



HAL
open science

Raisonnements géométriques d'élèves de cycle 3, duos de situations, rôle de l'enseignant

Sylvie Blanquart-Henry

► To cite this version:

Sylvie Blanquart-Henry. Raisonnements géométriques d'élèves de cycle 3, duos de situations, rôle de l'enseignant. Education. Université Paris Cité, 2020. Français. NNT: 2020UNIP7214 . tel-03242768v2

HAL Id: tel-03242768

<https://hal.science/tel-03242768v2>

Submitted on 6 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris
École doctorale 623 – Savoirs, Sciences, Éducation
Laboratoire de Didactique André Revuz
Raisonnements géométriques d'élèves de cycle 3,
duos de situations, rôle de l'enseignant

Par Sylvie BLANQUART

Thèse de doctorat de didactique des mathématiques

Dirigée par Catherine HOUDEMMENT

Présentée et soutenue publiquement le 8 décembre 2020

Devant un jury composé de :

Barrier, Thomas, Professeur, Université Libre de Bruxelles	Examineur
Coulange, Lalina, PU, Université de Bordeaux	Rapporteuse
Gibel, Patrick, MCF-HDR, Université de Bordeaux	Examineur
Houdement, Catherine, PU, Université de Rouen	Directrice de thèse
Soury-Lavergne, Sophie, MCF-HDR, ENS Lyon	Rapporteuse
Vandebrouck, Fabrice, PU, Université de Paris	Président du jury



Titre : Raisonnements géométriques d'élèves de cycle 3, duos de situations, rôle de l'enseignant

Résumé :

Notre recherche conduite dans le cadre de la théorie des situations didactiques nous a permis de définir un objet théorique, un « duo de situations », en nous inspirant des « duo d'artefacts » de Maschietto et Soury-Lavergne (2013). Un duo de situations est un ensemble de deux situations, visant un même ensemble de savoirs, associées à deux « valeurs » différentes au moins d'une même variable de la situation de recherche, et dont l'implémentation en classe favorise a priori le développement des raisonnements, voire l'enrichissement des connaissances liées à ces savoirs. Après avoir défini une ingénierie de recherche basée sur un tel duo de situations dans le cadre de la géométrie plane au cycle 3, nous nous sommes d'abord intéressée aux raisonnements des élèves et aux connaissances circulant lors de sa mise en œuvre. Nous avons ensuite abordé le rôle de l'enseignant et la manière dont il prend en compte les raisonnements des élèves dans son projet d'enseignement en expérimentant ce duo de situations dans une classe de fin de primaire (CM) et une classe de collège (sixième).

Grâce à notre étude, nous avons relevé différentes facettes mises en œuvre par l'un ou l'autre des deux enseignants, à certains moments de la situation. Cela nous permet d'approcher la complexité du processus soulevé par Allard entre le Processus de Transfert et Généralisation et le Processus de Contextualisation, Décontextualisation, Recontextualisation (PTG et PCDR). Notre recherche a confirmé que l'ingénierie construite produit chez les élèves des raisonnements riches, mais a aussi mis en avant la nécessité de grandes compétences (en amont, pendant, et après les séances) de la part des enseignants pour exploiter cette richesse, choisir les « connaissances à exposer » en relation avec les savoirs géométriques.

Mots clefs : géométrie, raisonnements, duo de situations, enseignant

Title : Geometric reasoning of pupils in cycle 3, duos of situations, role of the teacher

Abstract :Our research conducted within the framework of the theory of didactic situations has enabled us to define a theoretical object, a "duo of situations", inspired by the "duo of artifacts" of Maschietto and Soury-Lavergne (2013). A duo of situations is a set of two situations, aiming at the acquisition of same set of knowledge, associated with two "values" differing from at least of the same variable of the research situation, and whose implementation in class favours a priori the development of reasoning, or even the enrichment of knowledge related to this knowledge . After having defined a research engineering based on such a duo of situations within the framework of plane geometry in cycle 3, we first of all looked at the reasoning of the pupils and the knowledge circulating during its implementation. We then addressed the role of the teacher and the way in which the reasoning of the pupils can be taken into account during the teaching project by experimenting this duo of situations in a class at the end of primary school (CM) and a class in secondary school (sixième).

Thanks to our study, we have identified different facets implemented by one or other teachers at certain moments in the situation. This allows us to approach the complexity of the process raised by Allard between the Process of Transfer and Generalisation and the Process of Contextualisation, Decontextualisation, Recontextualisation (PTG and PCDR).

Our research confirmed that constructed engineering produces rich reasoning in students, but also highlighted the need for great skills (before, during, and after the sessions) on the part of teachers to exploit this richness, to choose the "knowledge to be exposed" in relation to geometric knowledge.

Keywords : geometry, knowledge, reasoning, teacher.

Remerciements

J'adresse, en premier lieu, tous mes remerciements à Catherine Houdement, ma directrice de thèse. Son implication au travers de nombreuses relectures, ses conseils avisés, sa bienveillante exigence m'ont permis d'approfondir, structurer ma réflexion et de progresser tout au long de ces 5 années de travail.

Lalina Coulange et Sophie Soury-Lavergne m'ont fait l'honneur d'être rapporteuses de cette thèse. Leurs questions et commentaires constructifs me permettent de porter un regard neuf sur ce travail et ouvrent des horizons pour le prolonger. Je les en remercie.

J'exprime ma reconnaissance à Thomas Barrier et Fabrice Vandebrouck pour leur participation à mon jury de soutenance.

Les membres du comité de suivi Christine Mangiante, et Cécile Ouvrier-Bufferet ont accompagné ce travail par l'intermédiaire de rendez-vous annuels. Leurs préconisations ont été précieuses. Merci à elles.

Membre du jury, du comité de suivi, il a accompagné mes premiers pas en didactique. Merci à Patrick Gibel pour nos échanges enrichissants et son soutien durant toutes ces années.

Ce travail n'aurait pu aboutir sans la collaboration des enseignants de primaire et de collègue qui m'ont ouvert les portes de leurs classe. Ils ont toute ma gratitude. Merci aussi à leurs élèves d'avoir accepté la présence de la caméra à leurs côtés.

Les membres de l'équipe du LDAR, les chercheurs de l'ARDM et plus particulièrement les membres du groupe M615 ont contribué pour une grande part à ma formation à la recherche en didactique des mathématiques. Je suis reconnaissante à chacun.

L'université de Bordeaux m'a accordé un allègement de service durant trois années qui a permis de mener ce travail à son terme. Qu'elle en soit remerciée. Malgré tout concilier activités d'enseignement et rédaction est parfois complexe. Un grand merci à Carine Sort, toujours présente pour améliorer l'organisation locale et me permettre de dégager des moments pour l'écriture.

Enfin, je tiens à remercier tous mes proches, mes amis qui m'ont épaulée, encouragée durant ces 5 années. Une mention spéciale pour Bertrand, précieux relecteur.

Je dédie ce travail, à vous qui ne lirez pas ces lignes ; à mes enfants Élise, Clément, Émile, Emma ; à Maxence et Théa qui découvrent le monde ; et à toi, qui partage ma route.

Table des matières

INTRODUCTION	10
GENÈSE DE LA RECHERCHE	10
ÉBAUCHE DE PROBLÉMATIQUE	10
PLAN DE LA THÈSE	11
CHAPITRE I ÉTUDE DU SAVOIR VISÉ : LA GÉOMÉTRIE	15
1. DEUX FONCTIONS DISTINCTES POUR LA GÉOMÉTRIE À ENSEIGNER	15
2. LES PROBLÉMATIQUES DÉFINIES PAR BERTHELOT ET SALIN	17
2.1. PROBLÉMATIQUE GÉOMÉTRIQUE.....	17
2.2. PROBLÉMATIQUE DE MODÉLISATION	17
2.3. PROBLÉMATIQUE PRATIQUE	18
3. PARADIGMES GÉOMÉTRIQUES ET ETG	19
3.1. NOTION DE PARADIGME	20
3.2. PARADIGMES ET GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE	21
3.3. LES ESPACES DE TRAVAIL GÉOMÉTRIQUE	24
3.4. RELATIONS ENTRE LES PROBLÉMATIQUES ET LES PARADIGMES GÉOMÉTRIQUES	25
4. CONNAISSANCES SPATIALES ET CONNAISSANCES GÉOMÉTRIQUES	25
5. DE L'ARTEFACT À L'INSTRUMENT	27
6. LA VISUALISATION DES FIGURES	29
7. LES DIFFÉRENTS ESPACES	32
7.1. DÉFINITIONS RETENUES.....	32
7.2. LES PRINCIPALES RECHERCHES FRANÇAISES QUI PRÉSENTENT DES SITUATIONS DANS LE MÉSO-ESPACE	34
8. LES PROGRAMMES DE GÉOMÉTRIE EN FIN DE PRIMAIRE ET AU DÉBUT DU COLLÈGE	38
8.1. PRÉSENTATION GÉNÉRALE	38
8.2. LE THÈME ESPACE ET GÉOMÉTRIE	39
8.3. LES CONNAISSANCES AU PROGRAMME DU CYCLE 3 POUR LE THÈME ESPACE ET GÉOMÉTRIE EN 2016.....	39
8.4. DES INDICATIONS DU PROGRAMME EN RELATION AVEC NOTRE ÉTUDE.....	40
9. DES SPÉCIFICITÉS DU LANGAGE UTILISÉ EN GÉOMÉTRIE AU CYCLE 3	45
9.1. DIFFÉRENTS LANGAGES UTILISÉS EN GÉOMÉTRIE AU CYCLE 3.....	45
9.2. POLYSÉMIE.....	45
9.3. ARTICULATION ENTRE NOMS DES UNITÉS FIGURALES ET TERMES GÉOMÉTRIQUES	46
9.4. CE QUE NOUS ENTENDONS PAR « QUALIFICATION »	48
CHAPITRE II POINTS D'APPUI THÉORIQUES POUR L'ANALYSE DES SITUATIONS DIDACTIQUES	51
1. ÉLÉMENTS ISSUS DE LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES	51
1.1. SITUATIONS ET MILIEUX	51

1.2. SITUATIONS DIDACTIQUES, NON DIDACTIQUES, ADIDACTIQUES.....	52
2. DISTANCE ENTRE SITUATION D'ACTION ET SITUATION DE FORMULATION EN GÉOMÉTRIE.....	57
3. DES CONNAISSANCES AU SAVOIR.....	60
3.1. CONNAISSANCES ET SAVOIR	60
3.2. LES PROCESSUS DE DÉVOLUTION ET D'INSTITUTIONNALISATION	61
4. LE RÉPERTOIRE DIDACTIQUE	63
5. UN MODÈLE DE STRUCTURATION DU MILIEU	65
6. LES RAISONNEMENTS.....	67
6.1. QU'EST-CE QU'UN RAISONNEMENT ?.....	68
6.2. RAISONNEMENT EFFECTIF.....	69
6.3. UN MODÈLE D'ANALYSE DES RAISONNEMENTS	70
6.4. LES FONCTIONS DES RAISONNEMENTS EN LIEN AVEC L'ACTION DANS LE CADRE DE LA REPRODUCTION DE FIGURE (PREMIER AXE)	71
6.5. LES FONCTIONS DES RAISONNEMENTS EN LIEN AVEC LA FORMULATION DANS LE CADRE DE LA REPRODUCTION DE FIGURE (PREMIER AXE)	77
6.6. ANALYSE SÉMIOTIQUE ET IDENTIFICATION DES CONNAISSANCES ET DES SAVOIRS	78

CHAPITRE III L'INGÉNIERIE DIDACTIQUE.....81

1. CHOIX DE L'INGÉNIERIE DIDACTIQUE	81
1.1. PREMIERS CHOIX MÉTHODOLOGIQUES LIÉS À LA PROBLÉMATIQUE	81
1.2. NOS PRINCIPAUX CHOIX MATHÉMATIQUES ET DIDACTIQUES	82
2. ANALYSE MATHÉMATIQUE DU TRACÉ D'UN LOSANGE	86
3. LA SITUATION DE COMMUNICATION DANS LE MICRO-ESPACE	88
3.1. PRINCIPE GÉNÉRAL.....	88
3.2. ORGANISATION DES ÉLÈVES.....	88
3.3. LA SITUATION ÉTUDIÉE.....	88
3.4. ANALYSE <i>A PRIORI</i> DE LA SITUATION DE COMMUNICATION	91
4. LA SITUATION DE REPRODUCTION DE LOSANGES DANS LE MÉSO-ESPACE.....	95
4.1. PRINCIPE GÉNÉRAL.....	95
4.2. ORGANISATION DES ÉLÈVES ET DE L'ESPACE	96
4.3. ANALYSE <i>A PRIORI</i> DE LA SITUATION DANS LE MÉSO-ESPACE	98

CHAPITRE IV PREMIÈRES EXPÉRIMENTATIONS.....105

1. ÉVOLUTION DES PROCÉDURES ET DES RAISONNEMENTS PRODUITS PAR DES ÉLÈVES AU COURS DE LA SÉQUENCE SUR LE THÈME DES LOSANGES.....	106
1.1. BREF CONTEXTE DE L'EXPÉRIMENTATION.....	106
1.2. PROTOCOLE DE RECUEIL DE DONNÉES, CHOIX DES DONNÉES ANALYSÉES.....	106
1.3. SÉANCE 1 : ÉTUDE DES PROCÉDURES ET INSTRUMENTS UTILISÉS PAR LES 4 ÉLÈVES DANS LE MICRO ESPACE.....	108
1.4. SÉANCE 2 : MISE EN COMMUN DE LA SITUATION DE COMMUNICATION	123
1.5. SÉANCE 3 : ÉTUDE DES PROCÉDURES ET INSTRUMENTS UTILISÉS PAR LES 4 ÉLÈVES DANS LE MÉSO-ESPACE	127

1.6.	SYNTHÈSE POUR LE GROUPE 1	135
1.7.	DISCUSSION ET CONCLUSION	136
2.	EXPÉRIMENTATION DE DUOS DE SITUATIONS EN COLLÈGE	136
2.1.	PROTOCOLE D'EXPÉRIMENTATION	137
2.2.	NOS PRINCIPALES AVANCÉES	139
3.	DISCUSSION ET CONCLUSIONS POUR LA MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE.....	147
3.1.	POUR LES SITUATIONS.....	148
3.2.	DU CÔTÉ DES ÉLÈVES	149
3.3.	SUR LE RÔLE DE L'ENSEIGNANT	150

CHAPITRE V PROBLÉMATIQUE ET MÉTHODOLOGIE.....151

1.	DE LA QUESTION INITIALE À LA PROBLÉMATIQUE	151
2.	MÉTHODOLOGIE GÉNÉRALE.....	153
3.	L'INGÉNIERIE.....	153
3.1.	VARIABLES RETENUES	153
3.2.	RECUEIL DES DONNÉES.....	154
3.3.	ANALYSE DES DONNÉES ISSUES DES SÉANCES DE CLASSE.....	155
4.	LES ENTRETIENS	157
5.	LES ENSEIGNANTS ET LES ÉLÈVES.....	160
5.1.	CHOIX DES ENSEIGNANTES DE L'EXPÉRIMENTATION	160
5.2.	MODALITÉS D'ÉCHANGES AVEC LES ENSEIGNANTES	161
5.3.	CHOIX DES ÉLÈVES.....	161
5.4.	ANONYMAT.....	161

CHAPITRE VI EXPÉRIMENTATIONS DANS LA CLASSE DE PRIMAIRE163

1.	PRÉSENTATION GÉNÉRALE.....	163
1.1.	LE CONTEXTE DE L'EXPÉRIMENTATION	163
1.2.	LE PROJET DE L'ENSEIGNANTE	164
2.	LA SITUATION DE COMMUNICATION DANS LE MICRO-ESPACE	166
2.1.	LA SÉANCE 1.....	166
2.2.	LA SÉANCE 2.....	177
3.	LA SITUATION DE REPRODUCTION DE FIGURES DANS LE MÉSO-ESPACE : LE CONTEXTE.....	179
3.1.	PRÉPARATION DE LA SÉANCE	179
3.2.	ORGANISATION SPATIALE	179
3.3.	ORGANISATION TEMPORELLE	180
3.4.	LES CONDITIONS DE RECUEIL DES DONNÉES.....	181
4.	LA SITUATION DE REPRODUCTION DE FIGURES DANS LE MÉSO-ESPACE : LES ANALYSES.....	182
4.1.	LA DÉVOLUTION	182
4.2.	PHASE D'ACTION, PRÉSENTATION GÉNÉRALE	186
4.3.	ANALYSES DES PHASES D'ACTION ET DE FORMULATION PAR GROUPES D'ÉLÈVES	188

4.4.	SYNTHÈSE POUR LA SITUATION DE REPRODUCTION DE FIGURES DANS LE MÉSO-ESPACE.....	219
5.	LES ENTRETIENS AVEC L'ENSEIGNANTE.....	223
5.1.	ENTRETIEN D'AUTOCONFRONTATION SIMPLE AVEC HÉLÈNE, DÉROULEMENT ET ANALYSE LINÉAIRE.....	224
5.2.	SYNTHÈSE DE L'ENTRETIEN D'AUTOCONFRONTATION SIMPLE AVEC HÉLÈNE.....	241
5.3.	L'ENTRETIEN D'AUTOCONFRONTATION CROISÉE.....	244
6.	SYNTHÈSE ET CONCLUSION.....	245

CHAPITRE VII EXPÉRIMENTATIONS DANS LA CLASSE DE SIXIÈME.....247

1.	PRÉSENTATION GÉNÉRALE.....	247
1.1.	LE CONTEXTE DE L'EXPÉRIMENTATION.....	247
1.2.	LE PROJET DE L'ENSEIGNANTE.....	248
2.	LA SITUATION DE COMMUNICATION DANS LE MICRO-ESPACE.....	249
2.1.	LA SÉANCE 1.....	249
2.2.	LES SÉANCES SUIVANTES.....	254
3.	LA SITUATION DE REPRODUCTION DE FIGURES DANS LE MÉSO-ESPACE.....	255
3.1.	PRÉPARATION DE LA SÉANCE.....	255
3.2.	ORGANISATION SPATIALE.....	256
3.3.	ORGANISATION TEMPORELLE.....	257
3.4.	LES CONDITIONS DE RECUEIL DES DONNÉES.....	258
4.	LA SITUATION DE REPRODUCTION DE FIGURES DANS LE MÉSO-ESPACE : LES ANALYSES.....	258
4.1.	LA DÉVOLUTION.....	258
4.2.	PHASE D'ACTION, PRÉSENTATION GÉNÉRALE.....	260
4.3.	ANALYSES DES PHASES D'ACTION ET DE FORMULATION PAR GROUPES D'ÉLÈVES.....	264
4.4.	SYNTHÈSE POUR LA REPRODUCTION DE FIGURES DANS LE MÉSO-ESPACE.....	287
5.	L'ENTRETIEN AVEC L'ENSEIGNANTE.....	292
5.1.	ENTRETIEN AVEC CÉLINE, DÉROULEMENT.....	292
5.2.	SYNTHÈSE DE L'ENTRETIEN AVEC L'ENSEIGNANTE DE SIXIÈME.....	292
6.	SYNTHÈSE ET CONCLUSION.....	294

CHAPITRE VIII CONCLUSION.....297

1.	RETOUR SUR L'INGÉNIERIE.....	297
1.1.	LES DUOS DE SITUATIONS.....	297
1.2.	LES ARTEFACTS, NOTAMMENT DANS LE MÉSO-ESPACE.....	298
1.3.	LE MÉSO-ESPACE, UN ESPACE DE POTENTIALITÉS NOUVELLES POUR L'ÉLÈVE, L'ENSEIGNANT ET LE CHERCHEUR.....	299
2.	DYNAMIQUE ENTRE LES INTERVENTIONS DE L'ENSEIGNANTE ET LES RAISONNEMENTS DES ÉLÈVES.....	300
2.1.	LA CONCURRENCE ENTRE LES DIFFÉRENTES VALIDATIONS.....	300
2.2.	LA COMPLEXITÉ LANGAGIÈRE EN GÉOMÉTRIE.....	301
2.3.	MODÈLE D'ANALYSE DES RAISONNEMENTS.....	301
2.4.	ÉTUDE DES RAISONNEMENTS DES ÉLÈVES DU POINT DE VUE DU CHANGEMENT DE NIVEAUX DE MILIEUX.....	301

3. INTÉGRATION DES RAISONNEMENTS DANS LE PROCESSUS D'INSTITUTIONNALISATION DES ENSEIGNANTS	302
3.1. IDENTIFIER LES RAISONNEMENTS PRODUITS	302
3.2. FAIRE PARTAGER CONNAISSANCES ET RAISONNEMENTS.	303
3.3. INSTITUTIONNALISER LOCALEMENT DES CONNAISSANCES « INTERMÉDIAIRES »	304
3.4. DÉCONTEXTUALISER, GÉNÉRALISER	304
3.5. CRÉER DES LIENS ENTRE LES RAISONNEMENTS ET CONNAISSANCES QUI « CIRCULENT » ET LES CONNAISSANCES ANCIENNES.	305
3.6. METTRE EN TEXTE DES CONNAISSANCES SPATIALES ?	305
3.7. EN RÉSUMÉ	306
4. LIMITES	306
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	<u>308</u>

Introduction

Genèse de la recherche

Notre travail actuel a pour origine un questionnement que nous avons approché dans notre mémoire de Master, à partir des questions initiales : quand une même situation de géométrie est mise en œuvre dans une classe de fin de primaire et une classe de sixième, les apprentissages potentiels sont-ils similaires ? Différents ?

Nous avons alors abordé ce questionnement du point de vue de l'élève afin d'identifier les connaissances et savoirs géométriques mobilisés au cours des différentes phases de la situation et nous nous sommes interrogée sur les raisonnements valides ou erronés susceptibles d'apparaître.

Nous avons également appréhendé le point de vue de l'enseignant. Quels est son objectif quand il met en œuvre une situation donnée ? Quels choix didactiques fait-il dans chacune des phases didactiques et adidactiques, pour tenir compte de cet objectif ?

Nous avons alors noté la complexité pour les enseignants d'intégrer à leur projet d'enseignement les raisonnements produits par les élèves et de les mettre à profit pour faire avancer le temps didactique. Cela nous a amenée à nous interroger sur cette relation entre les raisonnements des élèves et le projet de l'enseignant et à poser les questions initiales qui suivent.

Ébauche de problématique

Nos questions initiales :

Comment, en géométrie plane, pour construire leurs interventions et institutionnaliser des savoirs, des enseignants de cycle 3 de primaire et de collège tiennent-ils compte des raisonnements produits et des connaissances mises en fonctionnement par les élèves dans les phases de recherche ?

Existe-t-il dans cette gestion des points communs, des différences entre un enseignant du primaire et un enseignant du collège ?

Proposer une même situation à mettre en œuvre à un enseignant de collège et un enseignant de primaire nous a permis de mettre en perspective les deux gestions de la situation et ainsi leur donner plus de relief. Nous avons donc décidé de reconduire cette méthodologie.

Parallèlement notre intérêt s'est porté sur le méso-espace au cours d'une recherche que nous avons pu mener avec un enseignant chercheur confirmé. Les potentialités de cet espace pour construire un milieu favorable à l'élaboration de raisonnements géométriques nous sont apparues intéressantes à explorer.

Les élèves, leurs raisonnements, l'enseignant, le méso-espace, le primaire, le collège : devant l'ensemble des paramètres que nous voulions étudier, nous avons choisi d'organiser notre travail en partant des situations. La TSD qui modélise le fonctionnement des connaissances des élèves en lien avec les situations nous a paru adaptée à cette étude.

Ainsi, après avoir défini une ingénierie de recherche incluant une situation dans le méso-espace, lors des pré-expérimentations nous nous sommes intéressée aux raisonnements des élèves et aux connaissances circulant lors de sa mise en oeuvre. Nous avons abordé le rôle de l'enseignant et la manière dont il prend en compte les raisonnements des élèves dans son projet d'enseignement au cours des expérimentations définitives. Cela nous conduit à organiser notre écrit suivant le plan qui suit.

Plan de la thèse

Les deux premiers chapitres sont consacrés aux apports théoriques. Dans le chapitre I nous développons les éléments liés au savoir visé : la géométrie plane. Les cadres théoriques des paradigmes géométriques et des Espaces de Travail Géométriques (Houdement et Kuzniak, 1999, 2006) modélisent l'activité géométrique et l'articulation entre une géométrie « du dessin » G1 et une géométrie théorique G2. En complément, les problématiques définies par Berthelot et Salin (1992), nous permettent de définir des situations d'enseignement/apprentissage qui envisagent l'acquisition et l'articulation de connaissances spatiales et géométriques. Le « jeu » sur la variable taille de l'espace (micro-espace versus méso-espace) nous conduit à envisager des « duos de situations » inspirés des « duos d'artefacts » de Maschietto et Soury-Lavergne (2013) et composés de situations complémentaires dans le micro-espace et dans le méso-espace. Cela nous conduit à interroger le rôle des artefacts, ainsi que la visualisation des figures.

L'objet du chapitre II est de présenter des éléments du cadre théorique qui, en appui sur la Théorie des Situations Didactiques (TSD) nous permettent d'élaborer une ingénierie de recherche puis de conduire les analyses afférentes. Observer comment des enseignants prennent en compte les raisonnements des élèves nécessite de préciser comment nous identifions nous-même ces raisonnements. À cette fin, nous présentons le modèle d'analyse des raisonnements, issu de travaux de Bloch et Gibel (2011), et adapté au contexte de la géométrie plane, que nous mobilisons.

Les trois chapitres suivants nous permettent de construire puis affiner une ingénierie, définir notre problématique et la méthodologie afférente.

Le chapitre III est dédié à la présentation générale de l'ingénierie, en appui sur les cadres théoriques exposés précédemment. L'objet d'étude de l'expérimentation principale est fixé (le losange), nous explicitons les choix de variables effectués dans les situations retenues : type de situation, taille de l'espace, artefacts à disposition des élèves et plus généralement les contraintes spécifiques sur le milieu que nous fixons.

Dans le chapitre IV nous présentons des pré-expérimentations avec l'objectif de mieux appréhender les effets de chacune des variables définies, notamment sur les raisonnements des élèves ; comprendre plus finement la circulation des connaissances lors de la mise en œuvre de l'ingénierie, repérer les conditions nécessaires pour tester cette ingénierie en milieu ordinaire.

Dans le chapitre V la problématique est précisée. Nous présentons ensuite la méthodologie de recherche retenue, constituée d'analyses cliniques de séances de classe lors de la mise en œuvre d'un même duo de situations, à la même période, dans une classe de primaire et une classe de collège. Ces analyses sont complétées par des entretiens d'autoconfrontation simples et croisés avec les deux enseignants.

Le chapitre VI et VII sont dédiés à la présentation et l'analyse des expérimentations menées dans la classe de primaire (CM1-CM2) et dans la classe de collège (sixième).

Dans le chapitre VIII, conclusion, après un retour sur l'ingénierie de recherche nous présentons des éléments de réponse aux questions de recherche, les limites de ce travail et des prolongements possibles.

Chapitre I Étude du savoir visé : la géométrie

Ce chapitre vise à circonscrire le domaine du savoir mathématique concerné par nos recherches et préciser des éléments théoriques afférents. Ces apports théoriques nous permettront ensuite de justifier le choix de l'ingénierie didactique retenue et de ses variables, affiner notre questionnement puis outiller nos analyses.

1. Deux fonctions distinctes pour la géométrie à enseigner

La géométrie a, par son histoire, deux fonctions : modèle de l'espace d'une part et emblème de la rationalité mathématique d'autre part.

Historiquement c'est la première fonction qui prévaut, la géométrie comme « science de la terre » a pour objet d'étude des mesures en lien avec d'autres sciences comme l'astronomie, l'architecture. C'est une science de l'espace dans laquelle la validation par les sens est admise.

Dans le prolongement des idées de Platon, les écrits d'Euclide aux environ de 300 avant JC marquent la naissance d'une nouvelle géométrie. Dans son traité « Les Éléments », Euclide présente les connaissances de l'époque dans un exposé logique, structuré à partir de la donnée de définitions, axiomes et de cinq postulats. Les propositions théorèmes sont démontrées au moyen de règles définies. La connaissance ne trouve plus sa validité dans le réel mais dans une construction intellectuelle qui la démontre.

« Dans cet ouvrage, Euclide distingue deux choses : d'une part, les principes premiers posés comme tels et constitués des définitions (qui posent la définition des termes) ; des notions communes (appelées aussi axiomes) et des postulats géométriques (au nombre de cinq) ; et d'autre part les propositions démontrées à partir de ces principes et des résultats établis précédemment dans l'ouvrage. Mais ce qui a caractérisé le plus les livres d'Euclide, ce sont les procédures démonstratives qui ont marqué d'un trait distinctif les mathématiques grecques de celles des autres civilisations, notamment égyptienne et babyloniennes. » (Najjar, 2005)

Une rupture s'opère alors dans la construction de la géométrie, « *de pratique de l'espace, la géométrie se transforme en théorie de la rationalité.* » (Houdement, 2007)

Ces deux fonctions de la géométrie sous-tendent deux conceptions très différentes de la géométrie elle-même et des objets qu'elle étudie. Dans un article qui reste d'actualité, Chevallard et Julien illustrent comment les tentatives de définition de la géométrie engendrèrent de nombreuses discussions tout au long de l'histoire et comment ces différences sont sources d'enjeux sociaux et politiques majeurs quand il s'agit de déterminer dans les programmes scolaires la géométrie à enseigner (Chevallard & Jullien, 1991).

Brousseau (2000 b) revient sur cette double fonction et la difficulté qu'elle induit dans l'enseignement de la géométrie :

« La distinction entre connaissance de l'espace et géométrie tend à s'effacer dans notre culture devant la formidable efficacité des mathématiques dans ce domaine, et réciproquement devant l'intérêt des modèles géométriques pour toutes sortes d'études mathématiques. Cette distinction n'apparaît pas bien aux élèves et par conséquent elle n'est pas présente dans l'esprit des professeurs. Elle est pourtant très importante dès lors que l'on prend la géométrie non plus comme une connaissance utile par elle-même mais comme un moyen pour l'enseignement d'initier l'élève au raisonnement déductif ou comme initiation à l'usage d'une théorie mathématique. La confusion entre les différentes fonctions de la géométrie comme moyen de représentation de l'espace ou comme modèle d'une activité mathématique est la source d'erreurs, de malentendus et d'échecs. » (Brousseau, 2000b, p. 9)

Dans un texte fondateur « *étude de questions d'enseignement, un exemple : la géométrie* » Brousseau (1983) analyse l'ensemble des contraintes culturelles, sociales, professionnelles qui s'exercent sur les enseignants et impactent l'enseignement de la géométrie. Il invite à une vigilance épistémologique et présente deux situations fondamentales qui correspondent chacune à une de ces deux fonctions de la géométrie.

La situation fondamentale de la géométrie élémentaire comme modèle de l'espace est :

« (...) celle du charpentier qui doit préparer et tailler au sol des bois qui devront s'ajuster exactement dans l'espace à 10 mètres du sol. Il faut qu'il ait une représentation et des techniques précises qui lui permettent d'anticiper le résultat de ses décisions. » (Brousseau, 1983, p. 200)

Dans les situations engendrées par cette situation fondamentale, deux contraintes sont essentielles. D'une part le contrôle continu de l'action par des moyens perceptifs n'est pas possible, d'autre part le sujet est limité soit par les informations dont il dispose, soit par les actions possibles. Ainsi pour réussir il doit construire une représentation de l'espace et anticiper le résultat de ses actions.

« L'obligation de résoudre fréquemment des problèmes de ce type caractérisés par la mise en défaut des moyens perceptifs de contrôles et la suppression de certaines informations est une condition nécessaire de l'apparition de modèles implicites¹, ou de représentations. » (Brousseau, 1983, p. 261)

Dans la situation fondamentale de la géométrie comme modèle de la théorie mathématique (Brousseau 2000 b), le professeur présente à ses élèves un dessin qu'il commente : « J'ai tracé un triangle ABC (comportant un angle obtus), les trois médiatrices des côtés, elles se coupent (deux à deux), en des points nommés A' B' et C' ; le triangle A' B' C' est appelé le co-triangle

¹ Souligné par l'auteur.

de ABC ». Il demande alors aux élèves de trouver un triangle dont le co-triangle sera le plus grand possible. Devant la difficulté des élèves à réaliser l'attendu, l'enseignant engage un débat non plus sur la construction, mais sur les raisons de la difficulté à construire ce qui est demandé, dont doit émerger la conjecture que ce co-triangle n'existe pas, les trois points A', B' et C' n'en représentent qu'un seul. La preuve est ensuite construite à partir de la définition de la médiatrice comme lieu de points équidistants des extrémités du segment (Houdement et Rouquès, 2016).

Ces deux fonctions, représentées par des types de situations distincts, se traduisent par des rapports à l'espace différents que Berthelot et Salin caractérisent en termes de problématiques (1992, p. 48). Cette catégorisation en terme de problématique permet de classer les situations d'enseignement par rapport aux apprentissages et par rapport aux contraintes auxquelles les enseignants sont confrontés (Berthelot et Salin, 1992, p. 75).

2. Les problématiques définies par Berthelot et Salin

2.1. Problématique géométrique

La problématique géométrique a pour unique référence la géométrie du mathématicien. L'étude se déroule dans un espace conceptualisé, elle porte sur des objets qui ont une valeur de généralité. L'ensemble des énoncés produits sur cet espace doit être consistant au sens de non contradictoire. L'enchaînement logique de propositions permet à la fois la résolution des problèmes posés et leur validation dans le même espace. La validation est ainsi interne à la résolution (Gobert, 2001, p. 20). Les situations qui relèvent de cette problématique géométrique s'inscrivent dans une finalité théorique, à l'instar de la situation fondamentale des médiatrices.

2.2. Problématique de modélisation

Dans une problématique de modélisation, l'espace sensible est modélisé par un système symbolique qui vérifie deux propriétés. D'une part des relations dans le modèle sont signifiantes de relations dans l'espace sensible. D'autre part ce système symbolique permet la production de nouveaux objets et relations à partir des objets et relations de départ associés à un ensemble de règles internes. Le problème posé dans l'espace sensible peut ainsi être converti en un problème dans le modèle. La résolution de ce problème s'effectue dans ce modèle puis la solution est interprétée dans l'espace sensible (Berthelot & Salin, 1992, p. 52). Ainsi l'espace de référence et l'espace de validation sont l'espace sensible tandis que la résolution s'opère dans le modèle (Gobert, 2001, p. 24).

Toutefois des argumentations fournies à l'intérieur du modèle en conformité avec les règles qui le régissent permettent également une validation interne au modèle (Gobert, 2001, p. 21)(Pressiat et Combier, 2001).

Berthelot et Salin nomment « spatio-géométrique » cette modélisation de l'espace par des connaissances issues du savoir géométrique (Berthelot et Salin, 1992a, p. 53).

Pour Gobert, une problématique de modélisation est caractérisée par une « *validation particularisée au problème, sans souci de généralité* (Gobert, 2001, p. 19) ».

Pour Pressiat et Combier, une problématique de modélisation est finalisée « *en partie par l'efficacité dans l'espace sensible ou objectif, mais aussi par la recherche d'une solution reproductible, dépassant le problème immédiat. Cette solution doit être communicable à d'autres, en s'appuyant sur un modèle explicatif dont la fonction doit pouvoir être éprouvée. Ces contraintes, communes aux métiers techniques et scientifiques, sont semblables à celles mises en œuvre dans des situations d'initiation de jeunes élèves à la géométrie comme modèle de l'espace.* » Pressiat et Combier (2001, p. 3)

Nous considérons que dans une situation qui relève d'une problématique de modélisation, la généralisation peut naître de la recherche d'une méthode de résolution commune à plusieurs contextes singuliers. Cela nécessite de mettre en regard les conditions d'obtention de la solution avec les conditions de l'action :

- Quelles sont les conditions nécessaires à la réussite ?
- Quelles sont les variables dont cette réussite est indépendante ?
- Sous quelles conditions la solution validée ici et maintenant est-elle généralisable ?

Pour une situation donnée, le choix des variables détermine cette potentialité de généralisation qui sera ou non exploitée par l'enseignant.

Ainsi, dans le cas de la reproduction de figure, le choix de donner à reproduire à chaque élève ou groupe d'élèves des objets graphiques représentant le même objet géométrique, mais différents quant à leurs dimensions et orientations spatiales (comme développé plus loin dans notre ingénierie), ouvre la possibilité de passer d'une validation portant sur un objet graphique² isolé à une validation portant sur une classe d'objets graphiques. Si l'objet théorique représenté ne fait pas partie du répertoire didactique de la classe (que nous définissons paragraphe Chapitre II4 du chapitre II), une telle situation permet potentiellement un apprentissage de propriétés de cet objet.

2.3. Problématique pratique

Berthelot et Salin (1992) considèrent une troisième problématique de rapport à l'espace qui contribue à expliquer les difficultés rencontrées lors de la mise en œuvre de séquences d'enseignement de géométrie plane : la problématique pratique.

La problématique pratique se base sur une démarche pragmatique ancrée dans le réel. Les élèves font des essais, ils évaluent la pertinence de leurs choix et de leurs affirmations,

² « Objets graphiques : traces du crayon sur une feuille de papier ou trace virtuelle sur un écran dont des caractéristiques graphiques et spatiales rendent compte de propriétés géométriques. » (Petifour, 2015, p.3 du memento)

ajustent leurs actions à partir des rétroactions qu'ils perçoivent dans l'espace sensible. Les rapports spatiaux sont contrôlés de manière empirique avec un souci d'efficacité pratique sans recherche de conceptualisation. Les actions sont donc effectives, sans caractère de généralité. Les situations qui correspondent à cette problématique sont des situations d'action ou de communication pour lesquelles l'espace sensible est à la fois espace de référence, de résolution et de validation (Berthelot & Salin, 1992, p. 52)(Gobert, 2001). Confrontés à un problème à résoudre dans l'espace, les élèves peuvent convoquer des connaissances géométriques mais se placent parfois dans une problématique pratique. Ils mobilisent alors leurs connaissances spatiales³ immédiatement disponibles et économiques en conceptualisation, de préférence aux connaissances géométriques visées par l'enseignant.

3. Paradigmes géométriques et ETG

Dans leurs recherches sur la formation d'enseignants du premier degré, Houdement et Kuzniak (1999) explicitent des conceptions différentes de la géométrie sous forme de paradigmes. Au niveau de l'enseignement obligatoire, l'existence de deux conceptions de la géométrie est source de malentendus entre élèves et professeurs de collège et se retrouve lors de la formation des futurs professeurs des écoles. Les exemples sont nombreux d'élèves ou étudiants engagés dans une démonstration de géométrie qu'ils veulent rigoureuse, théorique, conforme aux standards de la géométrie euclidienne telle qu'elle est enseignée au collège et qui soudain confrontés à une difficulté après un enchaînement logique de propositions issues des données de l'énoncé admettent comme vrai un fait perçu par les sens. Une relation observée par l'intermédiaire d'instruments de géométrie, une mesure prélevée sur un dessin, viennent compléter leur raisonnement, s'y insèrent avec le même niveau de validité que les données de l'énoncé. L'enseignant rejette bien souvent l'ensemble du raisonnement, ce qui provoque chez son auteur incompréhension et parfois découragement. Une conséquence de ces difficultés est un désintérêt pour la géométrie de la part de nombreux enseignants et candidats au concours de professeur d'école, notamment parce qu'ils n'ont pas compris ses enjeux quand ils étaient élèves (Houdement, 2013). Dans leurs travaux sur la formation des enseignants en géométrie, une recherche épistémologique à visée didactique conduit Houdement et Kuzniak à définir le cadre des paradigmes géométriques pour rendre compte « des géométries » en jeu dans l'école primaire et dans le concours et construire un outil d'analyse opérationnel en formation d'enseignants.

« Il faut donc créer un lieu, des mots, un espace pour l'élève et l'enseignant afin de différencier des preuves, reconnaître leurs qualités et leurs manques vis-à-vis d'un contrat de formalisme institué par les programmes. Cet espace doit mettre en cohérence des pratiques géométriques anciennes (telles celles de l'école primaire)

³ Nous reviendrons sur la distinction entre connaissances spatiales et connaissances géométriques dans le paragraphe 4.

et une approche plus théorique qui ne s'appuie (presque) plus sur la figure, mais ne s'en libère pas pour autant. »(Houdement, 2007)

Deux hypothèses fondent la construction du cadre théorique que proposent Houdement et Kuzniak (1999) :

« HYP 1. La première est que des paradigmes différents et cohérents sont englobés sous le terme unique de géométrie. L'existence de ces différents paradigmes explique en partie la rupture que l'on rencontre dans l'enseignement, entre école et collège, puis entre collège et lycée.

HYP 2. La seconde suppose qu'étudiants (des IUFM), enseignants et élèves de l'école primaire se situent implicitement dans des paradigmes différents et que ce fait est une source de malentendu pédagogique. » (Houdement et Kuzniak, 1999)

Après une présentation de la notion générale de paradigme, nous développerons l'adaptation qui en est faite par Houdement et Kuzniak au domaine de la géométrie élémentaire.

3.1. Notion de paradigme

Houdement et Kuzniak retiennent la définition duale d'un paradigme donnée par Kuhn (1972) qui distingue un niveau global et un niveau local.

D'un point de vue global, un paradigme est tout d'abord ce qui fonde une communauté scientifique, lui donne sa cohérence et lui permet de créer de nouvelles connaissances. Les scientifiques y partagent une certaine conception du monde, des enjeux de leurs recherches, des méthodes considérées comme valides. Ils y puisent les problèmes types à résoudre et les solutions standard de leur domaine. Durant la période de stabilité d'un paradigme, *« la pratique scientifique consiste, pour l'essentiel, à résoudre des problèmes qui se posent à une communauté de chercheurs partageant tout à la fois des modèles heuristiques et ontologiques [...] des méthodes de travail ou encore des outils [...] »* (Nadeau, 1995, p.5). Puis vient un moment de rupture, la tradition de recherche établie ne permet pas de dépasser des difficultés qui surviennent. Les façons de penser se transforment, le paradigme sur lequel s'appuie la pensée scientifique et la pratique est mis en cause, de nouvelles théories surviennent qui peuvent conduire à des découvertes, résoudre des problèmes insolubles jusque-là. Un nouveau paradigme s'installe alors apportant de nouvelles perspectives de recherche (Nadeau, 2003). Cette nouvelle tradition de recherche est incompatible avec la précédente et incommensurable. *« L'incommensurabilité s'explique par le fait qu'il y a désaccord entre les chercheurs sur les problèmes à examiner, les solutions possibles et les définitions de la science. Il y a certes des emprunts tant conceptuels que pratiques à l'ancienne tradition, mais les usages sont différents. »* (Willett, 1996, p.4)

« Le terme paradigme est utilisé dans deux sens différents. D'une part, il représente tout l'ensemble de croyances, de valeurs reconnues et de techniques qui sont communes aux membres d'un groupe donné. D'autre part, il dénote un élément

isolé de cet ensemble : les solutions d'énigmes concrètes qui, employées comme modèles ou exemples, peuvent remplacer les règles explicites en tant que bases de solutions pour les énigmes qui subsistent dans la science normale. » (Kuhn, 1972, p. 207)

Nous retenons qu'un paradigme regroupe sous un aspect global : contrat social, standardisation des pratiques scientifiques, consensus, tandis que la signification locale du concept de paradigme désigne les exemples « prototypiques » qui servent de modèles pour résoudre les problèmes posés dans la tradition de recherche visée. Ces exemples fournissent les repères méthodologiques qui permettent aux novices de s'inscrire dans les pratiques scientifiques qui font consensus.

Cette dualité de définition permet à Houdement et Kuzniak de transposer le concept de paradigme à la formation des enseignants. Le premier point insiste sur la théorie de référence, le second sera déterminant dans la mise en place d'un milieu didactique adapté à la transmission du paradigme de référence (Kuzniak, 2003).

« Le mot paradigme, dans son aspect global, désigne l'ensemble des croyances, des techniques et des valeurs que partage un groupe scientifique. Il fixe la manière correcte de poser et d'entreprendre la résolution d'un problème. Dans ce sens, Kuhn parle aussi de matrice disciplinaire qui permet de regrouper les théories et plus généralement les connaissances d'un groupe qui travaille sur le même sujet ; Dans un deuxième sens plus local, Kuhn utilise aussi le terme de paradigme pour caractériser les exemples significatifs qui sont donnés aux étudiants pour leur apprendre à reconnaître, à isoler et à distinguer les différentes entités constitutives du paradigme global. Cela renvoie à la pratique par les individus de leur champ disciplinaire. » (Houdement et Kuzniak, 2006, p. 178).

3.2. Paradigmes et géométrie élémentaire

Houdement et Kuzniak caractérisent trois paradigmes au sein de la géométrie élémentaire enseignée (géométrie euclidienne de R^3) (Houdement et Kuzniak, 1999). Ce faisant ils développent des cadres conceptuels dans lesquels le raisonnement est également présent et dépassent la vision simplificatrice d'une dualité géométrie pratique/ géométrie théorique.

Ces trois paradigmes se distinguent par la nature des objets qu'ils étudient, la source de validation des énoncés, l'organisation des savoirs, le statut accordé au dessin.

2.3.1 La Géométrie 1 ou G1

Dans le cadre de la Géométrie 1, les objets d'étude sont des objets matériels, traces graphiques ou virtuelles sur un écran.

« Les objets de la Géométrie 1 sont des objets matériels, traces graphiques sur le papier ou traces virtuelles sur l'écran d'ordinateur, ou encore maquettes d'objets de l'environnement. Ce sont des épures au sens que lui donne Chevillard (1991).

Dans les pratiques usuelles, ce sont souvent des objets du micro-espace (Berthelot et Salin, 2000) sensés représenter, dans un espace petit et propice à des contrôles, des objets réels plus grands ou plus complexes. Ils sont donc le fruit d'une première modélisation même des plus élémentaires : le trait tracé à la règle refuse les aspérités, le cercle tracé au compas est le produit d'une activité instrumentée représentant le " rond " » (Houdement, 2007, p. 73)

Dans le paradigme G1, les savoirs sont organisés de manière pragmatique pour des raisons didactiques ou fonctionnelles. La validation se fait par rapport au monde sensible, à la réalité. Pour autant les représentations du monde sensible sont déjà une première modélisation :

« La figure schéma est une interprétation de la réalité, elle concentre les informations et son étude permet d'en déduire de nouvelles » (Houdement, 2013, p. 33).

L'expérience porte sur des objets matériels. Les tâches usuelles sont le dessin instrumenté ou les actions d'artefacts sur ce dessin (pliage, découpage). Le mesurage est une technique licite mais ce n'est pas la seule. Les problèmes que l'on peut résoudre sans mesurage ont un rôle prépondérant dans le passage d'un paradigme à l'autre, ils peuvent constituer une continuité entre G1 et G2 (Perrin-Glorian et Godin, 2018). Nous reviendrons sur l'importance de cette variable lorsque nous présenterons notre ingénierie de recherche.

Les raisonnements sont le fruit d'une première généralisation, la déduction d'une propriété générale à partir d'expériences.

« La géométrie 1 n'est donc ni naturelle, ni spontanée, ni vide de raisonnement. Elle dépasse le traitement du simple cas particulier et se donne les moyens, par des expériences mentales, de résoudre des problèmes généraux, d'élaborer des propriétés, mais sur un champ restreint d'objets : elle représente donc un premier passage du particulier au général, par une approche inductive. » (Houdement, 2013, p. 32)

2.3.2 La Géométrie 2 ou G2

Les objets de la Géométrie 2 sont des objets idéels. Dans ce paradigme, les savoirs sont organisés selon un principe qui leur est extérieur, une axiomatique fondée sur le raisonnement déductif. Toutefois cette géométrie garde un lien avec la perception et la réalité car les premiers axiomes fondateurs sont compatibles avec le « perçu ».

« La relation avec la réalité subsiste encore dans cette Géométrie, dans la mesure où elle s'est constituée pour organiser les connaissances géométriques

issues de problèmes spatiaux. L'axiomatisation proposée est certes une formalisation mais elle n'est pas formelle car ici la syntaxe n'est pas coupée de la sémantique qui renvoie à la réalité. »(Houdement et Kuzniak, 2006, p. 7)

Houdement (2019) précise que :

« Sur le plan historique, une hypothèse plausible est que G2 a émergé en partie du besoin d'organiser les résultats invariants sur l'espace sensible, dans des traités regroupant les connaissances accumulées. La construction d'un traité (le passage à l'écrit) nécessite l'utilisation d'un principe organisateur. Les Éléments d'Euclide, traité de G2, utilisent le raisonnement hypothético-déductif comme principe, sa finalité est de modéliser le réel environnant, vu comme espace euclidien. » (Houdement, 2019, p. 21)

Ainsi dans ce paradigme, la production des connaissances se fait uniquement par l'intermédiaire du raisonnement hypothético-déductif à partir de connaissances reconnues comme vraies (par exemple les axiomes dans les Éléments d'Euclide). Les nouvelles connaissances pourraient toutes porter le nom de « théorème » pour fixer leur statut, les usages tolèrent aussi d'autres expressions comme « propriété ». Dans ce paradigme, les seuls instruments licites de validation sont les règles de fonctionnement du raisonnement hypothético-déductif produites sous forme d'énoncés. *«Les problèmes devraient être tous uniquement textuels puisque les objets de ce paradigme sont les définitions et les théorèmes textuels* »(Houdement, 2007, p. 74).

Pour autant le dessin n'est pas absent de ce paradigme, il y joue un rôle prépondérant par son double statut : modèle local de l'espace sensible ou représentation des objets idéels, support du raisonnement ou aide à l'heuristique (Houdement, 2013, p. 33).

2.3.3 La Géométrie 3 ou G3

La géométrie 3 est une géométrie axiomatique formaliste qui n'a plus aucun lien avec le réel. Les objets sont idéels, les savoirs construits à partir d'une axiomatique complète qui repose sur un minimum d'axiomes. Les éventuelles représentations (figures) sont une modélisation des objets théoriques.

G1 et G2 sont les paradigmes de la géométrie de l'école et du collège. Ils sont fortement liés dans l'activité géométrique qui consiste souvent à combiner une heuristique appuyée sur une certaine visualisation du dessin (donc en G1) et la construction de raisonnements qui relèvent de G2. Ce qui a conduit Houdement et Kuzniak à concevoir un nouvel objet, celui d'Espace de Travail Géométrique, que nous étudions dans la partie suivante.

Dans celle d'après, nous examinons les relations entre les problématiques de Berthelot et Salin et les paradigmes géométriques G1 et G2.

3.3. Les Espaces de Travail Géométrique

La notion d'espace de travail géométrique (ETG) modélise « l'environnement » du travail géométrique de personnes, de programmes définissant les contenus d'enseignement, etc. L'ETG comporte trois composantes : des objets, des artefacts qui lui permettent d'agir sur ces objets et un référentiel théorique (un horizon). Les ETG individuels diffèrent selon que l'individu est expert ou novice en géométrie (Houdement, 2007).

« La notion d'espace est à prendre assez naïvement au sens espace de pensée : s'y insèrent des objets, des outils, et une finalité, un horizon pour le travail géométrique. La finalité est définie par le choix du paradigme géométrique qui devient le référentiel théorique » (Houdement, 2007, p. 78).

Les objets géométriques sont un constituant essentiel de l'espace de travail géométrique et les différents points de vue sur leur nature exacte dépendent à la fois du modèle théorique qui les définit et de l'espace support dans lequel ils se trouvent. Dans la vision abstraite de la Géométrie 3, les objets sont théoriques, l'espace est constitué de points, de droites et de plans dont les relations sont explicitées par le modèle. Ce regard permet d'introduire les sous-parties de l'espace comme des ensembles de points. Dans la géométrie axiomatique naturelle (Géométrie 2), certaines sous-parties de l'espace sont en fait les objets de l'étude et l'on parlera de figures ou de configurations. En Géométrie 1, il s'agit de dessins ou de maquettes, dans tous les cas des objets perceptibles aux sens, schématisations de la réalité (Houdement, 2007).

La composante artefact comprend les instruments et outils à disposition du géomètre. Il peut s'agir des instruments géométriques usuels (règle, équerre, compas, logiciels dynamiques) ou d'artefacts utilisés à des fins géométriques (ficelle, bâton, etc.). Mais sont aussi artefacts :

« les règles théoriques qui régissent le fonctionnement du système hypothético-déductif. Les seconds concourent à la preuve en Géométrie 2, ce sont en effet les seuls instruments licites de la validation en Géométrie 2. Les premiers concourent à la preuve en Géométrie 1 (ils aident à clore le problème), nourrissent l'heuristique en Géométrie 2. Ainsi les mêmes artefacts peuvent avoir des fonctions différentes sur les mêmes traces graphiques. L'instrumentalisation des instruments usuels de la géométrie diffère selon le paradigme visé » (Houdement, 2013, p 41).

La troisième composante est constituée du référentiel théorique. Ce référentiel est lié aux paradigmes et détermine la nature de la réponse (et sa preuve) pour un expert. Mais la partie heuristique du problème peut relever d'un autre paradigme : par exemple la production de conjectures sur une figure géométrique peut se faire dans G1, même si la réponse est attendue en G2 (Houdement, 2007, 2013).

Ainsi l'Espace de Travail Géométrique rend compte de la recomposition des diverses composantes de la pensée géométrique : le référentiel théorique (G1 ou G2) pilote *in fine* le

type d'utilisation des autres composantes ; chaque composante peut évoluer suivant le référentiel théorique.

3.4. Relations entre les problématiques et les paradigmes géométriques

Nous examinons dans cette partie les relations entre les problématiques de Berthelot et Salin et les paradigmes géométriques. À l'instar de Perrin-Glorian et Godin (2018), nous considérons que la problématique géométrique relève de G2. Un sujet qui se place dans une problématique géométrique travaille sur des objets géométriques idéels pour résoudre des problèmes. Pour construire de nouvelles connaissances, il mobilise les règles de fonctionnement qui commandent le raisonnement hypothético-déductif.

G1 englobe la problématique spatio-géométrique, un modèle de l'espace sensible, qui peut inclure des connaissances géométriques transposées dans l'espace sensible avec une validation qui se fait dans ce même espace. Relèvent d'un horizon G1 les actions qui sont liées à une utilisation ingénieuse d'instruments, tels des gabarits (par exemple gabarits de disques, pour retrouver le diamètre d'un plat circulaire cassé), une corde (qu'il va falloir tendre pour « transporter » une longueur), une règle qu'il va falloir poser de façon adaptée pour tracer un segment de longueur dépassant celle de la règle. Sont alors nécessaires des connaissances techniques au sens de (Petitfour, 2017) issues de la genèse instrumentale d'instruments nouveaux. Il y est aussi possible de produire et/ou valider avec des artefacts (adaptés) indépendamment de connaissances géométriques : par exemple en utilisant un calque, en pratiquant des pliages, des découpages. Nous reviendrons plus précisément sur ce processus de genèse instrumentale dans le paragraphe 5.

Enfin, dans la mesure où dans une problématique pratique les actions sont guidées par des connaissances spatiales sans nécessaire relation avec un savoir géométrique, il nous faut avancer sur la délimitation des connaissances spatiales.

4. Connaissances spatiales et connaissances géométriques

Depuis les travaux de Berthelot et Salin (1992), deux champs de connaissances sont souvent distingués dans les recherches françaises relatives à l'enseignement de la géométrie : les connaissances géométriques et les connaissances spatiales. Caractériser plus précisément ces deux champs de connaissances et leurs interactions, étudier le rôle des connaissances spatiales dans le développement des connaissances géométriques soulèvent de nombreuses questions dont rendent compte les cours et le débat⁴ sur le thème de la géométrie de la

⁴ Ce débat occupe les pages 117 à 126 des Actes. Nous le référencerons par Débat 19^e EE, 2019.

19^{ème} école d'été de didactique des Mathématiques (Houdement, 2019; Mathé et Mithalal, 2019; Soury-Lavergne et Maschietto, 2019).

Les connaissances géométriques portent sur les objets géométriques (objets idéels qui ne sont pas directement accessibles par les sens) et sur leurs relations (Petitfour, 2015)(Mathé et Mithalal, 2019).

Dans les travaux français, les connaissances spatiales sont caractérisées par les problèmes qu'elles permettent de résoudre, les situations dans lesquelles elles s'expriment (Houdement,2019) :

*« Les connaissances spatiales d'un sujet sont celles qui lui permettent de résoudre des problèmes spatiaux, qu'il ait ou non la possibilité de les formuler. »
(Brousseau, 2000 b, p.5)*

Selon Soury-Lavergne et Maschietto (2019), cela inclut : *« la caractérisation des formes, de l'orientation, des positions et des mouvements ».*

Il y a consensus pour placer l'usage de représentations de l'espace environnant au cœur du champ de ces connaissances :

« La création d'une carte au sens de cartographie et l'utilisation de cette carte pour se repérer en montagne, en mer ou en ville, pour atteindre une position ou pour construire un objet (on parle alors de « plan ») sont les problèmes typiques de ce champ de connaissances, pour lequel la validation est pragmatique et empirique » (Soury-Lavergne et Maschietto, 2019, p. 101).

Cerner les connaissances spatiales mises en œuvre lors de tâches de reproduction de figures est plus complexe et objet de débat. Pour Houdement (2019), le travail autour de la visualisation des figures relève du spatial :

« Il nous semble avoir montré que les entrées de la didactique française concernant le spatial (dont la visualisation) sont plutôt du côté des situations, plutôt à finalité géométrique, mais avec un intérêt pour « équiper » spatialement le citoyen dans la cité, cherchant à débusquer les connaissances en jeu. »(Houdement, 2019, p. 31).

D'après Mathé (Débat 19^e EE, 2019), le travail sur des dessins en géométrie relève de pratiques différentes de celles employées dans la résolution de problèmes pratiques. Aussi elle suggère de distinguer les connaissances procédurales utiles dans la construction de dessin des connaissances spatiales mobilisées lors de la résolution de problèmes pratiques, ce qui n'est pas l'avis d'autres chercheurs. Ainsi, Perrin-Glorian (Débat 19^e EE, 2019) précise que des connaissances spatiales peuvent se manifester dans un travail sur feuille de papier, par exemple quand un sujet prend des repères par rapport aux bords de la feuille.

Soury-Lavergne et Maschietto soulignent l'importance de ce qu'elles nomment « espace graphique » à l'interface entre ces deux champs de connaissances spatiales et géométriques et le rôle pivot que cet espace graphique peut ainsi jouer :

« L'espace graphique permet l'expérimentation et la résolution de problèmes selon des critères qui peuvent tout aussi bien relever du champ des connaissances spatiales que du champ des connaissances géométriques. L'espace graphique permet la modélisation et la résolution d'un problème spatial, en modélisant les objets 3D du micro, du méso ou du macro-espace par des objets graphiques bidimensionnels du micro-espace. Dès lors que ce modèle est produit, il peut à son tour être considéré comme une représentation d'un objet géométrique et en conséquence donner lieu à un traitement plus théorique. L'espace graphique est alors un moyen de travailler la relation entre connaissances spatiales et connaissances géométriques » (Soury-Lavergne et Maschietto, 2019, p. 102-103).

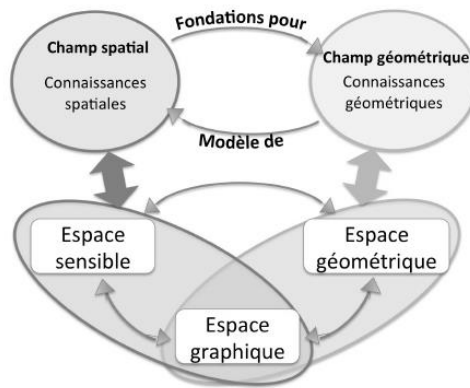


Figure I-1: Rôle pivot de l'espace graphique dans la mise en relation des connaissances spatiales (Soury-Lavergne et Maschietto, 2019,p.103)

In fine nous retenons que la reproduction de figures joue un rôle essentiel dans l'articulation entre connaissances spatiales et géométriques mais qu'il est difficile de circonscrire précisément les connaissances spatiales en jeu.

Comme le souligne Bessot (Débat 19^e EE, 2020), « la valeur de la variable didactique "taille de l'espace" est un des moyens pour Brousseau de discriminer des problèmes spatiaux dans les articulations spatial-géométrie ». Aussi un jeu sur cette variable peut être un moyen d'apporter quelques éléments de réponse à cette question de la caractérisation des connaissances spatiales.

5. De l'artefact à l'instrument

Nous venons de voir que la composante artefact est un élément essentiel des Espaces de Travail Géométrique. Nous avons différencié artefacts et instruments, en référence aux travaux de Rabardel (1995). L'artefact acquiert son statut d'instrument au travers de l'activité

du sujet dans un double processus d'instrumentation et d'instrumentalisation qui constituent la genèse instrumentale.

« Les processus d'instrumentation sont relatifs à l'émergence et à l'évolution des schèmes d'utilisation : leur constitution, leur fonctionnement, leur évolution, et l'incorporation d'artefacts nouveaux à des schèmes déjà constitués. » (Rabardel, 1995, p. 111)

Ainsi l'instrumentation procède d'un mouvement de l'artefact vers le sujet. L'artefact, par les potentialités qu'il offre mais aussi par ses contraintes et limites, conditionne les actions du sujet qui est amené à modifier, adapter ses schèmes d'actions. Cette adaptation est concomitante d'une découverte progressive par le sujet des propriétés intrinsèques de l'artefact. Ce processus d'accommodation conduit à un changement de signification de l'instrument par association de l'artefact à de nouveaux schèmes. Rabardel souligne que les schèmes d'utilisation ont à la fois une composante privée propre à chaque individu et une dimension sociale.

Lors de l'instrumentalisation, l'action du sujet est tournée vers l'artefact et c'est ce dernier qui évolue :

« L'instrumentalisation peut être regardée comme un processus d'enrichissement des propriétés de l'artefact. C'est un processus qui prend appui sur des caractéristiques et propriétés propres de l'artefact, et leur donne un statut en fonction de l'action en cours et de la situation[...]. Ces propriétés peuvent néanmoins être conservées au-delà de l'action en cours, et prendre un statut de fonction acquise. Elles constituent alors, pour le sujet, une propriété permanente de la composante artefact de l'instrument. La fonction acquise est dans ce cas conservée durablement comme propriété de l'artefact en relation avec une classe d'actions, d'objets de l'activité et de situations. » (Béguin et Rabardel, 2000, p. 13)

Nous verrons dans le Chapitre II comment dans le cadre de la reproduction de figures, cette genèse instrumentale peut être corrélée à la production de raisonnements par les élèves. Cela nous conduira à tenir compte dans nos analyses du regard porté par les enseignants sur ces mêmes raisonnements.

Par ailleurs, pour Rabardel, l'instrument est « *une entité intermédiaire, un moyen terme, voire un univers intermédiaire entre deux autres entités que sont le sujet, acteur, utilisateur de l'instrument et l'objet sur lequel porte l'action* » (Rabardel, 1995, p. 72).

Cette position intermédiaire de l'instrument l'amène à être médiateur entre un sujet et l'objet sur lequel porte l'activité de ce sujet.

Rabardel distingue deux grandes orientations de la médiation :

*« dans le sens de l'objet vers le sujet une médiation que nous qualifierons de **médiation épistémique** où l'instrument est un moyen qui permet la connaissance de l'objet ;*

*dans le sens du sujet vers l'objet une **médiation pragmatique** où l'instrument est moyen d'une action transformatrice (en un sens large incluant le contrôle et la régulation) dirigée vers l'objet » (Rabardel, 1995, p. 72).*

En géométrie plane dans une activité de reproduction de figures, un même instrument comme une règle non graduée permet, dans une médiation épistémique, de prendre des informations sur un objet graphique (des points sont-ils alignés ?) ou d'agir sur cet objet graphique dans un processus de médiation pragmatique (par exemple représenter un segment). Ces médiations épistémique ou pragmatique qui donnent lieu à des prises de décision sont potentiellement porteuses de raisonnements. Nous verrons comment dans l'activité de reproduction de figure des élèves, elles sont étroitement imbriquées dans des successions de raisonnements élaborés car, comme le souligne Rabardel, *« dès lors que cette médiation s'inscrit dans une activité réelle les dimensions épistémiques et pragmatiques de la médiation sont en interactions constantes au sein de cette activité »* (Rabardel, 1995, p. 72).

Guille-Biel Winder et Petitfour (2018, p. 8) distinguent deux types de connaissances associées à l'utilisation des instruments qu'elles nomment connaissances techniques et connaissances pratiques en référence à Petitfour (2017).

« Les connaissances techniques sont relatives à la fonction des objets techniques — ou artefacts qui deviennent instruments dans un processus de genèse instrumentale — et à leurs schèmes d'utilisation (Rabardel, 1995). Par exemple, une fonction de l'équerre est de vérifier si un angle est droit. Pour ce faire, on place l'équerre sur l'angle à vérifier en ajustant un côté et le sommet de l'angle droit de l'équerre avec un côté et le sommet de l'angle à vérifier, puis on regarde si l'autre côté de l'angle à vérifier coïncide ou non avec l'autre côté de l'angle droit de l'équerre.

Les connaissances pratiques sont relatives d'une part à la manipulation concrète des objets techniques matériels, en lien avec les compétences manipulatoires construites par le sujet [...], d'autre part à l'organisation de l'action instrumentée en contexte, en lien avec les compétences organisationnelles construites par le sujet. »(Guille-Biel Winder et Petitfour, 2018, p. 8)

Nous reprendrons cette terminologie dans la suite de notre travail.

6. La visualisation des figures

De nombreuses recherches récentes dans le domaine de la géométrie soulignent l'importance du regard porté sur les figures par les élèves pour produire des raisonnements en géométrie.

Ces recherches proposent des situations dont l'objectif est de faire évoluer le regard des élèves sur les figures et visent *a priori* une meilleure utilisation de la figure dans un horizon G2 en prenant appui sur les travaux de Duval.

« Nous cherchons à construire une progression qui assure une continuité des apprentissages tout au long de l'école primaire et qui assume de créer les conditions favorables pour exercer et développer le regard géométrique sur les figures. » (Bulf & Celi, 2016, p. 21)

« À travers les figures matérielles qui représentent le problème, qu'elles soient tracées sur du papier ou sur un écran d'ordinateur, il faut voir les objets géométriques sur lesquels doit porter le raisonnement. Comment un tel regard géométrique sur les figures peut-il se construire ? »(Perrin-Glorian & Godin, 2014, p. 29)

Notre travail, centré sur le raisonnement, n'a pas pour objectif principal le développement d'un « *regard géométrique* » sur les figures. Cependant, tenir compte de la manière de voir les figures des élèves et des enseignants nous apparaît incontournable. Cela nous amène à étudier les travaux de Duval.

(Duval, 1994) relève qu'une figure ne « montre » pas la même chose à l'élève de primaire, de collègue ou de lycée qu'à son enseignant : cela l'amène à différencier des modes d'appréhension d'une figure, en jeu dans ce qu'il appelle le « regard mathématique » sur la figure, et à questionner leur indépendance l'une par rapport à l'autre.

L'appréhension perceptive est celle qui permet la reconnaissance et l'identification immédiate de formes. L'appréhension discursive d'une figure peut être pilotée par le texte qui qualifie l'objet géométrique ou décrit une propriété, directement ou après démonstration. L'appréhension séquentielle est celle que l'enseignement usuel favorise, elle est liée à l'ordre de construction d'une figure. La construction d'une figure repose souvent sur la production de constructions intermédiaires, elle est déterminée conjointement par les propriétés de la figure à construire et par les instruments de tracé à disposition (Duval, 1994). Enfin, *« l'appréhension opératoire est l'appréhension d'une figure donnée en ses différentes modifications possibles en d'autres figures »* (Duval, 1994, p. 126).

Duval (2005) réorganise ces quatre appréhensions en deux types de visualisation : la *visualisation iconique* et la *visualisation non iconique*. *« Par visualisation, il faut entendre un processus actif et situé : le sujet s'engage dans un problème et à cette fin organise (de manière consciente ou non) sa perception des formes. »* (Mathé et al., 2020, p. 35)

« La visualisation iconique repose sur une ressemblance entre la forme reconnue dans un tracé et la forme caractéristique de l'objet à identifier. » (Duval, 2005, p. 15). Dans ce type de visualisation, la forme est discriminée à partir de son contour et apparaît stable, indépendante des opérations que l'on pratique sur elle. Il y a une résistance à sortir du contour fermé de la figure qui ne peut pas être décomposée en d'autres formes semblables ou différentes dans

un démarche heuristique (Duval 2005). Ce mode de visualisation constitue un obstacle dans l'entrée dans la géométrie.

La *visualisation non iconique* se fonde sur la décomposition des formes perçues en unités figurales de même dimension ou de dimension inférieure. Duval (2005) considère que l'apprentissage de la géométrie sollicite trois modes de *visualisation non iconique* ; la *décomposition méréologique*, la *décomposition instrumentale* et la *déconstruction dimensionnelle*. Ils ont en commun un enrichissement heuristique de la figure pour y faire apparaître des formes que le regard ne perçoit pas immédiatement.

La *décomposition méréologique* est une décomposition en unités figurales de même dimension que la figure d'origine. Elle « *consiste à envisager le dessin comme assemblage par juxtaposition ou par superposition d'unités figurales de même dimension incluant éventuellement des changements de taille ou de position* » (Mathé et al., 2020, p. 36).

La *décomposition instrumentale* est centrée sur la constructibilité des figures à l'aide des instruments. Mathé et Mithalal (2019) l'assimilent à l'appréhension séquentielle.

Avec la *déconstruction dimensionnelle*, l'espace est considéré du point de vue de ses dimensions. La visualisation repose alors sur une décomposition en unités figurales de dimension inférieure à celle de la figure initiale : points (0D) ou lignes (1D) dans le cadre de la géométrie plane. Elle est étroitement corrélée à une activité discursive sur la figure étudiée.

« La déconstruction dimensionnelle présente deux caractéristiques qui l'opposent non seulement à la décomposition méréologique mais également à la déconstruction instrumentale. Elle se fait nécessairement en articulation avec une activité discursive. On pourrait même dire qu'elle est essentiellement d'ordre discursif. Pour la représenter graphiquement, il faut en quelque sorte transformer les figures géométriques en schémas. Ainsi la seule énonciation des propriétés caractéristiques d'un parallélogramme par exemple implique que l'on déconstruise dimensionnellement une figure simple 2D/2D en une configuration d'unités figurales 1D ou 0D/2D. Car les propriétés d'un objet 2D/2D sont des relations entre des objets représentés par des unités figurales 1D/2D ou 0D/2D. » (Duval, 2005, p. 23)

« Les problèmes spécifiques que pose l'apprentissage de la géométrie ne tiennent donc pas seulement à la complexité de la visualisation non iconique et à la déconstruction dimensionnelle des formes qui la sous-tend, ils tiennent aussi à la manière dont un discours géométrique peut s'articuler avec cette visualisation. Car l'activité géométrique présuppose toujours la synergie entre les fonctionnements propres à ces deux registres de représentation. » (Duval, 2005, p. 28)

Nous retenons l'importance de l'articulation entre activité de visualisation et activité discursive au cours de l'activité géométrique.

Même si leurs objets d'études sont très variables, les recherches récentes ont un point commun : elles se focalisent essentiellement sur les situations dans le micro-espace ou dans l'espace de l'écran d'ordinateur.

Cela nous amène à nous interroger sur le rôle de la variable « taille de l'espace » dans les situations de géométrie plane qui sera une composante essentielle de l'ingénierie proposée aux enseignants. Après avoir présenté des définitions, nous examinerons différents travaux français concernant le méso-espace.

7. Les différents espaces

7.1. Définitions retenues

Selon la taille de l'espace avec lequel le sujet est en interaction, celui-ci développe des rapports différents à l'espace. Brousseau (1983, 2000b), Berthelot et Salin (1992), considèrent trois types d'espaces : le micro-espace, le méso-espace et le macro-espace.

Dans cette recherche, nous nous centrons sur les deux premiers. Le micro-espace est l'espace des interactions liées à la manipulation des petits objets. Le méso-espace celui des déplacements domestiques.

Quand un sujet travaille dans un micro-espace, il est à l'extérieur de cet espace. Il perçoit l'objet qu'il étudie dans sa globalité. Ainsi, il peut facilement le faire bouger pour mieux l'appréhender. Par ailleurs les actions sont peu coûteuses et leurs effets immédiatement perceptibles (Berthelot et Salin, 1992). Quand le sujet est confronté à des tâches dans le méso-espace, il fait partie de l'espace dans lequel il travaille. Il peut s'y déplacer rapidement et change alors de point de vue sur les objets qui y sont placés. Ses déplacements le confrontent à différentes perspectives qui peuvent modifier sa perception des relations spatiales entre objets.

Le sujet est aussi à l'intérieur du macro-espace et s'y déplace tandis que les objets sont fixes. Mais cette fois-ci, la vue ne permet plus que le contrôle d'une petite partie de l'espace d'interaction, celle qui est autour du sujet et par conséquent varie tout au long de son déplacement (Berthelot et Salin, 1992 p. 101). Par conséquent le sujet doit reconstruire une représentation globale du macro-espace à partir de visions partielles. Il est possible de distinguer plusieurs types de macro-espaces suivant qu'il s'agit de la terre entière ou d'une zone urbaine, rurale, sylvestre, souterraine, maritime ou aérienne (Berthelot et Salin, 1992)(Brousseau, 2000).

Houdement (2019) met en regard cette approche de Brousseau avec les travaux internationaux dont ceux du géographe Montello (1993) :

« Il [Montello] propose la classification suivante, qui a de grandes ressemblances avec la typologie retenue par Galvez, Berthelot et Salin, à laquelle il ajoute une dimension temporelle et une quatrième catégorie.

- « *Figural space* » : un espace figuratif est projectivement plus petit que le corps, ses propriétés sont appréhendées sans nécessité de se déplacer. Il est en général divisé entre « *pictoral space and object space* », petits espaces plats 2D et petits espaces 3D. L'espace figuratif est l'espace des images, des photos, des petits objets. On peut approcher haptiquement certains objets, il n'y a pas besoin de mouvoir le corps entier. La plupart des tests psychométriques se font dans cet espace.

- « *Vista space* » : un espace de vision est aussi grand, voire plus grand que le corps humain, mais il peut être appréhendé d'un point fixe sans déplacement significatif. C'est l'espace d'une simple pièce, d'une place de village, une petite vallée ; l'horizon fait partie de cette catégorie.

- « *Environmental space* » : un espace environnant est plus étendu que le corps humain qu'il entoure. On ne peut pas l'appréhender sans déplacement conséquent ; il requiert l'intégration d'informations décalées dans le temps. C'est l'espace d'un immeuble, d'un quartier, d'une petite ville. Bien que cet espace ne puisse pas être appréhendé en un temps court, Montello fait l'hypothèse que ses propriétés spatiales peuvent s'acquérir avec le temps, grâce à une exposition prolongée à cet espace.

- « *Geographical space* » : un espace géographique ou gigantesque est plus grand que le corps humain, il ne peut pas être appréhendé directement par déplacement du corps, même conséquent. Il doit être appréhendé grâce à des représentations symboliques telles que cartes ou modèles qui réduisent l'espace géographique à des espaces figuratifs (*figural space*) : les états, les pays, le système solaire. (Houdement, 2019, p. 40) »

Ainsi le *figural space* peut être rapproché du micro-espace, et le *vista space* du méso-espace. La différence opérée par Montello (1993) entre *vista space* et *environmental space* nous amène à considérer aussi la dimension temporelle comme étant essentielle. Ainsi, c'est cette prise en compte de la temporalité qui permet au dispositif méso-spatial présenté par Houdement (2019)⁵ de provoquer l'acquisition de connaissances macro spatiales comme le recollement de cartes. Nous en retenons que la taille de l'espace est une variable à prendre en considération non pas isolément mais en interaction avec la disposition spatiale du lieu dédié à l'activité géométrique et des objets qui peuvent (ou non) constituer des obstacles à la vue ou aux déplacements.

⁵ Pour une description complète de ce dispositif voir (Houdement, 2019, p.27).

7.2. Les principales recherches françaises qui présentent des situations dans le méso-espace

« Les drapeaux » est un exemple de problème de recherche de grandeur inaccessible dans le méso-espace qui a pour objectif la modélisation d'une situation spatiale (Brousseau et Brousseau, 1987, p. 256). Dans cette situation, le problème est posé dans le jardin de l'école. Au bord de deux allées convergentes, sont placés deux fanions (Figure I-2) .

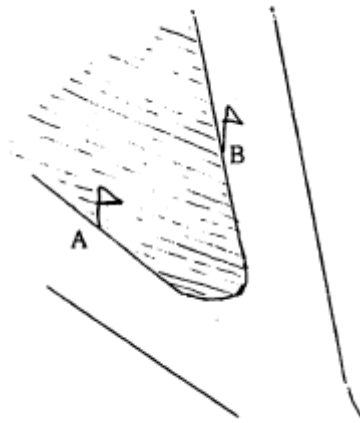


Figure I-2 : représentation de la situation "Les drapeaux"(Brousseau et Brousseau, 1987, p.257).

L'enjeu pour les élèves est de déterminer la distance qui sépare les deux fanions sans se déplacer sur la pelouse. Les prises d'information, dont le mesurage, sont autorisées partout ailleurs. La validation se fait par comparaison de la longueur d'un fil tendu entre les deux fanions aux prévisions effectuées.

Une solution présentée par Brousseau et Brousseau consiste à structurer l'espace à l'aide de points de repères, construire un plan à l'échelle de cette structure, mesurer la distance cherchée sur ce plan et enfin calculer la distance réelle correspondante.

Nous pouvons déjà noter l'intervention de l'enseignant et les difficultés des élèves à entrer dans la problématique de modélisation :

*« Après quelques tentatives infructueuses - malgré la suggestion de l'enseignant de faire un plan - les élèves réclament la solution et beaucoup ont du mal à comprendre avant la fin comment la solution surgira de cette opération »
(Brousseau et Brousseau, 1987, p. 258)*

Pour rechercher des différences éventuelles de procédures liées à la taille de l'espace dans lequel le sujet évolue, Berthelot et Salin (1992) procèdent à la comparaison d'expérimentations mettant en œuvre une notion géométrique dans le micro-espace et le méso-espace. Plus précisément, ils conçoivent et étudient dans un premier temps un ensemble de situations, les problèmes « rectangle » et « bancs », testées auprès de groupes

de 2 élèves. Dans la situation « *rectangle* », la tâche dévolue aux élèves est la construction effective d'un rectangle de dimensions données. Le problème est construit pour que la taille constitue une variable, toutes autres variables étant équivalente par ailleurs. Les dimensions des rectangles à reproduire sont celles d'une feuille de papier, d'une table et un rectangle de 9 m de longueur pour 7 m de largeur (Berthelot et Salin, 1992, p. 180).

Les variables fixées, communes aux 3 problèmes sont les suivantes :

- La référence au rectangle est faite dans la consigne, soit par une indication textuelle soit via un plan sur une feuille de papier.
- La position du rectangle à construire est fixée par la matérialisation de deux sommets consécutifs par un repère sur la feuille, des gommettes au sol ou des piquets pour le rectangle à l'extérieur dans la cour. Cette position est fixée « de biais » par rapport au milieu extérieur (deux sommets ne sont pas sur une ligne parallèle à une ligne de l'espace sensible, bord de la feuille de papier, mur, allée, etc.).
- Les outils sont fournis à la demande des élèves. Mais la liste du matériel disponible (matériel de tableau, corde, décamètre, matériel de géométrie de l'élève, feuilles de papier) n'est pas donnée.

La situation « *bancs* » demande d'anticiper la position des quatre pieds d'un banc après déplacement de celui-ci en considérant que ces pieds déterminent les sommets d'un rectangle. Les bancs considérés sont un banc scolaire (environ 200 cm × 40 cm) et une construction artisanale d'une planche traversée de clous aux 4 angles (environ 40 cm × 5 cm). Dans les deux cas, le banc est présenté aux élèves dans une position initiale. L'expérimentateur détermine dans un autre lieu la position approximative de deux pieds en traçant au sol une ellipse très aplatie, de sorte que le grand axe de cette ellipse fasse un angle d'environ 45° avec les directions privilégiées de l'environnement. Les élèves doivent représenter l'emplacement des quatre pieds après déplacement du banc. La vérification se fait en posant le banc sur les traces. Si les pieds du banc sont superposables aux traces, la tâche est réussie (Berthelot et Salin, 1992, p. 108).

L'objectif d'enseignement de ces situations est de substituer à la reconnaissance visuelle d'un rectangle la mobilisation de ses propriétés géométriques. Dans leur conclusion, quand ils analysent l'influence des variables choisies, Berthelot et Salin formulent trois remarques essentielles concernant le méso-espace (Berthelot & Salin, 1992, pp. 193-194). Leur premier constat est que dans une tâche de construction ou de reproduction, le passage du micro au méso-espace augmente chez les élèves le recours aux connaissances de géométrie. Ils expliquent ce fait par l'inadaptation des outils conventionnels, habituellement utilisés dans le micro-espace (règle, équerre, compas). Leur usage rend plus complexes les tâches d'actions dans cet espace et mobilise des connaissances complémentaires. Berthelot et Salin (1992) notent également que la validation d'une situation de construction dans le méso-espace conduit à la prise en compte de questions de géométrie. Enfin ils soulignent que la communication des procédures dans le méso-espace met davantage en avant la nécessité d'employer un langage adapté.

Pour Gobert (2001), dans la distinction entre micro et méso-espace, interviennent simultanément la taille de l'espace considéré et le type d'interactions que peut entretenir le sujet avec son espace de travail. Elle retient la variable taille de l'espace en tant que variable du milieu matériel avec lequel l'élève est en interaction. Ce sont les contraintes de contrôle portant à la fois sur le milieu et sur les actions que l'on peut y exercer, c'est-à-dire le type d'interaction possible avec les éléments du milieu objectif qui déterminent le choix d'une procédure. À travers une expérimentation en classe de cours moyen deuxième année, elle étudie une modalité d'une situation fondamentale de la géométrie comme modèle de l'espace : la situation « *Terrain et tige* ». Dans cette situation, « *une tige rectiligne est située à l'intérieur d'un terrain polygonal, ses extrémités sont situées sur deux côtés consécutifs du terrain. Le terrain est clôturé de sorte qu'on ne peut pas accéder à l'intérieur, ni le survoler. Il s'agit de déterminer une mesure de la longueur de la tige* » (Gobert, 2001, p. 196).

Parallèlement aux travaux de Gobert, Berthelot poursuit ses recherches portant sur la mise en œuvre de situations de modélisation en fin de primaire (Berthelot, 2000). Il conclut qu'un travail dans le micro-espace seul ne permet pas aux élèves de distinguer l'espace modélisé des espaces de représentation et il avance les apports potentiels d'un milieu méso-spatial. En particulier, selon lui, les déplacements et les recollages d'informations qu'impose un tel milieu (méso-espace) amènent à mobiliser davantage de notions géométriques et à les articuler. Ses conclusions sont reprises et étayées par Bloch et Salin (Bloch et Salin, 2004). Par une analyse des possibilités de contrôle des objets géométriques dans le micro-espace et le méso-espace, elles mettent en évidence des divergences de fonctionnalité de ces deux espaces dans de nombreux domaines qui vont des tâches de tracé à la prise en compte des problèmes de mesurage.

Nous tenons à citer les travaux de Rolet (2003) : nous n'avons trouvé qu'un seul article de recherche, mais l'ingénierie qu'elle a construite est présentée sur le site *MAGESI*. En effet Rolet fait aussi l'hypothèse qu'un changement de taille de l'espace de travail associé à un changement d'instruments peut favoriser le passage de l'espace sensible à l'espace géométrique ainsi qu'une meilleure compréhension des objets géométriques et des relations qui les lient. Ses travaux l'amènent à concevoir une ingénierie pour l'enseignement de la géométrie plane dans les classes de fin de primaire. Elle y définit différents espaces instrumentés qui associent taille d'espace et types d'instruments : méso-espace et (longue) corde, micro-espace et ficelle, micro-espace avec règle non graduée (qui permet le report de longueur) et gabarits variés, micro-espace de l'écran d'ordinateur et commandes d'un logiciel de géométrie dynamique. Elle envisage deux types de situations qui coordonnent un travail dans différents espaces. Le premier type de situation consiste à poser un problème identique, comme la construction d'une figure géométrique donnée, dans au moins deux espaces de tailles différentes. Le second type de situation revient à soumettre aux élèves un problème dans le méso-espace dont la résolution nécessite une modélisation dans un micro-espace avec un retour dans le méso-espace pour valider la procédure envisagée. L'ensemble de l'ingénierie repose sur l'hypothèse que la construction des connaissances de l'élève nécessite un

important étayage de la part de l'enseignant. Pour Rolet (2003) ce dernier a pour rôle d'apporter des connaissances dans le milieu des élèves pendant la phase de recherche s'ils sont dans une impasse. L'enseignant doit évaluer les productions quand il n'y a pas de validation interne du milieu (Rolet, 2003) (MAGESI) ⁶.

Salin présente en 2008 une situation « tapis » qui s'apparente aux situations « rectangle » et « bancs » et dans laquelle les élèves doivent anticiper l'emplacement des coins d'un tapis avant son déplacement. Dans cette situation, les élèves peinent à mobiliser les connaissances de géométrie dont ils semblent disposer dans le micro-espace. En particulier (Salin, 2008) remarque que le problème posé ne demande pas de tracer le contour du tapis mais seulement de positionner ses sommets. Cela demande aux élèves une difficile décomposition du rectangle en points et en 4 droites perpendiculaires. Elle note également que les élèves qui échouent attribuent souvent leur échec à l'imprécision de leurs mesures.

Pressiat et Combier (2001), à propos de cercle et de l'angle en début de collège, s'appuient sur l'articulation de tâches dans le micro et le méso-espace, puis avec un logiciel de géométrie dynamique pour favoriser le recours aux connaissances géométriques. De même Bloch et Osel (2010) mobilisent l'alternance micro/méso-espace dans l'étude du cercle et du triangle en fin de primaire pour introduire la schématisation.

D'autres travaux (Munier et Merle, 2007) (Laguerre, 2014), menés dans le secondaire (élèves âgés de 11 à 15 ans), et principalement basés sur la recherche d'une mesure inaccessible, mettent en évidence comment, dans des activités interdisciplinaires, l'articulation entre les différents espaces favorise l'acquisition de compétences dans le domaine de la modélisation et le passage d'un problème de l'espace à un problème géométrique.

Lors du séminaire National de Didactique des Mathématiques de (2009), Perrin-Glorian et Salin dressent une revue de questions autour des travaux en didactique de la géométrie réalisée depuis 1973. Elles reviennent plus spécifiquement sur la problématique de modélisation, soulignent que c'est une piste pour l'enseignement de la géométrie car elle suscite des besoins théoriques à partir de finalités pratiques. Elles s'interrogent en particulier sur les types de raisonnement géométriques accessibles aux élèves par le biais de ces situations (Perrin-Glorian et Salin, 2009).

Plus récemment, Barrier, De Vittori et Mathé étudient les effets didactiques d'une approche historique dans un cours de mathématiques de début de collège. À partir de l'analyse d'une séance de construction de figure plane à l'aide d'une corde comme les Sulbasutras indiens (les Traités du Cordeau), ils soulignent les spécificités d'utilisation de cet artefact. Ils concluent que la présence dans le milieu d'artefacts non usuels peut favoriser l'émergence de connaissances géométriques reposant sur des propriétés. Cela peut conduire à la formulation de connaissances géométriques (Barrier et al., 2012).

⁶ <http://magesi.ens-lyon.fr/> site consulté le 26/05/2020

Nous retenons de l'ensemble de ces travaux la potentialité que semblent offrir des jeux sur les variables : taille de l'espace, notamment l'intérêt du méso-espace ; choix des instruments. Dans les travaux évoqués, les problèmes proposés dans le méso espace comportent parfois, pour avancer vers la réponse, un retour dans un micro-espace qui modélise le problème du macro-espace. Nous souhaitons que tous les éléments du problème posé aux élèves dans le méso-espace relèvent d'un méso-espace, sans retour « physique » possible dans un micro-espace.

À l'instar de Gobert (2001) nous considérons la taille de l'espace non pas pour elle-même, mais pour son rapport avec la taille du sujet : le méso-espace d'un élève de maternelle n'est pas celui d'un élève de cycle 3. Dans notre étude, nous choisirons un méso-espace que le sujet peut appréhender dans sa globalité d'un seul regard et explorer par le biais de déplacements dans un temps très court.

L'alternance de travail dans des espaces de tailles différentes nous paraît contribuer à l'articulation des connaissances spatiales et géométriques. Nous envisageons donc deux situations, l'une sur feuille de papier et l'autre dans un espace limité de la cour.

8. Les programmes de géométrie en fin de primaire et au début du collège

Nous allons maintenant présenter les éléments du programme de mathématiques en vigueur en cycle 3 qui concernent la géométrie plane et plus particulièrement la reproduction de figures (figures simples). Ces éléments seront utiles dans les analyses ultérieures car certaines actions des enseignants pourront éventuellement être mises en relation avec des préconisations du programme.

8.1. Présentation générale

Depuis le début de notre recherche en 2015, les programmes de mathématiques pour l'école primaire et le collège ont été modifiés deux fois, en 2016 puis 2018. Après un bref aperçu de cette évolution globale, nous présenterons plus spécifiquement les programmes de géométrie en vigueur au moment des expérimentations définitives en 2017 et les points importants en relation avec notre travail, c'est-à-dire concernant la géométrie plane et plus particulièrement la reproduction de figure et l'étude des figures simples.

Au niveau global, un changement majeur intervient dans les programmes de 2016 concernant les cycles qui rythment le déroulement de la scolarité : le texte publié au BO n°11 spécial du 26 novembre 2015, précise que le cycle 1 regroupe les classes de maternelle, le cycle 2 les classes de CP, CE1 et CE2, le cycle 3 les deux dernières années de l'école primaire et la première année du collège ; enfin le cycle 4 désigne les trois derniers niveaux du collège. Ainsi,

fait nouveau, le cycle 3 est désormais commun aux deux institutions, primaire et secondaire. L'objectif annoncé de cette modification majeure est de renforcer la continuité pédagogique et la cohérence des apprentissages entre institutions. Cette répartition par cycles est reconduite en 2018.

Une autre modification notable depuis 2016 est la classification des compétences mathématiques à acquérir par les élèves en six catégories identiques pour les cycles 2, 3 et 4 : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer.

Depuis 2016, les enseignants de fin de primaire et de 6^e ont donc à leur disposition pour construire leur enseignement de mathématiques les mêmes documents institutionnels. Ces documents sont constitués pour le cycle 3 d'un document principal présentant l'ensemble du programme structuré en trois thèmes principaux : nombres et calcul ; grandeurs et mesures ; espace et géométrie. Ce texte est complété par des documents d'accompagnements relatifs à chaque thème. Nous allons maintenant présenter plus précisément le contenu du thème en lien avec notre sujet de recherche.

