entre les faisceaux interférant sur la photodiode de détection.

Ces détecteurs ont une sensibilité optimale aux ondes gravitationnelles entre 10 Hz et 10 kHz.

Parmi les bruits fondamentaux limitant la sensibilité des interféromètres (cf. page 24), certains sont spécifiques à une utilisation terrestre et permettent de mieux comprendre l'intérêt d'un détecteur spatial :

- Les fluctuations d'indice de réfraction du gaz résiduel sur quelques km de propagation exigent des niveaux de vide très poussés, de l'ordre de  $10^{-9}$  mbar. Avec les chambres à vide contenant les bancs optiques, le volume total de l'enceinte principale de VIRGO est ainsi d'environ 7 000 m<sup>3</sup> [Acrnese *et al.*, 2015]. La nécessité de maintenir d'aussi grands volumes sous ultra-vide (et la taille des infrastructures correspondantes) est un des principaux facteurs limitant la dimension des détecteurs terrestres à quelques km.
- L'activité humaine à proximité du détecteur et les mouvements géologiques produisent un bruit sismique permanent, dont le spectre d'amplitude (de déplacement) est globalement donné par  $\tilde{x}(f) = 10^{-7} \times \left(\frac{1 \text{ Hz}}{f}\right)^2 \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}^1$  [Acrnese *et al.*, 2010] sur le site de VIRGO. Ce niveau excède de 9 à 10 ordres de grandeurs les spécifications nécessaires à la détection d'ondes gravitationnelles dans la bande passante de l'instrument. L'atténuation requise est obtenue par des isolateurs sismiques constitués de pendules inversés, plusieurs filtres sismiques et les suspensions même des miroirs (cf. fig 1.16). A basses fréquences (en dessous de quelques Hz) ces atténuateurs sismiques ne sont plus assez efficaces et imposent in fine la fréquence basse de la bande passante des interféromètres sol.

---

<sup>1</sup>Les niveaux de bruit s'exprime le plus souvent en terme de densité spectrale de puissance (PSD). Celle-ci représente la distribution spectrale (au sens de Fourier) de la puissance du bruit et s'exprime en  $\square^2/\text{Hz}$ , où  $\square$  représente l'unité de la quantité bruitée. L'intégrale de la PSD sur l'ensemble de la bande passante fréquentielle est une estimation de la variance du bruit (qui peut donc être indéfinie si la forme spectrale de la PSD est non intégrable). La densité spectrale d'amplitude (ASD) se définit comme la racine carrée de la PSD et s'exprime donc en  $\square/\sqrt{\text{Hz}}$ .

- Le bruit Newtonien quant à lui est lié aux fluctuations locales du champ gravitationnel. Cet effet est lié aux fluctuations de densité à proximité des masses d'épreuves, créant ainsi des gradients de gravité (cf. fig 1.17). Ces effets sont indiscernables d'une onde gravitationnelle et ne peuvent être 'écrantés' par un quelconque système mécanique. Des études plus approfondies (cf [Pitkin *et al.*, 2011, et références incluses]) montrent que les sources dominantes proviennent des fluctuations de densités à la surface terrestres, dues aux ondes sismiques de surface. Ce bruit n'est pas aujourd'hui limitant pour les interféromètres terrestres mais pourrait le devenir pour les prochaines générations. Il est prévu que ces détecteurs s'affranchissent en partie de cet effet par modélisation et mesure locale du champ gravitationnel (p.ex. grâce à des gravimètres absolus à atomes froids). Une autre solution complémentaire est d'installer les interféromètre en sous-sol ( $\sim 150$  m ou plus de profondeur), à distance des ondes de surface. Ainsi, les gradient de gravité pourraient être maîtrisés jusqu'à des fréquences basses d'environ 1 Hz.

La sensibilité des détecteurs interférométriques terrestres est illustrée sur la figure 1.18, dans le cas de Advanced VIRGO. La sensibilité limite aux ondes gravitationnelles est ainsi d'environ  $10^{-23} 1/\sqrt{\text{Hz}}$  à 100 Hz. Compte-tenu de la longueur des bras (3 km), cette performance est équivalente à un bruit météorologique sur la différence de chemins optiques de quelques  $10^{-20} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  à la même fréquence. Cette courbe de sensibilité est donc limitée par les bruits résiduels d'accélération d'origines terrestres à basses fréquences, et par le bruit (quantique) de photons à hautes fréquences. La remontée de la sensibilité est liée au temps de réponse des cavités Fabry-Perot (environ 1,5 ms), qui place la fréquence de coupure à environ 110 Hz.

Les nombreuses raies observées dans le spectre sont liées aux fréquences de résonance des suspensions des miroirs, aux perturbations résiduelles de la fréquence d'alimentation électrique (50 Hz pour VIRGO, 60 Hz pour LIGO) et leurs harmoniques, aux signaux de calibration générés volontairement pour étalonner et aligner l'instrument, etc. Ces raies, étroites, peuvent être facilement exclues des processus d'analyse et ne limitent donc pas la sensibilité.

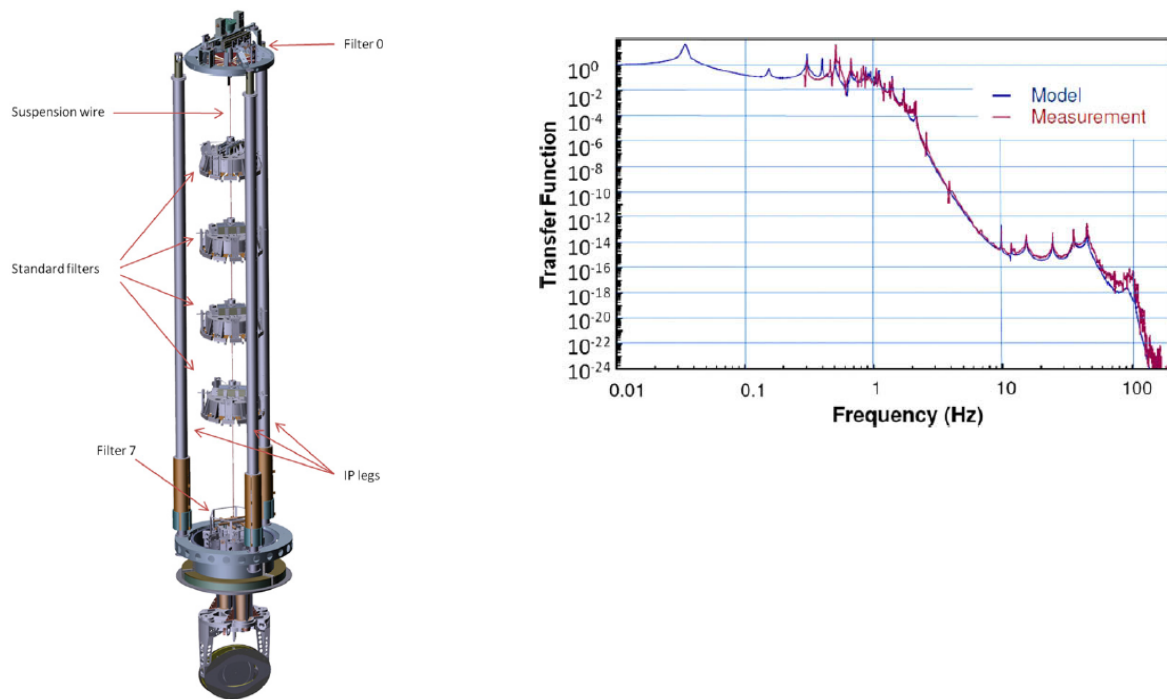
La décomposition des bruits pour les interféromètres de LIGO est donnée en figure 1.19. Cette figure est extraite de [Martynov *et al.*, 2016], auquel le lecteur pourra se référer pour plus de détails.

## 1.5.2 Les premières détections d'ondes gravitationnelles

Les interféromètres Advanced LIGO ont été les premiers détecteurs de nouvelle génération opérationnels et ont démarré leur première période d'observation conjointe (O1) le 12 septembre 2015. Deux jours plus tard, le 14 septembre 2015, à 09 :50 :45 UTC, LIGO-Handford et LIGO-Livingston enregistraient la première détection directe d'ondes gravitationnelles (GW150914) [Abbott *et al.*, 2016, et références incluses]. Le signal enregistré dure environ 150 ms, cohérent avec un temps de propagation de 6,9 ms entre les deux détecteurs LIGO (cf. figure 1.20).

Tout juste 100 ans après l'article fondateur d'Einstein, cette détection constitue évidemment une découverte majeure pour l'astrophysique et la physique fondamentale, puis-





(a) Schéma de principe.

(b) Performance.

FIGURE 1.16 – Schéma et performance des super-atténuateurs de VIRGO (tiré de [Acr-nese *et al.*, 2010]).

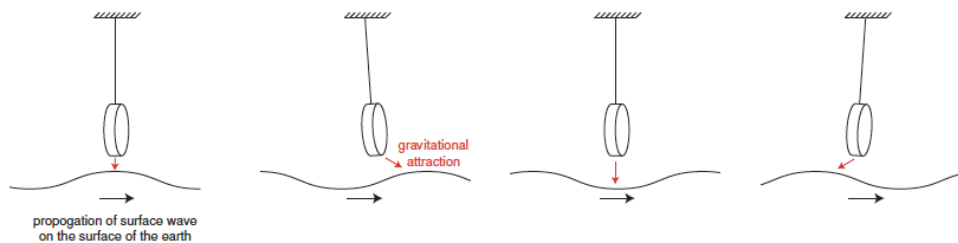


FIGURE 1.17 – Illustration de l'effet du bruit Newtonien sur le mouvement d'une masse suspendue (tirée de [Pitkin *et al.*, 2011]).

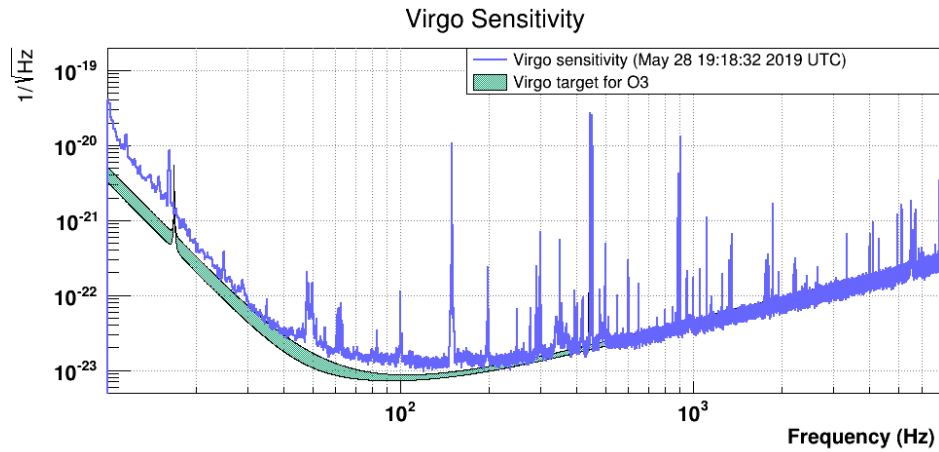
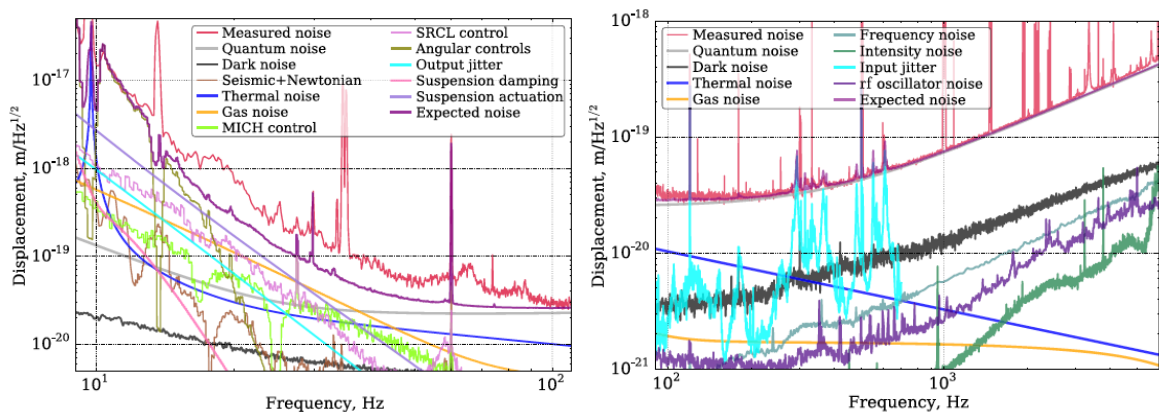


FIGURE 1.18 – Courbe de sensibilité de l’interféromètre VIRGO, en mai 2019 [VIRGO web site, 2019].



(a) Niveaux de bruits métrologiques à basses fréquences pour LIGO-Livingston.

(b) Niveaux de bruits métrologiques à hautes fréquences pour LIGO-Handford.

FIGURE 1.19 – Budgets de bruits des deux détecteurs LIGO (basses et hautes fréquences) [Martynov *et al.*, 2016].

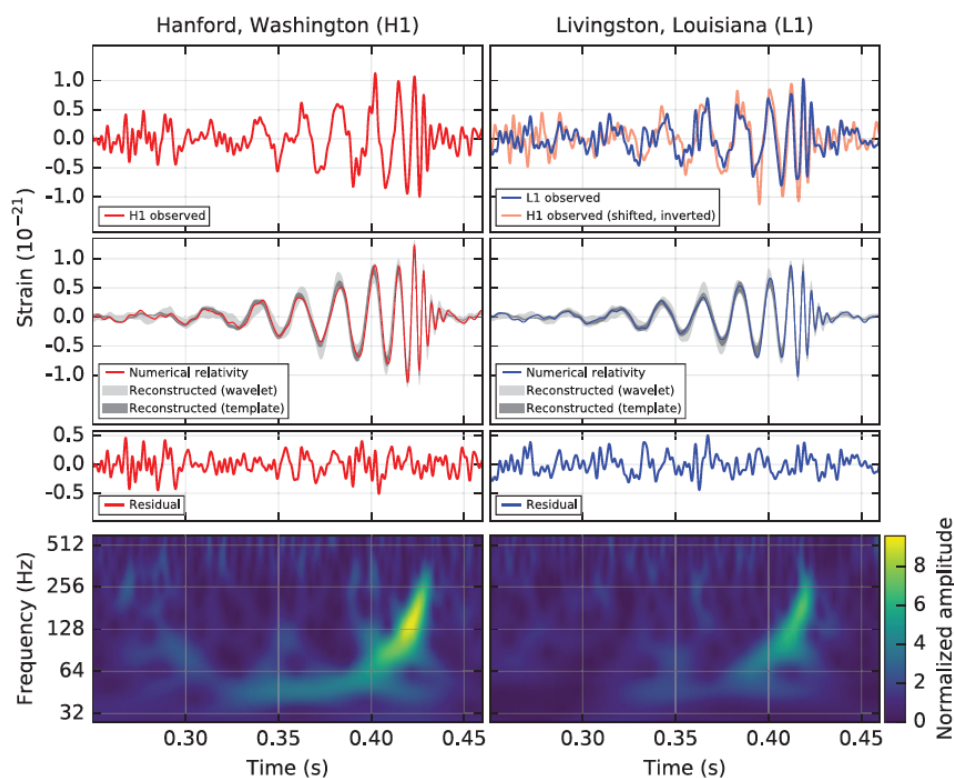


FIGURE 1.20 – Signaux enregistrés par les détecteurs LIGO lors de l'évènement GW150914 (Hanford à gauche, Livingston à droite). L'échelle de temps démarre le 14 septembre 2015 à 09 :50 :45 UTC. Les cadres supérieurs représentent les signaux enregistrés (normalisés en amplitude d'onde gravitationnelle) filtrés dans la bande 35-350 Hz. La deuxième ligne contient les modèles utilisés pour ajuster les données (relativité numérique, banque de modèles pré-calculés et reconstruction par ondelettes sans modèle astrophysique). La représentation temps-fréquence de la dernière ligne permet de visualiser l'augmentation de la fréquence et de l'amplitude du signal au cours du temps [Abbott *et al.*, 2016].

qu'elle constitue la première observation directe d'ondes gravitationnelles, ainsi que de la coalescence de deux trous noirs.

L'analyse des données, effectuées par la collaboration **LIGO-VIRGO** a montré que cet évènement est issu de la coalescence de deux trous noirs 'stellaires', de masses respectives  $36_{-4}^{+5} M_{\odot}$  et  $29_{-4}^{+4} M_{\odot}$ . Au cours de la coalescence, une énergie de  $3_{-0.5}^{0.5} M_{\odot} c^2$  a été rayonnée sous forme d'ondes gravitationnelles, avec une luminosité maximale de  $3.6 \times 10^{56}$  erg/s. A titre de comparaison, la luminosité totale (électromagnétique) des étoiles de l'univers peut être grossièrement estimée à  $10^{55}$  erg/s ( $10^{11}$  galaxies, contenant chacune environ  $10^{11}$  étoiles, rayonnant en moyenne  $10^{33}$  erg/s). La luminosité 'gravitationnelle' de la fusion de ces deux trous noirs a donc été comparable, si ce n'est supérieure, à la luminosité électromagnétique de l'ensemble de l'Univers observable.

Les nombreux tests de cohérence de la Relativité Générale effectués sur cet évènement n'ont mis en évidence aucune violation de la théorie d'Einstein. Les signaux sont compatibles avec la coalescence de deux trous noirs de Kerr, dont les paramètres sont donnés dans la table 1.2. Les modèles de génération des ondes gravitationnelles dépendant uniquement de la 'Chirp mass'  $M \times (1+z)$ , il n'est pas possible de déterminer le redshift indépendamment de la masse uniquement avec l'étude de la forme d'onde gravitationnelle. Cela peut cependant être fait en comparant avec une contrepartie électromagnétique (le cas échéant), ou, comme dans le cas présent, en supposant un certain jeu de paramètres cosmologiques (permettant alors de calculer le redshift à partir de la distance de luminosité).

Masse du premier trou noir	$36_{-4}^{+5} M_{\odot}$
Masse du second trou noir	$29_{-4}^{+4} M_{\odot}$
Masse du trou noir final	$62_{-4}^{+4} M_{\odot}$
Spin du trou noir final	$0.67_{-0.07}^{+0.05}$
Distance de luminosité	$470_{-180}^{+160}$ Mpc
Redshift de la source $z$	$0.09_{-0.04}^{+0.03}$

TABLE 1.2 – Paramètres de la source GW150914. Les erreurs correspondent à un intervalle de confiance de 90%. Les masses sont exprimées dans le référentiel de la source (il est nécessaire de les multiplier par  $(1+z)$  pour les exprimer dans le référentiel du détecteur). L'évaluation du redshift suppose les paramètres cosmologiques 'standards' issus de la mission Planck.

Les deux première périodes d'observation (O1 et O2) des détecteurs interférométriques terrestres se sont poursuivies sur plusieurs mois entre 2015 et 2017 :

- O1 : 12 septembre 2015 au 19 janvier 2016 (Advanced LIGO uniquement)
- O2 : 30 novembre 2016 au 25 août 2017 (Advanced LIGO, puis VIRGO à partir du 1<sup>er</sup> août 2017)

Ces différentes périodes d'observation sont dictées par la maintenance et l'amélioration des détecteurs, exigeant leur arrêt pendant plusieurs mois.

Pendant ces deux périodes d'observation, 11 évènements ont été confirmés et constituent le premier catalogue de sources d'ondes gravitationnelles [Abbott *et al.*, 2018]. Parmi ceux-ci, 10 correspondent à des coalescences de trous noirs 'stellaires' (de masses comprises entre 8 et 30  $M_{\odot}$ ) et un évènement (GW170817) est le résultat de la fusion de deux étoiles à neutrons.

Event	$m_1/M_{\odot}$	$m_2/M_{\odot}$	$M/M_{\odot}$	$\chi_{\text{eff}}$	$M_{\text{f}}/M_{\odot}$	$a_{\text{f}}$	$E_{\text{rad}}/(M_{\odot}c^2)$	$\ell_{\text{peak}}/(\text{erg s}^{-1})$	$d_L/\text{Mpc}$	$z$	$\Delta\Omega/\text{deg}^2$
GW150914	$35.6^{+4.8}_{-3.0}$	$30.6^{+3.0}_{-4.4}$	$28.6^{+1.6}_{-1.5}$	$-0.01^{+0.12}_{-0.13}$	$63.1^{+3.3}_{-3.0}$	$0.69^{+0.05}_{-0.04}$	$3.1^{+0.4}_{-0.4}$	$3.6^{+0.4}_{-0.4} \times 10^{56}$	$430^{+150}_{-170}$	$0.09^{+0.03}_{-0.03}$	180
GW151012	$23.3^{+14.0}_{-3.5}$	$13.6^{+4.1}_{-4.8}$	$15.2^{+2.0}_{-1.1}$	$0.04^{+0.28}_{-0.19}$	$35.7^{+9.9}_{-3.8}$	$0.67^{+0.13}_{-0.11}$	$1.5^{+0.5}_{-0.5}$	$3.2^{+0.8}_{-1.7} \times 10^{56}$	$1060^{+540}_{-480}$	$0.21^{+0.09}_{-0.09}$	1555
GW151226	$13.7^{+8.8}_{-3.2}$	$7.7^{+2.2}_{-2.6}$	$8.9^{+0.3}_{-0.3}$	$0.18^{+0.20}_{-0.12}$	$20.5^{+6.4}_{-1.5}$	$0.74^{+0.07}_{-0.05}$	$1.0^{+0.1}_{-0.2}$	$3.4^{+0.7}_{-1.7} \times 10^{56}$	$440^{+180}_{-190}$	$0.09^{+0.04}_{-0.04}$	1033
GW170104	$31.0^{+7.2}_{-5.6}$	$20.1^{+4.9}_{-4.5}$	$21.5^{+2.1}_{-1.7}$	$-0.04^{+0.17}_{-0.20}$	$49.1^{+5.2}_{-3.9}$	$0.66^{+0.08}_{-0.10}$	$2.2^{+0.5}_{-0.5}$	$3.3^{+0.6}_{-0.9} \times 10^{56}$	$960^{+430}_{-410}$	$0.19^{+0.07}_{-0.08}$	924
GW170608	$10.9^{+5.3}_{-1.7}$	$7.6^{+1.3}_{-2.1}$	$7.9^{+0.2}_{-0.2}$	$0.03^{+0.19}_{-0.07}$	$17.8^{+3.2}_{-0.7}$	$0.69^{+0.04}_{-0.04}$	$0.9^{+0.05}_{-0.1}$	$3.5^{+0.4}_{-1.3} \times 10^{56}$	$320^{+120}_{-110}$	$0.07^{+0.02}_{-0.02}$	396
GW170729	$50.6^{+16.6}_{-10.2}$	$34.3^{+9.1}_{-10.1}$	$35.7^{+6.5}_{-4.7}$	$0.36^{+0.21}_{-0.25}$	$80.3^{+14.6}_{-10.2}$	$0.81^{+0.07}_{-0.13}$	$4.8^{+1.7}_{-1.7}$	$4.2^{+0.9}_{-1.5} \times 10^{56}$	$2750^{+1350}_{-1320}$	$0.48^{+0.19}_{-0.20}$	1033
GW170809	$35.2^{+8.3}_{-6.0}$	$23.8^{+5.2}_{-5.1}$	$25.0^{+2.1}_{-1.6}$	$0.07^{+0.16}_{-0.16}$	$56.4^{+5.2}_{-3.7}$	$0.70^{+0.08}_{-0.09}$	$2.7^{+0.6}_{-0.6}$	$3.5^{+0.6}_{-0.9} \times 10^{56}$	$990^{+320}_{-380}$	$0.20^{+0.05}_{-0.07}$	340
GW170814	$30.7^{+5.7}_{-3.0}$	$25.3^{+2.9}_{-4.1}$	$24.2^{+1.4}_{-1.1}$	$0.07^{+0.12}_{-0.11}$	$53.4^{+3.2}_{-2.4}$	$0.72^{+0.07}_{-0.05}$	$2.7^{+0.4}_{-0.3}$	$3.7^{+0.4}_{-0.5} \times 10^{56}$	$580^{+160}_{-210}$	$0.12^{+0.03}_{-0.04}$	87
GW170817	$1.46^{+0.12}_{-0.10}$	$1.27^{+0.09}_{-0.09}$	$1.186^{+0.001}_{-0.001}$	$0.00^{+0.02}_{-0.01}$	$\leq 2.8$	$\leq 0.89$	$\geq 0.04$	$\geq 0.1 \times 10^{56}$	$40^{+10}_{-10}$	$0.01^{+0.00}_{-0.00}$	16
GW170818	$35.5^{+7.5}_{-4.7}$	$26.8^{+4.3}_{-5.2}$	$26.7^{+2.1}_{-1.7}$	$-0.09^{+0.18}_{-0.21}$	$59.8^{+4.8}_{-3.8}$	$0.67^{+0.07}_{-0.08}$	$2.7^{+0.5}_{-0.5}$	$3.4^{+0.5}_{-0.7} \times 10^{56}$	$1020^{+430}_{-360}$	$0.20^{+0.07}_{-0.07}$	39
GW170823	$39.6^{+10.0}_{-6.6}$	$29.4^{+6.3}_{-7.1}$	$29.3^{+4.2}_{-3.2}$	$0.08^{+0.20}_{-0.22}$	$65.6^{+9.4}_{-6.6}$	$0.71^{+0.08}_{-0.10}$	$3.3^{+0.9}_{-0.8}$	$3.6^{+0.6}_{-0.9} \times 10^{56}$	$1850^{+840}_{-840}$	$0.34^{+0.13}_{-0.14}$	1651

FIGURE 1.21 – Principaux paramètres des 11 sources du premier catalogue de sources d'ondes gravitationnelles GWTC-1. Les barres d'erreur correspondent à un intervalle de confiance de 90%. Le redshift des binaires de trous noirs est estimé à partir de paramètres cosmologiques standard, tandis que celui de GW170817 est une mesure de la galaxie hôte identifiée (NGC 4993). Ces redshifts sont utilisés pour calculer la masse des astres dans le référentiel de la source. La localisation de la source (dernière colonne) correspond à l'angle solide de la région à 90% de probabilité (ne prenant en compte que les information déduites des ondes gravitationnelles). [Abbott *et al.*, 2018].

Les principaux paramètres des sources du catalogue GWTC-1 sont résumés dans la figure 1.21 extraite de [Abbott *et al.*, 2018]. L'analyse détaillée de ces évènements n'a montré aucune déviation par rapport aux prédictions de la Relativité Générale. Notons aussi que la détection conjointe par les 3 détecteurs permet une bien meilleure localisation de la source, en raison à la fois de la modulation de la réponse instrumentale (les détecteurs américains et européens sont simultanément sensible à des régions différentes du ciel) et de l'amélioration de la triangulation par temps de vol entre les interféromètres. C'est en particulier le cas des sources GW170817 (binaire d'étoiles à neutrons) et GW170818 (binaire de trous noirs) avec des localisations respectives de 16 et 39  $\text{deg}^2$ . Dans le cas de GW170817, l'évènement a été détecté dans les instruments LIGO mais pas celui de VIRGO. Compte-tenu de l'amplitude de l'onde, l'absence de réponse de l'interféromètre européen a fortement contraint la localisation de la source (dans une région 'aveugle' du détecteur), tandis que les autres paramètres de la source (masses, distance, etc) s'appuient essentiellement sur les données LIGO.

La détection de la fusion de deux étoiles à neutrons le 17 août 2017 a d'autre part marqué une étape importante dans l'astronomie multi-messagers [Abbott *et al.*, 2017b,a]. L'évènement a tout d'abord été observé par LIGO-Handford, pendant environ 100 s,

jusqu'à la coalescence et l'arrêt du signal gravitationnel à 12 :41 :04.4 UTC. L'alerte vers les observatoires terrestres et spatiaux a été diffusée à 13 :08 :16 UTC avec une localisation initiale de  $31 \text{ deg}^2$  distribuée à 17 :54 :51 UTC. Parallèlement, à 12 :41 :06 UTC, le moniteur de rayon gamma du satellite Fermi (Fermi/GBM) détectait un sursaut gamma, avec une localisation spatiale compatible. Cet sursaut a également été enregistré par le système d'anti-coïncidence de l'instrument INTEGRAL/SPI.

Les alertes conjointes de Fermi et LIGO, ainsi que la localisation relativement précise de la source ont déclenché une large campagne de recherche d'une contrepartie électromagnétique. Environ 11h après la coalescence, le télescope de 1 m Swope à l'observatoire de Las Campanas au Chili rapporte la première observation d'une source optique transitoire (optique) - comparativement à des images prises quelques jours plus tôt dans la même région du ciel - associée à la Galaxie NGC 4493 (dont la distance précédemment connue est compatible avec la distance de luminosité estimée en ondes gravitationnelles). D'autres observations ont ensuite eu lieu, des rayons X aux ondes radio, dans les heures et jours qui ont suivi (cf. figure 1.22).

La comparaison des observations électromagnétiques et en d'ondes gravitationnelles a apporté de fortes contraintes sur certains modèles astrophysiques, les tests de la Relativité Générale, la Cosmologie, etc. Outre la confirmation des binaires d'étoiles à neutrons comme progéniteurs des sursauts gamma courts, le retard de 1.7 s entre la coalescence et l'observation du sursaut gamma a notamment permis de contraindre la différence de vitesse de propagation entre vitesse de la lumière (photons gamma) et vitesse des ondes gravitationnelles à  $0_{-30}^{+7} \times 10^{-16} c$  [Abbott *et al.*, 2017c].

Pour finir, mentionnons qu'au moment d'écrire ces lignes (Mai 2019), la troisième période d'observation des détecteurs LIGO-VIRGO a débuté depuis le 1<sup>er</sup> avril 2019 et 23 alertes (au 27 août 2019) pour de possibles événements (dont trois pouvant mettre en jeu la coalescence d'étoiles à neutrons) ont été publiées [GraceDB, 2019]. Des analyses supplémentaires sont actuellement en cours pour confirmer ces détections et affiner, le cas échéant, les paramètres de ces sources.

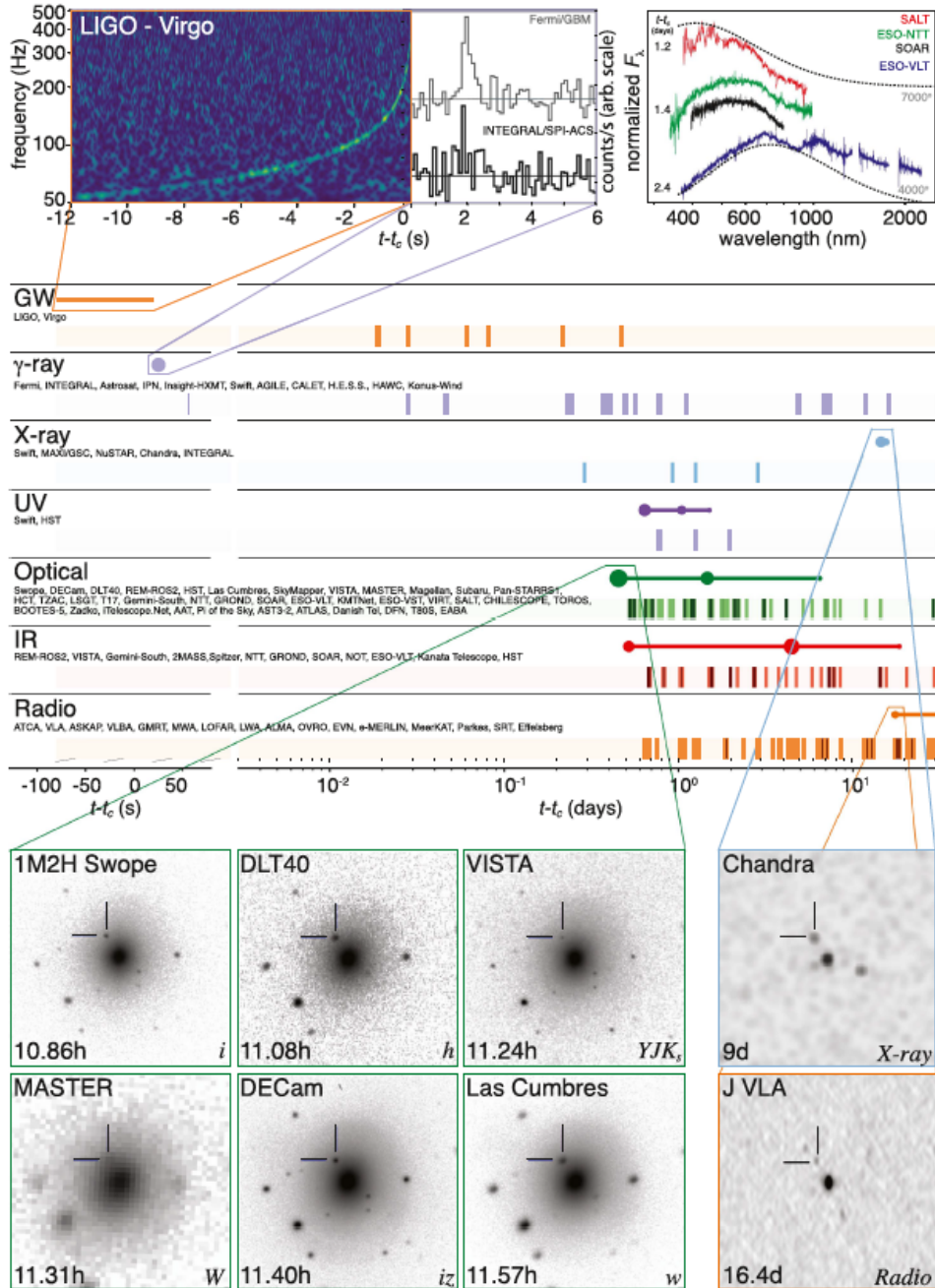


FIGURE 1.22 – Résumé des principales observations électromagnétiques suivant la détection de la coalescence de deux étoiles à neutrons par LIGO-VIRGO (GW170817). Les traits pleins horizontaux dans chaque bande de longueur d'onde représente approximativement le temps pendant lequel la source a pu être observée. Le spectrogramme du signal gravitationnel est représenté en haut à gauche, recalé par rapport aux données des détecteurs gamma de Fermi/GBM et INTEGRAL/SPI. Les vignettes en bas de la figure sont extraites des différentes observations en optique, X et radio, localisant la source par rapport à sa galaxie hôte [Abbott *et al.*, 2017a].

## Chapitre 2

# Description générale de **LISA**

Le chapitre précédent a décrit les bases théoriques et les efforts, récemment couronnés de succès, pour détecter les ondes gravitationnelles grâce à des interféromètres sol. Les bruits et contraintes de l'environnement terrestres limitent cependant les sources observées à des fréquences supérieures à quelques dizaines de Hz. Construire un observatoire spatial d'ondes gravitationnelles permettait à la fois de s'affranchir de ces perturbations terrestres, et, en allongeant significativement la longueur des bras de l'interféromètre, d'observer à des fréquences plus basses, correspondant notamment à la coalescence d'objets beaucoup plus massifs, tels que les trous noirs super-massifs, tapis au centre des galaxies. L'étude des ondes gravitationnelles dans cette gamme de fréquence apporterait de nombreuses réponses à certaines des grandes questions encore ouvertes en physique de l'Univers :

- Quelle est l'origine des trous noirs super-massifs ?
- Comment se forment les Galaxies ?
- La gravité en champ fort est-elle correctement décrite par la Relativité Générale ?
- Quelle est la nature de la transition de phase de l'Univers primordial ?
- etc.

Ces objectifs scientifiques (et quelques autres) sont à l'origine du développement du projet spatial **Laser Interferometer Space Antenna (LISA)**. Ce chapitre décrit la (longue...) genèse de cet instrument et ses principales caractéristiques techniques. Depuis 2005, la quasi totalité de mes travaux de recherche ont porté sur le dimensionnement et le développement instrumental de cette mission.

### 2.1 Un peu d'histoire

La mission spatiale **LISA** est un projet de l'agence spatiale européenne (European Space Agency (**ESA**)), visant à la réalisation d'un interféromètre spatial de grande dimension pour la détection des ondes gravitationnelles autour du mHz. La mission **LISA** a été sélectionnée comme troisième mission 'Large' (L3) du programme 'Cosmic Vision' par l'**ESA** au printemps 2017, avec un lancement prévu en 2034.



L'histoire de LISA est cependant bien plus ancienne. Les premiers concepts d'un interféromètre spatial pour détecter les ondes gravitationnelles ont été étudiés par la National Aeronautic and Space Administration (NASA) dès 1974 [Bender *et al.*, 1998, p. 43]. L'instrument proposé - Gravity Wave Interferometer (GWI) - reposait alors sur la fabrication et le déploiement, à partir de la navette spatiale, d'une structure rigide formant des bras de 1 km de long, pour une masse totale de 16 t (cf. figure 2.1).

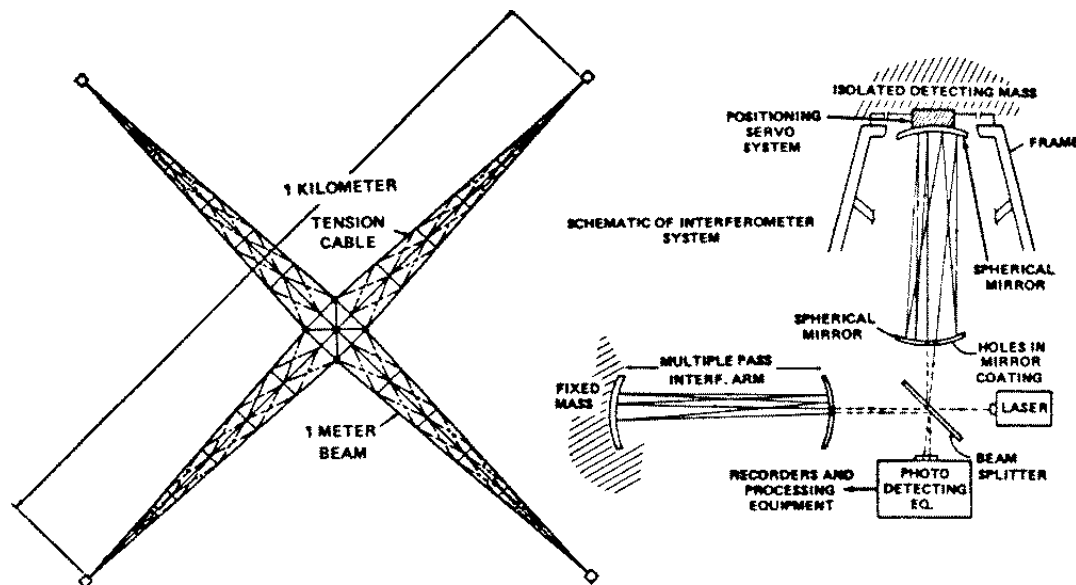


FIGURE 2.1 – Schéma de principe de l'instrument spatial GWI tel qu'étudié par la NASA dans les années 1970. Gauche : structure après déploiement en orbite basse. Droite : Principe de la mesure interférométrique [Bender *et al.*, 1998].

Ces études techniques ont suscité à la même époque des discussions sur la faisabilité d'un interféromètre avec des bras bien plus grands, et donc des satellites distincts. L'idée, toujours actuelle, était d'échanger des faisceaux lasers entre masses d'épreuves, protégées du vent solaire et autres perturbations externes pour les garder inertielles. Les deux approches - structure monolithique et masses libres avec compensation de traînée - sont présentées notamment lors d'un workshop dédié aux ondes gravitationnelles par Weiss [1979]. Le concept de 3 satellites distants est étudié et présenté plus en détails peu après par Decher *et al.* [1980]. L'instrument est donc constitué de 3 satellites, formant un triangle rectangle isocèle avec cotés de  $10^6$  km. Ces satellites sont sur des orbites circulaires héliocentriques, celui formant l'angle droit (i.e. à l'émission et à la recombinaison des faisceaux lasers) est régulièrement repositionné pour maintenir la forme du triangle (voir figure 2.2). Afin de compenser l'affaiblissement de la puissance laser (augmentation du bruit de photons) et de compenser l'effet Doppler, un mode transpondeur (recopie de la phase optique sur les satellites distants) et un schéma de détection en interférométrie hétérodyne (les deux laser interférant ont des fréquences légèrement différentes) est proposé.

L'idée d'un interféromètre orbitant suivant des orbites similaires à celles aujourd'hui prévues pour LISA - et ne nécessitant donc pas de fréquentes et importantes corrections

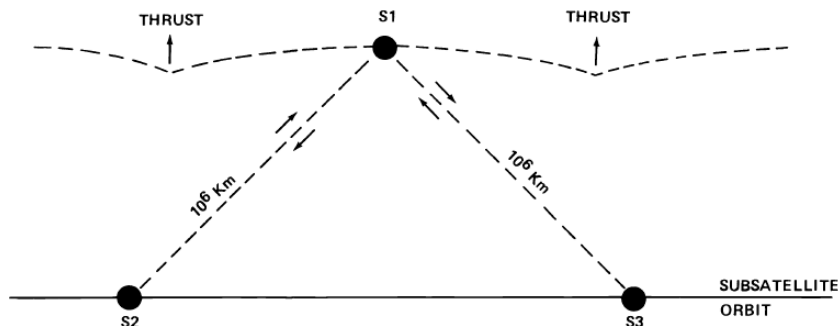


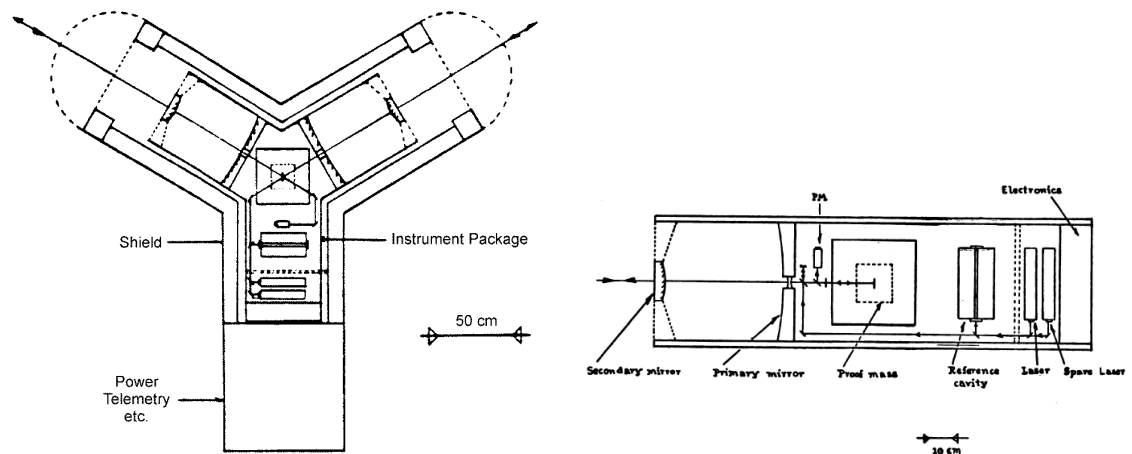
FIGURE 2.2 – Concept orbital de l’instrument proposé par [Decher \*et al.\* \[1980\]](#). Les deux ‘sous-satellites’ parcourent la même orbite héliocentrique circulaire. Le satellite S1 suit également une orbite globalement circulaire et héliocentrique, mais des poussées régulières sont nécessaires pour maintenir la forme de la constellation.

d’orbite - est proposée dès 1981. Une description plus complète de ce concept, alors nommé Laser Antenna for Gravitational-radiation Observation in Space (**LAGOS**) est donné par [Faller \*et al.\* \[1985\]](#). Ce concept de mission propose une grande partie des concepts toujours valides pour la mission **LISA** :

- Satellites inertiels - à compensation de trainée - en orbite héliocentrique, à 1 UA du Soleil
- Bras de  $10^6$  km ( $2.5 \times 10^6$  km pour **LISA**)
- Interférométrie laser avec un schéma de détection hétérodyne et satellites transpondeurs
- Télescope de 50 cm de diamètre (30 cm pour **LISA**)

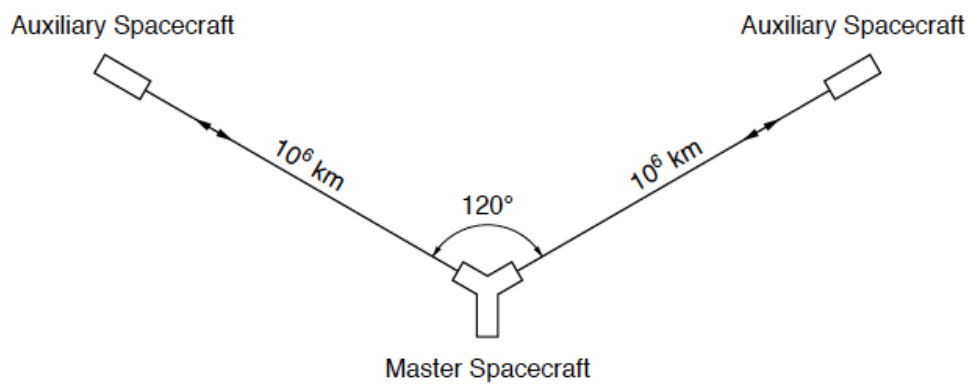
La mission **LISA** a tout d’abord été proposée à l’**ESA** dans la cadre des missions M3 du programme Horizon 2000 au début des années 1990, avec une configuration à 4 satellites (1 satellite par émetteur laser), formant deux bras d’un seul interféromètre. Elle a cependant été considérée comme excédant l’enveloppe budgétaire allouée à une mission de classe ‘M’ [[Battrick et European Space Agency, 1995](#)]. Elle est alors proposée en décembre 1993 - puis sélectionnée - comme troisième mission ‘pierre angulaire’ du programme Horizon 2000 Plus de l’**ESA** [[Danzmann, 1996](#) ; [Danzmann \*et al.\*, 1997](#) ; [Bender \*et al.\*, 1998](#) ; [Danzmann, 2000, 2003](#)], conjointement aux missions GAIA (astrométrie), DARWIN (recherche de planètes extra-solaires), et une mission vers Mercure. **LISA** évolue alors vers une configuration à 6, puis 3 satellites - similaire à la configuration actuelle - avec des liens lasers sur les trois côtés (portés à  $5 \times 10^6$  km) de la constellation (cf. figure 2.4). Les principaux éléments des satellites et de la charge utile sont déjà présents, et assez similaires au concept proposé par [Faller \*et al.\* \[1985\]](#) (cf. figure 2.5)

Début 1997, pour des raisons de collaboration scientifique, mais aussi budgétaires et calendaires, **LISA** devient une mission conjointe avec la **NASA**. Un lancement dans la première décennie des années 2000 est alors envisagé, notamment pour bénéficier d’observations conjointes avec les interféromètres sol alors en préparation : “A contribution by



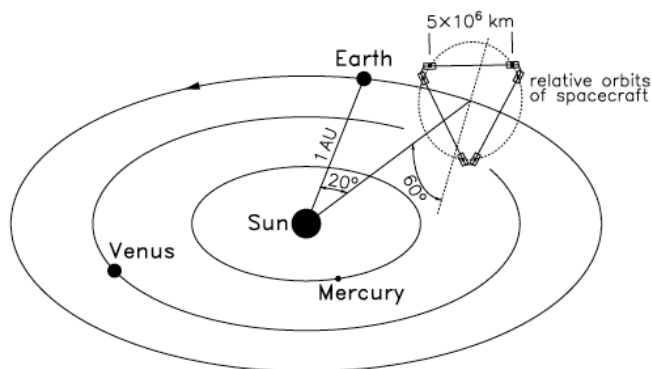
(a) Schéma de principe du satellite principal de LAGOS.

(b) Schéma de principe des satellites auxiliaires de LAGOS.



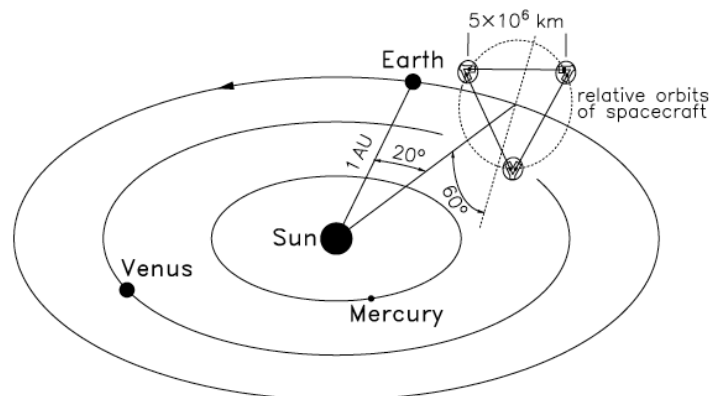
(c) Configuration de la constellation LAGOS.

FIGURE 2.3 – Première version du concept de mission LAGOS (d'après [Faller *et al.*, 1985]).



**Figure 1.** LISA concept. Six spacecraft in a triangle, with a pair at each vertex. Only four are required for the basic interferometry. The other two provide supplementary science information and some redundancy.

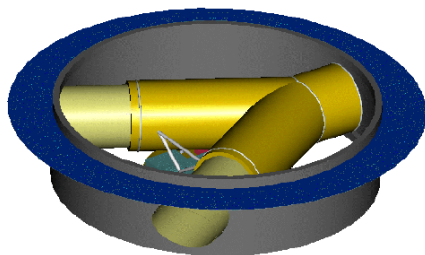
(a) Configuration LISA avec 6 satellites [Danzmann, 1996].



**Figure 2.5** Three spacecraft in a triangle, with one at each vertex.

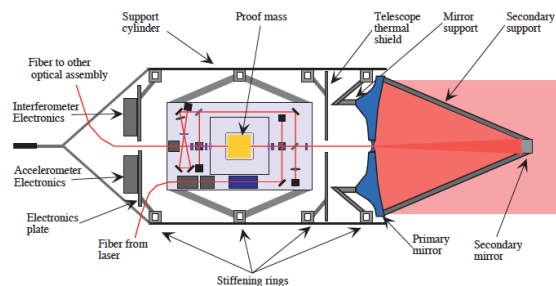
(b) Configuration LISA avec 3 satellites [Bender *et al.*, 1998].

FIGURE 2.4 – Evolution de la configuration orbitale de LISA à la fin des années 1990.



**Figure 2.6** One of the three identical LISA spacecraft. The main structure is a ring with a diameter of 1.8m, and a height of 0.48m, made from graphite-epoxy for low thermal expansion. A lid on top of the spacecraft is removed to allow view at the Y-shaped thermal shield encasing the two payload arms.

(a) Vue d'un satellite de LISA.



**Figure 3.2** The payload assembly, two identical structures joined by a flexure at their base (see Figure 7.2). Each structure consists of a thermal shield from which are mounted: the 30 cm transmit/receive telescope; a disk shaped thermal shield; the optical bench with laser-injection, cavity for laser stabilisation, beam-shaping optics, photodetectors, and drag-free accelerometer (containing the interferometer "mirror"); a preamplifier disk which carries the accelerometer preamplifiers, the USO and the small steerable mirror for the laser-link between the two optical benches.

(b) Schéma de principe de l'instrument.

FIGURE 2.5 – Satellite et charge utile tels qu'imaginés en 1998 [Bender *et al.*, 1998].

ESA in the range 50 - 200MAU to a NASA/ESA collaborative LISA mission that could be launched considerably earlier than 2017 would fully satisfy the needs of the European scientific community. A launch in the time frame 2005 - 2010 would be ideal from the point of view of technological readiness of the payload and the availability of second-generation detectors in ground-based interferometers making the detection of gravitational waves in the high-frequency band very likely." [Bender *et al.*, 1998, p. iv].

Dans les années 2000, LISA est finalement identifiée comme une mission candidate à la première mission 'Large' (L1) du nouveau programme 'Cosmic Vision (2015-2025)' mis en place par l'ESA.

A la même époque, les études techniques identifient la nécessité d'un précurseur technologique pour la démonstration du vol inertiel, au niveau nécessaire pour LISA. Le premier concept de ce qui deviendra LISA Pathfinder est proposé en 1998, sous le nom d'European Lisa Technology Experiment (ELITE). En 2000, en réponse à l'appel à mission SMART-2, un démonstrateur conjoint de vol inertiel pour LISA et vol en formation pour la mission DARWIN est proposé (puis sélectionné), avec l'ajout d'un second satellite. Les études industrielles qui suivront conduiront à abandonner le démonstrateur de vol en formation et le satellite restant, dédié uniquement à la démonstration du vol inertiel, prendra le nom de LISA Pathfinder.

Les études techniques se poursuivent en parallèle sur LISA, toujours considérée comme mission conjointe ESA-NASA, conclues en 2011 par un rapport de faisabilité technique [Danzmann *et al.*, 2011]. Malheureusement, en raison de difficultés budgétaires rencontrées alors, la NASA abandonne son soutien aux projets conjoints avec l'ESA, en particulier les mission 'L' et donc LISA. Privée de ce soutien financier important, l'ESA demande aux 3 missions précédemment candidates - LISA, International X-ray Observatory (IXO) et Europa Jupiter System Mission (EJSM-Laplace) - de reviser leurs copie afin de réduire significativement le coût de ces projets [Samuel Reich, 2011]. Pour LISA, cela se traduit principalement par une réduction de la longueur des bras (de 5 à 1 Mkm, ce qui permet de réduire la taille et la masse des télescopes, et donc la masse au lancement) et le retour

à un seul interféromètre (et donc 4 charges utiles au lieu de 6) [Jennrich *et al.*, 2011]. La mission prend alors le nom de New Gravitational wave Observatory (NGO), puis evolving LISA (eLISA), et entre en compétition pour l'attribution du premier créneau de lancement L1 en 2022. A l'issue de l'évaluation par le Science Program Committee, la mission JUpiter ICy moon Explorer (JUICE) (successeur de EJSM-Laplace) est sélectionnée.

Peu de temps après, en mars 2013, l'ESA lance un appel à thèmes scientifiques pour les missions L2 et L3, avec des créneaux de lancement respectifs en 2028 et 2034. L'ESA recueille ainsi 32 propositions, dont "The Gravitational Universe" [Danzman *et al.*, 2013], associée au concept de mission eLISA. En octobre 2013, le 'Senior Survey Committee' recommande finalement les thèmes 'The Hot And Energetic Universe' (mission Athena) pour L2 et 'The Gravitational Universe' (mission LISA) en L3.

Suivant ces recommandations, l'ESA lance l'appel à mission L3 en octobre 2016 auquel le Consortium LISA répond évidemment [Danzmann *et al.*, 2017]. La communauté scientifique américaine et la NASA ayant exprimé leur intérêt et leur volonté de soutenir cette mission, LISA retrouve une configuration à 3 interféromètres,  $2.5 \times 10^6$  km entre les satellites, ainsi que son nom.

LISA a donc été officiellement sélectionnée au printemps 2017, pour un lancement en 2034. Elle suit depuis les phases habituelles d'un projet spatial.

## 2.2 Configuration générale de LISA

Nous synthétisons et résumons ici les principales caractéristiques techniques et opérationnelles de LISA, afin de donner les clefs de compréhension pour certaines des études présentées ci-après. LISA possède aujourd'hui un concept instrumental assez mature (grâce aux nombreuses années d'études ayant précédées sa sélection, ainsi évidemment qu'à l'expérience LISA Pathfinder). Les études techniques se poursuivent cependant tant au sein du Consortium qu'à l'ESA et la configuration présentée ici se réfère à celle obtenue en fin de Phase 0 (i.e. au printemps 2018) et décrite notamment dans [LISA Instrument Group, 2018]. Cette description détaillée concerne par ailleurs uniquement l'instrument (ou charge utile), le reste du satellite (plateforme) étant à l'étude par deux industriels concurrents jusqu'en fin de Phase A.

### 2.2.1 Profil mission et principe de la mesure

Comme indiqué précédemment, la mesure scientifique de LISA repose sur la détermination de la variation relative de chemin optique entre deux bras de l'interféromètre, bras constitués par les liens lasers échangés entre satellites. Les trois satellites sont en orbite héliocentrique à une unité astronomique du Soleil. Les paramètres orbitaux de chaque satellite sont optimisés de tel sorte que la constellation garde une forme quasiment constante pendant toute la durée de la mission et forme un triangle équilatéral avec des côtés de 2,5 Mkm. La constellation est placée environ 20 deg derrière la Terre (sur la même orbite) et dérive lentement en s'en éloignant (pour des considérations de stabilité orbitale et durée de vie de la mission, cf. section 2.3). Ce profil mission est illustré en figure 2.6.

Chaque satellite accueille deux masses en chute libre, à chaque extrémité des 3 bras de

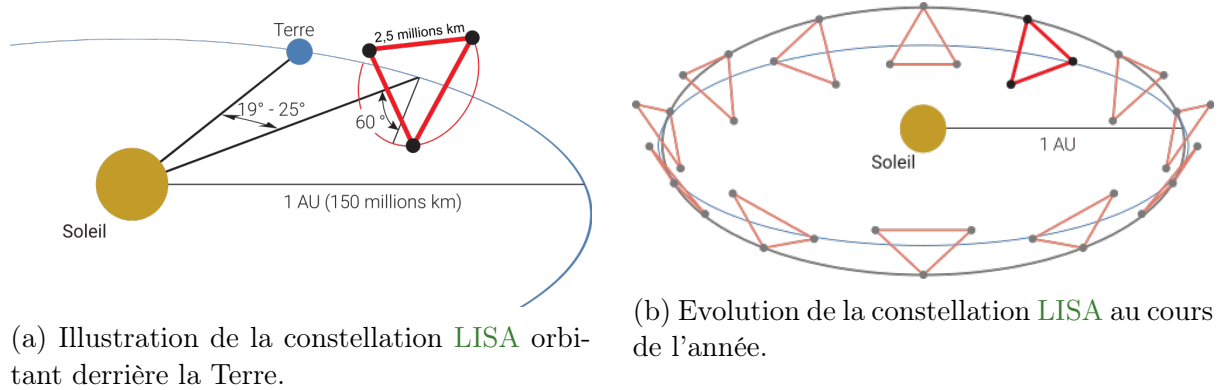


FIGURE 2.6 – Profil mission LISA

la constellation. L'effet d'une onde gravitationnelle est de modifier (légèrement) le temps de propagation du faisceau laser d'un satellite à l'autre et donc de modifier la phase (ou de façon équivalente, la fréquence) optique de l'onde reçue. Ces fluctuations sont mesurées par interférométrie hétérodyne au sein des trois satellites. La sensibilité de l'instrument est limitée par le bruit résiduel d'accélération (i.e. les forces perturbatrices) qui s'exercent sur les masses test, ainsi que par la précision de la mesure interférométrique. Les satellites entourant les paires de masses test servent de boucliers. La position des satellites est constamment corrigés grâce à des micro-propulseurs (poussées maximales de l'ordre du  $\mu\text{N}$ ) afin de garder les masses tests en chute libre en leur sein. L'orientation des satellites (et donc des masses test) est cependant contrainte de façon à garantir la réception et la visée des faisceaux laser de et vers les satellites distants.

Les changements de distance lumière entre satellites causées par les ondes gravitationnelles sont très faibles de quelques pm à quelques nm au plus, équivalent à des accélérations résiduelles de l'ordre de  $10^{-15} \text{ m/s}^2$ . Les trajectoires des masses tests sont par ailleurs liées aux lois de la mécanique céleste et imposent des variations bien plus importante de la longueur des bras, typiquement  $\pm 35\,000 \text{ km}$ . La détection des ondes gravitationnelles reste heureusement possible en raison de la séparation fréquentielle des phénomènes : les ondes gravitationnelles attendues sont autour du mHz, tandis que les variations orbitales ont des périodes de plusieurs mois.

L'amplitude attendue des ondes gravitationnelles (voir, par exemple, [Danzmann et al. \[2017\]](#) pour un aperçu des objectifs scientifiques de LISA et les contraintes de détection associées) imposent donc deux spécifications, sur le bruit résiduel en accélération des masses d'épreuves d'une part, ainsi que sur la précision de la mesure interférométrique d'autre part :

$$S_{\text{link}}^{1/2} < 10 \text{ pm/Hz}^{1/2} \times \left[ 1 + \left( \frac{2 \text{ mHz}}{f} \right)^4 \right]^{1/2}, \quad (2.1)$$

$$S_g^{1/2} < 3 \text{ fm/s}^2/\text{Hz}^{1/2} \times \left[ 1 + \left( \frac{0.4 \text{ mHz}}{f} \right)^2 \right]^{1/2} \left[ 1 + \left( \frac{f}{8 \text{ mHz}} \right)^4 \right]^{1/2}. \quad (2.2)$$

Ces bruits limites permettent alors, compte tenu de la réponse instrumentale, de cal-

culer la sensibilité de l'interféromètre LISA et de la comparer aux objectifs scientifiques, voir la figure 2.7.

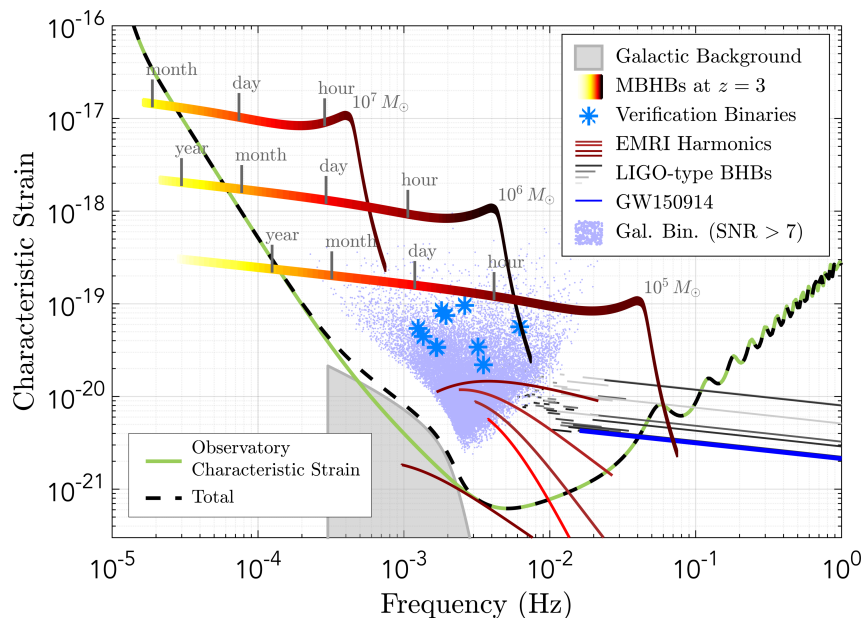


FIGURE 2.7 – Sensibilité de LISA comparée aux amplitudes typiques des principaux objectifs scientifiques. L'amplitude caractéristique se déduit des densité spectrale d'amplitude en multipliant par la racine de la fréquence. Cette quantité permet de calculer le rapport signal à bruit d'une source quasi-monochromatique, intégré sur une période d'oscillation [Danzmann *et al.*, 2017].

Les mesures des chemins optiques entre masses tests sont effectuées continûment, par interférométrie hétérodyne, les faisceaux lasers se propageant dans les deux directions de chaque bras de la constellation. La source laser utilisée est un laser de type Nd :YAG émettant un faisceau optique à 1064 nm, dont environ 1 Watt est émis vers les satellites distants.

Après une propagation de  $2.5 \times 10^6$  km, la puissance collectée par le satellite distance est d'environ 500 pW, ce qui interdit tout renvoi 'passif' utilisant un miroir. Les satellites sont donc utilisés comme des transpondeurs actifs, renvoyant un signal amplifié et verrouillé en phase sur le faisceau incident.

D'autre part, afin de compenser les dérives Doppler liées aux mouvements relatifs des satellites ( $\sim \pm 8$  MHz), et garder les battements optiques dans la bande passante des photodiodes (6-25 MHz), il est également nécessaire, d'une part de verrouiller en phase l'ensemble des lasers entre eux, et d'autre part d'introduire des écarts de fréquence, précalculés en fonction de la mécanique orbitale, de quelques MHz dans ces boucles de verrouillage. Au final, une seule des 6 sources laser est donc 'libre', les autres étant asservies, directement ou indirectement sur celle-ci.

Mise à part cette topologie d'asservissements de fréquence, la constellation est entièrement symétrique, les charges étant identiques sur chaque satellite et effectuant des mesures similaires. La mesure entre masses tests d'un lien laser est effectuée en 3 étapes



(voir figures 2.8 et 2.9) :

- Mesure interférométrique locale, sur le premier satellite, entre la masse tests et le banc optique solidaire du satellite
- Mesure longue distance entre les bancs optiques
- Mesure interférométrique locale, sur le deuxième satellite, entre la masse tests et le banc optique solidaire du satellite

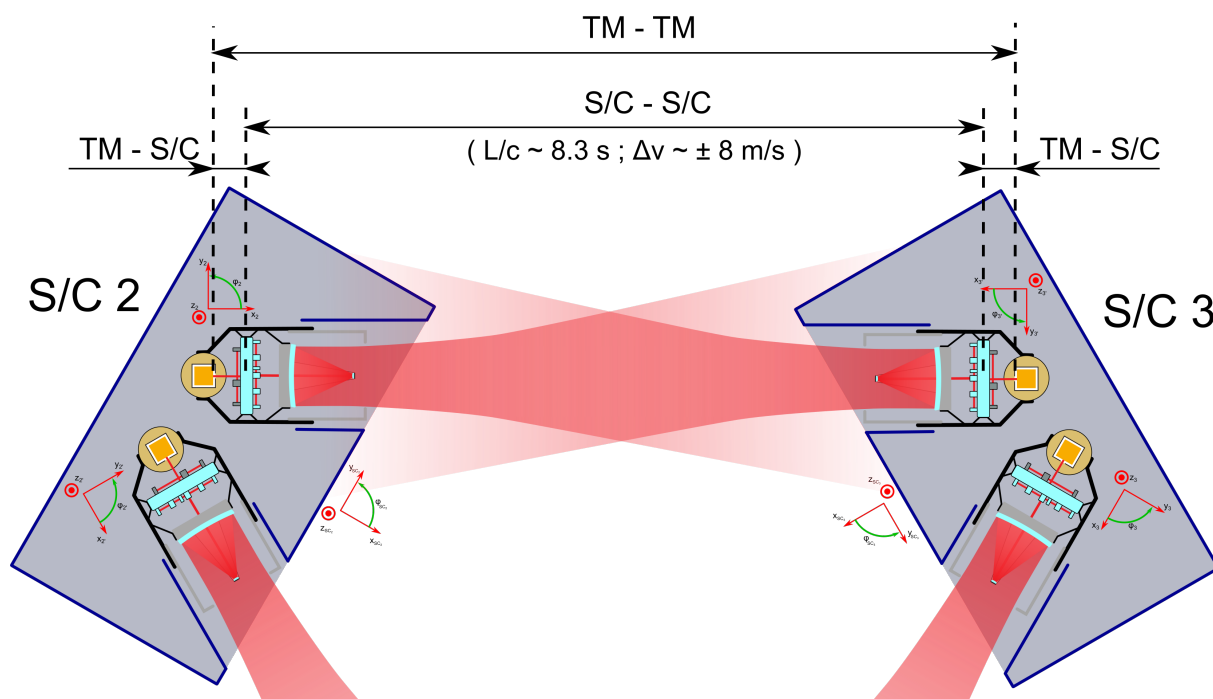


FIGURE 2.8 – Principe de la mesure entre masses tests sur un bras de LISA

La combinaison - a posteriori - de ces 3 mesures, en prenant en compte les temps de propagation adéquats, permet de s'affranchir de la plus grande partie du bruit de position entre les satellites et leur masse test. Il est également nécessaire de mesurer la phase optique relative entre deux bancs adjacents sur un même satellite. Cela est fait grâce à un lien laser fibré bi-directionnel entre les deux bancs optiques (et les mesures interférométriques associées).

Un autre aspect important et spécifique de LISA est la nécessité de synchroniser les horloges des satellites. En effet, la stabilité de la mesure hétérodyne repose sur la capacité à mesurer, avec un bruit négligeable, la stabilité en phase d'un signal radiofréquence à quelques MHz. Cette mesure doit s'effectuer par rapport à une horloge 'parfaite', au sens d'une horloge ayant un rythme d'oscillation constant. Lors du battement hétérodyne, la phase optique se transfère à la phase du signal RF, de telle sorte qu'une différence de

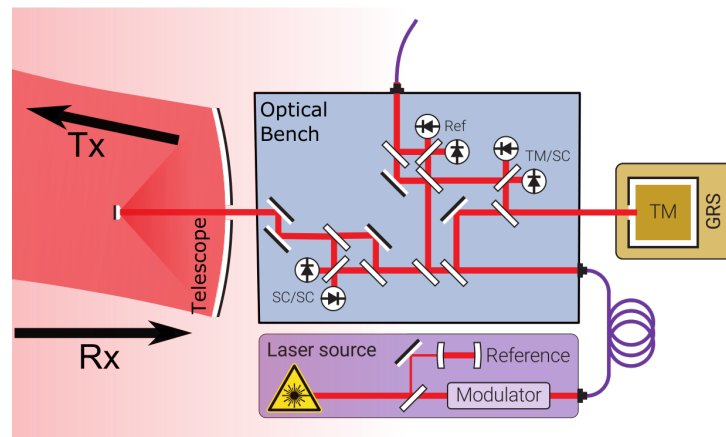


FIGURE 2.9 – Schéma de principe des mesures interférométriques dans un instrument de LISA

chemine optique de 1 pm (i.e.  $\sim 10^{-6}$  cycle à 1064 nm de longueur d'onde) se traduit par un déphasage équivalent à la fréquence de battement. Celle-ci étant au maximum de 25 MHz, une spécification de  $\sim 10^{-6}$  cycle/ $\sqrt{\text{Hz}}$  exige une stabilité d'horloge meilleure que  $\sim 4 \times 10^{-14}$  s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  dans la bande de LISA (0,1 mHz à 10 Hz). Ceci est largement au-delà des stabilités des horloges habituellement embarquées dans les satellites (de type Oven Controlled Crystal Oscillator (OCXO)). D'autre part, la stabilité recherchée est *relative* entre les différents bras de l'interféromètre. Il est donc suffisant de garantir que les données issues des 3 satellites soient corrigées de leur dérive *relative*. La solution proposée dans LISA est d'utiliser les liens laser pour transférer les fréquences d'horloge d'un satellite à un autre. Pour ce faire, les différents faisceaux laser sont modulés en phase à une fréquence multiple de la fréquence d'horloge de bord. Cette modulation crée des bandes latérales, à environ  $\pm 2.4$  GHz de la porteuse optique. Lors de l'interférence de ce faisceau transmis avec le faisceau local du satellite qui le reçoit, 3 battements radio-fréquence sont mesurés (voir figure 2.10) :

- Entre les porteuses locale et distante : fréquence de battement égale au décalage Doppler auquel s'ajoute le décalage imposé lors du verrouillage en phase.
- Entre les bandes latérales basses : fréquence de battement égale à la fréquence hétérodyne entre porteuses ajoutée à la différence de fréquence de bandes latérales (locale - distante).
- Entre les bandes latérales hautes : fréquence de battement égale à la fréquence hétérodyne entre porteuses ajoutée à la différence de fréquence de bandes latérales (distante - locale).

Ainsi, les battements des bandes latérales encodent le bruit de phase relatif des horloges, avec un facteur d'amplification de l'ordre de 100 (rapport des fréquences de modulation et de la fréquence du battement principal). Il est alors possible - en post-traitement -

de corriger le bruit de phase du battement principal du bruit induit par l'instabilité des horloges.

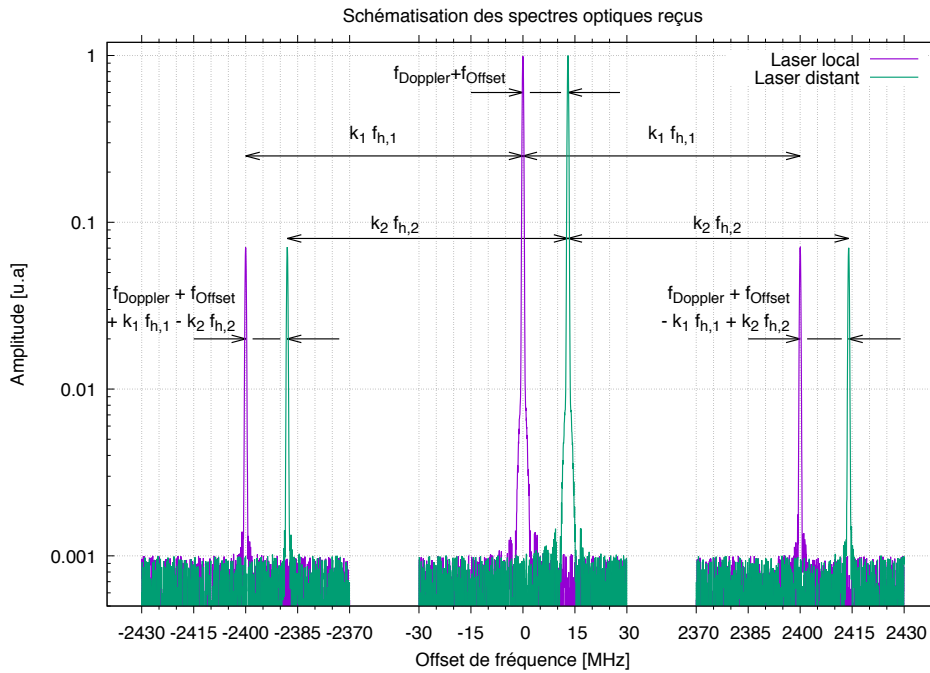


FIGURE 2.10 – Illustration des spectres optiques reçus sur la photodiode d'un interféromètre 'long bras'. L'origine des fréquences est choisie à la fréquence de la porteuse optique locale.

La reconstitution des signaux a posteriori et la réduction des différents bruits reposent en grande partie sur l'algorithme Time Delay Interferometry (TDI), qui combine les phases mesurées par les différents battements (principaux et latéraux) de tous les interféromètres présents dans la constellation. Cet algorithme reconstitue en fait une mesure 'à la Michelson', où les données récoltées sont retardées des temps de propagation adéquats pour synthétiser un interféromètre à bras égaux. La connaissance des distances absolues entre satellites est donc nécessaire à cette méthode d'analyse. Celles-ci sont obtenues en modulant lentement les faisceaux laser en phase, en utilisant un motif de synchronisation qui peut être daté à la fois en réception et en émission et ainsi permettre la détermination du temps de propagation avec une précision évaluée aujourd'hui à moins d'1m (sur 2,5 Mkm).

## 2.2.2 Aperçu de la charge utile LISA

Les principaux équipements composant l'instrument LISA et permettant les mesures interférométriques sont les suivants :

- Un télescope de 30 cm de diamètre effectif pour émettre et collecter le faisceau laser de et vers les satellites distants

- Une masse inertielle, avec ces dispositifs de lecture et d'actuation électrostatiques pour définir la référence inertielle de mesure. Cet ensemble est nommé Gravitational Reference Sensor (**GRS**).
- Un banc optique combinant les faisceaux locaux et distants pour effectuer les différentes mesures interférométriques
- Un phasemètre permettant à la fois de reconstituer très précisément la phase relative des battements décrits précédemment, mais aussi de déterminer le temps de vol (et donc la distance) entre satellites.
- Une source laser Nd :YAG, d'une puissance d'environ 2W, pouvant soit être stabilisé en fréquence sur une cavité Fabry-Perot (laser maître), soit verrouillé en phase sur un autre laser de la constellation (adjacent ou distant).
- Un ensemble de capteurs thermiques, magnétiques et de radiation pour connaître précisément l'environnement de l'instrument (et donc prévenir d'éventuels effets de couplage avec la mesure).

Les contraintes de stabilité les plus fortes (du pm au nm) se situent entre les 3 éléments principaux participant à la mesure optique : le télescope, le banc optique et le **GRS**. D'autre part, l'axe optique du faisceau (émis et/ou reçu) doit pouvoir être ajusté afin de prendre en compte la 'respiration' de la constellation, c.à.d les légères déformations du triangle lié à la mécanique orbitale. Pour satisfaire à ces exigences, ces trois éléments sont montés sur une structure unique, elle-même pouvant pivoter (sur  $\pm 1$  deg) pour suivre la direction du satellite distant. Cet ensemble est appelé Movable Optical Sub-Assembly (**MOSA**). Une vue éclatée du **MOSA** est donnée en figure 2.11.

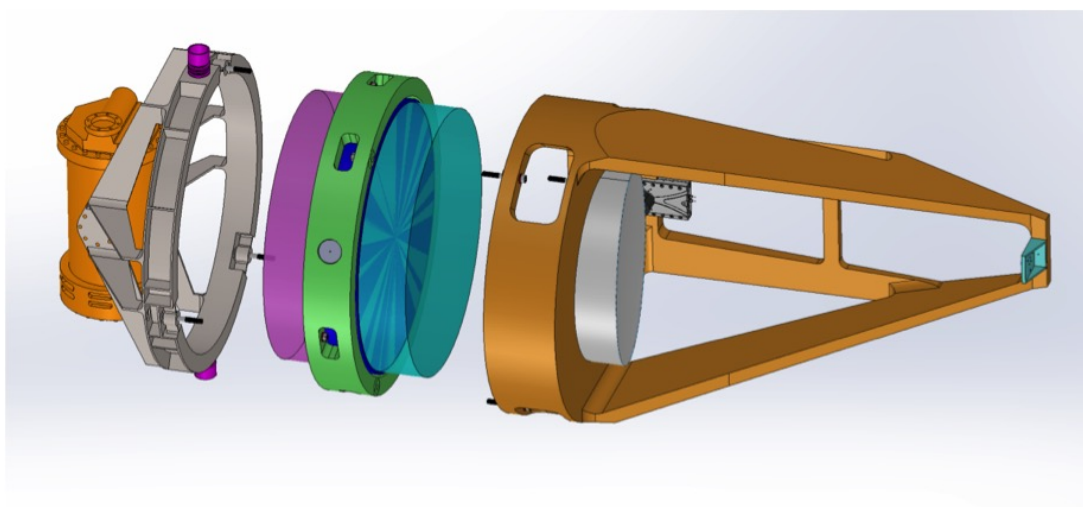


FIGURE 2.11 – Schéma de principe du **MOSA** de l'instrument de LISA : télescope (orange, à droite), banc optique (vert), **GRS** (orange, à gauche) et structure de maintien (gris).

Un satellite **LISA** contient deux **MOSAs** pour assurer les liens optiques avec les deux autres satellites en vis-à-vis. L'ensemble de deux **MOSAs** est nommé **LISA Core Assembly (LCA)**, représenté en figure 2.12.

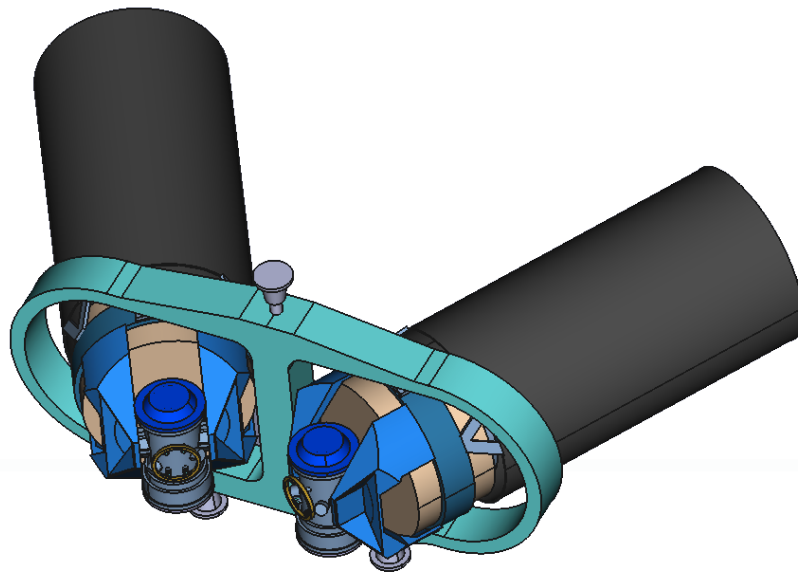


FIGURE 2.12 – Schéma de principe d'un **LCA** assurant l'interface entre deux **MOSAs** et un satellite de **LISA**

Le phasemètre, la source laser stabilisée, l'ordinateur charge utile, les différents capteurs d'environnement et l'ensemble des électroniques de contrôle complètent l'instrument et sont positionnés sur la plateforme du satellite.

Parmi les différents éléments de la charge utile, le banc optique, et surtout le **GRS** bénéficient de l'expérience de **LISA Pathfinder (LPF)**.

La mission **LPF** a été lancée le 3 décembre 2015 par une fusée **VEGA** depuis la base spatiale de Kourou en Guyane française. Le satellite a alors rejoint le point de Lagrange L1 du système Terre-Soleil, i.e. à environ 1,5 Mkm de la Terre dans la direction du Soleil.

Le principal objectif de la mission était de valider la possibilité de maintenir une masse inertielle en orbite, avec une accélération résiduelle faible, inférieure, pour ce démonstrateur, à 10 fois la spécification **LISA**. D'autre part, la mesure de cette accélération résiduelle nécessite également la démonstration de bancs optiques suffisamment stables pour effectuer une mesure au  $\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}$  entre 10 mHz et 1 Hz.

Nous ne décrivons pas en détails l'instrument ici, mais simplement son principe, tel qu'illustré sur la figure 2.13 : deux masses inertielles sont maintenues - sans contact - au sein de deux **GRSs**, de part et d'autre d'un banc optique d'interférométrie ultra-stable en Zerodur. Cette ensemble forme le **LISA Technology Package (LTP)**, placé au coeur du satellite (cf. figure 2.14). La distance entre les deux masses inertielles, chacune de 5 cm de côté, est de 38 cm. Les fluctuations fines de cette distance sont mesurées par interférométrie hétérodyne.

Une mesure de distance entre une de ces masses test et le banc optique est également effectuée et sert à asservir la position du satellite grâce à des micropropulseurs à gaz

froids ou colloïdaux placés sur les parois externes du satellite. Ces derniers constituent la contribution américaine à l'expérience, avec un ordinateur supplémentaire dédié au contrôle d'attitude et d'orbite.

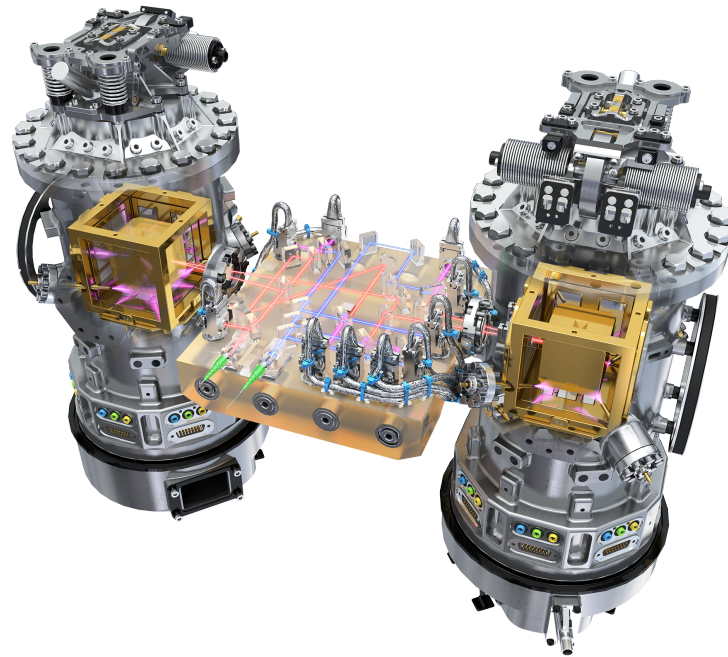


FIGURE 2.13 – Vue en transparence de l'instrument au coeur de LPF. Deux masses inertielles - d'environ 5 cm de côté - sont maintenues dans des enceintes à vides et entre des électrodes d'actuation et mesures électrostatiques (à droite et à gauche de la figure). La distance entre ses deux masses test, et d'une masse tests avec le satellite, sont mesurées avec précision grâce à un interféromètre situé entre les GRSs.

Les premières mesures scientifiques de l'instrument LPF ont eu lieu en mars 2017 et la mission s'est terminée en juillet 2018. Pendant cette période, un grand nombre d'expérience a été mené afin de mieux caractériser les différentes sources de bruit d'accélération, leur couplage avec l'environnement du satellite et régler l'instrument sur le point de fonctionnement réduisant au maximum ces couplages.

L'analyse des données a démontré que les performances obtenues excèdent largement les spécifications de LPF et même celles nécessaires pour LISA, cf. figure 2.15 [Armano *et al.*, 2018].

Comparé aux spectres de bruit des interféromètres terrestres, aucune raie de bruit de fond n'est visible. Les principaux contributeurs aux forces résiduelles d'accélération sont tous des processus stochastiques ou à large bande spectrale :

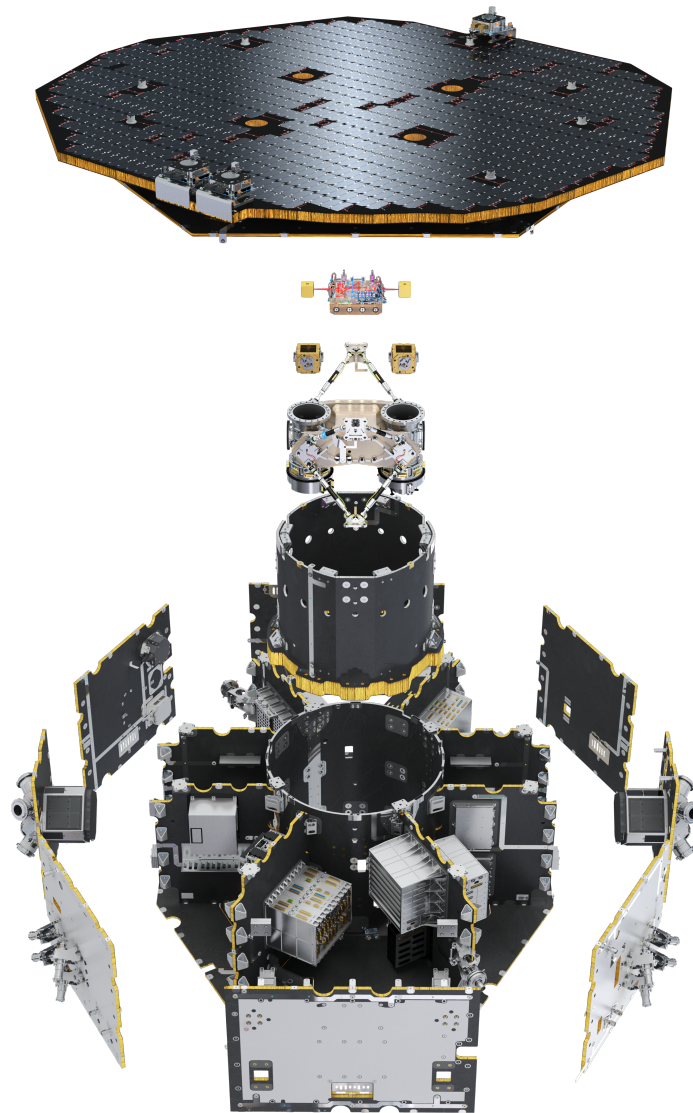


FIGURE 2.14 – Vue éclatée du satellite LPF, avec le système de masses inertielles et banc interférométrique (LTP) en son milieu.

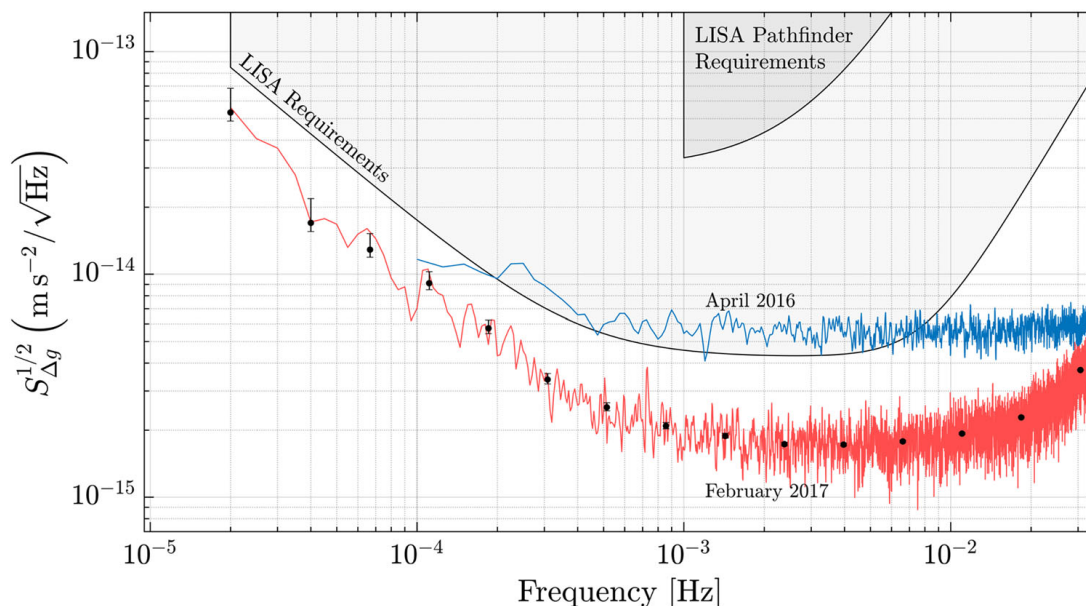


FIGURE 2.15 – Spectre de bruit d'accélération résiduelle sur une masse test de LISA Pathfinder. La courbe bleue correspond à des résultats intermédiaires, la courbe rouge aux résultats finaux, après différentes campagnes de caractérisation et soustraction des couplages environnementaux.

