



**HAL**  
open science

# Instabilités, turbulence et champs magnétiques dans les fluides et plasmas astrophysiques

François Rincon

► **To cite this version:**

François Rincon. Instabilités, turbulence et champs magnétiques dans les fluides et plasmas astrophysiques. Astrophysique [astro-ph]. Université de Toulouse, 2020. tel-03019558

**HAL Id: tel-03019558**

**<https://hal.science/tel-03019558>**

Submitted on 23 Nov 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ TOULOUSE III – PAUL SABATIER

## Habilitation à diriger des recherches

Discipline : Astrophysique

présentée par

**François RINCON**

et soutenue publiquement le 10 juin 2020

# Instabilités, turbulence et champs magnétiques dans les fluides et plasmas astrophysiques

## JURY

Pr. **Michel Rieutord**, IRAP, Université de Toulouse ..... Parrain de recherche  
Dr. **Thierry Passot**, CNRS, Laboratoire Lagrange, OCA Nice ..... Rapporteur  
Pr. **Steven Balbus**, Département de physique, Université d'Oxford ..... Rapporteur  
Dr. **Philippe Zarka**, CNRS, LESIA, Observatoire de Paris ..... Rapporteur  
Dr. **Jean-François Pinton**, CNRS, Laboratoire de physique, ENS Lyon . Examineur  
Dr. **Laurette Tuckerman**, CNRS, PMMH, ESPCI Paris ..... Examineur  
Dr. **Arturo López Ariste**, CNRS, IRAP Toulouse ..... Examineur

Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie – UMR CNRS 5277

Observatoire Midi-Pyrénées – 14, avenue E. Belin

31400 Toulouse – FRANCE

Université Fédérale



Toulouse Midi-Pyrénées



**INSU**  
Observer & comprendre



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>1</b>
<b>1 Contexte, motivations et thèmes scientifiques de recherche</b>	<b>3</b>
1.1 Richesse et diversité physiques de l'Univers . . . . .	3
1.2 Physique hors-équilibre et dynamique en astrophysique . . . . .	5
1.3 Instabilités, turbulence, et champ magnétiques . . . . .	5
1.4 Un champ de recherche interdisciplinaire . . . . .	8
1.5 Positionnement et méthodologie des recherches . . . . .	8
1.6 Axes de recherche et structure du mémoire . . . . .	10
<b>2 Convection thermique et magnétisme solaires turbulents</b>	<b>13</b>
2.1 Contexte : de la théorie aux observations solaires, et vice-versa . . .	13
2.2 Convection thermique à la surface solaire . . . . .	15
2.3 Étude observationnelle globale de la convection solaire turbulente .	17
2.4 Des résultats de simulations de convection revisités . . . . .	21
2.5 Du Soleil aux lois d'échelle de la convection turbulente anisotrope .	28
2.6 Transport turbulent du champ magnétique à la surface solaire . . .	33
2.7 Conclusions . . . . .	41
Publications sur le thème . . . . .	43
<b>3 Dynamo des disques d'accrétion et transition des écoulements cisailés</b>	<b>49</b>
3.1 Contexte : les origines d'une collaboration interdisciplinaire . . . . .	49
3.2 MRI et dynamo dans les disques d'accrétion . . . . .	50
3.3 Connexion avec la transition hydro des écoulements cisailés . . . . .	55
3.4 Étude de la dynamo magnéto-rotationnelle Keplerienne . . . . .	59
3.5 Étude de transitions hydrodynamiques des écoulements cisailés .	76
3.6 Conclusions . . . . .	85
Publications sur le thème . . . . .	87
<b>4 Dynamique des plasmas astrophysiques magnétisés peu collisionnels</b>	<b>101</b>
4.1 Contexte : des fluides aux plasmas peu collisionnels . . . . .	101

4.2	Dynamique des plasmas faiblement magnétisés . . . . .	103
4.3	Étude analytique des instabilités firehose et miroir non-linéaires . .	110
4.4	Simulations de l'effet dynamo dans un plasma non-collisionnel . .	121
4.5	Contribution à des simulations de turbulence cinétique magnétisée	132
4.6	Conclusions . . . . .	134
	Publications sur le thème . . . . .	137
<b>5</b>	<b>Discussion et perspectives de recherche</b>	<b>143</b>
5.1	Le temps du bilan . . . . .	143
5.2	Quelques enseignements sur l'auto-organisation et le transport . .	144
5.3	Perspectives . . . . .	146
	Articles de revue publiés . . . . .	151
	<b>Bibliographie</b>	<b>153</b>
	<b>Liste des publications</b>	<b>177</b>
	<b>Participation à des programmes de recherche et écoles</b>	<b>183</b>
	<b>Encadrement</b>	<b>185</b>



# Chapitre 1

## Contexte, motivations et thèmes scientifiques de recherche

*Pour inventer, il faut penser à côté, c'est-à-dire qu'il est important pour celui qui veut découvrir de ne pas se confiner à un seul chapitre de la science, mais de se tenir au courant de divers autres.*

Jacques Hadamard, *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*

### 1.1 Richesse et diversité physiques de l'Univers

Nous avons le privilège scientifique de vivre une époque de l'histoire de l'Univers extrêmement riche en diversité physique et biologique observable, et suffisamment avancée pour que des organismes vivants puissent penser, observer et étudier celui-ci en grand détail sur une période de plus de treize milliards d'années. Nous connaissons précisément l'état physique de l'Univers 380 000 ans seulement après le big-bang par l'intermédiaire du fonds diffus cosmologique (Cosmic Microwave Background (CMB), Penzias & Wilson 1965, Dicke *et al.* 1965, Smoot *et al.* 1992, Bennett *et al.* 2013, Planck Collaboration *et al.* 2014). Nous améliorons continuellement notre compréhension de son évolution depuis cette époque par le biais d'observations toujours plus précises et statistiquement significatives de la formation, de l'évolution et de la dynamique des grandes structures cosmologiques (Springel *et al.* 2006), des amas de galaxies (Kravtsov & Borgani 2012), des galaxies (Conselice 2014), et des différentes générations d'étoiles (Madau & Dickinson 2014). Nous pourrions bientôt étudier encore plus en détail l'histoire cosmologique de la dynamique du gaz dans l'Univers jeune et la formation des trous noirs supermassifs par le biais de l'astronomie en rayons X (Barcons *et al.*

2015), celle des champs magnétiques qui baignent l'Univers sur une vaste gamme d'échelles par la radio-astronomie (Gaensler *et al.* 2004, Taylor *et al.* 2015), et peut-être détecter des ondes gravitationnelles primordiales messagères de la physique pré-CMB (Kamionkowski & Kovetz 2016). Depuis quelques années, nous détectons également par diverses méthodes des milliers de planètes en dehors du système solaire (Howard 2013), certaines d'entre elles en formation, ouvrant notamment des perspectives importantes pour comprendre les origines et les modes de développement de la vie dans l'Univers. Récemment a eu lieu la première détection d'ondes gravitationnelles (Abbott *et al.* 2016), qui ouvre une nouvelle fenêtre d'observation sur des phénomènes physiques extrêmes jusque-là largement spéculatifs. Sur un autre plan, les grands accélérateurs de particules construits dans les cinquante dernières années ont permis de sonder extensivement la structure de la matière subatomique et les lois physiques qui la gouvernent aux échelles d'énergie de l'Univers post-CMB (Weinberg 2003).

Cette opulence astronomique, technologique et expérimentale, couplée aux révolutions théoriques de la physique au XX<sup>e</sup> siècle, a abouti à des modèles standards de la physique des particules (Cottingham & Greenwood 2007) et de la cosmologie (Heacox 2015) offrant un accord détaillé avec une multitude d'expériences et d'observations. Ces réussites pourraient conduire à conclure que nous vivons le crépuscule de la cosmologie, de l'astrophysique et de la physique. Mais ce serait d'une part ignorer les quelques « grains de sable » qui grippent encore les belles mécaniques de la cosmologie et de la physique, et notamment que nous ignorons de quoi est composé 95% de l'Univers (ce que nous appelons matière et énergie noires), ou du moins pourquoi un faisceau concordant d'observations nous amène à la conclusion que de telles « substances » doivent être introduites pour décrire l'Univers. Nous sommes également quasiment aveugles à la physique des très hautes énergies, au-delà du modèle standard de la physique des particules, et ne disposons toujours pas à ce jour de théorie solide et réfutable qui permette d'unifier la relativité générale et la mécanique quantique.

D'autre part, aussi fondamentales et intrigantes que soient ces questions, il est impossible de réduire l'accomplissement de la physique et de la cosmologie à la détermination d'un jeu unifié et cohérent de lois élémentaires de la physique (et des particules et champs qui y seraient associés), et de la composition et de l'évolution de l'Univers à grande échelle. En effet, que ce soit aux échelles astronomiques, terrestres, humaines, micro- ou nanoscopiques, nous sommes quotidiennement confrontés à l'expérience d'une diversité physique fascinante, de comportements structurels ou dynamiques de la matière particulièrement complexes à comprendre et à décrire, alors même que les lois de la physique qui les sous-tendent sont relativement simples à formuler et en nombre fini. Au-delà de son esthétique ordonnée, cette complexité interpelle d'autant plus qu'elle semble être au cœur de la notion même d'apparition et de développement de la vie. Même au simple niveau de la physique, l'avenir ne semble donc pas appartenir au réductionnisme, du moins pas dans sa forme traditionnelle la plus pure.

## 1.2 Physique hors-équilibre et dynamique en astrophysique

Au cœur de la question de *l'organisation et de l'évolution* des systèmes naturels se situe la problématique variée et multi-forme de la *physique hors-équilibre*, dont je limiterai ici la discussion au contexte astrophysique, et à des *problématiques en relation avec les aspects dynamiques fluide et plasma*.

La plupart des systèmes astrophysiques évoluent dans des états *fluide* (collisionnel) ou *plasma* (peu ou pas collisionnel) et sont soumis à des situations de déséquilibres majeurs à leurs échelles globales. De manière très générale, ces déséquilibres sont responsables du développement d'*instabilités et de turbulence*, qui constituent alors le canal physique privilégié pour la *régulation structurelle et énergétique* de ces systèmes. Théorie, simulations numériques et observations indiquent toutes très clairement que ces processus ont joué, et continuent de jouer un rôle fondamental dans l'évolution énergétique, dynamique, physique et chimique de l'Univers. A l'exception possible des concentrations de matière noire, aucun système astrophysique connu (y compris l'Univers dans son ensemble) ne serait aujourd'hui ce qu'il est en l'absence de processus dynamiques dissipatifs associés à la libération d'énergie potentielle gravitationnelle (également directement responsable, dans les étoiles, de la libération d'énergie de masse). Ces processus sont en tout ou partie responsables, pour ne citer que quelques exemples, de la tache rouge de Jupiter, de la formation et de la structure des étoiles, de l'évolution chimique de l'Univers, de la physique de l'accrétion et de la formation des planètes, ou encore de la régulation thermique des amas de galaxies et de l'omniprésence des champs magnétiques astrophysiques.

*Comprendre ces processus et leurs implications pour l'évolution des objets astrophysiques qui les hébergent représente un des défis fondamentaux de l'astrophysique du XXI<sup>e</sup> siècle aussi bien du point de vue théorique qu'observationnel*. Le problème est des plus difficiles, mais compte aussi parmi les plus intéressants du domaine dans le sens où, comme je l'ai souligné précédemment, il dépasse largement la problématique de l'établissement des lois fondamentales de la physique et possède de nombreux liens avec d'autres disciplines.

## 1.3 Instabilités, turbulence, et champ magnétiques

D'innombrables instabilités fluides et plasma sont pertinentes dans le contexte astrophysique. Dans les milieux fluides, denses et collisionnels, comme les inté-

rieurs stellaires et planétaires, celles-ci se développent généralement à des échelles (spatiales ou temporelles) globales comparables à celle des gradients physiques (de quantité de mouvement, de moment cinétique, d'entropie, de densité etc.) associés à la situation de déséquilibre, et injectent alors diverses formes d'énergie à des échelles comparables. Lorsqu'on a affaire à de l'injection d'énergie mécanique, comme par exemple dans le cas de la *convection thermique*, ceci se traduit par le développement d'une turbulence vigoureuse sur un large spectre spatial et temporel, synonyme généralement

- d'un transport (turbulent) efficace des quantités physiques dont les gradients globaux sont à l'origine de l'instabilité, aboutissant à leur régulation suivant le principe général d'une tendance au retour à l'équilibre,
- d'une dissipation efficace (thermalisation) de la puissance injectée dans le système à des échelles beaucoup plus petites que l'échelle d'injection.

Dans le cas de plasmas chauds et diffus, moins collisionnels, comme on en rencontre dans le milieu interstellaire, les vents stellaires, les magnétosphères planétaires, les amas de galaxies, les environnements des objets compacts, ou les chocs d'éjection, on rencontre généralement également, en plus de telles *instabilités « fluides » macroscopiques* aux échelles globales du système, des mécanismes d'instabilités ou de conversion d'énergie se développant *aux échelles internes microscopiques du plasma* (par exemple, le rayon de gyration des particules autour du champ magnétique, ou leur échelle inertielle). Nous verrons ultérieurement que de telles instabilités cinétiques ont aussi des conséquences très importantes pour le système dans son ensemble, bien que les échelles auxquelles elles se développent en premier lieu soient extrêmement petites.

Enfin, les propriétés génériques de conduction électrique des plasmas et fluides astrophysiques suffisamment chauds font que leur dynamique est généralement couplée aux champs électromagnétiques. Ceci implique notamment que

- l'évolution dynamique des champs magnétiques dans l'Univers est intrinsèquement liée à celle des objets astrophysiques qui le composent,
- les champs électromagnétiques peuvent avoir un effet déterminant sur la structure et l'évolution dynamique et énergétique de ces systèmes, que ce soit par l'apparition aux échelles macroscopiques de couples de freinage ou d'accélération, de vents, d'effets de confinement ou de focalisation du plasma, de modes d'instabilités, de turbulence et de transport, ou bien par des processus microscopiques tels que la reconnexion magnétique, le chauffage et l'accélération de particules.

Deux exemples particulièrement importants en astrophysique de dynamique macroscopique hors-équilibre des plasmas en interaction avec le champ magnétique sont l'*effet dynamo*, dont on pense qu'il est à l'origine de la magnétisation de nombreux systèmes astrophysiques par conversion d'énergie mécanique du plasma

en énergie magnétique, et l'*instabilité magnéto-rotationnelle*, dont on pense qu'elle joue notamment un rôle fondamental dans les problèmes d'accrétion et de transport de moment cinétique. L'instabilité magnéto-rotationnelle est également l'archétype d'une classe plus large d'instabilités magnétohydrodynamiques faisant intervenir subtilement mais de façon décisive les effets du champ magnétique sur la dynamique du plasma.

La plupart des instabilités astrophysiquement pertinentes sont des *processus linéaires* par lesquels des perturbations infinitésimales d'un système hors-équilibre initialement au repos croissent de façon exponentielle au-delà d'une valeur critique d'un paramètre quantifiant le degré d'écart à l'équilibre (par exemple le nombre de Rayleigh  $Ra$  pour la convection thermique, ou le nombre de Reynolds magnétique  $Rm$  pour l'effet dynamo), et ce jusqu'à saturation non-linéaire. Cependant, certaines instabilités menant au développement de turbulence reposent fondamentalement au moins partiellement sur des *processus non-linéaires* sous-critiques, auquel cas leur excitation est possible en-deçà d'un seuil d'instabilité linéaire (qui peut être infini), mais nécessite des perturbations d'amplitude finie. C'est par exemple le cas de l'excitation de la turbulence hydrodynamique dans les écoulements cisailés non-tournants ou, comme nous le verrons dans ce manuscrit, de l'excitation d'un effet dynamo dans un écoulement de rotation différentielle Keplerienne.

Enfin, notons qu'une grande majorité des objets astrophysiques sont observés dans un état dynamique statistique pleinement développé et saturé, et non dans un état d'instabilité linéaire transitoire. Les simulations numériques de nombreux problèmes de ce type montrent également que les théories linéaires ou quasi-linéaires ne prédisent généralement pas correctement l'état du système à la saturation dynamique (taille des structures, vigueur du transport etc.). Autrement dit, si l'étude des mécanismes linéaires d'instabilité est fondamentale dans le contexte astrophysique pour comprendre l'origine de certains comportements dynamiques observés ou déduits de manière indirecte des observations, elle est loin d'être suffisante, et ne permet pas d'expliquer comment ces systèmes s'auto-organisent et se régulent énergétiquement et dynamiquement. Pour cela, il est nécessaire de comprendre en détail la *physique non-linéaire* de ces systèmes hors-équilibre, et notamment les effets subtils des *processus dissipatifs* sur celle-ci. De part la nature mathématique de ce type de problèmes, ceci représente une tâche bien plus difficile pour laquelle l'utilisation d'outils de calcul numérique de haute performance s'avère aujourd'hui indispensable.

La discussion précédente, j'espère, démontre à la fois l'importance et la richesse de la problématique générale de la structure et de l'évolution dynamique et énergétique des systèmes et champs magnétiques astrophysiques. Elle met également en lumière la nécessité fondamentale de *résoudre des problèmes physiques et mathématiques complexes, multidimensionnels, extrêmement non-linéaires et multi-échelle*, afin de comprendre en profondeur l'Univers physique qui nous entoure, et plus généralement l'émergence et l'évolution de la complexité dans la nature.

## 1.4 Un champ de recherche interdisciplinaire

Les problématiques particulières de dynamique des plasmas, fluides et champs magnétiques astrophysiques qui sont au cœur des travaux exposés dans ce mémoire sont naturellement connectées à des questions fondamentales de physique des fluides et plasmas, elles-mêmes directement reliées à des problèmes de physique (essentiellement, mais pas exclusivement classique) statistique et non-linéaire et à diverses branches des mathématiques appliquées.

En conséquence, tout progrès significatif dans ces disciplines, que ce soit une nouvelle méthode d'analyse ou de calcul, une nouvelle perspective ou théorie sur un phénomène non-linéaire de portée générale, un nouveau résultat mathématique sur une équation aux dérivées partielles, ou encore la découverte d'une nouvelle instabilité ou phénomène physique, est potentiellement important dans le contexte astrophysique. Certains travaux présentés dans ce mémoire offrent une illustration explicite de l'intérêt d'effectuer une telle veille scientifique interdisciplinaire.

Réciproquement, de par les dimensions et énergies en jeu, les plasmas et fluides astrophysiques évoluent souvent dans des régimes physiques asymptotiques très souvent impossibles à reproduire en laboratoire (il est par exemple notamment très difficile d'étudier expérimentalement la dynamique des plasmas faiblement magnétisés ou des fluides fortement conducteurs de l'électricité). Certains systèmes astrophysiques observables avec une résolution spatiale et/ou temporelle relativement élevée, comme la surface du Soleil ou le vent solaire, constituent donc des laboratoires uniques pour étudier des phénomènes de turbulence magnétohydrodynamique ou plasma dans des régimes extrêmes, ainsi que les processus dynamiques de transport, de thermalisation, d'auto-organisation ou de retour statistique à la symétrie qui y sont associés. L'étude de ces systèmes peut donc également ouvrir de nouvelles perspectives et voies pour la recherche fondamentale et appliquée dans d'autres champs de la physique (aérodynamique, fusion nucléaire, climat, pollutions atmosphériques et océaniques, etc.).

## 1.5 Positionnement et méthodologie des recherches

Les champs d'investigation en dynamique des fluides et plasmas astrophysiques sont très nombreux, allant par exemple de l'observation détaillée et en temps réel de la dynamique magnétique à la surface du Soleil aux théories de dynamique superfluide dans les étoiles à neutrons, en passant par l'élucidation de l'origine des champs magnétiques cosmologiques. Bien qu'il existe des similitudes struc-

turelles importantes entre différents problèmes, on se retrouve souvent confronté à une grande diversité de comportements, en raison des différences d'environnements et de disparités d'échelle entre différents processus physiques.

Les travaux présentés ici se sont plus particulièrement focalisés sur des processus fluides et plasma dans un cadre de physique classique non-relativiste régi par les lois de l'hydrodynamique (équation de Navier-Stokes) ou de la magnétohydrodynamique (MHD) pour les fluides collisionnels, et par le système d'équations Vlasov-Landau-Maxwell pour les plasmas non-collisionnels. Ces travaux ont été motivés par ma propre curiosité pour un large spectre de problèmes et d'objets astrophysiques allant du Soleil aux amas de galaxie, en passant par les disques d'accrétion, et on s'apercevra au fil de la lecture de ce mémoire qu'ils ont généralement été guidés par la problématique du magnétisme en astrophysique.

L'ensemble de ces recherches a nécessité un apprentissage permanent et approfondi de physique et de mathématiques appliquées. Une bonne partie d'entre elles n'auraient pas été possible sans des collaborations avec des dynamiciens des fluides (Carlo Cossu, Ecole Centrale de Nantes), physiciens des plasmas (Steve Cowley, PPPL Princeton; Alexander Schekochihin, Université d'Oxford; Francesco Califano, Université de Pise; Francesco Valentini, Université de Calabre), mais aussi des astrophysiciens théoriciens spécialisés dans les problèmes d'hydrodynamique et de MHD (Gordon Ogilvie et Michael Proctor, Université de Cambridge; Pierre-Yves Longaretti et Geoffroy Lesur, IPAG Grenoble; Michel Rieutord et François Lignièrès, IRAP) et d'observateurs (Thierry Roudier, IRAP).

D'un point de vue méthodologique, ces travaux se sont essentiellement appuyés de manière complémentaire sur des modèles numériques et de l'analyse mathématique. Sur le plan mathématique, mentionnons l'utilisation de méthodes asymptotiques, de théorie linéaire des perturbations, de théorie statistique, et de concepts avancés de théorie des systèmes dynamiques. Sur le plan numérique, plusieurs résultats ont été obtenus par le biais des simulations numériques directes (DNS) lourdes de dynamique des fluides ou de plasmas non-collisionnels ayant nécessité le co-développement d'outils logiciels adaptés aux architectures massivement parallèles. Les résultats obtenus sur l'effet dynamo dans les disques d'accrétion reposent sur le développement et la mise en œuvre de méthodes d'analyse numérique relativement peu consommatrices en ressources informatiques, mais algorithmiquement significativement plus complexes que des DNS. Finalement, certains de mes travaux récents en physique solaire se sont directement focalisés sur la mise en relation de la théorie et de la simulation avec l'observation, et ont nécessité le développement d'outils relativement lourds de réduction et d'analyse de données. Certaines techniques utilisées au cours de différents projets sont issues d'autres champs de la physique, où elles ont démontré leur efficacité, mais sont encore peu utilisées en astrophysique.

Indépendamment de la méthode utilisée et des connexions avec différentes branches de la physique, l'objectif poursuivi a toujours été d'obtenir, par une dé-

marche mathématique, physique, et numérique très souvent simplificatrice, mais toujours rigoureuse, une compréhension fondamentale approfondie de la dynamique ou de l'énergétique pertinente dans le contexte des différents systèmes astrophysiques considérés. Cette approche, si elle ne présente pas toujours un intérêt astrophysique « applicatif » immédiat, est cependant nécessaire et bénéfique de plusieurs points de vues : tout d'abord, elle offre des garanties de validité mathématique et physique des résultats obtenus dans le cadre théorique utilisé. Ensuite, elle contribue à poser des fondations physiques indispensables à la construction ou à la justification de modèles astrophysiques effectifs globaux plus facilement applicables à la compréhension des observations, comme par exemple les modèles de champ moyen de magnétisme astrophysique, ou les prescriptions de transport convectif dans les modèles de structure stellaire. Au final, la démarche adoptée au cours de ces recherches est avant tout celle d'un physicien visant à obtenir des résultats de nature fondamentale dans différents contextes astrophysiques pour la plupart malheureusement trop peu contraints par les observations ou l'expérience.

Pour autant, je soulignerai que je me suis toujours efforcé de rester au contact des avancées observationnelles importantes dans différents champs de l'astrophysique, et que je réfléchis constamment à l'opportunité d'exploiter les observations lorsque je pense qu'il est possible d'établir une connexion crédible entre celles-ci et la théorie physique dynamique. Les travaux récents d'analyse d'observations solaire évoqués dans ce mémoire, effectués en symbiose avec le développement d'une théorie phénoménologique de la convection thermique turbulente et du transport turbulent du champ magnétique en magnétohydrodynamique, attestent de cette démarche.

## 1.6 Axes de recherche et structure du mémoire

Ce mémoire présente une synthèse de l'ensemble de mes travaux de recherche collaboratifs dans différents contextes d'astrophysique, de dynamique des fluides et de physique des plasmas. Celle-ci débute au chapitre 2 par une mise en perspective de mes travaux théoriques, numériques et observationnels sur la *convection thermique turbulente MHD*, notamment mais pas uniquement dans le contexte du *Soleil*. Cette thématique a en effet constitué un des principaux fils conducteurs de mes recherches au cours des vingt premières années de ma carrière, à commencer par ma thèse doctorat entre 2001 et 2004 au défunt Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes. Ce travail a essentiellement été effectué avec mes collègues Michel Rieutord, Thierry Roudier et François Lignières de l'IRAP à Toulouse, avec Alexander Schekochihin de l'Université d'Oxford, et plus récemment avec un étudiant de magistère en L3, Paul Barrère.

Le chapitre 3 décrit pour commencer mes travaux théoriques et numériques en magnétohydrodynamique sur les *mécanismes de génération de champ magnétique (effet dynamo)* non-linéaires sous-critiques impliquant des instabilités MHD comme *l'instabilité magnéto-rotationnelle*. Ces recherches s'inscrivent principalement dans le contexte astrophysique de la compréhension de la dynamique turbulente au sein des *systèmes accrétants*, mais offrent également un éclairage théorique différent des principaux paradigmes actuels sur les mécanismes possibles de génération de champ magnétique *au sein des étoiles et du Soleil*. Ces travaux, initiés en 2005 lors de mon postdoctorat à l'université de Cambridge avec Gordon Ogilvie et Michael Proctor (DAMTP), ont ensuite été poursuivis pendant plus de dix ans à Toulouse en collaboration avec Carlo Cossu (alors à l'IMFT), Geoffroy Lesur et Pierre-Yves Longaretti (IPAG Grenoble), mais aussi avec plusieurs étudiants, Johann Herault en stage de M2 fluide, puis Antoine Riols dont j'ai encadré la thèse de doctorat à l'IRAP, soutenue en 2014.

Comme nous le verrons dans ce chapitre, les progrès que nous sommes parvenus à effectuer sur le problème MHD de la dynamo magnéto-rotationnelle sont directement liés à l'existence de très importantes similarités entre celui-ci et le problème plus que centenaire de la *transition sous-critique à la turbulence des écoulements hydrodynamiques cisailés* dans un contexte de *dynamique des fluides fondamentale et appliquée*. Dans la deuxième partie du chapitre 3, j'évoquerai donc également divers travaux sur ce thème, auxquels il m'a été donné de contribuer dans le cadre plus large de ma collaboration avec Carlo Cossu, initiée en 2006 à l'occasion d'un séminaire qu'il était venu donner au DAMTP. Une grande partie de ces travaux en hydrodynamique est notamment le fruit d'un co-encadrement commun de la thèse de doctorat de Subendhu Rawat à l'IMFT, soutenue fin 2014.

Tous les travaux de recherche évoqués précédemment ont concerné l'étude de mécanismes hors-équilibre à l'œuvre dans des systèmes fluides hydrodynamiques et MHD, c'est-à-dire collisionnels. Une dernière partie majeure mais très différente de mes activités de recherche a consisté à étudier la *dynamique des plasmas magnétisés peu collisionnels*. Cet axe de recherche, motivé par des problématiques astrophysiques dynamiques et énergétiques de premier plan relatives aux *plasmas astrophysiques de haute énergie* comme le milieu intra-amas des *amas de galaxie* et les *environnements chauds des trous noirs accrétants*, mais aussi le *vent solaire* et les *magnétosphères planétaires*, est résumé au chapitre 4. Il inclut plus particulièrement l'étude de la dynamique et de la saturation non-linéaire des *instabilités cinétiques miroir et firehose*, et celle de *l'effet dynamo dans les plasmas peu collisionnels*. Ces recherches ont été effectuées pour l'essentiel entre 2007 et aujourd'hui entre Los Angeles, Londres, Oxford, Vienne et Toulouse avec Steve Cowley (PPPL), Alexander Schekochihin, Francesco Califano (Université de Pise) et Francesco Valentini (Université de Calabre), ainsi que plusieurs doctorants que j'ai informellement et transitoirement contribué à encadrer (Mark Rosin, Silvio Cerri).

Le dernier chapitre 5 tente tout d'abord de mettre globalement en perspective l'ensemble des recherches sus-mentionnées, et leur contribution à l'avancement

général du champ disciplinaire de la physique des plasmas, des fluides, de la turbulence et du magnétisme astrophysiques. J'y évoque notamment deux longs articles de revue, respectivement sur la supergranulation solaire et sur les théories de l'effet dynamo, dont l'écriture a occupé l'essentiel de mon temps entre 2017 et 2019. Je propose enfin une prospective succincte sur les orientations scientifiques, thématiques, et méthodologiques générales que je souhaite donner à la suite de ma carrière.

J'espère que les rapporteurs et les examinateurs me pardonneront la longueur peut-être excessive de ce mémoire. Qu'ils sachent que j'ai fait tout mon possible pour leur proposer une véritable synthèse pédagogique qui leur évite d'avoir à extraire, parmi une trentaine de publications pour certaines très longues et foisonnantes de calculs et de détails techniques, les principales idées et résultats essentiels de mes recherches au cours des quinze dernières années. Afin de faciliter leur travail, les premières pages des publications associées aux thèmes de recherche évoqués sont également jointes à la fin de chaque chapitre.



# Chapitre 2

## Convection thermique et magnétisme solaires turbulents

*Our equations for the Sun, for example, as a ball of hydrogen gas, describe a Sun without sunspots, without the rice-grain structure of the surface, without prominences, without coronas. Yet, all of these are really in the equations ; we just haven't found the way to get them out.*

Richard Feynman lectures on physics, Chap. 41-12 (1964)

### 2.1 Contexte général : de la théorie aux observations solaires, et vice-versa

Le Soleil constitue encore aujourd'hui le seul système astrophysique pour lequel nous disposons d'observations spatialement et temporellement bien résolues de processus magnétohydrodynamiques (MHD) turbulents, tels que la magnétoconvection thermique ou l'effet dynamo (génération de champ magnétique au sein d'un fluide en mouvement conducteur de l'électricité), processus que l'on sait être extrêmement répandus par ailleurs dans l'Univers. L'étude détaillée des phénomènes dynamiques MHD à l'œuvre au sein de notre étoile représente donc, au-delà du strict cadre de la physique solaire, une opportunité et un enjeu majeurs pour comprendre plus largement et plus précisément les caractéristiques et les effets les plus significatifs de tels processus dans de nombreux systèmes fluides astrophysiques allant des étoiles aux galaxies, en passant par les intérieurs planétaires et les disques d'accrétion.

L'étude de la dynamique de la convection turbulente MHD à la surface du Soleil calme (c'est-à-dire, hors des régions actives telles que les taches solaires), et no-

tamment l'élucidation de *l'origine du phénomène dynamique de la supergranulation solaire*, a constitué un fil conducteur majeur de mon activité de recherche au cours des vingt premières années de ma carrière. D'abord essentiellement centrés sur la théorie et la modélisation numérique au cours de mon doctorat, mes travaux sur le sujet se sont élargis au cours des dix dernières années à une étude observationnelle détaillée des processus dynamiques turbulents à l'œuvre au niveau de la photosphère solaire.

Cette confrontation entre approches théorique, numérique, et observationnelle m'a enfin conduit avec plusieurs collègues à proposer récemment une nouvelle phénoménologie théorique et de nouvelles lois d'échelle pour la convection turbulente anisotrope. Aussi incomplets et préliminaires que restent ces développements, que j'évoquerai à la section 2.5, le fait que des observations astronomiques aient pu nous permettre *in fine* d'enrichir notre perspective sur la dynamique fondamentale de la convection turbulente, au-delà du simple cadre solaire, constitue pour moi une grande source de satisfaction. Je soulignerai enfin qu'une telle tentative détaillée de rapprochement entre la théorie et l'observation sur ce problème n'est devenue réellement pertinente qu'au cours des dix dernières années avec l'émergence d'observations simultanées du Soleil dans différents canaux (intensité Doppler), à haute résolution spatiale, haute cadence temporelle, et grands champ de vue, notamment par l'intermédiaire du satellite américain Solar Dynamics Observatory (SDO), dont les données sont disponibles publiquement.

L'ensemble des recherches que j'ai menées sur le problème de la supergranulation solaire, en collaboration notamment avec mes collègues toulousains Thierry Roudier, Michel Rieutord et François Lignières, ont notamment abouti à la publication d'un article de revue de 75 pages co-écrit avec Michel Rieutord. Cet article, initialement publié dans *Living Reviews in Solar Physics* en 2010 (Rieutord & Rincon 2010), a été récemment largement repris et mis à jour (suivant le concept des *Living Reviews*) à la lumière des nouveaux résultats numériques et observationnels obtenus notamment (mais bien sûr pas uniquement) par notre équipe au cours des dix dernières années (Rincon & Rieutord 2018, reproduit en fin de Section 5). Dans ce chapitre, je me contenterai donc simplement de mettre en perspective les principaux résultats que j'ai pu obtenir avec mes collègues de l'IRAP, ainsi qu'avec Alexander Schekochihin de l'Université d'Oxford, sur la compréhension phénoménologique de l'organisation à grande échelle de la convection thermique turbulente à la surface du Soleil, et plus largement dans les systèmes convectifs fluides à grand rapport d'aspect caractérisés par des dimensions horizontales bien supérieures à la dimension verticale. J'évoquerai enfin brièvement en fin de chapitre quelques résultats préliminaires obtenus en 2019 avec un étudiant de L3 en magistère de physique, Paul Barrère, en collaboration avec Peter Haynes de l'université de Cambridge, sur la problématique du transport turbulent du champ magnétique par la convection solaire de surface.

## 2.2 Convection thermique à la surface solaire

Dans les trente pourcents les plus externes en rayon de l'intérieur fluide du Soleil, le transport de l'énergie produite au cœur de l'étoile s'effectue par un processus dynamique hors-équilibre de convection thermique (Miesch 2005, Nordlund *et al.* 2009). Le régime dynamique qui caractérise la zone de convection solaire est extrême, puisque le nombre de Rayleigh qui caractérise l'amplitude de l'écart à un équilibre hydrostatique stable y est supérieur à  $10^{20}$ . Autrement, dit la convection thermique solaire se caractérise par un état de non-linéarité et de turbulence asymptotique impossible à atteindre dans des expériences de laboratoire et encore moins dans des simulations numériques. À l'exception notable du profil thermodynamique moyen et de la rotation différentielle, qui sont maintenant connus avec une précision assez remarquable grâce au développement de l'héliosismologie, la dynamique interne de la zone de convection solaire reste encore relativement mal contrainte (Hanasoge *et al.* 2012, Gizon & Birch 2012, Toomre & Thompson 2015, Greer *et al.* 2015). La plupart des informations dont nous disposons à ce sujet provient donc des observations de la surface solaire, au niveau de la photosphère où le milieu devient optiquement mince.

La caractéristique la plus proéminente de la convection thermique à la surface du Soleil calme est un motif dynamique cellulaire stochastique appelé granulation solaire, qui se caractérise par une échelle horizontale typique de 1 000 km (1 Megamètre ou Mm), des écoulements de l'ordre du  $\text{km s}^{-1}$ , et un temps de corrélation de quelques minutes. Ce motif, connu depuis fort longtemps, est facilement détectable en lumière visible grâce à une lunette ou un télescope adapté à l'observation du Soleil, et pave l'ensemble de la photosphère (figure 2.1). On sait, notamment depuis les travaux numériques de Nordlund et Stein dans les années 1990 (Stein & Nordlund 1989, 1998, Nordlund *et al.* 2009), que la granulation solaire est essentiellement un effet de convection de surface associé à la couche limite thermique radiative superadiabatique subphotosphérique s'étendant sur quelques centaines de kilomètres sous la surface.

Mais la surface solaire est également le siège de phénomènes dynamiques à plus grande échelle que la granulation. On sait en particulier depuis le début des années 1950 (Hart 1954, Leighton *et al.* 1962) que la photosphère est le siège d'un motif d'écoulement cellulaire divergent vigoureux caractérisé par une échelle horizontale typique de l'ordre de 30 000 km, des vitesses horizontales de l'ordre de  $400 \text{ m s}^{-1}$ , et un temps de corrélation de 24 h à 48 h. Cet écoulement, appelé supergranulation solaire, a pendant très longtemps été principalement détecté par l'intermédiaire d'imagerie Doppler permettant de mesurer la vitesse projetée sur la ligne de visée du fluide à la surface solaire. La figure 2.2 montre le motif caractéristique en peau d'orange de la supergranulation tel que détectée par cette méthode d'imagerie.

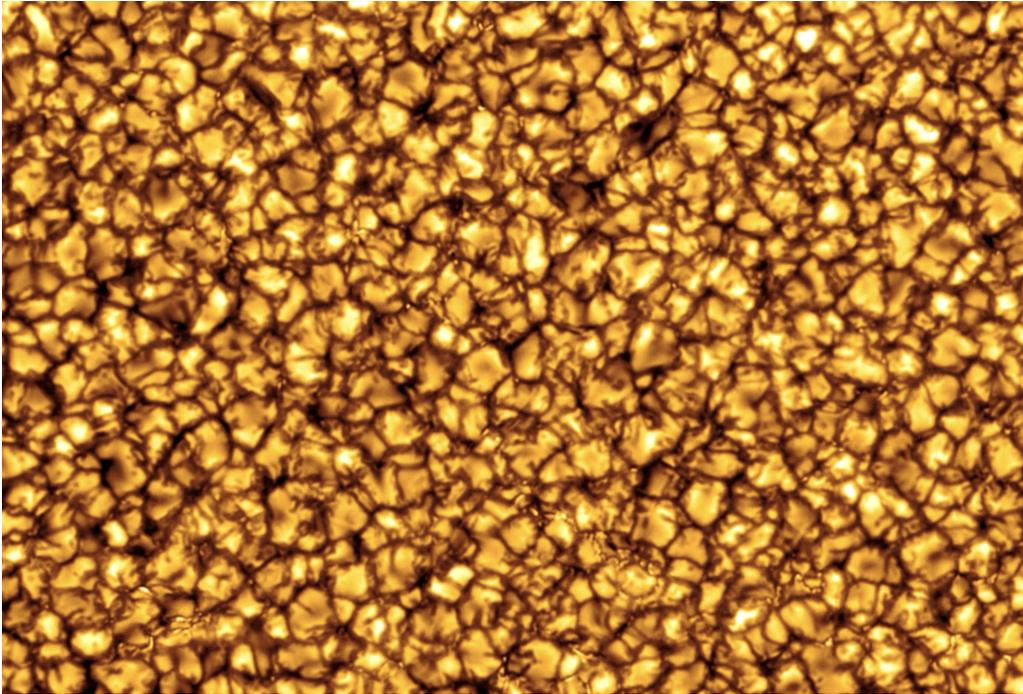


FIGURE 2.1 – Photographie à haute résolution de la granulation solaire obtenue en lumière visible avec le télescope solaire suédois de la Palma (crédits : G. Scharmer, SST).

D'autres méthodes d'inférence des écoulements photosphériques à grande échelle, basées notamment sur des méthodes statistiques d'analyse des vitesses des granules individuels advectés par l'écoulement à grande échelle (Coherent Structure Tracking, CST), ont également été développées par différents groupes, à commencer par notre équipe de physique solaire de Toulouse-Tarbes (Roudier *et al.* 2009, Rieutord *et al.* 2010, publications reproduites en fin de chapitre). Bien que longtemps limités au niveau de leurs champs de vue, les résultats de ces analyses ont globalement démontré l'existence d'un continuum d'échelles dynamiques aux échelles intermédiaires entre la granulation et la supergranulation, dominé énergétiquement par la supergranulation. Contrairement à la granulation solaire, l'origine de ces écoulements à plus grande échelle, et notamment de la supergranulation, est restée mystérieuse pendant de très nombreuses années. En particulier, la possible nature convective de la supergranulation est restée controversée pendant longtemps en raison de l'absence de détection d'un signal thermique fort aux échelles supergranulaires, de la difficulté à simuler la dynamique à de telles échelles, et de celles à effectuer pour ce problème des calculs dynamiques théoriques solides et bien fondés.

Bien que ces phénomènes dynamiques ne soient pas encore entièrement élucidés, je vais m'efforcer de montrer dans les prochains paragraphes comment une convergence d'analyses observationnelles et de modélisation numérique, dans lesquelles notre groupe toulousain a joué un rôle actif, a permis de faire des pro-

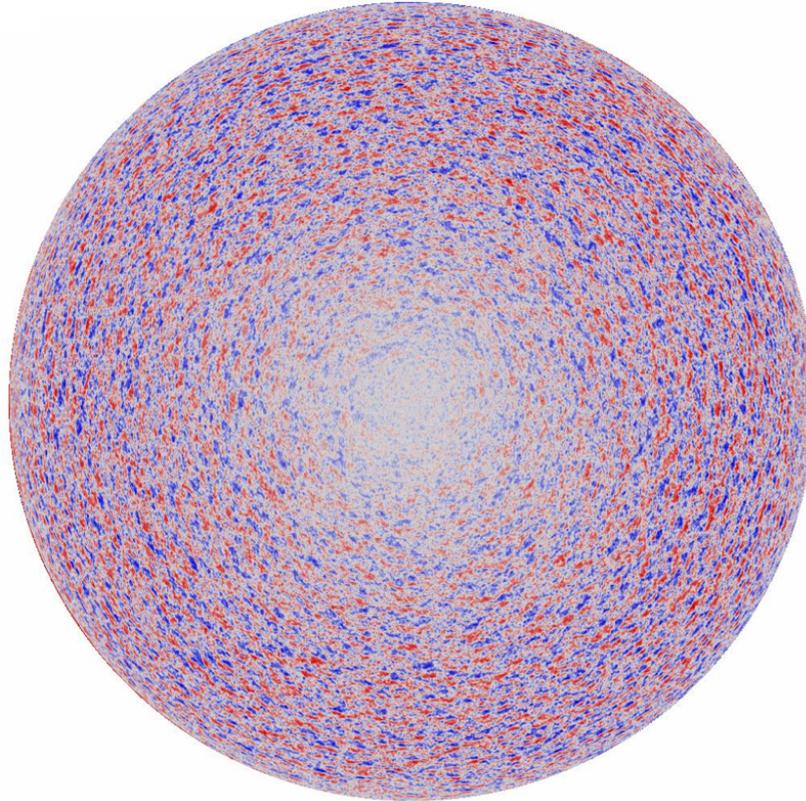


FIGURE 2.2 – Le motif de la supergranulation solaire détecté par imagerie Doppler (rouge/bleu : vitesse positive/négative suivant la ligne de visée) grâce à l'instrument MDI à bord du satellite SOHO (crédits : NASA).

grès significatifs sur cette question au cours des dernières années, et semble désormais fortement indiquer que *la dynamique aux échelles entre la supergranulation et la granulation solaires est le produit d'une dynamique convective non-linéaire auto-organisée, anisotrope, et auto-similaire.*

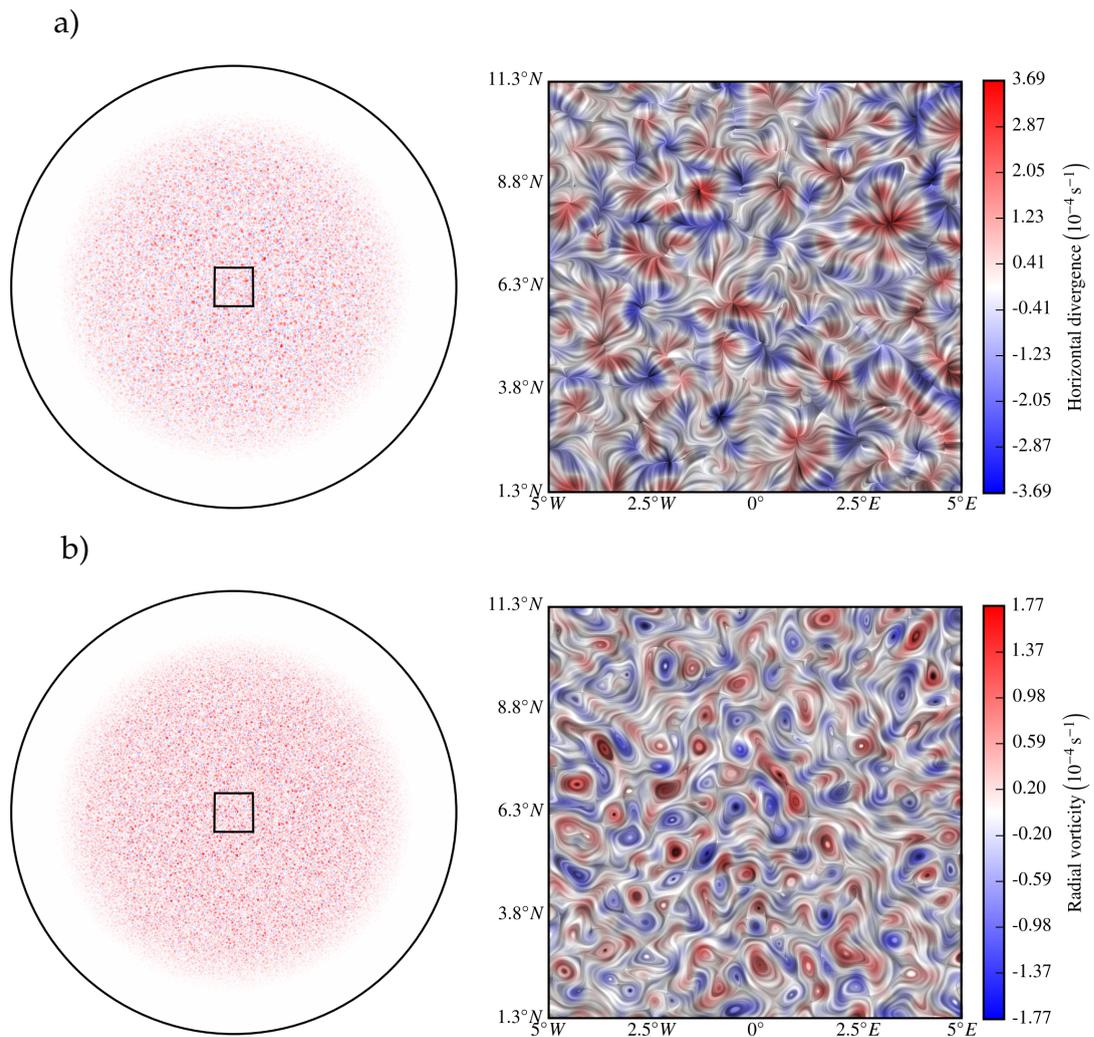
## 2.3 Étude observationnelle globale de la convection solaire turbulente

Depuis maintenant dix ans, l'observatoire spatial solaire de la NASA Solar Dynamics Observatory (SDO), successeur du satellite SOHO, permet, grâce à l'imageur Michelson HMI, de cartographier l'intensité lumineuse, le signal Doppler et les champs magnétiques de la photosphère du Soleil entier 365 jours par an, 24 h/24, le tout avec une résolution spatiale (350 km) et temporelle (45 secondes) sans précédent. Ayant effectué ma thèse sur le problème de la supergranulation solaire

sans pour autant pouvoir le résoudre de manière entièrement convaincante par une approche de simulation numérique (Rincon, Lignières & Rieutord 2005, publication reproduite en fin de chapitre sur laquelle je reviendrai un peu plus tard), j'ai fini par réaliser, notamment grâce aux efforts de persuasion méritoires de mon collègue observateur Thierry Roudier, que les données de ce satellite possédaient un potentiel très important pour progresser plus avant dans la compréhension et la caractérisation de la convection solaire turbulente aux échelles supergranulaires. En particulier, la combinaison des techniques de suivi de granules (CST) sus-mentionnées et d'imagerie Doppler offrait la possibilité d'obtenir pour la première fois les trois composantes sphériques du champ de vitesse à la surface solaire ( $u_r, u_\theta, u_\varphi$ ) sur une fraction significative du disque, avec une résolution spatiale de 2 500 km et temporelle de 15 min.

À cette fin, j'ai donc commencé à développer vers 2014 une suite d'algorithmes en Python d'analyse de données SDO Doppler et de champs de vitesses horizontaux dérivés par Thierry Roudier de données SDO en intensité, qui permette notamment d'établir des cartes globales de l'écoulement vectoriel à la surface, et de calculer les spectres en harmoniques sphériques de n'importe quelle observable scalaire ou vectorielle disponible sur une fraction significative du disque solaire. Cette analyse de données a été assez lourde à mettre en place dans la mesure où elle a nécessité le développement puis l'application de nombreux filtres, masques et outils d'interpolation entre différentes géométries à des images à haute résolution pour parvenir au résultat final, ainsi que l'élimination de nombreuses erreurs instrumentales systématiques et une estimation précise des erreurs statistiques notamment pour la mesure de la composante radiale plus faible de l'écoulement. Ces outils font notamment appel à l'excellente bibliothèque harmonique SHTNS développée par mon collègue géophysicien Nathanael Schaeffer du laboratoire ISTER de Grenoble.

Les techniques développées et les premiers résultats observationnels obtenus sont détaillés dans Rincon, Roudier, Schekochihin & Rieutord (2017) (publication reproduite en fin de chapitre). La figure 2.3 illustre la nature générale des « produits » de notre analyse, à savoir des cartes globales du champ de vitesse turbulent à la surface solaire que l'on peut notamment séparer en une composante cellulaire (divergences et convergences) et en une composante vorticale (rotationnelle) grâce à la décomposition du champ de vitesse en harmoniques sphériques. La figure 2.4 reproduit le résultat central de cette analyse, à savoir le calcul du spectre en harmoniques sphériques de chacune des composantes du champ de vitesse sur presque deux décades d'harmoniques,  $10 < \ell < 800$ .



**FIGURE 2.3** – a) À gauche : carte quasi-globale de la divergence horizontale de l'écoulement turbulent à la surface solaire obtenue pour des données SDO de 2010. À droite : carte locale du champ de divergence convoluée par les trajectoires lagrangiennes associées à la composante cellulaire de l'écoulement. b) À gauche : carte quasi-globale de la vorticité verticale de l'écoulement au même instant.   droite : carte locale du champ de vorticité convolué par les trajectoires lagrangiennes associ es à la composante rotationnelle de l'écoulement. Les cartes de droite sont des zooms sur la région carr e repr sent e sur les cartes de gauche.

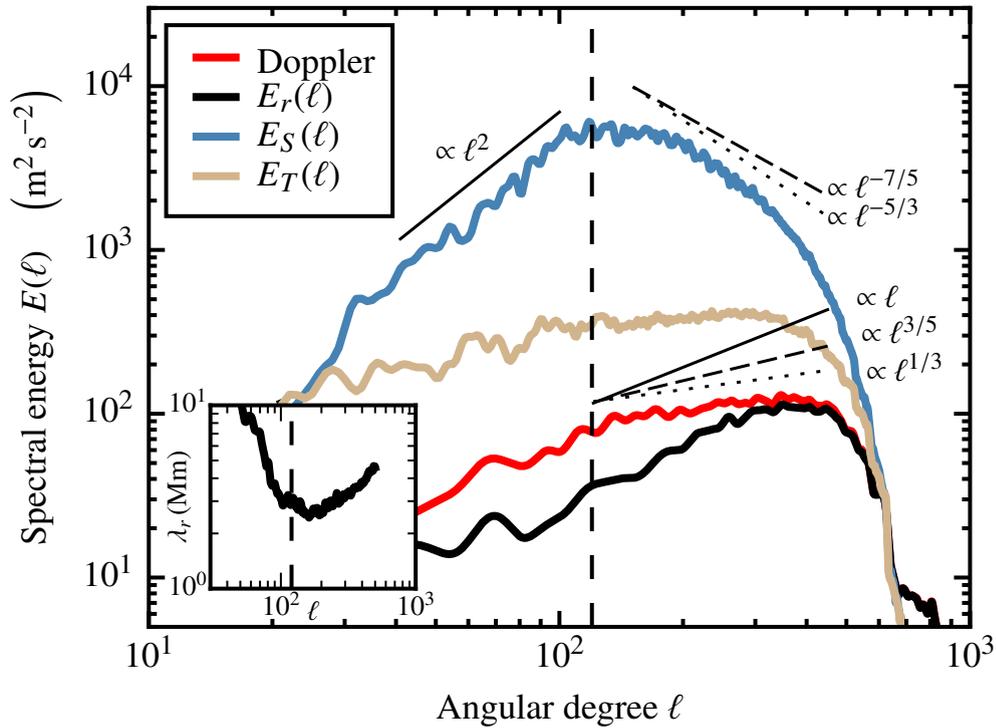


FIGURE 2.4 – Spectres en harmoniques sphériques des différentes composantes du champ de vitesse photosphérique solaire dérivées de l’analyse conjointe CST-Doppler des données SDO. Le spectre  $E_S(\ell)$  bleu dominant énergétiquement est celui de la composante sphéroïdale cellulaire (divergente) de l’écoulement, le spectre  $E_T(\ell)$  beige est celui de la composante vorticale de l’écoulement, et le spectre noir  $E_r(\ell)$  est celui de la composante radiale beaucoup plus faible de l’écoulement. Le spectre rouge est celui de la carte du signal Doppler brut sur le champ de vue considéré. La ligne verticale à  $\ell = 120$  correspond à l’échelle de la supergranulation. Insert : estimation de l’échelle verticale  $\lambda_r$  de l’écoulement en fonction de l’échelle horizontale  $\lambda_h$  (avec  $\lambda_h = 2\pi R_\odot / \ell$ ,  $\ell$  étant le degré harmonique), estimée par l’application de l’équation de conservation de la masse suivant  $\lambda_r \sim \lambda_h(u_r/u_h)$ . La chute du spectre au-delà de  $\ell \sim 500 - 600$  n’est pas physique mais correspond à la résolution limite du champ de vitesse déterminé par la CST. La granulation, à  $\ell \sim 3500$ , n’est pas accessible par cette procédure d’analyse.

Cette analyse permet de tirer trois conclusions principales importantes :

1. L'écoulement dans la gamme d'harmoniques sphériques  $120 < \ell < 500$  est dominé énergétiquement par un motif cellulaire de divergences et de convergences fluides horizontales. Ce type de motif suggère que l'écoulement dans cette gamme d'échelles est forcé par la poussée d'Archimède et est donc d'origine convective.
2. Le rapport entre l'amplitude typique de l'écoulement horizontal ( $400 \text{ m s}^{-1}$  à l'échelle supergranulaire) et celle de l'écoulement vertical ( $< 30 \text{ m s}^{-1}$  à l'échelle supergranulaire), le rapport correspondant entre les échelles spatiale horizontale et verticale de l'écoulement (respectivement de l'ordre de  $30\,000 \text{ km}$  et  $2\,500 \text{ km}$ ), et les pentes différentes des spectres de l'énergie cinétique radiale et horizontale (voir figure 2.4) démontrent que l'écoulement de surface, bien que turbulent, est fortement anisotrope.
3. La prédominance énergétique de la composante horizontale de l'écoulement, et le pic d'énergie de cette composante à l'échelle horizontale supergranulaire, suggèrent fortement que la supergranulation est, à la surface solaire, l'échelle convective la plus grande forcée par la convection thermique. Enfin, le continuum énergétique des spectres d'énergie cinétique aux échelles plus petites suggère qu'une forme de cascade turbulente se développe à ces échelles.

## 2.4 Des résultats de simulations de convection revisités

Quelle est la physique sous-jacente à ces observations et à cette phénoménologie ? Cette question a en réalité été au cœur de mes travaux numériques et théoriques de doctorat, mais l'analyse observationnelle précédente récente, de par sa clarté et son évidence, a jeté une lumière nouvelle sur les résultats des simulations de convection turbulente à grand rapport d'aspect (pour lesquelles la dimension horizontale du domaine est très grande par rapport à sa dimension verticale) que j'avais réalisées au cours de ma thèse (Rincon *et al.* 2005).

Une caractéristique commune à toutes les simulations de convection turbulente dans des domaines à grand rapport d'aspect est l'émergence, après quelques temps de retournement du fluide, de circulations fluides cellulaires vigoureuses à des échelles horizontales bien plus grandes que l'extension verticale du domaine, auquel se superpose un motif de surface à plus petite échelle, qui se forme dans la couche limite thermique diffusive proche de la paroi (Rieutord *et al.* 2002, Hartlep *et al.* 2003, Parodi *et al.* 2004, Rincon *et al.* 2005, von Hardenberg *et al.* 2008, Pandey *et al.* 2018, Green *et al.* 2020). Ceci est bien illustrée par les images de la figure 2.5,

qui montre les champs de température à différentes profondeurs de la couche de convection pour deux jeux de simulations de convection stratifiée. Le motif à petite échelle uniquement visible à la surface est clairement associé à la physique de la couche limite, et s'identifie au phénomène de la granulation solaire. Mais on voit aussi clairement apparaître dans ces cartes un motif dynamique à plus grande échelle, s'étendant sur toute la profondeur du domaine, dont l'origine dynamique s'avère beaucoup plus complexe à comprendre. Si ce dernier motif s'identifie clairement avec le pic des spectres d'énergie cinétique et thermique des simulations dans le régime non-linéaire saturé des simulations, son échelle horizontale caractéristique est bien supérieure à l'échelle d'instabilité du mode propre le plus instable calculé par la théorie des perturbations linéaires, et ne peut donc pas s'expliquer par la physique de l'instabilité linéaire seule. Pour les simulations présentées sur la gauche de la figure 2.5, le pic du spectre en fin de simulation se situe au nombre d'onde horizontal  $k_h = 7$ , alors que le mode d'instabilité linéaire le plus instable est à  $k_h = 65$ . La figure 2.6 montre que la dynamique à grande échelle apparaît progressivement au cours de l'évolution non-linéaire du système, le pic des spectres se décalant progressivement vers des échelles horizontales de plus en plus grandes.

Une analyse détaillée du bilan et des transferts d'énergie cinétique dans l'espace spectral éclaire cependant l'origine physique de ce phénomène (figure 2.7). Elle montre en particulier que les structures à grande échelle sont forcées par la poussée d'Archimède, et non pas par une forme de cascade inertielle inverse ou d'instabilité à grande échelle comme il avait pu être proposé par le passé pour expliquer la supergranulation solaire (Rieutord *et al.* 2000). L'énergie injectée par flottaison est ensuite dissipée aux petites échelles par un processus de cascade directe et de dissipation turbulente. *Le système s'auto-organise donc non-linéairement jusqu'à établir un équilibre dynamique entre l'injection d'énergie cinétique par flottaison aux grandes échelles et dissipation turbulente.* Cette conclusion, obtenue pour la première fois dans mes travaux de thèse, a très récemment été confirmée par des simulations Boussinesq couvrant une plus grande gamme de de nombre de Rayleigh (Green *et al.* 2020). À noter également au passage que cette dynamique semble expliquer le phénomène de circulation (« vent ») thermique vigoureuse qui se développe à l'échelle du système dans les expériences de convection thermique comme celles dans les bouteilles d'Helium superfluide (Verzicco & Camussi 2003). Simplement, dans ces expériences, le rapport d'aspect n'offre pas une séparation d'échelle suffisante pour obtenir une séparation d'échelle claire entre le mode d'instabilité linéaire et le « mode » d'auto-organisation non-linéaire qui nous intéresse ici.

Pour revenir au contexte solaire, il est évidemment tentant d'associer cette dynamique à grande échelle à la supergranulation. Cependant, dans nos simulations de 2005, le rapport d'échelle horizontal entre le motif granulaire de surface à petite échelle et le motif dynamique en profondeur à plus grande échelle, était de l'ordre de 8 à 10, et ne correspondait pas vraiment à celui de 30 observé dans le

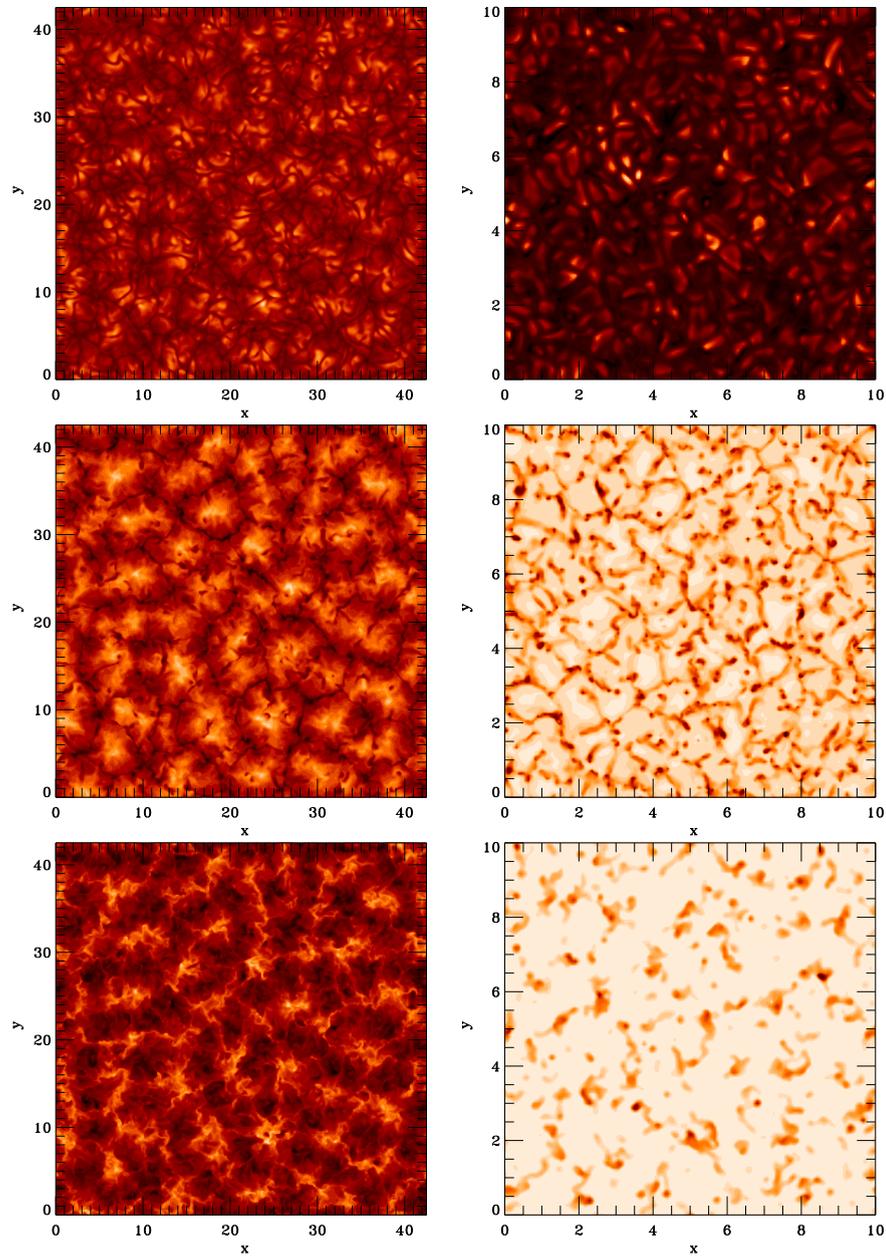


FIGURE 2.5 – Comparaison entre les cartes horizontales de champ de température à différentes profondeurs dans des simulations de convection compressible stratifiée dans une couche polytropique de rapport d’aspect 42 (à gauche, Rincon *et al.* 2005) et dans une simulation de convection radiative à rapport d’aspect 10 (à droite, Rieutord *et al.* 2002). En haut : dans les couches limites thermiques de surface, à  $z = 0.99d$  et à une profondeur optique  $\tau = 1$  respectivement. Au milieu : au milieu du domaine. En bas : en bas du domaine. Le motif à petite échelle de la granulation apparaît clairement dans la couche limite thermique dans les deux types de simulations, et se superpose à un motif dynamique à plus grande échelle qui s’étend sur la profondeur complète du domaine. A noter que le contraste de température du motif à grande échelle est beaucoup moins apparent dans la couche limite de surface, qui laisse principalement apparaître le motif granulaire.

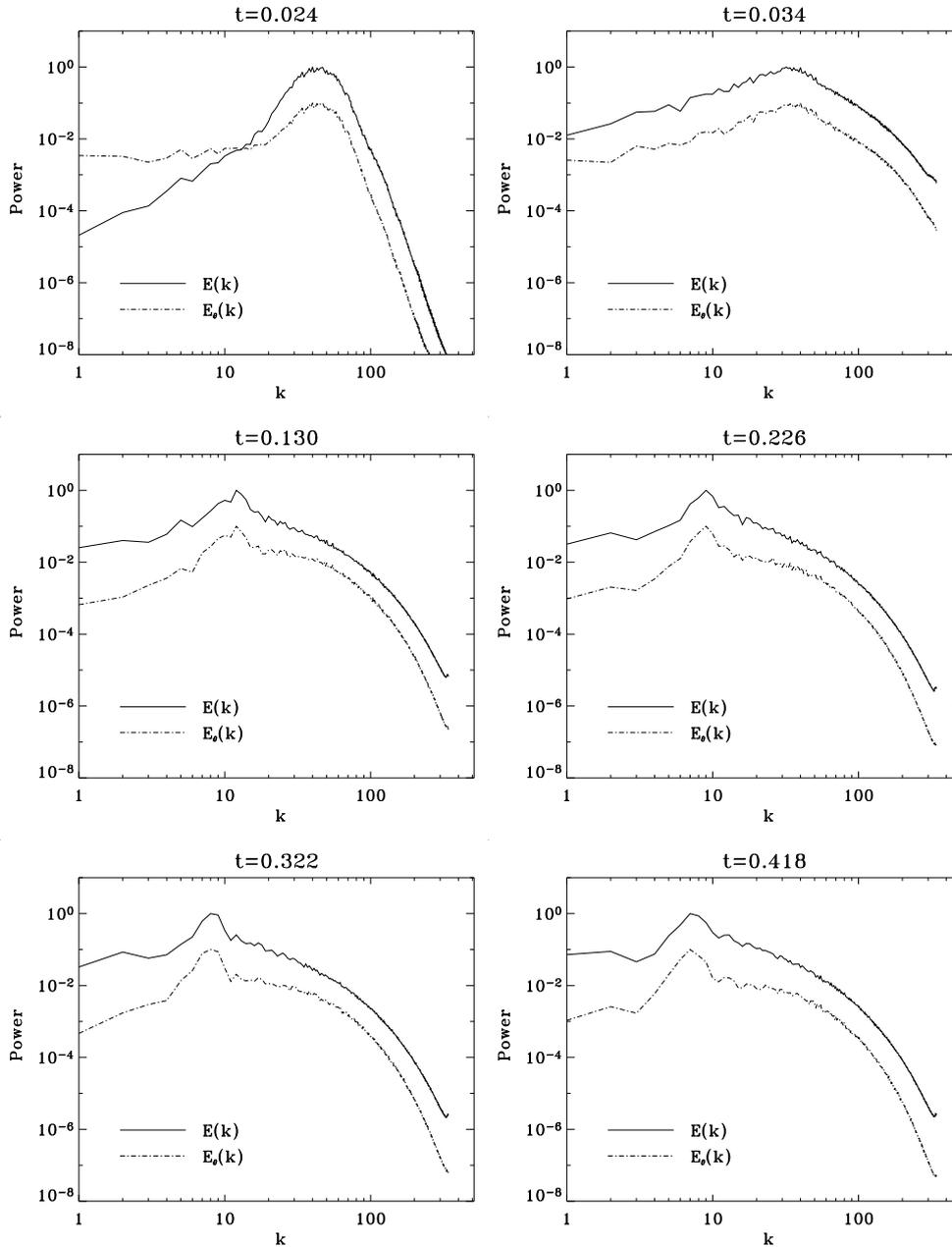


FIGURE 2.6 – De gauche à droite et de haut en bas : évolution temporelle du spectre de fluctuations de température  $E_\theta(k_h)$  et d'énergie cinétique  $E(k_h)$  en fonction du nombre d'onde horizontal  $k_h$  (dénoté par  $k$  dans la figure) et du temps (mesuré en unité de temps de diffusion thermique vertical) dans les simulations de convection stratifiée à grand rapport d'aspect de Rincon *et al.* (2005) à  $Ra = 3 \times 10^5$  et  $Pr = 0.3$ .  $k_h = 1$  correspond à la dimension horizontale du domaine et  $k_h = 42$  à sa dimension verticale. Le pic des spectres ( $k_h \simeq 7$  vers la fin de la simulation) se situe à une échelle horizontale bien supérieure à l'échelle verticale du domaine, et également bien supérieure à celle du mode linéaire de convection le plus instable du système ( $k_h = 65$ ). Le pic à  $k_h = 7$  correspond aux structures à grande échelle visible sur les images de gauche de la figure 2.5.

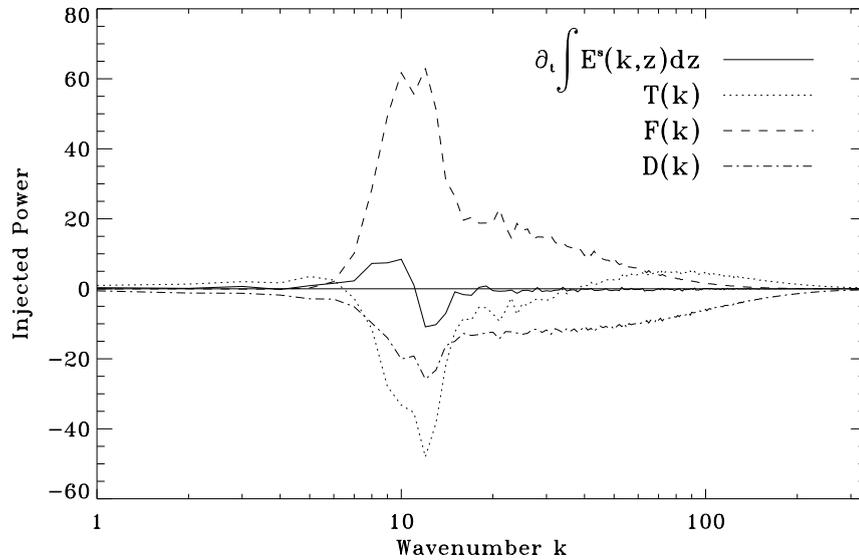


FIGURE 2.7 – Bilan d'énergie spectral des simulations de convection à grand rapport d'aspect montrées sur la gauche de la figure 2.5.  $F(k_h)$  dénote le terme de forçage d'Archimède,  $T(k_h)$  la fonction de transfert non-linéaire (terme de cascade inertielle), et  $D(k_h)$  le terme de dissipation visqueuse (Rincon *et al.* 2005). Les structures à grande échelle, et dans une moindre mesure jusqu'à  $k_h \sim 50 - 100$ , sont clairement entretenues par la force d'Archimède. Leur énergie est ensuite dissipée à petite échelle par un processus de dissipation turbulente associé à une cascade directe d'énergie vers les plus petites échelles ( $T(k_h) < 0$  aux grandes échelles et  $T(k_h) > 0$  aux petites échelles).

Soleil, ce qui nous avait conduit à conclure plus prudemment que ces structures n'étaient pas vraiment des « super » structures mais plutôt des « méso » structures (méso au sens d'intermédiaires entre la granulation et la supergranulation).