8.2. Le thème espace et géométrie

Le document principal qui présente l'ensemble du programme (BO n° 11 du 26 novembre 2015) est complété pour le thème espace et géométrie par neuf documents d'accompagnement : un document d'accompagnement maître de 18 pages et huit documents rattachés de 2 à 6 pages chacun, dont six concernent la géométrie plane : les angles ; le disque et le cercle ; la géométrie « flash » ; les polygones ; les programmes de construction ; les quadrilatères. Ce sont donc en tout huit textes relatifs à la géométrie plane que les enseignants de primaire et de collège ont à leur disposition pour préparer leurs séquences d'enseignement sur la géométrie plane.

Après avoir présenté rapidement les connaissances citées dans document principal, nous expliciterons les points saillants que nous avons relevés à la lecture de l'ensemble des documents que nous venons de citer.

Ces points portent sur les connaissances spatiales, l'usage des instruments, l'institutionnalisation, la progressivité des apprentissages, le raisonnement et les situations préconisées.

8.3. Les connaissances au programme du cycle 3 pour le thème espace et géométrie en 2016

Pour le thème espace et géométrie, le document principal est structuré autour de trois rubriques :

1. (Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations ;

2. Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques ;

3. Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques.

Pour chaque rubrique le programme est présenté en deux colonnes. La première indique les connaissances et compétences associées à travailler avec les élèves, dans la seconde figurent en regard des exemples de situations, d'activités et de ressources pour les élèves.

Les figures géométriques étudiées sont des figures simples (triangles, quadrilatères, cercle) ou des figures complexes (assemblages de figures simples).

Les relations géométriques à reconnaître et utiliser concernent : alignement et appartenance ; perpendicularité et parallélisme ; égalité de longueurs ; égalité d'angles ; distance entre deux points, entre un point et une droite ; symétrie axiale. Un extrait du BO se trouve en annexe I.1.

8.4. Des indications du programme en relation avec notre étude

Cette partie cherche à rapidement repérer dans différents documents des programmes des termes, conseils ou indications, en relation avec notre étude.

Nous avons vu paragraphe 4 qu'il est difficile mais nécessaire de distinguer connaissances spatiales et connaissances géométriques. Le programme de cycle 3 évoque les « *apprentissages spatiaux* » :

« Dans la continuité du cycle 2 et tout au long du cycle, les apprentissages spatiaux se réalisent à partir de problèmes de repérage de déplacement d'objets, d'élaboration de représentation dans des espaces réels, matérialisés (plans, cartes, etc.) ou numériques. » (BO n° 11 du 26 novembre 2015, p. 211).

Dans le programme du cycle 2, nous lisons :

« Au cycle 2, les élèves acquièrent à la fois des connaissances spatiales comme l'orientation et le repérage dans l'espace et des connaissances géométriques sur les solides et sur les figures planes. » (BO n° 11 du 26 novembre 2015, p. 82)

Ainsi les connaissances spatiales sont assimilées aux connaissances concernant les déplacements et le repérage dans l'espace, c'est-à-dire la première rubrique du document principal (BO n° 11 du 26 novembre 2015, p. 210) :

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations	
<p>Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan ou sur une carte. Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers. Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Vocabulaire permettant de définir des positions et des déplacements. ➤ Divers modes de représentation de l'espace. 	<p>Situations donnant lieu à des repérages dans l'espace ou à la description, au codage ou au décodage de déplacements. Travailler :</p> <ul style="list-style-type: none"> - dans des espaces de travail de tailles différentes (la feuille de papier, la cour de récréation, le quartier, la ville, etc.) ; - à partir de plans schématiques (par exemple, chercher l'itinéraire le plus court ou demandant le moins de correspondances sur un plan de métro ou d'autobus) ; - avec de nouvelles ressources comme les systèmes d'information géographique, des logiciels d'initiation à la programmation...

Dans ce document, il est préconisé de travailler dans des espaces de tailles différentes comme la feuille de papier, la cour de récréation, le quartier, la ville. Néanmoins le document d'accompagnement qui traite du repérage dans l'espace est intitulé « *initiation à la programmation* » et ne figure pas dans la liste des neuf documents d'accompagnement relatifs à la géométrie que nous avons cités précédemment. Cela sous-entend que l'acquisition des connaissances spatiales (telles que définies dans les programmes) est envisagée essentiellement par l'intermédiaire du codage.

Nous relevons également une référence explicite au « *vocabulaire permettant de définir des positions et des déplacements* ». Nous retrouvons cette prévalence du vocabulaire dans les parties spécifiquement dédiées à la géométrie. D'après les différents textes, le vocabulaire permet de nommer les objets géométriques et leurs relations, de décrire les figures avec plus de précision et de « *produire des raisonnements argumentés pour établir la nature d'une figure donnée* ». Des exemples de termes à connaître à chaque niveau de cycle sont détaillés et le vocabulaire spécifique à certaines notions est donné dans les documents d'accompagnement : « les polygones », « le disque et le cercle », « les angles ». Il est précisé que ces documents sont à destination des enseignants et ne doivent pas être utilisés tels quels pour les élèves, mais leur objet premier est clairement centré sur l'usage d'un vocabulaire géométrique partagé par tous. Pour autant, il est stipulé que le vocabulaire est introduit en situation, au fur et à mesure de la nécessité de son usage, et non pas en introduction d'une notion. Il incombe aux enseignants d'utiliser eux-mêmes un vocabulaire adapté et d'amener

les élèves à l'employer en reformulant leurs propos si nécessaire. L'acquisition du vocabulaire géométrique est donc un enjeu d'apprentissage fort du programme. Par ailleurs, des difficultés attendues dans l'usage du vocabulaire sont citées : il s'agit de la polysémie de certains termes et du rôle des déterminants. Des exemples sont donnés : il convient de dire « le centre du cercle » et non pas « un centre du cercle ». Des activités en lien avec le français sont préconisées pour dépasser ces difficultés.

L'usage des instruments est également présenté comme un enjeu majeur de l'enseignement de la géométrie au cycle 3.

La manipulation physique des outils contribue à la compréhension et l'assimilation des différentes propriétés géométriques [...] et à la connaissance et reconnaissance des figures simples usuelles [...]. Les constructions géométriques ont un rôle essentiel dans les apprentissages. Elles permettent de réinvestir les définitions et les propriétés qui ont été institutionnalisées. (Document d'accompagnement principal, page 6)

Il est préconisé de proposer aux élèves des tâches de constructions très régulièrement en jouant sur ce que nous considérons comme des variables (supports de prise d'information et de construction, nature des figures à reproduire, éléments directement visibles ou non, contraintes de reproduction) pour faire évoluer les connaissances en jeu.

Concernant la progressivité des apprentissages et les paradigmes géométriques, le document d'accompagnement principal présente quelques repères de progressivité, avec un premier passage d'une reconnaissance perceptive globale sans instrument à une reconnaissance instrumentée durant le cycle 2, puis une seconde évolution amorcée au cours du cycle 3, qui vise un abandon progressif de la vérification instrumentée, au profit d'un travail sur les énoncés (passage de G1 à G2) :

« L'argumentation attendue pour justifier qu'un polygone donné est bien un rectangle évolue tout au long des quatre premiers cycles [...] quand les élèves apprennent qu'un rectangle a quatre sommets, quatre côtés et quatre angles droits, cela leur permet d'acquérir progressivement des éléments pour justifier qu'un polygone donné est ou non un rectangle en s'appuyant sur des faits qu'ils peuvent eux-mêmes vérifier avec leurs outils en fin de cycle 2 [...]. Au cycle 3, ces faits se structurent davantage au niveau de la définition ou des propriétés qui permettent aux élèves d'affirmer qu'un polygone donné est ou n'est pas un rectangle. Au cours de la dernière année du cycle, les élèves se détachent progressivement des mesures effectuées directement sur les figures, l'équerre n'est plus utilisée pour prouver qu'un angle est droit et la règle graduée ne permet plus de justifier que deux segments donnés ne sont pas de même longueur ». (p. 3)

Le texte fait référence au document d'accompagnement pour le cycle 4 de Houdement et Rouquès (2016). Dans ce document pour le cycle 4, ces auteurs proposent d'utiliser les

expressions « *géométrie dessinée* » et « *géométrie abstraite* » pour distinguer auprès des élèves les paradigmes géométriques G1 et G2 et ainsi clarifier le type de contrat à respecter quand ils s'engagent dans une tâche.

« Les élèves sont souvent pris dans des tâches qui relèvent implicitement de géométries différentes (géométrie dessinée et géométrie abstraite). Nommer et repérer ces deux géométries devraient permettre aux enseignants d'analyser la tâche en termes de géométrie sollicitée, de qualifier des réponses d'élèves, de hiérarchiser les exercices. Expliciter aux élèves, à l'occasion d'exercices, les deux géométries, leurs spécificités, les raisons pour lesquelles elles sont toutes les deux nécessaires, devrait permettre à ceux-ci de mieux comprendre les attentes de l'enseignant. » (Houdement et Rouquès, 2016, p. 12)

L'institutionnalisation fait l'objet d'un paragraphe spécifique dans le document d'accompagnement principal pour le cycle 3. Il est précisé :

Les « écrits de savoir », l'institutionnalisation, ne sont pas un préalable au travail mené en géométrie, mais une étape qui arrive après de nombreux travaux de construction et d'écrits intermédiaires produits par les élèves. Ces « écrits de savoir » ne sont pas une fin en soi. Au contraire, les élèves doivent être incités à les utiliser régulièrement dans les travaux de construction et de recherche menés en classe. (page 7)

Le raisonnement est présenté en lien avec l'argumentation. Il est cité comme utile à la validation en appui sur les propriétés et relations entre objets :

« Prolongeant le travail amorcé au cycle 2, les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont essentiellement contrôlés par la perception à une géométrie où le recours à des instruments devient déterminant, pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation s'appuie sur le raisonnement et l'argumentation ». (BO n° 11 du 26 novembre 2015, p. 82)

Et aussi :

« En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets. » (BO n° 11 du 26 novembre 2015, p. 198)

Ainsi, dans le programme de cycle 3, le terme raisonnement est évoqué. Cela est en cohérence avec le document d'accompagnement du cycle 4 « raisonner » qui définit le raisonnement comme : « *processus mental permettant d'effectuer des inférences* ». Une inférence étant dans ce document une « *opération mentale par laquelle on accepte qu'une proposition soit vraie en vertu de sa liaison avec d'autres propositions* » (p. 1).

Enfin, le programme spécifie les situations à proposer aux élèves pour atteindre ces objectifs d'apprentissage :

« Différentes caractérisations d'un même objet ou d'une même notion s'enrichissant mutuellement permettent aux élèves de passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure. Les situations faisant appel à différents types de tâches (reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire, reproduire, représenter, construire) portant sur des objets géométriques, sont privilégiées afin de faire émerger des concepts géométriques (caractérisations et propriétés des objets, relations entre les objets) et de les enrichir. Un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances. Les professeurs veillent à utiliser un langage précis et adapté pour décrire les actions et les gestes réalisés par les élèves (pliages, tracés à main levée ou avec utilisation de gabarits et d'instruments usuels ou lors de l'utilisation de logiciels). » (BO n° 11 du 26 novembre 2015, p. 209)

Nous notons l'importance accordée au jeu sur les variables que représentent les artefacts et les supports de travail. Le texte pointe aussi la nécessité d'aborder différentes caractérisations d'un même objet. L'ingénierie retenue pour nos expérimentations respectera ces préconisations.

Par ailleurs, l'importance accordée au vocabulaire dans ces programmes nous amène à reprendre les propos de Mathé et Mithalal (2019). Comme eux nous considérons que :

« La question du langage dans l'enseignement-apprentissage de la géométrie à l'école est souvent abordée par le prisme du lexique, notamment dans les instructions officielles qui insistent sur l'usage d'un « vocabulaire adapté ». Construire un lexique permettant de désigner les objets et relations géométriques est un enjeu important de l'enseignement de la géométrie à l'école. Toutefois, une attention portée au seul lexique risquerait à notre sens de déboucher sur la simple substitution d'un lexique mathématique à un lexique quotidien, en fonction du contexte, sans réelle différenciation conceptuelle. » (Mathé et Mithalal, 2019, p. 65)

C'est pourquoi, pour dépasser une attention qui se focaliserait sur le seul vocabulaire employé, il nous apparaît utile d'étudier les particularités du langage géométrique. Notre recherche n'est pas centrée sur le langage, aussi notre étude n'est pas exhaustive, mais relève des éléments qui sont pour nous déterminants.

9. Des spécificités du langage utilisé en géométrie au cycle 3

L'objet de ce paragraphe est d'exposer certaines spécificités du langage qui peut être utilisé par les élèves ou le professeur en classe de géométrie et plus particulièrement lors de la reproduction de figures. Il se termine par la présentation de ce que nous nommons « qualification ».

9.1. Différents langages utilisés en géométrie au cycle 3

Dans sa thèse, Petitfour (2015) construit un cadre d'analyse du langage verbal qui peut être utilisé lors de situations de communication portant sur des actions instrumentées. Nous retenons de son travail la distinction entre trois types de langage qui peuvent coexister dans les propos de l'enseignant ou des élèves, à l'oral ou à l'écrit : *langage géométrique*, *langage courant* et *langage technique géométrique*.

Le langage géométrique est : « *relatif aux objets, relations ou propriétés géométriques, il utilise la langue mathématique constituée d'éléments d'écriture symbolique, de termes lexicaux ayant un sens spécifique en mathématiques ou de tournures syntaxiques privilégiées.* » (Petitfour, 2015, memento p. 10).

Il constitue un outil *a priori* efficace pour désigner de manière univoque ces objets et relations géométriques.

En complément ou en substitution de ce langage géométrique, les élèves peuvent utiliser le langage courant pour décrire les caractéristiques des dessins sur lesquels ils travaillent. En nous appuyant sur la classification proposée par Petitfour (2015, p. 292), nous distinguerons dans ce langage les termes qui désignent des objets graphiques et ceux qui définissent les relations spatiales qui les lient. Enfin nous prenons en compte le *langage technique géométrique* « *relatif à la manipulation des instruments en lien avec des propriétés géométriques, sans mention de ces propriétés* » (Petitfour, 2015, memento, p. 10).

9.2. Polysémie

Le langage géométrique présente des particularités qui interfèrent dans son apprentissage et son usage, dont nous rendons compte dans les paragraphes suivants.

En premier lieu, certains termes de la langue géométrique comme le mot « sommet » prennent un sens différent dans le registre de la langue courante. Coulange (2014) montre comment l'utilisation du dictionnaire dans un contexte de reproduction de figure en géométrie plane :

« *contribue à externaliser cette notion de sommet, c'est-à-dire à l'éloigner des éléments de contexte de la situation de description et de reproduction du*

premier modèle. Les premières définitions trouvées par les élèves dans le dictionnaire renvoient d'ailleurs à divers univers de savoirs (le « sommet d'une montagne ») ou aux savoirs liés à la géométrie dans l'espace, difficiles à mettre en relation avec le contexte initial relatif à la géométrie plane. » (Coulange, 2014, p. 16)

Il existe aussi des termes polysémiques à l'intérieur de la langue géométrique elle-même, le même terme renvoyant à des objets différents comme le mot « rayon » qui désigne à la fois un segment et sa longueur.

Ensuite le même terme peut désigner indifféremment un objet géométrique ou une représentation de cet objet géométrique comme un dessin. « *Par ailleurs, les mêmes mots désignant des objets géométriques réfèrent à des significations qui évoluent au fil des années y compris au cours du primaire.* » (Mathé et al., 2020, p. 18)

Ainsi « *l'introduction (par l'enseignant) et la reprise d'un vocabulaire spécifique (par les élèves) ne dit rien ou pas grand-chose des apprentissages géométriques effectivement réalisés par les élèves et de la recontextualisation des savoirs visés.* » (Coulange, 2014, p. 13)

9.3. Articulation entre noms des unités figurales et termes géométriques

Enfin, dans l'étude des opérations de désignation des objets géométriques, Duval (2014) souligne le problème de l'articulation entre noms des unités figurales et termes géométriques. Selon Duval (2014), une première difficulté tient à « l'hétérogénéité du vocabulaire ». Ainsi il identifie trois façons de désigner les unités figurales 1D :

1. Une unité figurale 1D peut être désignée directement : segment, droite.
2. Cette désignation peut également se faire selon son appartenance à une unité figurale de dimension supérieure : rayon d'un cercle, diamètre d'un cercle, diagonale d'un polygone, côté d'un polygone.
3. Enfin cette même unité figurale 1D peut être désignée par l'intermédiaire de sa relation à une autre unité figurale de même dimension (perpendiculaire, parallèle, symétrique).

Cette difficulté liée à l'hétérogénéité du vocabulaire est également analysée dans le travail de Coulange :

« Les termes tels que sommet, milieu (mais aussi extrémité, centre, etc.) permettent de qualifier les relations fonctionnelles du point, objet de dimension 0, à des objets de dimension 1 (comme le segment) ou 2 (comme le carré ou le triangle). L'emploi de ces termes stricto sensu ne donne toutefois pas à voir et peut même contribuer à masquer l'objet de savoir commun que constitue précisément le point, ainsi que le rôle essentiel joué par cet objet de savoir (à considérer comme une intersection de lignes, comme dans les éléments d'Euclide) dans les apprentissages géométriques scolaires. On peut faire l'hypothèse que la plupart des élèves ne perçoivent pas derrière les usages des

différents mots tels que milieu, sommet, extrémité, centre, etc. la désignation d'un objet commun « le point » et de ses relations avec d'autres objets géométriques (à une, deux, voire trois dimensions) ». (Coulange, 2014, p. 17)

Duval (2014) relève aussi des phénomènes de double désignation, qu'il considère nécessaires à l'activité langagière de la géométrie. En appui sur Duval (2014), Mathé et al.(2020, p. 73) soulignent aussi ces phénomènes.

« Une même unité figurale peut être successivement qualifiée de deux manières différentes selon la figure englobante à laquelle on la rapporte ou dont on la détache comme de son fond donné ou possible. » (Duval 2014, p. 4)

« Cette pratique de double désignation est fondatrice de toute activité mathématique [...]. En effet elle est à la base de toute activité de substitution par équivalence référentielle, à la fois dans le calcul et dans les raisonnements valides. » (Duval, 2014, p. 5)

Ainsi, dans le cadre d'un travail sur les figures en géométrie plane, dans l'analyse d'un dessin ou sa production, la représentation d'un même objet géométrique peut (doit) être interprétée de plusieurs manières pour conduire un raisonnement. Chaque interprétation dépend des relations qui sont perçues entre l'objet considéré et certains des objets environnants. Par exemple, dans l'étude des propriétés du losange le même point pourra tour à tour être considéré comme centre du losange ; milieu d'une diagonale ; point d'intersection des diagonales⁷.

Une autre difficulté est identifiée par Duval : la complexité des termes purement relationnels qui expriment une relation entre deux unités figurales 1D. Pour Duval (2014), lors de la désignation de la relation $\{x R y\}$, l'ancrage sur le premier terme exprimé conduit les élèves à associer le terme R qui exprime la relation à une propriété intrinsèque de ce premier terme x. Il prend pour exemple le terme « perpendiculaire » qui, dans ses observations, est considéré par les élèves comme étant la propriété d'un segment ou d'une droite prise isolément, et non pas d'une relation entre deux droites. Ces résultats peuvent être considérés d'un point de vue de l'analyse logique présentée par (Barrier et al., 2014) :

« nous considérons l'analyse logique des concepts mathématiques comme un moyen pour anticiper des possibles concernant le nombre et la nature des objets mis en jeu dans les activités des élèves en général, et dans la structuration des aspects langagiers en particulier (Barrier et al. 2013) : quels sont les objets susceptibles d'être convoqués ? Quelles propriétés, quelles relations ? Pour quelles formulations ? Précisons que les analyses logiques sur lesquelles reposent nos descriptions sont élémentaires. Elles consistent essentiellement, pour chaque formalisation des concepts mathématiques que nous retenons, en

⁷ « centre du losange » : signifie « centre de symétrie » du losange et réfère au point d'intersection des diagonales.

un repérage de l'arité des prédicats (nombre d'objets) et de la nature des objets (points, lignes ou surfaces). »(Barrier et al., 2014, p. 176)

Ainsi, dans les observations faites par Duval, les élèves n'identifient pas la perpendicularité comme une relation binaire entre deux objets 1D mais comme une propriété s'appliquant à un seul objet 1D.

9.4. Ce que nous entendons par « qualification »

Nous souhaitons étudier les raisonnements produits par les élèves et leur prise en compte par l'enseignant. Pour repérer des raisonnements produits par les élèves lors des phases de formulation, nous nous attachons en particulier à identifier comment les différents objets sont désignés. Nous disons qu'un objet est *complètement qualifié* quand sa désignation donne à voir les relations qu'il entretient avec les autres objets du milieu, pour le sujet qui s'exprime au moment de l'énonciation. La qualification renseigne sur le statut qu'assigne un sujet à un objet du point de vue des relations à la figure à laquelle on le rapporte au sens de Duval (2014).

Nous considérons qu'un objet peut être désigné de manière univoque sans être « qualifié ». Ainsi l'expression « le point A » désigne de manière univoque un élément OD mais ne renseigne pas sur les relations qui sont envisagées entre ce point et les autres éléments de la figure. À contrario, l'expression (spatiale) « à la fin du segment » désigne aussi un élément OD, n'utilise pas le vocabulaire géométrique ad hoc mais nous renseigne sur la relation qui lie cet élément OD à un élément 1D de la figure et nous permet d'appréhender de manière plus fine un éventuel raisonnement sous-jacent. Autrement dit les élèves peuvent adopter une désignation des unités figurales OD et 1D pertinente du point de vue des raisonnements sans nécessairement employer les termes géométriques adéquats. Il y a une « équivalence sémantique » entre certains termes de la langue courante et de la langue géométrique que nous pouvons regrouper en classes en fonction de la dimension de l'objet évoqué. L'emploi de l'un ou l'autre des termes de la classe ne change pas la nature des relations logiques exprimées. « Le bout du trait », « l'extrémité du segment » expriment pour nous la même relation entre un objet OD et un objet 1D.

Nous parlons de *qualification partielle* quand une partie de la relation est implicite ou qu'un terme est manquant : ainsi l'expression « le milieu » permet une qualification partielle d'un élément OD. Qualifier un objet, c'est indiquer dans sa désignation la nature des relations qu'il entretient avec les autres objets en jeu au moment de cette désignation, que les termes employés relèvent du langage géométrique ou du langage courant.

Dans ce chapitre dédié à l'étude de la géométrie, nous avons vu comment les cadres théoriques des paradigme géométriques et des espaces de travail géométriques permettent de modéliser l'activité géométrique et l'articulation entre une géométrie G1 « du dessin » et une géométrie théorique G2. Nous avons présenté les différentes problématiques caractérisées par Berthelot et Salin. Parmi elles, la problématique de modélisation nous donne

un cadre pour définir des situations d'enseignement/apprentissage qui permettent l'acquisition de connaissances spatiales et géométriques ainsi que leur articulation. L'étude des travaux de recherche sur le méso-espace nous permet d'envisager un « jeu » sur la variable taille de l'espace et d'envisager non pas une situation dans le méso-espace mais un *duo de situations* dans nos expérimentations qui tiendra compte du rôle des artefacts. Nous avons également abordé la spécificité de la visualisation des figures et du langage employé en géométrie, éléments auxquels nous serons attentifs lors des analyses.

Chapitre II Points d'appui théoriques pour l'analyse des situations didactiques

L'objet de ce chapitre est d'exposer les éléments du cadre théorique qui nous a permis d'élaborer nos expérimentations puis conduire les analyses afférentes. Il prend appui sur la Théorie des Situations Didactiques (TSD), née des travaux de Guy Brousseau et qui a évolué au travers cinq décennies de travaux en France et hors de nos frontières. La profusion des travaux et publications qui ont pour objet la TSD nécessite de faire des choix. Nous présentons ici les éléments qui nous apparaissent les plus utiles à notre réflexion actuelle, sur quelques points précis. Ce choix est nécessairement réducteur.

Dans une première partie de ce chapitre, nous présentons rapidement des éléments issus de la Théorie des Situations Didactiques et des prolongements nés de travaux récents : la notion de situation, la distinction entre connaissance et savoir (Brousseau, 2012). Nous présentons aussi le processus d'institutionnalisation et le concept de répertoire didactique (Gibel, 2018) ainsi qu'un modèle de structuration des milieux (Bloch, 2005; Bloch et Gibel, 2011) qui sert de socle à nos analyses.

Le chapitre se termine par la présentation du modèle d'analyse des raisonnements que nous utiliserons dans les expérimentations.

1. Éléments issus de la Théorie des Situations Didactiques

1.1. Situations et milieux

Pour Brousseau (2010), une *situation* est caractérisée au sein d'une institution par un ensemble de relations et de rôles réciproques d'un ou de plusieurs sujets (élève, professeur, etc.) avec un milieu, visant la transformation de ce milieu selon un projet. Le *milieu* est ainsi constitué par l'environnement avec lequel un sujet interagit. Il comprend des éléments matériels, physiques mais aussi des objets virtuels, règles, contraintes, représentations sémiotiques et peut être transformé par l'activité de ce sujet. Ce milieu peut également contenir d'autres sujets⁸ (élève, professeur) en interaction :

Les situations dont il s'agit sont des « modèles » en termes de jeux. Elles représentent une partie des interactions d'un joueur appelé « actant » avec une partie de son environnement appelé « milieu ». L'actant peut être une personne ou une institution, le milieu peut comprendre ou non des actants,

⁸ Cette présence ou non d'autres sujets dans le milieu constitue pour nous une variable essentielle des situations.

doués ou non d'intentions, engagés dans des coopérations ou dans des compétitions avec l'actant. (Brousseau, 2012, p. 113).

Partant de l'hypothèse qu'il est possible de définir des milieux spécifiques des connaissances, Brousseau les étudie pour eux-mêmes et pour leurs rapports avec telle ou telle connaissance, en considérant des sujets génériques en interaction avec ces milieux. Pour illustrer son propos, Brousseau utilise l'image du jeu d'échec qui peut être étudié pour lui-même, indépendamment des joueurs. Quand on connaît l'environnement matériel, les règles du jeu et son enjeu, il est possible de modéliser les parties qui pourraient être jouées et d'analyser les connaissances que le jeu mobilise.

« Les conditions qui président à l'acquisition d'une connaissance lui sont spécifiques. Un des objets de la didactique est d'établir cette spécificité, d'où l'analyse des situations spécifiques ressort comme le projet central de toute didactique » (Brousseau, 2012, p. 107).

Il est important de noter que, pour Brousseau (2012) : *« le même mot "situation" sert, dans son sens ordinaire, à décrire tantôt l'ensemble (non nécessairement déterminé) des conditions qui entourent une action, tantôt le modèle théorique et éventuellement formel qui sert à l'étudier. » (Brousseau, 2012, p. 106).*

1.2. Situations didactiques, non didactiques, adidactiques

Brousseau appelle *situation didactique*, une situation dans laquelle se manifeste, implicitement ou explicitement, une intention d'enseigner une connaissance comme moyen de traitement de la situation. Il nomme *situation non-didactique* une situation mobilisant une connaissance, en dehors de tout contexte d'enseignement.

Une *situation adidactique* est une situation didactique associée à une connaissance (ou un savoir⁹), clairement identifiée par l'enseignant, dans laquelle l'intention d'enseigner est effacée pour laisser à l'élève le plus d'initiative possible et lui permettre d'agir, réfléchir, prendre des décisions de lui-même. *« Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur des connaissances qu'il veut voir apparaître » (Brousseau, 1998, p. 59).*

Dans ce modèle théorique, les connaissances et savoirs antérieurs de l'élève lui permettent d'envisager une réponse mais cette « procédure de base » se révélera insuffisante, inefficace ou trop coûteuse à mettre en œuvre. Le milieu, antagoniste du sujet, est conçu pour lui renvoyer une information qui permet de valider ou invalider l'action, de l'ajuster, d'accepter ou de rejeter une hypothèse, de choisir entre plusieurs possibilités. Cette information particulière fournie par le milieu est nommée rétroaction. Enfin, le savoir ou la connaissance à enseigner apparaît comme le moyen de produire la réponse attendue, par

⁹ La distinction connaissance/savoir est développée dans la section 3.1 page 54

une stratégie plus fiable, efficace ou économique. Ainsi, le sujet est amené à adapter son système de connaissances par accommodation.

Le schéma général des interactions du sujet et du milieu est alors le suivant (Bessot, 2011, p. 33) :

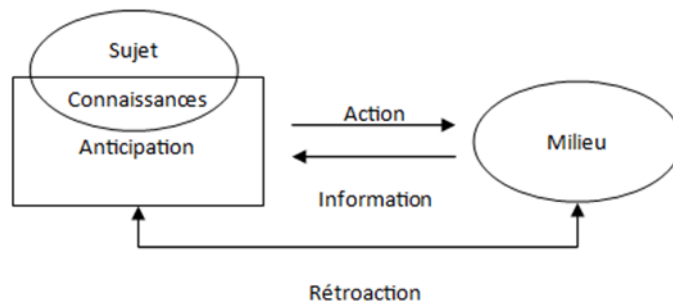


Figure II-1 : interactions sujet-milieu (Bessot, 2011)

Le milieu délimite ainsi les possibilités de décision du sujet. Il est non anticipateur car ses réactions sont indépendantes d'intentions ou de finalités. Les éléments qui y sont modélisés ne sont pas uniquement des objets matériels, ce peut être des savoirs et/ou des connaissances stabilisées du sujet. De la même façon, les actions du sujet peuvent être mentales, ce qui les rend « invisibles » au regard extérieur.

Une situation adidactique n'est pas figée. Son évolution peut être vue comme une succession d'états parmi ceux possibles, le milieu pouvant lui-même changer d'état en réponse aux décisions du sujet, suivant des règles qui lui sont propres.

Un exemple emblématique de rétroaction du milieu est donné par l'agrandissement du puzzle de Guy et Nadine Brousseau (Brousseau et Brousseau, 1987, p. 476). Dans cette situation, chaque équipe de 5 ou 6 élèves doit fabriquer un puzzle semblable à un puzzle donné en modèle de telle sorte que le segment qui mesure 4 cm sur le modèle mesure 7 cm sur la reproduction. Après un court temps de concertation au sein de l'équipe, les élèves se séparent et chacun construit au moins une pièce du puzzle. Puis l'équipe de nouveau réunie essaie de reconstituer le puzzle à partir des pièces fabriquées séparément.

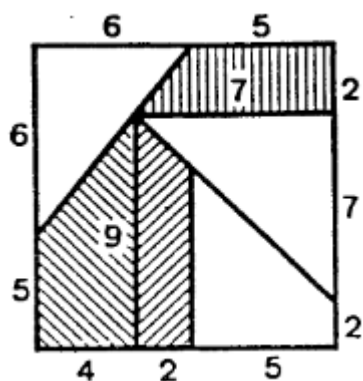


Figure II-2: puzzle à reproduire((Brousseau et Brousseau, 1987, p. 476)

L'application par les élèves du modèle additif (erroné), ajouter 3 cm à chaque mesure de longueur pour agrandir leur pièce, conduit à l'impossibilité par l'équipe de reconstituer le puzzle agrandi. Des échanges sur les raisons de l'échec amènent les élèves à remettre en cause le modèle additif, puis progressivement à accepter un modèle linéaire, qui mobilise la connaissance visée.

Les situations qui permettent à l'élève de prendre seuls des décisions, d'en tester la pertinence et de construire la connaissance visée par adaptation au milieu, représentent un cas extrême dans lequel l'intervention enseignante est limitée à l'organisation du milieu. À l'opposé se trouvent les situations purement didactiques qui requièrent des interventions constantes de l'enseignant (Brousseau, 2000).

Dans la suite de ce travail, nous parlerons de situation à *dimension adidactique* à l'instar de Mercier (1997) et Bloch (1999) pour dénommer les situations qui permettent des moments d'interaction adidactique du sujet avec le milieu. Ces situations à dimension adidactiques sont caractérisées par : « *un milieu offrant une certaine marge pour l'activité mathématique de l'élève, ainsi que pour l'exploitation de cette activité lors du processus d'institutionnalisation.* » (Bloch, 1999).

Brousseau classe les interactions d'un actant avec le milieu en actions, formulations ou déclarations de validation (Brousseau, 2010).

2.1.1 Situations d'action

Dans les *situations d'action*, le sujet adapte ses actions successives en fonction de l'enjeu et des sanctions positives ou négatives que le milieu lui retourne. La situation n'est donc pas statique. Elle évolue dans le temps en fonction des échanges successifs d'informations et d'action entre le sujet et le milieu. Cette succession d'interactions entre l'élève et le milieu constitue ce que Brousseau désigne par la *dialectique de l'action*. Ce terme *dialectique*, choisi par Brousseau, rend compte du processus réflexif en cours. Les actions de l'élève sont motivées par son projet dans la situation. Il attend de leur mise en œuvre

un résultat qu'il va ou non obtenir et interprète les rétroactions du milieu pour ajuster l'action à venir. [...] « Ces stratégies [de l'élève] sont, en quelque sorte, des propositions qui seront confirmées ou infirmées par l'expérience dans une sorte de dialogue avec la situation. » (Brousseau, 1998, p. 33).

Cependant, l'élève n'est pas toujours en mesure, dans un premier temps, d'exprimer les règles ou les relations qui régissent ses décisions. Brousseau nomme « *modèle implicite d'action* » ces règles utilisées dans l'action ; mais dont la formulation n'est pas encore accessible (Brousseau, 1998, p. 33).

Dans ce processus réflexif l'élève peut être amené à produire des raisonnements. Nous définirons dans la section dédiée à ce thème les critères qui nous permettront d'identifier, parmi les actions observées, celles qui pourront être éventuellement associées à un raisonnement.

Pour dépasser le stade de l'action, le sujet peut être engagé dans une situation de formulation.

2.1.2 Situations de formulation

Dans les *situations de formulation*, le sujet explicite ce qui régit ses actions ; cette communication orale ou écrite peut être pour lui-même ou pour un tiers. L'élève est alors amené à énoncer formellement les actions effectuées, mais aussi les conditions dans lesquelles il a effectué ces actions. Le sujet peut prélever des informations sur la situation mais sa seule action est insuffisante pour obtenir le résultat escompté. La formulation est un moyen incontournable qui naît d'une contrainte posée sur l'action (Brousseau, 1998, p. 35). Une situation de formulation est considérée comme effective seulement si les formulations inadaptées reçoivent une rétroaction du milieu (Brousseau, 2012, p. 120). La formulation permet alors une seconde mise à l'épreuve de l'action.

Les situations de communication (au sens de conditions qui entourent une action) comme celle que nous proposerons dans nos expérimentations sont un exemple de situation qui permet à ce jeu de fonctionner (Brousseau, 1998, p. 106).

Dans la communication entre sujets différents, les joueurs peuvent être des élèves, des groupes d'élèves ou l'enseignant. Nous nous intéresserons par la suite aux situations de communication entre groupes d'élèves qui sont les plus propices au développement de cette dialectique de formulation (Petitfour & Barrier, 2019, p. 344 ; Brousseau, 1998, p. 208). Elles peuvent se représenter par le schéma suivant :

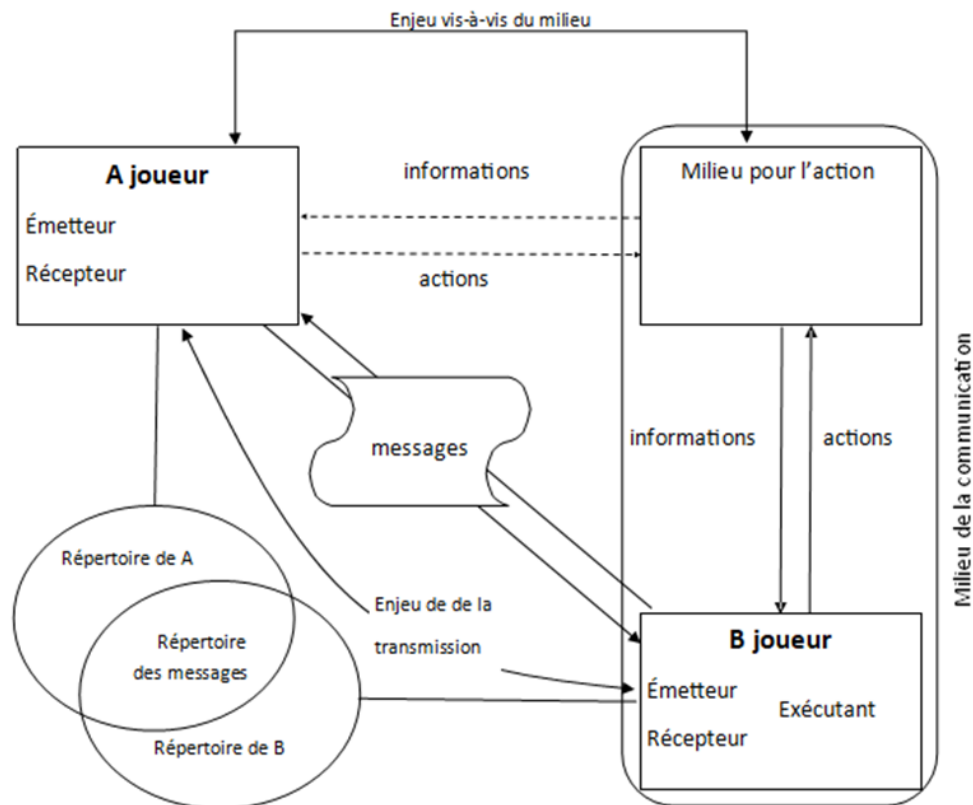


Figure II-3: schéma de la communication (Brousseau, 1998, p.106)

Dans ce schéma, les situations des joueurs A et B¹⁰ ne sont pas symétriques. Le joueur B, exécutant placé en position de récepteur, peut agir sur le milieu pour l'action ou y prélever des informations, ce qui est représenté par des flèches en trait plein. Les flèches en pointillés indiquent que de son côté le joueur A n'a pas d'accès direct à ce milieu pour l'action. Pour parvenir à son but il doit, par l'intermédiaire d'un message, demander au joueur B de réaliser les actions ou prises d'informations qu'il juge nécessaires. Il est alors émetteur.

Ainsi les deux joueurs doivent coopérer, par l'intermédiaire de messages, pour atteindre le même objectif sans avoir les mêmes interactions avec le milieu. Ces messages échangés mobilisent des connaissances et des savoirs spécifiques de la situation, qui peuvent faire partie du répertoire didactique de la classe ou être en cours d'élaboration avec des variations dans leur degré d'acquisition d'un élève à l'autre.

Qu'ils soient échangés à l'oral ou à l'écrit, ces messages font fonctionner des codes de communication dont la maîtrise varie aussi d'un élève à l'autre. Ces différences dans la

¹⁰ Les expressions « joueur A » et « joueur B » désignent un élève, un groupe d'élève ou l'enseignant.

maîtrise des codes ou l'acquisition des connaissances amènent les joueurs à des ajustements pour garantir l'efficacité de la communication.

Les règles d'échanges des messages, établies en lien avec le milieu pour l'action, influencent le contenu de ces messages et leur forme. Cela est renforcé si le message est soumis à des allers retours entre les deux joueurs. Le code de communication lui-même peut être amené à évoluer, s'enrichir tant au niveau des signes utilisés que de la syntaxe, en particulier quand les messages sont écrits.

2.1.3 Situations de validation

Dans les situations adidactiques, la dialectique de l'action apporte une validation empirique et implicite des modèles d'action ou des formulations construites qui peut se révéler insuffisante. De même, pendant la dialectique de la formulation, les règles qui régissent les messages mathématiques sont implicites. Les connaissances mises en œuvre, les formulations doivent être explicitées et acquérir un statut de « vérité » au sens d'un texte mathématique.

C'est l'objet des situations de validation. Les élèves vont échanger entre eux, sous le contrôle de l'enseignant, pour élaborer des preuves intellectuelles (Balacheff, 1988), des assertions qui pourront être reconnues de tous et qui s'appuient sur des règles communes. C'est la *dialectique de validation*.

2. Distance entre situation d'action et situation de formulation en géométrie

Nous présentons dans ce paragraphe notre réflexion actuelle sur une question posée par Barrier lors du débat sur la géométrie de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques : « *Peut-on préciser, et comment, la différence entre situation d'action et situation de formulation en géométrie ?* » (Débat 19^e EE, 2019, p. 126).

La problématique posée par Barrier est née de l'étude de dispositifs de travail en dyade dans lesquels un élève instructeur formule des consignes de tracé à un élève constructeur qui les met en œuvre avec les instruments de géométrie dont il dispose, en vue de reproduire une figure donnée. Dans ces dispositifs tels qu'ils sont définis (Petitfour et Barrier, 2019), l'enjeu pour les élèves est la réussite de l'action et les contraintes sur le langage à employer sont faibles :

« Le recours au langage géométrique n'étant pas un objectif du type de situation considéré – nous les considérons comme des situations d'action au

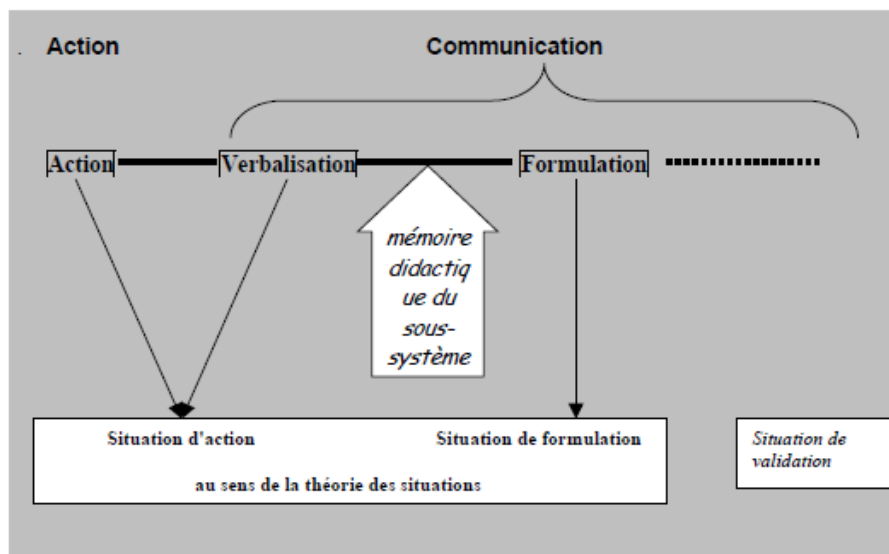
sens de la théorie des situations didactiques de Brousseau (1998) et non comme des situations de formulation » (Petitfour et Barrier, 2019, p. 344).

Cela conduit Barrier à s'interroger sur la différence entre situation d'action et situation de formulation.

Nous établissons librement une correspondance entre le questionnement de Barrier et celui de Flückiger (2000) qui modélise un intermédiaire entre action et formulation par la notion de verbalisation :

« Dans la lecture des situations didactiques de calcul qui constituent notre recherche, il ne nous semble pas inintéressant de distinguer ce que nous nommerons de façon explicite, situation de verbalisation. Cette situation de verbalisation initie la phase d'échange, la phase de communication. Pendant la verbalisation que les élèves font de leur procédé de calcul, ils rendent public l'enchaînement des actions mises en œuvre. S'agit-il pour autant de situation de formulation ? Nous ne le pensons pas.

Nous schématisons ci-dessous la place de la verbalisation dans la situation pensée dans les termes de la théorie de Brousseau ainsi que l'intervention de la mémoire didactique de l'élève dans les modifications de fonctionnement des connaissances » (Flückiger, 2000, p. 118-119) .



« À l'articulation entre phases (au sens du déroulement suite à la gestion de la séquence didactique) d'action et de communication, nous plaçons la verbalisation : elle correspond davantage, du point de vue du fonctionnement des connaissances, à une situation d'action qu'à une situation de formulation » (Flückiger, 2000, p. 118-119).

Ainsi, selon nous, le travail en dyade proposé par Petitfour et Barrier peut être assimilé à la verbalisation au sens de Flückiger. S'il existe dans ce dispositif une contrainte sur l'action (l'élève qui formule le procédé de construction ne peut pas agir directement sur le milieu),

les variables choisies (instructions données au fur et à mesure fournissant une rétroaction immédiate, contraintes faibles sur le langage à employer) font que le discours est une description de l'action au plus près de sa réalisation effective, sans mise à distance. C'est ce qui justifie de placer ce type de travail du côté des situations d'action. Pour autant il nous apparaît utile de différencier cette verbalisation de l'action effective, car du point de vue des connaissances la verbalisation permet déjà un premier retour réflexif sur l'action. Le sujet qui verbalise le fait pour autrui. Ce faisant il sélectionne les informations à communiquer, l'ordre dans lequel il les énonce, les signes utiles pour cette communication (langue orale, gestes, symboles écrits). Son milieu contient désormais non seulement le « milieu pour l'action », mais aussi un interlocuteur dont il doit tenir compte, qui peut lui renvoyer une rétroaction sur la forme du message. Il y a acquisition de connaissances langagières. Nous avons vu l'importance dans le cadre de la géométrie de l'articulation entre activité de visualisation et activité discursive. La verbalisation contribue à cette articulation.

Pour mieux définir la « verbalisation », nous proposons une synthèse du point de vue de la nature et de la fonction des connaissances en jeu et des rétroactions dans une phase d'action, de verbalisation ou de formulation.

Lors de l'action, la connaissance fonctionne comme aide à la décision des actions à effectuer, de leur organisation (temporelle ou spatiale) pour « gagner le jeu ». La connaissance peut se manifester sous la forme d'un modèle implicite d'action : elle est nécessaire à l'élève pour atteindre le but fixé mais il peut ne pas en avoir conscience. Le sujet obtient des rétroactions du milieu pour l'action.

Quand il y a verbalisation, la connaissance a pour fonction de désigner précisément les actions effectuées, communiquer sur une action pour soi-même ou un autre. L'action explicitée est contextualisée, située dans le temps et l'espace, elle porte la marque de celui qui agit. Cela nécessite de faire un premier pas de côté vis-à-vis de l'action, de rendre explicites certains modèles implicites d'action. Il est nécessaire de pouvoir désigner les objets dont on parle et leurs relations (par exemple, en géométrie, par l'intermédiaire du langage technique géométrique). Les rétroactions sont apportées soit de manière immédiate, soit par le milieu, soit par l'interlocuteur.

Au niveau de la formulation, les actions ne sont plus seulement décrites mais aussi réfléchies en lien avec les conditions de la situation. Apparaît un enjeu de généralisation : « *formuler une méthode à partir de ce qu'on a fait afin de pouvoir la réutiliser dans un autre problème.* » (Bosch et Perrin-Glorian, 2013, p. 279). Il peut y avoir des rétroactions de la part de l'interlocuteur s'il ne comprend pas le message qui lui est adressé. Les rétroactions peuvent aussi provenir du milieu pour l'action de manière différée afin de faire porter le questionnement sur une procédure globale et non pas sur une action isolée.

Remarque : la répartition en situations d'action, de formulation et de validation est une modélisation du fonctionnement des connaissances et non une succession figée de

situations. La connaissance devient objet de savoir dans un processus organisé autour des différentes dialectiques. Ce processus n'est pas impérativement linéaire. En particulier, quand plusieurs sujets coopèrent pour atteindre un but commun dans une action conjointe, il n'y a alors pas une situation de formulation au sens strict du terme, mais les sujets sont amenés à échanger pour ajuster cette action, choisir la stratégie la mieux adaptée. En cas de désaccord entre eux, des débats peuvent survenir. Ces échanges, destinés à convaincre le partenaire de s'engager dans une action plutôt qu'une autre, relèvent potentiellement de la formulation, en dehors même de situations de formulation *stricto sensu*. Une situation d'action peut donc comporter des épisodes qui relèvent de la formulation. « *Il peut y avoir formulation d'énoncés de savoirs dans la situation d'action mais ce n'est pas nécessaire alors que les contraintes de la situation rendent la formulation nécessaire dans la situation de formulation.* » (Bosch et Perrin-Glorian, 2013, p. 278)

Dans ce travail nous utilisons le terme de *phase* pour désigner une étape clairement identifiée et/ou organisée par l'enseignant dans le déroulement d'une situation. Une phase peut être rendue nécessaire par la situation, ou prévue par l'enseignant en dehors de tout caractère de nécessité. Nous parlerons de *phase de formulation* pour désigner un moment de la mise en œuvre qui permet *a priori* la production par les élèves d'énoncés détachés de l'action et relevant de la formulation.

3. Des connaissances au savoir

3.1. Connaissances et savoir

Dans le cadre de la théorie des situations didactiques, les connaissances sont de l'ordre du privé, dépendantes de l'activité du sujet en contexte. Liées à l'histoire du sujet comme résultats intériorisés de son expérience individuelle, elles se manifestent essentiellement en situation comme moyens non nécessairement (ou facilement) explicites de résoudre une situation

« Elles [les connaissances] vont apparaître comme l'effet de la rencontre d'un sujet avec une situation relative à un savoir à enseigner. Des événements, des conditions vont créer chez le sujet des habitudes de réponse, des connaissances, etc. comme effets de ces causes d'apprentissage » (Bessot, 2011, p. 35).

Elles permettent la prise de décision en vue de parvenir à un but (Brousseau & Centeno, 1991). Elles se placent donc du côté du contrôle de la situation par l'élève (Bloch, 1999) sans être obligatoirement formulées : « *Une connaissance est ce qui réalise l'équilibre entre le sujet et le milieu, ce que le sujet met en jeu quand il investit une situation* » (Margolinas, 2014, p. 15).

Les savoirs sont le fait d'une construction collective dans une institution (celle des mathématiciens ou celle des programmes de mathématiques), ils sont formulés,

formalisés, validés. Ils ne dépendent ni du contexte, ni du sujet qui les emploie : ils sont décontextualisés, détemporalisés, dépersonnalisés (Margolinas, 2014 p. 14). Ils se placent du côté de la communication et de la validation (Bloch, 1999). Ils sont légitimés par des motifs rationnels propres aux mathématiques : les raisons de savoir (Bessot, 2011).

Pour enseigner, il revient donc à l'enseignant d'organiser des causes d'apprentissage pour les élèves *i.e.* aménager un ensemble de contraintes et conditions au sein d'une situation. Mais son travail ne s'arrête pas là. « *Il s'arrête quand les causes ont été transformées en des raisons d'ordre mathématique : le sujet doit reconstruire, reprendre ses savoirs, les organiser et les trouver raisonnables, c'est-à-dire les articuler pour les rendre consistants* » (Bessot, 2011, p. 36).

3.2. Les processus de dévolution et d'institutionnalisation

Une connaissance mise en œuvre dans une situation, puis identifiée, formulée, reconnue comme utile pour d'autres situations, a vocation à devenir une référence, être mémorisée et acquérir un statut institutionnel de savoir. Ce processus est « l'institutionnalisation ». Réciproquement, pour enseigner un savoir il faut le déconstruire « *pour retrouver les connaissances et situations qui permettent de lui donner un sens : ce qui fonde le processus de dévolution* » (Margolinas, 2014, p. 15).

La dévolution est un processus qui consiste pour l'enseignant : « *non seulement, à proposer à l'élève une situation qui doit susciter chez lui une activité non convenue, mais aussi à faire en sorte qu'il se sente responsable de l'obtention du résultat proposé, et qu'il accepte l'idée que la solution ne dépend que de l'exercice des connaissances qu'il possède déjà* » (Brousseau, 2010). La dévolution a pour objectif de mettre en place les conditions nécessaires pour que l'action de l'élève soit guidée par ses connaissances propres et non pas en réponse à un supposé attendu du professeur.

La dialectique dévolution institutionnalisation est une façon possible de décrire le processus d'apprentissage.

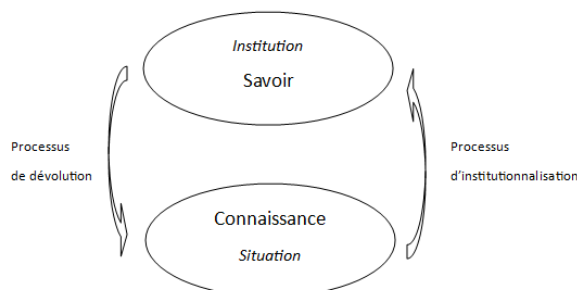


Figure II-4 : dévolution et institutionnalisation (Margolinas, 2012, p. 8)

Le processus d'institutionnalisation comporte donc un changement de statut d'une connaissance quant à sa validité et son utilité donc son fonctionnement. Il entraîne une modification du répertoire didactique par un ajout d'un savoir, le retrait d'une croyance, d'un modèle implicite soudain reconnu comme erronés (Brousseau, 2010).

Coulange (2015) précise que l'institutionnalisation des savoirs s'opère à travers la décontextualisation et la dépersonnalisation des connaissances. Elle souligne le paradoxe de l'institutionnalisation qu'elle présente ainsi :

« On a souvent parlé du paradoxe de la dévolution des situations, parfois résumé sommairement par la phrase presque célèbre "si le maître dit ce qu'il veut, il ne peut plus l'obtenir". Mais nous considérons que ce paradoxe est au moins tout autant celui de l'institutionnalisation, et peut être explicité de manière aussi sommaire, suivant la formule inversée : "Comment le maître obtient-t-il ce qu'il veut, mais qu'il ne peut pas dire ? ». En développant un peu cette première formulation, cela donne : comment le professeur se saisit-il ou se ressaisit-il des savoirs dont il se départit nécessairement dans l'apprentissage des connaissances ? Le paradoxe de la dévolution conduit à considérer la part d'incertitude nécessairement liée à l'apprentissage de connaissances par l'élève. Il y a dans le paradoxe complémentaire relatif à l'institutionnalisation que nous venons de formuler, la même incertitude relative cette fois à l'enseignement des savoirs par le professeur. » (Coulange, 2015, p. 204)

Pour prendre en considération cette incertitude liée à l'institutionnalisation, Coulange (2015) la présente comme une dynamique double, à la fois ascendante des connaissances au savoir et descendante, du savoir aux connaissances. Elle associe le mouvement ascendant à la décontextualisation des connaissances et relie le mouvement descendant à la recontextualisation du savoir dans une (ou plusieurs) situation(s) didactique(s) :

« Nous considérerons la décontextualisation comme un processus qui vise à donner aux connaissances un caractère pérenne (à la fois durable et reproductible) en cherchant à les appréhender en tant qu'objets en dehors du lieu et du moment de leur formation directe d'une situation didactique (Rougier 1991). La décontextualisation fait partie de l'institutionnalisation (Brousseau 1998) et à ce titre, participe à la transformation des connaissances en savoir. Nous reprendrons également en compte la recontextualisation, processus plus rarement considéré en didactique des mathématiques, qui permet en retour de faire jouer aux savoirs le rôle fonctionnel de connaissances dans une nouvelle situation didactique donnée. » (Coulange, 2015, p. 188)

(Allard, 2015) étudie cette recontextualisation et distingue au sein du processus d'institutionnalisation deux processus complémentaires :

« Nous avons pointé que l'institutionnalisation relevait au minimum de deux processus :

- le Processus de Contextualisation (par une situation d'action), de Décontextualisation (phase de formulation, moment de discussion autour du savoir en jeu) et Recontextualisation (parfois lors des phases de rappel). Nous noterons PCDR ce processus qui permet d'ancrer l'ancien dans le nouveau.

L'unité de ce processus est ce qui rattaché à une situation. Le changement de situation conduit à l'élaboration d'un nouveau cycle.

- un processus de transfert et de généralisation. Nous pouvons raisonnablement penser qu'il y a un apprentissage effectif si quelle que soit la situation, le contexte donné, l'élève reconnaît et mobilise la connaissance en jeu. Il utilise le général pour traiter le particulier. Nous noterons PTG ce processus qui encapsule le PCDR. PTG peut encapsuler plusieurs PCDR. » (Allard, 2015, page 41)

Allard (2015) associe ces deux processus PCDR et PTG à deux dimensions de l'apprentissage, la dimension sociale et la dimension cognitive.

Les échanges qui se tissent entre les différents acteurs, élèves ou professeur, autour du savoir commun en jeu constituent la dimension sociale du processus d'institutionnalisation. L'élève prend conscience qu'il peut partager sa connaissance, la rendre publique pour le bien commun. Les échanges collectifs ont ainsi une fonction de dépersonnalisation du savoir, du côté de l'élève mais aussi du professeur. Le détachement du savoir de l'enseignant qui en a permis l'apprentissage est la dépersonnification (Allard, 2015, page 51). La circulation des savoirs dépersonnalisés et dépersonnifiés augmente l'équilibre entre les élèves, et entre les élèves et le maître, car ils réduisent les écarts entre les savoirs détenus par chacun des acteurs (Allard, 2015).

La dimension cognitive du processus d'institutionnalisation participe à la construction des apprentissages du sujet. Elle lui permet de dépasser la connaissance particulière utilisée en contexte pour aller vers une généralisation, vers un savoir dont il comprend l'enjeu et qu'il pourra réutiliser. Cette dimension cognitive contribue à la décontextualisation du savoir.

Allard précise que les deux processus PCDR et PTG « traversent les deux dimensions de l'institutionnalisation. » (Allard, 2015, p. 57).

4. Le répertoire didactique

Les connaissances et savoirs qui sont construits au sein d'une classe se structurent au fur et à mesure des apprentissages. C'est ce qui constitue le *répertoire didactique de la classe*. Gibel (2018, p. 26) définit ce répertoire didactique de la classe comme « l'ensemble des moyens que le professeur pense pouvoir attendre des élèves, par suite de son enseignement ». Comme il le précise : « le répertoire didactique d'un élève, autrement dit le

répertoire utilisé par un élève lorsqu'il est confronté à une situation, peut bien évidemment différer du répertoire didactique de la classe » (Gibel, 2018, p. 27).

La construction du répertoire didactique de la classe est organisée pour permettre aux élèves de mobiliser rapidement les éléments dont ils ont besoin quand ils s'engagent dans une tâche mathématique.

Les éléments du répertoire didactique liés à l'apprentissage d'une notion mathématique peuvent être du vocabulaire (désignation orale ou écrite d'objets, de relations), des représentations sémiotiques, des techniques (algorithmes de calcul, techniques de construction), des propriétés associées à cette notion, des propriétés d'objets qui s'y rattachent, des procédures de résolution d'une classe de problèmes et les différents champs d'utilisation de cette notion.

L'élève en situation d'apprentissage mobilise des éléments de son répertoire didactique. C'est sur ce répertoire didactique déjà construit que l'enseignant pourra s'appuyer pour proposer des situations amenant les élèves à acquérir de nouvelles connaissances et savoirs.

Gibel (2018) définit le répertoire de représentation comme composante du répertoire didactique :

Le répertoire de représentation, de la classe et de chaque élève, est une composante du répertoire didactique. Il est constitué de signes, schémas, symboles, figures ; nous y incluons également les outils et leur(s) usage(s). Il convient également d'y adjoindre les éléments langagiers (énoncés oraux et/ou écrits), permettant de nommer les objets rencontrés, de formuler les propriétés et les résultats. Le répertoire de représentation comporte deux composantes liées à la chronogenèse pour la première et au milieu de la situation pour la seconde :

- La composante liée au répertoire antérieur c'est-à-dire les différentes formules énoncées et les différents usages liés aux connaissances antérieures ;*
- Une composante qui apparaît lorsque l'enseignant dévolue aux élèves une situation d'apprentissage : l'élève mobilise, par confrontation aux différents milieux, des connaissances de son répertoire didactique. Cette utilisation des connaissances lui permet de manifester et de construire de nouvelles représentations, liées à la situation, à partir des éléments de représentation dont il dispose (Gibel, 2018, p. 30).*

5. Un modèle de structuration du milieu

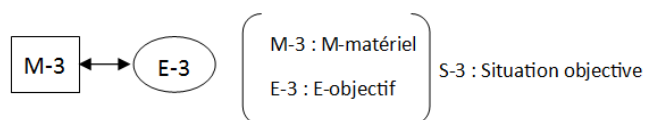
Nous poursuivrons cette présentation par l'étude du modèle de structuration du milieu introduit par Brousseau (Brousseau, 1986), modifié par (Margolinas, 1995) et complété par Bloch (1999). La fonction de ce modèle tel qu'il est présenté par Bloch (1999) est en particulier de « *mieux analyser les contraintes et les libertés réelles du professeur qui cherche à gérer une situation adidactique* ».

Dans un cours de l'école d'été (Bloch, 2002), Bloch distingue deux niveaux de modèles au sein de la théorie des situations didactiques. Le premier est le modèle de milieu des situations fondamentales ou modèle théorique épistémologique, dont l'enjeu est de chercher à construire des situations fondamentales à partir d'une analyse du savoir. Le deuxième niveau de modèle est le modèle expérimental *a priori*. Dans ce niveau de modèle, les valeurs des variables sont fixées et le rapport à la contingence est organisé. C'est un modèle destiné à l'analyse a priori, il permet de construire des ingénieries didactiques effectives en lien avec un savoir identifié et pour une institution donnée. C'est à ce niveau de modèle que nous nous référons. Dans la contingence, la réalisation des situations comporte des phases didactiques et des phases plus ou moins adidactique ou à dimension adidactique. (Bloch et Gibel, 2011)

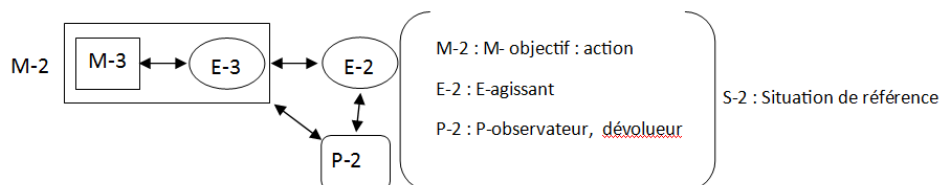
Le modèle que nous allons présenter a pour première fonction de *prévoir les interactions élève/milieu à travers les connaissances mises en jeu à chaque niveau*, en considérant que les élèves sont dans un rapport interne à la situation (Bloch, 2002). Nous verrons dans le chapitre 5 comment il sera un point d'appui pour étudier les raisonnements produits par les élèves en phase adidactique, puis le « jeu » du professeur, la manière dont il intègre (ou pas) les raisonnements produits par les élèves à son projet d'enseignement. Plus particulièrement nous observerons l'usage qu'il fait de différents niveaux de milieux, dans l'avancée du temps didactique.

Ce modèle se présente sous forme d'emboîtement de situations, repérées par leur « niveau », modélisant les différents rôles de l'élève et de l'enseignant. Chaque *situation* d'un niveau n constitue le *milieu* du niveau immédiatement supérieur $n + 1$. L'ensemble des niveaux négatifs correspond aux situations adidactiques, le niveau de base ($n = 0$) étant celui de la situation didactique (Margolinas, 1995).

Au niveau inférieur ($n = -3$), le sujet (acteur objectif) « *effectue des actions non seulement formulables simplement, mais aussi culturellement repérées, répertoriées et qui sont supposées connues de l'élève puisqu'elles doivent lui être communiquées. Il s'agit donc de procédures, d'algorithmes.* » (Brousseau, 1986). Cet élève objectif, en interaction avec le milieu matériel, définit la situation objective.



Au niveau supérieur, les rapports effectifs de l'acteur objectif avec le milieu objectif constituent la « *situation de référence* ».



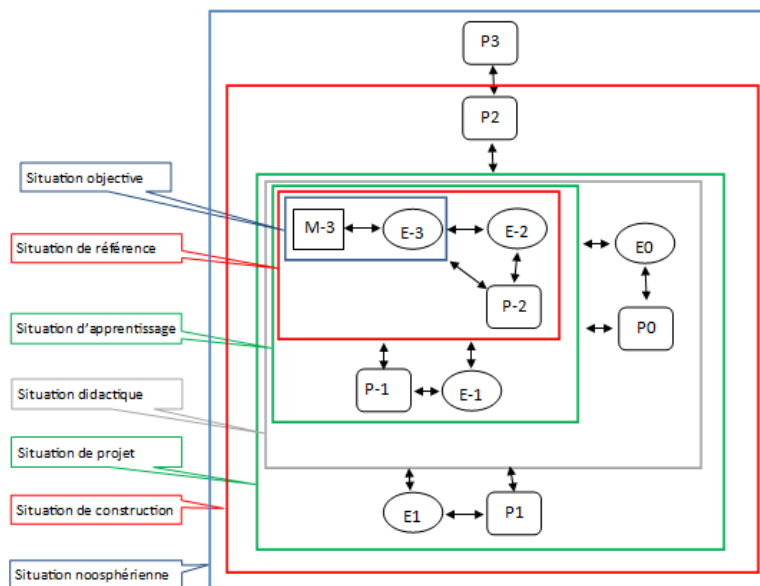
Dans la situation d'apprentissage (*niveau n – 1*), le sujet « *établit des rapports non plus avec le milieu objectif, mais avec une **intériorisation** des rapports qu'un sujet agissant (lui ou un autre) a avec le milieu objectif.* » (Berthelot & Salin, 1992) .

De façon symétrique, les niveaux supérieurs ou surdidactiques modélisent l'action du professeur. La présentation schématique de l'ensemble rend compte de l'emboîtement des situations, tandis que la synthèse sous forme de tableau permet une vision plus globale des différentes positions du milieu, de l'élève, et du professeur.

Dans nos analyses, nous ferons fonctionner ce cadre dans le contexte de la géométrie.

Tableau II-1 : niveaux de milieu (Bloch, 2005,p. 55)

M3 :		P3 :	S3 :	sur didac
M-de construction		P-noosphérique	situation noosphérique	
M2 :		P2 :	S2 :	tique
M-de projet		P-constructeur	situation de construction	
M1 :	E1 :	P1 :	S1 :	
M-didactique	E-réflexif	P-projeteur	situation de projet	
M0 :	E0 :	P0 :	S0 :	a- didac
M- d'apprentissage : institutionnalisation	Elève	Professeur enseignant	situation didactique	
M-1 :	E-1 :	P-1 :	S-1 :	tique
M-de référence : formulation validation	E-apprenant	P régulateur	situation d'apprentissage	
M-2 :	E-2 :	P -2	S-2 :	
M-objectif : action	E-agissant	P-observateur, dévoluteur	situation de référence	
M-3 :	E-3 :		S-3 :	
M-matériel	E-objectif		situation objective	



6. Les raisonnements

Dans cette partie, après avoir présenté rapidement l'intérêt d'étudier les raisonnements dans le cadre de la TSD, nous précisons ce que nous retenons sous le terme « raisonnement » en appui sur les travaux de Brousseau et Gibel. Nous étudierons ensuite les moyens dont dispose le chercheur pour identifier d'éventuels raisonnements à partir des observables qui lui sont donnés à voir. Enfin nous précisons comment les raisonnements se déclinent dans la situation géométrique choisie.

C'est cet accès aux raisons de savoir qui permettra aux élèves d'être par la suite autonomes dans l'usage de ce savoir, indépendamment du professeur ou du contexte d'apprentissage. Les raisonnements des élèves sont au cœur de cette élaboration comme réponse au questionnement suscité par une situation :

« La situation est une partie seulement du contexte, ou de l'environnement de l'action de l'élève ou du professeur et elle comprend (mais pas seulement) une sorte de question à laquelle le raisonnement de l'élève est une réponse. Elle n'est réduite ni à l'action du sujet, ni à la connaissance qui la motive mais elle les met en relation rationnelle. » (Gibel, 2015, p. 53).

Ainsi, les raisonnements justes ou erronés produits par les élèves en situation sont le moteur des actions « raisonnées » *i.e.* dictées par la rationalité (ou une forme de rationalité). Ils sont à l'origine des décisions, interprétations des rétroactions, conjectures en réponse à un questionnement et à partir des conditions qui définissent la situation à laquelle les élèves sont confrontés. À ce titre, ils contribuent à mettre en relation les

connaissances, les structurer. Lors des phases de formulation la mise en perspective des raisonnements produits par les élèves dans l'action avec les conditions et contraintes de la situation est un levier favorable à cette évolution de cause d'apprentissage en raison de savoir. Elle permet l'organisation rationnelle des connaissances, leur intégration dans le répertoire didactique de l'élève ou de la classe. « *Les raisonnements produits permettent de justifier la validité des connaissances par leurs rapports logiques avec d'autres, autrement dit par des raisons « internes » au savoir* » (Gibel, 2018).

Les raisonnements constituent donc une partie importante de l'activité mathématique des élèves à tous les niveaux de la scolarité. Gibel (2018) en établit les multiples fonctions : « *décider de l'utilisation d'une connaissance, conjecturer, contrôler, communiquer, expliquer, préciser, opposer, argumenter, débattre, prouver et démontrer* » (Gibel, 2018).

6.1. Qu'est-ce qu'un raisonnement ?

En premier lieu, le terme raisonnement recouvre deux sens complémentaires. Un raisonnement est l'exercice de la faculté de raisonner, mais aussi le résultat de cette action. Oléron (1973) dénomme *raisonnement activité* et *raisonnement produit* ces deux facettes. Le raisonnement activité est un processus, une démarche dynamique mais non nécessairement linéaire qui met en œuvre la « faculté de raisonner ». Le raisonnement produit est un objet finalisé, organisé, qui est destiné à être communiqué. C'est une production sociale, le « produit de cette faculté ».

Nous suivons Blanché (1973, p. 15) : « *Raisonnement c'est donc faire une inférence ou combiner des inférences* » pour définir l'activité de raisonnement. Cette définition première permet de rendre compte d'une grande partie de l'activité mathématique des élèves et sert de référence dans des travaux de didactique qui portent sur l'argumentation, la preuve ou la démonstration (Cabassut, 2005) (Douaire, 2006) (Pedemonte, 2002).

Notre étude ne se centre pas sur des raisonnements destinés à justifier, argumenter, prouver lors des situations de validation ou de preuve, mais prend aussi en considération les raisonnements produits par les élèves en situations d'action et de formulation, qu'ils soient valides ou erronés. Ceux-ci sont à l'origine des décisions, des interprétations des rétroactions, des conjectures, en réponse à un questionnement et à partir des conditions qui définissent la situation à laquelle les élèves sont confrontés. À ce titre, ils contribuent à mettre en relation les connaissances, les structurer. Lors des phases de formulation, la mise en perspective des raisonnements produits par les élèves dans l'action, sous les conditions et contraintes de la situation, est un levier favorable à la transformation de *cause d'apprentissage* en *raison de savoir* (Bessot, 2011). Elle permet l'organisation rationnelle des connaissances, leur intégration dans le répertoire didactique de l'élève ou de la classe. « *Les raisonnements produits permettent de justifier la validité des connaissances par leurs rapports logiques avec d'autres, autrement dit par des raisons « internes » au savoir* » (Gibel, 2018, p. 20). Rappelons que nous souhaitons analyser ensuite l'utilisation

didactique qu'en fait l'enseignant, les connaissances géométriques qu'il choisit ou pas d'institutionnaliser.

Selon Gibel (2018), les raisonnements produits par les élèves en classe de mathématiques sont majoritairement modélisables par une inférence ou une suite finie d'inférences coordonnées suivant les règles de la logique. Cependant, il note que lors d'une situation d'apprentissage, tous les raisonnements produits par les élèves ne sont pas formulés verbalement ; d'autre part certaines formulations, syntaxiquement correctes, relèvent d'une citation mémorisée et non pas d'un véritable raisonnement construit par le sujet. Gibel (2018, p. 22) précise :

Un *raisonnement* est une relation R entre deux éléments A et B telle que :

- A désigne une condition initiale vérifiée, la prémisse. Cette condition initiale peut être un fait observé ou un énoncé.
- B est une conséquence qui s'exprime par une décision, une action, un nouvel énoncé, une prévision.
- R est une relation, une règle, plus généralement une connaissance empruntée à un répertoire considéré comme connu, accepté.

C'est cette définition qui nous permet de considérer les raisonnements produits dans l'action que nous retenons pour la suite de notre travail. Gibel (2018) a listé les multiples fonctions des raisonnements : « *décider de l'utilisation d'une connaissance, conjecturer, contrôler, communiquer, expliquer, préciser, opposer, argumenter, débattre, prouver et démontrer* » (Gibel, 2018, p. 9).

6.2. Raisonnement effectif

Un *raisonnement effectif* est donc produit par un sujet, élève ou enseignant. Ce sujet mobilise une connaissance pour déduire le fait B de la condition initiale A.

Comme nous l'avons souligné, :en classe de mathématiques les raisonnements peuvent être en partie implicites. Pour analyser un possible raisonnement produit par un sujet, le chercheur, extérieur à la situation, peut prendre appui sur une analyse *a priori* de la situation et sur les observables liés au sujet concerné. Mais il doit aussi se doter de critères qui lui permettront de qualifier de *raisonnement effectif* ce raisonnement supposé.

La méthodologie définie par (Brousseau et Gibel, 2005) puis (Gibel, 2015, 2018) pour analyser les raisonnements répond à ce besoin. Il prend appui initialement sur cette définition d'Oléron :

« *Un raisonnement est un enchaînement, une combinaison ou une confrontation d'énoncés ou de représentations respectant des contraintes susceptibles d'être explicitées, et conduits en fonction d'un but* ». (Oléron, 1977, p. 9)

Brousseau et Gibel établissent quatre critères qui permettent de déterminer si un raisonnement présumé peut être qualifié de raisonnement effectif :

- Il peut être explicité de manière même informelle ou partielle par le sujet, qui dispose des connaissances nécessaires à son élaboration.
- Il est intentionnel. Il est produit volontairement par le sujet dans un but déterminé.
- Dans la recherche du but à atteindre, le supposé raisonnement modifie de façon positive l'environnement du sujet. Il enrichit le milieu avec lequel le sujet interagit par l'apport d'une nouvelle connaissance, réduit une incertitude, permet une action.
- Il est motivé, justifié par sa valeur intrinsèque, par des arguments de « pertinence, de cohérence, d'adéquation, d'adaptation ».

En conséquence, nous ne considérerons pas comme *raisonnement effectif* :

- toute action ou formulation involontaire ;
- toute action, formulation ou décision qui ne peut pas être explicitée, même sommairement, par le sujet, qui ne peut pas être construite avec les connaissances dont dispose le sujet;
- toute action ou formulation qui ne serait pas conduite en fonction d'un but ; qui ne procure pas d'avantage au sujet par rapport à l'état initial.

6.3. Un modèle d'analyse des raisonnements

Bloch et Gibel (2011) proposent un modèle d'analyse des raisonnements, fondé sur la TSD et sur lequel nous nous appuyons pour nos analyses. Le modèle de structuration du milieu utilisé, lors de l'élaboration de ce modèle d'analyse des raisonnements, est celui de Bloch (2005), issu du modèle de Margolinas (1995), modifié afin de tenir compte du rôle du professeur dans les niveaux didactiques de milieu.

Dans les situations didactiques ou à dimension didactique, les différentes étapes de la situation peuvent être à l'origine de raisonnements variés dont la fonction est liée au niveau de milieu en jeu : du côté de la situation de référence, la confrontation à un milieu heuristique (milieu objectif) permet l'élaboration de raisonnements pour l'action ; le passage à un milieu de référence dans la situation d'apprentissage favorise l'élaboration de raisonnements pour justifier la validité des méthodes et établir le caractère de nécessité des propriétés utilisées plus ou moins implicitement.

Pour Bloch et Gibel (2011), l'identification des fonctions des raisonnements aide le chercheur à repérer la position des élèves dans ces niveaux de milieu. Nous avons montré (Gibel et Blanquart-Henry, 2017) comment, dans le cadre de la géométrie plane, les fonctions du raisonnement sont effectivement liées à des niveaux de milieu et comment ces fonctions manifestent aussi ces niveaux de milieu.

Nous avons ainsi retenu trois axes du modèle de Bloch et Gibel (2011). Le premier axe d'analyse porte sur la fonction des raisonnements produits en lien avec le niveau de milieu

dont ils témoignent. Le deuxième axe repère et organise les représentations et signes qui seraient des observables des raisonnements. Enfin, en lien avec ces observables, le troisième axe d'analyse cherche à identifier les connaissances mobilisées par les élèves, les éléments du répertoire didactique sollicités et leur évolution.

Nous devons renseigner ces axes dans le cadre de la reproduction de figure. À cette fin, nous avons d'abord procédé à une analyse a priori des fonctions des raisonnements susceptibles d'être mobilisés par les élèves en situation à dimension adidactique d'action puis de formulation. C'est ce travail que nous présentons dans les paragraphes suivants.

6.4. Les fonctions des raisonnements en lien avec l'action dans le cadre de la reproduction de figure (premier axe)

Les raisonnements élaborés dans le cadre de la Géométrie 2, où le mode de production des connaissances est le raisonnement hypothético-déductif à partir de définitions et théorèmes textuels (Houdement, 2007), sont facilement identifiables. Mais la production de connaissances dans le cadre de la Géométrie 1 n'est pas réductible à un travail sur des énoncés. Ainsi définir les raisonnements uniquement en termes d'inférences ou de successions d'inférences ne permet pas de rendre compte de la diversité des raisonnements qui peuvent être générés par les élèves dans le paradigme G1.

Notre recherche accorde une place centrale à une situation de reproduction de figures (des losanges), qui a été expérimentée en cycle 3. Aussi, dans cette partie nous cherchons à définir les fonctions possibles des raisonnements produits par des élèves de cycle 3 en situation adidactique d'action lors de la reproduction de figures planes. Nous cherchons, en respectant les critères énoncés dans le paragraphe précédent, à considérer aussi les « raisonnements de nature physique » évoqués par Houdement (2007, p. 72).

Dans la présentation qui suit, nous conduisons une réflexion théorique de toutes les fonctions possibles des raisonnements qui peuvent apparaître lors d'une situation adidactique d'action ayant pour enjeu la reproduction d'une figure plane, indépendamment des variables retenues pour une situation donnée.

Dans les situations adidactiques d'action, les raisonnements sont produits par les élèves comme moyen pour établir leurs décisions indépendamment de l'enseignant (Gibel, 2008, p. 6). Pour établir *a priori* les fonctions des raisonnements qui peuvent être produits par les élèves lors de la reproduction de figures planes nous commençons par identifier les actions qu'ils sont amenés à prendre lors de la réalisation d'une telle tâche.

Rappelons que nous nommons « *modèle* » l'objet matériel qui représente la figure à reproduire. Ce modèle peut être une trace graphique sur un support ou un objet de l'espace sensible, comme une feuille de papier, dont on demandera de tracer le contour. Nous appelons « *dessin* » la production graphique effectuée. La figure est l'objet

mathématique représenté par le modèle matériel. Une *procédure* est un ensemble organisé d'actions réalisées pour reproduire une figure donnée.

Pour structurer notre analyse, nous décomposons l'action des élèves, en *actions élémentaires* que nous allons catégoriser. Une *action élémentaire* est conduite en fonction d'un but bien identifié qui donne lieu à une étape dans la réalisation de la tâche à accomplir. La succession organisée d'actions élémentaires pour reproduire une figure constitue une *procédure*.

Pour catégoriser les *actions élémentaires* qui peuvent être réalisées par les élèves en situation d'action, nous proposons une classification des *actions instrumentées*, réalisées dans l'espace sensible, avec la médiation d'un artefact, dans les paragraphes 6.4.1 à 6.4.4. Puis nous nous intéressons, très brièvement, aux actions non instrumentées (paragraphe 6.4.5). Pour chaque catégorie d'action élémentaire, nous associons la fonction des raisonnements qui peuvent la sous-tendre. Ce travail d'analyse *a priori* est théorique. Il sera un support pour identifier plus rapidement les raisonnements produits par les élèves dans la phase d'action. Il nous faudra ensuite, au cours des analyses, nous assurer que ces supposés raisonnements sont bien des *raisonnements effectifs* en regard des critères que nous avons énoncés précédemment.

Notre analyse des actions instrumentées distingue les actions sur le modèle des actions sur le dessin, puis sépare ces actions selon qu'elles visent une prise d'information sur l'objet considéré (médiation épistémique) ou une modification de cet objet (médiation pragmatique). Croiser ces deux critères nous amène à définir quatre catégories d'actions :

1. Prise d'information sur le modèle à reproduire ;
2. Prise d'information sur l'objet graphique en construction (le dessin) ;
3. Modification du modèle à reproduire ;
4. Modification de l'objet graphique en construction.

Nous définissons *a priori* les fonctions des raisonnements qui peuvent être en lien avec chacune de ces catégories d'actions élémentaires, en nous appuyant sur le tableau d'analyse des raisonnements de Gibel (2018), complété par nos analyses personnelles. Pour décrire l'action instrumentée nous nous appuyons sur les travaux de Petitfour (E. Petitfour, 2015, p. 81). Les raisonnements qui peuvent être sous-jacents à l'usage des instruments sont identiques pour les quatre catégories d'actions élémentaires. Aussi nous ne les détaillons qu'une fois. Nous illustrons les raisonnements identifiés par des exemples que nous avons rencontrés lors d'expérimentations ou d'observations de classes.

4.6.1 Prise d'information sur le modèle

Nous présentons dans le tableau ci-dessous le déroulement théorique d'une *action élémentaire* de prise d'information sur le modèle avec les potentiels raisonnements sous-jacents.

Déroulement de l'action	Raisonnements sous-jacents potentiels
Décision d'une information à prendre	Intuition ou conjecture ponctuelle concernant des caractéristiques de la figure (relations entre objets graphiques ou matériels composant le modèle). <u>Exemple</u> : devant un quadrilatère découpé dans du papier un élève énonce « <i>je crois que c'est un losange</i> » puis procède à la comparaison des longueurs des côtés de ce quadrilatère.
Prise d'information effective : 1. choix de l'artefact 2. positionnement de l'artefact 3. prise d'information	Choix de l'artefact Adaptation ou construction de schèmes d'usage de l'artefact Nous considérons qu'il y a un raisonnement possible si les schèmes d'usage de l'artefact ne sont pas automatisés. La construction de ces schèmes d'usage peut alors reposer sur un raisonnement. <u>Exemple</u> : un groupe d'élève utilise l'équerre en carton pour fabriquer un gabarit d'angle alors que cette technique ne fait pas partie du répertoire didactique de la classe.
Traitement de l'information	Interprétation des rétroactions : La conjecture est validée : <u>Exemple</u> : les élèves font la conjecture que le modèle est un losange. Ils vérifient que les côtés sont de même longueur et valident la conjecture « c'est bien un losange » La conjecture est invalidée : <u>Exemple</u> : les élèves émettent la conjecture que le modèle est un carré, ils constatent qu'un angle au sommet n'est pas droit et réfutent leur conjecture. Une conjecture nouvelle émerge : Les élèves prennent les mesures de deux côtés consécutifs afin de les reproduire. Ils constatent que ces côtés sont de même longueur et émettent alors la conjecture que le modèle est un losange.

4.6.2 Modification du modèle à reproduire

Compte-tenu des variables fixées dans les situations que nous étudions, nous assimilons les modifications qui peuvent être apportées au modèle à l'ajout de traces graphiques.

Déroulement d'une *action élémentaire* d'ajout de trace graphique sur le modèle et potentiels raisonnements sous-jacents.

Déroulement de l'action	Raisonnements sous-jacents potentiels
Décision d'un objet graphique à produire (quand le modèle est découpé dans du papier ou du tissu, nous considérons les plis qui peuvent y être marqués comme des traces graphiques)	Intuition ou conjecture ponctuelle concernant des caractéristiques d'objets qui ne sont pas encore dessinés. <u>Exemple</u> : les élèves décident de faire apparaître une diagonale du modèle.
Production graphique : 1. choix de l'artefact 2. positionnement de l'artefact 3. tracé	Choix de l'artefact Adaptation ou construction de schèmes d'usage de l'artefact. <u>Exemple</u> : un élève plie le modèle pour faire apparaître la diagonale.
Analyse du modèle « complété » par ce nouveau tracé.	Analyse des rétroactions : nouvelle conjecture ponctuelle, identification de relations entre objets matériels. <u>Exemple</u> : après avoir tracé les deux diagonales d'un losange, les élèves remarquent que le point d'intersection de ces diagonales est le centre du losange.

4.6.3 Prise d'information sur le dessin

Déroulement de l'action	Raisonnements sous-jacents potentiels
Décision d'une information à prendre	Identification de caractéristiques du modèle que doivent satisfaire les objets graphiques produits. <u>Exemple</u> : lors de la reproduction d'un losange, les 4 côtés du quadrilatère produit doivent avoir la même longueur. Les élèves vérifient que les 4 côtés du dessin sont de même longueur.
Production graphique :	Choix de l'artefact

1. choix de l'artefact 2. positionnement de l'artefact 3. tracé	Adaptation ou construction de schèmes d'usage de l'artefact
Traitement de l'information	Interprétation des rétroactions pour valider ou invalider la procédure en cours. Ajustement de l'action en conséquence : poursuite ou abandon/adaptation de la procédure. <u>Exemple</u> : la procédure de construction est abandonnée ou adaptée parce que deux segments qui devraient être isométriques sur le dessin ne le sont pas.

4.6.4 Tracé sur le dessin

Déroulement de l'action	Raisonnements sous-jacents potentiels
Décision d'un objet graphique à produire	Raisonnement d'organisation. L'ordre des tracés peut conditionner la réussite de la reproduction. Identification de caractéristiques de la figure à reproduire. Intuition <u>Exemple</u> : lors de la reproduction d'un losange, des élèves choisissent de commencer par reproduire une diagonale car ils décomposent le losange en deux triangles isocèles qui ont pour côté commun cette diagonale.
Prise d'information effective : 1. choix de l'artefact 2. positionnement de l'artefact 3. tracé	Choix de l'artefact adaptation ou construction de schèmes d'usage de l'artefact
Analyse du dessin produit	Analyse des rétroactions : intuition, identification de relation entre objets graphiques. <u>Exemple</u> : après avoir reproduit les côtés d'un losange par ajustements successifs, les élèves tracent les diagonales du

	quadrilatère qu'ils ont produit et vérifient qu'elles sont perpendiculaires.
--	--

Ces actions élémentaires sont étroitement imbriquées et ne s'enchaînent pas nécessairement de manière linéaire. Elles peuvent être, au moins partiellement, organisées à l'avance par les élèves ou conduites au fur et à mesure, chaque étape conditionnant la suivante. Quand leur succession est anticipée et conduite de manière à optimiser la procédure générale, nous parlons alors de *raisonnement d'organisation*.

4.6.5 Actions non instrumentées

Les raisonnements en lien avec des actions non instrumentées peuvent avoir pour fonction l'organisation des tâches. Ils contribuent à planifier la succession d'actions élémentaires à mettre en œuvre pour parvenir à reproduire le modèle.

Exemple : les élèves font une marque sur un élément du modèle pour se souvenir que cet élément a été reproduit.

4.6.6 Synthèse

Nous regroupons les fonctions des raisonnements que nous venons d'identifier selon qu'elles concernent l'usage des artefacts, les caractéristiques du modèle à reproduire, l'interprétation des rétroactions ou l'organisation générale des actions. Ce sont ces fonctions que nous retiendrons pour conduire nos analyses.

Concernant l'usage des artefacts

Choix de l'artefact

Adaptation ou construction de schèmes d'usage de l'artefact

Concernant les caractéristiques du modèle à reproduire

Intuition ou conjecture ponctuelle concernant des caractéristiques du modèle (relations entre objets graphiques ou matériels composant le modèle).

Identification par le biais d'instruments de caractéristiques du modèle.

Identification des caractéristiques (géométriquement significatives) du modèle que doivent satisfaire les objets graphiques produits.

Intuition ou conjecture ponctuelle concernant des objets qui ne sont pas encore dessinés.

Interprétation des rétroactions

Validation ou non d'une conjecture.

Production d'une nouvelle conjecture.

Identification de relations entre objets matériels.

Validation ou non de la procédure en cours. Ajustement de l'action en conséquence : poursuite ou abandon/adaptation de la procédure.

Raisonnements d'organisation

Identification sur le modèle d'objets déjà reproduits.

Organisation de la succession d'actions élémentaires pour permettre la reproduction, l'ordre des tracés pouvant conditionner la réussite.

6.5. Les fonctions des raisonnements en lien avec la formulation dans le cadre de la reproduction de figure (premier axe)

De même que nous avons proposé une classification des fonctions des raisonnements spécifique à l'action, nous cherchons à identifier les raisonnements qui peuvent caractériser la formulation dans le cadre spécifique de la reproduction de figures.

Les raisonnements susceptibles d'être produits au niveau du milieu de référence (M-1) ont pour fonction la formulation (plus ou moins explicite) ou la justification des raisonnements produits au niveau du milieu objectif. En reprenant les rubriques précédentes, cela nous conduit à identifier les fonctions suivantes

Concernant l'usage des artefacts

Justifications explicites ou en partie implicites du choix d'un instrument ou de son usage en lien avec les propriétés et les caractéristiques de la figure :

« *Oui, on a pris l'équerre comme quoi ça fera, ça fait un angle droit.* »

Concernant les caractéristiques du modèle à reproduire

- la formulation d'une caractéristique du modèle à reproduire et sa validation par une preuve pragmatique.

Par exemple :

Après avoir vérifié par l'intermédiaire du tasseau que tous les côtés d'un losange donné en modèle sont isométriques les élèves concluent : « *C'est tous la même longueur* ».

- la justification explicite ou en partie implicite de la procédure mise en œuvre en lien avec les caractéristiques du modèle à reproduire :

Par exemple : « *Ensuite on a remarqué qu'y avait des, des angles droits, là-bas avec l'équerre, du coup ben on a construit des, on a construit les angles droits* ».

Concernant l'interprétation des rétroactions

- l'interprétation et la formulation des rétroactions.

Par exemple :

« *Mais // ce qu'on avait un peu du mal à faire c'était trouver la, la moitié en fait* »

Raisonnements d'organisation

- l'explicitation de l'organisation des tâches (raisonnement d'organisation).

« Alors, heu, au début donc on a pris le bâton, donc on a mesuré la heu, la diagonale, là (Montre du doigt la petite diagonale). [...] Puis ensuite heu, on a [...] On a mesuré là-bas sur heu la figure//Pour avoir notre deuxième diagonale »

À noter : en géométrie plane, au cours d'une phase de formulation, un élève (ou le professeur) peut décrire une procédure, c'est-à-dire rendre compte du déroulement de cette procédure, des actions élémentaires qui la composent au plus près de l'action effective. Cela correspond pour nous à la verbalisation au sens de Flückiger (2000) telle que nous l'avons présentée dans le paragraphe 2.

Exemple : « Alors on a pris le tasseau. On a mesuré »

Comme nous l'avons évoqué, la verbalisation peut participer à l'élaboration du répertoire de représentations, en particulier des représentations langagières. Elle peut aussi permettre de rendre explicite un modèle implicite d'action. Verbaliser une suite d'actions nécessite d'envisager leur enchaînement temporel et d'en rendre compte, ce qui constitue un premier pas de côté par rapport à l'action. Pour autant, nous situons les raisonnements éventuels du côté de l'action au niveau M-2 du milieu objectif.