- Les fluctuations thermique des différents éléments, modifiant les chemins optiques et la réponse des systèmes de lecture ou d'actuation électrostatique.
- Les mouvements résiduels du satellite en rotation, qui crée un couplage en accélération via les forces d'inertie (forces de Coriolis et d'Euler)
- Le mouvement brownien des molécules résiduelles à la surface des masses tests, leur imprimant une fluctuation de quantité de mouvement
- Le bruit de photons lié à l'incertitude quantique sur leur phase. Il s'agit d'un bruit blanc en phase, et donc proportionnel à  $f^2$  en accélération. Cet effet limite donc la performance à hautes fréquences. Dans LISA Pathfinder, le bruit de lecture interférométrique était de  $34.8 \pm 0.3 \text{ fm}\sqrt{\text{Hz}}$ . Il est plus important dans LISA dans l'interféromètre long bras ( $5 \text{ pm}\sqrt{\text{Hz}}$  pour le bruit de photons uniquement) en raison de la faible puissance reçue du satellite distant ( $\sim 600 \text{ pW}$  au lieu de quelques mW dans LISA Pathfinder).



## 2.3 Contribution au profil mission LISA et optimisation orbitale

Ainsi que vu précédemment, le profil mission de LISA suppose de pouvoir placer les masses inertielles sur des trajectoires suffisamment stables pour garder la constellation homogène sur une douzaine d'années. Dans le cas d'orbites purement képlériennes (où l'unique astre attracteur est le Soleil, considéré comme un point), des développements au premier ordre en excentricité permettent d'obtenir des solutions minimisant les fluctuations de longueur des bras et la variations de la vitesse relative des satellites (voir par exemple [Nayak *et al.*, 2006]).

Cependant, ces solutions ne prennent pas en compte les perturbations gravitationnelles par les autres corps du système solaire (la Terre en premier lieu). Il est également nécessaire de considérer les perturbations locales, internes au satellite, du champ gravitationnel : un gradient de champ gravitationnel aura pour effet d'attirer la masse test dans une direction. Le satellite ajustant en permanence sa position relative par rapport à la masse test, cet effet est permanent et provoque donc une accélération continue du satellite, pouvant à terme détruire la forme de la constellation.

Ce chapitre présente les études effectuées afin de proposer paramètres orbitaux 'optimaux' prenant en compte les contraintes opérationnelles et les perturbations gravitationnelles.

### 2.3.1 Position du problème

Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de faire quelques rappels sur la façon dont la position d'un objet orbitant autour d'un corps central est représentée.

Dans le cas d'un objet soumis uniquement à un potentiel central, celui-ci parcourt une ellipse (on ne considère ici que les systèmes liés) dont l'objet central est un des foyers. On utilise alors les six paramètres dits 'képlériens' pour positionner un objet sur une orbite :

- Demi-grand axe  $a$  de l'ellipse.
- Excentricité  $e$  de l'ellipse ( $0 \leq e < 1$ ).
- Inclinaison  $i$  entre le plan de référence (écliptique ou équatorial) et le plan de l'orbite. Une inclinaison supérieure à 90 deg indique une orbite rétrograde ( $0 \leq i \leq 180$ ).
- Ascension droite du noeud ascendant ( $\Omega$ ) qui représente l'angle entre la direction du point vernal et le noeud ascendant de l'orbite, mesuré sur le plan de référence.
- Argument du périastre ( $\omega$ ), représentant l'angle entre le noeud ascendant et le périastre, mesuré sur le plan orbital.
- Anomalie, représentant la position du satellite sur son orbite depuis le périastre. L'anomalie vraie ( $\nu$ ) est l'angle mesuré depuis le corps central, sur le plan orbital, entre le périastre et le satellite. L'anomalie excentrique ( $E$ ) est une quantité fictive égale à l'angle entre le périastre et la projection - orthogonale au grand axe - de la position du satellite sur le cercle circonscrit à l'ellipse, mesuré à partir du centre de

l'ellipse. L'anomalie moyenne ( $M$ ) est l'angle depuis le centre de l'ellipse entre le périastre et un objet fictif parcourant le cercle circonscrit à vitesse uniforme de sorte que la période orbitale soit respectée. L'anomalie moyenne est donc une quantité directement proportionnelle au temps écoulé depuis le dernier passage au périastre.

Les figures 2.16 donnent une représentation graphique de ces définitions. Elles sont appliquées à un satellite en orbite terrestre, mais sont définies de façon identique pour un objet en orbite autour du Soleil en remplaçant le plan équatorial par le plan de l'écliptique.

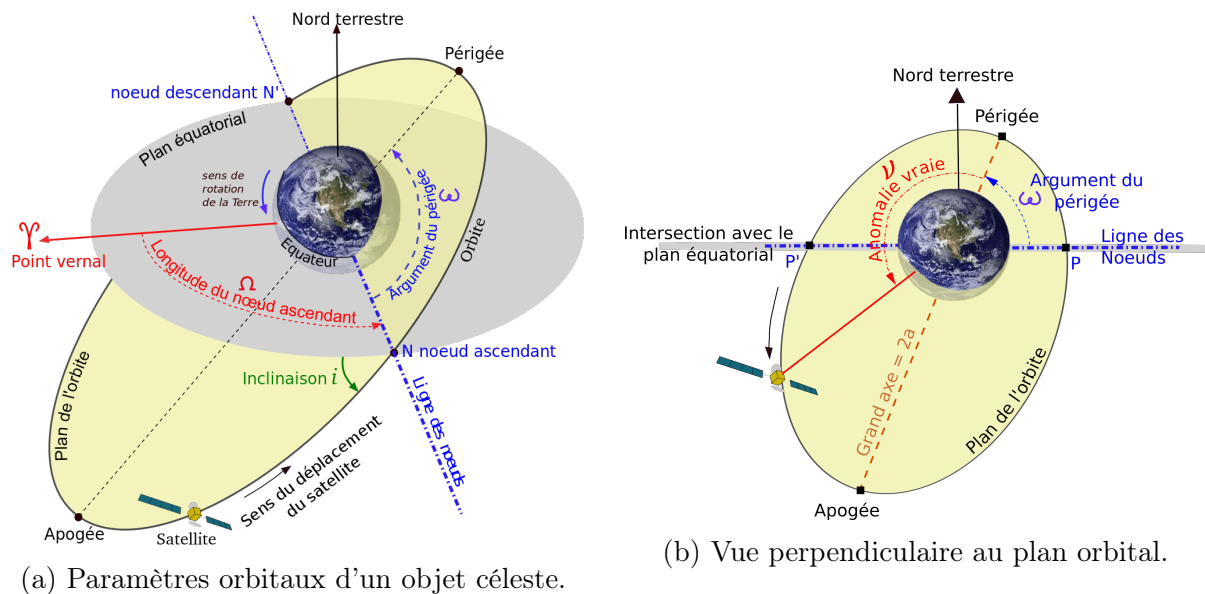


FIGURE 2.16 – Illustration des paramètres képlériens pour représenter la position d'un objet sur son orbite. La représentation est pour la Terre et le plan équatorial, mais les mêmes définitions s'appliquent au Soleil comme objet central et l'écliptique comme plan de référence. Copyright Creative Commons.

L'optimisation analytique des orbites képlériennes pour LISA [Nayak *et al.*, 2006] se concentre uniquement sur la stabilité de la constellation (donc sans contraintes sur la distance à la Terre par exemple) et néglige l'influence des autres planètes du système solaire. Le plan de référence est donc libre mais choisi comme étant celui de l'écliptique. Les orbites des trois satellites se déduisent par ailleurs les unes des autres par une rotation de leur plan orbital respectif de  $\pm 120^\circ$  autour du pôle écliptique et l'argument du périhélie est fixé à  $-90^\circ$  (aphélie à la cote maximale au-dessus du plan de l'écliptique). Le demi-grand axe de l'ellipse est également fixé à 1 UA afin de garantir une distance moyenne de la constellation fixe par rapport à la Terre. L'optimisation de l'excentricité pour minimiser la variation des longueurs des bras de la constellation (de longueur nominale 2,5 Mkm), mais surtout des vitesses relatives (pour donc minimiser les effets Doppler) induit alors :

- $a = 1 \text{ ua}$
- $e \approx 4,8 \times 10^{-3}$  (l'excentricité de l'orbite terrestre est de  $\sim 1,7 \times 10^{-2}$ )

- $i \approx 0,48^\circ$
- $\Omega = 120^\circ \times k$ ,  $k = 0..2$
- $\omega = -90^\circ$
- $M_k(t) = E_k + e \sin E_k = nt - 120^\circ \times k$ , avec  $E_k$  l'anomalie excentrique du satellite  $k$  au temps  $t$ , et  $n$  la pulsation orbitale ( $n = \frac{360^\circ}{1 \text{ an}}$ )

L'angle du plan de la constellation par rapport à l'écliptique est alors constant et vaut  $\approx 60,30^\circ$ . Ces paramètres se traduisent, dans l'approximation d'orbites képlériennes, par une fluctuation pic-à-pic de la longueur des bras de 12 000 km environ et des vitesses relatives inférieures à environ 2 m/s (soit des décalages Doppler de  $\pm 1,9$  MHz maximum pour un laser émettant à 1064 nm).

Ces résultats sont excellents et se conforment tout à fait aux exigences de LISA, en particulier la nécessité de rester dans la bande passante des photodiodes (25 MHz).

Il ne tiennent cependant pas compte de plusieurs contraintes et effets importants dont il s'agit de quantifier l'effet :

- L'influence gravitationnelle des planètes. La proximité de la Terre induit des perturbations orbitales. Globalement, en 'accélérant' la constellation (supposée orbiter derrière la Terre), la Terre provoque une augmentation du demi-grand axe (les satellites gagnent de l'énergie potentielle), donc une diminution de la période orbitale et - in fine - une augmentation de la distance entre la Terre et la constellation. Cet effet ne conserve cependant pas l'optimalité des paramètres orbitaux et la constellation 'explose' assez rapidement.
- Le bilan de liaison entre les satellites et la Terre. Compte tenu de la puissance des émetteurs embarqués et de la quantité de données à transmettre, les satellites doivent rester à moins de  $\sim 65$  Mkm de la Terre. Ceci est évidemment opposé au premier critère pour lequel une distance plus grande permet de minimiser l'influence gravitationnelle de la Terre.
- La masse au lancement. Dans le cas d'une propulsion chimique pour mettre les satellites à poste, la consommation de carburant est très importante lors des manoeuvres de changement d'inclinaison, ou de demi-grand axe. Le profil de mise à poste imaginé aujourd'hui est un lancement par une fusée Ariane 6.4 sur une orbite d'échappement de la Terre, puis 3 principales manoeuvres orbitales pour positionner les satellites : une première poussée pour augmenter le demi-grand-axe (et donc ralentir par rapport à la Terre), une deuxième manoeuvre pour rejoindre le plan orbital final et une troisième poussée pour réduire le demi-grand axe et stopper (au moins en partie) la dérive par rapport à la Terre. L'utilisation de propulseurs électriques (ioniques), tel qu'envisagé par l'ESA réduit fortement cette contrainte de masse liée à la quantité de carburant nécessaire, au prix d'un temps de mise à poste un peu plus long (environ 18 mois depuis le lancement).

Ces différentes contraintes brisent la symétrie du système (les paramètres orbitaux 'optimaux' sont différents pour chacun des satellites) et permettent une optimisation

globale du problème, fixant l'ensemble des éléments orbitaux pour une date de mise à poste donnée.

### 2.3.2 Méthode d'optimisation numérique

L'approche analytique étant impossible, la méthode se base sur une optimisation numérique telle que décrite dans [Halloin, 2017] et mise à jour pour les dernières configurations de LISA. Nous en donnons ici uniquement les grandes lignes.

Le coeur de l'algorithme est un propagateur numérique d'orbites basé sur un intégrateur symplectique à pas constant de type VEFRL (Velocity Extended Forest-Ruth Like), dont les paramètres sont optimisés pour des perturbations faibles d'un potentiel central [Omelyan *et al.*, 2002]. Le caractère symplectique de l'algorithme le rend particulièrement stable (pas de création ou destruction numérique d'énergie mécanique) et adapté aux calculs des positions extrêmes atteintes par les satellites sur une période de plusieurs années. Il s'agit également d'une méthode simple à implémenter (à pas constant) et rapide à évaluer numériquement.

D'autre part, pour un temps de transfert et un jeu de paramètres orbitaux donnés après la mise à poste, la masse d'ergols nécessaires pour positionner les satellites est estimée à partir de la stratégie décrite plus haut, Ces calculs sont fait dans l'approximation képlérienne d'un unique corps central (le Soleil) et de manoeuvres impulsives (le vecteur vitesse du satellite est instantanément modifié à chaque poussée). Cette masse d'ergols, ajouté à la masse sèche estimée des satellites, permet de calculer la masse au lancement.

Enfin, une fois la position des satellites propagée sur une durée de plusieurs années (typiquement 12 ans), les quantités suivantes sont calculées :

- L'écart quadratique de la longueur des bras par rapport à la longueur souhaitée (2,5 Mkm) ('breathing' de la constellation)
- Le débattement angulaire maximal à chaque sommet de la constellation ('flexing' du triangle)
- La vitesse relative maximale entre deux satellites en vis-à-vis, exprimée sous forme de décalage de fréquence Doppler
- La distance maximale de chaque satellite à la Terre

Une fonction de coût  $C(\mathcal{P})$  est ensuite calculée afin d'évaluer le mérite de la configuration choisie :

$$\begin{aligned}
 C(\mathcal{P}) &= \alpha_A \cdot C_A(\mathcal{P}) + \alpha_X \cdot C_X(\mathcal{P}) + \alpha_F \cdot C_F(\mathcal{P}) + \alpha_M \cdot C_M(\mathcal{P}) + \alpha_D \cdot C_D(\mathcal{P}) \\
 C_A(\mathcal{P}) &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left\langle \left( \frac{L_i(t) - L_{ref}}{L_{ref}} \right)^2 \right\rangle_t ; \quad C_X(\mathcal{P}) = \max_{i \in [1:3]} \frac{\max_t \theta_i(t) - \min_t \theta_i(t)}{60^\circ} \\
 C_F(\mathcal{P}) &= \max_{i \in [1:3]} \frac{\max_t \Delta F_i(t) - \min_t \Delta F_i(t)}{1 \text{ MHz}} ; \quad C_M(\mathcal{P}) = P_{Th} \left( \frac{\sum_{i=1}^3 M_i - M_{max}}{M_{spread}} \right) \\
 C_D(\mathcal{P}) &= P_{Th} \left( \frac{\max_{i,t} D_i(t) - D_{max}}{D_{spread}} \right) ; \quad P_{Th}(x) = \frac{e^{4x}}{1 + e^{4x}} + 0.025 \log(1 + e^{4x})
 \end{aligned}$$

avec :

- $\mathcal{P}$  est l'ensemble des paramètres orbitaux à optimiser (18 si on considère les paramètres képlériens des 3 satellites à la date de mise à poste)
- $C_A(\mathcal{P})$  est la pénalisation associée à longueur nominale des bras ( $L_{ref}$ ), calculée à partir des variations temporelles de la longueur des bras ( $L_i(t)$ ,  $i = 1..3$ ).
- $C_X(\mathcal{P})$  est la pénalisation associée au flexing de la constellation (fluctuation des angles au sommet). Le critère est ici l'amplitude maximale de débattement, pour prendre en compte les capacités techniques de pointage des instruments.
- $C_F(\mathcal{P})$  est une pénalisation similaire, liée à l'amplitude de fluctuations de l'effet Doppler sur les 3 bras. La limitation technique est liée à la bande passante des photodiodes.
- $C_M(\mathcal{P})$  est la pénalisation liée à la masse au décollage.
- $C_D(\mathcal{P})$  est la pénalisation liée à la distance maximale à la Terre.

Pour ces deux dernières pénalisations, la contrainte est essentiellement de type 'seuil', c.à.d que la masse et la distance des satellites ne peuvent dépasser des valeurs prédéfinies, mais il n'y a pas de 'bénéfice' réel à être inférieur à ce seuil. Afin de traduire cela par une fonction suffisamment continue,  $P_{Th}(x)$  est utilisée.  $P_{Th}(x)$  est une fonction positive, variant de 0 à 1, avec une pente de 1 en  $x = 0$  plus une augmentation quasi-linéaire de pente 0,1 pour  $x > 1$  (afin de favoriser la convergence de l'algorithme de descente de gradient vers la zone de pénalisation minimale).

Les hyper-paramètres  $\alpha_u$  servent à régler l'importance relative des différentes pénalisations. Ils sont ajustés par essais/erreurs en observant les résultats des optimisations.

Le critère d'optimisation étant fortement non linéaire, non-convexe, par rapport aux paramètres d'entrées ( $\mathcal{P}$ ), une méthode d'optimisation robuste, peu sensible aux minima locaux est nécessaire. La méthode de minimisation choisie est une méthode stochastique de type 'essaim' dont les candidats sont calculés à partir d'une évaluation de la matrice de covariance (pour accélérer la convergence de l'algorithme) : méthode aCMAES (active Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy) [Jastrebski et Arnold, 2006].

### 2.3.3 Résultats

Cette méthode a été appliquée à la configuration actuelle de la constellation LISA avec des bras de 2,5 Mkm et une distance maximale de 65 Mkm à la Terre. L'utilisation de propulsion électrique pour la mise à poste rend l'optimisation des paramètres orbitaux (quasiment) indépendante de la masse au décollage. Cette pénalisation n'est donc pas ici pertinente, dominée par le critère de distance issu du bilan de liaison de télécommunications. Ce n'était pas le cas pour de précédentes configurations de l'instrument (tel que présenté dans [Halloin, 2017]), pour lesquelles une propulsion chimique était envisagée.

Les paramètres orbitaux à la mise à poste sont initialisés suivant l'optimum keplerien [Nayak et al., 2006], sauf pour les demi-grand axes : ceux-ci sont ajustés analytiquement

pour compenser au premier ordre la dérive de la constellation due à l'attraction terrestre pendant 12 ans. La propagation des orbites des satellites prend en compte les attractions perturbatrices de la Terre (terme largement dominant), la Lune, Mars et Jupiter.

En l'absence d'optimisation, l'évolution de la constellation est représentée sur les figures 2.17, représentant l'évolution sur 12 ans des critères suivant :

- Longueurs des bras de la constellation, figure 2.17a
- Fluctuations angulaires au sommet, figure 2.17b
- Effets Doppler sur les 3 bras, figure 2.17c
- Distance à la Terre, figure 2.17d
- Evolution de la forme et position de la constellation par rapport à la Terre, figure 2.17e

Ces résultats avant optimisation permettent de tirer quelques observations :

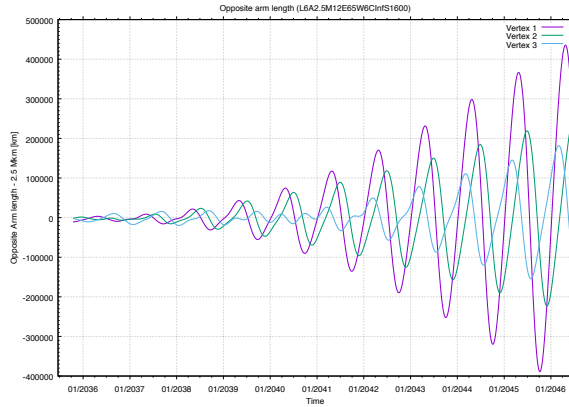
- La qualité de l'optimisation 'analytique' est visible sur les deux premières années d'évolution, pour lesquelles les excursions en longueurs de bras, décalages Doppler et angles de pointages sont contenus dans des intervalles très faibles. Cependant, les effets perturbateurs des différentes planètes (surtout la Terre) déforment considérablement la constellation après quelques années et ne sont plus conformes aux contraintes LISA.
- La constellation se rapproche (jusqu'à environ 37 Mkm), puis s'éloigne de la Terre, tout en restant dans le plan de l'écliptique. Les oscillations annuelles de la distance moyenne de la constellation par rapport à la Terre sont dues à la différence d'excentricité (et donc de vitesse angulaire) entre l'orbite de la Terre et celle des satellites.

Les 18 valeurs des paramètres képlériens initiaux sont ensuite librement ajustés par l'algorithme de minimisation du critère évoqué ci-dessus.

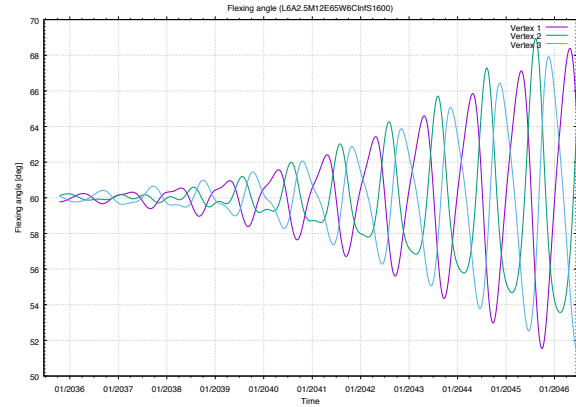
Les évolutions orbitales deviennent alors celles des figures 2.18.

Comparativement aux paramètres non optimisés, ces résultats montrent :

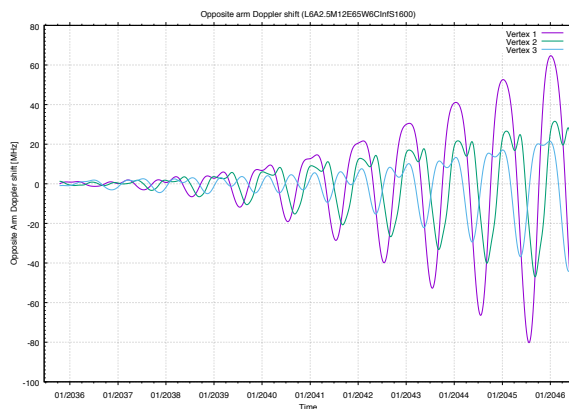
- Une longueur des bras contenue à  $2500^{+17}_{-38} \times 10^3$  km (Rq. la longueur moyenne est légèrement plus faible que la longueur nominale de 2,5 Mkm).
- L'angle entre les bras de l'interféromètre est limité à  $60 \pm 0,8^\circ$
- Des décalages Doppler dans la gamme  $\pm 5.8$  MHz
- Une distance à la Terre variant de 51 à 64 Mkm.
- La constellation 'oscille' de part et d'autre du plan de l'écliptique au cours de l'année, avec une amplitude de  $\pm \sim 1.2^\circ$ .



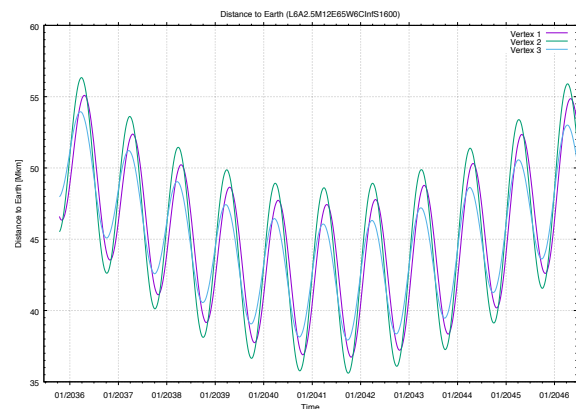
(a) Evolution de la longueur des bras ('Breathing').



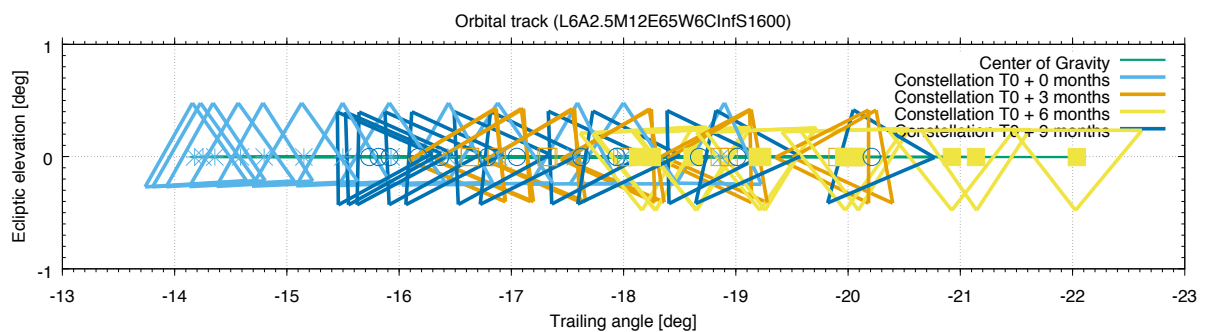
(b) Evolution des angles au sommet ('Flexing').



(c) Evolution des décalages Doppler par bras.

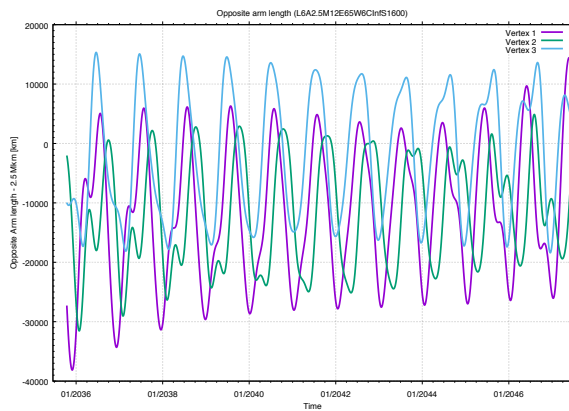


(d) Evolution des distances à la Terre.

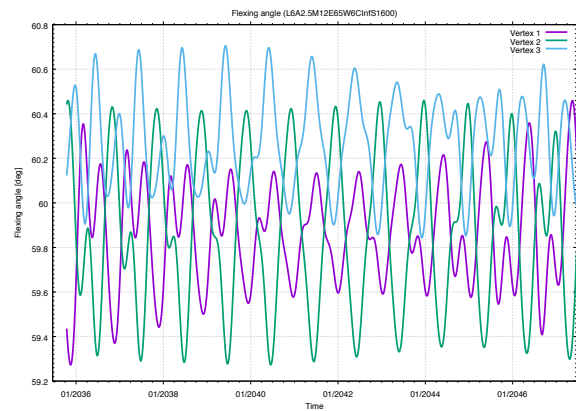


(e) Evolution de la position des satellites par rapport au plan de l'écliptique. L'axe des abscisses représente la distance angulaire à la Terre. L'axe des ordonnées la distance angulaire (élévation) par rapport au plan de l'écliptique. La forme de la constellation est tracée tous les 3 mois.

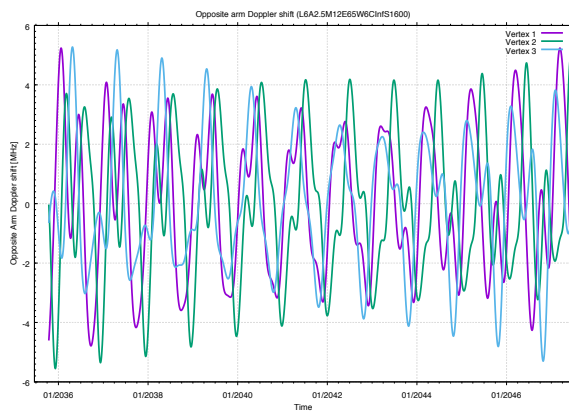
FIGURE 2.17 – Evolution de la constellation LISA pour des paramètres orbitaux optimum suivant l'approximation képlérienne.



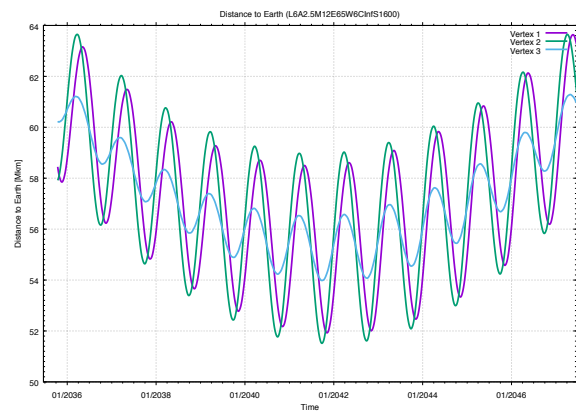
(a) Evolution de la longueur des bras ('Breathing').



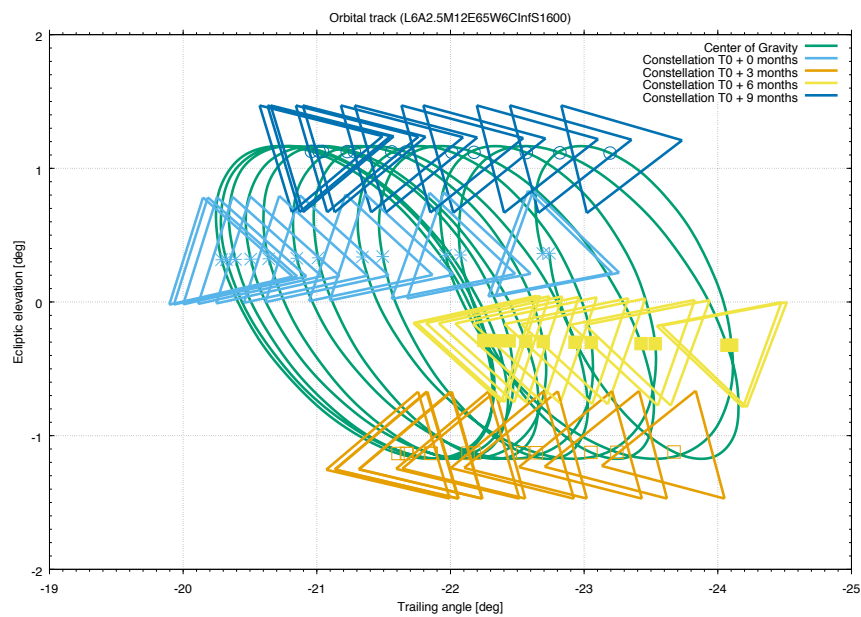
(b) Evolution des angles au sommet ('Flexing').



(c) Evolution des décalages Doppler par bras.



(d) Evolution des distances à la Terre.



(e) Evolution de la positions des satellites par rapport au plan de l'écliptique.

FIGURE 2.18 – Evolution de la constellation *LISA* pour des paramètres orbitaux optimisés.



Ces études montrent donc que même en prenant en compte les perturbations des autres corps du système solaire, il est possible de trouver des paramètres orbitaux qui permettent de conserver la stabilité requise de la constellation pendant 12 ans à poste (10 ans d'exploitation scientifique, plus la période d'étalonnage et un peu de marge ...).

Ces études ne précisent cependant pas la sensibilité de cet optimum à la dispersion des paramètres orbitaux initiaux. Pour répondre à cette question, des simulations de Monte-Carlo sont effectuées en tirant aléatoirement la position ou la vitesse initiale, suivant une loi gaussienne (identique suivant les 3 directions d'espace) centrée sur les paramètres optimaux. Plusieurs séries de simulations (5 000 trajectoires calculées à chaque fois) sont générées pour des dispersions (écart-type) de 10 à 100 km, et de 0,5 à 5 cm/s. Les distributions de probabilité peuvent alors être calculées et représentées sur les figures 2.19.

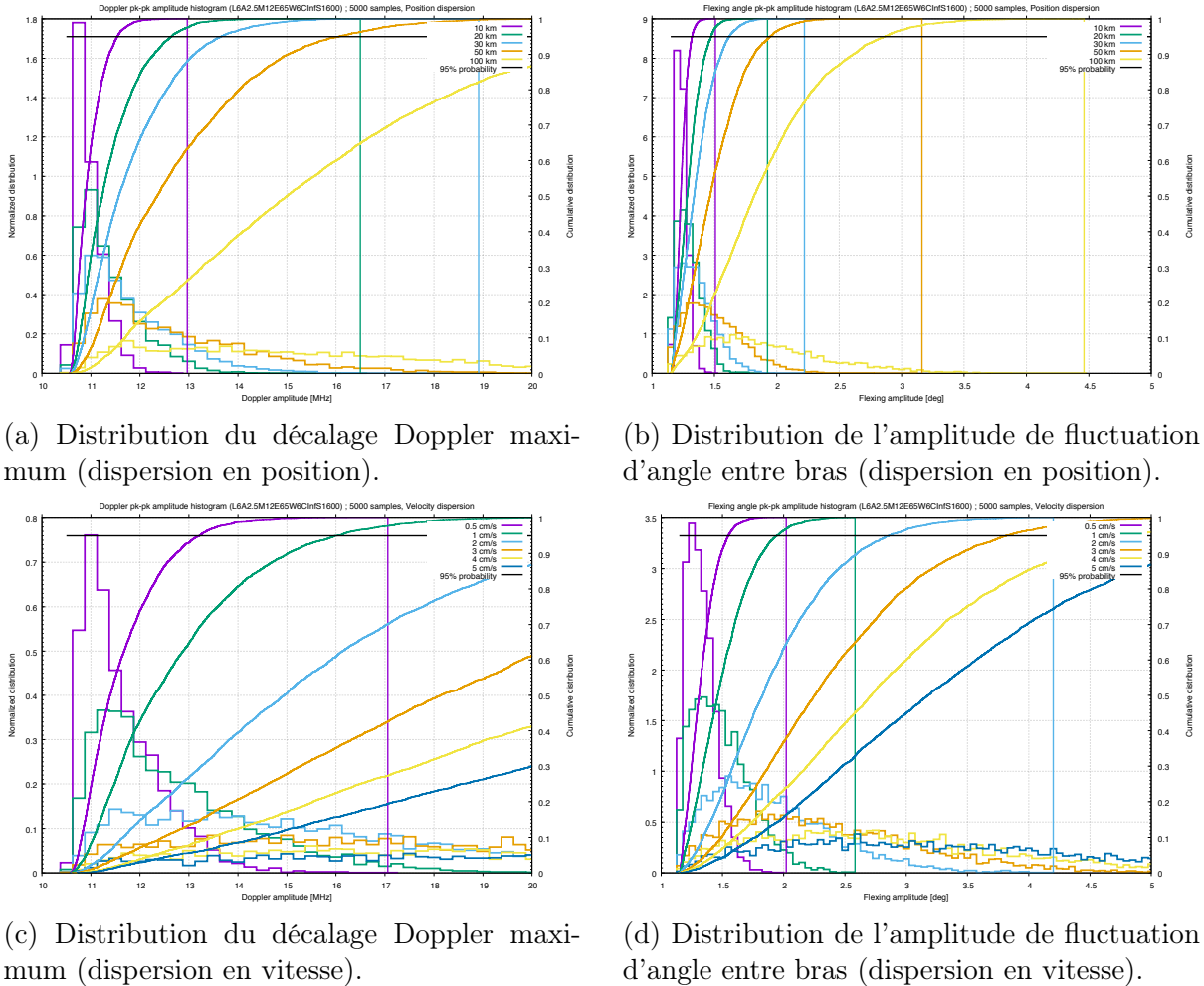


FIGURE 2.19 – Distributions différentielles et cumulées des décalages Doppler et amplitude de fluctuation d'angle entre les bras pour différentes dispersions en position et vitesse (valeurs de dispersion à  $1\sigma$ ).

En se donnant des exigences de décalage Doppler inférieur à 17 MHz et de fluctuations de pointage différentiel entre deux bras de  $2^\circ$ , les dispersions acceptables (à 95 % de

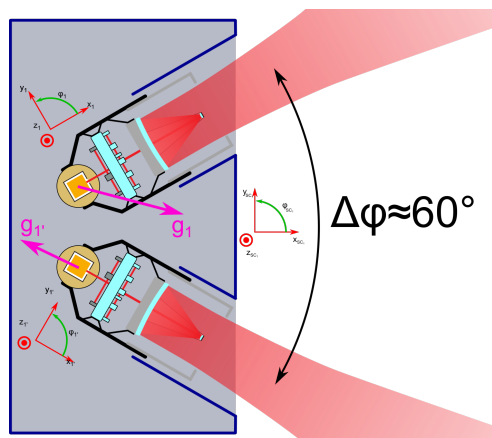


FIGURE 2.20 – Représentation d'un satellite de LISA avec des forces perturbatrices,  $\vec{g}_1$  et  $\vec{g}_{1'}$  appliquées aux deux masses test.

probabilité) en positions et vitesses initiales sont de :

- 50 km en position
- 1 cm/s en vitesse

Ces exigences peuvent paraître extrêmement fortes, sachant que les positions initiales sont à environ 150 Mkm du Soleil, 60 Mkm de la Terre et que les vitesses orbitales sont de l'ordre de 30 km/s. Après discussion avec des experts de l'ESA, il semble cependant que ce type de précision soit atteignable. Il faudra cependant confirmer cela avec une stratégie de mise à poste complète.

Enfin, l'influence d'une dernière perturbation gravitationnelle peut être étudiée, celle du champ de gravité interne aux satellites. En effet, chaque masse test au sein des satellite de LISA doit être gardée inertielle le long de son axe sensible, i.e. aucune force ne lui est appliquée parallèlement à la direction du faisceau reçu.

Supposons maintenant que chaque masse soit soumise à une force (gravitationnelle pour ce qui nous concerne ici) locale, respectivement  $\vec{g}_1$  et  $\vec{g}_{1'}$ , tel que représentés en figure 2.20.

D'autre part, les actuators électrostatiques impriment également une accélération ( $\vec{a}_E$ ), contrôlée, aux masses d'épreuves. Afin de garder les deux masses tests au sein de leurs enceintes respectives, leur position relative doit rester globalement constante. Le mode commun d'accélération des deux masses tests correspond alors à l'accélération du satellite ( $\vec{a}_{SC}$ ). On a donc :

$$\begin{aligned}\vec{a}_{SC} &= \vec{a}_{E_1} + \vec{g}_1 \\ &= \vec{a}_{E_{1'}} + \vec{g}_{1'}\end{aligned}\quad (2.3)$$

Le principe de la mesure exige qu'aucune force, autre que gravitationnelle, ne soit appliquée aux masses tests le long de leur axe sensible :

$$\begin{aligned}\vec{a}_{E_1} \cdot \vec{x}_1 &= 0 \\ \vec{a}_{E_{1'}} \cdot \vec{x}_{1'} &= 0\end{aligned}\quad (2.4)$$

, où  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_{1'}$  sont les axes sensibles des deux masses test.

Ces deux équations fixent les accélérations résiduelles et appliquées dans le plan  $(x, y)$ . Suivant  $z$ , la stratégie de contrôle est généralement d'asservir le satellite à suivre la position moyenne des masses tests, soit :

$$\vec{a}_{SC} \cdot \vec{z} = \frac{\vec{g}_1 + \vec{g}_{1'}}{2} \cdot \vec{z} \quad (2.5)$$

Compte tenu de la géométrie du satellite, des calculs sans difficultés amènent à :

$$\begin{aligned} \vec{a}_{SC} &= \vec{g}^{DC} + \frac{\sqrt{3}}{6} \Delta g_y^{DC} \vec{x}_{SC} + \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta g_x^{DC} \vec{y}_{SC} \\ \vec{a}_{E_1} &= \left( +\Delta g_x^{DC} - \frac{\sqrt{3}}{3} \Delta g_y^{DC} \right) \vec{y}_1 - \Delta g_z^{DC} \vec{z} \\ \vec{a}_{E_{1'}} &= \left( -\Delta g_x^{DC} - \frac{\sqrt{3}}{3} \Delta g_y^{DC} \right) \vec{y}_{1'} - \Delta g_z^{DC} \vec{z} \end{aligned} \quad (2.6)$$

, où  $\Delta g_x, \Delta g_y, \Delta g_z$  sont les 3 coordonnées - exprimées dans le repère satellite - de l'accélération différentielle entre les masses tests, et  $\vec{g}$  le mode commun :

$$\begin{aligned} \vec{g} &= \frac{\vec{g}_1 + \vec{g}_{1'}}{2} \\ \Delta \vec{g} &= \vec{g}_1 - \vec{g}_{1'} \end{aligned} \quad (2.7)$$

L'exposant  $DC$  indique que la boucle de retroaction prend uniquement en compte les accélérations très basses fréquences (quasi DC) différentielles entre les masses tests et le satellite. Les masses sont en effet laissées complètement libres en translation au-dessus de quelque mHz.

Le résultat de cet analyse est qu'à la fois le mode commun et le mode différentiel des forces perturbatrices sur les masses d'épreuves vont induire une accélération du satellite, et donc déformer la constellation.

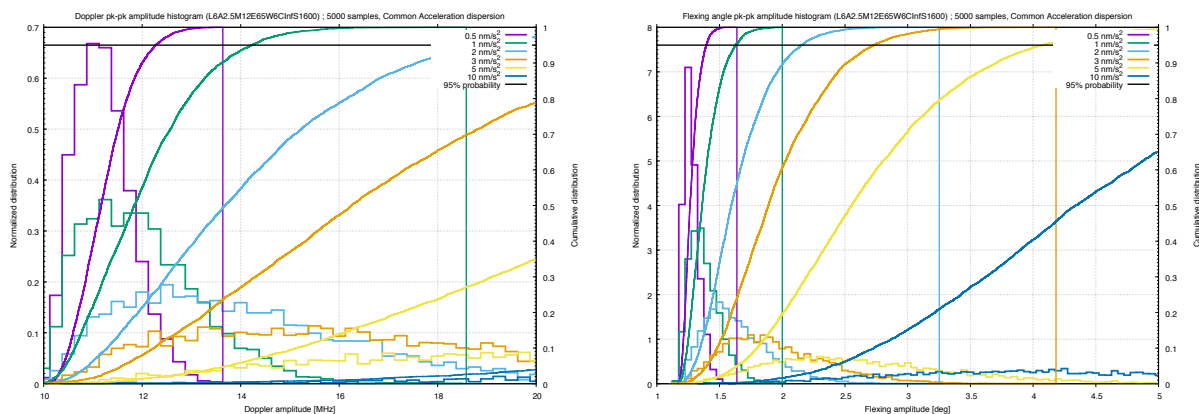
Pour quantifier cet effet, les simulations numériques ci-dessus ont été effectuées en ajoutant des accélérations perturbatrices sur les 3 axes du satellites, distribuées suivant une loi gaussienne centrée à 0. Plusieurs jeux de simulations (5 000) sont effectués pour plusieurs valeurs de dispersion (identique suivant les 3 axes). Les résultats de cette analyse de Monte-Carlo sont donnés sur les figures 2.21.

Pour les mêmes exigences de stabilité que précédemment, ces simulations indiquent que les accélérations résiduelles locales (i.e. les gradients de champ gravitationnel au niveau des masses d'épreuve) doivent être contenues à des niveaux équivalents inférieurs à environ  $1,5 \text{ nm/s}^2$ . Pour comparaison, cette valeur correspond à l'attraction gravitationnelle d'une masse de 10 kg à 60 cm.

La partie différentielle de cette accélération ( $\Delta \vec{g}$ ) est aussi contrainte par les forces parasites (cross-talks) que les actuations transverses induisent sur l'axe sensible des masses tests. Ces contraintes imposent des accélérations différentielles inférieures à  $0,5 \text{ nm/s}^2$ . La principale contribution à la déformation de la constellation viendra donc principalement du mode commun d'accélération ( $\vec{g}$ ). En supposant que accélération différentielle et mode commun de gravité soit causés par la même masse, celle-ci devrait être placée suffisamment

loin de l'instrument, i.e. sur la plateforme, pour que la force de gradient entre les deux masses tests soit significativement inférieure au mode commun. En pratique, cela veut dire des déséquilibres de plusieurs kg en périphérie du satellite. Cette contrainte doit être prise en compte mais ne pose pas de difficulté technique 'a priori'.

Pour conclure, notons que le mode commun d'accélération ne pourra pas être mesuré localement au satellite. Cette information est contenue dans les signaux de rétroaction de la boucle d'asservissement du satellite, mais noyée dans les autres bruits, en particulier la compensation du vent solaire. Cependant, la vitesse relative entre deux satellites est connue très précisément grâce à la précision de la mesure, par le phasemètre, de la fréquence optique reçue. Des estimations en ordre de grandeur, liées à la performance du phasemètre ( $\lesssim 1 \mu\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  à basses fréquences), semblent indiquer des mesures possibles au niveau de quelques  $\text{pm}/\text{s}^2$ , l'incertitude principale de ce calcul résidant dans la stabilité à long terme (pour l'instant mal connue) de la fréquence laser.



(a) Distribution du décalage Doppler maximum (dispersion en accélération).

(b) Distribution de l'amplitude de fluctuation d'angle entre bras (dispersion en accélération).

FIGURE 2.21 – Distributions différentielles et cumulées des décalages Doppler et amplitude de fluctuation d'angle entre les bras pour différentes dispersions en accélérations locales résiduelles (valeurs de dispersion à  $1\sigma$ ).

### 2.3.4 Article : *Optimizing Orbits for (e)LISA*, H. HALLOIN, 2017

PAPER • OPEN ACCESS

## Optimizing orbits for (e)LISA

To cite this article: Hubert Halloin 2017 *J. Phys.: Conf. Ser.* **840** 012048

View the [article online](#) for updates and enhancements.

### Related content

- [IS THIS ORBIT REALLY NECESSARY?](#)  
W. H. van den Bos
- [Bayesian statistics for the calibration of the LISA Pathfinder experiment](#)  
M Armano, H Audley, G Auger et al.
- [LISA Pathfinder paves way for gravitational-wave probe](#)  
Hamish Johnston

# Optimizing orbits for (e)LISA

**Hubert Halloin**

APC, AstroParticule et Cosmologie, Université Paris Diderot, CNRS/IN2P3, CEA/Irfu ,  
Observatoire de Paris, Sorbonne Paris Cit, 10, rue Alice Domon et Léonie Duquet, 75205 Paris  
Cedex 13, France

E-mail: [hubert.halloin@apc.in2p3.fr](mailto:hubert.halloin@apc.in2p3.fr)

**Abstract.** Earth and other planets gravitational fields induce perturbations of the (e)LISA constellation geometry (mostly flexing and Doppler frequency shifts). We present here a numerical optimization method minimizing these disturbances, subject to constraints (maximum distance to Earth and launch mass).

## 1. Introduction

The three, free-falling, satellites of (e)LISA form an (quasi) equilateral triangle trailing the Earth by about  $20^\circ$ . While orbiting around the Sun, the distances between the S/C evolve, leading to breathing and flexing effects, which should be accommodated by the satellite design, e.g telescope steering (or laser in-field pointing capability) and wide photodetector bandwidth (due to the Doppler frequency shifts). These fluctuations can be efficiently minimized analytically for pure keplerian orbits [1]. However, the constellation is also perturbed by the gravitational influence of the Earth and, to a lesser extent, Jupiter and Mars. Numerical optimization is required to find the optimal initial orbital parameters and, possibly, velocity increments for orbit control during the mission lifetime.

The optimization process is also subject to two other constraints. The first constraint is due to the data link budget which requires a maximum distance to Earth of  $\approx 70 \times 10^6$  km[2]. The capability of the launcher sets a second constraint on the totalwet mass (i.e. including propellant for orbital maneuvers) of the constellation.

## 2. Optimization Method

In the present work, the numerical optimization process combines an orbit propagator and the minimization of a cost function. The orbit propagator is based on a VEFRL (Velocity Extended Forest-Ruth Like) integrator [3], which is a constant step size, quasi 6<sup>th</sup> order symplectic integrator and optimized for a weak perturbation of a central force potential. The chosen minimization method is an Active Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy (aCMAES) [4] optimizer, developed for non-linear, non-convex, black-box optimization and especially used for continuous cost functions with sharp edges, local minima, outliers, etc.



The cost function is expressed as a linear combination of various penalties:

$$C(\mathcal{P}) = \alpha_A \cdot C_A(\mathcal{P}) + \alpha_X \cdot C_X(\mathcal{P}) + \alpha_F \cdot C_F(\mathcal{P}) + \alpha_M \cdot C_M(\mathcal{P}) + \alpha_D \cdot C_D(\mathcal{P})$$

$$C_A(\mathcal{P}) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left\langle \left( \frac{L_i(t) - L_{ref}}{L_{ref}} \right)^2 \right\rangle_t ; \quad C_X(\mathcal{P}) = \max_{i \in [1:3]} \frac{\max_t \theta_i(t) - \min_t \theta_i(t)}{60^\circ}$$

$$C_F(\mathcal{P}) = \max_{i \in [1:3]} \frac{\max_t \Delta F_i(t) - \min_t \Delta F_i(t)}{1 \text{ MHz}} ; \quad C_M(\mathcal{P}) = P_{Th} \left( \frac{\sum_{i=1}^3 M_i - M_{max}}{M_{spread}} \right)$$

$$C_D(\mathcal{P}) = P_{Th} \left( \frac{\max_{i,t} D_i(t) - D_{max}}{D_{spread}} \right) ; \quad P_{Th}(x) = \frac{e^{4x}}{1 + e^{4x}} + 0.025 \log(1 + e^{4x})$$

, where :

- $\mathcal{P}$  is the set of initial orbital parameters and maneuver velocity increments to be optimized
- $C_A(\mathcal{P})$  is the armlength penalization, minimizing the mean quadratic difference between the length of arm  $i$  at time  $t$  ( $L_i(t)$ ) and the desired arm length ( $L_{ref}$ )
- $C_X(\mathcal{P})$  is the flexing penalization, minimizing the amplitude of the fluctuations of the inner angle at vertex  $i$  ( $\theta_i(t)$ )
- $C_F(\mathcal{P})$  is the Doppler shift penalization, minimizing the amplitude of frequency fluctuations on arm  $i$  ( $\Delta F_i(t)$ )
- $C_M(\mathcal{P})$  is the mass penalization, with  $M_{max}$  being the maximum possible launched mass,  $M_{spread}$  the allowed mass dispersion and  $M_i$  the computed wet mass of satellite  $i$ .  $P_{Th}(x)$  is a non-linear (threshold) penalization function.
- $C_D(\mathcal{P})$  is the distance to Earth penalization, with  $D_{max}$  being the maximum possible distance to Earth,  $D_{spread}$  the allowed distance dispersion and  $D_i(t)$  the distance to Earth of satellite  $i$  at time  $t$ .

$P_{Th}(x)$  is used to define a threshold function :  $P_{Th}(x)$  exhibits a smooth transition from 0 to 1 with a slope of 1 at  $x = 0$  and an additional small linear increase (slope of 0.1) for  $x > 0$ .

The hyper-parameters  $\alpha_u$  are used to tune the relative importance of the different penalizations factors.

In the present work (based on the former NGO mission profile [2]), the estimation of the propellant mass is done using the following scenario :

- Launch on a Geostationary Transfer Orbit (200 km x 36 000 km)
- Escape manoeuvre on the ecliptic plane computed for a cruise time of 15 months
- 6 to 12 months Lambert transfer maneuver at the longitude of the ascending or descending node of the targeted orbital plane towards the initial position (and time) of the science mission.
- 'Stopping' maneuver to reach the desired initial orbital parameters at the beginning of the science mission.

Additional periodic velocity increments can also be included in the optimization process.

### 3. Optimization results

As an example, the above optimization scheme has been applied with the following constellation configuration :  $3 \times 10^6$  km armlength ( $L_{ref}$ ) ; 10 years mission lifetime (2030 - 2040) ; 8 t maximum launch mass (compatible with Ariane 64 capability to geostationary transfer orbit) ;  $70 \times 10^6$  km maximum distance to Earth. The combined gravitational perturbing effects of the Earth, Moon, Mars and Jupiter have been considered.

### 3.1. Optimization with no additional orbital maneuvers

In a first optimization run, maneuvers are only used to position the S/C on their initial orbits, with no further orbit control maneuver during the duration of the mission.

Figure 1 represents the resulting time evolution of flexing angle, armlength, frequency shift and distance to Earth. In this case, the optimized initial orbital parameters lead to a maximum

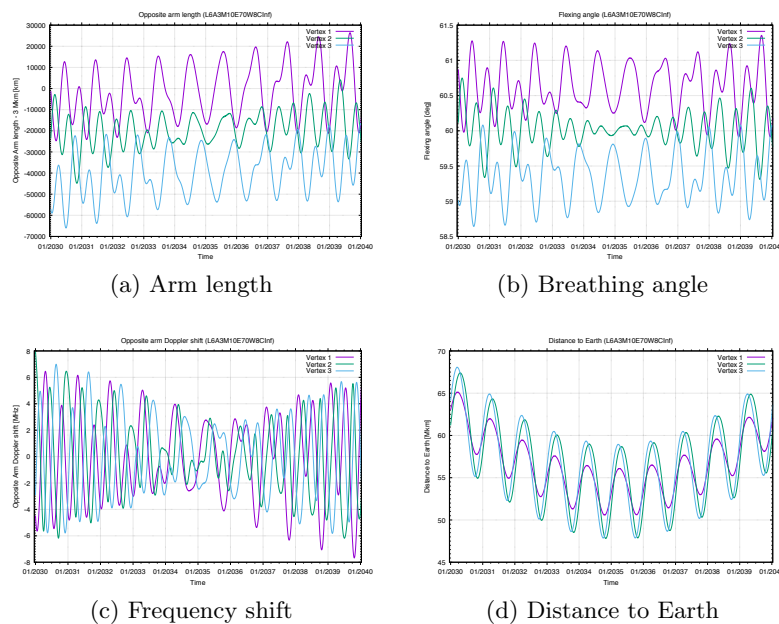


Figure 1: Evolution of constellation geometry for optimized initial orbital parameters (without additional orbit control maneuvers)

vertex angle fluctuations amplitude of  $\approx 1.5$  deg peak-to-peak (for each vertex), a maximum Doppler frequency shift of  $\approx 14$  MHz peak-to-peak and a total wet mass of the constellation of about 7835 kg.

Noticeably, due to the relatively large wet mass allowed by an Arinae 6.4 launch, a full stopping maneuver can be performed on the 3 spacecraft, so that they are subsequently following a ballistic trajectory towards the Earth. Actually, the S/C are slightly faster than the Earth. Its pulling effect increases the semi-major axis of each S/C orbit, hence slowly decreasing the S/C orbital velocity, and finally inverting the relative movement between the Earth and the satellites (see figure 1d). This numerical solution is similar to the semi-analytic 'projectile' solution from [5].

Moreover, the geometrical center of the constellation is oscillating by  $\pm 8 \times 10^6$  km above and below the ecliptic plane. This movement mitigates the pulling effect of the Earth on the S/C (and therefore reduces its perturbing influence).

### 3.2. Optimization with periodic orbital maneuvers

A second optimization run was performed including orbital maneuvers (i.e. velocity increments) every 18 months (i.e. 6 maneuvers for each S/C in the mission lifetime), see fig. 2.

Thanks to these additional maneuvers, the amplitude of the vertex angle fluctuations is reduced to  $\approx 0.6$  deg peak-to-peak (for each vertex) and the maximum Doppler frequency shift is of  $\approx 4$  MHz peak-to-peak. The total wet mass of the constellation is slightly reduced to about 7431 kg, taking into account the additional propellant required for the orbit control maneuvers



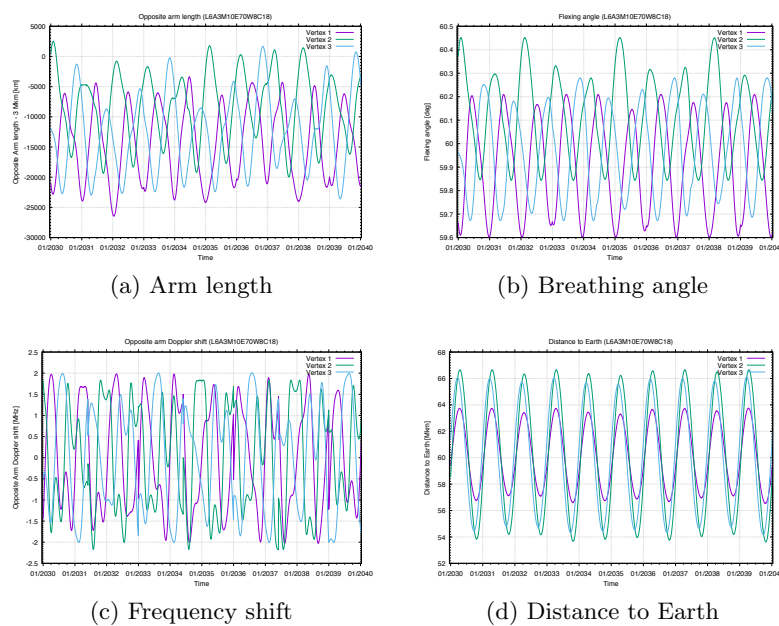


Figure 2: Evolution of constellation geometry for optimized initial orbital parameters, with additional periodic orbit control maneuvers (every 18 months)

(using  $\Delta V$  impulses ranging from 70 to 140 m/s). Moreover, these maneuvers result in a globally constant distance to Earth (see figure 2d), hence allowing a longer mission lifetime (regardless of propellant consumption).

#### 4. Conclusion

The optimization method described above allows to find the orbital parameters minimizing the disturbances due to the gravitational field of the Earth and other planets. This method can also be used to optimize and compute the impact of periodic additional orbital maneuvers during the mission lifetime. Clearly, a few control maneuvers can significantly reduce the beam pointing constraint and Doppler effect, with no mass penalty. These maneuvers could also be useful to compensate for previous maneuvers uncertainties, unmodeled perturbations and velocity dispersion from the initial positioning maneuvers.

As drawbacks, orbit control maneuvers will require to suspend the science acquisition, grab the test masses and, probably, re-acquire the laser links after the maneuvers. They might also induce significant changes in the mass distribution (hence the local gravitational field) of the S/C.

#### References

- [1] Nayak K R, Koshti S, Dhurandhar S V and Vinet J-Y 2006 On the minimum flexing of LISA's arms *Classical and Quantum Gravity* **23** 1763
- [2] ESA 2011 *NGO Assessment Study Report* ESA/SRE(2011)19
- [3] Omelyan I P, Mryglod I M and Folk R 2002 Optimized ForestRuth-and Suzuki-like algorithms for integration of motion in many-body systems *Computer Physics Communications* **146** 188
- [4] Jastrebski G A and Arnold D V 2006 Improving evolution strategies through active covariance matrix adaptation. *Proc. IEEE World Congress on Computational Intelligence* p 9719 and <https://github.com/beniz/libcmaes>
- [5] Dhurandhar S V, Nayak K R and Vinet J-Y 2008 Optimising LISA orbits: The projectile solution. *arXiv preprint arXiv:0809.1935*

## Chapitre 3

# Contributions aux démonstrations métrologiques pour LISA

Nous avons vu dans le chapitre précédent que les performances de LISA reposent sur des mesures métrologiques de grande précision, mais aussi sur des méthodes numériques complexes, telles que TDI. Il est donc nécessaire de valider à la fois les briques technologiques 'de base', mais aussi la capacité à extraire correctement l'information issue de toute la chaîne de mesure (impliquant des bancs optiques, des mesures électroniques et le traitement des données recueillies). Nous présentons donc dans ce chapitre certaines contributions à ces problématiques : des études sur la stabilisation en fréquence laser, sur la génération de signaux optiques représentatifs de LISA grâce à l'expérience LISA On Table (LOT) et la caractérisation basses fréquence de composants électroniques. Nous aborderons également rapidement les collaborations initiées avec un autre domaine scientifique aux problématiques similaires, la sismologie planétaire.

### 3.1 Quelques mots sur l'interférométrie retardée

Avant de décrire plus en détails les dispositifs expérimentaux mis en place, il est d'abord nécessaire de faire une présentation succincte de la principale méthode utilisée dans LISA pour la réduction des bruits instrumentaux, à savoir la méthode Time Delay Interferometry (TDI).

Pour les besoins de l'explication générale de la méthode, on peut considérer tout d'abord LISA comme un interféromètre de Michelson à bras inégaux, mais fixes dans un premier temps. Dans cette configuration, et en l'absence de toute perturbation des chemins optiques, la phase mesurée par la photodiode après la recombinaison des faisceaux est donnée (au signe près) par :

$$\begin{aligned}
 \delta\Phi(t) &= \Phi\left(t - 2\frac{L}{c}\right) - \Phi\left(t - 2\frac{L - \Delta L}{c}\right) \\
 &\approx 2\frac{\Delta L}{c} \frac{\partial\Phi}{\partial t}\left(t - 2\frac{L}{c}\right) = 4\pi\frac{\Delta L}{c} \delta\nu\left(t - 2\frac{L}{c}\right) \\
 \Rightarrow \delta\tilde{x} &= \frac{\lambda}{2\pi} \delta\tilde{\Phi} = 2\Delta L \frac{\delta\tilde{\nu}}{\nu}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Dans ces équations,

- $L$  est la longueur d'un bras de l'interféromètre,  $\Delta L \ll L$  la différence de longueur entre les bras
- $\Phi$  est la phase du laser,  $\delta\Phi$  la différence de phase à la réception, et  $\delta\tilde{\Phi}$  son spectre de bruit (ASD).  $\delta\tilde{x}$  est le spectre de bruit de mesure de position correspondant.
- $\lambda$  est la longueur d'onde du laser,  $\nu$  sa fréquence nominale, et  $\delta\tilde{\nu}$  son spectre de bruit de fréquence (ASD)

Dans LISA, le niveau de bruit acceptable pour la contribution du bruit laser est de  $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$  entre 1 mHz et 10 Hz. D'autre part, comme il a été présenté plus haut, la différence de longueur des bras de la constellation, même avec des paramètres optimisés, peut atteindre environ 40 000 km. La spécification de bruit de fréquence laser serait donc, dans cette configuration, de  $\frac{\delta\tilde{\nu}}{\nu} \lesssim 2,5 \times 10^{-20} 1/\sqrt{\text{Hz}}$  entre 1 mHz et 10 Hz. Ceci est plusieurs ordres de grandeurs plus faible que les performances des lasers stabilisés 'transportables' qui, dans cette gamme de fréquences, sont au mieux de  $10^{-14}$  à  $10^{-13} 1/\sqrt{\text{Hz}}$ .

La méthode TDI est un algorithme de post-traitement permettant de reconstituer un signal synthétique correspondant à un interféromètre à bras égaux. Pour ce faire, il est nécessaire de séparer les mesures interférentielles. Dans le cas simplifié précédent, cela signifie faire la mesure de phase relative entre le faisceau local et le faisceau après un aller-retour sur chacun des bras :

$$\begin{aligned}\delta\Phi_1(t) &= \Phi\left(t - 2\frac{L}{c}\right) - \Phi(t) \\ \delta\Phi_2(t) &= \Phi\left(t - 2\frac{L - \Delta L}{c}\right) - \Phi(t)\end{aligned}\tag{3.2}$$

La plus simple des combinaisons TDI est alors de former en post-traitement :

$$\begin{aligned}\delta\Phi_{TDI}(t) &= \left[\delta\Phi_1(t) - \delta\Phi_1\left(t - 2\frac{L - \Delta L}{c}\right)\right] - \left[\delta\Phi_2(t) - \delta\Phi_2\left(t - 2\frac{L}{c}\right)\right] \\ &= \Phi\left(t - 2\frac{L}{c}\right) - \Phi(t) - \Phi\left(t - 2\frac{L}{c} - 2\frac{L - \Delta L}{c}\right) + \Phi\left(t - 2\frac{L - \Delta L}{c}\right) \\ &\quad - \Phi\left(t - 2\frac{L - \Delta L}{c}\right) + \Phi(t) + \Phi\left(t - 2\frac{L - \Delta L}{c} - 2\frac{L}{c}\right) - \Phi\left(t - 2\frac{L}{c}\right) \\ &= 0\end{aligned}\tag{3.3}$$

En pratique, la longueur des bras est connue avec une certaine incertitude  $\delta L \ll L$  :

$$\begin{aligned}
\delta\Phi_{TDI}(t) &= \left[ \delta\Phi_1(t) - \delta\Phi_1\left(t - 2\frac{L - \Delta L - \delta L}{c}\right) \right] \\
&\quad - \left[ \delta\Phi_2(t) - \delta\Phi_2\left(t - 2\frac{L - \delta L}{c}\right) \right] \\
&= \Phi\left(t - 2\frac{L}{c}\right) - \Phi(t) \\
&\quad - \Phi\left(t - 2\frac{L}{c} - 2\frac{L - \Delta L - \delta L}{c}\right) + \Phi\left(t - 2\frac{L - \Delta L - \delta L}{c}\right) \\
&\quad - \Phi\left(t - 2\frac{L - \Delta L}{c}\right) + \Phi(t) \\
&\quad + \Phi\left(t - 2\frac{L - \Delta L}{c} - 2\frac{L - \delta L}{c}\right) - \Phi\left(t - 2\frac{L - \delta L}{c}\right) \\
&\approx 4\pi\frac{\delta L}{c} \left[ \delta\nu\left(t - 2\frac{L}{c}\right) - \delta\nu\left(t - 2\frac{L - \Delta L}{c}\right) \right] \\
&\approx 8\pi\frac{\delta L}{c} \frac{\Delta L}{c} \delta\dot{\nu}\left(t - 2\frac{L}{c}\right) \\
\delta\tilde{x}_{TDI} &\approx 2\delta L \frac{\delta\dot{\nu}}{\nu} \times 4 \left| \sin\left(\pi\frac{\Delta L}{c} f\right) \right|
\end{aligned} \tag{3.4}$$

, où  $f$  est la fréquence de Fourier du spectre de bruit.

Cette combinaison **TDI**, en raison de la différence de phase à temps distincts, est donc un passe-haut (du premier ordre), d'où le facteur  $4\pi\frac{\Delta L}{c} f$  pour  $f \ll \frac{c}{\pi\Delta L}$ . Ce même facteur s'applique au signal d'ondes gravitationnelles et le rapport signal à bruit est donc indépendant (aux approximations utilisées pour ce calcul) de  $f$ . Au final, le couplage entre bruit mesure et bruit de fréquence laser est similaire au cas du Michelson 'standard', mais en remplaçant la différence de chemin optique par l'incertitude sur la *connaissance* de la longueur des bras.

Avec une erreur de détermination de cette distance estimée aujourd'hui à moins d'1 m, la spécification sur le bruit laser est donc relâchée à  $\frac{\delta\dot{\nu}}{\nu} \lesssim 5 \times 10^{-13} 1/\sqrt{\text{Hz}}$ , soit  $\delta\dot{\nu} \lesssim 140 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  dans la bande passante de **LISA**.

Les calculs précédents font l'hypothèse de bras fixes et d'une constellation statique. Ce n'est évidemment pas le cas pour **LISA**. D'une part, la constellation est en mouvement, ce qui induit un effet Sagnac, qui se traduit par un temps de propagation différent suivant que les photons 'accompagnent' la rotation de la constellation de l'interféromètre, où se propagent à son encontre. D'autre part, la longueur des bras, donc les temps de propagation, varient au cours de temps et il n'est donc plus correct de considérer que les opérateurs de retards commutent. Ce dernier point peut être compensé pour des dérives de distance localement linéaires par les algorithmes **TDI** de deuxième génération, qui reviennent à faire une double différentiation de la phase (en utilisant les retards sur 2 aller-retours au lieu d'un). Mathématiquement, il existe une infinité de combinaisons **TDI** annulant le bruit laser. Certaines ont des propriétés particulières (insensible aux ondes gravitationnelles basses fréquences, ou aveugle dans une direction particulière par

exemple), mais elle dérivent toutes de deux générateurs TDI dont les bruits sont statistiquement indépendants. Autrement dit, les 3 interféromètres de LISA sont équivalents à deux interféromètres indépendants. Une revue détaillée des générateurs TDI et de leur propriétés est décrite dans [Tinto et Dhurandhar, 2014].

De plus, l'implémentation de TDI dans le cas de LISA nécessite de prendre en compte l'ensemble des mesures interférométriques nécessaires pour reconstituer la différence de phase entre deux liens laser (interférences 'long bras', 'masse test', 'inter-bancs', battements de synchronisation des horloges). Enfin, les retards appliqués en post-traitement requiert l'application d'algorithmes de filtrage et d'interpolation. Ces méthodes induisent des artefacts dans les données, qui peuvent en partie être corrigés numériquement, voir par exemple le travail récent sur l'impact des filtres anti-repliement sur le bruit laser résiduel [Bayle *et al.*, 2019].

La complexité de TDI, et de son couplage avec les différentes sources de bruits et les signaux gravitationnels nécessitent la mise au point de simulateurs informatiques 'réalistes' modélisant au mieux la configuration et caractéristiques de LISA. LISACode [Petiteau *et al.*, 2008] et son successeur LISANode (tous deux développés à l'APC) ont été notamment développés dans ce but. En parallèle de ces simulations numériques, des validations expérimentales sont nécessaires pour valider les modèles de bruit ou vérifier les prédictions numériques en présence de 'vrais' instruments de mesures.

### 3.1.1 Article : *Effect of filters on the time-delay interferometry residual laser noise for LISA*, J.B. BAYLE ET AL., 2019

## Effect of filters on the time-delay interferometry residual laser noise for LISA

Jean-Baptiste Bayle, Marc Lilley, Antoine Petiteau, and Hubert Halloin  
*APC, Université Paris Diderot, CNRS/IN2P3, CEA/Irfu, Observatoire de Paris,  
 Sorbonne Paris Cité, 10 rue Alice Domont et Léonie Duquet, 75013 Paris, France*



(Received 21 November 2018; published 15 April 2019)

The Laser Interferometer Space Antenna (LISA) is a European Space Agency mission that aims to measure gravitational waves in the millihertz range. Laser frequency noise enters the interferometric measurements and dominates the expected gravitational signals by many orders of magnitude. Time-delay interferometry (TDI) is a technique that reduces this laser noise by synthesizing virtual equal-arm interferometric measurements. Laboratory experiments and numerical simulations have confirmed that this reduction is sufficient to meet the scientific goals of the mission in proof-of-concept setups. In this paper, we show that the on-board antialiasing filters play an important role in TDI's performance when the flexing of the constellation is accounted for. This coupling was neglected in previous studies. To reach an optimal reduction level, filters with vanishing group delays must be used on board or synthesized off-line. We propose a theoretical model of the residual laser noise including this flexing-filtering coupling. We also use two independent simulators to produce realistic measurement signals and compute the corresponding TDI Michelson variables. We show that our theoretical model agrees with the simulated data with exquisite precision. Using these two complementary approaches, we confirm TDI's ability to reduce laser frequency noise in a more realistic mission setup. The theoretical model provides insight on filter design and implementation.

DOI: [10.1103/PhysRevD.99.084023](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.99.084023)

### I. INTRODUCTION

The Laser Interferometer Space Antenna (LISA) is a European Space Agency (ESA) scientific space mission which aims to measure gravitational waves (GWs) in the millihertz range [1]. Those waves are predicted by Einstein's theory of general relativity and produced by the quadrupolar moment of very dense objects, such as black hole binaries or coalescing supermassive black holes. The detection of low-frequency gravitational waves will help answer numerous astrophysical, cosmological, and theoretical questions, related, for example, to the formation of black hole binaries and extreme mass ratio inspirals, the formation of galaxies or general relativity in the strong field regime [1].

The mission is expected to be launched in the year 2034. Three spacecraft will trail the Earth around the Sun, in a nearly equilateral triangular configuration with armlengths of about 2.5 million kilometers. Each spacecraft contains two free falling test masses acting as inertial sensors [1] and two optical benches. Six laser links connect the six optical benches performing interferometric measurements between the local and distant laser beams. These optical setups are capable of measuring the differential displacement between the local and remote test masses with subpicometer precision [2,3]. In the latest design, each spacecraft performs six interferometric measurements (see Sec. II), which are then telemetered to Earth.

Among the multiple sources of noise which enter the measurements made by LISA, laser frequency noise is dominant. Its amplitude is greater than that of other (secondary) noises and that of GWs by several orders of magnitude. The armlengths of the LISA constellation are indeed not equal, preventing laser noise to be canceled when the beams are recombined. Time-delay interferometry (TDI) is an algorithm first proposed by [4] that aims to reduce the laser frequency noise by 8 orders of magnitude, bringing it below secondary noises and GW signals [5]. TDI synthesizes virtual equal-arm interferometric measurements by combining time-shifted measurements from LISA.

Laboratory experiments have been performed to study whether TDI can be applied correctly and whether its performance meets mission requirements, in various setups. A first demonstrator was designed at the Jet Propulsion Lab [6] to reproduce noise couplings and measure TDI noise reduction in a fixed two-arm configuration. It was shown that the laser frequency noise could be reduced to the desired level. The Hexagon interferometer [7] is a metrology test bed developed at the Albert Einstein Institute and consists of three locked lasers [8]. It was used both to test the performance and feasibility of TDI for heterodyne interferometry and to test phasemeter prototypes. LISA-On-Table (LOT) is an electro-optical simulator developed at the laboratoire AstroParticule et Cosmologie (APC) [9,10]. The results show that in the case of two static

unequal arms, first-generation TDI cancels the laser frequency noise as expected. The University of Florida LISA Simulator (UFLIS) uses electronic phase delay units to simulate the time variation of the armlengths. First-generation TDI was successfully tested, reaching the required performance, while TDI 2.0 results were limited by the noise of the electronic phase delay units [11]. To date, however, no realistic demonstrator using time-varying armlengths was successful in measuring the performance of TDI 2.0.

Computer simulations have also been used to check the performance of the laser frequency noise removal performed by TDI. `Synthetic LISA` was developed by M. Vallisneri [12] to study TDI laser noise reduction for a flexing constellation, in an idealized configuration. Using this simulator, it was shown that one must use the second-generation TDI algorithms to meet noise reduction requirements. `LISACode` [13,14] is the tool currently used by the LISA Simulation Group and the LISA Data Challenge to produce realistic data. It uses a high-level model of the instrument to reproduce the instrumental response to incoming gravitational waves. `LISACode` also includes models for several sources of noise, including the aforementioned laser frequency noise. `LISANode` [15] is a new prototype end-to-end mission simulator. It is a very flexible framework that enables the study of various instrumental configurations. `LISANode` includes an up-to-date model for the instrument, various sources of noise, and the TDI algorithms.

In this paper, we have developed an analytic model that describes both LISA and TDI for a realistic setup in order to determine which instrumental factors play an important role in the laser frequency noise reduction performance. This model reproduces the results of both `LISANode` and `LISACode` with great precision. We include the effect of the so-called flexing, i.e., time-varying armlengths, and that of the antialiasing filtering applied before the high-frequency measurements are downsampled and telemetered to Earth. The agreement between our theoretical model and our simulations demonstrates that `LISACode` and `LISANode` are implemented correctly. Our work also shows that a coupling between the flexing of the constellation and the antialiasing filters can degrade significantly TDI's performance. We show that the effect of this coupling is mitigated with well-designed filters and an specific off-line treatment. The remaining laser frequency noise can then be maintained below mission requirements in the frequency band between  $10^{-4}$  and  $10^{-1}$  Hz, for second-generation TDI.

We first present the LISA mission setup that was modeled analytically and simulated numerically in Sec. II, and the TDI algorithm that was used in Sec. III. In Sec. IV, we derive the corresponding analytic model for TDI 1.5 and 2.0. In Sec. V, we describe `LISACode` and `LISANode`, and give details about the configuration used to generate the data. Finally, in Sec. VI, we compare and discuss the results of the simulators and of the analytic

approach. In particular, we study the effect of different types of filters and discuss their potential implementations.

## II. INSTRUMENTAL SETUP

LISA is a constellation of three spacecraft forming a nearly equilateral triangle. The constellation's center of mass trails the Earth in its orbit around the Sun by around 20 deg. [1]. Each spacecraft emits and receives a laser beam along each of the two arms connecting it to its companion spacecraft. All spacecraft host two movable optical system assemblies (MOSAs), an on-board computer, a phasemeter, and two laser sources. A MOSA is composed of a telescope and an optical bench. The telescope sends an outgoing laser beam to its companion spacecraft and collects incoming light. Various conventions are used in the literature to denote the spacecraft, optical benches, and arms. In this paper, we number these components according to Fig. 1.

In this paper, we consider the latest optical design, often called *split interferometry*. It is extensively described in [16]. Three interferometric measurements are performed on each optical bench  $i$ : the science  $s_i$  (respectively, reference  $\tau_i$ ) signal is the beat note between the distant (respectively, adjacent) and local beams without any reflection on the test masses. The test-mass signal  $\epsilon_i$  corresponds to the beat note formed by the local and adjacent beams after reflection onto the local test mass.

For simplicity, we neglect all secondary noise sources, such as the read-out noise, the optical path noise, and the test-mass acceleration noise. The clocks on board each spacecraft are assumed to be perfect, and we neglect both the clock noise and the sideband measurements that are

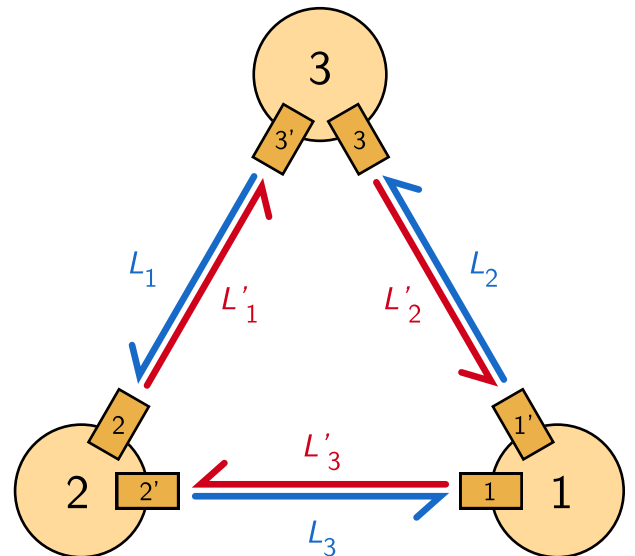


FIG. 1. Conventions for labeling spacecraft, MOSAs, lasers, optical benches, and arms. Primed indices are used for arms pointing clockwise, and for MOSAs and optical benches receiving light clockwise.

used to remove parts of this noise [16,17]. We therefore only study laser frequency noise, denoted  $p_i(t)$  and  $p'_i(t)$ , where  $i$  is the spacecraft index. We model it here as a white noise with a power spectral density (PSD) of  $10^{-26}$  Hz/Hz. Under those assumptions, *split interferometry* reduces to the legacy design described in [14].

The interferometric measurements are delivered by the phasemeter to the on-board computer at 20 Hz. Due to limitations in the telemetry passband, they must be down-sampled to 2 Hz before they are transmitted to Earth [1]. Antialiasing filters are used to prevent power folding in the band of interest during decimation. These filters are assumed to be identical on board all spacecraft and consist of a convolution with a filter kernel  $f(t)$ . We define the filter operator  $\mathcal{F}$ , such that  $\mathcal{F}x(t) = (f * x)(t)$  for any signal  $x(t)$ .

We model all signals as Doppler observables, i.e., as the ratio of the instantaneous frequency deviation from the nominal carrier frequency  $[\nu(t) - \nu_0]/\nu_0$  [12] over that nominal carrier frequency. We neglect frequency planning [18] and Doppler shifts due to the relative motion of the spacecraft. Therefore, in this paper, the carrier nominal frequency remains constant and equal for all beams, and interferometric signals are obtained by forming the difference of two incoming Doppler observables.

The propagation of laser beams between two spacecraft is modeled by applying time-varying delays. These delays correspond to the sum of all delays in the optical, analog, and digital signal chains, though the main contribution remains the light travel times between the spacecraft. Therefore, we suppose here that they are given by the armlengths and the speed of light in vacuum. We denote  $\mathcal{D}_i$  the operator associated with traveling along arm  $i$ , of length  $c \times L_i(t)$ . For example, the laser frequency noise received by optical bench 2' from laser 1, after it has traveled along arm 3, is given by

$$\mathcal{D}_3 p_1(t) = p_1(t - L_3(t)). \quad (1)$$

We give the expressions of the measurement signals for the spacecraft 1; others are obtained by circular permutation of the indices. The science signals read

$$\begin{aligned} s_1 &= \mathcal{F}\mathcal{D}_3 p'_2 - \mathcal{F}p_1, \\ s'_1 &= \mathcal{F}\mathcal{D}_2 p_3 - \mathcal{F}p'_1. \end{aligned} \quad (2)$$

In the absence of secondary noise sources, the expressions for the test mass and reference signals are equal and given by

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \tau_1 = \mathcal{F}p'_1 - \mathcal{F}p_1, \\ \epsilon'_1 &= \tau'_1 = \mathcal{F}p_1 - \mathcal{F}p'_1. \end{aligned} \quad (3)$$

### III. TIME-DELAY INTERFEROMETRY

TDI is a multistaged algorithm [8] which is performed off-line, before astrophysical and cosmological source

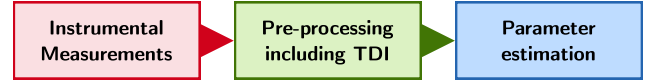


FIG. 2. Main steps of the analysis chain.

parameters are extracted (cf. Fig. 2). It is mainly conceived to reduce laser frequency noise, but intermediary steps also cancel other instrumental sources of noise. We shall only consider laser frequency noise, but will nevertheless use the full TDI expressions in this section, for consistency with the literature.

One first uses the measurement signals to form the intermediary variables  $\xi_i$ , then  $Q_i$  and then finally  $\eta_i$ . These combinations, respectively, cancel out the optical bench displacement noise (here set to zero), reduce the signals to one free-running laser per spacecraft and suppress clock noise (here set to zero). Note that the test-mass acceleration and optical measurement system noises, also set to zero in this study, are not suppressed by these combinations.  $\xi$ ,  $Q$ , and  $\eta$  are defined in [8] and can be written under our assumptions as

$$\begin{aligned} \xi_i &= s_i - \frac{\mathcal{D}_k \epsilon'_j - \mathcal{D}_k \tau'_j}{2}, \\ \xi'_i &= s'_i - \frac{\mathcal{D}_{j'} \epsilon_k - \mathcal{D}_{j'} \tau_k}{2}, \\ Q_i &= \xi_i + \frac{\mathcal{D}_k \tau'_j - \mathcal{D}_k \tau_j}{2}, \\ Q'_i &= \xi'_i + \frac{\tau'_i - \tau_i}{2}, \\ \eta_i &= Q_i, \\ \eta'_i &= Q'_i. \end{aligned} \quad (4)$$

Next, TDI synthesizes virtual equal-arm interferometric measurements in order to reduce laser frequency noise. This is done by applying one of the appropriate sets of nested delays to the  $\eta_i$  variables, and by combining the resulting terms. In this paper, we focus on the Michelson variables  $X$ ,  $Y$ , and  $Z$ , which synthesize pairwise independent Michelson-like interferometers. There exist several generations of Michelson variables, which depend on the complexity of the spacecraft motion. TDI version 1.0 applies to a static configuration. Version 1.5 applies to a rigid but rotating configuration. Finally, TDI version 2.0 applies to a rotating configuration with armlengths varying linearly in time. In this paper, we focus on versions 1.5 and 2.0 of TDI.

The expressions for the  $X$  variable for generations 1.5 and 2.0 [19] are given by

$$\begin{aligned} X_1 &= \eta_{1'} + \mathcal{D}_2 \eta_3 + \mathcal{D}_2 \eta_1 - \mathcal{D}_2 \eta_2 - (\eta_1 + \mathcal{D}_3 \eta_2' + \mathcal{D}_{33'} \eta_{1'} \\ &\quad + \mathcal{D}_{33'} \eta_3), \end{aligned} \quad (5)$$



$$\begin{aligned}
X_2 = & X_1 + \mathcal{D}_{2'233'}\eta_1 + \mathcal{D}_{2'233'3}\eta_2' \\
& + \mathcal{D}_{2'233'33'}\eta_1' + \mathcal{D}_{2'233'33'2}\eta_3 \\
& - (\mathcal{D}_{33'2'2}\eta_1' + \mathcal{D}_{33'2'22'}\eta_3 \\
& + \mathcal{D}_{33'2'22'2}\eta_1 + \mathcal{D}_{33'2'22'23}\eta_2'), \quad (6)
\end{aligned}$$

where we have used the nested delay notation  $\mathcal{D}_{i_1 i_2 \dots i_n} \equiv \mathcal{D}_{i_1} \mathcal{D}_{i_2} \dots \mathcal{D}_{i_n}$ . The remaining Michelson variables  $Y$  and  $Z$  can be obtained by circular permutation of the indices.

Substituting in Eqs. (5)–(6), the values for  $\eta$  and  $\eta'$ , given by Eq. (4), yields expressions which depend on laser frequency noises only. Let us first neglect the filters, i.e., we set  $\mathcal{F} = 1$ . Because we are dealing with time-varying armlengths, the Michelson variables can be expressed with nonvanishing delay commutators  $[A, B] = AB - BA$ ,

$$X_1 = ([\mathcal{D}_{2'2}, \mathcal{D}_3] \mathcal{D}_{3'} + \mathcal{D}_3 [\mathcal{D}_{2'2}, \mathcal{D}_{3'}]) p_1, \quad (7)$$

$$X_2 = ([\mathcal{D}_{2'2}, \mathcal{D}_{33'}] \mathcal{D}_{33'2'2} - \mathcal{D}_{33'2'2} [\mathcal{D}_{2'2}, \mathcal{D}_{33'}]) p_1. \quad (8)$$

If we now include the effect of the filter, delay-filter commutators appear and the residual laser frequency noise now reads

$$\begin{aligned}
X_1 = & ([\mathcal{D}_{2'2}, \mathcal{D}_3] \mathcal{F} \mathcal{D}_{3'} + \mathcal{D}_3 [\mathcal{D}_{2'2}, \mathcal{D}_{3'}] \mathcal{F}) p_1 \\
& + \mathcal{D}_3 (1 - \mathcal{D}_{2'2}) [\mathcal{D}_{3'} \mathcal{F}] p_1 + (1 - \mathcal{D}_{33'}) \mathcal{D}_{2'} [\mathcal{F}, \mathcal{D}_2] p_1' \\
& + (1 - \mathcal{D}_{2'2}) [\mathcal{D}_3, \mathcal{F}] p_2' + (1 - \mathcal{D}_{33'}) [\mathcal{D}_{2'}, \mathcal{F}] p_3, \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_2 = & ([\mathcal{D}_{2'2}, \mathcal{D}_{33'}] \mathcal{D}_{33'2'2} \mathcal{F} + \mathcal{D}_{33'2'2} [\mathcal{D}_{33'}, \mathcal{D}_{2'2}] \mathcal{F}) \mathcal{F} p_1 \\
& + (1 - \mathcal{D}_{2'2} - \mathcal{D}_{2'233'} + \mathcal{D}_{33'2'22'}) \mathcal{D}_3 [\mathcal{D}_{3'} \mathcal{F}] p_1 \\
& + (1 - \mathcal{D}_{33'} - \mathcal{D}_{33'2'2} + \mathcal{D}_{2'233'33'}) \mathcal{D}_{2'} [\mathcal{F}, \mathcal{D}_2] p_1' \\
& + (1 - \mathcal{D}_{33'} - \mathcal{D}_{2'233'} + \mathcal{D}_{33'2'22'}) [\mathcal{D}_3, \mathcal{F}] p_2' \\
& + (1 - \mathcal{D}_{33'} - \mathcal{D}_{33'2'2} + \mathcal{D}_{2'233'33'}) [\mathcal{F}, \mathcal{D}_{2'}] p_3. \quad (10)
\end{aligned}$$

In the next section, we use these expressions to derive an analytic model for the residual laser frequency noise after application of TDI. In Sec. V, we numerically simulate the measurement signals, generate the  $X$ ,  $Y$ , and  $Z$  variables, and estimate their PSDs.

#### IV. ANALYTIC MODELING FOR LINEAR ARMLENGTHS

For realistic spacecraft orbits computed using Kepler's laws [20,21], LISA armlengths are not constant, but modulated with a characteristic time scale of a year. In this section, we expand these armlengths to first order in time. This is a good approximation of the true orbits on a scale of several weeks, i.e., to a frequency of the order of  $10^{-5}$  Hz, while the lowest frequency in LISA's band of

interest is  $2 \times 10^{-5}$  Hz [22]. Therefore, deviations are expected to appear only at low frequencies.

