



HAL
open science

Comportement mécanique anisotrope induit des explosifs comprimés

Gaëtane Plassart

► **To cite this version:**

Gaëtane Plassart. Comportement mécanique anisotrope induit des explosifs comprimés. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. INSA Centre Val de Loire, 2020. Français. ⟨NNT : ⟩. ⟨tel-03199577⟩

HAL Id: tel-03199577

<https://hal.science/tel-03199577v1>

Submitted on 15 Apr 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

ÉCOLE DOCTORALE
ÉNERGIE, MATÉRIAUX, SCIENCES DE LA TERRE ET DE L'UNIVERS

LABORATOIRE DE MÉCANIQUE GABRIEL LAMÉ

THÈSE présentée par :

Gaëtane PLASSART

soutenue le : **02 décembre 2020**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'INSA Centre Val de Loire**

Discipline/ Spécialité : **Génie Mécanique**

Comportement mécanique anisotrope des explosifs comprimés

THÈSE dirigée par :

Didier PICART

HDR, CEA Le Ripault

RAPPORTEURS :

Rodrigue DESMORAT

Professeur des Universités, ENS Paris-Saclay

Sabine CANTOURNET

Directrice de Recherche, CNRS, Mines ParisTech

JURY :

Carole NADOT-MARTIN

Professeure des Universités, ISAE-ENSMA

Patrice BAILLY

Professeur des Universités, INSA CVL

Michel GRATTON

Maître de Conférences, INSA CVL

Didier PICART

HDR, CEA Le Ripault

Comportement mécanique anisotrope des explosifs comprimés

Résumé :

Cette étude porte sur la caractérisation et la modélisation du comportement thermomécanique quasistatique d'un explosif comprimé appelé M2. Tout d'abord, un état de l'art de la caractérisation des explosifs comprimés est dressé et les modèles développés pour ces matériaux sont étudiés. Les données expérimentales disponibles sur M2 étant limitées, une campagne est engagée afin de caractériser le comportement quasistatique de ce matériau composite agrégataire. De nombreux chargements sont réalisés à différentes vitesses, pressions et températures. Les réponses expérimentales mettent en évidence un comportement viscoélastique endommageable et une anisotropie induite par l'écoulement plastique. Les modèles définis pour les explosifs comprimés ne sont pas appropriés pour décrire ce comportement. Un modèle tenant compte des mécanismes observés est alors formulé. La viscoélasticité est intégrée à un modèle microplan permettant la description de l'endommagement anisotrope et de son effectivité. Une viscoplasticité multicouche est formulée pour décrire l'écrouissage cinématique non linéaire. Le critère de plasticité de chaque surface est de type von Mises. Une dilatance décrit l'écoulement volumique. La loi de comportement est implémentée dans le code aux éléments finis Abaqus/Standard sous la forme d'une routine utilisateur. Le modèle, qui comporte plus de cinquante paramètres, est identifié sur M2 à partir de dix essais. Soixante simulations sont ensuite réalisées pour confronter le modèle à tous les essais. À quelques exceptions près, le modèle reproduit correctement le comportement de M2. Des pistes de réflexion sont ouvertes pour optimiser l'algorithme. Enfin, l'application du modèle à d'autres explosifs comprimés est mise en question. Le comportement d'un second matériau énergétique agrégataire est analysé. Des simulations prospectives indiquent qu'un travail sur les fonctions d'effectivité est nécessaire avant de pouvoir généraliser le modèle.

Mots clés : *explosifs pressés, matériaux granulaires, comportement mécanique quasistatique, caractérisation, modélisation, viscoélasticité linéaire, écrouissage cinématique non linéaire, endommagement anisotrope, plasticité multicouche.*

Anisotropic mechanical behaviour of plastic bonded explosives

Summary :

The characterization and modeling of the quasistatic thermomechanical behaviour of a plastic-bonded explosive (PBX) called M2 is the focus of this study. First, a state of the art of the characterization of PBXs is compiled. The models developed for these materials are presented. Few data being available on M2, an experimental campaign is then performed in order to characterize the quasistatic behaviour of this aggregate composite material. Many different loadings are carried out at different strain rates, pressures and temperatures. Experimental data highlight a viscoelastic behaviour subject to damage and an anisotropy induced by plastic flow. The models for PBXs are not appropriate to describe this behavior. A model accounting for the observed mechanisms is then formulated. The viscoelasticity is integrated in a microplane model describing an effective anisotropic damage. A multilayer viscoplasticity describes a non-linear kinematic strain-hardening. A von Mises yield criterion is defined on each surface and a dilatancy function describes the volumetric plastic yield. This behaviour law is implemented in the Abaqus/Standard finite element code in the form of a user routine. The model, which contains more than fifty parameters, is identified on M2 from ten tests. Sixty simulations are then carried out to compare the model to each test. The model correctly reproduces the M2 behavior, with just few exceptions. Some ideas to optimize the algorithm are exposed. Finally, the applicability of the model to other PBXs is questioned. The behaviour of a second aggregate energetic material is analyzed. Prospective simulations indicate that the effectivity functions need to be worked on before the model can be generalized to PBXs.

Keywords: *plastic-bonded explosive, granular materials, quasistatic mechanical behaviour, characterization, modeling, linear viscoelasticity, non-linear kinematic hardening, anisotropic damage, multilayer plasticity.*

« N'essaie pas ! Fais-le, ou ne le fais pas ! Il n'y a pas d'essai. »

Maître Yoda.

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé dans le cadre du Laboratoire de Recherche Correspondant COSMA partagé entre le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergétiques Alternatives (CEA) et le laboratoire Gabriel LaMé, spécialisé dans les domaines de la mécanique des matériaux, des structures et du génie civil en région Centre Val-de-Loire.

Mes premiers remerciements vont naturellement à mon directeur de thèse, Didier Picart, qui m'a accordé toute sa confiance. Bon pédagogue, il a su m'aiguiller grâce à ses connaissances en mécanique et à son expertise dans le domaine des explosifs pressés. Il a été d'un grand soutien tout en me laissant l'autonomie nécessaire.

J'adresse également ma profonde reconnaissance à Michel Gratton, Michaël Caliez et Arnaud Frachon qui ont co-encadré ma thèse. Leur regard extérieur et leurs conseils avisés m'ont aidé dans l'aboutissement de mes travaux. Nos longues journées de réunion ont donné lieu à de belles avancées.

Pour avoir accepté de participer au jury de thèse, je tiens à témoigner mes plus sincères remerciements à mes deux rapporteurs, Rodrigue Desmorat et Sabine Cantournet ainsi qu'aux membres du jury, Patrice Bailly et Carole Nadot.

Au sein de mon unité d'accueil au CEA, j'adresse en particulier mes remerciements à Christophe Pompon. Il m'a appris à mettre en place un protocole expérimental et à réaliser des essais dans le respect des normes de sécurité pyrotechnique. Je tiens également à remercier Thomas Peyres qui a réalisé une partie des essais présentés dans ce mémoire. Je remercie enfin tous mes collègues de laboratoire pour leur bonne humeur en salle café et pour tous les bons moments passés au cours de ces quatre années.

Mes pensées vont enfin à ma famille qui m'a toujours soutenue et encouragée.

Ces années de thèse auront été extrêmement formatrices. Même si les derniers mois ont été difficiles, je ne regrette pas de m'être lancée dans cette expérience particulièrement enrichissante.

Sommaire

<u>Nomenclature.....</u>	<u>15</u>
---------------------------------	------------------

<u>Introduction générale.....</u>	<u>17</u>
--	------------------

Chapitre I : État de l'art de la caractérisation et de la modélisation du comportement quasistatique des explosifs pressés.....

1. Introduction	19
------------------------------	-----------

2. Description du matériau d'étude, première loi de comportement.....	19
--	-----------

2.1. Description microstructurale du matériau d'étude	19
---	----

2.2. Base de données initiale	20
-------------------------------------	----

2.2.a. Campagne DMA	22
---------------------------	----

2.2.b. Essais monotones de traction et de compression	22
---	----

2.2.c. Influence de la pression de confinement en compression	24
---	----

2.2.d. Chargements cyclés	25
---------------------------------	----

2.2.e. Fluages	27
----------------------	----

2.2.f. Essais de fatigue.....	28
-------------------------------	----

2.3. Modèle initial	29
---------------------------	----

2.3.a. Équations.....	29
-----------------------	----

2.3.b. Identification	31
-----------------------------	----

3. État de l'art de la caractérisation des explosifs pressés	32
---	-----------

3.1. Base de données sur M1.....	33
----------------------------------	----

3.2. Base de données sur les autres explosifs pressés à base de HMX.....	37
--	----

3.3. Base de données sur les autres explosifs pressés à base de TATB.....	40
---	----

4. État de l'art de la modélisation des explosifs pressés.....	42
---	-----------

4.1. Modèle SCRAM	43
-------------------------	----

4.2. Modèle ViscoSCRAM (VS)	46
-----------------------------------	----

4.3. Modèle ViscoSCRAM viscoplastique (VS-VP)	49
---	----

4.4. Modèle viscoélastique plastique (VE-P).....	51
--	----

4.5. Modèle viscoélastique viscoplastique (VE-VP)	55
---	----

4.6. Modèle élastique viscoplastique (E-VP).....	57
--	----

4.7. Formulation microplan (VDT-P)	58
--	----

4.8. Comparaison des modèles	61
------------------------------------	----

5. Conclusion.....	66
---------------------------	-----------

Chapitre II : Caractérisation du matériau M2 et analyse des mécanismes de déformation.....	67
1. Introduction	67
2. Comportement mécanique des matériaux granulaires.....	67
2.1. Influence de la pression	68
2.2. Endommagement	71
2.2.a. Observations à l'échelle du grain	71
2.2.b. Mesures d'ondes sonores et ultrasonores	72
2.2.c. Observations macroscopiques des propriétés élastiques	73
2.3. Plasticité et frottements internes	76
2.4. Viscoélasticité	78
2.5. Rupture.....	79
2.6. Bilan	79
3. Essais réalisés sur M2	81
3.1. Procédure expérimentale	81
3.2. Campagne DMA.....	82
3.3. Essais monotones de référence	87
3.4. Tractions et compressions monotones en température	88
3.5. Chargements alternés en traction et compression.....	89
3.6. Essais cyclés	91
3.7. Essais de double compression	92
3.8. Essai de torsion cyclée	94
3.9. Essais de rupture multiaxiale	94
4. Analyse des essais.....	98
4.1. Comportement visqueux	98
4.2. Allure des essais monotones de référence.....	98
4.3. Influences du sens de sollicitation, de la température et de la pression	99
4.4. Endommagement thermique	104
4.5. Endommagement induit par le chargement.....	106
4.6. Anisotropie induite.....	111
4.7. Écoulement plastique	113
4.8. Comportement en fatigue.....	116
4.9. Composantes volumique et déviatorique du comportement.....	116
4.10. Limites à rupture	120
5. Conclusion	121

Chapitre III : Modélisation du comportement thermomécanique quasistatique du matériau M2 à 20°C	123
1. Introduction	123
2. Critique des modèles préexistants pour les explosifs pressés	123
3. Construction du modèle.....	126
3.1. Viscoélasticité linéaire	126
3.2. Endommagement	126
3.2.a. Endommagement anisotrope induit par le chargement.....	126
3.2.b. Effet unilatéral.....	128
3.3. Viscoplasticité non associée	129
3.3.a. Seuil de plasticité.....	129
3.3.b. Viscoplasticité.....	129
3.3.c. Écoulement non associé	130
3.3.d. Écrouissage cinématique	130
3.4. Structure rhéologique, décomposition de la déformation.....	132
4. Formulation thermodynamique	133
4.1. Composante viscoélastique.....	135
4.1.a. Potentiel d'état	135
4.1.b. Potentiel de dissipation	138
4.1.c. Intégration	139
4.1.d. Dissipation	140
4.2. Composante viscoplastique.....	141
4.2.a. Potentiel d'état	141
4.2.b. Critère de plasticité et écoulement	141
4.2.c. Loi d'écrouissage.....	143
4.2.d. Dissipation	143
4.2.e. Simplification.....	144
5. Implémentation.....	144
5.1. Algorithme général d'intégration	144
5.2. Formulation incrémentale de la viscoélasticité	146
5.3. Formulation incrémentale de la viscoplasticité	149
5.4. Intégration au moyen d'un schéma de Newton	150
5.5. Nombre de variables stockées.....	154
6. Identification des paramètres	155
6.1. Nombre de microplans	155
6.2. Modules viscoélastiques	155
6.3. Endommagement	156
6.4. Limites d'élasticité et modules d'écrouissage.....	158
6.5. Paramètres viscoplastiques.....	159
6.6. Dilatance.....	161
7. Comparaison modèle-essais	164
7.1. Priorités à considérer pour la validation du modèle	165
7.2. Comparaisons modèle/essais (essais primordiaux)	166
7.2.a. Compressions uniaxiales	166
7.2.b. Tractions uniaxiales.....	170

7.2.c. Compressions triaxiales.....	172
7.2.d. Torsion monotone	175
7.2.e. Fluage en compression	175
7.3. Comparaison modèle/essais (essais secondaires)	176
7.3.a. Chargements alternés compression/traction et traction/compression	176
7.3.b. Compressions 0°-0° et 0°-90°	177
7.3.c. Torsion alternée	178
7.3.d. Essai de fatigue	178
7.3.e. Essais multiaxiaux.....	180
8. Conclusion.....	181

Chapitre IV : Extension en température du modèle de comportement du matériau M2..... 183

1. Introduction	183
2. Identification des paramètres	183
2.1. Modules viscoélastiques	183
2.2. Paramètres viscoplastiques.....	184
2.3. Dilatance.....	187
3. Comparaison modèle-essais	189
3.1. Compressions uniaxiales	189
3.1.a. -30°C	189
3.1.b. 0°C	192
3.1.c. 50°C.....	194
3.1.d. 80°C	195
3.2. Tractions uniaxiales	199
3.2.a. -30°C	199
3.2.b. 0°C	202
3.2.c. 50°C.....	204
3.2.d. 80°C	205
3.3. Fluage en compression.....	208
4. Conclusion.....	209

<u>Chapitre V : Perspectives de simplification et d'optimisation du modèle</u>	211
1. Introduction	211
2. Pistes de simplification du modèle	211
2.1. Résolution simplifiée de la correction viscoplastique.....	212
2.2. Suppression de la composante viscoélastique endommageable	214
2.2.a. Paramétrage.....	214
2.2.b. Résultats.....	215
2.3. Allègement du nombre de paramètres.....	218
2.3.a. Identification	218
2.3.b. Formulation.....	219
2.3.c. Résultats	220
3. Discussions sur l'algorithme viscoplastique	221
3.1. Algorithme viscoplastique « intérieur ».....	221
3.2. Correction de la direction d'écoulement pour les chargements non proportionnels	223
4. Conclusion	227
<u>Chapitre VI : Capacité du modèle à reproduire le comportement de M1</u>	229
1. Introduction	229
2. Comparaison du comportement expérimental des matériaux M1 et M2.....	229
3. Vers une modélisation du comportement de M1	235
3.1. Paramétrage d'un modèle-test	235
3.1.a. Viscoélasticité.....	236
3.1.b. Endommagement.....	236
3.1.c. Prédommage et effectivité.....	236
3.1.d. Écoulement viscoplastique.....	238
3.1.e. Dilatance.....	239
3.2. Résultats de simulation	239
3.2.a. Traction et compression alternées	239
3.2.b. Compressions monotones, influence de la vitesse.....	240
3.2.c. Compressions monotones, influence de la pression.....	241
3.2.d. Essais cyclés, allure des courbes de charge et décharge.....	242
4. Conclusion	245
<u>Conclusion générale et perspectives.....</u>	247
<u>Bibliographie</u>	253
<u>Annexes.....</u>	263

Nomenclature

Conventions générales :

On applique la *convention mécanique* sur le signe de la contrainte : la contrainte est négative en compression. On travaille en *pression relative* : la pression nulle correspond à la pression atmosphérique.

Notations tensorielles :

n	Scalaire
\underline{n}	Vecteur
$\underline{\underline{N}}$	Tenseur d'ordre 2
$\underline{\underline{\underline{N}}}$	Tenseur d'ordre 3
$\underline{\underline{\underline{\underline{N}}}}$	Tenseur d'ordre 4

Opérations sur Les tenseurs :

$\text{tr}(\underline{\underline{N}})$	Trace d'un tenseur d'ordre 2
\cdot	Produit contracté de deux tenseurs
$:$	Produit doublement contracté de deux tenseurs
\otimes	Produit tensoriel défini tel que : $(\underline{\underline{A}} \otimes \underline{\underline{B}})_{ijkl} = A_{ij}B_{kl}$
$\overline{\otimes}$	Produit tensoriel défini tel que : $(\underline{\underline{A}} \overline{\otimes} \underline{\underline{B}})_{ijkl} = \frac{1}{2}(A_{ik}B_{jl} + A_{il}B_{jk})$

Tenseurs fréquents :

$\underline{\underline{1}}$	Tenseur identité d'ordre 2
$\underline{\underline{\underline{I}}} = \underline{\underline{\underline{1}}} \overline{\otimes} \underline{\underline{\underline{1}}}$	Tenseur identité d'ordre 4
$\underline{\underline{\underline{\underline{\sigma}}}}$	Tenseur des contraintes de Cauchy
$\underline{\underline{\underline{\underline{\bar{\sigma}}}}}$	Tenseur des contraintes effectives
$\underline{\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}}$	Tenseur des déformations (hypothèse des petites perturbations)
$\underline{\underline{\underline{\underline{C}}}}$	Tenseur d'élasticité

Décomposition en grandeurs volumiques et déviatoriques :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{I}}^V &= \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} && \text{Composante volumique du tenseur identité d'ordre 4} \\ \underline{\underline{I}}^D &= \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{I}}^V && \text{Composante déviatorique du tenseur identité d'ordre 4} \\ \sigma^V &= \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{1}} && \text{Contrainte volumique} \\ \underline{\underline{\sigma}}^D &= \underline{\underline{\sigma}} - \sigma^V \underline{\underline{1}} && \text{Tenseur des contraintes déviatoriques} \\ P &= \sigma^V && \text{Pression} \\ Q &= \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D} && \text{Contrainte équivalente de von Mises} \\ \varepsilon^V &= \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{1}} && \text{Déformation volumique} \\ \underline{\underline{\varepsilon}}^D &= \underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} \varepsilon^V \underline{\underline{1}} && \text{Tenseur des déformations déviatoriques} \end{aligned}$$

Fonctions usuelles :

$$\begin{aligned} \text{sg}(x) & \quad \text{Signe d'un scalaire défini telle que : } \begin{cases} \text{sg}(x) = -1 & \text{si } x < 0 \\ \text{sg}(x) = 0 & \text{si } x = 0 \\ \text{sg}(x) = 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \\ H(x) & \quad \text{Fonction Heaviside définie telle que : } \begin{cases} H(x) = 0 & \text{si } x \leq 0 \\ H(x) = 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \\ (x)_+ & \quad \text{Partie positive d'un scalaire} \\ |\underline{\underline{\sigma}}| &= \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\sigma}}} && \text{Norme d'un vecteur ou d'un tenseur de contrainte, aussi appelé } J_2(\underline{\underline{\sigma}}). \\ |\underline{\underline{\varepsilon}}| &= \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{\varepsilon}}} && \text{Norme d'un vecteur ou d'un tenseur de déformation} \end{aligned}$$

Notations particulières :

σ_{11}	Contrainte longitudinale à la direction sollicitation en traction/compression
σ_{22}	Contrainte transversale à la direction sollicitation en traction/compression
σ_{12}	Contrainte de cisaillement dans le plan de cisaillement maximal
ε_{11}	Déformation longitudinale à la direction sollicitation en traction/compression
ε_{22}	Déformation transversale à la direction sollicitation en traction/compression
ε_{12}	Déformation de cisaillement dans le plan de cisaillement maximal

Introduction générale

Les matériaux énergétiques, ou explosifs, sont des matériaux susceptibles de libérer leur énergie en un temps très court sous l'effet d'une sollicitation extérieure. Il convient d'en distinguer deux types. Les explosifs primaires sont très sensibles aux sollicitations. Ils sont utilisés en petites quantités, par exemple dans les détonateurs. Les explosifs secondaires sont moins sensibles donc plus sûrs à l'emploi. Ils sont utilisés en quantité beaucoup plus importante pour constituer la charge explosive et peuvent structurer un assemblage pyrotechnique. Seuls ces derniers sont étudiés dans ce mémoire. Plus précisément, notre étude se limite aux explosifs comprimés qui sont des matériaux composites granulaires à faible taux de liant polymère et faible porosité.

Les matériaux qui composent une structure pyrotechnique subissent de nombreuses sollicitations thermomécaniques. Ces états de contrainte peuvent détériorer l'explosif et potentiellement altérer son comportement mécanique et sa sécurité. Ainsi, afin de garantir la fiabilité d'un système pyrotechnique, une modélisation complète de la structure sous sollicitations thermomécaniques doit être réalisée. Cela implique qu'un modèle de comportement macroscopique de l'explosif doit être développé.

L'objectif de la présente étude est d'établir une loi de comportement thermomécanique quasistatique d'un matériau énergétique que nous appellerons « M2 ». Ce matériau est composé de cristaux de TATB (1,3,5-triamino-2,4,6-trinitrobenzene) et d'un liant polymère. Idéalement, le modèle devra être généralisable à d'autres explosifs pressés.

Notre étude se limite au domaine quasistatique avec des vitesses de déformations de $1,7 \cdot 10^{-6}$ à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et des déformations de l'ordre du pour cent. La plage de température est définie entre -50°C et 100°C et les pressions de confinement sont comprises entre 0 et 10 MPa. Pour garantir leur sûreté, le dimensionnement des structures pyrotechniques garantit que l'explosif ne puisse pas se rompre. Sa contrainte maximale ne doit jamais être atteinte, la contrainte maximale étant définie ici comme critère de rupture. Le comportement post-pic du matériau M2 est par conséquent hors de notre champ d'étude.

Ce travail se situe dans la continuité de la caractérisation d'un autre explosif comprimé du CEA, le matériau « M1 », composé de cristaux de HMX (octahydro-1,3,5,7-tetranitro-1,3,5,7-tetrazocine) et d'un liant polymère. Les travaux qui ont été consacrés à M1 sont source d'inspiration pour la caractérisation et la modélisation de M2.

Le premier chapitre de cette thèse présente l'état de l'art de la caractérisation expérimentale et de la modélisation des explosifs pressés. Dans un premier temps, les données expérimentales sur le matériau M2 disponibles au début de cette thèse sont présentées ainsi que le modèle de comportement associé développé par le CEA au début des années 2010. Les exigences en matière de simulation étant de plus en plus importantes, le développement d'un nouveau modèle est nécessaire. Dans un second temps, une bibliographie du comportement thermomécanique des explosifs pressés à base de TATB et de HMX est dressée. Celle-ci met en évidence des carences dans la connaissance thermomécanique de ces matériaux. Les lois de comportement quasistatique établies pour ces explosifs sont ensuite présentées.

De très nombreuses hypothèses étant émises dans ces modèles, une étude expérimentale plus approfondie de M2 est proposée dans le second chapitre. Les explosifs pressés étant des matériaux granulaires, l'analyse bibliographique de la caractérisation quasistatique de matériaux tels que les bétons ou les géomatériaux est présentée. Dans le cadre de ce travail, de nombreux essais de caractérisation de M2 ont été ajoutés à la base expérimentale préexistante. Une analyse approfondie des données est ensuite proposée afin de statuer sur nos besoins en termes de modélisation. On retiendra de cette analyse que le mécanisme de déformation principal de M2 est l'écoulement plastique à écoulement cinématique, source d'anisotropie induite. Le matériau développe peu

d'endommagement, ce qui est une différence primordiale de comportement par rapport au matériau M1 car celui-ci développe une anisotropie induite par l'endommagement avec effet unilatéral.

Le troisième chapitre concerne la modélisation du comportement thermomécanique quasistatique de M2 à 20°C. La confrontation des essais avec les modèles de la littérature pour les explosifs pressés nous incite à développer un nouveau modèle. Cette loi de comportement est viscoélastique-viscoplastique avec endommagement anisotrope. La composante viscoélastique est modélisée par un modèle de Maxwell généralisé projeté sur des microplans en formulation volumique-déviatorique permettant la description de l'endommagement anisotrope et de l'effet unilatéral. La composante viscoplastique est placée en série de la viscoélasticité. Afin de décrire la non-linéarité de l'écoulement cinématique, plusieurs surfaces de charge sont imbriquées les unes dans les autres (modèle multicouche). Toutes les surfaces sont décrites par un seuil de plasticité de type von Mises, un écoulement viscoplastique non associé avec dilatance et un écoulement cinématique linéaire. L'originalité de ce modèle est qu'il intègre deux sources d'anisotropie : l'anisotropie induite par l'endommagement et l'anisotropie de plasticité portée par l'écoulement cinématique. De plus, la définition d'un modèle multicouche en viscoplasticité n'est pas fréquente dans la littérature. Le modèle est implémenté avec un algorithme de retour radial de la correction viscoplastique, calculée par une méthode de Newton-Raphson. Le système d'équations est résolu par la méthode du pivot de Gauss-Jordan. Après identification des paramètres matériau, les simulations réalisées avec le modèle reproduisent les courbes expérimentales. Le modèle est validé à 20°C.

Une extension en température du modèle entre -50°C et 100°C est proposée au quatrième chapitre. Après avoir présenté la méthode d'identification des paramètres, le modèle est confronté aux essais en température. Si l'extension en température est validée en compression, le modèle pourrait être amélioré en traction, principalement à haute température.

Étant donné la complexité et le nombre de variables internes du modèle dans sa version de développement, des pistes de simplification sont proposées dans le cinquième chapitre. L'objectif est de donner à l'utilisateur de la routine des versions simplifiées, utilisables pour des calculs estimatifs afin de raccourcir les temps de calcul ou pour alléger l'identification du modèle sur un matériau. Dans ce chapitre, l'optimisation du modèle viscoplastique multicouche est également discutée. Notre modèle autorisant un chevauchement des surfaces en chargement non proportionnel, des pistes de réflexion sont ouvertes pour des travaux futurs dans l'optique d'imposer aux surfaces de rester imbriquées.

Dans le dernier chapitre, les mécanismes de déformations pris en compte dans le modèle sont comparés avec la réponse mécanique du matériau M1 dont le comportement est très différent de M2. Notre objectif est de proposer, si possible, une loi de comportement « unifiée » pour cette classe de matériaux énergétiques. Nous verrons qu'avec quelques modifications du modèle, et notamment un travail sur les fonctions d'effectivité, celui-ci semble généralisable à M1, ce qui est une perspective encourageante.

Chapitre I :

État de l'art de la caractérisation et de la modélisation du comportement quasistatique des explosifs pressés

1. Introduction

L'état des connaissances expérimentales en début de thèse sur le matériau d'étude est présenté dans ce chapitre. Nous détaillons ensuite la première loi de comportement que cette base de données a permis de développer. Il s'agit d'un modèle viscoélastique de type Kelvin-Voigt généralisé à endommagement isotrope associé en série à un modèle viscoplastique à écrouissage isotrope. Une comparaison modèle-essais est présentée. Elle permet d'illustrer les atouts et faiblesses de ce premier modèle.

Dans un second temps, un état de l'art de la caractérisation expérimentale dans le domaine quasistatique de plusieurs explosifs pressés est dressé. Cette étude révèle qu'à l'exception d'un autre explosif du CEA, la littérature est relativement pauvre en analyse des mécanismes de déformation de ces matériaux.

Enfin, une étude bibliographique de la modélisation thermomécanique des explosifs pressés dans le domaine quasistatique est présentée. Nous montrons que puisque les connaissances expérimentales sont limitées, ces modèles se basent sur de nombreuses hypothèses. La conclusion sur leur pertinence est reportée au chapitre III où ils seront confrontés à une base de données expérimentales étendue obtenue sur le matériau d'étude.

2. Description du matériau d'étude, première loi de comportement

2.1. Description microstructurale du matériau d'étude

Le matériau d'étude, que nous appelons M2, est composé à environ 95% de grains de TATB (1,3,5-triamino-2,4,6-trinitrobenzene) et d'un liant thermoplastique. La molécule de TATB a été créée en 1888, mais c'est seulement à partir des années 1950 que ses propriétés énergétiques ont été étudiées. De nos jours, le TATB est un explosif secondaire relativement répandu dans le domaine militaire car il a l'avantage de combiner un haut niveau d'énergie à un très haut degré de sûreté.

La fabrication du matériau M2 comporte deux étapes. Lors de la première, les cristaux d'explosifs sont enrobés d'une fine couche de liant polymère. La longueur caractéristique d'un grain de TATB étant de l'ordre de 50 μm , un procédé de granulation permet d'obtenir des granulés de taille millimétrique. La deuxième étape de fabrication est le moulage. Les granulés sont placés dans une poche élastomère hermétique mise sous vide. Cette poche subit plusieurs cycles de compression isostatique à une température supérieure à 100°C et une pression supérieure à 100 MPa [104]. La mise en température des granulés permet de ramollir le liant qui effectue sa transition vitreuse et la pression appliquée (beaucoup plus importante que les pressions que pourra subir le matériau en service) permet d'agglomérer les granulés. Après refroidissement, on obtient un matériau cohérent, prêt à être usiné pour mettre en forme les éprouvettes. La porosité résiduelle est de l'ordre de

quelques pourcents. La **Figure I-1** présente une micrographie du matériau M2. Les variations de teinte observées sur cette coupe sont dues à la forte anisotropie des grains de TATB. Toutefois, l'orientation des grains ainsi que la localisation du liant étant aléatoire, le matériau est initialement isotrope à l'échelle macroscopique. Notons qu'un seul et même lot de matière a été utilisé pour les campagnes expérimentales décrites dans ce mémoire.

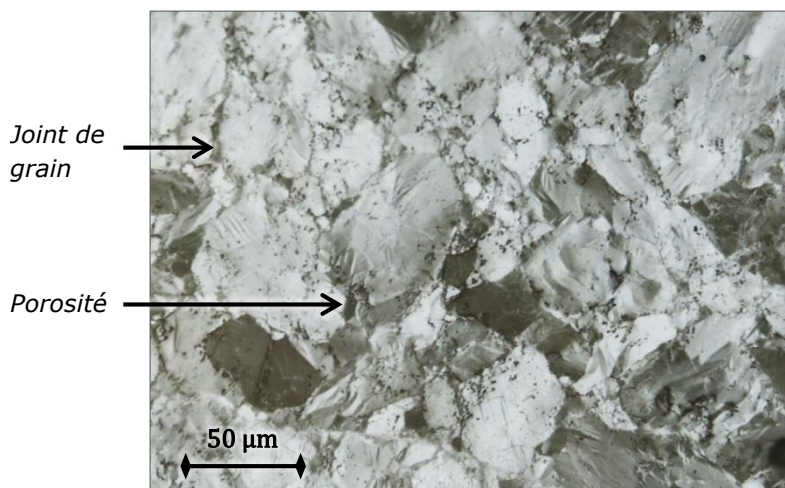


Figure I-1. Micrographie du matériau M2 vierge de toute sollicitation thermomécanique. Les variations de teintes observées sur cette coupe sont dues à la forte anisotropie des grains de TATB.

2.2. Base de données initiale

Une première loi de comportement du matériau M2 a été établie au début des années 2010 sans être publiée. Ce modèle est actuellement utilisé au CEA dans les calculs de structure. Les données expérimentales ayant servies à l'identification du modèle sont présentées avant de détailler la loi de comportement. Une synthèse de la base de données disponible au début des années 2010 est présentée dans le **Tableau I-1**.

Avant la rédaction de ce mémoire, seule la courbe contrainte-déformations d'un essai de compression uniaxiale avec cycles de chargement, réalisé à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ à température ambiante a été présentée dans la littérature [2][61].

Le mode opératoire des essais ainsi que les courbes obtenues sont présentés dans ce chapitre mais l'analyse du comportement du matériau est repoussée au second chapitre, une fois la base de données complétée.

	Géométrie de l'éprouvette	Conditions		Type d'essai				Pilotage		Mesure des déformations	
		Pression	Température	Mono	Cyclé	Fluage	Fatigue	Régulation	Vitesse de sollicitation	Longitudinales	Transversales
Compression	ø10 mm h20 mm	atm.	20°C	✓				jauge	0,1%/s	✓	✓
			20°C	✓				extenso	1%/s	✓	
			20°C et 50°C		✓			jauge	0,1%/s	✓	✓
			20°C			✓		force	8 mois à 20 MPa	✓	
			50°C			✓		force	8 mois à 3, 5 et 20 MPa	✓	
			20°C					✓	traverse	0,4 mm/s	✓
	ø50 mm h100 mm	20°C	2,5 MPa	✓				jauge	0,1%/s	✓	✓
			5 MPa	✓				jauge	0,1%/s	✓	✓
			10 MPa	✓				jauge	0,1%/s	✓	✓
				✓				jauge	0,1%/s	✓	✓
				✓				force	15 min à 30 MPa	✓	✓
			ø15 mm h30 mm	200 MPa	✓				jauge	5 µm/sec	✓
400 MPa	✓					jauge	5 µm/sec	✓	✓		
Traction	haltère plate	atm.	20°C	✓				extenso	0,1%/s	✓	
Flexion	5x5x50 mm	atm.	20°C	✓				traverse	1 µm/s		
	10x10x50 mm			✓				traverse	1 µm/s		
DMA	4x4x50 mm	atm.	-20°C à 70°C		✓			traverse	1 à 50 Hz	✓	
Dilatométrie	4x4x50 mm	atm.	-30°C à 100°C	✓				thermique	10°C/heure		

Tableau I-1. Synthèse des données expérimentales disponibles sur le matériau M2 avant le début de la thèse. Le symbole Ø indique le diamètre et h indique la hauteur de l'éprouvette. « mono » est l'abréviation de monotone.

2.2.a. Campagne DMA

Trois essais d'analyse mécanique dynamique (DMA) ont été réalisés pour caractériser la viscoélasticité du matériau. Les éprouvettes utilisées étaient des barreaux de dimension 4x4x50mm collées (colle Vishay Mbond 200) sur leur section carrée aux plateaux d'une machine Metraavid 01DB. Un déplacement sinusoïdal de 3 µm a été imposé à l'éprouvette afin de la soumettre à des cycles de traction/compression autour de sa position initiale à une fréquence de 1 à 50 Hz pour chaque palier de température (tous les 3 à 10°C). La rampe de température était fixée à 1°C par minute. La procédure suivante a été suivie : 20°C → température la plus froide → température la plus chaude. La vitesse de déformation peut s'exprimer en fonction de la fréquence f , du déplacement u_0 et de la hauteur L_0 de l'éprouvette :

$$\dot{\epsilon}_{max} = \frac{2\pi f u_0}{L_0} \quad (I.1)$$

Les vitesses de déformations imposées étaient donc comprises entre $3,8 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ à 1 Hz et $1,9 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ à 50 Hz. Le premier essai a été réalisé entre -100°C et +70°C, les deux autres ont été réalisés entre -20°C et +70°C.

Deux points du mode opératoires questionnent la validité des résultats obtenus. Tout d'abord, la faible section des éprouvettes met en doute la perpendicularité entre l'axe de chargement et la longueur des barreaux. Enfin, un comportement irréversible semble s'être développé aux températures négatives. La caractérisation visqueuse n'a donc pas porté sur un comportement purement viscoélastique ce qui fausse les résultats. La qualité des résultats obtenus n'est donc pas satisfaisante.

Un modèle viscoélastique a été recalé sur un des essais DMA, pour lequel les modules à 20°C étaient les mêmes que ceux obtenus en traction et en compression uniaxiales.

2.2.b. Essais monotones de traction et de compression

Des essais de traction et de compression monotones ont été réalisés sur une machine Zwick Z100 dotée d'un capteur de force de 100 kN. La géométrie des éprouvettes étant de l'ordre du centimètre, la force appliquée dépasse rarement ±10 kN. La contrainte induite par la force a été calculée à partir de la surface initiale de l'échantillon. Les déformations n'atteignant pas 2% sous sollicitation quasistatique, la variation de section transversale est négligeable et la théorie de la déformation infinitésimale est applicable.

Les éprouvettes de compression étaient des cylindres de 20 mm de haut et de 10 mm de diamètre. Elles étaient placées entre les deux plateaux de la machine. Les interfaces étaient lubrifiées pour limiter les frottements et l'effet tonneau induit par la différence de coefficient de Poisson des deux matériaux (acier et M2). Deux campagnes ont été menées, l'une à la vitesse de déformation de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, l'autre à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

Pour les compressions à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, deux rosettes de jauges de déformations étaient collées en vis-à-vis au centre de l'échantillon (colle Vishay Mbond 200). Chaque rosette était formée de deux grilles de mesure de deux millimètres de long, disposées selon un angle de 0°/90° (Kyowa modèles SKF-21348 pour les essais non confinés et KFEL-2-120-D34 pour les essais confinés). La longueur des grilles a été choisie afin que la déformation soit mesurée sur une surface très grande à l'échelle des grains et suffisamment petite à l'échelle de l'échantillon. Les déformations présentées ci-après correspondent à la moyenne des mesures des deux jauges de même orientation. Les essais étaient

contrôlés en vitesse de déformation à partir d'une des jauges longitudinales. Trois essais ont été réalisés avec ce protocole.

Dix essais de compression ont également été réalisés à une vitesse de $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Deux extensomètres à pinces (dont un servant au pilotage), de 10 mm d'écartement initial, mesuraient les déformations longitudinales. Les déformations longitudinales ont ainsi été mesurées sur une hauteur cinq fois plus importante que pour les essais à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les déformations transversales n'ont pas été mesurées.

Les éprouvettes de traction étaient des haltères de 150 mm de haut avec une base carrée de 10 mm de côté, maintenues durant l'essai par deux mâchoires de serrage. Un extensomètre à pinces, de 50 mm d'écartement initial, a été utilisé pour mesurer les déformations longitudinales et piloter l'essai à la vitesse de déformation de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les déformations longitudinales ont ainsi été mesurées sur une hauteur vingt-cinq fois plus importante qu'en compression à la même vitesse. Les déformations transversales n'ont pas été mesurées. Douze essais ont été réalisés.

Tous ces essais ont été réalisés à température et pression ambiantes. Le test le plus représentatif de chaque campagne (dont la courbe correspond le mieux à la courbe moyenne de la campagne) est représenté sur les graphiques. La dispersion des résultats est indiquée par la dispersion au point de rupture, celle-ci étant caractéristique de la dispersion globale des essais. La moyenne de la contrainte maximale et des déformations correspondantes est représentée par un point et la dispersion des essais est représentée par deux lignes verticales et horizontales.

Les courbes représentatives des essais monotones de compression et de traction sont données **Figure I-2**. La dispersion sur la contrainte à rupture est très faible (inférieure à 1 MPa) pour les trois essais. La dispersion est plus importante sur la déformation car la mesure des jauges est beaucoup plus sensible aux conditions d'essais (état de surface de l'éprouvette, défauts de parallélisme, mauvais collage de la rosette...). Une très légère influence de la vitesse de sollicitation semble se dégager des courbes mais les déformations de ces deux essais de compression n'ayant pas été mesurées avec le même type d'instrument, les données ne permettent pas de conclure.

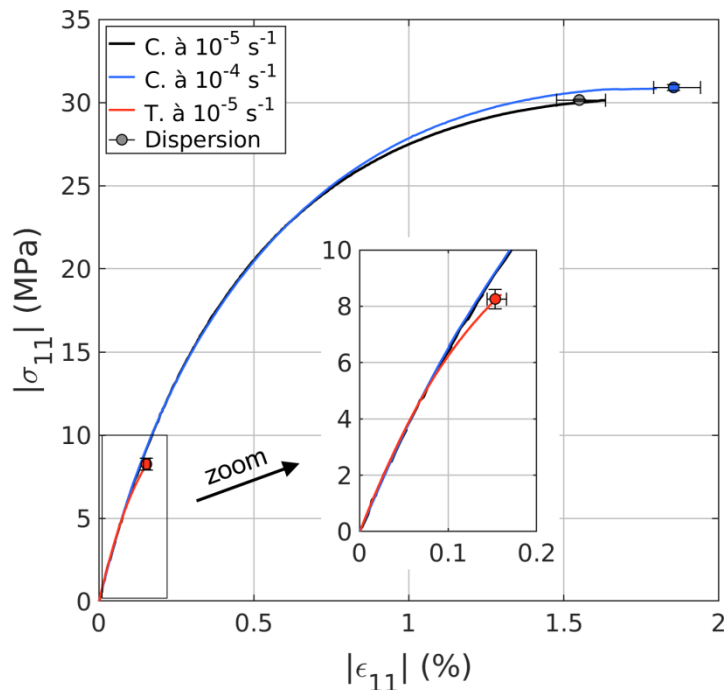


Figure I-2. Comparaison des courbes des essais de compression simple réalisés à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (en noir) et à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (en bleu) et de l'essai de traction simple réalisé à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (en rouge).

2.2.c. Influence de la pression de confinement en compression

Pour étudier l'influence de la pression sur M2, des essais de compression monotone ont été réalisés sous différents confinements (2,5 MPa, 5 MPa et 10 MPa). Des éprouvettes cylindriques de 50 mm de diamètre et de 100 mm de hauteur ont été testées, sur lesquelles étaient collées (colle Vishay Mbond 200) deux rosettes de jauges à 0°/90° (Kyowa modèle KFEL-2-120-D34). Les éprouvettes étaient placées dans une poche étanche et installées dans une cellule de confinement remplie d'eau à la vitesse de $5,5 \cdot 10^{-3} \text{ MPa} \cdot \text{s}^{-1}$ jusqu'à la pression souhaitée. Une contrainte uniaxiale monotone était appliquée par la machine Z100 selon l'axe du cylindre à la vitesse de déformation de référence de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ jusqu'à rupture de l'éprouvette.

Deux essais de compression sous un confinement de 200 MPa et 400 MPa ont également été réalisés sur le site du CEA de Gramat avec une presse triaxiale de 2 GPa de capacité. La phase hydrostatique était pilotée à $1 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{-1}$. Le chargement uniaxial était piloté en déplacement à $5 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, équivalent à environ 10^{-4} s^{-1} en déformation. Des cylindres de 15 mm de diamètre et 30 mm de hauteur étaient testés, sur lesquels une jauge longitudinale et une jauge transversale (Vishay modèle EP-08-250BG-120) étaient collées.

Ces essais peuvent être comparés en contrainte équivalente de von Mises. Celle-ci est calculée à partir du déviateur des contraintes (voir la [nomenclature](#)) et vaut dans le cas présent $Q = |\sigma_{11} - \sigma_{22}|$, où σ_{11} correspond à la contrainte dans la direction de chargement et σ_{22} à la pression de confinement.

La contrainte équivalente des essais à 2,5, 5 et 10 MPa est représentée **Figure I-3** en fonction des déformations longitudinales et transversales. La courbe de compression monotone à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sans confinement est également reproduite pour comparaison. La **Figure I-4** présente les essais réalisés à 200 et 400 MPa, comparés aux essais à 0 et 10 MPa. Notons que les courbes à 200 et 400 MPa ne sont pas présentées jusqu'à rupture car celle-ci arrive aux environs de 80 et 130 MPa respectivement, correspondant à d'importants niveaux de déformations. Ces deux essais étant très bruités, il n'est pas possible d'en tirer des informations quantitatives. De plus, nous rappelons qu'ils sont hors du champ de notre étude, limité à 10 MPa de confinement. Toutefois, ils permettent de constater que le module en pied de courbe est peu influencé par le confinement.

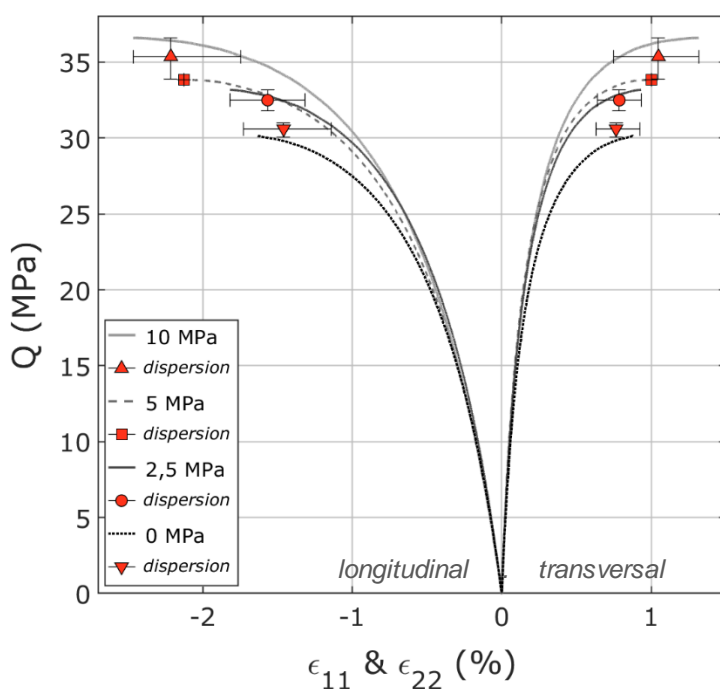


Figure I-3. Essais de compression monotone à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sous 2,5, 5 et 10 MPa de confinement, comparés à l'essai de compression non confiné (courbe noire de la **Figure I-2**).

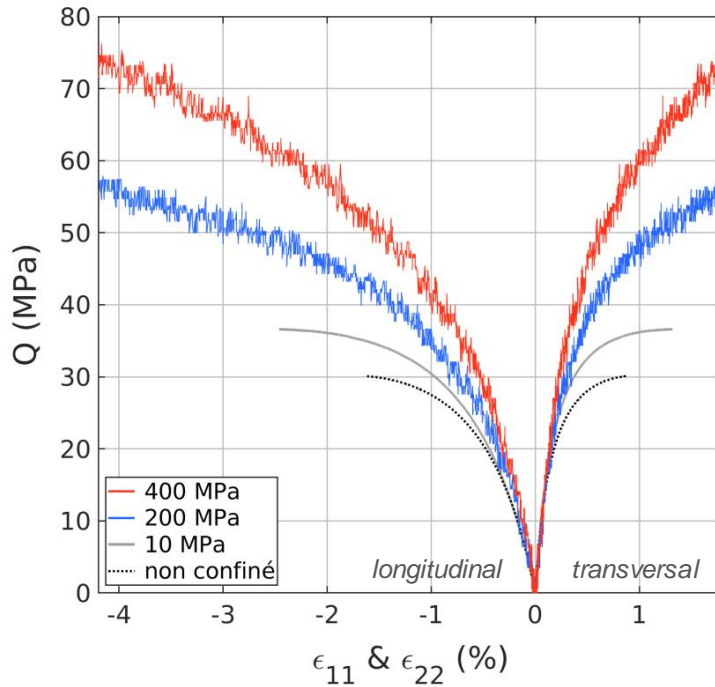


Figure I-4. Essais de compression monotone $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ sous 200 et 400 MPa de confinement comparés aux courbes des essais non confiné et confiné à 10 MPa extraites de la **Figure I-3**.

2.2.d. Chargements cyclés

Des chargements cyclés ont été réalisés en compression sur la machine Z100 sous pression atmosphérique à 20°C et 50°C et sous confinement de 10 MPa à 20°C. Chaque cycle de chargement comportait quatre phases : 1) charge, 2) relaxation de contrainte à déformation fixée, 3) décharge totale, 4) recouvrance à la pression de confinement (contrainte nulle pour les essais uniaxiaux). Les conditions expérimentales étaient les mêmes que pour les essais monotones correspondants. Les charges étaient pilotées en déformation à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les décharges étaient effectuées en pilotage traverse à une vitesse de déplacement équivalente à la vitesse de déformation de référence. Les phases de relaxation (maintien de la déformation longitudinale) et de recouvrance (maintien de la contrainte) ont duré huit heures pour l'essai de compression uniaxiale et dix minutes pour l'essai de compression triaxiale. Entre le quatrième et le cinquième cycles de chargement de l'essai triaxial, une décompression suivie d'une recouvrance à pression nulle puis d'une remise en pression ont été opérées.

Les courbes contrainte-déformation sont données **Figure I-5**. Les courbes temporelles de la contrainte et des déformations sont données **Figure I-6** (compressions uniaxiales) et **Figure I-7** (compression triaxiale).

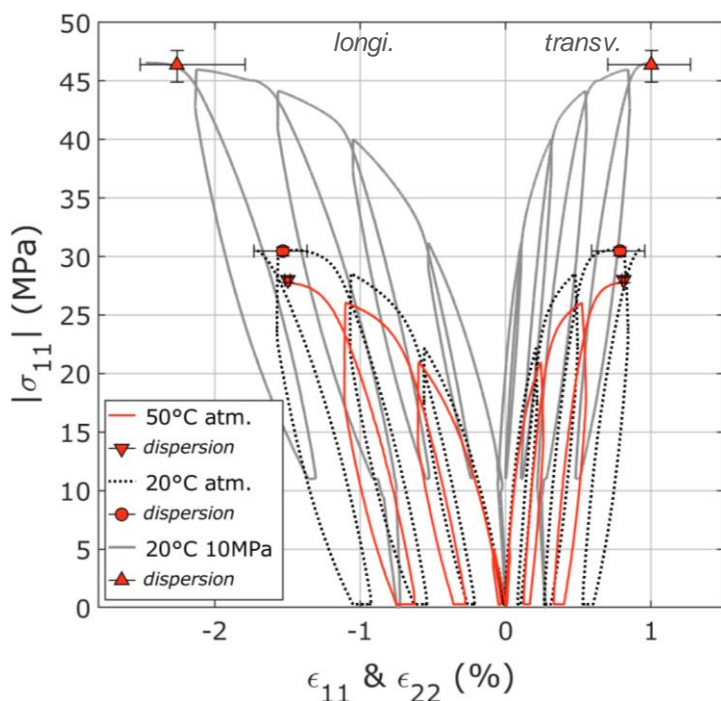


Figure I-5. Courbes des essais de compressions uniaxiales cyclées à 20°C (pointillés noirs) et à 50°C (trait plein rouge) et de compression triaxiale à 10 MPa de confinement, à 20°C (trait plein gris). Les trois essais ont été pilotés à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

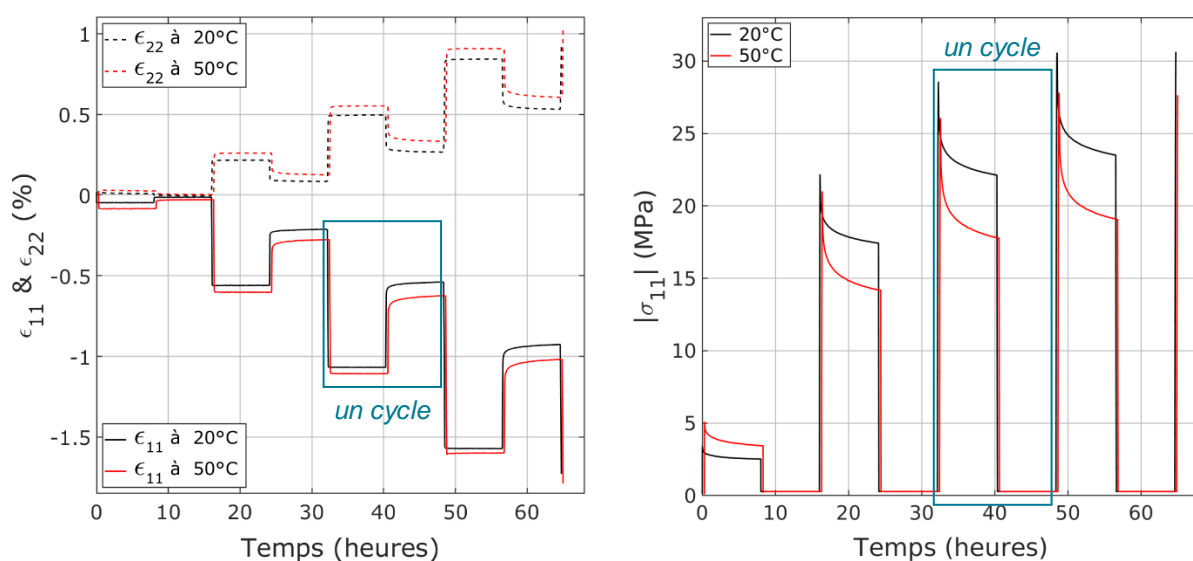


Figure I-6. Courbes temporelles des déformations (à gauche) et de la contrainte (à droite) pour les essais de compression uniaxiale cyclée à 20°C (en noir) et 50°C (en rouge) représentés **Figure I-5**.

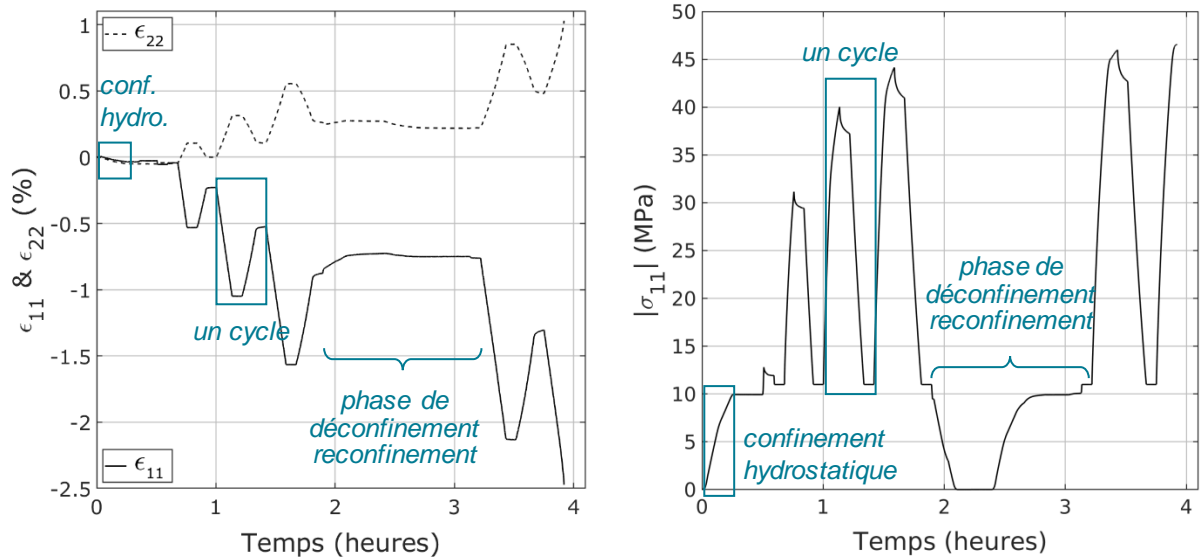


Figure I-7. Courbes temporelles des déformations (à gauche) et de la contrainte (à droite) pour l'essai de compression triaxiale cyclée à 20°C représenté **Figure I-5**.

2.2.e. Fluages

Des fluages de longue durée ont été réalisés sur M2. Durant huit mois, un poids constant a été appliqué à quatre éprouvettes de compression placées en enceinte thermique. Trois éprouvettes étaient testées à 50°C, avec des contraintes de 3, 5 et 20 MPa. La quatrième était testée à 20°C avec une contrainte de 20 MPa. Trois LVDT (de l'anglais *Linear Variable Differential Transformers*) étaient placés sur chaque montage pour mesurer les déformations longitudinales des éprouvettes. Lors des trois essais à 50°C, un des LVDT était défaillant. Les courbes de la **Figure I-8** présentent l'évolution des déformations au cours du temps pour les quatre éprouvettes. La mesure des LVDT non défaillants correspond aux courbes en tirets. Les traits pleins représentent la moyenne des mesures.

On notera que les mesures des fluages à 3 et 5 MPa (à 50°C) ne sont pas en accord avec celle de l'essai de compression cyclée à 50°C. À ces deux niveaux de contrainte, les déformations de l'essai cyclé sont largement inférieures (0,05% contre 0,1% en fluage à 3 MPa et 0,1% contre 0,35% en fluage à 5 MPa). Trois essais cyclés à 50°C ont été réalisés et leur dispersion est très faible, en revanche nous ne disposons que d'un seul essai de fluage par niveau de contrainte. Nous considérons donc que les mesures des fluages à 3 et 5 MPa à 50°C sont uniquement qualitatives.

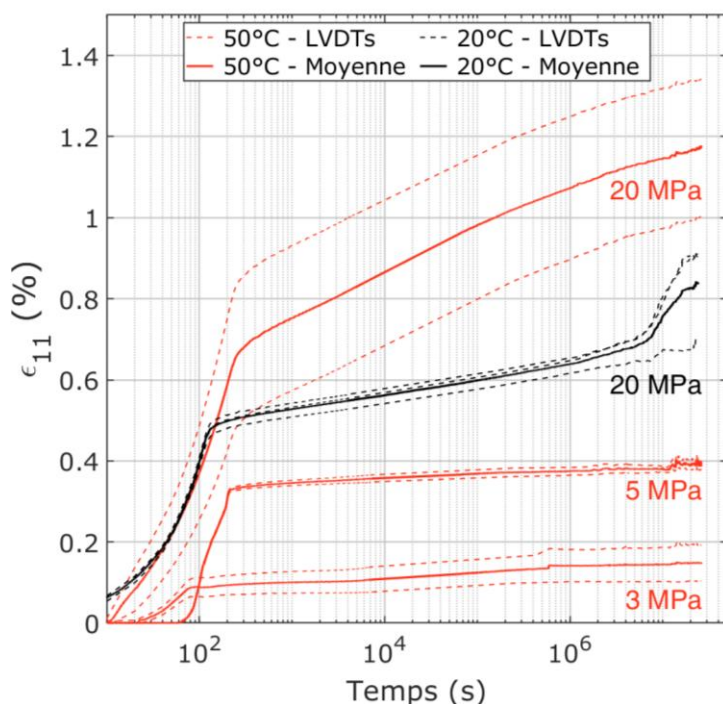


Figure I-8. Courbes de quatre essais de fluage en compression réalisés sur M2 pendant huit mois. La courbe noire correspond à l'essai à 20°C pour une contrainte de 20 MPa. Les courbes rouges correspondent aux essais à 50°C, pour des contraintes de 3, 5 et 20 MPa.

2.2.f. Essais de fatigue

Une campagne d'essais de fatigue en compression a été réalisée sur la machine Z100 avec des éprouvettes de compression. La vitesse de sollicitation était contrôlée par la traverse à $0,025 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ ce qui correspond à une vitesse de déformation de l'échantillon de l'ordre de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Deux LVDT ont suivi les déformations longitudinales de l'éprouvette, les déformations transversales n'étaient pas mesurées. Trois essais ont été réalisés pour lesquels les cycles étaient effectués entre 1 et 30 MPa, entre 1,5 et 29,5 MPa et entre 2 et 29 MPa. Notons que ces essais n'ont pas été utilisés pour l'identification ou la validation du premier modèle.

Dans un souci de clarté, la courbe de la **Figure I-9** ne présente que les deux premiers cycles et le dernier de l'essai cyclé entre 1 et 30 MPa. Les ronds rouges (respectivement les croix bleus) représentent le point de contrainte maximale (respectivement minimale) de chaque cycle.

L'évolution de l'amplitude de déformation $\Delta \epsilon_{11}$ entre deux cycles consécutifs est donné **Figure I-10**. On constate que l'amplitude diminue rapidement au cours des vingt premiers cycles, pour devenir relativement stationnaire avant d'augmenter de nouveau à partir du quarante-cinquième cycle environ, jusqu'à ce que l'éprouvette casse.

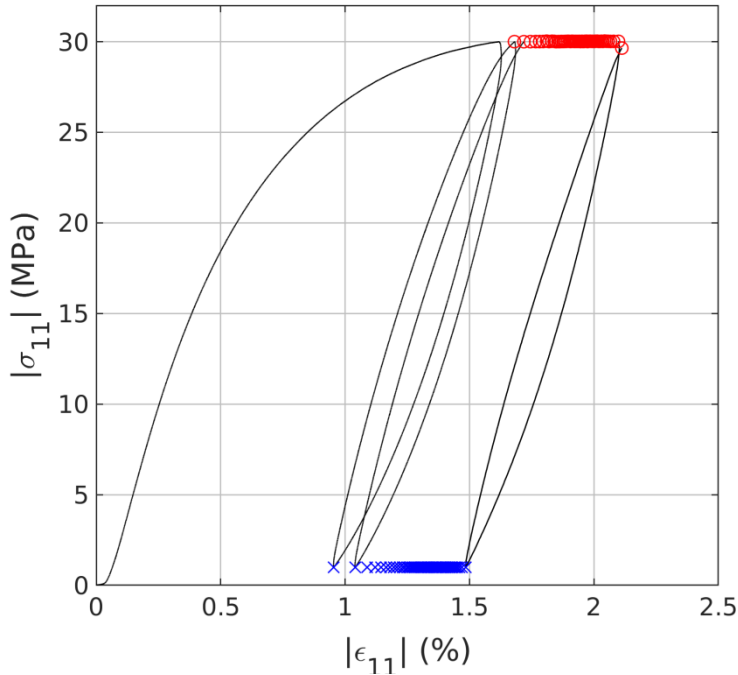


Figure I-9. Courbes d'un essai de fatigue réalisé entre 0,5 et 30 MPa en compression à environ $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Seuls les deux premiers et le dernier cycle sont représentés. Les contraintes maximales (resp. minimales) de chaque cycle sont représentées par les ronds rouges (resp. croix bleues).

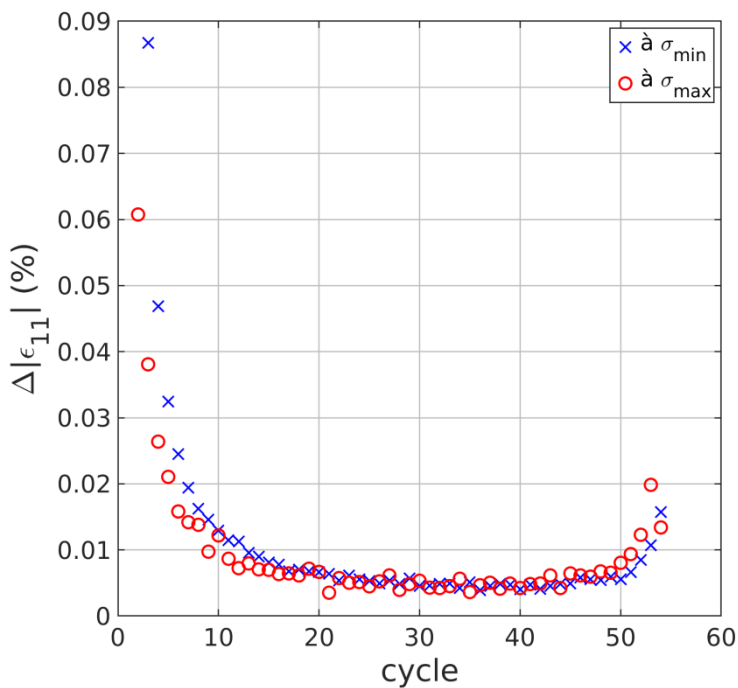


Figure I-10. Évolution de l'amplitude de déformation longitudinale $\Delta\epsilon_{11}$ mesurée entre deux points de contraintes minimales (croix bleues) et maximales (cercles bleus).

2.3. Modèle initial

2.3.a. Équations

À la suite de cette campagne expérimentale, une routine utilisateur UMAT par le code ABAQUS a été mise au point par le CEA et le laboratoire Gabriel LaMé. Le modèle comprend une composante viscoélastique avec endommagement isotrope et une composante viscoplasticité à écoulement non associé avec écrouissage isotrope et dilatance. Un critère de rupture a également été implémenté.

La viscoélasticité est de type Kelvin-Voigt généralisé à quatorze branches viscoélastiques et une branche élastoplastique. Les branches viscoélastiques sont indicées de 1 à 14 (0 pour la branche élastique). Les modules élastiques sont tous affectés par une même variable d'endommagement d , contrairement aux modules visqueux. La viscoplasticité est placée en série de la viscoélasticité. Le schéma rhéologique du modèle est représenté **Figure I-11**. τ_b correspond au temps de relaxation de la branche b , k à la fonction d'écrouissage et λ au multiplicateur viscoplastique.

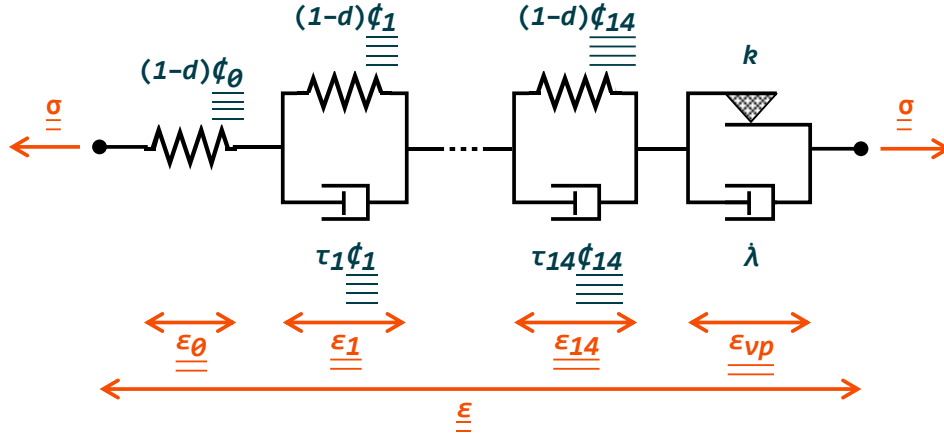


Figure I-11. Schéma rhéologique viscoélastique-viscoplastique de type Kelvin-Voigt généralisé correspondant à la première loi de comportement recalée sur M2.

En appliquant ce modèle rhéologique, les tenseurs de contrainte et de déformation s'écrivent :

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1-d) \underline{\underline{\phi}}_0 : \underline{\underline{\epsilon}}_0 = (1-d) \underline{\underline{\phi}}_b : \left(\underline{\underline{\epsilon}}_b + \frac{\tau_b}{1-d} \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_b \right) \quad (I.2)$$

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}_{vp} + \underline{\underline{\epsilon}}_0 + \sum_{b=1}^{14} \underline{\underline{\epsilon}}_b \quad (I.3)$$

où l'indice « b » fait référence à la $b^{ième}$ branche viscoélastique. La branche viscoplastique est indicée « vp ».

L'endommagement est isotrope, il affecte de façon identique les modules élastiques de chaque branche. Il est relié à la plus grande déformation principale positive $\langle \epsilon_I \rangle_+$:

$$d = d_1 (1 - \exp(-d_2 \langle \epsilon_I \rangle_+)) \quad (I.4)$$

avec d_1 et d_2 deux paramètres matériaux.

La viscoplasticité fait intervenir les contraintes hydrostatique P et équivalente de von Mises Q (voir la nomenclature page 15). Le seuil de plasticité de type Drucker-Prager avec écrouissage isotrope est défini en contrainte effective [82], c'est-à-dire $\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-d}$:

$$f = \tilde{Q} + a_p \tilde{P} - k(\overline{\epsilon}_{vp}) \quad (I.5)$$

a_p est une constante. La variable d'écrouissage k est reliée à la déformation plastique cumulée $\overline{\epsilon}_{vp}$. La loi d'écrouissage est construite afin qu'il soit simple de contrôler la courbure de la courbe ainsi que sa pente à l'origine et ses valeurs initiale et à saturation. Une loi de type exponentielle est proposée :

$$k(\overline{\epsilon}_{vp}) = k_0 + (k_m - k_0) (1 - \exp(-a_k \overline{\epsilon}_{vp})) \quad (I.6)$$

k_m , k_0 et a_k sont des paramètres d'écrouissage déterminés expérimentalement.

L'écoulement plastique non associé, purement déviatorique, est estimé de façon empirique sans postulat sur la forme du potentiel de dissipation. Le taux de déformation plastique s'écrit :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}_{vp} = \lambda \frac{\underline{\tilde{\sigma}}^D}{\sqrt{3} \underline{Q}} \quad (I.7)$$

avec λ le multiplicateur plastique défini à partir de la sortie de critère f (formulation de Perzyna [103]) :

$$\lambda = \left(\frac{f}{\lambda_1} \right)^n \exp(\lambda_2 f^{n+1}) \quad (I.8)$$

avec λ_1 , λ_2 et n des paramètres matériaux.

La rupture est traitée par deux fonctions : l'une relie la plus grande déformation principale positive à la pression et l'autre est basée sur la plus grande contrainte effective principale positive. Le premier des deux seuils atteint lors d'un chargement indique la rupture effective. Le critère s'écrit ainsi, c_1 , c_2 et $\tilde{\sigma}_r$ sont des paramètres matériau :

$$\begin{cases} C_E = \max_I \langle \varepsilon_I \rangle_+ + c_1 P - c_2 \\ C_\sigma = \max_I \left\langle \frac{\sigma_I}{1-d} \right\rangle_+ - \tilde{\sigma}_r \end{cases} \quad (I.9)$$

Tous les paramètres de ce modèle dépendent de la température.

2.3.b. Identification

Les modules des branches viscoélastiques ont été recalés à partir de l'essai DMA. La discrétisation des courbes maîtresses en quatorze temps réduits définit les temps de relaxation τ_b . Les longitudinaux E_b découlent de cette discrétisation des courbes. Une partition volumique/déviatorique est faite pour étendre le modèle en 3D. Les modules de compressibilité K_b et de cisaillement G_b de chaque branche sont déterminés à partir du module longitudinal E_b et du coefficient de Poisson ν , mesuré expérimentalement lors des essais de compression à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et supposé constant.

Les paramètres d'endommagement ont été recalés à partir des compressions cyclées. En faisant l'hypothèse qu'il n'y a pas de plasticité lors de la décharge (écrouissage isotrope), le module sécant calculé entre la fin de la relaxation et la fin de la recouvrance correspond à un module élastique apparent. Cela permet d'observer l'évolution des modules élastiques et donc de quantifier l'endommagement du matériau. Des niveaux de dommage de près de 50% sont ainsi estimés en fin d'essai.

Les essais cyclés permettent également d'obtenir les paramètres plastiques. À partir des essais de compression uniaxiale et de compression triaxiale à 5 et 10 MPa de confinement, des limites d'élasticité sont établies et représentées dans le plan P - Q permettant d'identifier les paramètres de la fonction d'écrouissage k . Les compressions cyclées à 50°C ont servi pour le recalage en température. Le critère de rupture en contrainte a été identifié à partir des données à rupture de l'essai de traction, tandis que le critère en déformation a été identifié sur les essais de compression uniaxiale et triaxiale. Les essais de fatigue, de fluage, de flexion et de dilatométrie, ainsi que les compressions confinées à 200 et 400 MPa n'ont pas été utilisés pour établir le modèle.

Les comparaisons modèle/expériences, **Figure I-12** et **Figure I-13**, montrent que les contraintes relaxées calculées par le modèle sont en accord avec les résultats expérimentaux. En revanche, les contraintes avant relaxation sont sous-estimées. La mauvaise reproduction de ces contraintes est probablement due à la mauvaise qualité des mesures DMA utilisées pour déterminer les paramètres visqueux. De plus, les phases de relaxation sont bien retrouvées mais les boucles d'hystérésis et les recouvrances sont très mal reproduites. La viscoélasticité du modèle ne suffit pas à décrire la

courbure des hystérésis. Enfin, après le deuxième cycle de chargement, le modèle sous-estime les déformations transversales.

Les défauts les plus apparents de ce modèle sont l'absence de courbure des boucles de chargement et le faible niveau de déformations transversales. Mais un autre défaut réside dans le manque de données expérimentales. Les données en traction sont très pauvres et nous ignorons comment le matériau réagit sous cisaillement ou sous chargement alterné par exemple. De plus, la plage de température est limitée au domaine entre 0°C et 50°C tandis que nous souhaitons l'étendre de -50°C à 100°C.

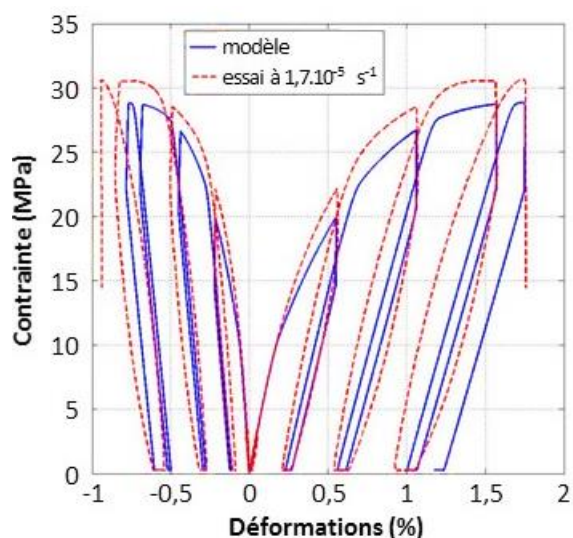


Figure I-12. Comparaison modèle/données expérimentales pour un essai de compression uniaxiale réalisé à une vitesse de déformation de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2.

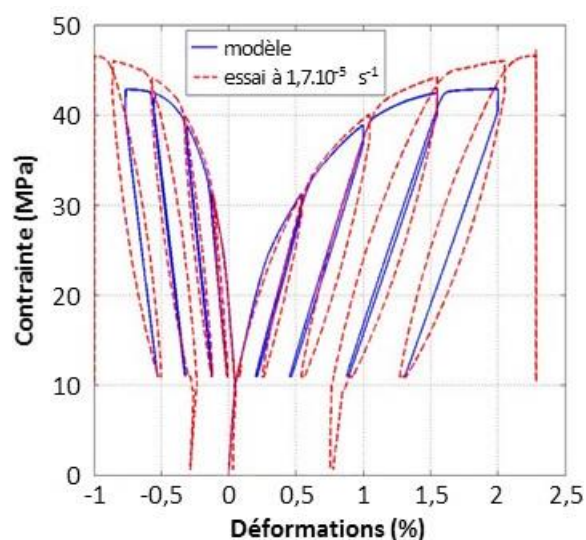


Figure I-13. Comparaison modèle/données expérimentales pour un essai de compression triaxiale réalisé à une vitesse de déformation de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2 sous 10 MPa de pression.

3. État de l'art de la caractérisation des explosifs pressés

Nous venons de voir comment la première loi de comportement de M2 a été établie. Nous allons maintenant analyser comment les différents explosifs pressés de la littérature sont caractérisés. Les propriétés mécaniques des explosifs pressés sont étudiées depuis les années 1980 et différentes lois de comportement quasistatique ont été développées. Nous nous proposons de passer en revue les différentes campagnes expérimentales menées sur ces matériaux afin de souligner les mécanismes de déformation mis en évidence. Les principaux modèles de comportement quasistatique de ces matériaux seront ensuite détaillés.

Le CEA a développé une composition proche de M2, appelée M1, constituée à plus de 95% de cristaux de HMX (octahydro-1,3,5,7-tetranitro-1,3,5,7-tetrazocine) mélangés à un liant polymère et densifiés par compression isostatique à chaud. Ce matériau a fait l'objet de nombreuses publications décrites ci-dessous. D'autres matériaux énergétiques à base de TATB ou de HMX fréquemment mentionnés dans la littérature sont le PBX-9502 (95% TATB, 5% liant Kel-F 800), le LX-17-1 (92,5% TATB, 5% liant Kel-F 800), le PBX-9501 (95% HMX, 2,5% liant Estane et BDNPA/F), le LX-14 (95,5% HMX, 4,5% liant Estane) et l'EDC-37 (91% HMX, 1% liant NC et DNEB/TNEB). Les pourcentages des

compositions sont donnés en masse. Tous ces explosifs sont mis en forme par compression isostatique à chaud et sous pression. Ils sont isotropes à l'état initial, avec une faible porosité. La littérature rapporte que jusque dans les années 1980, le PBX-9502 pouvait être densifié par compression uniaxiale [21][119], on observait alors une anisotropie du comportement macroscopique causée par l'anisotropie des grains de TATB qui s'alignaient perpendiculairement à la direction de pressage [116].

Les données expérimentales publiées sur ces matériaux sont résumées dans le **Tableau I-2**.

3.1. Base de données sur M1

Depuis le début des années 2000, le CEA, en collaboration avec le laboratoire LaMé, a entrepris une importante campagne expérimentale afin de caractériser le plus finement possible les traits de comportement du matériau à base de HMX appelé M1. Une micrographie du matériau est présentée **Figure I-14**. Plusieurs études présentant les résultats d'essais ont été publiées. Cette base de données ouverte comprend :

- des compressions monotones et cyclées à 20°C et sous pression atmosphérique, pour quatre vitesses de déformations de 10^{-6} s^{-1} à 10^{-3} s^{-1} [13][29][63][80][81][106][115] ;
- des compressions cyclées à 0°C, 35°C et 50°C sous pression atmosphérique, à 10^{-5} s^{-1} [80] ;
- des compressions monotones et cyclées à 20°C sous un confinement de 5 et 10 MPa, à 10^{-5} s^{-1} [13][29][63][80][81][115] ;
- des tractions monotones et cyclées à 0°C, 20°C, 35°C et 50°C sous pression atmosphérique, à 10^{-5} s^{-1} [13][29][63][80][81][115] ;
- des compressions sous fort confinement (quelques centaines de MPa, hors du cadre de notre étude) [133] ;
- des essais hétérogènes tels que l'essai brésilien, la traction biaxiale (flexion de plaque), l'essai couloir, l'essai Iosipescu et la flexion trois points, à 20°C sous pression atmosphérique, à une vitesse de déformation de l'ordre de 10^{-5} s^{-1} [13][80][107] ;
- des essais de chargement alterné traction puis compression et compression puis traction à 20°C sous pression atmosphérique, à 10^{-5} s^{-1} [13][106] ;
- une campagne DMA entre -100°C et +100°C [106].

Notons que pour tous les essais de compression et de traction, les déformations longitudinales et transversales du matériau ont été mesurées. Pour les essais cyclés (**Figure I-16**), chaque cycle comporte une charge, une relaxation à déformation imposée pendant au moins trente minutes, une décharge jusqu'à contrainte nulle et une recouvrance également de trente minutes minimum.

Les courbes maîtresses obtenues par DMA (**Figure I-15**) montrent que le matériau est très visqueux lorsque la température dépasse -60°C. Picart et Brigolle [106] ont constaté une baisse du module réel de M1 après un cycle thermique à froid (de 20°C à -90°C), sans modification du facteur de perte (voir **Figure I-15**). Les auteurs ont montré que ce phénomène est irréversible car une recouvrance de plusieurs heures à 20°C n'entraîne pas d'augmentation du module. Le terme d'endommagement thermique apparaît donc justifié. Des essais similaires réalisés sur le polymère constituant le liant de M1 met hors de cause le liant seul. Les auteurs réfutent également l'hypothèse d'une absorption d'eau dans la microstructure. De plus, le phénomène ne peut pas être causé par un changement de phase cristalline car les températures ne correspondent pas. Enfin, les contraintes appliquées sont trop faibles pour engendrer une déformation plastique des grains. D'après les auteurs, l'origine du phénomène est à chercher dans l'interaction grain/liant. Classiquement, le coefficient d'expansion thermique du liant est au moins trois fois plus faible que celui des cristaux de

		M1 (base HMX)		PBX9501, LX14, EDC37 (base HMX)		PBX9502, LX17 (base TATB)	
		Données	Références	Données	Références	Données	Références
Compression uniaxiale	Déformations longitudinales	✓		✓		✓	
	Déformations transversales	✓					
	Température	0°C à 50°C	[13][29] [63][80] [81][115]	-15°C à 60°C	[24][25] [27][51] [57][64]	-52°C à 74°C	[21][23] [58][119] [127][147]
	Vitesse de déformation	10^{-6} à 10^{-4} s ⁻¹		10^{-6} à 10^{-3} s ⁻¹		10^{-5} à 10^{-3} s ⁻¹	
	Fluage / relaxation	✓				✓	
	Cycles charge/décharge	✓		✓		✓	
Traction uniaxiale	Déformations longitudinales	✓		✓		✓	
	Déformations transversales	✓					
	Température	20°C	[13][29] [63][80] [81][106] [115]	-18°C et 20°C	[27][51] [126]	-52°C à 74°C	[126][127] [147]
	Vitesse de déformation	10^{-5} s ⁻¹		10^{-5} à 10^{-4} s ⁻¹		10^{-5} à 10^{-3} s ⁻¹	
	Fluage / relaxation	✓					
	Cycles charge/décharge	✓		✓			
Torsion simple	Déformations			✓			
	Température			25°C			
	Vitesse de déformation			0,08°/s	[59]		
	Fluage / relaxation						
	Cycles charge/décharge						
Compression triaxiale	Déformations longitudinales	✓		✓			
	Déformations transversales	✓					
	Pression	5 et 10 MPa	[13][29] [63][80] [81][115]	0,6 à 138 MPa	[136]		
	Température	20°C		20°C			
	Vitesse de déformation	10^{-5} s ⁻¹		$5 \cdot 10^{-4}$ s ⁻¹			
	Fluage / relaxation	✓					
	Cycles charge/décharge	✓					
Chargement alterné traction - compression	Déformations longitudinales	✓					
	Déformations transversales	✓					
	Température	20°C	[13][106]				
	Vitesse de déformation	10^{-5} s ⁻¹					
	Fluage / relaxation						
Cycles charge/décharge							
Autres types d'essai	DMA	-30°C à 70°C	[106]	-25°C à 116°C	[128]	-100°C à 100°C	[128]
	Essais multiaxiaux	Essai brésilien, compression couloir, traction équilibrée.	[13][80] [107]	Essai brésilien	[37][89] [109][137]	Compression d'une plaque trouée	[90]

Tableau I-2. Détails des essais de caractérisation mécanique des explosifs pressés à base de HMX et de TATB disponibles dans la littérature ouverte.

HMX. Le liant se contracte davantage à froid que les grains, générant localement des contraintes de traction aux joints de grains, ce qui entraîne une réorganisation des chaînes de force entre les grains. Supposer que ces contraintes locales conduisent à la création de porosités est légitime mais les micrographies d'échantillons avant et après sollicitation thermique ne révèlent pas de changement microstructural.

Le comportement de M1 est sensible à la vitesse de déformation entre 10^{-6} et 10^{-4} s⁻¹ ainsi qu'à la pression de confinement. Son module d'élasticité augmente avec le confinement jusqu'à 10 MPa puis reste stable pour des confinements plus élevés [133]. Ce phénomène est interprété comme l'effet de la porosité initiale du matériau qui serait complètement refermée sous 10 MPa de pression. Le module élastique calculé sous ce confinement serait donc le module de Young intrinsèque au matériau. De plus, l'analyse des données expérimentales faites par Le [80] montre que la limite d'élasticité initiale du matériau augmente légèrement avec la pression de confinement.

À partir des essais de compression cyclée (**Figure I-16**), les auteurs ont mis en évidence le développement de déformations inélastiques ainsi qu'une anisotropie induite par le chargement. L'endommagement dans les directions longitudinales et transversales est estimé en calculant des modules élastiques sécants entre la fin de relaxation et la fin de recouvrance (points B et D de la **Figure I-16**). La dégradation du module élastique est plus importante dans la direction transversale (de l'ordre de 60% en compression simple) que longitudinale (de l'ordre de 30%), ce qui pousse les auteurs à conclure à un endommagement anisotrope du matériau (Le [80], Benelfellah [13]). De plus, les essais de chargement alterné réalisés par Benelfellah [13] (**Figure I-17**) ont montré une reprise de raideur du matériau lors du passage en compression après une phase de traction. Ce phénomène est appelé effet unilatéral. L'interprétation microstructurale donnée est un effet de l'ouverture et de la fermeture de fissures. Lors de la traction, l'ouverture de fissures (préexistantes ou non) entraîne une perte de rigidité. Lors de la compression qui s'ensuit, le sens de sollicitation est inversé et ces fissures se referment. Une fois bloquées en compression, les fissures n'ont plus d'influence sur le comportement macroscopique du matériau. Cette interprétation par l'endommagement permet également d'interpréter pourquoi le matériau M1 est plus fragile en traction qu'en compression : la cinétique du dommage est plus rapide en traction. On notera également que les courbes de charge de la **Figure I-16** présentent des inflexions et ont ainsi une légère forme de « S ». D'après les auteurs, cette évolution non linéaire de la pente des courbes peut être le fait d'un frottement interne des lèvres des fissures entraînant des refermetures tardives de fissures.

Ainsi, toutes ces données expérimentales et l'analyse qu'en font les auteurs mettent l'accent sur l'endommagement du matériau qui induit une anisotropie induite, des reprises de raideur et un possible frottement interne (ce dernier point a été rapidement abordé par Benelfellah [13]). L'effet de la pression sur le module élastique révèle également l'influence de la porosité initiale du matériau.

Enfin, la surface de rupture dans l'espace des contraintes a été mise en évidence grâce aux essais multiaxiaux et aux essais classiques de traction et de compression (**Figure I-18**). L'étude réalisée par Picart et Pompon [107] a mis en évidence que la contrainte principale positive maximale est un bon critère pour les états de contraintes de traction-traction et traction-compression. En état de compression-compression, un critère en déformation principale maximale et en pression est approprié.

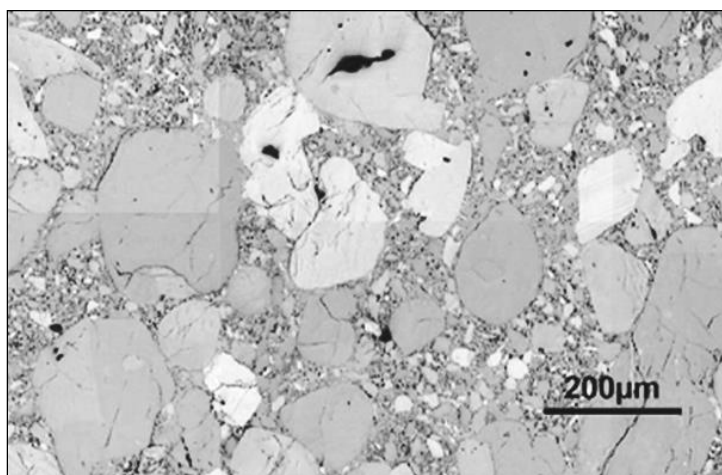


Figure I-14. Micrographie du matériau M1 vierge extraite de Caliez et al. [29].

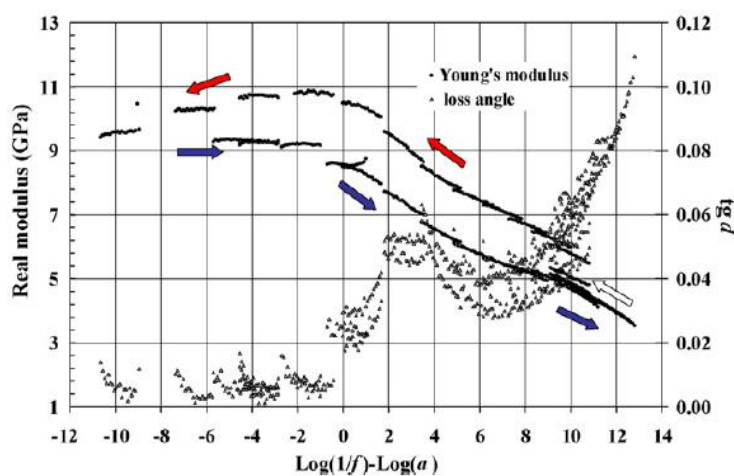


Figure I-15. Courbes maîtresses du module réel et du facteur de perte $\tan \delta$ de M1 à -60°C. L'éprouvette est d'abord refroidie de 20°C à -90°C (flèches rouges) puis réchauffée de -90°C à 70°C (flèches bleues) puis de nouveau refroidie jusqu'à 20°C (flèche blanche). D'après Picart et Brigolle [106].

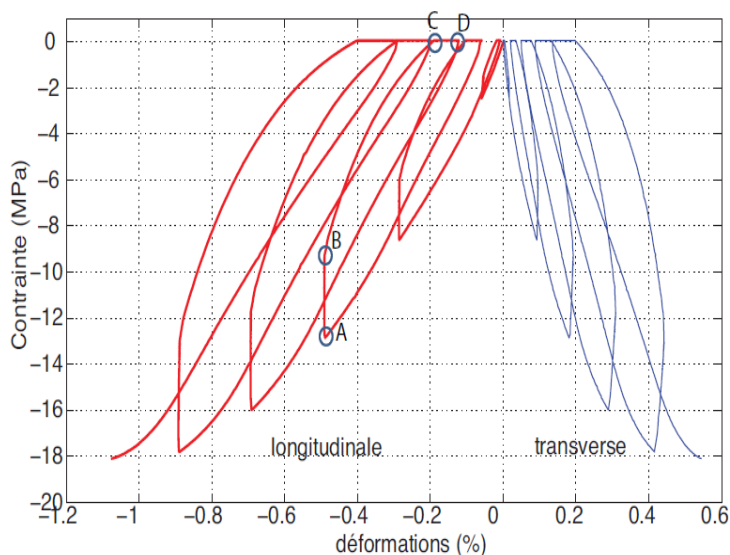


Figure I-16. Courbes d'un essai de compression simple cyclée réalisée sur M1 à 10^{-5} s^{-1} , d'après Benelfellah [13]. Les modules sécants sont calculés entre les points B et D.

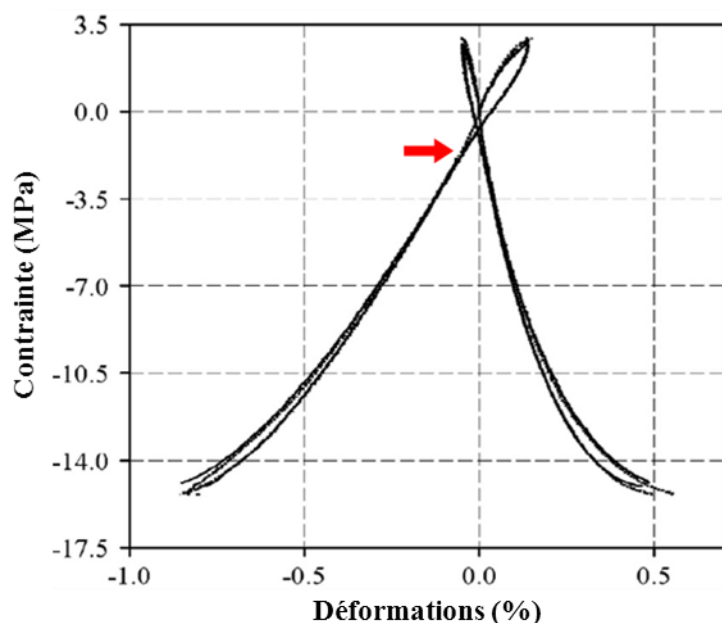


Figure I-17. Essai de traction-compression alternées réalisé sur M1 et comparaison avec les courbes des essais monotones correspondants. La flèche rouge signale la reprise de raideur du matériau. D'après Picart *et al.* [105].

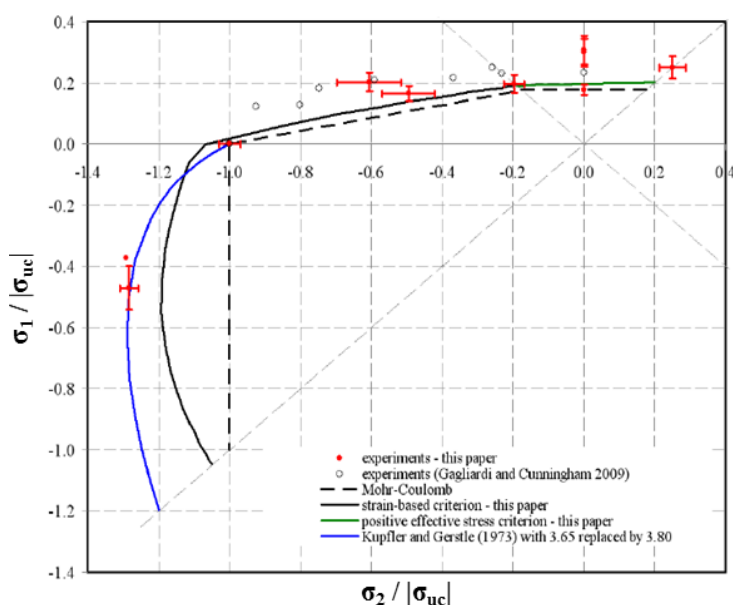


Figure I-18. Données expérimentales à rupture pour le matériau M1 (en rouge) et critère de rupture établi par les auteurs (en bleu). D'après Picart et Pompon [107].

3.2. Base de données sur les autres explosifs pressés à base de HMX

Concernant les autres matériaux au HMX, la littérature mentionne des essais de compression uniaxiale monotone à température ambiante et à 60°C pour des vitesses de déformation de 10^{-6} s^{-1} à 10^{-3} s^{-1} [24][51][57][64] ainsi que des essais avec cycles de charge-décharge-recouvrance à -15°C, 23°C et 50°C avec des vitesses de l'ordre de 10^{-5} s^{-1} et 10^{-4} s^{-1} en charge et de 10^{-3} s^{-1} en décharge [25][27]. On trouve également des données sur le comportement en traction monotone à -18°C et 10^{-4} s^{-1} [126], à température ambiante à 2.10^{-5} s^{-1} [51] ainsi qu'en traction cyclée charge-décharge-recouvrance à 23°C et environ 10^{-4} s^{-1} [27]. Wiegand *et al.* [136] ont réalisé des essais de compression uniaxiale sous différentes pressions hydrostatiques de 0,6 à 138 MPa, notamment à 5.10^{-4} s^{-1} et température ambiante, montrant l'influence du confinement sur le comportement du matériau. Pour tous ces essais, seules les déformations longitudinales de l'éprouvette sont représentées en fonction de la contrainte. Dans la littérature, on retrouve

également des données DMA et des données à rupture en traction [128]. On notera également que des essais de torsion, avec et sans application d'une contrainte axiale, ont été réalisés à 25°C et 0,08°/s [59]. Un essai de flexion trois points a été réalisé à une vitesse de déplacement de 0,0212 mm.s⁻¹, sur une éprouvette de dimensions 75x15x10mm [66] et un autre à 0,2 mm.s⁻¹ sur une éprouvette 114x102x12mm [51]. Plusieurs publications se rapportent à l'essai brésilien, certaines s'intéressant à la microstructure de l'échantillon, en particulier à son mode de fissuration (intergranulaire ou transgranulaire) [37][109][137] tandis qu'une autre étudie le comportement macroscopique de l'échantillon par corrélation d'images [89]. Enfin, lors des essais de compression, traction et flexion trois points menés par Ellis *et al.* [51] des mesures d'émissions acoustiques ont été réalisées afin d'étudier la fissuration du matériau.

Comme le matériau M1, le PBX-9501 est un matériau visqueux, sensible à la température et à la vitesse de sollicitation. Les résultats DMA montrent qu'il est très visqueux dès -50°C (fréquence de 10 Hz sur la **Figure I-19.b**). Une dépendance à la vitesse de sollicitation et une asymétrie du comportement en traction et compression ont été observées (**Figure I-20**). De plus, même si ce n'est pas mentionné par les auteurs, la courbe d'une compression cyclée du PBX-9501 (**Figure I-21**) montre que les charges prennent une forme de « S » après quelques cycles, comme le matériau M1.

On notera que le matériau a été sollicité sous plusieurs températures comprises entre -18°C et 50°C mais les études ont été réalisées de manière éparse. Aucune publication ne synthétise l'influence de la température.

L'influence de la pression de confinement sur l'EDC-37 a été étudiée par Wiegand *et al.* [136] (essais de compression monotone sous confinement). Les courbes contrainte-déformation (**Figure I-22**) montrent que plus le confinement augmente, plus le pic de contrainte est élevé et plus le post-pic s'atténue jusqu'à disparaître. À confinement élevé (à partir de 6 MPa), un long plateau apparaît en fin de chargement. Les auteurs calculent un module élastique longitudinal en pied de courbe mais aucun détail n'est donné. L'évolution de ce module en fonction du confinement comporte deux régimes (**Figure I-23**), sa valeur double entre 0 à 7 MPa puis varie très peu au-delà. Des essais avec cycles charge-décharge-recharge ont également été réalisés sous différents confinements. Les auteurs disent que sous faible confinement (jusqu'à 7 MPa) une baisse du module élastique est constatée lors de la recharge. Sous fort confinement, les modules n'évoluent pas. De plus, à partir d'un essai réalisé sous une pression supérieure à 30 MPa, les auteurs montrent que la limite d'élasticité (estimée pour une déformation relative de 2%) a presque doublé. Toutefois, des réserves peuvent être émises quant au fait de calculer un seuil de plasticité à 2% de déformation sur un matériau quasi-fragile. Selon les auteurs, entre 0 et 7 MPa de confinement, un mécanisme d'endommagement serait prépondérant tandis qu'au-delà, un écoulement plastique régirait le comportement.

Les mesures d'émission acoustique d'Ellis *et al.* [51] sur l'EDC-37 mettent en évidence le développement de l'endommagement d'une éprouvette au cours de son chargement. Cette méthode se base sur le fait que l'apparition d'une fissure dans l'éprouvette génère une onde élastique qui peut être mesurée et analysée. En traction et flexion, des émissions acoustiques sont enregistrées seulement à l'approche de la rupture de l'éprouvette. En compression, des émissions sont enregistrées tout au long de l'essai, mais leur nombre se multiplie lorsque la non-linéarité du comportement s'accroît. Les auteurs voient dans ces mesures l'influence du mode de rupture : fragile en traction et flexion, plus ductile en compression.

Les microscopies post-rupture d'un échantillon de PBX-9501 soumis à un essai brésilien quasistatique [37][109][137] montrent que le mode de fissuration prédominant est la fissuration intergranulaire par décohésion du joint de grain. Toutefois, Williamson *et al.* [137] remarquent que pour des essais réalisés en dessous de la température de transition vitreuse du liant (environ -40°C), la rupture est transgranulaire.

Le caractère asymétrique du comportement en traction/compression a pu être observé (**Figure I-20**), mais aucun chargement alterné n'a été réalisé. Les déformations transversales n'ayant pas été mesurées par les différents auteurs, il n'est pas possible de conclure sur une possible anisotropie induite de ces matériaux.

Les travaux de Buechler [25][27] sur le PBX-9501 sont intéressants. Sa démarche est semblable à celle du CEA pour caractériser M1, mais seules les déformations longitudinales sont étudiées. À partir de cycles de charge-décharge-recouvrance, des déformations irréversibles du matériau sont mises en évidence. En supposant un écrouissage isotrope faute de données, les déformations plastiques longitudinales sont tracées en fonction de la contrainte maximale du cycle, puis ces valeurs sont retranchées aux courbes globales. Les courbes de charge ainsi reconstruites peuvent être considérées élastiques. Puisqu'elles ne sont pas superposées en raison d'un adoucissement à chaque cycle, l'auteur y voit l'effet de l'endommagement et quantifie le dommage par rapport à l'écart à la première courbe de charge. Ainsi, ces travaux sur l'endommagement relèvent davantage de la modélisation que de la caractérisation.

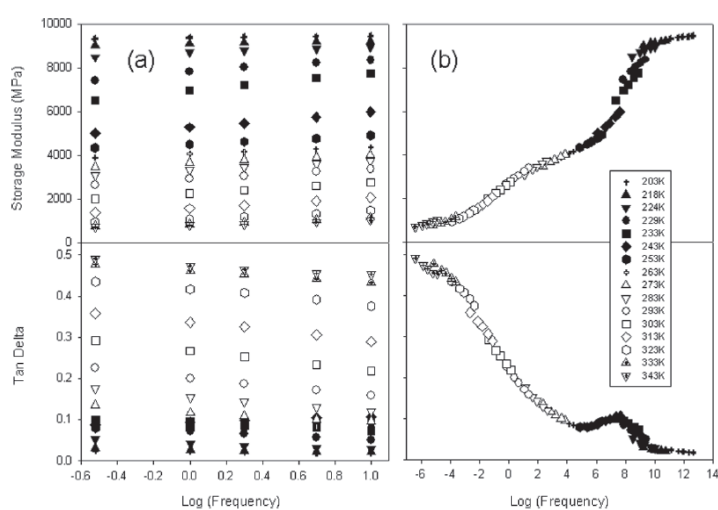


Figure I-19. (a) Mesure du module réel et du facteur de perte du PBX-9501 en fonction de la fréquence du signal. (b) Courbes maîtresses du module réel et du facteur de perte à 23°C. Les mesures ont été réalisées entre -70°C et 70°C. D'après Thompson *et al.* [128].

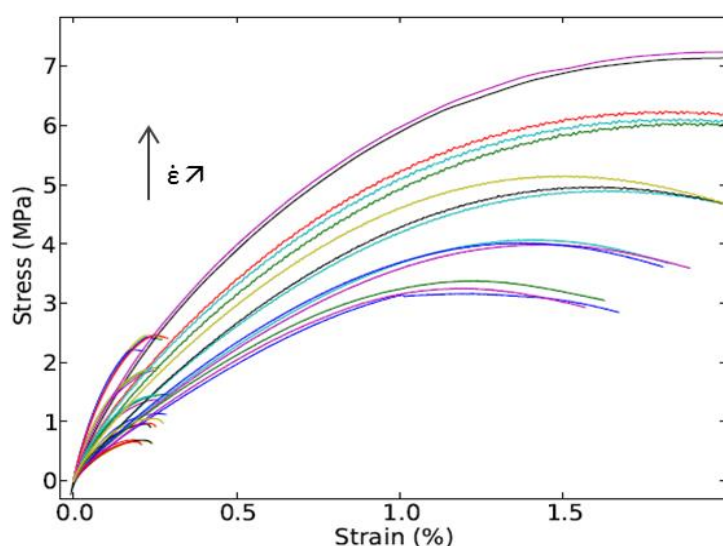


Figure I-20. Essais de compression (plus importants niveaux de déformations) et de traction, réalisés sur le PBX-9501 à température ambiante, pour des vitesses de 10^{-6} à 10^{-2} s^{-1} (trois courbes par décade). Plus la vitesse est élevée, plus la contrainte maximale augmente. D'après Buechler [24].

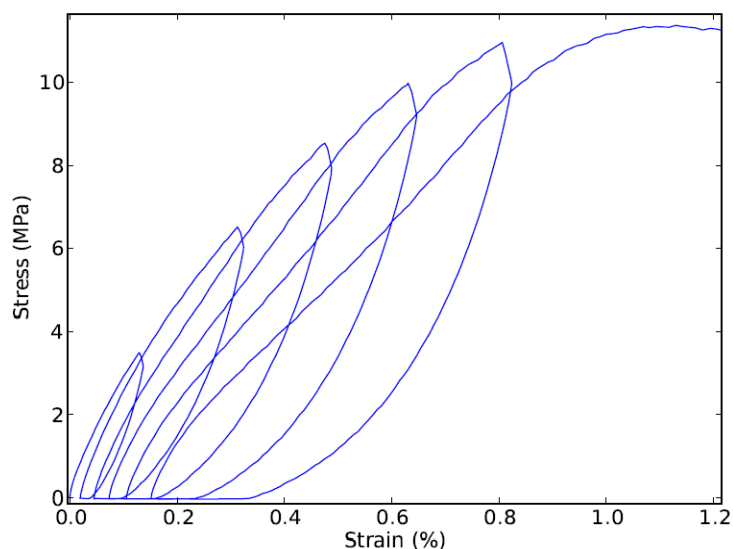


Figure I-21. Courbe contrainte-déformation longitudinale d'un essai de compression cyclée réalisée sur le PBX-9501 à température ambiante piloté à environ 7.10^{-4} s^{-1} . D'après Buechler [25].

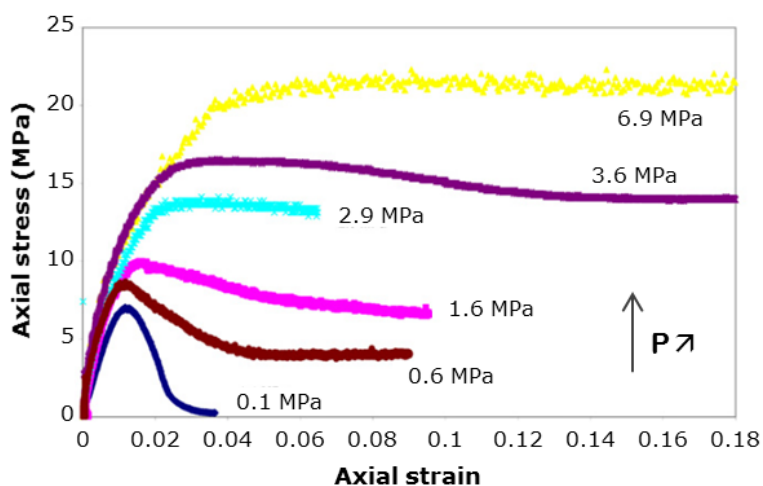


Figure I-22. Influence de la pression de confinement entre 0,1 et 6,9 MPa sur le comportement de l'EDC-37 en compression uniaxiale, d'après Wiegand *et al.* [136].

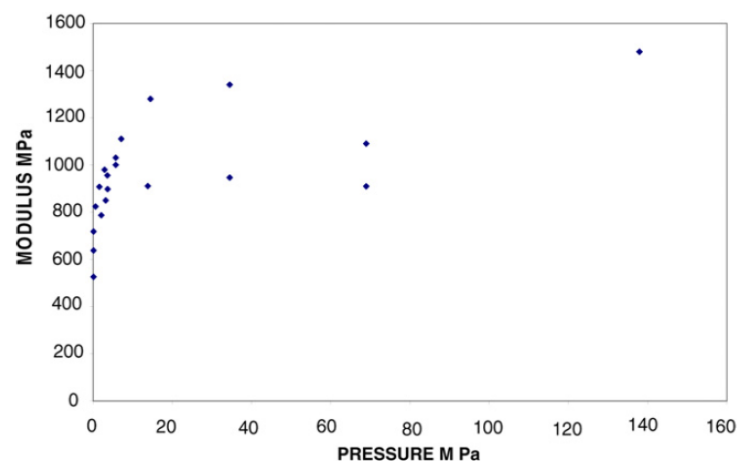


Figure I-23. Influence de la pression de confinement entre 0 et 138 MPa sur le module de Young de l'EDC-37, d'après Wiegand *et al.* [136]. Chaque point représenté correspond à un essai.

3.3. Base de données sur les autres explosifs pressés à base de TATB

Concernant les explosifs au TATB mentionnés dans la littérature, les données expérimentales référencées comportent principalement des essais de compression uniaxiale monotone réalisés entre 10^{-5} s^{-1} et 10^{-3} s^{-1} pour des températures allant de -52°C à 74°C [21][119][127][147], avec une

phase de fluage [58] ou avec des cycles de charge-décharge [23]. Il existe également des données sur le comportement en traction, en chargement monotone de 10^{-5} s^{-1} à 10^{-3} s^{-1} pour des températures allant de -52°C à 74°C [126][127][147], et deux papiers fournissent des données à rupture en traction pour différentes températures et vitesses de déformation [73][128]. Dans ces articles, seules les déformations longitudinales sont renseignées, en fonction de la contrainte ou du temps. La littérature comprend également des essais de dilatation thermique monotone [41] et cyclée [130], une campagne DMA [128] ainsi qu'un essai hétérogène de fissuration [90] qui est une compression d'une éprouvette plate perforée en son centre, avec mesure du champ de déformation par corrélation d'images. On notera qu'un rapport interne du laboratoire de Los Alamos rédigé par Shunk en 2013 [117] référence les essais réalisés sur le PBX-9502. Certains d'entre eux sont décrits ci-dessus mais la majorité n'ont pas été publiés dans la littérature ouverte.

Les courbes de traction et de compression présentées par Zubelewicz *et al.* [147] montrent que la température tend à rendre le PBX-9502 plus ductile tandis que la vitesse de déformation entre 10^{-3} et 10^{-5} s^{-1} a très peu d'influence sur son comportement à -52°C (Figure I-24). Comme pour les autres explosifs pressés étudiés (M1, M2, PBX-9501), une asymétrie du comportement entre la traction et la compression est observée. De plus, les courbes maîtresses de DMA réalisées par Thompson *et al.* [128] montrent que la viscosité du PBX-9502 augmente fortement dès 23°C (fréquences négatives sur la Figure I-25.b).

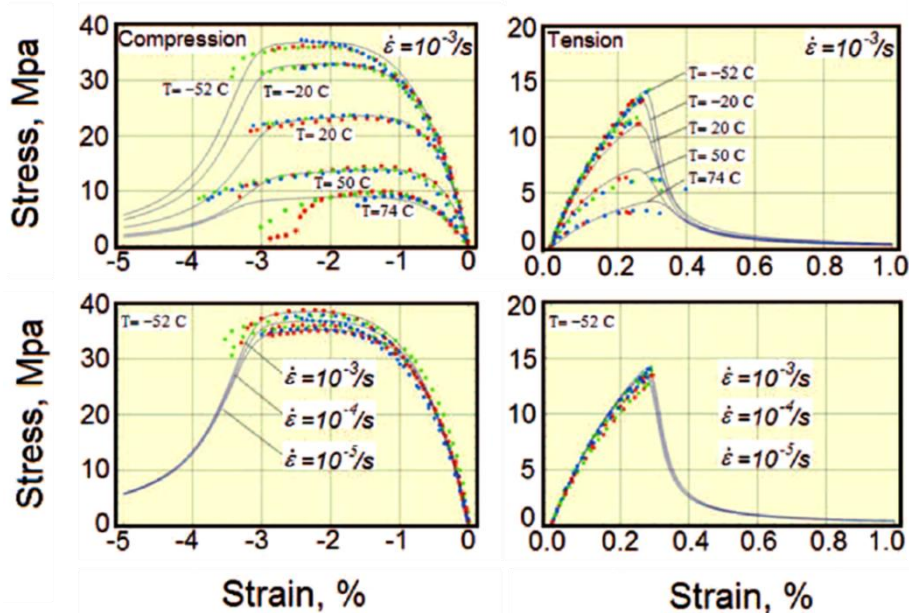


Figure I-24. Influence de la température et de la vitesse de déformation sur le comportement du PBX-9502 en compression (à gauche) et en traction (à droite), d'après Zubelewicz *et al.* [147]. Les données expérimentales sont représentées par les points.

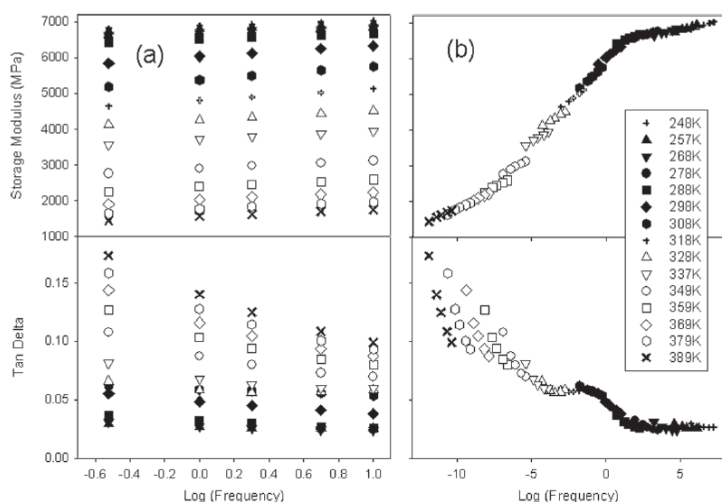


Figure I-25. (a) Mesure du module réel et du facteur de perte du PBX-9502 en fonction de la fréquence du signal. (b) Courbes maîtresses du module réel et du facteur de perte à 23°C. Les mesures ont été réalisées entre -25°C et 116°C. D'après Thompson *et al.* [128].

4. État de l'art de la modélisation des explosifs pressés

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté la loi de comportement établie pour le matériau M2 et ses limites. Afin de développer un modèle plus adéquat, une synthèse bibliographique des modèles macroscopiques de comportement quasistatique des explosifs pressés est dressée. Nous montrons par ailleurs la pauvreté des mesures utilisées pour justifier les nombreuses hypothèses de ces modèles.

Les modèles de comportement thermomécaniques des explosifs pressés peuvent être séparés en deux catégories : les modèles macroscopiques phénoménologiques et les modèles micromécaniques. Les modèles micromécaniques connaissent un essor depuis le début des années 2000. Concernant les explosifs pressés, on peut citer les travaux de Clements et Mas [40] qui modélisent le liant avec une viscoélasticité de type Maxwell et les cristaux avec une loi élastoplastique couplée à un endommagement isotrope afin de simuler un endommagement transgranulaire. Tan *et al.* [122][123] ont déterminé une loi cohésive du PBX-9501 à partir d'un essai de fissuration à l'échelle macroscopique et l'ont appliquée à un modèle aux éléments finis où liant et grains sont élastiques linéaires, l'endommagement s'effectuant par décohésion liant-particule. Wu et Huang [139] ont développé un modèle cohésif avec une fissuration à la fois intergranulaire (par décohésion) et transgranulaire (par endommagement des grains). Dans ce modèle, les particules suivent une loi élastoplastique endommageable et le comportement viscoélastique du liant, de type Maxwell, est intégré à la loi cohésive. Arora *et al.* [5] ont établi un modèle dans lequel les grains ont un comportement élastique linéaire et le liant est hyper-viscoélastique. L'endommagement s'effectue par décohésion liant/particule. Enfin, Ambos *et al.* [2] puis Gasnier *et al.* [61] ont développé un modèle polycristallin pour lequel les grains de TATB ont un comportement thermoélastique linéaire anisotrope, déterminé par un calcul de dynamique moléculaire. La distribution de la taille des grains est recalée sur des données expérimentales. Ambos *et al.* [2] ont introduit l'effet assouplissant du liant tandis que Gasnier *et al.* [61] ont intégré la fissuration intergranulaire d'une part, et transgranulaire d'autre part. Les modèles micromécaniques sont très intéressants pour comprendre l'influence des différents composants sur le comportement macroscopique du matériau puisqu'ils permettent de capter la physique des mécanismes à l'échelle du cristal. Toutefois, au niveau industriel ces modèles ne sont pas encore utilisables pour simuler une structure pyrotechnique complète. Ainsi, dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons exclusivement aux modèles macroscopiques de comportement quasistatique des explosifs pressés.

Les premiers modèles macroscopiques sont apparus dans les années 1980 aux États-Unis et en France. Un premier modèle de comportement viscoélastique non linéaire avec dépendance à la pression et à la température a été établi dans les années 1980 [12]. L'avènement des outils modernes de simulation réduisant l'utilisation de cette approche à la simulation de chargements monotones, nous n'en ferons pas une description précise et renvoyons le lecteur à la publication correspondante. Peeters et Hackett [102] ont réalisé une étude prospective dans le but de décrire la dépendance au temps du comportement des explosifs pressés. Ils ont développé deux modèles analytiques 1D : un modèle de fluage en compression et un modèle de viscoélasticité linéaire. Ces modèles ont été recalés sur des essais de compression uniaxiale en fluage et en chargement cyclé d'un matériau inerte proche du PBX-9501, le 900-10. Peu après, Browning *et al.* [23] ont développé un modèle analytique 1D couplant viscoélasticité linéaire et élastoplasticité, recalé sur les déformations longitudinales en compression du PBX-9501 et du PBX-9502. Les modèles macroscopiques les plus célèbres sont les modèles SCRAM (Statistical CRACKS Mechanics) de Dienes [48][49][50] et sa déclinaison isotrope et viscoélastique ViscoSCRAM développée par Bennett *et al.* [17][66]. SCRAM se fonde sur l'additivité des vitesses de déformation à l'échelle macroscopique. Il contient une partie élastoplastique à écrouissage cinématique décrivant le comportement de la matrice du matériau et un endommagement anisotrope décrivant l'état des réseaux de fissures (nucléation, croissance et coalescence). IsoSCRAM [1] est une version simplifiée de SCRAM : l'endommagement est isotrope et les fissures sont supposées suffisamment éloignées les unes des autres pour qu'il n'y ait pas coalescence. Le modèle ViscoSCRAM [17] est une combinaison du modèle IsoSCRAM et d'un modèle de viscoélasticité de type Maxwell généralisé. Récemment, Liu *et al.* [91] ont complété le modèle ViscoSCRAM avec une viscoplasticité de type Bodner-Partom et ont modifié la cinétique de la fissuration. Parmi les autres modèles existants, la plupart s'attachent à décrire le caractère visqueux de ces matériaux à liant polymère. Le *et al.* [81] ont développé un modèle viscoélastique de type Maxwell couplé à un endommagement isotrope et à un comportement viscoplastique dépendant de la pression, durcissant par un mécanisme d'écrouissage isotrope et dont l'écoulement est non associé. Buechler [25][26] a introduit l'effet d'un écrouissage combiné isotrope-cinématique. Zubelevicz *et al.* [147] ont décrit un endommagement isotrope avec une cinétique plus importante en traction qu'en compression, couplé à de la viscoplasticité. Enfin, un modèle dit « microplan » à endommagement anisotrope additionné à une plasticité non associée à écrouissage isotrope a été proposé par Benelfellah *et al.* [13][14][105]. Une composante viscoélastique a par la suite été intégrée à ce modèle par Chatti *et al.* [35]. Les équations constitutives de chaque modèle ainsi que les méthodes utilisées pour recaler puis valider les paramètres sont présentées brièvement dans ce qui suit.

4.1. Modèle SCRAM

Le modèle SCRAM de Dienes, dont la première ébauche date de 1978 [48], est particulièrement bien détaillé dans un papier de 2006 [50]. Ce modèle a été développé afin de comprendre un phénomène observé sur certains matériaux énergétiques : des réactions violentes peuvent se produire sous l'effet d'un impact à faible vitesse, de manière apparemment aléatoire et imprévisible. La théorie communément acceptée est que l'impact de l'explosif peut amener à la formation et à la coalescence de points chauds dans les porosités du matériau, pouvant entraîner une réaction violente. Le modèle SCRAM se propose de faire le lien entre endommagement, création de points chauds et initiation de l'explosif. Nous nous intéressons ici à ce modèle car sa déclinaison quasistatique est possible. La théorie présentée applique les concepts de mécanique des milieux continus en grandes déformations en se basant sur l'additivité à l'échelle macroscopique des vitesses de déformation mises en jeu. Les mécanismes caractérisés par le modèle SCRAM sont : l'élastoplasticité de la matrice ; la création, la croissance et la coalescence anisotropes des fissures ;

le frottement des fissures fermées par cisaillement. Le modèle SCRAM s'écrit, en petites déformations, à partir de l'addition des vitesses de déformation :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{tot} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{el} + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{pl} + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_c + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_g \quad (I.10)$$

où $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{el}$ représente l'élasticité de la matrice ; $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{pl}$, l'écoulement plastique de la matrice ; $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_c$, l'ouverture et le cisaillement des fissures ; et $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_g$, la croissance et la coalescence des fissures.

La contribution élastique au comportement global est définie par une loi de Hooke, avec $\underline{\underline{C}}$ la matrice de raideur hypoélastique et $\underline{\underline{\dot{\sigma}}}$ le taux de contrainte globale :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{el} = \underline{\underline{C}}^{-1} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \quad (I.11)$$

La réponse plastique du matériau est définie par un écrouissage cinématique linéaire purement déviatorique et une loi d'écoulement associée :

$$\begin{cases} f = \frac{3}{2}(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D) : (\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D) - \sigma_Y^2 \leq 0 \\ \underline{\underline{\dot{X}}^D} = C \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{pl} \\ \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{pl} = \lambda \frac{(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D)}{\sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D) : (\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D)}} \end{cases} \quad (I.12)$$

où f est le seuil de plasticité avec $\underline{\underline{\sigma}}^D$ la partie déviatorique du tenseur des contraintes, $\underline{\underline{X}}^D$ le tenseur déviatorique d'écrouissage cinématique, σ_Y la limite d'élasticité, C le module d'écrouissage (constant) et λ le multiplicateur plastique déterminé à partir des équations de consistance.

La contribution de l'ouverture et du cisaillement des fissures, qu'elles soient stationnaires ou en croissance, prend la forme suivante :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_c = \underline{\underline{F}}_c : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \quad (I.13)$$

avec :

$$\underline{\underline{F}}_c = \xi \sum_{\text{hémi-sphère}} F(\underline{n}) \left(H(\sigma_n) \underline{\underline{N}}^o(\underline{n}) + H(-\sigma_n) \langle 1 - \eta \rangle \underline{\underline{N}}^s(\underline{n}) \right) \Delta\psi \quad (I.14)$$

L'angle solide associé à l'hémisphère est discrétisé en angles $\Delta\psi$ définissant des surfaces orientées selon un vecteur \underline{n} . Chaque portion d'angle solide est composée d'une famille de fissures de normale \underline{n} . $H(\sigma_n)$ représente la fonction Heaviside de la contrainte normale $\sigma_n = \underline{n} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n}$. Autrement dit, $H(\sigma_n)$ est nul pour les fissures ouvertes et vaut 1 pour les fissures fermées. Le terme $\langle 1 - \eta \rangle$ correspond au critère de glissement de la fissure, il est nul lorsque la fissure est bloquée (et donc qu'aucun cisaillement n'est possible) et vaut 1 lorsqu'elle est totalement libre. Le symbole $\langle . \rangle$ représente les crochets de Macaulay. Le coefficient η est défini à partir du coefficient de frottement μ et de l'état de contrainte : $\eta = \frac{\mu \langle -\sigma_n \rangle}{s_n}$, avec $s_n = \sqrt{\underline{n} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} - \sigma_n^2}$. Les tenseurs $\underline{\underline{N}}^o$ et $\underline{\underline{N}}^s$ de l'équation (I.14) décrivent les directions d'ouverture et de cisaillement des fissures. ξ est un coefficient élastique, exprimé en MPa^{-1} , provenant de solutions analytiques pour les fissures elliptiques (*pennyshapes*). $F(\underline{n})$ est la fonction décrivant la distribution des fissures de normale \underline{n} à l'instant t :

$$F(\underline{n}) = \int_0^\infty n(c, \underline{n}) c^3 dc \quad (I.15)$$

où $n(c, \underline{n})$ correspond à la description de la distribution des fissures en fonction de leur longueur c et de leur orientation \underline{n} .

La contribution de la croissance et de la coalescence des fissures prend la forme visqueuse suivante :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_g = \underline{\mathcal{F}}_g : \underline{\sigma} \quad (\text{I.16})$$

avec :

$$\underline{\mathcal{F}}_g = \xi \sum_{\text{hemi-sphère}} \underline{F}(\underline{n}) \left(H(\sigma_n) \underline{N}^o(\underline{n}) + H(-\sigma_n) \langle 1 - \eta(\underline{n}) \rangle \underline{N}^s(\underline{n}) \right) \Delta\psi \quad (\text{I.17})$$

La vitesse de propagation des fissures \dot{c} est pilotée par le taux de restitution d'énergie par fissuration $g(\underline{\sigma}, \underline{n}, c)$. Elle est divisée en deux régimes : propagation lente lorsque l'énergie dissipée par la fissure est faible, et rapide tendant vers une valeur maximale lorsque l'énergie dissipée est élevée et que les fissures deviennent instables :

$$\begin{cases} \dot{c}(\underline{\sigma}, \underline{n}, c) = \dot{c}_{max} \frac{1}{1+m} \left(\frac{g(\underline{\sigma}, \underline{n}, c)}{\left(1 + \frac{1}{m}\right) g_c} \right)^m & \text{si } g(\underline{\sigma}, \underline{n}, c) \leq \left(1 + \frac{1}{m}\right) g_c \\ \dot{c}(\underline{\sigma}, \underline{n}, c) = \dot{c}_{max} \left(1 - \frac{g_c}{g(\underline{\sigma}, \underline{n}, c)}\right) & \text{si } g(\underline{\sigma}, \underline{n}, c) \geq \left(1 + \frac{1}{m}\right) g_c \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

où m est un paramètre supérieur à 1, \dot{c}_{max} est la vitesse d'une onde de Rayleigh et g_c correspond au taux de restitution d'énergie critique. La fonction g s'écrit :

$$g(\underline{\sigma}, \underline{n}, c) = \frac{4}{\pi} \frac{1-\nu}{1-\frac{\nu}{2}} \frac{c}{2G} \left(H(\sigma_n) \left(\left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \sigma_n^2 + s_n^2 \right) + H(-\sigma_n) \langle \mu \sigma_n + s_n \rangle \right) \quad (\text{I.19})$$

On constate ainsi que g , et donc \dot{c} , est plus grand en traction (σ_n positif) qu'en compression (σ_n négatif). De plus, dans le cas d'une microfissure fermée (σ_n négatif) et dont le frottement est bloqué (facteur $\langle 1 - \eta \rangle$ nul), on a : $\eta \leq 1 \Rightarrow s_n \leq \mu \sigma_n \Rightarrow g = 0 \Rightarrow \dot{c} = 0$. La microfissure ne peut donc pas s'agrandir. Hormis ce cas précis, dès que l'état de contrainte d'une microfissure est non nul, elle s'agrandit.