6.6. Analyse sémiotique et identification des connaissances et des savoirs

Le deuxième axe que nous retenons repère les signes (les représentations sémiotiques) qui seraient des observables des raisonnements.

Les raisonnements apparaissant en situation de classe peuvent se traduire sous des formes très diverses : éléments langagiers, gestuels, scripturaux, graphiques. Dans cet ensemble le langage joue un rôle particulier, il est souvent tentant de ne s'appuyer que sur ce signe, par exemple en ne réalisant que des *verbatim* des séances. Nous essayons de dépasser cela dans la domaine géométrique, favorable à la gestuelle et l'usage d'artefacts. Nous nous appuyons sur les signes que nous donnent à voir les élèves ou l'enseignant lors de leurs interactions, en référence au modèle de Peirce, comme le font Bloch et Gibel (2011) pour construire leur modèle d'analyse des raisonnements. La sémiotique de Peirce est aussi sollicitée par Houdement et Petitfour (2018) pour conduire des analyses d'interactions dans le contexte de l'adaptation scolaire :

« La sémiotique étudie la production, la codification et la communication de signes. Elle a dépassé l'étude de la langue grâce notamment aux travaux de Charles Sanders Peirce (1839-1914). Selon Peirce (1978) et d'autres chercheurs développant un modèle sémiotique triadique (le triangle sémiotique), la sémiotique étudie les relations entre les trois pôles suivants :

réfèrent ou objet, signes ou représentations sémiotiques, interprétations de ces signes [...]. Le réfèrent (ou objet) est ce à quoi renvoie le signe et l'interprétation ce qu'en comprend la personne qui reçoit ce signe. »
(Houdement et Petitfour, 2018, p. 11)

Dans la construction de leur modèle, Bloch et Gibel (2011) analysent le processus sémiotique du point de vue des composantes syntaxique et sémantique dans le cadre d'une situation de validation ayant pour objet la conceptualisation de la notion de limite en première scientifique. La distinction qu'ils opèrent, en appui sur la sémiotique de Pierce, entre icône, indice et symbole-argument, donne à voir l'évolution des signes écrits produits. Dans ce travail, centré sur l'étude de figures planes au cycle 3, nous avons conduit nos premières analyses en essayant d'opérer cette distinction. Compte-tenu des signes produits par les élèves, notamment autres que le langage, elle s'est révélée souvent complexe à établir et *in fine* peu exploitable sur le temps court des épisodes analysés. C'est pourquoi nous n'avons pas repris cette distinction dans nos analyses des expérimentations définitives.

Pour appréhender les éventuels raisonnements produits par les élèves, nous avons besoin d'identifier les objets qu'ils considèrent (sur lesquels ils agissent ou dont ils parlent), et les relations qu'ils perçoivent entre ces objets. Pour cela nous essayons de relever la production et l'évolution des différents signes émis par un élève (ou des élèves), non pas indépendamment les uns des autres, mais dans leur relation les uns aux autres (Arzarello, 2006) toujours en relation avec les actions menées (vision synchronique). Dans le foisonnement des signes produits, nous retenons les plus saillants qui nous apparaissent en lien avec l'activité géométrique en cours. Ces signes évoluent dans un processus dynamique que nous n'étudions pas pour lui-même mais pour les indications qu'il nous fournit sur les raisonnements des élèves (et de l'enseignant).

Enfin, en lien avec ces observables, nous cherchons à identifier les connaissances mobilisées par les élèves, les éléments du répertoire didactique de la classe sollicités et leur évolution.

Nous présenterons dans le chapitre VI comment nous conduisons nos analyses des raisonnements produits par les élèves à partir de ces trois axes complémentaires et interdépendants.

Chapitre III L'ingénierie didactique

1. Choix de l'ingénierie didactique

L'objet de notre recherche est d'apporter des éléments de réponses aux questions suivantes :

Comment, en géométrie plane, pour construire leurs interventions et institutionnaliser des savoirs, des enseignants de cycle 3 de primaire et de collège tiennent-ils compte des raisonnements produits et des connaissances mises en fonctionnement par les élèves dans les phases de recherche ?

Existe-t-il dans cette gestion des points communs, des différences entre un enseignant du primaire et un enseignant du collège ?

1.1. Premiers choix méthodologiques liés à la problématique

Pour nous permettre d'apporter des éléments de réponse aux questions que nous avons précisées ci-dessus, la séquence support des expérimentations doit répondre à certains critères que nous allons maintenant exposer.

D'abord nous souhaitons proposer à un enseignant de primaire et un enseignant de collège la mise en œuvre d'une même séquence de géométrie. Cette séquence doit être robuste, c'est-à-dire conduire les élèves à produire des raisonnements nombreux et variés en lien avec le savoir visé et ce de manière reproductible, indépendamment des interventions de l'enseignant. Nous faisons l'hypothèse que nous pourrions alors, à partir de l'analyse des interactions entre élèves et enseignant lors de la phase de formulation, d'une part identifier les raisonnements produits par les élèves et d'autre part étudier la manière dont l'enseignant les prend en compte pour faire avancer le temps didactique.

Le choix d'expérimenter une même séquence dans des classes appartenant à deux institutions différentes en vue de comparaison entraîne *de facto* des contraintes sur les caractéristiques de cette séquence.

Pour que les enseignants volontaires soient dans des conditions comparables au moment de l'appropriation de la séquence proposée, celle-ci ne doit être connue d'aucun d'entre eux. Cela nous contraint à rechercher une séquence « originale » qui ne soit pas issue d'un manuel ou d'une publication qu'ils auraient pu lire.

Expérimenter une séquence nouvelle en présence d'un tiers est coûteux : il faut s'approprier la séquence, l'insérer dans la programmation, recueillir les autorisations des parents d'élèves et du supérieur hiérarchique, accepter la présence des caméras lors de la mise en œuvre, prendre le temps d'échanger avec le chercheur à des moments spécifiques,

etc. Pour que des enseignants acceptent ces contraintes fortes, ils doivent percevoir l'intérêt de la séquence en termes d'apprentissages pour leurs élèves et pour eux aussi.

La séquence proposée doit donc s'insérer facilement dans les progressions des enseignants volontaires. Pour cela elle doit être courte, répondre à des objectifs d'enseignement énoncés dans les programmes en vigueur pour les niveaux de classe visés (CM2 et 6^{ème}).

L'ingénierie didactique élaborée lors de recherches communes avec Ennassef et Gibel (Ennassef et al., 2014) (Gibel et Blanquart-Henry, 2017) est une bonne « candidate », elle répond aux critères énoncés ci-dessus, notre connaissance de cette ingénierie est aussi un atout. Nous la retenons et en ajusterons les variables pour tenir compte de notre problématique.

Des pré-expérimentations nous permettront de mieux appréhender les effets de chacune des variables, notamment sur les raisonnements des élèves, comprendre plus finement la circulation des connaissances lors de la mise en œuvre de la séquence, repérer les conditions nécessaires pour tester cette séquence en milieu ordinaire. Suivront des expérimentations définitives dans une classe de primaire et une classe de collège.

Les développements qui suivent sont communs à toutes nos expérimentations. Nous présenterons dans les chapitres correspondants les variables spécifiques retenues *in fine* pour chaque séance observée. Nous distinguerons alors les variables fixées par nous pour les besoins de la recherche des choix opérés par chaque enseignant.

1.2. Nos principaux choix mathématiques et didactiques

2.1.1 Préambule

Dans ce travail, à l'instar de Mathé et Mithalal (2019) et dans le prolongement des travaux français en didactique de la géométrie (Chaachoua, 1997; Laborde et Capponi, 1994) nous utilisons le terme de *dessin* pour désigner un objet graphique sur une feuille de papier, un écran d'ordinateur ou un support plan de plus grande dimension comme le sol. Nous employons le terme *figure* pour évoquer l'objet géométrique représenté par un dessin. Enfin nous nommons *figure modèle* (ou modèle) un objet matériel représentant une figure à reproduire comme une feuille de papier dont on demandera de tracer le contour.

Pour nous conformer à l'usage qui prévaut dans les classes, nous utilisons l'expression *reproduction de figure* pour désigner une situation dans laquelle les élèves doivent dessiner une figure semblable à un modèle donné dans l'espace sensible, même si les élèves produisent un dessin et que la notion de figure n'est qu'un horizon visé par le professeur.

2.1.2 L'objet d'étude

Dans cette ingénierie nous avons circonscrit notre étude aux figures planes simples et choisi comme objet d'étude le losange. Le losange fait partie des figures simples au programme

d'enseignement du cycle 3 au moment de notre recherche. La rubrique : « *Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques* » du bulletin officiel en vigueur stipule :

« *Figures planes et solides, premières caractérisations :*

- *triangles dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral) ;*
- *quadrilatères dont les quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, première approche du parallélogramme) ;*
- *cercle (comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné) » (Bulletin Officiel spécial n°11 du 25 novembre 2015, p. 210).*

Le losange est un objet géométrique riche car support de multiples propriétés. Son étude est donc susceptible de motiver les enseignants des deux institutions, primaire et collège, avec comme objectif d'apprentissage, conforme aux programmes, de favoriser des décompositions figurales, le losange comme deux triangles isocèles isométriques ou quatre triangles rectangles isométriques), des déconstructions dimensionnelles (2D vers 1D et 0D) suite à ses nombreuses propriétés : côtés tous de même longueur, côtés parallèles deux à deux, diagonales perpendiculaires, diagonales ayant le même milieu, etc. Comme nous l'avons déjà souligné, les différents travaux menés dans le méso-espace ont mis en évidence les potentialités qu'offre un travail dans un tel espace pour favoriser l'usage par les élèves de connaissances spatiales et géométriques. Nous avons pu éprouver lors de recherches communes (Ennassef et al., 2014) (Gibel et Blanquart-Henry, 2017) la robustesse d'une ingénierie conçue collégialement à partir des travaux de Fregona (1995) et incluant une situation de reproduction de figure dans le méso-espace. Cette ingénierie favorise la production par les élèves de raisonnements variés, corrélés à l'usage de connaissances spatiales et géométriques. Courte, elle ne fait pas partie du répertoire habituel d'une des deux institutions, c'est une bonne candidate pour nos expérimentations.

Nous allons maintenant présenter les caractéristiques générales de cette ingénierie qui ont été au fondement de son élaboration.

2.1.3 Caractéristiques générales de l'ingénierie

Une première caractéristique de la séquence est de comporter un *duo de situations* composé d'une situation de communication dans le micro-espace couplée à une situation de reproduction de figure dans le méso-espace. Les figures en jeu sont des losanges pour les deux situations.

Nous avons souligné que l'alternance de travail dans des espaces de tailles différentes est propice pour engager les élèves dans une problématique de modélisation au sens de

Berthelot et Salin (1992). Houdement (2019) souligne l'intérêt d'une telle complémentarité. Nous nommons *duo de situations* un ensemble de deux situations qui ont le même objectif d'apprentissage et pour les élèves un enjeu similaire (la production ou la reproduction d'une figure plane donnée) dans deux espaces de tailles différentes : l'espace graphique d'une feuille de papier (micro-espace) pour l'une des situations et un espace graphique dans le méso-espace pour la deuxième. En nous inspirant des « duo d'artefacts » de Soury-Lavergne et Maschietto (2019), nous recherchons dans les situations proposées des éléments de complémentarité, de redondance et d'antagonisme qui permettent l'enrichissement des connaissances par la mise en correspondances des deux situations.

Dans ces duos de situations, l'espace graphique du méso-espace est pour nous un support plan de taille supérieure à la taille des sujets et permettant leurs déplacements. Ce support peut être vertical (comme un mur) ou horizontal (sol d'un préau, d'un gymnase). Un support vertical offre une vision globale « micro-spatiale » de l'objet étudié quand on s'en éloigne suffisamment. À moins de prendre de la hauteur, ce qui n'est matériellement pas possible en classe, un plan horizontal ne permet pas cette prise de distance et contraint à rester dans un rapport méso-spatial avec l'objet étudié. Nous choisissons de fixer cette variable : les figures dessinées par les élèves le seront sur le sol pour les contraindre à conserver une vision méso-spatiale de l'objet qu'ils dessineront.

Une seconde caractéristique de la séquence retenue est que nous choisissons de donner à reproduire dans les deux espaces de travail ; non pas des figures dessinées mais des modèles découpés dans du papier ; que les élèves peuvent manipuler, plier pour prélever des informations. Ces modèles permettent aussi l'inscription de traces graphiques. Proposer un modèle découpé (un gabarit) augmente *a priori* les possibilités d'appréhension de la figure (2D, 1D, et 0D).

Il est demandé aux élèves de dessiner à distance cette figure dans des conditions que nous précisons. Après la réalisation du dessin, le modèle de papier peut lui être superposé en vue d'une validation pragmatique dans l'espace sensible.

Une autre caractéristique essentielle de la séquence est la diversité des modèles donnés à reproduire tant dans le micro-espace que dans le méso-espace. Tous les modèles représentent le même objet géométrique (un losange), mais leurs dimensions (longueurs, angles) varient. Cette variété favorise le recours aux propriétés géométriques qui sont communes à tous les modèles, indépendamment de leur taille et donc le passage d'un dessin singulier à un dessin considéré comme représentant d'une classe de dessins, prémices d'une conceptualisation de l'objet géométrique.

Un choix à définir dans la mise en œuvre d'un duo de situations faisant alterner une situation dans le micro-espace et son homologue dans le méso-espace est l'ordre dans lequel ces deux situations vont être présentées. La première confrontation à un travail dans le méso-espace demande un temps d'adaptation à cet environnement

(instrumentation/instrumentalisation des artefacts). Pour une première rencontre avec ce milieu, il nous semble nécessaire que les élèves disposent déjà de connaissances géométriques dans le domaine d'étude, notamment une maîtrise minimale d'un langage adapté. Aussi nous faisons le choix de placer la situation dans le micro-espace avant la reproduction de figure dans le méso-espace. Une situation de communication dans le micro-espace favorisera l'acquisition de connaissances langagières. Notre ingénierie comprend donc une situation de communication basée sur le principe que nous avons présenté Chapitre II1.2. Les connaissances acquises lors de la situation dans le micro-espace enrichiront le milieu construit dans le méso-espace, ce pourra permettre que la situation d'action fonctionne de manière adidactique.

Enfin une dernière remarque oriente nos choix didactiques. À l'instar de Mathé, Perrin-Glorian et Barrier (2020), nous considérons que *le recours précoce aux nombres est susceptible de détourner les élèves des enjeux spécifiques de la géométrie* (Mathé et al., 2020, p. 9). Aussi nous privilégions autant que possible les situations qui ne font pas intervenir la mesure. Pour autant nous souhaitons proposer dans le micro-espace une situation de communication basée sur la reproduction d'un losange. Nous souhaitons non pas privilégier une propriété du losange en particulier, mais amener les élèves à mobiliser des propriétés diverses qu'ils pourront mettre en relation. S'affranchir de la mesure dans une situation de communication, qui a pour enjeu la reproduction d'une figure aux mêmes dimensions, nécessite de prendre appui sur une *amorce*. Dans le cas de la reproduction d'un losange, le choix d'une amorce oriente nécessairement le choix de la procédure de construction et par conséquent les propriétés géométriques mobilisées. Cette réflexion nous conduit *in fine* à permettre le recours à la mesure pour la situation de communication dans le micro-espace mais à ne pas autoriser l'usage d'instruments de mesure dans le méso-espace.

Notre ingénierie est composée d'un duo de situations organisé sur trois séances. Les deux premières séances sont consacrées à une situation de communication ayant pour enjeu la reproduction d'un losange dans le micro-espace, la troisième séance est réservée à la situation de reproduction de losange dans le méso-espace. Les deux situations ont en commun la présence d'une phase adidactique d'action qui a pour enjeu pour les élèves la reproduction d'un losange donné sous forme de modèle découpé dans du papier. Dans les deux cas, les modèles utilisés sont de différentes dimensions et permettent en fin de séance le contrôle de la validité de leur production par les élèves eux-mêmes. Les deux situations de reproduction diffèrent essentiellement par la taille de l'espace de travail et les outils à la disposition des élèves. Enfin la première situation dans le micro-espace est suivie d'une situation de formulation *stricto sensu* basée sur l'échange de messages écrits. Nous allons maintenant présenter plus précisément chacune de ces situations et leur analyse *a priori*, en commençant par les différentes procédures possibles pour reproduire en classe de cycle 3 un losange donné.

2. Analyse mathématique du tracé d'un losange

L'organisation du tracé d'une figure géométrique dépend des propriétés perçues de la figure. Ainsi pour le losange plusieurs types de construction sont envisageables.

Un premier type de procédure utilise en actes les propriétés des diagonales d'un losange (vision première 1D/2D). Sont successivement tracés, une (future) diagonale, la deuxième diagonale perpendiculaire et de même milieu, puis les côtés du losange. Il utilise le report d'angle droit et de longueurs et nécessite de placer le milieu d'un segment et bien sûr aussi des tracés de lignes droites¹¹.

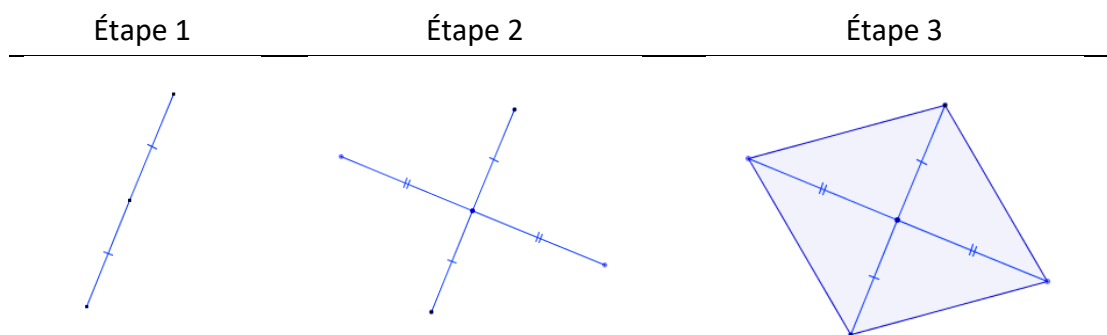


Figure III-1: procédure 1

Un autre type de procédure se base sur la décomposition du losange en deux triangles isocèles isométriques (vision première 2D/2D). Après le tracé d'une (future) diagonale, un triangle puis un second sont construits. Cette construction de triangles peut se faire uniquement par des reports de longueurs. C'est ce que nous appellerons la procédure de type 2. Elle utilise le tracé de triangles particuliers : isocèles (voire équilatéraux) et nécessite d'envisager un sommet comme intersection de lignes (vision 1D/0D).

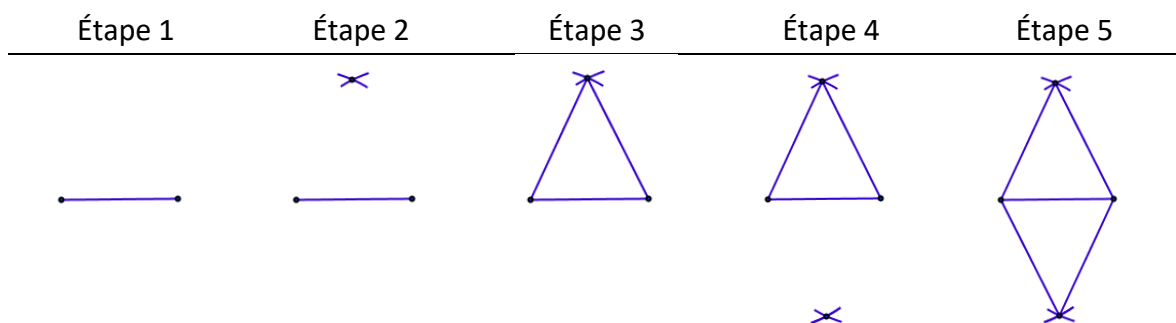


Figure III-2: procédure 2

¹¹ Que nous ne mentionnerons plus

La construction des triangles peut aussi combiner report de longueurs et report d'angles :

Tracé d'un côté d'un des deux triangles isocèles.

Tracé d'un second côté par report d'un angle.

Tracé du troisième côté de ce triangle.

C'est ce que nous nommerons la procédure 2 bis.

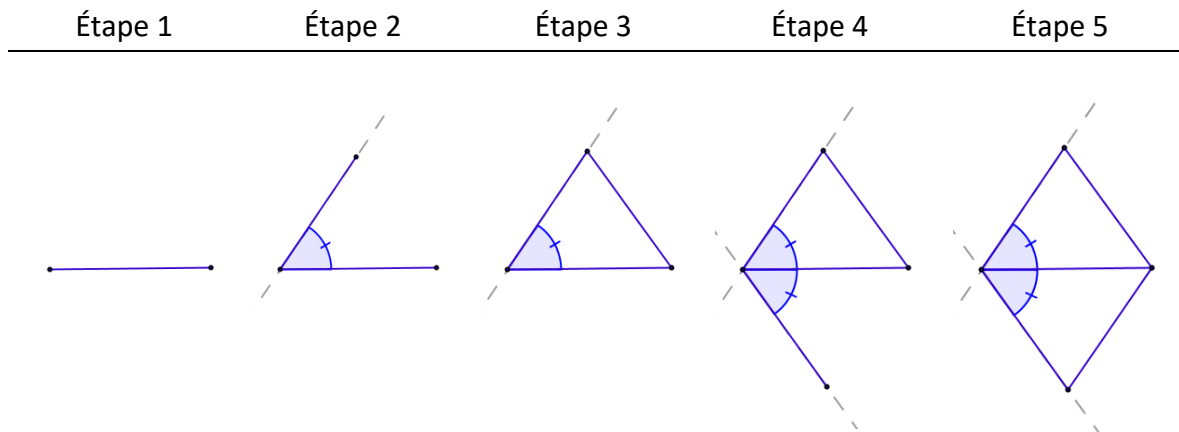


Figure III-3: procédure 2 bis

La procédure 2 ter concerne uniquement les losanges dont les angles aigus ont pour mesure 60° . Elle consiste en une décomposition du losange en deux triangles équilatéraux ayant un côté commun.

La procédure 3 se base sur une autre décomposition du losange, celle en quatre triangles rectangles (vision 2D/2D).

Les procédures 2 et 3 sont liées à la vision de triangles symétriques.

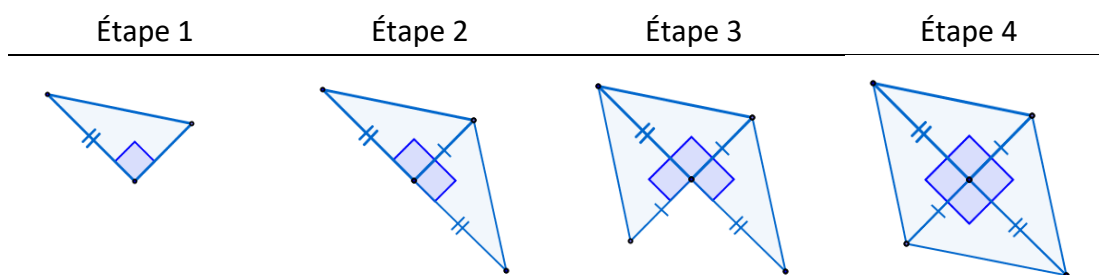


Figure III-4 : procédure 3

3. La situation de communication dans le micro-espace

3.1. Principe général

Nous avons choisi de commencer la séquence par une situation de communication dans le micro-espace avec pour enjeu la reproduction d'un losange donné. Les joueurs A et B ont à leur disposition le matériel usuel de géométrie. Les joueurs A en position d'émetteurs sont aussi en possession d'une forme géométrique simple découpée dans un papier souple. Ils doivent obtenir des joueurs B récepteurs une copie superposable. Pour cela, les joueurs A peuvent envoyer des informations sous forme d'un message écrit, mais sans croquis ni figure. Ils gagnent si la figure dessinée est superposable au modèle au millimètre près.

3.2. Organisation des élèves

Afin de favoriser les discussions entre élèves, le travail par groupe est privilégié. Aussi, dans le fonctionnement retenu, les élèves sont par groupes de deux (binômes). Deux binômes forment une équipe. Les élèves sont disposés de telle sorte que les binômes d'une même équipe ne puissent pas communiquer oralement ou visuellement.

Chaque binôme est d'abord en situation d'émetteur (joueur A). Ensuite, l'enseignant échange les messages entre les binômes d'une même équipe. Chaque binôme se retrouve alors en situation de récepteur (joueur B).

Pour définir la situation, nous préciserons le matériel utilisé, le déroulement prévu et la consigne donnée aux élèves avant de procéder à une analyse *a priori* de cette situation compte-tenu des variables fixées.

3.3. La situation étudiée

3.3.1 Matériel utilisé

Dans la situation étudiée, chaque binôme dispose du matériel suivant :

- feuilles de format A4 pour la reproduction de la figure, feuilles de format A3 pour l'écriture du message.
- crayons à papier, gommages, feutres.

Les figures modèles sont 7 losanges découpés dans du papier de couleur.

Tableau III-1 : caractéristiques des modèles

Nom du losange	a	b	c	d	e	f	g
Mesure du côté (en cm)	11	12	14	13	12	13	14
Mesure d'un angle (en degrés)	70	85	70	60	70	85	60

Les losanges sont attribués à l'avance par l'enseignant. Au sein d'une même équipe, les deux binômes ont à décrire des losanges non semblables.

Les outils à disposition des élèves sont règles, équerres et compas en usage dans la classe.

3.3.2 Déroulement prévu

Déroulement prévu de la première séance

Après une phase de dévolution, les élèves sont mis en situation d'action : chaque binôme découvre une figure placée dans une enveloppe opaque, puis chaque élève, individuellement, reproduit la figure avec les outils de son choix. Seul l'usage de la figure modèle comme gabarit pour en tracer le contour est interdit.

Suit une situation de formulation : les élèves du même binôme se concertent et rédigent un message en vue de faire reproduire la figure reçue en modèle. Dès que le message est terminé, l'enseignant l'apporte au binôme récepteur associé. Les récepteurs essaient de réaliser chacun la figure. S'ils ne comprennent pas le message, ils peuvent poser une question aux émetteurs en l'écrivant à la suite du message, sur la même feuille.

Dès que les deux figures de la même équipe sont réalisées (les élèves ont tous été successivement émetteurs et récepteurs), les quatre membres de l'équipe vérifient avec l'enseignant la validité des figures construites par superposition aux modèles correspondants. La séance se termine par le recueil collectif des résultats. L'enseignant fait la synthèse des réussites et des échecs.

Déroulement prévu pour la deuxième séance :

La deuxième séance consiste en une mise en commun à partir de l'analyse des productions dont le déroulement est laissé à l'initiative de l'enseignant.

L'ensemble du déroulement est représenté dans la Figure III-5 ci-dessous.

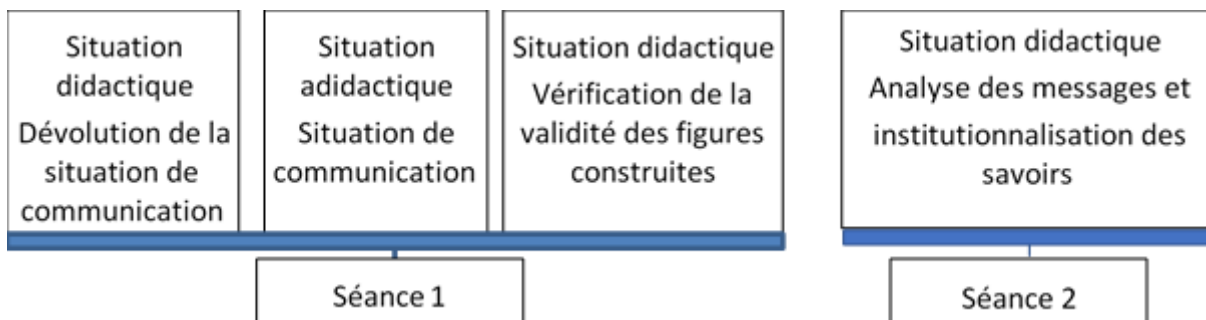


Figure III-5: déroulement de la situation de communication dans le micro espace

3.3.3 Consigne

Dans le déroulement prévu, la séquence commence par la dévolution de la situation et la passation de la « consigne ». Le choix a été fait de proposer dans la fiche de présentation de la séquence une consigne écrite.

Pour la nécessité de l'analyse, nous distinguerons 5 parties dans cette consigne. Après avoir présenté le découpage effectué, nous étudierons dans l'analyse *a priori* les différentes situations adidactiques, ainsi que l'influence des variables didactiques sur ces situations.

La consigne donnée aux élèves lors de la première séance est la suivante :

(α) « Je vais aujourd'hui vous proposer une situation de communication, il s'agit d'un jeu par équipe. Chaque équipe A, B, C, D et E sera constituée de 2 binômes. J'ai constitué les équipes, je vous les présenterai après vous avoir expliqué le but et les règles du jeu. J'ai découpé des figures géométriques dans du papier. Je vais donner une de ces figures à chacun des deux binômes de chaque équipe (par exemple pour l'équipe A une figure pour le binôme A1, une autre pour le binôme A2, etc.). Les binômes 1 et 2 ne se verront pas, mais pourtant ils travailleront ensemble.

(β) Le premier travail consiste, pour chaque binôme à reproduire individuellement la figure sur une feuille blanche.

(γ) Ensuite les élèves des binômes « 1 » enverront un message au binôme « 2 » de leur équipe contenant tous les renseignements qu'ils jugent nécessaires pour que ceux-ci puissent construire la figure sans la voir. Les binômes « 2 » feront la même activité (en travaillant sur une autre figure) : ils enverront un message à leur binôme « 1 ». Attention : vous ne devez pas faire de croquis ou de dessin sur les messages.

(δ) Si les récepteurs jugent que les informations fournies ne sont pas suffisantes, ils auront le droit de poser par écrit (sous le message) une seule question supplémentaire aux émetteurs.

(ε) Les équipes qui auront gagné seront celles qui auront réalisé les deux figures superposables aux deux figures initiales. Deux figures sont déclarées superposables lorsque l'erreur de superposition ne dépasse pas 1 mm.»

3.4. Analyse *a priori* de la situation de communication

La situation de communication comporte une situation d'action suivie d'une situation de formulation que nous allons étudier successivement. Dans cette analyse *a priori*, le terme « les élèves » désignera l'ensemble des élèves de cycle 3. Quand une procédure ne concernera qu'un niveau de classe, nous le préciserons.

4.3.1 Étude de la situation d'action

La reproduction de la figure est une situation d'action.

L'objectif visé est une mise en fonctionnement et un enrichissement des connaissances anciennes sur les propriétés des losanges.

Le milieu avec lequel les élèves interagissent est constitué d'un milieu matériel, des règles du jeu de la situation, de son enjeu et des connaissances à mettre en œuvre pour réussir la tâche demandée et plus précisément.

Telle qu'elle est formulée, la consigne induit une réalisation successive des différentes tâches : « (γ) Ensuite les élèves ... ». Par effet de contrat, il est probable que les élèves respecteront cet ordre. Toutefois si un élève se projette dans les tâches à venir et s'approprie immédiatement l'enjeu de la situation, il peut en cherchant à reproduire le modèle anticiper sur la phase de formulation et mener la rédaction du message conjointement à l'action de dessin.

Situation de référence

L'élève qui se place uniquement dans la situation de reproduction a pour enjeu de réussir à tracer un dessin superposable au modèle à 1 mm près.

La réponse attendue est l'organisation des prises d'informations et tracés et la réalisation de la figure demandée conformément au contrat didactique.

Rétroactions du milieu : le modèle est disponible, l'élève peut vérifier la validité de son action à tout moment par superposition du modèle avec son dessin, qu'il soit achevé ou non.

Procédures possibles

1. L'élève utilise la figure modèle comme gabarit. Dans ce cas, aucune connaissance géométrique n'est engagée. Comme nous sommes en cours de mathématiques, l'effet de contrat didactique de la classe devrait amener une construction plus « géométrique » avec utilisation des instruments mis à disposition.

2. L'élève s'engage dans une construction géométrique de la figure. Il commence par prendre des informations sur le modèle, sélectionne celles qui lui semblent pertinentes, les organise avant de procéder au tracé. Le modèle est immédiatement disponible, les informations peuvent être prélevées au fur et à mesure des besoins. Elles peuvent être des mesures de longueur, la recherche d'axes de symétrie, la recherche de droites perpendiculaires. La mesure d'angle n'est pas accessible. Les axes de symétrie peuvent être identifiés par pliage. L'identification de la nature de la figure est possible mais non nécessaire. Pour réussir, le tracé doit être organisé, hiérarchisé en fonction des propriétés de la figure qui ont été identifiées. À ce niveau, les connaissances mises en œuvre correspondent à l'usage des instruments : règle graduée pour la mesure de longueur, le tracé de droites ou de segments de longueur donnée, équerre pour vérifier la perpendicularité, tracer un angle droit ou des droites perpendiculaires, compas pour comparer des longueurs ou les reporter.

Par contre, comme un seul modèle est disponible pour deux élèves, ceux-ci peuvent être amenés à communiquer pour échanger sur leurs procédures. Ainsi, des formulations peuvent avoir lieu sur l'usage des instruments, les informations à prendre, l'organisation de tracé. Par confrontation des points de vue, elles engagent les élèves dans une première prise de conscience des propriétés perçues, chaque élève ayant sa propre représentation mentale de la figure.

Les tracés demandent, en plus de l'organisation et de la hiérarchisation des informations, une prise de décision sur l'ordre des actions à effectuer. La stratégie de l'élève peut évoluer au cours des différents essais, et avec elle les représentations qu'il a de la figure.

Relations entre les connaissances mises en œuvre et les différentes stratégies de tracé :

Les élèves peuvent rester dans une vision globale de la figure et s'engager dans le tracé d'un quadrilatère dont les 4 côtés ont la même longueur sans prélever d'autre information. Dans ce cas, leur figure dessinée, si elle aboutit, ne sera pas superposable au modèle. La confrontation entre leur dessin et le modèle peut les amener à s'interroger sur l'origine de leur échec et prendre conscience du caractère « déformable » d'un losange, qui n'est pas déterminé par la seule donnée des longueurs de ses côtés.

À partir de cette vision globale de la figure, les élèves peuvent chercher une information supplémentaire sur la figure sans la mettre en relation avec les propriétés du losange.

Les élèves peuvent également décomposer le losange en sous-figures connues. Ils peuvent voir dans le losange deux triangles symétriques et s'engager dans une procédure de tracé de type 2. Ce tracé nécessite en particulier de maîtriser la construction d'un triangle quelconque connaissant la longueur de ses trois côtés. Cette connaissance devrait être disponible chez les élèves de sixième, mais ne fait pas nécessairement partie du répertoire didactique des élèves de CM1 et CM2.

Enfin, les élèves peuvent mobiliser les propriétés perçues et/ou mémorisées des diagonales d'un losange. Leur construction sera du type 1. Pour cela les élèves doivent savoir : tracer un segment de longueur donnée, placer son milieu, tracer la perpendiculaire à une droite passant par un point de cette droite.

Si les propriétés de la médiatrice d'un segment font partie du répertoire didactique de la classe, elles peuvent être mises en relation avec les propriétés du losange. Dans ce cas, qui ne peut concerner que les élèves de sixième, les étapes de constructions seront en apparence similaires à la procédure 1 mais les connaissances mobilisées seront de nature différente.

Les variables didactiques

Les dimensions des modèles jouent un rôle déterminant. Si la longueur de la grande diagonale du modèle est supérieure à la largeur d'une feuille A4, l'élève doit anticiper son tracé pour reproduire le modèle sans sortir de la feuille. C'est pour lui une contrainte supplémentaire qui a également des incidences sur la rédaction du message et la construction par les récepteurs. La trigonométrie nous permet de calculer les longueurs de ces diagonales. Les losanges c, d et g présentent cette caractéristique (sur fond gris dans le tableau 3).

Tableau III-2 : caractéristiques des modèles à reproduire

Nom du losange	a	b	c	d	e	f	g
Mesure du côté (en cm)	11	12	14	13	12	13	14
Mesure d'un angle (en degrés)	70	85	70	60	70	85	60
Mesure de D1 (en cm) calculée à 10^{-1} près	18	17,7	22,9	22,5	19,5	19,1	24,2
Mesure de D2 (en cm) calculée à 10^{-1} près	12,6	16,2	16,2	13	13,9	17,6	14

Les mesures des angles sont également déterminantes. Si les angles sont proches de 90 degrés (figures b et f), le modèle peut être perçu comme représentant un carré. La vérification de la nature de la figure demande donc une étape supplémentaire. Quand deux des angles mesurent 60 degrés (figure d et g), le losange peut être décomposé en deux triangles équilatéraux et une diagonale est de même longueur que les côtés. Cela peut être facilitateur pour le tracé ou induire la procédure 2.

La façon sous laquelle le modèle est présenté n'est pas anodine. Nous avons déjà souligné l'importance de modèles découpés qui permettent le pliage et une vérification rapide du tracé par superposition. En outre ce type de modèle bloque un appui sur les bords de la feuille.

Difficultés attendues

Comme nous venons de le voir, les modèles dont des angles sont proches de 90 degrés peuvent être perçus comme des carrés. Ces modèles devront être attribués de préférence à des groupes d'élèves performants.

La construction d'un triangle connaissant les mesures de ses côtés ne fait pas nécessairement partie du répertoire didactique des élèves de primaire. Dans ce cas, les élèves peuvent s'engager dans la construction d'un quadrilatère ayant quatre côtés de même mesure en utilisant uniquement la règle graduée. Ils pourront tracer trois segments adjacents et de même mesure mais échoueront à fermer le quadrilatère avec un quatrième côté isométrique.

4.3.2 Étude de la situation de formulation

Lors de la phase d'écriture du message les élèves se retrouvent dans une situation de formulation. Les binômes se retrouvent successivement en position d'émetteur puis de récepteur.

Procédures possibles et variables didactiques

L'objectif est la mobilisation des propriétés du losange.

Le milieu auquel sont confrontés les élèves en position d'émetteurs est constitué de la situation précédente et de la règle « vous ne devez pas faire de croquis ou de dessin sur les messages. »

L'enjeu pour un binôme est de rédiger un message qui permette aux récepteurs de construire une figure superposable au modèle, et seulement celle-là. C'est à dire d'élaborer un message complet et sans ambiguïté.

Au sein du binôme, les élèves sont donc amenés à confronter leurs représentations de la figure, échanger sur les propriétés perçues, l'organisation du tracé. Chaque élève va devoir argumenter pour obtenir l'adhésion de l'autre à son projet. Pour cela il pourra faire référence à la figure construite en phase d'action et aux actions réelles effectuées. Il peut aussi se projeter en situation de récepteur et imaginer mentalement les actions induites par le programme en cours de rédaction. Dans les deux cas, une dialectique action/formulation se met en place. Elle peut amener les élèves à expliciter leurs connaissances et à les structurer. La présence de supports comme l'affichage, les manuels ou le cahier mémoire peut être une aide.

Nous sommes dans une phase adidactique, sans intervention de l'enseignant, donc sans contrôle extérieur au binôme de la validité des assertions émises.

Le nombre de questions autorisées aux récepteurs a une aussi une influence sur les procédures des élèves. Les échanges question/réponse entre les binômes d'une même équipe favorisent cette dialectique action/formulation et peuvent faire évoluer les

représentations des élèves. Le nombre de questions autorisées doit être fixé à l'avance pour contraindre les émetteurs à produire un message suffisamment précis dès le premier envoi, et engager les récepteurs dans une recherche véritable, une formulation de question bien ciblée.

Difficultés attendues

Les élèves sont placés tour à tour en position d'émetteur, puis de récepteur. Les figures à partir desquelles ils travaillent successivement sont différentes mais de même nature : ce sont toutes des losanges. Cela peut engendrer deux types de difficultés : tout d'abord certains élèves peuvent imaginer que toutes les figures sont superposables. Dans la phase de formulation ils peuvent vouloir tracer un losange identique à celui qu'ils ont eu à décrire. D'autres élèves peuvent « deviner » la nature de la figure à reproduire par un effet de contrat : la figure modèle pour laquelle ils ont écrit un programme de construction est un losange. Au moment du tracé ces élèves peuvent utiliser des propriétés de la figure qui ne sont pas explicitées dans le texte reçu. Ils réussiront dans la tâche de reproduction alors que le message rédigé est incomplet. Le même phénomène se produira si émetteurs et récepteurs disposent de connaissances erronées identiques. Il y a une limite du milieu dont les rétroactions ne seront peut-être pas toujours suffisantes pour invalider les productions incorrectes.

4. La situation de reproduction de losanges dans le méso-espace

Nous allons maintenant définir le principe commun des situations de reproduction de figure dans le méso-espace avant de présenter l'organisation des élèves puis la situation particulière étudiée.

4.1. Principe général

Dans une situation de reproduction de figures dans le méso-espace, les élèves sont confrontés à une situation d'action dans laquelle ils doivent prendre des décisions pour tracer une figure superposable à une autre. La distance entre la figure modèle et la zone de reproduction est telle que les contrôles sur l'action ne sont pas possibles en continu. La superposition entre la figure modèle et le tracé ne sera autorisée que pour valider ou invalider la production et une fois la tâche considérée achevée. La reproduction de la figure nécessite donc de la part des élèves une anticipation des actions à partir d'informations partielles. Cet éloignement entre le modèle et sa reproduction, associé à la taille de l'espace et à l'absence de repères spatiaux usuels comme les bords de la feuille, favorise la

prise d'informations sur les propriétés de la figure à reproduire, et par conséquent le recours aux connaissances de géométrie.

Par ailleurs, la taille de l'espace fait que les perceptions qu'un observateur peut avoir de la figure globale, des angles ou longueurs qui la composent, varient avec les positions relatives de cet observateur par rapport à la figure. La prise d'information nécessite un recours aux instruments.

Quand tous les élèves ont terminé leur tracé, à tour de rôle, chaque groupe formule à l'ensemble des élèves de la classe les étapes de sa construction et explicite les procédures qu'il a utilisées. La validité de la procédure est discutée collectivement avant une vérification de la conformité du dessin tracé par superposition de la figure modèle.

4.2. Organisation des élèves et de l'espace

Les élèves travaillent par groupes de 3 ou 4. Chaque groupe se voit attribuer pour le tracé un espace de travail d'au moins 9 m² clairement délimité au sol (traits à la craie, plots, cordes tendues). Il dispose également d'une figure en papier épais (figure modèle), placée dans une zone elle aussi bien identifiée et à distance de l'espace dédié au tracé. Cette figure modèle peut être présentée verticalement, collée au mur à l'aide de pastilles adhésives repositionnables ou posée au sol horizontalement. Cette présentation horizontale ou verticale, constitue une variable de la situation. Dans tous les cas, les élèves peuvent manipuler la figure modèle, la décrocher si elle est fixée au mur, la plier, la poser au sol pour prendre des informations, mais la figure-modèle doit rester éloignée de l'espace de tracé.

Comme précédemment, pour définir la situation mise en place dans l'expérimentation nous précisons le matériel utilisé, le déroulement prévu et la consigne donnée aux élèves avant de procéder à une analyse *a priori*.

2.4.1 Matériel utilisé

Dans cette situation, chaque groupe d'élève se voit attribuer un modèle découpé dans un papier épais, à la fois résistant aux manipulations, assez souple pour être plié et qui conserve la marque des plis effectués.

Les dimensions de ces figures modèles sont détaillées dans le tableau ci-dessous :

Tableau III-3: dimensions des modèles

Losange	1	2	3	4	5	6
Mesure du côté (en cm)	68	68	75	68	75	68
Mesure des angles aigus (en degrés)	60	70	70	60	70	70

Des outils et du petit matériel sont aussi laissés en libre accès dans un endroit accessible à tous. Les outils à disposition sont :

- de la ficelle de nylon, non élastique. Cette ficelle est présentée sous forme de bobines, accompagnées de ciseaux. Des morceaux de différentes longueurs, entre 60 cm et 2 m ont été coupés à l'avance.
- des tasseaux de bois de 2 m de longueur de section rectangulaire (environ 1 cm x 2 cm). Chaque groupe ne peut prendre qu'un seul tasseau.
- des équerres en carton souple, sous forme de triangles rectangles, dont les côtés de l'angle droit mesurent 24 cm et 32 cm, découpés dans des chemises cartonnées.

Le petit matériel est constitué de : feutres fins, craies de couleurs variées, brosses à tableau pour effacer les tracés à la craie. Des précisions sur ce matériel, son coût et son entretien sont données dans l'annexe III.1.

2.4.2 Déroulement prévu

Dans le scénario envisagé, les élèves travaillent en groupes hétérogènes de 3 à 4 élèves. La dévolution de l'activité se déroule en classe ou en extérieur. Le maître donne la consigne, la fait reformuler et présente le matériel qui n'est pas familier en le nommant (les tasseaux). Puis les élèves sont répartis par groupes pour une mise en situation d'action dans un espace approprié. Chaque groupe prend connaissance de la figure à reproduire et de l'espace attribué à cet effet. Les instruments et outils sont mis à disposition de tous les élèves. Après reformulation de la consigne, les groupes sont mis en activité pour une durée de 20 minutes. Suit un moment collectif d'échanges et de validation au cours duquel chaque groupe présente son dessin à l'ensemble de la classe, explicite sa démarche en précisant les étapes de construction et les outils utilisés ; il superpose la figure modèle à son dessin. Si l'écart entre la figure modèle et le dessin réalisé est inférieur à 1 cm alors la production est déclarée valide par l'ensemble de la classe. La séance se termine par une institutionnalisation. Les différentes phases du déroulement de la séquence sont les suivantes :

Phase 1 : Dévolution de l'activité

Phase 2 : Mise en situation d'action

Phase 3 : Regroupement : validation et formulation des procédures

2.4.3 Consigne

Dans cette situation la consigne donnée aux élèves est la suivante : « *Le travail que vous allez réaliser va se passer sous le préau. Vous allez travailler par groupes. Chaque groupe aura une figure géométrique. Il devra la reproduire sur le sol du préau le plus précisément possible. Pour réussir, l'écart entre la figure modèle et la figure reproduite ne devra pas excéder 1 cm. Chaque groupe devra tracer la figure dans l'endroit qui lui est réservé. Les figures à reproduire peuvent être manipulées mais ne doivent pas quitter l'espace initial.* »

4.3. Analyse *a priori* de la situation dans le méso-espace

Dans cette situation les élèves travaillent nécessairement en groupes.

Dévolution de l'activité : en classe, le maître donne la consigne, la fait reformuler et présente le matériel qui n'est pas familier en le nommant (les tasseaux). Il précise la composition des groupes qui est affichée au tableau.

Mise en situation d'action : sous le préau, les élèves sont répartis par groupes. Chaque groupe prend connaissance de la figure à reproduire et de l'espace attribué à cet effet. Les instruments et outils sont mis à disposition de tous les élèves. Après reformulation de la consigne les groupes sont mis en activité pour une durée de 20 minutes.

Phase de formulation en classe entière et validation : à l'issue de la phase d'action, chaque groupe présente son tracé à l'ensemble de la classe et explicite sa démarche en précisant les étapes de construction et les outils utilisés. Le groupe valide ensuite en effectuant la superposition avec la figure modèle. Si l'écart entre la figure modèle et le tracé réalisé est inférieur à 1 cm la production est déclarée valide par l'ensemble de la classe.

3.4.1 Étude de la situation d'action

L'objectif visé est une mise en fonctionnement et un enrichissement des connaissances anciennes sur les propriétés des losanges.

Le milieu avec lequel les élèves interagissent comporte, comme dans la situation de communication, les figures modèles et le matériel à disposition. L'affichage de la classe et les cahiers ne sont pas disponibles. L'enjeu pour chaque groupe est de construire une figure superposable au modèle.

La réponse attendue est en premier lieu une identification de la figure à reproduire par des prises d'informations adaptées. Doivent suivre une organisation des prises d'informations et tracés et la réalisation de la figure demandée conformément au contrat didactique.

Rétroactions du milieu : le modèle est éloigné de la zone de tracé. Les rétroactions du milieu ne permettent que des vérifications partielles.

Procédures possibles

Pour identifier la nature de la figure à reproduire, les élèves peuvent comparer les longueurs de ses côtés. Cette comparaison peut être effectuée à l'aide de la ficelle, d'un tasseau ou par double pliage du modèle.

En ce qui concerne la reproduction de la figure, l'éloignement du modèle en papier empêche son utilisation comme gabarit. Les élèves doivent donc s'engager dans une construction géométrique de la figure.

Les prises d'informations sur le modèle en vue de cette construction peuvent être :

- la recherche d'axes de symétrie par pliage
- le report ou la comparaison de longueurs par l'intermédiaire de la ficelle, du tasseau ou pliage
- le report d'angle par la fabrication d'un gabarit
- le point milieu commun aux deux diagonales peut être déterminé par double pliage, ou représentation des deux diagonales. Comme dans le micro-espace, les connaissances mises en œuvre correspondent à l'usage des outils : tasseau pour tracer des droites, des segments ou reporter des longueurs, équerre pour vérifier la perpendicularité, tracer un angle droit ou des droites perpendiculaires, ficelle pour comparer des longueurs ou les reporter.

L'absence de mesure comme l'absence de repères spatiaux contraignent les élèves à se centrer sur les propriétés géométriques de la figure à reproduire.

Comme dans le micro-espace, le travail par groupe favorise les échanges entre élèves. Dans le méso-espace, une nécessité matérielle s'ajoute à cette contrainte sociale imposée par l'enseignant (il faut travailler ensemble et collaborer) : la taille des figures et des outils mis à disposition sont tels que leur manipulation nécessite souvent la contribution de plusieurs élèves, que ce soit pour les prises d'informations ou pour les tracés. Les actions doivent être coordonnées pour être efficaces. Même en collaborant à plusieurs, des actions équivalentes sont plus coûteuses dans le méso-espace que sur une feuille de papier. Par exemple, reporter une longueur dans le micro-espace est rapide et ne nécessite pas d'effort physique pour un élève en bonne santé. Dans le méso-espace, pour reporter une longueur à partir d'une figure modèle posée au sol, il faut choisir l'outil adapté (ficelle ou tasseau), s'accroupir en tenant cet outil à la main ou bien anticiper l'action et le poser au sol auparavant. Il faut ensuite positionner cet outil correctement en tenant compte de son encombrement, ce qui peut nécessiter de se déplacer (sans marcher sur le modèle), ou bien de déplacer le modèle lui-même, mais dans ce cas il faut veiller à ce qu'il reste bien à plat sans faire de plis... Il faut ensuite se relever, se déplacer avec l'outil, le placer à nouveau correctement, retrouver la marque effectuée, avant de faire le tracé, tout en se coordonnant avec un camarade. Ainsi les actions doivent être anticipées.

Relations entre les connaissances mises en œuvre et les différentes stratégies de tracé :
Pour effectuer le tracé les élèves peuvent utiliser implicitement les propriétés des diagonales d'un losange, ce qui correspond à la procédure 1 présentée paragraphe 2 (page 86).

Ils peuvent également décomposer le losange en deux triangles isocèles isométriques de même base et utiliser uniquement des reports de longueurs comme dans la procédure 2 ou aussi un report d'angle (procédure 2 bis) du même paragraphe (page 87).

Les variables didactiques

Les dimensions des losanges à reproduire (longueur des côtés et mesure des angles) représentent une première variable.

La nature du support, qui permet ou non d'avoir recours à une procédure de pliage, est déterminante. Nous avons fait le choix d'une matière (tissu) qui permet d'effectuer des pliages et d'en conserver la trace.

Les outils mis à disposition des élèves et en particulier le rapport entre la longueur des tasseaux et la longueur des diagonales, le type de gabarit d'angle droit fourni (équerre « cassée », feuille de papier à plier...).

La présence ou non d'une trace de pli (axe de symétrie) sur les figures à reproduire.

La distance entre la zone de tracé et l'emplacement de la figure modèle.

La position du modèle quand les élèves le découvrent (vertical ou horizontal).

Difficultés prévisibles

Le maniement des tasseaux, avec lesquels les élèves ne sont pas familiarisés.

La gestion des repères sur le tasseau (oubli de l'origine, confusion entre les différentes marques inscrites sur le tasseau).

Le manque de précision dans le report des longueurs, en particulier lors de l'usage de la ficelle.

Le temps imparti, qui limite le nombre d'allers retours entre le modèle et la figure reproduite, et sanctionne le manque d'anticipation et d'organisation de l'action.

La non-disponibilité dans un espace de travail nouveau, des connaissances acquises dans le micro-espace

Le manque de coordination au sein du groupe pour organiser les prises d'information et les tracés.

La difficulté à prendre des décisions quant aux choix des informations à prendre sur la figure modèle.

Aides et différenciations envisagées

La figure en papier peut avoir été pliée pour marquer une ou les deux diagonales.

Des questions peuvent être posées aux groupes en difficulté : de quelle information avez-vous besoin ? Quel outil pourrait vous être utile ?

Si un groupe a terminé son tracé avant les autres, il sera invité à rédiger par écrit les procédures utilisées pour la reproduction de la figure.

3.4.2 Étude de la phase de formulation publique et de validation

Lors de la phase collective de formulation qui suit la phase d'action, la tâche des élèves est double : ils doivent expliciter leur procédure de construction à l'ensemble de la classe et contrôler la conformité de leur dessin à l'attendu par superposition du modèle à ce dessin.

L'enjeu n'est pas l'action effective d'un tiers comme pour la situation de communication dans le micro-espace. Cette action d'un tiers peut être fictive si l'enjeu annoncé par l'enseignant est qu'un autre groupe puisse reproduire la même construction. Elle peut aussi être implicite ou absente. Ainsi nous ne nous trouvons pas en présence d'une *situation adidactique de formulation* robuste, mais au contraire dépendante des interventions de l'enseignant. L'explicitation des connaissances et des savoirs géométriques qui sous-tendent les raisonnements des élèves peut se faire au travers d'une dialectique action-formulation. Pour cela le rôle de l'enseignant est primordial. Comme nous venons de le voir, il peut agir sur l'enjeu qu'il donne à cette phase, prendre appui ou non sur les raisonnements produits par les élèves, enrichir le milieu par des apports de connaissances, relancer l'adidacticité par des questions bien choisies, amorcer le processus d'institutionnalisation.

La manière dont l'enseignant tient compte des raisonnements produits et des connaissances mises en fonctionnement par les élèves pendant les phases de recherche pour construire ses interventions et institutionnaliser des savoirs est l'objet de notre questionnement de recherche.

Variables didactiques

Les éléments matériels présents dans le milieu constituent une variable didactique essentielle : les artefacts matériels sont-ils présents, les élèves peuvent-ils les manipuler ?

Les figures-modèles sont-elles disponibles ?

Validation

Le contrôle de la conformité du dessin à l'attendu par comparaison au modèle peut se faire avant la présentation de sa procédure par un groupe d'élèves ou bien après.

Si le contrôle a lieu après l'explicitation de la procédure, les élèves peuvent être amenés à anticiper le résultat de ce contrôle au vu de la procédure décrite. Selon eux la construction qui vient d'être présentée permet-elle de réussir ? Dans ce cas la validation pilotée par des connaissances géométriques est première. La superposition du modèle sur le dessin n'est qu'un contrôle qui vient étayer un raisonnement basé sur des connaissances géométriques. Un contrôle dans l'espace sensible place la validation pragmatique au premier plan. Les connaissances géométriques peuvent alors être convoquées pour expliquer un phénomène observé, mais pas pour anticiper.

Difficultés prévisibles

La mémorisation complète de la suite d'actions effectuées.

L'organisation du propos afin de rendre compte de l'ordre des actions.

La verbalisation des actions en lien avec les spécificités du langage géométrique, que nous avons mentionnées dans le paragraphe 9 du chapitre I.

Chapitre IV Premières expérimentations

L'objet de notre recherche est d'étudier comment en géométrie plane, des enseignants de cycle 3 de primaire et de collège tiennent compte des raisonnements produits et des connaissances mises en fonctionnement par les élèves pour construire leurs interventions et institutionnaliser des savoirs.

Nous disposons pour cela d'une ingénierie robuste, déjà testée en classe de primaire. Cependant avant de définir les modalités précises de nos expérimentations définitives, nous devons répondre à deux types de questions :

D'une part, pour chaque situation, quelles variables allons-nous fixer ? Lesquelles allons-nous laisser au choix de l'enseignant ? Nous devons garantir la robustesse de la situation proposée pour que les élèves produisent effectivement des raisonnements variés. Nous devons aussi laisser suffisamment de liberté à l'enseignant pour qu'il puisse adapter la séquence à son contexte de classe, à son mode d'enseignement. Observer les choix effectués par chaque enseignant tout au long de la séquence, leur cohérence et leur fil conducteur nous sera ensuite précieux pour éclairer les décisions qu'il prendra en réponse aux raisonnements des élèves dans les phases de formulation.

Apporter des éléments de réponse à ces questions nécessite de mieux comprendre la circulation des connaissances lors de la mise en œuvre de la séquence étudiée et de préciser nos questions de recherche.

D'autre part, l'enseignement secondaire a des contraintes propres d'ordre administratif ou organisationnelles dont il faut tenir compte pour mener à bien notre projet. Sous quelles conditions cette ingénierie peut-elle être implémentée dans une classe de sixième ?

Pour répondre à ces deux types de questions, nous nous sommes appuyée sur des premières expérimentations.

Dans un premier temps nous avons exploité les données collectées en 2013 lors de précédents travaux sur le thème des losanges dans une classe de CM1-CM2. Ces données sont issues de deux séances dévolues à une situation de communication dans le micro-espace et d'une troisième consacrée à la reproduction de losanges dans le méso-espace. Ces travaux ont donné lieu à deux publications (Blanquart-Henry, 2014) et (Ennassef, Gibel, Henry, 2014).

Dans un second temps nous avons expérimenté deux *duos de situations* dans trois classes de collège. Chaque duo de situation comporte une séance dans le micro-espace et une séance dans le méso-espace. Un duo de situations a pour objet d'étude le cercle, le second porte sur la construction de triangles. Compte tenu de la somme importante de données recueillies, nous présenterons ici les principaux résultats que nous avons obtenus lors de cette deuxième phase sans détailler toute la méthodologie.

1. Évolution des procédures et des raisonnements produits par des élèves au cours de la séquence sur le thème des losanges.

Il s'agit dans cette partie d'analyser l'évolution des connaissances mobilisées et des raisonnements produits par des élèves dans une séquence sur le thème des losanges, en affinant, pour la thèse, l'exploitation des données recueillies. La séquence se compose de deux séances (séances 1 et 2 sur deux jours consécutifs) de communication dans le micro-espace et d'une troisième (séance 3, une semaine plus tard) de reproduction dans le méso-espace.

1.1. Bref contexte de l'expérimentation

L'étude est menée dans une classe à double niveau correspondant aux cours moyens première et deuxième année. L'école de trois classes est située en périphérie d'une petite ville, au sein d'un département rural de faible densité démographique. L'enseignant décrit les élèves comme étant issus d'une population fluctuante avec des départs et arrivées d'élèves en cours d'année fréquents, ainsi que des difficultés sociales perceptibles. Lui-même est un professeur chevronné qui a plus de vingt ans d'ancienneté. Il n'a pas suivi de formation particulière dans le domaine des mathématiques; nous pouvons donc considérer que l'expérimentation se déroule dans une classe ordinaire.

L'enseignant a choisi, pour l'année scolaire considérée, de construire lui-même ses séquences et séances d'apprentissage en prenant appui sur les instructions officielles, le travail d'une collègue, quelques manuels et ressources en ligne. Quinze élèves sont inscrits en cours moyen deuxième année, et six élèves en cours moyen première année, dont un élève dyspraxique qui bénéficie à ce titre d'un plan de travail aménagé.

1.2. Protocole de recueil de données, choix des données analysées

Les données recueillies avant l'expérimentation ont pour objectif de définir le répertoire didactique de la classe. Un entretien semi-directif a eu lieu avec l'enseignant durant lequel il a explicité ses choix didactiques en géométrie. Cet entretien a été enregistré puis retranscrit. Nous avons également collecté pour chacun des niveaux la progression et un cahier d'élève avec les évaluations correspondantes ainsi que les affichages temporaires ou permanents utilisés par l'enseignant.

Concernant la situation de communication dans le micro-espace, le corpus recueilli pendant les deux séances observées comporte les productions d'élèves et des enregistrements vidéo.

Les productions d'élèves se composent des modèles à reproduire, des dessins tracés par les émetteurs et les récepteurs, et des messages rédigés par les élèves en binômes.

Les enregistrements vidéo ont été recueillis à partir de deux caméras mobiles. Nous avons pu filmer, au cours des deux séances, l'intégralité des interventions de l'enseignant en classe entière lors des phases didactiques (dévolution, phase collective de formulation) ainsi que des actions et échanges au sein de certains binômes ou équipes d'élèves pendant les phases didactiques.

Pour la situation de reproduction de figures dans le méso-espace, ces deux caméras mobiles nous ont permis de filmer l'ensemble de la phase de dévolution, puis chaque groupe pendant une partie de la phase d'action, et enfin tous les groupes au moment de la formulation de leur procédure. Ces prises de vue ont été complétées par des photographies des figures tracées au sol.

Après une première prise de contact avec l'enseignant, nous lui avons présenté l'ingénierie didactique. Il a choisi d'intégrer cette séquence dans sa progression, fin mai, en semaine 31 (sur 35-36 en tout) de travail scolaire. Les quadrilatères ayant été étudiés par le biais d'activités proposées dans le micro-espace, en milieu d'année scolaire (semaines 15 à 18) et la symétrie axiale juste avant (semaines 27 à 30). Nous avons fourni à l'enseignant le matériel spécifique nécessaire à la mise en œuvre de la séquence, puis il a préparé seul son projet de séance.

Tous les élèves de la classe ont « vécu » la situation de communication puis la situation dans le méso-espace, à une semaine d'intervalle. Cependant, l'enseignant a choisi de faire évoluer la composition des groupes entre les deux séances. Il n'est donc pas possible de suivre l'évolution des procédures et raisonnements produits pour un groupe fixe d'élèves. Aussi pour cette étude, nous allons suivre l'itinéraire cognitif de quatre élèves, choisis car présentés par l'enseignant comme représentatifs des élèves de la classe.

Ces quatre élèves sont Amélie, Anna, Benoit et Clément (comme dans l'ensemble de ce travail, les prénoms utilisés ne sont pas les prénoms réels).

Amélie et Anna constituent le binôme A1 dans la situation de communication, Benoit fait partie du binôme B2 et Clément du binôme C2. Une semaine plus tard, ils forment le groupe 1 pour travailler dans le méso-espace.

Tableau IV-1: composition du groupe 1 dans le méso-espace

	binôme de travail dans le micro-espace	groupe de travail dans le méso-espace
Amélie (CM1)	A1	1
Anna (CM2)	A1	
Benoit (CM1)	B2	
Clément (CM1)	C2	

Nous appellerons par extension modèle A1 le modèle reçu par le binôme A1 et pour lequel il doit écrire un message.

Dans un premier temps nous allons recenser les procédures mises en œuvre et les raisonnements produits par chaque élève lors de la situation de communication, et plus précisément lors de la première séance. Après avoir rappelé les caractéristiques du modèle à reproduire, nous analyserons les raisonnements produits par chaque élève ou binôme au cours des différentes phases :

Phase d'action : reproduction du modèle par chaque élève, individuellement

Phase de formulation : rédaction du message

Phase de formulation : production d'un dessin à partir du message reçu

Phase de validation : échanges entre les deux binômes de la même équipe.

Remarque importante : les analyses que nous présentons ici ont été rédigées au début de notre travail de thèse. Nos réflexions et méthodologie d'analyse se sont depuis affinées pour aboutir au modèle tel que nous l'avons présenté Chapitre II. Ce modèle n'est donc pas utilisé ici, mais cette partie a contribué à l'enrichir.

1.3. Séance 1 : étude des procédures et instruments utilisés par les 4 élèves dans le micro espace

Pour réaliser cette étude nous commencerons par analyser les procédures d'Amélie et Anna du binôme A1, nous nous intéresserons ensuite à l'évolution du travail de Benoit pour finir par étudier les productions de Clément.

3.1.1 Amélie (CM1) et Anna (CM2) du binôme A1

Le modèle à reproduire par Amélie et Anna qui forment le binôme A1, est un losange de 13 cm de côté qui possède deux angles de 85° . Nous noterons ses mesures (13 cm, 85°) et nous nommerons ce modèle A1.

Nous disposons pour ce binôme A1 d'enregistrements vidéo pour la phase de production d'un dessin selon le message reçu et pour la phase de validation. Ces vidéos s'ajoutent aux productions sur papier des élèves (messages rédigés et dessins réalisés).

Phase d'action : reproduction du modèle par chaque élève individuellement.

Amélie n'est pas parvenue à tracer un quadrilatère convexe « fermé ». Son travail comporte la trace de nombreux segments de 13 cm adjacents qui ont ensuite été effacés. Elle a sans doute essayé de tracer un quadrilatère de 13 cm de côtés par essais et ajustements. Le seul instrument mobilisé semble être la règle.

La feuille d'Anna comporte un carré de 13 cm de côté dont deux côtés sont partiellement effacés et un parallélogramme qui semble construit par translation de deux sommets consécutifs du carré (Figure IV-1 ci-dessous). Nous ne possédons pas d'indications sur l'instrument qui a pu servir à la construction des angles droits du carré.

Cette construction n'est pas un losange mais apparaît conforme quand on lui superpose le modèle.

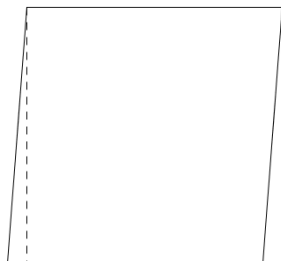


Figure IV-1: premier dessin d'Anna

Phase de formulation : rédaction du message

Le message rédigé par le binôme est le suivant :

« *Tracé un carré de 13 cm de côté. Puis déplacé de 6 mm vers la gauche les côtés de droite et de gauche.* »

A la question des récepteurs « *On doit rajouté 6 mm à tous les côtés ?* », il est répondu : « *Non, que au côtés de droite et de gauche.* »

La procédure retenue par le binôme dans ce message semble être celle d'Anna. L'utilisation d'un vocabulaire spatial témoigne de l'orientation implicite de la figure, les côtés du carré étant parallèles aux bords de la feuille. La figure semble être perçue dans sa globalité, en tant que surface : un « carré penché ».

Un rapide calcul montre que, en translatant deux sommets consécutifs de 6 mm comme indiqué sur la figure, compte tenu de la précision des tracés et des outils, une validation pratique ne met pas en défaut la figure ainsi construite. Il n’y a donc pas de rétroaction du milieu.

L’ambiguïté du message est perçue par le groupe récepteur qui demande un complément d’information. Malgré la question posée, la formulation des émetteurs n’évolue pas. Les dimensions du modèle dont des angles sont proches de l’angle droit peuvent favoriser cette vision d’un « carré penché ».

Le message ainsi rédigé ne permettra pas au binôme récepteur A2 de produire un dessin superposable au modèle.

Phase de formulation : dessin produit selon le message reçu

Dans une phase suivante, ce binôme reçoit le message A2 :

« Il y a 4 côtés et les 4 côtés font 14 cm, ces côtés sont parallèles, il n’y a pas d’angle droit. »

Nous disposons d’un enregistrement vidéo de leurs échanges qui nous permet de prendre des informations sur les connaissances mobilisées et les raisonnements produits par ces deux élèves.

Dans la suite de ce travail nous garderons la même présentation pour les transcriptions.

La colonne de gauche est réservée au minutage, la seconde à la numérotation des échanges, viennent ensuite les échanges verbaux et les observations que nous faisons à partir de l’examen des vidéos.

Quand nous nous référons à une ligne précise du tableau, son numéro est indiqué entre parenthèses. L’ensemble de la transcription se trouve en annexe IV.1.

		Échanges verbaux	Observations
0 s	1	Ens : Anna, tiens le message. Anna et Amélie.	L’enseignant donne le message rédigé par le binôme A2 à Anna qui le lit. Puis l’enseignant distribue une feuille pour le tracé à chacune des deux élèves.
20 s	2	Amélie : Ses côtés sont parallèles, il n’y a, ...il n’y a pas d’angle droit.	Amélie lit le message, dont une partie à voix haute.
	3	Anna : Non, non	Anna se parle à elle-même.
	4	Amélie : Il n’y a pas d’angle droit	
	5		Anna se retourne.

Dans une première phase les deux élèves travaillent indépendamment l'une de l'autre. Amélie prend des informations dans le message. L'information « *il n'y a pas d'angle droit* » semble retenir son attention (2)(4).

	6	Anna : Heu maître ?	
	7	Élève ? : Vous avez un problème avec votre message ? Nous on comprend pas le message.	Un élève placé derrière Anna s'adresse à elle.
	8	Anna : nous « no comprendo messageo »	Anna rit
	9	Anna : Maître, on leur répond sur la feuille ?	Anna montre la feuille sur laquelle est écrit le message reçu du binôme A2.
	10	Ens : soit tu traces, si tu as ...si tu as une question tu écris une question. Tu indiques la question.	
	11	Anna : heu...	Anna s'apprête à écrire sur la feuille où est inscrit le message reçu.

Pendant ce temps, Anna semble ne pas comprendre le message reçu ou est en désaccord avec son contenu (3). Elle ne communique pas avec Amélie.

	12	Amélie : Mais si y'a pas d'angle droit...	Amélie s'adresse à Anna.
1 min	13	Anna : Attends, attends	
	14	Amélie : si ça se trouve c'est la même que nous, en fait ... Inaudible	

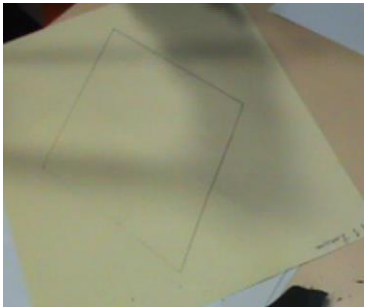

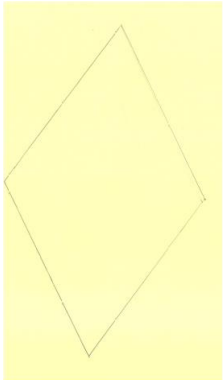
Du point de vue des raisonnements, Amélie émet une conjecture à partir des informations lues et plus particulièrement l'une d'entre elles : « l'absence d'angle droit ». En effet, le modèle A1 pour lequel ce binôme a écrit un message possède deux angles de 85° , proches visuellement de l'angle droit. Le binôme A1 a peut-être vérifié la nature de ces angles lors de la première phase de l'activité. Amélie déduit alors que les deux modèles A1 et A2 représentent « *la même* » figure à partir de cette information commune. Rien n'indique le sens qu'elle attribue à l'expression « *la même* ». Ce peut être deux figures superposables ou uniquement de même « nature ». Nous nous situons alors au niveau M-2, les raisonnements produits ont pour fonction l'identification de caractéristiques du modèle à reproduire.

	15		Anna écrit : « <i>Oui il y a 4 côtés mais</i> » puis elle s'arrête et relit le message.
	16	Anna : Il y a 4 côtés et les côtés font 14 centimètres.	Anna lit le message à voix basse.
1 min 57 s	17	Amélie : Ses côtés sont parallèles. Mais je sais ! Je sais.	Amélie saisit ses instruments de géométrie. Pendant ce temps Anna reprend l'écriture : « les côtés fond 13 cm »
	18	Amélie : Pourquoi tu mets 13 centimètres toi ?	Amélie lit ce que vient d'écrire Anna.
	19	Anna : parce que c'est 13 centimètres de côté	Anna mime les contours d'un quadrilatère avec la main.
	20	Amélie : je te signale c'est 14	Amélie pointe du doigt le nombre 14 écrit sur le message.
	21	Anna : C'est pas nous qui l'avons écrit	Anna montre le message écrit.
	22	...inaudible	
	23	Amélie : Je te signale que quand même tu es têtue	Anna raye la remarque qu'elle vient d'écrire : « <i>Oui il y a 4 côtés mais les côtés fond 13 cm et il n'y a pas d'angle droit.</i> »
	24	Anna : j'avais compris	
	25	Ens : Ça va être facile si c'est la même figure Anna. Anna, non tu crois pas ?	L'enseignant qui circule dans la classe s'est approché du binôme.
	26	Anna : Si, si mais mais mais c'est pas ça mais	
	27	Amélie : « Ses côtés sont parallèles et il n'y a pas d'angle droit »	Amélie lit le message à voix basse.



Dans cet épisode, Amélie poursuit la prise d'informations et identifie des caractéristiques du modèle qui lui semblent suffisantes pour le reproduire. Elle saisit ses instruments de géométrie pour commencer son dessin (17). Anna remet en cause les informations du message reçu, sans doute par un effet de contrat, elle imagine que les modèles A1 et A2 sont superposables.

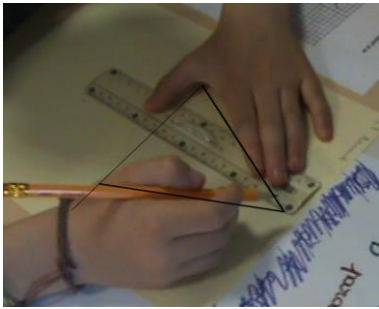
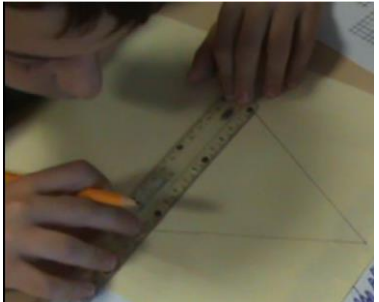
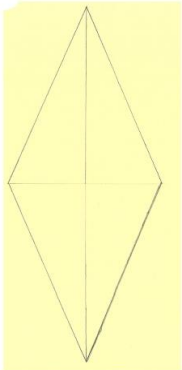
Par son intervention « *c'est 14* » accompagnée d'un geste déictique (20), Amélie permet à Anna de prendre conscience que les deux modèles A1 et A2 ne sont pas superposables. L'enseignant confirme le propos d'Amélie (25) ce qui permet aux deux élèves de réaliser leur dessin.

	28	Amélie a tracé 3 côtés adjacents de 14 cm et essaie de « fermer » le losange. Lors de son tracé elle répète « Ça a pas d'angle droit ».	
	29	Le 4 ^e côté n'ayant pas la mesure souhaitée, elle gomme et recommence jusqu'à obtenir un losange de 14 cm de côté.	
	30	La production finale d'Amélie :	

Lors de cette phase de tracé, Amélie procède par essais successifs pour construire sa figure. La procédure est identique à celle utilisée lors du tracé du losange A1.

Le seul instrument utilisé pour le tracé est la règle graduée avec laquelle elle trace des segments de 14 cm en un seul geste, la règle graduée servant de support pour la direction et la longueur du segment. (29)

À ce stade, Amélie ne semble pas avoir perçu qu'un losange n'est pas défini de façon univoque quand on connaît seulement la mesure de ses côtés. La connaissance implicite qu'elle partage avec les émetteurs du message pourrait être : « Il existe deux quadrilatères dont tous les côtés ont pour mesure 14 cm. Un possédant des angles droit (le carré), et un autre qui n'en possède pas ».

	31	Anna trace un triangle isocèle dont la base, parallèle aux bords de la feuille est en trait fin. Ensuite elle s'apprête à tracer « à vue » la bissectrice de l'angle formé par ces deux segments. Elle interrompt son geste.	
	32	Anna mesure la longueur de la base du triangle déjà tracé et place son milieu.	
	33	Son tracé complet représente un losange de 14 cm de côté dont les deux diagonales sont représentées.	

Anna effectue sa construction à la règle graduée. Elle mobilise une propriété des diagonales du losange : elles se coupent en leur milieu. Cette procédure de construction est différente de celle mobilisée lors de son premier tracé.

À la fin de cette phase, les deux productions du binôme sont des losanges de 14 cm de côté mais aucune n'est conforme à l'attendu. Amélie et Anna n'ont pas perçu qu'il manque une information dans le message pour réaliser une figure superposable au modèle.


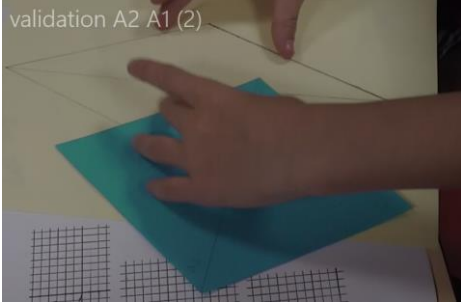
Phase de validation

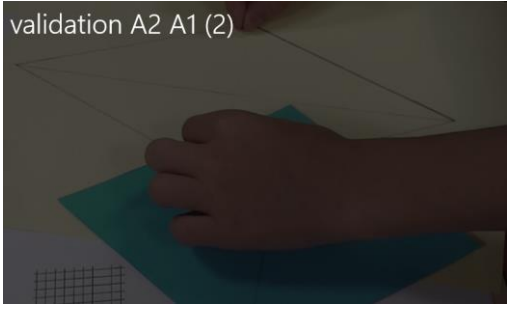
Lors de cette phase de validation les 4 élèves de l'équipe sont réunis, c'est-à-dire Anna, Amélie (binôme A1), Mathis et Clara (binôme A2). L'enseignant vérifie avec les élèves la conformité des productions des binômes A1 puis A2 puis il s'éloigne. Les élèves poursuivent alors leurs échanges.

Dans un premier temps, lors de la validation en présence de l'enseignant, Amélie voit que la production de ses équipiers n'est pas conforme à l'attendu. Elle se réfère à l'appréhension globale de la figure, en faisant usage d'un langage de la vie courante pour décrire la figure (plus gros, tout fin) (2)(6).

Plus tard quand l'enseignant s'est éloigné, Anna et Clara débattent entre elles pour connaître l'origine de la non-conformité de la production d'Anna. Après s'être assurée de la bonne mesure des côtés (15), Anna utilise ses doigts pour représenter le losange.

Analysons un extrait particulièrement significatif de cette phase de validation dont la transcription complète se trouve en annexe 2 de ce chapitre (IV.2).

Validation A1 et A2 (2) Dialogue entre Anna et Clara				
17		Anna : Oui, moi j'ai fait comme ça	Anna place sa main au-dessus de sa figure, le pouce et l'index écartés, désignant ainsi deux côtés consécutifs du modèle et l'angle qu'ils forment.	
18		Il aurait fallu faire comme ça	Anna écarte ses deux mains l'une de l'autre tout en rapprochant pouces et index.	

19		Anna : il aurait fallu que je tire un peu plus		
20		Clara : oui		

Amélie

- Phase d'action Lors de cette phase Amélie effectue la construction à la règle seule, par ajustements successifs.
- Phase de formulation Une connaissance implicite semble sollicitée : les quadrilatères qui ont 4 côtés de la même longueur et ne possèdent pas d'angle droit sont les « mêmes »
- Phase de validation Une connaissance implicite semble émerger : le losange est déformable. Amélie utilise les termes « *plus fin, plus gros* » pour comparer le dessin produit au modèle.

Anna

- Phase d'action Le losange est perçu comme surface (vision 2D).
- Phase de formulation Lors de cette phase, Anna mobilise la propriété : les diagonales d'un losange ont le même milieu.
- Phase de validation Une connaissance implicite semble émerger : le losange est déformable. Anna utilise les gestes pour montrer les variations d'angles entre le modèle et le dessin produit.

La dynamique de ce geste, en concordance avec son discours « il aurait fallu que je tire un peu » représente la relation entre la longueur d'une diagonale et l'angle des secteurs angulaires correspondants. Il semble indiquer que le caractère déformable du losange émerge des propos d'Anna. On se situe ici dans le milieu de référence M-1. Les différents échanges permettent à Anna d'interpréter la rétroaction du milieu et de s'engager dans un processus d'objectivation d'une nouvelle connaissance : la déformabilité d'un losange dont seule la longueur des côtés est fixée.

Bilan pour le binôme A1

À partir de ces analyses, nous pouvons dresser un bref bilan des connaissances qui nous paraissent sollicitées par chaque élève de ce binôme :

Ainsi, au cours de ces trois phases un processus d'objectivation d'une nouvelle connaissance semble apparaître. La déformabilité d'un losange dont seule la longueur des côtés est fixée est exprimée en langage naturel ou par des gestes sans être formulée en termes mathématiques.

Pour la séance dans le méso-espace, Amélie et Anna sont associés à Benoit (CM1, binôme B2) et Clément (CM1, binôme C2). Nous allons donc étudier l'évolution des connaissances et raisonnements mis en œuvre par ces deux élèves en commençant par Benoit.

Lors de la première séance Benoit (CM1) fait partie du binôme B2 qui comprend aussi Brice (CM2). Pour comprendre l'évolution des connaissances et raisonnements qu'il a produits dans le micro-espace, nous devons tenir compte des échanges qui se sont déroulés au sein de son équipe. C'est pourquoi dans le paragraphe suivant, nous évoquons quand cela est nécessaire les productions et dialogues de ses camarades. La répartition des élèves par équipes et binôme est détaillée en annexe IV.7 ; en annexe IV.8 se trouve la composition des groupes de travail dans le méso-espace.

3.1.2 Benoit (CM1) et Brice (CM2) du binôme B2 (11 cm, 70°)

Phase d'action : reproduction du modèle par chaque élève individuellement.

Le premier dessin de Benoit est un losange conforme à l'attendu dont les diagonales sont tracées. Un segment perpendiculaire à deux côtés opposés a été tracé puis gommé. D'après les traces des traits de constructions, Benoit a pu commencer son dessin par deux droites parallèles en respectant la distance de deux côtés opposés du modèle. Dans la Figure IV-2 ci-dessous nous avons représenté en trait plein les tracés définitifs de Benoit et en pointillés les tracés qui ont été gommés.

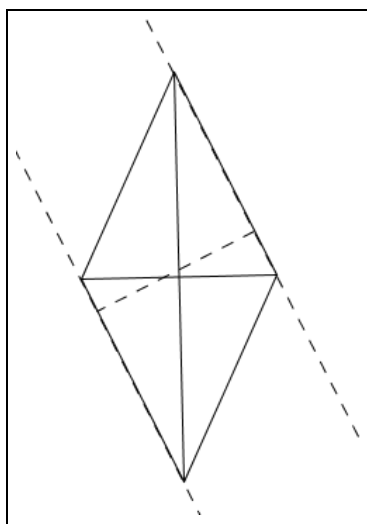


Figure IV-2: premier dessin de Benoit

Le premier dessin de Brice est un quadrilatère dont les côtés ont pour mesure 11 cm, 9 cm, 10 cm et 11,6 cm. La feuille porte la trace de nombreux essais. Brice a sans doute essayé de reproduire la figure par essais et ajustements sans y parvenir.

Phase de formulation : rédaction du message

Le binôme fait une description méthodique du modèle qui détaille les propriétés perçues. Après avoir écrit : « *C'est un quadrilatère, ses diagonales forment un angle droit, ses côtés sont parallèles et de même longueur* », un dialogue s'engage au sujet des diagonales. Benoit veut noter qu'elles ne sont pas de la même longueur, Brice s'y oppose en donnant comme argument la mesure des demi-diagonales. Une propriété du losange : les diagonales se coupent en leur milieu est ainsi évoquée, même si un problème de vocabulaire émerge. En effet Benoit parle de diagonales quand Brice montre les demi-diagonales, qu'il ne parvient pas à nommer ((6) et (8) de l'annexe IV.3).

Le message transmis au binôme B1 est :

« *C'est un quadrilatère, ces diagonales forment un angle droit, ces côtés sont parallèles et de même longueur.* »

Le binôme B1 retourne le message avec la question :

« *Nous avons pas les mesures. Quelles sont les mesures ?* »

La réponse apportée par le binôme B2 est :

« *Les mesures sont : de 11 cm de côtés.* »

Les récepteurs, Bastien et Babeth du binôme B1, ne décèlent pas que le message est incomplet. La production de Bastien est un carré de 11 cm de côté. C'est celle qui est choisie

par le binôme pour la validation. La production de Babeth est un quadrilatère dont 3 côtés ont pour mesure 11 cm.

Phase de formulation : dessin selon le message reçu

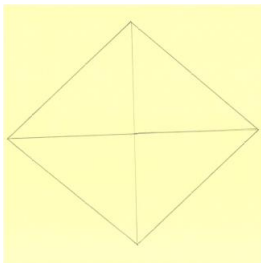
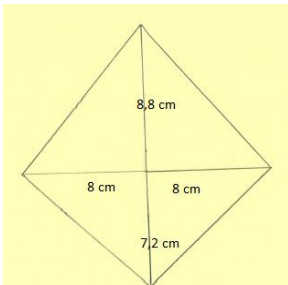
Benoit et Brice du binôme B2 reçoivent le message suivant :

« Trace une diagonale de 16 cm et prend la moitié de la diagonale puis trace une droite perpendiculaire de 8,8 cm et fait pareil en bat.

Puis trace des sommets des diagonales une droite qui relie au autre sommets de la diagonale. »

Le binôme pose la question « Qu'est-ce que des sommets des diagonales¹² ? » et obtient la réponse : « Le bout de la diagonale. »

À partir de ce message, Benoit produit un dessin superposable au modèle en traçant deux diagonales perpendiculaires et de même milieu, tandis que Brice construit un quadrilatère qui admet une de ses diagonales comme axe de symétrie et dont les diagonales ont la même mesure (16 cm). Le binôme choisit la production de Benoit pour la phase de validation.

Benoit	Brice
	

Phase de validation

Lors de la phase de validation, les quatre élèves de l'équipe sont présents : Benoit, Brice (B2) Bastien et Babeth(B1). La transcription des échanges est en annexe IV.4.

L'équipe commence par vérifier la validité de la production de Benoit à partir du message de B1. Le dessin produit est conforme à l'attendu malgré les imprécisions du message. Celui-ci n'est donc pas remis en cause, il n'y a pas de rétroaction du milieu (1) à (3).

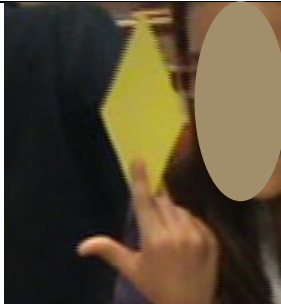
Vient ensuite la validation de la production de Bastien à partir du message de B2 :

¹² Cette expression n'est pas en accord avec le sens usuel de sommet mais elle est fonctionnelle : les extrémités de la diagonale seront les sommets du losange.



<p>B 2 C'est un quadrilatère, ces diagonales forment un angle droit, ces côtés sont parallèles et de même longueur.</p> <p><i>Nous avons pas les mesures. Quelle sont les mesures?</i></p> <p>Réponse: les mesures sont: de 11cm de côtés.</p>	<p>C'est un quadrilatère, ces diagonales forment un angle droit, ces côtés sont parallèles et de même longueur.</p> <p>Question :</p> <p>Nous avons pas les mesures. Quelles sont les mesures ?</p> <p>Réponse :</p> <p>les mesures sont : de 11 cm de côtés.</p>
--	---

Le dessin produit n'est pas superposable au modèle : le message ne contient pas toutes les informations nécessaires, il manque par exemple la mesure de la diagonale. Benoit interprète immédiatement la rétroaction du milieu comme étant une erreur de formulation (7). Brice a besoin de vérifier lui-même la non-conformité du dessin avant de s'en référer au texte qu'ils ont produit : « C'est un quadrilatère, ses diagonales forment un angle droit, ses côtés sont parallèles et de même longueur. Les mesures sont : de 11 cm de côtés. » (11) à (17). Nous nous situons au niveau M-2 avec une recherche d'interprétation des rétroactions.

Peu après, Babeth intervient dans l'échange :

25 B1 2 min 17 s	Babeth : Non mais, lisez-le, le message.	Saisit le message et le montre	
26 B2	Brice : Un quadrilatère et ??? (inaudible)	Montre le modèle	
27 B1	Babeth : Oui mais toutes les ... Ça aussi c'est un quadrilatère. Ça aussi c'est un quadrilatère, Brice. Ça aussi, c'est un quadrilatère.	Montre la figure qu'elle avait en modèle	

Babeth se situe maintenant à un niveau M-1. Elle utilise une justification implicite pour exprimer l'imprécision du message reçu. Une problématique émerge : le message écrit par Benoit et Brice est incomplet ou erroné, il ne permet pas de caractériser la figure à reproduire.

28 B2	Brice : Je sais pas mais ...	Brice mesure le côté d'une figure tracée	
29 B1	Bastien : Je suis désolé mais c'est pas un angle droit	Bastien vérifie la mesure d'un angle du modèle à l'aide de l'équerre.	

Bastien se réfère au milieu matériel et cherche à invalider la deuxième proposition du message qui indique la présence d'un angle droit (29):

« *C'est un quadrilatère, ces diagonales forment un angle droit, ces côtés sont parallèles et de même longueur.* »

30 B2	Benoit : Mais on a dit les diagonales	
31 B1	Babeth : les diagonales, les diagonales. Oui mais là il y a pas d'angle droit, là il y a pas d'angle droit	Babeth Montre les sommets du modèle. Benoit désigne le centre du losange.
32	Inaudible	Brice pose sa règle sur la diagonale. Babeth désigne la diagonale.

Benoit argumente au niveau M-1 en faisant explicitement référence à la formulation précise (30). Babeth revient au niveau matériel (31). Benoit argumente alors à ce niveau en désignant le centre du losange, ce qui semble amorcer une prise de conscience du rôle de la diagonale au sein du groupe, sans que ce rôle soit formulé. Le groupe centre ensuite ses échanges sur le message produit par Babeth et Bastien. Nous ne disposons pas de l'intégralité du dialogue.

Afin de mettre en parallèle les connaissances mises en œuvre par Benoit avec celles des autres élèves nous présentons une synthèse des connaissances que semble avoir mises en œuvre Benoit :

Benoit

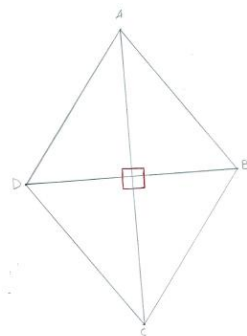
Phase d'action	Dans cette phase, Benoit reproduit le modèle à partir de deux droites parallèles en tenant compte de la distance entre ces droites. Il trace également les diagonales de cette figure.
Phase de formulation	Dans la phase de formulation, Benoit énumère de nombreuses propriétés de la figure dont : les côtés (opposés) sont parallèles et ont la même longueur, les diagonales sont perpendiculaires. La propriété « les diagonales du losange se coupent en leur milieu » est évoquée lors des échanges au sein du binôme sans être formulée.
Phase de validation	Par contre, le message produit par Benoit et Brice (B2) est incomplet par manque d'une information (par exemple la donnée de la longueur une diagonale). Lors de la phase de validation en équipe, la confrontation au milieu matériel et les échanges entre élèves amènent Benoit puis l'équipe à remettre en cause les données du message produit et à évoquer le rôle de la diagonale.

