



**HAL**  
open science

# Apport d'une voie panchromatique pour le démixage d'images hyperspectrales

Simon Rebeyrol

► **To cite this version:**

Simon Rebeyrol. Apport d'une voie panchromatique pour le démixage d'images hyperspectrales. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2021. Français. NNT : 2021TOU30113 . tel-03450560v2

**HAL Id: tel-03450560**

**<https://hal.science/tel-03450560v2>**

Submitted on 3 Mar 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Fédérale



Toulouse Midi-Pyrénées

# THÈSE

## En vue de l'obtention du DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par l'Université Toulouse 3 - Paul Sabatier

---

Présentée et soutenue par

**Simon REBEYROL**

Le 9 juin 2021

**Apport d'une voie panchromatique pour le démixage d'images  
hyperspectrales**

---

Ecole doctorale : **EDMITT - Ecole Doctorale Mathématiques, Informatique et  
Télécommunications de Toulouse**

Spécialité : **Informatique et Télécommunications**

Unité de recherche :

**IRAP - Institut de Recherche en Astrophysique et Planetologie**

Thèse dirigée par

**Yannick DEVILLE**

Jury

M. Thomas CORPETTI, Rapporteur  
Mme Danielle NUZILLARD, Rapporteur  
Mme Véronique ACHARD, Examinatrice  
M. Xavier BRIOTTET, Examineur  
M. Christian JUTTEN, Examineur  
Mme Christiane WEBER, Examinatrice  
M. Yannick DEVILLE, Directeur de thèse



---

# Remerciements

Cette fois c'est la bonne, on y est! Tant de choses se sont passées durant ces trois dernières années (et quelques brouettes) qu'il va m'être difficile de tout condenser en quelques lignes. Trois années riches en émotions, stress, plaisir et événements marquants dont les souvenirs sont gravés dans ma mémoire! Et pour tous ces bons souvenirs, j'ai besoin de vous dire merci!

Tout d'abord, un grand merci à Véronique, Yannick, Xavier et Stéphane sans qui tout ceci n'aurait pas été possible. Cela fut un réel plaisir de travailler avec vous durant ces 3 ans (et quelques brouettes). Chacun de vous a su orienter ce travail et a su me prodiguer les conseils qu'il me fallait durant cette thèse. Merci à vous pour m'avoir fait confiance! Je souhaite également remercier les membres de mon jury, Mme Danielle Nuzillard, M. Thomas Corpetti, Mme Christine Weber et M. Christian Jutten pour avoir pris le temps d'évaluer mon travail et pour leurs remarques très constructives. Merci également à Mauro Dalla-Mura et Hervé Carfantan pour l'évaluation de mon travail à mi-parcours.

Je souhaite remercier toute l'équipe du DOTA qui a été géniale! Merci à Thierry et surtout Josselin qui ont été mes premiers co-bureaux au B127 de la "place du bout du couloir" au DOTA. Les discussions que l'on a eu étaient vraiment enrichissantes et je me souviendrais longtemps des raclées que je prenais au squash! Merci à Étienne pour les soirées jeux et cette belle gamelle à vélo, c'était épique (surtout la veille d'AstroJeunes, j'y reviendrai un peu plus loin) et les cicatrices resteront un bout de temps! Merci à Sandra (la bonne humeur du couloir), Guillaume (il n'y a jamais assez de citation Kaamelott dans un bureau!), Bertrand, Florian, Henri, Christopher, Lucas (un petit concert quand ça reprendra?), Aurélie, Karine, Laure, Axelle, Ines, Gary, Thomas. Merci à Simon pour les bonnes idées et les pintes! Merci également à Gabriel, Yohann, Nicolas, Mathieu et Charly et Carlos! Propagez la bonne ambiance et courage aux nouveaux! Et un grand merci à Laurent Poutier et Philippe Déliot pour leurs aides techniques précieuses sur les méthodes d'inversion des modèles atmosphériques mais aussi à Françoise Viallefont pour son aide sur la simulation des caractéristiques d'un capteur. Je remercie également Fabrice Gamboa de l'institut des mathématiques de Toulouse pour son aide précieuse sur les méthodes d'analyse de la variance.

Je souhaite également remercier toute l'équipe de l'IRAP et plus particulièrement celle de SISU. Toujours cette même année, je remercie Victor et Axel, mes premiers co-bureaux du B126 à l'OMP avec qui les discussions interminables étaient toujours les bienvenues! On s'amusait bien! Un jour peut-être je passerai de "Marshmal" à Orange;-). Sans oublier le bureau des "Neurasténiques" à savoir Wilhem, Mégane et Andréa, merci à vous, les pauses cafés (le gras aussi), c'est la vie! Merci à la V2 du B126 et le tout nouveau bureau du McLaren's : Yohann, Salah, Mehdi, ça a été un plaisir! Merci à Hervé pour les discussions aux cafés, à Shahram pour avoir été mon tuteur coté enseignement ainsi qu'à Loïc et l'équipe informatique de l'OMP.

En parallèle de tout ce bazar bien sympathique, j'ai eu la chance de rejoindre un autre bazar tout autant sympathique : l'association UniverSCiel qui m'a permis de découvrir et pratiquer la médiation scientifique. C'était vraiment trop cool, un grand merci à toute l'équipe AstroJeunes 2018 et 2019 : Didi, Geoffroy, Louise, Sacha, Babak, Mika, Marina, Wilhem, Ppeille, Momo, PM, Ines, Hadrien, Gabi, Lucile, Lucie, Margaux, Clara, Daniel, Sébastien, Nicolas, et surtout aux équipes de hauts vols des Ballons "Le Lynx" et "l'Hermès" : Edo, Anne et Antho! Merci aux aéro-techniciens ballons et surtout aux radio-amateurs du Gers! Un grand merci

---

également à l'équipe du ballon de l'ITEP 2019 : "l'Oustalair". Je n'ai que de bons souvenirs des parenthèses, des festoches et des soirées d'AstroJeunes!

Je souhaite également remercier tout le LEBCO de l'IFREMER pour m'avoir accueilli à bras ouverts et m'avoir fait confiance, en particulier Touria et Pierre-Olivier.

Je souhaite remercier mes parents pour leur soutien et pour leur relecture de ce présent manuscrit. Un grand merci à mon petit frère Léo pour toutes les parties de Quake, Dawn of War, Warcraft et j'en passe! Merci aux copain"gs (à lire avec l'accent toulousain) de Toulouse notamment Josselyn, Thomas, Angèle, Stéphanie, Damien, Mélanie, Yohann et Céline! Et bien sûr, je remercie tout spécialement celles et ceux que j'ai très certainement oublié de citer plus haut!

Et pour finir, Camille, depuis que l'on est ensemble, tu n'as pas arrêté de me soutenir dans les bons moments comme dans les difficiles, tu t'es occupé de moi pendant les phases de rédactions, de corrections, les phases où ça n'allait pas. Tu es ma petite lumière qui malgré ses problèmes, m'enveloppait quand j'en avais besoin. Tu m'as changé en bien des choses et je t'en remercie.

# Table des matières

<b>Liste des acronymes</b>	<b>11</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>13</b>
<b>Notations</b>	<b>17</b>
<b>1 État de l’art du démixage spectral</b>	<b>19</b>
1.1 Les modèles physiques de mélange . . . . .	19
1.1.1 Le mélange linéaire . . . . .	21
1.1.2 Mélanges linéaires prenant en compte la variabilité intra-classe . . . . .	21
1.1.3 Mélanges bi-linéaires . . . . .	22
1.2 Estimation du nombre de matériaux présents dans une scène . . . . .	23
1.3 Les méthodes aveugles de démixage linéaire . . . . .	24
1.3.1 Les méthodes géométriques . . . . .	24
1.3.2 Les méthodes statistiques . . . . .	26
1.3.3 Les méthodes de factorisation en matrices non-négatives . . . . .	27
1.3.4 Méthodes aveugles de régression en composantes parcimonieuses . . . . .	28
1.3.5 Estimation des fractions d’abondance . . . . .	29
1.4 Autres méthodes de démixage . . . . .	29
1.4.1 Méthodes de démixage des modèles non-linéaires . . . . .	29
1.4.2 Méthodes de démixage prenant en compte la variabilité intra-classe . . . . .	29
1.4.3 Méthodes de démixage linéaires locales . . . . .	29
1.4.4 Méthodes de démixage utilisant des sources de données additionnelles . . . . .	30
1.5 Synthèse . . . . .	30
<b>2 Données et méthodes de simulation d’images</b>	<b>33</b>
2.1 Méthode de simulation des données satellitaires (HYPXIM) . . . . .	33
2.2 Protocole de construction de la vérité-terrain . . . . .	35
2.3 Données utilisées . . . . .	35
2.3.1 Mauzac . . . . .	35
2.3.2 Bâle . . . . .	41
2.3.3 Canjuers . . . . .	43
2.4 Synthèse . . . . .	46
<b>3 Méthode d’extraction des pôles de mélange utilisant la voie panchromatique</b>	<b>47</b>
3.1 Scénarios d’utilisation de l’image panchromatique . . . . .	47
3.2 Étude expérimentale de l’hétérogénéité panchromatique des pixels hyperspectraux supposés purs . . . . .	48
3.2.1 Analyse de trois pixels purs . . . . .	49
3.2.2 Analyse sur deux jeux d’image . . . . .	51
3.3 Développement d’une méthode d’extraction des spectres de matériaux purs - HBEE . . . . .	53
3.3.1 Choix du modèle de mélange . . . . .	53
3.3.2 Détection des pixels purs grâce à un critère d’hétérogénéité sur la voie panchromatique . . . . .	53
3.3.3 Classification non-supervisée et sélection d’un représentant par classe . . . . .	54
3.4 Synthèse et Discussion . . . . .	55

<b>4</b>	<b>Méthode d'estimation des pôles de mélange non représentés par des pixels purs</b>	<b>57</b>
4.1	Étude de l'erreur de reconstruction . . . . .	57
4.1.1	Cas d'étude sur un spectre observé synthétique . . . . .	57
4.1.2	Cas d'étude sur une image réelle . . . . .	59
4.2	Développement de LCNMF . . . . .	64
4.2.1	Définition du modèle de mélange linéaire local . . . . .	64
4.2.2	Développement d'une méthode de NMF contrainte . . . . .	64
4.2.3	Développement d'un algorithme de détection et traitement des zones d'intérêts (LCNMF) . . . . .	65
4.3	Synthèse et Discussion . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Influence des paramètres de la méthode HBEE-LCNMF appliquée à des données synthétiques sur ses performances</b>	<b>69</b>
5.1	Construction d'images PAN et HS synthétiques . . . . .	69
5.2	Définition du plan d'expériences . . . . .	72
5.2.1	Choix de la grille de valeurs de $\alpha_h$ . . . . .	72
5.2.2	Choix de la grille de valeurs de $\alpha_s$ . . . . .	74
5.2.3	Choix de la grille de valeurs de $\alpha_{RE}$ . . . . .	74
5.2.4	Choix de la grille de valeurs de $\alpha_{stop}$ . . . . .	75
5.3	Définition des critères de performances . . . . .	75
5.4	Résultats des expériences . . . . .	76
5.5	Influence des paramètres de la méthode sur ses performances . . . . .	81
5.5.1	Méthode d'analyse de la variance . . . . .	81
5.5.2	Résultats de l'analyse de la variance . . . . .	81
5.6	Comportement de la méthode sur l'image synthétique . . . . .	82
5.7	Conclusion et discussion . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Validation de HBEE-LCNMF sur données réelles</b>	<b>87</b>
6.1	Choix des jeux de données réelles utilisées . . . . .	87
6.2	Définition du plan d'expériences . . . . .	91
6.2.1	Choix des grilles de valeurs de $\alpha_h$ . . . . .	91
6.2.2	Choix des grilles de valeurs de $\alpha_{RE}$ . . . . .	91
6.3	Résultats des expériences . . . . .	92
6.3.1	Image de Lavernose-Lacasse . . . . .	92
6.3.2	Image du stade de Bâle . . . . .	96
6.4	Analyse de la sensibilité de HBEE-LCNMF à ses paramètres . . . . .	100
6.5	Réglage des paramètres de HBEE-LCNMF . . . . .	100
6.6	Conclusion . . . . .	100
<b>7</b>	<b>Performances de HBEE-LCNMF comparées à celles des méthodes de l'état de l'art</b>	<b>103</b>
7.1	Choix des méthodes de démixage de l'état de l'art . . . . .	103
7.2	Performances comparées sur les images synthétique, de Lavernose-Lacasse et du stade de Bâle . . . . .	104
7.2.1	Image synthétique . . . . .	104
7.2.2	Image de Lavernose-Lacasse . . . . .	108
7.2.3	Image du stade de Bâle . . . . .	112
7.3	Conclusion . . . . .	116
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>117</b>
<b>A</b>	<b>Variabilité spectrale interclasse des matériaux de référence</b>	<b>121</b>
<b>B</b>	<b>Résultats des expériences de HBEE-LCNMF sur données réelles</b>	<b>123</b>
B.1	Résultats des expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse . . . . .	123
B.2	Résultats des expériences sur l'image du stade de Bâle . . . . .	128
<b>C</b>	<b>Résultats complets des analyses de la sensibilité aux paramètres de HBEE-LCNMF sur les images réelles</b>	<b>133</b>
C.1	Image de Lavernose-Lacasse . . . . .	133
C.2	Image du stade de Bâle . . . . .	134

# Table des figures

1.1	Résumé des différents rayonnements reçus par le capteur. $\vec{u}_s$ est la direction entre le point visé au sol et le soleil et $\vec{u}_c$ est la direction entre le point visé au sol et le capteur. . . . .	20
1.2	Exemple de réflexions multiples. . . . .	23
1.3	Exemple de simplexe formé par les $P = 3$ pôles de mélange, dans l'espace de couleur RGB en réflectance dans le cas où la somme à un est vérifiée. Les contours du simplexe en deux dimensions représentent les mélanges deux à deux et les sommets les pôles de mélange. Les mélanges observés sont tous contenus dans le plan simplicial (dans ce cas en deux dimensions). . . . .	24
2.1	Composition colorée en Rouge, Vert et Bleu (RVB) de la ligne de vol d'acquisition de Mauzac (a), de l'image HS d'un lotissement de Mauzac (b) ainsi que de l'image de la centrale de panneaux solaires située à Lavernose (c). . . . .	36
2.2	Jeu de données du lotissement de Mauzac, simulées aux caractéristiques des instruments d'HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l'image HS à 8.8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2.2 m de GSD en unité de radiance. . . . .	37
2.3	Collections de spectres de chaque matériau pur trouvé dans l'image du lotissement de Mauzac. . . . .	38
2.4	Carte d'abondance des matériaux purs trouvés dans l'image du lotissement de Mauzac. . . . .	39
2.5	Jeu de données de la centrale photovoltaïque, simulées aux caractéristiques des instruments d'HYPXIM avec : (a) la composition colorée de l'image HS à 8.8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2.2 m de GSD en unité de radiance. . . . .	40
2.6	Collections de spectres de chaque matériau pur trouvé dans l'image de la centrale à panneaux solaires de Lavernose-Lacasse. . . . .	40
2.7	Carte d'abondance des matériaux purs trouvés dans l'image de la centrale à panneaux solaires de Lavernose-Lacasse. . . . .	41
2.8	Composition colorée RVB de l'image du stade de Bâle disposant d'un GSD de 2 m. . . . .	41
2.9	Collections de spectres de chaque matériau pur trouvé dans l'image du stade de Bâle. . . . .	42
2.10	Cartes d'abondance des matériaux purs trouvés dans l'image du stade de Bâle. . . . .	42
2.11	Jeu de données du stade de Bâle, simulé aux caractéristiques des instruments d'HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l'image HS à 8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2 m de GSD en unité de luminance. . . . .	43
2.12	Composition colorée de l'image du stade de Canjuers. . . . .	43
2.13	Collections partielles de spectres de chaque matériau trouvé dans l'image du stade de Bâle. . . . .	44
2.14	Cartes d'abondance partielles des matériaux trouvés dans l'image du stade de Canjuers. . . . .	45
2.15	Jeu de données du stade de Canjuers, simulé aux caractéristiques des instruments d'HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l'image HS à 8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2 m de GSD en unité de radiance. . . . .	45
3.1	Exemple jouet de segmentation d'une collection de pixels panchromatiques correspondant à un pixel hyperspectral. Les numéros indiquent à quel segment chaque pixel panchromatique est affecté. Le pixel de gauche contient trois segments tandis que le pixel de droite n'en contient qu'un seul. . . . .	48
3.2	Jeu d'images hyperspectrales et panchromatique issu d'une acquisition au-dessus de la ville de Mauzac aux résolutions spatiales au sol de 8.8 m, 55 cm et 2.2 m. . . . .	49
3.3	Jeu d'images hyperspectrales et panchromatique issu d'une acquisition au-dessus du village de Canjuers aux résolutions spatiales au sol de 8 m, 50 cm et 2 m. . . . .	49
3.4	Pixels purs considérés pour l'étude d'homogénéité sur le jeu d'images de Mauzac. . . . .	50
3.5	Collections des 256 spectres issues de l'image hyperspectrale à 55 cm de résolution correspondant à chaque pixel pur à 8.8 m de résolution. . . . .	50
3.6	Images de dispersion spectrale en degrés des images panchromatiques. . . . .	51

3.7	Nuages de points de la dispersion spectrale (moyenne des angles spectraux entre les spectres d'une même collection de 256 spectres des pixels à 55 et 50 cm) en fonction de l'hétérogénéité panchromatique (écart-type des valeurs des collections de 16 pixels panchromatiques à 2.2 et 2 m) pour chaque pixel à 8.8 et 8 m (respectivement pour l'image de Mauzac et Canjuers) de résolution spatiale au sol. . . . .	52
3.8	Illustration d'un pixel contenant deux matériaux spectralement distincts mais produisant deux niveaux de gris similaires sur l'image panchromatique. . . . .	52
3.9	Spectres en réflectance des matériaux de surface de terrain de volley rouge et vert. . . . .	53
4.1	Spectre observé construit à partir de spectres de matériaux d'intérêt, avec 30% d'abondances pour la terre, 10% pour la bâche, 50% pour le toit et 10% pour la végétation. . . . .	58
4.2	Spectres reconstruits en enlevant tour à tour un matériau d'intérêt, superposés au spectre observé. . . . .	58
4.3	Illustration des différents matériaux d'intérêt présents sur la scène de l'image de Canjuers à 50 cm de résolution spatiale. La grille représente la séparation de chaque pixel à 8 m. . . . .	60
4.4	Carte d'abondance de : (a) végétation, (b) surface synthétique rouge des terrains de volley et (c) surface synthétique verte des terrains de volley. . . . .	61
4.5	Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite à partir du jeu complet de spectres de matériaux. . . . .	61
4.6	Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite en ayant retiré du jeu de spectres de matériaux purs le spectre correspondant à la végétation. Des zones distinctes mal reconstruites sont entourées en rouge. Cette figure est à comparer avec la figure 4.5. . . . .	62
4.7	Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite en ayant retiré du jeu de spectres de matériaux purs le spectre correspondant à la surface synthétique rouge des terrains de volley. La zone mal reconstruite est entourée en rouge. Cette figure est à comparer avec la figure 4.5. . . . .	62
4.8	Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite en ayant retiré du jeu de spectres de matériaux purs les spectres correspondant à la végétation et à la surface synthétique rouge des terrains de volley. Les zones distinctes mal reconstruites sont entourées en rouge. Cette figure est à comparer avec la figure 4.5. . . . .	63
4.9	Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite en ayant retiré du jeu de spectres de matériaux purs les spectres correspondant aux surfaces synthétiques verte et rouge du terrain de volley. La zone mal reconstruite est entourée en rouge. Cette figure est à comparer avec les figures 4.5 et 4.7. . . . .	63
5.1	Collections de spectres de chaque matériau de l'image synthétique. . . . .	70
5.2	Répartition des matériaux sur l'image synthétique où chaque couleur représente un matériau différent. . . . .	71
5.3	Cartes d'abondance à 8 m de chaque matériau de l'image synthétique. . . . .	71
5.4	Jeu de données synthétiques, avec : (a) la composition colorée de l'image HS à 8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2 m de GSD en unité de luminance. . . . .	72
5.5	(a) Carte des valeurs de $\eta_n$ (voir section 3.3.2) en fausses couleurs pour chaque pixel $n$ HS accompagnée de (b) la répartition des matériaux dans la scène. . . . .	73
5.6	Histogramme des valeurs $\eta_n$ ( $W/m^2/sr$ ) de l'image synthétique. . . . .	73
5.7	(a) Carte des valeurs d'erreur de reconstruction (Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée - REQMN) calculée en utilisant un sous-ensemble des spectres de référence ainsi que les abondances de référence estimées avec NNLS, accompagnée de (b) son histogramme. . . . .	74
5.8	$SAM_{\xi}$ sur les spectres résultant des 14000 expériences sur l'image synthétique. . . . .	77
5.9	$REQMN_{\xi}$ sur les spectres résultant des 14000 expériences sur l'image synthétique. . . . .	78
5.10	$REQMN_{\hat{x}}$ sur les abondances résultant des 14000 expériences sur l'image synthétique. . . . .	79
5.11	Nombre de matériaux $\hat{P}$ résultant des 14000 expériences sur l'image synthétique. . . . .	80
5.12	Classes de spectres issues de la méthode HBEE. Les spectres noirs sont ceux ayant la plus faible hétérogénéité. Les matériaux apparentés sont indiqués sous chaque graphique. . . . .	83
5.13	Projection des classes de spectres estimés par HBEE le long des premier et deuxième axes de l'ACP (a) et le long des premier et troisième axes de l'ACP (b). Les points noirs représentent les spectres ayant la plus faible hétérogénéité pour chaque classe. . . . .	83
5.14	Dendrogramme de l'étape de classification. Chaque embranchement représente une fusion de classe. . . . .	84

5.15 Spectres initiaux (bleus) et estimés par LCNMF (orange) et correspondant aux matériaux d’arbre (a) et de surface synthétique rouge (b). Les zones mal reconstruites correspondantes sont affichées (c) pour le matériau d’arbre et (d) pour la surface synthétique rouge. L’optimisation des fonctions de coût de chaque zone est montrée sur (e) pour le matériau d’arbre et (f) pour la surface synthétique rouge, superposées à l’évolution des fonctions de coûts définie par l’équation 4.12 dans la section 4.2.2. . . . . .	85
6.1 Jeu de données de la centrale photovoltaïque de Lavernose-Lacasse, simulé aux caractéristiques des instruments d’HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l’image HS à 8.8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l’image PAN à 2.2 m de GSD en unité de luminance. . . . .	88
6.2 Collections de spectres de chaque matériau identifié dans l’image de la centrale de panneaux solaires de Lavernose-Lacasse. . . . .	88
6.3 Cartes de référence des abondances des matériaux identifiés dans l’image de la centrale de panneaux solaires de Lavernose-Lacasse. . . . .	89
6.4 Jeu de données du stade de Bâle, simulé aux caractéristiques des instruments d’HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l’image HS à 8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l’image PAN à 2 m de GSD en unité de luminance. . . . .	89
6.5 Collections de spectres de chaque matériau identifié dans l’image du stade de Bâle. . . . .	90
6.6 Cartes de référence des abondances des matériaux trouvés dans l’image du stade de Bâle. . . . .	90
6.7 Histogrammes des valeurs $\eta_n$ pour les images (a) du stade de Bâle et (b) de la centrale photovoltaïque de Lavernose-Lacasse, en comparaison avec celui de l’image synthétique (c). . . . .	92
6.8 Histogramme des valeurs d’erreur de reconstruction (REQMN) calculées en ne prenant en compte que les spectres des matériaux représentés par des pixels purs, pour l’image du stade de Bâle (a) et celle de Lavernose-Lacasse (b). . . . .	92
6.9 Classes de spectres issues de la méthode HBEE appliquée sur l’image de Lavernose-Lacasse. Les spectres noirs sont ceux ayant la plus faible hétérogénéité panchromatique (critère défini dans la section 3.3.2). . . . .	93
6.10 Zones mal reconstruites (en jaune) traitées par LCNMF sur l’image de Lavernose-Lacasse pour les matériaux correspondant aux buissons (a), aux panneaux solaires (b) et au toit vert (c). Les indications des zones déjà traitées persistent sur les images. . . . .	94
6.11 Spectres initiaux (bleus) et estimés par LCNMF sur l’image de Lavernose-Lacasse (orange) et correspondant aux buissons (a), aux panneaux solaires (b) et au toit vert (c). Les spectres de référence sont affichés en vert. . . . .	94
6.12 Évolution des fonctions de coût de chaque zone traitée par LCNMF sur l’image de Lavernose-Lacasse pour les matériaux correspondant aux buissons (a), aux panneaux solaires (b) et au toit vert (c). L’évolution de l’erreur relative inter-itérations des fonctions de coût définie par l’équation 4.12 dans la section 4.2.2 est affichée en dessous de ces dernières. . . . .	95
6.13 Classes de spectres issues de la méthode HBEE appliquée sur l’image du stade de Bâle. Les spectres noirs sont ceux ayant la plus faible hétérogénéité panchromatique (voir section 3.3.2). Les matériaux apparentés sont indiqués sous chaque graphique. . . . .	97
6.14 Projection des classes de spectres estimés par HBEE appliquée sur l’image du stade de Bâle le long des premier et deuxième axes de l’ACP (a) et le long des premier et troisième axes de l’ACP (b). Les points noirs représentent les spectres ayant la plus faible hétérogénéité panchromatique (voir section 3.3.2) pour chaque classe. La classe 0 (toit en béton) est représentée en bleu, la classe 1 (herbe) en orange, la classe 2 (piste synthétique rouge) en vert et la classe 3 (matelas bleu) est représentée en violet. . . . .	97
6.15 Zones mal reconstruites traitées par LCNMF de l’image du stade de Bâle pour les matériaux correspondant au sable (a), au grillage vert (b) et au toit en béton à coté de piste synthétique rouge (c). Les indications des zones déjà traitées persistent sur les images. . . . .	98
6.16 Spectres initiaux (bleus) et estimés par LCNMF (orange) et correspondant au sable (a), au grillage vert (b) et au toit en béton à coté de piste synthétique rouge (c) pour l’image du stade de Bâle. . . . .	98
6.17 Évolution des fonctions de coût de chaque zone pour les matériaux correspondant au sable (a), au grillage vert (b) et au toit en béton à coté de piste synthétique rouge (c) pour l’image du stade de Bâle. L’évolution de l’erreur relative inter-itérations des fonctions de coût définie par l’équation 4.12 dans la section 4.2.2 est affichée en dessous de ces dernières. . . . .	99
7.1 Spectres estimés par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démélange de la littérature sur l’image synthétique, superposés au spectre de référence associé grâce au protocole décrit dans la section 5.3 du chapitre 5 avec le critère SAM <sub>g</sub> . . . . .	105

7.2 Cartes d'abondances estimées par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l'image synthétique, superposées aux cartes d'abondances de référence associées grâce au protocole décrit dans la section 5.3 du chapitre 5 et avec le critère  $SAM_{\mathfrak{S}}$ . . . . . 106

7.3 Performances des méthodes de démixage spectral sur l'image synthétique pour chaque classe de référence avec les critères  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  (a),  $SAM_{\mathfrak{S}}$  (b) et  $REQMN_{\mathfrak{X}}$  (c). Les rayons sont en échelle logarithmique. Plus l'aire d'un diagramme est petite, plus les performances associées à sa méthode sont bonnes et inversement. . . . . 107

7.4 Spectres estimés par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l'image de Lavernose-Lacasse, superposés au spectre de référence associé avec le critère  $SAM_{\mathfrak{S}}$ . 109

7.5 Cartes d'abondances estimées par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l'image de Lavernose-Lacasse, superposées aux cartes d'abondances de référence associées avec le critère  $SAM_{\mathfrak{S}}$ . . . . . 110

7.6 Performances des méthodes de démixage spectral sur l'image de Lavernose-Lacasse pour chaque classe de référence avec les critères  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  (a),  $SAM_{\mathfrak{S}}$  (b) et  $REQMN_{\mathfrak{X}}$  (c). Les rayons sont en échelle logarithmique. Plus l'aire d'un diagramme est petite, plus les performances associées à sa méthode sont bonnes et inversement. . . . . 111

7.7 Spectres estimés par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l'image du stade de Bâle, superposés au spectre de référence associé avec le critère  $SAM_{\mathfrak{S}}$ . . . 113

7.8 Cartes d'abondances estimées par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l'image du stade de Bâle, superposées aux cartes d'abondances de référence associées avec le critère  $SAM_{\mathfrak{S}}$ . . . . . 114

7.9 Performances des méthodes de démixage spectral sur l'image du stade de Bâle pour chaque classe de référence avec les critères  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  (a),  $SAM_{\mathfrak{S}}$  (b) et  $REQMN_{\mathfrak{X}}$  (c). Les rayons sont en échelle logarithmique. Plus l'aire d'un diagramme est petite, plus les performances associées à sa méthode sont bonnes et inversement. . . . . 115

A.1 Variabilité spectrale interclasse des matériaux de référence avec le critère de SAM, pour la vérité terrain de l'image de la centrale photovoltaïque de Lavernose-Lacasse. . . . . 121

A.2 Variabilité spectrale interclasse des matériaux de référence avec le critère de SAM, pour la vérité terrain de l'image du stade de Bâle. . . . . 122

B.1  $SAM_{\mathfrak{S}}$  sur les spectres résultant des 28800 expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse. . . . . 124

B.2  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  sur les spectres résultant des 28800 expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse. . . . 125

B.3  $REQMN_{\mathfrak{X}}$  sur les abondances résultant des 28800 expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse. 126

B.4 Nombre de matériaux  $\hat{P}$  résultant des 28800 expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse. . . . 127

B.5  $SAM_{\mathfrak{S}}$  sur les spectres résultant des 20000 expériences sur l'image du stade de Bâle. . . . . 129

B.6  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  sur les spectres résultant des 20000 expériences sur l'image du stade de Bâle. . . . . 130

B.7  $REQMN_{\mathfrak{X}}$  sur les abondances résultant des 20000 expériences sur l'image du stade de Bâle. . . . 131

B.8 Nombre de matériaux  $\hat{P}$  résultant des 20000 expériences sur l'image du stade de Bâle. . . . . 132

# Liste des tableaux

3.1	Moyenne en degré des valeurs d'angles spectraux entre chaque spectre des collections de chaque pixel pur à 8.8 m de résolution spatiale. . . . .	50
3.2	Écart-types des valeurs des collections de pixels panchromatiques correspondant aux pixels hyperspectraux purs à 8.8 m de résolution spatiale considérés. Les valeurs relatives (%) à la dynamique de l'image PAN sont également montrées avec $\max\{\vec{y}_{pan}\}$ et $\min\{\vec{y}_{pan}\}$ respectivement la valeur maximale et minimale du vecteur $\vec{y}_{pan}$ contenant les valeurs en luminance de l'image PAN. . . . .	50
4.1	Abondances réelles des différents matériaux utilisés lors de l'expérience de reconstruction d'un pixel synthétique avec des spectres issus de l'image de Canjuers, leurs estimées par NNLS durant la procédure de reconstruction ainsi que l'erreur de reconstruction correspondante. . . . .	59
5.1	Sélection de jeux de paramètres produisant un résultat optimal, quel que soit le critère de performance considéré et conduisant à $\hat{P} = 7$ . . . . .	76
5.2	Indices de Sobol au premier ordre (a), totaux (b) et au second ordre (c) des résultats de HBEE-LCNMF sur l'image synthétique pour les critères de SAM sur les spectres, REQMN sur les spectres, REQMN sur les abondances et du nombre de matériaux estimé $\hat{P}$ . Les valeurs en gras correspondent aux plus grandes valeurs de leur ligne respective. . . . .	82
6.1	Sélection d'un jeu de paramètres produisant un résultat dont les valeurs des critères de performance sont les meilleures et conduisant à $\hat{P} = 5$ pour l'image de Lavernose-Lacasse. . . . .	93
6.2	Sélection d'un jeu de paramètres produisant un résultat dont les valeurs des critères de performances sont les meilleures et conduisant à $\hat{P} = 7$ pour l'image du stade de Bâle. . . . .	96
6.3	Valeurs optimales des paramètres de HBEE-LCNMF pour les images synthétiques, de Lavernose-Lacasse et du stade de Bâle. . . . .	100
7.1	Valeurs des paramètres de MVCNMF. . . . .	104
7.2	Performances moyennes de HBEE-LCNMF comparées à celles des méthodes de la littérature, pour l'image synthétique et pour 7 pôles de mélange estimés. . . . .	107
7.3	Performances moyennes de HBEE-LCNMF comparées à celles des méthodes de la littérature, pour l'image de Lavernose-Lacasse et pour 5 pôles de mélange estimés. . . . .	108
7.4	Performances moyennes comparées de HBEE-LCNMF à celles de la sélection de méthodes de la littérature, pour l'image du stade de Bâle et pour 7 pôle de mélange estimés. . . . .	112
C.1	Indices de Sobol au premier ordre (a), totaux (b) et au second ordre (c) des résultats de HBEE-LCNMF sur l'image de Lavernose pour les critères de SAM sur les spectres, REQMN sur les spectres, REQMN sur les abondances et du nombre de matériaux estimé $\hat{P}$ . Les valeurs en gras correspondent aux plus grandes valeurs de leur ligne respective. . . . .	134
C.2	Indices de Sobol au premier ordre (a), totaux (b) et au second ordre (c) des résultats de HBEE-LCNMF sur l'image du stade de Bâle pour les critères de SAM sur les spectres, REQMN sur les spectres, REQMN sur les abondances et du nombre de matériaux estimé $\hat{P}$ . Les valeurs en gras correspondent aux plus grandes valeurs de leur ligne respective. . . . .	135



# Liste des acronymes

HS	HyperSpectral
MS	MultiSpectral
PAN	Panchromatique
GSD	Ground Sampling Distance - Pas d'échantillonnage au sol
LIDAR	LlIght Detection And Ranging
SAS	Séparation Aveugle de Sources
GLMM	Generalized Linear Mixture Model - modèle de mélange linéaire généralisé
HFC	Méthode de Harsanyi-Farrand-Chang
HYSIME	HYperspectral Subspace Identification by Minimum Error
ELM	eigenvalue likelihood maximization
N-FINDR	N find R
VCA	Vertex Component Analysis
ATGP	Automatic Target Generation Process
MVSA	Minimum Volume Simplex Analysis
MVES	Minimum-Volume Enclosing Simplex
SISAL	Simplex Identification via Split Augmented Lagrangian
ACI	Analyse en Composantes Indépendantes
NMF	Non-negative matrix factorisation - Factorisation en matrices non-négatives
PMF	Positive Matrix Factorization
MVC-	Minimum Volume Constrained Non-negative Matrix Factorization
NMF	
ASSNMF	Abundance Separation and Smoothness Constrained Non-negative Matrix Factorization
PSNMFSC	Piecewise Smoothness Non-negative Matrix Factorization with Sparseness Constraints
S-OMP	Simultaneous Orthogonal Matching Pursuit
SCD	Sparse Coding Dictionary
KMSCD	K-Means Sparse Coding Dictionary
NNLS	Non-Negative Least Square
FCLS	Fully Constrained Least Square
FWHM	Full Width at Half Maximum - largeur à mi-hauteur
RSB	Rapport Signal à Bruit
FTM	Fonction de Transfert de Modulation spatiale
PSF	Point Spread Function - Fonction d'étalement de point
TOA	Top Of Atmosphere - en haut de l'atmosphère
RVB	Rouge Vert Bleu
SLIC	Simple Linear Iterative Clustering
SIEMS	Segmentation by Iterative Expectation-Maximization Splitting
SAM	Spectral Angle Mapper - Angle spectral
HBEE	Heterogeneity-Based Endmember Extraction
REQMN	Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée
ER	Erreur de reconstruction
CER	Carte d'erreur de reconstruction
LCNMF	Local Constrained Non-negative Matrix Factorisation
ACP	Analyse en Composantes Principales
JBEEU	Joint Bayesian Endmember Extraction and Linear Unmixing



# Introduction générale

Les techniques de télédétection optiques permettent d'observer la Terre afin de satisfaire diverses applications : cartographie, étude de l'environnement, étude de la biodiversité, identification des matériaux, *etc...* Notamment, l'imagerie hyperspectrale [1, 2] acquiert la luminance spectrale réfléchiée par la surface d'une scène, afin d'identifier et de cartographier les différents matériaux présents dans celle-ci. Cette acquisition s'effectue à partir de moyens aéroportés ou satellitaires. Les moyens satellitaires offrent plusieurs avantages tels qu'une large couverture spatiale et un taux de répétitivité élevé des mesures. Ils permettent également une acquisition stable des images, c'est à dire non soumise aux vibrations et turbulences d'un avion. Des satellites d'observation de la Terre embarquant une caméra hyperspectrale ont ainsi été lancés, par exemple Earth-Observer 1 (HYPERION) [3]. Plus récemment, le satellite PRISMA [4] a été lancé en 2019 et embarque quant à lui deux caméras, une hyperspectrale (HS) et une panchromatique (PAN) dont les pixels projetés au sol sont distants (GSD pour "Ground Sampling Distance") de 30 m pour la première et 5 m pour la seconde. Le satellite de la mission ENMAP [5], qui sera opérationnel à partir de l'année 2021, embarque également une caméra HS disposant d'un GSD de 30 m. Le satellite de la future mission spatiale HYPXIM/HYPEX-2 [6, 7] embarquera quant à lui une caméra HS dont le GSD est de 8 m et une caméra PAN dont le GSD est de 2 m. Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la préparation de cette mission.

Après une étape de correction atmosphérique et l'inversion d'un modèle de transfert radiatif permettant d'estimer la réflectance spectrale de la surface [8], qui est une propriété intrinsèque des matériaux, l'identification de ces derniers devient possible. Néanmoins, le GSD des caméras hyperspectrales embarquées sur des satellites ne garantit pas la présence d'un unique matériau dans chaque pixel. De ce fait, le signal issu d'un pixel au sol peut rendre compte de la luminance réfléchiée par plusieurs matériaux et le spectre en réflectance finalement obtenu ne permet alors pas d'identifier quels matériaux lui sont associés et en quelles abondances, c'est à dire quel pourcentage d'angle solide ces matériaux occupent dans un pixel. Des méthodes dites de démixage spectral [9, 10] ont pour but d'estimer de manière aveugle les spectres de ces matériaux ainsi que leurs abondances.

WINTER [11], REN et CHANG [12], NASCIMENTO et BIOUCAS-DIAS [13] et CHANG et PLAZA [14] ont par exemple posé l'hypothèse que tous les matériaux sont représentés par au moins un pixel pur chacun dans l'image, c'est-à-dire des pixels rendant compte de la contribution spectrale d'un seul matériau. Les spectres purs de ces matériaux, appelés pôles de mélange représentent les sommets d'un simplexe contenant les spectres observés. Ils ont développé des méthodes géométriques prenant en compte cette hypothèse. Ceci leur a permis d'identifier les pixels purs connaissant le nombre de matériaux dans l'image. De plus ils ont pu retrouver les pôles de mélange dans les cas où l'hypothèse posée est respectée. L'hypothèse de présence d'au moins un pixel pur pour chaque matériau n'est cependant pas vérifiée sur la plupart des images réelles et cela conduit les méthodes à estimer des spectres ne correspondant pas à ceux des matériaux présents dans la scène.

LI et BIOUCAS-DIAS [15], BIOUCAS-DIAS [16] et CHAN et al. [17] ont développé des méthodes géométriques cherchant un simplexe à volume minimal qui englobe le simplexe formé par les données observées. Cette approche a permis de remplacer l'hypothèse de présence de pixels purs par une hypothèse de présence de spectres situés sur les facettes du simplexe pour chaque matériau et d'estimer les pôles de mélange. Ces méthodes ont des performances équivalentes à celles des méthodes à recherche de pixels purs sur données synthétiques, lorsque l'hypothèse de présence de spectres situés sur les facettes du simplexe pour chaque matériau est vérifiée. Toutefois, ces méthodes sont sensibles à leurs initialisations et leurs performances se dégradent grandement lorsque cette hypothèse n'est pas vérifiée, ce qui est le cas en général.

Une autre famille de méthodes de démixage issue de la séparation aveugle de sources (SAS) est basée sur la factorisation en matrices non négatives (NMF pour "Non-negative Matrix Factorisation"). Originellement développée sous l'appellation factorisation en matrices positives par [18], le terme NMF a été introduit par LEE et SEUNG [19] dans le cadre de la SAS. PAUCA et al. [20], MIAO et QI [21], LIN [22], JIA et QIAN [23], HUCK et al. [24], LIU et al. [25], YANG et al. [26], BENACHIR et al. [27], REVEL et al. [28] et KAROUÏ et al. [29] ont ensuite proposé des algorithmes de factorisation en matrices non négatives appliqués à des images hyperspectrales en intégrant des contraintes liées aux modèles des données comme la régularité des spectres, la somme à un des abondances ou encore la distribution parcimonieuse des matériaux dans l'image. Ces méthodes permettent d'estimer les spectres et les abondances relatives des matériaux présents dans une image et ont été appliquées sur une variété d'images réelles. Cependant elles sont extrêmement sensibles à leur initialisation, ce

qui dégrade leurs performances.

Toutes ces méthodes posent également l’hypothèse que chaque matériau est représenté par un unique spectre dans toute l’image. Or, dans une image réelle, le spectre d’un matériau varie [30] par exemple en fonction des variations des propriétés biochimiques du matériau ou d’une variation de l’inclinaison de sa surface par rapport au Soleil et au capteur. Ce phénomène s’appelle la variabilité spectrale intraclasse des matériaux et elle dégrade les performances des méthodes de démixage qui ne le prennent pas en compte. Ainsi, de nouveaux modèles de mélange et nouvelles méthodes de démixage ont été développés par REVEL et al. [28], FRANKE et al. [31], ZARE et HO [30] et DRUMETZ et al. [32] pour prendre en compte cette variabilité spectrale intraclasse. Ces méthodes montrent une amélioration significative des performances vis-à-vis des méthodes ne traitant pas la variabilité spectrale. Dans l’optique de réduire celle-ci, CANHAM et al. [33] ont proposé de découper une image en petites régions sur lesquelles sont appliquées des méthodes de démixage classiques. Les résultats du démixage de chaque zone sont ensuite regroupés grâce à des étapes de classifications pour obtenir un unique jeu de spectres et d’abondances des matériaux purs dans toute l’image. Cette méthodologie a été testée sur des images réelles et a montré sa pertinence pour traiter le problème de la variabilité intraclasse des matériaux.

Des recherches ont également été menées pour intégrer des images supplémentaires et de natures différentes, co-registrées avec l’image hyperspectrale à démixer. Par exemple, UEZATO et al. [34] ont développé une méthode de démixage combinant une image LIDAR (LIght Detection And Ranging) avec une image HS afin d’améliorer l’estimation des abondances en bordure des bâtiments. [35, 36] ont développé des méthodes de démixage utilisant cette fois-ci une image multispectrale (MS) avec une image HS dont le GSD est plus grand que celui de l’image MS. Les différents tests de ces méthodes réalisés par les auteurs sur des données synthétiques et réelles montrent la pertinence de l’apport de sources de données additionnelles dans le démixage d’images hyperspectrales. Ces méthodes sont par ailleurs connexes aux méthodes de fusion de données qui permettent d’améliorer la résolution spatiale d’une image HS grâce à des images PAN ou MS dont les GSD sont plus faibles que celui de l’image HS [37].

Cependant, aucune étude n’a porté sur l’utilisation d’une image PAN co-registrée avec l’image HS à démixer. De plus, il existe plusieurs missions spatiales prévoyant des satellites embarquant deux caméras HS et PAN. Comme nous l’avons dit précédemment, c’est le cas de PRISMA ou encore de la mission HYPXIM/HYPEX-2. En particulier, avec les GSD prévus pour les instruments de la mission HYPXIM/HYPEX-2, une analyse des scènes urbaines devient accessible comme l’a estimé SMALL [38] qui a montré que les dimensions moyennes des objets fixes d’une scène urbaine sont comprises entre 10 et 20 m. De plus, WU [39] a montré qu’avec une image de 4 m de GSD acquise avec l’instrument de la mission spatiale IKONOS au dessus de la ville de Grafton (Wisconsin), la moitié des pixels n’étaient pas purs. Ces résultats, ainsi que les GSD des caméras de la mission HYPXIM/HYPEX-2 permettent d’envisager de développer une nouvelle méthode de démixage spectral combinant deux images respectivement HS et PAN dans le but de réduire les limitations des méthodes de démixage spectral.

Tous ces éléments justifient cette étude. Un état de l’art des méthodes de démixage spectral est tout d’abord proposé dans le chapitre 1. Puis une méthode de simulation des images HS et PAN d’HYPXIM/HYPEX-2 à partir d’images aéroportées ainsi que plusieurs jeux de données utilisées durant cette thèse sont présentés dans le chapitre 2.

Durant cette thèse, nous avons élaboré des stratégies de démixage spectral en utilisant une image hyperspectrale et une image panchromatique qui sont co-registrées. Dans le chapitre 3, une méthode d’extraction des spectres des matériaux représentés par des pixels purs par l’utilisation d’une image panchromatique est développée. La méthode ainsi créée s’appelle HBEE pour Heterogeneity-Based Endmember Extraction.

Cependant, l’objectif du chapitre 3 ne permet pas de démixer complètement une image car les spectres des matériaux non représentés par des pixels purs ne sont pas estimés. Dans le chapitre 4, nous avons développé une méthode pour estimer les spectres des matériaux non représentés par des pixels purs. La méthode ainsi développée s’intitule LCNMF pour Local Constrained Non-negative Matrix Factorisation.

La méthode HBEE-LCNMF permet donc en théorie de démixer une image hyperspectrale en utilisant conjointement celle-ci ainsi qu’une image panchromatique. Elle dispose néanmoins de 4 paramètres à régler. L’objectif du chapitre 5 est alors d’analyser la sensibilité des performances de la méthode à ses paramètres et d’évaluer son comportement sur des données synthétiques. Pour cela, une image synthétique vérifiant les hypothèses que pose HBEE-LCNMF est conçue. Un plan d’expérience est monté et une analyse de sensibilité aux paramètres de la méthode, grâce aux indices de Sobol, est conduite. Le comportement de HBEE-LCNMF est ensuite évalué pour un jeu de valeurs de paramètres conduisant aux meilleures performances de la méthode.

Si le chapitre 5 a permis de confronter la méthode à un jeu de données synthétiques satisfaisant ses hypothèses, il reste à analyser son comportement sur des données réelles qui ne satisfont que partiellement ces hypothèses. C’est l’objet du chapitre 6, dans lequel le comportement de la méthode sur données réelles est étudié et à l’issue duquel un jeu de paramètres par défaut est défini.

Le chapitre 7 a alors pour objectif de comparer les performances de HBEE-LCNMF à une sélection de méthodes de la littérature sur des images synthétiques et réelles dont la vérité terrain est maîtrisée. Cette étude permet de conclure sur l’intérêt de l’utilisation d’une voie panchromatique pour le démixage d’images

hyperspectrales.

Enfin, une conclusion et des perspectives sont proposées sur l'ensemble de ce travail.



# Notations

## Généralités

$a, A$	un scalaire.
$\vec{a}$	un vecteur colonne.
$\vec{a}^T$	un vecteur ligne.
$\mathbf{A}$	une matrice.
$\mathbf{A}^T$	une matrice transposée.
$\begin{bmatrix} \vec{a} & \vec{b} \end{bmatrix}$	une matrice résultat de la concaténation de deux vecteurs colonnes.
$\begin{bmatrix} \vec{a}^T & \vec{b}^T \end{bmatrix}^T$	une matrice résultant de la concaténation de deux vecteurs lignes.
$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{bmatrix}$	une matrice résultant de la concaténation de deux matrices.
$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}$	une matrice résultant de la concaténation de deux matrices.
$\oslash$	division élément par élément.
$\odot$	multiplication élément par élément.

## Termes réservés

Ces termes seront présentés et utilisés et serviront de base de notation tout au long du présent manuscrit. Des variations de notations peuvent avoir lieu et seront explicitées en temps voulu.

$n, N$	respectivement l'indice et le nombre total de pixels.
$p, P$	respectivement l'indice et le nombre total de pôles de mélange.
$\lambda, N_\lambda$	respectivement la longueur d'onde considérée et le nombre de bandes spectrales.
$\vec{s}_p$	un pôle de mélange.
$\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{N \times N_\lambda}$	la matrice des données.
$\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{P \times N_\lambda}$	la matrice des pôles de mélange.
$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times P}$	la matrice des abondances.



# Chapitre 1

## État de l'art du démixage spectral

### Table de chapitre

<b>1.1 Les modèles physiques de mélange</b> . . . . .	<b>19</b>
1.1.1 Le mélange linéaire . . . . .	21
1.1.2 Mélanges linéaires prenant en compte la variabilité intra-classe . . . . .	21
1.1.3 Mélanges bi-linéaires . . . . .	22
<b>1.2 Estimation du nombre de matériaux présents dans une scène</b> . . . . .	<b>23</b>
<b>1.3 Les méthodes aveugles de démixage linéaire</b> . . . . .	<b>24</b>
1.3.1 Les méthodes géométriques . . . . .	24
1.3.2 Les méthodes statistiques . . . . .	26
1.3.3 Les méthodes de factorisation en matrices non-négatives . . . . .	27
1.3.4 Méthodes aveugles de régression en composantes parcimonieuses . . . . .	28
1.3.5 Estimation des fractions d'abondance . . . . .	29
<b>1.4 Autres méthodes de démixage</b> . . . . .	<b>29</b>
1.4.1 Méthodes de démixage des modèles non-linéaires . . . . .	29
1.4.2 Méthodes de démixage prenant en compte la variabilité intra-classe . . . . .	29
1.4.3 Méthodes de démixage linéaires locales . . . . .	29
1.4.4 Méthodes de démixage utilisant des sources de données additionnelles . . . . .	30
<b>1.5 Synthèse</b> . . . . .	<b>30</b>

Ce chapitre a pour but de détailler les différentes stratégies du démixage spectral aveugle. Le démixage spectral est un cas particulier de la séparation aveugle de sources (SAS) dont la problématique est d'estimer les signaux sources à partir uniquement de mélanges de ces signaux sources ne connaissant que la structure du modèle de mélange (sans les valeurs de ses paramètres) et en posant des hypothèses sur les signaux sources [40, 41, 42]. Pour certaines stratégies, cette estimation permet également de retrouver les coefficients de mélange du modèle. Le démixage spectral a donc pour but d'estimer les spectres des matériaux (sources) présents dans une image à partir des pixels hyperspectraux observés (mélanges) ainsi que leurs abondances relatives (coefficients de mélange) pour chaque pixel. De plus, les acquisitions hyperspectrales en observation de la Terre ont des propriétés permettant de contraindre les paramètres des modèles de mélange ainsi que le domaine des solutions possibles. Nous détaillerons tout d'abord une variété de modèles de mélange, ainsi que les méthodes permettant d'estimer le nombre de matériaux présents dans l'image. Nous présenterons enfin les différentes classes de méthodes de démixage dans le cadre non supervisé (aveugle). Il existe des méthodes supervisées, telles que des méthodes utilisant des réseaux de neurones [43, 44], ou des méthodes de régression parcimonieuse qui cherchent à retrouver les  $P$  pôles de mélange dans une base de données de  $N$  spectres [45, 9], mais ces méthodes ne sont pas abordées dans ce manuscrit qui se concentre sur les méthodes aveugles.

### 1.1 Les modèles physiques de mélange

Dans le domaine spectral réfléchif  $[0.4, 2.5] \mu\text{m}$ , la luminance  $L_c$  reçue par le photosite d'un capteur ayant un champs de vue instantané  $\Omega$  au sol peut être modélisée comme suit [46] :

$$L_c(\lambda) = L_{atm}(\lambda) + L_{direct}(\lambda) + L_{diffus}(\lambda) \quad (1.1)$$

avec  $\lambda$ , la longueur d'onde considérée,  $L_{atm}$ , la luminance diffusée par l'atmosphère directement vers le capteur,  $L_{direct}$ , la luminance réfléchie par la surface et transmis directement vers le capteur,  $L_{diffus}$ , la luminance réfléchie sur les surfaces avoisinant celle dans le champ de vue instantané  $\Omega$  et transmis directement vers le capteur.  $L_{direct}(\lambda)$  est par ailleurs fonction de la réflectance de la surface du matériau vu par le photosite. En négligeant le terme de couplage entre le sol et l'atmosphère, en considérant que l'éclairement solaire  $E_s(\lambda)$ , incident au niveau de la surface, est la somme des contributions solaires directes et diffuses et que la surface est lambertienne, alors  $L_{direct}(\lambda)$  s'approxime comme suit :

$$L_{direct}(\lambda) = s(\lambda) \frac{E_s(\lambda) \tau^\uparrow(\lambda)}{\pi}. \quad (1.2)$$

avec  $\tau^\uparrow$  la transmission montante de l'atmosphère, entre le sol et le capteur.  $s(\lambda)$  est la réflectance associée à la surface.

Si l'on considère maintenant la luminance  $L_c(\lambda)$  issue de  $P$  surfaces élémentaires associées aux  $P$  pôles de mélange, reçue par un photosite avec un champ de vue instantané correspondant à un angle solide  $\Omega$  et, lorsque l'éclairement incident est uniforme sur la surface définie par  $\Omega$ , celle-ci a été modélisée par MEGANEM [47] (voir figure 1.1) :

$$L_c(\lambda) = \sum_{p=1}^P L_{atm}(\lambda, p) \frac{\omega_p}{\Omega} + \sum_{p=1}^P L_{direct}(\lambda, p) \frac{\omega_p}{\Omega} + \sum_{p=1}^P L_{diffus}(\lambda, p) \frac{\omega_p}{\Omega} \quad (1.3)$$

avec  $\omega_p$  l'angle solide délimitant la surface  $p$ , occupée par le  $p_i$ ème pôle de mélange. Par identification avec l'équation (1.2), le terme  $L_{direct}(\lambda, p)$  s'approxime, pour un sol plat lambertien, par la relation (1.4) et dépend de la réflectance  $s_p(\lambda)$  de chaque surface élémentaire  $p$  :

$$L_{direct}(\lambda) = \sum_{p=1}^P L_{direct}(\lambda, p) \frac{\omega_p}{\Omega} \quad (1.4)$$

avec

$$L_{direct}(\lambda, p) = s_p(\lambda) \frac{E_s(\lambda) \tau^\uparrow(\lambda)}{\pi}. \quad (1.5)$$

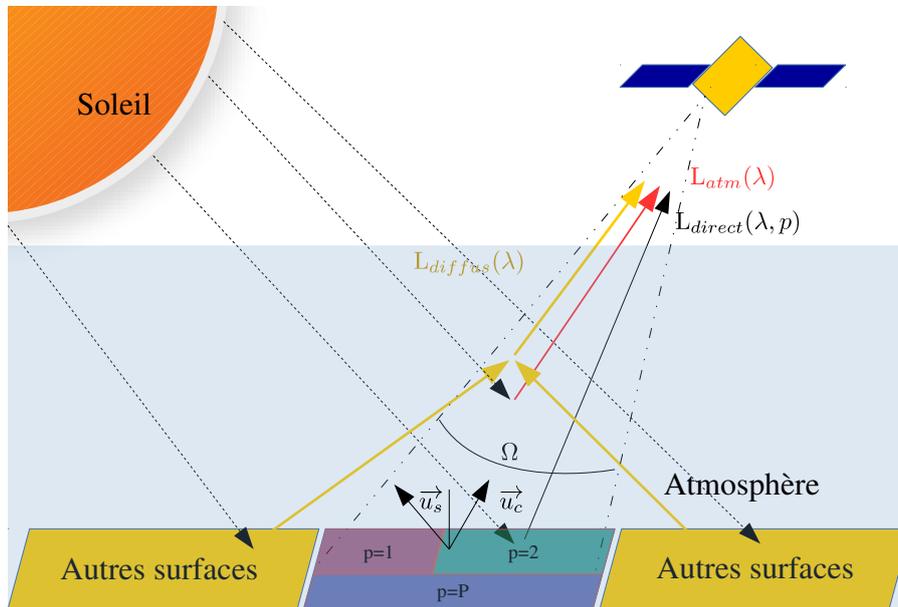


FIGURE 1.1 – Résumé des différents rayonnements reçus par le capteur.  $\vec{u}_s$  est la direction entre le point visé au sol et le soleil et  $\vec{u}_c$  est la direction entre le point visé au sol et le capteur.

La problématique est de retrouver les spectres de réflectance des matériaux (la réflectance spectrale étant une propriété intrinsèque des matériaux) ainsi que leurs fractions d'abondance. Ainsi, une étape de pré-traitement est nécessaire afin de s'affranchir des effets de l'atmosphère et obtenir les spectres pour chaque pixel  $n$  en réflectance. L'expression de la réflectance  $y_n(\lambda)$  d'un pixel  $n$  après un tel traitement devient :

$$y_n(\lambda) = \sum_{p=1}^P s_{np}(\lambda) \frac{\omega_{np}}{\Omega_n}. \quad (1.6)$$

Nous considérons les surfaces comme lambertiennes et donc la dépendance angulaire de la réflectance est négligée. Une hypothèse forte est que la signature spectrale d'un matériau ne varie ni en forme, ni en amplitude dans l'image et donc que  $s_p(\lambda)$  ne dépend pas d'un pixel  $n$ . Ce point sera discuté dans la sous-section 1.1.2. Par identification,  $s_p(\lambda)$  correspond à la réflectance pour une longueur d'onde  $\lambda$  du pôle de mélange  $p$ . Sa notation vectorielle, correspondant au spectre du pôle de mélange  $p$  s'écrit  $\vec{s}_p = [s_p(\lambda_1), s_p(\lambda_2), \dots, s_p(\lambda_{N_\lambda}), \dots, s_p(\lambda_{N_\lambda})]^T$  avec  $N_\lambda$  le nombre total de bandes spectrales.  $\frac{\omega_{np}}{\Omega_n}$  correspond à la fraction d'abondance du matériau  $p$  dans un pixel  $n$ . Sa notation vectorielle est notée  $\vec{x}_n = [x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{np}, \dots, x_{nP}]^T$ . Si le sol est plat, alors, par construction,  $\sum_{p=1}^P \frac{\omega_{np}}{\Omega_n} = 1$ . Ce rapport d'angle solide est assimilable au rapport de l'aire vue par ces angles solides. Nous en déduisons alors  $\sum_{p=1}^P x_{np} = 1$ .

### 1.1.1 Le mélange linéaire

Ce modèle de mélange découle directement du modèle approché (1.6). Il est décrit par l'équation (1.7) et est largement utilisé par la communauté scientifique. Un bruit est généralement pris en compte et est noté  $\vec{w}_n$ . Du fait que  $\sum_{p=1}^P x_{np} = 1$  et  $x_{np} \geq 0 \forall p$ , l'ensemble des points multi-dimensionnels (chaque bande spectrale correspond à une dimension) associés aux spectres  $\vec{y}_n$  est contenu dans un simplexe à  $P - 1$  dimensions dont les sommets correspondent aux points représentant les pôles de mélange  $\vec{s}_p$ .

$$\vec{y}_n = \sum_{p=1}^P x_{np} \vec{s}_p + \vec{w}_n \quad (1.7)$$

Cette équation s'écrit sous forme matricielle, afin de décrire le mélange pour tous les pixels de l'image :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XS} + \mathbf{W} \quad (1.8)$$

avec  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{N \times N_\lambda}$ , la matrice des données observées,  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{N \times N_\lambda}$ , la matrice de bruit et  $N$  le nombre total de pixels.  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{X}$  sont les matrices respectivement des pôles de mélange et des fractions d'abondance, dont les structures sont définies par l'équation (1.9) :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \vec{s}_1^T \\ \vdots \\ \vec{s}_p^T \\ \vdots \\ \vec{s}_P^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{P \times N_\lambda}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \vec{x}_1^T \\ \vdots \\ \vec{x}_n^T \\ \vdots \\ \vec{x}_N^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times P}. \quad (1.9)$$

Toutefois, le modèle de mélange linéaire ne décrit pas tous les phénomènes qui peuvent survenir. Notamment, les variations d'inclinaison ainsi que les différences biochimiques ou minérales d'un matériau [30, 48] ne sont pas prises en compte. Ces variations donnent lieu à ce que l'on désigne par la variabilité spectrale intraclasse des matériaux dans l'image. De plus, le modèle ne tient pas compte des réflexions multiples qui peuvent se produire entre les différents matériaux, notamment lorsque le sol n'est pas plat. Nous présenterons les principaux modèles de mélange existant et traitant de ces problèmes dans les sections 1.1.2 et 1.1.3.

### 1.1.2 Mélanges linéaires prenant en compte la variabilité intra-classe

Le modèle de mélange linéaire additif présenté en section 1.1.1 ne permet pas de représenter la variabilité spectrale intraclasse des matériaux et des modèles de mélange prenant en compte cette variabilité spectrale intraclasse ont alors été proposés [49].

Une extension du modèle de mélange linéaire, pour prendre en compte les variations de l'inclinaison des surfaces et des propriétés biochimiques des matériaux, a été proposée par REVEL et al. [50]. Le modèle consiste non plus en un mélange de  $P$  spectres de matériaux mais de  $P \times N$  spectres, où  $N$  correspond au nombre de pixels de l'image, et autorise donc d'avoir des spectres de matériaux différents (mais proches) pour chaque pôle de mélange d'un pixel à l'autre. Le modèle est décrit par (1.10) :

$$\vec{y}_n = \sum_{p=1}^P x_{np} \vec{s}_{np} + \vec{w}_n \quad (1.10)$$

où  $\vec{s}_{np} \in \mathbb{R}^{N_\lambda}$  correspond au spectre associé à la  $p^{ième}$  classe de matériaux dans le pixel considéré. la forme matricielle s'écrit :

$$\mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{X}} \tilde{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{W}}. \quad (1.11)$$

Il faut alors définir  $\tilde{\mathbf{S}}$  et  $\tilde{\mathbf{X}}$  :

$$\tilde{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}(1) \\ \dots \\ \mathbf{S}(n) \\ \dots \\ \mathbf{S}(N) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{NP \times N\lambda} \quad (1.12)$$

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \vec{x}_1^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \vec{x}_2^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vec{x}_n^T & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \vec{x}_N^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times NP} \quad (1.13)$$

avec

$$\mathbf{S}(n) = \begin{bmatrix} \vec{s}_{n1}^T \\ \dots \\ \vec{s}_{np}^T \\ \dots \\ \vec{s}_{nP}^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{P \times NP} \quad (1.14)$$

et  $\vec{x}_n \in \mathbb{R}^P$  le vecteur des fractions d'abondance pour le pixel  $n$ .

Ce modèle de mélange a été appliqué sur des données aéroportées acquises au-dessus de Toulouse et dispose d'un nombre important de degrés de liberté. Utiliser ce modèle sur une image, même de petite taille provoque une explosion des dimensions des matrices  $\tilde{\mathbf{S}}$  et  $\tilde{\mathbf{X}}$ , ce qui restreint son utilisation.

VEGANZONES et al. [51] et DRUMETZ et al. [32] ont également proposé un modèle de mélange linéaire étendu où un facteur de gain, traduisant la variabilité intraclasse, est introduit pour chaque pôle de mélange dans chaque pixel :

$$\vec{y}_n = \sum_{p=1}^P x_{np} \phi_{np} \vec{s}_p + \vec{w}_n \quad (1.15)$$

avec  $\phi_{np}$  les valeurs de gain permettant la mise à l'échelle des différents  $\vec{s}_p$ . La propriété de somme à un des abondances est conservée. Ce modèle ne traduit pas tous les types de variabilités spectrales des matériaux comme une différence de formes spectrales, mais permet notamment de prendre en compte les différences d'éclairement direct incident sur les pixels. Une version généralisée de ce modèle qui lève les restrictions du modèle précédent, appelée modèle de mélange linéaire généralisé (GLMM) a été proposé par IMBIRIBA et al. [48] et introduit cette fois-ci un facteur de gain pour chaque bande spectrale de chaque pôle de mélange :

$$\vec{y}_n = \vec{x}_n (\mathbf{\Phi}_n \odot \mathbf{S}) + \vec{w}_n \quad (1.16)$$

avec  $\mathbf{\Phi}_n \in \mathbb{R}^{P \times N\lambda}$  la matrice des facteurs de gain et  $\odot$  le produit d'Hadamard (élément par élément) et  $\vec{x}_n \in \mathbb{R}^P$  le vecteur des fractions d'abondance pour le pixel  $n$ . Le modèle (1.15) a été validé sur des données aéroportées acquises au dessus du site de Cuprite dans le Nevada aux États-Unis d'Amérique. Le modèle de mélange (1.16) a quant à lui été utilisé sur des données aéroportées acquises au dessus de Houston, aux États-Unis d'Amérique. Tout comme le modèle défini dans l'équation (1.10), les modèles (1.15) et (1.16) offrent davantage de degrés de liberté, permettant ainsi de décrire la variabilité spectrale intra-classe des matériaux, mais également au prix d'une plus grande complexité d'usage.

### 1.1.3 Mélanges bi-linéaires

Lorsque la scène observée comporte des reliefs, par exemple dans un cas urbain, l'approximation de  $L_{direct}$  (1.4) ne tient plus. Ainsi, des modèles de mélange bilinéaires ont été proposés [52], notamment pour prendre en compte le rayonnement réfléchi successivement par une ou deux surfaces en présence de structures 3D. Un exemple est montré sur la figure 1.2. La forme générale du modèle de mélange linéaire-quadratique est décrite par l'équation (1.17) :

$$\vec{y}_n = \left( \sum_{p=1}^P x_{np} \vec{s}_p \right) + \left( \sum_{p=1}^P \sum_{q=p}^P x_{npq} \times \vec{s}_p \odot \vec{s}_q \right) \quad (1.17)$$

avec  $\vec{s}_p$  et  $\vec{s}_q$  les spectres en réflectance de deux matériaux présents dans le pixel  $n$  et  $x_{npq}$  les coefficients de mélange correspondants aux réflexions à l'ordre deux. De nombreuses contraintes sur  $x_{npq}$  ont été proposées pour adapter le modèle aux propriétés recherchées. Par exemple, SOMERS et al. [53] et NASCIMENTO et BIOUSCAS-DIAS [54] ont proposé que  $x_{npq} = 0 \quad \forall p = q$ , excluant ainsi toutes réflexions multiples sur un même matériau.

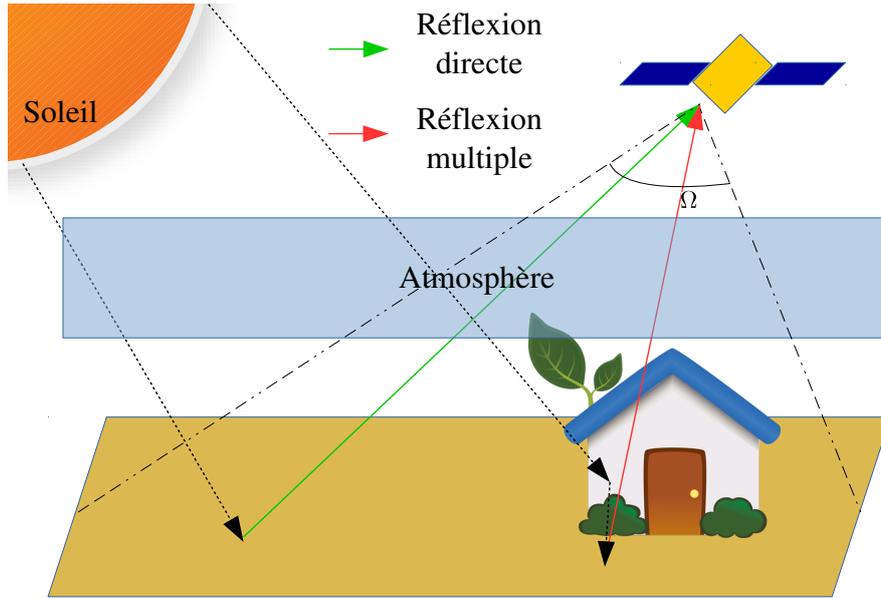


FIGURE 1.2 – Exemple de réflexions multiples.

Dans ce contexte, les coefficients de mélange associés aux mélanges bilinéaires respectent la contrainte de somme à un :

$$\left( \sum_{p=1}^P x_{np} \right) + \left( \sum_{p=1}^{P-1} \sum_{q=p+1}^P x_{npq} \right) = 1. \quad (1.18)$$

D'autres contraintes ont alors été proposées [55, 56, 57, 58, 59] et sont adaptées à différents types de scène. Finalement, une définition des coefficients  $x_{npq}$ , prenant en compte les phénomènes de réflexion dans les milieux urbains en s'appuyant sur la physique du transfert radiatif a été proposée par MEGANEM et al. [60]. Notamment, les réflexions d'ordre deux pour un même matériau sont possibles :  $x_{npq} \geq 0 \forall p, q$  et la contrainte de somme à un n'est appliquée que sur les fractions d'abondance du premier ordre :

$$\sum_{p=1}^P x_{np} = 1. \quad (1.19)$$

Cette définition des coefficients  $x_{npq}$  a été validée par des simulations numériques. Une extension de ce modèle de mélange prenant en compte la variabilité intra-classe des spectres des matériaux a également été proposée par [28].

## 1.2 Estimation du nombre de matériaux présents dans une scène

Afin d'estimer les spectres sources, une étape préalable est d'identifier le nombre  $P$  de sources effectivement présentes dans l'image hyperspectrale. Nous parlons ici des sources dites macroscopiques, à l'échelle des pixels hyperspectraux aéroportés et satellitaires. Les matériaux rencontrés à cette échelle ont une réflectance spectrale où les différentes textures, impuretés et autres mélanges intimes de matériaux plus fins sont moyennés. Dans ce manuscrit, nous désignons comme sources ou pôles de mélange, les matériaux purs dont l'aire est du même ordre de grandeur que l'échelle aéroportée ou satellitaire, c'est-à-dire à des résolutions spatiales comprises entre 50 cm et 30 m.

Plusieurs méthodes existent pour estimer le nombre de pôles de mélange dans la scène, qui se basent généralement sur la décomposition en valeurs propres des spectres de l'image et sont plus ou moins automatiques. Une première méthode dédiée aux images hyperspectrales a été proposée par HARSANYI et al. [61] et CHANG et DU [62], appelée Harsanyi–Farrand–Chang (HFC). Elle est basée sur un test de Neyman–Pearson sur la différence entre les valeurs propres des matrices de corrélation et variance-covariance des données. La méthode nécessite cependant de paramétrer un seuil de fausse alarme qui influence sensiblement son résultat. Une seconde méthode intitulée HYSIME, proposée par BIOCAS-DIAS et NASCIMENTO [63] consiste en l'identification du sous-espace et de sa dimensionnalité représentant le mieux les données au sens des moindres carrés. LUO et al. [64] ont proposé une autre méthode (ELM) qui s'appuie sur la fonction de vraisemblance de la différence entre les distributions des valeurs propres des matrices de covariance et de corrélation des spectres observés  $\vec{y}_n$ . Enfin des

méthodes ont plus récemment été proposées par HALIMI et al. [65] et TERREAUX et al. [66] [67, 68] et reposent sur la théorie des matrices aléatoires. Toutes ces méthodes permettent de retrouver le nombre de matériaux purs dans une image synthétique. Néanmoins cette estimation est toujours délicate sur des images réelles et la définition même de pôle de mélange est dépendante des applications visées. Par exemple, quel nombre de pôles de mélange cherche-t-on à associer à la végétation ? Quelle est la limite entre végétation verte, végétation stressée et végétation sénescente ? Ou entre sols herbeux, sols parsemés d'herbe et sols nus ? Ces méthodes sont généralement utilisées pour donner un ordre de grandeur de ce nombre.

### 1.3 Les méthodes aveugles de démixage linéaire

Nous allons maintenant décrire différentes méthodes de démixage spectral en supposant le modèle de mélange linéaire décrit par l'équation (1.7), sans prise en compte de la variabilité spectrale intra-classe des matériaux ni des réflexions doubles causées par la présence de relief. Nous nous concentrerons sur les méthodes aveugles, c'est à dire les méthodes cherchant à estimer de façon non supervisée les spectres des matériaux, c'est-à-dire les sources, ainsi que leurs fractions d'abondance dans l'image. Il en existe plusieurs catégories, la plupart effectuent une extraction de la matrice  $\mathbf{S}$ , en s'appuyant sur la géométrie de l'espace des données, ce sont des méthodes de type géométrique [9]. Une étape supplémentaire est alors nécessaire, généralement basée sur les moindres carrés, pour estimer les fractions d'abondance. Il existe également les méthodes statistiques, s'appuyant sur des *a priori* statistiques sur les sources. Enfin, la famille de méthodes basée sur la factorisation en matrices non-négatives, qui tire parti de la non-négativité des signaux sources et des coefficients de mélange, permet d'estimer conjointement les matrices  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{X}$  [20].