Finalement, en appliquant l'équation (I.10) aux taux de déformations des équations (I.11), (I.12), (I.13) et (I.16), le modèle prend la forme générale :

$$\underline{\dot{\sigma}} = \left(\underline{\mathcal{C}}^{-1} + \underline{\mathcal{F}}_c \right)^{-1} : \left(\underline{\dot{\epsilon}}_{tot} - \underline{\mathcal{F}}_g : \underline{\sigma} - \lambda \frac{\underline{\sigma}^D - \underline{X}^D}{\sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\sigma}^D - \underline{X}^D) : (\underline{\sigma}^D - \underline{X}^D)}} \right) \quad (\text{I.20})$$

Dans ce modèle, la pression influence l'ouverture et la fermeture des microfissures, via le signe de la contrainte normale σ_n . Elle pilote donc l'évolution et l'effectivité de l'endommagement ainsi que le critère de glissement des microfissures. En revanche, la pression n'intervient pas dans le seuil de plasticité qui ne concerne que les déviateurs $\underline{\sigma}^D$ et \underline{X}^D .

Ce modèle a été développé pour le PBX-9501. Les constantes mécaniques du modèle ont été déterminées sur des courbes contrainte-déformations longitudinales de compressions uniaxiales monotones réalisées à 10^{-2} s^{-1} . Sur notre domaine d'étude, le modèle est validé par l'auteur à partir du même type d'essai réalisé à $2,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$. Ces deux courbes longitudinales de compression simple sont bien reproduites par le modèle (**Figure I-26**), mais elles sont pratiquement superposées car l'effet de vitesse est négligeable ; l'écart est probablement plutôt dû au fait que les essais n'ont pas été réalisés par les mêmes laboratoires. L'auteur dit lui-même que les deux courbes simulées sont identiques. Une comparaison du modèle avec des essais d'impact de type Hopkinson est également

donnée. La vitesse de sollicitation étant de 1000 s^{-1} , ces essais ne sont pas compris dans notre champ d'étude.

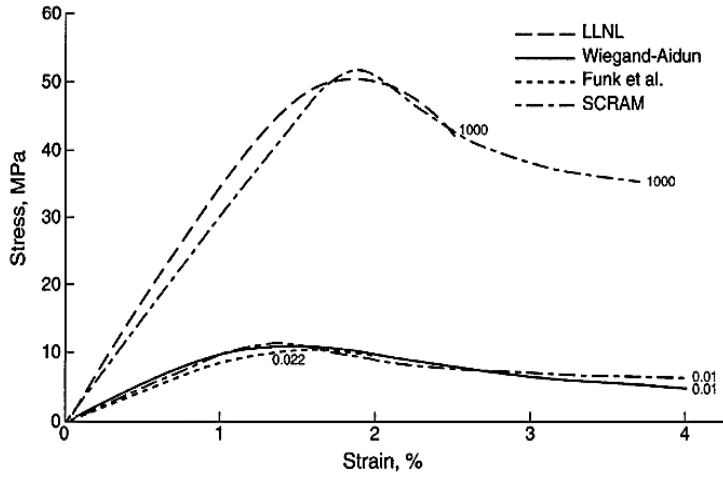


Figure I-26. Comparaison des réponses contrainte – déformation longitudinale calculées par le modèle SCRAM à deux vitesses de déformations différentes (1.10^{-2} et 1000 s^{-1}) avec les données expérimentales d'un essai de type Hopkinson à 1000 s^{-1} et de deux essais de compression simple à 10^{-2} s^{-1} et $2,2.10^{-2} \text{ s}^{-1}$. D'après Dienes *et al.* [50].

4.2. Modèle ViscoSCRAM (VS)

Le modèle ViscoSCRAM, défini par Bennett *et al.* en 1998 [17], associe en série sur sa composante déviatorique le modèle IsoSCRAM proposé par Addessio et Johnson pour les matériaux quasi-fragiles [1] à un modèle viscoélastique de type Maxwell généralisé. La composante volumique du modèle est décrite par une loi élastique linéaire. Le taux de déformation est découpé en parties volumique et déviatorique. Le modèle ViscoSCRAM s'écrit ainsi :

$$\begin{cases} \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_{tot}^V = \frac{1}{K} \dot{\underline{\underline{\sigma}}}^V \\ \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_{tot}^D = \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_{ve}^D + \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_c^D \end{cases} \quad (\text{I.21})$$

avec $\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_{ve}^D$ le taux de déformation viscoélastique déviatorique et $\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_c^D$ le taux de déformation lié à l'évolution de la microfissuration.

Concernant la fissuration, Bennett *et al.* définissent une constante c_0 assimilée à la taille initiale moyenne des fissures. On obtient alors :

$$2G \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_c^D = 3 \left(\frac{c}{c_0} \right)^2 \frac{\dot{c}}{c_0} \underline{\underline{\sigma}}^D + \left(\frac{c}{c_0} \right)^3 \underline{\underline{\sigma}}^D \quad (\text{I.22})$$

La vitesse d'évolution de la taille des fissures \dot{c} a une forme proche de celle du modèle SCRAM mais largement simplifiée puisque la contrainte déviatorique et la longueur de fissure c sont les seules variables mises en jeu. Ici, le critère d'évolution d'une fissure ne dépend pas du taux $d=e$ restitution d'énergie par la fissure mais de l'intensité de contrainte à laquelle elle est soumise :

$$\begin{cases} \dot{c}(\underline{\underline{\sigma}}^D, c) = \dot{c}_{max} \frac{1}{1 + \frac{m}{2}} \left(\frac{J(\underline{\underline{\sigma}}^D, c)}{\sqrt{1 + \frac{2}{m} J_0}} \right)^m & \text{si } J(\underline{\underline{\sigma}}^D, c) \leq \sqrt{1 + \frac{2}{m} J_0} \\ \dot{c}(\underline{\underline{\sigma}}^D, c) = \dot{c}_{max} \left(1 - \frac{J_0^2}{J(\underline{\underline{\sigma}}^D, c)^2} \right) & \text{si } J(\underline{\underline{\sigma}}^D, c) \geq \sqrt{1 + \frac{2}{m} J_0} \end{cases} \quad (\text{I.23})$$

où la fonction J s'écrit (d'après [66]) :

$$J(\underline{\underline{\sigma}}^D, c) = \sqrt{\frac{3}{2} \pi c \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D} \quad (\text{I.24})$$

Avec cette formulation, J et donc \dot{c} dépendent seulement du déviateur des contraintes et pas de la pression, contrairement au modèle SCRAM (équations (I.18) et (I.19)).

Le modèle de viscoélasticité est un modèle de type Maxwell généralisé, les contraintes de chaque branche (de 1 à N) sont additionnées. On a donc $\underline{\underline{\sigma}}^D = \sum_{b=1}^N \underline{\underline{\sigma}}_b^D$ et $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{ve}^D = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{ve b}^D$. Avec $G = \sum_{b=1}^N G_b$, on obtient :

$$2G \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{ve}^D = \underline{\underline{\dot{\sigma}}}^D + \sum_{b=1}^N \frac{\underline{\underline{\sigma}}_b^D}{\tau_b} \quad (\text{I.25})$$

où les τ_b correspondent aux temps caractéristiques de chaque branche.

En additionnant les vitesses de déformations déviatoriques des équations (I.22) et (I.25), on obtient l'expression du taux de contrainte déviatorique, d'où :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}^V = K \dot{\epsilon}_{tot}^V \\ \underline{\underline{\dot{\sigma}}}^D = \frac{2G \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{tot}^D - \sum_{b=1}^N \frac{\underline{\underline{\sigma}}_b^D}{\tau_b} - 3 \left(\frac{c}{c_0}\right)^2 \frac{\dot{c}}{c_0} \underline{\underline{\sigma}}^D}{1 + \left(\frac{c}{c_0}\right)^3} \end{cases} \quad (\text{I.26})$$

Dans l'article de Bennett *et al.* [17], le recalage du modèle est réalisé sur le PBX-9501. Les modules de cisaillement des cinq branches viscoélastiques sont déterminés à partir des modules de Young obtenus pour quatre essais de compression dans le domaine quasistatique et deux autres à grande vitesse, et du module de Poisson supposé égal à 0,3. La détermination des paramètres J_0 , c_0 et m n'est pas détaillée. Le modèle est validé par comparaison avec un essai d'impact. Aucune courbe de comportement quasistatique n'est présentée dans l'article.

Dans le domaine quasistatique, Hackett et Bennett [66] ont confronté le modèle à un essai de flexion trois points sur le PBX-9501 (Figure I-27). Le modèle prédit parfaitement les courbes force-déplacement. On pourra noter que le modèle a également été comparé à un essai de compression réalisé à $0,44 \text{ s}^{-1}$ sur le PBX-9501. La courbe du modèle est un peu éloignée de la courbe expérimentale. La contrainte maximale et le pied de courbe sont bien reproduits mais la déformation à contrainte maximale est sous-évaluée (environ 1,3% contre 1,6%).

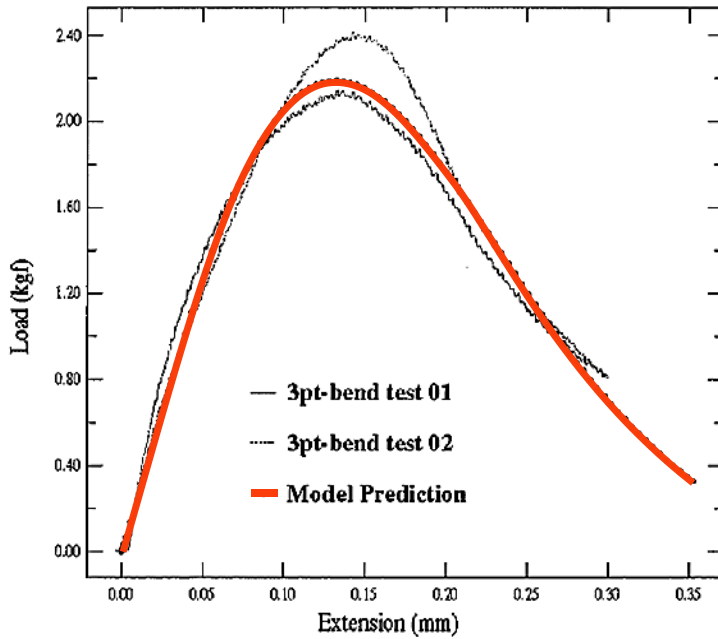


Figure I-27. Courbes contrainte-déplacement de deux essais de flexion trois points réalisés sur le PBX-9501, comparées à la réponse calculée par le modèle ViscoSCRAM. D'après Hackett et Bennett [66].

Rangaswamy *et al.* [112] ont simulé un essai brésilien avec le modèle ViscoSCRAM. Trois courbes expérimentales très peu dispersées (extraites de [89]) sont comparées au modèle (**Figure I-28**). La partie quasi-linéaire des courbes expérimentales est parfaitement reproduite mais les déformations s'écartent des mesures avant d'atteindre la contrainte maximale qui est bien retrouvée. Le déplacement correspondant est très légèrement surestimé (1 mm au lieu de 0,9). Une comparaison du champ de déformation horizontal sur toute la surface de l'éprouvette est également réalisée. Une simulation par éléments finis est confrontée à la corrélation d'images. Les auteurs valident le modèle même si les déformations au niveau de la fissure centrale sont largement sous-estimées. Toutefois, ils émettent certaines réserves sur le modèle. La première est que l'effet de pression est négligé alors qu'il a été observé expérimentalement sur le PBX-9501 [136]. La seconde est que ce modèle ne développe pas de déformations irréversibles pourtant observées expérimentalement sur le PBX-9501 grâce à des essais cyclés de type charge-décharge-recouvrance [27][112]. Ils suspectent également l'existence d'un comportement non linéaire non traduit par le modèle.

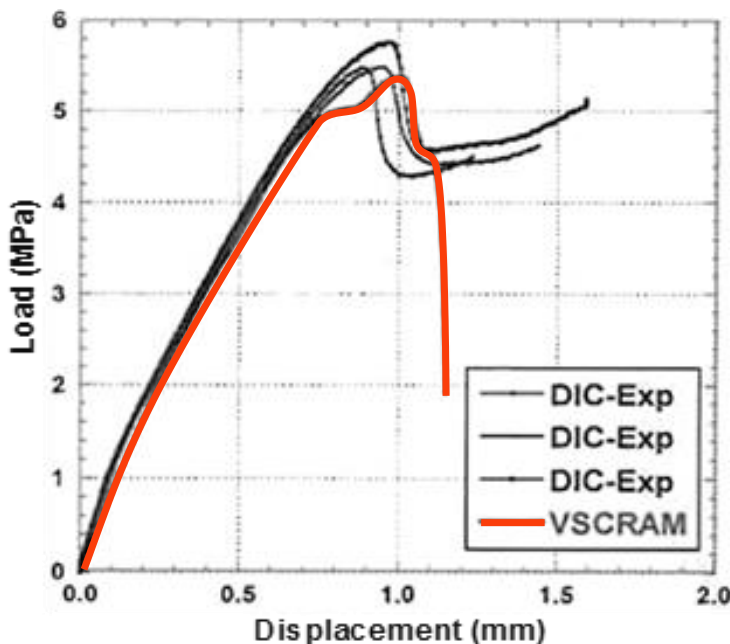


Figure I-28. Courbes contrainte-déplacement de trois essais brésiliens réalisés sur le PBX-9501, comparées à la réponse calculée par le modèle ViscoSCRAM. D'après Rangaswamy *et al.* [112].

4.3. Modèle ViscoSCRAM viscoplastique (VS-VP)

Liu *et al.* [91] ont récemment proposé de modifier ViscoSCRAM en associant en série un comportement viscoplastique de type Bodner-Partom [22] :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_{tot} = \underline{\dot{\epsilon}}_{ve} + \underline{\dot{\epsilon}}_c + \underline{\dot{\epsilon}}_{vp} \quad (I.27)$$

Le taux de déformation viscoplastique s'écrit sous la forme :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_{vp} = \lambda \frac{\underline{\sigma}^D}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\sigma}^D : \underline{\sigma}^D}} \quad (I.28)$$

où le multiplicateur viscoplastique s'écrit :

$$\lambda = a \sqrt{\exp\left(-\left(\frac{R(W_{vp})}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\sigma}^D : \underline{\sigma}^D}}\right)^n\right)} \quad (I.29)$$

avec a et n deux paramètres matériaux. $R(\omega_{vp})$ décrit la loi d'écroissage isotrope en fonction du travail viscoplastique $W_{vp} = \int_0^t \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}}_{vp} d\tau$.

En additionnant les taux de déformation (I.22), (I.25) et (I.28), on obtient l'expression de $\underline{\dot{\sigma}}^D$. La partie volumique suit, pour rappel, une loi de Hooke :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}^V = K \dot{\epsilon}_{tot}^V \\ \underline{\dot{\sigma}}^D = \frac{2G \underline{\dot{\epsilon}}_{tot}^D - \Sigma_I^N \frac{\sigma_b^D}{T_b} - \left(3 \left(\frac{c}{c_0}\right)^2 \frac{\dot{c}}{c_0} + \lambda \frac{2G}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\sigma}^D : \underline{\sigma}^D}}\right) \underline{\sigma}^D}{1 + \left(\frac{c}{c_0}\right)^3} \end{cases} \quad (I.30)$$

La vitesse d'évolution de la taille des fissures \dot{c} est reprise d'un article de Buechler et Luscher [28]. Par rapport au modèle ViscoSCRAM classique (équation (I.23)), la vitesse \dot{c}_{max} est remplacée par une vitesse variable \dot{c}_{res} et la constante J_0 est multipliée par un facteur dépendant de la pression, de la longueur de fissure et d'un coefficient de friction, donnant la variable $J_{0\mu}$:

$$\begin{cases} \dot{c}(\underline{\sigma}, c) = \dot{c}_{res} \frac{1}{1 + \frac{m}{2}} \left(\frac{J(\underline{\sigma}, c)}{\sqrt{1 + \frac{2}{m} J_{0\mu}(\sigma^V, c)}} \right)^m & \text{si } J(\underline{\sigma}, c) \leq \sqrt{1 + \frac{2}{m} J_{0\mu}(\sigma^V, c)} \\ \dot{c}(\underline{\sigma}, c) = \dot{c}_{res} \left(1 - \frac{J_{0\mu}(\sigma^V, c)^2}{J(\underline{\sigma}, c)^2} \right) & \text{si } J(\underline{\sigma}, c) \geq \sqrt{1 + \frac{2}{m} J_{0\mu}(\sigma^V, c)} \end{cases} \quad (I.31)$$

Ici, contrairement au modèle ViscoSCRAM (équation (I.24)), la fonction J dépend du terme de pression σ^V :

$$J(\underline{\sigma}, c) = \sqrt{\pi c} \left(H(\sigma^V) \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\sigma}^D : \underline{\sigma}^D + 3\sigma^V{}^2)} + H(-\sigma^V) \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\sigma}^D : \underline{\sigma}^D} \right) \quad (I.32)$$

et la fonction $J_{0\mu}$ fait intervenir la pression, la longueur de fissure c et un coefficient noté μ' lié au coefficient de friction statique μ :

$$J_{0\mu}(\sigma^V, c) = J_0 \sqrt{1 - \pi \frac{\mu' \sqrt{c} \sigma^V}{J_0} \left(1 - \frac{\mu' \sqrt{c} \sigma^V}{J_0}\right)} \quad (I.33)$$

La vitesse seuil \dot{c}_{res} est une fonction logarithmique de la vitesse de déformation. Elle est plafonnée par la vitesse de l'onde de Rayleigh \dot{c}_{max} .

J est plus grand en traction (σ^V positif) qu'en compression (σ^V négatif) tandis que la fonction $J_{0\mu}$ est plus faible en traction qu'en compression. Ainsi, le rapport $J/J_{0\mu}$ et donc la vitesse \dot{c} sont plus importants en traction qu'en compression. Comme dans le modèle SCRAM, une fissure ouverte croît plus vite qu'une fissure fermée.

Les dix-neuf paramètres du modèle sont recalés pour le PBX-9502 sur les déformations longitudinales d'essais de traction simple monotone et de compression simple monotone réalisés à 50°C et à 10^{-4} s^{-1} par Thompson *et al.* [127]. La Figure I-29, extraite de l'article de Liu *et al.* [91], montre la comparaison du modèle avec les données expérimentales. En traction, le modèle reproduit le module de Young ainsi que la contrainte maximale, mais les déformations sont sous-estimées de moitié. On notera d'ailleurs que la courbe expérimentale de traction est mal reproduite car la courbe originale [127] ne présente pas de post-pic. Celui-ci a donc vraisemblablement été ajouté par les auteurs. En compression, l'écart relatif entre la courbe expérimentale et la courbe simulée est faible.

Le modèle a également été recalé sur un essai de compression cyclée réalisé sur le matériau M2 [2][61], avec d'autres paramètres que ceux du PBX-9502. Les phases de décharges et de recharges sont trop raides (voir Figure I-30). Les déformations transversales sont obtenues en appliquant un coefficient de Poisson de 0,4 aux déformations longitudinales. Enfin, l'absence de comparaison temporelle de l'évolution de la contrainte en relaxation et de la déformation en recouvrance ne permet pas de statuer sur la validité du comportement visqueux du modèle.

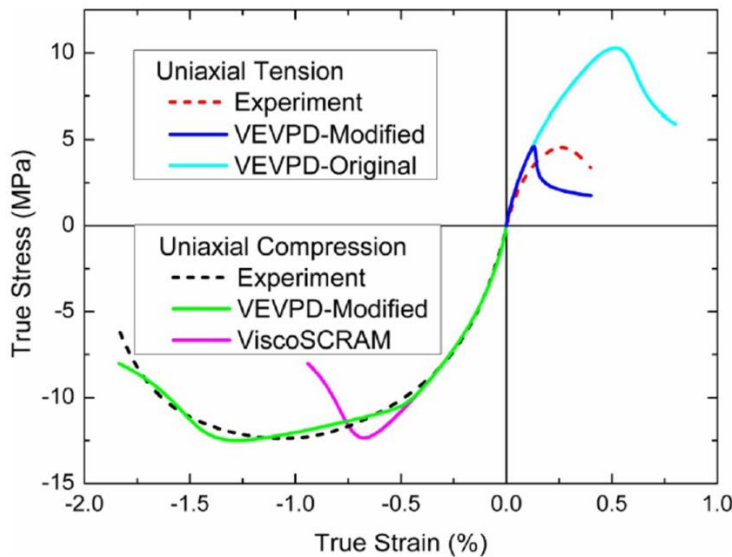


Figure I-29. Courbes contrainte-déformation longitudinale d'un essai de traction simple et de compression simple sur le PBX-9502 (extraits de [127]) comparées à la réponse du modèle VS-VP (VEVPD-Modified dans la légende) et à la réponse du modèle ViscoSCRAM (VEVPD-Original dans la légende). D'après Liu *et al.* [91].

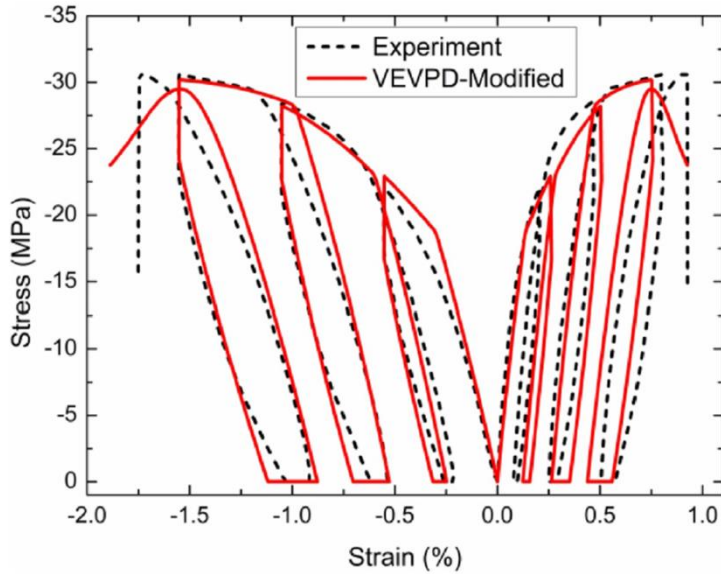


Figure I-30. Courbe contrainte-déformation longitudinale d'un essai de compression cyclée sur M2 (extraite de [2] et présentée Figure I-5) comparée à la réponse du modèle VS-VP (noté VEVDP-Modified dans la légende). Cet unique essai est utilisé par Liu *et al.* [91] pour recalibrer les treize paramètres de la loi.

Afin de valider leur modèle, les auteurs reprennent l'essai de compression d'une éprouvette percée [90] et comparent les courbes force-déplacement expérimentale et simulée. Les courbes coïncident jusqu'à la contrainte maximale. Le champ de déformations horizontales obtenu expérimentalement par corrélation d'images est également comparé à la simulation par éléments finis. Bien que l'allure soit bien reproduite, au bord du trou le déplacement calculé est moins important que la mesure expérimentale. On remarquera que les auteurs n'ont pas fourni de comparaison pour les déformations verticales dont le champ expérimental est pourtant donné [90].

4.4. Modèle viscoélastique plastique (VE-P)

Les recherches menées en France par le CEA et le laboratoire Gabriel LaMé sur le comportement mécanique de la composition explosive M1 ont abouti à plusieurs lois de comportement développées à partir d'une base expérimentale conséquente, décrite au paragraphe 3.1. (page 33). Un premier modèle de comportement viscoélastique non linéaire avec dépendance à la pression et à la température a été établi dans les années 1980 [12]. Cette approche permettant seulement la simulation d'essais monotones, nous n'en ferons pas état. Une loi élasto-viscoplastique avec endommagement isotrope et influence du confinement sur le comportement visqueux a par la suite été proposée par Gratton *et al.* en 2009 [63]. Mais ce modèle ne rend pas compte de la viscoélasticité du matériau, les boucles de chargement en compression ne sont pas reproduites.

En 2010, Le *et al.* [81] ont proposé une loi de comportement viscoélastique-plastique du matériau M1 intégrant un endommagement isotrope. Ce modèle est construit sur la base d'un modèle de Maxwell généralisé comprenant une branche élastoplastique. L'endommagement affecte les ressorts élastiques de toutes les branches. La contrainte élastoplastique, notée $\underline{\underline{\sigma_0}}$, et les contraintes viscoélastiques, $\underline{\underline{\sigma_b}}$, s'ajoutent :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma_0}} + \sum_{b=1}^N \underline{\underline{\sigma_b}} \quad (\text{I.34})$$

Un critère de plasticité parabolique est défini sur les contraintes volumique et déviatorique, avec un écrouissage isotrope :

$$f = \sqrt{\frac{1}{3} \underline{\underline{\sigma_0^D}} : \underline{\underline{\sigma_0^D}} + \frac{k^2}{R(k)} \sigma_0^V} - k \quad (\text{I.35})$$

où les variables d'érouissage isotrope k et R sont reliées à la déformation plastique cumulée $\overline{\varepsilon}_{pl}$:

$$k = k_0 + (k_m - k_0) \left(1 - \frac{k_m - k_0}{1 + c_1 \overline{\varepsilon}_{pl} + c_2 \overline{\varepsilon}_{pl}^2} \right) \quad (I.36)$$

$$R = R_0 + (R_m - R_0) \left(1 - \frac{k_m - k_0}{1 + c_1 \overline{\varepsilon}_{pl} + c_2 \overline{\varepsilon}_{pl}^2} \right) \quad (I.37)$$

k_m , k_0 , R_m , R_0 , c_1 et c_2 sont des paramètres matériaux déterminés à partir de la forme du seuil de plasticité et de son évolution.

L'écoulement plastique est déterminé de façon empirique et donc sans postulat sur la forme du potentiel de dissipation. Il est décomposé en parties volumique et déviatorique :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{pl}^V = \frac{1}{3} \lambda \beta \\ \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{pl}^D = \sqrt{2} \lambda \frac{\underline{\underline{\sigma}}_0^D}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_0^D : \underline{\underline{\sigma}}_0^D}} \end{cases} \quad (I.38)$$

avec β le coefficient de dilatace, s'exprimant en fonction de la pression et de la déformation plastique cumulée :

$$\beta = \frac{\dot{\varepsilon}_{pl}^V}{\sqrt{3 \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{pl}^D : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{pl}^D}} = a_0 + a_1 (1 + \exp(a_2 \sigma_0^V)) + a_3 \sigma^V + a_4 \ln(1 + a_5 \overline{\varepsilon}_{pl}^D) \quad (I.39)$$

Les termes a_i sont des paramètres matériaux. Le multiplicateur plastique λ est déterminé à partir des équations de consistance. On notera en exergue que la mise en parallèle de la branche élastoplastique et des branches visqueuses crée un couplage viscoélastique-plastique où la plasticité s'écoule de façon visqueuse.

La contrainte de la branche élastoplastique s'exprime en fonction de la déformation élastique de cette branche, notée $\underline{\underline{\varepsilon}}_{el0}$:

$$\underline{\underline{\sigma}}_0 = (1-d) \underline{\underline{C}}_0 : \underline{\underline{\varepsilon}}_{el0} = K_0(1-d) \varepsilon_{el0}^V + 2G_0(1-d) \underline{\underline{\varepsilon}}_{el0}^D \quad (I.40)$$

avec $\underline{\underline{C}}_0$ la matrice de Hooke du ressort de la branche élastoplastique. L'endommagement d est relié à la plus grande déformation principale positive $\langle \varepsilon_I \rangle_+$:

$$d = (d_1 \sup_t \langle \varepsilon_I \rangle_+ + d_2) \frac{d_3 \sup_t \langle \varepsilon_I \rangle_+}{1 - d_3 \sup_t \langle \varepsilon_I \rangle_+} \quad (I.41)$$

où d_1 , d_2 et d_3 sont des paramètres matériaux. Dans les modèles précédents, nous avons noté que l'endommagement, traduit par la variable c , était piloté par la contrainte. Ici, l'endommagement est piloté par la plus grande déformation principale positive subie par le matériau au cours de son histoire, $\sup_t \langle \varepsilon_I \rangle_+$.

Pour chaque branche viscoélastique, on a (b allant de 1 à N) :

$$\begin{cases} K_b(1-d) \dot{\varepsilon}_{tot}^V = \dot{\sigma}_b^V + \left(\frac{\dot{d}}{1-d} + \frac{1}{\tau_b} \right) \sigma_b^V \\ 2G_b(1-d) \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{tot}^D = \underline{\underline{\dot{\sigma}}}_b^D + \left(\frac{\dot{d}}{1-d} + \frac{1}{\tau_b} \right) \underline{\underline{\sigma}}_b^D \end{cases} \quad (I.42)$$

En sommant les contraintes de chaque branche, en tenant compte pour la branche élastoplastique de l'additivité des déformations, et en notant $K = \sum_{b=0}^N K_b$ et $G = \sum_{b=0}^N G_b$, on obtient :

$$\begin{cases} \sigma^V = K(1-d) \dot{\varepsilon}_{tot}^V - \sum_{b=1}^N \frac{\sigma_b^V}{T_b} - \frac{\dot{d}}{1-d} \sigma^V - K_0 \left((1-d) \dot{\varepsilon}_{pl}^V - \dot{d}(\varepsilon_{tot}^V - \varepsilon_{pl}^V) \right) \\ \underline{\underline{\sigma}}^D = 2G(1-d) \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{tot}^D - \sum_{b=1}^N \frac{\underline{\underline{\sigma}}_b^D}{T_b} - \frac{\dot{d}}{1-d} \underline{\underline{\sigma}}^D - 2G_0 \left((1-d) \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{pl}^D - \dot{d}(\underline{\underline{\varepsilon}}_{tot}^D - \underline{\underline{\varepsilon}}_{pl}^D) \right) \end{cases} \quad (I.43)$$

Ce modèle est construit sur une base expérimentale conséquente : des essais de compression et de traction monotones entre $3,3 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ et $8,3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et des chargements cyclés à $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ en traction et en compression uniaxiale et triaxiale. Des essais en température entre 0°C et 50°C ont également été réalisés. Pour chaque courbe d'essai, les déformations longitudinales et transversales de l'éprouvette sont mesurées. Elles correspondent à la mesure moyenne de deux jauges collées en vis-à-vis. Notons que la plupart de ces essais sont également présentés dans Gratton *et al.* [63]. Les comparaisons modèle-essais des phases temporelles de relaxation et de recouvrance des chargements cyclés sont données dans le manuscrit de thèse de Le [80].

Une campagne DMA a été menée afin de déterminer les modules viscoélastiques longitudinaux pour un modèle de Maxwell à dix branches visqueuses. L'extension tridimensionnelle du modèle a été réalisée en utilisant un coefficient de Poisson de 0,42 mesuré en compression simple. Les essais cyclés ont permis d'établir les paramètres de la loi d'endommagement et de la composante plastique. Faute de données expérimentales mettant en exergue le type d'érouissage du matériau, les auteurs supposent un érouissage isotrope. Sous cette hypothèse, les décharges des essais cyclés sont purement élastiques, ce qui conduit à calculer un module élastique sécant entre la fin de la relaxation et la fin de la recouvrance. La valeur de l'endommagement est calculée pour chaque cycle comme la dégradation du module longitudinal par rapport à la valeur du premier cycle, $d = \frac{E_{L0} - E_L}{E_{L0}}$. L'endommagement est tracé en fonction de la déformation positive maximale (i.e. transversale en compression, longitudinale en traction) afin d'estimer les coefficients d_1 , d_2 et d_3 . Les déformations en fin de recouvrance étant irréversibles, elles sont assimilées à la plasticité. Les courbes de déformation en fin de recouvrance en fonction de la contrainte relaxée (partitionnées en parties volumique et déviatorique) permettent d'obtenir les coefficients de la composante plastique du modèle. Une extension du modèle en température est présentée par Le [80].

Un critère de rupture associé à ce modèle est également établi [80]. Ce critère est double : il contient un seuil en déformation et un seuil en contrainte, tous deux définis par rapport à la contrainte de la branche élastoplastique (indice 0).

$$\begin{cases} C_\varepsilon = \max_I \langle \varepsilon_I \rangle_+ + k_1 \sigma_0^V - k_2 \\ C_\sigma = \max_I \left\langle \frac{\sigma_{0I}}{1-d} \right\rangle_+ - \tilde{\sigma}_r \end{cases} \quad (I.44)$$

avec k_1 , k_2 et $\tilde{\sigma}_r$ des paramètres. Le calibrage de ce critère à partir de différents types de chargement réalisés sur le matériau M1 est détaillé par Picart et Pompon [107]. Le premier des deux seuils atteint lors d'un chargement indique la rupture effective.

Une comparaison du modèle avec les essais de compression et de traction cyclées est présentée [29][80][81]. Pour les essais de compression, on constate que les boucles d'hystérésis sont mal reproduites car les décharges simulées sont linéaires contrairement aux données expérimentales (Figure I-31). De plus, les déformations transversales sont sous-évaluées par le modèle.

La validation du modèle est présentée par Caliez *et al.* [29]. Le modèle est confronté à des essais hétérogènes de type brésilien et flexion trois points. Concernant l'essai de flexion trois points, la courbe force-déplacement expérimentale est bien reproduite par le modèle. Le point de rupture est parfaitement cohérent. Pour l'essai brésilien (Figure I-32), la courbe force-déplacement simulée n'est pas identique à la courbe expérimentale. A même déplacement, la force simulée par le modèle est légèrement plus faible. Le point de rupture est légèrement sous-estimé. Les champs de déformation horizontaux et verticaux mesurés par corrélation d'images sont comparés à la

simulation. Ces comparaisons montrent un bon accord entre le modèle et les données expérimentales. Une remarque est toutefois émise par les auteurs sur la déformation horizontale : au centre de l'éprouvette, la corrélation d'image montre davantage de déformation que n'en prédit le modèle. Ce peut être le signe d'un état de fissuration avancé, non prédit à cause d'un effet d'échelle [10]. On notera également que l'ajout de la plasticité en parallèle du modèle viscoélastique n'est pas idéal : les courbes enveloppe des essais cyclés et les essais monotones correspondants présentent un écart non négligeable. Un modèle série serait plus approprié.

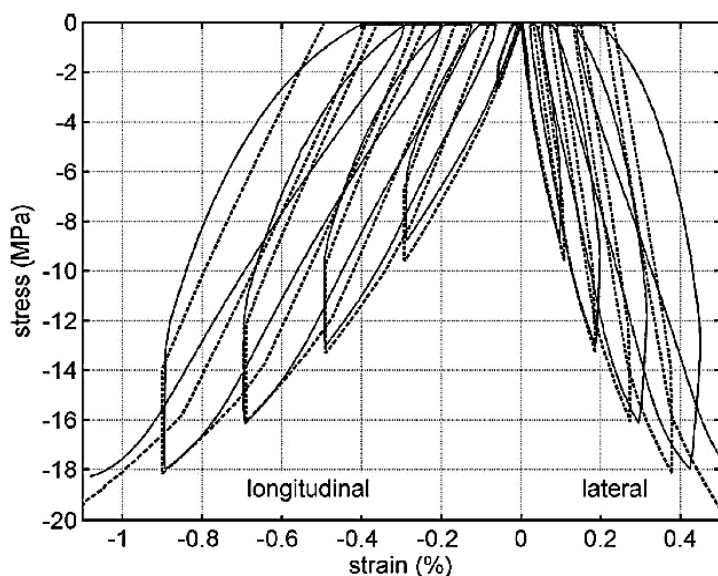


Figure I-31. Courbe contrainte-déformations d'un essai de compression cyclée réalisé sur M1 (trait plein), comparée à la réponse du modèle (pointillés). D'après Caliez et al. [29].

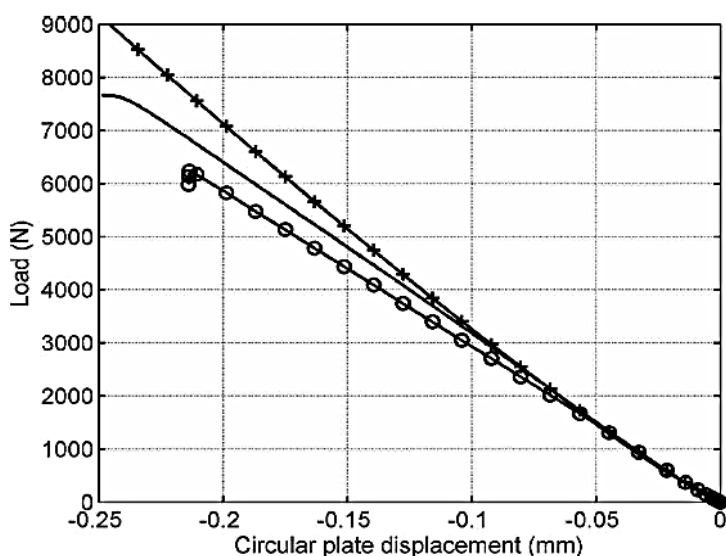


Figure I-32. Courbe force-déplacement d'un essai brésilien réalisé sur M1 (trait plein), comparée à la réponse du modèle complet (cercles) et du modèle sans plasticité (croix). D'après Caliez et al. [29].

Les auteurs de ce modèle pointent plusieurs pistes d'amélioration : introduire la dépendance à la pression du module de Young ainsi qu'une anisotropie induite de l'endommagement. Il s'avère en effet que le modèle ne parvient pas à reproduire proprement les déformations transversales, celles-ci évoluant plus vite que les déformations longitudinales. Cette remarque illustre les doutes qui peuvent être émis quant à la validité de modèles confrontés uniquement à des mesures seulement longitudinales et donc incomplètes.

4.5. Modèle viscoélastique viscoplastique (VE-VP)

Buechler a développé un modèle viscoélastique-viscoplastique [25] auquel il a ajouté une description isotrope de l'endommagement [26] afin de reproduire le comportement du PBX-9501. La viscoélasticité est décrite par un modèle de Maxwell généralisé incluant une branche purement élastique et N branches viscoélastiques. La viscoplasticité est introduite en série de la viscoélasticité. Elle est décrite par un modèle de Drucker-Prager dont la limite d'élasticité dépend de la déformation plastique cumulée et de sa vitesse. L'écoulement plastique combine un écrouissage isotrope et un écrouissage cinématique. Le modèle est écrit en petites déformations, l'additivité des taux de déformation s'écrit :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{tot} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{ve} + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{vp} + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_d \quad (I.45)$$

La partie viscoélastique est découpée en composantes volumique et déviatorique :

$$\begin{cases} K \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{ve}^V = \underline{\underline{\dot{\sigma}}}^V + \sum_{b=1}^N \frac{\underline{\underline{\sigma}}_b^V}{T_b} \\ 2G \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{ve}^D = \underline{\underline{\dot{\sigma}}}^D + \sum_{b=1}^N \frac{\underline{\underline{\sigma}}_b^D}{T_b} \end{cases} \quad (I.46)$$

Le critère de plasticité prend la forme suivante [25] :

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D) : (\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D)} + A(\underline{\underline{\sigma}}^V - \underline{\underline{X}}^V) - R(\overline{\underline{\underline{\epsilon}}}_{vp}, \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_{vp}) \leq 0 \quad (I.47)$$

avec $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}^D + \underline{\underline{X}}^V \underline{\underline{1}}$ le tenseur d'écrouissage cinématique, R la variable d'écrouissage isotrope et $\overline{\underline{\underline{\epsilon}}}_{vp}$ la déformation plastique cumulée. A est un coefficient interne de frottement définissant la pente du Drucker-Prager. La loi d'écoulement non associée prend la forme suivante, avec β définissant le plan normal à la direction d'écoulement :

$$g = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D) : (\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D)} + \beta(\underline{\underline{\sigma}}^V - \underline{\underline{X}}^V) - R(\overline{\underline{\underline{\epsilon}}}_{vp}, \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_{vp}) \quad (I.48)$$

De cette formulation découle l'expression des taux de déformation volumique et déviatorique :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{vp} = \lambda \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_{vp}^V = \frac{1}{3} \lambda \beta \\ \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{vp}^D = \frac{3}{2} \lambda \frac{(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D)}{\sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D) : (\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D)}} \end{cases} \quad (I.49)$$

avec λ le multiplicateur plastique défini par rapport au critère de plasticité :

$$\lambda = a \left(\frac{f}{R} \right)_+^n \quad (I.50)$$

où a et n deux paramètres matériau.

La proportion d'écrouissage isotrope par rapport à l'écrouissage cinématique est déterminée par une constante ξ définie telle que $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{vp}^{iso} = \xi \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{vp}$ et $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{vp}^{cin} = (1-\xi) \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{vp}$. Les lois d'écrouissage sont définies sur un incrément :

$$\begin{cases} \Delta R = H_{iso} \xi \Delta \overline{\underline{\underline{\epsilon}}}_{pl} + H'_{iso} \xi \Delta \overline{\underline{\underline{\epsilon}}}_{pl} \\ \Delta \underline{\underline{X}} = H_{cin} (1-\xi) \Delta \underline{\underline{\epsilon}}_{pl} + H'_{cin} (1-\xi) \Delta \underline{\underline{\epsilon}}_{pl} \end{cases} \quad (I.51)$$

où H_{iso} , H'_{iso} , H_{cin} , H'_{cin} sont des variables dépendant des coefficients A et ξ et des dérivées partielles première et seconde de la contrainte par rapport à la déformation plastique à un instant donné.

Le modèle d'endommagement isotrope est succinctement décrit [26]. La déformation due à l'endommagement $\underline{\underline{\varepsilon}}_d$ est décomposée en parties volumique et déviatorique :

$$\begin{cases} \widehat{K} \varepsilon_d^v = \phi_1 d(\overline{\varepsilon}_{pl}) \sigma^v \\ 2\widehat{G} \underline{\underline{\varepsilon}}_d^D = \phi_2 d(\overline{\varepsilon}_{pl}) \underline{\underline{\dot{\sigma}}}^D \end{cases} \quad (I.52)$$

La variable d'endommagement d dépend exclusivement de la déformation plastique cumulée. Les paramètres ϕ_1 et ϕ_2 contrôlent l'effectivité de l'endommagement entre les composantes volumique et déviatorique. \widehat{K} et \widehat{G} sont des coefficients élastiques de compressibilité et de cisaillement reliant la contrainte à la déformation endommagée. Aucun détail n'est donné sur l'expression de ces constantes et de la fonction d .

En appliquant l'additivité des taux de déformations aux équations (I.46), (I.49) et (I.52) on obtient :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}^v = \left(K + \frac{\widehat{K}}{\phi_1 d} \right) \dot{\varepsilon}_{tot}^v - \sum_{b=1}^N \frac{\sigma_b^v}{\tau_b} - \frac{K}{3} \lambda \beta - \frac{\dot{d}}{d} \sigma^v \\ \underline{\underline{\dot{\sigma}}}^D = \left(2G + \frac{2\widehat{G}}{\phi_2 d} \right) \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{tot}^D - \sum_{b=1}^N \frac{\sigma_b^D}{\tau_b} - 3G \lambda \frac{(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D)}{\sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D) : (\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}^D)}} - \frac{\dot{d}}{d} \underline{\underline{\sigma}}^D \end{cases} \quad (I.53)$$

Le modèle est paramétré à partir des résultats expérimentaux obtenus sur le PBX-9501 en compression uniaxiale [27]. L'auteur souligne que le recalage de la pente A du critère de plasticité est de mauvaise qualité (dispersion des données expérimentales) et que faute de mesures expérimentales des déformations transversales, la calibration du paramètre β n'est pas possible. Il pose alors $\beta=A$ qui implique un écoulement associé. Le recalage de la plasticité est donc remis en question. Or l'endommagement étant déterminé à partir de la déformation plastique cumulée, le recalage de l'endommagement n'est également pas satisfaisant. Après comparaison du modèle avec les essais cyclés, l'auteur déclare (sans présenter de courbe) que le résultat n'est pas probant, le modèle ne correspondant pas aux courbes expérimentales [27]. Une comparaison du modèle en compression monotone à $7,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec deux essais monotones réalisés à 10^{-5} s^{-1} et 10^{-4} s^{-1} est donnée (Figure I-33). Pour l'auteur, le résultat est encourageant car les courbes expérimentales encadrent la courbe simulée.

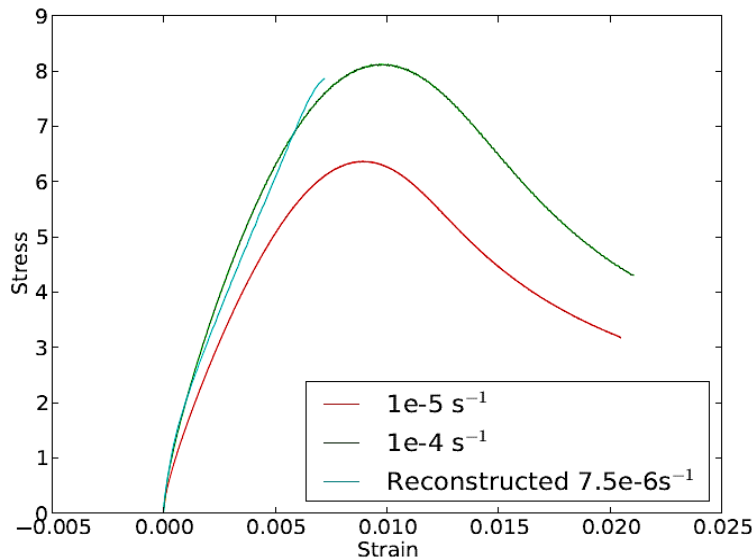


Figure I-33. Courbes contrainte – déformation longitudinale de deux essais de compression simple réalisés sur le PBX-9501 comparées à la réponse du modèle VE-VP à $7,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (la légende indique $7,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ dans [26] mais le texte indique qu'il s'agit bien de $7,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ afin de se situer entre les deux vitesses expérimentales). D'après Buechler [26]. L'unité des axes n'est pas précisée, mais on peut supposer que la contrainte est donnée en MPa et la déformation en valeur absolue.

4.6. Modèle élastique viscoplastique (E-VP)

Zubelevicz *et al.* [147] ont proposé un modèle couplant une double loi viscoplastique à un modèle d'élasticité avec endommagement isotrope. Le tenseur du taux de déformation totale compte trois composantes :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{tot} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{el} + \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp1} + \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp2} \quad (I.54)$$

L'endommagement affecte la matrice de raideur de la composante élastique. La plasticité est scindée en deux parties. La première, notée $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp1}$, décrit l'effet de la dilatation et du cisaillement des grains à l'échelle macroscopique. La seconde, notée $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp2}$, est purement déviatorique et décrit le cisaillement du liant.

$$\begin{cases} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp1}^V = \lambda_1 \beta \\ \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp1}^D = \lambda_1 \frac{\underline{\underline{\sigma}}^D}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D}} \end{cases} \quad (I.55)$$

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp2} = \lambda_2 \frac{\underline{\underline{\sigma}}^D}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D}} \quad (I.56)$$

Les multiplicateurs plastiques associés, λ_1 et λ_2 , portent la non-linéarité du modèle :

$$\lambda_1 = f_1(T) \left(\sqrt{\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{tot} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{tot}} \right)^{n_1} \left(\frac{3}{2} \beta \sigma^V + \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D} \right) \quad (I.57)$$

$$\lambda_2 = f_2(T) \left(\sqrt{\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{tot} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{tot}} \right)^{n_2} \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D} \quad (I.58)$$

avec β un paramètre pondérant la dilatance et n_1 et n_2 deux coefficients assurant la viscoplasticité du modèle. Les fonctions $f_1(T)$ et $f_2(T)$ traduisent l'influence de la température. Aucun critère de plasticité n'est défini, la transition élastoplastique est dictée par les exposants n_1 et n_2 .

Les déformations élastiques sont liées à la contrainte par une matrice de raideur affectée de l'endommagement :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \left(\left(K - \frac{2}{3} G \right) (\underline{\underline{1}} - \underline{\underline{D}}) \otimes (\underline{\underline{1}} - \underline{\underline{D}}) + 2G (\underline{\underline{1}} - \underline{\underline{D}}) \overline{\otimes} (\underline{\underline{1}} - \underline{\underline{D}}) \right) : \left(\underline{\underline{\varepsilon}}_{tot} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp1} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp2} \right) \quad (I.59)$$

avec $\underline{\underline{D}}$ le tenseur d'endommagement, définie par :

$$\underline{\underline{D}} = d_c (a_{0c} \underline{\underline{1}} + a_{1c} \underline{\underline{\sigma}}^D + a_{2c} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D) + d_t (a_{0t} \underline{\underline{1}} + a_{1t} \underline{\underline{\sigma}}^D + a_{2t} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D) \quad (I.60)$$

L'endommagement fragile d_t dépend du produit doublement contracté de la déformation plastique sur la partie « t » du tenseur $\underline{\underline{D}}$, tandis que l'endommagement ductile d_c dépend d'une déformation plastique équivalente reliée à la pression. Les paramètres a_{0t} , a_{1t} , a_{2t} (respectivement indicées c) sont des fonctions de l'angle de Lode et peuvent être assimilés à des fonctions d'effectivité de l'endommagement en fonction de la direction de sollicitation. L'opérateur $\underline{\underline{D}}$ dépend de la contrainte, il est non sphérique. Les tenseurs $(\underline{\underline{1}} - \underline{\underline{D}}) \otimes (\underline{\underline{1}} - \underline{\underline{D}})$ et $(\underline{\underline{1}} - \underline{\underline{D}}) \overline{\otimes} (\underline{\underline{1}} - \underline{\underline{D}})$ ne sont pas des compositions des tenseurs $\underline{\underline{I}}^V$ et $\underline{\underline{I}}^D$. L'endommagement est donc anisotrope.

Le modèle a été recalé sur les courbes contrainte-déformations longitudinales d'essais de compression et de traction monotones réalisés sur du PBX-9502 à -52°C à 10^{-4} et 10^{-5} s⁻¹ et à cinq

températures différentes entre -52°C et 74°C à 10^{-3} s^{-1} . On ne sait pas comment a été déterminé le coefficient de Poisson. Les comparaisons du modèle avec les données expérimentales montrent que le recalage est correct (voir la **Figure I-24** page 41).

4.7. Formulation microplan (VDT-P)

Reprenant les essais de chargement cyclé réalisés sur M1 [63][81], Benelfellah *et al.* [13][14][15][105] se sont intéressés à l'anisotropie induite du matériau. Comme discuté au paragraphe 3.1 de ce chapitre, l'analyse des essais a mis en évidence une dégradation plus rapide du module transversal que du module longitudinal quel que soit le type d'essai, conduisant à une anisotropie du matériau. De plus, les essais de chargement alternés ont montré que le matériau développe un effet unilatéral.

Le modèle proposé par Benelfellah *et al.* [13][15][105] associe un endommagement anisotrope au modèle de plasticité proposé par Le *et al.* [81], avec $\underline{\underline{C}}^d$ le tenseur de raideur endommagé :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^d : \left(\underline{\underline{\varepsilon}}_{tot} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{pl} \right) \quad (\text{I.61})$$

Afin de décrire l'anisotropie du tenseur de raideur endommagé, après avoir comparé plusieurs modèles [14], Benelfellah a choisi un modèle dit « microplan » permettant une grande liberté dans la description de l'anisotropie. C'est notamment le seul modèle autorisant un rapport des modules longitudinal et transversal pouvant dépasser 0,5. Chaque microplan est défini par sa normale \underline{n} et le tenseur des déformations élastiques est découpé en trois composantes, volumique, déviatorique et tangentielle :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{el} = \varepsilon_{el}^V \underline{\underline{V}} + \varepsilon_{el}^D \underline{\underline{D}} + \underline{\underline{\varepsilon}}_{el}^T \cdot \underline{\underline{T}} \quad (\text{I.62})$$

avec $\underline{\underline{V}}$, $\underline{\underline{D}}$ et $\underline{\underline{T}}$ les tenseurs de projection sur le microplan, exprimés en fonction des tenseurs unité d'ordre 2 et 4 et du vecteur normal \underline{n} :

$$\underline{\underline{V}} = \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \quad ; \quad \underline{\underline{D}} = \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}} - \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \quad ; \quad \underline{\underline{T}} = \underline{\underline{n}} \cdot \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}} \quad (\text{I.63})$$

Dans ce modèle, on appelle microplan un plan de l'espace défini par sa normale \underline{n} . Ce type de modèle, phénoménologique, ne doit pas être pris pour un modèle micromécanique. Aucun changement d'échelle n'est effectué.

L'énergie libre globale est définie comme l'intégrale des énergies libres définies de chaque microplan :

$$\psi^{mac} = \frac{3}{4\pi} \int_{\Omega} \psi^{mic} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}_{el} \cdot \underline{\underline{n}}, V_k \right) d\Omega \quad (\text{I.64})$$

où V_k représente les variables d'état mises en jeu. Afin de modéliser l'endommagement anisotrope et son effectivité, l'énergie libre du microplan est postulée telle que :

$$\psi^{mic} = \frac{1}{2} k_V (1 - a_V d_V) \varepsilon_{el}^V{}^2 + \frac{1}{2} \mu_D (1 - a_D d_D) \varepsilon_{el}^D{}^2 + \frac{1}{2} \mu_T (1 - d_T) \underline{\underline{\varepsilon}}_{el}^T \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}_{el}^T \quad (\text{I.65})$$

avec d_V , d_D et d_T les variables d'endommagement, a_V et a_D les fonctions d'effectivité, k_V , μ_D et μ_T des constantes d'élasticité définies à partir du module de compressibilité K et du module de cisaillement G . L'endommagement est défini tel que :

$$d_{i=V,D,T} = \max\left(d_i^0, \max_t(d_i), 1 - \exp(-\rho(a_1 Y_i)^{a_2})\right) \quad (I.66)$$

$$\rho = 1 + \left(a_3 H(-\varepsilon_{el}^V) + a_4 H(\varepsilon_{el}^V)\right) k_V (\varepsilon_{el}^V - \varepsilon_{el}^{V0 H10})_+ \quad (I.67)$$

où les termes a_k sont des paramètres. Grâce au terme $\max_t(d_i)$ qui traduit la valeur maximale de l'endommagement sur son histoire, l'endommagement ne peut pas décroître. Les d_i^0 correspondent à la porosité du matériau vierge, ils sont appelés prédommages. La dépendance de l'endommagement à la pression de confinement est marquée par la variable ρ où $\varepsilon_{el}^{V0 H10}$ est la déformation volumique résultant d'une compression hydrostatique de 10 MPa. La variable Y_i est duale à l'endommagement d_i :

$$Y_{i=V,D,T} = -\frac{\partial \Psi^{mic}}{\partial d_i} \quad (I.68)$$

Les fonctions d'effectivité de l'équation (I.65) sont définies à partir de la fonction Heaviside afin que leurs dérivées partielles respectives soient continues même en zéro pour satisfaire les principes thermodynamiques :

$$\begin{cases} a_V = H(\varepsilon_{el}^V) \\ a_D(\underline{n}) = H(\varepsilon_{el}^D(\underline{n})) + a_5 H(-\varepsilon_{el}^D(\underline{n})) \end{cases} \quad (I.69)$$

avec a_5 un paramètre.

L'endommagement volumique d_V dépend de la déformation volumique ε_{el}^V et de l'effectivité volumique a_V . Ces trois variables volumiques sont indépendantes des plans. Les endommagements déviatoriques d_D et tangentiels d_T dépendent du plan considéré. d_D dépend de la déformation déviatorique $\varepsilon_{el}^D(\underline{n})$ et de l'effectivité déviatorique a_D tandis que d_T dépend de la déformation tangentielle $\varepsilon_{el}^T(\underline{n})$. L'endommagement est donc piloté par la déformation et la pression.

La matrice de raideur endommagée correspond à la dérivée seconde de l'énergie libre (équation (I.64)) par rapport à la déformation. En discrétisant l'intégrale sur l'espace, il vient :

$$\underline{\underline{C}}_d = 3k_V(1-a_V d_V) \underline{\underline{V}} \otimes \underline{\underline{V}} + \sum_{\text{hémisphère}} 6\omega(\underline{n}) \left(\mu_D (1-a_D(\underline{n})d_D(\underline{n})) \underline{\underline{D}}(\underline{n}) \otimes \underline{\underline{D}}(\underline{n}) + \mu_T (1-d_T(\underline{n})) \underline{\underline{T}}(\underline{n}) \cdot \underline{\underline{T}}(\underline{n}) \right) \quad (I.70)$$

où $\omega(\underline{n})$ est un facteur de pondération angulaire.

Le tenseur de contrainte globale défini à l'équation (I.61) peut être découpé en composantes volumiques et déviatoriques, comme nous l'avons fait pour les précédents modèles étudiés :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}^V = 3k_V \left((1-a_V d_V) \dot{\varepsilon}_{el}^V - a_V \dot{d}_V \varepsilon_{el}^V \right) \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{\dot{\sigma}}}^D = \sum_{\text{hémisphère}} 6\omega(\underline{n}) \left(\mu_D \left(1-a_D(\underline{n})d_D(\underline{n}) \dot{\varepsilon}_{el}^D(\underline{n}) - a_D(\underline{n})\dot{d}_D(\underline{n})\varepsilon_{el}^D(\underline{n}) \right) \underline{\underline{D}}(\underline{n}) \right. \\ \left. + \mu_T \left(1-d_T(\underline{n})\dot{\varepsilon}_{el}^T(\underline{n}) - \dot{d}_T(\underline{n})\varepsilon_{el}^T(\underline{n}) \right) \cdot \underline{\underline{T}}(\underline{n}) \right) \end{cases} \quad (I.71)$$

On rappelle qu'il a été expérimentalement démontré que le module d'élasticité du matériau est croissant entre 0 et 10 MPa de confinement et constant au-delà. Les auteurs en déduisent que les porosités présentent initialement dans le matériau (appelées prédommages) sont complètement refermées sous 10 MPa de pression hydrostatique. Le module de Young du matériau sain correspond donc au module élastique mesuré sous 10 MPa de confinement. Le module k_V est exprimé à partir du module de compressibilité sous ce confinement (exposant $H10$) : $k_V = 3K^{H10}$. Il devrait en être de même pour les μ_D et μ_T mais la dépendance de l'effectivité déviatorique à la déformation déviatorique seule impose que le module de cisaillement ne dépende pas du confinement. Les auteurs posent donc $\mu^{H10} = \mu^{H0}$ (exposant $H0$ pour hydrostatique 0 MPa) et $\mu_D = \mu_T = 2\mu^{H0}$.

La valeur du prédommage volumique est estimée à partir de la comparaison des essais sans confinement et sous 10 MPa : $d_V^0 = \frac{K^{H10} - K^{H0}}{K^{H10}}$. Par manque de données, les prédommages d_D^0 et d_T^0 sont

considérés nuls. Les coefficients a_1 et a_2 sont recalés sur l'essai de compression triaxiale H10 ; a_3 est recalé sur l'essai de compression simple et a_4 sur l'essai de traction simple ; enfin a_5 est calibré par rapport aux essais cyclés.

Ce modèle est comparé aux points correspondant à la fin de la relaxation et à la fin de la recouvrance, en déformation totale, des essais cyclés [13] (Figure I-34 et Figure I-35). La viscosité (phases de relaxation et de recouvrance) est donc retranchée des données expérimentales. Il y a un bon accord pour les essais de traction simple, compression simple et compression triaxiale sous 10 MPa de confinement. En revanche, le modèle ne rend pas bien compte de l'essai de compression triaxiale sous 5 MPa de confinement, les contraintes étant surévaluées. Il faut noter qu'il s'agit du seul essai n'ayant pas servi au calibrage du modèle. L'évolution des déformations élastiques transversales semble bien reproduite. L'auteur déclare un accord satisfaisant entre son modèle et les données expérimentales, en avouant toutefois qu'une meilleure optimisation des paramètres serait souhaitable. En conclusion de son manuscrit, Benelfellah [13] déclare qu'il serait préférable de décrire le développement des déformations irréversibles par un modèle de frottement des lèvres des fissures et encourage à poursuivre des travaux dans cette voie.

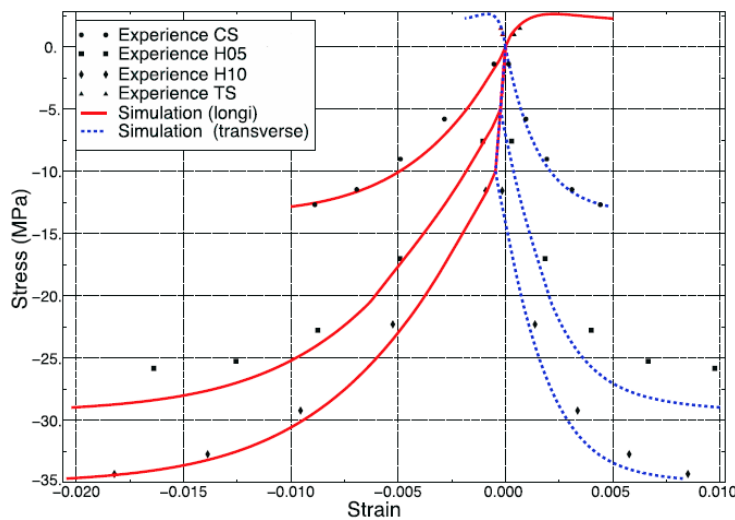


Figure I-34. Données expérimentales correspondant aux points de fin de relaxation des essais cyclés en compression (CS), en traction (TS), et en compression sous un confinement de 5 MPa (H05) et 10 MPa (H10) comparées à la réponse monotone du modèle VDT-P. D'après Benelfellah *et al.* [16].

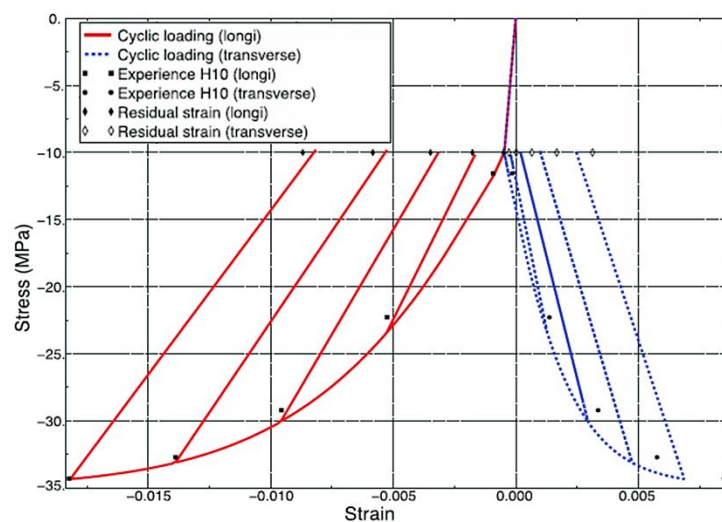


Figure I-35. Données expérimentales correspondant aux points de fin de relaxation et de fin de recouvrance de l'essai de compression sous 10 MPa de confinement (H10) comparées à la réponse cyclée du modèle VDT-P. D'après Benelfellah *et al.* [16].

Récemment, Chatti *et al.* [35] ont intégré une composante viscoélastique au modèle d'endommagement de Benelfellah. Ils ont pour cela projeté un modèle de Maxwell généralisé sur les directions V , D , T de chaque microplan. L'endommagement d_V (respectivement d_D et d_T) affecte ainsi le ressort de module k_{Vb} (respectivement μ_{Db} et μ_{Tb}) de la branche b . Les modules viscoélastiques

longitudinaux E_b sont déterminés à partir d'un essai DMA (la même campagne que Le [81]). Le coefficient de Poisson du matériau étant connu, les auteurs en déduisent les coefficients K_b et G_b qui servent à déterminer k_{vb} , μ_{Db} et μ_{Tb} . L'indice 0 correspond à la branche purement élastique. Le modèle s'écrit :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{C}}_0^d : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{tot} + \sum_{n=1}^N \left(\underline{\underline{C}}_n^d : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{tot} - \frac{\underline{\underline{\sigma}}_n}{T_b} \right) \quad (I.72)$$

Les auteurs comparent leur modèle aux essais de chargement cyclé en compression et en traction sur M1, en déformation totale. La comparaison avec l'essai de compression uniaxiale est reprise **Figure I-36**. Ce modèle ne permettant pas de décrire les irréversibilités, les déformations résiduelles de la simulation en fin de recouvrance correspondent à un phénomène visqueux non terminé. Les décharges simulées sont pratiquement linéaires et très éloignées des décharges expérimentales. Enfin, l'évolution des déformations transversales, dictée par l'endommagement anisotrope induit, est mal reproduite (leur évolution va d'abord trop vite, puis trop lentement). Après comparaison à des compressions monotones réalisées à trois vitesses différentes, il s'avère que le modèle surestime l'influence de la vitesse de déformation. Recalé à $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, le modèle surestime de 10% la contrainte maximale à $8,3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et la sous-estime de 10% à $4,4 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Ces comparaisons soulignent deux autres points : 1) le modèle est très raide en compression par rapport au comportement expérimental ; 2) les déformations transversales à contrainte maximale sont sous-estimées de 30%, l'anisotropie induite est donc relativement mal décrite.

On notera que le modèle présenté par Chatti [35] n'est pas complet. L'auteur a développé un modèle plus abouti dans son manuscrit de thèse se rapportant à un matériau granulaire inerte [34].

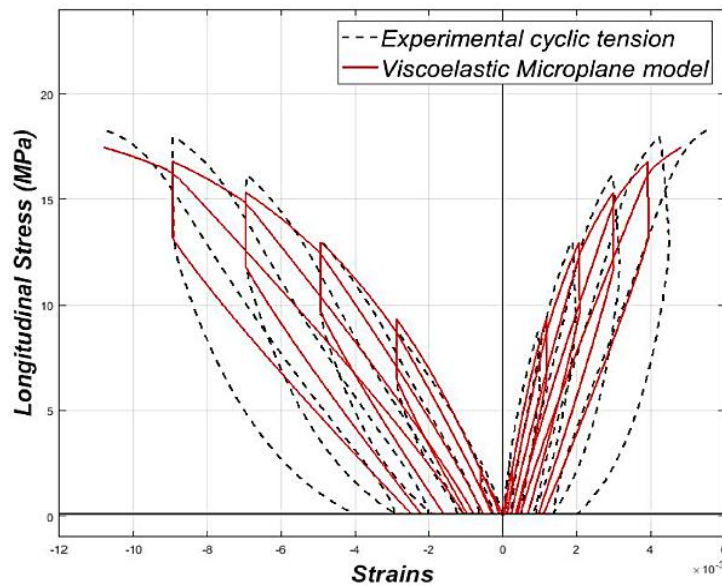


Figure I-36. Courbe contrainte-déformations d'un essai de compression cyclée réalisé sur M1 (pointillés) comparé à la réponse du modèle (en rouge). D'après Chatti et al. [35].

4.8. Comparaison des modèles

Les modèles de Dienes [50] (SCRAM), Bennett [17] (ViscoSCRAM, noté VS), Liu [91] (ViscoSCRAM viscoplastique, noté VS-VP), Le [80][81] (viscoélastique plastique, noté VE-P), Buechler [25] (viscoélastique viscoplastique, noté VE-VP), Zubelevicz [147] (élastique viscoplastique, noté E-VP) et de Benelfellah [13][105] (microplans avec plasticité, noté VDT-P) sont comparés dans le **Tableau I-3**. Le tableau rappelle sur quel matériau chaque modèle a été recalé. Les croix désignent les mécanismes contenus dans le modèle. Elles sont vertes lorsque les auteurs justifient leur choix par une analyse expérimentale du comportement du matériau. Dans le cas contraire, elles sont noires. On notera en exergue que les essais DMA démontrant la viscoélasticité

de M1 et des PBX-9501 et 9502 ont été réalisés en traction/compression, ce qui implique que seule la viscoélasticité de la direction longitudinale a été démontrée. Expérimentalement, les essais DMA en cisaillement sont extrêmement difficiles à réaliser. Les auteurs postulent donc, à leur convenance, le découpage volumique/déviatorique de la viscoélasticité (cases avec un astérisque dans le **Tableau I-3**).

Si tous les modèles sont recalés sur des données expérimentales, il ne s'agit que de courbes longitudinales de compression monotone uniaxiale pour les modèles SCRAM de Dienes [50], VS de Bennett [17] et E-VP de Zubelewicz [147]. De plus, aucune discussion basée sur des données expérimentales ne vient justifier les choix de modélisation de Dienes [50], Bennett [17], de Liu [91] et Zubelewicz [147]. On peut souligner les efforts faits par Buechler (modèle VE-VP) pour extraire un maximum d'informations d'un essai de compression cyclée réalisé sur le PBX-9501 [25][27]. Mais ses données ne comportant qu'une mesure longitudinale des déformations, il n'est pas capable de discuter du comportement volumique/déviatorique ou de l'anisotropie du matériau.

Les modèles VE-P de Le [80][81] et VDT-P de Benelfellah [13][105] sont quant à eux identifiés sur le matériau M1 du CEA qui a été largement caractérisé. Les mécanismes modélisés sont dûment justifiés par des observations expérimentales. Les travaux de Le ont poussé Benelfellah à développer un modèle d'endommagement anisotrope. Chatti [35] a ensuite cherché à combiner ces deux modèles (viscoélasticité et endommagement anisotrope).

Si l'analyse bibliographique montre que l'équivalence temps-température est généralement postulée dans les modèles viscoélastiques, on ne trouve pas de réelle démonstration où une modélisation complète serait finement comparée à une série d'essais (courbes temporelles d'essais de fluage ou de relaxation). Williamson *et al.* [138] comparent une équivalence temps-température obtenue par compilation de plusieurs données expérimentales de la littérature, aux contraintes maximales subies par l'EDC-37 en compression. Thompson *et al.* [128] établissent l'équivalence temps-température à partir d'essais DMA sur les PBX-9501 et 9502 et étudient sa validité en la comparant aux contraintes et déformations maximales, ainsi qu'au module sécant calculé à 24% de la contrainte maximale. De notre point de vue, valider une équivalence temps-température définie à faible niveau de contrainte sur des données à rupture est douteux puisque des phénomènes non-élastiques tels que la plasticité ou l'endommagement sont mis en jeu avant la rupture.

Finalement, le **Tableau I-3** met en lumière la diversité des modèles proposés pour les explosifs pressés (caractère visqueux, endommagement, écrouissage, influence de la pression...), cette diversité étant très probablement le fruit du manque de données expérimentales. L'écriture en formulation volumique/déviatorique nous permet de comparer directement les modèles ViscoSCRAM (équation (I.26)), ViscoSCRAM viscoplastique (équation (I.30)), viscoélastique plastique (équation (I.43)) et viscoélastique viscoplastique (équation (I.53)). Les données sont regroupées dans le **Tableau I-4**. Les termes surlignés en jaunes correspondent à l'élasticité endommageable, ceux en gris clairs, à la viscoélasticité, ceux en noirs, à la vitesse d'endommagement et ceux non surlignés, à la plasticité. Cette analyse comparative met en évidence une construction relativement similaire de ces quatre modèles.

Sur la partie volumique, les modèles VS et VS-VP sont identiques, on n'y retrouve que la composante élastique linéaire. Les deux autres modèles (VE-VP et VE-P) comportent une composante viscoélastique. Dans le modèle VE-P, l'endommagement affecte les termes élastiques d'un facteur $(1-d)$, et d'un facteur $\left(1 + \frac{1}{\phi_1 d(\varepsilon_p) K}\right)$ dans le modèle VE-VP. Un terme de vitesse d'endommagement est lié à une contrainte volumique pour VE-P et VE-VP. L'écoulement plastique est relativement semblable pour ces deux modèles, à l'exception du terme d'endommagement apparaissant dans VE-P.

Sur la partie déviatorique, le module élastique de cisaillement est affecté d'un facteur d'endommagement dans tous les modèles : $1/\left(1+\left(\frac{c}{c_0}\right)^3\right)$ dans les modèles VS et VS-VP ; $(1-d)$ dans le modèle VE-P et $\left(1+\frac{1}{\phi_2 d(\bar{\epsilon}_p)} \frac{\hat{G}}{G}\right)$ dans le modèle VE-VP. Le terme d'endommagement des modèles VS et VS-VP affecte également les autres composantes de ces modèles. Le terme de viscoélasticité $\sum_{b=1}^N \frac{\sigma_b^D}{\tau_b}$ est présent dans tous les modèles, sans être affecté du facteur d'endommagement dans les modèles VE-P et VE-VP. Les quatre modèles comportent un terme de vitesse d'endommagement (en \dot{c} ou \dot{d}) lié à la contrainte déviatorique. Rappelons que, bien qu'apparemment identiques, les termes en \dot{c} des modèles VS et VS-VP comportent une différence essentielle : le modèle VS-VP ajoute une dépendance à la pression par rapport au modèle VS original. On constate également que l'endommagement affecte la plasticité des modèles VS-VP et VE-P tandis que, comme sur la composante volumique, la viscoplasticité du modèle VE-VP est indépendante du dommage.

			SCRAM	VS	VS-VP	VE-P	VE-VP	E-VP	VDT-P		
Matériau	PBX-9501 (à base de HMX)		✓	✓							
	PBX-9502 (à base de TATB)				✓			✓			
	M1 (à base de HMX)					✓			✓		
	M2 (à base de TATB)				✓						
Contenu du modèle	Élasticité	Volumique	Linéaire	✓	✓	✓			✓	✓	
			Viscoélastique				✓*	✓*			
		Déviatorique	Linéaire	✓						✓	✓
			Viscoélastique		✓	✓*	✓*	✓*			
	Plasticité	Seuil	Volumique				✓	✓		✓	
			Déviatorique	✓			✓	✓		✓	
			Sans seuil			✓			✓		
		Écoulement	Volumique				✓	✓	✓	✓	
			Déviatorique	✓		✓	✓	✓	✓	✓	
			Viscoplastique			✓	✓	✓	✓	✓	
		Écrouissage	Isotrope			✓	✓	✓		✓	
			Cinématique	✓				✓			
	Endommagement	Isotrope			✓	✓	✓	✓			
		Anisotrope		✓					✓	✓	
		Dépendant du confinement		✓		✓	✓		✓	✓	
	Influence de la température						✓		✓		
Critère de rupture découplé						✓			✓		

Tableau I-3. Récapitulation des mécanismes de déformations pris en compte par chacun des modèles macroscopiques étudiés. Les croix vertes correspondent aux points qui ont été justifiés sur la base de données expérimentales réalisées en quasistatique à l'échelle macroscopique de l'éprouvette. Le matériau sur lequel le modèle est recalé en quasistatique est également précisé.

* Seule la viscoélasticité de la direction longitudinale en traction/compression a été démontrée par les auteurs.

PARTIE VOLUMIQUE	
VS	$\dot{\sigma}^V = K \dot{\varepsilon}_{tot}^V$
VS-VP	$\dot{\sigma}^V = K \dot{\varepsilon}_{tot}^V$
VE-P	$\dot{\sigma}^V = K(1-d) \dot{\varepsilon}_{tot}^V - \sum_{b=1}^N \frac{\sigma_b^V}{T_b} - \dot{d} \left(\frac{\sigma^V}{1-d} + K_0(\varepsilon_{tot}^V - \varepsilon_{pl}^V) \right) - \lambda \frac{K_0}{3}(1-d) \beta$
VE-VP	$\dot{\sigma}^V = K \left(1 + \frac{1}{\phi_1 d(\bar{\varepsilon}_{pl})} \frac{\hat{K}}{K} \right) \dot{\varepsilon}_{tot}^V - \sum_{b=1}^N \frac{\sigma_b^V}{T_b} - \frac{\dot{d}}{d} \sigma^V - \lambda \frac{K}{3} \beta$
PARTIE DEVIATORIQUE	
VS	$\dot{\underline{\underline{\sigma}}}^D = \frac{2G}{1 + \left(\frac{C}{C_0}\right)^3} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{tot}^D - \frac{1}{1 + \left(\frac{C}{C_0}\right)^3} \sum_{b=1}^N \frac{\underline{\underline{\sigma}}_b^D}{T_b} - \frac{3 \left(\frac{C}{C_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{C}{C_0}\right)^3} \frac{\dot{c}}{C_0} \underline{\underline{\sigma}}^D$
VS-VP	$\dot{\underline{\underline{\sigma}}}^D = \frac{2G}{1 + \left(\frac{C}{C_0}\right)^3} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{tot}^D - \frac{1}{1 + \left(\frac{C}{C_0}\right)^3} \sum_{b=1}^N \frac{\underline{\underline{\sigma}}_b^D}{T_b} - \frac{3 \left(\frac{C}{C_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{C}{C_0}\right)^3} \frac{\dot{c}}{C_0} \underline{\underline{\sigma}}^D - \lambda \frac{2G}{1 + \left(\frac{C}{C_0}\right)^3} \frac{\underline{\underline{\sigma}}^D}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D}}$
VE-P	$\dot{\underline{\underline{\sigma}}}^D = 2G(1-d) \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{tot}^D - \sum_{b=1}^N \frac{\underline{\underline{\sigma}}_b^D}{T_b} - \dot{d} \left(\frac{\underline{\underline{\sigma}}^D}{1-d} + 2G_0(\underline{\underline{\varepsilon}}_{tot}^D - \underline{\underline{\varepsilon}}_{pl}^D) \right) - \lambda 2\sqrt{2} G_0(1-d) \frac{\underline{\underline{\sigma}}_0^D}{\sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D}}$
VE-VP	$\dot{\underline{\underline{\sigma}}}^D = 2G \left(1 + \frac{1}{\phi_2 d(\bar{\varepsilon}_{pl})} \frac{\hat{G}}{G} \right) \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{tot}^D - \sum_{b=1}^N \frac{\underline{\underline{\sigma}}_b^D}{T_b} - \frac{\dot{d}}{d} \underline{\underline{\sigma}}^D - \lambda 3G \frac{(\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{\chi}}^D)}{\sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{\chi}}^D) : (\underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{\chi}}^D)}}$

Tableau I-4. Comparaison des composantes volumique et déviatorique des modules ViscoSCRAM (noté VS), ViscoSCRAM viscoplastique (noté VS-VP), viscoélastique plastique (noté VE-P) et viscoélastique viscoplastique (noté VE-VP).

Légende : **Élasticité endommageable**, **Viscoélasticité**, **Vitesse d'endommagement**, **Plasticité**.

5. Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons décrit le matériau d'étude M2, un explosif pressé à base de TATB. Les essais thermomécaniques réalisés avant le début de cette thèse ont été présentés. Ces données expérimentales ont déjà servi à établir une loi de comportement du matériau qui a été analysée. Nous avons montré que ce modèle n'est pas complètement satisfaisant, notamment par manque d'informations expérimentales. L'objectif principal de notre travail est donc de compléter la base d'essais et d'établir un nouveau modèle.

Un état de l'art de la caractérisation expérimentale quasistatique des explosifs pressés à base de TATB et de HMX a ensuite été exposé. Il s'est avéré qu'un seul explosif comprimé a été largement caractérisé dans la littérature ouverte. Il s'agit d'un matériau à base de HMX, appelé M1, étudié par le CEA et le laboratoire Gabriel LaMé. Les autres explosifs pressés tels que les PBX-9501 et 9502 ont fait l'objet de peu de caractérisations. La base de données sur les explosifs au HMX est toutefois plus fournie que sur ceux au TATB.

Enfin, les modèles de comportement des explosifs pressés proposés dans la littérature ont été détaillés. Nous avons pu constater que faute d'informations expérimentales, les auteurs émettent de nombreuses hypothèses ce qui induit d'importantes différences d'un modèle à l'autre. De plus, les données expérimentales manquant, ces modèles sont validés sur un domaine très limité. Seuls les deux modèles établis pour M1 se basent sur des faits expérimentaux et sont validés sur leur domaine d'emploi.

Face à la complexité des modèles envisageables pour la modélisation de M2, les essais présentés dans ce chapitre ne sont pas suffisants pour trancher les questions d'écoulement plastique ou d'endommagement. La base de données expérimentales demande à être complétée par des essais plus riches (chargements multiaxiaux, non proportionnels...). Une campagne expérimentale d'envergure a ainsi été engagée. Elle est présentée au chapitre II.

Chapitre II :

Caractérisation du matériau M2 et analyse des mécanismes de déformation

1. Introduction

Le premier chapitre de cette thèse a mis en évidence notre manque de connaissances du matériau M2. Une campagne expérimentale complémentaire est décrite dans ce chapitre. Elle s'appuie sur un état de l'art de la caractérisation thermomécanique quasistatique d'autres matériaux granulaires, les bétons et les géomatériaux. Cette étude bibliographique a largement inspiré notre protocole expérimental, lequel est présenté dans la seconde partie de ce chapitre. Une fois tous les essais présentés, l'ensemble des données expérimentales sur M2 est finement analysé afin d'établir les phénomènes qui devront être décrits dans le modèle final.

2. Comportement mécanique des matériaux granulaires

Les explosifs pressés sont des matériaux granulaires quasi-fragiles constitués d'une structure cristalline agglomérée par un liant. Leur microstructure est donc proche de celles d'autres matériaux granulaires tels que les bétons et les géomatériaux (roches, argiles, sables...). Pour preuve, on remarquera que les microstructures d'un béton (**Figure II-1**), d'un sable argileux (**Figure II-2**), d'un marbre (**Figure II-3**) ou d'un grès (**Figure II-4**) sont relativement proches de celles des matériaux M1 (**Figure I-14** page 36) ou M2 (**Figure I-1** page 20).

Les bétons et les géomatériaux étant très utilisés, ils sont davantage étudiés que les explosifs pressés. La littérature référence ainsi de nombreuses campagnes expérimentales sur ces matériaux granulaires, dont nous comptons nous inspirer. Notre étude bibliographique se limite aux matériaux initialement isotropes.

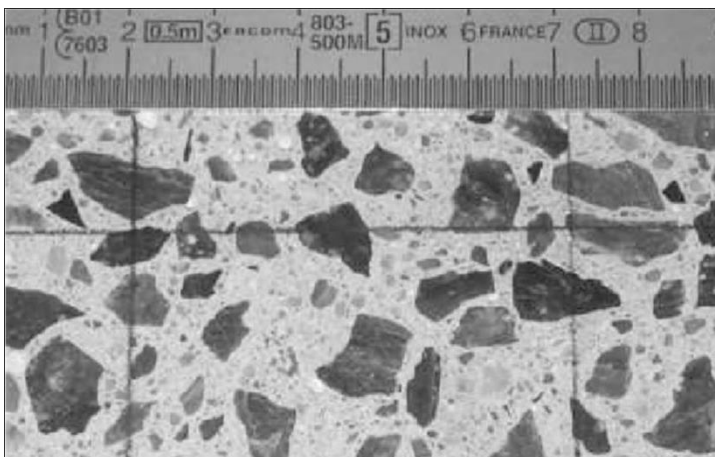


Figure II-1. Vue en coupe d'un béton, d'après Chekroun [36].



Figure II-2. Micrographie d'un sable argileux, d'après Sonon *et al.* [120].

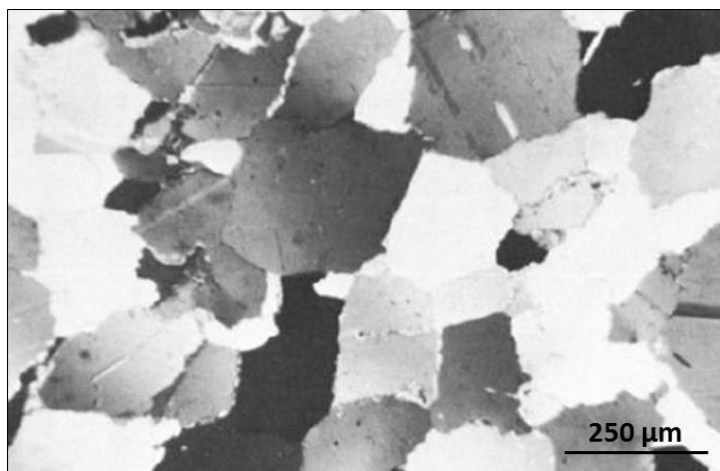


Figure II-3. Micrographie d'un marbre de Carrare, d'après Fredrich *et al.* [56].

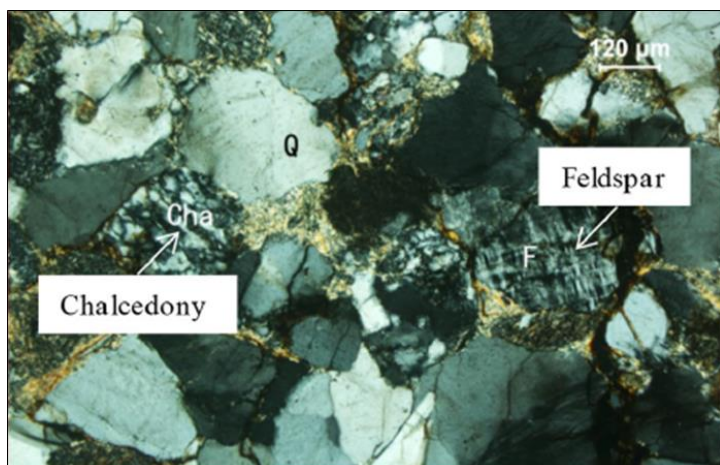


Figure II-4. Micrographie d'un grès cataclastique, d'après Zhang *et al.* [144].

2.1. Influence de la pression

Les campagnes expérimentales référencées dans la littérature sur les matériaux granulaires comprennent de très nombreux essais de compression uniaxiale avec ou sans confinement latéral. Pour ces essais, les déformations longitudinales et transversales à la direction de sollicitation sont généralement mesurées. À partir de ces mesures, de nombreux auteurs étudient le changement de volume de l'éprouvette en fonction de la contrainte équivalente de von Mises.

Les courbes de changement de volume en compression ont la même allure quel que soit le matériau d'étude. En début d'essai, une phase de compaction linéaire reflète le comportement

élastique du matériau avant que le changement de volume ne ralentisse jusqu'à s'annuler. Une phase de dilatance très rapide apparaît ensuite. Un exemple est donné **Figure II-7** (gauche).

Pour certains matériaux tels que le grès ou le granite, une non-linéarité du pied de courbe est observée. Ce phénomène est interprété comme la refermeture des porosités du matériau [53][71][93] mais il n'est pas observé pour tous les matériaux [19][20][43][62][65][67]. On notera que certains matériaux, à l'image des roches serpentinites, ont un comportement exclusivement compactant et quasi-linéaire [43][52].

De nombreux auteurs ont étudié l'influence du confinement. Il résulte de ces études que le confinement augmente la résistance du matériau. Les contraintes et déformations maximales sont plus élevées. Pour tous les matériaux étudiés, la dilatance débute pour une contrainte équivalente plus importante que dans le cas non confiné. Le domaine élastique linéaire est ainsi plus étendu sous confinement. En limitant notre analyse aux faibles pressions de confinement (jusqu'à quelques dizaines de MPa), nous avons constaté que certains matériaux ont un module élastique qui augmente avec le confinement (marbre étudié par Fredrich [56], granite étudié par Wawersik et Brace [134], béton étudié par Ramtani [111], grès étudié par Hu *et al.* [71]). Un exemple est donné **Figure II-5**, où l'on voit le module de Young d'un béton [111] augmenter entre 0 et 20 MPa puis rester constant. Ce phénomène est vraisemblablement lié à la refermeture des porosités sous confinement même si aucune phase non linéaire n'apparaît (elle a pu avoir lieu lors du chargement hydrostatique). Pour d'autres matériaux en revanche, le comportement élastique linéaire est indépendant du confinement (bétons étudiés par Green et Swanson [65], Van Mier [131][132] et Gotuwka [62], grès drainé étudié par Zhang *et al.* [144], calcaire poreux drainé étudié par Han *et al.* [67]). Un exemple est donné **Figure II-6**.

Green et Swanson [65] ont également montré que le comportement volumique d'un béton en traction est exclusivement dilatant, d'abord linéaire avec le même module de compressibilité qu'en compression puis non linéaire à l'approche de la rupture (**Figure II-7** gauche). L'évolution des déformations déviatoriques en fonction de la contrainte de von Mises est également présentée (**Figure II-7** droite), révélant le caractère non linéaire du comportement déviatorique.

Pecqueur *et al.* [101] a réalisé des essais de torsion avec et sans confinement. En torsion pure, la courbe couple-déformation de cisaillement est linéaire sauf à l'approche de la rupture. Le volume de l'éprouvette est constant jusqu'à un certain niveau de contrainte (environ 70% de la contrainte maximale), à partir duquel le matériau devient dilatant jusqu'à rupture. L'ajout d'un confinement induit une compaction de l'éprouvette en début d'essai et augmente sa résistance à la rupture.

Des essais de compression latérale d'éprouvette cylindrique sous confinement ont été réalisés par Luong sur un sable [92], et par Homand *et al.* sur un granite [70]. Il résulte de ces essais un état de contrainte apparenté à une traction confinée. Les courbes axiales [70] et volumiques [92] montrent que le matériau a le même comportement qu'en compression confinée (compactant puis dilatant), mais la phase d'expansion volumique et la rupture se produisent pour des contraintes équivalentes plus faibles. Comparée à un essai de traction uniaxiale, la rupture du matériau est retardée ce qui permet de voir se développer la phase non linéaire.

Luong [92] a appelé « état caractéristique » l'instant où le comportement devient dilatant. Selon lui, dans l'état subcaractéristique les contacts intergranulaires sont stables, tandis qu'ils sont instables dans l'état surcaractéristique facilitant les glissements et le désenchevêtrement des grains (frottement et endommagement) et/ou une déformation plastique des grains.

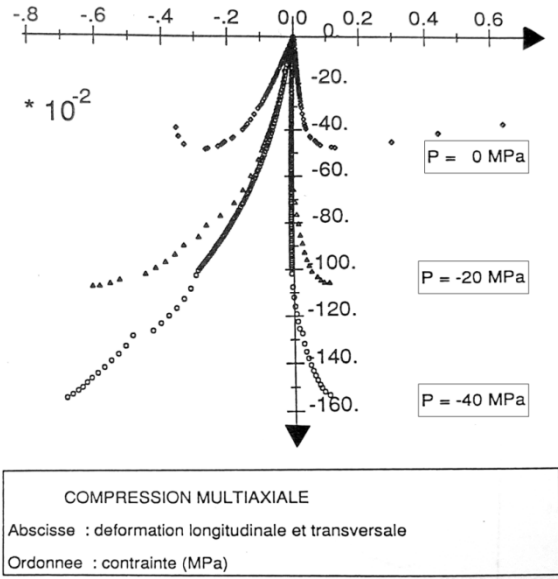


Figure II-5. Courbes de compression d'un béton sous différents confinements P , d'après Ramtani [111]. Le module initial augmente entre 0 et 20 MPa puis devient constant.

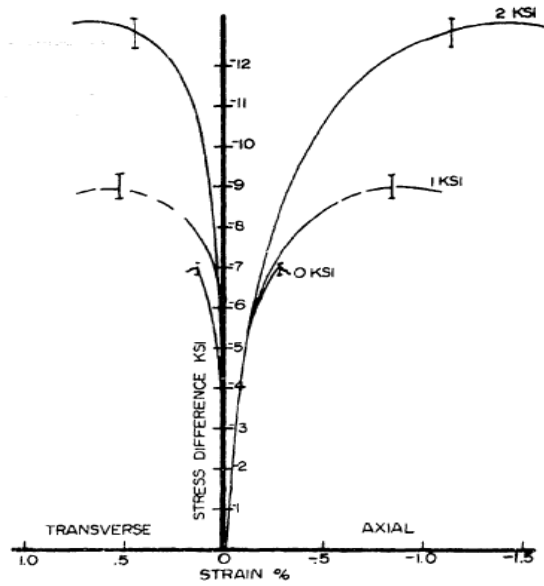


Figure II-6. Courbes de compression d'un béton sous 0, 6,9 et 13,8 MPa de confinement, d'après Green et Swanson [65]. Le module initial ne dépend pas du confinement.

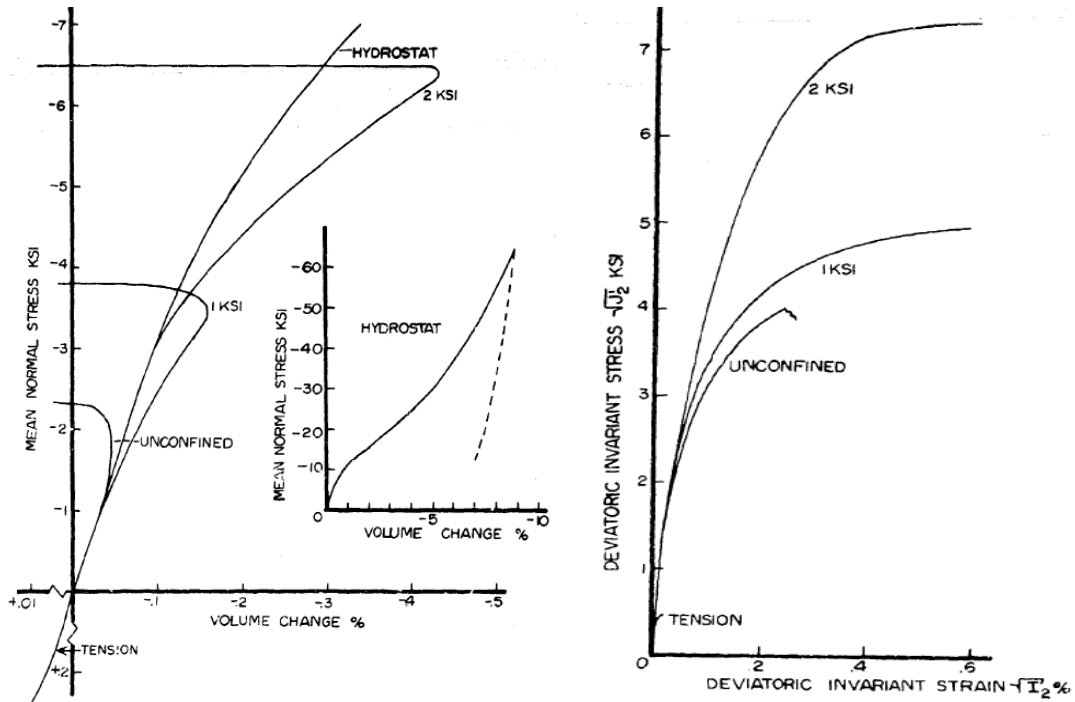


Figure II-7. Courbes de compression sous 0, 6,9 et 13,8 MPa de confinement et de traction d'un béton, partitionnées en composantes volumiques (à gauche) et déviatoriques (à droite), d'après Green et Swanson [65]. Le module initial ne dépend pas du confinement.

2.2. Endommagement

Les courbes de changement de volume des matériaux granulaires sont souvent analysées en termes d'endommagement [19][20][70][71][93][111][124]. Selon cette interprétation (Figure II-8), la non-linéarité des courbes volumiques traduit le développement de fissures au sein du matériau, entraînant progressivement une augmentation de volume. En fin d'essai, le niveau d'endommagement du matériau le rend instable, son volume augmente très rapidement jusqu'à l'apparition d'une macrofissure. Cette interprétation s'appuie sur des observations expérimentales réalisées à plusieurs échelles : micrographies d'échantillons après sollicitation, photoélasticité d'échantillons en sollicitation, mesures d'émissions acoustiques et d'ondes ultrasonores au cours du chargement, estimation de la dégradation des modules élastiques à l'échelle macroscopique.

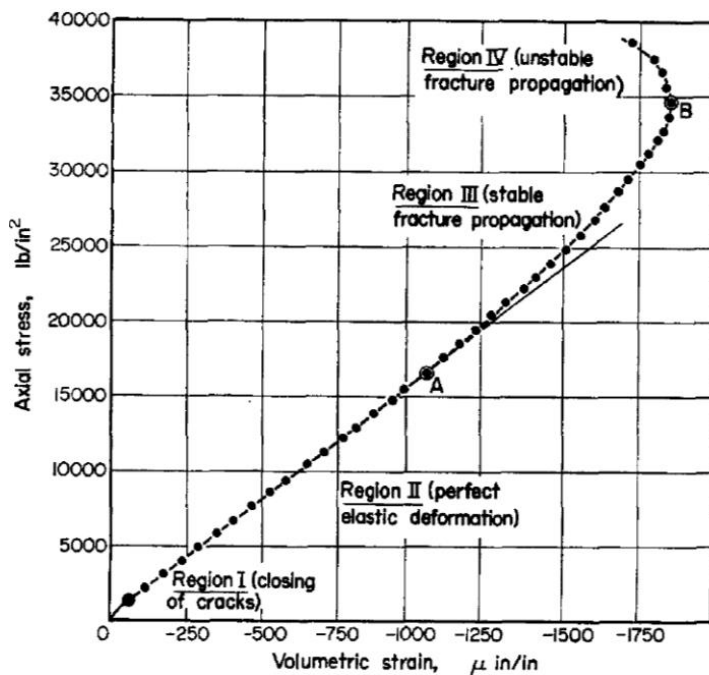


Figure II-8. Interprétation de l'origine du comportement volumétrique d'une roche quartzite en compression simple par Bieniawski [20]. Le point A correspond au début du comportement non linéaire. Le point B correspond à l'état caractéristique défini par Luong [92].

2.2.a. Observations à l'échelle du grain

Les observations au microscope après sollicitation mécanique et des mesures par photoélasticité d'échantillons ont mis en évidence le développement de réseaux de microfissures dont l'orientation est liée à la direction du chargement.

Plusieurs auteurs ont observé au microscope des éprouvettes d'un même matériau, préalablement sollicitées sous différents niveaux de chargement afin d'analyser le développement de la fissuration en fonction du niveau de chargement. Dhir et Sangha [47] ont analysé des éprouvettes de bétons en compression uniaxiale. Ils ont observé une densité plus importante de fissures de normale orthogonale au chargement, mais une étude similaire d'éprouvettes de grès donne des résultats opposés. Tapponier et Brace [124] ont étudié un granite sollicité en compression uniaxiale sous un confinement de 50 MPa. L'observation des échantillons au microscope révèle que l'endommagement, d'abord isotrope, s'accroît dans les directions orthogonales à la direction de sollicitation lorsque le comportement volumétrique du matériau devient non linéaire. La dilatance du matériau apparaît donc liée au développement d'un endommagement anisotrope. Chiarelli [38] a analysé des éprouvettes de roche argileuse. Elle a constaté que les microfissures se propagent par ouverture de joints de grains (fissuration intergranulaire) dont la normale est orthogonale à la direction de chargement. Une fissuration transgranulaire apparaît pour un confinement supérieur à 10 MPa (effondrement des grains sous l'effet d'un fort confinement local). Homand *et al.* [68] ont étudié la répartition des

fissures au sein d'éprouvettes de granite ayant subi une compression. Les résultats indiquent une fissuration plus importante dans la direction orthogonale à la direction de chargement. De plus, les auteurs constatent que l'endommagement du matériau est principalement le résultat de la création et de la coalescence de nouvelles fissures, les microfissures initialement présentes ne jouant qu'un rôle mineur. Ainsi, ces analyses de la fissuration des matériaux granulaires indiquent qu'un état local de traction conduit à une ouverture de fissure. À l'échelle macroscopique, cette orientation de la fissuration devrait a priori conduire à une dégradation anisotrope des propriétés élastiques.

D'autres études viennent compléter ces résultats. Oda *et al.* [99] ont étudié l'anisotropie induite des sols. Ils ont réalisé un essai de compression biaxiale : une direction de l'échantillon était comprimée tandis qu'une autre était bloquée. Par photoélasticimétrie, ils ont observé le déplacement des grains au cours du chargement. Ils ont constaté qu'au pic de contrainte les grains ont pris une forme ovale et sont alignés, leur plus petit diamètre étant orienté dans le sens de la sollicitation. Lors du chargement post-pic, des bandes de cisaillement se forment induisant un déplacement en colonne, créant des porosités dans certaines directions privilégiées. Pour ce matériau, un endommagement anisotrope se développe donc seulement en post-pic.

Fortin *et al.* [54] ont quant à eux étudié l'influence du mode de sollicitation sur le faciès de rupture d'un grès. Ils ont réalisé trois types d'essais : une compression hydrostatique et deux compressions triaxiales sous 10 et 70 MPa de confinement. Des micrographies post-ruptures montrent trois modes de rupture différents : en compression hydrostatique, le matériau cède par effondrement des porosités ; en compression triaxiale sous faible confinement, des bandes de cisaillement sont visibles ; sous fort confinement, des bandes de tassement important se développent dans la direction normale au chargement.

2.2.b. Mesures d'ondes sonores et ultrasonores

La technique des émissions acoustiques consiste à enregistrer les ondes élastiques émises par l'éprouvette au cours d'un essai quelconque. Les événements acoustiques enregistrés sont la manifestation du surplus d'énergie restitué par la propagation instable de microfissures. Ainsi, chaque onde élastique mesurée est assimilée à la création d'une microfissure, ce qui permet de suivre l'évolution globale de l'endommagement d'une éprouvette au cours du chargement. L'avantage de cette technique est qu'elle se déroule en cours d'essai, sans interruption de mesures. L'inconvénient est qu'elle ne renseigne pas sur la localisation et l'orientation des fissures.

Des mesures d'émission acoustiques réalisées sur des matériaux granulaires en compression cyclée, notamment sur du béton (Denarié [44]) et sur une roche sédimentaire (Lavrov *et al.* [79]), ont montré que les éprouvettes émettent des ondes acoustiques exclusivement lors des surcharges. L'endommagement du matériau ne se développe donc que lorsque la contrainte est historiquement la plus importante. Ce phénomène est appelé effet Kaiser. Le même type d'essai réalisé par Bergues et Terrien [19] sur du béton en compression triaxiale, a mis en évidence l'influence du confinement : lorsque le confinement augmente, les émissions acoustiques sont retardées. La pression hydrostatique a donc tendance à empêcher le développement des fissures au sein du béton. Filimonov *et al.* [53] ont quant à eux réalisé un cycle de compression uniaxiale sur une roche calcaire ayant préalablement subi un cycle de chargement hydrostatique. Les mesures ont mis en évidence une augmentation croissante des émissions acoustiques lors du chargement uniaxial connaissant un pic à 90% de la contrainte maximale du chargement hydrostatique. Les émissions chutent ensuite radicalement.

La technique des ondes ultrasonores consiste à envoyer des ultrasons dans une direction précise de l'éprouvette et à mesurer son temps de trajet. Selon l'interprétation des auteurs [6], la vitesse de l'onde diminue lorsqu'elle traverse une fissure ouverte. L'inconvénient de cette technique est que les ultrasons ne sont mesurés que dans une seule orientation de l'éprouvette. Pour effectuer une

analyse globale et comparer l'évolution de l'endommagement dans les différentes directions, il faut disposer d'une instrumentation conséquente. De plus, les mesures doivent être réalisées sans mouvement de l'éprouvette, la sollicitation doit donc être interrompue en cours d'essai.

Si les mesures d'ondes acoustiques ne permettent pas de déterminer l'orientation des fissures, les mesures d'ondes ultrasonores réalisées notamment par Bamberger *et al.* [6] et par Benouniche [18] peuvent être analysées en parallèle. Ces auteurs ont réalisés des cycles de charge-décharge sur un béton en compression avec augmentation la contrainte maximale à chaque cycle. Les mesures présentées dans ces deux articles indiquent que la vitesse des ondes augmente dans la direction longitudinale lors des surcharges. Cela signifie que la porosité diminue dans la direction de compression (les fissures initialement présentes dans le matériau se referment). Les mesures de Bamberger montrent que la vitesse en surcharge diminue dans la direction transversale. La fissuration liée à l'effet Kaiser se développerait donc exclusivement dans la direction en expansion, ce qui est en accord avec les observations microstructurales.

De plus, les vitesses longitudinales mesurées par Bamberger *et al.* diminuent lors des décharges (environ 10% à contrainte maximale) ce qui pourrait être causé par une réouverture des fissures. Leurs mesures montrent également une légère diminution de la vitesse transversale lors des décharges (environ 1% à contrainte maximale). Ce dernier point semble indiquer une légère fissuration transversale en décharge, ce qui n'est pas intuitif.

2.2.c. Observations macroscopiques des propriétés élastiques

Afin d'évaluer l'endommagement d'un matériau au niveau macroscopique, la grande majorité des auteurs cherchent à déterminer l'évolution des modules élastiques du matériau au cours d'un essai. Quelques auteurs se contentent d'un calcul de tangente à la courbe de chargement [68], mais le plus souvent les auteurs réalisent des cycles charge-décharge afin de supprimer l'effet des déformations irréversibles, la décharge permettant de retrouver un état élastique. Afin de limiter les effets visqueux, certains auteurs ajoutent une phase de relaxation entre la charge et la décharge ou une phase de recouvrance après la décharge. À partir de chargements cyclés, deux types de modules peuvent être calculés : des modules tangents à la courbe et des modules sécants pris entre deux points spécifiques.

Concernant les modules tangents, Martin et Chandler [93] ont montré que le module longitudinal d'un granite en compression triaxiale diminue une fois le pic de contrainte passé (**Figure II-9**) tandis que le rapport des modules longitudinaux et transversaux croît tout au long du chargement. Ainsi, une dégradation du module longitudinal apparaît en post-pic tandis que le module transversal décroît dès le début du chargement. Un constat identique est fait par Reinhardt sur un béton [113] tandis que Van Mier [131][132] montre qu'un endommagement longitudinal du béton se développe tout au long d'un chargement en compression. Olsson [100] a, quant à lui, démontré que le marbre s'endommage dans son plan de cisaillement maximal, en torsion comme en compression triaxiale, en calculant des modules de cisaillement tangents en chargements cyclés.

À partir d'essais cyclés, d'autres auteurs choisissent de calculer des modules sécants, généralement entre les points de fin de charge et de fin de décharge. Ils émettent par là l'hypothèse que toute la boucle décharge-recharge est élastique et que l'endommagement est figé tant que la contrainte ne dépasse pas sa valeur historique (effet Kaiser). Benouniche [18] a réalisé des cycles avec charge, décharge complète et recouvrance sur un béton. Les modules sécants longitudinaux et transversaux sont calculés entre la fin de la recouvrance et le point de recharge qui coupe la décharge, dans le but de limiter les perturbations viscoélastiques. Les évolutions du module de Young et du coefficient de Poisson apparents permettent de distinguer trois phases de comportement : une élasticité linéaire suivie d'un endommagement quasi-isotrope entre 45% et 75% de la contrainte maximale pour finir par un endommagement majoritairement transversal. Gotuwka [62] a réalisé

des cycles de compression cyclée avec relaxation et décharge partielle sur trois types de bétons différents. Les modules sécants longitudinaux C_{11} et transversaux C_{12} sont calculés entre la fin de la relaxation et la fin de la décharge. Pour les trois bétons caractérisés, la dégradation longitudinale $C_{11}/C_{11(0)}$ est faible par rapport à la dégradation transversale $C_{12}/C_{12(0)}$ (**Figure II-10**). Homand *et al.* [70], Hu *et al.* [71] et Chiarelli [38] ont appliqué le même protocole expérimental respectivement sur deux roches (un granite et une diorite), sur un grès et sur une roche argileuse. Ils ont également mis en évidence un endommagement majoritairement transversal de ces matériaux en compression. Gotuwka [62] a également réalisé des essais de torsion sur du béton avec différents niveaux de compression uniaxiale. En chargement cyclé, le module sécant ne se dégrade que sous une contrainte de compression conséquente. Dans ce cas, les niveaux d'endommagement mesurés correspondent à ceux mesurés en compression simple pour un même niveau de contrainte. Le cisaillement ne semble donc pas générer de fissuration au sein du béton, ce qui est en opposition avec le comportement du marbre observé par Olsson [100].

Afin d'étudier l'anisotropie induite du béton, Van Mier [132] a réalisé des compressions cyclées sous faible confinement. Après le pic de contrainte, il a réalisé un cycle de chargement dans une direction transversale à la direction du premier chargement. Le cycle réalisé dans la direction « transversale » est très différent de celui réalisé juste avant, dans la direction longitudinale pour un même niveau de sollicitation (**Figure II-11**). Le module tangent est beaucoup plus faible dans la direction « transversale » (courbe en tiret) que dans la direction longitudinale (trait plein). De plus, le chargement « transversal » s'écoule beaucoup plus. Selon les auteurs, cette anisotropie induite est due à l'endommagement qui est beaucoup plus important dans cette direction que dans la direction longitudinale. Dans la même optique, Litewka *et al.* [87][88] ont réalisé des compressions monotones d'un béton jusqu'à 56 et 78% de la contrainte maximale puis ont mesuré le module de Young dans une direction transversale au premier chargement afin de comparer sa valeur avec la valeur initiale. Ils ont également conclu à une anisotropie induite par l'endommagement.

Les essais cyclés de traction-compression réalisés par Reinhardt [113] sur un béton révèlent que, en post-pic, le module transversal tangent est plus important en fin de décharge qu'en début (**Figure II-12**), tandis que le module longitudinal est identique. Le matériau connaît donc une reprise de raideur lors de la décharge. Ce phénomène, appelé effet unilatéral, traduit la refermeture en décharge des fissures créées lors de la charge. Une fois toutes ces fissures refermées, elles n'ont plus d'effet sur le comportement du matériau qui retrouve sa raideur initiale. Ces observations ont été obtenues après passage de la contrainte maximale. Même si on est hors du cadre de notre étude, il est important de les garder à l'esprit. L'unilatéralité du béton, avant le pic de contrainte, a été démontrée par Ramtani *et al.* [95][111]. Un essai de traction/compression alternées (**Figure II-13**) met en évidence une reprise de raideur du matériau peu après le passage en compression.

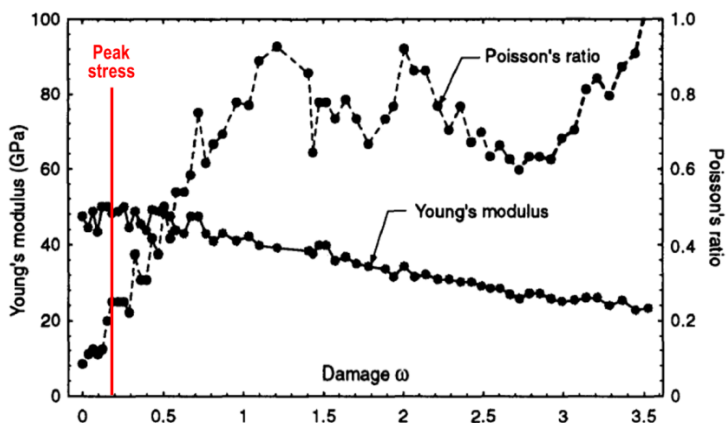


Figure II-9. Évolution du module de Young et du coefficient de Poisson d'un granite en compression triaxiale cyclée. Chaque point correspond à un cycle réalisé. D'après Martin et Chandler [93].

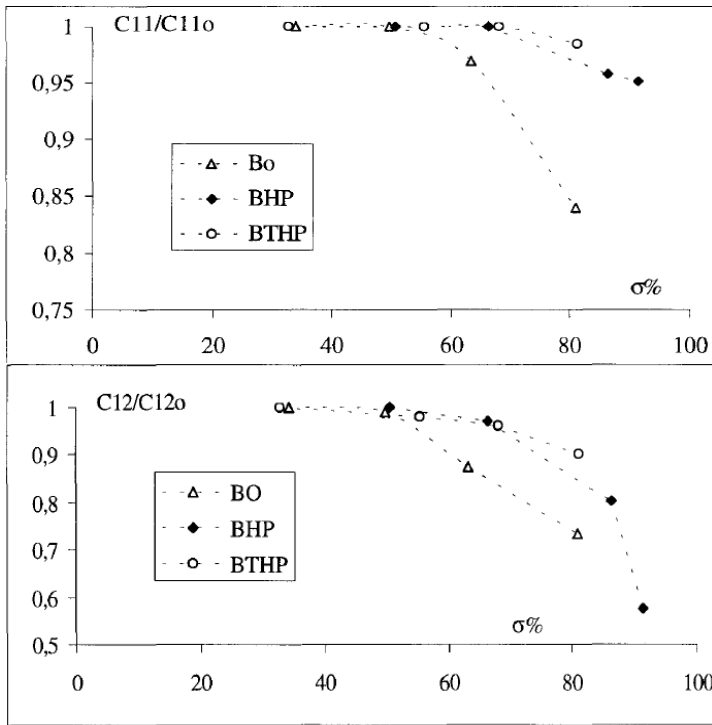


Figure II-10. Évolution des modules longitudinaux C_{11} et transversaux C_{12} de trois bétons (BO, BHP, BTHP) en compression simple, en fonction de la contrainte appliquée, donnée en pourcentage de la contrainte maximale. D'après Gotuwka [62].

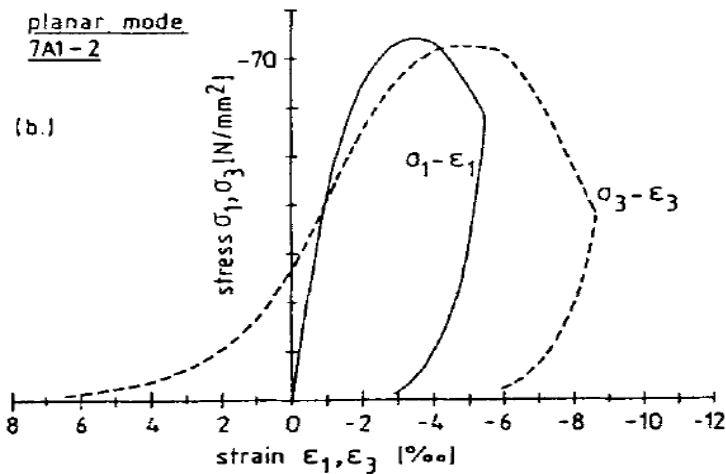


Figure II-11. Comparaisons de deux cycles de compression consécutifs, réalisés dans deux directions différentes sur une éprouvette de béton ayant préalablement vu une compression jusqu'à contrainte maximale dans la direction 1. D'après Van Mier [132].

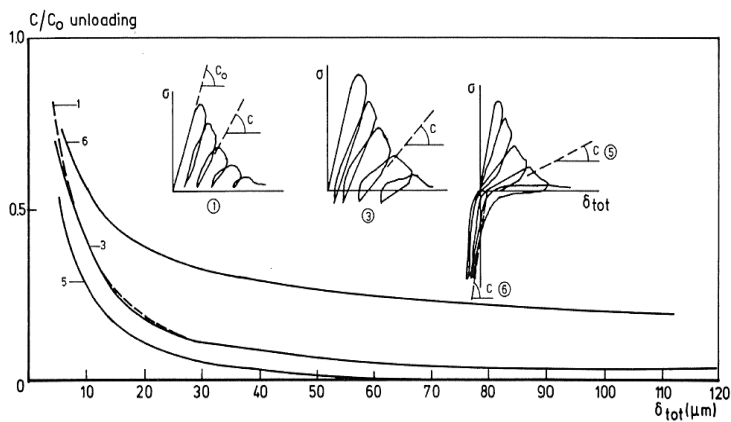


Figure II-12. Évolution des modules longitudinaux tangents de début de décharge en traction cyclée (courbes 1, 3 et 5) et de fin de décharge en traction-compression cyclée (courbe 6) d'un béton. D'après Reinhardt [113]. Les points de mesures ont été lissés par les auteurs pour obtenir une courbe.

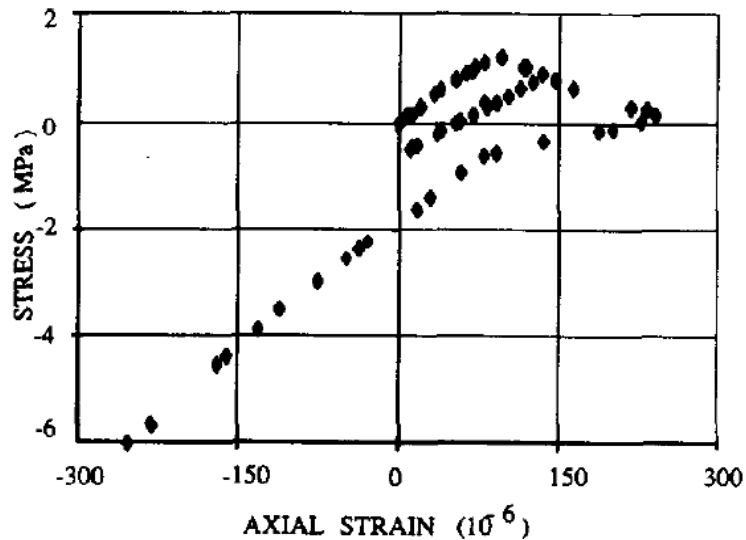


Figure II-13. Essai de traction puis compression d'une éprouvette de béton mettant en évidence l'unilatéralité du matériau. D'après Ramtani *et al.* [95][111].

2.3. Plasticité et frottements internes

Lors d'une décharge totale après un chargement quelconque, des déformations résiduelles sont observées pour la grande majorité des géomatériaux. Lorsque des décharges partielles sont réalisées, certains auteurs prolongent le module sécant calculé sur le cycle jusqu'à la contrainte nulle pour obtenir une valeur de déformation irréversible [62]. Une partie de ces déformations résiduelles à contrainte nulle peut être un effet d'un retard viscoélastique, mais la plupart des auteurs les considèrent comme anélastiques [38][62].

De plus, lors du chargement cyclé d'un géomatériau, des boucles d'hystérésis sont très souvent observées. Les études réalisées sur du béton et sur des roches telles que le granite imputent cette dissipation d'énergie à un frottement des lèvres des fissures [62][70][111][110]. On remarquera qu'en torsion cyclée, avec ou sans compression uniaxiale, les hystérésis et les déformations résiduelles sont très faibles voire inexistantes [62]. Un comportement particulier du béton s'observe donc en cisaillement.

Selon certains auteurs [18][62][111], les hystérésis peuvent également résulter de la viscoélasticité du matériau (mouvement d'eau dans le béton). Homand *et al.* [70] supposent un frottement interne couplé à un effet de dépendance temporelle de l'endommagement. Ils constatent notamment que la taille des boucles d'hystérésis diminue quand le confinement augmente. En revanche, concernant des matériaux plus souples comme le sable, le calcaire ou l'argile, les auteurs ont plutôt tendance à impliquer un mécanisme de plasticité [30][38][67][69][78]. Les analyses au MEB d'échantillons d'argilite après compression menées par Chiarelli [38] lui ont permis de mettre en évidence des glissements de grains les uns contre les autres, entraînant des contraintes locales très importantes et des déformations plastiques de la matrice, qui est moins rigide que les grains. Ainsi plasticité de la matrice et frottement interne des grains seraient intrinsèquement liés.

Plusieurs auteurs ont étudié la surface de plasticité des matériaux granulaires et leur écrouissage. Ces auteurs définissent la limite d'élasticité par rapport à la perte de linéarité des courbes contrainte-déformation [56][69][77][125]. Grâce à une machine d'essai biaxiale, Kupfer *et al.* [77] ont réalisé des essais selon divers chemins de chargement en contrainte plane sur des éprouvettes de béton. Ils ont, entre autres, estimé la limite d'élasticité du matériau dans le plan des deux premières contraintes principales. Leurs résultats (Figure II-16) révèlent une asymétrie évidente entre les états de traction et de compression, la limite d'élasticité étant dix fois supérieure en compression. On notera que ces travaux n'abordent pas la question de l'influence du confinement.

Homand et Shao [69] ont mis en évidence l'écrouissage isotrope d'un calcaire grâce à des essais de compression triaxiale. Après avoir estimé la surface de plasticité initiale dans le plan pression-déviateur, les auteurs ont effectué un chargement hydrostatique de 25 MPa afin de repousser la limite d'élasticité dans cette direction de 7,5 MPa. Après une décharge hydrostatique à différents niveaux de contrainte (un par éprouvette), des recharges uniaxiales ont révélé que la limite d'élasticité avait systématiquement augmenté de 7,5 MPa, traduisant un écrouissage isotrope. Afin d'étudier l'écrouissage de différents sables, Tatsuoka et Ishihara [125] ont quant à eux réalisé des chargements cyclés selon différents chemins de chargement dans le plan pression-déviateur et ont montré que la limite d'élasticité était indépendante de l'histoire du chargement. L'écrouissage de ces sables n'est donc pas isotrope. Fredrich *et al.* [56] ont quant à eux montré que la limite d'élasticité d'un marbre devient constante à partir de 100 MPa de confinement, tandis que la contrainte de l'état caractéristique (*i.e.* le début de dilatance du matériau) augmente toujours. Les deux phénomènes semblent donc découplés. Zhang *et al.* [144] de leur côté, considèrent l'état critique comme le marqueur du début d'écrouissage.

Dans les années 1970-1990, des efforts ont été produits pour caractériser les géomatériaux, et en particulier les sables, à l'Institut de Mécanique de Grenoble en France. On notera qu'un sable confiné a un comportement comparable à celui des matériaux granulaires classiques. Cambou, Lanier et leurs collaborateurs ont étudié l'anisotropie induite du sable d'Hostun, qu'ils interprètent comme un effet de l'écoulement plastique [30][78]. Après avoir montré que le sable d'Hostun est isotrope à l'état initial, les auteurs mettent en évidence l'anisotropie induite par le chargement grâce à des essais comptant deux chargements successifs avec décharge intermédiaire [30]. Le but était d'observer l'influence du premier chargement sur le second. Les différentes directions de sollicitation des sept éprouvettes sont représentées **Figure II-14**, la compression initiale est représentée en rouge. La **Figure II-15**, extraite de l'article [30] relie une déformation équivalente E_{II} (norme du déviateur des déformations) à une contrainte équivalente S_{II} (norme du déviateur des contraintes) divisée par la contrainte volumique I_1 , pour les graphiques du haut. Sur les graphiques du bas, le changement de volume ε_V est représenté en fonction de E_{II} . La confrontation des essais 1 et 2 (à gauche) avec un essai de compression du matériau vierge (courbe notée 0) permet d'observer l'influence de la compression sur le comportement du matériau lors des compressions suivantes. La compression initiale a rigidifié la direction 1 et assoupli la direction 2. Les essais 3 et 4 (au milieu) correspondent à un chargement alterné compression-traction. Ils sont comparés à un essai de traction simple (courbe notée 0). On constate que le comportement en traction est peu modifié dans la direction 3 tandis qu'il est plus ductile dans la direction 4. Enfin, la confrontation des essais 5, 6 et 7 (à droite) permet d'observer l'influence d'une compression initiale sur le comportement en cisaillement du matériau. La direction 5 semble rigidifiée, à l'inverse de la direction qui semble plus souple. Toutefois, il est difficile de conclure sur ces courbes sans comparé à un cisaillement sur échantillon vierge.

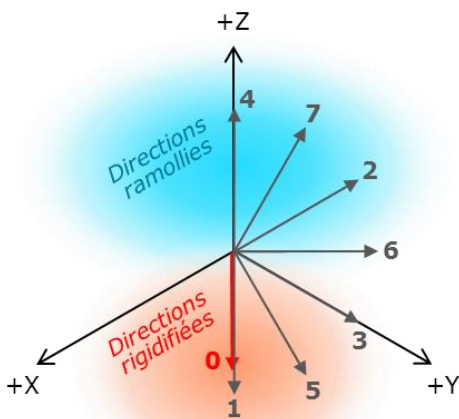


Figure II-14. Direction des seconds chargements (courbes 1 à 7) réalisés par Cambou et Lanier [30] sur un sable d'Hostun dense ayant subi une première compression selon $-Z$ (courbe 0). Les courbes sont données **Figure II-15**. En second chargement, les éprouvettes 1 et 2 subissent une compression, les éprouvettes 3 et 4, une traction, et les éprouvettes 5 à 7, un cisaillement. La zone orangée (respectivement bleuté) indique que le chargement initial a rigidifié (respectivement ramolli) ces directions de l'éprouvette.