We define the armlengths as  $L_i(t) = L_i + \dot{L}_i t$ , where  $L_i$  and  $\dot{L}_i$  are constant. The delay operators  $\mathcal{D}_i$  applied to the laser frequency noise  $p(t)$  is now a pure delay and a time rescaling. It reads

$$\mathcal{D}_i p(t) = p[(1 - \dot{L}_i)t - L_i]. \quad (11)$$

Its Fourier transform is given by

$$\frac{1}{1 - \dot{L}_i} \exp\left(-j\omega \frac{L_i}{1 - \dot{L}_i}\right) \tilde{x}\left(\frac{\omega}{1 - \dot{L}_i}\right), \quad (12)$$

where  $j^2 = -1$  is the unit imaginary number.

#### A. Delay commutators

Equations (7)–(10) are written as sums of delay and delay-filter commutators. In order to compute the PSD of these expressions, let us first derive their Fourier transforms.

The expression of nested delay operators in the time domain is deduced by repeated use of Eq. (1). One finds

$$\mathcal{D}_{i_1 \dots i_n} x(t) = x\left(S_n t - \sum_{k=1}^n S_{k-1} L_{i_k}\right), \quad (13)$$

where we have defined the product  $S_k = \prod_{p=1}^k (1 - \dot{L}_{i_p})$  for  $k > 0$ , and  $S_0 = 1$ . The Fourier transform of Eq. (13) is given by

$$\frac{1}{S_n} \exp\left(-j\omega \sum_{k=1}^n \frac{L_{i_k}}{S_k}\right) \tilde{x}\left(\frac{\omega}{S_n}\right). \quad (14)$$

Let us consider the commutator of  $n$  delay operators applied to a signal  $x(t)$ , which we denote  $y(t) = [\mathcal{D}_{i_1 \dots i_m}, \mathcal{D}_{i_{m+1} \dots i_n}] x(t) = \mathcal{D}_{i_1 \dots i_n} x(t) - \mathcal{D}_{i_{m+1} \dots i_n} \mathcal{D}_{i_1 \dots i_m} x(t)$  in the following. Using Eq. (13) and after some work on the indices, it is possible to express it as

$$\begin{aligned}
y(t) = & x\left(S_n t - \sum_{k=1}^n S_{k-1}^i L_{i_k}\right) - x\left(S_n t - \frac{S_n^i}{S_m^i} \sum_{k=1}^m S_{k-1}^i L_{i_k} \right. \\
& \left. - \frac{1}{S_m^i} \sum_{k=m+1}^n S_{k-1}^i L_{i_k}\right). \quad (15)
\end{aligned}$$

We can expand this expression to first order in powers of the armlength derivatives  $\dot{L}_i$ . If we moreover assume that all armlengths at  $t = 0$  are almost equal, i.e.,  $L_i \approx L$  for all  $i$ , it reads

$$y(t) \approx L \left[ (n-m) \left( \sum_{k=1}^m \dot{L}_{i_k} \right) - m \left( \sum_{k=m+1}^n \dot{L}_{i_k} \right) \right] \frac{dx}{dt}(t-nL). \quad (16)$$

The corresponding Fourier transform  $\tilde{y}(\omega)$  is

$$\tilde{y}(\omega) \approx -j\omega L e^{-j\omega nL} \left[ (n-m) \left( \sum_{k=1}^m \dot{L}_{i_k} \right) - m \left( \sum_{k=m+1}^n \dot{L}_{i_k} \right) \right] \tilde{x}(\omega). \quad (17)$$

### B. Delay-filter commutators

In the time domain, the application of the filter  $\mathcal{F}$  on a signal  $x(t)$  is written as the convolution of the latter and the filter's kernel  $f$ . In frequency domain, this translates into the product  $\tilde{x}(\omega)\tilde{f}(\omega)$ .

Therefore, if we apply the filter after a series of delays  $\mathcal{F}\mathcal{D}_{i_1}\dots\mathcal{D}_{i_n}x(t)$ , we have, in Fourier domain,

$$\frac{1}{S_n} \exp\left(-j\omega \sum_{k=1}^n \frac{L_{i_k}}{S_k}\right) \tilde{x}\left(\frac{\omega}{S_n}\right) \tilde{f}(\omega). \quad (18)$$

If the filter is applied before the delays  $\mathcal{D}_{i_1}\dots\mathcal{D}_{i_n}\mathcal{F}x(t)$ , we now have

$$\frac{1}{S_n} \exp\left(-j\omega \sum_{k=1}^n \frac{L_{i_k}}{S_k}\right) \tilde{x}\left(\frac{\omega}{S_n}\right) \tilde{f}\left(\frac{\omega}{S_n}\right). \quad (19)$$

Let us define the signal  $y(t)$  as the commutator of nested delays  $\mathcal{D}_{i_1}\dots\mathcal{D}_{i_n}$  and a filter  $\mathcal{F}$ . In general,

$$\begin{aligned} y(t) &= [\mathcal{D}_{i_1}\dots\mathcal{D}_{i_n}, \mathcal{F}]x(t) \\ &= \mathcal{D}_{i_1}\dots\mathcal{D}_{i_n}\mathcal{F}x(t) - \mathcal{F}\mathcal{D}_{i_1}\dots\mathcal{D}_{i_n}x(t). \end{aligned} \quad (20)$$

Using the previous equations, the exact expression in Fourier space writes

$$\tilde{y}(\omega) = \frac{1}{S_n} \exp\left(-j\omega \sum_{k=1}^n \frac{L_{i_k}}{S_k}\right) \tilde{x}\left(\frac{\omega}{S_n}\right) \left[ \tilde{f}\left(\frac{\omega}{S_n}\right) - \tilde{f}(\omega) \right]. \quad (21)$$

If we use a first-order expansion in the armlength derivatives  $\dot{L}_i$ , the previous equation reads

$$\tilde{y}(\omega) \approx \omega \exp\left(-j\omega \sum_{k=1}^n L_{i_k}\right) \left( \sum_{k=1}^n \dot{L}_{i_k} \right) \frac{d\tilde{f}}{d\omega}(\omega) \tilde{x}(\omega). \quad (22)$$

One can note the linear dependency on the angular frequency, and the first-order factor  $\sum_{k=1}^n \dot{L}_{i_k}$ . The term

of interest here is  $\frac{d\tilde{f}}{d\omega}(\omega)$ , which depends on the filter characteristics.

### C. Residual laser noise

First, let us neglect the filters; i.e., we set  $\mathcal{F} = 1$ . We substitute in Eq. (7) the first-order expression for the delay commutator given in Eq. (17). This yields the approximated Fourier transform of the residual laser noise for  $X_1$ .

As expected, first-order terms vanish for TDI 2.0. We expand Eq. (8) to second order, using the exact expression of the delay commutator given in Eq. (17). This yields the approximated Fourier transform of the residual laser noise for  $X_2$ .

The corresponding PSDs are obtained by taking the squared modulus and the ensemble average of the Fourier transforms. We use the fact that the laser noises have zero mean, i.e.,  $\langle \tilde{p}_i(\omega) \rangle = 0$  for all  $i$ . In addition, different laser noises are uncorrelated, i.e.,  $\langle \tilde{p}_i(\omega_1) \tilde{p}_j(\omega_2) \rangle = 0$  if  $i \neq j$ . They all are white noises with the same constant PSD, denoted  $S_p$ . We have

$$S_{X_1}(\omega) \approx 16S_p\omega^2 L^2 (\dot{L}_2 - \dot{L}_3)^2, \quad (23)$$

$$S_{X_2}(\omega) \approx 64S_p\omega^2 L^2 (\dot{L}_2^2 - \dot{L}_3^2)^2. \quad (24)$$

As expected, the residual laser noise scales with the laser frequency noise  $S_p$  and vanishes if  $\dot{L}_1 = \dot{L}_2$ , i.e., if the constellation undergoes a homothetic transformation.

We now introduce the effect of the filters. Using Eqs. (9) and (22), we find that the first-order expansion of the laser noise residuals in  $X_1$  is given by

$$\begin{aligned} X_1 &\approx 8S_p\omega^2 [2L^2(\dot{L}_2 - \dot{L}_3)^2 S_f(\omega) \\ &\quad - L\dot{L}_3(\dot{L}_2 - \dot{L}_3) D_{\mathcal{F}}(\omega) + \sin^2(\omega L)(\dot{L}_2^2 + \dot{L}_3^2) K_{\mathcal{F}}(\omega)], \end{aligned} \quad (25)$$

where we have defined the squared modulus of the filter transfer function  $S_f(\omega) = |\tilde{f}(\omega)|^2$ , the filter term  $K_{\mathcal{F}}(\omega) = \left| \frac{d\tilde{f}}{d\omega}(\omega) \right|^2$ , and  $D_{\mathcal{F}}(\omega) = \text{Im}\{(1 - e^{-j2L\omega})\tilde{f}(\omega) \frac{d\tilde{f}^*}{d\omega}\} = [1 - \cos(2L\omega)] \text{Im}\{\tilde{f}(\omega) \frac{d\tilde{f}^*}{d\omega}\} - \sin(2L\omega) \text{Re}\{\tilde{f}(\omega) \frac{d\tilde{f}^*}{d\omega}\}$ . Comparing this expression with Eq. (23), we see that an extra term of the same order appears. It corresponds to a coupling between the antialiasing filters and the time-varying armlengths, with a dependence on the filter characteristics expressed by the filter term  $K_{\mathcal{F}}(\omega)$  and  $D_{\mathcal{F}}(\omega)$ , discussed below. This flexing-filtering coupling is however smaller than the previous term by a factor of  $1/L$ , and Eq. (23) still gives a good estimate for the residual laser noise in  $X_1$ .

Similarly, we use Eq. (22) in Eq. (10) to obtain the approximated expression for the laser noise residuals in  $X_2$ , which reads

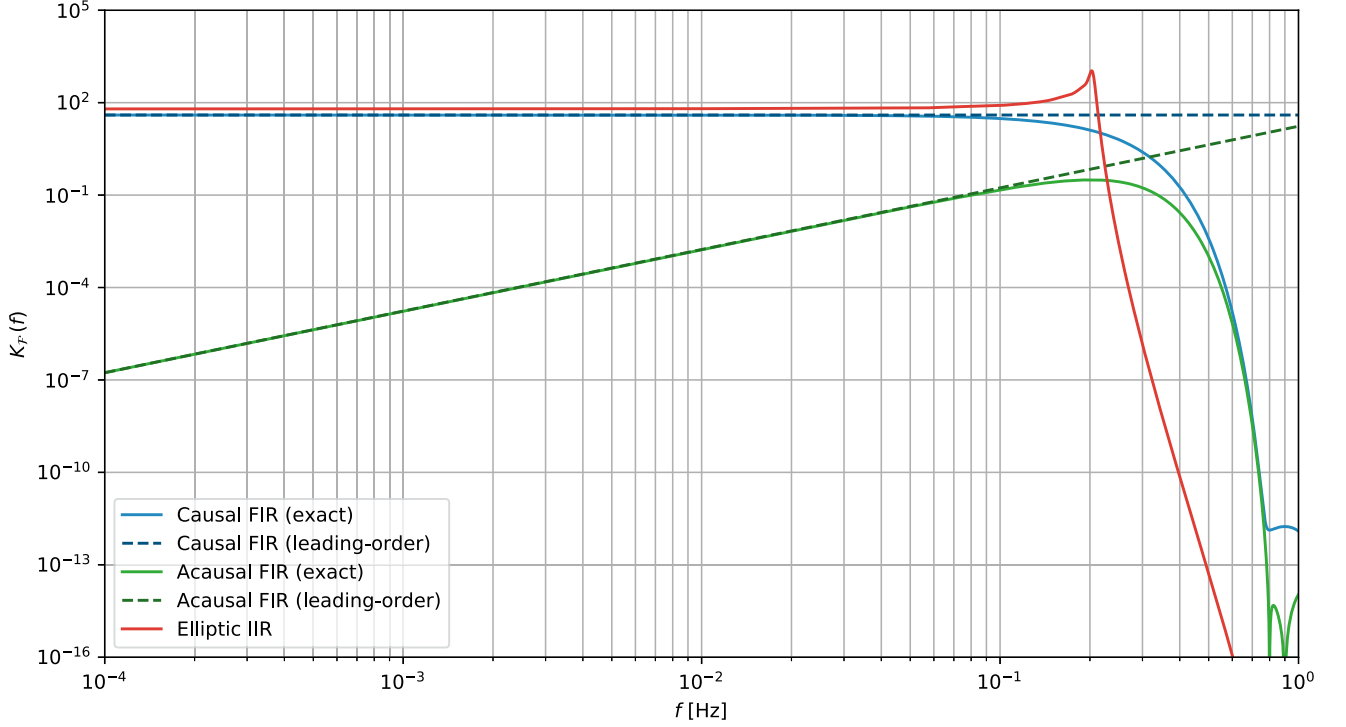


FIG. 3. Levels for different filter terms  $K_{\mathcal{F}}$ . Dotted lines correspond to leading-order expansions.

$$S_{X_2}(\omega) \approx 32S_p\omega^2 \sin^2(\omega L) \sin^2(2\omega L) (L_2^2 + L_3^2) K_{\mathcal{F}}(\omega). \quad (26)$$

We see that the flexing-filtering coupling is dominant for second-generation TDI. The level of residual laser frequency noise in  $X_2$  is therefore strongly dependent on the filter design. We study various filters in the next paragraphs.

#### D. Filter term $K_{\mathcal{F}}(\omega)$

In the current baseline, all antialiasing filters are identical and correspond to a causal symmetrical finite impulse response (FIR) filter. Its corner frequencies are slightly below 1 Hz, and a high attenuation must be reached for frequencies higher than 2 Hz.

We can write the filter output  $y_n$  as a function of the past input samples  $x_{n-k}$  and  $2N + 1$  coefficients  $\alpha_k$

$$y_n = \sum_{k=0}^{2N} \alpha_k x_{n-k}. \quad (27)$$

Its transfer function reads

$$\tilde{f}(\omega) = \sum_{k=0}^{2N} \alpha_k e^{-jk\omega/f_s}, \quad (28)$$

$f_s$  is the sampling frequency. Taking its derivative with respect to the angular frequency  $\omega$  immediately yields the associated filter term,

$$K_{\mathcal{F}}^{\text{causal}}(\omega) = f_s^{-2} \left| \sum_{k=1}^{2N} k \alpha_k e^{-jk\omega/f_s} \right|^2. \quad (29)$$

This causal filter has a nonvanishing group delay of  $Nf_s^{-1}$ , which is responsible for the nonvanishing zeroth-order term  $K_{\mathcal{F}}^{\text{causal}}(\omega) \approx f_s^{-2} \left| \sum_{k=1}^{2N} k \alpha_k \right|^2$ , for  $\omega \ll 2\pi f_s$ . The equivalent noncausal filter has a vanishing group delay, and the associated filter term reads

$$K_{\mathcal{F}}^{\text{acausal}}(\omega) = 4f_s^{-2} \left| \sum_{k=1}^N k \alpha_{N+k} \sin\left(\frac{k\omega}{f_s}\right) \right|^2. \quad (30)$$

We are now left with a second-order term in  $\omega/2\pi f_s$ , and  $K_{\mathcal{F}}^{\text{acausal}}(\omega) \approx 4\omega^2 f_s^{-4} \left| \sum_{k=1}^N k^2 \alpha_{N+k} \right|^2$ .

We expect smaller laser noise residuals for noncausal filters in the LISA frequency band of interest, i.e., below 1 Hz. This is verified in Fig. 3, where causal and noncausal filter terms are plotted, for the filter used in simulations and described in Sec. V.

For reference, we also plotted the filter term for an infinite impulse response (IIR, i.e., recursive) elliptic filter with the same characteristics.<sup>1</sup> We see that it is larger than that of the noncausal FIR filters, which leads to larger residual noise.

<sup>1</sup>Coefficients of the filter are given in Appendix A.

## V. SIMULATIONS FOR KEPLERIAN ORBITS

In this section, we present `LISACode` and `LISANode`, the two simulation softwares that were used to generate LISA measurement signals and process them using the TDI algorithm introduced in Sec. III. The results are presented and discussed in Sec. VI.

`LISACode` is the simulator currently used by the LISA community to generate realistic data while `LISANode` is the baseline prototype for an end-to-end mission performance simulator. They both perform computations in time domain and produce time-series for any choice of TDI variables. In the following, we only consider the Michelson variables  $X$ ,  $Y$ , and  $Z$ .

Two sampling frequencies are used in our simulations. The *physical* sampling frequency applies to the physical subsystems in the simulators: generation of instrumental noise, beam propagation, and optical measurements. It is taken to be equal to  $f_{\text{phy}} = 20$  Hz in both simulators. The interferometric signals  $s_i$ ,  $\epsilon_i$ , and  $\tau_i$  are downsampled to the *measurement* frequency  $f_{\text{meas}} = 2$  Hz by means of a decimation algorithm. All preprocessing steps, including TDI, are therefore carried out at this measurement frequency. All signals are implemented as doubles (64-bit floating-point numbers).

In both simulators, we use a symmetric FIR antialiasing filter of order 253, designed with a Kaiser window. The coefficients<sup>2</sup> are calculated such that the signal is attenuated by 240 dB between 0.2 Hz and 0.9 Hz, and we authorize a maximum ripple of 0.1 dB below 0.2 Hz. We implement filters using a direct form I and therefore, account group delays when they are not vanishing.

The propagation of the laser beams between the spacecraft is implemented using time-varying delays. Those delays are computed from the relative positions of the spacecraft, themselves deduced from their Keplerian orbits presented in [20]. These orbits include the Sagnac effect, as well as first order relativistic corrections.

All delay operators are implemented using Lagrange interpolating polynomials of order 31. This choice is the result of a trade-off: it allows for good precision and limits execution time and numerical errors. As seen above, the TDI algorithm requires the application of multiple delay operators to the interference measurements for the calculation of the Michelson variables  $X$ ,  $Y$ , and  $Z$ . In order to minimize the error introduced by the associated interpolations, we use a nested delay algorithm in which a single interpolation is necessary.

### A. LISACode

`LISACode` is a high-level simulator [13], entirely written in C++. It was used to produce noise time-series for the past Mock LISA Data Challenges (MLDC) [23] as

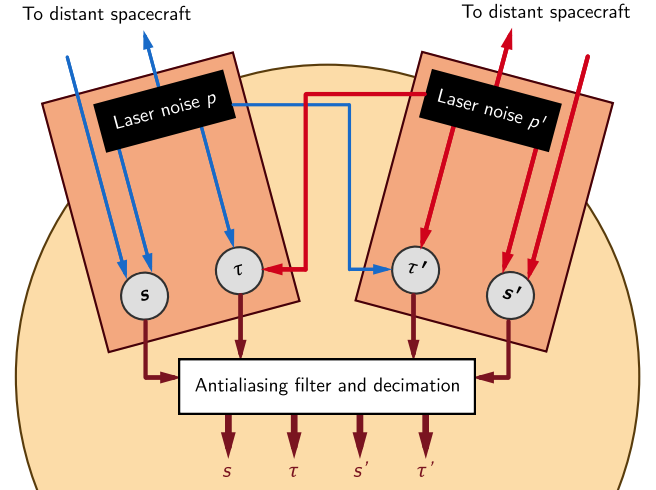


FIG. 4. Original optical design used in `LISACode` simulations. Four interferometric measurements per spacecraft are performed: the science signals  $s_i$  and  $s'_i$ , along with the reference signals  $\tau_i$  and  $\tau'_i$ .

well as for the current LISA Data Challenge (LDC). It also constitutes a useful tool for the various studies of the instrument noise budget.

`LISACode` is based on the original optical design, equivalent, under our assumptions, to the *split interferometry* design described in Sec. II. Each of the three spacecraft of the LISA constellation contains two independent lasers and two optical benches. Each optical bench holds a science and a reference interferometer; the corresponding beat notes are filtered and decimated to produce the respective measurement signals  $s_i(t)$  and  $\tau_i(t)$ , as presented in Fig. 4.

The `LISACode` results use a  $10^7$  s time series generated with version 2.12.

### B. LISANode

`LISANode` [15] is a flexible simulation tool based on the foundations of `LISACode`, which aims to assess LISA's scientific performance. It is the current prototype for an end-to-end simulator of the mission. It was originally developed by the authors and is now part of the LISA Simulation Group activities.

Similarly to `LISACode`, `LISANode` works exclusively in the time domain so that it can handle nonlinear artifacts and produce output in the form of time series. It is based on simulation graphs, written in PYTHON, which are composed of atomic C++ computation units called nodes. A scheduler triggers node execution in a specific order and pushes data from one node to the next. In this manner, execution time is optimized and data flow is synchronized. Graphs can be nested to represent whole subsystems as one object, allowing for a high level of modularity and maintainability.

`LISANode` implements the newest *split interferometry* optical setup described in Sec. II and presented in Fig. 5.

<sup>2</sup>Given in Appendix B.

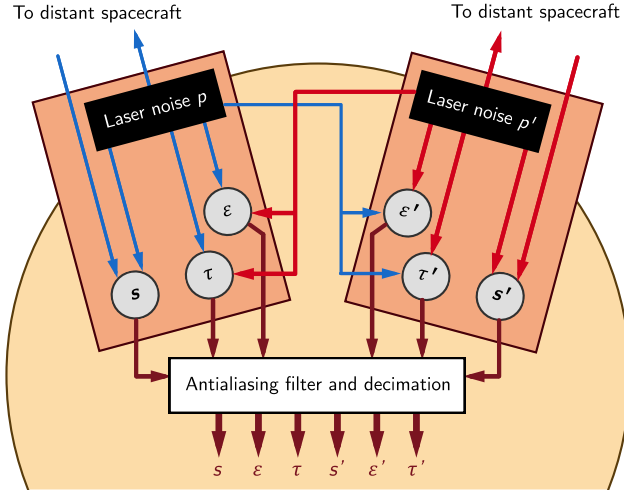


FIG. 5. New *split interferometry* optical design used in LISANode simulations. Six interferometric measurements per spacecraft are performed: the science signals  $s_i$  and  $s'_i$ , the test-mass signals  $\epsilon_i$  and  $\epsilon'_i$ , along with the reference signals  $\tau_i$  and  $\tau'_i$ .

Three interferometric measurements  $s_i$ ,  $\tau_i$ , and  $\epsilon_i$  (respectively, the science, test-mass, and reference signals) are formed and relevant sources of noise are added to the measurements. These signals are then transmitted to the on-board computer, which contains the antialiasing filter and

decimation nodes. The results of these operations are used to form the TDI Michelson variables  $X$ ,  $Y$ , and  $Z$ .

The results use a  $10^7$  s time series generated with LISANode version 1.1.

## VI. RESULTS AND DISCUSSION

### A. Results

In Figs. 6–7, we present the PSDs of the residual laser frequency noise for the TDI Michelson variables  $X_1$  and  $X_2$ . We show the results of LISANode simulations for both the causal and the noncausal versions of the same filter, as described in Sec. V (light and dark blue curves). We plot the results of LISACode simulations for the causal filter only, in order to validate the new simulator (light orange curve). The models derived in Sec. IV are superimposed (dashed light and dark green curves).

For reference, the red solid curves show the residual secondary noises in both  $X_1$  and  $X_2$  channels, simulated using LISANode and the noncausal antialiasing filter. To generate those signals, we did not change the simulation parameters. However, laser frequency noise is set to zero while the test-mass acceleration (TM), optical read-out (RO) and optical path (OP) noise amplitudes were given their nominal LISA instrument noise budget values. The spectral shapes of these three secondary sources of noise are given in [22] and read

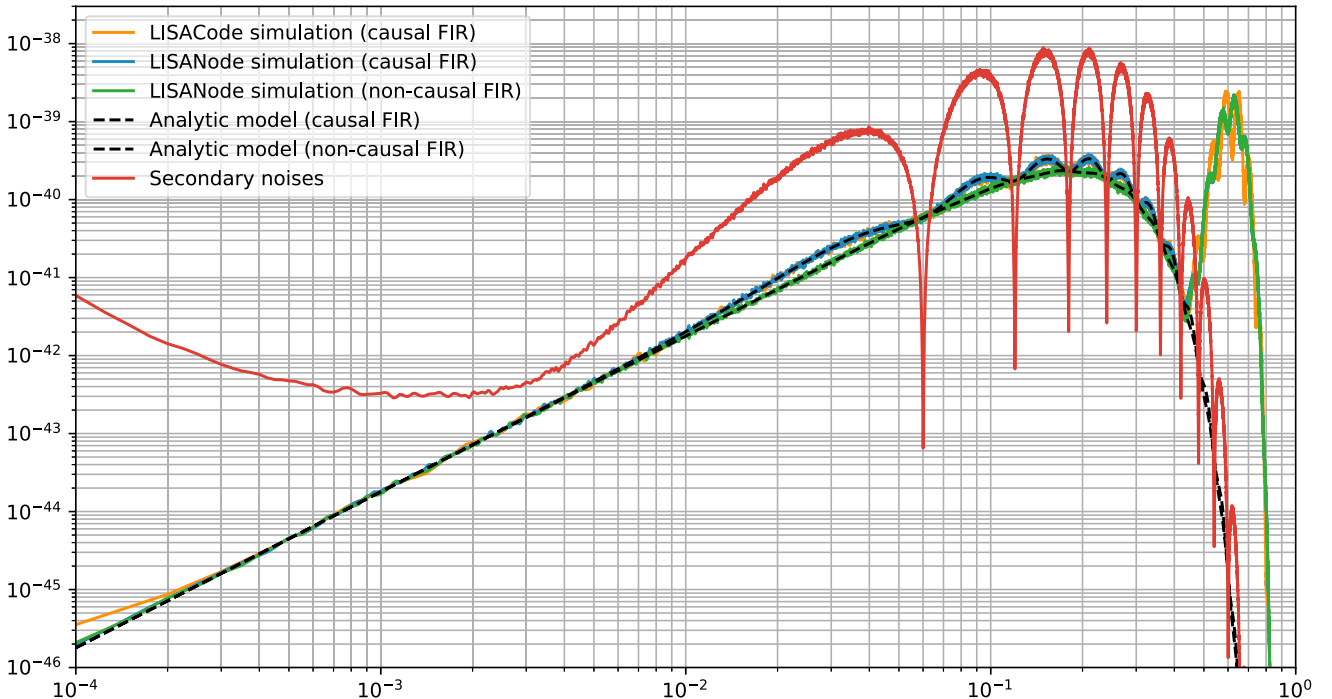


FIG. 6. Power spectral density of the residual laser frequency noise in the Michelson  $X_1$  channel. The LISACode and LISANode simulations use realistic Keplerian orbits, while the theoretical model uses armlengths varying linearly with time. Secondary noises are shown in red and indicate the target level of laser frequency noise suppression.

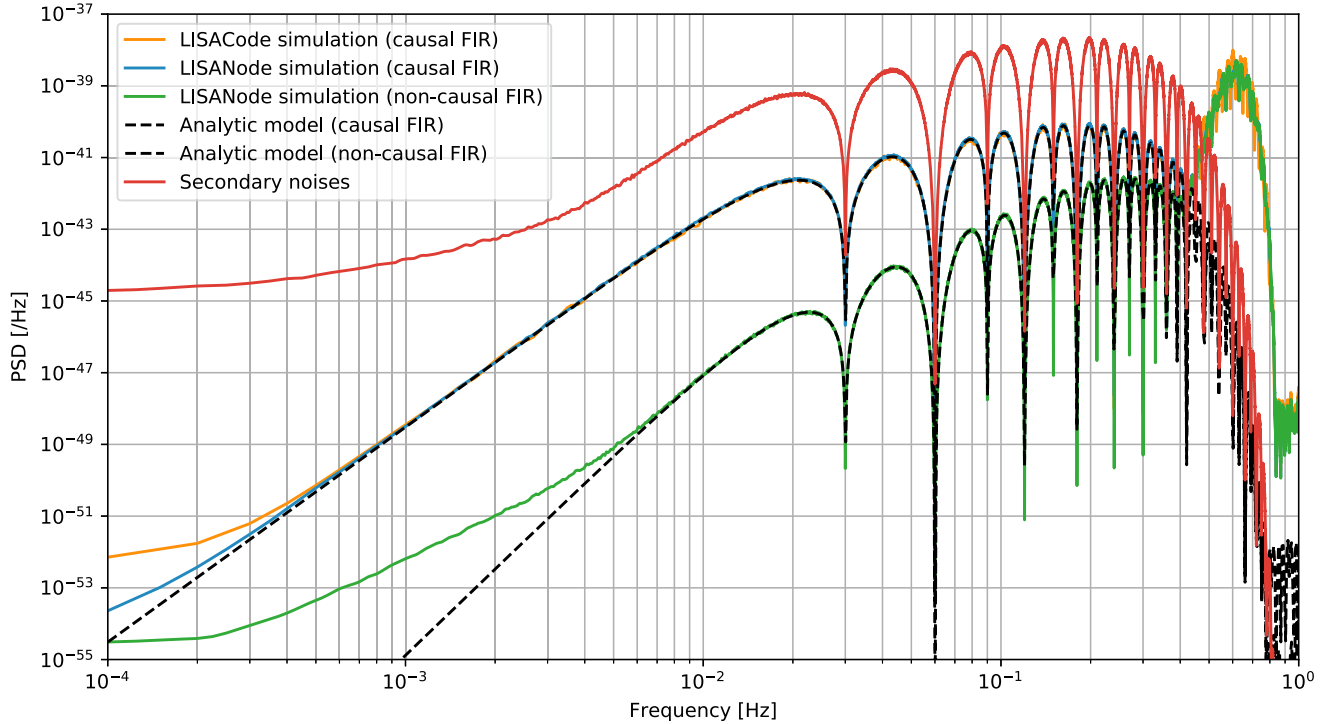


FIG. 7. Power spectral density of the residual laser frequency noise in the Michelson  $X_2$  channel. The LISACode and LISANode simulations use realistic Keplerian orbits, while the theoretical model uses armlengths varying linearly with time. Secondary noises are shown in red and indicate the target level of laser frequency noise suppression.

$$S_{\text{TM}} = (2.4 \times 10^{-15})^2 \times \left[ 1 + \left( \frac{4 \times 10^{-4}}{f} \right)^2 \right] \text{m}^2 \text{s}^{-4} \text{Hz}^{-1},$$

$$S_{\text{RO}} + S_{\text{OP}} = 1 \times 10^{-24} \text{m}^2 \text{Hz}^{-1}.$$

Because TDI does not suppress those secondary noises, but only modulates their spectra, they are used as a benchmark.

We use Welch's method to estimate the spectra, implemented with standard PYTHON tools included in the `scipy.signal` module, version 1.1.0. We use segments of 40000 samples and a `Nuttall4` window function. The results are presented for the frequency band from  $10^{-4}$  Hz to 1 Hz.

We can see that the results of both simulators are in very good agreement. The fact that both simulators give similar results, although they use different implementations, increases our confidence in the results they produce. Note that at frequencies greater than  $4 \times 10^{-1}$  Hz, one observes a slight discrepancy between LISANode and LISACode. This discrepancy is due to different implementations of the Lagrange interpolating polynomials in the two simulators.

We can also observe that our analytic models match the simulated data with exquisite precision in most of the LISA band. At high frequencies, the model is no longer valid, since it does not include the errors from Lagrange

interpolations. These errors, visible in the simulated data, manifest themselves by an increased level of residual laser frequency noise around  $6 \times 10^{-1}$  Hz. It can be shown that varying the interpolation order changes the amplitude of this effect. At lower frequencies, the simulated data deviate away from the analytic model. This is because assuming that the armlengths are varying linearly in time is only valid for frequencies higher than 1 mHz. However, we see that at these lower frequencies the residual laser noise is in any case well below mission noise level requirements.

It is also very clear that using a noncausal filter decreases significantly the residual laser noise. This effect is particularly obvious at low frequencies, as the leading-order expansion of the filter term is constant for the causal filter, while being proportional to  $\omega^2$  for its noncausal version; see Sec. IV.

Figure 6 shows that first-generation Michelson variables reduce the laser frequency noise down to the required level, but only marginally. This is especially true with causal filters. On the contrary, Fig. 7 shows that second-generation Michelson variables can reduce the laser frequency noise up to 3 orders of magnitude below the secondary noises over the entire frequency range, if we use noncausal filters.

In the case of time varying orbits, and in the presence of antialiasing filters, TDI 2.0 is therefore necessary and sufficient to suppress laser frequency noise levels down to mission requirements [1]. Moreover, using noncausal filters allows for comfortable margins.

### B. Filter group delay

TDI uses as inputs the interferometric signals from the six optical benches  $[s_i(t), \tau_i(t) \text{ and } \varepsilon_i(t)]$ , and the ranging estimates  $L_i(t)$  for all six links. A causal filter has a nonvanishing group delay  $N/f_s$ ; since it is only applied on the interferometric signals, the latter will be time-shifted while ranging estimates are left untouched. Let us denote the filter group delay operator  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$ . As part of the TDI algorithm, one computes terms of the type  $\mathcal{D}_i \mathcal{D}_{\mathcal{F}} p(t) = p(t - N/f_s - L_i(t))$  when one really wants  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}} \mathcal{D}_i p(t) = p(t - N/f_s - L_i(t - N/f_s))$ , or, equivalently,  $p(t - L_i(t))$ .

We recognize here an extra noise proportional to the commutator  $[\mathcal{D}_{\mathcal{F}}, \mathcal{D}_i] p(t) \approx \dot{L}_i(N/f_s) \frac{dp}{dt}(t - L_i - N/f_s)$ ; see Eq. (16). It is nonvanishing in the case of time-varying armlengths, which explains this flexing-filtering coupling.

### C. Implementation of noncausal filters

Using Eq. (28), we can relate the transfer function  $\tilde{f}_{\text{causal}}$  of the causal version of a filter, to that of the noncausal version  $\tilde{f}_{\text{acausal}}$ ,

$$\tilde{f}_{\text{acausal}}(\omega) = e^{j\omega N/f_s} \tilde{f}_{\text{causal}}(\omega),$$

and see that the two only differ by a constant delay of an integer number of samples. This delay exactly matches the group delay of the filter. We can therefore deduce output samples of the noncausal filter by simply retimestamping output samples of the causal version such that

$$y_k^{\text{acausal}} = y_{N+k}^{\text{causal}}. \quad (31)$$

This ‘‘relabeling’’ can be performed by the on-board computer, before data are decimated and telemetered to Earth.

One could instead relabel the telemetered interferometric data off-line. This delay is equal to the filter group delay and might not be an integer number of samples anymore due to the downsampling. Therefore, new interpolation errors enter the measurements. Designing the filter such that its group delay is a multiple of the decimated sampling period could solve this issue. This constraint should be accounted for when designing the on-board software.

In the simulations presented in Secs. V and VI, we used the latter implementation.

## VII. CONCLUSION

This article addresses the problem of modeling and simulating the residual laser frequency noise, after TDI has been applied, in a realistic instrumental setup. We have focused our analysis on the first and second-generation Michelson X, Y, and Z variables, and have included the effect of time-varying armlengths, as well as the effects of the on-board antialiasing filters. In our LISACode and LISANode simulations, the armlengths vary according to

Keplerian orbits. In the analytic expressions of the residual laser frequency noise spectrum we derive, armlengths vary linearly with time. This is a very good approximation of Keplerian orbits on the time scales of interest. The resulting expressions are functions of both the varying armlengths and of the filter coefficients, and show at leading-order that a new flexing-filtering coupling noise enters the measurements, degrading the expected TDI performance.

We showed that the simulated data match the analytic model with exquisite precision over a large fraction of the LISA frequency band. As a benchmark for the performance of TDI, we used LISANode simulations that include secondary noise only. In the case of time-varying armlengths, TDI 1.5 is shown not be able to achieve sufficient laser frequency noise reduction over the entire frequency range of interest. On the other hand, TDI 2.0 reduces laser frequency noise to well below the secondary noise level, for the case of a standard finite-impulse response filter. TDI 2.0 is therefore the minimal viable TDI generation for LISA.

As demonstrated in this paper, our analytic model and simulations help gain insight into TDI and the various parameters that play a key role in its performance. In particular, we were able to demonstrate that a noncausal filter improves TDI performance and helps reduce further the residual laser noise down to 3 extra orders of magnitude in the middle of LISA frequency band. This noncausal filter can be synthesized using its causal version on board and adapt the TDI algorithm by time-shifting the interferometric signals with respect to the ranging estimates. This concept was demonstrated by our simulations.

One could also use the analytic model developed in this study to optimize the filter coefficients, so that the useful frequency band for data analysis (i.e., the frequency band over which the gravitational signal is not attenuated) is maximized, while the residual laser frequency noise level remains below the secondary noise level. Finally, the effect of other instrumental imperfections and artifacts, such as the errors in the absolute ranging or in the interpolation scheme, or even clock noises, remain to be included in both our model and simulations.

## ACKNOWLEDGMENTS

This research has been supported by the Centre National d’Études Spatiales (CNES), CNRS and Université Paris-Diderot. The development of LISACode and LISANode is part of the LISA Simulation Group activities. We thank Víctor Martín Hernández (IEEC, UAB) for fruitful discussions on the structure of LISANode. We gracefully acknowledge the suggestion by Robert Spero, Kirk McKenzie, Brent Ware, Samuel Francis, and Michele Vallisneri (JPL, Caltech) that a noncausal symmetric filter would cancel the residual noise at the leading order. We are also grateful to the members of the LISA Simulation Group for their help in improving the manuscript.

### APPENDIX A: ELLIPTIC FILTER COEFFICIENTS

We give the coefficients of the IIR elliptic filter used as a reference in Fig. 3. For numerical stability, the filter is implemented as a series of recursive second-order cells of  $z$  transform

$$\tilde{f}_{\text{cell}}(z) = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2}}{1 + \beta_1 z^{-1} + \beta_2 z^{-2}},$$

and a scaling factor of  $2.587527 \times 10^{-4}$  applied at the end of the chain.

First cell:  $\alpha = 4.882e-04, 7.239e-05, 4.882e-04$ ,  $\beta = -1.969, 9.697e-01$ . Second cell:  $\alpha = 9.765e-04, -1.487e-03, 9.765e-04$ ,  $\beta = -1.971, 9.719e-01$ . Third cell:  $\alpha = 3.125e-02, -5.997e-02, 3.125e-02$ ,  $\beta = -1.992, 9.961e-01$ . Fourth cell:  $\alpha = 7.812e-03, -1.402e-02, 7.812e-03$ ,  $\beta = -1.974, 9.761e-01$ . Fifth cell:  $\alpha = 1.562e-02, -2.980e-02, 1.562e-02$ ,  $\beta = -1.985, 9.886e-01$ . Sixth cell:  $\alpha = 1.866e+02, -3.501e+02, 1.866e+02$ ,  $\beta = -1.979, 9.818e-01$ .

### APPENDIX B: FIR FILTER COEFFICIENTS

We give here the  $2N + 1$  coefficients  $\alpha_k$  of the causal and noncausal FIR filters used in Secs. IV and V. The causal filter's  $z$  transform is given by

$$\tilde{f}_{\text{causal}}(z) = \sum_{k=0}^{2N} \alpha_k z^{-k},$$

while that of the noncausal filter is

$$\tilde{f}_{\text{acausal}}(z) = \sum_{k=-N}^N \alpha_{N+k} z^{-k} = z^N \tilde{f}_{\text{causal}}(z).$$

Since the filter is symmetrical, the following holds:

$$\alpha_k = \alpha_{2N-k} \quad \text{for } 0 \leq k \leq 2N.$$

We therefore give half of the coefficients  $\alpha_0 \dots \alpha_n$ , the rest can be deduced by symmetry: 0.0225037, 0.0224708, 0.0223744, 0.0222146, 0.0219926, 0.0217101, 0.0213692, 0.0209726, 0.0205233, 0.0200246, 0.0194801, 0.0188939, 0.0182701, 0.017613, 0.0169273, 0.0162175, 0.0154884, 0.0147444, 0.0139904, 0.0132308, 0.0124699, 0.0117121, 0.0109613, 0.0102213, 0.00949556, 0.00878736, 0.0080996, 0.00743485, 0.00679539, 0.00618313, 0.00559967, 0.00504627, 0.00452385, 0.00403305, 0.00357419, 0.0031473, 0.00275216, 0.0023883, 0.00205505, 0.00175152, 0.00147665, 0.00122927, 0.00100804, 0.000811548, 0.000638312, 0.00048679, 0.000355413, 0.000242603, 0.000146789, 6.64234e-05, -3.06836e-19, -5.39377e-05, -9.67836e-05, -0.000129861, -0.000154416, -0.000171611, -0.000182522, -0.000188139, -0.000189361, -0.000187, -0.000181782, -0.000174349, -0.000165266, -0.00015502, -0.000144028, -0.000132644, -0.000121158, -0.00010981, -9.87885e-05, -8.82397e-05, -7.82713e-05, -6.89586e-05, -6.03483e-05, -5.24636e-05, -4.53084e-05, -3.88703e-05, -3.31251e-05, -2.80388e-05, -2.35708e-05, -1.96758e-05, -1.63062e-05, -1.34132e-05, -1.09483e-05, -8.86423e-06, -7.11608e-06, -5.66147e-06, -4.46113e-06, -3.47914e-06, -2.68298e-06, -2.04359e-06, -1.53525e-06, -1.13543e-06, -8.24623e-07, -5.86081e-07, -4.05589e-07, -2.71198e-07, -1.72976e-07, -1.02753e-07, -5.38886e-08, -2.10473e-08, 1.67089e-22, 1.25602e-08, 1.91793e-08, 2.17835e-08, 2.18024e-08, 2.02719e-08, 1.79219e-08, 1.52489e-08, 1.25738e-08, 1.00899e-08, 7.89963e-09, 6.04316e-09, 4.52036e-09, 3.30667e-09, 2.36459e-09, 1.65159e-09, 1.12523e-09, 7.46354e-10, 4.80713e-10, 2.99603e-10, 1.79833e-10, 1.03279e-10, 5.62201e-11, 2.85993e-11, 1.32841e-11, 5.3973e-12, 1.73705e-12.

[1] P. Amaro-Seoane *et al.* (LISA Collaboration), [arXiv:1702.00786](#).  
[2] M. Armano *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 231101 (2016).  
[3] M. Armano *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 061101 (2018).  
[4] J. W. Armstrong, F. B. Estabrook, and M. Tinto, *Astrophys. J.* **527**, 814 (1999).

[5] M. Tinto and J. W. Armstrong, *Phys. Rev. D* **59**, 102003 (1999).  
[6] G. de Vine, B. Ware, K. McKenzie, R. E. Spero, W. M. Klipstein, and D. A. Shaddock, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 211103 (2010).  
[7] T. S. Schwarze *et al.*, [arXiv:1810.00728](#).



- [8] M. Otto, Time-delay interferometry simulations for the laser interferometer space antenna, Ph.D. thesis, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität, 2015.
- [9] M. Laporte, H. Halloin, E. Bréelle, C. Buy, P. Grüning, and P. Prat, *J. Phys. Conf. Ser.* **840**, 012014 (2017).
- [10] P. Grüning, H. Halloin, P. Prat, S. Baron, J. Brossard, C. Buy, A. Petiteau, G. Heinzel, and I. Bykov, *Exp. Astron.* **39**, 281 (2015).
- [11] R. J. Cruz, J. I. Thorpe, M. Hartman, and G. Mueller, *AIP Conf. Proc.* **873**, 319 (2006).
- [12] M. Vallisneri, *Phys. Rev. D* **71**, 022001 (2005).
- [13] A. Petiteau, De la simulation de LISA à l'analyse des données, Ph.D. thesis, Université Paris-Diderot, 2008.
- [14] A. Petiteau, G. Auger, H. Halloin, O. Jeannin, É. Plagnol, S. Pireaux, T. Regimbau, and J.-Y. Vinet, *Phys. Rev. D* **77**, 023002 (2008).
- [15] J.-B. Bayle, M. Lilley, and A. Petiteau (to be published).
- [16] M. Otto, G. Heinzel, and K. Danzmann, *Classical Quantum Gravity* **29**, 205003 (2012).
- [17] M. Tinto and O. Hartwig, *Phys. Rev. D* **98**, 042003 (2018).
- [18] S. Barke, Ph.D. thesis, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität, 2015.
- [19] S. V. Dhurandhar, K. Rajesh Nayak, and J.-Y. Vinet, *Phys. Rev. D* **65**, 102002 (2002).
- [20] K. Rajesh Nayak, S. Koshti, S. V. Dhurandhar, and J.-Y. Vinet, *Classical Quantum Gravity* **23**, 1763 (2006).
- [21] S. V. Dhurandhar, K. R. Nayak, S. Koshti, and J.-Y. Vinet, *Classical Quantum Gravity* **22**, 481 (2005).
- [22] LISA Science Study Team, LISA Science Requirements Document, ESA, Technical Report No. 1.0, 2018, <https://www.cosmos.esa.int/web/lisa/lisa-documents/>.
- [23] S. Babak *et al.*, *Classical Quantum Gravity* **25**, 184026 (2008).

## 3.2 Stabilisation laser sur iode moléculaire

Comme nous venons de le voir, les performances attendues pour TDI dépendent d'un compromis entre la stabilité de la fréquence laser et la connaissance de la longueur des bras de l'interféromètre. Un laser libre, de type Nd :YAG, fonctionne grâce à un cristal amplificateur taillé sous forme de cavité résonnante (non planaire pour les Nd :YAG utilisés dans LISA). Les fluctuations de température et les vibrations ou autres contraintes apportées à ce cristal vont changer légèrement le chemin optique parcouru et donc la longueur d'onde du laser. D'autres phénomènes impactent la stabilité en fréquence du laser, comme la stabilité de pointage ou la puissance de la diode de pompe. La stabilité en fréquence d'un laser 'libre', c.à.d non asservi en fréquence est typiquement de la forme  $A \times \frac{1}{f} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ , avec  $A$  entre 10 kHz et 1 MHz.

Ces spécifications excèdent de beaucoup les exigences LISA et il est donc nécessaire de disposer d'un étalon de fréquence, afin de corriger la fréquence optique émise par le laser. Dans le cas des lasers utilisés dans l'expérience décrite ici (lasers MEHISTO de la société InnoLight - maintenant Coherent), la rétroaction s'effectue via une modification de la température du cristal laser (bande passante de quelques centaines de mHz, dynamique d'actuation de 6-8 GHz) et un actuateur piézo-électrique comprimant ce même cristal (bande passante d'environ 100 kHz, dynamique d'actuation d'environ 100 MHz). La commande en température est donc utilisée pour les corrections basses fréquences et profondes, tandis que les corrections hautes fréquences et de plus faible amplitude sont effectuées par l'actuateur piezo-électrique.

### 3.2.1 Cavité vs. référence moléculaire

Un choix classique de discriminant de fréquence est d'utiliser une cavité Fabry-Perot de haute finesse. Il est bien connu en optique qu'une cavité Fabry-Perot 'résonne' à des fréquences optiques bien déterminées. Considérons par exemple le cas simple (mais réaliste), d'une cavité parfaitement alignée, limitée à chaque extrémité par des miroirs de même réflectivité  $r$  (en amplitude) et d'absorption négligeable.

La puissance optique réfléchie par la cavité de longueur  $L$  est alors donnée par :

$$P_R = \frac{\frac{4}{\pi^2} F^2 \sin^2 \left( \frac{\pi \nu}{\text{ISL}} \right)}{1 + \frac{4}{\pi^2} F^2 \sin^2 \left( \frac{\pi \nu}{\text{ISL}} \right)} \quad (3.5)$$

, où :

- $F = \frac{\pi \|r\|}{1 - \|r\|^2}$  est la finesse de la cavité
- $\text{ISL} = \frac{c}{2L}$  est l'intervalle spectral libre

La puissance réfléchie est donc nulle pour toutes les fréquences optiques  $\nu$  multiples de l'Intervalle Spectral Libre (ISL). Pour  $L = 25$  cm (taille typique), l'ISL est de 600 MHz. La largeur à mi hauteur de ces pics est donnée par  $\nu_{1/2} = \frac{\text{ISL}}{F}$ .

L'obtention du signal d'erreur de la cavité se fait généralement en générant des bandes latérales sur la fréquence optique laser, fréquences additionnelles qui sont réfléchies par la cavité et permettent de 'mesurer' la décalage de la fréquence optique centrale par rapport

à la fréquence de résonance (méthode dite Pound Drever Hall (PDH), voir par exemple [Black, 2001]). Le rapport signal à bruit de ce signal est d'autant plus fort que sa pente (en fonction de la fréquence laser) est grande, i.e. la largeur de résonance faible donc la finesse élevée. Les cavités utilisées pour des applications de métrologie fine peuvent avoir des finesse de plusieurs centaines de milliers, soit des facteurs de transmission et absorption en puissance des miroirs de quelques parties par million et des largeurs à mi-hauteur de quelques kHz (pour un cavité de 25 cm).

Dans le domaine fréquentiel de LISA, la stabilité en fréquence obtenue avec une cavité Fabry-Perot est liée à sa stabilité thermique. Même avec des matériaux très stables - avec un coefficient de dilatation de  $10^{-7}$  1/K - une stabilité de 1  $\mu$ K est nécessaire pour atteindre une déviation de moins de 10 Hz à 1064 nm pour une cavité de 25 cm de longueur. Certains matériaux possèdent une température d'inversion pour laquelle le coefficient de dilatation est nul. En ajustant la température de l'expérience, il est alors possible d'obtenir des stabilités de l'ordre de  $0,4 \times \sqrt{\frac{1 \text{ Hz}}{f}} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  [Alnis *et al.*, 2008]. En laboratoire, ces cavités sont également très sensibles aux vibrations (qui induisent des déformations de la cavité et donc de sa longueur). Récemment, l'expérience Laser Ranging Instrument (on GRACE-FO) (LRI) à bord du satellite Gravity Recovery and Climate Explorer Follow On (GRACE-FO) [Dahl *et al.*, 2017] a démontré qu'il était possible de développer une cavité de stabilisation laser spatialisable et compatible avec les exigences de LISA [Folkner *et al.*, 2011]. Il s'agit aujourd'hui de la technologie retenue pour LISA.

Une technique alternative est d'utiliser une raie d'absorption moléculaire comme référence de fréquence. Cette technique repose sur le fait que les niveaux énergétiques d'un atome ou d'une molécule sont quantifiés. Si un photon incident à une énergie  $h\nu$  correspondant à la différence d'énergie  $E_2 - E_1$  entre deux niveaux, la molécule est susceptible de passer dans son état excité et d'absorber le photon incident. Comme dans le cas de la cavité Fabry-Perot, la stabilisation sera d'autant plus efficace que la raie d'absorption est étroite et intense. Cependant, dans le cas usuel d'un gaz, l'agitation thermique liée à la température induit un élargissement Doppler important (la fréquence d'absorption dépend de la vitesse relative de la molécule et du faisceau laser), de plusieurs centaines de MHz typiquement. Si on ajoute à cela la contribution des autres raies d'absorption souvent proches les unes des autres, la largeur effective peut être de plusieurs GHz, donc bien trop grande pour assurer une stabilisation correcte. La technique d'asservissement alors utilisée pour retrouver la largeur naturelle de la raie est l'absorption saturée : un faisceau 'pompe' suffisamment puissant traverse la cellule d'iode et 'sature' la transition, c.à.d qu'une fraction notable des molécules se retrouve dans le niveau excité. Un autre faisceau laser (issu de la même source) de faible puissance, dit 'faisceau 'sonde', se propage en sens inverse au faisceau pompe. En raison de la saturation générée par le faisceau pompe, le faisceau sonde subit une absorption moindre. Ce déficit d'absorption n'intervient que pour les molécules avec une vitesse - projetée sur l'axe de propagation laser - identique pour les faisceaux pompe et sonde. Ces deux faisceaux étant contrapropageant, les seules molécules susceptibles de présenter un déficit d'absorption se déplacent perpendiculairement aux faisceaux. Dès lors, la largeur du pic de déficit d'absorption n'est plus affectée par l'élargissement Doppler et atteint des valeurs typiques de quelques centaines de kHz (dépendant de la molécule choisie).

D'autres phénomènes physiques influent sur la largeur de la raie d'absorption, tels que la durée de vie de l'état excité (plus le temps de désexcitation est grand, plus la raie est fine), la pression et la température du gaz (élargissement par collisions entre molécules).

L'utilisation d'une référence moléculaire a aussi l'avantage d'offrir une référence 'précise', au sens où la valeur moyenne à long terme de la fréquence centrale d'absorption ne dépend que faiblement des conditions environnementales (en pratique essentiellement de la pression de gaz). Elle ne présente donc aucune dérive à long terme et permet de connaître la fréquence moyenne du laser à quelques kHz près.

Cette technique est donc intrinsèquement plus stable sur le long terme qu'une cavité Fabry-Perot. Sur les échelles de temps de **LISA** (de la seconde à quelques heures), les deux méthodes atteignent des stabilités comparables, l'utilisation d'une référence moléculaire étant nettement moins sensible à la température (une stabilité de quelques mK est suffisante) et aux vibrations.

Le choix de la raie d'absorption, dont la fréquence de résonance doit évidemment être proche de la fréquence nominale du laser, est cependant relativement contraint. Pour un laser à 1064 nm, la molécule de di-iode  $^{127}I_2$  est généralement utilisée. Elle possède en effet un certain nombre de raie d'absorption fines et intenses autour de 532 nm, longueur d'onde pouvant être atteinte après doublage de fréquence d'un laser Nd :YAG. Plus précisément, la raie hyperfine R(56) 32-0  $a_{10}$  de la molécule de di-iode est largement utilisée, notamment comme définition secondaire de la seconde par le CIPM (Comité International des Poids et Mesures).

Son utilisation pour une application spatiale a été initiée à l'OCA/ARTEMIS [Mondin, 2007] et repris ensuite et fait l'objet d'une thèse à l'APC à partir de 2007 [Argence, 2010].

### 3.2.2 L'expérience sur table et les résultats obtenus

Nous décrivons rapidement ci-dessous l'expérience menée au laboratoire et les principaux résultats obtenus. Plus de détails sont disponibles dans la thèse de Argence [2010] et l'article associé [Argence *et al.*, 2010].

Le schéma de principe du montage est donné en figure 3.1.

- L'ellipticité du faisceau laser Nd :YAG est d'abord corrigée en utilisant une lame quart d'onde ( $\lambda/4$ ) avant de traverser un isolateur optique utilisant le phénomène de rotation de Faraday pour bloquer les faisceaux contrapropageant et pouvant destabiliser l'oscillation laser à la source.
- Le faisceau est ensuite focalisé et traverse un cristal de PP :MgLNO (Niobate de Lithium dopé Manganèse) de 30 mm de long. Dans ce type de cristal non linéaire, le vecteur polarisation a une dépendance significative au carré du champ électrique. La conséquence est une déformation de l'oscillation électromagnétique (qui n'est donc plus strictement sinusoïdale) et la création d'une harmonique de second ordre, i.e. un faisceau laser de fréquence double. La puissance générée dans cette seconde harmonique dépend quadratiquement de la puissance dans la fréquence fondamentale. Dans le cas de notre expérience, avec 900 mW de puissance infrarouge (à 1064 nm), environ 11 mW de vert (à 532 nm) a été obtenu.

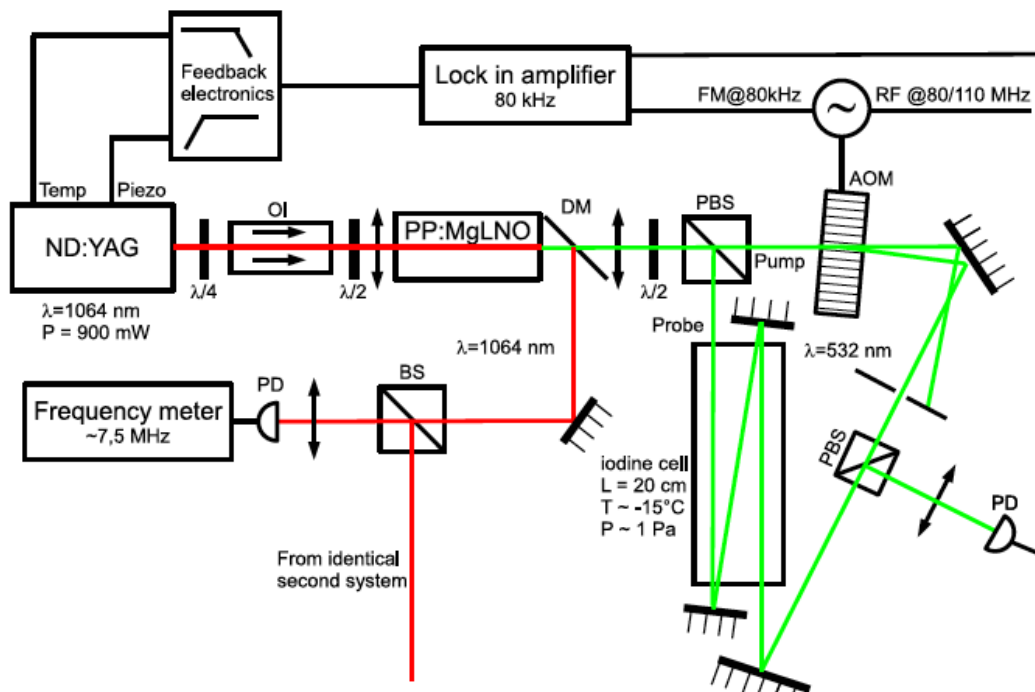


FIGURE 3.1 – Schéma de principe de l'expérience de stabilisation sur raie moléculaire. OI : Isolateur optique; DM : Miroir dichroïque; PBS : Séparateur polarisant; AOM : Modulateur acousto-optique; BS : Séparateur non-polarisant; PD : Photodiode.

- Un miroir dichroïque sépare les parties infrarouge (vers le battement de mesure, cf. ci-dessous) et verte (vers la cellule d'iode) du faisceau sortant.
- Une combinaison d'une lame demi-onde ( $\lambda/2$ ) et d'un séparateur polarisant permet de générer un faisceau pompe (environ 5 mW) et un faisceau sonde (environ 0,3 mW).
- L'obtention d'un signal d'erreur nécessite de moduler (en phase ou en fréquence) un des faisceaux traversant la cellule d'iode. L'approche la plus évidente est de moduler directement le faisceau sonde. Cependant, le bruit résiduel d'amplitude des bandes latérales est une limitation à la stabilité de la mesure. Une technique alternative - et choisie ici - consiste à moduler le faisceau pompe. En raison de la saturation, les interactions à proximité de la fréquence de la transition sont suffisamment non-linéaire pour créer un processus de mélange à 4 ondes et transférer la modulation du faisceau pompe vers le faisceau sonde [Shirley, 1982]. L'intérêt principal est que l'amplitude des bandes latérales produites est alors peu sensible aux fluctuations de puissance de celles de la pompe. Dans le présent montage, la modulation de 80 kHz est imprimée grâce à un modulateur acousto-optique, autour d'une porteuse à 80 (ou 110) MHz. L'intérêt d'utiliser un Acousto-Optic Modulator (AOM) est double : pouvoir ajuster la puissance optique modulée en réglant la puissance de la commande radio-fréquence et surtout décaler en fréquence le faisceau laser. Ce décalage a pour conséquence de sonder une classe de molécules 'voyant' (par effet Doppler) chacun des faisceaux contrapropageant à la même fréquence, i.e avec un décalage de 40 (ou 55) MHz par rapport à la fréquence nominale de la raie d'absorption. La fréquence (infrarouge) du laser sera donc décalée de 20 (ou 27,5) MHz par rapport au double de la fréquence nominale d'absorption de l'iode. Dans le cas de LISA, cette capacité à ajuster la fréquence laser de quelques MHz (en jouant sur la fréquence de l'AOM) par rapport à une fréquence 'précise' (celle de la transition de l'iode) permettrait de grandement simplifier les procédures d'acquisition de la constellation pour lesquelles il est nécessaire de rapprocher les fréquences des lasers indépendants à moins de 25 MHz (afin d'être détectable dans la bande passante des photodiodes).
- Les faisceaux pompe et sonde traversent 3 fois la cellule, portant la longueur d'interaction à 60 cm. Il s'agit d'un compromis entre l'encombrement de la cellule, la longueur d'interaction (la plus grande possible), les réflexions parasites sur les surfaces d'entrée/sortie de la cellule et la stabilité du recouvrement des faisceaux. Le critère principal de stabilité de l'interaction avec l'iode dans la cellule est la pression de gaz présent. Afin de la contrôler finement, la cellule d'iode contient un grain d'iode solide et aucun autre gaz. Elle fonctionne donc à la pression de vapeur saturante et il suffit alors de contrôler la température du grain d'iode solide (situé dans un queusot de petites dimensions donc facile à asservir). La pression choisie (compromis entre coefficient d'absorption et élargissement collisionnel de la raie) est de 1 Pa, soit une température  $-15^\circ\text{C}$  (asservie à quelques  $\text{mK}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), cf. figure 3.2.
- Le faisceau sonde, une fois sorti de la cellule est envoyé vers une photodiode. L'interférence entre la porteuse et les bandes latérales porte l'empreinte de l'interaction

avec la molécule d'iode et crée un signal d'erreur oscillant à 80 kHz. Une fois démodulé, ce signal est utilisé par des contrôleurs de type P<sup>2</sup>I pour asservir la fréquence du laser.

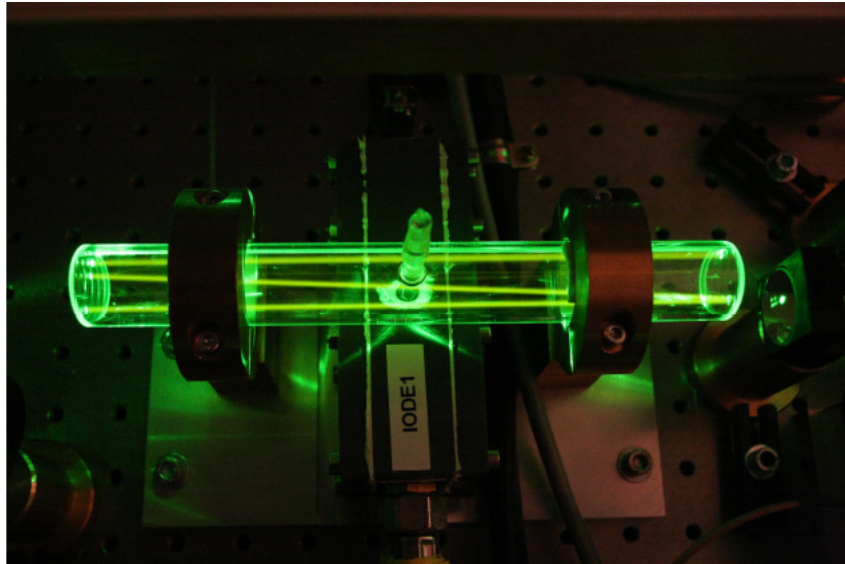


FIGURE 3.2 – Cellule d'iode utilisée dans l'expérience de stabilisation en fréquence laser. Les trois passages du faisceau, absorbé et ré-émis par fluorescence sont clairement visibles.

Afin d'évaluer la performance du système, il est nécessaire de le comparer à une autre référence de fréquence optique. En l'absence de référence optique disponible plus stable que celle-ci, la solution classique est de développer deux systèmes, supposés identiques et indépendants, et de mesurer la différence de fréquence optique entre les deux systèmes. Le spectre de puissance de bruit d'un seul système est alors estimé en prenant la moitié de la PSD de cette mesure.

En conséquence, une partie du faisceau infrarouge de chacun des deux systèmes en tests est combinée pour former une interférence, enregistrée par une photodiode. Compte-tenu de la différence de fréquence imposée aux deux lasers (7,5 MHz pour des AOMs fonctionnant à 80 et 110 MHz), il s'agit d'une interférence hétérodyne, dont on mesure la stabilité de phase.

La figure 3.3 présente une photographie de la table optique avec les deux systèmes de stabilisation laser.

Le spectre de stabilité de fréquence ainsi obtenu est donnée en figure 3.4. L'exigence de stabilité à ce moment du projet LISA était de  $\delta\tilde{\nu} \leq 30 \times \sqrt{1 + \left(\frac{3 \text{ mHz}}{f}\right)^4} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ . La relaxation en-dessous de 3 mHz est liée aux performances des GRS (dont le bruit est dominant dans cette gamme de fréquences), tandis que la valeur de 30 Hz est issue d'une incertitude estimée alors de 27 m sur la longueur de bras de 5 Mkm.

La stabilité obtenue est donc compatible avec les exigences LISA (presque au moment de l'expérience, plus confortablement aujourd'hui). De nombreuses investigations

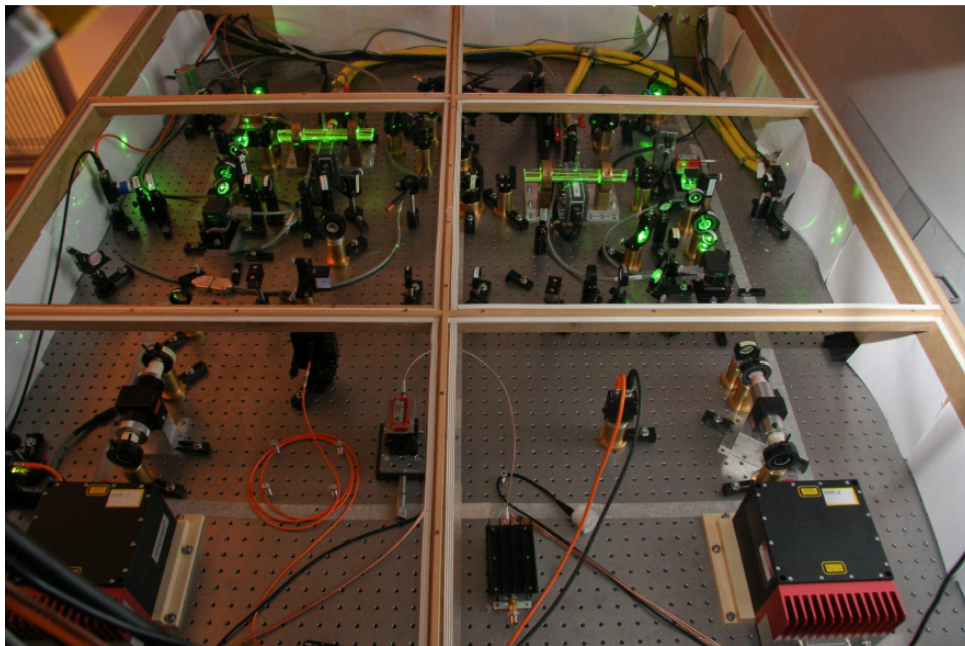


FIGURE 3.3 – Photographie de l'expérience de stabilisation laser avec les deux systèmes identiques côte-à-côte.

ont été menées pour identifier les phénomènes physiques limitant cette performance à basses fréquences. L'explication la plus probable est un couplage entre la sensibilité aux désalignements des faisceaux et la température du système. La figure 3.5 représente une mesure simultanée de la fluctuation de fréquence du battement entre les deux systèmes et la température ambiante.

La corrélation est très forte pendant la première partie de l'expérience (avec un coefficient d'environ  $-2$  kHz/K, soit  $15$  mK pour  $30$  Hz). D'autre part, l'étude de la fluctuation de la fréquence asservie en fonction du dépointage angulaire entre les faisceaux pompe et sonde a montré une dépendance de l'ordre de  $-20$  kHz/mrad. Une explication possible à l'instabilité long terme pourrait donc être un couplage thermo-mécanique de  $0,1$  mrad/K entre alignement des faisceaux et température ambiante (a priori généré par une des montures optiques). L'arrêt de la corrélation sur la figure 3.5 pourrait alors être la conséquence d'un 'blocage' mécanique en dessous d'une certaine température.

La stabilisation en fréquence laser sur la raie moléculaire d'iode semble donc avoir des performances compatibles avec les exigences LISA et apporter en plus l'avantage d'une connaissance de la fréquence exacte du faisceau à quelques kHz près. Le dispositif expérimental est cependant plus complexe que pour une cavité Fabry-Perot (doubleur de fréquence, cellules d'iode, modulateur, ...) et tous ces composants n'ont pas d'héritage spatial, tout au moins dans les mêmes conditions d'utilisation et d'exigence de performance. Comme en parallèle, la démonstration a été faite par GRACE-FO de la possibilité d'avoir les performances de stabilité requises, en environnement spatial, grâce à une cavité Fabry-Perot et un schéma de stabilisation 'classique', celle-ci a été choisie comme technologie 'nominale' pour LISA. La stabilisation laser sur iode reste une solution alternative en



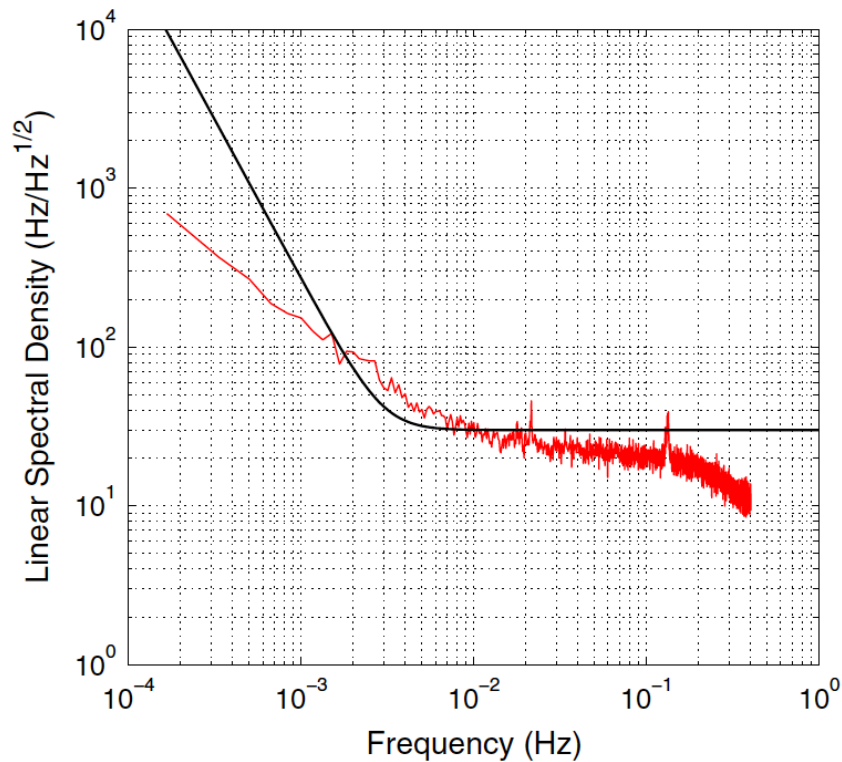


FIGURE 3.4 – ASD de la stabilité conjointe (divisée par  $\sqrt{2}$ ) des systèmes lasers asservis. La courbe noire représente l'exigence de stabilité pour LISA, telle que définie au moment de l'expérience.

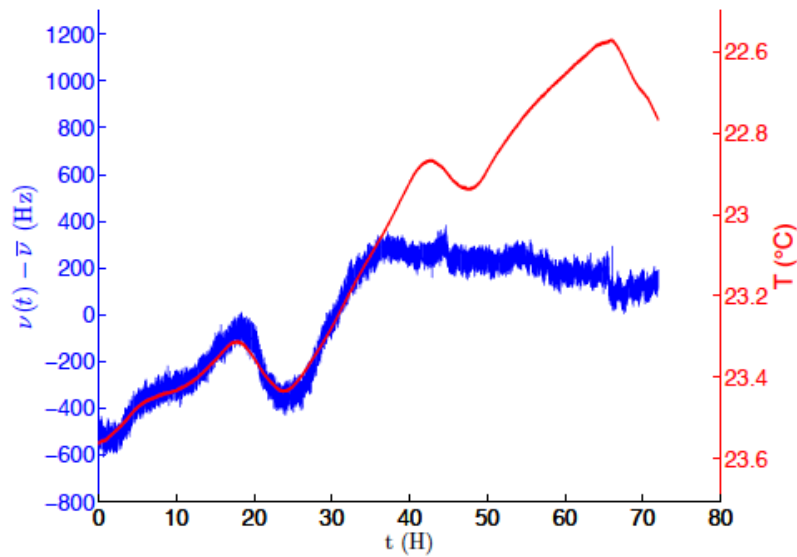


FIGURE 3.5 – Exemple de corrélation de la fréquence asservie (bleu, échelle de gauche) et de la température ambiante (rouge, échelle inversée à droite).

---

cas de problème majeur découvert dans la suite du projet ou la nécessité impérieuse de connaître la fréquence du laser à quelques kHz près.

**3.2.3 Article : *Molecular laser stabilization at low frequencies for the LISA mission*, B. ARGENCE ET AL., 2010**

**Molecular laser stabilization at low frequencies for the LISA mission**

B. Argence, H. Halloin, O. Jeannin, P. Prat, O. Turazza, E. de Vismes, G. Auger, and E. Plagnol  
*APC, Université Paris 7 Denis Diderot, 10, rue Alice Domon et Léonie Duquet, 75205 Paris Cedex 13, France*  
 (Received 14 January 2010; published 27 April 2010)

We have developed a 532 nm iodine stabilized laser system that may be suitable for the LISA mission (Laser Interferometer Space Antenna) or other future spaceborne missions. This system is based on an externally frequency-doubled Nd:YAG laser source and uses the molecular transfer spectroscopy technique for the frequency stabilization. This technique has been optimized for LISA: compactness (less than  $1.1 \times 1.1 \text{ m}^2$ ), vacuum compatibility, ease of use and initialization, minimization of the number of active components (acousto-optic modulators are both used for frequency shifting and phase modulating the pump beam). By locking on the  $a_{10}$  hyperfine component of the R(56)32-0 transition, we find an Allan standard deviation ( $\sigma$ ) of  $3 \times 10^{-14}$  at 1 s and  $\sigma < 2 \times 10^{-14}$  for  $20 \text{ s} \leq \tau \leq 10^3 \text{ s}$ . In terms of linear spectral density, this roughly corresponds to a stability better than  $30 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  between  $10^{-2}$  and 1 Hz with a stability decrease close to  $1/f$  below 10 mHz.

DOI: 10.1103/PhysRevD.81.082002

PACS numbers: 95.55.Sh, 42.62.Eh, 95.55.Ym

**I. INTRODUCTION**

The Laser Interferometer Space Antenna (LISA) mission is a joint spaceborne project of the European Space Agency and the National Aeronautics and Space Administration (ESA-NASA), aiming at detecting gravitational waves in the frequency range  $10^{-4}$ –1 Hz [1]. It consists of three spacecraft in a nearly equilateral configuration orbiting around the Sun, about 20 degrees behind the Earth. The spacecrafts are separated by  $5 \times 10^6 \text{ km}$ , constantly following free-flying masses located at their center.

On each spacecraft, two laser beams are emitted toward the other satellites, resulting in six laser links. These interferometric measurements are used to precisely monitor the distance between the inertial masses and, hence, to detect the tiny variation due to the passage of a gravitational wave. So, the expected performance of LISA relies on two main technical challenges: the ability for the spacecrafts to precisely follow the free-flying masses and an outstanding precision of the phase shift measurement.

The goal of LISA is to detect gravitational deformations as small as  $\Delta L/L \approx 7 \times 10^{-21}/\sqrt{\text{Hz}}$  (i.e., 7 pm per million of km) around 5 mHz. Contrary to a classical Michelson interferometer, the optical signal is obtained from two different laser sources. As a consequence the beam phase noise does not vanish and the relative frequency stability of the lasers must be at the same level as the expected sensitivity ( $\Delta L/L = \Delta\nu/\nu$ ). This requirement is far beyond any standard stabilization technique developed on ground and foreseeable for a future space mission.

Nevertheless, this stability can be achieved for LISA thanks to three successive stabilization stages:

- (i) *Time delay interferometry* (TDI) [2]: While each optical signal is the combination of two laser sources, the frequency noise of each source is also propagating on two laser links. Thus, by correctly combining the interferometric signals, taking into

account the propagation delays (around 16 s between two spacecrafts), it is possible to cancel the laser noises (and, so, recover a “Michelson-like” signal). However, due to the finite precision of the time stamps (drifts of the ultra stable clocks), the application of this method is not perfect and the noise reduction factor is of the order of  $10^8$ .

- (ii) *Arm-locking* [3–5]: In the interesting frequency range of LISA ( $10^{-4}$ –1 Hz), the distance between the free-falling masses is very stable. Consequently, it can be used as a length (i.e., frequency) reference. This technique requires the frequency reference of the prestabilization to be slightly tunable.
- (iii) *Prestabilization*: Even with TDI and arm-locking, the light emitted by the laser sources needs to be very stable, at the level of  $10^{-13}$  in terms of relative frequency change. Up to now, prestabilization on a Fabry-Perot cavity has been considered [6]. However, another prestabilization technique often used in metrology [7–9], based on the use of a hyperfine transition of the iodine molecule as frequency discriminator, may be an interesting way.

**II. PRESTABILIZATION TECHNIQUES FOR LISA**

The Fabry-Perot (FP) prestabilization technique is based on a fixed-length, ultra stable optical resonator. It was proved to meet the LISA requirement in terms of intrinsic frequency stability [6] by means of the well-known Pound-Drever-Hall stabilization method. Its tunability has been recently demonstrated using an additional electro-optic modulator and sideband locking [10].

Nevertheless, some limitations can be identified with this technique. First, the performance of the FP cavity is very sensitive to mechanical but mainly thermal disturbance. For example, the thermal stability of the tanks housing the cavities must be of the order of  $10 \mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$  at 1 mHz. Over very long time ranges (days), they can even

exhibit frequency drifts of many megahertz [11,12]. Additionally, they do not provide an absolute frequency reference. When two lasers are stabilized on two independent cavities, the smallest beat note frequency can still be up to half of the free spectral range. Consequently, this beat frequency can be outside of the bandwidth of the photodiode (typically 100 MHz). It will therefore be necessary to scan the frequency of one of the systems to get the correct locking point. Finally, the performance of the arm-locking algorithm can be increased with the precise knowledge of the Doppler frequency shift (consequence of the relative drift of one spacecraft with respect to another one) [13].

The work presented here proposes an interesting alternate technique, based on molecular spectroscopy, that can circumvent these issues. It offers the required performance with very good long-term stability (fixed frequency reference) though the reference can be slightly tuned to account for arm-locking. The knowledge of the Doppler shift is therefore directly measured from the beat frequency. With a reasonably simple setup, the repeatability of the locking frequency has a long-term drift of about a few kilohertz or less. Therefore, a beat frequency well within the detector bandwidth will immediately be obtained while mixing two molecular stabilized lasers. The position of a molecular transition is also much less sensitive to thermal perturbations than a cavity, the constraints being typically relaxed by about 3 orders of magnitudes.

### III. EXPERIMENTAL SETUP

Using hyperfine transitions to stabilize a laser is common in metrology (see [14] and references therein). Our experimental setup drew inspiration from the work done at

the Observatoire de la Côte d'Azur [15]. This system has to both meet the spatial constraints (simplicity, compactness, minimizing the consumption of energy) and achieve frequency-stability performance comparable to those obtained in metrology.

In order to perform a precise analysis of the frequency stability of our iodine stabilized laser, we decided to build two identical systems allowing frequency comparisons. Indeed, the stability of the systems is determined by the measurement of the joint performance. The experimental setup of one of our systems can be seen in Fig. 1. We use commercial, nonplanar ring oscillator (NPRO) Nd:YAG lasers that produce about 1 W light power at 1064 nm. These Nd:YAG lasers present many advantages: they have a good intrinsic power and frequency stability (some MHz/s) and a relatively good tolerance to optical feedback. The long time-scale fluctuations can be corrected by changing the laser crystal temperature and the short ones by squeezing the YAG crystal. Lasers, with similar characteristics, suitable for the LISA mission have already been investigated [16] and are actually, to our knowledge, in technology readiness level (TRL) 4–6 [17].

Unfortunately, there is no known strong molecular resonance to lock the lasers around 1064 nm. However, iodine provides strong, narrow hyperfine transitions around 532 nm corresponding to the second harmonic of Nd:YAG laser. These transitions have been widely used at the laboratory as frequency or length references [8]. And previous experiments using iodine stabilization for LISA have already been done [15,18], and showed promising results.

The frequency of the laser is then doubled with a single pass through a nonlinear crystal of PP:MgLN0, i.e. a

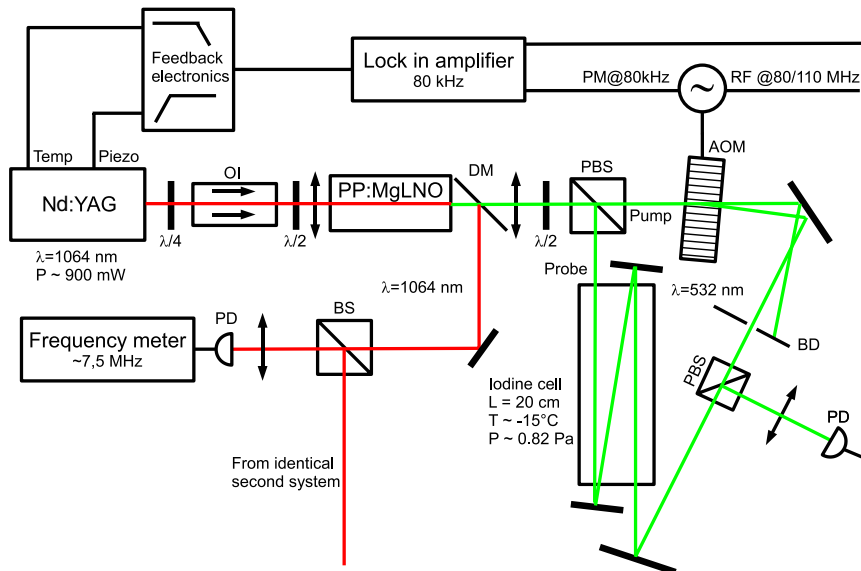


FIG. 1 (color online). Experimental layout of the iodine laser stabilization. OI: optical isolator, DM: dichroic mirror, BS: beam splitter, PBS: polarization beam splitter, AOM: acousto-optic modulator, PD: photodiode, BD: beam dump, PM: phase modulation, and RF: radio frequency.

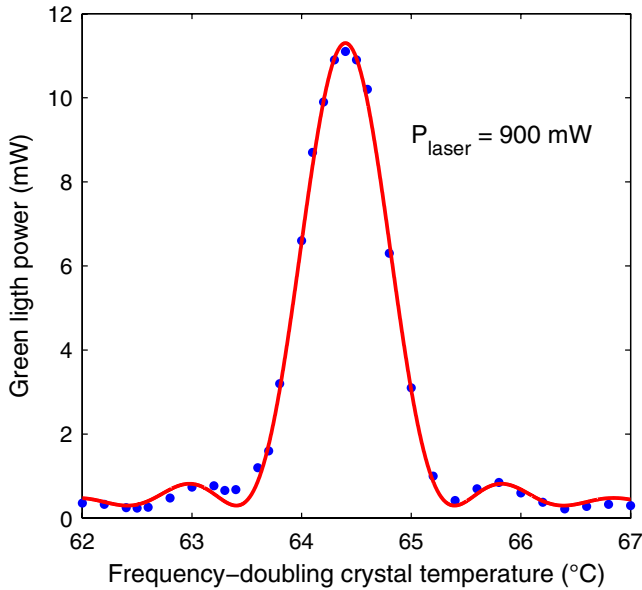


FIG. 2 (color online). Green power evolution versus frequency-doubling crystal temperature. Dots correspond to measured values. Solid curve corresponds to the best fit.

periodically poled crystal of lithium nickel oxide doped by manganese ions. This material had been chosen because of its good efficiency and tolerance to high power density and space radiations [18]. The crystals are parallel-piped; the dimensions are  $3 \times 0.5 \times 20 \text{ mm}^3$ .

These crystals are put in an oven and their temperature stabilized at around  $65 \pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$  (depending on the crystals). Figure 2 shows the output power of green light versus the oven temperature of one of the doubling crystals. Clearly, the frequency-doubling crystal efficiency is really dependent on the crystal temperature. The relation may be fitted by a  $\text{sinc}^2$  law:

$$P_{(T)} = a \text{sinc}^2[2\pi b(T - c)] + d,$$

where  $T$  is the crystal temperature,  $P_{(T)}$  the green power, and  $a, b, c, d$  parameters:

- $a = 11.0 \pm 0.2 \text{ mW}$  (maximum power),
- $b = 0.160 \pm 0.004 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  (FWHM/ $2\pi$ , which is correlated to the crystal length),
- $c = 64.40 \pm 0.01 \text{ }^\circ\text{C}$  (average temperature), and
- $d = 0.3 \pm 0.1 \text{ mW}$  (power offset).

Consequently, electronic developments have been made to stabilize the temperature at a level of  $0.01 \text{ }^\circ\text{C}$ . The temperature of the crystals are then stabilized at  $65 \pm 1 \pm 0.01 \text{ }^\circ\text{C}$  (1 corresponding to the systematic bias and  $0.01$  to the  $1\sigma$  systematic deviation). For an input power of  $900 \text{ mW}$ , about  $11 \text{ mW}$  of green light (at  $532 \text{ nm}$ ) is produced. All the input IR power not converted into green light corresponds to the useful beam for LISA.

A dichroic mirror is then used to separate the two wavelengths. The infrared parts of the two systems are then

recombined with a beam splitter and sent to a fibered photodiode. The frequency noise of the beat is assumed to be the (quadratic) sum of the frequency noises of each of the systems. The frequency value of the beat is between  $7$  and  $9 \text{ MHz}$ , depending on the value of the frequency shifts.

The green beam is divided in two nonequivalent power parts: the pump beam (about  $4\text{--}5 \text{ mW}$ ) and the probe beam ( $0.2\text{--}0.3 \text{ mW}$ ). Both beams counterpropagate within the iodine cell. This configuration allows one to get rid of the Doppler broadening effect due to the thermal movements of the molecules. This technique, called saturation spectroscopy, is commonly used in metrology to lock lasers on an hyperfine (rotovibrational) line [19]. One of these beams (the pump) is strong enough to “saturate” the line (i.e., a large part of the molecules on its path are in an excited state). The other beam (the probe), of much weaker intensity, is used to scan the absorption profile. The molecules that have already been excited by the pump beam cannot absorb the probe beam and then cause a dip in the absorption profile. With the two beams being of the same wavelength (or shifted by a constant value, see below), only molecules with a given velocity (projected on the light path) are simultaneously saturated by the pump and scanned by the probe beams.

The pump beam is frequency shifted and frequency modulated by an acousto-optic modulator (AOM). The method used here is modulation transfer spectroscopy (MTS), which already demonstrated very good results on similar experiments [7]. The modulation frequency is at  $80 \text{ kHz}$  with a frequency shift of about  $80 \text{ MHz}$  (system 1) and  $110 \text{ MHz}$  (system 2). The modulation depth is equal to  $400 \text{ kHz}$ , i.e. a modulation index of  $5$ . As the central frequency of the probe beam differs from that of the pump beam, the locking position is translated by half of the offset (i.e.,  $40$  and  $55 \text{ MHz}$ ). Since the carrier frequency of an AOM can be tuned up to about  $20\%$  of its central value, the locked frequency can be tuned to accommodate the arm-locking requirements. Similar AOMs have already been space qualified for Pharo mission [20], another alternative would be to use the AOMs from LISA Pathfinder, also already space qualified with slightly different technologies [21].

By four waves mixing [22], the modulation is transferred to the probe beam. The carrier sideband interference produces a beat on the probe beam whose amplitude is roughly proportional to the derivative of the line profile and can then be used as an error signal for the feedback electronics. One of the main advantages of the MTS technique is that it is insensitive, at first order, to the residual amplitude noise of the pump (as long as it saturates the molecules) that could be induced by the modulation process. However, we found that the efficiency of the AOMs could change widely, correlated with room temperature, at a level such that the saturation is no longer steady. Consequently, we decided to actively control the pump power by regulating the radio frequency (RF) power fed to the AOM. With this

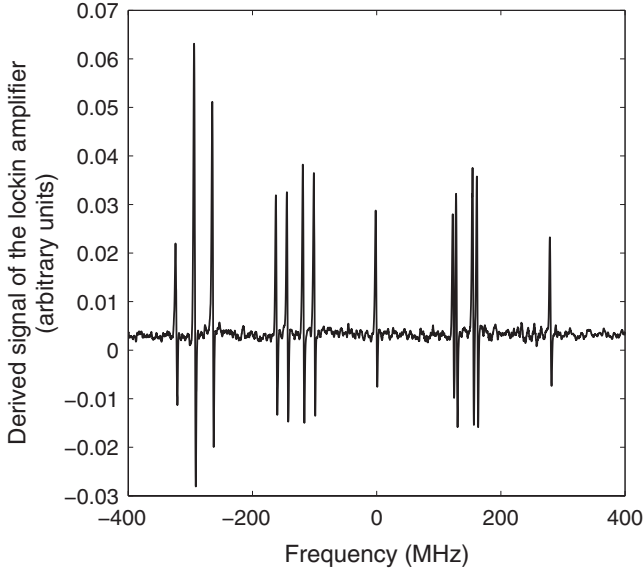


FIG. 3. Rough measurement of the  $I_2$  hyperfine transitions of the R(56)32-0 line from  $a_2$  to  $a_{15}$  centered at  $a_{10}$ .

control, the relative stability of power is about  $10^{-5}$  at low frequency (below a few hundred Hertz).

