



HAL
open science

Contribution à l'Optimisation par Minimum Jerk de la Locomotion d'un Robot Humanoïde dans un Espace Tridimensionnel

Amira Aloulou

► **To cite this version:**

Amira Aloulou. Contribution à l'Optimisation par Minimum Jerk de la Locomotion d'un Robot Humanoïde dans un Espace Tridimensionnel. Automatique / Robotique. Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie Tunis, 2015. Français. NNT: . tel-02866004

HAL Id: tel-02866004

<https://hal.science/tel-02866004>

Submitted on 12 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

*** * ***

Université de Carthage

*** * ***

Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie

Thèse de Doctorat

Spécialité :

Informatique Industrielle

de

Amira Aloulou épouse Grati

Ingénieur INSAT

Contribution à l'Optimisation par Minimum Jerk de la Locomotion d'un Robot Humanoïde dans un Espace Tridimensionnel

Soutenue le 21 avril 2015 devant le jury composé de :

Mr. Hichem Kallel	Professeur à l'INSAT	Président
Mr. Abderrazak Chatti	Professeur à l'INSAT	Rapporteur
Mr. Tarek Damak	Professeur à l'ENIS	Examineur
Mr. Mohamed Jallouli	Maître de Conférences à l'ISSIG	Rapporteur
Mme. Olfa Boubaker	Professeur à l'INSAT	Directeur de Thèse

Cette thèse a été préparée à l'Unité de Recherche Energy, Robotics, Control and Optimization (ERCO)
à l'Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie (INSAT) de Tunis.

Dédicaces

Je voudrais dédier ce travail à ma famille, le pilier de ma vie. Ma maman à laquelle je dois tellement, est toujours là pour me soutenir, m'encourager et m'aider au quotidien : c'est une femme inestimable doublée d'une mamie en or. Je ne pourrais jamais lui témoigner l'étendue de ma reconnaissance combien même j'essayerai. Mon papa, un père si aimant et bienveillant m'a rendu forte et confiante au fil des années car il croit en moi et n'a jamais cessé de le faire. Je voudrais le remercier en particulier pour l'amour des livres qu'il m'a transmis.

Je tiens également à témoigner ma gratitude à mes beaux-parents : deux êtres généreux, loyaux et si complémentaires. Ils ont toujours tenu à m'apporter leur soutien et leur aide attentive.

Je souhaite remercier mon mari, un homme admirable et passionné qui n'a cessé de m'encourager, de faire preuve de respect pour les efforts que j'ai fournis et de me témoigner son amour. La fierté que je lis dans son regard est le plus beau des encouragements.

Enfin, je ne pourrai terminer sans tendrement dédier ce travail à mes enfants, ils ne m'ont pas apporté d'aide particulière bien au contraire plutôt du fil à retordre mais leurs yeux brillants d'adoration et d'amour m'ont souvent réconfortée et redonné le souffle et la persévérance nécessaires pour achever ce travail de si longue haleine . J'espère qu'un jour mes garçons Mehdi et Youssef seront fiers de leur maman.

Remerciements

Ce travail de Thèse a été réalisé à l'Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie (INSAT) au sein de l'unité de recherche Energy, Robotics, Control and Optimization (ERCO).

Au terme de ce travail, je voudrais remercier Monsieur Hichem Kallel, Professeur à l'INSAT pour le grand honneur qu'il me fait en acceptant de présider ce jury. Les cours de Robotique et de Commande qu'il m'a enseignés me furent très profitables et m'ont grandement aidé dans l'approche globale de ce travail.

Je tiens également à témoigner ma reconnaissance à Messieurs Abderrazak Chatti, Professeur à l'INSAT et Mohamed Jellouli, Maître de Conférences à l'ISSIG pour avoir accepté de se pencher aussi scrupuleusement sur mon travail et d'en avoir évalué les moindres aspects.

Je remercie vivement Monsieur Tarek Damak, Professeur à l'ENIS pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je souhaiterai enfin témoigner ma profonde gratitude et sincère reconnaissance à Madame Olfa Boubaker, Professeur à l'INSAT. C'est une directrice de thèse exemplaire : disponible, rigoureuse mais compréhensive et qui m'a communiqué son sens du travail et son amour de la recherche. Je lui sais gré pour sa présence et son encadrement.