L'analyse observationnelle SDO présentée plus haut a largement fait évoluer mon point de vue sur cette question. En effet, tout comme les structures à grande échelle produites dans les simulations, les spectres de turbulence obtenus avec SDO montrent sans ambiguïté que la supergranulation correspond à l'échelle d'injection de la turbulence à la surface solaire. Ceci était beaucoup moins évident il y a quinze ans, car la plupart des observations de la dynamique de surface, que ce soit avec des télescopes au sol ou avec le satellite japonais HINODE, étaient alors limitées à des champs de vue beaucoup plus restreints, couvrant à peine la surface de quelques supergranules. Le spectre du champ de vitesse horizontal au centre du disque, dérivé par la technique de CST de ces observations, « piquait » donc à l'échelle la plus grande de la boîte d'observations, sans que nous puissions clairement déterminer si ce maximum était bien réel physiquement, ou plus simplement un artefact du champ de vue limité (Roudier *et al.* 2009, Rieutord *et al.* 2010). Certaines observations Doppler globales du satellite SOHO (Hathaway *et al.* 2000) indiquaient quant à elles déjà un pic à l'échelle supergranulaire, mais les effets de projection associés au signal Doppler présentaient des ambi-

guités, qui avaient d'ailleurs amené certains de nos collègues à avancer qu'il n'y avait aucun excès d'énergie cinétique à l'échelle supergranulaire (Nordlund *et al.* 2009). Ayant depuis beaucoup manipulé les données SDO Doppler, et ayant pu constater directement le rôle que pouvaient jouer les effets de projection dans la détermination et la forme du spectre Doppler, je pense aujourd'hui que cette dernière vue est erronée. Par exemple, sur la figure 2.4, on voit que le spectre Doppler ne présente pas un pic d'énergie cinétique important à l'échelle supergranulaire, contrairement au spectre de la composante horizontale déprojetée du champ de vitesse. La raison est que, pour des raisons de masquage des données, ces spectres ont été obtenus sur un champ de vue couvrant un angle d'ouverture de  $60^\circ$  seulement par rapport au centre du disque solaire. Les régions plus près du bord du disque solaire n'étant pas prises en compte, le signal Doppler associé à ce spectre est essentiellement dû à la composante radiale du champ de vitesse, beaucoup plus faible que la composante horizontale, et dont le spectre croît de manière monotone avec le degré harmonique. Les spectres Doppler prenant en compte la dynamique plus près des bords font en revanche apparaître un pic très apparent à l'échelle supergranulaire, associé aux mouvements horizontaux supergranulaires vigoureux qui ont une forte projection suivant la ligne de visée près des bords du disque. Cette sensibilité par rapport au champ de vue utilisé est illustrée sur la figure 2.8 (figure non publiée jusqu'ici).

Notons au passage qu'un tel effet ne serait pas présent si la convection aux échelles supergranulaires était isotrope ! C'est bel et bien la forte anisotropie entre vitesses horizontale et radiale aux échelles concernées qui est responsable de cette dépendance du spectre Doppler au champ de vue. L'apport de l'analyse SDO présentée ci-dessus est donc particulièrement importante de ce point de vue, puisqu'elle a permis pour la première fois de séparer proprement, sur un champ de vue global, les contributions des composantes horizontales et verticales du champ de vitesse, et ainsi d'associer sans ambiguïté l'échelle supergranulaire au pic spectral d'injection d'énergie de la convection turbulente photosphérique.

L'autre facteur important qui m'a fait réviser mon jugement sur la crédibilité de la conclusion que la supergranulation était bel et bien la manifestation du processus d'auto-organisation non-linéaire à grande échelle de la convection mis à jour dans notre simulation de 2004 est la publication au cours des dernières années de plusieurs résultats de nouvelles simulations numériques par d'autres groupes (Lord *et al.* 2014, Cossette & Rast 2016, Kessar *et al.* 2019). Ces simulations montrent une forte dépendance de l'échelle d'injection dans le régime non-linéaire à plusieurs paramètres du problème, notamment le degré de stratification de la couche de convection et l'intensité du forçage convectif. Compte-tenu du coût CPU de la simulation de 2004, nous n'avions malheureusement pas pu explorer de telles dépendances paramétriques, mais il apparaît aujourd'hui clairement que l'échelle exacte du pic d'injection dans le régime non-linéaire dépend du régime de forçage dans lequel la convection évolue. Autrement dit, il n'y a aucune raison de penser que le rapport d'échelle relativement petit de 8 à 10 observé entre les échelles « su-

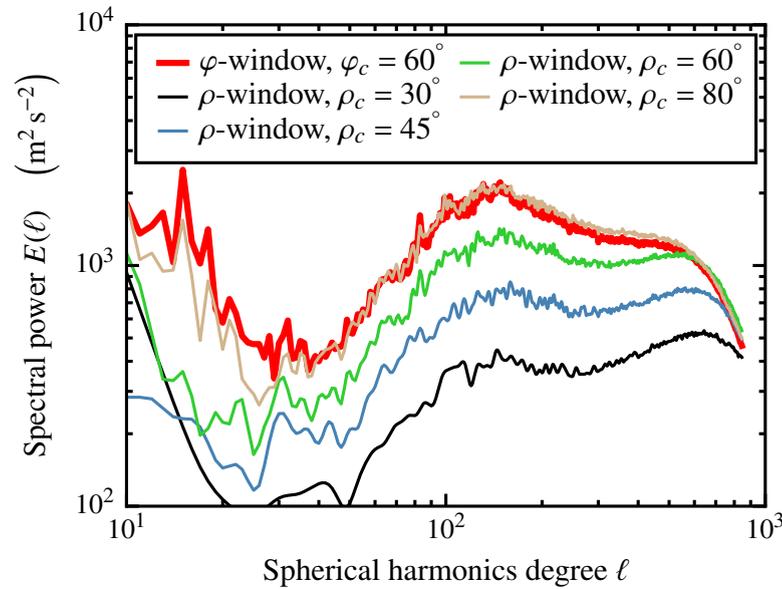


FIGURE 2.8 – Comparaison de spectres Doppler SDO de la vitesse du fluide suivant la ligne de visée, pour différents champs de vue du Soleil caractérisés par différents angles au centre d’ouverture  $\rho_c$  de la fenêtre d’observation. L’analyse sur un champ de vitesse restreint au centre du disque  $\rho_c = 30^\circ$  ne fait pas clairement apparaître la supergranulation comme le pic principal d’énergie cinétique, alors qu’une fenêtre plus large ( $\rho_c = 80^\circ$ ) montre un résultat beaucoup plus clair. La raison est que le poids global dans le signal de vitesse projetée du champ de vitesse horizontal dominant énergétiquement devient beaucoup plus important lorsqu’on prend en compte les régions près du bord du disque. N.B. : l’excès d’énergie à  $\ell < 30$  n’est pas physiquement significatif et est lié à un traitement préliminaire inadéquat des effets de fenêtrage des données (figure non publiée).

pergranulaires » et « granulaires » dans nos simulations soit universel ou asymptotique. Les simulations de Cossette & Rast (2016), en particulier, montrent que ce rapport d’échelle dépend fortement de l’épaisseur de la couche limite thermique superadiabatique (et donc indirectement de l’intensité du forçage convectif). La valeur exacte de cette séparation dans le cas solaire, étant directement liée au régime physique asymptotique dans lequel évolue le Soleil (à commencer par sa luminosité et par la stratification de surface que l’on peut dériver de sa structure), est donc très certainement différente de celle de simulations comme les miennes qui restaient relativement dissipatives et peu stratifiées en densité.

La détermination des dépendances paramétriques exactes de l’échelle de ces superstructures convectives reste aujourd’hui un problème important et difficile à résoudre. Ce point est discuté plus amplement dans Rincon *et al.* (2017). Ceci dit, il est intéressant de noter que des simulations globales « réalistes » récentes (Hotta *et al.* 2014) résolvant bien les échelles supergranulaires à la surface font désormais apparaître un motif similaire à celui de la supergranulation. Les spectres du champ vitesses déterminés à partir de ces simulations sont également en accord

remarquable avec ceux de la figure 2.4 déterminés par l'intermédiaire des observations SDO. Ces spectres confirment notamment très clairement l'anisotropie du champ de vitesse notée précédemment, aux échelles intermédiaires entre la granulation et la supergranulation. Il semble donc aujourd'hui qu'une convergence entre théorie, simulations et observations soit enfin devenue possible sur ce problème vieux de plus de soixante ans.

## 2.5 Du Soleil à une phénoménologie des lois d'échelle de la convection turbulente anisotrope

Au-delà de la compréhension de l'origine de la supergranulation, la convection solaire turbulente à grande échelle est intéressante d'un point de vue phénoménologique plus fondamental, en ce qu'elle semble évoluer dans un régime dynamique très différent de ceux décrits par les phénoménologies classiques de la turbulence, et notamment de la théorie de Kolmogorov (K41, voir Frisch 1995). En effet, nous avons vu que

1. la force d'Archimède joue un rôle déterminant aux échelles intermédiaires entre celle de la granulation et celle de la supergranulation;
2. l'écoulement dans cette gamme d'échelle à la surface est fortement anisotrope. Il prend la forme de divergences cellulaires fluides horizontales de type « pancakes ». Cette géométrie est très différente de celle d'une turbulence homogène isotrope caractérisée notamment par une forte composante rotationnelle sous-tendue par un réseau de filaments de vorticité.

Dès la fin de ma thèse, j'avais commencé à me creuser sérieusement la tête sur la question de la conception d'une phénoménologie de lois d'échelle de turbulence appropriée à ce type d'écoulements, afin notamment de pouvoir comprendre la forme des spectres d'énergie observés dans mes simulations (Rincon 2006, publication reproduite en fin de chapitre). Dans ce cadre, je m'étais notamment intéressé aux lois d'échelle régissant les fonctions de structures du champ de vitesse et du champ de température dans des simulations numériques de convection de type Boussinesq, ce qui m'avait amené à découvrir la phénoménologie de turbulence stratifiée introduite par Bolgiano (1959) et Oboukhov (1959) (BO59) en dynamique atmosphérique.

Pour introduire ce problème, sur lequel je pense avoir fait des progrès notables récemment, je dois expliquer brièvement l'approche mathématique classique utilisée en turbulence pour calculer des lois d'échelle phénoménologiques. Dans ce cadre, on commence en général par dériver des équations d'évolution pour les fonctions de structure de la turbulence définies pour chaque quantité  $f$  (champ de vitesse  $\mathbf{u}$ , champ de température  $\theta$ , champ magnétique  $\mathbf{B}$ ...) comme les moments

statistiques des incréments  $\delta f = f(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - f(\mathbf{x})$ , où  $\mathbf{r}$  est un vecteur de corrélation dans l'espace physique. On cherche alors, dans le cas homogène, à déterminer les lois d'échelle de ces moments en fonction de  $\mathbf{r}$  ou, de manière équivalente, celle des spectres d'énergie en fonction du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . Pour un écoulement hydrodynamique incompressible, isotrope et homogène auquel on adjoint l'évolution d'un scalaire passif, on obtient notamment pour les moments d'ordre trois deux équations appelées équations de Kolmogorov et Yaglom<sup>1</sup> (Monin & Yaglom 1971). Dans le cas d'un scalaire actif comme la température en convection, ou dans un écoulement stratifié stable suivant la direction de la gravité  $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ , on peut généraliser (toujours dans le cas isotrope) ces équations suivant (Yakhot 1992) :

$$\langle \delta u_r^3 \rangle = -\frac{4}{5}\varepsilon_u r + \frac{6}{r^4} \frac{g}{\Theta_0} \int_0^r y^4 \langle \delta\theta \delta u_z \rangle dy + 6\nu \frac{\partial}{\partial r} \langle (\delta u_r)^2 \rangle, \quad (2.1)$$

$$\langle (\delta\theta)^2 \delta u_r \rangle = -\frac{4}{3}\varepsilon_\theta r + \frac{2}{r^2} \int_0^r y^2 \langle \delta\theta \delta u_z \rangle dy \frac{\partial \Theta_0}{\partial z} + 2\kappa \frac{\partial}{\partial r} \langle (\delta\theta)^2 \rangle, \quad (2.2)$$

où les  $\langle \rangle$  dénotent des moyennes d'ensemble,  $r = |\mathbf{r}|$ ,  $\delta u_r = \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{r} / r$  (notation différente de la vitesse radiale à la surface solaire utilisée plus haut),  $\Theta_0$  représente une température de référence du milieu (dont la définition exacte dépend de l'approximation thermodynamique utilisée, il s'agit de la température classique dans l'approximation de Boussinesq et de la température potentielle dans l'approximation anélastique),  $\nu$  est la viscosité du fluide et  $\kappa$  la diffusivité thermique.  $\varepsilon_u = \nu \langle |\nabla \mathbf{u}|^2 \rangle$  représente le taux de dissipation (ou d'injection) visqueux, et  $\varepsilon_\theta = \kappa \langle |\nabla \theta|^2 \rangle$  le taux de dissipation des fluctuations thermiques. La considération de l'équation de Kolmogorov (2.1) montre qu'il existe en principe deux régimes dynamiques possibles lorsque  $\nu$  et  $\kappa$  sont petits (les derniers termes des membres de droite sont alors négligeables) :

1. Si  $\delta u_r^3 \sim -(4/5)\varepsilon_u r$ , on obtient la fameuse loi des 4/5 de Kolmogorov qui correspond (en négligeant de possibles effets d'intermittence) à un spectre d'énergie cinétique en  $k^{-5/3}$  (équivalent à  $\delta u \sim r^{1/3}$ ). Dans le cas du scalaire passif sans stratification, la seule possibilité pour le scalaire est un flux constant de fluctuations thermiques dans l'espace spectral,  $\delta\theta^2 \delta u_r \sim -(4/3)\varepsilon_\theta r$ . Dans ce cas, le spectre thermique est alors également de type Kolmogorov. Pour résumer, dans ce régime dit inertiel ou K41,

$$E(k) \sim k^{-5/3}, \quad E_\theta(k) \sim k^{-5/3}. \quad (2.3)$$

---

1. Ne sachant pas trop où évoquer ce travail dans le reste du document, je mentionnerai ici en passant que mes recherches sur les lois d'échelle en convection turbulente (Rincon 2006) m'ont également amené au cours des mes années de postdoctorat à Cambridge à l'étude numérique des équations de Kolmogorov et Yaglom généralisées à la MHD (Chandrasekhar 1951, Politano & Pouquet 1998a,b) dans le contexte de la saturation de l'effet de dynamo turbulente à petite échelle (Yousef, Rincon & Schekochihin 2007, reproduit en fin de chapitre).

2. Une autre possibilité ici, cependant, est d'équilibrer dans l'équation (2.1) la fonction de structure  $\delta u_r^3$  avec le terme de flottaison, c'est-à-dire, en prenant en compte l'isotropie,  $\delta u^3 \sim r\delta\theta\delta u$ , tout en conservant l'hypothèse d'un flux spectral constant de fluctuations thermiques,  $\delta\theta^2\delta u_r \sim -(4/3)\varepsilon_u r$  (on peut argumenter que cette hypothèse reste bonne si le profil thermodynamique moyen dans l'état statistique stationnaire non-linéaire du système est rendu quasi-adiabatique par les effets du mélange turbulent, de telle sorte que le deuxième terme dans le membre de droite de l'équation (2.2) est petit). On aboutit alors aux spectres de Bolgiano et Obukhov (BO59),

$$E(k) \sim k^{-11/5}, \quad E_\theta(k) \sim k^{-7/5}. \quad (2.4)$$

Le recouvrement entre ces deux régimes a lieu à l'échelle dite de Bolgiano,

$$L_B = \frac{\varepsilon_u^{5/4}\Theta_0^{3/2}}{\varepsilon_\theta^{3/4}g^{3/2}} \sim \frac{Nu^{1/2}H}{(Ra Pr)^{1/4}}, \quad (2.5)$$

où  $H$  est la dimension verticale du système,  $Nu$  est le nombre de Nusselt qui caractérise le flux thermique de manière non dimensionnelle,  $Ra$  est le nombre de Rayleigh et  $Pr$  est le nombre de Prandtl thermique (voir par exemple Chillá *et al.* 1993). La phénoménologie BO59 est alors censée s'appliquer à des longueurs de corrélation  $r > L_B$ , et celle de K41 à  $r < L_B$ . En 2006, j'ai montré, dans une analyse étudiant comment les équations (2.1)-(2.2) sont satisfaites dans des simulations numériques de type Boussinesq, que le régime de BO59 isotrope ne pouvait jamais être réalisé dans des simulations de rapport d'aspect d'ordre 1, car  $L_B$  est toujours de l'ordre de la dimension verticale  $H$  de la couche fluide (Rincon 2006). Dans le cas solaire, j'avais également calculé en 2006 dans un article de proceeding de conférence IAU (Rincon 2007b) que  $L_B$  à la surface du Soleil est de l'ordre de l'échelle de la granulation solaire. La conclusion de l'impossibilité d'un régime isotrope BO59 a été plus récemment confortée par des travaux numériques d'un autre groupe (Kumar *et al.* 2014).

Par ailleurs, même dans mes simulations de thèse à grand rapport d'aspect, pour lequel il existait des échelles horizontales  $1/k_h$  bien plus grandes que  $H \sim L_B$ , pour lesquels on aurait pu penser que le régime BO59 était pertinent, il apparaissait qu'un spectre BO59 en  $k_h^{-11/5}$  pour le champ de vitesse était beaucoup trop pentu. En réalité, la pente du spectre dans les simulations semblait assez proche de  $k_h^{-5/3}$ , suggérant donc un régime K41. Mais, pour moi, la question n'était cependant pas résolue pour autant. Pour des échelles horizontales supérieures à  $L_B$ , il n'y avait aucune raison pour que la phénoménologie K41 s'applique, car il était clair que la physique du système et la géométrie anisotrope et inhomogène des écoulements que j'observais n'avaient pas grand chose à voir avec de la turbulence de type Kolmogorov.

Ce problème est longtemps resté mystérieux pour moi et a continué à me trotter dans la tête jusqu'en 2016, année au cours de laquelle j'ai obtenu la figure 2.4

pour les spectres de vitesse des différentes composantes du champ de vitesse turbulent à la surface solaire. Cette analyse a alors fait clairement apparaître que le champ de vitesse vertical (radial) n'avait pas du tout un spectre en  $k^{-5/3}$ , et que le champ de vitesse vectoriel total était fortement anisotrope, si bien que l'hypothèse d'isotropie sur laquelle reposait la dérivation de l'équation (2.1) et du régime BO59 (2.4) ne semblait pas du tout appropriée! J'ai alors cherché, avec Alexander Schekochihin, à généraliser la phénoménologie BO59 au cas anisotrope (cette analyse est publiée dans la deuxième partie de Rincon *et al.* (2017), en appui à l'analyse observationnelle SDO présentée plus haut). La clé de la solution a été de réaliser que lorsque le vecteur d'onde horizontal  $k_h$  est très inférieur au vecteur d'onde vertical  $k_z$  des fluctuations, le gradient de pression dans l'équation de Navier-Stokes modifie considérablement les effets nets de la force de flottaison en redistribuant la quantité de mouvement horizontalement. Un préfacteur géométrique en  $(k_h/k)^2$ , où  $k = \sqrt{k_z^2 + k_h^2}$ , capture d'ailleurs cet effet d'anisotropie dans le cas  $k_h \ll k$  dans une dérivation aussi simple que celle de la relation de dispersion linéaire des ondes de gravité. Si on suppose que  $k_z \sim 1/\lambda_z \sim 1/H$  indépendamment de  $k_h$ , on peut modifier les équilibres dominants précédents de manière à prendre en compte l'anisotropie,

$$\frac{\delta u_h}{\lambda_h} \sim \frac{\delta u_z}{H} \quad (2.6)$$

$$\frac{\delta u_h \delta u_z}{\lambda_h} \sim \left(\frac{H}{\lambda_h}\right)^2 g \frac{\delta \theta}{\Theta_0}, \quad (2.7)$$

$$\frac{\delta u_h \delta \theta^2}{\lambda_h} \sim \varepsilon_\theta = \text{constante}, \quad (2.8)$$

où  $\lambda_h \sim 1/k_h$ , et la première équation exprime la conservation de la masse dans le cas anisotrope. Le calcul aboutit à de nouvelles lois d'échelles qui sont une généralisation anisotrope de la phénoménologie BO59,

$$\delta u_z \sim \left(\frac{\varepsilon_\theta}{\Theta_0^2}\right)^{1/5} g^{2/5} H^{7/5} \lambda_h^{-4/5}, \quad (2.9)$$

$$\delta u_h \sim \left(\frac{\varepsilon_\theta}{\Theta_0^2}\right)^{1/5} g^{2/5} H^{2/5} \lambda_h^{1/5}, \quad (2.10)$$

$$\delta \theta / \Theta_0 \sim \left(\frac{\varepsilon_\theta}{\Theta_0^2}\right)^{2/5} g^{-1/5} H^{-1/5} \lambda_h^{2/5}, \quad (2.11)$$

ou, de manière équivalente, à

$$E_z(k_h) \sim \left( \frac{\varepsilon_\theta}{\Theta_0^2} \right)^{2/5} g^{4/5} H^{14/5} k_h^{3/5}, \quad (2.12)$$

$$E_h(k_h) \sim \left( \frac{\varepsilon_\theta}{\Theta_0^2} \right)^{2/5} g^{4/5} H^{4/5} k_h^{-7/5}, \quad (2.13)$$

$$E_\theta(k_h) \sim \left( \frac{\varepsilon_\theta}{\Theta_0^2} \right)^{4/5} g^{2/5} H^{-2/5} k_h^{-9/5}. \quad (2.14)$$

Dans ce nouveau régime, qui ne s'applique formellement uniquement qu'au régime  $k_h L_B \ll 1$  qui est précisément celui qui nous intéresse dans le contexte solaire, on obtient deux résultats particulièrement intéressants par rapport à BO59 :

1. le spectre du champ de vitesse horizontal est désormais beaucoup moins pentu, en  $k_h^{-7/5}$  (beaucoup plus proche du  $k_h^{-5/3}$  suggéré par mes simulations de 2004),
2. le spectre du champ de vitesse vertical croît avec  $k_h$  en  $k_h^{3/5}$  !

Ces deux prédictions sont représentées sur la figure 2.4, où l'on voit qu'elles sont en accord raisonnable avec les pentes des spectres observationnels (à noter qu'au-delà de  $\ell \sim 500$ , la chute des spectres est liée aux limites de l'algorithme CST de détermination des champs de vitesse).

À titre de comparaison, on peut également essayer de procéder à une généralisation simpliste de K41 au cas anisotrope en prenant en compte l'équation (2.6) supplémentaire dans la phénoménologie de Kolmogorov. Le spectre horizontal dans ce cas reste en  $k_h^{-5/3}$ , tandis que le spectre vertical est en  $k_h^{1/3}$ . Ces deux spectres sont représentés à titre comparatif sur la figure 2.4, et sont également en accord raisonnable avec les observations (même si le  $k_h^{1/3}$  semble un peu plat). Il est donc difficile de conclure de manière définitive que la convection solaire turbulente aux échelles entre la granulation et la supergranulation obéit au régime de BO59 généralisé au cas anisotrope. Cependant, la phénoménologie physique de ce régime, qui se traduit pas les équilibres dominants (2.7)-(2.8), me semble, au regard de tous les résultats observationnels et numériques que j'ai décrits précédemment, bien plus crédible physiquement qu'une simple généralisation anisotrope *ad hoc* de K41.

Ce que nous décrit ce régime BO59 généralisé au cas anisotrope, en termes physiques, est tout d'abord que l'injection d'énergie par flottaison aux échelle  $k_h H \ll 1$  donne lieu à une redistribution puissante d'énergie cinétique horizontale par les effets de pression. Ces mouvements donnent lieu à un phénomène de cascade non-linéaire qui se manifeste sous la forme du terme inertiel en équilibre avec

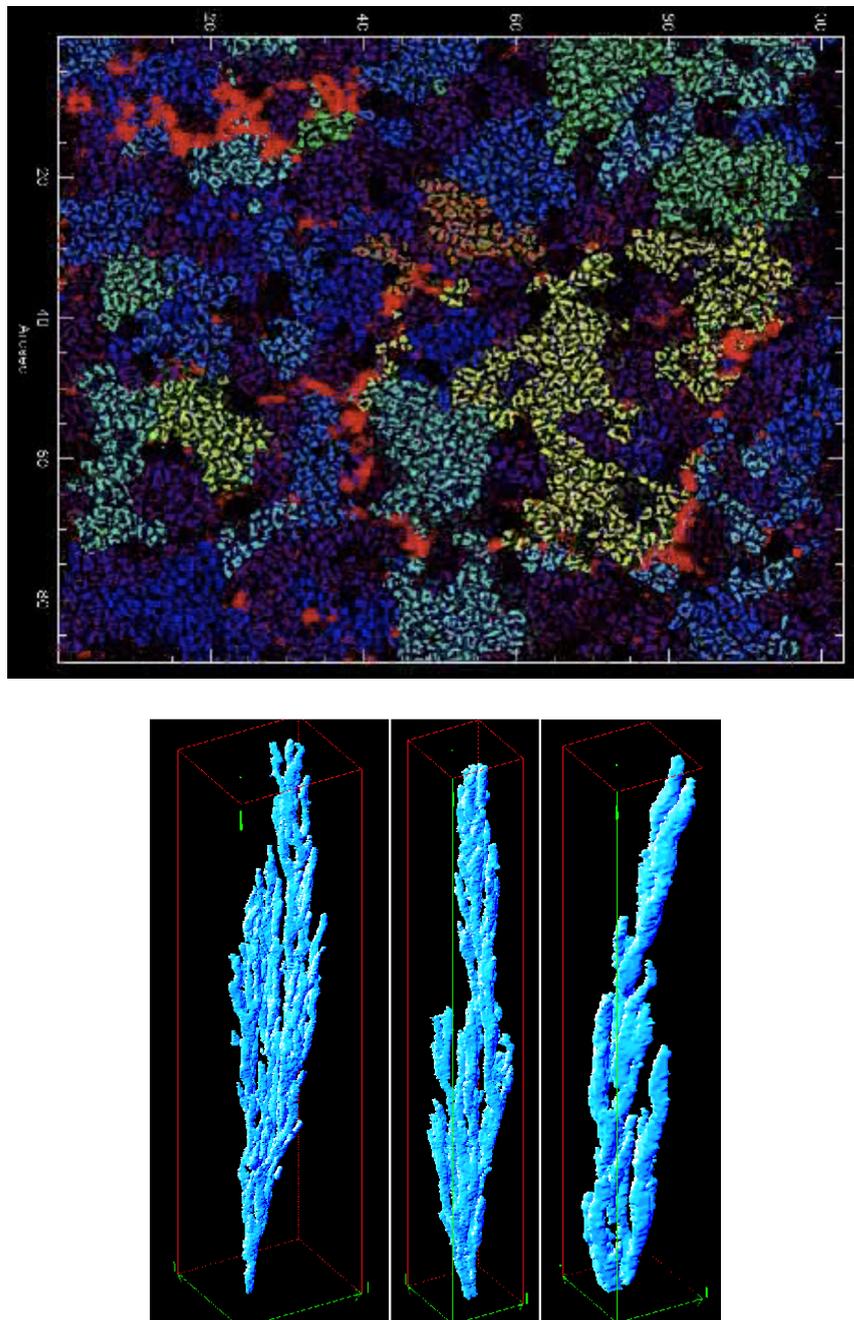
le terme d'Archimède dans l'équation (2.7). Les fluctuations de température aux échelles les plus grandes se retrouvent alors cascades par cet écoulement non-linéaire vers des plus petites échelles (équation (2.8)) auxquelles, dans la gamme d'échelles concernée  $k_h L_B \ll 1$ , elles continuent de contribuer à la force d'Archimède (par l'intermédiaire du terme de droite dans l'équation (2.7)). Le régime phénoménologique d'équilibre dynamique correspondant, qui se traduit *in fine* par les spectres (2.12)-(2.14), est donc celui d'une cascade turbulente non-linéaire dans laquelle les effets de la force d'Archimède se répartissent de manière auto-similaire sur toute une gamme d'échelle.

Un tel régime dynamique, au-delà de son originalité physique, me semble extrêmement bien représenter par ailleurs certains aspects phénoménologiques observés de la convection de surface solaire dans la gamme d'échelles allant des échelles granulaires à supergranulaires. En particulier, mon collègue observateur Thierry Roudier a depuis longtemps constaté (et caractérisé quantitativement) que la dynamique convective de surface à ces échelles s'organise de manière auto-similaire sous la forme « d'arbres de granules » qui se fragmentent au cours du temps (Roudier *et al.* 2003, 2016, Malherbe *et al.* 2018). Ce phénomène est illustré et expliqué dans la figure 2.9.

Pour conclure cette section, je dois souligner que je n'ai pas de certitude définitive sur la validité de l'ensemble de cette analyse phénoménologique. Il me semble cependant aujourd'hui, notamment au regard de la physique des simulations discutée dans la section précédente, qu'elle est relativement bien étayée et cohérente du point de vue physique, et est également en bon accord qualitatif avec plusieurs résultats observationnels distincts. Enfin, cette analyse a le mérite d'offrir à l'heure actuelle la seule prédiction théorique de lois d'échelles sur le marché de la convection turbulente à grande échelle, et d'être testable directement par la simulation. De ce point de vue, il serait donc intéressant à l'avenir de pouvoir la tester plus amplement sur de nouvelles simulations de convection à grand rapport d'aspect à haute résolution et à grand nombre de Rayleigh. Ne disposant plus des données de mes simulations de 2004, je n'ai pas pu tester quantitativement les prédictions de la théorie sur ces simulations, et n'ai pas non plus encore trouvé le temps d'effectuer de nouvelles simulations du problème moi-même.

## 2.6 Transport turbulent du champ magnétique à la surface du Soleil calme

Dans cette dernière section sur mes recherches en physique solaire, je souhaite évoquer un travail récent et encore non finalisé sur la caractérisation observationnelle du transport turbulent des champs magnétiques à la surface solaire,



**FIGURE 2.9** – Caractérisation de l’organisation de la convection solaire de surface sous la forme d’arbres de granules en fragmentation. En haut (Roudier *et al.* 2016, Malherbe *et al.* 2018) : une carte de familles de granules à la surface solaire. Chaque tache de couleur, dont la dimension est de l’ordre de l’échelle de la supergranulation, identifie à un temps fixé une famille de granules et de granules explosifs dont l’origine peut être retracée à celle de structures thermiques antérieures. En bas (Roudier *et al.* 2003) : un arbre temporel cohérent de granules (le temps correspond à la direction verticale) démontrant la filiation entre granules successifs, cohérente à l’échelle horizontale de la supergranulation (les directions spatiales horizontales correspondent aux directions horizontales de la figure). Les granules successifs sont identifiés comme appartenant à une même famille lorsqu’ils apparaissent comme étant causalement connectés dynamiquement dans le temps. Les familles restent cohérentes sur des temps comparables à la durée de vie des supergranules.

problématique particulièrement importante pour la compréhension de l'activité magnétique solaire (dynamo globale) et du chauffage coronal.

Le point de départ de ce travail a été la reconstruction évoquée à la section 2.3 des champs de vitesse à la surface du Soleil calme à partir des données observationnelles du satellite SDO. Comme je l'ai expliqué dans cette section, SDO permet d'observer en continu la surface du Soleil, si bien qu'il est désormais possible d'établir sur de longues périodes ininterrompues des cartes globales à haute résolution des trois composantes du champ de vitesse photosphérique turbulent par l'analyse conjointe CST-Doppler. Ceci ouvre la possibilité non seulement d'étudier en détail la dynamique de la convection de surface à grande échelle comme je l'ai montré aux sections précédentes, mais également de caractériser les propriétés du transport turbulent du champ magnétique associé à cette convection.

J'ai commencé à travailler sérieusement sur ce problème en 2017 avec Thierry Roudier, et nous avons encadré en 2019 un stagiaire de L3 magistère, Paul Barrère, sur ce sujet. J'ai également eu l'occasion d'échanger à plusieurs reprises sur les résultats préliminaires obtenus avec Peter Haynes du DAMTP de Cambridge, lors de ses visites à Toulouse dans le cadre d'une collaboration avec le LEGOS et le laboratoire d'aérodynamique de l'OMP. Les résultats qui suivent restent cependant encore préliminaires et ne sont pour la plupart pas encore publiés.

Les champs magnétiques à la surface du Soleil calme sont essentiellement produits par un mécanisme de dynamo turbulente aux échelles sous-granulaires. Hormis dans des concentrations ponctuelles (points brillants magnétiques), l'intensité typique de ces champs est de l'ordre de 50 Gauss, bien en deçà de l'équipartition avec l'écoulement aux échelles supergranulaires. Cela permet de faire l'hypothèse que ces champs magnétiques se comportent essentiellement comme un scalaire passif advecté à la surface par le fluide. Dans ces conditions, on peut envisager d'étudier le transport du champ en déposant une grille de traceurs scalaires passifs sur une portion du disque solaire à un temps initial, puis en calculant leur évolution lagrangienne sous l'effet de l'advection par l'écoulement horizontal tel que dérivé à partir des données SDO.

Pour étudier ce problème quantitativement, nous avons donc notamment réduit un jeu de données SDO de fin novembre 2018, période à laquelle le Soleil était particulièrement calme, pour obtenir le champ de vitesse global sur le disque solaire toutes les 30 minutes, avec une résolution de l'ordre de 2 500 km, et surtout sur une période totale de 6 jours. En raison des effets de projection sur le bord solaire et de la rotation du Soleil de 28 jours, il est impossible de suivre l'écoulement d'une zone précise de la surface sur une période significativement plus longue que cela. Ceci dit, 6 jours d'observation continue d'un champ très large couvrant plusieurs centaines de supergranules constitue une énorme amélioration par rapport à ce qu'il était possible de réaliser il y a encore quelques années, que ce soit avec des observations sol ou satellite. Nous verrons que cette fenêtre d'observation de 6 jours consécutifs permet peut-être d'accéder à un régime de

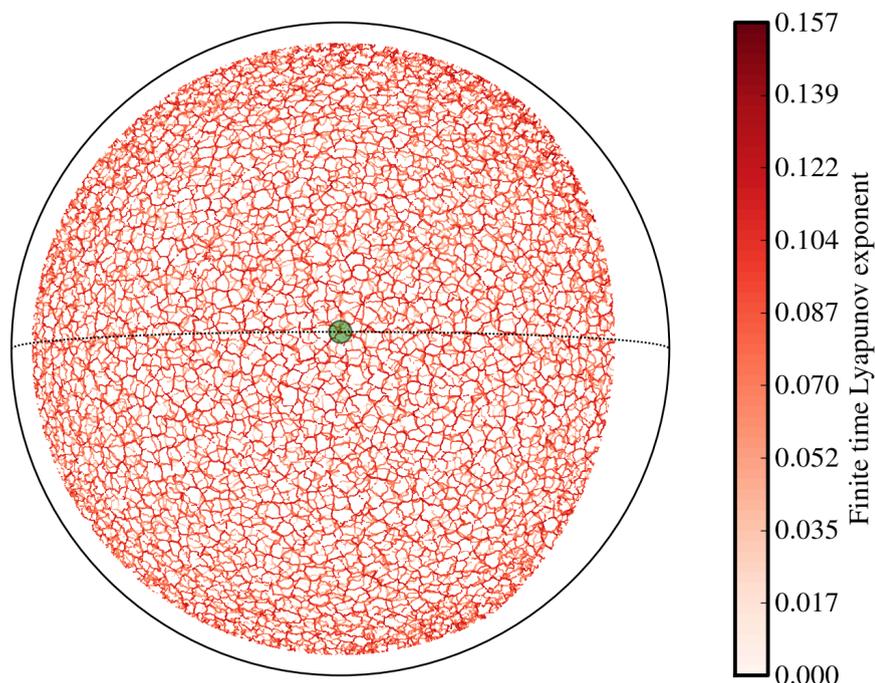
transport inaccessible aux analyses plus anciennes.

Afin de caractériser le transport des scalaires passifs, nous avons utilisé deux techniques. La première consiste à étudier la formation de structures lagrangiennes cohérentes (LCS en anglais), qui sont les régions de l'écoulement dans lesquelles se concentrent des scalaires passifs, et qui sont souvent interprétées comme des barrières de transport. L'analyse de telles structures est notamment couramment utilisée en sciences atmosphériques et océanographiques, où elle permet d'identifier des zones d'accumulation ou de déplétions de certains gaz comme l'ozone, de contaminants chimiques, ou du plancton marin. Techniquement, on peut calculer ce genre de structures en utilisant la trajectoire lagrangienne de scalaires passifs advectés par le champ de vitesse eulérien (déterminé dans notre cas par la CST) pour calculer une carte d'exposants de Lyapunov à temps fini (FTLE en anglais) associée à la séparation relative des scalaires lors de leur évolution. Le lieu géométrique des maxima des FTLEs positifs calculés à partir d'une intégration des trajectoires des scalaires en remontant le temps correspond notamment aux zones d'accumulation maximale des traceurs aux temps positifs. Cette analyse fournit dans le cas solaire une cartographie dynamique de la formation du réseau magnétique photosphérique et des informations détaillées sur le transport du champ magnétique à la surface. Au-delà de l'intérêt manifeste de cette analyse pour comprendre la dynamique du champ magnétique à la surface solaire, ce problème offre un exemple unique à ma connaissance, et avec une résolution inégalée, de transport global d'un scalaire passif par un écoulement turbulent à la surface d'une sphère.

Une analyse de ce type, motivée par le problème du chauffage coronal, avait déjà été effectuée sur des champs locaux et des temps significativement plus courts par Yeates *et al.* (2012) puis Chian *et al.* (2014) à partir de données du satellite Hinode. Etant le seul groupe au monde avec les outils d'analyse nécessaires pour effectuer ce type d'analyse à l'échelle globale du soleil en utilisant les données SDO, nous sommes récemment parvenus à porter l'exercice à une échelle industrielle. Une telle analyse globale du problème est évidemment particulièrement attractive dans la mesure où elle permet une caractérisation statistique et dynamique à la fois plus précise et plus générale de la structuration du champ magnétique en réseau et de son transport à grande échelle au cours du temps. La figure 2.10 montre un exemple de calcul global sur 24 h de FTLEs positifs sur la surface complète du Soleil, obtenu à partir de champs de vitesse dérivés par l'analyse CST-Doppler des données du satellite SDO, ainsi qu'un calcul local des FTLEs à temps positifs et négatifs sur 12 h sur un champ plus restreint de quelques dizaines de milliers de kilomètres. Ce dernier calcul a été effectué à partir de champs de vitesse dérivés par l'analyse CST (sur un petit champ de vue) de données locales du satellite HINODE, et non de données SDO.

Cette figure et la figure 2.3, sur lesquelles il est intéressant de zoomer pour bien mesurer la résolution spatiale de ces analyses globales, illustrent je crois à elles seules parfaitement le potentiel très important des observations SDO pour l'étude

(a)



(b)

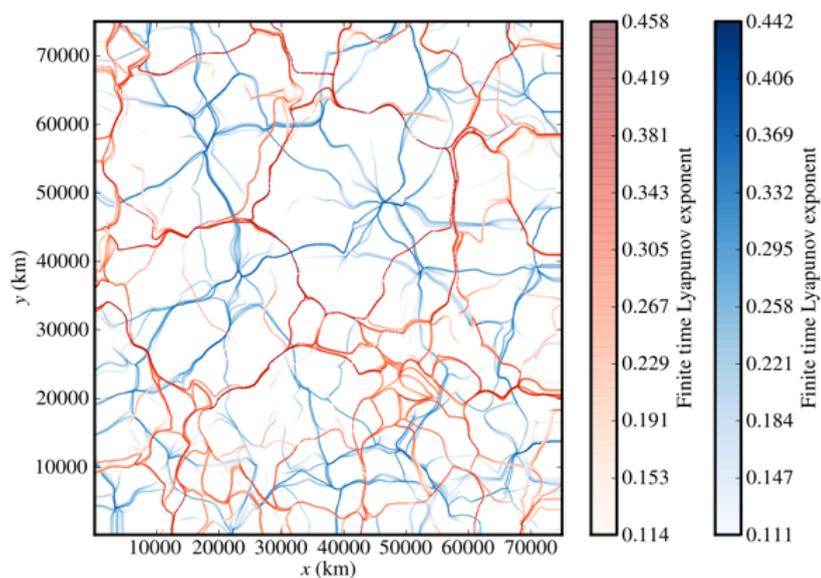


FIGURE 2.10 – (a) Exemple de distribution globale de FTLEs sur  $T = 24$  h, calculée à partir d'un écoulement horizontal photosphérique dérivé de données SDO de 2010. Les exposants sont mesurés en dimensions d'heure<sup>-1</sup>. Le cercle vert correspond à la taille typique d'un supergranule. (b) Exemple de distribution locale de FTLEs calculés sur  $T = 12$  h à partir de champs de vitesse dérivés de données Hinode de 2007 (rouges : exposants à temps positif, bleu : exposants à temps négatif). Un seuil est appliqué aux cartes de couleur pour mettre en avant les lieux d'extrema du champ de FTLE.

statistique de problèmes de dynamique magnétique solaire comme celui de la dynamo ou du chauffage coronal, et plus généralement leur potentiel pour l'étude de problèmes fondamentaux de turbulence MHD dans des régimes inaccessibles en laboratoire. La figure 2.10 montre notamment que les structures lagrangiennes cohérentes, où se concentrent les scalaires et dont les cartes ci-dessus ont été calculées par une procédure mathématique indirecte, coïncident de manière spectaculaire avec l'échelle de la supergranulation solaire, et avec le réseau magnétique dans lequel se concentrent les champs magnétiques du Soleil calme. Ces résultats démontrent donc s'il en était besoin le rôle fondamental joué par la supergranulation solaire dans le transport du champ magnétique en surface.

En utilisant les données de 2018, notre étudiant Paul Barrère a pu l'an dernier pousser ce genre de calcul jusqu'à 6 jours complets d'intégration des trajectoires des traceurs, bien que sur un champ de vue plus réduit en raison des problèmes de projection et de rotation du Soleil. Ses résultats sont illustrés sur la figure 2.11. Pour donner une idée, le calcul de ce genre de carte demande environ 24 h de calcul de temps réel sur un ordinateur portable actuel pour faire advecter une grille de scalaires passifs de  $1024^2$  scalaires, auquel il faut ajouter environ une semaine de temps de calcul sur le supercalculateur de l'université de Toulouse pour la réduction de données du champ de vitesse sur 6 jours par l'analyse CST-Doppler. Autrement dit, le temps de calcul nécessaire pour une telle analyse observationnelle est globalement équivalent à celui d'une simulation numérique actuelle de MHD en trois dimensions et à une résolution honnête.

À partir de cette carte, nous avons ensuite estimé un coefficient de diffusion magnétique turbulent horizontal  $D_{\text{LCS}}$  de l'écoulement. Pour cela, Paul a calculé l'échelle intégrale  $L_\lambda$  du spectre en harmoniques sphériques de cette carte, ainsi que la valeur  $\lambda_{\text{rms}}$  des FTLEs sur l'ensemble de la carte. Une estimation dimensionnelle du coefficient  $D_{\text{LCS}}$  est alors donnée par

$$D_{\text{LCS}} = L_\lambda^2 \lambda_{\text{rms}} = 3 \times 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} . \quad (2.15)$$

Je reviendrai sur cette estimation un peu plus tard.

Une autre méthode plus traditionnelle pour estimer la diffusion magnétique turbulente consiste à mesurer l'évolution au cours du temps de l'écart  $\Delta|x|^2$  entre des scalaires passifs initialement voisins, moyenné sur un grand nombre de paires de scalaires, et à essayer de représenter le résultat par une loi de puissance,

$$\langle \Delta|x|^2 \rangle \sim Dt_0 (t/t_0)^\gamma . \quad (2.16)$$

Le cas  $\gamma = 1$  correspond à un comportement diffusif associé à une marche aléatoire,  $\gamma > 1$  à un régime dit super-diffusif, et  $\gamma < 1$  à un régime sous-diffusif. La figure 2.12 montre le résultat de l'analyse de Paul sur la base du calcul de l'évolution lagrangienne de notre grille de scalaires passifs.

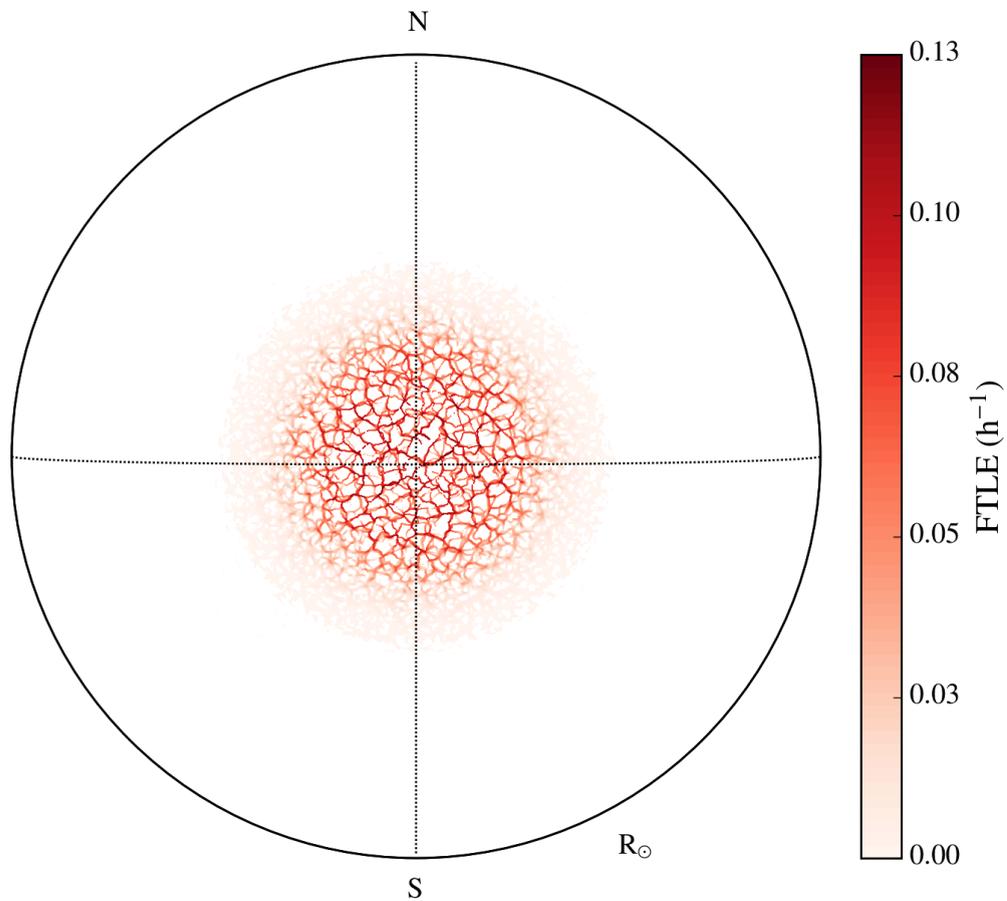


FIGURE 2.11 – Carte des exposants de Lyapunov à temps fini à  $T = 6$  jours, calculée à partir de l'évolution temporelle de la composante horizontale d'un écoulement de convection turbulente à la surface du Soleil dérivé de données SDO de 2018. Une comparaison avec la figure 2.10a) montre que la taille caractéristique des structures lagrangiennes cohérentes obtenue sur  $T = 6$  jours est supérieure à celle obtenue sur  $T = 24$  h.

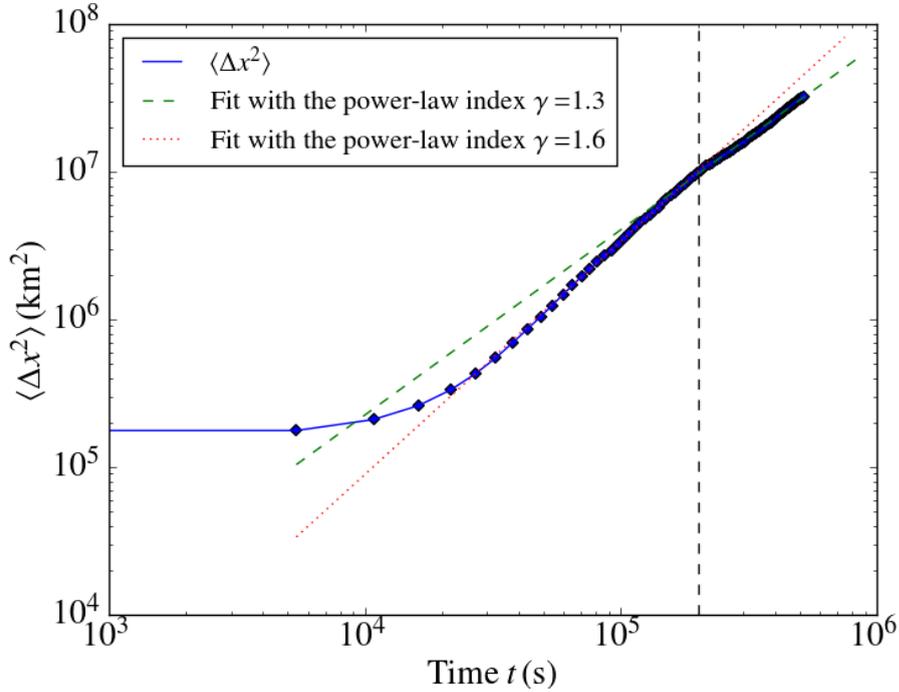


FIGURE 2.12 – Évolution de l'écart moyen caractéristique entre scalaires passifs advectés par l'écoulement de convection photosphérique réduit des données SDO de 2018, pour un temps d'intégration des trajectoires allant jusqu'à 6 jours. La ligne verticale correspond à 48 heures d'intégration.

Trois résultats notables émergent de cette analyse préliminaire :

1. on observe une transition d'un régime fortement super-diffusif à un régime plus proche de la diffusion après un temps de transition  $t_0 \simeq 48$  h ;
2. le comportement observé est toujours super-diffusif ( $\gamma = 1.6$  pour  $t < t_0$ ,  $\gamma = 1.3$  pour  $t > t_0$ );,
3. l'estimation du coefficient de diffusion d'après la formule (2.16) donne

$$D \simeq 5 \times 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} . \quad (2.17)$$

La nature super-diffusive du transport n'est pas complètement étonnante, notamment aux temps inférieurs à  $t_0$ . En effet, ce temps correspond au temps typique de corrélation des structures convectives supergranulaires qui dominent ici le processus d'advection. Pour des temps inférieurs à ce temps de corrélation, on s'attend donc à des trajectoires de scalaires d'abord plutôt ballistiques et directes, et donc superdiffusives (advection jusqu'à la périphérie des cellules de convection). Cette phase est suivie par une phase plus ou moins longue au cours de laquelle le transport « radial » est bloqué, les scalaires circulant uniquement en périphérie des supergranules, qui agissent alors comme une barrière de transport temporaire. Il faut alors attendre un temps de décorrélation typique de l'écoulement

pour que les scalaires soient libérés et puissent continuer à se séparer plus significativement. Sur ces temps supérieurs à  $t_0$ , on s'attend à commencer à voir des effets de marche aléatoire, et donc à se rapprocher d'un régime diffusif, sans pour autant nécessairement pouvoir vraiment l'atteindre sur un temps relativement court d'intégration des trajectoires lagrangiennes, de l'ordre de 2 à 3 temps de corrélation de l'écoulement seulement. Sur ce point, il faut cependant noter qu'aucune analyse statistique observationnelle de ce type n'avait pu être effectuée jusqu'à présent sur des temps aussi longs et n'avait donc pu explorer le régime de transport sur des temps supérieurs au temps de corrélation de l'écoulement. On remarquera enfin que le coefficient de diffusion déterminé par la deuxième méthode est plus faible, mais sa détermination semble aussi plus quantitative et robuste que l'analyse basée sur l'estimation de la taille des structures lagrangiennes et la valeur r.m.s. des FTLEs.

Ces résultats sont particulièrement intéressants du point de vue du problème de la dynamo solaire globale, dans lequel la diffusion magnétique turbulente joue un rôle très important. Notre estimation observationnelle du coefficient de diffusion valide en particulier certaines valeurs utilisées à la surface dans des modèles de champ moyen de dynamo solaire (voir par exemple Rempel 2006), et est également compatible avec les coefficients de transports dérivés de simulations MHD 3D par les méthodes dites de test-field (voir par exemple Simard *et al.* 2016).

Au total, et même s'il reste encore du travail à effectuer pour valider cette analyse, les premiers résultats me semblent très encourageants. Comme je l'ai fait remarquer précédemment, le potentiel d'application de ces analyses de données SDO me semble très important et pourrait par exemple également s'avérer utile dans le cadre de la compréhension des mécanismes MHD de chauffage coronal en permettant de cartographier sur l'ensemble du Soleil, et avec une grande statistique, les lieux de concentration magnétique dans lesquels des phénomènes de micro-reconnexion ou des ondes MHD se propageant ensuite plus haut dans l'atmosphère sont susceptibles d'être excités stochastiquement.

## 2.7 Conclusions

Pour conclure cette partie, j'espère avoir réussi à montrer ici que les travaux solaires observationnels, numériques et théoriques de notre équipe toulousaine réalisés au cours des quinze dernières années ont contribué à faire évoluer sensiblement notre compréhension globale de la dynamique de la convection solaire turbulente de surface et du phénomène de supergranulation.

Les travaux encore en cours sur les processus de transport turbulent du champ magnétique ouvrent quant à eux des perspectives intéressantes pour comprendre

ses mécanismes de structuration au niveau de la photosphère, ce qui en retour pourrait contribuer à améliorer notre compréhension des mécanismes de génération du champ magnétique solaire global et du chauffage de la couronne.

D'un point de vue astrophysique plus général, je pense que ce que nous avons découvert sur le problème de la convection solaire, notamment sur les phénomènes d'auto-organisation non-linéaire multi-échelle de la convection thermique turbulente, offre un exemple particulièrement marquant et pertinent des capacités d'auto-organisation dynamique des systèmes fluides fortement hors-équilibre. De ce point de vue, la prééminence du phénomène dynamique de la supergranulation à la surface solaire suggère qu'il est fondamental d'identifier et d'étudier soigneusement les phénomènes dynamiques non-linéaires suspectés d'être actifs dans les nombreux systèmes astrophysiques où se développent des instabilités hydrodynamiques ou MHD, pour parvenir à en comprendre les comportements dynamiques et énergétiques. Je reviendrai d'ailleurs plus amplement sur ce point tout au long du prochain chapitre.

Enfin, au-delà de l'astrophysique, il me semble important de souligner que les travaux présentés ici ont également contribué à l'émergence d'idées nouvelles sur le problème fluide plus fondamental de la phénoménologie des lois d'échelle de la convection turbulente, notamment dans les systèmes à grand rapport d'aspect, idées qui méritent d'être creusées plus profondément à l'avenir.



# Mesoscale flows in large aspect ratio simulations of turbulent compressible convection

F. Rincon, F. Lignières, and M. Rieutord

Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, UMR CNRS 5572, Observatoire Midi-Pyrénées, 14 avenue É. Belin, 31400 Toulouse, France  
e-mail: [rincon@ast.obs-mip.fr](mailto:rincon@ast.obs-mip.fr)

Received 23 August 2004 / Accepted 19 December 2004

**Abstract.** We present the results of a very large aspect ratio ( $A = 42.6$ ) numerical simulation of fully compressible turbulent convection in a polytropic atmosphere, and focus on the properties of large-scale flows. Mesoscale patterns dominate the turbulent energy spectrum. We show that these structures, which had already been observed in Boussinesq simulations by Cattaneo et al. (2001), have a genuine convective origin and do not result directly from collective interactions of the smaller scales of the flow, even though their growth is strongly affected by nonlinear transfers. If this result is relevant to the solar photosphere, it suggests that the dominant convective mode below the Sun's surface may be at mesoscales.

**Key words.** Sun: granulation – convection – turbulence

## 1. Introduction

The origin of solar photospheric flows on horizontal scales larger than granulation ( $\ell \sim 1000$  km) has been a puzzling problem for more than forty years, when supergranulation ( $\ell \sim 30\,000$  km) was discovered by Hart (1954) and later on confirmed by Simon & Leighton (1964). Even though recent breakthroughs in the field of supergranulation imaging have been made thanks to the emergence of local helioseismology techniques (Duvall & Gizon 2000) and the results of the MDI instrument (Hathaway et al. 2000), its origin is still unclear. The existence of an intermediate scale, mesogranulation ( $\ell \sim 8000$  km), is also a matter of debate (Hathaway et al. 2000; Shine et al. 2000; Rieutord et al. 2000; Lawrence et al. 2001).

Meso and supergranulation have long been believed to be due to Helium deep recombinations driving cell-like convection. This view now appears to be out of date (Rast 2003). Several numerical experiments of convection (Cattaneo et al. 1991; Stein & Nordlund 2000) at moderate aspect ratio ( $A$  is the ratio of the box width to its depth) have shown a tendency of long-lived large-scale flows to form in depth. Using large aspect ratio ( $A = 20$ ) simulations of Boussinesq convection, Cattaneo et al. (2001) have suggested that mesogranulation may result from nonlinear interactions of granules (see also Rast 2003). A large scale instability (Gama et al. 1994) of granules has also been proposed by Rieutord et al. (2000) to explain supergranulation. Local numerical simulations at  $A = 10$  (Rieutord et al. 2002) did not confirm it. DeRosa et al. (2002), using spherical simulations, have computed flows down to supergranular scales. Actually, the emergence of the three distinct

scales of granulation, mesogranulation, and supergranulation in the surface layers, among the observed *continuum* of scales, remains a fully open problem that still deserves much work.

In this Letter, we report new results on three-dimensional numerical simulations of fully compressible turbulent convection in a rectangular box with very large aspect ratio  $A = 42.6$ . This configuration allows us to study accurately the turbulent dynamics at horizontal scales between granulation and supergranulation, which have not been covered by previous numerical simulations. A compressible fluid is used to provide a more realistic model of photospheric convection than a Boussinesq fluid. Also, density stratification should attenuate the effect of an artificial bottom boundary (Nordlund et al. 1994).

In Sect. 2 we present our numerical setup and physical model. Section 3 is devoted to the analysis of the flow. The main consequences of the results are discussed in Sect. 4, which is followed by a short conclusion.

## 2. Numerical model and run parameters

For the purpose of our investigations we use a code designed to solve the fully compressible hydrodynamic equations for a perfect gas (e.g. Cattaneo et al. 1991) in cartesian geometry. Constant dynamical viscosity and thermal conductivity are assumed. A constant thermal flux is imposed at the bottom, while temperature is held fixed at the surface. The velocity field satisfies stress-free impenetrable boundary conditions. The initial state is a  $m = 1$  polytropic atmosphere ( $\gamma = 5/3$ ) with small random velocity  $\mathbf{v}$ , temperature  $\theta$ , and density  $\rho$  perturbations. The initial density contrast between the bottom and top plates is 3, a value for which most of the features of stratification

# Anisotropy, inhomogeneity and inertial-range scalings in turbulent convection

By FRANÇOIS RINCON

Observatoire Midi-Pyrénées, UMR 5572, Université Paul Sabatier et CNRS, F-31400 Toulouse, France

(Received 26 September 2005 and in revised form 25 January 2006)

This paper provides a detailed study of turbulent statistics and scale-by-scale budgets in turbulent Rayleigh–Bénard convection. It aims at testing the applicability of Kolmogorov and Bolgiano theories in the case of turbulent convection and at improving the understanding of the underlying inertial-range scalings, for which a general agreement is still lacking. Particular emphasis is laid on anisotropic and inhomogeneous effects, which are often observed in turbulent convection between two differentially heated plates. For this purpose, the  $SO(3)$  decomposition of structure functions and a method of description of inhomogeneities are used to derive inhomogeneous and anisotropic generalizations of Kolmogorov and Yaglom equations applying to Rayleigh–Bénard convection, which can be extended easily to other types of anisotropic and/or inhomogeneous flows. The various contributions to these equations are computed in and off the central plane of a convection cell using data produced by a direct numerical simulation of turbulent Boussinesq convection at  $Ra = 10^6$  and  $Pr = 1$  with aspect ratio  $A = 5$ . The analysis of the isotropic part of the Kolmogorov equation demonstrates that the shape of the third-order velocity structure function is significantly influenced by buoyancy forcing and large-scale inhomogeneities, while the isotropic part of the mixed third-order structure function  $\langle(\Delta\theta)^2\Delta\mathbf{u}\rangle$  appearing in the Yaglom equation exhibits a clear scaling exponent 1 in a small range of scales. The magnitudes of the various low  $\ell$  degree anisotropic components of the equations are also estimated and are shown to be comparable to their isotropic counterparts at moderate to large scales. The analysis of anisotropies notably reveals that computing reduced structure functions (structure functions computed at fixed depth for correlation vectors  $\mathbf{r}$  lying in specific planes only) in order to reveal scaling exponents predicted by isotropic theories is misleading in the case of fully three-dimensional turbulence in the bulk of a convection cell, since such quantities involve linear combinations of different  $\ell$  components which are not negligible in the flow. This observation also indicates that using single-point measurements together with the Taylor hypothesis in the particular direction of a mean flow to test the predictions of asymptotic dimensional isotropic theories of turbulence or to calculate intermittency corrections to these theories may lead to significant bias for mildly anisotropic three-dimensional flows. A qualitative analysis is finally used to show that the influence of buoyancy forcing at scales smaller than the Bolgiano scale is likely to remain important up to  $Ra = 10^9$ , thus preventing Kolmogorov scalings from showing up in convective flows at lower Rayleigh numbers.

---

## 1. Introduction

The quest for inertial range scaling laws in turbulent convection has been very active in recent years (e.g. Chillá *et al.* 1993; Benzi *et al.* 1994; Calzavarini *et al.*

# Exact scaling laws and the local structure of isotropic magnetohydrodynamic turbulence

T. A. YOUSEF, F. RINCON AND A. A. SCHEKOCHIHIN

Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge,  
Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, UK

(Received 24 July 2006 and in revised form 22 November 2006)

This paper examines the consistency of the exact scaling laws for isotropic magnetohydrodynamic (MHD) turbulence in numerical simulations with large magnetic Prandtl numbers  $P_m$  and with  $P_m = 1$ . The exact laws are used to elucidate the structure of the magnetic and velocity fields. Despite the linear scaling of certain third-order correlation functions, the situation is not analogous to the case of Kolmogorov turbulence. The magnetic field is adequately described by a model of a stripy (folded) field with direction reversals at the resistive scale. At currently available resolutions, the cascade of kinetic energy is short-circuited by the direct exchange of energy between the forcing-scale motions and the stripy magnetic fields. This non-local interaction is the defining feature of isotropic MHD turbulence.

## 1. Introduction

What is the structure of the saturated state of isotropic magnetohydrodynamic (MHD) turbulence? This is possibly the oldest question in the theory of MHD turbulence (Batchelor 1950) – the answer to which is fundamentally important to our understanding of cosmic magnetism (see e.g. the review by Schekochihin & Cowley 2006, and references therein). The problem can be posed in the following way. Consider the equations of incompressible MHD:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B} + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{u} + \eta \Delta \mathbf{B}, \quad (1.2)$$

where  $\mathbf{u}$  is the velocity,  $\mathbf{B}$  the magnetic field,  $p$  the total pressure determined by the incompressibility condition  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ ,  $\mathbf{f}$  a body force,  $\nu$  viscosity and  $\eta$  magnetic diffusivity (we use units in which  $p$  is scaled by  $\rho$  and  $\mathbf{B}$  by  $\sqrt{4\rho}$ , where  $\rho = \text{const}$  is the density of the medium). The evolution equations for the kinetic and magnetic energies are

$$\frac{d}{dt} \frac{\langle u^2 \rangle}{2} = -\langle \mathbf{B} \mathbf{B} : \nabla \mathbf{u} \rangle - \nu \langle |\nabla \mathbf{u}|^2 \rangle + \epsilon, \quad (1.3)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\langle B^2 \rangle}{2} = \langle \mathbf{B} \mathbf{B} : \nabla \mathbf{u} \rangle - \eta \langle |\nabla \mathbf{B}|^2 \rangle, \quad (1.4)$$

where  $\langle \dots \rangle$  means volume averaging and  $\epsilon = \langle \mathbf{u} \cdot \mathbf{f} \rangle$  is the average injected power per unit volume (formally speaking,  $\epsilon$  depends on  $\mathbf{u}$  and cannot be predicted in advance unless  $\mathbf{f}$  is a white noise in time, in which case,  $\epsilon$  is fixed, making white-noise forcing an attractive modelling choice). The forcing acts at the system scale  $\ell_0$  and we shall

# Mesoscale dynamics on the Sun's surface from HINODE observations

Th. Roudier<sup>1</sup>, M. Rieutord<sup>1,2</sup>, D. Brito<sup>1,3</sup>, F. Rincon<sup>2</sup>, J. M. Malherbe<sup>4</sup>, N. Meunier<sup>5</sup>, T. Berger<sup>6</sup>, and Z. Frank<sup>6</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 57 avenue d'Azereix, 65000 Tarbes, France  
e-mail: roudier@ast.obs-mip.fr

<sup>2</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>3</sup> Laboratoire de Modélisation et d'Imagerie en Géosciences, Université de Pau et des Pays de l'Adour, CNRS, Avenue de l'Université, 64013 Pau Cedex, France

<sup>4</sup> LESIA, Observatoire de Paris, Section de Meudon, 92195 Meudon, France

<sup>5</sup> LAOG, CNRS, Université Joseph Fourier, BP 43, 38041 Grenoble Cedex, France

<sup>6</sup> Lockheed Martin Advance Technology Center, Palo Alto, CA, USA

Received 7 October 2008 / Accepted 16 December 2008

## ABSTRACT

**Aims.** The interactions of velocity scales on the Sun's surface, from granulation to supergranulation are still not understood, nor are their interaction with magnetic fields. We thus aim at giving a better description of dynamics in the mesoscale range which lies between the two scales mentioned above.

**Methods.** We analyse a 48 h high-resolution time sequence of the quiet Sun photosphere at the disk center obtained with the Solar Optical Telescope onboard Hinode. The observations, which have a field of view of  $100'' \times 100''$ , typically contain four supergranules. We monitor in detail the motion and evolution of granules as well as those of the radial magnetic field.

**Results.** This analysis allows us to better characterize Trees of Fragmenting Granules issued from repeated fragmentation of granules, especially their lifetime statistics. Using floating corks advected by measured velocity fields, we show their crucial role in the advection of the magnetic field and in the build up of the network. Finally, thanks to the long duration of the time series, we estimate that the turbulent diffusion coefficient induced by horizontal motion is approximately  $430 \text{ km}^2 \text{ s}^{-1}$ .

**Conclusions.** These results demonstrate that the long living families contribute to the formation of the magnetic network and suggest that supergranulation could be an emergent length scale building up as small magnetic elements are advected and concentrated by TFG flows. Our estimate for the magnetic diffusion associated with this horizontal motion might provide a useful input for mean-field dynamo models.

**Key words.** Sun: atmosphere – Sun: granulation – Sun: magnetic fields

## 1. Introduction

The transport and evolution of magnetic flux over the solar surface are linked to the turbulent flows developing within the solar convection zone. Indeed, magnetic fields are observed in complex and hierarchical structures covering widely different scales which emerge and disappear on the time-scales of turbulent convective patterns. This continual reconfiguration of surface magnetism by surface flows plays a significant role in determining the topology and evolution of coronal magnetic fields. It may notably influence the triggering of eruptive events such as flares or sudden disappearance of solar filaments. Hence, understanding the distribution and transport of magnetic flux at the solar surface is of primary importance to describe many aspects of solar magnetism.

To reproduce the surface distribution of magnetic flux, different types of processes are included in models: active regions dynamics, differential rotation, meridional circulation and diffusion across the supergranular network (Ossendrijver 2003). Supergranules are known to dominate the evolution and diffusion of surface magnetic fields underlying coronal and heliospheric fields, as evidenced by the structure of both active and quiet magnetic networks. They are distributed over the entire

solar surface, indicating that the corresponding velocity field is always present to carry magnetic flux. Moreover, evidence of connections between supergranulation, interplanetary magnetic field and solar energetic particules has been demonstrated with measurements of ions from the impulsive solar Flare with the advanced composition explorer (ACE) spacecraft and numerical simulations of the propagation of energetic particles (Giacalone et al. 2000). Solar wind outflow sources have also been located, with the SUMER/SOHO instrument, along the boundaries and boundary intersections of the magnetic network, which delineates supergranulation (Hassler et al. 1999). More recently, Aiouaz (2008) reported evidence of continuous reconnections at the boundaries of the supergranular network lanes in the quiet Sun and coronal holes. He proposed a scenario involving reconnections between the strong network magnetic field at supergranule boundaries and the continuously advected weak field from the supergranular cell interior. From many points of view, it therefore seems essential to have a good understanding of supergranular flows to construct accurate models of surface and atmospheric magnetic activity of the Sun.

Supergranulation is usually assumed to be the surface imprint of deeper convective motion. Why this scale is so prominent amongst all the continuum of scales remains unexplained.

# On the power spectrum of solar surface flows

M. Rieutord<sup>1</sup>, T. Roudier<sup>1</sup>, F. Rincon<sup>1</sup>, J.-M. Malherbe<sup>2</sup>, N. Meunier<sup>3</sup>, T. Berger<sup>4</sup>, and Z. Frank<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 avenue E. Belin, 31400 Toulouse, France  
e-mail: [rieutord,roudier,rincon]@ast.obs-mip.fr

<sup>2</sup> LESIA, Observatoire de Paris, Section de Meudon, 92195 Meudon, France  
e-mail: Jean-Marie.Malherbe@obspm.fr

<sup>3</sup> LAOG, Université Joseph Fourier, CNRS, BP 43, 38041 Grenoble Cedex, France  
e-mail: nmeunier@obs.ujf-grenoble.fr

<sup>4</sup> Lockheed Martin Advance Technology Center, Palo Alto, CA, USA  
e-mail: [berger;zoe]@lmsal.com

Received 16 September 2009 / Accepted 20 November 2009

## ABSTRACT

**Context.** The surface of the Sun provides us with a unique and very detailed view of turbulent stellar convection. Studying its dynamics can therefore help us make significant progress in stellar convection modelling. Many features of solar surface turbulence like the supergranulation are still poorly understood.

**Aims.** The aim of this work is to give new observational constraints on these flows by determining the horizontal scale dependence of the velocity and intensity fields, as represented by their power spectra, and to offer some theoretical guidelines to interpret these spectra.

**Methods.** We use long time-series of images taken by the Solar Optical Telescope (SOT) on board the Hinode satellite; we reconstruct both horizontal (by granule tracking) and vertical (by Doppler effect) velocity fields in a field-of-view of  $\sim 75 \times 75 \text{ Mm}^2$ . The dynamics in the subgranulation range can be investigated with unprecedented precision thanks to the absence of seeing effects and the use of the modulation transfer function of SOT for correcting the spectra.

**Results.** At small subgranulation scales down to 0.4 Mm the spectral density of kinetic energy associated with vertical motions exhibits a  $k^{-10/3}$ -like power law, while the intensity fluctuation spectrum follows either a  $k^{-17/3}$  or a  $k^{-3}$ -like power law at the two continuum levels investigated (525 and 450 nm respectively). We discuss the possible physical origin of these scalings and interpret the combined presence of  $k^{-17/3}$  and  $k^{-10/3}$  power laws for the intensity and vertical velocity as a signature of buoyancy-driven turbulent dynamics in a strongly thermally diffusive regime. In the mesogranulation range and up to a scale of 25 Mm, we find that the amplitude of the vertical velocity field decreases like  $\lambda^{-3/2}$  with the horizontal scale  $\lambda$ . This behaviour corresponds to a  $k^2$  spectral power law. Still in the 2.5–10 Mm mesoscale range, we find that intensity fluctuations in the blue continuum also follow a  $k^2$  power law. In passing we show that granule tracking cannot sample scales below 2.5 Mm. We finally further confirm the presence of a significant supergranulation energy peak at 30 Mm in the horizontal velocity power spectrum and show that the emergence of a pore erases this spectral peak. We tentatively estimate the scale height of the vertical velocity field in the supergranulation range and find 1 Mm; this value suggests that supergranulation flows are shallow.