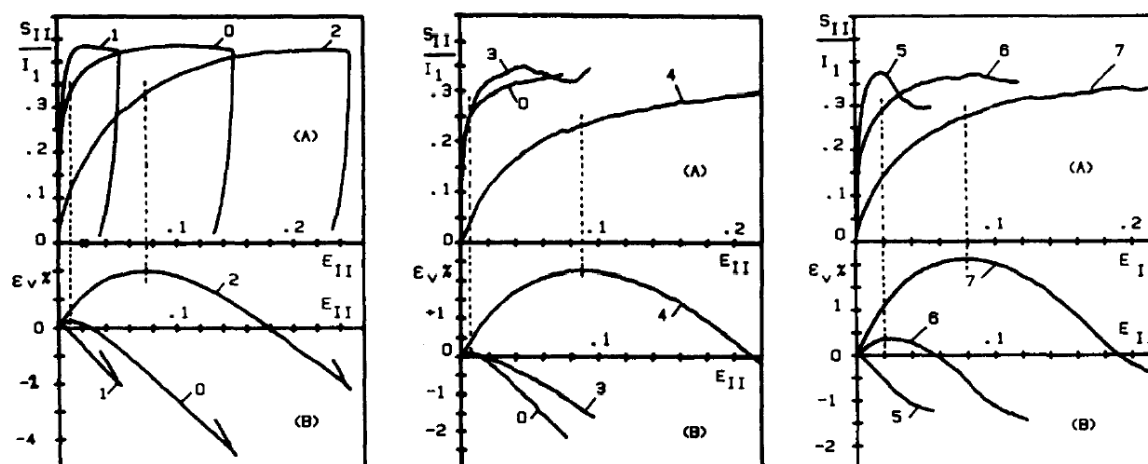


Figure II-15. Mise en évidence de l'anisotropie induite par une compression sur la direction Z pour un sable d'Hostun dense. Comparaison des courbes contrainte-déformation et variation de volume pour un même type d'essai. D'après Cambou et Lanier [30].

On notera que les essais 1 et 2 [30] sont comparables à l'essai réalisé par Van Mier sur du béton [132] (Figure II-11). Or, si les observations expérimentales sont identiques (un écoulement plus important à 90° de la direction initiale de chargement), l'interprétation de cette anisotropie induite diffère complètement. Selon Van Mier, ce phénomène est lié à l'endommagement du matériau dans la direction transversale, tandis que selon Cambou et Lanier, il est le résultat de l'écoulement plastique. On notera que ces derniers ne s'intéressent pas à l'évolution des modules tangents. De plus, l'essai 4 correspond à un essai de chargement alterné en compression/traction, du même type que celui réalisé par Ramtani sur du béton [95][111]. L'effet unilatéral observé sur le béton, ne semble pas s'appliquer au sable d'Hostun car aucune reprise de raideur n'est observée.

2.4. Viscoélasticité

Comme cela a été dit au paragraphe précédent, la dissipation d'énergie observée lors de chargements cyclés pourrait être en partie le résultat d'un mécanisme viscoélastique. Certains auteurs comme Benouniche [18] (qui a étudié un béton) ou Homand *et al.* [70] (un granite) supposent un effet de retard à la fermeture des fissures en décharge et à leur réouverture en recharge. Les travaux expérimentaux de Denarié [44] sur un béton en fluage et en relaxation corroborent l'idée d'une forte contribution de la microfissuration dans les phénomènes visqueux. Homand *et al.* [70] ont également noté que la pression de confinement tend à réduire les hystérésis, ce qui peut s'expliquer par un blocage à l'ouverture des fissures. D'autres auteurs, à l'image de Huet *et al.* [72], émettent l'hypothèse d'une viscoélasticité induite par des mouvements d'eau libre dans la structure microporeuse du matériau.

Depuis les années 70, les essais de fluage de béton sont très courants dans la littérature. En 2008, Bažant et Li [8] en référençaient déjà plus de six cents. Toutefois, ces essais ont généralement vocation à prédire la fissuration de ce matériau de construction. Si les essais de fluage en compression sont relativement courants, ceux en traction le sont beaucoup moins car plus difficiles à mettre en œuvre. Les auteurs s'intéressent aux niveaux de déformations additionnels en fluage mais la caractérisation viscoélastique du matériau est rare. Un article de Xu et Solaimania [141] traite toutefois d'un essai DMA sur du béton d'asphalte ayant pour but de modéliser une viscoélasticité linéaire. Concernant l'argilite étudiée par Chiarelli [38], l'auteur note que lors d'essais cyclés avec une phase de relaxation de dix à quinze minutes entre la charge et la décharge, le

matériau connaît une diminution de contrainte de l'ordre de 20%. L'étude de la viscosité du matériau n'a pas été poussée plus en avant.

2.5. Rupture

Concernant la rupture des géomatériaux, les travaux de Kupfer *et al.* [77] parus en 1969 font encore référence de nos jours. À partir des nombreux essais biaxiaux réalisés, les auteurs ont pu déterminer un ensemble de points de rupture dans le plan des deux premières contraintes principales (**Figure II-16**). Tout comme pour la limite d'élasticité, les résultats mettent en évidence la dissymétrie du comportement du matériau entre la traction et la compression. Dès lors qu'une des contraintes principales est positive (état de traction), la résistance du matériau est très faible. En revanche, en état de compression pure, le matériau est beaucoup plus résistant.

Après avoir réalisé des essais biaxiaux sur des cubes de béton, Van Mier [131] a identifié différents modes de rupture du béton à partir des faciès de rupture des éprouvettes (**Figure II-17**). L'auteur a également réalisé des essais triaxiaux afin d'estimer l'influence du confinement sur la résistance du matériau. Il en résulte que le confinement augmente la résistance du béton en état de compression, mais il n'a aucune influence en état de traction (**Figure II-18**).

2.6. Bilan

Les différentes campagnes expérimentales que nous venons de mentionner mettent en évidence de nombreuses similitudes de comportement entre les géomatériaux granulaires et les explosifs pressés. Ces deux types de matériaux présentent une asymétrie de comportement en traction et compression. Un effet unilatéral lors d'un chargement alterné a été observé pour le matériau M1 comme pour plusieurs bétons. Tous ces matériaux sont sensibles au confinement et ont un comportement dépendant de temps. La théorie de l'endommagement est généralement invoquée pour expliquer leur comportement non linéaire voire anisotrope induit. De plus, des chargements cyclés révèlent une dissipation d'énergie (hystérésis), imputée à du frottement interne et/ou à de la viscoélasticité. Les décharges réalisées mettent également en évidence le développement de déformations irréversibles expliqué par du frottement interne et/ou de la plasticité. Enfin, on soulignera que la surface de rupture dans le plan des contraintes principales à la même allure pour le béton que pour le matériau M1.

On retiendra qu'en matière de caractérisation des géomatériaux, que deux types d'analyse se distinguent. Dans le premier, les auteurs justifient le comportement du matériau par un phénomène de fissuration, entraînant un endommagement anisotrope, du frottement interne avec dissipation d'énergie, un effet unilatéral, une importante dépendance au confinement et une apparente viscoélasticité relative au retard à la refermeture des fissures. Dans la seconde catégorie, les auteurs mettent en cause d'autres mécanismes de déformation tels qu'un écoulement plastique de la matrice et/ou des grains et une viscoélasticité liée à des mouvements de fluides au sein de la matrice.

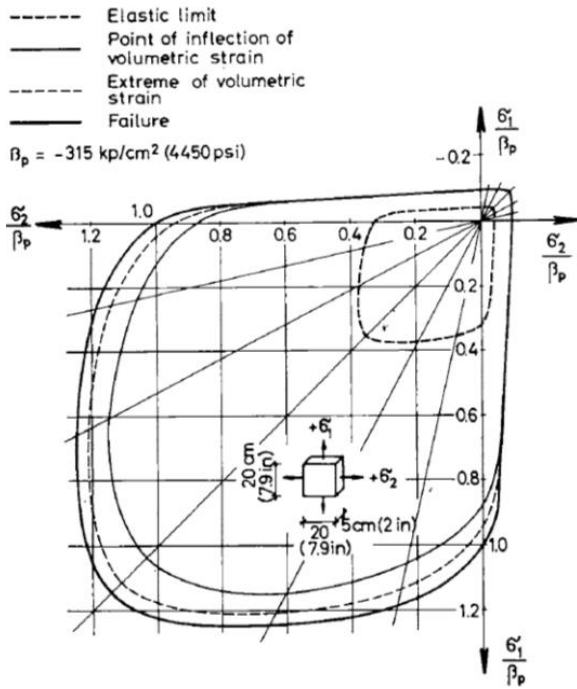


Figure II-16. Contraintes correspondant à la limite d'élasticité, à l'état critique et à la rupture dans le plan des contraintes principales normalisées par la contrainte de rupture en compression simple pour une éprouvette plate de béton. D'après Kupfer *et al.* [77].

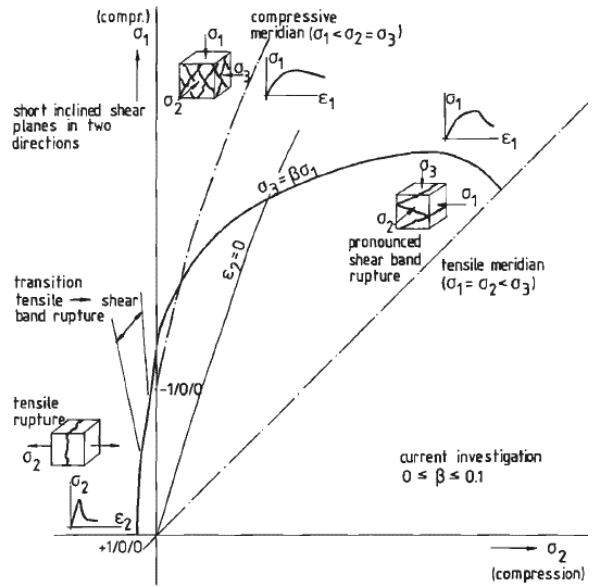


Figure II-17. Interprétation de la courbe obtenue par Kupfer *et al.* [77] d'après Van Mier [131].

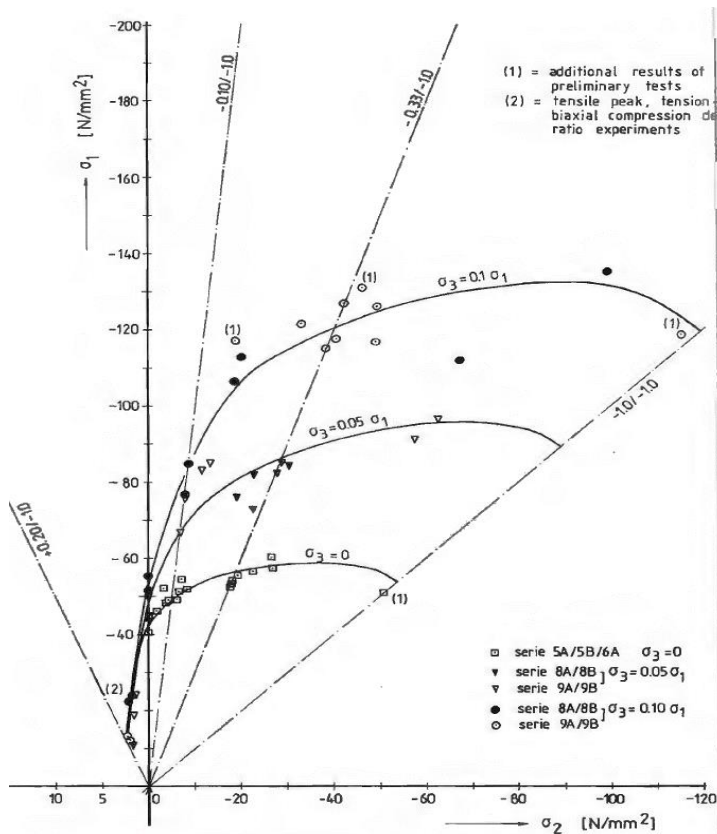


Figure II-18. Influence du confinement sur le comportement à rupture d'éprouvettes cubiques de béton, d'après Van Mier [131].

Finalement, cette étude révèle que pour une caractérisation fine du comportement de M2, les essais qui font défaut à la base de données existante sont les suivants :

- des chargements alternés pour étudier l'effet unilatéral (Ramtani [111], Benelfellah [13]) ;
- des chargements avec changement de direction de sollicitation pour caractérisée l'anisotropie induite (Cambou et Lanier [30], Van Mier [132]) ;
- des chargements cyclés en traction à 20°C pour étudier l'endommagement
- des essais de torsion pour étudier le comportement en cisaillement ;
- des compressions et traction en température sur notre domaine d'étude :
- des chargements multiaxiaux, proportionnels et non proportionnels.

3. Essais réalisés sur M2

Dans cette partie, les essais réalisés sur le matériau M2 au cours des trois années de thèse sont présentés (**Tableau II-1**). L'analyse et l'interprétation des résultats expérimentaux est reportée au paragraphe 4, où tous les essais de la base de données sont confrontés.

3.1. Procédure expérimentale

La machine d'essai utilisée principalement est la machine de compression/traction Zwick Z100 déjà utilisée pour les essais d'avant-thèse. Deux autres machines ont été ponctuellement utilisées: la machine DMA Metravid (celle de la première campagne DMA) et une machine biaxiale torsion/compression Instron ElectroPuls E10000 dont les capacités sont de ± 100 Nm et ± 7 kN.

Les éprouvettes testées sont du même ordre de grandeur que celles de la base expérimentale initial. Ainsi, on se place dans le cadre de la théorie de la déformation infinitésimale et on calcule la contrainte à partir de la surface effective de l'échantillon. Lorsque les éprouvettes ne sont pas collées ou serrées par le montage, les interfaces éprouvettes/machine sont lubrifiées afin de limiter les frottements et l'effet tonneau induit par la différence de coefficient de Poisson des deux matériaux. Pour les essais de compression et de traction, deux rosettes de jauges de déformations sont collées en vis-à-vis au centre de l'échantillon (colle Vishay Mbond 200, comme pour les essais de la base de données initiale). Chaque rosette est formée de deux grilles de mesure disposées selon un angle de $0^\circ/90^\circ$ (Kyowa modèle KFGS-2-120-D16-11). Pour les essais de torsion, trois rosettes Kyowa sont collées à 120° autour du diamètre central de l'échantillon. Chaque rosette possède trois grilles de mesure superposées, formant les angles $-45^\circ/0^\circ/+45^\circ$ (Kyowa modèle KFGS-2-120-D17-11). Comme pour les essais d'avant-thèse, les grilles de chaque jauge mesurent deux millimètres. Les déformations présentées ci-après correspondent à la moyenne des deux ou trois jauges orientées dans la même direction. Pour quelques essais, des mesures de corrélation d'images ont été réalisées avec le logiciel CorreliQ4 utilisé sous Matlab.

La tension d'alimentation des jauges est de 1 V. Le gain est de l'ordre de 500 en compression et de 1000 en traction. Les essais sont contrôlés en vitesse de déformation (sauf en torsion), à partir d'une des jauges longitudinales, à la vitesse de référence de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ($0,1\% \cdot \text{min}^{-1}$) à pression et température ambiantes (sauf indication contraire). Les essais de torsion sont pilotés en vitesse angulaire à $0,015^\circ \cdot \text{s}^{-1}$ ce qui équivaut à une vitesse de déformation $\dot{\epsilon}_{12}$ de l'ordre de 10^{-5} s^{-1} . À quelques exceptions près, chaque test est répété trois fois pour assurer la répétabilité des résultats. Le test le plus représentatif est sélectionné pour figurer sur les graphiques. La dispersion des résultats est reflétée par la dispersion au point de rupture, c'est-à-dire là où elle est la plus importante. Sur les graphiques, la contrainte est représentée en valeur absolue sauf pour ceux montrant à la fois de la traction et de la compression.

		Données initiales	Données finales
Compression uniaxiale	Déformations longitudinales	✓	✓
	Déformations transversales	✓	✓
	Température	20°C et 50°C	-30°C à 80°C
	Vitesse de déformation	$1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$ à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
	Fluage / relaxation	✓	✓
	Cycles charge/décharge	✓	✓
Traction uniaxiale	Déformations longitudinales	✓	✓
	Déformations transversales		✓
	Température	20°C	-30°C à 80°C
	Vitesse de déformation	$1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$ à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
	Fluage / relaxation		✓
	Cycles charge/décharge		✓
Torsion simple	Déformations		✓
	Température		20°C
	Vitesse de déformation		$0,015^\circ \cdot \text{s}^{-1}$
	Fluage / relaxation		
	Cycles charge/décharge		✓
Compression triaxiale	Déformations longitudinales	✓	✓
	Déformations transversales	✓	✓
	Pression	2,5 à 10 MPa (+ 200 et 400 MPa)	2,5 à 10 MPa (+ 200 et 400 MPa)
	Température	20°C	20°C
	Vitesse de déformation	$1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
	Fluage / relaxation	✓	✓
	Cycles charge/décharge	essai à 10 MPa	essai à 10 MPa
Chargement alterné	Déformations longitudinales		✓
	Déformations transversales		✓
	Température		20°C
	Vitesse de déformation		$1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
	Fluage / relaxation		✓
	Cycles charge/décharge		✓
Autres types d'essai	DMA	<i>non valables</i>	0°C à 90°C
	Dilatométrie	-30°C à 100°C	-30°C à 100°C
	Essais multiaxiaux	flexion trois points	essai brésilien, compression couloir, compression équibiax, flexion trois points

Tableau II-1. Synthèse des données expérimentales disponibles sur le matériau M2 avant le début de la thèse et en fin de thèse.

3.2. Campagne DMA

Une nouvelle campagne d'analyse mécanique dynamique (DMA) a été engagée pour caractériser la viscoélasticité de M2. Lors d'un essai DMA, une déformation sinusoïdale est imposée à une éprouvette à une fréquence $f=2\pi/\omega$, avec ω la fréquence angulaire :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad (\text{II.1})$$

L'amplitude ε_0 de la déformation doit être assez faible pour ne pas dépasser le domaine élastique du matériau. Pour un matériau visqueux, l'énergie dissipée pendant la transformation viscoélastique induit un déphasage δ entre les signaux de la contrainte et de la déformation :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (\text{II.2})$$

On exprime le module d'élasticité dynamique complexe à partir des deux amplitudes ε_0 et σ_0 et du déphasage δ :

$$E^* = \frac{\varepsilon_0}{\sigma_0} (\cos(\delta) + i \sin(\delta)) \quad (\text{II.3})$$

avec i le nombre complexe. Les modules d'élasticité réel et imaginaire, E' et E'' , sont extraits du module complexe :

$$E' = \frac{\varepsilon_0}{\sigma_0} \cos(\delta) \quad ; \quad E'' = \frac{\varepsilon_0}{\sigma_0} \sin(\delta) \quad (\text{II.4})$$

Le facteur de perte $\tan(\delta)$ correspondant au rapport des modules E' et E'' peut être interprété comme une mesure de la dissipation d'énergie. Les valeurs obtenues dépendent de la fréquence angulaire ω imposée.

Des essais de répétabilité (dix mesures sur un même échantillon) et de reproductibilité (une même mesure sur dix échantillons) ont permis d'obtenir une incertitude de mesure qui a été multipliée par deux par sécurité. L'incertitude qui en résulte sur la mesure du module réel est de 4% tandis qu'elle est de 40% sur celle du module imaginaire. Les éprouvettes utilisées pour cette campagne étaient des barreaux de dimension 8x8x50mm. Leur section a été augmentée par rapport à la première campagne afin de limiter le risque de flexion. Compte tenu de la raideur des échantillons, un traitement des mesures a été nécessaire pour retrancher la raideur de la machine.

Une déformation sinusoïdale ε_0 de 0,016% d'amplitude a été imposée à déformation moyenne nulle, à une fréquence comprise entre 2 et 60 Hz pour chaque palier de température. D'après l'équation (I.1), cela correspond à des vitesses de déformation de $2,0 \cdot 10^{-3}$ à $6,0 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$. Les mesures ont montré que sur ce domaine de fréquence à 20°C, le comportement du matériau est réversible après une déformation longitudinale de 0,032%.

Quatre essais ont été réalisés. Certains ont été poussés à -30°C et à 100°C mais des baisses de module irréversibles ont été constatées entre 0°C et -30°C, et entre 90°C et 100°C. Le domaine retenu a donc été limité de 0°C à 90°C. La **Figure II-19** représente les modules réels mesurés à 2 Hz entre -30°C et 90°C pour un essai comprenant plusieurs cycles de température (20°C → 0°C → 90°C → -30°C → 20°C). Les baisses de module à 20°C après passage à 0°C et après passage à 90°C sont négligeables car elles sont comprises dans les 4% d'incertitude de mesure du premier module à 20°C (voir la **Figure II-20**). En revanche, une chute significative est observée après passage à -30°C, le comportement du matériau n'est donc plus purement viscoélastique à -30°C. Les modules réels et imaginaires mesurés entre 0°C et 90°C (en rouge sur la **Figure II-19**) sont représentés en fonction de la fréquence de sollicitation sur la **Figure II-21**.

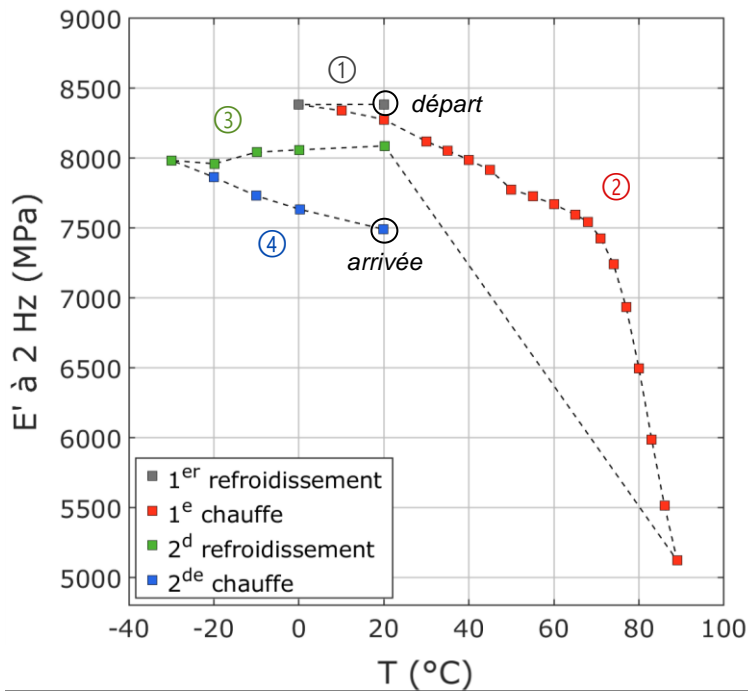


Figure II-19. Courbe des modules réels mesurés à une fréquence de 2 Hz pour un essai réalisé en quatre phases : 1) refroidissement de 20°C à 0°C (en noir), 2) chauffe de 0°C à 90°C (en rouge), 3) refroidissement de 90°C à -30°C (en vert), 4) chauffe de -30°C à 20°C (en bleu).

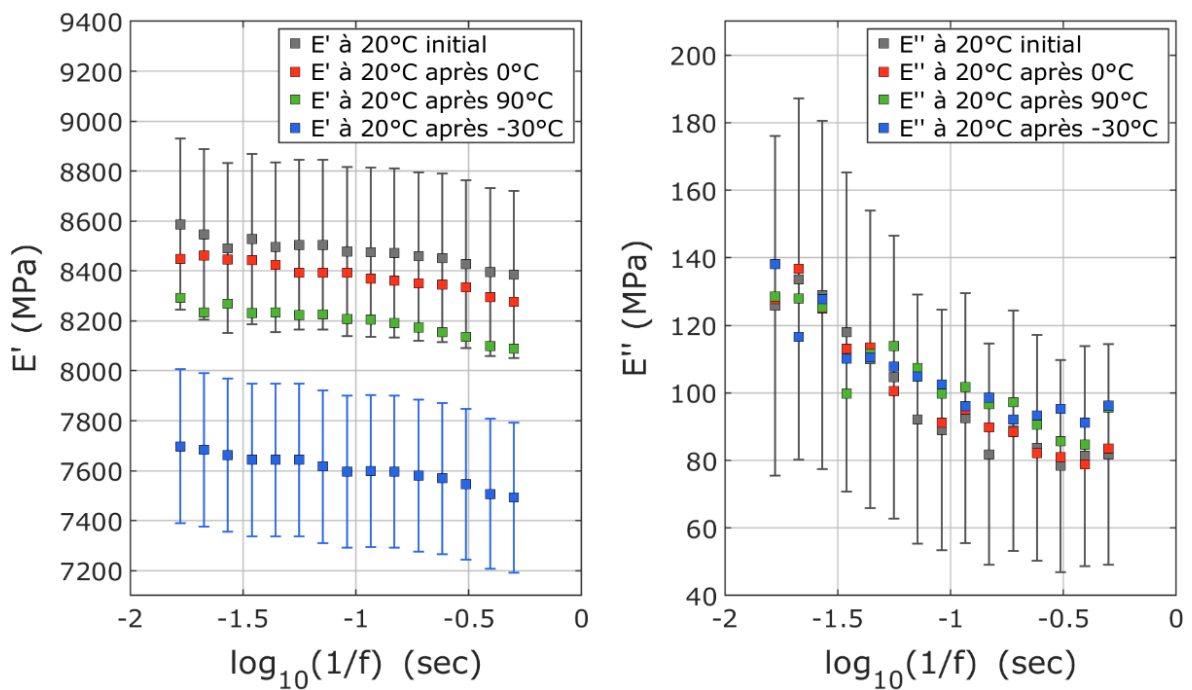


Figure II-20. Modules réels E' et imaginaires E'' mesurés à 20°C en fonction du logarithme de l'inverse de la fréquence pour un essai réalisé en quatre phases : 1) refroidissement de 20°C à 0°C, 2) chauffe de 0°C à 90°C, 3) refroidissement de 90°C à -30°C, 4) chauffe de -30°C à 20°C.

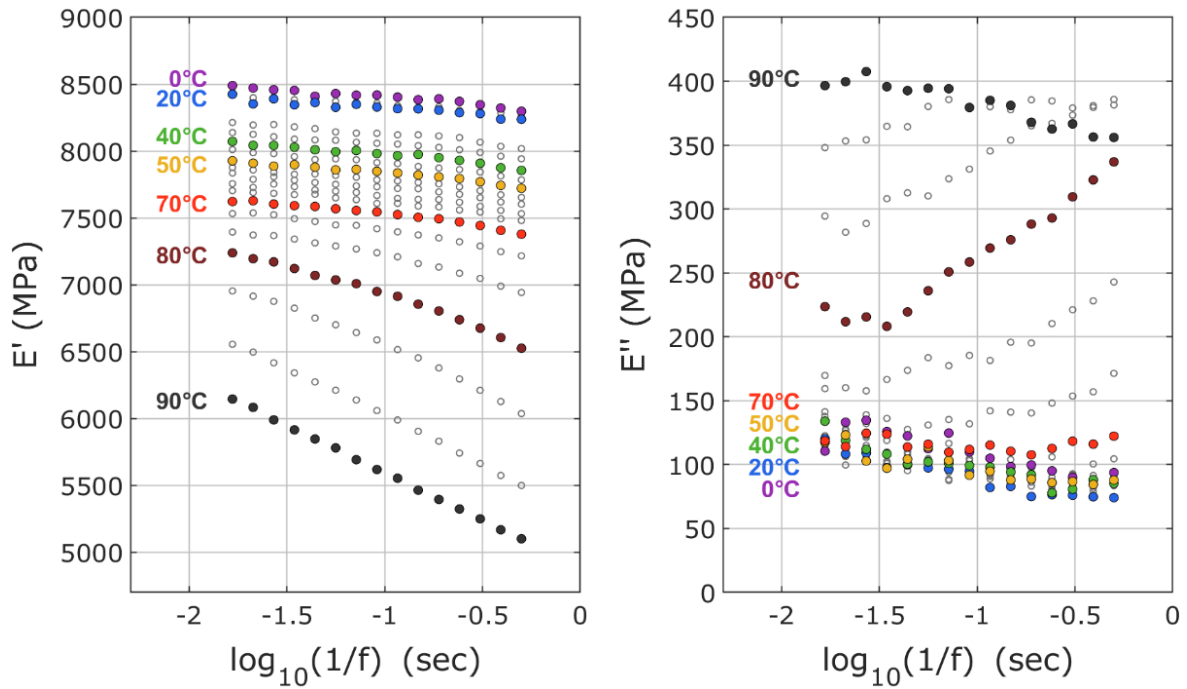


Figure II-21. Courbes des modules réels et imaginaires de M2 en fonction du temps. Pour chaque température, l'éprouvette a été sollicitée à des fréquences de 2 à 60 Hz.

Afin d'établir la courbe maîtresse du module réel, une équivalence temps-température est postulée. On suppose ainsi qu'il existe une correspondance entre les effets du temps et de la température sur les propriétés mécaniques du matériau. Une température de référence (ici 0°C) est définie et les autres courbes sont traduites d'un facteur $a_{t\theta}$ afin de former une courbe unique. La courbe obtenue est présentée **Figure II-22** à gauche. Ici le décalage est une fonction polynomiale d'ordre 6 déterminée numériquement par minimisation de l'écart entre deux isothermes consécutives :

$$\log_{10}\left(\frac{1}{a_{t\theta}}\right) = -1,04 \cdot 10^{-9} T^6 + 2,72 \cdot 10^{-7} T^5 - 2,60 \cdot 10^{-5} T^4 + 1,08 \cdot 10^{-3} T^3 - 1,74 \cdot 10^{-2} T^2 + 1,33 \cdot 10^{-1} T \quad (\text{II.5})$$

Après translation des courbes du module imaginaire avec la même fonction de décalage, la courbe maîtresse du module imaginaire est obtenue **Figure II-22** à droite. L'équivalence temps-température est donc validée. La fonction d'équivalence est représentée sur la **Figure II-23**. Le terme $\log_{10}(1/fa_{t\theta})$ est appelé temps réduit. Les temps réduits les plus faibles correspondent aux températures les plus basses et les temps les plus longs, aux températures les plus élevées.

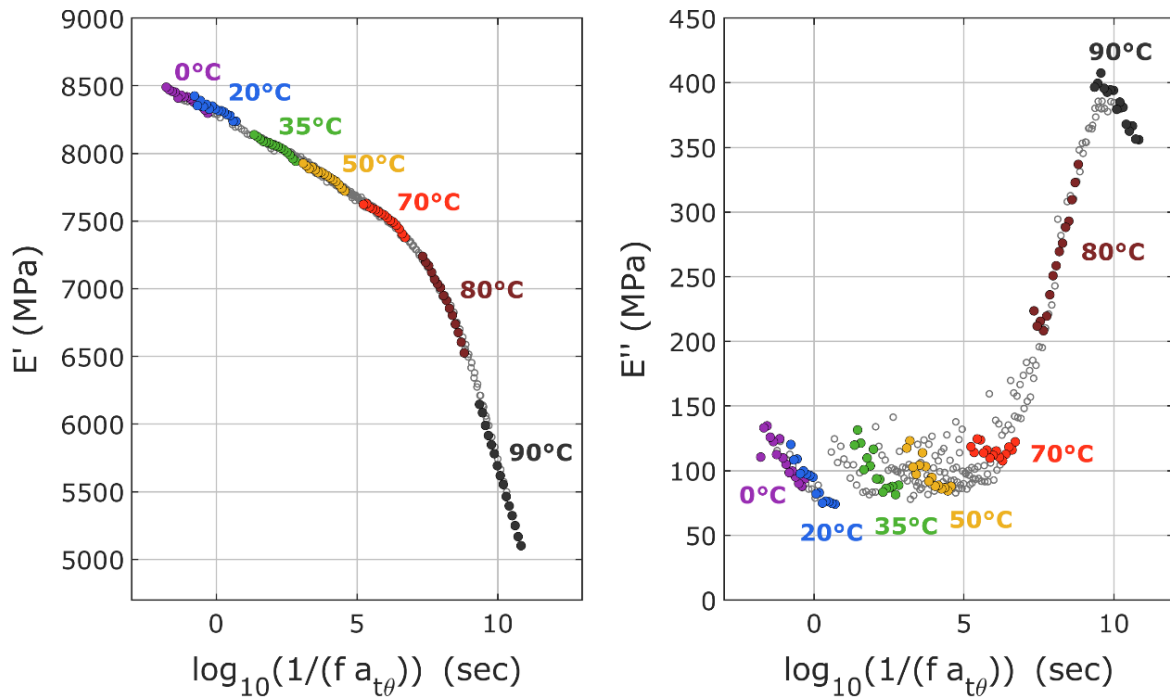


Figure II-22. Courbes maîtresses des modules réels et imaginaires de M2 obtenues après application de l'équivalence temps-température.

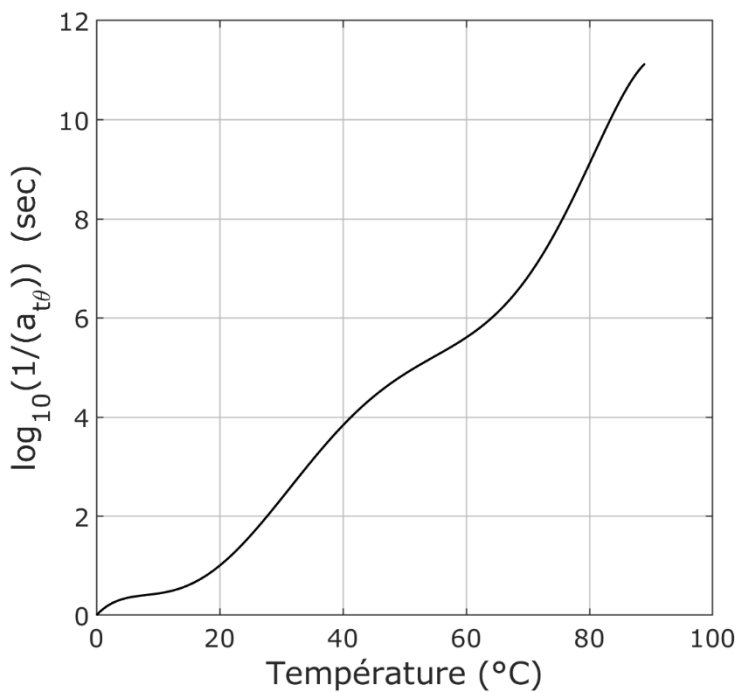


Figure II-23. Fonction d'équivalence temps-température permettant d'obtenir les courbes maîtresses du matériau M2.

3.3. Essais monotones de référence

La base de données initiale ne contenait pas de mesure des déformations transversales en traction. De nouveaux essais de traction monotone ont été réalisés sur la machine de traction/compression. Les éprouvettes étaient les mêmes que celles de la première campagne, c'est-à-dire des haltères de 150 mm de haut avec une section carrée de 10 mm de côté. Elles étaient maintenues par deux mâchoires de serrage raccordées aux traverses de la machine d'essai. Le résultat de ces essais est donné **Figure II-24**. Pour rappel et comparaison, la courbe d'un essai de compression est également représentée.

Des essais de torsion ont été réalisés avec la machine ElectroPuls d'Instron. Des éprouvettes en forme de diabolos creux de 60 mm de haut, 18 mm de diamètre extérieur et 9 mm de diamètre intérieur ont été utilisées. Aucune force axiale n'était appliquée. La pièce était collée à ces deux extrémités dans une embase adaptée. La contrainte de cisaillement σ_{12} a été estimée sur les rayons interne, externe et moyen par rapport à la mesure du couple, en supposant un gradient de contrainte linéaire. On notera que cette hypothèse de linéarité conduit à surestimer la valeur de la contrainte. Les déformations sont mesurées sur le rayon externe et calculées par linéarisation sur les rayons interne et moyen. Les trois courbes contrainte-déformation ainsi obtenues sont données **Figure II-25**. Les déformations volumiques mesurées lors de cet essai sont nulles.

La dispersion sur la contrainte à rupture est de l'ordre de 1 MPa indépendamment du type d'essai. En revanche, la dispersion sur les déformations augmente avec le niveau de contrainte. La dispersion est plus importante sur la déformation car la mesure des jauges est beaucoup plus sensible aux conditions d'essais (état de surface, défauts de parallélisme, mauvais collage de la rosette...) que la mesure de la force.

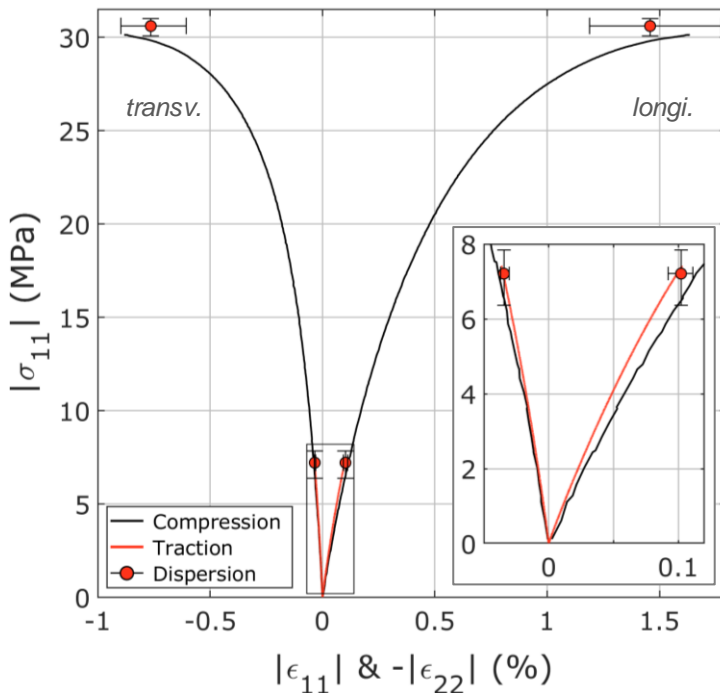


Figure II-24. Courbe d'un essai de traction simple (en rouge) comparée à celle d'un essai de compression simple de la base de données initiale (en noir). Les deux essais ont été réalisés sur M2 à pression et température ambiantes à la vitesse de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

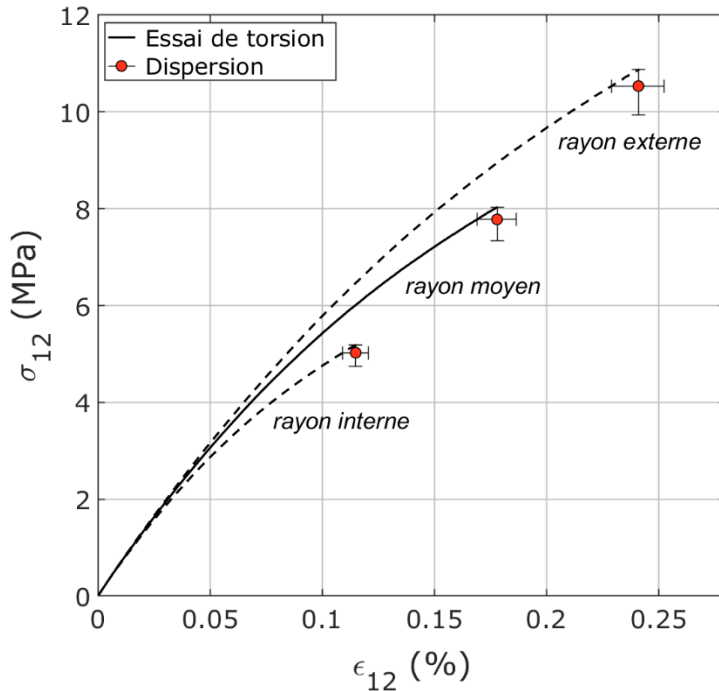


Figure II-25. Courbes d'un essai de torsion simple réalisé sur M2 à pression et température ambiante, à la vitesse angulaire de $0,015^{\circ}.s^{-1}$. Les contraintes sont estimées sur les rayons internes, externes et moyens par rapport à la mesure du couple. Les déformations sont mesurées sur le rayon externe et calculées par linéarisation sur les rayons interne et moyen.

3.4. Tractions et compressions monotones en température

L'influence de la température et de la vitesse de déformation a été étudiée en traction et en compression. On a vu que la base de données initiale sur M2 manquait d'essais de traction. De plus, les seuls essais en température en notre possession sont des compressions cyclées réalisées à 50°C.

Afin de caractériser le comportement de M2 sur notre domaine d'étude (de -50°C à 100°C pour des vitesses de déformation de $1,7.10^{-6}$ à $1,7.10^{-4} s^{-1}$), une campagne de grande ampleur a été menée. En plus des essais à 20°C, des tractions et compressions ont été réalisées à -30°C, 0°C, 50°C et 80°C à la vitesse de déformation de référence. Afin d'étudier l'influence de la vitesse de déformations, des essais à $1,7.10^{-6}$ et à $1,7.10^{-4} s^{-1}$ ont été réalisés à -30°C, 20°C et 80°C.

Ces essais ont été réalisés dans une enceinte thermique montée sur la machine Z100. Le mode opératoire et les éprouvettes utilisées sont identiques aux essais de compression et de traction à température ambiante. Pour que la mise en température soit garantie, les éprouvettes étaient conditionnées au moins deux heures avant l'essai. Pour chacune de ces conditions expérimentales, des essais cyclés ont également été réalisés. Il en sera question dans un prochain paragraphe.

Les courbes des essais monotones sont présentées **Figure II-26** (compressions) et **Figure II-27** (tractions). La dispersion au point de rupture a été calculée à partir des essais monotones et cyclés réalisés à une même température et une même vitesse de déformation.

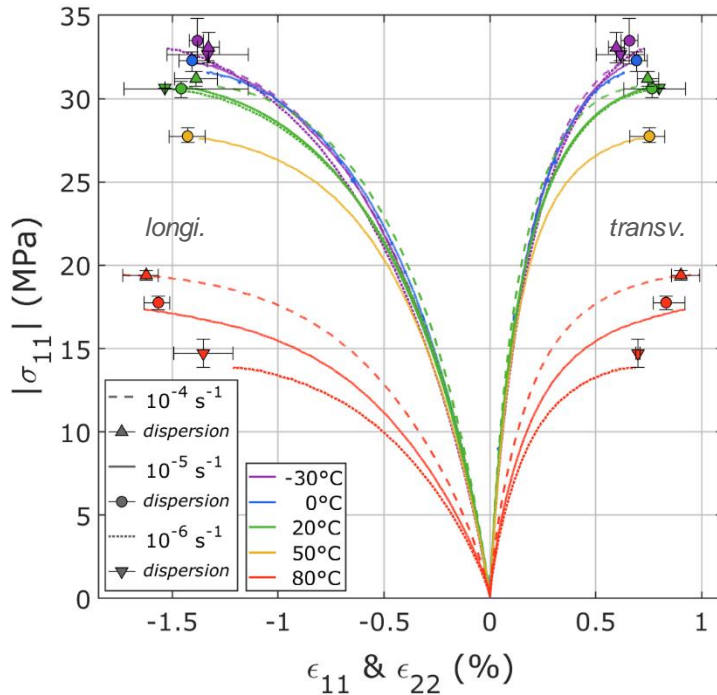


Figure II-26. Courbes des essais de compression monotone réalisées de -30°C à 80°C à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et à -30°C , 20°C et 80°C à $1,7.10^{-6}$ et $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$. La dispersion est donnée au pic de contrainte.

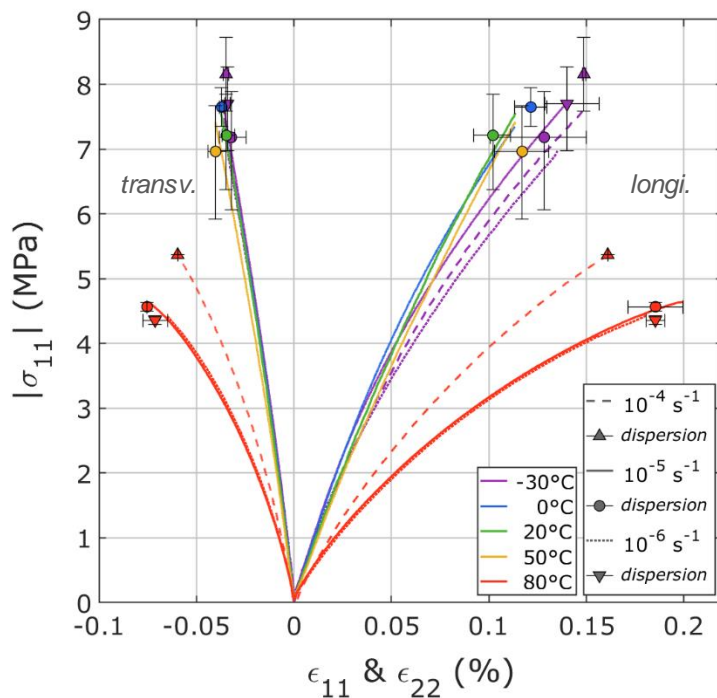


Figure II-27. Courbes des essais de traction monotone réalisées de -30°C à 80°C à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et à -30°C , 20°C et 80°C à $1,7.10^{-6}$ et $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$. La dispersion est donnée au pic de contrainte.

3.5. Chargements alternés en traction et compression

Une campagne de chargement alterné inspirée des travaux de Ramtani [95][111] a été menée sur M2 pour étudier l'unilatéralité du matériau. Deux types de tests ont été réalisés : 1) une compression jusqu'à 30 MPa (soit environ 95% de la contrainte maximale en compression) suivie d'une traction à rupture ; 2) une traction jusqu'à 7 MPa (soit environ 95% de la contrainte maximale en traction) suivie par une compression à rupture. Les éprouvettes étaient de forme diabolo de 70 mm de haut à section cylindrique de 10 mm de diamètre et de 20 mm de hauteur utile. Un montage guidé était installé sur la machine Z100 auquel l'éprouvette était collée à ses interfaces. Les courbes sont données **Figure II-28** et **Figure II-29**. Afin de pouvoir analyser le comportement

du matériau lors du second chargement, des essais de compression et de traction monotone, à rupture, ont également été réalisés avec ce dispositif. Elles sont représentées en pointillés sur les graphiques.

Sur la **Figure II-29**, l'éprouvette de traction/compression casse en compression pour une contrainte beaucoup plus faible qu'en compression monotone car la jauge pilote s'est décollée. Les deux autres essais réalisés ont cédé pour une contrainte de $30,81 \pm 0,05$ MPa. Ce sont ces essais qui ont été utilisés pour calculer la dispersion du point de rupture. Par ailleurs, la courbe de compression/traction de la **Figure II-28** présente un défaut au moment du changement de signe de la contrainte causé par un problème de pilotage sur la jauge.

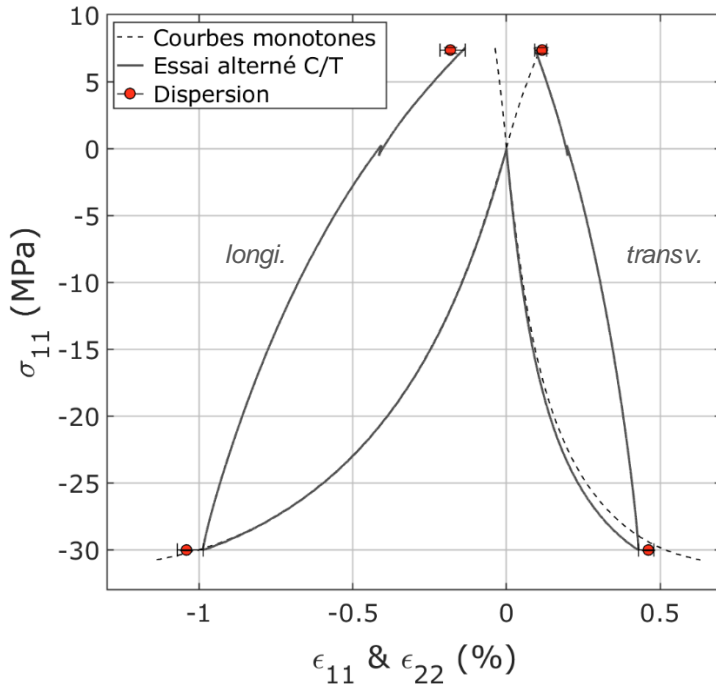


Figure II-28. Courbe de l'essai de compression-traction alternées réalisé sur M2 (trait plein) comparée aux courbes des essais monotones (tirets).

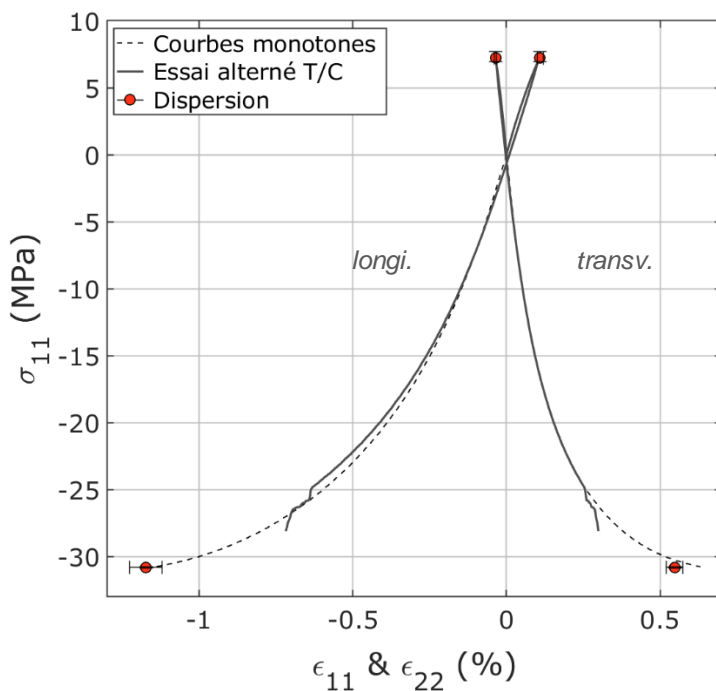


Figure II-29. Courbe de l'essai de traction-compression alternées réalisé sur M2 (trait plein) comparée aux courbes des essais monotones (tirets).

3.6. Essais cyclés

La base de données initiale comporte des essais de compression cyclée sans confinement et sous 10 MPa de confinement à 20°C. Nous avons vu aux chapitres précédents qu'il est courant de réaliser des cycles de chargement pour calculer des modules élastiques et suivre leur dégradation au cours de l'essai. Nous avons choisi de réaliser des cycles complets constitués d'une charge, d'une relaxation d'une heure, d'une décharge et d'une recouvrance d'une heure, pour réduire au maximum les effets visqueux avant chaque charge et décharge.

Afin de compléter la base de données initiale, des essais de traction et de compression cyclées à -30°C, 0°C, 20°C, 50°C et 80°C à la vitesse de référence ont été réalisés. Des essais ont également été pilotés à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (seulement en compression) et à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ à -30°C, 20°C et 80°C. Nous n'avons pas réalisé de traction cyclée à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ car les essais monotones ne durent que quelques secondes, il n'a pas été possible d'introduire des cycles (la régulation ne suivait pas). Le mode opératoire de ces essais est identique à celui des essais monotones correspondants (voir le paragraphe 3.5 précédent).

La courbe d'un essai représentatif de traction cyclée à la vitesse de référence et à 20°C est donnée **Figure II-30** avec la dispersion au point de rupture. Les courbes temporelles sont données **Figure II-31**. Les courbes des essais cyclés en température sont données en [annexe](#).

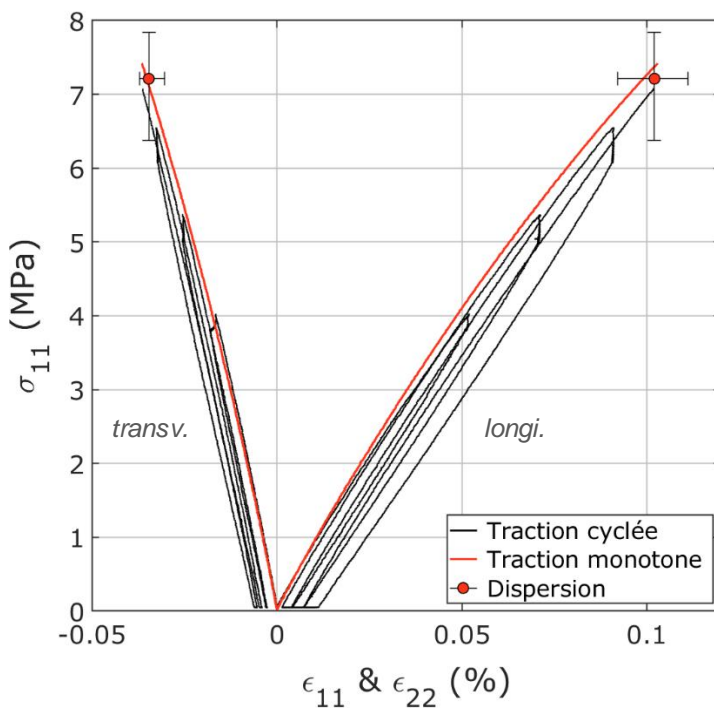


Figure II-30. Courbe de l'essai de traction uniaxiale cyclée réalisés sur M2 à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ à température et pression ambiantes, comparée à la courbe de l'essai monotone correspondant.

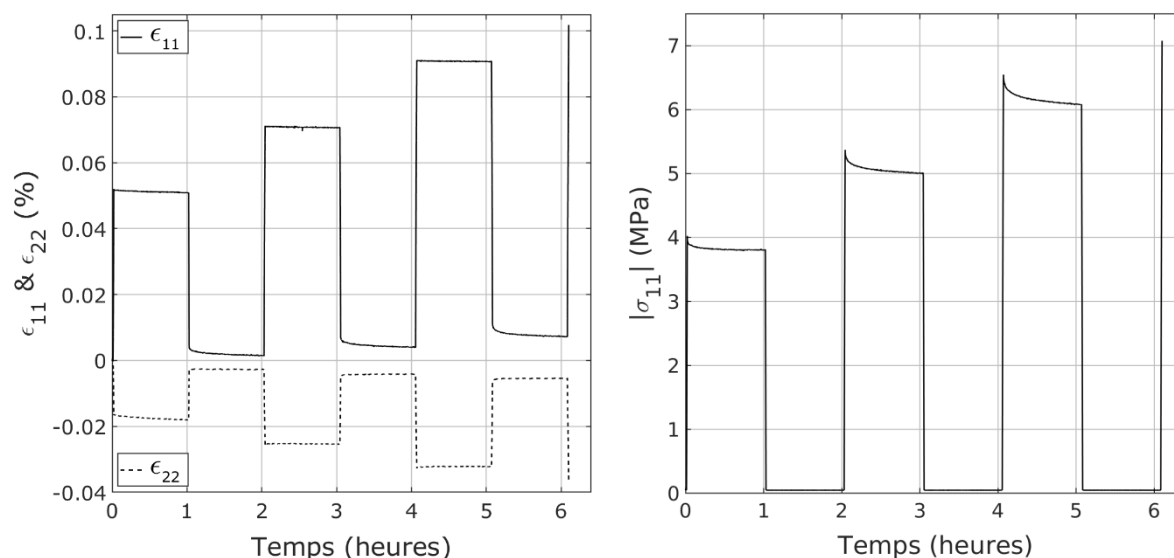


Figure II-31. Courbes temporelles des déformations (à gauche) et de la contrainte (à droite) pour l'essai de traction uniaxiale cyclée à 20°C, représenté **Figure II-30**.

3.7. Essais de double compression

Inspirée des travaux de Cambou et Lanier en géomécanique [30][78], une campagne expérimentale de double compression a été menée afin d'étudier l'anisotropie induite par le chargement du matériau. La première étape de ces essais était une compression simple jusqu'à 30 MPa, soit 95% de la contrainte maximale en compression. Après une relaxation d'une heure, une décharge et une recouvrance de plus de dix heures, l'éprouvette était soumise à une seconde compression jusqu'à 30 MPa puis était déchargée si elle n'avait pas déjà cassé. Cette seconde compression a été réalisée, pour trois échantillons, dans la même direction que la première compression (essais appelés « compression 0°-0° »), et pour trois autres échantillons, dans une direction orthogonale à la première, tout simplement en tournant le cube de 90° (essais appelés « compression 0°-90° »). Pour pouvoir tourner l'éprouvette et réaliser une seconde compression dans une direction transversale à la première, nous avons utilisé des éprouvettes cubiques, de 20 mm de côté. Une seule rosette de jauges biaxiales était collée sur chaque éprouvette. La face opposée du cube était recouverte d'un mélange de peintures blanche et noire appelé mouchetis afin d'effectuer une mesure du champ de déplacement par corrélation d'images. La vitesse de déplacement était pilotée par la traverse de la machine Z100 à 10^{-2} mm.s⁻¹, correspondant à environ 10^{-5} s⁻¹ en déformation. Pour limiter le frottement, du téflon lubrifié était placé aux interfaces. L'homogénéité du champ de déplacement a été vérifiée par corrélation d'images (**Figure II-32**).

Les courbes de deux essais représentatifs sont données **Figure II-33** et **Figure II-34**. Sur ce second graphique, σ correspond à la contrainte dans la direction de sollicitation, ε_{11} correspond à la déformation mesurée par la jauge dans l'axe longitudinal lors de la première compression et ε_{22} , à la déformation transversale lors de la première compression. Durant les phases de relaxation, les déformations ne sont pas constantes car c'est la position de la traverse de la machine et non pas la jauge de déformation qui est régulée. La mesure des jauges révèle que l'éprouvette continue d'être comprimée. Ce phénomène peut avoir deux origines : la viscosité du matériau M2, ou bien l'inertie du plateau de compression qui continue de descendre alors que la traverse est arrêtée.

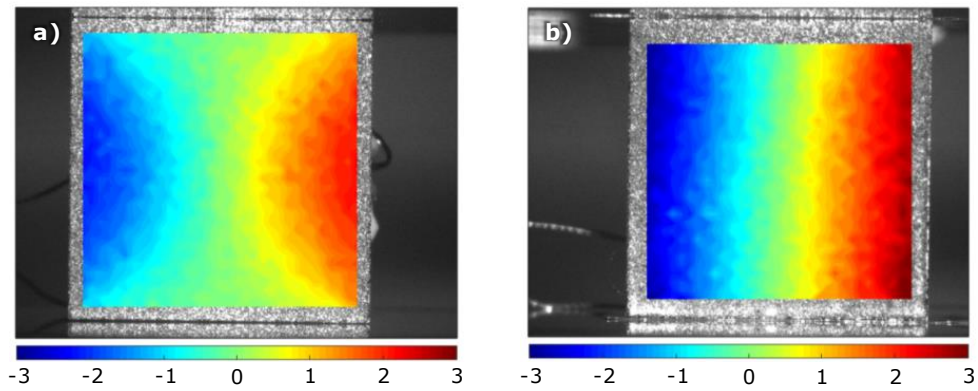


Figure II-32. Champ de déplacement transversal d'une éprouvette comprimée à 30 MPa **a)** sans lubrification, **b)** avec du téflon lubrifié aux interfaces (unité : le pixel).

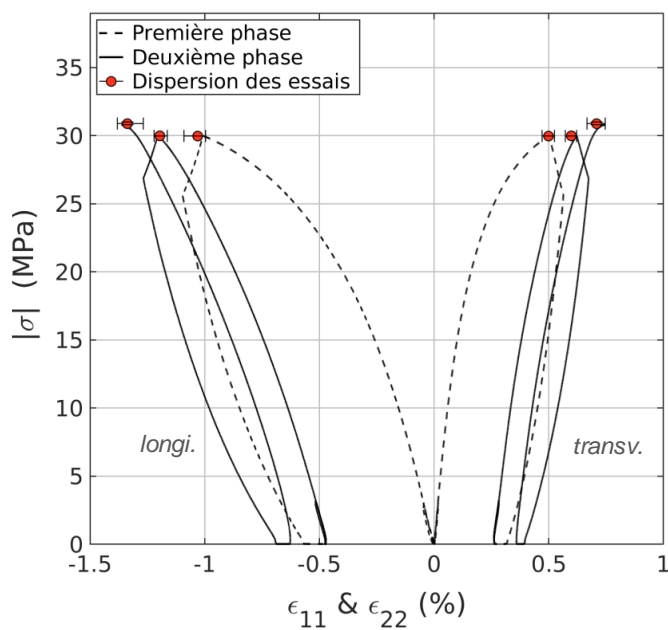


Figure II-33. Essai de compression « 0°-0° » réalisé à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. La dispersion des trois essais est donnée au point de contrainte maximale de chaque cycle.

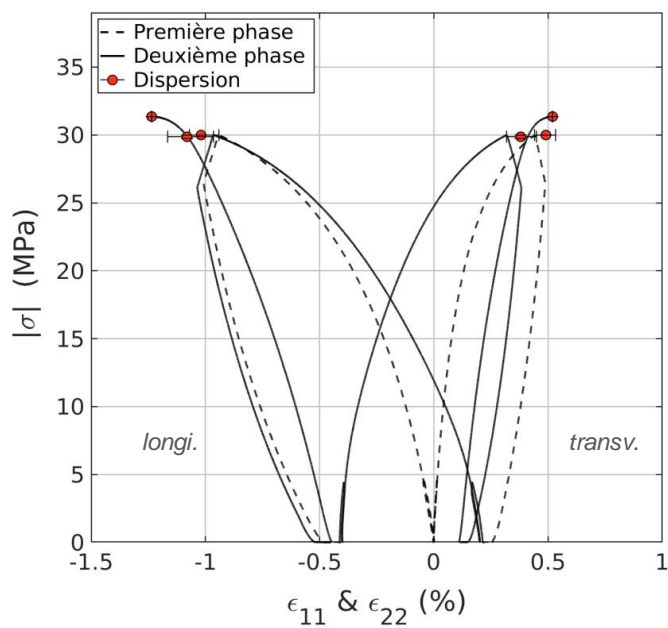


Figure II-34. Essai de compression « 0°-90° » réalisé à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. La dispersion des trois essais est donnée au point de contrainte maximale de chaque cycle.

On notera que ces essais ont été réalisés avant l'acquisition de la machine biaxiale de compression/torsion. En ajoutant une cellule de confinement à cette machine, on pourra à l'avenir réaliser des chemins de chargements non proportionnels variés.

3.8. Essai de torsion cyclée

Un essai de cyclage répété en torsion a également été effectué. Cet essai a été réalisé avec le même mode opératoire que les essais monotones. La vitesse de chargement était pilotée en vitesse angulaire jusqu'à une certaine valeur du couple, correspondant à une contrainte de ± 6 MPa sur le rayon moyen de l'éprouvette. L'essai a été stoppé après vingt cycles sans atteindre la rupture. Pour plus de lisibilité, la **Figure II-35** représente seulement le premier cycle (en rouge), le second (tirets bleu) et le vingtième (en noir). La dispersion des essais monotones à 6 MPa sur le rayon moyen est représentée par la barre d'erreur.

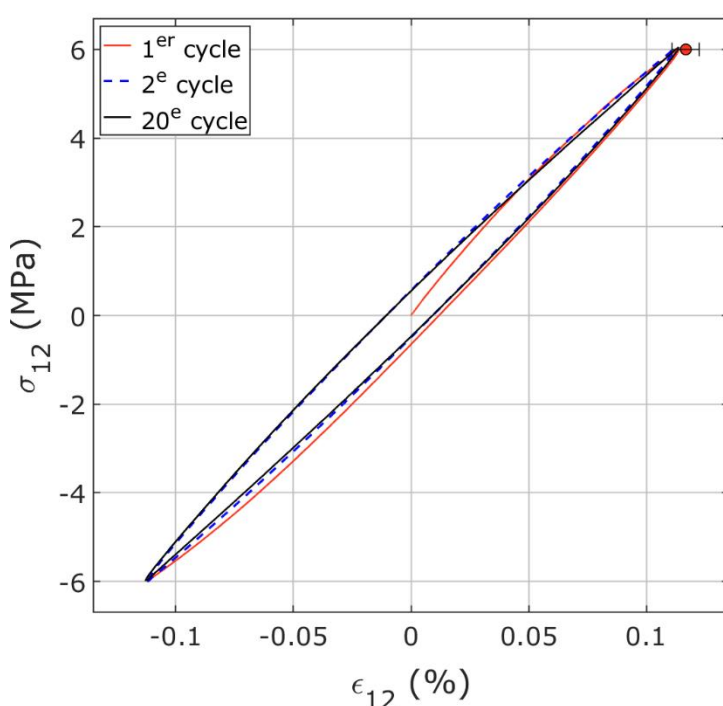


Figure II-35. Courbe de l'essai de torsion cyclée pilotée à $0,015^\circ.s^{-1}$ entre ± 6 MPa sur le rayon moyen de l'éprouvette. Seuls les deux premiers et le dernier cycles sont représentés. Le deuxième cycle (tirets bleus) est superposé en vingtième (trait plein noir). Contrainte et déformation sont ramenées sur le rayon moyen de l'éprouvette. La dispersion à 6 MPa des essais monotones est donnée.

3.9. Essais de rupture multiaxiale

Trois types d'essais multiaxiaux ont été réalisés sur le matériau M2 : un essai brésilien, un essai couloir et un essai de compression équibiaxiale. Le dépouillement de ces essais s'est concentré sur les données à rupture. Les valeurs mentionnées sont donc les contraintes maximales et les déformations correspondantes.

Les essais de compression que nous appelons couloir (*channel-die test* en anglais) correspondent à la compression d'un cube dont l'une des directions transversales est bloquée. Le montage était placé entre les deux plateaux de compression de la machine Z100 (voir la photographie de la **Figure II-36**). Les éprouvettes étaient des cubes de 20 mm de côté. Du téflon lubrifié de 0,7 mm d'épaisseur entourait la pièce afin de limiter les frottements contre les parois. À partir d'un mouchetis peint sur une surface du cube, le champ de déplacement a été mesuré par corrélation d'images. La vitesse de sollicitation était réglée par la traverse à $1,4.10^{-3} \text{ mm.s}^{-1}$, équivalant à environ 3.10^{-5} s^{-1} en vitesse de déformation. Les vecteurs déplacement à contrainte maximale sont représentés **Figure**

II-38. La contrainte dans la direction longitudinale σ_2 a été déterminée à partir de la force appliquée sur l'éprouvette. La contrainte dans la direction transversale σ_1 a été estimée à partir de la loi de Hooke : $\sigma_1 = \nu \sigma_2$. Cette équation n'étant valable que dans le domaine élastique, une approximation est faite pour l'appliquer au pic de contrainte : nous avons pris $\nu = 0,5$ correspondant au rapport des déformations au pic de contrainte (contre 0,3 dans le domaine élastique). Les courbes contrainte-déplacement de la traverse des trois essais sont données **Figure II-41**. Pour ces essais, on observe un important pied de courbe lié à la mise en place de l'éprouvette dans le montage. Ceci vient probablement d'un défaut de serrage du montage, autorisant de légères déformations transversales en début d'essais.

Des essais de compression équibiaxiale ont été réalisés sur des cubes de 20 mm de côté, grâce à un montage imposant une compression de même intensité dans deux directions du cube. Une photographie du montage placé entre les deux plateaux de la machine est donnée **Figure II-37**. Comme pour les essais couloir, le champ de déplacement a été mesuré par corrélation d'images. La vitesse de sollicitation était réglée par la traverse à $2,8 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$, équivalent à environ $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ en déformation. Du téflon de 0,7 mm d'épaisseur, préalablement lubrifié, a été placé aux interfaces pour limiter les frottements. Les vecteurs déplacement de l'éprouvette, sous la contrainte maximale, sont représentés **Figure II-39**. Les contraintes principales sont déterminées à partir de la mesure de la force appliquée par le plateau de compression : $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{\sqrt{2}F}{2S}$ avec S la surface d'une face du cube. Les courbes contrainte-déplacement de la traverse des trois essais sont données **Figure II-43**.

L'essai brésilien, aussi appelé essai de fendage, correspond à la compression d'un cylindre entre deux plateaux selon sa génératrice. Les éprouvettes utilisées pour ces essais étaient des cylindres de 15 mm de diamètre et de 30 mm de haut. Du latex de 1,5 mm d'épaisseur était placé aux appuis sans lubrification afin de répartir la surface d'application de la force. Un mouchetis avait été déposé sur la surface plane du cylindre afin de mesurer le champ de déplacement par corrélation d'images. L'essai était piloté par le déplacement de la traverse mobile de la machine Z100 à une vitesse de $0,2 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$. La direction longitudinale de l'éprouvette était ainsi en compression tandis que la direction transversale subissait en traction. Les vecteurs déplacement de l'éprouvette sous la contrainte maximale sont représentés **Figure II-40**. Les contraintes principales de traction σ_1 et de compression σ_2 sont estimées à partir de la mesure de la force F et des dimensions de l'éprouvettes : $\sigma_1 = \frac{2F}{\pi \phi h}$ et $\sigma_2 = -3\sigma_1$ [107]. Les courbes contrainte-déplacement de la traverse des trois essais sont données **Figure II-45**.

Les pieds de courbe non linéaires présents sur toutes les courbes (**Figure II-41**, **Figure II-43**, **Figure II-45**) sont liés aux défauts de l'éprouvette : les longueurs des côtés du cube n'étant pas rigoureusement identiques, en début d'essai une des faces est plus comprimée que l'autre.

Les données à rupture ainsi calculées sont reportées dans le **Tableau II-2**. Pour aller plus loin, les champs de déplacement de ces trois essais ont été post-traités afin de déterminer l'évolution de la déformation sur une « jauge fictive » de 2 mm au centre de l'éprouvette. Ces mesures permettent d'estimer l'allure de la courbe contrainte-déformation en compression couloir et en compression équibiaxiale (**Figure II-42** et **Figure II-44**). Cette approche n'a pas été fructueuse pour l'essai brésilien, peut-être causé par un problème optique. On peut envisager qu'il y a eu un important déplacement vertical du centre de l'éprouvette, un déplacement hors-plan et une rotation de la face du cylindre.

On pourra noter que la forte non-linéarité des pieds de courbe des courbes de déplacement (**Figure II-41**, **Figure II-43**, **Figure II-45**) est un effet du polymère placé aux interfaces. Le pied de courbe de l'essai brésilien est le plus important car le latex utilisé est beaucoup plus épais que le téflon des essais couloir et équibiaxial.

	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	ϵ_1 (%)	ϵ_2 (%)
Compression couloir	<i>-6,81</i> <i>±3,49</i>	-34,45 ±0,57	0,50 ±0,17	-1,50 ±0,38
Compression équibiaxiale	-32,57 ±0,15	-32,57 ±0,20	-0,68 ±0,06	-0,62 ±0,24
Essai brésilien	<i>7,35</i> <i>±0,13</i>	<i>-22,07</i> <i>±0,23</i>	0,34 ±0,07	-0,33 ±0,11

Tableau II-2. Contraintes et déformations principales maximales subies par le matériau M2 en contraintes planes pour trois types d'essais multiaxiaux. Les valeurs en bleues et italiques sont des valeurs estimées, les autres sont mesurées expérimentalement. La dispersion des essais est donnée sous chaque valeur.

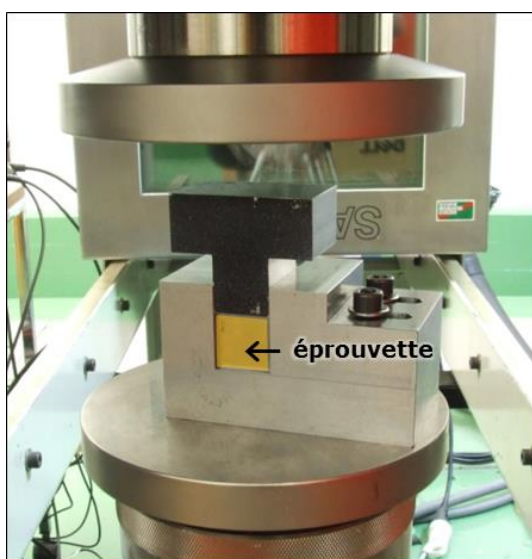


Figure II-36. Photographie du montage de compression couloir placé entre les plateaux de compression de la machine d'essai.

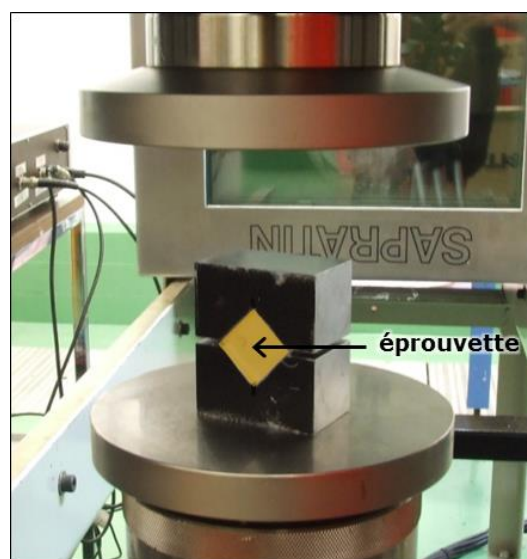


Figure II-37. Photographie du montage de compression équibiaxiale placé entre les plateaux de compression de la machine d'essai.

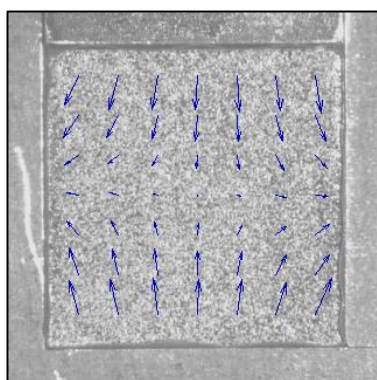


Figure II-38. Champ vectoriel de déplacement en compression couloir.

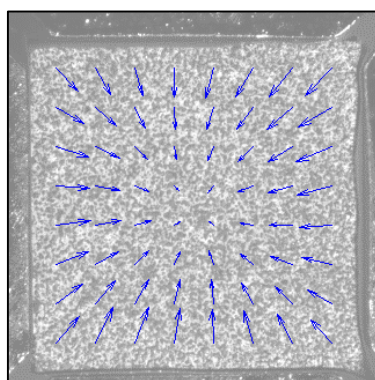


Figure II-39. Champ vectoriel de déplacement en compression équibiaxiale.

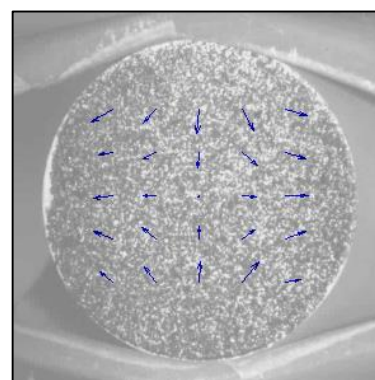


Figure II-40. Champ vectoriel de déplacement en essai brésilien.

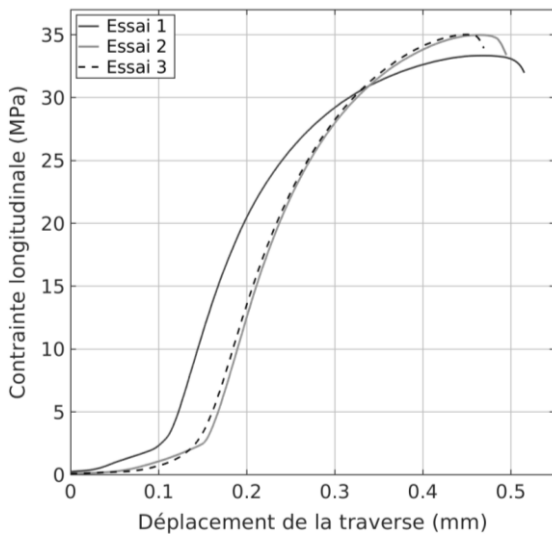


Figure II-41. Courbes contrainte-déplacement des trois essais de compression couloir.

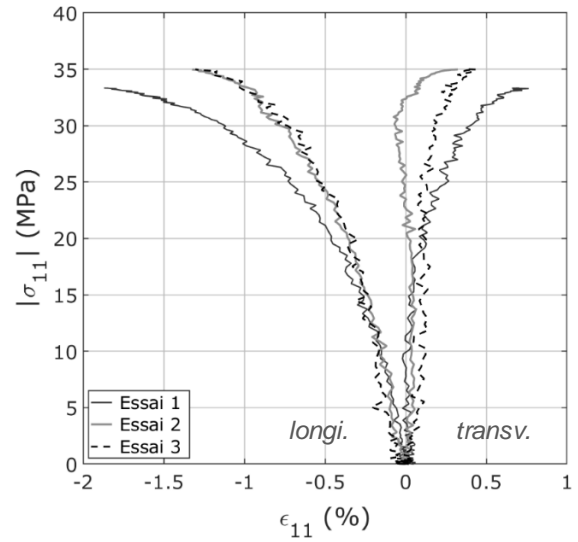


Figure II-42. Courbe contrainte-déformation des trois essais de compression couloir.

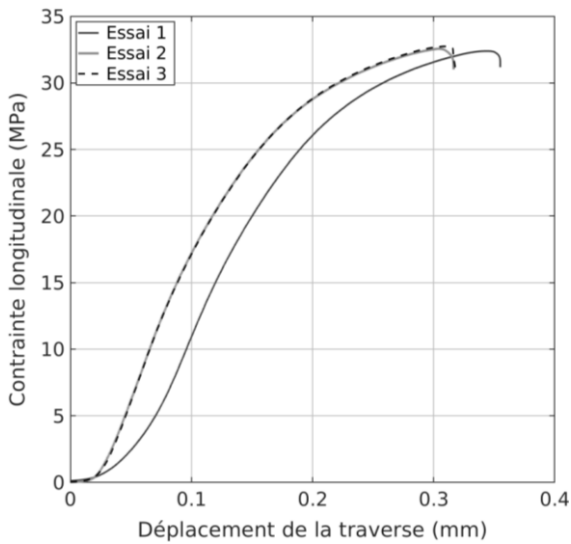


Figure II-43. Courbes contrainte-déplacement des trois essais de compression équi-biaxiale.

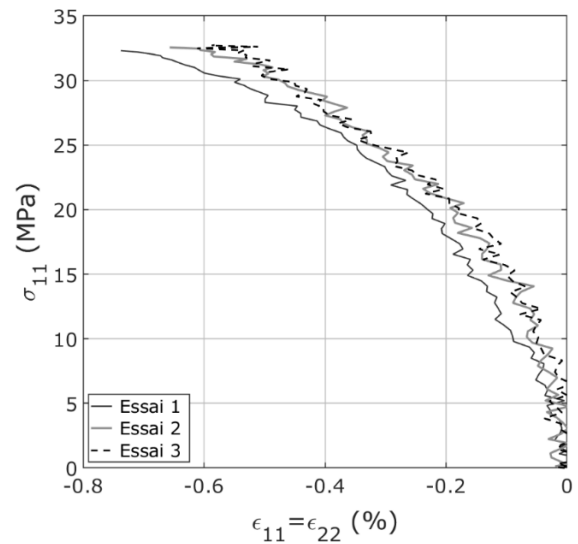


Figure II-44. Courbe contrainte-déformation des trois essais de compression équi-biaxiale.

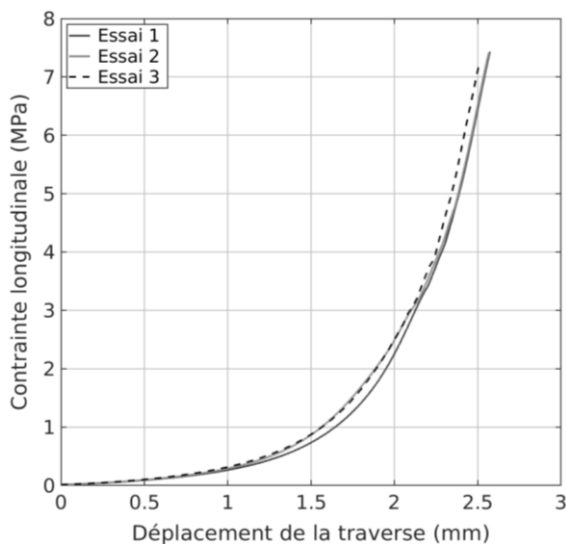


Figure II-45. Courbes représentant la contrainte estimée en fonction du déplacement des trois essais brésiliens réalisés sur M2.

4. Analyse des essais

4.1. Comportement visqueux

La courbe du module réel en fonction du temps réduit, **Figure II-22** à gauche (page 86), montre que le module élastique du matériau M2 varie relativement peu entre 0°C et 60°C (du premier point à gauche au temps réduit de 6) avec une valeur de 8000 ± 500 MPa. En parallèle, sur cette plage de température le module imaginaire, **Figure II-22** à droite, révèle que le matériau M2 est très peu visqueux (module quasiment constant). À partir de 60°C environ, le module réel chute de 30% pour atteindre environ 5100 MPa à 90°C tandis que le module imaginaire est multiplié par quatre (en considérant l'incertitude de mesure valant 40%, il est au minimum multiplié par deux) ce qui traduit une augmentation non négligeable de la viscosité. Ce phénomène est causé par la transition vitreuse du liant.

Cette campagne DMA met en évidence le comportement viscoélastique linéaire du matériau sur le domaine réversible sur lequel il a été sollicité. Les contraintes appliquées lors de cet essai sont de l'ordre du MPa. Au-delà de cette contrainte, les données expérimentales en notre possession ne permettent pas de statuer sur la linéarité de la viscoélasticité. Pour répondre à cette question, une campagne DMA avec une contrainte moyenne élevée (25 MPa par exemple) pourrait être réalisée dans le futur.

On notera que les essais de fluage présentés au chapitre I (**Figure I-8**, page 27) ainsi que les phase de relaxation et de recouvrance effectuée lors des essais cyclés reflètent aussi la viscosité du matériau M2. Toutefois, les données expérimentales ne sont pas suffisantes en l'état pour distinguer un possible comportement viscoplastique mêlé au comportement viscoélastique. Afin de déterminer si une composante viscoplastique doit être intégrée à la modélisation de M2, une simulation viscoélastique de ces essais sera nécessaire.

4.2. Allure des essais monotones de référence

La comparaison des courbes de compression, traction (**Figure II-24**, page 87) et torsion (**Figure II-25**) réalisés dans les conditions de référence (pression, température et vitesse), montre l'influence du sens de la sollicitation sur le comportement du matériau. Comme pour les autres explosifs pressés, M2 connaît une rupture précoce en traction par rapport à la compression. De plus, la **Figure II-24** révèle que le pied de courbe est le même en traction et en compression.

L'essai de torsion étant un essai hétérogène, la courbe contrainte-déformation est dépendante du point de calcul (rayon interne, moyen ou externe). Il est donc difficile d'en tirer des conclusions. On note toutefois que la contrainte de rupture est du même ordre de grandeur qu'en traction. En effet, les courbes de traction et de torsion présentent une rupture fragile aux alentours de 9 MPa (à $7,1 \pm 0,7$ MPa en traction ; moins de 11 MPa en torsion). La compression est relativement linéaire en début de courbe puis présente un assouplissement de plus en plus important à l'approche de la rupture à $30,6 \pm 0,5$ MPa. La rupture en compression est plus ductile mais s'effectue pour des déformations très faibles (de l'ordre de 1,5%). L'asymétrie du comportement du matériau est nette. M2 peut-être défini comme un matériau quasi-fragile.

On notera également qu'aucune déformation volumique n'a été mesurée en torsion, (contrairement aux essais de traction et de compression). M2 ne se comporte donc pas comme le béton étudié par Pecqueur *et al.* [101], lequel commence à se dilater en torsion à 70% de la contrainte maximale.

4.3. Influences du sens de sollicitation, de la température et de la pression

Les essais monotones réalisés en traction et en compression peuvent être comparés afin d'étudier l'influence du sens de sollicitation sur le comportement de M2. Les courbes à 20°C à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sont représentées **Figure II-24** page 87. Les courbes à -30°C, 0°C et 50°C à cette même vitesse sont données en annexe. Les courbes à 80°C sont données ci-dessous.

On constate que la direction de sollicitation n'a aucune influence sur le comportement de M2 entre -30°C et 50°C, hormis à rupture. En revanche, à 80°C, malgré un module élastique identique, l'écoulement est plus prononcé en traction qu'en compression. À cette température, on peut supposer que le mécanisme d'endommagement est différent ou que l'écoulement plastique est modifié, du fait de la transition vitreuse du liant.

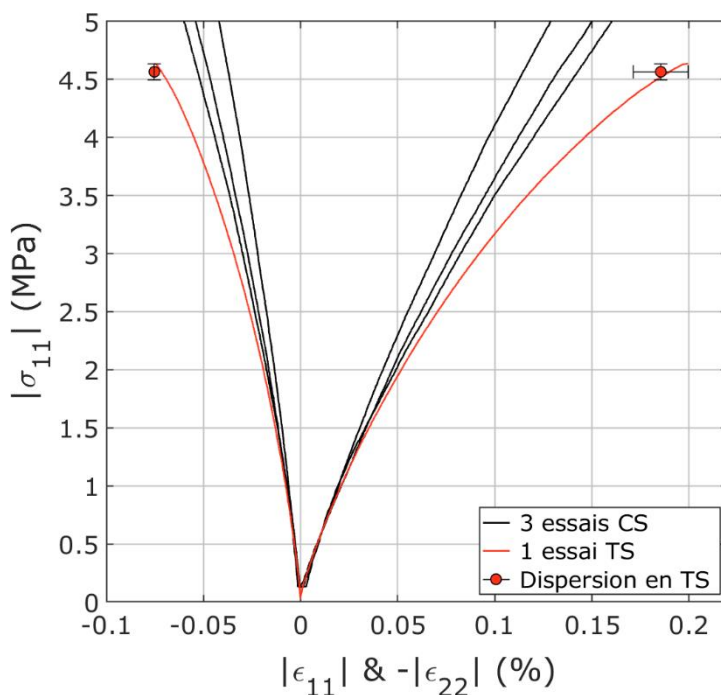


Figure II-46. Courbe d'un essai de traction simple « TS » (en rouge) comparée à celles des trois essais de compression simple « CS » (en noir) réalisés sur M2 à 80°C, à la vitesse de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

Les essais cyclés réalisés sur M2, en traction et en compression peuvent être comparés aux essais monotones correspondants. La **Figure II-48** et la **Figure II-49** comparent respectivement les courbes d'une compression simple réalisée à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. La **Figure II-50** comparent les courbes d'une compression triaxiale à 10 MPa de confinement (à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$). La **Figure II-30** page 91 compare les courbes d'une traction simple réalisée à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Quel que soit le sens du chargement (traction ou compression), la pression de confinement, la température ou la vitesse de sollicitation, la courbe enveloppe d'un chargement cyclé correspond à la courbe monotone correspondante. L'ajout de cycles durant le chargement n'influence donc pas le comportement global de M2.

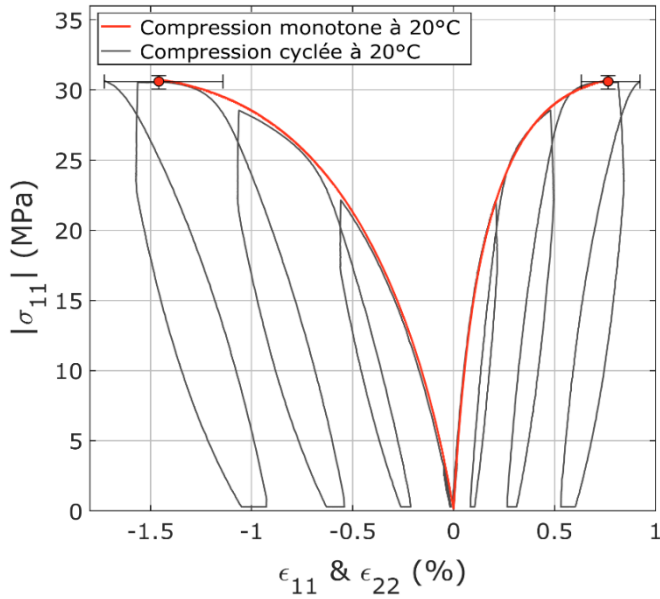


Figure II-47. Figure II-48. Comparaison des courbes cyclée et monotone d'un essai de compression simple à 20°C réalisé sur M2 à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

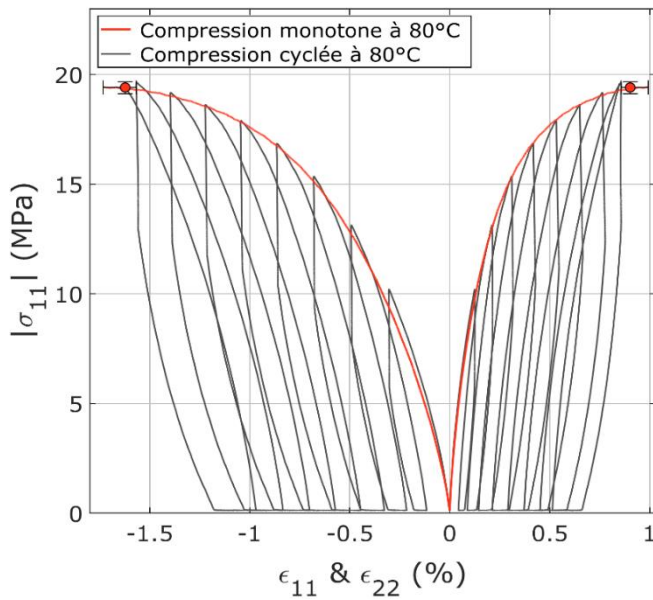


Figure II-49. Comparaison des courbes cyclée et monotone d'un essai de compression simple à 80°C réalisé sur M2 à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

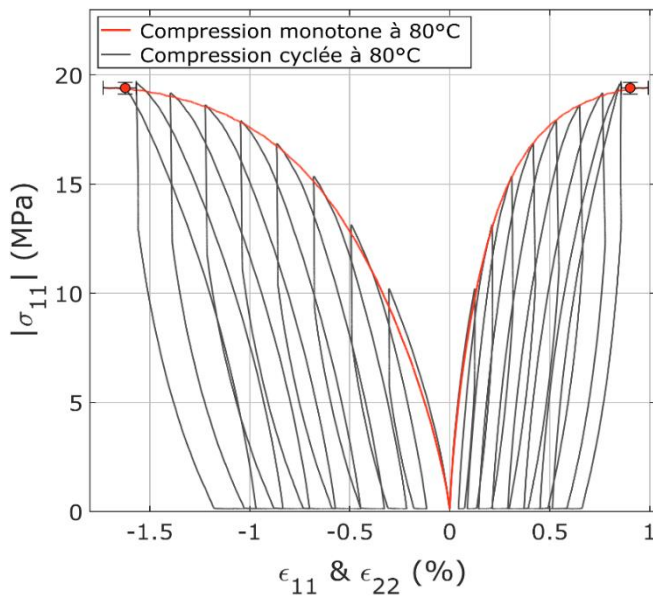


Figure II-50. Comparaison des courbes cyclée et monotone d'un essai de compression triaxiale à 20°C réalisé sur M2 à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

Les essais réalisés sous différentes pressions, températures et vitesses de déformation en traction et en compression (**Figure I-3** page 24 ; **Figure II-26** et **Figure II-27** page 89) nous permettent d'établir l'influence de ces paramètres sur les modules élastiques et sur le pic de contrainte.

Concernant le module de Young et le coefficient de Poisson, puisque les courbes ne montrent pas de transition franche à la plasticité, un module longitudinal élastique est calculé par régression linéaire sur une fenêtre de 0,032% de déformation tandis que le coefficient de Poisson est déterminé par le rapport des déformations longitudinales et transversales à 0,032% de déformation longitudinale. Cette fenêtre de calcul est choisie pour correspondre à l'amplitude pic à pic des mesures faites en DMA. Sur cette plage de déformation, les courbes de compression et de traction sont linéaires. Des chargements cyclés ont également prouvé la réversibilité du comportement (pas de déformation résiduelle en fin de recouvrance à contrainte nulle).

L'évolution du module de Young en fonction de la température, en compression et en traction, à plusieurs vitesses de déformation est donnée **Figure II-51** et son évolution en fonction de la pression est donnée **Figure II-52**. Les figures suivantes correspondent au coefficient de Poisson (**Figure II-53** et **Figure II-54**), à la contrainte maximale (**Figure II-55** et **Figure II-56**) et aux déformations correspondantes (**Figure II-57** et **Figure II-58**), appelées déformations maximales puisque le post-pic n'est pas traité. Les essais à fort confinement (200 et 400 MPa) ne sont pas pris en compte car hors de notre champ d'étude.

Le module de Young semble indépendant de la vitesse de déformation et de la température entre 0°C et 20°C. On constate une légère baisse du module à 50°C, indépendante de la vitesse de déformation. À 80°C, le module est divisé par deux et sa valeur augmente avec la vitesse. Quelle que soit la température, on ne constate pas d'influence du sens de sollicitation. Entre 0°C et 80°C, le coefficient de Poisson est indépendant de la vitesse de déformation et du sens de la sollicitation. On peut constater que le comportement élastique de M2 entre -30°C et 0°C est particulier car il ne suit pas la tendance attendue. Ce point est abordé en détails dans le paragraphe 4.4.

L'influence de la pression entre 0 et 10 MPa sur le module de Young semble négligeable car les points mesurés de 2,5 à 10 MPa sont compris dans la dispersion des mesures à pression atmosphérique (**Figure II-52**). Ce comportement est différent de ce qu'ont pu observer Wiegand *et al.* sur l'EDC-37 [136] ainsi que Picart *et al.* sur M1 [105]. L'effet du confinement sur le coefficient de Poisson est curieux, il baisse entre 0 et 5 MPa pour remonter à 10 MPa. Aucune conclusion ne peut cependant être émise car le nombre d'essais réalisés sous confinement est trop faible. Notons tout de même qu'un phénomène similaire (une chute du module de Young sous 5 MPa de confinement) a été observé sur le matériau M1 [13][14] dont tous les composants sont différents de M2, et pour des essais réalisés par des laboratoires différents sur un même matériau inerte.

La contrainte maximale en traction est constante entre -30°C et 50°C et diminue à 80°C ; en compression, elle baisse légèrement de -30°C à 50°C et elle chute de moitié à 80°C (**Figure II-55**). Comme pour le module de Young, l'influence de la vitesse ne s'observe qu'à 80°C : la contrainte maximale augmente avec la vitesse. La pression tend à augmenter la contrainte maximale mais cette augmentation est de plus en plus faible quand la pression augmente (**Figure II-56**).

Entre -30°C et 50°C les déformations maximales sont constantes en traction puis augmentent à 80°C ; en compression, elles semblent augmenter très légèrement en valeurs absolues, avec la température (**Figure II-57**). À 80°C, augmenter la vitesse semble les augmenter très légèrement. Concernant l'influence de la pression (**Figure II-58**), les déformations maximales ne varient pas entre 0 et 2,5 MPa, elles augmentent légèrement à 5 MPa puis restent constantes à 10 MPa.

On constate très clairement un changement de comportement du matériau à l'approche de la température de transition vitreuse. Avant la transition vitreuse, la vitesse de déformation n'a pas d'influence, le module de Young est relativement constant quel que soit le signe de la contrainte ou la pression de confinement.

Finalement, température et pression ont une influence sur la contrainte : diminuer la température ou augmenter la pression augmente sa valeur maximale. Les variations de déformations à contrainte maximale sont relativement faibles mais elles ont tendance à augmenter en valeurs absolues avec la pression et la température. Le coefficient de Poisson quant à lui, a un comportement très particulier. Constant entre 0°C et 80°C, il chute à -30°C et son évolution en fonction de la pression n'est pas monotone. Enfin, on pourra noter que les valeurs de modules de Young à -30°C en DMA (7980 MPa à 2 Hz soit $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$) et en essais de traction et de compression (Figure II-51, 7490 MPa à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$) sont proches, ce qui valide les mesures faites en DMA.

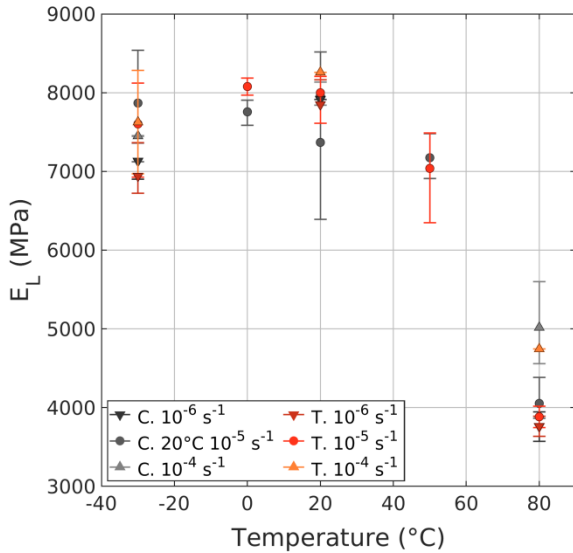


Figure II-51. Valeur moyenne du module de Young et sa dispersion associée en traction (en rouge) et en compression (en gris) en fonction de la température et du taux de déformation.

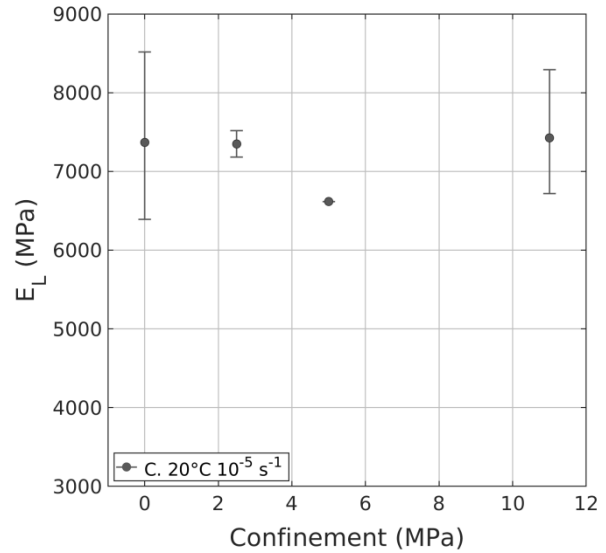


Figure II-52. Valeur moyenne du module de Young et sa dispersion associée en compression en fonction de la pression de confinement.

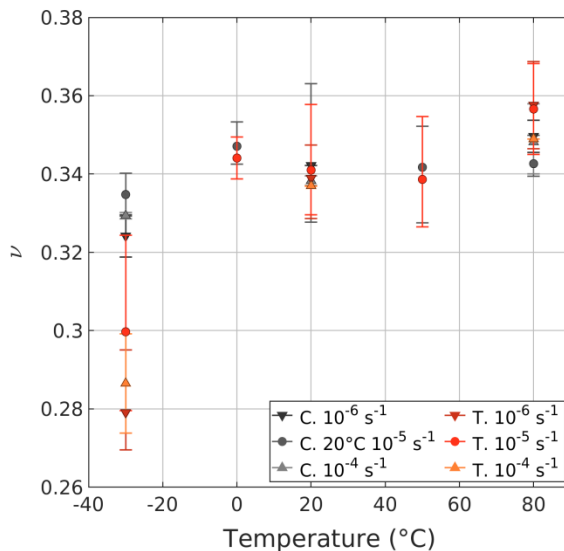


Figure II-53. Valeur moyenne du coefficient de Poisson et sa dispersion associée en traction (en rouge) et en compression (en gris) en fonction de la température et du taux de déformation.

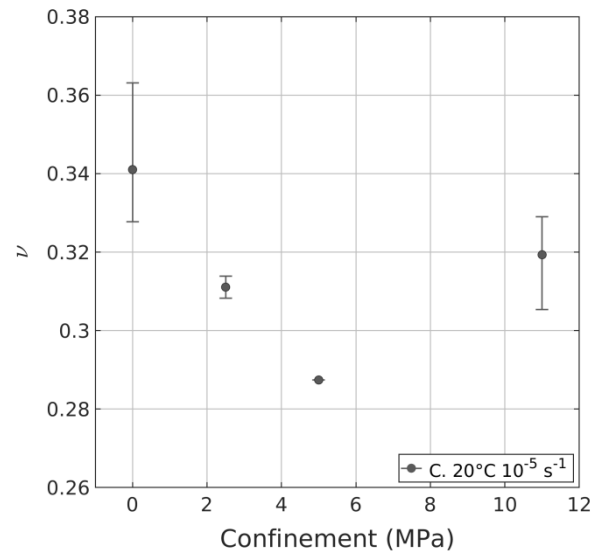


Figure II-54. Valeur moyenne du coefficient de Poisson et sa dispersion associée en compression en fonction de la pression de confinement.

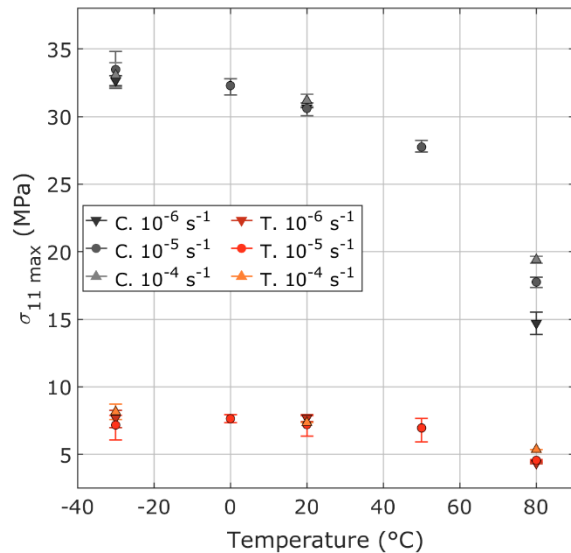


Figure II-55. Valeur moyenne de la contrainte maximale et sa dispersion associée en traction (en rouge) et en compression (en gris) en fonction de la température et du taux de déformation.

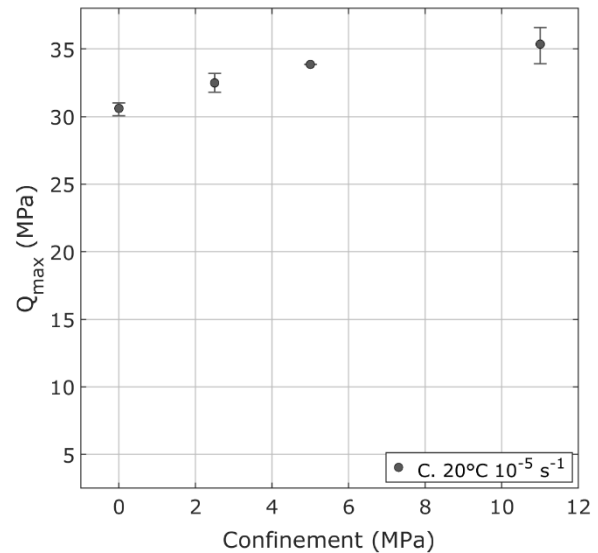


Figure II-56. Valeur moyenne de la contrainte équivalente maximale et sa dispersion associée en compression en fonction de la pression de confinement.

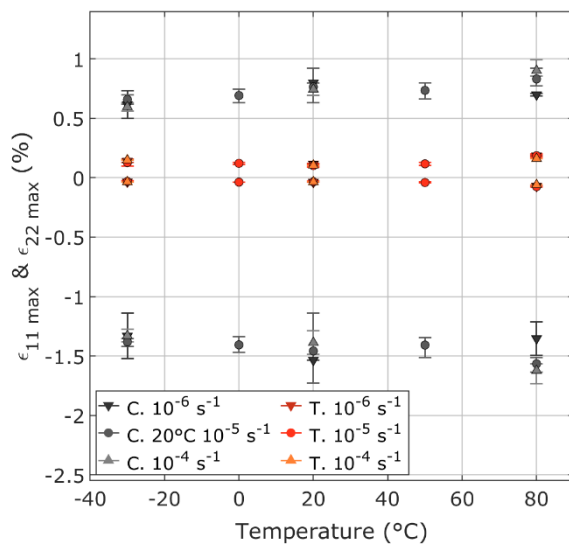


Figure II-57. Valeur moyenne des déformations longitudinales et transversales maximales et leur dispersion respective en traction (en rouge) et en compression (en gris) en fonction de la température et du taux de déformation.

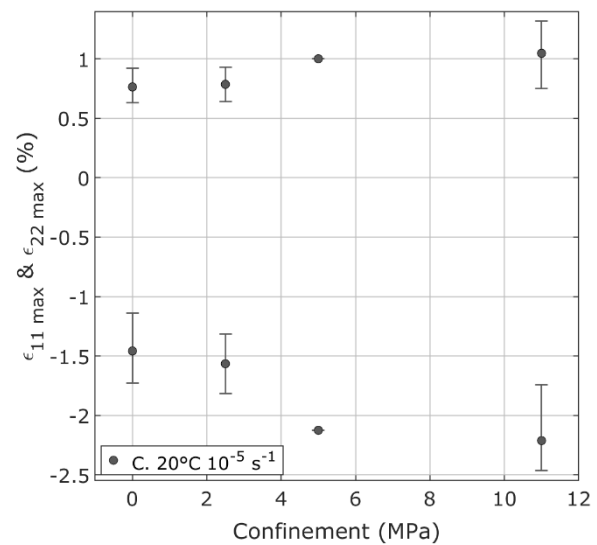


Figure II-58. Valeur moyenne des déformations longitudinales et transversales maximales et leur dispersion respective en compression en fonction de la pression de confinement.

4.4. Endommagement thermique

Lors de la campagne DMA, une irréversibilité sur les modules réels a été observée entre 0°C et -30°C (voir les modules mesurés à 2 Hz, **Figure II-19** page 84). En parallèle, un comportement curieux des modules élastiques mesurés en traction et en a été observé entre 0°C et -30°C (**Figure II-51** et **Figure II-53** ci-dessus). Notre domaine d'étude étant fixée entre -50°C et 100°C, le comportement de M2 entre 0°C et -30°C doit être étudié plus en détail.

Après avoir subi le cycle de températures 20°C → 0°C → 90°C → 20°C, deux échantillons de DMA ont subi un passage à froid : 20°C → -30°C → 20°C. D'après la **Figure II-19** (page 84) traçant l'évolution du module réel à 2 Hz, lorsque la température descend sous 20°C, le module reste constant (points gris et verts), mais lorsque l'éprouvette est réchauffée à 20°C (deux premiers points rouges et points bleus) le module baisse. La **Figure II-20** (page 84) permet d'analyser ce phénomène. Si aucun comportement particulier du module imaginaire n'est relevé, une baisse surprenante du module réel est observée lorsque la température baisse. Comme cela a déjà été énoncé, les modules mesurés après passages à 0°C (en rouge) et à 90°C (en vert) sont compris dans la barre d'erreur du module mesuré initialement. Leur dégradation n'est donc pas significative. En revanche, la **Figure II-20** montre que le module mesuré après passage à -30°C (en bleu) n'est pas compris dans cette barre d'erreur. Il y a donc une dégradation notable du module élastique.

Afin d'estimer cette dégradation de module, un module élastique non dégradé peut être estimé empiriquement par prolongement linéaire des mesures faites entre 20°C et 50°C (**Figure II-59**, pente rouge), reporté sur la phase de refroidissement à -30°C (**Figure II-59**, pente verte). La dégradation du module élastique longitudinal à -30°C, notée $d_{-30^\circ\text{C}}$ sur le graphique, vaut en moyenne 8,8% ($\pm 0,7\%$ selon la fréquence). Après le retour à 20°C (points bleus), une dégradation du module persiste. Elle est notée $d_{20^\circ\text{C}}$ sur le graphique et vaut 7,2% en moyenne ($\pm 0,5\%$ selon la fréquence). Ainsi, un endommagement thermique se développe à froid entre 20°C et -30°C, et cet endommagement est irréversible.

Les mesures réalisées en traction et en compression révèlent que le coefficient de Poisson chute à -30°C tandis qu'il est relativement constant aux températures supérieures (**Figure II-53**). La baisse est plus importante en traction (environ 13%) qu'en compression (environ 4,5%). D'après les essais DMA et la **Figure II-51**, le module de Young ne varie pratiquement pas lors du refroidissement de 20°C à -30°C alors que l'on s'attendrait à une rigidification du matériau. La baisse du coefficient de Poisson serait donc imputable à une augmentation du module élastique transversal couplé à une stagnation du module longitudinal.

On peut noter que des essais de dilatométrie faisant partie de la base de données initiale, vont dans le sens d'un endommagement volumique à froid. Trois essais ont été réalisés entre -30°C et 100°C sur des éprouvettes parallélépipédiques de 5 mm de côté et de 50 mm de longueur. Un dilatomètre Adhamel DI21 a été utilisé. Trois rampes de température de $\pm 10^\circ\text{C}/\text{heure}$ ont été appliquées, d'abord en refroidissement entre 20°C et -30°C, ensuite en chauffe entre -30°C et 100°C. La **Figure II-60** présente la courbe représentative d'un essai entre -30°C et 40°C. On observe un comportement non linéaire à froid : la pente de la courbe diminue lors du refroidissement et est relativement constante lors de la montée en température. Les irréversibilités créées lors du refroidissement à -30°C sont mises en évidence par la déformation résiduelle lors du retour à 20°C. Trois pentes sont représentées sur la **Figure II-60** : la pente initiale à 20°C (trait plein rouge), la pente de la chauffe à -30°C (trait plein bleu) et celle du retour à 20°C (tirets rouges). Les coefficients de dilatation correspondants valent respectivement : $1,32 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ($\pm 1,5\%$), $1,19 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ($\pm 3,3\%$), $1,30 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ($\pm 0,3\%$). Les deux coefficients mesurés à 20°C sont donc pratiquement identiques, tandis que le coefficient chute d'environ 10% à -30°C. Le coefficient de dilatation baisse ainsi de 10% à -30°C, puis recouvre sa valeur initiale à 20°C. De plus, lors du réchauffement, les déformations volumiques sont plus importantes que lors du refroidissement pour une même température. Une déformation volumique résiduelle de l'ordre de 0,15% après le passage à -30°C

(**Figure II-60**) mettant en évidence qu'un mécanisme irréversible s'est produit durant la phase de refroidissement. On notera en exergue qu'un essai de dilatométrie réalisé avec des cycles de températures jusqu'à 0°C, -25°C, -50°C et -75°C a montré que la dégradation du coefficient thermique se poursuit pour les températures inférieures à -30°C.

Comme nous l'avons vu au premier chapitre (paragraphe 3.1, page 33), Picart et Brigolle [106] ont aussi observé une baisse irréversible du module réel de M1 en DMA après un cycle thermique à froid (entre 20°C et -90°C) sans effet sur le module imaginaire (**Figure I-15**). Selon eux, la différence de coefficient d'expansion thermique des deux constituants du matériau, la matrice polymère et les grains, pourrait induire des contraintes locales de traction aux interfaces liant/grains lors du refroidissement, entraînant une fissuration intergranulaire (voir le paragraphe 3.1 page 33 pour plus de détails). Notons en revanche, qu'aucun endommagement à froid n'est observé sur le PBX-9502, également à base de TATB [118]. Le coefficient d'expansion thermique du PBX-9502 est pratiquement constant entre 20°C et -55°C, et aucune irréversibilité n'est créée lors du passage à froid. L'endommagement thermique à froid des matériaux M1 et M2 reste donc incompris. Une étude plus poussée est nécessaire pour déterminer l'origine d'un tel comportement irréversible. De prochains travaux devront y être consacrés.

Notons que si le PBX-9502 ne développe pas d'endommagement thermique à froid, il développe un comportement thermique particulier à chaud [129] : des déformations volumiques irréversibles se développent lorsque le matériau est soumis à des cycles de température dépassant la transition vitreuse du liant. Ce phénomène est connu en anglais sous le nom de « *ratchet-growth* ». Lors des essais de dilatométrie réalisés sur M2, de faibles déformations irréversibles ont été observées à 20°C après le passage à 90°C mais cet essai n'est pas suffisant pour définir si la matériau M2 est soumis au *ratchet-growth*. Ce phénomène devra être étudié dans le futur.

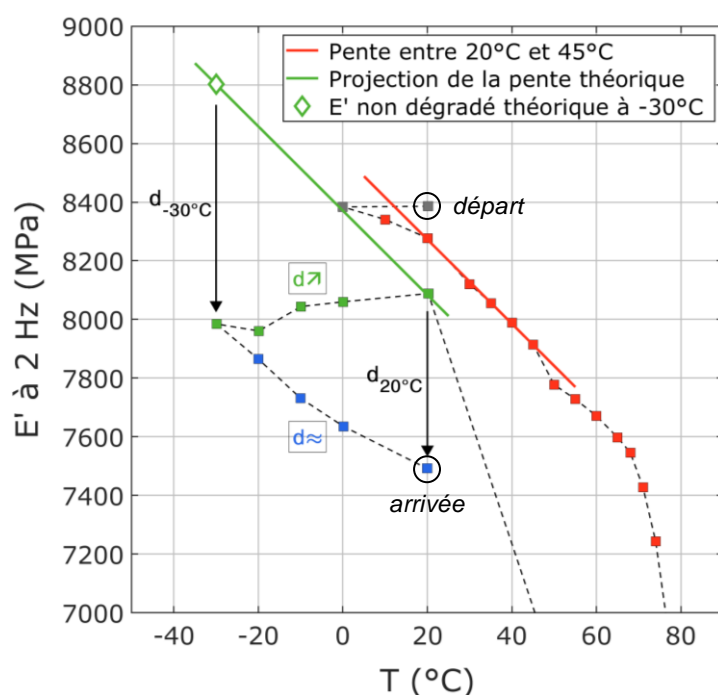


Figure II-59. Méthode d'estimation de la dégradation du module réel à -30°C et à 20°C après passage à froid pour un essai DMA. La courbe originale est donnée **Figure II-19** (page 84).

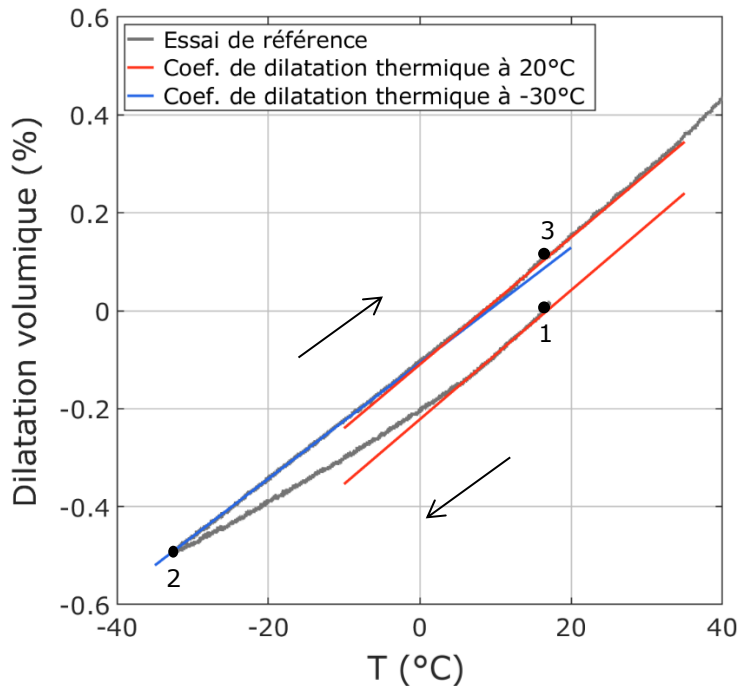


Figure II-60. Extrait d'une courbe de dilatométrie du matériau M2 et représentation de l'évolution du coefficient de dilatation thermique. Les points 1, 2 et 3 indiquent le sens de la courbe.

4.5. Endommagement induit par le chargement

L'analyse des essais cyclés permet d'obtenir des informations sur l'endommagement du matériau. En supposant que l'état de contrainte est élastique lorsque la direction de chargement est inversée, nous pouvons calculer des modules tangents élastiques en début de chaque charge et décharge. Pour ce faire, des pentes sont calculées par régression linéaire sur une fenêtre de déformation longitudinale de 0,032% (pour correspondre aux mesures de DMA), entre 0 et 0,1%, en décalant la fenêtre point par point. La valeur maximale des pentes est attribuée au module élastique. On élimine ainsi les défauts de pied de courbe qui diminuent le module apparent.

Sous l'hypothèse qu'il n'y a pas de plasticité en décharge, les modules sécants entre fin de relaxation et fin de recouvrance seraient également des modules élastiques. Nous avons pu voir que cette hypothèse est couramment faite pour les bétons (Benouniche [18], Gotuwka [62]). Elle a également été émise lors de l'interprétation des mesures faites sur M1 [63][81][105].

Avant d'étudier l'endommagement du matériau M2, nous souhaitons comparer ces deux types de calcul. Les modules tangents et sécants déterminés sur la partie longitudinale d'un essai de compression simple sont donnés Figure II-61. Il est flagrant que les deux méthodes ne sont pas équivalentes. Contrairement aux modules tangents (en bleu et en rouge) qui sont relativement constants, les modules sécants (en vert) diminuent fortement à chaque cycle.

Calculer des modules élastiques sécants suppose que les décharges sont totalement élastiques (écrouissage isotrope). Cette hypothèse est beaucoup plus restrictive que celle émise pour calculer les modules tangents qui suppose un état élastique seulement en début de charge et de décharge. Le problème lié aux modules tangents de début de charge est que les non-linéarités de pied de courbe peuvent parasiter les résultats. Dans notre cas, les modules tangents mesurés en début de décharge valident les mesures. Seules les valeurs du premier cycle (réalisé à 0,05% de déformation longitudinale) semblent biaisées par les défauts de pied de courbe. On peut supposer qu'après une charge à plus de 20 MPa, les défauts de parallélisme et d'état de surface de l'éprouvette ont été corrigés sous l'effet de la force appliquée.

La méthode des modules tangents apparaît donc plus fiable pour estimer les modules élastiques de M2. Par conséquent, l'hypothèse des décharges élastiques est vraisemblablement fautive. Il nous faudra donc envisager qu'un écoulement plastique s'opère durant la décharge.

Comme nous l'avons déjà dit, les modules tangents mesurés en début de charge (i.e. à contrainte nulle) et de décharge (i.e. à différents niveaux de contrainte) sont du même ordre de grandeur. On peut tout au plus considérer une augmentation de 5% du module élastique entre 0 et 22 MPa de contrainte appliquée, ce qui est négligeable car dans la dispersion des mesures (**Figure II-51** page 102). Le comportement élastique de M2 est donc indépendant du niveau de sollicitation. Cette analyse ne remplace pas un essai DMA à haut niveau de contrainte moyenne, mais il s'agit d'un argument de poids en faveur d'une linéarité de la viscoélasticité.

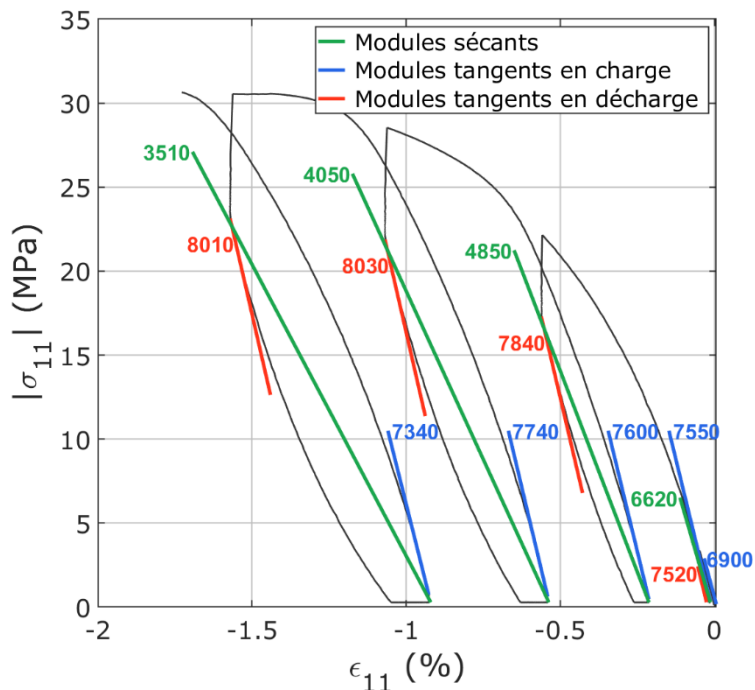


Figure II-61. Comparaison des modules sécants longitudinaux (en vert) et des modules tangents longitudinaux calculés sur une fenêtre de déformation de 0,032% en début de charge (en bleu) et de décharge (en vert) pour l'essai de compression simple de référence.

Dans ce qui suit, les modules élastiques mentionnés correspondent aux modules tangents. Ils seront tous calculés en début de charge, ce qui nous permet d'avoir un point de mesure supplémentaire par rapport aux modules de décharge puisque les éprouvettes cassent généralement en charge.

Maintenant que nous avons défini une méthode de calcul des modules élastiques, nous nous intéressons à l'évolution des modules déterminés à partir des déformations longitudinales (modules E_L) et transversales (modules E_T). Notons que les modules E_T ne sont pas à proprement parler des modules transversaux puisqu'ils sont calculés par rapport à la contrainte longitudinale, mais nous les appellerons ainsi par abus de langage. Notre analyse bibliographique de la caractérisation des matériaux granulaires a établi que la fissuration se développe essentiellement dans la direction en extension (ouverture des joints de grain sous l'effet d'une traction locale [38]). Comme proposé par Mazars [94], nous choisissons de représenter l'évolution des modules élastiques en fonction de la déformation élastique d'extension. Pour chaque cycle, les déformations élastiques positives correspondent au rapport de la contrainte en fin de charge sur le module élastique de début de charge (transversal en compression et longitudinal en traction).

La **Figure II-62** présente l'évolution des modules longitudinaux (à gauche) et transversaux (à droite) pour tous les essais de compression simple cyclée à 20°C sous pression atmosphérique. Deux comportements se distinguent en compression entre les essais réalisés en 2011 (base de données initiale) et ceux réalisés en 2018 lors de cette thèse. Concernant les compressions réalisées en 2011,

l'évolution des modules n'est pas linéaire. Ces essais ne permettent donc pas de conclure sur la question de l'endommagement.

Les essais de compression réalisés en 2018 montrent une diminution des modules au cours du chargement indépendamment de la vitesse de sollicitation. Cette diminution reste cependant limitée : environ 500 MPa pour le module longitudinal et 500 MPa pour le module transversal. Sur la totalité des échantillons sollicités à 20°C en compression (indépendamment de la vitesse de déformation puisqu'elle n'a pas d'influence ici), l'intervalle de confiance à 95% du module longitudinal en début de chargement est de 900 MPa. Il est de 3000 MPa pour le module transversal. La baisse du module longitudinal étant comprise dans son intervalle de confiance, il n'y a pas d'endommagement longitudinal. En revanche, puisque la baisse du module transversal est plus importante que son intervalle de confiance, un léger endommagement transversal semble se développer. En définissant l'endommagement comme la dégradation du module apparent par rapport au module initial, on obtient moins de 20% d'endommagement transversal à rupture. Cette analyse des modules longitudinaux et transversaux peut également être réalisée sur les modules de compressibilité et de cisaillement. On obtient ainsi un endommagement volumique nul et un endommagement déviatorique de 5 à 12% à rupture en compression.

La **Figure II-63** présente l'évolution des modules élastiques en traction à 20°C (en rouge) et en compression triaxiale avec 10 MPa de confinement (en bleu). Les courbes des essais de compression de 2018 sont également représentées pour comparaison (en gris). Pour l'essai triaxial, réalisé en 2011, l'évolution des modules n'est pas linéaire. Toutefois, la pente de dégradation des quatre derniers modules transversaux est similaire à celle mesurée en compression simple. Cet essai étant le seul essai cyclé sous confinement en notre possession, on supposera que le confinement n'a pas d'effet sur l'endommagement. Les essais de traction quant à eux ne révèlent aucune baisse significative de module. Ces essais cassent pour à un niveau de déformation qui correspond au début de la dégradation des modules en compression. L'endommagement du matériau M2 à 20°C se développe donc tardivement et reste limité.