Nous terminons cette étude par l'analyse des connaissances mobilisées par Clément qui fait partie du binôme C2. Nous disposons des productions de Clément, de ses camarades du groupe et d'une très courte vidéo au moment de la rédaction du message. Comme les données recueillies sur les échanges au sein du binôme et du groupe sont très succinctes, nous ne présentons que les productions de Clément et un résumé des échanges dont nous disposons. Pendant la première phase, Clément travaille avec Alexia, élève de CM2.

3.1.3 Clément, CM1 et Alexia CM2 du binôme C2 (11 cm, 70 °)

Phase d'action : reproduction du modèle par chaque élève individuellement.

Le premier dessin de Clément est un losange superposable au modèle. Les diagonales sont tracées, les sommets sont désignés par des lettres et les 4 angles droits sont codés à l'intersection des diagonales.



Phase de formulation : rédaction du message

Lors de la rédaction du message, une discussion s'engage entre Clément et Alexia pour déterminer si la figure à reproduire est « un losange ou un parallélogramme ». Une vérification instrumentée leur permet de conclure qu'il s'agit d'un losange.

Nous disposons du message en cours de rédaction :

« La figure que nous avons est un quadrilatère. Tout ces côtés sont de même longueur (11 cm). Les diagonales sont de même longueur. »

Le message final est : *« La figure que nous avons est un quadrilatère. Tout ces côtés sont de même longueur (11 cm). Les droites sont de même longueur et forme un angle droit. »*

Nous pouvons résumer les informations dont nous disposons sur les productions de Clément dans le tableau ci-dessous :

Clément

Phase d'action	Le dessin produit par Clément est conforme à l'attendu, les diagonales sont tracées et leur perpendicularité est codée.
Phase de formulation	Les propriétés des diagonales du losange semblent énoncées avec une erreur de lexique.
Phase de validation	Nous ne possédons pas de données pour Clément concernant cette phase.

Dans l'analyse que nous venons de mener, nous avons tenté de retracer l'itinéraire cognitif de 4 élèves au cours de la séance de communication.

Nous avons vu comment au fil du déroulement de la séance, l'analyse des rétroactions du milieu associée aux échanges et confrontations de point de vue conduisent à une évolution des connaissances qui circulent. Avant d'étudier les connaissances et raisonnements qu'ils mettent en œuvre lors de la situation dans le méso-espace (séance 3) nous devons nous intéresser à la mise en commun réalisée par l'enseignant en séance 2. L'analyse de cette mise en commun a été réalisée de manière détaillée (Blanquart Henry, 2014). Nous reprenons ici les éléments essentiels à notre étude.

1.4. Séance 2 : mise en commun de la situation de communication

Lors de cette deuxième séance, l'enseignant revient sur le déroulement de la situation de communication puis amène les élèves à élaborer des messages idoines à partir d'une

dialectique entre phases d'action et de formulation. Ainsi en début de séance, les élèves ont à construire individuellement la figure correspondant au message produit par le binôme B1 :

Trace une diagonale de 16 cm et prends la moitié de la diagonale puis trace une droite perpendiculaire de 8,8 cm et fais pareil en bas.

Puis trace des sommets des diagonales une droite qui relie aux autres sommets de la diagonale.

Devant la multitude des productions possibles, les élèves s'interrogent sur la validité de ce message. Cette réflexion aboutit à la rédaction d'un nouveau message collectif écrit qui est lui-même testé avant une nouvelle phase d'échanges qui permet de le compléter.

Pour finir, le message du binôme D1 est étudié et amélioré suivant le même processus avant un bilan de l'enseignant.

Le message D1 est le suivant :

Trace une droite de 14 cm puis prend la moitié, puis trace une autre droite au centre de cette droite ces mesures sont de 24 cm et 2 mm. Aux extrémités de celle-ci trace 4 côtés de 14 cm

Question : Ces mesures sont de 24 cm ? Quelles mesures ?

Réponse : Non. 24 cm passe par le centre !

Nous avons étudié les moments d'expositions de connaissances de cette mise en commun. Nous reprenons ici les principaux éléments de notre analyse.

Les connaissances qui font l'objet d'une institutionnalisation par l'enseignant sont de natures variées. D'une part, il fait émerger des éléments d'ordre méthodologique pour rédiger un programme de construction comme :

- Donner le nom de la figure.
- Noter les étapes de construction en faisant attention à leur ordre.
- Utiliser le vocabulaire de géométrie adapté.

Concernant ce vocabulaire, l'enseignant insiste sur les termes « diagonale », « losange », « milieu ». Spontanément, les élèves parlent de « moitié » pour désigner le milieu d'un segment. La substitution par le mot « milieu » est apportée sans justification.

78	ENS : Alors la moitié ? Comment on dit en géométrie ? Comment on dit en géométrie ? La moitié on dit ?
79	Élève : La hauteur.
80	ENS : Comment on dit en géométrie ?
81	EL ? : Le milieu

L'enseignant insiste également sur l'expression « x cm de longueur » quand une mesure de longueur est donnée. Par contre, la distinction droite/segment n'est pas abordée et tout au

long de la séance des confusions entre les deux termes ont lieu, comme l'illustre le message produit collectivement :

C'est un losange

1°) Tracer une diagonale de 16 cm **de longueur**.

2°) Prendre le milieu de la diagonale.

3°) Tracer une droite perpendiculaire à la diagonale de 8,8 cm **de longueur** et qui passe par le milieu. Il faut que le **milieu de cette droite** soit le même que le milieu de la première.

4°) Relier les sommets des diagonales.

Lors des échanges, la notion de symétrie est exprimée par les élèves. Sans être rejetée, la formulation n'est pas reprise par l'enseignant qui se focalise sur les diagonales (la transcription correspondant à cet extrait se trouve en annexe IV.5)

	24	EL ? : Ben, faire pareil des deux côtés.
	25	ENS : Alors comment on va le dire.
25 min 51 s	26	EL ? : Il faut que ce soit symétrique.
	27	ENS : oui, alors il faut qu'on le dise. Alors il y avait un indice au début, on avait dit que c'était un ?
	28	EEE : losange
	29	ENS : losange
	30	ENS : alors qu'est-ce qu'on sait pour le losange ? Les diagonales sont...

De même, la connaissance implicite « il existe différents losanges de côté de longueur fixée » a émergé chez d'autres élèves que ceux du groupe A1. Parmi eux, Daphnée a pris conscience de la nécessité de connaître la longueur d'une diagonale pour tracer le losange (Henry, 2014, page 56). Elle l'exprime oralement et gestuellement lors de cette mise en commun :

31	DAP : Que si le losange on le fait que avec les sommets après ça va plus.	<i>Fait un geste de la main</i>		
				

Cette remarque n'est pas exploitée par l'enseignant. Cette propriété du losange n'est plus abordée durant la séance. Par contre, l'enseignant s'attache également à mobiliser explicitement les propriétés des diagonales du losange en se référant au classeur de cours. (35) à (47).

	32	ENS : Oui mais c'est pas ça. C'est pas ça qu'on avait dit dans les propriétés du losange. Qu'est-ce qu'on avait dit dans les propriétés du losange ? Un losange ?
	33	DRI : Il a tous ses côtés heu heu de même longueur.
26 min 30 s	35	ENS : C'est pas ça qu'on avait dit. Dans les propriétés, là. Qui peut nous aider là? Parce qu'il faut absolument que ? Tu dis que ça se reporte.
	36	DRI : ah oui! Que avec les diagonales, que heu ça fasse le centre, enfin.
	37	ENS : prenez votre petit classeur, on regarde le cours. Les élèves sortent leur classeur de cours
26 min 49 s	38	EL1 : C'est la page combien ?
	39	EL2 : Ben tu regardes.
	40	EL3 : Page 22...
	41	ENS : Emma ?
	42	EMM: Un losange est un parallélogramme qui a ses 4 côtés de la même longueur. Lis son cahier
	43	ENS : Oui mais c'est pas ça qui va nous aider pour pouvoir faire le ca/ le losange.
	44	EL ? : Ben il faut donner aussi les propriétés.
	45	ENS : Émilie ?
	46	EMI : Les diagonales du losange se coupent en leur milieu en formant un angle droit.
	47	ENS : Et qu'est-ce que ça veut dire ceci?...Qu'est-ce que ça veut dire ?

Ce souhait de l'enseignant de voir les propriétés des diagonales mobilisées pour le dessin se retrouve dans les messages qu'il a sélectionnés et soumis à l'étude. Tous décrivent un procédé de construction qui commence par le dessin des diagonales.

Une autre connaissance exposée aux élèves en fin de séance est l'introduction des lettres pour nommer les points de la figure :

39 min 10 s	1	ENS : Qu'est-ce qui pourrait nous alléger ?
	2	EL ? : Tracer les deux diagonales .
	3	ENS : Non. Une petite astuce pour heu pour nous aider à tracer plus rapidement cette figure, qu'est-ce qu'on aurait pu indiquer de plus ?///Quand on fait le milieu en géométrie, qu'est-ce qu'on indique toujours ?
	4	EL ? : Le point.
	5	ENS : Qu'est-ce qu'on écrit pour le milieu ?
	6	EL ? : Le côté combien il mesure.
	7	ENS : Non. Qu'est-ce qu'on écrit pour le milieu ?
	8	EEE : ...
	9	ENS : On donne pas une lettre ?
	10	EEE : Ah si, oui.

Ainsi, les connaissances exposées aux élèves concernent la forme d'un programme de construction, le lexique, les propriétés des diagonales du losange, la désignation des points par des lettres. Le caractère déformable d'un losange dont seule la longueur des côtés est fixée n'est pas mis en avant, il est évoqué implicitement par une élève mais n'est pas institutionnalisé par l'enseignant.

Une semaine après ces deux séances, les élèves se sont trouvés confrontés à la situation de reproduction de losanges dans le méso-espace décrite Chapitre III4. Nous analysons ici le travail de Amélie, Anna, Benoit et Clément que l'enseignant a associés dans le groupe 1.

Pour conduire cette analyse nous nous appuyons sur les vidéos enregistrées lors de la formulation par chaque groupe d'élève de ses procédures.


1.5. Séance 3 : étude des procédures et instruments utilisés par les 4 élèves dans le méso-espace

À la fin des 20 minutes imparties à la tâche de dessin, tous les groupes ont terminé la reproduction de leur modèle. Comme les figures modèles n'ont pas quitté la zone qui leur était dédiée, aucun groupe n'a pu valider ou invalider son dessin. L'enseignant demande à

chaque groupe à tour de rôle d'expliciter ses procédures devant l'ensemble de la classe en commençant par le groupe 1.

Lors de l'épisode que nous allons étudier, les élèves de la classe sont repartis autour de la production du groupe 1 qui expose ses procédures. Le modèle n'a pas quitté l'espace qui lui est dédié, aussi les actions sur ce modèle ne sont pas possibles. La transcription correspondante se trouve en annexe IV.6. Les dimensions de la figure modèle sont (68 cm, 60°).

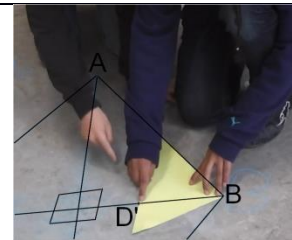
5.1.1 Étude des procédures mises en œuvre par le groupe 1 pour le dessin

1	7 s	<p>Ens : Alors vous nous expliquez un petit peu comment vous avez procédé pour reproduire la figure, s'il vous plait.</p>	<p>Les sommets du losange tracé au sol sont nommés ABCD. Les diagonales du losange sont tracées.</p> <p>Les 4 angles droits formés par les diagonales sont codés.</p> <p>Remarque : Les élèves n'ont pas nommé le centre du losange. Par commodité nous l'appellerons O.</p> <p>Les segments OA et OC d'une part OB et OD d'autre part sont codés comme étant de même longueur.</p>	
2	12 s	<p>Anna : Ben au début heu ...on a pris heu ... la taille de cette droite AB, heu ...ensuite on l'a tracée</p>	<p>Montre sur la figure au sol le côté du losange nommé AB</p>	
3		<p>Anna : Et euh... on a essayé de...de mettre cette</p>	<p>Montre la diagonale BD du losange</p>	

		droite...Pour qu'elle soit à la même... longueur.... Heu..	
--	--	--	--

Les élèves ont commencé par tracer au sol le côté [AB]. Ils ont ensuite cherché à tracer la petite diagonale [BD], ce qui semble correspondre à une décomposition du losange en deux triangles. Cette procédure est nouvelle par rapport aux productions dans le micro-espace. Elle ne correspond pas à la procédure institutionnalisée par l'enseignant à la séance précédente. L'usage des lettres préconisé par l'enseignant est mis en application.

4	36 s	Ens : Benoit aide le	
5		Benoit : Ben heu...après on s'est servi de l'équerre heu ...	Prend l'équerre en carton
6		On a essayé heu ...On a mis heu ...une marque heu	Montre une marque à la craie sur un côté de l'équerre en carton. Benoit montre aussi la marque
7		Heu ...On l'a mise comme ça	Place l'équerre sur l'angle B du losange en faisant coïncider un côté de l'équerre avec le côté AB du losange.
8		On a mis la marque	Benoit montre du doigt la marque sur l'équerre et la marque faite au sol dans le prolongement. Anna la montre également. <i>(nous avons ajouté le point D' correspondant sur la photographie)</i>
9		du coup ça a pu nous aider pour tracer le trait	Suis du doigt la diagonale BD
10	1 min	Anna : Ensuite on fait	Longe du doigt le côté AD en partant du sommet A
11		Benoit : on a tracé le sommet	
12		Anna : AD	
13		Benoit : A à D et puis	



La construction effectuée par ce groupe se décompose ainsi :

1. Tracé d'un côté du losange (segment $[AB]$)
2. Tracé d'un point D 'de la diagonale (BD) par report d'angle
3. Tracé de la demi-droite $[B,D')$
4. Tracé du point D par report de la longueur BD sur la demi-droite $[BD')$

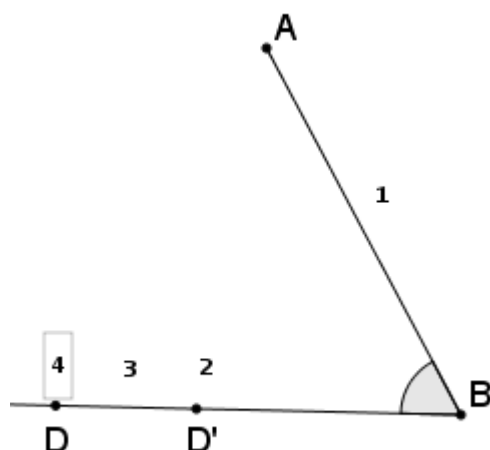


Figure IV-4: premières étape de construction du groupe 1

Dans cette phase, une connaissance est utilisée implicitement : un triangle est déterminé par la longueur de deux de ses côtés et l'angle qu'ils forment entre eux. L'angle est bien vu comme lié à un secteur angulaire (deux-demi droites sécantes).

À ce moment de l'année, le répertoire didactique de la classe comprend la comparaison d'angles par l'intermédiaire du papier calque (étudié en période 1), l'identification de l'angle droit à l'aide d'une équerre ainsi que le tracé de droites perpendiculaires. Par contre, il ne comporte pas la reproduction d'angles quelconques. Deux connaissances nouvelles viennent ainsi enrichir le répertoire didactique de la classe :

- une technique de construction d'un triangle dont on connaît les longueurs de deux côtés nécessite de connaître l'angle associé.
- l'instrumentalisation d'un artefact pour garder en mémoire un angle afin de produire un secteur angulaire lié à cet angle.

Les raisonnements produits permettent une genèse instrumentale à partir de l'artefact fourni dans le but de reproduire un angle donné : les élèves utilisent l'équerre en carton comme outil indéformable pour construire un angle quelconque dont la mesure est inférieure à 90° . En ce qui concerne les niveaux de milieu, les élèves se placent au niveau M-2 avec la simple dénotation des actions, et parfois au niveau M-1 avec la formulation de propriétés géométriques (3).

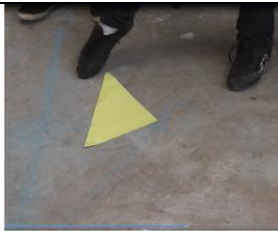
14		Anna : on a pris cette droite la	Montre le segment reliant le sommet A au centre du losange.
15		Celle la	Désigne le centre du losange puis le sommet A


16		Anna : ensuite on a fait le double et on l'a mis heu ...de l'autre côté parce que elles sont égales	Désigne le centre du losange puis le sommet D
17		Benoit : Et après on a relié les ?(inaudible)	

Lors de ces échanges, les élèves se situent au niveau M-1. Ils explicitent l'organisation des tâches et justifient implicitement les tracés en s'appuyant sans doute sur la propriété : le losange peut être décomposé en deux triangles symétriques par rapport à la petite diagonale.

18	1 min 26 s	Ens : Est-ce que c'est clair ?	
19		Élèves : Oui.	
20		Élèves : On a pas vérifié	
21	1 min 30 s	Ens : Vous n'avez pas vérifié. Bon. Est-ce que vous pensez avoir bien réussi ?	
22		Élèves : ben oui	
23	1 min 32 s	Ens : oui, avoir bien reproduit à un centimètre près la figure qui vous a été donnée ?	
24		Élèves : ben oui	
25		À la demande d'un intervenant les élèves remontent comment ils ont positionné le gabarit d'angle.	


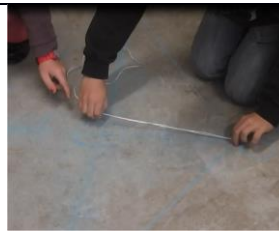


Dans cet échange l'enseignant demande aux élèves d'anticiper sur la réussite ou non de la tâche.


26	2 min	Benoit : c'est pas la même la	Montre du pied les segments OA et OC	
27	2 min 05 s	Ens : Aller. Vous allez chercher votre modèle et vous allez vérifier avec le modèle		
28		? : je vais chercher le modèle		

29		<i>Benoit et Bastien vérifient l'égalité des demi-diagonales à l'aide de la ficelle avant la vérification avec le modèle. Cette vérification se fait en gardant toujours la ficelle tendue pendant son déplacement, ce qui nécessite la coordination des deux élèves.</i>	
----	--	---	---

Benoit répond à la demande de l'enseignant par une vérification matérielle des propriétés de sa production. Son raisonnement que l'on peut situer au niveau M-1 a pour fonction l'anticipation. Il y a instrumentation de la ficelle pour reporter une longueur et usage implicite de la propriété du point O comme milieu de la grande diagonale.

Dans les échanges (30) à (38), après vérification de la validité de la production du groupe 1, un observateur interroge Amélie sur l'usage de la ficelle.

39		Amélie : En fait on a fait ça pour trouver le milieu de cette ...		
40		Intervenant : Montre- moi comment tu as fait.	Amélie et Bastien superposent la ficelle à la diagonale BD	
41		Amélie : On a pris ensuite on a mis le doigt et on a après on l'a repliée et on a l'a remis	G plie la ficelle Pendant que Amélie montre du doigt le centre du losange. Puis ils placent la ficelle pliée en deux sur le segment BO	
42				
43		et après on a trouvé le milieu de ...de ...		

44	3 min 16 s	Le milieu de AC	<i>Montre la diagonale AC</i>	
----	---------------	-----------------	-------------------------------	---

Nous observons ici une dénotation des actions (M-2) qui rend compte de l'instrumentation de l'artefact « ficelle » pour placer le milieu d'un segment. Une propriété est mobilisée implicitement : O est le milieu de la petite diagonale.

5.1.2 Usage des artefacts par le groupe 1

Pour la prise d'informations et la construction, le groupe 1 a utilisé :

- Le tasseau pour tracer des segments et des demi-droites.
- La ficelle tendue pour reporter les longueurs ou pour vérifier des égalités de longueur
- La ficelle pliée symétriquement puis tendue pour placer le milieu d'une diagonale
- L'équerre en carton comme outil informable¹³ pour reporter un angle.

Nous notons que pour tracer un segment de longueur donnée ces élèves ont procédé en deux étapes : ils ont d'abord tracé une demi-droite à l'aide du tasseau puis ont reporté la longueur voulue à partir de l'extrémité de cette demi-droite à l'aide de la ficelle. En procédant ainsi, ils ont séparé la direction et la longueur des segments ce qui peut témoigner d'une *attitude géométrique* telle que définie par Gobert (2001).

« Ces différents exemples nous amènent à faire une hypothèse concernant le rapport des élèves aux « objets » : la construction, sans séparer leur direction de leur longueur, caractérise une attitude de rapport pratique aux objets ; les distinguer caractériserait une attitude géométrique. » (Gobert, 2001 p. 264)

L'usage de ces artefacts témoigne également d'une décomposition de la figure en lignes et points (vision 1D). L'angle n'est pas perçu comme une surface mais il est considéré comme ce qui caractérise la position relative de deux demi-droites. Les élèves emploient le terme de « droite » mais tracent des demi-droites.

Par ailleurs nous observons un schème d'usage inhabituel de la ficelle : l'égalité de longueur de deux segments est vérifiée en gardant la ficelle toujours tendue lors du déplacement, ce qui nécessite la coordination des actions de deux élèves.

¹³ Sur laquelle on peut reporter une marque, par exemple en vue du report d'un angle.

5.1.3 Connaissances implicites ou explicites du groupe 1 sur les objets géométriques

Les connaissances implicites ou explicites mises en œuvre et qui concernent les objets géométriques sont variées, elles portent plus particulièrement sur le tracé du segment, triangle et losange :

Segment : le segment est reproduit en tenant compte successivement de sa direction puis de sa longueur.

Triangle : une méthode de construction d'un triangle connaissant les longueurs de deux côtés et l'angle qu'ils déterminent est mise en œuvre. Cette connaissance ne faisait pas partie du répertoire didactique de la classe.

Losange : plusieurs propriétés du losange semblent mobilisées tour à tour. Une décomposition en deux triangles symétriques par rapport à un côté commun vient en premier. Puis les propriétés des diagonales sont utilisées implicitement dans la construction, et codées sur la figure construite. Cette évolution peut correspondre à un changement de vision (déconstruction dimensionnelle) de la figure, perçue comme une surface, puis comme un ensemble de lignes et de points.

Par ailleurs, le symétrique d'un point par rapport à une droite est tracé sans que la référence à la symétrie axiale ne soit explicitée.

1.6. Synthèse pour le groupe 1

Au cours de la première séance, les rétroactions du milieu permettent aux élèves de percevoir des propriétés de la figure modèle qu'ils ignoraient. La seule indication des longueurs des côtés ne permet pas de reproduire la figure modèle (sauf si on est très chanceux). Cette propriété semble mobilisée implicitement dans le méso-espace alors que l'enseignant n'y fait jamais référence.

Par ailleurs, la procédure utilisée par le groupe étudié pour reproduire un losange dans le méso-espace (séance 3) diffère des procédures individuelles des mêmes élèves dans le micro-espace ; elle ne correspond pas non plus à une procédure valorisée par l'enseignant. Par contre elle repose sur la mobilisation conjointe de connaissances institutionnalisées dans le micro-espace (les propriétés des diagonales d'un losange) et de connaissances qui ne font pas partie du répertoire didactique de la classe (le report d'angle et la construction d'un triangle dont on connaît la mesure de deux côtés et d'un angle). Ainsi la vision portée sur la figure par les élèves s'enrichit avec la décomposition en deux triangles, l'usage de la notion d'angle. Cette nouvelle appréhension de la figure par les élèves les conduit à instrumentaliser l'artefact « équerre » mis à disposition par l'enseignant pour lui donner un nouvel usage, le report d'angle quelconque. Cette instrumentalisation nécessite la mise en œuvre de nouveaux schèmes d'actions qui conduisent eux-mêmes à enrichir la figure avec l'introduction d'un nouvel élément servant de repère pour le tracé : « *On a mis la marque, du coup ça a pu nous aider pour tracer le trait* ». Le trait dénote une déconstruction de la figure 2D en lignes 1D.

Plus généralement, l'examen des procédures de l'ensemble des élèves de la classe, que nous ne détaillons pas ici, montre que la notion d'angle qui n'a été utilisée par aucun élève dans le micro-espace est mobilisée par deux groupes sur six.

1.7. Discussion et conclusion

Nous essayons de relever pour la suite de notre travail tout ce qui peut être utile à l'analyse de la situation et des raisonnements des élèves. Ces analyses sont basées sur l'étude du groupe 1 que nous venons d'exposer et sont étayées par les observations menées sur les autres groupes de cette classe.

Du point de vue des situations et de leur articulation, nous notons au cours de la mise en œuvre des deux situations successivement, un enrichissement des procédures en lien avec l'usage des outils mis à disposition : la situation dans le micro-espace enrichit les répertoires d'action et de formulation des élèves. Lors de la situation dans le méso-espace, le milieu contient des connaissances et des mots qui permettent aux élèves de communiquer sur les objets géométriques en jeu. Ces connaissances servent de point d'appui aux élèves pour élaborer de nouvelles procédures. Les artefacts mis à disposition des élèves jouent un rôle essentiel dans ce processus. En particulier, l'absence d'instrument de mesure dans le méso-espace contraint les élèves à élaborer d'autres procédures. Ils construisent et inventent des schèmes d'usage des instruments dans un double jeu d'instrumentation et instrumentalisation qui leur permet d'élaborer des connaissances nouvelles.

Du côté des élèves, l'émergence de ces connaissances s'appuie sur une dialectique action/formulation dans laquelle les échanges entre pairs sont fondamentaux. Dans ces échanges, nous remarquons le rôle important des gestes qui accompagnent ou complètent le discours oral avec des fonctions variées (heuristique, argumentation, formulation). Nous en retenons que des connaissances sont mises en œuvre par les élèves indépendamment de l'enseignant. Elles restent implicites, contextualisées à une figure particulière sans reconnaissance de leur validité par l'enseignant. Enfin lors du travail dans le méso-espace, nous notons que les élèves recourent fréquemment à la vérification instrumentée des dessins produits ou des caractéristiques du modèle, ce que nous n'avons pas observé dans le micro-espace. Dans le micro-espace, il nous semble que les élèves affirment des propriétés, alors que dans le méso-espace ils émettent plus facilement des conjectures, qu'ils vérifient pragmatiquement. Bien sûr ces vérifications sont liées au répertoire didactique géométrique de la classe.

2. Expérimentation de duos de situations en collège

Dans cette deuxième phase des expérimentations préliminaires, notre objectif de recherche est double : d'une part savoir s'il est possible de proposer des situations dans le méso-espace

au collège, compte-tenu des contraintes conditions administratives et matérielles qui lui sont propres ; d'autre part poursuivre notre exploration des connaissances mises en œuvre par les élèves confrontés à un duo de situations dans le micro-espace et le méso-espace. Les données recueillies et analysées sont abondantes, nous présentons ici nos principaux résultats après une description très rapide du protocole d'expérimentation.

2.1. Protocole d'expérimentation

1.2.1 Contexte d'expérimentation

L'expérimentation se déroule dans un collège de campagne en périodes 1 et 2 (septembre à décembre) de l'année scolaire. Deux enseignantes de cet établissement qui travaillent ensemble et suivent la même progression ont accepté de tester dans leurs classes des duos de situations. Elles ont abordé la notion de cercle en tout début d'année scolaire et nous font part de difficultés des élèves dans l'appréhension de cette notion. Nous leur proposons alors la mise en place de deux duos de situations, l'un sur la notion de cercle, le second sur la construction de triangle. Une des enseignantes a en charge deux classes de sixième et souhaite expérimenter dans ces deux classes. Les deux duos de situations sont donc testés dans trois classes.

1.2.2 Recueil de données

Nous avons pu assister à la mise en place de ces duos de situations dans deux classes (une par enseignante) avec un déroulement global toujours identique.

Nous proposons une trame pour la séquence sous forme de document écrit (annexes IV.9; IV.10 et IV.11). Des modifications peuvent être apportées si l'enseignante le souhaite, les choix effectués sont discutés avant la séance.

L'enseignante titulaire de la classe prépare la séance et le matériel. Nous fournissons le matériel nécessaire à la réalisation de la séance dans le méso-espace en prenant soin de proposer une variété de matériaux parmi lesquels l'enseignante peut choisir (tasseaux de tailles variées, plusieurs types de ficelles). Lors de la mise en œuvre, les deux enseignantes sont présentes. La titulaire de la classe mène la séance tandis que la seconde reste en observation. Des échanges à chaud suivent la mise en œuvre.

Nous disposons de deux caméras : une fixe et une mobile.

La caméra fixe est placée en fond de classe pour les séances dans le micro-espace. En extérieur, elle est située de manière à filmer le maximum d'élèves dans un plan large.

La caméra mobile est centrée sur les interactions professeur-élèves dans les phases en classe entière (dévolution, formulation, institutionnalisation). Pendant les phases d'action elle permet de capter les procédures de groupes d'élèves particuliers.

En complément de ces données, les deux enseignantes nous font un compte-rendu oral des séances menées dans la troisième classe et nous avons recueilli les productions des élèves dans le micro-espace pour ces trois classes.

1.2.3 Les duos de situations

Un premier duo de situation a pour objet d'étude le cercle. Il est constitué d'une situation (situation C1) dans le micro-espace au cours de laquelle la tâche dévolue aux élèves est de placer sur une feuille de format A4, le plus rapidement possible au moins 35 points à une même distance d'un point donné. La distance à respecter est la longueur d'une bandelette de papier de 5 à 7 cm de longueur environ. Chaque élève dispose d'une bandelette différente.

Pour la situation C2 dans le méso-espace, la consigne est similaire mais la distance à respecter est la longueur d'un segment tracé au sol (de 1,2 m à 1,5 m environ) et les élèves sont placés par groupes.

Le second duo est composé de manière identique d'une première situation (T1) dans le micro-espace au cours de laquelle les élèves ont pour tâche de reproduire individuellement un triangle dont les longueurs des côtés sont les longueurs de trois segments déjà tracés et d'une seconde situation (T2) avec une consigne similaire dans le méso-espace.

Chaque duo de situations est construit de la même manière.

La première situation (C1 ou T1) est une situation d'action dans le micro-espace (feuille A4). Elle comporte :

- une phase d'action individuelle ;
- une phase de formulation individuelle ;
- une phase collective de formulation des procédures et d'institutionnalisation.

La seconde situation (C2 ou T2) est une situation d'action dans le méso-espace qui comprend :

- une phase d'action par groupes de 3 ou 4 élèves dans un espace adapté (cour de récréation, gymnase) ;
- une phase de formulation collective au cours de laquelle chaque groupe expose sa procédure au reste de la classe dans le même espace ;
- une phase d'institutionnalisation de retour en classe.

Si les instruments à disposition des élèves sont différents dans le micro-espace et le méso-espace, une caractéristique commune est l'absence d'instrument de mesure. Comme nous l'avons évoqué, à l'instar de Mathé, Barrier et Perrin-Glorian (2020), nous faisons l'hypothèse que « *le recours précoce aux nombres est susceptible de détourner les élèves des enjeux spécifiques de la géométrie et des grandeurs* » (Ibid. p. 9).

Nous faisons un choix complémentaire : lors de la mise en œuvre d'une situation, quel que soit l'espace de travail, les élèves d'une classe doivent tous travailler sur le même type d'objet géométrique (construire un cercle ; construire un triangle), mais les dessins qu'ils sont amenés

à réaliser sont différents : les rayons des cercles, les longueurs des côtés des triangles à construire varient d'un élève ou d'un groupe à l'autre. Pour nous, ce choix de faire travailler les élèves sur des dessins qui ne sont pas superposables mais représentent le même type d'objet géométrique, vise à focaliser l'attention des élèves sur les relations ou propriétés géométriques du cercle et du triangle et sur les grandeurs indépendamment de leur mesure, à permettre d'institutionnaliser des propriétés géométriques.

2.2. Nos principales avancées

Nos observations et analyses ont apporté des éléments de réponse à nos questions, et nous ont aussi permis de mettre en évidence des faits nouveaux pour nous. Nous avons ainsi dégagé un ensemble de résultats étroitement liés entre eux que nous avons organisés suivant qu'ils relèvent davantage des situations proposées ou qu'ils concernent des connaissances des élèves. Cette classification a pour seul objectif de clarifier la présentation, elle n'est pas formelle car les connaissances se manifestent en situation. Dans un dernier paragraphe nous présentons les résultats qui concernent les conditions matérielles et l'organisation à respecter pour faire vivre des situations dans le méso-espace en collège.

2.2.1 Sur les situations C1 et C2

Ces expérimentations préliminaires nous ont permis de confirmer ou préciser le rôle de certaines variables que nous avons fixées à partir d'une analyse *a priori*.

Sur le rôle de la mesure :

Le rôle essentiel de l'absence d'instrument de mesure a été confirmé : lors de la situation de construction de triangle dans le micro-espace (T1), l'enseignante d'une classe a laissé les règles graduées à disposition des élèves. 15 des 20 élèves ont alors utilisé la possibilité de mesurer des longueurs et parmi eux, deux se sont engagés dans des calculs au détriment d'une activité géométrique : « *J'ai additionné $7,5 + 6,3 + 4,5 = 18,3$* » ; « *J'ai additionné toutes les longueurs des segments que j'ai ensuite divisé par trois* ».

Outre ces deux élèves, l'activité géométrique s'est révélée plus riche quand les instruments de mesure n'étaient pas disponibles. Les élèves ont focalisé leur attention sur les longueurs à reporter indépendamment du mesurage.

Sur la variable taille de l'espace / choix des artefacts :

Nous notons que dans le méso-espace, la seule perception visuelle se révèle vite insuffisante pour contrôler des égalités de longueurs ou d'angles, ce qui conduit les élèves à recourir très fréquemment à une vérification instrumentée. Trouver l'instrument adapté est déjà un travail : après une construction au tasseau, les élèves emploient la ficelle pour vérifier des égalités de longueur.

Par ailleurs, le travail dans ce méso-espace favorise la dialectique action/formulation quand l'usage des instruments à disposition nécessitent la coopération de plusieurs élèves. Les échanges langagiers peuvent être en langage technique, mais aussi s'appuyer sur des relations géométriques. C'est bien le rapport taille de l'élève/taille du dessin à produire qui intervient : il convient d'adapter la taille des modèles à celle des élèves.

Pour dessiner un segment au sol à l'aide d'un tasseau, il faut positionner le tasseau au sol, puis faire glisser la craie le long de ce tasseau. Suivant la taille du segment, une personne seule peut effectuer ce tracé en un seul geste ou bien doit se déplacer quand le segment dépasse une certaine dimension. Cette longueur « limite » dépend de la taille du sujet.

Reporter seul la longueur d'un segment avec une ficelle nécessite de la tendre entre les deux mains, si on ne dispose pas d'autre matériel. Aussi il existe aussi une longueur maximum qu'un sujet donné peut reporter à l'aide d'une ficelle sans aide extérieure. Au-delà de cette longueur limite, il doit coopérer. En témoigne cet échange entre deux personnes testant une situation dans le méso-espace : « *Tu peux venir m'aider, j'ai les bras trop courts* ».

Ces deux longueurs limites, définies l'une par l'usage du tasseau et l'autre l'usage de la ficelle, sont à peu près égales entre elles et sont toutes deux inférieures à l'envergure du sujet (longueur du bout d'un majeur à l'autre, bras tendus à l'horizontale). Sachant que l'envergure d'une personne est à peu près égale à sa taille, nous trouvons un rapport de 1 entre la taille des dessins à produire et la taille des sujets comme « frontière » pour définir les éléments d'un milieu « méso-espace » (Houdement, 2019).

En pratique dans les situations proposées, pour contraindre les élèves à coopérer, il est nécessaire qu'au moins une longueur à reporter soit supérieure ou égale à la taille du plus grand élève du groupe. Cela fixe pour nous un critère facile à mettre en œuvre et à communiquer aux enseignants.

Enfin le travail dans le méso-espace donne aux enseignants et aux chercheurs des indications sur des connaissances (ou sur des « ignorances ») des élèves, « invisibles » lors des séances dans le micro-espace. Le premier retour des enseignants après la mise en œuvre d'une situation dans le méso-espace est toujours la surprise, comme l'exprime l'un d'eux : « *À chaque fois, je découvre des choses de mes élèves* ».

Pour illustrer ce propos, nous présentons ici les procédures utilisées par les élèves d'une même classe pour construire un cercle dans le micro-espace (situation C1) puis, un mois plus tard, dans le méso-espace (situation C2).

2.2.2 Sur les procédures des élèves lors des situations C1 et C2.

Lors de la situation C1 dans un des classes de 6^e, 19 élèves sur 21 sont présents. Pour répondre à la consigne :

- 12 élèves tracent un cercle puis placent des points sur ce cercle ;
- 1 élève trace seulement un cercle ;

- 1 élève trace des rayons de la longueur voulue ;
- 1 élève place des points puis trace un cercle qui passe par ces points ;
- 1 élève place des points sans respecter la consigne ;
- 3 élèves placent des points qui respectent la consigne sans tracer le cercle. Un d'entre eux évoque le cercle dans sa formulation, un second utilise le compas pour placer les points.

Après la phase d'action individuelle l'enseignante fait un bilan en classe entière. Plusieurs élèves sont invités à expliciter leur procédure à l'ensemble de la classe. *In fine* une méthode est institutionnalisée par l'enseignante : pour placer au moins 35 points à une distance donnée d'un point fixé, il suffit de tracer le cercle qui a pour centre ce point et pour rayon la longueur voulue. En procédant ainsi, tous les points qui vérifient la propriété demandée sont placés, il y en a une infinité. Tracer le cercle est suffisant, il n'est pas nécessaire de « *repasser pour marquer les points* ». L'enseignante fait le lien avec la définition du cercle donnée dans le cours.

La situation C2 dans le méso-espace se déroule un mois plus tard, après les vacances de Toussaint. Les élèves sont répartis en 6 groupes de 3 ou 4 élèves.

4 groupes d'élèves commencent par tracer des rayons avant de changer de stratégie, la procédure étant coûteuse en temps. Sur la photographie ci-dessous, nous voyons un groupe de 3 élèves qui a tracé 11 rayons avant d'utiliser le tasseau pour tracer un cercle. Cela peut être un indice du fait que pour eux la distance doit se voir.



Un groupe explique qu'il avait le même projet, mais a renoncé faute de temps : « *Après on voulait faire pareil des segments sauf que comme il ne nous restait pas beaucoup de temps on a pas fait et du coup là-bas y'a Camille qui tenait et moi je traçais tout autour* ».

Le dernier groupe utilise le tasseau pour placer des points à la distance voulue du centre avant de les relier à la main. Alors que durant l'institutionnalisation, l'enseignante a insisté sur le cercle comme ensemble de points, il note à côté de son travail : « *le cercle est l'infini de tous les segments* ».

Ainsi dans le méso-espace, il nous semble que les élèves donnent à voir une conception du cercle comme frontière d'un disque conçu comme « ensemble de segments de même origine et de même longueur ». Cela étonne beaucoup l'enseignante qui au vu des productions dans le micro-espace, et après une mise en commun « *qui a bien fonctionné* » pensait acquise la conception en référence aux programmes et pour elle associé au compas du cercle comme ensemble de points à égale distance du centre. Mais dans le micro-espace, l'usage correct du compas comme instrument de tracé repose sur un schème d'usage automatisé plutôt que sur une conception du cercle qui pourrait s'exprimer en termes de distance au centre. Ainsi le travail dans le méso-espace révèle une conception du cercle qui n'était pas apparue à l'enseignante dans le micro-espace, plus exactement que l'enseignante n'avait pas relevée lors de la séance dans le micro-espace, où certains élèves avaient pourtant évoqué le cercle « comme ensemble de rayons ». Par ailleurs les schèmes d'usage pour reporter une longueur avec les outils « tasseau » et ficelle » n'étant pas installés chez les élèves, leur utilisation a été parfois surprenante. Nous rendons compte ici d'observations faites auprès de plusieurs élèves ou groupes d'élèves et qui ne sont donc pas « accidentelles ».

2.2.3 Sur l'utilisation des artefacts : ficelle et tasseau

Report de longueur avec une ficelle

Lors d'un report de longueur avec une ficelle, certains élèves la maintiennent tendue tout au long du déplacement. Nous n'avons pas entendu ou enregistré d'échanges entre élèves à ce sujet et cet usage de la ficelle est resté « invisible » des enseignants et de nous-même lors des séances observées. C'est le visionnage des vidéos qui nous a permis de le repérer dans plusieurs groupes d'élèves de classes différentes. Il repose sur une connaissance (erronée) non formulée : pour garder la mémoire d'une longueur avec une ficelle, celle-ci doit être conservée tendue pendant le déplacement. Nous avons noté que cet usage disparaît « spontanément » au profit d'un schème d'usage plus fonctionnel, les mêmes élèves s'autorisant un peu plus tard à plier la ficelle lors du déplacement.

D'autres élèves ne tendent pas la ficelle pour tracer un cercle ou reporter une longueur, comme l'illustre la Figure IV-5 ci-dessous où nous voyons un groupe d'élèves tenter de tracer un cercle avec une ficelle non tendue (situation C2).



Figure IV-5: dessin d'un cercle avec une ficelle

Cet usage inadapté observé dans plusieurs groupes est lui aussi corrigé par les élèves eux-mêmes en réponse aux rétroactions du milieu. Nous avons pu noter ou enregistrer plusieurs interactions orales entre élèves à ce sujet, comme pour les élèves de cette photographie :

« Mais là ça va pas. Normalement, elle est tendue la ficelle » ou dans un autre groupe : « Il a dit qu'il faut tendre, il faut l'aider, il veut tendre ».

Quand le schème d'usage adapté apparaît dans une classe, il se répand très vite à l'ensemble de la classe, les élèves pouvant observer et entendre leurs camarades. Cependant l'usage de la ficelle peut ne pas apparaître et nous avons vu dans une classe plusieurs élèves s'emparer de la ficelle, faire des essais puis l'abandonner au profit du tasseau : « Mais non c'est mieux avec ça (désigne le tasseau). Comment tu veux faire un rond avec ça ? (désigne la ficelle). »

Si les schèmes d'usage d'un tasseau semblent s'installer plus rapidement, les élèves qui choisissent cet outil se heurtent aussi à des difficultés.

Un segment de longueur l étant dessiné au sol, pour construire, à l'aide d'un tasseau de bois, un cercle de rayon l et de centre un point C fixé, les élèves commencent tous de manière identique : ils gardent la mémoire de cette longueur sur le tasseau. Pour cela ils posent le tasseau au sol le long du segment dessiné en faisant coïncider une extrémité du tasseau (que nous nommons E_1) avec une extrémité du segment. Puis ils font une marque à la craie sur le tasseau en regard de la seconde extrémité du segment (nous nommons M cette marque sur le tasseau). Ainsi la distance E_1M est égale à la longueur l .

Nous désignons par E_2 , la deuxième extrémité du tasseau.

Dans un deuxième temps un point C étant donné pour construire des points à une distance l de C , deux grandes stratégies apparaissent pour positionner le tasseau au sol :

1. Des élèves font coïncider l'extrémité E_1 du tasseau avec le point C . Ensuite ils effectuent le dessin au sol à la craie en prenant comme repère la marque M sur le tasseau. Trois procédures sont alors utilisées :

Procédure 1.1 : les élèves tracent le long du tasseau un segment qui part de C et s'arrête en regard de M . Ils dessinent alors un point en regard de M , font tourner le tasseau autour du point C et recommencent. (Figure IV-6 ci-contre)

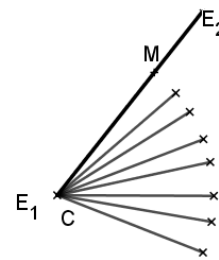


Figure IV-6 : procédure 1.1 pour dessiner un cercle à l'aide d'un tasseau

Procédure 1.2 : les élèves tracent un point en regard de M, font tourner le tasseau avant de tracer un second point, etc. (Figure IV-67 ci-contre)

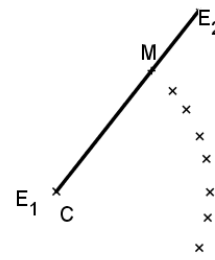


Figure IV-7: procédure 1.2 pour dessiner un cercle à l'aide d'un tasseau

Procédure 1.3 : dans un procédé dynamique, les élèves font tourner le tasseau autour de C en conservant la juxtaposition de E1 sur C et en fixant la craie en regard du point M. Ils tracent ainsi un cercle de centre C du rayon demandé (Figure IV-68 ci-contre).

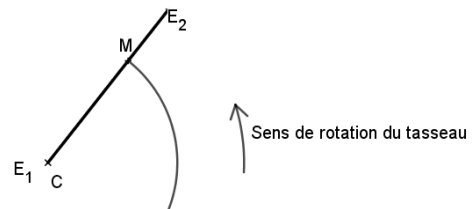


Figure IV-8: procédure 1.3 pour dessiner un cercle à l'aide d'un tasseau

2. Pour effectuer les mêmes dessins, d'autres groupes font coïncider la marque M du tasseau avec le centre C et nous retrouvons les trois procédures précédentes (dessin de segments, de

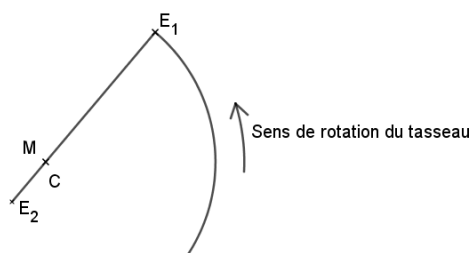
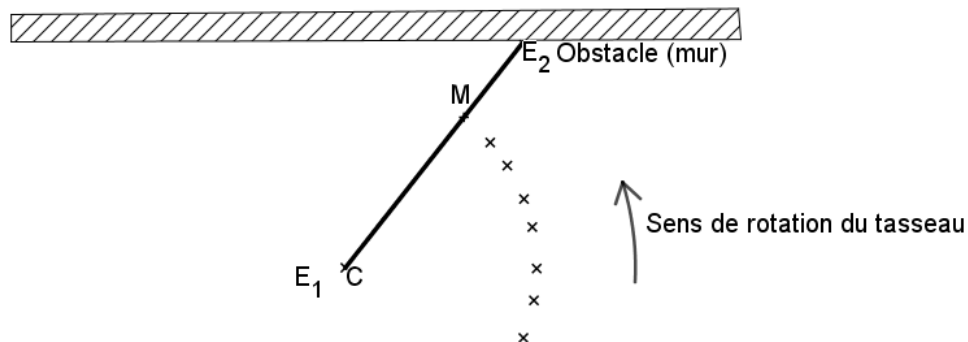


Figure IV-9: procédure 2.3 pour dessiner un cercle à l'aide d'un tasseau

points isolés ou d'un cercle) avec une orientation du tasseau différente (Figure IV-9 ci-dessous).

Nous utilisons le terme « *orientation* » car dans l'usage qui en est ainsi fait, le tasseau est implicitement orienté par les élèves : dans les procédures de type 1 de l'extrémité E1 vers M, dans les procédures de type 2, de M vers E1.

Les élèves changent difficilement cette orientation du tasseau même quand cela devient indispensable. Ainsi dans les procédures 1.1 ; 1.2 ou 1.3 quand l'extrémité E_2 du tasseau vient buter contre un obstacle et empêche sa rotation (Figure IV-10 ; ci-dessous), le dessin n'est



plus possible.

Figure IV-10: un tasseau trop long

Pour poursuivre le dessin, il est possible de « retourner le tasseau »¹⁴ et adopter une procédure de type 2 en plaçant la marque M sur le centre du cercle. Cette adaptation, quand elle est mise en œuvre, demande un temps de réflexion aux élèves. Le raisonnement sous-jacent repose sur une connaissance implicite (la distance E_1M est égale à la distance ME_1) qui n'est pas mobilisée par tous les élèves. Il nous semble pointer là une connaissance spatiale, nécessaire aux constructions instrumentées, utile pour la connaissance technique (au sens de Petitfour, 2015) « retourner le tasseau ».

Ainsi, nous avons pu observer un groupe qui a essayé de prendre un tasseau plus court pour poursuivre son dessin, mais ce tasseau, de longueur inférieure au rayon du cercle à construire, s'est révélé trop court. Les élèves ont alors repris le tasseau initial, superposé de nouveau E_1 et C et construit de nouveaux points en changeant le sens de rotation du tasseau (Figure 10). Après avoir constaté (avec surprise) que le tasseau butait de nouveau contre le mur, ils ont placé quelques points à main levée avant de relier l'ensemble des points dessinés à la main en un cercle approximatif.

¹⁴ Nous reprenons l'expression employée par les élèves.

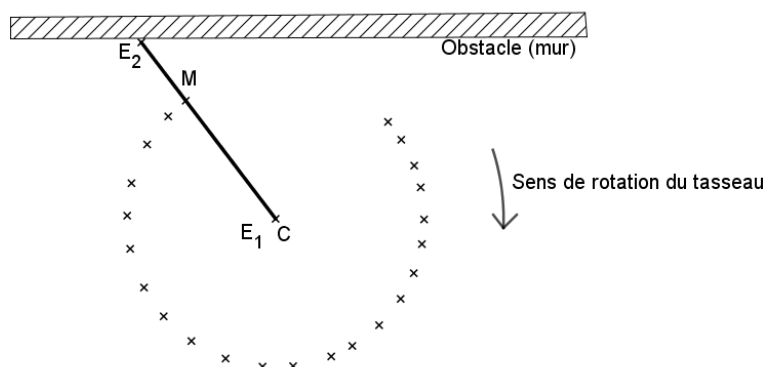


Figure IV-11: un tasseau (toujours) :trop long

Nous avons également observé cet usage d'un tasseau toujours orienté « dans le même sens » par des élèves lors de la construction de triangles dans le méso-espace. Ainsi pour ces élèves les deux extrémités du segment dont ils veulent reporter la longueur ne semblent pas jouer un rôle symétrique et la distance entre les deux points semble dépendre de l'ordre dans lequel on les considère.

Nous relierons ces observations à une difficulté des élèves mentionnée par l'enseignante avant les expérimentations : un cercle de centre O et de rayon r étant donné, les élèves utilisent dans les exercices qu'ils ont à résoudre la propriété : tout point du cercle est à la distance r de O .

Par contre, quand ils doivent indiquer à quelle distance d'un point donné du cercle se trouve le centre O de ce cercle, beaucoup échouent. Ainsi, nous mettons en relation une connaissance spatiale qui fait défaut et qui pourrait s'énoncer : « pour reporter une longueur AB à partir du point C , je peux faire commencer par faire coïncider C avec A ou C avec B » avec des difficultés rencontrées dans G2.

Notre problématique n'est pas de construire une ingénierie sur la notion de cercle. Les observations n'ont pas été menées en ce sens, c'est pourquoi nous n'approfondissons pas davantage ce travail sur le cercle, mais il mériterait d'être repris en corrélation avec les travaux de Voltolini (2019) qui montre comment une élaboration théorique, la dualité instrument-conception qui met en cohérence les notions d'instrument de Rabardel et de conception de Balacheff permet de faire ressortir les effets d'un duo d'artefacts sur l'apprentissage des élèves.

2.2.4 Sur les conditions matérielles pour une mise en œuvre en collège de situations dans le méso-espace

L'objet de ces pré-expérimentations était aussi de définir les conditions minimales nécessaires à l'implémentation d'une situation dans le méso-espace en collège. La mise en œuvre de deux situations dans trois classes différentes montre que ces situations dans le méso-espace

peuvent tout à fait « vivre » en collège. Cependant les contraintes sont plus fortes qu'en primaire.

La première contrainte est liée à la nécessité de disposer d'un espace de taille adapté (cour, préau, gymnase), ce qui sous-entend de consulter le personnel administratif et d'informer les collègues de l'occupation de cet espace. C'est aussi vrai en primaire, mais souvent plus simple.

Une seconde contrainte est temporelle. Un enseignant de primaire peut facilement adapter son emploi du temps pour, si nécessaire, prolonger une séance de quelques minutes ou placer la séance dans le méso-espace au moment de la journée qui lui paraît le plus favorable (après la récréation, par exemple, et s'il ne pleut pas...). Un enseignant de collège, contraint par la durée fixe des cours et l'emploi du temps de l'établissement, ne dispose pas de cette souplesse. Compte-tenu de la durée moyenne d'un cours en collège (50 à 55 minutes), la durée de la phase d'action ne doit pas dépasser 20 minutes. Il est conseillé d'avoir à disposition un appareil de prise de vue pour garder une mémoire des productions ou de certaines actions car la phase de formulation qui suit la phase d'action est nécessairement dense et peut difficilement être prolongée. Des photographies projetées le cours suivant peuvent être un point d'appui pour évoquer la situation vécue si l'enseignant le souhaite.

Enfin, contrairement aux professeurs des écoles, les enseignants de mathématiques de collège ne sont pas habitués à mener une séance hors de la classe. Les enseignants avec lesquels nous avons travaillé ont sollicité les conseils de professeurs d'EPS pour mieux anticiper d'éventuelles difficultés liées à la gestion de classe. Ils nous ont indiqué que cette collaboration leur a été utile pour organiser l'espace lors des séances en extérieur.

3. Discussion et conclusions pour la méthodologie de recherche

L'enjeu de ce chapitre était double. D'une part nous assurer de la viabilité de situations de reproduction de figures dans le méso-espace au collège. D'autre part aider à définir les modalités précises d'expérimentation, délimiter les variables des situations, et aussi préciser pour certaines variables les valeurs fixées qui seront imposées aux enseignants et celles que nous laisserons libres.

La mise en œuvre effective de six séances de reproduction de figures dans le méso-espace au sein du même établissement nous ont permis de voir que, moyennant une bonne anticipation, les situations dans le méso-espace peuvent tout à fait être mises en œuvre au collège. Nous avons identifié une contrainte : prévoir une phase d'action de 20 minutes au plus dans le méso-espace.

Nous allons maintenant présenter ce que nous retenons concernant les modalités d'expérimentation et les variables des situations. Ces éléments seront complétés dans le chapitre V.

3.1. Pour les situations

Concernant le savoir visé : nous choisissons le losange, car c'est un objet géométrique porteur *a priori*, de nombreuses propriétés liées à des relations comme égalité de longueurs, égalité d'angles, milieu, perpendicularité, parallélisme, symétrie axiale. Il est propice à des décompositions méréologiques en 2 ou 4 triangles, des décompositions dimensionnelles losange surface 2D *versus* relations entre côtés ou relations entre diagonales, Le centre de symétrie, point de rencontre des diagonales mobilise une vision OD.

Potentialité du méso-espace pour le travail en situation

Le méso-espace offre l'avantage de mettre en jeu des artefacts nouveaux, dont la genèse instrumentale est à construire. Cela permet aux élèves de construire dans l'action des schèmes dont on pouvait penser qu'ils existaient déjà comme connaissances (implicites) : tendre la corde pour reporter une longueur, placer le milieu d'un segment avec une corde. Leur absence peut être un obstacle transparent pour l'enseignant. L'usage de ces artefacts nouveaux nécessite souvent la coordination d'au moins deux élèves et une plus grande anticipation des actions. Apparaissent alors des échanges entre élèves sur la technique à mettre en place, des formulations, par des gestes et/ou le langage oral, de l'objectif à atteindre et des contraintes à respecter pour y parvenir. Cette dialectique action/formulation favorise l'élaboration de raisonnements variés.

Potentialité du micro-espace pour le travail en situation

Le micro-espace représente un espace plus sécurisant pour l'enseignant tant pour assurer la paix scolaire que du point de vue des procédures employées par les élèves, qui lui sont *a priori* plus familières. Il est propice à un travail sur la mémoire géométrique et à l'enrichissement du répertoire didactique.

Nous privilégions donc le travail en alternance dans ces deux espaces au travers **un duo de situation** :

Les situations dans le micro-espace et méso- espace reposent l'une et l'autre sur une situation d'action visant la construction ou la reproduction de la même figure géométrique.

La situation d'action dans le micro-espace aboutit à une situation de formulation écrite. Positionnée avant la situation dans le méso-espace, elle enrichit les répertoires d'action et de formulation des élèves. Ainsi lors de la situation dans le méso-espace, le milieu contient des connaissances et des mots qui permettent aux élèves de communiquer sur les objets géométriques en jeu.

Contraintes sur le matériel

Instruments et artefacts :

L'hypothèse que nous avons émise selon laquelle la présence d'instruments de mesure dans le milieu peut être défavorable à la mobilisation de connaissances géométriques est confirmée. La situation de communication prévue dans l'ingénierie (émission d'un message texte, sans dessin) nécessite l'usage de ces instruments. Cela sera peut-être source de difficultés. Par contre nous imposerons que la situation dans le méso-espace se déroule sans instrument de mesure. Pour éviter toute modification à ce niveau, nous fournirons nous-même aux enseignants les instruments à utiliser dans le méso-espace. Les enseignants pourront proposer aux élèves du petit matériel en complément, s'ils le souhaitent mais pas d'instruments de mesure.

En effet l'utilisation conjointe de plusieurs tasseaux favorise une reproduction de la figure modèle par son contour et minore la mobilisation de connaissances géométriques. Il est toujours possible pour les élèves de découper des morceaux de ficelle aux longueurs voulues pour reproduire le contour d'une figure. Mais la ficelle n'étant pas rigide, cette méthode est perçue comme moins précise et elle est vite abandonnée, comme nous avons pu l'observer lors de la reproduction de triangles dans les classes de 6^e. Aussi nous laisserons à la disposition des enseignants un nombre suffisant de tasseaux de toutes dimensions, avec une contrainte : chaque groupe d'élève ne peut disposer que d'un seul tasseau à la fois.

Taille des modèles

Nous avons vu que c'est le rapport taille du dessin à produire/taille de l'élève qui caractérise le méso-espace. Nous préparerons donc pour la situation dans le méso-espace un nombre suffisant de figures-modèles de dimensions variées, adaptées à la taille des élèves. La consigne communiquée aux enseignants étant d'attribuer les plus grandes figures-modèles aux élèves les plus grands.

Contraintes sur la disposition spatiale

Concernant la disposition spatiale lors de la situation de reproduction de losanges dans le méso-espace, le respect d'une distance minimale entre la figure-modèle et la zone réservée au dessin est un incontournable de la situation que nous indiquerons aux enseignants.

3.2. Du côté des élèves

Nous avons noté l'importance des échanges entre pairs dans la dialectique action/formulation. Ces échanges qui s'appuient sur des gestes en complément du discours oral ont des fonctions variées et s'appuient sur des connaissances mobilisées en contexte. Ces

connaissances s'enrichissent au fil de la séquence, elles sont parfois réinvesties indépendamment de l'enseignant.

Dans la suite de notre travail afin de mieux appréhender cette évolution des connaissances qui circulent, plutôt que de filmer des groupes d'élèves « au fil de l'eau » en fonction de nos observations, nous suivrons dans chaque classe un même groupe d'élève déterminé tout au long de la séquence observée.

3.3. Sur le rôle de l'enseignant

Cette première partie de notre travail nous a permis de construire une ingénierie didactique, d'en fixer les principales variables et de mieux appréhender les connaissances et raisonnements des élèves lors de sa mise en œuvre. La transformation de ces connaissances en savoirs partagés est de la responsabilité de l'enseignant. Comment des enseignants de cycle 3 prennent-ils en compte ces connaissances et raisonnements dans leur processus d'institutionnalisation ? Nos expérimentations définitives ont pour but d'apporter des éléments de réponses à cette question que nous allons développer dans le chapitre 5.

Chapitre V Problématique et méthodologie

Ce chapitre contient les éléments méthodologiques qui structurent notre travail. Nous rappelons parfois ces éléments en contexte dans les chapitres dédiés aux analyses quand cela nous semble faciliter la tâche du lecteur.

1. De la question initiale à la problématique

L'objet initial de notre recherche est d'apporter des éléments de réponse aux questions suivantes :

Comment, en géométrie plane, pour construire leurs interventions et institutionnaliser des savoirs, des enseignants de cycle 3 de primaire et de collège tiennent-ils compte des raisonnements produits et des connaissances mises en fonctionnement par les élèves dans les moments de recherche ?

Existe-t-il dans cette gestion des points communs, des différences entre un enseignant du primaire et un enseignant du collège ?

Nous avons vu dans le chapitre II paragraphe 3.2 que l'institutionnalisation peut être considérée comme un processus. Ce processus d'institutionnalisation comporte un changement de statut d'une connaissance quant à sa validité et son utilité donc son fonctionnement et s'opère à travers la décontextualisation et la dépersonnalisation des connaissances (Brousseau, 2010) (Coulange, 2015).

Il peut être décomposé en deux processus complémentaires :

- un Processus de Contextualisation, Décontextualisation, et Recontextualisation (PCDR) qui permet d'ancrer l'ancien dans le nouveau et est rattaché à une situation (Allard, 2015).
- un Processus de Transfert et de Généralisation (PTG) qui encapsule le PCDR (Allard, 2015)

Ces deux processus sont associés aux deux dimensions, sociale et cognitive, de l'apprentissage.

La dimension cognitive du processus d'institutionnalisation permet au sujet singulier de dépasser la connaissance particulière utilisée en contexte pour aller vers une généralisation, vers un savoir dont il comprend l'enjeu et qu'il pourra réutiliser.

La dimension sociale est relative aux échanges qui se tissent entre les différents acteurs, élèves ou professeur, autour du savoir commun en jeu. Les échanges collectifs ont ainsi une fonction de dépersonnalisation du savoir, du côté de l'élève mais aussi du professeur (Allard, 2015).

Nous avons mis en évidence dans le chapitre I, comment en géométrie, dans une situation qui relève d'une problématique de modélisation, la généralisation peut naître de la recherche

d'une méthode de résolution commune à plusieurs contextes singuliers par la mise en regard des conditions d'obtention de la solution avec les conditions de l'action : quelles sont les conditions nécessaires à la réussite ? Quelles sont les variables dont cette réussite est indépendante ? Sous quelles conditions, la solution validée ici et maintenant est-elle transférable ? Pour une situation donnée, le choix des variables détermine cette potentialité de généralisation qui sera ou non exploitée par l'enseignant.

Ainsi, dans le cas de la reproduction de figure, le choix de donner à reproduire à chaque élève ou groupe d'élèves des objets graphiques (dessins) représentant le même objet géométrique, mais différents quant à leurs dimensions et orientations spatiales (comme développé dans notre ingénierie), ouvre la possibilité de passer d'une validation portant sur un objet graphique (dessin) isolé, à une validation portant sur une classe d'objets graphiques (de dessins). Si l'objet théorique représenté ne fait pas partie du répertoire didactique de la classe, une telle situation permet potentiellement un apprentissage des propriétés de cet objet.

Les sections 6 et 9 de ce même chapitre nous ont permis de mieux cerner l'importance de l'articulation entre activité de visualisation et activité discursive au cours de l'activité géométrique, ainsi que les spécificités du langage utilisé en géométrie géométrique.

Nous avons pu, dans la section 4, identifier les fonctions possibles des raisonnements produits au niveau du milieu objectif et du milieu de référence.

De plus, nous considérons, à l'instar de Bloch (1999) que le milieu de référence pour l'élève est pour le professeur un milieu pour l'action :

« Il apparaît donc que les moments où l'élève peut élaborer des savoirs pour prendre la maîtrise, au moins partielle, de la situation, sont ceux où le milieu matériel est en arrière-plan, et le premier plan occupé par des formulations (sur les essais, erreurs, sur les stratégies possibles...) : or le rôle du professeur dans cette phase est bien de gérer les formulations, tant du point de vue de la rationalité mathématique que de l'efficacité pédagogique. Le milieu de référence du professeur est donc un milieu pour l'action (du professeur). (Bloch, 1999, p. 17)

Cela nous conduit à poser les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 : dans le processus d'institutionnalisation en géométrie au cycle 3, la phase de formulation après une situation d'action est une étape essentielle.

Hypothèse 2 : dans cette phase de formulation les interventions de l'enseignant sont déterminantes.

Ces deux hypothèses seront testées à l'aide des questions :

En géométrie plane, dans une phase de formulation consécutive à une phase d'action ayant pour enjeu une reproduction de figure, comment des enseignants de cycle 3 intègrent-ils les raisonnements des élèves, justes ou erronés, dans leur processus d'institutionnalisation ?

Quelle dynamique pouvons-nous identifier entre les interventions de l'enseignante et les raisonnements des élèves ? Dans quelle mesure cette dynamique participe-t-elle au processus d'institutionnalisation ?

2. Méthodologie générale

Afin d'apporter des éléments de réponse à nos questions, nous choisissons de proposer à deux enseignants de cycle 3 (une enseignante de primaire et un enseignant de collège), de mettre en œuvre l'ingénierie didactique composée d'un duo de situations sur le thème du losange, telle que nous l'avons définie dans le chapitre III. Nous choisissons d'observer les deux enseignants pendant la mise en œuvre de toute la séquence avec pour objectif dans chaque classe :

- de déterminer le projet d'enseignement de l'enseignant : quelle est son intention didactique quand il met en œuvre la séquence ? Quels savoirs veut-il institutionnaliser ?
- de repérer les connaissances des élèves en début de séquence.

Et plus spécifiquement pour la situation du méso-espace :

- d'identifier les choix didactiques effectués par l'enseignant : quelle situation dévolue-t-il aux élèves ? Parmi les variables que nous laissons libres, lesquelles retient-il ? Comment organise-t-il le déroulement de la séquence et plus précisément de la séance dans le méso-espace ?
- d'identifier les raisonnements des élèves ;
- d'étudier les interactions conjointes de l'enseignant et des élèves dans la phase de formulation qui suit la situation d'action, et plus particulièrement ce que fait l'enseignant des raisonnements des élèves dans les niveaux adidactiques.

3. L'ingénierie

3.1. Variables retenues

Le duo de situations ayant pour thème d'étude le losange, qui a été présenté dans le chapitre III, sera expérimenté dans une classe de primaire (CM) et une classe de sixième. Le chapitre IV nous a permis de définir plus précisément les variables de chaque situation :

Pour la situation de communication dans le micro-espace, nous avons fixé les instruments à disposition et les dimensions des figures-modèles. Les enseignants choisissent la disposition spatiale et temporelle qui leur convient.

Pour la situation de reproduction de losanges dans le méso-espace, nous avons fixé : les contraintes sur les artefacts, la taille des figures-modèles et une contrainte sur la disposition spatiale (éloignement minimal entre une figure-modèle et la zone réservée au dessin pour sa reproduction).

Les enseignants ont le choix de l'organisation spatiale de la séance, moyennant le respect de cette contrainte. L'organisation temporelle relève aussi de leur responsabilité ainsi que le choix de la présentation des figures-modèles au début de la séance : affichées au mur verticalement ou posées au sol. Enfin, les figures-modèles peuvent avoir été pliées pour faire apparaître un pli suivant une des diagonales. Ce choix leur est proposé avant la séance.

3.2. Recueil des données

Les pré-expérimentations nous ont fourni de précieuses indications sur les moyens techniques à mobiliser pendant les séances pour recueillir des données exploitables. En premier lieu, pour le chercheur, les connaissances des élèves se manifestent au travers de gestes ou échanges langagiers entre élèves. Pour les appréhender, il est plus judicieux de filmer un groupe d'élèves en continu plutôt que de déplacer la caméra d'un groupe à l'autre. Si le groupe est filmé à partir d'une caméra fixe sur pied que le chercheur positionne en début de séance, suivant l'angle de prise de vue et la distance entre la caméra et le groupe filmé, tous les gestes ou dialogues ne sont pas captés. Il convient alors de trouver un compromis, qui dépend de la qualité du matériel disponible, pour placer la caméra à la bonne distance du groupe à filmer. Trop loin, les enregistrements audios ne sont pas exploitables ; trop près, les élèves sortent souvent du champ de la caméra quand ils se déplacent. Nous avons tenté de contrer cette difficulté en plaçant au sol, près des zones de dessin, des enregistreurs audios de type dictaphone qui devaient compenser la mauvaise qualité des enregistrements audio de la caméra. Dans les faits, les enregistrements effectués par ces dictaphones n'ont jamais été exploitables : les déplacements des élèves, les actions instrumentées génèrent une multitude de bruits parasites qui couvrent les dialogues des élèves.

Pour filmer en continu les actions instrumentées des élèves (notamment des gestes) et enregistrer simultanément leurs dialogues, il est plus judicieux d'utiliser une caméra mobile, mais celle-ci monopolise alors une personne. Si le chercheur tient ce rôle de « cameraman », il n'est pas disponible pour observer le déroulement général de la séance et prendre des notes. L'idéal est de bénéficier de l'aide d'une tierce personne pour aider aux prises de vue. Il convient alors de lui préciser l'enjeu de la recherche pour qu'elle puisse cibler au mieux ses prises de vues.

Filmer un groupe d'élève en continu ne nous donne pas (ou peu) d'indications sur les procédures des autres élèves de la classe et sur le déroulement général de la situation.

Pour recueillir des données complémentaires, une caméra fixe judicieusement placée permet de filmer en plan large plusieurs groupes d'élèves simultanément. Les informations ainsi recueillies sont rarement complètes (passage d'élève devant la caméra, élève qui lui tourne le dos...). Cependant elles sont souvent suffisantes pour reconstituer après la séance les procédures de construction mises en œuvre par plusieurs groupes d'élèves, identifier les instruments utilisés et certains de leurs schèmes d'usage.

En complément, pour nous assurer de disposer d'un enregistrement sonore de qualité nous choisissons d'équiper l'enseignant d'un micro-cravate couplé à un enregistreur audio tout au long des séances observées.

3.3. Analyse des données issues des séances de classe

Dans chaque classe et pour les deux situations, nous présentons les données issues des séances de classe en deux étapes. Dans un premier temps nous décrivons le déroulement général de la séance, les choix opérés par l'enseignant, l'organisation spatiale et temporelle.

Dans un deuxième temps nous rendons compte des analyses de données spécifiques à la séance.

3.3.1 Situation de communication dans le micro-espace

La situation de communication dans le micro-espace a pour enjeu d'installer des connaissances dans le milieu qui permettront à la situation dans le méso-espace de fonctionner, elle n'est pas l'objet premier de notre recherche. Cependant son observation nous donne accès à des informations sur le projet d'enseignement de l'enseignant, le processus d'institutionnalisation qu'il construit. Nous rendrons compte de son déroulement général dans chaque classe. De plus, les messages écrits des élèves nous permettront d'apporter des éléments de réponses aux questions suivantes :

Quelles sont les connaissances dont disposent les élèves de la classe ?

Quelles sont les connaissances qui leur font défaut ?

Pour cela nous avons élaboré une grille d'analyse des messages en appui sur les travaux de Duval (2005), Petitfour (2015) et Pierrard (2004). Cette grille d'analyse sera présentée et mise en fonctionnement dans le chapitre VI paragraphe 2.1.6.

3.3.2 Situation de reproduction de figure dans le méso-espace

Comme précisé au chapitre III, cette situation se compose d'une situation d'action au cours de laquelle l'enjeu pour les élèves est la production d'un dessin superposable à une figure-modèle. Cette situation d'action est suivie d'une phase de formulation : chaque groupe expose à tour de rôle sa procédure à l'ensemble de la classe.

Nous cherchons à identifier, au travers l'analyse de cette situation, comment dans la phase de formulation, des enseignants de cycle 3 intègrent les raisonnements des élèves, justes ou erronés, dans leur processus d'institutionnalisation. Nous souhaitons repérer d'éventuelles dynamiques entre les interventions de l'enseignante et les raisonnements des élèves et leur rôle dans le processus d'institutionnalisation.

Pour cela nous étudions des groupes d'élèves séparément. L'étude pour un groupe donné suit toujours la même méthodologie : nous commençons par reconstituer la procédure utilisée par le groupe dans la phase d'action ; ensuite nous identifions les raisonnements produits par les

élèves lors de la phase de formulation. Enfin, nous nous centrons sur les interventions de l'enseignante : pendant la phase d'action, si elles existent, et pendant la phase de formulation, quand le groupe considéré expose sa procédure au reste de la classe. Après avoir recensé toutes les interventions de l'enseignante, nous en déterminons la fonction. Nous obtenons alors un document de travail provisoire.

Enfin à partir de ce document nous étudions la dynamique entre les interventions de l'enseignante, l'évolution de son projet d'enseignement et les raisonnements des élèves.

Les raisonnements produits par les élèves

Pour identifier les raisonnements des élèves, nous mobilisons le modèle d'analyse des raisonnements tels que nous l'avons défini dans la partie théorique Chapitre II6.3 page 70. Nous avons affiné ce modèle sur les raisonnements en géométrie aux pré-expérimentations. Comme nous l'avons précisé, nous renseignons, quand cela est possible, trois axes d'analyse complémentaires : le premier axe concerne les fonctions des raisonnements produits par les élèves, en lien avec les niveaux de milieux auxquels ils se réfèrent, nous l'intitulons **Raisonnements**. Un deuxième axe rend compte des éléments du répertoire didactique sollicités et de leur évolution. Il apparaît sous l'intitulé **Répertoire**. Enfin dans un troisième axe dénommé **Signes** nous notons les signes produits et leur évolution. Nous utilisons le terme signe pour représentation sémiotique.

Les interventions de l'enseignant

Afin d'étudier la dynamique entre les interventions de l'enseignante, l'évolution de son projet d'enseignement et les raisonnements des élèves, nous avons détaillé notre questionnement. Les questions auxquelles nous voulons apporter des éléments de réponse sont dépendantes entre elles ; prises isolément elles sont peu significatives. Cependant, afin d'organiser nos analyses et d'en rendre les résultats plus lisibles, nous les catégorisons et les numérotions.

Nous répartissons les questions relatives aux interventions de l'enseignant en deux parties. La première (partie A) comporte les questions qui concernent la manière dont l'enseignant « reçoit » les raisonnements initiaux produits par les élèves. La seconde (partie B) regroupe les questions afférentes à la manière dont il fait évoluer ces raisonnements.

Dans une troisième partie (partie C), nous regroupons les questions dont le thème est la mémoire des apprentissages.

Cela nous conduit à l'ensemble ordonné des questions suivantes :

Partie A – Comment l'enseignant reçoit les raisonnements des élèves ?

A1 – Est-ce que l'enseignant repère les raisonnements ?

A2 – Est-ce que l'enseignant valide lui-même les raisonnements produits par un élève ou un groupe d'élèves ou est-ce qu'il renvoie cette validation à la classe ? C'est-à-dire

quelle part d'adidacticité l'enseignant laisse-t-il ? Quelle responsabilité laisse-t-il aux élèves dans leur apprentissage ?

Partie B – Comment l'enseignant accompagne-t-il les raisonnements des élèves ? Comment les transforme-t-il ? Que fait l'enseignant pour faire évoluer les discours des élèves de la verbalisation à la formulation ?

B1 – Est-ce que l'enseignant apporte des connaissances aux élèves pendant cette phase ? De quelle nature (aide technique, apport de vocabulaire) ?

B2 – Est-ce qu'il s'appuie sur des raisonnements qu'il a pu observer lors de la phase de recherche mais que les élèves ne mentionnent pas spontanément ? Que fait-il des raisonnements erronés ? Est-ce qu'il les perçoit ? Est-ce qu'il parvient à les analyser ? Est-ce qu'il les traite ? Amène-t-il les élèves à en comprendre l'origine ?

B3 – Est-ce qu'il favorise la justification des actions par des considérations pragmatiques et /ou leur organisation par des connaissances géométriques ?

Est-ce qu'il permet d'établir des liens entre l'usage des instruments et les propriétés que « portent » ces instruments (alignement, égalités de distance, ...) ?

B4 – Est-ce qu'il favorise le passage du singulier au général ? Fait-il des liens entre les différents raisonnements ? Est-ce qu'il interroge les élèves sur la nécessité des actions produites ?

B5 – Est-ce que les interventions de l'enseignant favorisent ou initient un changement de niveau de milieu ?

Partie C – Questions relatives à la mémoire des apprentissages, à la manière dont les connaissances nouvelles sont-elles intégrées au répertoire didactique de la classe :

C1 – Est-ce que l'enseignant fait des institutionnalisations locales ? Si oui, comment sont-elles organisées ? Des liens sont-ils établis entre les différents raisonnements produits ?

C2 – L'enseignant fait-il une synthèse ou un bilan des connaissances nouvelles ou anciennes qui ont été fréquentées pendant la séance ? Sous quelle forme ?

C3 – L'enseignant mobilise-t-il uniquement l'oral ou utilise-t-il un écrit transitoire ?

C4 – Est-ce que l'enseignant produit ou fait produire un écrit différé de retour en classe ?

C5 – Est-ce que l'enseignant fait des liens avec le répertoire didactique existant ?

4. Les entretiens

Par ailleurs, les enseignants doivent prendre en continu des décisions dictées par de multiples facteurs. Observer les enseignants dans l'action ne donne pas accès aux raisons des choix effectués. Cela nous conduit à envisager des entretiens avec l'enseignant en plus des données recueillies pendant le temps de classe. Comme le soulignent Cahour et Licoppe (2010), La

confrontation des enseignants aux traces de leur activité est un moyen de les amener à une posture réflexive qui nous donnera potentiellement accès à une meilleure compréhension de leurs choix opérés dans l'action :

« La confrontation aux traces place l'acteur dans une posture réflexive vis-à-vis de sa propre activité. Ces traces sont un support, un médiateur, soit pour se rappeler et décrire l'activité juste passée, soit pour la réélaborer. La situation de confrontation fournit une occasion instrumentée de faire retour sur son expérience, de s'y arrêter quelque temps, de s'extraire du feu de l'action dans laquelle le vécu était inscrit pour déplier ce qui s'y passe, en le mettant en mots, en prenant le temps d'essayer de retrouver finement ce qui s'y déroulait, d'analyser, comparer, évaluer pour produire et reformuler le sens de l'activité autour de ces traces. » (Cahour et Licoppe, 2010, p. 247)

Ainsi nous choisissons d'emprunter à la clinique de l'activité la méthode des entretiens d'autoconfrontation croisée (Duboscq et Clot, 2010). Nous adaptons la méthodologie pour répondre à notre questionnement de recherche, qui n'est pas la formation des enseignants.

Nous choisissons d'effectuer avec chaque enseignant un entretien d'autoconfrontation simple ; puis avec les deux enseignants réunis, un entretien d'autoconfrontation croisée au cours duquel chaque enseignant est confronté à l'enregistrement du travail de son collègue en présence du chercheur. Notre objectif est d'accéder partiellement aux raisons de certaines actions :

« Dans le cas de l'instruction au sosie et de l'autoconfrontation croisée, on accède aussi aux processus de cette activité réflexive, mais on obtient en plus des « possibles » et les raisons pour lesquelles ils ne sont pas advenus ou ne devraient pas advenir. On recueille enfin les raisons (justifications, explications) pour lesquelles certaines actions ont été ou doivent être réalisées. En somme, on accède aux « quoi » et aux « pourquoi ». (Forget, 2013, p. 67)

Recueil de données lors des entretiens

Entretiens d'autoconfrontation

Les entretiens d'autoconfrontation se déroulent de manière similaire avec les deux enseignants, en trois étapes successives. Dans un premier temps, l'enseignant évoque librement la séquence, il livre ses premières impressions et remarques sur la séquence.

La deuxième phase commence par le visionnage sur un écran d'ordinateur d'une même phase de la séquence pour les deux classes. La phase choisie, en relation avec nos questions de recherche, est la phase de formulation de la situation de reproduction de losange dans le méso-espace. Cette phase de formulation dure une vingtaine de minutes. L'enseignant peut interrompre lui-même le visionnage quand il le souhaite. Après le visionnage, l'enseignant est

de nouveau invité à s'exprimer librement à partir de ce qu'il vient d'observer. Il peut observer à nouveau une partie de la vidéo, s'il le souhaite.

Au cours de la troisième phase, le chercheur questionne l'enseignant, il revient sur des épisodes particuliers, éventuellement en visionnant les extraits de film correspondants.

Entretiens d'autoconfrontation croisée

Lors de l'entretien d'autoconfrontation croisée, chaque enseignant visionne sur un écran d'ordinateur la vidéo de la phase de formulation dans le méso-espace de son collègue. Il peut interrompre le visionnage quand il le souhaite, poser des questions à son collègue. Puis les rôles sont inversés. Le chercheur intervient pour relancer le dialogue si nécessaire.

Analyse des données issues des entretiens

Pour structurer les données issues de ces entretiens, nous prenons appui sur les travaux de Bloch (1999) qui, à partir d'une analyse ascendante, met en évidence les caractéristiques du *milieu du professeur* et le modélise dans les niveaux adidactiques en correspondance avec le milieu de l'élève. Dans son modèle, le milieu du professeur comprend les éléments « objectifs » du milieu (élèves, situation, rapports des élèves et les différents milieux adidactiques), mais aussi les connaissances et savoirs que lui-même met en jeu dans la situation.

Lors de l'entretien d'autoconfrontation, l'enseignant est placé dans un niveau sur-didactique, en position réflexive par rapport aux niveaux inférieurs, adidactique et didactique. Par le biais de la vidéo, il est amené à s'interroger sur les éléments de son milieu :

- les élèves
- la situation
- les rapports entre les élèves et la situation dans les différents niveaux de milieux (leurs actions, connaissances, raisonnements)

Ce milieu du professeur comprend aussi les connaissances et les savoirs qu'il mobilise dans la situation. Ainsi l'enseignant peut aussi questionner les rapports qu'il entretient lui-même avec la situation dans les différents milieux.

Cela nous conduit à organiser l'analyse des données issues d'un entretien en trois temps.

Dans le premier temps, nous découpons l'entretien en étapes à partir de sa transcription, en suivant les « unités de sens » du discours de l'enseignante. Nous procédons alors à une étude linéaire de l'entretien dans laquelle nous cherchons à identifier ce que l'enseignant nous dit des éléments de son milieu (la situation, les élèves et les rapports entre les élèves et la situation) ou de son propre rôle.

Ce travail étant effectué, nous regroupons nos observations en trois rubriques principales : Rapports de l'enseignant à la situation. Rapports de l'enseignant aux élèves. Rapports de l'enseignant à lui-même dans son action d'enseignement.

Dans les rapports de l'enseignant à la situation, nous indiquons ce que nous dit l'enseignante de la situation de reproduction de figures dans le méso-espace lors de l'entretien : quelles sont les variables qu'elle a identifiées ? Quel est son projet d'enseignement quand elle met en œuvre cette situation ?

Dans la rubrique « rapports de l'enseignants aux élèves », nous distinguons ce qui peut être considéré comme indépendant de la situation de ce qui lui est fortement corrélé. Nous recueillons ainsi des indications sur la conception générale de l'enseignement de l'enseignante.

Nous développons ensuite ce qui est le cœur de notre travail : l'analyse des rapports de l'enseignant aux élèves dans la situation. Nous organisons cette analyse suivant les différents niveaux : situation de référence ; situation d'apprentissage ; situation didactique ; situation de projet.

Enfin nous notons dans les rapports de l'enseignant à lui-même dans son enseignement tout ce qui relève d'un regard réflexif de l'enseignant sur sa pratique.

Dans un troisième temps nous confrontons cette analyse issue de l'étude d'un entretien à celles provenant de l'observation en classe. Nous notons les points de cohérence ou de divergence qui nous apparaissent.

5. Les enseignants et les élèves

5.1. Choix des enseignantes de l'expérimentation

Les connaissances (ou ignorances) des élèves apparaissent au chercheur qui dispose d'enregistrements audios et vidéos, d'outils méthodologiques et de temps pour les analyser dans un environnement adapté. Pendant le temps de classe, l'enseignant est soumis à de multiples sollicitations et contraintes. Il doit tout à la fois exercer une *vigilance didactique* et assurer la *paix scolaire* (Charles-Pézard, 2010). Or, les expérimentations que nous envisageons sont inédites, elles proposent un espace de travail inhabituel qui peut déstabiliser les enseignants que nous allons solliciter. Cette déstabilisation doit rester temporaire, ne pas impacter la paix scolaire. Cela implique de choisir des enseignants expérimentés, dont la gestion de classe est robuste. Ces enseignants doivent également accepter d'être filmés lors de la mise en œuvre d'une séquence nouvelle pour eux et de consacrer du temps à des échanges avec nous avant et après la séquence. En outre, hormis leur structure de rattachement (premier ou second degré), il est préférable que leur contexte d'exercice soit assez proche.

C'est pourquoi nous avons sollicité deux enseignantes expérimentées et exerçant dans la même zone géographique.

Hélène, qui a une formation en mathématiques (licence), est PEMF. Elle enseigne dans une classe de cycle 3 et fait partie du groupe départemental « mathématiques » depuis plusieurs années.

Céline est professeur de collège, elle a une vingtaine d'année d'ancienneté et est sollicitée par le corps d'inspection pour être formatrice dans des formations académiques. Elle a tous les ans la charge de classes de sixième.

Leurs établissements d'exercice sont distants de quelques kilomètres et accueillent des profils d'élèves similaires, cependant, Céline et Hélène ne se connaissent pas au moment des expérimentations.

5.2. Modalités d'échanges avec les enseignantes

Nous souhaitons mettre les enseignantes dans des positions équivalentes, leur donner les mêmes indications sur la séquence à expérimenter, mais nous ne souhaitons pas qu'elles échangent entre elles avant la fin des expérimentations.

Aussi nous les contactons individuellement et organisons un premier échange avec chacune séparément, la même semaine, en juin 2017.

L'objet de ce premier échange est une présentation de la séquence à expérimenter et du protocole de recherche. Il permet à chaque enseignante d'anticiper l'intégration de la séquence dans sa programmation annuelle pour l'année scolaire 2017-2018.

Ce premier contact (comme les suivants) se déroule dans des conditions similaires pour chacune des deux enseignantes. Nous enregistrons nos propos afin de leur communiquer les mêmes informations.

Nous reprenons contact avec ces enseignantes, dans les mêmes conditions (échanges enregistrés et menés dans des temps proches) en septembre 2017 pour des expérimentations en novembre. L'enseignante de primaire est alors en charge d'une classe de CM1-CM2.

5.3. Choix des élèves

Notre méthodologie nous amène à filmer en continu un groupe d'élève par classe. Ces élèves sont choisis avec l'enseignante pour n'avoir pas de particularité connue qui pourrait impacter leur activité géométrique et refléter dans la mesure du possible les connaissances des élèves de la classe.

5.4. Anonymat

Dans cet écrit, afin de respecter l'anonymat, tous les prénoms des élèves et des enseignantes ont été modifiés.

La problématique et les éléments de méthodologie étant définis, nous présentons dans le chapitre VI les expérimentations menées dans la classe de primaire tandis que le chapitre VII est dédié à la classe de collège. Nous avons choisi d'organiser ces chapitres suivant le même plan même si les différences observées dans les deux classes conduisent parfois à développer un paragraphe davantage pour une classe que pour l'autre.

Chapitre VI Expérimentations dans la classe de primaire

Comme nous l'avons évoqué, nous incluons les situations de reproductions de figure dans le méso espace dans des duos de situation. Aussi, pour répondre à notre problématique, nous étudions dans ce chapitre la mise en œuvre par une enseignante de primaire d'une séquence constituée du duo de situations présenté dans le chapitre III.

L'objectif principal de ce chapitre est d'étudier comment l'enseignante tient compte des raisonnements produits par les élèves dans son processus d'institutionnalisation et comment elle fait évoluer ces raisonnements.

Après la description du contexte d'expérimentation et du projet de l'enseignante dans la section 1, nous présentons le déroulement de la situation de communication dans la section 2. La section 3 est dédiée à la présentation du déroulement de la situation de reproduction de figures dans le méso-espace, tandis que les analyses de cette situation sont développées dans la section 4. L'entretien avec l'enseignante est l'objet de la section 5 avant la conclusion en section 6.

1. Présentation générale

1.1. Le contexte de l'expérimentation

L'expérimentation se déroule dans une classe de CM1/CM2 qui comporte 11 élèves de CM1 et 9 élèves de CM2.

Hélène, l'enseignante titulaire que nous observons est PEMF¹⁵ et directrice d'école. Ces deux fonctions cumulées font qu'elle est déchargée de classe deux jours par semaine. Habituellement, l'enseignante qui assure son complément de service a en charge l'enseignement de la géométrie. Avec son accord, Hélène a assuré l'enseignement de l'ensemble de la séquence que nous avons proposée pour les expérimentations. Comme mentionné, cette organisation a été anticipée et programmée plusieurs mois à l'avance, lors de l'année scolaire précédente.

Une spécificité d'Hélène est qu'elle est titulaire d'une licence de mathématiques.

Préparation de la séance

La première entrevue de l'année scolaire se déroule le 5 septembre 2017 à l'ESPE. Lors de ce rendez-vous, nous présentons la séquence puis nous communiquons la fiches descriptive de chaque situation (annexes VI.1 et VI.2). Un second entretien a lieu par téléphone mi-octobre pour fixer les dates d'expérimentation. Hélène prévoit de mener la séquence en 3 séances

¹⁵ Professeur des Écoles Maître Formateur – Elle a passé une certification et est déchargée de classe un jour par semaine pour intervenir en formation initiale et continue des professeurs des écoles.

réparties entre le 8 et le 10 novembre. Nous nous donnons rendez-vous le lundi 6 novembre dans sa classe pour repérer les lieux et préparer le matériel.

Lors de notre entrevue le 6 novembre, Hélène répartit les élèves par groupes de travail en fonction de différents critères : avoir des groupes mixtes CM1/CM2 et aussi fille/garçon ; ne pas mettre ensemble des élèves connus pour se dissiper facilement (pour les besoins de la recherche, il est prévu de garder autant que possible les mêmes groupes de travail durant toute la séquence observée). L'enseignante prévoit également la disposition des tables pour la séance 1 de la situation de communication dans le micro-espace. Pour cela, elle tient compte des contraintes matérielles de circulation dans la classe et de la connaissance qu'elle a des élèves. Nous choisissons un groupe de « référence » composé d'élèves sans particularité dont, selon l'enseignante, le niveau scolaire représente le niveau moyen de la classe. Ce groupe auquel nous attribuons le numéro « 1 » sera filmé pendant toute la séquence. Il est composé de quatre élèves : Elsa (CM1) et Axel (CM2) forment le binôme 1B ; Mathis (CM1) et Lou-Anne (CM2) le binôme 1A (ces deux binômes seront réunis pour former le groupe 1 lors la reproduction de figures dans le méso-espace).

Afin d'interférer le moins possible avec l'activité des élèves, nous choisissons de positionner des caméras fixes que nous laisserons en place tout au long de la séance. Nous déterminons leur emplacement avec l'enseignante, en tenant compte des contraintes suivantes : elles doivent être placées à proximité des prises électriques, ne pas gêner la circulation des personnes et ne pas faire face aux fenêtres pour éviter l'effet de contre-jour. Il y aura pour les prises de vues et les enregistrements :

- Une caméra fixe au fond de la classe ;
- Une caméra fixe posée sur le bureau, elle filmera le binôme 1A ;
- Une caméra fixe posée sur une table, elle filmera le binôme 1B ;
- Un micro-cravate et un dictaphone à piles portés par l'enseignant.

1.2. Le projet de l'enseignante

Présenter le projet de l'enseignante nous permet de voir les adaptations faites (ou pas) par l'enseignante en fonction des besoins et des potentialités qu'elle identifiera (ou pas) chez les élèves.