**Key words.** convection – turbulence – sun: photosphere

## 1. Introduction

A complete understanding of thermal convection in stars remains one of the main challenges of present day astrophysics. The Sun offers an unsurpassed detailed view to address this question. Solar convection is highly non-linear – typical Reynolds numbers are over  $10^{10}$  – making fully detailed direct numerical simulations down to the viscous dissipation scales unaffordable. In spite of this difficulty, some observed features of solar convection like for instance granulation are rather well understood (e.g. Stein & Nordlund 2000). Dynamical features at larger scales like the supergranulation pattern are much less understood. Supergranulation is characterised by a horizontal velocity field spanning scales from 15 Mm to 75 Mm according to the recent work of Rieutord et al. (2008). Despite several attempts, supergranulation has not been identified in large-eddy or direct numerical simulations (e.g. Rieutord et al. 2002; Rincon et al. 2005; Stein et al. 2009). Its origin remains unknown,

although some scenarios have been proposed. The classical picture (Simon & Leighton 1964) is a linear thermal convection scenario which associates supergranulation cells with the second ionisation of helium. Other scenarios put forward the idea that supergranulation is a surface phenomenon, as actually indicated by the recent results of local helioseismology (Gizon & Birch 2005). Rieutord et al. (2000) suggested that it could be the result of a large-scale instability of surface granular convection. Rincon & Rieutord (2003) proposed that some fixed flux boundary condition is imposed by the granulation to the layers just below: with these boundary conditions, the buoyancy destabilises the largest available scales. The associated convective motions have a fairly low intensity contrast (van der Borgh 1974), very much like supergranulation cells (Meunier et al. 2007). Rincon & Rieutord (2003) further showed that an effective finite but large horizontal convection scale can be obtained in this framework by considering the dynamical effects of a mean magnetic field on the flow. Collective plume interactions

# Supergranulation and multiscale flows in the solar photosphere

## Global observations vs. a theory of anisotropic turbulent convection

F. Rincon<sup>1,2</sup>, T. Roudier<sup>1,2</sup>, A. A. Schekochihin<sup>3,4</sup>, and M. Rieutord<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Université de Toulouse, UPS-OMP, IRAP, 31400 Toulouse, France  
e-mail: frincon@irap.omp.eu

<sup>2</sup> CNRS; IRAP; 14 avenue Édouard Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>3</sup> The Rudolf Peierls Centre for Theoretical Physics, University of Oxford, 1 Keble Road, Oxford, OX1 3NP, UK

<sup>4</sup> Merton College, Oxford OX1 4JD, UK

Received 19 September 2016 / Accepted 24 December 2016

### ABSTRACT

The Sun provides us with the only spatially well-resolved astrophysical example of turbulent thermal convection. While various aspects of solar photospheric turbulence, such as granulation (one-Megameter horizontal scale), are well understood, the questions of the physical origin and dynamical organization of larger-scale flows, such as the 30-Megameters supergranulation and flows deep in the solar convection zone, remain largely open in spite of their importance for solar dynamics and magnetism. Here, we present a new critical global observational characterization of multiscale photospheric flows and subsequently formulate an anisotropic extension of the Bolgiano-Obukhov theory of hydrodynamic stratified turbulence that may explain several of their distinctive dynamical properties. Our combined analysis suggests that photospheric flows in the horizontal range of scales between supergranulation and granulation have a typical vertical correlation scale of 2.5 to 4 Megameters and operate in a strongly anisotropic, self-similar, nonlinear, buoyant dynamical regime. While the theory remains speculative at this stage, it lends itself to quantitative comparisons with future high-resolution acoustic tomography of subsurface layers and advanced numerical models. Such a validation exercise may also lead to new insights into the asymptotic dynamical regimes in which other, unresolved turbulent anisotropic astrophysical fluid systems supporting waves or instabilities operate.

**Key words.** Sun: photosphere – Sun: interior – convection – turbulence – instabilities

## 1. Introduction

The solar photosphere is the stage of many spectacular (magneto-)hydrodynamic phenomena and it provides us with a unique observationally well-resolved example of strongly nonlinear thermal convection, one of the most common fluid instabilities and transport processes encountered in nature and astrophysics (Kupka et al. 2007). While some aspects of solar thermal turbulence, such as granulation, are now well understood (Nordlund et al. 2009), we still lack definitive answers to many important questions, such as how the turbulence organizes on large scales, and how it interacts with and amplifies magnetic fields or transports quantities such as angular momentum or magnetic flux (Miesch 2005; Charbonneau 2014).

The most direct observational characterization of flows connected to the solar convection zone at scales larger than the granulation has been achieved through measurements of Doppler-projected velocities at the photospheric level. In particular, even a simple visual inspection of Doppler images of the quiet Sun clearly reveals the pattern of supergranulation flow “cells”, whose trademark signature is a peak around  $\ell \sim 120$ – $130$  (35 Megameters, Mm) in the spherical-harmonics energy spectrum of Doppler-projected velocities (Hathaway et al. 2000, 2015; Williams et al. 2014). The physical origin of this supergranulation is widely debated (Rieutord & Rincon 2010). In particular, while the idea that supergranulation-scale flows may just be a manifestation of some form of thermal convection has a long history, it has often been dismissed due

to the seeming lack of photometric intensity contrast at the same scales (Langfellner et al. 2016). Besides, there is as yet no general consensus on local helioseismic estimates of the amplitude, depth and structure of subsurface flows on this scale (Nordlund et al. 2009; Rieutord & Rincon 2010; Gizon et al. 2010; Švanda et al. 2013; Švanda 2015; DeGrave et al. 2014) – or in fact on any scale larger than that (see, e.g., Hanasoge et al. 2012; Gizon & Birch 2012; Hanasoge et al. 2016; Greer et al. 2015, 2016; Toomre & Thompson 2015). Numerical simulations of the problem have, until recently, also been quite limited. While their results have not led to clear-cut results and conclusions (see reviews by Miesch 2005; Nordlund et al. 2009; Rieutord & Rincon 2010), many of them suggest that meso- to supergranulation-scale flows have a convective (buoyant) origin (e.g., Rincon et al. 2005; Lord et al. 2014; Cossette & Rast 2016).

In this article, we attempt to make further progress on this problem using the high-quality observations of the solar photosphere provided by the Solar Dynamics Observatory (SDO) and a new theoretical analysis. In Sect. 2, we present a global observational analysis of multiscale photospheric vector flows reconstructed from quasi-full disc Doppler and photometric data from SDO using a tracking technique. This analysis subsequently leads us in Sect. 3 to formulate a theory of anisotropic turbulent convection that may explain several distinctive dynamical properties of these flows. As further argued in Sect. 4, the combined results consistently suggest that photospheric flows in the

# Chapitre 3

## Dynamo dans les disques d'accrétion et transition à la turbulence des écoulements cisailés

*Il faut encore avoir du chaos en soi pour pouvoir enfanter une étoile qui danse.*

Friedrich Nietzsche, *Ainsi parlait Zarathoustra*

### 3.1 Contexte général : les origines d'une collaboration interdisciplinaire

Dans le chapitre 2, nous nous sommes intéressés à l'étude de la convection thermique en interaction avec le champ magnétique dans un contexte de physique solaire. Mais, comme je l'ai évoqué précédemment, notre étoile représente en réalité un champ d'étude privilégié pour la compréhension plus générale de processus de turbulence MHD omniprésents en astrophysique – et tout particulièrement des problèmes d'amplification de champ magnétique par un effet de dynamo dans un fluide ou plasma. Par effet dynamo, j'entends ici un mécanisme dynamique fluide d'auto-amplification de l'énergie magnétique, qui permette *in fine* l'entretien du champ magnétique du système *dans son ensemble* (cette définition n'englobe donc pas par exemple le simple effet inductif d'étirement laminaire ou turbulent d'un champ magnétique ambiant imposé de manière externe).

Travailler sur la dynamique des fluides dans le contexte solaire m'a donc naturellement amené – bien aidé en cela par une opportunité professionnelle de post-doctorat avec Gordon Ogilvie et Michael Proctor au DAMTP de l'université de

Cambridge – à élargir rapidement après mon doctorat mes horizons de recherche à des problématiques de dynamo et de MHD astrophysique plus larges, et notamment à celle du magnétisme et de la turbulence dans les disques d'accrétion en rotation différentielle Keplerienne.

La sérendipité des rencontres scientifiques a également mis sur ma route au cours de cette période un partenaire de grande valeur humaine et scientifique, Carlo Cossu, dont une partie des activités de recherche se focalisaient alors sur la transition non-linéaire à la turbulence hydrodynamique dans les écoulements cisailés non-tournants. Cette rencontre, combinée à la sagesse et à la profondeur des idées de Gordon dont j'ai largement bénéficié au cours de toutes ces années, a marqué le début d'une longue collaboration entre nous sur différents problèmes de dynamo MHD et d'hydrodynamique des écoulements cisailés turbulents. Cette collaboration a pour finir fortement bénéficié à partir de 2008 des idées physiques et des compétences en simulation numérique hors du commun de Pierre-Yves Longaretti et de Geoffroy Lesur (IPAG). Tous ces travaux ont notamment abouti à deux thèses de doctorat, celle d'Antoine Riols, soutenue en 2014, sur la dynamo magnéto-rotationnelle dans les disques d'accrétion. et celle de Subendhu Rawat, soutenue en 2015, sur les processus non-linéaires auto-entretenus dans les écoulements de Couette et Poiseuille plans. Notre projet a également pu bénéficier du travail d'un troisième étudiant, Johann Herault, que nous avons accueilli dans le cadre d'un stage de Master 2 Recherche en 2010 (l'expérience acquise par Johann au cours de ce stage lui a notamment ensuite permis d'effectuer une thèse à l'ENS Paris).

L'objectif de ce chapitre est d'évoquer l'ensemble de ces activités de recherche collaboratives sur la dynamique MHD des écoulements cisailés Kepleriens et sur la stabilité hydrodynamique des écoulements cisailés, en mettant en avant les convergences physiques et méthodologiques entre les différents problèmes.

## **3.2 Instabilité magnéto-rotationnelle et dynamo dans les disques d'accrétion**

### **3.2.a Accrétion et instabilité magnéto-rotationnelle**

La dynamo magnéto-rotationnelle, que je souhaite évoquer en premier dans ce chapitre, est un processus dynamique MHD tri-dimensionnel non-linéaire, dont l'étude est intimement connectée à celle des processus d'accrétion et de génération des champs magnétiques astrophysiques. Les processus d'accrétion ont lieu dans les objets stellaires jeunes (young stellar objects, YSO en anglais), les systèmes binaires en interaction, notamment ceux impliquant un objet compact tel

qu'une naine blanche, et dans les noyaux actifs de galaxies. Ce processus se produit dans la plupart des cas par l'intermédiaire de la formation d'un disque d'accrétion dans un état fluide ou plasma (Pringle 1981, Papaloizou & Lin 1995, Lin & Papaloizou 1996, Frank *et al.* 2002, Hartmann 2009, Armitage 2010). Dans de tels systèmes, on observe des variations de luminosité temporelle sur des échelles de temps qui suggèrent que de la matière est accrétée sur l'objet central à des taux relativement importants. Afin d'expliquer ces taux d'accrétion, il est nécessaire, par le principe de conservation du moment cinétique total, que du moment cinétique vertical (perpendiculaire au disque) soit transporté efficacement vers l'extérieur du disque (Lynden-Bell & Pringle 1974, Balbus & Hawley 1998, Armitage 2010). Identifier et caractériser les mécanismes de transport associés constitue un des problèmes parmi les plus importants en dynamique des fluides astrophysiques (Balbus & Hawley 1998, Balbus 2003). On sait cependant que les taux d'accrétion observés ne peuvent pas s'expliquer par un simple processus de freinage visqueux microscopique de la matière en orbite, la viscosité cinématique  $\nu$  au sein des disques étant généralement extrêmement petite. Le nombre de Reynolds  $Re = H v_{\text{th}} / \nu$  associé à l'épaisseur du disque  $H$  et à la vitesse thermique (du son)  $v_{\text{th}} = \Omega H$  (où  $\Omega$  est le taux de rotation dans le disque) est en effet généralement estimé jusqu'à  $10^{14}$  dans de tels systèmes.

Le transport et la dissipation turbulentes sont donc naturellement un des mécanismes les plus plausibles dans ce contexte. Le mécanisme principalement associé à l'excitation de la turbulence dans les disques depuis une vingtaine d'années est une instabilité MHD appelée instabilité magnéto-rotationnelle (MRI, Balbus & Hawley 1991). Cette instabilité se produit dans des écoulements en rotation différentielle dont le taux de rotation  $\Omega(\mathbf{r}) = \Omega(r)\mathbf{e}_z$  décroît avec la distance  $r$  à l'axe de rotation (Velikhov 1959, Chandrasekhar 1960, Ji & Balbus 2013). L'écoulement Keplerien,  $\Omega(r) \propto 1/r^{3/2}$ , qui correspond au régime de rotation différentiel de disques d'accrétion astrophysiques minces en orbite autour d'un objet central massif, est le cas le plus étudié d'écoulement instable pour la MRI. L'instabilité tire son énergie du cisaillement de l'écoulement, mais nécessite la présence d'un champ magnétique  $\mathbf{B}$  agissant comme un médiateur de la dynamique par l'intermédiaire des effets de la tension magnétique sur le mouvement des particules fluides (Balbus & Hawley 1998). En conséquence, des perturbations en ondes planes de nombre d'onde  $\mathbf{k}$  sont uniquement instables pour la MRI lorsque  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} \neq 0$ . En présence d'un champ magnétique uniforme (représentant par exemple un champ magnétique à grande échelle créé par l'objet central accrétant) baignant l'ensemble de l'écoulement, la MRI prend la forme d'une instabilité fondamentalement linéaire, par laquelle des perturbations initialement infinitésimales sont amplifiées jusqu'à des amplitudes non-linéaires. L'ensemble de ce processus conduit à un état dynamique de turbulence MHD dont la caractéristique statistique la plus importante est précisément sa capacité à transporter du moment cinétique vers l'extérieur du système, par le biais de couples turbulents associés aux tenseurs de contraintes de Reynolds et Maxwell exprimant respectivement les corrélations statistiques entre les fluctuations de champ de vitesse

$\langle \delta U_x \delta U_y \rangle$ , et celles de champ magnétique  $\langle \delta B_x \delta B_y \rangle$ . Ce mécanisme de MRI en champ uniforme fonctionne aussi bien en deux qu'en trois dimensions (Hawley & Balbus 1991, Hawley *et al.* 1995). L'efficacité du transport turbulent associé à la turbulence excitée par la MRI continue cependant à faire débat (Fromang & Papanoizou 2007, Lesur & Longaretti 2007, Longaretti & Lesur 2010, Meheut *et al.* 2015), et semble en particulier dépendre significativement des régimes caractéristiques de dissipation dans lequel la matière évolue, notamment le nombre de Prandtl magnétique  $Pm = \nu/\eta$ , où  $\eta$  la diffusivité magnétique du fluide, avec des conséquences potentiellement importantes mais encore mal comprises pour différents systèmes accrétants possédant des nombres de Prandtl magnétiques très variés, voire inhomogènes en leur sein. Par exemple, dans les disques protoplanétaires ou protostellaires caractérisés par des densités importantes et des taux d'ionisation du gaz relativement faible,  $Pm \ll 1$  généralement, avec de fortes variations possibles entre zones actives de surface du disque mieux ionisées car exposées à la radiation de l'objet central accrétant, et « zones mortes » optiquement épaisses (Gammie 1996). Dans les environnements plus chauds de trous noirs accrétants, on estime également que  $Pm \ll 1$  loin de l'objet central. En revanche,  $Pm$  peut atteindre  $10^2 - 10^3$  dans l'environnement immédiat du trou noir à moins de 50 rayons de Schwarzschild (Balbus & Henri 2008).

Enfin, il est important de souligner que d'autres effets non-idéaux, comme l'effet Hall ou la diffusion ambipolaire, jouent probablement un rôle majeur dans la dynamique turbulente des disques proto-planétaires, dont certaines régions sont très peu ionisées (Blaes & Balbus 1994, Wardle 1999, Balbus & Terquem 2001, Wardle & Salmeron 2012, voir également Bai & Stone (2013), Lesur *et al.* (2014), Béthune *et al.* (2017) pour des développements numériques significatifs récents, et Fromang & Lesur (2017) pour une brève revue). Je n'évoquerai cependant pas plus ce dernier problème dans la suite de ce chapitre, car il sort du cadre immédiat de mes recherches.

### 3.2.b De l'instabilité linéaire à un effet dynamo non-linéaire

Un autre problème significatif avec le mécanisme de MRI en champ uniforme évoqué ci-dessus est celui de l'origine du champ magnétique nécessaire au développement de l'instabilité en premier lieu. En absence de champ magnétique net imposé dans le disque de manière externe (ce que j'appellerai ci-dessous une configuration à flux magnétique nul), il est en effet légitime de se demander si de la turbulence MHD excitée par la MRI peut être entretenue dans le disque. Que se passe-t-il par exemple dans le cas où l'objet central accrétant ne possède pas lui-même un champ magnétique ? Afin que l'excitation de la MRI soit possible dans ce cas, il semble nécessaire qu'un mécanisme d'amplification de champ magnétique vigoureux soit présent au sein-même du disque. Mais l'écoulement Keplerien est axisymétrique et ne peut donc pas lui-même produire un tel effet dynamo, en vertu des théorèmes anti-dynamo de Cowling (1933). Le mécanisme princi-

pal auquel je me suis intéressé en profondeur depuis plus de dix ans est celui d'une instabilité de dynamo générée par la turbulence MRI elle-même (que j'appellerai par la suite dynamo MRI). On est ici confronté à un problème classique de poule et d'œuf. Un écoulement tri-dimensionnel non-axisymétrique (la turbulence MHD MRI 3D) est nécessaire pour générer un champ magnétique, mais l'existence de cet écoulement dépend elle-même de la présence d'un champ magnétique ! Un tel mécanisme, s'il existe, doit être intrinsèquement non-linéaire.

Les premières simulations du problème de la MRI Keplerienne en configuration de champ magnétique à flux nul dans les années 1990 ont montré que l'excitation d'une dynamo était possible dans cette configuration. Dans une première étude de Hawley, Gammie & Balbus (1996), les auteurs soulignent déjà par ailleurs l'essence non-linéaire *dynamique* d'un tel processus : « *the use of a kinematic dynamo model is inappropriate for an accretion disc; it assumes a preexisting turbulent state, the statistical independence of the magnetic and velocity fluctuations, and neglects the magnetic forces, all of which are inconsistent with our results. The turbulence is driven by the very forces the kinematic dynamo excludes from the outset* ». Pour appuyer cette remarque, ils montrent qu'aucune turbulence MHD ne survit dans les simulations lorsque le terme dynamique de force de Lorentz est artificiellement retiré de l'équation d'évolution de la quantité de mouvement. Dans une étude parallèle, Brandenburg *et al.* (1995) montrent par ailleurs que l'effet dynamo dans un écoulement Keplerien stratifié suivant l'axe de rotation  $e_z$  peut prendre la forme de cycles magnétiques à grande échelle (i.e. avec des renversements temporels de polarité), une propriété généralement considérée comme la marque de fabrique de dynamos hélicitaires en écoulement cisailé, dénommées  $\alpha\Omega$  *cinématiques* (linéaires) dans le jargon de la théorie de champ moyen. Au-delà des différences particulières entre ces deux études, on peut remarquer que leurs deux conclusions principales, à savoir la possibilité d'exciter une dynamo MRI non-linéaire faisant intervenir la force de Lorentz, et l'excitation de cycles de dynamo statistiques dans l'écoulement Keplerien, ont depuis été confirmées par de nombreuses études numériques indépendantes (e.g. Stone, Hawley, Gammie & Balbus 1996, Fleming, Stone & Hawley 2000, Fromang & Papaloizou 2007, Lesur & Ogilvie 2008*b*, Davis, Stone & Pessah 2010, Gressel 2010, Käpylä & Korpi 2011, Simon, Beckwith & Armitage 2012). Un exemple de cycle statistique de dynamo MRI est illustré dans la figure 3.1.

### 3.2.c Une classe plus large de dynamos non-linéaires

La dynamo MRI est en réalité l'archétype d'une classe plus large de dynamos dites sous-critiques qui peuvent se développer dans des écoulements cisailés susceptibles d'être localement déstabilisés par des instabilités MHD (souvent regroupées sous la dénomination d'« *instability-driven dynamos* » en anglais, voir notamment Rincon *et al.* 2008, publication reproduite en fin de chapitre). Un tel scénario pourrait notamment être pertinent en présence de conditions favorisant

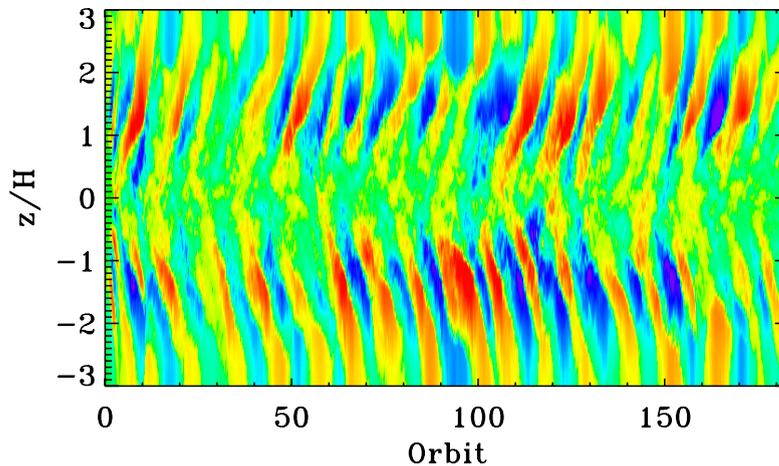


FIGURE 3.1 – Diagramme espace-temps « papillon » montrant des renversements du champ magnétique à grande échelle azimuthal (moyenné suivant la direction azimuthale) dans une simulation locale de turbulence MHD à flux magnétique nul en rotation Keplerienne, avec un stratification de densité stable suivant la direction  $z$  perpendiculaire au disque (adapté de Davis *et al.* 2010).

des instabilités comme l'instabilité de kink ou l'instabilité de Tayler dans les zones radiatives d'étoiles stratifiées de façon stable, ou bien des instabilités de flottaison magnétique ou de magnéto-cisaillement dans la tachocline à la base de la zone de convection solaire (Cline *et al.* 2003, Miesch *et al.* 2007, Davies & Hughes 2011, Tobias *et al.* 2011*b*). Il est particulièrement intéressant de remarquer dans ce contexte que de tels mécanismes non-linéaires de dynamo semblent pouvoir générer très naturellement des champs magnétiques à grande échelle cohérents et présentant une variabilité chaotique dans le temps, bien qu'étant basés sur une dynamique en apparence très différente des effets statistiques de dynamo de champ moyen qui constituent encore le paradigme physique pour expliquer l'origine du magnétisme chaotique à grande échelle de nombreux systèmes astrophysiques (Steenbeck *et al.* 1966, Moffatt 1977, Brandenburg & Subramanian 2005). Je reviendrai plus amplement sur les connexions possibles entre ces différentes phénoménologies dans la section 3.4.d.

Enfin, la dynamo MRI est un excellent candidat pour une détection expérimentale d'un effet dynamo MHD, ce qui en fait également un objet physique d'étude très intéressant dans le contexte plus général de la théorie de la dynamo.

### 3.3 Connexion avec la transition hydrodynamique des écoulements cisailés

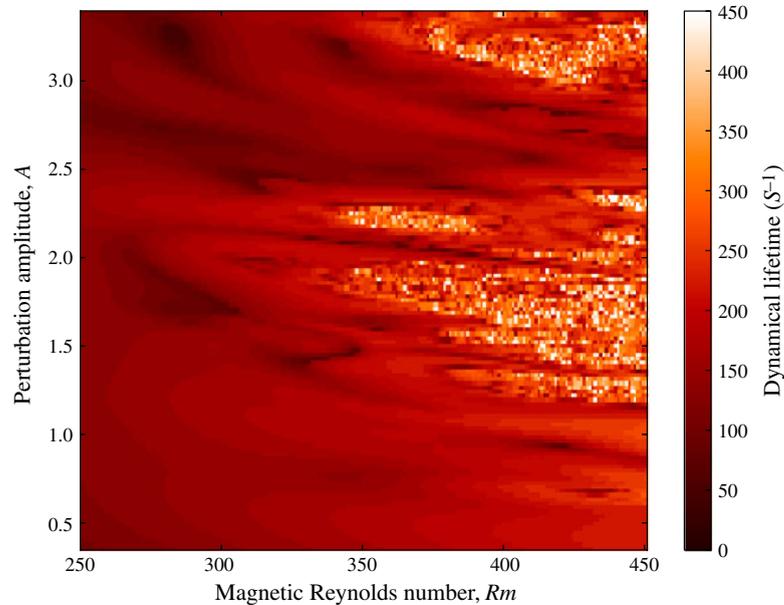
#### 3.3.a Une phénoménologie intrigante

Plusieurs des études numériques mentionnées précédemment mènent à des observations intrigantes. Premièrement, la dynamique dans le régime de nombre de Reynolds magnétique  $Rm = UL/\eta$  étudié dans les simulations de dynamo MRI semble avoir un temps de vie fini, mais le temps de vie dynamique statistique (moyenné sur de nombreuses simulations) croît exponentiellement avec  $Rm$  (Rempel, Lesur & Proctor 2010). Deuxièmement, l'excitation de dynamos « instability-driven » dépend beaucoup et de manière non triviale de l'amplitude et de la forme de la condition initiale, et le nombre  $Rm$  critique de la transition dépend lui-même de la condition initiale. Enfin, l'amplitude moyenne de la perturbation initiale requise pour exciter une telle dynamo décroît lorsque  $Rm$  augmente (Cline *et al.* 2003). L'ensemble de ces observations est bien capturé dans la figure 3.2, tirée d'une des publications de notre équipe (Riols *et al.* 2013, reproduite en fin de chapitre), qui montre une carte typique des temps de vie dynamiques mesurés dans de nombreuses simulations numériques de la dynamo MRI. Chaque point sur cette carte correspond à une simulation avec un nombre de  $Rm$  et une amplitude de perturbation initiale  $A$  donnés (toutes choses étant égales par ailleurs, y compris la forme spatiale de la condition initiale). Une propriété marquante de ce type de carte est la structure extrêmement complexe, de géométrie apparemment fractale, de la frontière de transition dans l'espace des phases du système, ici représenté par l'amplitude  $A$  de la perturbation initiale.

#### 3.3.b Processus hydrodynamique non-linéaire auto-entretenu dans les écoulements cisailés

Un tel comportement transitionnel n'est pas du tout celui attendu d'une instabilité de dynamo cinématique (linéaire) supercritique classique, et il a fallu environ dix ans (Rincon, Ogilvie & Proctor 2007*b*, publication reproduite en fin de chapitre) après les premières simulations de dynamo MRI pour réaliser qu'il pourrait exister une relation entre ce type de transition et celle, également non-linéaire des écoulements hydrodynamiques cisailés non-tournants comme les écoulements de Couette ou de Poiseuille, que je me dois donc à présent d'introduire.

Les écoulements hydrodynamiques cisailés de Poiseuille cylindrique et de Couette plan sont d'un point de vue mathématique linéairement stables, mais sont connus depuis plus d'un siècle comme étant expérimentalement instables et turbulents en pratique à suffisamment grand  $Re$  (Reynolds 1883). La nature non-



**FIGURE 3.2** – Exemple de carte de transition de la dynamo MRI construite en mesurant les temps de vie de la turbulence MHD (en unités de temps de cisaillement) dans plusieurs milliers de simulations numériques à différents  $Rm$  et pour différentes amplitudes de perturbations initiales, pour  $Re = 70$ . (adapté de Riols *et al.* 2013).

linéaire et sous-critique de leur transition hydrodynamique à la turbulence est établie par le fait qu'ils nécessitent des perturbations d'amplitude finie pour transitionner, perturbations dont l'amplitude minimale moyenne nécessaire décroît avec  $Re$  (e.g. Darbyshire & Mullin 1995, Dauchot & Daviaud 1995a, Hof, Juel & Mullin 2003). De manière également similaire à la dynamo MRI, le temps de vie typique de la turbulence dans l'écoulement de Poiseuille croît exponentiellement avec  $Re$  (Hof *et al.* 2006). Enfin, et ce n'est pas vraiment surprenant au regard de la difficulté générale à résoudre des problèmes non-linéaires sans ordinateur, cette dynamique transitionnelle est restée incomprise pendant plus d'un siècle en dépit de sa grande importance dans de nombreux problèmes de dynamique des fluides appliquée. Ce n'est qu'au début des années 1990 qu'une phénoménologie dynamique cohérente du processus de transition a commencé à émerger (voir par exemples les revues de Eckhardt *et al.* 2007, Eckhardt 2009, Mullin 2011, Eckhardt 2018). Une étape importante dans cette phase de découverte, dont nous allons bientôt voir qu'elle est directement pertinente dans le contexte des dynamos « instability-driven », a été la mise à jour dans ce type d'écoulements d'un cycle phénoménologique dynamique en trois phases, désormais communément appelé « processus auto-entretenu » (self-sustaining process ou SSP en anglais, voir Hamilton, Kim & Waleffe 1995, Waleffe 1995, 1997).

Pour comprendre l'essence de ce processus, nous devons pour commencer introduire le décor du problème. Nous considérerons pour cela un écoulement cisailé linéairement dans le modèle cartésien de la feuille cisailée, ou « shearing

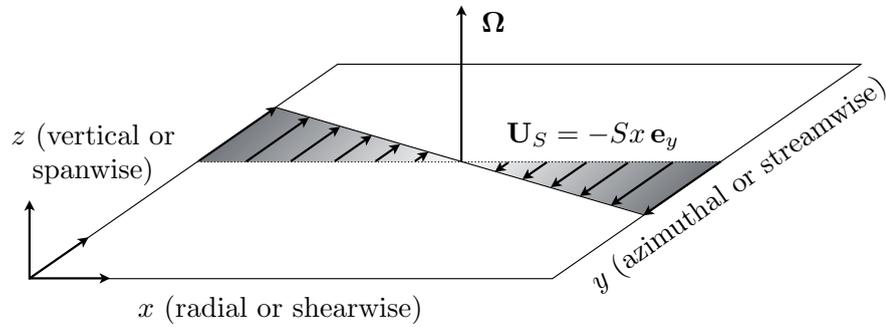


FIGURE 3.3 – Le modèle local cartésien de la « shearing sheet » d'un écoulement cisailé ou en rotation différentielle à symétrie cylindrique.

sheet » (Goldreich & Lynden-Bell 1965), représenté figure 3.3. Cet écoulement peut être mis en rotation rigide suivant l'axe  $e_z$  si nécessaire, afin de représenter plus largement une rotation différentielle à symétrie cylindrique, localement toujours décomposable en une rotation rigide pure  $\Omega = \Omega e_z$  et un cisaillement pur  $\mathbf{U}_S = -Sx e_y$ . Pour l'écoulement de Couette non-tournant (et sans parois),  $\Omega = 0$ , et pour l'écoulement Keplerien  $\Omega = (2/3)S$ . Introduisons également la terminologie suivante. En hydrodynamique, la direction de la vitesse du champ de cisaillement est dénommée comme « streamwise » (suivant l'écoulement), la direction du gradient du champ de vitesse cisailé comme « shearwise », et la troisième direction  $z$  comme « spanwise ». Un champ de vitesse indépendant de  $y$  est dit « streamwise-independent ». En théorie de la dynamo (et/ou en géométrie cylindrique), les directions shearwise et streamwise sont dénommées directions poloïdales, la direction  $x$  étant la direction radiale dans un disque d'accrétion et la direction  $z$  la direction verticale perpendiculaire au disque, tandis que la direction streamwise est dite toroïdale ou azimutale. Un champ indépendant de  $y$  (streamwise-independent) est dit axisymétrique dans ce contexte, et un champ dépendant de  $y$  non-axisymétrique.

Le décor étant posé, imaginons maintenant que nous introduisons (à la main pour le moment) deux vortex (rouleaux) contra-rotatifs, alignés avec la direction  $e_y$  du champ de vitesse de cisaillement. Ces rouleaux sont indépendants de  $x$  (axisymétriques), et disposés l'un sur l'autre suivant  $e_z$  (figure 3.4, à gauche).

1. Dans la première étape du SSP, les deux vortex advectent du fluide cisailé avec une vitesse « streamwise »  $\bar{U}_S$  relative positive de la région  $x < 0, z = 0$  vers les régions  $x = 0, z > 0, x = 0, z < 0$ , et du fluide avec  $\bar{U}_S < 0$  des régions  $x > 0, z < 0$  et  $x > 0, z > 0$  vers la région centrale  $x = 0, z = 0$  ( $z = 0$  dans le diagramme correspond au plan séparant les deux rouleaux). Ce simple mécanisme linéaire, appelé « lift-up » (Ellingsen & Palm 1975, Landahl 1980), génère donc une modulation en  $z$  de l'écoulement cisailé moyen  $\bar{U}_y(x, z, t)$ , qui croît linéairement en temps

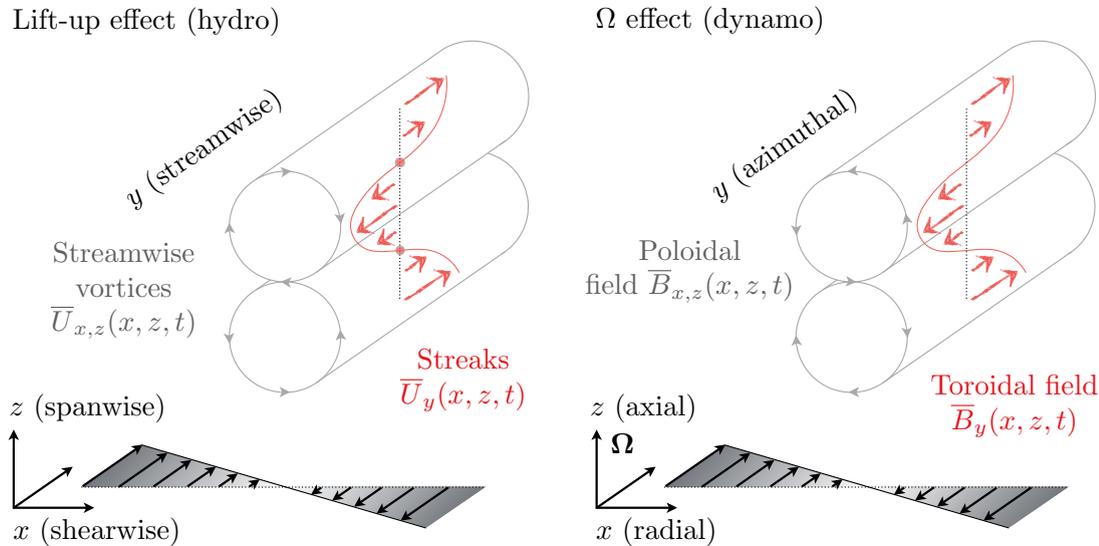


FIGURE 3.4 – Comparaison entre la première étape des processus SSP hydrodynamique et l’effet  $\Omega$  en dynamo, dans la géométrie de la shearing sheet. À gauche : formation par le processus de lift-up de streaks indépendantes de  $y$ , correspondant à un champ de vitesse  $\bar{U}_y(x, z, t)$  (flèches rouges, les cercles rouges désignent les points d’inflexion qui rendent cet écoulement instable). À droite : amplification dans un processus de dynamo d’un champ magnétique azimutal/toroïdal axisymétrique  $\bar{B}_y(x, z, t)$  (flèches rouges) à partir d’un champ poloïdal axisymétrique, par l’effet  $\Omega$ .

en absence d’effets visqueux et d’autres effets dynamiques.

2. Contrairement à l’écoulement de base cisailé linéairement, cet écoulement caractérisé par des pics de champ de vitesse  $\bar{U}_y$ , ou « streaks » (Dauchot & Daviaud 1995b), a des points d’inflexion, une condition nécessaire d’instabilité linéaire vis-à-vis de perturbations infinitésimales  $\mathbf{u}(x, y, z, t)$  dépendant de  $y$  (ces perturbations sont donc tri-dimensionnelles et non-axisymétriques). La croissance de ces perturbations représente la deuxième étape du SSP.
3. Enfin, lorsque ces perturbations « sinueuses » atteignent une amplitude finie, les « streaks » qui leur ont donné naissance se brisent, produisant à cette occasion une contrainte turbulente de Reynolds moyenne. Dans certaines conditions assez génériques, celle-ci permet de régénérer les rouleaux axisymétriques que nous avons initialement introduit (troisième étape). En absence d’une tel mécanisme non-linéaire 3D, ces rouleaux seraient en effet soumis à une décroissance visqueuse asymptotique.

Le processus d’ensemble en trois étapes est donc auto-entretenu. La nécessité d’exciter des perturbations  $\mathbf{u}(x, y, z, t)$  dépendantes de  $y$  pour entretenir les rouleaux  $\bar{U}_{x,z}(x, z, t)$  indépendants de  $y$  offre un indice phénoménologique impor-

tant concernant les similarités entre le problème hydrodynamique et celui de la dynamo. En effet, on peut montrer que cette situation est un exact analogue hydrodynamique d'un théorème anti-dynamo de Cowling par lequel il est impossible d'entretenir un champ magnétique purement axisymétrique par un champ de vitesse axisymétrique (Rincon *et al.* 2007b, 2008).

### 3.4 Étude de la dynamo magnéto-rotationnelle Keplerienne

Les similarités phénoménologiques évoquées précédemment entre les problèmes de dynamo « instability-driven » et la transition hydrodynamique des écoulements cisailés non-tournants s'arrêtent-elles au simple stade de l'analogie, ou bien correspondent-elles à une structure physique et mathématique plus générale recouvrant les deux types de problèmes ? Une part importante de mes activités de recherche collaboratives au cours des quinze dernières années a consisté à *élucider et à caractériser les mécanismes physiques sous-jacents à ce type de dynamo, et en particulier la dynamo MRI*, en suivant cette piste de recherche. Nous reviendrons également dans la section 3.5 sur le problème hydrodynamique, celui-ci ayant également constitué une part conséquente de mes recherches.

#### 3.4.a Un processus de dynamo non-linéaire auto-entretenu

Pour répondre aux interrogations précédentes, la première question que nous nous sommes posée a été de déterminer s'il existait un effet de dynamo non-linéaire auto-entretenu reposant sur un mécanisme dynamique semblable au SSP hydrodynamique. Au cours des premières années de cette collaboration, nous avons montré que la réponse à cette question était positive : les trois étapes du mécanisme SSP hydrodynamique ont toutes un équivalent dans le cadre du problème de la dynamo MRI, et potentiellement plus généralement des autres dynamos de type « instability-driven » (Rincon *et al.* 2007b, 2008). Pour s'en rendre compte, considérons à présent la composante axisymétrique (indépendante de  $y$  – une moyenne sur la direction  $y$  est dénotée par une barre) de l'équation d'induction magnétique dans le modèle de la shearing sheet,

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} = -S B_x \mathbf{e}_y + \nabla \times [(\mathbf{U} - \mathbf{U}_S) \times \bar{\mathbf{B}}] + \eta \Delta \bar{\mathbf{B}}, \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{U}$  est ici le champ de vitesse total, ainsi que les diagrammes représentés dans la figure 3.4 et dans la figure 3.5.

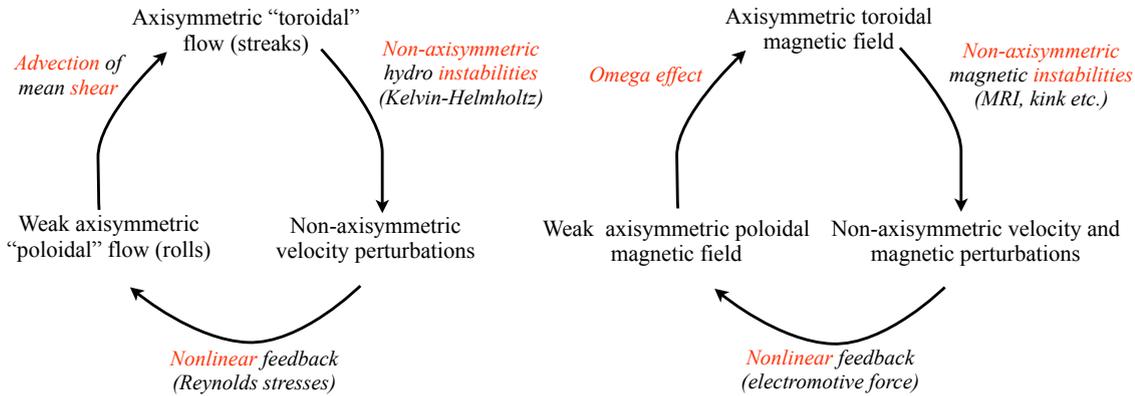


FIGURE 3.5 – Processus de dynamo non-linéaire auto-entretenu dans un écoulement cisailé obéissant aux conditions nécessaires d’une instabilité MHD comme la MRI, comparé au processus hydrodynamique SSP de Hamilton *et al.* (1995), Waleffe (1997) (adapté de Riols *et al.* 2013).

1. La première étape du processus de dynamo SSP, analogue mathématiquement à l’effet de lift-up en hydrodynamique, est simplement l’effet  $\Omega$  bien connu en théorie de dynamo (Moffatt 1977). Cet effet, représenté par le premier terme de droite dans l’équation (3.1), consiste en l’étirement d’un faible champ poloidal axisymétrique initial en un champ toroidal plus fort par le cisaillement associé à la rotation différentielle. Imaginons que nous ayons initialement deux boucles de champ magnétique poloidal axisymétrique faibles et de polarité opposée (Figure 3.4, à droite). En présence du cisaillement, la composante  $x$  du champ est étirée en un champ axisymétrique azimutal/toroidal plus fort  $\bar{B}_y(x, z, t)$ . Tout comme l’effet lift-up, ce mécanisme est linéaire et  $\bar{B}_y(x, z, t)$  croît linéairement en temps en absence de diffusion magnétique et de tout autre processus physique.
2. La deuxième étape, analogue à l’instabilité non-axisymétrique inflexionnelle de l’écoulement des « streaks », est l’excitation d’une instabilité MHD non-axisymétrique rendue possible par le développement du champ magnétique azimutal axisymétrique  $\bar{B}_y(x, z, t)$ . Dans le cas de la dynamo MRI Keplerienne, cette instabilité est...la MRI qui, comme nous l’avons noté précédemment, rend instable par les effets de la tension magnétique des perturbations en ondes planes telles que  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} \neq 0$ . En présence d’un champ azimutal, les perturbations instables pour la MRI sont donc des perturbations non-axisymétriques ( $k_y \neq 0$ , Balbus & Hawley 1992, Ogilvie & Pringle 1996, Terquem & Papaloizou 1996, Brandenburg & Dintrans 2006, Lesur & Ogilvie 2008a), telles que nous en avons précisément besoin afin d’éviter un théorème anti-dynamo de Cowling. La situation est un peu plus complexe dans le cas d’autres instabilités MHD évoquées

section 3.2.c. Dans le cas d'une dynamo impliquant la flottaison magnétique, par exemple, l'instabilité appropriée est un mélange d'instabilité de flottaison magnétique axisymétrique et d'instabilité de Kelvin-Helmholtz non-axisymétrique (Cline *et al.* 2003, Rincon *et al.* 2008, Tobias *et al.* 2011b). Dans les deux cas, cependant, l'effet net est l'excitation jointe de fluctuations de vitesse et de champ magnétique non-axisymétriques  $\mathbf{u}(x, y, z, t)$  and  $\mathbf{b}(x, y, z, t)$ .

3. L'induction magnétique et la force de Lorentz jouent toutes deux un rôle clé dans les deux instabilités précédentes, si bien que  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{b}$  sont liées par une relation de phase. Lorsqu'elles atteignent des amplitudes finies, la corrélation croisée entre ces perturbations se traduit donc par une force électromotrice (EMF)  $\overline{\mathcal{E}} = \overline{\mathbf{u} \times \mathbf{b}}$  non-linéaire qui, de manière similaire aux contraintes de Reynolds dans le problème hydrodynamique, permet dans des conditions assez génériques de compenser la diffusion magnétique des boucles de champ magnétique poloïdal axisymétriques introduites initialement (voir par exemple Lesur & Ogilvie 2008a,b). Cet effet, représenté par le deuxième terme de droite dans l'équation (3.1), constitue la troisième étape du processus de dynamo SSP, et permet de « fermer » la boucle de dynamo. Il existe aussi une rétro-action similaire sur la composante de champ azimutal axisymétrique. Cependant, celle-ci n'est pas critique à l'entretien du champ total, puisque le champ azimutal peut toujours être amplifié par l'effet  $\Omega$ . De fait, dans la dynamo MRI, cette rétroaction azimutale est généralement destructive (i.e. de type diffusion magnétique turbulente Lesur & Ogilvie 2008b, Riols *et al.* 2015).

Cette description du processus de dynamo SSP est essentiellement laminaire mais nous verrons plus tard que le processus peut également être vu dans une perspective statistique plus large à grand  $Re$  et  $Rm$ . Il est également nécessaire d'insister sur le fait que l'énergie libre qui permet l'excitation de la dynamo MRI Keplerienne vient toujours de l'écoulement de base cisailé, tout comme dans le problème hydrodynamique non-tournant. En d'autres termes, et en connexion avec le thème introductif de ce mémoire, ces différents processus SSP représentent un canal dynamique général par lequel différents systèmes hors-équilibre cisailés, mais linéairement stables, répondent à la situation de déséquilibre.

### 3.4.b Solution non-linéaires, cycles et bifurcations sous-critiques

Les similarités phénoménologiques entre les deux familles de problèmes évoqués précédemment se traduisent en fait également par des similarités mathématiques et de structure dynamique formelle remarquables. En particulier, nous avons établi au cours des travaux de thèse d'Antoine (Riols *et al.* 2013) que *la transition à une dynamique tri-dimensionnelle auto-entretenu* dans le problème de la dynamo MRI

*est mathématiquement reliée à l'existence de bifurcations globales homoclines et hétéroclines* (Ott 2002), tout comme dans le problème hydrodynamique (van Veen & Kawahara 2011, Kreilos & Eckhardt 2012). Ce type de bifurcation est très différent des bifurcations locales (et généralement supercritiques) sous-jacentes aux instabilités fluides linéaires.

Pour mieux comprendre la nature de ces résultats et leur portée, je dois évoquer l'historique et la progression de toutes ces recherches plus amplement. Au cours de nos premiers travaux sur la dynamo MRI, nous avons notamment mis en évidence (numériquement) l'existence dans l'écoulement de Couette plan Keplerien d'une paire de solutions non-linéaires stationnaires de dynamo MRI auto-entretenu émergeant d'une bifurcation noeud-col (Rincon *et al.* 2007b). Cette solution, si elle ne présentait pas un intérêt astrophysique immédiat, démontrait cependant la pertinence du mécanisme SSP de dynamo introduit précédemment. L'idée de la recherche de telles solutions avait été inspirée par l'identification quelques années auparavant de solutions de ce type dans le problème hydrodynamique analogue (Nagata 1990, Waleffe 1998, 2001, Itano & Toh 2001, Kawahara & Kida 2001, Waleffe 2003, Faisst & Eckhardt 2003, Hof *et al.* 2004, Wedin & Kerswell 2004, Pringle & Kerswell 2007).

En 2007, de nouveaux résultats sur le problème hydrodynamique (Viswanath 2007) ont par ailleurs commencé à indiquer que des structures cohérentes cycliques non-linéaires 3D (cycles limites) pourraient constituer le squelette (ou l'alphabet) de la turbulence hydrodynamique dans Couette plan non-tournant. Nous avons alors cherché à partir de 2008 à déterminer si la dynamique associée à la transition de dynamo MRI Keplerienne se structurait elle-aussi autour de telles solutions. Un autre intérêt de la recherche de telles solutions très « propres » des équations non-linéaires par des méthodes numériques appropriées est qu'elle offrirait potentiellement la possibilité de comprendre beaucoup plus précisément les conditions physiques de transition vers la dynamo MRI que la simple réalisation de simulations directes bruitées et désorganisées, dont personne ne parvenait alors véritablement analyser le comportement. Enfin, nous pensions qu'une application éventuelle de la théorie des orbites périodiques (Lan & Cvitanović 2008), offrant une connexion mathématique entre cycles et dynamique chaotique dans certains systèmes dynamiques, dits hyperboliques, pourrait permettre de quantifier l'efficacité du transport de moment cinétique par ce type de turbulence (ce paramètre étant crucial dans la modélisation de la dynamique de l'accrétion), ou du moins d'étudier sa dépendance au régime dissipatif.

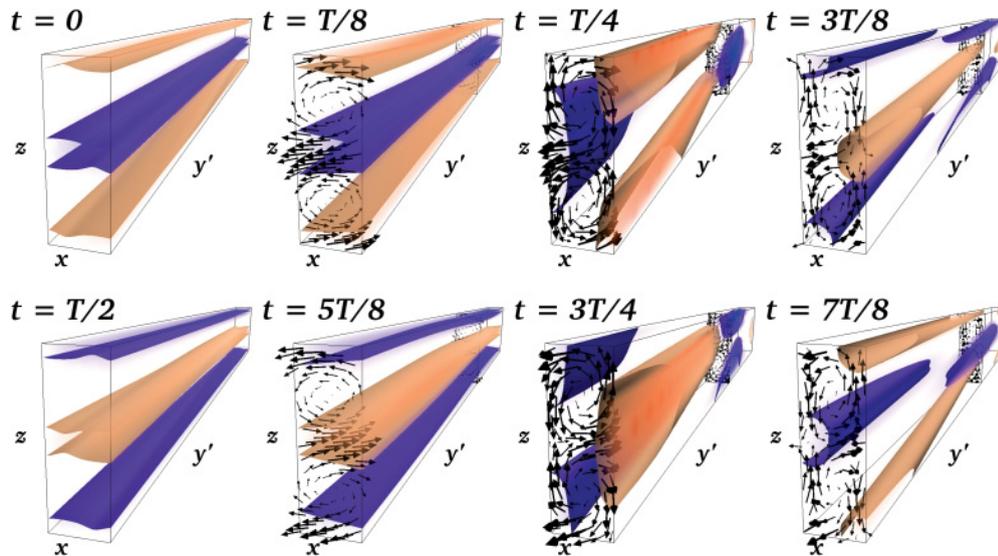
Pour progresser sur toutes ces questions, j'ai d'abord effectué un travail de développement numérique préparatoire de longue haleine en collaboration étroite avec Carlo Cossu, Geoffroy Lesur et Pierre-Yves Longaretti entre 2008 et 2010, qui a abouti à un code Newton-Krylov, PEANUTS, permettant de calculer avec une grande précision numérique des solutions non-linéaires cycliques, stationnaires, ou propagatives d'équations aux dérivées partielles en plusieurs dimensions, dont les équations non-linéaires de la MHD en trois dimensions. Les mé-

thodes numériques de ce code, qui se greffe sur le code spectral MHD SNOOPY de Geoffroy, sont détaillées en annexe de l'article principal de la thèse d'Antoine Riols (Riols *et al.* 2013). Notre collaboration est aujourd'hui une des seuls au monde à posséder un tel outil numérique en dynamique des fluides 3D, et le seul en MHD.

Les premiers résultats physiques significatifs ont été obtenus fin 2010. Dans le cadre du stage de Johann Herault nous sommes parvenus à capturer un premier cycle de dynamo MRI non-linéaire (illustré par la figure 3.6) dans le modèle numérique dit de la shearing box Keplerienne couramment utilisé pour les simulations de turbulence au sein des disques (Herault *et al.* 2011, publication reproduite en fin de chapitre). La dynamique de ce cycle s'est révélée extrêmement instructive. En particulier, celle-ci ne semblait pas pouvoir être simplement décrites par le formalisme classique de la théorie de la dynamo de champ moyen, la force électromotrice  $\overline{\mathcal{E}} = \overline{\mathbf{u}} \times \overline{\mathbf{b}}$  n'étant pas linéaire par rapport à la composante à grande échelle du champ dynamo  $\overline{\mathbf{B}}$ . Les résultats démontraient au contraire le rôle majeur joué par la formation de structures magnétiques à grande échelle se développant non-linéairement par l'intermédiaire de la MRI.

Encouragé par ces résultats, nous avons ensuite pu calculer plusieurs autres cycles de dynamo MRI, et également établir que le premier que nous avons trouvé était en réalité une solution de branche inférieure instable issue d'une bifurcation noeud-col, tout comme la solution stationnaire calculée dans Rincon *et al.* (2007b). A partir de l'automne 2011, nous avons avec Carlo Cossu commencé à co-encadrer Antoine Riols dans le cadre d'une thèse de doctorat interdisciplinaire financée par le conseil scientifique de l'Université de Toulouse. Au cours de sa première année de thèse, nous avons considérablement approfondi les résultats obtenus jusque-là et effectué une découverte significative concernant le mécanisme de transition vers la turbulence MHD dans ce problème. Nous avons en effet mis explicitement en évidence numériquement l'existence de bifurcations globales de type homocline et hétérocline associés à des collisions (« boundary crisis » en anglais, Grebogi *et al.* 1987) entre les variétés stables et instables de différents cycles que nous avons calculés.

Ce résultat assez technique nécessiterait une longue introduction pour pouvoir être expliqué en détail. Le point important ici est qu'il constitue un résultat essentiel pour la compréhension de la transition sous-critique à la turbulence dans les systèmes fluides cisailés, que ce soit en hydrodynamique ou en MHD. Un résultat similaire sur le problème hydrodynamique était notamment recherché depuis des années (voir par exemple Schmiegél 1997, Skufca *et al.* 2006, Schneider *et al.* 2007), et n'a été obtenu que de manière contemporaine à nos propres résultats sur la dynamo MRI (van Veen & Kawahara 2011, Kreilos & Eckhardt 2012). Pour faire simple, ces résultats montrent explicitement que *des solutions cycliques non-linéaires sont les précurseurs de la bifurcation de l'écoulement Keplerien de base vers des*



**FIGURE 3.6** – Isosurfaces du champ magnétique  $B$  colorées par le signe de  $\bar{B}_y$  à différents stades du cycle 3D de dynamo MRI incompressible non-linéaire identifié par Herault *et al.* (2011) dans le modèle numérique de shearing box. Le rapport d’aspect de cette solution est  $(L_x, L_y, L_z) = (0.7, 20, 2)$ . Les différentes étapes sont clairement illustrées ici : de  $t = 0$  à  $t = T/8$ , un champ axisymétrique azimutal  $\bar{B}_y$  de polarité alternante en  $z$  est amplifié de manière transitoire par l’effet  $\Omega$ . Le développement de ce champ permet alors la croissance d’un paquet d’ondes instable de MRI non-axisymétrique dans les lobes en  $z$  du champ azimutal. L’évolution non-linéaire de ces perturbations provoque un renversement du champ à  $T/2$  (les flèches montrent ici la composante non-axisymétrique du champ de vitesse dans un plan  $x - z$ ). Le processus se répète alors dans l’autre sens dans la deuxième moitié du cycle. La rétro-action non-linéaire des perturbations non-axisymétriques provoque non-seulement le renversement du champ, mais compense aussi la décroissance ohmique du champ poloïdal, si bien que la solution est auto-entretenu et peut se répéter à l’infini.

états dynamo turbulents<sup>1</sup>. La nature de la bifurcation explique également entièrement les propriétés phénoménologiques de transition évoquées section 3.3.a, et le paysage transitionnel illustré dans la figure 3.2. L'ensemble de ces résultats, incluant une étude approfondie des signatures dynamiques de ce type de transition et de la structure du système dans l'espace des phases, a été publié dans un article de mécanique des fluides très détaillé (Riols *et al.* 2013).

Dans la deuxième partie de la thèse d'Antoine Riols, nous nous sommes alors appuyés sur ce premier résultat de nature plutôt fondamentale et mathématique afin de progresser sur plusieurs questions concrètes au cœur des recherches du moment sur la dynamo MRI dans les disques d'accrétion, et plus généralement sur la compréhension de l'effet dynamo à grande échelle en régime non-linéaire.

### 3.4.c Dépendance en $Pm$ de la transition de dynamo MRI

La première question importante qui se posait dans le contexte astrophysique au moment de la réalisation de ce travail était une forte dépendance apparente observée dans les simulations de l'excitation de la dynamo MRI au rapport entre les processus dissipatifs visqueux et résistifs caractérisé par le nombre de Prandtl magnétique  $Pm = \nu/\eta$  ( $= Rm/Re$ ). La figure 3.7, adaptée du travail de Fromang *et al.* (2007), montre en effet que la turbulence MHD MRI en configuration à flux magnétique nul semble uniquement excitable lorsque  $Pm \gtrsim 1$  pour des gammes de  $Re$  et  $Rm$  modérés accessibles aux ordinateurs de cette époque<sup>2</sup>.

Ce problème semble réminiscent de celui rencontré dans un autre problème de dynamo, celui de la dynamo turbulente à petite échelle (Kazantsev (1967), Vainshtein & Zel'dovich (1972), Meneguzzi *et al.* (1981), Zel'dovich *et al.* (1984), Schekochihin *et al.* (2004b), voir également Brandenburg & Subramanian (2005), Tobias *et al.* (2011a), Rincon (2019) pour des revues), dont l'excitation est également

1. Ceci peut être vu comme une conséquence du théorème mathématique de Smale (1967) et Birkhoff (1935), qui dit que les flots hyperboliques avec un point homocline transverse sont topologiquement équivalents à une application de type fer à cheval, pour un nombre suffisant d'itérations de l'application (Palis & Takens 1993). En langage de physicien : une bifurcation homocline implique une dynamique chaotique hyperbolique.

2.  $Re$  et  $Rm$  dans le problème de la dynamo MRI sont habituellement définis par rapport au taux de cisaillement  $S$  et à l'échelle de hauteur verticale  $H$  du domaine,  $Re = SH^2/\nu$ ,  $Rm = SH^2/\eta$ . Le cisaillement systématique de fluctuations non-axisymétriques dans ce problème accélère leur dissipation par rapport au cas non-cisaillé, ce qui implique que la dynamo ne peut être excitée que pour des valeurs de  $Rm$  typiques significativement plus grandes que dans d'autres problèmes de dynamo. Ceci donne l'impression que les régimes étudiés dans ce problème ont des  $Rm$  asymptotiquement grands, alors qu'ils sont essentiellement transitionnels. Notons aussi que les  $Re$  et  $Rm$  de transition de la figure 3.7 sont bien plus grands que ceux de la figure 3.2. Cette différence est une conséquence du temps plus long que prend le repliement de fluctuations non-axisymétriques MRI-instables dans le domaine à grand rapport d'aspect azimutal / (radial, vertical) utilisé pour les besoins de l'analyse de cette deuxième étude (cette question est discutée en détail dans Herault *et al.* 2011, Riols *et al.* 2015).

beaucoup plus difficile à petit  $Pm$  qu'à grand  $Pm$  (Haugen *et al.* 2004, Schekochihin *et al.* 2004a, 2005b) et n'a été observée numériquement à petit  $Pm$  qu'il y a une dizaine d'années (Iskakov *et al.* 2007). Une analyse du modèle statistique de Kazantsev-Kraichnan pour ce type de dynamo montre que la difficulté provient de la dissipation résistive turbulente accrue du champ magnétique lorsque l'échelle de dissipation résistive se situe au milieu de la zone inertielle de la turbulence (Vainshtein & Kichatinov 1986, Vincenzi 2002, Boldyrev & Cattaneo 2004). Des conclusions similaires sur le rôle du bruit turbulent sur l'excitation de dynamos laminares ont également été obtenues dans d'autres problèmes de dynamo (Ponty *et al.* 2005, Laval *et al.* 2006, Dubrulle 2011). Cet effet représente un problème important pour l'excitation de l'effet dynamo dans les expériences avec des métaux liquides, pour lesquels  $Pm \ll 1$  (Frick *et al.* 2010, Rahbarnia *et al.* 2012, Miralles *et al.* 2013).

Pour autant, nous avons vu que la structure mathématique de la transition dynamo MRI était significativement différente de celle de la dynamo turbulente à petite échelle, cette dernière étant excitée par un mécanisme linéaire supercritique. Extrapoler aveuglément les conclusions obtenues sur ce problème à la dynamo MRI, et notamment la survie de la dynamo à petit  $Pm$ , paraît donc assez risqué. Et, de fait, même les simulations les plus récentes de la dynamo MRI à des hautes résolutions comparables à celles pour lesquelles la dynamo turbulente à petite échelle peut être excitée à  $Pm \simeq 0.1$ , n'ont pas mis en évidence une dynamo MRI entretenue à  $Pm < 1$  (Walker, Lesur & Boldyrev 2016). Il est donc toujours impossible d'exclure que la réponse aux deux problèmes soit différente.

Les raisons physiques sous-jacentes à la dépendance en  $Pm$  de la dynamo MRI restent toujours débattues. Squire & Bhattacharjee (2015b) ont par exemple suggéré que celle-ci pourrait s'expliquer quasi-linéairement par une dépendance même des perturbations linéaires MRI-instables non-axisymétriques en  $Pm$ . Comme nous l'avions anticipé au début du projet, travailler sur ces structures cycliques non-linéaires simples et bien résolues numériquement, en ayant la certitude que celles-ci étaient représentatives de la transition dynamo dans son ensemble, nous a permis d'avancer une explication alternative à cette dépendance, explication qui me semble toujours être la plus convaincante à l'heure actuelle (Riols *et al.* 2015, publication reproduite en fin de chapitre).

La figure 3.8 montre pour différents  $Re$  des cartographies en termes de temps de vie dynamique de la région transitionnelle dans l'espace des phases, comparable à la figure 3.2 présentée plus haut dans ce chapitre. Ces cartographies révèlent la disparition progressive, à mesure que  $Pm$  décroît, des « doigts » de chaos et de turbulence structurés autour de solutions cycliques en crise homocline (section 3.4.b). La figure 3.9 montre quant à elle une tendance similaire à celle de la figure 3.7 (dont je rappelle qu'elle a été obtenue sur la base de simulation DNS), à savoir que les différents cycles de dynamo MRI identifiés par notre technique numérique voient eux-mêmes le  $Rm$  critique de la bifurcation noeud-col qui leur donne naissance augmenter avec  $Re$ . Cette figure montre aussi qu'aucun de ces

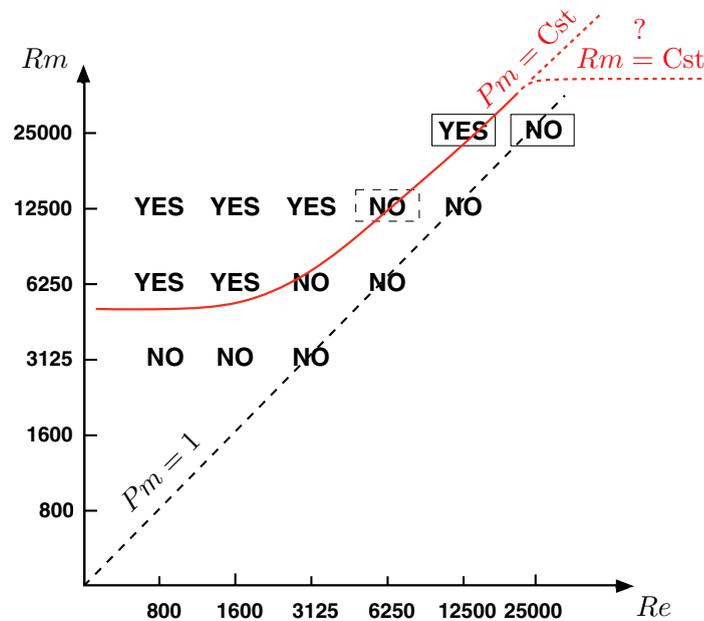


FIGURE 3.7 – Dépendance de la transition dynamo MRI en  $Re$  et  $Rm$  pour des simulations numériques DNS de type shearing box (adapté de Fromang *et al.* 2007). Les points “Yes” correspondent aux simulations pour lesquelles la turbulence MHD se maintient sur des temps longs. La ligne rouge continue a été ajoutée à la figure originale pour souligner l’augmentation du nombre de  $Rm$  typique auquel la transition se produit lorsque  $Re$  augmente. Les lignes rouges pointillées montrent les deux options asymptotiques possibles pour la transition : soit il existe une limite inférieure en  $Pm$  en deçà de laquelle la dynamo est impossible, ou alors il existe une limite inférieure en  $Rm$ . La zone avec le point d’interrogation demeure inexplorée à ce jour.

cycles ne survit dans la région  $Pm \ll 1$ . Et, comme nous l’avons montré à la section 3.4.b, qui dit pas de cycles dit pas de crises homoclines, et donc pas de transition du tout!

En suivant en fonction de  $Pm$  le bilan énergétique détaillé du champ magnétique des cycles dont on a cartographié la région d’existence figure 3.9, nous avons alors pu démontrer que leur dépendance en  $Pm$ , et l’impossibilité de les exciter à bas  $Pm$ , étaient dues à un effet de diffusion magnétique turbulente agissant sur la composante axisymétrique poloidale du champ magnétique. Physiquement, l’apparition de la dynamo à bas Prandtl magnétique est rendue difficile par le fait que les fluctuations du champ de vitesse excitées transitoirement par la MRI non-axisymétrique cascaded naturellement à petite échelle lorsque la viscosité du fluide est faible, ce qui a pour conséquence une augmentation du mélange du champ magnétique à grande échelle et donc de sa dissipation effective. Pour conserver les cycles de dynamo à plus grand  $Re$ , il est nécessaire de compenser cet effet en augmentant  $Rm$  afin de réduire la diffusion à grande échelle du champ. Dans la gamme de paramètres étudiée ici, la condition de maintien de la dynamo se traduit alors concrètement par la ligne frontière  $Pm \simeq \text{constante}$  des figures 3.7-3.9. Cet effet

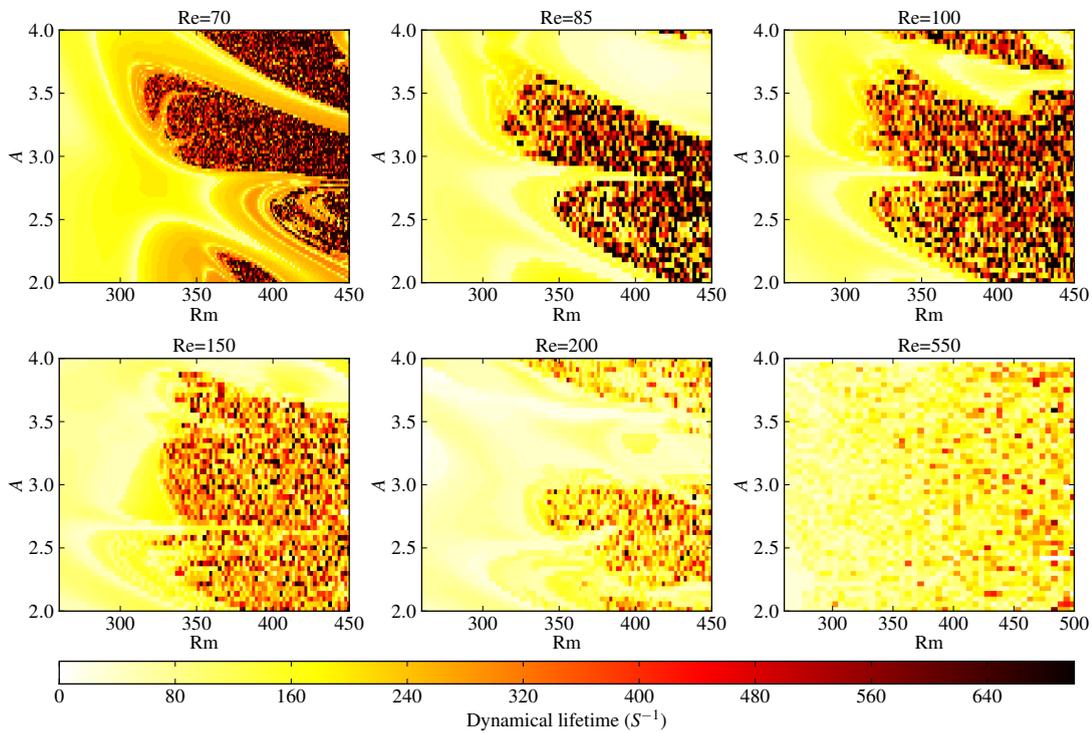


FIGURE 3.8 – Cartes de temps de vie dynamique de simulations numériques directes de dynamo MRI en fonction de  $Rm$  et de l'amplitude de la perturbation initiale  $A$ , pour une forme spatiale de bruit initial fixée et différents  $Re$  (adapté de Riols *et al.* 2015).

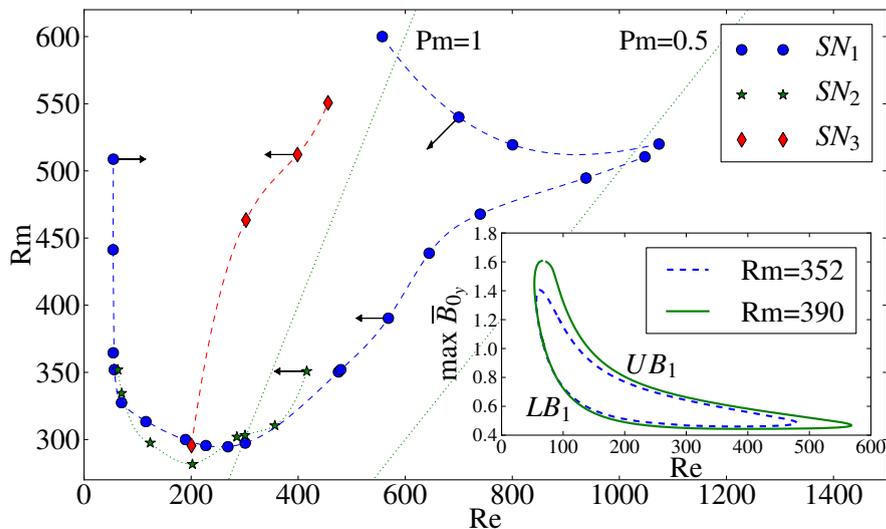
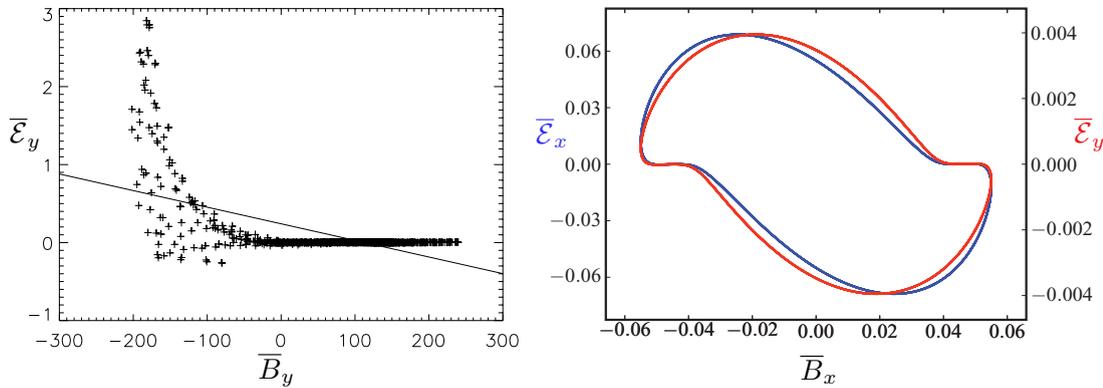


FIGURE 3.9 – Frontière d'existence de trois paires de cycles de dynamo MRI (tirets) dans le plan  $(Re, Rm)$ , et nombre de  $Re_c(Rm)$ ,  $Rm_c(Re)$  critiques des bifurcations noeud-col (saddle-node, SN) dont ils émergent (symboles). Ces résultats ont été obtenus par une méthode de continuation pseudo-arclength appliquée aux cycles calculés par la méthode de Newton-Krylov. Les flèches noires indiquent les régions d'existence des cycles. Insert : courbes de continuation en  $Re$  (à  $Rm$  fixé) du cycle  $LB_1$  identifié par Herault *et al.* (2011).

a depuis également été diagnostiqué dans des simulations numériques directes (Walker & Boldyrev 2017).

L'explication en terme d'un effet de diffusion turbulente de la dépendance en  $Pm$  de la dynamo MRI n'est pas en soi particulièrement surprenante ni même originale à la lumière des résultats évoqués précédemment sur la dynamo turbulente à petite échelle et sur les expériences de dynamo en métaux liquides. Il existe cependant une différence subtile entre la dynamo MRI et ces différents problèmes : pour ceux-ci, l'écoulement turbulent pré-existe au champ magnétique, et est indépendant de celui-ci. Dans le cas de la dynamo MRI, en revanche, l'excitation de la turbulence repose elle-même sur le développement de modes de MRI non-axisymétriques, dont l'excitation dépend en premier lieu de la présence du champ magnétique à grande échelle. La diffusion turbulente dans ce cas est donc elle-même en quelque sorte un phénomène sous-critique.