We chose to lock on the  $a_{10}$  R(56)32-0 line, which is intrinsically narrow, strong, and sufficiently isolated from other lines. This transition has often been used as a frequency reference and provides very good frequency-stability results over the long time scale, especially beyond 100 s [7–9]. And as can be seen on Fig. 3, its identification is easy even with a free running (i.e., not stabilized) laser. The line width (full width at half maximum of a Lorentzian) is measured at about  $800 \pm 40$  kHz.

The iodine cells have been provided by the Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). They are 20 cm long, 25 mm in diameter. Each beam is folded three times in the cell, increasing the effective interaction length to 60 cm. The cold finger of the cells is thermally stabilized at around  $-15 \pm 1 \pm 0.01$  °C in order to control the pressure inside the cell that itself affects the line width of iodine. A low pressure induces low absorption (hence low signal and signal-to-noise ratio) whereas high pressure broadens the line and decreases the stability. The iodine pressure is then regulated at  $0.82 \pm 0.09 \pm 0.001$  Pa.

After demodulation with a lock-in amplifier, the error signal is fed through the feedback electronics, acting on the temperature and piezoelectric actuator of the laser crystal. The temperature is used for correction on long time scales (below about 70 mHz), whereas the piezoelectric actuator handles higher frequencies, up to about 1 kHz.

## IV. RESULTS

### A. Frequency stability

Figure 4 shows a typical evolution of the beat frequency when both lasers are locked on the R(56)32-0:  $a_{10}$  transi-

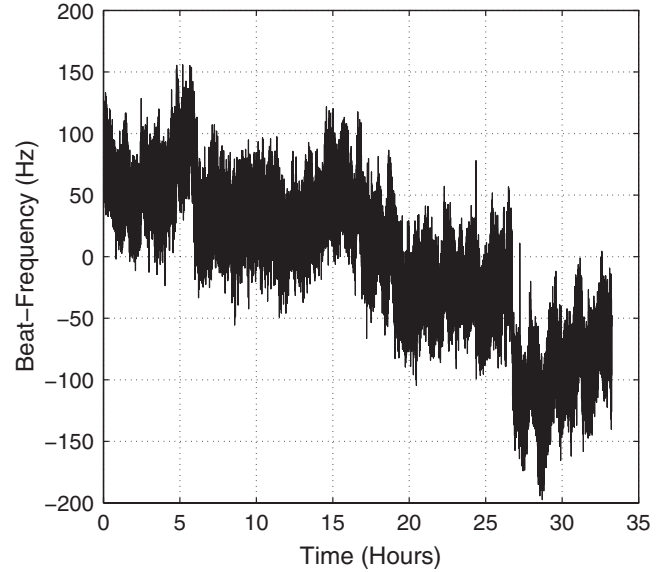


FIG. 4. Time evolution of the beat frequency.

tion. The frequency drift on 1064 nm is about 200 Hz over more than 30 hours once the systems have had time to stabilize.

Assuming that the two stabilization setups are independent and have the same performance, the power spectrum of the infrared beat is twice the power spectrum of one system: the variance of two independent systems is equal to the sum of the variance of each system. To calculate the power spectrum, we used the pwelch function of MATLAB based on Welch's method which allows averaging the periodogram, a reduction of the noise in the estimated power spectra in exchange of reducing the frequency resolution. The temporal data are first resampled with a step corresponding to the average of the difference between two successive samples ( $\sim 1.2$  s). The signal is split into segments of equal length, a periodogram is calculated for each segment, and an averaging of these periodograms is achieved. The estimated linear spectral density for a single laser is plotted in Fig. 5. The solid line corresponds to the laser stability requirements fixed for the LISA mission and therefore our objectives of frequency stability. Thus the frequency noise in terms of linear spectral density has to be below  $30 \cdot \sqrt{1 + (\frac{3 \text{ mHz}}{f})^4}$  Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$  between  $10^{-4}$  and 1 Hz.

The improvements over our previous system [23] are mainly due to three factors: better temperature stability of the doubling crystals, more precise alignment of the counterpropagating beams into the cell, and a power control of the pump beams.

Above 10 mHz, the spectrum is roughly flat, below our objective of  $30 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ , with a slight tendency to decrease toward  $10 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  at higher frequencies. Below 10 mHz, the frequency noise rises as  $1/f^\beta$  with  $\beta \approx 0.9$ , which is relatively close to the frequency random walk

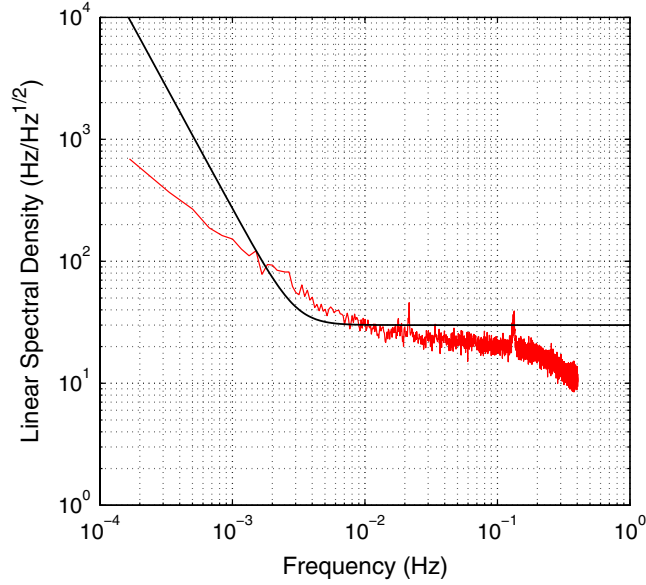


FIG. 5 (color online). Frequency stability of one system. The data used to calculate this linear spectral density are those presented in Fig. 4. The solid curve corresponds to our objective (see text for details).

( $\beta = 1$ ). The presence of peaks near to 20 and 140 mHz is not yet really explained. The first, at 20 mHz, seems to be correlated with fluctuations of the room temperature, but we do not have any explanation for the second for the moment. Furthermore, these peaks are not always present for similar experimental conditions. They can shift to slightly different frequencies or even disappear.

### B. Frequency shifts and offsets

We measured the frequency shift induced by temperature fluctuations of the cold finger of the cells. We found a strong correlation between the frequency shift and the angle between the probe and the pump beams. This may be linked to the pressure dependence of the asymmetry of the line shape induced by wave front curvature as explained in [26]. Figure 6 shows the evolution of the frequency shift induced by pressure fluctuations versus the angle pump/probe. For an ideal overlapping of the two beams, the frequency shift induced by pressure fluctuations is of the order of 1.8 kHz/Pa. This value is consistent with other experiments (see Table I) but the sign is opposite. At  $\pm 1$  mrad of the ideal overlapping position, the variation of this coefficient versus the angle can be approximated by a linear fit with a slope of  $9.35 \pm 1.06$  ( $2\text{-}\sigma$  systematic deviation) kHz/(Pa mrad). Considering all the data, a parabolic fit is more appropriate; the fitted values are  $3.21 \pm 0.49$  kHz/(Pa mrad<sup>2</sup>),  $9.22 \pm 0.50$  kHz/(Pa mrad), and  $0.93 \pm 0.60$  kHz/Pa respectively for  $a$ ,  $b$ , and  $c$  coefficients of the equation  $ax^2 + bx + c$ .

We also measured the frequency shift versus the angle between the two counterpropagating beams at constant

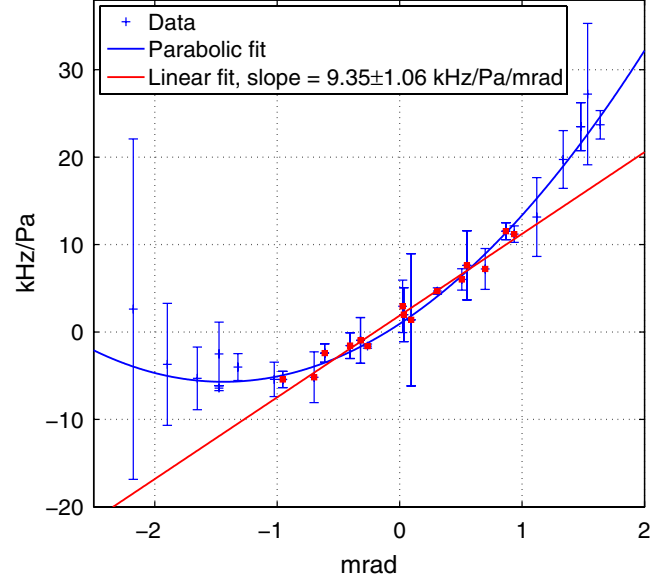


FIG. 6 (color online). Frequency shift induced by temperature fluctuations of the cold finger of the cell versus the angle between the pump and the probe beams. The zero angle corresponds to the ideal counterpropagation of the beams. The upper (blue) curve corresponds to a parabolic fit on all data and the lower (red) curve to a linear fit on data included in the  $\pm 1$  mrad interval.

pressure. We find a slope of about  $-20$  kHz/mrad. This shift may be correlated with the line dissymmetry when the two beams are not perfectly overlapping. Indeed, wave front curvature introduces a shift of the center and a profile asymmetry of the line shape [26]. Moreover, an angular dependence of intensity and line shape of phase-conjugate emission in theory of degenerate four-wave mixing have already been demonstrated [27].

Another interesting frequency shift is the one induced by pump power fluctuations. We find a slope of about  $-1.7$  kHz/mW, that can be compared to those obtained by the three previous experiments (see third column, Table I). As explained in [7] and [24], the value and sign of the slope is probably linked to beam diameter and wave front curvature.

TABLE I. Frequency shifts due to iodine pressure shift (column 2) and pump power shift (column 3) for this work and similar experiments (column 1).

	Frequency shifts induced by	
	Iodine pressure shift (kHz/Pa)	Pump power shift (kHz/mW)
Reference [24]	-1.3	-2.1
Reference [7]	-3.2	-2
Reference [25]	-2.7	<0.22
This work	1.8	-1.7

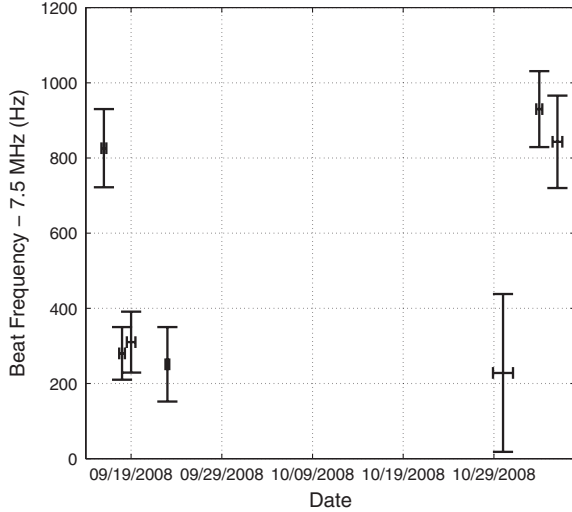


FIG. 7. Evolution of the mean frequency beat. Y-error bars correspond to the standard deviation of the beat frequency measurement and X-error bars to the acquisition period (between half a day and two days).

We also tested the reproducibility of the experiment; the results can be seen in Fig. 7. For the same experimental conditions, the mean beat frequency changes less than 600 Hz over a period exceeding one month. And the frequency offset between the two lasers is below 1 kHz, when the same adjustments were made on both systems. As already seen in [24]’s experiment, a systematic offset still exists, maybe due to different wave front curvatures inside the cell for the two systems and systematic effects (offsets) in electronics.

### C. Comparison with other experiments

Until recently, Hall and his colleagues held, to our knowledge, the best frequency stability results using iodine molecules at 532 nm (see [7] and [24]). The first main difference with our system is the cell length: they used a single pass 1.2 m long cell. The second is the presence of two active components to drive the frequency and the phase of the pump beam. An AOM was used to frequency shift the pump beam and an electro-optic modulator (EOM) to modulate the phase.

Another interesting experiment is the one of [25]. They hold the best global results in terms of frequency stability using iodine in the  $10^{-4}$ –1 Hz frequency range. As in the Hall experiment, they use an AOM to frequency shift the pump beam and an EOM to phase modulate. They also introduced an active temperature feedback control of the residual amplitude modulation of the EOM. The cell used is 45 cm long that, with four passes inside, increases the interaction length up to 1.8 m.

To compare our stability to those obtained by [7] and [25], we used the Allan standard deviation. The Allan deviation is defined as the square root of the Allan variance

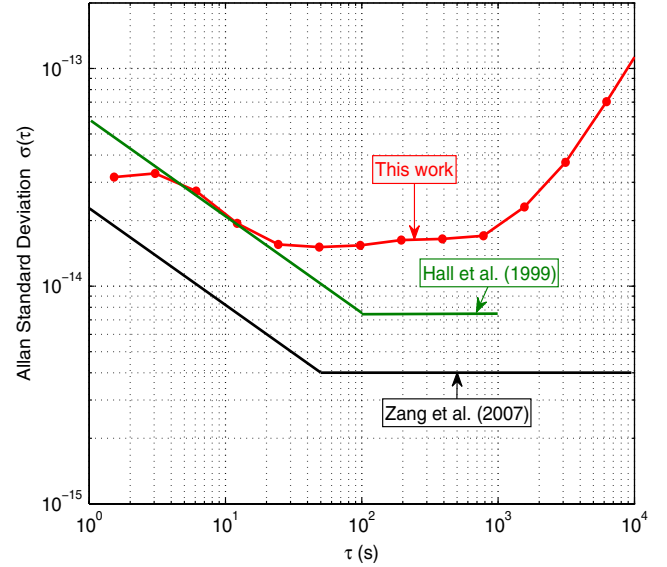


FIG. 8 (color online). Allan standard deviation of our system compared to those obtained by Hall *et al.* [7] and Zang *et al.* [25].

given in the following equation:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_{n+1} - \bar{y}_n)^2 \rangle,$$

where  $\bar{y}_n$  is the average normalized frequency deviations taken over the sample period  $n$  and  $\tau$  the duration per sample period. Figure 8 represents the Allan standard deviation of our measurement compared to those obtained by the two other experiments, [7] and [25].

The data show a  $3 \times 10^{-14}$  stability at 1 s. Between a few seconds and about 20 s, the results follow a slope of  $\tau^{-1/2}$ , where  $\tau$  is the averaging time. This corresponds to a white frequency noise. From 20 s to about 800 s, the Allan deviation is relatively flat with a value of about  $1.5 \times 10^{-14}$ . Beyond 800–1000 s, the stability decreases following a slope very close to  $\tau$ , probably corresponding to a frequency random walk (as the slope of  $1/f$  in linear spectral density).

We get similar results of stability to [7] between 1 s and about 20 s. Our results are even better on the short time scales (below some seconds). However, after 20 s, [7]’s stability keeps improving until 100 s before reaching a plateau. They obtain a  $7 \times 10^{-15}$  stability between 100 and 1000 s which is twice as good as the stability of our plateau.

The stability results of [25] are even better. For the short time scales, they obtain a  $2.3 \times 10^{-14}$  stability at 1 s. Then, as for [7] and our experiment, the stability follows  $\tau^{-1/2}$  slope, but from 50 s, when the plateau is reached, the stability is around  $4 \times 10^{-15}$  until  $10^4$  s. Tests with no temperature feedback of the EOM show that the stability begins to decrease from 100 s to reach  $2 \times 10^{-14}$  stability



at  $10^4$  s. Without the use of this active feedback loop to control the residual amplitude modulation (RAM), the frequency shift induced by the EOM is about  $-1.2$  kHz/K. By comparison, the AOMs are much less sensitive to room temperature fluctuations. In our experiment, changing the temperature of the AOM does not show significant effect on the frequency stability as long as the pump power is stabilized. It is difficult to exactly know the temperature of the crystal, but the frequency shift induced by heating the box of the AOM is in order of 50 Hz/K.

However, we sometimes noticed a strong correlation of the laser stability with room temperature, in order of a few kHz/K. This correlation is still misunderstood; its origin remains under investigation.

## V. CONCLUSION

We realized a simple, compact and efficient frequency-stabilized system based on the lock on a molecular transition of iodine. This experiment was not designed to compete with the best stability results obtained in metrology but to be compatible with space requirements. Contrary to previous experiments, we use an acousto-optic modulator for both frequency shifting and modulating the pump beam. The iodine cell is only 20 cm long and that

constrains the interaction length to 60 cm (three passes). These choices have been made to keep the system as simple as possible for space applications. All the components, except the iodine cell and the doubling crystals, have already been space qualified and the size of the system  $1.1 \times 1.1$  m<sup>2</sup> can be further reduced.

We obtained good results, except for long time scales where we are certainly limited by the thermal environment. The forthcoming move to a temperature-stabilized clean room should improve our stability performance in this frequency range. However, these results are already compatible with the LISA frequency-stability requirements and although our primary goal was to develop a simple and robust experiment, our results are comparable to those obtained in metrology and are promising for space application.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors thank A. Brillet from the Observatoire de la Côte d'Azur and O. Acef from the Observatoire de Paris for helpful discussions and involvement. We acknowledge the French Space Agency (C.N.E.S.) for technical and financial support of this work, and especially J. Berthon and L. Mondin for their encouragement.

- 
- [1] K. Danzmann, *Adv. Space Res.* **25**, 1129 (2000).
  - [2] M. Tinto, D. A. Shaddock, J. Sylvestre, and J. W. Armstrong, *Phys. Rev. D* **67**, 122003 (2003).
  - [3] B. S. Sheard, M. B. Gray, D. E. McClelland, and D. A. Shaddock, *Phys. Lett. A* **320**, 9 (2003).
  - [4] J. Sylvestre, *Phys. Rev. D* **70**, 102002 (2004).
  - [5] M. Tinto and M. Rakhmanov, arXiv:gr-qc/0408076.
  - [6] N. Jedrich, W. Klipstein, J. Livas, P. Maghami, S. Merkowitz, M. Sallusti, D. Shaddock, S. Vitale, W. Weber, and J. Ziemer, "LISA Technology Status Report," ESA-NASA, 2006 (unpublished).
  - [7] J. L. Hall, L.-S. Ma, M. Taubman, B. Tiemann, F. Hong, O. Pfister, and J. Ye, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **48**, 583 (1999).
  - [8] S. Picard, L. Robertsson, L.-S. Ma, Y. Millerioux, P. Juncar, J.-P. Wallerand, P. Balling, P. Kren, K. Nyholm, M. Merimaa, T. Ahola, and F.-L. Hong, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **52**, 236 (2003).
  - [9] J. Ye, L. Robertsson, S. Picard, M. Long-Sheng, and J. Hall, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **48**, 544 (1999).
  - [10] J. C. Livas, J. I. Thorpe, K. Numata, S. Mitryk, G. Mueller, and V. Wand, *Classical Quantum Gravity* **26**, 094016 (2009).
  - [11] P. W. McNamara, H. Ward, and J. Hough, *Adv. Space Res.* **25**, 1137 (2000).
  - [12] V. Leonhardt and J. B. Camp, in *Proceedings of the Sixth Edoardo AMALDI Conference on Gravitational Waves, Okinawa, Japan, 2005*, <http://tamago.mtk.nao.ac.jp/amaldi6/poster.html>.
  - [13] K. McKenzie, R. E. Spero, and D. A. Shaddock, *Phys. Rev. D* **80**, 102003 (2009).
  - [14] S. Picard, L. Robertsson, L. Ma, K. Nyholm, M. Merimaa, T. E. Ahola, P. Balling, P. Kren, and J.-P. Wallerand, *Appl. Opt.* **42**, 1019 (2003).
  - [15] L. Mondin, Ph.D. thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2005.
  - [16] M. Tröbs, S. Barke, J. Mbius, M. Engelbrecht, D. Kracht, L. d'Arcio, G. Heinzl, and K. Danzmann, *J. Phys. Conf. Ser.* **154**, 012016 (2009).
  - [17] R. Stebbins *et al.*, "Laser Interferometer Space Antenna (LISA), Space Response," Astro2010 RFI #2 2009, [http://lisa.gsfc.nasa.gov/Documentation/Astro2010\\_RFI2\\_LISA.pdf](http://lisa.gsfc.nasa.gov/Documentation/Astro2010_RFI2_LISA.pdf).
  - [18] V. Leonhardt and J. B. Camp, *Appl. Opt.* **45**, 4142 (2006).
  - [19] W. Demtroder, in *Laser Spectroscopy*, edited by S.-V. B. Heidelberg (Springer-Verlag, Berlin, 2003), 3rd ed..
  - [20] P. Lemonde (private communication).
  - [21] P. Prat (private communication).
  - [22] R. K. Raj, D. Bloch, J. J. Snyder, G. Camy, and M. Ducloy, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 1251 (1980).
  - [23] H. Halloin, O. Acef, B. Argence, O. Jeannin, P. Prat, O. Turazza, E. de Vismes, G. Auger, E. Plagnol, A. Brillet, L. Mondin, and J. Berthon, in *International Conference on*

B. ARGENCE *et al.*

*Space Optics, Toulouse, France, 2008*, [http://www.icsconference2008.com/cd/page\\_30sessions.pdf](http://www.icsconference2008.com/cd/page_30sessions.pdf).

- [24] M. L. Eickhoff and J. L. Hall, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **44**, 155 (1995).  
[25] E. J. Zang, J. P. Cao, Y. Li, C. Y. Li, Y. K. Deng, and C. Q.

PHYSICAL REVIEW D **81**, 082002 (2010)

Gao, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **56**, 673 (2007).

- [26] C. J. Bordé, J. L. Hall, C. V. Kunasz, and D. G. Hummer, *Phys. Rev. A* **14**, 236 (1976).  
[27] M. Ducloy and D. Bloch, *J. Phys. (Paris)* **42**, 711 (1981).

## 3.3 D'autres vibrations : lecture optique pour sismométrie planétaire

### 3.3.1 L'intérêt pour les sciences planétaires

Une des particularités de LISA est de faire une métrologie très stable (au niveau du  $\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), sur des périodes de temps de plusieurs heures. Ce domaine de fréquence est peu étudié en métrologie 'classique', où on recherche soit la stabilité de la mesure à des fréquences supérieures à 0,1 Hz typiquement, soit la précision ou l'exactitude nécessitant la reproductibilité de la mesure sur des périodes beaucoup plus longues (mois, années).

Les ondes gravitationnelles ne sont cependant pas le seul domaine où une très bonne stabilité autour de quelques dizaines de mHz est requise. La sismologie planétaire (i.e. la mesure in-situ des vibrations sismiques sur d'autres planètes que la Terre) exprime un besoin similaire. Par exemple, l'instrument Insight's Seismic Experiment for Internal Structure of Mars (SEIS), développé par l'IPGP et actuellement sur Mars avec la sonde InSight, enregistre les éventuelles vibrations du sol martien entre 10 mHz et 10 Hz [Lognonné *et al.*, 2019]. Sans rentrer dans les détails techniques, les sismomètres Very broad Band (VBB) constituant SEIS fonctionnent sur le principe d'un pendule inversé (le centre de masse est au-dessus du point de pivot), ce qui lui permet d'avoir des fréquences de résonance particulièrement basses<sup>1</sup> (cf. figure 3.6). La mesure de la position de la masse oscillante par rapport au bâti (supposé solidaire du sol martien) est effectuée par des capteurs capacimétriques. Cette mesure atteint aujourd'hui ses limites, liées aux stabilités mécaniques et électroniques, avec un bruit de déplacement équivalent à  $4 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Pour la prochaine génération de sismomètres planétaires, une réduction du bruit d'un facteur 100 semble aujourd'hui nécessaire. L'utilisation d'un système optique - interférométrique - de lecture pourrait en théorie atteindre ce niveau de sensibilité. Une fois mis au point, un tel système pourrait avoir l'avantage d'être relativement simple à mettre en oeuvre et de séparer physiquement la partie 'optique' effectuant la mesure, de la partie 'électronique' assurant sa lecture, le lien entre les deux s'effectuant par fibre optique. Cette séparation devrait permettre une meilleure régulation thermique à proximité immédiate du sismomètre et également minimiser les couplages - p.ex. magnétiques - avec les dispositifs électroniques.

Avec le soutien du LabEx UnivEarthS, une collaboration s'est mise en place avec l'IPGP afin d'évaluer la pertinence et la faisabilité d'un dispositif de lecture optique pour les futures générations de sismomètres planétaires, post-VBB. Cette collaboration s'est concrétisée par la thèse, en co-encadrement, de Mlle Lucile Fayon [Fayon, 2018].

Nous donnons donc ici uniquement les grandes lignes du dimensionnement de cette expérience et des premières mesures en laboratoire.

### 3.3.2 Dimensionnement de l'instrument

Comme on l'a vu dans la section précédente, un des moyens les plus précis pour stabiliser la fréquence d'un laser est d'utiliser une cavité Fabry-Perot. Le lien entre instabilité de

<sup>1</sup>Remarque : le même principe de pendule inversé (en plus grand...) est utilisé dans les super-atténuateurs de VIRGO pour s'affranchir des bruits sismiques

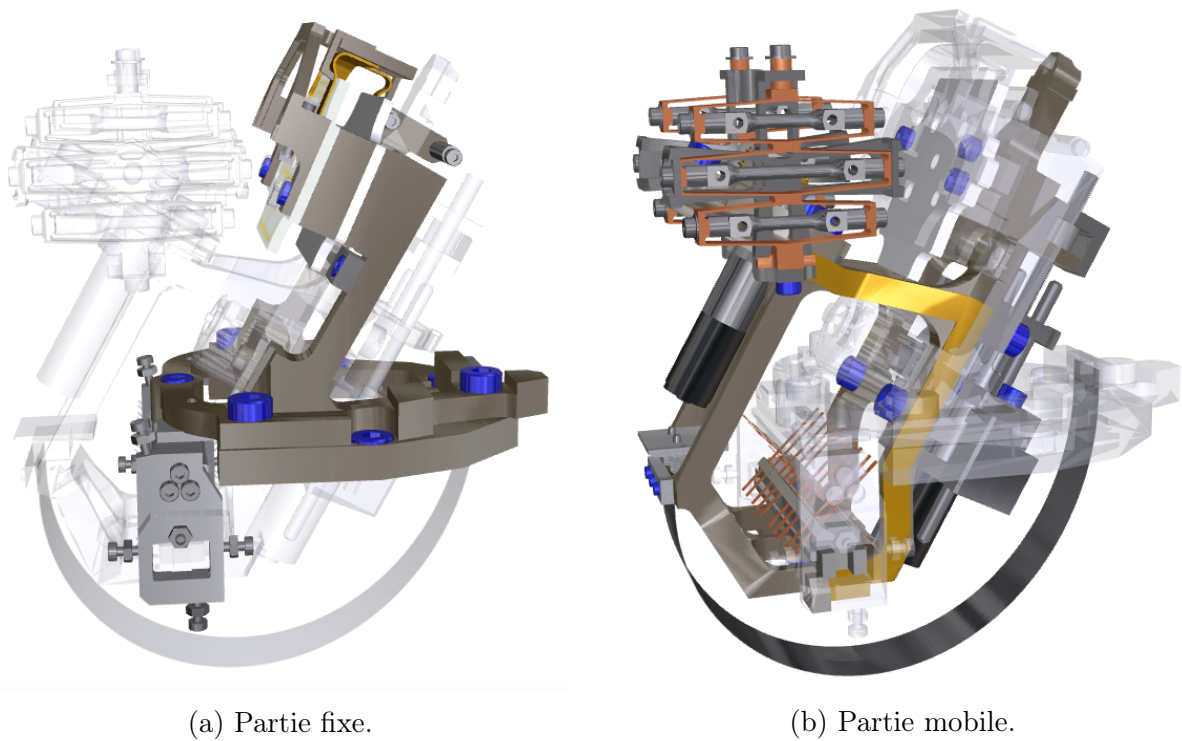


FIGURE 3.6 – Vues des parties fixes et mobiles des sismomètres **VBB** à bord de l'instrument **SEIS**. Copyright : **IPGP**.

longueur de la cavité et instabilité de fréquence est donnée immédiatement par :

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{\delta L}{L} \quad (3.6)$$

Cette équation suffit pour comprendre que pour un bruit de longueur donné  $\delta L$  (supposé indépendant de la longueur  $L$ , ce qui n'est qu'approximativement vrai), alors il est préférable d'avoir une cavité aussi grande que possible pour obtenir la meilleure stabilité de fréquence. Réciproquement, au lieu d'utiliser le signal d'erreur de la méthode PDH pour asservir la fréquence du laser, on peut l'utiliser comme information sur la fluctuation  $\delta L$ , auquel cas il est préférable d'avoir la plus petite cavité possible pour être aussi insensible que possible aux fluctuations de fréquence ( $\delta\nu$ ) du laser. L'idée du montage proposé est donc de réaliser une cavité résonante formée d'un miroir plan et d'un miroir concave, dont le miroir plan serait solidaire du bras mobile et le miroir concave solidaire de la partie fixe.

Plusieurs critères techniques imposent une limite inférieure à la taille d'une telle cavité, en particulier dans le cadre d'un prototype 'de laboratoire' :

- L'usinabilité de la monture par des moyens traditionnels
- La disponibilité de composants optiques standards respectant les conditions de stabilité de la cavité
- L'intervalle spectral libre, qui augmente en raison inverse de  $L$  et doit rester accessible à des générateurs radio-fréquences 'standard'.

In fine, le compromis choisi a conduit à une longueur de cavité de 20 mm - 21,8 mm dans le prototype finalement réalisé -, soit un intervalle spectral libre de 6,9 GHz et une conversion fréquence / longueur de  $\delta\nu/\delta L \approx -9$  MHz/nm (soit 360 Hz pour 40 fm).

Le choix de la finesse de la cavité, i.e le choix de la réflectivité des deux miroirs, est lié à un compromis entre la performance métrologique (plus la finesse, et donc la durée de vie des photons dans la cavité, est importante, plus le signal d'erreur est pentu) et la sensibilité du système à l'alignement du faisceau (plus la finesse est importante, plus l'alignement des deux miroirs doit être bon). Des simulations numériques ont montré qu'une finesse de 21 (soit des réflectivités de 85%) était suffisante pour obtenir un bruit de mesure inférieur à  $1 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$ , tout en acceptant un désalignement de  $\pm 3$  arcmin. On en déduit alors une largeur à mi-hauteur des pics de  $\Delta\nu_{1/2} = 328$  MHz (les miroirs ayant une réflectivité mesurée de 85,13%).

Les derniers paramètres nécessaires pour calculer la réponse de la cavité (et de son système de mesure PDH) à une fluctuation de longueur et/ou de fréquence sont la fréquence de modulation de phase (80 MHz), sa profondeur (0,5 rad) et la puissance du faisceau incident (0,89 mW). Les sensibilités aux fluctuations de fréquence et longueurs sont alors (voir [Black, 2001] et [Fayon, 2018] pour un détail des équations menant à ces valeurs) :

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon}{\delta L} &\approx 1.8 \times 10^{-2} \text{ mW/nm} \\ \frac{\epsilon}{\delta\nu} &\approx 2 \times 10^{-3} \text{ mW/MHz} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Le bruit fondamental le plus immédiat est le bruit de photons, dont la limite quantique classique, pour un faisceau incident de 0,89 mW, nous donne  $\delta P \approx 5 \times 10^{-9} \text{ mW}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

En ne considérant que cette source de bruit, la cavité Fabry-Perot ainsi définie permettrait donc en théorie d'obtenir un plancher de bruit de  $\approx 1,4 \times 10^{-4} \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ , soit bien en deçà de la spécification. A ce niveau de précision, le bruit de photons n'est cependant pas le seul bruit fondamental. Il faut également prendre en compte différents bruits browniens dûs :

- à l'agitation thermodynamique de la monture de la cavité et des substrats des miroirs
- au bruit thermoréfractif lié à la dépendance en température de l'indice de réfraction
- au bruit thermo-élastique dans la monture

Pour la cavité de notre expérience (monture en Invar, substrats en silice), le bruit brownien dans la monture et les substrats dominant avec un niveau total inférieur à  $0,5 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  entre 100 mHz et 10 Hz.

Les bruits physiques fondamentaux semblent donc très faibles, mais d'autres sources de bruits 'techniques' vont dégrader la mesure de longueur :

- Le bruit de fréquence du laser : d'après la relation longueur - fréquence ci-dessus, une stabilité de  $40 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour une cavité de 2 cm de longueur nécessite une stabilité de fréquence de  $360 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ , ce qui impose des contraintes très (trop...) fortes sur la stabilité de la source laser et rend sa transportabilité et spatialisation difficile
- L'environnement thermique : en supposant une cavité en Zerodur, avec un coefficient de dilatation d'environ  $10^{-7} \text{ 1/K}$  (cas pire), un bruit de température de  $20 \mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$  est suffisant pour provoquer un bruit de mesure de  $40 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$ .
- L'environnement vibratoire : sans précaution particulière, les oscillations (accélérations) verticales sont susceptibles de déformer la cavité, et donc modifier sa longueur.

Ces différents points ont été pris en compte par le design même du système. De façon similaire aux mesures capacimétrique, le principe de réjection de la fluctuation de fréquence et des fluctuations homogènes de température repose sur la mesure différentielle de deux cavités dos-à-dos. Le principe de ce montage est illustré en figure 3.7 : deux cavités Fabry-Perot, aussi identique que possibles, sont créées de part et d'autre du bras central, solidaire du bras mobile du sismomètre qui portent donc les deux miroirs plan fermant les cavités.

Le principe de la mesure est alors de mesurer la différence de fréquence de résonance des deux cavités de longueurs respectives  $L_1$  et  $L_2$  avec  $L_1 \approx L_2$ . Les deux fréquences de résonance sont des multiples de leur ISL respectifs :

$$\nu_1 = q_1 \frac{c}{2L_1} ; \nu_2 = q_2 \frac{c}{2L_2} \quad (3.8)$$

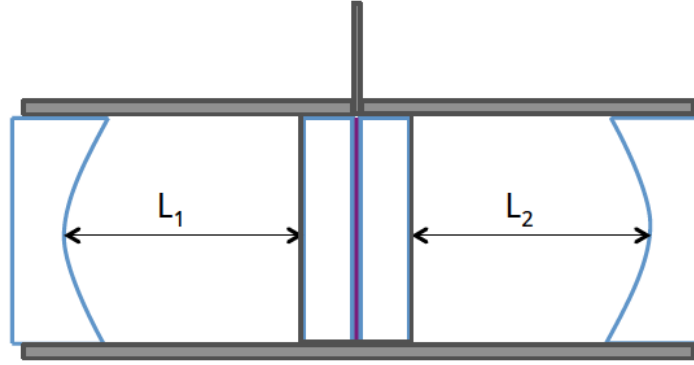


FIGURE 3.7 – Principe de montage de deux cavités dos-à-dos. La partie mobile du sismomètre est solidaire des miroirs plans centraux, le reste de la structure étant fixe.

En posant :

$$\begin{aligned} L &= \frac{L_1 + L_2}{2}; \delta L = \frac{L_2 - L_1}{2} \\ q &= \frac{q_1 + q_2}{2}; \delta q = \frac{q_2 - q_1}{2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

, la moyenne et la différence des fréquences de résonance s'expriment plus simplement, en négligeant les termes de second ordre en  $\delta L (\ll L)$  et  $\delta q (\ll q)$  comme :

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} = q \frac{c}{2L}; \\ \delta \nu &= \frac{\nu_2 - \nu_1}{2} = \left( \frac{\delta q}{q} - \frac{\delta L}{L} \right) \nu \end{aligned} \quad (3.10)$$

On peut alors décomposer  $\delta L$  en une partie statique  $\delta L_0$  et une partie fluctuante (bruit ou oscillation du pendule)  $\delta x$  :

$$\delta \nu = \frac{\nu_2 - \nu_1}{2} = \left( \frac{\delta q}{q} - \frac{\delta L_0}{L} \right) \nu - \frac{\delta x}{L} \nu \quad (3.11)$$

A l'initialisation du système, il est toujours possible de trouver un couple  $(q_1, q_2)$  tel que  $\left( \frac{\delta q}{q} - \frac{\delta L_0}{L} \right) \nu$  soit inférieur à un ISL. A partir de cette initialisation,  $\frac{\delta q}{q}$  est fixé et un asservissement capable de suivre  $\delta \nu$  permettra de mesurer  $\delta x$ .

Ces équations montrent également que les fluctuations communes de la longueur des cavités ( $L$ ) n'a qu'un effet de second ordre. Les fluctuations relatives de fréquence dépendent au premier ordre de  $\delta x$ .

Le couplage de la mesure de  $\delta x$  avec la fréquence  $\nu$  (ou une des deux fréquences  $\nu_1$  ou  $\nu_2$ ) est directement égal aux fluctuations de  $\delta L_0$  (i.e la différence statique de longueur entre les deux cavités) et non de  $L$  (i.e la longueur de la cavité). Dès lors, sachant qu'avec des outils d'usinage standard, on peut aisément garantir  $\delta L_0 < 0,1$  mm, cela induit des fluctuations acceptables de la fréquence laser ( $\nu, \nu_1$  ou  $\nu_2$ ) de  $72 \text{ kHz}/\sqrt{\text{Hz}}$ , accessible à un système robuste et transportable.

D'autre part, une élévation homogène de la température  $\delta T$  induira une erreur de  $\delta x$  égale à  $\alpha \delta L_0 \delta T$ , où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique du matériau. Pour  $\alpha = 4 \times 10^{-6}$  1/K (carbure de silicium), et  $\delta L_0 = 0,1$  mm,  $40$  fm/ $\sqrt{\text{Hz}}$  est atteint pour un bruit thermique de  $0,1$  mK/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , également assez raisonnable dans un environnement sous vide. Par ailleurs, l'intérêt du carbure de silicium (couramment utilisé dans le domaine spatial) est également de limiter les gradients de température (qui crée une dilatation différentielle entre les deux cavités) grâce à sa bonne conductivité thermique.

Enfin pour contrer l'effet de la déformation mécanique en raison des accélérations verticales (vibrations), la structure de la cavité est appuyée sur ses points d'Airy, i.e. de telle sorte qu'une charge verticale n'affectent pas le parallélisme des faces du cylindre contenant les cavités.

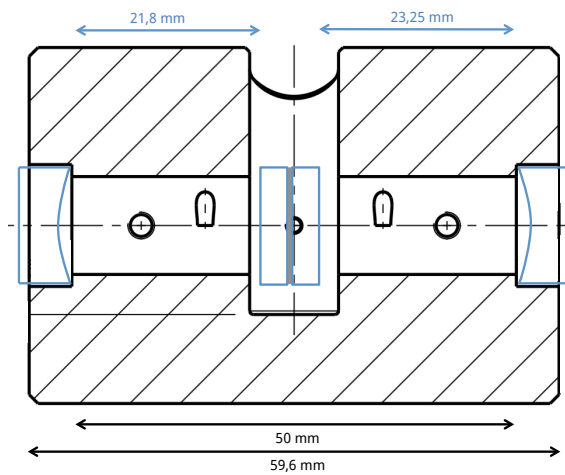
Les figures 3.8 montrent différentes vues de CAO et des photographies de la double cavité en Invar, réalisée à l'APC comme cavité de prototypage. Bien que 'non-optimal' en termes de stabilité dimensionnel, l'Invar a été choisi pour ce prototype en raison de sa facilité d'usinage. Notons que sa grande inertie thermique la rend a priori sensible aux dilatations différentielles.

Cette cavité doit être insérée dans un système optique de lecture pour déterminer les deux fréquences de résonance. Le schéma de principe optique de l'expérience est donné en figure 3.9. L'ensemble du dispositif optique (sauf les cavités..) est fibré afin de garder un système compact et facilement transportable et mis en oeuvre :

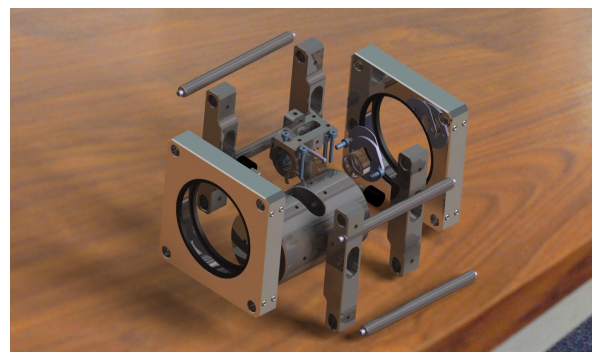
- La source laser utilise une longueur d'onde telecom à 1540 nm. Il s'agit, pour le prototype de laboratoire, d'un laser déjà intrinsèquement stable, autour de  $200 \times \sqrt{\frac{10 \text{ Hz}}{f}} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  en-dessous de 10 Hz (donc environ 6 kHz/ $\sqrt{\text{Hz}}$  à 10 mHz).
- Le faisceau passe ensuite dans deux modulateurs électro-optiques. Le premier, modulé à 80 MHz sert à générer les bandes latérales nécessaires à la génération du signal d'erreur. Le deuxième, capable de moduler jusqu'à 10 GHz avec de forts indices de modulation permet de créer de fortes bandes latérales, très espacées de la porteuse. Son rôle sera expliqué ensuite.
- Le faisceau est ensuite séparé en deux parts égales, chacune allant interroger une des deux cavités.
- Après collimation, le faisceau laser entre dans la cavité résonnante. Le résidu de réflexion parcourt la fibre en sens inverse et est aiguillé vers une photodiode de mesure grâce à un circulateur.
- Le signal en sortie de photodiode est démodulé à 80 MHz pour générer un signal d'erreur.

Dans ce schéma, une des cavités est utilisée pour asservir la fréquence du laser ( $\nu_1$  par exemple). La génération de la fréquence décalée ( $\nu_2$ ) est effectuée grâce au modulateur électro-optique à haute fréquence (qui crée donc des bandes latérales de part et d'autre de la porteuse). La fréquence de modulation de l'électro-optical modulator (EOM) (i.e. la différence  $\nu_2 - \nu_1$ ) est asservie de façon à ce que  $\nu_2$  soit gardée en résonance avec la deuxième cavité. Cette fréquence de pilotage est alors directement proportionnelle au

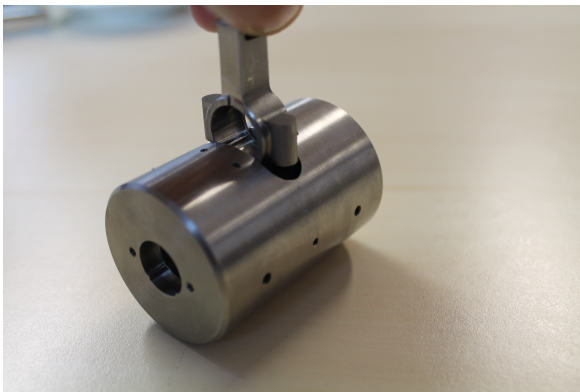




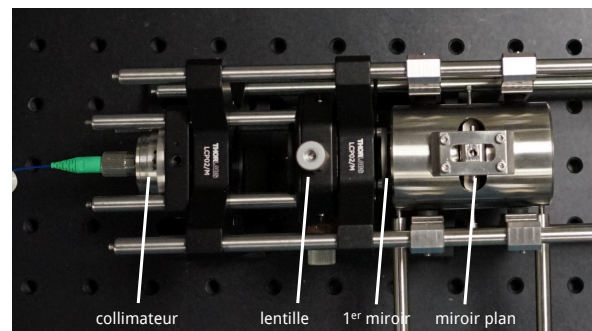
(a) Dimension de la double cavité prototype (Remarque : suite à une erreur sur l'épaisseur des miroirs centraux, les deux cavités sont légèrement dissymétriques)



(b) Vue éclatée de la cavité dans son support.



(c) Photographie du prototype de cavité Invar avec son support central pour les miroirs plans.



(d) Photographie de la cavité installée avec l'optique de collimation pour une des deux cavités.

FIGURE 3.8 – CAO et photographies du prototype de double cavité en Invar.

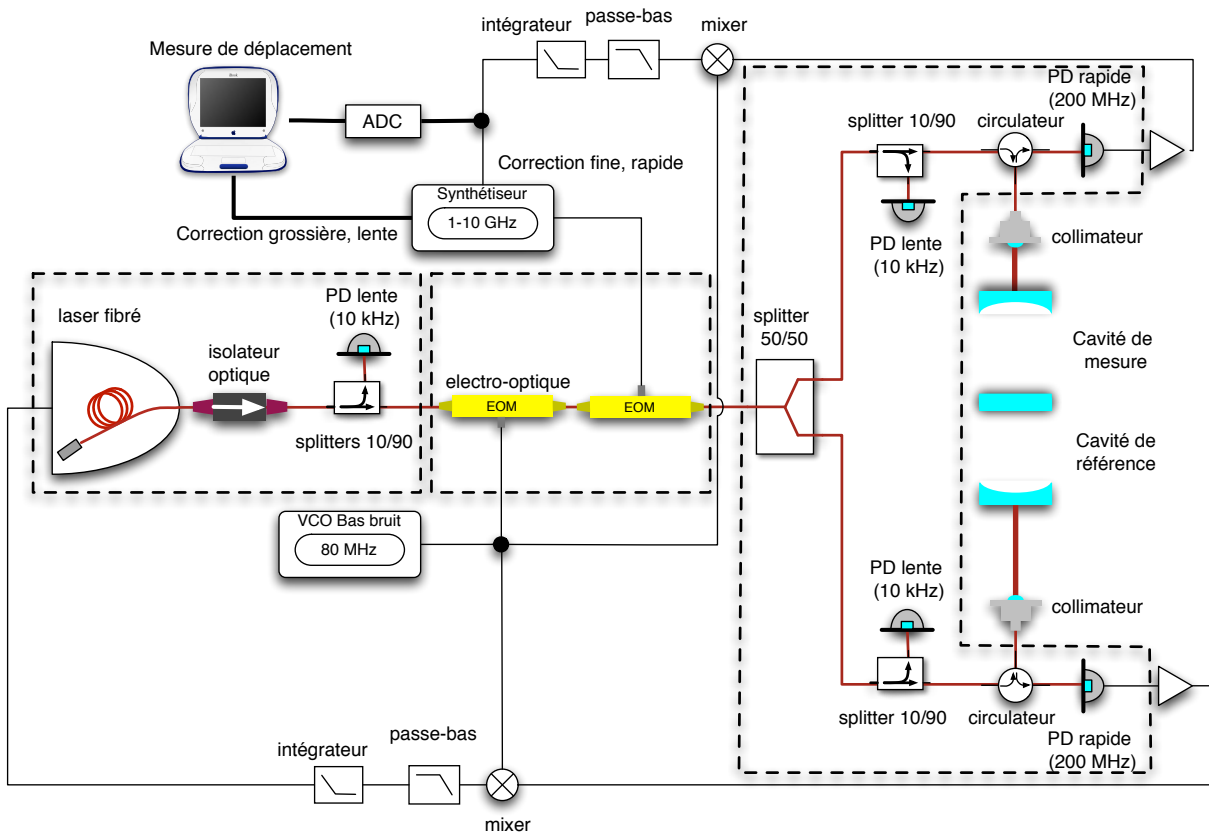
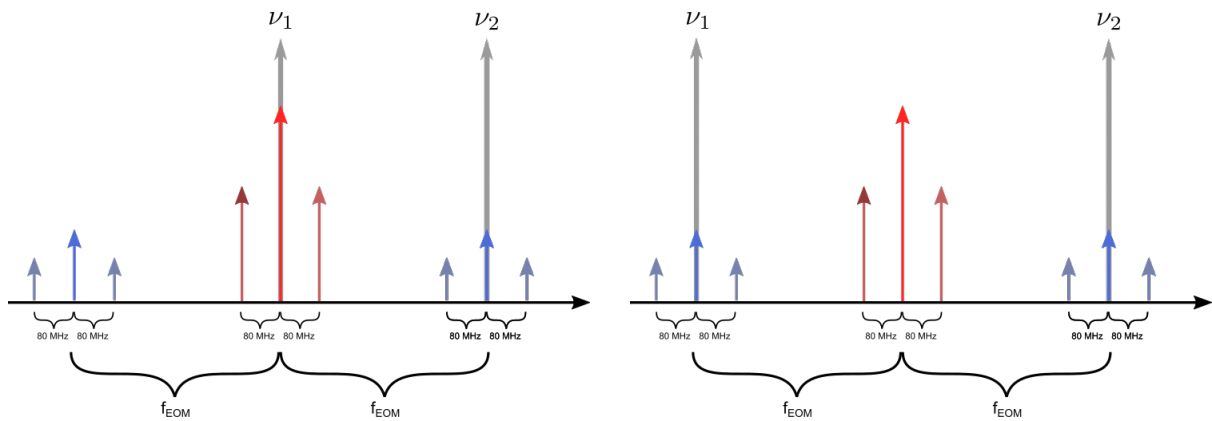


FIGURE 3.9 – Schéma de principe du système de lecture optique.

déplacement recherché (plus exactement égale à  $2\delta\nu$  défini précédemment). Une configuration alternative d'asservissement est d'utiliser la moyenne des deux signaux d'erreur pour asservir la fréquence laser (qui représente alors le paramètre  $\nu$  dans les équations précédentes), et leur différence pour asservir la fréquence de l'EOM. Dans ce cas, chaque cavité est asservie sur une bande latérale et la fréquence de pilotage est la moitié de l'écart fréquentiel entre les cavités (i.e. la fréquence de pilotage est directement  $\delta\nu$  des équations précédentes).



(a) Configuration avec la fréquence laser asservie sur une des deux cavités.

(b) Configuration avec la fréquence laser asservie sur la moyenne des résonances.

FIGURE 3.10 – Schématisation du spectre optique après la double modulation en phase, comparé aux fréquences de résonance des deux cavités ( $\nu_1$  et  $\nu_2$ ).

### 3.3.3 Mise en oeuvre du prototype

L'ensemble du système optique fibré a été approvisionné et un prototype en Invar de la cavité résonante a donc été développé pendant la thèse de Lucille Fayon. Ce système a été complété par le système électronique nécessaire pour obtenir et visualiser le signal d'erreur PDH sur une des deux cavités résonantes (cf. figure 3.11).

Ces expériences ont permis essentiellement d'étalonner et de vérifier le bon fonctionnement de la cavité, en mesurant le signal d'erreur et la réponse de la cavité en fonction de la fréquence de la source laser (ajustée grâce à un actuateur piezo-électrique et une régulation thermique internes).

Les figures 3.12 montrent par exemple la reconstitution de la puissance de lumière réfléchie, ainsi que le signal PDH correspondant, en fonction de la fréquence laser (après calibration de l'actuateur piezo-électrique). On déduit de ces mesures un intervalle spectral libre de 6,9 GHz et une finesse de 19,2, proches des valeurs théoriques de, respectivement, 6,88 GHz et 21. De même la pente du signal d'erreur a pu être déterminée expérimentalement à  $9,0 \times 10^{-4}$  mW/MHz, à comparer aux prédictions (par simulations) de  $10,6 \times 10^{-4}$  mW/MHz.

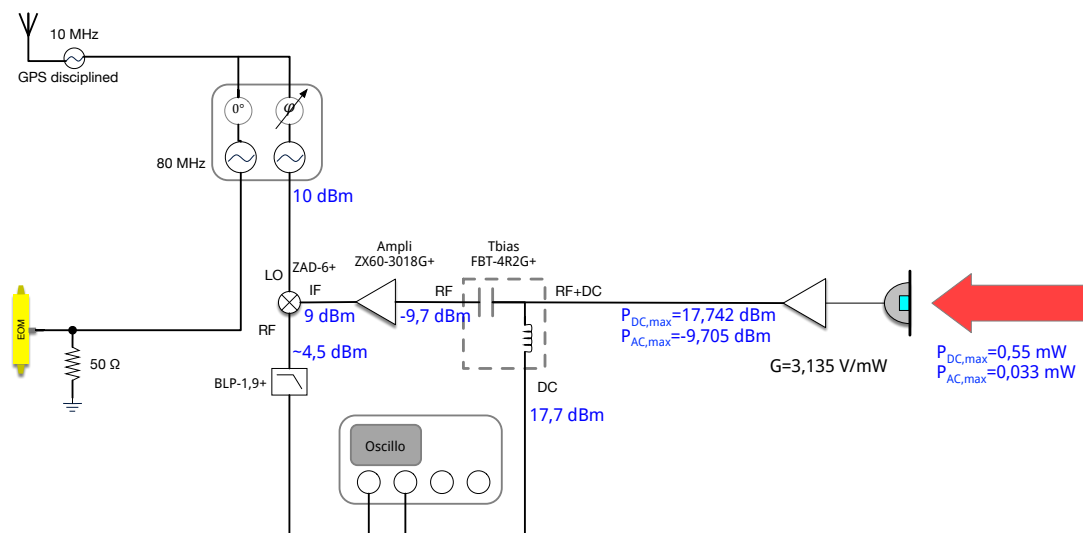
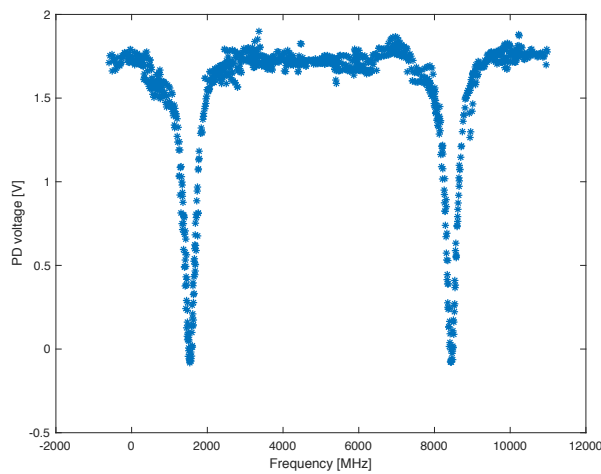


FIGURE 3.11 – Schéma de principe du système électronique de détermination et observation du signal d’asservissement PDH.



(a) Mesures de la puissance réfléchiée par la cavité en fonction de la fréquence optique (l'origine des fréquences est arbitraire).



(b) Visualisation du signal d'erreur PDH (courbe rose) en fonction de la tension de l'actuateur piezo-électrique du laser (en vert).

FIGURE 3.12 – Mesures expérimentales de la réponse de la cavité (puissance réfléchiée et signal d'erreur PDH).

### 3.3.4 Limites et perspectives

La stabilité de ce système de mesure n'a pas été directement mesurée (il faut pour cela au minimum mettre en oeuvre les deux cavités sous vide et asservir la fréquence du laser sur l'une d'entre elle), mais les premières caractérisations sont encourageantes, conformes aux prédictions et laissent donc espérer des performances également conformes aux estimations.

D'ores et déjà, quelques améliorations possibles ont pu être identifiées pour une prochaine génération de cet instrument.

Premièrement, la conception, massive et en Invar, du premier prototype implique une très forte inertie thermique, et donc un risque accru de créer des gradients thermiques sur la longueur du barreau et, partant, une dilatation différentielle des deux cavités. Cet effet est aujourd'hui le principal facteur limitant a priori la performance du système. Pour pallier à cette contrainte, une conception plus légère, avec un matériau à plus grande conductivité thermique (et toujours assez faible dilatation thermique) est préférable, par exemple en carbure de silicium.

D'autre part, compte-tenu de la largeur du pic de résonance (assez large pour relâcher les contraintes de co-alignement des miroirs), lorsque les deux cavités ont des fréquences de résonances proches, il y a un risque de mélange des signaux d'erreur lors de la démodulation du signal (autrement dit, la pente du profil de raie d'une cavité pourrait être affectée par la présence des bandes latérales et de la porteuse réglée sur la résonance de l'autre cavité). Des simulations analytiques et numériques plus poussées que celles effectuées jusqu'à présent devraient pouvoir évaluer cette perturbation et quantifier son impact sur la stabilité de la mesure. Si besoin, une solution technique envisageable est d'utiliser un second laser verrouillé en phase sur le premier. Chaque laser serait alors mo-

dulé séparément (éventuellement à des fréquences légèrement différentes pour éliminer les risques de diaphonie), sondant chacun une seule cavité. L'écart fréquentiel entre les deux faisceaux peut être implémenté en injectant un écart de fréquence contrôlé dans la boucle d'asservissement en phase des deux lasers.

Enfin, notons que cette proposition d'utiliser des capteurs interférométriques pour des sismomètres planétaires fait maintenant partie d'un programme H2020 plus ambitieux, visant le développement de capteurs sismométriques de prochaine génération, compact et de haute performance. Ce projet nommé PIONEERS (Planetary Instruments based on Optical technologies for an iNnovative European Exploration Using Rotational Seismology) est une collaboration entre plusieurs instituts de recherche (dont l'IPGP) et la compagnie IXBLUE (spécialisée dans les systèmes fibrés).

**3.3.5 Article : *Design and development of an interferometric readout for planetary seismometers.*, L. FAYON ET AL., 2018**

# Design and development of an interferometric readout for planetary seismometers.

**Lucile Fayon (1)**, Hubert Halloin (2), Philippe Lognonné (1) and Sébastien De Raucourt (1)  
 Institut de Physique du Globe de Paris-Sorbonne Paris Cité, Université Paris Diderot, Paris, France (2) AstroParticule et Cosmologie, Université Paris Diderot, Paris, France (fayon@ipgp.fr)

## 1. Context

Seismometers are now likely to be placed on other planets and a seismic return on the Moon is currently considered. Indeed, the Apollo seismometers had a good sensitivity :  $60 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$  at 1 Hz but were however unable to detect all the seismic signals produced by the Moon, like the « lunar continuous meteoritic hum » estimated to be about 1/100 of the Apollo sensors resolution (Lognonné et al. 2009). The different core seismic phases, although detected through stacking (Weber et al. 2011, Garcia et al. 2011), have not also been individually recorded. A new generation of broadband planetary seismometers, 100 to 1000 times more sensitive than the Apollo ones is thus required. The idea consists in using the gravitational waves detectors' technology which is the reference in terms of interferometric measurements at low frequency and very low noise levels in order to improve the performances (linearity and noise level) of the seismometers' mass displacement sensors. The final objective is to reach a sensitivity of  $40 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$  at 1 Hz.

## 2. Pound-Drever-Hall method

An optical readout is proposed, based on the Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization method. This technique allows to lock a laser frequency on the resonance frequency of a Fabry-Perot cavity. This kind of cavity acts like a frequency filter with reflection holes (which correspond to resonances) regularly separated by one FSR (Free Spectral Range). The idea is to send many frequencies inside the cavity. To do that, a phase modulation of the signal is realized by using an EOM (Electro-Optical Modulator) which keeps the signal carrier and creates two sidebands at  $+f_m$  and  $-f_m$ , with  $\omega_m$  the modulation frequency. These different frequencies have different reflections inside the cavity and their combination is equal to zero only if the incident light frequency is exactly the cavity resonance frequency. In the perfect case, the cavity output

contains the unaltered sidebands and the phase shifted carrier. This shift depends on the offset between these frequencies. The important parameter of the Pound-Drever-Hall method is  $\epsilon$ , the error signal, which is the amplitude of the sinusoidal signal at the modulation frequency reflected outside the cavity. It can be extracted by using a demodulation and is equal to zero in the perfect case of a laser beam frequency equal to the cavity resonance (Black, 2001). Then, this quantity of interest is sent thanks to a feedback loop to the laser in order to lock its frequency.

## 3. Optical readout global design

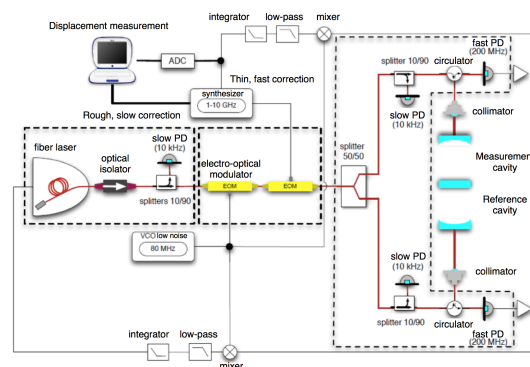


Figure 1: Global design of the optical readout proposed for the mass displacement sensor of a planetary seismometer. Red lines represent the optical fiber and black lines the electronic links.

The global design shown on Fig. 1 contains 2 back-to-back FP cavities with a central plan mirror which is supposed to be linked to the arm of a seismometer. The "reference" cavity allows to lock the laser frequency on its resonance by using the Pound-Drever-Hall method. The measurement of the reflected light outside the second cavity allows to determine the central mirror motion and thus the ground acceleration.

To do that, an additional EOM is placed to create like a second laser beam, at a different frequency, which is locked on the second cavity (Fig. 2). Its modulation frequency is tuned to match one new sideband with the second cavity resonance. In a perfect case, both cavities have exactly the same length, which means exactly the same FSR. The correction which has to be applied on the second EOM to keep the match between one new sideband and the cavity resonance allows to determine the difference between the both resonance frequencies (of both cavities) which is an information about their difference of length and thus about the ground acceleration.

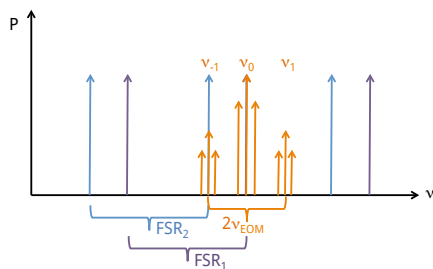


Figure 2: Result diagram of both feedback loops. First cavity resonance comb is in purple and the second one is in blue. The signal after passing through both EOM is represented in orange.

#### 4. First results

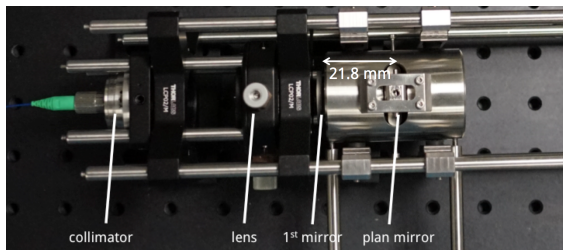


Figure 3: Implementation of the first cavity in a cleanroom. A 21.8 mm length induces a FSR of 6.876 GHz.

The first cavity is implemented in a cleanroom (Fig. 3) and its gain is measured. All the following noise source contributions are theoretically considered: shot noise, laser frequency stabilisation, cavity mechanical deformation, thermal common noise, temperature gradient, thermodynamic agitation noises (thermoelastic

noise, thermorefractive noise, Brownian noise). Their worst estimated values and the measured cavity gain induce a total sensitivity of 12.8 fm/ $\sqrt{\text{Hz}}$  at 1 Hz in the worst case. This value is widely under the best expected sensitivity but calculated by only considering the optical and mechanical parts.

#### 5. Summary and Conclusions

The Pound-Drever-Hall method is studied in order to build an optical readout to replace the current mass displacement sensors of the broadband planetary seismometers. A global design is proposed to reach a maximum sensitivity of at least 40 fm/ $\sqrt{\text{Hz}}$  at 1 Hz. The study of the first performances realized thanks to the implementation of the first loop are highly encouraging.

The next steps are to close the first loop in order to lock the laser frequency on the first cavity resonance and make the first measurements of noise. Then, the second loop has to be built to observe the second locking (second EOM) in order to set the central mirror in motion in the future and have the first experimental measurements of the optical readout performances. Some design improvements were also already identified for the optical cavity.

#### Acknowledgements

We acknowledge the financial support of ANR-11-IDEX-0005-02 and the additional support of ANR-SIMARS.

#### References

- [1] Lognonné, P. et al.: Moon meteoritic seismic hum: Steady state prediction, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 114, 2009.
- [2] Weber, R. C. et al.: Seismic Detection of the Lunar Core, *Science*, Vol. 331, pp. 309-312, 2011.
- [3] Garcia, R. et al.: Very preliminary reference Moon model, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, Vol. 188, pp. 96-113, 2011.
- [4] Black, E. D.: An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization, *American Journal of Physics*, Vol. 69, p. 79, 2001.



## 3.4 L'expérience LISA On Table (LOT)

Même avec une fréquence optique stabilisée à quelques dizaines de  $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ , la réduction de bruit laser exigée de l'algorithme TDI est de 7 à 8 ordres de grandeur. Les simulations numériques montrent que cette performance est a priori atteignable avec les modèles actuels de bruit. Ces simulations incluent progressivement des effets de plus en plus réalistes et de nouvelles sources de bruits. Les effets instrumentaux ne sont cependant que partiellement inclus, soit de par la complexité de leur simulation numérique (par exemple l'échantillonnage des données par le phasemètre à 80 MHz), soit de l'inexistence de modèle physique satisfaisant pour les simuler numériquement. La représentativité des simulations est également limitée par la qualité de la compréhension de l'instrument : les simulations n'incluent que les phénomènes physiques identifiés, certains pourraient avoir échappé à l'imagination des physiciens instrumentalistes...

Il est donc important, pour avoir une confiance suffisante des performances de la mission LISA, de simuler expérimentalement des signaux représentatifs de LISA, signaux aussi réalistes que possible et acquis par des dispositifs similaires à ceux envisagés. Une fois acquis, ces signaux sont traités - numériquement - par les mêmes algorithmes que ceux prévus pour LISA, en particulier TDI, et leur performance avec des signaux 'réels' ainsi testée.

L'expérience LISA On Table (LOT) a été développée dans cette optique, avec pour principal objectif de tester TDI avec des signaux interférométriques, hétérodynes, acquis un prototype de phasemètre et représentatifs des signaux de LISA, en particulier, représentatif des retards de propagation et fluctuations Doppler entre les satellites de la constellation.

Ce banc de tests a fait l'objet d'un développement technique important, soutenu par les actions R&T du CNES et deux thèses ont été soutenues sur le LOT, [Grüning, 2015; Laporte, 2019].

### 3.4.1 Principe de fonctionnement du LOT

Le LOT repose sur la capacité de générer des signaux hétérodynes en mélangeant des données issues d'évolutions temporelles identiques mais retardées de multiples des temps de propagation entre satellites. En laboratoire, il n'est cependant pas envisageable de retarder un faisceau laser de plusieurs secondes...

Afin de contourner cette difficulté, il convient de noter qu'il n'est pas nécessaire de retarder la phase optique, mais seulement ses fluctuations. D'autre part, les perturbations étudiées dans la mission LISA sont dans une gamme de fréquences basse, en deçà de 10 Hz. Ces évolutions temporelles requièrent donc une quantité limitée de valeurs pour être reconstituées par interpolation (au moins 20 par seconde d'après le critère de Nyquist-Shannon) et peuvent donc être stockées facilement sur des périodes importantes, largement supérieures aux retards à simuler.

L'idée de l'instrument LOT repose donc sur la capacité à :

1. Générer des évolutions temporelles (bruits, dérives, etc) suivant les prescriptions de l'utilisateur

2. Stocker (numériquement) ces évolutions sur une durée au moins égale aux retards recherchés
3. Ajouter, avec les retards adéquats, ses valeurs à la phase des porteuses avant leur re-combinaisons pour créer des interférences.

Afin d'imprimer aux faisceaux laser de l'interféromètre la modulation de phase ainsi simulée, des Acousto-Optic Modulator (AOM) sont utilisés. Ces modulateurs permettent d'ajouter (ou soustraire) un signal radiofréquence (typiquement de quelques dizaines de MHz) à la fréquence de la porteuse optique, avec une bande passante de modulation de plusieurs MHz. Ceci permet donc de générer non seulement un bruit laser représentatif (dans la bande passante de LISA, mais aussi les variations très basses fréquences (en-dessous du  $\mu\text{Hz}$ ), profondes (plusieurs MHz), de la fréquence laser liées à l'effet Doppler entre satellites.

En utilisant un schéma de détection simplifié (bruit optique interne aux bancs optiques négligeable, verouillage en phase parfait entre les deux lasers locaux) mais néanmoins réaliste, les mesures d'un interféromètre de LISA peuvent se réduire à deux mesures interférométriques, entre le laser local et chacun des lasers distants. Si on considère de plus que les deux satellites distants se comportent comme des transpondeurs parfaits, les phases reçues des lasers distants sont en fait égales à la phase du laser local retardé du temps de propagation aller-retour sur les deux bras de l'interféromètre. Les hypothèses et calculs justifiant cette approximation sont donnés dans le premier article décrivant l'expérience LOT et ses premiers résultats [Grüning *et al.*, 2015].

Le LOT est en fait constitué de deux interféromètres combinant les mêmes signaux : un interféromètre optique (i.e. combinant les faisceaux optiques après passage dans les AOMs) et un interféromètre 'électronique' (i.e. mélangeant directement les signaux électriques commandant les AOMs pour produire les signaux interférentiels). Le schéma de principe de l'électronique de contrôle-commande du LOT est représenté en figure 3.13.

Un ordinateur de contrôle avec un programme LabView et une bibliothèque de calcul dédiée, génère les modulations de fréquences souhaitées et transforme les paramètres 'physiques' en commandes interprétables par les Direct Digital Synthesizers (DDSs) qui produisent les signaux radiofréquence nécessaires aux DDSs. Tandis que la production des données est asynchrone (elles sont produites tant que la pile de transfert n'est pas pleine), leur communication vers les DDSs est synchronisée par une horloge externe, commune à toute l'électronique de pilotage et d'acquisition afin de minimiser les bruits de phase relatifs. Les DDSs acceptent une fréquence de communication jusqu'à 50 MHz, soit un taux d'actualisation des fréquences générées de 190 kHz. La puissance de calcul de l'ordinateur limite en pratique cette fréquence à 19 kHz (donc une horloge de communication à 5 MHz). Cette fréquence est largement suffisante pour la bande passante de LISA (quelques hertz ...), mais elle permet deux choses importantes :

- Donner la possibilité d'accélérer significativement les processus générés, par exemple pour simuler un an de données en quelques heures (mais une telle simulation ne sera que partiellement représentative puisque les bruits introduits par le phasemètre resteront 'en temps réel').

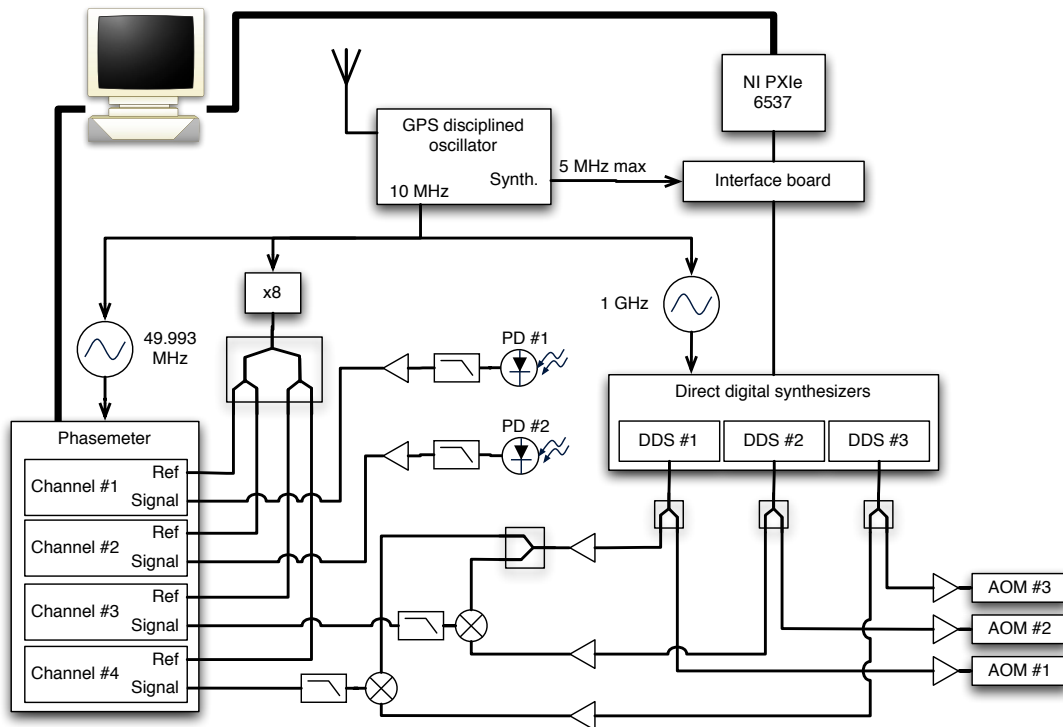


FIGURE 3.13 – Schéma de principe de l'électronique de contrôle-commande du LOT

- Diminuer le bruit de quantification des DDS. Ceux-ci ont une résolution de  $3,6 \mu\text{Hz}$  en sortie. Un résultat classique de traitement du signal prédit alors que l'ASD (monolatérale) du bruit de quantification est donnée par  $\delta\nu_q = \frac{3,6}{\sqrt{6f_e}} \times 10^{-6} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ , où  $f_e$  est la fréquence d'échantillonnage (i.e. la réactualisation) du signal. Avec une fréquence de rafraîchissement des commandes de  $19 \text{ kHz}$ , ce bruit de quantification, une fois intégré comme fluctuation de phase, est équivalent à environ  $0,8 \times 10^{-6} \times \frac{2 \text{ mHz}}{f} \text{ cycle}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Ce spectre de bruit est à comparer à l'allocation de bruit de phase pour la mesure du battement :  $10^{-6} \sqrt{1 + \left(\frac{2 \text{ mHz}}{f}\right)^4} \text{ cycle}/\sqrt{\text{Hz}}$ . La fréquence de calcul est donc marginalement acceptable par rapport aux exigences LISA. En pratique, d'autres bruits techniques limitent la performance à un niveau bien supérieur.

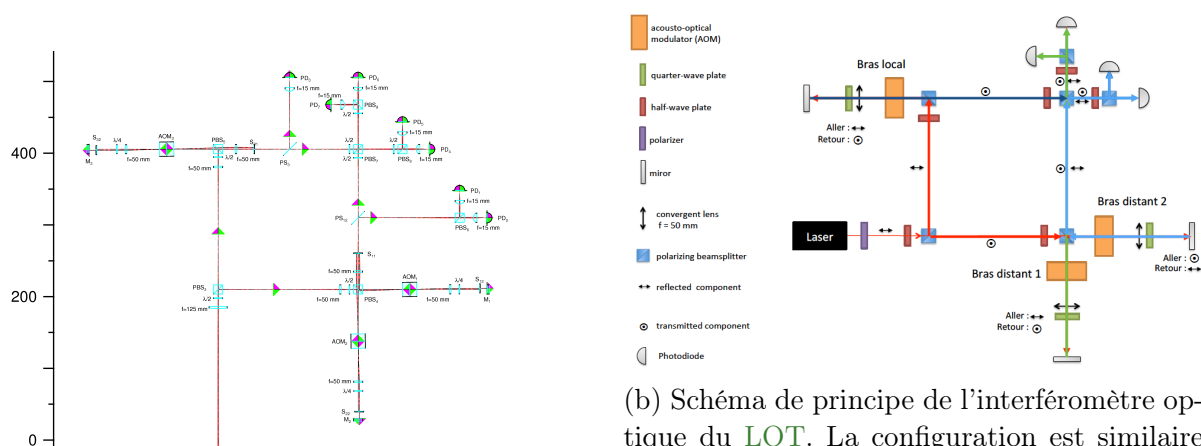
Les DDS génèrent un signal dont la phase, l'amplitude et la fréquence, autour de  $100 \text{ MHz}$  dans notre cas, sont pilotées par les commandes communiquées par l'ordinateur. La fréquence de référence de ce système est une horloge à  $1 \text{ GHz}$ . Un point important de la génération des signaux est qu'une modification de fréquence n'induit pas de discontinuité de phase. Une fois générés et amplifiés, ces signaux sont envoyés à la fois vers les AOMs et les mélangeurs électroniques.

Les AOMs impriment donc les modulations de fréquence générées sur les faisceaux optiques d'un interféromètre. Les photodiodes enregistrent ensuite les interférences hétérodynes de ces interféromètres et encodent alors les fluctuations de phase optique en

fluctuations de phase électrique.

Un phasemètre, développé à l'Albert Einstein Institute (AEI) comme prototype du phasemètre LISA, enregistre les phases (en pratiques les fréquences) des signaux issues des photodiodes et des mélangeurs. Les mesures de phase s'effectuent par rapport à un signal de référence généré à partir de l'horloge commune. La comparaison des deux sources d'interférences (optique et électronique) permet de quantifier les perturbations apportées par le banc optique.

La partie 'optique' du LOT est représenté en figure 3.14, avec la simulation optique (3.14a) et le schéma de principe optique (3.14b).



(a) Schéma de simulation optique OptoCAD du banc d'interférométrie du LOT. L'échelle de gauche est en millimètres.

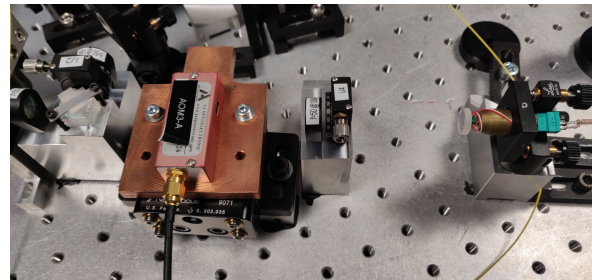
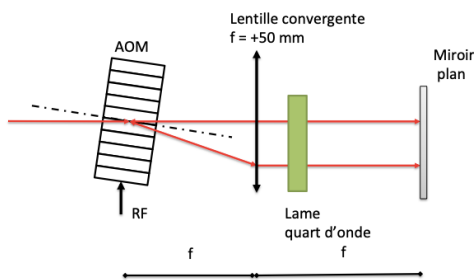
(b) Schéma de principe de l'interféromètre optique du LOT. La configuration est similaire à celle de la simulation OptoCAD, excepté pour l'entrée du faisceau laser (à gauche sur ce schéma, en bas sur le schéma OptoCAD, les deux positions étant possibles sans changer le reste du schéma).

FIGURE 3.14 – Schéma de principe et simulation OptoCAD du banc optique du LOT.

L'interféromètre du LOT est basé sur un interféromètre de Mach-Zehnder modifié. L'utilisation d'un multiplexage en polarisation permet de superposer deux interféromètres (suivant les polarisations p et s) sur les mêmes chemins physiques et donc limiter ainsi les différences de chemins optiques. Le faisceau de la source laser est injecté sur un cube polarisant (en bas à gauche sur les figures 3.14). Le contrôle de la polarisation de ce faisceau incident permet de varier la proportion de puissance optique simulant les faisceaux 'distants' et 'locaux'. Un des faisceaux (dit 'local') arrive sur un second cube polarisant (en haut à gauche sur les figures 3.14) suivant la polarisation p (ajustée si besoin avec la lame demi-onde précédent). Cette polarisation est totalement réfléchiée et le faisceau est dirigé vers un AOM.

Un AOM dévie le faisceau suivant un angle proportionnel à la fréquence de pilotage (à la manière d'un réseau de diffraction dont le pas serait dépendant de la fréquence RF). Pour les AOMs utilisés, cette déviation est de  $1,45 \times 10^{-2} \text{ }^\circ/\text{MHz}$  pour les modulateurs utilisés sur le LOT, soit une excursion entre  $1,45^\circ$  et  $1,74^\circ$  sur la bande passante souhaitée (100 - 120 MHz). Cette fluctuation de la direction du faisceau n'est pas acceptable pour

maintenir un recouvrement suffisant des faisceaux au niveau des photodiodes (et donc créer une interférence exploitable). La solution utilisée dans ce montage est de monter les AOMs suivant une configuration dite en 'oeil de chat'. L'AOM est ici placé au foyer d'une lentille convergente ( $f = 50$  mm) placée devant un miroir plan. Dans cette configuration, quelque soit l'angle de déviation, les faisceaux issus de l'AOM deviennent parallèles à l'axe optique après avoir traversé la lentille, et arrivent avec une incidence normale sur le miroir. Après réflexion sur ce miroir, le faisceau parcourt donc exactement le même trajet, en sens inverse, et traverse une deuxième fois l'AOM. Le faisceau laser subit donc une double modulation, mais sa direction de sortie est indépendante de celle-ci. Enfin, la séparation des faisceaux incident et sortant est effectuée grâce à une lame quart d'onde entre l'AOM et le miroir : elle transforme la polarisation linéaire ( $p$ ) en circulaire (p.ex. droite), puis après réflexion sur le miroir (et donc déphasage de  $180^\circ$ ), la circulaire (gauche) en linéaire ( $s$ ) qui passe alors tout droit dans le cube polarisant. Cette configuration est illustrée sur les figures 3.15 (schéma de principe et implémentation sur le banc LOT).



(a) Schéma de principe de la configuration en 'oeil de chat'.

(b) Implémentation de cette configuration sur le banc optique.

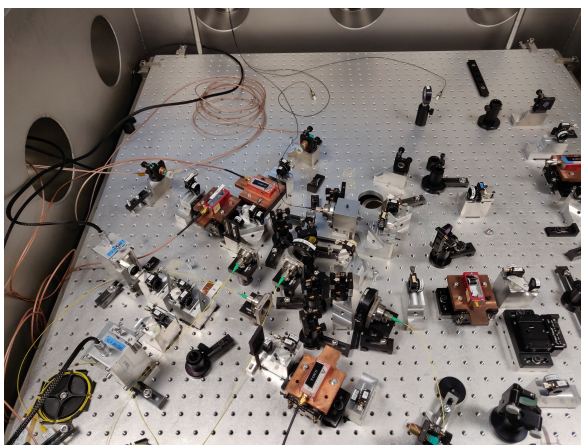
FIGURE 3.15 – Configuration 'oeil de chat' pour l'utilisation des AOMs sur le banc optique LOT.

L'autre branche de l'interféromètre (en bas à gauche sur les figures 3.14) suit un schéma similaire, à la différence que la modulation de fréquence est appliquée aux deux polarisations linéaires ( $s$  et  $p$ ) afin de créer les deux faisceaux 'distants'. La dernière étape est la recombinaison (suivant les polarisations adéquates) des faisceaux 'distants' et du faisceau 'local' sur les photodiodes de mesure. On obtient alors deux battements issus de l'interférence entre le faisceau local et chacun des faisceaux distants, à deux fréquences porteuses choisies légèrement différentes (afin d'éviter les diaphonies), autour de 10 MHz.

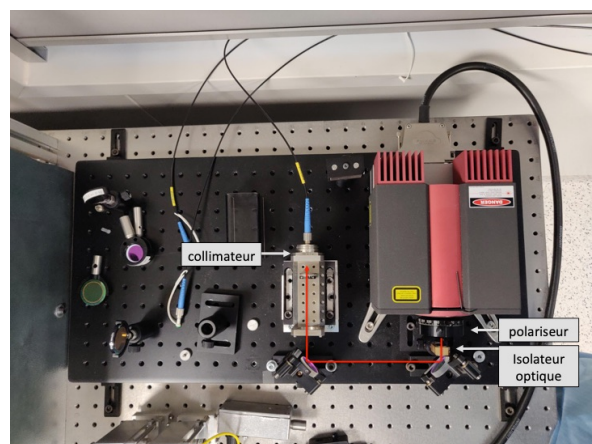
Ces deux battements portent alors la différence des bruits 'locaux' et 'distants' injectés sur les AOMs. La différence avec l'interféromètre 'électronique' est le double passage dans les AOMs et donc une modulation doublée en optique.

L'ensemble de ce banc optique a été mis en place et réglé en salle blanche du laboratoire APC (voir Grüning [2015] ; Laporte [2019] pour les détails de ces réglages et mesures d'alignement). Pour gagner en stabilité de phase en s'affranchissant des fluctuations d'indice de

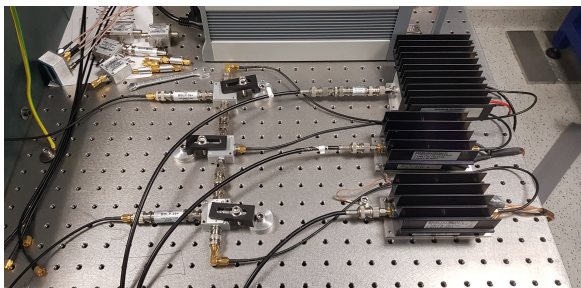
l'air et favoriser la stabilité thermique (en éliminant les transferts convectifs), l'ensemble du banc optique est placé sous vide (à l'exception de la source laser collimatée dans une fibre à l'extérieur de la cuve). Afin de se préserver des perturbations (vibrations) du corps de pompe, celui-ci est placé dans un local technique relativement éloigné de l'expérience et la perte de charge dans les tuyaux limitent le niveau de vide à environ 0,3 mbar, mais ce niveau est suffisant pour garantir les objectifs précédents et en-dessous du minimum de Paschen (la tension de claquage dans l'air atteint une valeur minimale entre 1 et 10 mbar pour une distance de 1 cm), donc limite les risques de claquage électrique (la plus forte tension transportée est de 150 V pour les actuateurs piezo-électriques).



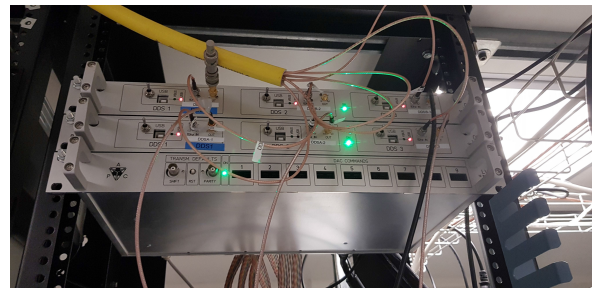
(a) Implémentation du banc optique du LOT dans la cuve à vide.



(b) Banc d'injection laser à l'extérieur de la cuve à vide.



(c) Amplificateurs et mélangeurs de l'interféromètre électronique.



(d) Boîtier DDS de génération des signaux RF alimentant les AOMs et les mélangeurs électroniques.

FIGURE 3.16 – Quelques éléments de l'expérience LOT.

### 3.4.2 Résultats

Nous présentons ici quelques résultats représentatifs des performances du LOT. Dans toutes les simulations où des bruits ont été générés volontairement, les perturbations 'distantes' sont générées comme une copie de la perturbation 'locale' avec des retards fixes. En conséquence, la combinaison TDI la plus simple annulant le bruit injecté est

donc :

$$X_{1st}(t) = s_1(t) - s_1(t - \tau_1) - [s_{1'}(t) - s_{1'}(t - \tau_1)] \quad (3.12)$$

$s_1$  et  $s_{1'}$  représentent les phases (ou fréquences) des signaux interférométriques (électroniques ou optiques);  $\tau_1$  et  $\tau_{1'}$  sont les retards de propagation (aller-retour) sur les deux bras (donc  $\tau \approx 16,7$  s).  $X_{1st}$  est nul si  $s_1$  et  $s_{1'}$  sont issus du même bruit retardé et combiné au bruit 'instantané', i.e.  $s_1(t) = n(t) - n(t - \tau_1)$  et  $s_{1'}(t) = n(t) - n(t - \tau_{1'})$ .

Le spectre de  $X_{1st}$  se déduit des propriétés de la transformée de Fourier :

$$\tilde{X}_{1st}(\nu) = \tilde{s}_1(\nu) (1 - e^{-2i\pi\nu\tau_{1'}}) - \tilde{s}_{1'}(\nu) (1 - e^{-2i\pi\nu\tau_1}) \quad (3.13)$$

Si les signaux enregistrés sont des bruits de métrologie, indépendants sur les deux voies, alors la PSD de  $X_{1st}$  se déduit des PSD de  $s_1$  et  $s_{1'}$  :

$$\begin{aligned} \left\| \tilde{X}_{1st}(\nu) \right\|^2 &= 4 \left\| \tilde{s}_1(\nu) \right\|^2 \sin^2(\pi\nu\tau_{1'}) + 4 \left\| \tilde{s}_{1'}(\nu) \right\|^2 \sin^2(\pi\nu\tau_1) \\ \left\| \tilde{X}_{1st}(\nu) \right\| &\approx 2 |\sin(\pi\nu\tau)| \sqrt{\left\| \tilde{s}_1(\nu) \right\|^2 + \left\| \tilde{s}_{1'}(\nu) \right\|^2} \\ \left\| \tilde{X}_{1st}(\nu) \right\| &\approx 2 |\sin(\pi\nu\tau)| \left\| \tilde{s}(\nu) \right\| \end{aligned} \quad (3.14)$$

La deuxième équation fait l'hypothèse que les retards sont très proches ( $\tau_{1'} \approx \tau_1 = \tau$ ). La troisième équation fait de plus l'hypothèse que les spectres de bruits des deux signaux sont identiques.