L'enseignante a réalisé une fiche de préparation détaillée de la séquence. La durée de chaque phase y est précisée ainsi que le matériel à prévoir et les consignes à donner aux élèves. Une activité relais est prévue pour les élèves les plus rapides.

D'après les éléments indiqués sur cette fiche et les informations communiquées oralement par l'enseignante, le planning prévisionnel est le suivant :

Mercredi 8 novembre 2017 à 8 h 30 : situation de communication dans le micro-espace (séance 1). La fiche de préparation prévoit une durée de 55 minutes. Hélène place la séance

dans l'emploi du temps de la matinée de façon à pouvoir la prolonger si cela lui semble nécessaire.

Vendredi 10 novembre matin : mise en commun de la situation de communication (séance 2). Une durée de 30 minutes est prévue.

Vendredi après-midi : séance de reproduction de losanges dans le méso-espace (environ 1 h)

L'objectif d'apprentissage inscrit sur cette fiche de préparation est « *découvrir les propriétés des losanges* ». Le paragraphe « bilan » mentionne dans la colonne « matériel » l'usage d'un losange articulé avec des attaches parisiennes et précise :

« la longueur des côtés ne suffit pas ¹⁶: il existe de nombreuses figures dont les 4 côtés ont la même longueur et dont les côtés ne sont pas perpendiculaires¹⁷.

Il faut faire preuve de précision : certaines figures semblaient être des carrés mais leurs angles n'étaient pas droits.

Les figures données étaient toutes des losanges.

Plus le losange est aplati, plus les sommets opposés s'éloignent ou se rapprochent.

Les longueurs des diagonales permettent de connaître cet éloignement.

On constate également que les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Les équipes qui ont réussi ont utilisé les propriétés des diagonales. »

L'objectif de l'enseignante, découvrir les propriétés des losanges, est décomposé en objectifs intermédiaires hiérarchisés :

- Faire prendre conscience aux élèves de la déformabilité des quadrilatères dont les quatre côtés ont la même longueur.
- Mettre en relation cette propriété avec la nécessité de connaître la longueur d'une diagonale pour reproduire un tel quadrilatère.
- Mettre en défaut la perception visuelle et introduire la nécessité d'une vérification instrumentée des angles quand la figure est proche d'un carré.
- Amener les élèves vers une généralisation : « les figures données étaient toutes des losanges »
- Dégager les propriétés des diagonales des losanges à partir des observations faites : « *on constate* »
- Motiver cet apprentissage. L'usage des propriétés des diagonales permet de réussir la tâche prescrite.

¹⁶ Souligné par l'enseignante

¹⁷ La définition retenue par l'enseignante exclu les carrés de la classe des losanges.

2. La situation de communication dans le micro-espace

Nous avons choisi de procéder à des analyses détaillées de la séance dans le méso-espace, cependant pour en comprendre le déroulement et étudier les interactions entre les interventions de l'enseignant et les raisonnements des élèves, il nous est nécessaire de connaître le déroulement général de la séquence. Dans ce paragraphe, nous présentons donc le déroulement global de la situation de communication dans le micro-espace. Après la préparation de la séance, nous exposerons son organisation spatiale puis temporelle, les conditions de recueil des données, puis le déroulement effectif.

Cette situation de communication dans le micro-espace se déroule comme convenu en deux séances aux dates et heures prévues.

2.1. La séance 1

La séance 1 de la situation de communication se déroule le mercredi 8 novembre à 8 h 30.

1.2.1 Préparation de la séance

Avant la séance, l'enseignante fait le bilan des élèves absents (trois) et reforme les groupes en fonction de cette donnée. Les tables sont installées suivant l'organisation décrite au paragraphe suivant. La place de chaque élève est identifiée par une étiquette sur la table qui lui est réservée. Le matériel nécessaire à l'activité est préparé :

- Une figure modèle par binôme, placée dans une enveloppe clairement identifiée.
- Une feuille blanche par élève portant l'indication « *Je reproduis la figure* » destinée au premier dessin fait en phase d'action.
- Une feuille par binôme pour la correspondance entre émetteurs et récepteurs. Cette feuille est organisée en 3 paragraphes : « *Notre message* » pour l'écriture du message par le binôme émetteur ; « *Demande de notre équipe* » destinée à une éventuelle question du binôme récepteur et « *Précision supplémentaire* » pour la réponse à cette question des émetteurs.
- Une feuille de couleur par élève portant la mention « *La construction faite grâce au message reçu* » pour l'essai de reproduction de la figure en tant que récepteur.

1.2.2 Organisation spatiale

Pour cette séance, les tables des élèves sont placées de manière à être tournées vers les murs latéraux de la classe. Les binômes d'un même groupe dont les messages seront échangés sont disposés à distance l'un de l'autre afin qu'ils ne puissent pas communiquer. Au centre de la classe, l'enseignante regroupe plusieurs tables qui serviront à réunir les binômes d'un même

groupe lors de la mise en commun. Elle a imaginé ce dispositif en préparant la séance chez elle.

Le plan de classe est le suivant :

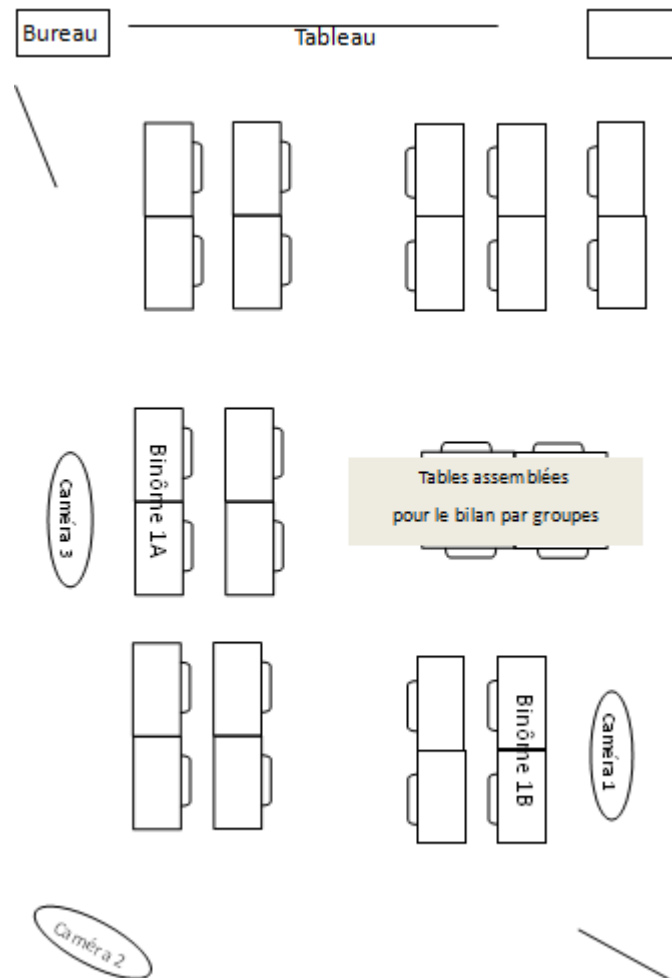


Figure VI-1: plan de la classe primaire pour la situation de communication

1.2.3 Organisation temporelle

La séance se déroule comme prévu en début de matinée.

La fiche de préparation de l'enseignante prévoit l'organisation temporelle suivante (nous reprenons les termes employés par l'enseignante) :

Entrée dans l'activité	10 min
Mise au travail : reproduction de la figure et rédaction du message	15 min
Échange des messages et relance si besoin	10 min
Vérification des figures au fur et à mesure	10 min
Recueil collectif des résultats	5 min

Clôture de la séance et ouverture sur la séance de vendredi	5 min
---	-------

Après la séance, l'enseignante donne ses premières impressions sur la séance dans un bref entretien libre. Ensuite elle emporte les productions des élèves pour les étudier et construire la mise en commun.

1.2.4 Les conditions de recueil des données

À la suite d'une défaillance technique, le micro-cravate porté par l'enseignante n'a pas fonctionné. Nous disposons des enregistrements vidéo des 3 caméras. Une caméra a été déplacée en cours de séance pour filmer les échanges entre élèves et enseignant lors du bilan par groupe. Nous avons également recueilli une copie de l'ensemble des productions des élèves.

1.2.5 Présentation générale du déroulement

Le temps total effectif est de 100 minutes répartis comme suit :

Entrée dans l'activité (Dévolution)	20 min
Mise au travail : reproduction de la figure et rédaction du message	55 min
Échange des messages et relance si besoin	
Vérification des figures au fur et à mesure	25 min
Recueil collectif des résultats	5 min
Clôture de la séance et ouverture sur la séance de vendredi	

Lors de la dévolution (ce que l'enseignante nomme entrée dans l'activité), l'enseignante :

- présente l'organisation matérielle : emplacement de chaque élève, du matériel, présentation de l'activité relais ;
- rappelle les règles de fonctionnement de la classe et s'assure que chaque élève dispose du matériel adéquat ;
- présente ensuite les caméras et l'objectif des prises de vue ;
- introduit la situation de communication. Elle expose l'ensemble des étapes ainsi que les règles de travail au sein du binôme. Conjointement, elle montre le matériel que les élèves pourront utiliser ;
- fait reformuler le fonctionnement de la séance par un élève, projette au tableau blanc interactif les consignes écrites, les relit avant de répondre aux questions des élèves.

Ensuite l'enseignante laisse chaque groupe travailler en autonomie, à son rythme, pour la phase d'action (reproduction de la figure par chaque élève) et la formulation (rédaction du message par les émetteurs, puis mise à l'épreuve du message par les récepteurs). Elle

intervient pour répondre aux questions, échanger les messages entre les binômes d'un même groupe et réguler l'activité des élèves si nécessaire.

En fin de séance, après 55 minutes de recherche, l'enseignante fait un bilan avec chaque groupe d'élève. Pour cela elle procède toujours de manière identique : elle invite les membres du groupe à la rejoindre autour des tables disposées à cet effet au centre de la classe. Chaque binôme doit apporter : la figure-modèle qu'il a reçue en début de séance, le message reçu et écrit par le second binôme du groupe et un dessin produit à partir de ce message. Les élèves ont produit chacun un dessin à partir de ce message. Ils doivent choisir celui qui leur semble correspondre le mieux à l'attendu.

Pour valider une production, l'enseignante superpose la figure modèle sur le dessin produit, interroge les élèves sur la réussite ou non: « *Alors qu'est-ce que vous en pensez ?* » puis elle confronte le message au dessin des récepteurs : « *Alors on va regarder le message, on va regarder si vous avez bien suivi le message, ce qu'il permettait de faire.* ». Pour cela, elle lit le message et cherche à identifier avec les élèves si le message a été respecté. Elle interroge aussi les élèves sur les difficultés rencontrées.

Le temps consacré à cette validation est d'environ 5 minutes par groupe, y compris le temps d'installation des élèves. Pendant ce temps, les autres élèves de la classe finissent le travail en cours ou une activité relais.

Enfin, l'enseignante procède à un très bref bilan en classe entière et introduit la séance de mise en commun prévue le vendredi suivant.

1.2.6 Synthèse des messages

À la fin de cette séance, l'enseignante emporte les messages produits par les élèves pour les étudier. C'est à partir de cette étude qu'elle élabore le déroulement des séances suivantes. Pour analyser les choix qui s'offrent à l'enseignant, nous procédons nous-même à l'analyse de ces messages suivant le principe que nous détaillons ci-dessous.

Élaboration d'une grille d'analyse des messages

Quand nous analysons un message écrit, nous recherchons comment la figure-modèle est appréhendée par les élèves, quelles sont les propriétés qu'ils ont identifiées. Nous nous intéressons également au choix des informations données dans le message. Toutes les informations utiles pour produire un tracé superposable au modèle sont-elles données ? Des informations essentielles sont-elles erronées, manquantes ? Sous quelle forme ces informations sont-elles communiquées ? Les élèves font-ils référence à l'usage des instruments, aux tracés, à des figures géométriques ? Comment structurent-ils leur texte ?

Une vision iconique de la figure centrée sur les contours à reproduire ne permet pas de produire un message adapté. Des tracés auxiliaires sont indispensables pour répondre à l'attendu. Ils impliquent de voir non seulement le modèle 2D mais aussi des objets de dimension 1. « *Les passages entre visualisation et discours impliquent en un changement du*

nombre de dimensions pour reconnaître les objets de connaissances visés dans chacun des deux registres » (Duval, 2005). De tels tracés sont-ils envisagés par les élèves ?

Par ailleurs, pour qu'une information figure dans le texte du message, trois conditions sont nécessaires :

- le binôme émetteur doit avoir identifié cette information sur le modèle ;
- il doit estimer que cette information est importante et mérite d'être communiquée ;
- il doit être en capacité d'exprimer cette information, posséder « les mots pour le dire ».

Le langage géométrique qui permet de définir les objets de la géométrie théorique et leurs relations est un outil efficace pour cette formulation. Comme nous l'avons évoqué dans le chapitre I section 9, il nécessite un apprentissage, qui fait partie des objectifs institutionnels de l'enseignement à ce niveau de la scolarité.

En complément ou en substitution de ce langage géométrique, les élèves peuvent utiliser le langage courant pour décrire les caractéristiques des dessins effectués. En nous appuyant sur la classification proposée par Petitfour (2015, p. 292), nous distinguons dans ce langage les termes qui désignent des objets graphiques et ceux qui définissent les relations spatiales qui les lient. Enfin nous regroupons les termes désignant les instruments sous la dénomination « langue technique ».

Pour répondre à nos questions, un premier indicateur est donc le **vocabulaire** utilisé par les élèves dans leurs messages. Les termes utilisés nous renseignent partiellement sur les connaissances mises en œuvre par les élèves. Quels objets sont désignés dans les messages ? De quelle dimension relèvent-ils ? Le langage utilisé pour les désigner est-il géométrique, graphique ? Quelles sont les relations entre ces objets ? Ce sont les questions qui guident notre analyse. Pour apporter des éléments de réponse, nous catégorisons les termes que peuvent contenir les messages en nous référant au glossaire établi par Petitfour (2015, p. 305).

Termes géométriques			
Surfaces	Lignes	Points	relations
Angle	Arc de cercle	Centre	Adjacent
Angle droit	Axe de symétrie	Extrémité	Aligné
Carré	Base d'un triangle	Origine	Appartenance
Losange	Cercle	Point	Confondu
Polygone	Côté (d'un angle)	d'intersection	Consécutif
Quadrilatère	Côté (d'un polygone)	Sommet	Distinct

Parallélogramme Triangle Triangle isocèle Triangle équilatéral	Demi-droite Diagonale d'un quadrilatère Diamètre d'un cercle Droite Largeur d'un rectangle Longueur d'un rectangle Médiatrice d'un segment Rayon d'un cercle Segment	Grandeurs Angle Longueur	Égalité de longueur Équidistance Intersection Milieu Opposé Parallèle Perpendiculaire Sécante Symétrique
---	--	---	--

Termes de la langue courante relatifs aux traces graphiques			
Objets graphiques		Relations spatiales	
Le terme	remplace	Le terme	remplace
Bord	Côté	À côté de	Droites parallèles
Bout	Extrémité	Croisement	Intersection
Coin	Angle/Sommet	Croiser, rencontrer	Couper
Croix	Point	En face	Côtés opposés
Trait	Ligne droite/Ligne courbe/Point	Penchées pareil Droit, debout, couché	Droites parallèles Vertical, horizontal

Le vocabulaire employé n'est qu'un indicateur, il nous renseigne sur les objets et les relations perçus par les élèves et qu'ils ont pu exprimer. La classification de ce vocabulaire permet d'organiser notre analyse, nous donne des éléments pour une première interprétation des messages produits par les élèves mais le contexte d'énonciation est déterminant. Comme nous l'avons évoqué, un même terme dans deux propositions différentes ne traduira pas les mêmes connaissances.

Nous nous intéressons en second lieu aux **informations communiquées par les élèves**. Nous relevons dans le texte les informations que les émetteurs ont souhaité communiquer aux récepteurs, en faisant abstraction des difficultés d'expression. Nous inférons la propriété géométrique sous-jacente à ces informations. Nous regardons si, d'un point de vue géométrique, les informations nécessaires et suffisantes pour construire une figure conforme à l'attendu sont données.

Nous notons également dans cette rubrique les éventuelles indications données sur l'usage des instruments de géométrie.

Nommer les objets géométriques considérés (et en particulier les points) permet de communiquer plus aisément des informations sur ces objets et leurs relations. C'est pourquoi nous notons si les points de la figure sont nommés.

Dans un troisième temps, nous nous appuyons sur l'analyse du vocabulaire employé et sur les informations communiquées pour déterminer quelle **analyse de la figure** ont fait les élèves. Nous notons les **propriétés ou amorces de propriétés** qu'ils ont identifiées.

Remarque : les élèves sont engagés dans un processus. Les connaissances qu'ils mobilisent, les propriétés qu'ils perçoivent de la figure-modèle, leur appréhension de cette figure évoluent au cours de la séance. Les traces dont nous disposons témoignent d'un état de ces connaissances à un instant donné.

Nous nous intéressons ici à ce que nous pouvons inférer des messages produits par les élèves. En cas de doute sur l'interprétation d'un message, l'examen des dessins réalisés par chaque élève du binôme peut compléter notre analyse. De la même façon, les traces que comporte éventuellement la figure modèle (traces de pliages, tracés de diagonale(s), indications de longueurs, codage) nous renseignent sur les informations collectées par les élèves au cours de leur recherche et peuvent parfaire notre étude.

Nous observons ensuite la **forme du texte** : à l'instar de Pierrard (2004) nous distinguons les textes descriptifs qui organisent une présentation de la figure et les textes prescriptifs qui énumèrent des consignes de tracé.

Un texte prescriptif organise le tracé et le segmente en étapes élémentaires. Pour le rédiger, les émetteurs doivent spécifier non seulement les objets à représenter, l'ordre dans lequel ils apparaissent mais aussi leurs relations.

Un texte descriptif décrit les caractéristiques du modèle à reproduire mais laisse à la charge des récepteurs l'organisation de leur tracé. Un exemple de texte descriptif idoine peut-être : « C'est un losange de x cm de côté. Une diagonale a pour longueur y cm ».

Pour finir nous regardons le **résultat** : le message produit a-t-il permis aux récepteurs de produire un tracé conforme à l'attendu ?

Pour chaque message nous regroupons ces informations dans un tableau comme celui-ci-dessous avant de faire une synthèse pour la classe.

Vocabulaire	
Informations	
Analyse de la figure Propriété en jeu (ou amorce de propriété) par émetteur	
Type de texte	

Résultat	
----------	--

Nous avons procédé à l'analyse des messages de l'ensemble de la classe. Pour ne pas alourdir notre propos nous présentons ici uniquement l'analyse détaillée de deux messages afin d'illustrer notre méthodologie. Nous exposons ensuite une synthèse des messages de la classe.

Binôme 1A : losange reçu (13 cm ; 85° ; 17,6 cm ; 19,2 cm)

Elsa – CM1 :

Elsa a reproduit un carré de 13 cm de côté, un côté parallèle au bord de la feuille. Ce carré a été gommé. Apparaît un quadrilatère dont deux côtés consécutifs ont pour mesure 13 cm, les deux autres ont pour mesure 12,7 cm. Les diagonales n'apparaissent pas. Le 4^{ème} sommet du losange semble avoir été placé au compas. La figure n'est pas conforme. Elle est orientée par rapport au support.

Axel – CM2 :

La production d'Axel est identique à celle d'Elsa.

Message produit :

« C'est un losange. Trace un trait de 12,9 cm en haut à droite et le même en haut à gauche. Ensuite prend le compa et fais un arc de cercle à la mesure 12,2 et même chose de l'autre côté et ensuite trace les traits jusqu'au centre de votre arc de cercle. »

Question des récepteurs :

« Quelle est la largeur entre les deux traits de droite et de gauche. »

Réponse : « C'est 17,5¹⁸ »

Analyse :

Analyse du lexique	Objet géométrique 2D : losange Objet géométrique 1D : arc de cercle Objets graphiques : trait ; centre (pour désigner un point d'intersection ?) Relations spatiales : en haut à droite ; en haut à gauche ; le même ; de l'autre côté Termes techniques : compas
--------------------	---

¹⁸ Une des diagonales a pour mesure 17,5 cm environ.

Informations	Ce texte ne permet pas de reproduire la figure. Les positions relatives des côtés ne sont pas précisées. Les dimensions indiquées pour les côtés ne sont pas correctes. Il manque la longueur d'une diagonale. Les points ne sont pas nommés.
Analyse de la figure inférée du texte	La figure semble appréhendée globalement. Elle est correctement nommée comme losange.
Propriété en jeu (ou amorce de propriété) par émetteur	4 côtés de même longueur
Type de texte	Le texte est d'abord descriptif : « <i>c'est un losange</i> » puis prescriptif.
Résultat	Les récepteurs perçoivent la nécessité de connaître la mesure de la longueur d'une diagonale. Il demande la « largeur » entre les traits de droite et de gauche mais ne tiennent pas compte de la mesure indiquée par les émetteurs (17,5).

Binôme 1B : losange reçu (13 cm ; 60° ; 13 cm ; 22,5 cm)

Mathis (CM1) :

Mathis a représenté un quadrilatère dont 3 côtés ont pour mesure 13 cm et un côté 14 cm. De nombreux tracés ont été effacés. Un sommet semble avoir été placé à l'aide du compas.

Lou-Anne (CM2)

La production de Lou-Anne est un losange superposable au modèle. Le compas a été utilisé pour placer un sommet.

Message produit :

« *C'est un losange.*

Sa taille est de 13 cm de tout les cotés.

Vous avez besoin d'un compas et d'une règle.

Pour faire ce losange vous aurait besoin de tracer deux trait de 13 cm et vérifier qu'il y a 13 cm de l'argeure entr les deux trait puis prendre un compas metre chaque pointe au bout et tracer et enfin relier les deux trait. »

Question des récepteurs :

« *Quel est votre écartement entre le trait de droite et de gauche* »

Réponse :

« *De 13 cm de largeur* »

Analyse :

Lexique	Objet géométrique 2D : losange Objets graphiques : trait ; bout Relations spatiales : « 13 cm de largeur entre les traits » Termes techniques : compas ; règle
Informations	Toutes les informations nécessaires et suffisantes à la reproduction d'un losange superposable au modèle sont présentes : 4 côtés de 13 cm et une diagonale de 13 cm. Le texte donne des indications sur l'usage du compas. Les points ne sont pas nommés.
Analyse de la figure inférée du texte	La figure est appréhendée globalement comme losange. Repérage d'une propriété : 4 côtés de longueur 13 cm
Propriété en jeu (ou amorce de propriété) par émetteur	Deux triangles équilatéraux symétriques juxtaposés
Type de texte	Le texte est d'abord descriptif : « <i>c'est un losange</i> » puis prescriptif.
Résultat	Ce message a permis aux récepteurs de construire une figure superposable au modèle.

Synthèse des messages de la classe :

Vocabulaire :

Les objets géométriques de dimension 2 nommés par les élèves sont le losange (5 groupes) le carré et l'angle droit. En ce qui concerne les objets géométriques de dimension 1, seul un groupe nomme correctement l'objet « segment » (« trait » est employé par 8 groupes). « Côtés » et « cercle ou arc de cercle » figurent dans 3 messages. L'ambiguïté des mots longueur, largeur, diamètre qui en mathématique désignent parfois un objet géométrique, parfois une longueur n'a pas facilité la tâche des élèves.

Aucun terme relatif à un élément de dimension 0 n'est employé.

Le vocabulaire spatial qui décrit les relations spatiales est varié. Présent dans 8 messages, il vient compenser le déficit de termes géométriques adaptés.

Les termes techniques qui désignent les instruments de géométrie ou une de leur partie sont employés à bon escient. Ils concernent la règle et le compas mais pas l'équerre.

Informations données par le groupe émetteur :

Trois binômes mentionnent les deux diagonales sans spécifier explicitement leur position relative : un seul binôme mobilise implicitement leur perpendicularité et fait référence au milieu de l'une d'entre elles.

5 binômes indiquent uniquement les longueurs des côtés du quadrilatère à reproduire, ce qui est insuffisant pour tracer une figure superposable au modèle. Cela conduit les récepteurs soit à demander une information supplémentaire comme le fait le binôme 1A « *Quel est la largeur entre les deux trait de droite et de gauche* », soit à échouer.

Difficultés liées au mesurage et à la mesure

Nous observons tant chez les émetteurs que les récepteurs des difficultés en lien avec la mesure.

Dans ce domaine, la première source d'erreur est le mesurage.

Seulement quatre binômes indiquent des longueurs qui diffèrent d'au plus un millimètre de celles indiquées (et que nous avons vérifiées). Nous considérons ces longueurs comme correctes. Quatre binômes sont plus imprécis dans les mesurages avec des écarts de 2 à 3 millimètres par rapport aux longueurs mesurées par l'enseignant.

Enfin deux groupes commettent des erreurs que nous considérons comme importantes et qui conduisent à l'échec.

La seconde difficulté en lien avec la mesure apparaît quand les élèves ont à placer le milieu d'un segment en passant par le calcul de la moitié de la longueur du segment à partager. Cela pose des problèmes de conversion ou de calcul avec des nombres décimaux. Ainsi le binôme 2A fait explicitement référence au milieu de la diagonale dans son message : « *Faire une crois de (droite à gauche) (: 15,8) mesurée la moitié* » ; mais les tracés effectués par les émetteurs eux-mêmes ne respectent pas cette contrainte. La diagonale de 15,8 cm est partagée en deux segments de 8,4 cm et 7,4 cm. Cette difficulté à calculer se retrouve parmi les récepteurs de ce message qui échouent aussi à placer le milieu de la diagonale.

Analyse de la figure

L'absence de toute référence à des objets géométriques de dimension 0 ou 1 dans de nombreux messages nous montre que, concernant l'analyse des figures, une vision «2D» prédomine. La figure est majoritairement appréhendée comme une surface dont il faut reproduire les contours. Quand ils sont employés, les termes qui désignent des objets géométriques de dimension 1 sont empruntés aux figures plus connues (diamètre, longueur, largeur) pour désigner les diagonales.

Propriétés

Les messages produits témoignent de procédures variées. La moitié des élèves ont apparenté la figure à un losange et 6 groupes ont mentionné l'égalité de longueurs des quatre côtés. La

symétrie axiale est implicite dans la production de 3 binômes, tandis que les longueurs des deux diagonales sont mentionnées dans 3 messages. Trois textes en particulier (1B ; 2A ; 4A) témoignent d'une bonne appropriation de la figure et de certaines de ses propriétés. Cependant les élèves ne disposent pas du lexique adapté pour communiquer les informations qu'ils jugent pertinentes.

De cette analyse nous inférons des pistes d'action possibles pour l'enseignant :

- Mettre en évidence le caractère « déformable » du losange et la nécessité de donner la longueur d'au moins une diagonale. La rétroaction du milieu, qui permet d'invalidier les procédures erronées quand la longueur d'au moins une diagonale n'est pas indiquée, peut constituer un point d'appui pour l'enseignant ;
- Dégager les propriétés géométriques du losange (concernant diagonales, côtés, axes de symétrie) en lien avec les procédures de construction ;
- Revenir sur le mesurage ;
- Revenir sur la notion de milieu (placer le milieu géométriquement ou vérifier l'égalité de longueur au compas) ;
- Essayer de favoriser la vision 1D ou 0D ;
- Introduire les termes géométriques adaptés.

2.2. La séance 2

La séance 2 de la situation de communication se déroule le vendredi 10 novembre 2017 à 10 h 30.

Pour cette séance dédiée à une mise en commun en classe entière, l'enseignante n'a pas eu de directive, ni de contenu ni de durée, ni de moyen. La séance dure 30 minutes environ, uniquement à l'oral sous forme de cours dialogué. Les élèves sont placés face au tableau, dans la configuration habituelle de la classe.

Ces 30 minutes sont structurées autour des différents thèmes suivants :

L'enseignante commence par recontextualiser la situation : elle demande à des élèves d'explicitier les consignes qui devaient être suivies lors de la séance précédente.

Dans un deuxième temps, l'enseignante questionne les élèves sur les difficultés qu'ils ont rencontrées. Les difficultés exprimées par les élèves portent sur le nombre d'informations à communiquer, le vocabulaire, le nombre de questions autorisé. Elles sont reformulées par l'enseignante : « *il fallait que le message reçu soit suffisamment complet pour que l'on ait toutes les informations* » ; « *Vous avez parfois eu des problèmes de vocabulaire [...] si on ne parle pas le même langage, on se comprend pas.* »

L'enseignante oriente ensuite son questionnement sur les propriétés communes à toutes les figures-modèles. « *Quel était le point commun de toutes les figures que vous aviez à reproduire ?* ». Elle institutionnalise que : « *Toutes les équipes avaient des losanges* » et « *Les quatre côtés ont la même longueur dans un losange.* »

Les échanges suivants ont pour objectif de montrer aux élèves que la donnée des longueurs des côtés n'est pas suffisante pour produire un dessin superposable au modèle, qu'il est nécessaire de donner une information supplémentaire, qui peut être la longueur d'une diagonale. Pour cela l'enseignante a préparé un losange articulé à l'aide de quatre bandes de papier de même longueur dont elle a solidarisé les extrémités par des attaches parisiennes. Elle manipule cet artefact devant les élèves et leur fait constater qu'il permet de représenter plusieurs losanges :

« Ens : Donc je peux resserrer encore plus, je peux au contraire aller dans l'autre sens comme l'a dit Axel et écarter. Autrement dit est-ce que la longueur des côtés permet d'avoir exactement le même losange que celui qui est donné ? »

El : Non parce qu'il faut la largeur aussi.

Ens : Alors, comment ça s'appelle cette, cette chose que vous appelez la largeur ? »

Dans les échanges qui suivent, l'enseignante cherche à institutionnaliser le terme géométrique diagonale tandis que les élèves proposent des termes spatiaux « écart » ; « écartement » qui traduisent la situation spatiale qui leur est donnée à voir.

Enfin l'enseignante présente au tableau deux procédures de construction possible : la première qui commence par le tracé des deux diagonales correspond à la procédure 1 que nous avons présentée dans l'analyse a priori, la seconde repose sur la décomposition en deux triangles isocèles et correspond à la procédure 2. (Ces procédures ont été présentées dans le chapitre III, section 2, page 86).

Pour cela, elle procède toujours sur le mode d'un cours dialogué : elle interroge les élèves sur les procédures qu'ils ont utilisées et illustre leur propos en effectuant elle-même la construction au tableau ou en faisant intervenir ponctuellement un élève pour montrer l'action instrumentée à réaliser. L'enseignante cite à la fin de la première construction les propriétés des diagonales d'un losange qui ont été mobilisées.

Après la séance nous échangeons sur son contenu. L'enseignante dit avoir choisi une mise en commun uniquement à l'oral car les élèves vont « manipuler » l'après-midi dans le méso-espace. Elle explicite qu'elle avait trois objectifs pour cette mise en commun : faire prendre conscience de l'utilité d'un vocabulaire précis, amener les élèves à prendre conscience de la déformabilité du losange et présenter deux « méthodes » de construction du losange.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons dans le contexte dans lequel la situation de reproduction de figures dans le méso espace a été mise en œuvre. Après la préparation de la séance, nous rendons compte des organisations spatiales et temporelles puis des conditions de recueil des données.

3. La situation de reproduction de figures dans le méso-espace : le contexte

3.1. Préparation de la séance

Comme pour la classe de collège, nous avons fourni à l'enseignante le matériel nécessaire à la réalisation de cette séance dans le méso-espace, c'est-à-dire : des tasseaux, des équerres en carton, des craies, des crayons à papier à mine tendre, de la ficelle, des ciseaux, des chiffons et les modèles à reproduire : des losanges découpés dans du papier non-tissé et dont les longueurs des diagonales sont comprises entre 80 cm et 1 m.

L'enseignante a préparé un document écrit dans lequel elle a prévu le déroulement de la séance. Ce document mentionne les différentes phases avec une indication de temps en regard de chacune d'elle. Nous reviendrons sur ces prévisions dans le paragraphe organisation temporelle qui suit.

Figure également sur cette fiche la consigne telle qu'elle est rédigée dans le document descriptif de la séquence que nous lui avons communiqué.

L'enseignante a également constitué les groupes de travail à l'avance en fonction de différents critères : avoir des groupes mixtes CM1/CM2 et aussi fille/garçon ; ne pas mettre dans le même groupe des élèves connus pour se dissiper facilement ; enfin pour les besoins de la recherche, garder autant que possible les mêmes groupes de travail que lors de la séance de communication dans la salle de classe. Cette répartition a dû être modifiée au dernier moment pour tenir compte de l'absence imprévue de deux élèves et du retour d'un élève qui avait été absent lors des séances précédentes. Nous verrons que ces contraintes de dernière minute ont amené l'enseignante à mettre au sein du même groupe des élèves connus pour être souvent en conflit entre eux.

3.2. Organisation spatiale

Une première partie de la séance (visant la dévolution du problème) se déroule presque entièrement dans la salle de classe. La seconde partie se déroule dans la cour de l'école pendant 65 minutes. La salle de classe ouvre directement sur cette cour, ce qui permet un déplacement rapide des élèves entre ces deux zones. Par contre, les conditions météorologiques (du vent avec des pluies fines intermittentes) obligent à placer les zones de tracé réservées à chaque groupe, ainsi que les figures modèles, à l'abri sous des préaux. Nous souhaitons également filmer un groupe d'élève en continu pendant toute sa recherche. Cela conduit l'enseignante à proposer l'organisation suivante, que nous approuvons (Figure VI-2). Les figures modèles sont placées sous un préau, désigné par l'enseignante par « petit préau » ou « préau des petits » car il est de petite taille et réservé aux élèves de la classe maternelle, quand plusieurs groupes classes sont simultanément dans la cour. Nous nommons cet espace

de travail *zone des modèles*. Le groupe 1 est placé à côté, sous un abri séparé de ce petit préau par un mur. Cet abri, juste assez grand pour le tracé d'un groupe, permet aussi à ce groupe de travailler de manière isolée, ce qui favorise les prises de vue et de son. Les cinq autres groupes sont répartis sous le « grand préau » de l'autre côté de la cour. Sous ce grand préau, les espaces de travail des différents groupes sont séparés par des tables. Ce sont de petites tables en bois munies de bancs qui se trouvent habituellement sous ce préau. L'enseignante prévoit d'y disposer une caisse de livres que les élèves pourront consulter en activité relais quand ils auront terminé, en attendant la mise en commun en classe entière. La cour dispose d'un troisième préau contigu à la salle de sieste. Nous sommes en début d'après-midi et des élèves dorment, aussi ce préau est interdit aux élèves.

Nous nommons *zone de tracé Gr n* l'espace réservé au groupe n, et *zone de tracé* l'espace sous le grand préau constitué des zones de tracé des groupes 2 à 6.

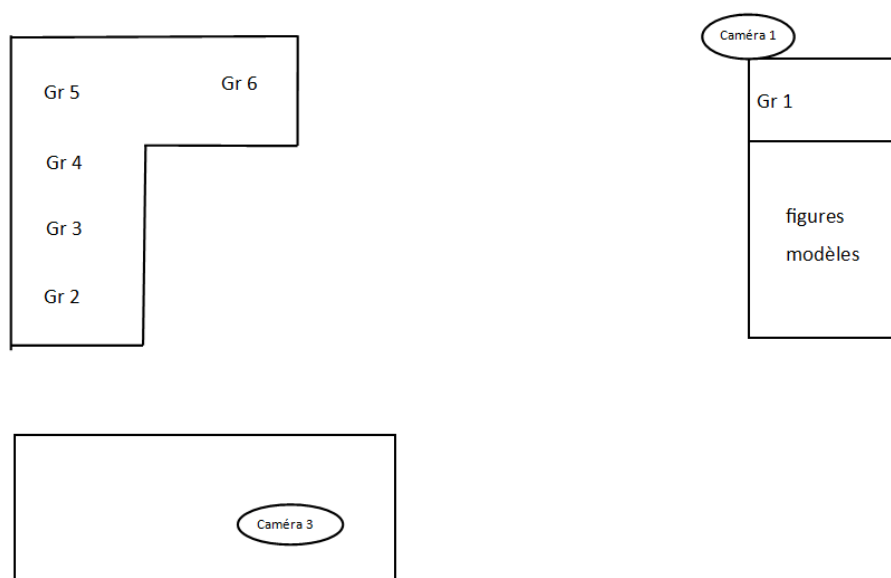


Figure VI-2: plan de la cour - primaire

3.3. Organisation temporelle

Dans sa fiche de préparation, Hélène a prévu les phases suivantes, que nous présentons avec les formulations qu'elle a utilisées :

Entrée dans l'activité	10 minutes
Mise au travail	20 minutes
Vérification des figures par superposition : lorsque tous les groupes ont terminé ou que le temps est écoulé, nous	15 minutes

faisons le tour des groupes pour qu'ils nous expliquent leur stratégie pour valider ou non leur figure par superposition.	
Mise en évidence des stratégies efficaces et des obstacles : les élèves ont-ils réinvesti ce qu'ils ont découvert en séance 1 et 2 ? Faire le lien et les aider à revenir sur l'importance des diagonales.	10 minutes
Clôture de la séance : mise en évidence des progrès réalisés depuis la séance 1 et de ce que les élèves ont appris.	5 minutes
Ramassage du matériel par les élèves de service.	5 minutes

Ce qu'elle nomme *entrée dans l'activité* correspond pour nous à la phase de dévolution, la *mise au travail* à la phase d'action, qui se prolonge par les échanges/discussions de groupe sur les productions. L'enseignante a donc prévu une séance de 65 minutes, dont 10 minutes pour la dévolution, 20 minutes de recherche par groupe et 35 minutes de mise en commun qu'elle décompose en trois parties : validation pragmatique et explicitation des procédures par les élèves en groupes de 4, synthèse en classe entière et institutionnalisation. Elle nous précise que ce temps n'est qu'une prévision, la séance a été placée en début d'après-midi pour pouvoir se prolonger si nécessaire. Nous détaillerons plus précisément le déroulement de chacune de ces phases lors de leur analyse.

3.4. Les conditions de recueil des données

Dans la salle de classe, une caméra placée en fond de classe recueille une vue globale de l'enseignant et des élèves.

En extérieur, l'enseignante est équipée d'un micro-cravate, qui capte les échanges qu'elle peut avoir avec les élèves. La caméra 1 filme les déplacements et actions des élèves du groupe 1 pendant toute la phase de de recherche.

Une enseignante remplaçante affectée à l'école nous assiste pour les prises de vue. Elle suit l'enseignante à distance et effectue un enregistrement vidéo de ses échanges avec les élèves avec la caméra 2. Pour ne pas perturber les échanges, cette caméra 2 est toujours placée à quelques mètres, en retrait.

Enfin, la caméra 3 fixe est placée à l'abri sous le préau près du dortoir. Elle filme en plan large la zone de tracé et une partie de la cour. La pluie nous contraint à ce positionnement. Le manque de recul et des obstacles visuels (poteaux) ne permettent pas d'avoir également une vue de la zone des modèles.

Déroulement général :

Le temps d'activité dans la cour est de 65 minutes. Il se décompose en trois phases principales : une courte phase de dévolution (1 min) qui complète la phase de dévolution qui s'est déroulée dans la classe, une phase de recherche qui est *a priori* une phase adidactique (39 min) et une mise en commun (25 min).

Nous présenterons le déroulement général avant de procéder à une analyse détaillée de la mise en commun.

4. La situation de reproduction de figures dans le méso-espace : les analyses

4.1. La dévolution

La fiche de séquence que nous avons donnée à l'enseignante fixe des paramètres incontournables pour assurer la robustesse de la situation. Des variables importantes sont données, comme la taille des modèles et des instruments à disposition des élèves. Cependant nous avons laissé assez de marge de manœuvre aux enseignantes pour qu'elles puissent apporter des adaptations en fonction de leur projet d'enseignement et des contraintes auxquelles elles sont soumises. Ces adaptations peuvent avoir une influence sur les raisonnements potentiels des élèves, favoriser ou au contraire inhiber certains d'entre eux. Dans la phase de dévolution, nous cherchons donc à appréhender les conditions installées par l'enseignante pour la phase d'action qui va suivre.

Ainsi, dans les conditions énoncées par l'enseignante nous cherchons à différencier les contraintes ou possibilités qui relèvent de son choix personnel de celles qui relèvent de la situation telle qu'elle est définie dans le protocole de recherche.

Nous regardons également si l'enseignante permet aux élèves d'anticiper sur la phase de formulation à venir en précisant les conditions de cette formulation. Enfin, nous notons les critères de validation qui sont donnés, ou non, aux élèves.

Pour cette étude, nous utilisons la transcription complète des échanges entre l'enseignant et les élèves qui se trouve en annexe VI.2. Après avoir repéré dans ce corpus les éléments de la situation dévolus aux élèves, nous les comparons aux indications que nous avons données à l'enseignante soit par écrit dans la fiche descriptive de la séquence, soit par oral en réponse à des questions qu'elle a pu nous poser. Cette phase de dévolution étant relativement longue, nous n'en exposons ici que le déroulement général avec les éléments saillants que nous avons retenus. Elle se décompose en deux phases. La première dans la classe, la seconde beaucoup plus courte dans la cour, sur le lieu de l'action.

1.4.1 Phase de dévolution dans la classe

La phase de dévolution dans la classe dure exactement 12 minutes et 55 secondes. Les élèves sont assis à leur place habituelle, l'enseignante est debout face à eux. Le petit matériel qui servira aux élèves est regroupé dans une caisse en plastique posée sur le bureau. La cour où se déroulera l'activité est adjacente à la salle de classe. Elle est visible par les fenêtres.

Cette dévolution dans la classe est structurée en plusieurs thèmes : l'enjeu de la situation pour les élèves, les modalités de travail, l'organisation de l'espace, l'usage du matériel qui comprend les instruments et les figures modèles. Elle est ponctuée de moments de reformulation des consignes par les élèves. Pour finir, une place importante est accordée à leurs questions.

L'enseignante commence par indiquer aux élèves l'enjeu de leur travail : « *vous allez avoir pour mission de reproduire des grandes figures* » (L10) ; « *Votre mission, ce sera de les reproduire, mais à distance* » (L12-13). Elle précise également le contrat de travail : les élèves seront par équipes de trois ou quatre (L9). Parallèlement, elle énonce dans le détail les contraintes liées à la situation du point de vue de l'occupation de l'espace : « *Elles (les figures) sont accrochées, on les verra en sortant, sous le préau des maternelles* » (L11-12). Elle accompagne son discours de gestes pour désigner les différents espaces à l'extérieur de la classe.

Tous ces éléments reprennent des contraintes de la situation, telles qu'elles sont présentées dans la fiche de présentation de la séquence. Compte-tenu des conditions climatiques, la disposition des modèles, verticalement contre le mur, a fait l'objet d'une réflexion juste avant la séance. Malgré le vent et la difficulté à maintenir les modèles en place, l'enseignante a choisi de les présenter ainsi pour que les élèves en aient une vision globale en sortant de la classe. Par contre, à la demande de l'enseignante, ces modèles n'ont pas été pliés (pour marquer les diagonales) avant d'être présentés aux élèves.

L'enseignante a attribué un numéro à chaque groupe d'élève. Ce même numéro permet d'associer à chaque groupe le modèle qu'il doit reproduire et son espace de travail. L'enseignante explicite clairement cette organisation aux élèves (L21 à 25). Cette organisation qui lui est propre lui permet de faire dévolution aux élèves des contraintes spatiales de la situation.

Après la description de la tâche à accomplir, l'enseignante présente le matériel en le montrant. Ce faisant, elle précise les possibilités et les contraintes liées à l'usage de chaque objet. Elle précise qu'il est interdit de découper l'équerre (L42) (elle justifiera ce choix par sa volonté de bloquer la fabrication de gabarits d'angles destinés à reporter des angles non droits).

Ensuite, l'usage qui peut être fait des modèles est précisé. Hélène prend le soin de mentionner que pliage et manipulations sont autorisés. Une contrainte fondamentale de la situation est répétée : les modèles doivent restés éloignés des zones de tracé. Nous verrons qu'aucun groupe ne pliera le modèle ou n'écrira dessus. Certains groupes laisseront le modèle au mur pendant toute la séance.

Elle insiste sur ce qui est autorisé (L47) : « *Si sur l'équerre vous avez besoin de tracer quelque chose, ce n'est pas interdit. Vous avez le droit de décrocher les figures qui sont accrochées. De les décrocher si vous avez besoin. Vous avez le droit de les plier, de les manipuler, de les tourner, d'écrire dessus* ».

Ces possibilités et contraintes présentées aux élèves concernant l'usage du matériel sont conformes aux préconisations de la fiche séquence.

Ensuite, elle revient plus précisément sur l'usage qui peut être fait des tasseaux. Chaque groupe ne pourra disposer que d'un seul tasseau à la fois, conformément à ce qui est prescrit dans la fiche descriptive. Par contre, elle a choisi de laisser à la disposition des élèves un lot de tasseaux de tailles variées. Les élèves ont donc à leur charge le choix d'un tasseau de longueur suffisante pour réussir la reproduction du modèle. Comme précédemment, les possibilités et contraintes d'usage de l'instrument sont détaillées. Elle présente également du ruban adhésif qu'elle a ajouté au matériel fourni (L63). Lors de cette présentation l'enseignante ne donne pas d'indication sur l'usage qui pourra être fait du matériel dans la réalisation de la tâche, mais donne des informations sur ce qui est permis, ou non, dans son maniement.

Cette présentation du matériel achevée, elle revient sur la tâche à accomplir et précise le contrat didactique : il existe plusieurs « techniques » pour reproduire les figures. Chaque groupe est libre d'utiliser celle qui lui convient (L63-64) : « *Ça sera à vous de trouver, quelle technique utiliser, comment faire, sachant qu'il en existe plusieurs, on n'attend pas que tout le monde fasse pareil* ».

Après reformulation de la consigne par un élève, vient la présentation d'une affiche qui reprend par écrit les consignes essentielles (L82-83). Cela favorise l'autonomie des élèves pendant la phase de recherche et relève d'un fonctionnement habituel dans cette classe à double niveau : les élèves sont accoutumés à se référer à une consigne écrite affichée ou projetée quand l'enseignant travaille avec une autre partie de la classe.

Lignes 91 à 97 : l'enseignante reformule de nouveau des consignes essentielles, relatives aux contraintes de la situation :

« *Donc le modèle je peux le manipuler, le plier, si j'ai besoin, je peux aussi tracer dessus, et je peux faire plusieurs déplacements, c'est pas j'y vais une seule fois et il faut avoir tout prévu. Si en revenant, sous le préau pour tracer je me rends compte que bon, ben j'ai oublié de regarder telle chose ou je sais pas quoi faire, je peux repartir. D'accord ? [...] Et je ne peux pas emmener le modèle, sous mon préau.* »

En réponse à la question d'un élève (L102) : « *Si il y a une grande figure, tu la traces aussi grand ?* »

Une nouvelle contrainte de la situation est précisée : il faut tracer une figure superposable au modèle. Hélène annonce aussi le critère d'évaluation de la réussite (L108-109) : « *On prendra la figure à la fin, on l'amènera dans votre espace, on la mettra au-dessus de votre tracé et il faudra qu'elle soit précise à peu près, à un centimètre près* ». Elle associe la réussite à un gain

de point. Le gain d'un point est une adaptation de l'enseignante et relève de sa mise en scène personnelle, comme pour la séance de communication précédente qu'elle évoque.

Pour donner une indication sur la taille de l'unité de longueur (le centimètre), l'enseignante se réfère à l'instrument en usage : la règle graduée.(L112-113) : « *Un millimètre c'est les petites graduations sur ta règle, les toutes petites. Un centimètre c'est de zéro à un, les grandes.* » Ce faisant, elle anticipe peut-être un probable déficit de connaissance des unités de longueur d'un ou plusieurs élèves.

Des élèves se projettent dans l'action à venir et extrapolent les procédures possibles. L'enseignante répond en précisant bien les règles du contrat, ce qui est autorisé ou non mais les empêche de dévoiler leur projet à toute la classe. En particulier, à la demande d'un élève elle répond que le mesurage est interdit. Cette interdiction qui ne fait pas partie du contrat didactique habituel déstabilise les élèves (133) : « *Alors comment on fait pour savoir les centimètres ?* » L'enseignante n'apporte pas d'éléments de réponse mais dévolue ce problème aux élèves (L134) : « *Alors il va falloir trouver des solutions. Oui.* ».

L'enseignante anticipe aussi l'organisation temporelle de la séance. Elle présente un atelier relais vers lequel se dirigeront les groupes qui auront terminé avant les autres. Cette organisation correspond à un fonctionnement habituel dans cette classe à double niveau.

Quand un élève anticipe l'usage qu'il pourra faire du tasseau et les contraintes qui en découlent pour le choix du tasseau à prendre, l'enseignante l'interrompt (L161) : « *On s'arrête là. Chut.* ».

1.4.2 Synthèse pour la phase de dévolution en classe

Dans cette phase d'environ 13 minutes, l'enseignante est attentive à préciser toutes les conditions de l'action. Elle énonce l'enjeu de la situation pour les élèves, les contraintes liées à la situation du point de vue de l'occupation de l'espace, de la gestion du temps, de l'usage des instruments et les critères de validation pragmatique des productions.

Comme en témoignent les questions posées par les élèves, la dévolution très précise de toutes les conditions de l'action permet aux élèves de se projeter dans cette action à venir et d'amorcer des raisonnements liés en particulier à l'usage d'un instrument nouveau, le tasseau, qu'ils envisagent d'utiliser pour reporter des longueurs.

Nous retrouvons dans cette organisation l'ensemble des éléments qui relèvent de la situation telle qu'elle est définie dans le protocole de recherche. Nous identifions également les choix personnels faits par l'enseignante pour la mise en œuvre effective, la mise en scène de la situation. Ces spécificités apportées par l'enseignante sont :

Du point de vue du matériel : l'ajout de scotch dans la caisse à outils ; l'interdiction de couper les équerres ; la présence d'un grand nombre de tasseaux de différentes longueurs parmi lesquels les groupes devront choisir celui qui leur convient.

Pour l'anticipation du travail en autonomie des groupes : l'attribution du même numéro au groupe, à l'espace qu'il occupe et au matériel qu'il utilise ; l'affichage des consignes à

l'extérieur de la classe et la présence d'un atelier relais. Nous verrons que l'enseignant de collège fera des choix différents.

1.4.3 Phase de dévolution dans la cour

Dans cette courte phase de 3 minutes, nous retrouvons l'organisation spatiale et matérielle du travail. L'enjeu, « gagner un point », est aussi rappelé. L'enseignante indique explicitement que les figures à reproduire sont des losanges (souligné par nous dans le texte qui suit) : « *Chacun son groupe, on est à l'écoute, on se déplace, on se déplace, au fur et à mesure, où vous allez trouver votre espace de travail, D'accord. // Dès que je vous ai indiqué votre espace de travail, vous pouvez commencer à aller travailler avec votre losange. C'est bon ? [...] Ici ce sera le groupe 2, reprenez votre numéro, vous en avez besoin pour savoir quelle équerre utiliser et quel est votre losange. Si vous reproduisez un losange qui n'est pas le vôtre, il n'y a pas de point, automatiquement. »*

Cette indication modifie de manière importante la situation dévolue aux élèves. La tâche qui leur incombe n'est plus : « reproduire un quadrilatère dont il faut identifier les caractéristiques » mais « reproduire un losange », l'identification de la figure mathématique représentée par le modèle étant prise en charge par l'enseignante. Cela peut avoir des répercussions importantes sur les prises d'informations, en fonction des connaissances des élèves sur le losange. Comme elle l'a précisé dans la fiche de préparation, l'enseignante attend probablement un réinvestissement des connaissances abordées le matin lors de la séance dans le micro-espace.

L'enseignante annonce ensuite la composition de chaque groupe.

4.2. Phase d'action, présentation générale

Nous souhaitons appréhender la manière dont l'enseignant s'appuie ou non sur les raisonnements et connaissances mis en œuvre par les élèves dans son processus d'institutionnalisation. La phase d'action est une phase *a priori* didactique. Pour autant, comme nous l'avons souligné, l'enseignant n'est pas inactif pendant cette phase. Ce moment est pour lui celui de l'observation et de la prise d'informations sur les connaissances et raisonnements mis en œuvre dans l'action par les élèves. Comprendre les procédures des élèves, identifier les connaissances mobilisées ou faisant défaut, les raisonnements sous-jacents lui permettent de préparer la phase de mise en commun à venir. De surcroît, la situation mise en œuvre n'est pas ordinaire. Le travail à l'extérieur de la classe nécessite l'application de règles de vie spécifiques. L'enseignante doit assurer la sérénité des classes environnantes, la sécurité de chacun, et à tous les élèves des conditions de travail qui leur permettent de se centrer sur la situation mathématique. Par ailleurs les interventions de l'enseignant même courtes, qu'elles concernent un groupe d'élèves ou la classe entière, peuvent modifier le milieu objectif (par apport de connaissances, validation ou rejet d'une procédure, etc.).

C'est pourquoi, afin d'analyser les éventuelles modifications du milieu apportées par l'enseignante durant la phase d'action, nous avons transcrit toutes les interactions de l'enseignant avec les élèves, à partir de l'enregistrement audio du micro-cravate. Quand cela était nécessaire, ce travail a été complété par l'analyse des vidéos dont nous disposons.

Nous avons ensuite déterminé la fonction de chaque intervention de l'enseignante auprès des élèves en distinguant deux fonctions principales : la gestion de classe et l'accompagnement des élèves dans l'activité mathématique.

Nous considérons comme relevant de la gestion de classe et écartons de notre champ d'étude tous les échanges entre professeur et élève portant sur les règles de sécurité, le respect du matériel, la régulation du niveau sonore et les consignes relatives aux tâches secondaires de l'atelier relais.

Nous retenons dans l'étude les épisodes *mathématiques* au cours desquels l'enseignante échange avec un ou plusieurs élèves au sujet de la tâche mathématique en cours. L'interaction peut être à l'initiative d'un élève ou de l'enseignante. L'étude de ces épisodes centrés sur la tâche mathématique nous permet d'identifier les éventuelles modifications apportées par l'enseignante au milieu objectif.

Nous notons ensuite à qui s'adresse l'enseignante. Nous distinguons chacun des groupes d'élèves, numérotés de 1 à 6, et la classe entière. Quand l'enseignante s'adresse à un seul élève, nous attribuons l'échange au groupe auquel il appartient. Quand l'enseignante ne s'adresse à aucun élève en particulier nous affectons son intervention à l'ensemble de la classe.

In fine cette analyse nous montre que toutes les interventions de l'enseignante en direction de la classe entière portent sur la gestion de classe. Parmi les 24 échanges entre l'enseignante et un groupe d'élève, 4 seulement portent sur la tâche mathématique en cours de réalisation. Ces échanges concernent uniquement les groupes 2 et 5 et ne sont pas de nature à modifier l'activité mathématique des élèves. Nous les présentons avec l'analyse de la production de ces groupes.

Une action décisive est la clôture de cette phase adidactique. Un temps de recherche de 20 minutes est prévu dans le projet de séance. Il a été annoncé aux élèves pendant la phase de dévolution. Dans la mise en œuvre effective, ce temps a été presque doublé pour certains groupes (36 min). Les groupes 3 et 4 qui ont fini rapidement ont passé près de 20 minutes dans l'atelier relais comme en rend compte la Figure VI-3 ci-dessous.

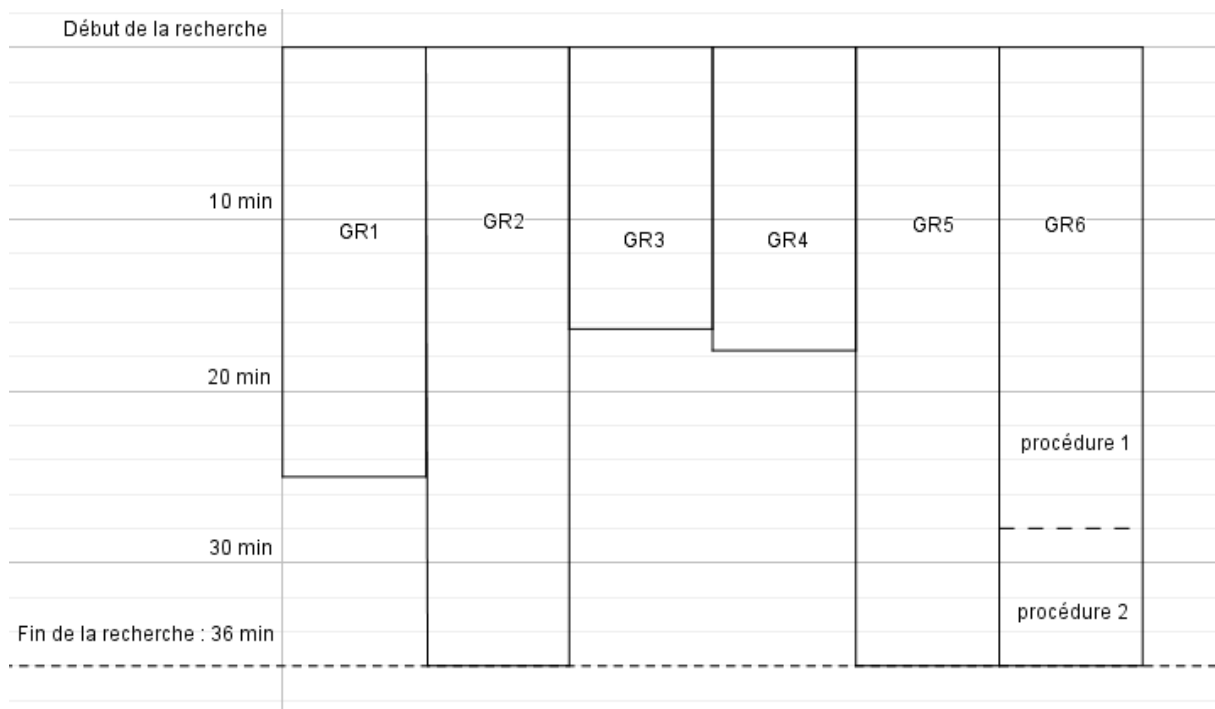


Figure VI-3 : temps d'activité des groupes pendant la recherche

4.3. Analyses des phases d'action et de formulation par groupes d'élèves

3.4.1 Problématique et questions de recherche

Pour répondre à notre problématique, nous avons organisé nos questions de recherche par thèmes, comme nous l'avons exposé dans le chapitre V paragraphe 3.3.2.

Partie A – Comment l'enseignant reçoit les raisonnements des élèves ?

Partie B – Comment l'enseignant accompagne-t-il les raisonnements des élèves ? Comment les transforme-t-il ? Que fait l'enseignant pour faire évoluer les discours des élèves de la verbalisation à la formulation ?

Partie C – Questions relatives à la mémoire des apprentissages, à la manière dont les connaissances nouvelles sont intégrées au répertoire didactique de la classe.

3.4.2 Méthodologie d'analyse

Nous suivons la méthodologie exposée dans le chapitre V. Après un rappel de notre démarche dans son ensemble, nous reviendrons sur chaque étape plus précisément.

Pour apporter des éléments de réponse à nos questions de recherche, nous étudions des groupes d'élèves séparément. L'étude pour un groupe donné suit toujours la même méthodologie :

Nous commençons par reconstituer la procédure utilisée par le groupe dans la phase d'action.

Dans un deuxième temps, nous identifions les raisonnements produits par les élèves lors de la phase de formulation.

Nous nous centrons ensuite sur les interventions de l'enseignante : pendant la phase d'action, si elles existent, et pendant la phase de formulation, quand le groupe considéré expose sa procédure au reste de la classe. Après avoir recensé toutes les interventions de l'enseignante, nous en déterminons la fonction. Nous obtenons alors un document de travail provisoire que nous joignons en annexe pour chaque groupe étudié.

Enfin, à partir de ce document nous étudions la dynamique entre les interventions de l'enseignante, l'évolution de son projet d'enseignement et les raisonnements des élèves.

La méthodologie générale étant exposée nous revenons maintenant sur chacune des étapes de ce travail.

Procédures des élèves

Pour définir la procédure utilisée (ou les procédures utilisées) par chacun des groupes d'élèves pendant la phase d'action, nous nous appuyons sur plusieurs éléments du corpus dont nous recoupons les données. Nous utilisons en premier lieu les enregistrements vidéo effectués pendant cette phase par la caméra 1 (*Figure VI-2*, page 180) et centrés sur les élèves. Cela concerne le groupe 1 puis le groupe 6 (nous avons déplacé cette caméra 1 dès la production du groupe 1 terminée). La caméra 2 qui suit à distance l'enseignante dans ses déplacements nous donne des indications sur les actions des groupes à différents moments de la séance, elle nous permet également de suivre l'évolution des productions graphiques réalisées au sol par les différents groupes. La caméra 3 placée à distance en plan large permet de repérer les déplacements des élèves entre la zone des modèles et celle du tracé et pour les groupes 2, 3 et 6, d'identifier les instruments utilisés pour réaliser les productions graphiques. Nous nous appuyons ensuite sur les indications fournies par les élèves du groupe lors de la phase de formulation.

Conventions pour la présentation de nos résultats

Les élèves de cette classe n'ont pas employé de lettres pour désigner les points. Par souci de clarté dans nos descriptions, nous nommons les points qui interviennent dans les constructions. Aucun des modèles ne représente un carré. Les diagonales d'un modèle ne sont donc pas isométriques. Pour les différencier, nous emploierons les expressions *grande diagonale* et *petite diagonale*.

Raisonnements produits par les élèves lors de la phase de formulation

Après la phase d'action, chaque groupe vérifie la conformité de l'objet graphique au modèle et expose sa procédure à l'ensemble de la classe. Tous les élèves de la classe peuvent alors intervenir. Les temps d'échanges dédiés à chaque groupe sont les suivants :

Groupe	Durée de présentation
2	3 min 20 s
3	3 min 35 s
4	5 min 45 s
5	2 min 10 s
6	2 min 55 s
1	4 min

Chaque temps d'échange dédié à la présentation de la production d'un groupe constitue un épisode.

Nous scindons les épisodes en étapes qui correspondent à un choix de découpage de notre part. Nous identifions une nouvelle étape quand nous apparaît une évolution dans l'objet du discours. Ce peut être l'évocation de la construction d'un nouvel objet, une évolution en niveau de milieu, la construction d'un nouvel objet, une évolution dans le raisonnement produit.

Au sein d'une étape, pour rendre compte des raisonnements produits par les élèves, nous mobilisons le modèle d'analyse des raisonnements tels que nous l'avons défini dans la partie théorique Chapitre II6.3 page 70.

Comme nous l'avons précisé, nous renseignons, quand cela est possible, trois axes d'analyse complémentaires : le premier axe concerne les fonctions des raisonnements produits par les élèves, en lien avec les niveaux de milieux auxquels ils se réfèrent, nous l'intitulons **Raisonnements**. Un deuxième axe rend compte des éléments du répertoire didactique sollicités et de leur évolution. Il apparaît sous l'intitulé **Répertoire**. Enfin dans un troisième axe dénommé **Signes** nous notons les signes produits et leur évolution. Nous utilisons le terme signe pour représentation sémiotique.

Nous allons exposer cette méthodologie en détail pour le groupe 2 qui est le premier à présenter sa production graphique et sa procédure devant la classe entière lors de la phase de formulation. Pour les autres groupes, nous ne présenterons dans le corps de ce texte que les synthèses. Les transcriptions et documents de travail complets se trouvent en annexe VI.3.

Remarque : nous écrivons que les élèves vérifient la longueur d'un segment quand ils contrôlent que la longueur de ce segment est identique à la longueur correspondante reportée sur le tasseau.

3.4.3 Groupe 2 : Etienne CM1 ; Wilhem CM2 ; Johanna CM1 (75 cm, 70°)

Phase d'action

Les élèves du groupe 2 commencent leur dessin par les diagonales. Ils tracent deux segments sécants et perpendiculaires [AC] et [BD] grâce à l'équerre. Le point d'intersection E de ces deux segments n'est le milieu d'aucun des deux. Avant de tracer le côté [AB], les élèves vérifient sa longueur : ils tentent de superposer simultanément une extrémité du tasseau sur le point B et une marque faite sur ce même tasseau sur le point A. Toutes les tentatives d'ajustement échouent car la longueur du segment [AB] n'est pas égale à la longueur d'un côté du modèle, reportée sur le tasseau (figure ci-dessous).

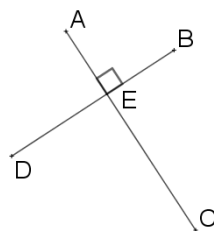


Figure VI-4: dessin du groupe 2 au cours de la recherche

Après avoir vérifié la longueur des diagonales, les élèves ajustent leur position relative par de nombreux essais successifs jusqu'à obtenir un quadrilatère dont les 4 côtés ont la longueur voulue.

Interventions de l'enseignante

23 minutes après le début de la recherche, les élèves ont construit deux diagonales perpendiculaires mais ils constatent que les côtés du quadrilatère n'ont pas la longueur voulue. Un débat s'installe entre eux sur l'origine de cette difficulté. Wilhem attribue le problème à une erreur de report de longueur d'une diagonale, ce que réfute Johanna. L'enseignante les observe. Elle ne prend pas position dans le débat mais suggère de vérifier la longueur de la diagonale incriminée. Cette intervention apporte aux élèves un moyen de répondre eux-mêmes à la question qu'ils se posent, sans modifier le milieu pour l'action. L'enseignante laisse ainsi aux élèves la responsabilité de l'analyse de l'erreur.

Les élèves ont fini leur construction 36 min après le début de la recherche. L'exposé de leur procédure devant la classe dure 3 min 20 s.

Phase de formulation

Nous identifions 4 étapes dans cet épisode. Après la validation dans l'espace sensible (étape 1), les élèves explicitent leur construction. Ils ont dessiné une diagonale (étape 2), puis la seconde en s'assurant de leur perpendicularité (étape 3). Mais cette procédure ne suffit pas pour réussir, il faut aussi que les diagonales se coupent en leur milieu (étape 4).

Afin d'illustrer notre méthodologie, nous présentons ici la transcription complète des deux premiers épisodes avec les analyses afférentes.¹⁹

Les éléments qui explicitent notre méthodologie sont présentés en *écriture italique soulignée*

Étape 1 : validation dans l'espace sensible

- 1 Ens : Alors, groupe deux. Tenez, organisez-vous, essayez de la poser, on se place autour (Johanna prend le modèle). Elle n'est pas toute seule dans le groupe deux normalement, vous étiez quatre ou trois.

Cette première intervention concerne l'enseignante. Nous notons sa fonction dans un texte encadré.

L'enseignante incite tous les élèves à collaborer. Ce n'est pas une élève seule qui travaille et présente mais tous les élèves du groupe.

2 Joh : Wilhem

3 El : Ça m'a l'air correct.

Nous identifions la fonction du raisonnement produit (ou dont nous faisons l'hypothèse qu'il est produit) :

Raisonnements : Conjecture ponctuelle à partir d'une perception visuelle (M-2).

Nous ne mentionnons pas les axes « signes » et « connaissances » car nous ne disposons pas d'éléments les concernant.

- 4 Ens : Attention au matériel, là. Ça peut pas avoir l'air correct sans qu'on compare au modèle.

L'enseignante rappelle la nécessité d'une vérification instrumentée (la superposition du modèle sur le tracé peut être assimilée à une vérification instrumentée, le modèle étant l'instrument qui permet la validation). Pour ce faire, elle rappelle (implicitement) le contrat énoncé pour la validation.

5 Joh : Tu m'aides pas à la poser ?

6 Ens : Vous devez la poser dessus.

L'enseignante rappelle plus précisément le mode de validation. On est en G1, dans une problématique spatio-géométrique : la validation se fait dans l'espace sensible par superposition du modèle et de l'objet graphique.

Élèves et enseignante se réfèrent au même niveau de milieu, nous situons les raisonnements produits en M-2. Les termes utilisés relèvent de la langue courante.

Raisonnements : M-2 ; prise d'informations à partir des artefacts à disposition.

Signes : langue courante, vocabulaire spatial.

- 7 El : Oh, c'est hyper bien fait.

¹⁹ L'analyse et la transcription complète des échanges entre élèves et enseignant quand les élèves du groupe 2 exposent leur procédure devant la classe entière se trouve en annexe VI.4.

8 Ens : Là, ça dépasse, on peut pas savoir (pointe du pied un sommet du modèle). Si tu couvres le trait, tu peux pas savoir. Regarde, il en manque en face.

L'enseignante guide les élèves dans le positionnement du modèle sur le dessin (l'objet graphique). Elle utilise un vocabulaire spatial : trait, en face qu'elle associe au « savoir ». La validation dans l'espace sensible est « première » et formulée dans la langue courante. Elle fournit une aide à visée technico-figurale qui décrit les relations entre le modèle et l'objet graphique. Pour cela elle utilise la langue courante avec un vocabulaire relatif aux objets graphiques (trait) ou aux relations spatiales (dessus, en face).

9 El : Oui, oui

10 El : Pourquoi

11 El : non

12 El : Si

Raisonnements : conjectures ponctuelles et contradictoires de différents élèves (M-2). La difficulté de la validation dans l'espace sensible apparait du fait de l'imprécision des éléments matériels (épaisseur des traits, souplesse du tissu qui fait des plis, etc.).

13 Ens : C'est pas mal quand même.

L'enseignante a suivi la construction des élèves, elle les a observés et elle a échangé avec eux pendant l'étape de recherche. Elle veut peut-être *in fine* valider leur procédure. Cela reste une conjecture de notre part car elle n'évoque pas explicitement la nécessité de considérer le protocole de construction plus que le résultat dans l'espace sensible.

14 El : Si à un centimètre près.

Un élève rappelle le contrat de validation des figures représentées et la précision demandée.

15 Ens : Pourquoi tu décales ? Regarde, regarde, tu suis, tu suis pas le bon trait (montre le tracé).

L'enseignante reste sur une validation instrumentée avec des conseils à visée technico-figurale afin d'ajuster la position du modèle par rapport à l'objet graphique.

16 Ens : Oui, c'est bon. //

L'enseignante valide l'objet graphique.

La validation par l'enseignante de l'objet graphique semble clore cette première étape. Dans l'échange qui suit, l'introduction par l'enseignante d'une nouvelle consigne : « vous allez nous expliquer comment vous avez fait » nous permet de valider cette hypothèse. Nous procédons alors à une synthèse des analyses qui concerne cette étape et nous lui attribuons un titre : « validation dans l'espace sensible ». Cette synthèse reprend les rubriques repérées dans les analyses :

Bilan de l'étape 1 : validation dans l'espace sensible

Lors de cette étape 1, l'enseignante interroge la validité de la production avant l'explicitation de la procédure qui la sous-tend. Cela relève de son choix personnel (la fiche de séance

préconise de faire l'inverse, c'est-à-dire faire formuler la procédure avant vérification dans l'espace sensible).

Pour cela l'enseignante commence par invalider le raisonnement basé sur la seule perception. Puis elle rappelle le contrat de validation dans l'espace sensible, guide les élèves dans l'usage du modèle pour cette validation et enfin arbitre les désaccords entre élèves sur la validité de la production sans faire le lien avec la procédure de construction.

Par ailleurs elle incite les élèves à collaborer.

Raisonnements : M-2 ; Le débat entre élèves sur la validité de la production est arbitré par l'enseignante. Il y a évolution d'une validation perceptive à une vérification instrumentée étayée par une aide technique de l'enseignante.

Signes : La langue courante et un vocabulaire spatial sont utilisés.

Étape 2 : Dessiner la première diagonale.

17 Ens : Bon, c'est vraiment pas mal. Alors vous allez nous expliquer comment vous avez fait, on vous écoute. Etienne.

Cette intervention de l'enseignante est susceptible d'orienter les raisonnements produits par les élèves, nous le notons dans le texte encadré, dédié aux interventions de l'enseignante, sous la rubrique « raisonnement ». Cela nous permettra de repérer la dynamique qui s'instaure entre les interventions de l'enseignante et les raisonnements produits par les élèves.

L'enseignante valide la production graphique sans référence à la précision demandée. Elle s'adresse à tous les membres du groupe pour solliciter des explications.

Raisonnements : la question est tournée vers l'action, elle incite à une verbalisation au niveau M-2, avec une fonction de description.

18 Wil : ben en fait.

19 Ens : Attends, Wilhem. Oui j'ai demandé à Etienne parce que chaque membre du groupe//

20 El : *inaudible*.

21 Ens : Chaque membre du groupe doit être capable d'expliquer comment vous avez fait. S'il y a des élèves qui n'y arrivent pas, je demanderai à d'autres membres du groupe. S'il y en a qui ont été source d'idées, que les autres au moins aient compris ce qui s'est fait dans leur groupe. Alors, Etienne, comment avez-vous fait ?

Hélène donne à voir sa conception du travail de groupe. Chacun doit avoir compris « ce qui a été fait » dans le groupe. Elle évoque l'action de manière générale. C'est une verbalisation (description des actions) qui semble attendue (niveau M-2).

Eti : Et ben en fait, heu, on a pris heu le bâton, on est allé là-bas après, heu, on a tracé le trait heu, sur le bois pour voir comment heu ça heu//

Raisonnements : M-2, pas de raisonnement visible. Etienne verbalise des actions des composantes manipulatoires (on a pris le bâton) et technico-figurales (on a tracé le trait). Son évocation est située dans l'espace (là-bas) et dans le temps. Il ne parvient pas à expliciter les raisons de cette action (pour voir comment ça heu//).

Répertoire : pas de connaissance géométrique mobilisée.

Signes : l'élève utilise la langue courante.

22 Ens : La mesure de, de quoi est-ce que vous avez pris?

L'enseignante aide l'élève dans sa verbalisation par l'intermédiaire d'une question. C'est une question ouverte qui contient un terme mathématique *la mesure* qui est ainsi introduit dans le milieu. La question introduit aussi une information : le trait sur le tasseau a pour objectif de garder la mémoire d'une longueur. L'enseignante qualifie l'action effectuée : c'est une prise d'information.

Raisonnements : la question formule plus explicitement le raisonnement qui sous-tend l'action (une prise d'information à partir d'un artefact à disposition).

Répertoire : l'enseignante réactualise le répertoire par le rappel d'un terme connu (la mesure) sans mentionner la grandeur de référence (ici une longueur).

23 Eti : La mesure du, de la forme.

Raisonnements : l'élève a des difficultés à formuler le raisonnement qui sous-tend l'action. Il ne parvient pas à qualifier l'objet évoqué.

Répertoire : utilisation du terme « la mesure » introduit par l'enseignante.

24 Ens : De quelle partie de la forme ? Il y a plein de traits dans cette forme. /// Etienne ?

Raisonnements : l'intervention de l'enseignante a pour fonction d'aider l'élève à préciser l'action réalisée, en convoquant la langue courante des objets graphiques « Il y a plein de traits » sous-entend que c'est la longueur d'un « trait » qui a été reportée sur le tasseau.

Signes : le langage reste le langage courant.

25 Eti : On a pris le trait de la on a pris heu la mesure de la

26 Ens : Aidez-le. Tu peux l'aider, Johanna, si le vocabulaire l'embête.

L'élève rencontre des difficultés persistantes à verbaliser. Il ne parvient pas à qualifier les objets sur lesquels l'action a porté. L'enseignante exprime cette difficulté en terme de connaissances : « *le vocabulaire l'embête* » et sollicite un autre élève.

27 Joh : Déjà Owen est-ce que tu peux te déplacer ?

28 Ens : Oui, sortez, décale-toi Marius.

29 Joh : D'abord on a pris la mesure de ce trait-là (s'agenouille, longe du doigt la grande diagonale).

Raisonnements : M-2, Johanna verbalise les informations prises sur la figure. Cette verbalisation est organisée. Elle explicite l'organisation des tâches.

Répertoire/signes : Johanna utilise un geste déictique de parcours en complément de son discours pour désigner la grande diagonale qu'elle ne sait pas nommer.

30 Ens : Ça s'appelle la ?

31 El : Diagonale.

32 El : La diagonale.

Répertoire : l'enseignante fait intervenir le collectif pour introduire le langage géométrique comme précision du langage courant et ainsi réactualiser le répertoire de formulation.

33 Ens : Voilà, vous avez pris la mesure de la première diagonale.

L'enseignante reformule la première action effectuée en utilisant des termes géométriques. L'artefact n'est pas cité.

Raisonnement : justification de la prise d'information.

Répertoire : actualisation du répertoire par l'enseignante, qui met en mots géométriques le raisonnement produit par les élèves.

La reformulation de l'action en termes géométriques par l'enseignante marque pour nous la fin de cette deuxième étape. L'échange suivant : « El : Ensuite on a tracé, on a mesuré la deuxième diago, diagonale. » confirme cette hypothèse. Comme pour l'étape 1, nous procédons à une synthèse et nous donnons un titre à cette étape.

Quand toutes les analyses concernant un épisode sont réalisées, nous reprenons nos synthèses et les reformulons pour produire un texte plus fluide à lire. Nous cherchons à y mettre en évidence la dynamique des échanges enseignant/élèves du point de vue des raisonnements produits et des connaissances mises en œuvre.

Enfin nous clôturons ce travail par une synthèse organisée suivant nos questions de recherche.

Nous présentons maintenant les analyses terminées pour le groupe 2. Elles seront exposées de la même manière pour l'ensemble des groupes :

Groupe 2 - Phase de formulation

Étape 1 : validation dans l'espace sensible

Lors de cette première étape, l'enseignante fait vérifier la validité de la production dans l'espace sensible. Elle place cette étape avant l'explicitation de la procédure. Cela relève de son choix personnel (la fiche de séance préconise de faire l'inverse, c'est-à-dire faire formuler la procédure avant vérification dans l'espace sensible).

Un élève commence par évaluer la conformité de la production par la seule perception visuelle. L'enseignante invalide sa proposition et rappelle la nécessité d'une vérification instrumentée (nous considérons la superposition du modèle sur le tracé comme une vérification instrumentée, le modèle étant l'instrument qui permet la validation). Pour ce faire, elle rappelle le contrat énoncé : la validation dans l'espace sensible doit se faire par superposition du modèle sur le dessin. Ensuite elle guide les élèves dans l'usage « technique »

du modèle pour cette validation. Le modèle étant posé sur le dessin, des désaccords apparaissent entre les élèves sur la validité de la production. Différents élèves émettent des conjectures ponctuelles à partir des rétroactions du milieu. Ils se situent au niveau M-2 du milieu objectif. Ces différentes conjectures sont contradictoires entre elles. La difficulté de la validation dans l'espace sensible apparaît du fait de l'imprécision des éléments matériels (épaisseur des traits, souplesse du tissu qui fait des plis, etc.).

Un élève rappelle la précision demandée dans le contrat de validation des figures représentées (à un centimètre près). L'enseignante pourrait se saisir de son intervention pour faire évaluer la production au regard de ce critère. Elle arbitre elle-même les désaccords entre élèves et valide la production en (16) « *oui, c'est bon* » sans y faire référence. La langue courante et un vocabulaire spatial sont utilisés par tous les acteurs.

Au cours de cette étape, il y a donc évolution d'une validation perceptive à une vérification instrumentée étayée par une aide technique de l'enseignante.

Étape 2 : dessiner la première diagonale.

Au cours de cette étape, l'enseignante demande aux élèves : « *Alors vous allez nous expliquer comment vous avez fait* ». La question est tournée vers l'action, elle incite à une verbalisation au niveau M-2, avec une fonction de description. Les élèves tentent alors d'expliquer la construction d'une première diagonale.

Au cours de la construction, les élèves ont mis en œuvre un raisonnement qui repose sur des propriétés géométriques de la figure : ils ont commencé par reporter la longueur de la grande diagonale. Le manque de maîtrise d'un vocabulaire géométrique adapté ne permet pas à l'élève interrogé d'explicitier ce raisonnement : il ne parvient ni à qualifier les objets sur lesquels l'action a porté, ni à exprimer la fonction de cette action (reporter une longueur). Son discours est centré sur les composantes manipulatoires et technico-figurales de l'action instrumentée (*on a pris le bâton [...] on a tracé le trait*) au niveau M-2 (verbalisation) avec l'usage de la langue courante.

L'enseignante aide l'élève dans sa verbalisation par l'intermédiaire d'une question : « *La mesure de, de quoi est-ce que vous avez pris ?* » C'est une question ouverte qui contient un terme relatif au mesurage et introduit (implicitement) aussi une information : le trait sur le tasseur a pour objectif de garder la mémoire d'une longueur. Par ce biais, l'enseignante qualifie l'action effectuée : c'est une prise d'information.

Concernant les raisonnements produits par les élèves, la question de l'enseignante formule plus explicitement le raisonnement qui sous-tend l'action (une prise d'information à partir d'un artefact à disposition). Elle réactualise le répertoire par le rappel d'un terme connu (la mesure) sans mentionner la grandeur de référence (ici une longueur).

L'élève qui s'exprime rencontre des difficultés persistantes à verbaliser. Il ne parvient pas à qualifier les objets sur lesquels l'action a porté. L'enseignante exprime cette difficulté par des connaissances manquantes : « le vocabulaire l'embête » et sollicite un autre élève. Ce

deuxième élève interrogé verbalise de manière organisée les informations prises sur le modèle, il explicite l'organisation des tâches. Il utilise un geste déictique de parcours en complément de son discours pour désigner la grande diagonale qu'il ne sait pas nommer. L'enseignante fait alors intervenir le collectif pour introduire le terme géométrique adapté et ainsi réactualiser le répertoire de formulation.

À la fin de l'étape 2 l'enseignante reformule la première action effectuée en utilisant des termes géométriques sans citer l'artefact utilisé (33) : « *Voilà, vous avez pris la mesure de la première diagonale.* »

Dans cette étape, les interventions de l'enseignante visent à enrichir le répertoire de formulation au fur et à mesure des besoins. Les termes nécessaires à la formulation sont introduits alternativement par l'enseignante ou par des élèves qu'elle sollicite. Par ailleurs, quand elle reformule les explications des élèves, l'enseignante précise également l'organisation des tâches : *vous avez pris la mesure de la première diagonale*. Cette formulation de l'enseignante relève du niveau M-1.

En résumé, il y a au cours de cette étape une augmentation de la précision des signes produits. L'enseignante et les élèves passent d'un langage courant appuyé par des gestes déictiques à l'emploi de termes géométriques qui permettent de qualifier les objets et décrire les actions.

Étape 3 : la seconde diagonale. Les deux diagonales doivent être perpendiculaires.

Au cours de l'étape 3, les élèves présentent la construction de la seconde diagonale, perpendiculaire à la première.

En ce qui concerne les raisonnements, au début de cette étape, les élèves passent d'eux-mêmes d'une explicitation de l'organisation des tâches à une justification implicite de cette organisation des tâches en lien avec une propriété de la figure : ses diagonales sont perpendiculaires. Ils se situent au niveau M-1.

La perpendicularité des diagonales est d'abord convoquée à travers l'instrument qui permet sa représentation graphique. Le discours se centre ensuite sur la propriété géométrique en jeu. Les termes géométriques formulés dans l'étape 2 sont réinvestis par les élèves.

Le terme géométrique « *angle droit* » est un indice de la propriété mise en œuvre. Il est introduit par un élève.

L'enseignante clôture par la reformulation (38) « *Donc vous avez fait deux diagonales avec les bonnes mesures, vous les avez placées avec un angle droit. Oui d'accord* ». Cette reformulation permet de qualifier complètement les objets et indique clairement les fonctions de chaque action.

Étape 4 : la perpendicularité des diagonales ne suffit pas pour réussir, il faut prendre en compte « la moitié ».

Au début de cette étape 4, un élève explicite rapidement l'organisation des tâches : après avoir dessiné les diagonales, les élèves ont vérifié la longueur des côtés du losange avant de le tracer. Dans le discours de l'élève qui s'exprime, les difficultés rencontrées sont gommées. C'est l'intervention d'un de ses camarades qui permet de revenir sur les multiples ajustements successifs qui ont permis de réussir.

Nous notons du côté des élèves des difficultés à exprimer les actions effectuées, par manque du vocabulaire géométrique adéquat. Ils ne parviennent pas à qualifier les objets sur lesquels a porté leur action et utilisent des gestes déictiques pour compléter leur discours. En réponse à ce manque qu'elle a identifié, l'enseignante enrichit le milieu de termes géométriques. Ces termes sont ensuite repris par les élèves dans leurs verbalisations. Nous retrouverons ce type de fonctionnement à plusieurs reprises.

Par ailleurs, si les élèves parviennent à évoquer les rétroactions du milieu, ils ne font pas spontanément de lien entre ces rétroactions et les propriétés de la figure à reproduire (43) : « *Enfin, dis comme ça c'est heu, dis comme ça c'est rapide mais en fait on a beaucoup, on a beaucoup cherché* ».

Par la question (44) : « *C'était quoi le problème quand on connaît uniquement les longueurs des diagonales ?* » l'enseignant prend en charge la formulation d'une partie du raisonnement : connaître la longueur des diagonales ne suffit pas à tracer la figure souhaitée. Cela lui est possible car elle a pu observer ce groupe pendant le temps de recherche.

Ce questionnement amène l'élève à interpréter les rétroactions du milieu en lien avec une propriété de la figure en (45) : « *Ben c'est qu'en fait, on connaît pas la moitié* ». Il y a ainsi changement de niveau de milieu.

Il y a reformulation par l'enseignante de la difficulté des élèves : « *[les diagonales] devaient être perpendiculaires mais ils trouvaient pas comment les positionner, ils savaient pas où était la moitié* ».

L'institutionnalisation orale contient beaucoup d'implicite : il n'est pas dit que les diagonales ont le même milieu ; dans les échanges le terme « *moitié* » peut renvoyer à une longueur (moitié de longueur de diagonale) ou désigner le milieu de cette diagonale.

Bilan de nos analyses pour le groupe 2 organisé suivant les questions de recherche :

Partie A

L'enseignante décide de la validation pragmatique du dessin produit sans se référer au critère énoncé lors de la phase de dévolution (étape 1). Il semble qu'elle prend en charge la validation du dessin quand la procédure lui semble correcte et qu'elle encourage les élèves à débattre quand le dessin est erroné ou incomplet.

A1 L'enseignante a observé et analysé la procédure mise en œuvre par le groupe lors de la phase d'action. Elle a identifié les connaissances sur lesquelles reposent les raisonnements produits par les élèves.

Partie B

B1 L'enseignante apporte une aide technique pour positionner le modèle sur le dessin (étape 1) ; L'introduction de termes géométriques dans le milieu par l'enseignante ou par des élèves qu'elle sollicite permet la formulation du raisonnement utilisé implicitement par les élèves en phase d'action. L'objet géométrique en jeu est désigné de manière univoque, il est complètement qualifié.

De même, l'enseignante incite les élèves à préciser la fonction de chaque action dans l'organisation des tâches.

B2 Concernant les raisonnements erronés par la question « *C'était quoi le problème quand on connaît uniquement la longueur des diagonales ?* » l'enseignante permet de revenir sur un raisonnement erroné produit par les élèves en début de recherche et qu'elle a identifié. Elle amène ainsi les élèves à comprendre l'origine de leur erreur.

B3 L'enseignante détache son discours de l'usage des instruments. Elle ne les évoque pas.

B5 Les interventions de l'enseignante semblent conduire à une évolution des signes produits par les élèves. Ceux-ci passent d'un langage courant appuyé par des gestes déictiques à l'emploi de termes géométriques qui permettent de qualifier les objets et indiquer la fonction des actions (prendre une information ou produire une trace graphique).

Cela traduit un changement de niveau de milieu. Les élèves évoluent d'une description de l'action (M-2) à l'évocation de relations géométriques (M-1).

Partie C

Il y a des institutionnalisations locales de termes géométriques et de formulations. L'enseignante reformule un procédé de construction basé sur les propriétés des diagonales : elles sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Les propriétés sont énoncées partiellement (les diagonales sont perpendiculaires et il faut « placer la moitié »). L'enseignante reprend un terme imprécis utilisé par les élèves. Cela est en décalage avec la rigueur qu'elle a initiée auparavant.

3.4.4 Groupe 3 : Manon CM2, Marius CM1, Victor CM2, Enzo CM1. (80 cm, 75°)

La transcription complète des échanges de ce groupe 3 se trouve en annexe VI.5

Phase d'action

Elx désigne un élève que nous n'avons pas identifié.

Chaque modèle en papier comporte au recto un numéro de 1 à 6 qui permet de l'identifier. Nous utilisons le verbe *retourner* pour décrire les actions sur le modèle qui consistent à mettre le dessus dessous quand il est posé au sol, c'est à dire intervertir le recto et le verso. Nous utilisons le verbe *orienter* quand les élèves font pivoter le modèle.

Nous ne possédons pas d'enregistrement vidéo de ce groupe 3 pendant la phase de recherche. Les premières interactions entre les élèves de ce groupe et l'enseignante ont lieu après 16 minutes environ, alors que la construction est terminée. Sur leur dessin, les élèves vérifient la perpendicularité des diagonales et s'assurent que les angles aux sommets ne sont pas des angles droits :

Mat : On a réussi, il y a pas d'angle droit ici, il y a pas d'angle droit là (*montre des sommets de la figure*), et au centre il y a un angle droit (*montre le centre de la figure*).

L'enseignante les observe avant de donner les consignes pour la fin de l'activité (rangement du matériel, atelier relais).

La production réalisée représente un losange dont les côtés ont la même longueur que les côtés du modèle, mais qui ne lui est pas superposable. Les diagonales de ce losange sont représentées, elles sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

D'après les explications fournies par les élèves lors de la phase de formulation, ils ont probablement commencé par tracer deux côtés adjacents de même longueur. Rien ne dit comment ils ont procédé pour tracer les diagonales et les deux derniers côtés du losange.

Phase de formulation

La présentation de la procédure du groupe 3 et sa validation pragmatique durent 3 min 35 s. Nous identifions 4 étapes. Les deux premières sont dédiées à la validation dans l'espace sensible. Après un consensus sur la non-validité de la production (étape 1), une question de l'enseignante relance le débat (étape 2). Ensuite, les élèves explicitent leur construction (étape 3). Enfin un élève explicite les contrôles effectués sur l'objet graphique pendant la phase de recherche (étape 4).

Étape 1 : validation pragmatique : comment poser le modèle sur l'objet graphique ?

Au cours de cette première étape, les élèves essaient de poser le modèle exactement sur l'objet graphique en faisant coïncider les bords du modèle avec l'objet graphique. Ils n'y parviennent pas. L'interprétation des rétroactions au niveau M-2 amène à un apparent consensus : la production n'est pas valide. L'enseignante interroge le positionnement du modèle sur l'objet graphique, ce qui conduit les élèves à retourner le modèle. Comme la superposition échoue encore, les élèves ne valident pas la production. Les raisonnements produits par les élèves se situent au niveau M-2 du milieu objectif. Ils mobilisent des connaissances spatiales et utilisent des termes qui servent au repérage spatial. Le questionnement de l'enseignante au sujet du positionnement du modèle est technique, les propriétés géométriques de la figure ne sont pas évoquées.