Cette subtilité pourrait bien *in fine* être fatale à la dynamo MRI à faible  $Pm$ . En effet, si notre explication est correcte, la survie asymptotique de la dynamo à faible  $Pm$  et grand  $Rm$  dépend de ce que le taux d'induction non-linéaire de la composante poloidale axisymétrique du champ soit plus grand que le taux de diffusion turbulente effective de celui-ci. Lequel de ces deux mécanismes domine asymptotiquement à faible  $Pm$  est difficile à estimer, les deux taux étant *a priori* tous deux du même ordre  $S$  (ou  $\Omega$ ) si l'échelle de mélange (vertical ou radial) est comparable à celle du champ à grande échelle lui-même. La survie de la dynamo à faible  $Pm$  pourrait alors dépendre de facteurs particuliers, notamment géométriques ou de stratification. Plusieurs études numériques suggèrent par exemple une dépendance possible de la barrière de transition en  $Pm$  vis-à-vis de la stratification verticale (Davis *et al.* 2010, Oishi & Mac Low 2011, Nauman & Pessah 2016), la faisant descendre à  $Pm \simeq 0.5$ . Il est tout à fait possible que la stratification affecte les caractéristiques des fluctuations de vitesse non-axisymétriques à l'origine du mélange turbulent du champ dynamo. Il a enfin récemment également été suggéré que le problème pourrait être résolu si la dimension verticale du domaine (ou des solutions cycliques qui le peuplent) est rendue plus importante que ses dimensions horizontales (Shi *et al.* 2016, Walker & Boldyrev 2017). Cependant, une démonstration numérique explicite définitive de l'existence « asymptotique » de la dynamo MRI à des  $Pm$  faibles (mettons, inférieurs 0.1) et des grands  $Rm$ , comparable à celle obtenue par Iskakov *et al.* (2007) pour la dynamo turbulente à petite échelle, n'a toujours pas été faite aujourd'hui. Ainsi, on ne sait toujours pas si la courbe de transition réelle à grand  $Re$  et  $Rm$  est dans la figure 3.7 celle de  $Pm$  critique constant ou de  $Rm$  critique constant. La survie de la dynamo à  $Pm = 0.1$  dans un écoulement Keplerien a uniquement été obtenue dans des simulations avec des conditions aux limites telles que le flux magnétique azimutal net n'est pas conservé (Käpylä & Korpi 2011). De telles configurations pourraient être pertinentes dans le contexte astrophysique, mais sortent formellement du cadre mathématique du problème d'une dynamo auto-entretenu tel que nous l'avons posé dans ce chapitre.



**FIGURE 3.10** – Portraits de phase de solutions numériques 3D non-linéaires simples de dynamos « instability-driven », représentant la relation instantanée entre les composantes axisymétriques de la force électromotrice et du champ magnétique. À gauche : évolution chaotique d’une dynamo impliquant une instabilité de flottaison magnétique (adapté de Cline *et al.* 2003). À droite : solution non-linéaire périodique de dynamo MRI dans la shearing box (adapté de Herault *et al.* 2011).

### 3.4.d Vers un effet statistique de dynamo à grande échelle dans les disques Kepleriens ?

Dans les paragraphes précédents, j’ai présenté une étude des aspects transitionnels de la dynamo MRI à des  $Rm$  modérés. L’approche précédente peut-elle également être utile pour comprendre le régime asymptotique statistique pleinement développé de la dynamo à grand  $Rm$  ? Est-il en particulier possible de construire une théorie fermée et bien motivée physiquement de cet effet, qui permettrait notamment de décrire la dynamique statistique du champ à grande échelle, comme le diagramme papillon présenté dans la figure 3.1 ? Une telle théorie ressemble-t-elle nécessairement à la théorie classique de champ moyen de la dynamo (Moffatt 1977) ? C’est à ce type de questions que nous avons commencé à nous intéresser avec Antoine Riols à la fin de sa thèse.

#### La relation $\overline{\mathcal{E}}(\overline{\mathbf{B}})$ dans le régime transitionnel

Une première étape pour aborder ce problème difficile consiste à s’intéresser dans les simulations numériques à la relation  $\overline{\mathcal{E}}(\overline{\mathbf{B}})$  entre le champ magnétique axisymétrique à grande échelle  $\overline{\mathbf{B}}$  et la force électromotrice  $\overline{\mathcal{E}} = \overline{\mathbf{u} \times \mathbf{b}}$  qui l’entretient, en partant par précaution du régime transitionnel dans lequel la dynamique reste relativement laminaire et sous contrôle. La figure 3.10 montre cette relation de phase pour des évolutions non-linéaires simples (chaotiques ou périodiques) de la dynamo MRI, et de la dynamo impliquant l’instabilité de flottaison magnétique. Clairement, l’ansatz classique de champ moyen  $\overline{\mathcal{E}} = \mathcal{L}(\overline{\mathbf{B}})$ , où  $\mathcal{L}$  est un opérateur différentiel linéaire, ne décrit pas bien les solutions de dynamo dans ce

régime. Notons également que l'application de cet ansatz pour décrire de manière effective la dynamique dans ce problème a pour effet de « linéariser » l'équation d'évolution (3.1) pour  $\overline{\mathbf{B}}$ , dégradant ainsi une bifurcation globale non-linéaire et sous-critique en une bifurcation locale linéaire de dynamo cinématique.

Le nœud du problème est que la contribution de  $\overline{\mathcal{E}} = \overline{\mathbf{u} \times \mathbf{b}}$  à l'entretien du champ dynamo est due à des fluctuations  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{b}$  non-axisymétriques que j'appellerai actives, c'est-à-dire qui doivent leur existence conjointe à une instabilité MHD, et sont liées par une relation de phase différente de celle généralement utilisée dans les dérivations mathématiques de type first order smoothing approximation (FOSA) des dynamos de champ moyen (Moffatt 1977). À grand  $Re$  et  $Rm$ , ces fluctuations actives génèrent par cascade turbulente des fluctuations passives (esclaves) à petite échelle, qui elles ne sont généralement pas instables (Riols *et al.* 2015). Ces fluctuations turbulentes contribuent, elles, au phénomène de diffusion turbulente évoqué précédemment, mais pas à l'entretien du champ dynamo à grande échelle (voir par exemple Cline *et al.* 2003, Davies & Hughes 2011, Hecault *et al.* 2011, Riols *et al.* 2015, Squire & Bhattacharjee 2015b, Bhat *et al.* 2016). La corrélation croisée entre fluctuations actives non-axisymétriques instables doit dépendre d'une manière ou d'une autre du champ  $\overline{\mathbf{B}}$  qui facilite l'instabilité non-axisymétrique, mais il n'existe pas de raison évidente pour laquelle cette dépendance devrait être une simple loi de proportionnalité dans le régime transitionnel. De fait, des calculs asymptotiques quasi-linéaires de  $\overline{\mathcal{E}} = \overline{\mathbf{u} \times \mathbf{b}}$  dans le problème de dynamo MRI Keplerien, pour lesquels  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{b}$  sont simplement assimilés à des perturbations linéaires non-axisymétriques MRI-instables dans un champ magnétique axisymétrique azimutal  $\overline{B}_y(z)$  semblable à celui du cycle illustré sur la figure 3.6, aboutissent à une relation fonctionnelle  $\overline{\mathcal{E}}(\overline{\mathbf{B}})$  non-linéaire assez compliquée (Lesur & Ogilvie 2008a).

### Régime statistique de la dynamo MRI non-stratifiée

Le fait que l'ansatz classique de la théorie de champ moyen ne décrive pas correctement les dynamos « instability-driven » dans le régime transitionnel n'est pas non plus particulièrement étonnant, sachant que ces dynamos ne sont ni cinématiques, ni de nature turbulente ou statistiques dans ce régime. Cependant, nous avons établi par ailleurs (voir section 3.4.b et Riols *et al.* 2013) que la complexité dynamique de ces dynamos augmente exponentiellement avec  $Rm$  au fur et à mesure que de nouvelles solutions apparaissent et que des crises homoclines successives se produisent, motivant ainsi la recherche d'une description statistique de la dynamique à grand  $Rm$ .

Je me concentrerai ici uniquement sur le problème le plus étudié de la dynamo MRI Keplerienne incompressible en milieu non-stratifié, qui présente déjà son lot de difficultés théoriques insurmontables. Un des intérêts de ce problème est qu'il évite certaines complications d'interprétation liées à la physique supplémen-

taire introduite par la stratification. D'autre part, sa simulation à des  $Rm$  super-transitionnels montre déjà une activité cohérente quasi-cyclique à grande échelle sur des périodes bien plus grandes que  $\Omega^{-1}$ , activité à laquelle s'ajoute une vigoureuse turbulence MHD à toutes les échelles allant jusqu'aux échelles de dissipation (Lesur & Ogilvie 2008b).

Si ces cycles de régénération « turbulents » sont bien plus complexes d'un point de vue dynamique que les solutions non-linéaires périodiques laminares exactes décrites précédemment, nous sommes parvenus à montrer que leur dynamique est également directement liée au processus auto-entretenu décrit dans la section 3.4.a, mais maintenant interprété comme un mécanisme statistique d'injection (Riols *et al.* 2017, publication reproduite en fin de chapitre). Plus spécifiquement, nous sommes parvenus à calculer par la méthode de Newton-Krylov des solutions cycliques intermédiaires entre cycles non-linéaires simples et activité statistique turbulente quasi-cyclique. Pour ces cycles que nous avons appelés « chimères », les renversements observés et l'entretien du champ axisymétrique sont le produit sur des temps  $\gg \Omega^{-1}$  d'une accumulation statistique d'incrémentations de force électromotrice dus au passage de perturbations non-axisymétriques MRI-instables successives croissant et évoluant chacune sur un temps de l'ordre de  $\Omega^{-1}$  (dans un domaine de rapport d'aspect modéré). Cette dynamique « semi-statistique » est illustrée sur la figure 3.11.

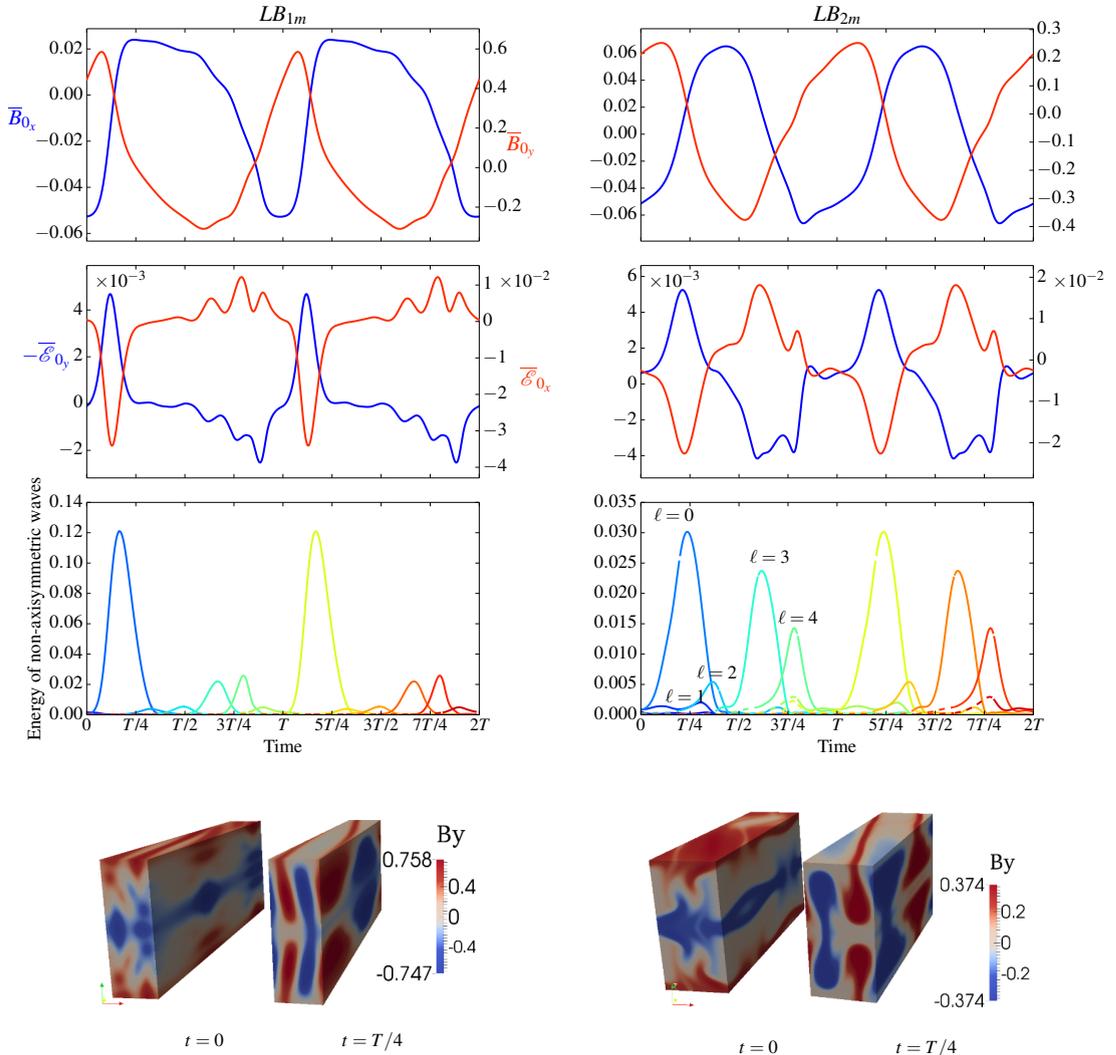
Nous avons également vérifié que les fluctuations MHD à petite échelle produites dans ces simulations sont esclaves du processus SSP statistique forcé par des paquets d'ondes à grande échelle non-axisymétriques et MRI-instables. Les fluctuations turbulentes à petite échelle ne constituent donc pas ici la cause primordiale de l'entretien du champ magnétique à grande échelle<sup>3</sup>. Cette observation va globalement à l'encontre de la phénoménologie souvent invoquée par les tenants de l'interprétation classique de champ moyen des cycles statistiques de dynamo Keplerienne (Gressel 2010, Gressel & Pessah 2015)<sup>4</sup>.

Ayant montré que le SSP de dynamo MRI devait être considéré sous un angle statistique à grand  $Rm$ , se pose alors la question de la construction d'une théorie statistique effective de faible dimension fondée sur un modèle de fermeture prenant en compte les effets nets de la dynamique non-axisymétrique<sup>5</sup>. Au regard des résultats de la figure 3.11, une approche statistique à deux échelles, fondée sur la séparation entre la dynamique non-axisymétrique des fluctuations MRI-instables

3. Incidemment, le même type de conclusion semble s'appliquer aux cycles dynamiques turbulents à grande échelle dans le problème hydrodynamique cousin, voir section 3.5.b.

4. Le rôle possible de la stratification dans ce problème, dont je ne parlerai pas dans ce chapitre, m'amène cependant à émettre une réserve sur cette conclusion dans le contexte plus général des disques stratifiés. Une discussion détaillée de ce problème est présentée dans mon article de revue récent sur les théories de la dynamo, Rincon (2019), à la fin de la section 5.3.5.

5. Notons qu'il existe un appétit grandissant pour ce genre de modèles « de champ moyen » dans le contexte de l'hydrodynamique des écoulements cisailés (Barkley 2011, Rath & Eckhardt 2013, Barkley *et al.* 2015, Rawat *et al.* 2015), ce qui montre que les interactions entre les deux champs sont à double sens.



**FIGURE 3.11** – Évolution temporelle et décomposition dynamique de deux solutions non-linéaires cycliques « chimères » de dynamo MRI,  $LB_{1m}$  (à gauche,  $Re = 100, Rm = 900$ ) et  $LB_{2m}$  (à droite,  $Re = 908, Rm = 3033$ ), calculées par la méthode Newton-Krylov dans le modèle numérique de shearing box (les rapports d’aspects de ces solutions sont  $(0.7, 6, 2)$  et  $(0.5, 2, 1)$  respectivement). De haut en bas : Mode fondamental  $\overline{B}_0$  du champ magnétique axisymétrique à grande échelle ( $k_z = 2\pi/L_z$ ), composante axisymétrique de la force électromotrice à grande échelle  $\overline{\mathcal{E}}_0$ , et énergie totale (intégrée sur tous les vecteurs d’onde  $k_z$ ) de paquets d’ondes non-axisymétriques MRI-instables ( $k_y = 2\pi/L_y$ ), en fonction du temps (deux périodes sont représentées pour chaque cycle). Les couleurs arc en ciel dans la représentation du bas, et l’entier  $\ell$ , labellisent des paquets d’ondes MRI non-axisymétriques déferlant successivement dans le temps. Les visualisations 3D montrent des isosurfaces de  $B_y$  à  $t = 0$  et  $t = T/4$ ,  $T$  étant la période du cycle correspondant. Ces visualisations montrent bien dans chaque cas le passage d’une onde non-axisymétrique autour de  $T/4$ , la direction azimutale étant quasi-perpendiculaire à la page (adapté de Riols *et al.* 2017).

évoluant sur une échelle de temps  $\Omega^{-1}$  d'une part, et le champ axisymétrique facilitant la MRI et évoluant sur une échelle de temps sensiblement plus longue d'autre part, semble être l'approche la plus pertinente à grand  $Rm$ . À quel type de couplages statistiques pouvons-nous nous attendre dans ce contexte? L'effet  $\Omega$  fait partie intégrante du SSP de dynamo MRI et assure la transformation  $\overline{B}_x \rightarrow \overline{B}_y$  mais différentes études ont montré que la rétro-action de la dynamique non-axisymétrique sur le champ axisymétrique ne peut pas se réduire, dans le cas non-stratifié en tout cas, à un classique effet  $\alpha$  de dynamo (Parker 1955) qui assurerait le couplage  $\overline{B}_y \rightarrow \overline{B}_x$ . Autrement dit les cycles de dynamo MRI non-stratifiée ne sont *pas* des dynamos de type  $\alpha\Omega$  (Lesur & Ogilvie 2008b, Gressel 2010, Squire & Bhattacharjee 2015b). Des projections de la dynamique sur un modèle de champ moyen en utilisant notamment la méthode de test-field (Brandenburg 2009) suggèrent plutôt que le couplage  $\overline{B}_y \rightarrow \overline{B}_x$  pour ce type de dynamo, dans une description de type champ moyen, prend la forme d'une diffusion magnétique turbulente anisotrope, i.e.

$$\frac{\partial \overline{B}_x}{\partial t} = -\eta_{yx} \frac{\partial^2 \overline{B}_y}{\partial z^2} + (\eta + \eta_{yy}) \frac{\partial^2 \overline{B}_x}{\partial z^2}, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \overline{B}_y}{\partial t} = -S\overline{B}_x - \eta_{xy} \frac{\partial^2 \overline{B}_x}{\partial z^2} + (\eta + \eta_{xx}) \frac{\partial^2 \overline{B}_y}{\partial z^2}. \quad (3.3)$$

où  $\eta_{ij}$  désigne ici le tenseur de diffusion magnétique turbulente. Le terme clé ici pour l'entretien de la dynamo dans son ensemble est celui proportionnel à  $-\eta_{yx} \partial_z^2 \overline{B}_y$  dans l'équation (3.2), lui-même issu du terme plus général d'induction  $-\partial_z \overline{\mathcal{E}}_y$ . C'est ce terme qui doit représenter de manière effective les corrélations non-linéaires entre les fluctuations non-axisymétriques  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{b}$  amplifiées par la MRI azimuthale. Ce n'est pas vraiment une surprise dans le sens où un terme diffusif hors-diagonale est le moyen le plus simple, en absence d'effet  $\alpha$ , de coupler  $\overline{B}_x$  à  $\overline{B}_y$  dans l'expansion formelle de  $\overline{\mathcal{E}}$  dans la théorie de champ moyen. La question intéressante est plutôt de savoir si cette prescription est fonctionnellement correcte dans le régime des grands  $Rm$  et, si c'est le cas, si ce résultat peut être démontré rigoureusement et d'une manière bien motivée physiquement.

Il n'existe toujours pas de réponse claire à ces questions. Comme nous l'avons montré dans la figure 3.10 (à droite), une telle prescription est en tout cas erronée dans le régime transitionnel pour le cycle de Herault *et al.* (2011). Cependant, nos travaux numériques les plus récents sur des cycles de dynamo de plus en plus complexes à grand  $Rm$  suggèrent que la relation  $\overline{\mathcal{E}}(\overline{\mathbf{B}})$  devient pour ces cycles plus proche en moyenne d'une relation linéaire que dans le cas des cycles transitionnels simples (Riols *et al.* 2017). La figure 3.12 (à comparer à la figure 3.10 de droite pour le cycle transitionnel de Herault *et al.* (2011)) montre cette relation pour les deux cycles chimères déjà présentés dans la figure 3.11.

Les raisons sous-jacentes à cette évolution de la relation  $\overline{\mathcal{E}}(\overline{\mathbf{B}})$  dans le régime statistique ne sont pas encore bien comprises. Elles pourraient être liées à la physique spécifique de l'instabilité MRI, ou bien être un simple effet de convergence

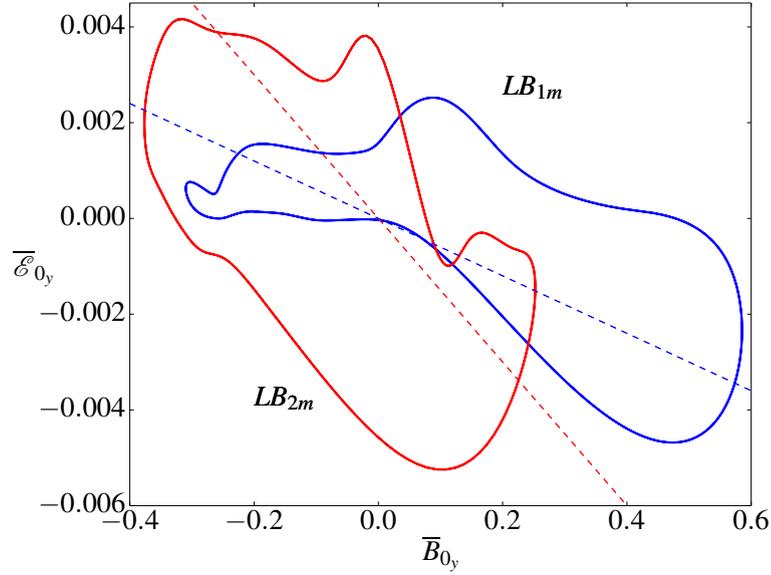


FIGURE 3.12 – Portraits de phase dans le plan  $(\bar{B}_{0y}, \bar{\mathcal{E}}_{0y})$  des cycles de dynamo chimères  $LB_{1m}$  and  $LB_{2m}$  présentés dans la figure 3.11. Les lignes brisées suggèrent la tendance à une relation linéaire (adapté de Riols *et al.* 2017).

statistique, de type théorème central limite, associé à l’accumulation des effets de paquets d’ondes MRI successifs. Pour progresser sur cette question plus avant, la meilleure solution au regard de la physique semble être de parvenir à formuler une version statistique de la théorie quasi-linéaire de Lesur & Ogilvie (2008b) fondée sur le calcul de  $\bar{\mathcal{E}} = \overline{\mathbf{u} \times \mathbf{b}}$  à partir de perturbations linéaires non-axisymétriques MRI-instables  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{b}$ . Je ne rentrerai cependant pas ici dans les détails d’une telle approche qui, bien que prometteuse, est loin d’être évidente à mettre en place en pratique<sup>6</sup>.

Pour compléter ce panorama de nos travaux sur ce sujet, je mentionnerai enfin très brièvement trois autres voies possibles pour progresser dans la compréhension et la description statistique de l’effet dynamo dans les systèmes en rotation Keplerienne. La première est en termes d’un effet générique de dynamo statistique non-hélicitaire, appelé « magnetic shear-current effect », et généré par des fluctuations MHD non-linéaires telles que peut en produire la MRI (Squire & Bhattacharjee 2015a, 2016). La seconde, sur laquelle j’ai brièvement travaillé en 2007-2008 à Cambridge avec Alexander Schekochihin, Tarek Yousef, et Tobias Heinemann (en thèse avec John Papaloizou à l’époque), est un effet statistique de dynamo dit de « shear dynamo » (Yousef *et al.* 2008b, Heinemann *et al.* 2011). Cet effet repose principalement sur les fluctuations stochastiques de l’effet  $\alpha$ , et peut donc se manifester dans des écoulements turbulents cisailés non-stratifiés et

6. La difficulté principale vient de la description du mécanisme de couplage non-linéaire entre composantes axisymétrique et non-axisymétrique qui permet de générer des graines successives d’ondes cisailées « leading » MRI-instables. Ce mécanisme est discuté dans Herault *et al.* (2011).

non-hélicitaires en moyenne, y compris en présence de rotation différentielle Keplerienne (j'ai notamment contribué à des simulations numériques de ce régime, voir Yousef *et al.* 2008a, publication reproduite en fin de chapitre). Il est donc potentiellement pertinent dans le contexte du magnétisme des disques d'accrétion, bien que son étude reste à ce jour relativement limitée (cet effet est discuté beaucoup plus en détail dans ma revue récente sur l'effet dynamo, Rincon 2019).

La dernière voie possible est radicalement différente, et pour tout dire assez exotique. Comme je l'ai mentionné à la section 3.4.b, il est possible de manière abstraite de voir la turbulence MHD produite par la dynamo MRI comme une espèce de jeu de billard compliqué dans l'espace des phases du système dynamique correspondant, les « bumpers » consistant de cycles non-linéaires « entourés » de nébuleuses dynamiques fractales formées par des treillis homoclines et hétéroclines de Poincaré. À grand  $Rm$ , on s'attend alors à ce qu'il existe un régime ergodique dans lequel la dynamique visite de nombreux cycles peuplant densément l'espace des phases, et on pourrait alors envisager une description effective de la dynamique en terme de statistiques sur ces structures. C'est précisément l'idée sous-jacente à la théorie des orbites périodiques (Cvitanović (1992), voir aussi Cvitanović *et al.* (2016) pour une introduction pédagogique). Si cette approche n'a pas encore atteint la maturité en dynamique des fluides, elle reçoit beaucoup d'attention depuis plusieurs années dans le contexte de la turbulence cisailée hydrodynamique (Chandler & Kerswell 2013, Lucas & Kerswell 2015, Budanur *et al.* 2017), et mérite donc qu'on garde l'œil ouvert dans la perspective possible d'une application future dans le contexte de l'effet dynamo. Antoine Riols l'avait d'ailleurs défrichée en 2010 avec moi lors de son stage de M2, dans le contexte du transport turbulent de moment cinétique associé à la dynamo MRI.

### 3.5 Étude de transitions hydrodynamiques à la turbulence dans les écoulements cisailés

En parallèle de mes recherches sur la dynamo magnéto-rotationnelle de l'écoulement Keplerien, j'ai également longtemps travaillé sur plusieurs problèmes de transition hydrodynamique des écoulements cisailés, et notamment sur l'identification et la caractérisation des structures dynamiques associées au SSP introduit à la section 3.3.b. En fait, chronologiquement, j'ai d'abord commencé à travailler sur l'étude de la pertinence potentielle de ce mécanisme dans le cadre d'une transition hydrodynamique sous-critique de l'écoulement Keplerien. Le développement de méthodes numériques pour ce problème avec Carlo Cossu nous a alors permis d'aborder le problème MHD, ainsi que d'autres problèmes de transition hydrodynamique. Dans cette section, je commencerai donc par brièvement évoquer ce travail sur l'hydrodynamique de l'écoulement Keplerien, avant de dé-

crire des résultats numériques obtenus plus récemment, dans le cadre du co-encadrement de la thèse de Subendhu Rawat à l'IMFT, sur l'existence et les propriétés de structures cohérentes non-linéaires dans les écoulements de Poiseuille et Couette plan non-tournants.

### 3.5.a Sur la transition hydrodynamique sous-critique de l'écoulement Keplerien

L'identification de mécanismes de transition purement hydrodynamiques à la turbulence dans l'écoulement de rotation différentielle Keplerienne constitue un problème de dynamique des fluides fondamentale particulièrement intéressant. Sa complexité notoire, que ce soit du point de vue théorique ou expérimental, a cependant été la source de multiples controverses au cours des vingt dernières années, qui lui confèrent aujourd'hui un statut totémique en hydrodynamique au même titre que le problème de l'existence et de la régularité des solutions de l'équation de Navier-Stokes (le prix Clay d'un million de dollars excepté).

Comme je l'ai mentionné en introduction, les disques d'accrétion ont des nombres de Reynolds cinétiques jusqu'à  $Re = 10^{14}$ , laissant à penser qu'ils devraient naturellement se trouver dans un état dynamique turbulent (entretenu par le cisaillement de champ de vitesse au sein du disque) à même de transporter efficacement du moment cinétique vers l'extérieur du disque et donc faciliter le processus d'accrétion. Cependant, l'écoulement Keplerien a une stratification radiale stable en moment cinétique, et est donc hydrodynamiquement linéairement stable vis-à-vis de l'instabilité centrifuge, par le critère de Rayleigh, voir par exemple Chandrasekhar (1961). Dans les notations utilisées ici pour le modèle de shearing sheet (figure 3.3), la condition nécessaire d'instabilité est  $0 < 2\Omega < S$ , ou encore  $0 > R_\Omega > -1$ , où  $R_\Omega = -2\Omega/S$  est le nombre de rotation (une autre définition couramment utilisée est  $q = -2/R_\Omega$ , correspondant à un profil de rotation  $\Omega(r) \sim r^{-q}$ ). Le cas Keplerien correspond à  $q = 3/2$ , i. e.  $R_\Omega = -4/3$ .

Sachant que beaucoup d'écoulements hydrodynamiques cisailés *non-tournants* sont eux aussi stables linéairement, mais transitionnent malgré tout vers la turbulence à des nombres de Reynolds modérés (voir section 3.3.b), il a depuis longtemps été envisagé qu'un mécanisme non-linéaire de transition pourrait également rendre l'écoulement Keplerien turbulent (Richard & Zahn 1999, Longaretti 2002). Cette idée a notamment été à l'origine d'une vaste activité expérimentale sur la transition de l'écoulement de Taylor-Couette quasi-Keplerien au cours des vingt dernières années (Richard & Zahn (1999), Ji *et al.* (2006), Schartmann *et al.* (2011), Paoletti & Lathrop (2011), Paoletti *et al.* (2012), Ji & Balbus (2013), Edlund & Ji (2014), voir également Ji & Balbus (2013), Grossmann *et al.* (2016), Fromang & Lesur (2017) pour des revues récentes). Les résultats de ces nombreuses expériences sont extrêmement divers (même si pas forcément contradictoires), certains comme ceux de Paoletti & Lathrop (2011) semblant montrer un transport dy-

namique de moment cinétique, d'autres ne détectant pas d'activité significative (Schartmann *et al.* 2011). Les études numériques les plus récentes du problème, aux plus hautes résolutions atteignables aujourd'hui, suggèrent toujours que les conditions de bord verticales jouent un rôle majeur dans le développement de circulations visqueuses globales dans de telles expériences (Avila 2012, Ostilla-Mónico *et al.* 2014, Lopez & Avila 2017, Shi *et al.* 2017). De telles circulations ne semblent cependant pas pertinentes dans le contexte de l'accrétion, et aucun mécanisme local hydrodynamique pur de transition à la turbulence n'a par ailleurs été clairement identifié numériquement dans ce régime Keplerien.

Si l'approche de type « force brute » expérimentale ou numérique sur ce problème a ses vertus pour débroussailler le problème, il est nécessaire par ailleurs de s'intéresser de plus près aux mécanismes physiques qui pourraient potentiellement rendre un tel écoulement instable. Je ne considérerai ici que des mécanismes hydrodynamiques « purs », sans prendre en compte par exemple les effets possibles de stratification, de compressibilité, ou d'auto-gravité qui peuvent tous potentiellement avoir un effet significatif dans ce problème (Fromang & Lesur 2017). Comme l'ont montré Balbus *et al.* (1996), Hawley *et al.* (1999), un tel mécanisme hydrodynamique, s'il existe, doit impliquer une composante dynamique non-axisymétrique. L'identification par Hamilton *et al.* (1995), Waleffe (1997), du mécanisme dynamique sous-jacent à la transition à la turbulence dans le cas non-tournant, le SSP décrit à la section 3.3.b, et le rôle joué par les mécanismes de croissance transitoire dans les écoulements cisailés dans ce problème particulier (l'effet lift-up axisymétrique, mais aussi les instabilités de modes non-axisymétriques cisailés), a donc ouvert une voie tout particulièrement intéressante pour tenter de comprendre le cas hydrodynamique Keplerien (Longaretti 2002). Pour autant, des résultats numériques tels que ceux obtenus par Lesur & Longaretti (2005) sur l'exploration de la dynamique non-linéaire à haute résolution dans le régime Rayleigh-stable anticyclonique dans le modèle numérique de la shearing box laissent à penser qu'une transition sous-critique dans le régime Keplerien, si elle existe, devrait se produire à des  $Re$  beaucoup plus grands que dans le cas non-tournant, de l'ordre de  $10^{20}$  à  $10^{26}$  (cette estimation repose une extrapolation extrême des résultats de simulations).

Pourquoi une telle différence entre le régime non-tournant et le régime Keplerien? Qu'en est-il d'un possible SSP en régime de rotation Keplerienne? Afin d'apporter des éléments de réponse non-linéaires théoriques à cette question, Carlo Cossu et moi-même avons développé en 2006 un code de Newton non-linéaire pour l'écoulement de Couette plan tournant. Ce code, précurseur du code PEANUTS utilisé dans le problème de dynamo MRI par la suite, permettait de calculer explicitement des structures cohérentes tri-dimensionnelles hydrodynamiques non-linéaires sous-tendues par un SSP et, une fois identifiées dans un régime favorable, de les suivre de manière paramétrique dans d'autres régimes.

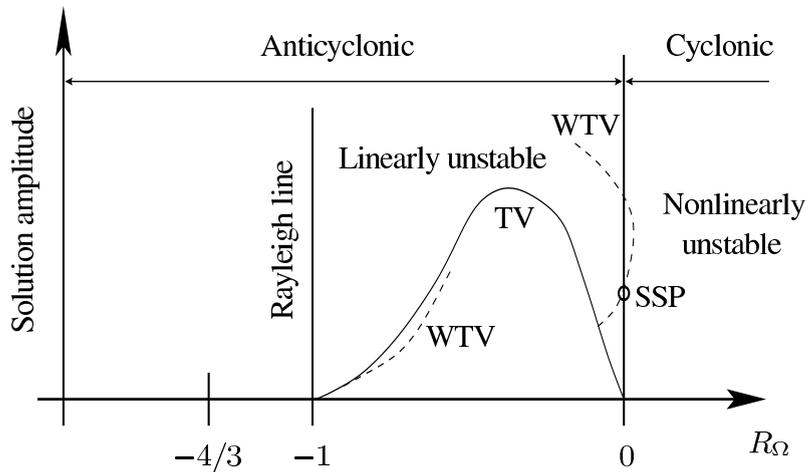
Avec Gordon Ogilvie, nous avons obtenu plusieurs résultats grâce à cette mé-

thode, complétée par une approche analytique asymptotique du problème. Le principal a été de montrer que les mécanismes de transition vers la turbulence SSP dans Couette plan non-tournant perduraient dans les régimes de rotation (suivant  $z$ ) cyclonique, mais ne pouvaient pas être transposés aux écoulements anticycloniques stables linéairement tels que l'écoulement Képlérien (Rincon, Ogilvie & Cossu 2007a, publication reproduite en fin de chapitre). En particulier, nous avons montré qu'un schéma du type présenté dans la figure 3.4 de droite n'était déjà plus applicable à la limite de stabilité marginale de l'instabilité centrifuge de la ligne de Rayleigh correspondant à un moment cinétique radialement uniforme ( $R_\Omega = -1$ ,  $q = 2$ ), et donc très probablement encore moins au régime Keplerien  $R_\Omega = -4/3$ . La raison première identifiée est que le mécanisme de croissance transitoire axisymétrique qui est présent dans le régime  $R_\Omega = -1$  est très différent de l'effet lift-up amplifiant des rouleaux en streaks dans le régime non-tournant  $R_\Omega = 0$ . En effet, s'il existe bien un mécanisme de croissance transitoire axisymétrique sur la ligne de Rayleigh, celui-ci est tel que ce sont les streaks qui sont transformés en rouleaux linéairement en temps, et non l'inverse (Antkowiak & Brancher 2007)<sup>7</sup>! L'état axisymétrique 2D transitoirement croissant qui résulte de ce mécanisme a la morphologie de rouleaux de Taylor (Couette plan étant la limite « thin-gap » de Taylor-Couette), et est soumis à des instabilités non-axisymétriques de type rouleaux de Taylor « wavy » (WTV) ou « twisted » (TTV), comme c'est le cas dans la deuxième étape du SSP dans le régime sans rotation.

Cependant, dans le régime  $R_\Omega = -1$ , ces instabilités ne permettent pas de renforcer les streaks non-linéairement et d'éviter leur décroissance visqueuse. La situation est résumée sur la figure 3.13 : la région  $-1 < R_\Omega < 0$  est linéairement instable pour l'instabilité centrifuge, qui mène au développement de rouleaux de Taylor axisymétriques TV. Les instabilités secondaires de ces rouleaux aboutissent à des solutions non-linéaires 3D de type WTV et TTV. La solution WTV pour  $R_\Omega < 0$  proche de 0 peut être suivie jusque dans des régimes cycloniques  $R_\Omega > 0$ . Pour  $R_\Omega = 0$ , elle s'identifie à une solution non-linéaire stationnaire de Couette plan non-tournant sous-tendue par le SSP (solution d'ailleurs calculée par Nagata (1990) et Clever & Busse (1992) bien avant la découverte du SSP). Si on essaie de procéder de la même façon et de suivre la solution WTV calculable dans le régime linéairement instable  $R_\Omega > -1$  proche de la ligne de Rayleigh  $R_\Omega = -1$ , on voit en revanche que la branche 3D de solutions ne la traverse pas, et n'est donc pas non-plus pertinente dans le régime Keplerien  $R_\Omega = -4/3$ .

Ce résultat est significatif selon moi car il suggère clairement, en complément des simulations directes et des expériences, que la phénoménologie d'une transition sous-critique à la turbulence de l'écoulement Keplerien, si tant est qu'il y en ait

7. Ce mécanisme de croissance transitoire dit « anti lift-up » peut être vu comme une oscillation épicyclique de période infinie, puisque la fréquence épicyclique  $\kappa$  (définie par  $\kappa^2 = 2\Omega(2\Omega - S) = S^2 R_\Omega (R_\Omega + 1)$  avec les conventions utilisées ici) tend vers zéro lorsqu'on s'approche de la ligne de Rayleigh :  $\sin \kappa t \sim \kappa t$ , produisant un effet de croissance linéaire en temps en absence de viscosité.



**FIGURE 3.13** – Schéma qualitatif des branches de solutions non-linéaires axisymétriques et non-axisymétriques de l'écoulement de Couette plan en fonction du nombre de rotation  $R_\Omega = -2\Omega/S$ , basé sur les résultats numériques de Rincon *et al.* (2007a). Le régime Keplerien correspond à  $R_\Omega = -4/3$ , la ligne de Rayleigh à  $R_\Omega = -1$ , et le cas non-tournant à  $R_\Omega = 0$ . WTV désigne les « wavy Taylor vortices » (branches de solutions en tirets), qui sont des solutions non-linéaires 3D résultant d'instabilités secondaires non-axisymétriques des rouleaux de Taylor (TV, branches de solutions en trait plein) produits dans le régime centrifuge linéairement instable (adapté de Rincon *et al.* 2008).

une, doit être qualitativement différente de celle des écoulements cisailés sans rotation. Cette conclusion affaiblit en tout cas sensiblement l'argument selon lequel l'existence d'une transition hydrodynamique non-linéaire des écoulements non-tournants linéairement stables suggérerait que l'écoulement Keplerien également linéairement stable devrait lui-même être non-linéairement instable. Cela ne veut pas dire pour autant que la possibilité d'une telle transition est aujourd'hui définitivement écartée. Par exemple, Geoffroy Lesur et Pierre-Yves Longaretti avaient dès 2005 aperçu des structures obliques relativement persistantes dans certaines de leurs simulations dans le régime  $R_\Omega < -1$  très proche de la ligne de Rayleigh. La pertinence réelle et le mécanisme d'entretien non-linéaire potentiel de telles structures, qui sont normalement fortement cisailées, restent aujourd'hui encore non-déterminés.

À ma connaissance, ce travail de 2007-2008 reste également une des seules études à ce jour à s'être intéressée de près à la question du rôle de la non-linéarité dans le problème de la transition hydrodynamique en régime Keplerien<sup>8</sup>. La plupart des autres études théoriques sur la stabilité de ce régime se sont toujours contentées d'invoquer spéculativement des mécanismes de transition « by-pass » à la turbulence par des mécanismes de croissance linéaire transitoire, calculs linéaires à l'appui mais sans jamais vraiment étudier si les non-linéarités dans le problème

8. Une autre étude pertinente dans ce contexte, quoique très rapidement remise en cause par des simulations numériques, est celle de Lithwick (2007) avançant un mécanisme non-linéaire de régénération d'ondes de cisaillement.

permettaient effectivement une transition sous-critique dans ce régime (Chagelishvili *et al.* (2003), Tevzadze *et al.* (2003), Yecko (2004), Afshordi *et al.* (2005), Mukhopadhyay *et al.* (2005), Razdoburdin & Zhuravlev (2012), Marezke *et al.* (2014), Razdoburdin & Zhuravlev (2017), voir également Razdoburdin & Zhuravlev (2018) pour une revue récente)<sup>9</sup>. Nos calculs ont montré (de manière presque tautologique quand on y réfléchit, mais manifestement pas si évidente si on regarde la quantité d'articles se focalisant sur les mécanismes linéaires) que l'existence de mécanismes de croissance transitoire linéaire ne constitue en rien une condition suffisante d'instabilité sous-critique. Du point de vue strictement linéaire, et pour revenir au contexte du transport de moment cinétique dans les disques d'accrétion, il semble au mieux possible d'envisager qu'un bruit stochastique de perturbations au sein d'un disque, excité par ailleurs par d'autres mécanismes physiques, puisse être grandement amplifié par de tels mécanismes de croissance transitoire, produisant ainsi statistiquement une activité hydrodynamique non-axisymétrique stochastique de fond (Ioannou & Kakouris 2001).

Enfin, j'ai pu constater par de multiples discussions, en particulier lors d'une conférence d'hydrodynamique des écoulements cisailés à Cargèse en 2014, que nos résultats sur les transitions hydrodynamiques non-linéaires en présence de rotation, et notamment dans le régime cyclonique  $R_\Omega > 0$ , intéressent aujourd'hui plus largement cette communauté (Salewski & Eckhardt 2015, Brauckmann, Salewski & Eckhardt 2016, Lucas & Kerswell 2017). Je n'exclus pas personnellement de revenir sur ce problème quand je trouverai du temps pour cela. J'avais en particulier commencé à évoquer avec Richard Kerswell (DAMTP) en 2014 l'idée de calculer des perturbations optimales *non-linéaires* dans le régime Keplerien. Ces perturbations, bien que très probablement globalement stables aux nombres de Reynolds accessibles par la simulation numérique, sont en effet les plus susceptibles de déstabiliser non-linéairement l'écoulement dans des régimes de  $Re$  asymptotiques, et pourraient donc fournir des informations physiques importantes sur les mécanismes dynamiques les plus dangereux pour la stabilité de l'écoulement Keplerien (ou réciproquement aider à trouver une façon de prouver mathématiquement sa stabilité non-linéaire). De telles perturbations peuvent être calculées par des techniques numériques développées au cours des dix dernières années (Monokrousos *et al.* 2011, Cherubini & De Palma 2013, Duguet *et al.* 2013, Kerswell *et al.* 2014).

### 3.5.b Structures cohérentes non-linéaires dans les écoulements cisailés non-tournants

Le développement du code Newton-Krylov PEANUTS dans le cadre de mes recherches sur la dynamo Keplerienne a enfin également été l'occasion d'une col-

---

9. Sur ce point, Balbus & Hawley (2006) ont d'ailleurs montré que l'auto-interaction hydrodynamique non-linéaire d'ondes de cisaillement monochromatiques amplifiées transitoirement linéairement est nulle.

laboration interdisciplinaire avec Carlo Cossu sur divers problèmes de transition hydrodynamique dans les écoulements cisailés *non-tournants*. La problématique plus spécifique de notre projet était la suivante : ces écoulements, même à l'état turbulent, se caractérisent par l'apparition régulière de structures dynamiques cohérentes à grande échelle et de « bursts » d'activité turbulente (Kim & Adrian 1999, Gualtieri *et al.* 2002, Del Alamo & Jiménez 2003, Tomkins & Adrian 2005, Tsukahara *et al.* 2006, Kitoh & Umeki 2008). L'origine de cette activité dynamique à grande échelle est restée jusqu'à récemment assez controversée, l'alternative étant entre une interaction non-linéaire mutuelle entre des structures de paroi à petite échelle de type « hairpin vortex », et un processus d'injection direct à grande échelle de type SSP, par lequel de telles structures se nourriraient directement du champ de cisaillement. Comprendre les mécanismes physiques qui génèrent cette activité à grande échelle est notamment potentiellement intéressant dans un contexte aérodynamique dans une perspective de contrôle ou de réduction du niveau de turbulence dans un écoulement cisailé turbulent déjà pleinement développé.

Au moment où nous avons commencé ce projet, Carlo venait de contribuer à montrer, avec un de ses doctorants et à l'aide de simulations de type large-eddy (LES), qu'un mécanisme de SSP tel qu'introduit à la section 3.3.b était bien responsable de la dynamique à grande échelle dans des écoulements cisailés turbulents à grand  $Re$  (Hwang & Cossu 2010, 2011). Nous avons alors cherché à déterminer s'il serait possible d'isoler au milieu de la turbulence des structures non-linéaires cohérentes telles que celles que j'ai pu décrire précédemment en utilisant le code PEANUTS, le but étant de pouvoir déterminer plus précisément les bilans et flux énergétiques entre échelles dans ce problème. Nous avons obtenu un financement de thèse en 2011 dans le cadre d'un appel d'offre interdisciplinaire Université de Toulouse / Région Midi-Pyrénées pour étudier ce problème dans le contexte particulier des écoulements de Couette et Poiseuille plan.

Le travail que nous avons accompli avec notre doctorant Subendhu Rawat a consisté dans un premier temps à adapter les techniques numériques développées dans le cadre du projet dynamo aux problèmes de Poiseuille et Couette plan hydrodynamiques. Pour cela, nous avons dû interfacer le code de calcul de cycles PEANUTS avec deux codes open-source de simulations d'écoulements hydrodynamiques cisailés, ChannelFlow et DIABLO, le second d'entre eux présentant notamment la capacité de faire des simulations LES, c'est-à-dire qu'il incorpore un modèle de sous-maille permettant sous certaines hypothèses de simuler l'effet de turbulence à petite échelle non-résolue par la grille. Ce genre de modèles permet généralement d'explorer la dynamique dans des régimes de turbulence un peu plus extrêmes que ceux généralement accessibles aux codes de simulations directes DNS. J'ai apporté une grosse assistance technique numérique à la réalisation de cette première étape de développement.

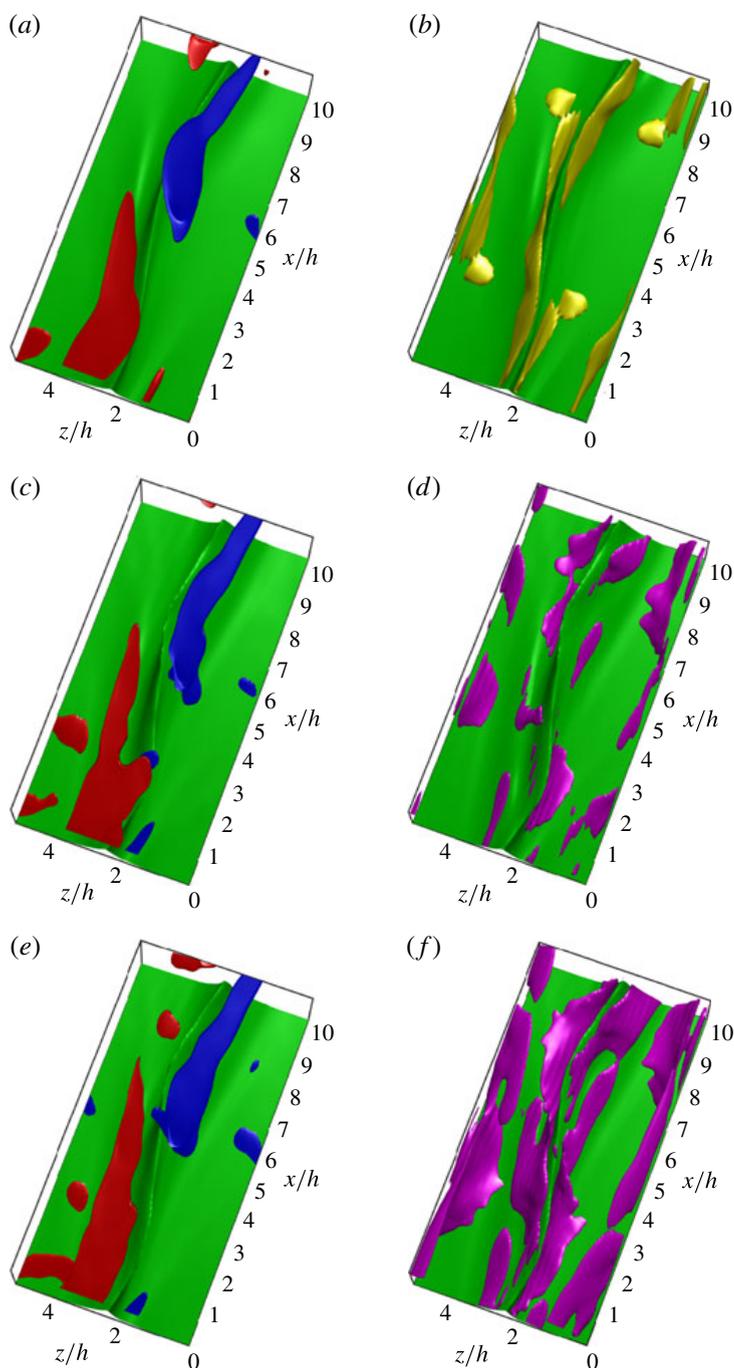
### **Solution non-linéaire périodique relative et bifurcation SNIPER dans l'écoulement de Poiseuille plan**

Nos pérégrinations autour de ce problème ont d'abord abouti au calcul numérique précis de plusieurs solutions non-linéaires exactes de type orbite périodique relative dans l'écoulement de Poiseuille plan laminaire, en utilisant PEANUTS interfacé au code de DNS ChannelFlow. Il s'agissait là d'un résultat relativement modeste mais qui représentait malgré tout une première pour cet écoulement spécifique (Rawat, Cossu & Rincon 2014, publication reproduite en fin de chapitre). Dans la continuité de ce travail et vers la fin de la thèse de Subendhu, nous avons également montré comment une telle solution pouvait se transformer, en faisant évoluer la dimension  $L_z$  (spanwise) du domaine, en une solution de type onde non-linéaire propagative (nonlinear travelling wave), localisée en  $z$ , par une bifurcation de type SNIPER (Saddle-Node Infinite PERiod bifurcation, voir Rawat, Cossu & Rincon 2016, publication reproduite en fin de chapitre). Là aussi, il s'agissait je crois de la première mise en évidence d'une métamorphose entre ces deux classes de solutions l'une et l'autre par ailleurs assez communément isolées dans le contexte de la dynamique des écoulements cisailés, sans pour autant qu'elles aient pu être mises en relation jusque-là.

### **Structures cohérentes à grande échelle stationnaires dans l'écoulement de Couette plan turbulent**

Le résultat le plus significatif du travail de thèse de Subendhu Rawat a été de parvenir à calculer une paire de branches de solutions non-linéaires stationnaires 3D dans l'écoulement de Couette plan en utilisant l'algorithme Newton-Krylov PEANUTS interfacé au code hydrodynamique LES DIABLO, et à suivre ces solutions dans des régimes de  $Re$  effectifs assez élevés (Rawat, Cossu, Hwang & Rincon 2015, publication reproduite en fin de chapitre). La figure 3.14 montre la localisation pour cette solution de la vorticité et de la dissipation turbulente associ e au modèle de sous-maille.

En comparant cette solution aux statistiques de simulations DNS dans les régimes de  $Re$  communs aux deux types de simulations, nous avons pu montrer que ce cycle de LES était représentatif de la dynamique de régénération observ e à grande échelle dans les DNS de l'écoulement de Couette complètement turbulent. De plus, la prescription de sous-maille utilis e dans nos LES pour la turbulence à petite échelle étant strictement dissipative (modèle de Smagorinsky, pas de cascade inverse d'énergie vers les grandes échelles), le calcul de la solution effectué avec la LES montre que la structure identifi e se nourrit nécessairement de l'écoulement cisailé lui-même, et non pas de l'énergie de la turbulence à petite échelle.   noter enfin que nous avons également réussi à suivre à grand  $Re$  effectifs dans des LES les solutions en ondes non-linéaires identifi es par DNS dans Poiseuille plan (Rawat *et al.* 2016, mentionné précedemment). Au



**FIGURE 3.14** – Visualisation d’un cycle de régénération 3D non-linéaire calculé avec le code PEANUTS dans une simulation LES de l’écoulement hydrodynamique de Couette plan turbulent, pour trois nombres de Reynolds égaux à (a,b) 750, (c,d) 1600, (e,f) 2187. À gauche : visualisation d’isosurfaces de la vorticité projetée suivant la direction de l’écoulement de base. À droite : visualisation de la localisation des régions de l’écoulement où la viscosité turbulente de sous-maille est la plus importante (adapté de Rawat *et al.* 2015). La direction  $x$  « streamwise » de l’écoulement dans cette figure correspond à la direction  $y$  dans la figure 3.3. Le gradient du champ de vitesse cisailé est perpendiculaire à la feuille.

total, ces travaux ont donc ouvert une voie pour des calculs de formation de structures cohérentes dans des régimes déjà turbulents, qui pourrait trouver un certain nombre d'applications astrophysiques et aérodynamiques. La méthodologie originale employée dans cette étude, combinant code de Newton-Krylov et simulation LES, semble d'ailleurs déjà avoir fait quelques émules (Farrell *et al.* 2016, Yang *et al.* 2019).

Pour conclure ce paragraphe sur Couette plan, je mentionnerai finalement en passant que mes recherches de 2007 de solutions non-linéaires dans le régime Keplerien m'ont par ailleurs amené à clarifier certains résultats numériques intrigants obtenus il y a quelques années par Cherhabili & Ehrenstein (1995) et Mehta & Healey (2005) sur l'existence de solutions non-linéaires 2D (dans le plan  $x, y$ ) de l'écoulement de Couette plan sans rotation (Rincon 2007a, Ehrenstein, Nagata & Rincon 2008, publications reproduites en fin de chapitre). Cherchant avant tout à évoquer mes principaux axes de mes recherche dans ce document, j'invite le lecteur intéressé par ces résultats relativement techniques et de portée scientifique plus réduite à mon sens à se référer aux publications correspondantes.

### 3.6 Conclusions

Progresser dans la résolution de l'ensemble des problèmes évoqués au cours de ce chapitre, de l'immersion dans le monde complexe des systèmes dynamiques et de l'hydrodynamique des écoulements cisailés en 2005 jusqu'au développement d'une esquisse de théorie statistique physiquement motivée de la dynamo MRI, a constitué une aventure scientifique très intense, et pour tout dire assez inoubliable pour moi au cours des quinze dernières années, notamment en tant qu'encadrant de la thèse d'Antoine Riols. J'ai eu la chance au cours de cette aventure de bénéficier des compétences et des qualités humaines de plusieurs collègues hors du commun, qui ont tous largement contribué à l'ensemble de ces progrès. Bien que beaucoup des résultats évoqués dans ce chapitre apparaissent encore pour beaucoup de collègues astrophysiciens comme relativement déconnectés du problème de la modélisation concrète des processus d'accrétion, il me semble important de souligner que nous sommes *in fine* parvenus, en partant de l'identification d'un processus non-linéaire entretenu de dynamo MRI relativement abstrait en 2007, à formuler des conclusions physiques motivées, claires et concrètes sur l'essence statistique de la dynamo MRI et sur le problème de la dépendance de sa transition au nombre de Prandtl magnétique, deux problèmes qui avaient jusque-là essentiellement été étudiés sous un angle descriptif par une approche numérique de type « force brute ».

Enfin, je mentionnerai pour l'anecdote que la figure 3.7 a été obtenue en 2007 par Sébastien Fromang dans le bureau du DAMTP que je partageais alors avec lui,

exactement à la même période où je parvenai dans un autre coin de ce même bureau à calculer la première solution non-linéaire stationnaire de dynamo MRI. Sébastien utilisait alors des simulations DNS MHD ZEUS parallèles de type shearing box, et moi une version alors très rudimentaire du code Newton (qui tournait sur un simple ordinateur portable) pour capturer des solutions non-linéaires de l'écoulement de Couette MHD en rotation avec parois. Les résultats que je viens d'exposer montrent que ces deux approches du problème de la dynamo MRI initialement complètement déconnectées, et *a priori* diamétralement opposées du point de vue méthodologique, ont fini par converger presque dix ans plus tard.



## Self-Sustaining Nonlinear Dynamo Process in Keplerian Shear Flows

F. Rincon,\* G. I. Ogilvie, and M. R. E. Proctor

*Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, Centre for Mathematical Sciences, University of Cambridge, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, United Kingdom*

(Received 16 March 2007; published 19 June 2007)

A three-dimensional nonlinear dynamo process is identified in rotating plane Couette flow in the Keplerian regime. It is analogous to the hydrodynamic self-sustaining process in nonrotating shear flows and relies on the magnetorotational instability of a toroidal magnetic field. Steady nonlinear solutions are computed numerically for a wide range of magnetic Reynolds numbers but are restricted to low Reynolds numbers. This process may be important to explain the sustenance of coherent fields and turbulent motions in Keplerian accretion disks, where all its basic ingredients are present.

DOI: [10.1103/PhysRevLett.98.254502](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.254502)

PACS numbers: 47.15.Fe, 47.20.Ft, 52.30.Cv, 98.62.Mw

The most natural explanation for the efficient outward angular momentum transport inferred from observed accretion luminosities in accretion disks is that these objects are turbulent [1]. In magnetized disks, turbulence is likely triggered by the magnetorotational instability (MRI; see [2]). When a mean magnetic field with nonzero net flux perpendicular to the disk plane is imposed, the instability takes the form of a two-dimensional channel flow which breaks down into three-dimensional MHD turbulence [3] as a result of secondary Kelvin-Helmholtz instabilities [4]. This simple field configuration, however, may not be relevant to all accretion disks. Recent observations have, for instance, demonstrated that the magnetic fields in the innermost regions of some disks are probably not created by an external object such as the central accreting body, but are intrinsic to the disk [5]. Their precise origin, however, remains largely unknown. Understanding the nonlinear saturation of the MRI in the absence of an externally imposed magnetic field or, more generally, when there is no net magnetic flux threading through the disk, proves to be a complicated task because one needs to explain in that case how the magnetic field, whose presence within the disk is permanently required for the generation of MHD turbulence, can be sustained against dissipation. Local numerical disk simulations in the absence of a net magnetic flux [6,7] suggest that a dynamo process possibly relying on the MRI of toroidal magnetic fields [8] may be at work, but a detailed theoretical understanding of such a scenario is still lacking.

In this Letter, we report the discovery of self-sustaining dynamo action in magnetized, spanwise rotating plane Couette flow (PCF) in the Keplerian regime (linearly stable from the purely hydrodynamic point of view) characteristic of accretion disks. The phenomenology of this magneto-hydrodynamic (MHD) process is analogous to that of the self-sustaining process (SSP) thought to be responsible for the transition to turbulence in hydrodynamic shear flows [9,10]. It relies on three fundamental physical effects: (i) linear amplification of zero-net-flux toroidal (azimuthal in the accretion disk terminology) magnetic field induced by

the distortion of a weak poloidal (radial and vertical) seed field by the background shear (differential rotation); (ii) three-dimensional linear instability (MRI) of the toroidal magnetic field; (iii) regeneration of the poloidal field owing to the nonlinear feedback of the MRI modes.

Even though linear processes are essential to the mechanism, either via transient linear growth or linear instability, the whole process is fundamentally nonlinear since the self-sustaining loop cannot be closed without nonlinear feedback. This notably means that there is no kinematic regime for the dynamo, which is therefore subcritical: an initial finite-amplitude, zero-net-flux magnetic field disturbance is required for the dynamo to operate. This contrasts with the externally imposed field problem in which infinitesimal disturbances grow exponentially due to the MRI. To the best of our knowledge, this is the first instance of an explicit nonlinear subcritical dynamo solution. We first describe the three steps of the process, construct steady nonlinear solutions for Keplerian PCF at various magnetic and kinetic Reynolds numbers, and, finally, discuss the relevance of our results to accretion disk theory.

We consider PCF for an incompressible fluid with unit density, constant kinematic viscosity  $\nu$  and magnetic diffusivity  $\eta$ . The flow is driven by two counter-moving rigid, no-slip, perfectly conducting walls located at  $y = \pm d$  and is rotating at a constant rate  $\Omega$  along the spanwise (vertical)  $z$  axis perpendicular to the linear background shear flow  $\mathbf{V}_B(y) = Sy\mathbf{e}_x$ . It is taken to be spatially periodic in both streamwise (toroidal,  $x$ ) and spanwise ( $z$ ) directions, with periods  $L_x = 2\pi d/\alpha$  and  $L_z = 2\pi d/\beta$ . Using  $1/S$  as a time unit and the channel half-width  $d$  as a length unit, we define a Reynolds number  $\text{Re} = Sd^2/\nu$  and a magnetic Reynolds number  $\text{Rm} = Sd^2/\eta$ . This configuration represents an idealized local model of a differentially rotating Keplerian accretion disk provided that the rotation number  $R_\Omega = -2\Omega/S$  equals  $-4/3$  (anticyclonic Rayleigh-stable rotation). Owing to PCF symmetries, we look for nonlinear three-dimensional *steady* solutions of the incompressible MHD equations (Navier-Stokes equation with a Lorentz force and induction equation) for magnetic and velocity

## Subcritical dynamos in shear flows

F. Rincon<sup>1,2,\*</sup>, G.I. Ogilvie<sup>2</sup>, M.R.E. Proctor<sup>2</sup>, and C. Cossu<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

<sup>2</sup> Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, United Kingdom

<sup>3</sup> Laboratoire d'hydrodynamique (LadHyX), CNRS – École polytechnique, 91128 Palaiseau cedex, France

Received 2008 May 9, accepted 2008 Jun 28

Published online 2008 Aug 30

**Key words** accretion, accretion disks – instabilities – magnetohydrodynamics (MHD)

Identifying generic physical mechanisms responsible for the generation of magnetic fields and turbulence in differentially rotating flows is fundamental to understand the dynamics of astrophysical objects such as accretion disks and stars. In this paper, we discuss the concept of subcritical dynamo action and its hydrodynamic analogue exemplified by the process of nonlinear transition to turbulence in non-rotating wall-bounded shear flows. To illustrate this idea, we describe some recent results on nonlinear hydrodynamic transition to turbulence and nonlinear dynamo action in rotating shear flows pertaining to the problem of turbulent angular momentum transport in accretion disks. We argue that this concept is very generic and should be applicable to many astrophysical problems involving a shear flow and non-axisymmetric instabilities of shear-induced axisymmetric toroidal velocity or magnetic fields, such as Kelvin-Helmholtz, magnetorotational, Tayler or global magnetoshear instabilities. In the light of several recent numerical results, we finally suggest that, similarly to a standard linear instability, subcritical MHD dynamo processes in high-Reynolds number shear flows could act as a large-scale driving mechanism of turbulent flows that would in turn generate an independent small-scale dynamo.

© 2008 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

## 1 Introduction

### 1.1 Differential rotation, non-normality and subcriticality

Differential rotation is a major ingredient of the physics of astrophysical objects and plays a central role in dynamo theory. From a local point of view (zooming in on a narrow region of the flow), it can be decomposed into a global rotation (Coriolis acceleration) and a shear flow (velocity gradient). Both of these components are individually important for dynamo theory. Let us focus on the shear component of differential rotation and neglect global rotation for a moment. An important consequence of the presence of shear is that it can induce a growth of velocity field fluctuations (referred to in the hydrodynamic transition community as the lift-up effect, see Sect. 2) or magnetic field fluctuations (referred to in dynamo theory as the  $\Omega$  effect for magnetic fluctuations having no spatial dependence along the direction of the shear velocity). These amplification processes, even though they result from linear terms in the equations, do not lead to an exponential growth of fluctuations on long timescales. Instead, velocity/magnetic perturbations grow algebraically for a viscous/resistive timescale and then decay if no other mechanism is present to sustain them. The short-time dynamics associated with linear shear flow operators is related mathematically to their non-normality (Trefethen 1993; Schmid & Henningson 2000), which makes it possible to combine several individually decaying linear eigenvectors into a transiently growing structure that ultimately has to decay viscously or resistively. The fact that transient growth is possible in shear flows, combined with the observation that linearly stable shear flows become nevertheless turbulent at moderate values of the Reynolds number, has given rise to the concept of subcritical, or bypass transition in hydrodynamics. The word subcriticality here relates to the fact that transition in a linearly stable shear flow is possible at finite values of the Reynolds number, while the critical Reynolds number for the “linear bifurcation” is infinity in such a flow. In this subcritical scenario, fluctuations that are transiently amplified to finite amplitudes can become linearly unstable, leading to sustained turbulence (or some form of complex nonlinearity in general, see Baggett, Driscoll & Trefethen 1995) as a consequence of the nonlinear saturation of the instability modes. Whether bypass transition is possible or not is not completely obvious, however, because one has to ensure that the nonlinearities that must come into play to obtain sustained activity on long timescales can actually play such a role (Waleffe 1995a). It was shown by Hamilton, Kim & Waleffe (1995) that subcritical transition is possible for non-rotating wall-bounded shear flows.

In this paper, we aim at making use of the current knowledge on subcriticality in shear flows to understand some aspects of dynamo action in differentially rotating astrophys-

\* Corresponding author: rincon@ast.obs-mip.fr

## Periodic magnetorotational dynamo action as a prototype of nonlinear magnetic-field generation in shear flows

J. Herauld,<sup>1,2,3</sup> F. Rincon,<sup>1,2,\*</sup> C. Cossu,<sup>4</sup> G. Lesur,<sup>5,6</sup> G. I. Ogilvie,<sup>6</sup> and P.-Y. Longaretti<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Université de Toulouse, UPS-OMP, IRAP, F-31400 Toulouse, France

<sup>2</sup>CNRS, IRAP, 14, avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

<sup>3</sup>Laboratoire de Physique Statistique de l'École Normale Supérieure, CNRS UMR 8550, 24 Rue Lhomond, F-75231 Paris Cedex 05, France

<sup>4</sup>CNRS-Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), Allée du Professeur Camille Soula, F-31400 Toulouse, France

<sup>5</sup>UJF-Grenoble 1/CNRS-INSU, Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble (IPAG) UMR 5274, F-38041 Grenoble, France

<sup>6</sup>Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, United Kingdom

(Received 27 October 2010; revised manuscript received 15 July 2011; published 30 September 2011)

The nature of dynamo action in shear flows prone to magnetohydrodynamic instabilities is investigated using the magnetorotational dynamo in Keplerian shear flow as a prototype problem. Using direct numerical simulations and Newton's method, we compute an exact time-periodic magnetorotational dynamo solution to three-dimensional dissipative incompressible magnetohydrodynamic equations with rotation and shear. We discuss the physical mechanism behind the cycle and show that it results from a combination of linear and nonlinear interactions between a large-scale axisymmetric toroidal magnetic field and nonaxisymmetric perturbations amplified by the magnetorotational instability. We demonstrate that this large-scale dynamo mechanism is overall intrinsically nonlinear and not reducible to the standard mean-field dynamo formalism. Our results therefore provide clear evidence for a generic nonlinear generation mechanism of time-dependent coherent large-scale magnetic fields in shear flows and call for new theoretical dynamo models. These findings may offer important clues to understanding the transitional and statistical properties of subcritical magnetorotational turbulence.

DOI: [10.1103/PhysRevE.84.036321](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.84.036321)

PACS number(s): 47.15.Fe, 47.20.Ft, 47.27.De, 52.30.Cv

### I. INTRODUCTION

The generation of coherent, system-scale magnetic fields in flows of electrically conducting fluids is a long-standing magnetohydrodynamics (MHD) problem which has so far mostly been analyzed in terms of linear, kinematic mean-field dynamo action [1]. Mean-field effects have in particular long been invoked to explain the origin of magnetic cycles in MHD rotating shear flows [2,3]. However, there is currently no mathematical theory and only little physical understanding of mean-field dynamos in parameter regimes (kinetic and magnetic Reynolds numbers) typical of laboratory dynamo experiments and natural MHD shear flows. Overall, the physical nature of dynamo action in such flows remains a mostly open question, with critical implications for geophysics and astrophysics.

Studying the dynamics of shear flows prone to the development of various local three-dimensional (3D) MHD instabilities is one of the most promising avenues of research on this problem. Numerical simulations of this class of flows have explicitly demonstrated their potential for coherent dynamo action [4–13], and it has occasionally been pointed out that their dynamics differs markedly from that of kinematic mean-field dynamos, as magnetic field amplification does not proceed exponentially in time and requires finite-amplitude magnetic perturbations coupling dynamically to fluid motions. Identifying the physical mechanisms underlying this behavior is of prime importance to improve our understanding of dynamo action.

It has recently been realized that these instability-driven [7,8] or subcritical dynamos in shear flows [10,14,15] bear many similarities to the hydrodynamic transition to turbulence of shear flows [16–20], a fundamentally nonlinear process whose dynamics involves a variety of hydrodynamic coherent structures such as equilibria, traveling waves [21–24], or limit cycles [25–28]. This naturally raises the question of the existence and dynamical relevance of coherent structures in MHD shear flows. Most importantly for dynamo theory, could time-dependent large-scale dynamo action in such flows be explained in terms of 3D nonlinear dynamo cycles? Besides, if nonlinear dynamo cycles exist for this kind of systems, what can be learned from them regarding how turbulence originates and develops in MHD shear flows?

The problem of magnetorotational (MRI) dynamo action in Keplerian flow (often referred to as “zero net flux MRI”), encountered in the context of astrophysical accretion disks [29], is particularly interesting to address these questions, as direct numerical simulations display pseudocyclic magnetic dynamics [4,11,12] and indicate that transition to sustained MHD turbulence is intrinsically 3D and nonlinear [5]. Besides, numerical MRI dynamo turbulence seems to have finite lifetime and to be structured around a chaotic saddle [15], much like hydrodynamic turbulence in pipe flow [18,19]. The search for coherent MRI dynamo structures such as nonlinear cycles is still in its infancy, though. Progress on these matters is not only desirable from a general dynamo perspective, it would also shed light on the transitional properties of MRI turbulence [30] and on its dynamical properties (saturation, transport) in fully developed regimes.

The only exact MRI dynamo structure known is a nonlinear equilibrium in Keplerian MHD plane Couette flow with walls [10], and it only exists for a limited range of parameters.