Ces formules permettent de comparer les résultats avec les bruits mesurés avec et sans l'application de TDI. Elles montrent également (comme attendu) que l'algorithme TDI (de première génération) est un passe haut, avec une pente  $2\pi\nu\tau$  à basses fréquences ( $\nu \ll \frac{1}{\pi\tau} \approx 20$  mHz).

Afin de s'affranchir d'éventuels problèmes d'aliasing lors du calcul de TDI, les signaux acquis à 23 Hz sont filtrés basses fréquences (fréquence de coupure de 1 Hz) avant application de l'algorithme.

La figure 3.17 montre les spectres d'amplitude des signaux enregistrés (bruts et traités) sur l'interféromètre électronique en l'absence de bruit simulé. Uniquement une porteuse est générée par voie (respectivement 108, 112,5 et 112,7 MHz sur les faisceaux 'local' et 'distants'), afin d'obtenir des battements à 4,5 et 4,7 MHz.

Les bruits 'bruts' (i.e. avant application de TDI) peuvent être approximés par un bruit d'amplitude  $\sim 2\sqrt{\frac{1 \text{ Hz}}{\nu}} \times 10^{-6}$  cycle/ $\sqrt{\text{Hz}}$  par voie. A 110 MHz (fréquence des signaux générés), ce bruit de phase est équivalent à un jitter de temps relatif entre les voies de  $\approx 30$  fs/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . D'après la documentation constructeur du DDS utilisé (AD 9912 d'Analog Devices), le bruit de phase au-dessus de 10 Hz, pour une porteuse de 250 MHz, est de -113 dBc/Hz avec une pente de -10 dB par décade. En extrapolant aux fréquences inférieures à 10 Hz et en supposant que ce bruit est issu d'un jitter d'horloge (et donc un bruit de phase proportionnel à la fréquence porteuse), le bruit de phase à 110 MHz des DDS serait de  $\sim 3,5\sqrt{\frac{1 \text{ Hz}}{\nu}} \times 10^{-6}$  cycle/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Ce niveau de bruit est très proche de celui mesuré, donc, bien que les bruits intrinsèques des DDS ne soient pas caractérisés à

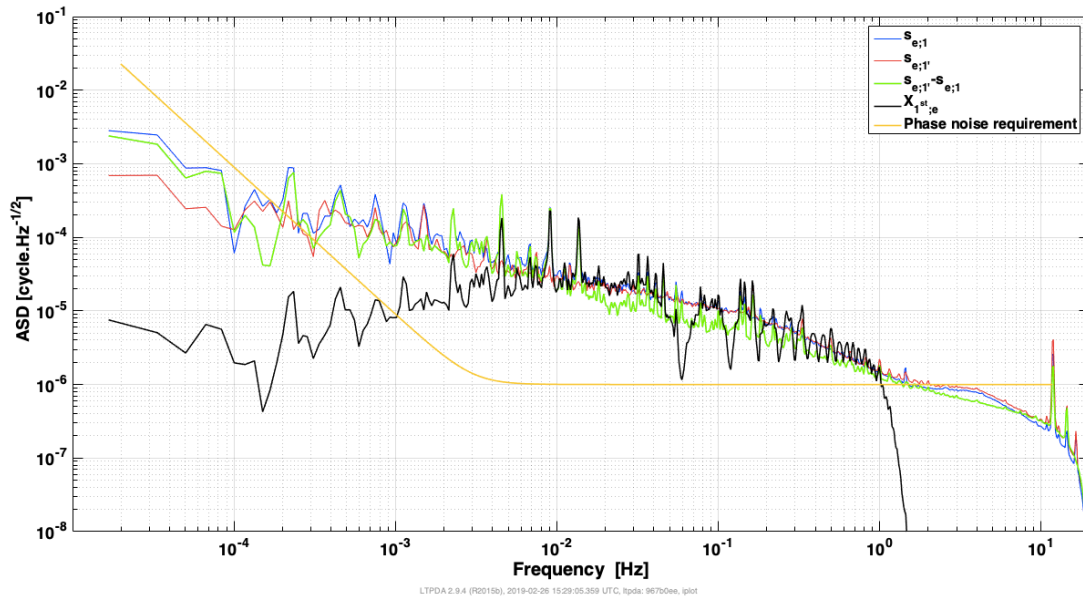


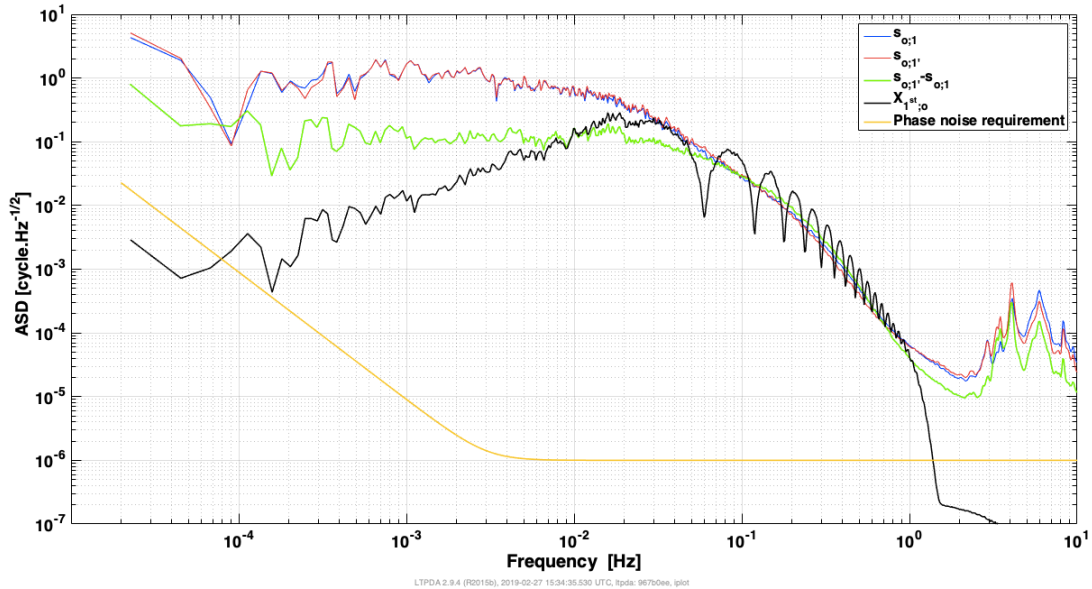
FIGURE 3.17 – Mesures de bruits de référence avec l'interféromètre électronique. Les traces bleue et rouge représentent les signaux bruts, en vert la soustraction des deux et en noir après application de TDI. La courbe jaune représente comme référence l'allocation de bruit pour le phasemètre ( $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), mais n'est pas représentatif de l'objectif de bruit du LOT.

d'aussi basses fréquences, la principale limitation de bruit de phase semble être liée au bruit intrinsèque des DDSs. Par analogie avec les sources de bruit de phase identifiées sur le phasemètre, une origine probable de ce bruit de phase est le bruit d'échantillonnage du convertisseur numérique-analogique en sortie des DDSs.

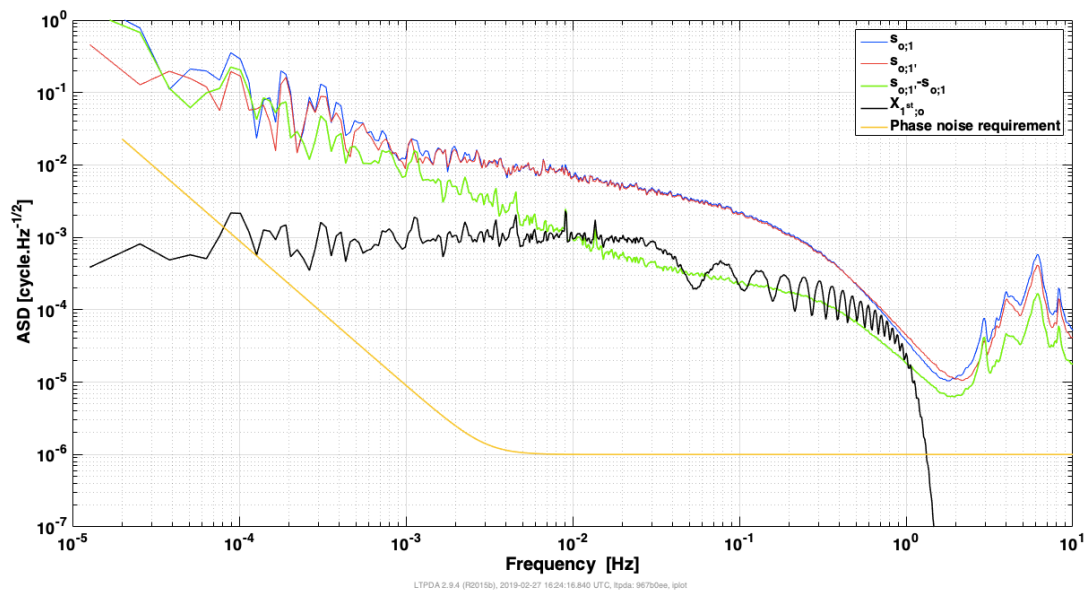
On peut remarquer sur la figure 3.17 que les bruits bruts sont très similaires sur les deux voies d'entrées. La soustraction des deux voies (en vert) présente une légère réduction de bruit entre 20 mHz et 1 Hz. Comme cette combinaison élimine la contribution des bruits communs aux deux voies, une explication possible est une génération de bruit 'local' légèrement plus instable que la génération des bruits distants (p.ex. en raison d'un amplificateur plus bruyant). L'application de TDI à ces signaux montre le comportement attendu, à savoir une apodisation en  $\nu$  à basses fréquence et des réponses nulles aux multiples de  $1/\tau \approx 60 \text{ mHz}$ .

Les figures 3.18 montrent les mêmes mesures provenant des interféromètres optiques, à l'air (graphique supérieur) et sous vide (graphique inférieur). Clairement (et logiquement ...), les niveaux de bruit sont bien plus importants que pour l'interféromètre électronique. Le passage sous vide réduit les fluctuations de chemin optique entre 1 et 2 ordres de grandeur dans la bande 1 mHz - 1 Hz. Que ce soit sous vide ou à l'air, les données brutes sont bien plus bruitées que leur différence. Dans les deux cas, cela peut s'expliquer par un fort mode commun sur les mesures. Chacune des deux phases mesurées est la soustraction des chemins optiques d'un bras 'distant' et celui du bras 'local'. Les deux bras 'distants' parcourent quasiment le même chemin physique (ils ne diffèrent que par





(a) Niveaux de bruits optiques à l'air.



(b) Niveaux de bruits optiques sous vide.

FIGURE 3.18 – Mesures de bruits de référence avec l'interféromètre optique. Les traces bleue et rouge représentent les signaux bruts, en vert la soustraction des deux et en noir après application de TDI. La courbe jaune représente comme référence l'allocation de bruit pour le phasemètre ( $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), mais n'est pas l'objectif de bruit du LOT.

leur polarisation), tandis que le bras local parcourt un chemin sensiblement distinct, et donc soumis à des perturbations largement différentes. Il est donc probable que le mode commun proviennent des perturbations différentielles entre bras local et distants. A l'air, ce mode commun est à des fréquences inférieures à environ 50 mHz, cohérent avec des fluctuations thermiques et d'indice de réfraction de l'air. Sous vide, le mode commun est dans une gamme de fréquences intermédiaires, entre 1 mHz et 1 Hz. L'origine de cette perturbation est moins évidente, peut-être liée à des instabilités mécaniques couplées à des vibrations sismiques basses fréquences. Les modulateurs électro-optiques fibrés, inclus sur chacun des bras de l'interféromètre en prévision d'expérience de transfert de bruit d'horloges sont les contributeurs les plus évidents.

En deçà de  $\approx 20$  mHz, le bruit résiduel différentiel entre les mesures est en  $1/\nu$  (avec un pivot équivalent à  $1 \text{ nm}/\sqrt{\text{Hz}}$  à 10 mHz) donc compatible avec une dérive lente.

La figure 3.19 permet la comparaison directe des niveaux de bruit obtenus avec les interféromètres optiques et électroniques, en l'absence de bruit additionnel simulé (remarque : la courbe 'Phase noise requirements' est uniquement donnée à titre indicatif, elle représente l'allocation de bruit pour le phasemètre seul). Ces mesures donnent une estimation des niveaux de bruit minimum atteignables par les interféromètres électroniques et optiques.

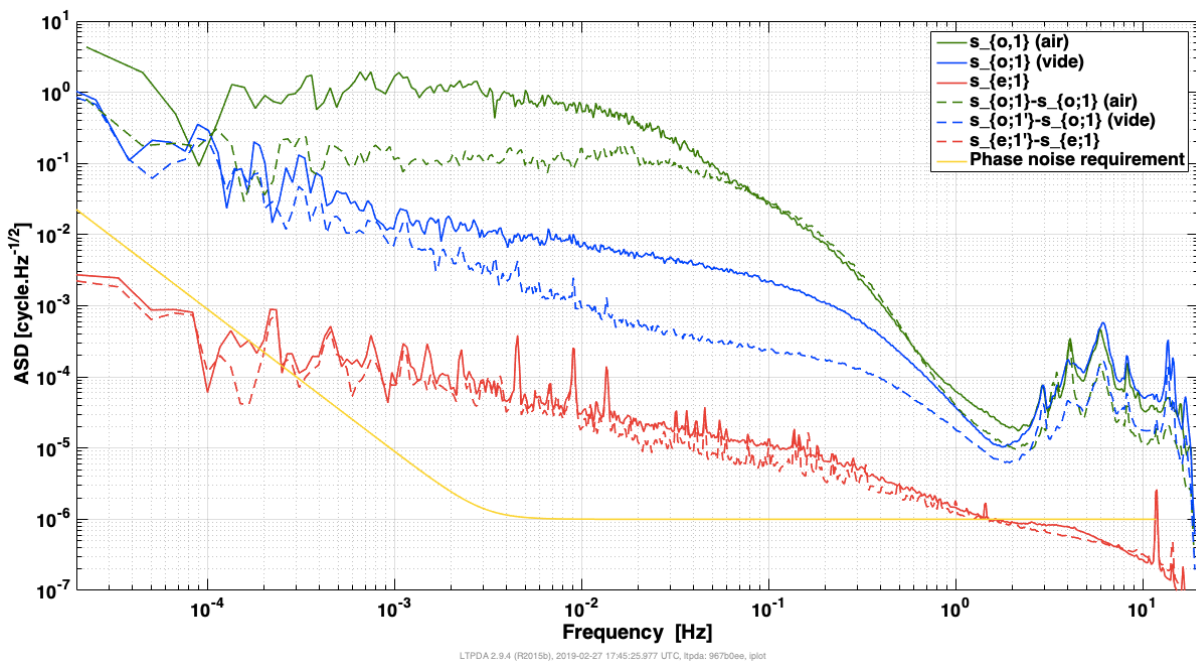


FIGURE 3.19 – Comparaison des niveaux de référence de bruit de phase pour les interféromètres électroniques et optiques (sous vide et à l'air).

Afin de prendre en compte ce niveau de bruit relativement important, les simulations 'LISA' ont été effectuées avec un niveau de bruit laser environ 10 fois supérieur aux spécifications, soit un bruit blanc de  $1 \text{ kHz}/\sqrt{\text{Hz}}$  (ASD monolatérale) entre 0 et 15 Hz. La fréquence de coupure à 15 Hz, légèrement en deçà de la fréquence de Nyquist du phasemètre (19 Hz), permet d'optimiser la vitesse de génération des trames. Les retards, fixes,

des deux voies distantes sont réglées à 16,6723584 s et 16,8820736 s, soit une différence de temps de propagation équivalente à des bras inégaux de 31 436 km.

La figure 3.20 compare les résultats obtenus avec les interféromètres optiques et électroniques, ainsi que les niveaux de référence présentés précédemment.

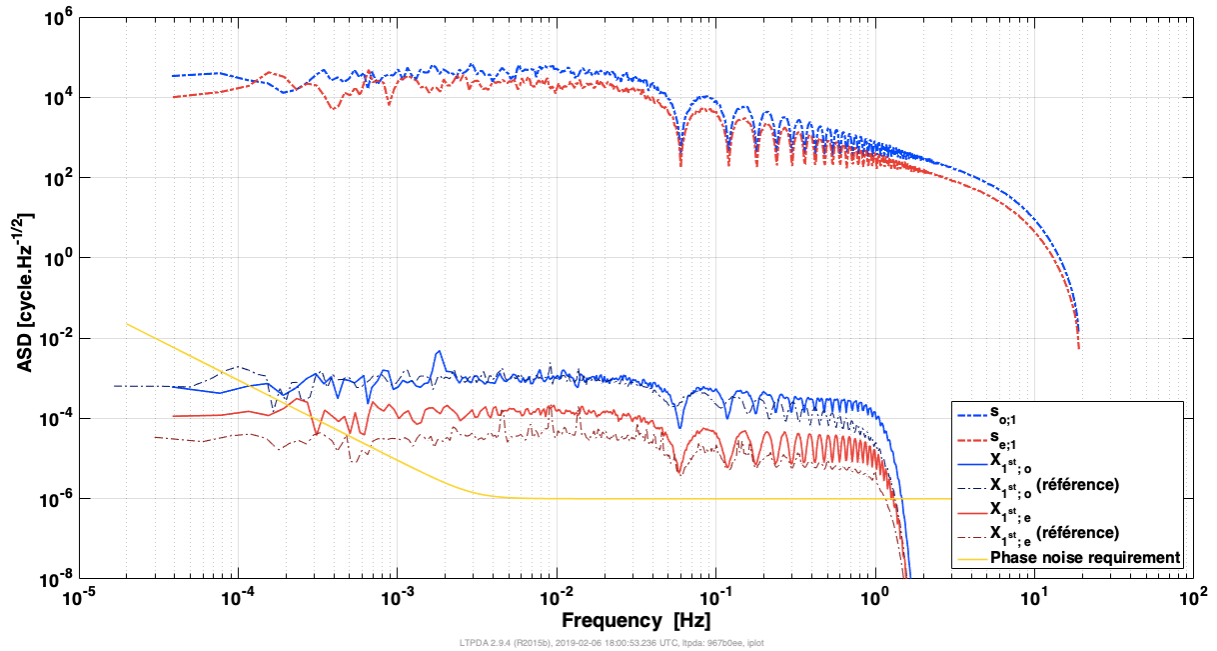


FIGURE 3.20 – Comparaison des résultats de simulation obtenus avec les interféromètres électroniques (en rouge) et optiques (en bleu).

Les mesures brutes des voies du phasemètre (courbes du haut, une seule des deux voies de mesure - électronique ou optique - est représentée) montrent un spectre conforme aux attentes, i.e. celui d'un bruit blanc de fréquence combiné à lui-même avec un retard d'environ 16,7 s (et donc des zéros de réponse aux multiples de 60 mHz). En raison du double passage dans les AOMs, le niveau de bruit optique (courbe bleue) est (exactement) deux fois plus important que sur l'interféromètre électronique (courbe rouge). On observe également la coupure à 15 Hz.

Une fois TDI appliqué, le niveau de bruit sur l'interféromètre optique rejoint le niveau de référence, indice que le bruit résiduel est lié aux bruits de chemins optiques, et non à l'application de la méthode numérique qui réduit donc le bruit laser d'un facteur d'environ  $4 \times 10^7$  entre 0,1 mHz et 0,1 Hz.

Le niveau de bruit résiduel sur l'interféromètre électronique est environ 6 fois supérieur à celui de référence (avec un niveau d'environ  $10^{-4}$  cycle/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ). L'origine de cette différence n'est pas (encore) bien identifiée. Il pourrait s'agir d'une erreur différentielle d'application des retards (par rapport à l'horloge de simulation) de 0,1  $\mu\text{s}$  (soit 15 m sur la différence de longueur de bras), mais son origine n'est pas claire et de premiers essais d'optimisation directe du niveau de bruit résiduel n'ont pas permis d'obtenir un meilleur minimum.

Quoiqu'il en soit, même avec cet excès de bruit résiduel, les mesures électroniques démontrent un facteur de réduction supérieur à  $10^8$  entre 0,1 mHz et 0,1 Hz. Ces résultats sont donc conformes aux spécifications TDI.

### 3.4.3 Perspectives

L'expérience LOT a démontré la possibilité d'utiliser l'algorithme TDI dans une configuration simplifiée (retards fixes, satellite transpondeurs parfaits). Plusieurs effets limitent cependant ses performances et feront l'objet de développements ultérieurs :

- L'interféromètre optique sous vide s'est avéré finalement plus sensible que prévu aux bruits environnementaux, en particulier les vibrations et déformations mécaniques. Un système de compensation active de la longueur des chemins optiques, fonctionnant à l'air, était par exemple (quasiment) inopérant sous vide, en raison d'une perte de contraste importante sur la mesure de son signal d'erreur. Il est sans doute nécessaire de revoir l'implantation des composants et leur stabilité pour améliorer la stabilité mécanique dans de futures versions de l'interféromètre (par exemple en réalisant un montage plus compact, utiliser un plateau plus rigide, colocaliser (autant que possible...) les trajets des faisceaux 'locaux' et 'distants', améliorer l'amortissement sismique et le bridage des fibres, etc).
- Le logiciel de pilotage doit évoluer pour permettre l'utilisation de retards variables, combinés aux effets Doppler correspondant. Cette fonctionnalité permettra de tester des algorithmes TDI de deuxième génération (i.e. prenant en compte la variation des retards).
- Le recalage des horloges et la détermination des retards pourraient être (en partie) simulés par le LOT. Il est nécessaire pour cela d'ajouter une modulation en phase/fréquence des faisceaux lasers. Tel qu'envisagé dans LISA, le recalage des horloges requiert une modulation à plusieurs GHz et donc des EOM fibrés, source probable de bruit de phase. Une solution alternative est d'effectuer une modulation de fréquence dans la bande passante autorisée par la vitesse de communication avec les DDSs. Dans la configuration actuelle, une modulation de fréquence à quelques kHz peut être envisagée (limitée par la fréquence de Nyquist du rafraichissement des commandes de 19 kHz). En utilisant la bande maximale de communication des DDS (et donc un ordinateur capable de simuler les données plus rapidement...), cette modulation pourrait être de quelques dizaines de kHz. La détermination du temps de parcours entre satellites s'effectue grâce à un échange de pseudo-code aléatoire, imprimé sur la phase du laser. Une approche similaire peut être configurée sur le LOT (toujours en modulant la fréquence des signaux RF).
- Le niveau de bruit de fond RF semble être lié au bruit intrinsèque des DDS. Un développement électronique est actuellement en cours pour construire un générateur de fréquence permettant de stabiliser la fréquence de sortie des DDS. L'idée est d'utiliser un phasemètre pour, à la fois, mesurer (par rapport à une horloge de référence) la phase du signal généré, le comparer à une consigne de référence et rétroagir sur la commande en fréquence pour ajuster le signal. L'intérêt d'implémenter

la commande des DDS dans un phasemètre est d'accéder à la boucle de mesure à haute fréquence et permettre une communication plus rapide avec le DDS.

Ces nouvelles fonctionnalités ne pourront probablement pas être utilisées simultanément (les modulations pour le recalage des horloges et le ranging peuvent s'exclure mutuellement par exemple), ni avec des niveaux de bruits résiduels conformes aux exigences de LISA, mais permettront de tester plusieurs facettes de TDI sur des signaux réalistes

#### 3.4.4 Article : *Status of the eLISA on table (LOT) electro-optical simulator for space based, long arms interferometers.*, P. GRÜNING ET AL., 2015

# Status of the eLISA on table (LOT) electro-optical simulator for space based, long arms interferometers

Pierre Grüning · Hubert Halloin · Pierre Prat · Sylvain Baron ·  
Julien Brossard · Christelle Buy · Antoine Petiteau ·  
Gerhard Heinzel · Iouri Bykov

Received: 18 April 2014 / Accepted: 22 February 2015 / Published online: 15 March 2015  
© Springer Science+Business Media Dordrecht 2015

**Abstract** We report on the progress in the realization of an electronic / optical simulator for space based, long arm interferometry and its application to the eLISA mission. The goal of this work is to generate realistic optics and electronics signals, especially simulating realistic propagation delays. The first measurements to characterize the simulator are also presented. With the present configuration, noise reduction factors of  $5 \times 10^7$  for optical beat notes and  $10^9$  for RF beat notes have been achieved using the Time Delay Interferometry algorithm. The principle of the experiment has been validated and further work is ongoing to identify the residual noise sources and optimize the apparatus.

**Keywords** Interferometry · eLISA · Gravitational waves · Experimental validation · Time delay interferometry

## 1 Introduction

The evolved Laser Interferometer Space Antenna (eLISA) is a space-based project aiming at detecting gravitational waves in the frequency range 0.1 mHz to 1 Hz. eLISA consists of 3 spacecrafts (S/C) in a nearly-equilateral configuration, constantly following free-falling masses located at their center and orbiting around the sun [2].

---

P. Grüning (✉) · H. Halloin · P. Prat · S. Baron · J. Brossard · C. Buy · A. Petiteau  
APC, AstroParticule et Cosmologie, Université Paris Diderot, CNRS/IN2P3, CEA/Irfu,  
Observatoire de Paris, Sorbonne Paris Cité, 10, rue Alice Domon et Léonie Duquet,  
75205 Paris Cedex 13, France  
e-mail: pierre.gruning@apc.univ-paris7.fr

G. Heinzel · I. Bykov  
Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik (Albert-Einstein-Institut),  
Callinstraße 38, 30167 Hannover, Germany

eLISA is the straw man concept proposed as an ESA L-class mission to fulfill the scientific objectives of ‘The Gravitational Universe’ proposed science theme. This theme has recently been selected by ESA for a launch in 2034. The eLISA concept follows the extensively studied LISA project [4, 11] and evolved out of the NGO study [12].

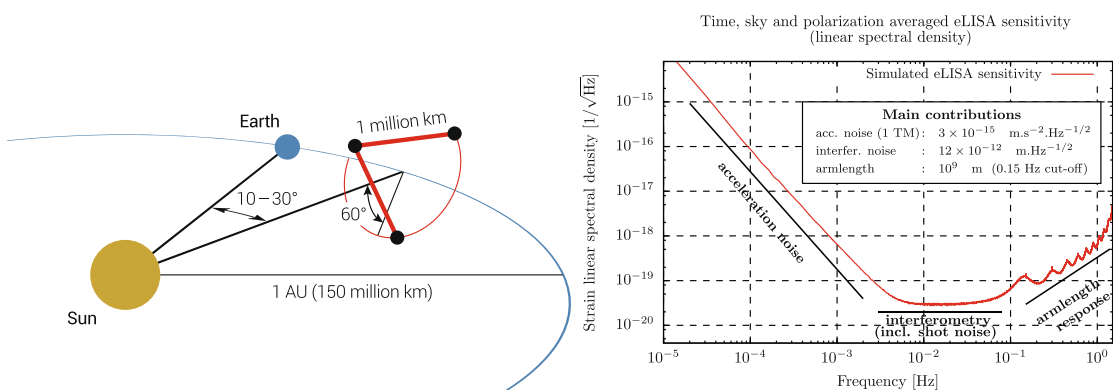
In the eLISA concept, a ‘mother’ spacecraft is located at the vertex of a V-shaped configuration, with two ‘daughter’ spacecraft at the end of the two arms. Laser beams are propagating along the arms, effectively forming a Michelson-type interferometer with  $10^6$  km arm lengths. The spacecraft follows independent heliocentric orbits and forms a nearly equilateral triangle in a plane that is inclined by  $60^\circ$  against the ecliptic (see Fig. 1). Furthermore, Fig. 1 shows also the expected noise curve and associated sensitivity curve convolved with the eLISA response to the gravitational waves. More details on the sensitivity computation and science objectives of eLISA can be found in [2, 3, 12] and references therein.

Four interferometric measurements are used to precisely monitor the distances between the inertial masses and, hence, to detect the tiny variations in their distance due to the pass of a gravitational wave, two on the mother S/C which contains two free-falling masses and one on each daughter S/C. The goal of eLISA is to detect gravitational deformation as small as  $\Delta L/L \approx 10^{-20}/\sqrt{\text{Hz}}$  (i.e 10 pm per million km) in a frequency band of  $10^{-4}$  Hz to 1 Hz.

This expected performance of eLISA relies on two main technical challenges: the ability for the spacecraft to precisely follow the free-flying masses and the outstanding precision of the phase shift measurement between the spacecrafts.

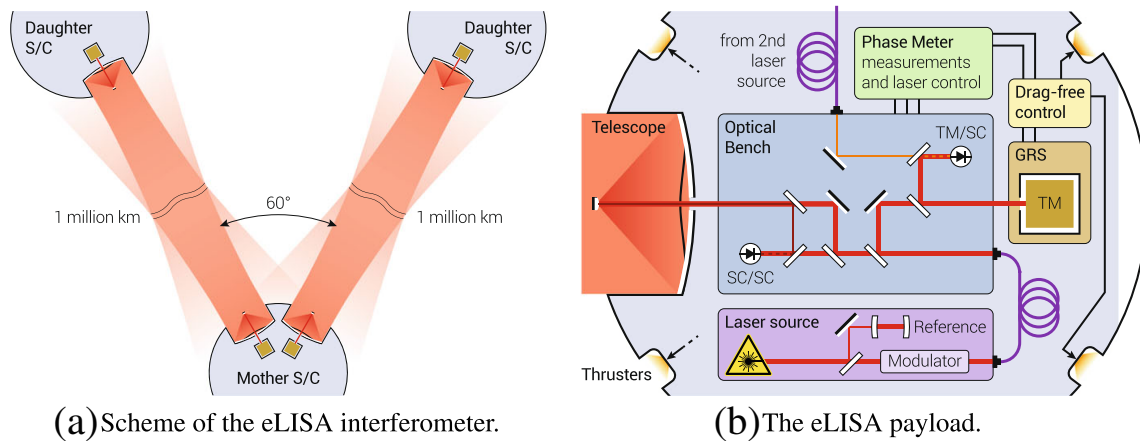
To meet these requirements, the payload of eLISA consists of four identical units, two on the mother spacecraft and one on each daughter spacecraft. Each unit contains a Gravitational Reference Sensor (GRS) with an embedded free-falling test mass that acts both as the end point of the optical length measurement and as a geodesic reference test particle. A telescope with 20 cm diameter transmits light from a 2W laser at 1064 nm along the arm and also receives a small fraction of the light sent from the far spacecraft. The required laser beat signals are formed on an optical bench in between the telescope and the GRS (see Fig. 2).

Unlike ground-based detectors, a major feature of space-based interferometry between inertial references is the length mismatch of the arms and its time



(a) The V-shaped constellation of eLISA. [2] (b) eLISA noise spectrum (averaged strain sensitivity).

**Fig. 1** eLISA configuration and sensitivity curve



**Fig. 2** Measurement principle of eLISA [2]

dependance. Actually, the arm length difference will be up to  $3 \times 10^4$  km with relative velocities up to 7 m/s. As a consequence of the length mismatch, the different propagation delays along the two arms have to be taken into account in the post-processing algorithm to avoid the coupling of the laser frequency noise with the science signal. This algorithm is known as “Time Delay Interferometry” (TDI) [5, 6, 20, 21, 30, 31, 34, 35]. With a knowledge of the arm lengths at about 1 m accuracy, the laser frequency needs to be ‘pre-stabilized’ at a level of about  $10^{-12}/\sqrt{\text{Hz}}$ , using a ultra-stable Fabry-Perot cavity [29].

Another method, called arm-locking has been suggested to further decrease the laser frequency noise. The principles are described in [14, 22, 24, 27, 28, 37].

The measurement of the inter-spacecraft distance is done using a low frequency modulation of the laser frequency, transmitting and correlating pseudo-random codes. Another modulation (at about 1 GHz) is also required to transfer the noise of the on-board clocks and compensate for their effect on the analog to digital converters (ADC) timestamping [7, 8, 10, 13, 17, 23, 25, 26]. These beat notes carrying the ‘science’ as well as the ranging and clock synchronization signals, need to be measured at the level of the  $\mu\text{cycle}/\sqrt{\text{Hz}}$  to reach the required eLISA sensitivity, while following the frequency drifts between 5 and 25 MHz, due to the relative motion of the S/C.

Hence, the capability of eLISA to measure very small displacements relies (among other things) on accurate processing algorithms (TDI), precise feedback loops (arm-locking) and very low noise, extremely high performance instruments (phasemeters). Software can simulate the Doppler effects, the propagation delays, reconstruction algorithms, etc (see e.g. [19]). Nevertheless, the development of hardware simulations are desirable, in order to characterize the detection devices, validate the numerical models and study the influence of the hardware on the detection algorithms. This is the purpose of the eLISA On Table (LOT) experiment developed at the APC laboratory and described in the next sections.

Hardware simulators for eLISA have already been developed by other teams in the project. Two approaches have been implemented so far: with realistic, electronically delayed, phase noises [15, 16] and optical, short arms experiments [36]. This paper describes an experimental setup allowing the simulation of optical links with



the appropriate noise delays and Doppler shifts. The LOT experiment can reproduce most of the features of the eLISA interferometry and the expected noise. It will also be possible to inject user-defined noise functions and accelerate the simulation to complete months of data simulation within days.

## 2 Experimental setup of eLISA

The goals of the LOT experiment is to be able to simulate optical beat notes, as representative as possible of the signals that will be recorded by eLISA. The experimental setup should also be kept very flexible to allow different configurations and the use of hardware prototypes, so that it could be adapted to new technologies or algorithms developed for eLISA.

Beyond the model of eLISA, the main challenge of such an experiment is to properly simulate delayed optical noise, while keeping the setup extremely stable on time scales of tens of seconds. The experimental setup presented here mainly focuses on the demonstration of the simulation principles and first results. The reduction of the interferometer intrinsic noises and complete development of eLISA functionalities will be addressed in the future.

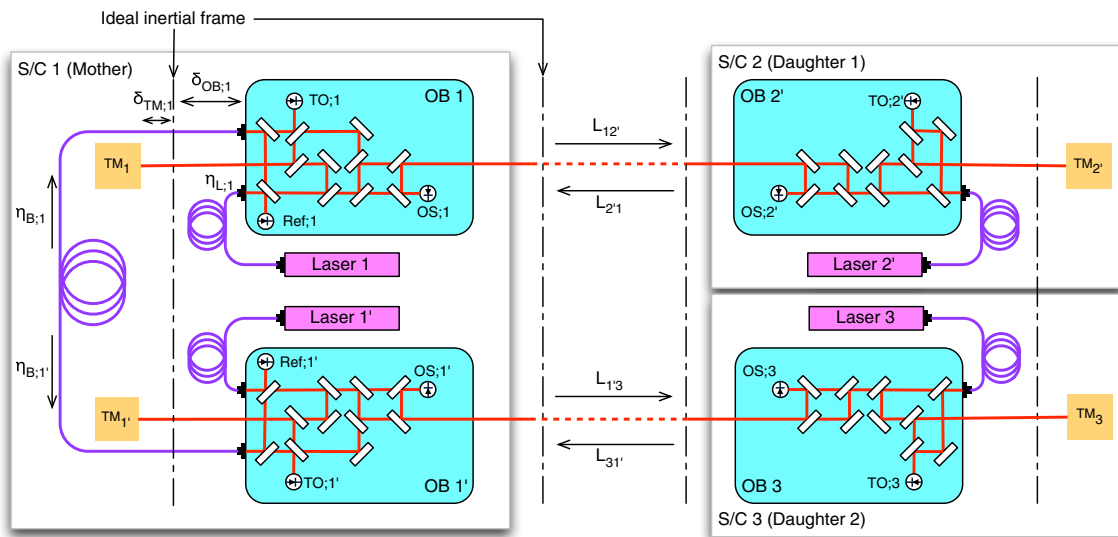
### 2.1 eLISA model

The eLISA mission is composed of two arms, each of them linking one free-falling mass of the ‘mother’ spacecraft to the free-falling mass of each ‘daughter’ spacecraft. In practice, the variations of the arm length are computed from three interferometric measurements on each link: test mass to optical bench on the mother S/C, ‘mother’ optical bench to ‘daughter’ optical bench, optical bench to test mass on the daughter S/C. The sum of these 3 measurements cancels out the movement of the S/C w.r.t the test masses. The principle and different measurements of the eLISA interferometry is represented on Fig. 3.

eLISA consists of four (almost) identical payloads: two on the mother S/C, one on each daughter S/C. Each payload consists of one test mass, one laser source and one optical bench (plus the control electronics, such as the phasemeter, the charge management unit, the housekeeping data unit, etc, which are not represented on Fig. 3). The two daughter S/C act like “mirrors”, each one containing a laser which is phase locked on the incoming laser from the mother S/C, this is the transponder mode. The three S/C are labelled 1, 2 and 3: 1 refers to the mother S/C and the others to the daughters. Following conventions inherited from the previous LISA project (which had three identical S/C), devices and ‘information’ propagating clockwise are labelled with 1, 2 and 3, whereas they are labelled 1’, 2’ and 3’ when propagating counter-clockwise.

On the mother optical bench 1, three interferometric measurements are performed, giving the relative optical phase between:

- the local laser (Laser 1) and the incoming signal from S/C 2 (and optical bench 2’), i.e. optical bench 1 to distant S/C:  $s_{OS;1}(t)$



**Fig. 3** Scheme of the interferometric measurements on the two arms of eLISA. See text for the explanations of the notations

- the adjacent laser (Laser 1') and the local laser (Laser 1) after reflection on the test mass 1 (TM<sub>1</sub>), i.e. test mass to optical bench signal:  $s_{TO;1}(t)$
- the local laser and the adjacent laser, i.e. reference signal:  $s_{Ref;1}$

The second optical bench on the mother S/C is strictly identical. A ‘back-link’ fiber transfers the light from bench 1 to bench 1’(and vice versa). The optical benches on the daughter S/C are also identical except that there is only one optical bench (and one laser) per satellite, hence no reference beat note.

For the calculation, we will define the different positions noise w.r.t an ideal inertial frame, at the position of the S/C. With the notations of the figure, the different signals (phases) recorded on the optical bench can be expressed as:

$$s_{OS;1} = \phi_{R;2'1} - \delta_{OB;1} - \eta_{L;1} + o_{OS;1} \tag{1a}$$

$$s_{TO;1} = \eta_{L;1} + 2 \times (\delta_{OB;1} + \delta_{TM;1}) - \eta_{L;1'} - \eta_{B;1} + o_{TO;1} \tag{1b}$$

$$s_{Ref;1} = \eta_{L;1} - \eta_{L;1'} - \eta_{B;1} + o_{Ref;1} \tag{1c}$$

$$\phi_{S;12'} = \eta_{L;1} - \delta_{OB;1} + o_{S;12'}, \tag{1d}$$

where:

- $\phi_{R;2'1}$  is the phase of the laser beam received from optical bench 2'
- $\delta_{OB;1}$  is the phase noise due to the movement of the S/C 1 w.r.t the inertial frame mainly due to thruster noise
- $\eta_{L;1}$  is the phase noise of the laser source 1 and  $\eta_{L;1'}$  for the adjacent laser source
- $\delta_{TM_1}$  is the phase variation induced by the movement of the test mass due to the residual acceleration noise
- $\eta_{B;1}$  is the additional phase noise in the back link fiber from bench 1' to 1
- $\phi_{S;12'}$  is the phase of the laser beam sent to optical bench 2' (w.r.t the inertial frame)

- $o_{xx;1}$  takes into account any local additional noise such as the optical bench phase noise

The same equations stand for the second optical bench of the mother S/C by replacing 1 with 1', 2 with 3' and 2' with 3. Similarly for optical bench 2', but with only one laser source:

$$s_{OS;2'} = \phi_{R;12'} - \delta_{OB;2'} - \eta_{L;2'} + o_{OS;2'} \quad (2a)$$

$$s_{TS;2'} = 2 \times (\delta_{OB;2'} + \delta_{TM;2'}) + o_{TS;2'} \quad (2b)$$

$$\phi_{S;2'1} = \eta_{L;2'} - \delta_{OB;2'} + o_{S;2'1} \quad (2c)$$

Moreover, the propagation along the arms between spacecrafts leads to:

$$\begin{aligned} \phi_{R;2'1} &= D_{2'1}\phi_{S;2'1} + g_{w;2'1} \\ &= D_{2'1}\eta_{L;2'} - D_{2'1}\delta_{OB;2'} + D_{2'1}o_{S;2'1} + g_{w;2'1}, \end{aligned} \quad (3)$$

with similar equations for  $\phi_{R;31'}$ ,  $\phi_{R;12'}$  and  $\phi_{R;1'3}$ .

- $D_{ij}$  is a delay operator:  $D_{ij}\phi(t) = \phi(t - L_{ij})$  ( $L_{ij}$  being the light time from payload i to j, about 3.3 s)
- $g_{w;ij}$  is the perturbation due to a gravitational wave.

In eLISA, because of the relative motions of the S/C,  $L_{ij} \neq L_{ji}$  (Sagnac effect) and  $D_{ij}D_{kl}\phi \neq D_{kl}D_{ij}\phi$  (time evolving delays).

## 2.2 Time delay interferometry

Combining these measurements gives an equivalent measure of the phase of the test mass position w.r.t the incoming beam, corrected from the movement of the bench (w.r.t the test mass). Also, the LOT will be able to simulate the noise resulting from the fiber link from bench 1 to 1' (and vice-versa) using a second local arm in the future. The detailed steps to combine and simplify the equations using perfect transponder assumptions are detailed in Appendix A. Equations (8) and (9) form the set of time-delayed interferometry.

Finally, the 'test-mass to test mass' (8) signals become:

$$s_{TT;1} = D_{2'1}D_{12'}\eta_{L;1} - \eta_{L;1} + D_{2'1}g_{w;12'} + g_{w;2'1} \quad (4a)$$

$$s_{TT;1'} = D_{31'}D_{1'3}\eta_{L;1} - \eta_{L;1} + D_{31'}g_{w;1'3} + g_{w;31'} \quad (4b)$$

$$s_{TT;2'} = 0 \quad (4c)$$

$$s_{TT;3} = 0 \quad (4d)$$

The dominant noise terms are, by many orders of magnitudes, the laser phase fluctuations. These noises are however transported from one S/C to another and appear as differences between the local laser and the distant, delayed one. Their contribution can be canceled by properly delaying and combining the  $s_{TT;q}$  signals: this method is known as time delay interferometry (TDI) (see e.g. [30]). TDI however requires a precise knowledge of the light time between S/C (at the meter level over  $10^6$  km). Moreover, these equations assumed perfect clocks on each S/C, with no relative drifts nor jitter. Ranging and clock noise transfer can be performed by adding

auxiliary modulations on the laser links [10]. After TDI and clock noise corrections [17], the residual phase noise should be due to the test masses (residual acceleration noise at low frequency) and the optical noise (including shot noise and path length fluctuations on the optical benches).

The primary goal of the LOT experiment is to optically simulate the  $S_{TT;q}$  signals and then apply the TDI algorithm on the recorded signals, but it can also be configured to simulate any of the  $s_{XX,q}$  signal. The simplified, ‘transponder’ equations which require only two simulated data streams, have been used for the first experimental measurements performed on the LOT, with the additional constraint of a static constellation (i.e.  $D_{2'1}D_{12'}$  and  $D_{31'}D_{1'3}$  are constant and commute) and no gravitational wave signal. In that case, the simplest TDI combination (X, first generation) leads to:

$$X_{1st} = (1 - D_{31'}D_{1'3})S_{TT;1} - (1 - D_{2'1}D_{1'2})S_{TT;1'} \quad (5)$$

This combination synthesized an equivalent Michelson interferometer with equal arms.

### 3 Experimental setup of LOT

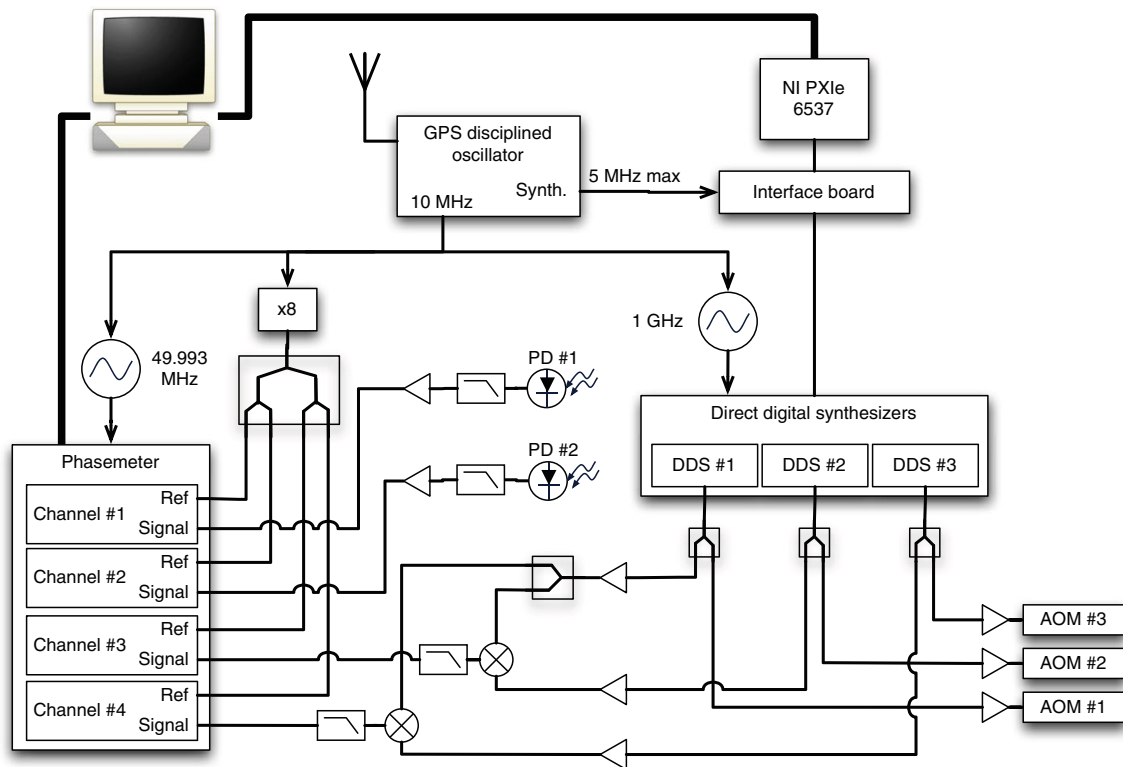
*Overview* The goal of the eLISA On Table (LOT) experiment is to take an experimental approach of the main subjects of the eLISA mission such as phase noise or TDI (time delay interferometry). It is innovative insofar as it includes both electronic and optical aspects of a hardware simulator in one experiment and allows to simulate optical beatnotes with appropriate phase delays. Furthermore, as it is entirely computer controlled, the implementation of realistic noises and delays can be done through the use of software simulating the mission, such as LISAcodes [18]. The LOT is expected to be a very complete optical simulator representative of eLISA, offering the additional flexibility to define ad-hoc fluctuations in the frequency, amplitude or phase of the laser and propagation delays. The control electronics also allows to ‘accelerate’ the simulation, so that one year of data streams could be generated within a few days.

#### 3.1 Description of the electronic interferometer and electric TDI tests

The LOT’s electronic part is composed of all necessary devices for control and measurement but also of an electronic version of the LOT established by combining the signals sent to acousto-optical modulators (AOMs). These electronic LOT signals can thus be analyzed and compared to the optical one. The concept is illustrated on Fig. 4.

##### 3.1.1 Control-command and readout

*Signal generation* The data streams for each channel (i.e. sent to the AOMs) are simulated (i.e. generated, delayed and interpolated), converted to digital commands and sent to a National Instrument (NI) PXIe 6537 communication board. The frames (being 264 bits long) are serially sent on some of the 32 output ports of the NI card.



**Fig. 4** Electronic scheme of the LOTNI PXIe: National Instrument chassis - DDS #i: Direct Digital Synthesizers channels - 49.993 MHz & 1 GHz: clock signals for the phasemeter and DDS - PD #i: photodiodes - AOM #i: Acousto-Optical Modulators receiving frequency modulation from DDS

The communication rate is controlled using a synthesized clock, up to 5 MHz, derived from the GPS disciplined oscillator. The communication card as well as the DDS can handle communication rates up to 50 MHz (i.e. a frames' rate of about 190 kHz), while it was set to 2 MHz in the present work (frames rate of 7.6 kHz).

Computer controlled DDS (Direct Digital Synthesizer, model Agilent AD9912) are used to generate the analog signals from the data streams. The DDS are able to generate RF signals up to 400 MHz with an accuracy of  $3.6 \mu\text{Hz}$  and the possibility to adjust the phase of the signal with a precision of 0.38 mrad. The electronics clocks are derived from a 10 MHz high stability, GPS disciplined oscillator to reduce the differential jitter noise.

DDS channel #1 represents the local arm, channels #2 and #3 stand for the two distant arms. Channel #1 is mixed respectively with channel #2 and #3 in order to simulate the two beat signals of the transponder type configuration  $s_{TT;1}$  and  $s_{TT;1'}$  which can be injected into the first generation TDI algorithm (5). These two data streams are recorded by the phasemeter on channel #3 and #4.

**Readout** The phasemeter used in this study is a prototype developed by the Albert Einstein Institut in Hanover, Germany [1]. Within the phasemeters, the signals are digitized using an ADC (Analog to Digital Converter), running at the phasemeter reference clock (presently 49.993 MHz). The frequency measurements are then performed by monitoring the frequency of a digital phase locked loop. In order to compensate for the jitter noise of the input ADC, each channel is combined with a

80 MHz reference signal, produced from the octupled 10 MHz GPS frequency. This signal (folded at 20 MHz after sampling) is processed in the same way as the ‘science’ data and used to correct it. A residual noise lower than  $1\mu\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ , for input frequencies between 2 and 20 MHz can be achieved. The output data are transmitted to the computer using a parallel port, at a rate of about 23.8 Hz. Both, the DDS and the phasemeter are controlled by a labview program with predefined mathematics models (computed by a separate C library for maximum efficiency) used to generate the RF frequencies and the simulated noise, including user-defined delays. These delays are held fixed in the present work, but will be representative of the eLISA orbits once the command program is combined with LISAcodes [18, 19].

### 3.1.2 Electric TDI tests

Different configurations have been used to perform the first tests on the experimental setup described above. For all the measurements, the communication clock (synthesized from the GPS oscillator) was set to 2 MHz, meaning an update of the DDS data at a rate of 7.6 kHz. Given the theoretical DDS resolution of  $3.6\mu\text{Hz}$ , such frequency and resolution lead to a quantization noise of about  $3 \times 10^{-8}\text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Unless otherwise noted in the following descriptions, the carrier frequencies were set to 108 MHz (‘local’ arm), 112.5 MHz (Distant arm 1) and 112.7 MHz (Distant arm 2). These values lead to electronic beat notes around 4.5 and 4.7 MHz.

The frequency modulations of these carrier frequencies were simulated as gaussian white noises (sampling frequency of about 757.6 Hz) of amplitude  $280\text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  (single sided amplitude spectral density), convolved with an 8<sup>th</sup>-order low-pass filter (corner frequency of 10 Hz). This filter was needed to avoid extra interpolation noise close to the Nyquist frequency of the sampled noise. This simulated signal is delayed (according to the simulation parameters) and up-sampled to 7.6 kHz using a 15<sup>th</sup> order Lagrange interpolation filter.

The delays were held constant, at 6.502081 s (arm 12) and 6.711826 s (arm 13). These values corresponds to typical round-trip delays on eLISA. These values are close to multiples of the phasemeter sampling period (155 and 160 respectively) to reduce interpolation noise. The reconstruction (interpolation) of the properly delayed phase measurement is done using a 31<sup>st</sup> order Lagrange interpolation filter.

Four streams of data are recorded by the four-channel phasemeter (ordered from channel 1 to 4), here we present the electronic data streams  $s_{e,1}$ ,  $s_{e,1'}$  recorded on channel 3 and 4 (1 and 2 being used for the optical ones).

The amplitude spectral density (ASD) of the signals (raw or reconstructed) are computed on a logarithmic frequency axis using the algorithm described in [32, 33].

*Intrinsic noise of the electric interferometer* Three experiments have been conducted to estimate the intrinsic noise of the system and the analysis process.

First, the intrinsic noise level of the phasemeter has been estimated using a single RF source at 2.001 MHz, split on the 4 input channels of the phasemeter. The results are shown in Appendix B. However, the intrinsic phase noise of the phasemeter is well below the other noise sources of the LOT experiment and will not be a concern in the present work. For reference, the requirements for the interferometric measurement

(including shot noise, optical bench noise, electronics, etc.) are also plotted on Fig. 14.

On a second configuration, the 3 DDS were configured with no modulation, and carrier frequencies at 108.355 MHz (‘local’ arm), 112.572 MHz (‘distant’ arm 1) and 112.583 MHz (‘distant’ arm 2). The ASD of the resulting beat note,  $s_{e,1}$  and the combination  $s_{e,1} - s_{e,1'}$  are represented on Fig. 5. The differential measurement is slightly lower than the raw signal, showing a correlation of the jitter between the different DDS. It could be due to a residual jitter noise between the 1 GHz synthesized signal (the DDS clock reference) and the RF reference signal at 80 MHz (from the octupled GPS frequency).

Applied to the present configuration, the ‘Michelson’  $X_{1st}$  combination (see (5)) leads to:

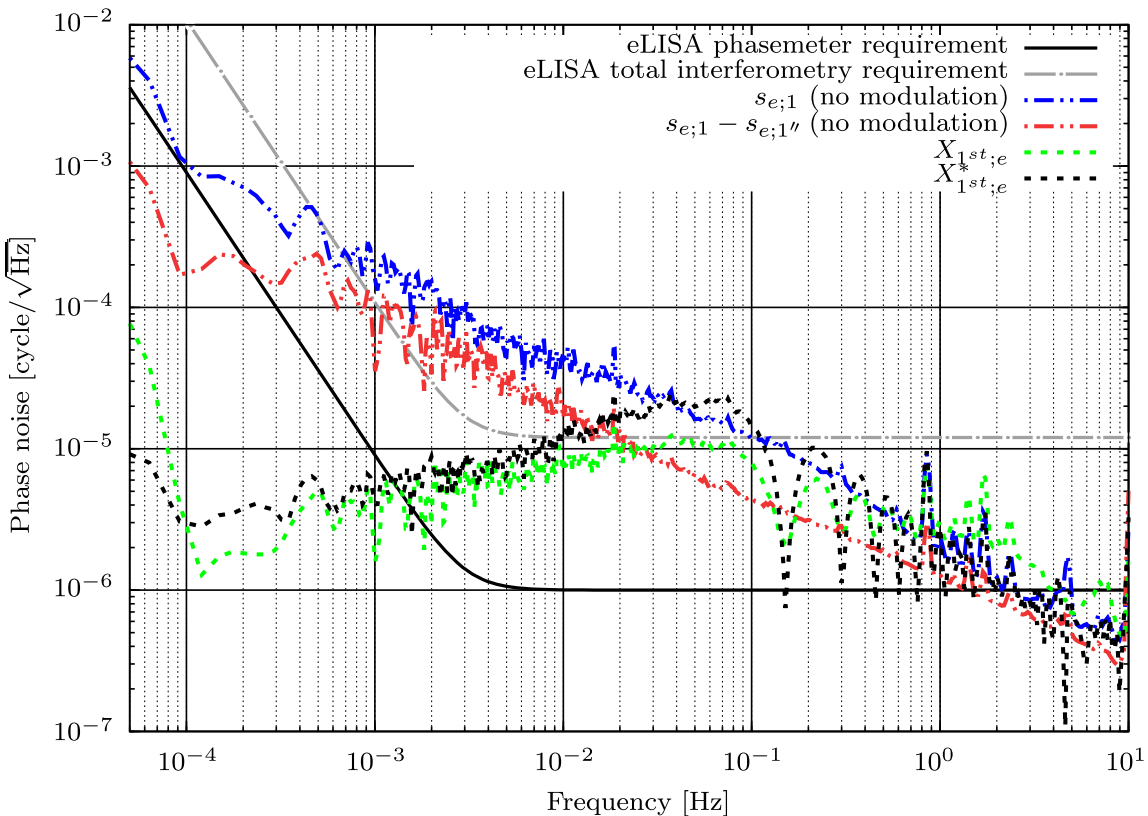
$$X_{1st;x}(t) = s_{x,1}(t) - s_{x,1}(t - \tau_3) - [s_{x,1'}(t) - s_{x,1'}(t - \tau_2)], \tag{6}$$

where  $\tau_3$  is the simulated round-trip time between S/C 1 and 3 (6.711826 s) and  $\tau_2$  is the simulated round-trip time between S/C 1 and 2 (6.502081 s).

In the case of uncorrelated noise  $s_{x,1}$  and  $s_{x,1'}$  the amplitude spectral density of  $X_{1st;x}$  is therefore given by:

$$\widetilde{X}_{1st;x}(\nu) = \sqrt{\widetilde{s}_{x,1}^2(\nu) \sin^2(\pi \tau_3 \nu) + \widetilde{s}_{x,1'}^2(\nu) \sin^2(\pi \tau_2 \nu)} \tag{7a}$$

$$= \widetilde{s}_{x,1}(\nu) \times \sqrt{1 - \cos(\pi(\tau_2 + \tau_3)\nu) \cos(\pi(\tau_2 - \tau_3)\nu)}, \tag{7b}$$



**Fig. 5** Reference levels of noise in the electric LOT experiment: DDS and electronic noise

where (7b) assumes similar ASD for the  $s_{x,q}$  signals ( $\widetilde{s_{x,1}} = \widetilde{s_{x,1'}}$ ). With the same assumption and at low frequencies, we have  $\widetilde{X_{1st;x}}(\nu) \approx \pi \sqrt{\tau_2^2 + \tau_3^2} \times \nu \widetilde{s_{x,1}}(\nu)$ :  $X_{1st}$  has a linear response function for  $\nu \ll 2/(\tau_2 + \tau_3)$ .

This approximation (marked as  $X_{1st}^*$  in the plots) was tested on the recorded signal (with no modulation) and plotted on Fig. 5.

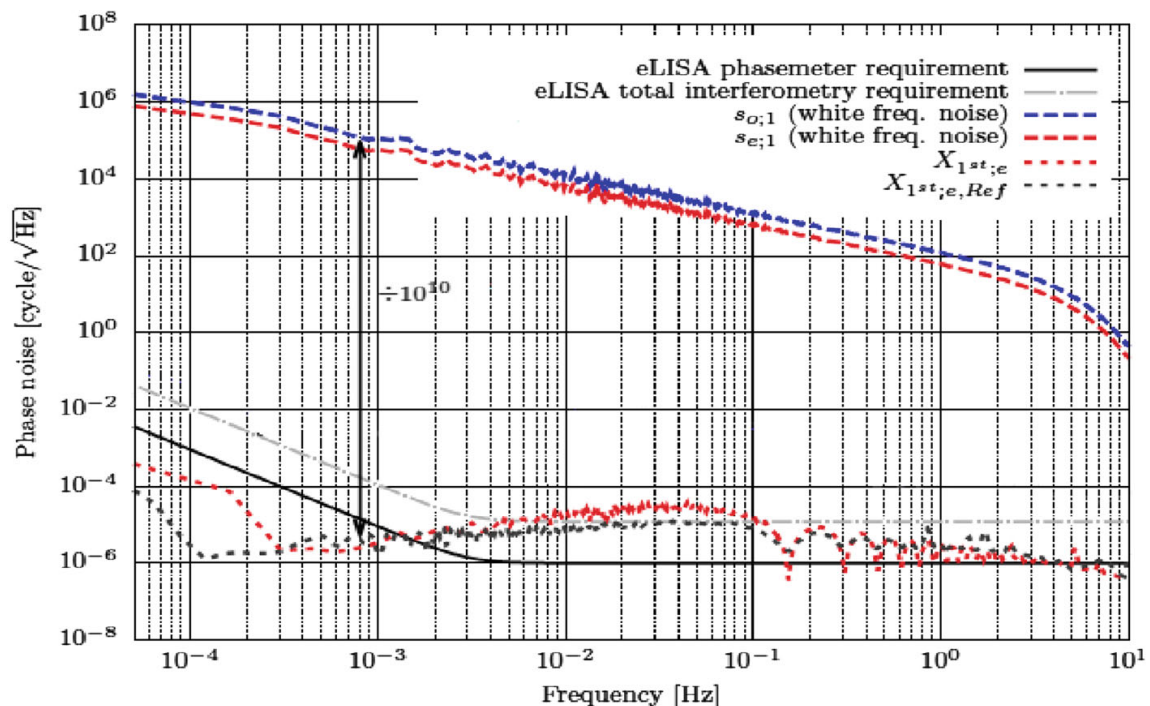
The results obtained after application of TDI and its theoretical model (transfer function) show identical behavior, especially the position of the nodes and the noise level. The observed discrepancies could be due to the correlation between the recorded signals. These noise levels are expected to be the noise floor of the present configuration of the electric LOT.

As a third test of the intrinsic noise of the experiment, the same frequency modulation (white frequency noise) has been applied on the two distant arms (see Fig. 6). This white noise (at a level of 560 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$  up to 1 Hz) is about twice the expected level of frequency noise of the stabilized laser source. The data were processed as described above, applying TDI with the same delay (6.502081 s) on the two arms.

Figure 6 represents the ASD of the raw and processed signals, together with the estimated intrinsic noise level of the LOT experiment. The residual electronics noises are compatible with the reference level of the previous configuration, on the whole frequency range. This validates the simultaneous generation of identical noisy signals.

Therefore, these first analyses show a noise reduction factor of  $2 \times 10^{10}$  on the electronic signals at 1 mHz. On eLISA a reduction factor of  $10^9$  to  $10^{10}$  is expected.

*Simulation on equal delayed perturbations* To perform a first test of TDI with the LOT in a realistic configuration, a white noise (amplitude 280 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ) was



**Fig. 6** Reference levels of noise in the electric LOT experiment before and after application of TDI  $X_{1st}$  on identical, noisy signals and comparison with the intrinsic noise level of the experiment (see Fig. 5)



simulated and applied on the local arm, as well as on the distant (delayed) arms 2 and 3 (see Fig. 7). This setup is representative of a static ‘transponder’ eLISA used in (4). The signal sent to the local arm is not delayed, whereas the signal on arm 2 is delayed by 6.502081 s and arm 3 by 6.502081 s (equal arm lengths configuration).

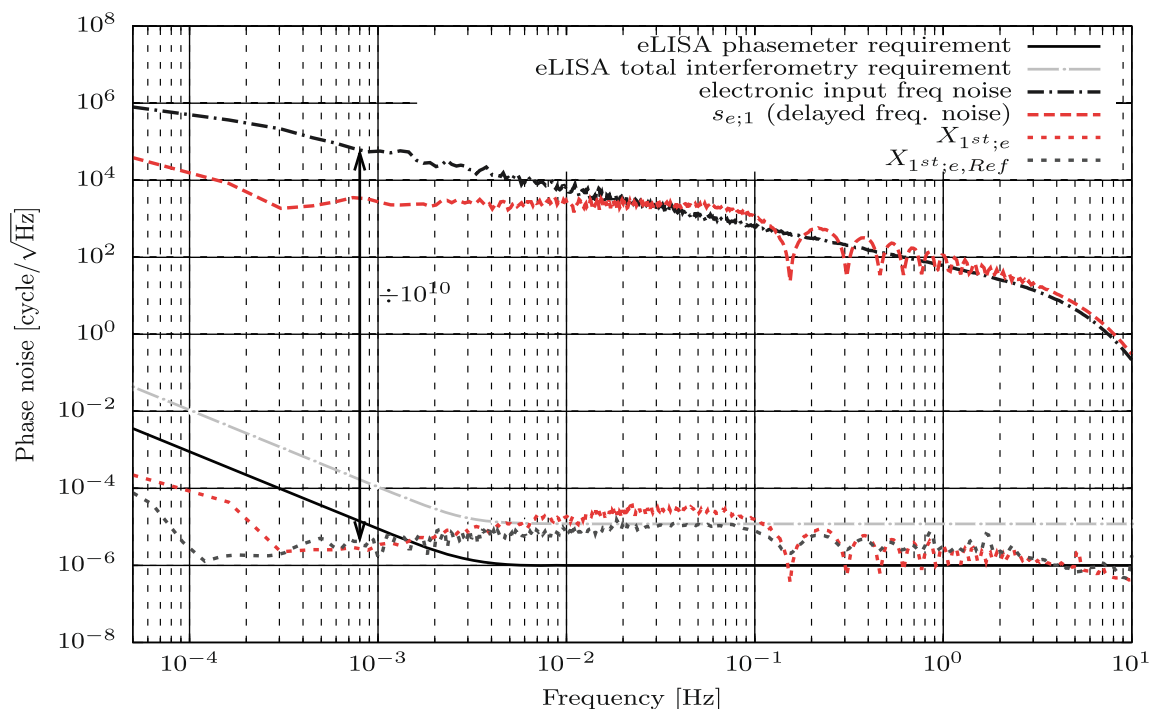
The results obtained with the equal armlengths configuration are very similar to Fig. 5. The two experiments are in fact almost identical, except for the simulation of both ‘local’ and ‘distant’ noises (therefore inducing different noise spectra of the recorded beat notes’ frequencies). Consequently, the noise reduction factor for equal arm lengths, at 1 mHz, is still at the level of  $2 \times 10^{10}$  with the electronic interferometer.

*Simulation on unequal delayed perturbations* Finally, a last test is performed with the same configuration as above but with different delays on the distant arms. The signal on arm 2 is delayed by 6.502081 s and arm 3 by 6.711826 s (unequal arm lengths configuration). The resulting ASD is shown on Fig. 8.

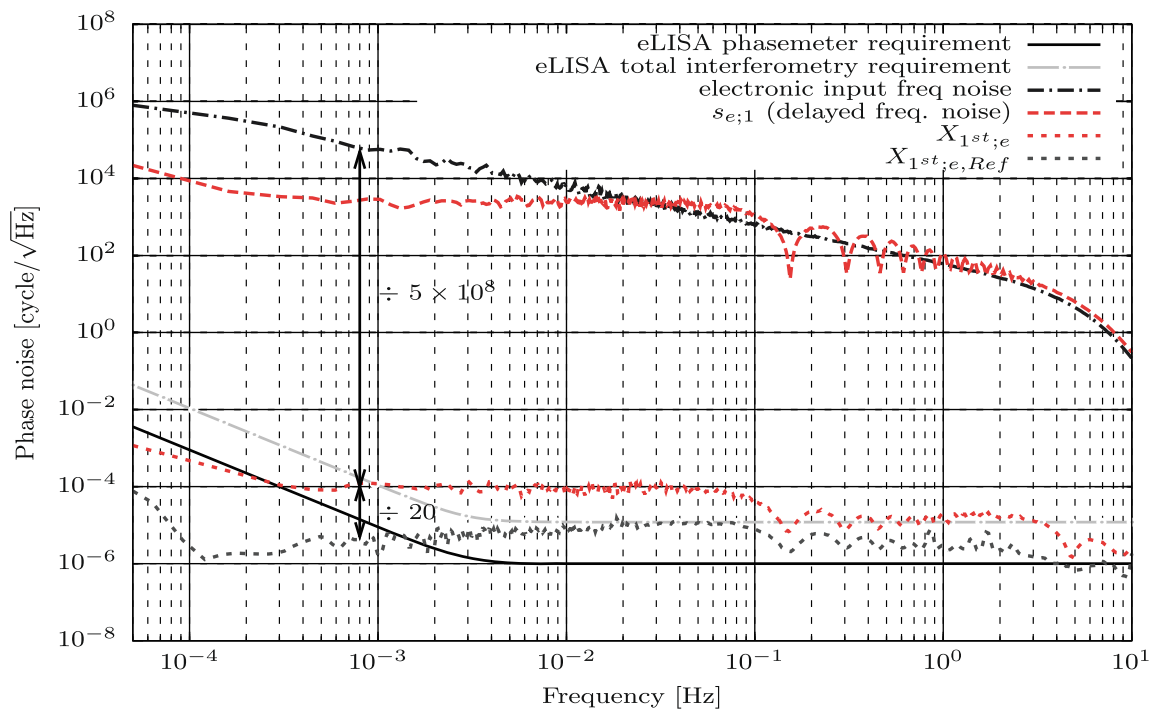
The noise level after TDI exhibits reduced performance (by a factor of about 20), limiting the reduction factor of TDI to  $5 \times 10^8$  at 1 mHz. This degradation could be due to phase jitter between the synthesized clocks driving the noise injection (1 GHz for the DDS operations) and the timestamps of the recorded phases (49.993 MHz for the phasemeter synchronization).

### 3.2 Description of the optical setup and optical TDI tests

The optical part of the LOT is mainly based on a Mach-Zehnder interferometer combined with AOMs (acousto-optic modulator) to shift the laser frequency on the



**Fig. 7** Reference levels of noise in the LOT experiment before and after application of TDI  $X_{1st}$  on noisy signals with identical delays (6.502081 s) and comparison with the intrinsic noise level of the experiment (see Fig. 5)



**Fig. 8** Reference levels of noise in the LOT experiment before and after application of TDI  $X_{1^{st}}$  on noisy signals with unidentical delays (6.502081 s and 6.711826 s) and comparison with the intrinsic noise level of the experiment (see Fig. 5)

arms in order to obtain heterodyne interferences. The beatnotes are measured by photodiodes and sent to the phasemeter.

### 3.2.1 General optical layout

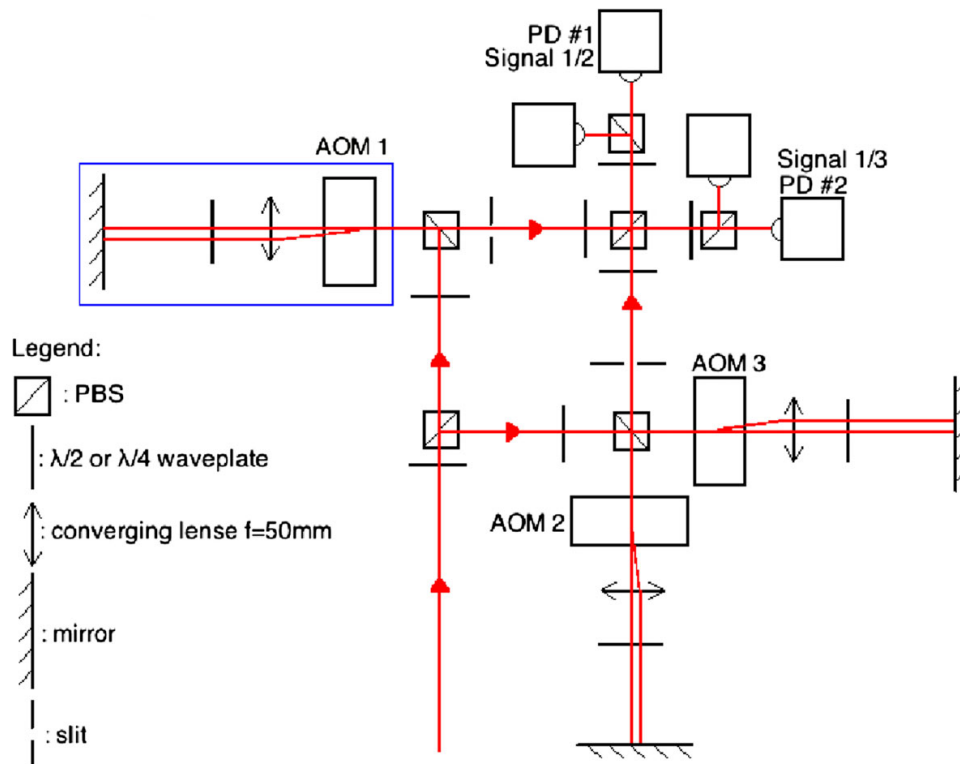
The LOT's optical part is shown on Fig. 9, which represents one module of the simulator. The LOT is presently composed of two of those modules, each one represents one satellite of the eLISA configuration. The third module, representative of the third satellite, will be implemented in future works. For this study only one module has been used, representative of the mother S/C.

As for eLISA, the module representing one satellite has three interfering beams, one 'local' and two 'distant'. A single laser source at 1064 nm (Innolight Mephisto 500) is used to produce these beams using a combination of polarizing beam splitters (PBS) and waveplates so that optical paths of the distant beams follow the same optical path but with orthogonal polarizations.

All the experiment is performed in a clean room (ISO 8). The optical table is placed on an air cushion to reduce high frequency noise and all optical devices put under a box in order to reduce noises induced by air flow. Also, a heat device is fixed on the top to implement temperature layers so that air perturbation induced by eventual warm spots on the table are quickly absorbed.

### 3.2.2 Generation of the optical beat signal

The local arm's frequency can be shifted with AOM 1. In the same way, AOM 2 and 3 induce the frequency shifts for the two distant arms. Each of these distant arms



**Fig. 9** Optical scheme of one module, representative of the mother S/C

interferes with the local arm to produce a heterodyne signal detected by 48 MHz bandwidth photodiodes with power noise below  $8 \text{ pW}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Signal 1/2 (see Fig. 10) is the resulting beatnote from the interfering beams shifted by AOM 1 and 2 and in the same way, signal 1/3 results from the interference between the beams shifted by AOM 1 and AOM 3.

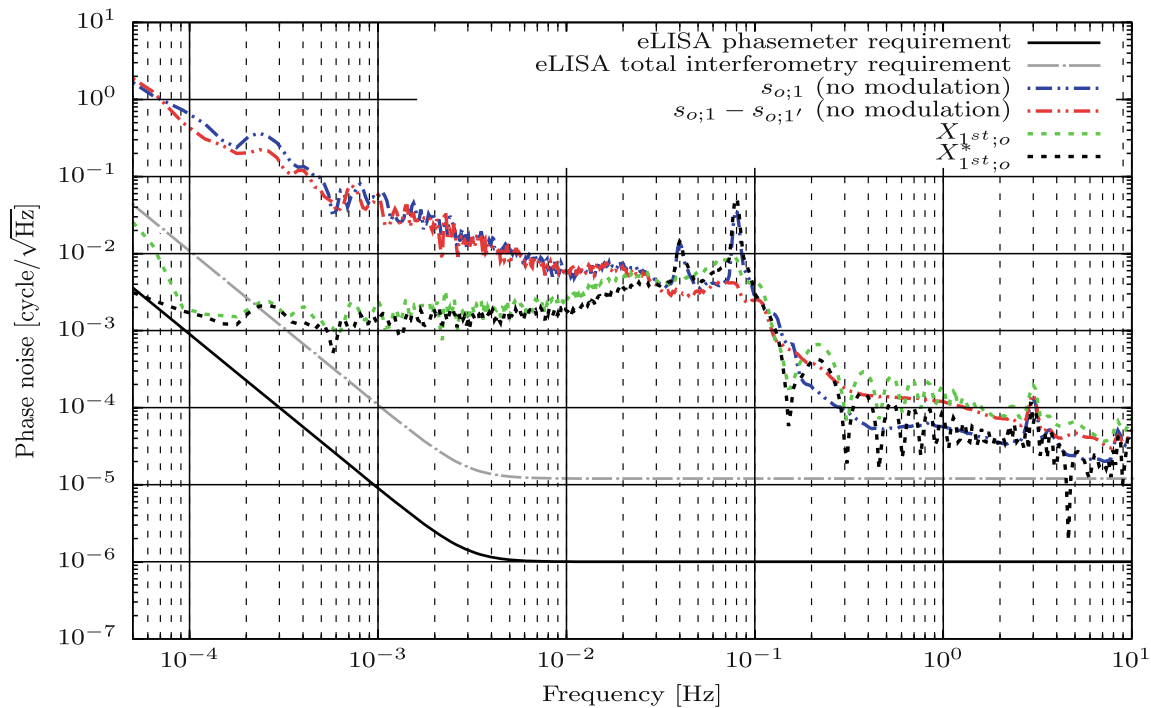
Free space A&A MT110-B50 TeO<sub>2</sub> AOMs have been used for the LOT. The maximum diffraction efficiency ( $\geq 80\%$ ) is reached at 110 MHz, with a bandwidth of  $\pm 15$  MHz with an efficiency greater than 65%. This broad modulation bandwidth is particularly useful for simulations of the Doppler effect.

However, since a large frequency shift induces also a large angular shift after the AOM, a cat's eye configuration has been implemented for the frequency modulation represented by the blue framed part.

In such a configuration, the s-polarized laser beam is sent to the AOM using a polarizing beamsplitter (PBS). After passing through the AOM, two beams are present: the order 0 is the unaffected beam, while order 1 is frequency shifted and deflected, proportionally to the RF frequency sent to the AOM. The diffraction efficiency is also a function of the RF power.

Using a combination of lens ( $f = 50$  mm), mirror and  $\lambda/4$  waveplate, the order 1 beam is sent back on the same path with an orthogonal polarization, whatever the deflection angle (i.e. the RF frequency). When passing through the AOM, the return beam is partially frequency and angular shifted. A slit is used to only select the double shifted beam, which is then p-polarized and goes straight through the beam splitter.

In the present experiment, RF commands around 112 and 108 MHz are sent, respectively to the two distant and to the local AOMs, producing two optical beat



**Fig. 10** Reference levels of noise in the optical LOT experiment

signals at about 8 MHz. The command frequency sent to the distant AOMs are slightly different to produce beatnotes separated by a few kHz, in order to avoid parasitic mixing from the polarization leakage of the optical components.

### 3.2.3 Optical TDI test

*Intrinsic noise of the optical interferometer* As for the electric experiment, the reference level of the optical LOT has been studied.

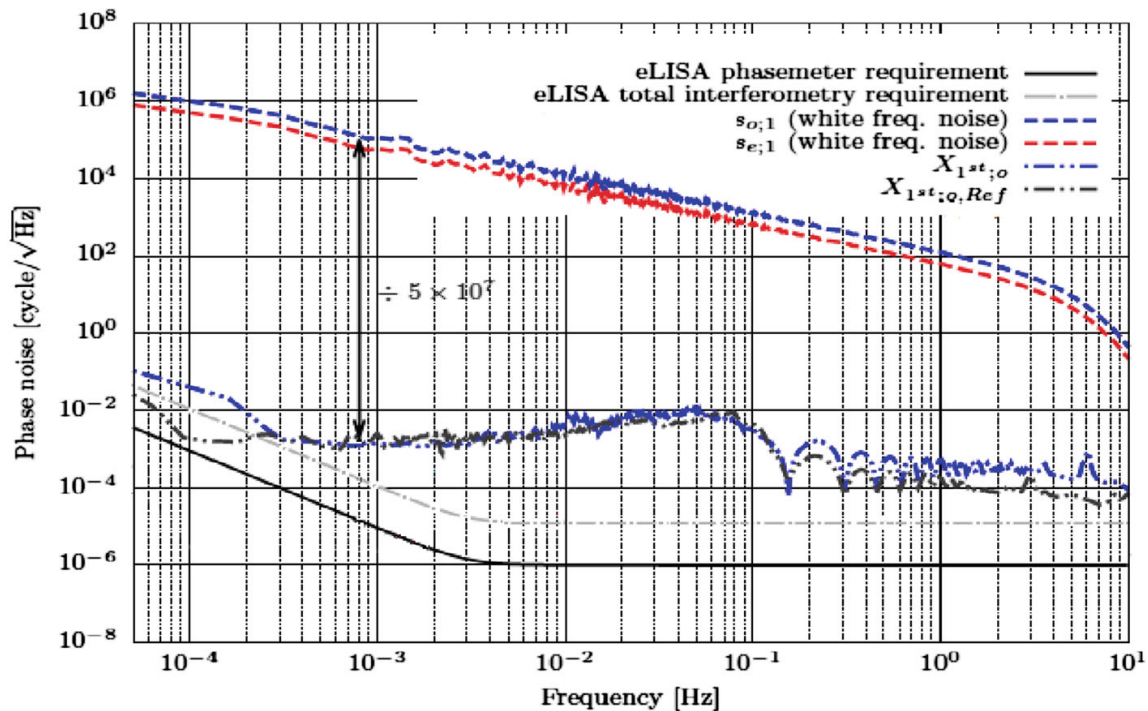
First we have the case where only carrier frequencies at 108.355 MHz ('local' arm), 112.572 MHz ('distant' arm 1) and 112.583 MHz ('distant' arm 2) without modulation were sent to the AOMs. The resulting beat notes are twice the value as for the electric experiment because the laser is reflected two times in the cat eye configuration. The ASD of the resulting beat note,  $s_{o,1}$  and the combination  $s_{o,1} - s_{o,1'}$  are represented on Fig. 10.

As expected, the optical beat notes are dominated by optical pathlengths fluctuations, due to thermal expansion of the aluminium support plates, the air turbulences etc. The two optical signals are mostly uncorrelated except for the 2 resonant peaks at 0.04 and 0.08 Hz (maybe related to the air damping of the optical table).

In a second step, the 'Michelson'  $X_{1^{st}}$  combination described above (5) was also tested on the optical recorded signal (with no modulation) and plotted on Fig. 10.

As for the electric experiment, this noise levels corresponds to the noise floor for the optical LOT (noted as  $X_{1^{st};o,Ref}$  in the following plots).

Finally, a last test of the optical intrinsic noise was made, using again the same frequency modulation applied to the two distant AOMs (also with a white noise level of  $560 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  up to 1 Hz) and same delays (6.502081 s) for the two AOMs and no modulation on the local AOM. The ASD is plotted on Fig. 11.



**Fig. 11** Reference levels of noise in the optical LOT experiment before and after application of TDI  $X_{1st}$  on identical, noisy signals and comparison with the intrinsic noise level of the experiment (see Fig. 10)

We get a noise reduction of  $5 \times 10^7$  on the optical signals at 1 mHz which is an expected decreased performance as compared to the  $2 \times 10^{10}$  of the electric LOT because of the optical path length fluctuations.

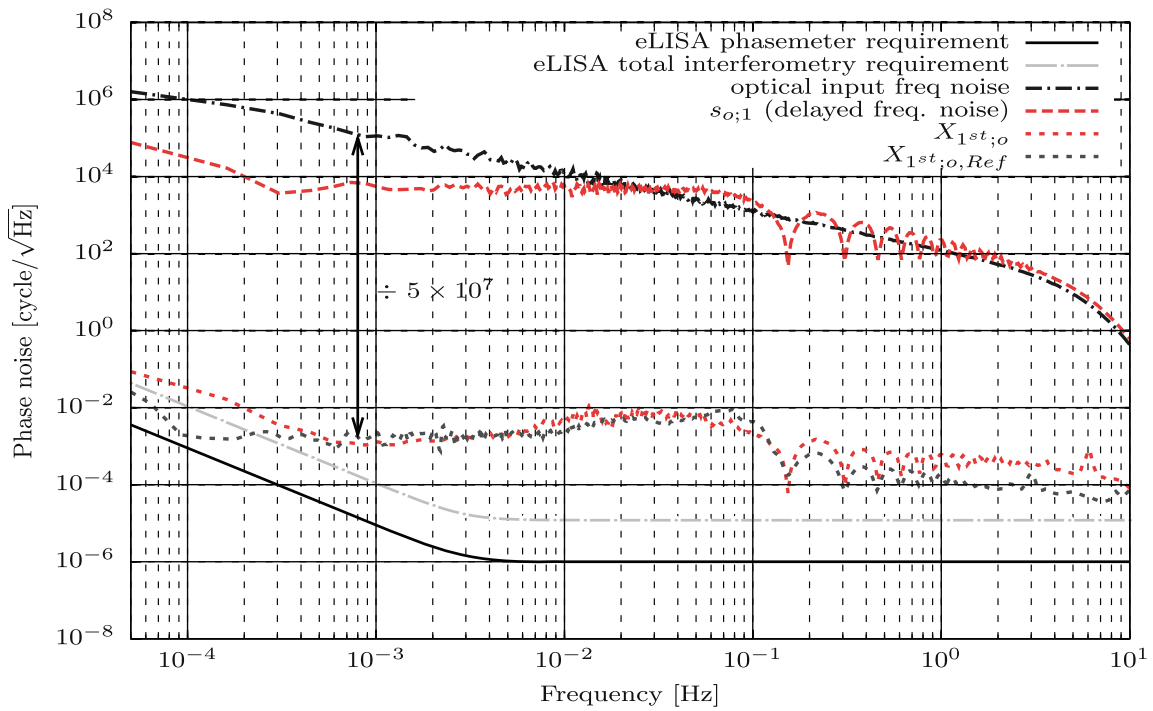
*Simulation on equal delayed perturbations* Now we show the optical results of the more realistic case of the static transponder configuration with equal arm lengths (both delays of 6.502081 s) (see Fig. 12).

The reduction level of  $5 \times 10^7$  is maintained for equal arm length. This case is similar to the electric equal arm tests for which the level was also unchanged w.r.t the reference.

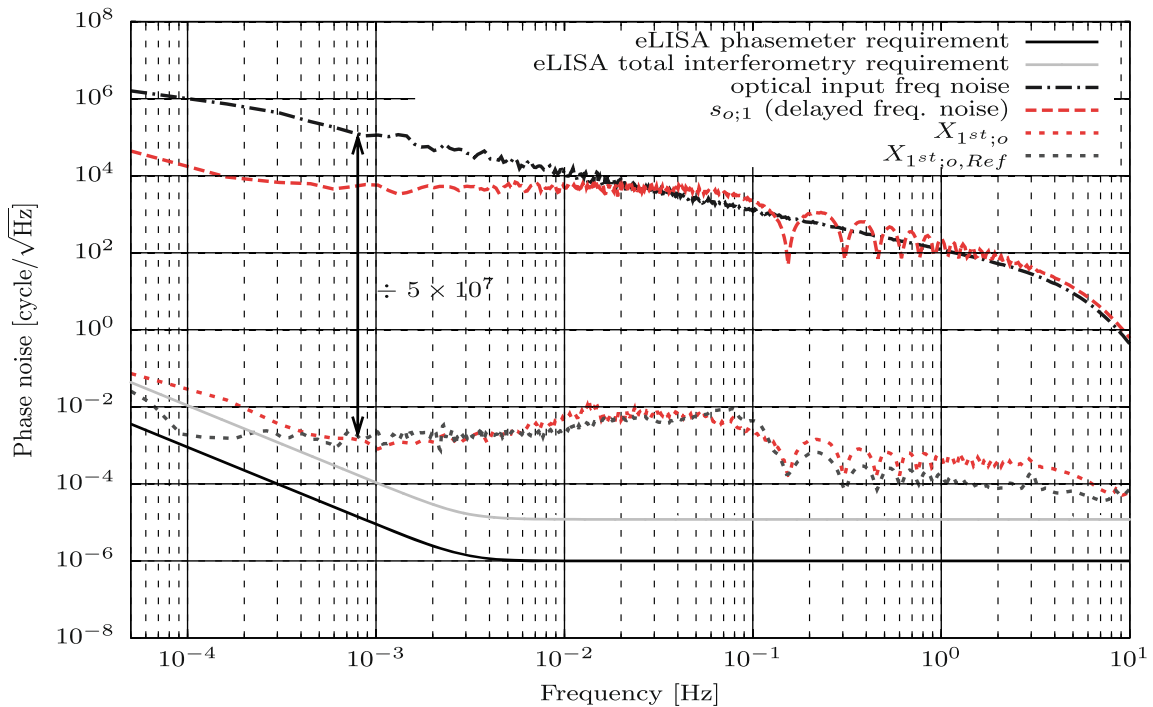
*Simulation on unequal delayed perturbations* The last measurement is the unequal arm length configuration as for the electric LOT with delays of 6.502081 s and 6.711826 s.

Figure 13 is very similar to the case of equal arm configuration. As expected, the noise level due to optical path length fluctuations hides the lower performance of the electric part for the unequal arms case.

The optical results show that the intrinsic noise level has to be lowered to be as close as possible to the electric LOT. The implementation of an optical path length compensation system has already been started and is briefly described in the next part.



**Fig. 12** Reference levels of noise in the optical LOT experiment before and after application of TDI  $X_{1st}$  on noisy signals with identical delays (6.502081 s) and comparison with the intrinsic noise level of the experiment (see Fig. 10)



**Fig. 13** Reference levels of noise in the optical LOT experiment before and after application of TDI  $X_{1st}$  on noisy signals with unidentical delays (6.502081 s and 6.711826 s) and comparison with the intrinsic noise level of the experiment (see Fig. 10)

## 4 Next steps

The results of the first measurements, as described above, demonstrate the validity of the concept but also clearly show evidence of the major sources of noise: jitter in the simulated delays and optical path-length noise. The next steps and future works will address these two points and also increase the representativity of the simulation.

First, additional measurements will be needed to clearly identify the origin of the residual noise, but some developments are already undertaken or foreseen to improve the performances of the LOT experiment.

The time jitter of the simulated delays will be addressed by inserting an FPGA (Field Programmable Gate Array) board right after the NI PXIe 6537 communication board. This FPGA will take charge of buffering, delaying and synchronizing the command frames to the AOMs. It will also allow to add frequency corrections, taken from digital or analog error signals. With the appropriate delays, this capability will mimic the phase lock of the laser sources on the distant S/C, as well as the implementation of the arm-locking stabilization scheme. This FPGA board is currently under development. Additionally, a ranging pilot tone (frequency modulation around 1 Hz) will be implemented to monitor the effective delay of the frames (this technique has already been successfully used in [16]).