#### 1.3.1 Les méthodes géométriques

Les méthodes géométriques s'appuient sur les propriétés géométriques du modèle de mélange linéaire. En effet, en conséquence de la contrainte de somme à un des fractions d'abondance, les données observées  $\vec{y}_n$  vont être contenues dans un simplexe à  $P - 1$  dimensions formé par les spectres sources  $\vec{s}_p$ . Les spectres  $\vec{s}_p$  définissent alors les extrémités du simplexe, tandis que les facettes représentent les mélanges quasi-complets, c'est à dire un mélange dont une des  $P$  composantes est absente (voir figure 1.3). Toutefois, lorsque les données sont bruitées, certaines peuvent être en dehors du simplexe. L'objectif des méthodes géométriques est d'estimer le simplexe à partir des mélanges observés  $\vec{y}_n$ .

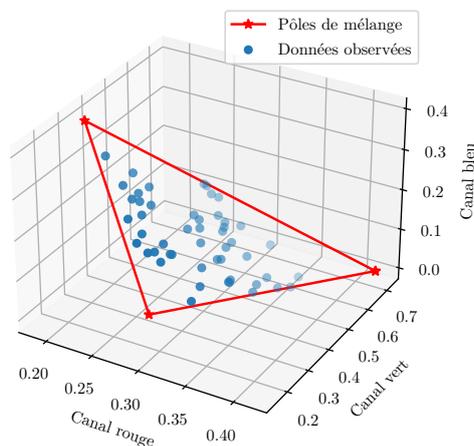


FIGURE 1.3 – Exemple de simplexe formé par les  $P = 3$  pôles de mélange, dans l'espace de couleur RGB en réflectance dans le cas où la somme à un est vérifiée. Les contours du simplexe en deux dimensions représentent les mélanges deux à deux et les sommets les pôles de mélange. Les mélanges observés sont tous contenus dans le plan simplicial (dans ce cas en deux dimensions).

#### Hypothèse de présence des pixels purs

De nombreuses méthodes ont été développées pour le cas où l'image contient au moins un pixel pur par matériau, c'est à dire un pixel de l'image ne contenant la contribution spectrale que d'un seul matériau.

L'identification du simplexe ou du cône simplicial revient alors à identifier dans l'image les pixels purs représentant chaque matériau, formant les sommets du simplexe ou les arêtes du cône simplicial. Plusieurs stratégies sont possibles et une grande diversité de méthodes existe. Les méthodes les plus utilisées sont N-FINDR [11],

Vertex Component Analysis (VCA) [13], Automatic Target Generation Process (ATGP) [12]. Une liste très exhaustive est détaillée dans [9]. Nous détaillerons ici les méthodes utilisées dans le cadre de cette thèse dans le cas où la somme à un est vérifiée.

La méthode N-FINDR, développée par WINTER [11], identifie le plus grand simplexe formé par  $P$  pixels de l'image. Plus précisément, une projection orthogonale dans un sous-espace à  $P - 1$  dimensions est effectuée sur les données. Cette projection est réalisée grâce à une analyse en composantes principales ou par décomposition en valeurs singulières. Nous disposons alors des données  $\mathbf{Y}_{proj} \in \mathbb{R}^{N \times P-1}$ . Une initialisation de la matrice  $\hat{\mathbf{S}}_{proj} \in \mathbb{R}^{P \times P-1}$  est effectuée en sélectionnant des spectres de  $\mathbf{Y}_{proj}$  de manière aléatoire ou en utilisant les pôles de mélange projetés estimés par une autre méthode. La méthode consiste ensuite à calculer le volume  $V(\mathbf{E})$  du simplexe grâce à la formule (1.20), puis à changer arbitrairement un pôle de mélange  $\vec{s}_{proj}$  dans la matrice  $\hat{\mathbf{S}}_{proj}$  par un pixel  $\vec{y}_{proj}$  et à recalculer le volume du nouveau simplexe ainsi formé. Si le volume augmente, alors la procédure est répétée avec le nouveau pôle de mélange. L'algorithme s'arrête lorsque plus aucun changement de pôle de mélange ne permet d'augmenter le volume du simplexe.

$$V(\mathbf{E}) = \frac{1}{(P-1)!} |\det(\mathbf{E})| \quad (1.20)$$

avec  $\det()$  le déterminant et  $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{P \times P}$  décrit dans (1.21) :

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{S}}_{proj} & \vec{1} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

L'algorithme VCA, développé par NASCIMENTO et BIOCAS-DIAS [13], débute en projetant les données dans un sous-espace de dimension  $P$ , par décomposition en valeurs singulières ou dans un espace de dimension  $P - 1$ , par projection sur les composantes principales, selon le rapport signal sur bruit estimé à partir de l'image. Il va ensuite re-projeter les données, contenues dans le cône simplicial  $C_p$ , sur un hyperplan  $H_p$  choisi de manière à ce qu'aucune observation, *i.e.* les pixels de l'image, ne lui soit orthogonale. Les données sont alors contenues dans un simplexe que l'algorithme identifie via des projections orthogonales aux pôles de mélange déjà détectés, en désignant le spectre projeté le plus extrême comme un pôle de mélange. À la première itération, une projection orthogonale à  $H_p$  est effectuée. L'algorithme s'arrête lorsque les  $P$  pôles de mélange ont été déterminés.

L'algorithme ATGP va également projeter successivement les données pour extraire les pôles de mélange. La projection orthogonale utilisée est la suivante (1.22) :

$$\mathbf{U}_S = \mathbf{I} - \left( \hat{\mathbf{S}}^T \mathbf{S} \right)^{-1} \hat{\mathbf{S}}^T \hat{\mathbf{S}} \quad (1.22)$$

avec  $\hat{\mathbf{S}} = \left[ \vec{s}_1^T, \vec{s}_2^T, \dots, \vec{s}_p^T \right]^T$  et  $\vec{s}_p$  le pôle de mélange à la  $p$ ème itération. La première étape vise à sélectionner parmi les données le spectre ayant la plus grande énergie comme premier pôle de mélange  $\vec{s}_1$ . À chaque itération, une projection orthogonale  $\mathbf{U}_S$  des pixels est effectuée par rapport à l'hyperplan généré par les pôles de mélange extraits à l'itération précédente et le spectre ayant la plus grande énergie dans le nouveau sous-espace est conservé. L'algorithme s'arrête lorsque les  $P$  pôles de mélange sont détectés. Il est intéressant de noter que la méthode ATGP produira un résultat déterministe quel que soit le nombre  $P$  de pôles de mélange à estimer, c'est à dire que si l'on augmente le nombre de pôles de mélange à estimer, les  $P$  premiers resteront identiques. Les auteurs proposent aussi un critère d'arrêt basé sur une mesure de similitude entre les deux derniers pôles de mélange déterminés, permettant de s'affranchir de la connaissance préalable de  $P$ . De plus amples détails sont donnés dans [12].

Toutes ces méthodes supposent la présence de pixels purs représentant tous les pôles de mélange  $\vec{s}_p$  dans l'image. Par conséquent, leurs performances sont susceptibles de se dégrader lorsque cette hypothèse n'est pas vérifiée.

### Hypothèse de présence de pixels situés sur les facettes

Lorsque la présence de pixels purs n'est pas vérifiée dans l'image, mais que la contrainte de somme à un des fractions d'abondance est vérifiée, il reste possible d'utiliser une autre approche géométrique pour estimer les

$P$  pôles de mélange  $\vec{s}_p$ . L'idée générale est ici de rechercher un simplexe englobant les données, une condition forte sur les données est cependant requise : l'image doit contenir des pixels situés sur les  $P$  facettes du simplexe, c'est-à-dire les  $P$  parties de l'espace associées à des mélanges de, au plus,  $P - 1$  matériaux différents. Les méthodes traitant de ce problème sont dites "à volume minimum" et sont moins nombreuses que celles à pixels purs : Minimum Volume Simplex Analysis (MVSA) proposée par LI et BIOUCAS-DIAS [15], Minimum-Volume Enclosing Simplex (MVES) proposée par CHAN et al. [17] et Simplex Identification via Split Augmented Lagrangian (SISAL) proposée par NASCIMENTO et BIOUCAS-DIAS [69]. Elles reposent toutes sur une minimisation itérative, sous contraintes, du volume du simplexe englobant les données et nécessitent d'être correctement initialisées sans quoi les méthodes peuvent converger vers un minimum local (la minimisation du volume n'est pas un problème convexe). Dans ce manuscrit, nous présenterons des résultats provenant de la méthode SISAL qui est très utilisée par la communauté. La contrainte de positivité sur les pôles de mélange est relâchée grâce à une fonction dite "*hinge*", ce qui permet de traiter le problème d'optimisation par Lagrangiens augmentés. L'hypothèse de présence de pixels situés sur toutes facettes est néanmoins très rarement vérifiée.

## Discussion

La famille des méthodes géométriques introduit des concepts mathématiques simples mais néanmoins contraignants en termes d'hypothèses nécessaires. Si ces hypothèses ne sont pas vérifiées, les pôles de mélange  $\vec{s}_p$  sont mal estimés. De plus, ces méthodes ne permettent pas d'estimer les coefficients d'abondance  $x_{np}$  et une étape supplémentaire est alors nécessaire pour obtenir tous les paramètres du modèle. Les méthodes à pixels purs sont souvent utilisées pour initialiser des méthodes ne posant pas ces hypothèses.

### 1.3.2 Les méthodes statistiques

Les méthodes statistiques tirent parti des propriétés statistiques supposées des sources  $\vec{s}_p$  afin d'estimer conjointement les abondances  $\hat{\mathbf{X}}$  et les sources  $\hat{\mathbf{S}}$ . Notons que, pour cette famille de méthode, les abondances  $\mathbf{X}$  sont souvent considérées comme étant les sources à estimer. Des classes de méthodes existent en dehors et dans le contexte de l'imagerie hyperspectrale. La première classe est l'analyse en composantes indépendantes (ACI). L'autre classe de méthodes utilise la règle de Bayes comme fondement.

#### Le cas particulier de l'Analyse en Composantes Indépendantes (ACI)

L'ACI est une classe de méthodes très populaire en SAS, car son hypothèse de base, *i.e.* l'indépendance des signaux sources  $\vec{s}_p$ , garantit de retrouver les paramètres du modèle de mélange linéaire (1.7), à des permutations et facteurs d'échelle près, et donc de retrouver les sources. Malheureusement, les données hyperspectrales ne remplissent pas la condition d'indépendance, notamment car les spectres peuvent partager les mêmes caractéristiques spectrales. De plus, une condition nécessaire (mais pas suffisante) est que la corrélation entre les différents spectres d'une même classe doit être nulle. Hors, les spectres étant tous contenus dans l'orthant positif, la corrélation des spectres est nécessairement non-nulle. De plus, si l'on considère que les sources sont les fractions d'abondance et les spectres les coefficients de mélange, les fractions d'abondance étant contraintes à la somme à un, ne sont pas non plus indépendantes.

$$\mathbf{Y}^T = \mathbf{S}^T \mathbf{X}^T + \mathbf{W}^T \quad (1.23)$$

NASCIMENTO et BIOUCAS-DIAS [70] ont mesuré l'impact de cette non-indépendance des abondances sur les méthodes d'ACI et ont montré que celle-ci en dégradait sensiblement les performances. BENACHIR et al. [71] ont cependant développé une méthode de démélange spectral exploitant l'ACI en tant qu'initialisation.

#### L'approche Bayésienne

Une autre approche statistique, prenant de fait en compte la variabilité intra-classe, est l'approche Bayésienne. En effet, il suffit que les matrices  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{S}$  soient conjointement indépendantes pour pouvoir écrire (1.24) :

$$P_{\mathbf{X}, \mathbf{S} | \mathbf{Y}}(\mathbf{X}, \mathbf{S} | \mathbf{Y}) = \frac{P_{\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \mathbf{S}}(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \mathbf{S}) P_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) P_{\mathbf{S}}(\mathbf{S})}{P_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Y})} \quad (1.24)$$

où  $P_{\mathbf{X}, \mathbf{S} | \mathbf{Y}}(\mathbf{X}, \mathbf{S} | \mathbf{Y})$  représente la densité de probabilité conjointe *a posteriori* des matrices  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{S}$ ,  $P_{\mathbf{S}}(\mathbf{S})$  et  $P_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$  sont les densités de probabilité des matrices  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{X}$ . Enfin,  $P_{\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \mathbf{S}}(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \mathbf{S})$  correspond à la fonction de vraisemblance des données observées  $\mathbf{Y}$ . Il ne reste alors plus qu'à trouver un estimateur de  $P_{\mathbf{X}, \mathbf{S} | \mathbf{Y}}(\mathbf{X}, \mathbf{S} | \mathbf{Y})$  afin de l'optimiser en fonction des paramètres du modèle, pour estimer  $\hat{\mathbf{S}}$  et  $\hat{\mathbf{X}}$ . Diverses méthodes ont été développées [72, 73, 74, 75, 76, 77, 9]. BIOUCAS-DIAS et al. [9] concluent que ces méthodes ont de meilleurs résultats que les méthodes géométriques sur données synthétiques et jugent raisonnable de conclure que les méthodes bayésiennes offrent des performances similaires à celles des méthodes géométriques sur des données réelles. Il faut cependant

imposer des connaissances *a priori* fortes, notamment concernant les densités de probabilité  $P_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$  et  $P_{\mathbf{S}}(\mathbf{S})$ . Enfin, cette classe de méthodes a un coût calculatoire plus conséquent.

### 1.3.3 Les méthodes de factorisation en matrices non-négatives

La factorisation en matrices non-négatives [78] (NMF) est une classe de méthodes qui s'appuie sur la non-négativité stricte des sources et des paramètres du modèle de mélange. Dans ce paragraphe nous détaillerons ce type de méthodes car il sera utilisé dans cette thèse. L'idée générale est de minimiser de manière itérative une distance ou divergence  $D()$  entre les données observées  $\mathbf{Y}$  et le produit  $\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{S}}$  des matrices estimées. Historiquement proposé par PAATERO et TAPPER [18] sous le nom de Positive Matrix Factorization (PMF), le terme NMF fut introduit par LEE et SEUNG [19] avec une mise à jour multiplicative et itérative des matrices  $\hat{\mathbf{S}}$  et  $\hat{\mathbf{X}}$ . La forme générale de la fonction de coût à minimiser s'écrit (1.25) :

$$J(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{S}}) = D(\mathbf{Y} | \hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{S}}) \quad (1.25)$$

Si la distance choisie est euclidienne, la fonction de coût s'écrit alors (1.26) :

$$J(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{S}}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{S}}\|_F^2 \quad (1.26)$$

et les équations de mise à jour, pour la distance euclidienne, sont alors :

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_k \odot \mathbf{Y} \hat{\mathbf{S}}_k^T \oslash \mathbf{Y} \hat{\mathbf{S}}_k \hat{\mathbf{S}}_k^T \quad (1.27)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_{k+1} = \hat{\mathbf{S}}_k \odot \hat{\mathbf{X}}_k^T \mathbf{Y} \oslash \hat{\mathbf{X}}_k^T \hat{\mathbf{X}}_k \hat{\mathbf{S}}_k \quad (1.28)$$

avec  $\odot$  la division terme à terme. Le principal avantage de ce type de mise à jour est que si les données initiales sont strictement positives, l'algorithme va converger vers une solution positive.

L'utilisation des méthodes d'optimisation par descente en gradient projeté a ensuite été proposée par LEE et SEUNG [79] et LIN [22]. C'est une classe de mise à jour additive pour laquelle les équations de mise à jour sont déduites du gradient de la fonction coût (1.25) :

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \max \left\{ \hat{\mathbf{X}}_k - \beta \frac{\partial J(\hat{\mathbf{X}}_k, \hat{\mathbf{S}}_k)}{\partial \hat{\mathbf{X}}_k}, \epsilon \right\} \quad (1.29)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_{k+1} = \max \left\{ \hat{\mathbf{S}}_k - \beta \frac{\partial J(\hat{\mathbf{X}}_k, \hat{\mathbf{S}}_k)}{\partial \hat{\mathbf{S}}_k}, \epsilon \right\} \quad (1.30)$$

$$(1.31)$$

avec  $\beta$  le pas de descente en gradient,  $\max\{\}$  le maximum élément par élément et  $\epsilon$  la valeur de la projection dans l'espace  $\mathbb{R}_+$ . L'inconvénient d'une telle descente en gradient est que la non-négativité des éléments des matrices  $\hat{\mathbf{X}}$  et  $\hat{\mathbf{S}}$  n'est pas garantie. De ce fait, une projection dans l'espace des réels positifs est nécessaire. Cette projection ne garantit plus une convergence vers un minimum local.

Il est possible de retrouver les équations de mise à jour multiplicatives à partir des équations de mise à jour additives. Comme détaillé dans [40, 80] il suffit d'exprimer  $\beta$  sous forme matricielle, en fonction de la partie positive du gradient :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{A}} = \frac{\partial J^+}{\partial \mathbf{A}} - \frac{\partial J^-}{\partial \mathbf{A}} \quad (1.32)$$

$$\beta = \mathbf{A} \oslash \frac{\partial J^+}{\partial \mathbf{A}} \quad (1.33)$$

On retrouve alors directement les équations de mise à jour multiplicatives en injectant les facteurs  $\beta$  correspondants dans les équations (1.29) et (1.30).

Les algorithmes de NMF précédemment décrits minimisent la fonction de coût  $J(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{S}})$  en faisant conjointement varier  $\hat{\mathbf{X}}$  et  $\hat{\mathbf{S}}$ . Or ce problème n'est convexe que si l'on minimise par rapport à une seule matrice à la fois. Une stratégie est de calculer les mises à jour via des moindres carrés, ce sont les algorithmes appelés Alternate Least Square (ALS) [18, 81, 82]. On minimise alternativement  $J(\hat{\mathbf{X}})$  et  $J(\hat{\mathbf{S}})$  par moindres carrés.

Le principal inconvénient de ces différentes méthodes de NMF étant qu'il existe une infinité de solutions possibles satisfaisant  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{S}$ , il faut donc, le plus souvent, imposer des contraintes supplémentaires à la seule non-négativité. On peut le faire aisément en pénalisant la fonction coût à minimiser :

$$J(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{S}}) = D(\mathbf{Y}|\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{S}}) + \mu J_{pen} \quad (1.34)$$

avec  $J_{pen}$  un terme de pénalisation et  $\mu$  un terme de régularisation. De nombreuses pénalisations sont présentées dans [78] et des algorithmes de NMF ont été développés incluant différentes contraintes [25, 23, 24, 26, 21]. L'algorithme Minimum Volume Constrained Non-Negative Matrix Factorization (MVC-NMF) développé par MIAO et Qi [21] reprend l'hypothèse de somme à un sur les abondances en pénalisant la fonction de coût de la NMF par le volume du simplexe généré par les sources  $\vec{s}_p$ . L'algorithme Abundance Separation and Smoothness Constrained Non-Negative Matrix Factorization (ASSNMF) développé par LIU et al. [25] va introduire des *a priori* d'information mutuelle entre les abondances pour tenir compte d'une hypothèse de distribution spatialement parcimonieuse des matériaux. L'algorithme Piecewise Smoothness Non-negative Matrix Factorization with Sparseness Constraints (PSNMFSC) développé par JIA et QIAN [23] va, de manière similaire à ASSNMF, utiliser des contraintes de distribution spatiale des matériaux dans l'image qui est non seulement parcimonieuse mais également lisse.

## Discussion

Les méthodes de factorisation en matrices non-négatives sont simples à implémenter et n'ont pas besoin de la présence de pixels purs ou de facettes pour démêler. Cela a toutefois un prix, celui de la non convexité de la fonction de coût à minimiser et il est alors primordial que l'initialisation des matrices  $\hat{\mathbf{X}}$  et  $\hat{\mathbf{S}}$  soit suffisamment proche de la solution attendue pour que ces méthodes produisent un résultat satisfaisant. C'est pour cela que les méthodes géométriques sont en général utilisées pour l'initialisation de la matrice  $\hat{\mathbf{S}}$  puisque, à défaut de pouvoir trouver les vrais pôles de mélange, ces méthodes estiment des spectres les plus proches possibles. L'initialisation de la matrice  $\hat{\mathbf{X}}$  s'effectue généralement grâce à une méthode de moindres carrés que nous présenterons dans la section suivante (*c.f.* section 1.3.5). Les méthodes de NMF permettent néanmoins de prendre en compte des contraintes et produisent des résultats prometteurs au vu de ceux présentés dans l'abondante littérature sur le sujet. Toutefois, même en ajoutant des contraintes et en initialisant les pôles de mélange par des méthodes géométriques, la NMF peut converger vers des minima locaux, qui peuvent être très éloignés des vraies sources.

### 1.3.4 Méthodes aveugles de régression en composantes parcimonieuses

Dans un contexte semi-supervisé, il est possible d'identifier les différents spectres  $\hat{\mathbf{S}}$  à partir d'un dictionnaire  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}_+^{M \times N_\lambda}$  contenant  $M$  spectres ( $M \gg P$ ) connus au préalable. Le modèle de mélange (1.8) devient alors :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}_M \mathbf{D} + \mathbf{W}_M \quad (1.35)$$

avec  $\mathbf{X}_M \in \mathbb{R}_+^{N \times M}$  la matrice des abondances et  $\mathbf{W}_M \in \mathbb{R}_+^{N \times N_\lambda}$  une matrice de bruit. La matrice  $\mathbf{X}_M$  est dite parcimonieuse puisque un grand nombre de ses colonnes ne contiennent que des valeurs nulles. Des méthodes [9] permettent une telle identification en effectuant une régression en composantes parcimonieuses afin d'identifier et d'extraire de  $\mathbf{D}$  les spectres réellement présents dans une image HS. Ce cadre de travail a récemment été abordé de façon non supervisée, en utilisant l'image  $\mathbf{Y}$  comme dictionnaire. Dans cette optique, FU et al. [83] ont développé une méthode dite gloutonne qui estime et identifie itérativement un nouveau spectre dans  $\mathbf{Y}$  comme pôle de mélange grâce à un algorithme de type "Simultaneous Orthogonal Matching Pursuit" (S-OMP) [84]. Cette approche gloutonne est intéressante car elle permet d'estimer conjointement les spectres sources mais aussi leur nombre en définissant un critère d'arrêt. Cette méthode a été testée sur données réelles et synthétiques et montre de meilleures performances que celles de la méthode VCA (voir la section 1.3.1), lorsque l'hypothèse de présence de pixels purs pour chaque matériaux est vérifiée. Plus récemment, CHATTERJEE et YUEN [85] ont développé une méthode de régression en composantes parcimonieuses appelée "K-Means Sparse Coding Dictionary" (KMSCD) qui utilise un algorithme des K plus proches voisins [86] pour initialiser un algorithme dit "Sparse Coding Dictionary" (SCD) [87]. Les performances de cette méthode ne sont évaluées que du point de vue de la reconstruction d'une image, pas du point de vue de l'estimation des spectres et abondances. Toutefois son approche permet d'envisager l'utilisation de méthodes de classification dans le contexte du démêlage.

Finalement, ces deux articles ouvrent la voie à l'utilisation d'algorithmes gloutons, qui estiment au fur et à mesure les spectres des matériaux, mais aussi à l'utilisation de méthodes de classifications comme étape dans les méthodes de démêlage spectral.

### 1.3.5 Estimation des fractions d'abondance

Lorsque l'on dispose de tous les pôles de mélange  $\hat{\mathbf{S}}$ , on peut alors déterminer les fractions d'abondance dans toute la scène. Le moyen le plus simple est de faire une estimation par moindres carrés (1.36).

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{Y}\hat{\mathbf{S}}^T (\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^T)^{-1} \quad (1.36)$$

Cet estimateur n'est cependant pas contraint à la non-négativité et il est tout à fait possible d'obtenir des abondances négatives à cause de la variabilité intra-classe ou du bruit. Un algorithme de moindres carrés non-négatifs (NNLS) a été développé par LAWSON et HANSON [88] et BRO et DE JONG [89] et permet de trouver une solution optimale pour des données sujettes à la non-négativité. La contrainte de somme à un a été introduite par HEINZ et CHANG [90] qui ont utilisé l'algorithme NNLS [89] et utilisé le modèle de mélange suivant pour imposer la somme à un via les données (1.37) :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \vec{1} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{X}} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{S}} \\ \vec{1} \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

Cette méthode, appelée Fully Constrained Least-Square (FCLS) est très utilisée par la communauté scientifique de télédétection.

## 1.4 Autres méthodes de démixage

### 1.4.1 Méthodes de démixage des modèles non-linéaires

De nombreuses méthodes de démixage ont été développées pour le mélange bilinéaire (1.17), notamment aux travers de diverses définitions des coefficients de mélange d'ordre deux (voir section 1.1.3) [52, 57, 58, 56]. MEGANEM et al. [60] ont développé une méthode (NMF-Grd-Newton-LQ) basée sur la NMF permettant de démixer le modèle (1.17) avec une définition des coefficients de mélange d'ordre deux s'appuyant sur la physique du transfert radiatif. Plus récemment, GUERRERO et al. [91] ont développé une méthode exploitant la corrélation non-linéaire des pôles de mélange dans le cas de la présence de seulement deux matériaux. DEVILLE et HOSSEINI [92] ont ensuite étendu cette méthode aux cas de plusieurs matériaux. Ces méthodes permettent d'estimer les pôles de mélange lorsque des réflexions ou transmissions doubles se produisent, ce que ne permettent pas les méthodes utilisant le modèle de mélange linéaire. Elles sont donc préconisées lorsque du relief est présent dans l'image, notamment dans le cas de scènes urbaines.

### 1.4.2 Méthodes de démixage prenant en compte la variabilité intra-classe

Pour prendre en compte la variabilité spectrale intra-classe des matériaux, des méthodes de démixage ont été récemment développées. DRUMETZ et al. [32] ont proposé une méthode de démixage basée sur une factorisation en matrices non-négatives pénalisée pour retrouver les pôles de mélange et les fractions d'abondance du modèle de mélange étendu (1.15). Cette méthode a permis de prendre en compte la variation d'illumination des différents pôles de mélange et a amélioré leur estimation sur données réelles, au prix d'une augmentation significative du coût calculatoire. REVEL et al. [50] ont développé une méthode de NMF démixant le modèle (1.10) et en ont proposé une version linéaire-quadratique, prenant en compte des réflexions doubles [28]. Là encore, ces méthodes ont permis d'améliorer l'estimation des pôles de mélange sur de petites images, et ce, quelle que soit la variabilité spectrale considérée. Ces méthodes sont néanmoins difficilement utilisables sur de grandes images, car trop coûteuses en moyens de calcul. De plus, REVEL [93] démontre que l'influence dans le démixage de la variabilité spectrale intra-classe est prépondérante par rapport à celle de la présence de réflexions multiples, notamment, lorsque ces deux phénomènes sont présents dans l'image. Dans ce cas, l'auteur préconise soit l'utilisation de la méthode prenant en compte à la fois la variabilité et les réflexions doubles si la scène comporte une faible variabilité spectrale des matériaux, soit de ne pas utiliser de méthode prenant en compte les réflexions multiples. Enfin, BORSOI et al. [94] ont développé une méthode inversant le modèle de mélange généralisé (1.16) en utilisant une approche tensorielle, une fois encore au prix d'un coût calculatoire très élevé.

### 1.4.3 Méthodes de démixage linéaires locales

Le démixage spectral a également été considéré dans une perspective locale, c'est-à-dire appliquer des algorithmes de démixage sur des zones de petites tailles, au sein d'une image HS. Cette approche a été étudiée par CANHAM et al. [33] dans le but de réduire la variabilité spectrale intra-classe des matériaux. Les auteurs proposent une méthode modulaire composée de plusieurs étapes. Tout d'abord l'image HS est découpée en de multiples zones. Ensuite, pour chaque zone, le nombre de matériaux présents est évalué, une méthode de démixage est utilisée pour estimer les pôles de mélange locaux et les abondances locales sont estimées grâce à

l'algorithme NNLS. Le nombre de matériaux  $P$  présents dans toute l'image est estimé et les pôles de mélange globaux sont estimés en utilisant une méthode de démixage sur l'ensemble des spectres locaux. Les abondances globales sont quant à elles obtenues par fusion des abondances locales en effectuant une classification des spectres locaux. Les performances de la méthode sont comparées à celles de l'algorithme NNLS avec la racine de l'erreur quadratique moyenne (REQM). Les auteurs concluent que cette méthodologie réduit la REQM par rapport à celle obtenue par l'algorithme NNLS utilisant des spectres estimés directement sur toute l'image. Le démixage local améliore ainsi les résultats du démixage de manière globale.

#### 1.4.4 Méthodes de démixage utilisant des sources de données additionnelles

Certaines méthodes se caractérisent par l'utilisation conjointe de sources de données supplémentaires enregistrées avec l'image hyperspectrale. UEZATO et al. [34] ont développé une méthode prenant en compte des données de modèle numérique de terrain afin d'améliorer l'estimation des fractions d'abondance. Ce modèle numérique de terrain est utilisé pour définir les valeurs des paramètres de régularisation spatiale que l'on retrouve dans certaines méthodes de la littérature. Son utilisation a permis d'améliorer la précision des fractions d'abondance dans les pixels où des différences d'élévation par rapport au sol de plusieurs matériaux purs sont présentes.

YOKOYA et al. [95] ont développé un algorithme de NMF utilisant une image hyperspectrale à très haute résolution spectrale mais avec une résolution spatiale limitée ainsi qu'une image multispectrale de meilleure résolution spatiale mais avec seulement quelques bandes spectrales. La méthode décompose le problème en deux équations :

$$\mathbf{Y}_h = \mathbf{X}_h \mathbf{S}_h \quad (1.38)$$

$$\mathbf{Y}_m = \mathbf{X}_m \mathbf{S}_m \quad (1.39)$$

avec  $\mathbf{Y}_h$  et  $\mathbf{Y}_m$ , les matrices des données observées hyperspectrales et multispectrales,  $\mathbf{X}_h$  et  $\mathbf{X}_m$ , les matrices des fractions d'abondance hyperspectrales et multispectrales et  $\mathbf{S}_h$  et  $\mathbf{S}_m$ , les matrices des pôles de mélange hyperspectraux et multispectraux. Les pôles de mélange sont supposés équivalents pour chaque jeu de données, puisque ces derniers décrivent la même scène, impliquant que  $\mathbf{S}_m$  est une version similaire et agglomérée spectralement de  $\mathbf{S}_h$  en considérant la réponse spectrale de chaque instrument. Deux NMF sont lancées en parallèle pour retrouver les paramètres du modèle de mélange de chaque image. Les caractéristiques spatiales et spectrales des deux instruments spectraux sont utilisées pour agglomérer les matrices  $\mathbf{X}_m$  et  $\mathbf{S}_h$  en des matrices  $\mathbf{X}_{\hat{h}}$  et  $\mathbf{S}_{\hat{m}}$ . Ces dernières sont alors utilisées à la place de  $\mathbf{X}_h$  et  $\mathbf{S}_m$ , pour chaque itération de chaque NMF. Toutefois, le démixage est un sous produit de cette méthode, qui est destinée à fusionner les deux images multispectrale et hyperspectrale afin d'obtenir une image hyperspectrale avec la résolution spatiale de l'image multispectrale d'origine.

Ces premiers travaux ont permis de montrer l'efficacité de l'utilisation de deux images multi et hyper spectrales dans une problématique connexe au démixage hyperspectral, la fusion d'images. KAROUI et al. [96], qui ont également étudié la fusion d'images [29], ont développé une méthode de NMF démixant une image hyperspectrale à l'aide d'une image multispectrale de résolution spatiale plus fine. Une première extraction de spectres de matériaux purs est effectuée sur l'image multispectrale. Ces spectres sont ensuite interpolés à la résolution spectrale de l'image hyperspectrale et servent d'initialisation à la NMF démixant l'image hyperspectrale. Durant la NMF, une contrainte est appliquée sur les bandes hyperspectrales correspondant à celles de l'image multispectrale afin que celles-ci ne varient pas puisque ces bandes sont issues de spectres purs multispectraux. Une version améliorée a été ensuite proposée par BENKOUIDER et al. [36]. Ces deux méthodes ont été testées sur des données synthétiques et réelles et ont permis d'améliorer sensiblement les résultats des méthodes de NMF appliquées aux images hyperspectrales. Dans l'ensemble, l'apport de nouvelles sources de données améliore le démixage d'images hyperspectrales dans le cas du mélange linéaire en réduisant certaines limitations des méthodes traditionnelles. On peut alors espérer que l'apport d'une voie panchromatique, avec une meilleure résolution spatiale que la voie hyperspectrale, permette également d'améliorer le démixage spectral.

## 1.5 Synthèse

Plusieurs classes de méthodes de démixage d'images hyperspectrales exploitant différentes hypothèses et modèles de mélange existent. Les méthodes d'extraction de pixels purs permettent d'extraire des spectres très proches des pôles de mélange mais uniquement si l'hypothèse de présence de pixels purs pour chaque matériau est vérifiée. Cette hypothèse n'étant pas toujours vérifiée, notamment aux résolutions spatiales des instruments hyperspectraux satellitaires, d'autres méthodes ont été développées, nécessitant cette fois-ci la présence de pixels situés sur les facettes du simplexe. Parallèlement, des méthodes statistiques nécessitant l'apport d' $a$

*priori* statistiques sur les paramètres du modèle ont été développées, pour estimer les pôles de mélange et leurs fractions d'abondance, au prix d'un coût calculatoire élevé et nécessitant des connaissances *a priori* fortes. Sur les jeux de données synthétiques utilisées par les auteurs, ces méthodes ont des performances similaires à celles des méthodes géométriques sur données réelles et meilleures sur données synthétiques. Des méthodes de NMF ont vu le jour et ne nécessitent pas d'hypothèse mais, en contrepartie, peuvent converger vers un grand nombre de minima locaux qui ne sont pas des solutions optimales (minimum global). De plus des minima globaux "parasites" existent. Elles sont alors très sensibles à leur initialisation. Ces limitations conduisent généralement les méthodes à estimer des pôles de mélange et fractions d'abondance peu satisfaisants sur des images réelles et il est alors nécessaire d'introduire des contraintes supplémentaires adaptées au contexte pour améliorer la solution.

Des méthodes de démixage ont été développées et sont basées sur la régression aveugle en composantes parcimonieuses. L'une d'elle, dont l'objectif est de reconstruire une image HS, montre qu'une étape de classification spectrale permet une meilleure initialisation d'un algorithme de régression en composantes parcimonieuses que les méthodes concurrentes.

Des modèles de mélange et des méthodes prenant en compte les réflexions multiples et/ou la variabilité intra-classe spectrale des matériaux ont également été proposées. Bien que produisant des résultats satisfaisants sur images synthétiques et de petites images, leurs modèles conduisent à un élargissement des solutions possibles ainsi qu'à un allongement conséquent du temps de calcul par rapport à la majorité des autres méthodes de démixage. De plus, ces modèles de mélanges et méthodes de démixage associées n'améliorent les résultats que lorsque les phénomènes qu'ils prennent en compte sont significativement présents dans l'image traitée. Une méthodologie de démixage linéaire locale a également été proposée pour réduire l'influence de la variabilité spectrale intra-classe et améliorer l'estimation des abondances. Il paraît alors judicieux d'utiliser le modèle de mélange linéaire et, si besoin, effectuer du démixage local.

Les méthodes de démixage nécessitent la connaissance du nombre de matériaux purs présents dans l'image. L'estimation de ce nombre est un problème difficile à résoudre et plusieurs méthodes d'estimation ont été développées à cette fin. Ces méthodes, plus ou moins automatiques, estiment correctement le nombre de matériaux purs dans le cas de données synthétiques mais produisent des résultats souvent mitigés dans le cas d'images réelles. Des algorithmes gloutons permettent de s'affranchir de l'estimation du nombre de matériaux et ont montré de bons résultats dans un objectif de reconstruction d'image. Enfin des études ont été conduites pour réaliser le démixage spectral lorsque des données co-registrées additionnelles sont disponibles (modèle numérique de terrain, image multispectrale) et offrent des perspectives prometteuses. Aucune étude n'a à ce jour été conduite concernant l'utilisation d'une image panchromatique co-registrée à l'image hyperspectrale dans le cadre du démixage spectral. L'apport d'une image PAN recalée avec l'image hyperspectrale, et de meilleure résolution spatiale, qui fait l'objet de ces travaux de thèse n'a, jusqu'à présent, pas été étudié dans le cadre du démixage spectral. Afin de réaliser une telle étude, il convient tout d'abord de présenter différents jeux de données d'intérêt. Ces derniers sont présentés dans le prochain chapitre 2.



## Chapitre 2

# Données et méthodes de simulation d'images

### Table de chapitre

<b>2.1</b>	<b>Méthode de simulation des données satellitaires (HYPXIM)</b>	<b>33</b>
<b>2.2</b>	<b>Protocole de construction de la vérité-terrain</b>	<b>35</b>
<b>2.3</b>	<b>Données utilisées</b>	<b>35</b>
2.3.1	Mauzac	35
2.3.2	Bâle	41
2.3.3	Canjuers	43
<b>2.4</b>	<b>Synthèse</b>	<b>46</b>

Durant cette thèse, différentes images hyperspectrales sont utilisées pour réaliser des études visant à valider des hypothèses et évaluer les performances des méthodes de démixage. Ces images sont acquises par une variété de capteurs aéroportés, à des résolutions spatiales (GSD pour "Ground Sampling Distance") comprises entre 50 cm et 2 m. Les GSD de ces images vont permettre de simuler des images PAN à 2 m de résolution et des images HS à des résolutions proches de 8 m, pour se placer dans les configurations envisagées pour la future mission HYPXIM/HYPEX-2 [6, 7] dans le cadre de laquelle se place ce travail de thèse. Dans un premier temps, la méthode de simulation des données satellitaires est présentée. Dans un second temps, le protocole de construction de données de référence pour la validation des méthodes de démixage ("vérité-terrain") est détaillé. Enfin, les différentes images aéroportées utilisées sont présentées ainsi que leurs simulations satellitaires et leur vérité-terrain.

## 2.1 Méthode de simulation des données satellitaires (HYPXIM)

Les images dont nous disposons, présentées dans la section 2.3, ont été acquises avec différents capteurs. Nous avons donc besoin d'une méthode permettant de simuler des images aux caractéristiques spatiales et spectrales de la mission HYPXIM à partir des images aéroportées. Pour rappel, l'instrument d'HYPXIM permettra d'acquérir deux images : une image panchromatique avec des pixels échantillonnés tous les 2 m et une image hyperspectrale avec des pixels échantillonnés tous les  $D_t = 8$  m. Le Centre National D'Études Spatiales (CNES) nous a fourni toutes les caractéristiques de la partie hyperspectrale de l'instrument d'HYPXIM, c'est-à-dire :

- la largeur à mi-hauteur (FWHM pour "Full Width at Half Maximum") de la réponse impulsionnelle spectrale supposée gaussienne pour chaque longueur d'onde d'acquisition.
- les paramètres  $a_\lambda$  et  $b_\lambda$  du modèle de bruit spectral (2.5) (détaillé ci après) pour un rapport signal à bruit (RSB) de 100 (20dB) à  $0.5 \mu\text{m}$  et pour un GSD de 2 et 8 m.
- les valeurs  $v_\lambda$  de la fonction de transfert de modulation spatiale (FTM) (2.2) à la moitié de la fréquence d'échantillonnage spatiale (en nombre de pixels), pour chaque longueur d'onde  $\lambda$ .

Nous disposons également des FWHMs et longueurs d'onde pour chaque caméra HS aéroportée. Enfin, nous avons réalisé des masques de bandes de manière empirique, afin de ne pas prendre en compte les bandes spectrales où la transmission spectrale atmosphérique est faible, ainsi que celles dont le niveau de bruit est très élevé.

Les images acquises par moyens aéroportés sont en unité de  $W/m^2/sr/\mu\text{m}$  (luminance) et leur GSD  $D_s$  sera désigné ci-après résolution spatiale aéroportée. La chaîne de simulation est décrite ci-après. Premièrement, une correction des effets atmosphériques est effectuée en utilisant le logiciel COCHISE [8] afin d'obtenir, à

partir de l'image en luminance ( $W/m^2/sr/\mu m$ ), une image HS en unité de réflectance lambertienne avec un sol supposé plat. Deuxièmement et compte tenu du fort niveau de bruit des capteurs aéroportés, et des erreurs d'inversion du modèle atmosphérique, un lissage spectral est appliqué sur les spectres de l'image en réflectance. Ce lissage est réalisé avec un noyau gaussien tronqué et normalisé sur 5 bandes spectrales (le filtre contient 5 coefficients) et de variance unitaire. Les spectres ainsi lissés sont rééchantillonnés aux longueurs d'onde de l'instrument d'HYPXIM en prenant en compte les FWHMs du capteur aéroporté ainsi que celles d'HYPXIM. Ce ré-échantillonnage est réalisé grâce à la fonction `BandResampler()`<sup>1</sup> de la librairie Python Spectral.

Le changement de résolution spatiale entre images aéroportées et satellitaires est ensuite réalisé sur l'image en unité de réflectance. L'équation de la fonction d'étalement de point (PSF pour "Point Spread Function") gaussienne à la longueur d'onde  $\lambda$ , pour chaque pixel  $n$ , s'écrit :

$$PSF_n(i, j) = \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma_\lambda} e^{-\frac{\pi^2(i^2+j^2)}{\sigma_\lambda^2}} \quad (2.1)$$

avec  $i, j$  les indices spatiaux centrés sur le pixel  $n$  de l'image HYPXIM correspondant et  $\sigma_\lambda$  l'écart-type (en nombre de pixels). Les valeurs  $v_\lambda$ , provenant de la FTM dont l'équation est :

$$v_\lambda(f_\lambda) = e^{-(\sigma_\lambda f_\lambda)^2}, \quad (2.2)$$

avec  $f_\lambda$  la fréquence dans le domaine de Fourier des spectres, sont définies à  $f_\lambda = \frac{1}{2}$ . Les écarts-types  $\sigma_\lambda$  sont donc retrouvés à partir des valeurs  $v_\lambda$  en inversant (2.2) et en se plaçant à  $f_\lambda = \frac{1}{2}$  :

$$\sigma_\lambda = 2\sqrt{-\ln(v_\lambda)}. \quad (2.3)$$

Cependant, l'équation (2.1) étant formulée pour les indices des pixels de l'image HS HYPXIM, des termes de normalisation sont introduits pour obtenir la formule de la PSF d'HYPXIM à l'échelle de l'image aérienne :

$$PSF_n(i_s, j_s) = \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma_\lambda} \times \frac{D_s}{D_t} \times e^{-\frac{\pi^2(i_s^2+j_s^2)}{\sigma_\lambda^2} \frac{D_s^2}{D_t^2}} \quad (2.4)$$

avec  $D_s$ , le GSD de l'image HS aérienne et  $i_s$  et  $j_s$ , les indices des pixels de l'image aérienne centrés sur le pixel  $n$  de l'image HS HYPXIM correspondant. Ces précédents calculs ont été réalisés par Françoise Viallefont, ingénieure de recherche au sein de l'ONERA.

Pour construire l'image HS, la PSF est tronquée par une fenêtre rectangulaire de la taille du pixel HS, ce qui permettra de construire une vérité terrain maîtrisée en termes d'abondance de matériaux au sein des pixels HS. Cependant, en raison de cette troncature, la PSF n'est plus gaussienne, une normalisation numérique est donc appliquée avant de réaliser l'agglomération du pixel  $n$ . Également, seules les valeurs entières de rapport de résolution sont possibles car nous choisissons d'agglomérer un nombre entier de pixels de l'image aéroporté pour obtenir un pixel HS  $n$ . Par conséquent, cela "quantifie" le rapport des GSDs aéroporté et satellitaire.

Le GSD de l'image aérienne sera donc multiplié par un nombre entier lors de l'agglomération spatiale, le GSD de l'image satellitaire peut donc être légèrement différent de 8 m selon la résolution spatiale de l'image aéroportée.

Un bruit  $dL_{n,\lambda}$  suivant le modèle de bruit de l'instrument HYPXIM est ajouté à l'image HS à 8 m en unité de réflectance. Le modèle de bruit en luminance est le suivant [97] :

$$dL_n(\lambda) = q\sqrt{a(\lambda) + b(\lambda)L_n(\lambda)} \quad q \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (2.5)$$

avec  $L_n(\lambda)$  la luminance en  $W/m^2/sr/\mu m$  associée à un pixel  $n$  et à une longueur d'onde  $\lambda$ ,  $a(\lambda)$  en  $(W/m^2/sr/\mu m)^2$  et  $b(\lambda)$  in  $W/m^2/sr/\mu m$ . Un passage vers un modèle de bruit équivalent en réflectance est donc nécessaire. En considérant que la surface est lambertienne et en négligeant la luminance diffuse provenant des pixels environnants le pixel  $n$ ,  $L_n$  s'approxime comme suit :

$$L_n(\lambda) = L_{atm}(\lambda) + y_n(\lambda) \frac{E_s(\lambda)\tau^\uparrow(\lambda)}{\pi} \quad (2.6)$$

avec  $y_n(\lambda)$  la réflectance du pixel  $n$  à la longueur d'onde ( $\lambda$ ),  $L_{atm}(\lambda)$  le rayonnement rétro-diffusé par l'atmosphère directement vers le capteur,  $E_s$ , l'éclairement descendant en  $W/m^2/\mu m$  et  $\tau^\uparrow$ , la transmission montante de l'atmosphère entre la surface et le capteur. En inversant l'équation (2.6) et en calculant  $\frac{dy_n(\lambda)}{dL_n(\lambda)}$ , nous pouvons déduire l'équation de  $dy_n(\lambda)$  :

$$dy_n(\lambda) = \frac{\pi}{E_s(\lambda)\tau^\uparrow(\lambda)} dL_n(\lambda). \quad (2.7)$$

1. Fonction `BandResampler` : [http://www.spectralpython.net/class\\_func\\_ref.html#spectral.algorithms.resampling.BandResampler](http://www.spectralpython.net/class_func_ref.html#spectral.algorithms.resampling.BandResampler).

Puis, en remplaçant  $dL_n(\lambda)$  par (2.5), et, en réinjectant (2.6) dans (2.7), nous obtenons :

$$dy_n(\lambda) = q \frac{\pi}{E_s(\lambda)\tau^\uparrow(\lambda)} \sqrt{a(\lambda) + b(\lambda) \left( L_{atm}(\lambda) + y_n(\lambda) \frac{E_s(\lambda)\tau^\uparrow(\lambda)}{\pi} \right)}. \quad (2.8)$$

Les paramètres atmosphériques  $L_{atm}(\lambda)$ ,  $E_s(\lambda)$  et  $\tau^\uparrow$  sont estimés par le logiciel COMANCHE [8]. Le bruit  $dy_n(\lambda)$  est ensuite appliqué à chaque pixel  $n$  de l'image à 8 m. Il faut toutefois noter que cette approximation engendre de très fort niveau de bruit lorsque  $E_s(\lambda)$  et  $\tau^\uparrow$  sont faibles, notamment dans les bandes d'absorption de la vapeur d'eau, il convient donc de masquer ces bandes lors de l'utilisation ultérieure de l'image.

Nous disposons donc, à l'issue de toutes ces opérations, d'une image HS aux caractéristiques spectrales et spatiales (GSD  $\simeq 8$  m) d'HYPXIM. Finalement, un dernier lissage spectral est réalisé, toujours avec un noyau gaussien normalisé de 5 bandes spectrales (5 coefficients de filtre) et de variance unitaire.

Nous décrivons maintenant la simulation de l'image PAN à environ 2 m de GSD. Les caractéristiques de la PSF de la caméra PAN d'HYPXIM ne sont pas connues. Si nécessaire, une agglomération spatiale à 2 m de GSD, en considérant une PSF uniforme, est effectuée sur l'image HS en unité de réflectance à la résolution spatiale aéroportée. Ensuite, en utilisant COMANCHE2D [8], un modèle atmosphérique est appliqué à l'image HS à 2 m de GSD pour la ramener en unité de luminance ( $W/m^2/sr/\mu m$ ) à l'altitude du satellite HYPXIM (650 km, TOA pour "Top Of Atmosphere"). Un bruit est ajouté à cette image HS TOA à 2 m de GSD grâce à l'équation (2.5) et une agglomération spectrale est finalement réalisée en considérant une réponse impulsionnelle spectrale uniforme dans l'intervalle  $[0.4; 0.8] \mu m$ .

À l'issue de ces simulations, nous disposons d'un jeu de deux images HS et PAN se rapprochant des caractéristiques spatiales et spectrales d'HYPXIM.

## 2.2 Protocole de construction de la vérité-terrain

Cette section décrit le protocole choisi pour construire une vérité-terrain à partir d'une image HS en unité de réflectance, avec les caractéristiques spectrales de la mission HYPXIM et avec les caractéristiques spatiales du capteur aéroporté d'origine. À partir de l'image HS à la résolution spatiale aérienne, les différents matériaux purs de la scène sont visuellement identifiés via une composition colorée. Les zones où se trouvent les matériaux purs sont manuellement délimitées et une collection de spectres est extraite pour chaque matériau identifié. Les spectres d'un matériau pur peuvent provenir de plusieurs zones distinctes. Une fois ces collections identifiées, elles sont visuellement inspectées et, si au sein d'une de ces collections plusieurs regroupements de spectres sont discernables, elle est scindée en plusieurs sous-classes, dont les localisations dans l'image ne sont pas nécessairement identiques. Ainsi, nous disposons des classes et sous-classes spectrales de référence des matériaux présents dans la scène. Afin d'avoir un unique spectre représentant chaque classe et sous-classe, une moyenne est calculée pour chacune d'elles. Nous obtenons ainsi la matrice  $\mathbf{S}$  contenant les spectres des matériaux présents dans l'image. Ce seront à ces spectres de référence que les spectres estimés par les méthodes de démixage spectral seront comparés.

Les fractions d'abondances de référence sont calculées avec l'algorithme FCLS (Fully Constrained Least Square, voir section 1.3.5) en utilisant la matrice des spectres observés  $\mathbf{Y}$  de l'image HS d'HYPXIM à 8 m ainsi que les spectres de référence  $\mathbf{S}$ .

## 2.3 Données utilisées

Différentes images acquises par moyens aéroportés sont utilisées durant cette thèse, elles seront présentées ici, ainsi que des images simulées aux caractéristiques des instruments d'HYPXIM. Les vérités-terrain sont construites selon la méthode présentée au paragraphe 2.2.

### 2.3.1 Mauzac

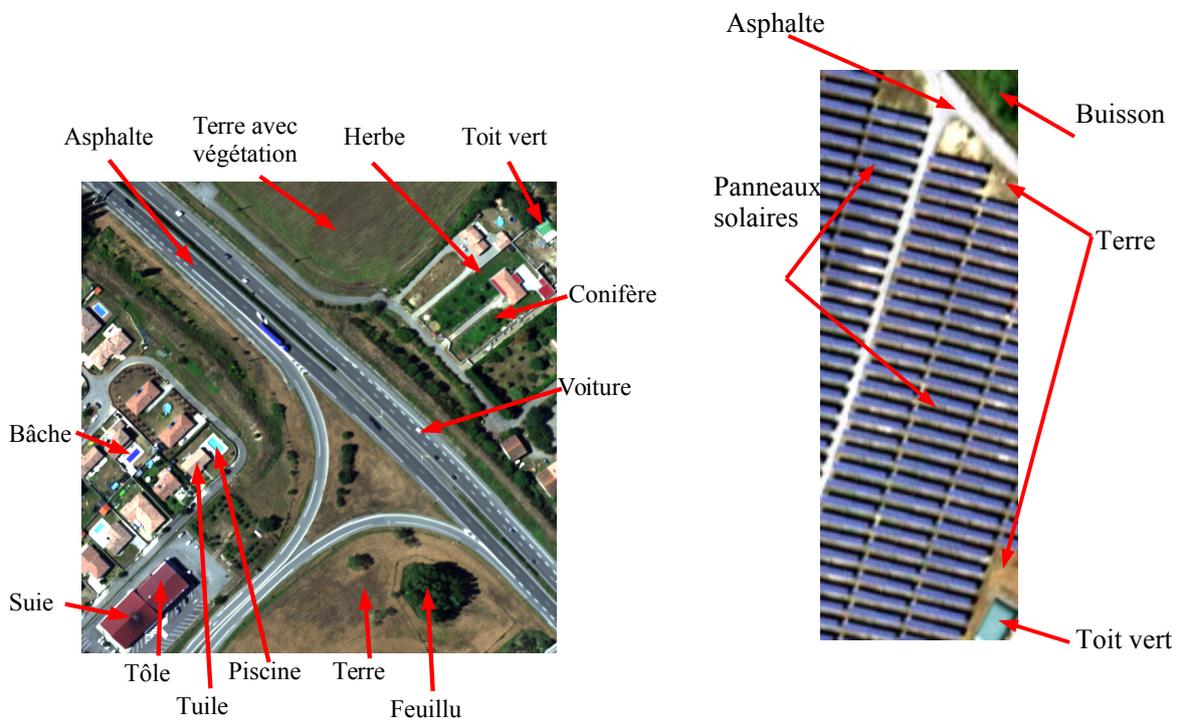
Les deux premiers sites d'étude sont issus d'une ligne de vol prise en août 2017 au dessus du village de Mauzac et Lavernose (France, Haute-Garonne) acquise par l'instrument AisaFenix<sup>2</sup>. Cette image a un GSD de 55 cm et n'a pas fait l'objet d'orthorectification, c'est-à-dire que l'image n'a pas subi de correction géométrique sur les défauts engendrés par l'acquisition (angle de prise de vues, vibration de l'avion, *etc...*). Elle est montrée sur la figure 2.1a. À partir de cette ligne de vol, deux images d'intérêt sont extraites, avec différents niveaux de complexité.

2. Spécifications techniques de la caméra AisaFenix du fabricant Specim : [https://www.specim.fi/wp-content/uploads/2020/03/AisaFenix-ver1-2017\\_web.pdf](https://www.specim.fi/wp-content/uploads/2020/03/AisaFenix-ver1-2017_web.pdf)

La première est l'image d'un lotissement de Mauzac, montrée sur la figure 2.1b, comportant des maisons, un centre commercial, des terrains vagues, une autoroute, de la végétation, etc... Les images PAN et HS obtenues par simulation avec les caractéristiques des instruments d'HYPXIM sont montrées sur la figure 2.2. Cette première image d'intérêt (voir figure 2.1b) décrit une scène complexe de  $256 \times 256$  m<sup>2</sup>. Les vérités-terrains spectrales et spatiales (abondances) sont montrées sur les figures 2.3 et 2.4. Il est important de noter que les spectres collectés proviennent d'une inspection visuelle, des matériaux peu visibles peuvent ne pas être représentés. Ce jeu de données ne sera pas utilisé dans un contexte d'évaluation des performances des méthodes mais afin de valider une hypothèse que nous présenterons dans le chapitre 3.



(a)



(b)

(c)

FIGURE 2.1 – Composition colorée en Rouge, Vert et Bleu (RVB) de la ligne de vol d'acquisition de Mauzac (a), de l'image HS d'un lotissement de Mauzac (b) ainsi que de l'image de la centrale de panneaux solaires située à Lavernose (c).

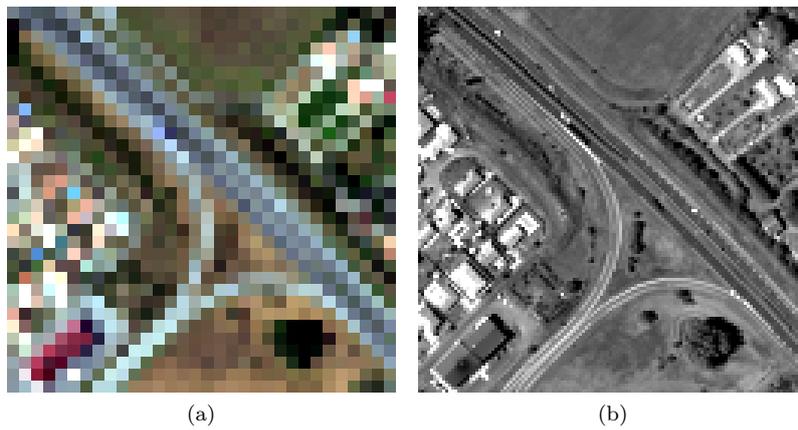


FIGURE 2.2 – Jeu de données du lotissement de Mauzac, simulées aux caractéristiques des instruments d'HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l'image HS à 8.8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2.2 m de GSD en unité de radiance.

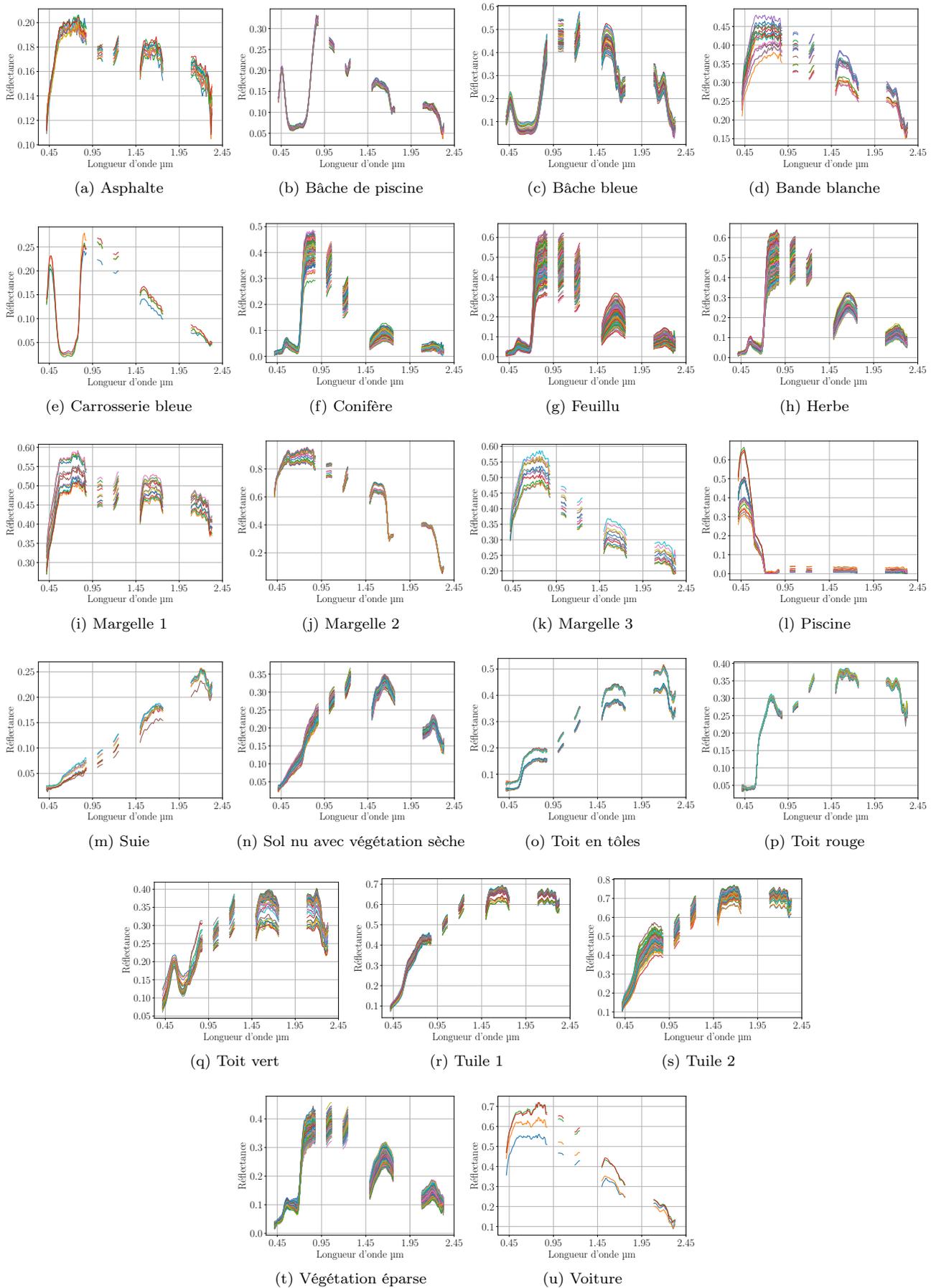


FIGURE 2.3 – Collections de spectres de chaque matériau pur trouvé dans l'image du lotissement de Mauzac.

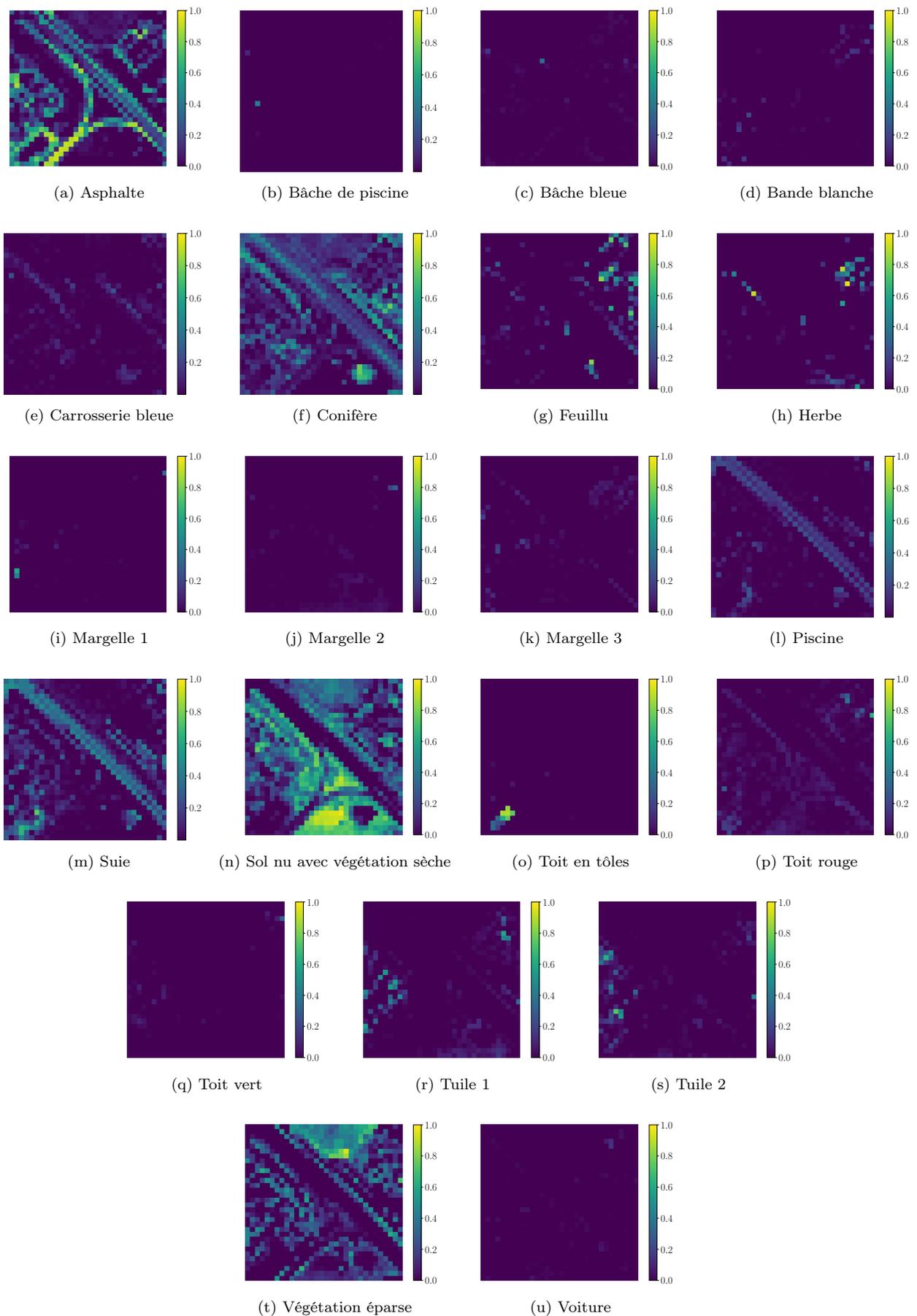


FIGURE 2.4 – Carte d'abondance des matériaux purs trouvés dans l'image du lotissement de Mauzac.

La seconde image d'intérêt est celle d'un champ de panneaux photovoltaïques à Lavernose-Lacasse (voir figure 2.1c). Le jeu de données aux caractéristiques d'HYPXIM est montré sur la figure 2.5. Elle décrit une scène de  $43 \times 136 \text{ m}^2$  dans laquelle se trouvent 5 matériaux : de la terre, de l'asphalte, de la végétation (buisson), un toit vert et des panneaux photovoltaïques. Du fait de sa petite taille, la vérité-terrain de cette scène est complète et nous utiliserons ce jeu de données afin d'évaluer les performances des méthodes de démixage dans les chapitres 6 et 7. Les collections de spectres ainsi que les cartes d'abondances sont montrées sur les figures 2.6 et 2.7.

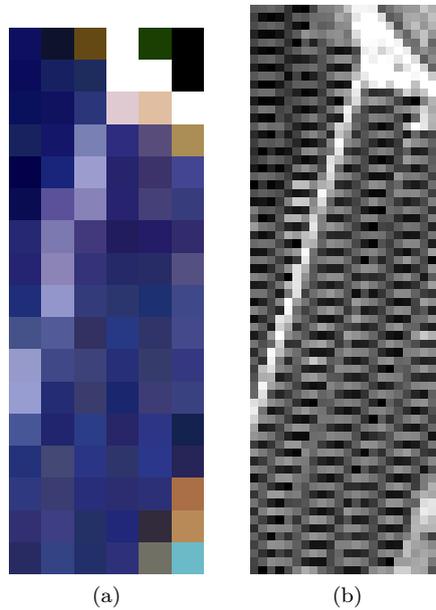


FIGURE 2.5 – Jeu de données de la centrale photovoltaïque, simulées aux caractéristiques des instruments d'HYPXIM avec : (a) la composition colorée de l'image HS à 8.8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2.2 m de GSD en unité de radiance.

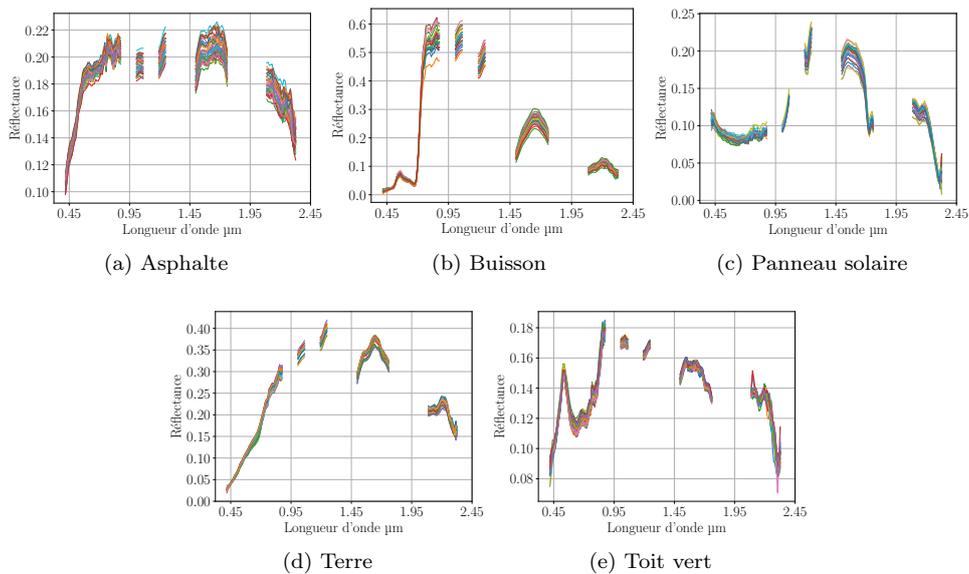


FIGURE 2.6 – Collections de spectres de chaque matériau pur trouvé dans l'image de la centrale à panneaux solaires de Lavernose-Lacasse.

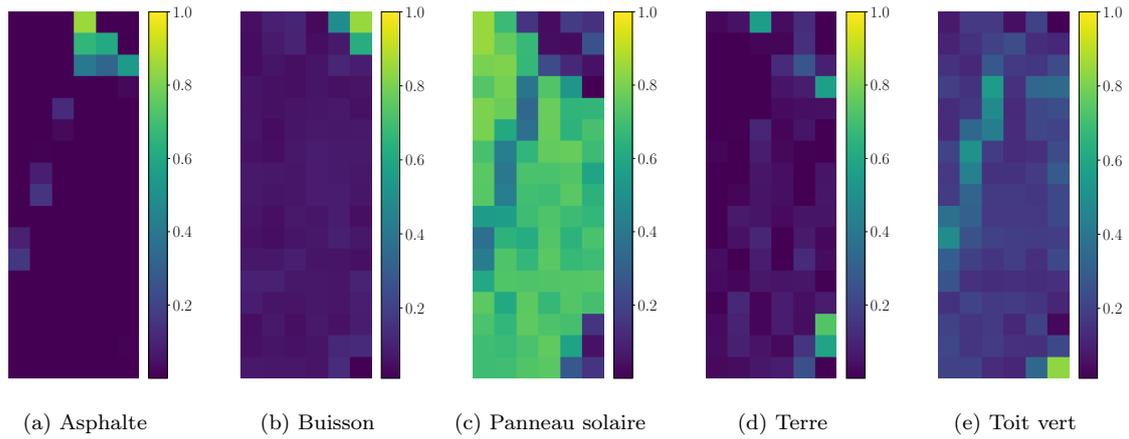


FIGURE 2.7 – Carte d’abondance des matériaux purs trouvés dans l’image de la centrale à panneaux solaires de Lavernose-Lacasse.

### 2.3.2 Bâle

Le site d’étude suivant est issu d’une campagne aéroportée réalisée en juin 2010 au-dessus de la ville de Bâle (Suisse). Plusieurs lignes de vol ont été acquises par le capteur APEX [98, 99] à un GSD de 2 m. Elles n’ont pas été orthorectifiées et sont déjà en unité de réflectance. Une image a été extraite à partir de ces lignes de vol.

L’image (figure 2.8) est prise au-dessus d’un stade d’athlétisme comportant seulement quelques matériaux. Ses dimensions sont de  $128 \times 56 \text{ m}^2$ . La vérité-terrain que l’on a construite est montrée sur les figures 2.9 et 2.10. Bien que tous les matériaux de cette scène soient identifiés, la résolution spatiale limitée de l’image aérienne (2 m) ne permet pas d’extraire de spectres purs du matériau correspondant à la piste en terre. En effet, cette piste ne fait qu’environ 1.75 m de large, quelques spectres les plus purs correspondant à ce matériau ont été extraits, ils comportent donc une légère contribution du matériau de piste synthétique rouge. Du fait de ses petites dimensions, ce jeu de données sera utilisé pour évaluer les performances des méthodes de démélages dans les chapitres 6 et 7. Les images PAN et HS à 2 et 8 m de résolution spatiale sont montrées sur la figure 2.11. La variabilité spectrale interclasse des spectres de référence est montrée dans l’annexe A sur la figure A.2.

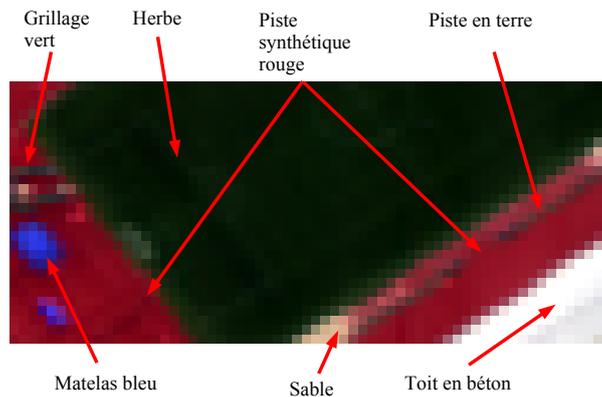


FIGURE 2.8 – Composition colorée RVB de l’image du stade de Bâle disposant d’un GSD de 2 m.