Étape 2 : combien de conditions nécessaires pour valider la production ?

Lors de cette deuxième étape, l'enseignante commence par questionner les élèves sur les éléments valides de l'objet graphique : « *Qu'est-ce qui convient ?* » (15). En réponse, un élève revient sur le positionnement du modèle évoqué auparavant « *Si on tourne ça va faire pareil.* » (16). Cette affirmation est vraie : comme le modèle possède un centre de symétrie,

une rotation de 180° de ce modèle ne modifie pas le résultat de la validation. L'enseignante valide cet énoncé, le formule à l'identique pour toute la classe sans évoquer sa justification. Aucune relation avec les propriétés de l'objet géométrique représenté n'est mentionnée. L'enseignante revient ensuite à son questionnement : « *qu'est-ce qui a l'air de convenir ?* ». Un raisonnement est alors ébauché par un élève : la longueur d'un côté de l'objet graphique est correcte. Ce raisonnement juste n'est pas repris par l'enseignante alors qu'il répond à la question posée. Mais cette validation par un élève d'une propriété « isolée » du modèle déstabilise les élèves. Alors qu'il y avait consensus auparavant, un débat sur la validité de la production s'engage. Certains élèves semblent considérer que si la longueur du côté est correcte, alors la figure est nécessairement valide. Ils mettent en œuvre implicitement une connaissance erronée : « un losange est entièrement défini par la longueur (égale) de ses côtés ». Ils n'ont pas perçu que plusieurs conditions sont nécessaires pour que la figure soit conforme.

Étape 3 : explicitation du procédé de construction

Après avoir tranché le débat et invalidé la production, l'enseignante demande aux élèves la verbalisation de leur « stratégie ». Dans un premier temps, les raisonnements produits par les élèves pour expliciter cette stratégie se situent au niveau M-2 du milieu objectif. Les élèves décrivent les actions effectuées sans désigner les objets mathématiques en jeu, ils citent les instruments utilisés. Les interventions de l'enseignante sont des incitations à indiquer la fonction des actions ou des reformulations des actions graphiques présentées par les élèves. Les élèves font des déclarations qui pourraient être formulées en propriétés géométriques telles que : les côtés d'un losange sont de même longueur, les diagonales jouent un rôle dans la reproduction d'un losange. L'enseignante ne formule pas ces propriétés. Elle reformule une technique de construction qu'elle a identifiée comme un savoir à institutionnaliser : « On ne peut pas commencer par les côtés et faire les diagonales après ». Elle justifie ce procédé de construction par l'évocation d'un artefact qu'elle a construit et présenté le matin (un losange articulé). Cela fait partie du processus d'institutionnalisation, mais l'objet géométrique représenté dans les différents milieux n'est pas nommé. Le terme *losange* n'est pas employé.

Étape 4 : les vérifications effectuées pendant la phase de recherche

Au cours de cette étape, pour répondre à l'enseignante qui invalide le travail, un élève justifie la construction en référence à un savoir institutionnalisé dans la classe : les diagonales sont perpendiculaires et il n'y a pas d'angle droit aux sommets du quadrilatère. Pour l'élève ces conditions sont suffisantes pour réussir la tâche et reposent sur les définitions des quadrilatères en usage dans la classe, qui ne sont pas inclusives : un carré n'est pas considéré comme un losange particulier. L'enseignante traduit les propos des élèves pour les orienter vers une appréhension de la figure cohérente avec le procédé de construction qu'elle veut institutionnaliser. Dans un premier temps « *il y a un angle droit* » est reformulé par l'enseignante en : « *les diagonales sont perpendiculaires* ».

Dans un deuxième temps, le mot « *diagonale* » est interprété différemment par l'élève et par l'enseignante. Pour l'élève il renvoie aux objets graphiques qui ont posé un problème de longueur lors de la recherche, c'est-à-dire les côtés. Pour l'enseignante, ce terme renvoie aux objets graphiques qu'elle souhaite faire construire en premier.

La difficulté des élèves provient de la distinction à faire entre des conditions *nécessaires* et des conditions *nécessaires et suffisantes*. L'enseignante fait référence à un artefact matériel qu'elle a construit et déjà présenté pour les amener, selon elle, à dépasser cette difficulté. Cela participe du processus d'institutionnalisation, le lien est fait entre les différentes séances. L'exemple de l'enseignante est contextualisé dans l'espace sensible.

En conclusion :

Nous notons une divergence entre les raisonnements des élèves et le projet d'institutionnalisation de l'enseignante.

L'enseignante vise l'apprentissage d'un procédé de construction.

Les élèves interprètent les rétroactions du milieu d'un point de vue spatial.

C'est à ce niveau que cette situation peut permettre un « glissement » de G1 à G2 par un travail sur les conditions nécessaires (et suffisantes) pour réussir, et plus particulièrement l'ordre dans lesquelles il faut les remplir, compte-tenu des instruments disponibles. C'est-à-dire un travail sur l'appréhension séquentielle au sens de Duval.

Remarque d'ordre général :

En G1, les connaissances ne sont pas organisées ni hiérarchisées, elles le sont en G2. Le passage d'un paradigme à l'autre nécessite donc de construire les éléments qui permettront aux élèves de comprendre cette organisation. La distinction entre condition nécessaire et condition nécessaire et suffisante est un de ces éléments. C'est un travail qui se construit sur le long terme. Nous nous demandons s'il peut être amorcé localement sur des exemples comme celui-ci.

Bilan de nos analyses pour le groupe 3 organisé suivant les questions de recherche :

Partie A

A1 - Des raisonnements valides ne sont pas repris par l'enseignante. Elle peut ne pas les avoir repérés ou avoir fait le choix de ne pas les exploiter.

A2 - Faute d'un consensus entre les élèves, c'est l'enseignante qui invalide la production du groupe.

Partie B

Les interventions de l'enseignante sont des incitations à indiquer la fonction des actions que verbalisent les élèves. Nous notons également des reformulations des actions graphiques présentées par les élèves. Les élèves font des déclarations qui pourraient être formulées en propriétés géométriques.

B1 - L'enseignante apporte une connaissance sous forme d'une règle qu'elle souhaite institutionnaliser : pour construire un losange on ne peut pas commencer par un côté.

B2 - L'enseignante a perçu la difficulté des élèves à analyser l'ordre dans lequel mener leur construction (appréhension séquentielle au sens de Duval) ; elle y remédie par l'introduction d'une règle.

B3 - L'enseignante justifie la suite d'action à réaliser pour construire un losange en référence à cette « règle » qu'elle institutionnalise localement (C5) « pour construire un losange, on ne peut pas commencer par les côtés ». Cette règle est mise en relation avec la situation de communication vécue le matin.

3.4.5 Groupe 4 : Niels CM1, Malaurie CM2; Louise CM1; Bastien CM2 (85 cm, 50°)

La transcription complète des échanges de ce groupe se trouve en annexe VI.6

Phase d'action

Au cours de la phase de recherche, une interaction entre les élèves et l'enseignante concerne l'activité mathématique en cours : les élèves ont représenté un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires (un angle droit est codé). Ils cherchent à placer le milieu d'une des diagonales. Un élève, Niels, est monté sur une chaise et examine la production de haut.

L'enseignante les observe avant d'intervenir :



Nie : Trouver le milieu sur la truc// (*Niels est monté pour voir la figure*).

Ens : Descends de là, Niels.

Nie : Il faut prendre de la hauteur pour voir si c'est bon.

Ens : Si tu t'éloignes, ça devrait aller.

Nie : Quoi ?

Ens : Si tu t'éloignes, tu verras aussi.

[...]

Ens : Allez, on y est presque. Vous en êtes où ?

Luc : On va faire la moitié. Efface ça, on va faire //

Cet épisode permet à l'enseignante de prendre des informations sur la procédure des élèves et les raisonnements produits. (*Un élève utilise le terme milieu, une autre parle de moitié*). Du côté des élèves, on note une initiative pour avoir une vision « du dessus » de la figure, se rapprochant de celle qu'ils ont quand la figure est contenue dans un micro-espace.

Au final, le dessin produit est un quadrilatère dont les diagonales sont tracées. Un codage indique qu'elles sont perpendiculaires. Les élèves se sont assurés visuellement que leur point d'intersection est le milieu de l'une d'entre elles. Il n'y a pas eu de vérification instrumentée de cette caractéristique.

Phase de formulation

Nous identifions 5 étapes dans cet épisode de 5 min 45 s

Les deux premières sont dédiées à la validation dans l'espace sensible. Après un consensus sur la non-validité de la production (étape 1), une question de l'enseignante relance le débat (étape 2). Ensuite, les élèves explicitent leur construction (étape 3). Enfin un élève explicite les contrôles effectués sur l'objet graphique pendant la phase de recherche (étape 4).

Après la validation dans l'espace sensible (étape 1), une proposition de construction à partir des diagonales est présentée (étape 2). Une question émerge : comment placer le milieu d'une diagonale ? Trois propositions sont faites, elles sont exposées dans les étapes 3, 4 et 5.

Étape 1 : validation dans l'espace sensible

Lors de cette étape, il y a très rapidement consensus entre les élèves qui interprètent les rétroactions du milieu : l'objet graphique produit n'est pas conforme à l'attendu.

Étape 2 : Proposition de construction à partir des diagonales.

Lors de cette étape, comme pour les groupes précédents, l'enseignante fait passer de la vérification instrumentée à la description des actions. En réponse, les élèves explicitent un raisonnement d'organisation des tâches (M-1). Ils précisent les informations prélevées, leur finalité et leur organisation temporelle, en lien avec les propriétés de la figure (M-1) : ils ont commencé par tracer les deux diagonales, de longueurs idoines et perpendiculaires. Le lien est fait entre l'usage de l'équerre et l'angle droit formé par les deux diagonales (17). Ensuite, les élèves formulent et interprètent une rétroaction : le groupe a eu des difficultés pour placer le milieu d'une diagonale (le terme « moitié » est utilisé) (M-1). Une connaissance est mobilisée implicitement : les diagonales d'un losange sont perpendiculaires, leur point d'intersection est le milieu de l'une d'entre elles. Les élèves de ce groupe expriment

facilement les actions réalisées en utilisant des termes géométriques (diagonale, angle droit). La différence avec les groupes précédents est notable.

Au cours de cette explicitation, l'enseignante intervient uniquement pour encourager les élèves ou les aider à qualifier les objets qu'ils désignent. Elle clôture l'étape en faisant le lien entre les difficultés exprimées par ce groupe 4 et les présentations précédentes (20) : « *Écoutez, c'est le deuxième groupe qui a exactement la même difficulté. Ils savaient bien qu'il fallait deux diagonales de bonne longueur, perpendiculaires, mais ils ne trouvaient pas la moitié. Il va falloir qu'on trouve une solution pour trouver la moitié de ces diagonales, hein. Si après il y en a qui ont des idées il faudra les dire* ». Lors de cette intervention, l'enseignante amène les élèves à passer du singulier au général et leur dévolue une nouvelle situation : comment placer le milieu des diagonales ? Nous notons plusieurs points qui auraient pu être explicités.

En premier lieu, les élèves distinguent dans leurs discours les actions sur le modèle (là-bas) et celle sur l'objet graphique en construction. Le groupe a eu des difficultés à placer le milieu de la diagonale représentée sur l'objet graphique. Il n'a pas cherché à collecter, d'une façon ou d'une autre, cette information sur le modèle. « *La moitié de ces diagonales* », dont parle l'enseignante, désigne probablement le milieu des diagonales de l'objet graphique en construction, mais la distinction entre modèle et objet graphique à construire n'est pas explicite.

En ce qui concerne la formulation, l'enseignante reprend le terme de *moitié* utilisé par l'élève mais il semble que celui-ci désigne le *milieu* de la diagonale (il le montre du pied). Il y a pour l'élève confusion entre milieu d'un segment (objet OD) et moitié de sa longueur (lié à objet 1D). Une diagonale étant représentée, placer son milieu revient à placer un point à mi-longueur de ses extrémités. Déterminer la moitié de cette longueur est alors suffisant car l'alignement des points est réalisé implicitement par l'objet graphique qui représente la diagonale. Cet alignement n'est pas explicité par l'enseignante.

Par ailleurs, les élèves évoquent la moitié et désignent une diagonale. Le pluriel « *ces diagonales* », utilisé par l'enseignante, sous-entend que le milieu en question est le milieu des deux diagonales. Ce faisant elle généralise aux deux diagonales une propriété évoquée pour une seule diagonale par les élèves.

L'enseignante a favorisé l'émergence et la formulation de raisonnements par les élèves

Étape 3 : comment placer le milieu d'une diagonale ? proposition 1

Au cours de cette étape, un élève, Enzo, propose d'utiliser le tasseau pour matérialiser la diagonale et ainsi prendre en charge l'alignement entre le milieu et les extrémités de la diagonale. L'enseignante l'incite à montrer la procédure qu'il préconise sur la grande diagonale du modèle alors que l'élève désignait la petite diagonale (elle souhaite peut-être mettre en évidence que la procédure est valide quelle que soit la diagonale choisie).

Pour présenter sa procédure, l'élève superpose le tasseau à la grande diagonale. Aucune des extrémités du tasseau ne coïncide avec un sommet du modèle. L'enseignante intervient alors pour lui faire édifier le positionnement du tasseau sur le modèle (37) : « *Là vous prenez pas une bonne mesure là. Regarde Niels elle dépasse ta baguette* ». Au cours de la phase de recherche, l'enseignante a pu observer les difficultés de plusieurs élèves à reporter une longueur, elle a sans doute le projet d'institutionnaliser une technique adaptée. Avec la technique qu'elle préconise pour reporter la longueur d'un segment, il faut faire coïncider une extrémité de l'instrument avec une extrémité du segment puis faire une marque sur l'instrument en regard de la deuxième extrémité du segment. Cette technique n'est pas la seule valide. Garder la mémoire d'une longueur peut se faire en plaçant deux repères sur le tasseau. De son côté, l'élève veut placer le milieu de la diagonale en mobilisant (implicitement) les propriétés de la figure. Il ne cherche pas à *prendre la mesure*. Il y a bifurcation de situations et juxtaposition des deux discours qui ne portent pas sur le même objet car enseignante et élèves n'attribuent pas la même fonction à l'action évoquée.

L'enseignante semble percevoir cette bifurcation. Elle clôture rapidement son intervention, reporte son projet d'institutionnalisation : « *vous verrez* » recentre l'attention sur la situation et la dévolue aux élèves : « *comment on fait pour trouver le milieu ?* » (39).

L'élève propose d'utiliser la perception visuelle pour placer le milieu à égale distance des deux extrémités de la diagonale (42) : « *Et là, à peu près, pour le milieu* ». L'enseignante invalide cette procédure approximative (43) : « *Mais non, pas à peu près* ».

Les élèves cherchent alors un moyen de matérialiser la seconde diagonale. Ils ont sans doute perçu qu'elle les aiderait à trouver le milieu de la première. Ils proposent des artefacts à leur disposition et susceptibles d'aider à la représentation de cette diagonale (M-2). Une des propositions est d'utiliser le pied. L'élève montre le positionnement du pied qui lui semble adéquat. Le pied est placé perpendiculairement à la grande diagonale. Il est dans l'alignement des extrémités de la diagonale à représenter. Il s'agirait d'une technique perceptive corporelle avec visée. L'enseignante rejette ce choix sans interroger le positionnement du pied (le geste de l'élève est fugace, il est possible qu'elle ne l'ait pas vu) : (59) « *Qu'est-ce que vous aviez d'autre ? Descendez de la figure* ».



Étape 4 : comment placer le milieu d'une diagonale ? proposition 2

Une élève, Louanne, décrit un procédé de construction de l'objet graphique. Sa procédure tient compte de la perpendicularité des diagonales, mais elle n'assure pas que ces diagonales se coupent en leur milieu. L'enseignante invalide elle-même cette proposition (67) : « *Mais oui comment ? Ça te dira pas si c'est au milieu* ». Alors qu'à l'étape 3, Enzo cherche à placer le milieu d'une diagonale sur le modèle (objet matériel) qui représente un losange, Louanne décrit une procédure de construction de l'objet graphique sans chercher à prélever l'information manquante sur le modèle. Les conditions de l'action sont différentes pour Enzo et pour Louanne.

Étape 5 : comment placer le milieu d'une diagonale ? proposition 3

Un élève, Éliott, qui a proposé d'utiliser du fil comme artefact est interrogé par l'enseignante. Éliott commence par décrire la prise d'informations sur le modèle avec la ficelle. L'enseignante invalide sa proposition et ne l'interroge pas sur la suite de son raisonnement.

Étape 6 : comment placer le milieu d'une diagonale ? proposition 4

Une élève, Élise, présente une nouvelle procédure. Elle pose le tasseau le long de la petite diagonale puis propose de positionner une ficelle entre un sommet, extrémité de la grande diagonale et le milieu de la petite diagonale. La question de l'enseignante (96) : « comment tu sais que c'est le milieu ? » l'amène à justifier sa procédure par l'usage de l'instrument (97). « *Eh bien parce qu'on regarde avec l'équerre.* » Ce raisonnement est valide, il revient à tracer la hauteur issue du sommet principal d'un triangle isocèle pour placer le milieu de sa base, mais il repose sans doute sur une perception de symétrie axiale, plus que sur une connaissance géométrique.



Un autre élève, Lucas, précise que l'équerre doit être positionnée (98) « *Où ça se croise* ». L'enseignante valide ce raisonnement de Lucas (mais sans validation pragmatique) qui formule explicitement une caractéristique implicite dans les propositions précédentes : le milieu à placer se trouve à l'intersection des diagonales. Pour finir, l'enseignante reformule la procédure à suivre pour déterminer sur le modèle où se trouve le milieu d'une diagonale

(103) : « *Si vous mettez le tasseau dans un sens en le démarrant bien, ici au départ, bien à l'extrémité, sur le sommet, la ficelle dans l'autre sens, ça va se croiser pile au milieu. Il suffit de faire une petite marque sur le tasseau. Vous aurez à la fois la longueur de la diagonale et l'endroit où poser l'équerre pour faire la seconde.* ». L'enseignante utilise un langage technique (Petitfour 2007) ; elle synthétise les connaissances qu'elle veut institutionnaliser : elle ignore les raisonnements qui ne lui semblent pas en adéquation avec son processus d'institutionnalisation.

Sa formulation précise le choix des instruments, leur positionnement. Elle énonce en fait un procédé de prise d'information et le met en lien avec la production de l'objet graphique. Elle ne fait pas référence explicitement à des propriétés géométriques de la figure. Elle ne qualifie pas complètement l'objet à représenter : le terme « milieu » est employé sans référence à un segment.

Bilan pour le groupe 4

Du côté des élèves :

Les élèves désignent souvent par des indications spatiales le lieu dans lequel les actions sont effectuées (sous le préau des modèles ou dans la zone de tracé). Le lien avec les « raisons de l'action », prise d'information ou production d'un objet graphique, est implicite.

C'est à ce niveau que l'on peut préparer le passage à G2 avec une amorce d'analyse des conditions nécessaires à la réussite pour évoluer d'une description technique des actions (choix et usage de l'instrument) à une description en termes d'informations géométriques mobilisées. C'est-à-dire expliciter les propriétés portées par les instruments utilisés. Nous voyons aussi ici comment l'action instrumentée est un processus personnel qui n'est pas facilement partageable en tant que procédure de résolution d'un problème. L'explicitation des informations qui sont prises sur le modèle ou utilisées pour la construction est un moyen d'amener les élèves à se déconnecter du processus de construction, l'action instrumentée, pour revenir aux propriétés que tous auront plus ou moins rencontrées.

C'est ce que fait l'enseignante quand elle identifie : « il faut trouver la moitié de ces diagonales » mais elle ne précise pas si ce travail s'effectue sur le modèle ou lors de la production de l'objet graphique. Les deux sont possibles mais les raisonnements mis en œuvre sont différents et ne mobilisent pas les mêmes connaissances. Sur le modèle, les propriétés géométriques de la figure permettent de déterminer rapidement le milieu d'une diagonale (par la représentation des deux diagonales et de leur point d'intersection). Si on ne dispose que de la longueur de la diagonale, c'est la ficelle pliée en deux qui va permettre de placer précisément le milieu. Si la connaissance est disponible, il est aussi possible de construire deux triangles isocèles ayant pour base cette diagonale. Mais ce n'est pas le projet de l'enseignante.

Bilan de nos analyses pour le groupe 4 organisé suivant les questions de recherche :

A - Tous les raisonnements ne sont pas repris (validés) par l'enseignante. Elle effectue un choix motivé par son processus d'institutionnalisation. Tous les raisonnements ne peuvent pas être développés, cependant cela restreint le « regard sur la figure » porté par les élèves. On peut

voir derrière les raisonnements des élèves des appréhensions différentes de la figure (par exemple une décomposition en deux triangles isocèles). Le travail dans le méso-espace favorise ces changements de vision et la déconstruction dimensionnelle, mais ce processus peut être entravé par une focalisation sur la propriété des diagonales.

B5 - Le changement de niveau de milieu est initié par les interventions de l'enseignante qui demande d'explicitier la procédure ou de justifier la validité de la proposition. Il est aussi rendu possible par l'enrichissement du milieu lors de la présentation du groupe précédent. Disposer des termes adaptés permet aux élèves de communiquer leur procédure, décrire les actions mais aussi d'indiquer leur fonction.

B3 - Cela conduit l'enseignante à ne pas scinder les deux propriétés d'une diagonale (passer par le milieu de l'autre diagonale ou être perpendiculaire à l'autre diagonale).

C - L'enseignante se place dans une perspective de reproduction du modèle, elle favorise la mémoire de connaissances techniques.

3.4.6 Groupe 5 : Aurélie CM1 ; Lorenzo CM1 ; Arthur CM1, Owen CM2. (80 cm, 50°)

La transcription complète des échanges de ce groupe 5 se trouve en annexe VI.7

Phase d'action

Ce groupe 5 mobilise beaucoup l'attention de l'enseignante pendant la phase de recherche. Sur 24 interventions de l'enseignante auprès des groupes en activité, 12 le concernent. Après avoir présenté le bilan de ces échanges du groupe 5 avec l'enseignante pendant le temps de recherche, nous analyserons la mise en commun qui suit la présentation de son travail.

Les 12 phases d'échanges de l'enseignante avec le groupe 5 se répartissent tout au long de la recherche comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

1	3 min 55 s	<p>Question élève : les élèves du groupe 5, dans la zone des modèles s'interrogent sur les caractéristiques du modèle à reproduire. Aurélie pense que c'est un carré, Owen que c'est un losange. Ils sollicitent l'enseignante pour avoir son avis. Celle-ci se contente de moduler le niveau sonore sans intervenir dans le débat.</p> <p>Thé : Si c'est un carré.</p> <p>Ali : mais c'est pas un carré, maitresse.</p> <p>Ens : Chut, chut, chut. //Doucement, doucement. Chut, on chuchote.</p> <p>Ali : Maitresse elle a dit que c'est pas un carré //</p>
---	---------------	--

		<p>Ens : Non, j'ai rien dit, j'ai dit je ne sais pas.</p> <p>Ali : Au début tu avais dit losange. Donc c'est pour ça. Regardez là ça penche. Donc ça veut dire que c'est //</p> <p>Rap : Mais tu sais pas, attends (il se lève et tourne autour du modèle) (brouhaha)</p> <p>Ali : Là ça penche. (Désigne un côté du modèle).</p> <p>Thé : Mais oui, regardez. (Se lève également, l'enseignante s'éloigne sans faire de commentaire).</p>
2	6 min 33 s	Gestion de classe : problème matériel
3	8 min 28 s	Question élève : l'enseignante précise les règles de vie en extérieur et répond à une question de contrat.
4	9 min 48 s	Question élève : l'enseignante répond à une question de contrat.
5	10 min 23 s	Gestion de classe : respect des règles de vie.
6	14 min 54 s	Les membres du groupe ne parviennent pas à s'entendre pour travailler ensemble. Une élève est isolée dans la zone de tracé. L'enseignante incite cette élève isolée à rejoindre ses camarades dans la zone des modèles. Elle motive sa demande en relation avec les informations à prendre sur le modèle et laisse entendre que le travail de groupe est nécessaire pour réussir.
7	20 min 14 s	Les élèves ont travaillé séparément et chacun a voulu lui-même prélever les longueurs sur le modèle et les reporter. Comme le groupe ne dispose que d'un seul tasseau, celui-ci comporte un grand nombre de marques qui ne sont pas exploitables. L'enseignante intervient pour demander au groupe de travailler ensemble. Elle fait expliciter à un élève le début de la procédure qu'il envisage : dessiner en premier la grande diagonale. Ensuite elle s'assure que les autres

		membres du groupe sont d'accord avec cette procédure.
8	24 min 39 s	Gestion de classe : les élèves se disputent pour un problème de matériel.
9	28 min 59 s	Les élèves ont dessiné les deux diagonales. Elles sont perpendiculaires mais leur point d'intersection n'est le milieu d'aucune des deux. Les élèves ont perçu que leur production graphique n'est pas identique au modèle, ils envisagent d'utiliser la ficelle pour placer le milieu d'une diagonale. Owen veut couper la ficelle sur laquelle Aurélie a repéré une longueur. Cela provoque un conflit. L'enseignante intervient et fait expliciter à chacun sa procédure, sans prendre parti.
10	30 min 42 s	Gestion de classe : respect des règles de vie.
11	34 min 17 s	Gestion de classe : Aurélie explique à l'enseignante les difficultés de communication au sein du groupe.
12	34 min 42 s	Les élèves veulent recommencer. L'enseignante les informe qu'ils n'auront pas le temps et donne les consignes de fin d'activité.

Nous notons que l'enseignante est très régulièrement présente auprès de ce groupe qui a du mal à fonctionner. Elle rappelle les règles de vie de classe, répond aux questions qui concernent les contraintes de la situation, invite les élèves à échanger entre eux, expliciter leur procédure et écouter leurs camarades mais ne donne aucune indication mathématique et ne prend pas parti dans les conflits.

Phase de formulation

Lors de la présentation du travail, le groupe 5 n'a donc aucun objet graphique à présenter aux autres élèves de la classe. Les échanges avec l'enseignante et les autres élèves durent 2 min 10 s. Nous identifions 3 étapes dans cette présentation :

Lors de l'étape 1, un élève explique les raisons de cet échec d'un point de vue social (les élèves ne se sont pas entendus entre eux), puis d'un point de vue géométrique : ils ne sont pas parvenus à placer « *le milieu* ». L'objet graphique considéré n'est que partiellement qualifié, en effet rien n'indique que le terme milieu se réfère à la diagonale.

Au cours de l'étape 2, l'enseignante revient sur le procédé de construction institutionnalisé avec le groupe précédent pour placer « *le milieu* ». L'objet dont on cite le milieu (la diagonale) reste implicite. Il s'agit d'une technique à portée locale, liée à la figure modèle.

Enfin dans l'étape 3, l'enseignante institutionnalise une technique pour placer le milieu d'une diagonale à l'aide d'un artefact : la ficelle. Il s'agit d'une technique instrumentée générale, ce qu'elle mentionne en restant vague dans les termes employés : « *quand vous voulez le milieu de quelque chose* ». Elle utilise les deux termes milieu et moitié sans les caractériser. La technique est décrite en termes d'actions instrumentées : plier la ficelle ou la feuille, elle n'est pas justifiée.

Bilan de nos analyses pour le groupe 5 organisé suivant les questions de recherche :

B1 - L'enseignante apporte des connaissances techniques qui concernent les schèmes d'usage de la ficelle pour trouver le milieu d'un segment donné. Elle s'appuie sur les difficultés évoquées par les élèves pour motiver cette aide technique.

Le lien entre l'usage de la ficelle et les propriétés que porte cet artefact reste implicite.

B3 - L'enseignante justifie les actions par des considérations pragmatiques (la ficelle peut se plier en deux).

B4 - Elle généralise la procédure présentée en restant vague dans les termes employés « *quand vous voulez le milieu de quelque chose* ».

C1 - L'enseignante revient sur une institutionnalisation locale faite précédemment. Elle complète par l'institutionnalisation d'une autre technique décrite en termes d'actions instrumentées qui n'est pas justifiée : plier la ficelle ou la feuille pour trouver le milieu.

3.4.7 Groupe 6 : Nabil CM1 ; Élise CM2 ; Lucas CM2 ; Tom CM2. (80 cm, 80°)

La transcription complète des échanges de ce groupe 6 se trouve en annexe VI.7

Phase d'action

Quand l'enseignante intervient auprès des élèves du groupe 6 après 27 minutes de recherche, le groupe a terminé une production graphique. L'enseignante leur demande de garder le matériel qu'ils ont utilisé à proximité de cette production graphique et de ranger le reste.

L'objet graphique construit est alors un quadrilatère dont 3 côtés seulement ont la même longueur que les côtés du modèle. Les diagonales ne sont pas représentées. Les élèves ne sont pas satisfaits de leur production. Après le départ de l'enseignante, ils décident de l'effacer et entreprennent une nouvelle construction.

Un peu plus tard, après 33 minutes de recherche, le groupe est de nouveau en activité. Les élèves expliquent à l'enseignante qu'ils recommencent car ils ont « *trouvé une technique qui est beaucoup plus rapide* ». L'enseignante les incite à terminer rapidement (voir la Figure VI-3 : temps d'activité des groupes pendant la recherche, page 188).

Nous sommes en fin de recherche, le groupe 1 qui était filmé en continu vient de terminer. Nous déplaçons une caméra dans la zone de tracé pour filmer ce groupe 6 lors de la production de ce deuxième objet graphique. Cela nous permet d'accéder aux étapes de sa construction qui sont les suivantes :

1. Les élèves utilisent l'équerre pour tracer deux droites perpendiculaires (dans le discours qui accompagne leur action les élèves mentionnent explicitement : « *Il faut tracer deux droites perpendiculaires pour faire un losange* »).
2. À partir de marques sur le tasseau, les élèves reportent les longueurs des diagonales et des demi-diagonales sur ces droites perpendiculaires déjà représentées (nous n'avons pas d'enregistrement vidéo de cette prise d'information, nous ne savons pas comment ils obtiennent les demi-longueurs des diagonales).
3. Ils effacent partiellement les droites représentées pour ne garder que des segments de la longueur voulue. Ces segments représentent les diagonales du losange à construire.
4. Ils vérifient avec la ficelle que le point d'intersection des diagonales est le milieu de chacune d'entre elles (cette vérification est accompagnée d'un discours, un élève montre le point d'intersection).
5. Ils terminent par la représentation des côtés du losange.

L'organisation de cette construction correspond à une procédure présentée en classe le matin et qui prend appui sur les propriétés des diagonales d'un losange (elles sont perpendiculaires, leur point d'intersection est le milieu de chacune d'entre elles).

Les élèves accompagnent leur action d'échanges qui témoignent de leur appropriation de cette procédure : « *Il faut tracer deux droites perpendiculaires pour faire un losange* » et plus tard en montrant le point d'intersection des diagonales : « *ça c'est la moitié* », « *c'est au milieu* ».

36 minutes après le début de la recherche, le groupe 6 a fini sa deuxième production graphique. Elle représente un losange avec ses diagonales. Celles-ci sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Phase de formulation

L'exposé de leur procédure à la classe par le groupe 6 dure 2 min 55 s. Nous identifions 3 étapes dans cet épisode. Lors de la première étape, la vérification dans l'espace sensible ne permet pas de conclure à la validité ou non de la production. L'enseignante change le contrat de validation : ce n'est plus le résultat dans l'espace sensible, mais la procédure mise en œuvre qui permettra d'obtenir ou non un point, c'est-à-dire de valider le travail.

Au cours de l'étape 2, les élèves explicitent leur procédure. L'enseignante essaie de leur faire employer le terme « diagonale ». Les élèves montrent des difficultés dans l'appropriation de ce terme.

Enfin, après avoir validé la procédure, l'enseignante revient sur la technique de mesurage (étape 3).

Étape 1 : validation dans l'espace sensible

Lors de cette étape, les élèves ne parviennent pas à faire coïncider les bords du modèle avec l'objet graphique. Comme les élèves du groupe 3, ils attribuent cette rétroaction du milieu à un mauvais positionnement du modèle sur l'objet graphique. Une question survient : faut-il distinguer le recto et verso du modèle ? L'intervention de l'enseignante permet de répondre à cette question et d'initier une justification qui repose sur une propriété géométrique.

Concernant le répertoire didactique, la propriété institutionnalisée peut s'énoncer : les traces graphiques respectivement du recto et du verso du modèle sont indiscernables car les 4 côtés de ce modèle sont de même longueur. Cette propriété est énoncée localement, elle n'est pas généralisée à une classe d'objets. Nous notons que la validation pragmatique dans l'espace sensible ne fait pas consensus. L'enseignante décide que c'est la procédure mise en œuvre qui permettra de valider ou non la production. En procédant ainsi elle initie un changement de contrat.

Étape 2 : diagonales ou droites perpendiculaires ?

Les élèves ont construit un losange à partir de deux droites perpendiculaires. Quand l'enseignante demande aux élèves d'explicitier leur procédure au cours de cette étape, ils ont du mal à qualifier leurs actions. L'enseignante réintroduit le terme géométrique diagonale, mais ce terme pose des difficultés aux élèves. Cette difficulté provient peut-être du changement de statut de l'objet sur lequel porte l'action. Les objets représentés, appelés initialement droites, doivent désormais être qualifiés de diagonales. Nous retrouvons la difficulté de la double désignation pointée par Duval.

Les raisonnements produits par les élèves sont l'explicitation de l'organisation des tâches et la formulation d'une caractéristique de l'objet graphique (M-1). Pour conduire leurs raisonnements, les élèves utilisent deux propriétés des diagonales du losange : elles sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Ces deux propriétés restent largement implicites. C'est la mémoire de ce qu'elle a observé pendant la phase de recherche qui permet à l'enseignante de conclure que les élèves ont employé l'une des procédures institutionnalisées le matin.

Étape 3 : retour sur un processus d'institutionnalisation : la technique de mesurage

Au cours de cette étape, l'enseignante s'appuie sur ses observations pendant la phase de recherche pour revenir sur la technique de mesurage qu'elle a déjà évoquée. Cela participe du processus d'institutionnalisation. Pour finir, l'enseignante valide non pas la production mais la stratégie qui a permis de l'obtenir.

Bilan de nos analyses pour le groupe 6 organisé suivant les questions de recherche :

A1 - L'enseignante repère des raisonnements produits par les élèves

A2 - Lors d'un désaccord entre élèves elle renvoie la responsabilité de la validation à la classe

Partie B – remarque : pour ce groupe l’enseignante change le contrat pour la validation du dessin. Elle valide non pas la production mais la stratégie qui a permis de l’obtenir.

B1 - L’enseignante accompagne les formulations des élèves par l’apport de termes géométriques adéquats.

B4 - La propriété est énoncée localement, elle n’est pas généralisée à une classe d’objets.

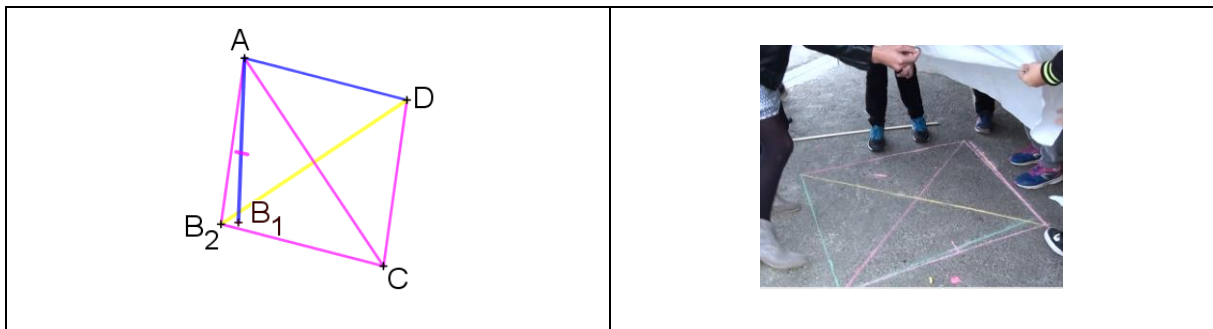
B5 - une intervention de l’enseignante permet d’initier une justification qu’elle complète par une formulation au niveau de référence (M-1).

C1 - L’enseignante s’appuie sur ses observations pendant la phase de recherche pour revenir sur la technique de mesurage qu’elle a déjà évoquée. Cela participe du processus d’institutionnalisation.

3.4.8 Groupe 1 : Adèle CM1 ; Louis CM2 ; Simon CM1 ; Émilie CM2 (85 cm, 80°)

La transcription complète des échanges de ce groupe 1 se trouve en annexe VI.8

Phase d’action



Ce groupe a été filmé pendant la phase de recherche, ce qui nous permet de reconstituer les étapes de la construction et les raisonnements qui la sous-tendent. Au moment de la mise en commun, l’enseignante n’a pas accès à ces informations. Elle a observé le groupe à plusieurs reprises au cours de cette phase de recherche mais n’a pas échangé oralement avec les élèves. Nous introduisons des lettres pour désigner les différents points et faciliter la compréhension du lecteur.

Les élèves ont utilisé plusieurs couleurs de craies pour différencier les objets graphiques dans leur discours. Nous indiquons ces couleurs quand cela est nécessaire.

Les principales étapes de la construction sont les suivantes :

1. Les élèves commencent par dessiner deux côtés consécutifs [AB] et [AD] en bleu en tenant compte des longueurs AB et AD ainsi que la distance entre les points B et D. Ils procèdent par essais et ajustements successifs. Ils utilisent les termes « *écartement* » et « *largeur* » pour

désigner la distance BD. Ils ne dessinent pas le segment [BD]. Nous nommons B_1 la première position du point B.

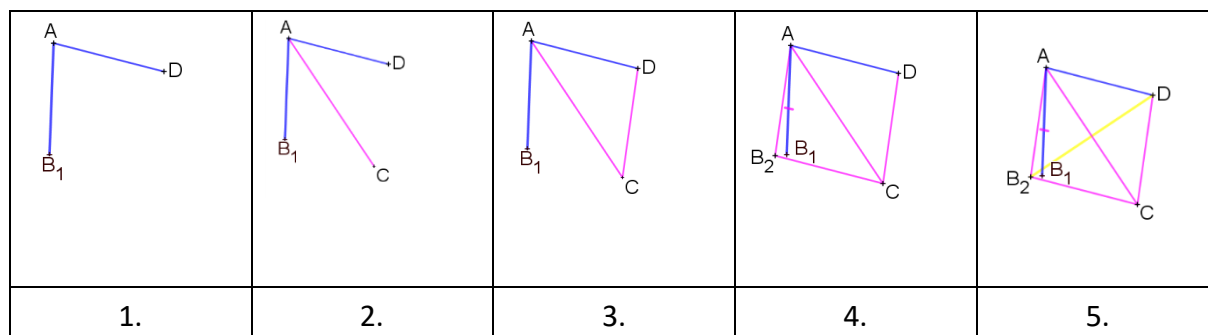
2. Les élèves dessinent ensuite la diagonale [AC]. Pour cela ils reportent la longueur AC et s'assurent de la bonne orientation du segment par perception visuelle. Pour désigner l'objet graphique en construction ils utilisent des expressions imagées : « *il faut tracer les traits de la croix* », « *ça fait une flèche* » : cela semble confirmer qu'ils perçoivent la symétrie de la figure par rapport à AC.

3. Les élèves dessinent le côté DC et vérifient sa longueur.

4. Les élèves dessinent le côté CB. Pour cela ils vérifient sa longueur et modifient légèrement la position du point B qu'ils déplacent en B_2 .

5. Après vérification de toutes les longueurs en jeu, les élèves tracent un nouveau segment [AB] en rose puis la diagonale [BD] en jaune.

6. Ils vérifient que les quatre angles formés par les diagonales sont des angles droits.



Les faits marquants principaux que nous avons relevés sont les suivants :

- Au cours de cette construction, les élèves remarquent que tous les côtés du modèle ont la même longueur : « *c'est pareil* », « *c'est exactement pareil* ». C'est la vérification instrumentale de cette propriété (la comparaison de longueurs par transitivité grâce au tasseau) qui leur permet de contrôler si le dessin est correct ou pas, et d'ajuster.
- Ils apportent beaucoup de soin aux reports de longueur. Pour reporter une longueur, ils placent deux marques sur le tasseau, la longueur à reporter étant comprise entre ces deux points. Leur procédure est juste. Nous notons qu'ils ne reportent pas les longueurs à partir d'une extrémité du tasseau.
- Les élèves passent beaucoup de temps à vérifier les différentes longueurs et caractéristiques de la figure avec des allers-retours entre vérification par la perception visuelle et vérification instrumentée : « *Ouais, mais c'est pas à l'œil nu. Il faut vérifier quand même.* ».

Phase de formulation

L'explicitation de sa procédure par le groupe 1 dure 4 minutes. Nous identifions 3 étapes dans cet épisode. Lors de la première étape, la vérification dans l'espace sensible ne permet pas aux élèves de s'accorder sur la validité ou non de la production. L'enseignante tranche et valide l'objet graphique produit. L'étape 2 est dédiée à l'explicitation de leur procédure par les élèves et une tentative de faire formuler les propriétés géométriques des diagonales d'un losange par l'enseignante. Lors de l'étape 3, un élève revient sur l'objet graphique quand le discours de l'enseignante porte sur l'objet géométrique représenté.

Étape 1 : validation dans l'espace sensible

Spontanément, les élèves commencent par la validation dans l'espace sensible. Ils interprètent des rétroactions du milieu au niveau M-2. Les élèves ont des critères différents pour la validation pragmatique dans cet espace sensible. Par ailleurs, cette validation est sujette aux imprécisions tracées de positionnement de l'instrument. L'enseignante valide la production sans attendre l'explicitation de la stratégie, elle ne fait pas référence au contrat pour la validation.

Étape 2 : construction de l'objet graphique amorcé par le triangle ABD (sans traçage du coté BD), ajusté par approximations successives contrôlées par la longueur des cotés

L'enseignante invite à une verbalisation (17) : « *Comment avez-vous fait ?* ». Les élèves décrivent le procédé de construction (verbalisation au niveau M-2) ainsi que les ajustements progressifs de l'action pour tenir compte des rétroactions (M-2). Ils éprouvent des difficultés à formuler l'interprétation des rétroactions.

Dans leurs échanges lors de la construction, les élèves ont utilisé les termes *largeur* et *écartement* qui témoignent d'une interprétation de relations spatiales des objets graphiques à construire. Mais le lien entre ces relations spatiales qui sous-tendent la construction et les propriétés géométriques de l'objet géométrique représenté n'est pas explicité.

Nous percevons ce qui nous semble être un paradoxe : d'une part l'enseignante demande aux élèves d'employer un lexique géométrique, et rejette les termes spatiaux. Mais par ailleurs, elle institutionnalise un procédé de construction de l'objet graphique sans faire de lien explicite entre les propriétés spatiales de cet objet graphique et les propriétés géométriques de l'objet géométrique qu'il représente. La correspondance entre des termes spatiaux et des termes géométriques est évoquée mais la correspondance entre des relations spatiales et des relations entre les objets géométriques représentés correspondants est passée sous silence.

Pour clore cette étape, l'enseignante cherche à faire énoncer par les élèves les propriétés des diagonales d'un losange. Elle semble attendre la formulation : « *les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires* ». Cette formulation synthétique conduit à un probable malentendu : « *Les diagonales se coupent en leur milieu* » condense plusieurs informations : les diagonales sont sécantes (elles se coupent). Leur point d'intersection est le milieu de chacune des deux (en leur milieu).

En réponse à son questionnement, les élèves utilisent les expressions : « *le centre* » (56) et « au milieu » (57). Ils se réfèrent ainsi soit au centre du losange soit au milieu d'une des diagonales. Mais ils ne perçoivent pas nécessairement que ce point est le milieu des deux diagonales.

Étape 3 : question non géométrique d'un élève sur l'objet graphique.

Alors que l'enseignante évalue l'objet géométrique représenté, les élèves évaluent l'objet graphique et se posent à son sujet des questions non géométriques.

Bilan de nos analyses pour le groupe 1 organisé suivant les questions de recherche :

Partie A

A2 - Un désaccord se produit entre élèves. L'enseignante valide elle-même la production sans justification.

Partie B

B1 - L'enseignante reformule les propos des élèves en introduisant des termes géométriques.

L'enseignante questionne les élèves sur l'objet géométrique représenté et non plus sur le seul dessin étudié : « pour tracer un losange ».

B2 - Des difficultés dues à la double désignation ne sont pas perçues.

B3 - Elle favorise la justification des actions par des considérations pragmatiques.

B5 - L'enseignante encourage les élèves à utiliser des termes géométriques et à formuler les propriétés des diagonales d'un losange.

Partie C

C1 - L'enseignante revient sur une règle de construction institutionnalisée avec les groupes précédents : pour tracer un losange il ne faut pas commencer par les côtés. Elle reste au niveau du milieu objectif. La règle de construction permet de réussir le dessin mais elle est détachée des propriétés géométriques qui la sous-tendent.

C2 - L'enseignant fait une synthèse orale, elle cherche à faire énoncer par les élèves les propriétés des diagonales d'un losange. Elle semble attendre la formulation : « *les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires* ».

4.4. Synthèse pour la situation de reproduction de figures dans le méso-espace

4.4.1 Synthèse sur les raisonnements des élèves

Au niveau M-2 du milieu objectif :

Concernant les raisonnements des élèves, nous notons des raisonnements variés qui font intervenir des prises d'informations sur le modèle en lien avec les interprétations des rétroactions du milieu. Les élèves procèdent pas essais successifs ponctués de nombreuses

vérifications instrumentées. Nous notons des raisonnements d'organisation des tâches ou de choix de l'artefact, en lien avec les caractéristiques du modèle.

Des termes ou expressions qui ne sont pas corrects d'un point de vue géométrique permettent malgré tout aux élèves de se comprendre et rendent compte des raisonnements sous-jacents. Ces raisonnements témoignent parfois d'une amorce de déconstruction dimensionnelle de la figure. D'une perception globale du losange (2D) des élèves passent progressivement à l'appréhension de droites (1D) dont ils questionnent la position relative.

Les connaissances mobilisées dans l'action qui concernent la figure modèle sont :

- l'égalité de longueur des côtés ;
- les propriétés des diagonales d'un losange : elles sont perpendiculaires ; Leur point d'intersection le milieu de l'une d'entre elles. Les élèves ont des difficultés à considérer plusieurs propriétés simultanément.

Concernant les artefacts, des élèves construisent des schèmes d'usage pour le tasseau afin de reporter une longueur.

Au niveau M-1 du milieu de référence

Lors des phases de formulation nous avons observé des raisonnements variés : explicitation de l'organisation des tâches ; justification implicites des tracés en lien avec les propriétés de la figure ; formulation de caractéristiques de l'objet graphique ; interprétation et formulation des rétroactions du milieu en lien avec une propriété de la figure. Tous les groupes n'accèdent pas au même niveau de raisonnement, mais ce n'est pas corrélé à la réussite de la production.

4.4.2 Questions relatives aux interventions de l'enseignant. Partie A – comment l'enseignant reçoit les raisonnements des élèves ?

Pour mémoire les questions relatives à cette partie sont les suivantes :

A1 - Est-ce que l'enseignant repère les raisonnements ?

A2 - Est-ce que l'enseignant valide lui-même les raisonnements produits par un élève ou un groupe d'élèves ou est-ce qu'il renvoie cette validation à la classe ? C'est-à-dire quelle part d'adidacticité l'enseignant laisse-t-il ? Quelle responsabilité laisse-t-il aux élèves dans leur apprentissage ?

L'enseignante identifie la majorité des raisonnements produits par les élèves. Elle s'appuie sur ses observations menées lors de la phase d'action pour identifier les connaissances sur lesquelles reposent ces raisonnements.

Tous les raisonnements valides ne sont pas valorisés par l'enseignante. Son choix semble guidé par son projet d'institutionnalisation. Cela assure la cohérence de son processus d'institutionnalisation mais restreint les appréhensions de la figure que peuvent avoir les élèves.

Le travail dans le méso-espace favorise la variété des décompositions de la figure et la déconstruction dimensionnelle mais ce processus peut être entravé par une focalisation sur la propriété des diagonales.

Lors de désaccords entre élèves, tantôt elle renvoie la responsabilité de la validation aux élèves, tantôt c'est elle qui tranche, sans justification supplémentaire. Nous n'avons pas identifié avec certitude les éléments qui pourraient guider ce choix. L'avancement du temps didactique est sans doute une contrainte qui intervient.

4.4.3 Questions relatives aux interventions de l'enseignant. Partie B – Comment l'enseignant accompagne-t-il les raisonnements des élèves ?

Partie B – Comment l'enseignant accompagne-t-il les raisonnements des élèves ? Comment les transforme-t-il ? Que fait l'enseignant pour faire évoluer les discours des élèves de la verbalisation à la formulation ?

B1 - Est-ce que l'enseignant apporte des connaissances aux élèves pendant cette phase ? De quelle nature (aide technique, apport de vocabulaire) ?

B2 - Est-ce qu'il s'appuie sur des raisonnements qu'il a pu observer lors de la phase de recherche mais que les élèves ne mentionnent pas spontanément ? Que fait-il des raisonnements erronés ? Est-ce qu'il les perçoit ? Est-ce qu'il parvient à les analyser ? Est-ce qu'il les traite ? Amène-t-il les élèves à en comprendre l'origine ?

B3 - Est-ce qu'il favorise la justification des actions par des considérations pragmatiques et /ou leur organisation par des connaissances géométriques ?

Est-ce qu'il permet d'établir des liens entre l'usage des instruments et les propriétés que « portent » ces instruments (alignement, égalités de distance, etc.) ?

B4 - Est-ce qu'il favorise le passage du singulier au général ? Fait-il des liens entre les différents raisonnements ? Est-ce qu'il interroge les élèves sur la nécessité des actions produites ?

B5 - Est-ce que les interventions de l'enseignant favorisent ou initient un changement de niveau de milieu ?

B1 - Hélène introduit régulièrement dans le milieu des termes géométriques, soit elle-même soit en sollicitant les élèves. Nous notons que cet enrichissement du milieu favorise parfois la formulation de raisonnements utilisés implicitement par les élèves en phase d'action. Le passage d'un langage courant appuyé par des gestes déictiques à l'emploi de termes géométriques qui permettent de qualifier les objets et indiquer la fonction des actions (prendre une information ou produire une trace graphique) se traduit alors par un changement de niveau de milieu. Les élèves évoluent d'une description de l'action (M-2) à l'évocation de relations géométriques (M-1) (groupe 2).

Cependant, nous avons observé qu'à d'autres moments la demande qui est faite aux élèves d'employer des termes géométriques les empêche d'exprimer des raisonnements pourtant

riches qu'ils ont produits et qui portent sur des objets de l'espace sensible (groupe 1). Nous avons réalisé en observant les élèves que lors des échanges spontanés langagiers et gestuels, on pouvait repérer, exprimés avec un vocabulaire spatial, des raisonnements pertinents et plus riches que ce qu'ils donnent à voir lors de la phase de formulation. Il se peut que la demande de « changer de langage » (contrainte « langage géométrique ») les empêche de (re) développer ces raisonnements. Par exemple, quand les élèves parlent de la largeur d'un losange, ils considèrent (le geste le prouve) son « encombrement » d'un point de vue spatial, qu'on pourrait d'ailleurs plus rapprocher de l'angle. Ils perdent ce sens en entendant l'enseignant reformuler « diagonale ». Notons cependant que l'étymologie du mot diagonale « *à travers l'angle* » correspond à la signification utilisée par les élèves.

B1 - L'enseignante a perçu la difficulté de certains élèves à analyser l'ordre dans lequel mener leur construction (appréhension séquentielle au sens de Duval). Elle y remédie par l'introduction d'une règle qu'elle institutionnalise ensuite : « pour construire un losange on ne peut pas commencer par un côté ». Cette règle est mise en relation avec la présentation d'un artefact articulé présenté le matin et qui illustre le fait qu'un losange n'est pas entièrement défini quand on connaît la longueur de ses côtés.

B1 - Elle apporte également des connaissances techniques qui concernent les schèmes d'usage de la ficelle pour trouver le milieu d'un segment donné. Elle s'appuie sur les difficultés évoquées par les élèves pour motiver cette aide technique.

B2 - Hélène prend appui sur les raisonnements erronés qu'elle identifie pour amener les élèves à comprendre l'origine de leur erreur et à la formuler. Cela peut conduire à des institutionnalisations locales (nous verrons que Céline traite différemment les raisonnements erronés des élèves).

B3 - Excepté quand elle institutionnalise les schèmes d'usage d'un artefact (tasseau ou ficelle), l'enseignante n'évoque pas les instruments. Les propriétés qu'ils portent ne sont pas verbalisées. Elle justifie souvent les actions par des considérations pragmatiques.

B4 - Les propriétés sont le plus souvent énoncées localement. Des généralisations sont amorcées dans les moments d'institutionnalisation locale : « pour trouver le milieu de quelque chose », « pour construire UN losange ».

B5 - Le milieu est enrichi au fur et à mesure des phases de formulation des différents groupes. Les apports sont organisés au fur et à mesure du déroulement et immédiatement réinvestis. Cet enrichissement couplé à des interventions de l'enseignante, qui demande d'explicitier une procédure ou de justifier la validité d'une proposition, initient parfois un changement de niveau de milieu.

4.4.4 Partie C – questions relatives à la mémoire des apprentissages, à la manière dont les connaissances nouvelles sont-elles intégrées au répertoire didactique de la classe.

C1 - Est-ce que l'enseignant fait des institutionnalisations locales ? Si oui, comment sont-elles organisées ? Des liens sont-ils établis entre les différents raisonnements produits ?

C2 - L'enseignant fait-il une synthèse ou un bilan des connaissances nouvelles ou anciennes qui ont été fréquentées pendant la séance ? Sous quelle forme ?

C3 - L'enseignant mobilise-t-il uniquement l'oral ou utilise-t-il un écrit transitoire ?

C4 - Est-ce que l'enseignant produit ou fait produire un écrit différé de retour en classe ?

C5 - Est-ce que l'enseignant fait des liens avec le répertoire didactique existant ?

L'enseignante institutionnalise localement des termes géométriques et des formulations qui sont géométriquement correctes. Cependant, en décalage avec cette rigueur qu'elle initie, elle utilise parfois des termes équivoques.

Elle se place ainsi dans une perspective de reproduction du modèle et favorise la mémoire de connaissances techniques. Elle institutionnalise une règle : « pour construire un losange on ne peut pas commencer par les côtés. ». Elle revient à plusieurs reprises sur cette règle et la met en relation avec un artefact (un losange articulé) qui lui a permis d'illustrer le fait qu'un losange n'est pas entièrement défini quand on connaît la longueur de ses côtés. Elle institutionnalise l'usage de la ficelle pour placer le milieu d'un segment. Elle revient également sur l'usage du tasseau pour reporter une longueur et la nécessité, selon elle, de bien faire coïncider une extrémité du tasseau avec une extrémité du segment dont on souhaite reporter la longueur. Ces techniques qui sont décrites en termes d'actions instrumentées ne sont pas justifiées (le mot *longueur* n'est pas prononcé).

À la fin de la séance, l'enseignante fait une brève synthèse orale au cours de laquelle elle cherche à faire énoncer par les élèves les propriétés des diagonales d'un losange. Elle semble attendre la formulation : « *les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires* ». Cette propriété est difficile à mettre en relation avec la présentation du losange articulé.

Ces analyses ont été complétés par un entretien d'autoconfrontation dont nous rendons compte dans la section 5 qui suit.

5. Les entretiens avec l'enseignante

L'objectif de cette section est de présenter l'entretien d'autoconfrontation simple avec Hélène, son déroulement et les analyses afférentes.

Les entretiens d'auto confrontation simple se déroulent de manière similaire avec les deux enseignantes, en trois étapes successives, suivant la méthodologie présentée dans le chapitre V. Dans un premier temps, l'enseignante évoque librement la séquence, elle livre ses premières impressions et remarques sur la séquence.

La deuxième phase commence par le visionnage sur un écran d'ordinateur d'une même phase de la séquence pour les deux classes. La phase choisie est la phase de formulation de la situation de reproduction de losange dans le méso-espace, qui dure une vingtaine de minutes. L'enseignante peut interrompre elle-même le visionnage quand elle le souhaite. Après le visionnage, l'enseignante est de nouveau invitée à s'exprimer librement à partir de ce qu'elle vient d'observer. Elle peut visionner à nouveau une partie de la vidéo, si elle le souhaite.

Au cours de la troisième phase, le chercheur questionne l'enseignante, il revient sur des épisodes particuliers, éventuellement en visionnant les extraits de film correspondants.

Dans ce paragraphe, l'entretien est analysé de manière linéaire, en suivant les « unités de sens » du discours de l'enseignante. Nous avons ensuite synthétisé les éléments recueillis. Nous avons découpé les entretiens en « étapes » qui ont pour thème un sujet défini et constituent une unité de sens en lien avec une question du chercheur ou un nouveau sujet introduit spontanément par l'enseignante. Le numéro et la durée de chaque étape est indiqué en en-tête. L'ensemble de l'entretien dure une heure.

Comme nous l'avons évoqué, nous avons procédé à une première analyse de cet entretien avant de mener les analyses portant sur la mise en œuvre de la séquence.

Ces analyses de la séquence étant effectuées, nous avons complété l'étude de l'entretien pour identifier les points de convergence (ou de divergence) entre cet entretien et le déroulement en classe. Dans la lecture linéaire, nos analyses ou remarques figurent en encadré.

5.1. Entretien d'autoconfrontation simple avec Hélène, déroulement et analyse linéaire

L'entretien s'est déroulé le 21 novembre 2017

Mise en route. 1 min 33 s

Cette étape que nous intitulons « *mise en route* » correspond à l'explicitation des modalités de l'entretien. Le chercheur rappelle à l'enseignante les différentes phases de l'entretien que nous avons évoquées.

L'enseignante est arrivée avec un calepin. Elle y a noté les éléments importants qu'elle a retenus de la séquence. Elle l'a effectué de sa propre initiative, sans demande de notre part. Elle exprime la nécessité de pouvoir noter par écrit des remarques éventuelles (nous verrons que Céline abordera l'entretien de manière différente).

Première phase : l'enseignante s'exprime librement sur la séquence.

Hélène consulte son calepin sur lequel elle a noté les éléments essentiels dont elle veut nous faire part.

1 - dévolution vue par l'enseignante. 1 min 20 s

- 1 *Ens : Comme ça m'est venu suite à la séance. J'ai trouvé que les élèves s'étaient heu vraiment*
- 2 *heu// investis dans l'activité. Ils avaient vraiment essayé de, de participer efficacement et de*

3 *réussir un petit peu le défi qui leur était donné. Heu, ils ont bien compris les consignes. Alors*
4 *j'ai, j'ai trouvé que j'avais été, heu pour les deux séances, enfin disons la toute première et la*
5 *troisième, on va dire, parce qu'on a coupé la première en deux. J'ai trouvé que j'ai été longue*
6 *sur les consignes mais ça me semblait important de bien tout expliquer puisqu'ensuite je ne*
7 *voulais pas avoir à les interrompre dans l'activité, les rappeler pour relancer. J'ai trouvé la*
8 *passation des consignes, longue mais heu je constate qu'ils avaient bien compris les consignes*
9 *et que du fait c'était peut-être du temps de gagné sur la suite et ensuite ils ont pu être*
10 *autonomes. Heu, ils ont respecté les contraintes, tous. Heu, mieux que dans la première*
11 *séance, c'est à dire qu'il n'y a pas eu de problème, heu comme on a pu en voir lors de la*
12 *première séance, heu du fait d'avoir le matériel dans le même espace et donc certains s'en sont*
13 *servi comme gabarit. La forcément le, la situation faisait que s'ils avaient bien compris la*
14 *consigne, ils respectaient les contraintes.*

Lignes 1 à 3, Hélène fait référence dès le début de l'entretien à l'activité des élèves. C'est ce qu'elle mentionne en premier. Elle lie explicitement cette activité à la dévolution.

Ligne 4, elle évoque deux séances car initialement elle avait programmé une séance pour la situation de communication dans le micro-espace et une séance pour la reproduction de figures dans le méso-espace. Nous l'avions contactée pour prévoir une séance supplémentaire « au cas où ». Nous ne voulions pas induire la nécessité d'une séance supplémentaire mais aussi garder la possibilité de le faire. Elle a effectivement eu besoin de cette séance pour la mise en commun. Ce choix initial n'est pas anodin. Il reflète l'importance accordée à l'action des élèves par rapport à la « mise en commun » et la formulation.

Ligne 4 et suivantes, Hélène fait le lien entre la dévolution et le déroulement de la phase de recherche (ils ont pu être autonomes L.10). Elle lie aussi cette dévolution au « respect des contraintes » c'est-à-dire des conditions de l'action. Elle note que dans la situation dans le méso-espace, le milieu ne permettait pas la mise en œuvre de certaines procédures indésirables qui n'avaient pas de lien avec les connaissances visées.

L'analyse du déroulement effectif nous montre qu'en effet cette phase de dévolution a permis de construire le milieu matériel et de définir précisément l'enjeu de la situation pour les élèves. Cette organisation du milieu a favorisé les interactions élèves-milieu lors de la phase adidactique. Au cours de cette phase un seul groupe d'élève (le groupe 5) a posé des questions à l'enseignante sur le contrat à respecter. Nous avons vu que par ailleurs les élèves de ce groupe ont beaucoup sollicité l'enseignante pour des raisons de mésentente entre individus.

2 - Un élève particulier. 45 s

15 *Che : Oui*

16 *Ens : J'ai trouvé très positif que Etienne qui était absent en séance une, qui était moyennement*
17 *intéressé en séance deux lors de, de la mise en commun où on dégageait un petit peu les*
18 *critères qui avaient permis à certains groupes de construire des losanges. Heu, forcément il*
19 *avait pas fait la séance une, même si on a expliqué ce dont on parlait, il était pas très intéressé.*

20 *Là par contre en séance trois il a pu faire le retour de son groupe donc il a pu expliquer*
21 *comment est-ce qu'ils ont construit. Donc je me dis heu /cette séance là et le groupe aussi avec*
22 *lequel il a travaillé lui a permis d'apprendre quelque chose et de même si ce n'est peut-être pas*
23 *gravé dans le marbre, là, l'objectif était plutôt atteint. Il avait bien intégré la démarche, il a pu*
24 *l'expliquer.*

Peu de temps après le début de l'entretien, Hélène évoque un élève particulier. Cela dénote d'une attention à chaque élève ou au moins le souci de faire progresser cet élève, qui rencontre des difficultés dans les apprentissages. Elle évoquera de nouveau cet élève un peu plus tard, au cours de la phase 2, étape 12.

L23 : « Il avait bien intégré la démarche, il a pu l'expliquer. »

Hélène semble associer le fait de « pouvoir expliquer » à la manifestation de la compréhension de la démarche de construction. Autrement dit pour elle, c'est un moyen pour l'enseignant de savoir si un élève « a compris ». Elle ne présente pas la formulation comme un moyen d'apprentissage pour l'élève.

Ce propos est à nuancer au vu des analyses. La formulation est l'occasion de l'apprentissage du vocabulaire géométrique et du partage entre élèves de l'analyse des différentes stratégies. Mais elle-même est souvent imprécise dans ses formulations. Elle utilise des termes géométriques (diagonales) sans préciser l'objet ou l'ensemble de référence (le dessin, l'objet mathématique, l'ensemble des dessins ...).

3 - Procédures des élèves : 32 s

25 *Ens : Heu, autre point positif même si certains groupes n'ont pas réussi à être suffisamment*
26 *précis pour obtenir le point par rapport à ce qu'on avait indiqué, heu tous ont intégré le besoin*
27 *de s'appuyer sur les diagonales et leur perpendicularité. Ça, ça s'est vu dans tous les groupes*
28 *y compris le groupe qui n'avait pas terminé.*

29 *Che : Oui*

30 *Ens : Puisque qu'ils avaient tracé des diagonales, au bout d'un moment ils se sont rendu*
31 *compte que ça n'allait pas alors ils ont effacé, ils ont changé, ils ont pas réussi à s'entendre.*
32 *Mais dans tous les groupes on a eu des tracés de diagonales perpendiculaires.*

Un objectif d'Hélène, a priori atteint, était que les élèves « s'appuient sur les diagonales et leur perpendicularité » pour effectuer leur construction. Elle s'exprime en termes d'actions : tracer, effacer, changer et évoque le dessin produit. Elle ne s'exprime pas en termes de propriétés (pas de référence au « savoir »).

Tous les groupes ont en effet dessiné les diagonales sur leur production. Mais le groupe 1 a dessiné les diagonales en dernier. Ils ont vérifié la perpendicularité des diagonales de leur dessin pour le valider, mais pas pour le construire.

Il y a aussi un malentendu. Là où l'enseignante voit des « diagonales » les élèves ont dessiné des droites perpendiculaires (groupe 5) ou une croix, pour respecter un protocole de construction mémorisé.

4 - Objectif à retravailler : 1 min 25 s

33 *Ens : En revanche ce sur quoi je n'ai peut-être pas assez mis l'accent en séance deux et qui a*
34 *été un problème en séance trois c'était le fait qu'elles se// que les diagonales se coupaient en*
35 *leur milieu. Donc certains avaient bien intégré qu'elles se coupaient en leur milieu mais ne*
36 *savaient pas comment trouver le milieu par rapport aux outils dont ils disposaient. Et heu, pour*
37 *d'autres heu et bien ils traçaient une diagonale, ils allaient prendre la mesure de la seconde et*
38 *ils la traçaient heu, sans savoir où la positionner. Donc ils faisaient de la perpendicularité et*
39 *ensuite elles étaient pas du tout, heu en leur milieu. Donc c'est, //Si je devais continuer la suite*
40 *ce serait un point sur lequel je reviendrais en reprenant cette séance trois et en leur demandant*
41 *qu'est-ce qui a fait obstacle pour certains, qu'est-ce qui faisait que les losanges étaient pas*
42 *formés comme ils le souhaitaient et heu, heu, ben je mettrais l'accent sur ce point-là. Cela dit*
43 *lors de la mise en commun on a pu, enfin, j'ai pu faire émerger auprès d'un élève ben comment*
44 *on pouvait faire à partir du matériel dont on disposait. L'histoire de la ficelle à plier en deux.*
45 *Cela dit, ce n'est pas parce que lui en a pris conscience à ce moment-là que c'est quelque chose*
46 *heu, qui est acquis pour l'ensemble du groupe mais ça pourrait être un point de départ pour la*
47 *suite. J'ai déjà un élève sur lequel je peux m'appuyer pour redonner la technique et continuer.*

L33 à 39 : Hélène identifie une difficulté qu'elle n'avait pas (ou pas assez) discernée. Le fait que deux propriétés caractérisent la position relative des diagonales d'un losange : elles sont perpendiculaires et ont le même milieu. La première propriété est aisément perceptible, concerne la position relative d'objets 1D et s'énonce facilement. La seconde demande une déconstruction dimensionnelle pour prendre en compte la position d'un objet 0D par rapport à deux objets 1D (voir analyse a priori). Sa prise en compte sur le plan graphique demande une séquentialisation : placer le point milieu de la première diagonale, construire la seconde passant par ce point, perpendiculaire, et admettant ce point comme milieu.

L39 à 42 : elle se place au niveau didactique (M+1) et évoque un projet de séance hypothétique pour remédier à la difficulté observée. Dans ce projet de séance, l'action est déterminante.

Pour Hélène, l'appui sur une procédure correcte d'un élève n'est qu'un « point de départ ». Elle n'est pas garante d'une appropriation par tous de la notion visée. Ici, la « notion » est en fait une technique de construction d'un losange avec le matériel à disposition.

Les analyses montrent que l'institutionnalisation porte effectivement pour une partie au moins sur une technique de construction

5 - Fonctionnement des groupes : 1 min 10 s

48 *Ens : Alors il y a un groupe qui n'a pas réussi à bien fonctionner, heu en les composant, si tu te*
49 *rappelles j'avais dit si il y a un groupe qui va être délicat, c'est celui-là. Mais bon au bout d'un*
50 *moment comme il y a pas mal d'élèves avec des profils particuliers il y en a qui ont fini par se*
51 *retrouver, heu malheureusement ensemble. Heu, ça a été donc effectivement des problèmes*
52 *de, de beaucoup liés à l'affectif. Déjà dans la vidéo, tu l'as sans doute remarqué, c'est le seul*
53 *groupe qui a emmené tout le matériel qui existait. Ils ont eu besoin d'emmené, heu un crayon*

54 *de papier, des ciseaux, de la ficelle, du scotch. Avoir, ils avaient besoin d'avoir de //de tout. Ils*
55 *ont tout emmené dans leur coin, heu là où ça ne leur servait plus à rien parce que tout l'intérêt*
56 *de la ficelle c'est de l'avoir à disposition à côté d'eux. Voilà, eux c'était l'affectif d'abord. Par*
57 *rapport au matériel, par rapport à l'activité, Arthur voulait absolument tracer mais il ne savait*
58 *pas du tout ce qu'il fallait tracer. Et heu, dans le groupe et bien même si les autres auraient pu*
59 *lui indiquer, et ben toi tu traces ça et que ce soit formateur. Voilà, ils étaient tous dans l'affectif,*
60 *ils voulaient faire, ils avaient pas envie de s'expliquer, ils voulaient être celui qui faisait. Il n'y a*
61 *qu'Aurélié qui voulait aider le groupe à fonctionner, mais heu elle se, elle a été un peu démunie*
62 *parce que les autres personnalités étaient assez fortes donc c'était un peu compliqué.*

Hélène évoque la gestion de classe, la personnalité de certains élèves et l'aspect « affectif » pour justifier les difficultés d'organisation d'un groupe qui n'a pas terminé la construction. Elle évoquera à nouveau ce groupe lors des entretiens « croisés ». Nous notons encore l'importance de l'activité. Selon Hélène, les élèves voulaient faire mais pas « s'expliquer ». Cela provient peut-être de leur difficulté à anticiper et organiser les actions à produire.

L'analyse de la phase de formulation pour ce groupe (5) met en évidence comment l'enseignante conduit les élèves à analyser les raisons de leur échec et fait de cette phase de formulation un moment d'apprentissages potentiels à la fois au niveau social et au niveau des connaissances géométriques.

6 - Procédures des élèves : 1 min 05 s

63 *Ens : Cela dit même dans ce groupe qui n'a pas réussi à fonctionner, il y a, ils sont quand même*
64 *partis du tracé des diagonales et ils savaient qu'il fallait tracer perpendiculairement. Il s'est*
65 *passé des choses en séance deux. Même si il y avait des difficultés dans le groupe, ça avance.*
66 *Heu on a eu aussi certains groupes qui ont eu des problèmes de précision. Ils manquaient de*
67 *rigueur dans les prises de mesure. Mais heu, c'est ce qu'on retrouve aussi dans un espace plus,*
68 *plus restreint, sur l'espace de la feuille ou autre. Ce sont des élèves qui sont pas, très très*
69 *rigoureux, et ils se contentent de quelque chose d'assez approximatif. Je sais ça que ma*
70 *collègue, heu qui les avait l'an dernier me l'avait souvent dit en disant que parfois elle leur*
71 *disait : "mais regarde c'est pas très précis tu pourrais faire..." et puis parfois elle disait : "bon*
72 *ben écoute, ça ira laisse" car elle avait beau essayer de leur faire refaire ils manquaient de*
73 *précision et d'habileté motrice.*

L63 à 65 : nous retrouvons l'objectif mentionné dans l'étape 4, d'obtenir des élèves une construction à partir du tracé des diagonales.

L68 à 75 : les difficultés de mesurage des élèves sont attribuées à un problème de « précision » qui serait lui-même lié à un manque d'habileté motrice ou de rigueur. Les composantes technico-figurales et sémiotiques du mesurage ne sont pas interrogées. Hélène se réfère uniquement à la composante manipulateur (au sens de Petitfour, 2015).

Lors de la phase de formulation, l'enseignante revient rapidement sur la technique de mesurage (groupe 6, étape 3).

7 - Procédures des élèves, vocabulaire et fonctionnement des groupes : 49 s

74 Ens : D'une manière générale l'objectif et globalement atteint pour le plus grand nombre, les
75 diagonales se coupent (1) perpendiculairement (2) **en leur milieu**, et ils construisent à partir
76 des diagonales. Même si il y avait ensuite à poursuivre ce serait la question du milieu des
77 diagonales. Le vocabulaire est peu à peu intégré par la classe donc c'est pas encore clair pour
78 tous mais ils cherchent le mot de cette chose qui traverse, et alors ils ont dû faire les cercles
79 en dernier l'année dernière donc ils étaient sur les diamètres et diagonale/diamètre.... Mais
80 ça commence à venir et ils se rendent compte qu'ils ont besoin de les nommer. Heu (lis ses
81 notes), ça je l'ai dit que ce groupe avait besoin de tout apporter, ils avaient surtout envie
82 d'utiliser le matériel et d'être le premier à le faire et voilà. Et après je suis à ta disposition.

Reprise des éléments déjà cités, avec en plus l'évocation du vocabulaire.

L 80 : « Ils se rendent compte qu'ils ont besoin de les nommer ». Le vocabulaire n'est pas introduit en préalable, les élèves doivent percevoir par eux-mêmes la nécessité d'employer un langage commun, précis et univoque. La précision dans l'emploi du vocabulaire n'est pas un objectif prioritaire pour l'enseignante. C'est un objectif à long terme.

Au vu des analyses, il nous apparaît que pour désigner une diagonale d'un losange, les élèves utilisent spontanément des termes spatiaux (largeur, écart, écartement). Dans les phases d'action ces termes leurs suffisent pour échanger entre eux, se comprendre et élaborer des raisonnements pertinents qui portent alors sur des objets de l'espace sensible (la figure modèle ou le dessin en construction).

Lors de leurs échanges avec l'enseignante, et pour répondre à sa demande, les élèves cherchent à utiliser des termes géométriques. Ils emploient alors le terme diamètre qui leur est familier et qui traduit peut-être pour eux cet « écartement ». Cet usage de termes spatiaux que nous avons mis en évidence dans les phases de formulation dans le méso-espace se retrouve lors de la mise en commun de la situation de communication dans le micro-espace.

Deuxième phase : examen de la vidéo de la mise en commun et commentaires spontanés de l'enseignante.

8 - Vidéo : 23 min 35 s

83 Che : D'accord. Bon on va regarder. Si tu as besoin d'arrêter à un moment pour prendre des
84 notes, tu appuies ici (*projection de la vidéo. L'ensemble des phases de formulation est visionné,*
85 *l'enseignante n'interrompt pas la projection*).

9 - Un élève particulier : 46 s

86 Che : Voilà (*Chercheur arrête la vidéo*)

87 Ens : Alors je constate, que en fait Etienne a été interrompu dans son explication et qu'au final
88 c'est le reste du groupe qui a fini, donc je ne sais pas si il a effectivement intégré toute la
89 démarche ou pas, heu puisque il n'était pas en difficulté pour démarrer, donc heu c'est ce qui
90 m'a sans doute laisser l'impression qu'il était capable de l'expliquer mais en revoyant les

91 images, freinée par le vocabulaire j'ai donné la parole à Juliette et à Wilhem et c'est eux qui
92 ont terminé l'explication donc rien ne prouve que Etienne soit en mesure d'explicitier toute la
93 démarche.

Nous retrouvons le rôle précédemment attribué aux « explications » : comme l'élève n'a pas explicité toute la démarche, l'enseignante ne sait pas s'il l'a « intégrée ». Les explications des élèves renseignent le professeur sur leur appropriation de la procédure.

L'analyse des échanges correspondants (groupe 2, étape 2) nous montre que les termes employés par Etienne puis Wilhem sont identiques : la mesure, le trait. Wilhem a conservé la mémoire de la chronologie des actions et il les décrit en complétant son discours par des gestes déictiques « ce trait-là », ce que ne fait pas Etienne. La difficulté d'Etienne à verbaliser la suite d'actions dont l'origine a pu être attribuée à un défaut de vocabulaire provient plus certainement d'une absence d'appropriation de la procédure utilisée par le groupe, ce que l'enseignante perçoit au visionnage.

10 - Relation action - propriété : 1 min

94 Heu j'ai noté aussi j'ai noté pour chaque groupe précisément sa stratégie si jamais on veut,
95 heu en rediscuter heu, je constate qu'en fait, le fait d'expliquer ou de mettre en évidence que,
96 heu on peut se servir du fait que les diagonales se coupent en leur milieu pour construire
97 n'implique pas une évidence sur le fait que tout losange déjà construit a déjà les diagonales
98 qui se coupent en leur milieu.

99 Che : Oui

100 Ens : C'est à dire que, avoir insisté sur le fait que, on va poser les perpendiculaires pas
101 n'importe où mais on va placer la seconde en trouvant le milieu de la première, ils se rendent
102 compte aussi que si on la décale, ça déforme le losange etc. Mais ça ne, ça n'a pas rendu
103 évident le fait que le losange déjà construit va m'indiquer en croisant les diagonales, où est le
104 milieu.

105 Che : Oui.

106 Ens : La réciprocity est pas évidente pour les élèves.

Hélène identifie le « saut conceptuel » qui existe entre les actions effectives de dessin et l'appropriation des propriétés de la figure « générale ». Elle soulève aussi la question des propriétés caractéristiques et de la distinction entre conditions nécessaires et conditions nécessaires et suffisantes.

11 – 1 min 10 s : Objectif à retravailler - Action instrumentée

107 Ens : Heu je, par rapport aux stratégies, toujours par rapport à ce milieu, donc heu, Axel a
108 proposé de la ficelle à plier en deux. Et, sans doute pour ne pas perdre trop de temps et parce
109 que il y avait six groupes et que la mise en commun était déjà assez longue, je l'ai, je l'ai
110 visualisé par des gestes mais dans la mesure où on avait du matériel tout près, j'aurais dû plier

111 une ficelle et montrer précisément, pareil avec le tasseau quand on dit il suffit de croiser avec
112 une ficelle, ça aurait mérité de le faire, donc si il avait une séance en suivant je pense que ce
113 serait bien de le faire réellement et de leur faire faire, c'est à dire voilà mettre le tasseau,
114 mettre la ficelle et faire la marque sur le tasseau et voir ensuite comment on s'en sert. Parce
115 que ce qui est évident pour moi et pour ceux qui l'ont compris peut rester encore mystérieux
116 pour ceux qui ne l'ont pas pratiqué, donc la ficelle c'est vrai, que faire plier la ficelle et montrer,
117 parce que en fait une fois qu'elle est pliée le milieu devient une extrémité, c'est pas encore,
118 évident évident. Donc voilà ça aurait mérité de le faire vraiment.

L107 à 108 : Hélène évoque les contraintes : le temps disponible, le nombre de groupes.

Puis elle évoque à nouveau l'action en se projetant au niveau didactique M-1 : elle pense nécessaire non seulement l'action effective de l'enseignant pour montrer la manipulation à effectuer mais aussi l'action de tous les élèves (L112 : leur faire faire). Elle pointe une difficulté de l'institutionnalisation : l'appropriation par tous d'une démarche pertinente d'un élève, puis elle indique un moyen dont elle pourrait user pour la dépasser : « faire faire » c'est-à-dire, ne pas seulement évoquer l'action, mais la donner à exécuter à tous les élèves.

Hélène envisage l'institutionnalisation comme un processus construit dans la durée.

Dans le déroulement de la séance dans le méso-espace, le processus d'institutionnalisation apparaît effectivement construit et cohérent.

12 – 1 min 25 s Procédures des élèves

119 Ens : heu, pour, je constate aussi que, heu à la fin Nicolas pose une question, il a, non c'est
120 Owen. Owen pose une question, il dit : "mais je comprends pas parce que, heu avec Aurélie
121 dans notre groupe on avait démarré pareil etc. ». Et en fait il n'explique pas bien ce qu'il n'a
122 pas compris et involontairement je, finalement quelqu'un intervient et je ne répons jamais à
123 sa question. Ça m'embête, voilà c'est dommage. Bon il n'a pas insisté non plus et du coup, il,
124 voilà, du coup je ne sais pas ce qu'il n'a pas compris parce que apparemment ils avaient
125 démarré avec une stratégie à peu près similaire et si je me rappelle bien, eux aussi avaient
126 essayé de faire les côtés et après ils avaient essayé petit à petit en tâtonnant de écarter
127 refermer, jusqu'à ce que ça convienne et là, la logique c'est que, heu, enfin la conclusion à
128 retenir c'est que certes on peut finir par y arriver mais heu, ça va prendre un temps et ça ne
129 sera pas nécessairement très précis et autant s'appuyer sur une démarche qui va leur
130 permettre d'aboutir plus rapidement et sur quelque chose en place. Donc la logique, la
131 conclusion c'est que ce groupe-là, a dû au final repartir en s'appuyant sur les diagonales parce
132 que c'est ce qu'ils ont expliqué, et, heu c'est que n'ont pas fait Owen et Aurélie dans leur
133 groupe parce que ils sont restés uniquement sur les côtés et ils n'ont pas pu aller plus loin.
134 Voilà.

L118 à 122 Hélène montre à nouveau son souci de répondre au mieux, au questionnement de chaque élève.

L125 à 129 : Pour Hélène, une procédure par tâtonnement est valide mais moins précise et moins rapide qu'une procédure qui s'appuie sur les (propriétés des) diagonales. Elle ne prononce pas le mot « propriété ». Elle hiérarchise les procédures (L127, L128) et mentionne « la conclusion à retenir » qui tient compte de cette hiérarchie sans préciser si cette conclusion est pour elle ou pourrait s'adresser aux élèves.

Troisième phase : questions du chercheur

13 – 1 min 10 s Mise en route.

135 *Che : D'accord. Alors voilà, on va revenir. Moi j'aimerais bien revenir sur l'épisode 4 qui est à*
136 *peu près une minute. Voilà l'épisode 4, le groupe. Ce groupe-là (montre la vidéo). Je vais te*
137 *poser la question avant qu'on regarde.*

138 *Ens : Oui*

139 *Che : Comment tu fais pour pour choisir les priorités en fait ? Les points, les questions que tu*
140 *vas poser ? Comment est-ce que ? //*

141 *Ens : Par rapport à mon objectif ?*

142 *Che : Par rapport à ton objectif, voilà, par rapport à ton objectif comment tu décides ?*

143 *Ens : Donc par rapport aux questions que j'ai posées là ?*

La référence à l'objectif d'apprentissage est amenée par l'enseignante L140. Cela témoigne de son fonctionnement : elle a défini un objectif d'apprentissage et organise ses interventions en visant cet objectif.

L'analyse du déroulement en classe montre sa constance à viser cet objectif bien défini.

14 – 2 min 45 s Vidéo

144 *Che : Voilà (lance la vidéo : groupe 4 – étape 3 de la phase de formulation - lignes 46 à 52 de*
145 *la transcription)*

15 – 40 s

146 *Ens : Alors, je constate déjà, qu'au début pour les différents groupes, je n'ai pas demandé*
147 *comment ils ont mesuré.*

148 *Che : Hum, hum*

149 *Ens : Alors peut-être parce que en les observant, même si j'ai fait la remarque que certains*
150 *n'avaient pas vraiment heu réussi à prendre la mesure précisément, qu'ils décalaient un peu,*
151 *qu'ils marquaient bien par exemple cette extrémité là mais que la première était pas bien*
152 *calée, heu donc c'était pas identique. Voilà, là ça a été l'occasion de voir comment mesurer.*

153 *Che : Hum, hum*

154 *Ens : Ça c'était bien. Mais c'est vrai que j'aurais pu déjà dès le premier groupe demander*
155 *comment est-ce que vous avez fait pour reporter cette mesure.*

156 *Che : Et ?*

L145 à 147 - L'enseignante est satisfaite de l'institutionnalisation faite à ce moment-là.

16 – 55 s

157 *Ens : Et là mon objectif c'est de, de leur permettre de trouver donc la moitié du segment et,*
158 *par rapport à ce qu'ils me proposent, là on pourrait aller vers l'intersection des diagonales.*
159 *Donc, j'essaie de rester dans leur logique, même si moi j'aurais pas nécessairement fait*
160 *comme ça, j'aurais peut-être pris la ficelle et je l'aurais peut-être pliée en deux, pourquoi pas.*
161 *Mais ils ont cette, ça commence à émerger le fait que et bien c'est à peu près par-là, que c'est*
162 *perpendiculaire et donc je veux essayer de les amener à dire que ça peut être à l'intersection*
163 *des diagonales. Et Nicolas me le, le dit un petit peu parce qu'il dit avec un autre bâton, donc*
164 *si lui il avait eu deux bâtons, il avait l'intersection des diagonales. Donc j'essaie de leur*
165 *permettre de trouver comment faire avec le matériel dont ils disposent et en dépassant l'à*
166 *peu près. Puisqu'ils sont sur "c'est à peu près par-là" et ça leur suffit pour l'instant.*

L152 à 153 : « j'essaie de rester dans leur logique » autrement dit elle cherche à identifier leurs raisonnements et les relier à son objectif d'apprentissage.

17 - Le mesurage - 1 min 33 s

167 *Che : Et le problème de mesure, comment tu t'en es rendu compte ? C'est à ce moment-là que*
168 *tu te rends compte qu'il y a un problème d'imprécision de mesure ?*

169 *Ens : Alors, heu, en tournant dans les groupes, je les voyais pas forcément prendre les mesures,*
170 *je les voyais les reporter, tracer, prendre les diagonales, heu, je l'ai vu avec heu le groupe heu*
171 *six heu qui avait envoyé Tom et Nabil prendre une mesure, ils avaient le tasseau et ils le*
172 *posaient, déjà il fallait qu'ils posent la figure à plat, il y avait un petit peu de vent si tu te*
173 *rappelles.*

174 *Che : Oui oui*

175 *Ens : Bon ben ça bougeait un petit peu, ils mettaient le tasseau et en fait, du fait de la longueur*
176 *du tasseau c'est comme si l'un était chargé d'un point et l'autre de l'autre, en fait et donc le*
177 *premier, la première extrémité ne coïncidait pas parfaitement, ben ça dépassait effectivement*
178 *de deux centimètres donc c'est pas non plus mis n'importe où, mais ce n'était pas assez précis*
179 *mais par contre ils faisaient très très attention à bien tracer à la craie à l'endroit où ils devaient*
180 *prendre la deuxième extrémité et heu, je n'étais qu'observatrice donc je ne pouvais pas trop*
181 *le mettre en évidence à ce moment-là j'ai essayé de les laisser faire, mais c'est vrai je me disais*
182 *du coup, c'est vraiment dommage de prendre tant de peine sur un, sur une extrémité si l'autre*
183 *n'est pas bien placée. Donc ça a été l'occasion là de le mettre en évidence et c'est vrai qu'on*

184 *sent qu'ils sont un peu dans l'a peu-près et que ça leur suffit et l'objectif c'est aussi de leur*
185 *montrer que la géométrie heu on essaie d'être heu, d'être précis.*
186

L174 à 175 Hélène perçoit le traitement séparé des deux extrémités du segment à reproduire. Elle l'attribue à la taille de l'espace et de l'instrument. Le travail dans le méso-espace amène Hélène à analyser plus finement le procédé de report de longueur des élèves.

L176 à 179, elle distingue la différence de traitement des deux extrémités et l'attribue à de l'imprécision.

Les élèves semblent orienter le segment et attribuer à chaque extrémité un rôle différent. Compte-tenu des difficultés de mesurage constatée lors de la situation de communication, cela ne nous apparaît pas lié à la taille de l'espace de travail. Par contre, cette taille d'espace permet peut-être à l'enseignante une meilleure observation des actions instrumentées des élèves.

18 – 10 s Vidéo

(Che lance vidéo groupe 4 – étape 3 de la phase de formulation - lignes 53 à 62 de la transcription)

19 – 30 s

187 *Che : Et, avec le pied, là ?*

188 *Ens : Il fait une perpendiculaire.*

189 *Che : Il fait une perpendiculaire et heu ? Tu le vois comment ? C'est une perpendiculaire ?*

190 *Ens : C'est comme si// Oui ça pourrait être " je pense que c'est à peu près par-là" mais j'ai*
191 *l'impression qu'il le met comme si il avait mis l'équerre.*

192 *Che : Oui*

193 *Ens : Perpendiculairement.*

194 *Che : Oui.*

195 *Ens : Il utilise son pied comme l'équerre.*

196 *Che : Comme l'équerre.*

L186 Hélène utilise le langage géométrique (perpendiculaire) mais reste dans la dénotation des actions (il fait).

L188 Elle revient à la manipulation instrumentée.

20 – 2 min Vidéo

Che lance vidéo groupe 4 – étapes 6 de la phase de formulation – Lignes 82 à 99

Dans cette étape, pour placer le milieu de la petite diagonale, une élève propose de :

- matérialiser cette diagonale avec le tasseau ,
- puis positionner la ficelle entre un sommet extrémité de la grande diagonale et le milieu de la petite diagonale en s'assurant que la ficelle est perpendiculaire au tasseau à l'aide de l'équerre (L88 et suivantes de la transcription) :



« Eli : On met le bâton comme ça [...] et après on trace, enfin, on prend la ficelle. On la met au début (montre un sommet extrémité de la grande diagonale). On la met là [...] enfin, au milieu.

Ens : Mais comment tu sais que c'est le milieu ?

Eli : Et ben parce qu'on regarde, avec l'équerre »

Lors de la phase de formulation, l'enseignante n'a pas validé cette procédure c'est pourquoi nous avons choisi de visionner cet extrait.

21 - 45 s

197 Che : Tu lui dis : avec l'équerre peut-être ?

198 Ens : Parce qu'en fait, je vois oui on aurait pu aussi le faire (montre sur l'écran) mais si elle
199 place l'équerre et qu'ensuite elle essaie de faire partir sa demi-diagonale donc la ficelle
200 jusqu'au sommet, mais le problème de la ficelle c'est que //

Hélène perçoit que la démarche proposée par l'élève est correcte.

201 Che : oui

202 Ens : C'est mou

203 Che : C'est mou

204 Ens : Voilà mais effectivement on peut faire une demi-diagonale avec l'équerre et la ficelle en
205 visant le sommet.

206 Che : Oui

207 Ens : Ça nous aurait donné la longueur de la demi-diagonale. Ça me semblait un peu, heu, enfin
208 disons il aurait fallu montrer la manipulation maintenant et ça me semblait un peu complexe
209 et **il me semblait que le plus simple** c'était d'aller sur l'intersection des, des diagonales en leur

- 210 milieu. Même si ça c'est, je ne pouvais pas l'écarter parce que mathématiquement c'était
211 possible.
212 Che : C'était possible.
213 Ens : Oui.