The optical bench phase noise will be actively compensated using the interference of ‘direct’ (i.e. order 0) beams. Actually, these beams are unaffected by the RF signals on the AOMs and can be used to form an homodyne interferometer. The LOT interferometer arm lengths can therefore be stabilized using mirror dithering (above 1 kHz, i.e. outside the frequency band of eLISA) and dark fringe stabilization scheme. The homodyne and heterodyne interferometers will share almost the same optical paths (they only slightly differ between the AOMs and the end arm mirrors) and the compensation is expected to approach the interferometry requirement of eLISA.

Another effort is currently being made to couple the present command-control system for the LOT, to the LISACode simulation software [18, 19] also developed in our laboratory. Once achieved, this work will allow the simulations of realistic propagation delays, taking into account Sagnac effect, variable delays and Doppler shifts. It will also be possible to directly compare the ‘numerical’ results of TDI (as given by LISACode) to the same algorithm applied on optically or electronically measured beat notes.

Finally, some space has been saved on the optical bench to insert electro-optical modulators. These modulators are planned to simulate the implementation of clock noise transfer and ranging as described in [26].

## 5 Conclusion

We have reported the progress and first measurements of the eLISA On Table (LOT) experiment, aiming at simulating the optical beatnotes that will be recorded by long-arms space-based interferometers, such as eLISA. The principle of the experiment has been validated, with beatnotes recorded both on optical and electronics interferometers. Presently, optical bench phase noise limit the performance of the Time

Delay Interferometry (TDI) algorithm to a reduction of about  $5 \times 10^7$  of the optical phase noise. Further characterization, hardware and software developments are planned to reduce the residual phase noise level and increase the similarities of the LOT with the expected implementation of eLISA.

**Acknowledgments** This work has been funded by the French Space Agency (CNES), under grants R-S07/SU-0001-012 and R-S08/SU-0001-012.

### Appendix A: development of time delay interferometry equations

The combination of the recorded signals results in the following equations:

$$\begin{aligned}
 s_{TT;1} &= s_{OS;1} + \frac{s_{TO;1} + s_{Ref;1}}{2} + D_{2'1} \frac{s_{TS;2'}}{2} \\
 &= D_{2'1} \eta_{L;2'} - \eta_{L;1} + g_{w;2'1} + \delta_{TM;1} + D_{2'1} \delta_{TM;2'} \\
 &\quad + o_{TS;1} + D_{2'1} o_{S;2'}
 \end{aligned} \tag{8a}$$

$$\begin{aligned}
 s_{TT;1'} &= s_{OS;1'} + \frac{s_{TO;1'} + s_{Ref;1'}}{2} + D_{31'} \frac{s_{TS;3}}{2} \\
 &= D_{31'} \eta_{L;3} - \eta_{L;1'} + g_{w;31'} + \delta_{TM;1'} + D_{31'} \delta_{TM;3} \\
 &\quad + o_{TS;1'} + D_{31'} o_{S;31'}
 \end{aligned} \tag{8b}$$

$$\begin{aligned}
 s_{TT;2'} &= s_{OS;2'} + \frac{s_{TO;2'}}{2} + D_{12'} \frac{s_{TS;1}}{2} \\
 &= D_{12'} \eta_{L;1} - \eta_{L;2'} + g_{w;12'} + \delta_{TM;2'} + D_{12'} \delta_{TM;1} \\
 &\quad + o_{TS;2'} + D_{12'} o_{S;12'}
 \end{aligned} \tag{8c}$$

$$\begin{aligned}
 s_{TT;3} &= s_{OS;3} + \frac{s_{TO;3}}{2} + D_{1'3} \frac{s_{TS;1'}}{2} \\
 &= D_{1'3} \eta_{L;1'} - \eta_{L;3} + g_{w;1'3} + \delta_{TM;3} + D_{1'3} \delta_{TM;1'} \\
 &\quad + o_{TS;3} + D_{1'3} o_{S;1'3}
 \end{aligned} \tag{8d}$$

Also, the back-link fiber being *reciprocal* [9], which means that the added noise from 1 to 1' is identical to the noise added when propagating from 1' to 1:  $\eta_{B;1} = \eta_{B;1'}$ , the differential noise between laser 1 and 1' can be deduced from  $s_{Ref;1}$  and  $s_{Ref;1'}$ :

$$\frac{s_{Ref;1} - s_{Ref;1'}}{2} = \eta_{L;1} - \eta_{L;1'} + \frac{o_{Ref;1} - o_{Ref;1'}}{2} \tag{9}$$

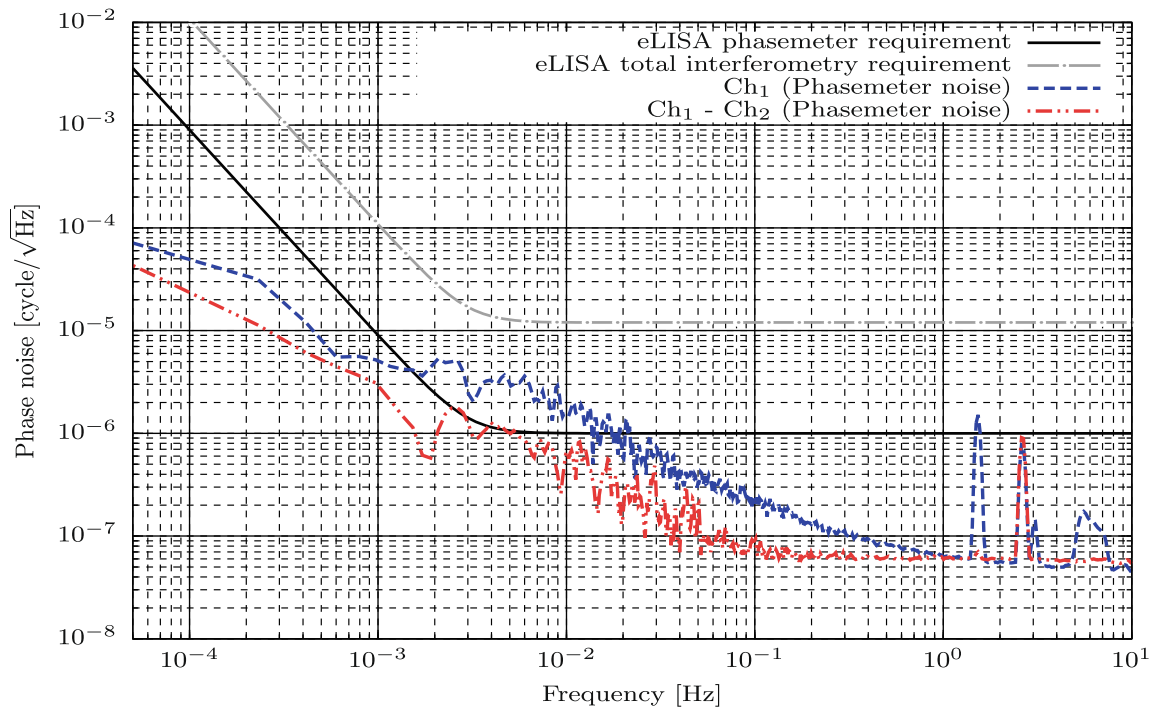
Practically, the laser frequencies will not be let freely running but will be phase locked on a master, frequency stabilized source (e.g. Laser 1). From the previous equations, assuming perfect correction, this phase locking means that:

$$s_{Ref;1} = 0 \Rightarrow \eta_{L;1'} = \eta_{L;1} - \eta_{B;1} + o_{Ref;1} \tag{10a}$$

$$\begin{aligned}
 s_{OS;2'} = 0 \Rightarrow \eta_{L;2'} &= D_{12'} \eta_{L;1} + g_{w;12'} - D_{12'} \delta_{OB;1} - \delta_{OB;2'} \\
 &\quad + D_{12'} o_{S;12'} + o_{OS;2'}
 \end{aligned} \tag{10b}$$

$$\begin{aligned}
 s_{OS;3} = 0 \Rightarrow \eta_{L;3} &= D_{1'3} \eta_{L;1'} + g_{w;1'3} - D_{1'3} \delta_{OB;1'} - \delta_{OB;3} \\
 &\quad + D_{1'3} o_{S;1'3} + o_{OS;3}
 \end{aligned} \tag{10c}$$





**Fig. 14** Reference level of phasemeter noise

Assuming that  $\delta_{OB;q} = 0$  and  $\eta_{B;q} = 0$  (these noises can be subtracted using  $s_{TO;q}$  and  $s_{Ref;q}$  signals) and neglecting both test mass and other local noises ( $\delta_{TM} = o_{xx;q} = 0$ ), this configuration is effectively equivalent to a transponder, where the phase noises of the incoming beams on S/C 2 and 3 are transferred on the beams sent back to S/C 1.

## Appendix B: phasemeter reference measurement

The ASD of data recorded on channel 1 and the ASD of the difference between channel 1 and 2 are represented on Fig. 14.

The ASD of raw values and differences between other channels give very similar results. These results show that the raw data are slightly above the eLISA requirements for the phase measurement noise, while the differential measurement between two channels is marginally compatible with the requirement. The difference between the two curves are due to a relatively strong common mode between the channels, whose origin is unclear for the moment, but could be due, e.g. to a residual phase jitter between the reference signal (at 72.001 MHz in this experiment) and the synthesized 2.001 MHz signal.

## References

1. Bykov, I., Delgado, J.J.E., Marin, A.F.G., Heinzl, G., Danzmann, K.: Lisa phasemeter development: Advanced prototyping. J. Phys. Conf. Ser. **154**(1), 012,017 (2009). <http://stacks.iop.org/1742-6596/154/i=1/a=012017>

2. Danzman, K. et al.: eLISA L2 White paper : The Gravitational Universe. <https://www.elisascience.org/articles/elisa-mission/elisa-l2-white-paper> (2013). [Online; accessed 28-August-2013]
3. Danzman, K. et al.: Elisa science web site. <https://www.elisascience.org> (2013). [Online; accessed 28-August-2013]
4. Danzmann, K.: {LISA} mission overview. *Adv. Space Res.* **25**(6), 1129–1136 (2000). doi:10.1016/S0273-1177(99)00973-4. *Fundamental Physics in Space*. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0273117799009734>
5. Dhurandhar, S., Ni, W.T., Wang, G.: Numerical simulation of time delay interferometry for a lisa-like mission with the simplification of having only one interferometer. *Adv. Space Res.* **51**(1), 198–206 (2013). doi:10.1016/j.asr.2012.09.017. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0273117712005893>
6. Dhurandhar, S.V.: Time-delay interferometry and the relativistic treatment of lisa optical links. *J. Phys. Conf. Ser.* **154**(1), 012,047 (2009). <http://stacks.iop.org/1742-6596/154/i=1/a=012047>
7. Esteban, J.J., García, A.F., Barke, S., Peinado, A.M., Cervantes, F.G., Bykov, I., Heinzl, G., Danzmann, K.: Experimental demonstration of weak-light laser ranging and data communication for lisa. *Opt. Express* **19**(17), 15,937–15,946 (2011). doi:10.1364/OE.19.015937. <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-19-17-15937>
8. Esteban, J.J., Bykov, I., Marín, A., Heinzl, G., Danzmann, K.: Optical ranging and data transfer development for lisa. *J. Phys. Conf. Ser.* **154**(1), 012,025 (2009). <http://stacks.iop.org/1742-6596/154/i=1/a=012025>
9. Fleddermann, R., Steier, F., Tröbs, M., Bogenstahl, J., Killow, C., Heinzl, G., Danzmann, K.: Measurement of the non-reciprocal phase noise of a polarization maintaining single-mode optical fiber. *J. Phys. Conf. Ser.* **154**(1), 012,022 (2009). <http://stacks.iop.org/1742-6596/154/i=1/a=012022>
10. Heinzl, G., Esteban, J.J., Barke, S., Otto, M., Wang, Y., Garcia, A.F., Danzmann, K.: Auxiliary functions of the lisa laser link: ranging, clock noise transfer and data communication. *Class. Quantum Gravity* **28**, 4008 (2011). [http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-data\\_query?bibcode=2011CQGr..28i4008H&link\\_type=ABSTRACT](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-data_query?bibcode=2011CQGr..28i4008H&link_type=ABSTRACT)
11. Jennrich, O. et al.: LISA assessment study report (Yellow Book). <http://sci.esa.int/lisa/48364-lisa-assessment-study-report-yellow-book/> (2011). [Online; accessed 28-August-2013]
12. Jennrich, O. et al.: NGO assessment study report (Yellow Book). <http://sci.esa.int/ngo/49839-ngo-assessment-study-report-yellow-book/> (2012). [Online; accessed 28-August-2013]
13. José Esteban, J., García, A.F., Eichholz, J., Peinado, A.M., Bykov, I., Heinzl, G., Danzmann, K.: Ranging and phase measurement for LISA. *J. Phys. Conf. Ser.* **228**(1), 012045 (2010). doi:10.1088/1742-6596/228/1/012045
14. McKenzie, K., Spero, R.E., Shaddock, D.A.: Performance of arm locking in lisa. *Phys. Rev. D* **80**, 102,003 (2009). doi:10.1103/PhysRevD.80.102003
15. Mitryk, S., Wand, V., Mueller, G.: Verification of time-delay interferometry techniques using the university of florida lisa interferometry simulator. *Class. Quantum Gravity* **27**, 084,012 (2010). <http://www.google.com/search?client=safari&rls=en-us&q=Verification+of+time-delay+interferometry+techniques+using+the+University+of+Florida+LISA+interferometry+simulator&ie=UTF-8&oe=UTF-8>
16. Mitryk, S.J., Mueller, G., Sanjuan, J.: Hardware-based demonstration of time-delay interferometry and tdi-ranging with spacecraft motion effects. *Phys. Rev. D* **86**, 122,006 (2012). doi:10.1103/PhysRevD.86.122006
17. Otto, M., Heinzl, G., Danzmann, K.: Tdi and clock noise removal for the split interferometry configuration of lisa. *Classical and Quantum Gravity* **29**(20), 205,003 (2012). <http://stacks.iop.org/0264-9381/29/i=20/a=205003>
18. Petiteau, A.: De la simulation de lisa a l'analyse des donnees. Ph.D. thesis, Université Paris Diderot - Paris 7 (2008)
19. Petiteau, A., Auger, G., Halloin, H., Jeannin, O., Plagnol, E., Pireaux, S., Regimbau, T., Vinet, J.Y.: Lisacode: A scientific simulator of lisa. *Phys. Rev. D* **77**, 23,002 (2008). doi:10.1103/PhysRevD.77.023002. [http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-data\\_query?bibcode=2008PhRvD..77b3002P&link\\_type=ABSTRACT](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-data_query?bibcode=2008PhRvD..77b3002P&link_type=ABSTRACT)
20. Shaddock, D.A., Tinto, M., Estabrook, F.B., Armstrong, J.W.: Data combinations accounting for lisa spacecraft motion. *Phys. Rev. D* **68**, 061,303 (2003). doi:10.1103/PhysRevD.68.061303
21. Shaddock, D.A., Ware, B., Spero, R.E., Vallisneri, M.: Postprocessed time-delay interferometry for lisa. *Phys. Rev. D* **70**, 081,101 (2004). doi:10.1103/PhysRevD.70.081101

22. Sheard, B.S., Gray, M.B., McClelland, D.E., Shaddock, D.A.: Laser frequency stabilization by locking to a {LISA} arm. *Phys. Lett. A* **320**(1), 9–21 (2003). doi:[10.1016/j.physleta.2003.10.076](https://doi.org/10.1016/j.physleta.2003.10.076). <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960103016578>
23. Sutton, A., McKenzie, K., Ware, B., Shaddock, D.A.: Laser ranging and communications for lisa. *Opt. Express* **18**(20), 20,759–20,773 (2010). doi:[10.1364/OE.18.020759](https://doi.org/10.1364/OE.18.020759). <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-18-20-20759>
24. Sutton, A., Shaddock, D.A.: Laser frequency stabilization by dual arm locking for lisa. *Phys. Rev. D* **78**(082), 001 (2008). doi:[10.1103/PhysRevD.78.082001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.082001)
25. Sutton, A.J., McKenzie, K., Ware, B., de Vine, G., Spero, R.E., Klipstein, W., Shaddock, D.A.: Improved optical ranging for space based gravitational wave detection. *Class. Quantum Gravity* **30**(7), 075,008 (2013). <http://stacks.iop.org/0264-9381/30/i=7/a=075008>
26. Sweeney, D., Mueller, G.: Experimental verification of clock noise transfer and components for space based gravitational wave detectors. *Opt. Express* **20**(23), 25,603–25,612 (2012). doi:[10.1364/OE.20.025603](https://doi.org/10.1364/OE.20.025603). <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-20-23-25603>
27. Sylvestre, J.: Simulations of laser locking to a lisa arm. *Phys. Rev. D* **70**, 102,002 (2004). doi:[10.1103/PhysRevD.70.102002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.102002)
28. Thorpe, J., Maghami, P., Livas, J.: Time domain simulations of arm locking in lisa. *Phys. Rev. D* **83**(12), 122,002 (2011). doi:[10.1103/PhysRevD.83.122002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.122002). <http://prd.aps.org/abstract/PRD/v83/i12/e122002>
29. Thorpe, J.I.: Lisa long-arm interferometry. *Class. Quantum Gravity* **27**(8), 084,008 (2010). <http://stacks.iop.org/0264-9381/27/i=8/a=084008>
30. Tinto, M., Dhurandhar, S.V.: Time-delay interferometry. *Living Rev. Relativ.* **8**(4) (2005). doi:[10.12942/lrr-2005-4](https://doi.org/10.12942/lrr-2005-4). <http://www.livingreviews.org/lrr-2005-4>
31. Tinto, M., Shaddock, D.A., Sylvestre, J., Armstrong, J.W.: Implementation of time-delay interferometry for lisa. *Phys. Rev. D* **67**, 122,003 (2003). doi:[10.1103/PhysRevD.67.122003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.122003)
32. Tröbs, M., Heinzel, G.: Improved spectrum estimation from digitized time series on a logarithmic frequency axis. *Measurement* **39**(2), 120–129 (2006). doi:[10.1016/j.measurement.2005.10.010](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2005.10.010)
33. Tröbs, M., Heinzel, G.: Corrigendum to ‘improved spectrum estimation from digitized time series on a logarithmic frequency axis’ [measurement 39 (2006) 120 - 129]. *Measurement* **42**(1), 170 (2009). doi:[10.1016/j.measurement.2008.04.004](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2008.04.004). <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224108000705>
34. Vallisneri, M.: Geometric time delay interferometry. *Phys. Rev. D* **72**(4), 042,003 (2005). <http://scholar.google.com.rproxy.sc.univ-paris-diderot.fr/scholar?hl=en&lr=&q=info:dAzoZjt071MJ:scholar.google.com/&output=search>
35. Vallisneri, M. *Phys. Rev. D* **76**(10), 109,903 (2007). <http://scholar.google.com.rproxy.sc.univ-paris-diderot.fr/scholar?hl=en&lr=&q=info:JkBcMQqodxQJ:scholar.google.com/&output=search>
36. de Vine, G., Ware, B., McKenzie, K., Spero, R.E., Klipstein, W.M., Shaddock, D.A.: Experimental demonstration of time-delay interferometry for the laser interferometer space antenna. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 211,103 (2010). doi:[10.1103/PhysRevLett.104.211103](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.211103)
37. Wand, V., Yu, Y., Mitryk, S., Sweeney, D., Preston, A., Tanner, D., Mueller, G., Thorpe, J.I., Livas, J.: Implementation of armlocking with a delay of 1 second in the presence of doppler shifts. *Journal of Physics: Conference Series* **154**(1), 012,024 (2009). <http://stacks.iop.org/1742-6596/154/i=1/a=012024>

## 3.5 Caractérisations bas bruit, basses fréquences

Les sections précédentes ont montré que la stabilité des mesures de chemins optiques autour du mHz dépend non seulement de la stabilité thermo-mécanique du banc optique interférométrique, mais également de la stabilité des composants électroniques assurant l'acquisition des données.

Malheureusement, les caractérisations spectrales des composants électroniques vont rarement en deçà du Hz, ou au mieux, d'une fraction de Hz. Dès lors, il est important de disposer d'outils de caractérisations adaptés pour mesurer la stabilité de ces composants sur des durées de plusieurs heures à plusieurs jours. Sur ces échelles de temps, la problématique principale est la distinction entre le bruit intrinsèque à un composant et l'impact des fluctuations thermiques, sur les composants sous tests et sur les dispositifs de mesures.

Pour effectuer ces mesures, une salle dite 'bas bruits, basses fréquences' a été mise en oeuvre au laboratoire APC. Il s'agit essentiellement d'une salle régulée en température (typ. à  $\pm 1^\circ\text{C}$ ), avec une cage de Faraday, des filtres installés sur les alimentations électriques (afin de limiter les perturbations apportés via la tension secteur), des bains et enceintes thermiques permettant de réguler la température des composants et/ou d'étudier leur couplage avec la température, ainsi que des alimentations basses tensions et appareils de lecture de haute stabilité.

### 3.5.1 Génération et mesures RF bas bruit

Cette salle est actuellement utilisée pour le test de composants radio-fréquences et la mise en oeuvre d'un système DDS asservi. Le synoptique de cet équipement est donnée en figure 3.21.

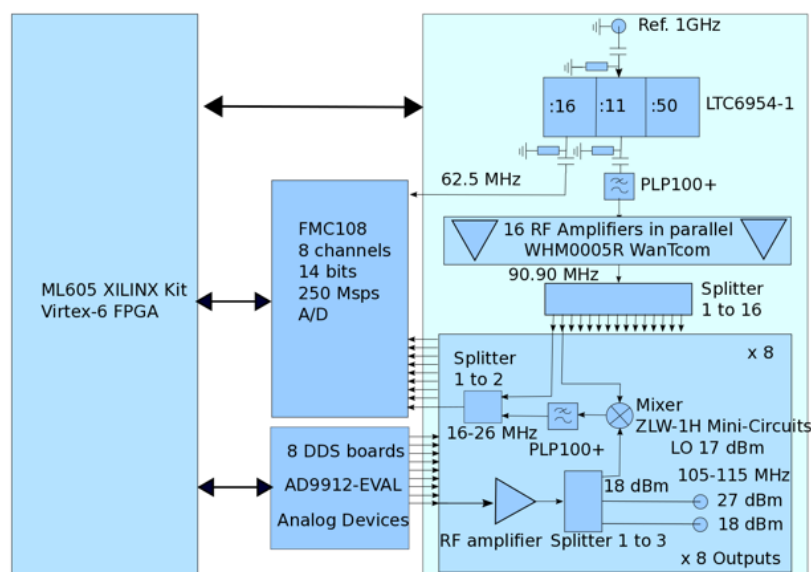


FIGURE 3.21 – Synoptique du système de DDS asservi en cours de développement.

L'idée générale est d'utiliser un phasemètre prototype de l'AEI, basé sur un FPGA et dont les performances ont été démontrées au niveau de  $10^{-6}$  cycle/ $\sqrt{\text{Hz}}$  au-dessus de 1 mHz, pour contrôler la fréquence générée par un DDS.

Le fonctionnement de cet instrument est le suivant :

- Un diviseur de fréquence permet de générer deux porteuses à partir d'une horloge maître à 1 GHz : un signal à 62,5 MHz (division par 16) servant de référence de fréquence pour les mesures du phasemètre, un signal à 90,90 MHz qui permettra une translation de fréquence des DDSs (cf. partie droite de la figure 3.21).
- Ce signal à 90,90 MHz est amplifié grâce à 16 amplificateurs montés en parallèle, avant d'être divisé en autant de voies. L'utilisation de 16 amplificateurs en parallèle plutôt qu'un amplificateur par voie offre l'avantage de diviser leur bruit de phase additionnel par  $\sqrt{16} = 4$ . De plus, le bruit résiduel est commun à toutes les voies et donc s'annulera partiellement lors de la combinaison des mesures.
- D'autre part, les sorties des DDSs, entre 105 et 115 MHz pour être compatible avec les AOMs du LOT, sont amplifiées et mélangées avec le signal déduit de la fréquence maître (90,9 MHz), pour obtenir un battement entre 16 et 26 MHz.
- Cette gamme de fréquence est accessible au phasemètre (constitué d'une carte FPGA et d'une carte d'acquisition numérique) qui mesure donc ainsi la phase relative entre la sortie DDS et l'oscillateur de référence. Cette information peut alors être utilisée (via un asservissement PID par exemple) pour rétroagir sur la commande en fréquence du DDS et le stabiliser.

La principale source d'instabilité que ce système pourrait compenser est le bruit d'horloge intrinsèque au convertisseur numérique-analogique en sortie des DDSs.

Plusieurs fréquences de références sont donc nécessaires et elles doivent toutes être dérivées d'une seule horloge maître avec un très faible bruit de phase. Il est donc important de sélectionner les composants les moins bruités dans la gamme de fréquence souhaitée (1 mHz - 1 Hz). Trois composants sont critiques ont été testés : les amplificateurs, les mélangeurs et le diviseur de fréquences.

Le principe général de cette mesure est illustrée en figure 3.22. Il s'agit essentiellement de mesurer la performance conjointe de deux composants, dont une des sortie est déphasée de  $90^\circ$  par rapport à l'autre. Le mélange de ces deux signaux est nul en moyenne (multiplication de deux signaux en quadrature) et les fluctuations résiduelles sont proportionnelles au bruit de phase des deux composants sous test (supposés indépendants). Cette méthode a été utilisée pour calculer le bruit de phase apporté par les différents éléments critiques du montage. Les résultats de bruit de phase sont montrés en figure 3.23 ramenés à une fréquence porteuse en sortie de 25 MHz.

Parmi les composants testés, le diviseur de fréquence est le plus 'bruyant'. Il est cependant commun à toutes les voies (et son bruit s'annulera donc en partie lors du traitement des données). Vu les niveaux mesurés, il est probable que la stabilité du système soit (au moins) limité par ces composants (et non par les performances du phasemètre) entre 1 et 10 mHz, mais les performances restent cependant largement supérieures à la stabilité actuelle des DDSs libres.

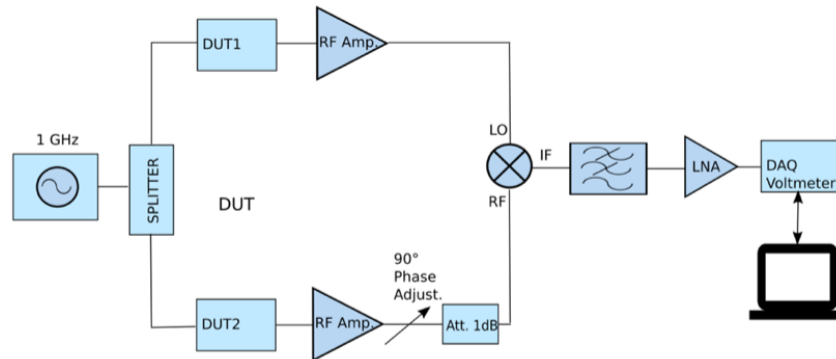


FIGURE 3.22 – Principe de la mesure de bruit additionnel par des composants RF.

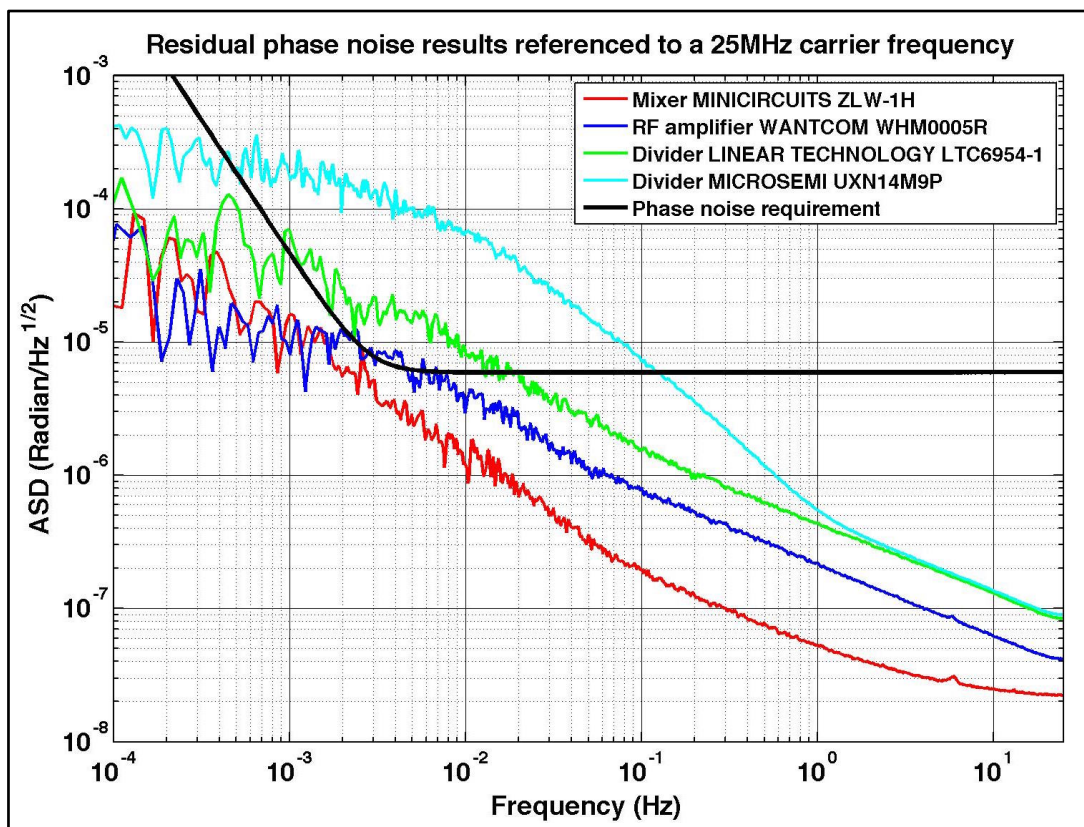


FIGURE 3.23 – Spectres de bruit de phase pour les composants critiques (deux modèles de diviseur de fréquence, un amplificateur et un mélangeur). La courbe noire est l'allocation de bruit pour le phasemètre.

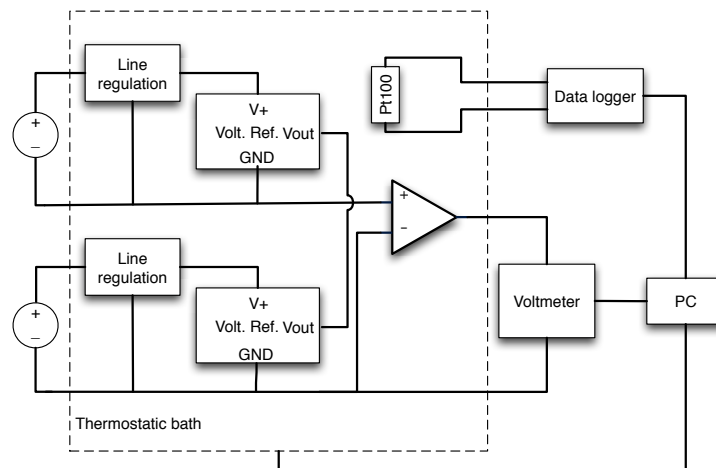
### 3.5.2 Caractérisation de références de tension

Précédemment, ces installations ont également été utilisées pour caractériser d'autres composants critiques des systèmes d'acquisition : les références de tension. Ces références de tension sont cruciales dans la stabilité des convertisseurs numériques-analogiques et analogiques-numériques.

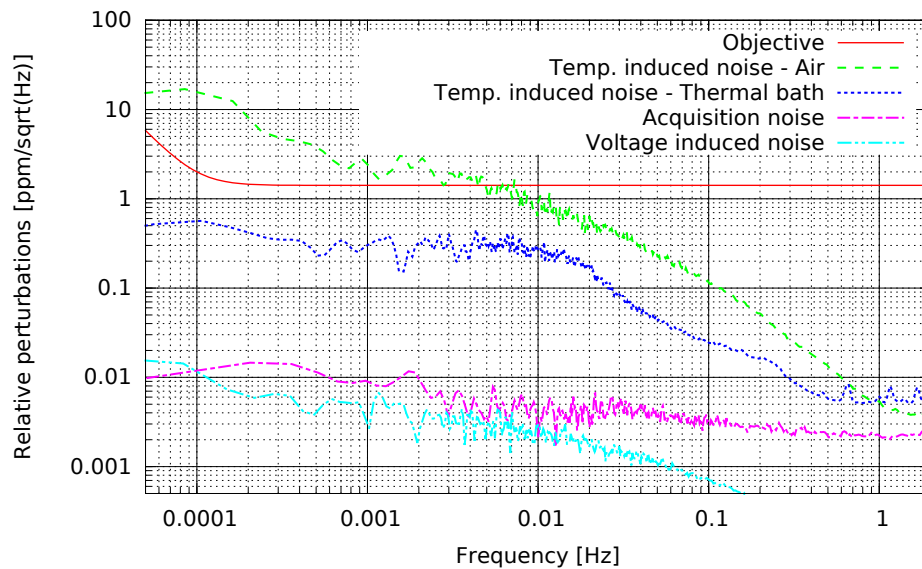
Huit références de tension ont été identifiées, à partir de leur données constructeur, comme potentiellement utilisables pour LISA. Le principe des mesures est similaire aux mesures radiofréquences : il s'agit ici de mesurer la stabilité de la différence de tension entre deux références de tensions de même modèle. En supposant ces composants statistiquement décorrélés, cette mesure conjointe permet de remonter au spectre de bruit de la tension délivrée par composant. Afin de s'affranchir au maximum de l'influence des fluctuations thermiques, les composants sous test sont placés dans un bain thermostaté. Ce bain permet également de mesurer le couplage thermique en imposant un cyclage sinusoïdal en température de quelques degrés et en observant la fluctuation de tension à la même fréquence. La figure 3.24a présente un schéma de principe de cette mesure. Les différentes sources de bruits identifiées (température, tension d'alimentation des régulateurs, volt-mètre d'acquisition) sont représentées en figure 3.24b. On remarque notamment l'intérêt du bain thermalisé pour s'affranchir des fluctuations thermiques relativement importantes 'à l'air'. L'influence de la température a été déterminée à partir du coefficient de couplage thermique maximal donné par le constructeur et la stabilité de température mesurée du bain. L'objectif de stabilité ( $1 \text{ ppm}/\sqrt{\text{Hz}}$  au-dessus de 0,1 mHz pour une seule référence) est issu des spécifications de stabilité de tension pour les actionneurs électro-statiques de LISA.

Le protocole de mesure et les résultats obtenus sont décrits plus en détails dans [Halloin *et al.*, 2013].

Une première sélection des 'meilleures' références de tension est effectuée à partir d'acquisitions 'courtes' (20 ks, soit environ 5h30), voir la figure 3.25a. Les cinq plus prometteuses sont ensuite évaluées sur des durées plus longues (environ 55 heures par acquisition), afin d'atteindre des fréquences de perturbation en-deçà de  $10^{-5}$  Hz. Les meilleures performances de stabilité ont été obtenues pour la référence de tension MAX6126 de Maxim Integrated. Elle présente également le coefficient de couplage température-tension le plus faible des références testées. Le spectre de bruit conjoint et la contribution des instabilités de températures à cette mesure sont représentés en figure 3.25b. Les performances obtenues excèdent légèrement l'allocation de bruit entre 0,1 et 1 mHz, mais restent très bonnes, avec une dépendance en  $1/\nu$ , typique du bruit de scintillation dans les composants à semi-conducteurs.



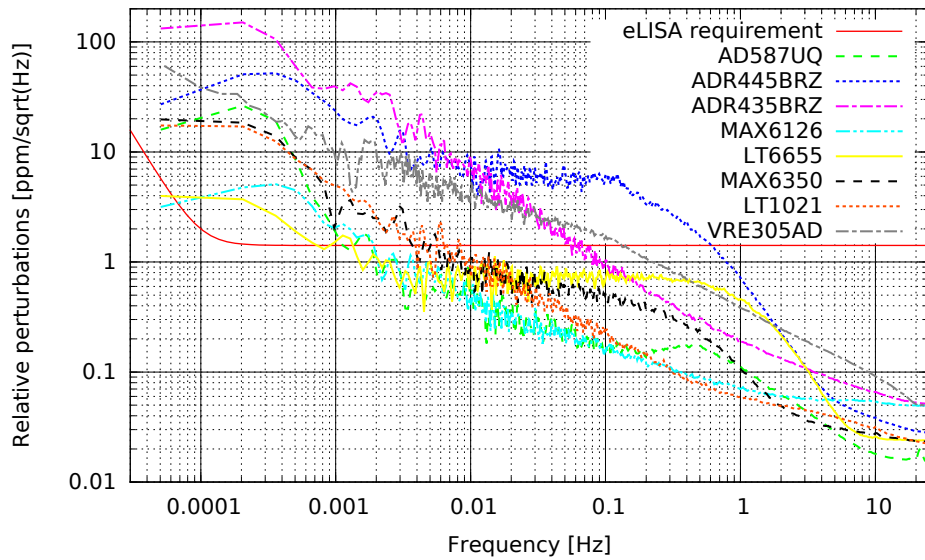
(a) Schéma de principe du banc de mesures.



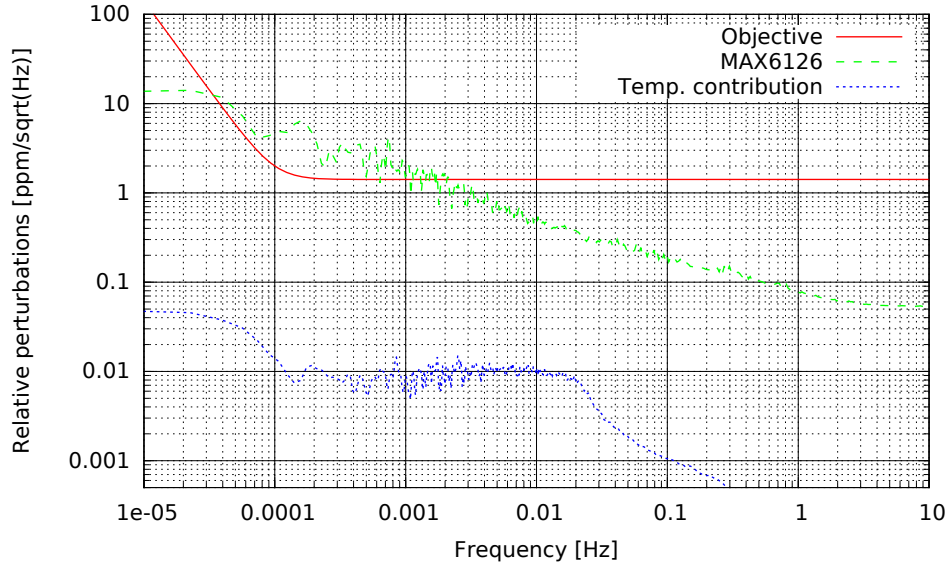
(b) Evaluation des perturbations externes sur la mesure.

FIGURE 3.24 – Schéma de principe et évaluation des bruits pour les mesures de stabilité de références de tension.





(a) Schéma de principe du banc de mesures.



(b) Performance de stabilité de tension pour la référence de tension MAX6126 de Maxim Integrated.

FIGURE 3.25 – Mesures de stabilité de tension à court terme (pour l'ensemble des composants testés) et à long terme (référence de tension la plus stable).

**3.5.3 Article : *Long term characterization of voltage references.*,  
H. HALLOIN ET AL., 2013**

# Long term characterization of voltage references

Hubert Halloin, Pierre Prat, and Julien Brossard

**Abstract**—We report here the characterization (temperature coefficients and noise level) of selected voltage references in the frequency range from  $10^{-5}$  to 10 Hz. The goal of this work is to update previous studies, with a characterization at lower frequencies, and find voltage references that may be suitable for the space-based interferometry mission eLISA. The requirements of relative output stability of  $1 \text{ ppm}/\sqrt{\text{Hz}}$  down to 0.1 mHz were not met by any of the tested devices, but 4 references approaches the objective : the AD587UQ, the MAX6126AASA50, the LT1021-BCN8-5 and the LT6655BHM. While the first three were already identified as potential devices in previous studies, the later is a new promising candidate using a different technology (bandgap).

**Index Terms**—evolved Laser Interferometer Space Antenna (eLISA), space vehicle electronics, low noise measurements, low frequency measurements, voltage references.

## I. INTRODUCTION

The evolved Laser Interferometer Space Antenna is a space-based project aiming at detecting gravitational waves in the frequency range 0.1 mHz to 10 Hz. eLISA consists of 3 spacecraft in a nearly-equilateral configuration, orbiting around the sun and forming a

laser interferometer with arm length of  $10^6$  km [1]. The eLISA mission has been submitted as an L-class mission to the European Space Agency and recently proposed for launch in 2034. The expected performance of the distance measurement with eLISA (a few  $\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ) requires ultra-stable electronic devices in general.

Unfortunately, manufacturers usually do not characterize their electronics components around the mHz. In order to test discrete components as well as electronic boards, the APC (AstroParticle and Cosmology) laboratory is currently developing a dedicated test facility aiming at measuring their intrinsic performance at very low frequencies.

As a first test case for this facility, this paper describes the stability characterization of selected voltage references. Long term stability of voltage references is of crucial importance to ensure the fidelity of phase measurements with eLISA : they are, e.g., used as reference for analog to digital converters (ADC), for photodiodes bias or capacitive sensing of the inertial mass position.

Previous studies performed on the noise properties of voltage references usually focused on their use for metrological experiments in laboratories [2]–[6], using voltage standards (such as Fluke 732B) that are not suitable for space-based operations. Additionally, most of these works measured the noise characteristics in

H. Halloin, P. Prat and Julien Brossard are with the APC, AstroParticule et Cosmologie, Université Paris Diderot, CNRS/IN2P3, CEA/Irfu, Observatoire de Paris, Sorbonne Paris Cité, 10, rue Alice Domon et Léonie Duquet, 75205 Paris Cedex 13, France e-mail: hubert.halloin@apc.univ-paris7.fr.

Manuscript received ; revised .

frequency ranges above 0.1 Hz ('short-term' stability) or on months and years timescales (for international comparisons and fidelity of voltage references).

In the present paper, we report tests on 8 voltage references (see table II), that were selected for their intrinsic good performances (low noise) and low temperature coefficient (as reported on the manufacturer's data sheet, i.e. down to 0.1 Hz). Bandgap, buried zener diodes and XFET technologies are represented.

In the context of the LISA mission similar studies have already been performed a few years ago [7]–[9]. Three of the voltage references tested in these papers (AD587UQ, MAX6126AASA50+ and LT1021BCN8-5) have also been studied in the present work. Two of these references are already space qualified (AD587 and LT1021). The LT1021 and MAX6350 have also been tested by the Swiss Federal Institute of Technology in Zurich (ETH), which is responsible for the redundant centralized voltage reference onboard eLISA [10]. The MAX6350 has also been radiation tested. The reader can refer to [11] and [12] for the effect of radiations on voltage references. In particular, [12] suggests that some XFET models (such as the AD43x family) might be more radiation tolerant than Zener and bandgap devices. It is however beyond the scope of this paper to discuss the effect of the space environment (mainly radiations) on the voltage reference characteristics.

To be compatible with the eLISA requirements, the amplitude spectral density of the voltage reference output should be better than  $1 \text{ ppm}/\sqrt{\text{Hz}} \times \sqrt{1 + \left(\frac{0.1 \text{ mHz}}{f}\right)^4}$ .

## II. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup and measurement procedures are driven by the main foreseeable noise sources in laboratory conditions, as well as the goal of the study : the characterization of the intrinsic noise level between

TABLE I  
MODELS OF VOLTAGE REFERENCES TESTED IN THE PRESENT PAPER, TOGETHER WITH THE IMPLEMENTED TECHNOLOGY

Number	Manufacturer	Model	Technology
1	Analog Devices	AD587UQ	buried zener
2	Analog Devices	ADR445BRZ	XFET
3	Analog Devices	ADR435BRZ	XFET
4	Maxim Integrated	MAX6126AASA50	proprietary
5	Linear Technology	LTC6655BHMS8-5	bandgap
6	Maxim Integrated	MAX6350CSA+	buried zener
7	Linear Technology	LT1021BCN8-5	buried zener
8	Apex Microtechnology	VRE305AD	buried zener

TABLE II  
ELECTRICAL CHARACTERISTICS OF VOLTAGE REFERENCES (FROM THE MANUFACTURER DATA SHEETS). THE NOMINAL VALUE OF THE OUTPUT VOLTAGE IS 5.0 V, EXCEPT FOR THE AD587 (10 V). ALL NUMERICAL VALUES HAVE BEEN RESCALED TO PPM AND THE PEAK-TO-PEAK NOISE LEVEL IS GIVEN FOR THE 0.1 TO 10 HZ FREQUENCY RANGE.

Num.	Temp. drift (typ-max) [ppm/K]	Line reg. (typ-max) [ppm/V]	Noise (typ) [ppm <sub>p-p</sub> ]	Long term drift [ppm/kHr]
1	<5	<10	0.4	15
2	1-3	10-20	0.45	50
3	1-3	5-20	1.6	40
4	0.5-3	0.6-8	0.6	20
5	1-2	5-25	0.25	60
6	0.5-1	2-5	0.6	30
7	2-5	2-6	0.6	15
8	< 0.6	6-10	0.6	6

0.1 mHz and 10 Hz and its comparison with eLISA requirements. The main foreseen noise sources in the present experiment are the thermal drift of the output voltage, the influence of the power supply stability and the intrinsic noise of the measurement chain (amplifier and voltmeter). Pressure and hygrometry may also have an effect on the voltage stability [3], [13].

Ideally, measuring the noise and variability of the output voltage would require a ultra-stable reference

(with a better voltage stability), so that a direct comparison could be done with the device under test (DUT). Since we do not have such a reference, our experimental setup is based on the comparison of two identical, yet independent, voltage references. The noise power of the differential measurement is then assumed to be twice the intrinsic noise power of each DUT (see figure 1).

The voltage references have trimming capabilities to adjust the output voltage to the desired level. Nevertheless, the external trimming circuit induces an increase of the thermal drift (see e.g. [Fledderman 2009]) and was therefore not implemented. However, even in the absence of fine tuning, the voltage difference between the DUT is of the order of a few millivolts at most and the expected fluctuations are at the  $\mu\text{V}$  level. Therefore a low noise, proximity amplifier is required to increase the signal to noise ratio. The zero-drift, ultra-low noise ADA4528 operational amplifier, mounted as a non-inverting amplifier (with a gain of 401) was used for this purpose.

For these very precise measurements, a direct comparison of output levels of the voltage references was not suitable, because of the finite common mode rejection of the measurement chain. The adopted solution was to connect the output pins of the 2 DUTs, while keeping the ground pin floating. The amplifier ground pin is then connected to one of the DUT's ground, while its non-inverting input is connected to the other DUT's ground pin. This configuration is effectively equivalent to measuring the output voltage of references with opposite nominal levels connected in series.

The power supply is provided by a dual output Agilent E3649A (for the DUTs) and an Agilent E3631A (for the amplifier).

Special care has been taken to select resistors and capacitance with very high thermal stability. E.g. by

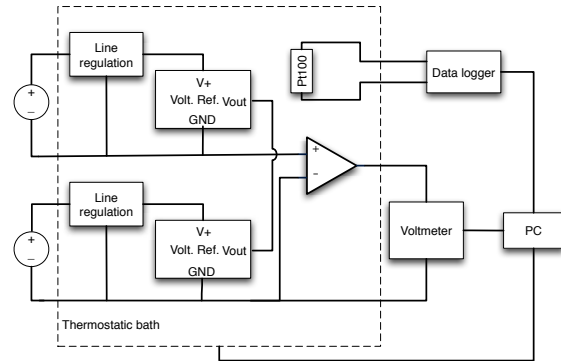


Fig. 1. Scheme of the experimental setup.

using high precision resistors, the dominant bias of the amplifier is thought to be the temperature dependence of the offset voltage, estimated to be equivalent to less than  $5 \cdot 10^{-3}$  ppm/ $^{\circ}\text{C}$  at the input of the amplifier.

The amplifier output is read by an AGILENT 34411A multimeter at a sampling rate of 50 Hz (i.e. averaging over 1 cycle of the power line frequency). The data are transferred to a PC running Labview and stored on the hard disk.

The temperature of the voltage references and the amplifier has to be strictly controlled and recorded to estimate its contribution and maintain its influence below the intrinsic noise of the reference. With a maximum thermal drift of 5 ppm/K, the thermal stability should be well below  $0.1 \text{ K}/\sqrt{\text{Hz}}$  to reach the expected performance of eLISA voltage references ( $1 \text{ ppm}/\sqrt{\text{Hz}}$ ). For precise measurements, it is also important to keep the two voltage reference at the same temperature and minimize the thermal gradients between the temperature sensor and the DUTs. Consequently, the two electronics boards holding the voltage references and the amplifier were put into a bath of perfluoropolyether heat transfer fluid (Galden HT 110) which has a high resistance (about  $10^{15} \Omega \cdot \text{cm}$ ) and a low viscosity (hence a good temperature homogeneity). This configuration also

prevents any influence of the hygrometry and reduces the thermo-electric voltages at the soldered junctions on the electronics boards.

The fluid is thermally regulated using a thermostatic bath LAUDA Proline RP 845 C. The value of the in-loop thermistor (Pt100) is read and the set point remotely controlled from the acquisition computer. The value of this Pt100 is sampled at a rate of 2 Hz. For long term stability measurements, the temperature of the bath is set to 23°C. An additional sinusoidal modulation with amplitudes of 6 or 10 °C peak-to-peak and a frequency of 0.2 mHz was also added for the measurement of the temperature coefficients (see below).

Another (out-of-loop) Pt100 sensor is placed on the electronic board, near to one of the DUT. Its value is monitored thanks to an AGILENT 34980A measurement unit (associated with a 34921A multiplexer) at a sampling rate of 5 Hz. The noise level of this temperature measurement is at the  $\text{mK}/\sqrt{\text{Hz}}$  level down to 0.1 mHz.

The thermostatic bath is placed into a Faraday cage, which is not - in this particular case - meant to protect the measurement from EM perturbations. Being thermally insulated, this cage allowed us to keep the voltmeter and the DUT at short distance, while thermally decoupling the voltmeter stability from the heat generated by the thermostatic bath.

The cage, as well as the different apparatus are placed in a air-conditioned room, with a thermal stability of about 1 K peak-to-peak around 22°C.

### III. PROCEDURES AND EXPERIMENTAL RESULTS

#### A. Noise induced by the acquisition setup

In order to estimate the noise level induced by the apparatus, two measurements have been performed : the estimation of the noise of the acquisition chain, and of the noise induced by the instability of the power supplies.

For the first measurement, the two inputs pins of the amplifier were connected together and the residual output voltage recorded by the voltmeter. The data are rescaled to ppm variations at the reference output by dividing by the gain of the amplifier (401) and by 5V, which is the nominal voltage level of all references, except for the AD587 (10 V). The thermal bath is regulated at 23°C and the duration of this measurement set to 20 000 s. After subtraction of the mean value (offset), the amplitude spectral density (ASD) of the recorded voltage is computed on a logarithmic frequency axes, using the procedure described in [14]. The noise of the acquisition chain is between  $10^{-3}$  and  $2 \cdot 10^{-2}$  ppm/ $\sqrt{\text{Hz}}$  from 0.1 mHz to 25 Hz, i.e. 2 orders of magnitude lower than the stability goal (see figure 2). An (constant) offset equivalent to 0.15 ppm was observed during these measurements.

The stability of the power supplies have been measured by directly connecting the multimeter between the ground and the output pin of a voltage regulator (LM317), while keeping the rest of the system unchanged. In that particular case, measuring the difference between two regulators was not found to be adequate, since any common mode would then be suppressed (e.g. due to the same sensitivity to temperature), while it may have different effects on the reference voltage due to different line regulation coefficients. The obtained amplitude spectrum density is then multiplied by the highest line regulation coefficient from table II (20 ppm/V) and  $\sqrt{2}$  to account for two independent source of noise on the differential measurement. This noise is represented on figure 2. The measurement is however at the limit of the multimeter resolution and should be considered as an upper level of the noise due to voltage regulation.

The temperature-induced noise is estimated by mul-

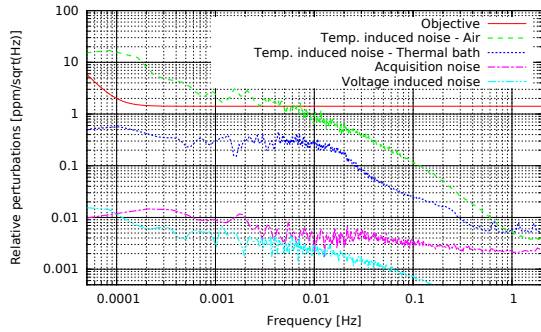


Fig. 2. Estimation of the measurements noise levels induced by the experimental setup.

tiplying the ASD of the bath temperature by twice the highest temperature sensitivity from table II (5 ppm/°C). The factor 2 assumes the worst case of voltage references with opposite temperature coefficients. The result on figure 2 shows that this noise level is about one order of magnitude below the eLISA requirements. For comparison, the same measurements has been done 'in air' : without temperature regulation, the contribution of temperature fluctuations is likely to exceed the stability requirements. The actual temperature coefficient for each reference has nevertheless been measured (see below) and their contribution properly compared to the obtained results.

In the present experiment, the most important noise source seems therefore associated to temperature fluctuations, while the influence of the acquisition noise and line regulation are negligible.

### B. Temperature coefficients

The temperature coefficients given by the manufacturers are usually computed using the box method. In this method, the maximum amplitude (peak-to-peak) variation of the output voltage is measured over the full operating temperature range of the device. The temperature coefficient is then the ratio of the voltage range

TABLE III  
TEMPERATURE COEFFICIENTS OF THE DIFFERENT TESTED VOLTAGE REFERENCES. TC REFERS TO THE COEFFICIENTS OF ONE DUT,  $\delta TC$  TO THE DIFFERENTIAL MEASUREMENT BETWEEN THE 2 DUTS, AND  $TC_m$  THE MAXIMUM VALUE OF THE TEMPERATURE COEFFICIENTS AS TAKEN FROM THE MANUFACTURER'S DATA SHEET.

Number	Model	TC [ppm/K]	$\delta TC$ [ppm/K]	$TC_m$ [ppm/K]
1	AD587UQ	8.30	-2.22	5
2	ADR445BRZ	1.9	1.72	3
3	ADR435BRZ	-3.1	-1.8	3
4	MAX6126AASA50	0.47	-0.45	3
5	LTC6655BHMS8-5	-2.90	0.69	2
6	MAX6350CSA+	0.32	0.12	1
7	LT1021BCN8-5	-0.18	-0.67	5
8	VRE305AD	2.0	-0.85	0.6

divided by the temperature range, expressed in ppm of the nominal output voltage. Since the voltage references are usually temperature corrected up to the second order dependance, the evolution of the output voltage as a function of temperature of the reference is often 'S-shaped', whose slope at the operating temperature can be significantly different from the value given by the box method.

In the present study, the actual thermal coefficient of the voltage references and its influence on the stability measurement have been studied, in order to compare the temperature-induced fluctuations with stability of the output voltage.

The output voltage level of one of the two reference put in the thermostatic bath was, first, directly recorded with the multimeter (thus by-passing the amplifier), while the temperature of the bath is cycled (sinusoid) from 18 to 28 °C, with a period of 5 000 s. The acquisition time was set to 20 h for these measurements. The recorded voltage output and the actual temperature

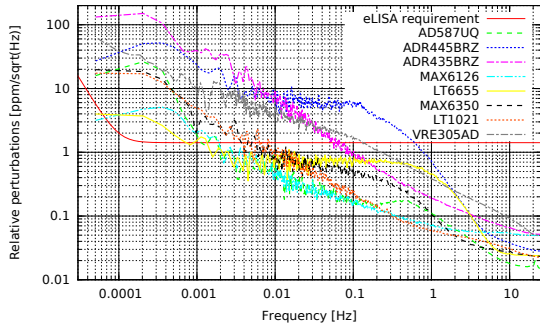


Fig. 3. Noise spectra computed from 20 ks acquisition.

of the bath were both fitted using a sinusoid model added to a second order polynomial. The polynomial was used to take into account any long term drift of the measurements. The ratio of the fitted voltage amplitude to the fitted temperature amplitude gives the temperature coefficient of the DUT, which is then rescaled to ppm, using the nominal level of the voltage reference.

In a second step, the difference of the two voltage reference was recorded (after being amplified), while the thermal bath is cycled ( $6^{\circ}\text{C}$  amplitude peak-to-peak, period of 5 000 s). The same analysis is then performed, but taking into account the amplifier gain. This measurement gives therefore the differential sensitivity of the voltage reference to temperature fluctuations. The signal to noise ratio of both measurements was sufficiently high to have error bars around 5% typically. The temperature coefficient of the second voltage reference can be deduced from these 2 measurements by subtracting the differential measurement to the temperature coefficient estimated with the direct measurement. The results of this analysis are summarized in table III.

The obtained values are globally compatible with the data sheet characteristics. The few discrepancies could be explained by the different (box and sine) analysis methods. However, with only two samples of each model,

the purpose of this study is not to infer any general assessment on the voltage reference characteristics but to compute the influence of temperature on the intrinsic stability measurements.

### C. Long-term stability

The long term stability is estimated by recording simultaneously the amplified differential voltage level and the temperature of the bath. The bath is kept at a constant temperature of  $23^{\circ}\text{C}$  during the acquisition. The contribution of the temperature to the voltage instability is estimated by multiplying the temperature amplitude spectral density by the differential temperature coefficient (see previous section).

Measurements have first been done on 'short' acquisition time (about 20 ks) in order to select the most promising references. The results of this first screening is represented on figure 3

From this figure, two voltage references (ADR445BRZ and ADR435BRZ, the only two tested devices based on the XFET technology) are significantly above the eLISA requirements, with a steep slope. The VRE305AD has roughly a  $1/\sqrt{f}$  evolution, but crosses at the relatively high frequency of 0.1 Hz.

The other references have equivalent noise performance around 1 mHz and appear better or close to the eLISA requirements down to this frequency. In order to get more significant results, these voltage references have been recorded on longer timescales, namely about 55 hrs. The different noise spectra are represented on figure 4.

The AD587UQ reference is marginally compatible with the requirements down to a few mHz and is about 4 times the limit at 0.5 mHz. Having the largest differential temperature coefficient (see table III), the contribution of



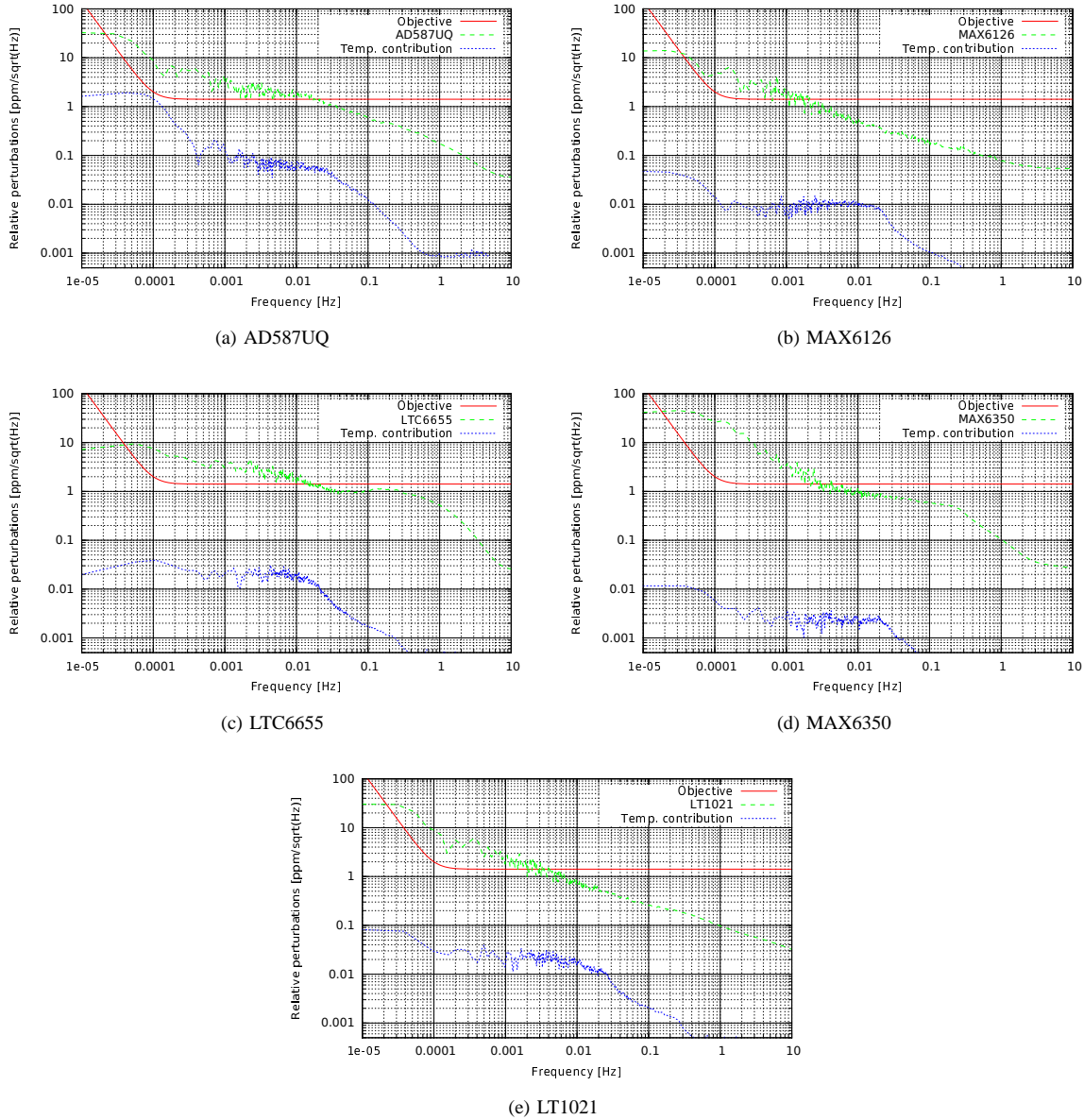


Fig. 4. Noise spectra and temperature contributions for selected voltage references.

temperature fluctuations to the output voltage is close to the eLISA requirements around 0.1 mHz.

The MAX6126 device appears compatible with the requirements on the whole frequency range, except between 0.05 mHz and 1 mHz. The influence of the temperature is negligible for this device. It appears to be the voltage reference with the lowest noise in the

frequency range of eLISA among the samples tested in this work.

Similarly, the temperature fluctuations have negligible effect on the output stability of the LTC6655. The noise performance is comparable to the AD587 (slightly better below 0.1 mHz). With this noise performance, comparable to the best buried zener tested, the LTC6655

voltage reference is an interesting alternative using another technology (bandgap).

As for the LT1021, its noise curve crosses the eLISA requirement at 0.5 mHz and is about 5 times the goal at 0.1 mHz. Its performance is comparable to the AD587UQ, but has a much lower temperature dependence.

All of these references, except MAX6350, exhibit a typical  $1/f$  behavior on the power spectral density ( $1/\sqrt{f}$  in amplitude) below 10 mHz which seems to indicate an intrinsic electronics noise. The MAX6350 device has a steeper slope (about  $1/f$  in amplitude), which could be due to a slow drift of the voltage level.

#### IV. CONCLUSION

The output stability of height - off the shelf - voltage references have been tested in the frequency range from  $10^{-5}$  to 10 Hz. None of the tested voltage reference meet the eLISA requirement, although the MAX 6126 is almost compatible, with a very low temperature dependence. The AD587UQ and LT1021 devices are buried zener references that could be interesting for eLISA. These results confirm earlier studies performed down to  $10^{-4}$  Hz [9]. Another promising candidate, using bandgap technology is the LTC6655 voltage reference. On the other hand, the tested XFET technologies exhibit a relatively large voltage noise below 0.1 Hz.

#### ACKNOWLEDGMENT

The authors wish to thank M. Filippo Marliani from the European Space Research and Technology Centre (ESTEC) at the European Space Agency (ESA) for useful discussion and advices in setting up this experiment.

#### REFERENCES

- [1] K. Danzmann *et al.*, "eLISA L2 White paper : The Gravitational Universe," <https://www.elisascience.org/articles/elisa-mission/elisa-l2-white-paper>, 2013.
- [2] J. Valdes, M. Porfiri, E. Lobbe, F. Kornblit, M. Passarino de Marques, and J. Leiblich, "Long-term fluctuations associated with different standards," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 42, no. 2, pp. 269–272, 1993.
- [3] T. Witt, D. Reymann, and D. Avrons, "The stability of some zener-diode-based voltage standards," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 2, pp. 226–229, 1995.
- [4] T. Witt, "Low-frequency spectral analysis of dc nanovoltmeters and voltage reference standards," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 46, no. 2, pp. 318–321, 1997.
- [5] A. Sebel and M. Sebel, "An approach to dc voltage references long term history and quality evaluation," in *Precision Electromagnetic Measurements Digest, 1998 Conference on*, 1998, pp. 566–567.
- [6] P. Helisto, H. Seppa, and A. Rautiainen, "Measurement uncertainty in the  $1/f$  noise region: Zener voltage standards," in *Precision Electromagnetic Measurements Digest, 2000 Conference on*, 2000, pp. 401–402.
- [7] G. Heinzel, F. Steier, R. Fleddermann, B. Sheard, and K. Danzmann, "Components for the LISA local interferometry," in *Laser Interferometer Space Antenna: 6th International LISA Symposium*, ser. American Institute of Physics Conference Series, S. M. Merkovitz and J. C. Livas, Eds., vol. 873, Nov. 2006, pp. 291–296.
- [8] M. Nickerson, E. Ames, and P. Bender, "Recent lisa studies at the university of colorado," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 154, no. 1, p. 012027, 2009.
- [9] R. Fleddermann, M. Trobs, F. Steier, G. Heinzel, and K. Danzmann, "Intrinsic noise and temperature coefficients of selected voltage references," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 58, no. 6, pp. 2002–2007, 2009.
- [10] D. Mance *et al.*, "GRS FEE Reference Unit Design Report," ESA, Tech. Rep. LISA-ETH-RP-3005\_I2\_R4, 2013.
- [11] B. Rax, C. Lee, and A. Johnston, "Degradation of precision reference devices in space environments," *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 6, pp. 1939–1944, 1997.
- [12] F. Franco, Y. Zong, J. A. Agapito, and A. H. Cachero, "Radiation effects on xfet voltage references," in *Radiation Effects Data Workshop, 2005. IEEE*, 2005, pp. 138–143.
- [13] T. Witt, "Pressure coefficients of some zener diode-based electronic voltage standards," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 2, pp. 329–332, 1999.
- [14] M. Trobs and G. Heinzel, "Improved spectrum estimation from

digitized time series on a logarithmic frequency axis," *Measurement*, vol. 39, no. 2, pp. 120 – 129, 2006.

PLACE  
PHOTO  
HERE

**Hubert Halloin** received the PhD degree in instrumentation for astrophysics from the University Paul Sabatier, Toulouse, France, in 2003.

Since 2005, he has been with the AstroParticle and Cosmology laboratory at the University Paris Diderot, Paris, France, where he is working as an assistant professor. His research fields are with the development of interferometric instrumentation for space-based detectors, especially the eLISA project.

PLACE  
PHOTO  
HERE

**Pierre Prat** received a Diploma in Electrical Engineering from the INSA (National Institute of applied sciences) of Rennes, France in 1986. In 2004, he joined the AstroParticle and Cosmology laboratory at the University Paris Diderot, Paris, France, where he is working as a research engineer in Electronics.

His current research interests are in the fields of low noise electronic system design for space-based detectors, especially the eLISA project.

PLACE  
PHOTO  
HERE

**Julien Brossard** received the PhD degree in instrumentation for astrophysics from the University Paul Sabatier, Toulouse, France, in 2002. Since 2005, he is working at CNRS as a Research Engineer. From 2005 to 2012 he has been working in Particle Accelerator Physics at the Linear Accelerator laboratory

(CNRS, Paris-Sud XI University, Orsay, France). Since 2012, he joined the AstroParticle and Cosmology laboratory (CNRS/CEA/Paris Diderot University/Paris Observatory, Paris, France). Currently, he is the project manager for the eLISA (detection and characterization of gravitational waves) hardware activities at APC and the system engineer for the QUBIC (detection and characterization of CMB B-mode polarization) project.

## Chapitre 4

# The Ionospheric and Gamma-Ray Observation Satellite

Le LabEx<sup>1</sup> UnivEarthS est né de la collaboration des laboratoires APC, IPGP et AIM, partant du constat que les sciences d'observations terrestres, planétaires et astrophysiques partagent des méthodologies et outils communs, en particulier les technologies spatiales.

Le panel de compétences disponibles dans ces différents instituts permet de travailler 'aux interfaces', i.e. dans les domaines techniques ou scientifiques communs, chacun apportant l'expertise et l'expérience de son thème de recherche. Nous avons déjà évoqué précédemment les développements techniques menés avec l'IPGP sur les techniques interférométriques de lecture optique pour sismomètres planétaires (voir la section 3.3, page 116).

La transmission du savoir et la formation des étudiants est également une des missions essentielles de ces organismes de recherche. De là est née l'idée, déjà fréquente en sciences planétaires aux Etats-Unis par exemple, de proposer le développement d'un nanosatellite, par des étudiants, dans les thématiques des instituts partenaires et bénéficiant de leur support technique et scientifique.

Le projet IGOSat est issu de cette volonté : la construction par des étudiants d'un satellite de petite taille, capable de sonder l'ionosphère et le spectre des particules de haute énergie dans les cornets polaires et l'anomalie sud-atlantique.

Les premiers étudiants ont travaillé sur ce projet en 2012 et IGOSat est aujourd'hui (mi-2019) en phase D de construction des modèles de qualification puis de vol. Depuis ses débuts, je suis donc le responsable scientifique (PI) et pédagogique de ce projet, qui implique plusieurs autres chercheurs et ingénieurs de l'APC et de l'IPGP, mais surtout environ 270 étudiants jusqu'à aujourd'hui.

### 4.1 La révolution nanosats

Le 4 octobre 1957, le premier satellite artificiel, Spoutnik, émet ses fameux 'bip-bip' radio depuis l'espace. A peine 4 ans plus tard, le 12 décembre 1961, le premier satellite amateur OSCAR-I est lancé en orbite basse comme charge secondaire d'un satellite militaire

---

<sup>1</sup>Laboratoire d'Excellence, une des actions du programme des Investissements d'Avenir

d'observation de la Terre, Corona 9029.

Orbiting Satellite Carrying Amateur Radio (**OSCAR**) I est à la fois le premier satellite développé par des amateurs, le premier satellite conçu comme une charge secondaire<sup>1</sup> et le premier satellite privé, non-gouvernemental. Uniquement alimenté par des batteries (comme Spoutnik), **OSCAR-I** avait comme unique mission d'émettre le message 'HI' en Morse (à 144.983 MHz), et fut opérationnel pendant 3 semaines.

Plusieurs satellites radio-amateur se sont succédés à la suite d'**OSCAR-I**, avec pour but de relayer les communications radio d'un point à un autre du globe. **OSCAR-7**, lancé en 1974 est encore partiellement opérationnel<sup>2</sup> et ainsi un des plus anciens satellites encore utilisés. La France a elle-même développé, en collaboration entre le **CNES** et l'école d'ingénieur SUPAERO, **OSCAR-24**, baptisé Ariane Radio-Amateur Satellite Enseignement Espace (**ARSENE**), opérationnel en orbite de transfert géostationnaire entre mai et septembre 1993.

Mis à part ces transpondeurs radio-amateur, la réalisation de satellites par des non-professionnels est restée extrêmement rare jusque très récemment, encore plus si on considère la contribution d'étudiants en formation à la réalisation d'un satellite en orbite.

Depuis les débuts de l'astronautique, l'évolution des lanceurs a tout d'abord permis l'emport de satellites de plus en plus massifs et sophistiqués, représentant des investissements de plusieurs dizaines de millions d'euros, uniquement accessibles à de grands acteurs industriels ou des agences spatiales nationales. Les progrès de la miniaturisation électronique ont lentement inversé la tendance pendant les dernières décennies, avec la possibilité de réaliser des satellites aussi performants, mais moins massifs et volumineux. Une des conséquences de cette évolution est l'arrêt dans la course au gigantisme des lanceurs<sup>3</sup> et le retour de lanceurs de classe intermédiaires (emport de quelques centaines de kilogrammes à quelques tonnes en orbite terrestre basse)<sup>4</sup>

En parallèle, des satellites de plus petites tailles sont apparus, et on distingue aujourd'hui plusieurs classes de 'petits' satellites (i.e. de masse inférieure à  $\sim 500$  kg) :

- Minisatellites : 100 à 500 kg
- Microsatellites : 10 à 100 kg
- Nanosatellites : 1 à 10 kg
- Picosatellites : 100 g à 1 kg

---

<sup>1</sup>La forme et la masse d'**OSCAR-I** ont été étudiées pour remplacer une masse d'équilibrage du dernier étage du lanceur.

<sup>2</sup>Rendu muet après un court-circuit batterie en 1981, il s'est soudainement remis à émettre en 2002 (on suppose que le vieillissement a finalement transformé le court-circuit en circuit ouvert, le satellite pouvant alors s'alimenter directement sur ses panneaux solaires).

<sup>3</sup>sauf dans quelques cas très particuliers tels que les missions interplanétaires

<sup>4</sup>L'évolution des lanceurs Ariane est typique de cette évolution. Ariane 5 est aujourd'hui capable d'emporter jusqu'à 21 t en orbite basse (Ariane 5 ECA) pour un coût d'environ 150 à 200 M€. La capacité d'emport d'Ariane 5 est peu ajustable, rendant les lancement de satellites de masses intermédiaires prohibitifs si un lancement conjoint (i.e. avec deux satellites) n'est pas possible. La future Ariane 6 possède quant à elle deux versions (Ariane 6.2 et 6.4) se distinguant par le nombre de propulseurs additionnels. La version 6.2 a une capacité d'emport de 10 t en orbite basse, contre 21 t pour la version 6.4, pour des coûts de lancement estimés à 75 M€ et 115 M€ respectivement [Gallois, 2014].

Il ne s'agit cependant pas d'une classification 'officielle', ni unanimement reconnue. Ces limites doivent donc être considérées uniquement comme indicatives de la masse, du volume et donc généralement du coût du satellite.

### 4.1.1 Le standard CubeSat

La 'révolution' des nanosatellites s'est produite au tournant du XXI<sup>ème</sup> siècle grâce à la conjonction de deux évolutions : l'émergence aux Etats-Unis de coopérations étroites entre de nouveaux acteurs privés et des instituts publics (agences spatiales, universités, laboratoires de recherche), ainsi que le développement en 1999, au sein des Université CalPoly et Stanford, du standard 'CubeSat' [Mehrparvar, 2014].

Le format CubeSat est, stricto sensu, uniquement défini pour permettre une standardisation du déploiement, i.e. de l'interface mécanique entre le satellite et son lanceur. Les différentes tailles standardisées sont des multiples d'une 'Unité CubeSat' (ou '1U') : un cube de  $10 \times 10 \times 11,3$  cm ( $L \times l \times h$ ), de poids maximal 1,33 kg et possédant des rails aux quatre angles, sur la hauteur du satellite. La figure 4.1 montre les spécifications mécaniques d'un CubeSat '3U', donc de taille  $10 \times 10 \times 34$  cm et un poids maximal de 4 kg. Le standard CubeSat ne prescrit pas seulement les interfaces mécaniques, mais normalise également les spécifications de qualification, ainsi que les interfaces électriques et opérationnelles à utiliser pour l'intégration dans le déployeur et le lancement du satellite avec un minimum de risques pour le satellite principal.

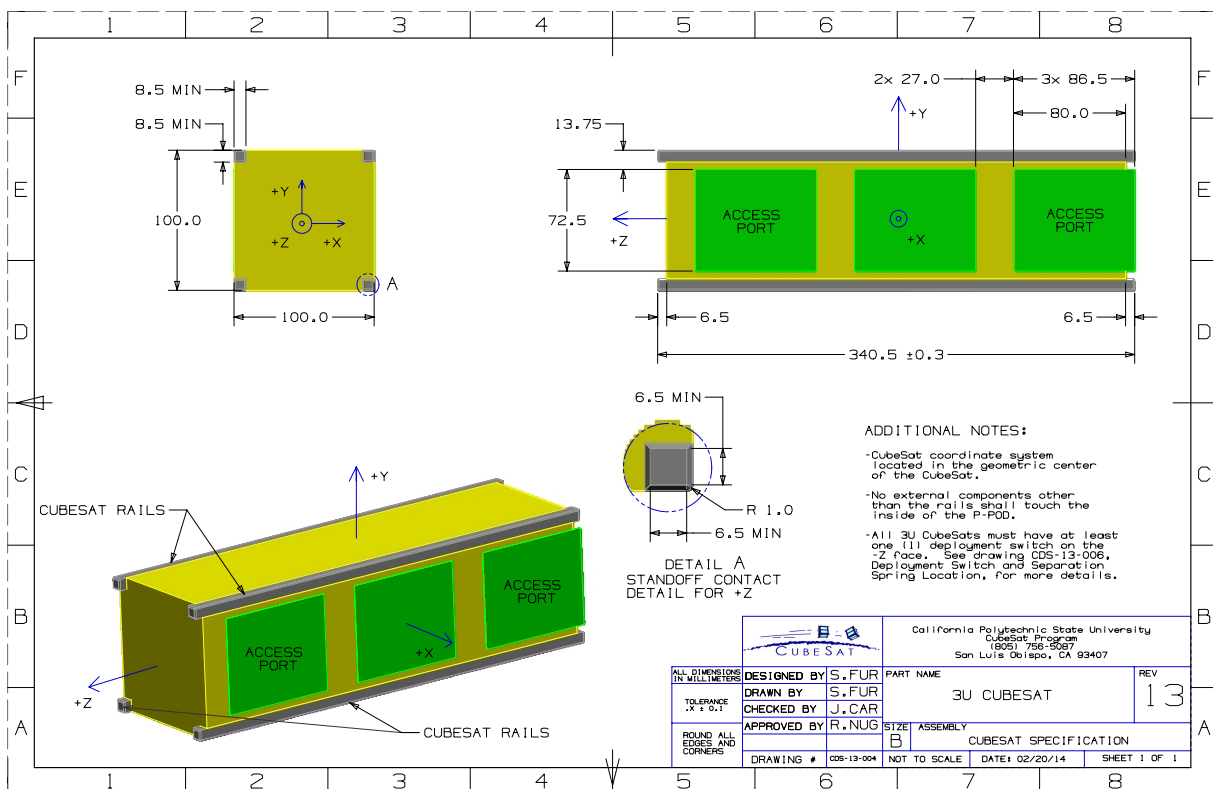


FIGURE 4.1 – Spécifications mécaniques d'un CubeSat '3U' [Mehrparvar, 2014].

Ceci permet donc de standardiser le système d'interface avec le lanceur (une sorte de 'boite à ressort' avec une simple trappe permettant la libération du satellite), ainsi que les procédures de montage et de mise en oeuvre (voir par exemple le déployeur développé par CaPoly en figure 4.2). Cette standardisation, associée aux faibles encombrements et masses, permet d'embarquer ses déployeurs sur des vols commerciaux ou institutionnels, comme passager supplémentaire d'un satellite 'standard', à un coût bien plus faible. Il est également possible de lancer un CubeSat depuis un déployeur dédié installé sur la station spatiale internationale.

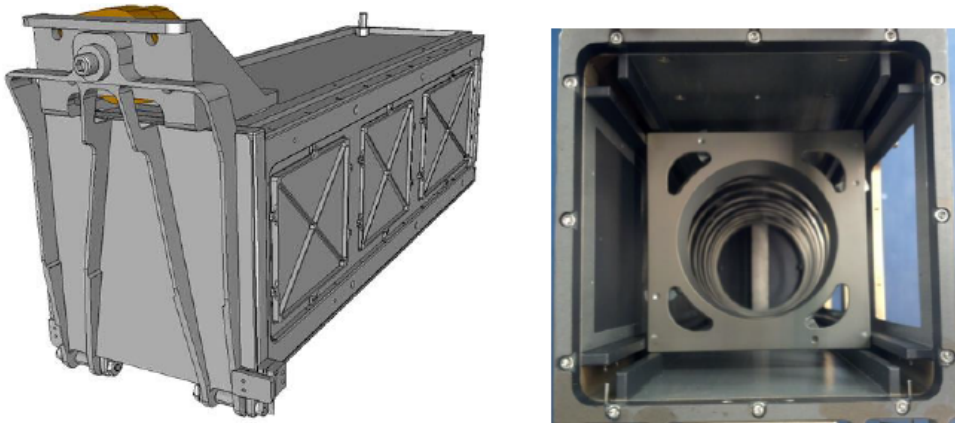


FIGURE 4.2 – Déployeur de CubeSats développé par l'Université CalPoly (P-POD : Poly Picosatellite Orbital Deployer)[Mehrparvar, 2014].

D'autre part, la structure mécanique ainsi définie est compatible avec l'utilisation de cartes électroniques au format 'PC104', très proche du standard utilisé pour la conception d'ordinateurs et autres systèmes embarqués terrestres. Le terme 104 fait référence au connecteur à 104 broches, permettant l'empilement des cartes les unes au-dessus des autres et assurant ainsi les communications et distributions électriques dans tout le satellite.

#### 4.1.2 L'essor du marché des nanosatellites

Cette standardisation a ainsi permis le développement d'un écosystème complet, de la fabrication des cartes électroniques au lancement, avec une production suffisante pour diminuer les coûts de développement.

Dès lors, l'utilisation de nanosatellites (essentiellement de type CubeSat) s'est répandue dans les Universités et Ecoles d'Ingénieur, en tant que supports pédagogiques pour la formation aux technologies spatiales.

Depuis 1999, on recense aujourd'hui près de 1200 nanosats lancés (dont près de 1100 Cubesat et 385 par des Universités) [Nanosats Database, 2019]. Le premier nanosatellite français (Robusta 1A de l'Université de Montpellier) a été lancé en 2012, suivi en ... 2017 par Robusta 1B, SpaceCube (Ecole des Mines) et XCubeSat (Ecole Polytechnique). Tous ces satellites ont une vocation pédagogique, mais les nanosats intéressent également la recherche. Les mesures distribuées permises par les nanosatellites sont particulièrement adaptées aux sciences planétaires (dont l'étude de l'environnement radiatif et magnétique

terrestre), mais intéressent également de plus en plus l'astronomie [Shkolnik, 2018]. PicSat (Obs. de Paris) est le premier (et seul pour l'instant) nanosatellite astronomique français à avoir été lancé, en janvier 2018.

En 2012, le CNES a mis en place le programme Janus (Jeunes en Apprentissage pour la réalisation de Nanosatellites au sein des Universités et des écoles de l'enseignement Supérieur). Aujourd'hui, 18 projets (dont 4 lancés) sont soutenus par ce programme, y compris IGOSat...

Dans le monde, la progression de l'utilisation des nanosatellites est tout à fait remarquable. Si l'impulsion initiale est venue des Universités, les nanosatellites commerciaux forment aujourd'hui la majorité des lancements. En juin 2019, Planet Labs (imagerie terrestre, 378 satellites lancés) et Spire (radio-occultation Global Positioning System (GPS), 103 satellites lancés) représentent à eux deux 78% de tous les nanosatellites commerciaux. Le graphique 4.3 montre clairement l'initiation de l'utilisation des nanosatellites par les Universités durant la première décennie du XXI<sup>ème</sup> siècle et la montée en puissance du secteur marchand depuis 5 ans. Ce graphique montre également qu'il s'agit d'un marché très dynamique, puisque les lancements annoncés ne dépassent un horizon de 3 ans (en 2022), tandis que les prédictions, et donc l'évolution du marché, sont bien plus importantes.

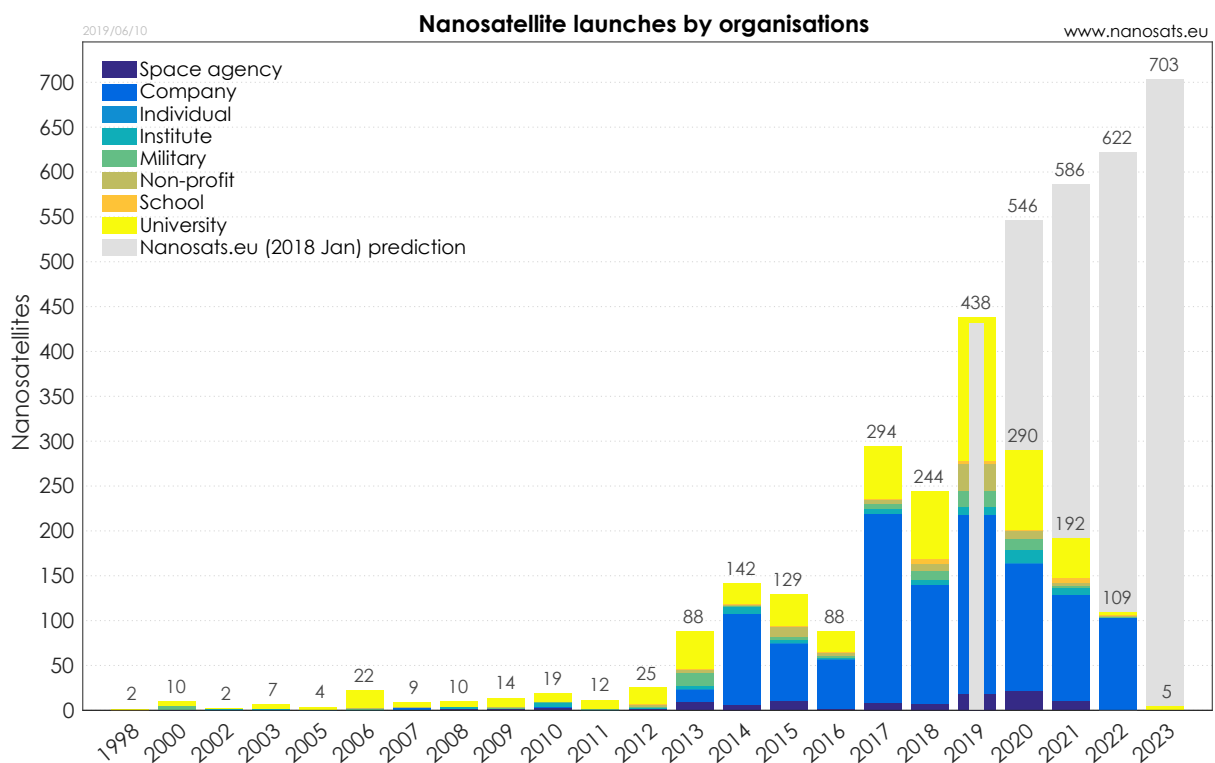


FIGURE 4.3 – Evolution et prédiction des lancements de nanosatellites depuis 1998 [Nanosats Database, 2019].



## 4.2 Objectifs scientifiques d'IGOSat

Nous donnons dans ce chapitre les grandes lignes du dimensionnement et de la réalisation du satellite **IGOSat**. Comme tout projet satellitaire complet, il met en jeu énormément de compétences et de réalisations techniques qu'il est impossible de décrire en détails ici. L'objectif de ce projet est avant tout pédagogique, offrant une opportunité unique aux étudiant.e.s de se familiariser aux technologies spatiales et à la réalisation d'un projet collaboratif ambitieux et motivant. Avec cette ambition, la plupart des sous-systèmes à bord du satellite et la station sol de télécommunication sont conçus et mis en oeuvre par des 'générations' successives d'étudiant.e.s, de niveau licence au doctorat.

Au-delà de sa vocation pédagogique, **IGOSat** est également un outil de démonstration scientifique et technologique. Suite à la décision de construire un satellite étudiants dans le cadre du LabEx UnivEarthS, il a été nécessaire de définir des objectifs scientifiques (i.e. des charges utiles) compatibles avec les intérêts des deux principaux laboratoires impliqués (**APC** et **IPGP**). Ces discussions ont eu lieu au cours des années 2011 et 2012 et ont abouti au développement de deux charges utiles, correspondant à deux objectifs scientifiques à la fois distincts et reliés aux mêmes phénomènes physiques :

- L'occultation **GPS** pour la mesure du contenu électronique total de l'ionosphère
- La mesure des flux et spectres de particules de haute énergies (électrons, photons gamma) au dessus des cornets polaires et de l'anomalie sud-atlantique.