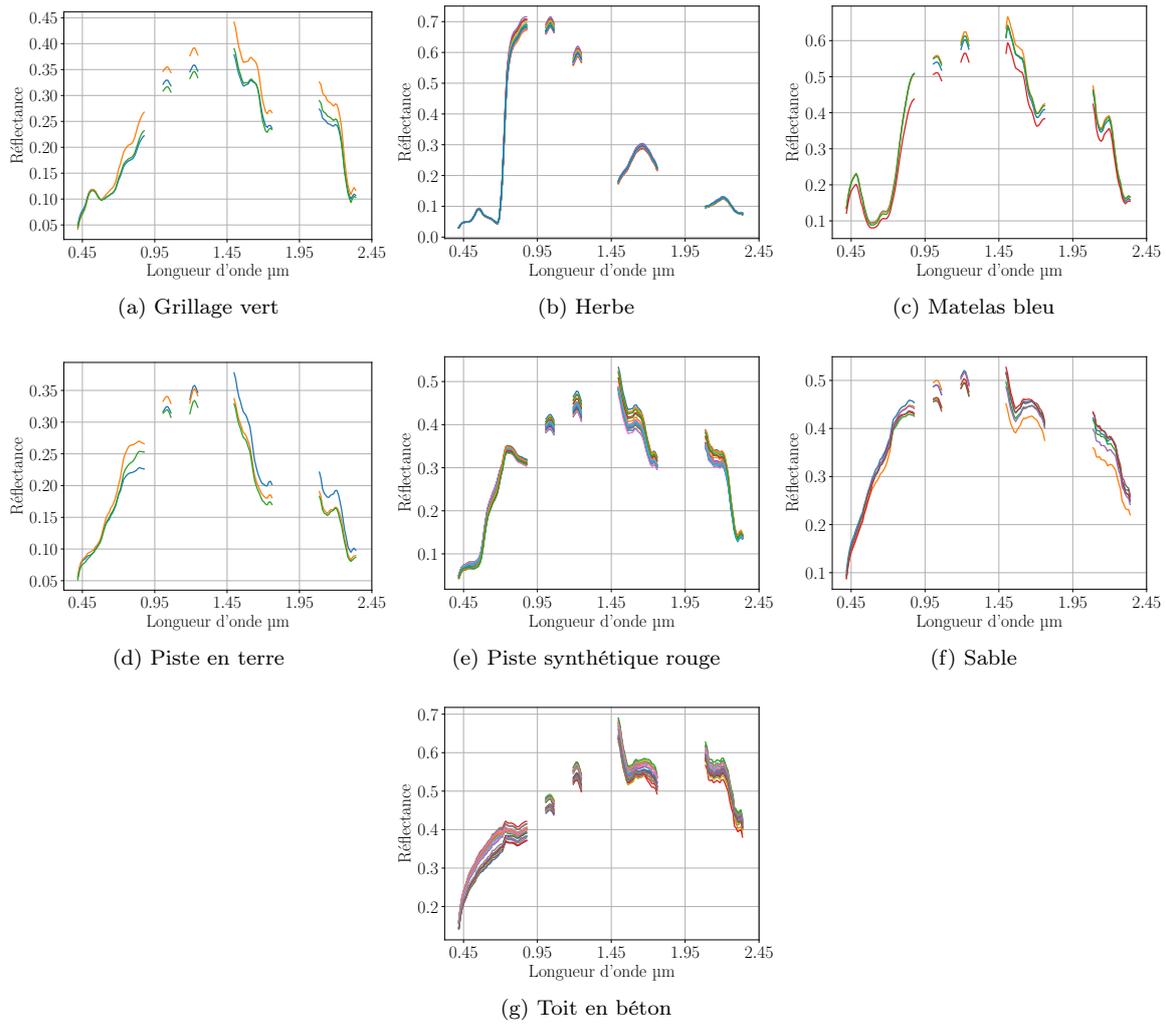


FIGURE 2.9 – Collections de spectres de chaque matériau pur trouvé dans l'image du stade de Bâle.

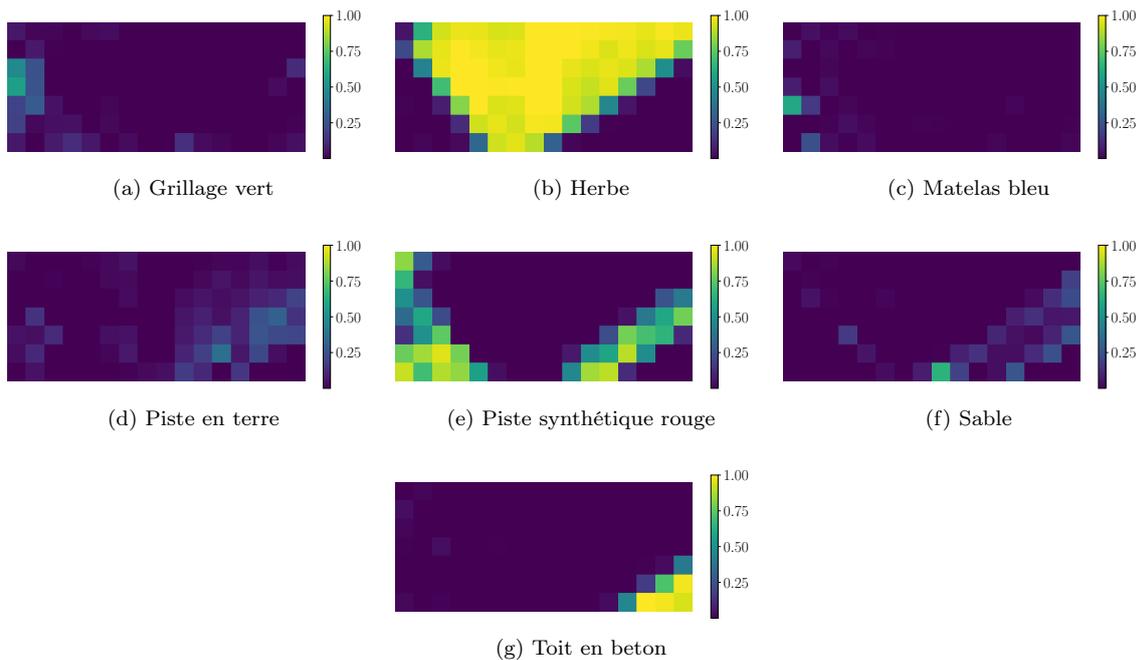


FIGURE 2.10 – Cartes d'abondance des matériaux purs trouvés dans l'image du stade de Bâle.

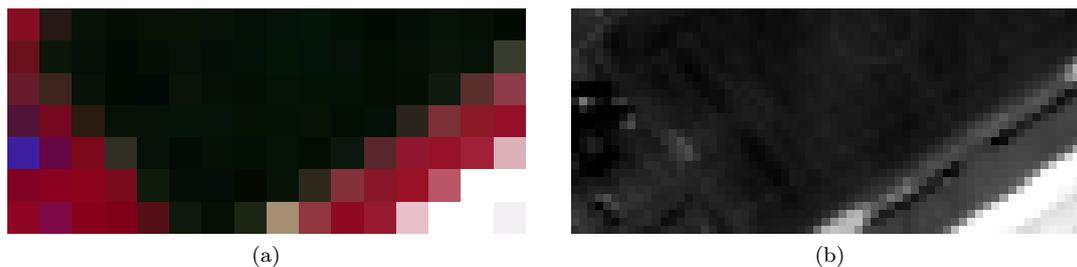


FIGURE 2.11 – Jeu de données du stade de Bâle, simulé aux caractéristiques des instruments d'HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l'image HS à 8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2 m de GSD en unité de luminance.

### 2.3.3 Canjuers

La dernière image étudiée (voir figure 2.12) a été acquise au-dessus du village de Canjuers, Var, France en 2015 avec le capteur HYSPEX du fabricant NEO<sup>3</sup>. Son GSD est de 50 cm et ses dimensions sont de  $278 \times 172$  m<sup>2</sup>. Des mires d'étalonnage et une bâche sont placées dans la scène. Leur taille caractéristique étant inférieure à 8 m, leurs spectres seront donc très mélangés dans l'image à 8 m. Du fait de la grande taille de la scène, une vérité-terrain partielle a été construite et est montrée sur les figures 2.13 et 2.14. Le jeu de données final est montré sur la figure 2.15. Ce jeu de données sera utilisé afin de valider une hypothèse que nous présenterons dans le chapitre 4.

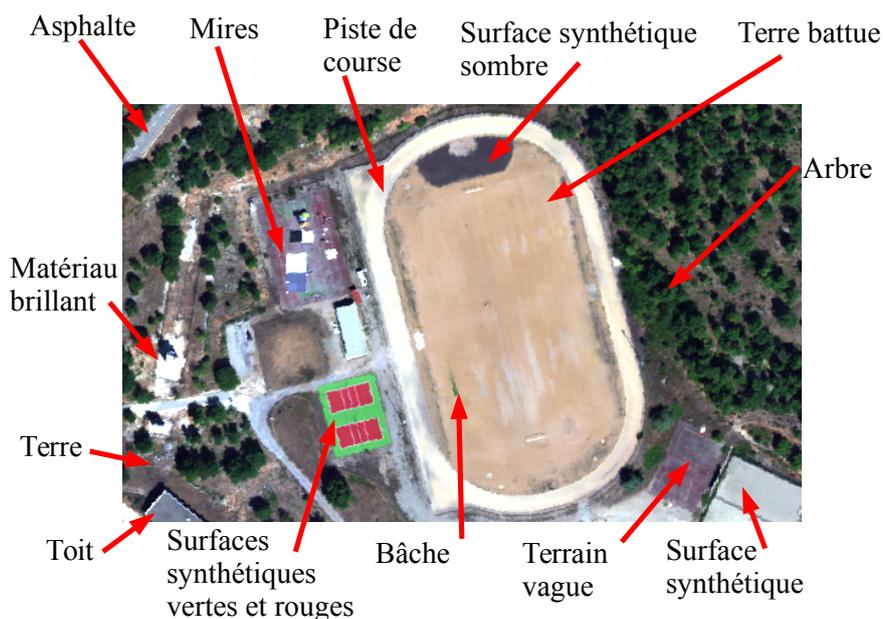


FIGURE 2.12 – Composition colorée de l'image du stade de Canjuers.

3. Gamme HYSPEX : <https://www.hyspex.com/hyspex-turnkey-solutions/airborne/>

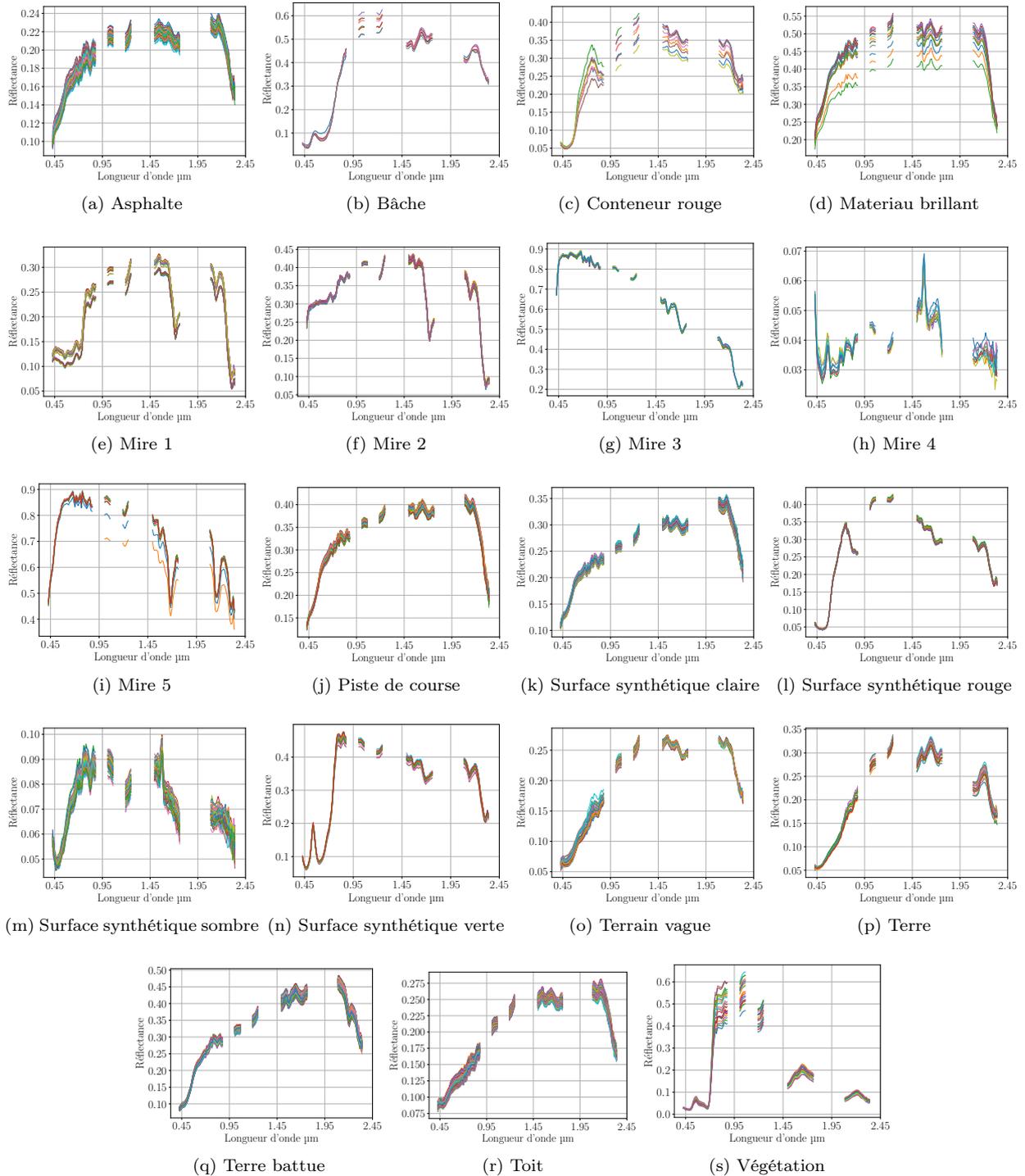


FIGURE 2.13 – Collections partielles de spectres de chaque matériau trouvé dans l'image du stade de Bâle.

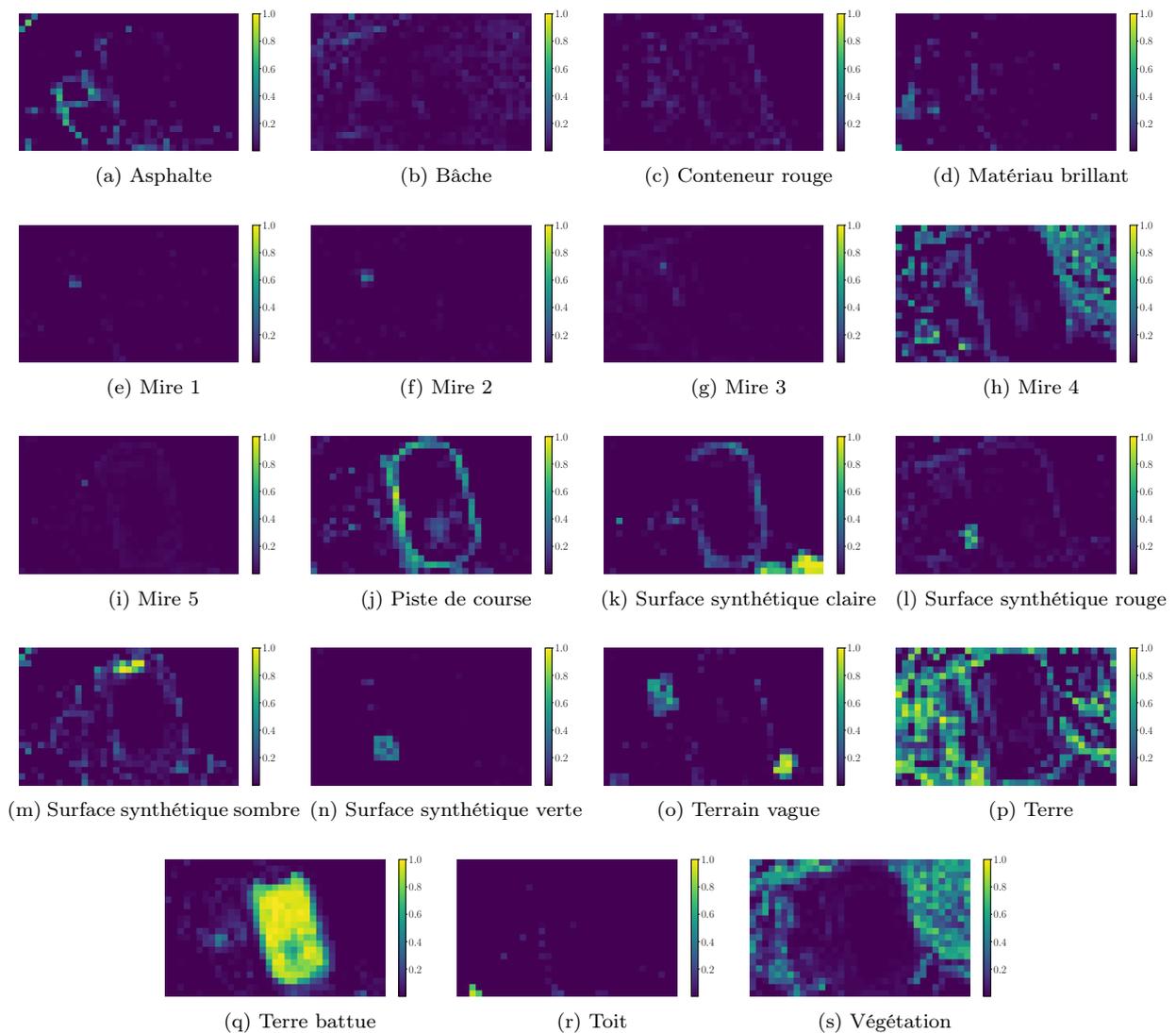


FIGURE 2.14 – Cartes d'abondance partielles des matériaux trouvés dans l'image du stade de Canjuers.

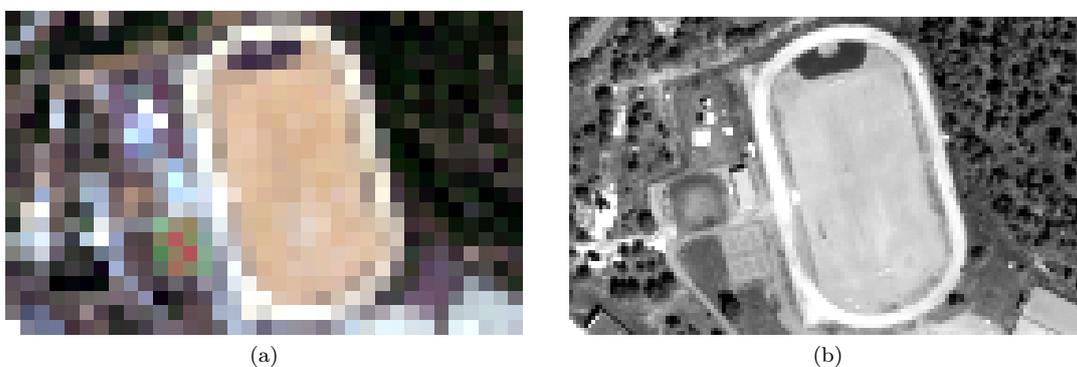


FIGURE 2.15 – Jeu de données du stade de Canjuers, simulé aux caractéristiques des instruments d'HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l'image HS à 8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2 m de GSD en unité de radiance.

## 2.4 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode permettant de simuler des images PAN et HS se rapprochant le plus possible des caractéristiques des instruments de la mission HYPXIM, à partir d'images HS aéroportées. Pour cela, diverses étapes, notamment de prise en compte des PSFs et réponses impulsionnelles spectrales ont été faites, ainsi que l'ajout d'un bruit suivant le modèle de bruit de l'instrument HS d'HYPXIM. Ne disposant pas des caractéristiques de l'instrument PAN, nous avons choisi des caractéristiques idéales par soucis de simplicité. Les images PAN sont tout de même bruitées en amont durant le processus d'agglomération spectral. Nous avons ensuite proposé un protocole permettant de construire une vérité-terrain à partir des données aéroportées et satellitaires. Enfin, nous avons présentés les trois jeux de données que nous allons utiliser dans la suite de cette thèse. Les jeux de données du lotissement de Mauzac et du stade de Canjuers seront utilisés dans les chapitres 3 et 4. Les jeux de données du stade de Bâle et de la centrale photovoltaïque de Lavernose-Lacasse seront utilisés dans les chapitres 6 et 7. Les vérités-terrains des images du stade de Bâle et de la centrale photovoltaïque de Lavernose-Lacasse sont très bien définies du fait de la petite taille des scènes, mais également de la présence de pixels purs pour chaque matériau. Nous allons maintenant pouvoir étudier l'utilisation d'une image PAN dans le contexte du démixage spectral.

## Chapitre 3

# Méthode d'extraction des pôles de mélange utilisant la voie panchromatique

### Table de chapitre

<b>3.1</b>	<b>Scénarios d'utilisation de l'image panchromatique . . . . .</b>	<b>47</b>
<b>3.2</b>	<b>Étude expérimentale de l'hétérogénéité panchromatique des pixels hyperspectraux supposés purs . . . . .</b>	<b>48</b>
3.2.1	Analyse de trois pixels purs . . . . .	49
3.2.2	Analyse sur deux jeux d'image . . . . .	51
<b>3.3</b>	<b>Développement d'une méthode d'extraction des spectres de matériaux purs - HBEE . . . . .</b>	<b>53</b>
3.3.1	Choix du modèle de mélange . . . . .	53
3.3.2	Détection des pixels purs grâce à un critère d'hétérogénéité sur la voie panchromatique	53
3.3.3	Classification non-supervisée et sélection d'un représentant par classe . . . . .	54
<b>3.4</b>	<b>Synthèse et Discussion . . . . .</b>	<b>55</b>

Dans ce chapitre, nous développons une méthode d'extraction des pixels purs hyperspectraux en utilisant l'information spatiale de l'image panchromatique (PAN). Plusieurs voies ont été envisagées pour utiliser l'image panchromatique. Ces différentes approches sont présentées et nous justifierons le choix de l'une d'entre elles. Les hypothèses sous-jacentes sont discutées et leur validité étudiée. Une méthode d'extraction des pixels hyperspectraux purs utilisant cette approche est ensuite présentée. Elle est suivie d'une classification non supervisée permettant de regrouper ces pixels par classe de matériau et d'une sélection d'un spectre représentatif pour chaque matériau ainsi détecté.

### 3.1 Scénarios d'utilisation de l'image panchromatique

La meilleure résolution spatiale au sol d'une image panchromatique permet de disposer de plusieurs pixels panchromatiques dans la zone couverte par chaque pixel hyperspectral et peut être utilisée de différentes manières. La première consiste à réaliser une carte de segmentation, c'est à dire à décomposer l'image en segments délimitant des zones homogènes [100]. BLASCHKE [101] a montré l'intérêt d'une telle approche dans le contexte de l'analyse d'image (PAN ou même multispectral et HS) d'observation de la Terre orientée objet. Plusieurs méthodes de segmentation appliquées à des images PAN et non-supervisées existent, notamment les algorithmes de "Watershed" [102], les algorithmes de "Mean Shift" [103, 104] et "Quick Shift" [105]. D'autres algorithmes plus récents tels que "SLIC Superpixel" pour Simple Linear Iterative Clustering [106] ou encore la méthode "SIEMS" pour Segmentation by Iterative Expectation–Maximization Splitting [107] ont également été développés. Une fois cette carte de segmentation établie, avec un label de segment attribué pour chaque pixel panchromatique, deux possibilités se dessinent. Premièrement, les pixels hyperspectraux couvrant un unique segment peuvent être identifiés. Ceux-ci sont alors considérés comme purs comme illustré sur la figure 3.1, sous l'hypothèse que tous les pixels PAN soient purs. La qualité de la détection des pixels HS purs dépendra de la méthode de segmentation utilisée et du bruit présent sur l'image PAN. Une autre possibilité est d'utiliser l'information des segments pour estimer ou contraindre ultérieurement les abondances de matériaux dans chaque pixel hyperspectral en reliant les abondances aux proportions de chaque segment présent dans chaque pixel hyperspectral. Cependant cette approche est très dépendante, d'une part de la qualité de la segmentation réalisée et d'autre

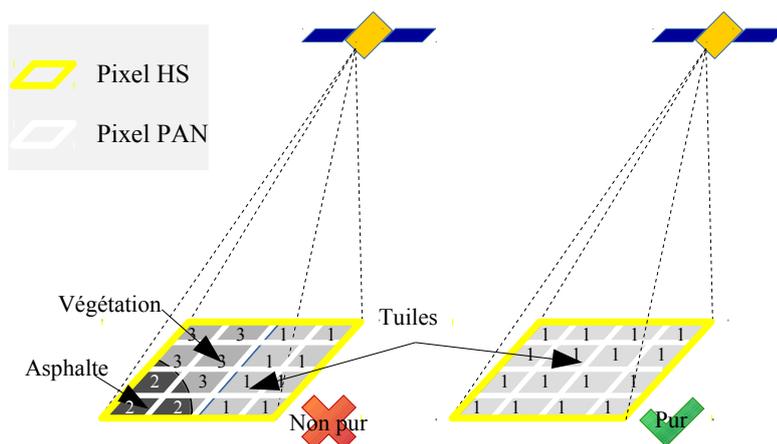


FIGURE 3.1 – Exemple jouet de segmentation d'une collection de pixels panchromatiques correspondant à un pixel hyperspectral. Les numéros indiquent à quel segment chaque pixel panchromatique est affecté. Le pixel de gauche contient trois segments tandis que le pixel de droite n'en contient qu'un seul.

part du rapport des résolutions spatiales hyperspectrales et panchromatiques. Avec un pas d'échantillonnage au sol de 2 m pour l'image panchromatique et de 8 m pour l'image hyperspectrale, les abondances sont quantifiées sur 16 valeurs, c'est-à-dire avec une précision de  $\frac{1}{16}$ . Cette approche pose toutefois des problèmes d'association de ces abondances à un matériau donné. En effet, une fois estimées, ces abondances ne sont pas encore attribuées à un matériau en particulier. De plus, aucune indication sur le nombre final de matériaux dans l'image n'est donnée, seul le nombre de matériaux présents dans chaque pixel hyperspectral est connu. Il est également possible que deux segments disjoints contenus dans le même pixel hyperspectral correspondent au même matériau. L'association entre les proportions de segments occupant un pixel hyperspectral et l'abondance de matériaux en sein de ce pixel est donc difficile, et source d'erreurs pour le démélange spectral. Enfin, les algorithmes de segmentation nécessitent un paramétrage complexe qui influe sur le résultat de la segmentation. Ces dernières sont également dépendantes du type d'image considéré et de leur résolution spatiale. Les méthodes Watershed, Quick Shift, SLIC Superpixels ainsi que SIEMS ont été testées sur l'image PAN du lotissement de Mauzac (figure 2.2). Les conclusions que nous tirons de ces différents tests sont que l'obtention d'une carte de segmentation visuellement représentative de la scène est délicate, la méthode SIEMS étant la seule à produire une carte non sur-segmentée et visuellement juste dans toute l'image, au prix du réglage des trois paramètres de la méthode.

Par opposition à la segmentation, une autre voie de détection des pixels HS purs consiste, pour chaque collection de pixels panchromatiques associée à un pixel hyperspectral, à estimer des critères statistiques notamment de dispersion des valeurs de ces pixels qui est une mesure d'hétérogénéité panchromatique. L'idée sous-jacente étant qu'un pixel HS est pur si l'ensemble des pixels PAN correspondant est homogène. Cela sous-entend en particulier que les pixels panchromatiques sont eux-mêmes purs. L'avantage principal de cette voie est qu'elle est simple à réaliser et ne dépend que du bruit présent dans l'image PAN.

Finalement, compte-tenu des incertitudes liées aux performances des méthodes de segmentation, des différents tests de ces méthodes que nous avons effectués et de la simplicité de calcul de critères statistiques, la détection de pixels HS purs par l'utilisation de mesure d'hétérogénéité panchromatique a été privilégiée.

### 3.2 Étude expérimentale de l'hétérogénéité panchromatique des pixels hyperspectraux supposés purs

Afin de valider l'hypothèse selon laquelle un pixel HS est pur si l'ensemble des pixel PAN correspondant est homogène, nous disposons de deux jeux d'images hyperspectrales et panchromatiques. Ces jeux d'images ont été choisis pour leur grande taille et sont issus d'acquisitions hyperspectrales au-dessus de la ville de Mauzac à la résolution spatiale au sol (désignée par la suite GSD pour "Ground Sampling Distance") de 55 cm et au-dessus du village de Canjuers à la résolution spatiale au sol de 50 cm. Des images panchromatiques à 2 m et 2.2 m de résolution spatiale au sol et hyperspectrales à 8 m et 8.8 m sont simulées à l'aide du protocole décrit dans le chapitre 2 et sont montrées sur les figures 3.2 et 3.3. Le ratio des GSD HS et PAN que nous considérons ici est celui envisagé pour la mission HYPXIM [6]. Tout d'abord, nous analyserons la dispersion spectrale des matériaux entre les spectres des pixels à 50 cm au sein d'un pixel pur à l'échelle de 8 m, en considérant que les pixels à 50 cm sont purs. Cette analyse sera réalisée sur 3 pixels à 8 m correspondant à 3 matériaux différents. Puis nous analyserons de manière statistique les deux jeux d'image afin d'effectuer une étude plus globale et ainsi valider l'hypothèse posée.

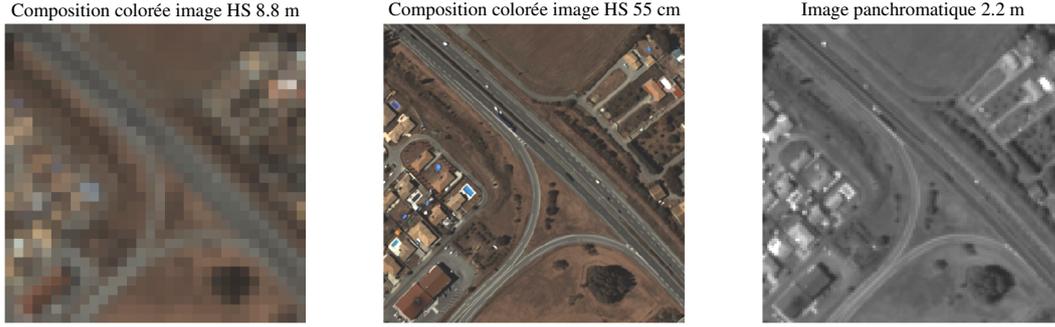


FIGURE 3.2 – Jeu d’images hyperspectrales et panchromatique issu d’une acquisition au-dessus de la ville de Mauzac aux résolutions spatiales au sol de 8.8 m, 55 cm et 2.2 m.



FIGURE 3.3 – Jeu d’images hyperspectrales et panchromatique issu d’une acquisition au-dessus du village de Canjuers aux résolutions spatiales au sol de 8 m, 50 cm et 2 m.

### 3.2.1 Analyse de trois pixels purs

Tout d’abord, nous sélectionnons visuellement des pixels purs à 8.8 m sur l’image hyperspectrale de Mauzac en considérant la composition colorée de l’image hyperspectrale à 55 cm . Ces pixels sont choisis de façon à ce qu’ils soient localisés à l’intérieur d’un plus grand objet composé d’un unique matériau (figure 3.4) différent pour chaque pixel. De cette manière les pixels panchromatiques à 2.2 m correspondants sont également purs.

Les collections de spectres issues de l’image hyperspectrale à 55 cm pour chaque pixel pur de 8.8 m sont indiquées sur la figure 3.5. Chaque collection comporte donc  $16 \times 16$  pixels à 55 cm. Nous pouvons remarquer que ces spectres sont très proches en terme de forme. Afin de mesurer la pureté des pixels choisis à 8.8 m , nous calculons une valeur d’angle spectral (SAM) [108] entre chaque spectre  $\vec{y}_n$  de chaque collection, obtenant ainsi un ensemble de mesure de variabilité spectrale de chaque collection. le SAM est calculé comme suit :

$$SAM(\vec{y}_n, \vec{y}_n') = \arccos \left( \frac{\langle \vec{y}_n, \vec{y}_n' \rangle}{\|\vec{y}_n\| \cdot \|\vec{y}_n'\|} \right) \quad (3.1)$$

avec  $\langle , \rangle$  le produit scalaire entre deux vecteurs et  $\| \cdot \|$  la norme d’un vecteur. Puis, nous calculons la moyenne de ces angles spectraux afin d’avoir un indicateur de la pureté d’un pixel à 8.8 m. Nous appellerons par la suite cet indicateur la dispersion spectrale. Un pixel pur aura donc une dispersion spectrale proche de zéro. Ces valeurs, montrées dans le tableau 3.1, indiquent une faible dispersion spectrale et signifient que, lorsque chaque pixel PAN est pur, il n’y a qu’un seul matériau présent dans chacun des pixels à 8.8 m sélectionnés. Ces valeurs donnent également un ordre de grandeur de la variabilité spectrale des matériaux dans un proche voisinage (ici au sein d’un même pixel à 8.8 m) ce qui correspond à la variabilité intraclasse que l’on cherche à caractériser. Cette variabilité spectrale pourrait être plus forte si les spectres de matériaux étaient issus de pixels plus éloignés, par exemple pris sur des toitures en tuile de couleurs un peu différentes, ou sur de l’asphalte pris sur des routes plus ou moins récentes.

Maintenant que nous avons montré que ces pixels à 8.8 m de résolution spatiale étaient purs, nous pouvons vérifier si les collections de pixels panchromatiques à 2 m de résolution spatiale au sol leur correspondant sont homogènes. Pour cela, l’écart-type a été calculé sur les valeurs de chaque collection de pixels panchromatiques et est montré dans le tableau 3.2. Nous appellerons par la suite cet indicateur l’hétérogénéité panchromatique. Si cet indicateur est proche de zéro, cela veut dire que la collection de pixels panchromatiques est homogène.

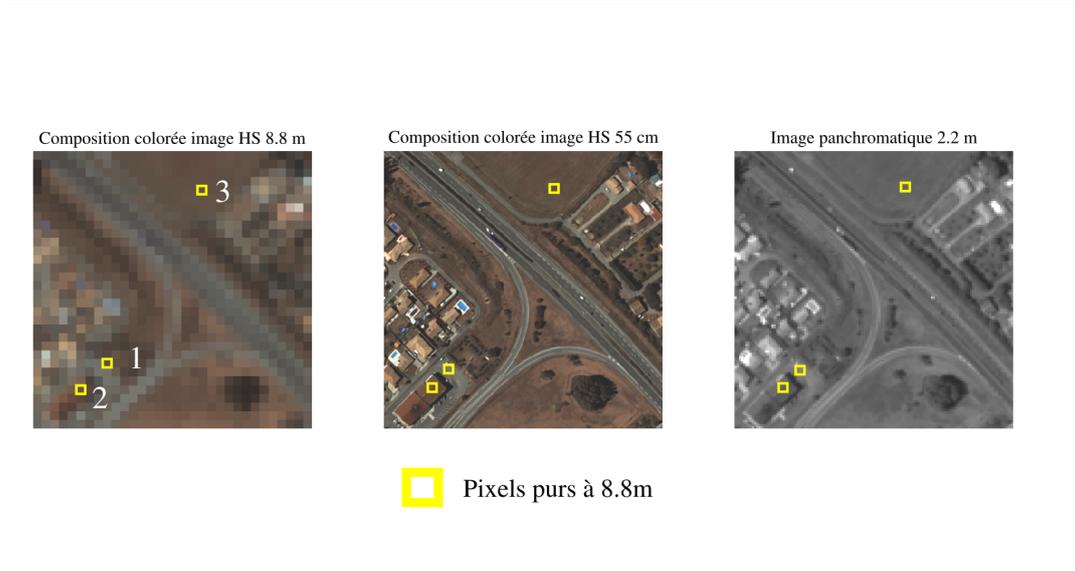


FIGURE 3.4 – Pixels purs considérés pour l'étude d'homogénéité sur le jeu d'images de Mauzac.

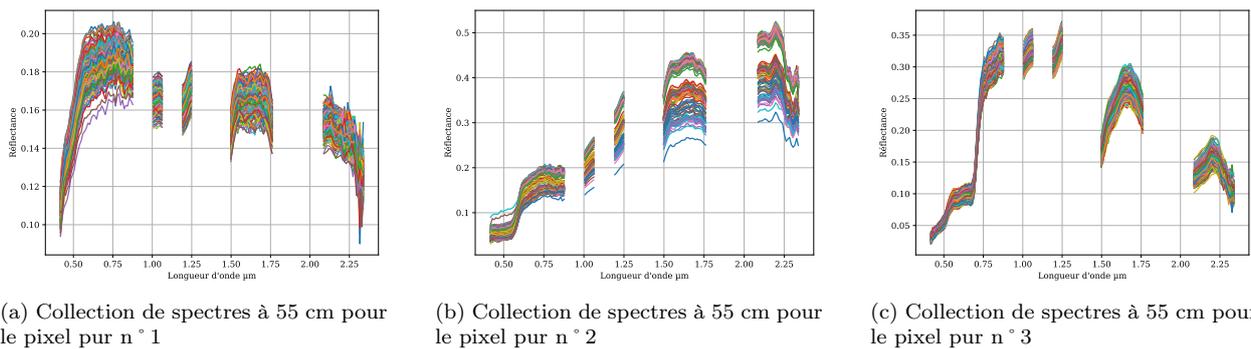


FIGURE 3.5 – Collections des 256 spectres issues de l'image hyperspectrale à 55 cm de résolution correspondant à chaque pixel pur à 8.8 m de résolution.

	moyenne
Pixel pur n ° 1	1.60 °
Pixel pur n ° 2	1.97 °
Pixel pur n ° 3	2.80 °

Tableau 3.1 – Moyenne en degré des valeurs d'angles spectraux entre chaque spectre des collections de chaque pixel pur à 8.8 m de résolution spatiale.

	Écart-type $\sigma$ ( $W/m^2/sr$ )	$\frac{\sigma}{\max\{\overrightarrow{y_{pan}}\} - \min\{\overrightarrow{y_{pan}}\}}$
Pixel pur n ° 1	1.32	0.6%
Pixel pur n ° 2	3.34	1.6%
Pixel pur n ° 3	0.84	0.4 %

Tableau 3.2 – Écart-types des valeurs des collections de pixels panchromatiques correspondant aux pixels hyperspectraux purs à 8.8 m de résolution spatiale considérés. Les valeurs relatives (%) à la dynamique de l'image PAN sont également montrées avec  $\max\{\overrightarrow{y_{pan}}\}$  et  $\min\{\overrightarrow{y_{pan}}\}$  respectivement la valeur maximale et minimale du vecteur  $\overrightarrow{y_{pan}}$  contenant les valeurs en luminance de l'image PAN.

En considérant que la différence entre la valeur maximale et minimale de l'image PAN est de  $208 W/m^2/sr$  sur l'image étudiée, les écart-types relatifs constatés pour les trois pixels considérés sont très faibles et indiquent qu'ils ont une très faible hétérogénéité. Nous avons donc illustré ici l'hypothèse selon laquelle un pixel pur à 8.8 m est homogène selon l'image PAN pour ces trois pixels hyperspectraux, en considérant que les pixels à 55 cm sont purs. Cependant, pour valider cette hypothèse à l'échelle d'une image, il est nécessaire d'effectuer une étude plus globale.

### 3.2.2 Analyse sur deux jeux d'image

Nous allons maintenant vérifier si l'hypothèse selon laquelle un pixel HS est pur si l'ensemble des pixels PAN correspondant est homogène est valide pour les deux jeux d'images. Pour rappel, cette hypothèse nécessite que tous les pixels panchromatiques soient purs. À une résolution spatiale au sol avoisinant les 2 m, nous pouvons nous attendre à ce que cette condition ne soit pas vérifiée pour chaque pixel, Comme l'a montré Wu [39], environ 52% des pixels sont purs pour des images urbaines à 4 m de résolution spatiale au sol.

Ce nombre devrait donc augmenter pour des résolutions spatiales au sol de 2 m.

Afin de vérifier la validité de l'hypothèse, nous calculons l'indicateur de dispersion spectrale pour chaque pixel des images panchromatiques en utilisant les images hyperspectrales à 55 et 50 cm des deux jeux de données, dont les pixels sont considérés comme purs. Les valeurs de cet indicateur sont montrées sur la figure 3.6 sous forme d'images. Nous constatons que tous les pixels panchromatiques situés sur des bordures d'objets

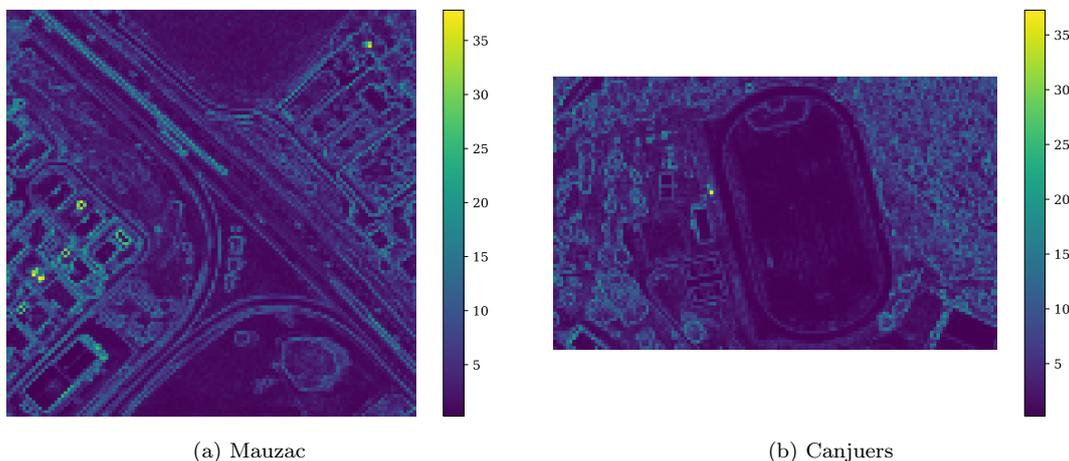


FIGURE 3.6 – Images de dispersion spectrale en degrés des images panchromatiques.

ou contenant plusieurs objets présentent une forte dispersion spectrale. Si l'on choisit un seuil d'angle spectral de  $5^\circ$  pour décider de la pureté d'un pixel, seuil couramment utilisé pour classer ou détecter des matériaux, le pourcentage de pixels panchromatiques purs s'élève alors à 68.6% pour l'image de Mauzac et 69.8% pour l'image de Canjuers. La condition de pureté de tous les pixels PANs n'étant pas vérifiée, il faut donc s'attendre à ce que cela ait une influence sur l'hétérogénéité panchromatique des pixels hyperspectraux à 8 et 8.8 m.

Nous allons maintenant étudier le lien entre l'hétérogénéité panchromatique et la dispersion spectrale des pixels à 8.8 et 8 m. Pour cela, nous traçons les nuages de points correspondant aux deux images de Mauzac et Canjuers sur la figure 3.7. On constate, sur ces nuages de points, que les pixels à 8 m ayant de faibles valeurs d'hétérogénéité panchromatique (au maximum  $1.02 W/m^2/sr$ ), correspondent bien à des pixels ayant une faible dispersion spectrale (au maximum  $5^\circ$ ) et peuvent donc être considérés comme purs. On observe néanmoins un grand nombre de points présentant une relativement faible hétérogénéité panchromatique (de 1 jusqu'à  $4 W/m^2/sr$ ) mais ayant une forte dispersion spectrale (supérieure à  $5^\circ$ ). En fait, ces pixels contiennent au moins un pixel panchromatique non pur. Ils ont été tracés en vert sur les graphiques. Ces points verts représentent 81% des points tracés pour la scène de Mauzac et 65% des points pour celle de Canjuers. L'image de Mauzac décrivant une scène péri-urbaine, il semble normal que davantage de pixels HS à 8.8 m contiennent au moins un pixel PAN à 2.2 m non pur puisque la taille caractéristique des éléments composant la scène est plus faible, et que la scène est plus hétérogène. Néanmoins, les 5% de pixels ayant la plus faible hétérogénéité panchromatique ne contiennent que des pixels panchromatiques purs, et ce pour les deux scènes étudiées. Nous pouvons donc en déduire que l'hypothèse selon laquelle un pixel HS est pur si l'ensemble des pixels PAN correspondant est homogène sur toute l'image semble vérifiée pour de très faibles valeurs d'hétérogénéité panchromatique.

Il existe toutefois une limitation liée au fait que l'image PAN intègre le rayonnement sur une large plage de longueur de d'onde. Si deux matériaux spectralement différents réfléchissent la même quantité d'énergie dans la bande panchromatique, ils ne peuvent pas être distingués sur l'image panchromatique. Pour illustrer ce

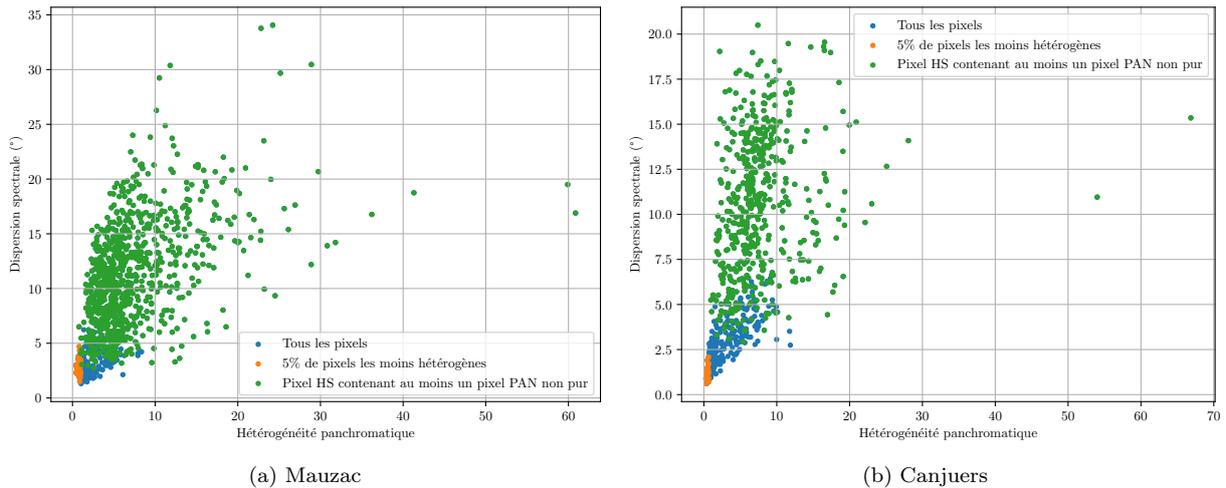


FIGURE 3.7 – Nuages de points de la dispersion spectrale (moyenne des angles spectraux entre les spectres d’une même collection de 256 spectres des pixels à 55 et 50 cm) en fonction de l’hétérogénéité panchromatique (écart-type des valeurs des collections de 16 pixels panchromatiques à 2.2 et 2 m) pour chaque pixel à 8.8 et 8 m (respectivement pour l’image de Mauzac et Canjuers) de résolution spatiale au sol.

phénomène, nous montrons sur la figure 3.8 un pixel à 8 m que l’on considérerait comme pur car ayant une faible hétérogénéité panchromatique, mais qui contient le mélange de deux matériaux. Nous voyons clairement que

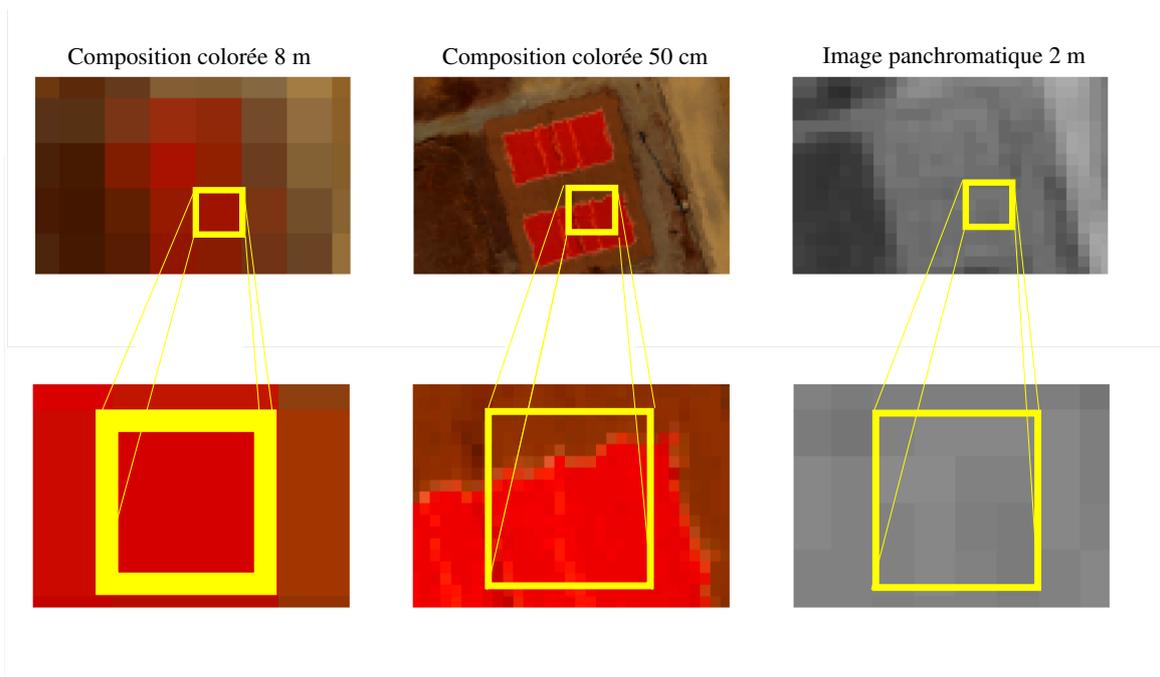


FIGURE 3.8 – Illustration d’un pixel contenant deux matériaux spectralement distincts mais produisant deux niveaux de gris similaires sur l’image panchromatique.

ces matériaux produisent des niveaux de gris très proches sur l’image panchromatique mais ont des spectres en réflectance différents comme illustré sur la figure 3.9, notamment dans le domaine du visible et proche infrarouge. Cet exemple est le seul que nous ayons trouvé sur les deux jeux d’images, ce qui indique que ce phénomène a une faible probabilité d’apparition.

Finalement, l’hypothèse selon laquelle un pixel HS est pur si l’ensemble des pixel PAN correspondant est homogène sur toute l’image est vérifiée sur ces jeux d’images, il faut cependant garder en tête ses limitations. Elle n’est notamment valide que si les pixels HS panchromatiques sont tous purs, ce qui n’est pas nécessairement le cas à la résolution spatiale de 2 m. Toutefois, les pixels ayant la plus faible hétérogénéité panchromatique ne contiennent que des pixels panchromatiques purs sur les jeux de données étudiés. L’utilisation d’une caméra panchromatique de résolution plus fine permettrait de réduire cette limitation. Il est néanmoins possible, malgré

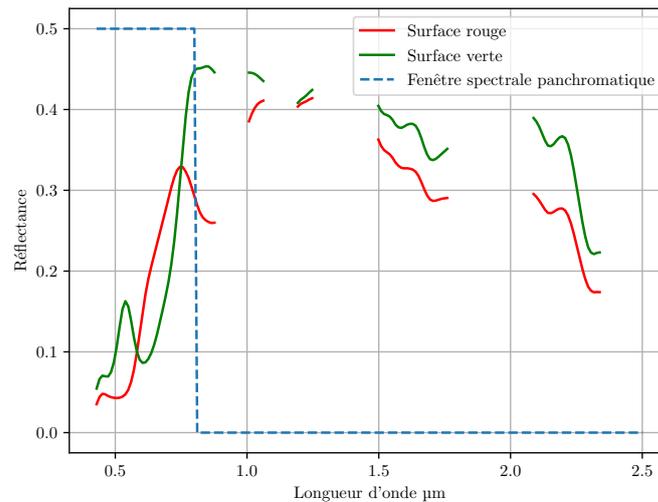


FIGURE 3.9 – Spectres en réflectance des matériaux de surface de terrain de volley rouge et vert.

la présence de pixels panchromatiques non purs, de détecter des pixels hyperspectraux purs à l'aide d'un seuil d'hétérogénéité très sélectif. D'autre part, les matériaux mélangés dans un pixel hyperspectral ne doivent pas réfléchir la même quantité de flux lumineux dans la bande panchromatique, auquel cas les pixels panchromatiques associés auraient des valeurs proches. Ce cas semble cependant assez rare, mais dans le cas où celui-ci apparaîtrait, l'utilisation d'une image multi-spectrale contenant quelques bandes spectrales au lieu d'une image panchromatique leverait cette ambiguïté. Les limitations étant connues et comprises, nous pouvons maintenant utiliser cette hypothèse dans le cadre du démixage spectral.

### 3.3 Développement d'une méthode d'extraction des spectres de matériaux purs - HBEE

Dans cette section, nous développons une méthode nommée "Heterogeneity-Based Endmember Extraction" (HBEE) qui permet d'extraire un jeu de spectres de matériaux représentés par des pixels purs dans une image hyperspectrale, en se basant sur l'hypothèse, dont la validité a été discutée dans le paragraphe précédent, qu'un pixel hyperspectral est considéré comme pur si son hétérogénéité à l'échelle PAN est faible.

#### 3.3.1 Choix du modèle de mélange

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1 d'état de l'art, plusieurs modèles de mélange existent pour expliquer le phénomène de mélange spectral. Plusieurs types de scènes peuvent être rencontrés, notamment rural, péri-urbain et urbain. Nous avons vu que les modèles traitant des réflexions multiples dans une scène (le plus souvent urbaine) n'améliorent les résultats que dans le cas de scènes comportant différents niveaux d'élévation, notamment les scènes urbaines. Cependant, ces effets non linéaires ont une influence moindre comparée à celle de la variabilité spectrale intra-classe des matériaux. Cette variabilité est également réduite à la résolution spatiale de la caméra hyperspectrale de la mission HYPXIM (8 m) comme l'a montrée REVEL [93] pour un GSD de 6.4 m. Compte-tenu de leur complexité et dans le cadre de nos travaux, l'apport des modèles de mélange traitant de ces effets non-linéaires n'est pas garanti. Finalement, nous avons choisi le modèle de mélange linéaire (1.7) qui permet de modéliser le mélange spectral dans la plupart des cas.

#### 3.3.2 Détection des pixels purs grâce à un critère d'hétérogénéité sur la voie panchromatique

Une première étape consiste en la détection de tous les pixels hyperspectraux purs d'une image. Nous choisissons ici de les détecter en seuillant un critère d'hétérogénéité calculé pour chaque collection de pixels panchromatiques de chaque pixel hyperspectral. Plusieurs critères d'hétérogénéité existent, notamment l'écart-type que nous avons utilisé en section 3.2 pour mesurer la dispersion des collections de pixels panchromatiques. Toutefois, l'écart-type est un critère qui est sensible aux valeurs aberrantes et extrêmes. D'autres critères, comme l'écart inter-quartile ou l'écart inter-pourcentile, y sont moins sensibles [109]. Nous choisissons finalement l'écart

inter-pourcentile 5-95 qui mesure la dynamique des valeurs des pixels panchromatiques en s'affranchissant de seulement 10% des valeurs extrêmes (5% des valeurs les plus faibles et 5% des valeurs les plus fortes). Ce choix se justifie car le scénario de la mission HYPXIM propose un rapport de résolution spatiale entre les images panchromatiques et hyperspectrales de quatre. Les collections de pixels panchromatiques associées aux pixels hyperspectraux ne contiendraient alors que 16 pixels, ce qui est peu. Il faut donc privilégier un critère prenant en compte un maximum de valeurs tout en éliminant les quelques possibles valeurs aberrantes qui peuvent notamment être causées par le bruit. Cela sous-entend également que l'on accepte que le pixel hyperspectral à 8 m ne soit pas complètement pur et puisse contenir 10% (c'est à dire 1, voir 2, pixels PAN à la résolution de 2 m) de matériaux différents du matériau majoritairement présent.

Lorsque ce critère est calculé sur toute l'image, on ne conserve alors que les pixels hyperspectraux dont la valeur du critère d'hétérogénéité est inférieure à un seuil  $\alpha_h$ . Ces pixels sont alors considérés comme purs. À l'issue de cette sélection, on dispose d'un ensemble de  $N_h$  spectres de matériaux purs associés à ces pixels ainsi que la valeur  $\eta$  du critère d'homogénéité pour chacun d'entre eux.

### 3.3.3 Classification non-supervisée et sélection d'un représentant par classe

Il est probable que l'ensemble des pixels purs sélectionnés par le critère d'hétérogénéité corresponde à un nombre restreint de matériaux. Autrement dit, plusieurs pixels purs correspondent au même matériau. Une classification non supervisée doit alors être réalisée dans l'objectif de regrouper tous les pixels correspondant au même matériau, pour ensuite sélectionner au sein de chaque classe un représentant. L'ensemble des représentants de chaque classe constituera alors un premier jeu de pôles de mélange. Ne disposant pas de connaissances *a priori* sur les classes, un algorithme de classification non-supervisée est requis tel que l'algorithme des  $k$  plus proches voisins [110]. Néanmoins, le nombre de classes est inconnu et selon le type de scène, certaines classes peuvent être sur-représentées. L'algorithme des  $k$  plus proches voisins nécessitant la connaissance de ce nombre et étant sensible à la sur-représentation de classes n'a donc pas été retenu. Une autre classe de méthode de classification non-supervisée, celle des algorithmes hiérarchiques [111], fusionne itérativement des classes et construit ainsi un arbre de classification. Ces algorithmes nécessitent donc uniquement de régler un seuil d'arrêt, dont on peut estimer l'ordre de grandeur par l'expérience. Nous choisissons donc cette classe de méthode de classification dont nous allons maintenant décrire le fonctionnement.

À l'initialisation, la liste des  $N_h$  spectres purs est divisée en  $C = N_h$  classes et chaque spectre se voit attribuer une classe différente. Au fil des fusions, le représentant  $\vec{z}_c$  de la classe  $c$  est classiquement calculé grâce à une moyenne spectrale. Or comme nous l'avons vu dans la section 3.2, des pixels non-purs peuvent avoir une faible hétérogénéité panchromatique et donc être détectés comme étant purs. Leurs spectres associés altèreraient la pureté du spectre représentant la classe s'il est déduit d'une moyenne non-pondérée. Nous avons vu cependant que ces pixels présentent une hétérogénéité panchromatique plus grande que les pixels purs. Afin de réduire l'impact de ces faux pixels purs sur les performances de l'algorithme, nous choisissons de pondérer la moyenne spectrale par l'inverse des valeurs du critère d'hétérogénéité. Le représentant  $\vec{z}_c$  de la classe  $c$  à une itération donnée est donc calculé comme suit :

$$\vec{z}_c = \frac{\sum_{m=1}^{M_c} \frac{1}{\eta_m} \vec{z}_m}{\sum_{m=1}^{M_c} \frac{1}{\eta_m}} \quad (3.2)$$

avec  $m$  l'indice du spectre dans la classe  $c$ ,  $M_c$  le nombre de spectres dans la classe  $c$  et  $\eta_m$  la valeur du critère d'hétérogénéité correspondant au spectre  $\vec{z}_m$ . Cette stratégie permet de rapprocher la forme du représentant  $\vec{z}_c$  vers la forme du spectre le plus homogène de la classe et ainsi limiter l'influence d'un spectre potentiellement non pur. Concernant le critère de fusion des classes, nous choisissons l'angle spectral qui mesure la différence de forme et est insensible à un facteur d'échelle car nous considérons ici qu'un même matériau peut avoir le même spectre en réflectance à un facteur d'échelle près, notamment s'ils ne bénéficient pas toujours de la même illumination. À une itération donnée, l'algorithme va calculer les angles spectraux entre les représentants de chaque classe et va fusionner les deux classes correspondant au plus petit angle, c'est à dire former une nouvelle classe incluant tous les spectres des deux classes à fusionner et supprimer ces dernières. L'algorithme va ensuite calculer le nouveau représentant de la nouvelle classe ainsi fusionnée, en utilisant tous ses spectres, et continuer ses opérations de fusion jusqu'à ce que le plus petit angle spectral calculé devienne supérieur à un seuil  $\alpha_s$ . Par la suite on désignera par  $C_h$  le nombre de classes ainsi obtenu.

Nous disposons donc à présent de  $C_h$  classes de spectres représentant chacune un matériau. Il reste à définir un unique représentant pour chaque classe. Plusieurs possibilités s'offrent à nous telles que calculer une moyenne pondérée ou non, ou sélectionner un spectre directement dans chacune des classes. L'inconvénient d'une moyenne est que l'on effectue un mélange de spectres dont certains peuvent ne pas être purs, bien qu'ils n'aient pas été rejetés par le test du critère d'hétérogénéité panchromatique. Pour ces raisons, nous choisissons dans chaque classe, le spectre ayant la plus faible hétérogénéité panchromatique pour représenter un matériau. À ce stade,

nous disposons donc d'un jeu de spectres purs représentant chacun un matériau distinct, c'est-à-dire un premier ensemble de pôles de mélange.

### 3.4 Synthèse et Discussion

Plusieurs pistes d'utilisation conjointe d'images PAN et HS pour le démixage spectral ont été évoquées dans ce chapitre. Les pistes basées sur une segmentation de l'image PAN ont été écartées car la précision de la segmentation n'est pas garantie, et risque d'être insuffisante pour apporter un réel bénéfice dans le cadre du démixage spectral. L'utilisation d'un critère d'hétérogénéité a été privilégiée en posant l'hypothèse qu'un pixel hyperspectral est pur si la collection de pixels panchromatiques lui correspondant est homogène. Nous avons pu vérifier la validité de cette hypothèse mais sous certaines conditions, notamment que les pixels panchromatiques soient eux-mêmes purs, mais également que des matériaux spectralement différents, ne réfléchissent pas la même luminance. Cette dernière condition est clairement une limitation et pourrait être levée par l'utilisation d'une image multispectrale dans de futurs travaux. Néanmoins ce cas semble rare puisqu'une seule occurrence a été trouvée sur les deux jeux d'images considérés dans ce chapitre. Quant à la première condition, nous avons pu constater la présence de pixels panchromatiques non purs. Cette limitation serait moindre si l'image PAN avait une meilleure résolution spatiale (avec un RSB suffisamment grand), mais cette condition sort du cadre de la mission HYPXIM dans lequel se place cette thèse. Néanmoins, les pixels ayant une hétérogénéité panchromatique la plus faible sont toujours purs pour les deux jeux de données considérés. Cela permet au final, à l'aide du critère d'hétérogénéité, de privilégier des pixels purs comme représentants des classes.

Nous avons ensuite développé une méthode, la plus robuste possible aux différentes limitations rencontrées, permettant d'extraire un spectre représentant chaque matériau figurant dans au moins un pixel pur de l'image. Celle-ci s'effectue en trois étapes. Premièrement, nous avons choisi un critère d'hétérogénéité sur l'image panchromatique le plus robuste possible au bruit statistique lié au faible nombre de valeurs (16) par pixel hyperspectral dans le cas d'un scénario HYPXIM. Cela permet de sélectionner les spectres purs de l'image hyperspectrale dont la valeur du critère d'hétérogénéité est inférieure à un seuil  $\alpha_h$ , constituant ainsi une liste de spectres purs. Deuxièmement, nous avons choisi un algorithme de classification hiérarchique ascendante basée sur l'angle spectral pour classer les spectres purs de la liste dans des classes dont le nombre est au départ inconnu. Le critère d'arrêt de cet algorithme de classification dépend d'un seuil d'angle spectral  $\alpha_s$ . Enfin le spectre présentant l'hétérogénéité panchromatique la plus faible dans chaque classe est sélectionné comme un pôle de mélange. La méthode développée est appelée "Heterogeneity-Based Endmember Extraction" (HBEE) et a été présentée en conférence internationale [112] dans une version préliminaire, puis publiée dans une revue scientifique à comité de lecture [113].

Contrairement aux méthodes de démixage basées sur la recherche des pixels purs, HBEE n'a pas besoin de connaître le nombre de matériaux dans la scène et estime les spectres de matériaux représentés par des pixels purs ainsi que leur nombre. Une différence d'objectif apparaît alors avec les méthodes de la littérature basées sur la recherche de pixels purs. Les autres méthodes recherchent tous les spectres des matériaux de la scène. Si des pixels purs ne sont pas présents pour tous les matériaux, une partie des spectres estimés par les méthodes de la littérature, correspondant aux matériaux non représentés par des pixels purs, seront nécessairement mal estimés. Or dans une image à 8 m de résolution spatiale, on peut s'attendre à ce que tous les matériaux ne soient pas représentés par des pixels purs. A l'inverse, HBEE n'extraît que les pôles de mélange réellement représentés par des pixels purs. Les autres pôles de mélange, non représentés par des pixels purs au sens du critère d'homogénéité PAN, vont être extraits dans une seconde étape décrite dans le chapitre suivant.



## Chapitre 4

# Méthode d'estimation des pôles de mélange non représentés par des pixels purs

### Table de chapitre

<b>4.1 Étude de l'erreur de reconstruction</b>	<b>57</b>
4.1.1 Cas d'étude sur un spectre observé synthétique	57
4.1.2 Cas d'étude sur une image réelle	59
<b>4.2 Développement de LCNMF</b>	<b>64</b>
4.2.1 Définition du modèle de mélange linéaire local	64
4.2.2 Développement d'une méthode de NMF contrainte	64
4.2.3 Développement d'un algorithme de détection et traitement des zones d'intérêts (LCNMF)	65
<b>4.3 Synthèse et Discussion</b>	<b>66</b>

Ce chapitre est consacré à l'étude et au développement d'une méthode permettant d'estimer les spectres des matériaux présents uniquement dans des pixels HS mixtes, connaissant au préalable les spectres des matériaux présents dans des pixels HS purs, c'est-à-dire les spectres estimés par HBEE. Dans un premier temps, une étude sur l'erreur de reconstruction est conduite afin de mettre en évidence que cette dernière permet de localiser des zones d'intérêt où des matériaux inconnus sont présents. Dans un second temps, nous définissons un modèle de mélange adapté à ces zones d'intérêt et adaptons une méthode de NMF de la littérature [80] à ce modèle pour l'inverser. Enfin, un algorithme de démixage complémentaire à HBEE est développé afin d'estimer les spectres des matériaux manquants ainsi que leurs fractions d'abondances en appliquant successivement la méthode de NMF adaptée sur chaque zone d'intérêt détectée.

### 4.1 Étude de l'erreur de reconstruction

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, HBEE extrait uniquement les spectres des matériaux représentés par des pixels purs dans l'image hyperspectrale. De ce fait, tous les pôles de mélange n'ont pas été estimés puisque tous les matériaux ne sont pas nécessairement présents dans des pixels purs. Il est donc nécessaire d'estimer ces spectres manquants afin de finaliser le démixage de l'image. Il est important de noter que l'on se place dans le cas où des pixels purs représentant au moins un matériau existent, et donc que HBEE ait extrait au moins un spectre. Travailler à une échelle locale, c'est à dire des zones *a priori* mal reconstruites à partir des spectres déjà extraits appelées zones d'intérêts, permettrait de limiter le nombre d'inconnues, notamment spectrales, pour faciliter l'estimation des spectres manquants. La comparaison entre l'image réelle et l'image reconstruite avec les pôles de mélange déjà connus doit permettre d'identifier ces zones.

#### 4.1.1 Cas d'étude sur un spectre observé synthétique

Nous pouvons tout d'abord étudier ce que l'absence d'un pôle de mélange provoque lors de la reconstruction d'un pixel hyperspectral. Quatre spectres de matériaux d'intérêt  $\vec{s}_p$  sont sélectionnés depuis l'image du stade de Canjuers (voir section 2.3.3) et utilisés pour générer un spectre observé  $\vec{y}$ , à l'aide du modèle (1.7). Ces spectres sont montrés sur la figure 4.1. Les fractions d'abondances  $x_p$  utilisées respectent la contrainte de somme à un.

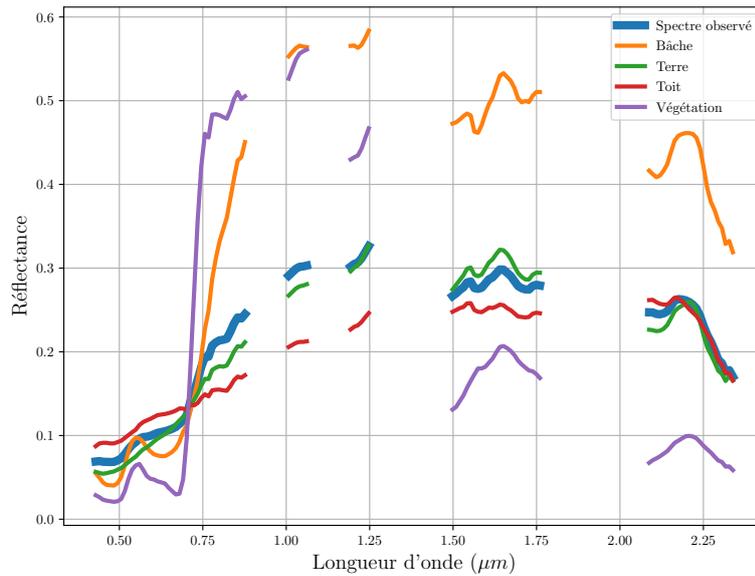


FIGURE 4.1 – Spectre observé construit à partir de spectres de matériaux d'intérêt, avec 30% d'abondances pour la terre, 10% pour la bâche, 50% pour le toit et 10% pour la végétation.

Nous allons maintenant reconstruire le spectre observé en retirant tour à tour un spectre utilisé lors de sa création, afin de simuler la présence d'un matériau inconnu. Les abondances des matériaux d'intérêts conservés ne respectent alors plus la contrainte de somme à un car elle n'est valable que si le modèle décrit le bon nombre de matériaux. De ce fait, nous utilisons l'algorithme des moindres carrés non négatifs [89] (NNLS pour "Non-Negative Least Square") afin d'estimer les abondances  $\hat{x}_{p'}$  permettant une reconstruction optimale. Les différents spectres reconstruits sont tracés en figure 4.2.

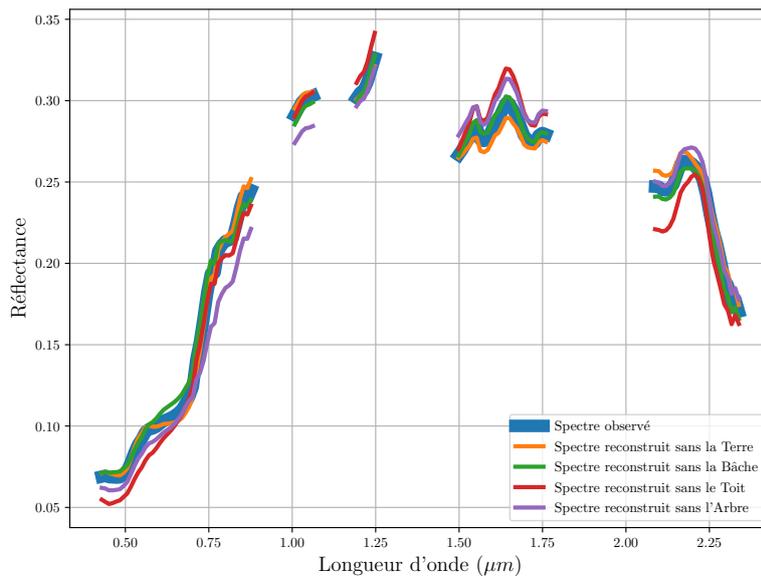


FIGURE 4.2 – Spectres reconstruits en enlevant tour à tour un matériau d'intérêt, superposés au spectre observé.

Nous voyons que le spectre reconstruit sans utiliser le spectre de toit ressemble peu au spectre original. Cela s'explique car l'abondance du toit dans le pixel observé  $\vec{y}$  est de 50%, son influence est donc prépondérante. À l'inverse, le spectre reconstruit sans le spectre de bâche est proche du spectre observé, notamment car son abondance est faible (10%). Nous pouvons utiliser un critère pour mesurer cette différence. Le critère le plus

couramment utilisé dans la littérature pour évaluer l'efficacité d'une reconstruction spectrale est la racine de l'erreur quadratique moyenne normalisée (REQMN) :

$$REQMN(\vec{y}, \hat{\vec{y}}) = \frac{\|\vec{y} - \hat{\vec{y}}\|}{\|\vec{y}\|} \quad (4.1)$$

avec  $\hat{\vec{y}}$  un spectre reconstruit. Les erreurs de reconstructions (ER) sont données dans la table 4.1. La forme et l'amplitude spectrale des matériaux d'intérêt ont également une influence. Notamment, malgré le fait que l'arbre n'a une abondance que de 10%, l'ER du spectre reconstruit sans ce matériau est plus forte que celle du spectre reconstruit sans la terre, qui est plus abondante (30%). Cette expérience sur un cas simple permet de mettre en évidence que lorsque l'on reconstruit le spectre d'un pixel en omettant le spectre d'un matériau présent en son sein, l'ER augmente. Néanmoins, cette expérience ne prend en compte ni le bruit ni la variabilité spectrale intra-classe. Une étude plus détaillée pour prendre en compte la dimension spatiale d'une image est nécessaire.

	Terre	Bâche	Toit	Arbre
Abondances réelles (%)	<b>30</b>	<b>10</b>	<b>50</b>	<b>10</b>
Abondances estimées sans la terre (%)	-	18	66	11
Abondances estimées sans la bâche (%)	51	-	45	11
Abondances estimées sans le toit (%)	91	2	-	6
Abondances estimées sans l'arbre (%)	51	14	29	-
REQMN (%)	2.3	2.2	5.8	6.2

Tableau 4.1 – Abondances réelles des différents matériaux utilisés lors de l'expérience de reconstruction d'un pixel synthétique avec des spectres issus de l'image de Canjuers, leurs estimées par NNLS durant la procédure de reconstruction ainsi que l'erreur de reconstruction correspondante.

### 4.1.2 Cas d'étude sur une image réelle

Nous pouvons étudier l'ER de manière similaire sur une image réelle, connaissant les spectres des matériaux qui la composent. En effet, à partir d'une image hyperspectrale originale et en utilisant un sous-ensemble de ces spectres, nous pouvons calculer une carte d'ER (CER). Nous savons déjà que les spectres des pixels reconstruits avec seulement un sous-ensemble de matériaux présentent une ER plus élevée qu'avec l'ensemble complet. Il faut cependant vérifier sur des images réelles, assujetties au bruit et à la variabilité spectrale intra-classe, si ces pixels sont clairement identifiables et s'ils forment des zones distinctes que nous pourrions identifier *a posteriori* à partir de la CER d'une image.

L'image sélectionnée, notamment pour sa taille et la variété de paysages qu'elle contient, est celle du village de Canjuers que nous avons déjà utilisée dans le chapitre précédent. Elle est présentée sur la figure 4.3 à la résolution spatiale de 50 cm.