Table des matières

Nomenclature.....	xi
Liste des Figures.....	xv
Liste des Tableaux.....	xviii
Liste des Annexes.....	xx
Introduction générale.....	1
Chapitre 1. Robots Humanoïdes : Etat de l’art.....	6
1.1. Introduction.....	7
1.2. Classification des robots Humanoïdes.....	8
1.3. Principaux Humanoïdes dans le monde.....	9
1.4. Fonctions des robots Humanoïdes.....	15
1.5. Génération et commande d’un cycle de marche.....	19
1.5.1. Phases d’un cycle de marche.....	19
1.5.2. Modèles de marche et critères de stabilité.....	21
1.5.3. Nature de la force de réaction du sol.....	26
1.5.4. Techniques de commande.....	27
1.6. Contributions de la thèse.....	31
1.7. Conclusion.....	32
Chapitre 2. Le Robot Humanoïde: morphologie, modèles anthropométrique et géométrique.....	34
2.1. Introduction.....	35
2.2. Structure mécanique articulée.....	35
2.3. Modèle anthropométrique.....	37
2.4. Modèles géométriques tridimensionnels.....	42
2.4.1. Transformations par les angles d’Euler.....	43
2.4.2. Modèle géométrique direct du robot bipède.....	44
2.4.3. Modèle géométrique direct du robot supérieur.....	45
2.5. Validation des modèles géométrique direct et cinématique inverse des deux systèmes robotiques.....	47
2.5.1. Scénarios de validation associés au système robotique bipédale.....	47

2.5.2. Scénarios de validation associés au robot supérieur.....	52
2.6. Calcul des vitesses et accélération angulaires des différents corps rigides.....	57
2.7. Conclusion.....	60
Chapitre 3 : Modèles dynamiques du Robot Humanoïde.....	62
3.1. Introduction.....	63
3.2. Principe de modélisation suivant le formalisme de Newton-Euler.....	63
3.3. Modèle dynamique du robot bipède : phase de pré-impact ou de simple support..	68
3.3.1. Recensement des contraintes.....	69
3.3.1.1. Analyse des contraintes non holonomiques.....	70
3.3.1.2. Analyse des contraintes holonomiques.....	71
3.3.2. Les équations de la dynamique.....	71
3.3.3. Proposition d'une méthode de réduction du modèle.....	74
3.3.4. Analyse des propriétés du modèle linéarisé.....	78
3.4. Modèle dynamique du robot bipède : phases d'impact et de double support.....	79
3.4.1. La phase d'impact (IP).....	80
3.4.2. La phase de contact ou de double support (DSP).....	81
3.4.4. Analyse des propriétés du modèle linéarisé.....	81
3.5. Modèle dynamique du torse et des bras anthropomorphiques.....	82
3.5.1 Recensement des contraintes.....	82
3.5.1.1. Analyse des contraintes non holonomiques.....	83
3.5.1.2. Analyse des contraintes holonomiques.....	84
3.5.2. Les équations de la dynamique.....	84
3.5.3. Proposition d'une méthode de réduction du modèle.....	87
3.5.4. Analyse des propriétés du modèle linéarisé.....	91
3.6. Conclusion	92
Chapitre 4 : Commande du Robot Humanoïde.....	93
4.1. Introduction.....	94
4.2. Commande par minimum Jerk : Etat de l'art et principes.....	94
4.3. Contribution à la commande par minimisation du <i>Jerk</i>	103
4.3.1. Contribution.....	103
4.3.2. Résultats et simulations.....	108

4. 3.3. Etude Comparative.....	117
4.4. Commande du robot bipède contraint: phases d'impact et de post-impact.....	122
4.4.1 Commande par impédance du système robotique contraint.....	122
4.4.2 Résultats et simulations.....	124
4.5.Génération d'un cycle de marche avec synchronisation des mouvements des bras.....	128
4.5.1 Génération d'un cycle de marche.....	128
4.5.2 Mise en œuvre du balancement des bras.....	132
4.5.3 Mise en mouvement du robot humanoïde complet.....	134
4.6. Conclusion.....	135
Conclusion générale.....	137
Références bibliographiques.....	140
Annexes.....	167
Annexe 1. Modèle de Dempster.....	168
Annexe 2.Transformations par les angles d'Euler.....	170
Annexe 3. Vitesses et accélérations angulaires des angles d'Euler.....	174
Annexe 4. Expressions des matrices jacobienne des deux systèmes robotiques.....	177
Annexe 5. Matrices de grandes dimensions associées au modèle bipédale.....	184
Annexe 6. Dérivation du système de contraintes holonomiques.....	190
Annexe 7. Démonstrations relatives à la réduction du modèle dynamique.....	193
Annexe 8. Linéarisation et représentation des modèles dynamiques robotiques.....	197
Annexe 9. Analyse des propriétés du modèle dynamique bipédale.....	204
Annexe 10. Matrices de grandes dimensions associées au haut du Robot Humanoïde.....	209
Annexe 11. Analyse des propriétés du modèle dynamique du robot supérieur.....	214