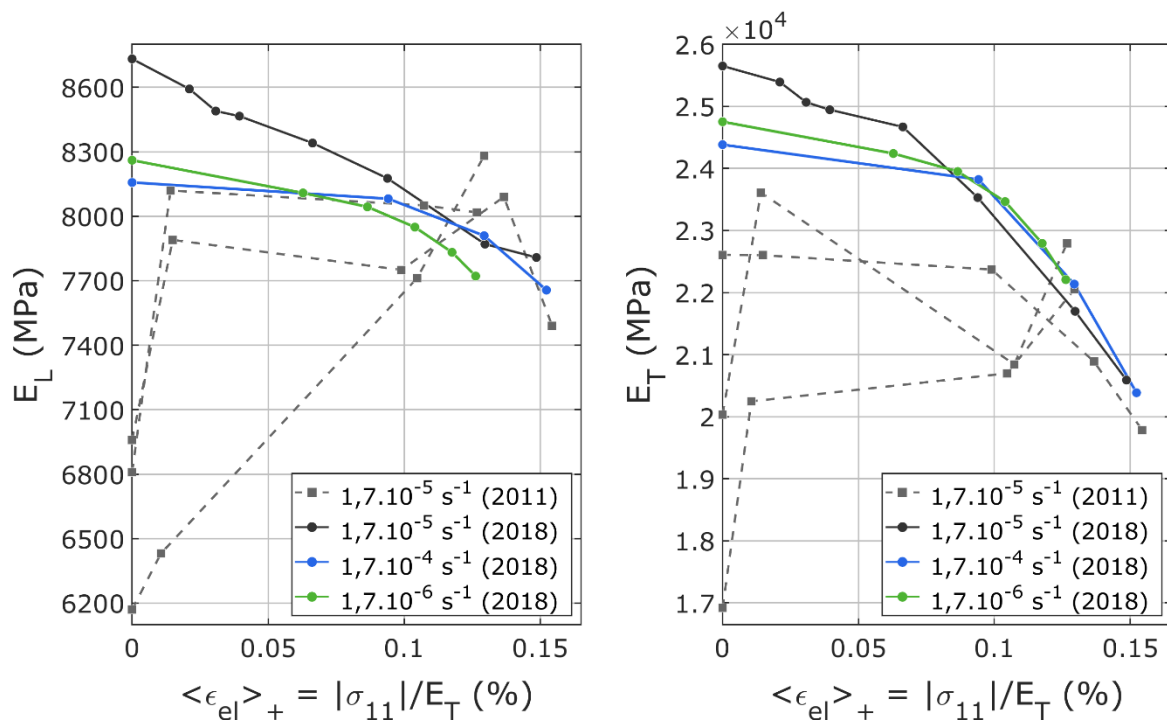


Figure II-62. Évolution des modules élastiques en compression simple à 20°C en fonction des déformations élastiques positives pour les trois vitesses de déformation étudiées. L'année de réalisation des essais est indiquée en parenthèse dans la légende.

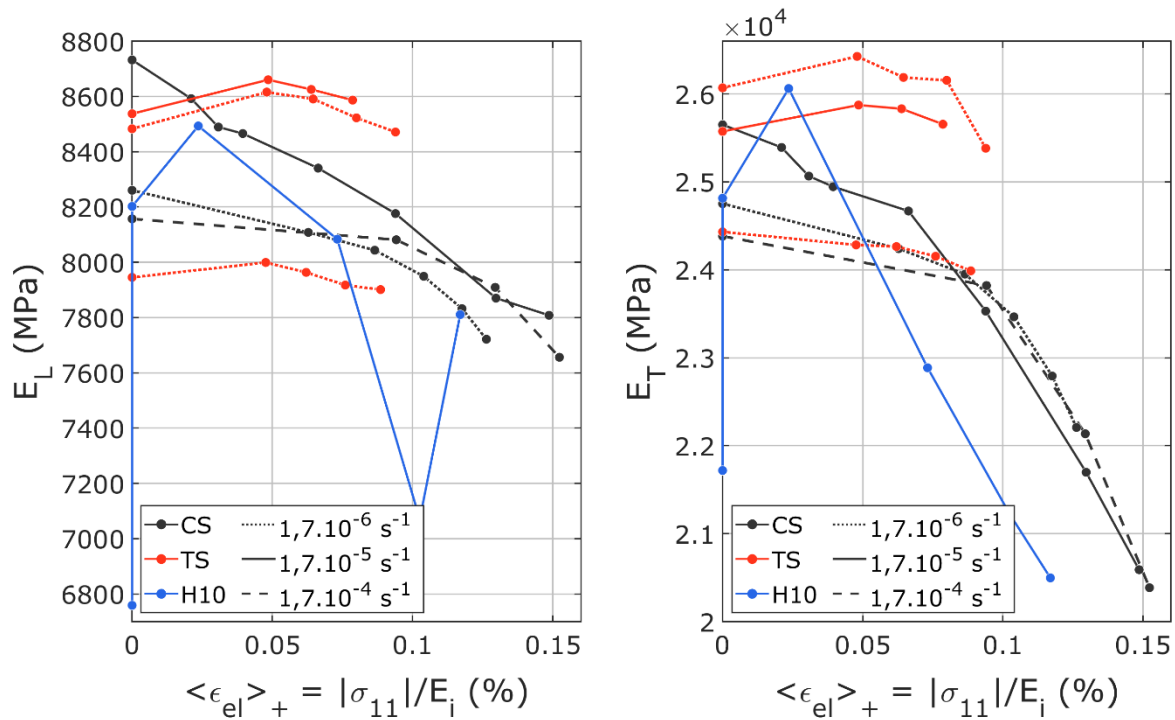


Figure II-63. Évolution des modules élastiques en compression simple (« CS »), traction simple (« TS ») et compression sous 10 MPa de confinement (« H10 ») à 20°C en fonction des déformations élastiques positives à différentes vitesses de déformation. Les déformations positives sont calculées par rapport au module élastique transversal ($i=T$) en compression, et longitudinal en traction ($i=L$).

De plus, notons que les essais de traction/compression alternées et de compression/traction alternées, présentés **Figure II-28** et **Figure II-29** (page 90), ne révèlent aucune reprise de raideur au changement de signe de la contrainte. M2 ne présente donc pas d'effet unilatéral, à moins que celui-ci ne soit masqué par d'autres mécanismes tels que la viscoélasticité, ce qui le rendrait tout de même négligeable. L'effet unilatéral étant causé par l'ouverture et la refermeture des fissures [95][105][111], son absence indique que l'influence de l'endommagement de M2 en compression à 20°C est relativement négligeable.

Pour finir, les essais de compression cyclée réalisés à différentes températures entre -30°C et 80°C ont également été post-traités pour évaluer l'influence de la température sur l'évolution des modules élastiques. La **Figure II-64** présente les résultats obtenus pour les essais de référence réalisés à -30°C (en violet), 0°C (en bleu), 50°C (en jaune) et 80°C (en rouge). Les essais aux trois vitesses réalisés à -30°C et 80°C sont présentés. Les essais à 0°C et 50°C ont été réalisés à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les trois mesures réalisées en compression à 20°C sont également représentées (en vert). Les modules calculés sur la première charge à 80°C à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (trait plein rouge) sont probablement trop faibles à cause des défauts de pied de courbe.

On fait également figurer sur ce graphique (en marron) l'évolution des modules élastiques en traction simple à 80°C à la vitesse de référence. Au paragraphe 4.3, nous avons vu qu'à 80°C le matériau s'écoule davantage en traction qu'en compression (**Figure II-46** page 99), contrairement aux températures plus basses. Cet écoulement peut être dû à deux mécanismes : l'endommagement ou la plasticité. D'après la **Figure II-64**, les modules élastiques de M2 en traction à 80°C ne diminuent pas au cours du chargement, il n'y a donc pas d'endommagement. L'origine de la dysmétrie entre traction et compression à 80°C est à chercher dans le comportement plastique du matériau.

D'après la **Figure II-64**, la dégradation des modules longitudinaux est négligeable. Les modules transversaux sont relativement constants jusqu'à une déformation de 0,07 à 0,1%, puis ils diminuent

selon une pente vraisemblablement indépendante de la température et la vitesse. Pour preuve, le graphique d'évolution des modules transversaux est repris **Figure II-65** et une même pente est reportée sur chaque courbe (tirets noirs). Le faible endommagement de M2 est donc indépendant de la température.

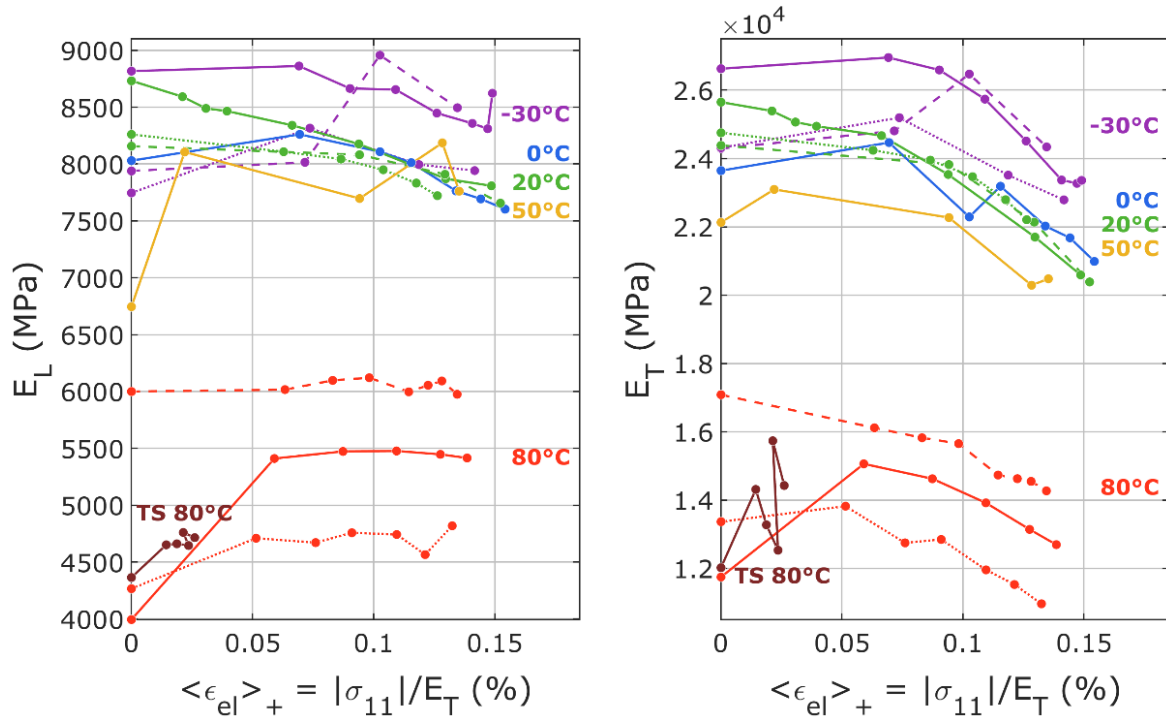


Figure II-64. Évolution des modules élastiques en compression simple en fonction des déformations élastiques positives à -30°C (en violet), à 0°C (en bleu), à 20°C (en vert), à 50°C (en jaune) et à 80°C (en rouge), aux vitesses de $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (pointillés), de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (trait plein) et de $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (tirets). L'évolution des modules élastiques en traction simple (« TS ») à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ est représentée en marron.

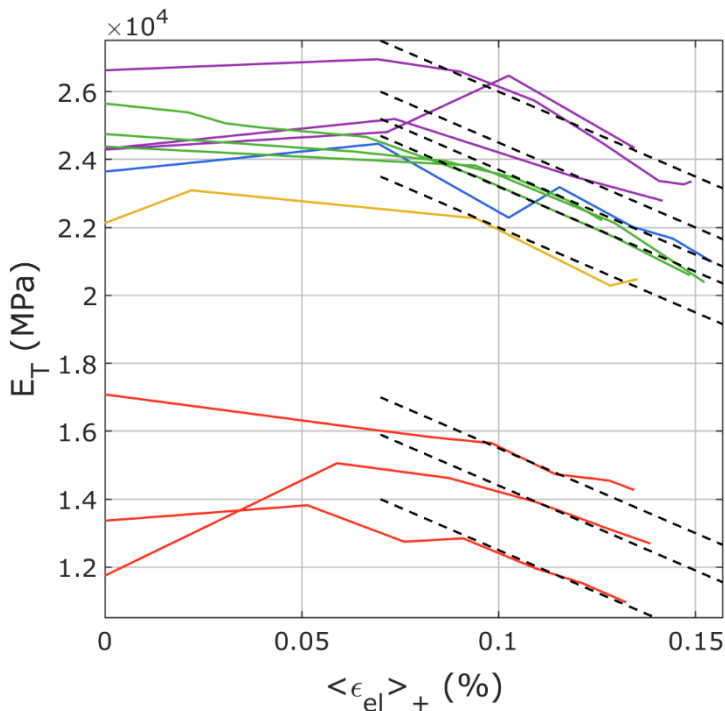


Figure II-65. Étude de la pente de décroissance des modules tangents représentés sur la **Figure II-64** à droite. La même pente est représentée en tirets noirs.

4.6. Anisotropie induite

La confrontation de la première loi de comportement isotrope aux essais de compression (**Figure I-12** et **Figure I-13**) a montré que les déformations transversales étaient sous estimées par le modèle. De plus, Le [80] et Benelfellah [13] ont mis en évidence l'anisotropie induite du matériau M1 causée par l'endommagement. Dans le cas du matériau M2, nous venons de voir qu'un endommagement transversal semblait se développer mais celui-ci restant très faible, son influence est négligeable. La question de l'anisotropie induite par le chargement reste donc en suspens.

Les essais de double compression $0^\circ-0^\circ$ et $0^\circ-90^\circ$, inspirés des travaux de Lanier *et al.* [30][78], ont été réalisés pour étudier l'anisotropie induite par le chargement de M2. Les courbes des trois types de chargement appliqués durant cette campagne sont comparées **Figure II-67**. Les déformations sont réinitialisées au début de chacune d'elle. Les courbes de décharges sont retournées (la contrainte lue augmente au lieu de diminuer) et ajoutées à ce graphique. Un schéma explicatif est donné **Figure II-66**. On les lit ainsi dans le sens de leur évolution et on peut les comparer aux courbes de charge. La **Figure II-67** présente la première compression en rouge, la recharge à 0° de la première compression en bleue, la recharge à 90° de la première compression en vert, les décharges en gris. Étant donné que la déformation n'est mesurée que par une seule jauge dans chaque direction, les défauts de parallélisme ne sont pas corrigés. Les courbes sont ainsi beaucoup plus dispersées que pour les autres campagnes expérimentales. C'est pourquoi le graphique de la **Figure II-67** représente des surfaces et non des courbes, chaque surface correspondant à la dispersion des résultats.

Les courbes bleue et verte de la **Figure II-67** sont différentes. L'une est plus raide que la compression initiale (au-delà de 15 MPa), tandis que l'autre est plus souple. L'anisotropie induite par le premier chargement est donc évidente. Ainsi, lors d'une compression simple, la direction longitudinale est rigidifiée au-delà d'un seuil d'environ 15 MPa, tandis que la direction transversale est assouplie. De plus, on peut voir sur le graphique que la courbe grise de décharge est superposée à la courbe bleue de recharge à 0° . On notera que ces observations faites pour M2 (hormis concernant les décharges), sont identiques à celles faites par Lanier *et al.* sur le sable d'Hostun [30][78]. Cette anisotropie induite ne peut pas être imputée à l'endommagement puisque nous venons de montrer qu'il était négligeable. Cette observation est d'ailleurs confirmée par le fait que tous les pieds de courbe de la **Figure II-67** sont superposés jusqu'à environ 5 MPa : les modules élastiques n'ont pas été influencés par l'histoire du chargement.

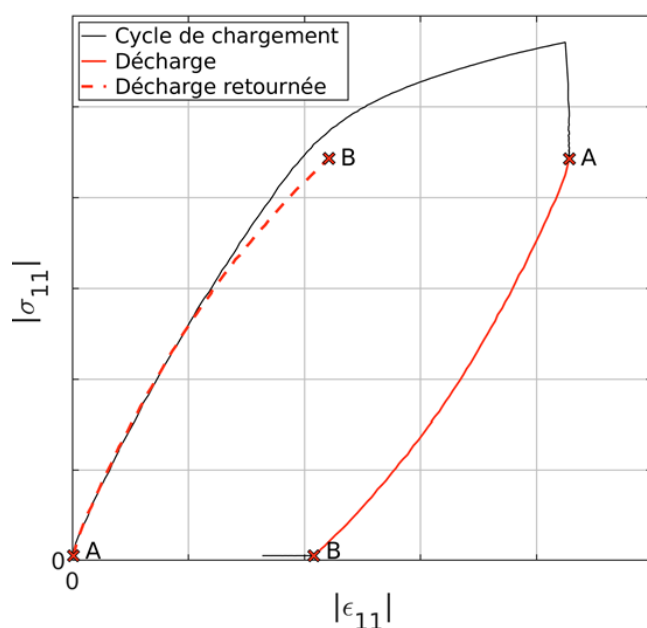


Figure II-66. Schéma d'une décharge retournée.

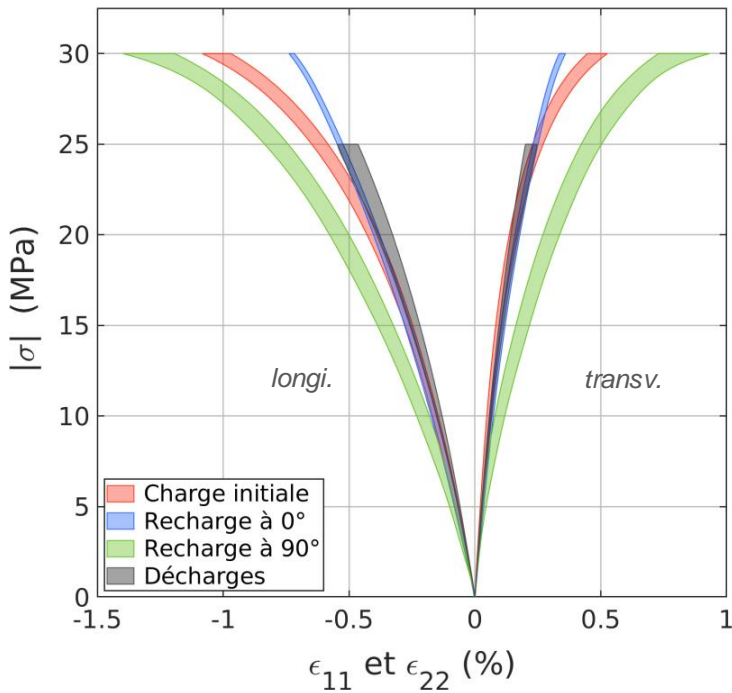


Figure II-67. Comparaison des courbes de première compression du matériau (en rouge), de secondes compressions à 0° (en bleu) et 90° (en vert), et des décharges (en gris). Les zones colorées correspondent à la dispersion des essais.

L'anisotropie induite de M2 peut être interprétée par un modèle de plasticité à écrouissage cinématique. Lors d'une compression 0°-0°, la charge initiale déplace la surface de plasticité jusqu'à 30 MPa. Ensuite, la décharge et la recharge à 0° restent dans cette surface, une réponse élastique est obtenue. Lors d'une compression 0°-90°, la charge initiale déplace la surface de plasticité de sorte que la limite d'élasticité diminue dans la direction à 90°. Ainsi, il y a plus de plasticité lors de la recharge à 90° que lors du premier chargement. La surface de plasticité est ensuite amenée jusqu'à 30 MPa dans la nouvelle direction, la dernière décharge est alors élastique. Ainsi, selon cette interprétation, toutes les décharges et la recharge à 0° sont élastiques. De plus, la compression initiale produit moins d'écoulement plastique que la recharge à 90°. Cette interprétation est représentée schématiquement sur la **Figure II-68**.

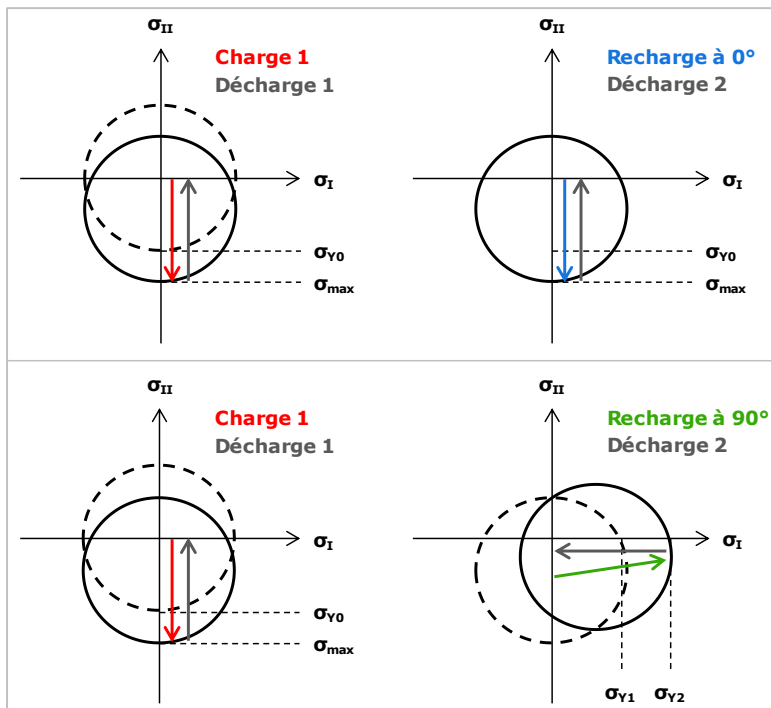


Figure II-68. Schéma d'interprétation du comportement de M2 en compression 0°-0° (en haut) et 0°-90° (en bas) à partir d'une théorie d'écoulement plastique à écrouissage cinématique.

Cependant, pour appliquer correctement ce modèle, l'origine des contraintes doit rester dans la surface de plasticité, ce qui implique une limite d'élasticité initiale supérieure à $0,5 \sigma_{max} = 15 \text{ MPa}$ pour une surface sphérique (s'il n'y a pas d'écroissage isotrope combiné). Si cette condition n'est pas remplie, la décharge à 90° ne serait pas élastique et serait donc différente des autres courbes de décharge. Or l'hypothèse d'une décharge élastique a été réfutée précédemment. Néanmoins, il est possible que pour les éprouvettes cubiques, un confinement artificiel causé par la géométrie de l'éprouvette induise une augmentation artificielle de la limite élastique et ce même si les zones de contact ont été lubrifiées.

4.7. Écoulement plastique

La comparaison des modules sécants et tangents a montré que les décharges des essais cyclés n'étaient pas élastiques et donc qu'un écoulement plastique pouvait se produire en décharge. Les essais de double compression ont permis de décrire ce phénomène en termes d'écroissage cinématique. Afin d'analyser le comportement plastique du matériau en fonction des différents paramètres d'essais, les courbes de charge des essais cyclés sont comparées aux courbes de décharges retournées (voir le schéma **Figure II-66**). Les courbes de charge et de décharge des essais cyclés à 20°C de compression uniaxiale et triaxiale et de traction uniaxiale sont comparées **Figure II-69**, **Figure II-70** et **Figure II-71** respectivement. Un même schéma semble se profiler en compression, indépendamment de la pression : la première charge est la moins raide tandis que la seconde est la plus raide. Les courbes des cycles suivants sont de moins en moins raides par rapport au second cycle. Les décharges sont beaucoup plus regroupées et sont un peu plus souples de cycle en cycle. Ce comportement pourrait potentiellement être traduit par un écroissage cinématique combiné à un endommagement : la limite d'élasticité augmenterait considérablement entre la première charge et la première décharge, puis elle diminuerait légèrement à chaque cycle entraînant un écoulement légèrement plus important. Pour plus de clarté, seules les courbes longitudinales sont représentées. Concernant le comportement en traction, on constate qu'il y a très peu d'écoulement plastique, les contraintes restant limitées. Pour tous ces essais, le comportement transversal est identique. Les mêmes schémas de comportement ont également été observés en compression simple à -30°C et 80°C .

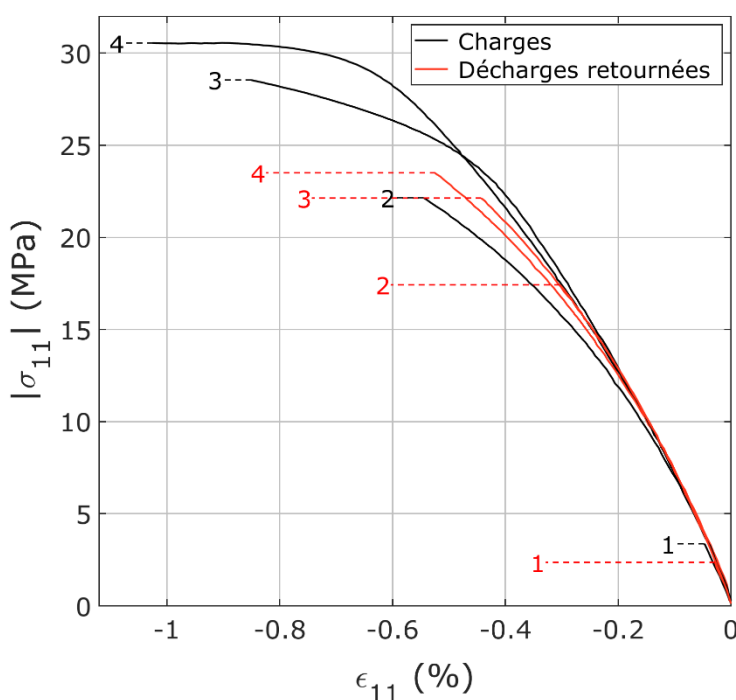


Figure II-69. Comparaison des charges et décharges retournées d'un essai de compression uniaxiale cyclée réalisée à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et à 20°C sur M2 (essai représenté **Figure I-5** page 26). Les chiffres représentés indiquent le numéro du cycle correspondant.

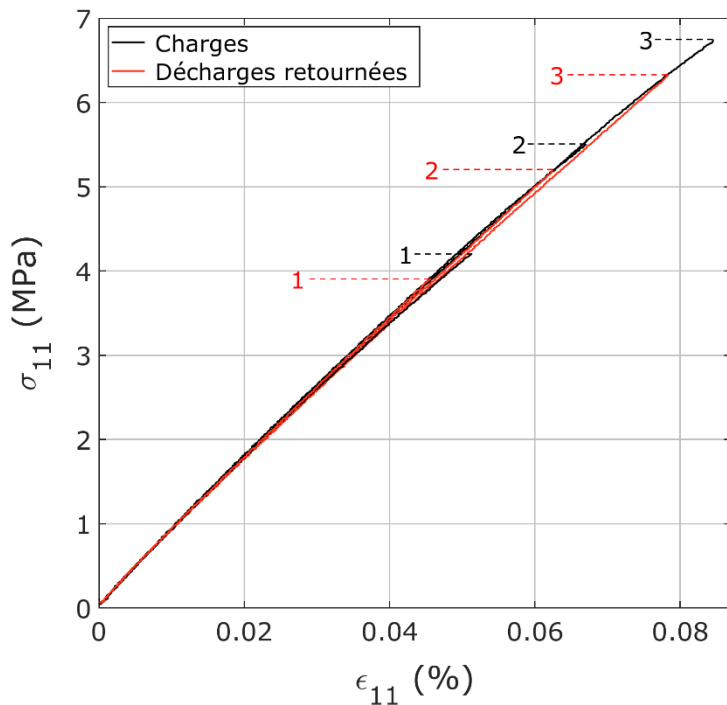


Figure II-70. Comparaison des charges et décharges retournées d'un essai de traction uniaxiale cyclée réalisée à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et à 20°C sur M2 (essai représenté **Figure II-30** page 91). Les chiffres représentés indiquent le numéro du cycle correspondant.

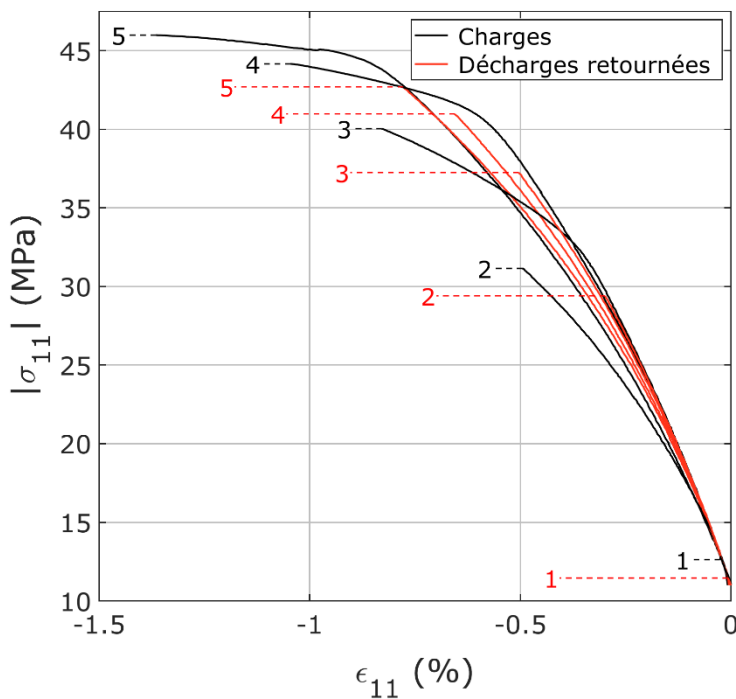


Figure II-71. Comparaison des charges et décharges retournées d'un essai de compression triaxiale cyclée réalisée à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, à 20°C et sous 10 MPa de confinement sur M2 (essai représenté **Figure I-5** page 26). Les chiffres représentés indiquent le numéro du cycle correspondant.

Avec cette interprétation, ces graphiques nous permettent d'estimer le seuil de plasticité du matériau. Pour cela, il suffit de relever la contrainte pour laquelle la première courbe de charge s'éloigne des courbes suivantes. En appliquant cette technique à tous les essais de compression cyclée à 20°C , on obtient une limite d'élasticité moyenne de $4,5 \pm 1,5 \text{ MPa}$, indépendante de la vitesse de sollicitation. La même procédure appliquée aux essais de traction cyclée à 20°C donne une limite de $3,3 \pm 0,5 \text{ MPa}$. L'essai de torsion alterné, décrit au paragraphe 0 page 94 (**Figure II-35**), peut également être utilisé à cette fin. On obtient ainsi un seuil de plasticité de 1,5 MPa sur le rayon interne, 2,2 MPa sur le rayon moyen et 3,0 MPa sur le rayon externe, ce qui donne une moyenne de $3,8 \pm 1,3 \text{ MPa}$ en contrainte équivalente de von Mises.

Pour le seul essai de compression triaxial cyclée, on trouve une limite de 3,5 MPa en contrainte équivalente de von Mises. Le seuil de plasticité semble donc indépendant de la pression de confinement. Afin de valider cette indépendance à la pression, les essais monotones sous confinement peuvent être utilisés. À cause de la viscoélasticité de M2, l'initiation de l'écoulement plastique n'apparaît pas clairement sur les courbes. Néanmoins, étant donné que l'endommagement est négligeable et puisque l'on suppose une viscoélasticité linéaire, la limite d'élasticité peut être estimée comme le point de début de non-linéarité des courbes. À partir du module élastique moyen sous confinement de 2,5 et 5 MPa (**Figure II-61**), on estime une limite d'élasticité de l'ordre de 4,5 et 4,3 MPa respectivement en contrainte équivalente de von Mises.

Ces résultats sont reportés **Figure II-72**, dans un diagramme pression-déviateur. Tous les points sont compris entre 2,5 et 6 MPa. Les données sous confinement ont été obtenues sur un seul essai, il n'y a donc pas de dispersion associée. En considérant une incertitude de mesure pour ces essais de 33% comme en compression simple (point rouge), on peut estimer que le critère de plasticité est indépendant du confinement. Le seuil de plasticité initial apparaît être de l'ordre de 3 à 4,5 MPa, mais il nous manque des essais de répétabilité et de reproductibilité pour garantir ce résultat.

Cette analyse qualitative du seuil de plasticité initial de M2 à 20°C nous pousse finalement à envisager un critère défini seulement sur la contrainte équivalente de von Mises Q , avec une limite d'élasticité initiale de l'ordre de 4 MPa. On remarquera que ces faibles limites d'élasticité associées à un écrouissage cinématique justifient l'hypothèse de plasticité en décharge.

Des limites d'élasticité en contrainte équivalente Q peuvent également être déterminées en fonction de la température à partir des essais de compression cyclée réalisés à -30°C, 0°C, 50°C et 80°C, indépendamment de la vitesse de déformation. Le résultat est donné **Figure II-73**. Entre -30°C et 20°C, on peut considérer que le seuil de plasticité est indépendant de la température. Il prendrait une valeur de l'ordre de 3,5 MPa. En revanche, le seuil de plasticité semble diminuer pour les températures plus chaudes. L'approche de la transition vitreuse favoriserait ainsi l'écoulement plastique.

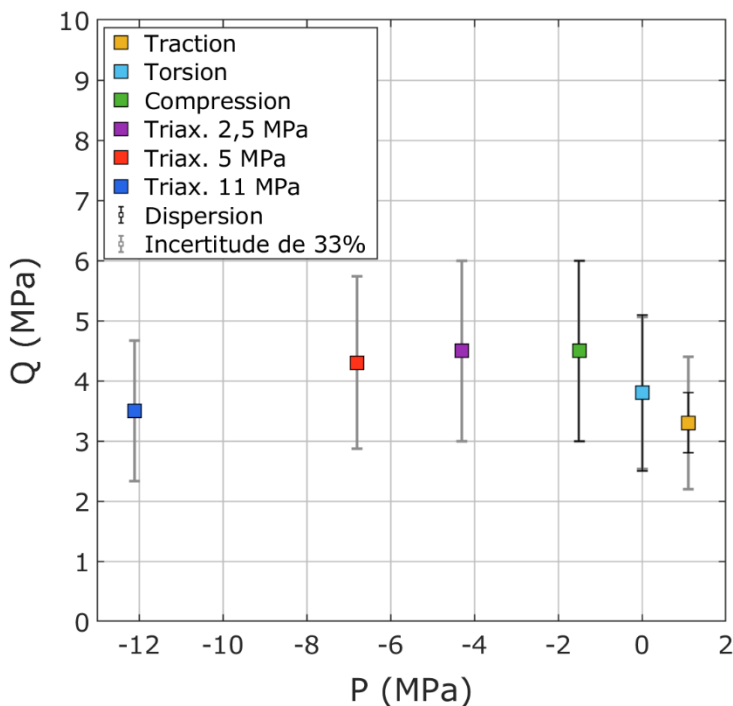


Figure II-72. Estimation de la surface de plasticité initiale de M2 à 20°C dans le plan des contraintes volumiques P et équivalentes Q . Une incertitude de mesure a été estimée à 33% à partir des mesures de compression, mais des essais de répétabilité et de reproductibilité manquent pour garantir les résultats.

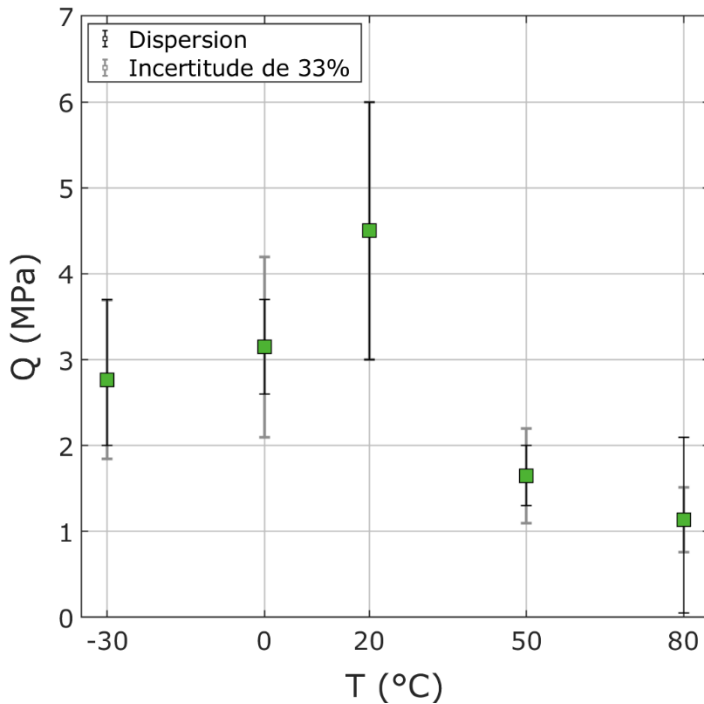


Figure II-73. Estimation de l'influence de la température sur la limite d'élasticité de M2 en compression simple. Une incertitude de mesure a été estimée à 33% à partir des mesures de compression, mais des essais de répétabilité et de reproductibilité manquent pour garantir les résultats. La dispersion des essais en température est mesurée sur deux à quatre essais.

4.8. Comportement en fatigue

Concernant les essais de fatigue, la **Figure I-10** page 29 montre l'évolution de l'amplitude de déformation $\Delta\varepsilon_{11}$ entre chaque cycle. On peut constater que cette amplitude diminue rapidement au cours des vingt premiers cycles (durcissement) pour devenir ensuite relativement stationnaire (effet Rochet) avant de réaugmenter à partir du quarante-cinquième cycle environ (adoucissement). Ces observations peuvent être interprétées en considérant deux mécanismes aux effets opposés s'additionnant : une accommodation plastique qui tend à annuler l'amplitude $\Delta\varepsilon_{11}$ au bout d'un certain nombre de cycles et un endommagement progressif de l'éprouvette à chaque cycle.

L'essai de « fatigue » en torsion (**Figure II-35** page 94) quant à lui met en évidence une accommodation immédiate du matériau pour un essai cyclé à contrainte moyenne nulle car les second et vingtième cycles sont superposés.

4.9. Composantes volumique et déviatorique du comportement

À partir des mesures de déformations longitudinales ε_{11} et transversales ε_{22} des essais de compression et de traction uniaxiales, on peut tracer l'évolution des déformations volumiques ε_V et déviatoriques ε_D en fonction de la contrainte volumique P et de la contrainte équivalente Q :

$$\begin{cases} \varepsilon_V = \varepsilon_{11} + 2 \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_D = \frac{2}{3} |\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}| \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} P = \frac{\sigma_{11}}{3} + \sigma_{22} \\ Q = |\sigma_{11}| \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

σ_{11} correspond à la contrainte dans la direction de chargement et σ_{22} correspond à la pression de confinement appliquée.

Les courbes volumiques des essais de compression à différentes vitesses, températures et pressions (**Figure II-74** et **Figure II-76**) montrent un comportement compactant quasiment linéaire jusqu'à un niveau de contrainte situé entre 70% et 90% de la contrainte maximale selon le confinement. Au-delà, le volume de l'éprouvette augmente rapidement, ce qui traduit une rapide

augmentation des déformations transversales par rapport aux déformations longitudinales. Une déformation volumique positive en fin d'essai de compression est même observée dans certains cas (température supérieure à 0°C ou sous confinement hormis à 5 MPa). Cette phase de dilatance est souvent imputée au développement d'un endommagement (paragraphe 2.2 du chapitre II, page 71), mais cette interprétation n'est pas possible ici puisque l'endommagement de M2 est très faible. L'interprétation la plus simple est d'imputer cette non-linéarité à l'écoulement plastique anisotrope du matériau.

Sur le graphique de la **Figure II-76**, l'essai sous 5 MPa de confinement semble décalé par rapport aux trois autres courbes. Cette observation peut être corrélée avec l'observation faite sur les coefficients de Poisson de ces essais (**Figure II-54** page 102), mais les données expérimentales en notre possession ne nous permettent pas d'expliquer ce phénomène. Par ailleurs, à 80°C le matériau s'écoule beaucoup plus et une influence de la vitesse de déformation apparaît. Cette modification du comportement est causée par la transition vitreuse du liant.

En ce qui concerne les essais de traction, le comportement volumique est exclusivement dilatant et révèle une influence de la température (**Figure II-75**). Étant donné la dispersion des essais, les tests réalisés à 20°C et 50°C peuvent être considérés comme identiques, mais les tests à 0°C et surtout à -30°C ont une allure nettement différente. Plus la température est froide, plus la non-linéarité de la courbe contrainte-déformation volumique s'accroît, conduisant à des déformations à rupture plus importantes (à l'exception de l'essai à 80°C). Autrement dit, l'écoulement du matériau augmente en traction à basse température. Ce phénomène vient corréler les observations faites en DMA qui révèlent l'existence d'un endommagement thermique à froid (voir le paragraphe 4.4, page 104). On constate finalement qu'à 20°C, le comportement volumique de M2 est identique à celui des géomatériaux et des bétons (paragraphe 2.1 du chapitre II, page 68).

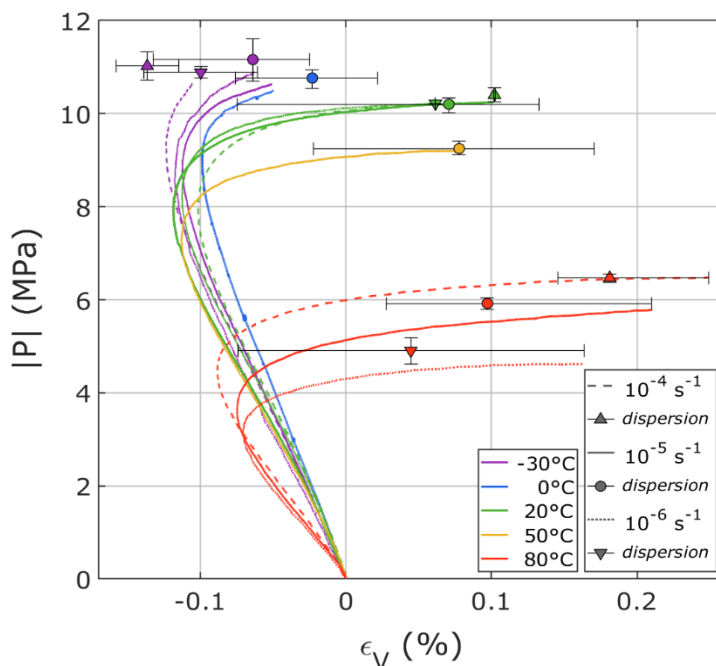


Figure II-74. Courbes d'évolution de la contrainte volumique en fonction des déformations volumiques pour les essais de compression simple réalisés entre -30°C et 80°C pour des vitesses de $1,7 \cdot 10^{-6}$ à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Ces essais sont présentés sur la **Figure II-26**.

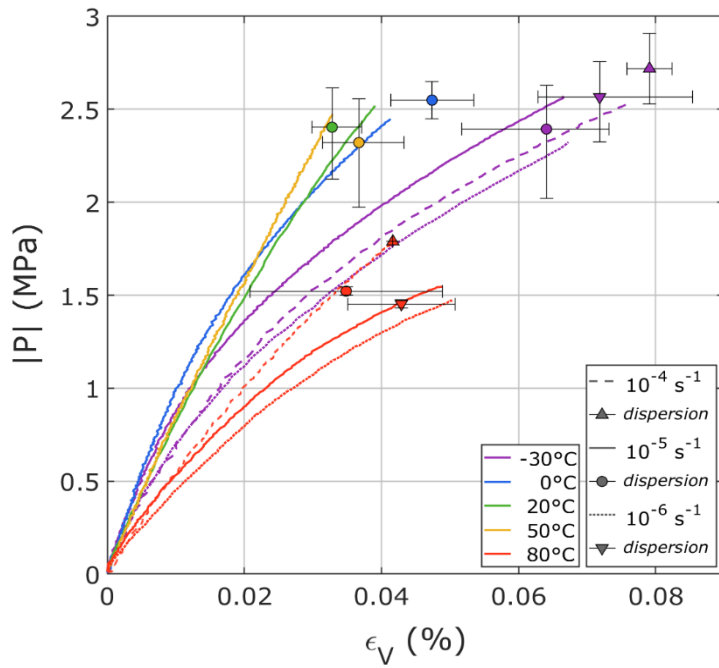


Figure II-75. Courbes d'évolution de la contrainte volumique en fonction des déformations volumiques pour les essais de traction simple réalisés entre -30°C et 80°C pour des vitesses de $1,7 \cdot 10^{-6}$ à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Ces essais sont présentés sur la **Figure II-27**.

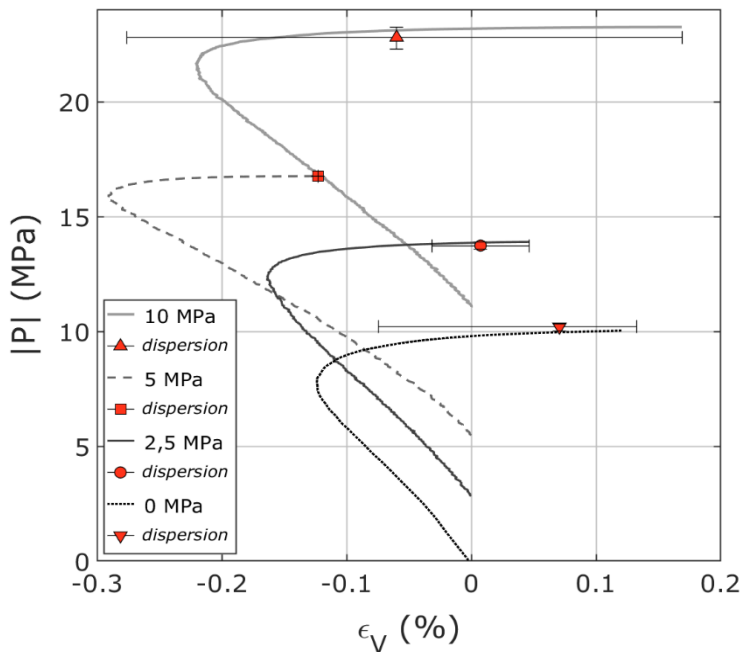


Figure II-76. Courbes d'évolution de la contrainte volumique en fonction des déformations volumiques pour les essais de compression réalisés à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sous plusieurs pressions de confinement. Ces essais sont présentés sur la **Figure I-3**.

Concernant le comportement déviatorique (**Figure II-77**, **Figure II-78** et **Figure II-79**), jusqu'à une contrainte déviatorique de l'ordre de 10 à 15 MPa, il est indépendant de la vitesse, de la température entre -30°C et 50°C, de la pression et du sens de sollicitation. Pour les essais en compression (**Figure II-77** et **Figure II-79**), une non-linéarité prononcée apparaît au-delà, tendant vers un comportement asymptotique. Étant donné que l'endommagement de M2 est négligeable et que la viscoélasticité est vraisemblablement linéaire, son comportement non linéaire peut être imputé à l'écoulement plastique. L'écrouissage semble donc être non linéaire. De plus, la contrainte maximale augmente lorsque la pression augmente ou que la température diminue. Étant donné que le seuil de plasticité a été estimé indépendant de la pression, l'influence de ces deux facteurs devra être prise en compte dans au moins un paramètre de l'écoulement. Autrement dit, l'augmentation de la pression et la diminution de la température devront conduire à une diminution du taux d'écoulement.

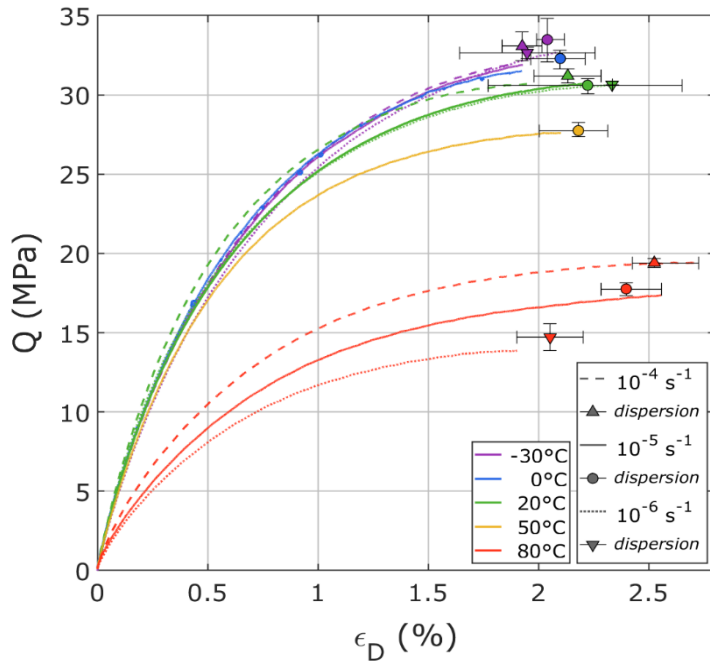


Figure II-77. Courbes d'évolution de la contrainte équivalente en fonction des déformations déviatoriques pour les essais de compression réalisés entre -30°C et 80°C pour des vitesses de $1,7 \cdot 10^{-6}$ à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Ces essais sont présentés sur la **Figure II-26**.

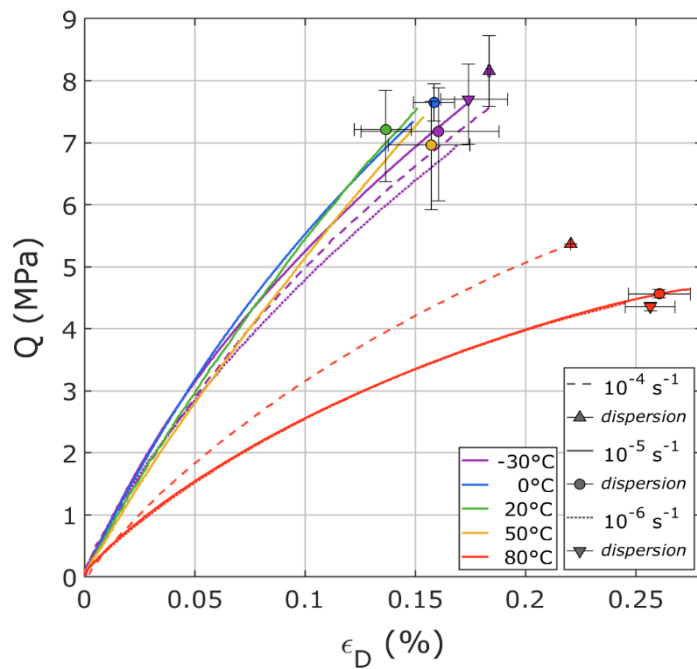


Figure II-78. Courbes d'évolution de la contrainte équivalente en fonction des déformations déviatoriques pour les essais de traction simple réalisés entre -30°C et 80°C pour des vitesses de $1,7 \cdot 10^{-6}$ à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Ces essais sont présentés sur la **Figure II-27**.

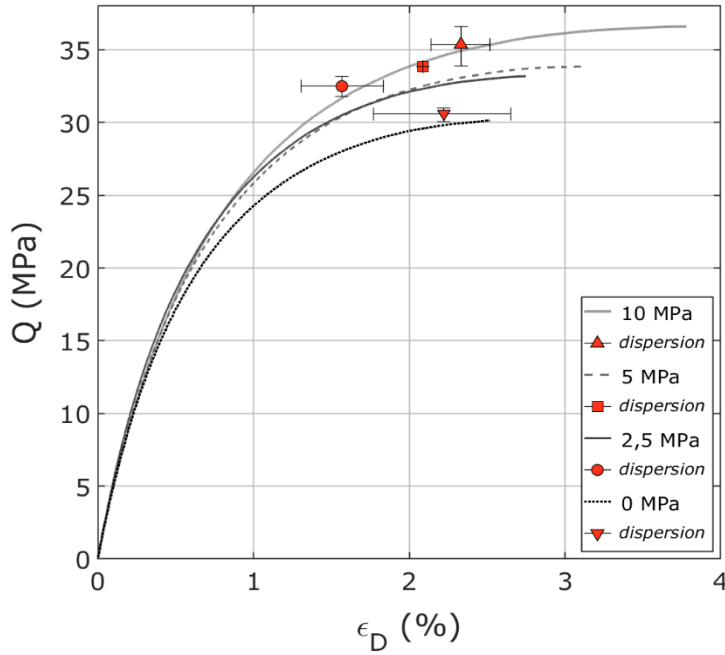


Figure II-79. Courbes d'évolution de la contrainte équivalente en fonction des déformations déviatoriques pour les essais de compression réalisés à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sous plusieurs pressions de confinement. Ces essais sont présentés sur la **Figure I-3**.

4.10. Limites à rupture

Les campagnes d'essais uniaxiaux et multiaxiaux dont la troisième contrainte principale est nulle permettent de déterminer les points de rupture dans le plan des contraintes principales σ_1 et σ_2 . Le graphique est donné **Figure II-80**. Le graphique correspondant en déformations principales est donné **Figure II-81**. Les axes sont normalisés par la contrainte/déformation de rupture en compression simple. On notera que l'incertitude de mesure sur le point de rupture en torsion représente l'étendue des valeurs entre les rayons interne et externe de l'éprouvette.

Le graphique en contrainte peut être comparé à celui établi par Kupfer *et al.* [77] sur le béton (**Figure II-16** page 80) et à celui de Picart et Pompon [107] sur le matériau M1 (**Figure I-18** page 37). Le critère de rupture développé pour M1 et intégré à la première loi de comportement de M2 semble donc tout à fait adapté.

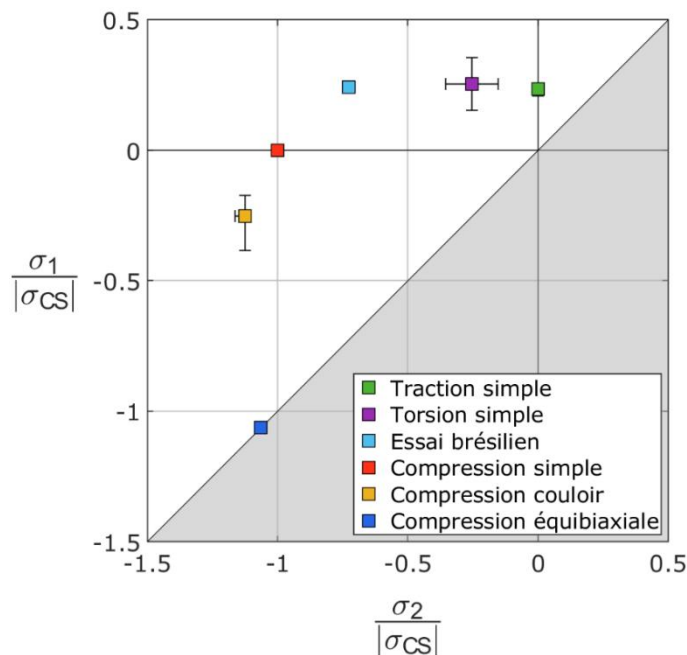


Figure II-80. Points de rupture du matériau M2 représentés dans le plan des contraintes principales normalisées par la contrainte à rupture en compression simple. La troisième contrainte principale est nulle pour ces essais.

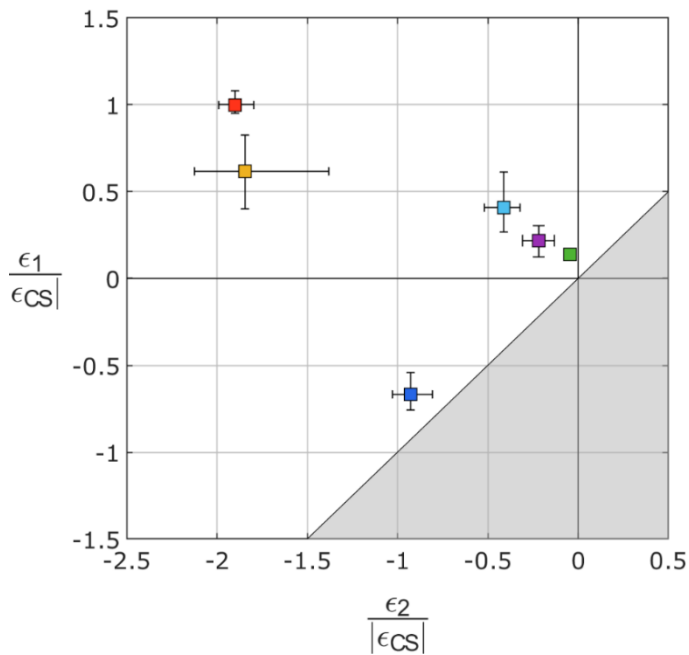


Figure II-81. Points de rupture du matériau M2 représentés dans le plan des déformations principales normalisées par la déformation transversale à rupture en compression simple. Tous les points n'ont pas la même déformation hors-plan.

5. Conclusion

Nous avons montré au premier chapitre qu'il était important d'établir une base de données expérimentale solide avant d'établir une loi de comportement. Ce deuxième chapitre a donc été dédié à la caractérisation expérimentale de M2.

Ce travail a été réalisé en trois étapes : 1) l'analyse bibliographique de la caractérisation thermomécanique quasistatique des matériaux granulaires, 2) la réalisation de différents essais sur M2 inspirés de la littérature, 3) l'analyse de tous les résultats expérimentaux et la mise en évidence des mécanismes de déformation devant être intégrés à un modèle de comportement. Nous avons ainsi mis en évidence les besoins suivants pour la modélisation de M2 :

- viscoélasticité linéaire,
- endommagement de la composante déviatorique, indépendant de la pression et de la température,
- plasticité avec un seuil indépendant de la pression, mais pas de la température,
- écoulement plastique volumique et déviatorique, dépendant de la température,
- écrouissage cinématique non linéaire,
- viscoélasticité et plasticité en série,
- influence de la pression et de la température sur la contrainte.

La question de la viscoplasticité est en suspens, aucun essai en notre possession ne permet d'émettre une hypothèse. Enfin, puisque nous ambitionnons de définir un modèle unifié des explosifs pressés, d'après les observations faites sur M1, le modèle doit intégrer un endommagement anisotrope avec prédominance volumique et effet unilatéral. Concernant le seuil de plasticité, s'il semble indépendant de la pression pour le matériau M2, ce n'est a priori pas le cas pour le matériau M1. Toutefois, l'augmentation de la limite d'élasticité initiale avec la pression mise en évidence par Le [80] est très faible (1 MPa d'augmentation) et pourra être négligée.

Le chapitre III est dédié à l'implémentation du modèle et à son recalage sur le matériau M2 à 20°C. L'extension en température est présentée au chapitre IV. Le chapitre VI analyse la capacité du modèle à reproduire le comportement du matériau M1.

Chapitre III :

Modélisation du comportement thermomécanique quasistatique du matériau M2 à 20°C

1. Introduction

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, une synthèse bibliographique des observations expérimentales sur le comportement thermomécanique quasistatique des explosifs pressés à base de TATB ou de HMX a été présentée. Dans le second chapitre, la caractérisation expérimentale du matériau M2 à base de TATB a été détaillée. L'ensemble de ces informations nous permet maintenant d'établir une liste de mécanismes de déformation à prendre en compte pour établir un modèle unifié de ces matériaux :

- viscoélasticité linéaire,
- endommagement anisotrope avec effet unilatéral,
- plasticité avec un seuil indépendant de la pression,
- écoulement plastique volumique et déviatorique,
- écrouissage cinématique non linéaire,
- viscoélasticité et plasticité en série (additivité des déformations),
- influence de la pression et de la température sur la contrainte.

Rappelons que les données expérimentales ne permettent pas de statuer sur la viscosité de la plasticité. La dilatation thermique ne sera pas prise en compte. Lors des simulations Abaqus, elle sera gérée en dehors de la routine utilisateur. De plus, l'intégration du critère de rupture, qui sera le même que celui de Le [80] et du premier modèle de M2, ne sera pas présentée.

Dans ce chapitre, nous commençons par mettre en parallèle nos besoins avec les modèles présentés dans le chapitre I. Aucun modèle ne correspondant complètement à nos attentes, un nouveau modèle de comportement est proposé dans la seconde partie de ce chapitre. Sa formulation thermodynamique est proposée dans un premier temps. Son implémentation dans un code de calcul aux éléments finis est ensuite présentée. Enfin, après avoir identifié les paramètres pour le matériau M2 à 20°C, les comparaisons des courbes expérimentales aux simulations correspondantes permettent de valider le modèle à cette température.

2. Critique des modèles préexistants pour les explosifs pressés

Les modèles développés pour les explosifs pressés présentés au premier chapitre peuvent être confrontés à nos besoins afin d'établir leur pertinence. Une partie du **Tableau I-3** (page 21) est reprise dans le **Tableau III-1**. Les mécanismes de déformation devant faire partie de notre modèle sont surlignés en jaune. On constate ainsi directement qu'aucun modèle n'est complètement satisfaisant.

				SCRAM	VS	VS-VP	VE-P	VE-VP	E-VP	VDT-P
Contenu du modèle	Élasticité	Volumique	Linéaire	✓	✓	✓			✓	✓
			Viscoélastique				✓	✓		
		Déviatorique	Linéaire	✓					✓	✓
			Viscoélastique		✓	✓	✓	✓		
	Plasticité	Seuil	Volumique				✓	✓		✓
			Déviatorique	✓			✓	✓		✓
			Sans seuil			✓			✓	
		Écoulement	Volumique				✓	✓	✓	✓
			Déviatorique	✓		✓	✓	✓	✓	✓
			Viscoplastique			✓	✓	✓	✓	✓
		Écrouissage	Isotrope			✓	✓	✓		✓
			Cinématique	✓				✓		
	Endommagement	Isotrope			✓	✓	✓	✓		
		Anisotrope		✓					✓	✓
		Dépendant du confinement		✓		✓	✓		✓	✓
Influence de la température							✓		✓	

Tableau III-1. Récapitulation des mécanismes pris en compte par chacun des modèles étudiés, (extrait du **Tableau I-3**). Les mécanismes nécessaires à un modèle unifié, mis en évidence expérimentalement, sous surlignés en jaune.

La concordance des essais monotones et des courbes enveloppes des essais cyclés, indépendamment de la température, de la vitesse de déformation et de la nature du liant (M1, M2, PBX-9501) encourage à retenir une additivité des déformations des mécanismes irréversibles (plasticité, endommagement) pour assurer la non-linéarité globale de la réponse. C'est l'hypothèse faite dans SCRAM et conservée dans ses évolutions diverses (VS, VS-VP). Dans le premier modèle de comportement de M1 (VE-P), l'élastoplasticité est mise en parallèle de la viscoélasticité ce qui empêche de reproduire correctement l'enveloppe des essais cyclés. Le second modèle (VDT-P) associe l'endommagement et la plasticité en série.

Quatre modèles tiennent compte d'un comportement viscoélastique linéaire (VS, VS-VP, VE-P et VE-VP), ce qui est justifié expérimentalement pour le matériau M2. Ce premier mécanisme visqueux permet d'intégrer une dépendance à la vitesse de déformation et à la température. À notre connaissance, aucune étude ne vise à analyser l'influence du confinement sur la température de transition vitreuse des explosifs pressés bien qu'il pourrait être à l'origine d'effets inhabituels sur les modules élastiques (on pense ici à l'inconsistance des mesures triaxiales entre 0 et 10 MPa pour M1 et M2). Une étude expérimentale pourrait être envisagée à l'avenir pour étudier ce point. En attendant, faute de données expérimentales, nous négligeons le couplage pression/température.

Dans VS et son dérivé VS-VP, à endommagement bloqué ($\dot{\epsilon}=0$) la longueur de fissure affecte le module de cisaillement mais également les temps caractéristiques visqueux (**Tableau I-4**, page 65). Dans les modèles VE-P et VE-VP l'endommagement n'affecte que les modules et pas les temps. La discrétisation en temps caractéristiques étant un choix de modélisation, il ne semble pas cohérent de laisser l'endommagement les affecter.

Certains modèles considèrent l'endommagement comme induisant une déformation additionnelle (VS, VS-VP, VE-VP) tandis que pour la modélisation de M1 (VE-P et VDT-P), l'endommagement affecte les raideurs élastiques. Toutefois, la comparaison des équations finales de ces modèles dans le **Tableau I-4** prouve que ces deux choix de modélisation sont équivalents.

L'étude expérimentale de M1 a mis en évidence le besoin d'un endommagement anisotrope avec une composante volumique. Seuls les modèles SCRAM, E-VP et VDT-P répondent à ce besoin. Le modèle VDT-P a l'avantage de décrire l'endommagement au moyen de variables scalaires affectant des opérateurs liés à des directions matérielles. Il est donc beaucoup plus simple à implémenter. On remarquera que les déformations des explosifs pressés restant faibles, la rotation des directions d'endommagement n'a pas à être traitée. La question de la loi d'évolution de l'endommagement est ouverte. Expérimentalement, deux régimes se distinguent, l'un en extension, l'autre en compression. Ceci est traduit dans les modèles SCRAM, VS-VP et VDT-P, respectivement par les fonctions Heaviside de la contrainte normale, de la contrainte volumique et de la déformation volumique. La variable qui pilote l'endommagement dans les différents modèles est la déformation plastique cumulée (VE-VP), la contrainte équivalente (VS) ou la plus grande déformation positive (VE-P, VDT-P). L'étude expérimentale de M1 est favorable à un endommagement contrôlé par la déformation positive et la pression, ce qui correspond également aux observations faites sur d'autres matériaux granulaires [94]. Les modèles VE-VP et VS ne semblent donc pas justifiés.

L'effectivité de l'endommagement, observée sur M1, est traitée dans les modèles SCRAM, VS-VP, E-VP et VDT-P. Dans VDT-P, les fonctions d'effectivité sont reliées à la déformation pour respecter des considérations thermodynamiques mais aucune donnée expérimentale ne le justifie. Dans SCRAM et VS-VP, les fonctions Heaviside de la contrainte normale et de la pression induisent un effet unilatéral. L'effectivité de E-VP est liée à la valeur de l'angle de Lode et à l'état de contrainte déviatorique. Les essais réalisés sur M1 ont également mis en évidence l'existence d'un prédommage, absent des modèles SCRAM et VS-VP. Le modèle VDT-P semble donc le plus à même de reproduire l'endommagement anisotrope observé expérimentalement. On souligne que les modèles décrivant un endommagement anisotrope (SCRAM, E-VP et VDT-P) sont les seuls qui n'intègrent pas de viscoélasticité. Étant donné que notre modèle nécessite ces deux composantes, on pourra s'inspirer des travaux de Chatti [34] sur le sujet.

Les données expérimentales sur les explosifs pressés, notamment les essais cyclés, ont montré le besoin de modéliser un écoulement plastique. Si le seuil de plasticité semble légèrement dépendre de la pression pour le matériau M1, ce n'est pas le cas pour M2. Nous préférons considérer un seuil de plasticité purement déviatorique, décrit uniquement dans SCRAM.

L'étude expérimentale de M2 a mis en évidence le besoin de modéliser un écrouissage cinématique non linéaire. Seul le modèle VE-VP en propose un (l'écrouissage cinématique de SCRAM est linéaire). De plus, un comportement plastique compactant puis dilatant a été mis en évidence, or seuls les modèles VE-P, VE-VP, E-VP et VDT-P décrivent une plasticité volumique. Aucun modèle de plasticité n'est donc satisfaisant.

L'endommagement affecte la plasticité dans VS-VP, VE-P et VDT-P tandis que c'est la plasticité qui génère l'endommagement dans VE-VP. Aucune donnée expérimentale ne nous permet de conclure sur le lien entre plasticité et dommage.

L'étude de M1 et M2 a montré plusieurs effets surprenants. Premièrement, un endommagement thermique à basse température, différent du phénomène de *ratchet-growth*. Deuxièmement, un effet non monotone de la pression sur le comportement volumique et sur les modules élastiques,

notamment entre 5 et 10 MPa. Ces points ne seront pas pris en compte dans le modèle. Une étude expérimentale devra tout d'abord être menée en profondeur pour une meilleure compréhension de ces comportements particuliers.

Pour finir, étant donné que la surface de rupture de M2 dans le plan des contraintes principales a la même allure que celle de M1, nous choisissons de conserver le critère de rupture établi pour M1. L'implémentation du critère de rupture ne sera pas discutée ici. Sur ce sujet nous renvoyons le lecteur au mémoire de Le [80].

Finalement, les modèles comprenant le plus de mécanismes attendus sont les modèles VE-P et VE-VP mais ils n'intègrent pas d'endommagement anisotrope qui est un point clé. Seuls les modèles SCRAM, E-VP et VDT-P en décrivent un. Ces trois modèles d'endommagement permettent également la description de l'effectivité du dommage et de l'influence de la pression. Étant donné que le modèle VDT-P permet d'intégrer un prédommage contrairement aux deux autres, il est le modèle d'endommagement que nous préférons. Concernant la plasticité, l'écoulement cinématique non linéaire de VE-VP est intéressant. Ce modèle comporte en plus une fonction de dilatance. Mais le seuil de plasticité de SCRAM correspond davantage à nos attentes. Une combinaison de ces deux modèles de plasticité serait donc souhaitable.

Nous allons maintenant entrer plus en détail dans la construction du modèle pour M2 et présenter nos choix de modélisation.

3. Construction du modèle

3.1. Viscoélasticité linéaire

Les essais DMA réalisés sur M2 permettent de définir un modèle viscoélastique linéaire. De fait, l'hypothèse de linéarité est corroborée par l'égalité des modules tangents du matériau M2 en débuts de charge et de décharge. Nous choisissons donc de définir un modèle de viscoélasticité linéaire de type Maxwell, généralisé à 14 branches viscoélastiques et une branche élastique.

3.2. Endommagement

3.2.a. Endommagement anisotrope induit par le chargement

La campagne expérimentale menée sur M2 a révélé le très faible niveau d'endommagement du matériau : aucun endommagement volumique et un endommagement déviatorique tout au plus de 10% à rupture en compression. Le seul essai cyclé sous confinement en notre possession nous pousse à négliger l'influence de la pression sur l'endommagement. De plus, le matériau M1 développe un endommagement anisotrope unilatéral dont l'effet est réduit lorsqu'un confinement est appliqué [13][15][105]. Ainsi, nous choisissons d'intégrer un endommagement anisotrope effectif au modèle mais l'influence du confinement ne sera pas prise en compte.

Il existe de très nombreux modèles d'endommagement anisotrope définis pour les matériaux quasi-fragiles. On distingue les modèles tensoriels continus (parmi les plus récents, on peut citer [33][39][45][143][147]) des modèles discrets travaillant dans la base directionnelle des microfissures. Les modèles discrets peuvent être classés en trois groupes : 1) les modèles décrivant le comportement macroscopique [13][75][84][135], 2) ceux décrivant le comportement microstructural homogénéisé à l'échelle macroscopique [85][145], et 3) les modèles macroscopiques basés sur des considérations microstructurales [7][50][60][140][147]. Les modèles spécifiques aux explosifs pressés de Dienes [50], de Zubelevicz *et al.* [147] et de

Benelfellah [13] ont été détaillés au premier chapitre. L'endommagement anisotrope n'étant pas une spécificité du matériau M2 mais de M1, nous décidons de reprendre les travaux de Benelfellah sur le sujet. Après avoir comparé différents modèles d'endommagement anisotrope pouvant rendre compte de l'effet unilatéral [14], son choix s'est porté sur le modèle microplan en partition VDT (volumique-déviatorique-tangentiel).

Les modèles microplans sont des modèles discrets où chaque direction fixe de l'angle solide est caractérisée par un plan de normale \underline{n} . Appeler ces plans des microplans pouvant induire en erreur, nous rappelons qu'il ne s'agit pas de modèles micromécaniques. Aucun changement d'échelle n'est opéré. Le tenseur de déformation est projeté sur chaque microplan, ce qui permet de travailler avec des grandeurs scalaires et vectorielles. Trois types de projections sont possibles : NT (normal-tangentiel), VDT (volumique-déviatorique-tangentiel) et VD (volumique-déviatorique). Elles sont résumées dans le **Tableau III-2**. La formulation NT décrite par Bažant et Pratt [11] et Carol *et al.* [31] limite le coefficient de Poisson à 0,25 ce qui n'est pas pertinent pour nos matériaux. La formulation VDT, également décrite par Bažant et Pratt [11] et Carol *et al.* [31], est une version améliorée de NT où la composante normale N est décomposée en parties volumique V et déviatorique D. Cette formulation décrit l'évolution de trois paramètres élastiques indépendants ce qui entraîne une grande souplesse dans le réglage des effets Poisson et donc de l'anisotropie. Benelfellah a choisi cette formulation pour cette raison. Il souhaitait également laisser la possibilité de décrire un frottement dissipatif sur la composante tangentielle [13]. En formulation VD (Leukart et Ramm [83][84]), la composante déviatorique correspond à la somme des composantes déviatorique (projetée sur la normale au microplan) et tangentielle de la formulation VDT. Cela revient à un modèle VDT où $\mu_D = \mu_T = 2G$ et où les variables d'endommagement déviatorique et tangentielle sont égales. Notons qu'une difficulté des modèles microplans réside dans l'incapacité d'accéder aux informations directionnelles : la mesure du module de Young accessible expérimentalement résulte de l'intégrale sur l'angle solide des variables d'endommagement du modèle.

Étant donné que la description d'un frottement transversal n'est pas d'actualité, nous choisissons de travailler en formulation VD pour alléger le modèle. L'identification des paramètres d'endommagement sera ainsi plus simple, la somme pondérée des endommagements déviatoriques des microplans correspondant à l'endommagement déviatorique observé expérimentalement. Afin de coupler le modèle viscoélastique au modèle d'endommagement microplan, deux méthodes équivalentes sont possibles [34][35] : 1) l'approche externe où le modèle microplan est défini en série du modèle de Maxwell ; 2) l'approche interne où le modèle de Maxwell est intégré au sein des microplans. Avec l'approche externe, le tenseur de déformation viscoélastique est projeté sur les microplans pour déterminer les variables d'endommagement, conduisant ensuite à l'opérateur d'endommagement d'ordre 4. Cet opérateur est ensuite appliqué aux ressorts du modèle de Maxwell pour déterminer les déformations élastiques de chaque branche et *in fine* le tenseur des contraintes. L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle nécessite un calcul d'inversion du tenseur d'ordre 4. Avec l'approche interne, le modèle viscoélastique est projeté sur chaque microplan et décomposé selon la formulation choisie (VD dans notre cas). Ceci implique que les déformations et les contraintes de chaque branche sont déterminées dans la direction du microplan. Le nombre de variables mises en jeu est plus important mais les calculs se résument à des équations scalaires. Nous optons pour l'approche interne puisqu'elle est plus simple à intégrer que l'approche externe. Faute de données expérimentales, nous émettons l'hypothèse que l'endommagement affecte à la fois les modules élastiques et visqueux, conservant ainsi les temps caractéristiques constants.

	Modèle NT [11][31]	Modèle VDT [11][31]	Modèle VD [83][84]
Tenseurs de projection	$\underline{\underline{\varepsilon}} = \left(\underline{\underline{N}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \underline{\underline{N}} + \left(\underline{\underline{T}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \underline{\underline{T}}$ $\begin{cases} \underline{\underline{N}} = n \otimes n \\ \underline{\underline{T}} = n \cdot \underline{\underline{I}} - n \otimes n \otimes n \end{cases}$	$\underline{\underline{\varepsilon}} = \left(\underline{\underline{V}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \underline{\underline{V}} + \left(\underline{\underline{D}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \underline{\underline{D}} + \left(\underline{\underline{T}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \underline{\underline{T}}$ $\begin{cases} \underline{\underline{V}} = \frac{1}{3} \underline{\underline{I}} \\ \underline{\underline{D}} = n \otimes n - \frac{1}{3} \underline{\underline{I}} \\ \underline{\underline{T}} = n \cdot \underline{\underline{I}} - n \otimes n \otimes n \end{cases}$	$\underline{\underline{\varepsilon}} = \left(\underline{\underline{V}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \underline{\underline{V}} + \left(\underline{\underline{D}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \right) \underline{\underline{D}}$ $\begin{cases} \underline{\underline{V}} = \frac{1}{3} \underline{\underline{I}} \\ \underline{\underline{D}} = n \cdot \left(\underline{\underline{I}} - \frac{1}{3} \underline{\underline{I}} \otimes \underline{\underline{I}} \right) \end{cases}$
Couplages	Découplage partiel : $\begin{cases} \underline{\underline{N}} \text{ volumique déviatorique} \\ \underline{\underline{T}} \text{ déviatorique} \end{cases}$	Découplage complet : $\begin{cases} \underline{\underline{V}} \text{ volumique} \\ \underline{\underline{D}}, \underline{\underline{T}} \text{ déviatoriques} \end{cases}$	Découplage complet : $\begin{cases} \underline{\underline{V}} \text{ volumique} \\ \underline{\underline{D}} \text{ déviatorique} \end{cases}$
Paramètres élastiques	Deux paramètres indépendants : $k_N, \mu_T.$	Trois paramètres indépendants : $k_V, \mu_D, \mu_T.$	Deux paramètres indépendants : $k_V, \mu_D.$
Souplesse des paramètres	Un seul réglage : $\begin{cases} k_N = 3K \\ \mu_T = \frac{10}{3}G - 2K \end{cases}$	Plusieurs réglages possibles : $\begin{cases} k_N = 3K \\ 2\mu_D + 3\mu_T = 10G \end{cases}$	Un seul réglage : $\begin{cases} k_V = 3K \\ 2\mu_D = 2G \end{cases}$
Coefficient de Poisson	Inférieur à 0,25	Non limité	Non limité

Tableau III-2. Comparaison des formulations NT, VDT et VD des modèles microplans, d'après Bažant et Pratt [11], Carol *et al.* [31] et Leukart et Ramm [83][84].

3.2.b. Effet unilatéral

Même si cela n'est pas nécessaire pour la modélisation du matériau M2, nous choisissons d'introduire une effectivité du dommage dans le modèle afin de pouvoir, par la suite, reproduire correctement le comportement de M1.

Nous verrons au paragraphe suivant que le critère de plasticité choisi est de type von Mises et écrit en grandeurs effectives. Or, avec ce critère, définir une effectivité de l'endommagement déviatorique implique de perdre la convexité de la surface de plasticité (Liénard [86] citée par Desmorat et Cantournet [46]). Nous choisissons par conséquent de ne définir qu'un effet unilatéral volumique.

Pour les matériaux granulaires, les fonctions d'effectivité du dommage sont généralement reliées à la déformation élastique du matériau ([7][11][94][135]). D'après Benelfellah [13], afin de garantir la continuité de la réponse contrainte-déformation, l'effet unilatéral peut être introduit de deux façons :

- 1) directement dans la loi d'évolution de l'endommagement, le tenseur de rigidité n'est alors pas affecté et la contrainte est continue lors de l'ouverture ou de la fermeture d'une fissure ;
- 2) sous la forme d'une variation d'énergie libre, impactant la contrainte, ce qui implique d'effectuer le changement de mécanisme à déformation nulle ou bien de définir un mécanisme supplémentaire (déformation de régularisation pour annuler le saut de contrainte).

Benelfellah a choisi la formulation la plus simple du second point, qui consiste à définir l'effectivité comme une fonction Heaviside de sa déformation élastique correspondante. Étant donné que l'effet

unilatéral concerne le matériau M1 et pas M2, nous choisissons de reprendre ses travaux et de définir une effectivité volumique avec la même formulation thermodynamique.

3.3. Viscoplasticité non associée

3.3.a. Seuil de plasticité

Nous avons vu au chapitre 2 (paragraphe 4.7 page 113) qu'un critère de plasticité dépendant seulement de la contrainte équivalente Q était suffisant pour décrire la surface de plasticité de M2. De plus, le besoin d'un écrouissage cinématique pour la modélisation de M2 a été démontré tandis qu'aucun écrouissage isotrope n'apparaît nécessaire. Dans ces conditions, nous choisissons de définir un critère de plasticité de type von Mises avec écrouissage cinématique, dans le plan des contraintes effectives :

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{\tilde{\sigma}}^D} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{\tilde{\sigma}}^D} - \underline{\underline{X}})} - \sigma_Y \quad (\text{III.1})$$

où $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}^D}$ est le tenseur des contraintes déviatoriques effectives, $\underline{\underline{X}}$ le tenseur d'écrouissage cinématique et σ_Y la limite d'élasticité initiale. Le terme $\sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{\tilde{\sigma}}^D} - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{\tilde{\sigma}}^D} - \underline{\underline{X}})}$ est aussi appelé $J_2(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}^D} - \underline{\underline{X}})$. Les contraintes effectives seront définies plus loin.

3.3.b. Viscoplasticité

Étant donné que les données expérimentales ne permettent pas de trancher la question de la viscoplasticité, nous choisissons d'intégrer une composante viscoplastique au modèle. Par la suite, celle-ci pourra toujours être annulée si besoin.

Nous nous plaçons dans le cadre formulé par Perzyna [103]. Dans ce contexte, le tenseur de contrainte peut sortir de la surface d'élasticité. Le critère de plasticité f , indépendant de la vitesse, prend alors une valeur positive. Classiquement, une loi puissance (dite loi de Norton) est utilisée pour définir le multiplicateur viscoplastique [82]. Une telle expression entraîne une dépendance importante à la vitesse de sollicitation alors que pour le matériau M2, l'influence de la vitesse sur le domaine d'étude est faible. Afin de corriger cet effet, nous choisissons une formulation exponentielle-puissance [82] :

$$\lambda = \left(\frac{f}{a_1}\right)^n \exp(a_2 f^{n+1}) \quad (\text{III.2})$$

avec λ le multiplicateur viscoplastique, f le critère de plasticité, n , a_1 et a_2 les paramètres viscoplastiques. Notons que cette loi a également été utilisée par Rja Fi Allah lors de la caractérisation viscoplastique de M1 [63][115].

Concernant l'effet de pression, l'étude expérimentale de M2 a montré que le confinement induit une augmentation de la contrainte à déformation égale, ce qui implique que la pression ralentit l'écoulement. La viscoélasticité n'est pas dépendante de la pression (modules élastiques indépendants du confinement), de même que le seuil de plasticité (contrairement aux matériaux granulaires en général). Nous décidons de reporter l'influence de la pression sur l'écoulement viscoplastique et de faire dépendre le paramètre a_2 de la pression $\tilde{\sigma}^V$ de sorte que l'augmentation de la pression ralentit l'écoulement. Cette notion a un sens physique car pour les polymères, la pression entrave la mobilité moléculaire, ce qui limite l'écoulement [42][114]. L'influence de la pression sur l'écoulement viscoplastique est d'ailleurs prise en compte dans quelques modèles [55][74].

3.3.c. Écoulement non associé

Si le seuil de plasticité est indépendant de la pression, nous avons vu au chapitre 2 (paragraphe 4.9 page 116) qu'un écoulement plastique volumique et déviatorique devait être modélisé. Cela implique de définir un modèle non associé. La détermination d'un potentiel d'écoulement étant compliquée du point de vue thermodynamique, nous choisissons de suivre une méthode indirecte. La partie déviatorique dérive d'un potentiel de type von Mises tandis que la partie volumique est reliée à la partie déviatorique par une fonction dilatance β :

$$\beta = \frac{\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}^V}{\sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}^D : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}^D}} \quad (\text{III.3})$$

avec $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}^V$ le taux de déformation viscoplastique volumique, le terme $\sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}^D : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}^D}$ définissant une norme du tenseur du taux de déformation viscoplastique déviatorique $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}^D$. Cette méthode indirecte est souvent utilisée en mécanique des sols [38]. Elle a aussi été utilisée par Rja Fi Allah [63][115] et Le [80][81] pour modéliser le matériau M1. L'écoulement non associé s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}^V = \lambda \beta \\ \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{vp}^D = \lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^D} \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

avec $\underline{\underline{\sigma}}^V$ la contrainte volumique effective.

3.3.d. Écrouissage cinématique

Un écrouissage non linéaire est nécessaire pour modéliser la forte non-linéarité du comportement de M2. Les modèles de plasticité non associée à écrouissage cinématique non linéaire ou assimilé ne sont pas très nombreux dans la littérature. Lemaître et Chaboche [82] en référencent trois. Dans le modèle de Prager-Ziegler [146], le module d'écrouissage est relié à la contrainte et donc en partie à sa composante volumique. Or nous souhaitons complètement découpler les parties volumiques et déviatoriques. De plus, d'après Lemaître et Chaboche [82], relier le module d'écrouissage à la contrainte conduit à un comportement anormal en chargement cyclé. Ce modèle ne convient donc pas ici.

Le modèle le plus fréquemment rencontré dans la littérature est le modèle d'Armstrong-Frederick [3][4]. Ce modèle d'écrouissage ajoute un terme de rappel à la loi linéaire de Prager, introduisant un effet non linéaire :

$$\underline{\underline{\dot{X}}} = \frac{2}{3} C \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp}^D - \gamma \underline{\underline{X}} \dot{p} \quad (\text{III.5})$$

C et γ sont les paramètres d'écrouissage et \dot{p} est la vitesse de déformation plastique. Le terme $\frac{2}{3} C \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp}^D$ correspond à l'écrouissage linéaire de Prager. Le modèle d'Armstrong-Frederick présente deux inconvénients. Tout d'abord, le terme de rappel engrange constamment de la déformation plastique cumulée. Ainsi, l'écoulement plastique est plus important pour un essai cyclé que pour un essai monotone ce qui éloigne la courbe enveloppe de la courbe monotone. Ainsi, après calage du modèle sur une réponse cyclée, nous avons constaté que la simulation de l'essai de fatigue conduisait à un niveau de déformation cumulée dix fois supérieur à la mesure expérimentale. De plus, le terme de

rappel crée une sorte de symétrie de la non-linéarité centrée sur la contrainte nulle, alors que les données expérimentales montrent une « symétrie » des charges et des décharges (voir **Figure II-69** page 113). Par conséquent, les phases de décharges induites par ce modèle sont trop linéaires par rapport au comportement de M2. On notera qu'une extension du modèle d'Armstrong-Frederick a été proposée par Chaboche [32]. Son modèle additionne en parallèle plusieurs écrouissements cinématiques d'Armstrong-Frederick, mais ceci ne résout pas les problèmes mentionnés.

Le dernier modèle référencé ici est le modèle multicouche de Mroz [98] qui superpose plusieurs modèles linéaires de Prager. Un certain nombre de surfaces sont imbriquées. Rhéologiquement, elles sont placées en série les unes des autres. Le module d'écrouissage global étant modifié à chaque fois que l'état de contrainte franchit une nouvelle surface, son évolution est non linéaire. On peut donc qualifier ce modèle de « multilinéaire ». Son fonctionnement est schématisé **Figure III-1**. Le modèle multicouche étant le seul semblant répondre à nos besoins (simulation de compression monotone, cyclée et fatigue), nous choisissons de l'intégrer à la loi de comportement.

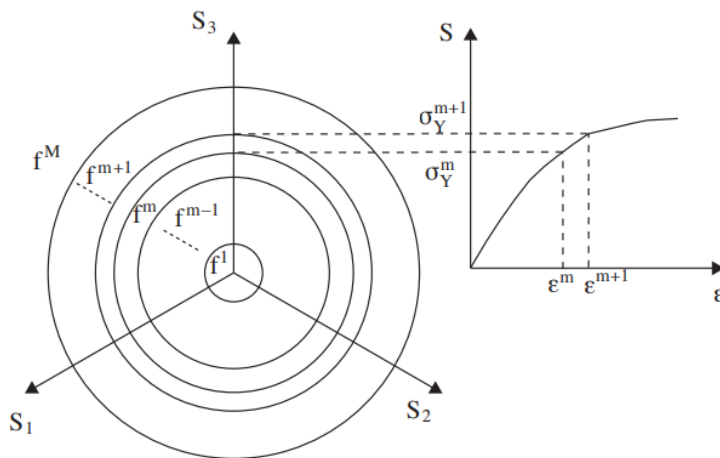


Figure III-1. Fonctionnement du modèle multicouche de Mroz créant un écoulement plastique non linéaire, d'après Yan et Oskay [142]. La variable S désigne la contrainte déviatorique, l'exposant m , allant de 1 à M , identifie la surface de plasticité.

Dans ce modèle, la direction de glissement est définie telle que les surfaces restent imbriquées les unes dans les autres. La plus petite surface se déplace en premier, jusqu'à devenir tangente à la seconde. C'est seulement au moment du contact que la seconde surface s'active. Les deux surfaces restent ensuite tangentes lors de leur déplacement. Ce schéma se répète jusqu'à ce que la dernière surface soit atteinte, celle-ci s'écoulant de façon associée. La condition de non-chevauchement des surfaces est garantie dans les modèles multicouches [96][97][98][142] mais à notre connaissance, aucune justification thermodynamique n'est donnée. Les auteurs se basent seulement sur des considérations géométriques.

Avec un écoulement viscoplastique, les surfaces se déplacent « à retardement ». Cela implique qu'une surface peut s'activer alors que la surface précédente ne l'a pas encore atteinte. La condition de contact n'a donc pas à être respectée car cela impliquerait de bloquer l'écoulement d'une surface active. Au moment du contact avec la surface précédente, elle subirait alors un saut brutal de vitesse d'écoulement.

Contrairement au modèle de Mroz [98] et à ces dérivés [96][97][142], nous choisissons de définir un écoulement déviatorique associé afin de simplifier le modèle (le caractère non-associé de notre modèle provient de la partie volumique). Par conséquent, en chargement non proportionnel, il est possible que deux surfaces se chevauchent. Le problème est illustré sur la **Figure III-2**. Ce positionnement des surfaces nous semble acceptable. Cette question sera discutée au chapitre V dans une perspective d'amélioration du modèle et des pistes de réflexion pour de futurs travaux y seront données.

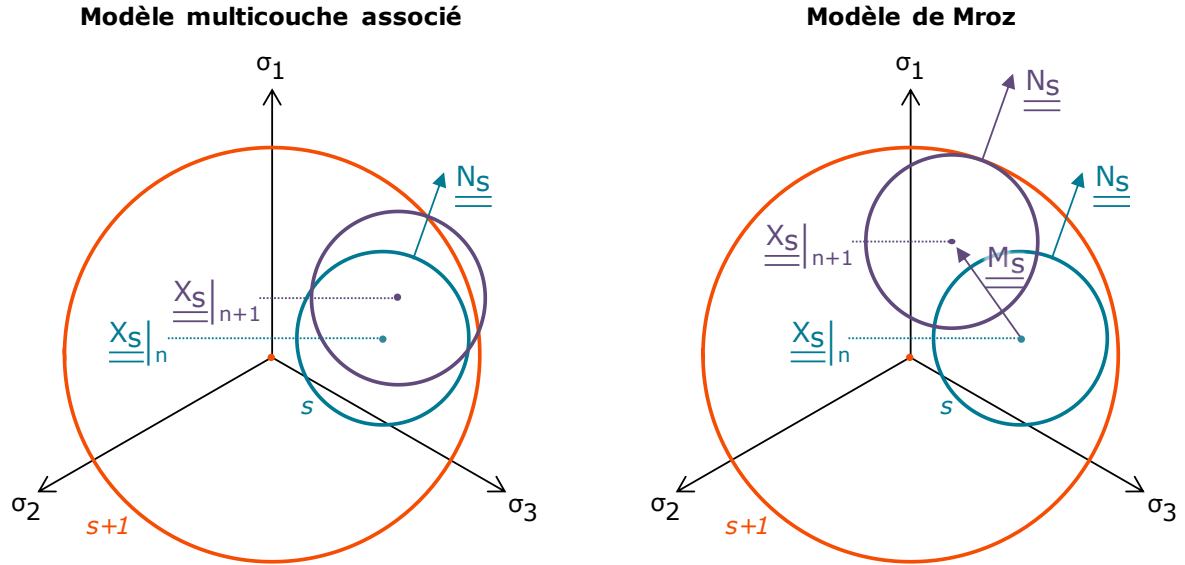


Figure III-2. À gauche, schéma représentant le problème de la sortie de la surface s par rapport à la surface $s+1$ lors d'un chargement non proportionnel avec le modèle actuel de M2. À droite, la solution apportée par Mroz [98] pour garantir l'imbrication des cercles.

Le modèle de plasticité est placé en série de la composante viscoélastique linéaire afin de garantir la correspondance entre l'enveloppe des chargements cyclés et les courbes monotones, comme observé expérimentalement sur M1 et M2. Remarquons que l'association en série présente l'avantage d'être plus maniable lors de l'implémentation qu'une association en parallèle. Il est en effet plus facile d'avoir un modèle où les contraintes s'additionnent plutôt que les déformations.

3.4. Structure rhéologique, décomposition de la déformation

Par suite des choix de modélisation dont nous venons de faire état, le modèle de comportement mécanique développé dans ce manuscrit peut être représenté par le schéma rhéologique de la **Figure III-3**. Ce modèle est viscoélastique-viscoplastique à endommagement anisotrope et écrouissage cinématique non linéaire. Son originalité réside dans sa double source d'anisotropie. Le modèle comporte N_s écrouissages cinématiques et N_m microplans portant chacun N_b branches de Maxwell.

En thermomécanique, la déformation totale du matériau peut être vue comme la somme d'une contribution mécanique et d'une contribution thermique. La déformation thermique est le produit du coefficient de dilatation et de l'écart à une température de référence donnée. On se place ici en conditions isothermes, la déformation thermique est donc constante et la déformation totale $\underline{\underline{\varepsilon}}$ est assimilée à la déformation mécanique. Notre modèle est formulé dans le cadre de la théorie des petites déformations. Les composantes viscoélastique et viscoplastique sont placées en série, ce qui conduit à l'additivité des déformations :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve} + \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s} \quad (\text{III.6})$$

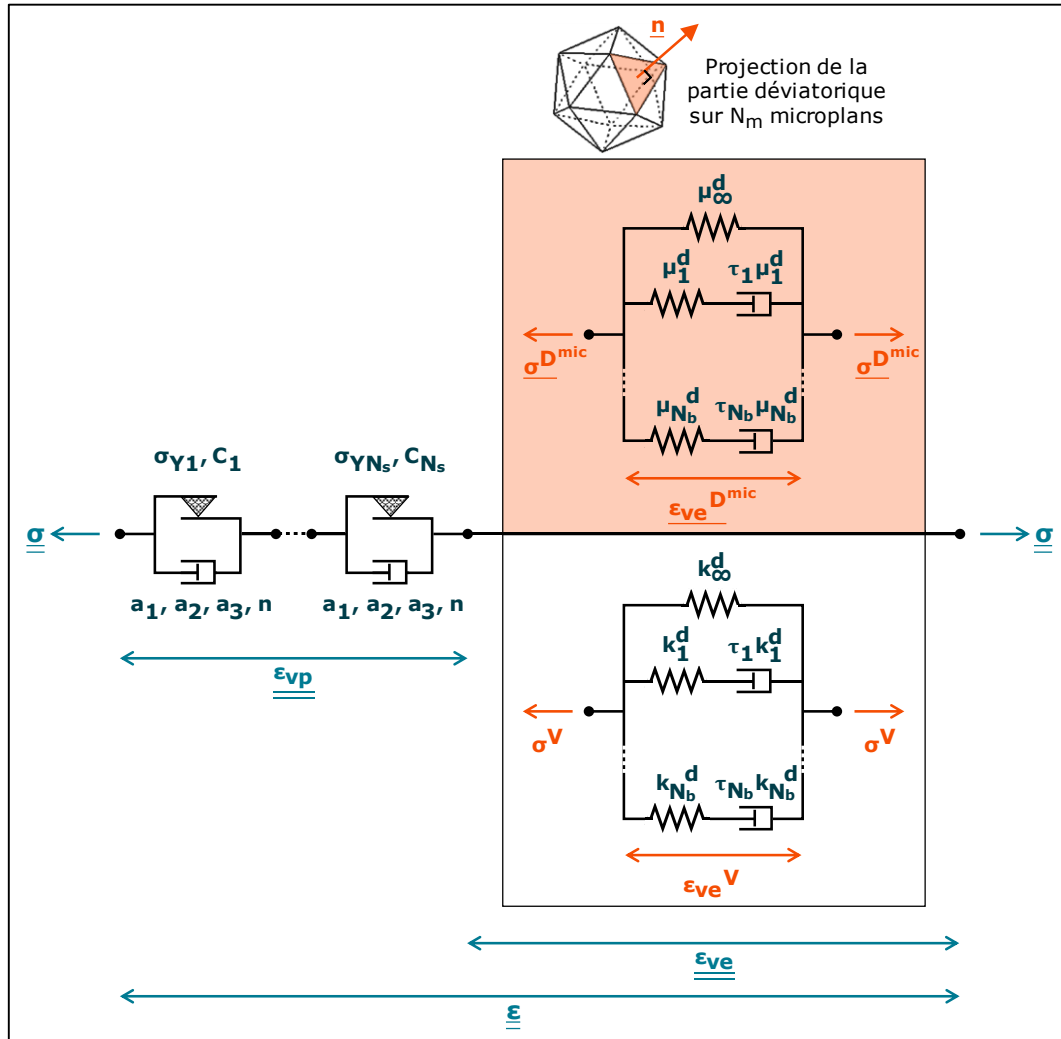


Figure III-3. Schéma rhéologique de la loi de comportement viscoélastique-viscoplastique à endommagement anisotrope établie pour le matériau M2. Sur ce schéma, les modules élastiques k_b^d et μ_b^d correspondent modules élastiques volumiques et déviatoriques endommagés. Les termes τ_b correspondent aux temps viscoélastiques caractéristiques.

4. Formulation thermodynamique

Le formalisme suivi dans ce paragraphe est celui de Lemaître et Chaboche [82]. Afin d'établir les conditions de stabilité thermodynamique du modèle, l'énergie libre spécifique par unité de masse ψ est définie comme potentiel d'état. Elle est fonction de la variable observable $\underline{\underline{\epsilon}}$ et des variables internes définissant l'histoire du matériau. Ces variables internes sont résumées dans le **Tableau III-3** ci-dessous.

Afin de faciliter la compréhension du modèle, les relations d'équilibre entre les différents mécanismes sont résumées dans la **Tableau III-4**. L'indice s correspond à la surface de viscoplasticité ; l'exposant mic , au microplan ; l'indice b à la branche viscoélastique ; l'indice $elast$, au ressort élastique de la branche et l'indice $visc$, à son patin visqueux.

Mécanismes	Variables d'état observables et internes	Variables associées	Niveau de définition (var. état / var. associée)
	$\underline{\underline{\varepsilon}}$	$\underline{\underline{\sigma}}$	global
Viscoélasticité	ε_{ve}^V	σ_b^V	global / branche
	$\underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D mic}}}$	$\underline{\underline{\sigma_b^{D mic}}}$	microplan / branche du microplan
	$\varepsilon_{ve}^V_{b,elast}$	$\sigma_{b,elast}^V = \sigma_b^V$	branche
	$\underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D}_{b,elast}^{mic}}}$	$\underline{\underline{\sigma_{b,elast}^{D mic}}} = \underline{\underline{\sigma_b^{D mic}}}$	branche du microplan
	$\varepsilon_{ve}^V_{b,visc}$	$-\sigma_{b,visc}^V = -\sigma_b^V$	branche
	$\underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D}_{b,visc}^{mic}}}$	$-\underline{\underline{\sigma_{b,visc}^{D mic}}} = -\underline{\underline{\sigma_b^{D mic}}}$	branche du microplan
Endommagement	d_V	$-Y_V$	global
	d_D^{mic}	$-Y_D^{mic}$	microplan
Viscoplasticité	$\varepsilon_{vp s}^V$	$-\sigma^V$	surface / global
	$\underline{\underline{\varepsilon_{vp s}^D}}$	$-\underline{\underline{\sigma^D}}$	surface / global
	$\underline{\underline{\xi_s}}$	$\underline{\underline{X_s}}$	surface

Tableau III-3. Synthèse des variables d'état et de leur variable associée définies dans le modèle. Le mécanisme correspondant et le niveau de définition de chaque variable sont donnés.

Mécanismes	Déformations	Contraintes
Additivité générale	$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon_{ve}}} + \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}}}$	$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma_{ve}}} = \underline{\underline{\sigma_{vp}}}$
Projection sur les microplans	$\begin{cases} \varepsilon_{ve}^V = \underline{V} : \underline{\underline{\varepsilon_{ve}}} \\ \underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D mic}}} = \underline{\underline{D^{mic}}} : \underline{\underline{\varepsilon_{ve}}} \end{cases}$	$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_V \underline{V} + \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\underline{\sigma_D^{mic}}} \underline{\underline{D^{mic}}}$
Viscoélasticité en parallèle	$\begin{cases} \varepsilon_{ve}^V = \varepsilon_{ve}^V_{\infty} = \varepsilon_{ve}^V_b \\ \underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D mic}}} = \underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D}_{\infty}^{mic}}} = \underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D}_b^{mic}}} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma^V = \sigma^V_{\infty} + \sum_{b=1}^{N_b} \sigma_b^V \\ \underline{\underline{\sigma^{D mic}}} = \underline{\underline{\sigma^{D}_{\infty}^{mic}}} + \sum_{b=1}^{N_b} \underline{\underline{\sigma_b^{D mic}}} \end{cases}$
Branche viscoélastique	$\begin{cases} \varepsilon_{ve}^V_b = \varepsilon_{ve}^V_{b,visc} + \varepsilon_{ve}^V_{b,elast} \\ \underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D}_b^{mic}}} = \underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D}_{b,visc}^{mic}}} + \underline{\underline{\varepsilon_{ve}^{D}_{b,elast}^{mic}}} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_b^V = \sigma_{b,elast}^V = \sigma_{b,visc}^V \\ \underline{\underline{\sigma_b^{D mic}}} = \underline{\underline{\sigma_{b,elast}^{D mic}}} = \underline{\underline{\sigma_{b,visc}^{D mic}}} \end{cases}$

Tableau III-4. Récapitulatif des relations d'équilibre entre les différents mécanismes, présentées et mises en contexte dans les paragraphes 4.1 et 4.2.

L'hypothèse de découplage entre les comportements viscoélastique et viscoplastique* conduit à une décomposition du potentiel d'état en deux composantes [82] :

$$\psi = \psi_{ve} + \psi_{vp} \quad (\text{III.7})$$

Les potentiels viscoélastique ψ_{ve} et viscoplastique ψ_{vp} sont détaillés dans ce qui suit.

4.1. Composante viscoélastique

Dans le modèle de Maxwell, un ressort élastique est mis en série d'un patin visqueux. En plus du potentiel d'état décrivant les lois d'évolution viscoélastique, on postule l'existence d'un potentiel de dissipation φ_{ve} afin de définir les lois d'évolution relatives aux processus visqueux dissipatifs.

4.1.a. Potentiel d'état

Le modèle viscoélastique endommageable est décomposé en parties volumique et déviatorique indépendantes l'une de l'autre. Le potentiel d'état peut dès lors être scindé comme suit :

$$\psi_{ve} = \psi_{ve}^V + \psi_{ve}^D \quad (\text{III.8})$$

avec ψ_{ve}^V (respectivement ψ_{ve}^D) l'énergie libre viscoélastique volumique (respectivement déviatorique).

La composante déviatorique est projetée sur les microplans. Les contraintes cinématiques du modèle impose de définir les déformations volumiques ε_{ve}^V et déviatoriques $\underline{\varepsilon}_{ve}^{D,mic}$ égales aux projections du tenseur de déformation sur le microplan [31] :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ve}^V = \underline{\underline{V}} : \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve} \\ \underline{\varepsilon}_{ve}^{D,mic} = \underline{\underline{D}}^{mic} : \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve} \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

où les tenseurs de projection s'écrivent :

$$\begin{cases} \underline{\underline{V}} = \frac{1}{3} \underline{\underline{I}} \\ \underline{\underline{D}}^{mic} = \underline{\underline{n}} \cdot \underline{\underline{I}}^D \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

avec $\underline{\underline{n}}$ le vecteur normal au microplan considéré (voir le **Tableau III-2**). L'exposant *mic* indique que la variable dépend du microplan considéré. La composante volumique est indépendante du microplan.

Le modèle viscoélastique est un modèle de Maxwell à une branche purement élastique (indicée ∞) et N_b branches viscoélastiques associant en série une raideur élastique (indice *elast*) et un amortisseur visqueux (indice *visc*). Le schéma rhéologique correspondant est donné sur la **Figure III-3**. Les déformations de chaque branche se décomposent en parties élastiques et visqueuses :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ve}^V = \varepsilon_{ve}^V_b = \varepsilon_{ve}^V_{b,visc} + \varepsilon_{ve}^V_{b,elast} \\ \underline{\varepsilon}_{ve}^{D,mic} = \underline{\varepsilon}_{ve}^D_b = \underline{\varepsilon}_{ve}^D_{b,visc} + \underline{\varepsilon}_{ve}^D_{b,elast} \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

* Les composantes viscoélastique et viscoplastique sont tout de même liées par les variables d'endommagement, car la viscoplasticité est définie en contrainte effective.

L'énergie libre volumique totale est la somme des énergies libres de chaque branche :

$$\psi_{ve}^V = \psi_{ve}^V{}_{\infty}(\varepsilon_{ve}^V, d_V) + \sum_{b=1}^{N_b} \psi_{ve}^V{}_b(\varepsilon_{ve}^V{}_{b,elast}, d_V) \quad (III.12)$$

avec d_V la variable d'endommagement volumique indépendante de la branche viscoélastique.

L'hypothèse fondamentale assurant la stabilité thermodynamique des modèles microplans, postulée par Carol *et al.* [31], énonce que l'énergie libre globale s'écrit comme l'intégrale sur l'angle solide d'une énergie libre définie sur chaque microplan :

$$\psi_{ve}^D = \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \psi_{ve}^D{}^{mic} d\Omega \quad (III.13)$$

Après discrétisation selon les directions des microplans, il vient :

$$\psi_{ve}^D = \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \psi_{ve}^D{}^{mic} \quad (III.14)$$

ω^{mic} est un coefficient de pondération angulaire défini en fonction du nombre N_m de microplans [9].

Comme pour la composante volumique, l'énergie libre déviatorique du microplan est la somme des énergies libres de chaque branche :

$$\psi_{ve}^D{}^{mic} = \psi_{ve}^D{}_{\infty}{}^{mic}(\underline{\varepsilon}_{ve}^D{}^{mic}, d_D{}^{mic}) + \sum_{b=1}^{N_b} \psi_{ve}^D{}_b{}^{mic}(\underline{\varepsilon}_{ve}^D{}_{b,elast}{}^{mic}, d_D{}^{mic}) \quad (III.15)$$

avec $d_D{}^{mic}$ la variable d'endommagement déviatorique. Ω décrit la demi-sphère de rayon unité (les deux hémisphères sont définies par les mêmes microplans).

Les paramètres d'endommagement d_V et $d_D{}^{mic}$ affectent de la même manière les parties élastiques et visqueuses de toutes les branches du Maxwell généralisé. Les temps caractéristiques restent ainsi constants. Une fonction d'effectivité du dommage a_{Vb} est définie sur chaque branche de la composante volumique, elle dépend de la déformation élastique correspondante, $\varepsilon_{ve}^V{}_{b,elast}$.

Les dérivées temporelles des énergies libres volumique et déviatorique à l'échelle de chaque branche s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{ve}^V{}_b = \frac{\partial \psi_{ve}^V{}_b}{\partial \varepsilon_{ve}^V{}_{b,elast}} \dot{\varepsilon}_{ve}^V{}_{b,elast} + \frac{\partial \psi_{ve}^V{}_b}{\partial a_{Vb}} \frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve}^V{}_{b,elast}} \dot{\varepsilon}_{ve}^V{}_{b,elast} + \frac{\partial \psi_{ve}^V{}_b}{\partial d_V} \dot{d}_V \\ \dot{\psi}_{ve}^D{}_b{}^{mic} = \frac{\partial \psi_{ve}^D{}_b{}^{mic}}{\partial \underline{\varepsilon}_{ve}^D{}_{b,elast}{}^{mic}} \cdot \underline{\dot{\varepsilon}}_{ve}^D{}_{b,elast}{}^{mic} + \frac{\partial \psi_{ve}^D{}_b{}^{mic}}{\partial d_D{}^{mic}} \dot{d}_D{}^{mic} \end{cases} \quad (III.16)$$

$$\begin{cases} \dot{\psi}_{ve}^V{}_{\infty} = \frac{\partial \psi_{ve}^V{}_{\infty}}{\partial \varepsilon_{ve}^V} \dot{\varepsilon}_{ve}^V + \frac{\partial \psi_{ve}^V{}_{\infty}}{\partial a_{V\infty}} \frac{\partial a_{V\infty}}{\partial \varepsilon_{ve}^V} \dot{\varepsilon}_{ve}^V + \frac{\partial \psi_{ve}^V{}_{\infty}}{\partial d_V} \dot{d}_V \\ \dot{\psi}_{ve}^D{}_{\infty}{}^{mic} = \frac{\partial \psi_{ve}^D{}_{\infty}{}^{mic}}{\partial \underline{\varepsilon}_{ve}^D{}^{mic}} \cdot \underline{\dot{\varepsilon}}_{ve}^D{}^{mic} + \frac{\partial \psi_{ve}^D{}_{\infty}{}^{mic}}{\partial d_D{}^{mic}} \dot{d}_D{}^{mic} \end{cases} \quad (III.17)$$

où l'on voit apparaître les fonctions d'effectivité du dommage volumique a_{Vb} (respectivement $a_{V\infty}$), liées à la déformation $\varepsilon_{ve}^V{}_{b,elast}$ (respectivement ε_{ve}^V).

L'inégalité de Clausius-Duhem s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} : (\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{ve} + \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp}) - \rho \dot{\psi}_{ve} - \rho \dot{\psi}_p \geq 0 \quad (III.18)$$

avec ρ la masse volumique du matériau. Appliquée à la composante viscoélastique, cette inégalité permet d'introduire les contraintes élastiques de chaque branche :

$$\begin{cases} \sigma_{b,elast}^V \dot{\varepsilon}_{ve,b,elast}^V - \rho \dot{\psi}_{ve,b}^V \geq 0 \\ \sigma_{b,elast}^{D,mic} \dot{\varepsilon}_{ve,b,elast}^{D,mic} - \rho \dot{\psi}_{ve,b}^{D,mic} \geq 0 \end{cases} \quad (III.19)$$

avec ρ la masse volumique du matériau. Ce qui donne :

$$\begin{cases} \left(\sigma_{b,elast}^V - \rho \frac{\partial \psi_{ve,b}^V}{\partial \varepsilon_{ve,b,elast}^V} - \rho \frac{\partial \psi_{ve,b}^V}{\partial a_{Vb}} \frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve,b,elast}^V} \right) \dot{\varepsilon}_{ve,b,elast}^V - \rho \frac{\partial \psi_{ve,b}^V}{\partial d_V} \dot{d}_V \geq 0 \\ \left(\sigma_{b,elast}^{D,mic} - \rho \frac{\partial \psi_{ve,b}^{D,mic}}{\partial \varepsilon_{ve,b,elast}^{D,mic}} \right) \dot{\varepsilon}_{ve,b,elast}^{D,mic} - \rho \frac{\partial \psi_{ve,b}^{D,mic}}{\partial d_D^{mic}} \dot{d}_D^{mic} \geq 0 \end{cases} \quad (III.20)$$

À endommagement constant, on formule la loi d'état suivante pour satisfaire les inégalités quelques soient les taux de déformation viscoélastique :

$$\begin{cases} \sigma_{b,elast}^V = \rho \frac{\partial \psi_{ve,b}^V}{\partial \varepsilon_{ve,b,elast}^V} - \rho \frac{\partial \psi_{ve,b}^V}{\partial a_{Vb}} \frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve,b,elast}^V} \\ \sigma_{b,elast}^{D,mic} = \rho \frac{\partial \psi_{ve,b}^{D,mic}}{\partial \varepsilon_{ve,b,elast}^{D,mic}} \end{cases} \quad (III.21)$$

De la même façon pour la branche élastique, on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_{\infty}^V = \rho \frac{\partial \psi_{ve,\infty}^V}{\partial \varepsilon_{ve}^V} - \rho \frac{\partial \psi_{ve,\infty}^V}{\partial a_{V\infty}} \frac{\partial a_{V\infty}}{\partial \varepsilon_{ve}^V} \\ \sigma_{\infty}^{D,mic} = \rho \frac{\partial \psi_{ve,\infty}^{D,mic}}{\partial \varepsilon_{ve}^{D,mic}} \end{cases} \quad (III.22)$$

Les fonctions a_{Vb} (et $a_{V\infty}$) sont choisies telles qu'elles n'apportent aucune contribution à la contrainte :

$$\frac{\partial \psi_{ve,b}^V}{\partial a_{Vb}} \frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve,b,elast}^V} = 0 \quad (III.23)$$

Comme Benelfellah [13], nous choisissons ainsi l'expression :

$$a_{Vb} = H(\varepsilon_{ve,b,elast}^V) \quad (III.24)$$

avec H la fonction Heaviside. Ainsi, le terme $\frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve,b,elast}^V}$ est toujours nul. L'effectivité de la branche élastique est définie de façon identique :

$$a_{V\infty} = H(\varepsilon_{ve}^V) \quad (III.25)$$

Pour chaque branche viscoélastique, on postule les potentiels volumiques et déviatoriques suivants :

$$\begin{cases} \rho \psi_{ve,b}^V = \frac{1}{2} (1-a_{Vb} d_V) k_{Vb} \varepsilon_{ve,b,elast}^V{}^2 \\ \rho \psi_{ve,b}^{D,mic} = \frac{1}{2} (1-d_D^{mic}) \mu_{Db} \varepsilon_{ve,b,elast}^{D,mic} \cdot \varepsilon_{ve,b,elast}^{D,mic} \end{cases} \quad (III.26)$$

où k_{Vb} (respectivement μ_{Db}) est le module élastique de la branche b projeté sur \underline{V} (respectivement sur \underline{D}^{mic}). Et pour la branche élastique :

$$\begin{cases} \rho \psi_{ve,\infty}^V = \frac{1}{2} (1-a_{V\infty} d_V) k_{V\infty} \varepsilon_{ve}^V{}^2 \\ \rho \psi_{ve,\infty}^{D,mic} = \frac{1}{2} (1-d_D^{mic}) \mu_{D\infty} \varepsilon_{ve}^{D,mic} \cdot \varepsilon_{ve}^{D,mic} \end{cases} \quad (III.27)$$

Sur la **Figure III-3**, les modules endommagés k_b^d et μ_b^d correspondent, respectivement, aux termes $(1-a_{Vb} d_V) k_{Vb}$ et $(1-d_D^{mic}) \mu_{Db}$. Il en est de même pour la branche élastique.

Les contraintes associées aux ressorts élastiques s'écrivent donc :

$$\begin{cases} \sigma_{b,elast}^V = (1-a_{Vb} d_V) k_{Vb} \varepsilon_{ve}^V_{b,elast} \\ \sigma_{b,elast}^{D mic} = (1-d_D^{mic}) \mu_{Db} \varepsilon_{ve}^D_{b,elast}{}^{mic} \end{cases} \quad (III.28)$$

$$\begin{cases} \sigma_{\infty}^V = (1-a_{V\infty} d_V) k_{V\infty} \varepsilon_{ve}^V \\ \sigma_{\infty}^{D mic} = (1-d_D^{mic}) \mu_{D\infty} \varepsilon_{ve}^D{}^{mic} \end{cases} \quad (III.29)$$

On définit enfin les forces thermodynamiques conjuguées aux variables internes d'endommagement :

$$\begin{cases} Y_{Vb} = -\rho \frac{\partial \psi_{ve}^V_b}{\partial d_V} = \frac{1}{2} a_{Vb} k_{Vb} \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}{}^2 \\ Y_{Db}{}^{mic} = -\rho \frac{\partial \psi_{ve}^D_{b,elast}{}^{mic}}{\partial d_D^{mic}} = \frac{1}{2} \mu_{Db} \varepsilon_{ve}^D_{b,elast}{}^{mic} \cdot \varepsilon_{ve}^D_{b,elast}{}^{mic} \end{cases} \quad (III.30)$$

$$\begin{cases} Y_{V\infty} = -\rho \frac{\partial \psi_{ve}^V_{\infty}}{\partial d_V} = \frac{1}{2} a_{V\infty} k_{V\infty} \varepsilon_{ve}^V{}^2 \\ Y_{D\infty}{}^{mic} = -\rho \frac{\partial \psi_{ve}^D_{\infty}{}^{mic}}{\partial d_D^{mic}} = \frac{1}{2} \mu_{D\infty} \varepsilon_{ve}^D{}^{mic} \cdot \varepsilon_{ve}^D{}^{mic} \end{cases} \quad (III.31)$$

4.1.b. Potentiel de dissipation

Chaque branche du modèle de Maxwell généralisé est également caractérisée par un potentiel de dissipation, noté φ_{ve}^V sur la composante volumique et $\varphi_{ve}^D{}^{mic}$ sur la composante déviatorique projetée sur un microplan. Ces potentiels dépendent du taux de déformation visqueuse et des variables internes d'endommagement et d'effectivité. Les contraintes visqueuses $\sigma_{b,visc}^V$ et $\sigma_{b,visc}^{D mic}$ sont associées aux déformations visqueuses $\dot{\varepsilon}_{ve}^V_{b,visc}$ et $\dot{\varepsilon}_{ve}^D_{b,visc}{}^{mic}$:

$$\begin{cases} \sigma_{b,visc}^V = \frac{\partial \varphi_{ve}^V_b}{\partial \dot{\varepsilon}_{ve}^V_{b,visc}} \\ \sigma_{b,visc}^{D mic} = \frac{\partial \varphi_{ve}^D_b{}^{mic}}{\partial \dot{\varepsilon}_{ve}^D_{b,visc}{}^{mic}} \end{cases} \quad (III.32)$$

On formule les potentiels de dissipation tels que :

$$\begin{cases} \varphi_{ve}^V_b = \frac{1}{2} (1-a_{Vb} d_V) \tau_b k_{Vb} \dot{\varepsilon}_{ve}^V_{b,visc}{}^2 \\ \varphi_{ve}^D_b{}^{mic} = \frac{1}{2} (1-d_D^{mic}) \tau_b \mu_{Db} \dot{\varepsilon}_{ve}^D_{b,visc}{}^{mic} \cdot \dot{\varepsilon}_{ve}^D_{b,visc}{}^{mic} \end{cases} \quad (III.33)$$

avec τ_b le temps de relaxation de la branche b . Les contraintes visqueuses s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \sigma_{b,visc}^V = (1-a_{Vb} d_V) \tau_b k_{Vb} \dot{\varepsilon}_{ve}^V_{b,visc} \\ \sigma_{b,visc}^{D mic} = (1-d_D^{mic}) \tau_b \mu_{Db} \dot{\varepsilon}_{ve}^D_{b,visc}{}^{mic} \end{cases} \quad (III.34)$$

4.1.c. Intégration

Rhéologiquement, la contrainte est la même au sein d'une branche et se divise au passage d'un nœud. Les contraintes élastiques et visqueuses d'une même branche sont donc égales :

$$\begin{cases} \sigma_b^V = \sigma_{b,elast}^V = \sigma_{b,visc}^V \\ \underline{\sigma}_b^{D,mic} = \underline{\sigma}_{b,elast}^{D,mic} = \underline{\sigma}_{b,visc}^{D,mic} \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

En combinant les équations précédentes, on obtient l'équation différentielle régissant le comportement viscoélastique de chaque branche :

$$\begin{cases} \sigma_b^V + \left(\frac{1}{\tau_b} + \frac{a_{Vb} \dot{d}_V}{1 - a_{Vb} d_V} \right) \sigma_b^V = (1 - a_{Vb} d_V) k_{Vb} \dot{\epsilon}_{ve}^V \\ \underline{\sigma}_b^{D,mic} + \left(\frac{1}{\tau_b} + \frac{\dot{d}_D^{mic}}{1 - d_D^{mic}} \right) \underline{\sigma}_b^{D,mic} = (1 - d_D^{mic}) \mu_{Db} \dot{\epsilon}_{ve}^{D,mic} \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

Les contraintes de chaque branche s'additionnent pour définir une contrainte volumique σ^V indépendante du microplan et une contrainte déviatorique $\underline{\sigma}^{D,mic}$ du microplan :

$$\begin{cases} \sigma^V = \sigma_\infty^V + \sum_{b=1}^{N_b} \sigma_b^V \\ \underline{\sigma}^{D,mic} = \underline{\sigma}_\infty^{D,mic} + \sum_{b=1}^{N_b} \underline{\sigma}_b^{D,mic} \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

Enfin, à partir de ces contraintes, le principe d'équivalence des puissances permet de remonter à l'expression de la contrainte globale **[31]** :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_V \underline{\underline{V}} + \frac{3}{2\pi} \int_\Omega \underline{\sigma}_D^{mic} \cdot \underline{\underline{D}}^{mic} d\Omega = \sigma_V \underline{\underline{V}} + \frac{3}{2\pi} \int_\Omega \underline{\underline{D}}^{micT} \cdot \underline{\sigma}_D^{mic} d\Omega \quad (\text{III.38})$$

avec $\underline{\underline{D}}^{micT}$ la transposée de l'opérateur $\underline{\underline{D}}^{mic}$. Après discrétisation selon les N_m microplans, il vient :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_V \underline{\underline{V}} + \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\sigma}_D^{mic} \cdot \underline{\underline{D}}^{mic} = \sigma_V \underline{\underline{V}} + \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\underline{D}}^{micT} \cdot \underline{\sigma}_D^{mic} \quad (\text{III.39})$$

Concernant les forces associées aux variables d'endommagement, il est souhaitable sur le plan phénoménologique de définir des lois d'évolution dépendantes de leur variable duale respective. Étant donné que les endommagements d_i sont indépendants de la branche viscoélastique, on définit les potentiels Y_i tels que :

$$\begin{cases} Y_V = Y_{V\infty} + \sum_{b=1}^{N_b} Y_{Vb} \\ Y_D^{mic} = Y_{D\infty}^{mic} + \sum_{b=1}^{N_b} Y_{Db}^{mic} \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

Toutefois, nous verrons plus loin que pour des raisons de simplification de l'implémentation du modèle, la loi d'évolution de l'endommagement ne sera pas prise découlant du potentiel Y_V mais seulement du potentiel $Y_{V\infty}$.

4.1.d. Dissipation

En l'absence de terme viscoplastique ($\underline{\underline{\varepsilon}}_{VP}$ et $\underline{\underline{\xi}}$ constants), l'inégalité de Clausius-Duhem définie à l'équation (III.18) s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{ve} - \rho \dot{\psi}_{ve}^V - \rho \dot{\psi}_{ve}^D \geq 0 \quad (\text{III.41})$$

d'où à partir des équations (III.12), (III.14) et (III.15) :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{ve} - \left(\rho \dot{\psi}_{ve}^V + \sum_{b=1}^{N_b} \rho \dot{\psi}_{ve}^V_b \right) - \sum_{mic=1}^{N_m} 3\omega^{mic} \left(\rho \dot{\psi}_{ve}^D_{mic} + \sum_{b=1}^{N_b} \rho \dot{\psi}_{ve}^D_b^{mic} \right) \geq 0 \quad (\text{III.42})$$

La masse volumique ρ est une constante indépendante de l'espace. À partir des équations (III.9) et (III.38), on montre que :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{ve} = \sigma^V_{\infty} \dot{\varepsilon}_{ve}^V_{\infty} + \sum_{b=1}^{N_b} \sigma^V_b \dot{\varepsilon}_{ve}^V_b + \sum_{mic=1}^{N_m} 3\omega^{mic} \left(\sigma^D_{mic} \dot{\varepsilon}_{ve}^D_{mic} + \sum_{b=1}^{N_b} \sigma^D_b \dot{\varepsilon}_{ve}^D_b^{mic} \right) \quad (\text{III.43})$$

En combinant les équations (III.26) et (III.27) avec les deux équations précédentes, on obtient :

$$\sum_{b=1}^{N_b} \sigma^V_b \dot{\varepsilon}_{ve}^V_{b,visc} + \sum_{mic=1}^{N_m} \sum_{b=1}^{N_b} 3\omega^{mic} \sigma^D_b \dot{\varepsilon}_{ve}^D_{b,visc}^{mic} + Y_V \dot{d}_V + \sum_{mic=1}^{N_m} 3\omega^{mic} Y_D^{mic} \dot{d}_D^{mic} \geq 0 \quad (\text{III.44})$$

On définit les termes de dissipation visqueuse volumique et déviatorique :

$$\begin{cases} \Phi_{visc}^V = \sum_{b=1}^{N_b} \sigma^V_b \dot{\varepsilon}_{ve}^V_{b,visc} \geq 0 \\ \Phi_{visc}^D = \sum_{mic=1}^{N_m} \sum_{b=1}^{N_b} 3\omega^{mic} \sigma^D_b \dot{\varepsilon}_{ve}^D_{b,visc}^{mic} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{III.45})$$

et les termes dissipatifs liés à l'endommagement :

$$\begin{cases} \Phi_d^V = Y_V \dot{d}_V \geq 0 \\ \Phi_d^D = \sum_{mic=1}^{N_m} 3\omega^{mic} Y_D^{mic} \dot{d}_D^{mic} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{III.46})$$

Kuhl *et al.* [76] ont montré que la dissipation totale de la composante déviatorique est définie à partir de la dissipation de chaque microplan et que pour s'assurer de sa positivité, il suffit de démontrer celle de chaque microplan. On peut donc définir les dissipations visqueuses et d'endommagement de chaque microplan :

$$\Phi_{visc}^D^{mic} = \sum_{b=1}^{N_b} \sigma^D_b \dot{\varepsilon}_{ve}^D_{b,visc}^{mic} \quad (\text{III.47})$$

$$\Phi_d^D^{mic} = Y_D^{mic} \dot{d}_D^{mic} \quad (\text{III.48})$$

La dissipation visqueuse est positive par définition compte tenu du caractère quadratique du potentiel.

L'endommagement ne pouvant pas diminuer, les taux d'endommagement volumique et déviatorique ne peuvent que croître. Les forces thermodynamiques Y_V et Y_D^{mic} sont positives ou nulles. La positivité de la dissipation d'endommagement est donc toujours vérifiée.