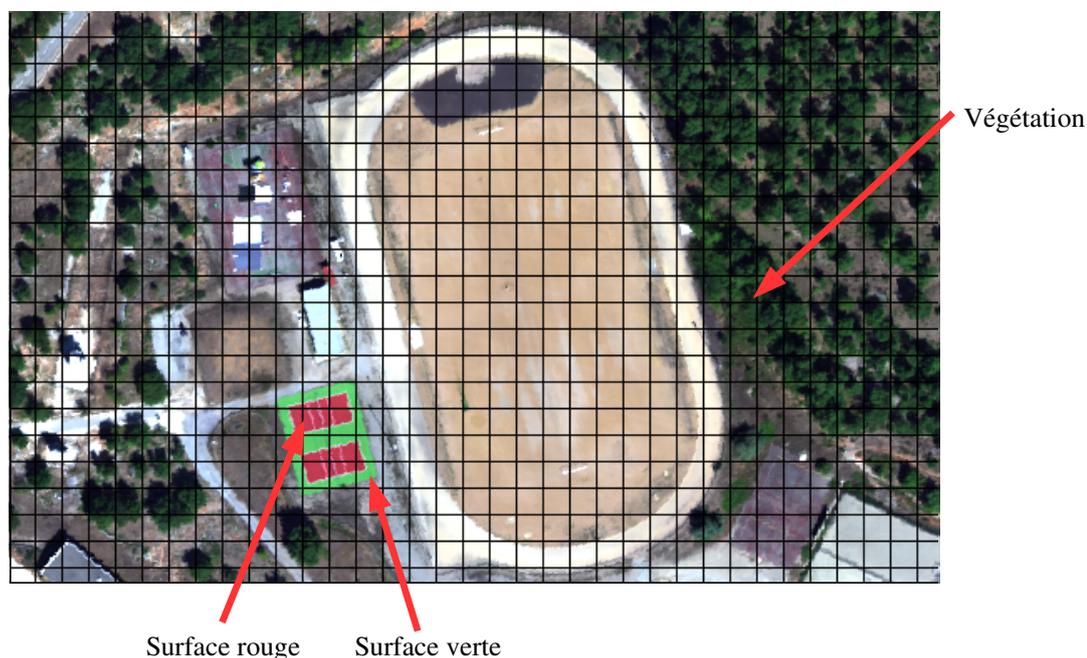


FIGURE 4.3 – Illustration des différents matériaux d'intérêt présents sur la scène de l'image de Canjuers à 50 cm de résolution spatiale. La grille représente la séparation de chaque pixel à 8 m.

Nous travaillons ici sur l'image hyperspectrale à 8 m de résolution spatiale. La description des matériaux présents dans la scène, c'est à dire leurs réflectances spectrales et leurs cartes d'abondances, sont données sur les figures 2.13 et 2.14. Pour rappel, les cartes d'abondance de référence sont estimées grâce à l'algorithme FCLS (Fully Constrained Least Square) [90] en utilisant l'image originale et les moyennes des classes de spectres de la vérité terrain. Nous allons nous concentrer sur trois matériaux d'intérêt, présents uniquement dans des pixels mixtes, qui sont de la végétation et des surfaces synthétiques rouges et vertes des terrains de volley . Leurs cartes d'abondances sont montrées sur la figure 4.4.

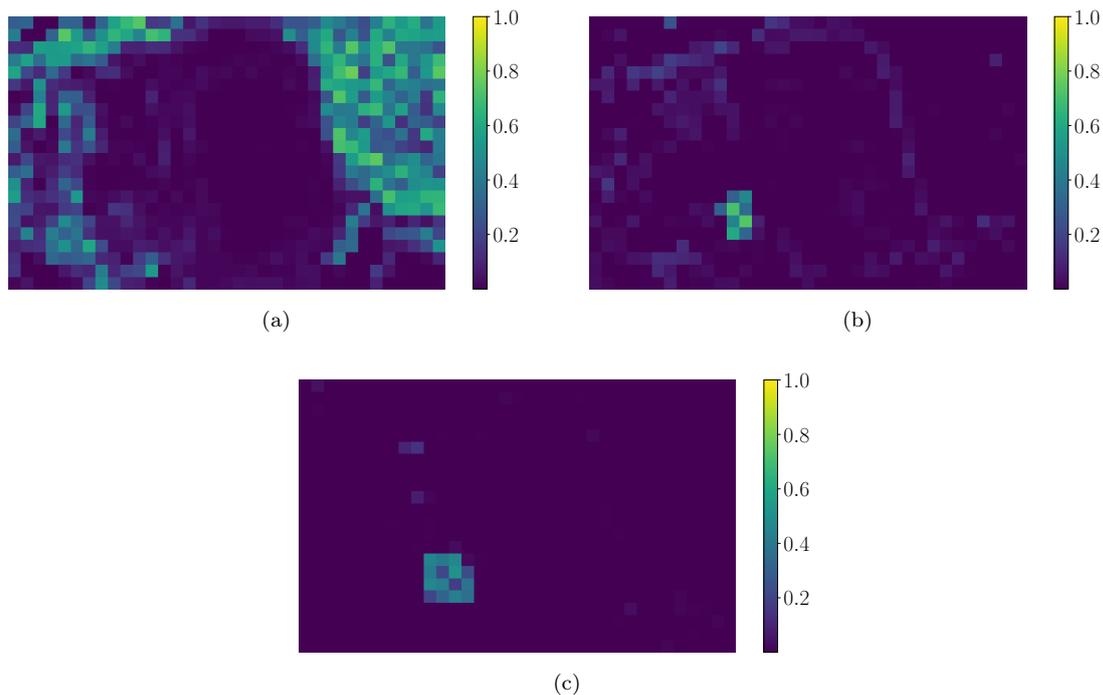


FIGURE 4.4 – Carte d'abondance de : (a) végétation, (b) surface synthétique rouge des terrains de volley et (c) surface synthétique verte des terrains de volley.

Grâce à la connaissance de tous les spectres composant l'image et de leurs cartes d'abondance, nous pouvons reconstruire l'image, en utilisant le modèle (1.8) sans prendre en compte le bruit, et en déduire une CER (figure 4.5).

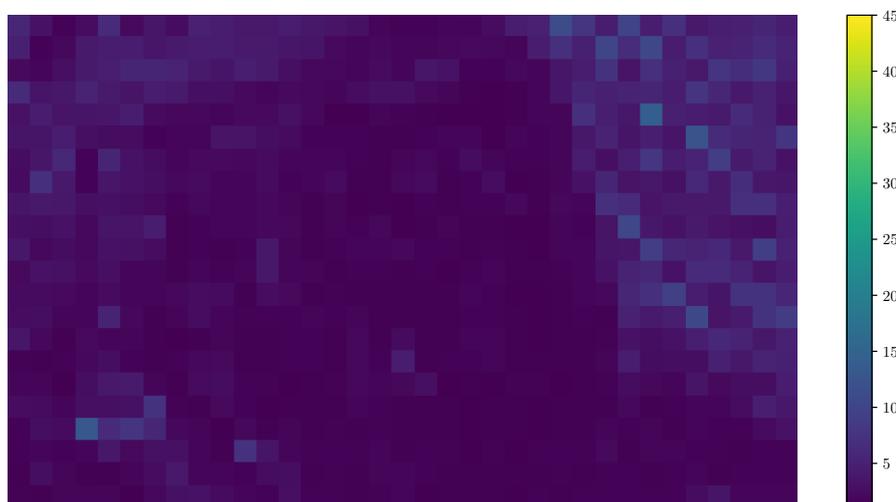


FIGURE 4.5 – Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite à partir du jeu complet de spectres de matériaux.

Aucune valeur des pixels de la CER n'est nulle et celle-ci varie spatialement. Cela s'explique par la présence de bruit, de la variabilité intraclasse ainsi que par la présence d'ombres, notamment dans des zones contenant de la végétation. Elles ne sont de ce fait pas parfaitement reconstruites.

Nous pouvons maintenant comparer cette CER avec celles obtenues sans prendre en compte un des matériaux d'intérêt parmi les suivants : la canopée d'arbre, la surface synthétique rouge des terrains de volley ou sa surface synthétique verte. Les abondances sont cette fois-ci calculées avec l'algorithme NNLS car l'absence d'un ou plusieurs matériaux dans le jeu de spectres composant l'image invalide la contrainte de somme à un. Nous reconstruisons l'image sans prendre en compte le spectre de la végétation. La CER résultante est montrée en figure 4.6.

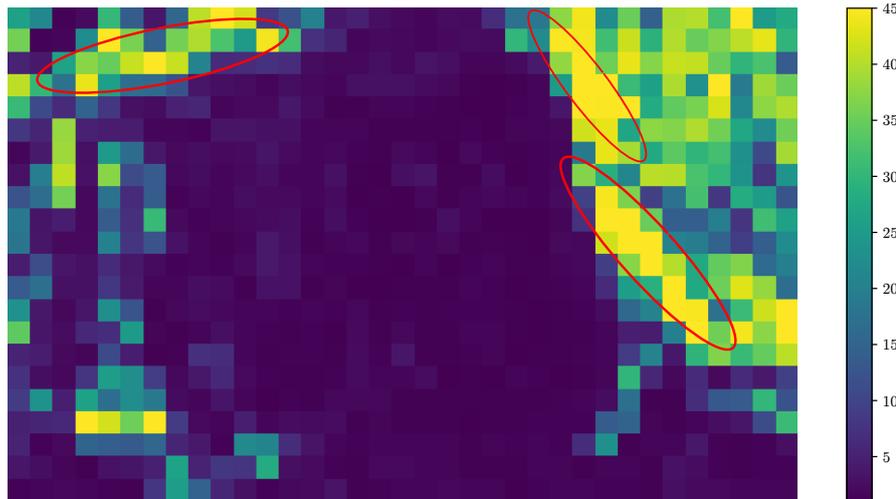


FIGURE 4.6 – Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite en ayant retiré du jeu de spectres de matériaux purs le spectre correspondant à la végétation. Des zones distinctes mal reconstruites sont entourées en rouge. Cette figure est à comparer avec la figure 4.5.

Ici, nous identifions clairement trois nouvelles zones mal reconstruites (entourées en rouge) et continues qui sont apparues aux endroits où se trouvent les arbres dans l'image. D'autres zones, plus grandes ou présentant des erreurs de reconstruction plus faibles, sont également apparues. Le même constat est fait dans le cas où l'on retire le spectre de la surface synthétique rouge des terrains de volley : une nouvelle zone mal reconstruite apparaît à l'endroit où se trouve ce matériau (voir figure 4.7). Il est important de souligner que la valeur des erreurs peut varier en fonction des matériaux manquants, comme nous l'avons déjà remarqué sur l'exemple d'un pixel synthétique.

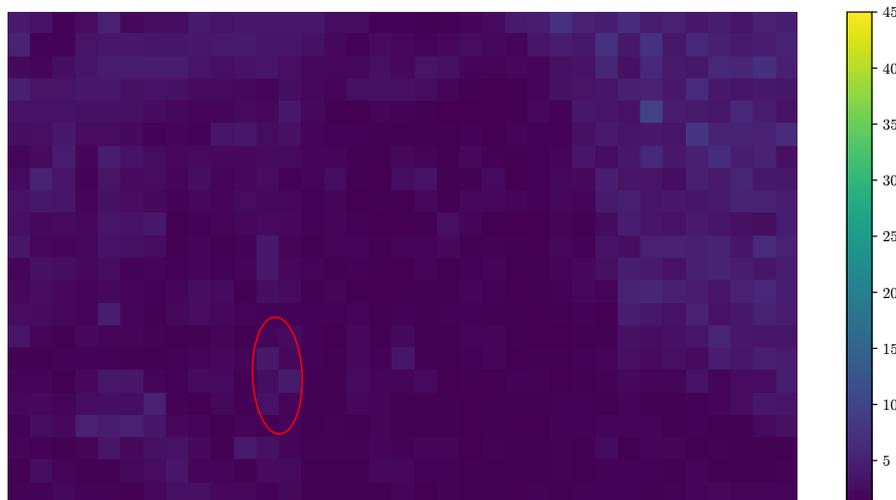


FIGURE 4.7 – Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite en ayant retiré du jeu de spectres de matériaux purs le spectre correspondant à la surface synthétique rouge des terrains de volley. La zone mal reconstruite est entourée en rouge. Cette figure est à comparer avec la figure 4.5.

Nous devons maintenant vérifier que ce comportement est également vrai si la reconstruction est effectuée sans prendre en compte non plus un seul mais plusieurs matériaux. Deux cas de figure peuvent apparaître. Premièrement, si les matériaux inconnus sont éloignés spatialement les uns des autres à l'échelle de l'image entière c'est à dire éloignés de plusieurs pixels HS. Deuxièmement si des matériaux sont spatialement proches les uns des autres. Pour illustrer le premier cas de figure, nous effectuons la reconstruction sans prendre en compte les spectres de canopée d'arbres et celui de la surface synthétique rouge des terrains de volley. La carte d'erreur de reconstruction résultante est représentée en figure 4.8 et montre bien que l'absence de deux matériaux produit des zones distinctes présentant une plus forte erreur de reconstruction que lorsque tous les matériaux sont utilisés.

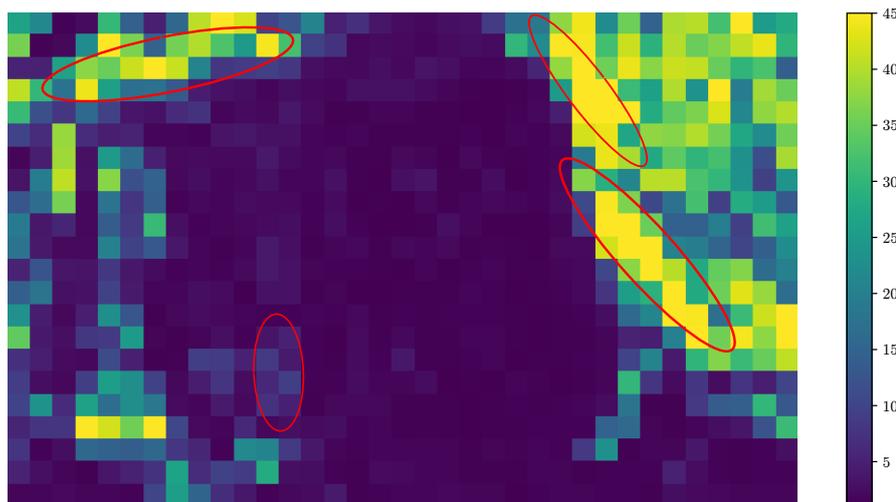


FIGURE 4.8 – Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite en ayant retiré du jeu de spectres de matériaux purs les spectres correspondant à la végétation et à la surface synthétique rouge des terrains de volley. Les zones distinctes mal reconstruites sont entourées en rouge. Cette figure est à comparer avec la figure 4.5.

Dans ce cas, nous pouvons délimiter ces zones et conclure qu'elles ne contiennent chacune qu'un unique matériau inconnu, ouvrant ainsi la possibilité d'effectuer un traitement spécifique sur celles-ci pour estimer le spectre du matériau présent. Néanmoins dans le cas où deux matériaux inconnus sont spatialement proches, il devient impossible de discerner leurs présences respectives. C'est par exemple le cas des deux surfaces synthétiques rouges et vertes des terrains de volley, la CER générée sans les spectres de ces deux matériaux est montrée en figure 4.9. Dans ce cas, ces deux matériaux sont présents dans les mêmes pixels, leurs zones d'intérêt

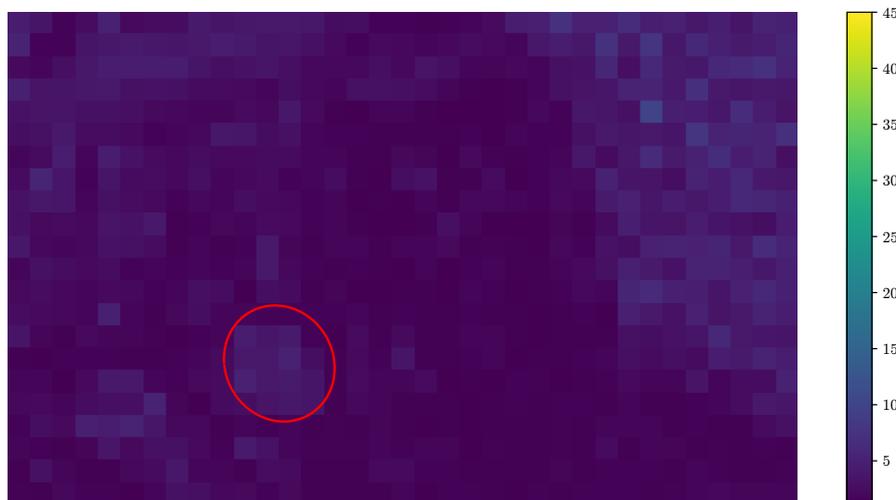


FIGURE 4.9 – Carte d'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite en ayant retiré du jeu de spectres de matériaux purs les spectres correspondant aux surfaces synthétiques verte et rouge du terrain de volley. La zone mal reconstruite est entourée en rouge. Cette figure est à comparer avec les figures 4.5 et 4.7.

se recouvrent. Néanmoins, ces deux matériaux ont une réflectance très similaire, leur seule différence étant la couleur rouge ou verte dans le domaine du visible. Nous pouvons donc considérer que c'est le même matériau, mais de couleurs différentes.

Il faut tout de même garder à l'esprit que ce cas de figure peut arriver dans des images. Dans ce cas, il serait difficile d'évaluer le nombre de matériaux inconnus présents dans la zone, et donc l'ordre du modèle de mélange (1.8) pour celle-ci. Nous décidons donc de ne pas traiter le cas où plus d'un matériau inconnu serait présent dans la zone.

Finalement, cette étude permet de mettre en évidence l'utilité de l'erreur de reconstruction pour délimiter les zones d'intérêts contenant un matériau inconnu jusqu'alors. Cela permet d'envisager un traitement spécifique sur chacune de ces zones afin de tenter d'estimer les spectres de ces matériaux inconnus.

## 4.2 Développement de LCNMF

Maintenant que nous pouvons délimiter des zones d'intérêt grâce à l'erreur de reconstruction, nous pouvons développer une méthode d'estimation des pôles de mélange non représentés par des pixels purs en traitant successivement ces zones. Nous proposerons dans un premier temps un modèle de mélange adapté au niveau de connaissance de ces zones d'intérêt et développerons un algorithme de NMF contraint permettant d'estimer un pôle de mélange supplémentaire à partir d'une de celles-ci. Nous développerons ensuite une méthode intitulée "Local Constrained Non-negative Matrix Factorisation" (LCNMF) appliquant successivement l'algorithme de NMF contraint sur chacune des zones d'intérêt détectées pour estimer les pôles de mélange restant dans l'image, après avoir appliqué la méthode HBEE.

### 4.2.1 Définition du modèle de mélange linéaire local

Comme nous l'avons vu dans la section 4.1, reconstruire l'image avec une connaissance partielle des spectres des matériaux augmentera l'ER dans les zones de l'image où se trouvent ces matériaux inconnus. Cette carte d'ER a été calculée à partir d'un jeu  $\mathbf{S}$  contenant  $P'$  spectres et qui est incomplet à l'échelle de l'image. En localisant les pixels d'une zone mal reconstruite, nous pouvons en extraire les  $N_L$  spectres observés  $\mathbf{Y}_L \in \mathbb{R}_+^{N_L \times N_\lambda}$ . Nous supposons ici que ces zones ne contiennent qu'un seul matériau inconnu. Nous connaissons donc tous les spectres des matériaux composant potentiellement la zone d'intérêt, sauf un. Afin de prendre en compte ce spectre inconnu, nous créons une première matrice  $\mathbf{S}_L$  des pôles de mélange locaux contenant  $P_L = P' + 1$  définis comme suit :

$$\mathbf{S}_L = \begin{pmatrix} \mathbf{S} \\ \vec{s}_{P_L} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_+^{P_L \times N_\lambda} \quad (4.2)$$

avec  $\vec{s}_{P_L}$  le spectre du matériau inconnu dans la zone d'intérêt. La matrice des abondances locales correspondante est  $\mathbf{X}_L \in \mathbb{R}_+^{N_L \times P_L}$ . Ces abondances sont soumises à la contrainte de somme à un. Le modèle de mélange local devient :

$$\mathbf{Y}_L = \mathbf{X}_L \mathbf{S}_L. \quad (4.3)$$

Notons ici que tous les spectres de  $\mathbf{S}_L$  ne correspondent pas à des matériaux nécessairement présents dans la zone.

### 4.2.2 Développement d'une méthode de NMF contrainte

À partir du modèle de mélange local défini par l'équation (4.3), nous pouvons développer une méthode d'estimation du spectre inconnu et ainsi obtenir une estimation  $\hat{\mathbf{S}}_L$  de la matrice  $\mathbf{S}_L$ . Deux contraintes sont définies à ce stade. Tout d'abord, la contrainte de somme à un des abondances est vérifiée puisque le modèle de mélange local rend compte de tous les matériaux possiblement présents dans la zone. Ensuite, les spectres  $\mathbf{S}$  sont connus et ne doivent pas évoluer durant le processus d'estimation. Les inconnues, c'est-à-dire le spectre du matériau inconnu et les fractions d'abondance dans chaque pixel de la zone, sont peu nombreuses. Compte tenu des contraintes à imposer et du faible nombre d'inconnues à estimer, nous avons décidé d'utiliser un algorithme de NMF. Ces contraintes sont facilement applicables à la NMF, et le faible nombre d'inconnues diminue le nombre de minima locaux et de minima globaux parasites. La contrainte de somme à un peut être imposée en utilisant une stratégie proposée par HEINZ et CHANG [90] en rajoutant un vecteur colonne  $\vec{\mathbf{1}} = [1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}_+^{N_L}$  à la fin de  $\mathbf{Y}_L$  et  $\vec{\mathbf{1}} = [1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}_+^{P_L}$  à la fin de  $\mathbf{S}_L$ . La contrainte de non-évolution des spectres connus peut-être imposée par la stratégie proposée par KAROUÏ et al. [80]. Elle consiste en la décomposition de l'équation (4.3) comme suit :

$$\hat{\mathbf{S}}_L = \mathbf{S}_{L1} + \hat{\mathbf{S}}_{L2} \quad (4.4)$$

avec :

$$\mathbf{S}_{L1} = \begin{pmatrix} \vec{s}_1 \\ \vdots \\ \vec{s}_{P'} \\ \vec{\mathbf{0}}_{N_\lambda}^T \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_+^{P_L \times (N_\lambda + 1)} \quad \hat{\mathbf{S}}_{L2} = \begin{pmatrix} \vec{\mathbf{0}}_{N_\lambda}^T \\ \vdots \\ \vec{\mathbf{0}}_{N_\lambda}^T \\ \vec{s}_{P_L} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_+^{P_L \times (N_\lambda + 1)}. \quad (4.5)$$

et

$$\vec{\mathbf{0}}_{N_\lambda} = [0, \dots, 0]^T \in \mathbb{R}_+^{N_\lambda}. \quad (4.6)$$

L'équation (4.3) devient alors :

$$\hat{\mathbf{Y}}_L = \hat{\mathbf{X}}_L \left( \mathbf{S}_{L1} + \hat{\mathbf{S}}_{L2} \right). \quad (4.7)$$

Cette décomposition de  $\hat{\mathbf{S}}_L$  en deux matrices permet de ne faire évoluer que  $\hat{\mathbf{S}}_{L2}$  qui ne contient que le spectre du matériau inconnu, tout en prenant en compte les spectres déjà connus contenus dans  $\mathbf{S}_{L1}$ . La fonction de coût retenue  $J(\hat{\mathbf{X}}_L, \hat{\mathbf{S}}_{L2})$  est l'erreur de reconstruction :

$$J(\hat{\mathbf{X}}_L, \hat{\mathbf{S}}_{L2}) = \left\| \mathbf{Y}_L - \hat{\mathbf{X}}_L \left( \mathbf{S}_{L1} + \hat{\mathbf{S}}_{L2} \right) \right\|_F^2 \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} &= \text{tr} \left( \mathbf{Y}_L \mathbf{Y}_L^T \right) - 2 \text{tr} \left( \mathbf{Y}_L \mathbf{S}_{L1}^T \hat{\mathbf{X}}_L^T \right) - 2 \text{tr} \left( \mathbf{Y}_L \hat{\mathbf{S}}_{L2}^T \hat{\mathbf{X}}_L^T \right) + \text{tr} \left( \hat{\mathbf{X}}_L \mathbf{S}_{L1} \mathbf{S}_{L1}^T \hat{\mathbf{X}}_L^T \right) \\ &\quad + 2 \text{tr} \left( \hat{\mathbf{X}}_L \mathbf{S}_{L1} \hat{\mathbf{S}}_{L2}^T \hat{\mathbf{X}}_L^T \right) + \text{tr} \left( \hat{\mathbf{X}}_L \hat{\mathbf{S}}_{L2} \hat{\mathbf{S}}_{L2}^T \hat{\mathbf{X}}_L^T \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Afin d'estimer les matrices  $\hat{\mathbf{S}}_{L2}$  et  $\hat{\mathbf{X}}$ , il convient de choisir une méthode de minimisation de la fonction de coût (4.8). Une méthode de minimisation classique est celle de la descente en gradient projeté à pas d'apprentissage fixe. Cette méthode a plusieurs inconvénients. Premièrement, une valeur relativement faible doit être choisie pour les pas  $\beta_{\hat{\mathbf{X}}_L}$  et  $\beta_{\hat{\mathbf{S}}_{L2}}$  [79, 22] et ce choix influence la convergence de l'algorithme. Si l'on choisit une valeur trop grande, la convergence vers un minimum local n'est pas garantie et inversement, si l'on choisit une faible valeur la convergence peut être très lente. Des méthodes de descente en gradient projeté avec des pas adaptatifs ont été développées pour accélérer la convergence sans avoir à paramétrer les valeurs des pas  $\beta_{\hat{\mathbf{X}}_L}$  et  $\beta_{\hat{\mathbf{S}}_{L2}}$  [78]. Néanmoins compte tenu du faible nombre de données à traiter, nous avons jugé que le gain en temps de calcul est négligeable. Également, la projection dans  $\mathbb{R}_+$  des matrices  $\hat{\mathbf{X}}_L$  et  $\hat{\mathbf{S}}_{L2}$  dans le cas où la descente en gradient produirait des coefficients négatifs ne permet pas de garantir la convergence vers un minimum local. C'est pour cela que nous avons choisi d'utiliser un algorithme multiplicatif, qui garantit la convergence vers un minimum local sans avoir à régler le pas et où la projection vers  $\mathbb{R}_+$  n'est plus nécessaire, à condition que les valeurs initiales des spectres et abondances soient positives. Les équations de mise à jour sont tout d'abord calculées sous la forme du gradient projeté à pas d'apprentissage fixe. Puis, comme décrit en section 1.3.3, une transformation vers les mises à jour multiplicatives [19] est opérée. Ces équations sont :

$$\hat{\mathbf{X}}_L \leftarrow \hat{\mathbf{X}}_L \odot \left( \mathbf{Y}_L \left( \mathbf{S}_{L1} + \hat{\mathbf{S}}_{L2} \right)^T \right) \oslash \left( \hat{\mathbf{X}}_L \left( \mathbf{S}_{L1} + \hat{\mathbf{S}}_{L2} \right) \left( \mathbf{S}_{L1} + \hat{\mathbf{S}}_{L2} \right)^T + \epsilon \right) \quad (4.10)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_{L2} \leftarrow \hat{\mathbf{S}}_{L2} \odot \left( \hat{\mathbf{X}}_L^T \mathbf{Y}_L \right) \oslash \left( \hat{\mathbf{X}}_L^T \hat{\mathbf{X}}_L \left( \mathbf{S}_{L1} + \hat{\mathbf{S}}_{L2} \right) + \epsilon \right) \quad (4.11)$$

Ces mises à jour sont appliquées itérativement. L'algorithme s'arrête lorsque l'évolution de la fonction de coût à l'itération  $i$  exprimée par :

$$\Delta_J(i) = \frac{J_{i+1}(\hat{\mathbf{X}}_L, \hat{\mathbf{S}}_{L2}) - J_i(\hat{\mathbf{X}}_L, \hat{\mathbf{S}}_{L2})}{J_i(\hat{\mathbf{X}}_L, \hat{\mathbf{S}}_{L2})} \quad (4.12)$$

devient inférieure à un seuil d'erreur  $\alpha_{stop}$  ou si le nombre d'itérations dépasse un nombre limite.

### 4.2.3 Développement d'un algorithme de détection et traitement des zones d'intérêts (LCNMF)

Maintenant que nous avons proposé un algorithme de NMF contraint permettant d'estimer un pôle de mélange inconnu depuis une zone mal reconstruite, nous pouvons développer une méthode identifiant ces zones et appliquant la NMF contrainte sur chacune d'elles afin d'estimer au fur et à mesure tous les pôles de mélange manquants. Ces zones seront numérotées  $k$  et leur nombre est *a priori* inconnu.

Une étape d'initialisation consiste à effectuer un démélange partiel à l'aide du jeu de pôle de mélange déjà connu  $\hat{\mathbf{S}}_k$ . À l'itération  $k = 0$ , les pôles de mélange utilisés sont ceux extraits par HBEE. La matrice  $\hat{\mathbf{X}}_k$  est estimée grâce à l'algorithme NNLS et une image reconstruite  $\hat{\mathbf{Y}}_k$  est générée. L'erreur de reconstruction  $r_{nk}$  pour chaque pixel  $n$  est calculée grâce à la REQMN (4.1) et  $k$  est incrémenté.

À partir de cette carte d'erreur, un moyen de mettre en évidence les zones mal reconstruites est d'appliquer un seuil  $\alpha_r$  sur cette carte d'ER. Plusieurs valeurs de seuil sont possibles, nous choisissons ici un seuil relatif, dépendant de la carte d'erreur de reconstruction actuelle, notamment car celle-ci sera mise à jour à chaque itération  $k$ . Afin de détecter des zones de taille suffisamment petite pour garantir la présence d'un seul matériau, nous choisissons un seuil  $\alpha_{rk}$  correspondant à la valeur séparant les 95% plus faibles valeurs de RE des 5% les plus fortes :

$$\alpha_{rk} = P95(r_{nk}) \quad (4.13)$$

Ce seuillage haut fournit une valeur  $c_{nk}$  pour chaque pixel  $n$ , où les pixels mal reconstruits sont identifiés par la valeur 1 et les autres par la valeur 0. Afin de distinguer chaque zone mal reconstruite, il est nécessaire de les labelliser. Pour ce faire, il est possible d'utiliser les méthodes de segmentation de la littérature, précédemment décrites dans la section 3.1. Néanmoins, la carte des valeurs  $c_{nk}$  à labelliser étant binaire, il est possible d'utiliser un élément structurant à 4 connexités, pour identifier et labelliser les différentes zones en effectuant un balayage de l'image. Une fois que les différentes zones sont toutes identifiées, c'est-à-dire avec un numéro  $l_{nk}$  pour chaque pixel  $n$ , nous devons choisir la zone à laquelle appliquer la NMF contrainte. Nous choisissons de travailler sur la zone contenant le spectre le plus mal reconstruit de l'image  $\overrightarrow{y_{k,RE^\dagger}}$  car nous jugeons souhaitable d'estimer en premier lieu le pôle de mélange dont la méconnaissance provoque la plus forte erreur de reconstruction. Trois cas de figures peuvent se présenter. Tout d'abord si la zone en question ne contient qu'un seul pixel, il est impossible de réaliser une NMF. La zone est alors étendue en effectuant une dilatation avec un élément structurant à 8-connexités. Ensuite, si la zone contient trop de pixels, typiquement plus de 25 (400 m<sup>2</sup> pour une image HYPXIM/HYPEX2), on considère qu'elle peut contenir plus d'un matériau inconnu. Dans ce cas, la moyenne des angles spectraux associés à chaque paire de spectres de la zone est calculée. Si cet angle spectral moyen est inférieur à 5°, on considère qu'un unique matériau inconnu est présent dans la zone et la NMF contrainte est alors lancée sur cette zone. Sinon, la zone n'est pas traitée et l'algorithme passe à la zone suivante. Une fois cette zone définie, on en extrait les spectres observés  $\mathbf{Y}_{L,k}$ .

À ce stade, une NMF contrainte est alors appliquée, en utilisant le modèle (4.3) et en considérant  $P' = \hat{P}_k$  (nombre de pôles de mélange déjà extraits avant l'itération  $k$ ). Comme nous l'avons vu dans la section 1.3.3, la principale limitation de la NMF est sa sensibilité aux valeurs initiales. Le choix de ces valeurs initiales est donc crucial, notamment concernant le spectre du matériau à estimer. Pour ce dernier, plusieurs choix sont possibles : nous pourrions initialiser ce spectre en calculant la moyenne des spectres  $\mathbf{Y}_{L,k}$ . Cependant cela risque d'éloigner le spectre initial de la solution étant donné que cette opération s'apparente à un mélange. Une deuxième option consiste à prendre le spectre observé  $\overrightarrow{y_{k,RE^\dagger}}$  ayant la plus forte erreur de reconstruction dans  $\mathbf{Y}_{L,k}$ . En effet, comme nous l'avons vu dans la section 4.1, la contribution spectrale supposée du matériau inconnu dans ce spectre observé est alors maximale. Ce spectre observé est donc *a priori* plus proche du spectre recherché que la moyenne des spectres  $\mathbf{Y}_{L,k}$ . Nous choisissons donc cette deuxième option, la matrice  $\hat{\mathbf{S}}_{L,k}$  est donc initialisée suivant :

$$\hat{\mathbf{S}}_{L,k} \leftarrow \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{S}}_k \\ \overrightarrow{y_{k,RE^\dagger}} \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

La matrice  $\hat{\mathbf{X}}_{L,k}$  est initialisée grâce à l'algorithme FCLS car le modèle de mélange local (4.3) est contraint à la somme à un des fractions d'abondances. La NMF contrainte est finalement appliquée, une nouvelle carte d'ER est calculée, et la procédure est répétée jusqu'à ce qu'aucun pixel ne présente une ER supérieure à un seuil  $\alpha_{RE}$ . Une fois la dernière zone traitée, la matrice  $\hat{\mathbf{S}}_{L,k}$  est considérée complète, c'est-à-dire qu'elle contient les spectres de tous les matériaux présents dans l'image. Cette matrice devient donc  $\hat{\mathbf{S}}$  et les fractions d'abondances sont finalement estimées grâce à l'algorithme FCLS, puisque la contrainte de somme à un est à présent vérifiée dans toute l'image. LCNMF peut également être stoppé si le nombre de zones détecté dépasse un certain nombre, mais le critère d'arrêt principal reste bien l'erreur de reconstruction. Une description détaillée de LCNMF est donnée à l'algorithme 1.

### 4.3 Synthèse et Discussion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord montré que la reconstruction d'un spectre observé mixte sans prendre en compte tous les spectres des matériaux qui le composent augmentait l'erreur de reconstruction. Ensuite, nous avons montré que l'erreur de reconstruction permet de localiser des zones d'intérêt, contenant des matériaux dont les spectres sont alors inconnus car non extraits par HBEE car non représentés par des pixels purs. On suppose que ces zones d'intérêt ne contiennent qu'un seul matériau inconnu. Nous avons défini en conséquence un modèle de mélange linéaire local prenant en compte les matériaux connus ainsi que celui supposé présent et nous avons utilisé un algorithme de NMF contrainte [80] inversant ce modèle en utilisant les contraintes du modèle. Enfin, nous avons développé un algorithme itératif utilisant les cartes d'erreurs de reconstruction pour identifier les zones mal reconstruites sur lesquelles est appliquée la MNF contrainte. Cet algorithme, nommé LCNMF, est complémentaire à HBEE et permet d'estimer les spectres des matériaux inconnus non représentés par des pixels purs, c'est-à-dire ceux non extraits par HBEE. Néanmoins, LCNMF ne peut fonctionner que si un minimum d'un spectre de matériau pur a été préalablement extrait par HBEE. Mais, la présence de pixels purs pour quelques matériaux est une hypothèse très souvent vérifiée sur données réelles, LCNMF pourra donc être appliquée sur une large majorité d'images hyperspectrales. À ce stade nous avons donc développé une méthode de démélange HBEE-LCNMF qui, en utilisant les informations contenues dans

**Algorithme 1** : La procédure LCNMF.

---

**Données d'entrée** :  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}_+^{N \times N_\lambda}$ ,  $\hat{\mathbf{S}}_H \in \mathbb{R}_+^{\hat{P}_H \times N_\lambda}$   
**Paramètre d'entrée** :  $\alpha_{RE}$

- 1  $k = 0$
- 2  $\hat{\mathbf{S}}_k \leftarrow \hat{\mathbf{S}}_H$
- 3  $\hat{\mathbf{X}}_k \leftarrow NNLS(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{S}}_k)$
- 4  $\hat{\mathbf{Y}}_k \leftarrow \hat{\mathbf{X}}_k \hat{\mathbf{S}}_k$
- 5 **pour tous les pixels**  $n$  **faire**
- 6      $r_{nk} \leftarrow \frac{\|\vec{y}_n - \vec{y}_{nk}\|}{\|\vec{y}_n\|}$
- fin**
- 7  $k \leftarrow k + 1$
- 8 **tant que** *au moins un pixel présente une RE supérieure à  $\alpha_{RE}$*  **faire**
- 9      $\alpha_{rk} \leftarrow P95(r_{nk})$
- 10    **pour tous les pixels**  $n$  **faire**
- 11     **si**  $r_{nk} > \alpha_{rk}$  **alors**
- 12          $c_{nk} \leftarrow 1$
- sinon**
- 13          $c_{nk} \leftarrow 0$
- fin**
- fin**
- 14    Labelliser chaque pixel par une valeur  $l_{nk}$  pour différencier les zones
- 15    Choisir la zone contenant le spectre le plus mal reconstruit et définir  $\mathbf{Y}_{L,k}$ .
- 16    Initialisation de  $\hat{\mathbf{S}}_{L,k}$  grâce à (4.14).
- 17     $\hat{\mathbf{X}}_{L,k} \leftarrow FCLS(\mathbf{Y}_k, \hat{\mathbf{S}}_{k,init})$
- 18     $\hat{\mathbf{S}}_{L,k} \leftarrow \text{constrained NMF}(\mathbf{Y}_{L,k}, \hat{\mathbf{S}}_{L,k}, \hat{\mathbf{X}}_{L,k})$
- 19     $\hat{\mathbf{X}}_{L,k} \leftarrow NNLS(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{S}}_{L,k})$
- 20     $\hat{\mathbf{Y}}_{L,k} \leftarrow \hat{\mathbf{X}}_{L,k} \hat{\mathbf{S}}_{L,k}$
- 21    **pour tous les pixels**  $n$  **faire**
- 22      $r_{nk} \leftarrow \frac{\|\vec{y}_n - \vec{y}_{nk}\|}{\|\vec{y}_n\|}$
- fin**
- 23     $k \leftarrow k + 1$
- 24     $\hat{\mathbf{S}}_k \leftarrow \hat{\mathbf{S}}_{L,k}$
- fin**
- 25  $\hat{\mathbf{S}} \leftarrow \hat{\mathbf{S}}_{L,k}$
- 26  $\hat{\mathbf{X}} \leftarrow FCLS(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{S}})$

**Données de sortie** :  $\hat{\mathbf{S}} \in \mathbb{R}_+^{\hat{P} \times N_\lambda}$

---

l'image HS ainsi que l'image PAN de meilleure résolution spatiale, permet de retrouver les spectres des différents matériaux présents dans la scène ainsi que leur fractions d'abondances. La méthode développée tire parti des avantages des méthodes basées sur la recherche de pixels purs et de celles permettant d'estimer les spectres des matériaux uniquement présents dans des pixels mixtes. L'apport de la voie panchromatique a également permis de s'affranchir de la connaissance *a priori* du nombre de matériaux présents dans la scène. Néanmoins, HBEE-LCNMF demande le réglage de plusieurs paramètres pour fonctionner. Il est donc nécessaire de mesurer leur influence sur le démélange spectral et de proposer un protocole de réglage de ces paramètres. Ces points seront abordés dans le chapitre suivant.



## Chapitre 5

# Influence des paramètres de la méthode HBEE-LCNMF appliquée à des données synthétiques sur ses performances

### Table de chapitre

<b>5.1</b>	<b>Construction d'images PAN et HS synthétiques</b>	<b>69</b>
<b>5.2</b>	<b>Définition du plan d'expériences</b>	<b>72</b>
5.2.1	Choix de la grille de valeurs de $\alpha_h$	72
5.2.2	Choix de la grille de valeurs de $\alpha_s$	74
5.2.3	Choix de la grille de valeurs de $\alpha_{RE}$	74
5.2.4	Choix de la grille de valeurs de $\alpha_{stop}$	75
<b>5.3</b>	<b>Définition des critères de performances</b>	<b>75</b>
<b>5.4</b>	<b>Résultats des expériences</b>	<b>76</b>
<b>5.5</b>	<b>Influence des paramètres de la méthode sur ses performances</b>	<b>81</b>
5.5.1	Méthode d'analyse de la variance	81
5.5.2	Résultats de l'analyse de la variance	81
<b>5.6</b>	<b>Comportement de la méthode sur l'image synthétique</b>	<b>82</b>
<b>5.7</b>	<b>Conclusion et discussion</b>	<b>84</b>

La méthode HBEE-LCNMF requiert le réglage de plusieurs paramètres dont l'influence sur les résultats du démelange spectral est évaluée dans ce chapitre. Afin d'analyser l'impact de ces paramètres sur les performances du démelange spectral, un jeu d'images PAN et HS synthétiques contenant des matériaux représentés ou non par des pixels purs est tout d'abord construit. Ce jeu d'images, dont l'hypothèse de pureté des pixels PAN est vérifiée, nous permettra de tester la méthode. Des intervalles de variations des paramètres sont définis et un plan d'expériences est monté. Un protocole d'évaluation quantitative des performances du démelange spectral est proposé. Une analyse quantitative est alors réalisée, permettant d'une part de sélectionner les jeux de valeurs optimales de paramètres, puis d'autre part, de réaliser une analyse de sensibilité aux paramètres en utilisant les indices de Sobol. Une analyse qualitative est ensuite conduite pour évaluer le comportement de la méthode avec un jeu optimal de valeurs de paramètres précédemment déduit. Enfin, une synthèse est proposée.

### 5.1 Construction d'images PAN et HS synthétiques

Afin d'étudier le comportement de la méthode HBEE-LCNMF, un jeu d'images synthétiques PAN et HS est construit. La scène générée doit comporter des matériaux représentés par des pixels purs, mais également des matériaux qui ne le sont pas afin d'imiter le plus possible un cas d'image réelle. Elle doit également comporter une variabilité spectrale intra-classe des matériaux ainsi qu'une composante de bruit réaliste. Une première étape dans la réalisation de ce jeu d'images est la sélection des différents matériaux suivie de leur placement sur une carte décrivant la scène. Nous choisissons un total de 7 matériaux d'origine naturelle ou anthropique, qui sont : de la végétation haute, de l'ardoise, de l'asphalte, de l'herbe, de la surface synthétique rouge, de la tôle et de la tuile. Tous ces matériaux ont des spectres en réflectance très différents, sauf les spectres d'arbres et d'herbe qui sont visuellement très proches. Une collection de spectres pour chaque matériau est extraite des

différentes images présentées dans le chapitre 2. Chaque spectre est lissé et ramené à la résolution spectrale de l'instrument HS d'HYPXIM. Ces spectres sont montrés sur la figure 5.1.

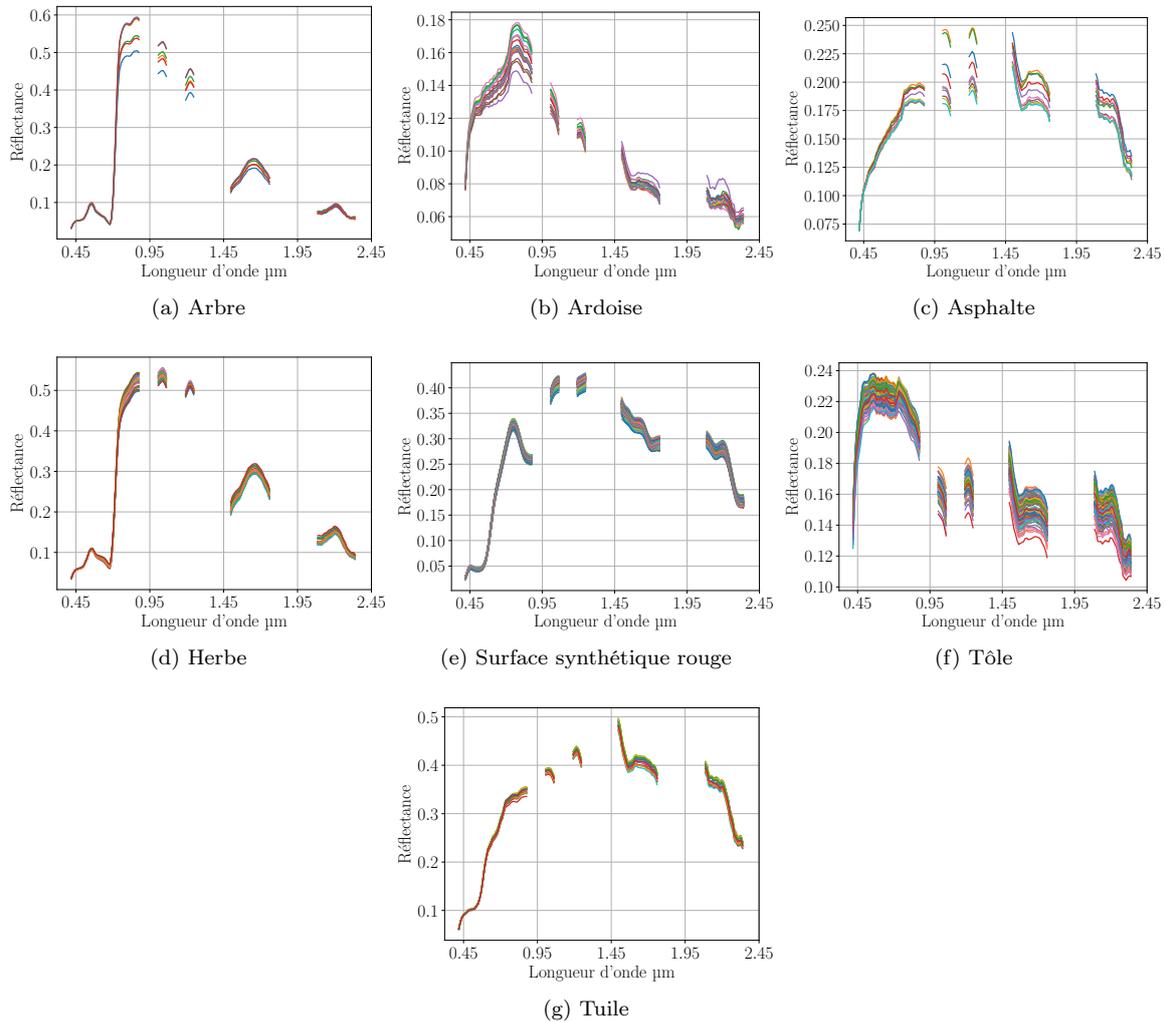


FIGURE 5.1 – Collections de spectres de chaque matériau de l'image synthétique.

Ensuite, une carte décrivant la disposition spatiale de chaque matériau est réalisée et est montrée sur la figure 5.2. Les matériaux ont été disposés pour répondre à plusieurs critères : le premier critère est que la scène doit ressembler grossièrement à une scène réelle, ici un hangar avec une étendue d'herbe, quelques arbres et un parking. Le second critère est que la scène doit comporter des matériaux présents dans des pixels purs à 8 m (dans cette simulation, 5 matériaux). Ici, les matériaux d'asphalte, d'ardoise, de tuile, de tôle et d'herbe occupent une grande aire dans la scène, ils permettront notamment de tester HBEE. Le troisième critère est que les deux matériaux non représentés par un pixel pur à 8 m doivent avoir une fraction d'abondance peu élevée ou une réflectance spectrale faible pour simuler un cas difficile. La végétation haute est entourée d'herbe, la différenciation de ces deux spectres, sur une image à 8 m, ne sera pas évidente compte-tenu de leurs similitudes. Enfin, la surface synthétique rouge occupe très peu de pixels et est en bordure de 3 matériaux : la tôle, l'herbe et l'ardoise. Son abondance sur l'image à 8 m sera donc très faible mais son spectre est très différent des trois matériaux qui l'entourent. C'est avec ces deux matériaux (arbre et surface synthétique rouge) que LCNMF sera testée.

La carte de distribution des matériaux de l'image synthétique est construite avec des pixels à 2 m. De cette façon, un unique matériau est présent dans un pixel à 2 m, permettant ainsi de satisfaire à l'hypothèse de pixels purs à 2 m. Afin de simplifier la construction de carte d'abondance de référence, nous choisissons d'agglomérer les pixels à 2 m en utilisant une PSF uniforme délimitée par un pixel à 8 m. De ce fait, les cartes d'abondance de référence à 8 m peuvent être retrouvées par agglomération des cartes d'abondance à 2 m. Elles sont montrées sur la figure 5.3.

Pour générer les images PAN en unité de luminance et HS en unité de réflectance, nous procédons comme suit : tout d'abord, une image HS en unité de réflectance à 2 m de GSD est créée en plaçant aléatoirement un des spectres d'un matériau sur un pixel lui correspondant, pour chaque matériau. Grâce à cette opération, nous

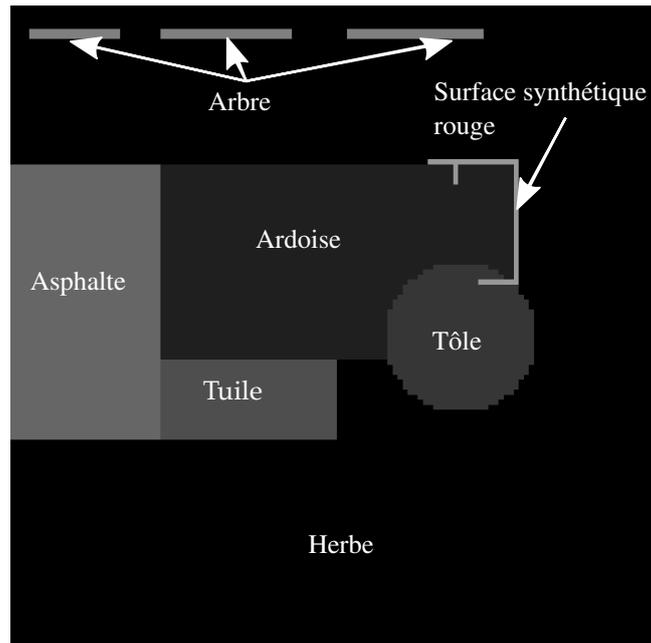


FIGURE 5.2 – Répartition des matériaux sur l'image synthétique où chaque couleur représente un matériau différent.

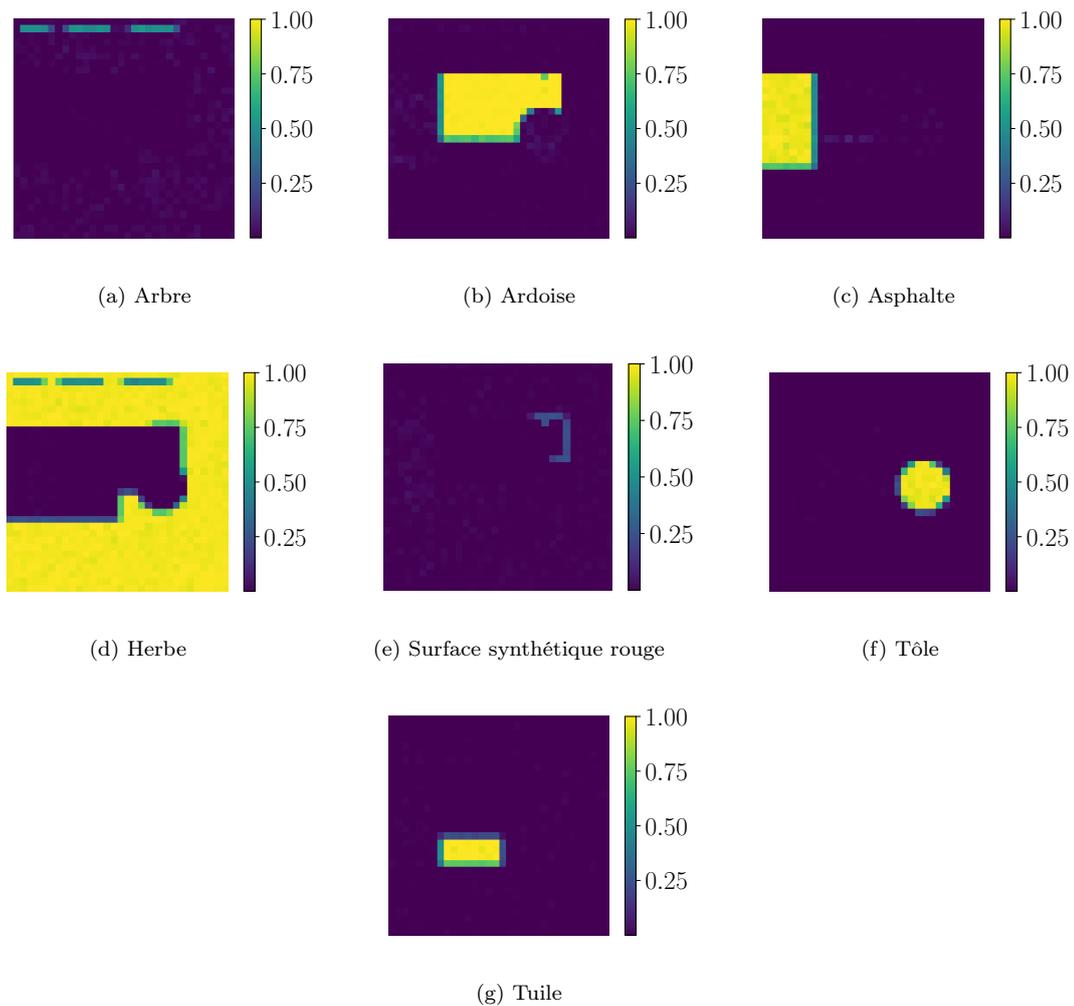


FIGURE 5.3 – Cartes d'abondance à 8 m de chaque matériau de l'image synthétique.

avons donc simulé une variabilité spectrale intra-classe. Ensuite, une image à 8 m est générée en réalisant une agglomération spatiale avec la même PSF que celle utilisée pour les cartes d'abondance. Cette image à 8 m est ensuite bruitée à l'aide du modèle de bruit de l'instrument HS d'HYPXIM (voir équation (2.8) de la section 2.1) et ses spectres sont finalement lissés avec un noyau gaussien de variance unitaire et comportant 5 coefficients. Pour générer l'image PAN, un modèle atmosphérique est tout d'abord appliqué à l'image en unité de réflectance à 2 m en utilisant COMANCHE2D [8] pour obtenir une image en haut de l'atmosphère (TOA pour "Top Of Atmosphere") en unité de luminance. Un bruit est ensuite ajouté à cette image en utilisant le modèle de bruit de l'instrument HS d'HYPXIM (voir équation (2.5) de la section 2.1). L'image PAN est finalement obtenue en effectuant la moyenne des valeurs spectrales comprises entre 0.4 et 0.8  $\mu m$ . Les images HS et PAN synthétiques sont montrées sur la figure 5.4.

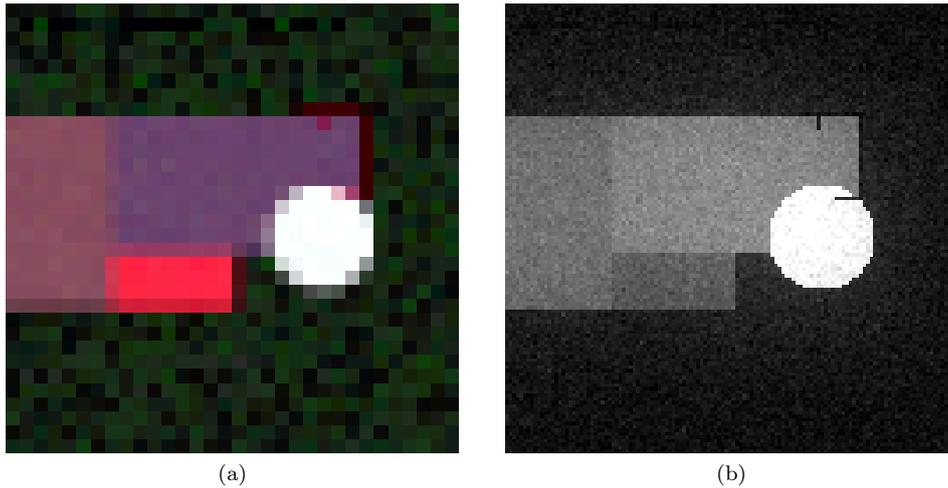


FIGURE 5.4 – Jeu de données synthétiques, avec : (a) la composition colorée de l'image HS à 8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l'image PAN à 2 m de GSD en unité de luminance.

Nous pouvons maintenant utiliser ce jeu d'images synthétiques pour tester la méthode HBEE-LCNMF et analyser l'influence de ses paramètres.

## 5.2 Définition du plan d'expériences

Afin de déduire les meilleurs jeux de valeurs de paramètres et d'effectuer une étude de sensibilité de ces derniers, un plan d'expériences est monté. Une analyse manuelle montre que les paramètres sont liés, il est donc difficile de faire des ajustements étape par étape. Le plan d'expériences va nous permettre de comprendre les couplages de ces paramètres et leurs effets sur les performances de HBEE-LCNMF. Nous choisissons donc d'échantillonner régulièrement les valeurs des paramètres afin de couvrir le plus grand nombre de jeux de paramètres possibles. Ensuite, la limite du nombre d'itérations des NMF est mise à une très grande valeur, de sorte qu'elle n'affecte pas le comportement de la méthode en fonction de  $\alpha_{stop}$ , réduisant le nombre de paramètres à régler à 4 qui sont  $\alpha_h$ ,  $\alpha_s$ ,  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_{stop}$ . Enfin, et à la suite de test manuels de plusieurs valeurs de paramètres, nous avons décidé de limiter le nombre de zones détectables par LCNMF à 10, ce qui est bien au dessus du nombre de matériaux purs présents dans la scène. Cette limite haute est appliquée afin de limiter le temps de calcul nécessaire à la réalisation des expériences car le nombre de zones détectées peut être très grand pour de faibles valeurs de  $\alpha_{RE}$ .

### 5.2.1 Choix de la grille de valeurs de $\alpha_h$

Le seuil d'hétérogénéité  $\alpha_h$  est utilisé pour déterminer si un pixel HS  $n$  à 8 m est pur connaissant la valeur du critère d'hétérogénéité  $\eta_n$  défini en section 3.3.2 sur l'image PAN. Si  $\eta_n$  est inférieur à  $\alpha_h$ , alors le pixel  $n$  est considéré pur et son spectre est extrait. On peut tout d'abord regarder la carte des valeurs de  $\eta_n$ , montrée sur la figure 5.5. Cette carte permet de se rendre compte que l'ardoise et l'asphalte produisent un niveau de gris très similaire sur l'image PAN car les valeurs  $\eta_n$  sont très similaires à la fois dans les zones contenant chacun de ces deux matériaux mais aussi dans les zones de jonction de ces deux matériaux. Le même phénomène est constaté entre l'asphalte et la tuile et entre les arbres et l'herbe. Cette limitation a été soulevée dans le chapitre 3. On risque alors de détecter ces pixels comme purs, mais le cas échéant, cette limitation peut être levée par les étapes suivantes de HBEE si les spectres de ces pixels non purs sont classés dans les classes des matériaux

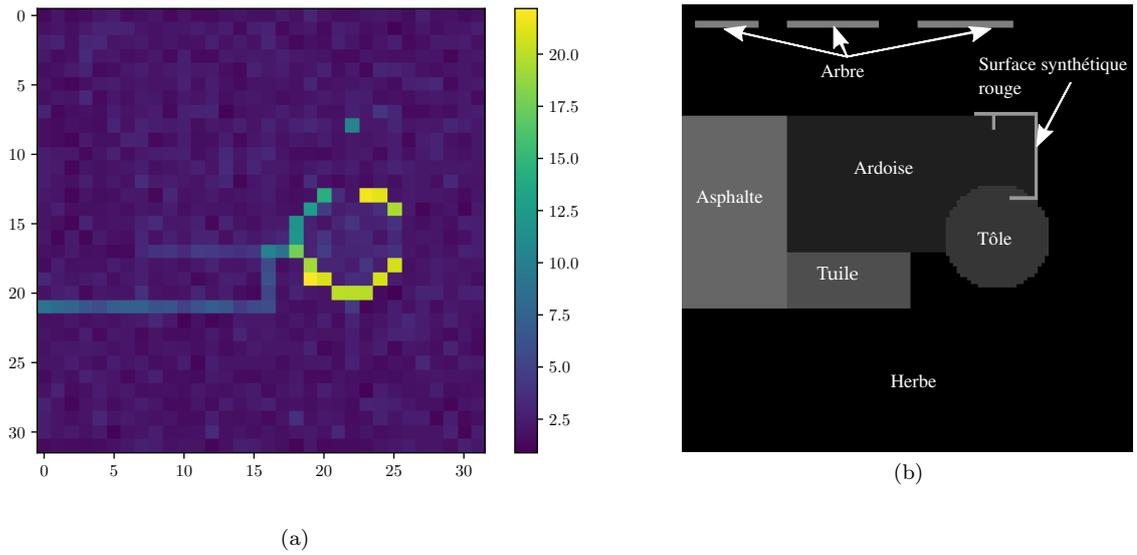


FIGURE 5.5 – (a) Carte des valeurs de  $\eta_n$  (voir section 3.3.2) en fausses couleurs pour chaque pixel  $n$  HS accompagnée de (b) la répartition des matériaux dans la scène.

purs. La sélection du spectre le plus homogène au sens de  $\eta_n$  permet alors d'éliminer les spectres des pixels non purs puisque ces derniers ont nécessairement des valeurs  $\eta_n$  plus fortes que celles des pixels purs. L'écart entre ces valeurs minimales et maximales est grand pour l'image synthétique, de 0.9 à 22.2  $W/m^2/sr$ . D'après l'histogramme des valeurs  $\eta_n$  de l'image synthétique, montré sur la figure 5.6, une large majorité des valeurs  $\eta_n$  se trouve dans l'intervalle  $[1.5; 5] W/m^2/sr$ .

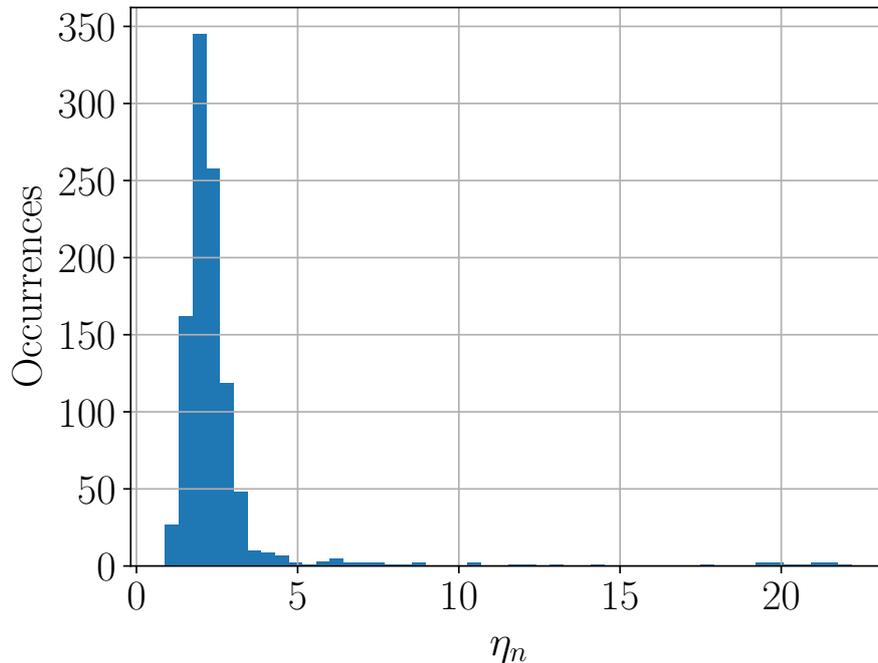


FIGURE 5.6 – Histogramme des valeurs  $\eta_n$  ( $W/m^2/sr$ ) de l'image synthétique.

Pour définir la grille du plan d'expériences, nous choisissons donc  $\alpha_h = 1.5W/m^2/sr$  comme valeur minimale, permettant de détecter environ 7% des pixels comme purs. Pour la valeur maximale, nous choisissons  $\alpha_h = 5W/m^2/sr$  permettant de détecter 96% des pixels comme purs. Nous décidons d'échantillonner les valeurs du paramètre  $\alpha_h$  avec un pas de 0.1  $W/m^2/sr$  car c'est le paramètre le moins soumis à des effets de seuil. Plus sa valeur est grande et plus de pixels seront détectés comme étant purs, il nous semble donc important d'échantillonner finement ce paramètre.

### 5.2.2 Choix de la grille de valeurs de $\alpha_s$

Le paramètre  $\alpha_s$  est un seuil en degré stoppant le processus de fusion des classes durant l'étape de classification. Plus ce seuil est bas, plus le nombre de classes sera élevé. La communauté scientifique considère généralement que deux spectres représentent le même matériau si la valeur de l'angle spectral entre eux est inférieure à 5 degrés. Nous choisissons donc de borner les valeurs de  $\alpha_s$  à  $\pm 2$  degrés autour de la valeur 5, c'est à dire à l'intervalle [3 ; 7] degrés. 3 degrés est une valeur très stricte, résultant en un grand nombre de classes très homogènes, tandis que pour 7 degrés, qui est une valeur très lâche, le nombre de classes sera alors restreint et leur homogénéité moindre. Nous nous attendons à ce que la grande majorité des fusions s'effectue pour des valeurs d'angles spectraux inférieures à 3 degrés. De plus, plus le nombre d'itérations (de fusion de deux classes) de l'algorithme de classification augmente, plus l'écart d'angle spectral séparant deux fusions de deux classes augmente. Par conséquent, les classes fusionneront davantage pour une petite valeur de  $\alpha_s$  que pour une grande valeur de  $\alpha_s$ . Il n'est donc pas nécessaire, pour étudier l'influence de ce paramètre sur les performances de HBEE-LCNMF, d'échantillonner les valeurs de  $\alpha_s$  aussi finement que celles de  $\alpha_h$ . Néanmoins, pour rendre compte des éventuels écarts faibles d'angles spectraux entre les fusions dans l'intervalle [3 ; 5] degrés, nous choisissons un pas d'échantillonnage de 0.25 degrés.

### 5.2.3 Choix de la grille de valeurs de $\alpha_{RE}$

Pour rappel,  $\alpha_{RE}$  est le seuil d'arrêt de la méthode LCNMF. La méthode arrête de rechercher des zones mal reconstruites lorsque tous les pixels de l'image présentent une erreur de reconstruction inférieure à  $\alpha_{RE}$ . Si  $\alpha_{RE}$  est trop ou trop peu élevé, la méthode n'estimera pas tous les pôles de mélange manquants à l'issue de HBEE ( $\alpha_{RE}$  trop élevé), ou au contraire cherchera à estimer trop de pôles de mélange ( $\alpha_{RE}$  trop faible). Pour définir l'intervalle de variation de ce paramètre, nous procédons comme suit : tout d'abord, les spectres de référence correspondant aux matériaux non représentés par des pixels purs dans l'image synthétique sont retirés pour former un jeu incomplet de spectres de référence  $\mathbf{S}_H$  ne comportant que les spectres de référence des matériaux représentés par des pixels purs. Ensuite nous estimons les fractions d'abondance  $\hat{\mathbf{X}}_H$  des matériaux représentés par des pixels purs à l'aide de l'algorithme NNLS et nous reconstruisons l'image  $\hat{\mathbf{Y}}_H$ . Enfin nous calculons la carte d'erreurs de reconstruction (CER) entre les spectres de  $\hat{\mathbf{Y}}_H$  et  $\mathbf{Y}$  grâce à (4.1) ainsi que l'histogramme des valeurs de cette carte. Cette approche permet d'identifier les valeurs d'erreurs de reconstruction des pixels mal reconstruits qui apparaîtront comme des valeurs extrêmes sur l'histogramme ainsi que la plage de valeurs d'erreurs que produisent les pixels bien reconstruits puisque ces derniers sont nombreux. La CER ainsi que l'histogramme de ses valeurs sont montrés sur la figure 5.7.

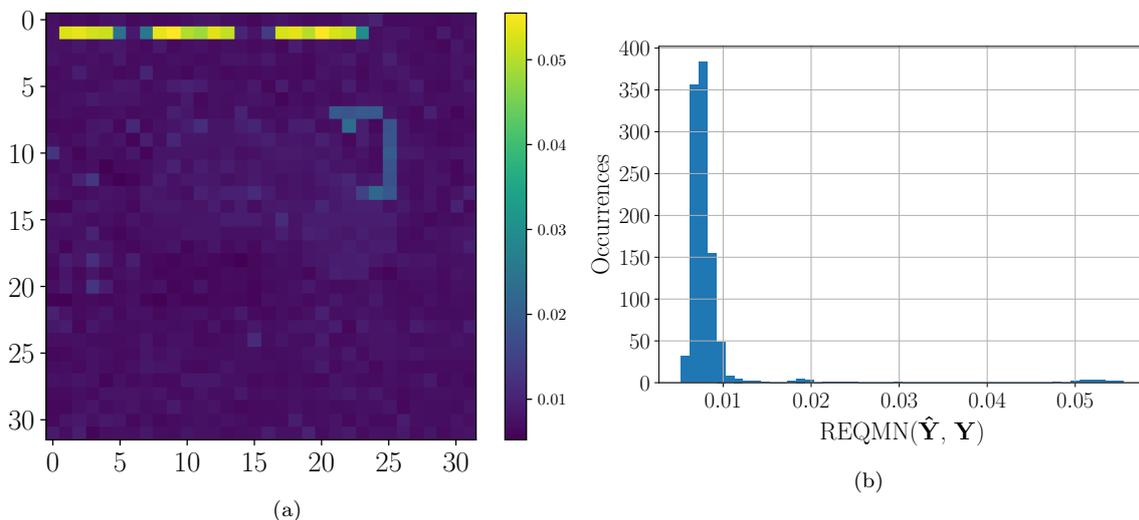


FIGURE 5.7 – (a) Carte des valeurs d'erreur de reconstruction (Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée - REQMN) calculée en utilisant un sous-ensemble des spectres de référence ainsi que les abondances de référence estimées avec NNLS, accompagnée de (b) son histogramme.

Nous constatons que les zones mal reconstruites associées aux matériaux d'arbre et de surface synthétique rouge ont bien des niveaux d'erreur de reconstruction plus élevés que celles des autres matériaux, mais que ces erreurs sont sensiblement différentes : autour de 0.05 pour les pixels contenant les arbres et autour de 0.02 pour les pixels contenant la surface synthétique rouge. Les pixels (nécessairement purs) correspondant aux autres matériaux présentent une erreur de reconstruction inférieure à 0.01. Nous décidons donc que la plage de variation de  $\alpha_{RE}$  sera [0.01, 0.05]. Notons toutefois que nous sommes dans un cas idéal où les spectres

de référence sont utilisés à la place des spectres que la méthode HBEE aurait estimés. Le niveau d'erreur de reconstruction auquel la méthode LCNMF est confrontée peut être plus élevé, selon la qualité des pôles de mélange estimés par HBEE, selon le niveau de bruit et de la variabilité intra-classe des matériaux.. Étant donné le fort étalement de l'histogramme et le faible nombre de pixels mal reconstruits dont les valeurs d'erreur de reconstruction sont comprises dans l'intervalle choisi, un fort effet de seuil pourrait être observé pour la détection de zones supplémentaires, il n'est donc pas nécessaire d'échantillonner finement  $\alpha_{RE}$  car nous n'avons pas besoin de connaître les valeurs exactes de seuil où des variations des performances apparaîtraient. Nous choisissons donc un pas d'échantillonnage de 0.01.

#### 5.2.4 Choix de la grille de valeurs de $\alpha_{stop}$

$\alpha_{stop}$  est le critère d'arrêt des différentes NMFs contraintes réalisées par la méthode LCNMF. Lorsque la différence normalisée de la fonction de coût entre chaque itération d'une NMF devient inférieure à ce seuil, alors la NMF s'arrête. Dans le contexte de l'observation de la Terre, les algorithmes de NMF sont utilisés généralement avec des valeurs de seuil entre  $10^{-7}$  et  $10^{-3}$ . En effet, un seuil fixé à  $10^{-3}$  engendrera un nombre d'itérations de NMF limité, ne permettant peut-être pas de converger vers le minimum local de la fonction de coût, tandis que  $10^{-7}$  permettra probablement à l'algorithme d'assurer la convergence vers un minimum local de la fonction de coût avec cependant un risque de sur-apprentissage. Nous choisissons donc cet intervalle de variation pour  $\alpha_{stop}$ . Comme la fonction de coût est nécessairement décroissante et que cette décroissance sera moindre au fil des itérations, il n'est pas utile d'échantillonner finement  $\alpha_{stop}$ , nous choisissons donc de l'échantillonner selon l'exposant des puissances de 10, afin de conserver un échantillonnage uniforme pour le plan d'expériences :  $10^{-7}$ ,  $10^{-6}$ ,  $10^{-5}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ .

### 5.3 Définition des critères de performances

Afin d'évaluer les performances de démixage de la méthode HBEE-LCNMF, deux critères, classiquement utilisés dans la littérature, sont utilisés [114]. Ceux-ci sont évalués entre les spectres estimés et les spectres moyens des classes de référence. Le premier critère de performance utilisé est l'angle spectral (SAM) qui évalue la différence de forme entre deux spectres (ici un spectre de référence et un pôle de mélange estimé), indépendamment d'un éventuel facteur d'échelle. Pour rappel, le SAM est calculé selon la formule suivante :

$$SAM_{\mathbf{s}}(\vec{s}_p, \vec{\hat{s}}_{p'}) = \arccos \left( \frac{\langle \vec{s}_p, \vec{\hat{s}}_{p'} \rangle}{\|\vec{s}_p\| \cdot \|\vec{\hat{s}}_{p'}\|} \right) \quad (5.1)$$

avec  $\vec{s}_p$  le spectre moyen de la classe spectrale de référence du matériau  $p$  et  $\vec{\hat{s}}_{p'}$  le spectre estimé  $p'$ . Le second critère de performance utilisé est la Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée (REQMN) qui permet d'évaluer les changements de niveaux et de formes entre deux spectres. Pour rappel, la REQMN a pour expression :

$$REQMN_{\mathbf{s}}(\vec{s}_p, \vec{\hat{s}}_{p'}) = \frac{\|\vec{s}_p - \vec{\hat{s}}_{p'}\|}{\|\vec{s}_p\|} \quad (5.2)$$

Le calcul de ces deux critères entre les spectres estimés et les moyennes des classes de spectres de référence forme un tableau de score pour chaque critère. Afin d'appairer chacun des spectres estimés avec un spectre de référence correspondant, la procédure itérative suivante est appliquée. Une sélection de la meilleure valeur du tableau est effectuée et le couple de spectres estimé et de référence correspondant est sauvegardé. Leur ligne et colonne sont alors supprimées du tableau. La procédure s'arrête lorsque chaque spectre estimé est appairé avec un spectre de référence. Si le nombre de pôles de mélange estimés  $\hat{P}$  est supérieur au vrai nombre de matériaux  $P$ , alors seulement  $P$  spectres estimés sont appairés. La moyenne des valeurs des critères de performances appairés est finalement calculée. Cette procédure permet de trouver les couples optimaux des spectres estimés et de référence. Néanmoins, elle introduit un biais si  $\hat{P} \neq P$ .

Les performances vis-à-vis des abondances sont évaluées à l'aide de la REQMN :

$$REQMN_{\mathbf{x}}(\vec{x}_p, \vec{\hat{x}}_{p'}) = \frac{\|\vec{x}_p - \vec{\hat{x}}_{p'}\|}{\|\vec{x}_p\|} \quad (5.3)$$

avec  $\vec{x}_p$  les abondances de référence du matériau  $p$  et  $\vec{\hat{x}}_{p'}$  les abondances estimées du matériau  $p'$ . La valeur moyenne de ce critère est calculée en utilisant les abondances associées aux couples de spectres estimés et de référence déterminés par la procédure d'appariement sur le critère de SAM.

Un autre critère de performance utilisé ici est le nombre de matériaux estimé par la méthode. En effet, étant donné que la procédure d'appariement amène un biais dans le calcul des performances spectrales et d'abondances, il est important de pouvoir mettre en perspective ces résultats avec le nombre de spectres effectivement estimés.

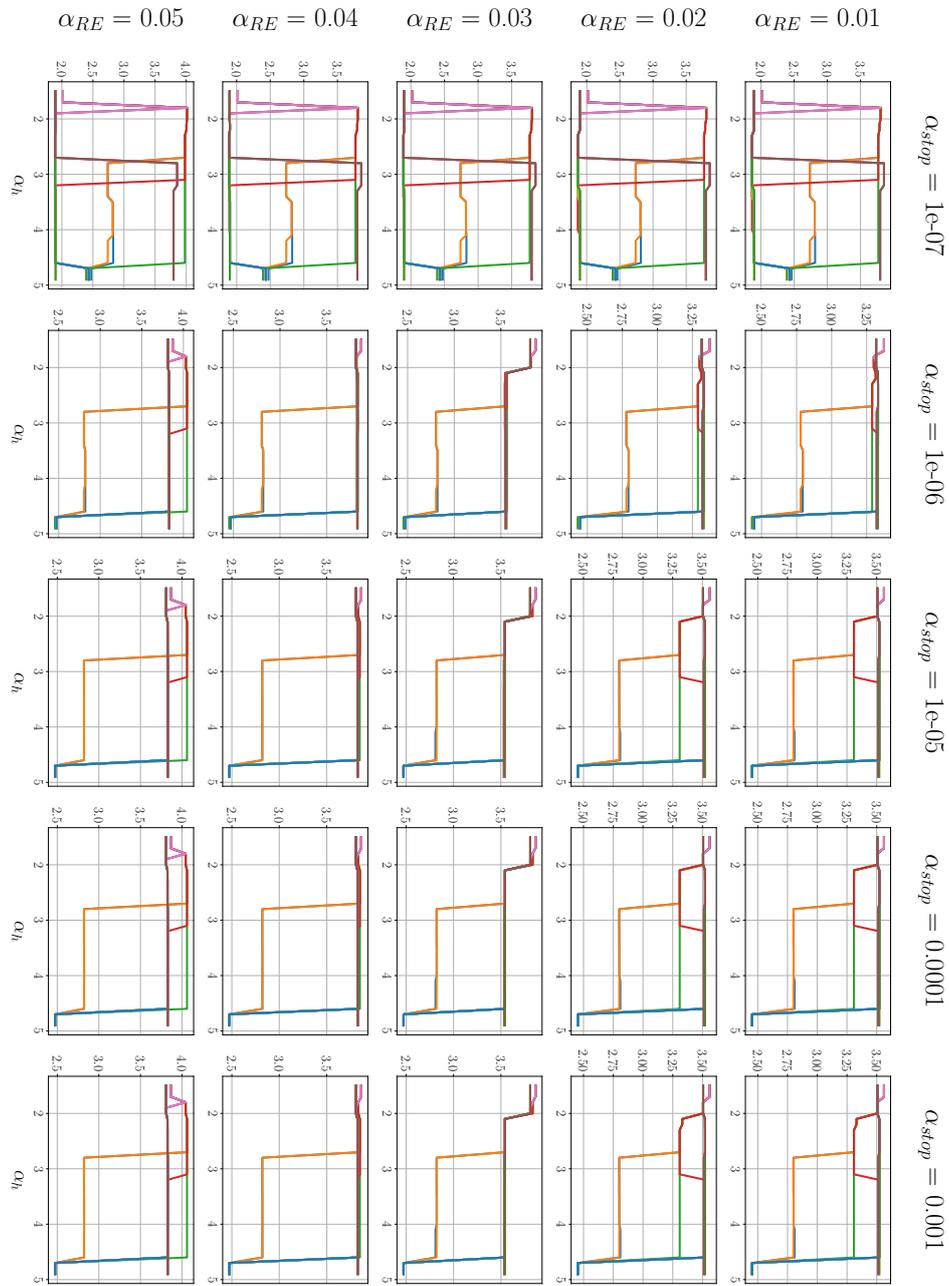
## 5.4 Résultats des expériences

Les résultats des 14000 expériences pour les critères de SAM et REQMN sur les spectres, REQMN sur les abondances et du nombre de matériaux estimés  $\hat{P}$  sont montrés respectivement sur les figures 5.8, 5.9, 5.10 et 5.11. Ces figures sont composées de graphiques dont les abscisses représentent les variations de  $\alpha_h$  et les ordonnées le critère considéré. Chaque courbe représente une valeur de  $\alpha_s$ , les graphiques sont agencés en grille, dont les abscisses représentent les variations de  $\alpha_{stop}$  et les ordonnées les variations de  $\alpha_{RE}$ . Ces courbes nous permettent de retrouver des valeurs optimales des paramètres, il faut toutefois faire attention car une bonne valeur de SAM ou de REQMN ne signifie pas nécessairement que le démélange est réussi. Notamment, nous avons explicité le fait que lorsque  $\hat{P} \neq P$ , le calcul des performances moyennes est biaisé. De ce fait, il peut exister des valeurs de critère très faibles alors que peu de spectres de matériaux purs ont été estimés. C'est pour cela que nous regarderons uniquement les jeux de paramètres optimaux, dans le cas où le nombre de matériaux estimés est correct ( $\hat{P} = 7$ ).

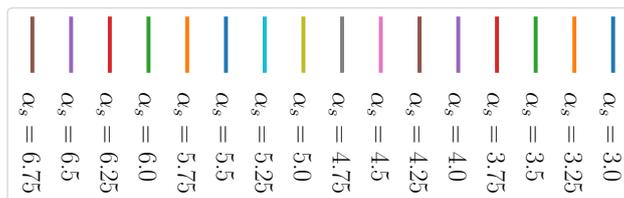
Un grand nombre de jeux de paramètres produisent des performances très similaires, quel que soit le critère considéré. Pour  $\hat{P} = 7$ , nous constatons que les valeurs optimales de  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_{stop}$  valent toujours respectivement  $5 \times 10^{-2}$  et  $10^{-7}$ , nous considérons donc que ce sont des valeurs optimales. De plus,  $\alpha_{stop} = 10^{-7}$  démontre l'efficacité de la NMF contrainte, puisque plus la NMF itère, meilleur est le spectre estimé en sortie. Toutefois, l'unicité de  $\alpha_{RE}$  dans l'ensemble des jeux de paramètres optimaux trouvé indique que son réglage doit être précis. Un grand nombre de couples de valeurs de  $\alpha_s$  et  $\alpha_h$  produisent des performances identiques, ces couples sont néanmoins cantonnés à deux fenêtres dans la grille du plan d'expériences, indiquant que leurs variations se compensent dans certains cas. Nous faisons donc ici une sélection de trois jeux de paramètres qui sont montrés dans le tableau 5.1. Ces trois jeux de valeurs des  $\alpha_s$  et  $\alpha_h$  illustrent une certaine robustesse de la méthode HBEE-LCNMF, puisque pour  $\alpha_h = 2$  et  $\alpha_s = 5$ , HBEE n'estime que 4 spectres sur les 5 représentés par des pixels purs, mais LCNMF complète ensuite correctement le jeu de spectre en estimant les 3 spectres restants. D'autre part, pour  $\alpha_h = 4$  et  $\alpha_s = 6$ , HBEE estime bien les 5 spectres bien que l'étape de détection de pixels purs ait détecté des pixels non purs comme étant purs. L'étape de classification est donc bien robuste à la présence de pixels non purs, sous réserve de régler  $\alpha_s$ . Pour  $\alpha_h = 2.2$ , tous les spectres des matériaux représentés par des pixels purs sont détectés et avec un seuil  $\alpha_s = 5$ , HBEE estime 5 spectres. Les performances de HBEE-LCNMF pour ces trois jeux sont bonnes puisque 1.9 degrés est une valeur de  $SAM_{\mathfrak{S}}$  très faible. Une valeur de  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  à 0.37% est également faible et la méthode ne se trompe que de 2.5% selon le critère de  $REQMN_{\mathfrak{S}}$ .

$\alpha_h$	$\alpha_s$	$\alpha_{RE}$	$\alpha_{stop}$	$SAM_{\mathfrak{S}}$	$REQMN_{\mathfrak{S}}$	$REQMN_{\mathfrak{S}}$
2	5	$5 \times 10^{-2}$	$10^{-7}$	1.90	$3.7 \times 10^{-2}$	$2.5 \times 10^{-1}$
2.2	5	$5 \times 10^{-2}$	$10^{-7}$	1.90	$3.7 \times 10^{-2}$	$2.5 \times 10^{-1}$
4	6	$5 \times 10^{-2}$	$10^{-7}$	1.90	$3.7 \times 10^{-2}$	$2.5 \times 10^{-1}$

Tableau 5.1 – Sélection de jeux de paramètres produisant un résultat optimal, quel que soit le critère de performance considéré et conduisant à  $\hat{P} = 7$ .

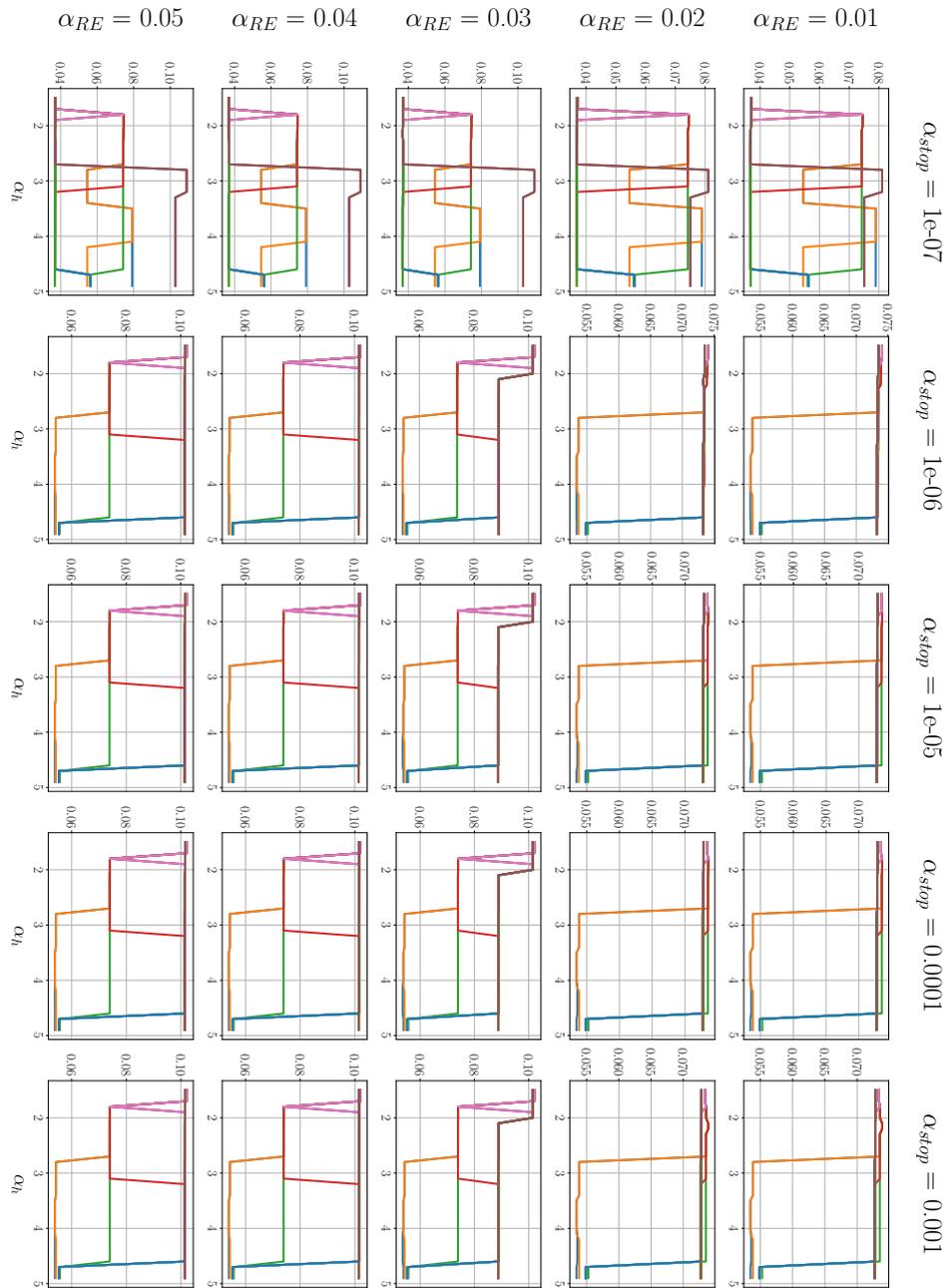


(a)

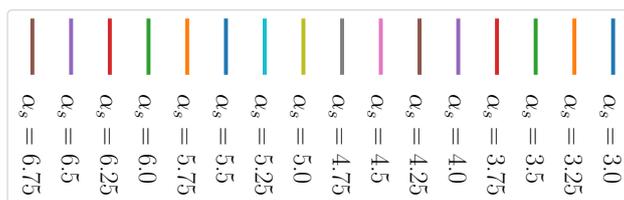


(b) Légende

FIGURE 5.8 –  $SAM_{\hat{S}}$  sur les spectres résultant des 14000 expériences sur l'image synthétique.

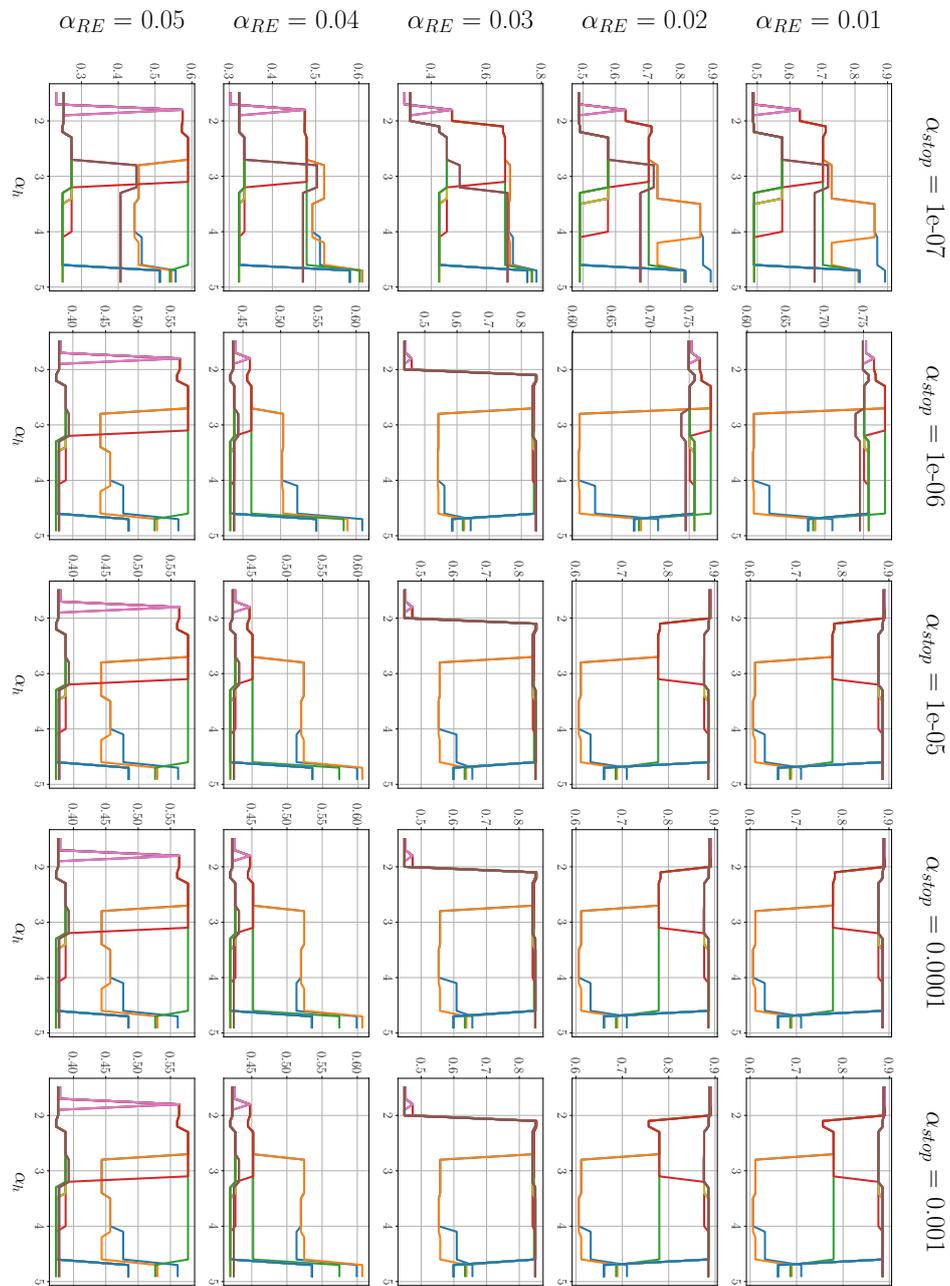


(a)

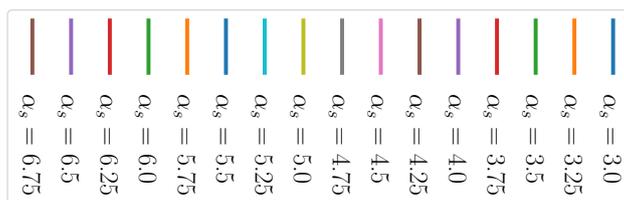


(b) Légende

FIGURE 5.9 – REQMN $_{\delta}$  sur les spectres résultant des 14000 expériences sur l'image synthétique.

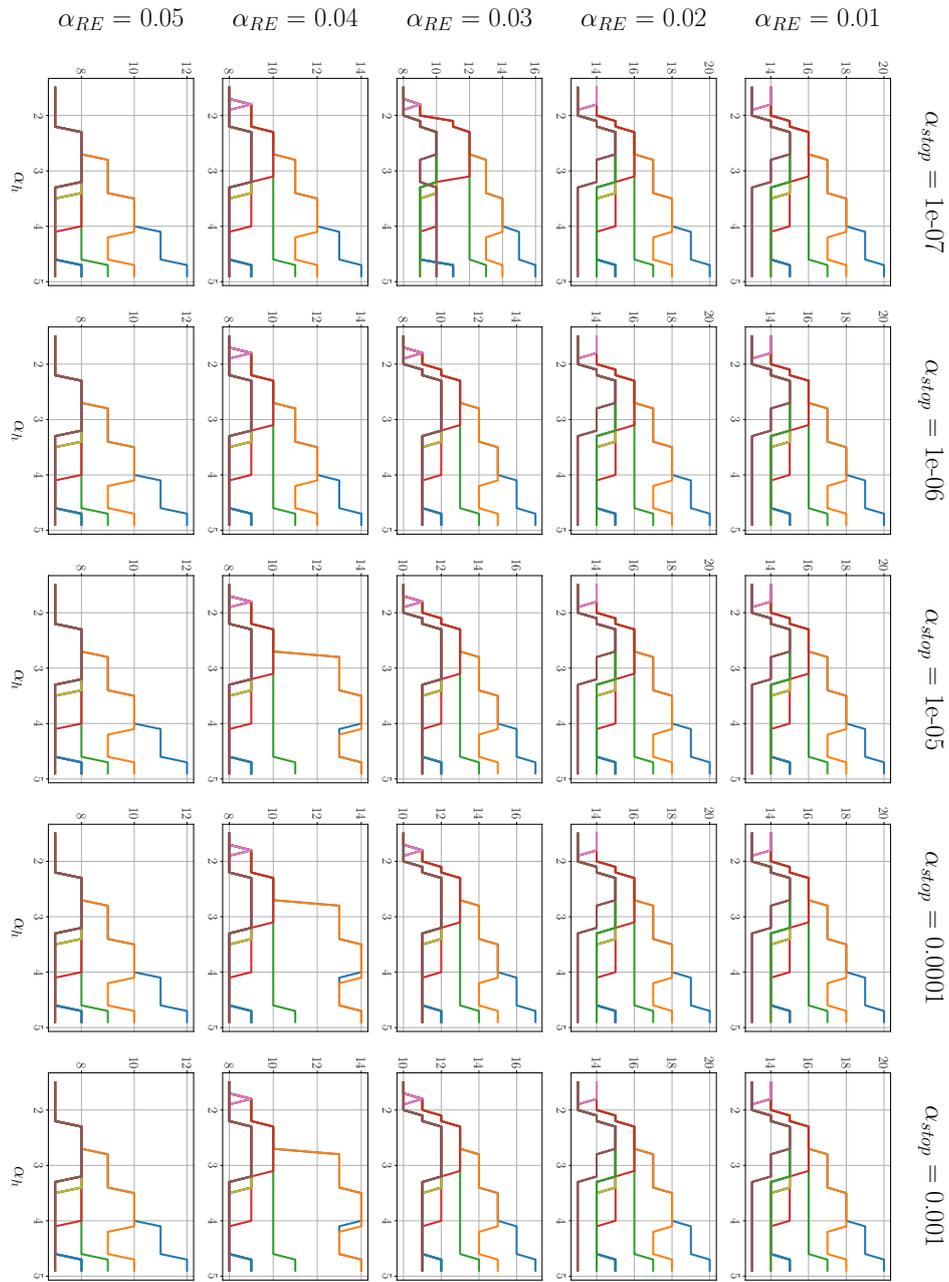


(a)

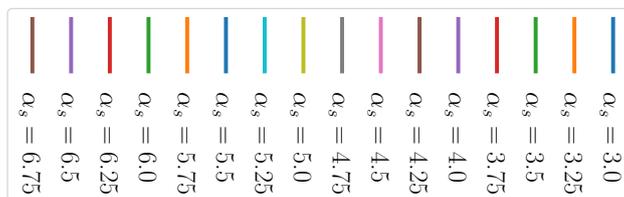


(b) Légende

FIGURE 5.10 –  $REQMN_{\hat{X}}$  sur les abondances résultant des 14000 expériences sur l'image synthétique.



(a)



(b) Légende

FIGURE 5.11 – Nombre de matériaux  $\hat{P}$  résultant des 14000 expériences sur l'image synthétique.

## 5.5 Influence des paramètres de la méthode sur ses performances

### 5.5.1 Méthode d'analyse de la variance

Nous présentons maintenant la méthode d'analyse de sensibilité aux paramètres qui permettra de quantifier l'influence de la variation des différents paramètres et donc de conclure sur la stabilité du jeu optimal de valeurs des paramètres défini dans la section 5.4. Nous disposons des résultats  $\mathbf{R}_c \in \mathbb{R}^K$  en fonction des paramètres  $\vec{a}_i \in \mathbb{R}^K$ , avec  $c$  le critère considéré,  $i$  le paramètre considéré et  $K$  le nombre d'expériences. Les paramètres sont échantillonnés régulièrement. Dans notre cas, et pour 4 paramètres, le modèle est noté  $\mathbf{R}_c = f(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4)$  et peut se décomposer comme suit [115] :

$$f(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4) = f_0 + \sum_{i=1}^4 f_i(\vec{a}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^4 f_{ij}(\vec{a}_i, \vec{a}_j) + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i+1}^3 \sum_{k=j+1}^4 f_{ijk}(\vec{a}_i, \vec{a}_j, \vec{a}_k) + f_{1,2,3,4}(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4) \quad (5.4)$$

Nous avons choisi d'utiliser les indices de Sobol [116, 115] qui rendent compte de la part de variance de chaque paramètre dans le résultat final, seul (premier ordre) ou en interaction avec d'autres paramètres (ordres supérieurs) et se calculent à partir de (5.4). Les indices du premier ordre, pour un paramètre  $i$  s'écrivent :

$$D_i = \frac{Var\{f_i(\vec{a}_i)\}}{Var\{f(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4)\}}. \quad (5.5)$$

Les indices du second ordre, évaluant la part de variance des interactions croisées entre deux paramètres s'écrivent :

$$D_{ij} = \frac{Var\{f_{ij}(\vec{a}_i, \vec{a}_j)\}}{Var\{f(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4)\}}. \quad (5.6)$$

Finalement, les indices totaux, évaluant la part de variance totale d'un paramètre, s'écrivent :

$$DT_i = \frac{1}{Var\{f(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4)\}} \left( Var\{f_i(\vec{a}_i)\} + \sum_{j=i+1}^4 Var\{f_{ij}(\vec{a}_i, \vec{a}_j)\} + \sum_{j=i+1}^3 \sum_{k=j+1}^4 Var\{f_{ijk}(\vec{a}_i, \vec{a}_j, \vec{a}_k)\} + Var\{f_{1,2,3,4}(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4)\} \right) \quad (5.7)$$

Les modèles  $f_i$ ,  $f_{ij}$ ,  $f_{ijk}$  et  $f_{1,2,3,4}$  provenant de (5.4) sont évalués à l'aide de polynômes de Legendre. L'ensemble des étapes nécessaires au calcul des indices de Sobol sont réalisés grâce à la librairie OpenTurns<sup>1</sup>.

### 5.5.2 Résultats de l'analyse de la variance

Les indices de Sobol au premier ordre et totaux pour chaque critère sont montrés dans les tableaux 5.2. Nous constatons que les performances spectrales de HBEE-LCNMF sont davantage influencées, au premier ordre, par  $\alpha_s$  et  $\alpha_{stop}$  que par les autres paramètres. Les étapes de classification ainsi que le nombre d'itération réalisées par la NMF ont donc plus d'impact sur les performances spectrales que les autres étapes, lorsque nous faisons varier les paramètres un à un. Ce n'est plus vrai pour les performances sur l'estimation des abondances puisque les paramètres ayant le plus d'impact au premier ordre sont  $\alpha_{RE}$  puis  $\alpha_s$ . Cela s'explique par le fait que ces deux paramètres règlent le nombre de matériaux estimés. Or, les abondances étant contraintes à la somme à un, les performances se dégradent si  $\hat{P} \neq P$ . Par ailleurs, les paramètres  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_s$  sont également ceux faisant le plus varier  $\hat{P}$ .

Néanmoins nous constatons que les indices totaux ont des valeurs supérieures à celles des indices du premier ordre, surtout ceux associés aux paramètres  $\alpha_h$  et  $\alpha_{RE}$  pour les critères de performances spectrales. Cela indique que l'interaction de ces paramètres avec d'autres influencent les performances spectrales, les indices de Sobol du second ordre doivent donc être non-négligeables. C'est le cas de l'indice  $D_{\alpha_h, \alpha_s}$  rendant compte de l'interaction entre  $\alpha_h$  et  $\alpha_s$  pour le critère SAM qui est du même ordre de grandeur que  $D_{\alpha_h}$ . En fait, quel que soit le critère, la somme des indices  $D_{\alpha_h, j}$  est plus importante que  $D_{\alpha_h}$  lui-même.  $\alpha_h$  fait donc davantage varier les critères en interaction avec d'autres paramètres. Les interactions croisées pour les critères de REQMN sur les

1. <http://openturns.github.io/openturns/latest/index.html>

spectres et les abondances sont équivalentes à celles du critère SAM, sauf pour  $D_{\alpha_h, \alpha_s}$  et  $D_{\alpha_h, \alpha_{RE}}$ . Concernant le nombre de matériaux estimés  $\hat{P}$ , il y a peu d'interactions entre les paramètres  $\alpha_{RE}$ ,  $\alpha_s$  et les autres paramètres. Néanmoins, le couple de paramètres faisant varier le plus  $\hat{P}$  est  $\alpha_h$  et  $\alpha_s$ , indiquant que leur réglage doit être réalisé conjointement puisque la variation de  $\alpha_h$ , en interaction avec  $\alpha_s$  fait davantage varier  $\hat{P}$  que si l'on fait varier uniquement  $\alpha_h$ .

Finalement, lorsque l'on regarde les indices totaux de chaque paramètres, la méthode est, d'une manière générale, plus sensible aux paramètres  $\alpha_s$  et  $\alpha_{stop}$  qu'aux autres pour les performances spectrales. Les performances en abondances et le nombre de matériaux estimés varient davantage en fonction de  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_s$ . Il est également important de rappeler que nous avons limité le nombre de zones détectables à 10, créant ainsi un effet de seuil sur la capacité de  $\alpha_{RE}$  à faire augmenter  $\hat{P}$ . L'influence de  $\alpha_{RE}$  sur le nombre de pôles de mélange estimés pourrait être plus grande encore. Tous critères confondus,  $\alpha_h$  explique tout de même une part non-négligeable de la variance de la méthode, bien que toujours en troisième position dans l'ordre croissant des parts de variance totale des paramètres.  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_s$  sont les paramètres faisant le plus varier le nombre de matériaux estimés comme attendu puisqu'ils agissent directement dessus. La méthode est par ailleurs peu sensible à des interactions croisées de ces deux paramètres avec d'autres, leur réglage dépendra donc peu du réglage d'autres paramètres. En revanche, la méthode est peu sensible à  $\alpha_h$  au premier ordre, mais la part de variance liée à son interaction avec d'autres paramètres, notamment  $\alpha_s$  n'est pas négligeable. Son réglage doit donc être effectué en fonction de  $\alpha_s$ .

	$D_{\alpha_h}$	$D_{\alpha_s}$	$D_{\alpha_{RE}}$	$D_{\alpha_{stop}}$
SAM $_{\mathfrak{S}}$	$5.7 \times 10^{-2}$	<b><math>4.7 \times 10^{-1}</math></b>	$6.1 \times 10^{-3}$	$2.4 \times 10^{-1}$
REQMN $_{\mathfrak{S}}$	$4.0 \times 10^{-2}$	<b><math>7.3 \times 10^{-1}</math></b>	$1.1 \times 10^{-3}$	$1.3 \times 10^{-1}$
REQMN $_{\hat{\mathbf{X}}}$	$1.4 \times 10^{-1}$	$2.7 \times 10^{-1}$	<b><math>4.3 \times 10^{-1}</math></b>	$8.2 \times 10^{-3}$
$\hat{P}$	$2.2 \times 10^{-2}$	$2.8 \times 10^{-1}$	<b><math>5.9 \times 10^{-1}</math></b>	$1.1 \times 10^{-2}$

(a)

	$DT_{\alpha_h}$	$DT_{\alpha_s}$	$DT_{\alpha_{RE}}$	$DT_{\alpha_{stop}}$
SAM $_{\mathfrak{S}}$	$2.2 \times 10^{-1}$	<b><math>5.9 \times 10^{-1}</math></b>	$6.0 \times 10^{-2}$	$3.5 \times 10^{-1}$
REQMN $_{\mathfrak{S}}$	$1.0 \times 10^{-1}$	<b><math>7.6 \times 10^{-1}</math></b>	$1.5 \times 10^{-2}$	$2.1 \times 10^{-1}$
REQMN $_{\hat{\mathbf{X}}}$	$2.5 \times 10^{-1}$	$3.5 \times 10^{-1}$	<b><math>4.6 \times 10^{-1}</math></b>	$8.8 \times 10^{-2}$
$\hat{P}$	$7.1 \times 10^{-2}$	$3.5 \times 10^{-1}$	<b><math>6.1 \times 10^{-1}</math></b>	$6.7 \times 10^{-2}$

(b)

	$D_{\alpha_s, \alpha_h}$	$D_{\alpha_{RE}, \alpha_h}$	$D_{\alpha_{RE}, \alpha_s}$	$D_{\alpha_{stop}, \alpha_h}$	$D_{\alpha_{stop}, \alpha_s}$	$D_{\alpha_{stop}, \alpha_{RE}}$
SAM $_{\mathfrak{S}}$	<b><math>9.8 \times 10^{-2}</math></b>	$1.5 \times 10^{-2}$	$5.3 \times 10^{-4}$	$5.4 \times 10^{-2}$	$1.6 \times 10^{-2}$	$3.8 \times 10^{-2}$
REQMN $_{\mathfrak{S}}$	$2.5 \times 10^{-3}$	$4.3 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-2}$	<b><math>6.2 \times 10^{-2}</math></b>	$1.7 \times 10^{-2}$	$3.2 \times 10^{-3}$
REQMN $_{\hat{\mathbf{X}}}$	$4.3 \times 10^{-2}$	$9.6 \times 10^{-3}$	$1.6 \times 10^{-2}$	<b><math>6.1 \times 10^{-2}</math></b>	$1.7 \times 10^{-2}$	$1.8 \times 10^{-3}$
$\hat{P}$	<b><math>3.1 \times 10^{-2}</math></b>	$4.3 \times 10^{-3}$	$1.1 \times 10^{-2}$	$1.4 \times 10^{-2}$	$2.9 \times 10^{-2}$	$1.3 \times 10^{-2}$

(c)

Tableau 5.2 – Indices de Sobol au premier ordre (a), totaux (b) et au second ordre (c) des résultats de HBEE-LCNMF sur l'image synthétique pour les critères de SAM sur les spectres, REQMN sur les spectres, REQMN sur les abondances et du nombre de matériaux estimé  $\hat{P}$ . Les valeurs en gras correspondent aux plus grandes valeurs de leur ligne respective.

## 5.6 Comportement de la méthode sur l'image synthétique

Nous allons maintenant étudier le comportement de la méthode sur l'image synthétique, avec un jeu de paramètres optima  $\alpha_h = 2.2$ ,  $\alpha_s = 5$ ,  $\alpha_{RE} = 5 \times 10^{-2}$  et  $\alpha_{stop} = 10^{-7}$ .

Les spectres estimés par HBEE sont affichés sur la figure 5.12. Nous remarquons que les classes sont très homogènes, la classification est donc correcte. Cela est vérifié grâce aux projections sur les 3 vecteurs principaux issus de l'Analyse en Composantes Principales (ACP), montrées sur la figure 5.13. Les différents regroupements de points sont très serrés.

On peut également regarder l'arbre des étapes de fusions durant la classification, appelé dendrogramme, pour évaluer si, pour  $\alpha_h = 2.2$ , la classification est robuste à une variation de  $\alpha_s$ . Le dendrogramme est montré sur la figure 5.14. Nous constatons que la fusion conduisant à 4 classes a lieu à environ 4 degrés, et la fusion suivante est réalisée à environ 8 degrés. Ces seuils sont assez éloignés l'un de l'autre et une variation de  $\alpha_s$  de l'ordre du degré autour de 5 degrés ne perturberait pas les résultats de la classification. Cette étape semble donc robuste à des variations de  $\alpha_s$  si la valeur de  $\alpha_h$  permet de détecter tous les spectre de matériaux représentés

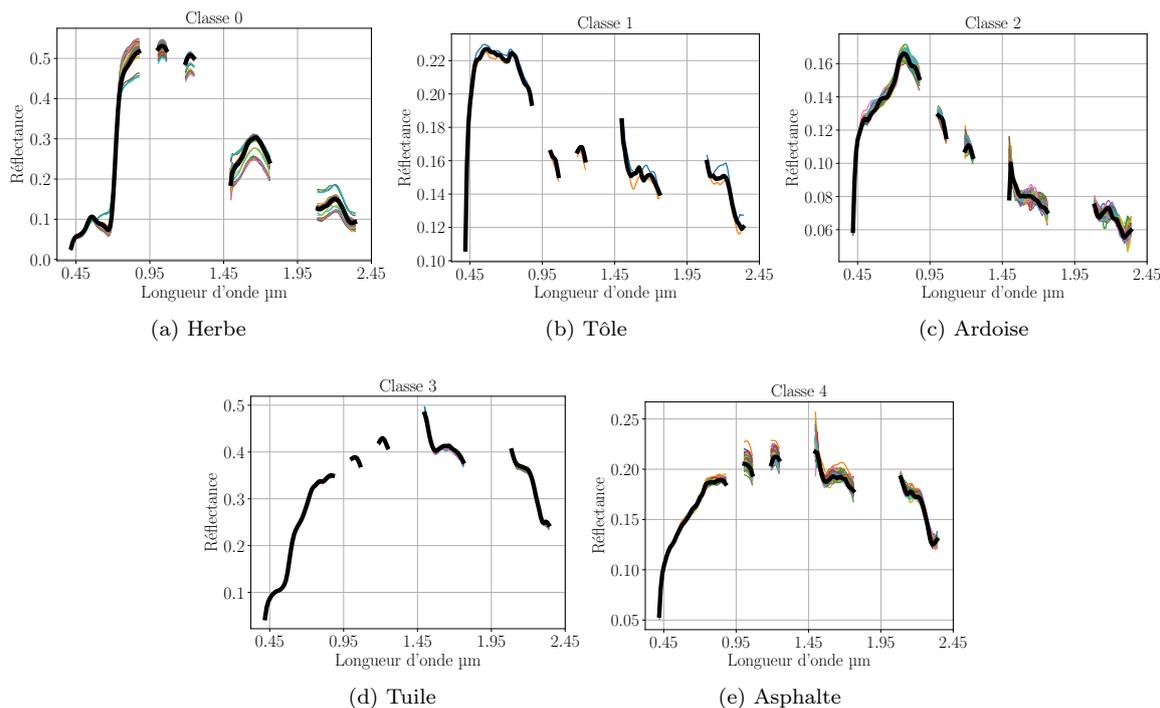


FIGURE 5.12 – Classes de spectres issues de la méthode HBEE. Les spectres noirs sont ceux ayant la plus faible hétérogénéité. Les matériaux apparentés sont indiqués sous chaque graphique.

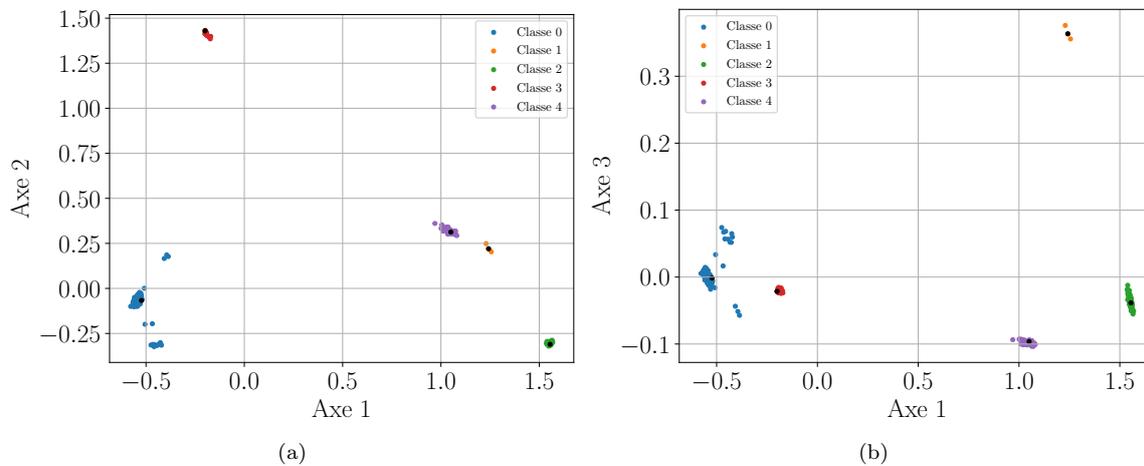


FIGURE 5.13 – Projection des classes de spectres estimés par HBEE le long des premier et deuxième axes de l’ACP (a) et le long des premier et troisième axes de l’ACP (b). Les points noirs représentent les spectres ayant la plus faible hétérogénéité pour chaque classe.

par des pixels purs sans faux positifs (pixels non purs détectés comme purs).

LCNMF estime ensuite deux spectres correspondants aux arbres et à la surface synthétique rouge. Ces spectres sont montrés sur la figure 5.15 accompagnés des zones à partir desquelles ils sont estimés et de l’évolution de leur fonction de coût lors de leur estimation. Étant donné la similitude entre le spectre d’herbe et d’arbre et que le spectre initial provient d’un spectre issu du mélange de ces matériaux, il est normal que le spectre estimé ressemble fortement au spectre initial. Son évolution est d’ailleurs plus faible comme l’atteste l’optimisation de sa fonction de coût, qui converge au bout de quelques centaines d’itérations. Les valeurs des critères de  $REQMN_{\hat{s}}$  et  $SAM_{\hat{s}}$  calculées entre le spectre de référence d’arbre et le spectre utilisé pour initialiser la NMF sont respectivement 11% et 5.7 degrés. Si on calcule les valeurs de ces critères avec le spectre d’arbre estimé par LCNMF, nous obtenons 11% et 5.3 degrés. La NMF n’améliore donc pas le spectre initial. L’évolution du spectre estimé de surface synthétique rouge depuis sa forme initiale vers sa forme finale est plus visible, notamment car l’abondance de ce matériau est faible dans le pixel HS utilisé pour l’initialisation. Les valeurs des critères de  $REQMN_{\hat{s}}$  et  $SAM_{\hat{s}}$  calculées entre le spectre de référence de la surface synthétique rouge et le spectre utilisé

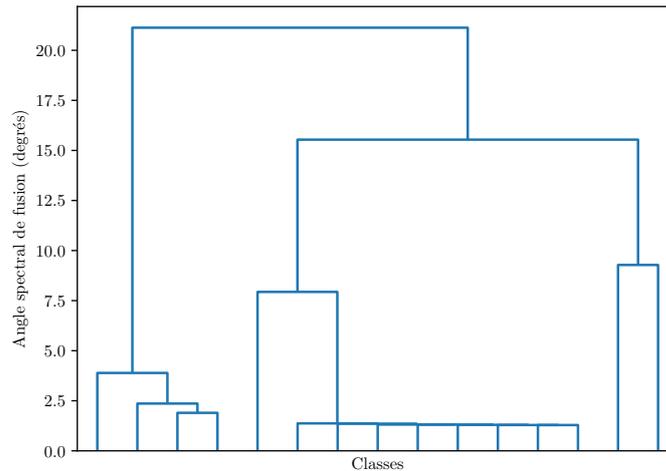


FIGURE 5.14 – Dendrogramme de l'étape de classification. Chaque embranchement représente une fusion de classe.

pour initialiser la NMF sont respectivement 52% et 16.4 degrés. Si l'on calcule les valeurs de ces critères avec le spectre estimé par LCNMF, nous obtenons 5.5% et 3.0 degrés. L'apport de la NMF pour l'estimation de ce spectre est donc conséquent. L'optimisation de la fonction de coût associée à la zone du spectre estimé demande d'ailleurs davantage d'itérations que pour le matériau d'arbre et elle s'effectue en deux paliers. Le premier palier ne correspond pas à la solution souhaitée, néanmoins sa variation normalisée est très faible (entre  $10^{-6}$  et  $10^{-7}$ ), c'est une solution sous-optimale. Le second palier est atteint à environ 15 000 itérations. Cela suggère que, pour éviter de stagner sur une solution sous-optimale,  $\alpha_{stop}$  doit être réglé à une valeur très faible,  $10^{-7}$  voir  $10^{-8}$ . Il est toutefois important de noter que le modèle de mélange utilisé dans la NMF ne tient pas compte de tous les phénomènes réels tels que la variabilité intraclasse spectrale des matériaux, les réflexions multiples, les ombres, *etc...* De ce fait, il est tout à fait possible que les minima globaux de la fonction de coût ne soient pas ceux associés à la solution recherchée. Nous appelons ce phénomène le sur-apprentissage. Il n'est pas observé ici.

Finalement, le comportement de HBEE-LCNMF correspond à celui attendu lors de sa conception et est donc validé sur données synthétiques et sous l'hypothèse que tous les pixels PAN à 2 m sont purs.

## 5.7 Conclusion et discussion

Dans ce chapitre, nous avons construit une image synthétique s'approchant le plus possible des caractéristiques d'une image réelle, afin de tester la méthode HBEE-LCNMF. Nous avons ensuite défini un plan d'expériences sur les paramètres de cette méthode et proposé des critères d'évaluation des performances de la méthode. Nous avons conduit une analyse de sensibilité aux paramètres grâce aux indices de Sobol. Cette analyse a révélé que les paramètres les plus influents sont  $\alpha_s$  et  $\alpha_{stop}$  pour les critères de performances spectrales. Elle a également montré que  $\alpha_h$  est davantage influent au second ordre, c'est à dire en interaction avec d'autres paramètres. Les paramètres  $\alpha_s$  et  $\alpha_{RE}$  sont ceux ayant le plus d'influence, tous ordres confondus, sur le nombre de spectres estimés. Ensuite nous avons sélectionné trois jeux de paramètres optimaux et discuté de leurs différences. Nous avons constaté que les valeurs de  $\alpha_{RE}$  pour ces jeux de paramètres ne varient pas, indiquant que son réglage doit être précis. Nous avons également constaté que la valeur optimale de  $\alpha_{stop}$  est toujours égale à  $10^{-7}$ , prouvant l'efficacité de la NMF lorsque davantage d'itérations sont effectuées. Enfin, le comportement nominal de la méthode a été validé dans le cas où tous les paramètres étaient réglés de manière optimale. Toutefois, ces tests ont été réalisés sur une image synthétique, dans le cas où toutes les hypothèses posées par la méthode (tous les pixels PAN sont purs, présence de pixels HS purs pour quelques matériaux) sont vérifiées. Les performances de la méthode sur ces données synthétiques sont par ailleurs très encourageantes puisque, pour le jeu optimal de paramètres, HBEE-LCNMF estime les spectres avec un écart d'en moyenne seulement 1.9 degrés selon le critère de  $SAM_{\mathfrak{S}}$  et de 0.37% selon le critère de  $REQMN_{\mathfrak{S}}$ . Les abondances sont estimées avec une précision moyenne de l'ordre de 2.5% selon le critère de  $REQMN_{\mathfrak{X}}$ , ce qui est acceptable. Il est maintenant nécessaire de confronter la méthode à des données réelles pour vérifier qu'elle se comporte de manière analogue.

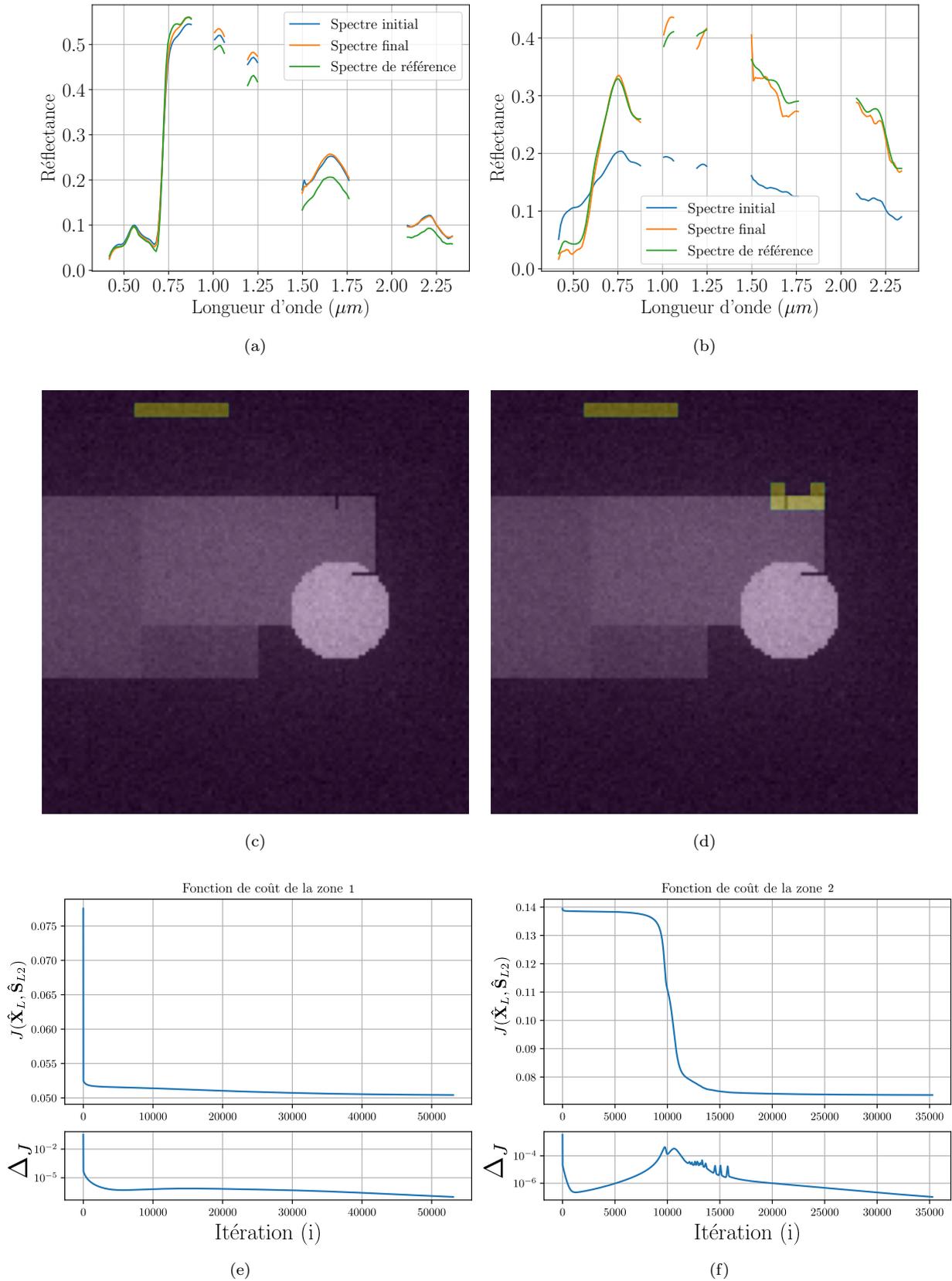


FIGURE 5.15 – Spectres initiaux (bleus) et estimés par LCNMF (orange) et correspondant aux matériaux d’arbre (a) et de surface synthétique rouge (b). Les zones mal reconstruites correspondantes sont affichées (c) pour le matériau d’arbre et (d) pour la surface synthétique rouge. L’optimisation des fonctions de coût de chaque zone est montrée sur (e) pour le matériau d’arbre et (f) pour la surface synthétique rouge, superposées à l’évolution des fonctions de coûts définie par l’équation 4.12 dans la section 4.2.2.



## Chapitre 6

# Validation de HBEE-LCNMF sur données réelles

### Table de chapitre

<b>6.1</b>	<b>Choix des jeux de données réelles utilisées</b>	<b>87</b>
<b>6.2</b>	<b>Définition du plan d'expériences</b>	<b>91</b>
6.2.1	Choix des grilles de valeurs de $\alpha_h$	91
6.2.2	Choix des grilles de valeurs de $\alpha_{RE}$	91
<b>6.3</b>	<b>Résultats des expériences</b>	<b>92</b>
6.3.1	Image de Lavernose-Lacasse	92
6.3.2	Image du stade de Bâle	96
<b>6.4</b>	<b>Analyse de la sensibilité de HBEE-LCNMF à ses paramètres</b>	<b>100</b>
<b>6.5</b>	<b>Réglage des paramètres de HBEE-LCNMF</b>	<b>100</b>
<b>6.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>100</b>

Au chapitre précédent, le comportement de la méthode HBEE-LCNMF a été étudié sur données synthétiques. Un jeu de valeurs optimales de paramètres reproduisant le comportement attendu de la méthode a été déduit et la sensibilité des performances de HBEE-LCNMF à ses paramètres a été évaluée. L'objectif de ce présent chapitre est alors d'évaluer le comportement de la méthode sur données réelles et de déduire des valeurs par défaut des paramètres pour une application sur des images réelles, en s'aidant des outils utilisés dans le chapitre 5. Tout d'abord, nous présentons les deux images que nous utiliserons lors de cette étude. Puis, nous établissons deux plans d'expériences légèrement différents car adaptés aux statistiques des deux images. Nous déduirons ensuite un jeu de valeurs optimales de paramètres pour chaque image et analyserons alors le comportement de la méthode sur celles-ci. Nous analyserons ensuite l'influence des différents paramètres sur les résultats du démelange spectral à l'aide de la méthodologie décrite dans le chapitre 5. Enfin, nous déduirons des résultats obtenus un jeu de valeurs de paramètres par défaut satisfaisant pour les deux images considérées et une conclusion sera proposée.

### 6.1 Choix des jeux de données réelles utilisées

Afin de valider le comportement de la méthode et de comprendre l'influence de ses paramètres sur les résultats du démelange spectral, nous devons utiliser des images dont nous connaissons la composition en terme de matériaux. Nous orientons donc notre choix sur des images de petites dimensions et disposant d'une résolution spatiale au sol permettant de construire une base de données spectrales de référence. Deux images, qui ont été présentées dans le chapitre 2, sont sélectionnées. La première image est celle de la centrale photovoltaïque de Lavernose-Lacasse (près de Mauzac, France), et est illustrée sur la figure 6.1. Les spectres des matériaux présents dans l'image sont rappelés sur la figure 6.2 et leurs cartes d'abondances déduites sont montrées sur la figure 6.3.

La seconde image considérée est celle du stade de Bâle, montrée sur la figure 6.4. La base spectrale de référence des matériaux de l'image est rappelée sur la figure 6.5 et leurs cartes d'abondances sont montrées sur la figure 6.6.

Ces deux images présentent une variabilité spectrale intra-classe ainsi qu'une répartition spatiale des matériaux plus réalistes que celles de l'image synthétique. De plus les pixels PAN à 2 m ne sont pas nécessairement purs, des matériaux non représentés par des pixels purs sont côte à côte dans l'image et des phénomènes d'ombres

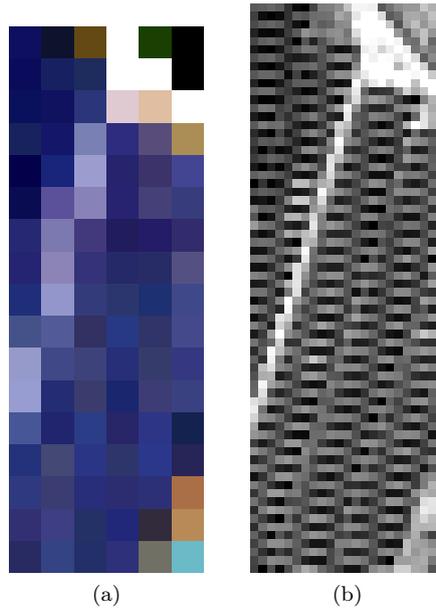


FIGURE 6.1 – Jeu de données de la centrale photovoltaïque de Lavernose-Lacasse, simulé aux caractéristiques des instruments d’HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l’image HS à 8.8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l’image PAN à 2.2 m de GSD en unité de luminance.

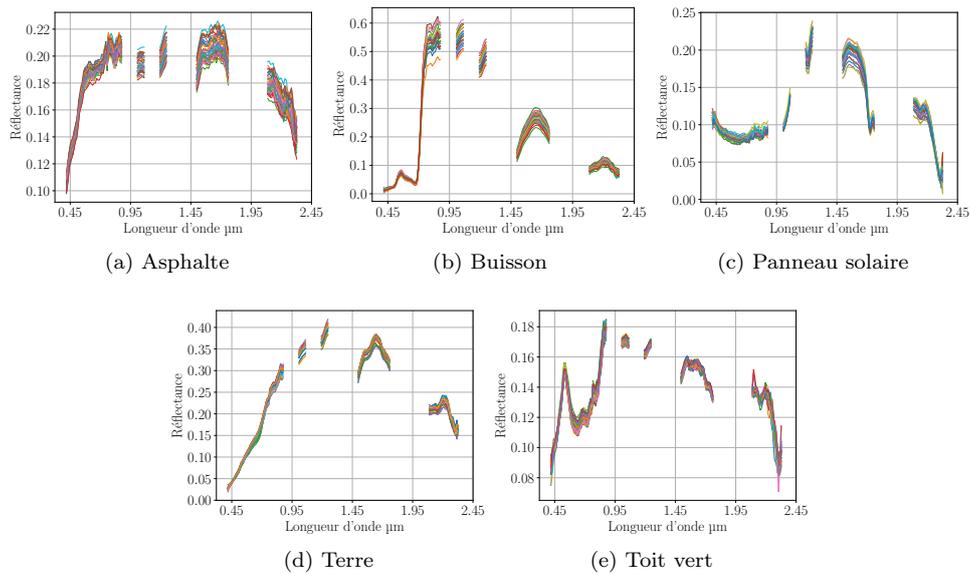


FIGURE 6.2 – Collections de spectres de chaque matériau identifié dans l’image de la centrale de panneaux solaires de Lavernose-Lacasse.

sont présents. Ces jeux de données vont donc permettre de confronter la méthode HBEE-LCNMF au cas où ses hypothèses ne seraient pas vérifiées et d’en évaluer la robustesse.

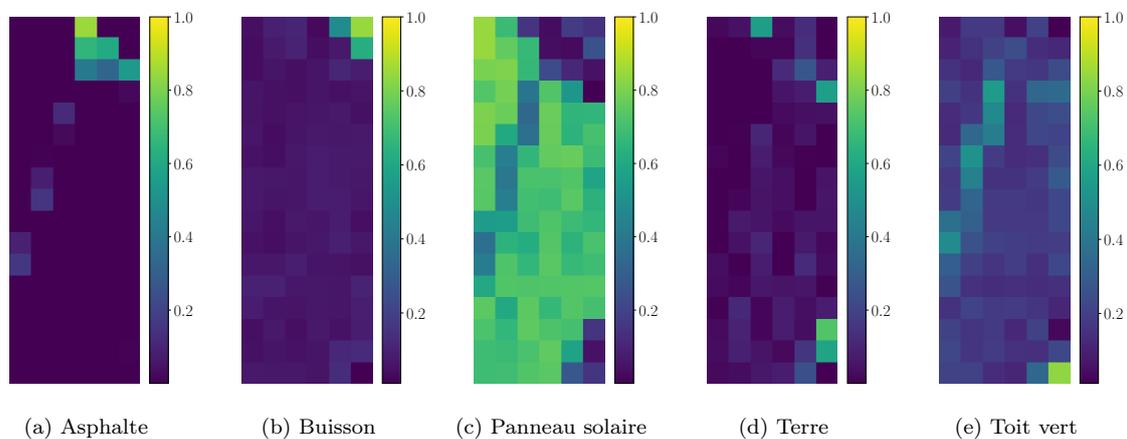


FIGURE 6.3 – Cartes de référence des abondances des matériaux identifiés dans l’image de la centrale de panneaux solaires de Lavernose-Lacasse.

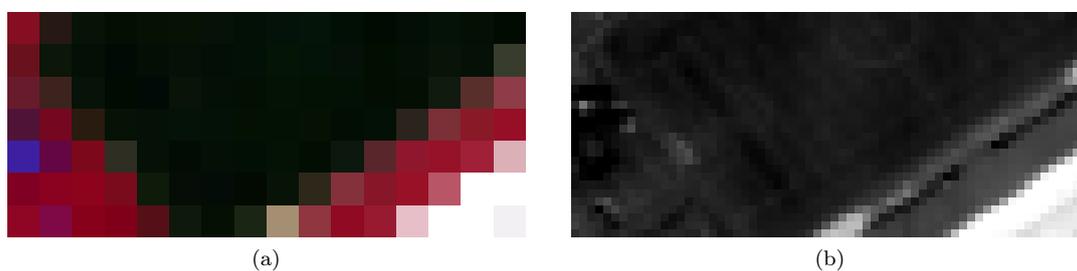


FIGURE 6.4 – Jeu de données du stade de Bâle, simulé aux caractéristiques des instruments d’HYPXIM avec : (a) la composition colorée RVB de l’image HS à 8 m de GSD en unité de réflectance et (b) l’image PAN à 2 m de GSD en unité de luminance.

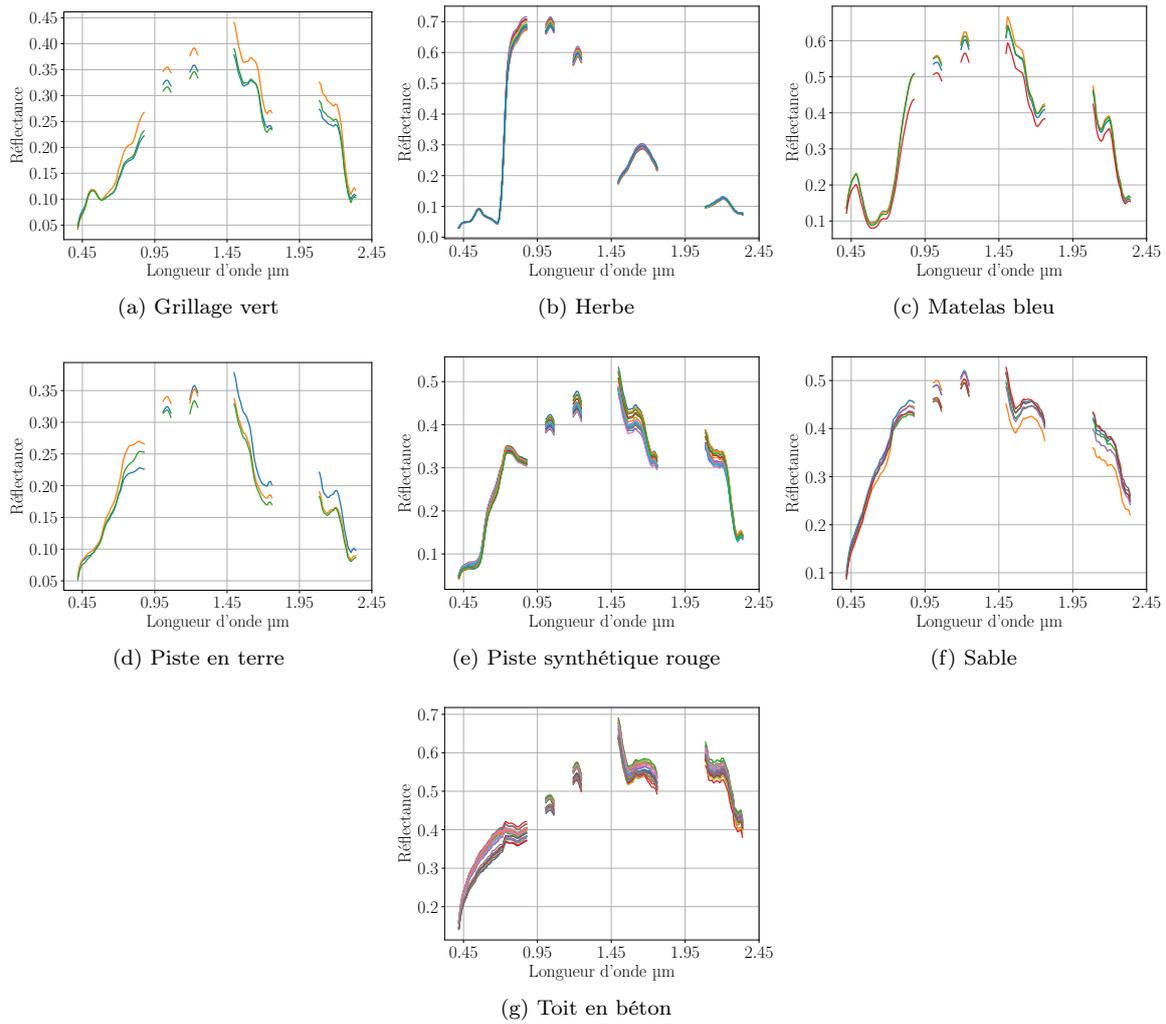


FIGURE 6.5 – Collections de spectres de chaque matériau identifié dans l'image du stade de Bâle.

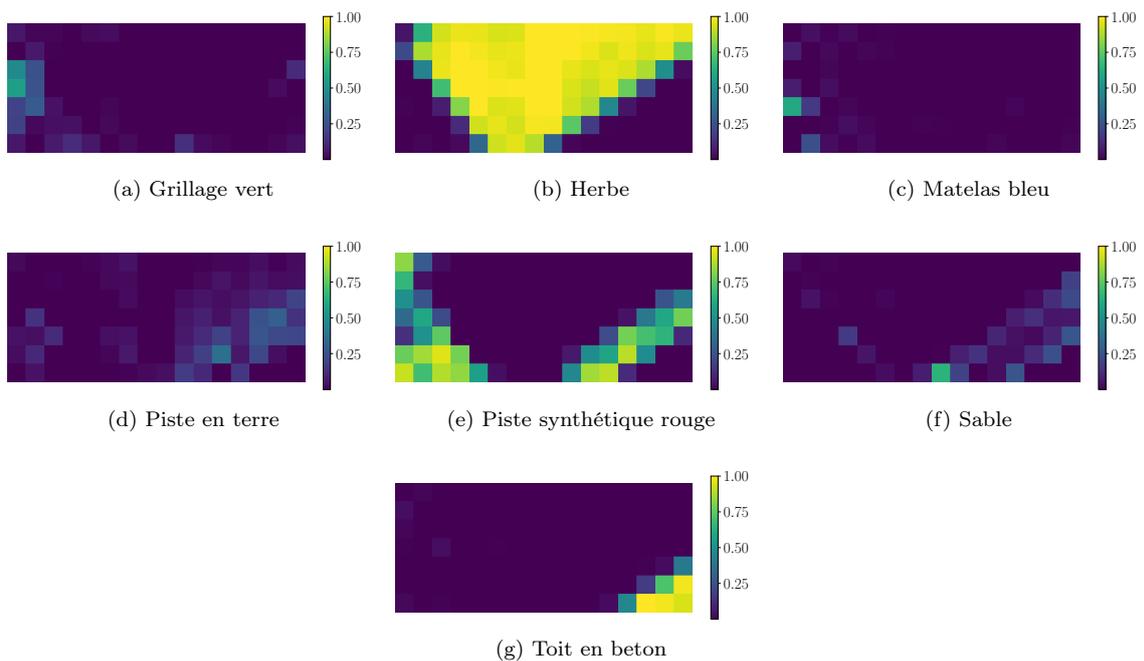


FIGURE 6.6 – Cartes de référence des abondances des matériaux trouvés dans l'image du stade de Bâle.

## 6.2 Définition du plan d'expériences

Dans le cadre de cette étude, nous souhaitons conserver le même plan d'expériences que celui réalisé sur données synthétiques, c'est à dire une grille de valeurs régulièrement échantillonnée de paramètres. Toutefois, les statistiques des images, en terme d'hétérogénéité panchromatique ou d'erreur de reconstruction peuvent varier d'une image à l'autre. Nous devons donc vérifier que les intervalles de variations de  $\alpha_h$  et  $\alpha_{RE}$  pour l'image synthétique peuvent s'appliquer aux images réelles, et dans le cas contraire, choisir des intervalles de variation adéquats. Nous cherchons également dans ce paragraphe à optimiser le nombre de calculs à réaliser dans le plan d'expériences. Pour cela, on étudie les statistiques des valeurs des paramètres pour chaque image afin de choisir en conséquence les valeurs considérées de ces paramètres dans le plan d'expériences. Nous conserverons l'intervalle de  $\alpha_s$  entre 3 et 7 degrés car, comme expliqué dans le chapitre 5, deux spectres sont considérés comme appartenant à la même classe lorsque leur angle spectral est inférieur à 5 degrés. Nous conservons donc une marge de  $\pm 2$  degrés permettant de prendre en compte les variabilités spectrales intraclasse et interclasse. Le pas de 0.25 degrés est également conservé. Nous conservons également l'intervalle de  $\alpha_{stop}$  entre -7 et -3 car ce sont des valeurs extrêmes permettant, pour -7 de converger vers le minimum local et pour -3 de rester proche de la valeur initiale de la fonction de coût. Le pas d'échantillonnage de ce paramètre valant 1 est également conservé. Nous conservons par ailleurs la limite haute du nombre de zones détectables par LCNMF à 10 qui, compte tenu de la taille réduite des images, ne constitue pas un facteur limitant pour le démélange par la méthode LCNMF.

### 6.2.1 Choix des grilles de valeurs de $\alpha_h$

Bien qu'il serait souhaitable d'utiliser la même grille de valeurs de  $\alpha_h$  que celle utilisée dans le plan d'expériences sur données synthétiques, les histogrammes des valeurs d'hétérogénéité des images réelles, en particulier pour l'image de Lavernose-Lacasse, sont décalés vers des valeurs plus élevées. La méthode HBEE risque alors de ne détecter aucun ou trop peu de pixels purs si l'on conserve ces mêmes seuils. Si l'on regarde les histogrammes des valeurs  $\eta_n$  de chaque image, montrés sur la figure 6.7, on constate qu'ils sont très différents. L'histogramme des valeurs  $\eta_n$  de l'image du stade de Bâle possède des caractéristiques assez similaires à celui de l'image synthétique, avec une grande majorité de valeurs comprises dans l'intervalle [1; 11] et quelques valeurs extrêmes, supérieures à 25. Pour  $\alpha_h = 1$ , environ 4 % des pixels sont détectés comme purs et pour  $\alpha_h = 11$ , environ 88 % des pixels sont détectés comme purs. D'autre part, cette image contient beaucoup moins de pixels (112) que l'image synthétique (1024), le nombre de pixels détectés sera donc moindre en fonction de  $\alpha_h$ , il n'est donc pas nécessaire d'échantillonner aussi finement ce paramètre pour l'image du stade de Bâle que pour l'image synthétique. Nous choisissons donc de faire varier  $\alpha_h$  entre 1 et 11 avec un pas d'échantillonnage de 0.2.

En revanche, les caractéristiques de l'histogramme des valeurs  $\eta_n$  de l'image de Lavernose-Lacasse sont sensiblement différentes de celles des deux autres histogrammes. Notamment, la majorité des valeurs est comprise dans l'intervalle [8; 20]. Cela s'explique par la présence de nombreuses zones d'ombre au niveau des panneaux solaires, ce qui augmente les variations de niveau de gris sur l'image PAN. En effet, nous observons sur l'image à 50 cm de GSD que ces panneaux provoquent de l'ombre sur le sol, et comme ces panneaux sont présents dans une grande partie de l'image, cela explique le décalage de l'histogramme. Afin de conserver un nombre raisonnable d'expériences, nous décidons que la grille de valeurs de  $\alpha_h$ , pour l'image de Lavernose-Lacasse, soit bornée à l'intervalle [10; 20] avec un pas d'échantillonnage de 0.2.