Nomenclature

1. Lettres latines

A_{ix}, A_{iy}, A_{iz}	Matrices de transformation d'Euler
a	Longueur d'un demi-pas
a_0, \dots, a_5	Constantes de la fonction polynomiale $\gamma(t)$
$a_{i,0}, \dots, a_{i,5}$	Constantes de la fonction polynomiale $\gamma_i(t)$
B_d	Matrice d'amortissement au point de contact
B_i	Matrice de passage de la vitesse angulaire
b	Hauteur maximale du pas
C_i	Corps rigide i
C_j	Critère de minimisation du <i>Jerk</i>
c	Ecartement entre les deux jambes
E	Point de contact entre le pied et le sol
F	Force de réaction au sol
F_c	Consigne pour la force de réaction au sol
F_i	Couple dû à la force holonome appliquée à l'articulation proximale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_i .
F_{i+1}	Couple dû à la force holonome appliquée à l'articulation distale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_i .
F_{imp}	Valeur de la force F_c lors de la phase d'impact
f_f	Faible variation de la force de réaction au sol
f_i	Couple intrinsèque au corps C_i exprimé dans le repère du corps R_i
G_i	Couple non-holonome appliqué à l'articulation proximale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_i .
G_{i+1}	Couple non-holonome appliqué à l'articulation distale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_i .
H	Hauteur totale de l'humanoïde étudié
I_i	Matrice d'inertie du corps C_i
i_i	Centre d'inertie relatif au corps C_i
J_i	Joint entre le corps rigide C_i et le corps précédent C_{i-1}
K_d	Matrice de raideur au point de contact
K_f	Matrice de gain de la force de contact
K_i	Vecteur des distances proximales entre le centre de gravité et l'extrémité du corps C_i reliée au corps précédent $i-1$
K_p	Matrice de gain des positions
K_v	Matrice de gain des vitesses

k_i	Distance proximale du corps C_i
L_i	Vecteur des distances distales entre le centre de gravité et l'extrémité du corps C_i reliée au corps suivant $i+1$
l_i	Distance distale du corps C_i
M	Masse totale de l'Humanoïde
M_d	Matrice d'inertie au point de contact
M_i	Matrice des masses du corps C_i
m_i	Masse du corps C_i
Q_i	Vecteur/matrice des degrés de liberté du corps C_i
R	Repère inertiel
R_{-i}	Repère du corps C_i
R_{-i1}	Repère mobile du corps C_i suite à la première rotation
R_{-i2}	Repère mobile du corps C_i suite à la deuxième rotation
R_{-i3}	Repère mobile du corps C_i suite à la troisième et dernière rotation
R_i	Vecteur/matrice des liaisons mécaniques au niveau du corps C_i
T_i	Couple musculaire appliqué à l'articulation proximale du corps C_i
T_{i+1}	Couple musculaire appliqué à l'articulation distale du corps C_i
t_0	Temps initial
t_f	Temps final
U	Vecteur des couples de commande
U_{eq}	Vecteur des couples de commande à l'équilibre
V	Variation du vecteur des couples de commande par rapport à la position d'équilibre
\vec{W}_1	Vecteur de la vitesse angulaire des angles d'Euler du corps C_i
W_i	Vitesse angulaire du corps C_i
X_i	Position cartésienne du corps rigide C_i
X_{i-d}	Position cartésienne désirée du corps rigide C_i
(x, y, z)	Base du repère inertiel R
z_1	Vecteur d'état de la partie inférieure du robot humanoïde
z_2	Vecteur d'état de la partie supérieure du robot humanoïde

2. Lettres grecques

α_i	Angle d'Euler de rotation par rapport à l'axe x_{i-1}
Γ_i	Force holonome appliquée à l'articulation proximale du corps C_i

Γ_{i+1}	Force holonome appliquée à l'articulation distale du corps Ci
$\gamma(t)$	Position angulaire ou cartésienne d'un système au cours du temps
$\gamma_i(t)$	$i^{\text{ème}}$ composante de $\gamma(t)$
$\delta(t)$	Impulsion de Dirac
θ	Variation du vecteur des positions angulaires par rapport à la position d'équilibre
θ_i	Angle d'Euler de par rapport à l'axe y_{i-2}
$\theta_{systeme}$	Vecteur d'état modélisant le système robotique
Λ	Largeur de bande
Λ_i	Couple non-holonome appliqué à l'articulation proximale du corps Ci
Λ_{i+1}	Couple non-holonome appliqué à l'articulation distale du corps Ci
ξ_i	Angles d'Euler du corps rigide Ci
ρ_i	Densité volumique du corps Ci
τ_i	Couple musculaire appliqué à l'articulation proximale du corps Ci
τ_{i+1}	Couple musculaire appliqué à l'articulation distale du corps Ci
Φ	Vecteur des positions angulaires
Φ_d	Vecteur des positions angulaires désirées
Φ_{eq}	Vecteur des positions angulaires à l'équilibre
Ψ_i	Angle d'Euler de rotation par rapport à l'axe z_{i-0}