Très récemment (juillet 2019), **IGOSat** et ses objectifs scientifiques (avec un focus sur l'étude de l'ionosphère), ainsi que son aspect de projet pédagogique ont été décrits dans un article de vulgarisation du magazine La Recherche [[Halloin et al., 2019](#)].

### 4.2.1 Mesure du Contenu Électronique Total de l'ionosphere

L'ionosphère est une des couches de l'atmosphère terrestre, entre 80 et 800 km d'altitude. En raison des rayons UV et autres rayons X, les molécules atmosphériques sont partiellement ionisées, créant des électrons libres. La densité à cette altitude est suffisamment faible pour permettre un libre parcours moyen significatif et donc créer un plasma chargé. L'équilibre entre ionisation et recombinaison est sensible à plusieurs phénomènes, notamment l'alternance jour-nuit, l'activités solaire, la configuration du champ magnétique terrestre influant sur le transport des particules chargées, etc. Cet équilibre, fluctuant, est en particulier caractérisé par le Total Electronic Content (**TEC**), reflétant la densité d'électrons libres dans cette couche d'atmosphère.

#### 4.2.1.1 Le contenu électronique total (**TEC**) et principe de mesure

Le **TEC** est mesuré en étudiant les perturbations radio entre un émetteur et un récepteur. Il correspond à la densité de colonne d'électrons libres intégrée sur le chemin parcouru par l'onde :

$$TEC = \int_{\text{Émetteur}}^{\text{Récepteur}} N_e(s) ds, \quad (4.1)$$

où  $N_e(s)$  est la densité d'électrons libres à l'abscisse de propagation  $s$ . Le **TEC** s'exprime en Total Electronic Content Units (**TECUs**) ( $1 \text{ TECU} = 10^{16}$  électrons/m<sup>2</sup>).

Le **TEC**, mesuré à partir des perturbations des signaux Global Navigation Satellite System (**GNSS**), est un paramètre enregistré par de nombreux réseaux de stations sol (p.ex. IGS<sup>1</sup>, UNAVCO<sup>2</sup>, GEONET<sup>3</sup>, SONEL<sup>4</sup>, RENAG<sup>5</sup>). Ces mesures n'offrent cependant que des sondages verticaux, sur les surfaces continentales et les îles, et ne couvrent donc pas une grande partie de la surface terrestre, en particulier les océans.

Plusieurs missions spatiales ont déjà embarqué des récepteurs **GPS** pour mesurer le **TEC** depuis l'espace, permettant une couverture globale de la Terre. D'autre part, un récepteur **GPS** embarqué sur satellite permet un angle de vue différent, avec un sondage horizontal. Cette géométrie d'observation permet de reconstituer le profil vertical de la densité électronique grâce à des procédures d'inversion supposant une symétrie sphérique locale de cette distribution. Cette technique d'observation est appelée occultation **GPS** et est illustrée en figure 4.4. **IGOSat** utilise une technique d'occultation dite 'descendante'. La mesure commence lorsqu'un satellite **GPS**, acquis précédemment par l'antenne dédié situé 'à l'arrière du satellite', s'approche du limbe terrestre (vu depuis **IGOSat**). Le signal radio provenant de l'émetteur **GPS** traverse les couches supérieures de l'atmosphère et l'étude du déphasage des deux porteuses L1 et L2 renseigne alors sur la valeur du **TEC**. L'observation s'arrête lorsque, toujours vu d'**IGOSat**, le satellite **GPS** passe sous l'horizon et le signal radio s'interrompt. Remarquons que les effets de réfraction, sensible pour les sondage à basses altitudes et utilisés pour l'amélioration des modèles météorologiques, sont négligeables dans les mesures ionosphériques.

Le principe de la mesure du **TEC** par radio-occultation repose sur la nature dispersive d'un milieu ionisé. L'indice de réfraction de l'ionosphère dépend de la fréquence de l'onde électromagnétique qui s'y propage ( $f$ ) et de la densité d'électrons ( $N_e$ ) :

$$n(f) = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2} \quad (4.2)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{N_e}{m_e \cdot \epsilon_0}} q_e \approx 9 \sqrt{N_e [\text{m}^{-3}]} \text{ Hz}$$

La figure 4.5 donne un exemple de profil de densité électronique et la fréquence correspondante au-dessus de Paris le 15 mai 2019, à partir du modèle NeQuick 2 [Nava *et al.*, 2008].

On peut remarquer la variabilité journalière entre midi et minuit local, ainsi que la valeur de la fréquence plasma, de l'ordre de quelques MHz.

Les porteuses radio-fréquences émises par les satellites **GPS** sont autour de 1,2 (L2) et 1,5 (L1) GHz et donc on aura toujours  $f \gg f_p$  et  $n(f) \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{f_p}{f}\right)^2$ .

L'indice de réfraction étant dépendant de la fréquence, le temps de propagation de l'information depuis le satellite **GPS** jusqu'au récepteur ne sera donc pas le même pour

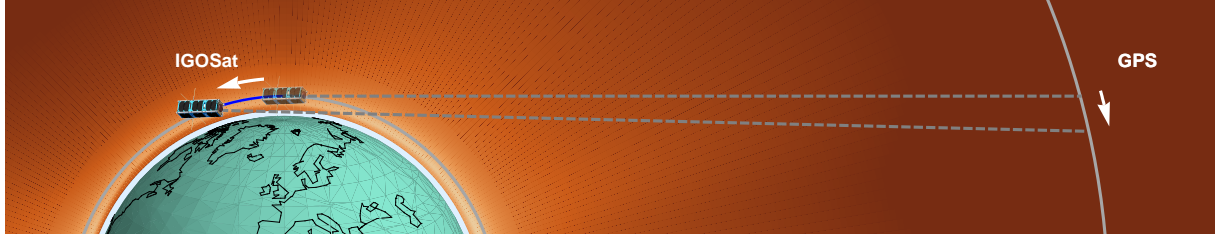
<sup>1</sup><https://www.igs.org/>

<sup>2</sup><https://www.unavco.org/>

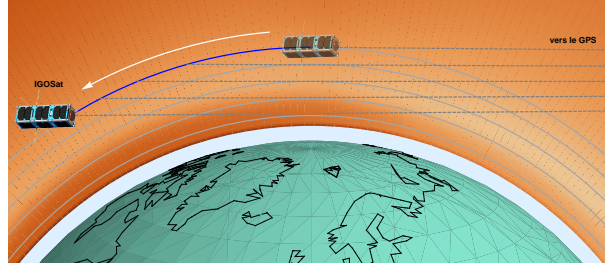
<sup>3</sup>Réseau de stations **GPS** au Japon

<sup>4</sup><https://www.sonel.org/>

<sup>5</sup><http://renag.resif.fr/>



(a) Schéma de principe de la mesure d'occultation GPS.



(b) Zoom sur la configuration du satellite pendant la mesure.

FIGURE 4.4 – Schéma de principe (Vue globale et zoom sur le satellite) du principe de mesure de **TEC** par occultation **GPS**. Le dégradé orange représente un modèle moyen de densité électronique (la densité est d'autant plus importante que le rendu est blanc).

la porteuse L1 ( $f_1 = 1575,42$  MHz) et L2 ( $f_2 = 1227,60$  MHz). Le déphasage temporel entre les deux signaux (le signal L2 est plus 'lent') peut s'exprimer facilement en fonction du **TEC** :

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{1}{c} \int_{\text{Émetteur}}^{\text{Récepteur}} [n(f_1) - n(f_2)] \\ &\approx \frac{q_e^2}{8\pi^2 m_e \epsilon_0 c} \left( \frac{1}{f_2^2} - \frac{1}{f_1^2} \right) \cdot \text{TEC} \\ \Delta t \text{ [ns]} &\approx 1,34 \left[ \left( \frac{1 \text{ GHz}}{f_2} \right)^2 - \left( \frac{1 \text{ GHz}}{f_1} \right)^2 \right] \cdot \text{TEC [TECU]} \\ &\approx 0,35 \cdot \text{TEC [TECU]} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Nous avons donc une relation directe entre le déphasage des deux porteuses **GPS** et le **TEC**.

#### 4.2.1.2 Objectifs scientifiques et l'apport d'IGOSat

Les missions spatiales CHAMP<sup>1</sup> (CHALLENGING Minisatellite Payload), COSMIC<sup>2</sup> (Constellation Observing System for Meteorology, Ionosphere, and Climate) et SAC-C<sup>3</sup> (Satellite

<sup>1</sup><https://www.gfz-potsdam.de/en/section/geomagnetism/infrastructure/champ/>

<sup>2</sup><https://www.cosmic.ucar.edu/>

<sup>3</sup><https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/s/sac-c>

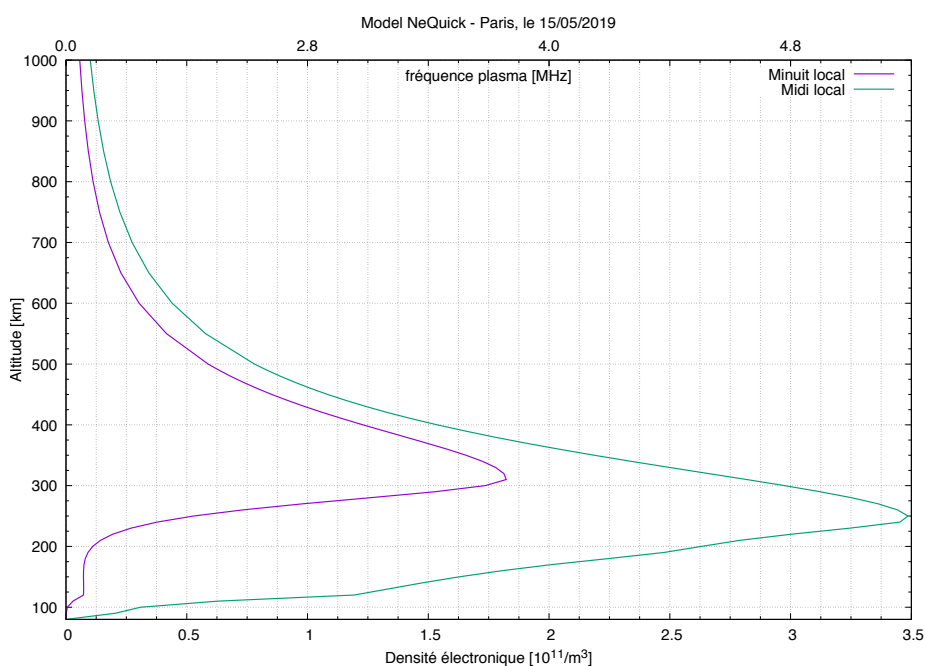
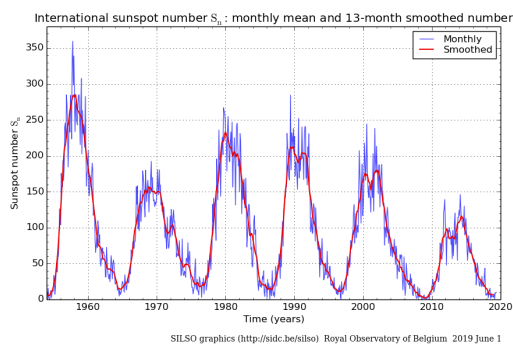


FIGURE 4.5 – Densité électronique (échelle inférieure) et fréquence plasma correspondante (échelle supérieure) à minuit et midi heure locale, au dessus de Paris le 15 mai 2019. Modèle NeQuick 2 [Nava *et al.*, 2008] disponible en ligne :<https://t-ict4d.ictp.it/nequick2/nequick-2-web-model>.

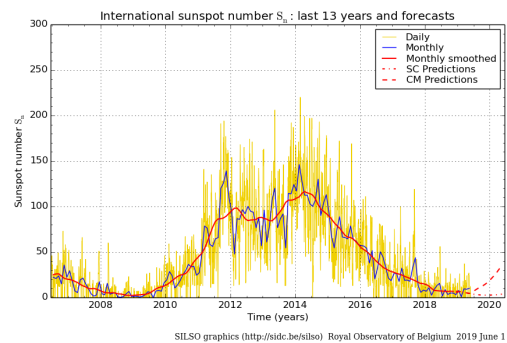
de Aplicaciones Científicas-C) sont des exemples de satellites ayant embarqué des récepteurs GPS pour de la radio-occultation ionosphérique (entre autres instruments...).

L'état de l'ionosphère étant hautement variable, dépendant de l'heure locale, de la saison, de l'activité solaire dans son cycle de 11 ans et des fluctuations du champ magnétique terrestre, de nouvelles mesures sont toujours nécessaires. La mission COSMIC, par exemple, a été lancée en 2006 et dispose de 6 micro-satellites, bientôt en fin de vie. elle devrait être remplacé en 2019 par 6 nouveaux satellites formant la constellation COSMIC-2.

Plus spécifiquement concernant la mission IGOSat, un objectif important est l'étude des corrélations entre l'état de l'ionosphère et les caractéristiques (spectre et courbe de lumière) des particules énergétiques (électrons, photons gamma), mesurées in-situ par la deuxième charge utile (voir section 4.2.2). Ces deux phénomènes sont en effet tous les deux affectés par le flux de particules chargées, ainsi que par la conformation de la magnétosphère terrestre, et donc, en grande partie, par l'activité solaire. Notons d'ailleurs qu'IGOSat devrait être en orbite peu après le minimum solaire prévu au deuxième semestre 2019 (voir figure 4.6). IGOSat devrait donc être capable, si sa durée de vie le permet, d'observer les modifications de l'état de l'ionosphère et des ceintures de radiations lors de la remontée de l'activité solaire.



(a) Cycles solaires 19 à 24.



(b) Cycle 24 et prédiction pour le début du cycle 25.

FIGURE 4.6 – Évolution du nombre de taches solaires en fonction du temps, reflet de l'activité solaire (Source : WDC-SILSO, Observatoire Royal Observatory de Belgique, Bruxelles, <http://www.sidc.be/silso>).

Un autre objectif d'IGOSat est l'étude des ondes de gravité se propageant dans l'ionosphère. L'amplitude de ces ondes de gravité, générées au niveau du sol, est amplifiée en montant en altitude (en raison de la diminution de la densité), jusqu'à générer une fluctuation potentiellement détectable de la densité électronique de l'ionosphère. Les éruptions volcaniques, tremblement de terre et tsunamis [Coïsson *et al.*, 2015] sont susceptibles de générer de telles oscillations. Leur détection depuis l'espace est donc un moyen d'étudier ces phénomènes telluriques et leur impact sur l'atmosphère, en particulier dans les zones non couvertes par d'autres moyens d'observations (notamment au-dessus des océans). La sensibilité et la probabilité d'occurrence d'un évènement d'ampleur suffisante au moment du passage du satellite rend l'observation direct d'un tel phénomène très incertaine.

IGOSat permettra cependant de quantifier le niveau de bruit résiduel de ce type de mesures et de mettre en place les méthodes d'analyse adéquates.

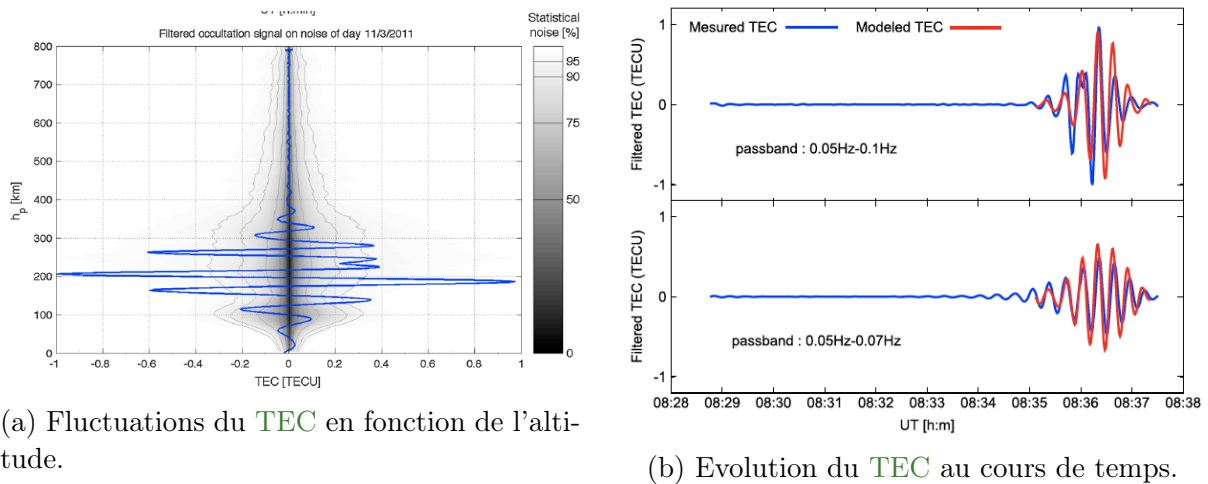


FIGURE 4.7 – Fluctuations du TEC dans l'ionosphère lors du tsunami du 11 mars 2011 au large de Tohoku au Japon. Graphiques tirés de [Coisson *et al.*, 2015].

#### 4.2.2 Mesures in-situ des électrons et photons gamma de haute énergie en orbite basse.

Les ceintures de radiations (aussi connues sous le nom de ceintures de Van Allen) correspondent à des cavités magnétiques dans lesquelles les particules chargées du vent solaire se retrouvent piégées, en spiralant autour des lignes de champ magnétique d'un pôle à l'autre. De ce fait, les particules chargées pénètrent bien plus profondément dans l'atmosphère terrestre au niveau des cornets polaires, augmentant significativement la densité de protons et d'électrons de hautes énergies (au-delà du MeV) dans ces régions. La manifestation la plus visible de l'entrée de ces particules chargées est évidemment l'existence des aurores boréales et australes. L'Atlantique Sud est une autre région terrestre connue pour présenter une densité élevée de particules chargées. L'anomalie sud-atlantique (South Atlantic Anomaly (SAA)) résulte du décalage d'environ 450 km de l'axe magnétique par rapport à l'axe de rotation terrestre. La surface terrestre est donc plus proche des ceintures de radiation au-dessus de Brésil, avec pour conséquence une densité plus importante de protons et d'électrons.

L'interaction de ces particules chargées avec l'atmosphère résiduelle produit d'autre part des électrons jusqu'à une dizaine de MeV et des photons gamma. Cet albedo terrestre est donc plus important au niveau des cornets polaires et de la SAA. Une autre source de photons gamma provient du flux de rayons cosmiques de hautes énergies, dominant pour l'albedo gamma au-dessus de  $\sim 1$  MeV.

La mesure du spectre et de la courbe de lumière de ces particules dans ces régions particulières forment l'objectif de la deuxième charge utile d'IGOSat.

Le dimensionnement et les premiers tests expérimentaux (sur un prototype de détecteur) de cette charge utile ont constitué le sujet de thèse (et d'un article) de Hien Phan, étudiant vietnamien ayant bénéficié d'une bourse d'étude de son gouvernement, sous la direction de M. Philippe Laurent et dont j'assurais le co-encadrement. Cette thèse a été soutenue le 30 janvier 2019 [Phan, 2019 ; Phan *et al.*, 2018].

#### 4.2.2.1 Les connaissances actuelles

Le spectre et la densité d'électrons et de protons ayant, entre autres, une influence importante sur la résistance des composants électroniques des satellites en orbite basse et les radio-communication Terre-Espace, de nombreuses données sont disponibles, récoltées par des capteurs embarqués sur divers satellites. De ces mesures est née, dès les années 1970, le modèle standard AE8 de la NASA [Vette, 1991]. Ce modèle a été notamment mis à jour par les données du satellite DEMETER du CNES [Sauvaud *et al.*, 2006]. En orbite entre 2004 et 2006 sur une orbite héliosynchrone à 710 km d'altitude, DEMETER a mesuré le flux des électrons entre 70 et 2500 keV, sur une orbite similaire à celle d'IGOSat (voir figure 4.8).

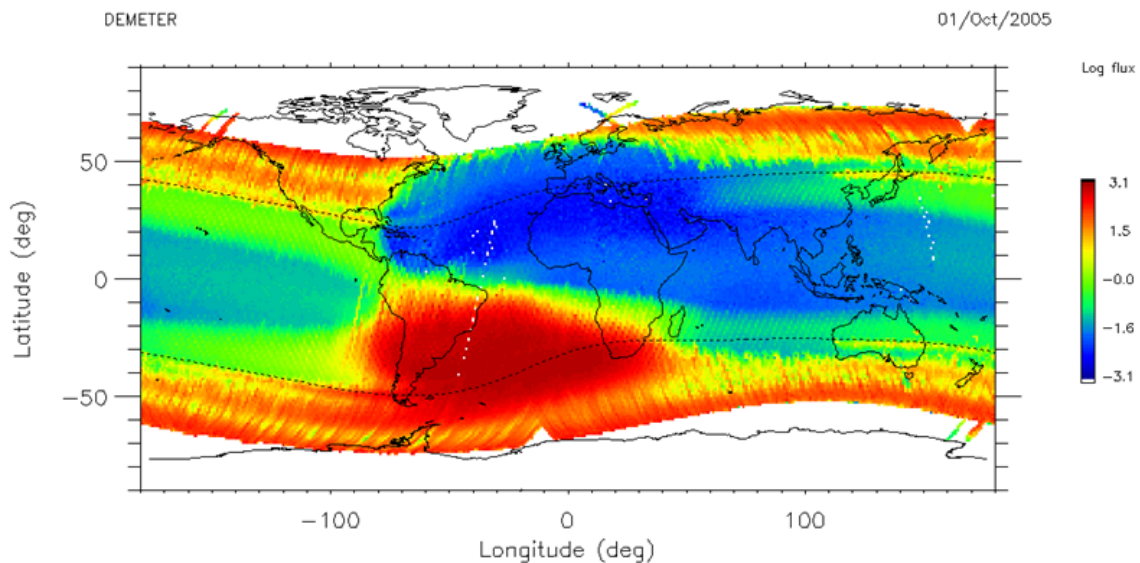


FIGURE 4.8 – Distribution des électrons (quasi)piégés à une énergie de 200 keV et une altitude de 700 km, mesurée par le satellite DEMETER [Sauvaud *et al.*, 2008]. On peut noter le flux bien plus important au niveau de la SAA et des zones aurorales (aux plus hautes latitudes atteintes par les satellites, soit  $\sim \pm 65^\circ$ ). Le flux est donné en électrons/( $\text{cm}^2 \cdot \text{str} \cdot \text{keV}$ ).

Plus récemment, le spectre des rayons cosmiques a été mesuré grâce à l'expérience AMS-02 à bord de la station spatiale internationale [Casaus et AMS Collaboration, 2015]. En particulier, le spectre des électrons a été mesuré entre  $\sim 500$  MeV et 700 GeV.

Avec un objectif de détection entre 1 et 20 MeV, IGOSat donnera une vue complémentaire du spectre des électrons en orbite basse.

Les connaissances sur le spectre des photons gamma en orbite basse est comparativement bien moins connu. Ce manque de données est notamment dû à la difficulté d'effectuer ces mesures à des énergies supérieures au MeV. En effet, dans ces gammes d'énergie, la radioactivité, induite par les rayons cosmiques, des matériaux du satellite entourant le détecteur produit un bruit de fond souvent supérieur au signal à mesurer. Avec peu de masse à proximité du détecteur, la situation devrait être différente pour IGOSat et permettre une mesure du spectre des photons gamma entre  $\sim 20$  keV et  $\sim 2$  MeV.

Dans les bandes 120-320 keV et 3-8,3 MeV, l'instrument SONG à bord de CORONAS-I a mesuré le spectre et la distribution spatiale des photons gamma, à une altitude de 500 km en 1994 (voir figure 4.9)[Bucik *et al.*, 1999, 2000 ; Bučík *et al.*, 2002].

En-deça du MeV, d'autres missions des années 1990 et 2000 ont pu mesurer l'albédo gamma de l'atmosphère terrestre, telles que Beppo-SAX, SWIFT, INTEGRAL.

#### 4.2.2.2 Objectifs scientifiques

Les objectifs scientifiques de la charge utile 'haute énergie' sont multiples.

Le premier objectif est de mesurer le spectre et les courbes de lumières des électrons piégés (ou quasi-piégés) entre 1 et 20 MeV, à l'altitude du satellite (environ 650 km), en particulier dans les zones de transition des cornets polaires et de l'anomalie sud-atlantique. Ces mesures seront complémentaires de celles de DEMETER. Celui-ci avait par exemple mis en évidence l'évolution du spectre des électrons avec les conditions magnétiques locales (présence d'orage magnétique par exemple). IGOSat pourraient étendre ces mesures à des énergies supérieures. Ces mesures seront par ailleurs comparées à l'état de l'ionosphère, tel que déterminée par la mesure co-localisée du TEC. Comme tout instrument de ce type en orbite basse, les données d'IGOSat pourront également participer à consolider les modèles de 'météorologie' spatiale, en corrélant le flux électronique avec l'activité solaire.

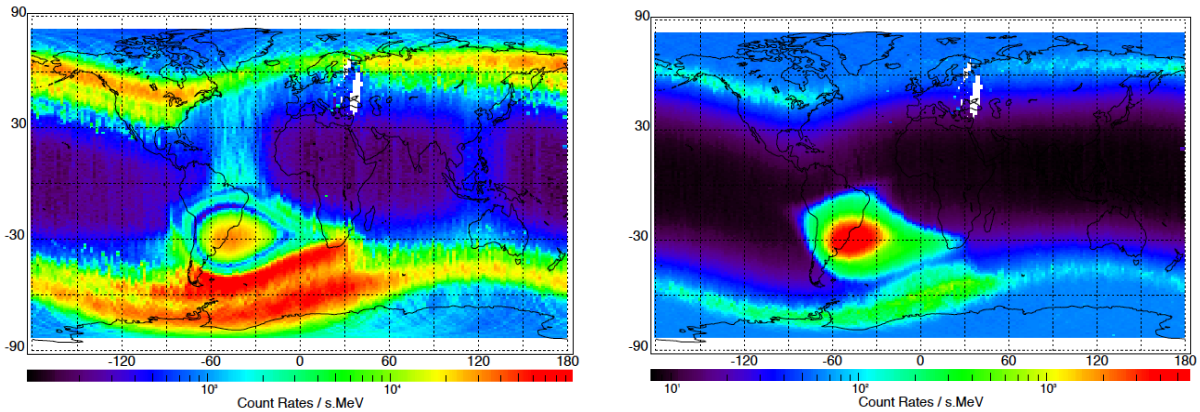
Le deuxième objectif de cette charge utile est de mesurer et analyser le flux gamma en orbite basse, mal connu au-delà de 1 MeV. Le bruit gamma intrinsèquement faible (et probablement exempt de la plupart des raies d'activation présentes dans les spectromètres gamma 'standards') d'un détecteur de petite taille tel que celui d'IGOSat devrait permettre d'identifier plus aisément les composantes de bruit interne, d'albedo terrestre et des ceintures de Van Allen elles-mêmes. Ces résultats participeront à des prédictions plus fiables du niveau de bruit gamma à basses altitudes pour de futures mission d'observation astrophysiques.

En terme d'aménagement du satellite, ces objectifs nécessitent un détecteur avec un grand champ de vue, sans obstruction significative, i.e., en pratique, placé à une extrémité du satellite. Cette mesure n'impose cependant pas de contrainte de pointage actif. Une reconstitution de l'orientation du satellite dans l'espace peut éventuellement être utile pour reconstituer très grossièrement (en utilisant l'obstruction du corps du satellite lui-même) la direction d'arrivée des particules détectées (dans un hémisphère...).

Plusieurs objectifs technologiques sont également associés à cette charge utile (voir plus loin pour l'explication de la conception technique) :

- La première utilisation spatiale d'un cristal de  $\text{CeBr}_3$ .





(a) Distribution géographique du taux de comptage entre 120 et 320 keV [Bucik *et al.*, 2000].

(b) Distribution géographique du taux de comptage entre 3 et 8,3 MeV [Bucik *et al.*, 2000].

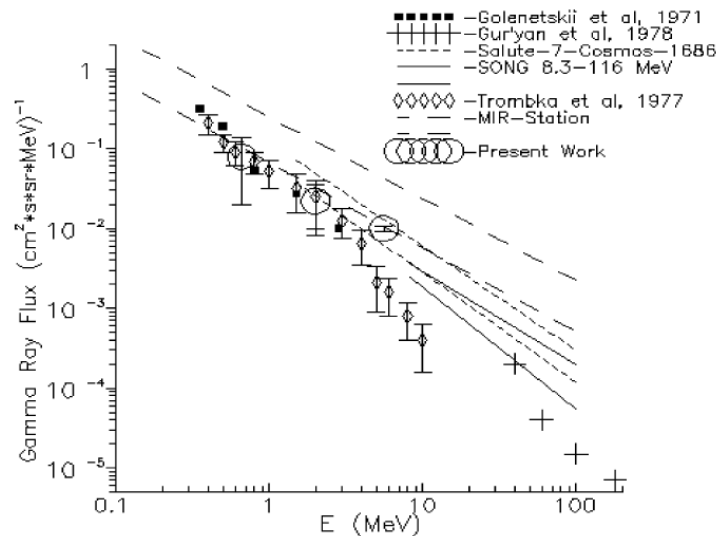


Fig. 3. Gamma-ray spectra near the geomagnetic equator.

(c) Spectre des photons gamma près de l'équateur géomagnétique [Bucik *et al.*, 1999].

FIGURE 4.9 – Distribution géographique et spectre à l'équateur magnétique de la distribution de photons gamma mesuré par l'expérience SONG à bord du satellite CORONAS-I (Orbite inclinée à 83°, 500 km d'altitude). On remarque clairement l'augmentation du flux de photons gamma au-dessus de la SAA et des cornets polaires.

- La première utilisation spatiale d'une matrice de Silicon PhotoMultipliers (**SiPMs**) (par ailleurs déjà utilisés sur des expérience de physique des particules).
- La première utilisation spatiale de l'Application-Specific Integrated Circuit (**ASIC**) Extended Analogue Silicon Photo-Multiplier Integrated Read Out Chip (**EASIROC**), développé pour la lecture des **SiPMs** sur accélérateurs de particules.

## 4.3 Dimensionnement d'IGOSat

**IGOSat** est un projet spatial complet, suivant toutes les phases de conception (partant de l'objectif scientifique à la réalisation technique) dans l'ensemble des domaines d'ingénierie nécessaires au fonctionnement d'un satellite. Plus de 270 étudiants, dont environ 70 stagiaires de plusieurs mois, se sont succédés pour faire avancer ce projet. **IGOSat** mobilise également un chef de projet à temps complet, des experts impliqués dans de nombreux développements techniques, a fait l'objet d'une thèse, . . . Il est donc impossible de donner ici une vision exhaustive de tous les travaux effectués. Nous allons donc uniquement nous attacher à décrire superficiellement les différents sous-systèmes, sachant que les détails techniques se trouvent dans les dizaines de documents techniques et rapports de stage rédigés depuis 2012. . . .

### 4.3.1 Le profil mission

Plusieurs exigences - scientifiques, techniques et réglementaires - contraignent l'orbite possible d'**IGOSat** :

- La mesure des électrons et gamma dans les cornets polaires implique une orbite de type (quasi)-polaire, i.e. avec une inclinaison orbitale entre 80 et 100 degrés.
- Une orbite inclinée est aussi rendue nécessaire par le pointage magnétique souhaité (voir ci-dessous).
- Le passage dans les ceintures de radiation au niveau de la **SAA** nécessite une altitude d'au moins 500 km d'altitude.
- La durée de vie en orbite - limitée par le freinage de l'atmosphère résiduelle à l'altitude du satellite - doit être d'au moins un an et d'au plus 25 ans pour respecter la loi sur les opérations spatiales (limitation des débris en orbite).

La durée de vie en orbite peut être déterminée grâce à des modèles d'atmosphère et des algorithmes standards, tels que le logiciel STELA du **CNES**. Le graphique 4.10 montre les résultats de ces simulations pour un CubeSat 3U (tel qu'**IGOSat**), pour une inclinaison de  $97^\circ$ , en ne retenant que les couples (périgée, apogée) qui respectent les contraintes de durée de vie (plus d'un an, moins de vingt-cinq).

Une particularité des lancements CubeSats est d'être le plus souvent conjoints avec un satellite commercial ou institutionnel 'standard'. Il est donc important, pour qu'un lancement soit raisonnablement possible, que le type d'orbite choisie soit relativement souvent desservi par les lanceurs embarquant des CubeSats. Les paramètres orbitaux des

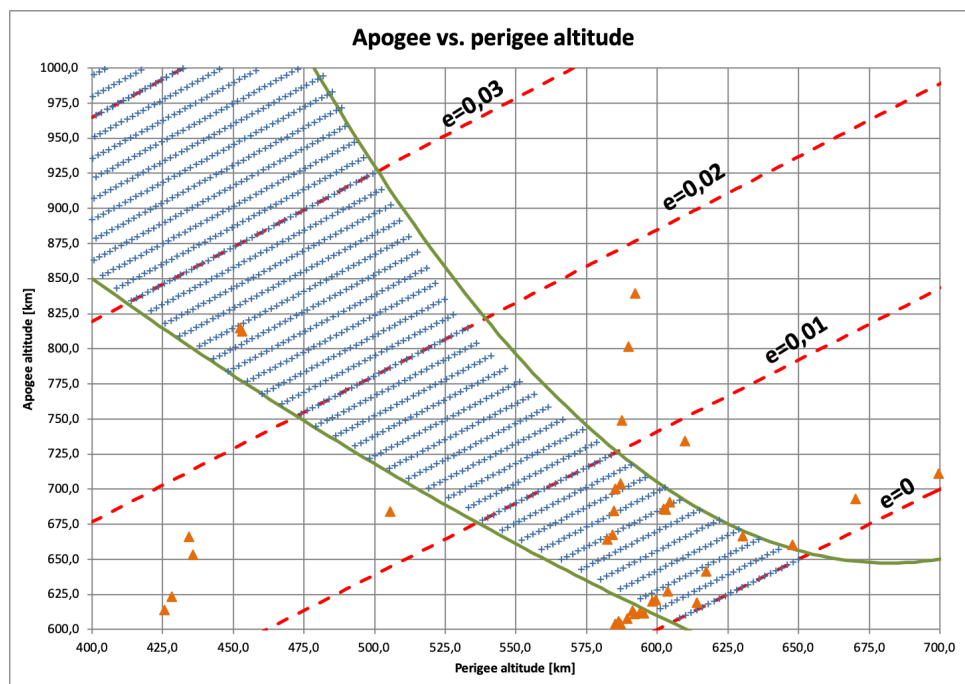


FIGURE 4.10 – Paramètres orbitaux (apogée et périégée) compatibles avec les objectifs scientifiques d’IGOSat et la Loi sur les Opérations Spatiales. Les croix bleues correspondent à des simulations orbitales (inclinaison de  $97^\circ$ ) pour IGOSat, compatibles avec une durée de vie supérieures à un an (ligne verte inférieure) et inférieure à 25 ans (ligne verte supérieure). Les lignes interrompues rouges donnent les lieux d’excentricité constante. Les triangles orange représentent les paramètres orbitaux des Cubesats actuellement (juin 2019) en orbite avec une inclinaison comprise entre  $80^\circ$  et  $100^\circ$ .

nanosatellites sont très inégalement répartis en orbite basse. Sur les 152 CubeSats en orbite et dont les paramètres orbitaux sont répertoriés par le NORAD (<http://www.celestrak.com>), 26% (soit 39 satellites) sont sur une orbite inclinée entre 50 et 52° (correspondant à l'inclinaison de la station spatiale internationale, qui est un des moyens les plus utilisés pour lancer des nanosatellites), et 60% (91 satellites) entre 96 et 102° (qui correspond aux orbites héliosynchrones privilégiées par les satellites d'observation de la Terre).

L'inclinaison de l'orbite d'IGOSat (quasi-polaire) est donc a priori compatible avec la plupart des lancements de CubeSats. En combinant avec les contraintes d'altitude (cf. figure 4.10 avec un périégée au-delà de 500 km), le nombre de CubeSats actuellement sur les orbites compatibles avec le profil mission d'IGOSat se réduit à 14 (soit 9% du total). Ceci est dû au fait que la plupart des CubeSats sont sur des orbites avec un retour 'naturel' en plus de 25 ans : soit que ces satellites aient leur propre moyen de désorbitation (très peu nombreux), soit qu'ils n'aient pas eu à respecter la Loi sur les Opérations Spatiales au moment de leur lancement<sup>1</sup>.

Un profil mission 'idéal' est celui de la mission CANX-7, soit une orbite quasi-circulaire ( $e=2,6 \times 10^{-3}$ ) à 650 km d'altitude et une inclinaison de 98°. Cette orbite correspond à une période orbitale de 98 minutes et la distance à l'équateur entre 2 traces successives est donc d'environ 25,5°. Une telle configuration permet une couverture globale de la surface terrestre entre les latitudes  $\pm 81^\circ$  (incluant donc la SAA).

Pour des orbites quasi-circulaires, l'argument du périégée a peu d'importance. Les orbites polaires accessibles étant (quasi)héliosynchrones<sup>2</sup>, l'heure solaire locale du noeud ascendant de l'orbite du satellite est constante (dérive estimée à moins d'1h par an). Il s'ensuit que l'éclaircissement solaire est quasiment constant d'une orbite à l'autre. La puissance électrique disponible est donc globalement constante au cours du temps (aux effets de vieillissement près), ne dépendant que de l'heure solaire locale (à l'équateur) au moment du lancement.

L'antenne GPS à une extrémité du satellite doit constamment pointer vers le limbe terrestre, ce qui implique une orientation du satellite 'à l'horizontale', i.e avec son grand axe aligné sur le vecteur vitesse.

Compte-tenu de cette attitude, la consommation électrique estimée du satellite peut être comparée à la puissance photovoltaïque disponible en fonction de l'heure solaire locale du noeud ascendant (voir la figure 4.11).

Les calculs sont effectués pour une orbite circulaire à 655 km d'altitude et une inclinaison de 98°. La puissance électrique moyenne disponible est comparée à la consommation électrique nécessaire dans 3 cas d'usage de la charge utile GPS : utilisation permanente, à 50 % ou éteint. En effet, compte-tenu de sa relative forte consommation électrique et la possibilité de l'éteindre sans menacer les fonctions essentielles du satellite (communication, pointage, etc), les périodes d'activation du récepteur GPS permettent d'ajuster la consommation électrique à la puissance disponible. Une heure locale du noeud ascendant

---

<sup>1</sup>La LOS est la traduction en droit français des recommandations internationales sur la gestion des débris spatiaux, proposées initialement par les Etats-unis et le Japon. La France est cependant le seul pays où ces recommandations ont force de loi depuis 2010 et s'appliquent donc à tous les satellites français.

<sup>2</sup>L'orbite est généralement héliosynchrone pour le satellite principal. Le nanosat est déployé un peu avant, ou après, à une altitude souvent un peu différente et donc avec une orbite pas tout à fait héliosynchrone.

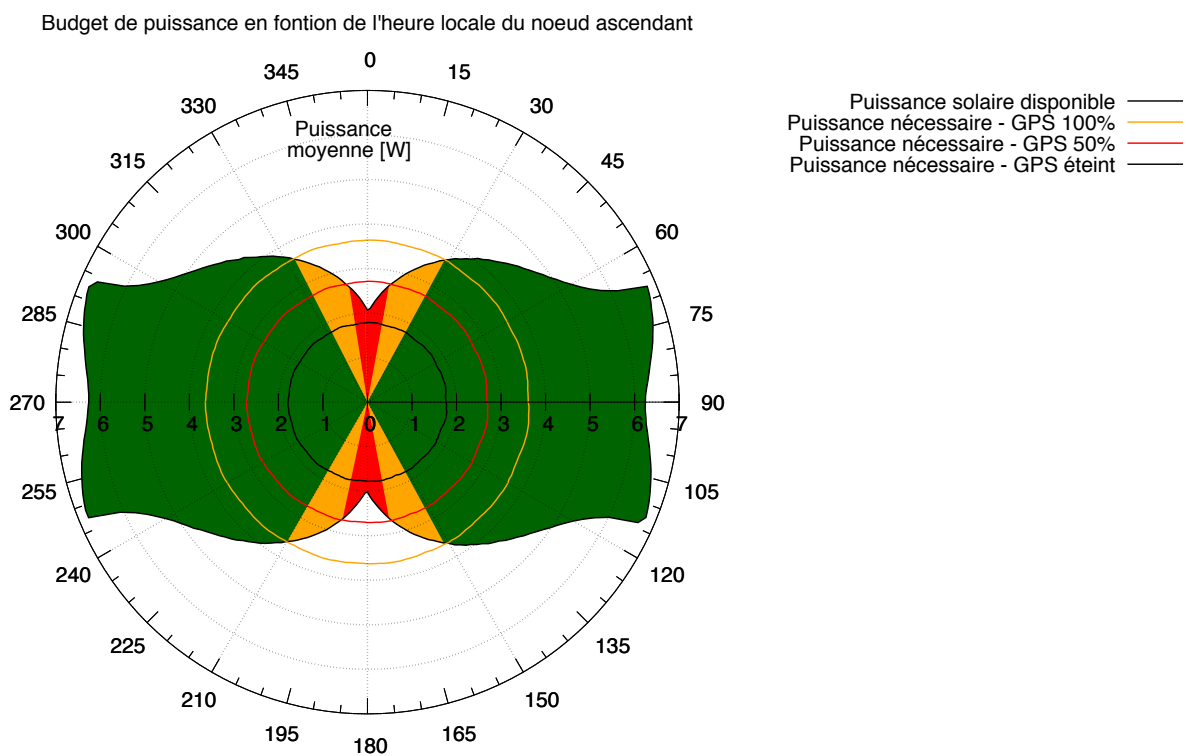


FIGURE 4.11 – Puissance moyenne disponible estimée pour **IGOSat**, comparée à la consommation estimée dans différents modes de fonctionnement de la charge utile **GPS**. L'angle polaire représente, dans le plan équatorial terrestre, l'angle entre le méridien de la direction du Soleil et celui du noeud ascendant de l'orbite.

de 0h/12h (0/180°) correspond à une direction du Soleil dans le méridien local, un Soleil au zénith de la zone terrestre immédiatement au nadir du satellite et à la maximisation des phases d'éclipses. La puissance électrique disponible est donc minimale. A contrario, une heure locale 6h/18h (90/270°) correspond à un éclairage rasant, une orbite au limbe et des durées d'éclipses minimales (voire nulle pour des orbites quasi-polaires).

La puissance moyenne disponible est très dépendante de l'heure locale (comme attendu...), d'à peine plus de 2 W dans le cas le plus défavorable, à plus de 6 W pour une orbite au limbe (et sans éclipse). La figure 4.11 (qui inclut une marge de 30% sur les consommations électriques) montre qu'un fonctionnement 'optimal' est possible pour une heure locale du noeud ascendant dans l'intervalle 2-10h (14h/22h); et un temps de fonctionnement du GPS supérieur à 50 % du temps total dans l'intervalle 0h40-11h20 (12h40/23h20). Même dans les cas les plus défavorables, un fonctionnement nominal de la plateforme et de la charge utile scintillateur reste possible.

En pratique, l'heure locale du noeud ascendant sera fixée par les contraintes de la mission principale. Les satellites d'observations de la Terre nécessitent de bonnes conditions d'éclairage (donc proche de 12h, mais pas exactement afin d'éviter les réflexions spéculaires) dans l'hémisphère Nord. Cela correspond, in fine, à des heures locales à l'équateur (noeud descendant) entre 10h et 11h, c.à.d, pour IGOSat que la puissance électrique disponible serait suffisante pour fonctionner avec la charge utile GPS allumée entre 75 et 100% du temps.

Par 'construction', le profil mission choisi permet de remplir les conditions d'observation de la charge utile 'haute énergie' pour l'observation des particules chargées (couverture de la SAA et des cornets polaires). Il reste à évaluer son intérêt pour les observations du TEC ionosphérique. Connaissant les orbites des satellites GPS (31 satellite opérationnels à l'heure actuelle) et le champ de vue de l'antenne sur IGOSat, il est possible de calculer les temps et localisations des occultations observables. Celles-ci sont représentées en figure 4.12.

On peut donc s'attendre à environ 300 occultations possibles par jour, uniformément réparties sur le globe. Même si toutes ces radio-occultations ne seront pas enregistrées (elles ne sont pas d'égales 'qualités' et la télémétrie disponible impose d'en sélectionner uniquement une partie), la couverture globale obtenue remplit les objectifs fixés.

### 4.3.2 L'aménagement du satellite

Nous abordons brièvement dans cette section l'agencement du satellite, sans rentrer dans les détails techniques. Les figures 4.13 montrent plusieurs vues CAO d'IGOSat, dont l'agencement des différents sous-systèmes (fig. 4.13b).

Certains de ses sous-systèmes sont réalisés par des étudiants, d'autres sont approvisionnés directement auprès de fournisseurs spécialisés dans les composants CubeSats.

**Structure mécanique** La structure mécanique est entièrement conçue par les étudiants du projet. En aluminium anodisé, elle est constituée de 4 rails (longueur 34 cm), dans lesquelles 3 cubes pré-assemblés viennent se loger. Une des principales contraintes de conception est le respect des tolérances globales. Après assemblage, la section transverse

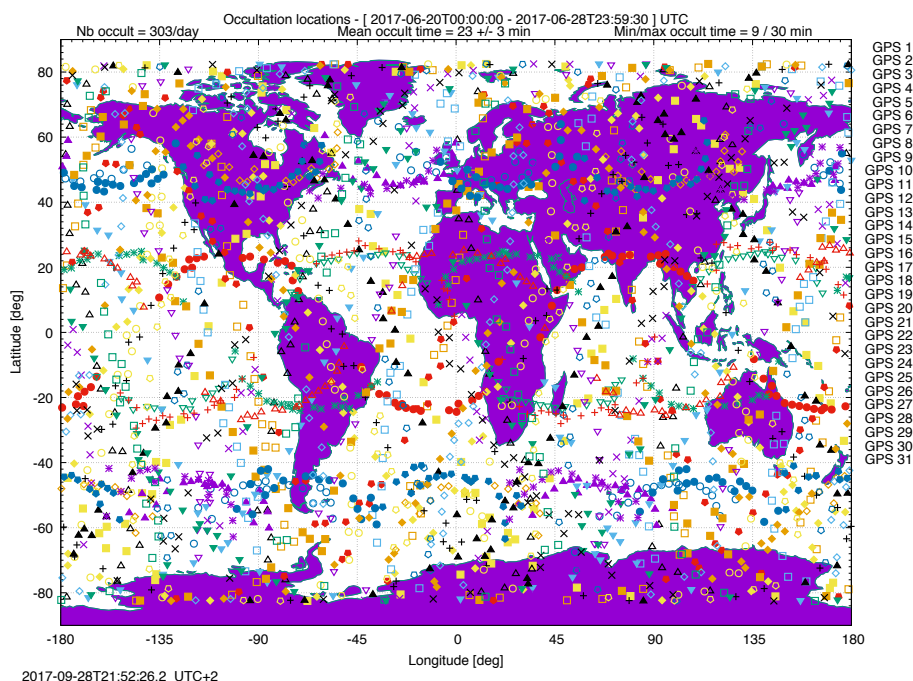


FIGURE 4.12 – Position des radio occultations GPS pendant 10 jours d’observation d’IGOSat.

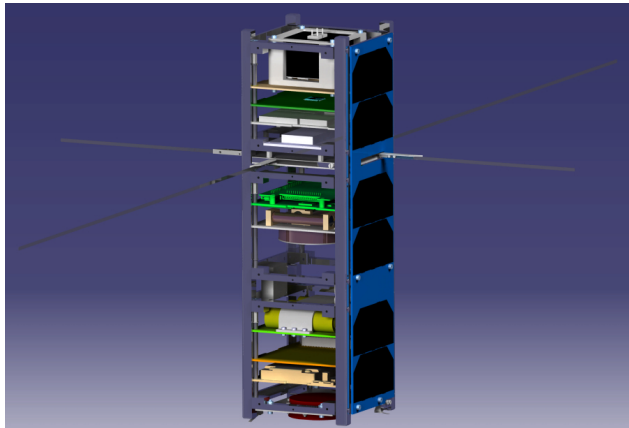
du satellite doit former un carré (aux angles extérieurs des rails) de  $10 \times 10$  cm, avec une précision  $\pm 0,1$  mm.

Un autre défi est d’aménager l’ensemble des sous-systèmes (cartes internes, panneaux solaires, etc.), laissant peu de matière au niveau des rails et traverses de montages, tout en assurant une résistance suffisante aux vibrations.

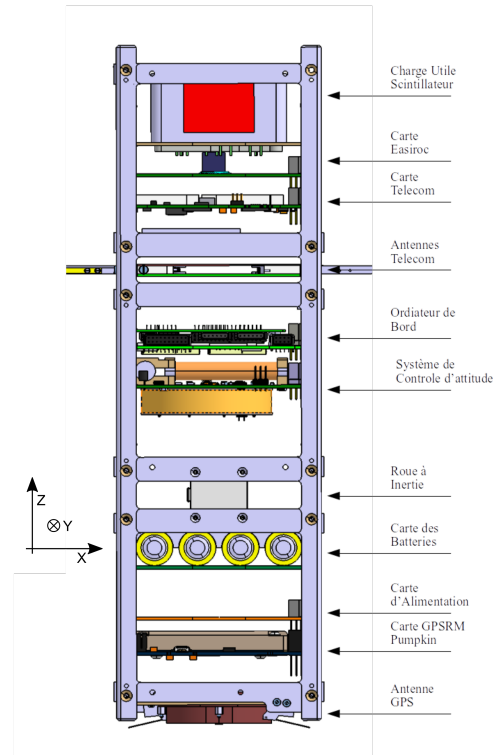
**Charge utile de détection de particules : le scintillateur** Le principe de détection et de discrimination des électrons (1 à 20 MeV) et photons gamma (200 keV à 2 MeV) repose sur deux types de ‘scintillateurs’. Un scintillateur est un matériau absorbant des particules de haute énergie et ré-émettant une partie de cette énergie sous forme de photons de fluorescence, autour de 400 nm (domaine UV) dans notre cas.

Un cristal scintillateur inorganique de  $\text{CeBr}_3$  est entouré de scintillateurs plastiques, organiques, EJ-200 (polyvinyltoluène). Le scintillateur plastique est essentiellement sensible aux électrons (sa section efficace pour les photons gamma est faible), tandis que le  $\text{CeBr}_3$ , relativement dense, absorbe à la fois les électrons et les photons gamma. Lorsqu’une particule (photon ou électron) interagit avec le détecteur (on parle ‘d’évènement’), elle peut déposer tout ou partie de son énergie (et donc créer un signal de fluorescence) dans un ou plusieurs scintillateurs.

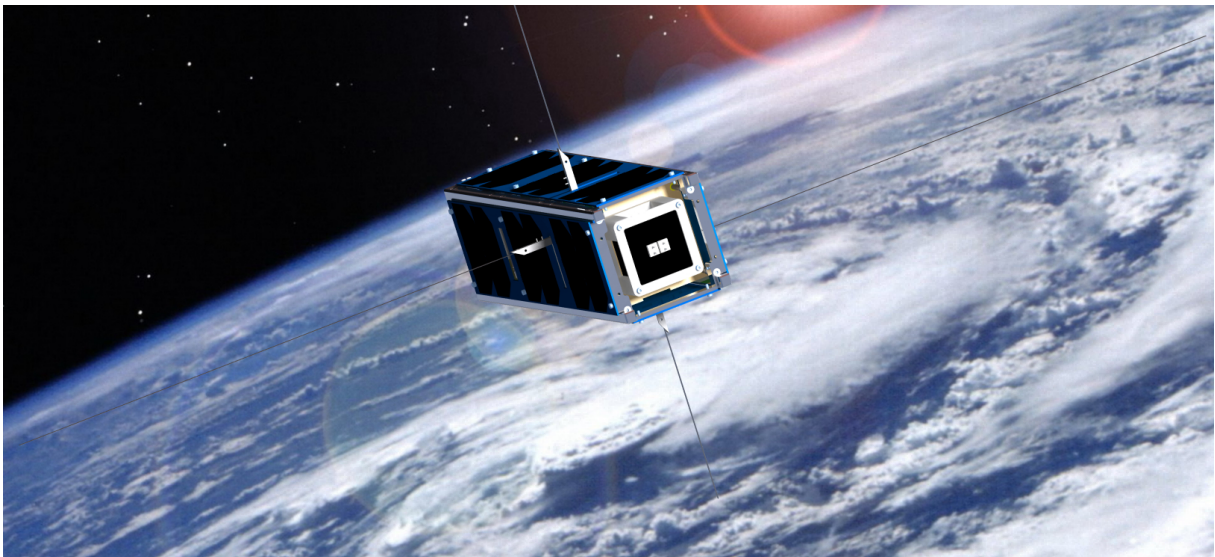
IGOSat utilise donc les scintillateurs plastiques comme détecteur d’anti-coïncidence : tout évènement déposant de l’énergie, au-dessus d’un certain seuil, dans un scintillateur plastique sera considéré comme issu d’un électron. Un évènement correspondant à un dépôt d’énergie dans le cristal de  $\text{CeBr}_3$  et, éventuellement, un dépôt complémentaire de



(a) Vue CAO du satellite IGOSat avec ces différents sous-systèmes.



(b) Vue ouverte d'IGOSat avec la nomenclature des différents sous-systèmes.



(c) Vue d'IGOSat en orbite.

FIGURE 4.13 – Différentes vue CAO d'IGOSat..



faible énergie dans un détecteur plastique, sera considéré comme un photon. Dans tous les cas l'énergie reconstituée est proportionnelle à la quantité de lumière produite dans les détecteurs activés. Ce fonctionnement est illustré sur les figures 4.14.

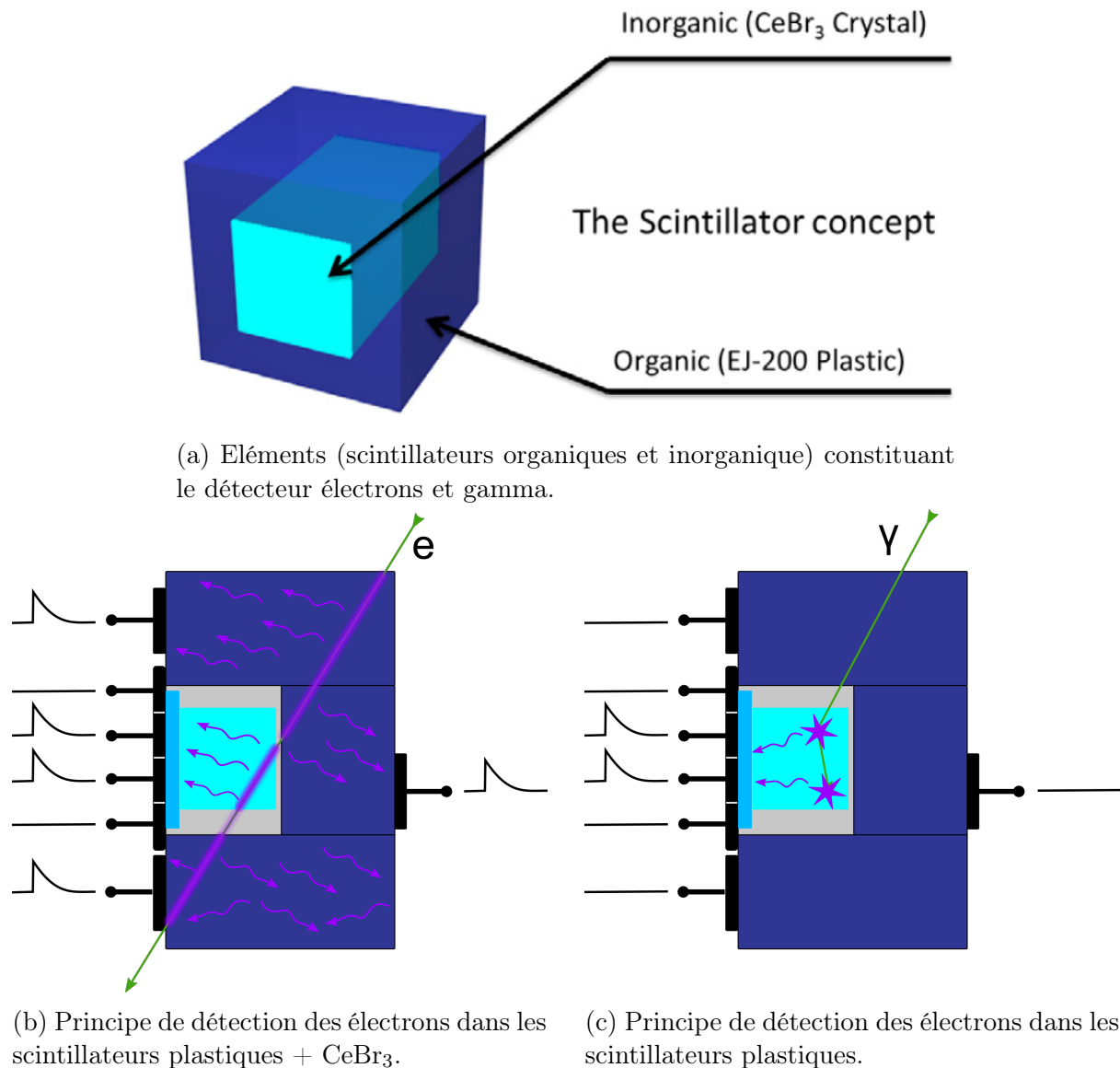


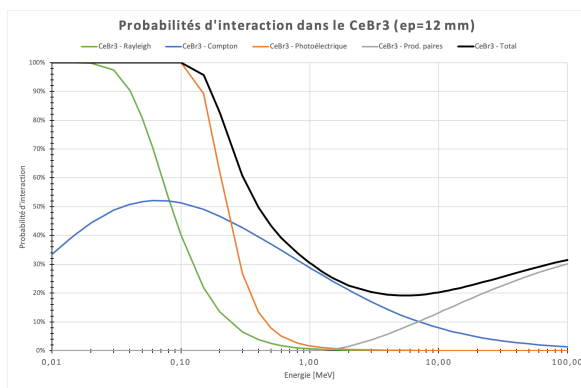
FIGURE 4.14 – Agencement du scintillateur électron et gamma et principe de détection des deux types de particule.

Le cristal de  $\text{CeBr}_3$  a une taille modeste de  $12 \times 12 \times 12$  mm. Il est entouré par 5 blocs scintillateurs plastique EJ-200 de 15 mm d'épaisseur. La table 4.1 donne les probabilités d'interaction des photons gamma dans ces deux scintillateurs (en supposant une longueur d'interaction égale à leur épaisseur), pour les principaux processus physiques et à quelques énergies caractéristiques.

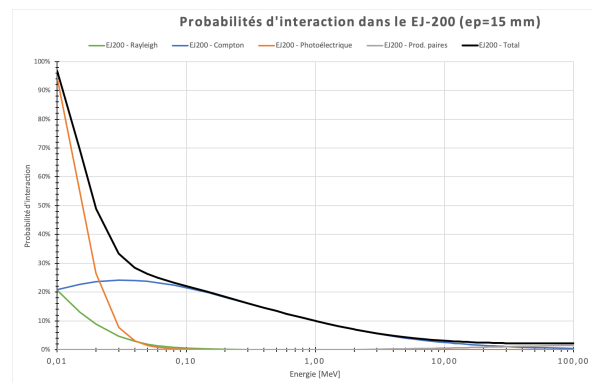
Les mêmes informations sont représentées en fonction de l'énergie du photon sur les graphiques 4.15.

Energie	CeBr <sub>3</sub>					EJ-200				
	Rayl	Compt	Photo	Paires	Total	Rayl	Compt	Photo	Paires	Total
10 keV	100%	33%	100 %	0%	100%	21%	21%	95%	0%	97%
100 keV	40%	51%	100 %	0%	100%	0,5%	22%	0%	0%	22%
1 MeV	0,6%	29%	1,7 %	0%	30%	0%	10%	0%	0%	10%
10 MeV	0%	7,9%	0 %	13%	20%	0%	2,5%	0%	0,6%	3%

TABLE 4.1 – Probabilités d'interaction d'un photon gamma dans les différents scintillateurs (Rayl : diffusion de Rayleigh; Compt : diffusion Compton; Photo : absorption photoélectrique; Paires : production de paires).



(a) Probabilités d'interaction dans le CeBr<sub>3</sub>.



(b) Probabilités d'interaction dans les scintillateurs EJ-200.

FIGURE 4.15 – Probabilités d'interaction d'un photon gamma dans les scintillateurs CeBr<sub>3</sub> et EJ-200.

Ces valeurs sont à prendre avec précaution puisqu'elles ne mesurent que la probabilité d'au moins une interaction et ne prennent pas en compte les interactions multiples au sein d'un même scintillateur. A part pour l'effet photoélectrique (absorption totale), elles ne renseignent pas directement sur les énergies déposées. Un dimensionnement plus précis nécessite des simulations numériques (Monte-Carlo), qui permettent également de considérer la géométrie exacte du détecteur et la direction de propagation des particules.

Quoiqu'il en soit, la comparaison de ces graphiques permet de tirer quelques conclusions :

- En dessous de quelques dizaines de keV, les photons gamma seront significativement absorbés ou diffusés par le scintillateur plastique.
- Entre  $\sim 30$  keV et  $\sim 300$  keV, les photons sont majoritairement détectés et complètement stoppés dans le CeBr<sub>3</sub>.
- Entre  $\sim 30$  keV et  $\sim 3$  MeV, l'efficacité de détection du CeBr<sub>3</sub> est assez faible. Le processus majoritaire est la diffusion Compton. La reconstruction en énergie pourrait donc être partielle (si le photon diffusé d'échappe) ou risque d'être classifiée comme 'électron', si le photon diffusé dépose une énergie notable dans un scintillateur plastique.

Concernant les électrons, ceux possédant une énergie inférieure à  $\sim 3$  MeV sont stoppés dans les scintillateurs plastique. Au-delà, l'énergie déposée dans le blindage actif sera de l'ordre de 2 à 4 MeV. Dans le CeBr<sub>3</sub>, ces valeurs correspondent à un seuil de  $\sim 10$  MeV et un dépôt minimal ensuite de 10 à 20 MeV.

Ces estimations permettent déjà de dégager une méthode de classification des événements :

- Les événements simples dans le CeBr<sub>3</sub> ou déposant en complément une énergie inférieure à un seuil (de quelques dizaines de keV) dans le blindage actif seront considérés comme issus d'un photon.
- Les événements, simples ou multiples ; avec un dépôt d'énergie important dans le plastique seront considérés comme des électrons.

Les impulsions lumineuses sont lues et amplifiées par des **SiPM**. Un **SiPM** est un ensemble de photodiodes à avalanche. Lors de l'interaction d'un photon avec une telle photodiode, une paire électron-trou est créée, qui dérive, sous l'effet d'un fort champ électrique, vers la cathode (électrons) et l'anode (trous). L'énergie cinétique acquise permet la création de nouvelles paires électrons-trous et le processus se répète et s'amplifie rapidement, jusqu'à la création d'un canal conducteur et la génération d'une décharge de courant. Les **SiPMs** sont potentiellement très intéressants pour une utilisation spatiale, puisqu'ils ne requiert qu'une tension de polarisation 'raisonnable' (54 V dans notre cas), contrairement aux photomultiplicateurs 'standard' qui nécessitent des centaines de Volts (et donc demandent une conception électronique soignée pour éviter les claquages électriques). De plus, les **SiPMs** sont compacts et sans assemblage mécanique, les rendant plus robustes aux vibrations. Utilisés notamment sur accélérateurs de particules, les

SiPMs n'ont, à notre connaissance, jamais encore été utilisés dans l'espace. IGOSat sera donc une étape importante dans la qualification spatiale de ces technologies.

Deux types de SiPMs sont utilisés dans IGOSat :

- 10 SiPMs 'simples', mono-canal, constitués de 14400 pixels élémentaires (Hamamatsu S13360-6050). Ces SiPMs assurent la lecture des signaux issus des scintillateurs plastiques (2 pixels par scintillateur) et ont une surface effective de  $6 \times 6 \text{ mm}^2$ .
- 1 matrice de 16 ( $4 \times 4$ ) canaux (Hamamatsu S13361-6050), chacun de surface effective de  $6 \times 6 \text{ mm}^2$  (et 13856 pixels individuels). Les 4 canaux centraux acquièrent les signaux du scintillateur  $\text{CeBr}_3$ , tandis que les 12 canaux périphériques, n'étant pas en contact avec un scintillateur, peuvent servir de mesure de bruit de fond intrinsèque aux SiPMs et leur évolution au cours du temps.

Des photographies des deux type de SiPM sont données en figure 4.16.



(a) SiPM mono-canal (Hamamatsu S13360-6050).

(b) Matrice SiPMs de  $4 \times 4$  canaux (Hamamatsu S13361-6050).

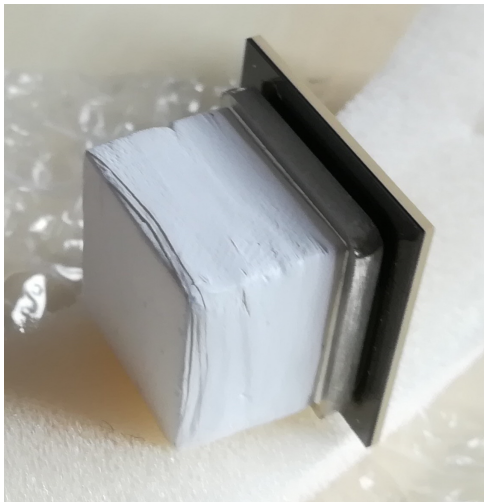
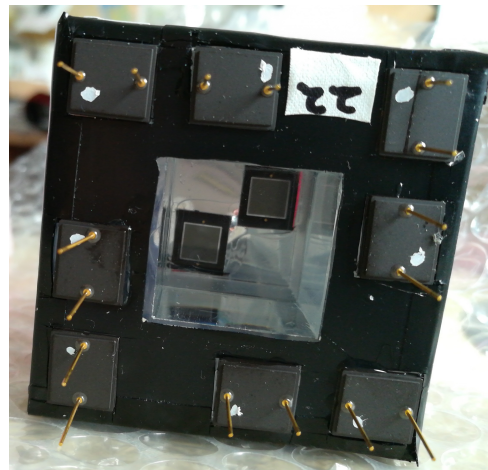
FIGURE 4.16 – Photographies des SiPMs utilisés dans IGOSat

La fabrication des scintillateurs, ainsi que le collage des SiPMs sont effectués par la société Scionix<sup>1</sup>. Les figures 4.17 montrent des photographies des prototypes réalisés et partiellement intégrés.

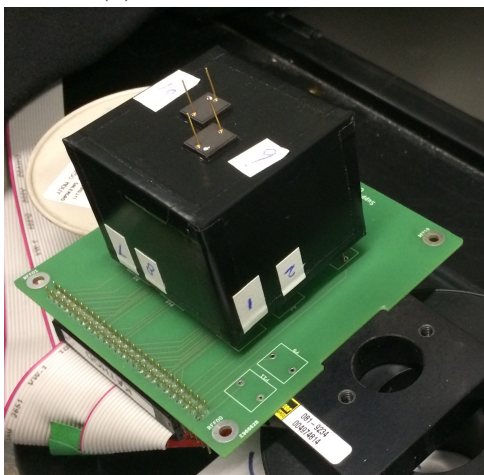
Les courants issus des SiPM sont lus par un ASIC spécifique, nommé EASIROC, développé par le centre de micro-électronique Omega<sup>2</sup>, partenaire du projet IGOSat. Cette puce a été conçue et utilisée dans plusieurs expériences de physique des particules sur accélérateur et en imagerie médicale. EASIROC effectue un traitement de données uniquement analogique et nécessite donc des électroniques d'interface (convertisseur analogique-numérique, génération de haute tension, microcontrôleur de pilotage, etc). L'ensemble

<sup>1</sup><https://scionix.nl/>

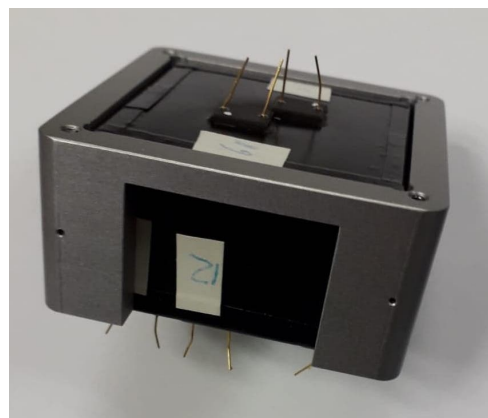
<sup>2</sup><https://portail.polytechnique.edu/omega>

(a) Scintillateur  $\text{CeBr}_3$ .

(b) Scintillateurs EJ-200.



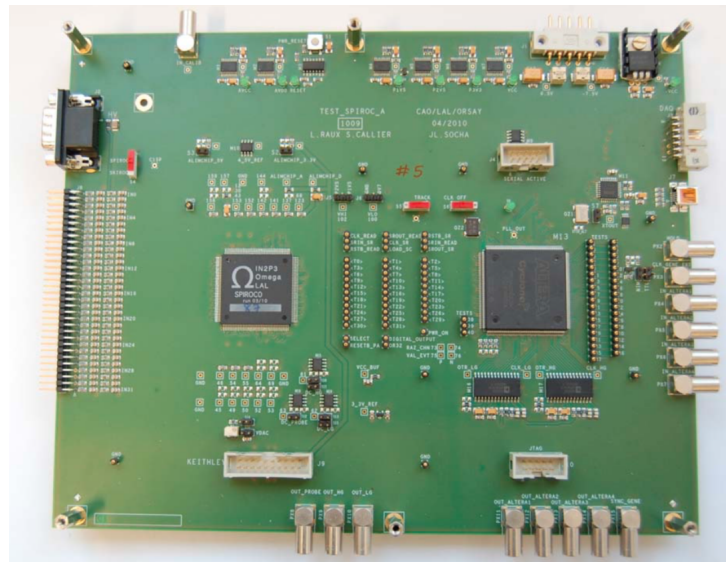
(c) Scintillateurs assemblés et montés pour des tests de performance.



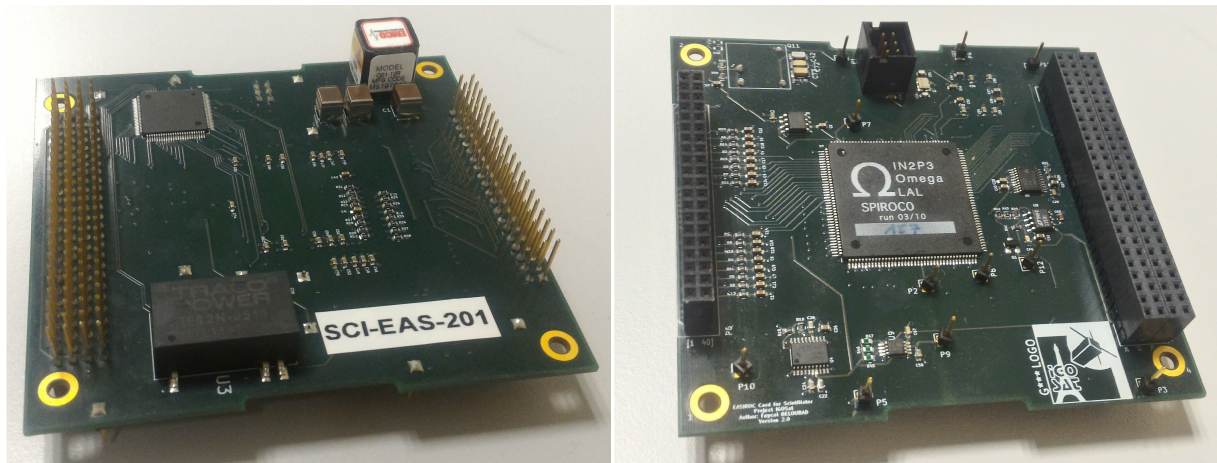
(d) Ensemble scintillateurs inséré dans un prototype de structure de maintien sur le satellite.

FIGURE 4.17 – Photographies des scintillateurs et SiPMs développés pour IGOSat par la société Scionix.

de ces développements a été effectué par des étudiants en stage, avec l'aide d'ingénieurs électroniciens de l'APC et à partir d'une carte de tests de l'ASIC EASIROC. Les photographies en figure 4.18 montrent la carte de test existante et son adaptation au format CubeSat pour IGOSat.



(a) Carte de tests de l'ASIC EASIROC ( $\sim 30 \times 20$  cm).



(b) Adaptation au format CubeSat ( $10 \times 10$  cm).

FIGURE 4.18 – Photographies des cartes de pilotage de l'EASIROC : pour tests en laboratoire et adaptation au format CubeSat.

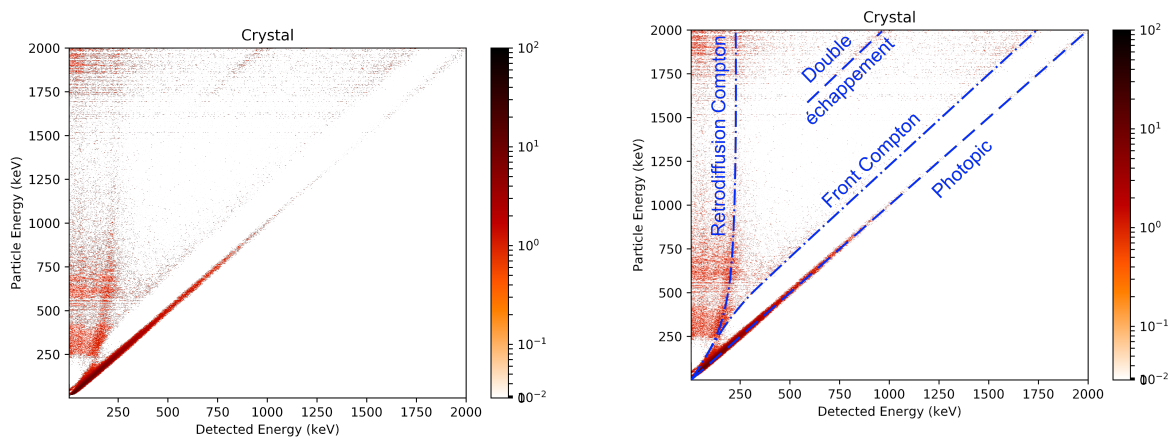
Scintillateur et carte EASIROC occupent le cube supérieur du satellite (cf. figure 4.13b, page 201).

Pour finir sur la description de la charge utile scintillateur, mentionnons que de nombreuses simulations de Monte-Carlo ont été effectuées pour prévoir ses performances (résolution énergétique, efficacité de détection, etc), et comparées aux mesures de calibration effectuées au sol. Les résultats obtenus sont décrits dans Phan *et al.* [2018] ; Phan [2019],

en particulier la simulation de la matrice de réponse gamma du détecteur. Les figures 4.19 montrent cette matrice, ainsi que l'interprétation des principales caractéristiques visibles.

Les principales caractéristiques de cette matrice de réponse sont typiques d'un spectre de spectroscopie gamma :

- Photopic : la totalité de l'énergie incidente est absorbée et reconstruite. C'est évidemment le cas idéal puisque l'énergie de la particule incidente est correctement mesurée.
- Front Compton : il s'agit de l'énergie de recul transféré à un électron lors de la retro-diffusion Compton d'un photon gamma. Quand l'énergie du photon incident augmente, ce front tend à se situer à 256 keV ( $m_e c^2/2$ ) plus bas que le photopic.
- Retrodiffusion Compton : C'est le complémentaire du front Compton. Il s'agit de l'énergie des photons gamma retro-diffusés dans le matériel environnant (blindage, structure de maintien, etc) et finalement absorbée par le détecteur. Son énergie tend vers  $m_e c^2/2$  quand l'énergie de la particule incidente augmente.
- Double échappement : lorsque l'énergie du photon incident excède 1022 keV, une paire électron-positron peut être créée. En s'annihilant avec un électron alentour, le positron génère deux photons de 511 keV. Si ces deux photons s'échappent du détecteur, un déficit de 1022 keV est enregistré dans l'énergie reconstituée.



(a) Matrice de réponse aux photons gamma.

(b) Interprétation des caractéristiques principales.

FIGURE 4.19 – Matrice de réponse simulée aux photons gamma pour le scintillateur d'IGOSat. L'énergie de la particule incidente est en ordonnée, l'énergie reconstruite en abscisse. Un évènement est considéré comme un photon gamma si de l'énergie est déposée dans le CeBr<sub>3</sub> et, éventuellement, si l'énergie déposée par scintillateur plastique est inférieure à 180 keV. L'énergie reconstituée est alors la somme des énergies déposées.

Un peu de travail reste cependant à faire sur cette matrice afin de normaliser sa réponse à un flux connu, isotrope ou hémisphérique (vu la géométrie du détecteur), de photons

(en  $\text{ph}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{keV})$ ). La connaissance de cette matrice sera très importante en vol. Par déconvolution, elle permet de reconstituer le spectre des photons incidents.

Ces mêmes simulations permettent d'estimer les probabilités de fausse détection / de fausse réjection : il s'agit de la fraction de photons gamma identifiés comme électrons (et donc rejetés) ou, réciproquement, d'électrons identifiés comme des photons (et donc ajoutant du bruit aux données). Le ratio du deuxième sur la fraction de photons gamma correctement identifiés donne une estimation du ratio minimal nécessaire entre le taux de comptage gamma et le taux de comptage électrons. Les résultats de ces calculs sont présentés en figure 4.20.

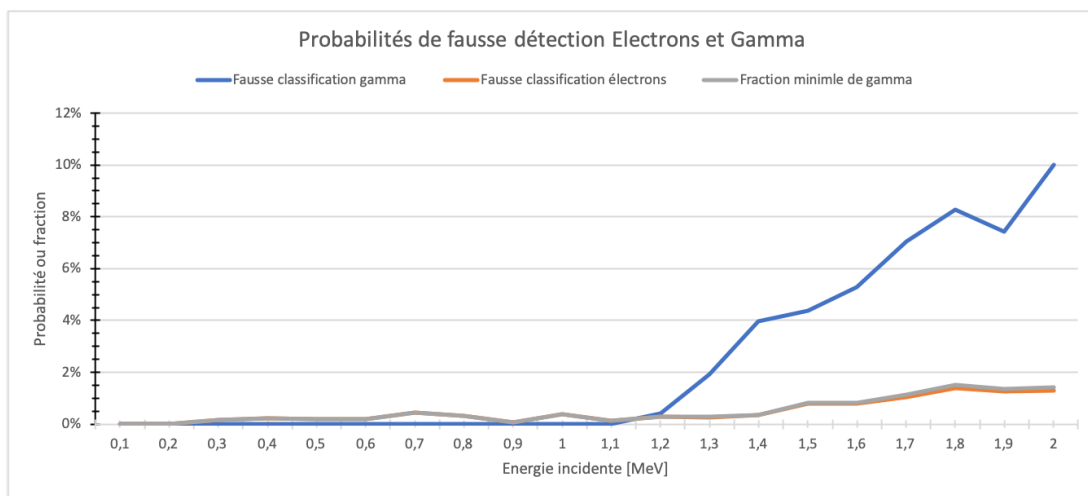


FIGURE 4.20 – Taux de fausses détections en photons gamma et électrons, ainsi que le ratio minimum de taux de comptage entre photons gamma et électrons.

D'après ce graphique, le taux de non-rejection atteint environ 1% pour des énergies supérieures à 1,5 MeV. Il s'agit donc d'une estimation (à consolider par des simulations plus poussées, tenant notamment compte des spectres attendus ...) du taux de comptage minimum en photons gamma (comparativement au taux de comptage électrons) pour que la mesure ne soit pas noyée dans le taux de comptage d'électrons non-rejetés.

**Charge utile de mesure du TEC : antenne et récepteur GPS** Ainsi que vu précédemment, la mesure du TEC nécessite de disposer d'une carte GPS bi-fréquence (L1 et L2) capable de mesurer le déphasage entre les deux signaux avec une très bonne précision (mieux que 0,1 ns) afin de reconstituer le TEC à une fraction de TECU. Lors des premières études de dimensionnement, notre choix s'était porté vers la carte NovAtel OEM 615<sup>1</sup>, en raison de son facteur de forme (compatible avec une carte au format CubeSat) et son héritage spatial (notamment, avec une version antérieure, sur la mission CANX-2<sup>2</sup>, lancé en 2008 et toujours opérationnel en 2017 (pas d'information depuis).

<sup>1</sup><https://www.novatel.com/products/gnss-receivers/oem-receiver-boards/oem6-receivers/oem615/>

<sup>2</sup><https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/c-missions/canx-2>



Depuis, la société Pumpkin Space Systems <sup>1</sup>, spécialisée dans la fourniture de composants spatiaux au format CubeSat, commercialise la carte NovAtel OEM719 (une variante plus récente de la carte GPS souhaitée) adaptée au format et aux interfaces électroniques CubeSat. Cette carte a donc été retenue pour IGOSat. Sur cette charge utile, les études concernent donc principalement le pilotage de la carte et le traitement des données à bord avant leur transfert à la station sol. Une photographie de ce récepteur est donnée en figure 4.21.



FIGURE 4.21 – Récepteur GPSRM de la société Pumpkin, retenu pour équiper IGOSat

Cette carte est connectée à une antenne patch bi-fréquence (Tallysman TW3870E ), possédant un champ de vue d'environ 100°.

Pour finir, cette charge utile impose deux principales contraintes à l'aménagement du satellite est au profil mission :

- L'antenne de réception associée à cette carte GPS doit être placée sur une des faces externes du satellite (en pratique sur un des 'petits' côtés) et donc limite le nombre de panneaux solaires.
- Cette antenne doit constamment pointer vers le limbe terrestre, à l'opposé de la vitesse orbitale, ce qui impose une stabilisation d'attitude du satellite à une dizaine de degrés près (une fraction du champ de vue de l'antenne).

Pour ces deux raisons, la charge utile GPS est située à l'autre extrémité du satellite par rapport à la charge utile 'scintillateur'.

Cette charge utile (comme le scintillateur) doit pouvoir être arrêtée sans porter préjudice au reste du système. De ce fait, la position et le temps GPS pourront être utilisés pour gagner en précision sur les algorithmes de propagation d'orbite mais ne sont pas nécessaires à la stabilisation d'attitude du satellite.

La carte de réception GPS et son antenne sont montées dans le cube inférieur du satellite (cf. figure 4.13b, page 201).

<sup>1</sup><https://www.pumpkinspace.com>

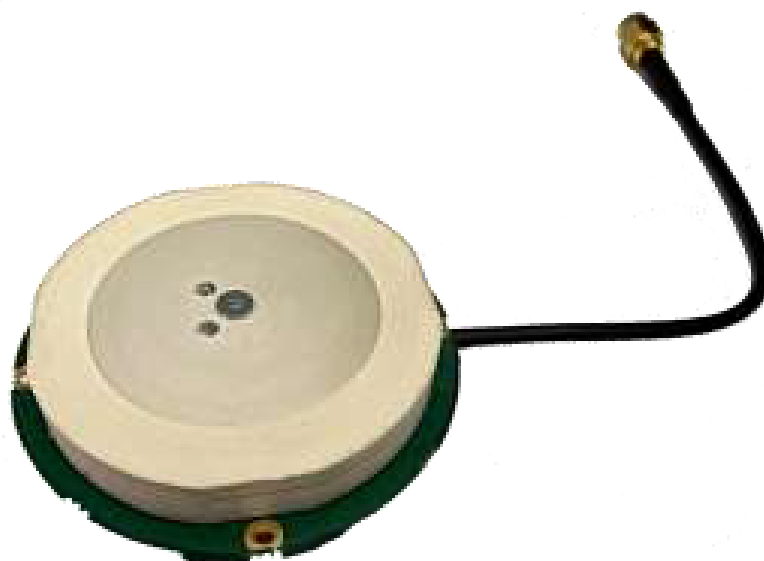


FIGURE 4.22 – Antenne Tallysman TW3870E, retenue comme antenne GPS pour équiper IGOSat

**Système de télécommunication** Le système de télécommunication est constitué de 3 éléments :

- Un modem full-duplex sur le satellite, permettant d'émettre et recevoir les télémesures et télécommandes
- Une antenne de communication déployable sur le satellite (à la jonction entre le deuxième et le troisième cube).
- Une station sol d'émission/réception. La station principale est située à l'Université Paris Diderot et une autre station (essentiellement en réception) devrait être installée à Hanoï, sur le campus de l'USTH (Université de Science et Technologie de Hanoï).

Comme la plupart des nanosatellites étudiants, les fréquences de communication d'IGOSat se situent dans la bande radio amateur : 145,925 MHz (Very High Frequency (VHF)) en liaison montante et 425,525 MHz en liaison descendante (Ultra High Frequency (UHF)).

Le système de communication est évidemment un système critique, puisque sa panne signifierait directement l'arrêt de la mission. Il s'agit d'autre part de composants disponibles 'on the shelf', avec un fort héritage spatial, chez les fournisseurs de composants CubeSats. Nous avons donc décidé de nous fournir directement chez ISISpace<sup>1</sup> pour la carte de télécommunication à bord (modèle TRXVU), ainsi que pour les deux antennes déployables (de type dipolaire).

La station sol utilise des systèmes standards utilisés par les radioamateurs. Ils nécessitent cependant quelques aménagements comme l'ajustement automatique des fréquences

---

<sup>1</sup><https://www.isispace.nl/>

d'émission/réception en raison de l'effet Doppler entre le satellite et la station sol, le pointage automatique des antennes (type YAGI) en temps réel, la modulation/démodulation numérique (de type GMSK : variante de modulation de phase à 4 états) et l'archivage des données.

La station sol d'IGOSat est aujourd'hui constituée essentiellement d'amplificateurs et démodulateurs analogiques. Afin de rendre son fonctionnement plus souple et plus robuste, un passage à une démodulation entièrement numérique est envisagée (en particulier grâce au développement des modules dits SDR : Software Defined Radio).

Compte tenu de la puissance émise par le satellite (500 mW), les polarisations de l'onde (linéaire à l'émission, circulaire en réception), les gains des antennes, l'orbite du satellite (et quelques autres facteurs), une communication descendante à 9600 bits/s est possible.

L'analyse du profil mission permet également de calculer que le satellite est, en moyenne, en visibilité de la station de Paris pendant 29 minutes par jour, 3 à 4 orbites de suite, séparées d'environ 7 heures. La durée des visibilitées n'excède pas 11 minutes.

Avec une station à Hanoï le temps de visibilité atteint 49 minutes par jour (le temps de visibilité ne double pas car Hanoï étant plus proche de l'équateur l'espace entre deux traces successives est plus important).

Par ailleurs, IGOSat émettant sur les bandes radio-amateur, son signal pourra être reçu par tout radio-amateur équipé du matériel adéquat (et à condition que le module de communication soit allumé à ce moment là...).

Le débit maximal de télémesures est donc limité à, au mieux, 2 Mo (Paris seul) ou 3,5 Mo (Paris + Hanoï) par jour. Cela implique un usage parcimonieux du débit disponible, et, en particulier, une sélection et pré-traitement à bord des mesures effectuées par les charges utiles.

La liaison montante est quant à elle limitée à 1200 bits/s, soit environ 250 Ko par jour. Cette limitation rend très difficile toute mise à jour des logiciels embarqués (il serait alors nécessaire de télécharger les données en plusieurs fois). La stratégie adoptée pour IGOSat est de concevoir des logiciels robustes et dont la configuration (paramètres des boucles d'asservissement, modes de fonctionnement des charges utiles, modèle de champ magnétique, paramètres orbitaux, etc) soit modifiable à partir d'un jeu réduit de données, téléchargeable en un seul passage. La contrepartie de la robustesse du logiciel embarqué est son peu d'autonomie en cas d'anomalie (plus un logiciel est 'sophistiqué' pour gérer de nombreux cas de figures, plus son risque de mauvais fonctionnement augmente). Dès lors, en dehors de quelques cas bien identifiés, toute anomalie sur le satellite conduira à un mode de fonctionnement 'à minima', en attendant l'analyse au sol et le chargement de nouveaux paramètres de configuration ou demande de diagnostics.

La carte de gestion de la télécommunication et les antennes sont situées en bas du cube supérieur (cf. figure 4.13b, page 201). Une fois déployées, les antennes VHF (liaison montante) et UHF (liaison descendante) ont des envergures respectives d'environ 1 m et 35 cm.

**Système de contrôle d'attitude** L'attitude d'un satellite correspond à son orientation par rapport à un référentiel connu, par exemple inertiel. Dans la plupart des satellites, cette attitude doit être contrôlée afin, par exemple, d'orienter correctement les panneaux solaires, les antennes de communication, l'axe de visée de l'instrument, etc.