### 6.2.2 Choix des grilles de valeurs de $\alpha_{RE}$

Afin de définir les bornes de variations de  $\alpha_{RE}$ , nous reproduisons la procédure utilisée dans le cas de l'image synthétique. Dans un premier temps les spectres des matériaux non représentés par des pixels purs sont retirés du jeu de spectres de référence. Il s'agit des spectres de buissons, de panneaux solaires et d'un toit vert pour l'image de Lavernose-Lacasse et des spectres d'un grillage vert, d'un matelas bleu, d'une piste en terre et de sable pour l'image du stade de Bâle. Les abondances sont alors estimées avec l'algorithme NNLS en utilisant ces jeux de spectres de référence incomplets et les images HS. Les images sont reconstruites avec  $\hat{Y} = \hat{X}\hat{S}$  puis, l'erreur de reconstruction en REQMN (Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée) est calculée pour chaque pixel. Les histogrammes de ces erreurs sont alors calculés et montrés sur la figure 6.8.

Nous constatons que pour l'image de Bâle, la majeure partie des valeurs d'erreurs de reconstruction se situe entre environ 0.01 et 0.06. Les valeurs d'erreurs de reconstruction de l'image de Lavernose-Lacasse sont également presque toutes comprises dans cet intervalle. Nous jugeons donc judicieux de faire varier  $\alpha_{RE}$  entre 0.01 et 0.06. Nous conservons le pas d'échantillonnage de 0.01 pour ces images.

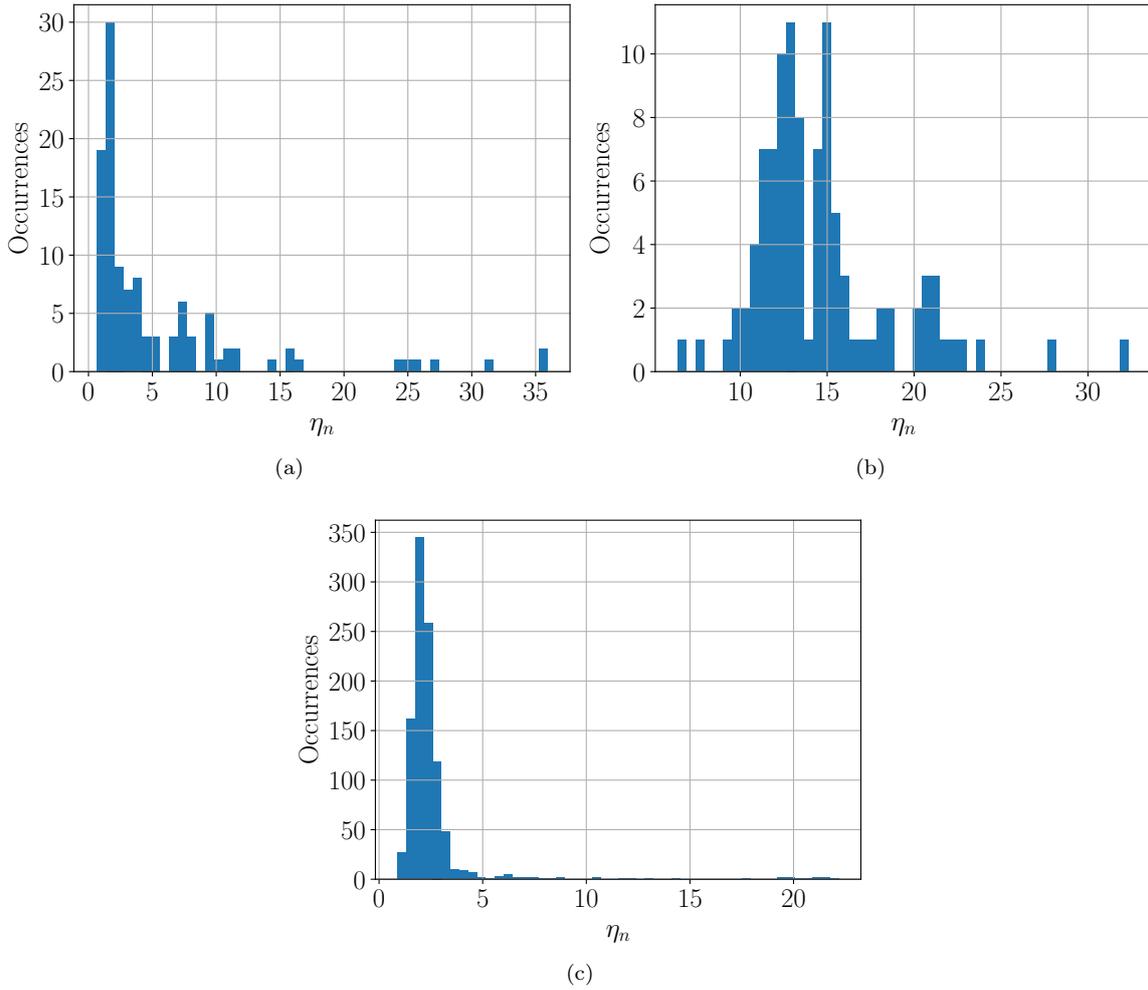


FIGURE 6.7 – Histogrammes des valeurs  $\eta_n$  pour les images (a) du stade de Bâle et (b) de la centrale photovoltaïque de Lavernose-Lacasse, en comparaison avec celui de l’image synthétique (c).

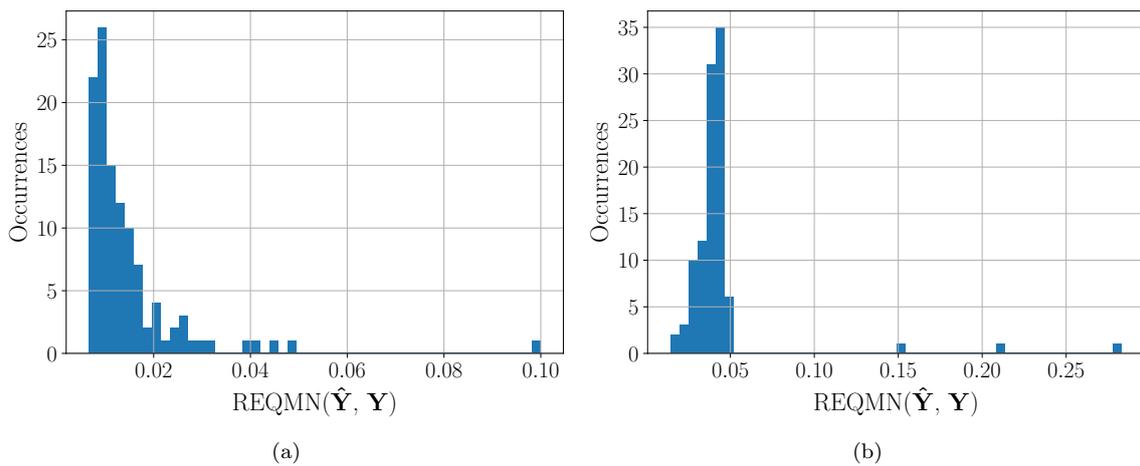


FIGURE 6.8 – Histogramme des valeurs d’erreur de reconstruction (REQMN) calculées en ne prenant en compte que les spectres des matériaux représentés par des pixels purs, pour l’image du stade de Bâle (a) et celle de Lavernose-Lacasse (b).

## 6.3 Résultats des expériences

### 6.3.1 Image de Lavernose-Lacasse

Les résultats des expériences pour l’image de Lavernose-Lacasse sont montrés dans l’annexes B sur les figures B.1, B.2, B.3, B.4, respectivement pour les critères de  $\text{SAM}_{\hat{\mathbf{s}}}$ ,  $\text{REQMN}_{\hat{\mathbf{s}}}$ ,  $\text{REQMN}_{\hat{\mathbf{x}}}$ , décrits dans le chapitre 5

par les équations (5.2), (5.1), (5.3) et  $\hat{P}$ , le nombre estimé de pôles de mélange. Le jeu optimal de paramètres, quel que soit le critère considéré, conduisant au bon nombre de pôles de mélange estimés, est donné dans le tableau 6.1. Nous constatons que les valeurs de ces paramètres, hormis celle de  $\alpha_h$ , ne sont pas très différentes de celles des jeux de paramètres produisant des résultats optimaux sur l'image synthétique.

$\alpha_h$	$\alpha_s$	$\alpha_{RE}$	$\alpha_{stop}$	$SAM_{\mathfrak{S}}$	$REQMN_{\mathfrak{S}}$	$REQMN_{\hat{\mathfrak{X}}}$
8	5	$6 \times 10^{-2}$	$1 \times 10^{-7}$	4.3	$1.3 \times 10^{-1}$	$5.2 \times 10^{-1}$

Tableau 6.1 – Sélection d'un jeu de paramètres produisant un résultat dont les valeurs des critères de performance sont les meilleures et conduisant à  $\hat{P} = 5$  pour l'image de Lavernose-Lacasse.

Pour ce jeu de paramètres, seulement deux spectres ont été estimés par HBEE, comme le montre la figure 6.9 décrivant les deux classes spectrales produites par HBEE. Dans ce cas particulier où seulement deux spectres ont été détectés comme étant purs, l'étape de classification ne fusionne pas ceux-ci qui forment un angle spectral de 16 degrés, supérieur au seuil de 5 degrés. Comme nous pouvons l'apercevoir sur la figure 6.10, les zones mal reconstruites sélectionnées par LCNMF ne contiennent que deux voire trois matériaux, dans lesquelles le spectre du matériau à estimer est majoritairement présent. De plus la zone permettant d'estimer le spectre de panneau solaire contient essentiellement des panneaux solaires et de la terre. Cette terre est ombragée, sa contribution spectrale aux pixels mal reconstruits est donc faible. Il n'est donc pas étonnant que le spectre initial n'évolue presque pas durant la NMF. Néanmoins, cette dernière estime un spectre plus proche du spectre de référence des panneaux solaires que celui initial selon les critères de  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  et  $SAM_{\mathfrak{S}}$  : 17% et 9.0 degrés entre le spectre estimé et le spectre de référence contre 18% et 10.4 degrés entre le spectre initial et celui de référence. Pour le buisson, les valeurs des critères de  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  et  $SAM_{\mathfrak{S}}$  sont de 17% et 1.9 degrés entre le spectre estimé et celui de référence contre 13% et 1.7 degrés entre le spectre initial et celui de référence. La NMF dégrade donc légèrement le résultat initial dans le cas du buisson, mais les valeurs des critères de performances spectrales ( $REQMN_{\mathfrak{S}}$  et  $SAM_{\mathfrak{S}}$ ) sont déjà très faibles et indiquent donc que le spectre initial provient d'un pixel HS pur ou presque. Ce pixel pur n'a pas été détecté par HBEE à cause de la présence d'ombre sur une partie du buisson qui augmente la valeur du critère d'hétérogénéité. Dans le cas du toit vert, ce raisonnement est également applicable. Les valeurs des critères de  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  et  $SAM_{\mathfrak{S}}$  sont de 10% et 3.8 degrés entre le spectre estimé et celui de référence contre 10% et 3.9 degrés entre le spectre initial et celui de référence. La NMF conserve le résultat initial avec des valeurs des critères qui sont initialement faibles pour du démixage spectral non supervisé. De manière analogue au buisson, de l'ombre est présente sur la faible portion de terre située dans le pixel HS où se situe le toit vert. Ce pixel peut donc être considéré comme pur mais il n'est pas détecté par HBEE et est donc traité par LCNMF qui risque au mieux de ne pas améliorer le résultat (c'est le cas ici) ou bien au pire, le dégrader. On peut par ailleurs voir que les spectres estimés par LCNMF n'ont pas beaucoup évolué durant la NMF (voir figure 6.11). Les NMFs appliquées sur chaque zones semblent avoir convergé vers des solutions, comme le montre la figure 6.12. L'application de NMFs, lorsque de l'ombre est présente dans les zones mal reconstruites, a tendance à conserver les résultats initiaux du démixage.

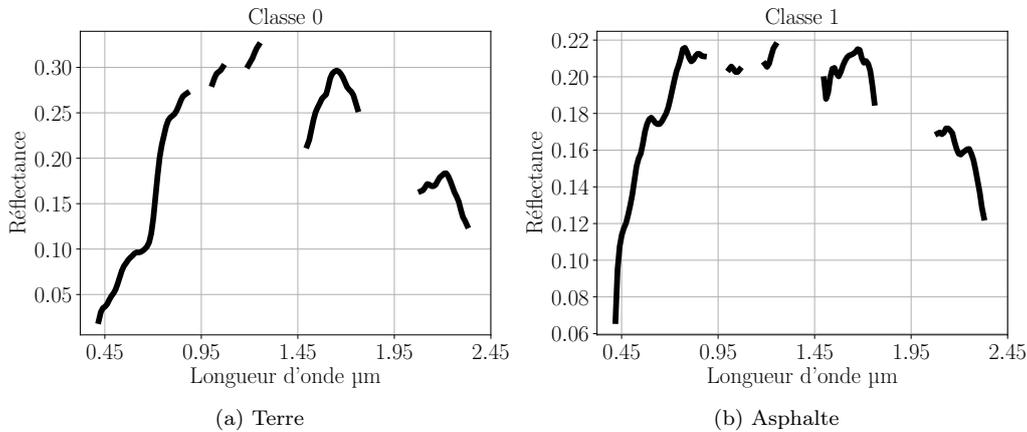


FIGURE 6.9 – Classes de spectres issues de la méthode HBEE appliquée sur l'image de Lavernose-Lacasse. Les spectres noirs sont ceux ayant la plus faible hétérogénéité panchromatique (critère défini dans la section 3.3.2).

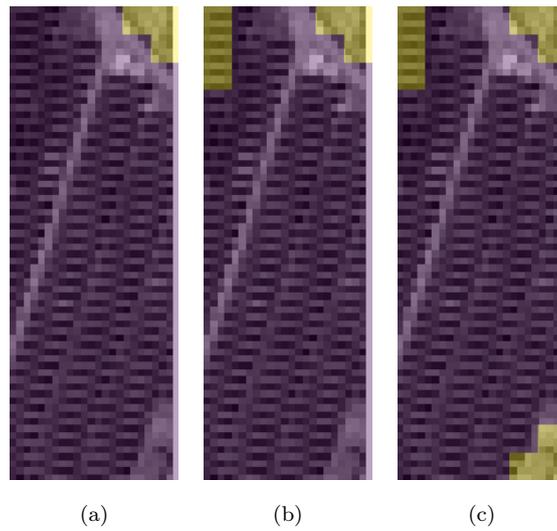


FIGURE 6.10 – Zones mal reconstruites (en jaune) traitées par LCNMF sur l’image de Lavernose-Lacasse pour les matériaux correspondant aux buissons (a), aux panneaux solaires (b) et au toit vert (c). Les indications des zones déjà traitées persistent sur les images.

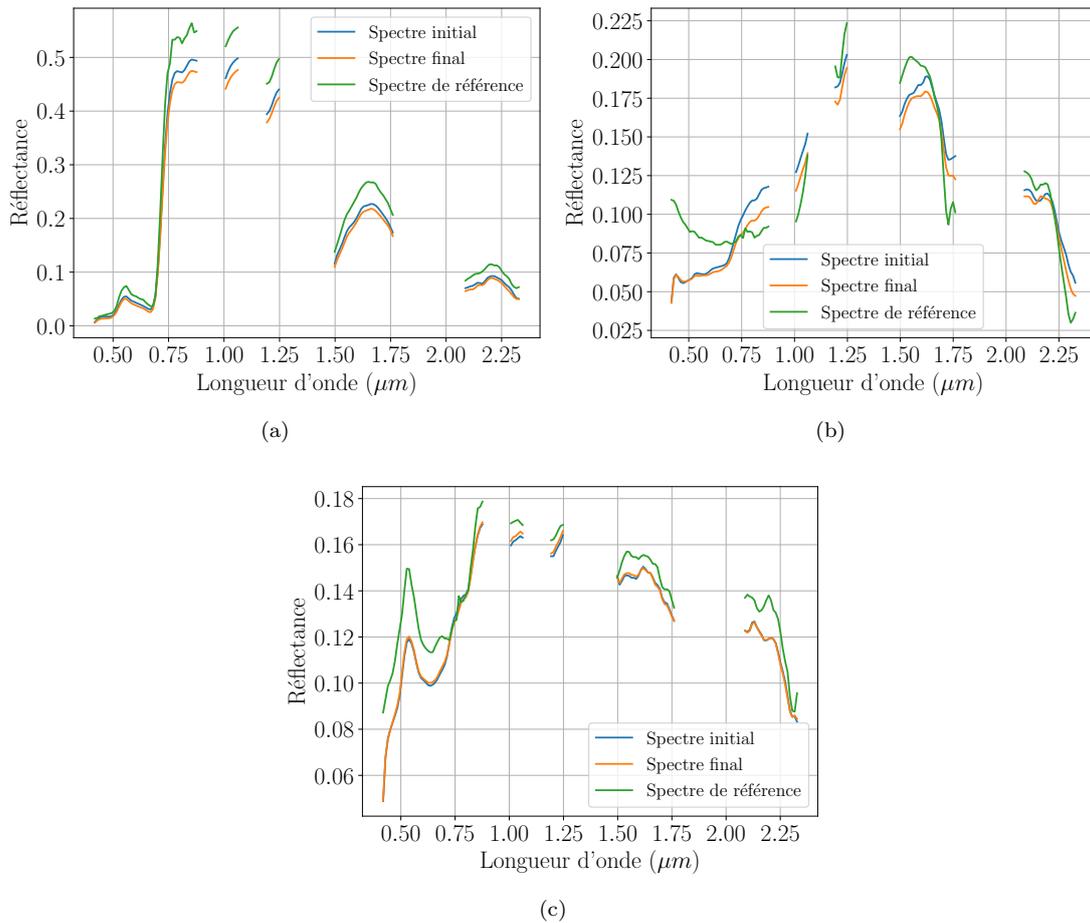


FIGURE 6.11 – Spectres initiaux (bleus) et estimés par LCNMF sur l’image de Lavernose-Lacasse (orange) et correspondant aux buissons (a), aux panneaux solaires (b) et au toit vert (c). Les spectres de référence sont affichés en vert.

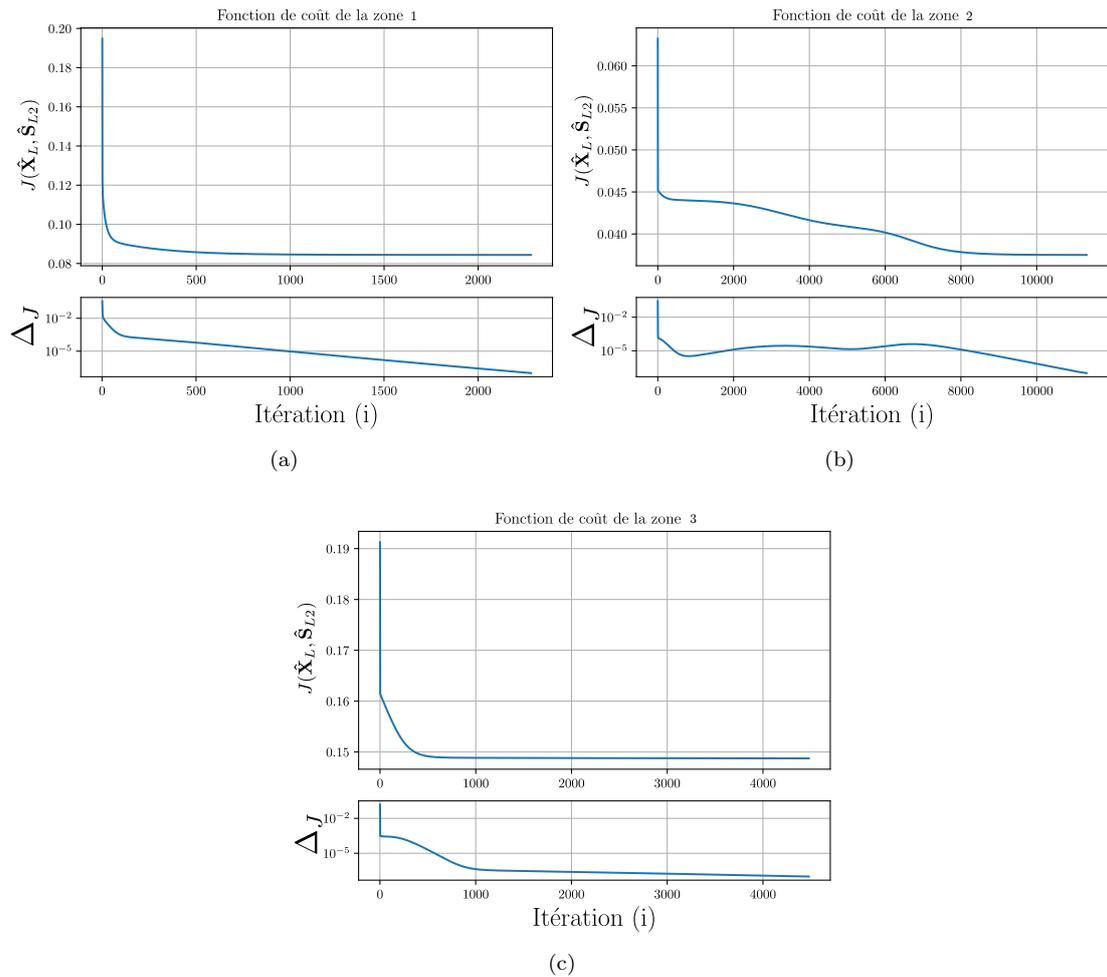


FIGURE 6.12 – Évolution des fonctions de coût de chaque zone traitée par LCNMF sur l'image de Lavernose-Lacasse pour les matériaux correspondant aux buissons (a), aux panneaux solaires (b) et au toit vert (c). L'évolution de l'erreur relative inter-itérations des fonctions de coût définie par l'équation 4.12 dans la section 4.2.2 est affichée en dessous de ces dernières.

### 6.3.2 Image du stade de Bâle

Les résultats des expériences sont présentés sur les figures B.5, B.6, B.7, B.8 respectivement pour les critères de performances  $SAM_{\hat{\mathcal{S}}}$ ,  $REQMN_{\hat{\mathcal{S}}}$ ,  $REQMN_{\hat{\mathcal{X}}}$  et  $\hat{P}$ . Ces expériences ont permis de définir un jeu de valeurs optimales de paramètres (voir Tableau 6.2).

$\alpha_h$	$\alpha_s$	$\alpha_{RE}$	$\alpha_{stop}$	$SAM_{\hat{\mathcal{S}}}$	$REQMN_{\hat{\mathcal{S}}}$	$REQMN_{\hat{\mathcal{X}}}$
8	5.5	$5 \times 10^{-2}$	$1 \times 10^{-5}$	4.0	$1.7 \times 10^{-1}$	$7.7 \times 10^{-1}$

Tableau 6.2 – Sélection d’un jeu de paramètres produisant un résultat dont les valeurs des critères de performances sont les meilleures et conduisant à  $\hat{P} = 7$  pour l’image du stade de Bâle.

Pour ce jeu de paramètres et sur l’image du stade de Bâle, HBEE produit les 4 classes montrées sur la figure 6.13. On remarque que, pour cette image, les classes déduites par HBEE sont visuellement homogènes, mais elles contiennent quelques spectres visiblement non purs, notamment pour la classe de la piste synthétique rouge et celle de l’herbe. L’inhomogénéité de la classe de la piste synthétique rouge est confirmée par les projections sur les 3 axes principaux calculés par ACP (voir figure 6.14), indiquant la présence de spectres non purs. Les spectres estimés par LCNMF à partir des 3 zones montrées sur la figure 6.15, n’évoluent pratiquement pas durant les NMFs, comme nous le constatons sur les figures 6.16 et 6.17. De plus, comme le montrent les résultats des expériences avec  $\alpha_h$ ,  $\alpha_s$  et  $\alpha_{RE}$  constants, des valeurs plus faibles de  $\alpha_{stop}$  dégradent les performances, ce qui indique que les NMFs dégradent les spectres initiaux.

On remarque également que le spectre estimé de sable l’a été depuis une zone comportant principalement du sable, un peu de piste en terre et de l’herbe. De ce fait, la condition que le nombre de matériaux inconnus soit égal à 1 n’est pas vérifiée dans ce cas de figure puisque le spectre de piste en terre n’a, à ce stade, pas été estimé. Il est donc normal que la NMF ne parvienne pas à converger vers la solution souhaitée. Les valeurs des critères de  $REQMN_{\hat{\mathcal{S}}}$  et  $SAM_{\hat{\mathcal{S}}}$  entre le spectre estimé et le spectre de référence du sable sont de 18% et de 9.5 degrés contre également 18% et 9.5 degrés entre le spectre initial et celui de référence. La NMF n’améliore donc pas le spectre initial. Le spectre de grillage vert, qui est estimé à partir d’une zone dont les spectres des matériaux présents sont connus : ceux du matelas bleu et de la piste synthétique rouge, évolue peu durant la NMF. Nous pouvons d’ailleurs le voir avec les valeurs des critères de  $REQMN_{\hat{\mathcal{S}}}$  et  $SAM_{\hat{\mathcal{S}}}$  puisque ces valeurs valent 16% et 5.1 degrés entre le spectre estimé et celui de référence du grillage vert, tandis qu’entre le spectre initial et celui de référence, ces valeurs sont de 19% et 5.2 degrés. Lors de la reconstruction de l’image, les deux derniers spectres estimés conduisent à une image d’erreur de reconstruction ne permettant pas de localiser le dernier matériau inconnu : la piste en terre. LCNMF sélectionne alors une zone contenant des matériaux dont les spectres ont déjà été estimés. Le spectre résultant de la NMF n’évolue quasiment pas et ne correspond pas au spectre d’un matériau pur. La procédure d’appariement (décrite dans la section 5.3) va par la suite appairer le spectre estimé dans la seconde zone mal reconstruite au matériau de grillage vert, celui de la troisième zone au sable et celui de la première zone à la piste en terre. L’étape LCNMF n’est donc pas robuste à la présence de plusieurs matériaux inconnus dans une zone mal reconstruite et si  $\alpha_{stop}$  est faible, les NMFs dégradent les spectres initiaux par rapport à leur références.

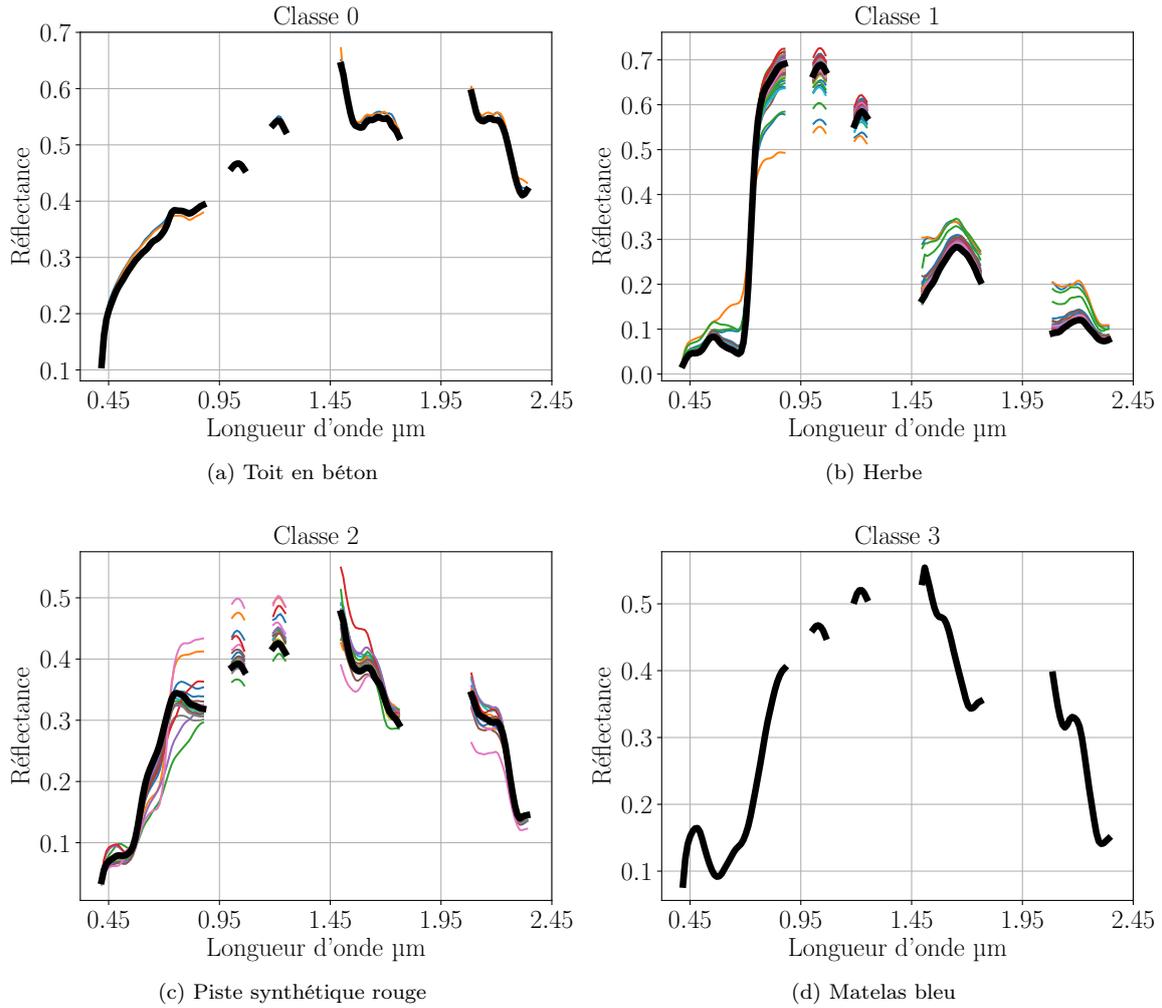


FIGURE 6.13 – Classes de spectres issues de la méthode HBEE appliquée sur l'image du stade de Bâle. Les spectres noirs sont ceux ayant la plus faible hétérogénéité panchromatique (voir section 3.3.2). Les matériaux apparentés sont indiqués sous chaque graphique.

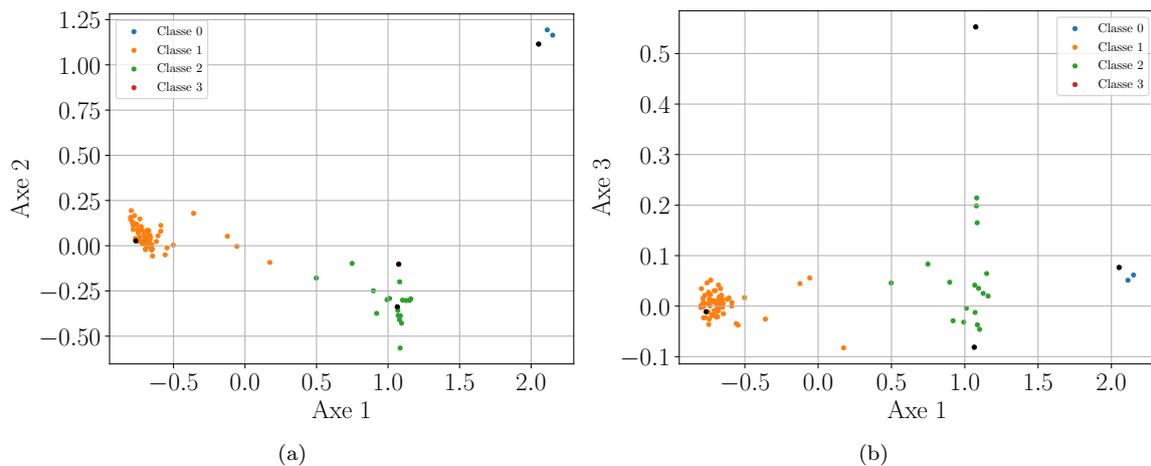


FIGURE 6.14 – Projection des classes de spectres estimés par HBEE appliquée sur l'image du stade de Bâle le long des premier et deuxième axes de l'ACP (a) et le long des premier et troisième axes de l'ACP (b). Les points noirs représentent les spectres ayant la plus faible hétérogénéité panchromatique (voir section 3.3.2) pour chaque classe. La classe 0 (toit en béton) est représentée en bleu, la classe 1 (herbe) en orange, la classe 2 (piste synthétique rouge) en vert et la classe 3 (matelas bleu) est représentée en violet.

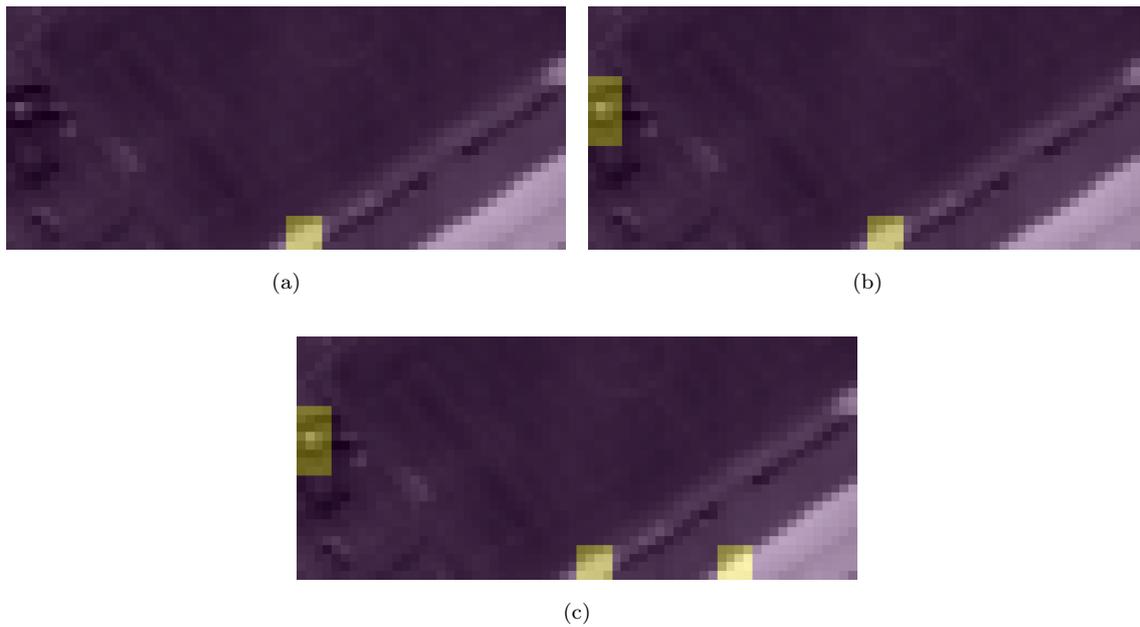


FIGURE 6.15 – Zones mal reconstruites traitées par LCNMF de l'image du stade de Bâle pour les matériaux correspondant au sable (a), au grillage vert (b) et au toit en béton à côté de piste synthétique rouge (c). Les indications des zones déjà traitées persistent sur les images.

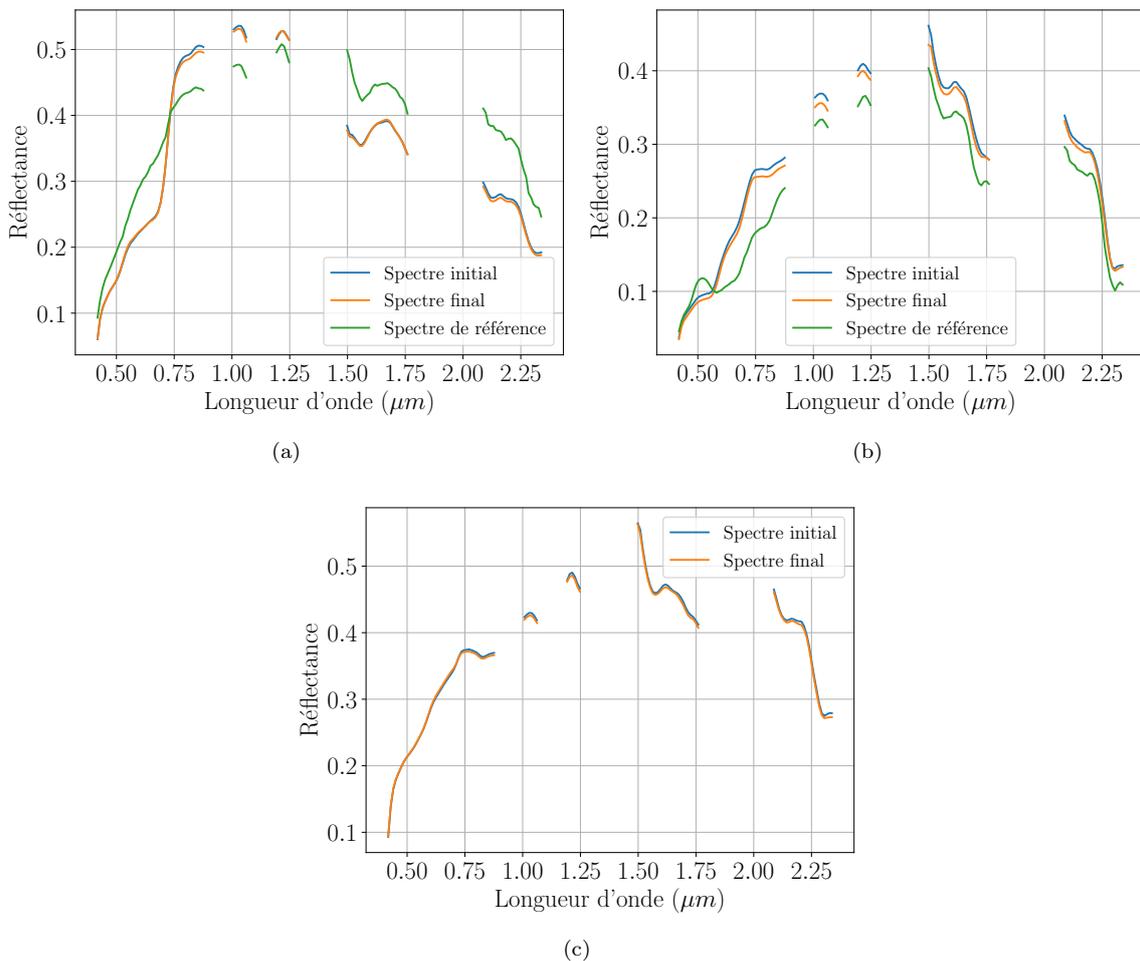


FIGURE 6.16 – Spectres initiaux (bleus) et estimés par LCNMF (orange) et correspondant au sable (a), au grillage vert (b) et au toit en béton à côté de piste synthétique rouge (c) pour l'image du stade de Bâle.

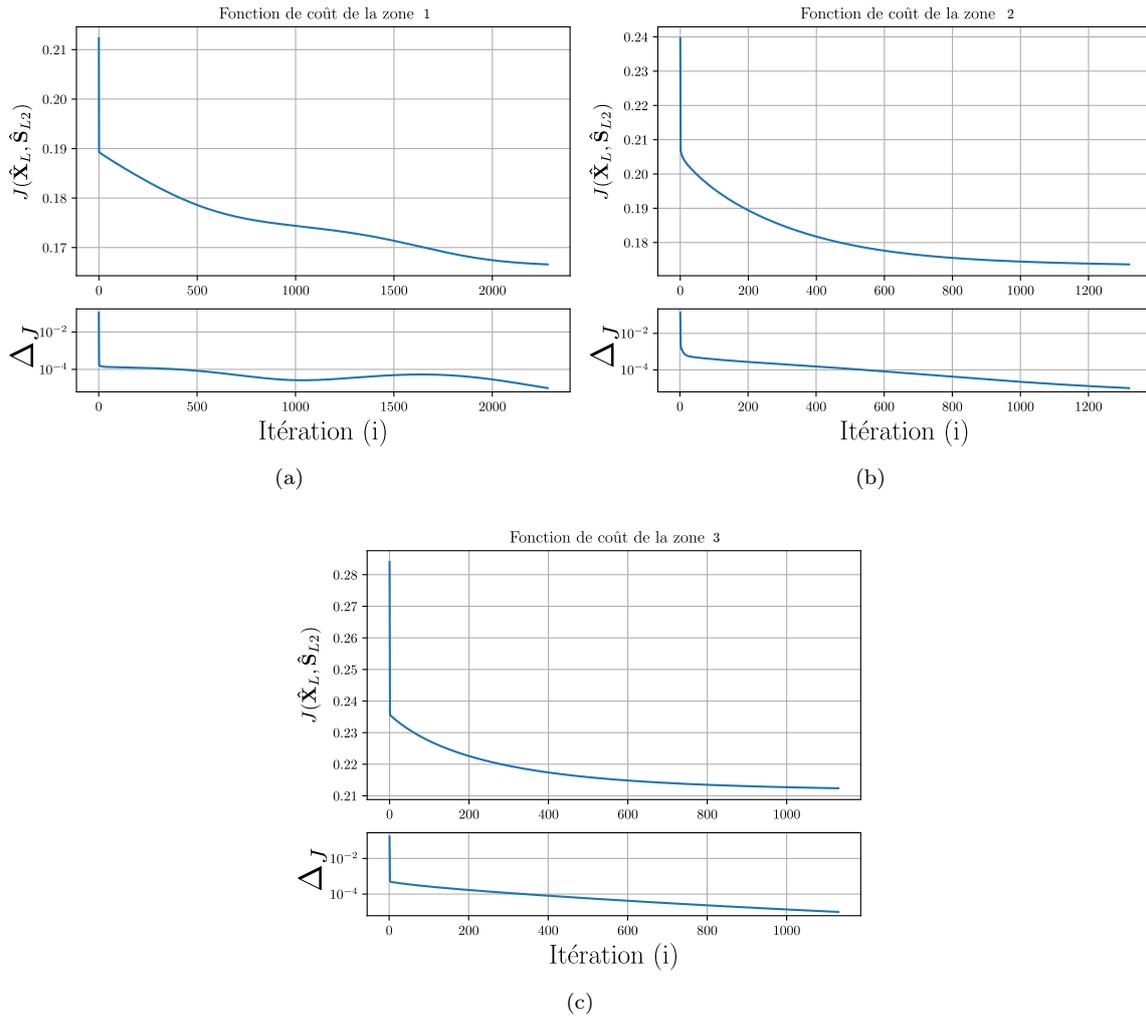


FIGURE 6.17 – Évolution des fonctions de coût de chaque zone pour les matériaux correspondant au sable (a), au grillage vert (b) et au toit en béton à côté de piste synthétique rouge (c) pour l’image du stade de Bâle. L’évolution de l’erreur relative inter-itérations des fonctions de coût définie par l’équation 4.12 dans la section 4.2.2 est affichée en dessous de ces dernières.

## 6.4 Analyse de la sensibilité de HBEE-LCNMF à ses paramètres

L'analyse complète de la sensibilité de HBEE-LCNMF à ses paramètres pour les deux images utilisées dans ce chapitre est présentée dans l'annexe C. Nous présentons ici une synthèse de cette étude. Les performances spectrales selon le critère de  $SAM_{\mathfrak{S}}$ , rendant compte de la différence de forme des spectres, sont principalement influencées par  $\alpha_{stop}$  pour les deux images. Concernant le critère  $REQMN_{\mathfrak{S}}$ , qui mesure la différence normalisée de l'énergie de deux spectres, sa valeur est davantage influencée par  $\alpha_h$  et  $\alpha_{RE}$ . Nous pouvons donc conclure que  $\alpha_{stop}$  influence le plus la forme des spectres et  $\alpha_h$  et  $\alpha_{RE}$  influencent leur énergie. Pour l'image de Lavernose-Lacasse,  $\alpha_{RE}$  influence de manière prépondérante la valeur du critère  $REQMN_{\mathfrak{X}}$  tandis que pour l'image du stade de Bâle, chaque paramètre influence ce critère selon le même ordre de grandeur. On ne peut donc pas déterminer quels paramètres ont une importance prépondérante sur les performances d'estimation des abondances. Concernant le nombre estimé de pôles de mélange, il est très largement influencé par  $\alpha_{RE}$  sur l'image de Lavernose-Lacasse et par  $\alpha_s$  et  $\alpha_{RE}$  pour l'image du stade de Bâle.

Pour l'image de Lavernose-Lacasse, on constate également que la différence des indices totaux et au premier ordre prépondérant de chaque critère est très faible, indiquant une faible interaction des paramètres associés avec d'autres. On peut le vérifier en regardant les ordres de grandeur des indices du second ordre, qui sont faibles par rapport à ceux du premier ordre. En revanche, c'est moins le cas pour l'image du stade de Bâle. Au vu de l'ordre de grandeur de leurs indices du second ordre, les interactions entre  $\alpha_{stop}$  et  $\alpha_h$  pour le critère de  $SAM_{\mathfrak{S}}$ , celles impliquant  $\alpha_h$  pour le critère de  $REQMN_{\mathfrak{S}}$ , entre  $\alpha_s$  et  $\alpha_h$  pour le critère de  $REQMN_{\mathfrak{X}}$  et entre  $\alpha_{stop}$  et  $\alpha_{RE}$  pour le nombre estimé de pôles de mélange, ne sont pas négligeables.

## 6.5 Réglage des paramètres de HBEE-LCNMF

Nous proposons ici une discussion autour du réglage des paramètres de HBEE-LCNMF ainsi qu'un jeu de valeurs de paramètres par défaut, grâce aux résultats des différents plans d'expériences sur les images synthétiques, de Lavernose-Lacasse et du stade de Bâle. Le tableau 6.3 montre une synthèse des différents jeux de valeurs de paramètres optimaux pour les 3 images jusqu'ici traitées. La valeur de  $\alpha_h$  change uniquement selon la nature synthétique ou réelle de l'image. Comme HBEE-LCNMF est destinée à traiter des images réelles, nous choisissons la valeur par défaut  $\alpha_h = 8$  ( $W/m^2/sr$ ). Nous constatons que quelles que soient les images, les valeurs optimales des paramètres  $\alpha_s$  et  $\alpha_{RE}$  varient très peu. Nous choisissons donc les valeurs  $\alpha_s = 5$  degrés et  $\alpha_{RE} = 5 \times 10^{-2}$ . La valeur de  $\alpha_{stop}$  change pour l'image du stade de Bâle, mais nous avons vu que cela est dû à la présence de plusieurs matériaux inconnus dans les zones utilisées pour estimer le spectre d'un unique matériau inconnu. Nous choisissons donc la valeur par défaut  $\alpha_{stop} = 10^{-7}$  qui permet de converger vers un minimum local tout en garantissant un temps de calcul raisonnable.

Image	$\alpha_h$	$\alpha_s$	$\alpha_{RE}$	$\alpha_{stop}$
Synthétique	2.2	5	$5 \times 10^{-2}$	$10^{-7}$
Lavernose-Lacasse	8	5	$6 \times 10^{-2}$	$10^{-7}$
Stade de Bâle	8	5.5	$5 \times 10^{-2}$	$10^{-5}$

Tableau 6.3 – Valeurs optimales des paramètres de HBEE-LCNMF pour les images synthétiques, de Lavernose-Lacasse et du stade de Bâle.

Toutefois, ces valeurs par défaut ne sont pas optimales. Afin d'ajuster les paramètres autour de leurs valeurs par défaut, nous pouvons nous aider des résultats de l'analyse de l'influence des paramètres sur les performances de la méthode sur ces images réelles. On sait que certains paramètres influencent plus certains critères de performances que d'autres. Notamment, augmenter  $\alpha_s$  et/ou diminuer la valeur de  $\alpha_{RE}$  va augmenter le nombre de pôles de mélange estimés.  $\alpha_{stop}$  fait principalement varier la forme des spectres estimés par LCNMF tandis que  $\alpha_h$  et  $\alpha_{RE}$  font principalement varier leur énergie. Étant donné que l'on se place dans le cas aveugle, l'unique critère de performance que l'on peut obtenir est l'erreur de reconstruction moyenne. Il convient donc d'ajuster les valeurs des paramètres par petits pas et conserver le jeu de valeurs minimisant cette erreur de reconstruction moyenne.

## 6.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons choisi deux images réelles dont les matériaux qui les composent sont connus, permettant ainsi l'évaluation précise des performances de la méthode HBEE-LCNMF. Ces images sont celles de Lavernose-Lacasse ainsi que celle du stade de Bâle. La première contient de nombreuses zones d'ombre qui n'étaient pas présentes dans l'image synthétique. La seconde comporte des matériaux présents uniquement

dans des pixels mixtes qui sont très proches les uns des autres dans l'image, ne permettant pas de vérifier l'hypothèse de présence d'un unique matériau dans une zone mal reconstruite. Nous avons ensuite défini un plan d'expériences commun pour les paramètres  $\alpha_s$ ,  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_{stop}$  et adapté aux statistiques de l'image PAN pour le paramètre  $\alpha_h$ .

Grâce aux résultats du plan d'expériences, nous avons extrait des valeurs de paramètres produisant les meilleures performances pour chaque image et analysé le comportement de la méthode sur celles-ci. Cela a permis de mettre en évidence des cas particuliers de fonctionnement. Par exemple, les NMFs ne font que très peu évoluer les spectres initiaux lorsqu'il y a de l'ombre ou bien lorsque les matériaux présents dans la zone mal reconstruite sont peu mélangés aux autres, mais pas suffisamment purs pour être détectés par HBEE. Également, l'analyse du comportement de la méthode sur l'image du stade de Bâle a montré les artefacts que la méthode produit lorsque deux matériaux inconnus sont présents dans une zone mal reconstruite. Les spectres sélectionnés pour initialiser les NMFs sont alors dégradés par celles-ci.

À partir des jeux de valeurs optimales de paramètres provenant à la fois des deux images réelles mais aussi de l'image synthétique, des valeurs de paramètres par défaut ont été choisies. Enfin en partant de ces valeurs par défaut ainsi que des résultats de l'analyse de sensibilité de la méthode à ses paramètres, une démarche permettant d'ajuster les valeurs des paramètres autour de celles par défaut a été proposée.

Dans ce chapitre, les performances de HBEE-LCNMF n'ont pas été comparées à celles des méthodes issues de la littérature scientifique. De plus, HBEE-LCNMF a également pour vocation de traiter des images réelles plus grandes que celles de Lavernose-Lacasse ou du stade de Bâle. Il est donc nécessaire de comparer les performances de HBEE-LCNMF à celles d'une sélection de méthodes de démixtion spectrale couvrant toutes les familles des méthodes de la littérature et d'étudier l'apport final de la voie panchromatique pour le démixtion d'images hyperspectrales.



## Chapitre 7

# Performances de HBEE-LCNMF comparées à celles des méthodes de l'état de l'art

### Table de chapitre

<b>7.1</b>	<b>Choix des méthodes de démixage de l'état de l'art</b>	<b>103</b>
<b>7.2</b>	<b>Performances comparées sur les images synthétique, de Lavernose-Lacasse et du stade de Bâle</b>	<b>104</b>
7.2.1	Image synthétique	104
7.2.2	Image de Lavernose-Lacasse	108
7.2.3	Image du stade de Bâle	112
<b>7.3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>116</b>

Ce chapitre a pour objectif de comparer les performances de HBEE-LCNMF avec celles d'une sélection de méthodes de la littérature afin d'étudier l'intérêt de l'utilisation d'une voie panchromatique dans le démixage spectral. Des méthodes de démixage de la littérature seront tout d'abord choisies. Nous présenterons ensuite les performances de HBEE-LCNMF et des autres méthodes sur les images synthétique, de Lavernose-Lacasse et du stade de Bâle. Nous présenterons les performances comparées des méthodes de démixage et conclurons quant à l'apport de la voie panchromatique pour le démixage d'images hyperspectrales.

## 7.1 Choix des méthodes de démixage de l'état de l'art

Afin d'évaluer les performances de HBEE-LCNMF relativement aux méthodes de la littérature, nous choisissons ici plusieurs méthodes représentatives de l'état de l'art du démixage spectral, pour le modèle de mélange linéaire décrit dans le chapitre 1 par l'équation (1.8). Pour rappel, l'état de l'art des méthodes de démixage se décompose en plusieurs familles posant diverses hypothèses permettant d'estimer les spectres et les abondances des matériaux purs. La première famille de méthodes est celle dite à volume maximal, dont la stratégie générale est de trouver le pixel le plus pur pour chaque matériau dans l'image. L'hypothèse que posent les méthodes de cette famille est qu'il existe au moins un pixel pur représentant chaque matériau dans l'image. Parmi les méthodes de cette famille, trois produisent les meilleures performances avec des stratégies spécifiques différentes : N-FINDR<sup>1</sup>, VCA<sup>2</sup> et ATGP<sup>3</sup> [11, 13, 12]. Néanmoins, les performances de ces méthodes varient selon les images sur lesquelles elles sont appliquées. Nous les choisissons donc pour représenter cette famille de méthodes. N-FINDR est initialisée avec les résultats d'ATGP pour réduire le temps de calcul (ce n'est pas une nécessité), tandis qu'ATGP et VCA n'ont pas besoin d'être initialisées par l'utilisateur final.

La deuxième famille de méthodes est celle dite à volume minimal, dont la stratégie générale est de rechercher le plus petit simplexe englobant les données. Contrairement aux méthodes à volume maximal, les données doivent contenir un nombre suffisant de points situés sur les facettes du simplexe dont les sommets sont les pôles de mélange. Nous choisissons d'utiliser la méthode SISAL<sup>4</sup> [16], car nous jugeons qu'elle offre des performances

---

1. Code Python de N-FINDR : [https://pysptools.sourceforge.io/\\_modules/pysptools/eea/eea\\_int.html#NFINDR](https://pysptools.sourceforge.io/_modules/pysptools/eea/eea_int.html#NFINDR)  
 2. Code Python de VCA : <https://github.com/Laadr/VCA>  
 3. Code Python de ATGP : [https://pysptools.sourceforge.io/\\_modules/pysptools/eea/eea.html#ATGP](https://pysptools.sourceforge.io/_modules/pysptools/eea/eea.html#ATGP)  
 4. Code Matlab de SISAL : [http://www.lx.it.pt/~bioucas/code/sisal\\_demo.zip](http://www.lx.it.pt/~bioucas/code/sisal_demo.zip)

représentatives de cette famille. Cette méthode est initialisée par VCA et est utilisée avec ses paramètres par défaut.

Ensuite, il existe la famille de méthodes basées sur la factorisation en matrices non négatives. Cette famille s'appuie sur la non négativité des données hyperspectrales. Nous choisissons d'utiliser MVCNMF<sup>5</sup> [21] qui tient compte, en plus de la non négativité des données, du volume du simplexe. C'est une méthode de NMF évoluée qui offre des performances représentatives de cette famille. Elle sera initialisée par VCA pour les spectres et FCLS [90] pour les abondances.

Enfin, il existe la famille des méthodes Bayésiennes, parmi lesquelles nous choisissons la méthode appelée ici JBEEU<sup>6</sup> [76] qui est l'une des plus récentes. Cette méthode est initialisée par VCA pour les spectres et FCLS pour les abondances.

Les méthodes sont utilisées avec les valeurs par défaut de leurs paramètres, sauf pour MVCNMF qui est utilisée avec les valeurs de paramètres présentées dans le tableau 7.1.

	fit tolerance	convergence tolerance	learning rate	learning tolerance	max iter
MVCNMF	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-2}$	$10^{-5}$	$10^3$

Tableau 7.1 – Valeurs des paramètres de MVCNMF.

Une initialisation à 0 des algorithmes de génération de chaînes pseudo-aléatoires est effectuée pour les méthodes de démélange utilisant des réalisations de variables aléatoires afin de fixer leurs résultats. Les abondances des méthodes de démélange qui n'estiment que les spectres sont estimées à l'aide de FCLS.

## 7.2 Performances comparées sur les images synthétique, de Lavernose-Lacasse et du stade de Bâle

### 7.2.1 Image synthétique

HBEE-LCNMF a été appliquée sur l'image synthétique avec les valeurs de paramètres décrites dans le tableau 6.3 du chapitre 6 et estime 7 pôles de mélange.

Les méthodes de la littérature ont été appliquées pour estimer 7 pôles de mélange. À titre de comparaison, la méthode HYSIME estime le nombre de matériaux présents dans l'image à 6, tandis que la méthode HFC estime ce nombre à 6, 5 et 5 pour des valeurs de seuil de fausse alarme égales à  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  et  $10^{-5}$ . Ces méthodes commettent donc une erreur sur la présence d'au moins un matériau. Les résultats de démélange sont illustrés sur les figures 7.1 et 7.2. Les spectres estimés par HBEE-LCNMF sont en grande partie superposés aux spectres de référence, contrairement à ceux estimés par les autres méthodes qui le sont moins. Notamment, les spectres estimés par HBEE, à savoir ceux de l'herbe, de l'ardoise, de l'asphalte, de la tôle et de la tuile, se superposent parfaitement avec leurs références. Les spectres d'arbres et de la surface synthétique rouge estimés par LCNMF sont également visuellement très proches des spectres de référence mais ne se superposent pas totalement. Le spectre de la surface synthétique estimé par LCNMF est en tout cas bien plus proche visuellement de son spectre de référence que ceux estimés par les autres méthodes. Malgré une légère erreur sur les abondances de l'arbre et de l'herbe, les cartes d'abondances estimées par HBEE-LCNMF et FCLS sont presque identiques visuellement à celles de référence, ce qui n'est pas le cas de celles des autres méthodes. Les performances des méthodes pour chaque pôle de mélange estimé sont montrées sur la figure 7.3. Ces diagrammes en échelle logarithmique s'interprètent comme suit : plus la aire recouverte par un diagramme est réduite, meilleures sont les performances. Inversement, plus l'aire recouverte par un diagramme est étalée et moins les performances sont bonnes. Les spectres des matériaux représentés par des pixels purs sont tous estimés avec des performances équivalentes entre HBEE-LCNMF et les méthodes à volume maximal. Le réel apport de HBEE-LCNMF, en plus d'estimer le nombre de pôle de mélange, se trouve ici dans l'estimation des spectres non représentés par des pixels purs, en particulier le spectre de piste synthétique rouge qui est mieux estimé par LCNMF que par n'importe quelle autre méthode, selon les deux critères de performances spectrales. L'abondance de chaque matériau est estimée avec des performances équivalentes pour chaque méthode.

Les performances moyennes, données dans le tableau 7.2, montrent que la prise en compte de l'image pan-chromatique, lorsque toutes les hypothèses posées par HBEE-LCNMF sont vérifiées, améliore les performances du démélange spectral de 51% par rapport à celles de N-FINDR ( $51 = \frac{7.6-3.7}{7.6} \times 100$ ) pour le critère  $REQMN_{\hat{g}}$ , de 51% par rapport aux performances de MVCNMF pour le critère  $SAM_{\hat{g}}$  et de 43% par rapport aux performances de VCA et MVCNMF pour le critère  $REQMN_{\hat{x}}$ . Le temps de calcul de HBEE-LCNMF est supérieur d'environ un ordre de grandeur par rapport à celui des méthodes géométriques mais équivalent à celui de MVCNMF.

5. Code python de MVCNMF : <https://github.com/bm424/mvcnmf>

6. Code Matlab de JBEEU : [http://dobiageon.perso.enseeiht.fr/applications/app\\_hyper\\_SMA.html](http://dobiageon.perso.enseeiht.fr/applications/app_hyper_SMA.html)

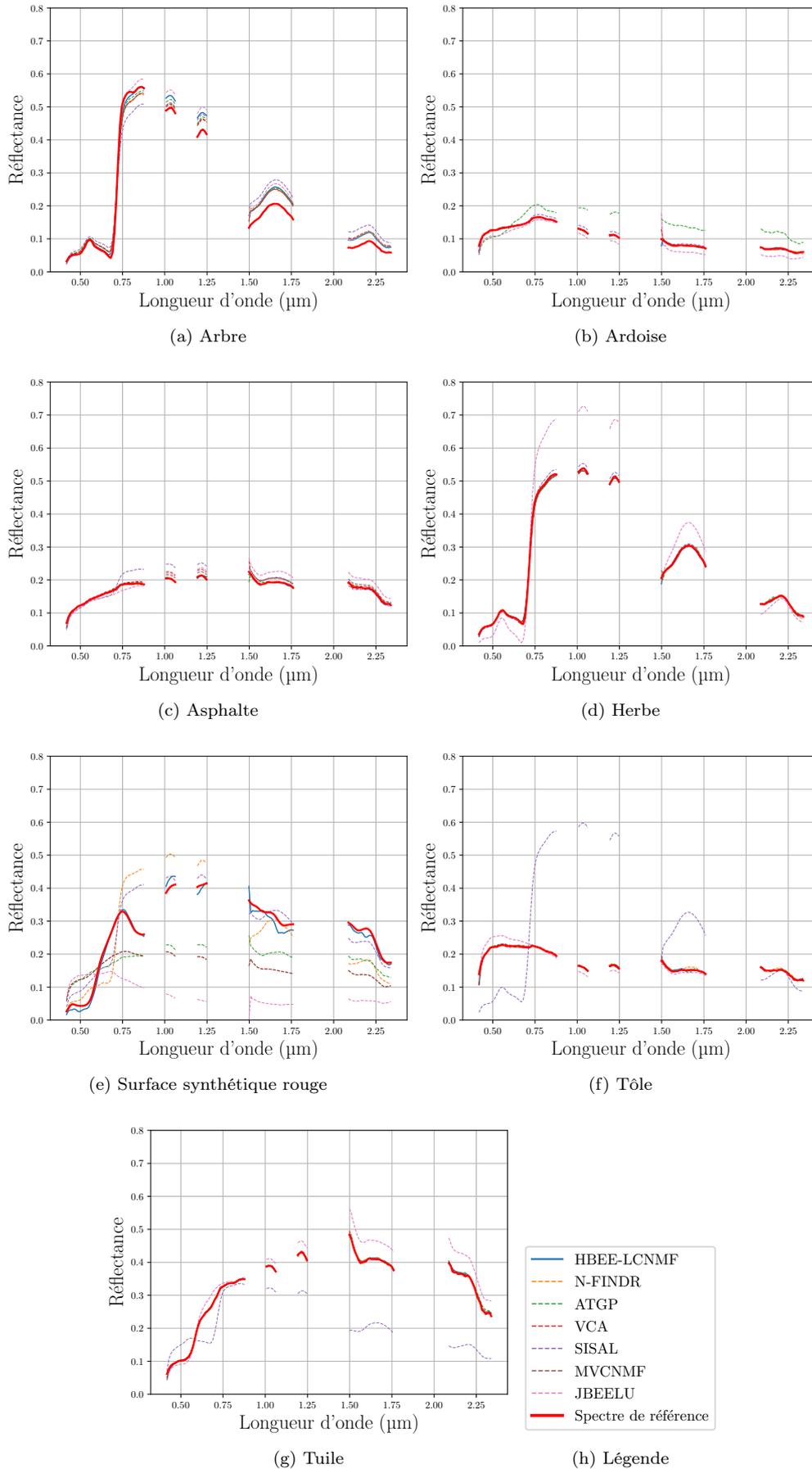


FIGURE 7.1 – Spectres estimés par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l'image synthétique, superposés au spectre de référence associé grâce au protocole décrit dans la section 5.3 du chapitre 5 avec le critère  $SAM_{\hat{S}}$ .

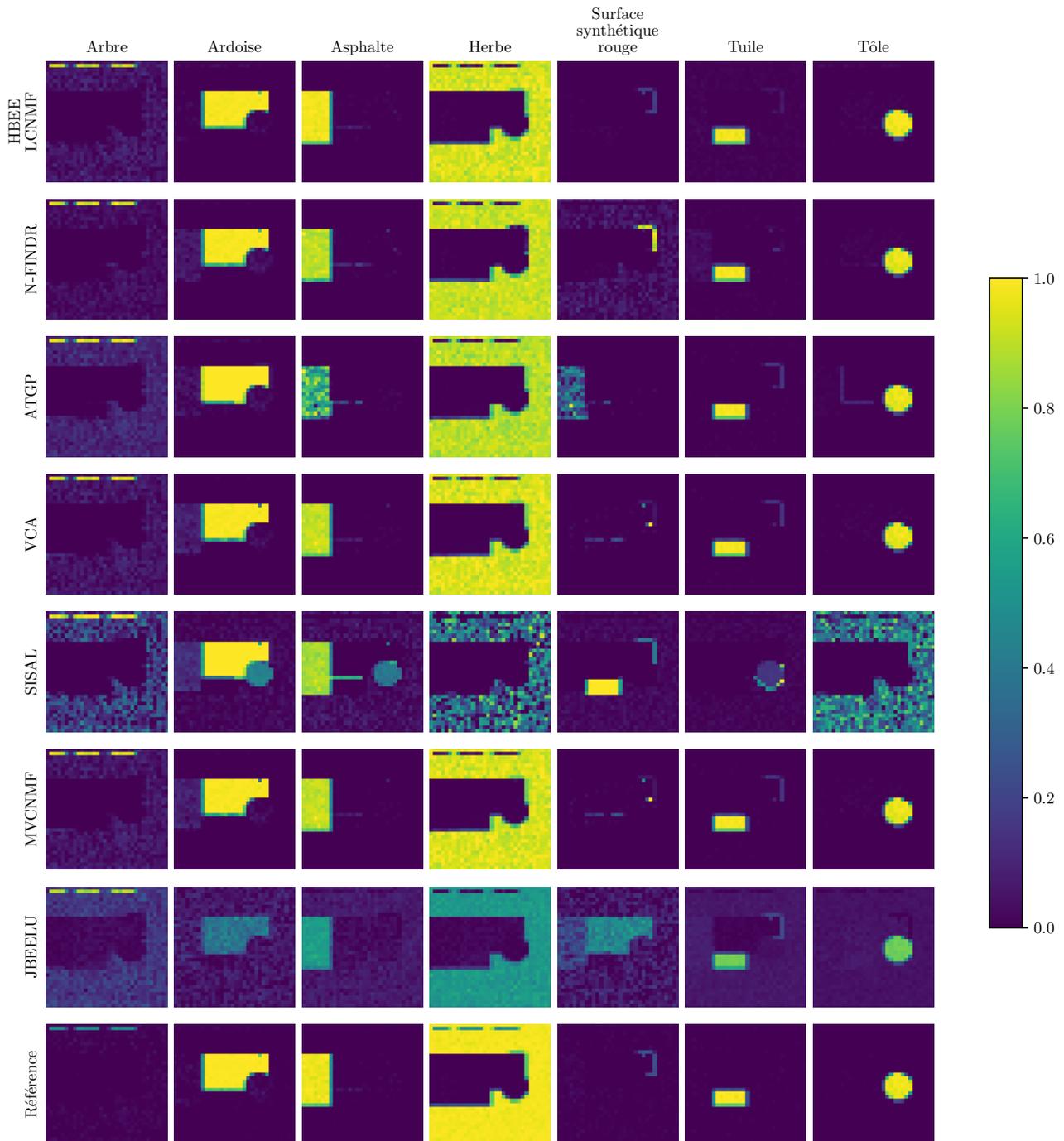


FIGURE 7.2 – Cartes d’abondances estimées par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l’image synthétique, superposées aux cartes d’abondances de référence associées grâce au protocole décrit dans la section 5.3 du chapitre 5 et avec le critère  $SAM_{\hat{g}}$ .

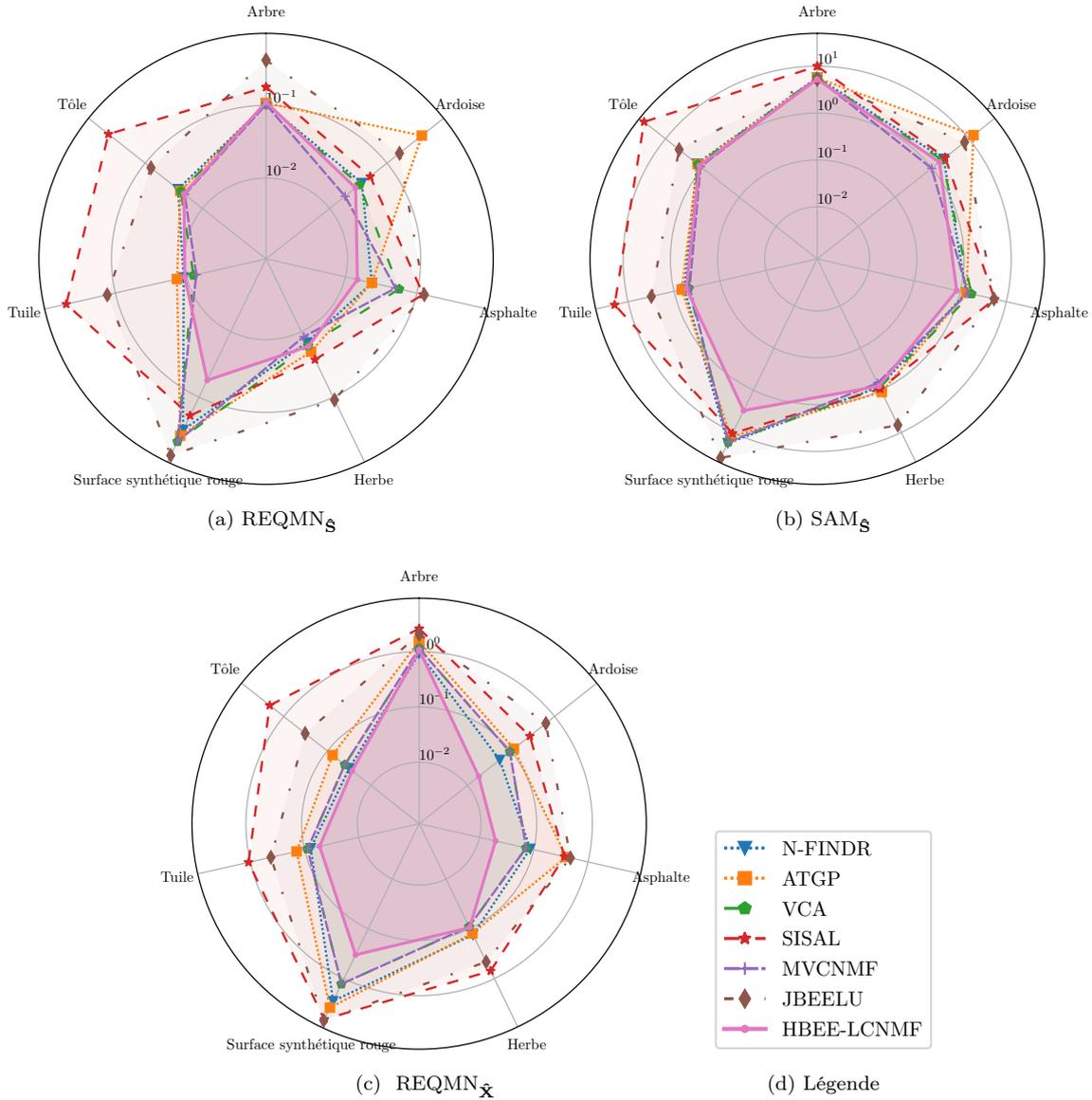


FIGURE 7.3 – Performances des méthodes de démixage spectral sur l'image synthétique pour chaque classe de référence avec les critères  $REQMN_{\mathcal{S}}$  (a),  $SAM_{\mathcal{S}}$  (b) et  $REQMN_{\hat{\mathbf{X}}}$  (c). Les rayons sont en échelle logarithmique. Plus l'aire d'un diagramme est petite, plus les performances associées à sa méthode sont bonnes et inversement.

Comparées à celles posées par HBEE-LCNMF, les hypothèses posées par les méthodes à volume maximal se révèlent logiquement insuffisantes pour démixer l'image synthétique, notamment car deux matériaux ne sont pas représentés par des pixels purs. Néanmoins, même les méthodes ne nécessitant pas cette hypothèse (MVCNMF, SISAL, JBEELU) ne parviennent pas non plus à obtenir des performances similaires à celles de HBEE-LCNMF. Les méthodes MVCNMF et JBEELU voient pourtant leurs conditions respectées. Pour SISAL, les conditions demandées ne sont pas remplies. Nous allons maintenant comparer leurs performances sur les images réelles de Lavernoses-Lacasse et du stade de Bâle.

	HBEE-LCNMF	N-FINDR	ATGP	VCA	SISAL	MVCNMF	JBEELU
$REQMN_{\mathcal{S}}$	$3.7 \times 10^{-2}$	$7.6 \times 10^{-2}$	$1.4 \times 10^{-1}$	$1.0 \times 10^{-1}$	$2.1 \times 10^{-1}$	$9.8 \times 10^{-2}$	$2.6 \times 10^{-1}$
$SAM_{\mathcal{S}}$	$1.9 \times 10^{+0}$	$4.3 \times 10^{+0}$	$5.2 \times 10^{+0}$	$4.2 \times 10^{+0}$	$1.2 \times 10^{+1}$	$3.9 \times 10^{+0}$	$1.0 \times 10^{+1}$
$REQMN_{\hat{\mathbf{X}}}$	$2.3 \times 10^{-1}$	$5.9 \times 10^{-1}$	$8.9 \times 10^{-1}$	$4.0 \times 10^{-1}$	$2.0 \times 10^{+0}$	$4.0 \times 10^{-1}$	$1.6 \times 10^{+0}$
Temps (s)	$6.0 \times 10^{+0}$	$1.2 \times 10^{+0}$	$8.6 \times 10^{-1}$	$8.6 \times 10^{-1}$	$1.4 \times 10^{+0}$	$3.6 \times 10^{+0}$	$5.6 \times 10^{+1}$

Tableau 7.2 – Performances moyennes de HBEE-LCNMF comparées à celles des méthodes de la littérature, pour l'image synthétique et pour 7 pôles de mélange estimés.