Liste des Figures

Figure 1.1. Humanoïdes bipédaux : Asimo (à gauche) et KHR-4 Hubo (à droite).....	15
Figure 1.2. Humanoïdes mobiles : Armar III (à gauche) et Robonaut II (à droite).....	16
Figure 1.3. Androïdes féminins : HRP-4C (à gauche) et Actroid Der-2 (à droite).....	17
Figure 1.4. Robots sociaux : Kismet avec Cynthia Breazeal et Leonardo	19
Figure 1.5. Les différentes phases d'un cycle de marche.....	20
Figure 1.6. Illustration du critère de stabilité statique.....	22
Figure 1.7. Illustration du critère du ZMP.....	24
Figure 2.1. Morphologie générale d'un être humain.....	35
Figure 2.2. Structure mécanique articulée du robot humanoïde	36
Figure 2.3. Longueurs segmentaires en fonction de la taille.....	38
Figure 2.4. Représentation des longueurs distales et proximales du robot humanoïde.....	40
Figure 2.5. Rotation sur l'axe x_{i-1} d'un angle α_i	42
Figure 2.6. Représentation des repères inertiels pour les deux systèmes robotiques.....	43
Figure 2.7. Posture droite du bipède représentée dans les deux plans sagittal et frontal.....	48
Figure 2.8. Posture associée au scénario 2.....	49
Figure 2.9. Posture associée au scénario 3.....	49
Figure 2.10. Posture associée au scénario 4	50
Figure 2.11. Posture associée au scénario 5	51
Figure 2.12. Position initiale et finale d'un pas de marche dans un espace 3D.....	52
Figure 2.13. Posture droite du bipède représentée dans les deux plans sagittal et frontal.....	53
Figure 2.14. Posture associée au scénario 8.....	54
Figure 2.15. Posture associée au scénario 9.....	55
Figure 2.16. Posture associée au scénario 10.....	55
Figure 2.17. Posture associée au scénario 11.....	56
Figure 2.18. Position initiale et finale du torse lors du balancement des bras dans un espace 3D	57
Figure 3.1. Représentation des forces et couples appliqués à un seul corps rigide.....	67
Figure 3.2. Joints et Corps rigides.....	69
Figure 3.3. Forces et couples appliqués.....	69
Figure 3.4. Joints et Corps rigides.....	82
Figure 3.5. Forces et couples appliqués.....	82
Figure 4.1. Génération de trajectoire selon la méthode proposée d'application du critère du <i>Minimum Jerk</i>	106
Figure 4.2. Trajectoires cartésiennes désirée (en rouge) et réelle (en noir) du pied gauche lors de la réalisation d'un pas de marche.....	111

Figure 4.3. Evolution des composantes cartésiennes désirées et réelles du pied gauche lors de la réalisation d'un pas de marche.....	111
Figure 4.4. Positions intermédiaires du bipède lors de la réalisation d'un pas de marche en 3D.....	112
Figure 4.5. Positions intermédiaires du bipède lors de la réalisation d'un pas de marche dans les plans sagittal (a) et frontal (b).....	112
Figure 4.6. Positions, vitesses et accélérations angulaires du pied droit de support.....	113
Figure 4.7. Positions, vitesses et accélérations angulaires du pied gauche en mouvement...	114
Figure 4.8. Couples de commande des articulations du pied gauche en mouvement.....	115
Figure 4.9. Génération de trajectoire selon le critère du <i>Minimum Jerk</i> par application de la méthode <i>Point-to-Point</i>	117
Figure 4.10. Génération de trajectoire selon le critère du <i>Minimum Jerk</i> par application de la méthode <i>Via-Point</i>	118
Figure 4.11. Positions intermédiaires du bipède lors de la réalisation d'un pas de marche dans les plans sagittal (a) et frontal (b).....	118
Figure 4.12. Evolution de la pointe du pied en mouvement dans l'espace tridimensionnel..	119
Figure 4.13. Positions intermédiaires du bipède lors de la réalisation d'un pas de marche dans les plans sagittal (a) et frontal (b).....	120
Figure 4.14. Evolution de la pointe du pied en mouvement dans l'espace tridimensionnel..	120
Figure 4.15. Evolution de la force de réaction du sol et du couple de commande U_{11} lors la réalisation d'un pas de marche complet.....	126
Figure 4.16. Evolution des composantes cartésiennes réelles du pied en mouvement lors la réalisation d'un pas de marche complet.....	127
Figure 4.17. Trajectoire cartésienne réelle du pied en mouvement lors la réalisation d'un pas de marche complet.....	127
Figure 4.18. Evolution des composantes cartésiennes en z du pied gauche X_7 et du pied droit X_1 lors de la réalisation de trois pas alternés de marche.....	130
Figure 4.19. Evolution de la résultante de la force de réaction du sol lors de la réalisation de trois pas alternés de marche.....	130
Figure 4.20. Cycle de marche dans le plan sagittal.....	131
Figure 4.21. Positions intermédiaires du torse et bras anthropomorphiques lors de la mise en mouvement des deux bras.....	133
Figure 4.22. Positions intermédiaires de l'humanoïde complet lors de la réalisation d'un cycle de marche accompagné du balancement des bras.....	135