\*rincon@ast.obs-mip.fr

# Global bifurcations to subcritical magnetorotational dynamo action in Keplerian shear flow

A. Riols<sup>1,2</sup>, F. Rincon<sup>1,2,†</sup>, C. Cossu<sup>3</sup>, G. Lesur<sup>4</sup>, P.-Y. Longaretti<sup>4</sup>,  
G. I. Ogilvie<sup>5</sup> and J. Herault<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Université de Toulouse; UPS-OMP; IRAP; Toulouse, France

<sup>2</sup>CNRS; IRAP; 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

<sup>3</sup>CNRS-Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), Allée du Professeur Camille Soula, 31400 Toulouse, France

<sup>4</sup>UJF-Grenoble 1 / CNRS-INSU, Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble (IPAG) UMR 5274, Grenoble, F-38041, France

<sup>5</sup>Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, United Kingdom

<sup>6</sup>Laboratoire de Physique Statistique de l'Ecole Normale Supérieure, CNRS UMR 8550, 24 Rue Lhomond, 75231 Paris CEDEX 05, France

(Received 5 October 2012; revised 2 April 2013; accepted 14 June 2013)

Magnetorotational dynamo action in Keplerian shear flow is a three-dimensional nonlinear magnetohydrodynamic process, the study of which is relevant to the understanding of accretion processes and magnetic field generation in astrophysics. Transition to this form of dynamo action is subcritical and shares many characteristics with transition to turbulence in non-rotating hydrodynamic shear flows. This suggests that these different fluid systems become active through similar generic bifurcation mechanisms, which in both cases have eluded detailed understanding so far. In this paper, we build on recent work on the two problems to investigate numerically the bifurcation mechanisms at work in the incompressible Keplerian magnetorotational dynamo problem in the shearing box framework. Using numerical techniques imported from dynamical systems research, we show that the onset of chaotic dynamo action at magnetic Prandtl numbers larger than unity is primarily associated with global homoclinic and heteroclinic bifurcations of nonlinear magnetorotational dynamo cycles born out of saddle-node bifurcations. These global bifurcations are found to be supplemented by local bifurcations of cycles marking the beginning of period-doubling cascades. The results suggest that nonlinear magnetorotational dynamo cycles provide the pathway to injection of both kinetic and magnetic energy for the problem of transition to turbulence and dynamo action in incompressible magnetohydrodynamic Keplerian shear flow in the absence of an externally imposed magnetic field. Studying the nonlinear physics and bifurcations of these cycles in different regimes and configurations may subsequently help to understand better the physical conditions of excitation of magnetohydrodynamic turbulence and instability-driven dynamos in a variety of astrophysical systems and laboratory experiments. The detailed characterization of global bifurcations provided for this three-dimensional subcritical

† Email address for correspondence: [francois.rincon@irap.omp.eu](mailto:francois.rincon@irap.omp.eu)

# Dissipative effects on the sustainment of a magnetorotational dynamo in Keplerian shear flow

A. Riols<sup>1,2</sup>, F. Rincon<sup>1,2</sup>, C. Cossu<sup>3</sup>, G. Lesur<sup>4,5</sup>, G. I. Ogilvie<sup>6</sup>, and P. -Y. Longaretti<sup>4,5</sup>

<sup>1</sup> Université de Toulouse, UPS-OMP, IRAP Toulouse, France  
e-mail: antoine.riols@irap.omp.eu

<sup>2</sup> CNRS, IRAP, 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>3</sup> CNRS, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), Allée du Professeur Camille Soula, 31400 Toulouse, France

<sup>4</sup> Univ. Grenoble Alpes, IPAG, 38000 Grenoble, France

<sup>5</sup> CNRS, IPAG, 38000 Grenoble, France

<sup>6</sup> Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, UK

Received 2 June 2014 / Accepted 4 October 2014

## ABSTRACT

The magnetorotational (MRI) dynamo has long been considered one of the possible drivers of turbulent angular momentum transport in astrophysical accretion disks. However, various numerical results suggest that this dynamo may be difficult to excite in the astrophysically relevant regime of magnetic Prandtl number ( $Pm$ ) significantly smaller than unity, for reasons currently not well understood. The aim of this article is to present the first results of an ongoing numerical investigation of the role of both linear and nonlinear dissipative effects in this problem. Combining a parametric exploration and an energy analysis of incompressible nonlinear MRI dynamo cycles representative of the transitional dynamics in large aspect ratio shearing boxes, we find that turbulent magnetic diffusion makes the excitation and sustainment of this dynamo at moderate magnetic Reynolds number ( $Rm$ ) increasingly difficult for decreasing  $Pm$ . This results in an increase in the critical  $Rm$  of the dynamo for increasing kinematic Reynolds number ( $Re$ ), in agreement with earlier numerical results. Given its very generic nature, we argue that turbulent magnetic diffusion could be an important determinant of MRI dynamo excitation in disks, and may also limit the efficiency of angular momentum transport by MRI turbulence in low  $Pm$  regimes.

**Key words.** accretion, accretion disks – dynamo – instabilities – magnetohydrodynamics (MHD) – turbulence

## 1. Introduction

Magnetorotational instability (MRI) occurs in differentially rotating flows whose angular velocity decreases with distance to the rotation axis (Velikhov 1959; Chandrasekhar 1960; Balbus & Hawley 1991) and is the most commonly invoked excitation mechanism of angular momentum-transporting turbulence in accretion disks (Balbus & Hawley 1998). In a uniform magnetic field  $\mathbf{B}$ , the MRI amplifies arbitrarily small perturbations exponentially and breaks down nonlinearly into MHD turbulence (e.g. Hawley et al. 1995). The transport efficiency of MRI turbulence continues to be debated, and may be reduced in the astrophysically relevant regime of low magnetic Prandtl number ( $Pm$ ), the ratio between kinematic viscosity and magnetic diffusivity (Lesur & Longaretti 2007; Balbus & Henri 2008).

Another question in this context is that of the origin of the MRI-supporting magnetic field. In some cases, this field may be generated by an internal disk dynamo process which could bootstrap MHD turbulence in the disk independently of its magnetic environment (Balbus & Hawley 1998; Donati et al. 2005). Early simulations by Hawley et al. (1996) in the so-called zero net flux configuration appropriate to this problem showed that such a dynamo is indeed possible and is intimately coupled to the MRI (see also Brandenburg et al. 1995), but its viability in disks has since been questioned by numerical studies suggesting

that it may be impossible to excite at low  $Pm$  (Fromang et al. 2007), although the physical reasons for this are not yet clear (Bodo et al. 2011; Käpylä & Korpi 2011; Oishi & Mac Low 2011; Simon et al. 2011).

The aim of this article is to seek a physical explanation for this behaviour by exploiting recently discovered dynamical properties of this subcritical dynamo mechanism (Rincon et al. 2007, 2008; Lesur & Ogilvie 2008), whose principles are otherwise rather simple: starting from a zero net-flux axisymmetric weak poloidal field, a larger toroidal field is generated through the  $\Omega$  effect. This field is MRI-unstable to non-axisymmetric MHD perturbations, whose growth results in a nonlinear electromotive force (EMF) that sustains (and can also reverse) the axisymmetric field. Recent work suggests that three-dimensional cyclic nonlinear solutions provide the first germs of excitation of the dynamo in shearing box simulations (Herauld et al. 2011; Riols et al. 2013) and possibly form the backbone of the ensuing self-sustained MHD turbulence. Parametric studies of cycles representative of the transitional dynamics, complemented with an analysis of their energetics, may therefore prove useful to understand how dissipative effects affect the dynamo transition as a whole. Here, we present the first results of an ongoing numerical investigation of this kind. We focus on the simpler case of incompressible dynamics in large aspect ratio shearing boxes, which includes most of the fundamental physical complexity of

# Magnetorotational dynamo chimeras

## The missing link to turbulent accretion disk dynamo models?★

A. Riols<sup>1</sup>, F. Rincon<sup>2,3</sup>, C. Cossu<sup>4</sup>, G. Lesur<sup>5,6</sup>, G. I. Ogilvie<sup>1</sup>, and P.-Y. Longaretti<sup>5,6</sup>

<sup>1</sup> Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, UK

e-mail: ar764@cam.ac.uk

<sup>2</sup> Université de Toulouse, UPS-OMP, IRAP Toulouse, 31400 Toulouse, France

e-mail: francois.rincon@irap.omp.eu

<sup>3</sup> CNRS, IRAP, 14 avenue Édouard Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>4</sup> Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), CNRS – Université de Toulouse, Allée du Professeur Camille Soula, 31400 Toulouse, France

<sup>5</sup> CNRS, IPAG, 38000 Grenoble, France

<sup>6</sup> Univ. Grenoble Alpes, IPAG, 38000 Grenoble, France

Received 11 July 2016 / Accepted 21 October 2016

### ABSTRACT

In Keplerian accretion disks, turbulence and magnetic fields may be jointly excited through a subcritical dynamo mechanism involving magnetorotational instability (MRI). This dynamo may notably contribute to explaining the time-variability of various accreting systems, as high-resolution simulations of MRI dynamo turbulence exhibit statistical self-organization into large-scale cyclic dynamics. However, understanding the physics underlying these statistical states and assessing their exact astrophysical relevance is theoretically challenging. The study of simple periodic nonlinear MRI dynamo solutions has recently proven useful in this respect, and has highlighted the role of turbulent magnetic diffusion in the seeming impossibility of a dynamo at low magnetic Prandtl number (Pm), a common regime in disks. Arguably though, these simple laminar structures may not be fully representative of the complex, statistically self-organized states expected in astrophysical regimes. Here, we aim at closing this seeming discrepancy by reporting the numerical discovery of exactly periodic, yet semi-statistical “chimeral MRI dynamo states” which are the organized outcome of a succession of MRI-unstable, non-axisymmetric dynamical stages of different forms and amplitudes. Interestingly, these states, while reminiscent of the statistical complexity of turbulent simulations, involve the same physical principles as simpler laminar cycles, and their analysis further confirms the theory that subcritical turbulent magnetic diffusion impedes the sustainment of an MRI dynamo at low Pm. Overall, chimera dynamo cycles therefore offer an unprecedented dual physical and statistical perspective on dynamos in rotating shear flows, which may prove useful in devising more accurate, yet intuitive mean-field models of time-dependent turbulent disk dynamos.

**Key words.** accretion, accretion disks – dynamo – instabilities – magnetohydrodynamics (MHD) – turbulence

## 1. Introduction

The dynamics and evolution of many accreting astrophysical systems ranging from active galactic nuclei (AGNs) to protoplanetary systems are intrinsically strongly coupled to that of their magnetic fields. This coupling occurs through a variety of complex physical processes whose local and global effects have proven and remain very difficult to describe and model consistently (Balbus & Hawley 1998; Frank et al. 2002; Hartmann 2009; Armitage 2010).

At the heart of this problem lies the magnetorotational instability (MRI; Velikhov 1959; Chandrasekhar 1960; Balbus & Hawley 1991), which provides one of the most important channels by which matter can be accreted from a disk to a central accreting object. In the presence of an externally-imposed net vertical magnetic flux in a disk, the MRI may act as a powerful linear instability which arbitrarily amplifies small perturbations that break down nonlinearly into

magnetohydrodynamic (MHD) turbulence (Hawley et al. 1995; Stone et al. 1996). The efficiency of MRI turbulence at driving accretion through the turbulent transport of angular momentum, however, remains a matter of debate, and may depend on the subtle details of dissipative physics. Turbulent-MRI transport may notably be limited in the astrophysically relevant regime of low magnetic Prandtl number (Pm), where Pm denotes the ratio between the kinematic viscosity and magnetic diffusivity of the fluid (Lesur & Longaretti 2007; Balbus & Henri 2008; Meheut et al. 2015, see also Lesur et al. 2014, for other critical microphysical effects).

An important related problem in the context of magnetized accretion is that of the origin and dynamical evolution of the system’s magnetic field itself. In the absence of an external field rooted in the central accreting object, a MRI-supporting magnetic field may nevertheless be generated and sustained inside the disk by a dynamo process. Notably, it has recently been suggested that such a dynamo could drive X-ray binary transitions (Begelman et al. 2015). A plausible dynamo candidate in disks is the so-called subcritical MRI dynamo, by

★ Movies associated to Fig. 1 are available at <http://www.aanda.org>

# Numerical experiments on dynamo action in sheared and rotating turbulence

T. A. Yousef<sup>1,2,\*</sup>, T. Heinemann<sup>1</sup>, F. Rincon<sup>3</sup>, A. A. Schekochihin<sup>2</sup>, N. Kleeorin<sup>4</sup>, I. Rogachevskii<sup>4</sup>, S. C. Cowley<sup>2,5</sup>, and J. C. McWilliams<sup>6</sup>

<sup>1</sup> Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Cambridge CB3 0WA, UK

<sup>2</sup> Plasma Physics Group, Blackett Laboratory, Imperial College, London SW7 2AZ, UK

<sup>3</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

<sup>4</sup> Department of Mechanical Engineering, The Ben-Gurion University of the Negev, P. O. Box 653, Beer-Sheva 84105, Israel

<sup>5</sup> Euratom/UKAEA Fusion Association, Culham Science Centre, Abingdon OX14 3DB, UK

<sup>6</sup> Department of Atmospheric Sciences, University of California, Los Angeles, California 90095-1565, USA

Received 2008 Jun 28, accepted 2008 Jul 3

Published online 2008 Aug 30

**Key words** magnetic fields – magnetohydrodynamics (MHD) – turbulence

Numerical simulations of forced turbulence in elongated shearing boxes are carried out to demonstrate that a nonhelical turbulence in conjunction with a linear shear can give rise to a mean-field dynamo. Exponential growth of magnetic field at scales larger than the outer (forcing) scale of the turbulence is found. Over a range of values of the shearing rate  $S$  spanning approximately two orders of magnitude, the growth rate of the magnetic field is proportional to the imposed shear,  $\gamma \propto S$ , while the characteristic spatial scale of the field is  $l_B \propto S^{-1/2}$ . The effect is quite general: earlier results for the nonrotating case by Yousef et al. (2008) are extended to shearing boxes with Keplerian rotation; it is also shown that the shear dynamo mechanism operates both below and above the threshold for the fluctuation dynamo. The apparently generic nature of the shear dynamo effect makes it an attractive object of study for the purpose of understanding the generation of magnetic fields in astrophysical systems.

© 2008 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

## 1 Introduction

Turbulence is generally considered to play a fundamental role in the generation and maintenance of magnetic fields found in a wide range of astrophysical systems. It is a numerically well established property of turbulence to amplify magnetic fluctuations at the same or smaller scales than the scales of the turbulent motions (Haugen, Brandenburg & Dobler 2004; Iskakov et al. 2007; Meneguzzi, Frisch & Pouquet 1981; Schekochihin et al. 2004, 2007). This type of dynamo is known as small-scale, or fluctuation, dynamo. It is believed to be a universal property of turbulent systems and, at least in the case of large magnetic Prandtl numbers, a simple theoretical picture exists of the field amplification via random stretching by turbulent motions (Moffatt & Saffman 1964; Zel'dovich et al. 1984; see also Schekochihin & Cowley 2007; Schekochihin et al. 2004). It often turns out to be more difficult to either establish or explain the generation of magnetic fields at much larger scales than the turbulence scale. Such fields are observed or believed to exist in many astrophysical bodies (stars, galaxies, disks), so the question of their origin is an important theoretical challenge.

Mechanisms for the generation of such large-scale fields are known as large-scale, or mean-field, dynamos. A motley of such mean-field dynamos has been studied in the literature (e.g., Brandenburg & Subramanian 2005; Krause & Rädler 1980; Moffatt 1978; Rädler & Rheinhardt 2007). The precise way in which they operate often seems to be system dependent and introducing ever more realistic features into one's theoretical model produces ever more complicated behaviour. While such modelling is necessary for quantitative understanding, it is quite interesting to ask what are the generic ingredients required to produce large-scale fields. One such ingredient appears to be the presence of net kinetic helicity in the system: in many mean-field dynamos, the key generation mechanism is the so-called  $\alpha$  effect (Steenbeck, Krause & Rädler 1966), whereby an assembly of non-mirror-symmetric velocity fluctuations having a nonzero net helicity are responsible for magnetic-field generation. The existence of a mean-field dynamo in helically forced turbulence is well established numerically (Brandenburg 2001; Brandenburg et al. 2008b; Maron & Blackman 2002). However, the requirement of net helicity may somewhat limit the applicability of the  $\alpha$  effect. It is also far from certain that the direct link between kinetic helicity and mean-field generation via the  $\alpha$  effect found in the model

\* Corresponding author: tarek@pvv.org

# On self-sustaining processes in Rayleigh-stable rotating plane Couette flows and subcritical transition to turbulence in accretion disks

F. Rincon<sup>1</sup>, G. I. Ogilvie<sup>1</sup>, and C. Cossu<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, UK  
e-mail: F.Rincon@damtp.cam.ac.uk

<sup>2</sup> Laboratoire d'hydrodynamique (LadHyX), CNRS – École polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, France

Received 11 October 2006 / Accepted 6 December 2006

## ABSTRACT

**Context.** Subcritical transition to turbulence in Keplerian accretion disks is still a controversial issue and some theoretical progress is required in order to determine whether or not this scenario provides a plausible explanation for the origin of angular momentum transport in non-magnetized accretion disks.

**Aims.** Motivated by the recent discoveries of exact nonlinear steady self-sustaining solutions in linearly stable non-rotating shear flows, we attempt to compute similar solutions in Rayleigh-stable rotating plane Couette flows and to identify transition mechanisms in such flows.

**Methods.** Numerical simulations (time-stepping approaches) have been employed in most recent studies of the problem. Here, we instead combine nonlinear continuation methods and asymptotic theory to study the nonlinear dynamics of plane Couette flows in Rayleigh-stable regimes.

**Results.** We obtain exact nonlinear solutions for Rayleigh-stable cyclonic regimes using continuation techniques proposed by Waleffe and Nagata but show that it is not possible to compute solutions for Rayleigh-stable anticyclonic regimes, including Keplerian flow, using similar techniques. We also present asymptotic descriptions of these various problems at large Reynolds numbers that provide some insight into the differences between the non-rotating and Rayleigh-stable anticyclonic regimes and derive some necessary conditions for mechanisms analogous to the non-rotating self-sustaining process to be present in (constant angular momentum) flows on the Rayleigh line.

**Conclusions.** Our results demonstrate that subcritical transition mechanisms cannot be identified in wall-bounded Rayleigh-stable anticyclonic shear flows by transposing directly the phenomenology of subcritical transition in cyclonic and non-rotating wall-bounded shear flows. Asymptotic developments, however, leave open the possibility that nonlinear self-sustaining solutions may exist in unbounded or periodic flows on the Rayleigh line. These could serve as a starting point to discover solutions in Rayleigh-stable flows, but the nonlinear stability of Keplerian accretion disks remains to be determined.

**Key words.** accretion, accretion disks – hydrodynamics – instabilities – turbulence

## 1. Introduction

Physical mechanisms responsible for turbulent angular momentum transport in Keplerian accretion disks have long been a matter of debate among astrophysicists. While there is convincing evidence that the presence of magnetic fields in disks (Donati et al. 2005) triggers turbulence thanks to a linear magnetorotational instability (MRI, see Velikhov 1959; Chandrasekhar 1960; Balbus & Hawley 1991), purely hydrodynamic sources of turbulence still have to be discovered in some regions of protoplanetary disks which are likely to be decoupled from magnetic fields (Fromang et al. 2002) and in disks forming in binary systems in quiescence, in which MHD turbulence and the associated turbulent transport may die away as a consequence of the smallness of the magnetic Reynolds number (Gammie & Menou 1998).

Studying hydrodynamic transition to turbulence in Keplerian flows is an extremely difficult task for essentially two reasons. On the one hand, there is currently no known local linear instability which could provide a route to turbulence in the non-magnetized Keplerian flow regime. Dubrulle et al. (2005) have

pointed out the existence of an instability in stably stratified accretion disks, but its local nature is very unclear (Umurhan 2006; Brandenburg & Dintrans 2006). On the other hand, the linear operators associated with shear flows are mathematically non-normal, which physically means that short-term dynamics (transient algebraic growth) rather than normal modes may play an important role in the process of transition to turbulence (Korycansky 1992; Trefethen et al. 1993; Schmid & Henningson 2000; Chagelishvili et al. 2003; Tevzadze et al. 2003; Yecko 2004; Afshordi et al. 2005; Mukhopadhyay et al. 2005). Several authors (Richard & Zahn 1999; Longaretti 2002) have suggested that subcritical transition may be possible in accretion disks in spite of the stabilizing effect of the Coriolis force, but this point of view has been contested by Balbus et al. (1996), Hawley et al. (1999) and Balbus (2003). The relevance of such mechanisms to the problem of turbulent transport in disks has also been questioned by Lesur & Longaretti (2005), who extrapolated from numerical simulation results that the critical Reynolds number for this kind of process to occur in the Keplerian regime was far too large and the associated angular momentum



Contents lists available at ScienceDirect

## Comptes Rendus Mécanique

[www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

## Relative periodic orbits in plane Poiseuille flow

Subhendu Rawat<sup>a</sup>, Carlo Cossu<sup>a,\*</sup>, François Rincon<sup>b,c</sup><sup>a</sup> Institut de mécanique des fluides de Toulouse, CNRS and Université de Toulouse, allée du Professeur-Camille-Soula, 31400 Toulouse, France<sup>b</sup> Université de Toulouse, UPS-OMP, IRAP, Toulouse, France<sup>c</sup> CNRS, IRAP, 14, avenue Édouard-Belin, 31400 Toulouse, France

## ARTICLE INFO

## Article history:

Received 23 March 2014

Accepted 23 May 2014

Available online 25 June 2014

## Keywords:

Fluid dynamics

Hydrodynamic stability

Transition to turbulence

## ABSTRACT

A branch of relative periodic orbits is found in plane Poiseuille flow in a periodic domain at Reynolds numbers ranging from  $Re = 3000$  to  $Re = 5000$ . These solutions consist in sinuous quasi-streamwise streaks periodically forced by quasi-streamwise vortices in a self-sustained process. The streaks and the vortices are located in the bulk of the flow. Only the amplitude, but not the shape, of the averaged velocity components does change as the Reynolds number is increased from 3000 to 5000. We conjecture that these solutions could therefore be related to large- and very large-scale structures observed in the bulk of fully developed turbulent channel flows.

© 2014 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

## 1. Introduction

Transition to turbulence is subcritical in most canonical internal flows, such as the pressure-driven plane channel and pipe flows, or the plane Couette flow. To gain insight into the transition process, a fruitful approach has been to apply the nonlinear dynamical systems methodology to analyze the dynamics of the flow in small horizontally periodic domains. Following this approach, the subcritical transition to turbulence, is correlated with the appearance of additional solutions of the Navier–Stokes equations disconnected from the laminar solution. Nonlinear traveling waves (NTW), representing saddles in phase space, have been shown to appear at Reynolds numbers much lower than the transitional ones in plane Couette flow [24,3,29], plane channel flow [9,30], and pipe flow [10,31]. It was initially believed that turbulent solutions may spend a significant time in the neighborhood of relevant NTW, but it was later shown that these visits last only 10–20%, on average, of the total time [19,26]. Attention has therefore shifted to unstable periodic (in time) solutions (periodic orbits or relative periodic orbits), both for their potentially very important role in the transition process and because they might provide the missing building blocks to predict the statistics of the chaotic attractor or repeller itself [1]. Periodic solutions have been computed in plane Couette [4,18,28], plane channel [27] and pipe flows [7], as well as in the asymptotic suction boundary layer [22]. The confirmation that unstable periodic orbits and their stable and unstable manifolds are associated with transition to chaos in small spatially periodic domains has been recently given in plane Couette flow [23] and in magnetohydrodynamic Keplerian shear flows [25].

Nonlinear traveling waves and periodic solutions show an interplay between quasi-streamwise streaks and vortices that is also characteristic of the turbulent dynamics. This self-sustained process is believed to explain the dynamics in the near-wall region of turbulent flows [13,8], and self-sustained processes at larger scales [15,16], which are important at large Reynolds numbers (see, e.g., [21,20,12]).

\* Corresponding author.

# On the self-sustained nature of large-scale motions in turbulent Couette flow

Subhandu Rawat<sup>1</sup>, Carlo Cossu<sup>1,†</sup>, Yongyun Hwang<sup>2</sup> and François Rincon<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), CNRS – Université de Toulouse, Allée du Pr. Camille Soula, F-31400 Toulouse, France

<sup>2</sup>Department of Aeronautics, Imperial College, South Kensington, London SW7 2AZ, UK

<sup>3</sup>Université de Toulouse; UPS-OMP; IRAP; Toulouse, France

<sup>4</sup>CNRS; IRAP; 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

(Received 5 March 2015; revised 30 June 2015; accepted 15 September 2015)

Large-scale motions in wall-bounded turbulent flows are frequently interpreted as resulting from an aggregation process of smaller-scale structures. Here, we explore the alternative possibility that such large-scale motions are themselves self-sustained and do not draw their energy from smaller-scale turbulent motions activated in buffer layers. To this end, it is first shown that large-scale motions in turbulent Couette flow at  $Re = 2150$  self-sustain, even when active processes at smaller scales are artificially quenched by increasing the Smagorinsky constant  $C_s$  in large-eddy simulations (LES). These results are in agreement with earlier results on pressure-driven turbulent channel flows. We further investigate the nature of the large-scale coherent motions by computing upper- and lower-branch nonlinear steady solutions of the filtered (LES) equations with a Newton–Krylov solver, and find that they are connected by a saddle–node bifurcation at large values of  $C_s$ . Upper-branch solutions for the filtered large-scale motions are computed for Reynolds numbers up to  $Re = 2187$  using specific paths in the  $Re$ – $C_s$  parameter plane and compared to large-scale coherent motions. Continuation to  $C_s = 0$  reveals that these large-scale steady solutions of the filtered equations are connected to the Nagata–Clever–Busse–Waleffe branch of steady solutions of the Navier–Stokes equations. In contrast, we find it impossible to connect the latter to buffer-layer motions through a continuation to higher Reynolds numbers in minimal flow units.

**Key words:** nonlinear dynamical systems, transition to turbulence, turbulent flows

## 1. Introduction

### 1.1. *Streaky motions in wall-bounded turbulent flows*

One of the most robust features observed in wall-bounded turbulent shear flows is the presence of quasi-streamwise streaks, i.e. narrow streamwise regions where the streamwise velocity is larger or smaller than its mean value. The flow visualizations of Kline *et al.* (1967) revealed that the near-wall region of turbulent boundary layers

† Email address for correspondence: [carlo.cossu@imft.fr](mailto:carlo.cossu@imft.fr)



# Travelling-wave solutions bifurcating from relative periodic orbits in plane Poiseuille flow



Subhandu Rawat<sup>a</sup>, Carlo Cossu<sup>a,\*</sup>, François Rincon<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup> Institut de mécanique des fluides de Toulouse, CNRS and Université de Toulouse, allée du professeur Camille Soula, 31400 Toulouse, France

<sup>b</sup> Université de Toulouse, UPS-OMP; IRAP, 31400 Toulouse, France

<sup>c</sup> CNRS, IRAP, 14, avenue Édouard-Belin, 31400 Toulouse, France

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 4 July 2015

Accepted 28 December 2015

Available online 19 March 2016

### Keywords:

Fluid dynamics

Hydrodynamic stability

Transition to turbulence

## ABSTRACT

Travelling-wave solutions are shown to bifurcate from relative periodic orbits in plane Poiseuille flow at  $Re = 2000$  in a saddle-node infinite-period bifurcation. These solutions consist in self-sustaining sinuous quasi-streamwise streaks and quasi-streamwise vortices located in the bulk of the flow. The lower branch travelling-wave solutions evolve into spanwise localized states when the spanwise size  $L_z$  of the domain in which they are computed is increased. On the contrary, the upper branch of travelling-wave solutions develops multiple streaks when  $L_z$  is increased. Upper-branch travelling-wave solutions can be continued into coherent solutions to the filtered equations used in large-eddy simulations where they represent turbulent coherent large-scale motions.

© 2016 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license

(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

## 1. Introduction

The dynamics of transitional and turbulent wall-bounded shear flows is the subject of continued interest because of its numerous applications, ranging from drag-reduction for transport applications to the physics of planetary boundary layers. A fruitful line of research has been to apply the dynamical systems approach to the understanding of subcritical transition in wall-bounded shear flows. In this context, the subcritical transition to turbulence has been related to the appearance of invariant solutions to the Navier–Stokes equations disconnected from the laminar basic state, and in particular of travelling-wave (TW) and relative periodic orbit (RPO) solutions. Travelling-wave solutions, representing saddles in phase space, have been found at Reynolds numbers lower than the transitional ones in Couette flow [1], plane channel flow [2,3], and pipe flow [4,5]. Relative periodic orbit solutions have also been computed in plane Couette flow [6–8], plane channel [9], and pipe flows [10], and in the asymptotic suction boundary layer [11]. Global bifurcations of relative periodic orbits have been shown to be related to the transition to chaotic dynamics in plane Couette flow [12] and in magnetohydrodynamic Keplerian shear flows [13].

Invariant solutions are thought to be important not only to understand the subcritical transition, but also to gain understanding of the mechanisms of self-sustained turbulent motions at high Reynolds numbers. In particular, it was shown in a recent study [14] that the Nagata–Clever–Busse–Waleffe steady solution to the Navier–Stokes equations is connected to a solution to the filtered equations used in large-eddy simulations. This suggests that this coherent steady solution is related to turbulent large-scale motions, which are believed to be the dominant feature of the flow at high Reynolds numbers.

\* Corresponding author.

E-mail address: [carlo.cossu@imft.fr](mailto:carlo.cossu@imft.fr) (C. Cossu).

## On the existence of two-dimensional nonlinear steady states in plane Couette flow

F. Rincon<sup>a)</sup>

*Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge,  
Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, United Kingdom*

(Received 6 February 2007; accepted 4 June 2007; published online 31 July 2007)

The problem of two-dimensional steady nonlinear dynamics in plane Couette flow is revisited using homotopy from either plane Poiseuille flow or from plane Couette flow perturbed by a small symmetry-preserving identity operator. Our results show that it is not possible to obtain the nonlinear plane Couette flow solutions reported by Cherhabili and Ehrenstein [Eur. J. Mech. B/Fluids **14**, 667 (1995)] using their Poiseuille-Couette homotopy. We also demonstrate that the steady solutions obtained by Mehta and Healey [Phys. Fluids **17**, 094108 (2005)] for small symmetry-preserving perturbations are influenced by an artefact of the modified system of equations used in their paper. However, using a modified version of their model does not help to find plane Couette flow solution in the limit of vanishing symmetry-preserving perturbations either. The issue of the existence of two-dimensional nonlinear steady states in plane Couette flow remains unsettled. © 2007 American Institute of Physics. [DOI: 10.1063/1.2753982]

### I. INTRODUCTION

Even though plane Couette flow is known to be linearly stable for all values of the Reynolds number  $Re$ , transition to turbulence is observed experimentally and numerically at quite modest values of  $Re \approx 350$  in this flow.<sup>1</sup> As a consequence, the quest for nonlinear instabilities has been the subject of many studies. Since there is no direct connection between the basic state and potential nonlinear branches of solutions, homotopy (continuation) from other flows subject to linear instabilities has been a very popular method to discover such branches. Exact three-dimensional solutions have been reported by Nagata<sup>2</sup> using homotopy from linearly unstable rotating plane Couette flow, by Clever and Busse<sup>3</sup> using homotopy from a convectively unstable plane Couette flow and by Waleffe<sup>4,5</sup> using a forcing homotopy. These three-dimensional states match very well experimental data on transition to turbulence in plane Couette flow, but other solutions, including two-dimensional ones, may well be participating in phase-space dynamics and in the transition process.

Another kind of homotopy was suggested by Milinazzo and Saffman<sup>6</sup> to discover two-dimensional nonlinear solutions in plane Couette flow by connecting the nonbifurcating no-slip plane Couette flow to the no-slip plane Poiseuille flow, which becomes linearly unstable at  $Re = 5772$  (Zahn *et al.*<sup>7</sup> and Herbert<sup>8</sup>). Starting from the travelling-wave solutions in this flow and progressively changing the original background flow from a Poiseuille to a Couette profile, Milinazzo and Saffman<sup>6</sup> attempted to continue these solutions to a pure Couette flow, but they failed to achieve this goal. Their lack of success may have to do with resolution; Cherhabili and Ehrenstein<sup>9</sup> (hereinafter CE95) used the same approach with more Fourier modes in the streamwise direction

and claimed to have identified steady two-dimensional localized nonlinear solutions for the Couette flow. Cherhabili and Ehrenstein<sup>10</sup> subsequently computed the stability of these two-dimensional steady states and reported the discovery of three-dimensional nonlinear structures which are different from those found by Nagata.<sup>2</sup>

Recently, Mehta and Healey<sup>11</sup> (hereinafter MH05) suggested yet another interesting homotopy to compute two-dimensional nonlinear states in plane Couette flow. They argued that the homotopy from Poiseuille to Couette flow was not symmetry-preserving, so that possible nonlinear states relying on the  $O(2)$  symmetry of the Couette flow might not be found by continuation from flows that do not have this symmetry. Instead, they proposed a symmetry-preserving homotopy based on small perturbations of the linearization of the Couette operator that causes the least stable eigenvalues of the plane Couette flow to become unstable. Doing so, they hoped to be able to track the nonlinear branch associated with this bifurcation point down to zero perturbation and to obtain two-dimensional nonlinear states for the unperturbed plane Couette flow. For small perturbation parameters, they discovered steady solutions looking similar to the solutions of CE95. MH05 notably describe the numerical appearance of so-called “frozen-waves” with phase speed  $c=0$  in perturbed Couette flow starting from bifurcating travelling-wave solutions at  $Re > 390$ . CE95 had also noticed the numerical appearance of solutions with  $c=0$  in their calculations. However, these solutions cannot be followed down to zero perturbation (exact plane Couette flow), which raises the questions of the existence of the solutions reported by CE95 and of the connections between their findings and those of MH05.

Considering that the case is quite unclear, we attempt to address some of these issues in this study. We first revisit the Poiseuille-Couette homotopy problem and argue that the solutions obtained by CE95 are spurious. Then, we clarify the

<sup>a)</sup>Electronic mail: F.Rincon@damtp.cam.ac.uk

## Two-dimensional nonlinear plane Poiseuille–Couette flow homotopy revisited

Uwe Ehrenstein,<sup>1,a)</sup> Masato Nagata,<sup>2</sup> and François Rincon<sup>3</sup>

<sup>1</sup>IRPHÉ, UMR 6594, Aix-Marseille Université, CNRS, 49 rue Joliot-Curie, F-13384 Marseille Cedex 13, France

<sup>2</sup>Department of Aeronautics and Astronautics, Kyoto University, 606-8501 Kyoto, Japan

<sup>3</sup>Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

(Received 12 October 2007; accepted 19 May 2008; published online 26 June 2008)

A recent paper by Rincon [Phys. Fluids **19**, 074105 (2007)] readdressed the question of the existence of two-dimensional steady nonlinear states in plane Couette flow, coming to the conclusion that it is not possible to obtain the nonlinear plane Couette flow solutions reported by Cherhabili and Ehrenstein [Eur. J. Mech. B/Fluids **14**, 667 (1995)] using their Poiseuille–Couette homotopy. Exploring the multiparameter space by performing several consecutive and distinct continuations, we show that it is possible to find a complex numerical path from plane Poiseuille streamwise periodic waves to two-dimensional nonlinear steady states for the plane Couette flow limit. The nonlinear Couette flow states are retrieved using three independent solution procedures and the disturbance flow structure is shown to be localized in the streamwise periodic box. Numerical evidence is provided that the width of the nonlinear plane Couette flow disturbance decreases with increasing resolution at fixed boxlength. This singular-type behavior of the solution structure for increasing resolution suggests that the pseudospectral solutions do not converge to smooth two-dimensional physical solutions of the continuous nonlinear system, the existence of which remains an open question. © 2008 American Institute of Physics. [DOI: 10.1063/1.2943675]

### I. INTRODUCTION

In a recent paper, Rincon<sup>1</sup> readdressed the question of the existence of two-dimensional nonlinear steady states in plane Couette flow. The author come to the conclusion that it is not possible to obtain the nonlinear plane Couette flow solutions reported by Cherhabili and Ehrenstein<sup>2</sup> by using their Poiseuille–Couette homotopy and that the existence of two-dimensional steady states remains unsettled. The aim of this paper is to show that two-dimensional finite-amplitude perturbed states in plane Couette flow do exist as equilibrium states of the discretized Navier–Stokes system, considering the numerical approach documented in Ref. 2. The nonlinear Couette flow states are retrieved with Rincon's<sup>1</sup> independent solution procedure as well as with Nagata's formulation, who used a Chebyshev-collocation discretization with a Newton–Raphson iterative scheme on the toroidal-poloidal decomposition of the velocity field. The numerical solution procedure used by Nagata is converted from the one with a Galerkin method that is used to obtain, for example, two- and three-dimensional equilibrium states in a cubic velocity profile flow (Nagata and Busse<sup>3</sup>) and three-dimensional equilibrium states in plane Couette flow (Nagata<sup>4</sup>).

### II. POISEUILLE–COUETTE HOMOTOPY

As mentioned by Rincon,<sup>1</sup> the successful numerical Poiseuille–Couette homotopy by Cherhabili and Ehrenstein<sup>2</sup> has not been sufficiently documented, and a straightforward

continuation strategy such as the one proposed by Rincon does not lead to the Couette flow limit. The general idea goes back to Milinazzo and Saffman,<sup>5</sup> who suggested to consider as basic states the (dimensionless) Poiseuille–Couette profiles between two parallel plates located at  $y = \pm 1$ ,

$$U(y, \eta) = (1 - \eta)(1 - y^2) + \eta y, \quad 0 \leq \eta \leq 1. \quad (1)$$

The homotopy parameter  $\eta$  in Eq. (1) varies from the plane Poiseuille flow basic state with  $\eta=0$  to the Couette flow limit  $\eta=1$ . In the paper by Cherhabili and Ehrenstein,<sup>2</sup> two-dimensional nonlinear wavelike perturbed steady states are sought in terms of the streamfunction  $\psi$ , solution of

$$\left\{ (c - U(y, \eta)) \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \right\} \nabla^2 \psi + \frac{\partial^2 U(y, \eta)}{\partial y^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \epsilon \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \right\} \nabla^2 \psi = 0. \quad (2)$$

The solution being periodic in the streamwise  $x$  direction, it is expanded in a Fourier series, whereas in the wall-normal  $y$  direction, a Chebyshev-collocation discretization is considered. The numerical solution procedure by Rincon<sup>1</sup> appears to be equivalent, considering the wall-normal velocity  $v$  rather than the streamfunction and a dealiased pseudospectral approach in the streamwise direction. The equation for the disturbance mean flow is to be added to Eq. (2), details being provided in Refs. 1 and 2. Starting with nonlinear states for the plane Poiseuille limit  $\eta=0$ , the task is to solve a nonlinear continuation problem, using a Newton–Raphson procedure, depending on three parameters, that is,  $\eta$ , the streamwise wavenumber  $\alpha$ , as well as the Reynolds number  $\text{Re}$

<sup>a)</sup>Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: ehrenstein@irphe.univ-mrs.fr.



# Chapitre 4

## Instabilités cinétiques, turbulence et dynamo dans les plasmas astrophysiques magnétisés peu collisionnels

*How do you become good at plasma physics? Spend two hours every morning playing with equations before turning on the computer!*

Steve Cowley

### 4.1 Contexte général : des fluides aux plasmas peu collisionnels

Dans les chapitres précédents, nous nous sommes intéressés à des problèmes de dynamique dans des milieux *fluides*, c'est-à-dire collisionnels. Cependant, de nombreux plasmas astrophysiques, notamment dans le domaine des hautes énergies, sont dans un état dynamique *peu ou pas collisionnel*, c'est-à-dire que le libre parcours moyen des particules  $\lambda_{\text{mfp}}$  y est comparable ou supérieur à l'échelle  $L$  des mouvements aux échelles « fluides » globales du plasma. La rareté des collisions entre particules augmente considérablement le nombre de degrés de liberté d'un plasma par rapport au cas fluide et a notamment pour conséquence

le développement de nombreux effets cinétiques à des échelles internes très petites par rapport à l'échelle du système, effets qui peuvent eux-même avoir des conséquences majeures pour l'évolution dynamique et énergétique globale aux échelles fluides. La dynamique de tels plasmas est donc typiquement fortement non-linéaire et multi-échelle, et sa compréhension et sa modélisation sont en conséquence généralement significativement plus difficiles que celles des fluides collisionnels. En particulier, qu'en est-il de la turbulence et des instabilités astrophysiquement pertinentes connues aux échelles fluides, comme l'instabilité magnéto-rotationnelle ou l'effet dynamo, dans de tels plasmas? Survivent-elles d'une manière ou d'une autre, et si oui sous quelle forme?

L'étude de la dynamique des plasmas astrophysiques peu collisionnels se situe à la croisée de l'astrophysique de laboratoire, de la physique spatiale, de la physique des plasmas de fusion, de la dynamique des fluides, et de l'astrophysique des hautes énergies. Elle est actuellement en pleine expansion. Parmi ses nombreux champs d'application en astrophysique, on peut citer la turbulence et la dissipation énergétique dans le vent solaire (Parashar *et al.* 2015, Verscharen *et al.* 2019), la dynamique du gaz et des processus hors-équilibre de thermalisation des amas de galaxie (Croston *et al.* 2013, Zhuravleva *et al.* 2014, Barcons *et al.* 2015), l'accrétion chaude autour des objets compacts (par exemple au centre galactique Sgr A\*, Genzel *et al.* 2010, Sharma *et al.* 2007, Sironi & Narayan 2015), la génération des premiers champs magnétiques de l'Univers (Gaensler *et al.* 2004, Widrow *et al.* 2012, Durrer & Neronov 2013, Taylor *et al.* 2015, Subramanian 2019), la dynamique et le transport des rayons cosmiques (Bell 2004, Kotera & Olinto 2011, Zweibel 2013, Grenier *et al.* 2015, Hopkins *et al.* 2020), ou encore l'accélération de particules de très haute énergie dans les chocs de Gamma Ray Bursts et de supernovæ (Marcowith *et al.* 2020).

Trouvant ces problématiques scientifiques particulièrement attractives et porteuses d'avenir pour un scientifique déjà familier avec la dynamique des fluides astrophysiques, j'ai commencé à m'y intéresser de près quelques mois avant mon recrutement au CNRS en 2007. La physique des plasmas est cependant très différente de la dynamique des fluides, et me former à cette discipline, en parallèle des nombreux travaux que j'ai évoqués aux chapitres précédents, m'a demandé de gros efforts et une remise en question importante. Dans cette démarche, j'ai eu beaucoup de chance de pouvoir bénéficier de l'expérience et des conseils d'Alexander Schekochihin (Oxford) et de Steve Cowley (PPPL Princeton). Entre 2007 et 2009, j'ai également eu l'opportunité de participer chaque année à une excellente école d'hiver de physique des plasmas organisée à UCLA. Toutes ces opportunités m'ont permis de me former idéalement et de nouer des relations avec de nombreux physiciens des plasmas de très haut niveau, élargissant au passage considérablement ma culture scientifique. Elles ont également abouti à ma participation régulière en tant qu'enseignant à la formation de nouvelles générations d'étudiants par le biais de plusieurs écoles thématiques de physique des plasmas organisées aux Houches entre 2011 et 2019, dont une que j'ai contribué à orga-

niser avec Thierry Passot (OCA Nice), Cary Forest (Wisconsin) et Rainer Grauer (Bochum) en 2013.

## 4.2 Dynamique des plasmas faiblement magnétisés

Dans les travaux que j'exposerai dans ce chapitre, je me suis essentiellement intéressé à la dynamique d'un plasma dans le régime *peu collisionnel faiblement magnétisé* assez génériquement rencontré en astrophysique. Dans un tel plasma, la pression thermique est supérieure à, ou du même ordre que la pression magnétique (le rapport entre les deux étant le paramètre  $\beta$ ), mais le rayon de gyration  $\rho$  des particules (notamment celui des ions  $\rho_i$ ) autour du champ magnétique est petit par rapport à leur libre parcours moyen. Un excellent exemple de plasma évoluant dans un tel régime, qui a également constitué un des contextes astrophysiques privilégiés de mes travaux sur cette thématique, est le milieu intra-amas (ICM en anglais) constituant environ 15% de la masse totale des amas de galaxie. Dans l'amas Hydra A par exemple, où la température de l'ICM est estimée à  $T_e \sim T_i \sim 3 \times 10^7$  K, la densité de particules à  $n_i = n_e \sim 6 \times 10^4$  m<sup>-3</sup>, la vitesse caractéristique des mouvements du gaz à grande échelle à  $U_0 \sim 2.5 \times 10^5$  m s<sup>-1</sup>, le champ magnétique à une dizaine de  $\mu$ G, et la fréquence de collisions ion-ion à  $\nu_{ii} \sim 5 \times 10^{-13}$  s<sup>-1</sup>, on obtient  $\beta_i \sim 130$ ,  $\Omega_i = eB/m_i = 0.07$  s<sup>-1</sup>,  $\rho_i \sim 10^7$  m et  $\lambda_{\text{mfp},i} \sim 1.3 \times 10^{18}$  m = 0.04 kpc, à comparer à une échelle spatiale typique des mouvements du plasma de  $L_0 \sim 2 \times 10^{20}$  m  $\simeq$  6 kpc et un taux de retour-nement fluide à grande échelle correspondant  $\gamma_0 = U_0/L_0 \sim 10^{-15}$  s<sup>-1</sup>, soit un temps de l'ordre de 30 Myr (Rosin, Schekochihin, Rincon & Cowley 2011, publication reproduite en fin de chapitre). Autrement dit, on a affaire à l'asymptotique suivante,

$$\rho_i \ll \lambda_{\text{mfp},i} \sim L_0, \quad (4.1)$$

$$\Omega_i \gg \nu_{ii} \sim U_0/L_0. \quad (4.2)$$

L'objectif de cette section est d'introduire de manière aussi concise que possible les principes de base de la dynamique d'un tel plasma, afin de contextualiser au mieux les travaux que j'ai pu réaliser autour de ce thème. Pour une introduction plus détaillée, le lecteur est invité à consulter la section 6 de ma revue récente sur l'effet dynamo (Rincon 2019).

### 4.2.a Développement adiabatique d'anisotropies de pression

L'évolution générale d'un plasma peu collisionnel est gouvernée non pas par les équations de la MHD en 3D auxquelles nous avons été confronté aux chapitres précédents, mais par les équations 6D de Vlasov-Maxwell pour les fonctions de distribution  $f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  des différentes espèces  $s$  de particules du plasma

et le champ électromagnétique généré collectivement par les particules chargées. Évidemment, résoudre un tel système d'équations est généralement beaucoup plus lourd et difficile que de résoudre les équations de la MHD. Dans un contexte astrophysique, on s'intéresse cependant généralement essentiellement à l'évolution de quantités fluides telles que la densité de masse des différentes espèces du plasma  $m_s n_s(\mathbf{r}, t)$ , leur vitesse d'ensemble à grande échelle  $\mathbf{U}_s(\mathbf{r}, t)$ , et leur pression (ou température) tensorielle  $\mathbf{P}_s(\mathbf{r}, t)$ , puisque ces quantités sont généralement les seules accessibles aux observations (à l'exception notable des plasmas spatiaux). Pour obtenir les équations d'évolution de ces champs, on prend alors les premiers moments de l'équation de Vlasov pour chaque espèce par rapport à la variable de vitesse  $\mathbf{v}$  de l'espace des phases. Dans le cas d'un plasma magnétisé suivant la hiérarchie d'échelles (4.1)-(4.2), on obtient ainsi des équations d'évolution « magnétofluides » 3D. Le premier moment de l'équation de Vlasov, sommé sur chaque espèce, donne notamment l'équation de conservation de la quantité de mouvement,

$$m_i n_i \frac{D\mathbf{U}_i}{Dt} = -\nabla \left( P_{\perp} + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \nabla \cdot \left[ \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}} \left( P_{\perp} - P_{\parallel} + \frac{B^2}{4\pi} \right) \right], \quad (4.3)$$

où  $D/Dt = \partial/\partial t + \mathbf{U}_i \cdot \nabla$ ,  $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B}/B$ ,  $P_{\perp} = \sum_s P_{\perp,s}$  et  $P_{\parallel} = \sum_s P_{\parallel,s}$ ,

$$P_{\perp,s} = m_s \int d^3\mathbf{v} \frac{v_{\perp}^2}{2} f_s, \quad P_{\parallel,s} = m_s \int d^3\mathbf{v} v_{\parallel}^2 f_s, \quad (4.4)$$

$v_{\parallel} = \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{B}}$  and  $\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{v} - v_{\parallel} \hat{\mathbf{B}}$  ( $\mathbf{v}$  désigne ici la vitesse particulière des particules dans le référentiel local se déplaçant à  $\mathbf{U}_s$ ), et on suppose ici que  $m_i \gg m_e$ . L'équation (4.3) ressemble beaucoup à l'équation de conservation de la quantité de mouvement en MHD, mais ne peut pas généralement être résolue aussi facilement. En effet, elle fait intervenir un tenseur de pression anisotrope gyrotrope par rapport à la direction locale du champ magnétique. L'évolution des composantes de ce tenseur est elle-même obtenue en prenant le deuxième moment de l'équation de Vlasov pour chaque espèce, (Chew, Goldberger & Low 1956, Kulsrud 1983, Snyder, Hammett & Dorland 1997),

$$n_s B \frac{D}{Dt} \left( \frac{P_{\perp,s}}{n_s B} \right) = -\nabla \cdot (Q_{\perp,s} \hat{\mathbf{B}}) - Q_{\perp,s} \nabla \cdot \hat{\mathbf{B}} - \frac{\nu_s}{3} (P_{\perp,s} - P_{\parallel,s}), \quad (4.5)$$

$$\frac{n_s^3}{B^2} \frac{D}{Dt} \left( \frac{P_{\parallel,s} B^2}{n_s^3} \right) = -\nabla \cdot (Q_{\parallel,s} \hat{\mathbf{B}}) + 2Q_{\perp,s} \nabla \cdot \hat{\mathbf{B}} - \frac{2}{3} \nu_s (P_{\parallel,s} - P_{\perp,s}), \quad (4.6)$$

où

$$Q_{\perp,s} = m_s \int d^3\mathbf{v} \frac{v_{\perp}^2}{2} v_{\parallel} f_s, \quad Q_{\parallel,s} = m_s \int d^3\mathbf{v} v_{\parallel}^3 f_s \quad (4.7)$$

sont les flux de chaleur parallèles et perpendiculaires. Par simplicité j'ai utilisé ici un simple opérateur de collision BGK,  $C_s[f_s] = -\nu_s(f_s - f_{M,s})$ , où  $\nu_s$  est une

fréquence de collision effective pour l'espèce  $s$  (par simplicité je ne fais pas de distinction entre fréquences de collisions entre différentes espèces à ce stade) et  $f_{M,s}$  est une distribution Maxwellienne à la température  $T_s = (T_{\parallel,s} + 2T_{\perp,s})/3$  (Snyder *et al.* 1997). L'évolution de  $P_{\perp,i}$  et  $P_{\parallel,i}$  dépend donc elle-même de tenseurs de flux de chaleur d'ordre plus élevé. Pour fermer le problème, il est nécessaire d'exprimer ces tenseurs de pression et de flux de chaleur en fonction uniquement des moments fluides d'ordre plus faible. Dans le régime non-collisionnel, cette étape est très compliquée car elle nécessite de résoudre la dynamique aux échelles cinétiques comparables aux échelles internes du plasma – soit, dans le cas d'un plasma magnétisé, les échelles rapides  $\rho_i$  et  $\Omega_i$ . Mais ces équations (4.5)-(4.6) nous offrent déjà quelques informations générales intéressantes. En effet, si nous les fermons brutalement en ignorant les termes de flux de chaleur et de collision, nous obtenons les équations dites double-adiabatiques (où CGL, en référence à Chew, Goldberger & Low 1956),

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{P_{\perp,s}}{n_s B} \right) = 0, \quad (4.8)$$

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{P_{\parallel,s} B^2}{n_s^3} \right) = 0. \quad (4.9)$$

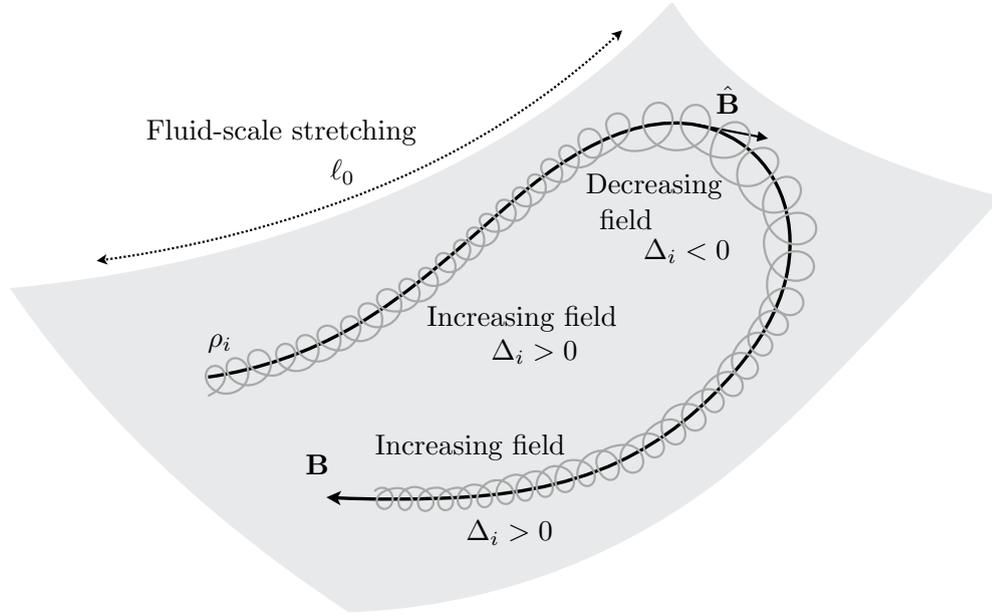
Ces équations reflètent au niveau macroscopique la conservation du moment magnétique  $\mu_s = m_s v_{\perp}^2 / 2B$  et de l'invariant longitudinal  $J = \oint v_{\parallel}(\ell) d\ell$  des particules lorsque le champ magnétique varie sur des échelles spatiales et temporelles bien plus lentes que les échelles de gyration (dans le cas de la conservation de  $\mu_s$ ) ou que les échelles de rebond dans des miroirs magnétiques (pour  $J$ ,  $\ell$  dans la formule ci-dessus dénotant une coordonnée curviligne des particules dans l'approximation du centre-guide, voir Boyd & Sanderson 2003).

La tendance générale à la conservation des invariants adiabatiques  $\mu$  and  $J$  en présence d'une dynamique lente à grande échelle a des implications très importantes pour la dynamique de l'anisotropie de pression  $P_{\perp} - P_{\parallel}$  qui apparaît dans l'équation (4.3). Si on combine les équations (4.5)-(4.6) pour les ions par exemple, on obtient que

$$\begin{aligned} \frac{D(P_{\perp,i} - P_{\parallel,i})}{Dt} &= (P_{\perp,i} + 2P_{\parallel,i}) \frac{D \ln B}{Dt} - (3P_{\parallel,i} - P_{\perp,i}) \frac{D \ln n_i}{Dt} \\ &\quad - \nabla \cdot \left[ (Q_{\perp,i} - Q_{\parallel,i}) \hat{\mathbf{B}} \right] - 3Q_{\perp,i} \nabla \cdot \hat{\mathbf{B}} \\ &\quad - v_i (P_{\perp,i} - P_{\parallel,i}). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Dans l'approximation CGL ( $Q_{\perp,i} = Q_{\parallel,i} = v_i = 0$ ), cette équation montre qu'une modification locale de l'intensité du champ magnétique par induction, ou une compression ou raréfaction aux échelles fluides, génère une anisotropie de pression (non-dimensionnelle)

$$\Delta_i(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{P_{\perp,i} - P_{\parallel,i}}{P_i}, \quad (4.11)$$



**FIGURE 4.1** – Illustration qualitative de la dynamique de conservation du moment magnétique  $\mu$  et de l’anisotropie de pression dans des plis de champ magnétique tels que générés par des instabilités à des échelles fluides (adapté de Rincon 2019). Dans cette situation, on s’attend à ce qu’une anisotropie de pression positive ( $P_{\perp,i} > P_{\parallel,i}$ ) se développe dans les régions où le champ magnétique local augmente en se faisant étirer de manière rectiligne, et à ce qu’une anisotropie de pression négative ( $P_{\perp,i} < P_{\parallel,i}$ ) se développe dans les régions de forte courbure magnétique où l’intensité du champ diminue.

où  $P_i \equiv (P_{\parallel,i} + 2P_{\perp,i})/3$ . Ainsi, dans un tel plasma, un cisaillement de champ de vitesse turbulent aux échelles fluides, ou encore le développement d’une instabilité fluide comme l’instabilité magnéto-rotationnelle, génèrent systématiquement une évolution temporelle du champ d’anisotropie de pression par les effets combinés de l’induction et de la conservation des invariants adiabatiques. La figure 4.1 illustre la dynamique attendue dans des plis magnétiques tels qu’on en rencontre en MHD dans le problème de la dynamo turbulente dans le régime  $Pm \gg 1$ .

En présence de collisions, cet effet est contrebalancé par la relaxation collisionnelle de la fonction de distribution vers l’isotropie. Pour s’en rendre compte qualitativement, on peut prendre la limite collisionnelle de l’équation (4.10), toujours en négligeant les flux de chaleur par simplicité :

$$P_{\perp,i} - P_{\parallel,i} = 3m_i n_i \nu_B \left( \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}} - \frac{\mathbb{I}}{3} \right) : \nabla \mathbf{U}_i, \quad (4.12)$$

où  $\nu_B = 0.96k_B T_i / (m_i v_{ii})$  est la viscosité de Braginskii et  $v_{ii}$  la fréquence de collisions entre les ions. Cette limite constitue la base de la MHD anisotrope de Braginskii (1965), et montre que la dynamique de l’anisotropie de pression est également importante en présence de collisions dans l’asymptotique  $\rho_i \ll \lambda_{mf,i} \ll L$

(souvent appelée régime de « plasma dilué » dans le contexte astrophysique). En effet, si on substitue l'équation (4.12) dans l'équation (4.3), on trouve que l'anisotropie de pression dynamique se comporte comme un terme visqueux collisionnel qui a tendance à amortir les mouvements fluides qui ont induit la variation de champ magnétique responsable de l'anisotropie en premier lieu <sup>1</sup>.

De manière plus générale, on voit qualitativement que la dynamique de l'anisotropie de pression des ions dans un plasma magnétisé doit résulter d'une compétition entre d'une part l'induction magnétique, la compression, et les effets de flux de chaleur, et d'autre par les collisions (entre particules, ou associées à une diffusion dynamique « anormale » par des fluctuations électromagnétiques cinétiques) à un taux effectif  $\nu_{\text{eff}}$ ,

$$\Delta_i \sim \frac{3}{\nu_{\text{eff}}} \left[ \frac{D \ln B}{Dt} - \frac{2}{3} \frac{D \ln n}{Dt} - \frac{\nabla \cdot [\hat{\mathbf{B}}(Q_{\perp,i} - Q_{\parallel,i})] + 3Q_{\perp,i} \nabla \cdot \hat{\mathbf{B}}}{3P_{\parallel,i}} \right]. \quad (4.13)$$

## 4.2.b Instabilités cinétiques firehose et miroir

La dynamique d'un plasma magnétisé non-collisionnel ne se limite pas à la simple phénoménologie adiabatique illustrée sur la figure 4.1. En fait, en absence de collisions et de processus physiques rapides aux échelles cinétiques, on peut montrer que cette évolution adiabatique pose un gros problème pour la croissance de champ magnétique par induction dans un tel plasma. En effet, faire croître par induction le champ magnétique de plusieurs ordres de grandeur dans un plasma où  $\mu = mv_{\perp}^2 / 2B$  est rigoureusement conservé impliquerait une croissance correspondante de la pression thermique, croissance pour laquelle il n'existe en réalité aucun réservoir d'énergie disponible dans un écoulement subsonique (Kulsrud, Cowley, Gruzinov & Sudan 1997, Helander, Strumik & Schekochihin 2016).

Heureusement, il existe une échappatoire possible pour assurer la survie de toutes nos belles instabilités fluides collisionnelles MHD dans le régime magnétisé non-collisionnel : le développement local d'anisotropies de pression  $\Delta_i$  offre en effet lui-même un nouveau réservoir d'énergie qui peut être (et est de fait) exploité par des instabilités cinétiques rapides se développant aux échelles  $(\Omega_i, \rho_i)$  internes du plasma lorsque  $\Delta_i = O(1)$ . Ces instabilités, connues depuis fort longtemps, sont essentiellement l'instabilité miroir, l'instabilité firehose, et l'instabilité ion-cyclotron (Rosenbluth 1956, Chandrasekhar *et al.* 1958, Parker 1958, Vedenov & Sagdeev 1958, Rudakov & Sagdeev 1961, Tajiri 1967, Hasegawa 1969, Gary 1992,

1. Si la MHD de Braginskii n'héberge pas toute la complexité physique des plasmas magnétisés, on peut néanmoins noter qu'elle présente une richesse dynamique remarquable aux échelles fluides par rapport à la MHD isotrope classique, et contient notamment plusieurs instabilités pertinentes dans le contexte de la dynamique de l'accrétion chaude et du milieu intra-amas (Balbus 2001, Islam & Balbus 2005, Quataert 2008).

Southwood & Kivelson 1993, Hellinger 2007). Elles sont également très clairement détectées dans des mesures *in situ* de différents plasmas de l'héliosphère (voir par exemple Hellinger *et al.* 2006, Joy *et al.* 2006, Bale *et al.* 2009, Génot *et al.* 2009). En présence d'un flux de chaleur ionique parallèle traversant le système, nous verrons qu'une autre instabilité cinétique similaire dite gyrotherme (GTI), découverte par Alexander Schekochihin dans le cadre de nos calculs sur l'instabilité firehose, est également possible (Schekochihin, Cowley, Rincon & Rosin 2010, publication reproduite en fin de chapitre).

Pour illustrer l'origine de ces instabilités le plus simplement et le plus rapidement possible, considérons le problème simple d'ondes d'Alfvén incompressibles, mais en présence d'une anisotropie de pression  $\Delta_i$ . On montre alors en utilisant la MHD de Braginskii introduite précédemment que la relation de dispersion de ces ondes est

$$\omega^2 = \left(k_{\parallel} v_{\text{th}i}\right)^2 \left(\Delta_i + \frac{2}{\beta_{\perp,i}}\right), \quad (4.14)$$

où  $v_{\text{th}i}$  est la vitesse thermique des ions. L'effet de l'anisotropie de pression est de changer la vitesse de phase des ondes. Si la pression parallèle est suffisamment grande par rapport à la pression perpendiculaire suivant  $\Delta_i < -2/\beta_{\perp,i}$ , on voit que l'onde se transforme en instabilité, appelée instabilité firehose par analogie avec l'instabilité d'un tuyau d'arrosage non retenu à une extrémité et dans lequel on injecte de l'eau sous pression à l'autre extrémité. Ainsi, dans un plasma anisotrope, un processus MHD aussi simple qu'une onde d'Alfvén devient instable. L'équation 4.14 montre cependant qu'une telle instabilité, pour des anisotropies  $\Delta_i = O(1)$ , n'est possible que si le plasma est faiblement magnétisé, i.e.  $\beta_i \geq 1$  (le champ magnétique, tout comme le tuyau d'arrosage, ne doit pas être trop rigide). On ne la rencontre donc pas par exemple dans un plasma de tokamak. Un autre point intéressant de cette analyse est qu'il n'existe pas de coupure à petite échelle de cette instabilité : le taux de croissance augmente indéfiniment avec le vecteur d'onde  $k_{\parallel}$  dans le cadre de la MHD de Braginskii. En réalité, ce comportement est régularisé par la prise en compte des effets de gyration du plasma (Finite Larmor Radius effects, où FLR en anglais). Cela signifie que cette instabilité a en principe un taux de croissance maximum à des nombres d'onde  $k_{\parallel} \rho_i \sim 1$ , et a donc la capacité de briser la contrainte d'invariance adiabatique.

Les instabilités firehose oblique, miroir, ion-cyclotron et GTI sont physiquement différentes de l'instabilité firehose parallèle introduite ci-dessus, certaines impliquant comme nous le verrons plus loin des perturbations de pression qui nécessitent un calcul cinétique complexe. Nous pouvons cependant pour le moment résumer leur comportement général en régime linéaire par les quelques lignes suivantes :

1. une anisotropie de pression de n'importe quel signe peut donner lieu à une instabilité. L'instabilité firehose est notamment excitée en présence d'une anisotropie de pression négative,  $\Delta_i < -2/\beta_i$ . L'instabilité miroir est exci-

tée dans la situation opposée  $\Delta_i > 1/\beta_i$ . Une condition d'instabilité nécessaire recouvrant tous ces cas est le critère de magnétisation faible,  $\beta_i > 1$ .

2. Lorsque  $|\Delta_i| = O(1)$ , toutes ces instabilités se développent préférentiellement aux échelles internes de gyration ionique,  $k\rho_i = O(1)$ , et  $|\omega|/\Omega_i = O(1)$ . Elles sont donc extrêmement rapides et peuvent briser l'invariance adiabatique du plasma. On s'attend également notamment à ce qu'elles puissent réguler très rapidement les anisotropies de pression induites par des variations lentes à grande échelle du champ magnétique.

Si la physique linéaire de ces instabilités est connue depuis longtemps, leur évolution non-linéaire est longtemps restée beaucoup moins claire, alors même qu'elle détermine largement les effets de ces instabilités sur la dynamique à grande échelle. Dans la situation la plus étudiée, notamment dans le contexte des plasmas spatiaux, on postule généralement l'existence première d'une anisotropie de pression. Une voie possible de résolution du problème non-linéaire consiste alors à utiliser une approximation quasi-linéaire pour comprendre comment les fluctuations instables miroir ou firehose d'amplitude finie peuvent ramener effectivement  $\Delta_i$  au seuil d'instabilité (Shapiro & Shevchenko 1964, McKean *et al.* 1993, Pokhotelov *et al.* 2008, Califano *et al.* 2008, Hellinger *et al.* 2009). Dans ce scénario, les fluctuations elles-mêmes saturent à un niveau constant. D'autres mécanismes de saturation par des non-linéarités fluides ont été explorés dans ce contexte d'anisotropie initiale, notamment afin d'expliquer l'observation de structures miroir cohérentes dans la magnétogaine terrestre (Califano *et al.* 2008, Hellinger *et al.* 2009, Génot *et al.* 2009, Istomin *et al.* 2009, Pokhotelov *et al.* 2010).

Aucune de ces approches ne couvre cependant le cas dynamique décrit précédemment, pour lequel l'anisotropie de pression  $\Delta_i$  n'est pas prescrite initialement dans le problème, mais est elle-même continuellement générée dynamiquement au cours du temps par l'évolution du champ magnétique aux échelles fluides. Ce cas de figure forcé (« driven » ou « shearing » regime en anglais) est resté exploré jusqu'au milieu des années 2000, en dépit de sa pertinence astrophysique (Schekochihin *et al.* 2005a, 2008). Le problème qui se pose principalement dans ce contexte est de comprendre comment les instabilités d'anisotropie de pression se développent dans le régime non-linéaire sous la contrainte d'un tel forçage de  $\Delta_i$ , et de déterminer quelles sont les conséquences effectives de cette évolution non-linéaire aux échelles cinétiques pour la régulation de  $\Delta_i$  et donc pour la dynamique aux échelles fluides.

#### 4.2.c Plusieurs directions de recherche possibles

Cette trop longue mais nécessaire introduction à la dynamique des plasmas faiblement magnétisés a je crois largement démontré que la complexité physique sous-jacente à la dynamique non-linéaire multi-échelle des plasmas astrophysiques faiblement magnétisés peu collisionnels, bien que subtile, est redoutable.

Nous disposons aujourd'hui de deux voies principales pour progresser sur l'ensemble de ces problèmes « magnéto-cinético-fluides ». Tout d'abord, la force numérique brute : l'amélioration des supercalculateurs permet en effet aujourd'hui d'envisager une résolution numérique de l'équation de Vlasov en 5 ou 6 dimensions en utilisant des codes de grille euleriens ou des codes de type Particle-In-Cell (PIC). Ces simulations restent cependant très coûteuses (de l'ordre de un à dix millions d'heures CPU par simulation) et ne peuvent être conduites qu'à des résolutions spatiales relativement faibles, typiquement en 3D de 64 à 512 points de grille par dimension d'espace, ce qui ne permet pas d'obtenir des séparations très importantes entre échelles fluides et cinétiques. Ces explorations numériques pionnières sont cependant nécessaires et utiles. Mais, malheureusement, le problème du manque de séparation d'échelle ne disparaîtra pas avec la prochaine génération de calculateurs, et la simulation réaliste des équations « pristines » dans des régimes asymptotiques pertinents astrophysiquement va encore vraisemblablement longtemps rester hors de notre portée. Afin de limiter le coût des simulations tout en les rendant plus complètes du point de vue physique, il est donc indispensable d'étudier théoriquement en parallèle les processus non-linéaires à l'œuvre aux échelles cinétiques, afin notamment de développer de meilleurs modèles fluides de fermeture décrivant de manière fiable l'impact de tels processus sur la dynamique à grande échelle.

Mon travail sur le sujet au cours des dix dernières années s'est inscrit dans ces deux directions de manière parallèle. D'une part, j'ai travaillé sur la théorie non-linéaire asymptotique des instabilités cinétiques firehose et miroir dans le régime forcé. D'autre part, j'ai réalisé des simulations numériques lourdes de type Vlasov-Maxwell de processus dynamiques aux échelles fluides, tels que l'effet dynamo, en présence de telles instabilités cinétiques.

### 4.3 Étude analytique de la dynamique non-linéaire des instabilités firehose et miroir

Comme je l'ai expliqué précédemment, les théories existantes sur l'évolution non-linéaire des instabilités cinétique firehose et miroir il y a encore une dizaine d'années ne décrivaient pas de manière satisfaisante la situation où une anisotropie de pression  $\Delta_i$  est forcée continuellement de manière consistante par la dynamique à grande échelle. C'est à ce type de problèmes non-linéaires que nous nous sommes attaqués en 2008 avec Alexander Schekochihin, Steve Cowley, et un étudiant en thèse de l'université de Cambridge, Mark Rosin, en utilisant des méthodes analytiques asymptotiques.

L'idée physique générale motivant une telle approche, au-delà du fait qu'elle

constitue la principale méthode mathématique connue pour résoudre des problèmes de physique non-linéaire<sup>2</sup>, est que la séparation d'échelle entre le taux d'induction lent  $\gamma_0 = D \ln B_0 / Dt \sim U_0 / L_0$  associé aux mouvements fluides et l'échelle cinétique rapide  $\Omega_i$  de développement des instabilités cinétiques est tellement grande que toute évolution du champ magnétique faisant évoluer adiabatiquement l'anisotropie au delà du seuil d'une de ces instabilités cinétiques excite celle-ci quasiment instantanément, ce qui en retour ramène rapidement non-linéairement le système au seuil. On s'attend donc à ce que la distance au seuil des instabilités dans ce problème reste petite en pratique, et soit de l'ordre d'une puissance de  $(\gamma_0 / \Omega_i) \ll 1$  (qui dépend généralement des caractéristiques détaillées de l'instabilité). On peut alors exploiter ce petit paramètre comme base d'une théorie asymptotique.

Nous avons commencé par traiter le problème plus simple de l'instabilité firehose, avant de nous casser les dents pendant plusieurs années sur le problème beaucoup plus difficile de l'instabilité miroir (avec succès à la fin cependant!). Bien que ces calculs asymptotiques m'aient occupé très longtemps, j'en expliquerai ici uniquement les grandes lignes, préférant me concentrer sur les idées physiques importantes sous-jacentes et sur quelques efforts intéressants de modélisation numérique des équations modèles non-linéaires auxquels ils aboutissent. Les lecteurs intéressés par les détails techniques des calculs trouveront leur bonheur dans les articles correspondants, qui sont mentionnés dans le texte.

### 4.3.a Instabilités firehose et gyrotherme

Afin d'introduire le problème en détail mais sans trop de complexité technique, nous considérerons pour commencer le cas le plus simple de l'instabilité firehose parallèle. Nous avons vu à la section 4.2.a, par l'équation (4.10) notamment, que le taux de variation de l'anisotropie de pression est directement proportionnel au taux de variation de l'intensité du champ magnétique *total*. Cette observation nous donne une clé importante pour comprendre le mécanisme de saturation de l'instabilité firehose. Si on considère une situation instable  $\Delta_i < -2/\beta_i$  générée adiabatiquement par la décroissance lente d'un champ magnétique à grande échelle  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ , la croissance r.m.s. de l'énergie magnétique des perturbations firehose parallèles instables  $\delta \mathbf{B}_\perp(z)$  permet quant à elle de ramener  $\Delta_i$  au seuil de stabilité marginale. En effet, en absence de collisions, de compressions, et de flux de chaleur, on a d'après l'équation (4.10)

$$\frac{D\Delta_i}{Dt} = \frac{\overline{3DB}}{B} \frac{DB_0}{Dt} + \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\overline{\delta \mathbf{B}_\perp}}{B_0} \right)^2, \quad (4.15)$$

où la barre dénote une moyenne sur l'échelle des fluctuations cinétiques (que l'on prendra ici comme étant de l'ordre de  $\rho_i$  pour simplifier la discussion, bien que

2. La légende dit qu'Evgeny Lifschitz demandait au début de chaque séminaire auquel il assistait quel était le petit paramètre que l'orateur avait utilisé pour son calcul.

l'instabilité firehose près du seuil croisse en réalité de manière prédominante à des échelles significativement plus importantes). Si on se place dans le cas le plus simple non forcé ( $DB_0/Dt = 0$ ) caractérisé par une anisotropie de pression initiale instable, alors la croissance des fluctuations firehose va conduire à la relaxation de celle-ci,  $\Delta_i(t) \rightarrow -2/\beta_i$ . Mais, au fur et à mesure que l'on se rapprochera du seuil d'instabilité, le taux de croissance des fluctuations nécessaire à la relaxation diminuera en conséquence. Dans ce cas de figure, l'instabilité sature donc quasi-linéairement à une amplitude de fluctuations qui dépend de la distance initiale au seuil de stabilité (Shapiro & Shevchenko 1964). Typiquement, si la distance au seuil est petite, le niveau de saturation des fluctuations est également petit, i.e.  $(\delta B_\perp / B_0) \ll 1$ .