### 7.2.2 Image de Lavernose-Lacasse

HBEE-LCNMF a été appliquée sur l'image de Lavernose-Lacasse, décrite dans le chapitre 2 et comportant 5 matériaux, avec les valeurs de paramètres montrées dans le tableau 6.3 du chapitre 6. HBEE-LCNMF estime 5 pôles de mélange. Les méthodes de la littérature ont été appliquées pour estimer 5 pôles de mélange. À titre de comparaison, la méthode HYSIME estime le nombre de matériaux présents dans l'image à 9, tandis que la méthode HFC estime ce nombre à 6, 5 et 5 pour des valeurs de seuil de fausse alarme égales à  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  et  $10^{-5}$ . HYSIME commet donc une erreur sur la présence d'au moins 4 matériaux, tandis que HFC ne commet au mieux pas d'erreur et au pire une erreur sur la présence d'un matériau.

Les résultats de démixage sont illustrés sur les figures 7.4 et 7.5. Les spectres estimés par HBEE-LCNMF semblent visuellement proches de leurs références et sont, hormis pour celui du panneau solaire, superposés à ceux estimés par ATGP. Nous constatons également que les spectres de terre estimés par HBEE-LCNMF, ATGP et SISAL semblent être des mélanges entre de la terre et de la végétation. Les spectres du toit vert, estimés par HBEE-LCNMF et ATGP sont très proches de celui de référence. En ce qui concerne les cartes d'abondances, celles estimées par HBEE-LCNMF et ATGP sont cohérentes avec celles de référence. Ces dernières montrent par ailleurs une localisation du toit vert plus proche de la réalité que celle de la carte de référence.

Les performances des méthodes de démixage obtenues sur l'image de Lavernose-Lacasse sont présentées sur la figure 7.6. Les performances spectrales et sur l'estimation des abondances de la méthode HBEE-LCNMF sont équivalentes à celles d'ATGP ou N-FINDR. Nous voyons que le spectre associé aux panneaux solaires et estimé par LCNMF, est aussi proche du spectre de référence (selon  $REQMN_{\mathbf{g}}$  et  $SAM_{\mathbf{g}}$ ) que celui estimé par les autres méthodes. Ceci s'explique par la présence d'ombre dans les pixels contenant ce matériau, ombre qui n'est pas prise en compte dans le démixage. Le même phénomène apparaît pour le spectre du toit vert, présent dans un unique pixel mixte. Ce pixel contient le toit vert ainsi que de la terre ombragée.

Comme le montrent les performances moyennes présentées sur le tableau 7.3, HBEE-LCNMF produit des performances similaires à celles d'ATGP et meilleures que celles des autres méthodes, quel que soit le critère de performances considéré et malgré la présence d'ombre.

	HBEE-LCNMF	N-FINDR	ATGP	VCA	SISAL	MVCNMF	JBEELU
$REQMN_{\mathbf{g}}$	$1.3 \times 10^{-1}$	$2.2 \times 10^{-1}$	<b><math>1.2 \times 10^{-1}</math></b>	$1.7 \times 10^{-1}$	$3.6 \times 10^{-1}$	$1.6 \times 10^{-1}$	$1.7 \times 10^{-1}$
$SAM_{\mathbf{g}}$	<b><math>4.3 \times 10^{+0}</math></b>	$7.1 \times 10^{+0}$	$4.6 \times 10^{+0}$	$7.0 \times 10^{+0}$	$1.4 \times 10^{+1}$	$6.8 \times 10^{+0}$	$8.1 \times 10^{+0}$
$REQMN_{\hat{\mathbf{x}}}$	$5.4 \times 10^{-1}$	$6.1 \times 10^{-1}$	<b><math>4.5 \times 10^{-1}</math></b>	$6.3 \times 10^{-1}$	$1.3 \times 10^{+0}$	$6.3 \times 10^{-1}$	$5.0 \times 10^{-1}$
Temps (s)	$1.2 \times 10^{+0}$	$2.4 \times 10^{-1}$	<b><math>7.4 \times 10^{-2}</math></b>	$7.6 \times 10^{-2}$	$4.3 \times 10^{-1}$	$9.2 \times 10^{-1}$	$1.4 \times 10^{+1}$

Tableau 7.3 – Performances moyennes de HBEE-LCNMF comparées à celles des méthodes de la littérature, pour l'image de Lavernose-Lacasse et pour 5 pôles de mélange estimés.

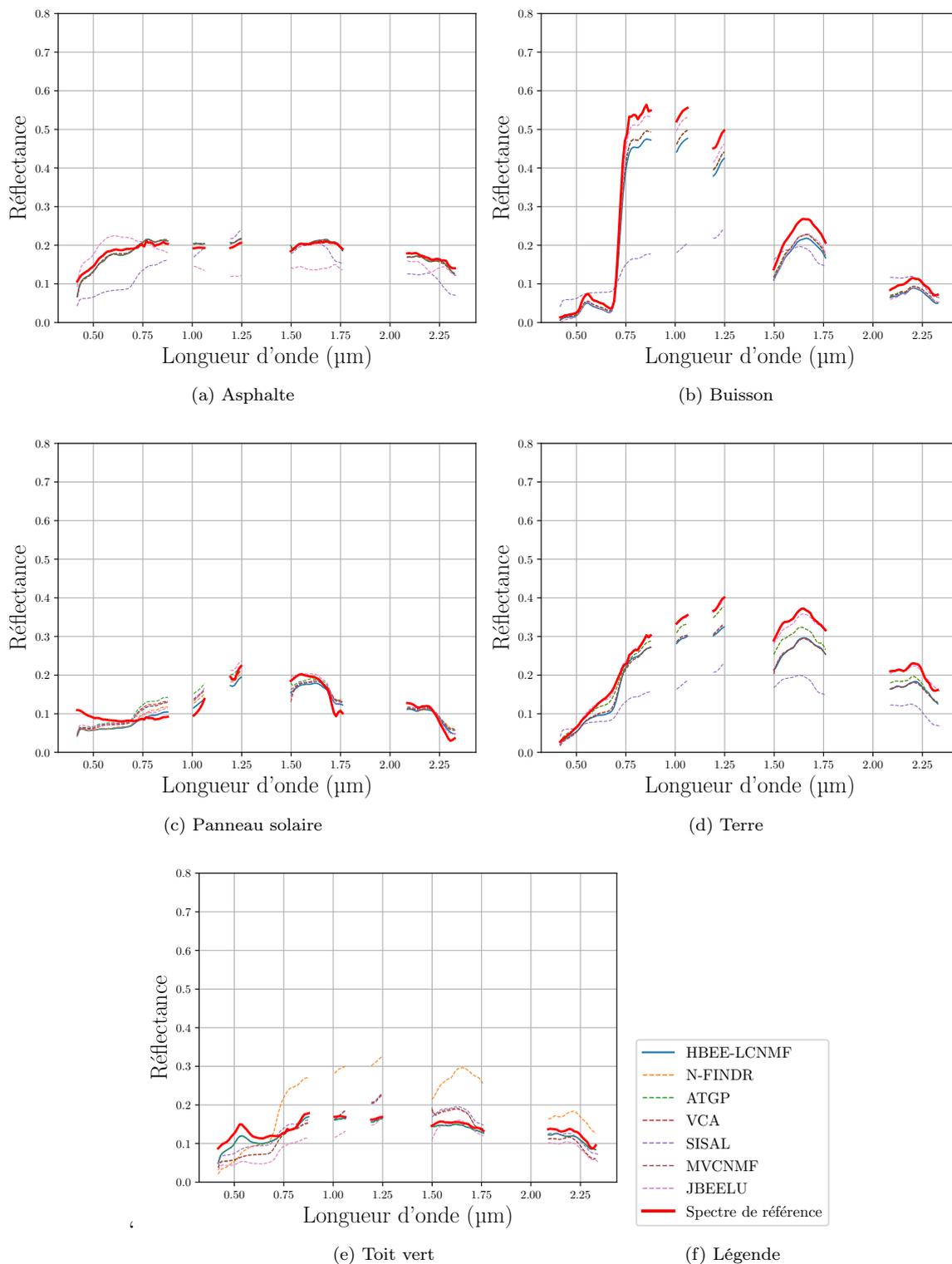


FIGURE 7.4 – Spectres estimés par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l'image de Lavernose-Lacasse, superposés au spectre de référence associé avec le critère  $SAM_{\hat{g}}$ .

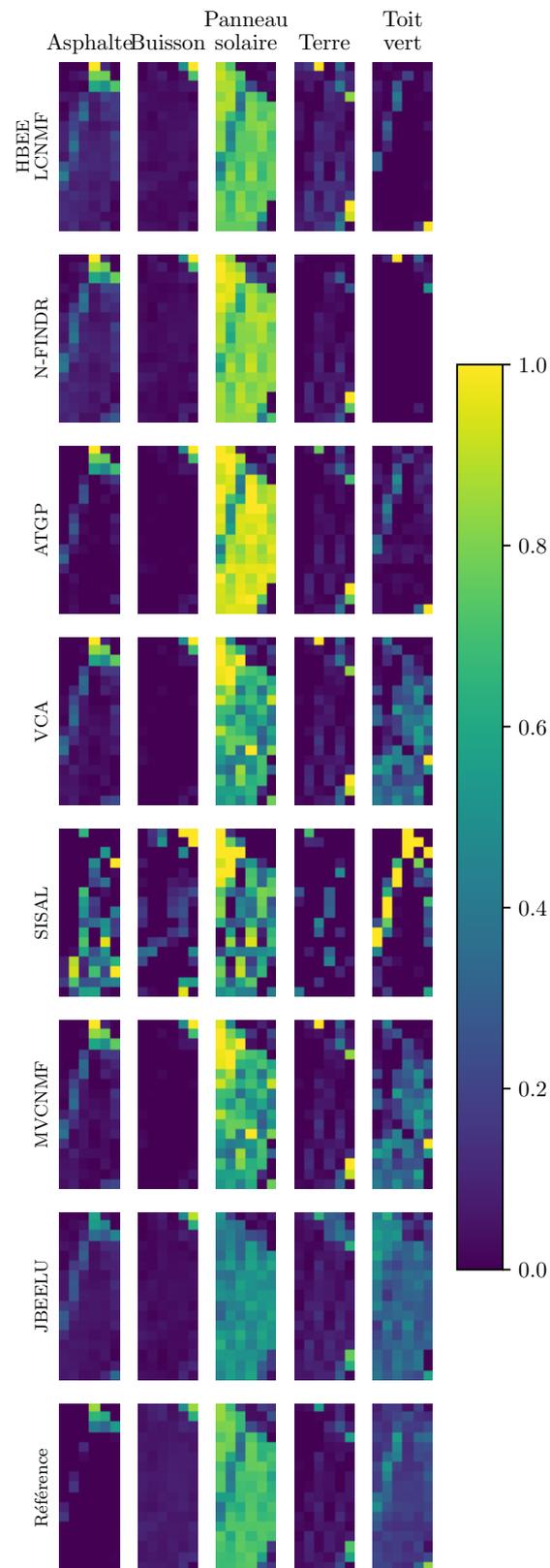


FIGURE 7.5 – Cartes d’abondances estimées par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l’image de Lavernose-Lacasse, superposées aux cartes d’abondances de référence associées avec le critère  $SAM_{\hat{S}}$ .

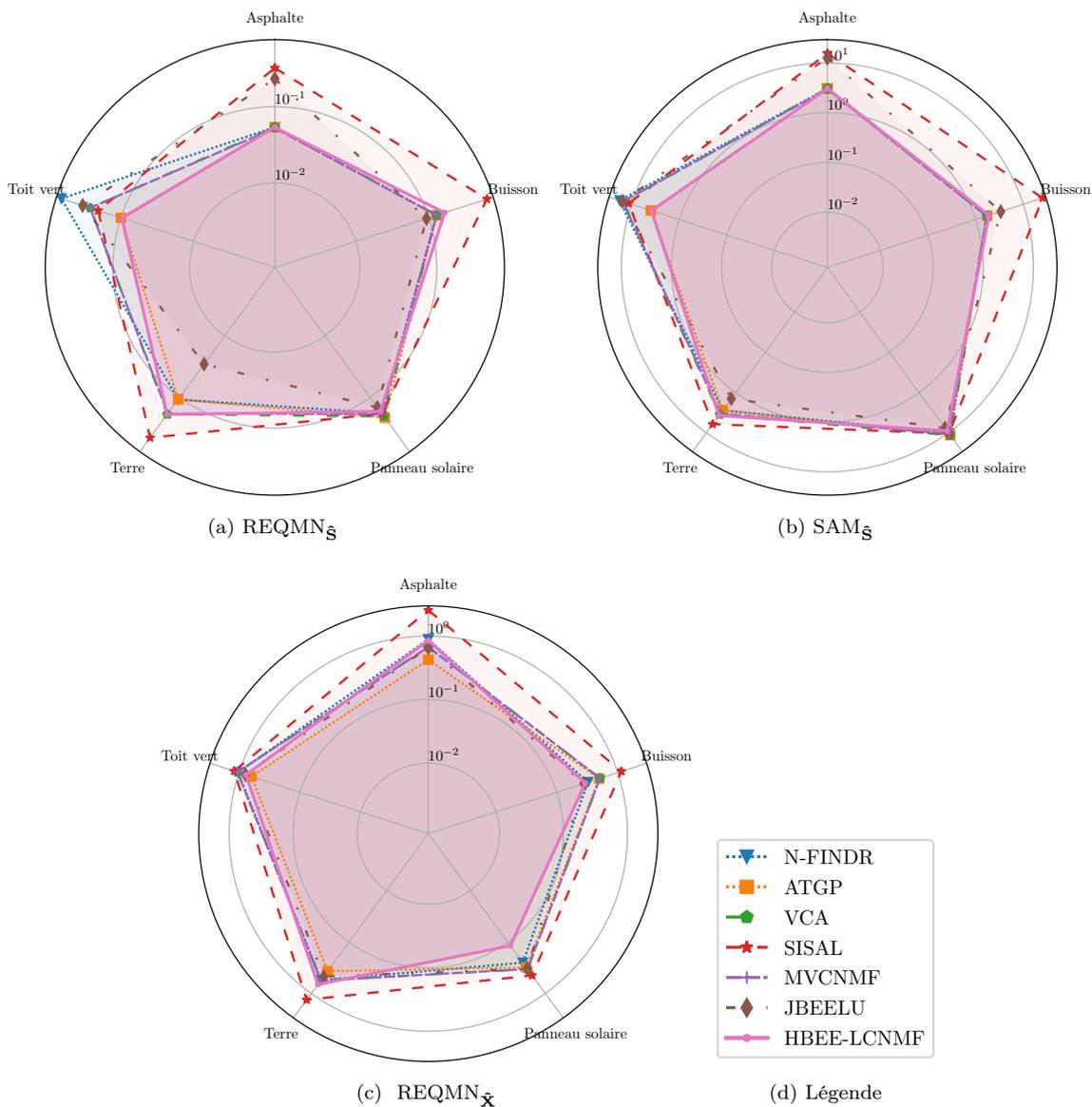


FIGURE 7.6 – Performances des méthodes de démixage spectral sur l'image de Lavernose-Lacasse pour chaque classe de référence avec les critères  $REQMN_{\mathcal{S}}$  (a),  $SAM_{\mathcal{S}}$  (b) et  $REQMN_{\mathcal{X}}$  (c). Les rayons sont en échelle logarithmique. Plus l'aire d'un diagramme est petite, plus les performances associées à sa méthode sont bonnes et inversement.

### 7.2.3 Image du stade de Bâle

HBEE-LCNMF a été appliquée sur l'image du stade de Bâle avec les valeurs de paramètres décrites dans le tableau 6.3 du chapitre 6.

HBEE-LCNMF estime 7 pôles de mélange. Les méthodes de la littérature ont été appliquées pour estimer 7 pôles de mélange. La méthode HYSIME estime le nombre de matériaux présents dans l'image à 5, tandis que la méthode HFC estime ce nombre à 5, 5 et 4 pour des valeurs de seuil de fausse alarme égales à  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  et  $10^{-5}$ . HYSIME commet donc une erreur sur la présence de 2 matériaux, tandis que HFC commet au mieux une erreur sur la présence de 2 matériaux et au pire une erreur sur la présence de 3 matériaux. Les résultats de démélages sont illustrés sur les figures 7.7 et 7.8. Hormis pour le sable, le grillage vert et la piste en terre, qui ne sont pas représentés par des pixels purs dans l'image, les spectres des autres matériaux estimés par les méthodes à volume maximal et par HBEE sont très proches visuellement des spectres de référence. Toutes les méthodes échouent à estimer les spectres du sable, du grillage vert et de la piste en terre, en particulier les méthodes ne posant pas l'hypothèse de présence de pixels purs pour chaque matériau. Les cartes d'abondances estimées par les méthodes N-FINDR, VCA, ATGP, MVCNMF et HBEE-LCNMF rendent correctement compte de la localisation des différents matériaux, sauf pour le grillage vert et dans une moindre mesure le sable.

Nous constatons, aux travers des performances des méthodes de démélage pour chaque pôle de mélange (voir figure 7.9) que HBEE-LCNMF obtient des performances équivalentes à celles de NFINDR, ATGP, VCA et MVCNMF, et meilleures que celles de SISAL et JBEELU. La seule méthode (hormis HBEE-LCNMF) qui ne fait pas l'hypothèse de pixels purs, mais qui donne des résultats comparables à celles qui font cette hypothèse est MVC-NMF, sans doute parce qu'elle est initialisée avec VCA. Les cartes d'abondance de ces deux méthodes sont d'ailleurs identiques. Le fait que l'apport de HBEE-LCNMF soit limité s'explique par le fait que certaines zones mal reconstruites contiennent deux matériaux inconnus, l'hypothèse de présence d'un unique matériau inconnu ne tient plus et le modèle de mélange local (4.3) n'est plus valide.

	HBEE-LCNMF	N-FINDR	ATGP	VCA	SISAL	MVCNMF	JBEELU
REQMN <sub>s</sub>	$1.7 \times 10^{-1}$	$1.4 \times 10^{-1}$	$1.8 \times 10^{-1}$	$1.6 \times 10^{-1}$	$4.0 \times 10^{-1}$	$1.6 \times 10^{-1}$	$3.7 \times 10^{-1}$
SAM <sub>s</sub>	$4.0 \times 10^{+0}$	$4.1 \times 10^{+0}$	$5.5 \times 10^{+0}$	$5.3 \times 10^{+0}$	$1.9 \times 10^{+1}$	$5.3 \times 10^{+0}$	$1.7 \times 10^{+1}$
REQMN <sub>x</sub>	$7.7 \times 10^{-1}$	$7.3 \times 10^{-1}$	$7.6 \times 10^{-1}$	$7.7 \times 10^{-1}$	$1.7 \times 10^{+0}$	$7.7 \times 10^{-1}$	$1.0 \times 10^{+0}$
Temps (s)	$6.9 \times 10^{-1}$	$2.7 \times 10^{-1}$	$1.0 \times 10^{-1}$	$1.0 \times 10^{-1}$	$5.2 \times 10^{-1}$	$1.5 \times 10^{+0}$	$1.8 \times 10^{+1}$

Tableau 7.4 – Performances moyennes comparées de HBEE-LCNMF à celles de la sélection de méthodes de la littérature, pour l'image du stade de Bâle et pour 7 pôles de mélange estimés.

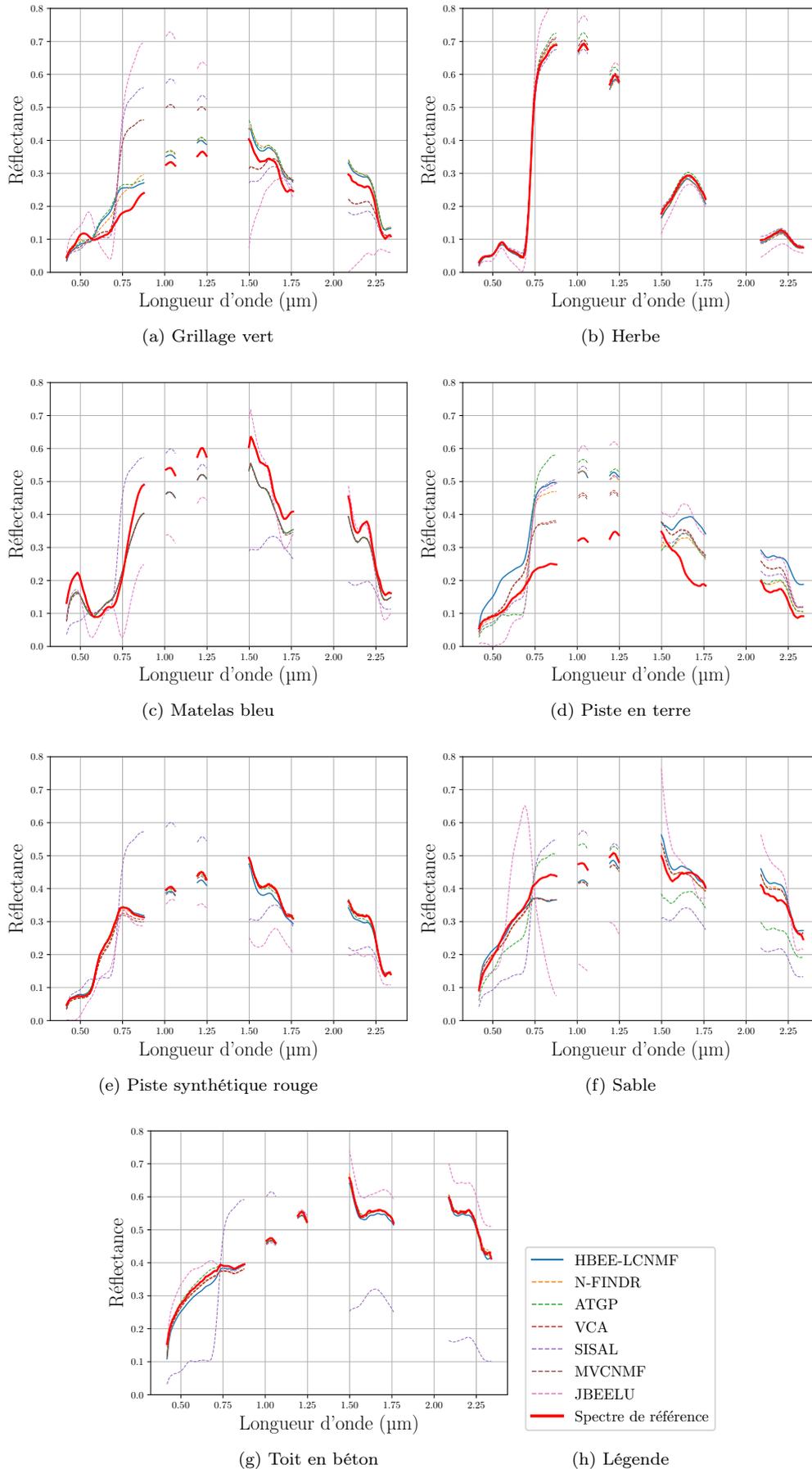


FIGURE 7.7 – Spectres estimés par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l'image du stade de Bâle, superposés au spectre de référence associé avec le critère  $SAM_S$ .

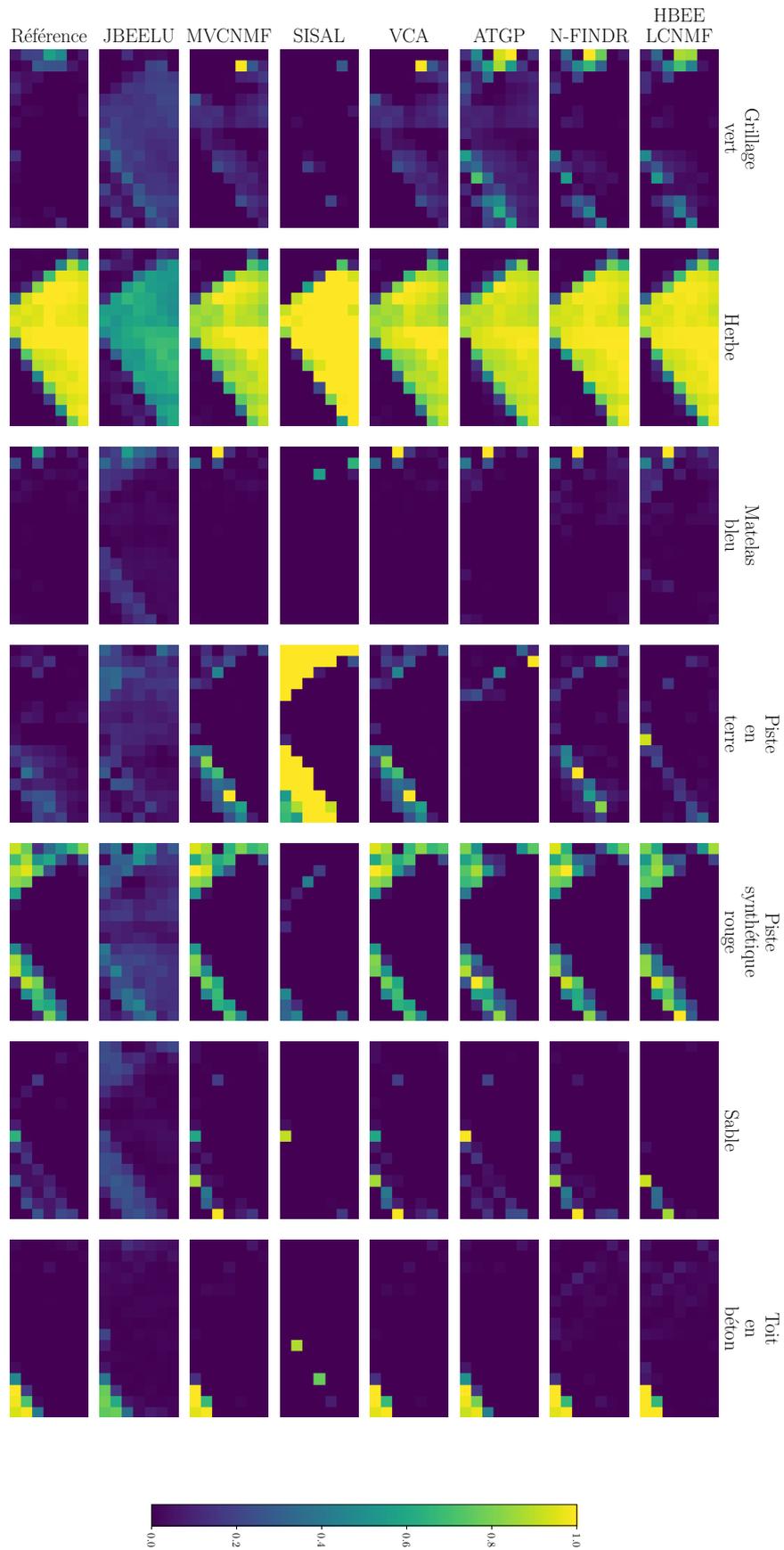


FIGURE 7.8 – Cartes d’abondances estimées par HBEE-LCNMF et une sélection de méthodes de démixage de la littérature sur l’image du stade de Bâle, superposées aux cartes d’abondances de référence associées avec le critère  $SAM_{\xi}$ .

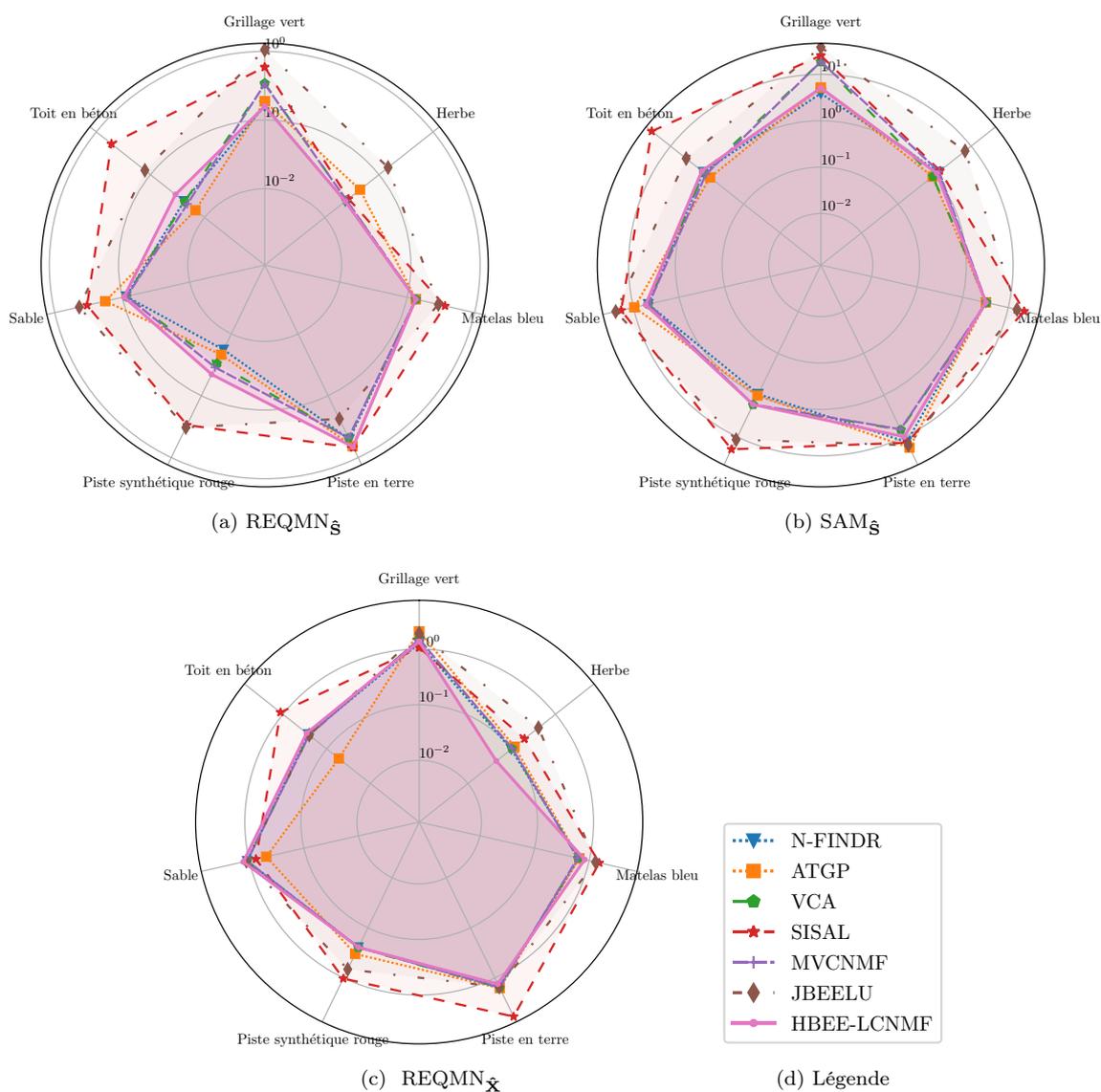


FIGURE 7.9 – Performances des méthodes de démixage spectral sur l'image du stade de Bâle pour chaque classe de référence avec les critères  $REQMN_{\mathcal{S}}$  (a),  $SAM_{\mathcal{S}}$  (b) et  $REQMN_{\mathcal{X}}$  (c). Les rayons sont en échelle logarithmique. Plus l'aire d'un diagramme est petite, plus les performances associées à sa méthode sont bonnes et inversement.

### 7.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons comparé les performances de HBEE-LCNMF à celles d'une sélection de méthodes de la littérature (ATGP, N-FINDR, VCA, SISAL, MVCNMF, JBEELU) tout d'abord sur une image synthétique, puis sur deux images réelles de petites dimensions dont la vérité terrain est maîtrisée. Lorsque les données respectent les hypothèses de pureté de tous les pixels PAN et de la présence d'un unique matériau inconnu dans chaque zone mal reconstruite, la méthode HBEE-LCNMF estime des spectres et des cartes d'abondances nettement plus proches des références que les autres méthodes et ce sans avoir à connaître le nombre de pôles de mélange à estimer, nombre que l'on doit connaître pour que les autres méthodes fonctionnent. Pour les deux images réelles, les résultats se distinguent de deux façons. Tout d'abord, l'image de Lavernose-Lacasse contient des zones d'ombres en grande quantité. Cette ombre augmente la valeur du critère d'hétérogénéité des pixels HS dans laquelle elle est présente, même lorsque ce sont des pixels effectivement purs. Ainsi, HBEE ne détectera pas ces pixels. De plus, cette ombre semble influencer les NMFs appliquées sur les zones mal reconstruites qui en contiennent puisque l'évolution du spectre estimé durant les itérations de ces NMFs est négligeable. Les performances de HBEE-LCNMF sont alors équivalentes à celles de la meilleure méthode (ATGP) pour cette image. Ensuite, l'image du stade de Bâle ne respecte pas la condition de présence d'un unique matériau inconnu dans une zone mal reconstruite. Cela a pour conséquence de détériorer les spectres initiaux utilisés dans chaque NMF. Les performances globales de HBEE-LCNMF sont néanmoins équivalentes à celles des méthodes à volume maximal, notamment N-FINDR qui est la meilleure pour cette image. L'apport de la voie panchromatique est donc bénéfique pour démêler ces images lorsque les hypothèses posées sont vérifiées. Sur ces trois images, soit HBEE-LCNMF améliore le démêlage spectral, soit ses performances restent au niveau de celles des méthodes à pixels purs. Elle présente également l'avantage de s'affranchir d'une étape préalable pour estimer le nombre de pôles de mélange.

# Conclusions et perspectives

## Conclusions

Au cours de cette thèse, nous avons étudié l'apport d'une voie panchromatique dans le démixage spectral, notamment pour réduire les limitations des méthodes de la littérature. Tout d'abord, une discussion quant à l'utilisation de l'image panchromatique a été proposée afin d'identifier plusieurs hypothèses de travail. L'une d'entre elles a été choisie : un pixel hyperspectral (HS) est pur si les valeurs des pixels panchromatiques (PAN) inclus dans le pixel HS sont homogènes. Sa validité a été étudiée sur deux images réelles et nous avons conclu que nous pouvions utiliser cette hypothèse pour identifier les pixels purs de l'image HS. Partant de ce constat, nous avons développé une première méthode de démixage appelée Heterogeneity-Based Endmember Extraction (HBEE) qui extrait les spectres des matériaux représentés par des pixels HS purs. Cette méthode se décompose en trois étapes. Une première étape consiste en la détection des pixels HS purs de l'image par un critère statistique sur l'image PAN et l'extraction de leur spectres. Une seconde étape consiste à classer ces différents spectres extraits à l'aide d'une méthode de classification hiérarchique. La dernière étape consiste en une sélection du spectre le plus pur de chaque classe au sens du critère statistique calculé sur l'image PAN. L'hypothèse de cette méthode ne permet cependant pas d'estimer les spectres de tous les matériaux car ceux-ci ne sont pas nécessairement représentés par des pixels purs.

À l'issue de HBEE, une carte d'erreurs de reconstruction est calculée. Pour compléter le jeu de spectres extrait par HBEE, nous avons proposé une deuxième hypothèse de travail : les zones contenant un matériau dont le spectre n'a pas été extrait par HBEE présentent un niveau d'erreur de reconstruction plus élevé que celui des zones contenant les matériaux dont les spectres ont été extraits par HBEE. Cette hypothèse a été validée sur une image réelle et permet de détecter ces zones dites mal reconstruites. Une méthode de démixage complémentaire à HBEE, pour estimer les spectres des matériaux restants, dans la limite d'un seul par zone et appelée Local Constrained Non-negative Matrix Factorisation (LCNMF) a été développée. Elle consiste en l'application d'une NMF (Non-negative Matrix Factorisation) contrainte sur chaque zone mal reconstruite détectée, dans le but d'estimer le spectre d'un matériau supplémentaire. À chaque nouveau spectre estimé par la NMF, la carte de l'erreur de reconstruction est recalculée, une nouvelle zone mal reconstruite est identifiée et une NMF y est appliquée.

La méthode HBEE-LCNMF ainsi développée comporte quatre paramètres qui sont : la valeur du seuil du critère d'hétérogénéité  $\alpha_h$  (HBEE), la valeur du seuil de classification en degrés  $\alpha_s$  (HBEE), la valeur du seuil d'erreur de reconstruction  $\alpha_{RE}$  (LCNMF) et la valeur du seuil de la différence normalisée de la fonction de coût  $\alpha_{stop}$  que minimisent les NMFs contraintes de LCNMF. Afin de mesurer l'influence de ces paramètres sur les performances de la méthode, un plan d'expériences a été construit et une étude de sensibilité utilisant les indices de Sobol a été conduite. Cette étude a révélé que  $\alpha_s$  et  $\alpha_{stop}$  sont les paramètres qui influent le plus sur les performances spectrales de la méthode. Elle a également révélé que  $\alpha_h$  est surtout influent en interaction avec d'autres paramètres. Le nombre de spectres estimés est davantage influencé par  $\alpha_s$  et  $\alpha_{RE}$  que par  $\alpha_h$  et  $\alpha_{stop}$ . Des jeux de valeurs satisfaisant des paramètres ont été déduits et une analyse du comportement de la méthode pour ces jeux de paramètres a été conduite afin de valider son bon fonctionnement sur données synthétiques.

Un plan d'expériences a ensuite été réalisé sur deux images réelles. Ce plan d'expériences a permis d'identifier des valeurs de paramètres conduisant aux meilleures performances possibles et ainsi évaluer le comportement de HBEE-LCNMF sur des images réelles où les différentes hypothèses posées n'étaient pas nécessairement vérifiées. Des suites de cette analyse, il apparaît que la présence d'ombre perturbe à la fois HBEE et LCNMF, d'une part car les pixels HS purs contenant de l'ombre ne sont pas détectés par HBEE et d'autre part car les NMFs appliquées sur les zones mal reconstruites contenant de l'ombre ne modifient presque pas les spectres initiaux utilisés pour estimer le spectre des matériaux inconnus. De manière générale, lorsque l'hypothèse de présence d'un unique matériau inconnu dans une zone mal reconstruite n'est pas vérifiée, les NMFs appliquées sur celles-ci ont tendance à dégrader les spectres initiaux. Toutefois, la méthode HBEE produit des résultats satisfaisants pour ces deux images. À partir des valeurs de paramètres conduisant aux meilleures performances pour les trois images, un jeu de valeurs par défaut des paramètres a été déduit et l'influence des paramètres de la méthode sur les performances a été mise en perspective.

Puis, une comparaison des performances de HBEE-LCNMF à celles d'une sélection de méthodes de la littérature a été réalisée tout d'abord sur données synthétiques. La méthode proposée présente alors des performances nettement supérieures à celles des autres méthodes. Cette comparaison a été ensuite effectuée sur des données réelles contenant moins d'une dizaine de matériaux et avec une vérité terrain associée bien maîtrisée. HBEE-LCNMF présente alors des performances équivalentes aux meilleures méthodes de la littérature (N-FINDR, ATGP et MVCNMF selon les images) avec l'avantage de ne pas avoir à connaître au préalable le nombre de pôles de mélange à estimer. Les images utilisées ne respectaient pas nécessairement les hypothèses posées par HBEE-LCNMF (en particulier LCNMF). Néanmoins, la méthode HBEE estime très souvent des spectres très proches de ceux de référence, indiquant que l'apport de l'image panchromatique est efficace pour la recherche de pixels purs, le tout en un temps de calcul raisonnable de l'ordre de la seconde (voir tableaux 7.2, 7.4 et 7.3 du chapitre 7).

Finalement, l'apport de la voie panchromatique, au travers de HBEE-LCNMF, maintient voire améliore les performances de démixage spectral de la littérature sur des images analysées durant la thèse. Néanmoins, une limitation de notre méthode provient notamment de LCNMF dont l'hypothèse de travail, à savoir la présence d'un unique matériau inconnu dans une zone mal reconstruite, n'est pas nécessairement vérifiée sur les images réelles. Son point fort est HBEE qui permet de détecter les pixels purs et d'en extraire un premier jeu de pôles de mélange en utilisant le calcul d'un critère de qualité (critère d'hétérogénéité) pour chacun d'entre eux.

## Perspectives

Nous discutons ici des principales limitations de HBEE-LCNMF que nous avons pu identifier au travers des différents chapitres de cette thèse. Nous proposons différentes perspectives d'amélioration de la méthode ainsi que d'utilisation de l'image panchromatique pour le démixage spectral.

En ce qui concerne la méthode HBEE, les limitations soulevées sont les suivantes. Sur données réelles, des pixels PAN à 2 m ne sont pas purs et conduisent à des valeurs d'hétérogénéité faibles comme nous l'avons vu dans le chapitre 3. Ces valeurs sont alors assimilées à tort à des pixels purs par la méthode de détection, et donc à une détection erronée de pixels purs par HBEE. Afin de réduire cette limitation, une possibilité, en dehors du cadre d'HYPXIM/HYPEX2 est d'utiliser une image panchromatique provenant du satellite Pléiades [117] dont la résolution pixélique est de 0.7 m. Cette perspective pose néanmoins le problème de la simultanéité des acquisitions ainsi que celui de la registration des images PAN et HS provenant de deux satellites différents, qui est considérée parfaite entre les deux instruments de HYPXIM/HYPEX-2. Par ailleurs, une meilleure résolution de l'image PAN avec la même architecture optique d'HYPXIM/HYPEX2 implique un rapport signal à bruit dégradé. Cette perspective demande donc de mesurer les impacts des erreurs de registration et du niveau de bruit sur la méthode HBEE. Une autre limitation, soulevée dans le chapitre 3, est l'inadéquation de l'image panchromatique pour discriminer deux matériaux de couleurs différentes mais réfléchissant le même niveau de luminance panchromatique. Des pixels HS contenant deux matériaux ayant cette caractéristique ont une valeur de critère d'hétérogénéité  $\eta_n$  faible et seraient ainsi susceptibles d'être détectés comme purs.

Pour réduire cette limitation, l'utilisation d'une image multispectrale à la place d'une image PAN permettrait de mieux discriminer les différentes surfaces observées. De plus, l'utilisation d'une image multispectrale pour le démixage d'images hyperspectrales a déjà été explorée [36, 96] et justifie l'attrait de cette perspective concernant une amélioration de HBEE.

Nous avons vu dans les chapitres 5 et 6 que la valeur optimale de  $\alpha_h$  dépend des statistiques de l'image. Dans le chapitre 3, nous avons également pu constater sur deux images réelles que les 5% de pixels HS ayant des valeurs de critère d'hétérogénéité  $\eta_n$  les plus faibles sont effectivement purs. Il serait intéressant d'évaluer les performances de la méthode HBEE-LCNMF dans le cas où la valeur de  $\alpha_h$  est fixée au 5<sup>e</sup> percentile des valeurs  $\eta_n$  de l'image. Si l'étude est concluante, cela permettrait de proposer une nouvelle valeur par défaut de  $\alpha_h$  qui dépendrait des statistiques de l'image et permettrait donc de ne plus avoir à régler ce paramètre.

L'efficacité de HBEE-LCNMF est satisfaisante pour des images réelles contenant moins d'une dizaine de matériaux. Cependant, la présence d'ombres dans l'image, qui n'est pas prise en compte dans la version actuelle de la méthode de démixage, dégrade les performances de LCNMF. HBEE est moins impactée par l'ombre car cette dernière augmente la valeur du critère d'hétérogénéité, lorsque le nombre de pixels PAN ombragés dans un pixel HS n'est pas négligeable. La méthode ne détectera donc pas ce pixel. Trois perspectives sont envisagées. Une première perspective serait de considérer l'ombre comme un pôle de mélange. Cette approche est couramment utilisée [10] lors du démixage d'images contenant des zones ombragées. Il peut-être cependant nécessaire de considérer plusieurs pôles de mélange appartenant à une classe "ombre" afin de différencier les types de matériaux provoquant l'ombre ainsi que les différentes surfaces sur lesquelles les ombres sont projetées. Une seconde consisterait à utiliser une méthode de prétraitement permettant de supprimer les ombres présentes dans l'image [118, 119, 120, 121] et ensuite à appliquer HBEE-LCNMF. Une troisième perspective, sous réserve

---

que la résolution spatiale de l'image PAN soit suffisante, serait d'utiliser cette image PAN pour détecter les zones d'ombre à l'aide d'une méthode de segmentation ou d'un seuillage bas. Ainsi, nous pourrions estimer l'abondance de l'ombre dans les zones mal reconstruites et l'inclure en tant que matériau à part entière dans le modèle de mélange linéaire local (4.3) comme le permet déjà le modèle proposé par KAROUÏ et al. [80]. Cela nécessitera toutefois de savoir différencier les zones d'ombre des surfaces de matériaux sombres.

La méthode LCNMF nécessite la présence d'un unique matériau à estimer dans une zone mal reconstruite. Nous avons vu dans le chapitre 6 que cette hypothèse n'était pas nécessairement vérifiée, dégradant ainsi les résultats du démélange. Une première perspective serait d'étendre le modèle de mélange local à l'estimation de plusieurs matériaux, ce qui est déjà possible dans le modèle [80]. La difficulté posée ici est de savoir initialiser les spectres à estimer et de connaître le nombre de matériaux inconnus. L'initialisation pourrait s'effectuer en choisissant les spectres les plus distants au sein d'une même zone mal reconstruite, en utilisant un critère d'angle spectral. L'estimation du nombre de matériaux inconnus présents dans une zone mal reconstruite pourrait s'effectuer grâce à une méthode d'estimation du nombre de matériaux présents cette zone [64, 63, 62]. En particulier en calculant la différence entre l'estimation du nombre de matériaux dans la zone mal reconstruite de l'image originale et l'estimation de ce nombre dans la même zone mais sur l'image reconstruite. Enfin, si le nombre de matériaux inconnus est estimé et afin de s'affranchir de l'initialisation de multiples spectres dans la NMF, nous pourrions également traiter toutes les Zones Mal Reconstruites contenant Plus d'un Matériau inconnu (ZMRPM) une fois que les zones n'en contenant qu'un seul l'ont été. Ainsi, le spectre d'un matériau présent dans une ZMRPM aura pu être estimé dans une autre zone mal reconstruite, où il était l'unique inconnue.

Un inconvénient majeur de la méthode réside dans le réglage des paramètres  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_{stop}$  de LCNMF. Sur une image contenant beaucoup de matériaux non représentés par des pixels purs, la valeur par défaut de  $\alpha_{RE}$  n'est pas nécessairement satisfaisante. Comme le réglage de ce paramètre est délicat, une perspective d'amélioration de LCNMF serait d'automatiser le critère d'arrêt. En effet, nous avons vu dans le chapitre 4 que l'histogramme de l'erreur de reconstruction est bimodal. Le premier mode correspond à la répartition des erreurs de reconstructions associées à des pixels bien reconstruits. Le second mode correspond à la répartition des erreurs de reconstructions associées à des pixels mal reconstruits. Au fil des itérations de LCNMF, le nombre de pixels mal reconstruits se réduit. Lorsque l'image est bien reconstruite, l'histogramme ne contient alors plus qu'un seul mode. L'automatisation du critère d'arrêt de recherche de nouvelles zones mal reconstruites pourrait s'effectuer en calculant le nombre de modes de l'histogramme de l'erreur de reconstruction à l'aide de l'algorithme développé par DELON et al. [122]. Ainsi, tant que plusieurs modes sont détectés, LCNMF continuera de rechercher des zones mal reconstruites. Néanmoins, cette perspective ne peut s'envisager que si le nombre de pixels de l'image hyperspectral est suffisant pour avoir un pas d'histogramme assez fin.

Une autre façon de limiter l'impact du réglage de  $\alpha_{RE}$  sur le nombre de pôles de mélange extraits est envisageable. Une zone peut présenter une erreur de reconstruction significative (c'est à dire supérieure au seuil  $\alpha_{RE}$ ), alors qu'aucun nouveau matériau n'est à extraire de la zone, notamment à cause de la variabilité intraclasse des matériaux et du bruit sur l'image. Chaque nouveau spectre extrait serait comparé aux pôles de mélange déjà connus, et, par un critère de type SAM et un seuil de 5 degrés, nous pourrions statuer si le nouveau spectre correspond à un nouveau matériau ou s'il est dans la même classe qu'un pôle déjà extrait. Les cartes d'abondances seraient alors fusionnées à la fin du démélange. Cette méthode permettrait de fixer un seuil  $\alpha_{RE}$  assez bas, sans que cela ait un impact sur le nombre de pôles de mélange retenus *in fine*, tout en prenant en compte la variabilité spectrale des matériaux.

Le réglage de  $\alpha_{stop}$  est également délicat. Nous avons vu que la NMF, compte tenu de la présence de nombreux minima globaux et locaux ne représentant pas une solution satisfaisante, peut surapprendre et donc passer par une solution plus souhaitable avant de s'en éloigner. Une perspective serait d'ajouter d'autres contraintes à la fonction de coût, à l'instar des méthodes de NMFs évoluées [24, 25].

La méthode HBEE-LCNMF a été testée sur seulement deux jeux de données réelles. Afin de généraliser les résultats, une analyse sur d'autres jeux de données réelles doit être conduite. Ils seraient également intéressants de valider la méthode pour des jeux de données issus d'autres capteurs de résolutions spatiales différentes, par exemple ceux de la mission PRISMA. Enfin, les performances de HBEE-LCNMF n'ont jusqu'alors pas été évaluées sur des images de plus d'une dizaine de matériaux. Compte tenu de la complexité que peuvent représenter de telles images, une perspective de travail serait de découper celles-ci en plusieurs régions et d'appliquer sur chacune d'elles la méthode à l'image de la méthodologie proposée par CANHAM et al. [33], afin de mieux prendre en compte la variabilité spectrale intra-classe. Une étape de classification non supervisée serait alors effectuée pour regrouper les spectres de chaque classe pour l'ensemble de l'image et les cartes d'abondances seraient alors fusionnées. Le découpage de l'image HS peut être effectué grâce à une méthode de segmentation de l'image PAN ou tout simplement grâce à une grille régulièrement échantillonnée.



---

## Annexe A

# Variabilité spectrale interclasse des matériaux de référence

Cette annexe présente la variabilité spectrale interclasse des matériaux de référence. Les figures présentées montrent la valeur de SAM calculée pour chaque couple de spectres de référence. Les spectres des matériaux de référence de l'image de Lavernose-Lacasse sont éloignés les uns des autres sauf l'asphalte et le toit vert dont l'angle spectral est inférieur à 10 degrés (voir figure A.1).

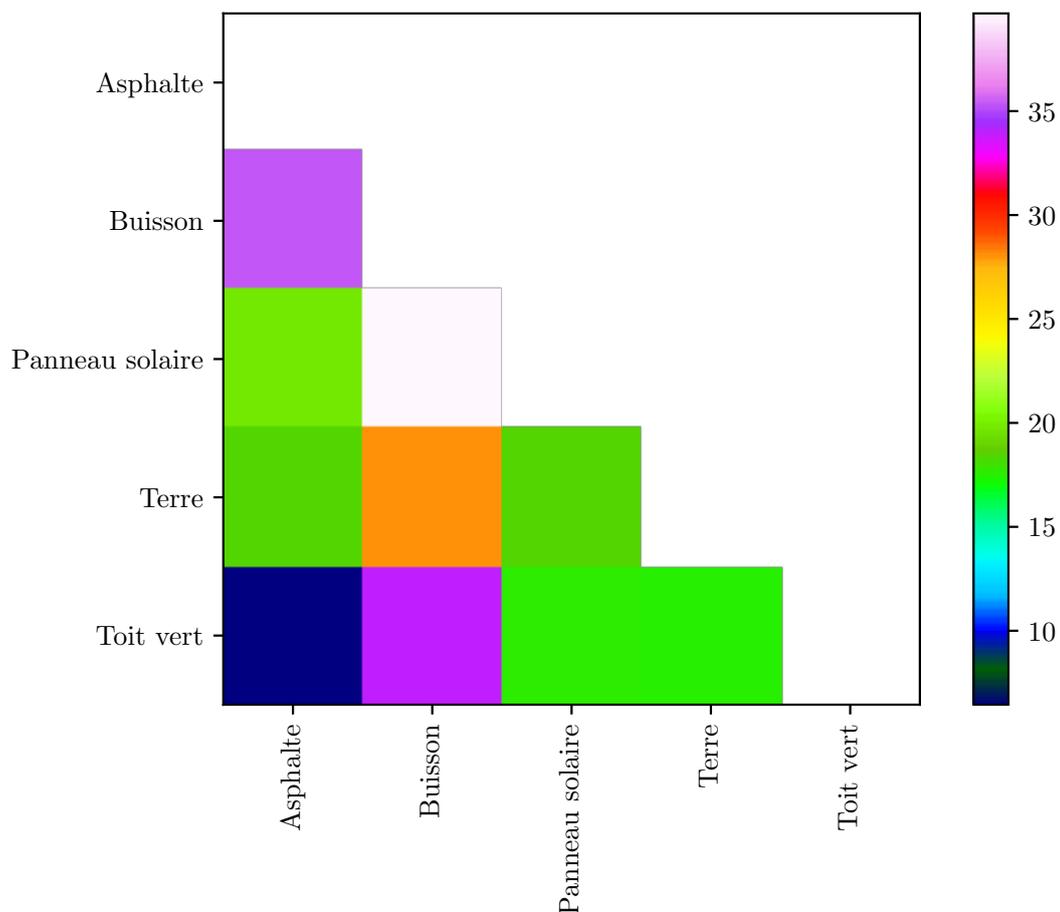


FIGURE A.1 – Variabilité spectrale interclasse des matériaux de référence avec le critère de SAM, pour la vérité terrain de l'image de la centrale photovoltaïque de Lavernose-Lacasse.

Certains spectres de référence des matériaux de l'image du stade de Bâle sont proches les uns des autres (voir figure A.2), notamment ceux des matériaux artificiels, avec des valeurs d'angle spectral aux alentours de 10 degrés.

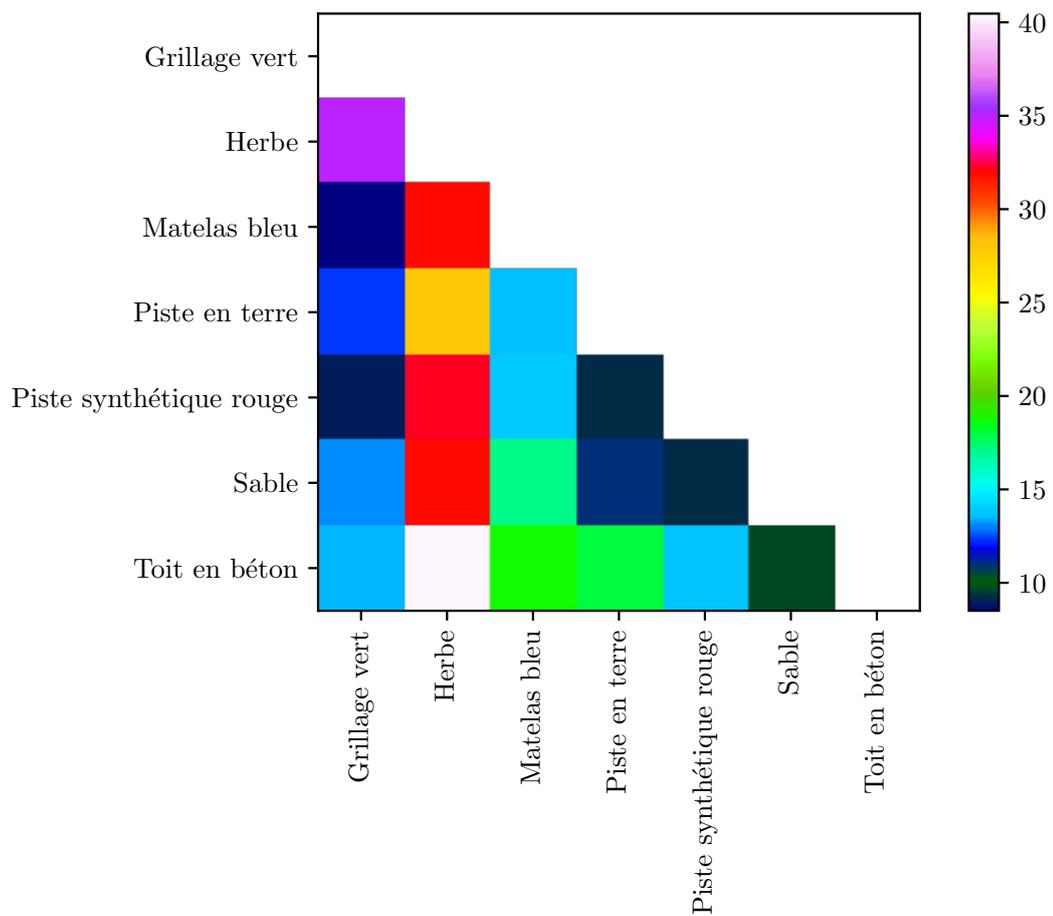


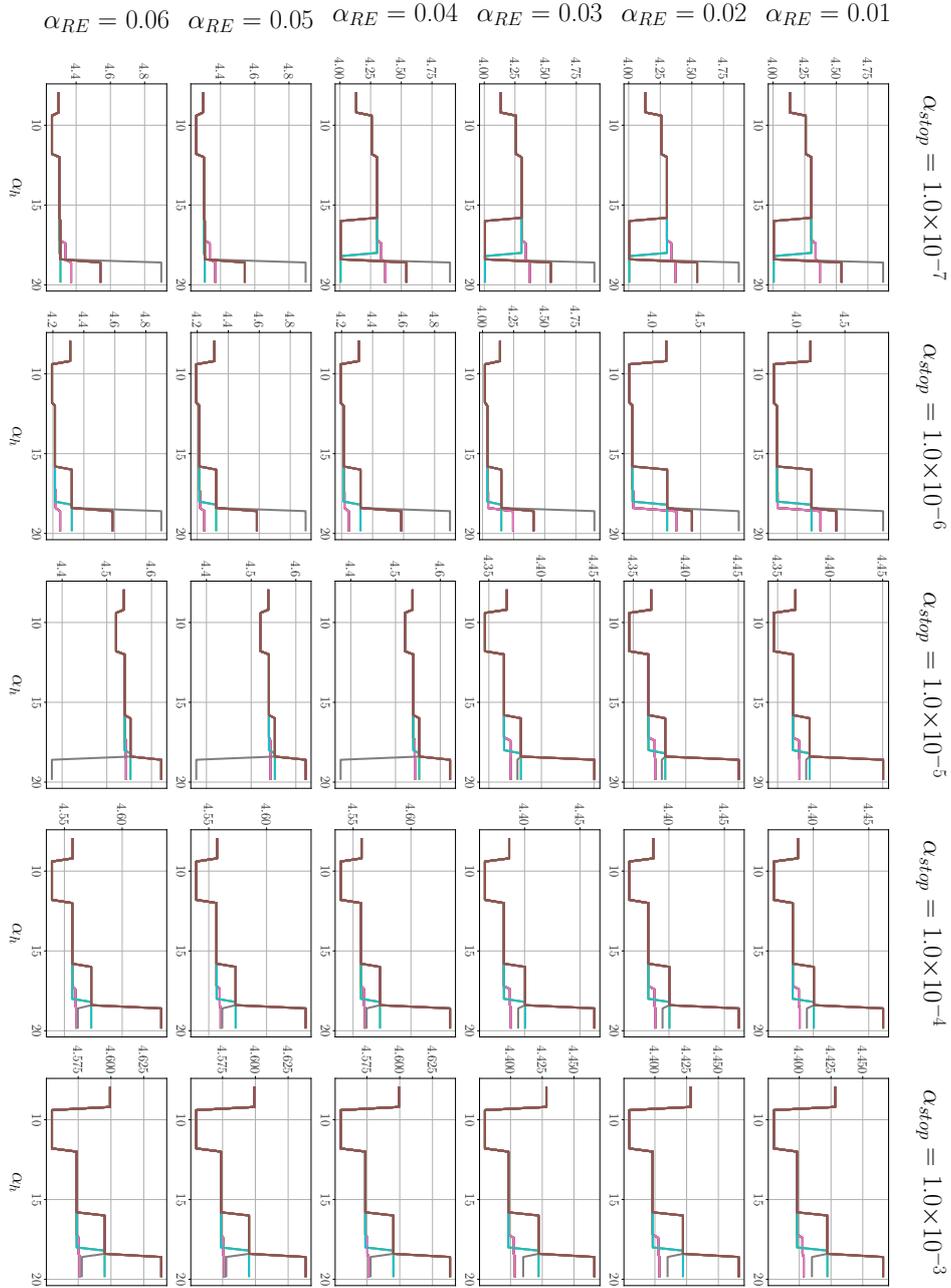
FIGURE A.2 – Variabilité spectrale interclasse des matériaux de référence avec le critère de SAM, pour la vérité terrain de l'image du stade de Bâle.

---

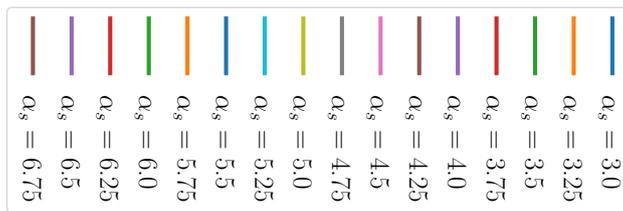
## Annexe B

# Résultats des expériences de HBEE-LCNMF sur données réelles

### B.1 Résultats des expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse

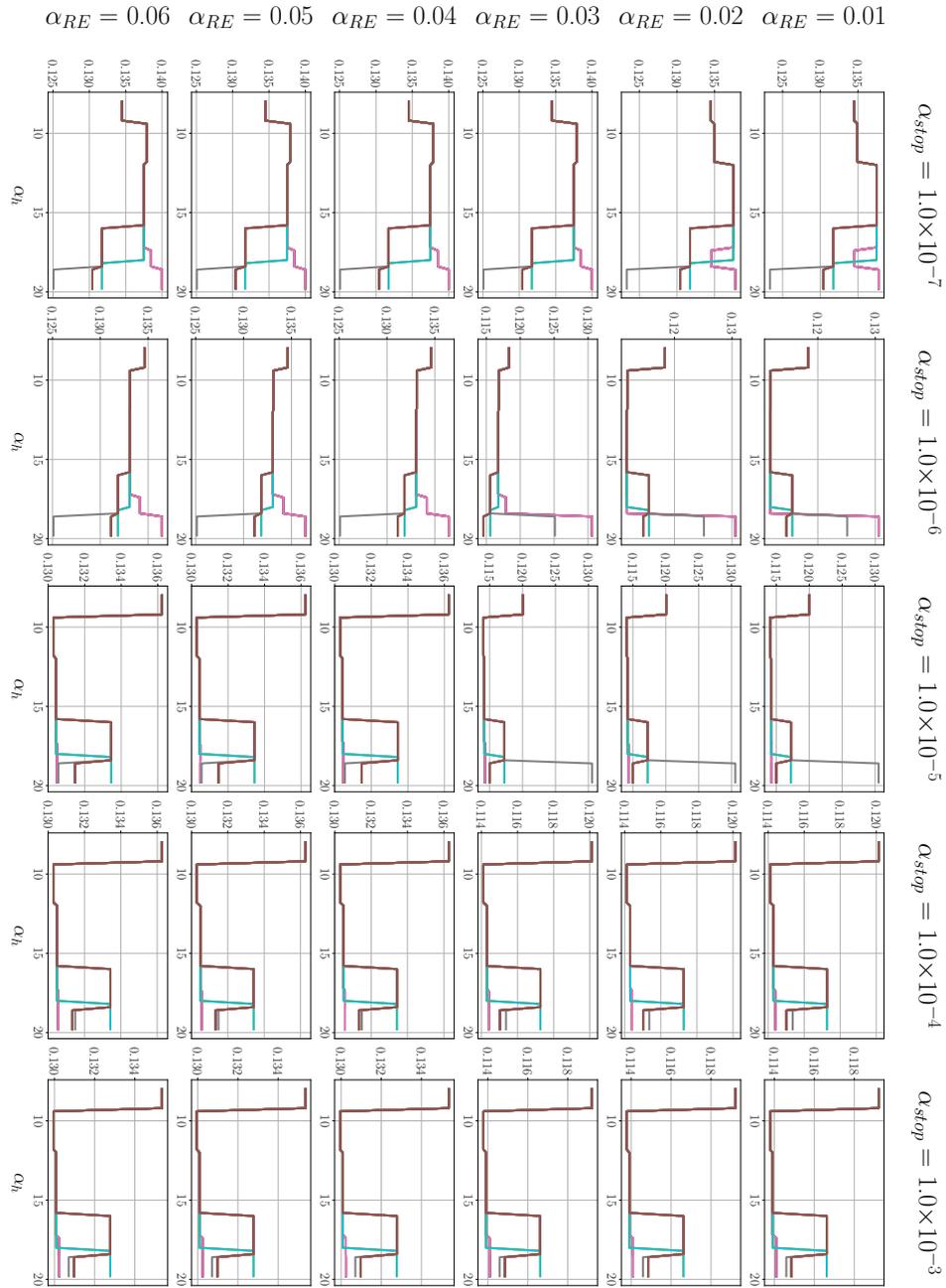


(a)

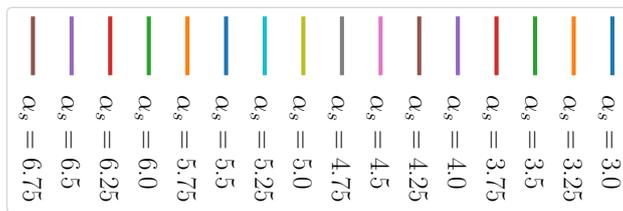


(b) Légende

FIGURE B.1 – SAM<sub>s</sub> sur les spectres résultant des 28800 expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse.

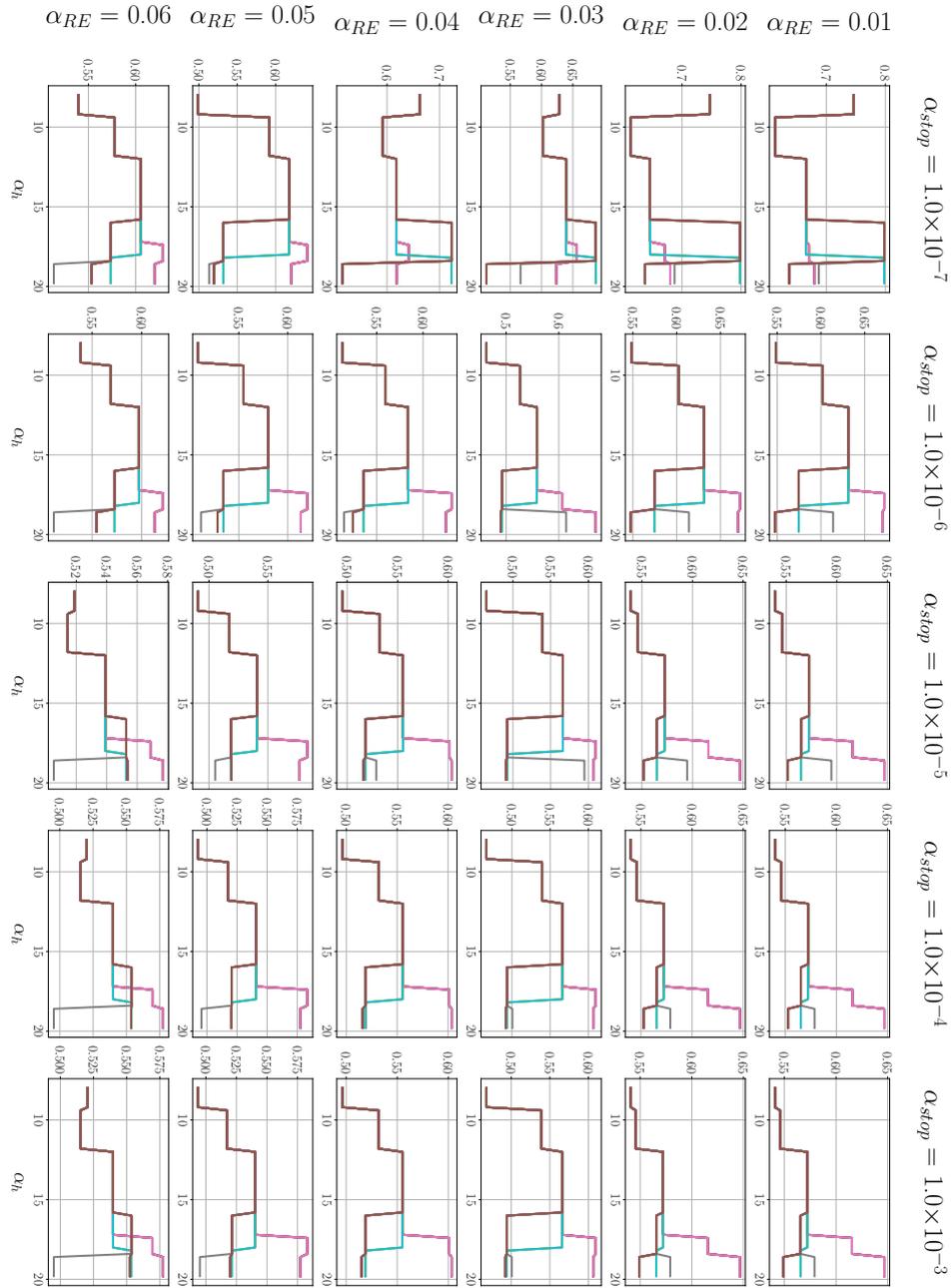


(a)

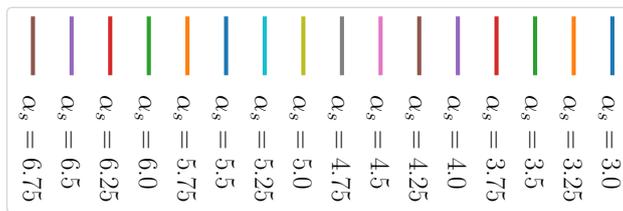


(b) Légende

FIGURE B.2 – REQM $N_8$  sur les spectres résultant des 28800 expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse.

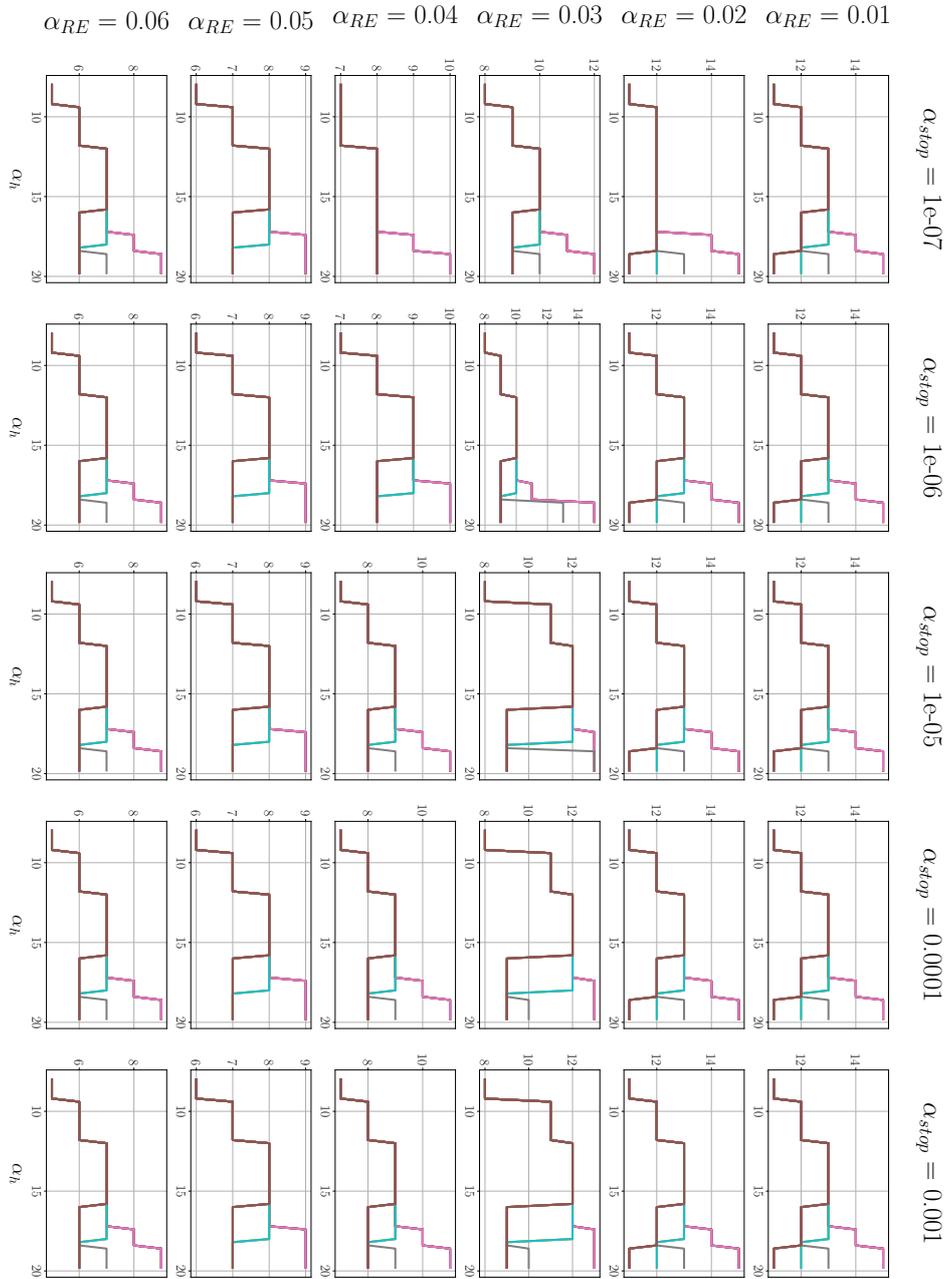


(a)

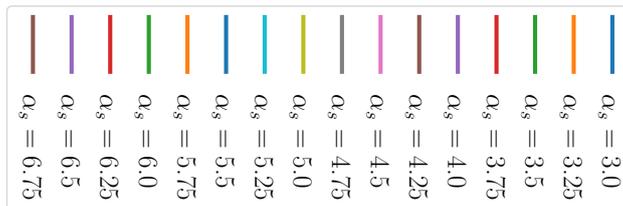


(b) Légende

FIGURE B.3 – REQMN<sub>X</sub> sur les abondances résultant des 28800 expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse.