Liste des Tableaux

Tableau 1.1. Evolution du robot Humanoïde HRP	10
Tableau 1.2. Evolution du robot Humanoïde Asimo.....	11
Tableau 1.3. Evolution du robot Humanoïde KHR.....	12
Tableau 1.4. Principaux Humanoïdes européens et américains.....	13
Tableau 1.5. Techniques de commandes non linéaires des systèmes robotiques.....	30
Tableau 2.1. Corps rigides et articulations associés au robot humanoïde.....	37
Tableau 2.2. Mesures segmentaires du robot humanoïde obtenues via le modèle de Winter.....	39
Tableau 2.3. Paramètres physiques du robot humanoïde obtenus via le modèle de Dempster.....	41
Tableau 3.1. Couples appliquées au bipède.....	72
Tableau 3.2. Forces appliquées au bipède.....	73
Tableau 3.3. Forces appliquées au haut du robot pour l'équation en rotation.....	85
Tableau 3.4. Forces appliquées au haut du robot pour l'équation en translation.....	85
Tableau 4.1. Paramètres de marche pour une femme possédant une allure de marche lente.....	109
Tableau 4.2. Sélection de la largeur de bande λ	109
Tableau 4.3. Etude comparative entre les algorithmes du <i>Minimum Jerk</i>	122
Tableau A1.1. Données directement fournies par le modèle de Dempster.....	168

Liste des Annexes

Annexe 1. Modèle de Dempster.....	168
Annexe 2. Transformations par les angles d'Euler.....	170
Annexe 3. Vitesses et accélérations angulaires des angles d'Euler.....	174
Annexe 4. Expressions des matrices jacobiennes des deux systèmes robotiques.....	177
Annexe 5. Matrices de grandes dimensions associées au modèle bipédale.....	184
Annexe 6. Dérivation du système de contraintes holonomiques.....	190
Annexe 7. Démonstrations relatives à la réduction du modèle dynamique.....	193
Annexe 8. Linéarisation et représentation des modèles dynamiques robotiques.....	197
Annexe 9. Analyse des propriétés du modèle dynamique bipédale.....	204
Annexe 10. Matrices de grandes dimensions associées au haut du Robot Humanoïde.....	209
Annexe 11. Analyse des propriétés du modèle dynamique du robot supérieur.....	214

Introduction générale

A une époque où foisonnent les innovations technologiques, les robots Humanoïdes représentent plus que jamais un sujet inépuisable de fictions cinématographiques ou la réalité scientifique se trouve largement dépassée par les aspirations et l'imaginaire de ces productions. Cependant et même si les avancées technologiques mises en avant dans les fictions ne sont que fictives, les compétences sociales et l'interaction avec l'environnement constituent des objectifs d'actualité pour la plupart des centres de recherche ou se multiplient les créations robotiques Humanoïdes.

De nombreux sociologues, anthropologues, scientifiques et même philosophes tentent d'analyser les motivations de la recherche Humanoïde, de comprendre la fascination qu'elle opère sur la plupart des gens et enfin d'anticiper les changements sociétaux induits par l'apparition de ce nouvel acteur social au rôle non encore clairement délimité. Il semble que l'engouement mondial pour la robotique Humanoïde trouve son essence dans le désir de comprendre le fonctionnement de l'être humain dans toute sa complexité à travers la reproduction de ses mécanismes, reflexes et aptitudes physiques soit les fonctions motrices des robots Humanoïdes mais aussi plus récemment à travers le décodage et la simulation des mécanismes délicats de la cognition humaine via l'avènement des robots sociaux.

Parmi les fonctions motrices attribuées aux Humanoïdes, la mise en œuvre de la marche constitue indéniablement la fonctionnalité la plus étudiée. On constate, en effet, à travers l'étude et la comparaison des travaux traitant des fonctions motrices des robots Humanoïdes que les robots bipèdes ont surtout joué un rôle scientifique dans la mesure où ils renseignent sur les mécanismes de la marche humaine incluant les concepts de maintien de l'équilibre, réaction avec le sol, synchronisation des mouvements...

La fonction de marche robotique se caractérise essentiellement par sa complexité de mise en œuvre du fait des nombreuses difficultés soulevées au niveau de la modélisation dynamique, la considération des phases et la dimension importante du système mais aussi de l'objectif délicat de réalisation d'une marche réaliste proche de la démarche de locomotion humaine. De ce fait, plusieurs voies de recherche ont été explorées pour la modélisation et la commande des robots marcheurs et différents types de marche ont été conçus et mis en œuvre de la marche statique à la marche dynamique en distinguant entre marches active et passive. Néanmoins et quel que soit l'Humanoïde considéré en termes de nombre de corps rigides et de degrés de liberté et indépendamment du type de marche adopté, la réalisation d'un cycle de marche robotique nécessite la réalisation de trois objectifs : la satisfaction d'un critère de

stabilité adéquat, la génération d'une trajectoire de référence et la commande du robot bipède pour la réalisation de la trajectoire désirée.