4.2. Composante viscoplastique

Rappelons que nous avons choisi de modéliser N_s surfaces de plasticité en série au sens de l'additivité des déformations afin d'obtenir une évolution non linéaire des déformations viscoplastiques cohérentes avec l'essai de fatigue. Les déformations viscoplastiques totales correspondent à la somme des déformations induites par chaque surface s :

$$\underline{\underline{\varepsilon_{vp}}} = \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}}} \quad (\text{III.49})$$

avec $\underline{\underline{\varepsilon_{vp}}}$ le tenseur des déformations viscoplastiques totales et $\underline{\underline{\varepsilon_{vp s}}}$ celui de la surface s .

4.2.a. Potentiel d'état

En introduction de ce paragraphe, nous avons défini la composante viscoplastique de l'énergie libre comme une fonction des variables d'érouissage cinématique $\underline{\underline{\xi_s}}$ homogènes à une déformation.

L'expression suivante du potentiel est postulée :

$$\rho \psi_{vp} = \sum_{s=1}^{N_s} \frac{1}{3} C_s \underline{\underline{\xi_s}} : \underline{\underline{\xi_s}} \quad (\text{III.50})$$

avec C_s le module d'érouissage de la surface s . La force thermodynamique conjuguée à $\underline{\underline{\xi_s}}$ est le tenseur d'érouissage cinématique $\underline{\underline{X_s}}$ qui est homogène à une contrainte :

$$\underline{\underline{X_s}} = \rho \frac{\partial \psi_{vp}}{\partial \underline{\underline{\xi_s}}} = \frac{2}{3} C_s \underline{\underline{\xi_s}} \quad (\text{III.51})$$

$\underline{\underline{X_s}}$ représente la position du centre de la surface de plasticité dans le plan des contraintes.

4.2.b. Critère de plasticité et écoulement

Le modèle de plasticité est défini en grandeurs effectives, c'est-à-dire que les contraintes sont calculées sur la portion de matériau effectivement non endommagé, afin de découpler l'endommagement de la plasticité lors de l'intégration du modèle. La contrainte effective est reliée à la contrainte globale par un tenseur d'effectivité $\underline{\underline{M}}$ dépendant de l'état d'endommagement :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} = \underline{\underline{M}}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}} \quad (\text{III.52})$$

Afin d'éviter le calcul analytique complexe du tenseur $\underline{\underline{M}}$ et de son inverse, l'implémentation numérique du modèle (paragraphe 5.2) permet de déterminer à la fois $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$ et $\underline{\underline{\sigma}}$.

Dans ce qui suit, on note $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}^V}$ et $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}^D}$ les composantes volumique et déviatorique du tenseur des contraintes effectives $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$. À partir de l'expression (III.52), en décomposant $\underline{\underline{M}}$ en parties volumique et déviatorique, on peut montrer :

$$\underline{\underline{\sigma}}^V = \frac{1}{3} \left(\underline{\underline{M}} : \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} \right) : \underline{\underline{1}} = \frac{1}{3} \left(\left(\underline{\underline{M}}^V \underline{\underline{I}}^V + \underline{\underline{M}}^D \right) : \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} \right) : \underline{\underline{1}} = \underline{\underline{M}}^V \underline{\underline{\tilde{\sigma}}^V} \quad (\text{III.53})$$

implique que l'écoulement est théoriquement plus important en traction qu'en compression, mais la symétrie du pied de courbe de ces deux sollicitations est conservée.

4.2.c. Loi d'érouissage

La loi d'érouissage cinématique définit le déplacement de la surface de plasticité dans l'espace des contraintes. La loi linéaire de Prager s'écrit pour chaque surface :

$$\underline{\underline{\dot{\xi}}}_s = -\lambda_s \frac{\partial f_s}{\partial X_s} = \lambda_s \frac{\partial f_s}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^D} = \lambda_s \frac{\partial f_s}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^D} : \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^D}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^D} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp s}^D : \underline{\underline{M}}^D \quad (\text{III.59})$$

d'où d'après (III.51) :

$$\underline{\underline{\dot{X}}}_s = \frac{2}{3} C_s \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp s}^D : \underline{\underline{M}}^D \quad (\text{III.60})$$

4.2.d. Dissipation

En l'absence d'évolution de la déformation viscoélastique et des variables d'endommagement, l'inégalité de Clausius-Duhem s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp} - \rho \dot{\psi}_{vp} \geq 0 \quad (\text{III.61})$$

En appliquant le découpage volumique/déviatorique à la contrainte et au taux de déformation, il vient :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp} = \sum_{s=1}^{N_s} \sigma^V \dot{\varepsilon}_{vp s}^V + \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp s}^D \quad (\text{III.62})$$

D'après l'équation (III.56), la partie volumique peut s'écrire :

$$\sigma^V \dot{\varepsilon}_{vp s}^V = \sigma^V \beta \left| \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp s}^D \right| \quad (\text{III.63})$$

D'après les équations (III.54) et (III.57), la partie déviatorique peut s'écrire :

$$\underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp s}^D = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp s}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D = \frac{3}{2} \lambda_s \left(\frac{\underline{\underline{\sigma}}^D - X_s}{\left| \underline{\underline{\sigma}}^D - X_s \right|} : \underline{\underline{M}}^{D-1} \right) : \left(\underline{\underline{M}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D \right) = \frac{3}{2} \lambda_s \underline{\underline{\sigma}}^D : \frac{\underline{\underline{\sigma}}^D - X_s}{\left| \underline{\underline{\sigma}}^D - X_s \right|} \quad (\text{III.64})$$

L'équation (III.62) devient :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp} = \sum_{s=1}^{N_s} \left(\beta \sigma^V \left| \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp s}^D \right| + \frac{3}{2} \lambda_s \underline{\underline{\sigma}}^D : \frac{\underline{\underline{\sigma}}^D - X_s}{\left| \underline{\underline{\sigma}}^D - X_s \right|} \right) \quad (\text{III.65})$$

D'après les équations (III.50), (III.51) et (III.59), la dérivée temporelle du potentiel s'écrit :

$$\rho \dot{\psi}_{vp} = \sum_{s=1}^{N_s} \rho \frac{\partial \psi_{vp}}{\partial \underline{\underline{\xi}}_s} : \underline{\underline{\dot{\xi}}}_s = \sum_{s=1}^{N_s} X_s : \left(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp s}^D : \underline{\underline{M}}^D \right) \quad (\text{III.66})$$

Avec l'équation (III.57), il vient :

$$X_s : \left(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp s}^D : \underline{\underline{M}}^D \right) = X_s : \left(\frac{3}{2} \lambda_s \frac{\underline{\underline{\sigma}}^D - X_s}{\left| \underline{\underline{\sigma}}^D - X_s \right|} : \underline{\underline{M}}^{D-1} : \underline{\underline{M}}^D \right) = \frac{3}{2} \lambda_s X_s : \frac{\underline{\underline{\sigma}}^D - X_s}{\left| \underline{\underline{\sigma}}^D - X_s \right|} \quad (\text{III.67})$$

On obtient finalement l'expression suivante de la dissipation d'énergie :

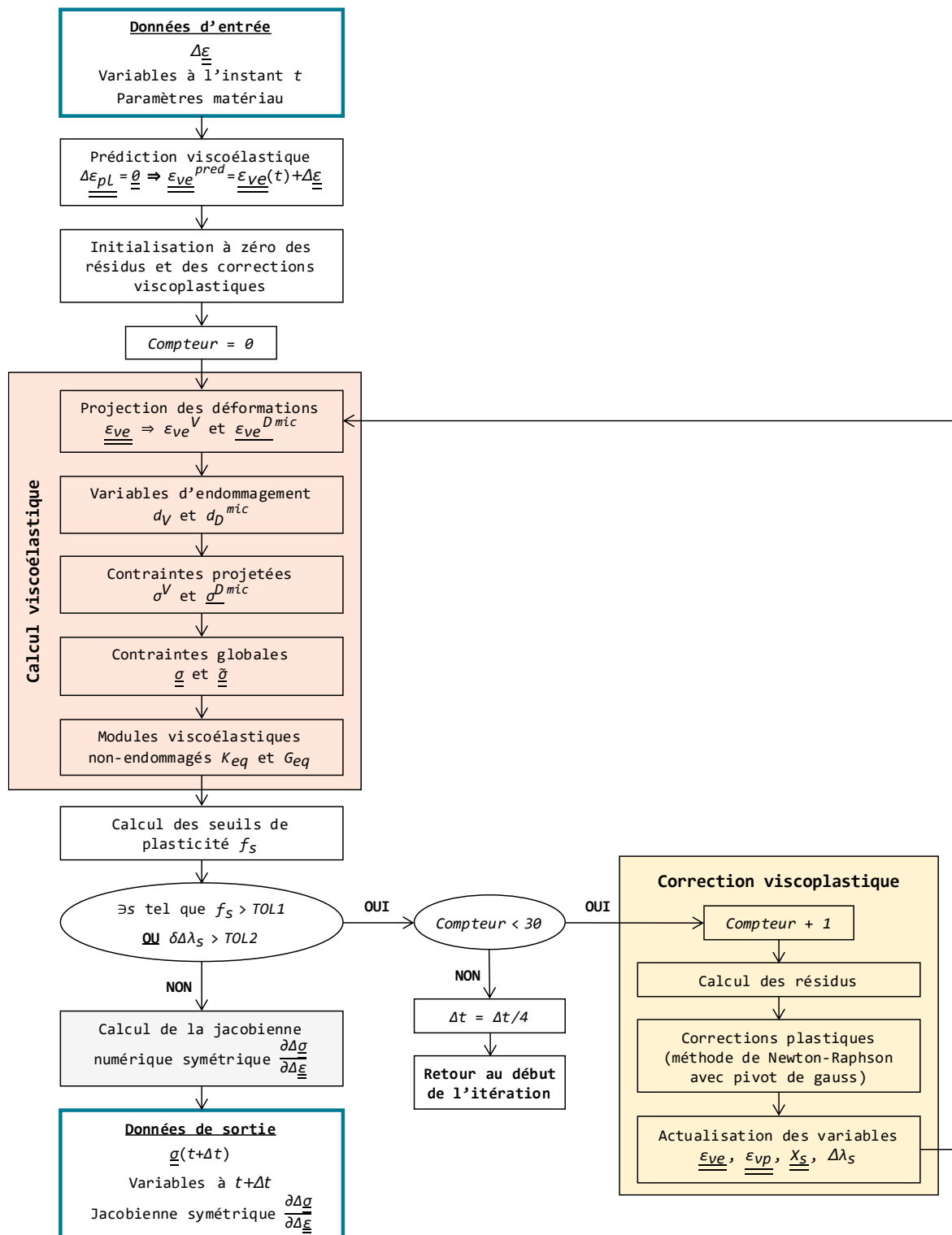


Figure III-4. Algorithme utilisé pour l'intégration de la loi de comportement de M2 dans le code de calcul Abaqus/Standard.

Nous avons fait le choix de calculer une jacobienne numérique plutôt qu'analytique afin de garantir sa robustesse et de faciliter le développement du modèle. La jacobienne est déterminée par une méthode de perturbation du tenseur des déformations. Le principe est de déterminer l'incrément de contrainte obtenu pour une perturbation cent fois plus faible que l'incrément de déformation (une amplitude minimale de la perturbation est tout de même garantie). Cette jacobienne est automatiquement symétrisée par le logiciel Abaqus. Les techniques d'intégration numérique des composantes viscoélastique et viscoplastique sont détaillées dans les paragraphes suivants.

5.2. Formulation incrémentale de la viscoélasticité

Dans ce qui suit, on rappelle que l'indice b (respectivement ∞) désigne la branche viscoélastique (respectivement purement élastique) et l'exposant mic désigne le microplan de normale \underline{n} . L'exposant V désigne la composante volumique, et D , la composante déviatorique.

Revenons à l'équation différentielle (III.36) définissant le modèle viscoélastique. La solution de cette équation sans second membre s'écrit :

$$\begin{cases} \sigma_{1b}^V(t) = (1-a_{vb}(t) d_V(t)) A_{vb}^V \exp\left(-\frac{t}{T_b}\right) \\ \underline{\sigma}_{1b}^{D mic}(t) = (1-d_D^{mic}(t)) \underline{A}_{vb}^{D mic} \exp\left(-\frac{t}{T_b}\right) \end{cases} \quad (\text{III.73})$$

avec A_{vb}^V et \underline{A}_{vb}^D les constantes (scalaire et vectorielle) d'intégration.

Une solution particulière de ces équations est :

$$\begin{cases} \sigma_{2b}^V(t) = (1-a_{vb}(t) d_V(t)) k_{vb} \exp\left(-\frac{t}{T_b}\right) \int_0^t \dot{\varepsilon}_{ve}^V(\theta) \exp\left(\frac{\theta}{T_b}\right) d\theta \\ \underline{\sigma}_{2b}^{D mic}(t) = (1-d_D^{mic}(t)) \mu_{Db} \exp\left(-\frac{t}{T_b}\right) \int_0^t \dot{\varepsilon}_{ve}^{D mic}(\theta) \exp\left(\frac{\theta}{T_b}\right) d\theta \end{cases} \quad (\text{III.74})$$

La solution générale est la somme des deux solutions :

$$\begin{cases} \sigma_b^V(t) = (1-a_{vb}(t) d_V(t)) \left(A_{vb}^V + k_{vb} \int_0^t \dot{\varepsilon}_{ve}^V(\theta) \exp\left(\frac{\theta}{T_b}\right) d\theta \right) \exp\left(-\frac{t}{T_b}\right) \\ \underline{\sigma}_b^{D mic}(t) = (1-d_D^{mic}(t)) \left(\underline{A}_{vb}^D + \mu_{Db} \int_0^t \dot{\varepsilon}_{ve}^{D mic}(\theta) \exp\left(\frac{\theta}{T_b}\right) d\theta \right) \exp\left(-\frac{t}{T_b}\right) \end{cases} \quad (\text{III.75})$$

La contrainte des branches purement élastiques s'écrit simplement :

$$\begin{cases} \sigma_{\infty}^V(t) = (1-a_{vb}(t) d_V(t)) k_{V\infty} \varepsilon_{ve}^V(t) \\ \underline{\sigma}_{\infty}^{D mic}(t) = (1-d_D^{mic}(t)) \mu_{D\infty} \underline{\varepsilon}_{ve}^{D mic}(t) \end{cases} \quad (\text{III.76})$$

Finalement, les contraintes du microplan s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma^V(t) = (1-a_{vb}(t) d_V(t)) \left(k_{V\infty} \varepsilon_{ve}^V(t) + \sum_{b=1}^{N_b} \left(A_{vb}^V + k_{vb} \int_0^t \dot{\varepsilon}_{ve}^V(\theta) \exp\left(\frac{\theta}{T_b}\right) d\theta \right) \exp\left(-\frac{t}{T_b}\right) \right) \\ \underline{\sigma}^{D mic}(t) = (1-d_D^{mic}(t)) \left(\mu_{D\infty} \underline{\varepsilon}_{ve}^{D mic}(t) + \sum_{b=1}^{N_b} \left(\underline{A}_{vb}^D + \mu_{Db} \int_0^t \dot{\varepsilon}_{ve}^{D mic}(\theta) \exp\left(\frac{\theta}{T_b}\right) d\theta \right) \exp\left(-\frac{t}{T_b}\right) \right) \end{cases} \quad (\text{III.77})$$

Le rôle de la composante viscoélastique est de déterminer l'état de contrainte à l'instant $t+\Delta t$ à partir de la donnée du tenseur de déformation élastique à $t+\Delta t$ et de toutes les variables viscoélastiques à l'instant t . Le calcul intégral permet d'obtenir les relations explicites des contraintes volumiques et déviatoriques de chaque branche du Maxwell. En soustrayant ces relations entre $t+\Delta t$ et t , on obtient les incréments de contrainte suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\sigma_b^V = \sigma_b^V(t) \left(\frac{1-a_{vb}(t+\Delta t)d_V(t+\Delta t)}{1-a_{vb}(t)d_V(t)} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) - 1 \right) \\ \quad + (1-a_{vb}(t+\Delta t)d_V(t+\Delta t)) k_{vb} \exp\left(-\frac{t+\Delta t}{T_b}\right) \int_t^{t+\Delta t} \dot{\varepsilon}_{ve}^V(\theta) \exp\left(\frac{\theta}{T_b}\right) d\theta \\ \Delta\sigma_b^{D^{mic}} = \sigma_b^{D^{mic}}(t) \left(\frac{1-d_D^{mic}(t+\Delta t)}{1-d_D^{mic}(t)} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) - 1 \right) \\ \quad + (1-d_D^{mic}(t+\Delta t)) \mu_{Db} \exp\left(-\frac{t+\Delta t}{T_b}\right) \int_t^{t+\Delta t} \dot{\varepsilon}_{ve}^{D^{mic}}(\theta) \exp\left(\frac{\theta}{T_b}\right) d\theta \end{array} \right. \quad (\text{III.78})$$

ce qui permet d'éliminer les constantes d'intégration A_b^V et $A_b^{D^{mic}}$. Pour intégrer les équations (III.78), on suppose comme Le [80] que sur l'intervalle de temps Δt , les vitesses de déformations sont constantes :

$$\dot{\varepsilon}_{ve}^V = \frac{\Delta\varepsilon_{ve}^V}{\Delta t} \quad ; \quad \dot{\varepsilon}_{ve}^{D^{mic}} = \frac{\Delta\varepsilon_{ve}^{D^{mic}}}{\Delta t} \quad (\text{III.79})$$

Cela permet de sortir ces termes de l'intégrale sur le temps. Après intégration du terme $\int_t^{t+\Delta t} \exp\left(\frac{\theta}{T_b}\right) d\theta$, il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\sigma_b^V = \sigma_b^V(t) \left(\frac{1-a_{vb}(t+\Delta t)d_V(t+\Delta t)}{1-a_{vb}(t)d_V(t)} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) - 1 \right) \\ \quad + (1-a_{vb}(t+\Delta t)d_V(t+\Delta t)) k_{vb} T_b \frac{\Delta\varepsilon_{ve}^V}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \\ \Delta\sigma_b^{D^{mic}} = \sigma_b^{D^{mic}}(t) \left(\frac{1-d_D^{mic}(t+\Delta t)}{1-d_D^{mic}(t)} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) - 1 \right) \\ \quad + (1-d_D^{mic}(t+\Delta t)) \mu_{Db} T_b \frac{\Delta\varepsilon_{ve}^{D^{mic}}}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.80})$$

L'incrément de contrainte dans la branche élastique est obtenu à partir de l'équation (III.76) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\sigma_\infty^V = k_{V\infty} \left((1-a_{vb}(t+\Delta t)d_V(t+\Delta t)) \varepsilon_{ve}^V(t+\Delta t) - (1-a_{vb}(t)d_V(t)) \varepsilon_{ve}^V(t) \right) \\ \Delta\sigma_\infty^{D^{mic}} = \mu_{D\infty} \left((1-d_D^{mic}(t+\Delta t)) \varepsilon_{ve}^{D^{mic}}(t+\Delta t) - (1-d_D^{mic}(t)) \varepsilon_{ve}^{D^{mic}}(t) \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.81})$$

On obtient ainsi les contraintes actualisées dans chaque branche permettant de remonter aux contraintes volumique et déviatorique (équation (III.37) page 139) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^V(t+\Delta t) = \sigma^V(t) + \Delta\sigma_\infty^V + \sum_{b=1}^{N_b} \Delta\sigma_b^V \\ \sigma^{D^{mic}}(t+\Delta t) = \sigma^{D^{mic}}(t) + \Delta\sigma_\infty^{D^{mic}} + \sum_{b=1}^{N_b} \Delta\sigma_b^{D^{mic}} \end{array} \right. \quad (\text{III.82})$$

Pour obtenir le tenseur des contraintes globales, l'espace est discrétisé en un nombre N_m de directions, introduisant N_m microplans. L'équation intégrale de la contrainte devient :

$$\underline{\underline{\sigma}} = 3 \sigma^V \underline{\underline{V}} + \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\underline{D}}^{micT} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^{D^{mic}} \quad (\text{III.83})$$

La contrainte effective s'écrit :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} = 3 \tilde{\sigma}^V \underline{\underline{V}} + \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\underline{D}}^{micT} \cdot \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^{D^{mic}} \quad (\text{III.84})$$

avec $\tilde{\sigma}^V$ et $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^{D^{mic}}$ les contraintes effectives volumiques et déviatoriques.

En appliquant l'expression discrétisée de la contrainte, la matrice de raideur endommagée du modèle viscoélastique endommageable s'écrit :

$$\underline{\underline{\mathcal{C}}}^d = \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}} = 3 \underline{\underline{V}} \otimes \left(\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^V}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}^V} \right) + \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\underline{D}}^{micT} \cdot \left(\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^{D mic}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}^{D mic}} \cdot \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}^{D mic}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}} \right) \quad (III.85)$$

En appliquant les équations de projection (III.9) de la page 135, il vient :

$$\underline{\underline{\mathcal{C}}}^d = \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^V}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}^V} \underline{\underline{V}} \otimes \underline{\underline{V}} + \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\underline{D}}^{micT} \cdot \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^{D mic}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}^{D mic}} \cdot \underline{\underline{D}}^{mic} \quad (III.86)$$

La matrice de raideur non-endommagée $\underline{\underline{\mathcal{C}}}_0$ obtenue à partir des contraintes effectives. Sur un incrément de temps Δt elle s'écrit :

$$\underline{\underline{\mathcal{C}}}_0 = \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^V}{\partial \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}^V} \underline{\underline{V}} \otimes \underline{\underline{V}} + \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\underline{D}}^{micT} \cdot \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^{D mic}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}^{D mic}} \cdot \underline{\underline{D}}^{mic} \quad (III.87)$$

À partir des équations (III.80) et (III.81) prises à endommagement nul, il vient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^V}{\partial \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}^V} = k_{V\infty} + k_{Vb} \frac{T_b}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \\ \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}^{D mic}}{\partial \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{ve}^{D mic}} = \left(\mu_{D\infty} + \mu_{Db} \frac{T_b}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \right) \underline{\underline{1}} \end{cases} \quad (III.88)$$

Le terme déviatorique est indépendant du microplan. On obtient ainsi la matrice de raideur non endommagée suivante :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\mathcal{C}}}_0 = & 3 \left(k_{V\infty} + \sum_{b=1}^{N_b} k_{Vb} \frac{T_b}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \right) \underline{\underline{V}} \otimes \underline{\underline{V}} \\ & + \left(\mu_{D\infty} + \sum_{b=1}^{N_b} \mu_{Db} \frac{T_b}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \right) \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\underline{D}}^{micT} \cdot \underline{\underline{D}}^{mic} \end{aligned} \quad (III.89)$$

On peut facilement montrer que :

$$\begin{cases} 3 \underline{\underline{V}} \otimes \underline{\underline{V}} = \underline{\underline{I}}^V \\ \sum_{mic=1}^{N_m} 3 \omega^{mic} \underline{\underline{D}}^{micT} \cdot \underline{\underline{D}}^{mic} = \underline{\underline{I}}^D \end{cases} \quad (III.90)$$

avec $\underline{\underline{I}}^V$ et $\underline{\underline{I}}^D$ les composantes volumique et déviatorique du tenseur identité d'ordre 4. On obtient finalement :

$$\underline{\underline{\mathcal{C}}}_0 = \left(k_{V\infty} + \sum_{b=1}^{N_b} k_{Vb} \frac{T_b}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \right) \underline{\underline{I}}^V + \left(\mu_{D\infty} + \sum_{b=1}^{N_b} \mu_{Db} \frac{T_b}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \right) \underline{\underline{I}}^D \quad (III.91)$$

ce qui permet d'identifier les modules de compressibilité K_{eq} et de cisaillement G_{eq} non endommagés équivalents, lesquels seront utilisés lors de la correction plastique :

$$\begin{cases} K_{eq} = \frac{1}{3} \left(k_{V\infty} + \sum_{b=1}^{N_b} k_{Vb} \frac{T_b}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \right) \\ G_{eq} = \frac{1}{2} \left(\mu_{D\infty} + \sum_{b=1}^{N_b} \mu_{Db} \frac{T_b}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_b}\right) \right) \right) \end{cases} \quad (III.92)$$

Idéalement, l'endommagement devrait dépendre de sa variable dual Y qui dépend de la déformation élastique (voir expression (III.30)). Numériquement, celle-ci s'exprime en fonction de la contrainte et de l'endommagement, selon l'équation (III.28) :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ve}^V{}_{b,elast} = \frac{\sigma_b^V}{(1-a_V d_V)k_{Vb}} \\ \varepsilon_{ve}^D{}_{b,elast}{}^{mic} = \frac{\sigma_b^D{}^{mic}}{(1-d_D{}^{mic})\mu_{Db}} \end{cases} \quad (III.93)$$

Déterminer les forces duales Y_{Vb} et $Y_{Db}{}^{mic}$ nécessite donc une résolution non-linéaire. Afin de simplifier les calculs, nous choisissons de lier l'endommagement seulement aux potentiels de la branche élastique $Y_{V\infty}$ et $Y_{D\infty}{}^{mic}$ qui sont calculés directement (équation (III.31)).

L'endommagement volumique (respectivement déviatorique) est nul tant que le potentiel $Y_{V\infty}$ (respectivement $Y_{D\infty}{}^{mic}$) n'a pas atteint le seuil y_{V0} (respectivement y_{D0}) puis il ne peut que croître jusqu'à 1 en suivant une loi puissance. En intégrant la notion de prédommage introduite par Benelfellah [13], la loi d'endommagement s'écrit :

$$\begin{cases} d_V(t+\Delta t) = d_{V0} & \text{si } Y_{V\infty} \leq y_{V0} \\ d_V(t+\Delta t) = \max\left(d_V(t), \min\left(1, \xi_{V1}(Y_{V\infty}-y_{V0})^{\xi_{V2}}\right)\right) & \text{si } Y_{V\infty} > y_{V0} \end{cases} \quad (III.94)$$

$$\begin{cases} d_D{}^{mic}(t+\Delta t) = d_{D0} & \text{si } Y_{D\infty}{}^{mic} \leq y_{D0} \\ d_D{}^{mic}(t+\Delta t) = \max\left(d_D{}^{mic}(t), \min\left(1, \xi_{D1}(Y_{D\infty}{}^{mic}-y_{D0})^{\xi_{D2}}\right)\right) & \text{si } Y_{D\infty}{}^{mic} > y_{D0} \end{cases} \quad (III.95)$$

Concernant les fonctions d'effectives, nous les choisissons constantes (égales à 1) puisque M2 ne subit pas de reprise de raideur. Leur variation étant nulle, la positivité de la dissipation d'endommagement est garantie.

5.3. Formulation incrémentale de la viscoplasticité

Le modèle viscoplastique est calculé par un algorithme de retour radial sur la partie déviatorique du comportement, associé à une méthode de Newton-Raphson pour résoudre le système d'équations. Les équations incrémentales du modèle viscoplastique se résument au système suivant :

$$\begin{cases} f_s(t+\Delta t) = J_2\left(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D(t+\Delta t) - \underline{\underline{X}}_s(t+\Delta t)\right) - \sigma_{Y_s} \\ \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s} = \Delta \lambda_s \left(\beta(t+\Delta t) \underline{\underline{1}} + \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D(t+\Delta t) - \underline{\underline{X}}_s(t+\Delta t)}{J_2\left(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D(t+\Delta t) - \underline{\underline{X}}_s(t+\Delta t)\right)} \right) \\ \Delta \lambda_s = \left(\frac{f_s(t+\Delta t)}{a_1} \right)^n \exp\left((a_2 + a_3 \tilde{\sigma}^V(t+\Delta t)) f_s(t+\Delta t)^{n+1} \right) \\ \Delta \underline{\underline{X}}_s = \frac{2}{3} C_s \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s}^D \\ \beta(t+\Delta t) = \beta\left(\tilde{\sigma}^V(t), \left| \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp}^D \right|(t) \right) \end{cases} \quad (III.96)$$

Par soucis de simplification, on fait l'hypothèse que la variation de la dilataance β sur Δt est négligeable et on calcule la dilataance par rapport aux paramètres du pas du temps précédent. La valeur de la dilataance aura donc toujours un incrément de retard sur sa valeur réelle. Ceci permet d'écarter le paramètre β de la correction plastique et donc d'alléger les calculs. Cependant, la taille des incréments devra être limitées et on contrôlera que β varie de proche en proche.

5.4. Intégration au moyen d'un schéma de Newton

En début d'itération, une prédiction élastique est faite :

$$\begin{cases} \Delta \lambda_s^{préd} = 0 \\ \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}^{préd}}} = \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}}}(t) \\ \underline{\underline{\tilde{\sigma}^{préd}}} = f_{ve}(\underline{\underline{\varepsilon_{ve}}}(t) + \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}) \\ \underline{\underline{X_s}^{préd}} = \underline{\underline{X_s}}(t) \\ f_s^{préd} = J_2(\underline{\underline{\tilde{\sigma}^{Dpréd}}} - \underline{\underline{X_s}^{préd}}) - \sigma_{Y_s} \\ \underline{\underline{N_s}^{Dpréd}} = \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{\tilde{\sigma}^{Dpréd}}} - \underline{\underline{X_s}^{préd}}}{J_2(\underline{\underline{\tilde{\sigma}^{Dpréd}}} - \underline{\underline{X_s}^{préd}})} \end{cases} \quad (\text{III.97})$$

La contrainte effective (troisième ligne du système) est déterminée par la fonction viscoélastique, notée f_{ve} , décrite au paragraphe précédent (équation (III.84) et précédentes).

Si toutes les surfaces ont un seuil f_s négatif, alors aucun seuil de plasticité n'a été franchi et l'état du matériau est élastique :

$$\begin{cases} \Delta \lambda_s(t+\Delta t) = \Delta \lambda_s^{préd} \\ \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}}}(t+\Delta t) = \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}^{préd}}} \\ \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(t+\Delta t) = \underline{\underline{\tilde{\sigma}^{préd}}} \\ \underline{\underline{X_s}}(t+\Delta t) = \underline{\underline{X_s}^{préd}} \\ f_s(t+\Delta t) = f_s^{préd} \end{cases} \quad (\text{III.98})$$

En revanche, s'il existe au moins un seuil f_s positif, alors au moins une surface s'est écoulee. Une correction plastique doit alors être faite. On appelle S_{pos} l'ensemble des surfaces à seuil positif et $N_{S_{pos}}$ le nombre de ces surfaces. Avec cet algorithme, on laisse la possibilité aux surfaces de s'écouler de façon désordonnée, par exemple S_{pos} peut être composé des surfaces 4, 6 et 9 sans que cela ne pose de soucis. De plus, nous rappelons que comme chaque surface s'écoule selon sa normale, aucune relation ne leur impose de rester imbriquées les unes dans les autres.

Pour la première itération de l'algorithme, les variables s'initialisent à leur valeur prédictive (système (III.97)). L'algorithme de correction viscoplastique comporte $2+4N_{S_{pos}}$ inconnues, deux inconnues indépendantes de la surface ($\underline{\underline{\tilde{\sigma}^V}}$, $\underline{\underline{\tilde{\sigma}^D}}$) et quatre inconnues par surface active ($\Delta \lambda_s$, $\underline{\underline{\varepsilon_{vp s}^V}}$, $\underline{\underline{\varepsilon_{vp s}^D}}$ et $\underline{\underline{X_s}}$). On calcule les $2+4N_{S_{pos}}$ résidus plastiques à l'itération i :

$$\begin{cases} R_1|_i = \underline{\underline{\tilde{\sigma}^V}}|_i - \frac{1}{3} \left(f_{ve} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}(t+\Delta t) - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}}}|_i \right) \right) : \underline{\underline{I}} \\ R_2|_i = \underline{\underline{\tilde{\sigma}^D}}|_i - \left(f_{ve} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}(t+\Delta t) - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}}}|_i \right) \right) : \underline{\underline{I^D}} \\ R_{3s}|_i = \Delta \lambda_s|_i - \left(\frac{f_s|_i}{a_1} \right)^n \exp \left((a_2 + a_3 \underline{\underline{\tilde{\sigma}^V}}|_i) f_s|_i^{n+1} \right) \Delta t \\ R_{4s}|_i = \Delta \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}^V}}|_i - \beta(t+\Delta t) \Delta \lambda_s|_i \\ R_{5s}|_i = \Delta \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}^D}}|_i - \underline{\underline{N_s^D}}|_i \Delta \lambda_s|_i \\ R_{6s}|_i = \Delta \underline{\underline{X_s}}|_i - \frac{2}{3} C_s \Delta \underline{\underline{\varepsilon_{vp s}^D}}|_i \end{cases} \quad (\text{III.99})$$

Le terme $f_{ve} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}(t+\Delta t) - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s} |_i \right)$ correspond à la contrainte déterminée par la fonction viscoélastique pour une déformation viscoélastique calculée à l'itération i :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{ve} |_i = \underline{\underline{\varepsilon}}(t+\Delta t) - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s} |_i \quad (\text{III.100})$$

Aucun résidu n'est introduit sur les variables d'endommagement, sur les critères de plasticité, ou sur la dilatance (qui est constante sur le pas de temps).

L'algorithme présenté ici n'est pas optimal car il s'agit de la version de travail, utilisé en phase de développement de la routine. Introduire les résidus R_{4s} , R_{5s} et R_{6s} s'avère inutile car les relations sur les déformations et sur l'écoulement sont linéaires. Ces résidus sont donc toujours nuls.

La différenciation des équations par la méthode de Newton-Raphson permet d'obtenir le système de correction plastique à résoudre à l'itération i . On rappelle que l'incrément de déformation totale $\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}$ est une donnée d'entrée, c'est donc une constante.

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta\Delta\tilde{\sigma}^V + K_{eq} \sum_s \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^V = -R_1 |_i \\ \delta\Delta\tilde{\sigma}^D + 2G_{eq} \sum_s \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^D = -R_2 |_i \\ \delta\Delta\lambda_s + \zeta_{1s} \delta\Delta\tilde{\sigma}^V + \zeta_{2s} N_s^D |_i : (\delta\Delta\tilde{\sigma}^D - \delta\Delta X_s) = -R_3 |_i \\ \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^V - \beta(t+\Delta t) \delta\Delta\lambda_s = -R_4 |_i \\ \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^D - N_s^D |_i \delta\Delta\lambda_s - \Delta\lambda_s |_i \frac{\partial N_s^D |_i}{\partial (\tilde{\sigma}^D - X_s)} : (\delta\Delta\tilde{\sigma}^D - \delta\Delta X_s) = -R_5 |_i \\ \delta\Delta X_s - \frac{2}{3} C_s \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^D = -R_6 |_i \end{array} \right. \quad (\text{III.101})$$

On peut montrer que quel que soit s , $N_s^D |_i : N_s^D |_i = \frac{3}{2}$. Les modules K_{eq} et G_{eq} sont déterminés par la fonction viscoélastique (équation (III.92)). Pour plus de clarté, on pose :

$$\zeta_{1s} = -\frac{a_3 f_s |_i^{2n+1}}{a_1^n} \exp\left((a_2 + a_3 \tilde{\sigma}^V |_i) f_s |_i^{n+1}\right) \Delta t \quad (\text{III.102})$$

$$\zeta_{2s} = -\frac{n f_s |_i^{n-1} + (a_2 + a_3 \tilde{\sigma}^V |_i) (n+1) f_s |_i^{2n}}{a_1^n} \exp\left((a_2 + a_3 \tilde{\sigma}^V |_i) f_s |_i^{n+1}\right) \Delta t \quad (\text{III.103})$$

Pour un chargement proportionnel, tous les tenseurs de direction $N_s^D |_i$ sont égaux et correspondent à la prédiction élastique. On note ce tenseur unique $\underline{\underline{N}}^D$. $\delta\Delta\tilde{\sigma}^D$, $\delta\Delta X_s$ et $\delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^D$ étant colinéaires à $\underline{\underline{N}}^D$, les équations tensorielles 2, 5 et 6 du système (III.101) sont projetées sur le tenseur de direction d'écoulement déviatorique $\underline{\underline{N}}^D$. Le terme $\frac{\partial N_s^D |_i}{\partial (\tilde{\sigma}^D - X_s)}$ est alors nul et on obtient les équations scalaires suivantes :

$$\begin{cases}
 \delta\Delta\tilde{\sigma}^V + K_{eq} \sum_s \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^V = -R_1|_i \\
 \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta\tilde{\sigma}^D + 2G_{eq} \sum_s \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^D = -\underline{\underline{N}}^D : \underline{\underline{R}}_2|_i \\
 \delta\Delta\lambda_s + \zeta_{1s} \delta\Delta\tilde{\sigma}^V + \zeta_{2s} \underline{\underline{N}}^D : (\delta\Delta\tilde{\sigma}^D - \delta\Delta X_s) = -R_{3s}|_i \\
 \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^V - \beta(t) \delta\Delta\lambda_s = -R_{4s}|_i \\
 \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^D - \frac{3}{2} \delta\Delta\lambda_s = -\underline{\underline{N}}^D : \underline{\underline{R}}_{5s}|_i \\
 \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta X_s - \frac{2}{3} C_s \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^D = -\underline{\underline{N}}^D : \underline{\underline{R}}_{6s}|_i
 \end{cases} \quad (III.104)$$

Le système (III.104) est donc un système de $2+4N_{Spos}$ équations, dont les inconnues sont les scalaires : $\delta\Delta\tilde{\sigma}^V$, $\underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta\tilde{\sigma}^D$, $\delta\Delta\lambda_s$, $\delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^V$, $\underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^D$, $\underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta X_s$. Sous forme matricielle, le problème s'écrit :

$$\underline{\underline{M}} \cdot \underline{\underline{\delta}} = -\underline{\underline{R}} \quad \text{avec :} \quad \underline{\underline{\delta}} = \begin{pmatrix} \delta\Delta\tilde{\sigma}^V \\ \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta\tilde{\sigma}^D \\ \delta\Delta\lambda_{s1} \\ \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s1}^V \\ \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s1}^D \\ \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta X_{s1} \\ \vdots \\ \delta\Delta\lambda_{N_{Spos}} \\ \delta\Delta\varepsilon_{vp\ N_{Spos}}^V \\ \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta\varepsilon_{vp\ N_{Spos}}^D \\ \underline{\underline{N}}^D : \delta\Delta X_{N_{Spos}} \end{pmatrix} ; \quad \underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} R_1 \\ \underline{\underline{N}}^D : \underline{\underline{R}}_2|_i \\ R_{3\ s1}|_i \\ R_{4\ s1}|_i \\ \underline{\underline{N}}^D : \underline{\underline{R}}_{5\ s1}|_i \\ \underline{\underline{N}}^D : \underline{\underline{R}}_{6\ s1}|_i \\ \vdots \\ R_{3\ N_{Spos}}|_i \\ R_{4\ N_{Spos}}|_i \\ \underline{\underline{N}}^D : \underline{\underline{R}}_{5\ N_{Spos}}|_i \\ \underline{\underline{N}}^D : \underline{\underline{R}}_{6\ N_{Spos}}|_i \end{pmatrix} \quad (III.105)$$

$\underline{\underline{M}}$ est la matrice carrée des coefficients de chaque équation. Le système matriciel obtenu s'écrit selon le **Figure III-5** où chaque couleur symbolise une surface. On choisit de le résoudre en utilisant la méthode d'élimination de Gauss-Jordan. Une fois le vecteur-solution $\underline{\underline{\delta}}$ obtenu, on obtient directement les corrections $\delta\Delta\tilde{\sigma}^V$, $\delta\Delta\lambda_s$ et $\delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^V$. Les corrections tensorielles sont obtenues par inversion du tenseur $\underline{\underline{N}}^D$, avec $(\underline{\underline{N}}^D)^{-1} = \frac{2}{3} \underline{\underline{N}}^D$:

$$\delta\Delta\tilde{\sigma}^D = \delta_2 (\underline{\underline{N}}^D)^{-1} ; \quad \delta\Delta\varepsilon_{vp\ s}^D = \delta_{4s+1} (\underline{\underline{N}}^D)^{-1} ; \quad \delta\Delta X_s = \delta_{4s+2} (\underline{\underline{N}}^D)^{-1} \quad (III.106)$$

On souligne que, maintenant que la phase de développement de la routine est terminée, il serait judicieux d'implémenter une résolution simplifiée du système (III.104) où seules les trois premières équations seraient calculées par la méthode du pivot de Gauss-Jordan. Cela réduirait les temps de calcul.

Pour un chargement non proportionnel, les tenseurs de direction $\underline{\underline{N}}_s^D$ ne sont pas égaux. Les équations tensorielles du système (III.101) ne peuvent pas être projetées sur $\underline{\underline{N}}_s^D$ à cause l'équation sur la contrainte déviatorique, puisqu'on ne peut pas projeter chaque $\underline{\underline{\varepsilon}}_{pl\ s}^D$ sur $\underline{\underline{N}}_s^D$. Pour résoudre le système, on considère les équations tensorielles selon leurs composantes. On a alors six équations scalaires à résoudre par équation tensorielle (les tenseurs étant symétriques, ils ont 6 composantes indépendantes). Le problème prend toujours la forme matricielle (III.105) mais la dimension du système matriciel est de $7+14N_{Spos}$. La résolution de la correction plastique nécessite alors un peu plus de temps de calcul qu'en chargement proportionnel. Toutefois, la linéarité des équations de

1			K_{eq}				K_{eq}		...		K_{eq}			$\delta\Delta\sigma^V$	$-R_1 _i$
	1			$2G_{eq}$				$2G_{eq}$...			$2G_{eq}$		$\underline{\underline{N}}^D:\delta\Delta\underline{\underline{\sigma}}^D$	$-\underline{\underline{N}}^D:\underline{\underline{R}}_2 _i$
$\zeta_{1\ s1}$	$\zeta_{2\ s1}$	1							...					$\delta\Delta\lambda_{s1}$	$-R_{3\ s1} _i$
		$-\beta$	1						...					$\delta\Delta\varepsilon_{pl\ s1}^V$	$-R_{4\ s1} _i$
		$-\frac{3}{2}$		1					...					$\underline{\underline{N}}^D:\delta\Delta\underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s1}^D$	$-\underline{\underline{N}}^D:\underline{\underline{R}}_{5\ s1} _i$
				$-\frac{2}{3}C_{s1}$	1				...					$\underline{\underline{N}}^D:\delta\Delta\underline{\underline{X}}_{s1}$	$-\underline{\underline{N}}^D:\underline{\underline{R}}_{6\ s1} _i$
$\zeta_{1\ s2}$	$\zeta_{2\ s2}$				1				...					$\delta\Delta\lambda_{s2}$	$-R_{3\ s2} _i$
					$-\beta$	1			...					$\delta\Delta\varepsilon_{pl\ s2}^V$	$-R_{4\ s2} _i$
					$-\frac{3}{2}$			1	...					$\underline{\underline{N}}^D:\delta\Delta\underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s2}^D$	$-\underline{\underline{N}}^D:\underline{\underline{R}}_{5\ s2} _i$
							$-\frac{2}{3}C_{s2}$	1	...					$\underline{\underline{N}}^D:\delta\Delta\underline{\underline{X}}_{s2}$	$-\underline{\underline{N}}^D:\underline{\underline{R}}_{6\ s2} _i$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$\zeta_{1\ N_{Spos}}$	$\zeta_{2\ N_{Spos}}$...	1			$-\zeta_{2\ N_{Spos}}$	$\delta\Delta\lambda_{N_{Spos}}$	$-R_{3\ N_{Spos}} _i$
									...	$-\beta$	1			$\delta\Delta\varepsilon_{vp\ N_{Spos}}^V$	$-R_{4\ N_{Spos}} _i$
									...	$-\frac{3}{2}$		1		$\underline{\underline{N}}^D:\delta\Delta\underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ N_{Spos}}^D$	$-\underline{\underline{N}}^D:\underline{\underline{R}}_{5\ N_{Spos}} _i$
									...			$-\frac{2}{3}C_{N_{Spos}}$	1	$\underline{\underline{N}}^D:\delta\Delta\underline{\underline{X}}_{N_{Spos}}$	$-\underline{\underline{N}}^D:\underline{\underline{R}}_{6\ N_{Spos}} _i$

Figure III-5. Représentation matricielle du système à résoudre pour déterminer les corrections plastiques à appliquer pour un chargement proportionnel.

déformation viscoplastique et d'érouissage permet une résolution plus simple du problème. Lorsque celle-ci sera implémentée, le temps de calcul sera réduit.

Pour établir le type de chargement, et donc l'algorithme à utiliser, un critère est formulé sur l'écart des tenseurs de direction. Dès qu'il y a plus d'un seuil positif, on calcule la différence composante par composante entre le tenseur de direction de chaque surface active s et celui de la première surface active s_1 . S'il existe un seul écart supérieur en valeur absolue au seuil de tolérance, le chargement est considéré non proportionnel. Cette critère s'écrit :

$$\max_{ij} \left(\text{abs} \left(N_s^D{}_{ij} - N_{s_1}^D{}_{ij} \right) \right) > 10^{-5} \quad (\text{III.107})$$

Que le chargement soit proportionnel ou non, une fois les corrections calculées, les paramètres sont actualisés :

$$\begin{cases} \Delta \underline{\underline{\sigma}}^V|_{i+1} = \Delta \underline{\underline{\sigma}}^V|_i + \delta \Delta \underline{\underline{\sigma}}^V \\ \Delta \underline{\underline{\sigma}}^D|_{i+1} = \Delta \underline{\underline{\sigma}}^D|_i + \delta \Delta \underline{\underline{\sigma}}^D \\ \Delta \lambda_s|_{i+1} = \Delta \lambda_s|_i + \delta \Delta \lambda_s \\ \Delta \varepsilon_{pl s}^V|_{i+1} = \Delta \varepsilon_{pl s}^V|_i + \delta \Delta \varepsilon_{pl s}^V \\ \Delta \varepsilon_{pl s}^D|_{i+1} = \Delta \varepsilon_{pl s}^D|_i + \delta \Delta \varepsilon_{pl s}^D \\ \Delta X_s|_{i+1} = \Delta X_s|_i + \delta \Delta X_s \\ f_s|_{i+1} = J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}}^D(t) + \Delta \underline{\underline{\sigma}}^D|_{i+1} - X_s(t) - \Delta X_s|_{i+1} \right) - \sigma_{Y_s} \end{cases} \quad (\text{III.108})$$

L'algorithme tourne alors en boucle jusqu'à ce que les critères de convergence soient validés. Les variables à $t+\Delta t$ prennent alors les valeurs de l'incrément $i+1$ du système (III.108). Le nombre d'itérations à convergence varie généralement de trois à dix. Si jamais ce nombre atteint trente sans converger, le pas de temps est divisé par quatre et le calcul de l'incrément est réinitialisé.

On notera que le fait de travailler avec plusieurs surfaces peut théoriquement impliquer deux situations particulières :

- 1) Une surface qui ne s'écoulait pas lors de la prédiction élastique voit son critère f_s devenir positif à l'itération i .
- 2) Une surface qui s'écoulait lors de la prédiction élastique voit son critère f_s devenir négatif à l'itération i .

Concernant la situation 1), elle ne s'est jamais présentée lors des simulations. On peut considérer qu'elle ne peut pas se produire car entre la prédiction élastique et la régulation, l'état de contrainte est atténué sans que la direction d'écoulement ne change. Les seuils f_s ne peuvent donc que diminuer.

Concernant la situation 2), la diminution des sorties de critère lors de la correction plastique implique qu'elle est fréquemment rencontrée. Dans ce cas, le calcul redémarre en début de pas de temps et la surface en question n'est pas prise en compte dans la correction plastique. Ce type d'algorithme peut être qualifié « d'extérieur » car on part de l'extérieur des surfaces à seuil positif. Un autre choix de programmation pourrait être un algorithme « intérieur » : on partirait de la première surface, puis on corrigerait une à une les surfaces suivantes. Ce type d'algorithme sera discuté au chapitre V.

5.5. Nombre de variables stockées

L'algorithme de notre routine a un coût de calcul très important à cause du nombre de variables stockées entre deux incréments. Pour un calcul 3D, le nombre de variables stockées pour la composante viscoélastique vaut $N_m(1+6N_b)+2N_b+1$. Avec 14 branches viscoélastiques et 21 microplans, cela revient à 1814 variables. Avec 61 microplans, ce nombre grimpe à 5214. Pour la composante viscoplastique, le nombre de variable stockées vaut $13N_s+10$, soit 127 pour 9 surfaces

de plasticité. Dans le chapitre V, des simplifications du modèle seront envisagées, pour lesquelles le nombre de variables stockées sera réduit afin de limiter le coût de calcul.

6. Identification des paramètres

6.1. Nombre de microplans

Les directions des microplans, les coefficients de pondération angulaire correspondant ont été calculés par Bažant et Oh [9] pour une discrétisation de l'hémisphère 21, 33, 37 et 61 directions. Dans la routine, nous laissons la possibilité à l'utilisateur de choisir entre 21 et 61 microplans. Les vecteurs normaux aux microplans \underline{n} ainsi que les coefficients de pondération angulaire ω sont définis en fonction du nombre de microplans d'après [9]. Dans le cadre de ce manuscrit, toutes les simulations ont été réalisées avec 21 microplans (avec 61 microplans, les résultats sont identiques).

6.2. Modules viscoélastiques

Afin de déterminer les paramètres du modèle de Maxwell généralisé, l'échelle des temps réduits est discrétisée en quatorze temps de relaxation $\tau_{ref b}$ choisis à la température de référence fixée (ici 0°C). Le module complexe associé s'écrit :

$$E^*(\omega) = E_\infty + \sum_{b=1}^{14} E_b \frac{i \tau_{ref b} \omega}{1 + i \tau_{ref b} \omega} \quad (\text{III.109})$$

avec i le nombre complexe et ω la fréquence angulaire. Les modules E_∞ et E_b sont les raideurs de la branche élastique et des branches viscoélastiques du modèle. Décomposée en parties réelle et imaginaire, l'équation (III.109) devient :

$$\begin{cases} E'(\omega) = E_\infty + \sum_{b=1}^{14} E_b \frac{\tau_{ref b}^2 \omega^2}{1 + \tau_{ref b}^2 \omega^2} \\ E''(\omega) = \sum_{b=1}^{14} E_b \frac{\tau_{ref b} \omega}{1 + \tau_{ref b}^2 \omega^2} \end{cases} \quad (\text{III.110})$$

Les paramètres E_∞ et E_b sont identifiés manuellement afin que les modules E' et E'' calculés aux quatorze pulsations ω associées aux temps de relaxation forment les courbes maîtresses. Le résultat de cette identification est donné sur la **Figure III-6**. Le produit des modules E_b par leur temps correspondant donne les modules visqueux. Les valeurs des raideurs élastiques et des temps de relaxation à 0°C sont donnés dans le **Tableau III-5**.

Le polynôme d'équivalence temps-température $\log_{10} \left(\frac{1}{a_{t\theta}} \right)$, donné à l'équation (II.5) page 85, est appliqué pour décaler les temps de relaxation τ_b par rapport à leur valeur de référence en fonction de la température T considérée :

$$\tau_b(T) = \frac{\tau_{ref b}}{a_{t\theta}(T)} \quad (\text{III.111})$$

Les modules de compressibilité et de cisaillement sont déterminés de façon usuelle en appliquant un coefficient de Poisson ν constant déterminé lors des essais monotones et valant 0,35. Pour b de 1 à 14, de même pour la branche élastique ∞ , on a ainsi :

$$K_b = \frac{E_b}{3(1-2\nu)} ; G_b = \frac{E_b}{2(1+\nu)} \quad (\text{III.112})$$

La formulation VD du modèle microplan impose (**Tableau III-2** page 128) :

$$k_{Vb} = 3K_b ; \mu_{Db} = 2G_b \quad (III.113)$$

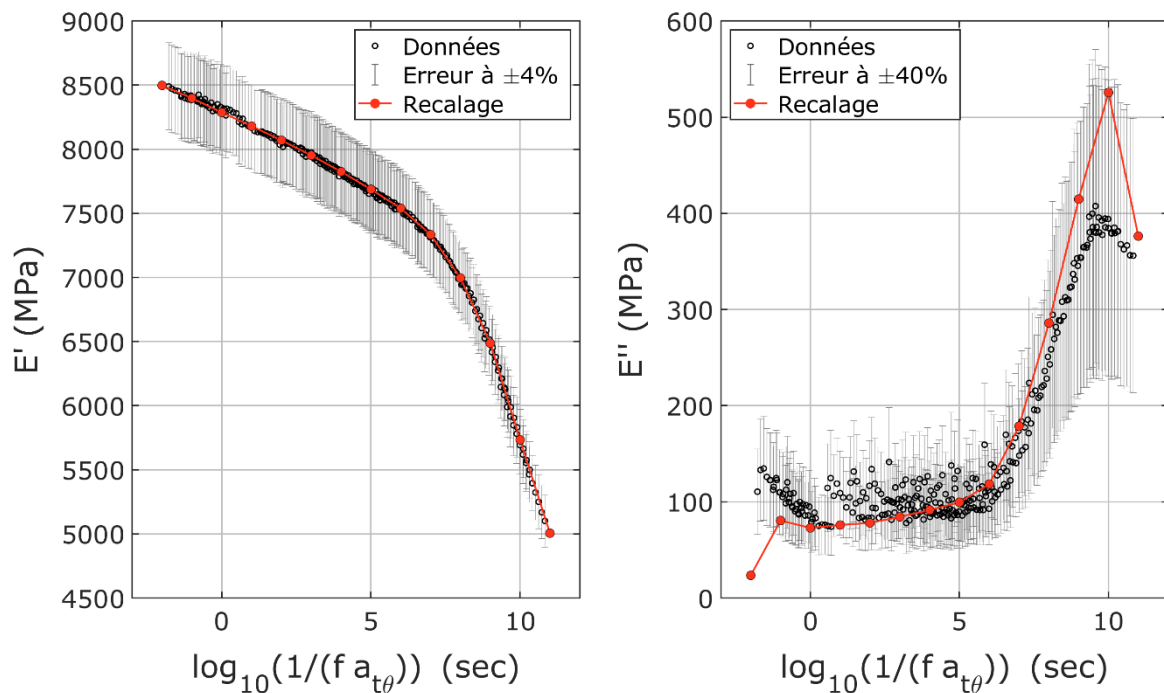


Figure III-6. Recalage des modules viscoélastiques et des temps caractéristiques pour le modèle viscoélastique de M2, à partir des mesures DMA.

Branche	∞	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\tau_{ref b}$ (s)	/	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^{11}
E_b (MPa)	4480	140	100	110	110	120	130	140	150	220	380	550	840	710	1

Tableau III-5. Valeurs des temps de relaxation et des modules élastiques longitudinaux pour une température de référence de 0°C, identifiés sur la courbe maîtresse du module réel de M2 obtenue par DMA.

6.3. Endommagement

La loi d'endommagement du modèle de M2 est identifiée à partir des essais cyclés à 20°C en traction et compression. Nous choisissons de ne considérer que les essais les plus contraignants car l'état de fissuration du matériau est critique dans les structures pyrotechniques. Nous préférons légèrement surestimer l'endommagement afin que le cas le plus défavorable soit considéré lors des études de sûreté.

L'évolution des modules élastiques longitudinaux et transversaux a déjà été représentée en fonction de la déformation élastique positive (**Figure II-62** et **Figure II-63** page 108). Nous souhaitons maintenant représenter les endommagements volumiques et déviatoriques.

Dans un premier temps, les essais monotones correspondants sont simulés sous Abaqus/Standard avec le modèle viscoélastique et les paramètres donnés dans le paragraphe ci-dessus. On obtient ainsi la valeur des modules de compressibilité K_{VE} et de cisaillement G_{VE} initiaux et leur évolution en fonction de la déformation positive (tirets rouge, **Figure III-7**). L'évolution des modules K_{exp} et G_{exp} expérimentaux est reportée sur le même graphique, en décalant leur valeur initiale jusqu'à la valeur du modèle (traits noirs en compression et bleus en traction, **Figure III-7**). On suppose alors que

les baisses de module expérimentales supérieures à celle du modèle viscoélastique correspondent à de l'endommagement (zone rouge, **Figure III-7**). Pour une déformation élastique positive donnée, les endommagements volumique et déviatorique sont alors déterminés par la formule suivante :

$$d_V = \left\langle \frac{K_{exp} - K_{VE}}{K_{VE}} \right\rangle_+ ; \quad d_D = \left\langle \frac{G_{exp} - G_{VE}}{G_{VE}} \right\rangle_+ \quad (\text{III.114})$$

Les mesures expérimentales étant parfois supérieures au module viscoélastique, on considère ces endommagements « négatifs » comme nuls.

Le résultat est donné **Figure III-8** (trait plein), les courbes correspondant au modèle recalé y sont représentées en rouge.

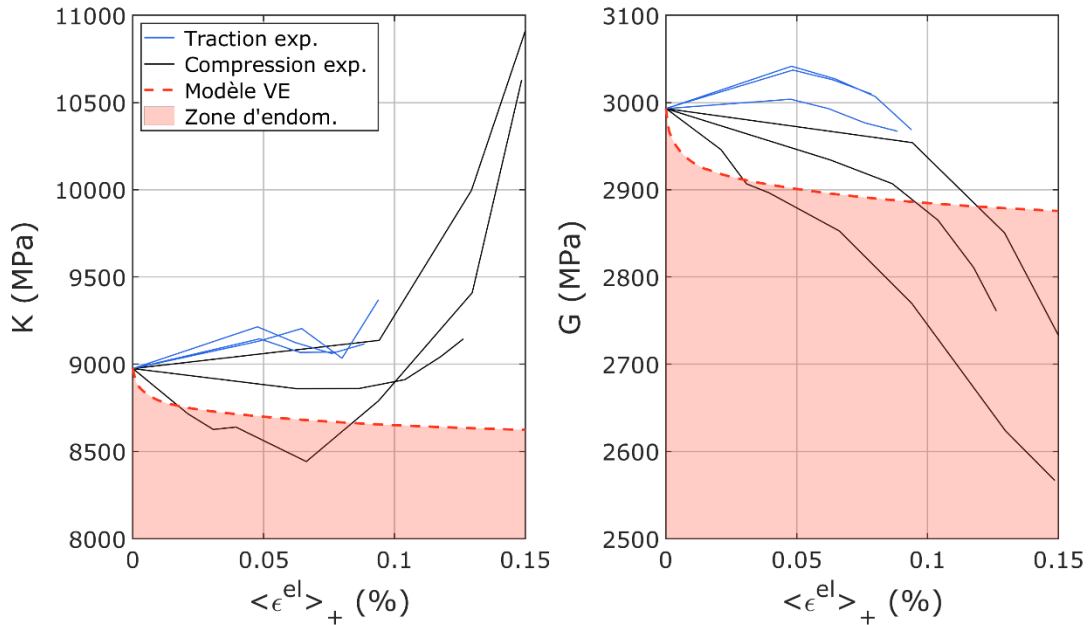


Figure III-7. Méthodologie suivie pour la détermination des lois d'endommagement volumique et déviatorique du modèle de M2.

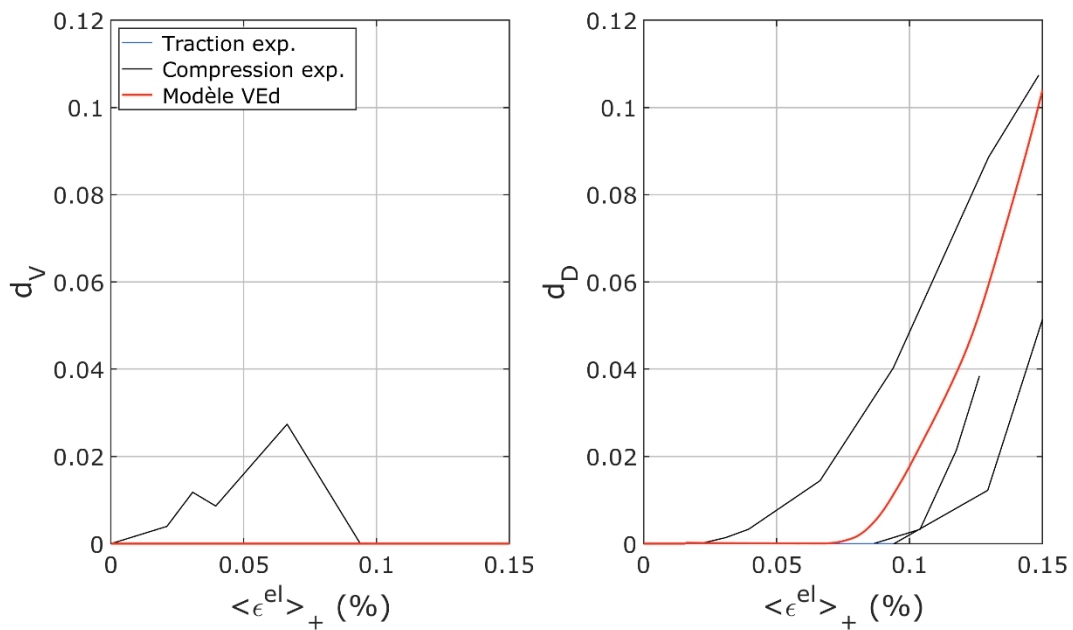


Figure III-8. Recalage des paramètres des lois d'endommagement volumique et déviatorique du modèle de M2 par rapport aux données expérimentales post-traitées.

Aucun endommagement volumique n'est observé, il est donc considéré nul. Dans le modèle (équations (III.94) et (III.95) page 149), les variables liées à l'endommagement déviatorique sont définies pour chaque microplan, elles ne sont donc pas identifiables à partir des données expérimentales. Pour recalibrer le modèle, nous procédons par identification inverse. Le seuil γ_{D0} a été identifié en premier. Les paramètres ξ_{D1} et ξ_{D2} ont ensuite été recalés. Le premier correspond à la pente de fin de courbe et le second à la courbure de démarrage. Les paramètres déterminés sont donnés dans le **Tableau III-6**. Aucun prédommage n'est considéré car les modules n'augmentent pas sous confinement. Enfin, étant donné que l'endommagement volumique est nul, la question de son effectivité ne se pose pas. La fonction α_V n'est donc pas introduite dans le modèle de M2.

Volumique		Déviatorique	
γ_{V0} (MPa)	0	γ_{D0} (MPa)	$7 \cdot 10^{-3}$
ξ_{V1} (MPa ⁻¹)	0	ξ_{D1} (MPa ⁻¹)	12
ξ_{V2}	0	ξ_{D2}	1,4

Tableau III-6. Paramètres de la loi d'endommagement pour le matériau M2.

6.4. Limites d'élasticité et modules d'écrouissage

Afin de décrire l'allure non linéaire de l'écoulement plastique, nous avons choisi de définir neuf surfaces de plasticité imbriquées les unes dans les autres. La limite d'élasticité de chaque surface définit à partir de quel moment celle-ci s'active tandis que le module d'écrouissage associé définit l'intensité de l'écoulement. Ces paramètres ont été recalés à partir d'un essai de compression cyclée réalisé à 20°C à la vitesse de référence. En l'absence de viscoplasticité, l'objectif du recalage est de retrouver les points de contrainte relaxée. Le résultat du recalage, avec les paramètres du **Tableau III-7** est donné **Figure III-9**. La neuvième surface a été ajoutée par rapport à l'essai de compression cyclée sous 10 MPa et n'est pas représenté sur le graphique. On notera que seules les déformations longitudinales nous intéressent ici. Les déformations transversales seront recalées grâce au paramétrage de la dilataance.

Surface s	1	2	3	4	5	6	7	8	9
σ_{Ys} (MPa)	1	6	11	15	18	20	22	23	23,5
C_s (MPa)	15000	11000	8000	4500	3000	2000	500	100	1

Tableau III-7. Valeurs des limites d'élasticité et modules d'écrouissage cinématique déterminées à partir de la contrainte relaxée de M2 en compression à 20°C à la vitesse de référence.

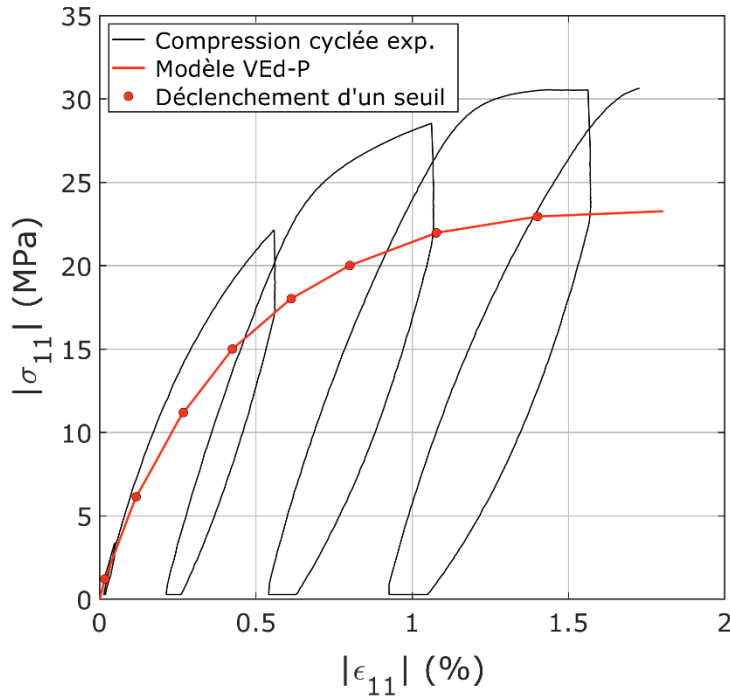


Figure III-9. Recalage des paramètres d'écrouissage cinématiques du modèle multilinéaire sur les points de contrainte relaxée de l'essai de compression cyclée de référence.

6.5. Paramètres viscoplastiques

L'objectif du recalage viscoplastique est double : retrouver la courbe enveloppe de l'essai et reproduire correctement les phases de relaxation et de recouvrance temporelles. Rappelons que la loi viscoplastique choisie comporte deux parties (équation (III.58) page 142). La fonction puissance (et donc le paramètre a_1) gère les faibles sorties de critère ainsi que l'évolution temporelle de la relaxation de contrainte. La fonction exponentielle (et donc les paramètres a_2 et a_3) gère les sorties de critère plus importantes et l'influence de la pression de confinement. Le paramètre n qui apparaît dans les deux fonctions gère leur pondération. La loi viscoplastique étant dérivée au cours de la correction plastique, n est choisi entier pour garantir qu'aucun nombre complexe n'apparaisse durant le calcul. Les paramètres déterminés sont donnés dans le **Tableau III-8**. Ces paramètres ont été recalés à partir l'essai de compression cyclée de référence (**Figure III-10** et **Figure III-11**). Une compression monotone à 10 MPa de confinement a permis d'identifier le paramètre a_3 (**Figure III-12**).

n	a_1 (s ⁻¹ .MPa)	a_2 (MPa ⁻ⁿ⁻¹)	a_3 (MPa ⁻ⁿ⁻²)
2	3,0.10 ⁴	1,3.10 ⁻²	-5,3.10 ⁻²

Tableau III-8. Valeurs des paramètres de la loi viscoplastique à 20°C.

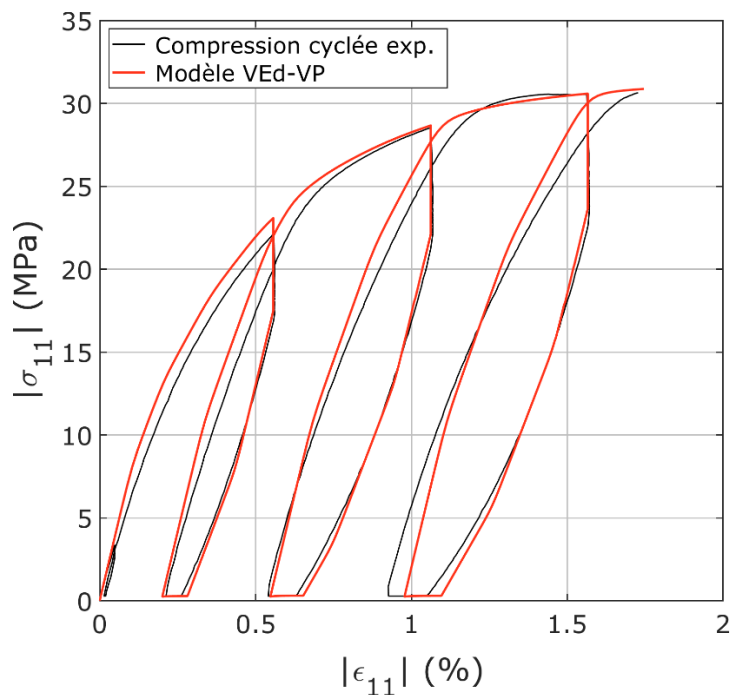


Figure III-10. Recalage des paramètres de la loi d'écoulement viscoplastique à partir de l'essai de compression cyclée de référence.

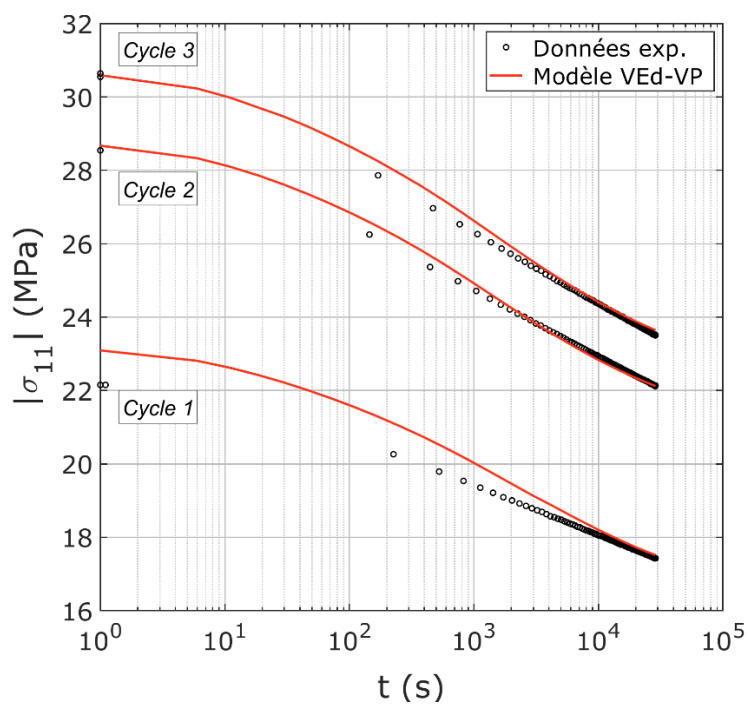


Figure III-11. Courbes temporelles de relaxation de l'essai de compression cyclée de référence utilisées pour le recalage de la loi d'écoulement viscoplastique.

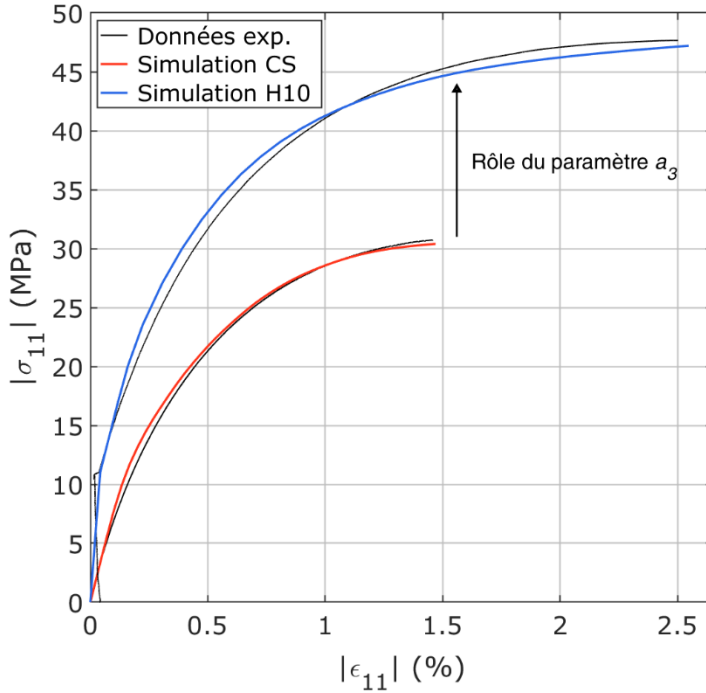


Figure III-12. Recalage de l'influence du confinement via le paramètre a_3 de la loi d'écoulement viscoplastique, à partir d'essais de compression monotone sous 0 MPa (« CS ») et 10 MPa (« H10 ») de confinement.

6.6. Dilatance

Nous avons choisi d'introduire une fonction de dilatance globale β unique qui règle le rapport entre les écoulements volumiques et déviatoriques de chaque surface de plasticité :

$$\dot{\epsilon}_{vp s}^V = \beta \left| \underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp s}^D}} \right| \quad (\text{III.115})$$

Ce qui implique en faisant la somme sur toutes les surfaces :

$$\dot{\epsilon}_{vp}^V = \sum_s \dot{\epsilon}_{vp s}^V = \beta \sum_s \left| \underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp s}^D}} \right| \quad (\text{III.116})$$

Les données expérimentales nous permettent d'accéder à la norme des déformations viscoplastiques totales $\left| \underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp}^D}} \right| = \left| \sum_s \underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp s}^D}} \right|$. En chargement proportionnel monotone, les surfaces de charge s'écoulent dans la même direction et les taux $\underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp s}^D}}$ ont tous le même signe ce qui implique $\left| \sum_s \underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp s}^D}} \right| = \sum_s \left| \underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp s}^D}} \right|$. On peut ainsi identifier la dilatance sur les essais monotones de traction, compression, torsion et compression confinée sous 2,5 et 10 MPa à 20°C et à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ telle que :

$$\beta = \frac{\dot{\epsilon}_{vp}^V}{\left| \underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp}^D}} \right|} \quad (\text{III.117})$$

Notons que l'on choisit de travailler avec la norme de la déformation viscoplastique qui est une mesure instantanée plutôt qu'avec la plasticité cumulée comme cela est couramment appliqué (Chiarelli sur argile [38], Le sur M1 [80]) afin de faire correspondre la courbe d'une simulation monotone avec l'enveloppe de la simulation cyclée correspondante. En effet, compte tenu de l'écrouissage cinématique, la plasticité cumulée croît beaucoup plus en chargement cyclé puisqu'elle s'accumule lors des phases de décharges et de recharges. En fin de simulation, à une même contrainte sa valeur dépend donc du nombre de cycles réalisés.

Afin d’extraire la déformation viscoplastique des données expérimentales, une simulation viscoélastique endommageable des essais monotones cités ci-dessus a été réalisée. Le modèle de viscoplasticité étant implémenté en série de la viscoélasticité, les déformations viscoplastiques sont calculées comme la différence entre les déformations totales (expérimentales) et les déformations viscoélastiques (simulées) à même niveau de contrainte. Les déformations viscoplastiques volumiques et déviatoriques découlent des déformations viscoplastiques mesurées :

$$\begin{cases} \epsilon_{vp}^V = \epsilon_{vp\ 11} + 2 \epsilon_{vp\ 22} \\ \epsilon_{vp}^D = \frac{2}{3} | \epsilon_{vp\ 11} - \epsilon_{vp\ 22} | \end{cases} \quad \text{en compression/traction} \tag{III.118}$$

$$\begin{cases} \epsilon_{vp}^V = 0 \\ \epsilon_{vp}^D = \frac{2}{\sqrt{3}} | \epsilon_{vp\ 12} | \end{cases} \quad \text{en torsion}$$

Rappelons que les déformations volumiques mesurées en torsion sont nulles.

Les courbes de comportement viscoplastique volumiques et déviatorique ainsi obtenues sont données en contrainte effective **Figure III-13** et **Figure III-14**. Le comportement volumique d’abord compactant puis dilatant en compression est bien observé, de même que la non-linéarité du comportement déviatorique.

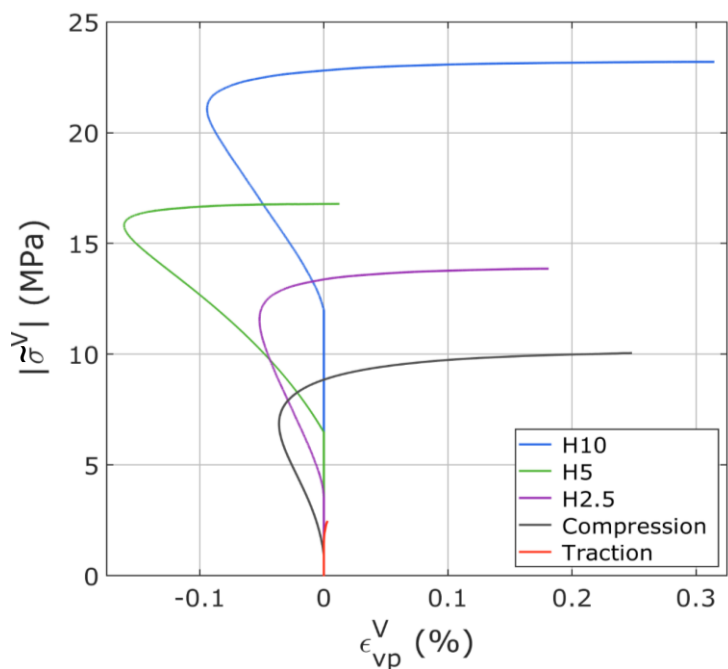


Figure III-13. Courbes du comportement viscoplastique volumique de M2 pour une vitesse de déformation de l’ordre de 10^{-5} s^{-1} . Le terme H10 (resp. H5 et H2.5) désigne la compression confinée sous 10 MPa (resp. 5 et 2,5 MPa). L’essai de torsion n’est pas représenté car les déformations volumiques sont nulles.

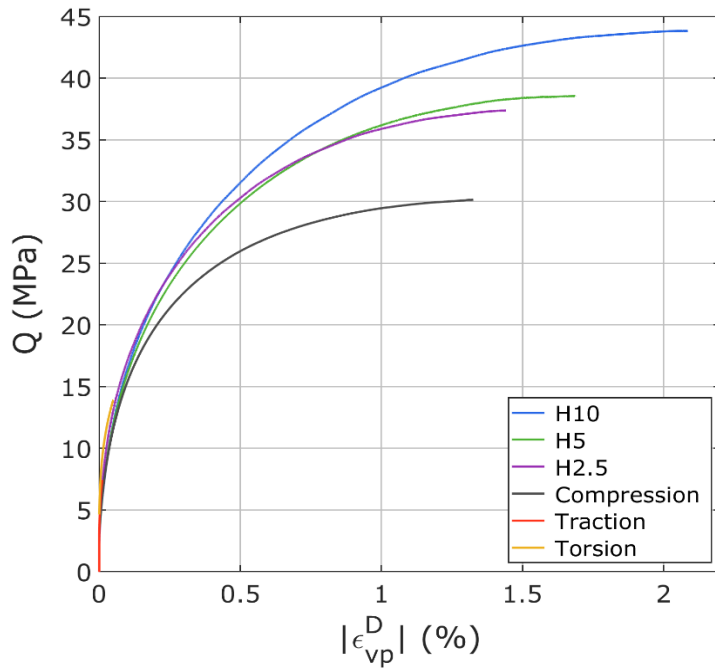


Figure III-14. Courbes du comportement viscoplastique déviatorique de M2 pour une vitesse de déformation de l'ordre de 10^{-5} s^{-1} . Le terme H10 (resp. H5 et H2.5) désigne la compression confinée sous 10 MPa (resp. 5 et 2,5 MPa). Les courbes de traction et de torsion sont confondues dans les pieds de courbe.

Les taux de déformation plastique sont obtenus en dérivant les déformations obtenues par rapport au temps d'essai. Ce post-traitement permet de tracer l'évolution de la dilatance en fonction la pression effective (**Figure III-15**) et de la norme de la déformation viscoplastique instantanée (**Figure III-16**). Trois types de comportement se distinguent sur ces courbes : celui en torsion où la dilatance est nulle (pas de déformation volumique), celui en compression où la dilatance est négative puis positive, et celui en traction où la dilatance est toujours positive et croît plus vite qu'en compression.

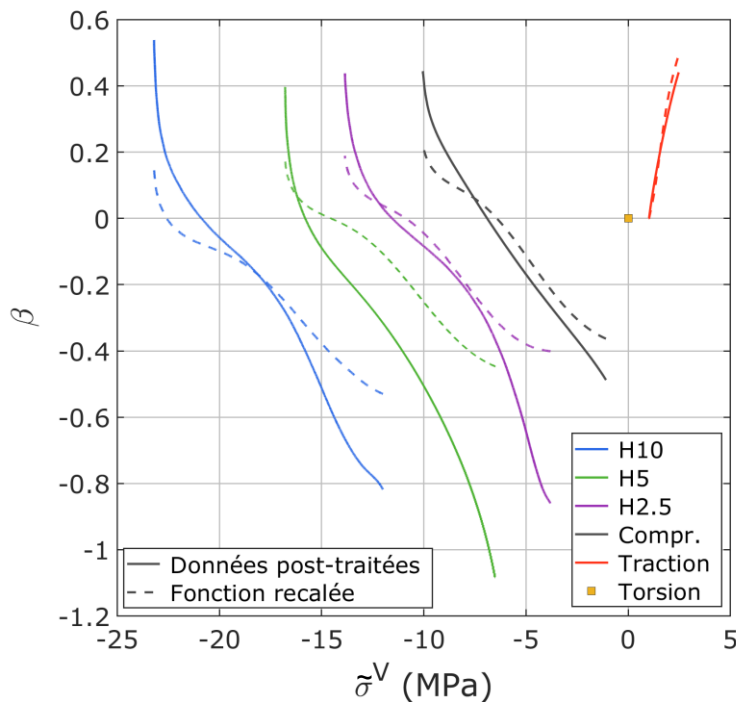


Figure III-15. Représentation de la fonction la dilatance β post-traitée et recalée, en fonction de la pression effective. Le terme « Compr. » désigne la compression simple. Le terme « H10 » (resp. « H5 » et « H2.5 ») désigne la compression confinée sous 10 MPa (resp. 5 et 2,5 MPa). La fonction β est plafonnée à 0,25.

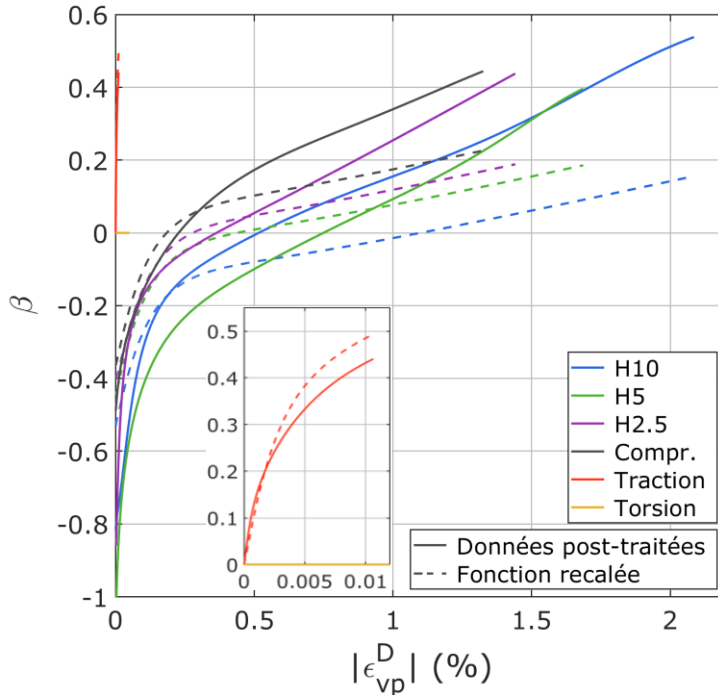


Figure III-16. Représentation de la fonction de la dilatance β post-traitée et recalée, en fonction de la norme de la déformation plastique. Le terme « Compr. » désigne la compression simple. Le terme « H10 » (resp. « H5 » et « H2.5 ») désigne la compression confinée sous 10 MPa (resp. 5 et 2,5 MPa). La courbe de traction (en rouge) est zoomée. La fonction β est plafonnée à 0,25

Afin de reproduire ce comportement, nous avons choisi la fonction ci-dessous :

$$\beta = \beta_{t1} \langle \tilde{\sigma}^v \rangle_+ \left(1 - \exp \left(-\beta_{t2} \left| \underline{\underline{\epsilon}}_{vp}^D \right| \right) \right) + \tanh(\beta_{c1} \langle \tilde{\sigma}^v \rangle_-) \left(\beta_{c2} + \beta_{c3} \tilde{\sigma}^v - \beta_{c4} \exp \left(-\beta_{c5} \left| \underline{\underline{\epsilon}}_{vp}^D \right| \right) - \beta_{c6} \exp \left(-\beta_{c7} \left| \underline{\underline{\epsilon}}_{vp}^D \right| \right) \right) \quad (\text{III.119})$$

Les termes $\langle \tilde{\sigma}^v \rangle_+$ et $\tanh(\beta_{c1} \langle \tilde{\sigma}^v \rangle_-)$ permettent de décrire une fonction continue, nulle à pression nulle. La première partie de l'expression décrit le comportement en traction et la seconde, celui en compression. Deux termes exponentiels ont été nécessaires au recalage afin de décrire la vitesse de dilatation en début de chargement (à dilatance négative) et en fin de chargement (à dilatance positive).

Les paramètres de l'expression (III.119) ont tout d'abord été recalés numériquement. Ils ont ensuite été adaptés lors de l'implémentation du modèle car la dilatance était en fait trop importante. C'est pourquoi les courbes recalées (en tirets sur les graphiques) ne semblent pas recoller aux données expérimentales (traits pleins). Les paramètres finaux sont donnés dans le **Tableau III-9**. On notera de plus qu'afin de limiter le comportement dilatant en fatigue, la fonction β est plafonnée à 0,25 qui est sa valeur en fin de compression cyclée. Nous avons ainsi fait le choix de privilégier la qualité des essais cyclés par rapport à l'essai de fatigue.

β_{t1}	β_{t2} (MPa ⁻¹)	β_{c1} (MPa ⁻¹)	β_{c2}	β_{c3} (MPa ⁻¹)	β_{c4}	β_{c5}	β_{c6}	β_{c7}
0,2	60.10 ³	10 ⁶	7,4	1,5.10 ⁻²	7,25	2,4	0,5	960

Tableau III-9. Paramètres de la fonction de dilatance plastique à 20°C.

7. Comparaison modèle-essais

Maintenant que notre modèle est implémenté dans une routine UMAT, nous pouvons le confronter aux données expérimentales. Les simulations sont réalisées par le code aux éléments finis Abaqus/Standard. Toutes les simulations décrites dans ce paragraphe ont été réalisées sur un

élément cubique unitaire de type C3D8. Des contraintes de symétrie ont été imposées sur trois faces de normale respective x, y et z. Les pas de temps appliqués sont faibles afin de bien décrire les non-linéarités. Une courbe de compression monotone compte environ cent points. On notera que la non-dépendance du modèle au pas de temps a été vérifiée.

Dans ce qui suit, les données expérimentales sont toujours représentées en noir sur les figures et le résultat des simulations est en rouge.

7.1. Priorités à considérer pour la validation du modèle

Le contexte industriel de notre étude implique des besoins en modélisation bien précis. Pour son application future, le modèle de comportement mécanique du matériau M2 doit satisfaire le cahier des charges présenté au **Tableau III-10**.

Priorité	Essais	Temp.	Vitesses	Précisions
1	Compressions uniaxiales monotones et cyclées	20°C	toutes	(*) Reproduire au mieux les courbes temporelles de relaxation et de recouvrance
	Tractions uniaxiales monotones et cyclées	20°C	toutes	
	Compression confinée cyclée à 10 MPa	20°C	10^{-5} s^{-1}	
	Compressions confinées monotones à 2,5, 5 et 10 MPa	20°C	10^{-5} s^{-1}	
	Torsions monotones	20°C	$0,015^{\circ} \cdot \text{s}^{-1}$	
	Fluage à 20 MPa	20°C	/	
2	Compressions uniaxiales monotones et cyclées	toutes	toutes	(*)
	Tractions uniaxiales monotones et cyclées	toutes	toutes	
	Fluages à 3, 5 et 20 MPa	50°C	/	
3	Chargement alterné compression-traction	20°C	$0,015^{\circ} \cdot \text{s}^{-1}$	(**) Une reproduction qualitative est suffisante
	Chargement alterné traction-compression	20°C	10^{-5} s^{-1}	
	Compressions 0°-0° et 0°-90°	20°C	10^{-5} s^{-1}	
	Torsion alternée	20°C	10^{-5} s^{-1}	
4	Essai de fatigue en compression	20°C	10^{-5} s^{-1}	(**)
	Essais multiaxiaux (couloir, brésilien, équibiaxial)	20°C	10^{-5} s^{-1}	

Tableau III-10. Cahier des charges imposé par l'industriel pour le modèle de comportement de M2.

Les points 1 et 2 sont primordiaux. Le modèle devra être capable de reproduire ces essais avec précision. La marge d'erreur acceptable du modèle sur la contrainte maximale est de l'ordre de 10% par rapport à la valeur expérimentale. Étant donné que ce modèle sera utilisé pour simuler des structures pyrotechniques, on préfère estimer une contrainte maximale inférieure à la réalité car les marges à rupture calculées à partir des simulations n'en seront que plus faibles. Concernant les déformations transversales (i.e. la dilatance), elles doivent être retrouvées à $\pm 0,1\%$, sachant qu'elles valent en moyenne 1% à rupture. Une attention particulière doit être portée sur l'évolution temporelle des phases de relaxation et de recouvrance. Étant donné que ce chapitre se limite au modèle à 20°C, seul le point 1 est analysé ci-dessous, le point 2 est renvoyé au chapitre IV. Les essais des points 3 et 4 doivent être reproduits de façon qualitative, l'objectif est d'avoir une correspondance phénoménologique même si les niveaux de déformation ne sont pas identiques.

7.2. Comparaisons modèle/essais (essais primordiaux)

7.2.a. Compressions uniaxiales

Les courbes expérimentales de compression uniaxiale monotone et les simulations correspondantes sont comparées sur la **Figure III-17**. On constate que globalement le modèle reproduit correctement ces essais. Les essais réalisés à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ sont parfaitement retrouvés. L'effet de vitesse entre ces deux bornes est donc bien reproduit. En revanche, à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ le modèle s'écoule un peu trop, ce qui implique que la contrainte maximale est sous-évaluée d'environ 6% (28,8 MPa contre 30,6 expérimentalement). Cet écart étant relativement faible et allant dans le sens d'une sous-estimation de la contrainte, il entre dans le cadre du cahier des charges. Le modèle reproduit donc correctement les compressions monotones à 20°C sur le domaine de vitesse.

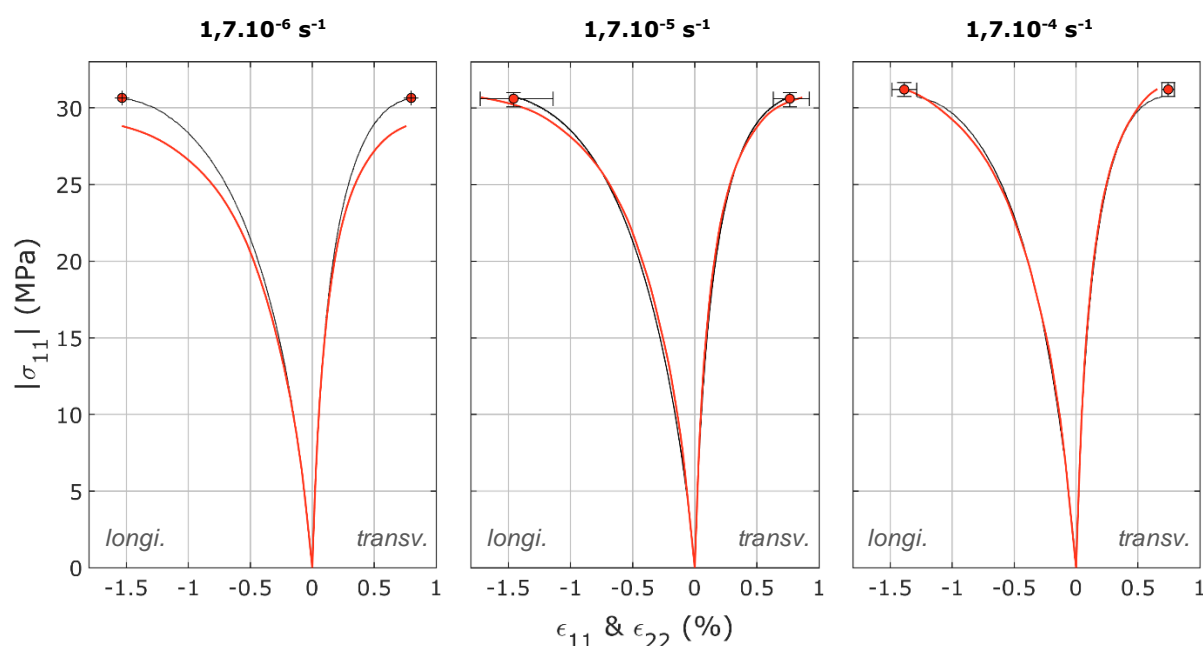


Figure III-17. Comparaison modèle/essai en compression monotone à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (à gauche), à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (au centre) et à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (à droite). Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

Les comparaisons des compressions cyclées avec les simulations correspondantes sont données ci-dessous. Les **Figure III-18**, **Figure III-20** et **Figure III-22** représentent les courbes contrainte-déformation pour chaque vitesse tandis que les **Figure III-19**, **Figure III-21** et **Figure III-23** tracent l'évolution temporelle des relaxations et des recouvrances.

L'essai à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (**Figure III-20** et **Figure III-21**) a servi à l'identification des paramètres, il est donc logique que le modèle le reproduise correctement. La dilatance est parfaite. L'évolution des phases de relaxation et de recouvrance est bonne. Les charges et décharges simulées sont un peu plus raides qu'expérimentalement. Les déformations résiduelles en fin de recouvrance sont en conséquence légèrement surestimées. Cela est dû à un compromis de modélisation. Afin de respecter l'évolution temporelle des phases de relaxation, nous avons dû définir un paramètre a_I de la loi viscoplastique (III.58) assez élevé. Or, ce paramètre influence également la pente de la courbe contrainte-déformation pour les faibles sorties de critère. Comme pour la simulation monotone correspondante, la simulation de l'essai cyclée à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (**Figure III-22** et **Figure III-23**) reproduit correctement la courbe expérimentale. Les mêmes critiques que pour la simulation à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ peuvent être faites. L'évolution des phases de relaxation et de recouvrance est bonne.

En plus de la sous-estimation de la contrainte et des critiques établies aux vitesses supérieures, la dilatace semble moins bien reproduite pour l'essai cyclé à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (**Figure III-18**) alors qu'elle est bonne pour l'essai monotone correspondant (**Figure III-17** à gauche). Cette observation est peut-être davantage l'effet de données expérimentales de moins bonne qualité. En effet, cet essai a cassé sans raison apparente pour une contrainte bien inférieure à la moyenne. On peut supposer un problème de parallélisme de l'éprouvette ou de collage des jauges, biaisant les déformations mesurées. La simulation des relaxations à cette vitesse (**Figure III-19**) est un peu trop importante, la contrainte diminue trop rapidement. Ceci est une conséquence de la surestimation de l'effet de vitesse observé sur la courbe monotone. L'écart en relaxation reste toutefois acceptable. L'évolution des déformations en recouvrance est bonne.

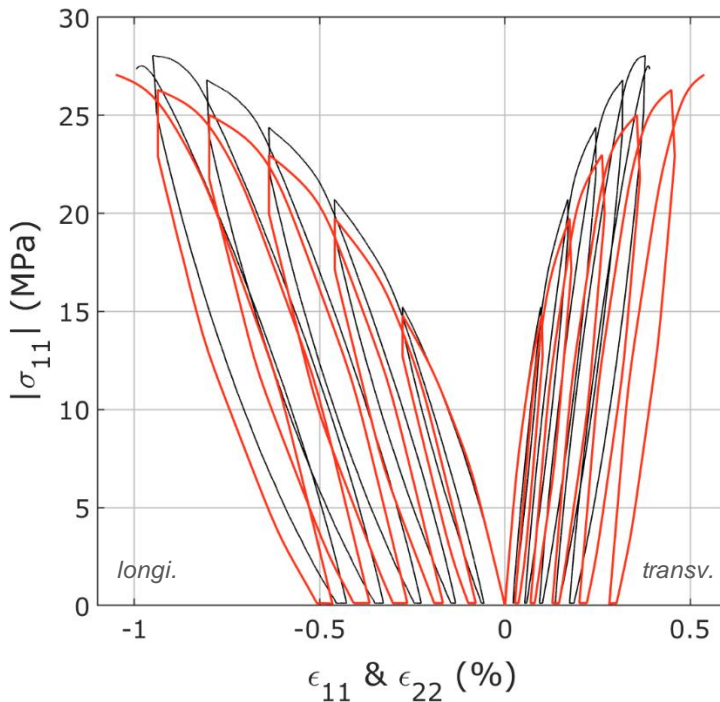


Figure III-18. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. Cet essai a rompu bien avant la contrainte maximale mesurée lors de l'essai monotone correspondant (voir **Figure III-17** à gauche)

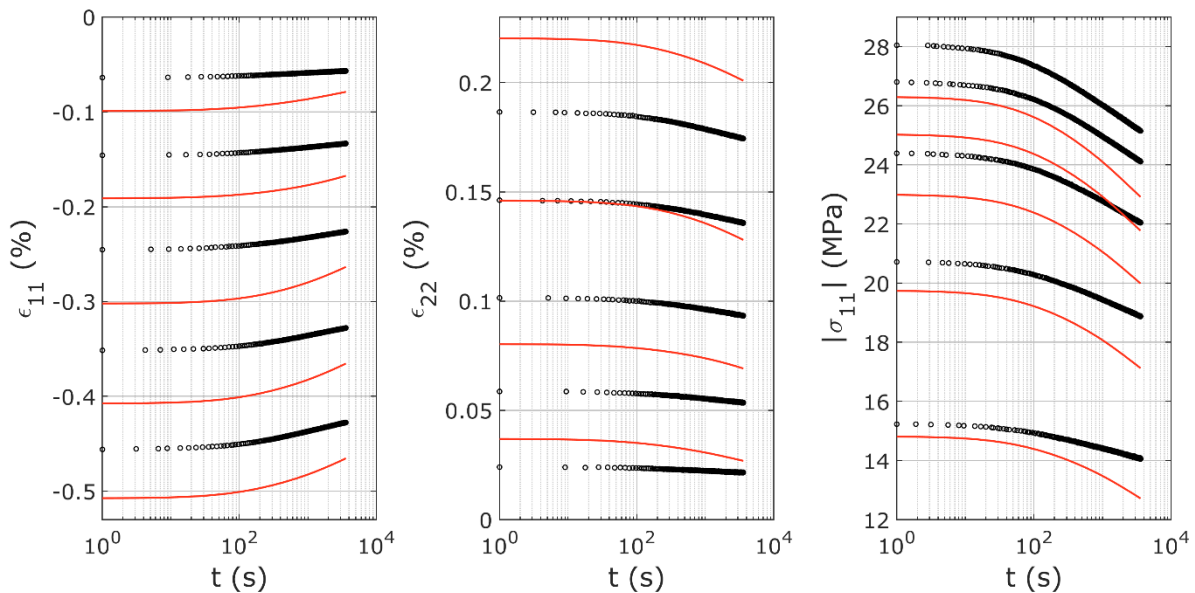


Figure III-19. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en compression cyclée à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

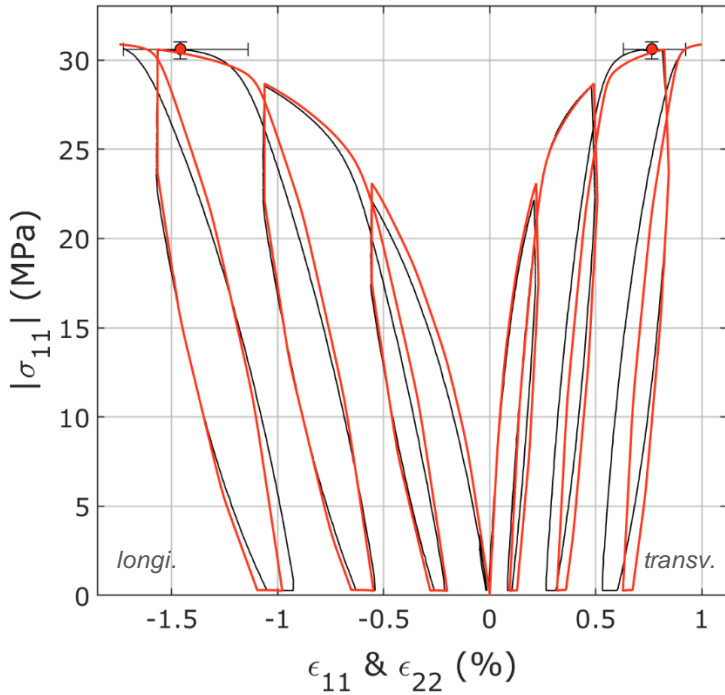


Figure III-20. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur. Cet essai a été utilisé pour l'identification des paramètres du modèle.

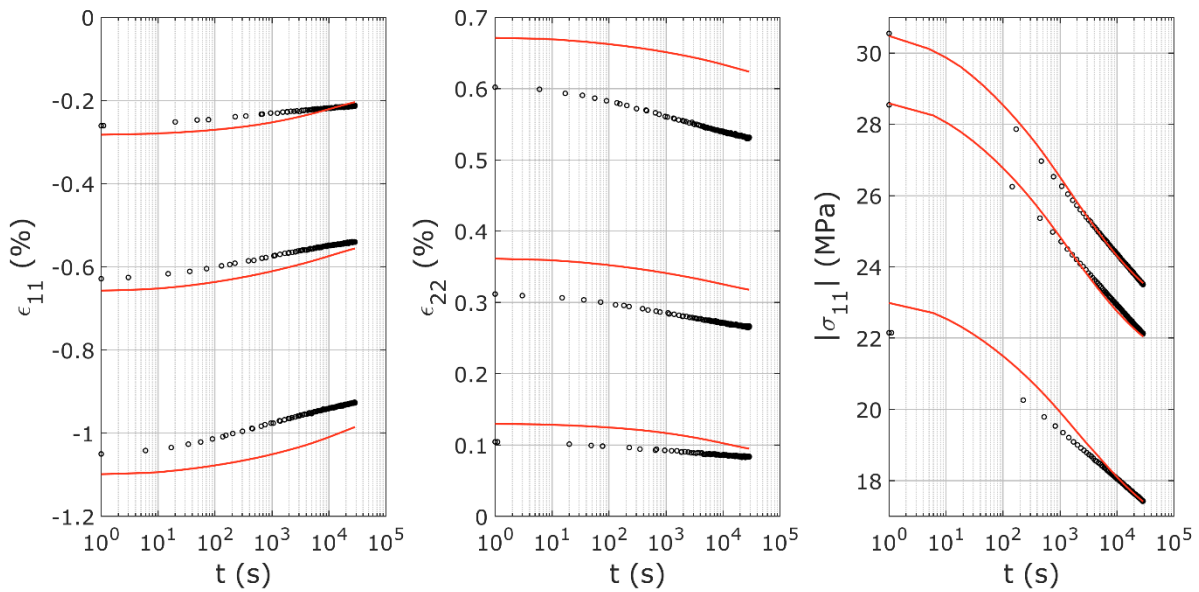


Figure III-21. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en compression cyclée à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-20**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

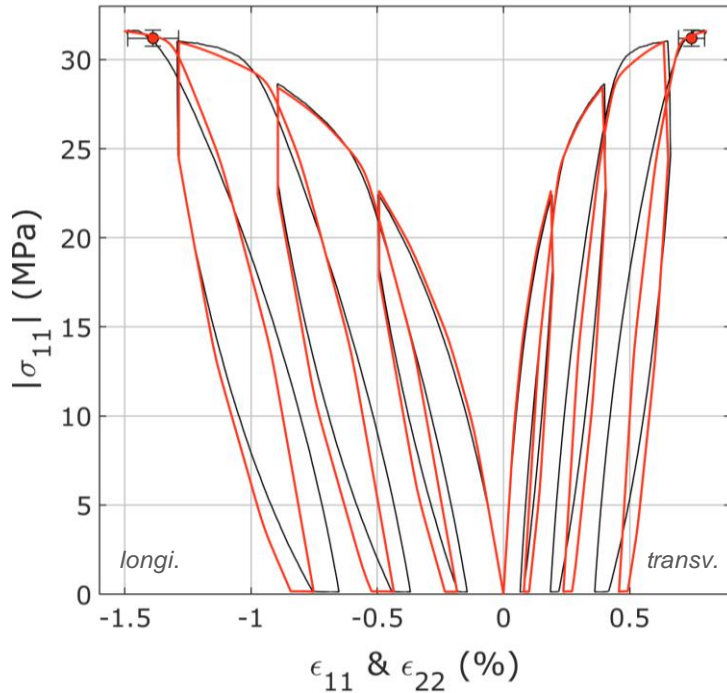


Figure III-22. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

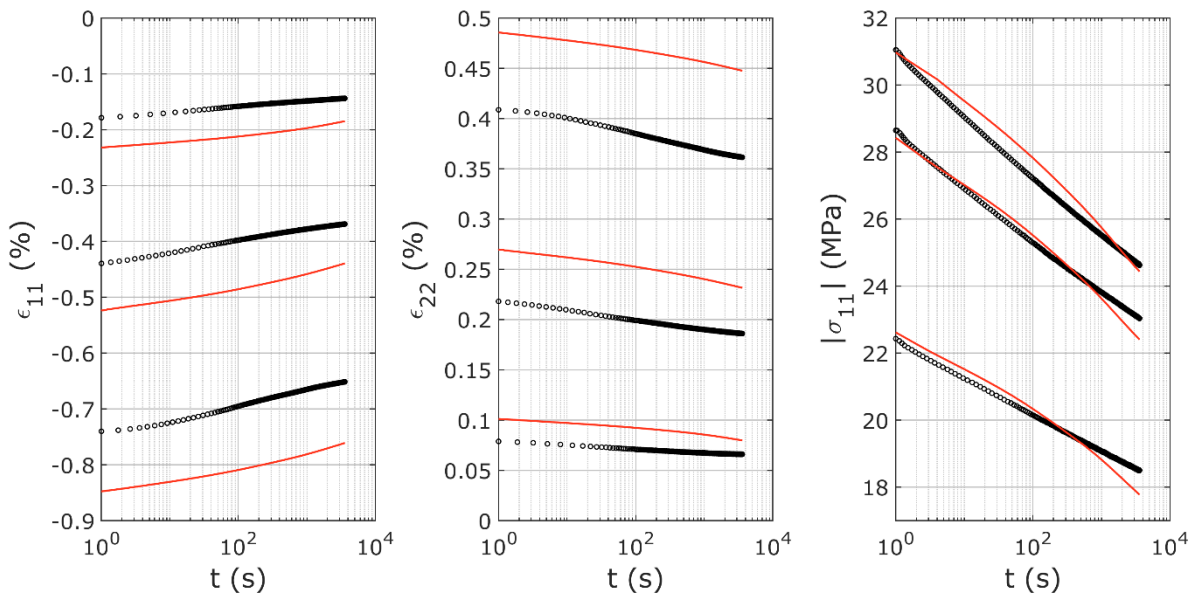


Figure III-23. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en compression cyclée à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-22**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

La comparaison des courbes monotones et cyclées correspondantes révèle un faible écart de dilatace entre les deux. En fin d'essai, à même niveau de déformations longitudinales, les déformations transversales sont légèrement plus importantes. Sur un même point de la courbe enveloppe, la dilatace est plus importante après plusieurs cycles qu'en chargement monotone. Nous pensons avoir éliminer ce problème en travaillant en déformation instantanée plutôt que cumulée, mais il n'a visiblement été que limité. Toutefois, l'écart de dilatace reste assez faible pour que les deux types de chargement aient un niveau de déformations transversales acceptable.

Au vu de ces comparaisons, le modèle est validé en compression à 20°C sur son domaine de vitesse de sollicitation.

7.2.b. Tractions uniaxiales

Les courbes expérimentales de traction uniaxiale monotone et les simulations correspondantes sont comparées sur la **Figure III-24**. Même si les courbes simulées sont légèrement plus raides que les courbes expérimentales à $1,7 \cdot 10^{-6}$ et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, le modèle reproduit correctement ces essais car les contraintes maximales et la dilatance sont bien retrouvées. À $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, la dilatance est bonne mais la contrainte est surestimée de 12%. Toutefois, un seul essai expérimental étant en notre possession, il est possible que la simulation soit comprise dans la dispersion des essais. D'autres essais devraient être réalisés pour valider ce point.

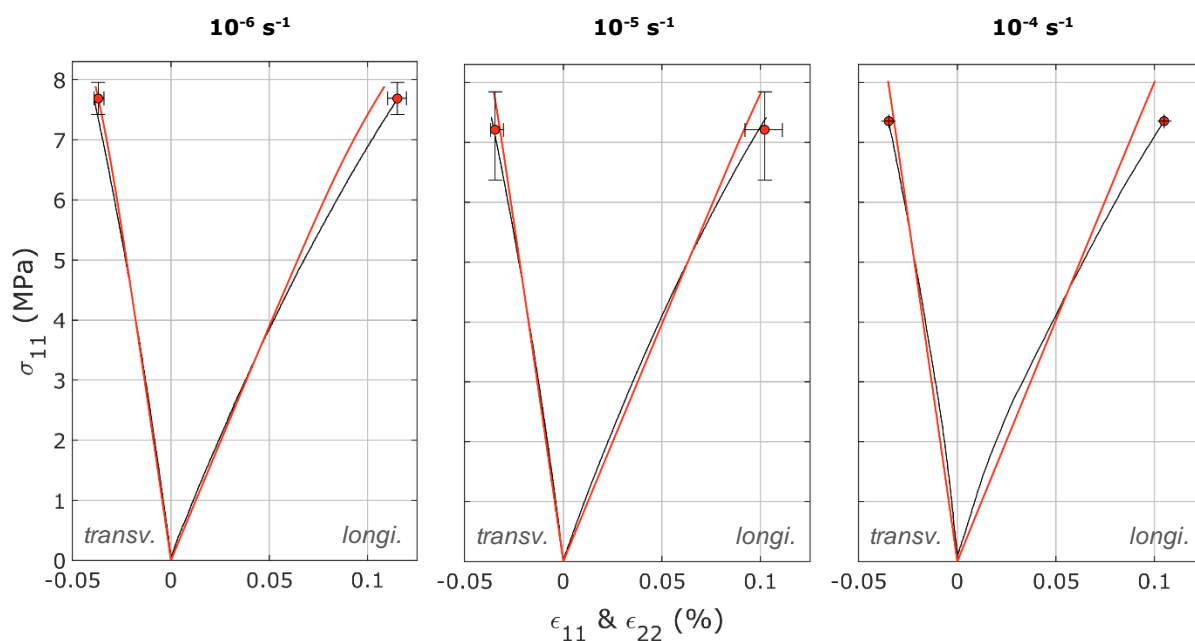


Figure III-24. Comparaison modèle/essai en traction monotone à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (à gauche), à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (au centre) et à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (à droite). Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

Les comparaisons des essais cyclés à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec les simulations correspondantes sont données **Figure III-25** à **Figure III-28** (rappelons qu'en traction aucun essai cyclé n'a été réalisé à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$). Pour la même raison qu'en compression, les charges et décharges sont légèrement trop raides. De plus, à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, le modèle semble légèrement trop dilatant mais l'écart avec la barre d'erreur est largement acceptable. Enfin, l'amplitude des recouvrances est amplifiée par le modèle tandis que les niveaux de recouvrance sont corrects. Les courbes temporelles montrent que l'évolution des déformations en recouvrance est bonne tandis que la vitesse de relaxation est un peu trop importante. Pour régler ces bas niveaux de relaxation, il faudrait augmenter les modules d'écrouissage des deux premières surfaces. Or, les paramètres de l'écoulement viscoplastique étant fixés, cela conduirait à un pied de courbe beaucoup trop raide. Nous acceptons l'écart entre le modèle et les essais de traction. Le modèle est donc validé en traction à 20°C sur son domaine de vitesse.

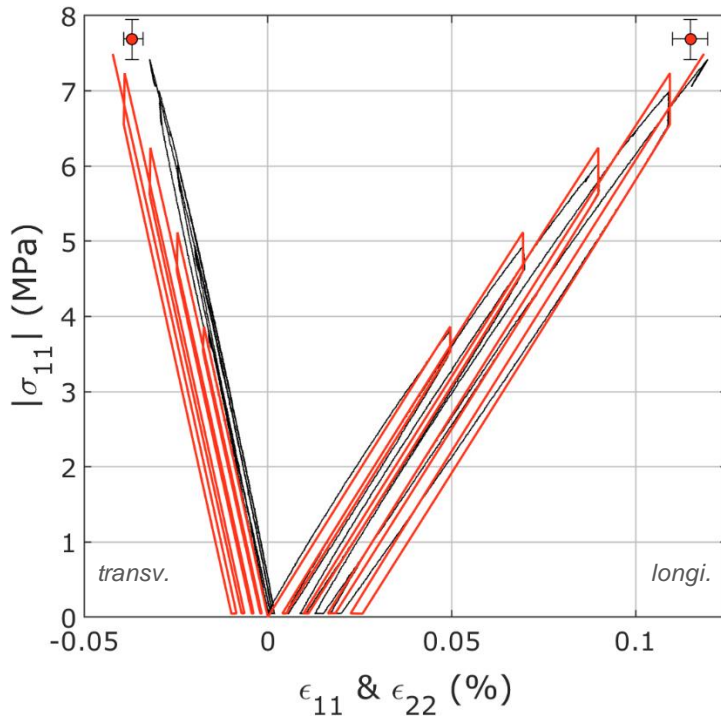


Figure III-25. Comparaison modèle/essai en traction cyclée à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

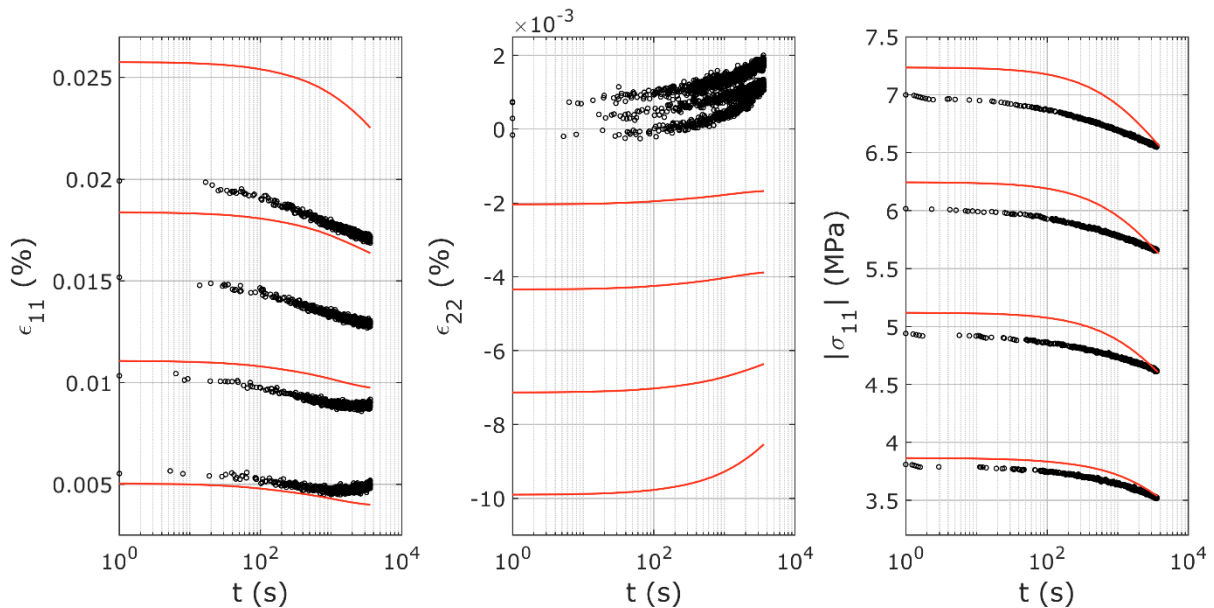


Figure III-26. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en traction cyclée à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-22**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

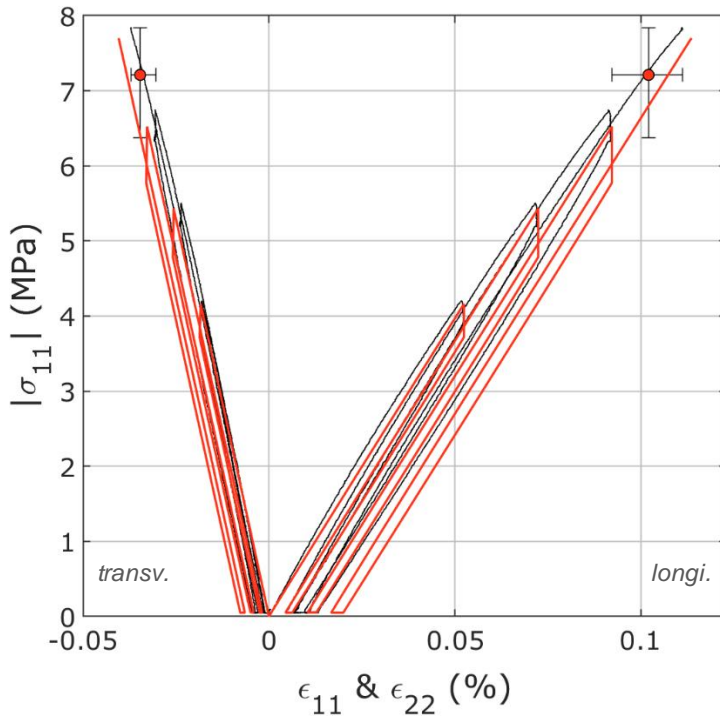


Figure III-27. Comparaison modèle/essai en traction cyclée à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

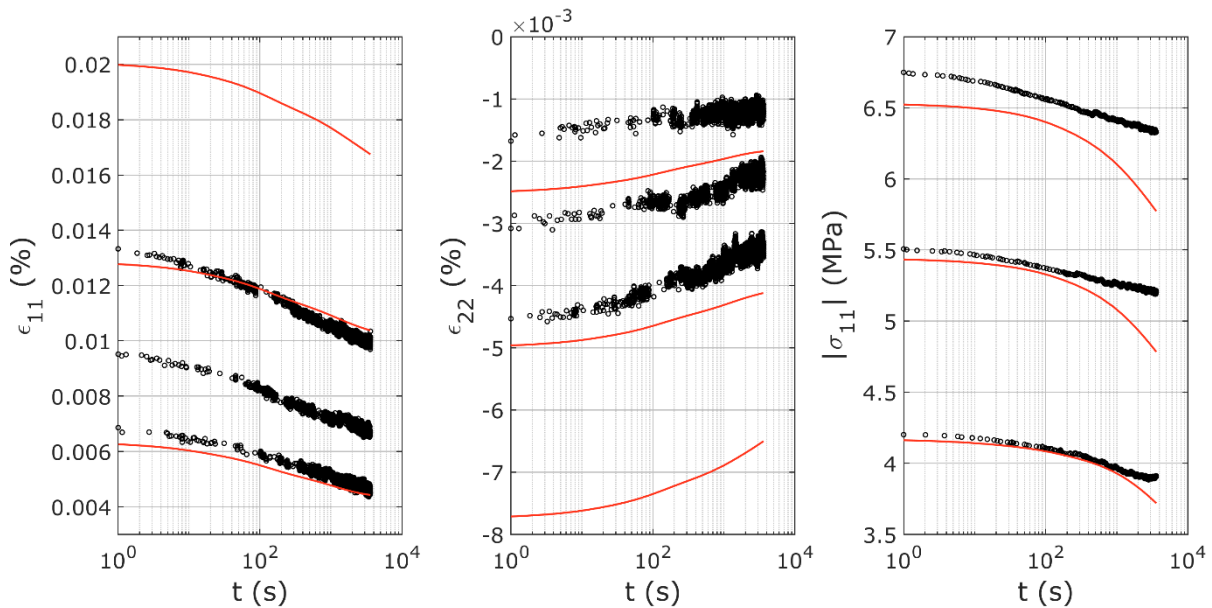


Figure III-28. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en traction cyclée à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-22**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

7.2.c. Compressions triaxiales

Les courbes expérimentales de compression monotone sous confinement hydrostatique sont comparées sur la **Figure III-29**. On rappelle que l'effet de la pression a été calibré à partir de l'essai sous confinement de 10 MPa (figure de droite). Globalement, les essais sont bien reproduits. La dilatance est correcte. La contrainte maximale de l'essai à 10 MPa est dans la dispersion des essais. Celles des essais à 2,5 et 5 MPa sont un peu basses mais elles sont dans la marge d'erreur acceptable du modèle.

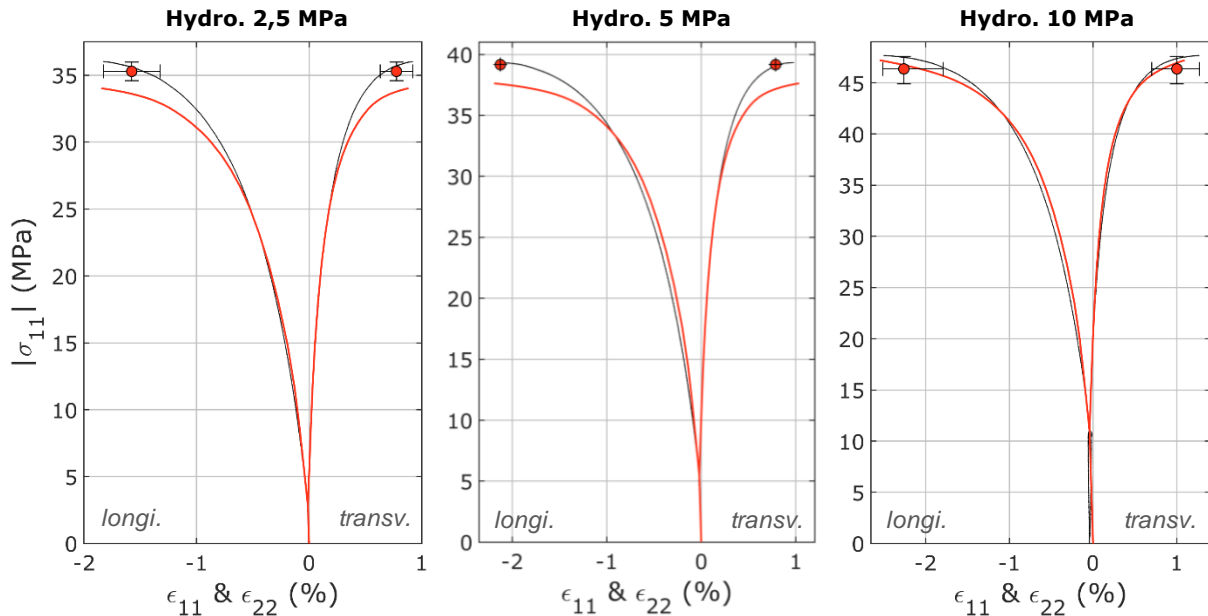


Figure III-29. Comparaison modèle/essai en compression monotone sous un confinement de 2,5 MPa (à gauche), de 5 MPa (au centre) et de 10 MPa (à droite) à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

Le modèle est confronté à l'essai de compression cyclée à 10 MPa de confinement (**Figure III-30** et **Figure III-31**). Les courbes contrainte-déformation expérimentales sont correctement reproduites même si les charges et décharges sont un peu raides. Le modèle semble plus raide en début de chargement que l'essai mais cela est simplement dû à la dispersion des essais car cet effet n'est pas observé sur la comparaison monotone (**Figure III-29** droite). L'amplitude des déformations en recouvrance est bonne, mais l'amplitude des relaxations de contrainte est surestimée.