(a)

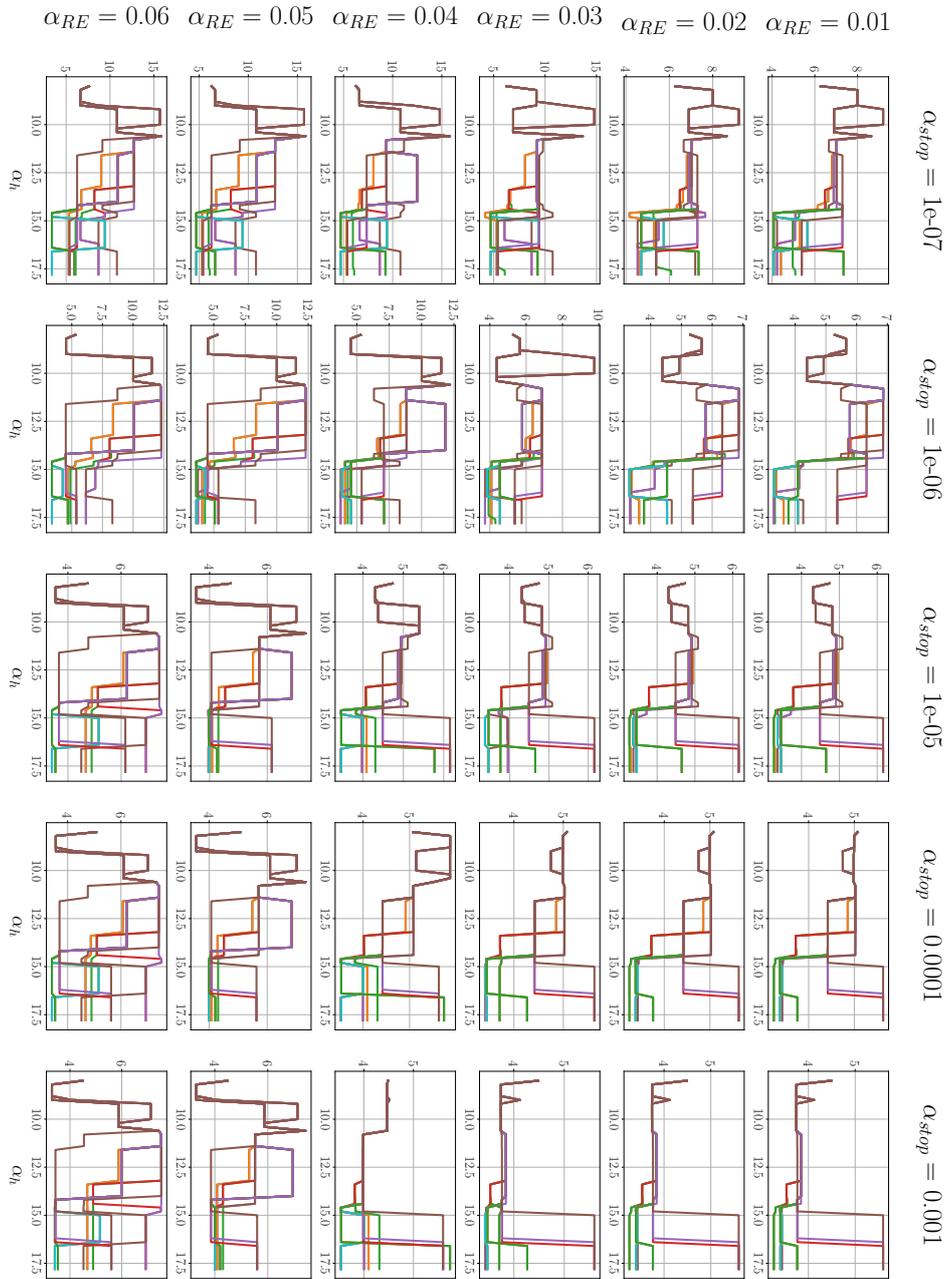


(b) Légende

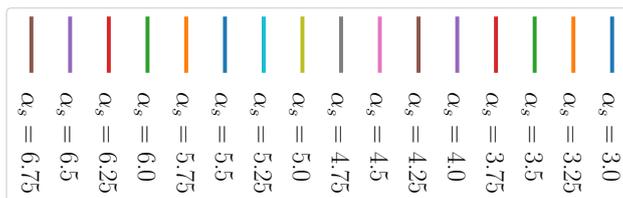
FIGURE B.4 – Nombre de matériaux  $\hat{P}$  résultant des 28800 expériences sur l'image de Lavernose-Lacasse.

---

## B.2 Résultats des expériences sur l'image du stade de Bâle

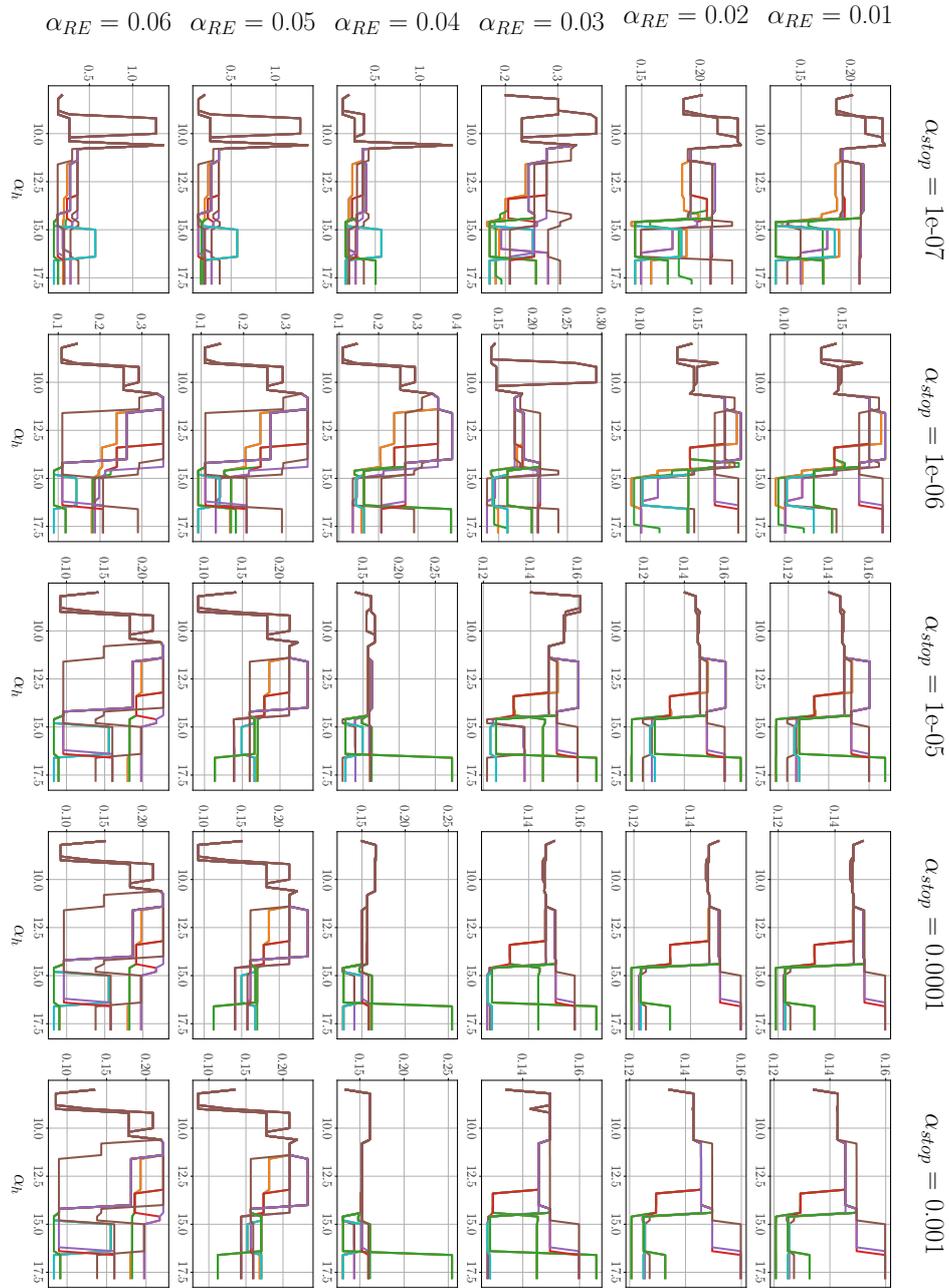


(a)

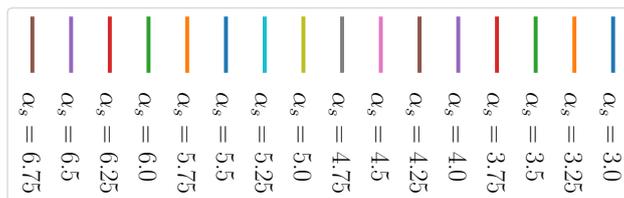


(b) Légende

FIGURE B.5 –  $SAM_{\mathfrak{S}}$  sur les spectres résultant des 20000 expériences sur l'image du stade de Bâle.

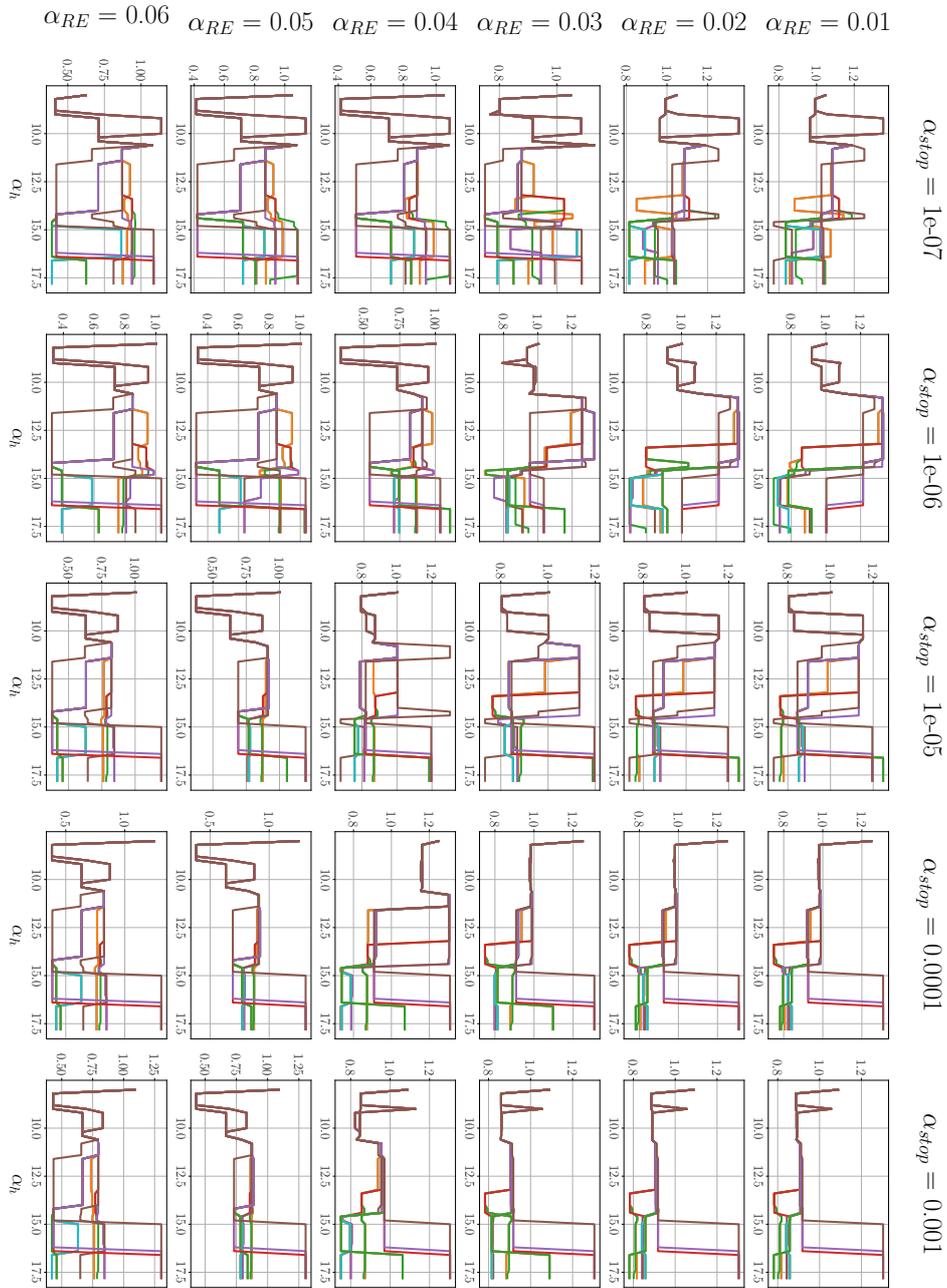


(a)

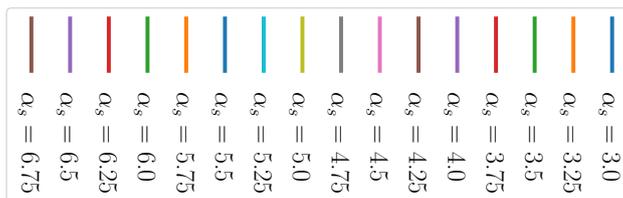


(b) Légende

FIGURE B.6 – REQMNs sur les spectres résultant des 20000 expériences sur l'image du stade de Bâle.

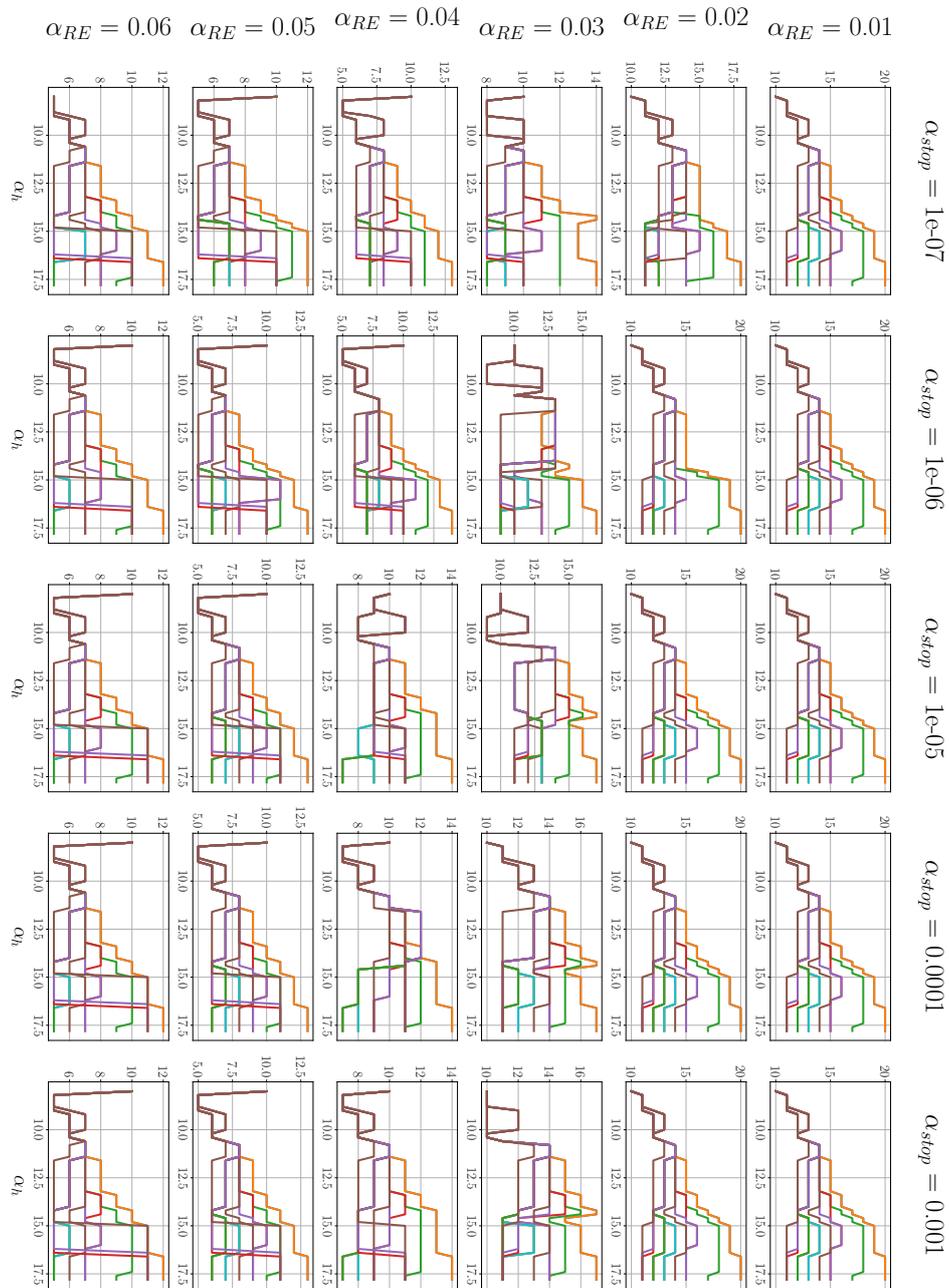


(a)

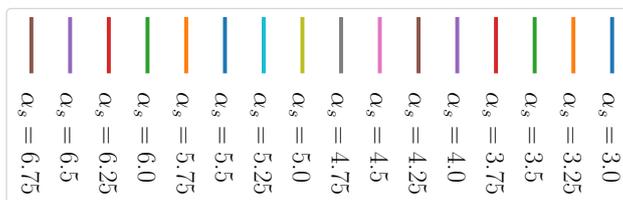


(b) Légende

FIGURE B.7 – REQM<sub>N<sub>x</sub></sub> sur les abondances résultant des 20000 expériences sur l'image du stade de Bâle.



(a)



(b) Légende

FIGURE B.8 – Nombre de matériaux  $\hat{P}$  résultant des 20000 expériences sur l'image du stade de Bâle.

---

## Annexe C

# Résultats complets des analyses de la sensibilité aux paramètres de HBEE-LCNMF sur les images réelles

Cette annexe est dédiée à l'étude de la sensibilité de la méthode HBEE-LCNMF à ses paramètres pour les images de Lavernose-Lacasses ainsi que pour l'image du stade de Bâle.

### C.1 Image de Lavernose-Lacasse

Les indices de Sobol, pour l'image de Lavernose-Lacasse sont montrés dans les tableaux C.1. Les deux paramètres les plus influents au premier ordre sont  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_{stop}$ . Notamment, le niveau de leur indice sont d'un ordre de grandeur supérieur à celui de  $\alpha_h$  et  $\alpha_s$  pour les critères de performances  $SAM_{\mathfrak{S}}$ ,  $REQMN_{\mathfrak{S}}$  et  $REQMN_{\mathfrak{X}}$ . Ces paramètres sont néanmoins plus influents que  $\alpha_{stop}$  sur l'estimation du nombre de pôles de mélange par la méthode. Les interactions entre les paramètres  $\alpha_h$  et  $\alpha_{stop}$  sont les plus influentes sur les performances spectrales ( $SAM_{\mathfrak{S}}$  et  $REQMN_{\mathfrak{S}}$ ). Les interactions entre  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_{stop}$  influencent également de manière non-négligeable le critère de  $SAM_{\mathfrak{S}}$ , tandis que les interactions entre les autres paramètres sont négligeables pour le critère de  $REQMN_{\mathfrak{S}}$ . Les interactions entre  $\alpha_h$  et  $\alpha_s$  sont celles qui influencent le plus le critère de  $REQMN_{\mathfrak{X}}$  sur les abondances et sur le nombre de spectres de matériaux estimés. Les indices totaux nous montrent que  $\alpha_{RE}$  et  $\alpha_{stop}$  sont les paramètres qui influent le plus sur les performances spectrales. Les performances sur les abondances sont sensibles de manière équivalente à chaque paramètre et c'est  $\alpha_{RE}$  qui influence le plus le nombre de pôles de mélange estimés, et ce largement.

Pour cette image, l'influence des paramètres est assez différente de celle de l'image synthétique. Cela est probablement dû aux caractéristiques de l'image de Lavernose-Lacasse qui sont différentes de celle de l'image synthétique, notamment, seuls deux matériaux sont représentés par des pixels purs. De plus, la proportion de pixels mixtes dans l'image est prépondérante par rapport à celle des pixels purs, dont le nombre est inférieur à 10. La présence d'ombre dans tous les pixels mixtes contenant les panneaux solaires complexifie également l'image là où, pour l'image synthétique, le phénomène d'ombre n'a pas été pris en compte.

	$D_{\alpha_h}$	$D_{\alpha_s}$	$D_{\alpha_{RE}}$	$D_{\alpha_{stop}}$
SAM $_{\hat{\mathbf{S}}}$	$3.7 \times 10^{-3}$	$3.9 \times 10^{-3}$	$2.8 \times 10^{-1}$	<b><math>5.7 \times 10^{-1}</math></b>
REQMN $_{\hat{\mathbf{S}}}$	$6.6 \times 10^{-3}$	$3.7 \times 10^{-4}$	<b><math>9.7 \times 10^{-1}</math></b>	$7.1 \times 10^{-3}$
REQMN $_{\hat{\mathbf{X}}}$	$1.3 \times 10^{-2}$	$1.9 \times 10^{-2}$	<b><math>8.4 \times 10^{-1}</math></b>	$8.3 \times 10^{-2}$
$\hat{P}$	$1.9 \times 10^{-3}$	$6.9 \times 10^{-3}$	<b><math>9.8 \times 10^{-1}</math></b>	$2.2 \times 10^{-3}$

(a)

	$DT_{\alpha_h}$	$DT_{\alpha_s}$	$DT_{\alpha_{RE}}$	$DT_{\alpha_{stop}}$
SAM $_{\hat{\mathbf{S}}}$	$4.0 \times 10^{-2}$	$5.7 \times 10^{-3}$	$4.0 \times 10^{-1}$	<b><math>7.0 \times 10^{-1}</math></b>
REQMN $_{\hat{\mathbf{S}}}$	$1.8 \times 10^{-2}$	$8.5 \times 10^{-3}$	<b><math>9.7 \times 10^{-1}</math></b>	$2.0 \times 10^{-2}$
REQMN $_{\hat{\mathbf{X}}}$	$4.9 \times 10^{-2}$	$2.7 \times 10^{-2}$	<b><math>8.7 \times 10^{-1}</math></b>	$9.0 \times 10^{-2}$
$\hat{P}$	$1.2 \times 10^{-2}$	$1.1 \times 10^{-2}$	<b><math>9.8 \times 10^{-1}</math></b>	$8.7 \times 10^{-3}$

(b)

	$D_{\alpha_s, \alpha_h}$	$D_{\alpha_{RE}, \alpha_h}$	$D_{\alpha_{RE}, \alpha_s}$	$D_{\alpha_{stop}, \alpha_h}$	$D_{\alpha_{stop}, \alpha_s}$	$D_{\alpha_{stop}, \alpha_{RE}}$
SAM $_{\hat{\mathbf{S}}}$	$3.6 \times 10^{-4}$	$7.4 \times 10^{-3}$	$4.3 \times 10^{-4}$	$2.8 \times 10^{-2}$	$1.0 \times 10^{-3}$	<b><math>1.1 \times 10^{-1}</math></b>
REQMN $_{\hat{\mathbf{S}}}$	$3.2 \times 10^{-3}$	$2.0 \times 10^{-5}$	$3.6 \times 10^{-4}$	<b><math>8.1 \times 10^{-3}</math></b>	$4.5 \times 10^{-3}$	$3.4 \times 10^{-4}$
REQMN $_{\hat{\mathbf{X}}}$	$3.6 \times 10^{-3}$	<b><math>2.7 \times 10^{-2}</math></b>	$3.0 \times 10^{-3}$	$5.9 \times 10^{-3}$	$1.3 \times 10^{-3}$	$1.3 \times 10^{-4}$
$\hat{P}$	$1.2 \times 10^{-3}$	<b><math>5.2 \times 10^{-3}</math></b>	$4.8 \times 10^{-6}$	$3.4 \times 10^{-3}$	$2.5 \times 10^{-3}$	$6.2 \times 10^{-4}$

(c)

Tableau C.1 – Indices de Sobol au premier ordre (a), totaux (b) et au second ordre (c) des résultats de HBEE-LCNMF sur l'image de Lavernose pour les critères de SAM sur les spectres, REQMN sur les spectres, REQMN sur les abondances et du nombre de matériaux estimé  $\hat{P}$ . Les valeurs en gras correspondent aux plus grandes valeurs de leur ligne respective.

## C.2 Image du stade de Bâle

Les indices de Sobol, pour l'image du stade de Bâle, sont montrés dans les tableaux C.2. Les paramètres les plus influents sur les performances spectrales, au premier ordre, sont  $\alpha_{stop}$  et  $\alpha_h$ . Comme pour l'image de Lavernose-Lacasse, les performances varient de la même manière en fonction de chaque paramètre, excepté  $\alpha_s$ , dont le niveau de l'indice  $D_{\alpha_s}$  est à un ordre de grandeur en dessous des autres indices du premier ordre. Le nombre de pôles de mélange estimés varie davantage à cause de  $\alpha_s$  et  $\alpha_{RE}$ . Cette influence est cependant moins majoritaire que dans le cas de l'image synthétique ou de l'image de Lavernose-Lacasse.

Les interactions entre les paramètres  $\alpha_h$  et  $\alpha_{stop}$  ainsi que entre  $\alpha_h$  et  $\alpha_s$  influencent le plus les performances spectrales. Les performances sur les abondances sont très sensibles aux interactions entre  $\alpha_h$  et  $\alpha_s$  et à celles entre  $\alpha_h$  et  $\alpha_{RE}$ . Elles sont d'ailleurs davantage sensibles à ces interactions qu'à la variation unilatérale de  $\alpha_h$  ou de  $\alpha_s$ . Quant au nombre de pôles de mélange estimés, il est principalement sensible aux interactions entre les paramètres  $\alpha_{stop}$  et  $\alpha_{RE}$ .

Au total, les paramètres  $\alpha_{stop}$  et  $\alpha_h$  sont ceux qui influent le plus sur les performances spectrales de la méthode. Tous les paramètres influent de manière équivalente sur les performances d'estimation des abondances, avec une prépondérance de  $\alpha_h$ . Le nombre de pôles de mélange estimés reste majoritairement influencé par  $\alpha_s$  et  $\alpha_{RE}$ .

	$D_{\alpha_h}$	$D_{\alpha_s}$	$D_{\alpha_{RE}}$	$D_{\alpha_{stop}}$
SAM $_{\hat{\mathfrak{S}}}$	$2.7 \times 10^{-1}$	$6.3 \times 10^{-3}$	$2.6 \times 10^{-2}$	<b><math>5.9 \times 10^{-1}</math></b>
REQMN $_{\hat{\mathfrak{S}}}$	$1.6 \times 10^{-1}$	$1.2 \times 10^{-2}$	$2.2 \times 10^{-2}$	<b><math>2.8 \times 10^{-1}</math></b>
REQMN $_{\hat{\mathfrak{X}}}$	$3.6 \times 10^{-2}$	$1.4 \times 10^{-1}$	<b><math>2.5 \times 10^{-1}</math></b>	$2.1 \times 10^{-1}$
$\hat{P}$	$3.8 \times 10^{-2}$	<b><math>4.4 \times 10^{-1}</math></b>	$3.2 \times 10^{-1}$	$9.3 \times 10^{-2}$

(a)

	$DT_{\alpha_h}$	$DT_{\alpha_s}$	$DT_{\alpha_{RE}}$	$DT_{\alpha_{stop}}$
SAM $_{\hat{\mathfrak{S}}}$	$3.4 \times 10^{-1}$	$5.7 \times 10^{-2}$	$4.7 \times 10^{-2}$	<b><math>6.7 \times 10^{-1}</math></b>
REQMN $_{\hat{\mathfrak{S}}}$	<b><math>5.3 \times 10^{-1}</math></b>	$3.0 \times 10^{-1}$	$2.1 \times 10^{-1}$	$4.9 \times 10^{-1}$
REQMN $_{\hat{\mathfrak{X}}}$	$3.4 \times 10^{-1}$	<b><math>4.4 \times 10^{-1}</math></b>	$3.1 \times 10^{-1}$	$2.6 \times 10^{-1}$
$\hat{P}$	$4.1 \times 10^{-2}$	<b><math>4.4 \times 10^{-1}</math></b>	$4.2 \times 10^{-1}$	$2.0 \times 10^{-1}$

(b)

	$D_{\alpha_s, \alpha_h}$	$D_{\alpha_{RE}, \alpha_h}$	$D_{\alpha_{RE}, \alpha_s}$	$D_{\alpha_{stop}, \alpha_h}$	$D_{\alpha_{stop}, \alpha_s}$	$D_{\alpha_{stop}, \alpha_{RE}}$
SAM $_{\hat{\mathfrak{S}}}$	$1.5 \times 10^{-2}$	$4.7 \times 10^{-4}$	$1.8 \times 10^{-2}$	<b><math>5.9 \times 10^{-2}</math></b>	$1.8 \times 10^{-2}$	$2.9 \times 10^{-3}$
REQMN $_{\hat{\mathfrak{S}}}$	$1.3 \times 10^{-1}$	$5.6 \times 10^{-2}$	$1.3 \times 10^{-1}$	<b><math>1.9 \times 10^{-1}</math></b>	$2.6 \times 10^{-2}$	$1.2 \times 10^{-4}$
REQMN $_{\hat{\mathfrak{X}}}$	<b><math>2.6 \times 10^{-1}</math></b>	$3.3 \times 10^{-2}$	$6.1 \times 10^{-3}$	$3.5 \times 10^{-3}$	$2.8 \times 10^{-2}$	$2.1 \times 10^{-2}$
$\hat{P}$	$2.2 \times 10^{-4}$	$5.1 \times 10^{-5}$	$1.8 \times 10^{-4}$	$2.4 \times 10^{-3}$	$2.1 \times 10^{-3}$	<b><math>1.0 \times 10^{-1}</math></b>

(c)

Tableau C.2 – Indices de Sobol au premier ordre (a), totaux (b) et au second ordre (c) des résultats de HBEE-LCNMF sur l'image du stade de Bâle pour les critères de SAM sur les spectres, REQMN sur les spectres, REQMN sur les abondances et du nombre de matériaux estimé  $\hat{P}$ . Les valeurs en gras correspondent aux plus grandes valeurs de leur ligne respective.



---

# Bibliographie

- [1] Xavier BRIOTTET et al. *Imagerie spatiale : des principes d'acquisition au traitement des images optiques pour l'observation de la terre*. Sous la dir. de Philippe LIER, Christophe VALORGE et Xavier BRIOTTET. Toulouse, France : Cépaduès, 2008. ISBN : 9782854288445.
- [2] Michael Theodore EISMANN. *Hyperspectral Remote Sensing*. T. PM210. Bellingham, Wash : SPIE PRESS, 2012. ISBN : 9780819487872.
- [3] Mark A. FOLKMAN et al. « EO-1/Hyperion hyperspectral imager design, development, characterization, and calibration ». *Proceedings of SPIE Second International Asia-Pacific Symposium on Remote Sensing of the Atmosphere, Environment, and Space, Second International Asia-Pacific Symposium on Remote Sensing of the Atmosphere, Environment, and Space*. T. 4151. Sendai, Japan, 2001, p. 4151-4151. DOI : 10.1117/12.417022.
- [4] R. LOIZZO et al. « Prisma : The Italian Hyperspectral Mission ». *IGARSS 2018 - 2018 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. Juil. 2018, p. 175-178. DOI : 10.1109/IGARSS.2018.8518512.
- [5] Luis GUANTER et al. « The EnMAP Spaceborne Imaging Spectroscopy Mission for Earth Observation ». *Remote Sensing* 7.7 (juil. 2015), p. 8830-8857. ISSN : 2072-4292. DOI : 10.3390/rs70708830.
- [6] Xavier BRIOTTET et al. « HYPXIM : A new hyperspectral sensor combining science/defence applications ». *2011 3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*. Lisbon, Portugal, 6-9 juin 2011, p. 1-4. DOI : 10.1109/WHISPERS.2011.6080957.
- [7] Xavier BRIOTTET et al. « European hyperspectral explorer : Hypex-2. Monitoring anthropogenic influences in critical zones ». *10. EARSeL SIG Imaging Spectroscopy Workshop*. Zurich, Switzerland, avr. 2017, p. 11. URL : <http://www.earseel.org/SIG/IS/workshops/10-IS-Workshop/programme.php>.
- [8] Christophe MIESCH et al. « Direct and inverse radiative transfer solutions for visible and near-infrared hyperspectral imagery ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 43.7 (juil. 2005), p. 1552-1562. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2005.847793.
- [9] José M. BIOCAS-DIAS et al. « Hyperspectral unmixing overview : geometrical, statistical and sparse regression-based approaches ». *IEEE journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing* 5 (2012), p. 354-379. DOI : 10.1109/JSTARS.2012.2194696.
- [10] Nirmal KESHAVA et John F. MUSTARD. « Spectral unmixing ». *IEEE Signal Processing Magazine* 19.1 (jan. 2002), p. 44-57. ISSN : 1053-5888. DOI : 10.1109/79.974727.
- [11] Michael E. WINTER. « N-FINDR : an algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data ». *Proceedings of SPIE Imaging Spectrometry V, International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, t. 3753. Denver, CO, United States, 18-23 juil. 1999. DOI : 10.1117/12.366289.
- [12] Hsuan REN et Chein-I. CHANG. « Automatic spectral target recognition in hyperspectral imagery ». *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 39.4 (oct. 2003), p. 1232-1249. ISSN : 0018-9251. DOI : 10.1109/TAES.2003.1261124.
- [13] José M. P. NASCIMENTO et José M. BIOCAS-DIAS. « Vertex component analysis : a fast algorithm to unmix hyperspectral data ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 43.4 (avr. 2005), p. 898-910. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2005.844293.
- [14] Chein-I. CHANG et Antonio PLAZA. « A fast iterative algorithm for implementation of pixel purity index ». *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* 3.1 (jan. 2006), p. 63-67. ISSN : 1545-598X. DOI : 10.1109/LGRS.2005.856701.
- [15] Jun LI et José M. BIOCAS-DIAS. « Minimum Volume Simplex Analysis : A Fast Algorithm to Unmix Hyperspectral Data ». *IGARSS 2008 - 2008 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. T. 3. Boston, MA, USA, 7-11 juil. 2008, p. 250-253. DOI : 10.1109/IGARSS.2008.4779330.

- 
- [16] José M. BIOCAS-DIAS. « A variable splitting augmented Lagrangian approach to linear spectral unmixing ». *2009 First Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing*. Grenoble, France, 26-28 août 2009, p. 1-4. DOI : 10.1109/WHISPERS.2009.5289072.
- [17] Tsung-Han CHAN et al. « A Convex Analysis-Based Minimum-Volume Enclosing Simplex Algorithm for Hyperspectral Unmixing ». *IEEE Transactions on Signal Processing* 57.11 (nov. 2009), p. 4418-4432. ISSN : 1053-587X. DOI : 10.1109/TSP.2009.2025802.
- [18] Pentti PAATERO et Unto TAPPER. « Positive matrix factorization : A non-negative factor model with optimal utilization of error estimates of data values ». *Environmetrics* 5.2 (juin 1994), p. 111-126. ISSN : 1099-095X. DOI : 10.1002/env.3170050203.
- [19] Daniel D. LEE et H. Sebastian SEUNG. « Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization ». *Nature* 401.6755 (1999), p. 788-791. DOI : 10.1038/44565.
- [20] Victor Paul PAUCA, J. PIPER et Robert J. PLEMMONS. « Nonnegative matrix factorization for spectral data analysis ». *Linear Algebra and its Applications* 416.1 (2006). Special Issue devoted to the Haifa 2005 conference on matrix theory, p. 29-47. ISSN : 0024-3795. DOI : 10.1016/j.laa.2005.06.025.
- [21] Lidan MIAO et Hairong QI. « Endmember Extraction From Highly Mixed Data Using Minimum Volume Constrained Nonnegative Matrix Factorization ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 45.3 (mar. 2007), p. 765-777. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2006.888466.
- [22] Chih-Jen LIN. « Projected Gradient Methods for Nonnegative Matrix Factorization ». *Neural Computation* 19.10 (2007), p. 2756-2779. DOI : 10.1162/neco.2007.19.10.2756.
- [23] Sen JIA et Yuntao QIAN. « Constrained Nonnegative Matrix Factorization for Hyperspectral Unmixing ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 47.1 (jan. 2009), p. 161-173. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2008.2002882.
- [24] Alexis HUCK, Mireille GUILLAUME et Jacques BLANC-TALON. « Minimum Dispersion Constrained Non-negative Matrix Factorization to Unmix Hyperspectral Data ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 48.6 (juin 2010), p. 2590-2602. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2009.2038483.
- [25] Xuesong LIU et al. « An approach based on constrained nonnegative matrix factorization to unmix hyperspectral data ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 49.2 (fév. 2011), p. 757-772. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2010.2068053.
- [26] Zuyuan YANG et al. « Blind Spectral Unmixing Based on Sparse Nonnegative Matrix Factorization ». *IEEE Transactions on Image Processing* 20.4 (avr. 2011), p. 1112-1125. ISSN : 1057-7149. DOI : 10.1109/TIP.2010.2081678.
- [27] Djaouad BENACHIR et al. « Modified independent component analysis for initializing non-negative matrix factorization : An approach to hyperspectral image unmixing ». *2013 IEEE 11th International Workshop of Electronics, Control, Measurement, Signals and their application to Mechatronics*. Toulouse, France, 24-26 juin 2013, p. 1-6. DOI : 10.1109/ECMSM.2013.6648948.
- [28] Charlotte REVEL et al. « A linear-quadratic unsupervised hyperspectral unmixing method dealing with intra-class variability ». *2016 8th Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*. Los Angeles, CA, USA, 21-24 août 2016, p. 1-5. DOI : 10.1109/WHISPERS.2016.8071726.
- [29] Moussa Sofiane KAROUÏ et al. « Hypersharpener by joint-criterion nonnegative matrix factorization ». *IEEE transactions on geoscience and remote sensing* 55.3 (mar. 2017), p. 1660-1670. ISSN : 1558-0644. DOI : 10.1109/TGRS.2016.2628889.
- [30] Alina ZARE et K. C. HO. « Endmember Variability in Hyperspectral Analysis : Addressing Spectral Variability During Spectral Unmixing ». *IEEE Signal Processing Magazine* 31.1 (jan. 2014), p. 95-104. ISSN : 1053-5888. DOI : 10.1109/MSP.2013.2279177.
- [31] Jonas FRANKE et al. « Hierarchical Multiple Endmember Spectral Mixture Analysis (MESMA) of hyperspectral imagery for urban environments ». *Remote Sensing of Environment* 113.8 (2009), p. 1712-1723. ISSN : 0034-4257. DOI : 10.1016/j.rse.2009.03.018.
- [32] Lucas DRUMETZ et al. « Blind Hyperspectral Unmixing Using an Extended Linear Mixing Model to Address Spectral Variability ». *IEEE Transactions on Image Processing* 25.8 (août 2016), p. 3890-3905. ISSN : 1057-7149. DOI : 10.1109/TIP.2016.2579259.
- [33] Kelly CANHAM et al. « Spatially Adaptive Hyperspectral Unmixing ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 49.11 (2011), p. 4248-4262. ISSN : 1558-0644. DOI : 10.1109/TGRS.2011.2169680.
- [34] Tatsumi UEZATO, Mathieu FAUVEL et Nicolas DOBIGEON. « Hyperspectral Image Unmixing With LiDAR Data-Aided Spatial Regularization ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 56.7 (juil. 2018), p. 4098-4108. ISSN : 1558-0644. DOI : 10.1109/TGRS.2018.2823419.

- 
- [35] Moussa Sofiane KAROUI. « Linear spectral unmixing-based method including extended nonnegative matrix factorization for pan-sharpening multispectral remote sensing images ». *Proceedings of SPIE Image and Signal Processing for Remote Sensing XIX, Remote Sensing*. T. 8892. Dresden, Germany, 23-26 sept. 2013. DOI : 10.1117/12.2028100.
- [36] Yasmine Kheira BENKOUIDER et al. « A new multiplicative nonnegative matrix factorization method for unmixing hyperspectral images combined with multispectral data ». *2017 25th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. Kos, Greece, 28 août-2 sept. 2017, p. 483-487. DOI : 10.23919/EUSIPCO.2017.8081254.
- [37] Naoto YOKOYA, Claas GROHNfeldt et Jocelyn CHANUSSOT. « Hyperspectral and Multispectral Data Fusion : A comparative review of the recent literature ». *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine* 5.2 (juin 2017), p. 29-56. ISSN : 2168-6831. DOI : 10.1109/MGRS.2016.2637824.
- [38] Christopher SMALL. « High spatial resolution spectral mixture analysis of urban reflectance ». *Remote Sensing of Environment* 88.1 (2003). IKONOS Fine Spatial Resolution Land Observation, p. 170-186. ISSN : 0034-4257. DOI : 10.1016/j.rse.2003.04.008.
- [39] Changshan WU. « Quantifying high-resolution impervious surfaces using spectral mixture analysis ». *International Journal of Remote Sensing* 30.11 (juin 2009), p. 2915-2932. ISSN : 1366-5901. DOI : 10.1080/01431160802558634.
- [40] Pierre COMON et Christian JUTTEN. *Handbook of Blind Source Separation : Independent component analysis and applications*. Sous la dir. de Pierre COMON et Christian JUTTEN. Academic press, Elsevier, 2010. ISBN : 9780123747266.
- [41] Yannick DEVILLE. *Signaux temporels et spatiotemporels : analyse des signaux, théorie de l'information, traitement d'antenne, séparation aveugle de sources*. Paris : Ellipses, 2011. ISBN : 9782729870799.
- [42] Yannick DEVILLE. « Blind Source Separation and Blind Mixture Identification Methods ». *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*. Sous la dir. de J. WEBSTER. Wiley Encyclopedia of Electrical et Electronics Engineering, 2016, p. 1-33. ISBN : 9780471346081. DOI : 10.1002/047134608X.W8300. eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/047134608X.W8300>.
- [43] Xiangrong ZHANG et al. « Hyperspectral Unmixing via Deep Convolutional Neural Networks ». *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* 15.11 (nov. 2018), p. 1755-1759. ISSN : 1558-0571. DOI : 10.1109/LGRS.2018.2857804.
- [44] Giorgio A. LICCIARDI et Fabio DEL FRATE. « Pixel Unmixing in Hyperspectral Data by Means of Neural Networks ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 49.11 (nov. 2011), p. 4163-4172. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2011.2160950.
- [45] Marian-Daniel IORDACHE, José M. BIOCAS-DIAS et Antonio PLAZA. « Sparse Unmixing of Hyperspectral Data ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 49.6 (juin 2011), p. 2014-2039. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2010.2098413.
- [46] Christophe MIESCH et al. « Radiative transfer solution for rugged and heterogeneous scene observations ». *Applied Optics* 39.36 (déc. 2000), p. 6830-6846. DOI : 10.1364/AO.39.006830.
- [47] Inès MEGANEM. « Méthode de séparation aveugle de sources pour l'imagerie hyperspectrale. Application à la télédétection urbaine et à l'astrophysique ». Thèse de doct. Université de Toulouse, 2012. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00845899>.
- [48] Tales IMBIRIBA, Ricardo Augusto BORSOI et José Carlos Moreira BERMUDEZ. « Generalized Linear Mixing Model Accounting for Endmember Variability ». *2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. Calgary, AB, Canada, 15-20 avr. 2018, p. 1862-1866. DOI : 10.1109/ICASSP.2018.8462214.
- [49] Ricardo Augusto BORSOI et al. *Spectral Variability in Hyperspectral Data Unmixing : A Comprehensive Review*. 2020. arXiv : 2001.07307 [eess.IV].
- [50] Charlotte REVEL et al. « Inertia-Constrained Pixel-by-Pixel Nonnegative Matrix Factorisation : A Hyperspectral Unmixing Method Dealing with Intra-Class Variability ». *Remote Sensing* 10.11 (2018). ISSN : 2072-4292. DOI : 10.3390/rs10111706.
- [51] Miguel Angel VEGANZONES et al. « A new extended linear mixing model to address spectral variability ». *2014 6th Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*. Lausanne, Switzerland, juin 2014, p. 1-4. DOI : 10.1109/WHISPERS.2014.8077595.
- [52] Rob HEYLEN, Mario PARENTE et Paul GADER. « A Review of Nonlinear Hyperspectral Unmixing Methods ». *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing* 7.6 (juin 2014), p. 1844-1868. ISSN : 2151-1535. DOI : 10.1109/JSTARS.2014.2320576.

- 
- [53] Ben SOMERS et al. « Nonlinear Hyperspectral Mixture Analysis for tree cover estimates in orchards ». *Remote Sensing of Environment* 113.6 (2009), p. 1183-1193. ISSN : 0034-4257. DOI : 10.1016/j.rse.2009.02.003.
- [54] José M. P. NASCIMENTO et José M. BIOCAS-DIAS. « Nonlinear mixture model for hyperspectral unmixing ». *Proceedings of SPIE Image and Signal Processing for Remote Sensing XV, Remote Sensing*. Sous la dir. de Lorenzo BRUZZONE, Claudia NOTARNICOLA et Francesco POSA. T. 7477. International Society for Optics et Photonics. Berlin, Germany : SPIE, 31 août-3 sept. 2009, p. 157-164. DOI : 10.1117/12.830492.
- [55] Xuexia CHEN et Lee VIERLING. « Spectral mixture analyses of hyperspectral data acquired using a tethered balloon ». *Remote Sensing of Environment* 103.3 (2006). Spectral Network, p. 338-350. ISSN : 0034-4257. DOI : 10.1016/j.rse.2005.05.023.
- [56] Wenyi FAN et al. « Comparative study between a new nonlinear model and common linear model for analysing laboratory simulated-forest hyperspectral data ». *International Journal of Remote Sensing* 30.11 (2009), p. 2951-2962. DOI : 10.1080/01431160802558659.
- [57] Abderrahim HALIMI et al. « Nonlinear Unmixing of Hyperspectral Images Using a Generalized Bilinear Model ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 49.11 (nov. 2011), p. 4153-4162. ISSN : 1558-0644. DOI : 10.1109/TGRS.2010.2098414.
- [58] A. HALIMI et al. « Unmixing hyperspectral images using the generalized bilinear model ». *2011 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. Vancouver, BC, Canada, 24-29 juil. 2011, p. 1886-1889. DOI : 10.1109/IGARSS.2011.6049492.
- [59] Yoan ALTMANN, Nicolas DOBIGEON et Jean-Yves TOURNERET. « Bilinear models for nonlinear unmixing of hyperspectral images ». *2011 3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*. Lisbon, Portugal, 6-9 juin 2011, p. 1-4. DOI : 10.1109/WHISPERS.2011.6080928.
- [60] Inès MEGANEM et al. « Linear-Quadratic Blind Source Separation Using NMF to Unmix Urban Hyperspectral Images ». *IEEE Transactions on Signal Processing* 62.7 (avr. 2014), p. 1822-1833. ISSN : 1941-0476. DOI : 10.1109/TSP.2014.2306181.
- [61] J. C. HARSANYI, W. H. FARRAND et Chein-I. CHANG. « Determining the number and identity of spectral endmembers : an integrated approach using Neyman-Pearson eigen-thresholding and iterative constrained RMS error minimization ». *Proceedings of the Thematic Conference on Geologic Remote Sensing*. T. 1. Environmental Research Institute of Michigan. 1993, p. 395-395.
- [62] Chein-I. CHANG et Qian DU. « Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 42.3 (mar. 2004), p. 608-619. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2003.819189.
- [63] José M. BIOCAS-DIAS et José M. P. NASCIMENTO. « Hyperspectral Subspace Identification ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 46.8 (août 2008), p. 2435-2445. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2008.918089.
- [64] Bin LUO et al. « Empirical Automatic Estimation of the Number of Endmembers in Hyperspectral Images ». *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* 10.1 (jan. 2013), p. 24-28. ISSN : 1545-598X. DOI : 10.1109/LGRS.2012.2189934.
- [65] Abderrahim HALIMI et al. « Estimating the Intrinsic Dimension of Hyperspectral Images Using a Noise-Whitened Eigengap Approach ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 54.7 (juil. 2016), p. 3811-3821. ISSN : 1558-0644. DOI : 10.1109/TGRS.2016.2528298.
- [66] Eugénie TERREAUX, Jean-Philippe OVARLEZ et Frédéric PASCAL. « A Toeplitz-Tyler Estimation of the Model Order in Large Dimensional Regime ». *2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. Calgary, AB, Canada, avr. 2018, p. 4489-4493. DOI : 10.1109/ICASSP.2018.8461915.
- [67] Eugénie TERREAUX, Jean-Philippe OVARLEZ et Frédéric PASCAL. « New model order selection in large dimension regime for complex elliptically symmetric noise ». *2017 25th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. Kos, Greece, 28 août-2 sept. 2017, p. 1090-1094. DOI : 10.23919/EUSIPCO.2017.8081376.
- [68] Eugénie TERREAUX, Jean-Philippe OVARLEZ et Frédéric PASCAL. *Robust Model Order Selection in Large Dimensional Elliptically Symmetric Noise*. 2017. arXiv : 1710.06735 [stat.ME].
- [69] José M. P. NASCIMENTO et José M. BIOCAS-DIAS. « Unmixing hyperspectral intimate mixtures ». *Proceedings of SPIE Image and Signal Processing for Remote Sensing XVI, Remote Sensing*. Sous la dir. de Lorenzo BRUZZONE. T. 7830. International Society for Optics et Photonics. Toulouse, France : SPIE, 20-23 sept. 2010, p. 102-109. DOI : 10.1117/12.865118.

- 
- [70] José M. P. NASCIMENTO et José M. BIOCAS-DIAS. « Does independent component analysis play a role in unmixing hyperspectral data? » *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 43.1 (jan. 2005), p. 175-187. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2004.839806.
- [71] Djaouad BENACHIR et al. « Hyperspectral image unmixing by non-negative matrix factorization initialized with modified independent component analysis ». *2013 5th Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*. Gainesville, FL, USA, 26-28 juin 2013, p. 1-4. DOI : 10.1109/WHISPERS.2013.8080719.
- [72] Lucas C. PARRA et al. « Unmixing hyperspectral data ». *Advances in neural information processing systems 12*. 2000, p. 942-948. URL : <http://papers.nips.cc/paper/1714-unmixing-hyperspectral-data>.
- [73] José M. BERNARDO et Adrian F. M. SMITH. *Bayesian theory*. John Wiley et Sons, 1994. ISBN : 978-0-470-31771-6.
- [74] Saïd MOUSSAOUI et al. « Bayesian analysis of spectral mixture data using Markov Chain Monte Carlo Methods ». *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* 81.2 (avr. 2006), p. 137-148. ISSN : 0169-7439. DOI : 10.1016/j.chemolab.2005.11.004.
- [75] Nicolas DOBIGEON et al. « Bayesian separation of spectral sources under non-negativity and full additivity constraints ». *Signal Processing* 89.12 (2009). Special Section : Visual Information Analysis for Security, p. 2657-2669. ISSN : 0165-1684. DOI : 10.1016/j.sigpro.2009.05.005.
- [76] Nicolas DOBIGEON et al. « Joint Bayesian Endmember Extraction and Linear Unmixing for Hyperspectral Imagery ». *IEEE Transactions on Signal Processing* 57.11 (nov. 2009), p. 4355-4368. ISSN : 1053-587X. DOI : 10.1109/TSP.2009.2025797.
- [77] Morten ARNGREN, Mikkel N. SCHMIDT et Jan LARSEN. « Unmixing of Hyperspectral Images using Bayesian Non-negative Matrix Factorization with Volume Prior ». *Journal of Signal Processing Systems* 65.3 (1<sup>er</sup> déc. 2011), p. 479-496. ISSN : 1939-8115. DOI : 10.1007/s11265-010-0533-2.
- [78] Andrzej CICHOCKI et al. *Nonnegative Matrix and Tensor Factorizations : Applications to Exploratory Multi-Way Data Analysis and Blind Source Separation*. Chichester, U.K. : John Wiley & Sons, 2009. ISBN : 9780470747278. DOI : 10.1002/9780470747278.fmatter.
- [79] Daniel D. LEE et H. Sebastian SEUNG. « Algorithms for Non-negative Matrix Factorization ». *Advances in Neural Information Processing Systems 13*. Sous la dir. de T. K. LEEN, T. G. DIETTERICH et V. TRESP. MIT Press, 2001, p. 556-562. URL : <http://papers.nips.cc/paper/1861-algorithms-for-non-negative-matrix-factorization.pdf>.
- [80] Moussa Sofiane KAROUI et al. « Partial Linear NMF-Based Unmixing Methods for Detection and Area Estimation of Photovoltaic Panels in Urban Hyperspectral Remote Sensing Data ». *Remote Sensing* 11.18 (2019). ISSN : 2072-4292. DOI : 10.3390/rs11182164.
- [81] Michael W. BERRY et al. « Algorithms and applications for approximate nonnegative matrix factorization ». *Computational Statistics & Data Analysis* 52.1 (2007), p. 155-173. ISSN : 0167-9473. DOI : 10.1016/j.csda.2006.11.006.
- [82] Hyunsoo KIM et Haesun PARK. « Nonnegative Matrix Factorization Based on Alternating Nonnegativity Constrained Least Squares and Active Set Method ». *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* 30.2 (2008), p. 713-730. DOI : 10.1137/07069239X.
- [83] Xiao FU et al. « Self-Dictionary Sparse Regression for Hyperspectral Unmixing : Greedy Pursuit and Pure Pixel Search Are Related ». *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing* 9.6 (2015), p. 1128-1141. ISSN : 1941-0484. DOI : 10.1109/JSTSP.2015.2410763.
- [84] Joel A. TROPP, Anna C. GILBERT et Martin J. STRAUSS. « Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part I : Greedy pursuit ». *Signal Processing* 86.3 (2006). Sparse Approximations in Signal and Image Processing, p. 572-588. ISSN : 0165-1684. DOI : 10.1016/j.sigpro.2005.05.030.
- [85] Ayan CHATTERJEE et Peter W. T. YUEN. « Endmember Learning with K-Means through SCD Model in Hyperspectral Scene Reconstructions ». *Journal of Imaging* 5.11 (2019), p. 85. ISSN : 2313-433X. DOI : 10.3390/jimaging5110085.
- [86] Akanksha KAPOOR et Abhishek SINGHAL. « A comparative study of K-Means, K-Means++ and Fuzzy C-Means clustering algorithms ». *3rd International Conference on Computational Intelligence Communication Technology (CICT)*. Ghaziabad, India, 9-10 fév. 2017, p. 1-6. DOI : 10.1109/CICT.2017.7977272.
- [87] Adam S. CHARLES, Bruno A. OLSHAUSEN et Christopher J. ROZELL. « Learning Sparse Codes for Hyperspectral Imagery ». *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing* 5.5 (2011), p. 963-978. DOI : 10.1109/JSTSP.2011.2149497.

- 
- [88] Charles L. LAWSON et Richard J. HANSON. *Solving least squares problems*. Sous la dir. de Robert E. Jr. O'MALLEY. T. 15. Society for Industrial et Applied Mathematics, 1995. ISBN : 978-0-89871-356-5. DOI : 10.1137/1.9781611971217.
- [89] Rasmus BRO et Sijmen DE JONG. « A fast non-negativity-constrained least squares algorithm ». *Journal of Chemometrics* 11.5 (), p. 393-401. DOI : 10.1002/(SICI)1099-128X(199709/10)11:5<393::AID-CEM483>3.0.CO;2-L.
- [90] Daniel C. HEINZ et Chein-I. CHANG. « Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 39.3 (mar. 2001), p. 529-545. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/36.911111.
- [91] Andréa GUERRERO, Yannick DEVILLE et Shahram HOSSEINI. « A Blind Source Separation Method Based on Output Nonlinear Correlation for Bilinear Mixtures ». *Latent Variable Analysis and Signal Separation*. T. 10891. Guilford, UK : Springer International Publishing, 2-5 juil. 2018, p. 183-192. ISBN : 978-3-319-93764-9. DOI : 10.1007/978-3-319-93764-9\_18.
- [92] Yannick DEVILLE et Shahram HOSSEINI. « Blind source separation methods based on output nonlinear correlation for bilinear mixtures of an arbitrary number of possibly correlated signals ». *IEEE 11th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*. Hangzhou, China, 8-11 juin 2020, p. 1-5.
- [93] Charlotte REVEL. « Apport de la prise en compte de la variabilité intra-classe dans les méthodes de démixage hyperspectral pour l'imagerie urbaine ». Thèse de doct. Université de Toulouse, déc. 2016. URL : <http://thesesups.ups-tlse.fr/3415/>.
- [94] Ricardo Augusto BORSOI, Tales IMBIRIBA et José Carlos Moreira BERMUDEZ. « Improved Hyperspectral Unmixing with Endmember Variability Parametrized Using an Interpolated Scaling Tensor ». *ICASSP 2019 - 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. Brighton, UK, 12-17 mai 2019, p. 2177-2181. DOI : 10.1109/ICASSP.2019.8683155.
- [95] Naoto YOKOYA, Takehisa YAIRI et Akira IWASAKI. « Coupled Nonnegative Matrix Factorization Unmixing for Hyperspectral and Multispectral Data Fusion ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 50.2 (fév. 2012), p. 528-537. ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.2011.2161320.
- [96] Moussa Sofiane KAROUI et al. « Modified nonnegative matrix factorization for endmember spectra extraction from highly mixed hyperspectral images combined with multispectral data ». *2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. Mar. 2017, p. 1572-1576. DOI : 10.1109/ICASSP.2017.7952421.
- [97] Alain BARDOUX et al. « Imagerie spatiale : des principes d'acquisition au traitement des images optiques pour l'observation de la terre ». Sous la dir. de Philippe LIER, Christophe VALORGE et Xavier BRIOTTET. Toulouse, France : Cépaduès, 2008. Chap. Radiométrie, p. 173-275. ISBN : 9782854288445.
- [98] Klaus I. ITTEN et al. « APEX - the Hyperspectral ESA Airborne Prism Experiment ». *Sensors* 8.10 (2008), p. 6235-6259. ISSN : 1424-8220. DOI : 10.3390/s8106235.
- [99] Michael E. SCHAEPMAN et al. « Advanced radiometry measurements and Earth science applications with the Airborne Prism Experiment (APEX) ». *Remote Sensing of Environment* 158 (2015), p. 207-219. ISSN : 0034-4257. DOI : 10.1016/j.rse.2014.11.014.
- [100] Vivek DEY, Yun ZHANG et Ming ZHONG. « A review on image segmentation techniques with remote sensing perspective ». *ISPRS Technical Commission VII Symposium*. T. XXXVIII Part 7A. Vienna, Austria : na, 5-7 juil. 2010, p. 31-42. URL : [https://www.isprs.org/proceedings/xxxviii/part7a/pdf/31\\_XXXVIII-part7A.pdf](https://www.isprs.org/proceedings/xxxviii/part7a/pdf/31_XXXVIII-part7A.pdf).
- [101] Thomas BLASCHKE. « Object based image analysis for remote sensing ». *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 65.1 (2010), p. 2-16. DOI : 10.1016/j.isprsjprs.2009.06.004.
- [102] Serge BEUCHER. « The watershed transformation applied to image segmentation ». *10th Pfefferkorn Conf. on Signal and Image Processing in Microscopy and Microanalysis*. Sous la dir. de Peter W. HAWKES. Scanning Microscopy Supplements. Cambridge, UK : Scanning Microscopy International, 16-19 sept. 1991, p. 299-314. ISBN : 0931288436.
- [103] Yizong CHENG. « Mean shift, mode seeking, and clustering ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17.8 (1995), p. 790-799. ISSN : 1939-3539. DOI : 10.1109/34.400568.
- [104] Dorin COMANICIU et Peter MEER. « Mean shift : a robust approach toward feature space analysis ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 24.5 (2002), p. 603-619. ISSN : 1939-3539. DOI : 10.1109/34.1000236.

- 
- [105] Andrea VEDALDI et Stefano SOATTO. « Quick Shift and Kernel Methods for Mode Seeking ». *Computer Vision – ECCV 2008*. Sous la dir. de David FORSYTH, Philip TORR et Andrew ZISSERMAN. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2008, p. 705-718. ISBN : 978-3-540-88693-8. DOI : 10.1007/978-3-540-88693-8\_52.
- [106] Radhakrishna ACHANTA et al. « SLIC Superpixels Compared to State-of-the-art Superpixel Methods ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 34.11 (2012). A previous version of this article was published as a EPFL Technical Report in 2010 : <http://infoscience.epfl.ch/record/149300>. Supplementary material can be found at : <http://ivrg.epfl.ch/research/superpixels>, p. 82274-2282. DOI : 10.1109/TPAMI.2012.120.
- [107] Alexandre ALAKIAN. « Segmentation of vegetation scenes : the SIEMS method ». *Proceedings of SPIE Image and Signal Processing for Remote Sensing XVIII, Remote Sensing*. Sous la dir. de Lorenzo BRUZZONE. T. 8537. International Society for Optics et Photonics. Edinburgh, United Kingdom : SPIE, 24-27 sept. 2012, p. 369-378. DOI : 10.1117/12.973705.
- [108] F. A. KRUSE et al. « The spectral image processing system (SIPS)—interactive visualization and analysis of imaging spectrometer data ». *Remote Sensing of Environment* 44.2 (1993). Airbone Imaging Spectrometry, p. 145-163. ISSN : 0034-4257. DOI : 10.1016/0034-4257(93)90013-N.
- [109] Gilbert SAPORTA. *Probabilités, analyse des données et statistique*. Paris, France : Editions Technip, 2006. ISBN : 9782710809807.
- [110] Pedram GHAMISI et al. « Advanced Spectral Classifiers for Hyperspectral Images : A review ». *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine* 5.1 (2017), p. 8-32. ISSN : 2168-6831. DOI : 10.1109/MGRS.2016.2616418.
- [111] Andrew. D. GORDON. « A Review of Hierarchical Classification ». *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)* 150.2 (1987), p. 119-137. ISSN : 0035-9238. DOI : 10.2307/2981629.
- [112] Simon REBEYROL et al. « A New Hyperspectral Unmixing Method Using Co-Registered Hyperspectral and Panchromatic Images ». *2019 10th Workshop on Hyperspectral Imaging and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*. Amsterdam, Netherlands, 24-26 sept. 2019, p. 1-5. DOI : 10.1109/WHISPERS.2019.8920941.
- [113] Simon REBEYROL et al. « Using a Panchromatic Image to Improve Hyperspectral Unmixing ». *Remote Sensing* 12.17 (2020). ISSN : 2072-4292. DOI : 10.3390/rs12172834.
- [114] Nirmal KESHA. « Distance metrics and band selection in hyperspectral processing with applications to material identification and spectral libraries ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 42.7 (2004), p. 1552-1565. DOI : 10.1109/TGRS.2004.830549.
- [115] G. E. B. ARCHER, Andrea SALTELLI et Ilya Meyerovich SOBOL. « Sensitivity measures, anova-like Techniques and the use of bootstrap ». *Journal of Statistical Computation and Simulation* 58.2 (), p. 99-120. DOI : 10.1080/00949659708811825.
- [116] Ilya Meyerovich SOBOL. « Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates ». *Mathematics and Computers in Simulation* 55.1 (). The Second IMACS Seminar on Monte Carlo Methods, p. 271-280. ISSN : 0378-4754. DOI : 10.1016/S0378-4754(00)00270-6.
- [117] Catherine GAUDIN-DELRIEU et al. « The high resolution optical instruments for the Pleiades HR Earth observation satellites ». *Proceeding of SPIE International Conference on Space Optics — ICSO 2008*. Sous la dir. de Josiane COSTERASTE, Errico ARMANDILLO et Nikos KARAFOLAS. T. 10566. International Society for Optics et Photonics. Toulouse, France : SPIE, 14-17 oct. 2008, p. 78-85. DOI : 10.1117/12.2308258.
- [118] Guichen ZHANG, Daniele CERRA et Ruper MULLER. « Towards the Spectral Restoration of Shadowed Areas in Hyperspectral Images Based on Nonlinear Unmixing ». *2019 10th Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*. Amsterdam, Netherlands, 24-26 sept. 2019. DOI : 10.1109/WHISPERS.2019.8920894.
- [119] Moussa Sofiane KAROUÏ et Khelifa DJERRIRI. « A New Unmixing-Based Approach for Shadow Correction of Hyperspectral Remote Sensing Data ». *IGARSS 2018 - 2018 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. Valencia, Spain, 22-27 juil. 2018, p. 2725-2728. DOI : 10.1109/IGARSS.2018.8517483.
- [120] Fatih OMRUZZUN et al. « Shadow removal from VNIR hyperspectral remote sensing imagery with end-member signature analysis ». *Proceedings of SPIE Sensing Technology + Applications,, Next-Generation Spectroscopic Technologies VIII*. Sous la dir. de Mark A. DRUY, Richard A. CROCOMBE et David P. BANNON. T. 9482. International Society for Optics et Photonics. Baltimore, Maryland, United States : SPIE, 20-24 avr. 2015, p. 360-367. DOI : 10.1117/12.2190066.

- 
- [121] Min ZHAO, Jie CHEN et Susanto RAHARDJA. « Hyperspectral Shadow Removal via Nonlinear Unmixing ». *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters* (avr. 2020), p. 1-5. ISSN : 1558-0571. DOI : 10.1109/LGRS.2020.2987353.
- [122] Julie DELON et al. « A Nonparametric Approach for Histogram Segmentation ». *IEEE Transactions on Image Processing* 16.1 (), p. 253-261. ISSN : 1941-0042. DOI : 10.1109/TIP.2006.884951.

---

# Contributions

Simon REBEYROL et al. « A New Hyperspectral Unmixing Method Using Co-Registered Hyperspectral and Panchromatic Images ». *2019 10th Workshop on Hyperspectral Imaging and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*. Amsterdam, Netherlands, 24-26 sept. 2019, p. 1-5. DOI : [10.1109/WHISPERS.2019.8920941](https://doi.org/10.1109/WHISPERS.2019.8920941)

Simon REBEYROL et al. « Using a Panchromatic Image to Improve Hyperspectral Unmixing ». *Remote Sensing* 12.17 (2020). ISSN : 2072-4292. DOI : [10.3390/rs12172834](https://doi.org/10.3390/rs12172834)



---

# Résumé

Cette thèse s'articule autour du démelange spectral sur des images d'observation de la Terre. La problématique est d'estimer de manière aveugle les spectres en réflectance ainsi que les abondances des matériaux purs présents dans une image hyperspectrale (HS) dont chaque pixel contient la contribution spectrale d'un ou de plusieurs de ces matériaux. La plupart des méthodes de démelange de la littérature se fondent sur des hypothèses qui ne sont pas nécessairement vérifiées sur des images réelles, par exemple la présence d'un pixel pur pour chaque matériau, ou la connaissance d'un jeu de spectres initial très proche de celui recherché. Elles présentent donc des limitations. La possibilité de coupler une image HS avec une image panchromatique (PAN) est une opportunité pour réduire certaines de ces limitations. L'application visée pour une telle méthode de démelange HS-PAN est la mission spatiale HYPXIM/HYPEX-2, qui prévoit d'embarquer une caméra HS de résolution spatiale limitée (de l'ordre de 8 m) ainsi qu'une caméra PAN de résolution spatiale plus fine (de l'ordre de 2 m). Nous avons tout d'abord étudié les différentes possibilités d'utilisation de l'image PAN, notamment aux travers de ses statistiques locales. Nous avons montré que, sur deux jeux de données réelles, il est possible de détecter des pixels purs sur l'image HS à l'aide d'un critère d'hétérogénéité calculé sur l'image PAN. Une première méthode de démelange spectral, nommée Heterogeneity-Based Endmember Extraction (HBEE), a alors été développée. Elle permet d'estimer les spectres des matériaux représentés par des pixels purs dans l'image, en s'appuyant sur une étape de détection des pixels purs suivie d'une étape de classification. L'hypothèse que pose HBEE ne permet pas d'estimer tous les spectres représentant les matériaux purs présents dans l'image (appelés pôles de mélange). Nous avons donc développé une méthode d'estimation des spectres des matériaux qui ne sont pas représentés par des pixels purs. Cette méthode, baptisée Local Constrained Non-negative Matrix Factorisation (LCNMF), est itérative et locale. A chaque itération, elle calcule la carte de l'erreur de reconstruction entre l'image HS originale et l'image reconstruite avec le jeu de pôles de mélange estimés par HBEE et par LCNMF jusqu'à l'itération précédente, puis elle détecte la zone la plus mal reconstruite et y estime le pôle de mélange inconnu, supposé unique sur cette zone. La sensibilité des performances de HBEE-LCNMF à ses paramètres ainsi que son comportement ont été évalués sur données synthétiques, puis sur des données réelles dont la vérité terrain est maîtrisée. Cette étude a montré les avantages de la méthode lorsque les hypothèses posées sont vérifiées, notamment sa capacité à estimer correctement les pôles de mélange ainsi que leur nombre. Elle a aussi mis en évidence les limites de la méthode, en particulier en présence d'ombre. Des valeurs de paramètres par défaut ont ainsi été définies. Enfin, les performances de HBEE-LCNMF ont été comparées à celles d'une sélection de méthodes de l'état de l'art du démelange spectral. Sur données synthétiques, HBEE-LCNMF produit les meilleures performances. Sur des images réelles contenant moins d'une dizaine de matériaux, les performances de la méthode développée sont équivalentes à ou meilleures que celles des autres méthodes. L'utilisation de la méthode HBEE-LCNMF est donc recommandée dans le traitement d'images de taille limitée et contenant moins d'une dizaine de matériaux purs. Une des perspectives de ce travail est d'appliquer notre méthode sur une image de grande taille qui aura été préalablement découpée en plusieurs régions de taille réduite.



---

# Abstract

In the field of Earth remote sensing, the blind methods for unmixing hyperspectral (HS) images aim at estimating the spectra of the surface materials present in the image and their abundances in each pixel. Most of the state-of-the-art unmixing methods use assumptions which are not necessarily fulfilled by real data. For example, they often assume the presence of at least one pure pixel for each material or the knowledge of a set of spectra that are quite close to the one sought for their initialization. These unmixing methods then present limitations. The possibility of using a panchromatic (PAN) image co-registered with a HS image may reduce some of these limitations. In this work, such a HS-PAN unmixing method is developed in the context of the HYPXIM/HYPEX-2 space mission which would ship a HS sensor with an 8 m Ground Sampling Distance (GSD) and a 2 m GSD PAN camera. We first studied different ways of using the PAN image, in particular the computation of local statistics. A heterogeneity criterion computed on the PAN image and tested on two real images has proved to be able to detect pure HS pixels. With this result, a first unmixing method called Heterogeneity-Based Endmember Extraction (HBEE) has been developed. It allows one to estimate spectra (called endmembers) represented by pure HS pixels by detecting all the pure HS pixels and then classifying them. A first set of endmembers is thus extracted. HBEE's hypothesis does not allow one to estimate all the endmembers from the image. To tackle this problem, we have developed a second unmixing method that aims at estimating the remaining endmembers. This method, called Local Constrained Non-negative Matrix Factorisation (LCNMF), is iterative and local. At each iteration, it computes a reconstruction error map between the original HS image and the one rebuilt with the endmembers estimated by HBEE and LCNMF at the previous iteration. Then, it detects the most poorly rebuilt area and estimates a new endmember in this area. The sensitivity of the performances of the HBEE-LCNMF method with respect to its parameters has been evaluated for synthetic data as well as real data for which a precise groundtruth is available. This study showed that our method correctly estimates the endmembers as well as their number. It also showed that the performance of our method is greatly influenced by the presence of shadows. A set of default parameter values has also been derived from this study. Finally, the performances of our method and of a selection of state-of-the-art methods have been compared. For synthetic data, HBEE-LCNMF yields the best performance. Our method provides equivalent performance compared to the other methods when applied to real data containing less than about ten materials. However, its performance decrease faster than that of most other methods when the image size increases. The use of HBEE-LCNMF is then suitable for medium-size images containing less than about ten materials. One of the perspectives of this work is to divide large images into smaller regions and apply the method to each of them.