A la lumière de toutes ces considérations, notre travail s'inscrit dans la volonté de proposer une étude complète d'un robot Humanoïde marcheur contemporain particulier. Le robot Humanoïde étudié possède les fonctions de marche et de balancement des bras. Les résultats de ce travail de recherche doivent contribuer à satisfaire un certain nombre d'objectifs :

- Leur exploitation en vue de réaliser des prothèses de jambe intelligentes et s'adaptant mieux à la mise en mouvement du reste du corps humain.
- La contribution à la compréhension des mécanismes complexes de la marche humaine et des processus cognitifs correspondants afin de détecter d'éventuelles anomalies relatives à la locomotion humaine et d'y remédier,
- La résolution d'un problème au cœur des préoccupations robotiques actuelles : la mise en œuvre d'un cycle de marche robotique s'apparentant autant que possible à un cycle de marche humain. Ceci implique de surmonter les difficultés relatives à la modélisation des différentes phases de marche et plus particulièrement la phase de contact avec le sol, la réalisation de l'alternance de ces phases et la résolution du problème de stabilité dynamique.
- L'optimisation du cycle de marche robotique afin qu'il soit ressemblant au cycle de marche humain à travers la minimisation d'un critère que la cognition humaine tend naturellement à minimiser : le *Jerk* ou quantité de mouvements brusques effectués.
- La modélisation tridimensionnelle pour renforcer la similitude entre le cycle de marche robotique et le cycle de marche humain qui s'opère naturellement dans l'espace tridimensionnel. La modélisation tridimensionnelle rend indéniablement plus complexe l'étude du robot Humanoïde car le nombre de degrés de liberté est plus important impliquant une dimension élevée des modèles cinématiques et dynamiques élaborés. Ceci rend plus délicat le processus de transformation du modèle dynamique initial en un modèle réduit et minimal qui soit directement exploitable à des fins d'analyse et de simulation.

Notre travail de recherche se concentre sur l'étude d'un robot Humanoïde adoptant une morphologie particulière qui s'inspire des caractéristiques en taille et poids et des données morphologiques obtenues suite à l'application d'une méthodologie rigoureuse de calcul des données segmentaires sur un sujet féminin adulte. Ainsi, le robot Humanoïde féminin étudié possède une masse de 70 kg et une hauteur de 1,73m et se compose de quinze corps rigides

auxquels sont associés vingt-six degrés de liberté de type rotoïde. D'autre part et contrairement à la plupart des analyses géométriques et dynamiques qui considèrent que tronc et bassin forment un seul et un même corps rigide, nous choisissons de les séparer en deux parties indépendantes. Cette séparation donne lieu à deux systèmes robotiques indépendants: le robot bipède d'une part et le torse et bras anthropomorphiques d'autre part.

L'une des contributions de cette thèse réside dans la proposition d'une méthode pertinente de réduction des modèles dynamiques permettant l'obtention de modèles dynamiques tridimensionnels réduits exploitables à des fins d'analyse, de simulation et de commande.

La commande par *Minimum Jerk* fait partie des lois de commande optimales. L'apport principal d'une loi de commande par *Minimum Jerk* réside dans la génération de trajectoires lisses permettant d'éviter tout mouvement brusque. Dans le domaine de la robotique, la théorie du *Minimum Jerk* a presque été exclusivement exploitée pour le développement de membres supérieurs à des fins médicales. Une étude bibliographique actualisée montre qu'il n'existe pas à ce jour de travaux traitant de l'application du principe du minimum Jerk pour la commande de la partie bipédale dans l'espace tridimensionnel. Ainsi, notre étude se positionne comme étant une première initiative de l'application de la théorie du Minimum Jerk pour la commande de robots bipèdes évoluant dans un espace tridimensionnel à travers la mise en œuvre des méthodes usuelles *Point-to-Point* et *Via-point*. Cependant, notre contribution majeure réside dans la proposition d'une nouvelle méthode d'application du critère de minimisation du Jerk. Cette méthodologie inédite différente des approches *Point-to-Point* et *Via-point* puise son originalité dans la proposition de trajectoires de référence cartésiennes tridimensionnelles particulières associant fonctions trigonométriques et fonctions polynomiales.

Ce travail de recherche s'articule autour de quatre chapitres.

Le premier chapitre sera consacré à l'élaboration d'un état de l'art des travaux traitant des robots Humanoïdes. Une description des fonctions motrices et sociales majeures attribuées à ces robots ainsi qu'un recensement des principales familles d'Humanoïdes développés à travers le monde y sont proposés. L'aspect plus technique mais tout aussi crucial de la commande de la marche bipédale des robots Humanoïdes sera ensuite traité.