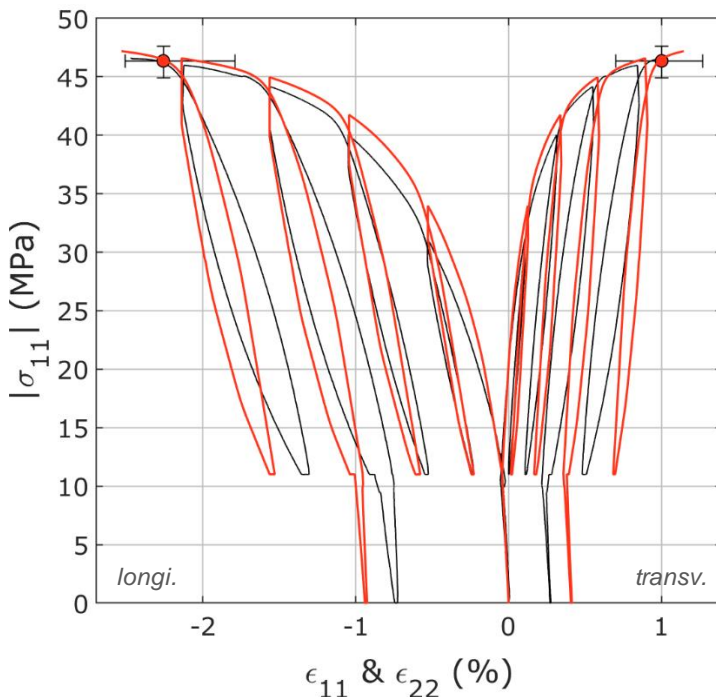


Figure III-30. Comparaison modèle/essai en compression cyclée sous un confinement de 10 MPa à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

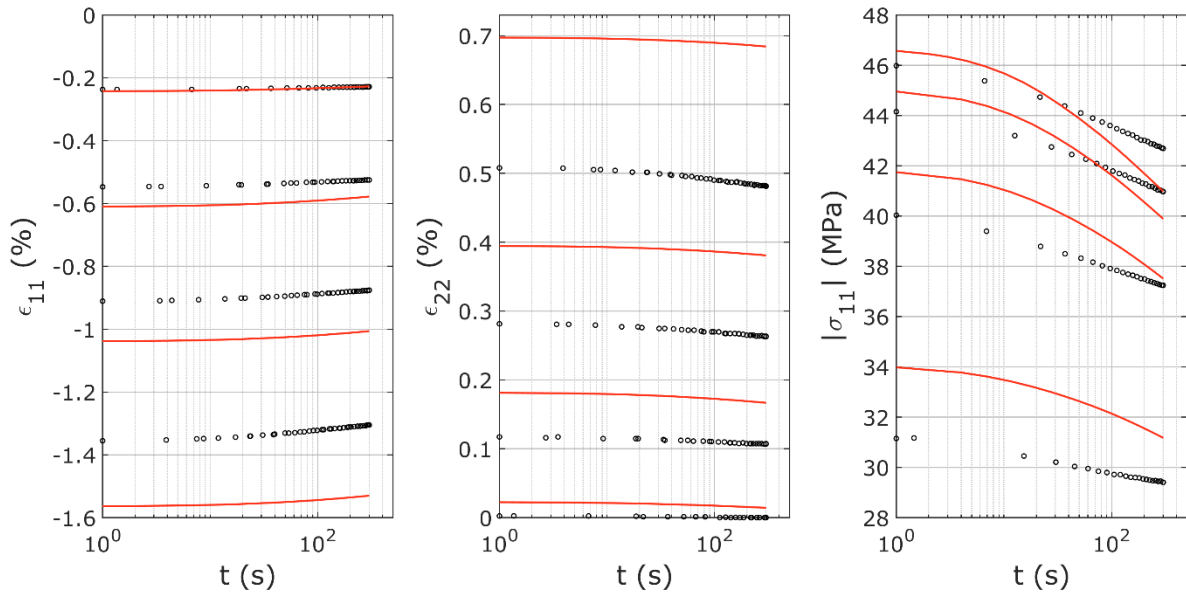


Figure III-31. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en compression triaxiale correspondant à l'essai de la **Figure III-22**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

Lors de cet essai, une décharge-recharge hydrostatique a été effectuée au cours du troisième cycle. La comparaison du modèle avec les données expérimentales (**Figure III-32**) révèle que les modules de compressibilité du modèle ne diminuent pas assez lors de la décompression. Ceci laisse envisager qu'il existe un endommagement volumique lors de cet essai, non observé lors de l'analyse des courbes.

Malgré ce dernier point qui est secondaire, l'effet de la pression qui n'a été introduit que dans la loi d'écoulement viscoplastique, est correctement reproduit par le modèle.

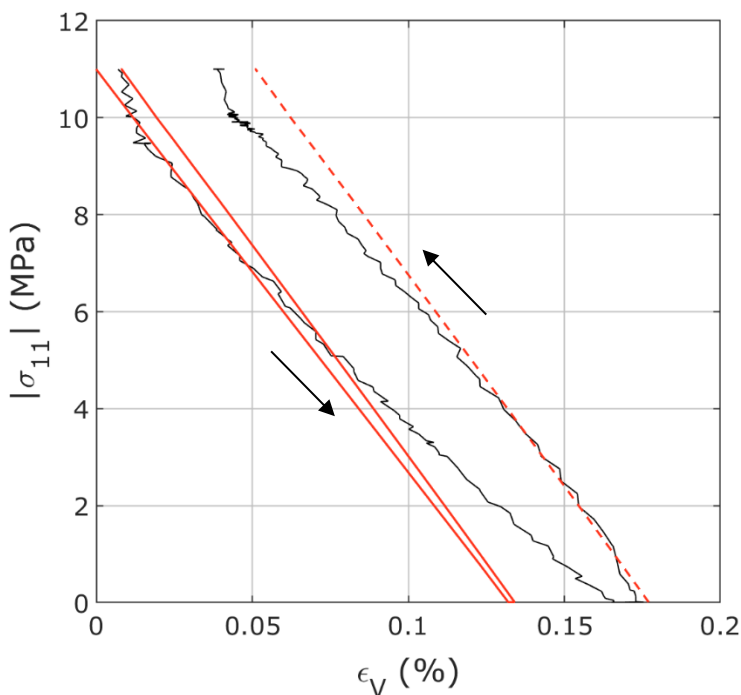


Figure III-32. Comparaison modèle/essai de la courbe déformation volumique-contrainte de la phase de décharge et recharge hydrostatique (extraite de la **Figure III-30**). Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La pente de recharge de la simulation est décalée sur la courbe expérimentale de recharge pour comparaison (tiret rouge).

7.2.d. Torsion monotone

Sur la **Figure III-33**, le comportement du modèle en cisaillement est confronté aux données expérimentales mesurées en essai de torsion. La simulation a été réalisée sur un élément unitaire 2D en déformation plane, la UMAT étant utilisable est 2D. L'essai expérimental de torsion est un essai hétérogène induisant un confinement particulier, il est donc difficilement comparable à un essai de cisaillement pur. Néanmoins, la simulation approxime bien l'essai car la dilatance expérimentale est nulle, ce qui place l'essai dans le cadre des déformations planes.

Nous sommes surpris de constater que la courbe simulée est identique à la courbe de torsion calculée sur le rayon moyen. Cette correspondance valide le modèle en cisaillement. Néanmoins, une simulation de l'essai de torsion avec une modélisation complète du montage expérimental, serait à envisager pour valider définitivement le modèle en torsion.

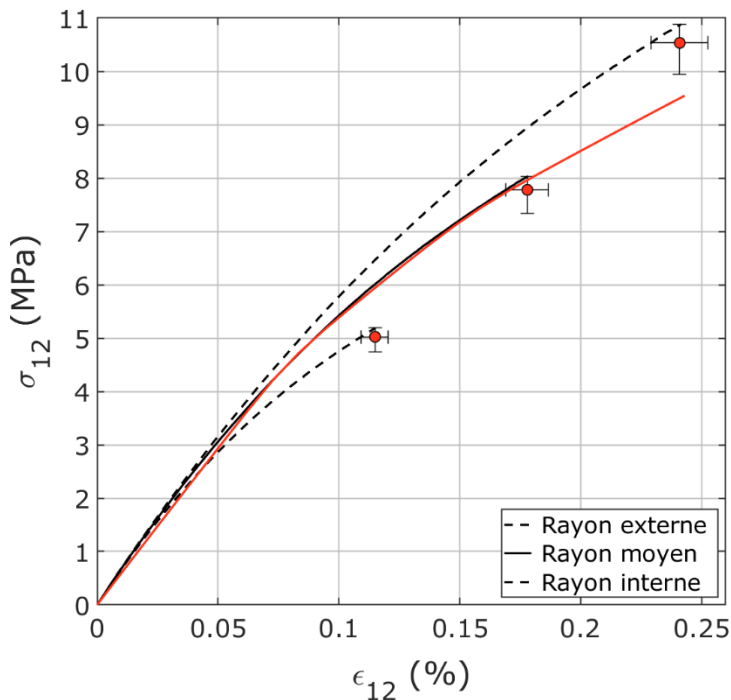


Figure III-33. Comparaison modèle/essai en cisaillement à $0,015\%.s^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. Les trois points de calcul expérimental (rayon interne, rayon moyen et rayon externe) sont représentés. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

7.2.e. Fluage en compression

Le dernier point principal du cahier des charges est l'essai de fluage à 20 MPa de compression réalisé à 20°C. La courbe expérimentale correspondant à la moyenne des déformations mesurées est reproduite en trait plein sur la **Figure III-34**. La mesure de chaque LVDT est tracée en pointillés pour plus de détails. La courbe obtenue par la simulation (en rouge) a une allure particulière du fait de l'ajout en série de la viscoélasticité et de la viscoplasticité. Une fois le chargement de 20 MPa appliqué (à environ 100 secondes), les déformations du modèle sont d'abord relativement rapides puis elles ralentissent lorsque tous les patins viscoplastiques se sont écoulés. Il ne reste alors que l'effet de la viscoélasticité. Globalement, le modèle ne retrace pas la courbe expérimentale mais les déformations restent du bon ordre de grandeur. En particulier, le point final est retrouvé. Diminuer les paramètres viscoplastiques permettrait de réduire l'écoulement et donc de diminuer la pente de la courbe simulée. Mais cela diminuerait également l'amplitude des relaxations en compression cyclée, ce que nous ne souhaitons pas. Il est en fait difficile de valider ou non le modèle car nous ne savons pas quel niveau de confiance avoir dans la donnée expérimentale. Un seul essai est disponible et les déformations mesurées par deux des trois LVDT augmentent considérablement à partir de 6.10^6 secondes, c'est-à-dire sur 70% du temps d'essai. Ce phénomène peut être dû à une erreur de manipulation ou de mesure.

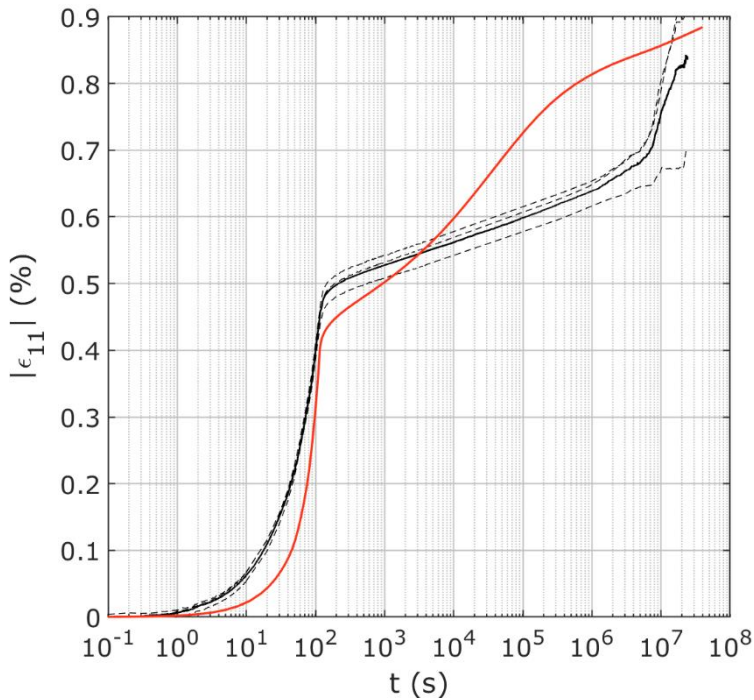


Figure III-34. Comparaison modèle/essai en fluage à 20 MPa. Les données expérimentales sont en noir (les mesures de chaque LVDT sont données en pointillés) et la simulation en rouge.

7.3. Comparaison modèle/essais (essais secondaires)

7.3.a. Chargements alternés compression/traction et traction/compression

La comparaison du modèle en chargement alterné avec les données expérimentales est illustrée **Figure III-35**. L'allure des courbes est parfaitement retrouvée. Étant donné qu'une simple correspondance qualitative est demandée, ce point est parfaitement validé.

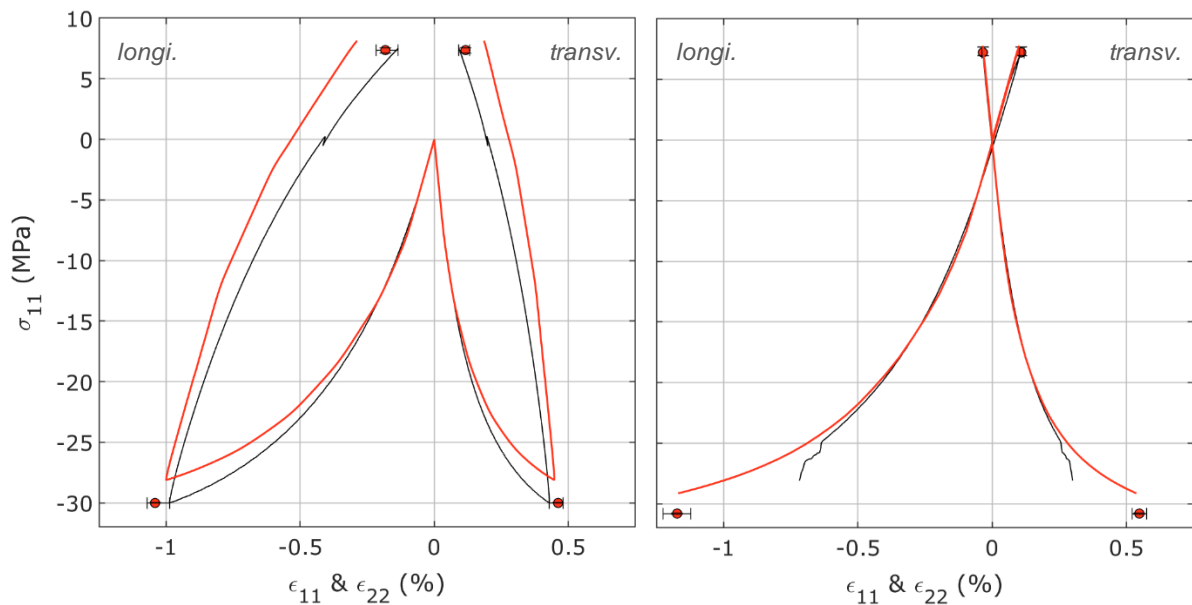


Figure III-35. Comparaison modèle/essai en chargement alterné compression/traction à gauche et traction/compression à droite à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale aux points de contrainte maximale est représentée par la barre d'erreur.

7.3.b. Compressions $0^\circ-0^\circ$ et $0^\circ-90^\circ$

Lors de l'analyse expérimentale, les essais de compressions $0^\circ-0^\circ$ et $0^\circ-90^\circ$ ont révélé la nécessité de modéliser un écouissage cinématique. La comparaison des compressions $0^\circ-0^\circ$ et $0^\circ-90^\circ$ avec le modèle est donnée **Figure III-36**. Qualitativement, l'allure des courbes est parfaitement reproduite. Les niveaux de contrainte sont plus importants expérimentalement, probablement à cause du confinement interne lié à la forme cubique de l'éprouvette.

Les courbes de charge initiale, de recharge à 0° , de recharge à 90° et les décharges retournées sont comparées **Figure III-37**. Les résultats expérimentaux sont rappelés sur la figure de gauche. Les courbes obtenues par la simulation ont un comportement identique aux courbes expérimentales ce qui valide le modèle et en particulier l'écrouissage cinématique multilinéaire.

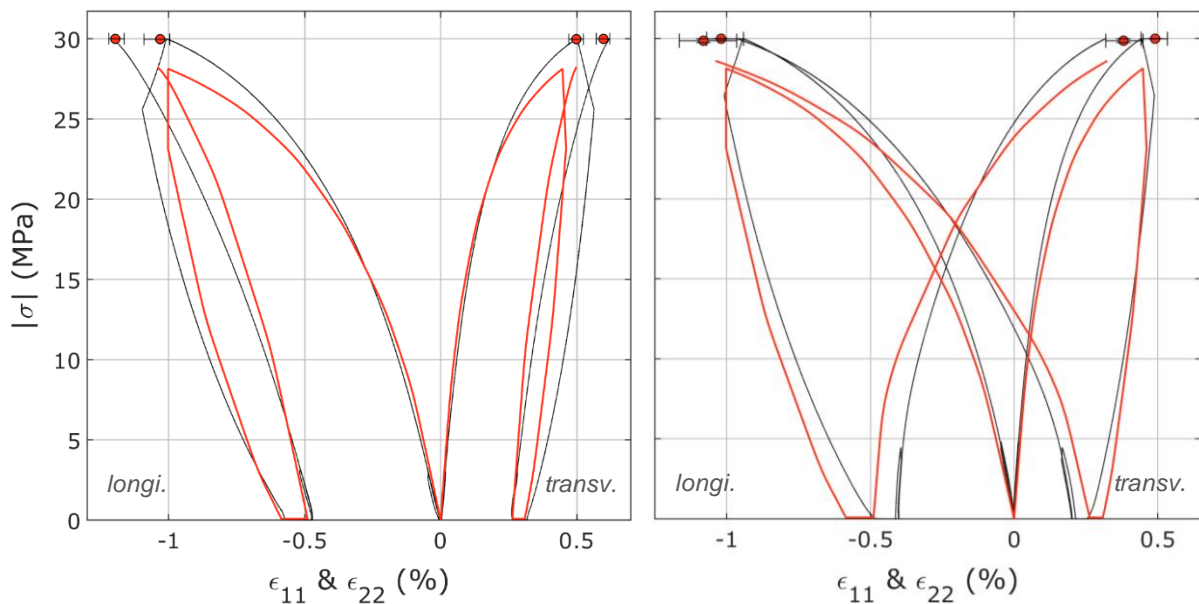


Figure III-36. Comparaison modèle/essai en compressions $0^\circ-0^\circ$ (à gauche) et $0^\circ-90^\circ$ (à droite). Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale aux points de contrainte maximale est représentée par la barre d'erreur.

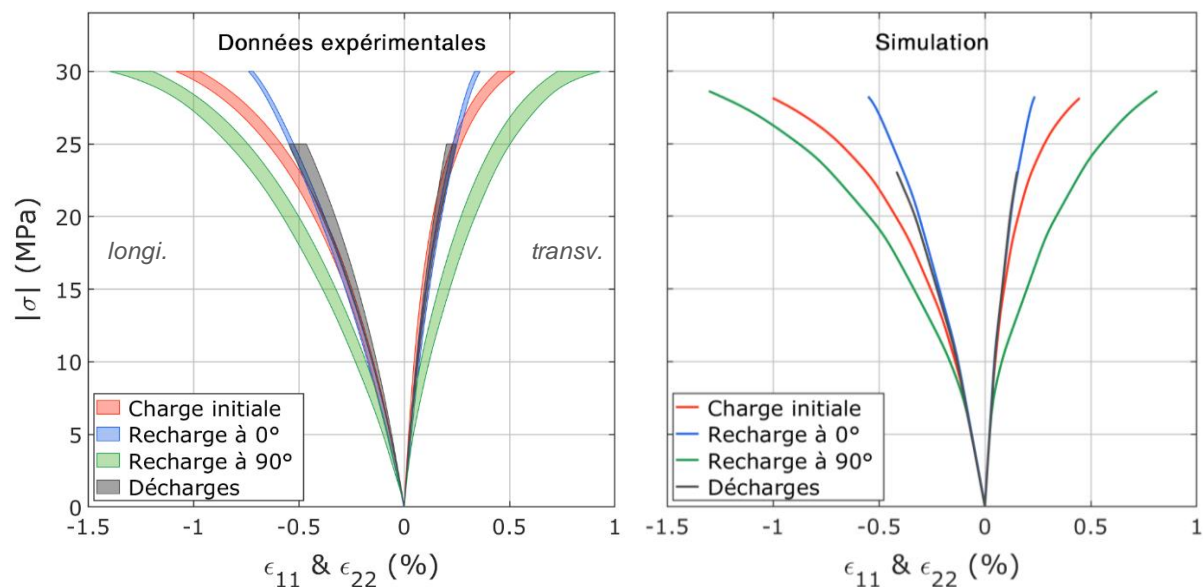


Figure III-37. Comparaison des courbes de première compression du matériau (en rouge), de secondes compressions à 0° (en bleu) et 90° (en vert), et des décharges (en gris).

7.3.c. Torsion alternée

La **Figure III-38** illustre la comparaison du modèle en cisaillement avec l'essai de torsion cyclée entre ± 6 MPa sur le rayon moyen. Sur les vingt cycles réalisés, les données expérimentales montrent que le matériau s'accommode dès le second cycle. Cette accommodation est bien reproduite par le modèle de même que le niveau de déformation qui est dans la dispersion des essais.

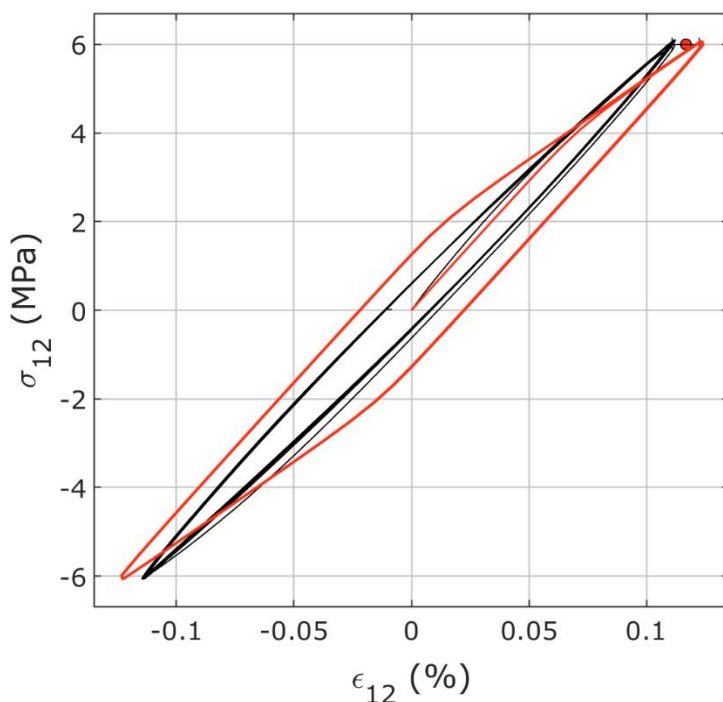


Figure III-38. Comparaison modèle/essai en torsion alternée entre ± 6 MPa sur le rayon moyen à $0,015^{\circ} \cdot s^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion des essais monotones est donnée en déformation pour une contrainte de 6 MPa sur le rayon moyen.

7.3.d. Essai de fatigue

Pour réaliser la simulation de l'essai de fatigue, le chargement a été piloté en contrainte et non en déformation dans le logiciel Abaqus afin de pouvoir contrôler les valeurs seuils de 1 et 30 MPa. Il s'agit ainsi de la seule simulation en pilotage contrainte.

L'évolution des déformations longitudinales obtenue par la simulation ne correspond pas aux observations expérimentales (**Figure III-39**). Une réponse particulière du modèle est observée. À partir du quinzième cycle, les cycles simulés font « machine arrière » en déformation longitudinale. La **Figure III-40** montre en effet une différence négative de déformation entre deux cycles consécutifs. Les déformations transversales ne cessent de se développer, entraînant vers elles les déformations longitudinales **Figure III-41**. On rappelle que les déformations transversales n'ont pas été mesurées expérimentalement lors de cet essai. Ce phénomène semble donc être causé par la fonction de dilatace.

L'indépendance au pas de temps a été contrôlée. Une simulation sans viscoélasticité endommageable (modèle simplifié décrit au chapitre V) a révélé le même comportement. La composante viscoplastique est donc responsable du phénomène. Le résultat d'une simulation réalisée à dilatace nulle est représenté en bleu sur la **Figure III-40**. Cette simulation a été poussée jusqu'à cent quarante cycles, sans que le changement de direction des déformations longitudinale ne se produise (les points bleus restent positifs). L'amplitude de déformation pic à pic $\Delta|\epsilon_{11}|$ décroît avec une pente relativement proche de celle de la simulation complète (points rouges) mais elle semble converger vers zéro. Afin de vérifier que sans dilatace, la simulation de l'essai de fatigue ne peut pas induire de $\Delta|\epsilon_{11}|$ négatif, une simulation à plus de mille de cycles serait toutefois nécessaire.

Le retournement des déformations longitudinales semble donc être causé par la fonction de dilataance. Des simulations prospectives de cet essai ont montré que le phénomène se produit aussi lorsque β dépend de la déformation viscoplastique cumulée, plutôt qu'instantanée. Il en est de même lorsqu'elle ne dépend pas de la contrainte volumique (simulation avec une valeur de $\tilde{\sigma}^V$ fixée à -5 MPa dans l'expression de la dilataance). Les variables de β ne sont donc pas à mettre en cause. Nous avons également essayé d'ajouter un endommagement volumique pour réduire le module de compressibilité apparent et faciliter l'écoulement viscoplastique volumique, mais le problème n'est que retardé (pour $d_V = 0,4$ le basculement se fait au vingtième cycle).

Une simulation réalisée à β constant et positif (valant 0,25) a montré que le basculement se produit un plus rapidement (dixième cycle). Les variations de la dilataance sur un cycle (déséquilibre possible entre la charge et la décharge) sont donc hors de cause. Ainsi, seule la positivité de β semble créer ce problème. Nous ne comprenons pas le phénomène.

Afin de limiter cet effet, comme cela a été mentionné lors de l'identification, la dilataance a été bornée à une valeur maximale de 0,25 mais nous ne pouvons pas la restreindre davantage sans perdre trop de déformation transversale en compression cyclée.

Le problème reste donc à approfondir.

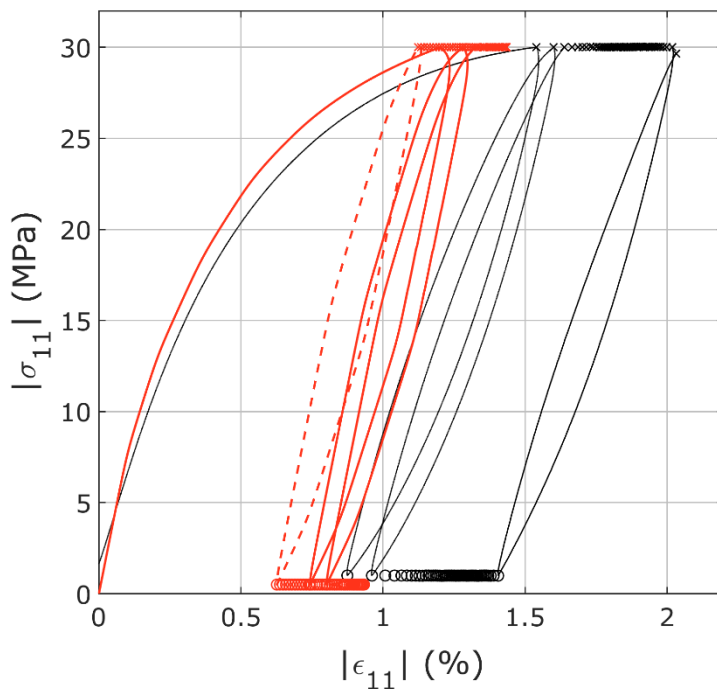


Figure III-39. Comparaison modèle/essai en fatigue entre 1 et 30 MPa de compression. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. Seuls les deux premiers cycles et le dernier sont représentés. Le dernier cycle obtenu par la simulation est représenté par des tirets. Les points de contrainte maximale (resp. minimale) sont représentés par des ronds (resp. es croix).

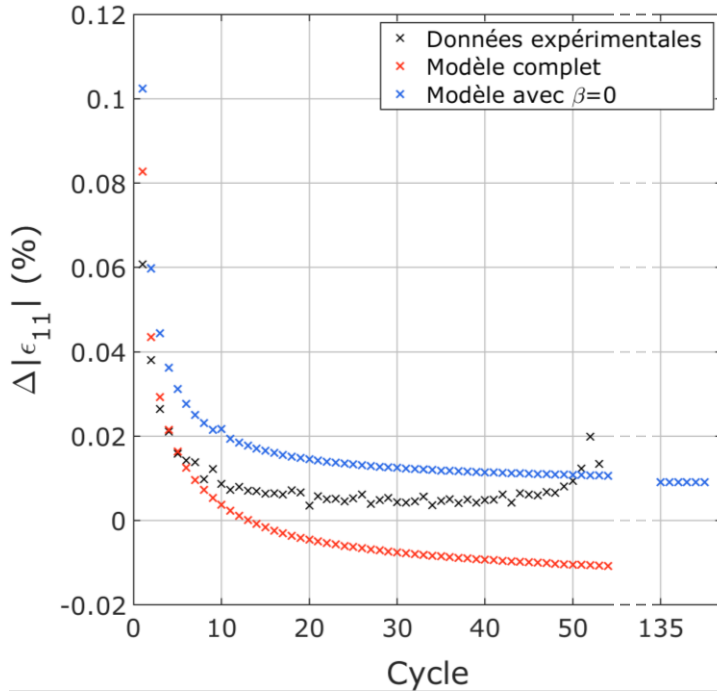


Figure III-40. Comparaison modèle/essai de l'évolution de l'amplitude de déformation longitudinale $\Delta\epsilon_{11}$ mesurée entre deux points de contraintes maximales. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. Sur ce graphique est également figuré en bleu le résultat de la simulation sans dilatace.

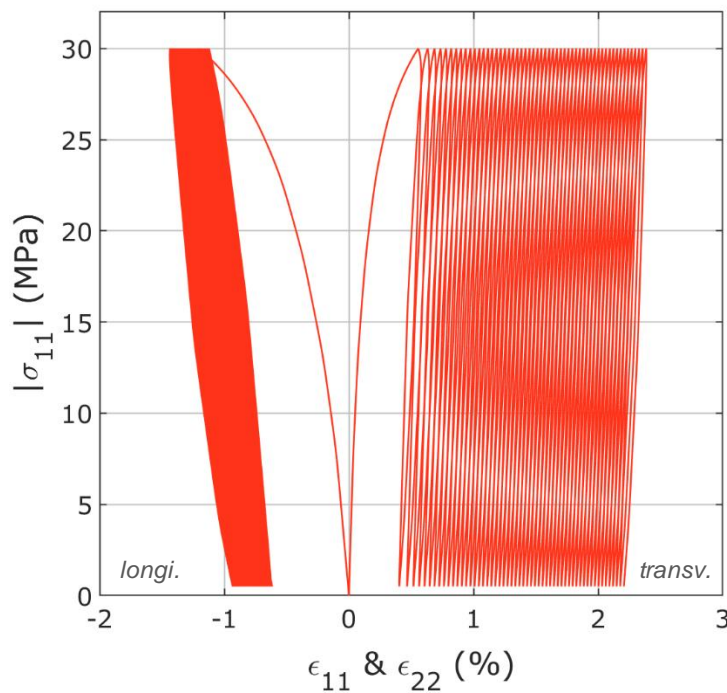


Figure III-41. Courbe de fatigue en compression obtenue par la simulation. Les déformations transversales se développent beaucoup plus que les déformations longitudinales sous l'effet de la dilatace.

7.3.e. Essais multiaxiaux

Les essais de compression couloir et de compression équi-biaxiale ont été simulés avec le modèle de M2. Les comparaisons des simulations avec l'estimation expérimentale des déformations par corrélation d'image sont données **Figure III-42** (compression couloir) et **Figure III-43** (compression équi-biaxiale). On constate que les deux simulations sont en accord avec les données expérimentales. Pour la compression couloir, un essai s'écarte de la courbe du modèle. Cet essai développant davantage de déformation transversale que les autres, l'écart avec le modèle est un problème expérimental (le montage n'était pas suffisamment serré).

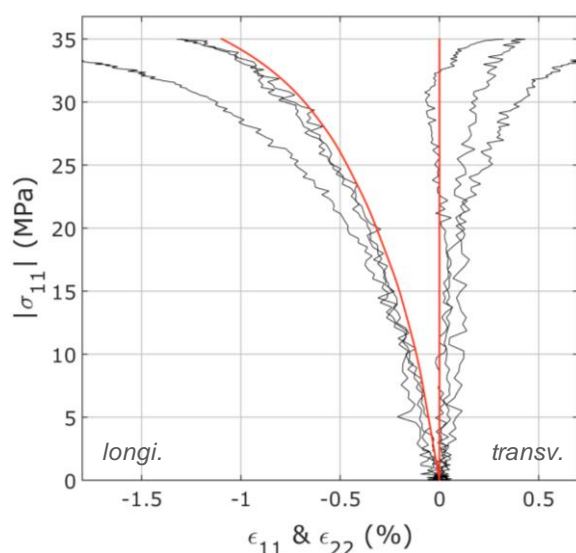


Figure III-42. Comparaison modèle/essai en compression couloir. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

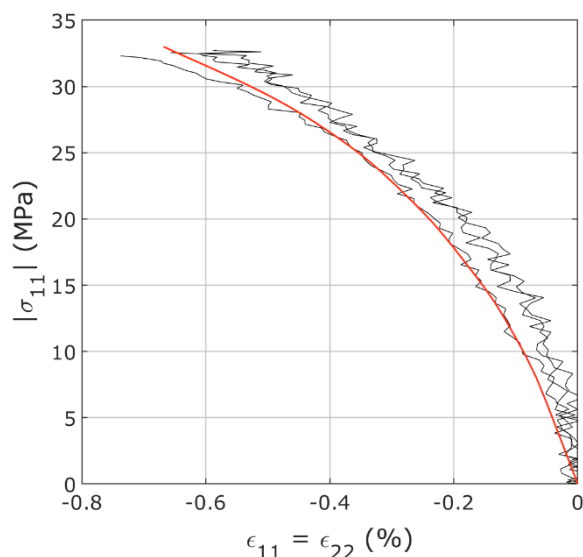


Figure III-43. Comparaison modèle/essai en compression équibiaxiale. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

8. Conclusion

La caractérisation expérimentale de M2 réalisée au chapitre II nous a permis de définir les mécanismes de déformation à modéliser pour reproduire le comportement du matériau sur notre domaine d'étude.

Dans la première partie de ce chapitre, les modèles quasistatiques préexistants pour les explosifs pressés, détaillés au chapitre I, ont été confrontés à nos besoins en termes de modélisation. Il s'est avéré qu'aucun modèle n'était satisfaisant car aucun n'associe viscoélasticité, endommagement anisotrope et plasticité à écrouissage cinématique.

Inspirée de notre étude bibliographique, la structure d'un nouveau modèle a été présentée. Ce modèle est viscoélastique-viscoplastique. Une viscoélasticité linéaire de type Maxwell généralisé est intégrée à un modèle microplan formulé en projection volumique-déviatorique. Un endommagement isotrope avec effet unilatéral est défini sur la composante volumique. Un endommagement déviatorique est défini sur chaque microplan, son effet est anisotrope. Le modèle viscoélastique est mis en série d'une viscoplasticité multisurface. La viscoplasticité est formulée selon un modèle de Perzyna intégrant l'influence de la pression effective. Chaque surface de plasticité est définie par un critère de von Mises et un écrouissage cinématique linéaire. L'écoulement de la composante déviatorique est associé. Une fonction de dilatance permet la description d'une plasticité volumique. L'association en série des surfaces de plasticité permet d'obtenir un écoulement global non linéaire.

Le cadre thermodynamique de ce modèle a ensuite été formulé, puis son intégration numérique au moyen d'un schéma de Newton-Raphson a été détaillée. Les paramètres à 20°C ont été identifiés à partir de l'essai DMA, des essais monotones de traction, torsion, compression et compression confinée, réalisés à la vitesse de référence de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, et de l'essai cyclé de compression simple également réalisé à la vitesse de référence. Le matériau développant peu d'endommagement anisotrope, seuls quelques essais proportionnels ont ainsi suffi à identifier le modèle.

Le modèle a été confronté à tous les essais expérimentaux réalisés à 20°C sur M2, à l'exception de l'essai brésilien pour lequel nous n'avons pas de mesure de déformation. Ces essais étant

nombreux et variés, le modèle a démontré son potentiel à reproduire le comportement de M2 sur un large panel de sollicitations. En particulier, la simulation des essais multiaxiaux et non proportionnels a permis de valider du modèle sur divers chemins de chargement. Les principales qualités du modèle sont : 1) son aptitude à développer de l'anisotropie induite grâce à l'écroutissage cinématique ; 2) la largeur des hystérésis en chargement cyclé qui est proche des observations expérimentales ; 3) sa capacité à reproduire l'évolution temporelle des recouvrances et des relaxations ; 4) l'influence de la pression et de la vitesse de sollicitation.

Plusieurs critiques peuvent néanmoins être émises. Principalement, le nombre de paramètres est très important. Un récapitulatif est donné dans le **Tableau III-11** ne comprenant pas le nombre de microplans (21 ou 61, au choix de l'utilisateur de la routine). Une étude de sensibilité des paramètres pourrait être menée, elle permettrait d'identifier les paramètres les moins essentiels. De plus, nous avons mentionné le nombre très important de variables stockées entre deux incréments. Une optimisation pourrait être envisagée dans de futurs travaux afin de limiter ce nombre, au prix d'une perte de précision. Dans le chapitre V, des pistes de simplification du modèle seront étudiées dans cette optique.

Une seconde perspective d'amélioration est l'optimisation de la fonction de dilataance qui induit un comportement anormal en fatigue (augmentation de la déformation longitudinale en compression après un certain nombre de cycles). Plusieurs hypothèses ont été étudiées. L'origine du problème semble venir seulement de la positivité de la dilataance, mais nous ne comprenons pas le phénomène. À notre connaissance, aucune publication n'aborde la simulation d'un essai à grand nombre de cycles bornés entre deux contraintes avec un modèle associant une fonction de dilataance à un écroutissage cinématique.

Enfin, un point du modèle à étudier est le calcul des chargements non proportionnels. Dans notre algorithme, nous avons défini un écoulement déviatorique selon la direction normale de chaque surface. Pour ce genre de modèles multisurfaces, d'autres auteurs préfèrent garantir le non-chevauchement des surfaces en modifiant la direction d'écroutissage. Ce point sera abordé dans le chapitre V.

Le modèle a été confronté à 20°C à vingt-cinq essais différents. À l'exception des essais de fatigue et de fluage, le modèle reproduit correctement toutes les courbes expérimentales. Dans la littérature, nous n'avons pas connaissance d'un modèle mécanique pour explosif pressé confronté à une si grande diversité de chargements. Le cahier des charges est validé et notre modèle à 20°C est très satisfaisant. Il reste maintenant à établir l'extension du modèle en température.

	Paramètres	Nombre
Viscoélasticité	$E_0, 14 E_b, \nu$	16
Endommagement	$2 y_{i0}, 2 d_{i1}, 2 d_{i2}$	6
Seuil de plasticité	$9 \sigma_{ys}$	9
Viscoplasticité	a_1, a_2, a_3, n	4
Écroutissage cinématique	$9 C_s$	9
Dilataance	$2 \beta_{ti}, 7 \beta_{ci}$	9
Nombre total de paramètres à 20°C		53

Tableau III-11. Récapitulatif des paramètres du modèle à 20°C.

Chapitre IV :

Extension en température du modèle de comportement du matériau M2

1. Introduction

Dans le chapitre III, un modèle de comportement thermomécanique quasistatique de M2 a été proposé et validé à 20°C. C'est donc en toute logique que ce chapitre IV aborde l'extension du modèle en température.

Le modèle à 20°C étant déjà relativement complexe avec un nombre de paramètres conséquent, notre objectif ici est d'introduire un minimum de paramètres. Nous avons déjà établi que l'influence de la température sur l'endommagement était négligeable. Nous verrons qu'elle l'est également sur la dilatance. L'équivalence temps-température initialement déterminée entre 0°C et 90°C, sera interpolée à température négative. Enfin, la température affectera le comportement viscoplastique.

Étant donné que la dilatation thermique n'est pas prise en compte dans ce modèle, aucun gradient de température ne peut être imposé. La formulation thermodynamique proposée dans le chapitre III reste donc valable.

Ce chapitre comporte deux parties. La première détaille l'identification du modèle en température et le recalage des paramètres. La seconde présente la comparaison des simulations aux autres données expérimentales.

2. Identification des paramètres

2.1. Modules viscoélastiques

Une équivalence temps-température a été établie au chapitre II (paragraphe 3.2, page 82) dans le cadre de la campagne DMA réalisée sur M2. Elle a permis d'obtenir les courbes maîtresses des modules réels et imaginaires à 0°C. Dans le chapitre III (paragraphe 6.1 page 155), les paramètres viscoélastiques du modèle de Maxwell généralisé ont été recalés à 0°C puis les temps de relaxation ont été décalés à 20°C par équivalence temps-température (équation (III.111)). On rappelle que le polynôme d'équivalence est établi de 0°C à 90°C. Nous avons vu au chapitre II qu'étant donné le comportement irréversible du matériau entre 0°C et -30°C, l'équivalence temps-température (équation (II.5) page 85) n'est pas valable pour les températures négatives. Le comportement visqueux étant linéaire entre 0°C et 50°C (voir les courbes maîtresses **Figure II-22** page 86), une interpolation linéaire du polynôme d'équivalence temps-température est prise entre ces deux températures et reportée arbitrairement entre -30°C et 0°C afin d'extrapoler la courbe. La démarche et le résultat sont présentés sur la **Figure IV-1**.

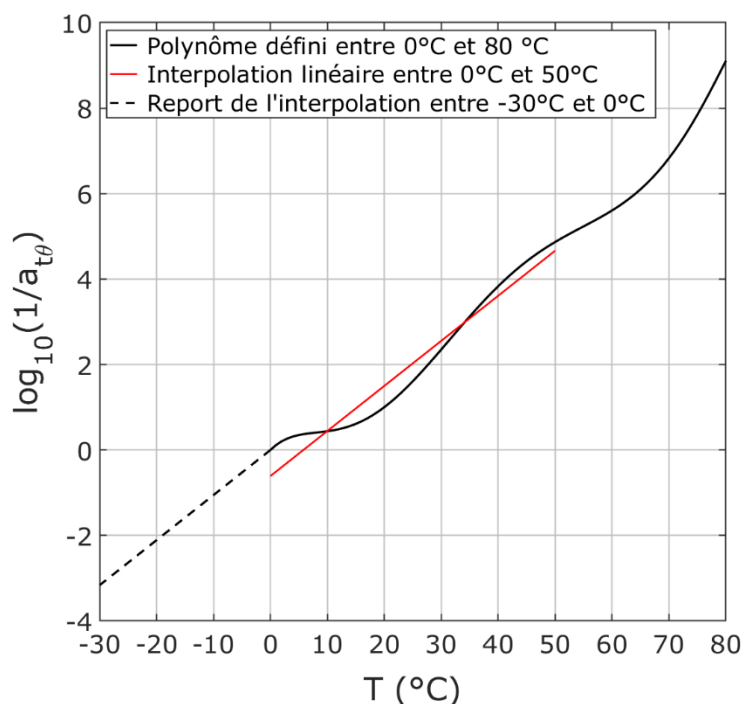


Figure IV-1. Courbe d'équivalence temps-température retenue entre -30°C et 80°C . Le polynôme initial est extrapolé entre -30°C et 0°C par report de l'interpolation linéaire de la courbe entre 0°C et 50°C .

2.2. Paramètres viscoplastiques

En appliquant le même post-traitement qu'au paragraphe 6.6 du chapitre III (page 161) aux compressions monotones en température, les courbes de comportement viscoplastique volumique et déviatorique entre -30°C et 80°C sont obtenues (**Figure IV-2** et **Figure IV-3**). On constate que la température accentue l'écoulement viscoplastique volumique tandis qu'elle n'a pas d'influence sur le niveau de déformation viscoplastique déviatorique en fin d'essai. La courbe déviatorique met en évidence une franche différence de comportement à 80°C par rapport aux températures plus faibles. Le module d'écrouissage en pied de courbe ainsi que la limite d'élasticité initiale sont nettement plus faibles.

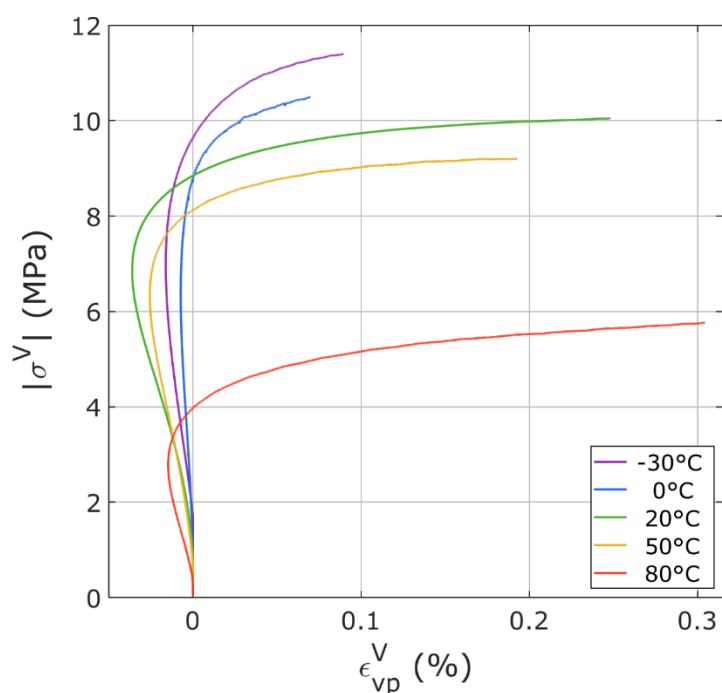


Figure IV-2. Courbes du comportement viscoplastique volumique de M2 en compression à des températures de -30°C à 80°C pour une vitesse de déformation de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

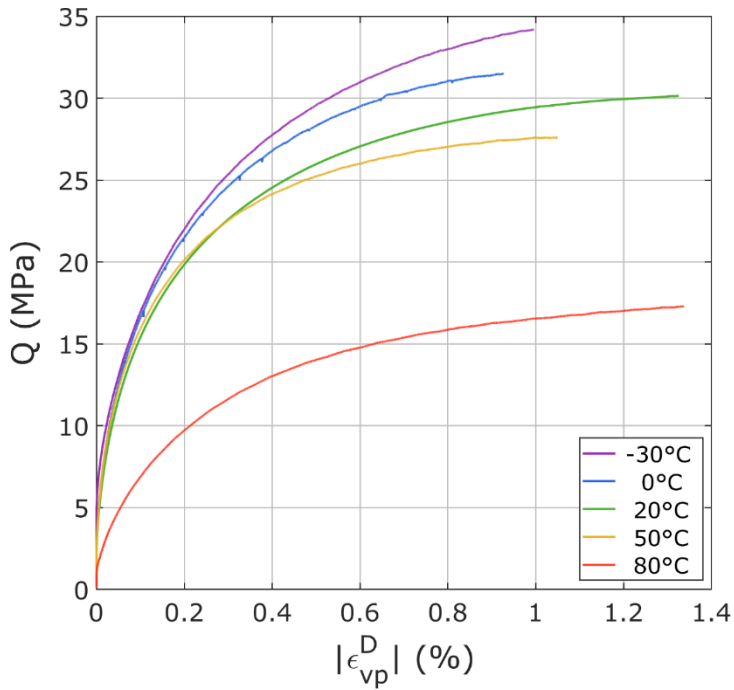


Figure IV-3. Courbes du comportement viscoplastique déviatorique de M2 en compression à des températures de -30°C à 80°C pour une vitesse de déformation de $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

À 20°C , l'influence de la pression sur l'augmentation de la contrainte équivalente a été introduite dans le coefficient de la loi viscoplastique exponentielle. Le graphique de la **Figure IV-3** souligne une influence semblable de la température puisque la contrainte maximale augmente lorsque la température diminue.

Afin de recalibrer le modèle viscoplastique en température, nous nous sommes concentrés sur quatre paramètres : la limite d'élasticité σ_y , le module d'écroûissage C et les paramètres de la loi d'écoulement viscoplastique a_1 et a_2 . Dans un esprit de simplicité, les neuf surfaces de plasticité sont conservées et nous choisissons de maintenir la proportionnalité de leurs limites d'élasticité et de leurs modules d'écroûissage. Les paramètres σ_{ys} et C_s de chaque surface sont multipliés par un même coefficient par température :

$$\sigma_{ys}(T) = k_{\sigma_y}(T) \sigma_{ys}(20^{\circ}\text{C}) \quad (\text{IV.1})$$

$$C_s(T) = k_C(T) C_s(20^{\circ}\text{C}) \quad (\text{IV.2})$$

avec k_{σ_y} et k_C indépendants de la surface s . Cela peut sembler contradictoire avec la **Figure IV-3** qui dessine des pieds de courbe similaires entre -30°C et 50°C mais cette méthode est la plus simple que nous ayons trouvée pour pouvoir ensuite généraliser l'influence de la température sur tout le domaine. Une exception est faite à 80°C où deux coefficients différents ont été appliqués aux modules d'écroûissage, un pour les surfaces 1 à 3, un autre pour les surfaces 4 à 9. Les paramètres a_1 et a_2 ont été recalibrés avec la même méthode :

$$a_1(T) = k_{a_1}(T) a_1(20^{\circ}\text{C}) \quad (\text{IV.3})$$

$$a_2(T) = k_{a_2}(T) a_2(20^{\circ}\text{C}) \quad (\text{IV.4})$$

Les coefficients déterminés pour chaque température sont résumés dans le **Tableau IV-1** et sont représentés **Figure IV-4** à **Figure IV-8** (points noirs).

T (°C)	k_{σ_y}	k_C	k_{a_1}	k_{a_2}
-30	1,35	1	1,45	3
0	1,15	1	2,1	1,5
20	1	1	1	1
50	0,9	0,8	0,65	0,85
80	0,8	0,2 ($s = 1 \text{ à } 3$) 0,14 ($s = 4 \text{ à } 9$)	0,28	0,85

Tableau IV-1. Valeur des coefficients multiplicateurs des paramètres σ_{ys} , C_s , a_1 et a_2 à 20°C recalés à -30°C, 0°C, 50°C et 80°C.

À partir des valeurs du **Tableau IV-1**, des fonctions de la température les plus simples possibles sont identifiées (en rouge sur les graphiques **Figure IV-4** à **Figure IV-8**) :

$$\begin{cases} k_{\sigma_y}(T) = -1,67 \cdot 10^{-5} T^2 - 7,17 \cdot 10^{-3} T + 1,15 & \text{si } T \leq 20 \\ k_{\sigma_y}(T) = -3,33 \cdot 10^{-3} T + 1,07 & \text{si } T > 20 \end{cases} \quad (\text{IV.5})$$

$$\begin{cases} k_C(T) = 1 & \text{si } T \leq 35 \\ k_C(T) = -1,48 \cdot 10^{-4} T^2 - 7,41 \cdot 10^{-4} T + 1,21 & \text{si } T > 35 \text{ et } T \leq 50 \\ k_C(T) = -1,48 \cdot 10^{-4} T^2 - 7,41 \cdot 10^{-4} T + 1,21 & \text{si } T > 50 \text{ et } s \leq 3 \\ k_C(T) = -1,93 \cdot 10^{-4} T^2 - 3,04 \cdot 10^{-3} T + 1,13 & \text{si } T > 50 \text{ et } s > 3 \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

$$\begin{cases} k_{a_1}(T) = -5,50 \cdot 10^{-2} T + 2,10 & \text{si } T \leq 0 \\ k_{a_1}(T) = 2,17 \cdot 10^{-2} T^2 + 2,10 & \text{si } T > 0 \text{ et } T \leq 20 \\ k_{a_1}(T) = -1,19 \cdot 10^{-2} T + 1,24 & \text{si } T > 20 \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

$$\begin{cases} k_{a_2}(T) = 0,66 \exp(-7,17 \cdot 10^{-2} T) + 0,84 & \text{si } T \leq 0 \\ k_{a_2}(T) = -5,00 \cdot 10^{-2} T + 1,50 & \text{si } T > 0 \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$

L'évolution de tous ces paramètres est monotone, à l'exception du paramètre viscoplastique a_1 entre -30°C et 0°C. La limite d'élasticité diminue lorsque la température augmente. Les modules d'érouissage sont constants jusqu'à 20°C au moins et diminuent à 50°C et 80°C. Ils seraient donc liés à la transition vitreuse du liant et au comportement des interfaces liant/grains. On choisit de définir un seuil à 35°C pour la baisse des modules mais la réalisation d'essais entre 20°C et 50°C serait nécessaire pour éclaircir ce point. On souligne qu'une fois passée la transition vitreuse, le comportement du matériau évolue considérablement puisque l'on est obligé de supprimer la proportionnalité des modules d'érouissage des neuf surfaces.

L'évolution du paramètre viscoplastique de a_1 est la seule à ne pas être monotone. On sait que diminuer a_1 accélère l'écoulement. Puisque nous avons dû augmenter ce paramètre à 0°C, cela signifie qu'un mécanisme entrave l'écoulement à froid. Serait-ce un effet de l'endommagement thermique du matériau ? Étant donné le comportement particulier du matériau à froid, nous acceptons cette variation. À l'exception de ce point, les deux paramètres viscoplastiques diminuent avec la température. Rappelons que diminuer a_2 permet d'abaisser la contrainte maximale.

Lors de la caractérisation de M2 au chapitre II, nous avons constaté un écoulement plus important en traction qu'en compression à 80°C. Cet effet a été attribué à la plasticité du matériau. Pour reproduire ce phénomène, il faudrait définir des paramètres viscoplastiques différents en traction à 80°C, ce qui compliquerait le modèle. Nous choisissons donc de ne pas tenir compte cette dysmétrie.

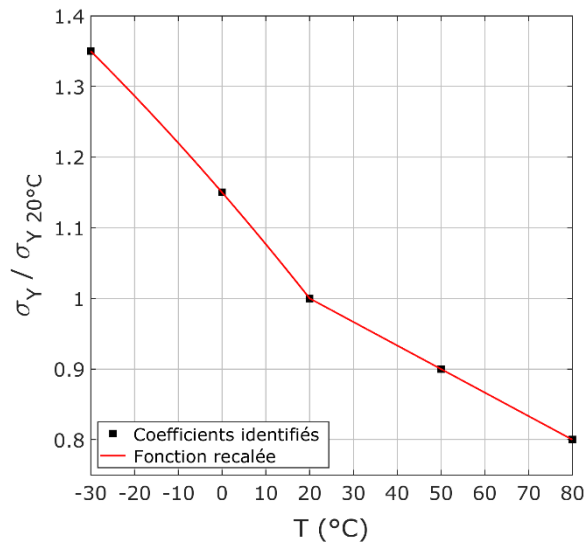


Figure IV-4. Recalage du coefficient $k_{\sigma_Y}(T)$ traduisant l'influence de la température sur les limites d'élasticité de M2.

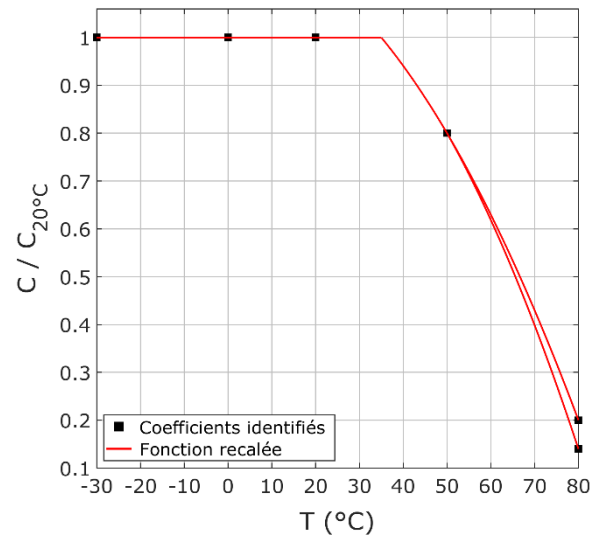


Figure IV-5. Recalage du coefficient $k_C(T)$ traduisant l'influence de la température sur les modules d'érouissage de M2.

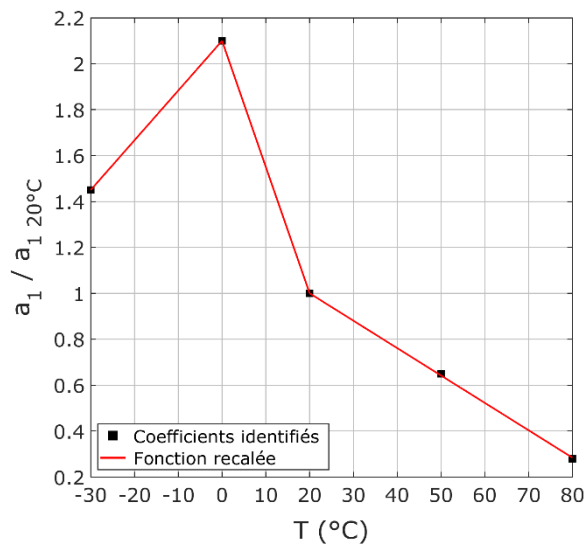


Figure IV-6. Recalage du coefficient $k_{a_1}(T)$ traduisant l'influence de la température sur le paramètre de la fonction puissance de l'écoulement viscoplastique de M2.

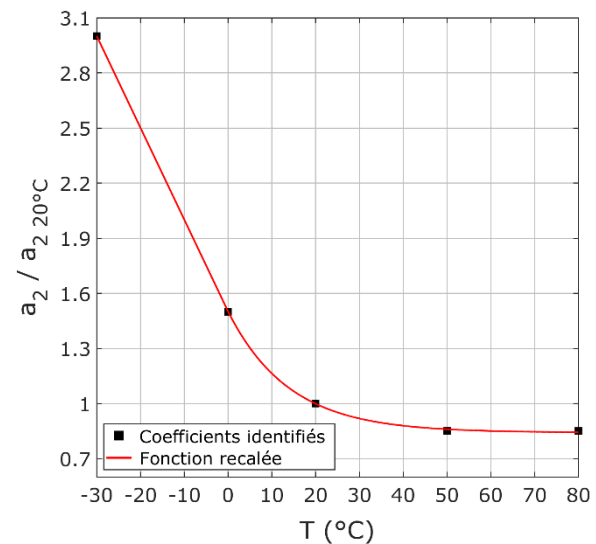


Figure IV-7. Recalage du coefficient $k_{a_2}(T)$ traduisant l'influence de la température sur le paramètre de la fonction exponentielle de l'écoulement viscoplastique de M2.

2.3. Dilatance

Pour étudier l'influence de la température sur la dilatance de M2, un post-traitement identique à celui des essais monotones à 20°C a été appliqué aux courbes de compression monotone en température. Les courbes obtenues en fonction de la pression effective et de la plasticité cumulée sont représentées en trait plein sur la **Figure IV-8** et la **Figure IV-9**. Les courbes de dilatance obtenues avec le modèle à 20°C sont représentées en pointillés. Ces deux graphiques montrent qu'aucun recalage de la dilatance n'est nécessaire en température puisque le modèle à 20°C reproduit suffisamment bien les courbes expérimentales.

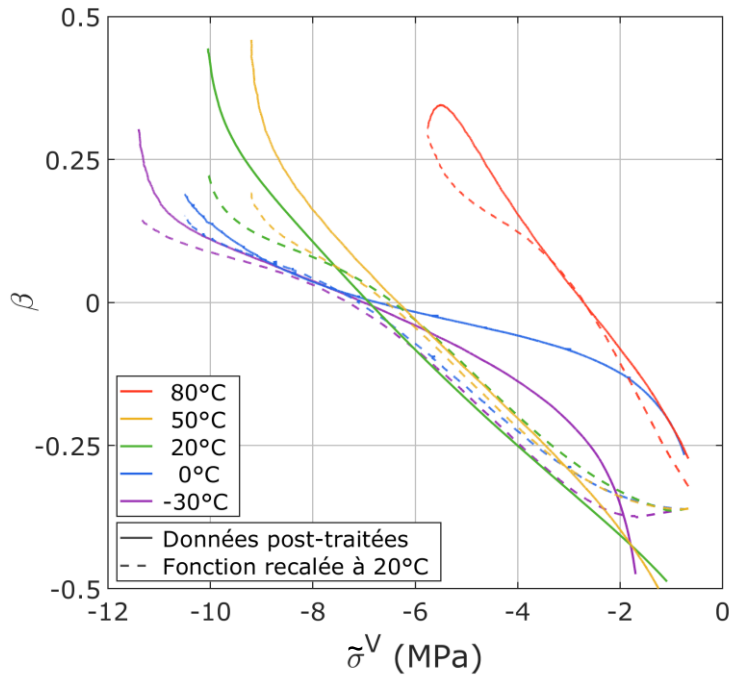


Figure IV-8. Représentation de la fonction de dilatance β post-traitée (trait plein) en fonction de la pression effective pour les essais de compression monotone de M2 réalisés à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ à différentes températures entre -30°C et 80°C . La fonction β recalée à 20°C est représentée en pointillée pour chaque essai.

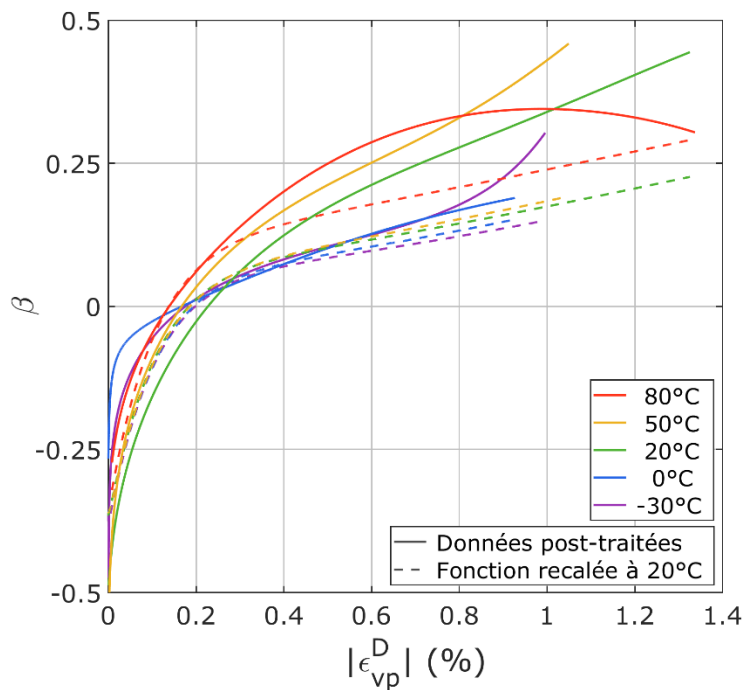


Figure IV-9. Représentation de la fonction de dilatance β post-traitée (trait plein) en fonction de la norme de la déformation viscoplastique déviatorique pour les essais de compression monotone de M2 réalisés à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ à différentes températures entre -30°C et 80°C . La fonction β recalée à 20°C est représentée en pointillée pour chaque essai.

On souligne qu'à 80°C , le passage de la compaction ($\beta < 0$) à la dilatance ($\beta > 0$) intervient pour une pression de l'ordre de $2,5 \text{ MPa}$ contre 7 MPa pour les autres températures (**Figure IV-8**). De plus, la courbe représentant β en fonction de la déformation plastique déviatorique (**Figure IV-9**) a une allure beaucoup plus arrondie à 80°C et la dilatance va jusqu'à diminuer à l'approche du pic de contrainte. Toutefois, cette allure particulière de la dilatance à 80°C peut être le fruit de la dispersion des résultats ou d'un post-traitement des données de moins bonne qualité.

3. Comparaison modèle-essais

Les essais réalisés en température sont de trois types : compressions simples et cyclées, tractions simples et cyclées, fluages en compression. Dans ce paragraphe, la comparaison de ces données expérimentales avec le modèle est présentée. Comme à 20°C, les simulations ont été effectuées sur un élément cubique unitaire avec le code aux éléments finis Abaqus/Standard.

3.1. Compressions uniaxiales

3.1.a. -30°C

Les courbes expérimentales de compression uniaxiale monotone à -30°C et les simulations correspondantes sont comparées sur la **Figure IV-10**. On constate que le modèle reproduit parfaitement ces essais. La simulation atteint la dispersion au point de rupture, l'effet de vitesse et la dilatance sont donc bien reproduits. On pourra noter en point de détail que les courbes simulées sont légèrement saccadées. Pour une allure plus lisse, il faudrait augmenter le nombre de surfaces de plasticité, mais cela compliquerait considérablement le modèle.

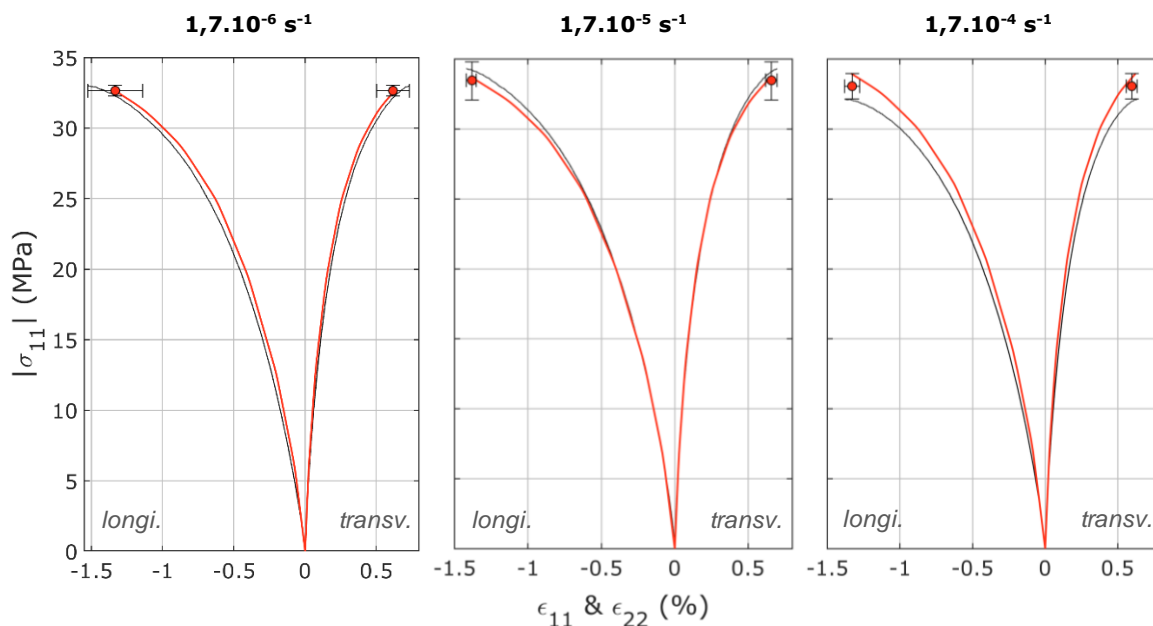


Figure IV-10. Comparaison modèle/essai en compression monotone à -30°C à $1,7.10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (à gauche), à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (au centre) et à $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (à droite). Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

Les comparaisons des compressions cyclées à -30°C aux trois vitesses de sollicitation avec les simulations correspondantes sont données ci-dessous. Les **Figure IV-11**, **Figure IV-13** et **Figure IV-15** représentent les courbes contrainte-déformation pour chaque vitesse tandis que les **Figure IV-12**, **Figure IV-14** et **Figure IV-16** retrace l'évolution temporelle des relaxations et des recouvrances. L'essai à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ a servi au recalage des paramètres.

Les courbes contrainte-déformation sont globalement bien reproduites. Les points de fin de relaxation à $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ sont un peu hauts par rapport au niveau expérimental (entre 1,17 et 1,35 MPa de plus, soit moins de 10%). La dilatance à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ est un peu trop importante (0,12% de déformation transversale supplémentaires par rapport à la courbe expérimentale), or les

déformations transversales de l'essai monotone sont parfaitement retrouvées. Ce problème est causé par la fonction dilatance et amplifié par le nombre de cycles de cet essai. On souligne que le phénomène est présent mais beaucoup plus limité à $1,7 \cdot 10^{-6}$ et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ pour lesquels il n'y a que trois cycles.

Enfin, les courbes temporelles sont plutôt correctes. L'amplitude des relaxations simulées est un peu faible car les courbes enveloppes ont une contrainte légèrement inférieure aux données expérimentales.

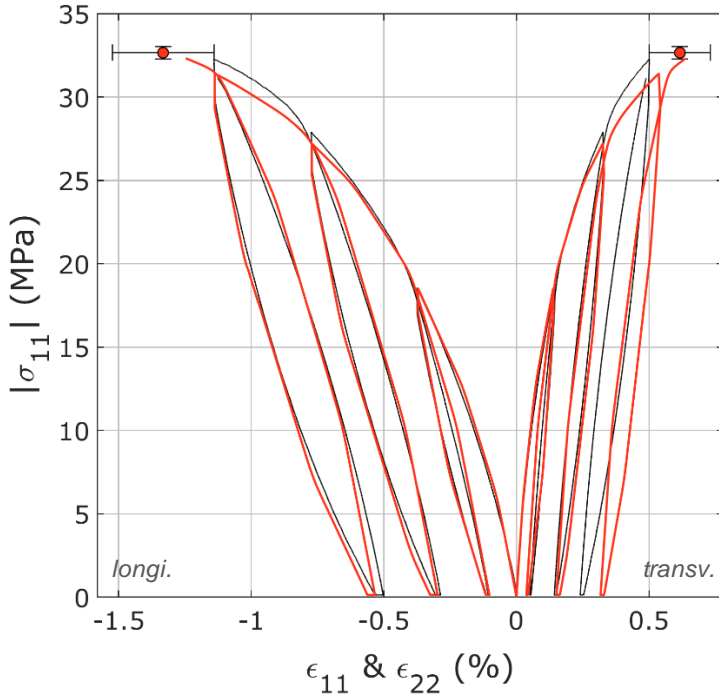


Figure IV-11. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

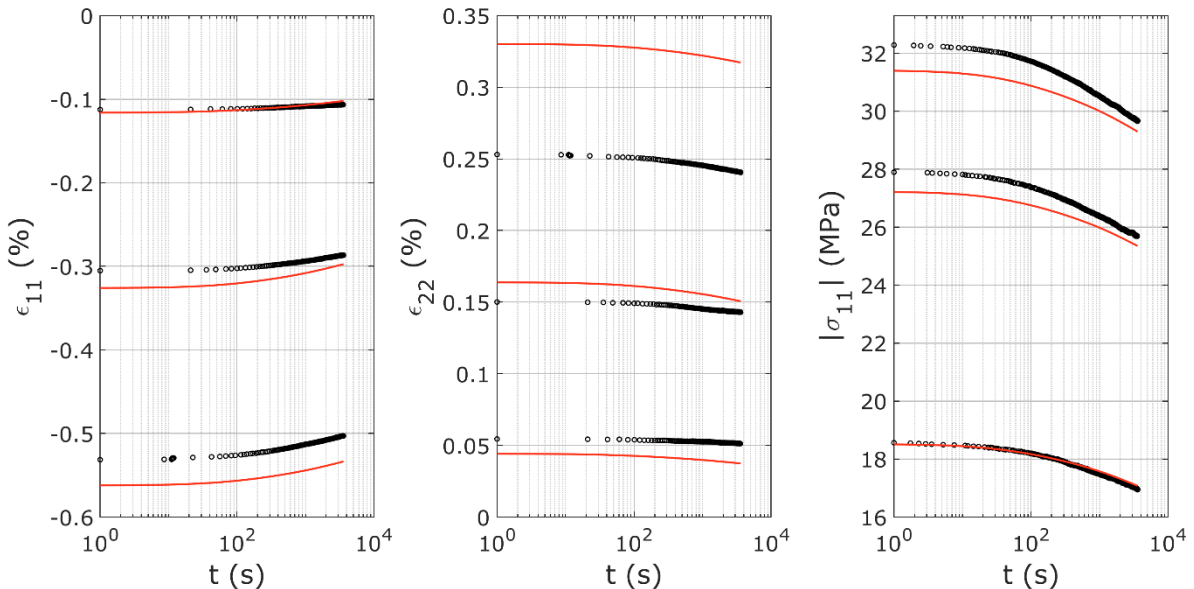


Figure IV-12. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en compression cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

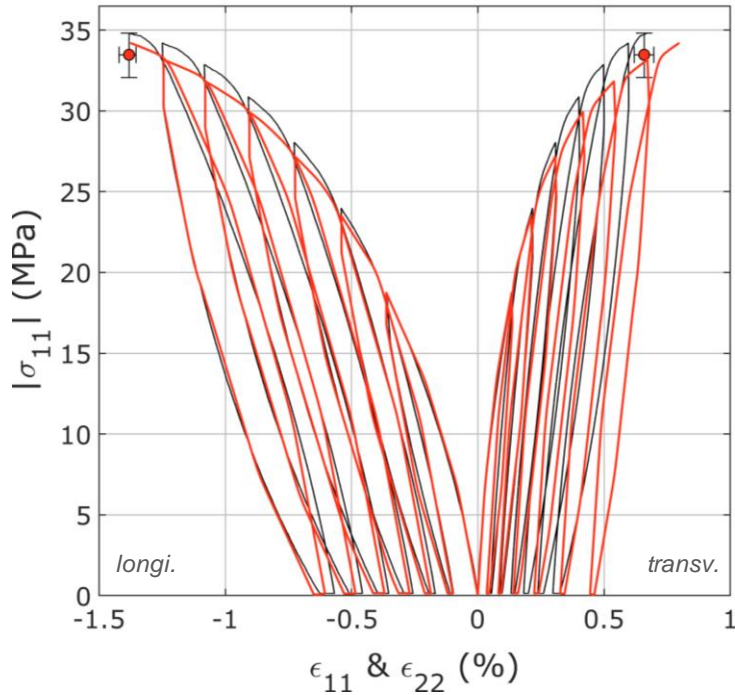


Figure IV-13. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

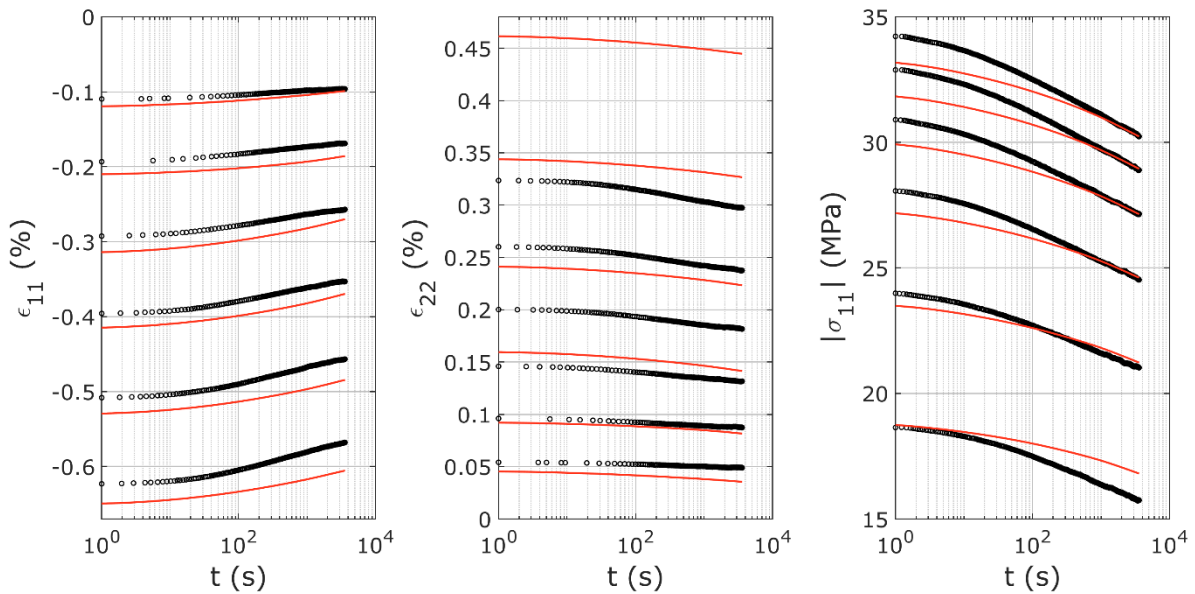


Figure IV-14. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en compression cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

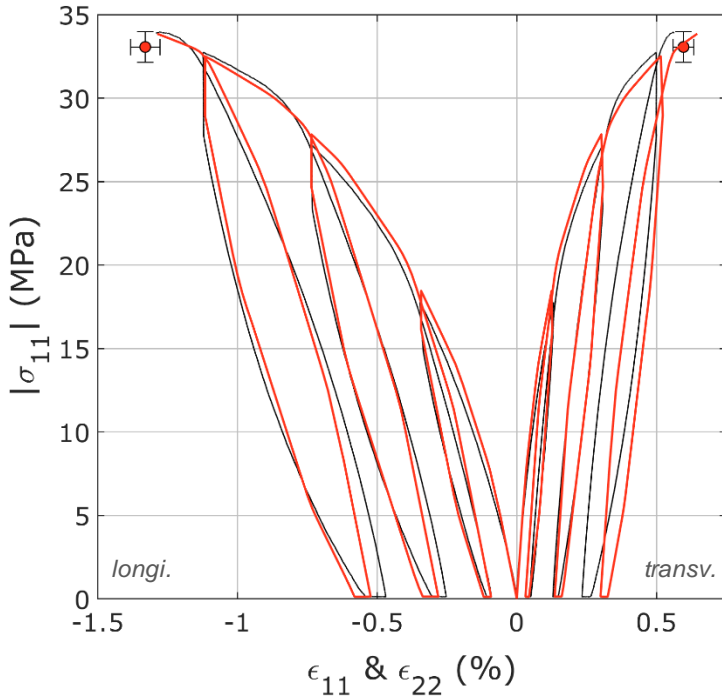


Figure IV-15. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

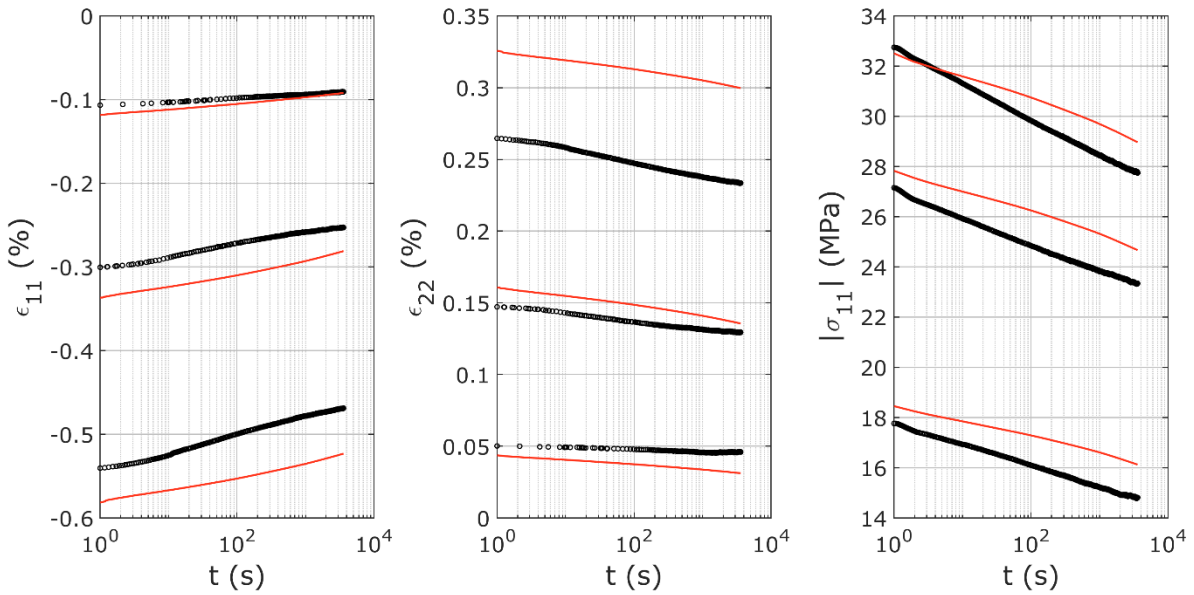


Figure IV-16. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en compression cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

3.1.b. 0°C

À 0°C , le modèle reproduit correctement les courbes expérimentales de compression monotone (**Figure IV-17**) et cyclée (**Figure IV-18**). La dilatace est bonne (**Figure IV-17**), même si on constate qu'elle augmente sous l'effet du nombre de cycles (**Figure IV-18**). L'évolution temporelle des relaxations et recouvrances est bien reproduite (**Figure IV-19**).

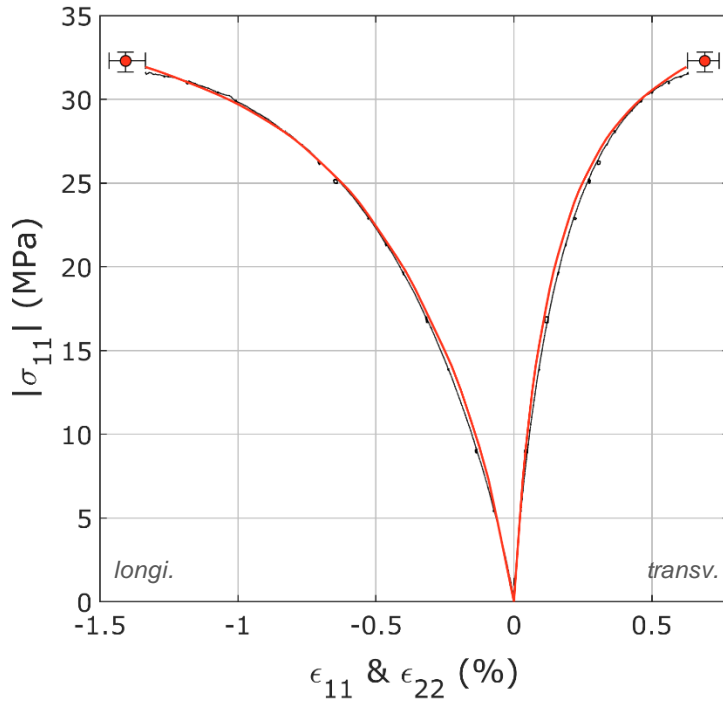


Figure IV-17. Comparaison modèle/essai en compression monotone à 0°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

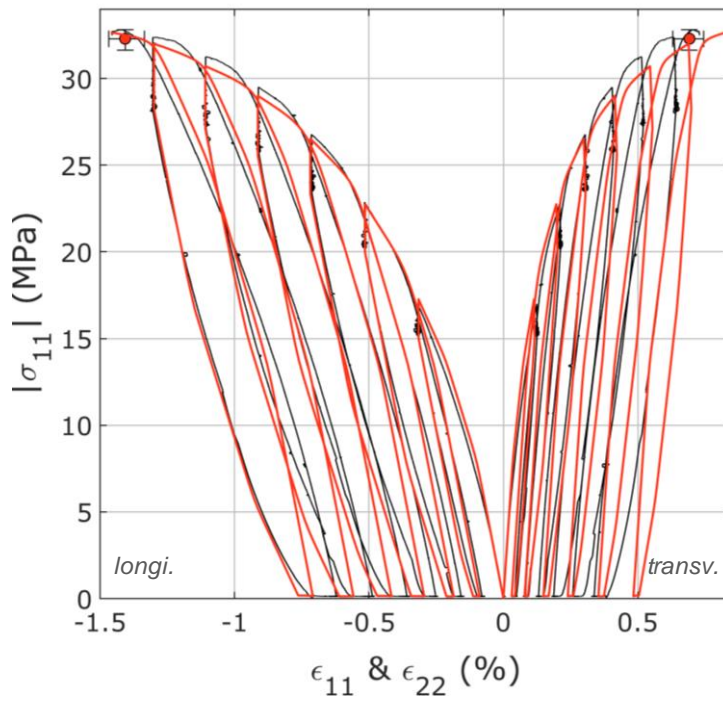


Figure IV-18. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à 0°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

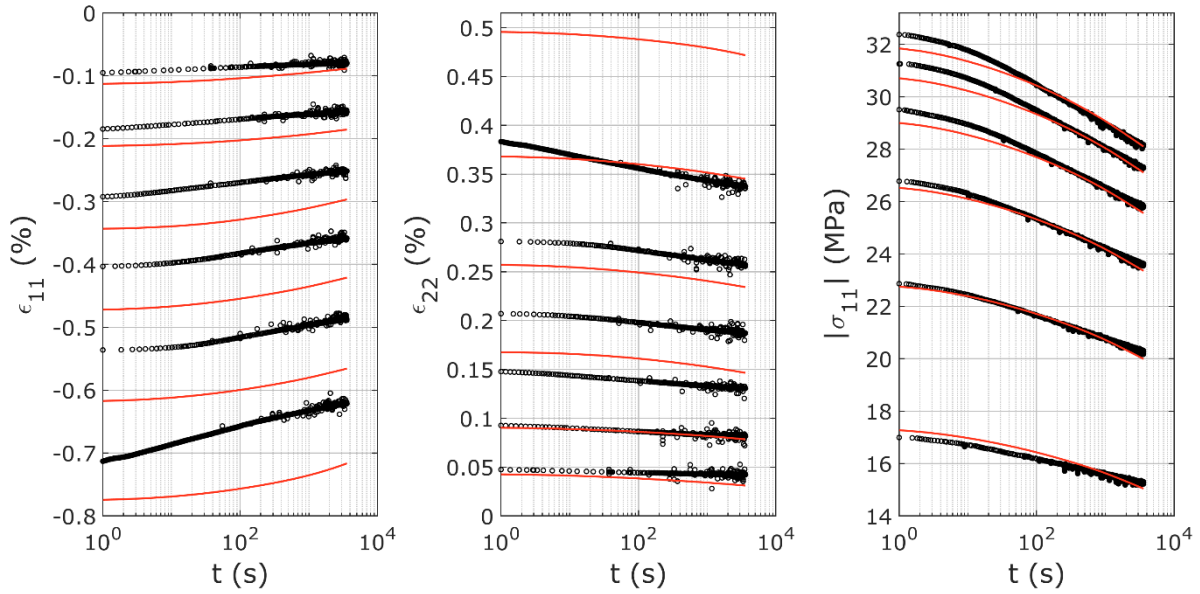


Figure IV-19. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en compression cyclée à 0°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

3.1.c. 50°C

À 50°C , le modèle reproduit parfaitement les courbes expérimentales de compression monotone (**Figure IV-20**) et cyclée (**Figure IV-21**). La dilatace est bonne. L'amplitude des recouvrances est un peu trop importante mais celle des relaxations est correcte (**Figure IV-22**).

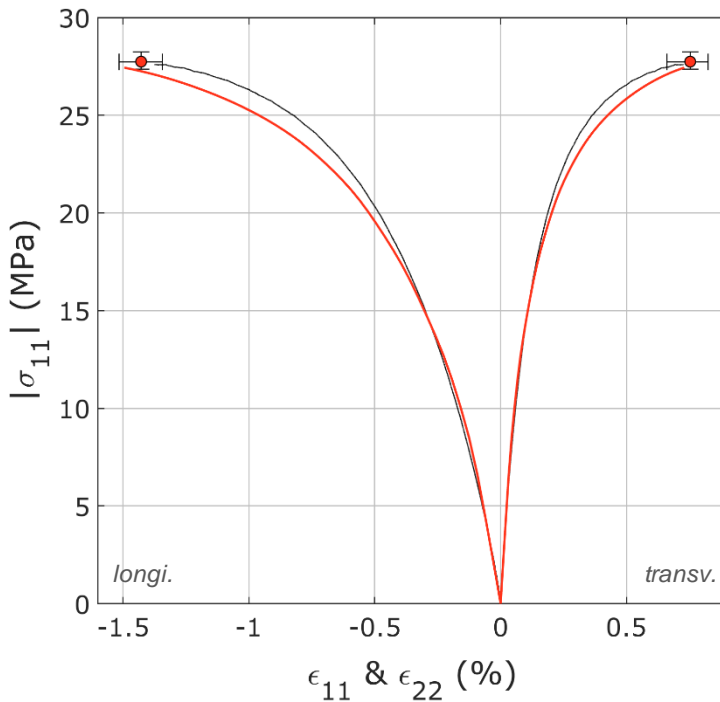


Figure IV-20. Comparaison modèle/essai en compression monotone à 50°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

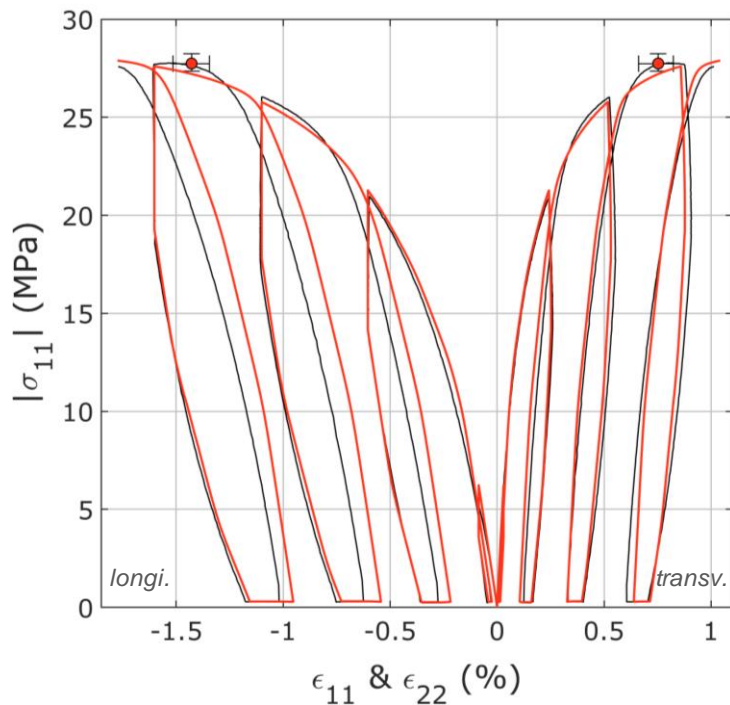


Figure IV-21. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à 50°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur. On notera que pour cet essai, un cycle a été réalisé légèrement en post-pic (la contrainte maximale est pratiquement constante après le point de dispersion).

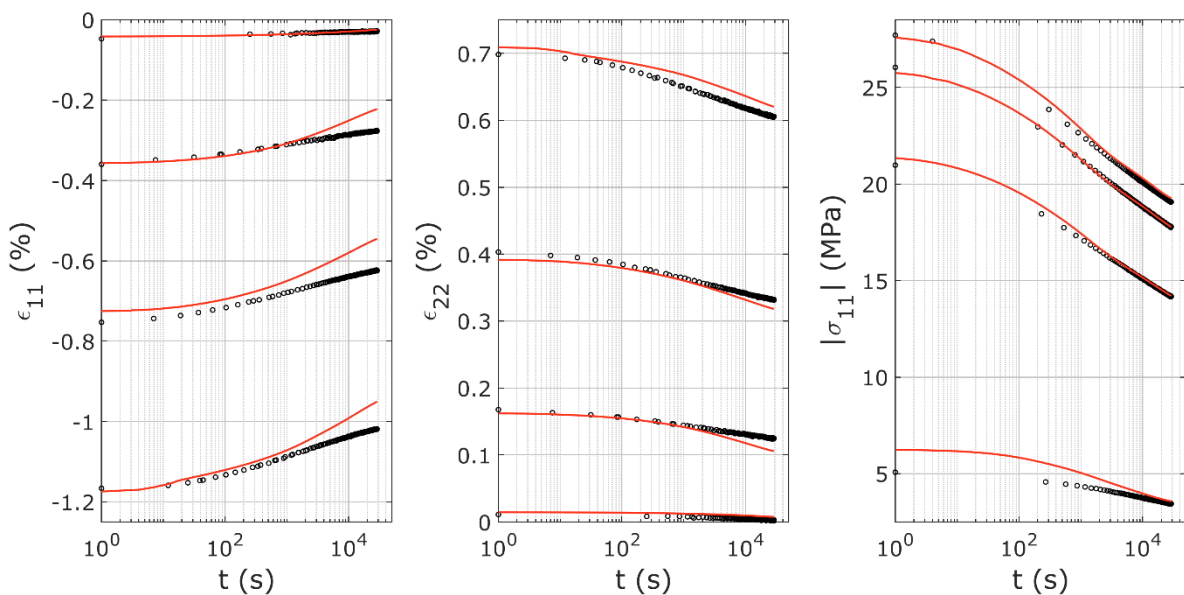


Figure IV-22. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en compression cyclée à 50°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

3.1.d. 80°C

Les courbes expérimentales de compression uniaxiale monotone à 80°C et les simulations correspondantes sont comparées sur la **Figure IV-23**. Le modèle surestime de 2,6 à 3% les contraintes maximales, ce qui est toléré par le cahier des charges. La dilatace est correctement reproduite. Toutefois, l'allure des courbes est mal captée, le modèle n'étant pas assez souple.

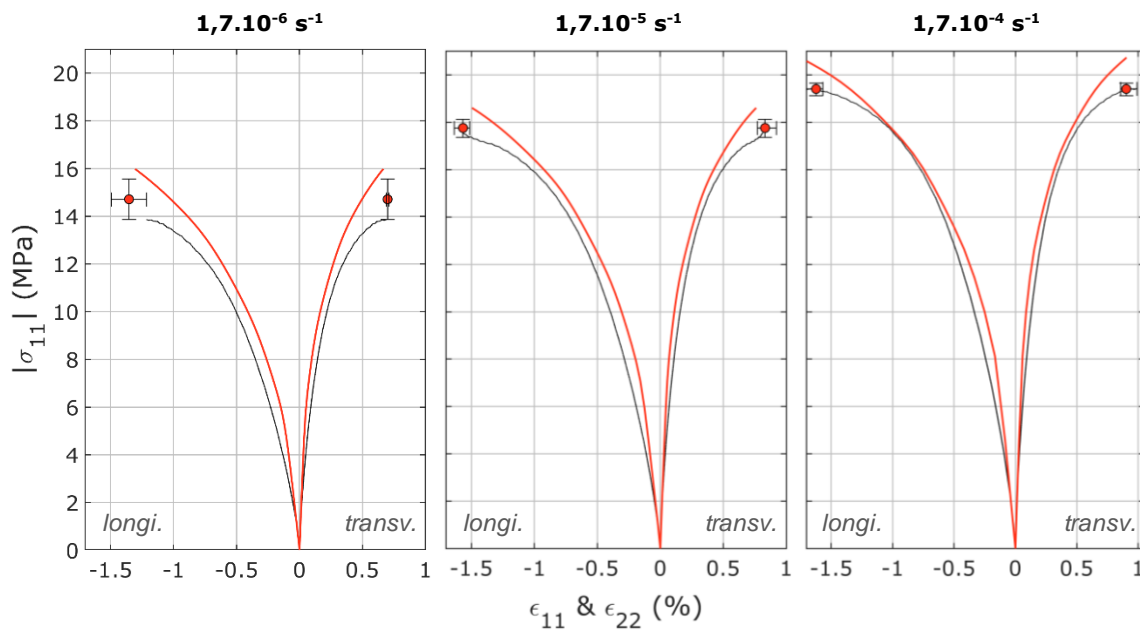


Figure IV-23. Comparaison modèle/essai en compression monotone à 80°C à $1,7.10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (à gauche), à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (au centre) et à $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (à droite). Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

Les comparaisons des compressions cyclées à 80°C aux trois vitesses de sollicitation avec les simulations correspondantes sont données ci-dessous. Les **Figure IV-24**, **Figure IV-26** et **Figure IV-28** représentent les courbes contrainte-déformation pour chaque vitesse tandis que les **Figure IV-25**, **Figure IV-27** et **Figure IV-29** montrent l'évolution temporelle des relaxations et des recouvrances. L'essai à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ a servi au recalage des paramètres.

On constate qu'en chargement cyclé, les contraintes maximales sont surestimées de 5 à 6,5%, ce qui est plus qu'en chargement monotone. La dilatance est également beaucoup plus importante. Les déformations transversales sont surestimées de 14% à 46% selon la vitesse. Cet écart n'est pas toléré par le cahier des charge. Il semblerait que l'augmentation de l'écoulement viscoplastique à 80°C accentue le phénomène d'augmentation de la dilatance à chaque cycle. Pour analyser la dilatance du matériau à 80°C il faudra donc privilégier les chargements monotones.

Les courbes temporelles montrent que l'amplitude de la recouvrance est légèrement surestimée en déformation longitudinale quelle que soit la vitesse. L'amplitude de la relaxation est légèrement surestimée à $1,7.10^{-6} \text{ s}^{-1}$ mais elle est correcte aux deux autres vitesses.

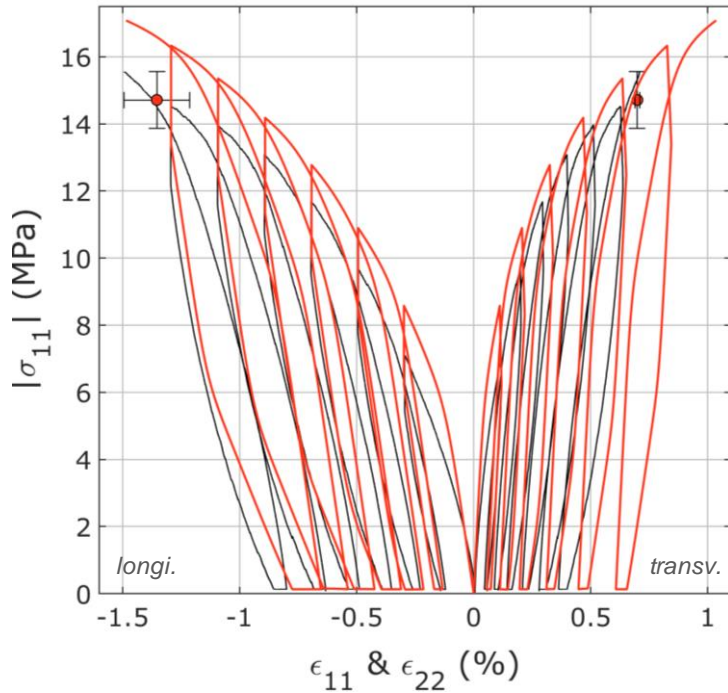


Figure IV-24. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

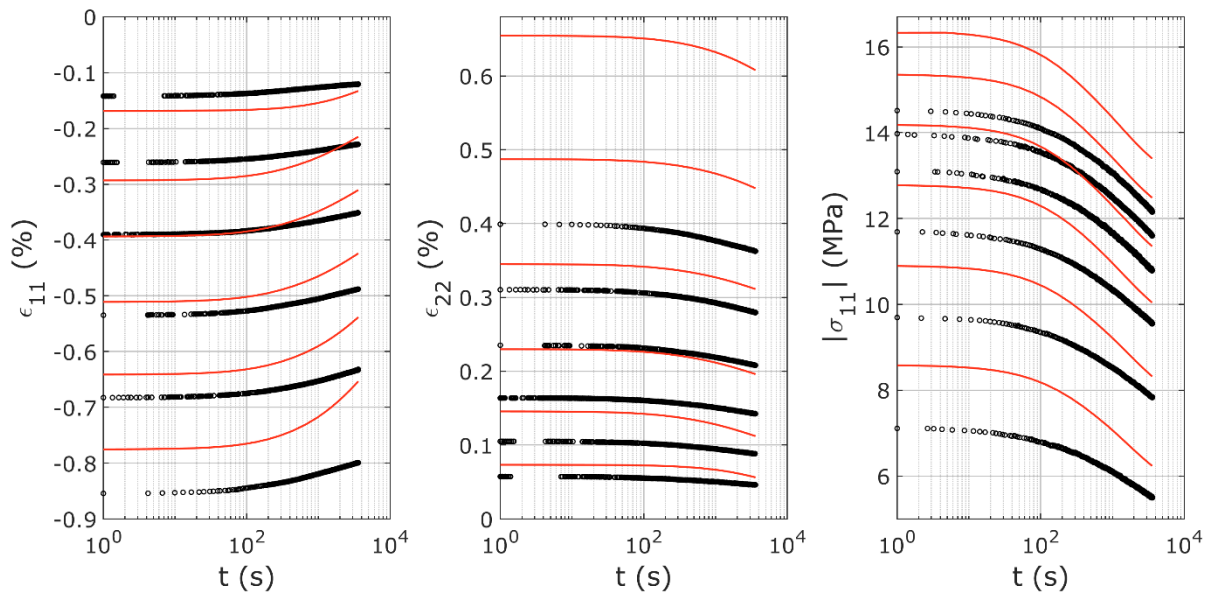


Figure IV-25. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en compression cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

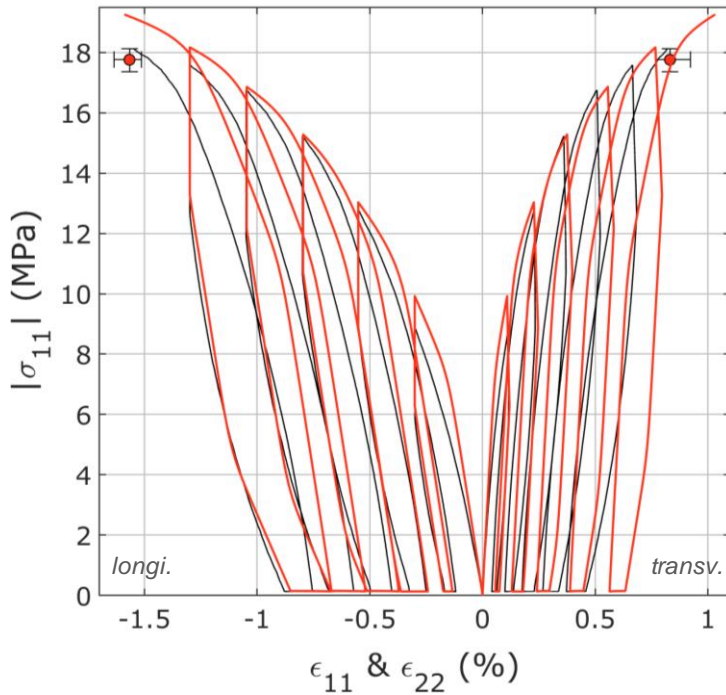


Figure IV-26. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

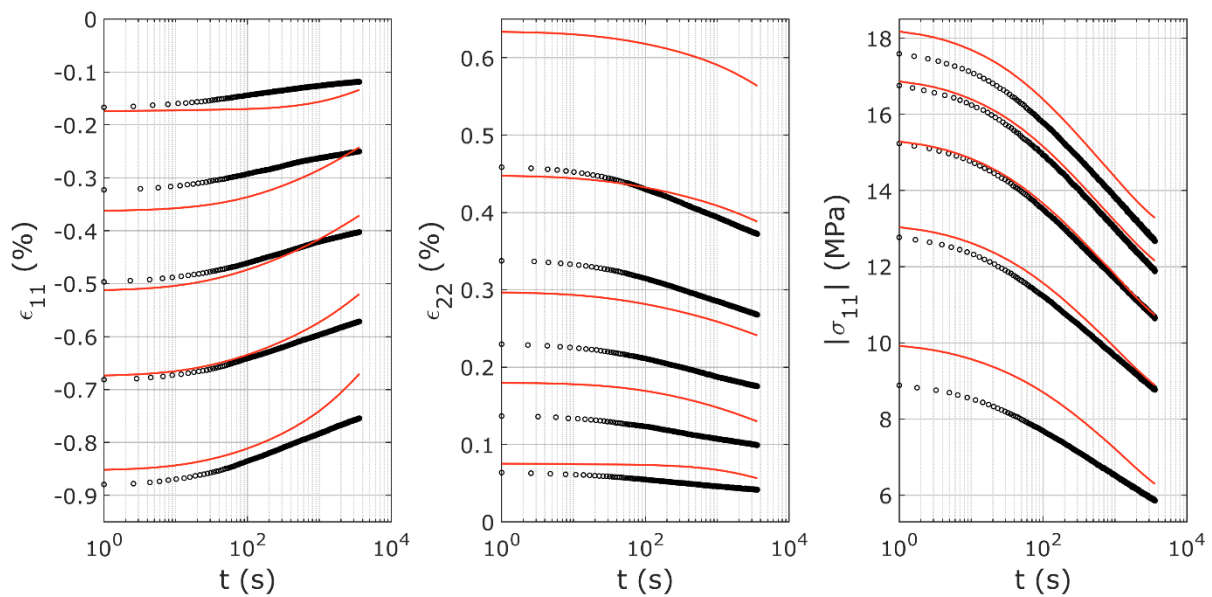


Figure IV-27. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en compression cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

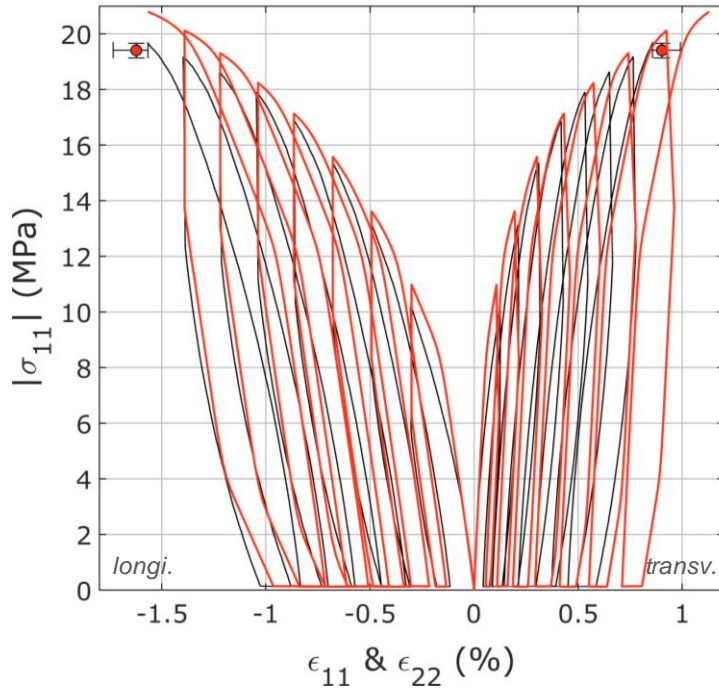


Figure IV-28. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à 80°C et $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

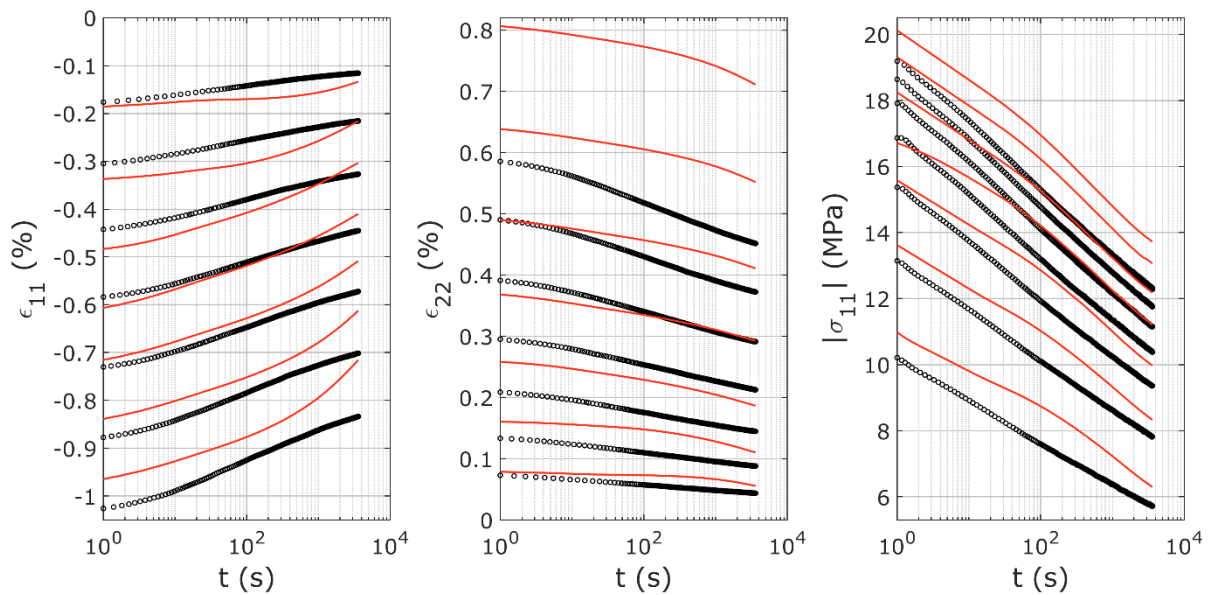


Figure IV-29. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en compression cyclée à 80°C et $1,7.10^{-6} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

3.2. Tractions uniaxiales

3.2.a. -30°C

Les courbes expérimentales de traction uniaxiale monotone à -30°C et les simulations correspondantes sont comparées sur la **Figure IV-30**. Si le modèle reproduit parfaitement le comportement à -30°C en compression, cela est moins vrai en traction. La courbe simulée à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ est dans la dispersion des essais et peut donc être considérée bonne, mais les simulations à $1,7.10^{-6}$ et $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ en sont plus éloignées. À $1,7.10^{-6} \text{ s}^{-1}$, la contrainte simulée est supérieure

de 14% au point de dispersion. À $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$, l'écart est de 20%. Le modèle n'est donc pas idéal en traction à -30°C .

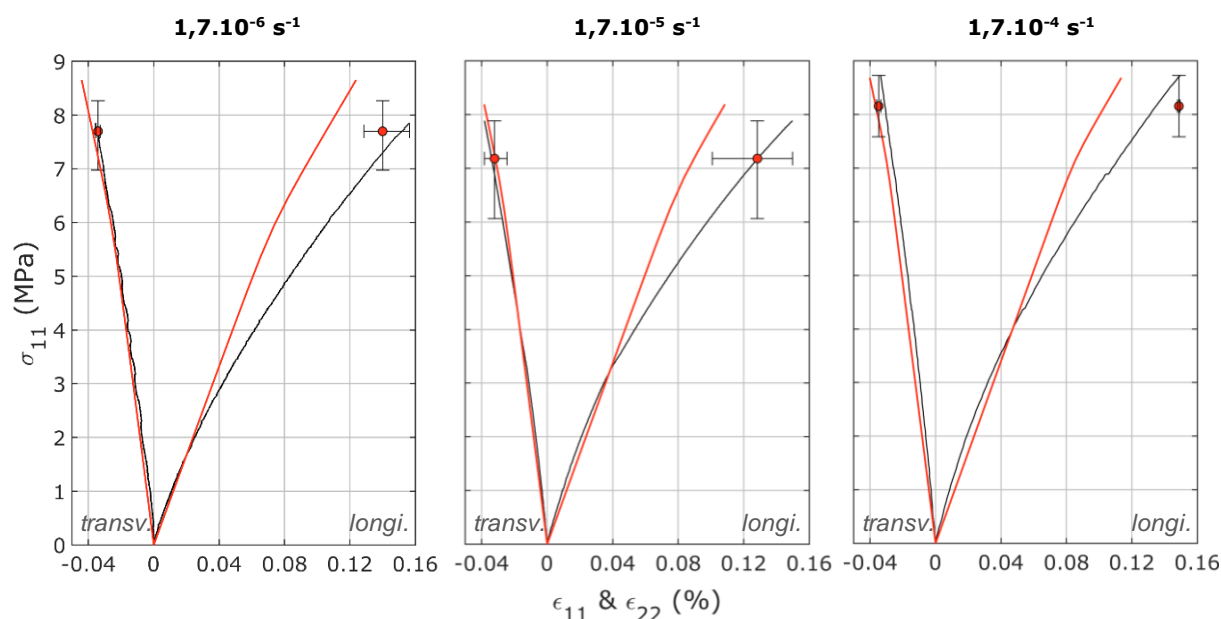


Figure IV-30. Comparaison modèle/essai en traction monotone à -30°C à $1,7.10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (à gauche), à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (au centre) et à $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (à droite). Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

Les comparaisons des tractions cyclées à -30°C à $1,7.10^{-6}$ et $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec les simulations correspondantes sont données ci-dessous. Les **Figure IV-31** et **Figure IV-33** représentent les courbes contrainte-déformation aux deux vitesses tandis que les **Figure IV-32** et **Figure IV-34** montrent l'évolution temporelle des relaxations et des recouvrances. L'essai à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ a servi au recalage des paramètres.

Les courbes cyclées simulées sont un peu plus raides que les courbes expérimentales. L'amplitude des recouvrances est très sous-estimée. Elles font à peine un tiers de l'amplitude expérimentale pour le premier cycle, et jusqu'à la moitié pour le dernier cycle. Si la courbe de contrainte relaxée en traction à -30°C est surestimée, cela signifie que les limites élastiques et/ou les modules d'érouissage à faible niveau de contrainte sont un peu trop élevés.

De plus, l'amplitude des recouvrances à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ est trop faible. À $1,7.10^{-6} \text{ s}^{-1}$, elle est sous-estimée pour les deux premiers cycles. Cela signifie que les paramètres pourraient être optimisés. Enfin, les déformations transversales expérimentales sont nulles en fin de recouvrance signifiant qu'il n'y pas d'écoulement plastique transversal, ce qui n'est pas vrai pour le modèle.

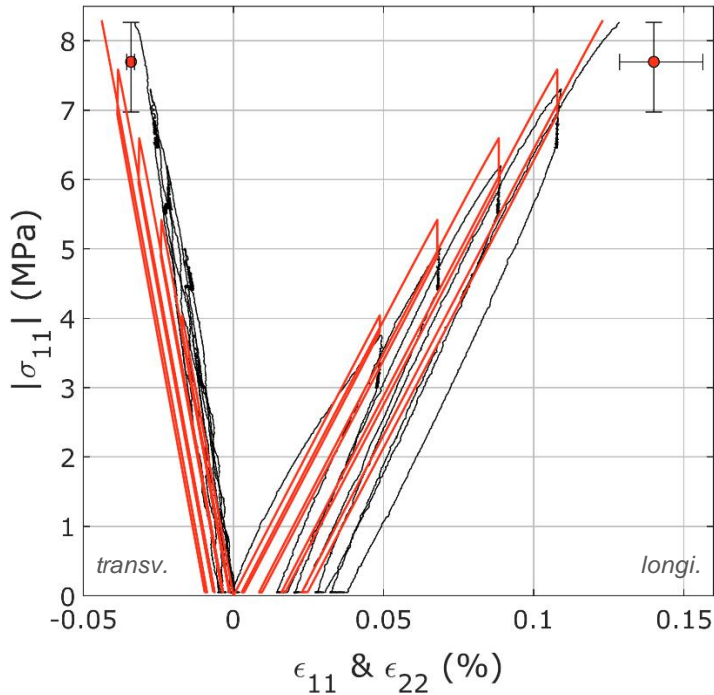


Figure IV-31. Comparaison modèle/essai en traction cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

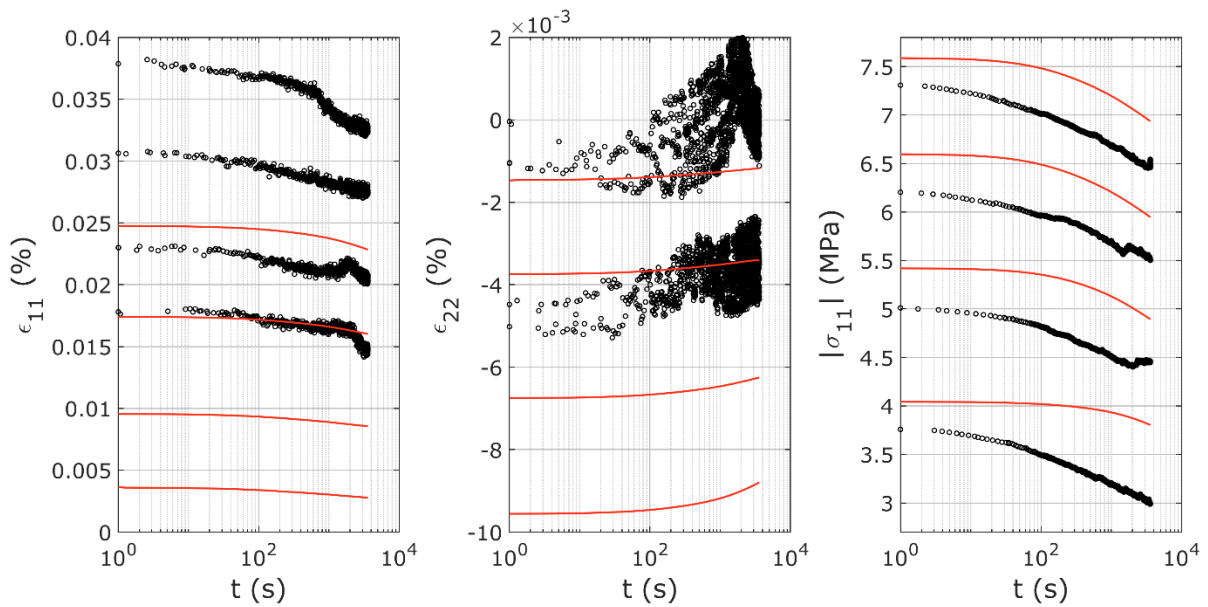


Figure IV-32. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en traction cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

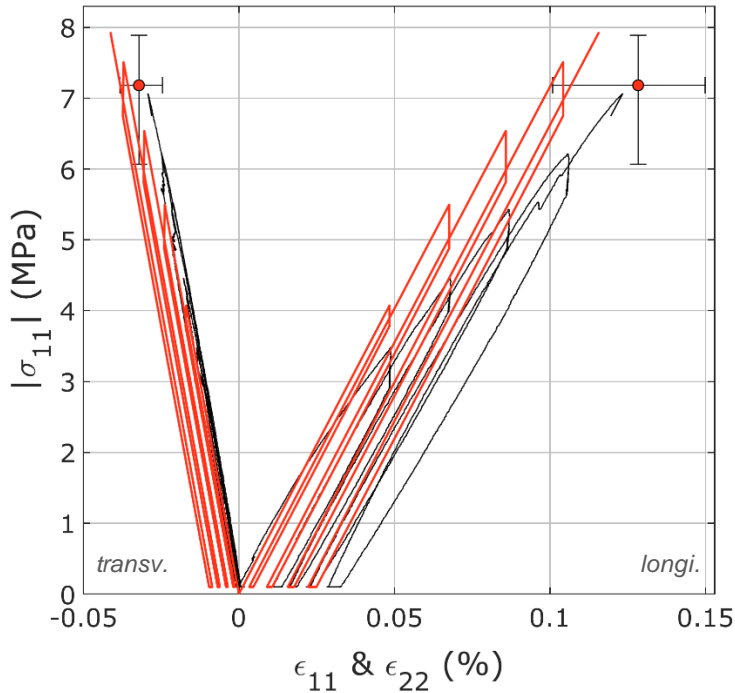


Figure IV-33. Comparaison modèle/essai en traction cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

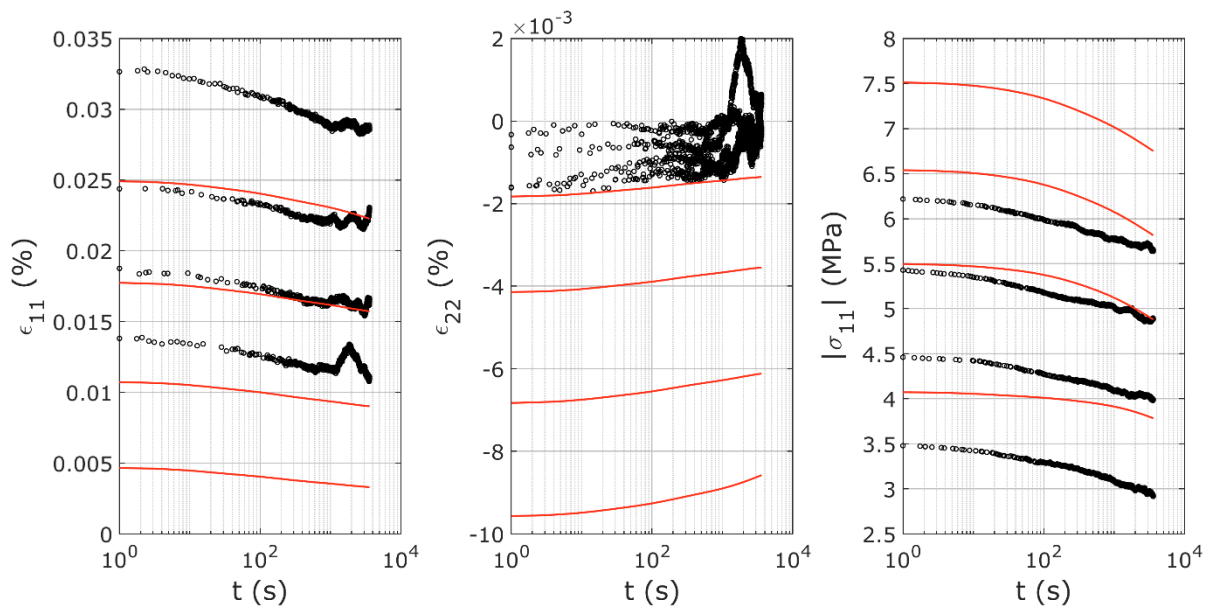


Figure IV-34. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en traction cyclée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

3.2.b. 0°C

Comme à -30°C , la simulation de la traction monotone à 0°C est trop raide (**Figure IV-35**). La contrainte maximale est surestimée de 13%. Ce n'est pas le cas en traction cyclée (**Figure IV-36**) car les cycles sont trop rapprochés pour que la courbe ait le temps de rattraper la courbe enveloppe. La simulation de la traction cyclée apparaît donc relativement correcte même si les niveaux de contrainte ne sont pas parfaits. Les courbes temporelles de relaxation simulées n'ont pas la même allure que les courbes expérimentales qui sont linéaires (**Figure IV-37**). En revanche, l'amplitude et l'évolution temporelle des recouvrances est bonne.