Les connaissances mathématiques d'Hélène lui permettent d'identifier pourquoi cette construction est valide. Elle justifie sa mise à l'écart par des raisons matérielles « la ficelle, c'est mou », « il aurait fallu montrer la manipulation » sans relier la complexité de la procédure à la complexité des connaissances géométriques en jeu (dans un triangle isocèle, la hauteur relative à la base est aussi médiane. Tracer cette hauteur permet donc de placer le milieu de la base.)

Hélène est centrée sur une propriété et aussi sur une manière de la mettre en œuvre pour construire un losange. Elle ne cherche pas à élargir la perception du losange, à travailler la « mobilité du regard » sur ce losange pour le décomposer de différentes façons. Elle ne cherche pas non plus à utiliser les propriétés des diagonales dans une autre procédure de construction.

22 – 40 s Vidéo

(Che lance la vidéo groupe 4 – étapes 6 de la phase de formulation – Lignes 100 à la fin)

- 214 Ens : Là j'aurais dû l'envoyer chercher la ficelle en fait (parle en même temps que la vidéo).

Nous retrouvons l'importance de la manipulation, et de l'usage des instruments.

23 – 1 min 35 s

- 215 Che : Une autre question, comment tu as choisi l'ordre des groupes pour les explications ?
216 Ens : Alors là je me suis dit on finit par le un parce-ce que ils étaient à distance et ensuite, j'ai
217 j'ai pas choisi.
218 Che : D'accord
219 Ens : Mais voilà, cela aurait été intéressant de, de hiérarchiser. Si j'avais dû le faire// Après, le
220 disons qu'on aurait pu commencer par celui qui n'avait pas produit.
221 Che : Hum, hum
222 Ens : Pour qu'il nous montre quand même qu'il avait fait des choses et ce qu'il avait fait
223 qu'ensuite on puisse en tournant ben montrer que les autres ont fait des choses identiques et
224 que simplement ils sont allés un peu plus loin, ou ils n'ont pas abandonné ou ils se sont
225 entendus dans le groupe. Parce que ils avaient heu, les longueurs des diagonales, la
226 perpendicularité et donc heu, et le problème du milieu d'autres l'ont rencontré aussi et en
227 faisant soit par tâtonnement soit en allant mesurer plusieurs fois etc. ils ont réussi quand
228 même plus ou moins à s'en sortir. J'aurais commencé par ce groupe-là, après, sur les, sur les
229 autres ? Celui qui était un peu différent c'était le un avec la question du tâtonnement parce

- 230 *qu'ils sont partis des côtés. Alors j'aurais fait celui donc qui n'a pas produit, le un et puis ensuite*
231 *les autres c'était équivalent puisque même si certains ont eu des points et d'autres pas la*
232 *stratégie était plus ou moins la même.*
233 *Che : C'est vrai qu'on a des considérations très pratiques aussi.*
234 *Ens : Oui.*
235 *Che : Je voudrais revenir justement sur le un.*

L217 Hélène justifie le choix de l'ordre des groupes par des considérations pratiques liées à la configuration de la cour, aux intempéries et aussi aux conditions de recherche. Il pleuvait, ce qui a contraint de placer les élèves sous les différents préaux. Le groupe qui devait être filmé en continu (groupe 1) a été placé sous le « petit préau », à l'écart des autres pour faciliter les enregistrements.

Dans son projet, elle propose une hiérarchisation intéressante basée sur une analyse des procédures. **Le caractère novateur de la situation pour elle, ne lui a pas permis d'anticiper réellement cette hiérarchisation avant la séance.** Dans cette analyse « après coup », elle actualise ses connaissances de la situation. Elle analyse les procédures des élèves pour reconstruire un projet de mise en commun hypothétique. Cela nous renseigne sur son rapport aux « élèves dans la situation », comment elle hiérarchise les procédures et par conséquent les connaissances et raisonnements en jeu.

Cet extrait illustre aussi la capacité formatrice de l'entretien d'autoconfrontation. L'objectif de la recherche n'est pas la formation des enseignants. L'objectif de l'entretien mené est de recueillir des informations sur le fonctionnement d'Hélène, et en particulier la manière dont elle tient compte (ou pas) des raisonnements et connaissances mobilisés par les élèves dans son processus d'institutionnalisation. L'entretien n'est donc pas mené dans un but de formation. Pour autant, Hélène actualise ses connaissances au cours de l'entretien. C'est un « effet secondaire » qui nous donne à voir d'une part les possibilités de formation qu'apporte un entretien d'autoconfrontation et d'autre part la capacité de « mouvement » d'Hélène, sa capacité d'apprentissage par une analyse réflexive de sa pratique.

24 – 3 min 20 s

(Che lance la vidéo groupe 1, étapes 1 et 2)

25 – 1 min 50 s

- 236 *Che : Heu donc là on est sur la construction. Tu disais tout à l'heure qu'ils ne font pas le lien*
237 *avec les propriétés de la figure.*
238 *Ens : Hum, hum*
239 *Che : Si tu avais la séquence après, si tu avais du temps ?*
240 *Ens : Et bien par exemple, je pourrais proposer des losanges donc, soit à plier dans un premier*
241 *temps, soit sur une // représentés sur une feuille et leur demander de trouver heu, de dessiner*

242 *les diagonales, de trouver l'intersection des diagonales. Ou je peux donner aussi des banques*
243 *de figures qui peuvent ressembler à des losanges. Demander de vérifier s'il s'agit de losanges*
244 *donc est-ce que les quatre côtés sont égaux. Parce que ça, même si ils l'avaient intégré il ne*
245 *faut pas que par la suite on, qu'on l'élude. Puisque on est tellement sur les diagonales qu'on*
246 *parle plus des mesures des côtés.*

Hélène mentionne des activités possibles pour réinvestir les connaissances mobilisées mais aussi pour faire du lien avec les connaissances anciennes, ancrer le nouveau dans l'ancien. Elle veut réactiver la connaissance : les côtés d'un losange ont tous la même longueur.

Dans les analyses ce lien est fait de manière régulière au sein de la séance par le rappel d'une connaissance qui a été institutionnalisée localement peu auparavant et au niveau de la séquence par l'évocation des séances passées ou à venir.

247 *Che : Hum, hum*

248 *Ens : Bon après si on a les diagonales perpendiculaires en leur milieu ce sera forcément des*
249 *losanges. Par exemple proposer des figures qui ont les diagonales perpendiculaires qui ne se*
250 *coupent pas en leur milieu. Proposer des figures où on a des diagonales qui se coupent en leur*
251 *milieu et ne sont pas perpendiculaires. Et pour essayer de faire des tris en fait et, vérifier à*
252 *chaque fois si les figures sont des losanges. Parce que là on est parti de la construction parce*
253 *que c'est le plus compliqué mais en même temps, //heu, on se dit que en ayant manipulé il va*
254 *en rester des choses et pas simplement comme si on avait uniquement appris immédiatement*
255 *les propriétés par cœur comme un catalogue en fait. Là ils les ont heu, ils les ont testées ces*
256 *propriétés.*

Hélène construit un milieu qui va fournir une rétroaction pour amener implicitement les élèves à se rendre compte des deux propriétés des diagonales d'un losange. La demande de vérification pourrait évoluer vers une phase de validation, s'il y avait anticipation avant la vérification instrumentée : « Pensez-vous que la production est conforme à l'attendu ? ». C'est à dire prise de position des élèves, débat avec formulation des arguments puis vérification instrumentée. Hélène ne « monte » pas à ce niveau. **Elle reste au niveau de la construction instrumentée et du constat.** Cela est en accord avec ce que nous avons observé lors de la situation de communication dans le micro-espace : elle fait vérifier les constructions avant l'explicitation des procédures.

Che : hum

Ens : Bon alors. Je serais sur des activités je pense, de, de tri et de vérification en leur faisant tracer ou alors plier pour vérifier le milieu, en pliant on peut voir aussi si les côtés sont de même longueur. Enfin, je serais sur un tri.

Nous retrouvons la prédominance de l'action, la « vérification », sans référence à la verbalisation ou à la formulation.

Lors de la phase de formulation, Hélène amène parfois les élèves à justifier leurs actions. Son questionnement les conduit alors à passer d'une verbalisation à une formulation. Par contre nous n'avons pas identifié de moment où elle demande d'anticiper sur le résultat d'une action.

26 -55 s

257 *Che : Sur un tri. Et au niveau trace écrite ? Au niveau//*

258 *Ens : Et ben après, peut-être, après le tri, donc on reprendrait, il pourrait y avoir une affiche*
259 *avec heu donc un losange représenté avec le, les diagonales et puis les codages*
260 *mathématiques à savoir l'angle droit et des symboles pour heu indiquer l'égalité des, des*
261 *mesures de côtés et puis heu, voilà je pense ce qui serait pas mal pour les figures qu'on va*
262 *rencontrer une affiche, une petite carte d'identité synthétique avec heu les propriétés ça c'est*
263 *pour l'affiche et après dans le mémento on pourrait avoir en plus la, la entre guillemets la*
264 *technique de construction.*

Hélène propose une trace écrite cohérente avec son projet d'enseignement. On note l'apparition du codage. Elle pense aussi à mentionner la propriété d'égalité de longueurs des côtés du losange. La technique de construction est présentée dans le mémento mais elle ne la cite pas pour l'affichage. Comme si la construction restait de l'ordre du « privé » en étant présent dans le mémento de l'élève mais pas en affichage public. Il y a « scission » entre la construction et les propriétés, avec un traitement différent des deux « pôles ».

265 *Che : hum*

266 *Ens : Sachant que là on a pas du tout utilisé le la technique avec le compas// Oui, parce que*
267 *même si ils avaient la ficelle ils n'ont pas ils ne l'ont pas utilisée ainsi. Mais on peut ensuite heu*
268 *parce que dans la programmation on va revoir les triangles.*

269 *Che : Oui*

270 *Ens : Donc heu, pour les triangles là c'est la technique de construction à l'aide du compas qui à*
271 *part le triangle rectangle mais heu, enfin qui marche toujours mais qui est la plus efficace*
272 *quand on est sur le triangle quelconque et on pourrait faire le lien avec le losange puisque on*
273 *peut très bien construire d'abord ben, certains avaient essayé là en première partie. Ils*
274 *expliquaient dans leurs messages que c'était comme deux triangles, bon ils s'étaient peut-être*
275 *trompés dans le vocabulaire, mais leur idée c'était ça il fait la même chose en dessous donc ils*
276 *étaient sur des, on trace une première diagonale et ensuite au compas on fait un triangle*
277 *isocèle en fait et on refait le symétrique en dessous. Donc ça serait intéressant d'avoir les deux*
278 *heu modalités de construction dans le, dans le mémento. Donc la première trace écrite avec ce*
279 *qu'on a vu là la perpendicularité, les milieux et ensuite quand on a vu les triangles, on peut*
280 *compléter la fiche du losange pour que ça ait du sens et que ça vienne au fur et à mesure de*
281 *l'expérimentation.*

Hélène projette son enseignement à long terme. Elle articule la séance avec d'autres apprentissages de géométrie dans une progression qu'elle justifie. Elle projette un « processus d'institutionnalisation » organisé.

282 *Che : Bon d'accord. Ben tu as répondu à la question suivante qui était l'articulation avec les*
283 *triangles. Donc ben voilà, je ne sais pas si tu as des choses à ajouter toi ?*

27 -3 min 40 s

284 *Ens : Non, moi en fait ce que j'ai trouvé c'est que, bon c'est quand même un groupe qui n'est*
285 *pas très scolaire et heu c'est vrai que sur ce type d'activité heu, c'est pour ça que même sur la*
286 *dernière activité j'avais mis des points aussi. Même si après ils ne sont pas trop sur la*
287 *compétition et tout, mais voilà leur dire c'est des petites choses, qui qui font qu'ils vont*
288 *regarder le début de la mise en commun Essayer de voir effectivement est-ce que ça colle, est-*
289 *ce qu'on attribue le point ou pas, même si après sur certains moments je sais bien que c'est*
290 *difficile de rester concentré 20 minutes et que heu/on les perd un peu mais qu'ils aient ce vécu,*
291 *ça va nous aider ensuite pour heu le travail un peu plus scolaire de classe. Mais tout ce qui est*
292 *voilà, jeu du portrait, heu, messages, donc manipulation tout ça c'est des activités qui les*
293 *motivent parce que justement on est pas dans quelque chose de (pur ?) en soi même si c'est*
294 *parfois bien plus difficile qu'un exercice d'application.*

Hélène analyse la séquence en termes d'engagement des élèves à court terme, pour les séances réalisées, mais aussi à long terme par l'intermédiaire d'une meilleure motivation. Elle associe l'échange de messages à la « manipulation ». Elle souligne aussi la « difficulté » des tâches demandées par rapport à des exercices d'application.

295 *Che : Ah oui, tout à fait.*

296 *Ens : On est sur des choses heu ...*

297 *Che : Et toi dans la pratique alors peut-être dans le le fait d'être dans la cour par rapport à la*
298 *classe, est-ce que ça induit des différences ou pas ? Est-ce que tu as vu des //*

299 *Ens : Disons que heu, bon ça a induit forcément, heu des obligations de travailler par deux*
300 *puisque c'était des grandes figures, heu on ne pouvait pas superposer puisqu'il y avait la*
301 *distance. Ça c'était des éléments qui faisaient que certaines consignes étaient obligatoirement*
302 *respectées. Ensuite bon en tant qu'enseignante, moi j'étais beaucoup sur la gestion en fait des*
303 *groupes pour qu'ils ne fassent pas trop de bruit puisqu'il y avait les autres classes qui*
304 *travaillaient autour et la sieste. Donc si tu as écouté mon enregistrement il y a beaucoup de*
305 *"chut, chut, chut" (rire). Voilà. Mais bon. L'espace était tel que j'ai pu quand même observer*
306 *ce qui se passait à peu près partout, donc ça c'était intéressant. Je ne souhaitais pas intervenir*
307 *pendant, sauf peut-être si un groupe n'avait rien fait pour leur dire aller, par où vous pourriez*
308 *commencer, mais sinon je voulais ...Donc c'était pas un obstacle, même si j'étais plutôt là pour*
309 *réguler ce qu'il se passait. Mais c'est vrai que d'avoir des // davantage d'espace et des figures*
310 *plus grandes, heu ça permet aussi par rapport à des questions comme le manque de précision*

311 *ou ce genre de choses de de voir aussi les effets multipliés et heu pour la mise en commun*
312 *même si maintenant on a des TBI dans les classes et on peut, peut-être scanner ce qu'on fait*
313 *les autres. Vraiment concrètement, déplier le grand losange, le mettre dessus et voir l'écart*
314 *c'est ...ou pouvoir montrer, avoir le groupe autour puisque les figures sont grandes, c'est quand*
315 *même heu un avantage heu certain quoi.*

Hélène pointe trois caractéristiques du milieu objectif pour les élèves (1) la distance entre la figure modèle et de la zone de tracé, (2) des figures de grande taille, (3) des instruments nouveaux. Elle repère des effets : ne pas permettre de « superposer » figure modèle et figure tracée pendant la phase d'action, interroger sur les techniques de construction et amplifier les effets des erreurs, obliger les élèves de travailler par deux pour manier les instruments. Elle n'analyse pas cette obligation en termes d'apprentissage.

Elle interprète l'impossibilité pour les élèves de superposer la figure modèle à leur construction comme une variable qui induit le respect des consignes (implicitement : les élèves ne peuvent pas utiliser le contour de la figure modèle pour effectuer le tracé demandé). Elle n'aborde pas la nécessité d'une anticipation des actions, ne s'exprime pas en termes de connaissances ou savoirs pour les élèves.

À partir de L304, Hélène évoque son action en tant qu'enseignante. Elle centre d'abord son discours sur sa gestion de classe (L304 à 307) qu'elle relie aux spécificités de l'environnement (ne pas faire de bruit pour ne pas réveiller les petits qui font la sieste). Ensuite elle précise son rôle dans la situation de référence : observer les élèves, s'assurer de leur engagement dans l'action, réguler ce qu'il se passait (L311). Elle mentionne que la taille de l'espace facilite cette observation et cite en exemple les difficultés de mesurage qu'elle a pu repérer. Notons que ces difficultés sont toujours imputées à « un manque de précision ». Elle se réfère ensuite à la mise en commun et l'avantage, de son point de vue, de « montrer à tout le groupe »

5.2. Synthèse de l'entretien d'autoconfrontation simple avec Hélène

2.5.1 Organisation des résultats

Lors de l'entretien d'autoconfrontation, l'enseignant est placé dans un niveau sur-didactique, en position réflexive par rapport aux niveaux inférieurs, adidactiques et didactique. Par le biais de la vidéo il est amené à s'interroger sur les éléments de son milieu :

- les élèves ;
- la situation ;
- les rapports entre les élèves et la situation dans les différents milieux (leurs actions, connaissances, raisonnements).

Ce milieu du professeur comprend aussi les connaissances et les savoirs qu'il mobilise dans la situation. Ainsi, l'enseignant peut aussi questionner les rapports qu'il entretient lui-même avec la situation dans les différents milieux.

Comme indiqué dans la section 4 du chapitre V, pour tenir compte des analyses issues de cet entretien d'autoconfrontation et de l'observation de classe, nous organisons la synthèse selon le plan suivant :

Rapports de l'enseignant à la situation ; rapports de l'enseignant aux élèves ; rapports de l'enseignant à lui-même dans son enseignement.

2.5.2 Rapports de l'enseignant à la situation

Le milieu matériel fourni aux élèves porte des conditions d'apprentissage qu'Hélène identifie. Ainsi dans cet entretien elle mentionne certaines variables spécifiques de la situation. Elle analyse les conséquences de ces variables sur l'activité des élèves lors de différentes phases (la taille des instruments impose la coopération entre élèves, la taille des figures les rend plus visibles lors de la mise en commun) et aussi sur son activité d'enseignante (la taille de l'espace favorise l'observation des élèves par l'enseignant).

Elle a produit une fiche de préparation de la séance mais son analyse va au-delà et s'apparente à une analyse *a priori* de la situation.

Elle identifie un savoir à enseigner à partir duquel elle organise l'enseignement pour l'ensemble de la séquence. Ce savoir est essentiellement procédural, même si dans la projection d'une trace écrite elle prévoit de mentionner les propriétés du losange et de ses diagonales. Dans ce projet de trace écrite, elle n'attribue pas le même statut aux procédures de construction et à l'énoncé des propriétés. L'énoncé des propriétés est affiché dans la classe tandis que les procédés de constructions sont seulement mentionnés dans le mémento individuel des élèves.

Nous retrouvons cette dualité dans sa mise en œuvre : en continuité avec la situation de communication dans le micro-espace, ce sont des savoirs procéduraux qui sont construits et institutionnalisés localement tout au long de la phase de formulation. En fin de séance l'enseignante amène rapidement une formulation des propriétés des diagonales d'un losange. Elle y consacre très peu de temps.

2.5.3 Rapports de l'enseignant aux élèves (indépendamment de la situation)

Hélène est attentive à l'apprentissage de chacun de ses élèves en particulier sans négliger le collectif. Elle se place au plus près des connaissances de chacun. Ils doivent tous être en situation d'apprentissage.

Elle envisage aussi les relations sociales entre élèves comme moteur ou frein aux apprentissages. La coopération entre élèves est favorable aux apprentissages, le manque de dialogue, de coordination ne permet pas de progresser.

2.5.4 Rapport de l'enseignant aux élèves dans la situation :

Situation de référence

La dévolution de la situation de référence prend du temps, c'est un choix assumé d'Hélène qui permet d'installer un contrat clair, « *Je constate qu'ils avaient bien compris les consignes [...] ensuite ils ont pu être autonomes. Heu, ils ont respecté les contraintes* » (L3 à L10)

Elle dit privilégier l'autonomie des élèves. Son rôle est pour elle d'observer les élèves. Cela rejoint les analyses de Bloch (1999) pour qui le rôle de l'enseignant est primordial à ce niveau. Nos analyses corroborent ses observations, elle est effectivement très peu sollicitée par les élèves pendant la phase d'action. Quand elle observe une erreur de mesurage, elle n'intervient pas immédiatement, mais prévoit d'y remédier plus tard et le fait effectivement.

Situation d'apprentissage

Au cours de l'entretien, la formulation de leurs procédures par les élèves est présentée par Hélène comme un moyen d'accéder aux connaissances et raisonnements mis en œuvre (l'élève a-t-il « compris » la procédure ?). Elle exprime qu'elle souhaite être au plus près des raisonnements des élèves : « j'essaie de rester dans leur logique » mais écarte une procédure qui lui paraît trop éloignée de son projet d'enseignement tout en valorisant les réussites même partielles. Ces propos sont en adéquation avec nos observations. Nous avons mis en évidence comment elle prend appui sur les raisonnements justes ou erronés pour construire son processus d'institutionnalisation et en garantir la cohérence, au détriment parfois d'une variété d'appréhension de la figure.

Quand elle examine les phases de formulation en classe entière, Hélène hiérarchise les procédures des élèves. Dans sa proposition de reconstruction de la séance, elle part des procédures d'élèves basées sur des essais successifs pour aller vers les procédures qui mobilisent les connaissances mathématiques visées. Elle fait ensuite le lien avec l'institutionnalisation.

Elle cherche à identifier les raisonnements des élèves puis à rester au plus près de ces raisonnements pour amener les élèves vers la connaissance visée.

Situation didactique

Pour Hélène, une procédure correcte d'un élève peut être un point de départ pour exposer une connaissance. Elle note que cette exposition n'est pas forcément suffisante pour l'appropriation par tous de la connaissance visée et que l'action effective de l'enseignant peut alors être utile. Cependant elle préconise surtout l'action de tous les élèves.

Nous avons vu dans la séance observée qu'elle prend aussi appui sur les raisonnements erronés pour construire les apprentissages.

Hélène identifie la difficulté pour les élèves à passer de la phase de construction instrumentée à l'énonciation de propriétés générales.

Hélène n'avait pas identifié avant la séance la difficulté pour les élèves de rendre opérationnelle la propriété : « les deux diagonales d'un losange ont le même milieu ». Elle l'a identifiée puis formulée au cours de la séance puis de l'entretien.

Les difficultés de mesurage sont repérées. Hélène perçoit la différence de traitement des deux extrémités du segment lors du report de sa longueur mais continue à parler « d'imprécision » de la part des élèves.

Hélène identifie pour la séquence un savoir à enseigner précis. Ce savoir est intégré, articulé, aux savoirs connexes dans la durée.

« L'activité des élèves est primordiale ». Hélène n'aborde pas la nécessité d'une anticipation des actions, la possibilité d'actions évoquées. Elle ne s'exprime pas en termes de connaissances ou savoirs pour les élèves.

L'acquisition du vocabulaire par les élèves n'est pas une fin en soi. C'est un apprentissage à long terme dans lequel les élèves entreront s'ils en perçoivent la nécessité.

Situation de projet

Hélène construit un projet de séance en appui sur ses observations des procédures des élèves. Elle relie ces procédures à son activité dans la situation.

Dans cette situation en projet, l'action des élèves reste déterminante. Le débat entre élèves n'est pas envisagé. La vérification est instrumentée sans phase de validation prévue.

Cela est en concordance avec les observations faites lors de la mise en œuvre.

2.5.5 Rapports de l'enseignant à lui-même dans son action d'enseignement

Hélène actualise ses connaissances au cours de la séance et de l'entretien (et sans doute aussi entre la séance et l'entretien car elle l'a préparé par écrit). Elle relie les actions des élèves à la situation et à son action en tant que professeur. Elle explicite ses choix et en analyse les conséquences à partir de l'observation des élèves. Les élèves et leurs connaissances font partie du milieu de l'enseignant et lui fournissent des rétroactions qu'elle interprète pour ajuster son action d'enseignement à venir.

5.3. L'entretien d'autoconfrontation croisée

L'entretien d'autoconfrontation croisée se déroule à la date prévue à l'ESPE.

Les deux enseignantes sont côte à côte, un ordinateur portable est placé devant elles. Il permet de visionner les vidéos des phases de formulation pour chacune des classes à tour de rôle. Une caméra placée derrière les enseignants capte à la fois leurs interactions et l'écran de l'ordinateur qu'elles observent.

Les enseignantes choisissent de commencer par regarder la vidéo des phases de formulation pour la classe de 6^e 2. Hélène, l'enseignante de primaire, peut interrompre le visionnage quand elle le souhaite. Ensuite les rôles sont inversés.

Dans cet entretien d'environ 1 h 40 min nous ne sommes pas intervenue. Son analyse, que nous ne présentons pas de manière détaillée, est cohérente avec le reste de nos analyses.

6. Synthèse et conclusion

Pour mener la séquence l'enseignante s'est fixé des objectifs d'apprentissage à partir du programme d'enseignement. Ensuite, l'analyse des messages produits par les élèves lors de la situation de communication dans le micro-espace lui a permis de définir des priorités :

- faire réaliser l'utilité d'employer d'un vocabulaire précis ;
- amener les élèves à prendre conscience de la déformabilité du losange ;
- présenter deux « méthodes » de construction du losange.

Ces objectifs font partie des pistes que nous avons-nous même identifiées à partir de notre propre analyse de ces messages.

L'enseignante a ensuite organisé une mise en commun en classe entière à l'oral sous forme de cours dialogué en fonction de ces objectifs. Parallèlement, elle a mené une analyse de la situation de reproduction de figures dans le méso-espace qui s'apparente à une analyse *a priori*. Elle a ainsi fixé les variables de manière à favoriser le plus possible l'action des élèves et leur laisser le plus de choix possibles dans l'action. Lors de la mise en œuvre de cette séance de reproduction de figures dans le méso espace, elle accorde une attention toute particulière à la dévolution et lui consacre un temps important. Cela permet aux élèves de travailler en toute autonomie pendant la phase d'action. Cela est cohérent avec ce qui ressort de l'entretien : pour elle l'apprentissage en géométrie passe avant tout par une mise en action de tous les élèves. Elle-même fait une action (losange articulé) pour illustrer le fait qu'un losange n'est pas entièrement défini quand on en connaît les longueurs des côtés.

Les élèves étant autonomes pendant la phase d'action, Hélène est alors disponible pour les observer, analyser les raisonnements produits, les erreurs ou réussites. Ainsi, au cours de la séance, elle identifie la grande majorité des raisonnements que nous avons-nous-même repérés. Quand nous revenons sur certains qui ont pu lui échapper, le visionnage de la vidéo lui permet de les discerner. Nous relient cette aptitude à identifier rapidement les raisonnements à son analyse *a priori* de la situation.

Cependant elle vise un apprentissage procédural bien défini ce qui l'amène à écarter ou ne pas valoriser des raisonnements valides produits et formulés (au moins partiellement) par les élèves. Elle organise son processus d'institutionnalisation autour de ce processus de construction, à partir des diagonales dont il faut assurer la perpendicularité et le « même milieu ». Pour discriminer une « entrée dans la construction » par les côtés lors de la séance du méso-espace, elle a introduit dans le milieu un artefact : un losange articulé, déformable.

Elle repère par la suite, grâce à la situation dans le méso-espace (lors de la séance et de l'entretien), une difficulté langagière qu'elle n'avait pas prise en compte : l'expression « perpendiculaires et de même milieu » compacte deux propriétés disjointes. Par contre elle ne relève pas la complexité de construction de segments perpendiculaires et de même milieu. Lors de la phase de formulation elle reste très attentive aux actions et verbalisations des élèves et doit donc gérer une multitude de raisonnements dont elle a favorisé la production pour ne garder que ceux qui seront utiles dans son projet. Cela est cohérent avec ce qu'elle énonce au cours de l'entretien quand elle cite la verbalisation comme moyen pour l'enseignant d'accéder aux raisonnements des élèves. Elle ne mentionne pas cette verbalisation comme étant elle-même porteuse d'apprentissage, Elle n'envisage pas non plus une formulation qui serait destinée à anticiper sur le résultat d'une action à venir. Pour autant, par son questionnement et l'enrichissement du milieu, elle amène à plusieurs reprises les élèves à qualifier les objets dont ils parlent, indiquer les fonctions de leurs actions ou bien les justifier. Les raisonnements produits par les élèves témoignent alors d'une évolution vers la formulation. Cependant, se placer au plus près des raisonnements des élèves comme elle l'exprime, l'amène à utiliser parfois des termes spatiaux alors qu'elle cherche un autre moment à institutionnaliser des termes géométriques.

Enfin, Hélène note dans sa fiche de préparation cette étape au cours de laquelle elle met en évidence que tous les dessins ont des caractéristiques communes. Elle l'évoque très rapidement lors de la mise en commun dans le micro-espace. Cela reste implicite dans le méso-espace.

Chapitre VII Expérimentations dans la classe de sixième

1. Présentation générale

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié la mise en œuvre du duo de situations ayant pour thème d'étude le losange par Hélène, une enseignante de primaire. Dans ce chapitre, nous étudions la mise en œuvre de la même situation par Céline, une enseignante de collège, avec une classe de sixième. Nous reprenons le même plan que pour l'étude en classe primaire.

1.1. Le contexte de l'expérimentation

Comme avec Hélène, nous avons établi un premier contact avec Céline, l'enseignante de collège, en juin 2017. Pour l'année scolaire 2017-2018, elle a en charge deux classes de sixième de 20 élèves que nous désignons par sixième 1 et sixième 2 et qui sont selon elle de niveau équivalent. Notre projet de recherche initial est de l'observer dans une seule classe.

Préparation de la séquence

La première rencontre de l'année scolaire a lieu le 12 septembre au collège d'exercice de Céline. Au cours de ce rendez-vous nous présentons la séquence à Céline qui nous fait part de son souhait de la mener dans ses deux classes de sixième. Nous choisissons alors de l'observer et de recueillir les mêmes données dans ces deux classes. Dans ce but, nous établissons avec elle le planning prévisionnel d'expérimentation.

Tableau VII-1: planning prévisionnel des expérimentations en collège

	Céline 6 ^{ème} 1	Céline 6 ^{ème} 2
situation de communication (1) micro-espace	lundi 20 novembre 2017 matin	vendredi 24 novembre 2017 matin
situation de communication (2) micro-espace	lundi 20 novembre 2017 après-midi	lundi 27 novembre 2017 après-midi
séance dans le méso-espace	lundi 27 novembre 2017 après-midi	mercredi 29 novembre 2017 matin
entretien d'autoconfrontation	mercredi 29 novembre 2017 après-midi	

Dans ce planning prévisionnel, conformément à la fiche présentant la séquence communiquée à Céline, deux séances sont dévolues à la situation de communication dans le micro-espace. La première séance est dédiée à la rédaction des messages, la seconde est réservée pour la mise en commun. Les deux séances sont placées aussi proches que possible l'une de l'autre.

Comme Céline dispose de temps libre le lundi en début de matinée, nous nous donnons rendez-vous le lundi 20 novembre à 8 h pour finaliser la préparation de la première séance avec la classe de 6^{ème} 1 (installation du matériel, choix des groupes qui seront filmés). Nous constatons que Céline a anticipé la répartition des élèves par groupes de travail afin d'avoir des groupes mixtes fille/garçon, qu'elle a réparti les élèves par binômes repérés par les lettres de A à J. Les élèves du binôme A et du binôme B forment le groupe AB ; de même pour les autres binômes qui vont ainsi former les groupes CD, EF, GH et IJ.

Comme en primaire, nous choisissons un groupe de référence qui sera filmé pendant toute la séquence.

Nous choisissons avec l'enseignante la place des trois caméras fixes dont l'emplacement sera similaire pour les deux classes de 6^{ème} 1 et 6^{ème} 2, car Céline enseigne toujours dans la même salle, très spacieuse.

Il y aura ainsi :

- une caméra 1 placée en fond de classe, au milieu ;
- une caméra 2 sur pied dans un angle au fond de classe pour filmer un binôme d'élèves ;
- une caméra 3 sur pied placée sur un côté de la classe pour filmer un second binôme d'élèves.

1.2. Le projet de l'enseignante

Pour la séance 1, Céline a préparé le matériel nécessaire pour chaque binôme : la figure modèle à reproduire et une feuille de format A4 destinée à l'écriture du message. L'ensemble est placé dans une enveloppe portant le nom des élèves concernés. La feuille A4 est intitulée : « le message du groupe²⁰ X pour le groupe Y ». Elle comporte, outre la place pour rédiger le message, un encadré destiné à une éventuelle question. Cet encadré est intitulé : « une question du groupe Y ». Ainsi la feuille est différenciée pour chaque groupe de deux élèves.

Céline, qui a souhaité préparer elle-même les figures-modèles, nous confie que cette confection lui a permis de mieux s'approprier la séance, qu'elle a beaucoup réfléchi à la séance, aux productions possibles des élèves, mais n'a pas produit de document écrit. Ce qui lui importe, c'est « quelle trace » garder de cette activité, ce que les élèves vont retenir. Elle a ce projet de mise en commun :

« Je regroupe les élèves par groupes de quatre. Ils valident eux-mêmes leurs productions. Je les laisse discuter ensemble puis à quatre, ils essaient d'écrire un message pour une des deux figures. Il y aura moins de messages. Ils seront ensuite testés, par exemple en devoir à la maison. »

Céline n'a pas de planification précise du déroulement. Elle indique qu'elle s'adaptera au fur et à mesure en fonction des productions des élèves.

²⁰ L'enseignante utilise le même terme « groupe » pour désigner un ensemble de 2 élèves ou de 4 élèves. Par souci de clarté, quand nous nous exprimons en tant que chercheur, nous désignons les ensembles de 2 élèves par le terme « binôme » et nous réservons le terme de groupe un ensemble de 4 élèves formé de 2 binômes.

2. La situation de communication dans le micro-espace

2.1. La séance 1

1.2.1 Préparation de la séance

Voir le paragraphe 1.2 ci-dessus.

1.2.2 Organisation spatiale

Céline dispense tous ses cours dans la même salle de classe, très spacieuse. Les tables y sont toujours regroupées en ilots qui peuvent accueillir 4 élèves. Céline conserve globalement cette disposition en séparant simplement les tables pour faciliter le travail en binômes.

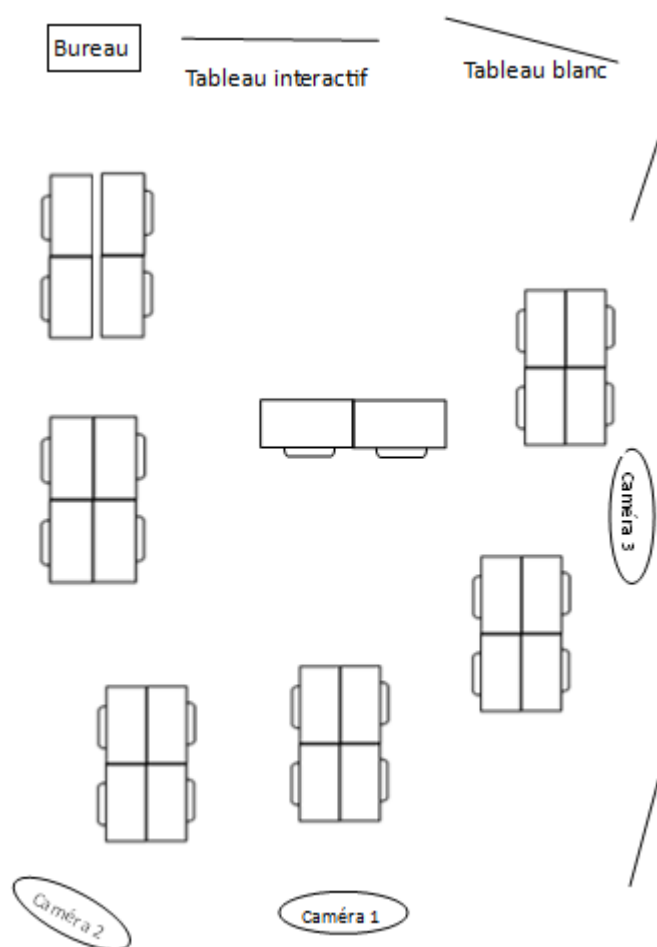


Figure VII-1: plan de la classe de collègue pour la situation de communication

1.2.3 Organisation temporelle

La séance 1 se déroule comme prévu en milieu de matinée. À l'issue de cette première séance avec la classe de 6^{ème} 1, aucun binôme n'a fini la rédaction de son message. Céline décide de laisser du temps aux élèves pour poursuivre cette rédaction lors de la séance 2, prévue l'après-midi même.

Lors de cette séance 2, Céline réunit les élèves par groupes de quatre pour contrôler la validité de leurs productions dès que les deux binômes correspondants ont fini leur travail : production d'un dessin superposable à la figure modèle, rédaction du message, production d'un dessin selon le message reçu.

Céline se dit surprise par les messages écrits des élèves. Elle y voit beaucoup de défauts tant sur la qualité rédactionnelle que dans les éléments géométriques mobilisés. Aussi elle décide de demander aux groupes de quatre élèves, non pas de produire un message commun mais de corriger le message rédigé par chacun des 2 binômes. Cela l'amène à programmer dans cette classe deux séances supplémentaires consacrées au travail de réécriture.

Céline procède de même avec la classe de 6^{ème} 2, mais dans cette classe une heure supplémentaire lui suffit. Cette adaptation de l'enseignante conjugée à des conditions météorologiques défavorables (avis de pluies violentes) nous conduisent à déplacer la date des expérimentations dans le méso-espace.

Dans le planning réel des expérimentations que nous présentons ci-dessous, les modifications apportées au planning prévisionnel sont notées en italique.

Se pose alors la question du choix de la classe qui sera l'objet d'étude lors de l'entretien d'autoconfrontation. Deux possibilités s'offrent à nous : garder pour cet entretien la date du mercredi 29 novembre et faire porter l'entretien sur la classe de 6^{ème} 1, ou placer cet entretien après la réalisation de la séquence dans les deux classes. En concertation avec Céline, c'est ce deuxième choix que nous retenons, pour profiter de l'ensemble des expérimentations.

Tableau VII-2 : *planning réel des expérimentations en collège*

	Céline 6 ^{ème} 1	Céline 6 ^{ème} 2
situation de communication (1)	lundi 20 novembre 2017 matin	vendredi 24 novembre 2017 matin
situation de communication (2)	lundi 20 novembre 2017 après-midi	lundi 27 novembre 2017 après-midi
situation de communication (3)	jeudi 23 novembre 2017 après-midi	mercredi 29 novembre 2017
situation de communication (4)	Vend. 24 novembre 2017 après-midi	
séance dans le méso-espace	lundi 27 novembre 2017 après-midi	Jeudi 30 nov. 2017 après-midi
entretien d'autoconfrontation	mercredi 6 décembre 2017 après-midi	

1.2.4 Les conditions de recueil de données

Outre les caméras, l'enseignante est équipée d'un micro-cravate. Pour les deux classes et pour l'ensemble des séances, nous recueillons les enregistrements du micro-cravate et des caméras ainsi qu'une copie des productions des élèves.

À l'issue de la séquence, Céline nous dit être davantage satisfaite de sa mise en œuvre avec la classe de 6^{ème} 2. Elle souhaite s'exprimer au sujet de la séance dans le méso-espace réalisée avec cette classe. Nous la suivons dans ce choix.

Compte tenu du volume de données à analyser, nous ne présentons dans cet écrit que les analyses qui portent sur cette classe de sixième 2 de 20 élèves.

1.2.5 Présentation générale du déroulement

Avant la séance 1 qui se déroule, pour cette classe de 6^{ème} 2, le vendredi 24 novembre, l'enseignante a disposé sur les tables les enveloppes portant les noms des élèves qui peuvent ainsi se placer par binôme dès leur entrée en classe. Après les formalités de début de séance en usage au collège, elle consacre 5 minutes à la dévolution, comme elle l'a fait avec la classe de 6^{ème} 1 :

- Elle commence par présenter la composition des binômes et des groupes puis demande aux élèves d'ouvrir l'enveloppe à leur nom qui se trouve sur la table.

- Après avoir fait décrire le contenu de l'enveloppe par des élèves, elle expose les deux étapes du travail à effectuer : « *Votre premier travail consiste à reproduire cette figure géométrique.* » Elle insiste sur le fait que la figure géométrique ne doit pas être utilisée comme gabarit et précise : « *la figure géométrique ne doit pas toucher la feuille blanche, à aucun moment.* » En aparté elle motive cette consigne par le fait que dans la classe de 6^{ème} 1, plusieurs élèves ont utilisé la figure modèle comme gabarit.

- Elle énonce ensuite les consignes relatives à la production du message : « *Une fois que vous aurez votre construction, vous devrez écrire un message à l'autre groupe pour qu'il la reproduise sans la voir* ». Elle fait expliciter aux élèves les éléments essentiels à respecter dans l'écriture d'un message et les reformule : « *l'orthographe, la précision, le message doit être lisible et compréhensible.* »

Cette dévolution se termine par la réponse à une question pratique.

Le reste de la première séance est dédiée au travail en autonomie des binômes. À l'issue de cette séance, tous les messages ont été rédigés et échangés entre les binômes du même groupe. Ce travail se poursuit en début de séance 2, trois jours plus tard. Puis, au fur et à mesure de l'avancée de leur travail, les élèves sont réunis par groupe de 4 pour réécrire le message rédigé par chacun des 2 binômes. L'enseignante a préparé à cet effet une feuille par groupe sur laquelle elle a imprimé le texte du message de chaque binôme en laissant dessous de la place pour le message amélioré.

1.2.6 Synthèse des messages de la classe

Nous avons analysé les messages de la classe selon le même protocole que celui utilisé dans la classe de primaire. Nous en présentons ici la synthèse.

Synthèse des messages de la classe de 6^{°2} :

Vocabulaire

Les objets géométriques de dimension 2 sont peu mentionnés. Seuls sont nommés le losange (2 groupes) et le triangle isocèle (1 groupe). En ce qui concerne les objets géométriques de dimension 1, 7 groupes nomment correctement l'objet « segment » ; « trait » est employé par 1 seul groupe. « Cercle ou arc de cercle » figurent dans 7 messages. Les termes relatifs à des éléments de dimension 0 sont variés et employés à bon escient par 7 groupes (point, extrémité du segment, point d'intersection, centre, sommet).

Le vocabulaire spatial qui décrit les relations spatiales est présent dans trois messages en complément de l'usage de termes géométriques adaptés.

Les termes techniques qui désignent les instruments de géométrie ou une de leur partie sont employés à bon escient. Trois groupes citent la règle, 9 citent l'emploi du compas et parmi eux 8 emploient le terme spatial « écart » ou « écartement » pour décrire son usage. L'équerre n'est pas citée.

Informations données par les groupes émetteurs

Un binôme mentionne que les deux diagonales sont perpendiculaires et indique leurs longueurs. Il utilise le terme « diamètre » pour les désigner.

8 binômes indiquent la longueur d'une seule diagonale. Ils utilisent les termes largeur ou segment pour la désigner. Le terme « diagonale » n'apparaît pas.

Trois binômes écrivent explicitement que tous les côtés de la figure à reproduire ont la même longueur, mais n'indiquent pas le nombre de côtés de cette figure.

Analyse de la figure (inférée du texte et des dessins)

La figure est majoritairement décomposée en deux triangles isocèles adjacents et isométriques.

Propriétés

Les messages produits témoignent de procédures assez similaires privilégiant l'usage du compas. 2 binômes identifient la figure à un losange, 3 mentionnent l'égalité de longueurs des côtés mais n'indiquent pas le nombre de ces côtés. La symétrie axiale est implicite dans la production de 4 binômes, tandis que la longueur d'au moins une des deux diagonales est mentionnée dans 9 messages sur 10.

Les élèves utilisent globalement les termes géométriques pour désigner les objets 0D ou 1D.

De cette analyse nous inférons des pistes d'action possibles pour l'enseignant :

Dégager les propriétés géométriques du losange (diagonales, côtés de même longueur, axes de symétrie) en lien avec les procédures de construction et les propriétés portées par les instruments.

Introduire l'usage des lettres pour nommer les points.

2.2. Les séances suivantes

Comme mentionné, une partie de la séance 2 est dédiée à la réécriture des messages au sein des groupes de 4 élèves. Ce travail se poursuit au cours d'une troisième séance, deux jours plus tard, le mercredi 29 novembre. L'enseignante circule de groupes en groupes, joue parfois le rôle d'opposant pour pointer ce qui ne convient pas dans les messages et utilise comme argument un dessin d'élève ou qu'elle fait elle-même et qui respecte les consignes données par le message. Elle supplée ainsi à une insuffisance des rétroactions de la situation qui ne permettent pas dans ce cas aux élèves de valider ou invalider eux-mêmes leurs propositions. Elle fait émerger les contradictions des messages en s'attachant à mettre en défaut les références spatiales (en haut, à gauche) et les formulations imprécises. Elle proscrit la référence à l'usage des instruments de géométrie, favorise la vision de la figure en termes de

points désignés par des lettres et exige que les messages ne comportent pas de faute d'orthographe.

Ce travail est finalisé par un texte écrit spécifique à chaque groupe de 4 élèves. À titre d'exemple, le texte rédigé pour les élèves du groupe CD est le suivant :

Le message du groupe C pour le groupe D

Proposition 1 : Tracer un segment de 16 cm. Avec votre compas, prenez l'écartement de 14 cm, puis faites un arc de cercle à chaque extrémité du segment pour donner un point d'intersection. Reliez les extrémités du segment aux points d'intersection.

Correction : Tracer un segment [AB] de 16 cm. Tracer un cercle de centre A et de rayon 14 cm. Tracer un cercle de centre B et de rayon 14 cm. Nommer C et D les 2 points d'intersection. Tracer les segments [AC] ; [BC] ; [AD] et [BD].

Le message du groupe D pour le groupe C

Proposition 1 : Tracer au milieu de la feuille un segment de longueur 12,7 cm, puis prendre l'écartement de votre compas de 11,1 cm puis pointer sur une extrémité du segment, tracer l'arc de cercle puis faire pareil sur l'autre extrémité de votre segment : normalement vous devez obtenir un point d'intersection, puis tracer un trait, des extrémités du segment pour aller au point d'intersection : vous devez obtenir un triangle isocèle, puis faire la même chose de l'autre côté. À la fin de votre construction, vous devez obtenir un losange.

Correction : Tracer un segment [AB] de 12,7 cm.

Tracer un cercle de centre A et de rayon 11 cm.

Tracer un cercle de centre B et de rayon 11 cm.

Nommer C et D les 2 points d'intersection. Tracer les segments [AC] ; [BC] ; [AD] et [BD].

Nous notons que, dans ce déroulement, n'apparaît pas de mise en commun en classe entière.

3. La situation de reproduction de figures dans le méso-espace

3.1. Préparation de la séance

Nous fournissons à Céline exactement le même matériel qu'à l'enseignante de primaire. Comme avec Hélène, nous parlons à Céline de la possibilité de rendre visible sur les modèles une trace de pli le long d'une diagonale. Contrairement à Hélène, Céline souhaite que ce pli soit marqué sur les modèles avant de les présenter aux élèves.

Les groupes constitués pour le travail lors de la séance de communication sont conservés. Le binôme A et le binôme B forment le groupe AB. Les 20 élèves présents sont ainsi répartis en 5 groupes dénommés AB, CD, EF, GH et IJ.

3.2. Organisation spatiale

La salle de classe est à l'étage. Cela nécessite un déplacement à travers couloirs et escaliers pour rejoindre la cour. La première partie de la séance, d'une durée de huit minutes, comprend l'accueil dans la salle de classe et le déplacement vers la cour. Durant cette phase l'enseignante précise que la séance de géométrie va se dérouler en extérieur. Elle fait l'appel, indique la composition des groupes de travail et donne comme consigne aux élèves de se couvrir. Rien n'est indiqué aux élèves sur la tâche qui leur sera confiée.

La seconde partie se déroule dans la cour du collège pendant 55 minutes. L'aménagement de l'espace doit tenir compte de nombreuses contraintes matérielles.

- Les caméras dont nous disposons ont peu d'autonomie, en particulier par temps froid. Une rallonge électrique permettra de les alimenter si nécessaire. Les caméras doivent être placées à proximité de cette rallonge.
- Des matériaux de construction sont entreposés à l'emplacement initialement prévu pour la reproduction des figures de plusieurs groupes.
- Deux élèves du groupe AB ne doivent pas être filmés (autorisation parentale non accordée).

De plus l'enseignante nous explique qu'elle veut limiter les déplacements des élèves pour deux raisons : d'une part le temps imparti à la séance est limité et l'autre part elle souhaite éviter d'éventuelles débordements. Il est plus facile pour elle de gérer les interactions entre élèves si leurs déplacements sont contrôlés. L'ensemble de ces impératifs l'amènent à adopter l'organisation suivante.

Chaque groupe se voit attribuer un espace de travail délimité par des plots ou des repères déjà présents dans la cour comme des bordures ou des poteaux. Cet espace de travail est partagé en deux zones contigües. La figure modèle est placée au sol au centre de la première zone tandis que la production graphique doit être dessinée au centre de la seconde. La distance entre le modèle et le dessin est de 3 à 5 mètres environ. Les espaces de travail réservés à chaque groupe sont répartis comme indiqué ci-dessous :

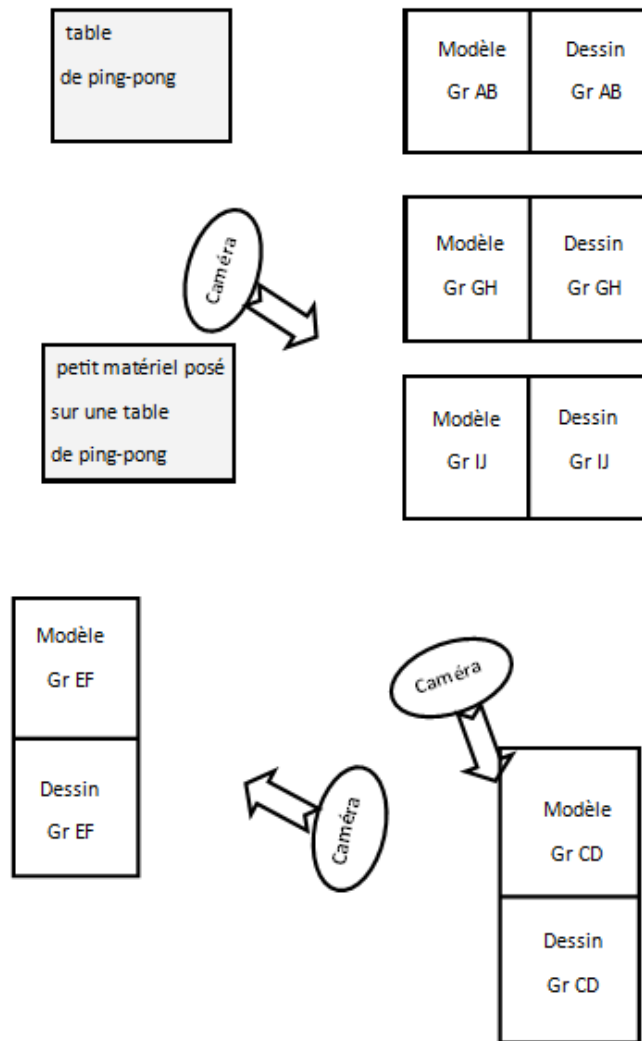


Figure VII-2: plan de la cour du collège

Par ailleurs le vent ne permet pas d'installer les modèles à l'avance, ils pourraient s'envoler. L'enseignante choisit de les distribuer à chaque groupe en mains propres après un temps de dévolution. Pour éviter des déplacements d'élèves, elle distribue également elle-même tasseaux et équerres.

3.3. Organisation temporelle

Déroulement global de la séance

Le temps de travail en extérieur peut être décomposé en trois phases :

- une phase de lancement de l'activité d'environ 6 minutes (collectif, puis distribution du matériel) ;
- 30 minutes de recherche autonome des élèves (phase d'action) ;
- un temps collectif de 19 minutes au cours duquel, à tour de rôle, chaque groupe expose sa procédure avant de superposer le modèle à sa production graphique pour une vérification dans l'espace sensible (phase de formulation).

3.4. Les conditions de recueil des données

L'enseignante est équipée d'un micro-cravate, qui capte les échanges qu'elle peut avoir avec les élèves.

Nous disposons de trois caméras (*Figure VII-2: plan de la cour du collège* ci-dessus). La première filme en continu les élèves du groupe EF. La deuxième ceux du groupe CD. La troisième caméra nous sert à filmer les temps collectifs. Pendant la phase de recherche, elle est placée de manière à filmer les groupes GH et IJ. Les élèves ne devant pas être filmés se trouvent dans le groupe AB, ils sont hors du champ de toute caméra. Un collègue, enseignant chercheur devait nous accompagner pour filmer. Le changement de date a fait qu'il n'a pu se rendre disponible.

Les transcriptions sont effectuées en deux temps, comme pour la classe de primaire. Une première phase consiste à transcrire les échanges oraux à partir de l'enregistrement du micro-cravate porté par l'enseignante. Dans un deuxième temps, nous complétons ces transcriptions à partir des vidéos dont nous disposons. Les analyses sont conduites avec la même méthodologie que pour la classe de primaire.

Les transcriptions et les analyses se trouvent en annexe.

4. La situation de reproduction de figures dans le méso-espace : les analyses

4.1. La dévolution

Les 20 élèves présents ont déposé leurs affaires dans la classe, ils ont été informés de la composition des groupes de travail puis sont descendus dans la cour. Ils sont rassemblés autour de l'enseignante. La dévolution de la situation se fait donc en intégralité à l'extérieur. Les références des groupes sont inscrites par terre à la craie, en gros caractères à l'intérieur des emplacements de travail délimités au sol.

L'enseignante a dans les mains une équerre en carton, de la ficelle et un tasseau.

Nous distinguons deux moments dans cette dévolution : après un temps collectif, l'enseignante distribue le matériel à chaque groupe.

Cette première phase de dévolution collective étant courte (2 min), nous présentons ici la transcription des principaux échanges entre l'enseignante et les élèves, puis une synthèse pour apporter des éléments de réponse à nos questions de recherche.

1.4.1 Première partie : dévolution en collectif

- 1 *Ens : Vous allez devoir faire une construction géométrique, mais cette fois ce ne sera pas*

2 sur une feuille, on sera dans la cour du collège. D'accord. Les constructions géométriques,
3 je vais vous les montrer après, je vais les poser à un endroit. (À cause du vent, il n'a pas été
4 possible de les disposer avant). Vous n'aurez pas le droit de les bouger de cet endroit-là.
5 D'accord. Elles seront posées, vous aurez le droit de les plier, vous aurez le droit d'écrire
6 dessus à la craie. Mais vous n'aurez absolument pas le droit de les bouger de place. Est-ce
7 que c'est clair ?

8 Eee : Oui.

9 Ens : Pour faire ces constructions de géométrie, vous allez avoir du matériel. Donc vous
10 allez avoir des craies.

11 Ens : Vous allez avoir des tasseaux. Comme ceci (montre un tasseau). Un par groupe. Vous
12 allez avoir// Les questions après. Vous allez avoir une équerre (montre une équerre). Et
13 vous allez avoir de la ficelle si vous en avez besoin (montre une bobine de ficelle). Voilà le
14 matériel qui est à votre disposition. Vous utilisez ce dont vous avez besoin. C'est en fonction
15 de ce que vous allez mettre en place comme démarche pour pouvoir faire cette figure.

16 Paul ?

17 Pey : C'est quoi un tasseau ?

18 Ens : C'est ça. Mathéo ?

19 Mat : Et ça sert à quoi ?

20 [...]

21 Elx : À tracer droit.

22 Ens : Ça peut remplacer effectivement//

23 Eee : Une règle, la règle

24 Ens : Ça peut remplacer une règle par exemple, quand on est dans la cour du collège. Parce
25 que trouver une règle qui soit aussi grande encore//

Elx : Une règle de 1 mètre.

Ens : Oui, des règles de 1 mètre je n'en avais pas assez pour tout le monde. Bon, OK ? Donc maintenant ce que vous allez faire : vous allez vous mettre chacun// Vous avez un emplacement bien précis. Donc chaque groupe prend son, sa place et je viens vous amener les figures. (Les élèves se répartissent par groupes dans leurs espaces de travail)

1.4.2 Deuxième partie : distribution des modèles et dévolution groupe par groupe (3 min 50 s)

Dans cette phase, Céline distribue tasseau et équerre à chaque groupe séparément. Elle rappelle à chacun la consigne principale concernant le modèle et l'emplacement du matériel « Je vous donne votre construction. [...] Je la pose là. Vous n'avez pas le droit de la bouger de là ». Dans cette consigne qu'elle répète 5 fois, elle utilise les termes *construction* ou *figure* pour désigner le modèle.

1.4.3 Synthèse de la phase de dévolution

Comme pour l'enseignante de primaire, dans la phase de dévolution nous cherchons à appréhender les conditions installées par l'enseignante pour la phase d'action qui va suivre. Dans les conditions énoncées par l'enseignante, nous cherchons à différencier les contraintes ou possibilités qui relèvent de son choix personnel de celles qui relèvent de la situation telle qu'elle est définie dans le protocole de recherche.

Nous regardons également si l'enseignante permet aux élèves d'anticiper sur la phase de formulation à venir en précisant les conditions de cette formulation. Enfin, nous notons les critères de réussite qui sont donnés, ou non aux élèves.

Conditions installées pour la phase d'action

Dans cette phase de dévolution, de 6 minutes environ, dès l'introduction Céline pose clairement le contrat dans le domaine de la géométrie : « vous allez devoir faire une construction géométrique ». Elle utilise l'expression « construction géométrique » pour désigner à la fois les modèles en papier et les productions graphiques attendues. Toutes les règles du contrat qui concerne les modèles sont énoncées. Ce qui est autorisé est dit une fois. Céline insiste sur une variable essentielle de la situation : les modèles ne devront absolument pas quitter leur place (L5-L6). Cette contrainte énoncée à la classe entière est ensuite reformulée à chaque groupe séparément. Concernant les instruments, un parallèle est établi entre les tasseaux et les règles utilisées dans le micro-espace (L17-L25). La gestion du temps n'est pas abordée.

Présentation de la phase de formulation et des critères de réussite.

Dans cette dévolution en début de séance, la phase de formulation qui suivra la phase d'action n'est pas évoquée. Il ne peut y avoir d'anticipation de la part des élèves quant aux formulations qu'ils utiliseront pour expliquer leur procédure.

Les critères de réussite ne sont pas énoncés.

Concernant les **choix personnels faits par l'enseignante** pour la mise en œuvre effective, la mise en scène de la situation et les choix faits par l'enseignante sont de nature à réduire l'incertitude des élèves et faciliter la tâche de reproduction : pour chaque groupe, le modèle est relativement proche de la zone de tracé, il est toujours visible depuis cette zone ; les élèves n'ont pas de choix à effectuer concernant le tasseau à utiliser ; les modèles présentent une trace de pli suivant une diagonale.

4.2. Phase d'action, présentation générale

Durant la phase de recherche, deux groupes terminent très rapidement leur production : le groupe EF en 10 minutes et le groupe CD en moins de 15 minutes. Les élèves de ces deux groupes se rejoignent spontanément pour échanger sur leurs procédures respectives qui sont très proches. L'enseignante leur demande alors de reproduire tous ensemble un des modèles

avec une procédure totalement différente. Cela conduit les élèves à une nouvelle production graphique collective que nous nommons « procédure 2 GR CD et EF ». Tous les élèves ont terminé leurs travaux en 30 minutes comme l'indique la figure VII-3 ci-dessous :

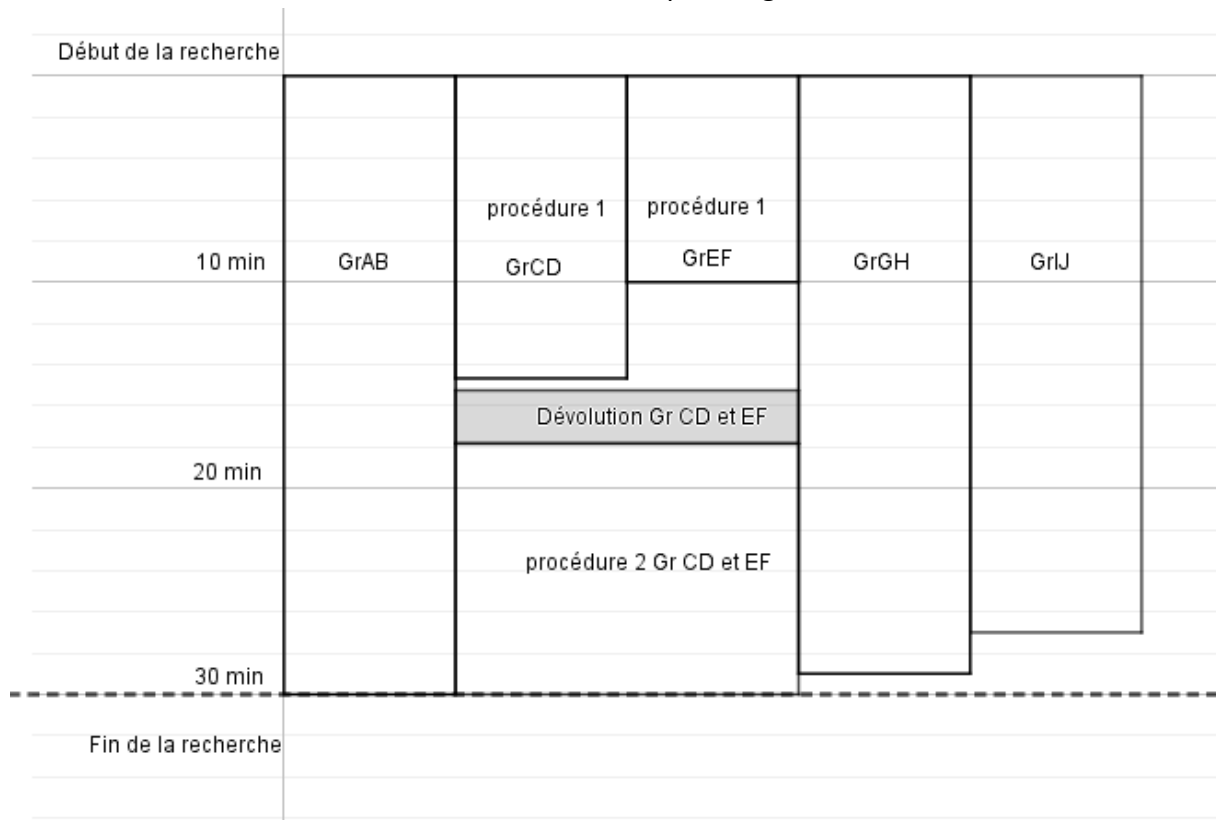


Figure VII-3: temps d'action des groupes au collège

Durant cette phase d'action, l'enseignante circule de groupe en groupe et est amenée à dialoguer avec les élèves. Comme pour la classe de primaire, nous avons déterminé la fonction de chacune de ses interventions en distinguant la gestion de classe et l'accompagnement des élèves dans l'activité mathématique afin d'identifier les éventuelles modifications apportées au milieu objectif.

Nous identifions ainsi 14 épisodes différents au cours desquels l'enseignante s'adresse toujours à un petit nombre d'élèves (un groupe ou deux groupes réunis).

Comme l'illustre le tableau VII-3 ci-dessous, le premier épisode consiste à apporter aux élèves une aide organisationnelle : les modèles s'envolent, l'enseignante propose d'utiliser les tasseaux surnuméraires pour les immobiliser au sol.

Le dernier épisode est aussi consacré à la gestion de classe. L'enseignante signifie aux élèves la fin de l'activité de recherche et leur indique les consignes de rangement du matériel.

Pour ces deux épisodes, l'enseignante circule de groupe en groupe et réitère sa consigne à chacun. Nous employons ici le terme *épisode* car la fonction de son intervention est la même pour chacun des groupes, même si l'enseignante s'adresse successivement à différents groupes.

La même consigne est énoncée pour chaque groupe, groupe par groupe. Ce peut être une adaptation de l'enseignante pour tenir compte de la distance qui sépare les élèves.

Les 12 autres épisodes ont pour sujet la tâche mathématique en cours :

- 5 d'entre eux (en gras dans le tableau) sont consacrés au rappel du contrat et plus particulièrement l'usage des instruments : les élèves ne peuvent utiliser qu'un seul tasseau par groupe pour la reproduction. Comme des tasseaux sont utilisés pour maintenir les modèles au sol, cette contrainte doit être répétée.

- 1 épisode est initié par une question d'un élève du groupe EF qui s'interroge sur la nature des modèles. L'enseignante ne répond pas et renvoie la responsabilité de la réponse à l'élève :

Elx : Est-ce qu'ils ont tous // Est-ce qu'on a tous les mêmes formes ou pas ?

Ens : Je ne sais pas. Tu verras, tu découvriras ça après.

- 3 épisodes peuvent être rattachés à la dévolution de tâches à venir. Quand ils ont terminé leur première production, Céline précise aux deux groupes EF et CD le déroulement de la phase de formulation et les modalités de « vérification » (c'est le terme qu'elle emploie) des constructions. Cependant elle ne précise pas le critère de réussite indiqué dans la fiche que nous lui avons fournie (à 1 cm près). Ensuite elle leur dévolue une nouvelle construction commune. Nous reviendrons sur ces épisodes dans l'analyse détaillée dédiée à ces groupes.

- Enfin, dans 3 épisodes, Céline s'informe de l'avancée du travail des élèves et s'emploie à leur faire employer des termes géométriques comme dans cet extrait de l'épisode 5 avec le groupe IJ :

Ens : Elle a réussi Morgane ?

Elx : Et ben en fait sur la figure à la fin quand on était dedans, les petites figures on avait plié la figure en deux on avait posé la droite ici et on avait fait deux ronds pour trouver.

Ens : Deux quoi ?

Elx : Deux cercles, deux cercles.

Ens : Ah. C'est pareil tout à l'heure je vous ai entendu dire le mot trait.

Elx : Trait ! (Ton humoristique)

Elx : Segment.

Ens : Ah oui.

Lors du très bref épisode 9, elle demande à l'élève de mieux qualifier l'objet géométrique évoqué, mais n'intervient pas quand elle constate qu'il n'a pas correctement identifié la figure géométrique à reproduire :

Ens : Et vous vous ne dessinez pas ?

Elx : Non, on va tracer les diagonales.

Ens : les diagonales de quoi ?

Elx : Ben, du carré.

Ens : D'accord. Parce que vous vous deviez dessiner un carré ?

Elx : Oui.

Ens : Ah bon.

Tableau VII-3: interventions de l'enseignante pendant la phase d'action

épisode	durée	groupe	fonction
1	3 min 40 s	Différents groupes successivement	Gestion de classe, aide technique
2	2 min 25 s	GH	Contrat (utilisation des instruments)
3	3 min 50 s	GH	Contrat
4	1 min	EF	Fin de recherche. Dévolution de la phase de formulation. Précise les modalités de « vérification » des constructions sans énoncer précisément le critère de réussite (à 1 cm près).
5	50 s	IJ	Vocabulaire géométrique
6	2 min 55 s	IJ	Contrat - Énonce le temps restant
7	1 min 35 s	CD	Fin de recherche. Dévolution de la phase de formulation. Précise les modalités de « vérification » des constructions sans énoncer précisément le critère de réussite (à 1 cm près).
8	1 min 25 s	IJ	Vocabulaire géométrique
9	13 s	AB	Vocabulaire géométrique : demande de qualification des objets géométriques représentés.
10	7 s	IJ	Contrat
11	50 s	EF	Question mathématique d'un élève, l'enseignante ne répond pas.
12	2 min 27 s	CD et EF	Dévolution d'un nouveau procédé de construction.
13	35 s	AB	Contrat
14	7 min 15 s	Différents groupes successivement	Gestion de classe, fin d'activité. Consignes de rangement du matériel.

4.3. Analyses des phases d'action et de formulation par groupes d'élèves

Pour répondre à notre problématique, nous reprenons les questions de recherche organisées par thèmes et présentées dans le chapitre V. Les analyses sont conduites avec la même méthodologie que pour la classe de primaire.

Pour la phase de formulation, à tour de rôle chaque groupe expose sa procédure avant de superposer le modèle à sa production graphique pour une vérification dans l'espace sensible.

L'ordre de passage des groupes est le suivant :

- Groupe EF pour sa première procédure ;
- Groupe CD pour sa première procédure (proche de celle du groupe EF) ;
- Groupes EF et CD réunis pour une seconde procédure commune ;
- Puis les groupes IJ, GH et AB dans cet ordre.

L'enseignante fait un très bref bilan après la présentation des groupes EF et CD réunis puis un autre en fin de séance.

Les durées de ces différents épisodes sont les suivantes :

Tableau VII-4: durée des différents épisodes pendant la phase de formulation

Épisode	Durée
Présentation groupe EF	3 min 10 s
Présentation groupe CD	1 min 20 s
Présentation groupes EF et CD	3 min 40 s
Bilan intermédiaire	35 s
Présentation groupe IJ	1 min 35 s
Présentation groupe GH	3 min 50 s
Présentation groupe AB	3 min 20 s
Bilan	1 min 20 s

Conventions pour la présentation de nos résultats :

Quand les élèves d'un groupe ont employé des lettres pour désigner les points représentés, nous reprenons leur désignation pour décrire leur production. Sinon, nous nommons nous-même les points qui interviennent dans les constructions.

Pour différencier les deux diagonales d'un losange nous employons les expressions *grande diagonale* et *petite diagonale* (il n'y avait pas de carré dans les modèles).

Nous gardons pour nos analyses l'ordre de passage des groupes lors de la phase de formulation. Nous indiquons entre parenthèses les dimensions de la figure-modèle à reproduire.

Le premier groupe interrogé est le groupe EF.

3.4.1 Groupe EF : Morgane, Anthony, Enola, Lilou (90 cm, 50°)

Ce groupe a été filmé pendant la phase de recherche ce qui nous permet d'en retracer précisément les différentes étapes.

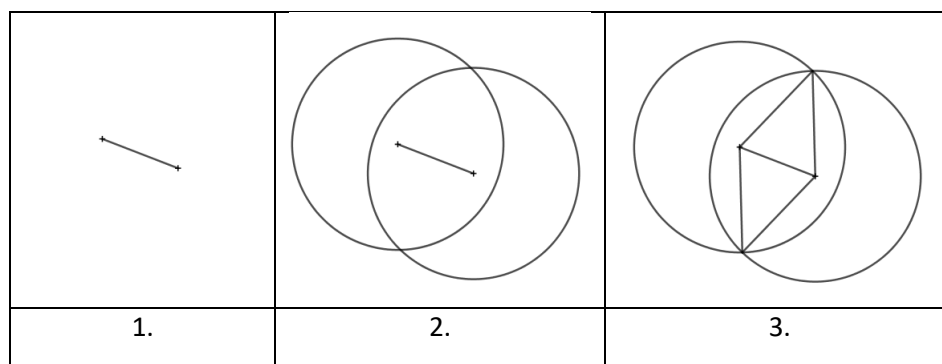
Ces élèves réalisent une première production graphique en 10 minutes. L'enseignante vient alors échanger avec eux. Quelques minutes plus tard, les élèves du groupe CD ont aussi terminé leur production. Les élèves des deux groupes se rejoignent et comparent leurs procédures qui sont très proches. L'enseignante demande aux deux groupes réunis de trouver ensemble une procédure différente.

Groupe EF - Phase d'action

Pour commencer, les élèves émettent la conjecture que les côtés du modèle ont tous de la même longueur. Ils vérifient cette conjecture puis ils réalisent la production graphique en trois étapes.

1. Ils dessinent la petite diagonale qu'ils nomment « le segment » par l'intermédiaire du tasseau.
2. Ils dessinent deux cercles de rayon la longueur d'un côté du modèle et ayant pour centres les extrémités de la diagonale déjà représentée.
3. Ils dessinent les côtés du losange.

Tableau VII-5 : étapes de la première procédure de construction du groupe EF



L'ensemble de cette première construction dure 10 minutes. À la fin de la construction, l'enseignante qui a observé les élèves échange avec eux (épisode 4 de la phase d'action, voir le *Tableau VII-3* page 263). Ces échanges nous renseignent sur le rôle de l'enseignante dans la situation, c'est pourquoi nous donnons ci-dessous la transcription intégrale.

Groupe EF - échanges avec l'enseignante en fin de recherche (1 min)

- 1 *Ens : Ok, fini ?*
- 2 *Eee : Oui.*
- 3 *Ens : Contents de vous ?*
- 4 *Elx : Oui. Le cercle au début on ne savait pas trop.*

5 *Ens : Ça a l'air pas trop mal quand même, bon on fera le bilan après. Vous expliquerez*
6 *après votre méthode en fait. Donc, moi j'ai vu comment vous avez fait. Vous expliquerez*
7 *à vos camarades exactement comment vous avez fonctionné, vous mimerez.*
8 *Elx : On refera une autre ?*
9 *Ens : Non, non non vous mimerez juste et pour vérifier, devant tous vos camarades,*
10 *nous poserons la figure de départ sur la vôtre pour voir en termes de précision si on est*
11 *bien, mais on le fera après.*
12 *Elx : Mais est-ce qu'on peut vérifier maintenant ?*
13 *Ens : Non, j'ai dit.*
14 *Elx : Sans mettre la figure dessus.*
15 *Ens : Comment tu veux vérifier ? Reprendre des mesures comme vous avez fait et tout*
16 *ça ?*
17 *Elx : Oui.*
18 *Ens : Ben vous pouvez vous amuser à ça, oui. Vous avez le temps. Oui, il y en a qui n'ont*
19 *pas fini. (Après le départ de l'enseignante le groupe vérifie que les 4 côtés de la*
20 *production graphique sont de la même longueur qu'un côté du modèle).*

L'enseignante utilise ce moment d'échange pour procéder à la dévolution de la phase de formulation uniquement pour les élèves de ce groupe. Elle emploie le terme explicite : *vous mimerez* (L7). Compte tenu de la mise en commun qui suit, elle semble attendre des élèves qu'ils miment l'action effectuée avec les instruments, sans recherche de précision dans les gestes. Pour cette enseignante, la superposition du modèle sur l'objet graphique semble avoir pour finalité d'évaluer la précision de l'objet graphique : « *pour voir en termes de précision si on est bien* » (L10). Les élèves jouent le jeu de la situation et souhaitent valider leur travail dans le respect du contrat passé pour la première phase, « *sans mettre la figure dessus* » (L14). Nous observons ici une particularité du milieu méso-spatial tel qu'il est aménagé : il favorise le besoin de vérification. Cela offre une possibilité à l'enseignante de passer d'une validation pragmatique à une validation appuyée sur des connaissances géométriques au niveau M-1 par un questionnement. Connaissant la procédure de construction qu'est-ce qui permet de valider ou invalider le dessin ? L'enseignante ne questionne pas les élèves à ce sujet. Elle ne les interroge pas non plus sur les difficultés qu'ils évoquent au début de l'échange (L4) « *Le cercle au début on ne savait pas trop* ». Elle évoque une validation pragmatique au niveau du milieu objectif quand les élèves demandent à vérifier leur dessin.

Groupe EF phase de formulation : 3 min 10 s

L'analyse et la transcription complète des échanges entre élèves et enseignant, quand les élèves du groupe EF présentent leur procédure devant la classe entière, se trouvent en annexe VII.2. Dans la présentation de sa procédure à la classe par le groupe EF, nous identifions 3 étapes. Après l'explicitation de la procédure par un élève, l'enseignante revient sur la

fabrication d'un « compas » adapté à la taille de l'espace. L'épisode se termine par la superposition du modèle sur la production graphique pour en vérifier la précision.

Étape 1 : un élève explicite la procédure mise en œuvre par le groupe

Dans cette étape, l'élève interrogé décrit la succession d'actions effectuées. Il discerne les prises d'informations sur le modèle par l'intermédiaire d'un instrument et la production de l'objet graphique correspondant. Son discours relève de la verbalisation et se situe au niveau du milieu objectif :

« *Alors, on a pris le tasseau. On a mesuré//* » (L4) ;

« *On a mis un petit trait. Ici on l'a reproduit ici, là* » (L17)

Dès le début de son intervention, l'enseignante lui demande de qualifier les objets géométriques qu'il désigne (L8 à L10) :

Ens : Tu as pris la longueur de quoi ?

Elx : Ben, de ce segment (montre la diagonale).

Ens : Et ça s'appelle comment ce segment pour le losange ?

Elle fait ensuite appel au répertoire didactique de la classe pour introduire le terme *idoine* (L10 à L12) :

Ens : Est-ce que tu t'en rappelles ?

Elx : Non

Ens : On l'avait dit. Dans certains groupes on l'avait dit. Paul ?

L'enseignante clôture l'échange par une reformulation qui qualifie exactement l'objet géométrique cité « *Une diagonale du losange* » (L14).

Dans la suite de son intervention, l'élève utilise à bon escient des termes géométriques pour désigner les objets dont il parle. Il les caractérise quand cela est nécessaire ou demandé par l'enseignante : « *aux deux points d'intersection des cercles* » (L19). Il reprend en partie la formulation correcte proposée par l'enseignante « *la diagonale du losange* ». Nous notons le changement d'article effectué par l'élève qui ne nous semble pas anodin.

La procédure que décrit l'élève est basée sur la décomposition du losange en deux triangles isocèles symétriques (Tableau VII-5 page 265). Cette procédure est correcte, elle s'appuie sur la procédure de construction d'un triangle isocèle qui fait partie du répertoire de construction de la classe. Elle est implicitement validée par l'enseignante cependant le lien entre cette procédure, l'usage du compas et l'égalité de longueur des côtés n'est pas évoqué. Elle n'est donc pas justifiée d'un point de vue théorique.

In fine lors de cette étape, les échanges font intervenir un langage géométrique *idoine* mais relèvent tous de la verbalisation au niveau du milieu objectif M-2.

Étape 2 : un « nouveau » compas

Au cours de l'étape 2, l'enseignante revient brièvement sur l'usage d'un instrument construit par les élèves pour tracer des cercles dans le méso-espace à l'aide d'une ficelle et d'une craie. Elle nomme « *compas* » cet instrument en regard d'une de ses fonctions qui est de tracer des

cercles. Elle fait porter le discours sur l'explicitation des schèmes d'usage de cet instrument nouveau : « [...] ils ont trouvé comment fabriquer un compas avec une ficelle. Et est-ce que c'était facile à tracer ces cercles comme ça ? » (L24).

Nous remarquons qu'elle n'évoque pas la fonction de report de longueur de cet instrument, ne relie pas ses schèmes d'usage aux propriétés géométriques sous-jacentes. Les relations géométriques entre rayon des cercles et longueur des côtés du losange ne sont pas étudiées. Ainsi enseignante et élèves se situent au niveau du milieu objectif M-2.

Étape 3 : la vérification

L'étape 3 est réservée à la superposition du modèle sur l'objet graphique pour vérifier la précision de ce dernier. Il y a environ un demi-centimètre d'écart entre les côtés de l'objet graphique et ceux du modèle mais aucun critère de précision n'a été donné par l'enseignante. Les élèves tentent d'interpréter les rétroactions du milieu : « c'est à peu près juste » (L32) puis de définir eux-mêmes une appréciation de la précision du dessin : « il y a un décalage de craie » (L33). Un élève veut expliquer les difficultés qui ont occasionné cette imprécision (L35). L'enseignante l'interrompt et clôture le bilan de ce groupe.

L'enseignante intervient peu dans cette étape et incite à passer rapidement à un autre groupe. Elle est moins soucieuse de la précision de l'objet graphique que les élèves et valide la production sans énoncer le critère de validation.

Groupe EF - bilan de la phase de formulation organisé suivant les questions de recherche

Partie A – comment l'enseignant reçoit les raisonnements des élèves ?

Dans cet épisode, les élèves sont amenés à présenter une procédure de construction mais pas à expliciter leurs raisonnements. À deux reprises lorsque les élèves veulent revenir sur une difficulté rencontrée ou une erreur commise, l'enseignante les interrompt.

Partie B – comment l'enseignant accompagne-t-il les raisonnements des élèves ?

B1 – L'enseignante apporte des connaissances aux élèves sous forme de vocabulaire. Elle permet aux élèves de qualifier les objets dont ils parlent.

B3 - Du point de vue d'une validation théorique, la procédure employée par les élèves est correcte mais elle n'est pas justifiée. Elle est implicitement validée sans lien avec les propriétés du losange. Un nouvel instrument est présenté à partir de ses schèmes d'usage sans relation avec les propriétés géométriques qu'il « transporte ».

Partie C – questions relatives à la mémoire des apprentissages :

L'enseignante institutionnalise les schèmes d'usage d'un nouvel instrument et une procédure de construction, mais pas de propriétés géométriques.

Conclusion pour cet épisode :

Céline accorde peu de temps à la validation pragmatique. Il est vrai qu'elle n'a pas défini de critère de validation. Cette validation pragmatique semble donc secondaire pour elle.

Les élèves énoncent des procédures correctes avec un vocabulaire géométrique adapté. Elle en déduit peut-être que les propriétés géométriques sous-jacentes sont connues des élèves et ne nécessitent pas une explicitation.

Après le groupe EF, c'est au groupe CD de présenter sa production.

3.4.2 Groupe CD : Williams ; Ludivine ; Lucas ; Maëlle (80 cm, 70 °)

Ce groupe a été filmé pendant la phase de recherche ce qui nous permet d'en présenter les principales étapes.

L'analyse et la transcription complète des échanges entre élèves et enseignant, quand les élèves du groupe CD présentent leur procédure devant la classe entière, se trouvent en annexe VII.I.

Groupe CD - phase d'action

À la fin de leur premier travail les élèves ont nommé A, B, C et D les sommets du losange dessiné. Nous reprenons ces désignations figure VII-4 ci-dessous.

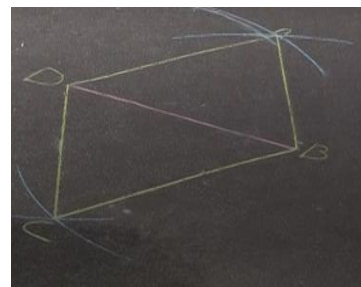
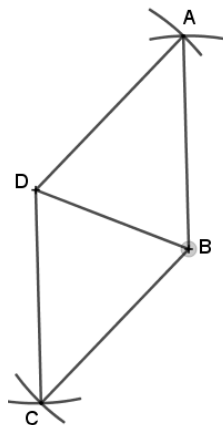


Figure VII-4: première production du groupe CD

La recherche se décompose en deux temps. Les élèves commencent un premier dessin. Ils abandonnent ensuite cette ébauche au profit d'une seconde. Nous présentons ci-dessous une rapide description des principales étapes de cette recherche et des raisonnements qui les sous-tendent. Nous présentons les raisonnements que nous avons identifiés sous forme de texte encadré.

Première construction - Premier essai

Les élèves dessinent un côté du losange en reportant sa longueur par l'intermédiaire du tasseau. De retour dans la zone du modèle, ils font la conjecture que tous les côtés du modèle sont isométriques. Après vérification par l'intermédiaire du tasseau, ils concluent : « C'est tous la même longueur ».

Raisonnements : il y a conjecture ponctuelle (M-2) puis formulation d'une caractéristique et sa validation par une preuve pragmatique (M-1).

Trois élèves du groupe veulent aller dessiner un deuxième côté, adjacent à celui déjà dessiné. Le quatrième élève s'interpose et explique qu'ils auront besoin d'utiliser la longueur de la diagonale :

« Elx : Attends, attends, attends, attends. Parce que là il faut faire un truc très important. Là on a fait un// un segment, sauf que le segment il faut en tracer un autre, il faut prendre l'écartement. Comme on a pas l'écartement il faut prendre la mesure de ça (longe la diagonale [BD] avec une extrémité du tasseau) pour que là tu traces là (Va dans la zone de tracé).

Elx : Ah oui, du coup ce trait on pourra pas le faire (montre le côté du modèle qu'il s'apprêtait à reproduire) ».

Raisonnements : Les échanges se situent ici au niveau du milieu de référence (M-1). L'élève explicite l'organisation des tâches à mettre en œuvre. Il appuie son argumentation sur une caractéristique de la figure. L'élève emploie tour à tour des termes géométriques (le segment) et spatiaux (l'écartement). Il met en relation des objets géométriques (angle et diagonale) sans les nommer géométriquement : « *écartement* » et « *mesure de ça* ».


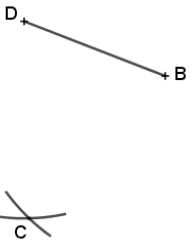
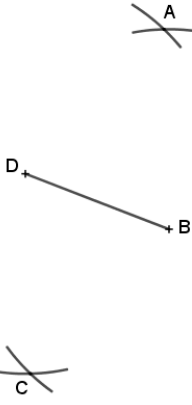
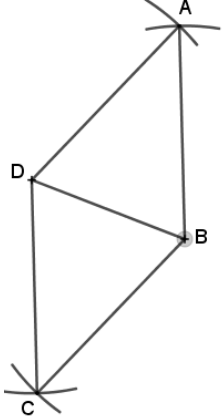
Les élèves envisagent alors d'utiliser les angles. Un élève essaie de faire coïncider les angles non droits de l'équerre avec les angles du modèle, sans succès.

Raisonnements : les élèves prennent des informations sur le modèle et interprètent les rétroactions du milieu(M-2).

Première construction - Deuxième essai

Les principales étapes de cette construction sont représentées dans le tableau VII-6 ci-dessous.

Tableau VII-6: les étapes de construction du groupe CD

			
2.1.	2.2	2.3.	2.4.

2.1 Les élèves dessinent la diagonale [BD] qu'ils nomment « le trait du milieu ». Ils utilisent le tasseau pour le report de longueur.

Raisonnements : organisation des tâches en lien avec les caractéristiques du modèle(M-2).

Les élèves reviennent dans la zone du modèle. Sur le modèle, ils comparent les angles formés par la diagonale et un côté avec les angles non droits de l'équerre. Aucun angle ne correspond.

Raisonnements : Prise d'information sur le milieu et analyse des rétroactions (M-2)

Un élève évoque alors la construction qu'ils ont faite en classe et cite l'usage du compas. Après réflexion l'idée vient d'utiliser la ficelle pour remplacer le compas.

Raisonnements : Décision du choix d'un outil pour remplacer un instrument qui n'est pas disponible en lien avec une connaissance du répertoire de construction. Élaboration des schèmes d'usage de cet outil. La construction évoquée repose sur la décomposition du losange en deux triangles isocèles symétriques.

2.2 Un élève propose de faire des arcs de cercles. Un autre propose de faire les cercles en entier. Après une rapide discussion sur le choix des objets à dessiner, les élèves coopèrent pour tracer deux arcs de cercles qui ont pour centres les points B et D et

pour même rayon la longueur d'un côté du modèle. Ces arcs de cercles se coupent en C.

Raisonnements : Justification explicite du choix des objets à dessiner : arcs de cercles ou cercles entiers(M-1).

Après avoir dessiné le point C, les élèves décident : « on fait pareil de l'autre côté » et dessinent le point A par un procédé similaire.

Raisonnements : Raisonnement d'organisation des tâches en lien avec une propriété de la figure : chaque diagonale d'un losange en est un axe de symétrie. Cette propriété reste implicite.

Enfin les élèves tracent chacun un côté du losange (ils utilisent le terme de trait).

Bilan de la phase d'action du groupe CD pour sa première construction :

Pendant la phase de recherche, les élèves du groupe CD mettent en œuvre des raisonnements variés. Certains de ces raisonnements se situent au niveau du milieu objectif : conjecture, prise d'informations sur le modèle, analyse des rétroactions, décision du choix d'outil, organisation des tâches.

La nécessité de coopérer et d'adopter une procédure commune amène aussi les élèves à argumenter et formuler oralement leurs observations. Cela les conduit à mettre en œuvre des raisonnements que nous situons au niveau M-1 du milieu de référence : formulation d'une caractéristique de la figure vérifiée par une preuve pragmatique, explicitation de l'organisation des tâches en lien avec une caractéristique de la figure, justification explicite du choix des objets à dessiner. Après des tentatives infructueuses et un temps de réflexion, les élèves mobilisent une connaissance du répertoire de construction et la transfèrent dans le méso-espace en construisant des schèmes d'usage pour la ficelle.

Le groupe a terminé CD sa production après 14 minutes de recherche. L'enseignante échange alors quelques instants avec les élèves (épisode 7 de la phase d'action). Nous retranscrivons le début du dialogue car il reflète comme pour le groupe EF, le rôle de l'enseignante dans la situation.

Groupe CD - échanges avec l'enseignante après la première construction

Cet épisode a une durée de 1 min 35 s

- 1 *Ens : C'est joli (l'enseignante observe le groupe CD qui finit sa production graphique).*
- 2 *Elx : On a fini.*
- 3 *Ens : Ben c'est bien. Après on va voir. Donc après ce que vous allez faire.*
- 4 *Elx : on va poser le//*
- 5 *Ens : On le fera après, par contre avant//*

- 6 *Elx : On met nos prénoms ?*
- 7 *Ens : Oui, si vous voulez vous pouvez marquer vos prénoms à côté.*
- 8 *Elx : On peut les nommer ? (Montre les sommets de la production graphique)*
- 9 *Ens : Si tu veux, si tu veux, tu fais ce que tu veux.*
- 10 *Elx : on fait A, B, C, D (montre les sommets du losange dessiné).*
- 11 *Elx : Mais madame, c'est grave si on s'est trompé puis qu'on a essayé de gommer mais*
- 12 *c'est //*
- 13 *Ens : Attendez, on est dans la cour donc c'est un peu plus compliqué d'effacer quand on*
- 14 *se trompe par contre, heu après ce que vous allez faire, c'est qu'on va faire venir toute*
- 15 *la classe et vous allez nous mimer les gestes que vous avez faits. Vous allez nous*
- 16 *expliquer votre construction, d'accord. Et une fois qu'on aura fait ça, on va prendre le//,*
- 17 *la figure initiale et on va la poser sur votre figure pour voir si en termes de précision on*
- 18 *est bons ou pas. OK ?*

Comme elle l'a fait peu avant pour le groupe EF, l'enseignante procède à la dévolution de la phase de formulation. Elle emploie des termes et expressions similaires à ceux utilisés avec les autres élèves : « *pour voir si en termes de précision on est bon* » « *vous allez mimer* ».

Pour l'enseignante, la superposition du modèle sur l'objet graphique semble avoir pour finalité d'évaluer la précision de l'objet graphique.

Le reste du dialogue est consacré à des consignes de rangement du matériel. L'enseignante demande à nouveau aux élèves de ne pas tenter d'effacer les traces d'essais infructueux.

Groupe CD - phase de formulation

L'explicitation de cette première construction par le groupe CD dure 1 min 20 s. Nous identifions deux étapes : après une comparaison de la méthode de construction avec la méthode exposée par le groupe EF, vient la validation dans l'espace sensible. La transcription complète de ces échanges se trouve dans l'annexe VII.1. Les numéros entre parenthèses renvoient à cette annexe.

Étape 1 : comparaison avec la méthode exposée par le groupe EF

Dès le début l'enseignante dirige les interactions sur la comparaison des méthodes employées par les 2 groupes : « *Le groupe suivant, beaucoup de différence avec votre méthode ?* » (L1).