Dans le second chapitre, nous proposerons la morphologie d'un robot Humanoïde féminin en utilisant une méthodologie rigoureuse pour aboutir à des données morphologiques

mesurables. Dans un deuxième temps et pour les deux systèmes robotiques considérés : le haut du robot Humanoïde et sa partie bipédale, nous développerons les modèles cinématiques tridimensionnels associés. Ces modèles seront validés à travers la mise en œuvre d'un certain nombre de scénarios standards

Le troisième chapitre sera consacré à l'établissement du modèle dynamique tridimensionnel du robot Humanoïde considéré via le recours à la méthodologie de Newton-Euler. Moyennant certaines transformations mathématiques, les équations dynamiques des deux systèmes robotiques seront obtenues. Une méthode pertinente de réduction des systèmes robotiques permettant l'obtention de modèles exploitables à des fins d'analyse et de commande sera proposée.

Dans le quatrième chapitre, nous proposerons un ensemble de stratégies de commande, selon les phases de marche considérées, qui garantissent au robot humanoïde la génération d'un cycle de marche s'apparentant autant que possible à celui d'un être humain. En particulier pendant la phase libre, la synthèse d'une nouvelle loi de commande par *Minimum Jerk* pour la génération d'une trajectoire semi-ellipsoïdale par la pointe du pied du robot sera proposée. La synthèse d'une loi de commande par impédance assurant au robot Humanoïde un contact élastique avec le sol et l'élaboration d'un cycle complet seront ensuite traitées. Enfin, les mouvements du bipède seront associés à un mouvement de balancement des bras afin de permettre la visualisation de la démarche du robot Humanoïde entier lors de la génération d'un cycle de marche.

Toutes les méthodes proposées et les commandes développées dans ce manuscrit seront évaluées et positionnées par rapport aux travaux existants et validées par des résultats de simulation. Ce manuscrit se termine par une conclusion générale

Chapitre 1

Robots Humanoïdes : Etat de l'art

1.1. Introduction

Les nombreuses et spectaculaires avancées technologiques dans le domaine de la robotique soulèvent plus que jamais des questionnements relatifs au rôle et à l'impact des robots humanoïdes dans la société contemporaine. La définition même du *robot Humanoïde* nous renvoie inlassablement à ces questionnements qui revêtent souvent un caractère philosophique. En effet, selon [Akhratuzzaman & Shafie, 2010], un robot Humanoïde est un robot ressemblant par un ou plusieurs aspects de son apparence à un être humain. Il doit être capable de s'adapter aux changements de son environnement en continuant à agir de façon à atteindre un objectif déterminé.

Des objectifs tels que la réalisation d'une marche bipédale, la mise en œuvre d'une dextérité des mains et doigts robotiques ou encore l'attribution de compétences sociales sont autant d'enjeux complexes de la recherche robotique humanoïde qui font l'objet de nombreux ouvrages et travaux [Lungarella et al., 2003], [Fong et al., 2003], [Ambrose et al., 2005] [Garcia et al., 2007] et [Akhratuzzaman & Shafie, 2010]. En effet, selon Katić et Vukobratović dans [Katić & Vukobratović, 2003], plus de 50 grands projets de robots Humanoïdes sont en cours de développement en 2003, ceci sans tenir compte des nombreux projets s'intéressant uniquement aux robots bipédaux. Une décennie plus tard, cette tendance ne cesse de s'accroître avec l'avènement de versions de robots Humanoïdes plus sophistiquées capables de réaliser des tâches très spécifiques.

L'objectif majeur de ce chapitre est de présenter les motivations qui nous ont poussées à la mise en œuvre de ce travail à travers la réalisation d'un état de l'art des travaux relatifs aux robots Humanoïdes. Ainsi, nous commencerons par établir une classification des robots Humanoïdes en fonction des tâches qu'ils peuvent accomplir et de leur domaine d'application. Nous recenserons ensuite les principales familles d'Humanoïdes développés à travers le monde en insistant sur leurs caractéristique morphologiques et les fonctions qu'ils sont capables de réaliser. Puis et afin d'intégrer dans toute son ampleur la dimension d'interaction et de communication des Humanoïdes avec leur environnement et les êtres humains qu'ils côtoient, nous procéderons à l'évaluation des différentes fonctions attribuées à ces robots. Enfin, nous traiterons de l'aspect plus technique mais tout aussi crucial de la génération et commande de la marche bipédale des robots Humanoïdes en explicitant d'abord les phases d'un cycle de marche puis en passant en revue les différents modèles de marche et techniques de stabilisation ainsi que les techniques de commande relatives à la marche

bipédale des robots Humanoïdes. Nous terminerons ce chapitre en précisant les différentes contributions qui seront apportées à travers l'achèvement de cette thèse.