Si, en revanche, le champ magnétique à grande échelle évolue dynamiquement avec un taux de variation

$$D \ln B_0 / Dt \equiv \gamma_0 < 0, \quad (4.16)$$

alors le système se retrouve naturellement poussé en permanence vers le régime d'instabilité firehose  $\Delta_i < -2/\beta_i$ . Afin de garder l'instabilité à un niveau marginal, les fluctuations firehose instables doivent donc croître en permanence pour contrebalancer non-linéairement le forçage, i.e.

$$\frac{|\delta \mathbf{B}_\perp|^2}{B_0} \sim |\gamma_0| t. \quad (4.17)$$

Cette croissance linéaire en temps produit donc un niveau de fluctuations cinétiques  $(\delta B_\perp / B_0) = O(1)$  après un temps de retournement fluide. Cette évolution en  $(\delta B / B_0) \sim t^{1/2}$  a été observée pour la première fois numériquement dans des simulations de Matteini *et al.* (2006) s'intéressant à la dynamique de cette instabilité dans le vent solaire en expansion.

On peut en fait déjà parvenir analytiquement à ce résultat en utilisant un modèle simple ne prenant pas en compte les effets FLR (Schekochihin *et al.* 2008). Cependant, comme je l'ai mentionné précédemment, on se retrouve alors confronté au problème de la régularisation à petite échelle du taux de croissance des modes firehose (équation 4.14). La principale innovation (qui reste relativement modeste compte-tenu de la simplicité relative de ce problème particulier) de la théorie asymptotique du régime non-linéaire de l'instabilité firehose parallèle que nous avons développée avec Mark Rosin a été de prendre en compte simultanément les effets de forçage de l'anisotropie, de la non-linéarité décrite ci-dessus, et des corrections FLR (Rosin *et al.* 2011). Dans le régime FLR, l'équation régissant l'évolution des perturbations magnétiques firehose-instables  $\delta \mathbf{B}_\perp(z)$  est décrite par

$$\frac{\partial^2 \delta \mathbf{B}_\perp}{\partial t^2} = v_{\text{thi}}^2 \nabla_\parallel^2 \left[ \left( \Delta_i(t) + \frac{2}{\beta_i} \right) \delta \mathbf{B}_\perp + \frac{1}{\Omega_i} \frac{\partial \delta \mathbf{B}_\perp}{\partial t} \times \hat{\mathbf{B}}_0 \right], \quad (4.18)$$

où le dernier terme du membre de droite capture la correction FLR requise pour la régularisation du problème (cette correction émerge du calcul cinétique complet

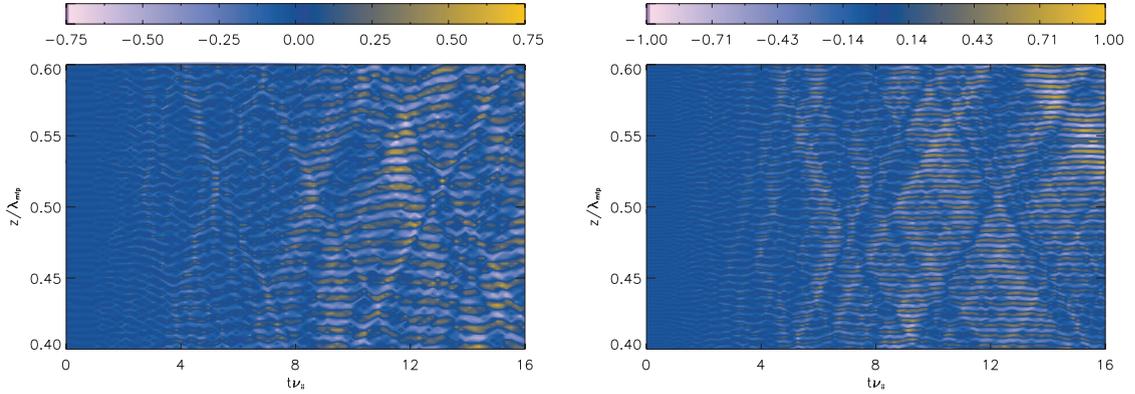


FIGURE 4.2 – À gauche : évolution temporelle des fluctuations  $\delta B_{\perp}(z)/B_0$  dans des simulations 1D de « turbulence » firehose gouvernée par les équations (4.18)-(4.19). À droite : une représentation similaire pour une « turbulence » GTI-firehose 1D excitée par un flux de chaleur ionique parallèle à grande échelle.

par l'intermédiaire d'un terme FLR de fluctuation de pression). Si on prend en compte par ailleurs les effets de la relaxation collisionnelle dans le problème, on trouve que l'évolution de l'anisotropie de pression est donnée par

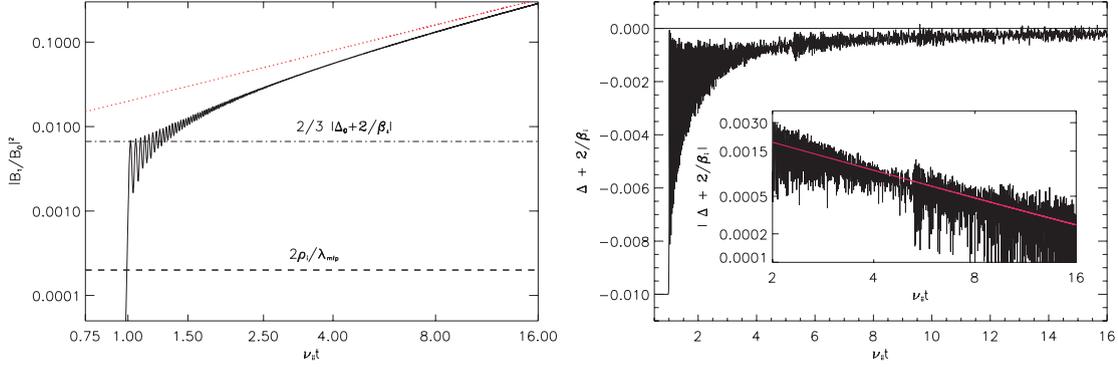
$$\Delta_i(t) = -\frac{|\gamma_0|}{\nu_i} \left(1 - e^{-3\nu_i t}\right) + \frac{3}{2} \int_0^t dt' e^{-3\nu_i(t-t')} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\delta B_{\perp}(t')}{B_0} \right)^2, \quad (4.19)$$

où  $\nu_i$  est la fréquence de collision des ions (un opérateur de collision de Lorentz de type « pitch-angle scattering » est utilisé pour arriver à cette forme explicite).

Ce modèle régularisé aux échelles de gyration nous a alors permis d'explorer, sans problème de catastrophe linéaire à petite échelle, la dynamique en une dimension d'une « turbulence » firehose excitée sur un grand spectre d'échelles allant jusqu'à  $\rho_i$ . Dans ce modèle, chaque mode instable linéairement contribue au deuxième membre de droite de l'équation (4.19) et donc à la régulation de l'anisotropie de pression. Un exemple de simulation numérique du problème est donné sur la figure 4.2, à gauche. La figure 4.3 illustre quant à elle l'évolution temporelle de l'énergie magnétique des fluctuations firehose (intégrée sur tout le spectre excité) et celle du paramètre d'instabilité. On voit que le système évolue non-linéairement en maintenant  $\Delta_i(t) + 2/\beta_i$  proche de zéro, mais que les fluctuations continuent de croître linéairement en temps jusqu'à  $(\delta B_{\perp}/B) = O(1)$ , conformément aux prédictions du modèle.

Nous avons également effectué une analyse similaire sur l'instabilité gyrotherme (GTI, Schekochihin *et al.* 2010). Cette instabilité, dont j'ai rapidement évoqué la découverte précédemment, est également cinétique. Elle se développe en présence d'un flux de chaleur ionique parallèle collisionnel à grande échelle

$$\Gamma_T \equiv \frac{2Q_{\perp,i} - Q_{\parallel,i}}{P_{\parallel,i} \nu_{thi}} = \frac{1}{2} \frac{\nu_{thi}}{\nu_i} \frac{\hat{\mathbf{B}}_0 \cdot \nabla T_{0i}}{T_{0i}}. \quad (4.20)$$



**FIGURE 4.3** – À gauche : évolution temporelle de l'énergie des fluctuations magnétiques  $|\delta B_{\perp}|^2/B_0^2$  moyennées sur la direction parallèle dans les simulations 1D de « turbulence » firehose représentées sur la figure 4.2 de gauche. La ligne pointillée rouge montre le régime séculaire non-linéaire atteint asymptotiquement par le système aux temps longs. À droite : évolution du paramètre d'instabilité firehose  $\Delta_i(t) + 2/\beta_i$  au cours de l'évolution non-linéaire (cette figure et la précédente sont adaptées de Rosin *et al.* 2011).

La présence d'un tel flux de chaleur modifie le critère d'instabilité dans l'analyse 1D parallèle précédente, celui-ci prenant désormais la forme

$$\Lambda \equiv \Gamma_T^2 - \frac{1}{2} \left( \Delta_i + \frac{2}{\beta_i} \right) > 0. \quad (4.21)$$

L'existence d'un flux de chaleur à grande échelle modifie donc l'instabilité firehose elle-même, mais elle peut également rendre le plasma instable lorsque  $\Delta_i = -2/\beta_i$  ou que l'anisotropie de pression et  $1/\beta_i$  sont positifs mais petits. Lorsque  $\Gamma_T^2 \gg |\Delta_i + 2/\beta_i|$ , le mode le plus instable de cette nouvelle instabilité GTI a un nombre d'onde, une fréquence et un taux de croissance

$$k_{\max} \rho_i = \mp 6 \Gamma_T, \quad \frac{\omega_{\max}}{\Omega_i} = 9 \Gamma_T^2 \left( \pm 1 + \frac{i}{\sqrt{3}} \right). \quad (4.22)$$

On peut assez facilement généraliser les équations (4.18)-(4.19) avec corrections FLR à ce problème, et montrer que l'évolution non-linéaire tend là-encore à marginaliser le paramètre d'instabilité, en l'occurrence  $\Lambda$ . Cette évolution, dans le régime forcé, conduit par ailleurs également à une croissance des fluctuations en  $(\delta B_{\perp}/B_0) \sim t^{1/2}$  jusqu'à  $(\delta B_{\perp}/B_0) = O(1)$ . On peut également se prêter au jeu du calcul numérique de l'évolution d'une turbulence 1D GTI-firehose mixte combinant les effets d'une anisotropie de pression et d'un flux de chaleur. Un exemple d'évolution temporelle d'un spectre initial de fluctuations dans ce régime est montré sur la figure 4.2 (à droite). Une différence importante entre le cas GTI-firehose et le cas firehose pur, assez clairement visible dans cette figure, est que l'évolution non-linéaire dans le cas firehose pur tend à exciter au cours du temps des modes à des échelles de plus en plus grandes, alors que dans le

cas GTI-firehose le système se retrouve dominé aux temps longs par des fluctuations à un nombre d'onde minimal non-nul. Cette différence vient du fait que la gamme de nombres d'ondes GTI-firehose instables se retrouve confinée autour de  $|k_{\max} \rho_i| = 4\Gamma_T$  lorsque  $\Lambda \rightarrow 0$ , alors que dans le cas firehose pur  $|k_{\max} \rho_i| \sim |\Delta_i + 2/\beta_i|^{1/2}$  tend vers zéro lorsque le système devient marginal.

Le dernier point que je souhaite soulever concernant ce travail sur l'instabilité firehose parallèle non-linéaire concerne les implications possibles de ses résultats pour la dynamique à grande échelle (le problème du transport). Tout d'abord, nous avons vu que le principe général d'évolution non-linéaire de l'instabilité dans le régime forcé est que la croissance r.m.s. des fluctuations aux échelles cinétiques tend *en moyenne* à compenser la décroissance du champ à grande échelle responsable en premier lieu de la génération d'anisotropie de pression négative, et donc de l'excitation de l'instabilité. Autrement dit, le système évolue de façon à contrebalancer les effets de l'induction à grande échelle. Du point de vue de la dynamique fluide, on peut dire que cela revient effectivement à supprimer les effets inductifs du gradient de vitesse à grande échelle sur le champ magnétique, c'est-à-dire effectivement à augmenter la viscosité du plasma du point de vue de la dynamique magnétique. Le deuxième point est le fait que l'instabilité firehose évolue de façon à marginaliser  $\Delta_i + 2/\beta_i$ . Si l'on se réfère à l'équation (4.3), on voit que cette évolution revient à neutraliser les effets de la tension magnétique par le biais du tenseur des contraintes, et donc à rendre effectivement le système hydrodynamique et non visqueux!

Évidemment, il faut ici garder à l'esprit que cette évolution est très spécifique à la physique de l'instabilité firehose (qui plus est parallèle). L'instabilité miroir, que nous allons évoquer au prochain paragraphe, tend elle à marginaliser  $\Delta_i - 1/\beta_i$ , et affecte donc la dynamique à l'échelle fluide différemment. Par ailleurs, l'analyse précédente n'est formellement valable que pendant un temps de retournement fluide. En pratique, un système fluide évoluant de manière stochastique sur de multiples temps de retournement génèrera à différents endroits et temps des fluctuations  $\Delta_i > 0$  et  $\Delta_i < 0$ , excitant ainsi les différentes instabilités cinétiques à tour de rôle sur des échelles de temps de l'ordre du temps de retournement de l'écoulement. Le cas de figure simple étudié ici n'est donc pas vraiment non plus représentatif de la dynamique dans son ensemble (le problème de l'excitation successive et répétée de turbulences firehose et miroir forcées par une dynamique magnétisée stochastique à grande échelle a été récemment étudié numériquement dans un modèle simple par Melville, Schekochihin & Kunz 2016).

### 4.3.b Instabilité miroir

Après nous être faits les griffes sur le problème (relativement) simple de l'instabilité firehose, nous nous sommes attaqués au problème beaucoup plus compliqué physiquement de l'instabilité miroir non-linéaire dans le régime forcé. Pour cela,

nous avons comme pour l'instabilité firehose utilisé un développement asymptotique basé sur la faible distance au seuil d'instabilité (ou, de manière équivalente, sur la séparation d'échelle  $\gamma_0/\Omega_i \ll 1$ ), et capturant par ailleurs les corrections FLR nécessaires à la régularisation physique de l'instabilité à petite échelle. La résolution de ce problème nécessite d'une part d'aller à un ordre élevé dans l'expansion asymptotique primaire, mais aussi d'effectuer une expansion asymptotique secondaire pour calculer des effets cinétiques supplémentaires spécifiques au régime non-linéaire. Pour tout dire, ce problème m'a considérablement torturé le cerveau pendant cinq ans. Au-delà du calcul laborieux des effets de gyration, qui avait heureusement déjà été défriché par Califano *et al.* (2008), la difficulté principale du problème réside dans le fait que l'instabilité miroir est une instabilité cinétique résonante (Southwood & Kivelson 1993, Hellinger 2007), dont l'évolution non-linéaire fait intervenir de manière cruciale la dynamique d'une population de particules piégées dans les fluctuations magnétiques compressives  $\delta B_{\parallel}$  excitées par l'instabilité (Kivelson & Southwood 1996, Pantellini 1998, Istomin *et al.* 2009, Pokhotelov *et al.* 2010, Soucek & Escoubet 2011). On doit alors effectuer un calcul cinétique complet des fluctuations de pression associées à ces particules. Pour compliquer le tout, celles-ci évoluent dans des pièges miroir qui s'approfondissent en fonction du temps, et piègent donc de plus en plus de particules au fur et à mesure que l'instabilité se développe !

Là-encore, je me contenterai d'expliquer physiquement les résultats principaux, renvoyant le lecteur à la publication pour de plus amples détails sur les différents développements asymptotiques (Rincon, Schekochihin & Cowley 2015, reproduit en fin de chapitre<sup>3</sup>). Dans ce problème, nous considérons à nouveau un plasma baigné par un champ  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$  évoluant lentement dans le temps à un taux  $\gamma_0$  (positif cette fois-ci, le miroir nécessitant  $\Delta_i > 0$ ), et une fonction de distribution de base anisotrope  $f_i \equiv f_{0i} + f_{2i}$  construite de telle façon que  $f_{0i}$  contienne l'anisotropie nécessaire pour placer le système au seuil marginal d'instabilité miroir, et que  $f_{2i}$  capture l'excursion (petite) de cet état de base au seuil d'instabilité.  $f_{2i}(t)$  est autorisée à évoluer temporellement lentement, d'une part par l'effet combiné de la variation de  $B_0$  et de la conservation adiabatique du moment magnétique des particules, et d'autre part par les effets non-linéaires de la dynamique miroir aux échelles cinétiques, que nous allons chercher à élucider. On considère alors des perturbations  $\delta f_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  de la fonction de distribution et  $\delta \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = (\delta \mathbf{B}_{\perp}, \delta B_{\parallel})$  du champ autour de cet équilibre.

Les fluctuations excitées par l'instabilité miroir, bien qu'instables et donc croissant dans le temps, ont la propriété particulière de toujours rester en équilibre de pression, les termes inertiels étant négligeables. La condition d'équilibre de

---

3. Cet article offre lui-même uniquement un condensé des calculs, et est donc assez difficile à lire. Je n'ai malheureusement toujours pas trouvé le courage ni le temps de finaliser la publication de la démonstration complète, qui fait à elle seule environ 30 pages.

pression, à l'ordre le plus bas de l'asymptotique, est donnée par l'équation

$$\Gamma_0 = -\frac{2 m_i}{P_{0\perp,i}} \int \frac{v_\perp^4}{4} \left. \frac{\partial f_{0i}}{\partial v_\parallel^2} \right|_{v_\perp} d^3\mathbf{v} - \frac{2}{\beta_{0\perp,i}} - 2 = 0. \quad (4.23)$$

Cette équation exprime la condition de stabilité marginale des modes miroir,  $\Delta_{0i} = 1/\beta_{0\perp,i}$ . La dynamique de l'instabilité émerge à l'ordre suivant,

$$\left[ \Gamma_2 + \frac{3}{2} \rho_*^2 \nabla_\perp^2 - \left( \Delta_{0i} + \frac{2}{\beta_{0\perp,i}} \right) \frac{\nabla_\parallel^2}{\nabla_\perp^2} \right] \nabla_\perp \frac{\delta B_\parallel}{B_0} = \nabla_\perp \frac{\delta P_\perp^{(\text{res})}}{P_{0\perp,i}}. \quad (4.24)$$

Dans cette équation,

$$\Gamma_2 = -\frac{2 m_i}{P_{0\perp,i}} \left( \int \frac{v_\perp^4}{4} \left. \frac{\partial f_{2i}}{\partial v_\parallel^2} \right|_{v_\perp} d^3\mathbf{v} + \int_{|\xi| < \xi_{\text{tr}}} \frac{\overline{\delta f_i^{(\text{res})}}}{\partial v_\parallel^2} \frac{v_\perp^4}{4} \Big|_{v_\perp} d^3\mathbf{v} \right) - \frac{2 P_{2\perp,i}}{P_{0\perp,i}} \quad (4.25)$$

est la distance au seuil d'instabilité miroir (impliquant le terme de forçage par la dynamique lente de  $f_{2i}$ ), et

$$\rho_*^2 = \frac{\rho_i^2}{12} \frac{m_i}{P_{0\perp,i} v_{\text{th}\perp}^2} \int \left( -v_\perp^6 \left. \frac{\partial f_{0i}}{\partial v_\parallel^2} \right|_{v_\perp} - 3 v_\perp^4 f_{0i} \right) d^3\mathbf{v}. \quad (4.26)$$

est un rayon de gyration effectif des ions. Le terme clé dans l'équation (4.24) est le membre de droite contenant

$$\delta P_\perp^{(\text{res})} = m_i \int_{|\xi| < \xi_{\text{tr}}} \frac{v_\perp^2}{2} \delta f_i^{(\text{res})} d^3\mathbf{v}, \quad (4.27)$$

qui est la pression perpendiculaire des ions résonants (en régime linéaire) ou piégés (en régime non-linéaire).  $\delta f^{(\text{res})}$  représente la contribution de ces ions à la perturbation de la fonction de distribution. Leur population est définie par le cône de vitesse de piégeage des fluctuations miroir

$$\xi \equiv v_\parallel / v < \xi_{\text{tr}} \sim (\delta B_\parallel / B_0)^{1/2}. \quad (4.28)$$

On voit que cette population contribue non-seulement à l'équilibre de pression dans le système, mais aussi dans l'équation (4.25) à l'anisotropie de pression sustentant l'instabilité (la barre dans le deuxième terme du membre de droite de cette équation est une moyenne spatiale sur la distance de rebond des particules piégées). À noter enfin que toutes les formules données ici reposent sur l'hypothèse que les électrons sont froids.

Le calcul du terme de pression résonante dans le régime linéaire fait apparaître une dépendance temporelle qui mène à la relation de dispersion suivante pour le taux de croissance linéaire  $\gamma_L$  de l'instabilité, prenant en compte les effets FLR,

$$\gamma_L = \sqrt{\frac{2}{\pi}} |k_{\parallel}| v_* \left[ \Gamma_2 - \frac{3}{2} \rho_*^2 k_{\perp}^2 - \left( \Delta_{0i} + \frac{2}{\beta_{0\perp,i}} \right) \frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2} \right], \quad (4.29)$$

où  $v_*$  représente une vitesse thermique effective des ions. Ce résultat linéaire était connu avant notre dérivation (Hellinger 2007, Califano *et al.* 2008).

Si on s'intéresse au régime non-linéaire, le premier terme pertinent à considérer est la contribution des particules résonantes à l'anisotropie de pression dans l'équation (4.25). Ce terme est en fait responsable d'une relaxation du système vers le seuil d'instabilité par un processus de diffusion quasi-linéaire résonante, et son rôle était également connu avant notre calcul (voir par exemple Hellinger *et al.* 2009). Mais ce n'est pas la seule non-linéarité, ni même la non-linéarité la plus importante de l'équation (4.24)!

La nouveauté de notre analyse a consisté à montrer que la population de particules piégées contribue de manière critique à l'équilibre de pression dans le régime non-linéaire. En effet, au fur et à mesure que la fonction de distribution relaxe vers le seuil d'instabilité, la croissance des modes devient de plus en plus lente, jusqu'au point où leur taux de croissance instantané devient comparable à la fréquence de rebond  $\omega_B$  des particules piégées. On entre alors dans un régime non-linéaire dit « bounce-dominated », dans lequel il est nécessaire de calculer méticuleusement comment la pression des particules piégées  $\delta P_{\perp}^{(\text{res})}$  affecte l'évolution du système. Ce calcul n'a rien d'évident en pratique, car l'intégrale de pression résonante (4.27) a des dépendances temporelles implicites, à commencer par celle du cône de piégeage, dont l'ouverture en  $(\delta B/B)^{1/2}(t)$  implique une augmentation de la fraction de particules piégées au cours du temps.

Pour effectuer le calcul complet, nous nous sommes basés sur une asymptotique secondaire  $\omega_B \gg \gamma_{NL}$ , où  $\gamma_{NL}$  est le taux de croissance typique dans le régime non-linéaire, et avons postulé une solution séparable

$$\delta B_{\parallel} / B_0(\mathbf{r}, t) = \mathcal{A}(t) \mathcal{B}(\boldsymbol{\ell}), \quad (4.30)$$

où  $\mathcal{A}(t)$  est une loi de puissance temporelle et  $\mathcal{B}(\boldsymbol{\ell})$  représente la structure spatiale (2D) de la solution. Le calcul lui-même est assez horrible, et je n'en donnerai donc pas les détails ici. Concrètement, les différentes dépendances temporelles de l'intégrale (4.27) mènent au résultat

$$\mathcal{A}(t) = (\Lambda \Gamma_2 \gamma_0 t)^{2/3} \quad (4.31)$$

dans le régime forcé non-collisionnel.  $\Lambda$  est ici une constante d'ordre un (et non le paramètre d'instabilité GTI!), solution d'un problème aux valeurs propres non-linéaire pour la partie spatiale de la solution  $\mathcal{B}(\boldsymbol{\ell})$ . On voit donc, après tout ce

travail, que l'instabilité miroir non-linéaire dans le régime forcé aboutit simplement, par l'intermédiaire des effets de piégeage des particules, à une croissance de l'énergie magnétique suivant une loi de puissance  $(\delta B/B) \sim (\gamma_0 t)^{2/3}$ , impliquant comme dans le cas de l'instabilité firehose que les fluctuations cinétiques atteignent  $(\delta B/B) = O(1)$  après un temps de retournement fluide.

L'interprétation physique de ces résultats est intéressante. Comme dans le problème firehose, la physique sous-jacente à l'évolution dans cette phase non-linéaire du régime forcé est la tendance du plasma à réagir de façon à « voir » en moyenne un champ magnétique constant. Dans le problème miroir, le plasma procède de deux façons différentes : dans un premier temps, par un mécanisme de relaxation/diffusion quasi-linéaire de l'anisotropie générée par ailleurs par l'augmentation lente de  $B_0$ . Puis, lorsque le temps de rebond des particules piégées dans les fluctuations devient pertinent, par l'intermédiaire de ces particules. Celles-ci régulent alors la croissance des fluctuations magnétiques miroir de telle sorte que leur refroidissement adiabatique dans les « trous » locaux de champ magnétique associés au mode miroir compense le chauffage adiabatique associé à l'augmentation lente globale de  $B_0$ .

Le dernier résultat que j'évoquerai rapidement ici, afin notamment de démontrer la cohérence interne de l'analyse précédente, est celui du calcul concret de la structure spatiale  $\mathcal{B}(\ell)$  des solutions non-linéaires postulées. Le problème non-linéaire aux valeurs propres correspondant ne peut pas être résolu analytiquement, mais peut l'être numériquement au prix de quelques efforts pour calculer proprement les intégrales sur les particules piégées. Je montre sur la figure (4.4) quelques résultats typiques d'un tel calcul, non-publiés à ce jour.

Plusieurs simulations numériques PIC de l'évolution non-linéaire de l'instabilité miroir en régime forcé, réalisées par Kunz, Schekochihin & Stone (2014a) et Riquelme, Quataert & Verscharen (2015) de manière contemporaine à nos calculs, ont confirmé ces résultats analytiques. Les deux études confirment notamment l'évolution séculaire en  $(\delta B/B) \sim (\gamma_0 t)^{2/3}$  et l'émergence de structures dynamiques non-linéaires localisées suivant la direction perpendiculaire, semblables à celles représentées dans la figure 4.4. L'analyse fine de trajectoires de quasi-particules dans les simulations de Matt Kunz révèle par ailleurs très bien la dynamique du piégeage des particules et leur tendance à la conservation de  $\mu$  lors de cette phase.

Cependant, les simulations numériques de Matt Kunz ont également mis en évidence un autre mode d'évolution non-linéaire, qui se manifeste postérieurement à la phase de croissance que nous venons d'évoquer. Cette évolution consiste en une diffusion anormale des particules piégées sur les bords des structures magnétiques miroir, dont l'échelle de variation est de l'ordre de  $\rho_i$  dans le régime non-linéaire. On peut peut-être voir ce mécanisme comme le prolongement fortement non-linéaire de la saturation quasi-linéaire évoquée plus haut. Cependant, contrairement à cet effet quasi-linéaire et au mécanisme d'évolution non-linéaire

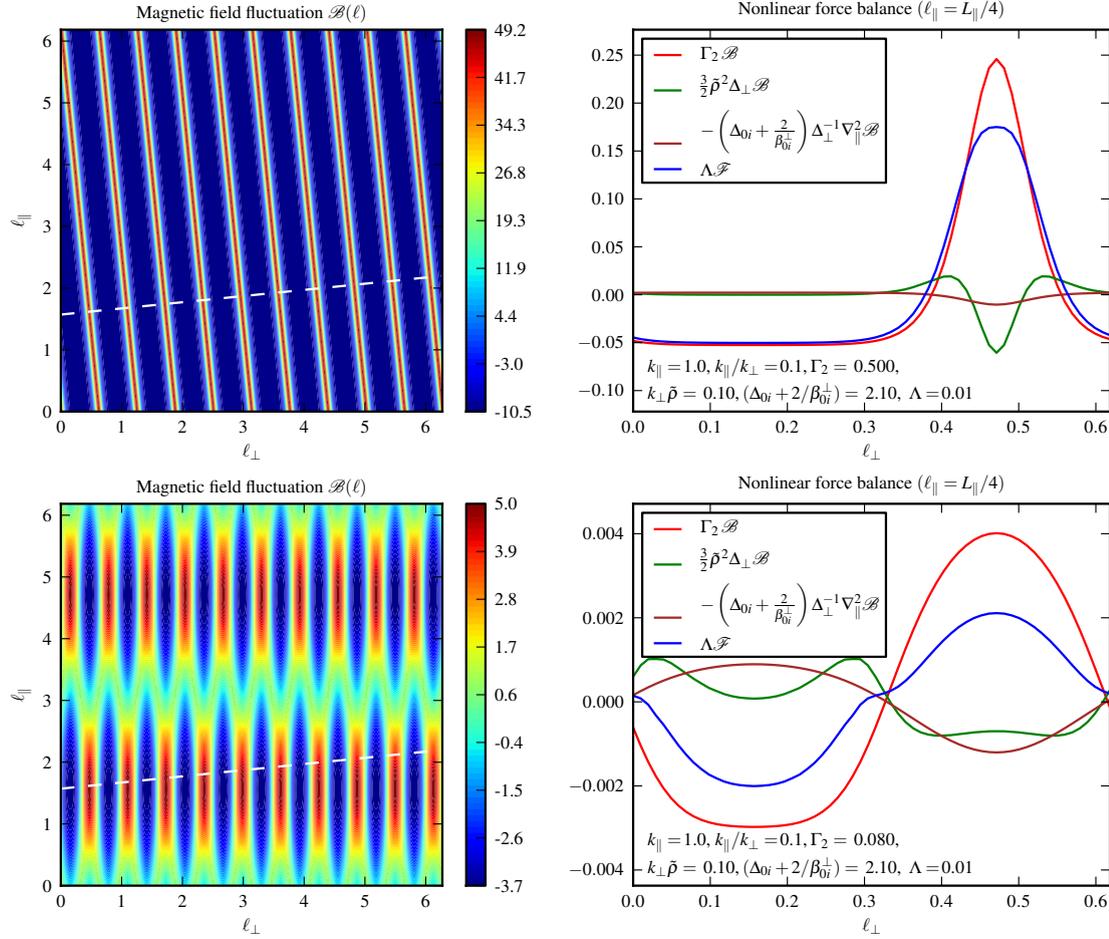


FIGURE 4.4 – Structures spatiales  $\mathcal{B}(\ell)$  2D de deux types différents de modes miroir non-linéaires, et bilans correspondants de l'équation non-linéaire de l'équilibre dynamique de pression (4.24) le long de la coordonnée pointillée. Dans les deux cas, la courbe bleue représente la contribution (non-négligeable) de la pression des particules piégées, la rouge celle du forçage, la verte celle des effets FLR, et la marron celle des effets de la tension magnétique modifiée par l'anisotropie de pression de base (très faible pour la première des solutions). Les paramètres physiques et géométriques de chaque solution sont donnés dans les figures (résultats non-publiés).

des particules piégées, cette diffusion non-linéaire a pour conséquence de briser efficacement l'invariance adiabatique des particules. Sa principale conséquence est une augmentation effective de la collisionnalité du plasma, qui assure notamment efficacement le maintien du système au seuil d'instabilité miroir en dépit du forçage permanent à grande échelle de l'anisotropie de pression. Nous verrons dans la section suivante que ce type de processus, qui est également observé dans les simulations de l'instabilité firehose, est particulièrement important dans le contexte de l'effet dynamo dans un plasma non-collisionnel magnétisé.

## 4.4 Simulations de l'effet dynamo dans un plasma non-collisionnel

En parallèle de ces travaux théoriques, j'ai commencé en 2012 à travailler avec Alexander Schekochihin, Francesco Califano (Université de Pise) et Franco Valentini (Université de Calabre) sur le problème de la génération de champ magnétique (effet dynamo) dans un plasma turbulent peu collisionnel. D'un point de vue astrophysique, ce problème est directement relié à celui de la genèse des champs magnétiques cosmologiques, notamment au sein des amas de galaxie. Il intéresse par ailleurs également aujourd'hui fortement de nombreux expérimentateurs en physique des plasmas, qui voient dans les plasmas chauds peu collisionnels une opportunité de réaliser des expériences de laboratoire sur l'effet dynamo et sur l'induction magnétique plus versatiles que celles conduites historiquement dans des métaux liquides (Meinecke *et al.* 2015, Forest *et al.* 2015, Plihon *et al.* 2015, Tzeferacos *et al.* 2018). En particulier, des paramètres physiques importants dans ce problème, comme le nombre de Prandtl magnétique, peuvent être relativement facilement ajustés dans les plasmas chauds et peu denses en modifiant leur température ou leur densité, ce qui n'est pas le cas des métaux liquides qui sont confinés au régime  $Pm \ll 1$  (et par voie de conséquence à des régimes dynamiques de  $Rm$  relativement petits, la puissance injectable dans de telles expériences et donc les nombres de Reynolds  $Re$  associés étant limités).

### 4.4.a Un problème riche mais difficile

Contrairement à son *alter ego* fluide MHD, l'effet dynamo dans un plasma non-collisionnel était quasiment une terre inconnue lorsque nous nous sommes attaqués au problème, et représentait donc un champ d'investigation particulièrement intéressant bien que difficile à défricher. À la lumière du travail présenté précédemment, nous nous attendions tout d'abord à ce que ce problème fasse intervenir la physique de l'anisotropie de pression et soit donc intrinsèquement non-linéaire et fortement multi-échelle (Schekochihin & Cowley 2006). D'autres

effets cinétiques ou non-idéaux, comme l'effet Hall, qui intervient dans l'équation d'induction (Kleva 1994, Mininni *et al.* 2002), la cascade d'énergie cinétique en ondes d'Alfvén cinétique et / ou en ondes whistler (voir section 4.5 plus bas), ou des effets d'amortissement non-collisionnel, étaient également susceptibles d'avoir un effet important sur l'effet dynamo dans un plasma.

Nous avons commencé par identifier plusieurs sous-régimes pertinents à explorer dans ce contexte :

1. un régime *non-magnétisé* dans lequel le champ magnétique est si faible que la fréquence cyclotron des ions  $\Omega_i$  est bien plus petite que les taux de retournement de l'écoulement aux échelles fluides  $L_0$ , i.e. ( $\Omega_i, v_{ii} \ll \gamma_0 = U_0/L_0$ ), et que le rayon de gyration des ions est bien plus grand que  $L_0$ , i.e.  $\rho_i, \lambda_{mfp,i} \gg L_0$ ;
2. un régime *faiblement magnétisé*, correspondant à l'asymptotique (4.1)-(4.2) et  $\beta_i \gg 1$ , dans lequel les échelles de gyration des particules autour des lignes de champ magnétique sont bien plus rapides que toutes les autres échelles du problème. Dans ce régime, nous avons vu que des instabilités cinétiques firehose et miroir peuvent être excitées sous l'effet de la génération locale d'anisotropie de pression associée au processus induction aux échelles fluides;
3. un régime *fortement magnétisé*, correspondant à l'asymptotique (4.1)-(4.2) et  $\beta_i \sim 1$ , dans lequel le plasma est magnétisé, mais les instabilités cinétiques sont stabilisées par les effets de pression et de tension magnétique. Ce régime correspond par ailleurs à l'équipartition entre le champ magnétique et l'écoulement fluide à grande échelle (en supposant que le nombre de Mach  $M$  de l'écoulement est d'ordre 1), et fait donc intervenir des non-linéarités (force de Lorentz) aux échelles fluides.

Dans ce cadre, il est tout particulièrement important de noter que la transition entre le régime non-magnétisé et le régime faiblement magnétisé est distincte de la transition entre le régime cinématique et dynamique de l'effet dynamo dans un fluide classique. Dans l'ICM des amas de galaxies, on estime par exemple que la transition entre le régime non-magnétisé et le régime magnétisé,  $\rho_i/L_0 \sim 1$ , se produit pour des champs magnétiques aussi faibles que  $10^{-15}$  G, alors que l'équipartition entre champ de vitesse et champ magnétique, qui correspond à la définition traditionnelle de la transition entre régime cinématique et dynamique d'une dynamo fluide, a lieu pour des champs de l'ordre de quelques  $\mu\text{G}$  (qui est également l'intensité typique mesurée des champs magnétiques dans l'ICM). Les effets cinétiques de magnétisation du plasma, et notamment le développement non-linéaire d'instabilités se nourrissant d'anisotropie de pression, sont donc un effet physique nouveau à prendre en compte dans le contexte non-collisionnel, même lorsque le champ est lui-même dynamiquement faible.

La simulation peut-elle nous éclairer sur tous ces problèmes ? L'obstacle principal dans ce contexte est que l'effet dynamo n'est possible qu'en 3 dimensions d'es-

pace physique, en vertu des théorèmes anti-dynamo de Cowling (1933). Pour obtenir une dynamo dans un plasma non collisionnel, on ne peut donc pas échapper à la réalisation de simulations en 3 dimensions d'espace physique et 3 dimensions d'espace des vitesses simultanément (3D-3V), soit 6 dimensions au total, et ce sans compter l'intégration temporelle. Aucune approximation de champ guide (telle que l'approximation gyrocinétique), qui permettrait de réduire le nombre de dimensions dans l'espace des vitesses n'est envisageable *a priori* pour ce problème, car le champ magnétique est lui-même le produit de la dynamique et reste très faible aux stades non-magnétisés et faiblement magnétisés de la dynamo. Cette difficulté exclut donc notamment également l'utilisation de modèles 3D Landau-fluides existants reposant sur des approximations de champ guide uniforme et constant (Snyder *et al.* 1997, Passot & Sulem 2007, Hunana *et al.* 2019b,a). Enfin, la résolution numérique dans l'espace physique ne peut pas être complètement sacrifiée, puisque la théorie et les simulations MHD montrent que les modes de dynamo les plus faciles à exciter pointent à l'échelle résistive, qui doit être relativement petite par rapport à la taille du système pour que l'instabilité soit possible ( $Rm$  suffisamment grand). Pour résoudre le problème *a minima*, nous devons donc envisager la coexistence de trois échelles physiques dans le système : l'échelle du forçage de la turbulence, le rayon de Larmor des ions, et une échelle résistive (nous supposons par la suite que le plasma a une conductivité électrique bien définie, celle-ci étant en pratique dépendante de la physique des électrons).

En 2013, nous avons réalisé que les performances et les caractéristiques du code de simulation Vlasov-Maxwell eulerien développé par Francesco Califano et Franco Valentini, construit sur les travaux antérieurs d'André Mangeney (Valentini *et al.* 2007), pourrait nous permettre de réaliser les premières simulations numériques du problème de la dynamo plasma dans le régime non-magnétisé, mais aussi dans le régime faiblement magnétisé avec une séparation d'échelle  $\rho_i/L$  modeste. Compte-tenu des limitations du code et des infrastructures de calcul, la résolution maximale envisageable pour de telles simulations Vlasov-Maxwell 6D était alors de  $64^3 \times 51^3$  (le premier chiffre correspond à la résolution de la fonction de distribution du plasma dans l'espace physique, le deuxième à celle dans l'espace des vitesses). Même si une telle résolution semble très limitée, la résolution spatiale de 64 était alors comparable à celle utilisée dans les premières simulations MHD de dynamo turbulente à petite échelle (Meneguzzi *et al.* 1981), et les tests conduits sur le code montraient par ailleurs qu'une résolution de 51 dans l'espace des vitesses était nécessaire pour capturer des effets cinétiques simples sans trop être sujet à des problèmes de dissipation numérique. Enfin, pour parvenir à réaliser des simulations à cette résolution, on devait faire un compromis physique supplémentaire important : traiter numériquement les électrons du plasma comme un fluide et non pas comme une espèce cinétique à part entière. Les électrons étant beaucoup moins massifs que les ions et leur physique étant beaucoup plus rapide, cette approximation « hybride » nous permettait de limiter la petitesse des échelles spatiales et temporelles à simuler, sans pour autant sacrifier les effets physiques importants de magnétisation aux échelles ioniques. En revanche,

elle nous imposait de sacrifier des effets cinétiques potentiellement importants dans ce contexte, comme l'amortissement Landau électronique ou l'instabilité de Weibel (1959).

Au total, on voit que l'effort numérique minimal nécessaire pour simuler une dynamo plasma dans le régime hybride est tout de même de l'ordre de  $10^5 \times \Omega_i / \gamma_0$  plus important que pour le problème MHD minimal correspondant (Meneguzzi *et al.* 1981). La mémoire nécessaire au stockage en RAM de la fonction de distribution des ions à la résolution minimale, à partager entre tous les coeurs de calcul, est de l'ordre 2.5 To.

#### 4.4.b Développement numérique et validation

Pour réaliser ce projet, j'ai dû implémenter dans le code Vlasov-Maxwell hybride de nouvelles fonctionnalités nécessaires à la résolution du problème dynamo dans l'esprit des premières simulations MHD de Meneguzzi *et al.* (1981), à savoir une implémentation numérique stable de la résistivité magnétique (intégrée dans la loi d'Ohm pour les électrons fluides), et un forçage stochastique à grande échelle isotrope dont le rôle est d'exciter de la turbulence initialement non-magnétisée dans le plasma. On peut régler le niveau d'hélicité et de compressibilité de ce forçage afin de tester différents mécanismes de dynamo (dynamo turbulente à petite échelle vs dynamo à grande échelle dans un écoulement hélicitaire). Le travail réalisé ensuite à l'IDRIS en 2014 a eu pour but principal d'identifier des régimes et configurations numériques favorables à la manifestation d'un effet dynamo à petite échelle dans le système. Une grosse partie du travail a notamment consisté à comprendre en détail la réponse d'un plasma non-collisionnel à un champ de forçage vectoriel stochastique s'ajoutant aux forces électromagnétiques dans l'équation de Vlasov pour les ions.

Grâce à une première série d'expériences numériques, nous avons pu vérifier que le code reproduit correctement le comportement théorique de la fonction de corrélation du champ de vitesse en présence d'un tel forçage stochastique, comportement que nous avons par ailleurs dérivé analytiquement en régime non-magnétisé. Cette dérivation, que je n'ai jamais pris la peine de publier bien qu'elle soit assez intéressante en elle-même et m'ait demandé un temps significatif, est comparable à celle de théorèmes fluctuation-dissipation tensoriels et n'avait, de manière surprenante, vraisemblablement jamais été réalisée jusque-là pour l'équation de Vlasov. Elle s'est avérée essentielle pour comprendre précisément les propriétés de l'écoulement forcé, telles que son temps de corrélation, son degré de compressibilité et son degré d'hélicité, dont dépendent directement l'existence d'une instabilité dynamo. Je sais par ailleurs que Denis Saint-Onge, dont j'ai récemment été rapporteur de la thèse de doctorat, a depuis étendu ce calcul au régime magnétisé (St-Onge 2019).

Le résultat principal de ce travail préparatoire, dans le contexte dynamo, est que

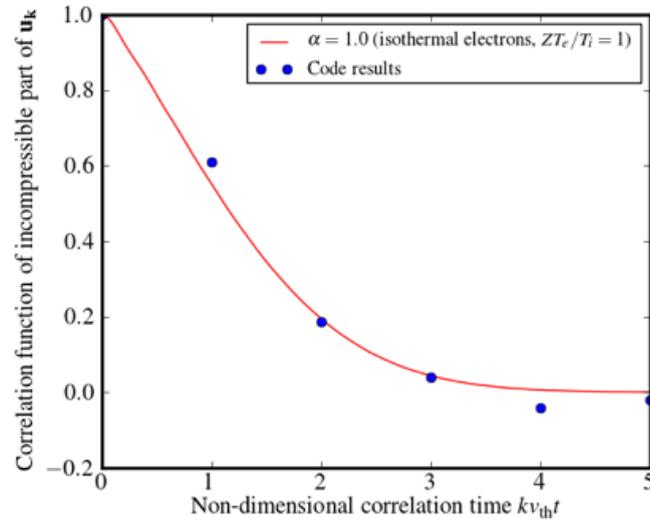


FIGURE 4.5 – Fonction de corrélation temporelle (4.33) de l'écoulement généré par un forçage stochastique  $\delta$ -corrélé en temps ajouté aux forces électromagnétiques dans l'équation de Vlasov pour les ions. Le cas représenté ici correspond à un fluide d'électrons isothermes avec  $T_e = T_i$ , et est comparé à la fonction de corrélation mesurée statistiquement (cercles bleus) dans des simulations numériques tests du code Vlasov-Maxwell hybride en régime non-magnétisé (résultats non publiés).

le temps de corrélation de la turbulence cinétique forcée dans un plasma non-magnétisé est contrôlé par les effets de phase-mixing. Pour un forçage isotrope incompressible aléatoire  $F(\mathbf{r}, t)$  sans effet de mémoire, dont la fonction de corrélation est ici exprimée dans l'espace spectral par

$$\langle F_{\mathbf{k},i}(t)F_{\mathbf{k},j}^*(t') \rangle \equiv \chi(k) \delta(t - t') \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right), \quad (4.32)$$

la réponse de l'écoulement d'ensemble des ions  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  est en effet donnée par

$$\langle u_{\mathbf{k},i}(t)u_{\mathbf{k},j}^*(t') \rangle = \frac{\chi(k)}{8\pi k^2} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t-t')} \left| Z \left( \frac{\omega}{kv_{thi}} \right) \right|^2 \quad (4.33)$$

(Rincon, Califano, Schekochihin & Valentini 2016, publication reproduite en fin de chapitre). Cette fonction de réponse théorique est représentée sur la figure 4.5, où je la compare également à des résultats de tests numériques du code.

#### 4.4.c Régime non-magnétisé

Les résultats précédents sur le forçage stochastique de l'équation de Vlasov nous ont en fait conduit à redécouvrir de manière assez naïve qu'un fluide et un plasma

non-collisionnel ne répondent pas du tout de la même façon à un même mécanisme de forçage. Ce n'est certainement pas une surprise pour les expérimentateurs en physique des plasmas, qui depuis longtemps sont confrontés au problème du forçage d'écoulements à grande échelle dans leurs dispositifs expérimentaux (j'ai notamment eu l'occasion de discuter en détail de ce problème avec Cary Forest au cours des dernières années). L'équation (4.33), et la figure 4.5 montrent en effet que la réponse du plasma non-collisionnel fait intervenir la fonction de dispersion  $Z(\zeta)$  du plasma (Fried & Conte 1961), ce qui signifie que le temps de corrélation d'un l'écoulement avec une échelle spatiale correspondant à un vecteur d'onde  $k$  est limité par l'échelle de temps de streaming  $(kv_{\text{thi}})^{-1}$  des ions à cette échelle.

Physiquement, le fait que les ions puissent traverser librement le système sans collision leur permet de « mélanger » le champ de vitesse d'ensemble sur cette échelle de temps de streaming. Dit autrement, cela signifie qu'un tel plasma est de manière effective extrêmement visqueux. Ses mouvements d'ensemble se confinent essentiellement à l'échelle de forçage  $L$  elle-même, et se décorrèlent par ailleurs sur un temps court par rapport au temps de retournement fluide  $(ku)^{-1}$  (le rapport entre ces deux temps est alors le nombre de Mach  $M = u/v_{\text{thi}}$ , qui est petit dans les situations subsoniques simulées ici, mais aussi dans les situations astrophysiques pertinentes pour le problème dynamo). Ce comportement est sensiblement différent de celui d'un écoulement fluide collisionnel, pour lequel les deux temps sont typiquement du même ordre de grandeur.

Un résultat peut-être moins évident à anticiper, en revanche, est l'incidence d'une telle réponse sur les conditions d'excitation de l'effet dynamo dans un plasma non-collisionnel non-magnétisé. Bien que l'écoulement dans un tel régime reste confiné aux échelles de forçage comparables à l'échelle globale du système, le champ de vitesse reste malgré tout chaotique puisqu'il est forcé de manière stochastique. Ceci laisse donc la porte ouverte à l'existence d'un effet de dynamo rapide à petite échelle (Childress & Gilbert 1995).

La figure 4.6, tirée des premières simulations Vlasov présentées dans Rincon *et al.* (2016), montre qu'une dynamo Vlasov dans le régime non-magnétisé est effectivement possible dans un tel système à  $Rm$  suffisamment grand. On voit en particulier que cette dynamo organise le champ magnétique en plis (« folds ») produisant des couches de courant, et que l'évolution du spectre de champ magnétique lorsque la dynamo est présente est compatible avec une évolution vers un spectre de Kazantsev en  $k^{3/2}$  (Kazantsev 1967). Ces résultats ressemblent beaucoup à ceux obtenus en MHD dans le régime  $Pm > 1$  (Meneguzzi *et al.* 1981), et sont notamment largement réminiscents du régime MHD de grand  $Pm$  dans le régime de Batchelor correspondant à un écoulement chaotique relativement régulier (« smooth ») ( $Re = O(1)$ , Zel'dovich *et al.* 1984, Schekochihin *et al.* 2004b).

La différence principale est que le nombre de Reynolds magnétique critique  $Rm_c$  dans le cas non-collisionnel est beaucoup plus grand, de l'ordre de 1500, à com-

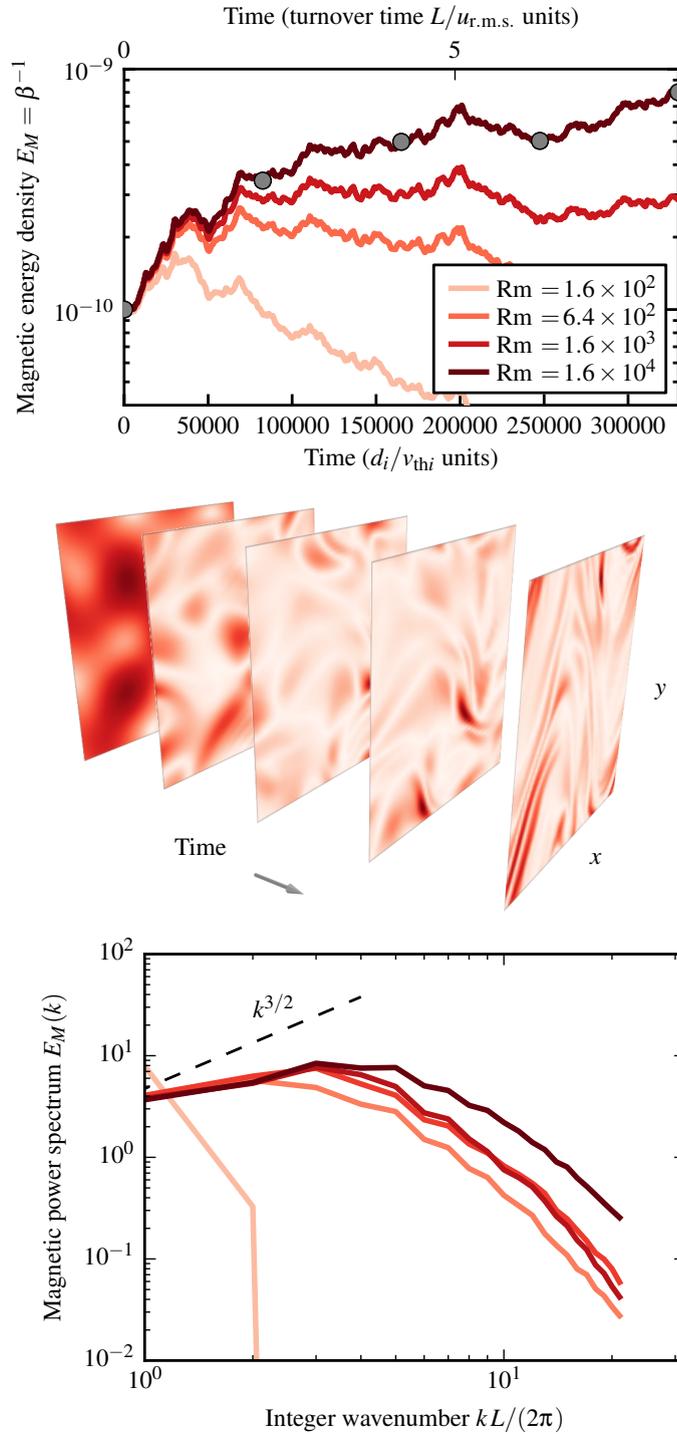


FIGURE 4.6 – En haut : évolution temporelle de la densité magnétique d'énergie  $E_M$  dans des simulations Vlasov-Maxwell hybrides 3D-3V forcées en régime non-magnétisé ( $\rho_i/L \simeq 16$ ), en fonction du nombre de Reynolds magnétique  $Rm = u_{rms}L/(2\pi\eta)$ . Les résultats mettent en évidence l'existence d'un effet de dynamo turbulente à petite échelle dans un plasma non-collisionnel. Au milieu : visualisations de l'évolution temporelle de l'intensité du champ magnétique  $|B|$  dans un plan de la simulation de dynamo non-magnétisée à  $Rm = 16000$  (les couleurs sombres correspondent à des champs plus forts). En bas : évolution temporelle correspondante du spectre du champ magnétique (les couleurs sombres correspondent aux temps plus longs dans la simulation).

parer à 60 dans le cas MHD à grand  $Pm$ . Nous avons interprété cette différence comme étant une conséquence du faible temps de corrélation de l'écoulement non-collisionnel par rapport à son temps de retournement. En effet, dans de telles conditions, un cisaillement local dans l'écoulement ne peut étirer le champ magnétique que pendant un temps très bref par rapport à  $L/u$  avant de se décorrélérer et de laisser sa place à un autre épisode de cisaillement orienté différemment. Cela suggère en retour que la dynamo non-collisionnelle est moins efficace que sa contrepartie MHD pour un  $Rm$  donné ou, de manière équivalente, que le  $Rm$  critique de cette dynamo est plus grand<sup>4</sup>. Cette conclusion pourrait notamment être importante dans le contexte expérimental (à noter cependant que l'obtention de  $Rm$  assez grands est plutôt facile dans un plasma chaud comparativement à un métal liquide, puisqu'il suffit d'augmenter modérément la température d'un plasma pour diminuer sa résistivité significativement).

#### 4.4.d Régime magnétisé : interactions entre dynamiques cinétique et fluide

Venons-en à présent au régime faiblement magnétisé. Mais, avant de nous lancer dans les simulations numériques du problème, interrogeons-nous physiquement quelques instants sur les conséquences possibles des effets cinétiques magnétisés sur l'effet dynamo aux échelles fluides. Celles-ci sont en réalité de plusieurs sortes. D'une part, les résultats théoriques présentés à la section 4.3 suggèrent que l'évolution non-linéaire des instabilités cinétiques excitées par les anisotropie de pression se développant adiabatiquement en présence d'induction aux échelles fluides peuvent avoir un effet indirect important sur la dynamique à grande échelle, notamment en faisant en sorte que le champ magnétique effectivement échantillonné par les particules reste constant. Cet effet correspond à une réduction du taux de cisaillement effectif (i.e. une augmentation de la viscosité effective, ou une diminution de  $Re$ ), et donc du mécanisme d'induction. D'autre part, j'ai brièvement mentionné à la fin de la section 4.3.b que les simulations PIC 2D récentes de Kunz *et al.* (2014a) des instabilités firehose et miroir forcées, dans le régime fortement non-linéaire, montrent que les ions sont défléchis par les fluctuations électromagnétiques présentes à une échelle comparable à  $\rho_i$ , et que cette diffusion « anormale » agit comme une collisionnalité effective pour le plasma. Dans ce scénario, on s'attendrait alors plutôt à une diminution de la viscosité fluide effective (la viscosité étant proportionnelle au libre parcours moyen) et donc à une augmentation de  $Re$  ayant pour conséquence l'excitation de mouvements fluides à plus petite échelle et avec un temps de retournement plus court, amplifiant donc le champ magnétique plus efficacement.

Dans tous les cas, on s'attend à ce que les propriétés de transport effectives du

---

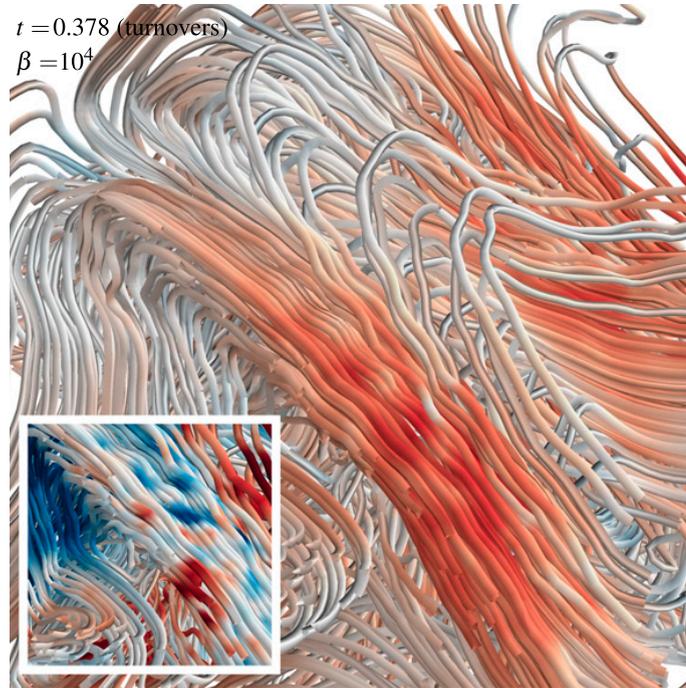
4. De ce point de vue, on peut également noter que la dynamo non-collisionnelle se rapproche beaucoup plus que sa contrepartie MHD du modèle analytique de Kazantsev, puisque ce dernier est dérivé en faisant l'hypothèse que le champ de vitesse est  $\delta$ -corrélé en temps.

plasma aux échelles fluides, comme sa viscosité et donc le nombre de Reynolds fluide, se mettent à dépendre non-linéairement de la dynamique et de l'évolution du champ magnétique – et ce même dans des régimes pour lesquels l'énergie magnétique est négligeable devant l'énergie cinétique turbulente. Différents scénarii possibles de ce type ont par exemple été testés il y a quelques années en utilisant des « toy-modèles » de croissance magnétique en 0 dimension (Schekochihin & Cowley 2006, Mogavero & Schekochihin 2014). En se basant sur des raisonnements de marginalisation des critères d'instabilité cinétique, Schekochihin & Cowley (2006) avaient notamment suggéré que la dynamo plasma pourrait s'auto-accélérer par ce type de processus, et donc être de nature explosive dans le milieu intra-amas, amplifiant ainsi le champ magnétique jusqu'à l'équipartition sur des temps de l'ordre de quelques millions d'années seulement – beaucoup plus courts que l'échelle de temps cosmologique d'évolution des amas eux-mêmes.

Du point de vue de la simulation numérique cependant, la première question évidente à se poser sur le régime magnétisé n'est pas de savoir si un tel scénario de croissance exotique du champ magnétique est possible, mais plutôt de déterminer si une croissance magnétique est possible tout court, en premier lieu.

Les premières simulations ayant tenté de répondre à cette question sont mes propres simulations euleriennes Vlasov-Maxwell hybrides, qui ont sondé la zone transitionnelle  $\rho_i \leq L$  (Rincon *et al.* 2016,  $L$  désignant ici l'échelle de forçage coïncidant avec la taille du domaine). Ces simulations ont tout d'abord mis en évidence une croissance de l'énergie magnétique par effet dynamo à la transition magnétisée. Cette croissance s'accompagne dans les cas les plus magnétisés explorés du développement très clair, sur une échelle de temps comparable au temps de retournement de l'écoulement, d'anisotropies de pression ionique  $\Delta_i > 0$  dans les régions de champ magnétique rectiligne croissant étiré par l'écoulement, et  $\Delta_i < 0$  dans les régions de forte courbure des lignes de champ correspondant à un champ décroissant. Cette dynamique adiabatique, illustrée sur la figure 4.7), est conforme à la phénoménologie qualitative présentée plus haut dans la figure 4.1.

Nous avons alors pu observer que la croissance locale d'anisotropies de pression déclenchait l'excitation rapide de modes miroir et firehose dans les régions de  $\Delta_i > 0$  et  $\Delta_i < 0$  respectivement, conformément à l'analyse linéaire. En particulier, au fur et à mesure que ces instabilités croissaient, nous avons vu se développer des fluctuations de densité dans les régions instables pour le miroir, et constaté une tendance des lignes de champ à prendre une forme anguleuse (en créneau) dans les régions de forte courbure instables pour firehose. Cette dernière évolution avait notamment été prédite avant la réalisation de ces simulations par des calculs théoriques non-linéaires (non publiés) d'un étudiant d'Alex Schekochihin, S. Melville, sur la saturation de l'instabilité firehose dans un pli magnétique. Nous avons également observé que l'anisotropie de pression relaxait après la phase de croissance rapide initiale des instabilités firehose miroir, confor-



**FIGURE 4.7** – Visualisation 3D de lignes de champ magnétique dans une simulation hybride Vlasov-Maxwell de dynamo turbulente dans le régime magnétisé ( $\rho_i/L \simeq 0.016$  initialement). L'écoulement non-collisionnel forcé à l'échelle du domaine étire lentement la graine initiale de champ magnétique par induction, générant ainsi des anisotropies de pression ionique locales  $\Delta_i > 0$  en rouge et  $\Delta_i < 0$  en bleu. Ces anisotropies de pression excitent quasiment instantanément des instabilités parasites cinétiques rapides firehose (dans les régions de forte courbure des lignes de champ correspondant à un champ décroissant et donc à  $\Delta_i < 0$ ) et miroir (dans les régions de champ rectiligne croissant correspondant à  $\Delta_i > 0$ ) à une échelle comparable à  $\rho_i$ . Insert : fluctuations de densité à petite échelle (en couleur) associés au développement de modes cinétiques miroir dans les régions  $\Delta_i > 0$  (cette figure et la précédente sont adaptées de Rincon *et al.* 2016).

mément à l'idée que ces instabilitésaturent en rendant effectivement marginale leur condition d'instabilité.

Enfin, nous avons tenté d'effectuer un début d'étude paramétrique en variant le degré de magnétisation initiale des simulations. Les résultats, basés sur des intégrations relativement courtes car prohibitives en temps de calcul, laissaient à penser que le taux de croissance de la dynamo augmentait au fur et à mesure que la magnétisation du plasma augmentait. Nous avons alors conclu de manière un peu enthousiaste qu'il était possible que nous ayons mis le doigt sur un processus de dynamo auto-accélérée. Compte-tenu des limites numériques auxquelles j'étais alors confronté dans cet exercice un peu pionnier, j'ai du m'en tenir à ce genre de constatations relativement phénoménologiques dans la publication, émettant tout de même quelques bémols sur la réalité et la nature d'une tel processus d'auto-accélération.

Un deuxième jeu de simulations de dynamo plasma de type PIC (également hybrides) a depuis été réalisé au cours de la thèse à Princeton de Denis Saint-Onge (St-Onge 2019). Ces simulations ont pu explorer le régime faiblement magnétisé  $\rho_i \ll L$  beaucoup plus en détail, grâce notamment aux propriétés de scalabilité bien meilleures du code PIC PEGASUS de Matt Kunz (Kunz *et al.* 2014b) comparé au code de grille que nous utilisions, et à des allocations de temps de calcul importantes sur des supercalculateurs de nouvelle génération. Pour donner une idée de leur performance, Denis et Matt sont récemment parvenus à atteindre des résolutions spatiales de l'ordre de  $1000^3$  (pour une simulation cinétique!), en conservant malgré tout un bon nombre de quasi-particules par cellule afin de bien résoudre la dynamique dans l'espace des vitesses. Leurs simulations ont donc permis de toucher à des séparations d'échelle plus importantes, mais aussi et surtout d'intégrer les équations dans le régime magnétisé sur des temps significativement plus longs que ce que nous avons pu faire (St-Onge & Kunz 2018).

Leurs résultats confirment tout d'abord, par le biais de diagnostics beaucoup plus précis et quantitatifs, la phénoménologie multi-échelle non-linéaire générale esquissée par nos simulations magnétisées, à savoir : un étirement fluide du champ magnétique menant au développement d'anisotropies de pression, puis à l'excitation d'instabilités cinétiques firehose et miroir. Mais ils suggèrent également que notre conclusion préliminaire d'une dynamo auto-accélérée dans le régime magnétisé est probablement erronée, l'évolution générale du système sur des temps plus longs que ceux que nous avons pu atteindre montrant que la dynamo croît de manière exponentielle avec un taux de croissance constant, de l'ordre de  $u/L$  et donc comparable au cas MHD (la croissance particulièrement rapide observée au début de nos simulations les plus magnétisées semble pouvoir être attribuée à la croissance de l'instabilité miroir et non de la dynamo elle-même). Une de leurs simulations est également intégrée jusqu'à l'équipartition  $M^2\beta_i = O(1)$ , et suggère que l'état statistique stationnaire final de la dynamo est largement réminiscent de celui observé en MHD à grand  $Pm$ , à quelques subtilités près.

Il y aurait beaucoup plus à discuter sur le contenu et les limites de toutes ces simulations. Je propose d'ailleurs une telle discussion dans un chapitre de mon article de revue récent sur les théories de l'effet dynamo (Rincon 2019). Souhaitant abrégier la présentation dans le contexte de ce manuscrit, j'encourage donc le lecteur à consulter cette revue pour plus de détails. Je souhaite ici pour finir simplement évoquer rapidement quelques points importants de cette discussion en rapport direct avec l'introduction de ce paragraphe sur l'effet dynamo dans un plasma magnétisé.

Tout d'abord, une des raisons pour laquelle les simulations non-collisionnelles magnétisées de Denis Saint-Onge et Matt Kunz sont similaires à des simulations MHD à grand  $Pm$  semble reliée aux effets de diffusion anormale par les fluctuations firehose se développant dans les zones de repli du champ. Ces fluctuations semblent donc réguler effectivement la viscosité parallèle et donc le taux d'étirement du champ magnétique par le plasma. Le deuxième point important est que le régime qu'ils ont exploré, aussi difficile à sonder soit-il, est lui aussi encore loin d'être suffisamment asymptotique en séparation d'échelle  $\rho_i/L$  pour pouvoir vérifier les spéculations théoriques de Schekochihin & Cowley (2006) et Mogavero & Schekochihin (2014) sur la possibilité d'une dynamo auto-accélérée. Le coût de calcul de simulations asymptotiques de ce point de vue, même hybrides, va encore rester prohibitif pour quelques années voire décennies.

Enfin, et ce point n'est pas couvert dans ma revue, je souhaite mentionner ici que des simulations récentes semblent suggérer que l'amortissement non-collisionnel par les électrons semble jouer un rôle inhibiteur pour la dynamo dans un plasma non-collisionnel (Pusztai *et al.* 2020). Cet effet n'est pas capturé par le modèle Vlasov-Maxwell hybride que Denis Saint-Onge et moi-même avons utilisé jusqu'à présent, tout comme ce modèle ne capture pas par ailleurs l'instabilité de Weibel ou l'effet de batterie de Biermann, dont l'excitation semble nécessaire pour générer des graines de champs magnétiques cosmologiques amplifiables par la suite par un effet dynamo. On voit donc qu'il reste un très long chemin à parcourir avant que les simulations de dynamo plasma puissent donner un éclairage réellement pertinent sur les mécanismes de la génération et de l'amplification des champs magnétiques aux échelles cosmologiques.

## 4.5 Contribution à des simulations numériques de turbulence cinétique magnétisée

Dans la continuité de l'implémentation et de la validation d'un mécanisme de forçage stochastique dans le code Vlasov-Maxwell hybride dans le cadre de mes simulations de dynamo plasma (section 4.4.b), j'ai finalement été amené à contri-

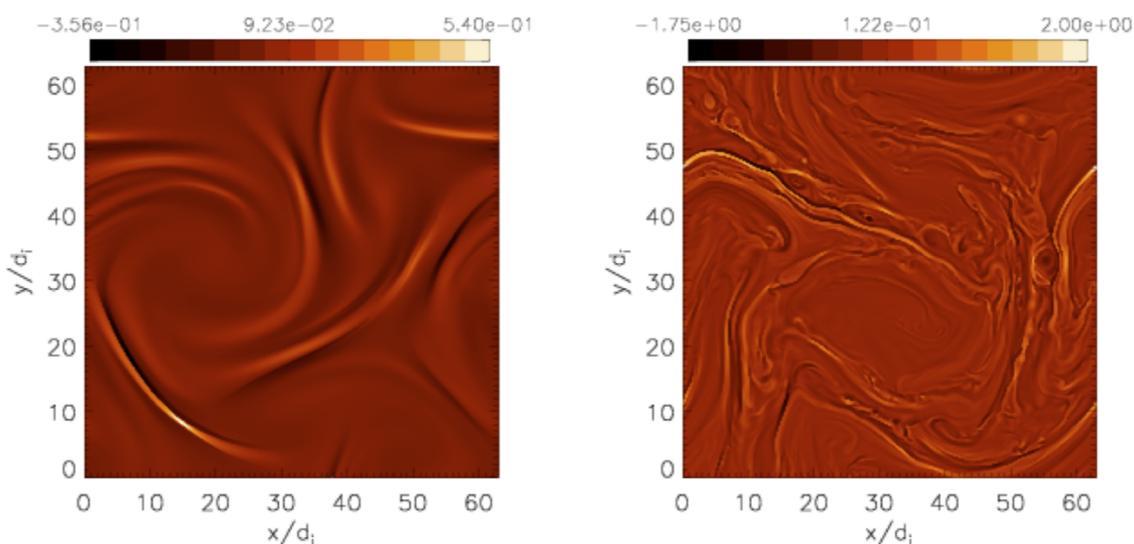


FIGURE 4.8 – Visualisations du courant électrique  $J_z$  dans une simulation de turbulence cinétique Vlasov-Maxwell hybride 2D-3V forcées à grande échelle, en présence d'un champ magnétique guide  $B_z$  ( $\beta_i = 1$ ). À gauche :  $\Omega_i t = 120$ , à droite :  $\Omega_i t = 225$  (adapté de Cerri *et al.* 2016, Cerri & Califano 2017).

buer à des simulations numériques à haute résolution de turbulence cinétique forcée 5D (2D+3V) en présence d'un champ magnétique guide, dans le contexte de la modélisation des cascades turbulentes non-collisionnelles aux échelles ioniques (comparables au rayon de gyration des protons) dans le vent solaire. J'ai notamment participé en 2016 à l'encadrement de la fin de la thèse de Silvio Cerri, contribuant de manière significative à la validation des résultats numériques et à la rédaction de son premier article de recherche (Cerri, Califano, Jenko, Told & Rincon 2016, publication reproduite en fin de chapitre).

Les simulations de Silvio Cerri, bien que relativement limitées du point de vue de leur configuration géométrique spatiale 2D (afin de permettre de maximiser la résolution), et de leur physique cinétique (absence notamment d'amortissement Landau électronique), ont été parmi les premières à étudier la turbulence cinétique aux échelles ioniques à très haute résolution spatiale ( $1024^2$ , la résolution dans l'espace des vitesses étant de  $51^3$ ), qui plus est en présence d'un mécanisme de forçage stochastique à grande échelle. La plupart des simulations antérieures se plaçaient en effet dans des conditions de turbulence décroissante, ce qui pouvait représenter un problème potentiel pour la détermination des lois d'échelle des fluctuations. Les résultats de ces simulations ont notamment mis en évidence un possible changement de régime de turbulence cinétique, d'une turbulence dominée par des ondes d'Alfvén cinétiques (KAWs) à  $\beta_i \geq 1$  à une turbulence dominée par des ondes whistler à  $\beta_i < 1$ , offrant ainsi un nouvel éclairage (s'il en était besoin...) dans le débat féroce sur les lois d'échelles de la turbulence cinétique dans le vent solaire (Sahraoui *et al.* 2009, 2010, Chen *et al.* 2010, Alexandrova *et al.* 2013, Chen *et al.* 2013, Kiyani *et al.* 2015, Chen 2016). Le développement nu-

mérique auquel j'ai contribué a également permis par la suite à Cerri & Califano (2017) et Franci *et al.* (2017) de mettre en évidence avec ce code hybride le rôle possible de processus de reconnexion rapide dans le forçage d'une cascade turbulente aux échelles sub-ioniques. La figure 4.8 illustre bien le type de dynamique et de structures visibles dans l'ensemble de ces simulations de turbulence cinétique magnétisée forcée. On y voit notamment apparaître après quelques temps de retournement de la turbulence des plasmoides de reconnexion se développant à des échelles de l'ordre de la longueur inertielle des ions  $d_i$  ( $= \rho_i$  dans la simulation choisie) au niveau des couches de courant.