L'élève compare alors les deux méthodes employées et indique le seul point qui diffère. L'élève se détache de la simple description des actions, il compare deux procédures : « *C'est exactement la même sauf que nous on n'a pas fait les cercles en entier* » (L4). L'intervention de l'enseignante l'amène à formuler plus précisément : « *On a fait juste des arcs de cercles au lieu de tracer des cercles entiers* » (L10).

L'enseignante guide ensuite les élèves vers l'emploi d'une expression géométrique : « *les points d'intersection* » qui caractérise les points dessinés : « *ils ont décidé de ne tracer que les arcs de cercle pour faire apparaître quoi ?* » (L11) « *Des points d'intersection* »(L15).

La relation entre les deux cercles (ou arcs de cercles) n'est pas explicitée.

La construction est implicitement validée sans demande de justification. Le questionnement de l'enseignante ne porte pas sur les caractéristiques de la figure. Les essais infructueux ne sont pas évoqués.

Étape 2 : validation dans l'espace sensible

Les élèves cherchent une correspondance la plus exacte possible entre leur dessin et le modèle, ils cherchent à remplir un contrat dans l'espace sensible (M-2).

L'enjeu pour l'enseignante semble différent de celui des élèves. Elle s'attache moins à la précision du dessin qu'à la méthode employée. Elle valide la production, sans doute à la vue de la procédure de construction qui est exacte. Ce critère de validité n'est pas énoncé : « *Effectivement on est comme dans l'autre cas, on est pas mal du tout. Bon c'est bien, donc une méthode qui est complètement similaire* » (L20).

Bilan pour le groupe CD

Les élèves mobilisent pendant la phase de recherche des raisonnements variés au niveau du milieu objectif mais aussi du milieu de référence quand un élève doit convaincre les autres que la procédure qu'il propose est valide.

Ces raisonnements produits spontanément par les élèves pendant le temps de recherche nous montre que ces élèves sont à même d'accéder à des justifications au niveau M-1.

Groupe CD - Bilan de la phase de formulation organisé suivant les questions de recherche

Partie A – comment l'enseignant reçoit les raisonnements des élèves ?

Dans cet épisode les élèves sont amenés à présenter une procédure de construction mais pas à expliciter leurs raisonnements. L'essai inabouti dont la trace est visible au sol n'est pas évoqué.

L'enseignante semble valider le dessin au vu de la procédure sans le dire explicitement.

Partie B – comment l'enseignant accompagne-t-il les raisonnements des élèves ?

B1 - L'enseignante n'apporte pas de connaissances aux élèves mais favorise leur expression dans des termes géométriques.

B3 - La procédure employée par les élèves est correcte mais elle n'est pas justifiée. Elle est implicitement validée sans lien avec les propriétés du losange. Les relations entre l'instrument utilisé et les propriétés géométriques qu'il véhicule ne sont pas spécifiées.

B4 - Elle amène les élèves à comparer leurs méthodes sans les justifier d'un point de vue théorique. Le lien avec les relations entre les différents éléments de la figure n'est pas établi.

B5 - Les interventions de l'enseignante restent au niveau du milieu objectif. Elles ne favorisent pas le changement de niveau de milieu.

Partie C – questions relatives à la mémoire des apprentissages :

L'enseignante institutionnalise une expression géométrique : *les points d'intersection*.

Dans la continuité de cet épisode, l'enseignante convie les groupes EF et CD à présenter leur production commune.

3.4.3 Groupes CD et EF réunis

L'analyse et la transcription complète des échanges entre élèves et enseignant, quand les élèves des groupes CD et EF présentent leur procédure devant la classe entière, se trouvent en annexe VII.3.

Environ 15 minutes après le début de la recherche, les groupes CD et EF ont terminé chacun leur dessin. Ils se sont spontanément regroupés pour comparer leurs procédures. L'enseignante saisit cette occasion pour les interroger sur ces procédures et leurs points communs. Ce dialogue de 2 min 25 s correspond à l'épisode 12 de la phase d'action.

Groupes CD et EF – échanges avec l'enseignante

Dans leurs échanges spontanés, les élèves comparent les deux méthodes de construction mais ne justifient pas leurs affirmations. Dans son intervention, l'enseignante s'attache à nommer précisément les objets importants qui sont communs aux deux constructions : les points apparaissent comme intersection de deux lignes (cercles ou arc de cercles). Cet enrichissement du milieu par l'apport du vocabulaire géométrique permet de « mettre en mots » les différentes unités figurales perçues par les élèves. Un élève considère les points d'intersection obtenus comme les extrémités de segments, l'autre considère une décomposition en deux triangles (8 à 10).

Ens : Et donc vous, vous avez fait les arcs de cercles pour faire apparaître quoi aussi ?

Elx : les extrémités.

Elx : Que c'étaient des triangles.

Cependant, le lien entre ces unités figurales n'est pas envisagé. Les relations entre le rayon des cercles, la longueur des côtés des triangles dessinés et les propriétés d'un losange ne sont pas explicitées.

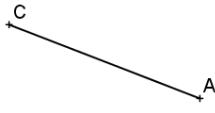
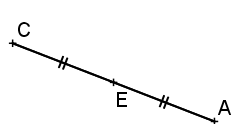
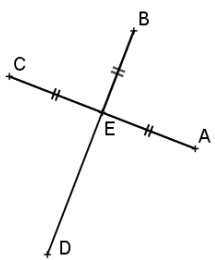
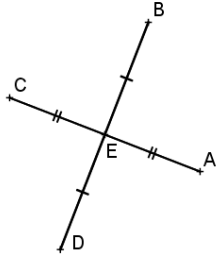
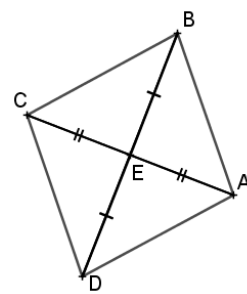
La validation géométrique de la construction n'est pas abordée.

Dans un deuxième temps l'enseignante dévolue aux élèves réunis une nouvelle tâche de construction par une méthode différente de celle déjà produite. Elle précise de nouveau les éléments importants du contrat : « Ah, non on ne peut pas décalquer. La figure n'a pas le droit de bouger » (27). « Par contre vous n'avez le droit de n'utiliser qu'un seul tasseau » (29).

Groupes CD et EF réunis – phase d’action

Les élèves des groupes CD et EF ont été filmés pendant la phase de recherche de cette construction commune que l’enseignante désignera par « *deuxième construction* ». Cela nous permet d’en présenter les principales étapes. Nous identifions 5 étapes, illustrées dans le tableau VII-7 ci-dessous :

Tableau VII-7: procédure 2 des groupes CD et EF

				
1.	2.	3.	4.	5.

1. Les élèves tracent sur le sol la petite diagonale [AC] à l’aide du tasseau.
2. Ils placent le milieu E de [AC] de la façon suivante :
 - Sur le modèle, ils tracent la grande diagonale et repèrent le centre du losange à l’intersection des diagonales. *Le hasard fait que le tasseau a exactement la même longueur que la grande diagonale.*
 - Ils font une marque (M) sur le tasseau pour relever la moitié de la longueur de la petite diagonale (qui est la longueur sur le tasseau entre une extrémité du tasseau et la marque).
 - Ils utilisent le tasseau et cette longueur pour placer le milieu E de [AC].

L’étape 3 se décompose en deux phases :

- 3.1 les élèves tracent la diagonale BD comme suit :
 - Ils construisent une demi-droite perpendiculaire à (AC) passant par E.
 - Ils cherchent à situer le milieu de *la grande diagonale*. *Un élève montre la marque (M) sur le tasseau et affirme que « c’est là le milieu ».* Les élèves utilisent cette marque pour tracer le segment [BD]. Ce segment est donc perpendiculaire à (AC), il passe par E milieu de [AC]. La distance EB est égale à la moitié de la distance AC, elle n’est pas égale à ED.
- 3.2 les élèves s’interrogent sur le dessin obtenu qui ne leur semble pas conforme à l’attendu : « *le milieu je crois qu’il est pas vraiment au milieu* ». La vérification à l’aide du tasseau confirme cette conjecture, en comparant les longueurs des deux parties du segment (Figure VII-5 ci-dessous).



Figure VII-5 : comparaison de longueur à l'aide du tasseau

4. À partir du modèle les élèves font une nouvelle marque N sur le tasseau pour repérer la moitié de la longueur de la grande diagonale. Ils utilisent le report de cette longueur pour placer les points B et D sur leur dessin.

5. Les élèves dessinent les côtés du losange. La construction est juste d'un point de vue théorique mais imprécise car ils travaillent très rapidement.

Durant toute la construction, les élèves échangent et coopèrent. Chaque objet dessiné est sujet à une discussion au sein du groupe. Nous détaillons ci-dessous la transcription des échanges correspondant à l'étape 2. Ils illustrent les raisonnements mis en œuvre par les élèves de ce groupe au cours de cette phase de recherche. Les raisonnements que nous avons identifiés sont présentés sous forme de texte encadré.

Échanges entre élèves lors de l'étape 2

Les élèves ont dessiné une diagonale. Ils cherchent à dessiner la seconde.

1 El1 : Il faut tracer la perpendiculaire.

Raisonnements : Explicitation de l'organisation des tâches. Le modèle a été identifié comme étant un losange. La perpendicularité des diagonales n'est pas une information qui a été prélevée sur ce modèle, elle est déduite des connaissances des élèves qui peuvent être des connaissances sur les propriétés de la figure ou une mémorisation d'un procédé de construction qui fait partie du répertoire de construction.

2 El2 : Il faut prendre l'équerre

3 El1 : Tu peux me passer l'équerre ?

4 El3 : Oui, il faut prendre l'équerre

5 El1 : Prends l'équerre hein

6 El2 : Il faut faire comme ça, tu prends le trait/

7 El1 : Tu la mets sur le trait et tu fais glisser.

Raisonnements : choix de l'instrument et positionnement de l'instrument (M-2).

8 El2 : Et pour le centre heu ?//

9 El3 : Ben on la met là ?

10 El4 : Du coup on peut pas mettre le centre.

Raisonnements : interprétation des rétroactions du milieu. Organisation des tâches en lien avec une caractéristique de la figure. L'élève utilise le terme « centre » mais ne caractérise pas davantage l'objet dont il parle. Il peut évoquer le milieu du segment déjà dessiné et utiliser un terme inapproprié. Il peut aussi considérer que ce point sera le « centre » du losange à construire. Dans tous les cas, il perçoit la nécessité de construire ce point pour poursuivre la construction. Nous observons une déconstruction dimensionnelle de la figure. D'une perception globale du losange (2D), les élèves ont appréhendé les diagonales (1D) puis un point (0D).

11 El1 : Attends, on fait //

12 El2 : C'est à peu près là, à peu près.

13 El4 : Ben// Le nombre de pieds.

14 El3 : Ça va pas être précis sinon.

15 El4 : On fait, je sais pas, le nombre de pieds, enfin un truc comme ça.

Raisonnements : proposition d'un choix d'artefacts pour positionner le centre du losange qui est aussi le milieu de la diagonale déjà dessinée. Ces artefacts, les pieds, pourraient servir d'unité de mesure.

16 El2 : Non ça va être précis.

17 El5 : Vous faites pas la même taille de pieds.

Raisonnements : Deux élèves invalident en justifiant la proposition faite. *Vous faites pas la même taille de pied* (17) renvoie implicitement à la nécessité d'utiliser la même unité de mesure pour comparer deux longueurs.

18 El1 : Ah je sais je sais, regarde sur la figure on trace de là à là, de là à là (*suit avec le doigt les diagonales sur le modèle*).

19 El2 : Et en plus on trace à la craie comme ça (*montre une diagonale du modèle*)

20 El3 : Et comme ça (*montre l'autre diagonale*)

21 El1 : Et là où il y a la croix, le point, (*montre le centre du losange avec une extrémité du tasseau*) on mesure là comme ça. (Pose approximativement le tasseau sur le modèle pour montrer comment reporter la longueur d'une demi-diagonale).

Raisonnement : les élèves organisent les tâches à effectuer en lien avec une caractéristique de la figure : le point d'intersection des diagonales est leur milieu. Ils projettent de matérialiser des objets qui ne le sont pas encore (les diagonales) pour reporter la longueur d'une demi-diagonale (M-2). Ils utilisent à la fois des termes géométriques (*point*) et des termes du langage courant (*la croix*).

22 El3 : Là où ça se croise on mesure le milieu.

23 El2 : Oui c'est ça. Là où il y a le point on mesure le milieu.

Raisonnements : l'élève explicite en partie la propriété qui justifie la construction envisagée (M-1).

L'expression « *on mesure le milieu* » n'est pas correcte d'un point de vue géométrique mais elle est comprise des élèves et rend compte du raisonnement sous-jacent : le point d'intersection des diagonales permet de reporter sur le tasseau la demi-longueur de la diagonale.

24 El1 : Ça déjà on l'a, le milieu, c'est plié (*montre la petite diagonale qui est matérialisée par un pli sur le modèle*).

Raisonnements : l'élève interprète les rétroactions du milieu (M-2).

25 El2 : Et ben pour ne pas tracer on peut la plier en fait.

26 El1 : Ouais, non je préfère tracer parce que c'est plus facile.

Raisonnements : décision du choix de l'artefact pour matérialiser une diagonale (M-2) sur le modèle.

Bilan de la phase de recherche des groupes CD et EF lors de la deuxième construction :

Pendant cette phase de recherche, les élèves mettent en œuvre des raisonnements variés dont nous avons montré quelques exemples.

Nous notons des raisonnements au niveau du milieu objectif : prise d'informations sur le modèle, analyse des rétroactions, décision du choix d'outil, organisation des tâches.

La nécessité de coopérer amène les élèves à formuler et justifier leurs choix, et aussi formuler des caractéristiques de la figure inférées des prises d'informations (*le modèle est un losange*) et de leurs connaissances. Nous situons ces formulations au niveau (M-1) du milieu de référence.

Les élèves mobilisent les propriétés des diagonales d'un losange : elles sont perpendiculaires. Leur point d'intersection est à la fois le milieu de l'une et de l'autre. Ces connaissances sont mobilisées dans l'action. Les vérifications effectuées par les élèves en témoignent.

Les formulations qui accompagnent les actions sont parfois ambiguës. Les objets ne sont pas complètement caractérisés.

Groupes CD et EF réunis - phase de formulation

L'explicitation de cette procédure par les deux groupes réunis dure 3 min 40 s. Nous identifions 3 étapes. Après l'explicitation du début de la procédure, un long moment est consacré à la formulation d'une propriété des diagonales d'un losange. En étape 3, nous retrouvons la validation de la production dans l'espace sensible.

Étape 1 : début de la construction

Dans cette étape, les élèves sont au niveau de la verbalisation, ils décrivent les actions effectuées. Au début de leur présentation ils sont soucieux d'être précis dans les actions mimées.

L'enseignante fait porter la précision sur les termes employés et non pas sur les gestes. Elle demande de qualifier les objets en jeu (7 à 13).

El1 : On a pris celui-ci (montre la grande diagonale du modèle)

[...]

Ens : Vous avez pris la longueur de quoi ?

[...]

Elx : Des deux diagonales du losange.

Étape 2 : formulation d'une propriété des diagonales.

Au début de cette étape, un élève emploie le terme milieu sans le qualifier. L'enseignante relie ce terme milieu aux deux diagonales : « *Parce que en fait, qu'est-ce qu'elles ont de particulier ces diagonales ?* » (18). Elle veut sans doute faire formuler une propriété des diagonales : avoir même milieu.

Les élèves indiquent des propriétés qui sont vérifiées par les deux diagonales mais qui ne semblent pas correspondre pas à celle attendue par l'enseignante : elles sont perpendiculaires, elles forment un point d'intersection, elles forment 4 angles droits. Les relations entre deux éléments 1D sont plus facilement perçues par les élèves.

Les élèves évoquent ensuite l'action effective et formulent une caractéristique de la figure (M-2) : le point dont ils viennent d'explicitier la construction est en fait le milieu de la petite diagonale. L'enseignante cherche à faire formuler que ce point est aussi le milieu de la deuxième diagonale. Elle la désigne sans la qualifier et pose la question : « *Par contre le segment vert là ou jaune, vous avez pris le milieu du segment jaune ?* ». Les élèves répondent par la négative, qualifient eux-mêmes le segment désigné par l'enseignante de « *deuxième diagonale* » et poursuivent la description de leur procédé de construction. Ils qualifient le point construit de centre : « *On a pris un peu le centre du losange* » (42). Ce terme est validé par l'enseignante : « *Ce n'est pas un peu, vous avez cherché le centre du losange, oui* » (44).

Les élèves poursuivent leur description en montrant la grande diagonale : « *Après on a pris l'équerre, on a tracé un peu la droite [...] Ici on a mis//* ». L'enseignante les interrompt et cherche à faire formuler que le centre du losange est le milieu commun aux deux diagonales (échanges 49 à 64). Les élèves citent diverses propriétés correctes mais qui ne correspondent pas à l'attendu. *In fine* l'enseignante formule elle-même la propriété : « *Si vous regardez [...] le point qui est là, le centre de votre losange c'est le milieu de cette diagonale mais c'est aussi le milieu de cette diagonale-là* » (67).

L'enseignante valide implicitement la procédure de construction. Elle ne généralise pas la propriété qu'elle a énoncée localement.

Étape 3 : vérification dans l'espace sensible

Lors de cette dernière et très courte étape, les élèves souhaitent obtenir une rétroaction positive du milieu matériel. Ils se situent au niveau M-2. L'enseignante valide implicitement la procédure.

Groupe CD et EF réunis - bilan de la phase de formulation organisé suivant les questions de recherche

L'enseignante repère dans les descriptions des élèves les raisonnements qui sont en lien avec la propriété qu'elle veut institutionnaliser : les diagonales sont sécantes en leur milieu (A1). Elle valide elle-même ces raisonnements (A2).

C'est l'enseignante qui apporte elle-même la formulation de la propriété qu'elle veut mettre en évidence (B1). Pour cela, elle ne prend pas appui sur l'action effective « complète » des élèves. Nous avons vu que, dans l'action, les élèves ont construit deux diagonales perpendiculaires et de milieu commun. Après un premier dessin erroné, ils ont su interpréter les rétroactions du milieu matériel et ils ont produit un deuxième dessin en s'assurant de l'égalité des longueurs ED et EB (*Tableau VII-7* page 276). L'enseignante les interrompt avant qu'ils ne verbalisent cette partie essentielle de leur action. Elle ne les interroge pas sur la nécessité des actions produites (B4). Ce faisant elle ne permet pas la mise en relation de cette action instrumentée avec la propriété correspondante. L'emploi du terme « centre » par les élèves peut lui faire croire que les élèves ont identifié la propriété qu'ils ont mise en œuvre. Les difficultés des élèves à formuler eux-mêmes cette propriété nous montrent que ce n'est pas le cas.

L'enseignante fait une institutionnalisation locale : le centre du losange dessiné est le milieu de ses deux diagonales. Elle ne questionne pas la généralisation cette propriété observée sur un dessin particulier à tous les losanges en jeu dans la classe (B4). Cette généralisation est peut-être évidente pour elle.

Elle ne fait pas de lien avec le répertoire didactique existant (C5).

Après cette présentation commune des groupes CD et EF réunis, l'enseignante fait un très court bilan intermédiaire de 35 secondes.

3.4.4 Bilan intermédiaire

Dans cet épisode, Céline interroge l'ensemble des élèves qui n'ont pas encore présenté leur travail : *Est-ce qu'il y en a parmi vous qui ont utilisé la même méthode avec des cercles à tracer ?* Deux groupes (IJ et GH) répondent positivement. Une élève du groupe IJ signale une difficulté matérielle dans la production du dessin : « *Les cercles ils étaient très durs à tracer* ». L'enseignante acquiesce à sa remarque et invite le groupe IJ à présenter sa procédure.

Remarque : pour l'enseignante la séance pourrait se terminer, les procédures qu'elle souhaite institutionnaliser ont été présentées. Elle poursuit cependant pour donner rapidement la parole aux derniers groupes.

Les données qui suivent sont plus brièvement analysées que pour les groupes précédents.

3.4.5 Groupe IJ : Janis, Aurore, Nathanaël, Morgane (90 cm, 75°)

Groupe IJ - Phase d'action

Nous avons pu reconstituer les différentes étapes de recherche de ce groupe à partir des enregistrements vidéo de la caméra placée sous le préau. Cette caméra, placée près de leur modèle a enregistré leurs dialogues quand ils en étaient proches.

1. Dans un premier temps ces élèves cherchent une correspondance entre les angles du modèle et les angles de l'équerre. Cette recherche échoue.

2. À l'aide du tasseau, ils dessinent un segment [AB] de même longueur qu'un côté du modèle.

3. ils projettent de comparer la longueur des autres côtés et font l'hypothèse qu'ils sont isométriques : « *C'est tous de la même longueur je parie* ». Pour cela ils vérifient la longueur d'un deuxième côté. Puis ils plient le modèle suivant la petite diagonale, constatent la superposition des deux triangles ainsi formés et après échanges, concluent que compte-tenu de cette superposition il n'est pas nécessaire de vérifier toutes les longueurs.

6. Le modèle étant toujours plié, ils déterminent la longueur de la petite diagonale à l'aide de la ficelle. Ils ne se servent pas de cette longueur.

7. Ils échangent sur la méthode de construction à utiliser. Un élève évoque le travail effectué dans le micro-espace : « *Mais regarde, regarde notre fiche²¹. C'est un peu comme ça la fiche qu'on avait fait en math* ». Un autre élève envisage de dessiner deux cercles comme sur la fiche citée :

- *Bon ben, moi je voudrais bien, mais il faut faire deux cercles quand même.*
- *Deux cercles ? Mais pourquoi deux cercles ?*
- *Ben déjà sur la fiche on l'avait fait.*

Un troisième élève se questionne à propos de la figure à reproduire :

- *C'était pas la même déjà.*
- *En plus grand.*
- *C'est pas la même.*
- *Si. En plus grand.*

8. Après accord au sein du groupe, les élèves tracent à l'aide de la ficelle un cercle de centre A et de rayon le côté du modèle. Ils constatent que ce cercle passe par le point B et s'interrogent sur cette « coïncidence » : « *C'est pas possible* ».

²¹ L'élève évoque le programme de construction d'un losange qui a été écrit lors de la situation de communication.



9. Suivent de longues discussions entre les élèves qui n'arrivent pas à se mettre d'accord. Un des élèves du groupe argumente en montrant le premier segment dessiné : « *Normalement là on aurait dû tracer la diagonale* ». Ses camarades pensent que le problème provient d'un manque de précision, lui-même dû à l'usage de la ficelle et à une fissure au sol. Nous n'avons pas l'intégralité des échanges mais compte-tenu de la production finale, il n'obtient pas l'adhésion du groupe à son raisonnement géométriquement juste. L'origine du problème est attribuée au matériel et non pas au procédé de construction.

Groupe IJ – échanges avec l'enseignante

Nous notons 4 interventions de l'enseignante auprès de ce groupe pendant la phase d'action (épisodes 5, 6, 8 et 10 présentés dans le [Tableau VII-3](#) page 263). Ces interventions ont deux fonctions principales : préciser le contrat et faire employer aux élèves un vocabulaire géométrique. Dans les épisodes 6 et 10, l'enseignante explique ce qui est permis, écrire à la craie sur le modèle, et ce qu'il faut éviter : passer du temps à effacer les parties du dessin erronées. Le temps disponible pour la recherche est aussi indiqué.

Lors des épisodes 5 et 8, l'enseignante demande des informations sur l'avancement du travail. Elle fait reformuler les élèves pour qu'ils emploient des termes géométriques mais elle ne les interroge pas précisément sur leur procédure.

Elx : On a trouvé le croisement.

Ens : On a trouvé quoi ?

Elx : On a trouvé le croisement.

Ens : On a trouvé quoi ?

Elx : Le point d'intersection.

Elx : Le point d'intersection.

Ens : Ah.

Elx : Le rond

Ens : Le quoi ?

Elx : Le cercle.

Groupe IJ – Phase de formulation

Dans cette phase de formulation de 1 min 35 s, nous distinguons deux étapes.

Dans une première étape, l'enseignante revient sur les difficultés de tracé que vient d'évoquer une élève de ce groupe pour l'amener à préciser les schèmes d'usage du nouvel instrument : « *Il fallait que la ficelle soit bien tendue effectivement pour pouvoir faire ça* ». Cette contrainte « bien tendre la ficelle » n'est pas justifiée ou mise en relation avec le report de longueur.

Dans la deuxième étape, les élèves superposent le modèle à leur dessin. Il est validé par l'enseignante malgré un écart important (plus d'un centimètre) entre le dessin et le modèle : « *Oui, en termes de précision [...] On voit la difficulté que vous avez eu pour tracer les cercles. OK on passe à côté* ».

Comme évoqué ci-dessus, la production de ce groupe n'est géométriquement pas correcte car ils ont reporté la longueur d'un côté pour tracer la diagonale. Ils ont ainsi construit un losange qui peut être décomposé en deux triangles équilatéraux, caractéristique que ne possède pas leur modèle. Un élève du groupe a décelé cette erreur mais n'a pas été entendu dans le groupe.

L'enseignante ne perçoit pas cette erreur (A1). Elle valide elle-même la procédure de construction (A2).

Elle apporte des connaissances sous forme d'aide technique par l'explicitation d'un schème d'usage de la ficelle employée comme instrument pour tracer des cercles (B1).

Elle ne s'appuie pas sur les nombreux raisonnements produits pendant la phase de recherche, notamment sur la conjecture sur l'égalité de longueur des côtés du modèle, la relation avec le travail fait dans le micro-espace. Les élèves sont interrogés uniquement sur la procédure finale.

L'enseignante institutionnalise les schèmes d'usage de l'instrument « ficelle », elle ne met pas en relation avec les propriétés que porte cet artefact (C1).

3.4.6 Groupe GH : Eloi, Théo, Mathilde, Paul.

Groupe GH – phase d'action

Le groupe GH a lui aussi décomposé le losange en deux triangles isocèles symétriques. Il a commencé par reproduire la petite diagonale, puis il a utilisé la longueur de cette diagonale pour construire les côtés du losange. Il a ainsi obtenu deux triangles équilatéraux symétriques alors que le modèle ne présentait pas cette caractéristique. En procédant ainsi, il a fait une erreur similaire à celle commise par le groupe IJ : utiliser la même longueur pour une diagonale et les côtés du losange.

Groupe GH – phase de formulation

Lors de la présentation de ce groupe, un jardinier passait la tondeuse à proximité. Le bruit couvrant la voix, il a fallu parfois attendre que le jardinier s'éloigne pour reprendre les explications. C'est pourquoi cet épisode présente une durée longue de 3 min 50 s pour un nombre d'échanges restreint.

Au début de l'épisode, les élèves décrivent les actions de tracé. L'enseignante a perçu qu'ils ont tracé des triangles équilatéraux et essaie en vain de leur faire formuler « *mais il n'a rien de particulier votre losange ?* ». Les élèves évoquent un ovale, des demi-droites. L'enseignante abrège le dialogue et demande aux élèves de superposer le modèle au dessin. Devant l'écart important entre les deux, elle conclut : « *Vous vous êtes trompés surement avec votre tasseau en prenant les mesures. Parce que là il y a quand même beaucoup d'écart. D'accord.* »

Groupe GH – analyse

L'enseignante repère partiellement le raisonnement erroné des élèves (A). Elle observe qu'ils ont construit un triangle équilatéral mais semble considérer que c'est une caractéristique du modèle. Elle ne parvient pas à amener les élèves à comprendre l'origine de leur erreur car elle-même ne la comprend pas bien (B).

Il n'y a pas d'institutionnalisation (C)

Groupe AB : Clarisse, Axel, Morgane, Sacha (85 cm, 75°)

3.4.7 Groupe AB – phase d'action

Dans le groupe AB était regroupés les élèves que nous ne pouvions pas filmer. Ce groupe a commencé par tracer un carré. Réalisant son erreur, il a ensuite modifié son dessin en prolongeant deux côtés opposés de ce carré. Il a ainsi obtenu le dessin d'un parallélogramme.

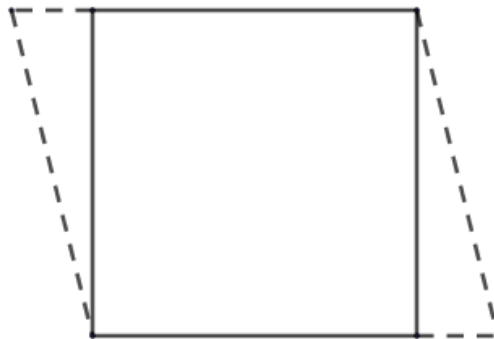


Figure VII-6: procédure de construction du groupe AB

Groupe AB – phase de formulation

Au début de l'épisode, l'enseignante demande au groupe d'expliquer sa méthode de construction car elle ne repère pas sur le dessin la trace des deux méthodes de construction déjà présentées : « *Par contre vous avez fonctionné comment vous ? Parce qu'il n'y a pas d'arcs de cercles, il n'y a pas de diagonales* ». Les élèves explicitent leurs actions sans distinguer les prises d'informations sur le modèle de la production du dessin. Ils semblent appréhender les

éléments 2D des figures sans les décomposer en unités figurales d'ordre inférieur : « *ça faisait un carré avec des traits qui dépassaient.* »

Comme avec les autres groupes, l'enseignante s'emploie à les faire utiliser un vocabulaire géométrique :

Ens : un carré avec des traits qui dépassaient. J'adore.

Elx : Avec des petits, des droites qui dépassaient, des demi-droites qui dépassaient.

Ens : Oui

Elx : Et après on a effacé le, le segment du carré

Ens : Le côté du carré

Elx : Le côté du carré pour pouvoir prendre le losange, pour pouvoir relier avec le losange.

Malgré l'emploi de termes géométriques les explications des élèves sont confuses et leur discours est difficile à comprendre. Leurs camarades des autres groupes expriment leur scepticisme sur la conformité du dessin : « *Ben ça se voit déjà que ce n'est pas bon.* », « *Moi je dis c'est fait au pif* ».

L'enseignante s'en remet à la superposition du modèle sur le dessin pour valider ou non ce dernier. *In fine* elle invalide la construction non pas d'un point de vue théorique mais parce qu'elle n'est pas assez précise

Ens : Alors on va poser pour voir si en termes de précision on est bien [...]. Est-ce que ça fonctionne ?

Eee : Non, pas du tout

Ens : C'est une construction, une méthode de construction qui manque de précision d'accord.

Groupe AB – analyse

L'enseignante n'identifie pas le raisonnement erroné (A1) (nous sommes en fin de séance, il y a du bruit et les élèves comme l'enseignante sont sans doute fatigués). C'est l'enseignante qui invalide la procédure par manque de précision. Le commentaire d'un élève « *c'est fait au pif* » pouvait mettre en avant la nécessité de s'appuyer sur des connaissances géométriques pour réussir.

Le raisonnement des élèves ne semble pas compris, il n'est pas traité (partie B). Il n'y a pas d'institutionnalisation (partie C).

3.4.8 Bilan de clôture de la séance

Dans ce bilan d'une durée de 1 min 20 s, l'enseignante revient tour à tour sur les deux procédés de constructions présentés par les groupes EF et CD et qu'elle nomme « *première construction et deuxième construction* ».

Étape 1 : bilan de la première procédure

Dans cette étape qui concerne la première procédure employée, l'enseignante amène les élèves à identifier une caractéristique du modèle qui peut être décomposé en deux triangles isocèles juxtaposés :

- 1 *Elx : Ben pour la première construction on a pris la mesure des côtés du losange et après on a //avec le compas puis après on a tracé*
- 2 *Ens : Du coup vous faites apparaître quoi sur ce losange ?*
- 3 *Elx : Des arcs de cercles.*
- 4 *Elx : Des points d'intersection.*
- 5 *Ens : Non vous me l'avez dit tout à l'heure.*
- 6 *Elx : Des triangles*
- 7 *Ens : Des triangles et des triangles comment ?*
- 8 *Elx : Isocèles*
- 9 *Ens : isocèles, effectivement vous avez fait apparaître deux triangles isocèles.*

Ce faisant, elle reste au niveau du milieu objectif (M-2). La caractéristique est énoncée localement sans généralisation. Le lien entre procédure de construction et propriété de la figure n'est pas explicité. Le report de longueur évoqué par un élève en (1) en lien avec l'usage du compas n'est pas repris. La relation entre la caractéristique des triangles dessinés et l'égalité de longueur des côtés d'un losange n'est pas soulignée.

Étape 2 : bilan de la deuxième procédure

Dans cette étape, l'enseignante s'attache à faire formuler les propriétés des diagonales sous la forme : les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, au point d'intersection. Le caractère de généralité de ces propriétés n'est pas précisé. L'objet dont les diagonales vérifie ces propriétés n'est pas désigné.

4.4. Synthèse pour la reproduction de figures dans le méso-espace

4.4.1 Synthèse des raisonnements des élèves

Au niveau M-2 du milieu objectif :

Concernant les raisonnements des élèves, nous notons des raisonnements qui font intervenir des prises d'informations sur le modèle en lien avec les interprétations des rétroactions du milieu. Trois groupes au moins émettent la conjecture que les côtés du modèle ont tous de la même longueur puis vérifient cette conjecture sur le modèle. Des raisonnements d'organisation des tâches ou de choix de l'artefact sont également rencontrés, en lien avec les caractéristiques du modèle.

Des termes ou expressions qui ne sont pas corrects d'un point de vue géométrique permettent malgré tout aux élèves de se comprendre et rendent compte des raisonnements sous-jacents. Ces raisonnements témoignent parfois d'une déconstruction dimensionnelle de la figure.

D'une perception globale du losange (2D), les élèves appréhendent les diagonales (1D) puis un point (0D).

Quand ils verbalisent leur procédure, les élèves qui ont réussi à reproduire la figure-modèle discernent les prises d'informations sur le modèle par l'intermédiaire d'un instrument et la production de l'objet graphique correspondant. Les groupes d'élèves qui ont échoué sont aussi ceux dont les explications ne sont pas structurées en alternance de prise d'information puis travail sur le dessin. Il faut appréhender des unités figurales d'ordre inférieur à 2 pour concevoir une reproduction de figure comme une alternance organisée de prises d'informations suivies de tracés. Le rôle de l'enseignante pourrait être de les accompagner vers l'appréhension d'unités figurales de dimension 1 ou 0.

Les connaissances mobilisées dans l'action qui concernent la figure modèle sont :

- les propriétés des diagonales d'un losange : elles sont perpendiculaires. Leur point d'intersection est à la fois le milieu de l'une et de l'autre ;
- l'égalité de longueur des côtés ;
- la présence d'un axe de symétrie.

Concernant les artefacts, des élèves construisent des schèmes d'usage pour la ficelle.

Au niveau M-1 du milieu de référence

La nécessité de coopérer et d'adopter une procédure commune amène aussi les élèves à argumenter et formuler oralement leurs observations. Cela les conduit à mettre en œuvre des raisonnements que nous situons au niveau M-1 du milieu de référence : formulation d'une caractéristique de la figure vérifiée par une preuve pragmatique (le *modèle est un losange*), explicitation de l'organisation des tâches en lien avec une caractéristique de la figure, justification explicite du choix des objets à dessiner.

Dans leurs échanges spontanés, les élèves font également référence au travail dans le micro-espace et s'interrogent. « *Est-ce la même figure ?* » Cela leur permet de préciser les caractéristiques de la figure-modèle.

Par ailleurs des élèves expriment spontanément les difficultés rencontrées et analysent l'origine des erreurs.

4.4.2 Questions relatives aux interventions de l'enseignante

Partie A – comment l'enseignant reçoit les raisonnements des élèves ?

Dans leur présentation, les élèves sont amenés à présenter une procédure de construction, pas à expliciter leurs raisonnements. Les essais inaboutis, les difficultés rencontrées, ou les erreurs commises en cours de construction et qui sont évoqués par les élèves ne sont pas repris par l'enseignante (par manque de temps ? par choix ?). L'enseignante repère dans les descriptions des élèves les raisonnements qui sont en lien avec la propriété qu'elle veut institutionnaliser : les diagonales sont sécantes en leur milieu (A1). Elle valide elle-même ces

raisonnements (A2). Par contre elle ne repère pas toujours (ou ne comprend pas) les raisonnements erronés des élèves.

Partie B – comment l’enseignant accompagne-t-il les raisonnements des élèves ?

B1 - L’enseignante apporte des connaissances aux élèves sous forme de vocabulaire et de formulations géométriques. Elle permet aux élèves de qualifier les objets dont ils parlent. Cet enrichissement du milieu par l’apport du vocabulaire géométrique permet de « mettre en mots » les différentes unités figurales perçues par les élèves. Cependant, le lien entre ces unités figurales n’est pas envisagé. Elle apporte également des connaissances sous forme d’aide technique par l’explicitation d’un schème d’usage de la ficelle employée comme instrument pour tracer des cercles.

B3 et B4 – Du point de vue d’une validation théorique, des procédures correctes employées par les élèves ne font pas la demande d’une justification. Elles sont implicitement validées sans lien avec les propriétés du losange. Un nouvel instrument est présenté à partir de ses schèmes d’usage sans relation avec les propriétés géométriques qu’il « transporte ».

B4 – Le lien avec les relations entre les différents éléments de la figure n’est pas établi. L’enseignante ne généralise pas explicitement la propriété observée sur un dessin particulier

B5 - Les interventions de l’enseignante restent au niveau du milieu objectif. Elles ne semblent pas favoriser le changement de niveau de milieu, au moment de l’observation.

Cela semble contradictoire avec le fait qu’elle accorde peu d’importance à la validation pragmatique.

Partie C – questions relatives à la mémoire des apprentissages :

L’enseignante institutionnalise une expression géométrique : « les points d’intersection », les schèmes d’usage d’un nouvel instrument ainsi qu’une procédure de construction.

Du point de vue des propriétés géométriques, elle fait aussi une institutionnalisation locale : le centre du losange dessiné est le milieu de ses deux diagonales.

Pendant la phase de recherche, les élèves mobilisent des raisonnements variés au niveau du milieu objectif, mais aussi du milieu de référence quand un élève doit convaincre les autres que la procédure qu’il propose est valide. Ces raisonnements produits spontanément par les élèves pendant le temps de recherche nous montre que ces élèves sont à même d’accéder à des justifications au niveau M-1. Cependant, Le niveau de référence semble « transparent » pour l’enseignante : elle n’interroge pas les élèves sur les propriétés géométriques qui justifient leurs actions. Les élèves énoncent des procédures correctes avec un vocabulaire

géométrique adapté. Elle en déduit peut-être que les propriétés géométriques sous-jacentes sont connues des élèves et ne nécessitent pas une explicitation.

Remarque : Céline établit un bilan de toute la séquence en classe entière le 6 décembre matin, juste avant l'entretien d'autoconfrontation. Ce bilan qui n'est pas prévu n'est pas filmé. Il figure ci-dessous. Céline en fait la description lors de la première phase, au début de l'entretien que nous présentons dans la section 5.

Losange à travers un message

Activité : description

Étape 1 : On avait une enveloppe dans laquelle se trouvait une figure géométrique à reproduire.

On a aucun renseignement sur la figure géométrique.

On pouvait utiliser une règle, un compas et une équerre pour reproduire la figure.

Tous les groupes avaient un losange comme figure.

Étape 2 : On écrit un message pour un autre groupe afin qu'ils puissent reproduire la figure sans l'avoir vue.

Ce message est un programme de construction.

Il faut utiliser le bon vocabulaire, être précis et faire des phrases courtes comme dans une recette de cuisine.

Étape 3 : On devait reproduire la figure à partir du message, mise en commun par équipe pour vérifier les figures et corriger (si besoin) les programmes.

Étape 4 : On devait reproduire un losange à grande échelle dans la cour du collège en utilisant de la corde, des craies, un tasseau et une équerre. Le message se fait à l'oral car le modèle à reproduire ne devait pas bouger.

Le losange :

Première construction envisagée : le losange se décompose en 2 triangles isocèles.

Deuxième construction envisagée : les diagonales du losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Ce texte témoigne d'une généralisation. Le lien est fait entre les procédures de construction et les propriétés géométriques qui les sous-tendent mais les relations entre l'usage des instruments et les propriétés qu'ils portent semblent rester implicites, elles ne sont pas mentionnées par écrit.

Ce bilan paraît confirmer les deux objectifs de Céline qui sont associés au duo de situations : la séance dans le micro-espace vise à construire des textes écrits, prescriptifs, utilisant le langage géométrique, autrement dit des programmes de construction normés. La séance dans le méso-espace vise à produire ou relever des propriétés géométriques du losange à partir d'informations échangées oralement entre élèves.

5. L'entretien avec l'enseignante

5.1. Entretien avec Céline, déroulement

La classe retenue pour l'analyse est la sixième 2. La séance est celle dans la méso-espace. L'entretien a lieu le 6 décembre 2017, presque une semaine après la séance (cf. Tableau VII-2 : planning réel des expérimentations en collège page 252). L'entretien d'une durée totale de 55 minutes se déroule suivant un protocole similaire à celui adopté avec l'enseignante de primaire : après un rappel des conditions de l'entretien (mise en route), Céline est invitée à s'exprimer librement. Dans un deuxième temps, nous visionnons l'intégralité de la mise en commun lors de la situation de reproduction de figures dans le méso-espace. Céline peut interrompre la vidéo si elle le souhaite. À la fin du visionnage, elle est invitée à s'exprimer sur cette vidéo. Puis dans une troisième phase, nous la questionnons et revenons sur des moments particuliers de la mise en commun, en nous appuyant sur des extraits vidéos.

Les informations que nous pouvons recueillir de cet entretien ne sont pas très denses. Aussi nous avons placé cet entretien en annexe VII.4 et nous n'en présentons que la synthèse.

5.2. Synthèse de l'entretien avec l'enseignante de sixième

2.5.1 Organisation des résultats

Comme pour l'enseignante de primaire (paragraphe 5.2 du chapitre VI), pour tenir compte des analyses issues de cet entretien d'autoconfrontation et de l'observation de classe, nous organisons la synthèse selon le plan suivant :

Rapports de l'enseignant à la situation ; rapports de l'enseignant aux élèves ; rapports de l'enseignant à lui-même dans son enseignement.

2.5.2 Rapports de l'enseignant à la situation

Au cours de cet entretien, Céline parle peu de la situation d'apprentissage proposée. Elle est centrée sur ce que font les élèves, ce qu'ils produisent, ce qu'elle fait. Dans un premier temps, elle ne livre pas d'indications sur son rapport à la situation, mais sur ce que les élèves ont dit de cette situation. Elle envisage la séquence dans sa globalité, avec une complémentarité entre les deux séances qu'elle situe dans les modalités de formulation : écrit/oral. Elle ne semble pas porter d'attention à la variable taille de l'espace, ni à la spécificité du matériel utilisé dans le méso-espace.

2.5.3 Rapports de l'enseignant aux élèves (indépendamment de la situation)

Céline fait plusieurs fois référence à son souci d'inscrire les apprentissages dans la durée. Dans sa conception des apprentissages, la discussion orale entre élèves est importante notamment à l'occasion des erreurs. Son rôle est alors d'orchestrer le débat : « *j'essaie de faire en sorte qu'ils s'expliquent leur erreur entre eux* ». Son rôle est au cours de ce débat de reformuler, « corriger » le langage et veiller à ce que les procédures exposées soient correctes d'un point de vue mathématique.

2.5.4 Rapports de l'enseignant aux élèves dans la situation

Situation de référence

Céline se dit étonnée par les productions des élèves, comme cela lui arrive souvent dans sa pratique quotidienne. Les élèves la surprennent toujours : « *Tu n'as jamais le résultat que tu veux au final* ». Ainsi, ce que nous observons lors de cette séquence semble habituel dans son fonctionnement. Pour accéder aux erreurs potentielles des élèves, elle se base sur ses observations quand elle « teste » les situations plutôt que sur des analyses préalables. Au niveau de la situation de référence, ses observations portent en priorité sur les termes employés par les élèves et les procédures justes qu'elle va institutionnaliser.

Situation d'apprentissage

Au niveau de la situation d'apprentissage, elle identifie les raisonnements justes qui correspondent à une procédure qu'elle a imaginée et qu'elle a observée dans la situation de référence. Elle éprouve des difficultés à comprendre les raisonnements des élèves qui ne sont pas conformes à ses prévisions, en particulier les raisonnements erronés.

Situation didactique

Céline a perçu la nécessité de construire un texte de savoir collectif à la fin de la séquence. Ce texte est basé sur les formulations des élèves sur leurs losanges. Céline prend implicitement en charge la généralisation, en citant comme propriétés géométriques d'un losange, celles mobilisées pour chacune des deux procédures de construction retenue. Ces propriétés sont citées sans être explicitées : le lien avec l'usage des artefacts et les propriétés qu'ils portent n'est pas établi.

Nous retrouvons dans cet écrit deux objectifs principaux d'apprentissage. D'une part des connaissances géométriques sur le losange, les élèves doivent connaître au moins deux procédures de construction d'un losange. D'autre part des connaissances sur l'élaboration de programmes de construction.

Concernant les connaissances géométriques, Céline rapproche les procédures de construction d'un losange et les propriétés sous-jacentes qui les justifient : « *Les deux constructions, triangles isocèles et diagonales perpendiculaires qui se coupent en leur milieu.* »

Situation de projet

Céline ne se projette pas dans une séance future qui prolongerait celles-ci. Elle évoque une plus grande anticipation lors d'une nouvelle mise en œuvre de la séquence l'année suivante : « *tu sais à quoi t'attendre, un peu* ».

2.5.5 Rapports de l'enseignant à lui-même dans son action d'enseignement

L'entretien semble l'amener à étudier des questions qu'elle n'avait pas envisagées. Mais seule l'action semble pouvoir lui apporter des éléments de réponse : « *je vais tester* ».

6. Synthèse et conclusion

L'enseignante ne nous a communiqué d'objectifs d'apprentissages précis avant la séquence. Au cours de la situation de communication, devant les difficultés rédactionnelles qu'elle constate chez ses élèves elle choisit de consacrer plus de temps que prévu à la réécriture des messages. Ce travail se fait en groupes restreints de 4 élèves, qui permet une décontextualisation par la confrontation des énoncés produits par les deux binômes. Sont privilégiés par l'enseignante pour l'écriture des messages, le respect d'un texte prescriptif qui ne mentionne pas l'usage des instruments et l'emploi de lettres pour désigner les objets géométriques OD. L'enseignante privilégie à ce moment du déroulement un travail en petits groupes.

En ce qui concerne la situation de reproduction de figures dans le méso-espace, Céline fixe les variables que nous avons laissées libres, de manière, nous semble-t-il à les orienter vers les procédés de construction qu'elle souhaite institutionnaliser. Par exemple, concernant l'aménagement de l'espace, chaque groupe dispose de son espace propre réservé. Il n'est pas prévu une zone commune à toute la classe pour disposer le matériel, comme c'était le cas dans la classe de primaire. Ce choix effectué par Céline évite les interactions entre groupes d'élèves et diminue les temps de déplacements des élèves entre leur modèle et leur dessin. Elle le justifie par son souhait d'éviter les écarts de conduite et de gagner du temps. Il a un impact sur l'activité géométrique des élèves et leurs raisonnements dans la mesure où la figure-modèle reste dans leur champ de vision quand ils construisent leur dessin. Ils bénéficient d'un possible contrôle perceptif qui n'est pas possible pour les élèves de CM.

Nous notons que Les élèves sont rapidement mis en activité, après un bref temps collectif de dévolution qui présente uniquement la phase d'action. Cela contraint Céline à accorder du temps à chaque groupe pendant cette phase d'action, pour faire dévolution de la phase de formulation qui suivra. Elle est alors moins disponible pour observer les élèves et leurs erreurs éventuelle.

Ainsi nous observons une adaptation apparente à chaque groupe d'élève par le biais d'une individualisation des interventions didactiques de l'enseignante (dévolution dans le méso-espace, mise en commun lors de la situation de communication, feuilles de travail

individualisées). Cela est très couteux en temps et porte ses fruits : les élèves sont autonomes, ils échangent et débattent entre eux, les termes qui désignent des unités figurales de dimension 0 sont utilisés à bon escient par environ deux tiers des élèves. Cependant cette disponibilité la rend moins indisponible pour comprendre les raisonnements erronés produits par certains. Ainsi, dans le méso-espace l'enseignante repère les raisonnements qu'elle a anticipés qui sont en lien avec les propriétés qu'elle veut institutionnaliser, mais ne semble pas repérer les raisonnements erronés.

Concernant la validation des procédures elle privilégie une validation « géométrique » (en appui sur une /des propriétés des losanges) Le critère de précision pour la validation pragmatique n'est même pas énoncé.

Dans la même optique, lors de la phase de formulation, elle favorise l'expression des élèves dans un langage géométrique, institutionnalise localement une propriété : le centre du losange est le milieu de ses deux diagonales. Pour autant la justification des actions instrumentée n'est pas interrogée. Pourquoi la construction à la ficelle permet-elle de construire des triangles isocèles ? Cela reste implicite.

Par ailleurs, les élèves sont interrogés sur la procédure finale, pas sur les essais réalisés, ou les difficultés rencontrées. Ainsi les raisonnements produits pendant la phase d'action recherche, notamment sur la (conjecture sur l'égalité de longueur des côtés du modèle, relation avec le travail fait dans le micro-espace) sont parfois plus riches que ceux exprimés lors de la phase de formulation sous le « contrôle » de l'enseignante.

Chapitre VIII Conclusion

Dans ce travail nous avons expérimenté une ingénierie didactique composée d'un duo de situations sur le thème du losange, dans une classe de CM1-CM2 et une classe de collège. Nous avons observé les deux enseignantes pendant la mise en œuvre de toute la séquence. Ces observations ont été suivies d'entretiens d'autoconfrontation avec chaque enseignante et d'un entretien d'autoconfrontation croisée avec les deux enseignantes dans le but d'apporter des éléments de réponse aux questions :

Quelle dynamique pouvons-nous identifier entre les interventions de l'enseignante et les raisonnements des élèves ? Dans quelle mesure cette dynamique participe-t-elle au processus d'institutionnalisation ?

En géométrie plane, dans une phase de formulation consécutive à une phase d'action ayant pour enjeu une reproduction de figure, comment des enseignants de cycle 3 intègrent-ils les raisonnements des élèves, justes ou erronés, dans leur processus d'institutionnalisation ?

Après un retour sur l'ingénierie de recherche et la présentation de résultats liés aux caractéristiques du duo de situations retenu, nous donnerons des éléments de réponse à chacune de ces questions avant de poursuivre par un bilan de nos avancées théoriques. Enfin nous présenterons les limites que nous identifions dans ce travail ainsi que des prolongements possibles.

1. Retour sur l'ingénierie

Dans cette section, après avoir rappelé les caractéristiques du duo de situations expérimenté nous présentons les résultats les plus significatifs en lien avec les variables retenues. Pour une même variable, nous regroupons dans un même paragraphe nos observations relatives aux élèves et aux enseignants.

1.1. Les duos de situations

Les deux situations qui constituent l'ingénierie définitive vérifient les conditions suivantes :

- Les deux situations comportent une situation d'action.
- Dans ces situations d'action, les figures à reproduire, représentent le même objet géométrique, mais n'ont pas les mêmes dimensions pour tous les élèves.
- Chaque situation se déroule dans un espace de travail différent : d'une part l'espace graphique d'une feuille de papier (micro-espace) et d'autre part un espace graphique dans le méso espace, c'est à dire un support plan, vertical ou horizontal, de taille supérieure à la taille des sujets.

- La situation d'action dans le micro-espace est suivie d'une situation de formulation à dimension adidactique par l'intermédiaire d'un message écrit. La situation d'action dans le méso espace est suivie d'une de formulation à dimension adidactique qui utilise l'oral.
- Dans le micro-espace les élèves disposent des instruments usuels (règle, équerre, compas). Les artefacts mis à disposition dans le méso espace sont moins familiers aux élèves ; ils ne permettent pas le recours à la mesure.

Dans nos expérimentations nous avons placé la situation dans le micro-espace avant celle dans le méso espace. Nous avons justifié ce choix ainsi :

Concernant les élèves. Le travail dans le micro-espace, familier, permet d'enrichir le milieu avec des connaissances géométriques. Les élèves doivent par contre « apprivoiser » un méso-espace et s'adapter à l'usage d'artefacts nouveaux, ce qui nécessite un double processus d'instrumentation et instrumentalisation.

Concernant l'enseignant. Le travail dans le micro-espace permet d'affiner les objectifs d'apprentissage pour la situation dans le méso-espace. L'enseignant peut davantage anticiper les raisonnements des élèves et les connaissances qui vont circuler.

Ce travail de recherche nous a permis de définir un objet théorique, un « duo de situations », en nous inspirant des « duo d'artefacts » de Maschietto et Soury-Lavergne (2013). Un **duo de situations** est un ensemble de deux situations, visant un même ensemble de savoirs, associées à deux « valeurs » différentes au moins d'une même variable de la situation de recherche, et dont l'implémentation en classe favorise *a priori* le développement des raisonnements, voire l'enrichissement des connaissances liées à ces savoirs. Notre ingénierie répond bien à cette définition.

1.2. Les artefacts, notamment dans le méso-espace

Dans le méso espace la nécessité pour les élèves de s'approprier l'usage d'artefacts nouveaux, nous a permis de constater le défaut de connaissances, que nous qualifions de spatiales, chez certains d'entre eux. La régularité de ces observations dans plusieurs classes nous amène à poser l'hypothèse que ce phénomène n'est pas isolé. Les connaissances qui font défaut à ces élèves concernent notamment le report de longueurs, ces connaissances peuvent aussi se construire pendant la séance : tendre le fil pour retrouver la longueur relevée sur le modèle, ne pas s'obliger à garder la ficelle tendue pendant le déplacement. Nous avons également noté que dans le méso-espace les élèves semblent orienter les segments (usage des tasseaux) Dans l'action, la propriété de symétrie de la distance n'est pas spontanément utilisée.

Cela nous amène à interroger l'importance des instruments disponibles dans chaque milieu. Dans le méso-espace l'appropriation des artefacts nouveaux par les élèves se fait au travers

un double processus d'instrumentation et d'instrumentalisation. Les instruments utilisés dans les espaces de tailles différentes ont des fonctions identiques (comme reporter une longueur) mais requièrent des schèmes d'usage différents, liés aux contraintes matérielles spécifiques de chaque espace. Ainsi, suivant la taille de l'espace de travail, les connaissances techniques et pratiques (au sens de Petitfour (2015)) nécessaires aux actions instrumentées peuvent donc varier pour une même fonction.

Par exemple, une fonction commune au compas, outil habituel dans le micro-espace, et à la ficelle plus adaptée dans le méso-espace, est de reporter une longueur.

Une connaissance technique commune à l'usage de ce deux artefacts est que pour reporter une longueur d'un lieu à un autre il est nécessaire de reporter cette longueur sur un objet déplaçable qui en conservera la mémoire lors du déplacement, puis en permettra le report à distance. Pour le compas une connaissance pratique est qu'il ne faut pas resserrer les branches au cours du déplacement. Pour la ficelle il est utile de savoir qu'un morceau de ficelle garde la mémoire de sa longueur, même s'il est plié ou roulé lors du déplacement, à condition qu'il soit utilisé tendu. En situation d'action les élèves peuvent focaliser leur attention sur les questions techniques et pratiques. Un des rôles de l'enseignant est de les amener à percevoir et formuler les fonctions des instruments utilisés et de les mettre en relation avec les propriétés géométriques correspondantes. La mise en correspondance des deux espaces (micro et méso) est à même de favoriser ce travail sur les fonctions des instruments.

Dans nos observations, l'enseignante de collège institutionnalise les schèmes d'usage de l'instrument « ficelle ». Cela aurait pu être l'occasion de mettre en relation longueur d'une segment et distance entre deux points.

L'enseignante de primaire institutionnalise aussi les schèmes d'usage d'un artefact (tasseau ou ficelle).

Dans les deux classes est privilégié le côté technique et pratique de ces nouveaux instruments.

1.3. Le méso-espace, un espace de potentialités nouvelles pour l'élève, l'enseignant et le chercheur

Du côté des élèves, le travail dans le méso-espace tel que nous l'avons défini, avec des longueurs à reporter approximativement de la taille des élèves, nécessite la coopération de plusieurs d'entre eux pour manipuler les artefacts à disposition. Cette collaboration, quand elle s'opère, favorise une dialectique action/formulation qui les amène à exprimer des raisonnements parfois élaborés.

Dans le méso-espace, la seule perception visuelle se révèle vite insuffisante pour contrôler des égalités de longueurs ou d'angles. Cela conduit les élèves à recourir très fréquemment à une vérification instrumentée, qui peut être associée à une déconstruction dimensionnelle du losange.

Par ailleurs, dans le cas de la reproduction de figures se pose aux élèves la question des informations à prélever sur le modèle en lien avec l'analyse du dessin en cours de construction. La taille de l'espace rend plus visibles les allers-retours nécessaires entre figure-modèle et dessin et pour les enseignants (et pour les chercheurs observateurs) des actions plus difficilement perceptibles dans le micro-espace. Cela nous paraît contribuer à une meilleure compréhension des raisonnements justes ou erronés produits.

En primaire, dans le micro-espace, l'enseignante met en relation rapidement un « écartement de cotés » (un angle) de l'artefact qu'elle a construit avec les propriétés des diagonales. Cette relation reste transparente pour certains élèves, aucune diagonale « ne se voit » sur le losange articulé. L'enseignante confrontée à des difficultés de communication avec les élèves lors des phases de formulation va l'analyser lors de l'entretien d'autoconfrontation croisée : « *À partir du moment où tu ne les traces pas (les diagonales) on ne le voit pas, eux ils vont voir globalement. Il y a des choses qui ne sont pas visibles* ».

Au collège nous voyons un groupe d'élève mettre explicitement en relation un écartement de cotés (un angle) avec la longueur d'une diagonale.

2. Dynamique entre les interventions de l'enseignante et les raisonnements des élèves

2.1. La concurrence entre les différentes validations

Deux modes de validation se font concurrence : une validation pragmatique dans l'espace sensible à partir des rétroactions du milieu et une validation pilotée par les propriétés géométriques issue d'une phase de formulation. Les enseignantes sont ainsi confrontées à la difficulté de distinguer/articuler l'enjeu de réalisation de la figure et celui des apprentissages géométriques (propriétés de la figure).

Nos analyses montrent que la validation que privilégie l'enseignante de primaire est pragmatique, sauf pour un groupe, sans que le changement de contrat ne soit explicité. L'enseignante part de cette validation pragmatique pour interroger les raisons de la réussite ou de l'échec (Qu'est-ce qui convient ? Qu'est-ce qui ne convient pas ?) et ainsi « remonter » aux propriétés qui ont implicitement piloté la construction.

La validation visée par l'enseignante de collège est géométrique mais ce qui fait « force de loi » est la conformité d'un procédé de construction pris dans son ensemble sans que le lien avec les propriétés géométriques qui le justifie ne soit clairement explicité.

2.2. La complexité langagière en géométrie

En collège en exigeant des élèves l'emploi d'un langage géométrique l'enseignante les coupe parfois de leurs raisonnements, et/ou de la propriété qui les sous-tend.

En primaire nous observons une centration sur le vocabulaire (les bons noms), avec un usage qui associe toujours le même qualificatif à un objet géométrique, sans prendre en compte ses multiples désignations possibles. Or la double désignation (Duval, 2005) joue un rôle essentiel pour exprimer les relations entre objets dans l'activité langagière géométrique. Finalement tout se passe comme si la reformulation par les élèves de leurs raisonnements géométriques est bridée par l'imposition d'un « bon » usage du langage géométrique. Or la connaissance de ce langage est une visée d'apprentissage. Pour exploiter toute la potentialité des raisonnements des élèves, il nous semble nécessaire que l'enseignant comprenne le raisonnement (en faisant (re)verbaliser par l'élève avec ses mots), et le reformule lui-même en langue géométrique, en étant au plus près du raisonnement de l'élève. Pour cela, il est fortement utile qu'il ait, en amont du déroulement, anticipé des procédures.

2.3. Modèle d'analyse des raisonnements

Le modèle d'analyse des raisonnements qui prend appui sur la sémiotique de Peirce est complexe à mobiliser en géométrie car il est difficile de classer les signes, dans la mesure où ceux-ci sont certes du langage (et alors c'est peut-être possible) mais aussi des tracés graphiques des figures, l'utilisation d'instruments, des gestes. Les difficultés rencontrées nous ont amenée à en proposer une adaptation et définir *a priori* les fonctions des raisonnements qui peuvent être en lien avec chacune des catégories d'actions instrumentées en distinguant les actions sur le modèle des actions sur le dessin, puis séparant ces actions selon qu'elles visent une médiation épistémique ou pragmatique.

De même que nous avons proposé une classification des fonctions des raisonnements spécifique à l'action, nous avons cherché à identifier les raisonnements qui peuvent être produits au niveau du milieu de référence (M-1) dans le cadre spécifique de la reproduction de figures.

Distinguer la verbalisation de la formulation à l'instar de Flückiger(2000) nous a permis d'affiner l'identification des raisonnements et leur évolution.

2.4. Étude des raisonnements des élèves du point de vue du changement de niveaux de milieu

Tant en primaire qu'en collège nous avons noté que quand les élèves échangent entre eux pendant les phases de recherche, alors même qu'ils emploient des termes spatiaux et peu ou pas le langage géométrique, ils expriment des raisonnements élaborés dans lesquels ils justifient les constructions produites, en appui sur des propriétés connues ou constatées. Par exemple en collège la propriété d'égalité des côtés du losange.

Ces raisonnements ne sont pas toujours explicites lors des phases de formulation en présence de l'enseignant.

Pour autant, nous avons également noté que des interventions de l'enseignant peuvent constituer un élément déclencheur qui initie l'évolution des raisonnements en niveau de milieu. Nous avons relevé :

- l'appui sur une première étape de verbalisation
- l'introduction dans le milieu du langage géométrique
- la demande de qualification des objets désignés par les élèves
- le questionnement sur l'origine des difficultés ou des erreurs (Qu'est-ce qui convient ? qu'est-ce qui ne convient pas ?)

Ces points ne sont bien sûr pas exhaustifs

3. Intégration des raisonnements dans le processus d'institutionnalisation des enseignants

Nous développons ici différentes étapes qui nous semblent participer à la dialectique entre productions de raisonnements par les élèves et Processus d'institutionnalisation, en appui sur ce que nous avons observé.

3.1. Identifier les raisonnements produits

La confrontation de nos analyses *a priori* avec nos analyses *a posteriori* nous permet de dire que dans les situations d'action, quelle que soit la taille de l'espace, des connaissances et des raisonnements sont mis en œuvre par les élèves indépendamment de l'enseignant.

Les élèves du primaire travaillent sur des objets de l'espace sensible. Ils font un dessin et s'expriment à propos de ce dessin avec des termes qui relèvent souvent du langage courant et énoncent des relations spatiales qu'ils perçoivent. Ainsi les rétroactions du milieu sont analysées d'un point de vue spatial. Par exemple, l'angle entre deux côtés consécutifs est exprimé en termes d'écartement. Pour autant les raisonnements sous-jacents sont riches, ils ont pour fonction d'organiser et justifier la construction en lien avec les relations perçues.

Nous avons observé certains élèves réinvestir ces connaissances ou raisonnements dans un nouveau contexte, les formuler spontanément dans leurs échanges avec leurs camarades. Pour d'autres élèves, les raisonnements produits restent contextualisés à une situation particulière, les connaissances qui les sous-tendent ne sont pas réemployées, notamment quand l'enseignant n'aide pas à les reformuler ou les préciser.

Par exemple en primaire, dans le micro-espace, l'enseignante met rapidement en relation avec les propriétés des diagonales un « écartement de cotés » (un angle) de l'artefact qu'elle a construit. Cette relation reste transparente pour certains élèves, aucune diagonale « ne se voit » sur le losange articulé. L'enseignante confrontée à des difficultés de communication avec les élèves lors des phases de formulation va l'analyser lors de l'entretien

d'autoconfrontation croisée : « À partir du moment où tu ne les traces pas (les diagonales) on ne le voit pas, eux ils vont voir globalement. Il y a des choses qui ne sont pas visibles ».

Par contre, au collège nous voyons un groupe d'élève mettre explicitement en relation un écartement de cotés (un angle) avec la longueur d'une diagonale.

Cela rejoint l'analyse faite par Allard dans son travail de thèse :

« Des didacticiens (Butlen et al 2002, Butlen et al 2012, Coulange 2012, Margolinas et Laparra 2008) ont mis en évidence cette résistance à l'institutionnalisation. Ces auteurs avancent que les élèves font des activités dans lesquelles ils font fonctionner des connaissances mais que celles-ci restent trop souvent implicites. Reste à la charge des élèves de distinguer, voire de mémoriser, ce qui est important. » (Allard, 2015 p.12)

Cette reconnaissance nécessite une observation active des élèves pendant la phase d'action par l'enseignant. L'enseignante de CM nous semble mieux réussir cette observation que celle de sixième : nous faisons l'hypothèse que l'analyse préalable de la situation qu'elle a menée, qui s'apparente à une analyse a priori couplée à une dévolution très précise, facilite cette observation, et l'aide à conduire la phase de formulation. Cette capacité à identifier les raisonnements géométriques des élèves se prolonge lors de l'entretien d'autoconfrontation croisée, au cours duquel elle identifie en un seul visionnage les principaux raisonnements des élèves de sixième.

Par contre l'enseignante de sixième attend de se confronter aux élèves en action pour amorcer son analyse. L'entretien d'autoconfrontation et les analyses de classes sont concordants sur ce point.

3.2. Faire partager connaissances et raisonnements.

Le partage des connaissances et raisonnements vise l'appropriation par tous les élèves des raisonnements produits par certains, et des connaissances qui ont circulé au cours de la phase d'action. Cela correspond à la dimension sociale du processus d'institutionnalisation, et s'accompagne en théorie de la dépersonnalisation des connaissances et raisonnements mobilisés. Ce partage est facilité dans le méso-espace par une meilleure visibilité des actions instrumentées au cours de la formulation.

Nous avons observé que dans le méso-espace le partage est favorisé par les actions des enseignantes qui valorisent, comparent et mettent en perspective les différents raisonnements produits par les élèves. En cela elles organisent un véritable processus d'institutionnalisation.

Dans le micro-espace, l'enseignante de sixième privilégie le travail par groupes de quatre élèves et n'organise pas dans un premier temps de « mise en commun » en classe entière. La dimension cognitive est alors privilégiée, comme le revendique l'enseignante qui veut être au

plus près des besoins de chaque élève. La dimension sociale du processus d'institutionnalisation est à ce moment organisée au sein de groupes restreints de quatre élèves, sans partage au niveau du groupe classe. C'est ce qui conduit sans doute Céline à « ajouter » après les expérimentations filmées une situation d'institutionnalisation qu'elle n'avait pas anticipée et dont elle rend compte au moment de l'entretien.

Dans chacun des deux espaces, l'enseignante de CM fait intervenir autant que possible l'ensemble des élèves dans des moments de « mise en commun » en classe entière.

3.3. Institutionnaliser localement des connaissances « intermédiaires »

Les deux enseignantes institutionnalisent toutes deux des connaissances intermédiaires qui participeront à l'élaboration du texte de savoir.

L'enseignante de CM institutionnalise localement des termes géométriques et des formulations qui sont géométriquement correctes. Elle se place aussi dans une perspective de reproduction du modèle et favorise la mémoire de connaissances techniques.

L'enseignante de sixième institutionnalise les schèmes d'usage d'un nouvel instrument (la ficelle) ainsi que des procédures de construction. Du point de vue des propriétés géométriques, au cours de la phase de formulation elle fait aussi une institutionnalisation locale : le centre du losange dessiné est le milieu de ses deux diagonales.

3.4. Décontextualiser, généraliser

La variété de losanges modèles proposés favorise potentiellement le recours aux propriétés géométriques qui sont communes à tous les modèles, indépendamment de leur forme et donc le passage d'un dessin singulier à une figure considérée comme représentante d'une classe de dessins, prémices d'une conceptualisation de l'objet géométrique.

Cela est amorcé dans les deux classes sans être toujours très explicite. L'enseignante de CM le mentionne dans la fiche de préparation et l'énonce lors de la situation de communication dans le micro-espace, l'enseignante de sixième l'évoque dans un moment collectif en classe entière qu'elle n'avait pas prévu initialement.

Nous faisons le lien entre cette généralisation et le Processus de Transfert et Généralisation (PTG) modélisé par Allard (2015) qui encapsule plusieurs Processus de Contextualisation, Décontextualisation, Recontextualisation (PCDR) et se déroule sur un temps plus long.

La généralisation n'est pas accessible à tous les élèves sur le temps court d'une ou deux situations (en particulier au primaire), cependant le travail effectué prépare cette possible généralisation sur un temps qui dépasse celui des expérimentations.

3.5. Créer des liens entre les raisonnements et connaissances qui « circulent » et les connaissances anciennes.

L'enseignante de CM qui habituellement n'enseigne pas la géométrie dans cette classe, établit des relations entre des connaissances présentes ou manquantes à différents moments de la séquence. Par exemple, elle cite lors de la situation dans le méso-espace, l'artefact qu'elle a présenté le matin.

Nous observons moins ces liens dans la classe de l'enseignante de sixième qui signale lors de l'entretien d'autoconfrontation croisée la difficulté à s'appuyer sur un répertoire didactique commun.

3.6. Mettre en texte des connaissances spatiales ?

En G1 les connaissances ne sont pas organisées ni hiérarchisées comme elles le sont en G2. Le passage d'un paradigme à l'autre nécessite donc de construire les éléments qui permettront aux élèves de comprendre cette nouvelle organisation. La distinction entre condition nécessaire et condition nécessaire et suffisante est un de ces éléments. C'est un travail qui se construit sur le long terme. Nous nous demandons s'il peut être amorcé localement. Dans nos observations cela n'a pas été abordé en primaire.

Cela semble « sous-jacent » en collège, mais n'est pas vraiment explicite. Les enseignants n'utilisent pas (ou peu) de « quantificateurs » (le losange, un losange, tous les modèles ...) alors que la situation était propice à leur usage.

Nous pointons une difficulté : les élèves travaillent dans et sur l'espace et mobilisent pour cela des connaissances géométriques mais aussi des connaissances spatiales, pour lesquelles il n'existe pas de « texte de savoir », comme le souligne Bessot (Perrin-Glorian & al.,2019, p.127) :

« Savoirs et connaissances, c'est pour moi une distinction centrale dans la TSD. Savoir, c'est visible dans une société, il y a un texte. En géométrie, il y a des textes qui constituent le savoir géométrique. Les propriétés géométriques ont des définitions dans des textes. La notion de connaissance est liée à celle de situation. C'est pour cela que Brousseau attaque par les situations. Un savoir va représenter ou produire dans les situations des connaissances qui viennent avec lui. On enseigne toujours dans une situation particulière où se surajoute au savoir qu'on veut enseigner quelque chose qui est implicite, qui n'est pas formulé. Pour moi, le spatial est du côté des connaissances. On s'appuie sur des connaissances qu'on ne sait pas forcément formuler alors que le savoir, lui, peut toujours être formulé. C'est pourquoi j'ai parlé de connaissances spatiales. »
(Perrin-Glorian & al.,2019, p.127)

Ainsi il n'existe pas de texte de référence pour des connaissances pourtant indispensables aux élèves et qui sous-tendent leurs raisonnements.

3.7. En résumé

Grâce à notre étude, nous avons relevé différentes facettes mises en œuvre par l'une ou l'autre des deux enseignantes, à certains moments de la situation. Cela nous permet d'approcher la complexité du processus soulevé par Allard entre le Processus de Transfert et Généralisation et le Processus de Contextualisation, Décontextualisation, Recontextualisation (PTG et PCDR).

Notre recherche a confirmé que l'ingénierie construite produisait chez les élèves des raisonnements riches, mais a aussi mis en avant la nécessité de grandes compétences (en amont, pendant, et après les séances) de la part des enseignants pour exploiter cette richesse, choisir les « connaissances à exposer » en relation avec les savoirs géométriques.

4. Limites

Nous avons réalisé un nombre important d'observations que nous avons analysées pour la plupart avec un grain fin. Cependant compte tenu de la lourdeur de ce travail nous nous l'avons conduit avec seulement deux enseignantes.

Notre projet initial était de comparer aussi des séances de géométrie à l'école et au collège. Les données de la recherche ne nous permettent pas de tirer des résultats dans ce sens, nous avons étudié seulement une enseignante de chaque institution. Cependant quand nous mettons en perspective la mise en œuvre du même duo de situations dans les deux classes, des différences émergent dont nous pouvons faire l'hypothèse que certaines relèvent d'impératifs institutionnels.

À titre d'exemple, concernant l'aménagement spatial et temporel, nous notons une indispensable adaptation de chaque enseignante aux contraintes qui pèsent sur elle : taille et la disposition des locaux, temps disponible, etc.. lors de la phase d'action dans le méso-espace, L'enseignante de primaire laisse le matériel accessible à tous en « libre-service » dans un espace commun. Les figures-modèles et les zones de dessin sont de part et d'autre de la cour. Les allers-retours entre les deux zones occasionnent de nombreux déplacements au cours desquels tous les élèves se croisent librement. Ce fonctionnement ne semble pas problématique pour l'enseignante de primaire . Enseignante généraliste, elle est amenée à gérer régulièrement le partage du matériel ou de l'espace dans un environnement extérieur à la classe lors de sorties ou pour les séances d'EPS. L'enseignante de sixième organise différemment l'espace : chaque groupe a son espace propre réservé sans zone commune. Ce choix diminue les temps de déplacements des élèves entre leur modèle et leur dessin ainsi que les interactions entre groupes d'élèves. Le double motif évoqué par l'enseignante de sixième juste avant la séance pour expliquer ce choix est d'éviter les écarts de conduite et de gagner du temps, ce que nous pouvons relier des contraintes institutionnelles.

Cette différence d'organisation spatiale peut avoir des incidences sur l'activité mathématique des élèves. Une figure-modèle éloignée de 10 m de la zone de dessin ne permet pas un contrôle visuel au moment du dessin.

Ainsi, beaucoup de choix des enseignantes peuvent être interrogés en regard des contraintes de leur institution. C'est un travail que nous avons initié et qui pourrait être poursuivi pour accéder à l'activité de l'enseignant dans les niveaux sur-didactiques.

Pour cela, les entretiens qui nous permettent d'accéder partiellement aux principes qui guident les choix des enseignants, représentent une valeur ajoutée à l'étude. Dans cette perspective, l'entretien d'autoconfrontation croisée a été peu exploité. À la relecture, il s'avère plus riche que ce que nous en avons retenu lors de la première analyse et donne accès au moins partiellement aux contraintes qui pèsent sur les enseignantes.

Prolongements pour la formation continue

Les interactions entre les enseignantes lors de l'entretien d'autoconfrontation croisée au cours duquel nous n'avons pas eu à intervenir, les amènent à enrichir l'une et l'autre leur réflexion. Une dynamique s'instaure dans les échanges qui amène chacune des enseignantes à un regard réflexif qui dépasse le cadre des seules situations expérimentées. Un travail collaboratif entre ces deux enseignantes au cours duquel elles seraient invitées à préparer ensemble la mise en œuvre de situations dans chacune de leurs classes avec un dispositif similaire (ou allégé ?) d'entretiens d'autoconfrontations croisés nous semble porteur pour travailler la transition entre primaire et collège. Mais ce dispositif est lourd et ne concerne que deux enseignantes. Sous quelles conditions pourrait-il être élargi à un plus grand nombre d'enseignants ?

Prolongement pour l'ingénierie

Des événements extérieurs inattendus se sont invités en cours de recherche. Au moment du confinement, nous nous sommes questionnée : quel avenir pour des situations dans le méso-espace dans un enseignement à distance ? Et puis les élèves devant bien retourner en classe, les bienfaits d'un enseignement en extérieur sont maintenant mis à l'honneur. N'est-ce pas le moment pour construire d'autres duos de situations pour d'autres niveaux de classe ?

Bibliographie

Allard, C. (2015). *Étude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. (Thèse de doctorat). Paris : Université Paris-Diderot.

Arzarello F. (2006), Semiosis as multimodal process, in L.Radford et B.D'Amore (Eds) *Sémiotique, culture et pensée mathématique*, Numéro especial, *Revisita Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 267-299.

Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège*. (Thèse de doctorat). Grenoble : Université Joseph-Fourier.

Barrier, T., Chesnais, A., & Hache, C. (2014). Décrire les activités des élèves en géométrie et leur articulation avec celle de l'enseignant. *Spirale. Revue de recherches en éducation*, 54(1), 175-193.

Barrier, T., Mathé, A.-C., & De Vittori, T. (2012). Des séances ordinaires comportant une dimension historique : quels enseignements ? *Petit x*, 90, 5-33.

Béguin, P., & Rabardel, P. (2000). Concevoir pour les activités instrumentées. *Revue d'intelligence artificielle*, 14(1-2), 35-54.

Berthelot, R. (2000). Quelques moyens pour placer l'espace au centre de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire et pour préparer tant l'enseignement technique de l'espace que l'enseignement mathématique du premier cycle. *Actes du 37^e colloque COPIRELEM* (pp. 297-307). Grenoble : IREM Grenoble

Berthelot, R., et Salin, M.-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. (Thèse de doctorat). Bordeaux : Université Bordeaux I.

Bessot, A. (2011). L'ingénierie didactique au cœur de la théorie des situations. In C. Margolinas & al. (eds) *En amont et en aval des ingénieries didactiques*, 29-56. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Blanché, R. (1973). *Le raisonnement*. Paris : Presses Universitaires de France.

Blanquart-Henry, S. (2014) *Analyse didactique d'une situation de communication en géométrie plane*. (Mémoire de master non diffusé). Bordeaux. : Université de Bordeaux.

Bloch, I. (1999). L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 135-194.

Bloch, I. (2002). Différents niveaux de modèles de milieux dans la Théorie des Situations Didactiques : recherche d'une dialectique scientifique entre analyses théoriques et contingence. In J.L. Dorier & al. (eds), *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques ARDM* (pp. 125-139). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Bloch, I. (2005). Quelques apports de la théorie des situations à la didactique des mathématiques dans l'enseignement secondaire et supérieur. (Note de synthèse HDR). Paris : Université Paris-Diderot.

Bloch, I., & Gibel, P. (2011). Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : Étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(2), 191-228.

Bloch, I. & Osel, C. (2010). L'apprentissage de la géométrie à l'école primaire : analyse d'une progression centrée sur les problèmes spatio-géométriques et leurs représentations. *Actes du 36^e Colloque COPIRELEM* (CD). Toulouse : IREM Toulouse.

Bloch, I., & Salin, M.-H. (2004). Espace et géométrie dans le méso-espace à l'école primaire et au début du collège. *Actes du 30^e colloque COPIRELEM* (pp. 293-306). Marseille : IREM de Marseille.

Bosch, M., & Perrin-Glorian, M. J. (2013). Le langage dans les situations et les institutions. *Actes de la 16^e école d'été de didactique des mathématiques ARDM* (pp.267-302). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (1983). Étude des questions d'enseignement, un exemple : La géométrie. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*. LSD - IMAG. Grenoble : Université Joseph Fourier.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques : Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (2000a). Educacion y didactica de las matemáticas. *Educacion Matematica*, 12(1), 5-39 (trad. D. Block et P. Martinez Falcon). Disponible en français sur <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00466260>

Brousseau, G. (2000b). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. *Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques*, Rethymon, Université de Crète, 2000. Disponible sur <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00515110/fr/>

Brousseau, G. (2010). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. Disponible en ligne : http://guy-brousseau.com/wpcontent/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf. [consulté le 12/08/ 2020].

Brousseau, G. (2012). Des dispositifs Piagétien aux situations didactiques. *Éducation et didactique*, 6(2), 103-129.

Brousseau, G., & Brousseau, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux : IREM de Bordeaux.

Brousseau, G., & Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2.3), 167-210.

Brousseau, G., & Gibel, P. (2005). Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 13-58.

Bulf C., & Celi V. (2016). Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire - une articulation clé : gabarit-compas. *Grand N*, 97, 21-58.

Cabassut, R. (2005). *Démonstration, raisonnement et validation dans l'enseignement secondaire des mathématiques en France et en Allemagne*. (Thèse de doctorat). Paris : Université Paris-Diderot.

Cahour, B., & Licoppe, C. (2010). Confrontations aux traces de son activité. *Revue d'anthropologie des connaissances*, 4(2), 243-253.

Chaachoua, H. (1997). *Fonctions du dessin dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace. Étude d'un cas : La vie des problèmes de construction et rapports des enseignants à ces problèmes*. (Thèse de doctorat). Grenoble : Université Joseph Fourier.

Charles-Pézard, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 30(2), 197-261.

Chevallard, Y. & Jullien, M. (1991). Autour de l'enseignement de la géométrie au collège, première partie. *Petit x*, 27, 41-76.

Coulange, L. (2014). Les pratiques langagières au cœur de l'institutionnalisation de savoirs mathématiques. *Spirale. Revue de recherches en éducation*, 54, 9-27.

Coulange, L. (2015). Quelle visibilité des connaissances et des savoirs ? L'institutionnalisation au cœur de la construction des inégalités scolaires. In D. Butlen (dir.) *Rôles et places de la didactique des mathématiques dans la société et dans le système éducatif* (pp.187-210). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Douaire, J. (2006). Analyse didactique des processus de preuve dans le domaine numérique au cycle 3 de l'école primaire. (Thèse de doctorat). Paris : Université Paris-Diderot.

Duboscq, J., & Clot, Y. (2010). L'autoconfrontation croisée comme instrument d'action au travers du dialogue : objets, adresses et gestes renouvelés. *Revue d'anthropologie des connaissances*, 4(2), 255-286.

Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères IREM*, 17, 121-138.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53.

Duval, R. (2014). Ruptures et oublis entre manipuler, voir, dire et écrire. Histoire d'une séquence d'activités. In Brandt, C. F., & Moretti, M. T. (Orgs.) *As Contribuições da Teoria das Representações Semióticas Para o Ensino e Pesquisa na Educação Matemática* (17-38, en portugais et 227-251 en français). Editions Unijui.

Ennassef M., Gibel P. & Henry S. (2014). Spécificités des apprentissages géométriques et spatiaux dans la scolarité obligatoire : quels enjeux pour la formation initiale des enseignants ? *Actes du 40^e colloque de la COPIRELEM* (CD). Nantes : IREM de Nantes.

Flückiger, A. (2000). *Genèse expérimentale d'une notion mathématique : La notion de division comme modèle de connaissances numériques*. (Thèse de doctorat). Genève : Université de Genève,.

Forget, M.-H. (2013). Le développement des méthodes de verbalisation de l'action : un apport certain à la recherche qualitative. *Recherche Qualitative*, 32(1), 57-80.

Fregona, D. (1995). *Les figures planes comme « milieu » dans l'enseignement de la géométrie : Interactions, contrats et transpositions didactiques*. (Thèse de doctorat). Bordeaux : Université Bordeaux I.

Gibel, P. (2008). Analyse en théorie des situations d'une séquence destinée à développer les pratiques du raisonnement en classe de mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 13, 5-39.

Gibel, P. (2015). Mise en œuvre d'un modèle d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques à l'école primaire. *Éducation & didactique*, 9(2), 51-72.

Gibel, P. (2018). *Élaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques*. (Note de synthèse HDR). , Pau : Université de Pau et des Pays de l'Adour. <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01919188>

Gibel, P., & Blanquart-Henry, S. (2017). Favoriser l'appropriation des propriétés géométriques des quadrilatères à l'école primaire : Étude d'une situation d'apprentissage dans le méso-espace. *Revue des sciences de l'éducation*, 43(1), 37-84.

Gobert, S. (2001). *Questions de didactique liées aux rapports entre la géométrie et l'espace sensible, dans le cadre de l'enseignement à l'école élémentaire*. (Thèse de doctorat). Paris : Université Paris Diderot.

Guille-Biel Winder, C. & Petitfour, E. (2018). L'enseignement des notions de perpendicularité et de parallélisme dans le manuel « Méthode de Singapour » en CM1. *Grand N*, 102, 5-40.

Houdement, C. (2007). À la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège. *Repères IREM*, 67, 70-84.

Houdement, C. (2013). *Au milieu du gué : Entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. (Note de synthèse HDR). Paris : Université Paris-Diderot.

Houdement, C. (2019). Le spatial et le géométrique, le yin et le yang de l'enseignement de la géométrie. *Actes de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques ARDM* (pp.19-45). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 283-312.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et sciences cognitives*, 11, 175-193.

Houdement, C., & Petitfour, E. (2018). L'analyse sémiotique de l'activité mathématique, une nécessité didactique dans le contexte de l'adaptation scolaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 23, 9-40.

Houdement C., & Rouquès J.P. (2016). *Deux géométries en jeu dans la géométrie plane*. Contribution aux ressources Eduscol Collège 2016 Utiliser la géométrie plane. En ligne sur <http://www.irem.sciences.univ-nantes.fr/archives/geometriePlane/geometriesDessineeAbstraite.pdf>.

Kuhn, T.S. (1972). *La Structure des révolutions scientifiques*. Paris : Flammarion. Traduction de *The Structure of Scientific Revolutions*, 1970, University of Chicago Press.

Kuzniak, A. (2003). *Paradigmes et espaces de travail géométriques*. (Note de synthèse HDR). Paris : Université Paris-Diderot.

Laborde, C., & Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 14 (1.2), 165-210.

Margolinas, C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In C. Margolinas (coord.), *Les débats de didactique des mathématiques 1993-94* (pp. 89-102). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Margolinas, C. (2012). Connaissance et savoir. Des distinctions frontalières ? In P.Losego (ed), *Actes du colloque « Sociologie et didactiques : vers une transgression des frontières »* (pp.17-44). Lausanne, Suisse.

Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques ? *Revue française de pédagogie*. 188, 13-22.

Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). Designing a duo of material and digital artifacts : the pascaline and Cabri Elem e-books in primary school mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45(7), 959-971. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0533-3>.

Mathé, A.-C., & Mithalal, J. (2019). L'usage des dessins et le rôle du langage en géométrie : Quelques enjeux pour l'enseignement. *Actes de la 19e école d'été de didactique des mathématiques ARDM* (pp. 47-85). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Mathé, A. C., Barrier, T., & Perrin-Glorian, M. J. (2020). *Enseigner la géométrie élémentaire. Enjeux, ruptures et continuités*. Louvain-la-Neuve : Academia - L'Harmattan.

Laguerre, E. (2014) Une modélisation d'une éclipse solaire totale. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2), 133-165.

Mercier, A. (1997). Le milieu et la dimension adidactique des relations didactiques. In J. Brun, F. Conne (eds), *Analyse de protocoles entre didactique des mathématiques et psychologie cognitive* (pp. 5-23). Neuchâtel : IRDP.

Montello D. R. (1993). Scale and multiple psychologies of space. In A. U. Frank & I. Campari (eds) *Spatial information theory : a theoretical basis for GIS. Proceedings of COSIT '93. Lecture Notes in Computer Science*, 716, 312-321. Berlin : Springer -Verlag.

Munier, V. et Merle, H. (2007). Une approche interdisciplinaire Mathématique-Physique du concept d'angle à l'école élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27(3), 349-388.

Nadeau, R. (2003). Thomas Kuhn ou l'apogée de la philosophie historique des sciences. In J. C. Cometti & C. Tiercel (dir.), *Cent ans de philosophie américaine*, Actes du colloque 1995 du Centre Culturel International de Cerisy-la-Salle. Publications de l'Université de Pau.

Najjar, R. (2005). La démonstration euclidienne. *Petit x*, 67, 7-11.

Oléron, P. (1977). *Le raisonnement*. Paris : Presses Universitaires de France. Collection Que sais-je?

Pedemonte, B. (2002). *Étude didactique et cognitive des rapports entre argumentation et démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*. (Thèse de doctorat). Grenoble : Université Joseph-Fourier.

Perrin-Glorian, M.-J., & al. (2019). Débat sur le thème de l'enseignement de la géométrie. *Actes de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques ARDM* (pp.117-126). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Perrin-Glorian, M. J., & Godin, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-École, Numéro spécial Enseignement de la géométrie*, 222, 26-36.

Perrin-Glorian, M.-J., & Godin, M. (2018). *Géométrie plane : Pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège*. Disponible <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837v2/document>

Perrin-Glorian, M.J., & Salin, M.H. (2010). Didactique de la géométrie. Peut-on commencer à faire le point ? *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, année 2009 (pp. 47-81). Paris : IREM, Université Paris-Diderot.

Petitfour, É. (2015). *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : Étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6ème*. (Thèse de doctorat). Paris : Université Paris-Diderot.

Petitfour, É. (2017). Outils théoriques d'analyse de l'action instrumentée, au service de l'étude de difficultés d'élèves dyspraxiques en géométrie. *Recherches en didactique des mathématiques*, 37(2), 247-288.

Petitfour, E., & Barrier, T. (2019). D'un cadre d'analyse de l'action instrumentée en géométrie à l'élaboration d'un dispositif de travail en dyade au cycle 3. *Actes de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques ARDM* (pp.329-349). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Pierrard, A. (2004). Des écrits pour présenter des dessins géométriques. *Grand N*, 74, 7-32.

Pressiat, A., & Combiér, G. (2001). Apprentissages géométriques au début du collège. *Actes du colloque inter-IREM 1er cycle : Quelles géométries au collège ? Geste physique, geste virtuel, geste mental*. Montpellier : IREM de Montpellier.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Rolet, C. (2003). Teaching and learning plane geometry in Primary School : Acquisition of a first geometrical thinking. In *Proceedings of the European Research in Mathematics Education III Congress* (Bellaria). Disponible http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG7/TG7_Rolet_cerme3.pdf

Salin, M.-H. (2008). Enseignement et apprentissage de la géométrie à l'école primaire et au début du collège. Le facteur temps. *Bulletin de l'APMEP*, 478, 647-670.

Soury-Lavergne, S., & Maschietto, M. (2019). *Connaissances géométriques et connaissances spatiales dans les situations didactiques avec la technologie*. *Actes de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques ARDM* (pp.87-116). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Voltolini (2019). Genèses instrumentales et conceptions pour étudier le potentiel d'un duo d'artefacts numérique et matériel dans l'apprentissage. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 39(3), 371-411.

Willett, G. (1996). Paradigme, théorie, modèle, schéma : qu'est-ce donc ? *Communication et organisation*, 10 [En ligne] <https://journals.openedition.org/communicationorganisation/1873>

Textes des programmes, documents d'applications

MEN (2015) Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4) : BO spécial n°11 du 26 novembre 2015.

MEN (2018) Modification des programmes d'enseignement du cycle de consolidation : Bulletin officiel n° 30 du 26 juillet 2018.

Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques (cycle 3) consultées le 14/09/20 à l'adresse :

<https://eduscol.education.fr/cid101461/ressources-maths-cycle-3.html>