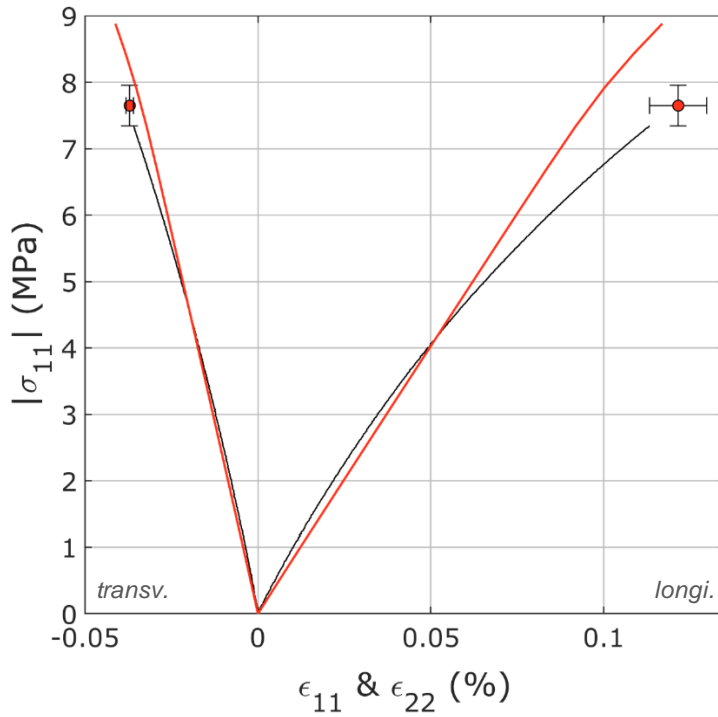


Figure IV-35. Comparaison modèle/essai en traction monotone à 0°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

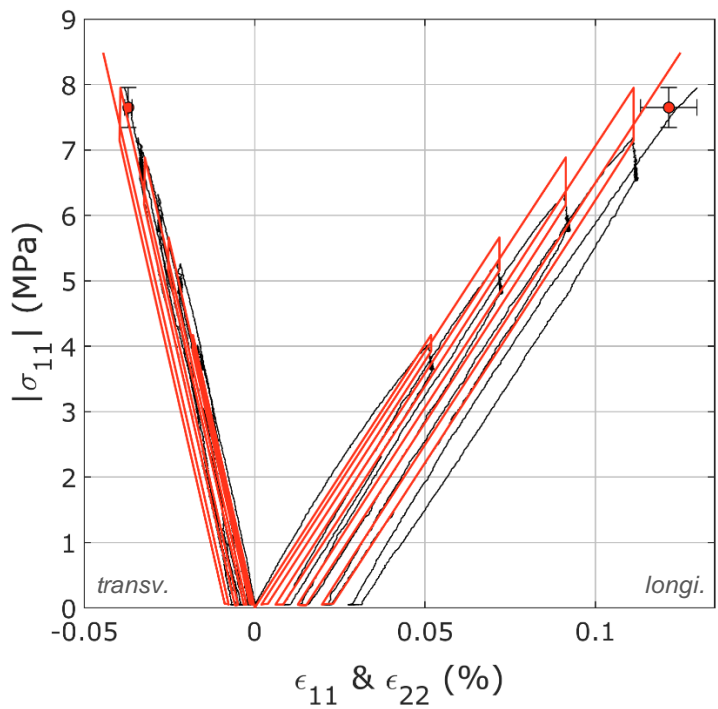


Figure IV-36. Comparaison modèle/essai en traction cyclée à 0°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

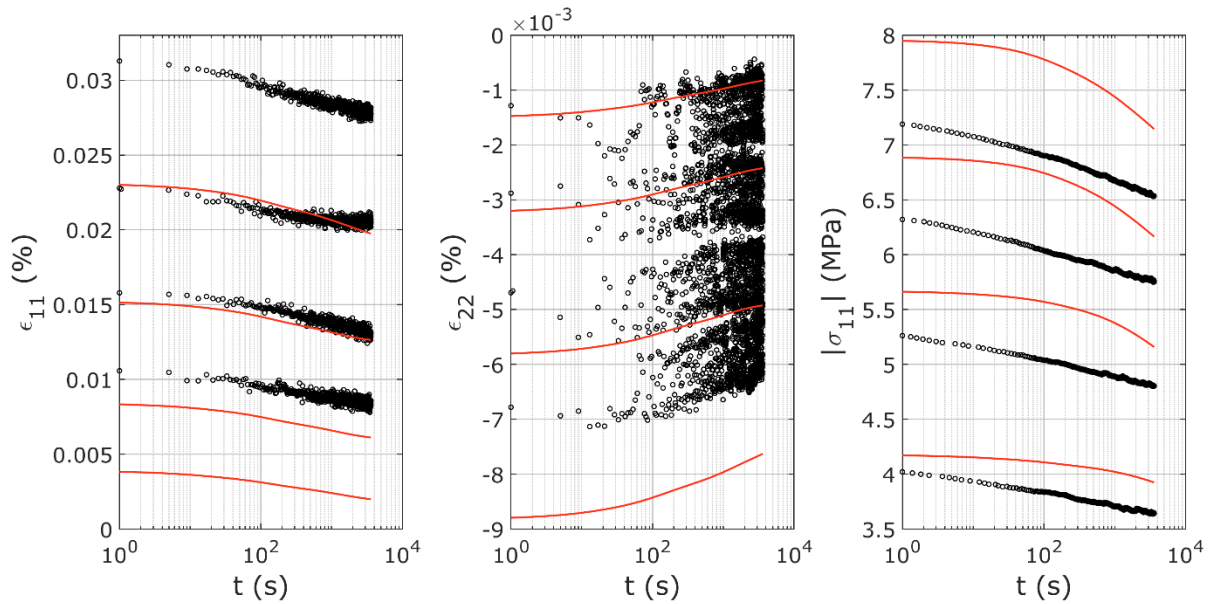


Figure IV-37. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en traction cyclée à 0°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

3.2.c. 50°C

Le modèle reproduit bien la courbe de traction monotone à 50°C (**Figure IV-38**). La contrainte maximale et la dilatace sont bonnes. La courbe de traction cyclée est, elle aussi, relativement correcte (**Figure IV-39**). En revanche, l'évolution temporelle des relaxations et des recouvrances ne correspond pas aux données expérimentales. Les déformations recouvrées sont trop importantes. Enfin, l'évolution temporelle des relaxations est trop rapide car la contrainte simulée part d'une valeur supérieure aux données expérimentales en fin de charge et les rattrape en fin de relaxation.

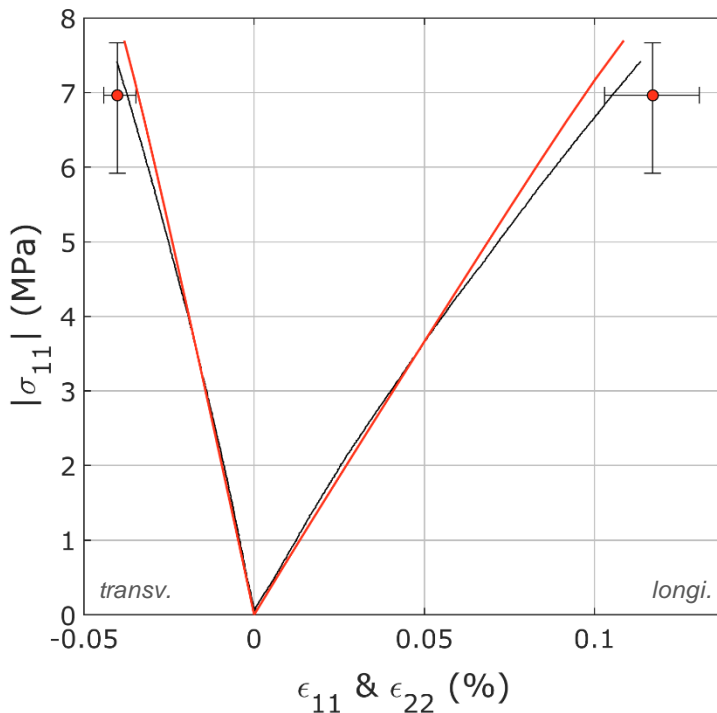


Figure IV-38. Comparaison modèle/essai en traction monotone à 50°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

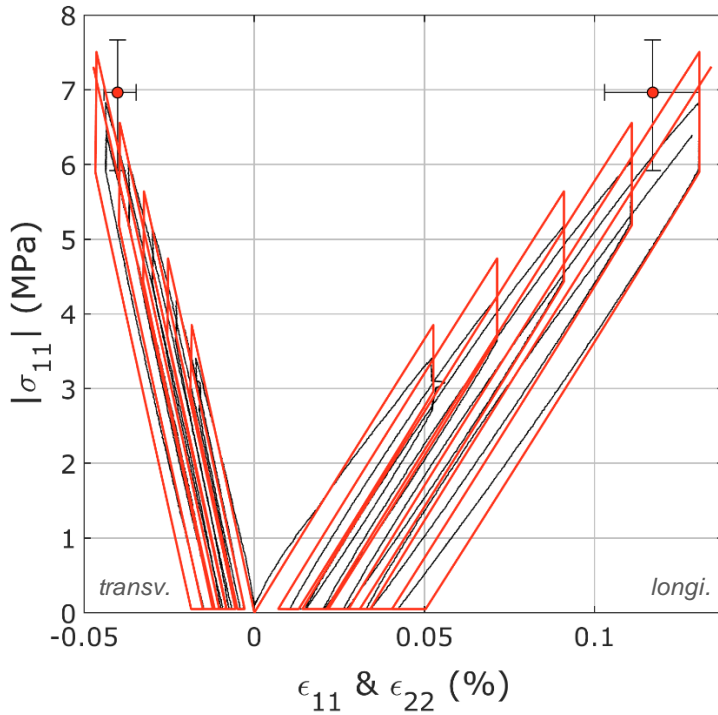


Figure IV-39. Comparaison modèle/essai en traction cyclée à 50°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

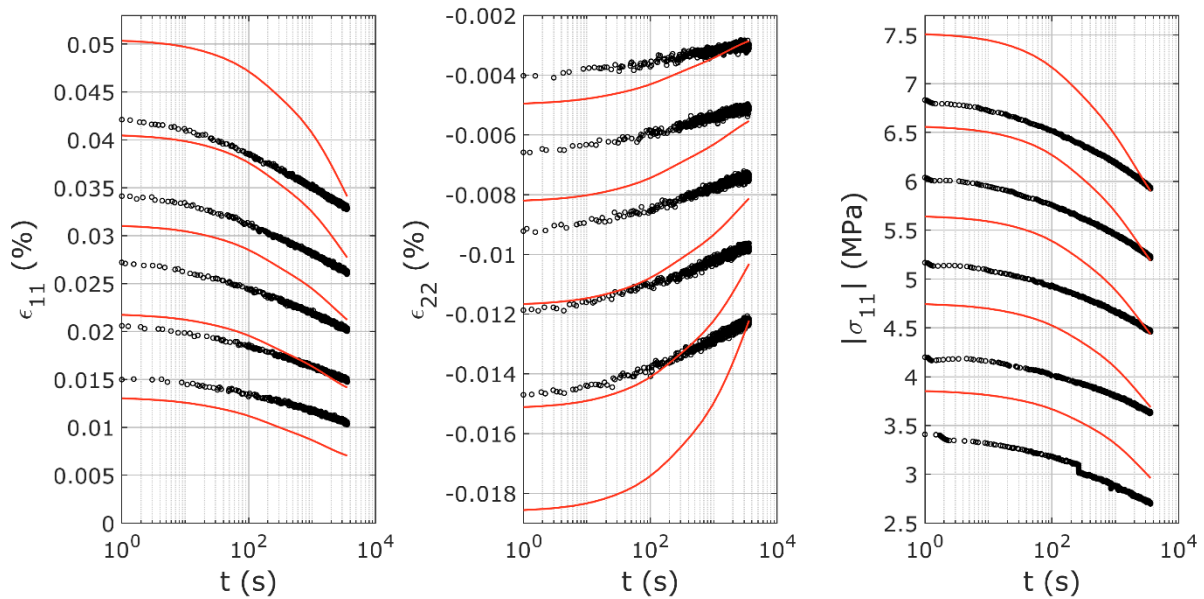


Figure IV-40. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en traction cyclée à 50°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

3.2.d. 80°C

Les courbes expérimentales de traction uniaxiale monotone à 80°C et les simulations correspondantes sont comparées sur la **Figure IV-41**. On constate que le modèle ne reflète pas le comportement expérimental. Seuls les pieds de courbe jusqu'à 1,5 MPa sont bien reproduits. Les courbes simulées sont beaucoup trop raides, induisant une contrainte maximale supérieure de 45% à 60% à la contrainte maximale. Cette mauvaise reproduction des tractions à 80°C est logique puisque les simulations des compressions à 80°C sont elles-mêmes trop raides. De plus, nous avons

vu qu'expérimentalement, les tractions s'écoulent davantage que les compressions à 80°C (voir la **Figure II-46** page 99), mais ce phénomène n'a pas été modélisé.

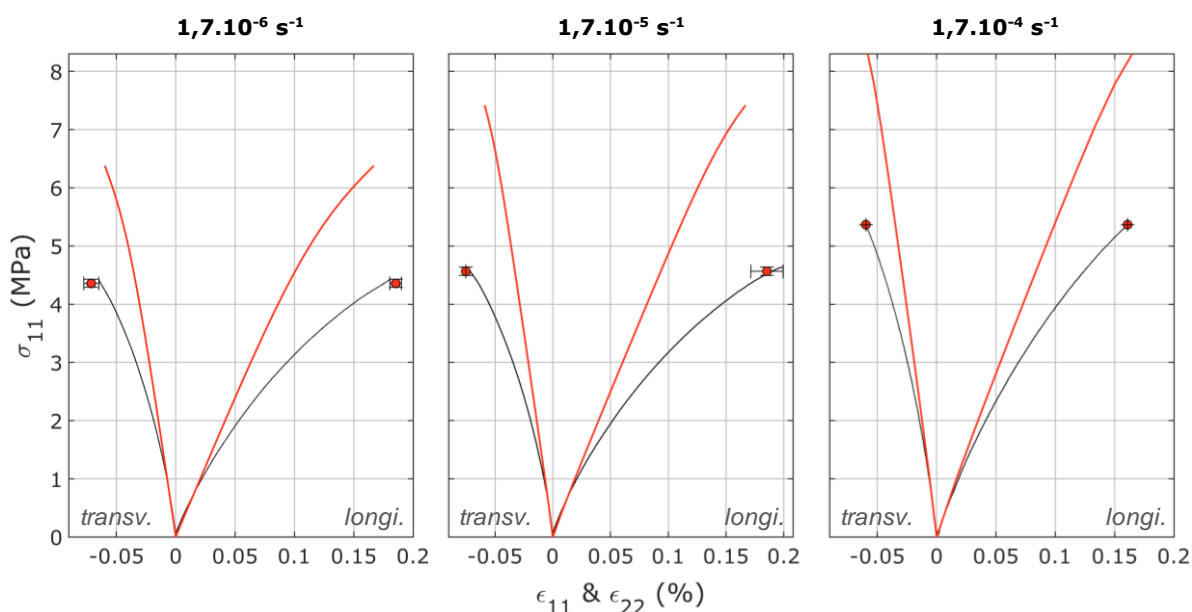


Figure IV-41. Comparaison modèle/essai en traction monotone à 80°C à $1,7.10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (à gauche), à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (au centre) et à $1,7.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (à droite). Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

Les comparaisons des tractions cyclées à 80°C à $1,7.10^{-6}$ et $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec les simulations correspondantes sont données ci-dessous. Les **Figure IV-42** et **Figure IV-44** représentent les courbes contrainte-déformation pour chaque vitesse tandis que les **Figure IV-43** et **Figure IV-45** montrent l'évolution temporelle des relaxations et des recouvrances. L'essai à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$ a servi au recalage des paramètres.

En traction cyclée, l'amplitude de relaxation est relativement bonne mais les contraintes relaxées ne sont pas retrouvées puisque la courbe enveloppe simulée est trop raide. Les décharges sont également trop raides et les niveaux de recouvrance sont insuffisants. Jusqu'à 4 MPa de contrainte simulée, ils sont d'ailleurs pratiquement nuls aux deux vitesses. Enfin, les courbes temporelles montrent que la viscoplasticité est très mal captée par le modèle. On remarque également qu'à $1,7.10^{-5} \text{ s}^{-1}$, les courbes temporelles de recouvrance ne sont pas monotones. On peut supposer que le point d'inflexion marque la transition d'un écoulement viscoélastique-viscoplastique à un écoulement purement viscoélastique.

Il est par ailleurs assez étonnant de constater qu'à 80°C, l'amplitude des recouvrances simulées est beaucoup trop faible, tandis qu'à 50°C pour des niveaux de déformation équivalents, les recouvrances sont trop importantes. Expérimentalement, les niveaux de recouvrances en traction augmentent avec la température. L'influence de la température sur le paramètre a_1 semble donc mal modélisée.

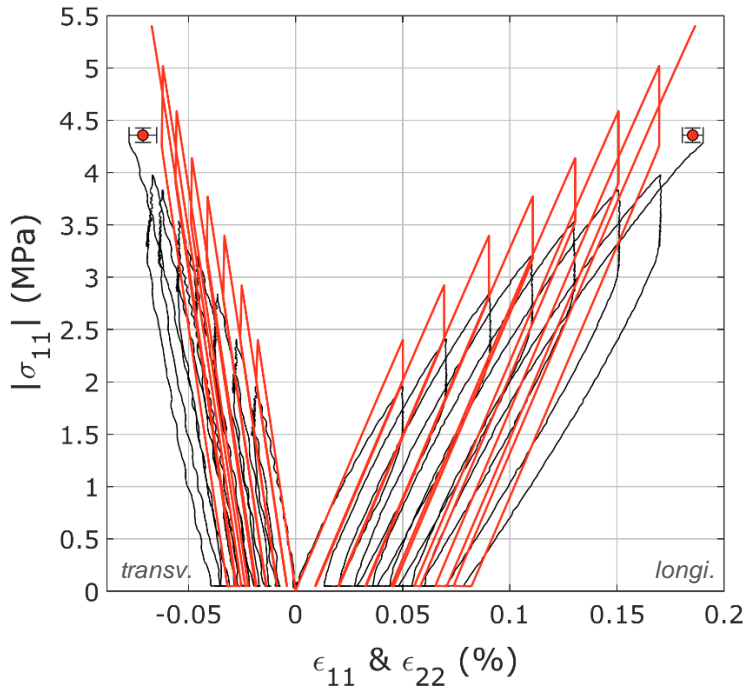


Figure IV-42. Comparaison modèle/essai en traction cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur. L'allure tremblante des déformations expérimentales transversales est probablement due à un mauvais conditionnement des jauges transversales.

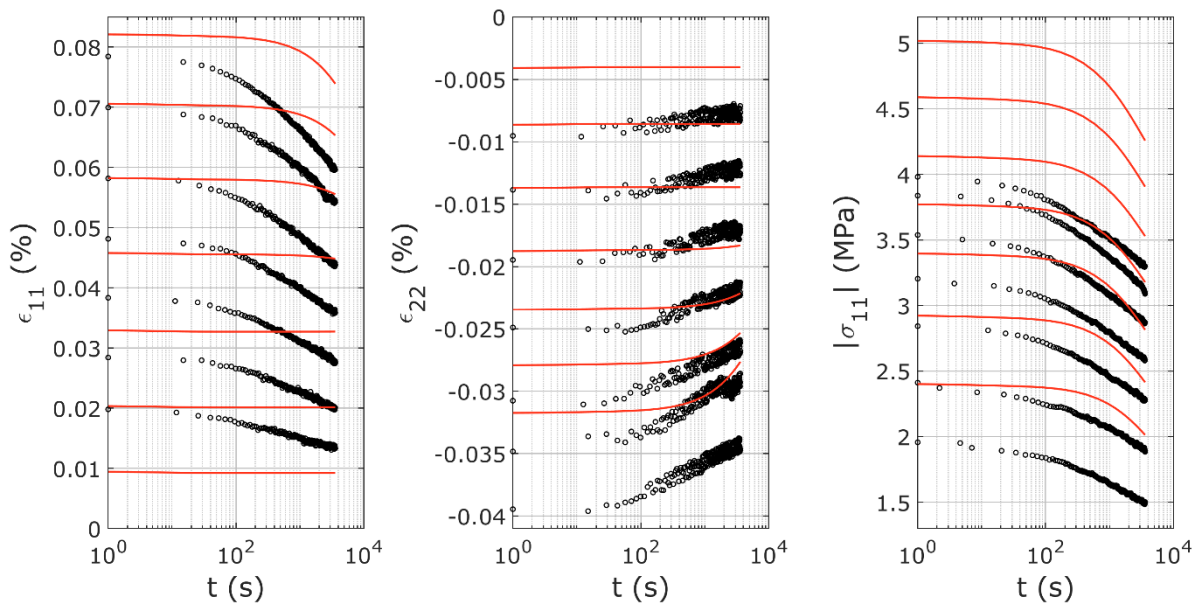


Figure IV-43. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en traction cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

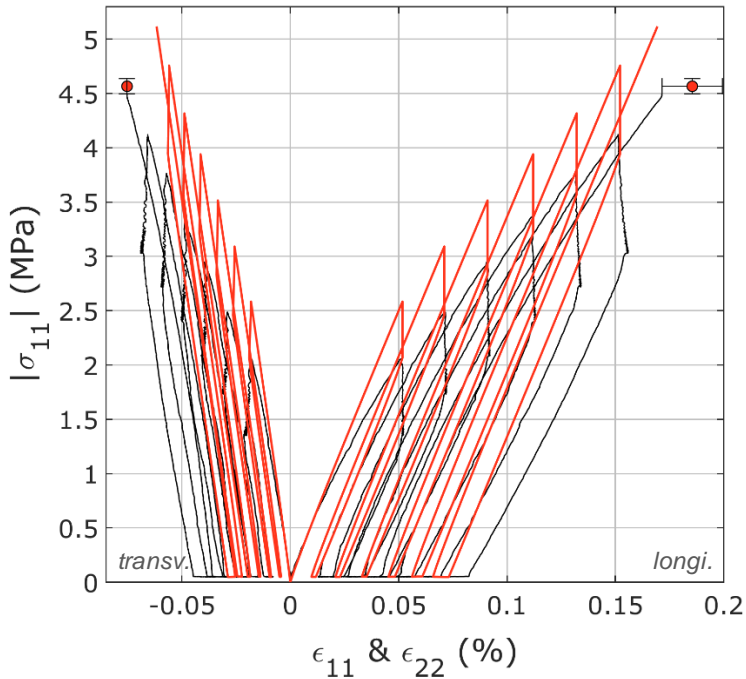


Figure IV-44. Comparaison modèle/essai en traction cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge. La dispersion expérimentale est représentée par la barre d'erreur.

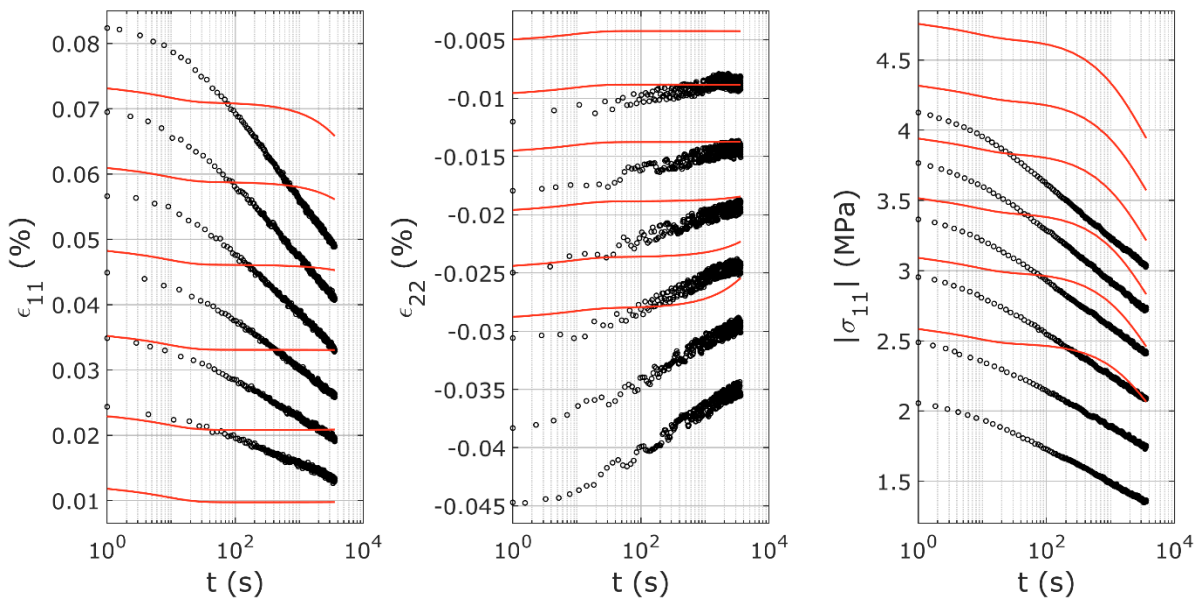


Figure IV-45. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ϵ_{11} et ϵ_{22}) en traction cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure III-18**. Les données expérimentales sont en noir et la simulation en rouge.

3.3. Fluage en compression

Concernant les essais de fluage à 50°C, il a été constaté au premier chapitre que les données expérimentales à 3 et 5 MPa ne sont pas valables car le niveau de déformation atteint en fin de précharge est beaucoup plus important que pour l'essai de compression monotone à 50°C. Ces essais n'ont donc pas été comparés au modèle.

L'essai de fluage en compression à 20 MPa à 50°C a quant à lui été simulé. Le résultat est donné **Figure IV-46**. Comme pour la simulation à 20°C (**Figure III-34** page 176), l'écoulement viscoplastique est deux fois trop important. Pour trouver un bon niveau de fluage, il faudrait diminuer

les paramètres viscoplastiques a_1 et a_2 mais nous avons choisi de ne pas le faire afin de conserver de bons niveaux de relaxation en compression cyclée à cette température.

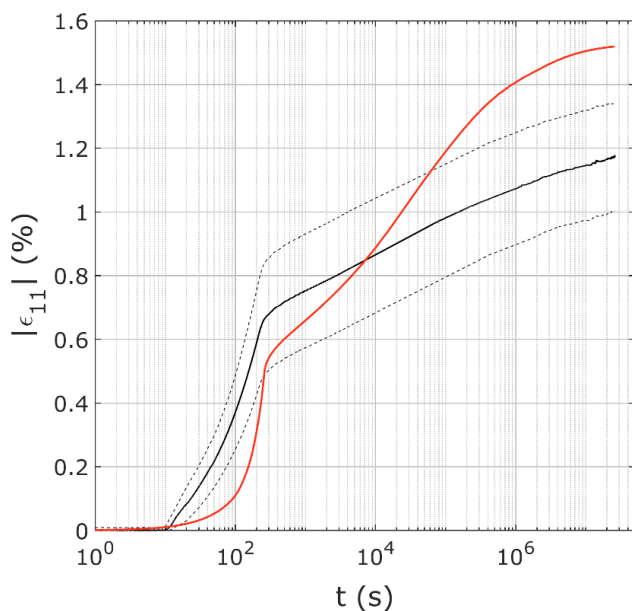


Figure IV-46. Comparaison modèle/essai en fluage à 20 MPa à 50°C. Les données expérimentales sont en noir (les mesures de chaque LVDT sont données en pointillés) et la simulation est en rouge.

4. Conclusion

Dans ce chapitre, l'extension en température du modèle de M2 a été présentée. L'objectif du recalage était d'introduire le moins de paramètres possibles, le modèle en comportant déjà beaucoup. Quatre fonctions de la température ont été définies : une sur les limites d'élasticité, une sur les modules d'écrouissage et deux sur les paramètres viscoplastiques. Nous avons également montré que la température n'avait pas ou très peu d'influence sur la dilataance.

Les comparaisons des simulations avec les données expérimentales ont mis en évidence plusieurs qualités et défauts du modèle. Tout d'abord, soulignons que tous les pieds de courbe, en traction comme en compression, sont bien reproduits ce qui prouve la qualité du modèle viscoélastique. Jusqu'à 50°C, les essais de compression monotone et cyclée sont bien reproduits et l'évolution temporelle des relaxations et des recouvrances est correcte. En revanche, à 80°C en compression cyclée, les contraintes et surtout les déformations transversales, sont surestimées. À même déformation longitudinale, elles augmentent avec le nombre de cycles. À cette température, les courbes monotones sont donc plus fiables. Ce phénomène est lié à la fonction de dilataance.

Pour toutes les températures, les simulations de traction monotone et cyclée sont moins bonnes qu'en compression. Les courbes de chargement sont raides et les évolutions temporelles des recouvrances et relaxations sont assez mauvaises, en particulier à 80°C. Les fortes sorties de critère sont donc bien captées, contrairement aux plus faibles. Une optimisation des paramètres pourrait être envisagée pour améliorer le modèle en traction, mais il ne faut pas oublier que corriger les défauts des tractions implique de modifier l'allure des courbes de compression à la même température. Nous avons fait le choix de prioriser les essais de compression.

Enfin, la simulation de l'essai de fluage à 20 MPa à 50°C conduit à un taux de déformation deux fois trop important.

Le modèle de comportement de M2 en température est validé en compression. Lors de l'utilisation du modèle en traction, l'utilisateur de la routine devra considérer que les contraintes peuvent être surestimées de 10 à 20% entre -30°C et 0°C, et jusqu'à 40% à 80°C. L'écart de qualité entre les simulations de traction et de compression, entre -30°C et 80°C ne peut provenir que d'un défaut

d'identification des paramètres aux faibles sorties de critère puisque les courbes expérimentales, comme le modèle, sont symétriques en traction/compression. En revanche, nous avons choisi de ne pas modéliser l'asymétrie de l'écoulement plastique en traction/compression à 80°C, ce qui amplifie l'écart entre les essais et les simulations en traction.

Pour mieux comprendre l'évolution des paramètres du modèle avec la température, des essais à des températures intermédiaires doivent être réalisés. En particulier, le comportement du matériau évoluant grandement aux abords de la transition vitreuse, la réalisation d'essais à 60°C et 70°C devrait être selon nous une priorité. Par ailleurs, il faut considérer qu'améliorer la qualité du modèle en température pourrait impliquer d'augmenter le nombre de paramètres, notamment en modifiant les surfaces de plasticité. Un compromis entre la qualité de simulation et le coût de calcul devra être trouvé.

Chapitre V :

Perspectives de simplification et d'optimisation du modèle

1. Introduction

Dans les chapitres III et IV, un modèle de comportement thermomécanique quasistatique de M2 a été proposé et validé. L'objectif était la construction d'une loi de comportement générale pouvant s'appliquer à plusieurs matériaux. Le modèle défini est complexe. Il comporte un grand nombre de paramètres et le coût de calcul est relativement élevé dû au grand nombre de variables stockées à chaque point de Gauss. Nous avons également constaté un comportement anormal du modèle en fatigue, probablement lié à la fonction de dilatance. De plus, lors de la formulation du modèle, le possible chevauchement des surfaces de plasticité en chargement non proportionnel a été souligné.

Ce chapitre est axé sur les points d'amélioration du modèle. Dans un premier temps, plusieurs simplifications du modèle sont proposées. La première consiste à simplifier l'algorithme en réduisant le nombre d'inconnues du système de correction viscoplastique. La seconde consiste à supprimer la composante viscoélastique endommageable et à la remplacer par une élasticité linéaire avec un module de Young dépendant de la température. Supprimer le modèle microplan permet de réduire drastiquement le nombre de variables stockées tandis que l'annulation de l'endommagement peut être compensée artificiellement par de la viscoplasticité. Ensuite, afin d'alléger l'identification du modèle, la diminution du nombre de surfaces de plasticité et la suppression de la dilatance sont envisagées. L'allure des courbes est alors plus saccadée et les déformations transversales sont sous-estimées.

Dans la seconde partie du chapitre, deux étapes à l'amélioration de l'algorithme viscoplastique sont étudiées. La première consiste en une correction viscoplastique partant de la surface la plus petite et intégrant au besoin les surfaces suivantes. Cet algorithme pourrait être plus performant pour des pas de temps plus importants que ceux utilisés lors de nos simulations (lesquels étaient volontairement très petits). La deuxième étape de l'amélioration consiste en une modification de la direction d'érouissage en chargement non proportionnel afin de contraindre les surfaces à rester imbriqués. Les points clés de la problématique sont posés mais la solution définitive est rejetée à de futurs travaux.

2. Pistes de simplification du modèle

Le modèle étant destiné au calcul de structure, il sera appliqué à un grand nombre d'éléments ce qui implique un important coût de calcul. En prévision des besoins industriels, des simplifications du modèle peuvent être envisagées.

Trois pistes de simplification sont étudiées. La première vise à simplifier l'algorithme en réduisant le nombre d'équations à résoudre par la méthode du pivot de Gauss-Jordon Cet algorithme sera implémenté très prochainement dans la routine. La seconde a pour objectif de réduire drastiquement le nombre de variables stockées entre deux incréments. En bureau d'étude, le modèle simplifié pourra être utilisé pour des analyses préliminaires dont le but est d'estimer des ordres de grandeur. Le modèle complet pourra être utilisé dans un second temps, pour affiner les calculs lorsque

davantage de précision est demandée. Enfin, la dernière simplification proposée vise à définir un modèle ultra-simplifié pour lequel l'identification des paramètres est facilitée.

2.1. Résolution simplifiée de la correction viscoplastique

Le système d'équations résumant le modèle est rappelé ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 f_s(t+\Delta t) = J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}}^D(t+\Delta t) - \underline{\underline{X}}_s(t+\Delta t) \right) - \sigma_{Y_s} \\
 \Delta \lambda_s = \left(\frac{f_s(t+\Delta t)}{a_1} \right)^n \exp \left((a_2 + a_3 \tilde{\sigma}^V(t+\Delta t)) f_s(t+\Delta t)^{n+1} \right) \\
 \tilde{\sigma}^V(t+\Delta t) = \frac{1}{3} \left(f_{ve} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}(t+\Delta t) - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s}(t+\Delta t) \right) \right) : \underline{\underline{1}} \\
 \underline{\underline{\sigma}}^D(t+\Delta t) = \left(f_{ve} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}(t+\Delta t) - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s}(t+\Delta t) \right) \right) : \underline{\underline{I}}^D \\
 \Delta \varepsilon_{vp\ s}^V = \beta(t+\Delta t) \Delta \lambda_s \\
 \Delta \varepsilon_{vp\ s}^D = \Delta \lambda_s \underline{\underline{N}}_s^D(t+\Delta t) \\
 \Delta \underline{\underline{X}}_s = \frac{2}{3} C_s \Delta \varepsilon_{vp\ s}^D \\
 \underline{\underline{N}}_s^D(t+\Delta t) = \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{\sigma}}^D(t+\Delta t) - \underline{\underline{X}}_s(t+\Delta t)}{\left| \underline{\underline{\sigma}}^D(t+\Delta t) - \underline{\underline{X}}_s(t+\Delta t) \right|} \\
 \beta(t+\Delta t) = \beta \left(\tilde{\sigma}^V(t), \left| \varepsilon_{vp}^D(t) \right| \right)
 \end{array} \right. \quad (V.1)$$

Contrairement à l'algorithme de travail, utilisé lors du développement du modèle, seulement trois résidus sont formulés :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 R_1|_i = \tilde{\sigma}^V|_i - \frac{1}{3} \left(f_{ve} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}(t+\Delta t) - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s}|_i \right) \right) : \underline{\underline{1}} \\
 \underline{\underline{R}}_2|_i = \underline{\underline{\sigma}}^D|_i - \left(f_{ve} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}(t+\Delta t) - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp\ s}|_i \right) \right) : \underline{\underline{I}}^D \\
 R_{3s}|_i = \Delta \lambda_s|_i - \left(\frac{f_s|_i}{a_1} \right)^n \exp \left((a_2 + a_3 \tilde{\sigma}^V|_i) f_s|_i^{n+1} \right) \Delta t
 \end{array} \right. \quad (V.2)$$

En appliquant les équations linéaires des incréments de déformations viscoplastiques et d'écroutissage du système (V.1) (lignes 5 à 7), le modèle de Newton-Raphson permet d'établir les équations de correction suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \delta \Delta \tilde{\sigma}^V + K_{eq} \beta(t+\Delta t) \sum_{s=1}^{N_{Spos}} \delta \Delta \lambda_s = -R_1|_i \\
 \delta \Delta \underline{\underline{\sigma}}^D + 2G_{eq} \sum_{s=1}^{N_{Spos}} \delta \Delta \lambda_s \underline{\underline{N}}_s^D|_i = -\underline{\underline{R}}_2|_i \\
 \delta \Delta \lambda_s (1 - \zeta_{2s} C_s) + \zeta_{1s} \delta \Delta \tilde{\sigma}^V + \zeta_{2s} \underline{\underline{N}}_s^D|_i : \delta \Delta \underline{\underline{\sigma}}^D = -R_{3s}|_i
 \end{array} \right. \quad (V.3)$$

ζ_{1s} et ζ_{2s} sont définis au chapitre III, équations (III.102) et (III.103). En intégrant les lignes 1 et 2 du système (V.3) dans la troisième ligne, il reste seulement N_{Spos} inconnues pour N_{Spos} équations :

$$\begin{aligned} & \delta\Delta\lambda_s(1 - \zeta_{2s} C_s) - \zeta_{1s} K_{eq} \beta(t+\Delta t) \sum_{j=1}^{N_{Spos}} \delta\Delta\lambda_j - 2 \zeta_{2s} G_{eq} \left(\sum_{j=1}^{N_{Spos}} \delta\Delta\lambda_j \underline{N}_s^D |_{i:} \underline{N}_j^D |_{i:} \right) \\ & = -R_{3s} |_{i:} + \zeta_{1s} R_1 |_{i:} + \zeta_{2s} \underline{N}_s^D : \underline{R}_2 |_{i:} \end{aligned} \quad (V.4)$$

Ce système est résolu numériquement par la méthode du pivot de Gauss-Jordan (**Figure V-1**). La dimension du système à résoudre correspond au nombre de surfaces actives, soit neuf au maximum. Rappelons que dans l'algorithme de travail, présenté au chapitre III et utilisé pour les simulations présentées dans ce mémoire, la dimension du système matriciel pouvait atteindre cent-trente-trois en chargement non-proportionnel avec neuf surfaces actives.

On retiendra également que cette formulation ne nécessite pas de faire une distinction entre les cas de chargement proportionnel et non proportionnel. Le système de la **Figure V-1** s'applique indifféremment aux deux cas. En chargement proportionnel, les tenseur directionnels étant égaux, les termes $\underline{N}_s^D : \underline{N}_j^D$ valent alors 3/2 quels que soient s et j , ce qui ne sera pas le cas en chargement non proportionnel.

$1 - \zeta_{1s1} K_{eq} \beta$ $- \zeta_{2s1} (C_{s1} + 3G_{eq})$	$- \zeta_{1s1} K_{eq} \beta$ $- 2\zeta_{2s1} G_{eq} \underline{N}_{s1}^D : \underline{N}_{s2}^D$	\dots	$- \zeta_{1s1} K_{eq} \beta$ $- 2\zeta_{2s1} G_{eq} \underline{N}_{s1}^D : \underline{N}_{N_{Spos}}^D$	$\delta\Delta\lambda_{s1}$	$\zeta_{1s1} R_1$ $+ \zeta_{2s1} \underline{N}_{s1}^D : \underline{R}_2$ $- R_{3s1}$
$- \zeta_{1s2} K_{eq} \beta$ $- 2\zeta_{2s2} G_{eq} \underline{N}_{s2}^D : \underline{N}_{s1}^D$	$1 - \zeta_{1s2} K_{eq} \beta$ $- \zeta_{2s2} (C_{s2} + 3G_{eq})$	\dots	$- \zeta_{1s2} K_{eq} \beta$ $- 2\zeta_{2s2} G_{eq} \underline{N}_{s2}^D : \underline{N}_{N_{Spos}}^D$	$\delta\Delta\lambda_{s2}$	$\zeta_{1s2} R_1$ $+ \zeta_{2s2} \underline{N}_{s2}^D : \underline{R}_2$ $- R_{3s2}$
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots	\vdots
$- \zeta_{1N_{Spos}} K_{eq} \beta$ $- 2\zeta_{2N_{Spos}} G_{eq} \underline{N}_{N_{Spos}}^D : \underline{N}_{s1}^D$	$- \zeta_{1N_{Spos}} K_{eq} \beta$ $- 2\zeta_{2N_{Spos}} G_{eq} \underline{N}_{N_{Spos}}^D : \underline{N}_{s2}^D$	\dots	$1 - \zeta_{1N_{Spos}} K_{eq} \beta$ $- \zeta_{2N_{Spos}} (C_{N_{Spos}} + 3G_{eq})$	$\delta\Delta\lambda_{N_{Spos}}$	$\zeta_{1N_{Spos}} R_1$ $+ \zeta_{2N_{Spos}} \underline{N}_{N_{Spos}}^D : \underline{R}_2$ $- R_{3N_{Spos}}$

Figure V-1. Représentation matricielle du système simplifié à résoudre pour déterminer les corrections plastiques à appliquer, quel que soit le chargement (proportionnel ou non).

Après résolution de ce système, les corrections de contrainte $\delta\Delta\sigma^V$ et $\delta\Delta\sigma^D$ sont obtenues d'après les équations 1 et 2 du système (V.3). L'actualisation des variables s'écrit ensuite :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\tilde{\sigma}^V |_{i+1} = \Delta\tilde{\sigma}^V |_{i:} + \delta\Delta\tilde{\sigma}^V \\ \Delta\tilde{\sigma}^D |_{i+1} = \Delta\tilde{\sigma}^D |_{i:} + \delta\Delta\tilde{\sigma}^D \\ \Delta\lambda_s |_{i+1} = \Delta\lambda_s |_{i:} + \delta\Delta\lambda_s \\ \Delta\varepsilon_{vp s}^V |_{i+1} = \beta(t+\Delta t) \Delta\lambda_s |_{i+1} \\ \Delta\varepsilon_{vp s}^D |_{i+1} = \Delta\lambda_s |_{i+1} \underline{N}_s^D |_{i:} \\ \Delta X_s |_{i+1} = \frac{2}{3} C_s \Delta\varepsilon_{vp s}^D |_{i+1} \\ \underline{N}_s^D |_{i+1} = \frac{3}{2} \frac{\tilde{\sigma}^D |_{i+1} - X_s |_{i+1}}{|\tilde{\sigma}^D |_{i+1} - X_s |_{i+1}|} \\ f_s |_{i+1} = J_2 \left(\tilde{\sigma}^D(t) + \Delta\tilde{\sigma}^D |_{i+1} - X_s(t) - \Delta X_s |_{i+1} \right) - \sigma_{Ys} \end{array} \right. \quad (V.5)$$

Sur une itération, la variation de la direction d'écoulement est très faible voire nulle. Pour simplifier le problème, l'incrément de déformation $\underline{\underline{\Delta \varepsilon_{vp s}^D}}|_{i+1}$ est calculé à partir de la direction de l'itération précédente $\underline{\underline{N_s^D}}|_i$. Cette approximation peut ralentir la vitesse de convergence mais ne modifie pas la solution finale.

Les critères de convergences de l'algorithme sont identiques à ceux de l'algorithme initial.

2.2. Suppression de la composante viscoélastique endommageable

2.2.a. Paramétrage

Comme cela a été mentionné à plusieurs reprises, l'endommagement de M2 est très faible. Supprimer cette composante du modèle a donc peu d'effet sur les simulations. De plus, la viscoélasticité de M2 est relativement limitée entre -30°C et 50°C. Le comportement du matériau est donc principalement régi par la composante viscoplastique. Or, lors de l'implémentation du modèle, nous avons vu que la composante viscoélastique a un coût de calcul bien plus important que la composante viscoplastique à cause de la projection dans les microplans. Le nombre de variables viscoélastiques endommageables stockées est de 1814 (respectivement 5214) pour 21 microplans (respectivement 61), contre 127 pour la composante viscoplastique. Le bénéfice retiré d'une telle simplification est donc évident. L'algorithme général de ce modèle simplifié est schématisé **Figure V-2**.

Pour l'implémentation de ce modèle simplifié, la valeur de 0,35 du coefficient de Poisson ν est conservée. Le module de Young est relié à la température par l'expression suivante :

$$E(T) = -E_0 \tanh(\kappa_1 T - \kappa_2) \quad (\text{V.6})$$

dont les coefficients, donnés au **Tableau V-1**, sont recalés sur la **Figure II-51** page 102.

Puisque l'endommagement est nul, les contraintes effectives et les contraintes réelles sont égales. Les modules de compressibilité et de cisaillement utilisés dans l'algorithme de correction viscoplastique sont déterminés à partir de ν et de $E(T)$.

Avec ce modèle simplifié, la contrainte simulée augmente de 0,4 MPa au point de dispersion expérimentale en compression simple (points rouges sur les figures). Les variables stockées sont ainsi passées de plus de mille à une centaine pour une variation minime des simulations. Pour compenser la légère augmentation de contrainte, les paramètres viscoplastiques de la fonction exponentielle peuvent être adaptés. Les valeurs recalées sont données le **Tableau V-1**. Les paramètres n et a_1 restent ceux du modèle complet.

E_0 (MPa)	κ_1 (T ⁻¹)	κ_2	a_2 (MPa ⁻³)	a_3 (MPa ⁻⁴)
8000	2,7.10 ⁻²	2,8	1,59.10 ⁻²	6,23.10 ⁻⁴

Tableau V-1. Paramètres du modèle sans viscoélasticité ni endommagement.

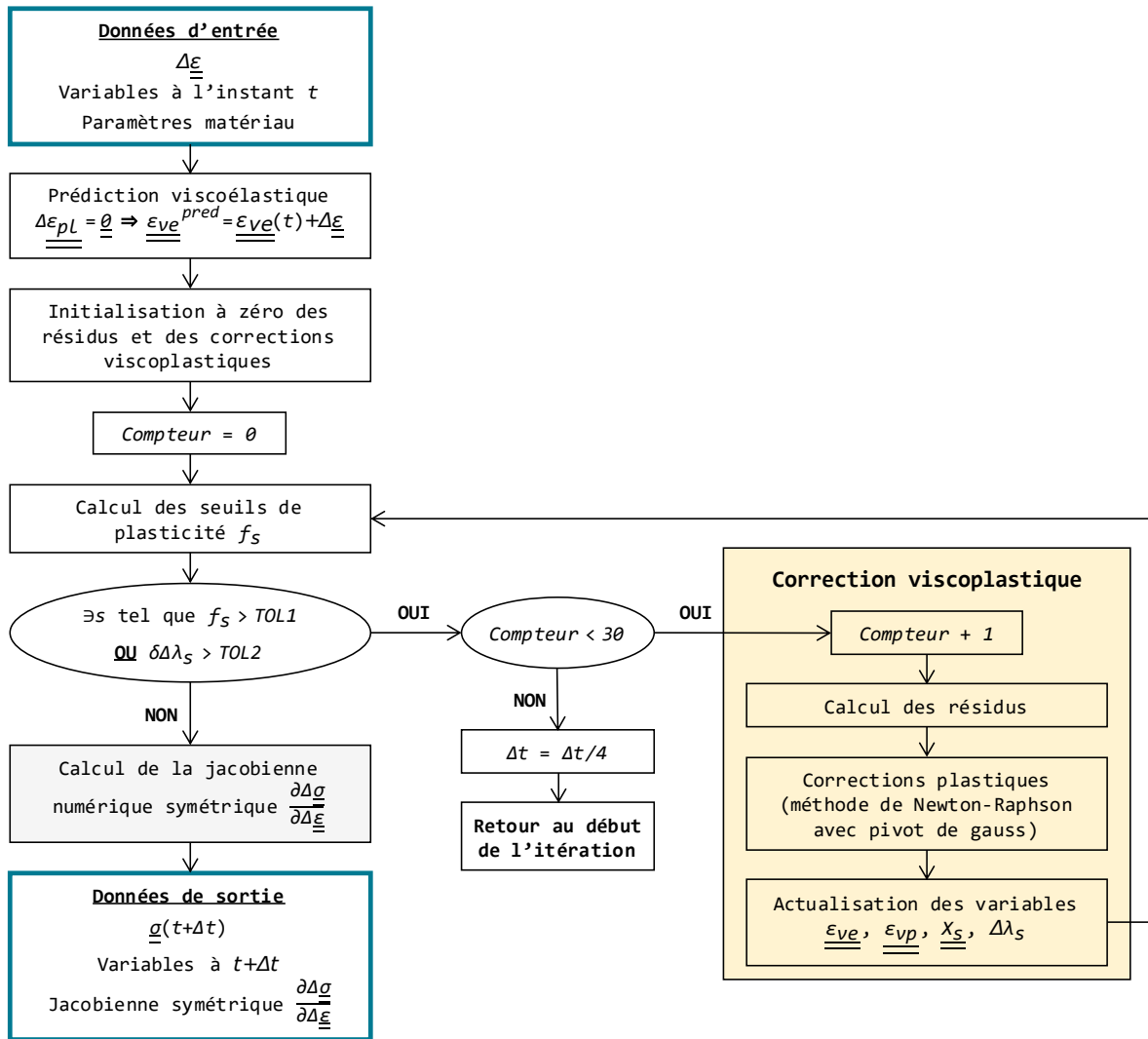


Figure V-2. Algorithme utilisé pour l'intégration du modèle simplifié de M2 dans le code de calcul Abaqus/Standard.

2.2.b. Résultats

Le modèle simplifié a été testé en compression monotone à 20°C aux trois vitesses expérimentales afin de contrôler l'influence de la vitesse sur les courbes (**Figure V-3**). Pour étudier l'influence de la pression et de la température, il a également été testé en compression cyclée à la vitesse de référence à 20°C sans confinement (**Figure V-4**) et avec 10 MPa de confinement (**Figure V-5**) ainsi qu'à 80°C sans confinement (**Figure V-6**). La comparaison de ces simulations avec celles du modèle complet montre un très faible écart.

Les courbes temporelles correspondantes sont données en annexe. L'amplitude des phases de relaxation et de recouvrance est légèrement plus faible avec le modèle simplifié. L'influence de la vitesse, de la pression et de la température est inchangée. Le modèle simplifié est donc validé pour ce type d'essais.

Les essais de fluage à 20 MPa de compression à 20°C et 50°C ont également été testés puisque parmi notre base de données, ce sont ceux qui sollicitent le plus le caractère visqueux du matériau. Les résultats sont donnés **Figure V-7** (20°C) et **Figure V-8** (50°C). Ces simulations révèlent un écart entre le modèle complet et le modèle simplifié, accentué par la température. Cet écart est dû

à l'absence d'écoulement viscoplastique pour les temps très longs. Le modèle simplifié est donc moins bien adapté à la simulation de fluages.

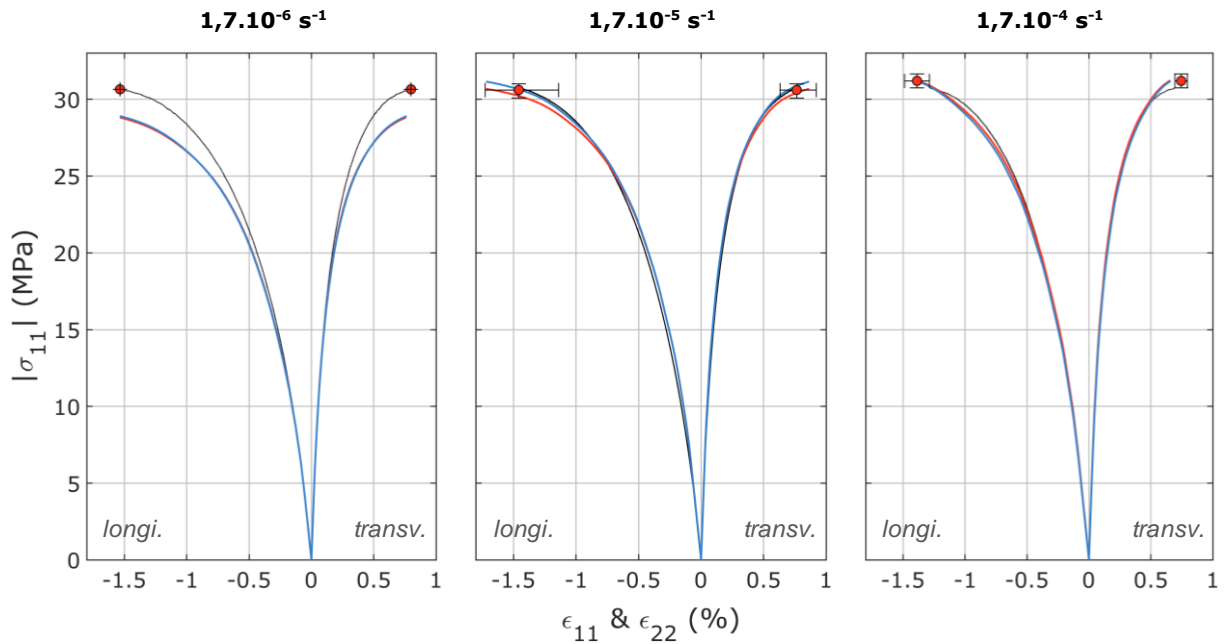


Figure V-3. Comparaison modèle/essai en compression monotone à 20°C, à $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (à gauche), à $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (au centre) et à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (à droite). Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle simplifié est en bleu. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

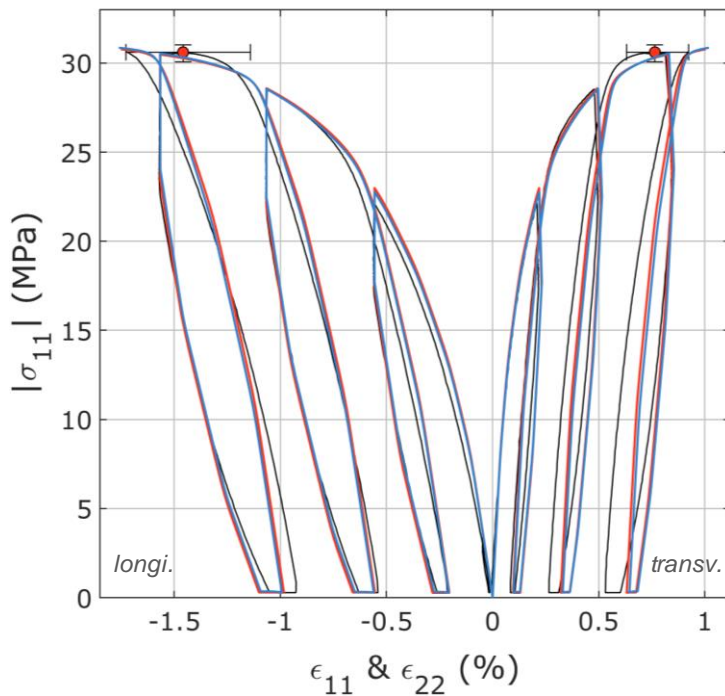


Figure V-4. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle simplifié est en bleu. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

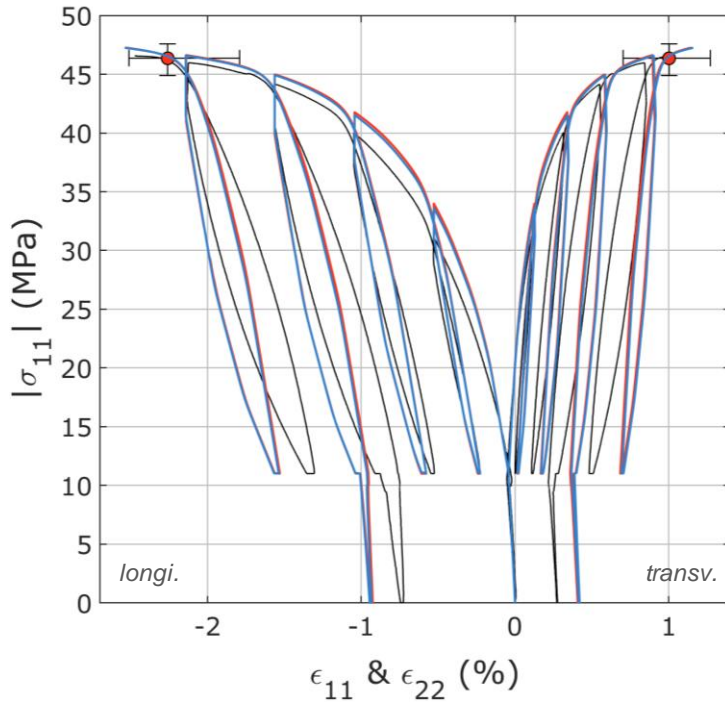


Figure V-5. Comparaison modèle/essai en compression cyclée sous 10 MPa de confinement à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle simplifié est en bleu. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

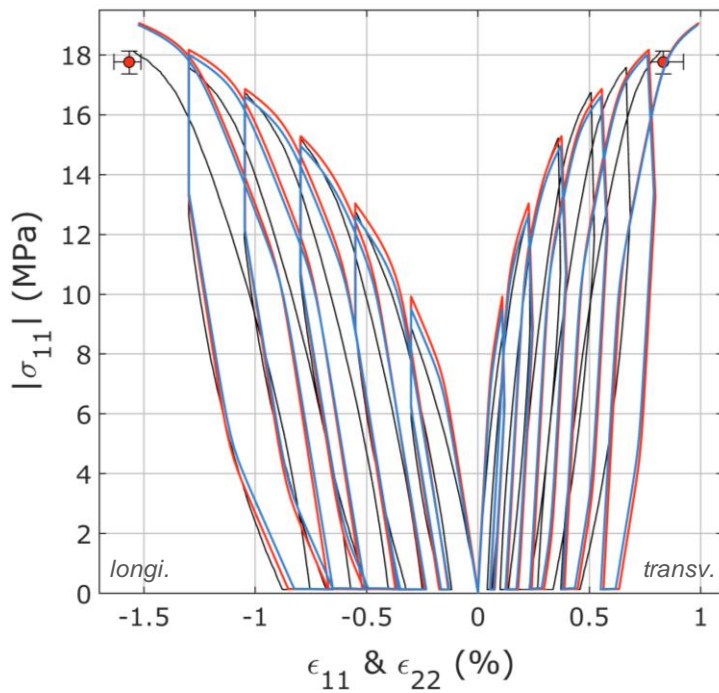


Figure V-6. Comparaison modèle/essai en compression cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle simplifié est en bleu. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

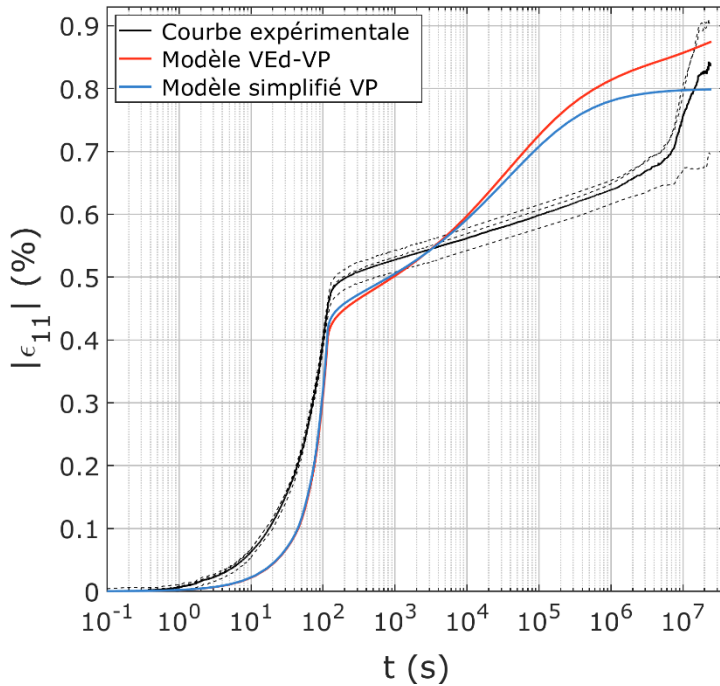


Figure V-7. Comparaison modèle/essai en fluage à 20 MPa de compression à 20°C. Les données expérimentales sont en noir (les mesures de chaque LVDT sont données en pointillés). La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle simplifié est en bleu.

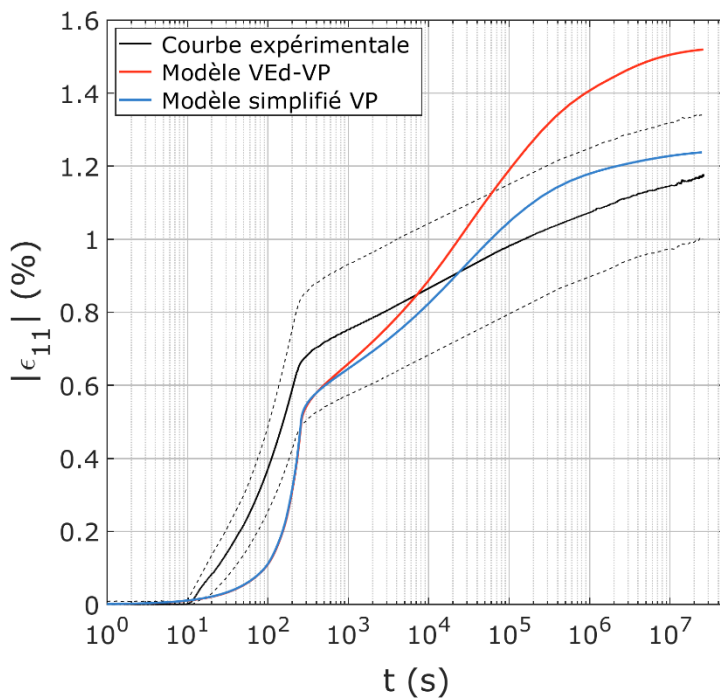


Figure V-8. Comparaison modèle/essai en fluage à 20 MPa de compression à 50°C. Les données expérimentales sont en noir (les mesures de chaque LVDT sont données en pointillés). La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle simplifié est en bleu.

2.3. Allègement du nombre de paramètres

2.3.a. Identification

À partir du premier modèle simplifié, deux autres simplifications sont envisagées : la réduction du nombre de surfaces de plasticité et la suppression de la dilatance. Ces deux simplifications permettent d'alléger l'identification des paramètres du modèle. On appelle ce modèle « ultra-simplifié ».

Les surfaces de plasticité retenues sont au nombre de cinq. Leurs paramètres sont donnés dans le **Tableau V-2**. Les paramètres de la loi viscoplastique et les modules élastiques sont identiques à ceux du modèle simplifié.

Surface s	1	2	3	4	5
σ_{ys} (MPa)	1	9	16	21	22,8
C_s (MPa)	11000	6000	1800	700	1

Tableau V-2. Valeurs des paramètres des cinq surfaces de plasticité du modèle ultra-simplifié.

Avec ce modèle ultra-simplifié, le nombre de paramètres à identifier à 20°C est de 14 (**Tableau V-3**). On rappelle que ce nombre s'élève à 54 pour le modèle complet (**Tableau III-11** page 182).

	Paramètres	Nombre
Seuil de plasticité	$5 \sigma_{ys}$	5
Viscoplasticité	a_1, a_2, a_3, n	4
Écrouissage cinématique	$5 C_s$	5
Nombre total de paramètres à 20°C		14

Tableau V-3. Récapitulatif des paramètres du modèle ultra-simplifié à 20°C.

2.3.b. Formulation

L'algorithme formulé au chapitre III est repris. L'annulation de la dilatance conduit à un écoulement viscoplastique purement déviatorique. Le système de corrections viscoplastiques à résoudre devient :

$$\begin{cases} \delta \Delta \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D + 2G \sum_s \delta \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp s}^D = -\underline{\underline{R}}_2 |_i \\ \delta \Delta \lambda_s + \zeta_{1s} \delta \Delta \underline{\underline{\sigma}}^V + \zeta_{2s} \underline{\underline{N}}_s^D : (\delta \Delta \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D - \delta \Delta \underline{\underline{X}}_s) = -\underline{\underline{R}}_3 |_i \\ \delta \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp s}^D - \delta \Delta \lambda_s \underline{\underline{N}}_s^D = -\underline{\underline{R}}_5 |_i \\ \delta \Delta \underline{\underline{X}}_s - \frac{2}{3} C_s \delta \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp s}^D = -\underline{\underline{R}}_6 |_i \end{cases} \quad (V.7)$$

avec les résidus :

$$\begin{cases} \underline{\underline{R}}_2 |_i = \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D |_i - 2G \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp s} |_i \right) \\ \underline{\underline{R}}_3 |_i = \Delta \lambda_s |_i - \left(\frac{f_s |_i}{a_1} \right)^n \exp \left((a_2 + a_3 \underline{\underline{\sigma}}^V |_i) f_s |_i^{n+1} \right) \Delta t \\ \underline{\underline{R}}_5 |_i = \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp s}^D |_i - \underline{\underline{N}}_s^D \Delta \lambda_s |_i \\ \underline{\underline{R}}_6 |_i = \Delta \underline{\underline{X}}_s |_i - \frac{2}{3} C_s \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp s}^D |_i \end{cases} \quad (V.8)$$

où G , le module de cisaillement, dépend seulement de la température.

La résolution du système (V.7) est identique à celle du modèle complet. Pour un chargement proportionnel, les équations du système (V.7) sont projetées sur l'unique direction de glissement $\underline{\underline{N}}_s^D$. Le système matriciel à résoudre par la méthode du pivot de Gauss-Jordan est de dimension $1 + 3N_{Spos}$,

avec $N_{S_{pos}}$ le nombre de surfaces actives. Pour un chargement non proportionnel, les composantes des tenseurs de correction sont résolues une à une. Le système matriciel à résoudre est de dimension $6+13N_{S_{pos}}$.

On souligne qu'avec l'algorithme allégé formulé au paragraphe 2.1, le système de corrections viscoplastiques sans dilataance s'écrit :

$$\begin{cases} \delta \Delta \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D + 2G_{eq} \sum_s \delta \Delta \lambda_s \underline{\underline{N}}_s^{D_{préd}} = -\underline{\underline{R}}_2 |_i \\ \delta \Delta \lambda_s (1 - \zeta_{2s} C_s) + \zeta_{1s} \delta \Delta \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^V + \zeta_{2s} \underline{\underline{N}}_s^{D_{préd}} : \delta \Delta \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D = -\underline{\underline{R}}_{3s} |_i \end{cases} \quad (V.9)$$

avec les résidus :

$$\begin{cases} \underline{\underline{R}}_2 |_i = \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^D |_i - 2G \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \sum_{s=1}^{N_s} \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp,s} |_i \right) \\ \underline{\underline{R}}_{3s} |_i = \Delta \lambda_s |_i - \left(\frac{f_s |_i}{a_1} \right)^n \exp \left((a_2 + a_3 \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^V |_i) f_s |_i^{n+1} \right) \Delta t \end{cases} \quad (V.10)$$

Pour un chargement proportionnel, le système matriciel à résoudre par le méthode du pivot de Gauss-Jordan est de dimension $1+N_{S_{pos}}$, et de dimension $6+N_{S_{pos}}$ en chargement non proportionnel.

2.3.c. Résultats

Les paramètres visqueux du modèle ultra-simplifié n'ayant pas été modifiés par rapport au modèle simplifié, seuls les essais de compression cyclée à la vitesse de référence à 20°C sans confinement (**Figure V-9**) et avec 10 MPa de confinement (**Figure V-10**) ont été simulés. Les courbes temporelles correspondantes sont données en annexe.

L'écart entre les courbes simulées avec le modèle complet et celle simulées avec le modèle ultra-simplifié est évidemment plus important qu'avec le modèle simplifié. En compression triaxiale (**Figure V-10**), la suppression de la dilataance conduit à une légère augmentation de la contrainte. Les paramètres viscoplastiques pourraient donc être adaptés pour corriger cet effet. La suppression de la dilataance conduit également à la diminution des déformations transversales en compression simple (**Figure V-9**) et à leur légère surestimation en compressions triaxiale (**Figure V-10**). L'évolution des déformations longitudinales reste correcte pour les deux essais. L'amplitude des phases de relaxation est moins bonne qu'avec les modèles complet ou simplifié. Paradoxalement, en compression simple, le niveau des déformations transversales en recouvrance semble davantage correspondre aux données expérimentales.

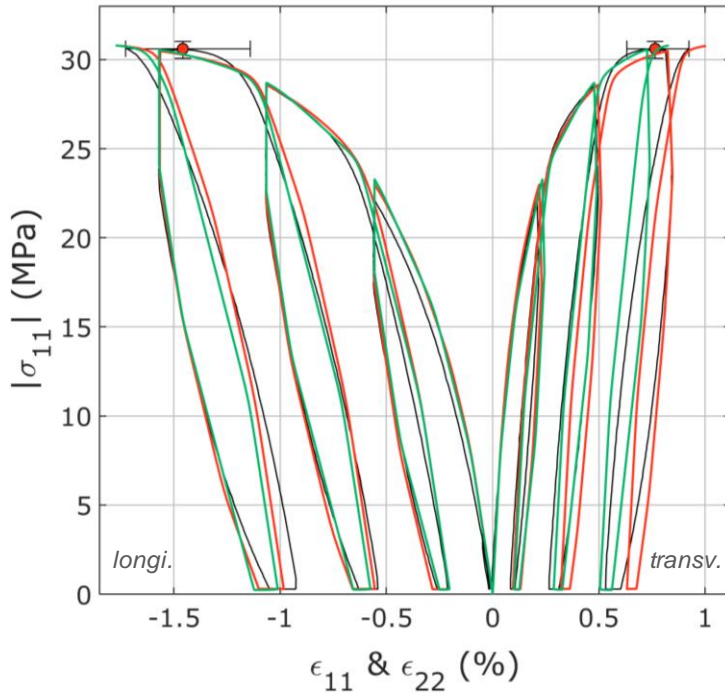


Figure V-9. Comparaison modèle/essai en compression cyclée sous 10 MPa de confinement à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle ultra-simplifié est en vert. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

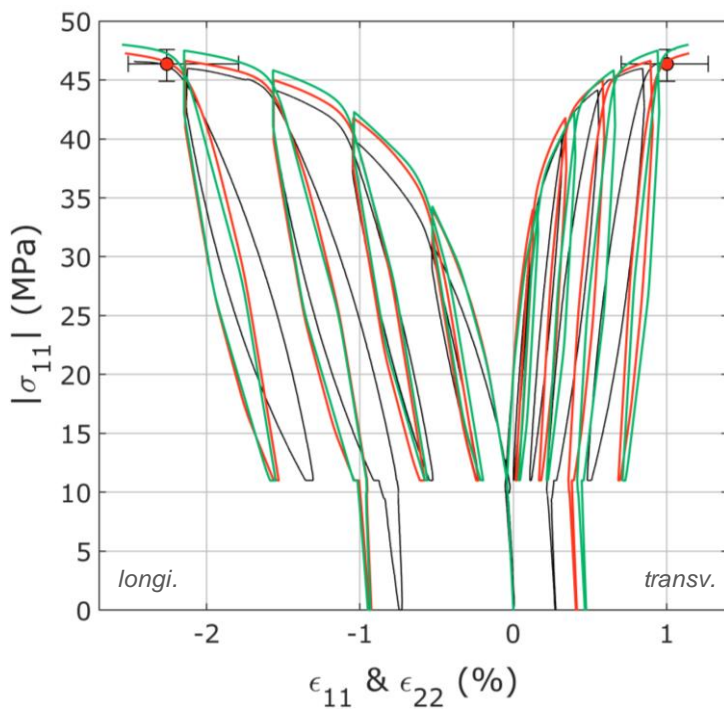


Figure V-10. Comparaison modèle/essai en compression cyclée sous 10 MPa de confinement à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle ultra-simplifié est en vert. La dispersion expérimentale au point de rupture est représentée par la barre d'erreur.

3. Discussions sur l'algorithme viscoplastique

3.1. Algorithme viscoplastique « intérieur »

L'algorithme de correction viscoplastique utilisé dans le modèle peut être qualifié d'« extérieur ». En début de pas de charge, toutes les surfaces dont le seuil est positif lors de la prédiction élastique sont considérées actives. Après un calcul de l'écoulement viscoplastique, celles qui ont finalement un seuil négatif sont extraites des équations de correction. Cela signifie que l'on part de l'extérieur des surfaces actives lors de la prédiction élastique pour progressivement supprimer des surfaces du

calcul viscoplastique si nécessaire. Cette forme d'algorithme est efficace pour des simulations à faible pas de charge car la prédiction élastique n'est pas très éloignée de la contrainte réelle et très peu de surfaces s'avèrent être de « fausses positives ».

En revanche, lorsque l'incrément de déformation est important, la prédiction élastique est éloignée de la contrainte réelle. De nombreuses surfaces peuvent donc être considérées actives en début de correction alors qu'elles ne le seront pas à convergence. Le calcul prendra alors beaucoup plus de temps. Le schéma de la **Figure V-11** fournit un exemple. Sur ce schéma, trois surfaces de plasticité sont représentées. À l'instant initial, la contrainte prédictive est $\underline{\underline{\sigma}}^{pred}$. La contrainte à convergence est notée $\underline{\underline{\sigma}}^{fin}$. Deux surfaces sont donc faussement considérées actives en début de calcul. L'algorithme viscoplastique va démarrer la correction avec ces trois surfaces. Après quelques itérations, la contrainte estimée vaut $\underline{\underline{\sigma}}^{tmp1}$. Le critère de la troisième surface (en orange) devient négatif. La correction viscoplastique est réinitialisée, la contrainte vaut $\underline{\underline{\sigma}}^{pred}$. Seules les surfaces 1 et 2 sont considérées dans le calcul. Après quelques itérations, la contrainte estimée tombe à $\underline{\underline{\sigma}}^{tmp2}$. La seconde surface (en bleu) a un critère négatif. L'algorithme viscoplastique est réinitialisé, il repart de $\underline{\underline{\sigma}}^{pred}$ et ne considère plus que la première surface (en rose) pour la correction viscoplastique. Après quelques itérations, la contrainte à convergence $\underline{\underline{\sigma}}^{fin}$ est trouvée. Le calcul est terminé.

Pour que la correction viscoplastique soit plus efficace dans ce cas, il pourrait être judicieux de définir un algorithme « intérieur » pour lequel les surfaces seraient corrigées progressivement, en commençant par la première. Dans le cas du schéma de la **Figure V-11**, la première surface ayant un critère positif, elle serait corrigée par l'algorithme viscoplastique et on trouverait directement $\underline{\underline{\sigma}}^{fin}$. La seconde surface serait alors testée. Puisque son critère serait négatif, le calcul s'arrêterait là.

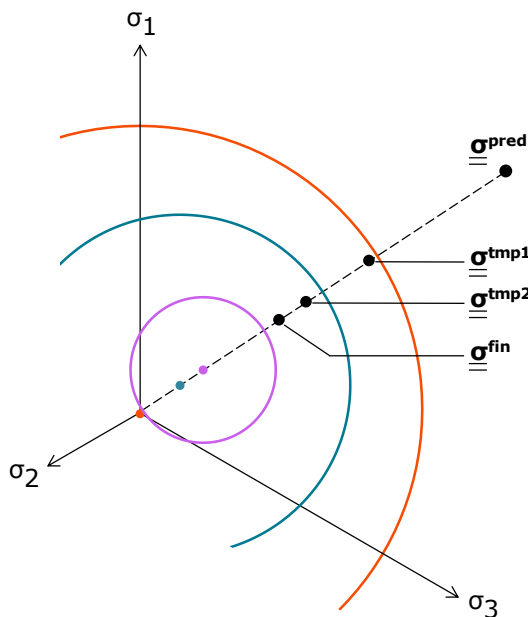


Figure V-11. Schéma explicatif du principe de l'algorithme extérieur.

Un algorithme « intérieur » nécessite la définition d'un critère pour définir sous quelle condition une seconde surface est intégrée à la correction viscoplastique. Dans le cas élastoplastique, ce genre d'algorithme existe [96]. En début de pas de temps, seul le critère de la première surface est testé et corrigé si besoin (**Figure V-12** à gauche). Si au cours de la correction, cette surface atteint la seconde alors celle-ci s'active (**Figure V-12** au centre). Les deux surfaces sont alors corrigées, et ainsi de suite jusqu'à ce que la surface $s+1$ ne soit pas atteinte (**Figure V-12** à droite) ou que toutes les surfaces le soient toutes.

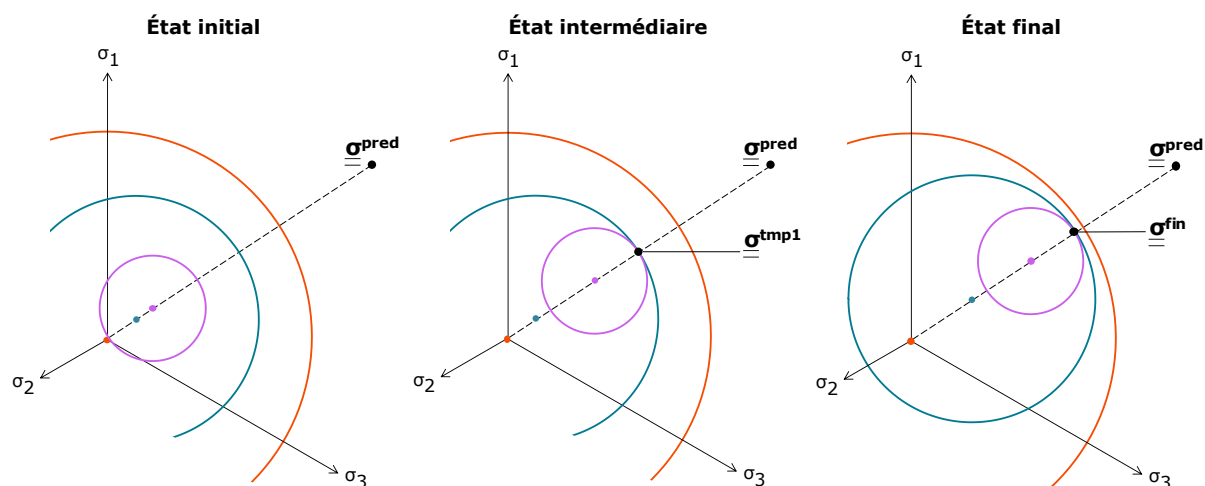


Figure V-12. Schéma explicatif du principe de l'algorithme intérieur pour un modèle multisurface purement élastoplastique.

Dans le cas viscoplastique, les surfaces ne doivent pas nécessairement être en contact pour s'activer. On ne voit pas, dès lors, quel critère établir pour l'ajout d'une seconde surface au calcul de correction viscoplastique. La définition d'un algorithme intérieur, si elle est possible, nécessitera une étude complémentaire.

3.2. Correction de la direction d'écoulement pour les chargements non proportionnels

Lors de la formulation du modèle, nous avons choisi de définir l'écoulement des surfaces viscoplastiques selon leur normale respective dans le plan des contraintes déviatoriques. En chargement non proportionnel, cela peut théoriquement conduire à un chevauchement des surfaces. Afin d'évaluer ce chevauchement, nous avons extrait la position des surfaces dans le plan des contraintes déviatoriques à la fin de trois simulations : un chargement proportionnel (compression simple) et deux chargements non proportionnels (compression 0° - 90° et compression couloir).

La position des surfaces en fin de compression simple (dernier point de la courbe rouge de la **Figure III-37** à droite, page 177) est donnée **Figure V-13**. Celle des surfaces en fin de compression 0° - 90° (dernier point de la courbe verte de la **Figure III-37** à droite) est donnée **Figure V-14**. Enfin, celle des surfaces en fin de compression couloir (dernier point de la courbe rouge de la **Figure III-42** page 181) est donnée **Figure V-15**.

En chargement proportionnel (**Figure V-13**), les surfaces restent imbriquées et on observe bien leur « retard » par rapport à l'état de contrainte (point noir). En chargement non proportionnel (**Figure V-14** et **Figure V-15**), on constate qu'effectivement quelques surfaces se chevauchent, mais de façon très limitée, ce qui est rassurant quant à la qualité du modèle.

Même si le chevauchement des surfaces est extrêmement limité pour les chargements non proportionnels simulés dans ce mémoire, nous ne pouvons pas garantir que le phénomène reste négligeable quel que soit le chargement. Dans ce qui suit, quelques pistes de réflexion sont dressées afin d'ajouter au modèle une condition de non-chevauchement des surfaces.

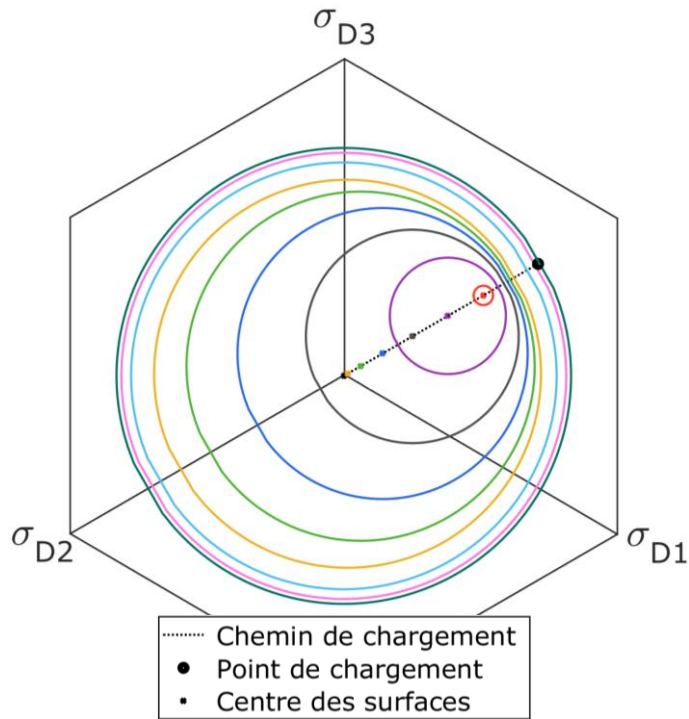


Figure V-13. Position des surfaces de viscoplasticité dans le plan des contraintes déviatoriques en fin de simulation de compression simple. Le chemin de chargement est en pointillés et l'état de contrainte actuel est marqué par un point noir. Les surfaces peuvent sembler non convexes en deux points mais ce n'est qu'un problème de résolution du logiciel Matlab. Il s'agit bien de cercles.

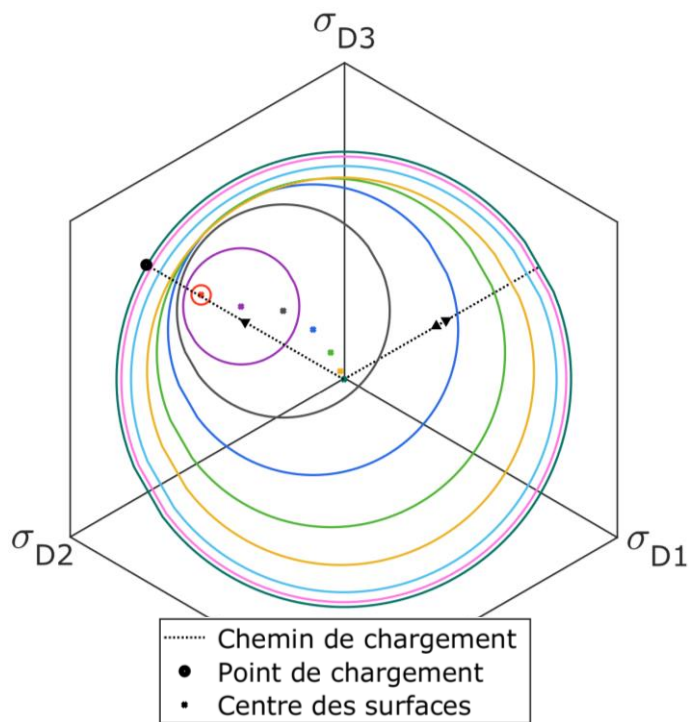


Figure V-14. Position des surfaces de viscoplasticité dans le plan des contraintes déviatoriques en fin de simulation de compression 0°-90°. Le chemin de chargement est en pointillés (il est d'abord parti en compression simple à droite du graphique). L'état de contrainte actuel est marqué par un point noir. Les cercles jaunes, vert clair et bleu marine se chevauchent légèrement. Les surfaces peuvent sembler non convexes en deux points mais ce n'est qu'un problème de résolution du logiciel Matlab. Il s'agit bien de cercles.

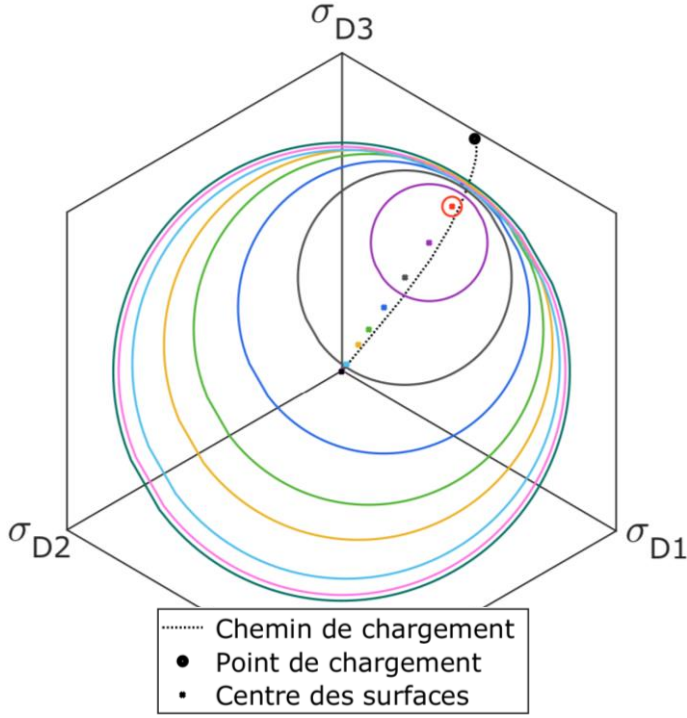


Figure V-15. Position des surfaces de viscoplasticité dans le plan des contraintes déviatoriques en fin de simulation de compression couloir. Le chemin de chargement est en pointillés et l'état de contrainte actuel est marqué par un point noir. Les cercles jaunes, vert clair et bleu marine ont légèrement dépassé les cercles bleu clair et rose. Les surfaces peuvent sembler non convexes en deux points mais ce n'est qu'un problème de résolution du logiciel Matlab. Il s'agit bien de cercles.

Nous avons vu que les auteurs de modèles multisurfaces [96][98][142] garantissent l'imbrication des surfaces les unes dans les autres en modifiant la direction d'écoulement. Dans le cas purement élastoplastique [96][98], une direction d'écoulement \underline{M}_s différente de la direction normale \underline{N}_s est définie pour toutes les surfaces, hormis la dernière. Cette direction est définie telle que les surfaces soient tangentes au point $\underline{\sigma}$. Pour cela, l'état de contrainte $\underline{\sigma}$ et les centres des deux surfaces s et $s+1$ doivent être colinéaires (Figure V-16). On souhaite donc avoir à l'instant du contact (indice 2) :

$$\underline{X}_s|_2 = \underline{X}_{s+1} + (\sigma_{\gamma_{s+1}} - \sigma_{\gamma_s}) \frac{\underline{\sigma} - \underline{X}_{s+1}}{\|\underline{\sigma} - \underline{X}_{s+1}\|} \quad (\text{V.11})$$

Tant que \underline{X}_s n'a pas atteint la position $\underline{X}_s|_2$, il suit la direction \underline{M}_s (l'indice 1 correspondant à l'instant initial) :

$$\underline{M}_s = \frac{\underline{X}_s|_2 - \underline{X}_s|_1}{\|\underline{X}_s|_2 - \underline{X}_s|_1\|} \quad (\text{V.12})$$

Le taux d'écoulement s'écrit alors :

$$\underline{\dot{X}}_s = \frac{2}{3} C_s \lambda_s \underline{M}_s \quad (\text{V.13})$$

Lorsque \underline{X}_s a atteint la position $\underline{X}_s|_2$ alors la surface $s+1$ s'active. On notera que pour définir un tel modèle, un algorithme intérieur est nécessaire.

On peut remarquer que la direction \underline{M}_s varie avec $\underline{\sigma}$ (approche implicite). L'algorithme de retour radial n'est plus valable puisque la direction varie au cours des itérations. La résolution du schéma de Newton est alors beaucoup plus compliquée.

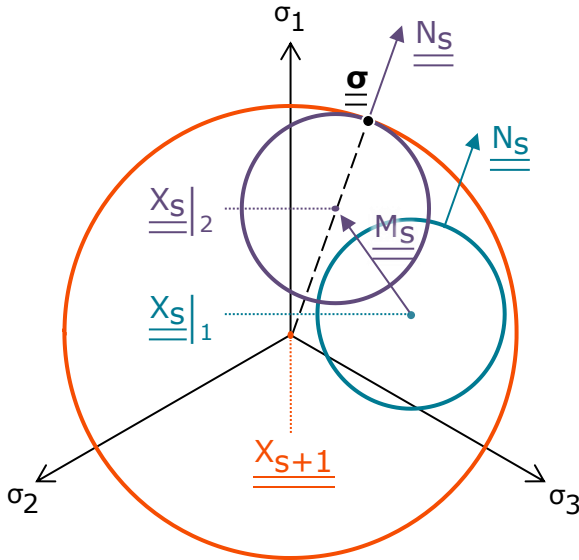


Figure V-16. Calcul de la direction d'écrouissage pour garantir que les surfaces soient tangentes au point de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ pour un modèle multicouche élastoplastique [96][98].

Dans le cas viscoplastique, le problème est plus difficile puisque les surfaces s'activent indépendamment de leur mise en contact. Taheri [121] définit des surfaces « fictives », définies par :

$$\left| \underline{\underline{\sigma}}^D - \underline{\underline{X}}_s \right| - \sigma_{Y_s} - f_s = 0 \quad (\text{V.14})$$

Le rayon des surfaces fictives est augmenté par rapport aux surfaces réelles pour atteindre l'état de contrainte. Ces surfaces se rencontrent donc au point de chargement. L'auteur travaille alors avec les surfaces fictives comme avec des surfaces élastoplastiques. Le glissement des surfaces réelles est défini tel que les surfaces fictives soient tangentes. Le modèle n'est pas détaillé davantage.

Yan et Oskai [142] ont proposé un modèle viscoplastique multisurface. Le modèle est construit de façon à garantir la colinéarité des surfaces actives. Le glissement viscoplastique de la surface active et de ses surfaces internes satisfait à tout moment à la condition de colinéarité. Pour cela, la dernière surface active impose sa direction de glissement à toutes les surfaces qu'elle contient. Pour les surfaces s , de 1 à $N_{S_{pos}}$, on a alors :

$$\underline{\underline{\dot{X}}}_s = \frac{2}{3} C_s \dot{\lambda}_{N_{S_{pos}}} \underline{\underline{M}}_{N_{S_{pos}}} \quad (\text{V.15})$$

Toutes les surfaces internes se déplacent donc à la même vitesse et dans la même direction que la dernière surface active. Selon les auteurs, cette restriction garantit qu'aucun chevauchement de surface n'est possible.

La nécessité de corriger le modèle proposé au chapitre III sera à évaluer en fonction des chargements simulés. À ce jour et de notre point de vue, le chevauchement des surfaces observé **Figure V-14** et **Figure V-15** ne justifie pas une telle complexification de l'algorithme. On retiendra tout de même que le modèle de Yan et Oskai [142] semble être le plus prometteur pour garantir l'imbrication des surfaces de viscoplasticité.

4. Conclusion

La loi de comportement que nous avons déterminée pour M2 est complexe et comporte de nombreuses variables internes. De plus, ce modèle comporte un défaut, les surfaces peuvent se chevaucher en chargement non proportionnel.

Dans un premier temps, l'algorithme de correction viscoplastique a été allégé. L'algorithme détaillé au chapitre III étant une version utilisée pour le développement du modèle, une version optimisée a été formulée. La dimension du système matriciel de corrections a été considérablement réduite, ce qui permettra, une fois ce nouvel algorithme implémenté, de réduire les coûts de calcul.

Deux modèles décrivant des mécanismes simplifiés ont ensuite été proposés. Dans le premier modèle simplifié, la viscoélasticité et l'endommagement ont été retirés ce qui permet de réduire drastiquement le nombre de variables stockées et donc de réduire les temps de calcul et l'espace de stockage. La légère augmentation de contrainte qui résulte de la suppression de l'endommagement a été compensée par la viscoplasticité. Ce modèle simplifié conduit à des simulations très proches de celles du modèle complet pour un nombre de variables divisé par dix. La suppression de la viscoélasticité a toutefois un impact sur les simulations de fluage (la déformation devient constante aux temps longs). Dans le second modèle ultra-simplifié, en plus de la suppression de la viscoélasticité endommageable, le nombre de surfaces de plasticité est réduit et la dilatance est supprimée. Le nombre de paramètres est alors relativement limité. L'identification de ce modèle sur un matériau quelconque est donc beaucoup plus facile que celle du modèle complet.

Pour finir, nous nous sommes penchés sur l'algorithme de correction viscoplastique. Nous avons présenté l'intérêt d'un algorithme « intérieur » pour les calculs à grand pas de charge. Le problème de la direction d'écrouissage des surfaces de plasticité a également été abordé et des pistes de réflexion ont été lancées. Le problème reste toutefois en suspens et devra être étudié à l'avenir.

Chapitre VI :

Capacité du modèle à reproduire le comportement de M1

1. Introduction

L'objectif premier de cette thèse était d'établir une loi de comportement thermomécanique dédiée au domaine quasistatique du matériau énergétique M2. Après avoir analysé les réponses expérimentales du matériau, un modèle a été proposé à 20°C puis étendu en température. Les comparaisons des simulations numériques avec les données expérimentales ont permis de valider ce modèle sur son domaine d'emploi même si quelques réserves ont été émises en traction à quelques températures.

Nous souhaitons maintenant déterminer si ce modèle peut être généralisé à d'autres explosifs pressés, et notamment à M1 qui est un matériau du CEA. L'étude bibliographique réalisée au premier chapitre a mis en évidence des différences de comportement entre les explosifs pressés à base de HMX (M1, PBX-9501, EDC-37) et M2, qui est à base de TATB. En particulier, un important endommagement anisotrope avec effet unilatéral. Ce phénomène, négligeable voir absent du comportement de M2, a été pris en compte lors de la formulation du modèle au chapitre III, même si seule une effectivité volumique a été formulée.

L'objectif de ce chapitre n'est pas d'identifier le modèle sur le matériau M1 mais d'étudier la capacité du modèle à reproduire qualitativement le comportement de M1. Les données expérimentales traitées se limitent au cas de la traction et de la compression à 20°C. Deux pressions de confinement sont considérées, 0 et 10 MPa. Dans un premier temps, les comportements expérimentaux de M1 et M2 sont comparés afin de mettre en exergue leurs similitudes et différences. Une analyse de la capacité du modèle à reproduire les spécificités de M1 est ensuite proposée.

2. Comparaison du comportement expérimental des matériaux M1 et M2

Avant d'étudier les possibilités offertes par notre modèle pour la simulation de M1, le comportement mécanique du matériau est analysé et comparé à celui de M2. L'objectif est de souligner les principales différences entre ces deux matériaux et par conséquent les spécificités de la modélisation de M1.

L'allure des courbes monotones (**Figure VI-1**) des deux matériaux est comparable mais la vitesse de déformation a davantage d'effet sur M1. En chargement cyclé (**Figure VI-2**), l'amplitude des relaxations et des recouvrances de M1 augmente avec le confinement tandis qu'elle diminue pour M2. La contrainte équivalente maximale est multipliée par deux sous 10 MPa de confinement pour M1 alors qu'elle n'augmente que de 20% pour M2. On rappelle également que les modules élastiques de M1 augmentent avec le confinement [133] contrairement à ceux de M2 qui restent constants. La pression a donc davantage d'influence sur M1.

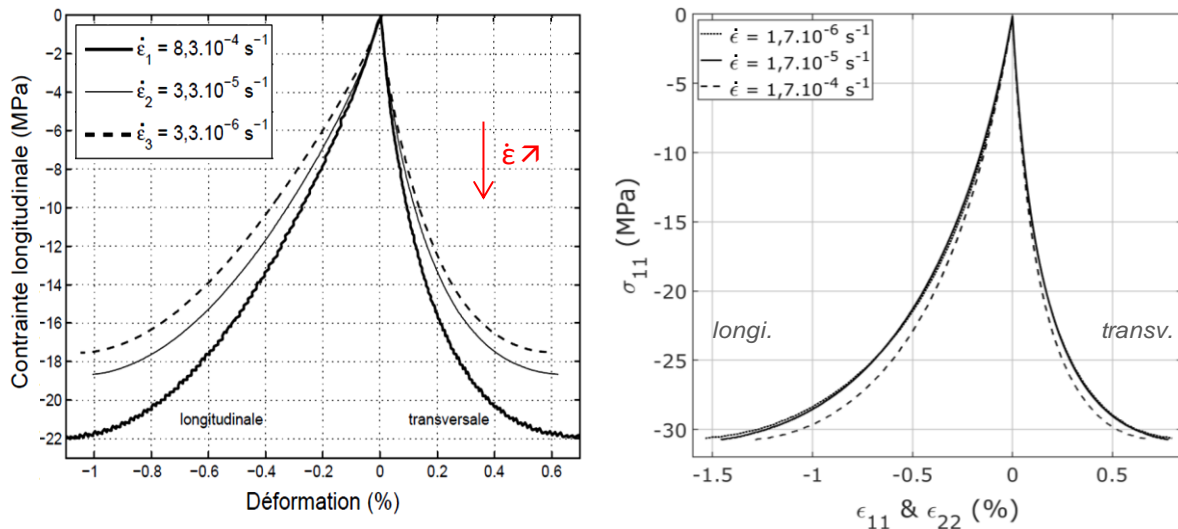


Figure VI-1. Influence de la vitesse de déformation sur le comportement en compression monotone de M1 à gauche [80] et de M2 à droite, à 20°C.

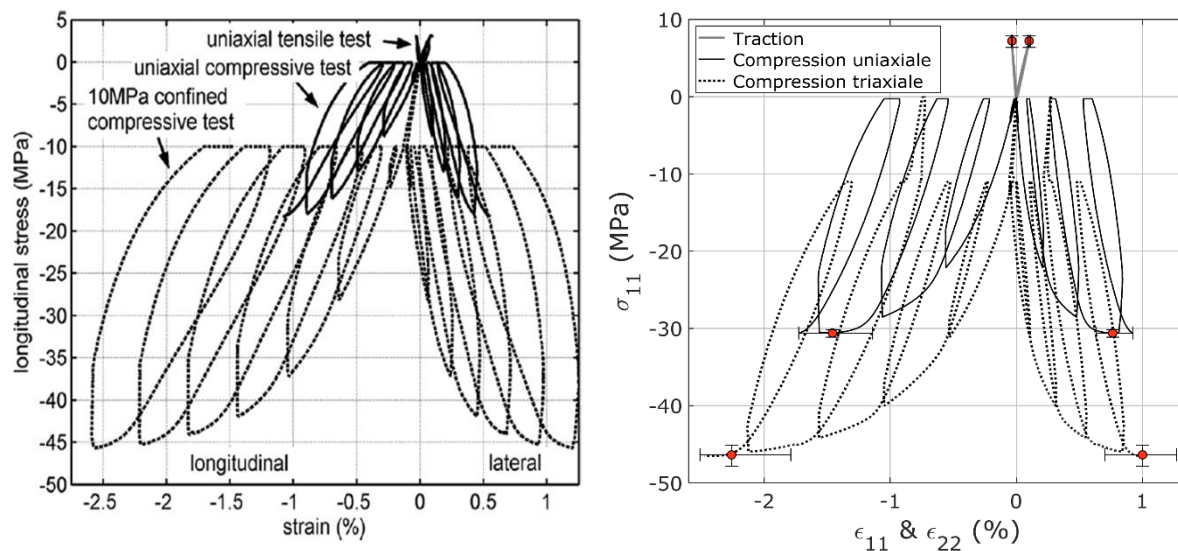


Figure VI-2. Courbes des essais cyclés de traction, compression et compression confinée à 10 MPa réalisés sur M1 à gauche [29] et sur M2 à droite, à 20°C et environ 10^{-5} s^{-1} .

Bien que les courbes d'essais cyclés aient une allure a priori similaire pour les deux matériaux, la comparaison des phases de charge et de décharge ne traduit pas les mêmes comportements. Alors que tous les pieds de courbe de M2 sont superposés (**Figure II-69** à **Figure II-71** page 113), la pente de début de charge de M1 diminue à partir du second cycle en compression uniaxiale et triaxiale (**Figure VI-3** et **Figure VI-4**), ce qui traduit l'endommagement du matériau. À l'inverse, les modules de décharge de M1 semblent augmenter entre le second et le troisième cycles en compression simple. En compression triaxiale, les courbes de décharge sont superposées à partir du troisième cycle. L'augmentation des modules élastiques en début de décharge peut être due à une viscoélasticité non linéaire. Cela pourrait également être un phénomène de refermeture sous chargement (inversion du sens du frottement des lèvres fermées). Les courbes de recharge de M1 en compression sont particulières. À partir du troisième cycle en compression uniaxiale ou triaxiale, elles présentent une reprise de raideur (aux alentours de 6 MPa en uniaxial, 25 en triaxial). Cette courbure, qui s'accroît au fil des cycles, est moins prononcée sous confinement. Nous qualifions cette allure de forme en « S ». Au note également que lors des surcharges (contrainte historiquement la plus élevée), la

concavité de la courbe s'inverse et le matériau s'écoule davantage mais dans des proportions moindre que pour M2. Ainsi, l'allure particulière des courbes de recharge et leur asymétrie avec les courbes de décharge sont un point clé du comportement de M1. On notera que de façon analogue à M2, la rupture se produit très tôt en traction, ce qui conduit à un comportement quasi-linéaire (**Figure VI-5**). L'endommagement et l'écoulement plastique semblent donc très limités sous ces niveaux de contrainte.

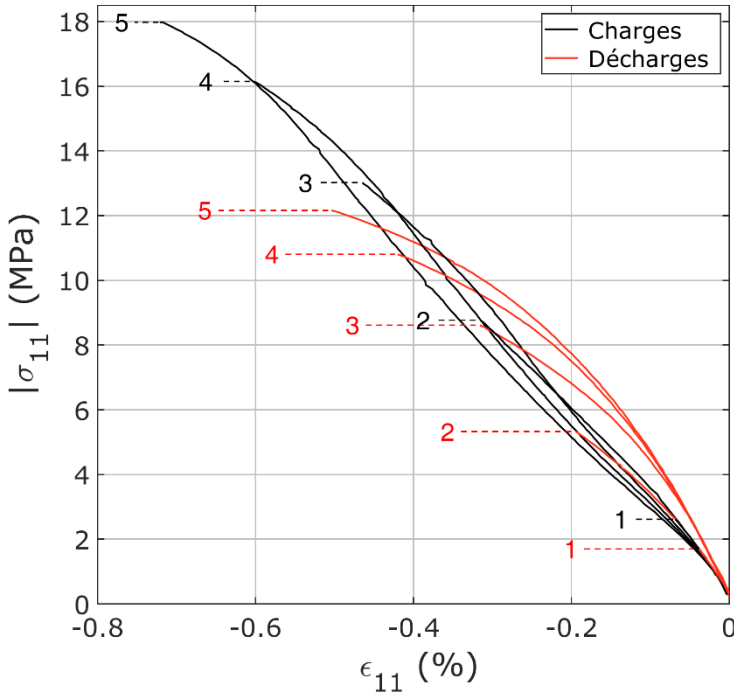


Figure VI-3. Comparaison des courbes longitudinales de charges et décharges retournées d'un essai de compression uniaxiale cyclée réalisé sur M1 à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

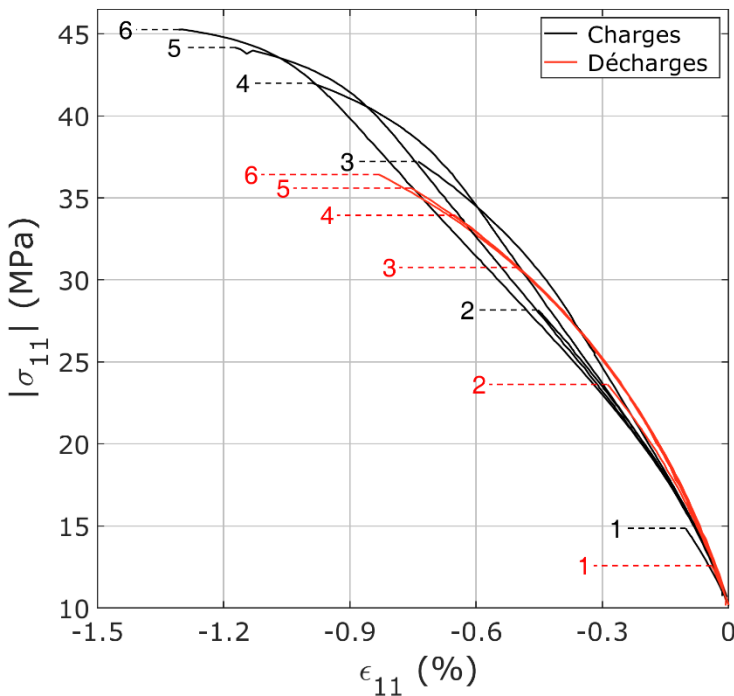


Figure VI-4. Comparaison des courbes longitudinales de charges et décharges retournées d'un essai de compression triaxiale cyclée réalisé sur M1 sous 10 MPa de confinement, à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

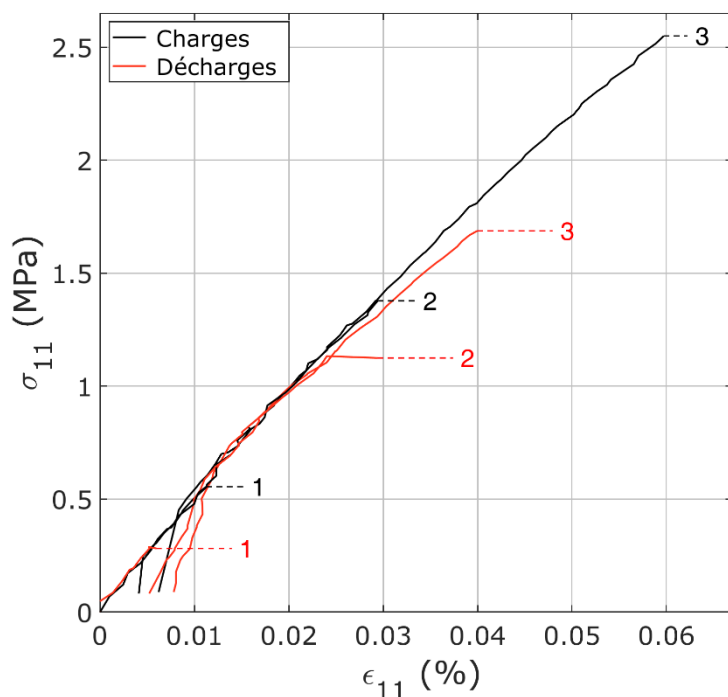


Figure VI-5. Comparaison des courbes longitudinales de charges et décharges retournées d'un essai de traction uniaxiale cyclée réalisé sur M1 à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

La reprise de raideur de M1, observée lorsqu'une compression fait suite à une traction, est une des principales différences avec M2 (**Figure I-17** page 37 et **Figure II-29** page 90). Toutefois, cet effet reste relativement limité. Il est en tout cas moindre que pour les bétons (**Figure II-13** page 76) probablement à cause de la viscosité du matériau. La forme en « S » des courbes de recharge de M1 pourrait être interprétée comme une conséquence de cet effet unilatéral. Dans la direction longitudinale pour un essai de compression, les porosités initiales de M1 (aussi appelées prédommage) se ferment en charge et s'ouvrent en décharge. On peut supposer que lors des recharges, les porosités se referment à retardement, puisque le changement de convexité intervient sous forte charge, à cause d'un mécanisme de frottement interne (hypothèse émise pour les bétons [18][70]) entraînant une rigidification progressive du comportement. Lorsque la contrainte maximale historique est atteinte, les fissures sont refermées et l'écoulement plastique s'accroît. Toutefois, cette interprétation n'explique pas pourquoi les décharges n'ont pas également une forme en « S ».

Pour aller plus loin dans la comparaison, les valeurs des modules tangents longitudinaux et transversaux de début de charge et de décharge de M1 et M2 en compression simple à 20°C sont reportées dans le **Tableau VI-1**. Rappelons que le module transversal traduit en fait un effet Poisson puisqu'il est déterminé à partir de la contrainte longitudinale. Les variations des modules montrent clairement les différences de comportement des deux matériaux. Les modules de M2 sont relativement constants puisque son endommagement est très faible. Les valeurs mesurées en charge (i.e. à contrainte nulle) et en décharge (i.e. à différents niveaux de contrainte) sont identiques, ce qui va dans le sens d'une linéarité de la viscoélasticité. Concernant M1, les modules mesurés en charge diminuent progressivement à cause de l'endommagement. En revanche, sur la partie longitudinale, les modules de décharge augmentent. Cela peut signifier que M1 développe une viscoélasticité non linéaire, les modules élastiques augmentant sous contrainte. Un frottement interne des lèvres des fissures pourrait également entraîner l'augmentation des modules apparents. Sur la partie transversale, on peut supposer que deux mécanismes se compensent, l'endommagement et l'augmentation du module.

Sur ce sujet, des essais DMA sous contrainte pourraient être réalisés afin de tester l'hypothèse de viscoélasticité non linéaire de M1. Pour étudier l'hypothèse d'un frottement interne, des essais de torsion/compression cyclés sous confinement pourraient être réalisés. Notons qu'en début de thèse,

une étude préliminaire de ce problème a été réalisée [108], dans laquelle l'intégration d'un frottement interne sur la composante tangentielle d'un modèle microplan VDT a été étudiée.

M1				
Charge à (% σ_{max})	E_L (MPa)		E_T (MPa)	
	Charge	Décharge	Charge	Décharge
0%	3970		14120	
14%	3670	3620	13710	11940
48%	3340	4070	11070	12160
71%	3120	4730	10550	13100
88%	3010	5050	9660	12540
98%	2750	5100	7750	12370
<i>Variation</i>	<i>-31%</i>	<i>+41%</i>	<i>-45%</i>	<i>-4%</i>

M2				
Charge à (% σ_{max})	E_L (MPa)		E_T (MPa)	
	Charge	Décharge	Charge	Décharge
0%	6860		21380	
11%	7550	7520	20930	22740
72%	7600	7840	20570	21260
93%	7740	8030	19260	20710
100%	7340	8010	19390	21080
<i>Variation</i>	<i>+7%</i>	<i>+7%</i>	<i>-9%</i>	<i>-7%</i>

Tableau VI-1. Valeurs des modules tangents longitudinaux E_L et transversaux E_T calculés en débuts de charge et de décharge sur une fenêtre de 0,032% de déformation longitudinale pour un essai de compression simple cyclée. Le niveau de contrainte est donné en pourcentage de la contrainte maximale. Les variations de module sont calculées entre la première et la dernière mesure.

Par analogie à l'étude de M2, l'endommagement volumique et déviatorique de M1 est étudié à partir de l'évolution des modules élastiques tangents en fonction de la déformation élastique positive maximale pour quatre types d'essais (traction simple « TS », compression simple « CS », compression triaxiale sous 5 MPa « H5 » et 10 MPa « H10 » de confinement). Le résultat est donné **Figure VI-6-6**. La fenêtre de déformation longitudinale utilisée pour calculer les modules tangents de M1 est de 0,032% (ce qui correspond en moyenne à cinq points de mesure), sauf en traction où elle est de 0,016% car le nombre de points est suffisant et le comportement en traction n'est plus linéaire au-delà. Comme les courbes de charge/décharge le laissaient présager, en traction l'endommagement est nul puisque les modules restent constants jusqu'à rupture. En compression simple, le module de compressibilité est relativement constant tandis que le module de cisaillement décroît. En revanche, sous confinement, les deux modules augmentent. On peut supposer que ce phénomène est dû à une diminution de l'effectivité de l'endommagement avec le confinement. Toutefois, on notera que l'estimation des modules de compressibilité est délicate à cause du très faible niveau de déformation viscoélastique volumique. Ainsi, seul un endommagement déviatorique est apparent en compression simple. Il atteint environ 35% à rupture.

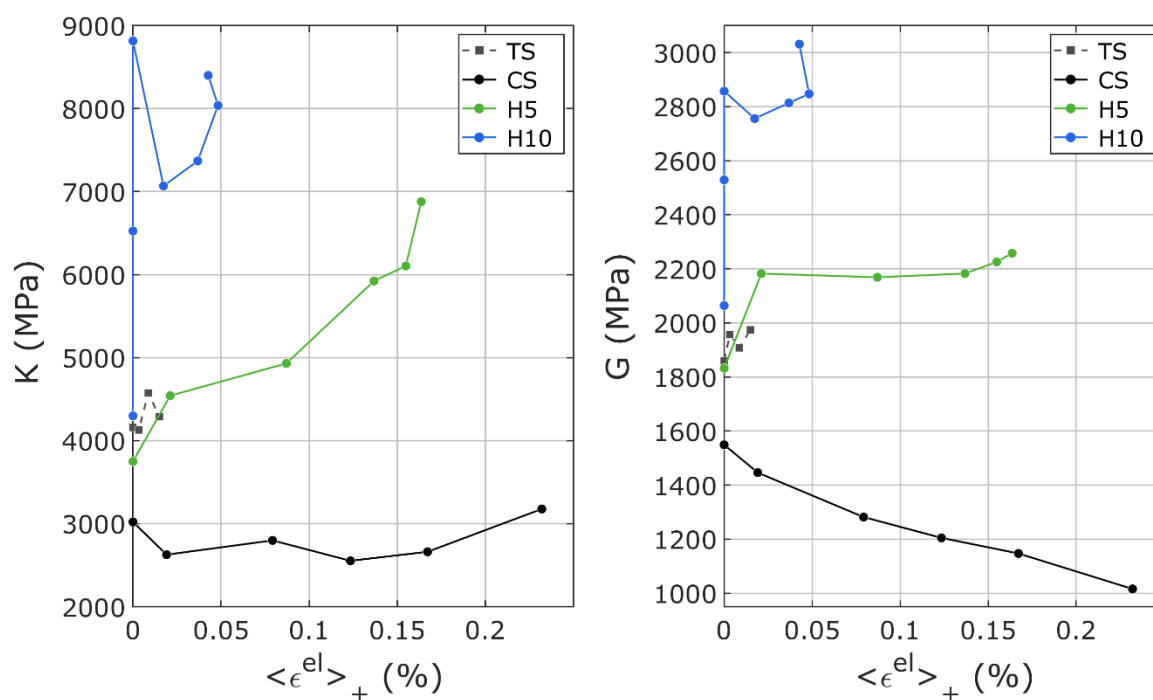


Figure VI-6. Évolution des modules de compressibilité K et de cisaillement G de M1 en fonction de la déformation élastique positive maximale en traction simple « TS », en compression simple « CS » et en compression triaxiale sous 5 MPa « H5 » et 10 MPa « H10 » de confinement. Les essais ont été réalisés à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les modules sont calculés sur une fenêtre de 0,032% de ϵ_{11} en compression et 0,016% en traction.

Par ailleurs, on notera que l'augmentation de la limite d'élasticité initiale de M1 avec le confinement semble négligeable (**Figure VI-7**). Rappelons que celle de M2 a été définie comme indépendante de la pression (**Figure II-72** page 115). L'étude expérimentale de M1 ne permet pas de mettre en évidence la nature de son écrouissage. La matériau étant très visqueux, l'écart entre les modules sécants (fin de relaxation-fin de recouvrance) et tangents (début de charges) ne peut pas être invoquer pour justifier un écrouissage non isotrope. Néanmoins, on remarquera que les modèles à écrouissage isotrope développés par Le [80] et Benelfellah [13] ne reproduisent pas la forte non-linéarité des courbes de décharge. Un écrouissage cinématique y sera plus à même. Par analogie à l'étude de M2, les essais cyclés peuvent être post-traités afin d'estimer si un écrouissage cinématique est identifiable. Pour cela, les modules tangents calculés en début de charge des essais de compression simple (« CS ») et de compression triaxiale sous 5 et 10 MPa de confinement (« H5 » et « H10 ») sont reportés sur les courbes expérimentales. Une limite d'élasticité σ_y est alors estimée. Elle est exprimée en contrainte équivalente Q comme dans notre modèle. Les valeurs reportées dans le **Tableau VI-2** montrent que le seuil de perte de linéarité est indépendant de la contrainte maximale historique. Un écrouissage cinématique pourrait être identifié. Toutefois, on observe un écoulement très différent en charge et en décharge (**Figure VI-3**), ce que ne peut pas reproduire le modèle en l'état actuel. Des essais de compression $0^\circ-0^\circ$ et $0^\circ-90^\circ$ pourraient être réalisés à l'avenir pour vérifier l'hypothèse de l'écrouissage cinématique. On pourrait aussi imaginer réaliser des essais de compression/torsion sous confinement.

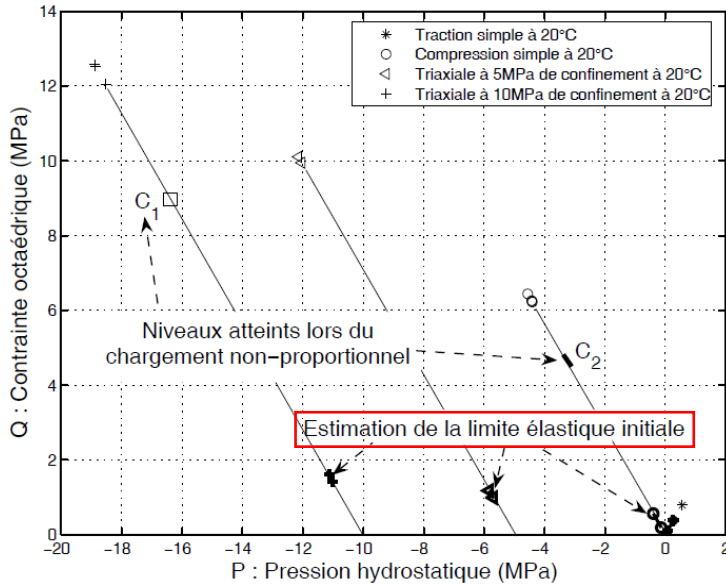


Figure VI-7. Estimation de la limite d'élasticité initiale dans le plan pression-déviateur de M1 à gauche [80]. La contrainte octaédrique de M1 correspond à la contrainte équivalente Q de M2 divisée par un facteur $\sqrt{2}$.

CS		H5		H10	
Q_{max} (MPa)	σ_Y (MPa)	Q_{max} (MPa)	σ_Y (MPa)	Q_{max} (MPa)	σ_Y (MPa)
0	1,4	0	1,6	0	2,1
2,6	1,6	4,1	1,3	4,9	2,9
8,8	1,5	16,0	1,8	18,2	2,6
13,0	1,4	23,7	2,1	27,2	4,0
16,1	1,4	27,3	1,8	32,0	3,4
18,0	1,3	28,4	1,6	34,2	3,5
				35,3	3,0

Tableau VI-2. Estimation de la contrainte équivalente de perte de linéarité en charge et recharge pour les essais cyclés de compression simple (« CS ») et de compression triaxiale sous 5 et 10 MPa de confinement (« H5 » et « H10 »).

Même si l'implémentation du critère de rupture n'est pas abordée dans ce mémoire, on pourra noter que les graphiques représentant les points de rupture dans le plan des deux premières contraintes principales ont la même allure pour M1 et M2 (**Figure I-18** page 37 et **Figure II-80** page 120). Les mêmes critères de rupture semblent donc applicables à M1 et M2.

Pour finir, rappelons que pour ces deux matériaux, un phénomène d'endommagement volumique à basse température a été observé en essais DMA. Ce point méritera une étude approfondie pour en déterminer les causes.

3. Vers une modélisation du comportement de M1

3.1. Paramétrage d'un modèle-test

Nous venons de voir que le point clé de la modélisation de M1 est l'endommagement et son effectivité. L'idée ici est d'analyser les possibilités offertes par notre modèle pour simuler le comportement de M1. Nous jugerons ainsi si la loi de comportement de M2 est généralisable à d'autres explosifs pressés. Des pistes de recalage pourront être données mais l'identification des

paramètres n'est pas l'objet de cette étude. Notre objectif est de définir un paramétrage qualitatif du modèle-test permettant de simuler :

- un module élastique croissant avec le confinement,
- une reprise de raideur en compression à la suite d'une traction,
- des courbes de recharge avec reprise de raideur en compression cyclée (forme en « S »),
- des courbes de décharge concaves, saturant lorsque la contrainte atteint un certain seuil.

Le choix des paramètres est détaillé ci-dessous.

3.1.a. Viscoélasticité

Dans son mémoire de thèse consacré à M1, Le [80] a identifié un modèle de Maxwell généralisé à dix branches pour une température de référence de 20°C (Tableau VI-3). Il nous suffit donc de reprendre ces valeurs pour décrire la viscoélasticité de M1 avec notre modèle. On a vu qu'à 20°C, M1 est plus sensible à la vitesse de déformation que M2 (Figure VI-1). On peut supposer que cet effet sera correctement reproduit car c'est une conséquence de l'importante viscosité du matériau à cette température (voir les courbes maîtresses à -60°C Figure I-15 page 36).

Branche	∞	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tau_{ref b}$ (s)	/	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$9,8 \cdot 10^{-2}$	$5,7 \cdot 10^{-1}$	3,3	19,1	110,5	640,7	3715
E_b (MPa)	2900	546	336	240	348	360	384	492	552	492	288

Tableau VI-3. Valeurs des temps de relaxation et des modules élastiques longitudinaux à 20°C, identifiées sur les courbes maîtresses de M1 par Le [80].

3.1.b. Endommagement

À partir de notre post-traitement des essais cyclés de M1, nous avons vu que le module de compressibilité apparent ne diminue jamais. L'endommagement volumique de M1 est donc constant. En revanche, l'endommagement déviatorique de M1 en compression simple est plus important que pour M2 et débute dès le début du chargement (pas d'effet de seuil). Nous choisissons, comme Benelfellah [13], de définir une loi d'endommagement exponentielle, mais sans introduire d'effet de pression. Pour obtenir un endommagement nul en compression triaxiale, il suffit que celui-ci ne soit pas effectif sous confinement. Notre étude étant qualitative et non quantitative, les paramètres de la loi sont choisis arbitrairement afin d'obtenir un endommagement conséquent (certaines directions atteignent un niveau de dommage d_D^{mic} de 0,87) en fin de compression simple :

$$\begin{cases} d_V(t+\Delta t) = d_V(t) \\ d_D^{mic}(t+\Delta t) = \max\left(d_D^{mic}(t), \min\left(1, 1-\exp\left(-\left(\xi_{D1} Y_{D\infty}^{mic}\right)^{\xi_{D2}}\right)\right)\right) \end{cases} \quad (VI.1)$$

avec $\xi_{D1} = 200 \text{ MPa}^{-1}$ et $\xi_{D2} = 1,5$.

Notons qu'avec ces paramètres, l'endommagement ne sature jamais dans les simulations présentées au paragraphe 3.2.

3.1.c. Prédommage et effectivité

Les modules visqueux ont été identifiés par Le [80] à pression atmosphérique mais on sait que le module de Young de M1 est multiplié par 1,5 entre 0 et 10 MPa de confinement [133]. Les raideurs élastiques devraient donc dépendre de la pression, ce qui n'est pas le cas en l'état actuel du modèle.

Pour tenir compte de cet effet, Benelfellah [18] a défini un module de Young égal à celui mesuré sous 10 MPa et introduit un prédommage volumique d_{V0} permettant de réduire sa valeur apparente lorsque le confinement est inférieur à 10 MPa. Concrètement cela nécessite de définir une effectivité du prédommage non nulle pour les pressions inférieures à 10 MPa. Pour garantir que le modèle microplan volumique-déviatorique décrive une augmentation du coefficient de Poisson entre les directions longitudinale et transversale à la sollicitation, Benelfellah rappelle qu'en formulation VD, il faut définir un prédommage déviatorique d_{D0} vérifiant $d_{V0} \leq 2d_{D0}$. Afin que la variation du module de Young entre 0 et 10 MPa de confinement soit de l'ordre des mesures expérimentales, on définit $d_{V0} = 0,6$ et $d_{D0} = 0,3$.

Pour une formulation thermodynamique consistante de l'effet unilatéral, on rappelle que la continuité de la réponse contrainte-déformation doit être garantie lors de l'ouverture ou de la fermeture des fissures [13]. De plus, le critère de plasticité doit être modifié lorsqu'une fonction d'effectivité déviatorique est définie afin de garantir la convexité de la surface de plasticité dans le plan des contraintes effectives [46]. Lors de la formulation du modèle, nous avons ainsi choisi de ne pas introduire d'effectivité déviatorique. Une effectivité volumique a été définie telle que le changement de mécanisme se produit à déformation nulle, impliquant une continuité de la contrainte. Avec ce modèle, le module élastique apparent ne peut pas augmenter avec le confinement puisque le prédommage d_{V0} n'est pas effectif dès que la déformation élastique est négative.

Afin de satisfaire l'augmentation du module apparent de M1 entre 0 et 10 MPa de confinement, une effectivité volumique induisant une fermeture progressive des fissures entre la déformation nulle et un niveau de déformation correspondant à 10 MPa de confinement pourrait être imaginée :

$$\begin{cases} a_{Vb} = 0 & \text{si } \varepsilon_{ve}^V_{b,elast} \leq \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}{}^{H10} \\ a_{Vb} \text{ inversement proportionnel à } \varepsilon_{ve}^V_{b,elast} & \text{si } \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}{}^{H10} < \varepsilon_{ve}^V_{b,elast} < 0 \\ a_{Vb} = 1 & \text{si } 0 \leq \varepsilon_{ve}^V_{b,elast} \end{cases} \quad (VI.2)$$

où les $\varepsilon_{ve}^V_{b,elast}{}^{H10}$ correspondent à la déformation élastique volumique de chaque branche sous 10 MPa de pression hydrostatique. Pour déterminer leurs valeurs, un essai de compression hydrostatique jusqu'à 10 MPa devrait être simulé avec le modèle viscoélastique.

Le terme $\frac{\partial \psi_{ve}^V}{\partial a_{Vb}} \frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}}$ apparaissant dans l'inégalité de Clausius-Duhem peut alors prendre des valeurs non nulles. À partir de la loi d'état, la contrainte volumique s'écrit alors :

$$\sigma^V_{b,elast} = \rho \frac{\partial \psi_{ve}^V}{\partial \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}} - \rho \frac{\partial \psi_{ve}^V}{\partial a_{Vb}} \frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}} \quad (VI.3)$$

En reprenant l'expression du potentiel d'état, équation (III.26) page 137, la contrainte devient :

$$\sigma^V_{b,elast} = (1 - a_{Vb} d_V) k_{Vb} \varepsilon_{ve}^V_{b,elast} + \frac{1}{2} d_V k_{Vb} \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}{}^2 \frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}} \quad (VI.4)$$

Avec une loi linéaire de a_{Vb} , le terme $\frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}}$ est une constante non nulle. En supposant une déformation $\varepsilon_{ve}^V_{b,elast}{}^{H10}$ de l'ordre de -10^{-4} , pour que a_{Vb} soit nulle à cette déformation, le terme $\frac{\partial a_{Vb}}{\partial \varepsilon_{ve}^V_{b,elast}}$ doit être de l'ordre de 10^4 . Le second terme de la contrainte, équation (VI.4), n'est donc pas négligeable. La contrainte ne subit pas de discontinuité mais elle est impactée par l'effectivité. La fonction d'effectivité (VI.2) décrirait une reprise de raideur en début de compression simple, lorsque la déformation atteint $\varepsilon_{ve}^V_{b,elast}{}^{H10}$. Toutefois, l'impact des fonctions a_{Vb} étant non négligeable sur la contrainte, le niveau de pression correspondant ne peut pas être garanti.