## 4.6 Conclusions

Lorsque j'ai commencé à travailler sur la dynamique des plasmas magnétisés peu collisionnels il y a plus de dix ans, le terrain de jeu paraissait immense et pour tout dire quasiment infini. Même s'il reste encore énormément de chemin à parcourir, on peut dire que de nombreux progrès ont depuis été effectués par la communauté sur l'ensemble de ces sujets, en utilisant de manière complémentaire la théorie et la simulation numérique. Dans ce chapitre, j'ai bien sûr insisté sur mes propres travaux collaboratifs, mais je me suis également efforcé de mettre en valeur les travaux d'autres équipes et de collègues avec lesquels nous discutons régulièrement, notamment Matt Kunz à Princeton, dont les recherches sont actuellement en pointe du domaine et ont largement éclairé ce champ de recherche au cours des cinq dernières années.

D'une part, de nombreux progrès mathématiques et physiques ont été effectués sur la compréhension et la description de la dynamique non-linéaire des instabilités d'anisotropie de pression firehose et miroir, et de leurs effets sur la dynamique fluide à grande échelle. Je pense notamment à la façon dont les fluctuations non-linéaires à des échelles comparables à  $\rho_i$  permettent de briser l'invariance adiabatique du moment magnétique des particules, donnant aux plasmas anisotropes une collisionnalité dynamique effective qui libère les mécanismes d'induction magnétique dans le régime magnétisé.

D'autre part, il me semble notable que le problème de la dynamo plasma cinétique (et son cousin, celui de l'instabilité MRI non-collisionnelle, Quataert *et al.* 2002, Heinemann & Quataert 2014, Kunz *et al.* 2016), qui était encore totalement inexploré numériquement il y a encore cinq ans, a désormais été bien défriché par au moins trois groupes indépendants. Évidemment, l'évolution récente des super-calculateurs a été décisive de ce point de vue, mais de tels progrès sur le problème n'auraient à mon avis pas été possibles en absence des multiples réflexions théoriques menées en parallèle sur la phénoménologie de la dynamique multi-échelles des plasmas faiblement magnétisés – réflexions initiées par Russell

Kulsrud et Steve Cowley dès le milieu des années 1990 (Kulsrud *et al.* 1997).

En dépit de tous ces progrès, j'ai fait remarquer tout au long de ce chapitre que nous sommes encore très loin aujourd'hui de disposer pour ce type de problèmes de modèles fluides effectifs basés sur des fermetures rigoureuses et bien motivées physiquement de tous les effets cinétiques non-linéaires pertinents dans des régimes de séparation d'échelle asymptotiques (dynamique à l'échelle des électrons, piégeage de particules, diffusion anormale, processus de reconnexion rapide et de chauffage etc.). Au vu des progrès majeurs réalisés au cours des dix dernières années, je suis cependant extrêmement optimiste pour l'évolution de ce champ de recherche dans la prochaine décennie.

Pour conclure ce chapitre sur une note personnelle, je dois dire que travailler sur ces problèmes a été une source d'enrichissement scientifique énorme. Et, si je n'ai pas encadré beaucoup d'étudiants autour de cette thématique jusqu'à présent, c'est bel et bien parce que les problèmes que j'ai eu l'opportunité d'aborder m'ont déjà largement occupé à me former moi-même grâce à l'aide et l'expérience inestimables d'Alex Schekochihin et de Steve Cowley. La confrontation au problème non-linéaire de l'instabilité miroir FLR prenant en compte le piégeage dynamique de particules a certainement représenté le point d'orgue de cette éducation, et sa résolution analytique, bien que très laborieuse de ma part, fait je crois de moi aujourd'hui un véritable physicien des plasmas, au même titre qu'un dynamicien des fluides. Enfin, la réalisation des toutes premières simulations numériques de dynamo dans un plasma non-collisionnel, que j'ai effectuées en grande amitié avec Francesco Califano notamment, a également été une aventure scientifique et humaine riche et intéressante.





# Magnetofluid dynamics of magnetized cosmic plasma: firehose and gyrothermal instabilities

A. A. Schekochihin,<sup>1\*</sup> S. C. Cowley,<sup>2,3</sup> F. Rincon<sup>4</sup> and M. S. Rosin<sup>5</sup>

<sup>1</sup>*Rudolf Peierls Centre for Theoretical Physics, University of Oxford, 1 Keble Road, Oxford OX1 3NP*

<sup>2</sup>*EURATOM/CCFE Fusion Association, Culham Science Centre, Abingdon OX14 3DB*

<sup>3</sup>*Blackett Laboratory, Imperial College, Prince Consort Road, London SW7 2AZ*

<sup>4</sup>*Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France*

<sup>5</sup>*DAMTP, Centre for Mathematical Sciences, University of Cambridge, Wilberforce Road, Cambridge, CB3 0WA*

Accepted 2010 February 7. Received 2010 February 7; in original form 2009 December 7

## ABSTRACT

Both global dynamics and turbulence in magnetized weakly collisional cosmic plasmas are described by general magnetofluid equations that contain pressure anisotropies and heat fluxes that must be calculated from microscopic plasma kinetic theory. It is shown that even without a detailed calculation of the pressure anisotropy or the heat fluxes, one finds the macroscale dynamics to be generically unstable to microscale Alfvénically polarized fluctuations. Two instabilities that can be treated this way are considered in detail: the parallel firehose instability (including the finite Larmor radius effects that determine the growth rate and scale of the fastest growing mode) and the gyrothermal instability (GTI). The latter is a new result – it is shown that a parallel ion heat flux destabilizes Alfvénically polarized fluctuations even in the absence of the negative pressure anisotropy required for the firehose. The main physical conclusion is that both pressure anisotropies and heat fluxes associated with the macroscale dynamics trigger plasma microinstabilities and, therefore, their values will likely be set by the non-linear evolution of these instabilities. Ideas for understanding this non-linear evolution are discussed. It is argued that cosmic plasmas will generically be ‘three-scale systems’, comprising global dynamics, mesoscale turbulence and microscale plasma fluctuations. The astrophysical example of cool cores of galaxy clusters is considered quantitatively and it is noted that observations point to turbulence in clusters (velocity, magnetic and temperature fluctuations) being in a marginal state with respect to plasma microinstabilities and so it is the plasma microphysics that is likely to set the heating and conduction properties of the intracluster medium. In particular, a lower bound on the scale of temperature fluctuations implied by the GTI is derived.

**Key words:** instabilities – magnetic fields – MHD – plasmas – turbulence – galaxies: clusters: general.

## 1 INTRODUCTION

Many astrophysical plasmas are not sufficiently collisional to be described by the standard fluid equations of magnetohydrodynamics (MHD) (see e.g. Balbus 2004; Schekochihin & Cowley 2006; Sharma et al. 2006, 2007). When the collision frequency  $\nu$  is smaller than the Larmor frequency  $\Omega = eB/mc$  of the particle gyration about the magnetic-field lines, the plasma becomes magnetized: pressure and heat flux are now tensors that depend on the local direction of the magnetic field. This complication leads to three significant physical effects. First, on the macroscopic scales, the

momentum and heat transport become highly anisotropic with respect to the magnetic-field direction. Secondly, old MHD instabilities, like the magnetorotational instability (MRI), that are believed to excite turbulence in astrophysical systems (Balbus & Hawley 1998), are significantly modified (Quataert, Dorland & Hammett 2002; Sharma, Hammett & Quataert 2003; Islam & Balbus 2005) and new ones appear: MTI (Balbus 2000), MVI (Balbus 2004), HBI (Quataert 2008). Thirdly, a host of superfast microscale instabilities exist that are directly driven by the pressure anisotropies (see Schekochihin et al. 2005; Sharma et al. 2006, and references therein) and, as we are about to discover, also by heat fluxes.

The presence of microscale instabilities especially opens a fundamental problem: the equations one tends to use to describe the macroscopic dynamics of magnetized plasma, be they fluid or

\*E-mail: a.schekochihin1@physics.ox.ac.uk

# A non-linear theory of the parallel firehose and gyrothermal instabilities in a weakly collisional plasma

M. S. Rosin,<sup>1★†</sup> A. A. Schekochihin,<sup>2★</sup> F. Rincon<sup>3</sup> and S. C. Cowley<sup>4,5</sup>

<sup>1</sup>DAMTP, Centre for Mathematical Sciences, University of Cambridge, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA

<sup>2</sup>Rudolf Peierls Centre for Theoretical Physics, University of Oxford, 1 Keble Road, Oxford OX1 3NP

<sup>3</sup>Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

<sup>4</sup>EURATOM/CCFE Fusion Association, Culham Science Centre, Abingdon OX14 3DB

<sup>5</sup>Blackett Laboratory, Imperial College, Prince Consort Road, London SW7 2AZ

Accepted 2010 October 27. Received 2010 October 14; in original form 2010 February 21

## ABSTRACT

Weakly collisional magnetized cosmic plasmas have a dynamical tendency to develop pressure anisotropies with respect to the local direction of the magnetic field. These anisotropies trigger plasma instabilities at scales just above the ion Larmor radius  $\rho_i$  and much below the mean free path  $\lambda_{\text{mfp}}$ . They have growth rates of a fraction of the ion cyclotron frequency, which is much faster than either the global dynamics or even local turbulence. Despite their microscopic nature, these instabilities dramatically modify the transport properties and, therefore, the macroscopic dynamics of the plasma. The non-linear evolution of these instabilities is expected to drive pressure anisotropies towards marginal stability values, controlled by the plasma beta  $\beta_i$ . Here this non-linear evolution is worked out in an *ab initio* kinetic calculation for the simplest analytically tractable example – the parallel ( $k_{\perp} = 0$ ) firehose instability in a high-beta plasma. An asymptotic theory is constructed, based on a particular physical ordering and leading to a closed non-linear equation for the firehose turbulence. In the non-linear regime, both the analytical theory and the numerical solution predict secular ( $\propto t$ ) growth of magnetic fluctuations. The fluctuations develop a  $k_{\parallel}^{-3}$  spectrum, extending from scales somewhat larger than  $\rho_i$  to the maximum scale that grows secularly with time ( $\propto t^{1/2}$ ); the relative pressure anisotropy  $(p_{\perp} - p_{\parallel})/p_{\parallel}$  tends to the marginal value  $-2/\beta_i$ . The marginal state is achieved via changes in the magnetic field, not particle scattering. When a parallel ion heat flux is present, the parallel firehose mutates into the new *gyrothermal instability* (GTI), which continues to exist up to firehose-stable values of pressure anisotropy, which can be positive and are limited by the magnitude of the ion heat flux. The non-linear evolution of the GTI also features secular growth of magnetic fluctuations, but the fluctuation spectrum is eventually dominated by modes around a maximal scale  $\sim \rho_i l_T / \lambda_{\text{mfp}}$ , where  $l_T$  is the scale of the parallel temperature variation. Implications for momentum and heat transport are speculated about. This study is motivated by our interest in the dynamics of galaxy cluster plasmas (which are used as the main astrophysical example), but its relevance to solar wind and accretion flow plasmas is also briefly discussed.

**Key words:** instabilities – magnetic fields – MHD – plasmas – turbulence – galaxies: clusters: intracluster medium.

## 1 INTRODUCTION

It has recently been realized in various astrophysics and space physics contexts that pressure anisotropies (with respect to the di-

rection of the magnetic field) occur naturally and ubiquitously in magnetized weakly collisional plasmas.<sup>1</sup> They lead to very fast microscale instabilities, firehose, mirror and others, whose presence

\*E-mail: a.schekochihin1@physics.ox.ac.uk (AAS); msr35@math.ucla.edu (MSR)

†Present address: Department of Mathematics, University of California, 520 Portola Plaza, Los Angeles, CA 90095, USA.

<sup>1</sup>As will be explained in detail in what follows, by weak collisionality, we mean a state where Larmor motion is much faster than the collision rate, but large-scale dynamics occur on time-scales slower than that of collisions, so collisions neither can be neglected nor are they sufficiently dominant to justify a fluid closure. Balbus (2004) calls this state a ‘dilute’ plasma.

# Non-linear mirror instability

F. Rincon,<sup>1,2★</sup> A. A. Schekochihin<sup>3,4</sup> and S. C. Cowley<sup>5,6</sup>

<sup>1</sup> *Université de Toulouse; UPS-OMP; IRAP; 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France*

<sup>2</sup> *CNRS; IRAP; 14, avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France*

<sup>3</sup> *Rudolf Peierls Centre for Theoretical Physics, University of Oxford, 1 Keble Road, Oxford OX1 3HQ, UK*

<sup>4</sup> *Merton College, Oxford OX1 4JD, UK*

<sup>5</sup> *CCFE, Culham Science Centre, Abingdon OX14 3DB, UK*

<sup>6</sup> *Blackett Laboratory, Imperial College, Prince Consort Road, London SW7 2BZ, UK*

Accepted 2014 November 3. Received 2014 October 16

## ABSTRACT

Slow dynamical changes in magnetic-field strength and invariance of the particles' magnetic moments generate ubiquitous pressure anisotropies in weakly collisional, magnetized astrophysical plasmas. This renders them unstable to fast, small-scale mirror and firehose instabilities, which are capable of exerting feedback on the macroscale dynamics of the system. By way of a new asymptotic theory of the early non-linear evolution of the mirror instability in a plasma subject to slow shearing or compression, we show that the instability does not saturate quasi-linearly at a steady, low-amplitude level. Instead, the trapping of particles in small-scale mirrors leads to non-linear secular growth of magnetic perturbations,  $\delta B/B \propto t^{2/3}$ . Our theory explains recent collisionless simulation results, provides a prediction of the mirror evolution in weakly collisional plasmas and establishes a foundation for a theory of non-linear mirror dynamics with trapping, valid up to  $\delta B/B = O(1)$ .

**Key words:** instabilities – magnetic fields – MHD – plasmas – turbulence – solar wind – galaxies: clusters: intracluster medium.

## 1 INTRODUCTION

Dynamical, weakly collisional high- $\beta$  plasmas develop pressure anisotropies with respect to the magnetic field as a result of the combination of slow changes in magnetic-field strength  $B$  and conservation of the first adiabatic invariant of particles  $\mu = v_{\perp}^2/2B$ . This renders them unstable to fast (ion cyclotron time-scale  $\Omega_i^{-1}$ ), small-scale (ion gyroscale  $\rho_i$ ) firehose, mirror and ion cyclotron instabilities (Rosenbluth 1956; Chandrasekhar, Kaufman & Watson 1958; Parker 1958; Vedenov & Sagdeev 1958; Rudakov & Sagdeev 1961; Gary 1992), whose observational signatures have been reported in the solar wind (Hellinger et al. 2006; Bale et al. 2009) and planetary magnetosheaths (Kaufmann, Horng & Wolfe 1970; Erdős & Balogh 1996; André, Erdős & Dougherty 2002; Joy et al. 2006; Génot et al. 2009; Horbury & Lucek 2009; Soucek & Escoubert 2011). These instabilities are also thought to be excited in energetic astrophysical environments such as the intracluster medium (ICM; Fabian 1994; Carilli & Taylor 2002; Govoni & Feretti 2004; Schekochihin et al. 2005; Peterson & Fabian 2006), the vicinity of accreting black holes (Quataert 2001; Blaes 2014), or the warm ionized interstellar medium (Hall 1980), producing strong dynamical feedback at macroscales, with critical astrophysical implications (Chandran & Cowley 1998; Schekochihin & Cowley 2006; Sharma et al. 2006, 2007; Kunz et al. 2011; Mogavero & Schekochihin

2014). A self-consistent description of the multiscale physics of such plasmas requires understanding how these instabilities saturate non-linearly.

Let us consider a typical situation in which slow changes in  $B$  due to shearing, compression or expansion of the plasma at large ('fluid') scales build up ion pressure anisotropy  $\Delta_i \equiv (p_i^{\perp} - p_i^{\parallel})/p_i^{\perp}$ , driving the plasma through either the ion firehose instability boundary ( $\Delta_i < -2/\beta_i$ , with  $\beta_i = 8\pi p_i/B^2$ ) in regions of decreasing field, or the mirror instability boundary ( $\Delta_i \gtrsim 1/\beta_i$ ) in regions of increasing field (the ion cyclotron instability appears to be subdominant, see Hellinger et al. 2006; Bale et al. 2009; Riquelme, Quataert & Verscharen 2014). This triggers exponential growth on time-scales up to  $\Omega_i^{-1}$ , much faster than the shearing time-scale  $S^{-1}$ . The separation between these time-scales implies that the instabilities always operate close to threshold and regulate the levels of pressure anisotropy in the plasma non-linearly. However, how they achieve that in the face of the slowly changing  $B$  constantly generating more pressure anisotropy, remains an open question.

In the simplest case of the parallel firehose instability, the growth of magnetic perturbations  $\delta B$  leads to an increase of the average (rms) field strength and perpendicular pressure, which drives the anisotropy back to marginality,  $\Delta_i(t) \rightarrow -2/\beta_i$ . If a weakly unstable initial state  $\Delta_{i0} + 2/\beta_i < 0$  is postulated with no further driving of  $\Delta_i$ , quasi-linear theory (Shapiro & Shevchenko 1964) predicts saturation at a steady, low amplitude  $\delta B/B \sim |\Delta_{i0} + 2/\beta_i|^{1/2} \ll 1$ . However, the shearing or expansion process that drove the plasma through the instability boundary in the first place, must ultimately

\* E-mail: francois.rincon@irap.omp.eu

# Turbulent dynamo in a collisionless plasma

François Rincon<sup>a,b,1</sup>, Francesco Califano<sup>c</sup>, Alexander A. Schekochihin<sup>d,e</sup>, and Francesco Valentini<sup>f</sup>

<sup>a</sup>Université de Toulouse, Université Paul Sabatier-Observatoire Midi-Pyrénées, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, F-31400 Toulouse, France; <sup>b</sup>CNRS, Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, F-31400 Toulouse, France; <sup>c</sup>Physics Department, University of Pisa, 56127 Pisa, Italy; <sup>d</sup>The Rudolf Peierls Centre for Theoretical Physics, University of Oxford, Oxford OX1 3NP, United Kingdom; <sup>e</sup>Merton College, Oxford OX1 4JD, United Kingdom; and <sup>f</sup>Dipartimento di Fisica, Università della Calabria, I-87036 Rende (CS), Italy

Edited by Neta A. Bahcall, Princeton University, Princeton, NJ, and approved March 1, 2016 (received for review December 21, 2015)

Magnetic fields pervade the entire universe and affect the formation and evolution of astrophysical systems from cosmological to planetary scales. The generation and dynamical amplification of extragalactic magnetic fields through cosmic times (up to microgauss levels reported in nearby galaxy clusters, near equipartition with kinetic energy of plasma motions, and on scales of at least tens of kiloparsecs) are major puzzles largely unconstrained by observations. A dynamo effect converting kinetic flow energy into magnetic energy is often invoked in that context; however, extragalactic plasmas are weakly collisional (as opposed to magnetohydrodynamic fluids), and whether magnetic field growth and sustainment through an efficient turbulent dynamo instability are possible in such plasmas is not established. Fully kinetic numerical simulations of the Vlasov equation in a 6D-phase space necessary to answer this question have, until recently, remained beyond computational capabilities. Here, we show by means of such simulations that magnetic field amplification by dynamo instability does occur in a stochastically driven, nonrelativistic subsonic flow of initially unmagnetized collisionless plasma. We also find that the dynamo self-accelerates and becomes entangled with kinetic instabilities as magnetization increases. The results suggest that such a plasma dynamo may be realizable in laboratory experiments, support the idea that intracluster medium turbulence may have significantly contributed to the amplification of cluster magnetic fields up to near-equipartition levels on a timescale shorter than the Hubble time, and emphasize the crucial role of multiscale kinetic physics in high-energy astrophysical plasmas.

magnetic fields | dynamo | turbulence | intracluster medium

The generation, amplification, and sustainment of magnetic fields in nature may be driven by a variety of physical processes, an important family of which is dynamo instabilities converting kinetic energy of chaotic flows into magnetic energy. Although fluid (collisional) magnetohydrodynamic (MHD) dynamos relevant to the planetary, stellar, and galactic contexts had long been thought possible on the basis of idealized theoretical models of turbulent flows (1–4), a major boost to their understanding was given by early pioneering numerical simulations of magnetic field amplification by 3D MHD turbulence (5), a rare case of proof of principle “numerical discovery” later followed by experimental evidence using liquid metals (6). Dynamos in weakly collisional plasmas, despite their potential relevance to cosmic magnetogenesis (7, 8) on extragalactic scales (9–18), have, thus far, not achieved such a milestone. Although dedicated laboratory experiments are under development (19, 20), the interactions between dynamos, collisionless damping, and kinetic-scale phenomena related to plasma magnetization are poorly understood. Magnetization occurs when the field has grown sufficiently that the particles’ Larmor radius becomes smaller than the typical size  $\ell$  of velocity fluctuations. It does not take much field to achieve this: in the intracluster medium, taking  $\ell = 1$  kiloparsec and  $\sim 10^7$  K ion temperature, ions are magnetized for fields above  $10^{-13}$  G, well below the level at which magnetic energy reaches equipartition with kinetic energy of plasma motions. Past this stage, any local change in magnetic field strength caused by compressive or shearing motions will

generate pressure anisotropies with respect to the field by virtue of magnetic moment conservation, rendering the plasma everywhere unstable to fast kinetic instabilities (12), with potentially critical implications for magnetic growth and dynamics (16, 17, 21–27). Showing whether collisionless plasma dynamos exist and how they work requires solving Vlasov–Maxwell equations in three physical space dimensions [3D; this stems from anti-dynamo theorems in 2D (4)] plus three velocity space dimensions (3V). We performed the first, to our knowledge, numerical simulations of this problem, which show that magnetic field amplification through a turbulent collisionless plasma dynamo occurs in both unmagnetized and magnetized regimes.

## Problem Formulation

Our model (*Material and Methods*) describes the coupled evolution of a quasineutral, nonrelativistic plasma of collisionless protons (mass  $m_i$ ), isothermal fluid electrons of negligible inertia, and electromagnetic fields  $\mathbf{E}$  and  $\mathbf{B}$ . It formally retains magnetic advection and induction, resistivity, and the Hall effect but because of the isothermal electrons assumption, does not allow for a Biermann battery (28) or Weibel-like instabilities (13, 29) (these effects only generate very small seed fields and are not themselves viable dynamos). The equations are solved with a 3D–3V Eulerian numerical code in a periodic cubic spatial domain of size  $L = 2,000 \pi d_i$ , where  $d_i$  is the ion inertial length, and a velocity space range of  $\pm 5$  ion thermal speeds  $v_{thi}$ . The system is initialized with a Maxwellian ion distribution function of uniform density  $n_{i0}$ , temperature  $T_i = m_i v_{thi}^2 / 2$ , electron temperature  $T_e = T_i$ , and a magnetic seed in the wavenumber range  $[2\pi/L, 4\pi/L]$ . The field strength, characterized by the inverse of  $\beta = 8\pi n_{i0} T_i / B_{rms}^2$ , remains small enough ( $\beta \gg 1$ ) that the Hall effect is negligible,

## Significance

Although magnetic field amplification by a dynamo effect converting kinetic flow energy into magnetic energy has long been shown in conventional magnetohydrodynamic fluids, whether a similar effect is possible in more dynamically complex weakly collisional plasmas, such as those encountered in astrophysical objects on extragalactic scales, is not known. We present the first, to our knowledge, conclusive numerical evidence and dynamical picture of magnetic field amplification by chaotic motions in a collisionless plasma. The results suggest that such a plasma dynamo may be a realizable physical effect in “laboratory astrophysics” experiments and support the idea that turbulent dynamos may significantly contribute to the magnetization of weakly collisional high-energy density astrophysical plasmas, such as the intracluster medium of galaxy clusters.

Author contributions: F.R., F.C., A.A.S., and F.V. designed research; F.R., F.C., and A.A.S. performed research; F.R., F.C., A.A.S., and F.V. contributed new reagents/analytic tools; F.R., F.C., A.A.S., and F.V. analyzed data; and F.R. and A.A.S. wrote the paper.

The authors declare no conflict of interest.

This article is a PNAS Direct Submission.

<sup>1</sup>To whom correspondence should be addressed. Email: francois.rincon@irap.omp.eu.

This article contains supporting information online at [www.pnas.org/lookup/suppl/doi:10.1073/pnas.1525194113/-DCSupplemental](http://www.pnas.org/lookup/suppl/doi:10.1073/pnas.1525194113/-DCSupplemental).



## SUBPROTON-SCALE CASCADES IN SOLAR WIND TURBULENCE: DRIVEN HYBRID-KINETIC SIMULATIONS

S. S. CERRI<sup>1,2</sup>, F. CALIFANO<sup>2</sup>, F. JENKO<sup>3</sup>, D. TOLD<sup>3</sup>, AND F. RINCON<sup>4,5</sup>

<sup>1</sup>Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Boltzmannstr. 2, D-85748 Garching, Germany;  
sscerr@ipp.mpg.de, silvio.cerri@df.unipi.it

<sup>2</sup>Physics Department “E. Fermi,” University of Pisa, Largo B. Pontecorvo 3, I-56127 Pisa, Italy

<sup>3</sup>Department of Physics and Astronomy, University of California, Los Angeles, CA 90095, USA

<sup>4</sup>Université de Toulouse, UPS-OMP, IRAP, 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

<sup>5</sup>CNRS, IRAP, 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

Received 2016 January 26; revised 2016 April 9; accepted 2016 April 15; published 2016 April 28

### ABSTRACT

A long-lasting debate in space plasma physics concerns the nature of subproton-scale fluctuations in solar wind (SW) turbulence. Over the past decade, a series of theoretical and observational studies were presented in favor of either kinetic Alfvén wave (KAW) or whistler turbulence. Here, we investigate numerically the nature of the subproton-scale turbulent cascade for typical SW parameters by means of unprecedented high-resolution simulations of forced hybrid-kinetic turbulence in two real-space and three velocity-space dimensions. Our analysis suggests that small-scale turbulence in this model is dominated by KAWs at  $\beta \gtrsim 1$  and by magnetosonic/whistler fluctuations at lower  $\beta$ . The spectral properties of the turbulence appear to be in good agreement with theoretical predictions. A tentative interpretation of this result in terms of relative changes in the damping rates of the different waves is also presented. Overall, the results raise interesting new questions about the properties and variability of subproton-scale turbulence in the SW, including its possible dependence on the plasma  $\beta$ , and call for detailed and extensive parametric explorations of driven kinetic turbulence in three dimensions.

*Key words:* methods: numerical – plasmas – solar wind – turbulence

### 1. INTRODUCTION

The solar wind (SW) plasma, an ideal laboratory for the study of collisionless plasma dynamics, is mostly found in a turbulent state (Bruno & Carbone 2013). Subproton-scale (“dissipation range”) turbulence in the SW has become a major research topic over the past decade, both for in situ satellite measurements (Bale et al. 2005; Alexandrova et al. 2008, 2009, 2013; Sahraoui et al. 2009, 2010; Chen et al. 2010, 2013; Narita et al. 2011; He et al. 2012; Roberts et al. 2013) and for numerical (Shaikh 2009; Shaikh & Zank 2009; Valentini et al. 2010; Howes et al. 2011; Servidio et al. 2012, 2014; Passot et al. 2014; Franci et al. 2015a, 2015b; Told et al. 2015) and theoretical (Stawicki et al. 2001; Galtier & Bhattacharjee 2003; Howes et al. 2008; Gary & Smith 2009; Schekochihin et al. 2009; Boldyrev & Perez 2012; Mithaiwala et al. 2012; Boldyrev et al. 2013, 2015) studies. Spacecraft observations provide important constraints on turbulent spectra, revealing the presence of breaks in the electromagnetic fluctuations around the proton kinetic scales (Bale et al. 2005; Alexandrova et al. 2008, 2009; Sahraoui et al. 2009, 2010; Chen et al. 2010). At subproton scales, typical slopes for the magnetic energy spectrum are found to be in the range  $[-2.5, -3]$ , while preliminary results about its electric counterparts are in the range  $[-0.3, -1.3]$ . From a theoretical point of view, possible explanations for the observed spectra are the development of a kinetic Alfvén wave (KAW) cascade and/or a whistler cascade (Stawicki et al. 2001; Galtier & Bhattacharjee 2003; Bale et al. 2005; Howes et al. 2008; Gary & Smith 2009; Schekochihin et al. 2009; Sahraoui et al. 2010; Narita et al. 2011; Boldyrev & Perez 2012; He et al. 2012; Mithaiwala et al. 2012; Boldyrev et al. 2013, 2015; Chen et al. 2013; Roberts et al. 2013). However, the predicted energy spectra are the same for the two cases and thus

auxiliary methods have been suggested in order to identify the exact nature of turbulent fluctuations (Bale et al. 2005; Sahraoui et al. 2010; Narita et al. 2011; He et al. 2012; Chen et al. 2013; Roberts et al. 2013). Observational evidence points toward a KAW-dominated scenario for a  $\beta \sim 1$  plasma (Sahraoui et al. 2010; He et al. 2012; Chen et al. 2013; Roberts et al. 2013;  $\beta$  is the ratio between the thermal and the magnetic pressures), although contradictory results have also been reported (Narita et al. 2011). Theoretical studies, on the other hand, have suggested that oblique KAWs and whistlers could coexist as the plasma parameters vary in space and time (Stawicki et al. 2001; Gary & Smith 2009; Mithaiwala et al. 2012). So far, numerical simulations have focused only on one scenario at a time, not on a possible coexistence or a transition between those cascades, leaving such a question as an open problem in SW turbulence research.

In this Letter, we wish to tackle the fundamental question of a possible dependence of the physics of subproton-scale kinetic turbulence on the plasma  $\beta$  parameter by carrying out high-resolution 2D3V simulations of forced plasma turbulence as described by a hybrid Vlasov–Maxwell (HVM) model with fluid electrons. While not retaining electron kinetic effects, this approach allows for both KAWs and whistlers to be present, and it fully captures the ion kinetic physics. Besides, this 2D3V setting allows us to include large “fluid” scales while still fully resolving subproton scales, which is not currently possible in 3D3V due to computational limitations. Due to the intrinsic anisotropy of the turbulent MHD cascade, and to the strong damping of the parallel modes via resonances (Howes et al. 2008; Gary & Smith 2009; Schekochihin et al. 2009; He et al. 2012), we also expect such “2.5D” simulations to retain some important dynamical features of the fully 3D case.



# Chapitre 5

## Discussion et perspectives de recherche

*Physics is becoming so unbelievably complex that it is taking longer and longer to train a physicist. It is taking so long, in fact, to train a physicist to the place where he understands the nature of physical problems that he is already too old to solve them.*

Eugene Wigner

### 5.1 Le temps du bilan

Les chapitres précédents ont j'espère bien mis en lumière la diversité et la pluridisciplinarité de mes activités de recherche en physique des plasmas et en dynamique des fluides dans différents contextes astrophysiques. J'espère également qu'ils ont éclairé la cohérence méthodologique et thématique générale de mes projets, la formation d'une identité scientifique personnelle au cours des quinze dernières années, et le rôle capital qu'ont joué mes mentors, collègues, doctorants et étudiants dans cette progression.

J'ai passé l'essentiel des trois dernières années à essayer de digérer, connecter et documenter le plus clairement possible une grande partie des connaissances et de l'expérience que j'ai acquises sur les différents thèmes de recherche évoqués dans ce manuscrit, en espérant avant tout que cet effort puisse être bénéfique aux communautés scientifiques concernées et notamment aux jeunes chercheurs. Ce travail s'est concrétisé par la publication de deux articles de revue, et s'achève avec l'écriture de ce manuscrit d'habilitation, qui en reprend certains contenus

tout en les enrichissant sur certains points. Ces deux publications sont reproduites à la fin de ce chapitre.

La première, initialement co-écrite avec Michel Rieutord en 2010 mais très largement révisée en 2018 (la moitié du document ayant été ré-écrit), propose une revue détaillée de l'ensemble des travaux observationnels, numériques et théoriques sur le problème de la supergranulation solaire, dont nous avons vu au chapitre 2 que l'étude présentait un intérêt d'un point de vue astrophysique et de dynamique des fluides bien plus larges que la simple physique solaire (Rincon & Rieutord 2018).

La deuxième revue, qui se rapproche d'un livre puisqu'elle fait 167 pages, concerne les théories de l'effet dynamo (Rincon 2019). Il s'agit en réalité d'un document à la frontière entre des notes de cours de niveau M2-doctorat et d'un travail de revue des grandes évolutions de ce champ de recherche au cours des 50 dernières années. J'avais initialement pour but de publier un texte relativement bref sur la base de cours introductifs sur l'effet dynamo donnés à l'école de physique des Houches en 2017 et 2019. Mais, au fur et à mesure de l'avancement du travail, le document a évolué naturellement vers une présentation beaucoup plus exhaustive qui offre à la fois une introduction pédagogique à l'effet dynamo dans les fluides et plasmas turbulents, et des discussions plus spécialisées d'une sélection de développements récents en recherche que je pense être intéressants. J'ai également beaucoup appris scientifiquement au cours de ce travail, qui m'a donné de nombreuses idées pour l'avenir.

## **5.2 Quelques enseignements sur les processus d'auto-organisation et de transport en astrophysique**

Je ne reviendrai pas ici de manière détaillée sur les différents thèmes de recherche évoqués précédemment, ayant je crois déjà assez largement évoqué au fil des chapitres les progrès, les limitations et les perspectives futures de recherche pour chacun d'eux. Là-encore, j'invite le lecteur intéressé par plus de détails à consulter les deux articles sus-mentionnés. En revanche, il me semble intéressant d'insister sur une problématique importante évoquée en introduction et rencontrée dans tous les travaux présentés ici, celle de la compréhension et de la description de la physique des processus d'auto-organisation dans les systèmes hors-équilibre.

Tout d'abord, dans les deux problèmes fluides de la convection turbulente à grande échelle et de la dynamique non-linéaire des écoulements cisailés hydrodynamiques ou MHD, nous avons été confrontés à deux scénarios alternatifs possibles

d'organisation, à savoir des processus de type cascade inverse, ou des processus d'injection à grande échelle par extraction directe d'énergie du profil moyen (gradient d'entropie ou de quantité de mouvement). Et, dans chaque cas, la conclusion de l'étude dans le régime pleinement développé a été la même : *in fine* les structures cohérentes à grande échelle puisent directement leur énergie dans le réservoir d'énergie libre du système, par l'intermédiaire de processus physiques sous-jacents essentiellement linéaires (convection/forces de flottaison, effet  $\Omega$  et MRI, effet lift-up et modes d'instabilité sinueux des streaks).

Pour autant, et bien qu'elles ne soient pas directement responsables de l'injection d'énergie dans la dynamique à grande échelle, les non-linéarités jouent un rôle critique dans l'émergence et la structuration de la dynamique, et ce de plusieurs façons distinctes. D'une part, dans les problèmes impliquant un cisaillement, les non-linéarités sont fondamentales à l'entretien de la composante axisymétrique (streamwise-indépendante) de la dynamique sur laquelle repose le développement des processus linéaires assurant l'approvisionnement énergétique de la dynamique dans son ensemble. D'autre part, dans tous les problèmes évoqués, elles sont responsables de cascades *directes* d'énergie aboutissant à une dissipation turbulente qui assure l'équilibre et la régulation énergétique des structures à grande échelle. Une décomposition de la dynamique, telle que nous l'avons introduite dans le problème de la dynamo MRI statistique, en modes actifs instables contribuant à l'injection d'énergie d'une part, et en modes passifs asservis non-linéairement assurant sa dissipation d'autre part, trouve ainsi tout son sens dans ce contexte. Une telle décomposition me semble donc particulièrement intéressante pour parvenir à formuler des théories statistiques mieux motivées physiquement de nombreux phénomènes dynamiques d'organisation à grande échelle aussi bien en hydrodynamique qu'en MHD, et plus particulièrement dans des contextes astrophysiquement pertinents impliquant des instabilités fluides naturelles.

Notons aussi que dans les problèmes fluides que j'ai évoqués, les échelles dynamiquement les plus importantes dans le régime non-linéaire auto-organisé sont plus grandes que celle des modes les plus instables du point de vue de l'analyse linéaire du système laminaire ou au repos. Si les idées originales et poétiques de Richardson sur la structure de la turbulence dans les fluides vont bientôt avoir 100 ans, j'espère avoir contribué à démontrer dans cette présentation que nous commençons seulement, pour certains problèmes de dynamique des fluides pourtant parmi les plus fondamentaux, à en comprendre les rouages dynamiques détaillés et leurs implications phénoménologiques et quantitatives en terme d'auto-organisation dans des régimes fortement non-linéaires.

Nous avons également été confrontés à la question de la description effective de la dynamique à grande échelle d'un système en présence d'une dynamique non-linéaire sous-jacente à petite échelle dans le problème de la dynamique des plasmas faiblement magnétisés non-collisionnels. Mise en relation avec les problèmes précédents, cette constatation m'amène à mettre en avant l'importance fondamentale que revêt la résolution physique satisfaisante de problèmes diffi-

ciles de fermeture dans les problématiques de transport et d'auto-organisation. Bien qu'il semble évident pour la plupart des physiciens ancrés dans des disciplines fortement contraintes par la mesure expérimentale, ce problème n'est à mon avis malheureusement pas suffisamment souligné, et encore moins reconnu dans la communauté astrophysique à l'heure actuelle. À ce sujet, je noterai en passant que les questions de transport et d'auto-organisation non-linéaires sont très concrètement et depuis fort longtemps étudiées en physique des plasmas dans le cadre de la problématique du confinement magnétique des plasmas de fusion. Nous avons à mon avis tout à gagner en dynamique des plasmas et fluides astrophysiques à travailler en collaboration étroite avec les théoriciens et numériciens de cette communauté plus expérimentée et plus contrainte par l'expérience.

De manière encore plus générale, il me semble que la complexité dynamique rencontrée dans les problèmes évoqués dans ce manuscrit montre bien que la physique non-linéaire, en dépit de sa relative simplicité formelle par rapport à d'autres systèmes, notamment biologiques ou sociétaux, représente toujours aujourd'hui une frontière scientifique majeure sur laquelle des progrès théoriques fondamentaux sont nécessaires si on souhaite un jour pouvoir espérer percer les mystères de l'organisation et de l'évolution individuelle ou collective de systèmes encore plus complexes comme les organismes vivants.

### 5.3 Perspectives

Au vu du déroulement des vingt premières années de ma carrière, il me semble assez vain de proposer ici un programme de recherche détaillé pour les vingt prochaines. Les goûts et les intérêts scientifiques évoluent au cours du temps, des rencontres imprévues se produisent, d'autres collaborations s'arrêtent, de nouvelles opportunités scientifiques se présentent, et l'environnement de travail quotidien joue également un rôle déterminant sur le champ des possibles. Le mieux que je puisse proposer de ce point de vue est donc de définir quelques directions générales que je pense intéressantes pour les années à venir en me basant sur mes forces, compétences et préférences thématiques actuelles, ainsi que sur quelques opportunités de collaborations locales ou extérieures.

Si on en juge par la nature de la plupart de mes recherches jusqu'ici, il est clair que je ne suis pas à proprement parler un astrophysicien aujourd'hui, mais plutôt un physicien théoricien et numéricien intéressé par les problématiques astrophysiques. Cependant, l'évolution récente de mes travaux en physique solaire a montré que je pouvais également mettre à profit les données astronomiques si l'opportunité se présentait et que la confrontation entre théorie et observation me semblait avoir un véritable sens. Je pense donc que je vais naturellement continuer à travailler sur des projets qui me permettent de satisfaire avant tout mon

goût pour la théorie physique, tout en essayant de cultiver des opportunités intéressantes d'interactions avec l'observation, et peut-être également l'expérience. De ce point de vue, la diversification scientifique vers la physique des plasmas que j'ai entamée il y a maintenant plus de dix ans m'offre aujourd'hui des perspectives très riches d'évolution à l'interface entre plusieurs domaines de la physique et de l'astrophysique.

### 5.3.a Effets statistiques de dynamo MHD à grande échelle

Du côté des défis théoriques, le premier thème qui me vient à l'esprit est celui de l'amélioration de la compréhension des processus de transport et d'auto-organisation statistique dynamique à grande échelle dans le contexte de l'effet dynamo, et en particulier celui de la dynamo solaire. Je ne parle pas ici de me lancer dans un vaste programme de simulations globales de dynamos astrophysiques : bien d'autres groupes beaucoup mieux armés en termes d'effectifs, d'outils numériques et de financement travaillent déjà sur ce genre de choses. En revanche, j'ai pu constater lors de l'écriture de ma revue sur l'effet dynamo qu'une grande confusion règne encore concernant l'identification, la compréhension physique détaillée et la fiabilité de la modélisation aussi bien théorique que numérique des processus fondamentaux sous-jacents à l'amplification des champs magnétiques astrophysiques à grande échelle. Il me semble donc qu'il existe aujourd'hui des opportunités majeures qui s'offrent aux théoriciens pour faire des progrès importants sur toutes ces questions fondamentales à l'aide de simulations numériques idéalisées permettant une étude physique beaucoup plus détaillée de tels processus, qui plus est dans des régimes dynamiques plus asymptotiques que ceux que l'on peut actuellement atteindre avec des simulations globales.

La ligne de recherche que j'ai commencé à explorer avec Antoine Riols sur la dynamo magnéto-rotationnelle statistique, discutée dans le chapitre 3.4.d, constitue une approche possible de ce type de problèmes. J'ai également récemment commencé à travailler sur la question difficile du comportement, dans le régime astrophysiquement pertinent des grand  $Rm$ , de plusieurs effets statistiques de dynamo, comme l'effet  $\alpha$ , l'effet de « shear dynamo » et l'effet « magnetic shear current » évoqués eux-aussi au chapitre 3.4.d. Pour un aperçu des questions spécifiques qui se posent actuellement sur ces différents problèmes, et notamment des problématiques de dissipation résistive et de reconnexion, j'invite le lecteur à consulter les chapitres 4 & 5 de ma revue (Rincon 2019). Je pense que ce thème de recherche va occuper une partie significative de mon temps au cours des prochaines années.

### 5.3.b Modélisation de la dynamique des plasmas non-collisionnels aux échelles fluides

Un autre thème de recherche orienté sur la théorie que je souhaite développer plus amplement est celui de la modélisation de la dynamique aux échelles fluides des plasmas non-collisionnels. Comme je l'ai mentionné précédemment, on a là aussi affaire à une problématique de transport nécessitant de résoudre de délicats problèmes non-linéaires de fermeture. Plusieurs études numériques récentes, que je n'ai malheureusement pas pu toutes évoquer au chapitre 4, suggèrent qu'une partie importante de l'activité de la communauté travaillant sur ce type de problèmes va se concentrer au cours des prochaines années sur le développement parallèle de simulations cinétiques à haute résolution et de modèles fluides motivés physiquement par l'étude rigoureuse de la dynamique aux échelles cinétiques. À ce sujet, je référerai notamment le lecteur au chapitre 6 de ma revue (Rincon 2019), aux travaux de thèse de St-Onge (2019) comparant simulations Vlasov-Maxwell et MHD Braginskii, à ceux de de Parker & Dellar (2015), Schekochihin *et al.* (2016) et Meyrand *et al.* (2019) sur la question de la « fluidisation » de la turbulence cinétique par les effets d'écho de plasma, et à ceux de Squire *et al.* (2016, 2019) sur la magnéto-immutableté des plasmas faiblement collisionnels.

Mon expérience dans ce domaine et mon implication de longue date dans un réseau international de recherche sur les plasmas astrophysiques et les plasmas de fusion, qui se réunit tous les étés à l'institut Wolfgang Pauli de Vienne, me permettent d'envisager avec sérénité une participation active aux recherches futures dans ce domaine<sup>1</sup>.

---

1. À ce sujet, il me faut cependant apporter un bémol. Le programme de simulations de dynamo plasma que j'ai présenté au chapitre 4 a nécessité environ 20 millions d'heures CPU de calcul sur les IBM BG/Q du CINECA et de l'IDRIS en 2015, ce qui est aujourd'hui typique des allocations de temps de calcul accordées sur une infrastructure comme PRACE au niveau européen. Je n'ai appris que très récemment que le bilan carbone d'un tel projet était comparable à celui de 30 allers-retours Paris/New-York en avion. Même si l'augmentation de la résolution numérique semble un mal nécessaire pour continuer à progresser dans de nombreux problèmes de MHD et de physique des plasmas, je ne suis pas sûr de vouloir personnellement récidiver à l'avenir dans la voie des simulations cinétiques à haute résolution pour cette raison, et je me pose plus généralement de plus en plus de questions sur l'impact écologique « invisible » de tels calculs. Le bilan carbone des simulations que je viens de donner est basé sur une estimation de 3 tonnes équivalent CO<sub>2</sub>/million d'heure CPU (<https://ecoinfo.cnrs.fr/2019/04/02/hceres-section-developpement-durable/>), et suppose pour simplifier que celle-ci s'appliquait déjà à la consommation de supercalculateurs IBM BG/Q probablement moins efficaces en 2015. Cette estimation est elle-même basée sur les équivalents CO<sub>2</sub> du mix énergétique français, qui est parmi les plus performants des pays développés de ce point de vue en raison de la prépondérance de l'énergie nucléaire. Pour un centre de calcul australien, par exemple, il est nécessaire de multiplier tous ces chiffres par un facteur 5 (<https://www.science.org.au/files/userfiles/about/documents/env-white-paper.pdf>).

### 5.3.c Astrophysique des plasmas

Un dernier axe personnel de développement scientifique au cours des prochaines années sera de mettre mon expérience dans le domaine de la physique des plasmas et de la MHD au service du développement scientifique collectif de l'IRAP, en contribuant activement à l'émergence de collaborations en astrophysique des plasmas axées sur des interactions entre modélisation, théorie et observations. Le laboratoire possède à mon sens un fort potentiel collectif de développement dans cette direction, notamment par son implication dans de nombreux projets instrumentaux dans le domaine de la physique des plasmas spatiaux (Solar Orbiter, BepiColombo, Comet Interceptor, JUICE...), mais aussi dans le domaine de la physique des galaxies, de l'astrophysique des hautes énergies et de la cosmologie. Je pense en particulier aux possibilités offertes par le futur l'observatoire spatial X européen ATHENA dans le domaine de l'étude dynamique du milieu intra-amas, notamment sur le problème du chauffage turbulent, de la régulation thermique et du refroidissement radiatif des amas (Fabian 1994, Kunz *et al.* 2011, Kunz 2011, Zhuravleva *et al.* 2014, Hitomi Collaboration 2016) et sur celui du biais de masse hydrostatique et du support de pression dynamique non-thermique au sein des amas (McCourt *et al.* 2013, Ota *et al.* 2018, Cucchetti *et al.* 2019, Sanders *et al.* 2020). Je pense également au projet CTA dans le domaine de l'astronomie gamma et des rayons cosmiques, et au projet SKA dans le domaine du magnétisme aux échelles cosmologiques (j'ai à ce sujet modestement contribué au Livre blanc français SKA (2017) publié par la communauté SKA française animée par Chiara Ferrari).

Concrètement, je contribue déjà depuis quelques mois à l'animation d'un nouveau groupe de discussion interdisciplinaire au laboratoire autour de la thématique générale des plasmas astrophysiques. J'espère que cette initiative, lancée avec mon collègue Illya Plotnikov, permettra de faire émerger à l'échelle de quelques années des projets collaboratifs structurés autour des grands thèmes scientifiques qui seront étudiés par les consortiums observationnels sus-mentionnés. À titre personnel, les perspectives d'observations spatialement résolues de la dynamique du milieu intra-amas avec l'instrument X-IFU d'ATHENA me semblent être un axe de recherche particulièrement intéressant et pertinent à développer localement et dès à présent, et j'ai donc commencé il y a quelques temps à discuter de projets de modélisation fluide dans ce contexte avec plusieurs collègues de l'IRAP impliqués dans la préparation scientifique des observations.







# The Sun's supergranulation

François Rincon<sup>1,2</sup> · Michel Rieutord<sup>1,2</sup>

Received: 14 February 2018 / Accepted: 5 July 2018  
© The Author(s) 2018

## Abstract

Supergranulation is a fluid-dynamical phenomenon taking place in the solar photosphere, primarily detected in the form of a vigorous cellular flow pattern with a typical horizontal scale of approximately 30–35 Mm, a dynamical evolution time of 24–48 h, a strong 300–400 m/s (rms) horizontal flow component and a much weaker 20–30 m/s vertical component. Supergranulation was discovered more than 60 years ago, however, explaining its physical origin and most important observational characteristics has proven extremely challenging ever since, as a result of the intrinsic multiscale, nonlinear dynamical complexity of the problem concurring with strong observational and computational limitations. Key progress on this problem is now taking place with the advent of twenty-first-century supercomputing resources and the availability of global observations of the dynamics of the solar surface with high spatial and temporal resolutions. This article provides an exhaustive review of observational, numerical and theoretical research on supergranulation, and discusses the current status of our understanding of its origin and dynamics, most importantly in terms of large-scale nonlinear thermal convection, in the light of a selection of recent findings.

**Keywords** Supergranulation · Convection · Turbulence · MHD

---

This article is a revised version of <https://doi.org/10.12942/lrsp-2010-2>.

**Change summary:** Major revision, updated and expanded. Switched author order. About 40 new references.

**Change details:** This new text represents a major update of our 2010 review on supergranulation. It is more readable and significantly more concise than the original publication in our view, yet (hopefully) addresses the many exciting theoretical, numerical and observational developments on the problem since 2010. All sections have been revised in a holistic way in the light of these new results. The general discussion has also been almost entirely rewritten to reflect recent evolutions in the understanding and perception of supergranulation in the broader solar dynamics context.

---

François Rincon  
frincon@irap.omp.eu

Michel Rieutord  
mrieutord@irap.omp.eu

<sup>1</sup> IRAP, Université de Toulouse, 14 Avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>2</sup> IRAP, CNRS, 14 Avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

# LECTURE NOTES

## Dynamo theories

François Rincon<sup>1,2,†</sup>

<sup>1</sup>Université de Toulouse, UPS-OMP, IRAP: Toulouse, France

<sup>2</sup>CNRS, IRAP, 14 avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France

(Received 15 March 2019; revised 29 July 2019; accepted 30 July 2019)

These lecture notes are based on a tutorial given in 2017 at a plasma physics winter school in Les Houches. Their aim is to provide a self-contained graduate-student level introduction to the theory and modelling of the dynamo effect in turbulent fluids and plasmas, blended with a review of current research in the field. The primary focus is on the physical and mathematical concepts underlying different (turbulent) branches of dynamo theory, with some astrophysical, geophysical and experimental contexts disseminated throughout the document. The text begins with an introduction to the rationale, observational and historical roots of the subject, and to the basic concepts of magnetohydrodynamics relevant to dynamo theory. The next two sections discuss the fundamental phenomenological and mathematical aspects of (linear and nonlinear) small- and large-scale magnetohydrodynamic (MHD) dynamos. These sections are complemented by an overview of a selection of current active research topics in the field, including the numerical modelling of the geo- and solar dynamos, shear dynamos driven by turbulence with zero net helicity and MHD-instability-driven dynamos such as the magnetorotational dynamo. The difficult problem of a unified, self-consistent statistical treatment of small- and large-scale dynamos at large magnetic Reynolds numbers is also discussed throughout the text. Finally, an excursion is made into the relatively new but increasingly popular realm of magnetic-field generation in weakly collisional plasmas. A short discussion of the outlook and challenges for the future of the field concludes the presentation.

**Key words:** astrophysical plasmas, plasma dynamics, plasma nonlinear phenomena

---

### Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
1.1	About these notes . . . . .	4
1.2	Observational roots of dynamo theory . . . . .	5
1.3	What is dynamo theory about? . . . . .	10
1.4	Historical overview of dynamo research . . . . .	11
1.5	An imperfect dichotomy . . . . .	12
1.6	Outline . . . . .	13

† Email address for correspondence: [francois.rincon@irap.omp.eu](mailto:francois.rincon@irap.omp.eu)

Subsections marked with asterisks contain some fairly advanced, technical or specialised material, and may be skipped on a first reading.

# Bibliographie

ABBOTT, B. P., ABBOTT, R., ABBOTT, T. D., ABERNATHY, M. R., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADAMS, T., ADDESSO, P., ADHIKARI, R. X. & ET AL. 2016 Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys. Rev. Lett.* **116**, 061102.

AFSHORDI, N., MUKHOPADHYAY, B. & NARAYAN, R. 2005 Bypass to turbulence in hydrodynamic accretion disks : lagrangian analysis of energy growth. *Astrophys. J.* **629**, 373.

ALEXANDROVA, O., CHEN, C. H. K., SORRISO-VALVO, L., HORBURY, T. S. & BALE, S. D. 2013 Solar wind turbulence and the role of ion instabilities. *Space Sci. Rev.* **178**, 101.

ANTKOWIAK, A. & BRANCHER, P. 2007 On vortex rings around vortices : an optimal mechanism. *J. Fluid Mech.* **578**, 295.

ARMITAGE, P. J. 2010 *Astrophysics of Planet Formation*. Cambridge University Press.

AVILA, M. 2012 Stability and angular-momentum transport of fluid flows between corotating cylinders. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 124501.

BAI, X.-N. & STONE, J. M. 2013 Wind-driven accretion in protoplanetary disks. I. Suppression of the magnetorotational instability and launching of the magnetocentrifugal wind. *Astrophys. J.* **769**, 76.

BALBUS, S. A. 2001 Convective and rotational stability of a dilute plasma. *Astrophys. J.* **562**, 909.

BALBUS, S. A. 2003 Enhanced angular momentum transport in accretion disks. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **41**, 555.

BALBUS, S. A. & HAWLEY, J. F. 1991 A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I. Linear analysis. *Astrophys. J.* **376**, 214.

BALBUS, S. A. & HAWLEY, J. F. 1992 A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. IV. Nonaxisymmetric perturbations. *Astrophys. J.* **400**, 610.

- BALBUS, S. A. & HAWLEY, J. F. 1998 Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks. *Rev. Mod. Phys.* **70**, 1.
- BALBUS, S. A. & HAWLEY, J. F. 2006 An exact, three-dimensional, time-dependent wave solution in local Keplerian flow. *Astrophys. J.* **652**, 1020.
- BALBUS, S. A., HAWLEY, J. F. & STONE, J. M. 1996 Nonlinear stability, hydrodynamical turbulence, and transport in disks. *Astrophys. J.* **467**, 76.
- BALBUS, S. A. & HENRI, P. 2008 On the magnetic Prandtl number behavior of accretion disks. *Astrophys. J.* **674**, 408.
- BALBUS, S. A. & TERQUEM, C. 2001 Linear analysis of the Hall effect in protostellar disks. *Astrophys. J.* **552**, 235.
- BALE, S. D., KASPER, J. C., HOWES, G. G., QUATAERT, E., SALEM, C. & SUNDKVIST, D. 2009 Magnetic fluctuation power near proton temperature anisotropy instability thresholds in the solar wind. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 211101.
- BARCONS, X., NANDRA, K., BARRET, D., DEN HERDER, J.-W., FABIAN, A. C., PIRO, L., WATSON, M. G. & THE ATHENA TEAM 2015 Athena : the X-ray observatory to study the hot and energetic Universe. *Journal of Physics Conference Series* **610**, 012008.
- BARKLEY, D. 2011 Simplifying the complexity of pipe flow. *Phys. Rev. E* **84**, 016309.
- BARKLEY, D., SONG, B., MUKUND, V., LEMOULT, G., AVILA, M. & HOF, B. 2015 The rise of fully turbulent flow. *Nature* **526**, 550.
- BELL, A. R. 2004 Turbulent amplification of magnetic field and diffusive shock acceleration of cosmic rays. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **353**, 550.
- BENNETT, C. L., LARSON, D., WEILAND, J. L., JAROSIK, N., HINSHAW, G., ODEGARD, N., SMITH, K. M., HILL, R. S., GOLD, B., HALPERN, M., KOMATSU, E., NOLTA, M. R., PAGE, L., SPERGEL, D. N., WOLLACK, E., DUNKLEY, J., KOGUT, A., LIMON, M., MEYER, S. S., TUCKER, G. S. & WRIGHT, E. L. 2013 Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : final maps and results. *Astrophys. J. Supp. Ser.* **208**, 20.
- BÉTHUNE, W., LESUR, G. & FERREIRA, J. 2017 Global simulations of protoplanetary disks with net magnetic flux. I. Non-ideal MHD case. *Astron. Astrophys.* **600**, A75.
- BHAT, P., EBRAHIMI, F. & BLACKMAN, E. G. 2016 Large-scale dynamo action precedes turbulence in shearing box simulations of the magnetorotational instability. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **462**, 818.
- BIRKHOFF, G. D. 1935 Nouvelles recherches sur les systèmes dynamiques. *Mem. Pont. Acad. Sci. Nov. Lyn.* **1**, 85.
- BLAES, O. M. & BALBUS, S. A. 1994 Local shear instabilities in weakly ionized, weakly magnetized disks. *Astrophys. J.* **421**, 163.
- BOLDYREV, S. & CATTANEO, F. 2004 Magnetic-field generation in Kolmogorov turbulence. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 144501.

- BOLGIANO, JR., R. 1959 Turbulent spectra in a stably stratified atmosphere. *J. Geophys. Res.* **64**, 2226.
- BOYD, T. J. M. & SANDERSON, J. J. 2003 *The physics of plasmas*. Cambridge University Press.
- BRAGINSKII, S. I. 1965 Transport processes in a plasma. *Rev. Mod. Phys.* **1**, 205.
- BRANDENBURG, A. 2009 Advances in theory and simulations of large-scale dynamos. *Space Sci. Rev.* **144**, 87.
- BRANDENBURG, A. & DINTRANS, B. 2006 Nonaxisymmetric stability in the shearing sheet approximation. *Astron. Astrophys.* **450**, 437.
- BRANDENBURG, A., NORDLUND, A., STEIN, R. F. & TORKESSON, U. 1995 Dynamo-generated turbulence and large-scale magnetic fields in a Keplerian shear flow. *Astrophys. J.* **446**, 741.
- BRANDENBURG, A. & SUBRAMANIAN, K. 2005 Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory. *Phys. Rep.* **417**, 1.
- BRAUCKMANN, H. J., SALEWSKI, M. & ECKHARDT, B. 2016 Momentum transport in Taylor–Couette flow with vanishing curvature. *J. Fluid Mech.* **790**, 419.
- BUDANUR, N. B., SHORT, K. Y., FARAZMAND, M., WILLIS, A. P. & CVITANOVIĆ, P. 2017 Relative periodic orbits form the backbone of turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.* **833**, 274.
- CALIFANO, F., HELLINGER, P., KUZNETSOV, E., PASSOT, T., SULEM, P. L. & TRÁVNÍČEK, P. M. 2008 Nonlinear mirror mode dynamics : simulations and modeling. *J. Geophys. Res.* **113**, A08219.
- CERRI, S. S. & CALIFANO, F. 2017 Reconnection and small-scale fields in 2D-3V hybrid-kinetic driven turbulence simulations. *New Journal of Physics* **19**, 025007.
- CERRI, S. S., CALIFANO, F., JENKO, F., TOLD, D. & RINCON, F. 2016 Subproton-scale cascades in solar wind turbulence : driven hybrid-kinetic simulations. *Astrophys. J. Lett.* **822**, L12.
- CHAGELISHVILI, G. D., ZAHN, J.-P., TEVZADZE, A. G. & LOMINADZE, J. G. 2003 On hydrodynamic shear turbulence in Keplerian disks : Via transient growth to bypass transition. *Astron. Astrophys.* **402**, 401.
- CHANDLER, G. J. & KERSWELL, R. R. 2013 Invariant recurrent solutions embedded in a turbulent two-dimensional Kolmogorov flow. *J. Fluid Mech.* **722**, 554.
- CHANDRASEKHAR, S. 1951 The invariant theory of isotropic turbulence in magneto-hydrodynamics. *Proc. R. Soc. Lond. Series A* **204**, 435.
- CHANDRASEKHAR, S. 1960 The stability of non-dissipative Couette flow in hydromagnetics. *Proc. Natl. Acad. Sci.* **46**, 253.
- CHANDRASEKHAR, S. 1961 *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*. Oxford : Clarendon.
- CHANDRASEKHAR, S., KAUFMAN, A. N. & WATSON, K. M. 1958 The stability of the pinch. *Proc. R. Soc. Lond. Series A* **245**, 435.

- CHEN, C. H. K. 2016 Recent progress in astrophysical plasma turbulence from solar wind observations. *J. Plasma Phys.* **82**, 535820602.
- CHEN, C. H. K., BOLDYREV, S., XIA, Q. & PEREZ, J. C. 2013 Nature of subproton scale turbulence in the solar wind. *Phys. Rev. Lett.* **110**, 225002.
- CHEN, C. H. K., HORBURY, T. S., SCHEKOCHIHIN, A. A., WICKS, R. T., ALEXANDROVA, O. & MITCHELL, J. 2010 Anisotropy of solar wind turbulence between ion and electron scales. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 255002.
- CHERHABILI, A. & EHRENSTEIN, U. 1995 Spatially localized two-dimensional finite-amplitude states in plane Couette flow. *Eur. J. Mech. B/Fluids* **14**, 667.
- CHERUBINI, S. & DE PALMA, P. 2013 Nonlinear optimal perturbations in a Couette flow : bursting and transition. *J. Fluid Mech.* **716**, 251.
- CHEW, G. F., GOLDBERGER, M. L. & LOW, F. E. 1956 The Boltzmann equation and the one-fluid hydromagnetic equations in the absence of particle collisions. *Proc. R. Soc. Lond. Series A* **236**, 112.
- CHIAN, A. C.-L., REMPEL, E. L., AULANIER, G., SCHMIEDER, B., SHADDEN, S. C., WELSCH, B. T. & YEATES, A. R. 2014 Detection of coherent structures in photospheric turbulent flows. *Astrophys. J.* **786**, 51.
- CHILDRESS, S. & GILBERT, A. D. 1995 *Stretch, Twist, Fold. The Fast Dynamo*. Springer-Verlag.
- CHILLÁ, F., CILIBERTO, S., INNOCENTI, C. & PAMPALONI, E. 1993 Boundary layer and scaling properties in turbulent thermal convection. *Nuovo Cimento D* **15**, 1229.
- CLEVER, R. M. & BUSSE, F. H. 1992 Three-dimensional convection in a horizontal fluid layer subjected to a constant shear. *J. Fluid Mech.* **234**, 511.
- CLINE, K. S., BRUMMELL, N. H. & CATTANEO, F. 2003 Dynamo action driven by shear and magnetic buoyancy. *Astrophys. J.* **599**, 1449.
- CONSELICE, C. J. 2014 The evolution of galaxy structure over cosmic time. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **52**, 291.
- COSSETTE, J.-F. & RAST, M. P. 2016 Supergranulation as the largest buoyantly driven convective scale of the Sun. *Astrophys. J. Lett.* **829**, L17.
- COTTINGHAM, W. N. & GREENWOOD, D. A. 2007 *An introduction to the standard model of particle physics*. Cambridge University Press.
- COWLING, T. G. 1933 The magnetic field of sunspots. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **94**, 39.
- CROSTON, J. H., SANDERS, J. S., HEINZ, S., HARDCASTLE, M. J., ZHURAVLEVA, I., BÎRZAN, L., BOWER, R. G., BRÜGGEN, M., CHURAZOV, E., EDGE, A. C., ETTORI, S., FABIAN, A. C., FINOGUENOV, A., KAASTRA, J., GASPARI, M., GITTI, M., NULSEN, P. E. J., MCNAMARA, B. R., POINTECOUTEAU, E., PONMAN, T. J., PRATT, G. W., RAFFERTY, D. A., REIPRICH, T. H., SIJACKI, D., WORRALL, D. M., KRAFT, R. P., MCCARTHY, I. & WISE, M. 2013 The Hot

and Energetic Universe : AGN feedback in galaxy clusters and groups , arXiv : 1306.2323.

CUCCHETTI, E., CLERC, N., POINTECOUTEAU, E., PEILLE, P. & PAJOT, F. 2019 Towards mapping turbulence in the intra-cluster medium. II. Measurement uncertainties in the estimation of structure functions. *Astron. Astrophys.* **629**, A144.

CVITANOVIĆ, P. 1992 Periodic orbit theory in classical and quantum mechanics. *Chaos* **2**, 1.

CVITANOVIĆ, P., ARTUSO, R., MAINIERI, R., TANNER, G. & VATTAY, G. 2016 *Chaos : Classical and Quantum*. Copenhagen : Niels Bohr Inst.

DARBYSHIRE, A. G. & MULLIN, T. 1995 Transition to turbulence in constant-mass-flux pipe flow. *J. Fluid Mech.* **289**, 83.

DAUCHOT, O. & DAVIAUD, F. 1995a Finite amplitude perturbation and spots growth mechanism in plane Couette flow. *Phys. Fluids* **7**, 335.

DAUCHOT, O. & DAVIAUD, F. 1995b Streamwise vortices in plane Couette flow. *Phys. Fluids* **7**, 901.

DAVIES, C. R. & HUGHES, D. W. 2011 The mean electromotive force resulting from magnetic buoyancy instability. *Astrophys. J.* **727**, 112.

DAVIS, S. W., STONE, J. M. & PESSAH, M. E. 2010 Sustained magnetorotational turbulence in local simulations of stratified disks with zero net magnetic flux. *Astrophys. J.* **713**, 52.

DEL ALAMO, J. C. & JIMÉNEZ, J. 2003 Spectra of the very large anisotropic scales in turbulent channels. *Phys. Fluids* **15**, L41.

DICKE, R. H., PEEBLES, P. J. E., ROLL, P. G. & WILKINSON, D. T. 1965 Cosmic black-body radiation. *Astrophys. J.* **142**, 414.

DUBRULLE, B. 2011 Turbulent dynamos. In *Astrophysical Dynamics : From Stars to Galaxies* (ed. N. H. Brummell, A. S. Brun, M. S. Miesch & Y. Ponty), *IAU Symposium*, vol. 271, p. 326. Cambridge University Press.

DUGUET, Y., MONOKROUSOS, A., BRANDT, L. & HENNINGSON, D. S. 2013 Minimal transition thresholds in plane couette flow. *Phys. Fluids* **25**, 084103.

DURRER, R. & NERONOV, A. 2013 Cosmological magnetic fields : their generation, evolution and observation. *Astron. & Astrophys. Rev.* **21**, 62.

ECKHARDT, B. 2009 Introduction. Turbulence transition in pipe flow : 125th anniversary of the publication of Reynolds' paper. *Proc. R. Soc. Lond. Series A* **367**, 449.

ECKHARDT, B. 2018 Transition to turbulence in shear flows. *Physica A* **504**, 121.

ECKHARDT, B., SCHNEIDER, T. M., HOF, B. & WESTERWEEL, J. 2007 Turbulence transition in pipe flow. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **39**, 447.

EDLUND, E. M. & JI, H. 2014 Nonlinear stability of laboratory quasi-Keplerian flows. *Phys. Rev. E* **89**, 021004.

- EHRENSTEIN, U., NAGATA, M. & RINCON, F. 2008 Two-dimensional nonlinear plane Poiseuille-Couette flow homotopy revisited. *Phys. Fluids* **20**, 064103.
- ELLINGSEN, T. & PALM, E. 1975 Stability of linear shear flow. *Phys. Fluids* **18**, 487.
- FABIAN, A. C. 1994 Cooling flows in clusters of galaxies. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **32**, 277.
- FAISST, H. & ECKHARDT, B. 2003 Traveling waves in pipe flow. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 224502.
- FARRELL, B. F., IOANNOU, P. J., JIMÉNEZ, J., CONSTANTINOU, N. C., LOZANO-DURÁN, A. & NIKOLAIDIS, M.-A. 2016 A statistical state dynamics-based study of the structure and mechanism of large-scale motions in plane Poiseuille flow. *J. Fluid Mech.* **809**, 290.
- FLEMING, T. P., STONE, J. M. & HAWLEY, J. F. 2000 The effect of resistivity on the nonlinear stage of the magnetorotational instability in accretion disks. *Astrophys. J.* **530**, 464.
- FOREST, C. B., FLANAGAN, K., BROOKHART, M., CLARK, M., COOPER, C. M., DÉLANGES, V., EGEDAL, J., ENDRIZZI, D., KHALZOV, I. V., LI, H., MIESCH, M., MILHONE, J., NORNBERG, M., OLSON, J., PETERSON, E., ROESLER, F., SCHEKOCHIHIN, A., SCHMITZ, O., SILLER, R., SPITKOVSKY, A., STEMBO, A., WALLACE, J., WEISBERG, D. & ZWEIBEL, E. 2015 The Wisconsin plasma astrophysics laboratory. *J. Plasma Phys.* **81**, 345810501.
- FRANCI, L., CERRI, S. S., CALIFANO, F., LANDI, S., PAPINI, E., VERDINI, A., MATTEINI, L., JENKO, F. & HELLINGER, P. 2017 Magnetic reconnection as a driver for a sub-ion-scale cascade in plasma turbulence. *Astrophys. J. Lett.* **850**, L16.
- FRANK, J., KING, A. & RAINE, D. J. 2002 *Accretion Power in Astrophysics : Third Edition*. Cambridge University Press.
- FRICK, P. A., NOSKOV, V. I., DENISOV, S. A. & STEPANOV, V. A. 2010 Direct measurement of effective magnetic diffusivity in turbulent flow of liquid sodium. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 184502.
- FRIED, B. D. & CONTE, S. D. 1961 *The plasma dispersion function*. New York : Academic Press.
- FRISCH, U. 1995 *Turbulence : The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge, New York : Cambridge University Press.
- FROMANG, S. & LESUR, G. 2017 Angular momentum transport in accretion disks : a hydrodynamical perspective. In *Proceedings of the astrofluid conference in honor of Jean-Paul Zahn*, arXiv : 1705.03319.
- FROMANG, S. & PAPALOIZOU, J. C. B. 2007 MHD simulations of the magnetorotational instability in a shearing box with zero net flux. I. The issue of convergence. *Astron. Astrophys.* **476**, 1113.