Pour IGOSat, les contraintes d'orientation viennent principalement de la charge utile GPS. Les panneaux solaires couvrant toutes les grandes faces, l'alimentation électrique est opérationnelle quelque soit l'orientation du satellite. Il en est de même avec le système de télécommunication utilisant des antennes radio-fréquence (quasi)omnidirectionnelles (dipolaires).

Plusieurs techniques existent pour contrôler l'attitude d'un satellite dans une direction donnée :

- Propulseurs : l'éjection de matière (gaz, ions) à grande vitesse crée une force de réaction. L'utilisation de paires de propulseurs (symétriques par rapport au centre de gravité) permet de créer un couple sans exercer de force nette.
- Roues à inertie / roues à réaction : La mise en rotation d'une masse permet de 'stocker' du moment angulaire. Le moment angulaire global du satellite étant - en première approximation - constant, l'accélération ou la décélération de la roue impose un couple au satellite. L'existence d'un couple constant sur le satellite va être compensée par une dérive constante de la vitesse de la roue. Pour éviter la saturation, celle-ci doit être 'dé-saturée' en transférant l'excès de moment angulaire 'à l'extérieur' du satellite, p.ex. en utilisant des propulseurs. La roue génère également une raideur gyroscopique qui peut être utilisée pour stabiliser une direction particulière, ou en forçant l'orientation de l'axe de rotation, pour orienter le satellite.
- Gradient de gravité : il s'agit ici d'une méthode de stabilisation passive, utilisant la différence de champ gravitationnel aux deux extrémités du satellite et tendant à aligner l'axe principal d'inertie de celui-ci sur la verticale locale. Cette méthode permet une stabilisation de faible précision, mais très robuste, principalement pour les satellites ayant une forte dissymétrie dans la répartition des masses. Pour un CubeSat, à moins de déployer un mât, l'effet est très faible.
- Actionneurs magnétiques : si le satellite possède un champ magnétique, celui-ci aura tendance à s'aligner avec le champ magnétique local ambiant, à la manière d'une boussole, et donc créer un couple utilisable pour orienter le satellite. Cette technique est possible en orbite basse, le champ magnétique externe étant évidemment celui de la Terre. Le moment magnétique du satellite peut être généré passivement par un aimant - auquel cas il sert essentiellement à amortir les oscillations autour du champ magnétique terrestre - ou dynamiquement par un ensemble de bobines. On peut noter que le couple de contrôle ne peut s'effectuer localement qu'autour de deux axes de rotation, aucun couple ne pouvant être généré autour de la direction locale du champ magnétique ambiant.

Le contrôle actif de l'attitude du satellite n'est possible que grâce à des senseurs d'attitudes. Parmi les nombreux capteurs les plus courants, citons :

- Les senseurs stellaires : une camera observe une région du ciel et en déduit son orientation par comparaison avec un catalogue d'étoiles. Les précisions obtenues peuvent être très bonnes (quelques secondes d'arc), mais leur taille rend leur adaptation aux nanosatellites difficile (bien que certains modèles existent pour les CubeSats).

- Les senseurs solaires : lorsque le satellite n'est pas en éclipse, les senseurs solaires donne la direction du Soleil. Des modèles robustes sont souvent utilisés pour assurer l'orientation des panneaux solaires quand les autres capteurs d'attitude sont désactivés (p.ex. en 'Safe mode'). Un capteur solaire donnant uniquement une direction, l'orientation du satellite n'est pas entièrement déterminée (il manque une rotation).
- Les senseurs de Terre : en orbite basse, ils sont souvent utilisés en complément des capteurs solaires pour déterminer complètement l'orientation du satellite, ou en éclipse. La détection de la Terre se fait en observant dans l'infrarouge thermique (10-20  $\mu\text{m}$ ), la Terre étant l'objet le plus brillant du ciel dans cette gamme de longueur d'onde.
- Les magnétomètres : la mesure du champ magnétique ambiant, comparé à un modèle embarqué, permet de déterminer la direction du champ (et donc 2 angles sur 3 de l'orientation du satellite). Pour ce faire, le satellite doit connaître sa position au moment de la mesure.

Comme vu précédemment, les spécifications de contrôle d'attitude pour **IGOSat** exigent un pointage tel que le grand axe (+Z) du satellite soit :

- dans le plan horizontal local (i.e. perpendiculaire à la direction du nadir).
- dans le plan orbital local

La précision de pointage nécessaire est faible, typiquement d'une dizaine de degrés. Compte-tenu de cette modeste exigence, de l'orbite quasi-polaire retenue et de leur relative simplicité de mise en oeuvre, des actionneurs magnétiques sont a priori suffisants et le plus indiqué : **IGOSat** est parallèle aux lignes de champ à l'équateur et perpendiculaire à proximité des pôles. L'utilisation de ces actionneurs ne permet cependant pas le contrôle d'un des axes, la rotation autour du champ magnétique local étant libre. Cela ne pose pas de souci particulier au niveau de l'équateur (ou les lignes de champ sont alignées sur la direction souhaitée), mais présente un risque de dépointage lorsque les lignes de champ 'plongent' vers la Terre, au niveau des cornets polaires.

Il est donc plus confortable d'adjoindre un autre système de stabilisation d'attitude, afin de contrôler les 3 axes de rotation en permanence.

La solution choisie pour **IGOSat** est d'utiliser une roue à inertie, de moment cinétique aligné avec l'axe +Y. Cette roue est maintenue à vitesse (i.e. à moment cinétique) constante. Ce moment d'inertie a deux effets. Tout d'abord, il tend à s'aligner avec le moment orbital (et donc à positionner le satellite avec l'axe +Y perpendiculaire au plan de l'orbite). Ensuite, il crée une 'rigidité gyroscopique' transformant les couples perturbateurs externes en faibles mouvements de précession autour du moment orbital (à la manière d'une toupie).

Notons que cette roue fonctionne donc 'en boucle' ouverte et sa vitesse n'est pas asservie à l'attitude mesurée du satellite. Elle a un rôle de stabilisation passive (et donc ne sature pas). Les oscillations (précessions/nutations) résiduelles de la direction du moment cinétique sont amorties par les actuateurs magnétiques, qui régissent également entièrement la rotation autour de +Y, i.e. dans le plan orbital. Cette rotation est toujours commandable magnétiquement, que ce soit à l'équateur ou au niveau des pôles.

Un autre avantage de cette stratégie est d'aligner les antennes UHF (télémétries, suivant +Y) dans la direction de plus grand gain, i.e. (quasiment) perpendiculaire à la direction de l'antenne de réception au sol, lors d'un passage du satellite dans le méridien local.

Connaissant sa position à tout moment, le système de restitution d'attitude se base uniquement sur la mesure du champ magnétique ambiant.

Un autre mode de stabilisation d'attitude (dit 'detumbling') est également nécessaire au satellite. En effet, en sortie du déployeur le satellite peut être éjecté avec une forte vitesse de rotation (plusieurs dizaines de degrés par seconde). La première étape, nécessaire à la mise en route du mode 'mission', est donc d'appliquer un couple s'opposant à la rotation (en l'absence de couple dissipatif significatif, cette rotation perdurerait en l'absence de contrôle actif).

La méthode retenue pour IGOSat, très standard pour les nanosats, est de générer un couple magnétique s'opposant à la dérivée de la mesure locale magnétique. Cette méthode est naturellement insensible aux biais magnétiques (constant au premier ordre) générés par les composants électroniques à bord du satellite.

Les actuateurs de contrôle d'attitude sont présentés en figure 4.23.

IGOSat utilise une bobine 'à air' (réalisée en interne et alignée suivant l'axe +Z) et deux bobines à coeur ferromagnétique (achetée chez un fournisseur CubeSat et alignés suivant les axes +X et +Y).

Dans l'agencement d'IGOSat, les bobines, roue à inertie et leur contrôleur sont placés à mi-hauteur (cf. figure 4.13b, page 201).

**Système d'alimentation électrique** Le système d'alimentation électrique est constitué de 3 éléments :

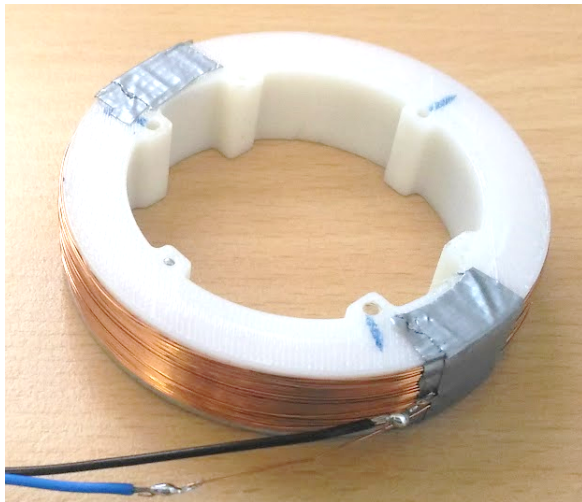
- des panneaux solaires assurant la source d'énergie primaire du satellite
- des batteries permettant le fonctionnement du satellite en phase d'éclipses et d'absorber les pics de consommation (p.ex. pendant les phases de communication avec le sol) excédant la production électrique solaire.
- Une carte de gestion d'énergie qui a plusieurs rôles : assurer la charge optimale des batteries, produire les différentes tensions nécessaires au fonctionnement du satellite, surveiller la consommation des différentes lignes d'alimentation et couper le circuit en cas de court-circuit, etc.

Ces caractéristiques, combinées à une simulation orbitale, sont choisies pour satisfaire le bilan énergétique du satellite (voir la figure 4.11, page 198).

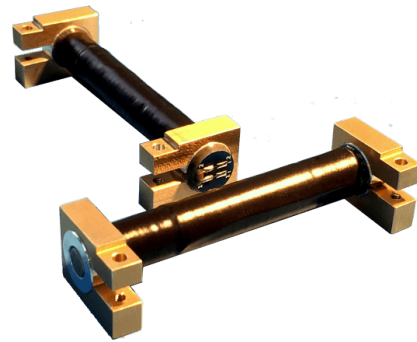
Le système d'alimentation électrique d'IGOSat est un des éléments entièrement développés, au cours des années, par les étudiants travaillant sur le projet.

La figure 4.24 montre une photographie de ce système lors d'un test fonctionnel au Soleil, sur un prototype.

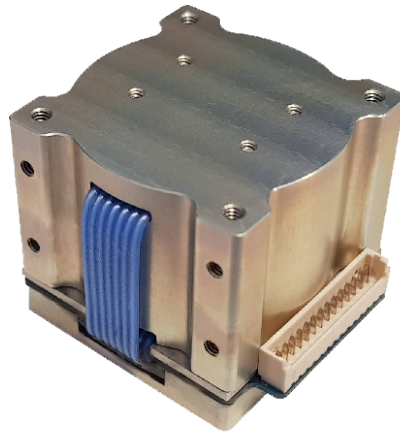
Chaque 'grande' face d'IGOSat supporte un panneau solaire avec 6 cellules de type triple jonction d'arséniure de gallium (type 3G30A de Azur Space), cf. figure 4.13a, page 201. Chaque cellule a une surface de 30 cm<sup>2</sup> pour une efficacité de 28 % maximum



(a) Prototype de bobine à air (diamètre total 63 mm).



(b) Bobine à coeur ferromagnétique (longueur totale 62 mm). Source : <https://www.cubesatshop.com>.



(c) Roue à inertie, dimensions :  $23 \times 31 \times 26$  mm. Source : <https://www.cubesatshop.com>.

FIGURE 4.23 – Actuateurs de contrôle d'attitude d'IGOSat : magnéto-coupleurs et roue à inertie.



FIGURE 4.24 – Système d'alimentation électrique d'IGOSat (panneaux photovoltaïques, carte de régulation et batteries) pendant un test fonctionnel sur un prototype.

(avec le verre protecteur et environ 26 % en fin de vie). Ce type de cellule photovoltaïques est très répandu et équipe la plupart des nanosatellites. Le collage et la connexion des ces cellules est un point techniques délicat. Dans IGOSat, cartes supports (PCB) des panneaux solaires sont conçus en interne, tandis que le CNES prend ensuite en charge le collage des cellules, avant qu'une entreprise spécialisée y rapporte les quelques composants électroniques nécessaires.

Les batteries choisis sont de type LiFePO<sub>4</sub> (Lithium-Fer-Phosphate), modèle APR18650 par A123Systems. Il s'agit de batteries rechargeables relativement standard, qui présentent plusieurs avantages pour un système spatial :

- Elles permettent de stocker une importante quantité d'énergie dans un volume et masse réduits ( $\sim 92$  W.h/kg)
- Le nombre de cycles admissibles est 5 à 10 plus important que les autres technologies disponible (NiMH, Li-Ion,...).
- Elles sont chimiquement plus stables que, p. ex., les batteries Li-Ion et mécaniquement robustes. Elles n'explosent donc pas lors d'un court-circuit interne ou externe.

En règle générale, les batteries supportent mal les basses températures. Afin de quantifier ce phénomène, de nombreuses expériences de charge/décharge ont été menées par plusieurs équipes d'étudiants dans le cadre de projets inclus dans leur cursus (master OSAE et dernière année de l'École d'ingénieur Denis Diderot). La capacité des batteries et leur dégradation au cours du temps ont été mesurées à différentes températures (de



-20°C à la température ambiante) : alors que la capacité nominale (et mesurée) est d'environ 3,6 Wh par batterie à température ambiante, celle-ci se réduit à 3 Wh pour 0°C, 1,5 Wh pour -10°C et moins de 0,5 Wh pour -20°C. Compte-tenu de la profondeur maximale de décharge ( $\sim 0,5$  Wh) estimée à partir des simulation orbitales, une température supérieure à -20°C est requise. En pratique, des chauffeuses seront installées (collées) sur les batteries, avec l'objectif de les maintenir à des températures positives.

### 4.3.3 Organisation du projet

IGOSat, bien qu'ayant des niveaux d'exigences adaptés à un contexte de développement universitaire, demeure un projet spatial, avec l'organisation projet forte que cela implique. En particulier, IGOSat suit les phases 'classiques' d'un projet spatial :

- Phase 0 : Concept préliminaire, évaluation de l'intérêt scientifique
- Phase A : Définition préliminaire, faisabilité technique
- Phase B : Définition détaillée, maturation des briques technologiques
- Phase C : Prototypage du système complet, modèle d'ingénierie
- Phase D : Réalisation des modèles de qualification et de vol
- Phase E : Lancement, recette et exploitation en vol
- Phase F : Passivation, archivage des données au sol, retour d'expérience

Ces phases sont conclues par des revues techniques, notamment en présence d'ingénieurs du CNES, validant que les travaux sont suffisamment avancés et satisfaisants pour poursuivre à l'étape suivante.

En pratique, les projets étudiants (dont IGOSat) dérogent souvent à la stricte application de cette séquence et des exigences demandées à chaque étape. Le déroulement en phases est une traduction typique d'un cycle de réalisation industrielle - professionnelle - dit 'en V'. Les phases descendantes (0, A, B) permettent une définition technique de plus en plus précise de l'ensemble du système, tandis que les phases ascendantes (C, D, E) sont focalisées sur leur implémentation technique puis exploitation scientifique. Cette organisation est très pertinente dans des projets menés par des professionnels, qui peuvent mettre en oeuvre une grande part d'expérience. Elle conduit à un déroulement (normalement) assez prévisible, minimise les risques techniques et permet de garder un développement homogène et cohérent de tous les sous-systèmes.

Par 'définition', les projets universitaires ne peuvent se reposer sur l'expérience professionnelle des personnes, encore étudiantes, en charge du développement des sous-systèmes. Un encadrement par des ingénieurs confirmés (pour la plupart issus des laboratoires participant au projet) est donc nécessaire pour aiguiller les étudiants et leur fournir les bonnes pistes de travail. Cela ne permet cependant pas de garantir la réussite, dans les temps impartis, des travaux à la charge de l'étudiant : la qualité et le temps nécessaire pour atteindre les objectifs fixés dépendent fortement de la complexité de la tâche, des aléas

découverts en cours de route, des connaissances de l'étudiant et de la disponibilité de son (ou ses) référent(s) technique.

D'autre part, les plus longues périodes de stage possibles au sein du projet IGOSat sont de 6 mois, ce qui nécessite le séquençage de tâches et la définition d'objectifs à relativement court terme, atteignables durant la durée d'un stage.

Ces différentes contraintes inhérentes à un projet pédagogique rendent difficile l'application d'un cycle en 'V' strict. Une organisation plus pertinente est typiquement une organisation dite 'agile'. Dans ce type d'organisation, chaque sous-système suit un plan de développement avec des cycles courts et successifs impliquant à chaque étape la validation (par prototypage, simulation ou calcul) de chaque solution technique proposée. Ce schéma, itératif, de progression est surtout connu dans le développement logiciel, où des parties de solutions techniques sont implémentées et testées avant que le design global de l'application ne soit finalisée.

Cette philosophie peut s'appliquer aussi, au moins partiellement, aux développements 'hardware'. Dans le cas d'IGOSat, le système de contrôle d'attitude en offre un exemple. En raison de la complexité des simulations de contrôle d'attitude et de l'inexpérience dans ce domaine des étudiants en master, la conception de l'architecture hardware a dû débiter avant la finalisation et la validation des lois de contrôle. En conséquence, les simulations de contrôle d'attitude sont devenues matures alors que des prototypes de cartes électroniques de commande/contrôle et de bobines étaient fonctionnelles. Ces simulations ont démontrées le besoin d'une roue à inertie en plus des actuateurs magnétiques, ce qui a donc modifié l'implémentation matérielle, sans pour autant remettre en cause une grande partie des réalisations techniques relatives au pilotage et à la fabrication des bobines magnétiques. Finalement, il faut donc accepter que cette approche 'agile', inhérente aux projets pédagogiques à long terme, implique souvent de développer plusieurs versions successives de certains sous-systèmes, jusqu'à celles satisfaisant à tous les besoins et contraintes de la mission. Tous les sous-systèmes d'IGOSat conçus 'in situ' ont connu cette succession de modèles : la charge utile scintillateur, la structure mécanique, les systèmes d'alimentation électrique et de contrôle d'attitude, la station sol d'émission/réception.

Cette organisation porte néanmoins le risque de développements relativement indépendants des différentes sous-systèmes, devenant donc potentiellement incompatibles entre eux. Il est donc crucial d'assurer une supervision système très forte pour garantir le respect des interfaces et des exigences mission. Ce rôle est assuré par un ingénieur système à temps plein. Devant garantir la cohérence du projet sur toute sa durée et compte-tenu de son importance dans la réussite du projet, ce poste ne peut être pris par un étudiant et revient donc à un (ou des) ingénieur au moins présent sur plusieurs années (CDD ou poste permanent).

Concrètement, les principaux protagonistes du projet IGOSat sont les suivants :

- Un chef de projet / ingénieur système en CDD, actuellement Hana Benhizia, recruté sur les fonds du LabEx UnivEarthS
- Un responsable scientifique de la mission (PI), Hubert Halloin (APC)
- Un responsable scientifique pour chacune des charges utiles : scintillateur (Philippe Laurent, APC) et GPS (Pierdavide Coïsson, IPGP)

- Un doctorant spécifiquement sur le développement de la charge utile de scintillation (Hien Phan)
- Des experts techniques et ingénieurs dans les différents laboratoires impliqués (encadrement et suivi des travaux des étudiants)
- De 10 à 15 étudiants en stage et 10 à 40 (suivant les années) étudiants en projet chaque année.

Depuis le début du projet, environ 270 étudiants ont travaillé sur **IGOSat**. Pour environ 200 d'entre eux, **IGOSat** a servi de support pédagogique, dans plusieurs filières d'enseignement de l'Université Paris Diderot et de l'**IPGP**. Naturellement, les filières d'enseignement les plus impliquées sont celles en lien direct avec l'ingénierie satellitaire, en particulier à l'Ecole d'Ingénieur Denis Diderot (deuxième et troisième années) et au master 2 OSAE (Outils et Systèmes de l'Astronomie et de l'Espace). Des étudiants d'autres formations scientifiques (physique générale, informatique, planétologie) ont également participé à **IGOSat** dans le cadre de leur cursus, de la licence au master. La participation à un projet spatial n'est cependant pas réservé aux filières scientifiques, citons par exemple la réalisation de 3 courts films de présentation du projet **IGOSat**, réalisés dans le cadre des Ateliers Cinéma de l'Université Paris Diderot, par des étudiants dits 'empêchés', c.à.d en l'occurrence par des détenus du Centre Pénitentiaire du Sud Francilien.

La (quasi) totalité des stages sur le projet **IGOSat** se déroulent au second semestre universitaire, typiquement de février à septembre. Les premiers ont eu lieu en 2013. Depuis 64 stagiaires se sont formés aux technologies spatiales et ont contribué au développement du satellite. Au moment d'écrire ces lignes (juillet 2019) 10 autres étudiants sont actuellement en stage.

L'intérêt d'une telle formation par la pratique se mesure également par le devenir des étudiants y ayant participé. Un peu de statistiques sur l'avenir des stagiaires **IGOSat** montre que parmi les 50 dont nous connaissons le devenir :

- 44% travaillent comme ingénieur dans une entreprise développant des systèmes spatiaux ou poursuivent leurs études dans des formations (thèse, master) en lien direct avec l'ingénierie spatiale.
- 22% travaillent dans des domaines applicatifs ou connexes au secteur spatial (télécommunications, logiciels embarqués, etc)
- 34 % travaillent dans d'autres domaines d'ingénierie, sur des projets non liés à l'industrie spatiale.

Grâce au travail de tous ces étudiants et à l'implication d'ingénieurs et chercheurs de l'**APC** et de l'**IPGP**, le modèle d'ingénierie d'**IGOSat** est en cours de fabrication et d'intégration. La fabrication du modèle de vol est espérée (si les tests d'intégration et de qualification se déroulent correctement) en 2020, avec un lancement fin 2020 ou courant 2021.

**4.4 Article : *IGOSat - A 3U Cubesat for measuring the radiative/electrons content in low Earth orbit and ionosphere*, H. Phan et al., 2018**



Contents lists available at ScienceDirect

## Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/nima](http://www.elsevier.com/locate/nima)

## IGOSat - A 3U Cubesat for measuring the radiative/electrons content in low Earth orbit and ionosphere

H. Phan<sup>a,b,\*</sup>, H. Halloin<sup>b</sup>, P. Laurent<sup>b,c</sup><sup>a</sup> Department of Space and Aeronautics, University of Science and Technology of Hanoi, Viet Nam<sup>b</sup> AstroParticule et Cosmologie Laboratory (APC), Paris Diderot University, CNRS/IN2P3, CEA/IRFU, Observatoire de Paris, Paris, France<sup>c</sup> CEA Saclay, DRF/IRFU/DAP, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

## A B S T R A C T

The IGOSat (Ionospheric Gamma-ray Observations Satellite) satellite aims at measuring the spectrum of gamma radiations (20 keV to 2 MeV) and electrons (1 MeV to 20 MeV) in the polar zones and in the South Atlantic Anomaly, as well as the total electronic content of the ionosphere. The satellite contains two payloads: a dual-frequency GPS receiver and a scintillator, which will be part of a 3U Cubesat satellite, in a near polar orbit at an altitude of about 650 km. The scintillator payload is composed of plastic (organic) and crystal (CeBr<sub>3</sub>, inorganic) scintillators read by a 4x4 matrix and 10 single-pixel Silicon Photomultipliers. Geant-4 simulations have been used for choosing its size and estimate its efficiency. This paper summarizes the concept, the scientific objectives of the project, mostly focusing on the scintillator payload, and introduces some key information on the Dual-Frequency GPS payload.

## 1. Introduction

IGOSat (Ionospheric Gamma-ray Observations SATellite) is a student satellite project aimed at developing a 3U nanosatellite for measuring the Total Electronic Content (TEC) in the ionosphere and the Gamma-ray radiation on low Earth orbit. The IGOSat areas of interest are the polar zones and the South Atlantic Anomaly (SAA) [1].

The IGOSat project was proposed by the LabEx UnivEarthS [2], and is jointly funded by UnivEarthS and the CNES/JANUS program for educational Cubesat [3], in collaboration with the APC and IPGP laboratories from Paris-Diderot University. The project started in 2012, and the satellite is planned for a launch end of 2019.

There are two science payloads on the IGOSat satellite platform being currently developed: a dual frequency GPS receiver for the measurement of the TEC, and a scintillator payload for the analysis of in-situ gamma-rays and electrons spectra and light curves. These payloads will be hosted in a 3U Cubesat satellite in a near polar orbit (with an orbit inclination of about 97°) at an altitude of about 650 km.

## 2. The IGOSat system architecture

IGOSat is a 3U CubeSat with a size of 10 × 10 × 34 cm and a total mass under 4 kg (Fig. 1). Its design, following the CubeSat Standard [4], allows using some standard flight-proven COTS (components on the shelf).

The scintillator payload is placed at the “top” of the satellite, while the dual-frequency GPS payload is at the “bottom” (see Fig. 1) and point at 90° from the IGOSat main axis. All other platform subsystems are placed between these two payloads. In science observation mode, the satellite main axis will be ‘vertical’ (nadir-zenith direction), so that the scintillator payload is pointing to the outer space and the field-of-view of the GPS antenna is centered on the Earth limb.

## 3. Geographical zones of interest

The radiation environment in Low Earth Orbit (LEO) is composed of many components, such as X-ray and gamma ray albedo, charged particles albedo, neutrons albedo, primary cosmic-ray protons, and the diffuse extragalactic background radiation. Electrons are coming mainly from the Sun and are trapped by the Earth’s magnetic field. Thus, the electron flux varies with time due to the solar activity. At low altitude, the electron population is concentrated in the Earth polar cusps and the SAA. The AE-8 model from NASA (see Fig. 2), which is mostly based on measurements since the 60’s and 70’s, shows that the trapped electron have energies from few tens of keV to about 7 MeV [5]. In 2004, the CNES’s DEMETER mission has provided some data of electron fluxes in the energy range of about 70 keV to 2.5 MeV [6].

There are two main sources of gamma-ray in LEO: the diffuse background radiation and the gamma-ray albedo. The diffuse background is an isotropic emission, with energies extending from keV up to

\* Corresponding author at: AstroParticule et Cosmologie Laboratory (APC), Paris Diderot University, CNRS/IN2P3, CEA/IRFU, Observatoire de Paris, Paris, France.

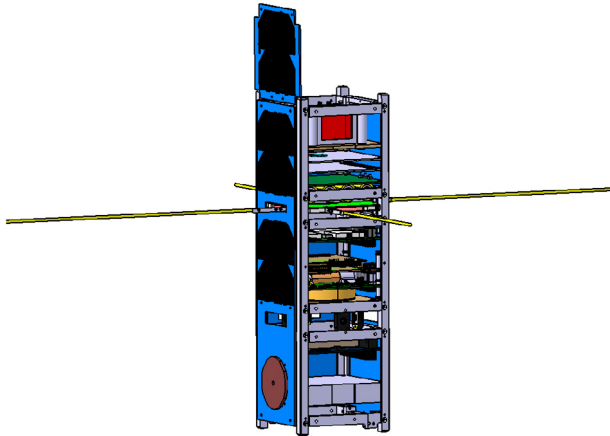
E-mail address: [phan-thanh.hien@usth.edu.vn](mailto:phan-thanh.hien@usth.edu.vn) (H. Phan).

<https://doi.org/10.1016/j.nima.2018.03.065>

Received 12 February 2018; Received in revised form 21 March 2018; Accepted 23 March 2018

Available online 30 March 2018

0168-9002/© 2018 Elsevier B.V. All rights reserved.



**Fig. 1.** CATIA model of the IGOSat satellite: the top Cube contains the Scintillator payload and Electrical Power System, the middle Cube the Telecommunication board, the Onboard Computer and the magnetic attitude control system, and the bottom Cube the GPS payload.

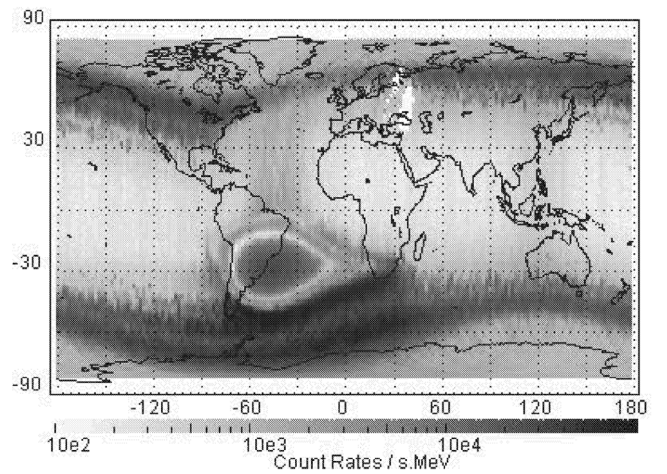
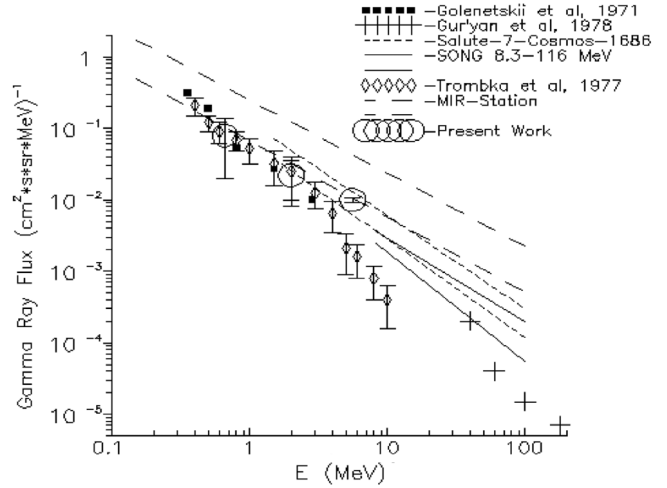
~100 GeV [7]. Albedo photons is a population of secondary particles, which are generated by the interaction between cosmic particles and Earth’ atmosphere.

Up to now, there are not much data on the gamma ray albedo distribution on LEO. The average fluxes of gamma ray in the energy channels 0.12–0.32 MeV and 3.0–8.3 MeV, which were measured by the instrument SONG on board the satellite CORONAS-1 in 1994 at the altitude of 500 km, are the best data to date for comparison [8] (see Fig. 3).

**4. The electron and gamma ray detector payload**

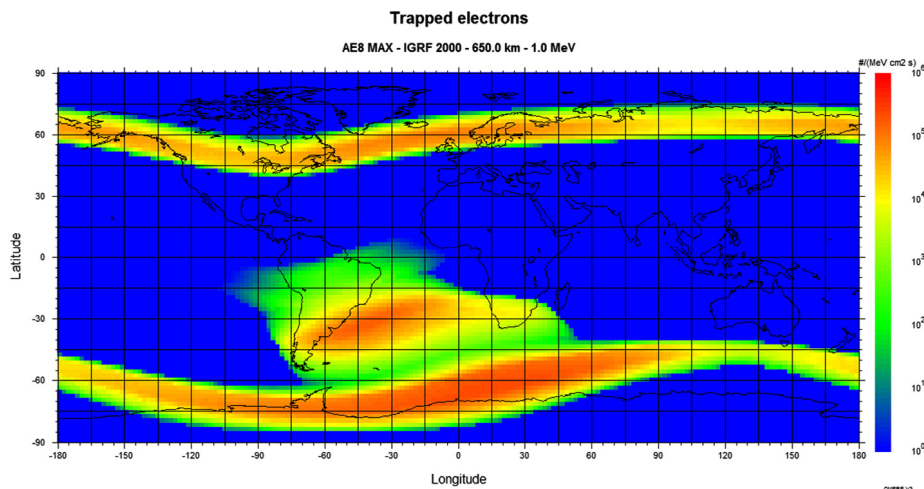
The Electron and Gamma Ray Detector Payload (scintillation payload) is composed of plastic and crystal scintillators. Gamma rays and electrons interact with matter inside the scintillators and then emit optical photons, which are measured by the SiPM array. The signals are then collected and processed by a dedicated EASIROC ASIC from Omega Microelectronics [9].

Due to its small size the scintillator payload has an intrinsic low detection efficiency for electrons (1% at 1 MeV up to around 2% around 7 MeV) and gammas (~1%).



**Fig. 3.** Top: Gamma-ray flux of 0.12–0.32 MeV mapped by CORONAS-1 in 1994. Bottom: Gamma-ray spectra collected by CORONAS-1 and other works around the geomagnetic equator.

However, our scientific goals being to study electrons and photons in the depth of the South Atlantic Anomaly and Polar regions, where the count rate is extremely high, this low efficiency turns to be a strong



**Fig. 2.** Map of 1-MeV electron density at 650 km according to AE8 model. The three areas that have the highest density are the two polar zones and the SAA.

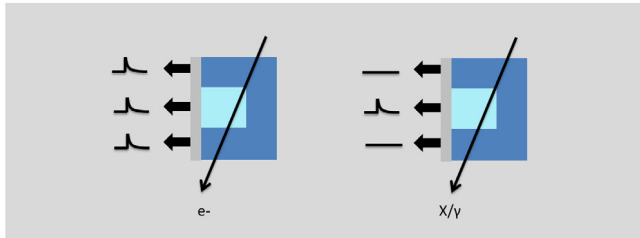
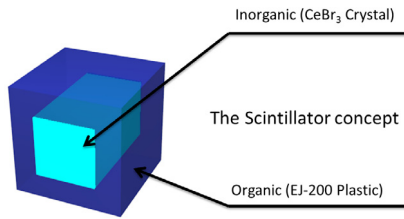


Fig. 4. Top: Concept of the IGOSat scintillator payload with a crystal scintillator at the center and plastic scintillators around. Bottom: detection principles of the Scintillator payload, where gamma-rays interact mainly in the crystal whereas electrons could interact with both plastic and crystal scintillators.

advantage as, contrarily to all other space missions, the scintillator will not saturate.

Indeed, the SiPM pixels could detect without pileup up to 14000 cts/s on a  $6 \times 6 \text{ mm}^2$  area, which corresponds to, taking into account the pixel efficiency, an external flux around  $2 \times 10^6$  electrons/s, which

Table 1

The emission wavelength of scintillators and the spectral response range of the SiPM.

CeBr <sub>3</sub> emission wavelength	380 nm
EJ-200 emission wavelength	425 nm
SiPM spectral response range	320–900 nm

is of the order of magnitude of the maximum electron flux in the SAA core and polar region. To our knowledge, IGOSat will be then one of the only missions able to measure the particle content of these zones, an information peculiarly important for the understanding of radiation belts.

In the IGOSat project, the chosen crystal scintillator is made of CeBr<sub>3</sub>, which has a very high light output and no intrinsic background (in contrary to other crystals such as LaBr<sub>3</sub>). The plastic scintillator is made of EJ-200. Both scintillators are well adapted to the SiPM optical detection peak sensitivity, as shown in Table 1.

Silicon Photo-Multipliers (individuals and array) are provided by HAMAMATSU [10]. With the current design (see Fig. 4), the crystal will detect gamma-rays from about 20 keV to 2 MeV whereas the plastic scintillator will measure electrons from about 1 MeV to 20 MeV.

4.1. Concept and current design of the scintillator

When a high-energy particle or photon passes through or is absorbed by a scintillator, it loses its energy and produces scintillation photons. The higher the energy deposit is, the more scintillation photons are produced.

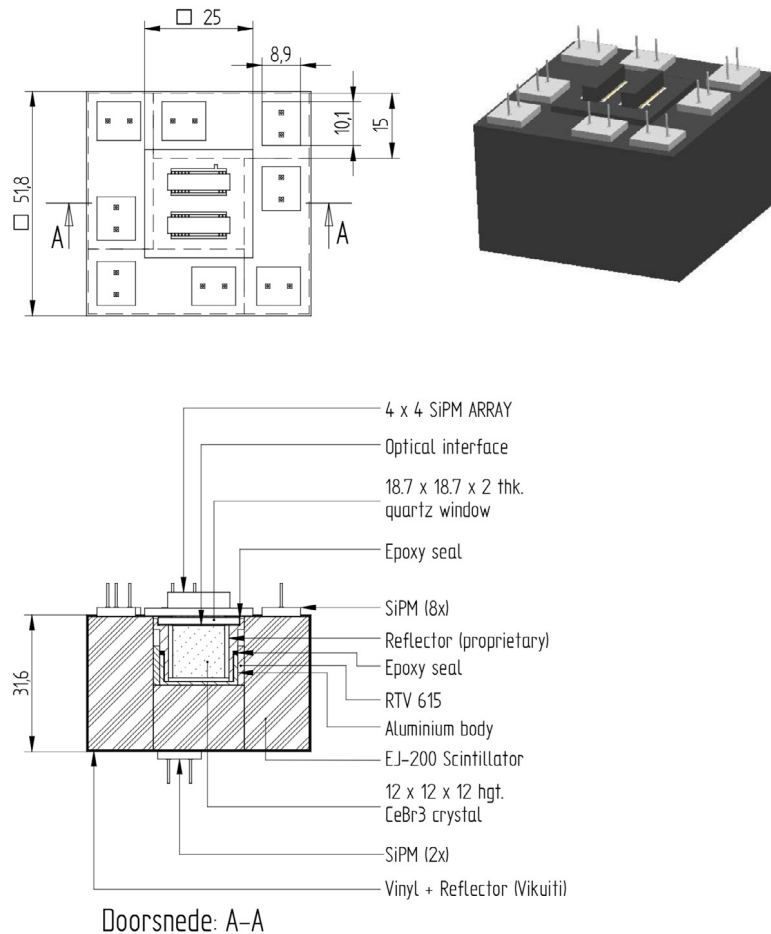


Fig. 5. Current design of the scintillator payload. In this drawing (provided by the SCIONIX company, Netherland), the scintillator is represented ‘upside down’.

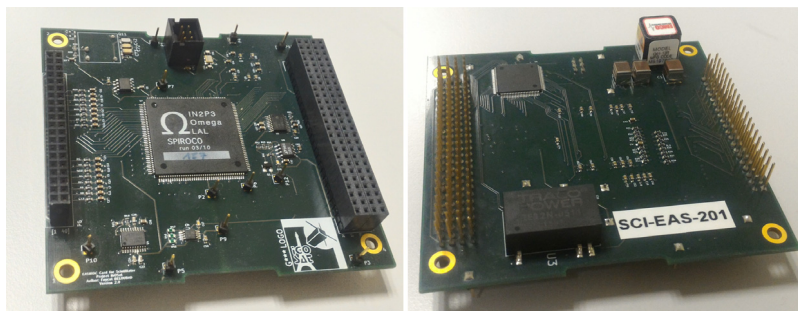


Fig. 6. The proto-type EASIROC board developed for IGOSat (top/bottom).

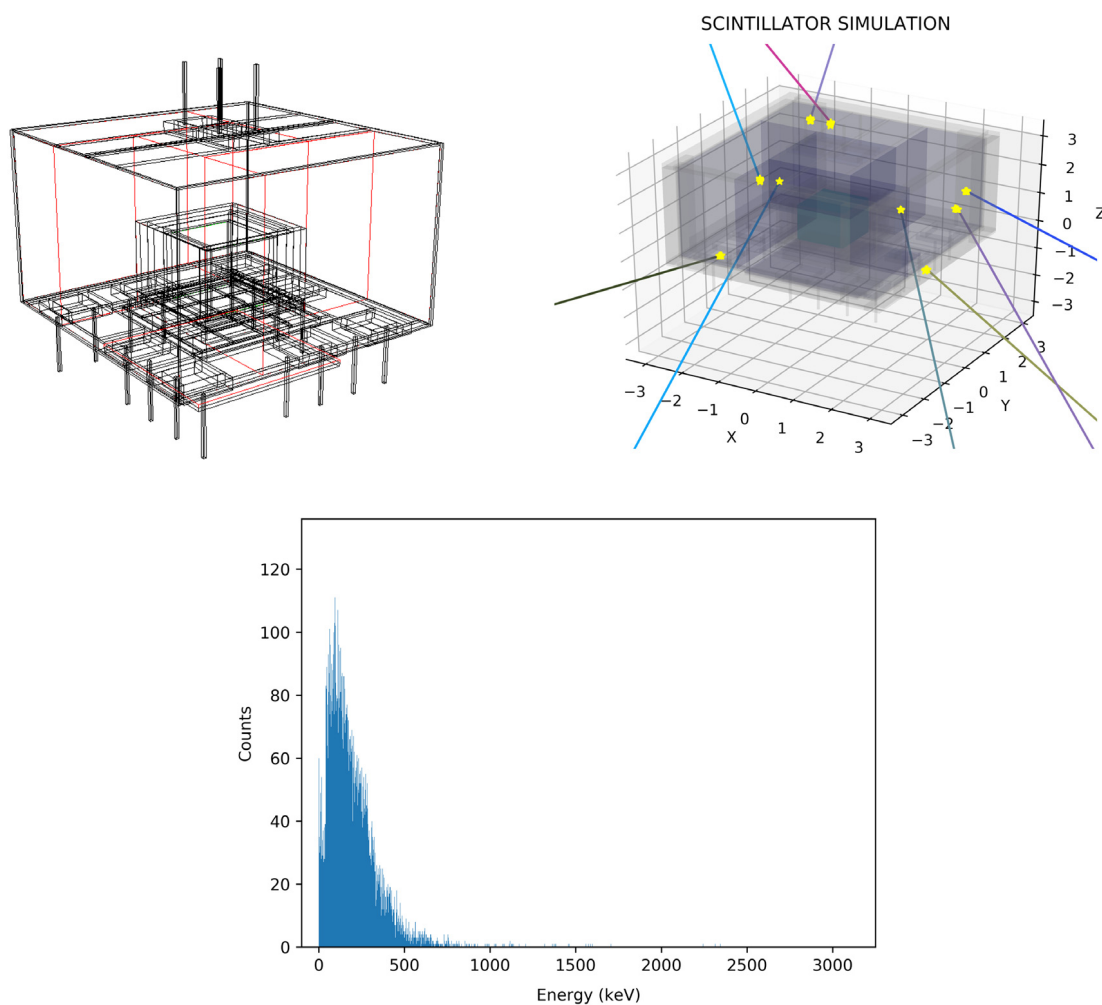


Fig. 7. Top left: The scintillator designed by GeoMega. Top right: The particle paths and interaction position generated from result of the simulation. Bottom: A histogram of the deposited energy of 10 000 events that recorded by the plastic scintillator in the simulation, the particle flux is based on the AE-8 model generated from OMERE’s software.

As the  $CeBr_3$  can detect both gamma rays and electrons whereas the plastic scintillator detects almost only electrons (low  $Z$  materials have low efficiency to stop gamma-rays), the combination of two scintillator types will help us to discriminate the two kinds of particles (see Fig. 4).

The SiPM array will convert the optical scintillation signals into current when biased with a moderate (as compared to standard PMS) voltage (up to 60 V). The signals is then process by the EASIROC ASIC, which amplify the signal, produces a trigger if this signal is larger than a given threshold and send the corresponding pulse height to the IGOSat Onboard Computer (see Fig. 5).

#### 4.2. The EASIROC board

The current design of the Scintillator Payload contains a  $4 \times 4$  channels SiPM array to readout the crystal and 10 single SiPMs for the plastic scintillator readout. Thus, 26 channels have to be analyzed. The EASIROC (Extended Analogue Silicon photo-multiplier Integrated Read Out Chip) component, a front-end 32-channel ASIC (Application-Specific Integrated Circuit) developed by OMEGA Microelectronics, is a promising hardware for spacecraft detectors. It has two separate electronics chains that are able to analyze signals from SiPM with low



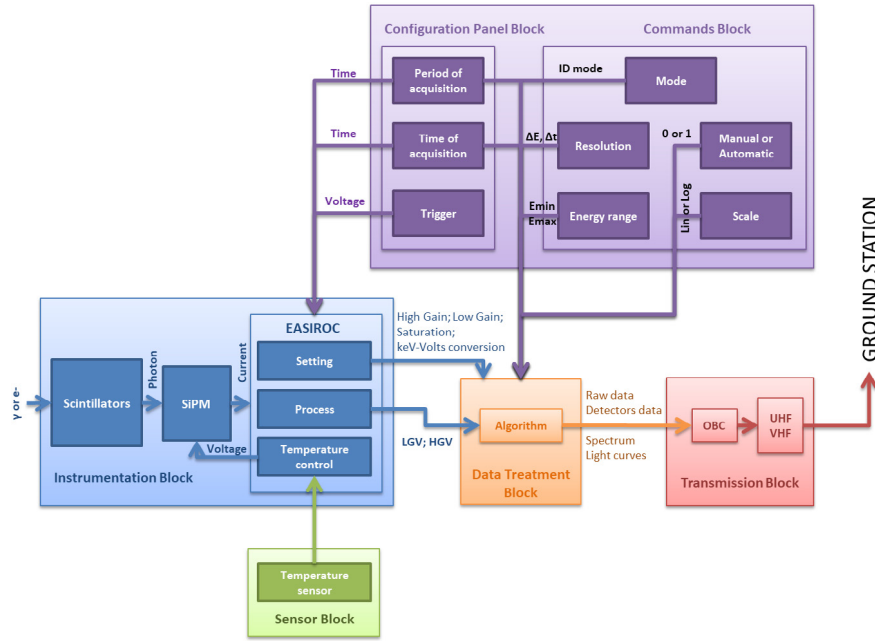


Fig. 8. The flow chart shows the data communication between the Scintillator Payload and the satellite's platform.

and high Gains. It has a very low power consumption of about 5 mW per active channel (see Fig. 6).

### 4.3. Detector simulation

The scintillator has been simulated using the Geant-4 CERN package and the MegaLib [11] library. This library actually contains two software: Geomega, which is used for defining the geometry of sensors and other parts of the satellite, and Cosima, which is used for defining the material characteristics and running the simulations (see Fig. 7).

The electron and gamma ray fluxes are generated for different spectra, angular distributions and energies in order to understand the response of the scintillator to these different particle fluxes. This will enable us to compute the response matrices of the scintillator system, and thus to retrieve the initial spectra of the in-flight detected electrons and gammas.

## 5. Data processing

The three operating modes of the IGOSat scintillation payload corresponds to three kind of computed data, later sent to the ground stations, via the on-board computer: (i) event mode; (ii) spectrum mode; and (iii) calibration mode.

The event mode enables to get all information (energy deposit on the 26 channels; timestamp of the interaction) for each particle (photon or electrons). The spectrum mode will send the energy histogram and light-curves of detected gamma-rays and electrons. The calibration mode provides all data directly coming out of the EASIROC chip. Generating a lot of data and due to the intrinsic low communication bandwidth with the satellite, the event and calibration modes will be used only on a short period, from time to time, to verify the system performance and for calibration (see Fig. 8).

## 6. The dual-frequency payload

The GPS occultation payload is using a dual frequency GPS receiver in order to: (i) Measure the Total Electronic Content (TEC) in complementarity with measurements by ground stations; (ii) measure the scintillation index by observing small variation of the ionosphere;

(iii) detect TEC changes due to gravity waves propagation, a phenomena that occurs due to the effect of the planet gravity to a fluid, in the ionosphere.

The measurement principle relies on the accurate observation of the GPS L1 and L2 signals phases, when they cross the upper atmosphere (GPS occultation technique).

The GPS payload will use available commercial receivers and antenna. The antenna is a Tallysman TW3870E, with a Field-of-View of about 100°. Tests are on-going to confirm that its signal-to-noise ratio is compatible with the science objectives. The GPS receiver is a NovAtel OEM 615 already included into a Pumpkin module compatible with CubeSat standards [12].

## 7. Conclusions and perspectives

The IGOSat project had completed its phase C in September 2017. The satellite is scheduled for launch in 2019 and is designed for one year of operation in space.

The electrons and gamma-rays measurements performed by the scintillation payload will allow completing existing measurements on Low Earth orbit and might also be useful for Space Weather applications. This payload is also a technological demonstration as the CeBr<sub>3</sub> Crystal and SiPM arrays have never been used on a satellite for gamma-ray detection.

## Acknowledgments

The IGOSat project acknowledges the financial supports of the UnivEarthS Labex program at Sorbonne Paris Cité (ANR-10-LABX-0023 and ANR-11-IDEX-0005-02) and the JANUS program for educational Cubesat of the CNES (Centre National d'Etudes Spatiales).

## References

- [1] IGOSat website: <http://igosat.fr>.
- [2] UnivEarths website : <http://www.univearths.fr/fr/accueil-2/>.
- [3] CNES/JANUS program website : <https://janus.cnes.fr/fr>.
- [4] CUBESAT standards website : <http://www.cubesat.org/about/>.
- [5] J.I. Vette, The AE-8 trapped electron model environment. NASA STI/Recon Technical Report N, 92: 24228, 1991a.

- [6] J.A. Sauvaud, et. al, High-energy electron detection onboard DEMETER: The IDP spectrometer, description and first results on the inner belt, *Planet. Space Sci.* 54 (5) (2006) 502.
- [7] A.W. Strong, I.V. Moskalenko, O. Reimer, Diffuse Galactic continuum gamma rays: A model compatible with EGRET data and cosmic-ray measurements, *ApJ* 613 (2004) 962.
- [8] R. Bucik, K. Kudela, A.V. Bogomolov, I.N. Myagkova, S.N. Kuznetsov, S.P. Ryumin, Map of the low energy gamma ray fluxes at altitude 500 km, *Contrib. Astron. Obs.* 29 (1999) 147.
- [9] S. Callier, et al., EASIROC, an easy & versatile readout device for SiPM, in: *Proceedings of the 2nd International Conference on Technology and Instrumentation in Particle Physics*, *Physics Procedia*, Vol. 37, 2012, p. 1569.
- [10] HAMAMATSU SiPM website : <http://www.hamamatsu.com/jp/en/4113.html>.
- [11] MEGALIB Website : <http://megalibtoolkit.com/>.
- [12] NovAtel OEM 615 GPS description: [http://www.cubesatkit.com/docs/datasheet/DS\\_CSK\\_GPSRM\\_1\\_710-00908-C.pdf](http://www.cubesatkit.com/docs/datasheet/DS_CSK_GPSRM_1_710-00908-C.pdf).

#### 4.5 Article : *Traquer les aléas de l'ionosphère*, **H. Halloin et al., 2019**

9

# Traquer les aléas de l'ionosphère

**Hubert Halloin, Pierdaveide Coïsson, Philippe Laurent et Hana Benhizia,**  
université de Paris, CNRS, Institut de physique du globe, CEA

*Soumise aux aléas de l'activité du Soleil, la très haute atmosphère voit sa composition changer au gré de divers facteurs. Conçu comme un projet pédagogique visant à sensibiliser des étudiants à la mise en œuvre de projets spatiaux, le nanosatellite IGOSat aura pour mission de traquer ces variations. Pour pouvoir ainsi, notamment, suivre l'évolution des éruptions solaires.*



## ASTROPHYSICIENS

Hubert Halloin (1) est maître de conférences au sein du laboratoire Astroparticules et cosmologie (APC) du CNRS. Pierdaveide Coïsson (2) est physicien adjoint à l'Institut de physique du globe de Paris. Philippe Laurent (3) est astrophysicien au CEA. Hana Benhizia (4) est cheffe de projet IGOSat à l'APC.

**A**utomne 2003. Au Texas comme en France, de magnifiques aurores boréales illuminent le ciel lors de la fête d'Halloween; un satellite japonais tombe en panne; les astronautes de la Station spatiale internationale se réfugient dans sa partie la plus protégée; des avions de ligne sont déroutés pour éviter les pôles; une ville suédoise est momentanément privée de courant... Qu'ont en commun ces événements? Leur origine: un jet particulièrement intense de particules chargées provenant du Soleil, c'est-à-dire une éruption solaire. Ses effets sont par nature très difficiles à anticiper, bien qu'on les sache liés à une activité accrue de notre astre (lire *La Recherche* n° 548, p. 48). Mais en traquant les variations de composition de l'ionosphère, la très haute atmosphère, on peut en suivre l'évolution: c'est l'un des objectifs du nanosatellite IGOSat (pour Ionospheric and Gamma-ray Observations

Satellite), projet lancé voilà sept ans dont les visées sont aussi et avant tout pédagogiques (1).

## Densité électronique

Située au-delà de 80 km d'altitude, l'ionosphère se caractérise par la présence d'électrons libres et de particules chargées. La raison en est simple: à cette altitude, la densité atmosphérique est si faible que des particules chargées peuvent y circuler librement. Or le rayonnement solaire est par ailleurs très agressif, avec des rayons suffisamment énergétiques (extrême ultraviolet, rayons X et gamma) pour pousser des électrons à s'échapper des atomes composant les gaz de l'atmosphère. Ces électrons peuvent

toutefois être capturés par des ions, à travers un processus de recombinaison. Si bien qu'en fine, la densité globale en électrons libres de l'ionosphère est hautement variable. Cette densité change aussi suivant les mouvements de l'atmosphère terrestre dans son ensemble. Elle est donc sensible aux phénomènes de la colonne d'air sous-jacente: cyclones, explosions, tsunamis, séismes (lire l'encadré p. 70). Mais elle est aussi tributaire de la quantité de rayonnement reçue, d'où des différences entre le jour et la nuit, d'une saison à l'autre et, bien sûr, en fonction de l'activité du Soleil – ses éruptions, ses éjections de masse coronale, ses jets de plasma ou vents solaires... Mesurer cette densité

## Contexte

Entrepris il y a sept ans, le projet de nanosatellite IGOSat est partie prenante d'un programme du Cnes. Son lancement est prévu pour 2020. Il sondera notamment l'une des plus hautes couches de l'atmosphère terrestre, l'ionosphère, et effectuera des mesures locales du flux de particules de haute énergie près des pôles et au-dessus de l'Atlantique Sud.



▲ Des universités développent leurs propres nanosatellites grâce à leurs faibles coûts (ici, lancement de CubeSats en 2014 depuis l'ISS).

électronique permettrait ainsi de traquer les aléas solaires, mais aussi les aléas terrestres.

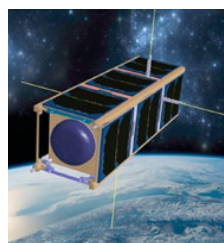
Comment le minuscule IGOSat, long de 30 cm, entend-il rendre compte de ces variations? Par l'association de deux types de mesures, quand il circulera sur son orbite quasi circulaire et quasi polaire – à 650 km d'altitude. Les unes seront obtenues par le biais d'une antenne GPS et viendront compléter des mesures du même genre déjà effectuées du sol. Les autres s'appuieront sur un scintillateur (\*), dont les composants n'ont pour l'heure jamais été embarqués à bord d'un satellite.

### Un milieu dispersif

L'ionosphère a un impact sur toutes les transmissions radio à longue distance et particulièrement celles des systèmes de positionnement par satellites (GPS, Galileo...). Ses électrons libres ralentissent en effet la propagation des signaux radio, de façon plus ou moins forte suivant leur fréquence. Deux signaux émis à partir du même lieu, au même

moment, sur deux fréquences différentes, sont ainsi reçus avec un léger décalage. Et c'est en exploitant ce décalage et le déphasage des ondes, en s'appuyant sur la technique de l'occultation radio, qu'IGOSat va mesurer les quantités d'électrons à différentes altitudes. Plus précisément, grâce à son antenne, il pourra capter les signaux émis par les satellites GPS situés bien au-dessus de lui, à 20200 km d'altitude. Ses mesures démarreront au moment où un satellite GPS se trouvera proche de l'horizon, vu d'IGOSat. Elles prendront fin quand il sera parvenu de l'autre côté de la Terre, autrement dit quand le satellite GPS sera passé sous l'horizon et le signal radio du satellite occulté. Dans l'intervalle, soit environ 5 minutes, IGOSat aura sondé l'ionosphère de haut en bas au rythme d'une mesure par seconde et pourra donc obtenir la distribution verticale des électrons libres de l'ionosphère. Mais il va également traquer d'autres particules à densité variable, au niveau de son orbite... On sait en effet que les particules

chargées jaillissant en permanence du Soleil – le vent solaire – ne frappent pas directement la Terre. Elles sont piégées par son bouclier magnétique, ou magnétosphère, et s'écoulent, selon ses lignes de champ, à l'intérieur des ceintures de radiations de Van Allen, baptisées du nom de leur découvreur. Or ces lignes de champ se rapprochent de la Terre au niveau des pôles, mais également au-dessus de l'Atlantique Sud, en raison du décalage de 450 km de l'axe magnétique de notre planète. Il y a donc, dans ces zones, un flux bien plus important de particules piégées qu'ailleurs. Raison pour laquelle IGOSat y fera des mesures particulières, qui compléteront celles de la mission Demeter, un microsatellite lancé en 2004 et dont les données sont toujours en cours d'exploitation (2) : il s'agira de détecter, à l'aide d'un scintillateur, les électrons de très haute énergie, mais aussi les photons gamma issus de l'espace interstellaire ou réémis lors de l'interaction entre les ●●●



▲ Le satellite IGOSat, d'une longueur de 34 cm seulement, est en phase de tests, pour un lancement envisagé à la fin de l'année 2020 (image d'artiste).

(\*) Un scintillateur émet de la lumière lorsqu'il absorbe un rayonnement ionisant.

## AU HASARD DES SÉISMES



▲ Après un séisme, on peut calculer la hauteur des vagues d'un potentiel tsunami (ici, au Japon en 2011).

Les aléas de l'atmosphère répercutent ceux des perturbations de l'espace, mais aussi ceux qui viennent du sol, et en particulier des séismes. Le système Terre étant déterministe, on devrait être capable de les annoncer. Mais tout n'est pas connu avec précision, de sorte qu'en pratique, un séisme est rarement prévisible. Une exception concerne les tremblements de terre résultant de la rupture d'une même faille: « Dans ce cas, la structure des sismogrammes est étonnamment superposable, commente Pascal Bernard, de l'Institut de physique du globe de Paris. La nature se reproduit identique

à elle-même et il n'y a rien d'aléatoire ou de chaotique là-dedans. » La rupture d'une même faille engendre les mêmes ondes sismiques qui, bien que complexes, se reproduisent à l'identique. Existe-t-il des signes avant-coureurs de la préparation d'un grand séisme? « Nous disposons de quelques candidats précurseurs, tel le degré de concentration dans le temps et dans l'espace de tout petits séismes, mais leur pouvoir prédictif est l'objet d'après débats dans la communauté des géophysiciens », répond Pascal Bernard.

À l'inverse, il est souvent possible d'alerter de l'arrivée d'un tsunami. Une fois que le séisme a déclenché une rupture sur une faille sous-marine et qu'elle commence à glisser, les choses deviennent calculables. « On déduit le mouvement du fond marin, puis on peut prévoir la formation du tsunami associé et sa propagation. En quelques secondes de calcul, on obtient la hauteur d'eau sur les côtes avoisinantes, ce qui laisse assez de temps pour lancer l'alerte, car la vague se propage bien moins vite que le séisme déclencheur et arrive en général sur les côtes plusieurs dizaines de minutes après lui », conclut le sismologue. Ph. P.

●●● particules chargées du vent solaire et les molécules d'air de la haute atmosphère.

Très intenses, ces flux de particules sont difficiles à évaluer par les instruments habituels des missions spatiales: trop sensibles, ils saturent rapidement. Mais du fait de sa petite taille et, partant, de sa sensibilité réduite, le détecteur d'IGOSat est bien adapté à la mesure en orbite basse de ce flux de particules. Il pourra donc en séparer les composantes et préciser le bruit de fond, mal connu, auquel seront soumises les futures missions spatiales orbitant près de notre planète. Il s'appuie par ailleurs sur des composants qui, couramment utilisés sur Terre, n'ont jamais été embarqués dans un satellite: un cristal en bromure de cérium, qui scintille

lorsqu'il est frappé par des photons gamma, et des photomultiplicateurs en silicium, qui transforment le signal lumineux en une impulsion électrique proportionnelle à l'énergie déposée. S'y ajouteront des scintillateurs plastiques, plus

### Avec sa petite taille et sa sensibilité réduite, IGOSat est adapté à sa mission

sensibles aux électrons, et un contrôleur dédié qui traitera les données puis les transmettra à l'ordinateur de bord. Pour ceux et celles qui travaillent sur le projet, c'est un véritable défi que d'adapter toutes ces technologies à l'environnement spatial et aux standards d'un satellite de

cette taille. Pourtant, il est relevé par les nombreux étudiants qui ont participé et participeront au projet.

Lancé fin 2012 par l'université Paris Diderot dans le cadre du programme des laboratoires d'excellence (3), IGOSat s'inscrit en effet dans un projet du Centre national d'études spatiales. Baptisé Janus (acronyme de Jeunes en apprentissage pour la réalisation de nanosatellites au sein des universités et des écoles de l'enseignement supérieur), et déployé dans une dizaine d'écoles et d'universités françaises en partenariat avec des laboratoires publics ou privés, il vise à promouvoir les activités spatiales auprès des jeunes en leur proposant de développer et d'envoyer dans l'espace leur propre satellite (4). Avec cette ambition, la plupart des sous-systèmes qui seront embarqués dans le nanosatellite, de même que la station sol de télécommunications, sont conçus et mis en œuvre par des étudiants.

### 270 étudiants

IGOSat a déjà permis de former de cette manière quelque 270 étudiants d'Ile-de-France et d'ailleurs, de niveau licence à doctorat. Le satellite est actuellement en phase d'intégration et de tests. L'assemblage du modèle de vol est prévu pour mars prochain et le lancement envisagé pour la fin de l'année 2020. Ensuite, il sera opérationnel au moins toute une année et il devrait s'autodétruire en moins de vingt-cinq ans, par frottement sur les couches hautes de l'atmosphère. D'ici là, il aura, on l'espère, affiné notre compréhension des aléas de l'ionosphère, et aussi développé chez nombre d'étudiants une autonomie de travail, un esprit d'équipe et de précieuses compétences techniques. ■

(1) <http://igosat.in2p3.fr>

(2) <https://demeter.cnes.fr/fr>

(3) Laboratoire d'excellence UnivEarthS, [www.univearth.fr](http://www.univearth.fr)

(4) <https://janus.cnes.fr>



## Chapitre 5

### Conclusion

Le rôle d'un physicien instrumentaliste dans une mission spatiale est de faire le lien entre les objectifs scientifiques et la conception de la charge utile. Cela exige donc à la fois une très bonne compréhension des exigences observationnelles et une connaissance large des techniques instrumentales à sa disposition. Sans être expert ni d'une certaine source astrophysique, ni d'une technologie particulière, il exige d'en savoir "un petit peu sur presque tout", plutôt que "beaucoup sur presque rien". Développer un système satellitaire impose de plus des contraintes technologiques, méthodologiques et programmatiques spécifiques.

Pour moi, il s'agit donc d'une situation exigeante mais particulièrement enrichissante et intellectuellement stimulante.

Depuis mon recrutement à l'Université de Paris - Université Paris Diderot, j'ai principalement eu l'occasion de contribuer au développement de deux missions spatiales : **LISA** et **IGOSat**. Ces deux projets sont très différents de par leur taille, nature et organisation. **LISA** est un grand projet spatial international, chaque pays étant en charge d'une partie de l'instrument, et dont le développement s'étale sur plusieurs dizaines d'années. **IGOSat** fait partie du 'New Space', une nouvelle manière de développer des systèmes spatiaux. Conçu en grande partie par des étudiants, sous la direction, coordination et supervision de chercheurs et ingénieurs de laboratoires de recherche, **IGOSat** est un défi à la fois pédagogique, technique et scientifique. Son développement se fait sur quelques années, à un coût très réduit (comparativement aux missions spatiales 'classiques'), et sa relative 'simplicité' permet à tous ses acteurs d'avoir une vision globale du projet.

**LISA** et **IGOSat** sont donc des projets très différents. Ils sont néanmoins très complémentaires, me permettant d'allier les différentes facettes du métier de maître de conférences - pédagogie et recherche - dans un domaine passionnant : le dimensionnement et le développement technique d'instruments spatiaux pour la recherche en physique de l'Univers.





---

# Bibliographie

- B. P. ABBOTT, R. ABBOTT, T. D. ABBOTT, M. R. ABERNATHY et al.  
*Observation of gravitational waves from a binary black hole merger*  
 Physical review letters, vol. 116 p. 061102, *Feb2016*  
 doi:10.1103/PhysRevLett.116.061102.
- B. P. ABBOTT, R. ABBOTT, T. D. ABBOTT, S. ABRAHAM et al.  
*GWTC-1 : A Gravitational-Wave Transient Catalog of Compact Binary Mergers Observed by LIGO and Virgo during the First and Second Observing Runs*  
 arXiv :1811.12907 [astro-ph, physics :gr-qc], *novembre2018*  
 arXiv : 1811.12907.
- B. P. ABBOTT, R. ABBOTT, T. D. ABBOTT, F. ACERNESE et al.  
*Multi-messenger Observations of a Binary Neutron Star Merger*  
 The Astrophysical Journal, vol. 848 p. L12, *octobre2017a*  
 doi:10.3847/2041-8213/aa91c9.
- B. P. ABBOTT, R. ABBOTT, T. D. ABBOTT, F. ACERNESE et al.  
*Gw170817 : Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral*  
 Physical review letters, vol. 119 p. 161101, *octobre2017b*  
 doi:10.1103/PhysRevLett.119.161101.
- B. ABBOTT, R. ABBOTT, T. ABBOTT, F. ACERNESE et al.  
*Gravitational Waves and Gamma-Rays from a Binary Neutron Star Merger : GW170817 and GRB 170817a*  
 The Astrophysical Journal Letters, vol. 848 p. L13, *octobre2017c*  
 doi:10.3847/2041-8213/aa920c.
- M. ABRAHAM  
*Recent theories of gravitation*  
 Dans M. Janssen, J. D. Norton, J. Renn, T. Sauer ET J. Stachel, éditeurs, *The Genesis of General Relativity*, pages 1288–1336. Springer Netherlands, Dordrecht, 2007  
 doi:10.1007/978-1-4020-4000-9\_26.
- F. ACERNESE, M. AGATHOS, K. AGATSUMA, D. AISA et al.  
*Advanced Virgo : a second-generation interferometric gravitational wave detector*  
 Classical and Quantum Gravity, vol. 32 p. 024001, *janvier2015*  
 doi:10.1088/0264-9381/32/2/024001.

- F. ACERNESE, F. ANTONUCCI, S. ALOUDIA, K. ARUN et al.  
*Measurements of Superattenuator seismic isolation by Virgo interferometer*  
Astroparticle Physics, vol. 33 p. 182, *avril2010*  
doi:10.1016/j.astropartphys.2010.01.006.
- C. AFFELDT, K. DANZMANN, K. L. DOOLEY, H. GROTE et al.  
*Advanced techniques in GEO 600*  
Classical and Quantum Gravity, vol. 31 p. 224002, *novembre2014*  
doi:10.1088/0264-9381/31/22/224002.
- O. D. AGUIAR  
*Past, present and future of the resonant-mass gravitational wave detectors*  
Research in Astronomy and Astrophysics, vol. 11 p. 1, *janvier2011*  
doi:10.1088/1674-4527/11/1/001.
- J. ALNIS, A. MATVEEV, N. KOLACHEVSKY, T. UDEM ET T. W. HÄNSCH  
*Subhertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Pérot cavities*  
Physical Review A, vol. 77, *mai2008*  
doi:10.1103/PhysRevA.77.053809.
- B. ARGENCE  
*Stabilisation de fréquence d'un laser Nd :YAG sur une transition de la molécule de di-iodé (I<sub>2</sub>) pour la mission spatiale LISA*  
Thèse de Doctorat, Université Paris Diderot (Paris 7), Laboratoire Astroparticules et Cosmologie (APC), *décembre2010*.
- B. ARGENCE, H. HALLOIN, O. JEANNIN, P. PRAT et al.  
*Molecular laser stabilization at low frequencies for the LISA mission*  
Physical Review D, vol. 81 p. 82002, *avril2010*  
doi:10.1103/PhysRevD.81.082002.
- M. ARMANO, H. AUDLEY, J. BAIRD, P. BINETRUY et al.  
*Beyond the Required LISA Free-Fall Performance : New LISA Pathfinder Results down to 20  $\mu$ Hz*  
Physical review letters, vol. 120 p. 061101, *février2018*  
doi:10.1103/PhysRevLett.120.061101.
- P. ASTONE, D. BABUSCI, L. BAGGIO, M. BASSAN et al.  
*Results of the igec-2 search for gravitational wave bursts during 2005*  
Physical Review D, vol. 76 p. 102001, *novembre2007*  
doi:10.1103/PhysRevD.76.102001.
- B. Battrock ET European Space Agency, éditeurs  
*Horizon 2000 plus : European space science in the 21st century*  
Numéro 1180 dans ESA SP. European Space Agency, Noordwijk, Netherlands, 1995.

- J.-B. BAYLE, M. LILLEY, A. PETITEAU ET H. HALLOIN  
*Effect of filters on the time-delay interferometry residual laser noise for LISA*  
Physical Review D, vol. 99, avril2019  
doi:10.1103/PhysRevD.99.084023.
- P. BENDER, A. BRILLET, K. DANZMANN, I. CIUFOLINI et al.  
*LISA - Pre-phase A report*  
Rapport Technique, European Space Agency, juillet1998.
- E. BLACK  
*An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization*  
American journal of physics, janvier2001.
- H. BONDI  
*Plane gravitational waves in general relativity*  
Nature, vol. 179 p. 1072, mai1957  
doi:10.1038/1791072a0.
- R. BUCIK, A. DMITRIEV, K. KUDELA ET S. RYUMIN  
*Gamma-Radiation of the Earth's Atmosphere from the CORONAS-I Data*  
International Cosmic Ray Conference, janvier1999.
- R. BUCIK, K. KUDELA, A. BOGOMOLOV, I. MYAGKOVA et al.  
*Distribution of gamma ray fluxes at altitude 500 km : Coronas-I data*  
Acta Physica slovacica, vol. 50 p. 267–274, février2000.
- R. BUČÍK, K. KUDELA, A. DMITRIEV, S. KUZNETSOV et al.  
*Spatial distribution of low energy gamma-rays associated with trapped particles*  
Advances in Space Research, vol. 30 p. 2843–2848, décembre2002  
doi:10.1016/S0273-1177(02)80430-6.
- J. CASAUS ET AMS COLLABORATION  
*Recent results of the AMS-02 experiment on the ISS*  
Journal of Physics : Conference Series, vol. 631 p. 012046, juillet2015  
doi:10.1088/1742-6596/631/1/012046.
- K. S. T. CHARLES W. MISNER ET J. A. WHEELER  
*Gravitation*  
Princeton University Press, 2017.
- C.-M. CHEN, J. M. NESTER ET W.-T. NI  
*A brief history of gravitational wave research*  
Chinese Journal of Physics, vol. 55 p. 142, février2017  
doi:10.1016/j.cjph.2016.10.014.

M. COUGHLIN ET J. HARMS

*Constraining the gravitational-wave energy density of the universe in the range 0.1 hz to 1 hz using the apollo seismic array*

Physical Review D, vol. 90 p. 102001, novembre2014

doi:10.1103/PhysRevD.90.102001.

P. COÏSSON, P. LOGNONNÉ, D. WALWER ET L. M. ROLLAND

*First tsunami gravity wave detection in ionospheric radio occultation data*

Earth and Space Science, vol. 2 p. 125–133, mai2015

doi:10.1002/2014EA000054.

C. DAHL, A. BAATZSCH, M. DEHNE, M. HERDING et al.

*Laser ranging interferometer on Grace follow-on*

Dans N. Karafolas, B. Cugny ET Z. Sodnik, éditeurs, *International Conference on Space Optics — ICSO 2016*, page 171, Biarritz, France, septembre2017. SPIE

doi:10.1117/12.2297705.

T. DAMOUR

*Gravitational radiation reaction in the binary pulsar and the quadrupole-formula controversy*

Physical Review Letters (ISSN 0031-9007), vol. 51 p. 1019, septembre1983

doi:10.1103/PhysRevLett.51.1019.

K. DANZMAN, P. AMARO SEOANE, S. AODIA, H. AUDLEY et al.

*The Gravitational Universe*

eprint arXiv, vol. 1305 p. 5720, mai2013.

K. DANZMANN

*LISA mission overview*

Advances in Space Research, vol. 25 p. 1129–1136, janvier2000

doi:10.1016/S0273-1177(99)00973-4.

K. DANZMANN

*LISA — An ESA cornerstone mission for the detection and observation of gravitational waves*

Advances in Space Research, vol. 32 p. 1233–1242, octobre2003

doi:10.1016/S0273-1177(03)90323-1.

K. DANZMANN, P. AMARO-SEOANE, H. AUDLEY, S. BABAK et al.

*Laser Interferometer Space Antenna*

eprint arXiv, vol. 1702 p. arXiv :1702.00786, février2017.

K. DANZMANN, T. PRINCE, P. BINETRUY, P. BENDER et al.

*LISA Assessment Study Report (Yellow Book)*

Rapport Technique ESA/SRE(2011)3, ESA, février2011.

K. DANZMANN

*LISA : laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements*

Classical and Quantum Gravity, vol. 13 p. A247, 1996.

K. DANZMANN et al.

*LISA - an ESA cornerstone mission for a gravitational wave observatory*

Classical and Quantum Gravity, vol. 14 p. 1399–1404, *juin*1997

doi:10.1088/0264-9381/14/6/002.

R. DECHER, J. L. RANDALL, P. L. BENDER ET J. E. FALLER

*Design Aspects Of A Laser Gravitational Wave Detector In Space*

Dans W. J. Cuneo, éditeur, *Proc. SPIE 0228, Active Optical Devices and Applications*, pages 149–153, Washington, D.C., *août*1980

doi:10.1117/12.958779.

A. S. EDDINGTON

*The propagation of gravitational waves*

Proceedings of the Royal Society of London. Series A, vol. 102(716) p. 268–282, *dec* 1922

doi:10.1098/rspa.1922.0085.

A. S. EDDINGTON

*Can gravitation be explained ?*

Journal of the Royal Astronomical Society of Canada, vol. 17 p. 387, *décembre*1923.

A. EINSTEIN

*Die feldgleichungen der gravitation*

Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), *novembre*1915a.

A. EINSTEIN

*Erklärung der perihelbewegung des merkur aus der allgemeinen relativitätstheorie*

Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), *novembre*1915b.

A. EINSTEIN

*Zur allgemeinen relativitätstheorie*

Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), *novembre*1915c.

A. EINSTEIN

*Näherungsweise integration der feldgleichungen der gravitation*

Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), *juin* 1916.

A. EINSTEIN

*Über gravitationswellen*

Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), *février*1918.

- J. FALLER, P. BENDER, J. HALL, D. HILLS ET M. A. VINCENT  
*Space antenna for gravitational wave astronomy*  
Dans *ESA Colloquium in Kilometric Optical Arrays in Space*, volume SP-226, pages 157–163, Cargèse (Corsica), avril1985. ESA.
- L. FAYON  
*Instrumentation sismologique spatiale : Fonction de transfert du sismomètre 6 axes InSight et développement d'un capteur de déplacement picométrique par interférométrie.*  
Thèse de Doctorat, Université Paris Diderot (Paris 7), Paris, avril2018.
- W. M. FOLKNER, M. STEPHENS, J. LEITCH, R. PIERCE ET B. AEROSPACE  
*Laser Frequency Stabilization for GRACE-2*  
Dans *Proceedings of the Earth Science Technology Forum 2011*, page 3, Pasadena, CA, 2011.
- R. L. FORWARD, D. ZIPPY, J. WEBER, S. SMITH ET H. BENIOFF  
*Upper limit for interstellar millicycle gravitational radiation*  
Nature, vol. 189 p. 473, février1961  
doi:10.1038/189473a0.
- D. GALLOIS  
*Ariane 6, un chantier européen pour rester dans la course spatiale*  
Le Monde, décembre2014.
- M. E. GERTSENSHTEĪN ET V. I. PUSTOVOÏT  
*On the Detection of Low-Frequency Gravitational Waves*  
Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics, vol. 16 p. 433, 1963.
- GRACEDB  
*GraceDB — Gravitational Wave Candidate Event Database*  
<https://gracedb.ligo.org>, 2019  
Accessed : 2019-05-29.
- H. GROTE, A. FREISE, M. MALEC, G. HEINZEL et al.  
*Dual recycling for GEO 600*  
Classical and Quantum Gravity, vol. 21 p. S473–S480, mars2004  
doi:10.1088/0264-9381/21/5/013.
- P. GRÜNING, H. HALLOIN, P. PRAT, S. BARON et al.  
*Status of the eLISA on table (LOT) electro-optical simulator for space based, long arms interferometers*  
Experimental Astronomy, vol. 39 p. 281, juin2015  
doi:10.1007/s10686-015-9448-z.
- P. GRÜNING  
*Développement et exploitation d'un simulateur électro-optique pour le futur détecteur spatial à ondes gravitationnelles eLISA*  
Thèse de Doctorat, Université Paris Diderot, décembre2015.

H. HALLOIN

*Optimizing orbits for (e)LISA*

Journal of Physics : Conference Series, vol. 840 p. 012048, *mai*2017

doi:10.1088/1742-6596/840/1/012048.

H. HALLOIN, P. COÏSSON, P. LAURENT ET H. BENHIZIA

*Traquer les aléas de l'ionosphère*

La Recherche, vol. 549 p. 68–70, 2019.

H. HALLOIN, P. PRAT ET J. BROSSARD

*Long term characterization of voltage references*

arXiv, vol. physics.ins-det, *décembre*2013.

R. A. HULSE ET J. H. TAYLOR

*Discovery of a pulsar in a binary system*

Astrophysical Journal, vol. 195 p. L51, *janvier*1975

doi:10.1086/181708.

G. JASTREBSKI ET D. ARNOLD

*Improving Evolution Strategies through Active Covariance Matrix Adaptation*

Dans *2006 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pages 2814–2821, Vancouver, BC, Canada, 2006. IEEE

doi:10.1109/CEC.2006.1688662.

O. JENNRICH, P. BINETRUY, M. COLPI, K. DANZMANN et al.

*NGO Assessment Study Report (Yellow Book)*

Rapport Technique ESA/SRE(2011)19, ESA, *décembre*2011.

D. KENNEFICK

*Traveling at the speed of thought : Einstein and the quest for Gravitational waves*

Princeton University Press, 2007.

L. D. LANDAU ET E. M. LIFSHITZ

*The Classical theory of Fields*, volume 2

Pergamon Press, 3<sup>ème</sup> édition, 1971

Translated from Russian by Morton Hamermesh.

P. S. D. LAPLACE

*Sur le principe de la gravitation universelle*

Dans *Oeuvres complètes de Laplace*, volume 8, pages 201–276. Gauthier - Villars et Fils, Quai des Grands Augustins, Paris, 1776

Publié en 1891.

M. LAPORTE

*Amélioration et exploitation d'un simulateur électro-optique du détecteur spatial d'ondes gravitationnelles LISA*

Thèse de Doctorat, Université Paris Diderot (Paris 7), Paris, *avril*2019.



J. L. LEVINE

*Early gravity-wave detection experiments, 1960-1975*

Physics perspective, vol. 6 p. 42–75, mars2004.

LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION, J. AASI, B. ABBOTT, R. ABBOTT et al.

*Advanced LIGO*

Classical and Quantum Gravity, vol. 32 p. 074001, avril2015

doi:10.1088/0264-9381/32/7/074001.

LISA INSTRUMENT GROUP

*LISA Payload Definition Document*

Rapport Technique ESA-L3-EST-INST-DD-001, ESA, mai2018.

P. LOGNONNÉ, W. B. BANERDT, D. GIARDINI, W. T. PIKE et al.

*SEIS : Insight's Seismic Experiment for Internal Structure of Mars*

Space Science Reviews, vol. 215, février2019

doi:10.1007/s11214-018-0574-6.

D. MARTYNOV, E. HALL, B. ABBOTT, R. ABBOTT et al.

*Sensitivity of the Advanced LIGO detectors at the beginning of gravitational wave astronomy*

Physical Review D, vol. 93, juin2016

doi:10.1103/PhysRevD.93.112004.

A. MEHRPARVAR

*CubeSat Design Specification, Rev. 13*

Rapport Technique, California Polytechnic State University, 2014.

A. A. MICHELSON ET E. W. MORLEY

*On the relative motion of the earth and the luminiferous ether*

American Journal of Science, vol. s3-34 p. 333–345, novembre1887a

doi:10.2475/ajs.s3-34.203.333.

A. A. MICHELSON ET E. W. MORLEY

*On the relative motion of the earth and of the luminiferous ether*

Sidereal Messenger, vol. 6 p. 306, novembre1887b.

L. MONDIN

*Stabilisation de fréquence de laser Nd :YAG pour applications spatiales*

Thèse de Doctorat, Université de Nice et Sophia Antipolis, 2007.

G. E. MOSS, L. R. MILLER ET R. L. FORWARD

*Photon-noise-limited laser transducer for gravitational antenna*

Appl. Opt., vol. 10(11) p. 2495–2498, Nov1971

doi:10.1364/AO.10.002495.

## NANOSATS DATABASE

*Nanosats Database*

<https://www.nanosats.eu>, 2019

Accessed : 2019-06-15.

B. NAVA, P. COÏSSON ET S. RADICELLA

*A new version of the NeQuick ionosphere electron density model*

Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, vol. 70 p. 1856–1862, *décembre* 2008

doi:10.1016/j.jastp.2008.01.015.

K. NAYAK, S. KOSHTI, S. DHURANDHAR ET J. VINET

*On the minimum flexing of LISA's arms*

Classical and Quantum Gravity, vol. 23 p. 1763, 2006.

I. NEWTON

*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*

Henry Pemberton, 1726.

I. NEWTON

*Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*, volume 1

Desaint et Saillant, Rue Saint Jean de Beauvais, Paris, 1759

Traduction de [Newton \[1726\]](#) par la Marquise du Châtelet.

I. OMELIAN, I. MRYGLOD ET R. FOLK

*Optimized Forest–Ruth-and Suzuki-like algorithms for integration of motion in many-body systems*

Computer Physics Communications, *janvier*2002.

A. PETITEAU, G. AUGER, H. HALLOIN, O. JEANNIN et al.

*LISACode : A scientific simulator of LISA*

Physical Review D, vol. 77 p. 023002, *janvier*2008

doi:10.1103/PhysRevD.77.023002.

H. PHAN, H. HALLOIN ET P. LAURENT

*IGOSat - A 3u Cubesat for measuring the radiative/electrons content in low Earth orbit and ionosphere*

Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, vol. 912 p. 389–394, *décembre*2018

doi:10.1016/j.nima.2018.03.065.

H. PHAN

*Simulation and Experimental Characterization of the Scintillation Detector for IGOSat*

Thèse de Doctorat, Université Paris Diderot, Paris, *janvier*2019.

F. A. PIRANI

*Invariant formulation of gravitational radiation theory*

Phys. Rev., vol. 105 p. 1089, *février*1957

doi:10.1103/PhysRev.105.1089.

F. A. E. PIRANI

*On the Physical significance of the Riemann tensor*

Acta Phys. Polon., vol. 15 p. 389–405, 1956

[Gen. Rel. Grav.41,1215(2009)]

doi:10.1007/s10714-009-0787-9.

M. PITKIN, S. REID, S. ROWAN ET J. HOUGH

*Gravitational Wave Detection by Interferometry (Ground and Space)*

arXiv, vol. astro-ph.IM, février2011.

G. PIZZELLA

*Birth and initial developments of experiments with resonant detectors searching for gravitational waves*

The European Physical Journal H, vol. 41(4) p. 267–302, Nov2016

doi:10.1140/epjh/e2016-70036-8.

H. POINCARÉ

*La dynamique de l'électron*

Revue générale des sciences pures et appliquées, vol. 19 p. 386–402, mai1908.

K. RILES

*Gravitational waves : Sources, detectors and searches*

Progress in Particle and Nuclear Physics, vol. 68 p. 1, janvier2013

(c) 2013 Elsevier B.V.

doi:10.1016/j.ppnp.2012.08.001.

E. SAMUEL REICH

*Europe makes do without NASA*

Nature, mars2011

doi:10.1038/471421a.

B. S. SATHYAPRAKASH ET B. F. SCHUTZ

*Physics, astrophysics and cosmology with gravitational waves*

Living Reviews in Relativity, vol. 12 p. 2, mars2009

(c) 2009 : The Author(s)

doi:10.12942/lrr-2009-2.

J. SAUVAUD, T. MOREAU, R. MAGGIOLO, J. TREILHOU et al.

*High-energy electron detection onboard DEMETER : The IDP spectrometer, description and first results on the inner belt*

Planetary and Space Science, vol. 54 p. 502–511, 2006.

J.-A. SAUVAUD, R. MAGGIOLO, C. JACQUEY, M. PARROT et al.

*Radiation belt electron precipitation due to VLF transmitters : Satellite observations*

Geophysical Research Letters, vol. 35, mai2008

doi:10.1029/2008GL033194.

- B. F. SCHUTZ  
*Gravitational wave astronomy*  
Class. Quantum Grav., vol. 16 p. A131, décembre1999.
- B. F. SCHUTZ  
*Gravitational waves on the back of an envelope*  
American journal of physics, vol. 52 p. 412, mai1984  
doi:10.1119/1.13627.
- J. H. SHIRLEY  
*Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy*  
Opt. Lett., vol. 7 p. 537–539, Nov1982  
doi:10.1364/OL.7.000537.
- E. L. SHKOLNIK  
*On the verge of an astronomy CubeSat revolution*  
Nature Astronomy, vol. 2 p. 374–378, mai2018  
doi:10.1038/s41550-018-0438-8.
- F. R. STEPHENSON, L. V. MORRISON ET C. Y. HOHENKERK  
*Measurement of the earth's rotation : 720 bc to ad 2015*  
Proceedings of the Royal Society A, vol. 472 p. 20160404, décembre2016  
doi:10.1098/rspa.2016.0404.
- J. H. TAYLOR, L. A. FOWLER ET P. M. MCCULLOCH  
*Measurements of general relativistic effects in the binary pulsar psr 1913+16*  
Nature, vol. 277 p. 437, février1979  
doi:10.1038/277437a0.
- J. H. TAYLOR, R. A. HULSE, L. A. FOWLER, G. E. GULLAHORN ET J. M. RANKIN  
*Further observations of the binary pulsar psr 1913+16*  
Astrophysical Journal, vol. 206 p. L53, mai1976  
doi:10.1086/182131.
- J. H. TAYLOR ET P. M. MCCULLOCH  
*Evidence for the existence of gravitational radiation from measurements of the binary pulsar psr 1913+16*  
In : Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, vol. 336 p. 442, février1980  
doi:10.1111/j.1749-6632.1980.tb15951.x.
- M. TINTO ET S. DHURANDHAR  
*Time-Delay Interferometry*  
Living Reviews in Relativity, vol. 17 p. 6, août2014  
doi:10.12942/lrr-2014-6.
- J. VETTE  
*The AE-8 trapped electron model environment*  
Technical Report, NASA, janvier1991.

J.-Y. VINET

*Optical gravitational wave detectors on the ground and in space : theory and technology*  
Research in Astronomy and Astrophysics, vol. 10 p. 956–1004, *octobre*2010  
doi:10.1088/1674-4527/10/10/003.

J.-Y. VINET

*Physical and Algebraic models of LISA*  
Rapport Technique, ARTEMIS / Obs. de la Côte d'Azur, *janvier*2007.

J.-Y. VINET

*Some basic principles of a "LISA"*  
Comptes Rendus Physique, vol. 14 p. 366–380, *avril*2013  
doi:10.1016/j.crhy.2013.02.002.

VIRGO WEB SITE

*VIRGO web site - Status page*  
<http://www.virgo-gw.eu/status.html>, 2019  
Accessed : 2019-05-28.

J. WEBER

*Detection and generation of gravitational waves*  
Phys. Rev., vol. 117 p. 306, *janvier*1960  
doi:10.1103/PhysRev.117.306.

J. WEBER

*Evidence for discovery of gravitational radiation*  
Physical review letters, vol. 22 p. 1320, *juin*1969  
doi:10.1103/PhysRevLett.22.1320.

J. M. WEISBERG ET Y. HUANG

*Relativistic measurements from timing the binary pulsar psr b1913+16*  
The Astrophysical Journal, vol. 829 p. 55, *Sep*2016  
doi:10.3847/0004-637X/829/1/55.

R. WEISS

*Gravitational Wave Detectors*  
Dans L. L. Smarr, éditeur, *Sources of Gravitational Radiation*, pages 7–35, Seattle, 1979. Cambridge University Press.

R. WEISS ET B. BLOCK

*A gravimeter to monitor the 0s0 dilational mode of the earth*  
Journal of Geophysical Research, vol. 70(22) p. 5615–5627, *novembre*1965  
doi:10.1029/JZ070i022p05615.

R. WEISS, D. MUEHLNER, R. BENFORD, D. OWENS et al.

*Gravitation Research*  
Rapport Technique 105, Research Laboratory of Electronics (RLE) at the Massachusetts Institute of Technology (MIT), 1972.

J. WHEELER ET K. FORD

*Geons, Black Holes, and Quantum Foam : A Life in Physics*

W. W. Norton, New York, 2000.