Par ailleurs, si l'on souhaitait définir, comme Benelfellah, des fonctions d'effectivité déviatorique, deux problèmes se poseraient avec le modèle :

- 1) une redéfinition du critère de viscoplasticité serait nécessaire pour garantir la convexité des surfaces de plasticité ;
- 2) en formulation VD, les déformations élastiques déviatoriques étant vectorielles, il faudrait définir une déformation équivalente décrivant un mouvement d'ouverture et de fermeture des fissures dans la direction déviatorique du microplan. Pour définir une effectivité déviatorique, il semble donc plus simple de formuler le modèle microplan en projection VDT, pour laquelle la déformation déviatorique est un scalaire.

La définition des fonctions d'effectivité dans le respect du cadre thermodynamique est un travail complexe qui reste à approfondir. Notre objectif ici étant seulement d'étudier les possibilités offertes par le modèle, nous choisissons de postuler des effectivités sans considération thermodynamique. Grâce à cette approche grossière, nous verrons si la notion d'effectivité peut permettre de reproduire les points clés du comportement de M1 ou si des mécanismes plus complexes doivent être modélisés. Dans un esprit de simplicité, les fonctions d'effectivité sont considérées indépendantes de la branche viscoélastique et sont définies en fonction de la déformation viscoélastique volumique :

$$\begin{cases} a_V = \max\left(0, \min\left(1, 1 - \frac{\varepsilon_{ve}^V}{\varepsilon_{ve}^{VO H10}}\right)\right) \\ a_D^{mic} = a_V \end{cases} \quad (VI.5)$$

avec $\varepsilon_{ve}^{VO H10} = -4.10^{-4}$ correspondant à la déformation viscoélastique volumique sous 10 MPa de pression hydrostatique (déterminée par simulation avec le modèle viscoélastique). a_V (respectivement a_D^{mic}) est la fonction d'effectivité volumique, associée à l'endommagement d_V (respectivement d_D^{mic}) sur toutes les branches du Maxwell. L'effectivité déviatorique est définie afin d'amplifier les reprises de raideur.

Potentiellement, ces fonctions pourraient permettre de décrire l'augmentation du module élastique sous confinement, la forme en « S » des courbes de charge et la reprise de raideur en traction/compression alternées.

À nouveau, nous alertons le lecteur : l'équation (VI.5) ne satisfait pas les principes thermodynamiques. Les fonctions d'effectivité devront être étudiées plus en détail dans les travaux futurs.

3.1.d. Écoulement viscoplastique

Nous avons vu que la limite d'élasticité initiale de M1 pouvait être considérée indépendante de la pression. Un critère de plasticité de type von Mises est donc satisfaisant.

La viscoélasticité de M1 étant plus importante que celle de M2, on peut supposer que M1 nécessite relativement moins de viscoplasticité pour décrire les phases de relaxation et de recouvrance. En revanche, l'influence de la pression sur la contrainte maximale est beaucoup plus importante sur M1 (**Figure VI-2**). De plus, la pression a un effet inverse sur l'écoulement en relaxation des deux matériaux. Ces trois points peuvent remettre en question la capacité du modèle à reproduire l'influence du confinement au travers de la seule fonction exponentielle de la loi viscoplastique. Les paramètres que nous avons définis afin de retrouver au mieux les courbes enveloppe de compression simple (CS) et de compression sous 10 MPa de confinement (H10) sont donnés au **Tableau VI-4**.

L'influence de la pression étant très importante dès le début de l'essai H10, nous ne sommes pas en mesure de proposer un recalage de la contribution linéaire de la pression ($a_2 + a_3 \tilde{\sigma}^V$) dans la loi viscoplastique (équation (III.58) page 142). Nous estimons qu'une autre loi, à croissance accélérée, devrait être définie pour un recalage optimal.

n	a_1 (s ⁻¹ .MPa)	a_2 (MPa ⁻ⁿ⁻¹)	a_3 (MPa ⁻ⁿ⁻²)
1	5.10 ⁷	CS : 6.10 ⁻¹ H10 : 8.10 ⁻³	0

Tableau VI-4. Paramètres viscoplastiques choisis pour tester le modèle sur le matériau M1.

Nous avons vu que les pieds de courbe de charge et recharge indiquent que l'érouissage de M1 pourrait être cinématique. Toutefois, le modèle d'érouissage cinématique multilinéaire ne permet pas de décrire une augmentation du module d'érouissage car l'écoulement ne peut qu'être accentué. La viscoplasticité n'est donc pas en mesure de reproduire la forme en « S » des courbes de recharge. Pour cela, nous ne pourrions compter que sur l'effectivité du dommage.

Enfin, concernant la reprise de raideur observée lors du passage d'une traction à une compression, si celle-ci est modélisée par l'effectivité du dommage volumique, il est légitime de se demander si l'érouissage cinématique ne peut pas masquer le phénomène. Dans le modèle de Benelfellah [13], l'érouissage est isotrope, il n'y a pas d'écoulement plastique au moment du passage en compression. Avec un érouissage cinématique, il faut une valeur conséquente de l'endommagement volumique pour contrecarrer l'écoulement plastique. C'est pour cette raison que nous avons défini $d_{V0} = 0,6$.

Après un recalage qualitatif des paramètres, nous avons défini les quatre surfaces de plasticité données au **Tableau VI-5**.

Surface s	1	2	3	4
σ_{ys} (MPa)	1	12	15	15,5
C_s (MPa)	4500	2500	200	0

Tableau VI-5. Surfaces de plasticité choisies pour tester le modèle sur le matériau M1.

3.1.e. Dilatance

Moyennant le respect du cadre thermodynamique, la fonction de dilatance offre une grande liberté de définition. Le modèle est ainsi théoriquement capable de reproduire la compaction/dilatance de M1, moyennant d'identifier une nouvelle fonction β . On notera à ce sujet que Le [80] a défini une dilatance pour M1, dépendante de la pression et de la plasticité cumulée.

La de dilatance est difficile a identifiée sur des données expérimentales. Puisqu'elle n'est pas un point d'achoppement du comportement de M1, nous choisissons de ne pas la considérer pour notre analyse qualitative. Le modèle de plasticité est donc ici purement déviatorique.

3.2. Résultats de simulation

3.2.a. Traction et compression alternées

Le premier point clé du comportement de M1 est son caractère unilatéral, observable lors d'un essai de traction et compression alternées (**Figure I-17** page 37). Après simulation de cet essai avec le modèle-test décrit au paragraphe ci-dessus, la courbe de la **Figure VI-8** est obtenue. Sur cette courbe, cinq points particuliers sont numérotés :

- ① Traction simple. L'endommagement est effectif et croissant. L'écoulement plastique et l'évolution de l'endommagement sont faibles.
- ② Reprise de raideur. L'effectivité diminue dès que $\varepsilon_{ve}^V < 0$ ce qui entraîne une reprise de raideur.
- ③ Accentuation de l'écoulement. L'écoulement viscoplastique prend le pas sur la reprise de raideur.
- ④ Suite de la reprise de raideur. La reprise de raideur déclenchée se poursuit depuis le point 2 et réapparaît nettement, donnant l'impression d'une seconde reprise de raideur. Cet effet est dû à la compétition entre l'effectivité de l'endommagement qui décroît et introduit un effet rigidifiant, et l'écoulement viscoplastique qui est adoucissant.
- ⑤ Effectivité nulle. L'effectivité devient nulle car $\varepsilon_{ve}^V = \varepsilon_{ve}^{VO H10}$. L'endommagement n'a plus d'effet.

Cette simulation montre que la reprise de raideur observée sur M1 en compression après une traction peut être reproduite par l'introduction dans notre modèle d'une fonction d'effectivité liée à la déformation viscoélastique volumique couplée à un fort niveau de dommage en fin de traction (dû ici au prédommage).

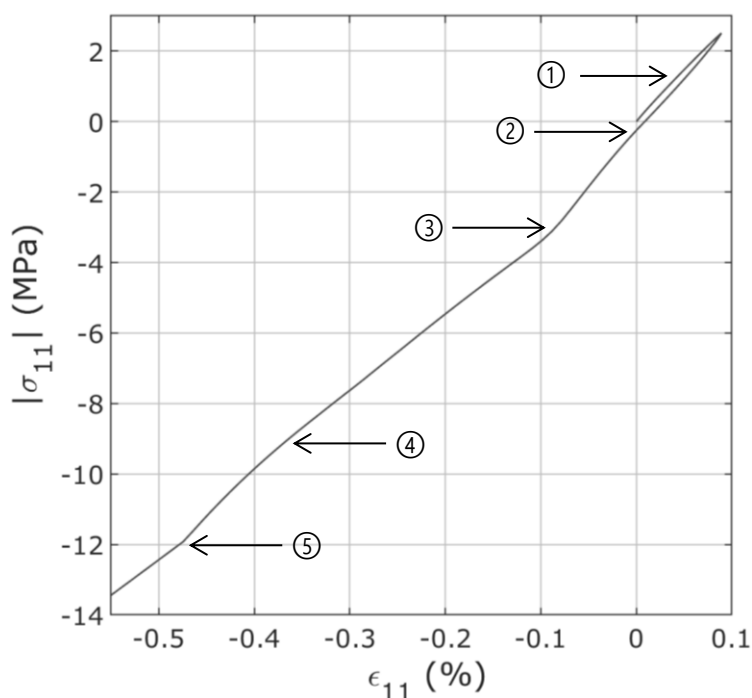


Figure VI-8. Simulation d'un essai de traction/compression alternées à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec le modèle-test de M1.

3.2.b. Compressions monotones, influence de la vitesse

Nous avons vu que la vitesse de déformation a une influence plus importante sur M1 que sur M2 (**Figure VI-1** page 230). Trois simulations de compression monotone, aux trois vitesses de déformation expérimentales $3,3 \cdot 10^{-6}$, $3,3 \cdot 10^{-5}$ et $3,3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, ont été réalisées avec le modèle-test. Le résultat est donné **Figure VI-9**. L'influence de la vitesse de sollicitation est plus importante qu'avec le modèle de M2, probablement grâce aux paramètres viscoélastiques de M1. Toutefois, l'amplitude de contrainte maximale n'est pas suffisante (voir les courbes expérimentales, **Figure VI-1** gauche). On peut supposer qu'un meilleur recalage des paramètres viscoplastiques pourrait améliorer ce défaut.

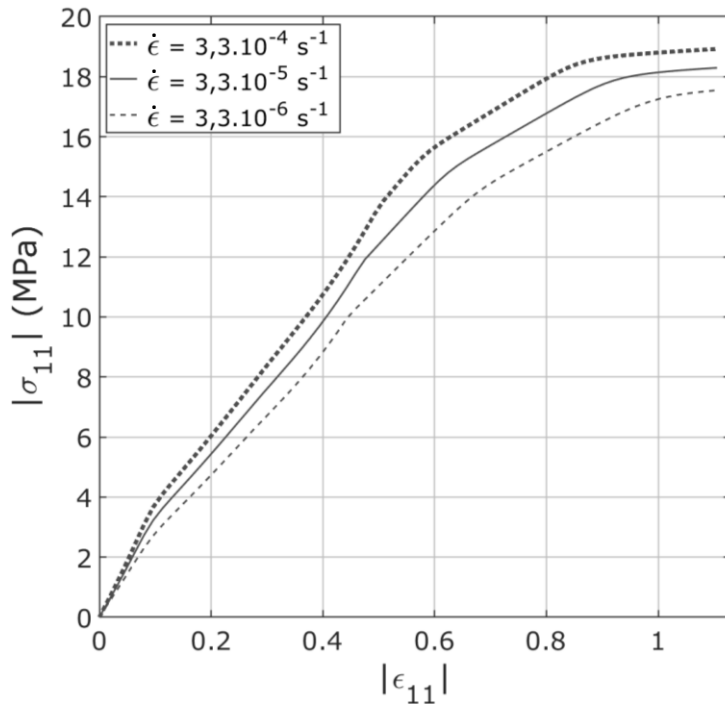


Figure VI-9. Simulations d'essais de compression simple aux trois vitesses de déformations expérimentales à 20°C avec le modèle-test de M1.

3.2.c. Compressions monotones, influence de la pression

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons vu que le confinement a une influence plus importante sur M1 que sur M2. La capacité du modèle à reproduire les écarts de module élastique et de contrainte maximale entre 0 et 10 MPa de confinement en compression est donc étudiée. Les courbes monotones obtenues par simulation pour ces deux sollicitations sont données **Figure VI-10**. Plusieurs points sont mis en évidence :

- ① Augmentation du module élastique apparent avec le confinement. En début de chargement uniaxial de l'essai H10, l'effectivité du dommage est nulle donc le module apparent est maximal. En compression simple (CS), l'effectivité vaut 1 en début de chargement et décroît progressivement, le module élastique apparent est donc plus faible.
- ② Allure saccadée en CS. Dans un premier temps, la baisse d'effectivité entraîne une reprise de raideur. Après l'annulation de l'effectivité, le comportement n'est régi que par l'écoulement viscoélastique-viscoplastique. L'allure saccadée en fin de courbe est lié au faible nombre de surfaces plastiques. La viscoplasticité n'est pas assez importante en compression simple pour lisser la courbe.
- ③ Allure lisse en H10. Le comportement n'est régi que par l'écoulement viscoélastique-viscoplastique, l'effectivité du dommage est nulle. Le chargement hydrostatique (non représenté) n'est pas linéaire : il y a reprise de raideur puisque l'effectivité s'annule progressivement. Contrairement à la simulation CS, la courbe est totalement lisse. Le déclenchement des surfaces de plasticité est lissé car la viscoplasticité est beaucoup plus importante qu'en CS.
- ④ Contraintes et déformations maximales retrouvées.

Ces deux simulations prouvent que l'augmentation du module de Young de M1 avec la pression de confinement est reproduite grâce à la fonction d'effectivité couplée à un fort prédommage. L'effectivité du dommage permet donc de modéliser à la fois la reprise de raideur en traction/compression alternée et l'augmentation du module avec le confinement. De plus, les simulations de la **Figure VI-10** lèvent le doute sur la capacité du modèle à traduire l'importante influence du confinement. Comme pour M2, jouer sur un seul paramètre viscoplastique permet de modéliser l'amplitude de contrainte maximale entre 0 et 10 MPa de confinement.

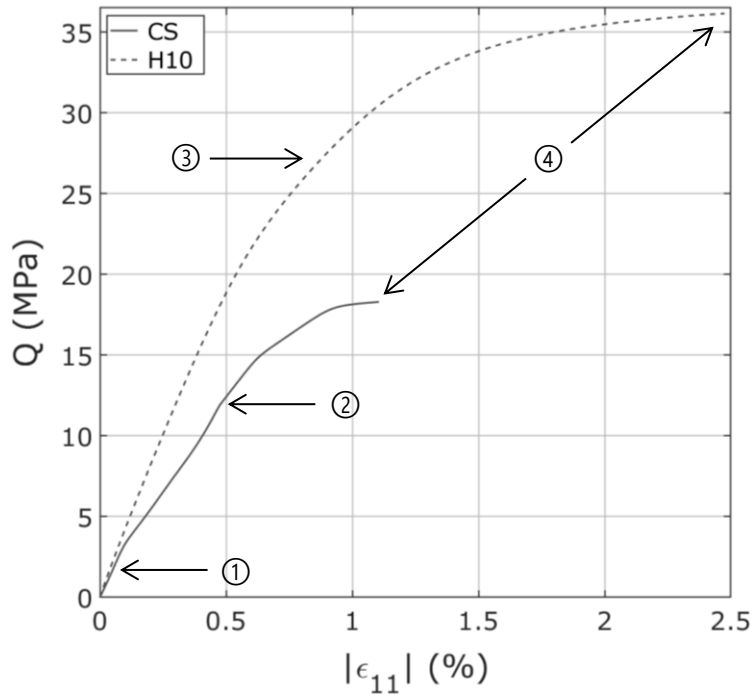


Figure VI-10. Simulation d'un essai de compression simple (en gris) et de compression sous 10 MPa de confinement (en rouge) à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec le modèle-test de M1.

3.2.d. Essais cyclés, allure des courbes de charge et décharge

Les essais cyclés de compression simple, traction simple et compression triaxiale H10 ont été simulés avec le modèle-test (**Figure VI-11**). L'identification des paramètres matériaux sur M1 n'étant pas optimale, nous ne nous intéressons ici qu'aux courbes longitudinales de charge et de décharge, et ce de manière qualitative. L'objectif est d'établir la capacité du modèle-test à reproduire l'allure particulière des courbes expérimentales (**Figure VI-3**, **Figure VI-4** et **Figure VI-5** page 231). Le résultat des simulations est donné **Figure VI-12** (CS), **Figure VI-13** (H10) et **Figure VI-14** (TS).

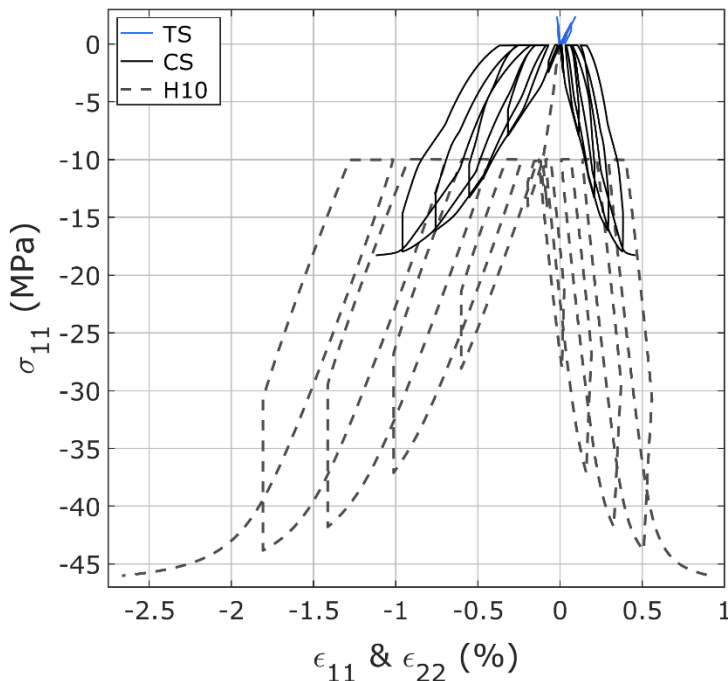


Figure VI-11. Simulations d'essais de traction simple cyclée (« TS », en bleu), de compression simple cyclée (« CS », en noir) et de compression sous 10 MPa de confinement (« H10 », en pointillés) à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec le modèle-test de M1.

En compression simple, **Figure VI-12**, la baisse des modules en pied de courbe est reproduite grâce à la loi d'endommagement. Les courbes de charge ont bien une forme en « S » mais deux reprises de raideurs successives sont apparentes, conséquence de la compétition entre l'écoulement viscoplastique et la fonction d'effectivité. Afin de satisfaire l'allure expérimentale, on pourrait envisager de retarder la baisse de l'effectivité. Les débuts de charge seraient alors plus proches des courbes expérimentales. En revanche, cela retarderait la reprise de raideur en traction/compression alternée ainsi que l'augmentation du module élastique sous confinement. Un autre point à noter est l'augmentation nette du module apparent en début de décharge entre le premier et le second cycle. Ce constat est fait sur les courbes expérimentales entre le second et le troisième cycle. Numériquement, cet effet provient de la diminution de l'effectivité de l'endommagement. A priori, un meilleur calage des fonctions d'effectivité suffirait à retarder ce phénomène. S'il cela ne s'avérait pas possible, l'intégration d'une viscoélasticité non linéaire pourrait être envisagée (une étude expérimentale devra trancher cette question). Un mécanisme de frottement interne pourrait également être une solution.

Enfin, un défaut évident du modèle est la reprise de raideur observée en décharge à partir du troisième cycle et qui s'accroît à chaque cycle. Numériquement, il s'agit du moment où l'effectivité commence à croître ($\varepsilon_{ve}^V = \varepsilon_{ve}^{VO H10}$). L'endommagement, non-effectif, ayant considérablement augmenté au fil des cycles, la rupture de pente est de plus en plus franche. On peut alors s'interroger sur le moyen d'annuler cet effet. La définition d'une effectivité liée au signe du taux de déformation élastique pourrait être envisagée.

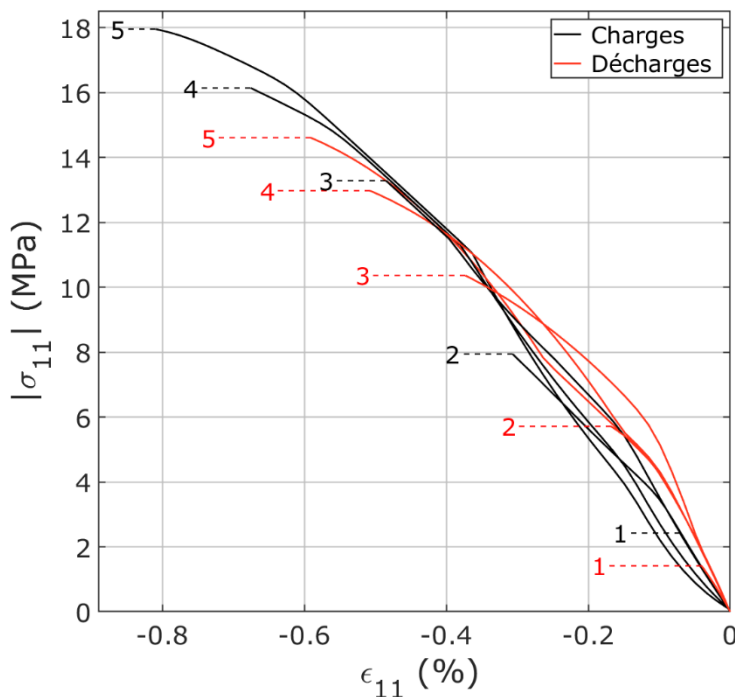


Figure VI-12. Courbes de charge et de décharge retournées obtenues par simulation d'un essai de compression simple cyclé à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec le modèle-test de M1. Pour chaque courbe, le numéro du cycle correspondant est indiqué.

En compression triaxiale, **Figure VI-13**, l'effectivité du dommage est annulée dès le début du chargement uniaxial. La simulation des courbes de charge ne correspond pas aux courbes expérimentales (pas de forme en « S »). La fonction d'effectivité choisie dans le modèle-test n'est pas adéquate. Une effectivité liée à la déformation déviatorique serait probablement souhaitable pour corriger ce défaut. Numériquement, les courbes de décharge sont toutes superposées, or expérimentalement ce n'est le cas qu'à partir du troisième cycle. Sur ce point, comme en compression simple, un mécanisme de frottement interne ou une viscoélasticité non linéaire saturante pourraient en être la cause. On notera que les paramètres viscoplastiques choisis ne permettent pas de diminuer l'amplitude des relaxations en H10 (**Figure VI-11**). Nous ne sommes pas à même de savoir si un autre calage le permettrait.

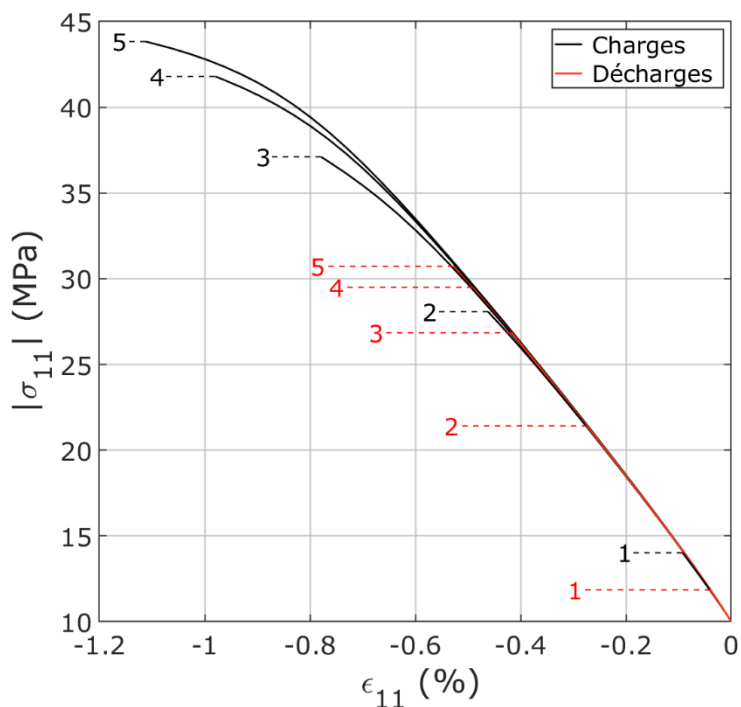


Figure VI-13. Courbes de charge et de décharge retournée obtenue par simulation d'un essai de compression cyclée sous 10 MPa de confinement à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec le modèle-test de M1. Pour chaque courbe, le numéro du cycle correspondant est indiqué.

Enfin, en traction, **Figure VI-14**, le dommage est totalement effectif mais l'augmentation de l'endommagement est trop faible pour être observable. Les courbes sont pratiquement linéaires à cause du très faible niveau d'écoulement viscoplastique sous ces contraintes. Les décharges sont légèrement moins raides que les charges, ce qui est conforme aux observations expérimentales, mais nous n'avons pas d'interprétation de ce phénomène.

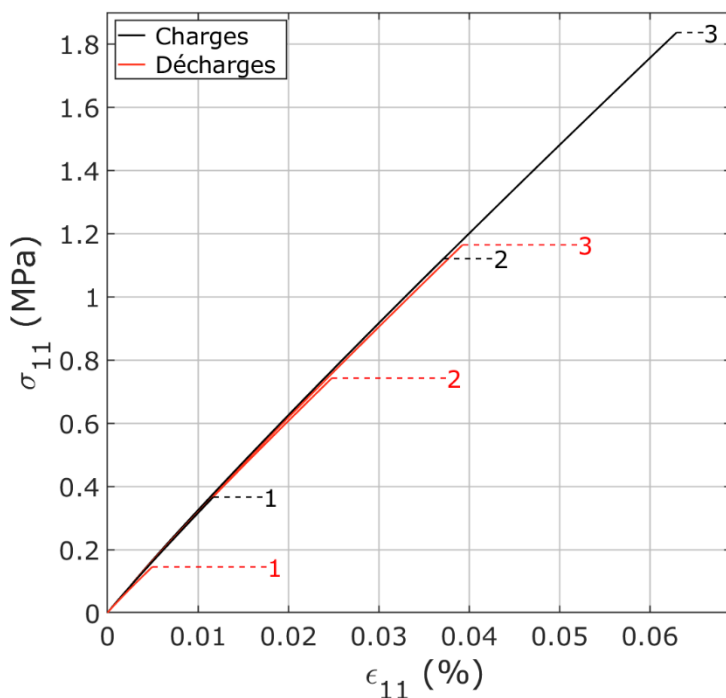


Figure VI-14. Courbes de charge et de décharge retournée obtenue par simulation d'un essai de traction simple cyclée à 20°C et $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ avec le modèle-test de M1. Pour chaque courbe, le numéro du cycle correspondant est indiqué.

4. Conclusion

Dans ce chapitre prospectif, la capacité du modèle établi pour M2 à être appliqué au matériau M1 a été étudié. Tout d'abord, une analyse expérimentale de quelques courbes de M1 a montré la nécessité de définir un endommagement conséquent et d'introduire des fonctions d'effectivité du dommage. Le rôle particulier de la pression sur le comportement de M1 a été souligné. Un modèle-test a ensuite été paramétré. Les fonctions d'effectivité ont été définies sans considération thermodynamique, leur définition rigoureuse nécessitant un travail substantiel.

À partir du modèle-test, quelques simulations prospectives ont été réalisées. Tout d'abord, nous avons constaté qu'avec un niveau d'endommagement suffisant en fin de traction, une fonction d'effectivité liée à la déformation viscoélastique volumique permet de reproduire la reprise de raideur observées en traction/compression alternées. De plus, avec un prédommage conséquent, cette effectivité permet de décrire l'augmentation du module de Young avec le confinement en début de compression. Nous avons également constaté que la loi viscoplastique est capable de reproduire l'influence de la pression sur les contraintes maximales. En revanche, nous avons vu que le modèle-test ne reproduit pas suffisamment l'augmentation de contrainte maximale entre les compressions simples à $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et $3,3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. L'optimisation des paramètres pourra potentiellement corriger ce défaut.

En compression simple cyclée, les modules élastiques apparents simulés diminuent en début de charge grâce à l'augmentation de l'endommagement à chaque cycle. L'effectivité permet d'obtenir une reprise de raideur au cours des phases de charge en compression cyclée. Toutefois, la compétition entre l'écoulement viscoplastique et la reprise de raideur conduit à une allure des courbes de charge plus saccadée que souhaitée (double reprise de raideur apparente). Un meilleur calage des fonctions d'effectivité permettra peut-être de corriger cet effet. En début de décharge, la diminution de l'effectivité du dommage augmente les modules élastiques entre le premier et le second cycle. On peut supposer qu'un meilleur calage des fonctions d'effectivité permettrait de retarder ce phénomène, qui se déroule expérimentalement après le second cycle. Contrairement à ce qui était envisagé lors de notre analyse expérimentale de M1, l'introduction d'une viscoélasticité non linéaire ou d'un frottement interne ne semble pas nécessaire a priori. Une reprise de raideur est observée au cours de la décharge or ce n'est pas souhaitable pour la modélisation de M1. Un mécanisme créant une asymétrie du comportement en charge/décharge pourrait être modélisé. Si la thermodynamique le permet, une effectivité liée au signe du taux de déformation viscoélastique pourrait être envisagée.

En compression cyclée sous 10 MPa de confinement, aucune reprise de raideur n'opère sur les courbes de charge, contrairement aux observations expérimentales. L'effectivité est nulle tout au long du chargement uniaxial afin de satisfaire l'augmentation du module de Young. Introduire des fonctions d'effectivité progressives liées à la déformation viscoélastique déviatorique semble donc nécessaire. Pour cela, il pourrait être judicieux de revenir à une formulation VDT du modèle microplan afin que les variables de la composante déviatorique soient des scalaires. Enfin, la diminution de l'amplitude des relaxations en compression triaxiale par rapport à la compression simple n'a pas été retrouvée. Un mécanisme de frottement interne pourrait s'avérer nécessaire pour reproduire cette diminution d'amplitude avec la pression, à moins qu'une modélisation plus fine des liens entre effectivité du dommage et confinement n'y parvienne.

Les résultats obtenus avec le modèle-test sont donc encourageants mais un important travail sur les fonctions d'effectivité sera inévitable pour modéliser correctement le comportement du matériau M1 et ainsi définir un modèle unifié pour les explosifs pressés.

Conclusion générale et perspectives

Depuis de nombreuses années, le CEA, avec l'aide du laboratoire de mécanique Gabriel LaMé, cherche à établir des modèles prédictifs du comportement thermomécanique quasistatique de ses explosifs pressés avec la plus grande précision possible. Plusieurs lois de comportement ont résulté de ces travaux. Pour le matériau M1, à base de HMX, Rja Fi Allah [115] a développé un modèle élasto-viscoplastique à endommagement isotrope, puis Le [80] a proposé un modèle viscoélastique-plastique à endommagement isotrope. Par la suite, Benelfellah [13] a initié le développement d'un modèle d'endommagement anisotrope, pouvant être couplé au modèle viscoélastique-plastique de Le (Chatti [34]). Pour le matériau M2, à base de TATB, le CEA a développé en interne un modèle viscoélastique-viscoplastique à endommagement isotrope. Cette thèse avait pour objectif d'établir un nouveau modèle de comportement de M2, prenant en compte une plus grande variété de sollicitations et un domaine de température élargi. Si possible, ce modèle devait être généralisable à M1 et aux autres explosifs comprimés. Notre étude s'est limitée au domaine quasistatique avec des vitesses de déformations de $1,7 \cdot 10^{-6}$ à $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Le domaine de température était compris entre -50°C et 100°C et les pressions de confinement, entre 0 et 10 MPa.

L'état de l'art de la caractérisation expérimentale et de la modélisation des explosifs pressés a été présenté dans le premier chapitre de mémoire. Les données expérimentales disponibles en début de thèse sur le matériau M2 sur le domaine d'étude ont été exposées. Ces essais, réalisés à 20°C ou 50°C , sont des compressions et tractions monotones, des compressions cyclées (dont un essai oligocyclique, appelé essai de fatigue) et des fluages en compression. Ils ont permis au CEA d'établir la première loi de comportement de M2. Il s'agit d'un modèle viscoélastique de type Kelvin-Voigt généralisé mis en série d'une viscoplasticité de type Perzyna. Un endommagement isotrope affecte les modules élastiques et les temps caractéristiques visqueux. La loi comprend également un double critère de rupture. Ce modèle se basant sur un nombre limité de sollicitations (peu de traction, pas de cisaillement ni de chargement alterné ou non proportionnel), le CEA a souhaité engager une campagne expérimentale de plus grande envergure afin de pouvoir reproduire le comportement du matériau sur un large domaine de sollicitations.

Dans un second temps, une bibliographie du comportement thermomécanique des explosifs pressés à base de TATB et de HMX a été dressée. Celle-ci a mis en évidence des carences dans la connaissance thermomécanique de ces matériaux. Hormis les matériaux M1 et M2, les explosifs comprimés sont peu caractérisés dans le domaine quasistatique. Les données expérimentales disponibles dans la littérature sont principalement des essais de compression et de traction monotones, avec seulement une mesure des déformations longitudinales de l'éprouvette. La base de données expérimentales sur les explosifs au HMX (PBX-9501, EDC-37...) est toutefois plus fournie que sur ceux au TATB (PBX-9502...). Notamment, certains auteurs se sont intéressés à l'influence du confinement sur l'EDC-37 ou à la fissuration du PBX-9501 ; mais l'anisotropie induite par le chargement de ces matériaux n'est pas étudiée, tout comme l'effet de chargements alternés ou non proportionnels.

Les lois de comportement quasistatique établies dans la littérature pour ces matériaux ont ensuite été présentées. Pour quatre modèles sur les sept étudiés, aucune discussion construite sur des données expérimentales ne vient justifier les choix de modélisation des auteurs. Concrètement, si tous les modèles, hormis ceux de M1, sont recalés sur des données expérimentales, il ne s'agit que de courbes longitudinales de compression monotone uniaxiale. Les auteurs peuvent donc difficilement discuter du comportement volumique/déviatorique ou de l'anisotropie du matériau. Étant donné le faible niveau d'informations expérimentales, ces modèles sont donc basés sur de nombreuses hypothèses variant d'un auteur à l'autre. Leur seul trait commun est la description d'un endommagement (isotrope ou anisotrope). Cet endommagement, ou fissuration, peut être piloté en contrainte, en déformation élastique ou en déformation plastique cumulée. La plupart des modèles

décrivent un caractère visqueux (viscoélastique et/ou viscoplastique), parfois seulement sur la composante déviatorique. Les différences les plus marquantes entre ces modèles sont liées à la description de la plasticité. Le critère de plasticité, s'il est défini, peut dépendre des contraintes volumiques et déviatoriques (type Drucker-Prager) ou seulement de la contrainte déviatorique (type von Mises). S'il y a écrouissage, celui-ci peut aussi bien être isotrope, cinématique ou une combinaison des deux. Notons que concernant la plasticité, aucune donnée expérimentale, même pour M1, ne permet de statuer sur le type d'écrouissage. L'étude et la comparaison de ces modèles ont été utilisées au chapitre III lors de la définition du nouveau modèle de M2.

Le chapitre II a été consacré à l'étude expérimentale approfondie du matériau M2. Dans un premier temps, une analyse bibliographique de la caractérisation quasistatique des bétons et des géomatériaux a été présentée. Ces matériaux sont granulaires et quasi-fragiles comme les explosifs pressés. Leurs microstructures sont relativement similaires et nous avons montré que leur comportement quasistatique est comparable. Les essais de caractérisation réalisés sur les bétons et géomatériaux ont inspiré notre campagne expérimentale, principalement pour étudier l'anisotropie induite et le comportement volumique/déviatorique du matériau.

De nombreux essais de caractérisation de M2 ont complété la base expérimentale préexistante. Une nouvelle campagne DMA a été engagée. Des chargements alternés en traction/compression, des chargements non proportionnels (compression 0°-90°, compression couloir) et des essais multiaxiaux (compression équibiaxiale, essai brésilien) ont été réalisés. De nombreux essais en température ont également été faits en traction et en compression (essais monotones et cyclés). De plus, l'acquisition d'une machine biaxiale de compression/torsion par le CEA a permis de réaliser des essais de torsion sur M2.

Les données expérimentales ont ensuite été analysées et confrontées. La campagne DMA a mis en lumière le faible niveau de viscoélasticité entre -30°C et 60°C et son amplification aux températures supérieures. Cette analyse explique que le matériau est peu sensible à la température et à la vitesse de déformation entre -30°C et 50°C. L'écoulement du matériau est accentué à 80°C : le module de Young, la limite d'élasticité et la contrainte maximale sont plus faibles, les déformations sont plus importantes. Le comportement de M2 est donc largement impacté par la transition vitreuse du liant. De plus, le module de Young et le seuil de plasticité du matériau sont indépendants de la pression tandis que la contrainte équivalente et les déformations correspondantes augmentent avec le confinement. En comparaison du matériau M1, l'influence de la pression sur M2 reste toutefois limitée. Pour chaque condition d'essai (température, vitesse, pression), la courbe enveloppe d'un essai cyclé correspond à la courbe de l'essai monotone et, sauf à 80°C, les courbes de traction et de compression sont parfaitement symétriques.

L'étude des modules tangents en compression cyclée a révélé une légère dégradation du module de cisaillement de M2 en compression simple, indépendante de la température et de la vitesse de sollicitation. Aucune diminution du module de compressibilité n'a été observée. L'endommagement anisotrope induit par le chargement de M2 est donc faible, ce qui est la principale différence de comportement par rapport à M1. Les données expérimentales n'ont pas permis de conclure quant à l'influence de la pression sur l'endommagement. L'absence de reprise de raideur lors du changement de signe de la contrainte en chargement alterné a révélé la non-unilatéralité du comportement de M2. Le niveau d'endommagement du matériau étant très faible, cette observation est logique.

Une anisotropie induite par l'écoulement plastique du matériau a été constatée grâce à la comparaison des compressions 0°-0° et 0°-90°. De plus, l'écoulement plastique est non linéaire et est ralenti par le confinement. Les essais oligocycliques en compression et torsion ont montré une accommodation immédiate du matériau pour un essai à contrainte moyenne nulle, et un durcissement progressif suivi d'un effet Rochet puis d'un adoucissement pour un essai à contrainte moyenne non nulle.

Enfin, deux comportements particuliers de M2 ont été relevés. Un endommagement thermique se développe à froid et le coefficient de Poisson baisse significativement à -30°C . De plus, sous 5 MPa de confinement, le matériau développe plus de déformation volumique que sous 2,5 et 10 MPa de confinement et son coefficient de Poisson est plus faible qu'aux autres pressions. Ces caractéristiques particulières ont également été observées sur le matériau M1. Elles restent aujourd'hui incomprises et méritent d'être étudiées en profondeur.

Les essais réalisés durant la thèse ont donc considérablement enrichi la base de données initiales. Notamment, sans l'essai $0^{\circ}-90^{\circ}$ qui est non proportionnel, l'érouissage cinématique de M2 n'aurait pas été mis en évidence alors qu'il s'agit du principal moteur de l'anisotropie induite du matériau. L'analyse des données expérimentales nous a ainsi permis d'établir nos besoins en termes de modélisation dans l'optique d'un modèle unifié pour M1 et M2.

Le troisième chapitre a été consacré à la modélisation du comportement thermomécanique quasistatique de M2 à 20°C . Nos connaissances du matériau ont été confrontées aux modèles pour explosifs pressés étudiés dans le premier chapitre. Le couplage d'une viscoélasticité avec un endommagement anisotrope et une plasticité à érouissage cinématique n'étant présent dans aucun de ces modèles, aucun d'eux n'a pu satisfaire nos exigences.

Un nouveau modèle a alors été formulé. La viscoélasticité linéaire γ est décrite par un modèle de Maxwell généralisé. Celui-ci est intégré à un modèle microplan, formulé en parties volumique et déviatorique, qui permet de décrire un endommagement anisotrope induit au moyen de variables scalaires. Une fonction d'effectivité de l'endommagement volumique est définie afin de décrire l'unilatéralité de M1. Ce modèle microplan est associé en série à une viscoplasticité multicouche. Pour décrire l'érouissage cinématique non linéaire, plusieurs surfaces de plasticité sont imbriquées les unes dans les autres. Plus la limite d'élasticité d'une surface est grande, plus son module d'érouissage est faible. Toutes ces surfaces sont décrites par un seuil de plasticité de type von Mises et leur écoulement déviatorique est associé. Cela peut entraîner un léger chevauchement des surfaces dans le plan des contraintes déviatoriques en chargement non proportionnel, ce que nous avons accepté. La viscoplasticité est formulée selon le modèle de Perzyna. Les mêmes paramètres d'écoulement viscoplastique sont appliqués à chaque surface. Une fonction de dilatance est utilisée pour décrire l'écoulement volumique. Ce modèle présente deux originalités. Premièrement, il intègre deux sources d'anisotropie : l'anisotropie induite par l'endommagement et l'anisotropie de plasticité portée par l'érouissage cinématique (défini en grandeur effective). Deuxièmement, il décrit un modèle multicouche en viscoplasticité ce qui n'est pas fréquent dans la littérature.

La consistance thermodynamique du modèle a été étudiée afin de garantir une dissipation positive. Le modèle a ensuite été implémenté dans une routine utilisateur du logiciel Abaqus grâce à un algorithme de retour radial sur la correction viscoplastique. Dans cet algorithme, les corrections sont calculées par une méthode de Newton-Raphson et le système d'équations est résolu par la méthode du pivot de Gauss-Jordan. La formulation de l'algorithme présentée dans ce mémoire est celle utilisée pour le développement du modèle. Elle n'est pas optimale, la résolution du système de corrections pourrait être simplifiée et plus rapide.

Les paramètres matériau ont été identifiés à partir de six essais (DMA, compression simple monotone et cyclée à la vitesse de référence, traction, torsion et compression triaxiale monotones à la vitesse de référence). Le modèle recalé à 20°C a ensuite été confronté à l'ensemble des essais quasistatiques de la base de données. Il s'est révélé très satisfaisant car tous les essais sont bien reproduits, à l'exception des essais de fluage et de fatigue. Le modèle est capable de reproduire les courbes contrainte-déformation et les courbes temporelles en compression, sur le domaine de vitesse et de pression. L'amplitude des relaxations est légèrement moins bonne en traction. L'allure des essais multiaxiaux, des chargements alternés traction/compression et des compressions $0^{\circ}-0^{\circ}$ et $0^{\circ}-90^{\circ}$ est parfaitement simulée. Pour être validé à 20°C , le modèle a donc été confronté à divers

chemins de chargement, contrairement aux autres modèles pour explosifs pressés (hors M1) présentés au chapitre I.

Cependant, un comportement anormal du modèle viscoplastique a été révélé en fatigue. Après avoir écarté plusieurs hypothèses, l'origine du problème semble être liée à la combinaison d'une dilatance positive et d'un écrouissage cinématique. À notre connaissance, aucune publication n'aborde la simulation d'un essai oligocyclique borné entre deux contraintes avec un modèle associant une fonction de dilatance et un écrouissage cinématique. Malheureusement, le temps nous a manqué pour étudier ce problème en profondeur.

Une extension du modèle en température entre -50°C et 100°C a été proposée au quatrième chapitre. Un minimum de paramètres a été introduit. Dans un esprit de simplification, nous avons choisi de conserver les neuf surfaces de plasticité et d'appliquer un coefficient de proportionnalité fonction de la température sur les limites d'élasticité et les modules d'écrouissage. Un facteur lié à la température a aussi été appliqué à deux paramètres de la loi viscoplastique. Nous avons vu que ce choix de modélisation atteint ses limites à 80°C , température pour laquelle l'écoulement de M2 s'intensifie. À cette température, le module élastique du matériau est indépendant du sens de sollicitation mais l'écoulement plastique est plus prononcé en traction. Cette asymétrie du comportement à 80°C n'a pas été prise en compte dans le modèle.

Ce modèle a été confronté aux essais en température. Les compressions sont très bien reproduites. En traction, les simulations sont plus éloignées des courbes expérimentales. La contrainte est surestimée de 10 à 20% entre -30°C et 0°C , et jusqu'à 40% à 80°C . Le modèle pourrait donc être potentiellement amélioré en traction, peut-être en optimisant les paramètres viscoplastiques. Étant donné les observations expérimentales, une fonction d'asymétrie du comportement entre la traction et la compression pourrait être ajoutée à 80°C .

Étant donné la complexité et le nombre de variables internes du modèle, des pistes de simplification ont été proposées dans le cinquième chapitre. Tout d'abord, une version optimisée de l'algorithme détaillé au chapitre III a été formulée. Le système d'équations associées aux corrections viscoplastiques a été considérablement allégé grâce à la linéarité de certaines équations.

Un premier modèle simplifié a ensuite été proposé dans le but de réduire les temps de calcul. Pour cela, la composante viscoélastique endommageable a été supprimée. La légère augmentation de contrainte liée à l'annulation de l'endommagement a été compensée par les paramètres viscoplastiques. Avec ce modèle simplifié, le nombre de variables stockées est divisé par dix alors que les simulations perdent peu en précision. Un modèle dit « ultra-simplifié », plus facilement identifiable sur une base de données expérimentales, a également été formulé en réduisant le nombre de surfaces de plasticité et en supprimant la dilatance. À 20°C , le nombre de paramètres à identifier est alors passé de cinquante-quatre pour le modèle complet, à seulement quatorze.

Enfin, l'optimisation du modèle viscoplastique multicouche a été discutée. Notre modèle autorisant un chevauchement des surfaces en chargement non proportionnel, des pistes de réflexion ont été ouvertes dans l'optique de forcer les surfaces à rester imbriquées. Le développement d'un tel algorithme, s'il s'avère nécessaire, est repoussé à de futurs travaux.

Dans le dernier chapitre, la question de la généralisation du modèle à l'ensemble des explosifs comprimés a été posée. Pour cela, les mécanismes de déformation pris en compte dans le modèle ont été comparés à la réponse mécanique du matériau M1 dont le comportement est différent de celui de M2. Ce matériau développe une forte anisotropie du dommage avec effet unilatéral. Les courbes de recharge en compression ont une forme très spécifique (forme en « S ») et l'influence de

la pression est importante. En particulier, le module de Young augmente entre 0 et 10 MPa de confinement.

Nous avons souhaité tester la capacité du modèle à reproduire les mécanismes caractéristiques de M1. Pour ce modèle-test, l'influence de la pression a été accentuée via un important prédommage et une effectivité du dommage liée à la déformation viscoélastique volumique. La définition des fonctions d'effectivité, à but prospectif, s'est faite sans considération thermodynamique. Les fonctions d'effectivité combinées au fort niveau d'endommagement permettent d'augmenter le module de Young apparent entre 0 et 10 MPa de confinement. Une reprise de raideur est retrouvée lors d'un chargement alterné de traction puis compression. Grâce à l'endommagement, les modules élastiques apparents décroissent en début de charge de chaque cycle. Ils augmentent en début de décharge de chaque cycle par la diminution de l'effectivité. La forme caractéristique de « S » est reproduite pour les courbes de charge en compression simple grâce aux fonctions d'effectivité, mais elle s'observe également en décharge. Pour obtenir cette forme de réponse en compression triaxiale, des fonctions d'effectivité de la déformation déviatorique devraient être définies. Pour cela, il faudra probablement écrire le modèle microplan en formulation VDT. Ainsi, avec quelques modifications, le modèle semble généralisable à M1.

Durant cette thèse, un modèle robuste de comportement thermomécanique quasistatique a ainsi été défini. L'originalité de ce modèle réside en plusieurs points : 1) la combinaison peu fréquente d'une viscoélasticité et d'un endommagement anisotrope, 2) la formulation d'un modèle multicouche viscoplastique, 3) la présence de deux sources d'anisotropie, l'endommagement et l'écroutissage cinématique. Ce modèle complexe a été confronté à un très grand nombre de données expérimentales (vingt-cinq essais à 20°C, trente-et-un essais en température), ce qui est à notre connaissance inédit dans la littérature sur les explosifs comprimés. Sur toutes ces simulations, seulement onze ne sont pas totalement satisfaisantes : les fluages, l'essai de fatigue, les compressions cyclées à 80°C et toutes les tractions à 80°C.

Une première perspective d'amélioration du modèle est le recalage des paramètres viscoplastiques à 80°C. Dans cette perspective, des essais de compression et de traction cyclées pourraient être réalisés entre 50°C et 80°C afin d'affiner notre compréhension de l'écoulement du matériau à l'approche de la transition vitreuse. Si une nouvelle campagne expérimentale est engagée, nous encourageons également la réalisation d'essais DMA à haut niveau de chargement pour caractériser la linéarité de la viscoélasticité. Ces essais peuvent être réalisés sur M2 comme sur M1.

Du point de vue du modèle, celui-ci présente deux perspectives d'amélioration. La première est liée à l'anomalie observée lors de la simulation de l'essai de fatigue. Ce problème doit être étudié plus en profondeur afin d'en comprendre l'origine et si possible, de le corriger. La seconde est la généralisation du modèle à l'ensemble des explosifs comprimés. Pour cela, il semblerait judicieux de traduire le modèle microplan en formulation VDT, permettant une plus grande liberté de description de l'endommagement anisotrope. Un travail considérable sera alors nécessaire pour définir des fonctions d'effectivité volumiques et déviatoriques sur chaque branche viscoélastique dans le respect du cadre thermodynamique.

Bibliographie

- [1] **Addressio F.L., Johnson J.L. (1990)** – A constitutive model for the dynamic response of brittle materials. *Journal of Applied Physics*, 67(7). DOI : [10.1063/1.346090](https://doi.org/10.1063/1.346090).
- [2] **Ambos A., Willot F., Jeulin D., Trumel H. (2015)** – Numerical modeling of the thermal expansion of an energetic material. *International Journal of Solids and Structures*, 60-61. DOI : [10.1051/mattech/2015019](https://doi.org/10.1051/mattech/2015019).
- [3] **Armstrong P.J., Frederick C.O. (1966)** – A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. *Central Electricity Generating Board [and] Berkeley Nuclear Laboratories, Research & Development Department*.
- [4] **Armstrong P.J., Frederick C.O. (2007)** – A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. *Materials at High Temperatures*, 24(1).
- [5] **Arora H., Tarleton E., Li-Mayer J., Charalambides M.N., Lewis D. (2015)** – Modelling the damage and deformation process in a plastic bonded explosive microstructure under tension using the finite element method, *Computational Materials Science*, 110. DOI : [10.1016/j.commatsci.2015.08.004](https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2015.08.004).
- [6] **Bamberger Y., Marigo J.J., Cannard G. (1979)** – Microfissuration du béton et propagation d'ondes ultrasonores. *Colloques internationaux du CNRS. N°295, Comportement mécanique des solides anisotropes*. DOI : [10.1007/978-94-009-6827-1_42](https://doi.org/10.1007/978-94-009-6827-1_42).
- [7] **Bargellini R., Halm D., Dragon A. (2008)** – Modelling of quasi-brittle behaviour: a discrete approach coupling anisotropic damage growth and frictional sliding. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 27(4). DOI : [10.1016/j.euromechsol.2007.11.003](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2007.11.003).
- [8] **Bažant Z.P., Li G.H. (2008)** – Comprehensive database on concrete creep and shrinkage. *ACI Materials Journal*, 105(6).
- [9] **Bažant Z.P., Oh B.H. (1985)** – Microplane model for progressive fracture of concrete and rock. *Journal of Engineering Mechanics*, 111(4). DOI : [10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1985\)111:4\(559\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1985)111:4(559)).
- [10] **Bažant Z.P., Planas J. (1997)** – Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials. *CRC Press, New-York (USA)*.
- [11] **Bažant Z.P., Prat P.C. (1988)** – Microplane model for brittle-plastic material: I. Theory, II. Verification. *Journal of Engineering Mechanics*, 114(10). DOI : [10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1988\)114:10\(1672\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1988)114:10(1672)) & [10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1988\)114:10\(1689\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1988)114:10(1689)).
- [12] **Belmas R., Reynaud J., Sorel J. (1982)** – Simulation numérique du comportement viscoélastique non linéaire d'un matériau explosif. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 7. DOI : [10.1002/prop.19820070104](https://doi.org/10.1002/prop.19820070104).
- [13] **Benelfellah A. (2013)** – Contribution à la modélisation de l'anisotropie induite par endommagement d'un matériau agrégataire énergétique. *Thèse de doctorat, Université de Tours*.
- [14] **Benelfellah A., Frachon A., Gratton M., Caliez M., Picart D. (2014)** – Analytical and numerical comparison of discrete damage models with induced anisotropy. *Engineering Fracture Mechanics*, 121/122. DOI : [10.1016/j.engfracmech.2014.03.022](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.03.022).
- [15] **Benelfellah A., Frachon A., Gratton M., Caliez M., Picart D. (2017)** – VDT microplane model with anisotropic effectiveness and plasticity. *Mechanics & Industry*, 18(607). DOI : [10.1051/meca/2017032](https://doi.org/10.1051/meca/2017032).

- [16] **Benelfellah A., Gratton M., Caliez M., Frachon A., Picart D. (2015)** – VDT microplane model with anisotropic effectiveness and plasticity. *22^{ème} Congrès Français de Mécanique*.
- [17] **Bennett J.G., Haberman K.S., Johnson J.N., Asay B.W., Henson B.F. (1998)** – A constitutive model of the non-shock ignition and mechanical response of high-explosives. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46. DOI : [10.1051/meca/2017032](https://doi.org/10.1051/meca/2017032).
- [18] **Benouniche S. (1979)** – Modélisation de l'endommagement du béton par microfissuration en compression. *Thèse de doctorat, Université de Paris VI*.
- [19] **Bergues J., Terrien M. (1981)** – Study of concrete's cracking under multiaxial stresses. *Advances in Fracture Research: proceedings of the 5th international Conference on Fracture*.
- [20] **Bieniawski Z.T. (1967)** – Mechanism of brittle fracture of rock. Part. II: Experimental studies. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 4(4). DOI : [10.1016/0148-9062\(67\)90031-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(67)90031-9).
- [21] **Blumenthal W.R., Gray G.T. III, Idar D.J., Holmes M.D., Scott P.D., Cady C.M., Cannon D.D. (1999)** – Influence of temperature and strain rate on the mechanical behavior of PBX 9502 and Kel-F 800™. *AIP Conference Proceedings*, 505. DOI : [10.1063/1.1303562](https://doi.org/10.1063/1.1303562).
- [22] **Bodner S. R. (1987)** – Review of a Unified Elastic-Viscoplastic Theory. *Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity*, Springer Dordrecht. DOI : [10.1007/978-94-009-3439-9_6](https://doi.org/10.1007/978-94-009-3439-9_6).
- [23] **Browning R.V., Gurtin E.M., Williams W.O. (1984)** – A one-dimensional viscoplastic constitutive theory of filled polymers. *International Journal of Solids and Structures*, 20(11/12). DOI : [10.1016/0020-7683\(84\)90081-7](https://doi.org/10.1016/0020-7683(84)90081-7).
- [24] **Buechler M.A. (2012)** – Observed physical processes in mechanical tests of PBX 9501 and recommendations for experiments to explore a possible plasticity/damage threshold. *Los Alamos National Laboratory, rapport n° LA-UR-12-21072*.
- [25] **Buechler M.A. (2012)** – Viscoelastic-viscoplastic combined hardening constitutive model based on the Drucker-Prager yield and flow potentials. *Los Alamos National Laboratory, rapport n° LA-UR-12-24895*.
- [26] **Buechler M.A. (2013)** – Viscoelastic-viscoplastic damage model development, parameters estimation, and comparison to PBX9501 experimental data. *Los Alamos National Laboratory, rapport n° LA-UR-13-DRAFT*.
- [27] **Buechler M.A., DeLuca R., Thompson D.G. (2013)** – Review of cyclic experiments performed on PBX9501. *Los Alamos National Laboratory, rapport n° LA-UR-13-27212*.
- [28] **Buechler M.A., Luscher D.J. (2014)** – A semi-implicit integration scheme for a combined viscoelastic-damage model of plastic bonded explosives. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 99. DOI : <https://doi.org/10.1002/nme.4672>.
- [29] **Caliez M., Gratton M., Frachon A., Benelfellah A., Picart D. (2014)** – Viscoelastic plastic model and experimental validation for a granular energetic material. *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*, 13. DOI : [10.1016/j.engfracmech.2014.09.009](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.09.009).
- [30] **Cambou B., Lanier J. (1988)** – Induced anisotropy in cohesionless soil: experiments and modelling. *Computers and Geotechnics*, 6. DOI : [10.1016/0266-352X\(88\)90071-7](https://doi.org/10.1016/0266-352X(88)90071-7).
- [31] **Carol I., Jirásek M., Bažant Z. (2001)** – A thermodynamically consistent approach to microplane theory. Part I: Free energy and consistent microplane stresses. *International journal of solids and structures*, 38(17). DOI : [10.1016/S0020-7683\(00\)00212-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00212-2).
- [32] **Chaboche J.L., Dang-Van K., Cordier G. (1979)** – Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel. *SMIRT 5, Berlin*.

- [33] **Challamel N., Lanos C., Casandjian C. (2005)** – Strain-based anisotropic damage modelling and unilateral effects. *International journal of mechanical sciences*, 47(3). DOI : [10.1016/j.ijmecsci.2005.01.002](https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2005.01.002).
- [34] **Chatti M. (2018)** – Étude expérimentale et modélisation du comportement mécanique d'un matériau agrégataire. *Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées, Centre Val de Loire*.
- [35] **Chatti M., Frachon A., Gratton M., Caliez M., Picart D., Aït Hocine N. (2019)** – Modelling of the viscoelastic behaviour with damage induced anisotropy of plastic-bonded explosive based on the microplane approach. *International Journal of Solids and Structures*, 168. DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2018.08.018](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.08.018).
- [36] **Chekroun M. (2008)** – Caractérisation mécanique des premiers centimètres du béton avec des ondes de surface. *Thèse de doctorat, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Université de Nantes*. HAL : [tel-00530407](https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00530407).
- [37] **Chen P.W., Huang F.L., Ding Y.S. (2007)** – Microstructure, deformation and failure of polymer bonded explosives. *Journal of Materials Science*, 42. DOI : [10.1007/s10853-006-0387-y](https://doi.org/10.1007/s10853-006-0387-y).
- [38] **Chiarelli A.S. (2000)** – Étude expérimentale et modélisation du comportement mécanique de l'argilite de l'Est : influence de la profondeur et de la teneur en eau. *Thèse de doctorat, Université de Lille I*.
- [39] **Cicekli U., Voyiadjis G.Z., Abu Al-Rub R.K. (2007)** – A plasticity and anisotropic damage model for plain concrete. *International Journal of Plasticity*, 23(10-11). DOI : [10.1016/j.ijplas.2007.03.006](https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2007.03.006).
- [40] **Clements B.E., Mas E.M. (2004)** – A theory for plastic-bonded materials with a bimodal size distribution of filler particles. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 12. DOI : [10.1088/0965-0393/12/3/004](https://doi.org/10.1088/0965-0393/12/3/004).
- [41] **Cunningham B.J., Gagliardi F.J., Ferranti L. (2010)** – Low strain rate measurements on explosives using DIC. *Society for Experimental Mechanics Annual Conference and Exposition on Experimental and Applied Mechanics*. DOI : [10.1007/978-1-4419-9796-8_5](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9796-8_5).
- [42] **Dasriaux M. (2013)** – Évolutions microstructurales du PEEK au-dessus de sa température de transition vitreuse lors de maintiens sous pression et température. *Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique*. HAL : [tel-00786016](https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00786016).
- [43] **David E.C., Brantut N., Hansen L.N., Mitchell T.M. (2019)** – Absence of stress-induced anisotropy during brittle deformation in antigorite serpentinite. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(12). DOI : [10.1029/2018JB016255](https://doi.org/10.1029/2018JB016255).
- [44] **Denarié E. (2000)** – Étude expérimentale des couplages viscoélasticité-croissance des fissures dans les bétons de ciment. *Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne*.
- [45] **Desmorat R. (2015)** – Modélisation de l'endommagement anisotrope du béton. *Rencontres Universitaires de Génie Civil. 33èmes Rencontres universitaires de Génie Civil*. HAL : [hal-01167631](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01167631).
- [46] **Desmorat R., Cantournet S. (2008)** – Modeling microdefects closure effect with isotropic/anisotropic damage. *International Journal of Damage Mechanics*, 17(1). DOI : [10.1177/1056789507069541](https://doi.org/10.1177/1056789507069541).
- [47] **Dhir R.K., Sangha C.M. (1974)** – Development and propagation of microcracks in plain concrete. *Matériaux et Constructions*, 7(1). DOI : [10.1007/BF02482676](https://doi.org/10.1007/BF02482676).
- [48] **Dienes J.K. (1978)** – A statistical theory of fragmentation. *Proceedings of 19th US Rock Mechanics Symposium, University of Nevada*.

- [49] **Dienes J.K. (1996)** – A unified theory of flow, hot-spots, and fragmentation with an application to explosive sensitivity. *High Pressure Shock Compression of Solids II*, Springer. DOI : [10.1007/978-1-4612-2320-7_14](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-2320-7_14).
- [50] **Dienes J.K., Zuo Q.H., Kershner J.D. (2006)** – Impact initiation of explosives and propellants via statistical cracks mechanics. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54. DOI : [10.1016/j.jmps.2005.12.001](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2005.12.001).
- [51] **Ellis K., Leppard C., Radesk H. (2005)** – Mechanical properties and damage evaluation of UK PBX. *Journal of Materials Science*, 40(23). DOI : [10.1007/s10853-005-3148-4](https://doi.org/10.1007/s10853-005-3148-4).
- [52] **Escartin J., Hirth G., Evans B. (1997)** – Nondilatant brittle deformation of serpentinites: implications for Mohr-Coulomb theory and the strength of faults. *Journal of Geophysical Research*, 102(B2). DOI : [10.1029/96JB02792](https://doi.org/10.1029/96JB02792).
- [53] **Filimonov Y.L., Lavrov A.V., Shafarenko Y.M., Shkuratnik V.L. (2001)** – Memory effects in rock salt under triaxial stress state and their use for stress measurement in a rock mass. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 34(4). DOI : [10.1007/s006030170002](https://doi.org/10.1007/s006030170002).
- [54] **Fortin J., Stanchits S., Dresen G., Gueguen Y. (2009)** – Acoustic emissions monitoring during inelastic deformation of porous sandstone. *Pure and Applied Geophysics*, 166. DOI : [10.1007/s00024-009-0479-0](https://doi.org/10.1007/s00024-009-0479-0).
- [55] **Frank G.J., Brockman R.A. (2001)** – A viscoelastic-viscoplastic constitutive model for glassy polymers. *International Journal of Solids and Structures*, 38(30-31). DOI : [10.1016/S0020-7683\(00\)00339-5](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00339-5).
- [56] **Fredrich J.T., Evan B., Wong T.F. (1989)** – Micromechanics of the brittle to plastic transition in Carrara marble. *Journal of Geophysical Research*, 94(B4). DOI : [10.1029/JB094iB04p04129](https://doi.org/10.1029/JB094iB04p04129).
- [57] **Funk D.J., Laabs G.W., Peterson P.D., Asay B.W. (1996)** – Measurements of the stress/strain response of energetic materials as a function of strain rate and temperature: PBX 9501 and Mock 9501. *AIP Conference Proceedings*, 370. DOI : [10.1063/1.50735](https://doi.org/10.1063/1.50735).
- [58] **Gagliardi F.J., Cunningham B.J. (2007)** – Creep testing plastic-bonded explosives in uni-axial compression. *Society for Experimental Mechanics 11th International Congress*.
- [59] **Gagliardi F.J., Cunningham B.J. (2009)** – Axial torsion testing of plastic bonded explosives to failure. *Society for Experimental Mechanics Annual Conference*.
- [60] **Gambarotta L. (2004)** – Friction-damage coupled model for brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 71 (4-6). DOI : [10.1016/S0013-7944\(03\)00020-1](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(03)00020-1).
- [61] **Gasnier J.B., Willot F., Trumel H., Jeulin D., Biessy M. (2018)** – Thermoelastic properties of microcracked polycrystals. Part II: The case of jointed polycrystalline TATB. *International Journal of Solids and Structure*, 155. DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2018.07.025](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.07.025).
- [62] **Gotuwka V. (1999)** – Étude expérimentale du comportement mécanique des bétons à très hautes performances sous sollicitations multiaxiales simples et complexes. *Thèse de doctorat*, Université de Lille I.
- [63] **Gratton M., Gontier C., Rja Fi Allah S., Bouchou A., Picart D. (2009)** – Mechanical characterisation of a viscoplastic material sensitive to hydrostatic pressure. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 28(5). DOI : [10.1016/j.euromechsol.2009.03.002](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2009.03.002).
- [64] **Gray G.T. III, Idar D.J., Blumenthal W.R., Cady C.M., Peterson P.D. (1998)** – High- and low-strain rate compression properties of several energetic material composites as a function of strain rate and temperature. *11th Detonation Symposium*.
- [65] **Green S.J., Swanson S.R. (1973)** – Static constitutive relations for concrete. *Air Force Weapons Laboratory, rapport technique n°AFWL-TR-72-244*.

- [66] **Hackett R.M., Bennett J.G. (2000)** – An implicit finite element material model for energetic particulate composite materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49(9). DOI : [10.1002/1097-0207\(20001130\)49:9<1191::AID-NME997>3.0.CO;2-V](https://doi.org/10.1002/1097-0207(20001130)49:9<1191::AID-NME997>3.0.CO;2-V).
- [67] **Han B., Xie S.Y., Shao J.F. (2016)** – Experimental investigation on mechanical behavior and permeability evolution of a porous limestone under compression. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49. DOI : [10.1007/s00603-016-1000-6](https://doi.org/10.1007/s00603-016-1000-6).
- [68] **Homand F., Hoxha D., Belem T., Pons M. N., Hoteit N. (2000)** – Geometric analysis of damaged microcracking in granites. *Mechanics of materials*, 32(6). [10.1016/S0167-6636\(00\)00005-3](https://doi.org/10.1016/S0167-6636(00)00005-3).
- [69] **Homand S., Shao J.F. (2000)** – Mechanical behaviour of a porous chalk and water/chalk interaction. Part I: experimental study. *Oil & Gas Science and Technology*, 55(6). DOI : [10.2516/ogst:2000044](https://doi.org/10.2516/ogst:2000044).
- [70] **Homand-Etienne F., Hoxha D., Shao J.F. (1998)** – A Continuum Damage Constitutive Law for Brittle Rocks. *Computers and Geotechnics*, 22(2). DOI : [10.1016/S0266-352X\(98\)00003-2](https://doi.org/10.1016/S0266-352X(98)00003-2).
- [71] **Hu D.W., Zhou H., Zhang F., Shao J.F. (2010)** – Evolution of poroelastic properties and permeability in damaged sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47. DOI : [10.1016/j.ijrmms.2010.06.007](https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2010.06.007).
- [72] **Huet C., Acker P., Baron J. (1982)** – Le béton hydraulique, chapitre Fluage et autres effets rhéologiques différés du béton. *Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées*.
- [73] **Idar D.J., Larson S.A., Skidmore C.B., Wendelnerger J.R. (2000)** – PBX 9502 tensile analysis. *23rd Aging, Compatibility, and Stockpile Stewardship Conference*.
- [74] **Karrech A., Regenauer-Lieb K., Poulet T. (2011)** – A damaged visco-plasticity model for pressure and temperature sensitive geomaterials. *International Journal of Engineering Science*, 49(10). DOI : [10.1016/j.ijengsci.2011.05.005](https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2011.05.005).
- [75] **Kishta E., Giry C., Richard B., Ragueneau F., Balmaseda M. (2017)** – A discrete anisotropic damage constitutive law with an enhanced mixed-mode kinematics. *Engineering Fracture Mechanics*, 184. DOI : [10.1016/j.engfracmech.2017.08.005](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2017.08.005).
- [76] **Kuhl E., Steinmann P., Carol I. (2001)** – A thermodynamically consistent approach to microplane theory. Part II: Dissipation and inelastic constitutive modeling. *International journal of solids and structures*, 38(17). DOI : [10.1016/S0020-7683\(00\)00213-4](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00213-4).
- [77] **Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rusch H. (1969)** – Behavior of concrete under biaxial stresses. *ACI Journal Proceedings*, 66(8).
- [78] **Lanier J., Di Prisco C., Nova R. (1991)** – Étude expérimentale et analyse théorique de l'anisotropie induite du sable d'Hostun. *Revue Française de Géotechnique*, 57. DOI : [10.1051/geotech/1991057059](https://doi.org/10.1051/geotech/1991057059).
- [79] **Lavrov A., Vervoort A., Wevers M. (2003)** – Anisotropic damage formation in brittle rock, experimental study by means of acoustic emission and Kaiser effect. *Journal de Physique IV (Proceedings)*, 105. *EDP sciences*. DOI : [10.1051/jp4:20030203](https://doi.org/10.1051/jp4:20030203).
- [80] **Le V.D. (2007)** – Modélisation et identification du comportement plastique visco-élastique endommageable d'un matériau. *Thèse de doctorat, Université De Tours*.
- [81] **Le V.D., Gratton M., Caliez M., Frachon A., Picart D. (2010)** – Experimental mechanical characterization of plastic-bonded explosives. *Journal of Materials Science*, 45(21). DOI : [10.1007/s10853-010-4655-5](https://doi.org/10.1007/s10853-010-4655-5).
- [82] **Lemaitre J., Chaboche J.L., Benallal A., Desmorat R. (1985)** – Mécanique des matériaux solides. *Editions Dunod*.

- [83] **Leukart M., Ramm E. (2002)** – An alternative split within the microplane material model. *Proceedings of the 5th World Congress on Computational Mechanics*.
- [84] **Leukart M., Ramm E. (2003)** – A comparison of damage models formulated on different material scales. *Computational Materials Science*, 28(3-4). DOI : [10.1016/j.commatsci.2003.08.029](https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2003.08.029).
- [85] **Levasseur S., Collin F., Charlier R., Kondo D. (2013)** – On micromechanical damage modeling in geomechanics: influence of numerical integration scheme. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 246. DOI : [10.1016/j.cam.2012.05.022](https://doi.org/10.1016/j.cam.2012.05.022).
- [86] **Liénard C. (1989)** – Plasticité couplée à l'endommagement en conditions quasi-unilatérales pour la prévision de l'amorçage des fissures. *Thèse de doctorat, Université de Paris VI*.
- [87] **Litewka A., Bogucka J., Debinski J. (2002)** – Analytical and experimental study of damage induced anisotropy of concrete. *Foundations of Civil and Environmental Engineering*, 2.
- [88] **Litewka A., Debinski J. (2003)** – Load-induced oriented damage and anisotropy of rock-like materials. *International Journal of Plasticity*, 19(12). DOI : [10.1016/S0749-6419\(03\)00064-0](https://doi.org/10.1016/S0749-6419(03)00064-0).
- [89] **Liu C., Thompson D.G. (2010)** – Macroscopic crack formation and extension in pristine and artificially aged PBX 9501. *14th International Detonation Symposium*.
- [90] **Liu C., Thompson D.G. (2014)** – Crack initiation and growth in PBX 9502 high explosive subject to compression. *Journal of Applied Mechanics*, 81(10). DOI : [10.1115/1.4028087](https://doi.org/10.1115/1.4028087).
- [91] **Liu M., Huang X.C., Wu Y.Q., Chen C.J., Huang F.L. (2019)** – Numerical simulations of the damage evolution for plastic-bonded explosives subjected to complex stress states. *Mechanics of Material*, 139. DOI : [10.1016/j.mechmat.2019.103179](https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2019.103179).
- [92] **Luong M.P. (1980)** – Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents. *Revue Française de Géotechnique*, 10. DOI : [10.1051/geotech/1980010039](https://doi.org/10.1051/geotech/1980010039).
- [93] **Martin C.D., Chandler N.A. (1994)** – The progressive fracture of lac du bonnet granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 31(6). DOI : [10.1016/0148-9062\(94\)90005-1](https://doi.org/10.1016/0148-9062(94)90005-1).
- [94] **Mazars J. (1984)** – Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. *Thèse de doctorat, Université de Paris VI*.
- [95] **Mazars J., Berthaud Y., Ramtani S. (1990)** – The unilateral behaviour of damaged concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 35(4/5). DOI : [10.1016/0013-7944\(90\)90145-Z](https://doi.org/10.1016/0013-7944(90)90145-Z).
- [96] **Montáns F.J. (2000)** – Implicit algorithms for multilayer J2-plasticity. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 189(2). DOI : [10.1016/S0045-7825\(99\)00323-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(99)00323-0).
- [97] **Montáns F.J. (2001)** – Implicit multilayer J2-plasticity using Prager's translation rule. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50(2). DOI : [10.1002/1097-0207\(20010120\)50:2<347::AID-NME28>3.0.CO;2-Q](https://doi.org/10.1002/1097-0207(20010120)50:2<347::AID-NME28>3.0.CO;2-Q).
- [98] **Mroz Z. (1967)** – On the description of anisotropic workhardening. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 15(3). DOI : [10.1016/0022-5096\(67\)90030-0](https://doi.org/10.1016/0022-5096(67)90030-0).
- [99] **Oda M., Kazama H., Konishi J. (1998)** – Effects of induced anisotropy on the development of shear bands in granular materials. *Mechanics of Materials*, 28. DOI : [10.1016/S0167-6636\(97\)00018-5](https://doi.org/10.1016/S0167-6636(97)00018-5).

- [100] **Olsson W. A. (1995)** – Development of anisotropy in the incremental shear moduli for rock undergoing inelastic deformation. *Mechanics of materials*, 21(3). DOI : [10.1016/0167-6636\(95\)00012-7](https://doi.org/10.1016/0167-6636(95)00012-7).
- [101] **Pecqueur G., Mikolajczak A., Siwak J.M., Dragon A. (1996)** – Validation of an anisotropic model under torsional loading. *EUROCK 96, International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering*.
- [102] **Peeters R.L., Hackett R.M. (1981)** – Constitutive modeling of plastic-bonded explosives. *Experimental Mechanics*, 21(3). DOI : [10.1007/BF02326367](https://doi.org/10.1007/BF02326367).
- [103] **Perzyna P. (1966)** – Fundamental problems in viscoplasticity. *Advances in Applied Mechanics*, 9. DOI : [10.1016/S0065-2156\(08\)70009-7](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70009-7).
- [104] **Picart D. (1993)** – Comportement et mise en forme d'un explosif agrégataire. *Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan*.
- [105] **Picart D., Benelfellah A., Brigolle J.L., Frachon A., Gratton M., Caliez M. (2014)** – Characterization and modeling of the anisotropic damage of a high-explosive composition. *Engineering Fracture Mechanics*, 131. DOI : [10.1016/j.engfracmech.2014.09.009](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.09.009).
- [106] **Picart D., Brigolle J.L. (2010)** – Characterization of the viscoelastic behaviour of a plastic-bonded explosive. *Materials Science and Engineering A*, 527(29-30). DOI : [10.1016/j.msea.2010.08.057](https://doi.org/10.1016/j.msea.2010.08.057).
- [107] **Picart D., Pompon C. (2016)** – Experimental characterization of the multiaxial failure of a plastic-bonded explosive. *International Journal of Energetic Material and Chemical Propulsion*, 15(2). DOI : [10.1615/IntJEnergeticMaterialsChemProp.2016013662](https://doi.org/10.1615/IntJEnergeticMaterialsChemProp.2016013662).
- [108] **Plassart G., Chatti M., Francia P., Gratton M. (2017)** – Modélisation de l'effectivité au sein du modèle microplan et mise en évidence de l'effectivité de l'endommagement au moyen d'essais multiaxiaux. Développement de montages d'essais de torsion torsion/compression et torsion sous compression triaxiale. *Contrat n°4600306320 signé entre le CEA et le laboratoire de mécanique Gabriel Lamé*.
- [109] **Rae P.J., Goldrein H.T., Palmer S.J.P., Field J.E., Lewis A.L. (2002)** – Quasi-static studies of the deformation and failure of β -HMX based polymer bonded explosives. *Proceedings of the Royal Society of London. Serie A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 458(2019). DOI : [10.1098/rspa.2001.0894](https://doi.org/10.1098/rspa.2001.0894).
- [110] **Ragueneau F., La Borderie C., Mazars J. (2000)** – Damage model for concrete-like materials coupling cracking and friction, contribution towards structural damping: first uniaxial applications. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials: An International Journal on Experiments, Modelling and Computation of Materials and Structures*, 5(8). DOI : [10.1002/1099-1484\(200011\)5:8<607::AID-CFM108>3.0.CO;2-K](https://doi.org/10.1002/1099-1484(200011)5:8<607::AID-CFM108>3.0.CO;2-K).
- [111] **Ramtani S. (1990)** – Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral. *Thèse de doctorat, Université de Paris VI*.
- [112] **Rangaswamy P., Thompson D.G., Liu C., Lewis M.W. (2010)** – Modeling the mechanical response of PBX 9501. *14th International Detonation Symposium*.
- [113] **Reinhardt H.W. (1984)** – Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete. *HERON* 29 (2).
- [114] **Rinaldi R.G. (2006)** – Loi physique de comportement des polymères amorphes et intégration dans un code éléments finis. *Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*. HAL : [tel-00103408](https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00103408).
- [115] **Rja Fi Allah S. (2006)** – Modélisation du comportement mécanique d'un matériau agrégataire. *Thèse de doctorat, Université De Tours*.

- [116] Schwarz R.B., Brown G.W., Thompson D.G., Olinger B.W., Furmanski J., Cady H.H. (2013) – The effect of shear strain on texture in pressed plastic bonded explosives. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 38. DOI : [10.1002/prop.201200204](https://doi.org/10.1002/prop.201200204).
- [117] Shunk D. (2013) – PBX 9502 literature review: an engineering perspective. *Los Alamos National Laboratory, rapport n° LA-UR-13-21673*.
- [118] Skidmore C.B., Butler T.A., Sandoval C.W. (2003) – The elusive coefficients of thermal expansion in PBX 9502. *Los Alamos National Laboratory, rapport n° LA-14003*.
- [119] Skidmore C.B., Idar D.J., Son S.F., Sander R.K. (1998) – Ageing and PBX 9502. *Conference on Life Cycles of Energetic Material*.
- [120] Sonon B., Hashemi M.A., Verbrugge J.C., François B., Massart T.J. (2012) – Effect of fabric on elastic properties of a lime treated clayey sand. *Proceeding of the International Symposium-Ground Improvement Works*.
- [121] Taheri S. (2005) – Le faïençage thermique à grand nombre de cycles. *Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris XIII*.
- [122] Tan H., Huang Y., Liu C., Ravichandran G., Inglis H.M., Geubelle P.H. (2007) – The uniaxial tension of particulate composite materials with nonlinear interface debonding. *International Journal of Solids and Structures*, 44(6). DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2006.09.004](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.09.004).
- [123] Tan H., Liu C., Huang Y., Geubelle P.H. (2005) – The cohesive law for the particle/matrix interfaces in high explosives. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(8). DOI : [10.1016/j.jmps.2005.01.009](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2005.01.009).
- [124] Tapponier P., Brace W.F. (1976) – Development or stress-induced microcracks in Westerly Granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 13(4). DOI : [10.1016/0148-9062\(76\)91937-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(76)91937-9).
- [125] Tatsuoka F., Ishihara K. (1974) – Yielding of sand in triaxial compression. *Soils and Foundations*, 14(2). DOI : [10.3208/sandf1972.14.2_63](https://doi.org/10.3208/sandf1972.14.2_63).
- [126] Thompson D.G. (2002) – Results of PBX 9501 and PBX 9502 round-robin quasi-static tension tests from JOWOG-9/39 focused exchange. *24th Aging, Compatability, and Stockpile Stewardship Conference and Proceedings, BWXT Pantex*.
- [127] Thompson D.G., Brown G.W., Olinger B., Mang J.T., Patterson B., DeLuca R., Hagelberg S. (2010) – The effects of TATB ratchet growth on PBX 9502. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 35(6). DOI : [10.1002/prop.200900067](https://doi.org/10.1002/prop.200900067).
- [128] Thompson D.G., DeLuca R., Brown G.W. (2012) – Time-temperature analysis, tension and compression in PBXs. *Journal of Energetic Materials*, 30(4). DOI : [10.1080/07370652.2011.569831](https://doi.org/10.1080/07370652.2011.569831).
- [129] Thompson D.G., DeLuca R., Brown G.W., Sandstrom M.L., Hagelberg S.I., Giambra A.M. (2011) – Ratchet growth experiments on TATB and PBX 9502. *17th Meeting of APS Shock Compression of Condensed Matter*.
- [130] Thompson D.G., DeLuca R., Brown G.W., Sandstrom M.M., Hagelberg S., Giambra A.M., Hill L.G. (2012) – Ratchet growth experiments on TATB and PBX 9502. *AIP Conference Proceedings*, 1426(1). DOI : [10.1063/1.3686386](https://doi.org/10.1063/1.3686386).
- [131] Van Mier J.G.M. (1984) – Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions. *Thèse de doctorat, Technische Hogeschool Eindhoven*.
- [132] Van Mier J.G.M. (1986) – Multiaxial strain-softening of concrete. Part II: Load-Histories. *Materials and structures*, 19(3). DOI : [10.1007/BF02472035](https://doi.org/10.1007/BF02472035).
- [133] Vial J. (2013) – Etude expérimentale et numérique des modes de déformation d'un explosif comprimé. *Thèse de doctorat, Université d'Orléans*. HAL : [tel-00965103](https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00965103).

- [134] **Wawersik W.R., Brace W.F. (1971)** – Post-failure behaviour of a granite and diabase. *Rocks Mechanics*, 3. DOI : [10.1007/BF01239627](https://doi.org/10.1007/BF01239627).
- [135] **Weleman H., Cormery F. (2003)** – An alternative 3D model for damage induced anisotropy and unilateral effect in microcracked materials. *Journal de Physique IV*, 105. DOI : [10.1051/jp4:20030204](https://doi.org/10.1051/jp4:20030204).
- [136] **Wiegand D.A., Redingus B., Ellis K., Leppard C. (2011)** – Pressure and friction dependent mechanical strength-cracks and plastic flow. *International Journal of Solids and Structures*, 48(11-12). DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2011.01.025](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.01.025).
- [137] **Williamson D.M., Palmer S.J.P., Proud W.G., Govier R. (2007)** – Brazilian disc testing of a UK PBX above and below the glass transition temperature. *AIP Conference Proceedings*, 955(1). DOI : [10.1063/1.2833246](https://doi.org/10.1063/1.2833246).
- [138] **Williamson D.M., Siviour C.R., Proud W.G., Palmer S.J., Govier R., Ellis K., Blackwell P., Leppard C. (2008)** – Temperature-time response of a polymer bonded explosive in compression (EDC-37). *Journal of Physics D: Applied Physics*, 41. DOI : [10.1088/0022-3727/41/8/085404](https://doi.org/10.1088/0022-3727/41/8/085404).
- [139] **Wu Y.Q., Huang F.L. (2009)** – A micromechanical model for predicting combined damage of particles and interface debonding in PBX explosives. *Mechanics of Materials*, 41(1). DOI : [10.1016/j.mechmat.2008.07.005](https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2008.07.005).
- [140] **Wulfinghoff S., Fassin M., Reese S. (2017)** – A damage growth criterion for anisotropic damage models motivated from micromechanics. *International Journal of Solids and Structures*, 121. DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2017.04.038](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.04.038).
- [141] **Xu Q., Solaimanian M. (2009)** – Modelling linear viscoelastic properties of asphalt concrete by the Huet–Sayegh model. *International Journal of Pavement Engineering*, 10(6). DOI : [10.1080/10298430802524784](https://doi.org/10.1080/10298430802524784).
- [142] **Yan H., Oskay C. (2017)** – Multi-Yield Surface Modeling of Viscoplastic Materials. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 15(2). DOI : [10.1615/IntJMCompEng.2017020087](https://doi.org/10.1615/IntJMCompEng.2017020087).
- [143] **Zafati E., Richard B. (2019)** – Anisotropic continuum damage constitutive model to describe the cyclic response of quasi-brittle materials: the regularized unilateral effect. *International Journal of Solids and Structures*, 162. DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2018.12.009](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.12.009).
- [144] **Zhang Y., Shao J.F., Xu W.Y., Zhao H.B., Wang W. (2015)** – Experimental and numerical investigations on strength and deformation behavior of cataclastic sandstone. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 48(3). DOI : [10.1007/s00603-014-0623-8](https://doi.org/10.1007/s00603-014-0623-8).
- [145] **Zhu Q.Z., Kondo D., Shao J.F. (2009)** – Homogenization-based analysis of anisotropic damage in brittle materials with unilateral effect and interactions between microcracks. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33(6). DOI : [10.1002/nag.741](https://doi.org/10.1002/nag.741).
- [146] **Ziegler H. (1959)** – A modification of Prager’s hardening rule. *Quarterly of Applied mathematics*, 17(1).
- [147] **Zubelewicz A., Thompson D.G., Ostojca-Starzewski M., Ionita A., Shunk D., Lewis M.W., Lawson J.C. Kale S., Koric S. (2013)** – Fracture model for cemented aggregates. *AIP Advances*, 3(1). DOI : [10.1063/1.4789791](https://doi.org/10.1063/1.4789791).

Annexes

A.1. Comparaison des tractions et compressions monotones

Les courbes présentées ci-dessous montrent la symétrie du comportement en traction simple (en rouge) et en compression simple (en noir) à -30°C , 0°C et 50°C . Les courbes à 20°C et 80°C ont été donné au chapitre III.

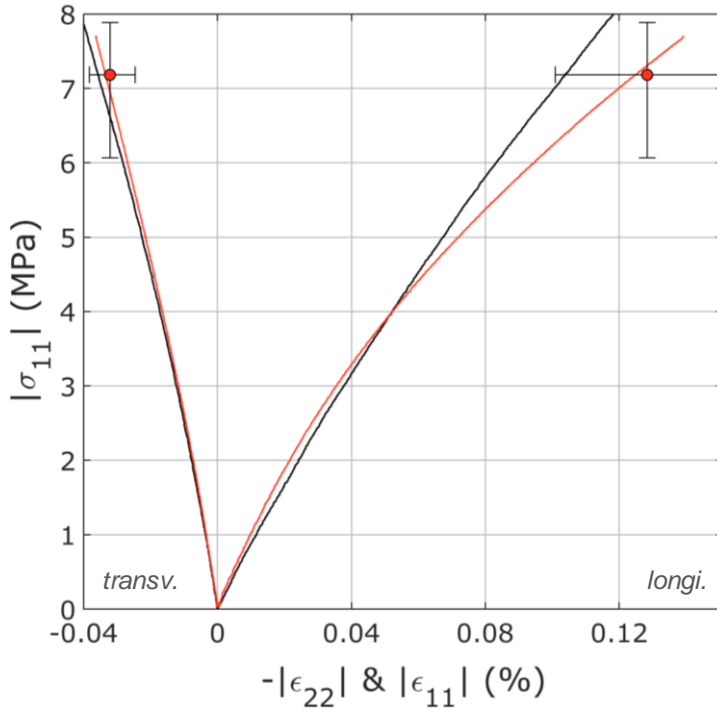


Figure A-1. Comparaison des essais monotones de traction et de compression réalisés à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale en traction est renseignée par la barre d'erreur.

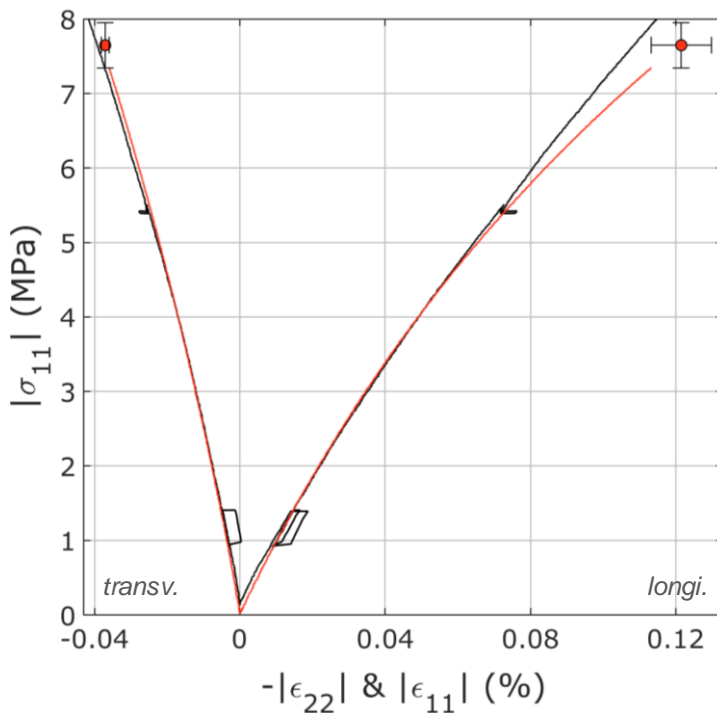


Figure A-2. Comparaison des essais monotones de traction et de compression réalisés à 0°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale en traction est renseignée par la barre d'erreur.

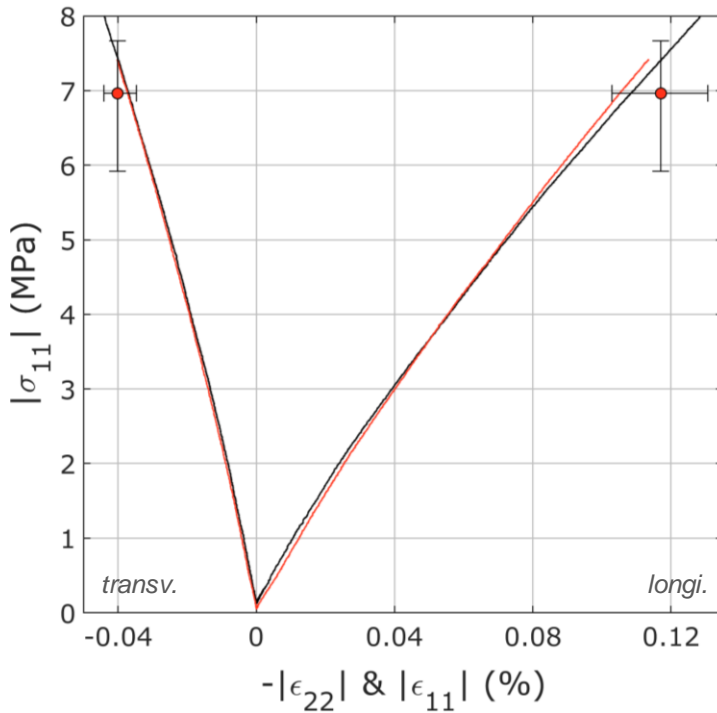


Figure A-3. Comparaison des essais monotones de traction et de compression réalisés à 50°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale en traction est renseignée par la barre d'erreur.

A.2. Compressions cyclées en température

Les courbes d'essais présentées ci-dessous figurent dans le mémoire lors des comparaisons modèle/essais (chapitres III et IV). Ici, elles sont représentées seules.

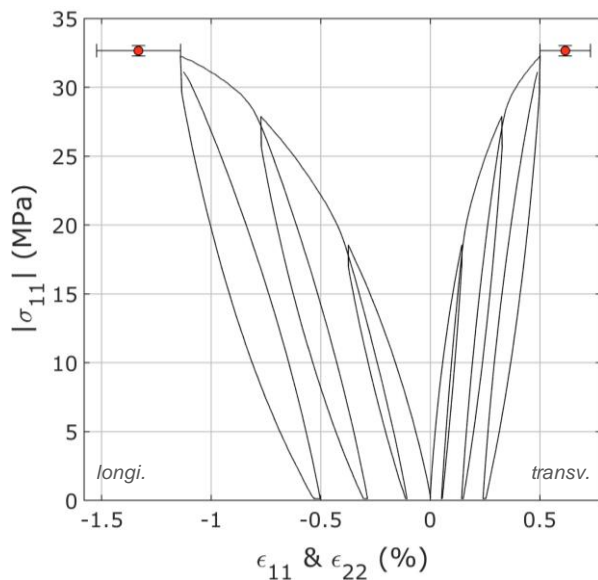


Figure A-4. Essai de compression cyclée réalisée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

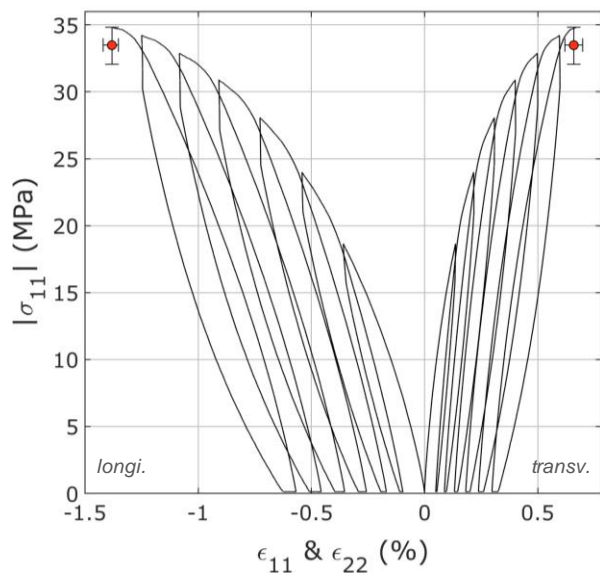


Figure A-5. Essai de compression cyclée réalisée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

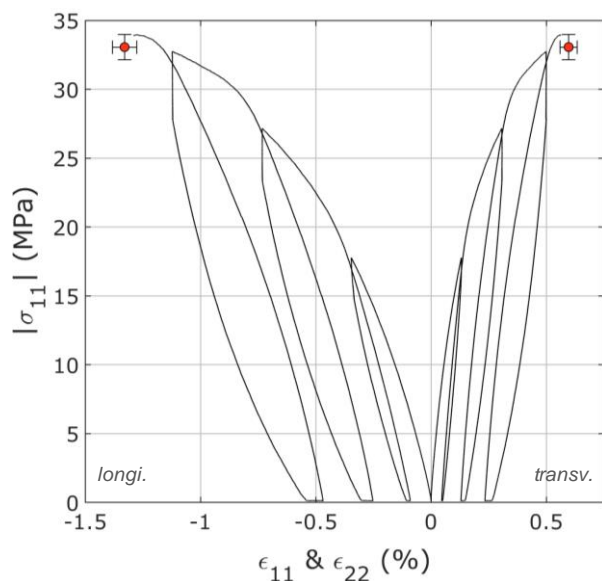


Figure A-6. Essai de compression cyclée réalisée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

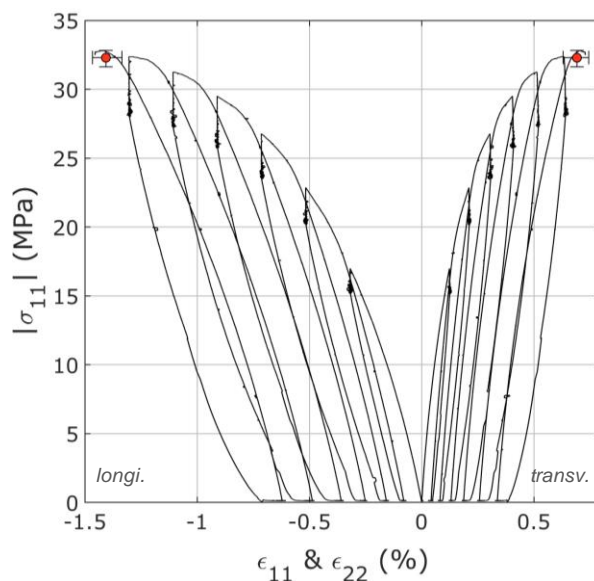


Figure A-7. Essai de compression cyclée réalisée à 0°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

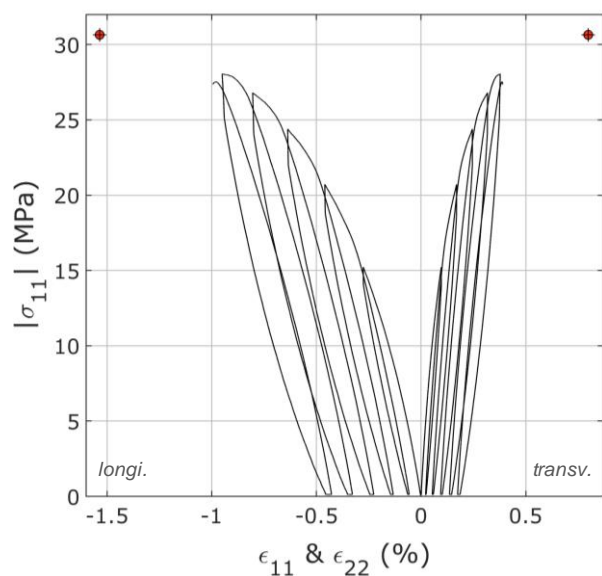


Figure A-8. Essai de compression cyclée réalisée à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

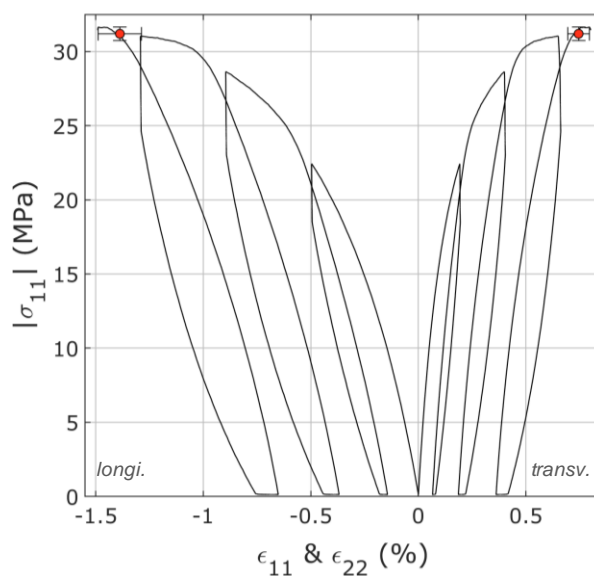


Figure VI-15. Figure A-9. Essai de compression cyclée réalisée à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

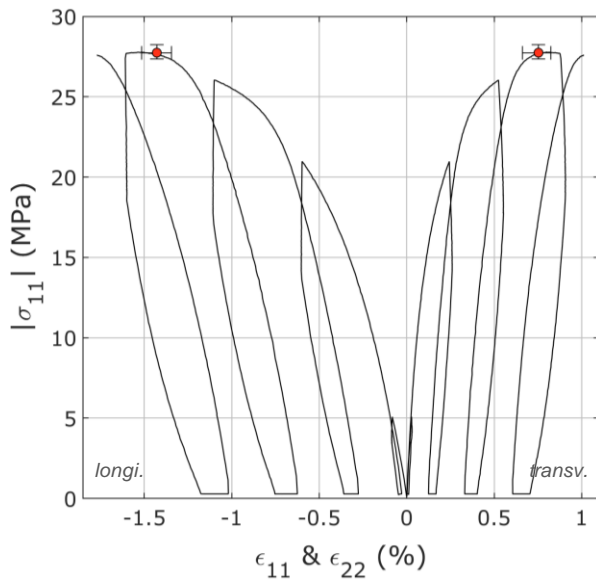


Figure A-10. Essai de compression cyclée réalisée à 50°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

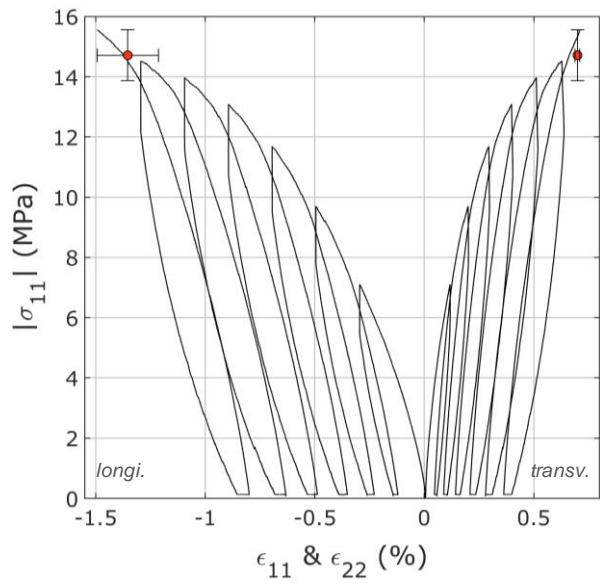


Figure A-11. Essai de compression cyclée réalisée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

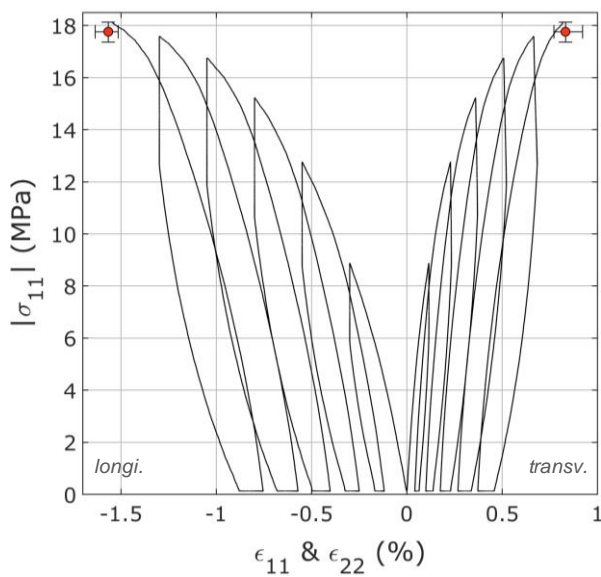


Figure A-12. Essai de compression cyclée réalisée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

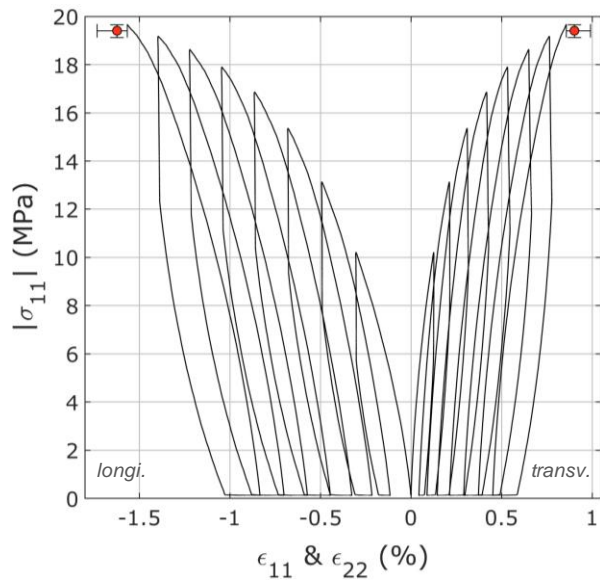


Figure A-13. Essai de compression cyclée réalisée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

A.3. Tractions cyclées en température

Les courbes d'essais présentées ci-dessous figurent dans le mémoire lors des comparaisons modèle/essais (chapitres III et IV). Ici, elles sont représentées seules.

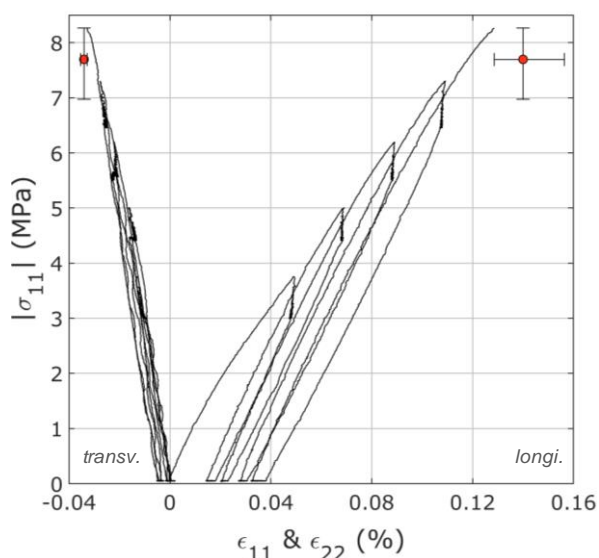


Figure A-14. Essai de traction cyclée réalisée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

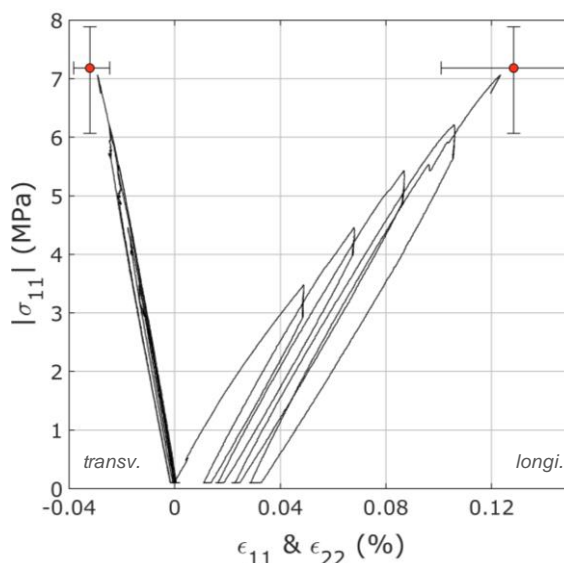


Figure A-15. Essai de traction cyclée réalisée à -30°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

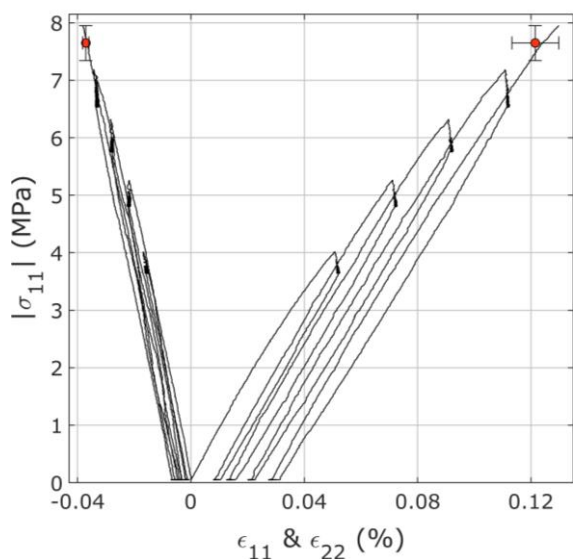


Figure A-16. Essai de traction cyclée réalisée à 0°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

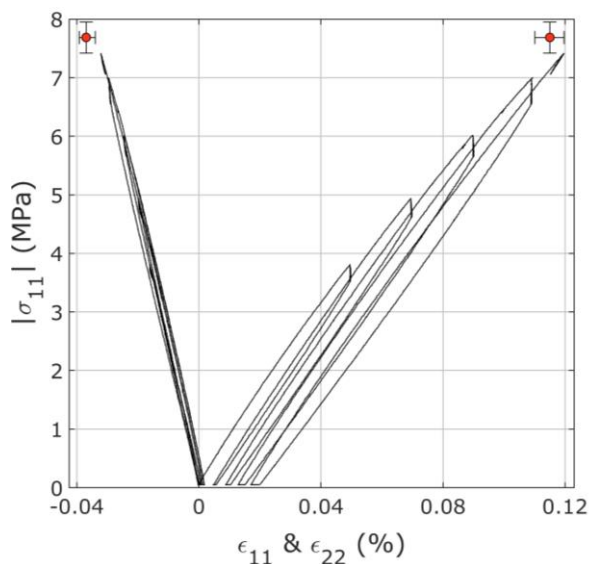


Figure A-17. Essai de traction cyclée réalisée à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

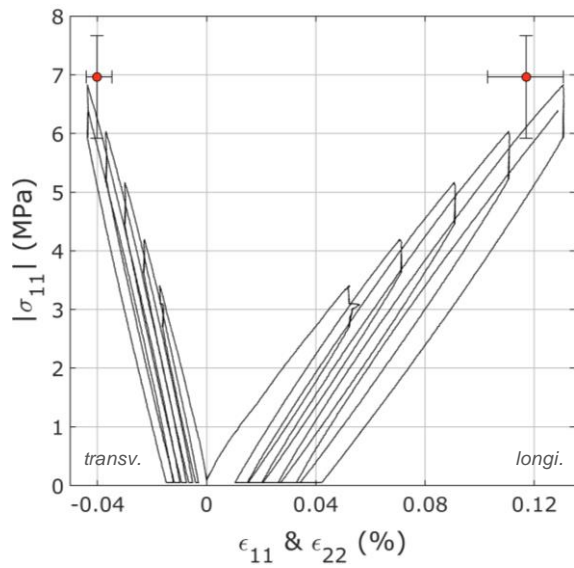


Figure A-18. Essai de traction cyclée réalisée à 50°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

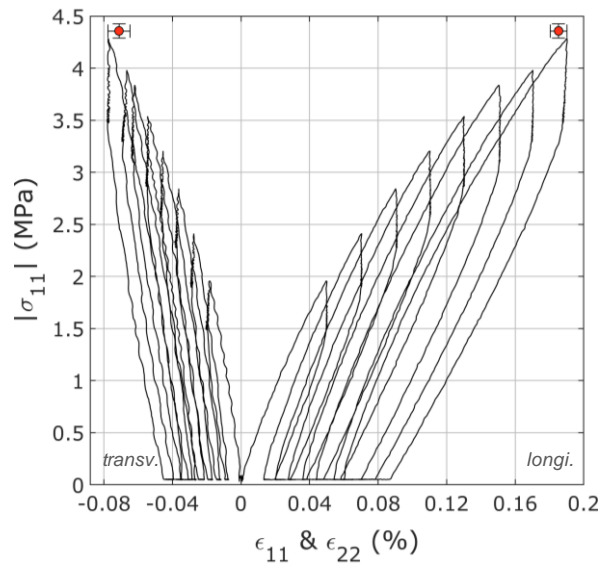


Figure A-19. Essai de traction cyclée réalisée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

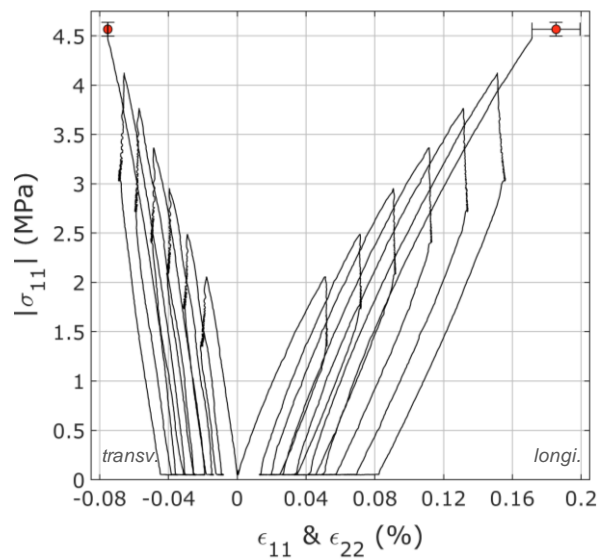


Figure A-20. Essai de traction cyclée réalisée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sur M2. La dispersion au point de contrainte maximale est renseignée par la barre d'erreur.

A.4. Simulations de compression cyclée avec le modèle simplifié

Les courbes temporelles des simulations de compression cyclée réalisées avec le modèle simplifié (chapitre V) sont présentées ci-dessous en bleu. Le résultat obtenu avec le modèle complet est donné en rouge.

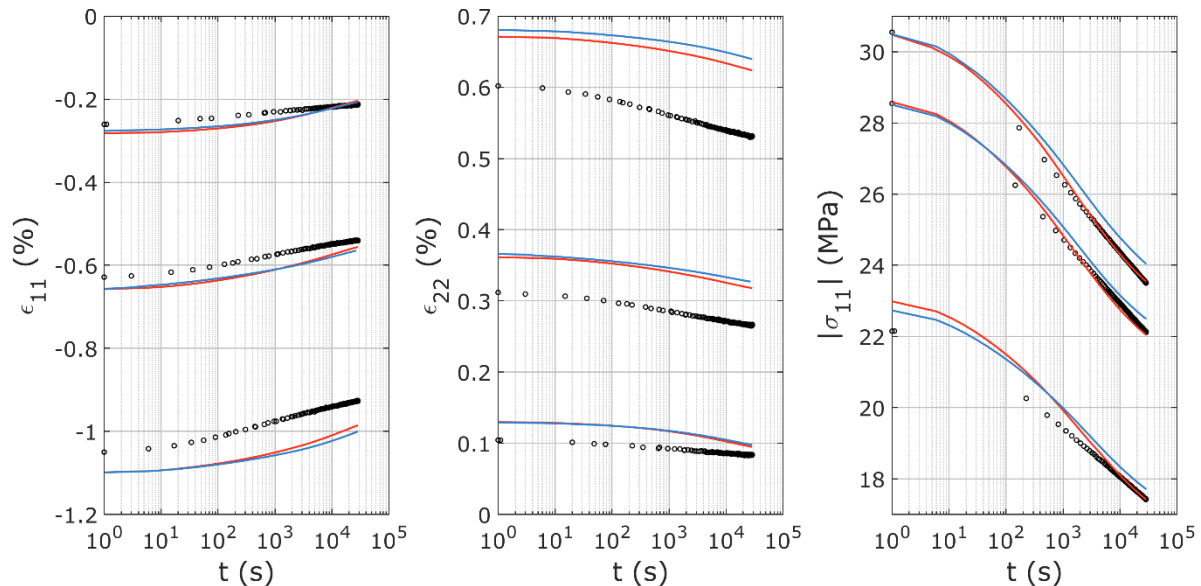


Figure A-21. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en compression cyclée à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure V-4**. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle simplifié est en bleu.

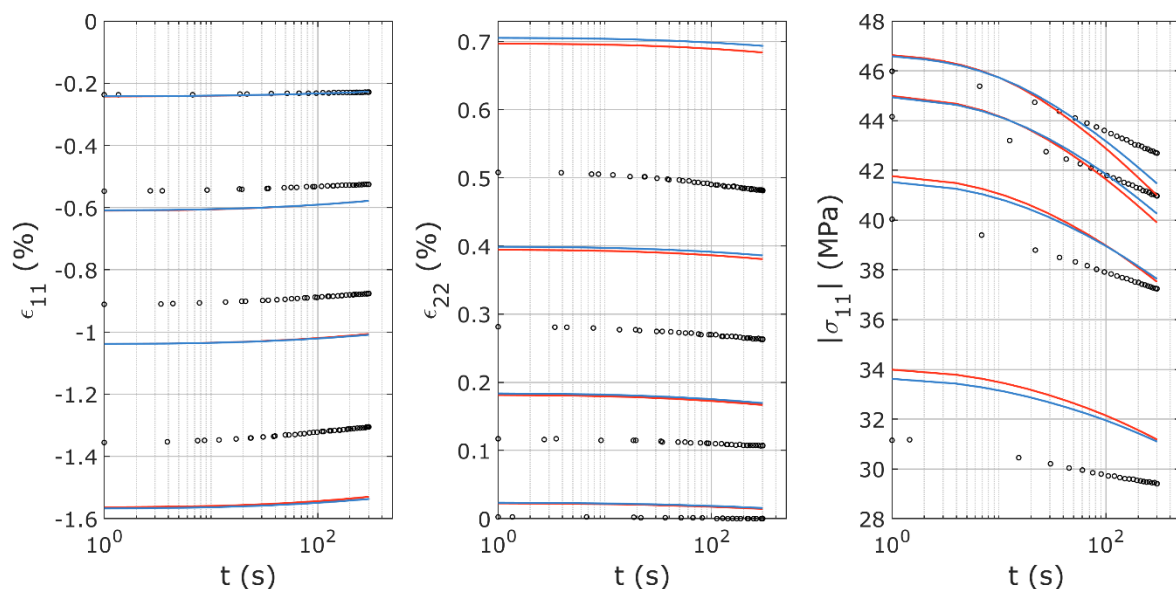


Figure A-22. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en compression cyclée sous 10 MPa de confinement à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure V-5**. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle simplifié est en bleu.

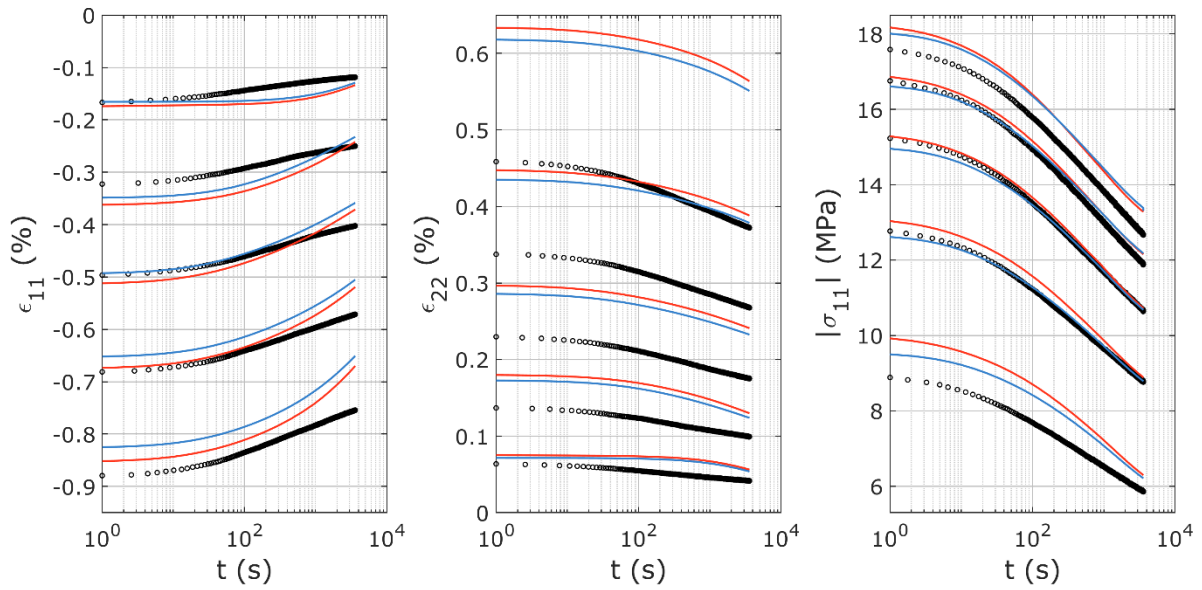


Figure A-23. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en compression cyclée à 80°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure V-6**. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle simplifié est en bleu.

A.5. Simulations de compression cyclée avec le modèle ultra-simplifié

Les courbes temporelles des simulations de compression cyclée réalisées avec le modèle ultra-simplifié (chapitre V) sont présentées ci-dessous en vert. Le résultat obtenu avec le modèle complet est donné en rouge.

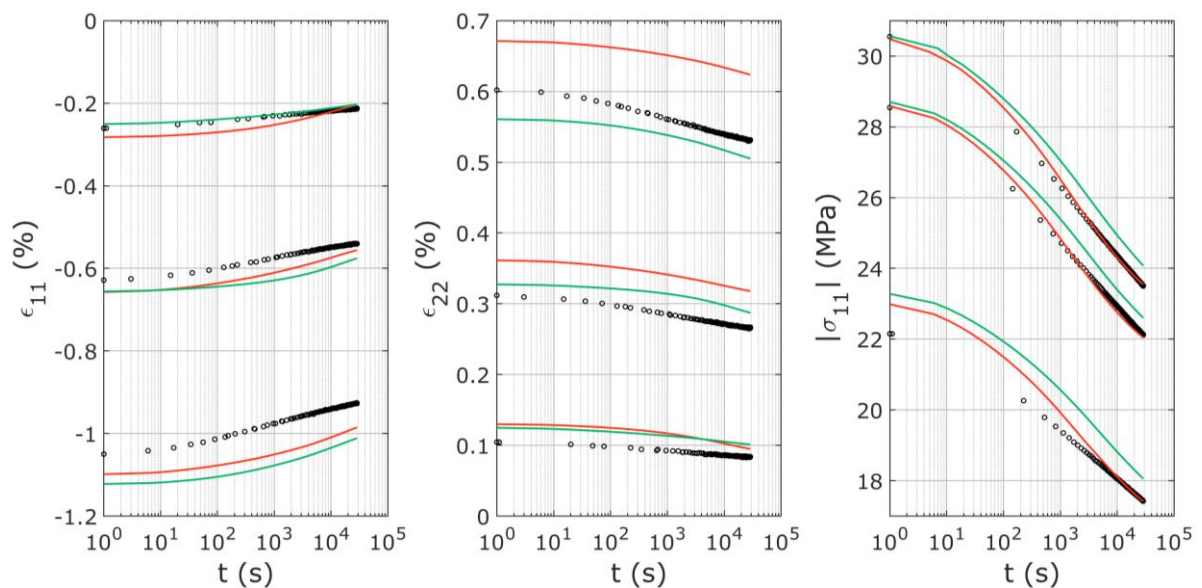


Figure A-24. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en compression cyclée à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure VI-13**. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle ultra-simplifié est en vert.

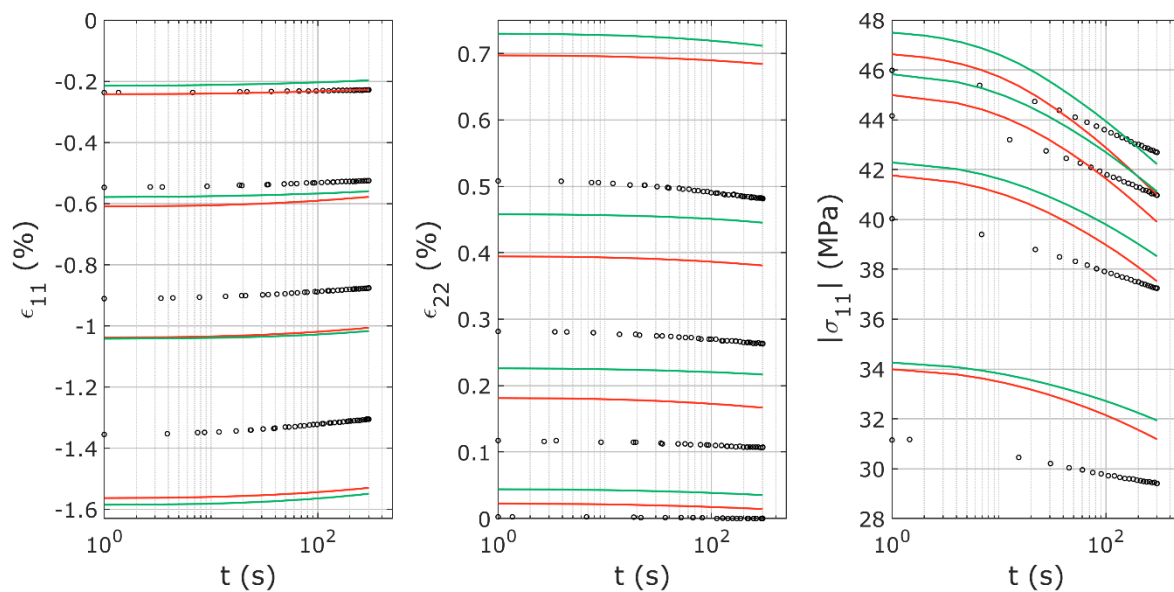


Figure A-25. Comparaison modèle/essai des phases relaxation (évolution de σ_{11}) et de recouvrance (évolution de ε_{11} et ε_{22}) en compression cyclée sous 10 MPa de confinement à 20°C et $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, correspondant à l'essai de la **Figure V-10**. Les données expérimentales sont en noir. La simulation avec le modèle complet est en rouge et celle avec le modèle ultra-simplifié est en vert.