- FROMANG, S., PAPALOIZOU, J. C. B., LESUR, G. & HEINEMANN, T. 2007 MHD simulations of the magnetorotational instability in a shearing box with zero net flux. II. The effect of transport coefficients. *Astron. Astrophys.* **476**, 1123.
- GAENSLER, B. M., BECK, R. & FERETTI, L. 2004 The origin and evolution of cosmic magnetism. *New Ast. Rev.* **48**, 1003.
- GAMMIE, C. F. 1996 Layered accretion in T Tauri disks. *Astrophys. J.* **457**, 355.
- GARY, S. P. 1992 The mirror and ion cyclotron anisotropy instabilities. *J. Geophys. Res.* **97**, 8519.
- GÉNOT, V., BUDNIK, E., HELLINGER, P., PASSOT, T., BELMONT, G., TRÁVNÍČEK, P. M., SULEM, P.-L., LUCEK, E. & DANDOURAS, I. 2009 Mirror structures above and below the linear instability threshold : Cluster observations, fluid model and hybrid simulations. *Ann. Geophys.* **27**, 601.
- GENZEL, R., EISENHAUER, F. & GILLESSEN, S. 2010 The Galactic center massive black hole and nuclear star cluster. *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3121.
- GIZON, L. & BIRCH, A. C. 2012 Helioseismology challenges models of solar convection. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **109**, 11896.
- GOLDREICH, P. & LYNDEN-BELL, D. 1965 II. Spiral arms as sheared gravitational instabilities. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **130**, 125.
- GREBOGI, C., OTT, E. & YORKE, J. A. 1987 Basin boundary metamorphoses : changes in accessible boundary orbits. *Physica D* **24**, 243.
- GREEN, G., VLAYKOV, D. G., MELLADO, J. P. & WILCZEK, M. 2020 Resolved energy budget of superstructures in Rayleigh–Bénard convection. *J. Fluid Mech.* **887**, A21.
- GREER, B. J., HINDMAN, B. W., FEATHERSTONE, N. A. & TOOMRE, J. 2015 Helioseismic imaging of fast convective flows throughout the near-surface shear layer. *Astrophys. J.* **803**, L17.
- GRENIER, I. A., BLACK, J. H. & STRONG, A. W. 2015 The nine lives of cosmic rays in galaxies. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **53**, 199.
- GRESSEL, O. 2010 A mean-field approach to the propagation of field patterns in stratified magnetorotational turbulence. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **405**, 41.
- GRESSEL, O. & PESSAH, M. E. 2015 Characterizing the mean-field dynamo in turbulent accretion disks. *ApJ* **810**, 59.
- GROSSMANN, S., LOHSE, D. & SUN, C. 2016 High-Reynolds number Taylor-Couette turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **48**, 53.
- GUALTIERI, P., CASCIOLA, C. M., BENZI, R., AMATI, G. & PIVA, R. 2002 Scaling laws and intermittency in homogeneous shear flow. *Phys. Fluids* **14**, 583.
- HAMILTON, J. M., KIM, J. & WALEFFE, F. 1995 Regeneration mechanisms of near-wall turbulence structures. *J. Fluid Mech.* **287**, 317.
- HANASOGE, S. M., DUVALL, T. L. & SREENIVASAN, K. R. 2012 Anomalously weak solar convection. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **109**, 11928.

- HART, A. B. 1954 Motions in the Sun at the photospheric level. IV. The equatorial rotation and possible velocity fields in the photosphere. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **114**, 17.
- HARTLEP, T., TILGNER, A. & BUSSE, F. H. 2003 Large scale structures in Rayleigh-Bénard convection at high Rayleigh numbers. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 064501.
- HARTMANN, L. 2009 *Accretion Processes in Star Formation : Second Edition*. Cambridge University Press.
- HASEGAWA, A. 1969 Drift mirror instability of the magnetosphere. *Phys. Fluids* **12**, 2642.
- HATHAWAY, D. H., BECK, J. G., BOGART, R. S., BACHMANN, K. T., KHATRI, G., PETITTO, J. M., HAN, S. & RAYMOND, J. 2000 The photospheric convection spectrum. *Solar Phys.* **193**, 299.
- HAUGEN, N. E., BRANDENBURG, A. & DOBLER, W. 2004 Simulations of nonhelical hydromagnetic turbulence. *Phys. Rev. E* **70**, 016308.
- HAWLEY, J. F. & BALBUS, S. A. 1991 A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. II. Nonlinear evolution. *Astrophys. J.* **376**, 223.
- HAWLEY, J. F., BALBUS, S. A. & WINTERS, W. F. 1999 Local hydrodynamic stability of accretion disks. *Astrophys. J.* **518**, 394.
- HAWLEY, J. F., GAMMIE, C. F. & BALBUS, S. A. 1995 Local three-dimensional magnetohydrodynamic simulations of accretion disks. *Astrophys. J.* **440**, 742.
- HAWLEY, J. F., GAMMIE, C. F. & BALBUS, S. A. 1996 Local three-dimensional simulations of an accretion disk hydromagnetic dynamo. *Astrophys. J.* **464**, 690.
- HEACOX, W. D. 2015 *A primer on relativistic cosmology*. Cambridge University Press.
- HEINEMANN, T., MCWILLIAMS, J. C. & SCHEKOCHIHIN, A. A. 2011 Large-scale magnetic field generation by randomly forced shearing waves. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 255004.
- HEINEMANN, T. & QUATAERT, E. 2014 Linear Vlasov theory in the shearing sheet approximation with application to the magneto-rotational instability. *Astrophys. J.* **792**, 70.
- HELANDER, P., STRUMIK, M. & SCHEKOCHIHIN, A. A. 2016 Constraints on dynamo action in plasmas. *J. Plasma Phys.* **82**, 905820601.
- HELLINGER, P. 2007 Comment on the linear mirror instability near the threshold. *Physics of Plasmas* **14**, 082105.
- HELLINGER, P., KUZNETSOV, E. A., PASSOT, T., SULEM, P. L. & TRÁVNÍČEK, P. M. 2009 Mirror instability : from quasi-linear diffusion to coherent structures. *Geophys. Res. Letters* **36**, L06103.
- HELLINGER, P., TRÁVNÍČEK, P., KASPER, J. C. & LAZARUS, A. J. 2006 Solar wind proton temperature anisotropy : linear theory and WIND/SWE observations. *Geophys. Res. Letters* **33**, L09101.

- HERAULT, J., RINCON, F., COSSU, C., LESUR, G., OGILVIE, G. I. & LONGARETTI, P.-Y. 2011 Periodic magnetorotational dynamo action as a prototype of nonlinear magnetic-field generation in shear flows. *Phys. Rev. E* **84**, 036321.
- HITOMI COLLABORATION 2016 The quiescent intracluster medium in the core of the Perseus cluster. *Nature* **535**, 117.
- HOF, B., JUEL, A. & MULLIN, T. 2003 Scaling of the turbulence transition threshold in a pipe. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 244502.
- HOF, B., VAN DOORNE, C. W. H., WESTERWEEL, J., NIEUWSTADT, F. T. M., FAISST, H., ECKHARDT, B., WEDIN, H., KERSWELL, R. R. & WALEFFE, F. 2004 Experimental observation of nonlinear traveling waves in turbulent pipe flow. *Science* **305**, 1594.
- HOF, B., WESTERWEEL, J., SCHNEIDER, T. M. & ECKHARDT, B. 2006 Finite lifetime of turbulence in shear flows. *Nature* **443**, 59.
- HOPKINS, P. F., SQUIRE, J., CHAN, T. K., QUATAERT, E., JI, S., KERES, D. & FAUCHER-GIGUERE, C.-A. 2020 Testing physical models for cosmic ray transport coefficients on galactic scales : self-confinement and extrinsic turbulence at GeV energies. *Soumis à MNRAS* , arXiv : 2002.06211.
- HOTTA, H., REMPEL, M. & YOKOYAMA, T. 2014 High-resolution calculations of the solar global Convection with the reduced speed of sound technique. I. The structure of the convection and the magnetic field without the rotation. *Astrophys. J.* **786**, 24.
- HOWARD, A. W. 2013 Observed properties of extrasolar planets. *Science* **340**, 572.
- HUNANA, P., TENERANI, A., ZANK, G. P., GOLDSTEIN, M. L., WEBB, G. M., KHOMENKO, E., COLLADOS, M., CALLY, P. S., ADHIKARI, L. & VELLI, M. 2019a An introductory guide to fluid models with anisotropic temperatures. Part 2. Kinetic theory, Padé approximants and Landau fluid closures. *J. Plasma Phys.* **85**, 205850603.
- HUNANA, P., TENERANI, A., ZANK, G. P., KHOMENKO, E., GOLDSTEIN, M. L., WEBB, G. M., CALLY, P. S., COLLADOS, M., VELLI, M. & ADHIKARI, L. 2019b An introductory guide to fluid models with anisotropic temperatures. Part 1. CGL description and collisionless fluid hierarchy. *J. Plasma Phys.* **85**, 205850602.
- HWANG, Y. & COSSU, C. 2010 Self-sustained process at large scales in turbulent channel flow. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 044505.
- HWANG, Y. & COSSU, C. 2011 Self-sustained processes in the logarithmic layer of turbulent channel flows. *Phys. Fluids* **23**, 061702.
- IOANNOU, P. J. & KAKOURIS, A. 2001 Stochastic dynamics of Keplerian accretion disks. *Astrophys. J.* **550**, 931.
- ISKAKOV, A. B., SCHEKOCIHIN, A. A., COWLEY, S. C., MCWILLIAMS, J. C. & PROCTOR, M. R. E. 2007 Numerical demonstration of fluctuation dynamo at low magnetic Prandtl numbers. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 208501.

- ISLAM, T. & BALBUS, S. 2005 Dynamics of the magnetoviscous instability. *Astrophys. J.* **633**, 328.
- ISTOMIN, Y. N., POKHOTILOV, O. A. & BALIKHIN, M. A. 2009 Mirror instability in space plasmas : solitons and cnoidal waves. *Phys. Plasmas* **16**, 062905.
- ITANO, T. & TOH, S. 2001 The dynamics of bursting process in wall turbulence. *J. Phys. Soc. Jpn.* **70**, 703.
- JI, H. & BALBUS, S. 2013 Angular momentum transport in astrophysics and in the lab. *Phys. Today* **66**, 27.
- JI, H., BURIN, M., SCHATMAN, E. & GOODMAN, J. 2006 Hydrodynamic turbulence cannot transport angular momentum effectively in astrophysical disks. *Nature* **444**, 343.
- JOY, S. P., KIVELSON, M. G., WALKER, R. J., KHURANA, K. K., RUSSELL, C. T. & PATERSON, W. R. 2006 Mirror mode structures in the Jovian magnetosheath. *J. Geophys. Res.* **111**, A12212.
- KAMIONKOWSKI, M. & KOVETZ, E. D. 2016 The quest for B modes from inflationary gravitational waves. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **54**, 227.
- KÄPYLÄ, P. J. & KORPI, M. J. 2011 Magnetorotational instability driven dynamos at low magnetic Prandtl numbers. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **413**, 901.
- KAWAHARA, G. & KIDA, S. 2001 Periodic motion embedded in plane Couette turbulence : regeneration cycle and burst. *J. Fluid Mech.* **449**, 291.
- KAZANTSEV, A. P. 1967 Enhancement of a magnetic field by a conducting fluid. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **53**, 1806, english translation : *Sov. Phys. JETP*, **26**, 1031 (1968).
- KERSWELL, R. R., PRINGLE, C. C. T. & WILLIS, A. P. 2014 An optimization approach for analysing nonlinear stability with transition to turbulence in fluids as an exemplar. *Rep. Prog. Phys.* **77**, 085901.
- KESSAR, M., HUGHES, D. W., KERSALÉ, E., MIZERSKI, K. A. & TOBIAS, S. M. 2019 Scale selection in the stratified convection of the solar photosphere. *Astrophys. J.* **874**, 103.
- KIM, K. C. & ADRIAN, R. J. 1999 Very large-scale motion in the outer layer. *Phys. Fluids* **11**, 417.
- KITOH, O. & UMEKI, M. 2008 Experimental study on large-scale streak structure in the core region of turbulent plane Couette flow. *Phys. Fluids* **20**, 025107.
- KIVELSON, M. G. & SOUTHWOOD, D. J. 1996 Mirror instability II : The mechanism of nonlinear saturation. *J. Geophys. Res.* **101**, 17365.
- KIYANI, K. H., OSMAN, K. T. & CHAPMAN, S. C. 2015 Dissipation and heating in solar wind turbulence : from the macro to the micro and back again. *Phil. Trans. Roy. Soc. A* **373**, 20140155.
- KLEVA, R. G. 1994 Collisionless dynamo. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1509.
- KOTERA, K. & OLINTO, A. V. 2011 The astrophysics of ultrahigh-energy cosmic rays. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **49**, 119.

- KRAVTSOV, A. V. & BORGANI, S. 2012 Formation of galaxy clusters. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **50**, 353.
- KREILOS, T. & ECKHARDT, B. 2012 Periodic orbits near the onset of chaos in plane Couette flow. *Chaos* **22**, 047505.
- KULSRUD, R., COWLEY, S. C., GRUZINOV, A. V. & SUDAN, R. N. 1997 Dynamos and cosmic magnetic fields. *Phys. Rep.* **283**, 213.
- KULSRUD, R. M. 1983 MHD description of plasma. In *Handbook of plasma physics. Volume 1 : basic plasma physics* (ed. A. A. Galeev & R. N. Sudan), p. 115. North-Holland.
- KUMAR, A., CHATTERJEE, A. G. & VERMA, M. K. 2014 Energy spectrum of buoyancy-driven turbulence. *Phys. Rev. E* **90**, 023016.
- KUNZ, M. W. 2011 Dynamical stability of a thermally stratified intracluster medium with anisotropic momentum and heat transport. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **417**, 602.
- KUNZ, M. W., SCHEKOCHIHIN, A. A., COWLEY, S. C., BINNEY, J. J. & SANDERS, J. S. 2011 A thermally stable heating mechanism for the intracluster medium : turbulence, magnetic fields and plasma instabilities. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **410**.
- KUNZ, M. W., SCHEKOCHIHIN, A. A. & STONE, J. M. 2014a Firehose and mirror instabilities in a collisionless shearing plasma. *Phys. Rev. Lett.* **112**, 205003.
- KUNZ, M. W., STONE, J. M. & BAI, X.-N. 2014b Pegasus : a new hybrid-kinetic particle-in-cell code for astrophysical plasma dynamics. *J. Comp. Phys.* **259**, 154.
- KUNZ, M. W., STONE, J. M. & QUATAERT, E. 2016 Magnetorotational turbulence and dynamo in a collisionless plasma. *Phys. Rev. Lett.* **117**, 235101.
- LAN, Y. & CVITANOVIĆ, P. 2008 Unstable recurrent patterns in Kuramoto-Sivashinsky dynamics. *Phys. Rev. E* **78**, 026208.
- LANDAHL, M. T. 1980 A note on an algebraic instability of inviscid parallel shear flows. *J. Fluid Mech.* **98**, 243.
- LAVAL, J.-P., BLAINEAU, P., LEPROVOST, N., DUBRULLE, B. & DAVIAUD, F. 2006 Influence of turbulence on the dynamo threshold. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 204503.
- LEIGHTON, R. B., NOYES, R. W. & SIMON, G. W. 1962 Velocity fields in the solar atmosphere. I. Preliminary report. *Astrophys. J.* **135**, 474.
- LESUR, G., KUNZ, M. W. & FROMANG, S. 2014 Thanatology in protoplanetary discs. The combined influence of Ohmic, Hall, and ambipolar diffusion on dead zones. *Astron. Astrophys.* **566**, A56.
- LESUR, G. & LONGARETTI, P.-Y. 2005 On the relevance of subcritical hydrodynamic turbulence to accretion disk transport. *Astron. Astrophys.* **444**, 25.
- LESUR, G. & LONGARETTI, P.-Y. 2007 Impact of dimensionless numbers on the efficiency of magnetorotational instability induced turbulent transport. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **378**, 1471.

- LESUR, G. & OGILVIE, G. I. 2008a Localized magnetorotational instability and its role in the accretion disc dynamo. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **391**, 1437.
- LESUR, G. & OGILVIE, G. I. 2008b On self-sustained dynamo cycles in accretion discs. *Astron. Astrophys.* **488**, 451.
- LIN, D. N. C. & PAPALOIZOU, J. C. B. 1996 Theory of accretion disks II : application to observed systems. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **34**, 703.
- LITHWICK, Y. 2007 Nonlinear evolution of hydrodynamical shear flows in two dimensions. *Astrophys. J.* **670**, 789.
- LIVRE BLANC FRANÇAIS SKA 2017 The French community towards the Square Kilometre Array , arXiv : 1712.06950.
- LONGARETTI, P.-Y. 2002 On the phenomenology of hydrodynamic shear turbulence. *Astrophys. J.* **576**, 587.
- LONGARETTI, P.-Y. & LESUR, G. 2010 MRI-driven turbulent transport : the role of dissipation, channel modes and their parasites. *Astron. Astrophys.* **516**, 51.
- LOPEZ, J. M. & AVILA, M. 2017 Boundary-layer turbulence in experiments on quasi-Keplerian flows. *J. Fluid Mech.* **817**, 21.
- LORD, J. W., CAMERON, R. H., RAST, M. P., REMPEL, M. & ROUDIER, T. 2014 The role of subsurface flows in solar surface convection : modeling the spectrum of supergranular and larger scale Flows. *Astrophys. J.* **793**, 24.
- LUCAS, D. & KERSWELL, R. R. 2015 Recurrent flow analysis in spatiotemporally chaotic 2-dimensional Kolmogorov flow. *Phys. Fluids* **27**, 045106.
- LUCAS, D. & KERSWELL, R. R. 2017 Sustaining processes from recurrent flows in body-forced turbulence. *J. Fluid Mech.* **817**, R3.
- LYNDEN-BELL, D. & PRINGLE, J. E. 1974 The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **168**, 603.
- MADAU, P. & DICKINSON, M. 2014 Cosmic star-formation history. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **52**, 415.
- MALHERBE, J.-M., ROUDIER, T., STEIN, R. & FRANK, Z. 2018 Dynamics of trees of fragmenting granules in the quiet Sun : Hinode/SOT observations compared to numerical simulation. *Solar Phys.* **293**, 4.
- MARCOWITH, A., FERRAND, G., GRECH, M., MELIANI, Z., PLOTNIKOV, I. & WALDER, R. 2020 Multi-scale simulations of particle acceleration in astrophysical systems. *à paraître dans Living Rev. Comp. Ast.* , arXiv : 2002.09411.
- MARETZKE, S., HOF, B. & AVILA, M. 2014 Transient growth in linearly stable Taylor-Couette flows. *J. Fluid Mech.* **742**, 254.
- MATTEINI, L., LANDI, S., HELLINGER, P. & VELLI, M. 2006 Parallel proton firehose instability in the expanding solar wind : hybrid simulations. *J. Geophys. Res.* **111**, A10101.

- MCCOURT, M., QUATAERT, E. & PARRISH, I. J. 2013 What sets temperature gradients in galaxy clusters? Implications for non-thermal pressure support and mass-observable scaling relations. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **432**, 404.
- MCKEAN, M. E., GARY, S. P. & WINSKE, D. 1993 Kinetic physics of the mirror instability. *J. Geophys. Res.* **98**, 21313.
- MEHEUT, H., FROMANG, S., LESUR, G., JOOS, M. & LONGARETTI, P.-Y. 2015 Angular momentum transport and large eddy simulations in magnetorotational turbulence : the small Pm limit. *Astron. Astrophys.* **579**, A117.
- MEHTA, P. G. & HEALEY, T. J. 2005 On steady solutions of symmetry-preserving perturbations of the two-dimensional Couette flow problem. *Phys. Fluids* **17**, 4108.
- MEINECKE, J., TZEFERACOS, P., BELL, A. R., BINGHAM, R., CLARKE, R., CHURAZOV, E., CROWSTON, R., DOYLE, H., DRAKE, R. P., HEATHCOTE, R., KOENIG, M., KURAMITSU, Y., KURANZ, C., LEE, D., MACDONALD, M., MURPHY, C., NOTLEY, M., PARK, H.-S., PELKA, A., RAVASIO, A., REVILLE, B., SAKAWA, Y., WAN, W., WOOLSEY, N., YURCHAK, R., MINIATI, F., SCHEKOCHIHIN, A. A., LAMB, D. & GREGORI, G. 2015 Developed turbulence and nonlinear amplification of magnetic fields in laboratory and astrophysical plasmas. *Proc. Nat. Acad. Sci.* **112**, 8211.
- MELVILLE, S., SCHEKOCHIHIN, A. A. & KUNZ, M. W. 2016 Pressure-anisotropy-driven microturbulence and magnetic-field evolution in shearing, collisionless plasma. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **459**, 2701.
- MENEGUZZI, M., FRISCH, U. & POUQUET, A. 1981 Helical and nonhelical turbulent dynamos. *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1060.
- MEYRAND, R., KANEKAR, A., DORLAND, W. & SCHEKOCHIHIN, A. A. 2019 Fluidization of collisionless plasma turbulence. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **116**, 1185.
- MIESCH, M. S. 2005 Large-scale dynamics of the convection zone and tachocline. *Living Rev. Sol. Phys.* **2**, 1.
- MIESCH, M. S., GILMAN, P. A. & DIKPATI, M. 2007 Nonlinear evolution of global magnetoshear instabilities in a three-dimensional thin-shell model of the solar tachocline. *Astrophys. J. Supp. Ser.* **168**, 337.
- MININNI, P. D., GÓMEZ, D. O. & MAHAJAN, S. M. 2002 Dynamo action in Hall magnetohydrodynamics. *Astrophys. J. Lett.* **567**, L81.
- MIRALLES, S., BONNEFOY, N., BOURGOIN, M., ODIER, P., PINTON, J.-F., PLIHON, N., VERHILLE, G., BOISSON, J., DAVIAUD, F. & DUBRULLE, B. 2013 Dynamo threshold detection in the von Kármán sodium experiment. *Phys. Rev. E* **88**, 013002.
- MOFFATT, H. K. 1977 *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*. Cambridge University Press.

- MOGAVERO, F. & SCHEKOCIHIN, A. A. 2014 Models of magnetic field evolution and effective viscosity in weakly collisional extragalactic plasmas. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **440**, 3226.
- MONIN, A. S. & YAGLOM, A. M. 1971 *Statistical fluid mechanics : mechanics of turbulence*. MIT Press.
- MONOKROUSOS, A., BOTTARO, A., BRANDT, L., DI VITA, A. & HENNINGSON, D. S. 2011 Nonequilibrium thermodynamics and the optimal path to turbulence in shear flows. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 134502.
- MUKHOPADHYAY, B., AFSHORDI, N. & NARAYAN, R. 2005 Bypass to turbulence in hydrodynamic accretion disks : an eigenvalue approach. *Astrophys. J.* **629**, 383.
- MULLIN, T. 2011 Experimental studies of transition to turbulence in a pipe. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **43**, 1.
- NAGATA, M. 1990 Three-dimensional finite-amplitude solutions in plane Couette flow : bifurcation from infinity. *J. Fluid Mech.* **217**, 519.
- NAUMAN, F. & PESSAH, M. E. 2016 Sustained turbulence in differentially rotating magnetized fluids at a low magnetic Prandtl number. *Astrophys. J.* **833**, 187.
- NORLUND, Å., STEIN, R. F. & ASPLUND, M. 2009 Solar surface convection. *Living Rev. Sol. Phys.* **6**, 2.
- OBOUKHOV, A. M. 1959 The influence of hydrostatic forces on the structure of the temperature field turbulent flow. *Dokl. Akad. Nauk. SSR* **125**, 1246.
- OGILVIE, G. I. & PRINGLE, J. E. 1996 The non-axisymmetric instability of a cylindrical shear flow containing an azimuthal magnetic field. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **279**, 152.
- OISHI, J. S. & MAC LOW, M.-M. 2011 Magnetorotational turbulence transports angular momentum in stratified disks with low magnetic Prandtl number but magnetic Reynolds number above a critical value. *Astrophys. J.* **740**, 18.
- OSTILLA-MÓNICO, R., VERZICCO, R., GROSSMANN, S. & LOHSE, D. 2014 Turbulence decay towards the linearly stable regime of Taylor-Couette flow. *J. Fluid Mech.* **748**, R3.
- OTA, N., NAGAI, D. & LAU, E. T. 2018 Constraining hydrostatic mass bias of galaxy clusters with high-resolution X-ray spectroscopy. *Pub. Astron. Soc. Jap.* **70**, 51.
- OTT, E. 2002 *Chaos in dynamical systems*. Cambridge University Press.
- PALIS, J. & TAKENS, F. 1993 *Hyperbolicity and sensitive chaotic dynamics at homoclinic bifurcations*. Cambridge University Press.
- PANDEY, A., SCHEEL, J. D. & SCHUMACHER, J. 2018 Turbulent superstructures in Rayleigh-Bénard convection. *Nat. Comm.* **9**, 2118.
- PANTELLINI, F. G. E. 1998 A model of the formation of stable nonpropagating magnetic structures in the solar wind based on the nonlinear mirror instability. *J. Geophys. Res.* **103**, 4789.

- PAOLETTI, M. S. & LATHROP, D. P. 2011 Angular momentum transport in turbulent flow between independently rotating cylinders. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 024501.
- PAOLETTI, M. S., VAN GILS, D. P. M., DUBRULLE, B., SUN, C., LOHSE, D. & LATHROP, D. P. 2012 Angular momentum transport and turbulence in laboratory models of Keplerian flows. *Astron. Astrophys.* **547**, A64.
- PAPALOIZOU, J. C. B. & LIN, D. N. C. 1995 Theory of accretion disks I : angular momentum transport processes. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **33**, 505.
- PARASHAR, T. N., SALEM, C., WICKS, R. T., KARIMABADI, H., GARY, S. P. & MATTHAEUS, W. H. 2015 Turbulent dissipation challenge : a community-driven effort. *J. Plasma Phys.* **81**, 905810513.
- PARKER, E. N. 1955 Hydromagnetic dynamo models. *Astrophys. J.* **122**, 293.
- PARKER, E. N. 1958 Dynamical instability in an anisotropic ionized gas of low density. *Phys. Rev.* **109**, 1874.
- PARKER, J. T. & DELLAR, P. J. 2015 Fourier-Hermite spectral representation for the Vlasov-Poisson system in the weakly collisional limit. *J. Plasma Phys.* **81**, 305810203.
- PARODI, A., VON HARDENBERG, J., PASSONI, G., PROVENZALE, A. & SPIEGEL, E. A. 2004 Clustering of plumes in turbulent convection. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 194503.
- PASSOT, T. & SULEM, P. L. 2007 Collisionless magnetohydrodynamics with gyrokinetic effects. *Phys. Plasmas* **14**, 082502.
- PENZIAs, A. A. & WILSON, R. W. 1965 A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s. *Astrophys. J.* **142**, 419.
- PLANCK COLLABORATION, ADE, P. A. R., AGHANIM, N., ALVES, M. I. R., ARMITAGE-CAPLAN, C., ARNAUD, M., ASHDOWN, M., ATRIO-BARANDELA, F., AUMONT, J., AUSSEL, H. & ET AL. 2014 Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. *Astron. Astrophys.* **571**, A1.
- PLIHON, N., BOUSSELIN, G., PALERMO, F., MORALES, J., BOS, W. J. T., GODEFERD, F., BOURGOIN, M., PINTON, J.-F., MOULIN, M. & AANESLAND, A. 2015 Flow dynamics and magnetic induction in the von-Karman plasma experiment. *J. Plasma Phys.* **81**, 345810102.
- POKHOTELOV, O. A., SAGDEEV, R. Z., BALIKHIN, M. A., FEDUN, V. N. & DUDNIKOVA, G. I. 2010 Nonlinear mirror and Weibel modes : peculiarities of quasi-linear dynamics. *Ann. Geophys.* **28**, 2161.
- POKHOTELOV, O. A., SAGDEEV, R. Z., BALIKHIN, M. A., ONISHCHENKO, O. G. & FEDUN, V. N. 2008 Nonlinear mirror waves in non-Maxwellian space plasmas. *J. Geophys. Res.* **113**, A04225.
- POLITANO, H. & POUQUET, A. 1998a Dynamical length scales for turbulent magnetized flows. *Geophys. Res. Letters* **25**, 273.

- POLITANO, H. & POUQUET, A. 1998*b* von Kármán-Howarth equation for magnetohydrodynamics and its consequences on third-order longitudinal structure and correlation functions. *Phys. Rev. E* **57**, R21.
- PONTY, Y., MININNI, P. D., MONTGOMERY, D. C., PINTON, J.-F., POLITANO, H. & POUQUET, A. 2005 Numerical study of dynamo action at low magnetic Prandtl numbers. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 164502.
- PRINGLE, C. C. T. & KERSWELL, R. R. 2007 Asymmetric, helical, and mirror-symmetric traveling waves in pipe flow. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 074502.
- PRINGLE, J. E. 1981 Accretion discs in astrophysics. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **19**, 137.
- PUSZTAI, I., JUNO, J., BRANDENBURG, A., TENBARGE, J. M., HAKIM, A., FRANCISQUEZ, M. & SUNDSTRÖM, A. 2020 Dynamo in weakly collisional non-magnetized plasmas impeded by Landau damping of magnetic fields. *Soumis*, arXiv : 2001.11929.
- QUATAERT, E. 2008 Buoyancy instabilities in weakly magnetized low-collisionality plasmas. *Astrophys. J.* **673**, 758.
- QUATAERT, E., DORLAND, W. & HAMMETT, G. W. 2002 The magnetorotational instability in a collisionless plasma. *Astrophys. J.* **577**, 524.
- RAHBARNIA, K., BROWN, B. P., CLARK, M. M., KAPLAN, E. J., NORBERG, M. D., RASMUS, A. M., ZANE TAYLOR, N., FOREST, C. B., JENKO, F., LIMONE, A., PINTON, J.-F., PLIHON, N. & VERHILLE, G. 2012 Direct observation of the turbulent emf and transport of magnetic field in a liquid sodium experiment. *Astrophys. J.* **759**, 80.
- RATH, M. & ECKHARDT, B. 2013 Mean field model for turbulence transition in plane poiseuille flow. In *Proceedings of the 14<sup>th</sup> European Turbulence Conference*.
- RAWAT, S., COSSU, C., HWANG, Y. & RINCON, F. 2015 On the self-sustained nature of large-scale motions in turbulent Couette flow. *J. Fluid Mech.* **782**, 515.
- RAWAT, S., COSSU, C. & RINCON, F. 2014 Relative periodic orbits in plane Poiseuille flow. *Comptes Rendus Mécanique* **342**, 485.
- RAWAT, S., COSSU, C. & RINCON, F. 2016 Travelling-wave solutions bifurcating from relative periodic orbits in plane Poiseuille flow. *Comptes Rendus Mécanique* **344**, 448.
- RAZDOBURDIN, D. & ZHURAVLEV, V. 2018 Transient dynamics of perturbations in astrophysical discs. In *Accretion Flows in Astrophysics*, p. 259. Springer.
- RAZDOBURDIN, D. N. & ZHURAVLEV, V. V. 2012 Optimal growth of small perturbations in thin gaseous disks. *Astron. Lett.* **38**, 117.
- RAZDOBURDIN, D. N. & ZHURAVLEV, V. V. 2017 Transient growth of perturbations on scales beyond the accretion disc thickness. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **467**, 849.
- REMPEL, E. L., LESUR, G. & PROCTOR, M. R. E. 2010 Supertransient magnetohydrodynamic turbulence in Keplerian shear flows. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 044501.

- REMPEL, M. 2006 Flux-transport dynamos with Lorentz force feedback on differential rotation and meridional flow : saturation mechanism and torsional oscillations. *Astrophys. J.* **647**, 662.
- REYNOLDS, O. 1883 An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous and of the law of resistance in parallel channels. *Phil. Trans. R. Soc.* **174**, 935.
- RICHARD, D. & ZAHN, J. P. 1999 Turbulence in differentially rotating flows. What can be learned from the Couette-Taylor experiment. *Astron. Astrophys.* **347**, 734.
- RIEUTORD, M., LUDWIG, H., ROUDIER, T., NORDLUND, Å. & STEIN, R. 2002 A simulation of solar convection at supergranulation scale. *Nuovo Cimento C* **25**, 523.
- RIEUTORD, M. & RINCON, F. 2010 The Sun's supergranulation. *Living Rev. Sol. Phys.* **7**, 2.
- RIEUTORD, M., ROUDIER, T., MALHERBE, J. M. & RINCON, F. 2000 On mesogranulation, network formation and supergranulation. *Astron. Astrophys.* **357**, 1063.
- RIEUTORD, M., ROUDIER, T., RINCON, F., MALHERBE, J.-M., MEUNIER, N., BERGER, T. & FRANK, Z. 2010 On the power spectrum of solar surface flows. *Astron. Astrophys.* **512**, A4.
- RINCON, F. 2006 Anisotropy, inhomogeneity and inertial-range scalings in turbulent convection. *J. Fluid Mech.* **563**, 43.
- RINCON, F. 2007a On the existence of two-dimensional nonlinear steady states in plane Couette flow. *Phys. Fluids* **19**, 074105.
- RINCON, F. 2007b Theories of convection and the spectrum of turbulence in the solar photosphere. In *IAU Symposium* (ed. F. Kupka, I. Roxburgh & K. L. Chan), *IAU Symposium Series*, vol. 239, p. 58.
- RINCON, F. 2019 Dynamo theories. *J. Plasma Phys.* **85**, 205850401.
- RINCON, F., CALIFANO, F., SCHEKOCHIHIN, A. A. & VALENTINI, F. 2016 Turbulent dynamo in a collisionless plasma. *Proc. Nat. Acad. Sci.* **113**, 3950.
- RINCON, F., LIGNIÈRES, F. & RIEUTORD, M. 2005 Mesoscale flows in large aspect ratio simulations of turbulent compressible convection. *Astron. Astrophys.* **430**, L57.
- RINCON, F., OGILVIE, G. I. & COSSU, C. 2007a On self-sustaining processes in Rayleigh-stable rotating plane Couette flows and subcritical transition to turbulence in accretion disks. *Astron. Astrophys.* **463**, 817.
- RINCON, F., OGILVIE, G. I. & PROCTOR, M. R. E. 2007b Self-sustaining nonlinear dynamo process in Keplerian shear flows. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 254502.
- RINCON, F., OGILVIE, G. I., PROCTOR, M. R. E. & COSSU, C. 2008 Subcritical dynamos in shear flows. *Astron. Nachr.* **329**, 750.

- RINCON, F. & RIEUTORD, M. 2018 The Sun's supergranulation. *Living Rev. Sol. Phys.* **15**, 6.
- RINCON, F., ROUDIER, T., SCHEKOCHIHIN, A. A. & RIEUTORD, M. 2017 Supergranulation and multiscale flows in the solar photosphere. Global observations vs. a theory of anisotropic turbulent convection. *Astron. Astrophys.* **599**, A69.
- RINCON, F., SCHEKOCHIHIN, A. A. & COWLEY, S. C. 2015 Non-linear mirror instability. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **447**, L45.
- RIOLS, A., RINCON, F., COSSU, C., LESUR, G., LONGARETTI, P.-Y., OGILVIE, G. I. & HERAULT, J. 2013 Global bifurcations to subcritical magnetorotational dynamo action in Keplerian shear flow. *J. Fluid Mech.* **731**, 1.
- RIOLS, A., RINCON, F., COSSU, C., LESUR, G., OGILVIE, G. I. & LONGARETTI, P.-Y. 2015 Dissipative effects on the sustainment of a magnetorotational dynamo in Keplerian shear flow. *Astron. Astrophys.* **575**, A14.
- RIOLS, A., RINCON, F., COSSU, C., LESUR, G., OGILVIE, G. I. & LONGARETTI, P.-Y. 2017 Magnetorotational dynamo chimeras. The missing link to turbulent accretion disk dynamo models? *Astron. Astrophys.* **598**, A87.
- RIQUELME, M. A., QUATAERT, E. & VERSCHAREN, D. 2015 Particle-in-cell simulations of continuously driven mirror and ion cyclotron instabilities in high beta astrophysical and heliospheric plasmas. *Astrophys. J.* **800**, 27.
- ROSENBLUTH, M. N. 1956 Stability of the pinch. *Tech. Rep.*. Los Alamos National Laboratory.
- ROSIN, M. S., SCHEKOCHIHIN, A. A., RINCON, F. & COWLEY, S. C. 2011 A non-linear theory of the parallel firehose and gyrothermal instabilities in a weakly collisional plasma. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **413**, 7.
- ROUDIER, T., LIGNIÈRES, F., RIEUTORD, M., BRANDT, P. N. & MALHERBE, J. M. 2003 Families of fragmenting granules and their relation to meso- and supergranular flow fields. *Astron. Astrophys.* **409**, 29.
- ROUDIER, T., MALHERBE, J. M., RIEUTORD, M. & FRANK, Z. 2016 Relation between trees of fragmenting granules and supergranulation evolution. *Astron. Astrophys.* **590**, A121.
- ROUDIER, T., RIEUTORD, M., BRITO, D., RINCON, F., MALHERBE, J. M., MEUNIER, N., BERGER, T. & FRANK, Z. 2009 Mesoscale dynamics on the Sun's surface from HINODE observations. *Astron. Astrophys.* **495**, 945.
- RUDAKOV, L. I. & SAGDEEV, R. Z. 1961 On the instability of a nonuniform rarefied plasma in a strong magnetic field. *Sov. Phys. Dokl.* **6**, 415.
- SAHRAOUI, F., GOLDSTEIN, M. L., BELMONT, G., CANU, P. & REZEAU, L. 2010 Three dimensional anisotropic  $k$  spectra of turbulence at subproton scales in the Solar Wind. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 131101.
- SAHRAOUI, F., GOLDSTEIN, M. L., ROBERT, P. & KHOTYAINTSEV, Y. V. 2009 Evidence of a cascade and dissipation of solar-wind turbulence at the electron gyroscale. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 231102.

- SALEWSKI, M. & ECKHARDT, B. 2015 Turbulent states in plane couette flow with rotation. *Phys. Fluids* **27**, 045109.
- SANDERS, J. S., DENNERL, K., RUSSELL, H. R., ECKERT, D., PINTO, C., FABIAN, A. C., WALKER, S. A., TAMURA, T., ZUHONE, J. & HOFMANN, F. 2020 Measuring bulk flows of the intracluster medium in the Perseus and Coma galaxy clusters using XMM-Newton. *Astron. Astrophys.* **633**, A42.
- SCHARTMANN, E., JI, H., BURIN, M. & GOODMAN, J. 2011 Stability of quasi-Keplerian shear flow in a laboratory experiment. *Astron. Astrophys.* **82**, 3121.
- SCHEKOCHIHIN, A. A. & COWLEY, S. C. 2006 Turbulence, magnetic fields, and plasma physics in clusters of galaxies. *Phys. Plasmas* **13**, 056501.
- SCHEKOCHIHIN, A. A., COWLEY, S. C., KULSRUD, R. M., HAMMETT, G. W. & SHARMA, P. 2005a Plasma instabilities and magnetic field growth in clusters of galaxies. *Astrophys. J.* **629**, 139.
- SCHEKOCHIHIN, A. A., COWLEY, S. C., KULSRUD, R. M., ROSIN, M. S. & HEINEMANN, T. 2008 Nonlinear growth of firehose and mirror fluctuations in astrophysical plasmas. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 081301.
- SCHEKOCHIHIN, A. A., COWLEY, S. C., MARON, J. L. & MCWILLIAMS, J. C. 2004a Critical magnetic Prandtl number for small-scale dynamo. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 054502.
- SCHEKOCHIHIN, A. A., COWLEY, S. C., RINCON, F. & ROSIN, M. S. 2010 Magnetofluid dynamics of magnetized cosmic plasma : firehose and gyrothermal instabilities. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **405**, 291.
- SCHEKOCHIHIN, A. A., COWLEY, S. C., TAYLOR, S. F., MARON, J. L. & MCWILLIAMS, J. C. 2004b Simulations of the small-scale turbulent dynamo. *Astrophys. J.* **612**, 276.
- SCHEKOCHIHIN, A. A., HAUGEN, N. E. L., BRANDENBURG, A., COWLEY, S. C., MARON, J. L. & MCWILLIAMS, J. C. 2005b The onset of a small-scale turbulent dynamo at low magnetic Prandtl numbers. *Astrophys. J.* **625**, L115.
- SCHEKOCHIHIN, A. A., PARKER, J. T., HIGHCOCK, E. G., DELLAR, P. J., DORLAND, W. & HAMMETT, G. W. 2016 Phase mixing versus nonlinear advection in drift-kinetic plasma turbulence. *J. Plasma Phys.* **82**, 905820212.
- SCHMIEGEL, A. 1997 Fractal stability border in plane Couette Flow. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5250.
- SCHNEIDER, T., ECKHARDT, B. & YORKE, J. A. 2007 Turbulence transition and the edge of chaos in pipe flow. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 034502.
- SHAPIRO, V. D. & SHEVCHENKO, V. I. 1964 Quasilinear theory of instability of a plasma with an anisotropic ion velocity distribution. *Sov. Phys. JETP* **18**, 1109.
- SHARMA, P., QUATAERT, E., HAMMETT, G. W. & STONE, J. M. 2007 Electron Heating in Hot Accretion Flows. *Astrophys. J.* **667**, 714.

- SHI, J.-M., STONE, J. M. & HUANG, C. X. 2016 Saturation of the magnetorotational instability in the unstratified shearing box with zero net flux : convergence in taller boxes. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **456**, 2273.
- SHI, L., HOF, B., RAMPP, M. & AVILA, M. 2017 Hydrodynamic turbulence in quasi-Keplerian rotating flows. *Phys. Fluids* **29**, 044107.
- SIMARD, C., CHARBONNEAU, P. & DUBÉ, C. 2016 Characterisation of the turbulent electromotive force and its magnetically-mediated quenching in a global EULAG-MHD simulation of solar convection. *Adv. Space Res.* **58**, 1522.
- SIMON, J. B., BECKWITH, K. & ARMITAGE, P. J. 2012 Emergent mesoscale phenomena in magnetized accretion disc turbulence. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **422**, 2685.
- SIRONI, L. & NARAYAN, R. 2015 Electron heating by the ion cyclotron instability in collisionless accretion flows. I. Compression-driven instabilities and the electron heating mechanism. *Astrophys. J.* **800**, 88.
- SKUFCA, J. D., YORKE, J. A. & ECKHARDT, B. 2006 Edge of chaos in a parallel shear flow. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 174101.
- SMALE, S. 1967 Differentiable dynamical systems. *Bull. Amer. Math. Soc.* **73**, 747.
- SMOOT, G. F., BENNETT, C. L., KOGUT, A., WRIGHT, E. L., AYMEN, J., BOGESS, N. W., CHENG, E. S., DE AMICI, G., GULKIS, S., HAUSER, M. G., HINSHAW, G., JACKSON, P. D., JANSSEN, M., KAITA, E., KELSALL, T., KEEGSTRA, P., LINEWEAVER, C., LOEWENSTEIN, K., LUBIN, P., MATHER, J., MEYER, S. S., MOSELEY, S. H., MURDOCK, T., ROKKE, L., SILVERBERG, R. F., TENORIO, L., WEISS, R. & WILKINSON, D. T. 1992 Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps. *Astrophys. J. Lett.* **396**, L1.
- SNYDER, P. B., HAMMETT, G. W. & DORLAND, W. 1997 Landau fluid models of collisionless magnetohydrodynamics. *Phys. Plasmas* **4**, 3974.
- SOUCEK, J. & ESCOUBET, C. P. 2011 Cluster observations of trapped ions interacting with magnetosheath mirror modes. *Ann. Geophys.* **29**, 1049.
- SOUTHWOOD, D. J. & KIVELSON, M. G. 1993 Mirror instability. I - Physical mechanism of linear instability. *J. Geophys. Res.* **98**, 9181.
- SPRINGEL, V., FRENK, C. S. & WHITE, S. D. M. 2006 The large-scale structure of the Universe. *Nature* **440**, 1137.
- SQUIRE, J. & BHATTACHARJEE, A. 2015a Electromotive force due to magnetohydrodynamic fluctuations in sheared rotating turbulence. *Phys. Rev. E* **92**, 053101.
- SQUIRE, J. & BHATTACHARJEE, A. 2015b Statistical simulation of the magnetorotational dynamo. *Phys. Rev. Lett.* **114**, 085002.
- SQUIRE, J. & BHATTACHARJEE, A. 2016 The magnetic shear-current effect : generation of large-scale magnetic fields by the small-scale dynamo. *J. Plasma Phys.* **82**, 535820201.

- SQUIRE, J., QUATAERT, E. & SCHEKOCHIHIN, A. A. 2016 A stringent limit on the amplitude of Alfvénic perturbations in high-beta low-collisionality plasmas. *Astrophys. J.* **830**, L25.
- SQUIRE, J., SCHEKOCHIHIN, A. A., QUATAERT, E. & KUNZ, M. W. 2019 Magneto-immutable turbulence in weakly collisional plasmas. *J. Plasma Phys.* **85**, 905850114.
- ST-ONGE, D. A. 2019 Fluctuation dynamo in collisionless and weakly collisional magnetized plasmas. PhD thesis, University of Princeton. arXiv :1912.11072.
- ST-ONGE, D. A. & KUNZ, M. W. 2018 Fluctuation dynamo in a collisionless, weakly magnetized plasma. *Astrophys. J.* **863**, L25.
- STEENBECK, M., KRAUSE, F. & RÄDLER, K.-H. 1966 Berechnung der mittleren LORENTZ-Feldstärke  $\bar{v} \times \mathbf{B}$  für ein elektrisch leitendes Medium in turbulenter, durch CORIOLIS-Kräfte beeinflusster Bewegung. *Z. Naturforschung Teil A* **21**, 369.
- STEIN, R. F. & NORDLUND, Å. 1989 Topology of convection beneath the solar surface. *Astrophys. J. Lett.* **342**, L95.
- STEIN, R. F. & NORDLUND, Å. 1998 Simulations of solar granulation. I. General properties. *Astrophys. J.* **499**, 914.
- STONE, J. M., HAWLEY, J. F., GAMMIE, C. F. & BALBUS, S. A. 1996 Three-dimensional magnetohydrodynamical simulations of vertically stratified accretion disks. *Astrophys. J.* **463**, 656.
- SUBRAMANIAN, K. 2019 From primordial seed magnetic fields to the galactic dynamo. *Galaxies* **7**, 47.
- TAJIRI, M. 1967 Propagation of hydromagnetic waves in collisionless plasma. II. Kinetic approach. *J. Phys. Soc. Japan* **22**, 1482.
- TAYLOR, R., AGUDO, I., AKAHORI, T., BECK, R., GAENSLER, B., HEALD, G., JOHNSTON-HOLLITT, M., LANGER, M., RUDNICK, L., SCAIFE, A., SCHLEICHER, D., STIL, J. & RYU, D. 2015 SKA Deep Polarization and Cosmic Magnetism. *Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14)* p. 113, arXiv : 1501.02298.
- TERQUEM, C. & PAPALOIZOU, J. C. B. 1996 On the stability of an accretion disc containing a toroidal magnetic field. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **279**, 767.
- TEVZADZE, A. G., CHAGELISHVILI, G. D., ZAHN, J.-P., CHANISHVILI, R. G. & LOMINADZE, J. G. 2003 On hydrodynamic shear turbulence in stratified Keplerian disks : transient growth of small-scale 3D vortex mode perturbations. *Astron. Astrophys.* **407**, 779.
- TOBIAS, S. M., CATTANEO, F. & BOLDYREV, S. 2011a MHD dynamos and turbulence. In *The nature of turbulence* (ed. P. A. Davidson, Y. Kaneda & K. R. Sreenivasan). Cambridge University Press.
- TOBIAS, S. M., CATTANEO, F. & BRUMMELL, N. H. 2011b On the generation of organized magnetic fields. *Astrophys. J.* **728**, 153.

- TOMKINS, C. D. & ADRIAN, R. J. 2005 Energetic spanwise modes in the logarithmic layer of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **545**, 141.
- TOOMRE, J. & THOMPSON, M. J. 2015 Prospects and challenges for helioseismology. *Space Sci. Rev.* **196**, 1.
- TSUKAHARA, T., KAWAMURA, H. & SHINGAI, K. 2006 DNS of turbulent Couette flow with emphasis on the large-scale structure in the core region. *J. Turb.* **7**, 19.
- TZEFERACOS, P., RIGBY, A., BOTT, A., BELL, A. R., BINGHAM, R., CASNER, A., CATTANEO, F., CHURAZOV, E. M., EMIG, J., FIUZA, F., FOREST, C. B., FOSTER, J., GRAZIANI, C., KATZ, J., KOENIG, M., LI, C.-K., MEINECKE, J., PETRASSO, R., PARK, H.-S., REMINGTON, B. A., ROSS, J. S., RYU, D., RYUTOV, D., WHITE, T. G., REVILLE, B., MINIATI, F., SCHEKOCIHIN, A. A., LAMB, D. Q., FROULA, D. H. & GREGORI, G. 2018 Laboratory evidence of dynamo amplification of magnetic fields in a turbulent plasma. *Nature Comm.* **9**, 591.
- VAINSHTEIN, S. I. & KICHATINOV, L. L. 1986 The dynamics of magnetic fields in a highly conducting turbulent medium and the generalized Kolmogorov-Fokker-Planck equations. *J. Fluid Mech.* **168**, 73.
- VAINSHTEIN, S. I. & ZEL'DOVICH, Y. B. 1972 Review of topical problems : origin of magnetic fields in astrophysics (turbulent "dynamo" mechanisms). *Sov. Phys. Usp.* **15**, 159.
- VALENTINI, F., TRÁVNÍČEK, P., CALIFANO, F., HELLINGER, P. & MANGENEY, A. 2007 A hybrid-Vlasov model based on the current advance method for the simulation of collisionless magnetized plasma. *J. Comp. Phys.* **225**, 753.
- VAN VEEN, L. & KAWAHARA, G. 2011 Homoclinic tangle on the edge of shear turbulence. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 114501.
- VEDENOV, A. A. & SAGDEEV, R. Z. 1958 Some properties of the plasma with anisotropic distribution of the velocities of ions in the magnetic field. *Sov. Phys. Dokl.* **3**, 278.
- VELIKHOV, E. P. 1959 Stability of an ideally conducting liquid flowing between cylinders rotating in a magnetic field. *Sov. Phys. JETP* **36**, 1398.
- VERSCHAREN, D., KLEIN, K. G. & MARUCA, B. A. 2019 The multi-scale nature of the solar wind. *Living Rev. Sol. Phys.* **16**, 5.
- VERZICCO, R. & CAMUSSI, R. 2003 Numerical experiments on strongly turbulent thermal convection in a slender cylindrical cell. *J. Fluid Mech.* **477**, 19.
- VINCENZI, D. 2002 The Kraichnan-Kazantsev dynamo. *J. Stat. Phys.* **106**, 1073.
- VISWANATH, D. 2007 Recurrent motions within plane Couette turbulence. *J. Fluid Mech.* **580**, 339.
- VON HARDENBERG, J., PARODI, A., PASSONI, G., PROVENZALE, A. & SPIEGEL, E. A. 2008 Large-scale patterns in Rayleigh Bénard convection. *Phys. Lett. A* **372**, 2223.

- WALEFFE, F. 1995 Hydrodynamic stability and turbulence : beyond transients to a self-sustaining process. *Studies in Applied Math.* **95**, 319.
- WALEFFE, F. 1997 On a self-sustaining process in shear flows. *Phys. Fluids* **9**, 883.
- WALEFFE, F. 1998 Three-dimensional coherent states in plane shear flows. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4140.
- WALEFFE, F. 2001 Exact coherent structures in channel flow. *J. Fluid Mech.* **435**, 93.
- WALEFFE, F. 2003 Homotopy of exact coherent structures in plane shear flows. *Phys. Fluids* **15**, 1517.
- WALKER, J. & BOLDYREV, S. 2017 Magnetorotational dynamo action in the shearing box. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **470**, 2653.
- WALKER, J., LESUR, G. & BOLDYREV, S. 2016 On the nature of magnetic turbulence in rotating, shearing flows. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **457**, L39.
- WARDLE, M. 1999 The Balbus-Hawley instability in weakly ionized discs. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **307**, 849.
- WARDLE, M. & SALMERON, R. 2012 Hall diffusion and the magnetorotational instability in protoplanetary discs. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **422**, 2737.
- WEDIN, H. & KERSWELL, R. R. 2004 Exact coherent structures in pipe flow : travelling wave solutions. *J. Fluid Mech.* **508**, 333.
- WEIBEL, E. S. 1959 Spontaneously growing transverse waves in a plasma due to an anisotropic velocity distribution. *Phys. Rev. Lett.* **2**, 83.
- WEINBERG, S. 2003 *The Discovery of Subatomic Particles*. Cambridge University Press.
- WIDROW, L. M., RYU, D., SCHLEICHER, D. R. G., SUBRAMANIAN, K., TSAGAS, C. G. & TREUMANN, R. A. 2012 The first magnetic fields. *Space Sci. Rev.* **166**, 37.
- YAKHOT, V. 1992 4/5 Kolmogorov law for statistically stationary turbulence : application to high-Rayleigh-number Bénard convection. *Phys. Rev. Lett.* **69**, 769.
- YANG, Q., WILLIS, A. P. & HWANG, Y. 2019 Exact coherent states of attached eddies in channel flow. *J. Fluid Mech.* **862**, 1029.
- YEATES, A. R., HORNIG, G. & WELSCH, B. T. 2012 Lagrangian coherent structures in photospheric flows and their implications for coronal magnetic structure. *Astron. Astrophys.* **539**, A1.
- YECKO, P. A. 2004 Accretion disk instability revisited. Transient dynamics of rotating shear flow. *Astron. Astrophys.* **425**, 385.
- YOUSEF, T. A., HEINEMANN, T., RINCON, F., SCHEKOCHIHIN, A. A., KLEORIN, N., ROGACHEVSKII, I., COWLEY, S. C. & MCWILLIAMS, J. C. 2008a Numerical experiments on dynamo action in sheared and rotating turbulence. *Astron. Nachr.* **329**, 737.

- YOUSEF, T. A., HEINEMANN, T., SCHEKOCHIHIN, A. A., KLEERIN, N., RO-GACHEVSKII, I., ISKAKOV, A. B., COWLEY, S. C. & MCWILLIAMS, J. C. 2008b Generation of magnetic field by combined action of turbulence and shear. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 184501.
- YOUSEF, T. A., RINCON, F. & SCHEKOCHIHIN, A. A. 2007 Exact scaling laws and the local structure of isotropic magnetohydrodynamic turbulence. *J. Fluid Mech.* **575**, 111.
- ZEL'DOVICH, Y. B., RUZMAIKIN, A. A., MOLCHANOV, S. A. & SOKOLOFF, D. D. 1984 Kinematic dynamo problem in a linear velocity field. *J. Fluid Mech.* **144**, 1.
- ZHURAVLEVA, I., CHURAZOV, E., SCHEKOCHIHIN, A. A., ALLEN, S. W., ARÉ-VALO, P., FABIAN, A. C., FORMAN, W. R., SANDERS, J. S., SIMIONESCU, A., SUNYAEV, R., VIKHLININ, A. & WERNER, N. 2014 Turbulent heating in galaxy clusters brightest in X-rays. *Nature* **515**, 85.
- ZWEIBEL, E. G. 2013 The microphysics and macrophysics of cosmic rays. *Phys. Plasmas* **20**, 055501.



# Liste des publications et communications

*When I listen back to some of my recordings, I cringe.*

Ron Carter, contrebassiste le plus enregistré de l'histoire du jazz

## Publications

### Article de revue

2. **F. Rincon**. *Dynamo theories*. 167 pages, *J. Plasma Phys. (lecture note series)* **85**, 205850401 (2019). (4 referees)
1. **F. Rincon** and M. Rieutord. *The Sun's supergranulation*. 74 pages, *Living Rev. Solar Phys.* **15**, 6 (2018). (4 referees)

### Publications dans des revues à comité de lecture

28. **F. Rincon**, T. Roudier, A. A. Schekochihin and M. Rieutord. *Supergranulation and multiscale flows in the solar photosphere: Global observations vs. a theory of anisotropic turbulent convection*. *Astron. & Astrophys.* **599**, A69 (2017).
27. A. Riols, **F. Rincon**, C. Cossu, G. Lesur, G. I. Ogilvie and P.-Y. Longaretti. *Magnetorotational dynamo chimeras. The missing link to turbulent accretion disk dynamo models ?*. *Astron. & Astrophys.* **598**, A87 (2017).
26. **F. Rincon**, F. Califano, A. A. Schekochihin and F. Valentini. *Turbulent dynamo in a collisionless plasma*. *Proc. Nat. Acad. Sci.* **113**, 3950 (2016).

25. S. S. Cerri, F. Califano, F. Jenko, D. Told and **F. Rincon**. *Subproton-scale cascades in solar wind turbulence: driven hybrid-kinetic simulations*. *Astrophys. J. Lett.* **822**, L12 (2016).
24. S. Rawat, C. Cossu and **F. Rincon**. *Travelling-wave solutions bifurcating from relative periodic orbits in plane Poiseuille flow*. *Comptes Rendus Mécanique* **344**, 448 (2016).
23. **F. Rincon**, A. A. Schekochihin and S. C. Cowley. *Nonlinear mirror instability*. *MNRAS* **447**, L45 (2015).
22. A. Riols, **F. Rincon**, C. Cossu, G. Lesur, G. I. Ogilvie and P.-Y. Longaretti. *Dissipative effects on the sustainement of a magnetorotational dynamo in Keplerian shear flow*. *Astron. & Astrophys.* **575**, A14 (2015).
21. S. Rawat, C. Cossu, Y. Hwang and **F. Rincon**. *On the self-sustained nature of large-scale motions in turbulent Couette flow*. *J. Fluid Mech.* **782**, 515 (2015). (3 referees)
20. S. Rawat, C. Cossu and **F. Rincon**. *Relative periodic orbits in plane Poiseuille flow*. *Comptes Rendus Mécanique* **342**, 485 (2014).
19. A. Riols, **F. Rincon**, C. Cossu, G. Lesur, P.-Y. Longaretti, G. I. Ogilvie and J. Herault. *Global bifurcations to subcritical magnetorotational dynamo action in Keplerian shear flow*. 45 pages, *J. Fluid Mech.* **431**, 1 (2013). (3 referees)
18. J. Herault, **F. Rincon**, C. Cossu, G. Lesur, G. I. Ogilvie and P.-Y. Longaretti. *Periodic magnetorotational dynamo action as a prototype of nonlinear magnetic field generation in shear flows*. *Phys. Rev. E* **84**, 036321 (2011).
17. M. S. Rosin, A. A. Schekochihin, **F. Rincon** and S. C. Cowley. *A nonlinear theory of the parallel firehose and gyrothermal instabilities in a weakly collisional plasma*. *MNRAS* **413**, 7 (2011).
16. A. A. Schekochihin, S. C. Cowley, **F. Rincon** and M. S. Rosin. *Magnetofluid dynamics of magnetized cosmic plasma: firehose and gyrothermal instabilities*. *MNRAS* **405**, 291 (2010).
15. M. Rieutord, T. Roudier, **F. Rincon**, J. M. Malherbe, N. Meunier, T. Berger, and Z. Frank. *On the power spectrum of solar surface flows*. *Astron. & Astrophys.* **512(A4)**, 11 (2009).
14. T. Roudier, M. Rieutord, D. Brito, **F. Rincon**, J. M. Malherbe, N. Meunier, T. Berger, and Z. Frank. *Mesoscale dynamics on the Sun's surface from HINODE observations*. *Astron. & Astrophys.* **495**, 945 (2009).
13. T. A. Yousef, T. Heinemann, **F. Rincon**, A. A. Schekochihin, N. Kleeorin, I. Rogachevskii, S. C. Cowley and J. C. Mc Williams. *Numerical experiments on dynamo action in sheared and rotating turbulence*. *Astron. Nach.* **329(7)**, 737 (2008).
12. **F. Rincon**, G. I. Ogilvie, M. R. E. Proctor and C. Cossu. *Subcritical dynamos in shear flows*. *Astron. Nach.* **329(7)**, 750 (2008).

11. U. Ehrenstein, M. Nagata and **F. Rincon**. *Two-dimensional nonlinear plane Poiseuille-Couette flow homotopy revisited*. *Phys. Fluids* **20**, 064103 (2008).
10. M. Aurière et al. *Weak magnetic fields in Ap/Bp stars: Evidence for a dipole field lower limit and a tentative interpretation of the magnetic dichotomy*. *Astron. & Astrophys.* **475**, 1053 (2007).
9. **F. Rincon**. *On the existence of two-dimensional nonlinear steady states in plane Couette flow*. *Phys. Fluids* **19(7)**, 074105 (2007).
8. **F. Rincon**, G. I. Ogilvie and M. R. E. Proctor. *A self-sustaining nonlinear dynamo process in Keplerian shear flows*. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 254502 (2007).
7. **F. Rincon**, G. I. Ogilvie and C. Cossu. *On self-sustaining processes in Rayleigh-stable rotating plane Couette flows and subcritical transition to turbulence in accretion disks*. *Astron. & Astrophys.* **463**, 817-832 (2007).
6. T. A. Yousef, **F. Rincon** and A. A. Schekochihin. *Exact scaling laws and the local structure of isotropic magnetohydrodynamic turbulence*. *J. Fluid Mech.* **575**, 111–120 (2006).
5. **F. Rincon**. *Anisotropy, inhomogeneity and inertial-range scalings in turbulent convection*. *J. Fluid Mech.* **563**, 43–69 (2006). (3 referees)
4. **F. Rincon**, F. Lignières and M. Rieutord. *Mesoscale flows in large aspect ratio simulations of turbulent compressible convection*. *Astron. & Astrophys. Lett.* **430**, L57-L60 (2005).
3. D. Reese, **F. Rincon** and M. Rieutord. *Oscillations of magnetic stars: II. Axisymmetric toroidal and non-axisymmetric shear Alfvén modes in a spherical shell*. *Astron. & Astrophys.* **427**, 279-292 (2004).
2. **F. Rincon** and M. Rieutord. *Oscillations of magnetic stars: I. Axisymmetric shear Alfvén modes of a spherical shell in a dipolar magnetic field*. *Astron. & Astrophys.* **398**, 663-675 (2003).
1. M. Rieutord, T. Roudier, J.-M. Malherbe et **F. Rincon**. *On mesogranulation, network formation and supergranulation*. *Astron. & Astrophys.* **357**, 1063-1072 (2000).

### Actes de conférences

13. S. Rawat, C. Cossu and **F. Rincon**. *Exact Invariant Solutions for Coherent Turbulent Motions in Couette and Poiseuille Flows*. *Procedia IUTAM* **20**, 94 (2017).
12. **F. Rincon**, A. Riols, C. Cossu, G. Lesur, G. I. Ogilvie and P.-Y. Longaretti. *Subcritical magnetorotational dynamo action in Keplerian shear flow*. *Euromech Colloquium EC565 on subcritical transition to turbulence, Cargèse, May 2014* (2014).
11. **F. Rincon**. *Instabilités et turbulence dans les disques d'accrétion astrophysiques*. *Proceedings du congrès de la division plasma de la Société Française de Physique, Toulouse* (2014).

10. S. Rawat, C. Cossu and **F. Rincon**. *Relative periodic edge orbits in plane channel flow*. Proceedings of the 14th European Turbulence Conference, Lyon (2013).
9. **F. Rincon**, A. Riols, C. Cossu, G. Lesur, G. I. Ogilvie and P.-Y. Longaretti. *Global bifurcations to subcritical magnetorotational dynamo action in Keplerian shear flow*. Proceedings of the 14th European Turbulence Conference, Lyon (2013).
8. **F. Rincon**. *Scale-by-scale energy budgets in turbulent convection*. Small Scale Turbulence and Related Gradient Statistics, D. Tordella and K. R. Sreenivasan Eds., Proc. EUROMECH Colloquium 512, Turin, Italy (2009).
7. Th. Roudier et al.. *Supergranulation, network formation and TFGs evolution from Hinode observations*. Second HINODE science Meeting "Beyond discovery – towards understanding", M. Cheung, B. Lites, T. Magara, J. Mariska, and K. Reeves Eds., Boulder, USA, 29 Sep.-3 Oct. 2008. Astronomical Society of the Pacific, 2009, p. 83. (2009).
6. M. Aurière et al.. *Why are some A stars magnetic while some others are not ?*. Solar Polarization 5 : In Honor of Jan Stenflo ASP Conference Series, Vol. 405, proceedings of the conference held 17-21 September, 2007 at Centro Stefano Franscini–Monte Verità, Ascona, Switzerland. Edited by Svetlana V. Berdyugina, K. N. Nagendra, and Renzo Ramelli. San Francisco : Astronomical Society of the Pacific, 2009., p.499. (2009).
5. T. A. Yousef, **F. Rincon** and A. A. Schekochihin. *Exact scaling laws, nonlocality and structure in isotropic MHD turbulence*. Advances in Turbulence XI, J. M. L. M. Palma and A. Silva Lopes, Eds., Proc. 11th EUROMECH European Turbulence Conf., Porto, Portugal, 25-28 June 2007. Springer 76 (2007).
4. **F. Rincon**. *Theories of convection and the spectrum of turbulence in the solar photosphere*. Convection in astrophysics, F. Kupka, I. W. Roxburgh and K. L. Chan, Eds., Proc. IAU Symposium 239, Prague, Czech Republic, 21-25 August. Cambridge University Press (2006).
3. D. Reese, **F. Rincon** and M. Rieutord. *Shear Alfvén modes in magnetized spherical shells*. Proc. SF2A-2004 : Semaine de l'Astrophysique Francaise (2004).
2. **F. Rincon** and M. Rieutord. *Stability of a compressible fluid layer in a magnetic field : a simple model for supergranulation*. Proc. SF2A-2003 : Semaine de l'Astrophysique Francaise, p.103-107 (2003).
1. **F. Rincon** and M. Rieutord. *A Study of Shear Alfvén Waves in Magnetic Stars : the spherical shell model*. Asteroseismology Across the HR Diagram, M. J. Thompson, M. S. Cunha and M. J. P. F. G. Monteiro, Eds. Proc. of the Asteroseismology Workshop, Porto, Portugal, 1-5 July, 2002, p. 561-564. Kluwer Academic Publishers (2003).

## Liste des communications

### Reuves invitées

3. *Instabilities and turbulence in accretion disks*. Congrès de la division plasma de la Société Française de Physique (Toulouse, France, 2014).
2. *MHD turbulence in the quiet Sun*. SF2A, PNST Session on the EST (Paris, France, 2011).
1. *Solar MHD turbulence*. International conference on the Numerical simulations of plasmas (Lisbonne, Portugal, 2009).

### Communications orales sur invitation

10. *Turbulent amplification and transport of magnetic fields in astrophysics and in the Sun*, Workshop TEASAO LEGOS/LA/OMP (Saint-Ferreol, France 2019).
9. *Turbulent dynamo in a collisionless plasma*, GdR dynamo (Institut Poincaré, Paris, 2017).
8. *Effet dynamo dans les plasmas non-collisionnels*, session SF2A sur la simulation numérique en astrophysique (Lyon, France, 2016).
7. *Turbulent dynamo in a collisionless plasma*, International VLASOVIA Conference Copanello, Italy, 2016).
6. *Plasma dynamo*. PCTS workshop on dynamo theory (Princeton, USA, 2015).
5. *Nonlinear mirror instability*. Conference Turbulence and dissipation in collisionless astrophysical plasmas (Cargèse, France, 2015).
4. *The dark side of the accretion disk dynamo*. Steve Balbus' 60th birthday conference : From the MRI to the Sun (Chamonix, France, 2014).
3. *From pipe flow turbulence to astrophysical magnetic fields : subcritical dynamos and self-sustaining MHD processes*. 15th Fifth International Symposium on bifurcations and instabilities in fluid dynamics BIFD (Haifa, Israel, 2013).
2. *A nonlinear perspective on the MRI dynamo transition and subcritical turbulence in sheared plasmas*. PCTS workshop on Stability, Energetics, and Turbulent Transport in Astrophysical, Fusion, and Solar Plasmas : Unifying Theoretical and Computational Tools (Princeton, USA, 2013).
1. *Anisotropy, inhomogeneity and inertial-range scalings in turbulent convection*. Euromech Yaglom-Kraichnan Colloquium (Turin, Italie, 2009).

### Autres communications orales

11. *Subcritical magnetorotational dynamo action in Keplerian shear flow*. Euromech Colloquium on Subcritical transition to turbulence (Cargese, France, 2014).
10. *Global bifurcations to subcritical magnetorotational dynamo action in Keplerian shear flow*. 14th European Turbulence Conference (Lyon, France, 2013).
9. *Periodic magnetorotational dynamo action as a prototype of nonlinear dynamos in shear flows*. SF2A, PNPS Session (Paris, France, 2011).
8. *Subcritical dynamos in shear flows*. Michael Proctor's 60th birthday conference : convection, magnetoconvection and dynamo theory (Cargese, France, 2010).
7. *Pressure-anisotropy driven instabilities in weakly collisional astrophysical plasmas*. International workshop on dynamos, Institut Henri Poincaré (Paris, France, 2009).
6. *On the power spectrum of solar surface flows* (poster). 2nd Hinode Science meeting (Boulder, USA, 2008).
5. *Self-sustaining dynamo process* International workshop on MRI and dynamos (Catane, Italie, 2007).
4. *Self-sustaining dynamo process* International workshop on MRI and dynamos (Catane, Italie, 2007).
3. *Theories of convection and the spectrum of turbulence in the solar photosphere*, IAU Symposium Convection in Astrophysics (Prague, République tchèque, 2006).
2. *Mesoscale flows in large aspect-ratio simulations of turbulent convection*, Newton Institute conference MHD in stellar interiors (Cambridge, Grande Bretagne, 2004).
1. *A possible simple MHD model of supergranulation*. SF2A, PNST Session (Bordeaux, France, 2003).

**Environ 30 séminaires dans différents laboratoires  
internationaux**



# Participations à des écoles ou programmes de recherche internationaux

*Working together takes more than one person.*

Bill Dorland

## En tant qu'organisateur

1. Responsable principal de l'organisation de l'École de physique des Houches *The future of plasma astrophysics : combining experiments observations, simulations and theory* (2013).

## En tant qu'enseignant

3. *Dynamo theory*. Cours de 2h à l'École de physique des Houches *The multiple approaches to plasma physics from laboratory to astrophysics* (Les Houches, France, 2019).
2. *Dynamo theory*. Cours de 1h30 à l'École de physique des Houches *From laboratories to astrophysics : the expanding universe of plasma physics* (Les Houches, France, 2017).
1. *Accretion disk turbulence*. Cours de 1h30 à l'École de physique des Houches *Dynamics and turbulent transport in plasmas and conducting fluids* (Les Houches, France, 2011).

### En tant que participant invité

7. Wolfgang Pauli Institute workshop on astrophysical plasmas (Vienna, Autriche, 2014-2019).
6. Plasma turbulence working group, Niels Bohr Institute Academy (Copenhague, Danemark, 2018).
5. Isaac Newton Institute program on gyrokinetics (Cambridge, Grande Bretagne, 2010).
4. Institut Henri Poincaré programme on dynamo theory (Paris, France, 2009).
3. Wolfgang Pauli Institute workshop on astrophysical plasmas (Vienne, Autriche, 2009).
2. Kavli Institute for Theoretical Physics programme on dynamo theory (Santa Barbara, USA, 2008).
1. Visiteur académique à l'Imperial College puis Oxford dans le cadre d'un réseau de recherche Leverhulme (Londres, Grande Bretagne, 2007-2010).

### En tant qu'élève

5. SWIFF school on space weather modelling (Spineto, Italie, 2012).
4. UCLA Winter school on plasma physics (Los Angeles, USA, 2009).
3. UCLA Winter school on plasma physics (Los Angeles, USA, 2008).
2. UCLA Winter school on plasma physics (Los Angeles, USA, 2007).
1. CISM Summer school on Theories of turbulence (Udine, Italie, 2002).



# Encadrement

*Dans le travail comme dans le reste de l'existence, c'est avec de la pensée que l'on peut progresser, à tous les niveaux. La fonction de l'école, c'est tout simplement d'apprendre à penser, d'introduire à ce bonheur qu'est la maîtrise par l'esprit des choses que l'on fait.*

Marcel Gauchet

## Thèses

4. Co-encadrement informel de la thèse de Silvio Cerri à l'université de Pise et à l'IPP Garching (2016). *Fluid Modeling of Kinetic Effects in Collisionless Magnetized Plasmas and Application to Solar Wind-Magnetosphere Interaction* (encadrants officiels : F. Jenko, IPP Garching et F. Califano, Université de Pise).
3. Directeur de thèse principal d'Antoine Riols à l'IRAP (2011-2014). *Effet dynamo et turbulence magnétohydrodynamique sous-critiques dans les disques d'accrétion* (co-encadrant C. Cossu, IMFT).
2. Co-directeur de thèse de Subhendu Rawat à l'IMFT (2012-2015). *Coherent dynamics of large-scale turbulent motions in hydrodynamic shear flows* (encadrant principal : Carlo Cossu, IMFT).
1. Co-encadrement informel de la thèse de Mark Rosin à Cambridge puis à l'Imperial Collège (2007-2011). *Instabilities and transport in magnetized plasmas* (encadrant officiel : A. A. Schekochihin, Imperial/Oxford).

## Stages de Master

3. Arnaud Valcarcel (2016). *Étude de la structure et de la dynamique interne du milieu intra-amas de galaxies.*
2. Antoine Riols (2011). *Effet dynamo et turbulence dans les disques d'accrétion.*
1. Johann Herault (2010). *Stabilité non-linéaire d'écoulements MHD cisailés.*

## Stages de licence et magistère

1. Paul Barrère (2019). *Caractérisation de la diffusion turbulente du champ magnétique à la surface du Soleil.*