1.2. Classification des robots Humanoïdes

Il n'existe à ce jour aucune classification standardisée des robots Humanoïdes [Breuer & Takanishi, 2009]. Néanmoins, la différenciation de ces systèmes robotiques peut se faire à différents niveaux tels que les fonctions accomplies, l'anatomie, le nombre de degrés de liberté, le niveau d'autonomie ou encore le degré d'interaction avec son environnement. Dans ce qui suit, nous proposons une classification basée sur les tâches que le robot Humanoïde est capable d'accomplir et son domaine d'application [Bekey, 2008]. Nous distinguons ainsi:

- *Les robots Humanoïdes industriels* [Yokoi et al., 2004]. Ils sont capables de remplacer l'Homme dans les tâches professionnelles physiques pénibles ou répétitives qui lui incombent usuellement et parfois se montrent encore plus performants que l'Homme augmentant ainsi la productivité, la précision et l'endurance.
- *Les robots Humanoïdes domestiques* [Vahrenkamp et al., 2012]. Ils sont destinés à s'acquitter de tâches domestiques quotidiennes et conçus pour évoluer dans l'environnement restreint d'une cuisine et une buanderie. Ils sont souvent lents et ont besoin d'espace pour évoluer.
- *Les robots Humanoïdes de sauvetage et d'exploration* [Ambrose et al., 2000]. Ils permettent l'exploration de milieux ou environnements dangereux et hostiles pour l'Homme. Les robots Humanoïdes militaires procèdent au démantèlement des réacteurs nucléaires et des champs de mines. Souryo II par exemple intervient dans des zones sinistrées suite à des explosions ou à des catastrophes naturelles pour rechercher des victimes dans les décombres. Il se déplace en rampant tel un reptile afin d'accéder à des zones difficiles [Breuer & Takanishi, 2009].
- *Les robots Humanoïdes de service* [Asami, 1994]. Ils possèdent des fonctions sociales leur permettant d'interagir avec les êtres humains afin de fournir un service. Ils peuvent jouer le rôle de réceptionniste, guide de musée, hôtesse d'accueil...
- *Les robots Humanoïdes d'assistance* [Bekele et al., 2013] et [McColl et al., 2013]. La pertinence du recours aux robots Humanoïdes d'assistance réside dans le vieillissement significatif de la population mondiale et plus spécialement de la société japonaise. Ils constituent une réponse technologique aux changements démographiques mondiaux des dernières décennies. En effet, les robots Humanoïdes

d'assistance ont pour fonctions d'assister les personnes âgées ou handicapées dans leur environnement domestique afin de leur permettre de vivre de façon indépendante sans recourir à l'aide d'une personne externe en les aidant à s'alimenter ou s'habiller. Ce sont également des Humanoïdes sociaux qui doivent dialoguer avec les personnes qu'ils assistent en leur rappelant par exemple les médicaments qu'ils doivent prendre, le régime alimentaire qu'ils doivent suivre ou encore les dangers qu'ils doivent éviter.

- *Les robots Humanoïdes de divertissement* [Mataric, 2000] et [Jacobsen et al., 2004]. Le milieu du divertissement constitue un domaine très attractif pour les concepteurs de robots Humanoïdes. De nombreuses applications ludiques existent telles que les robots jouets ou les androïdes destinés à évoluer dans le milieu de la petite enfance à des fins pédagogiques. Ceux-ci peuvent s'avérer très utiles pour l'apprentissage de nouvelles langues, du chant et même de la danse.

1.3. Principaux Humanoïdes dans le monde

Nous recensons dans les Tableaux 1.1 à 1.4 les principales familles d'humanoïdes ou projets d'Humanoïdes qui existent à travers le monde tout en spécifiant leurs caractéristiques anatomiques et cinématiques ainsi que les fonctions qu'ils réalisent. Ce recensement ne peut être exhaustif du fait du nombre important de robots Humanoïdes développés dans les différents centres de recherche. Ainsi, parmi la multitude de robots Humanoïdes existant actuellement, nous avons élaboré une sélection des Humanoïdes les plus emblématiques selon les deux critères suivants :

- L'impact scientifique mondial et la reconnaissance de la communauté scientifique robotique.
- Un balayage objectif et quantifié des différentes zones géographiques où la recherche robotique est riche et productive.

Nous reprenons dans les Tableaux 1.1 et 1.2 les deux principales familles de robots Humanoïdes japonais développés respectivement par les deux leaders industriels nippons Kawada Industries et Honda.

Le second foyer asiatique de recherche en matière de robotique humanoïde se trouve en Corée du sud où le principal Humanoïde conçu est le robot KHR. Les différentes versions de KHR sont présentées dans le Tableau 1.3.

Enfin, la recherche robotique humanoïde en Europe et en Amérique n'étant pas aussi intensive et productive, nous choisissons de reprendre dans le seul Tableau 1.4 les principaux Humanoïdes européens et américains développés.

Tableau 1.1: Evolution du robot Humanoïde HRP

Projet (Pays)	Désignation	Date Parution	Masse/ Taille	Anatomie	Fonctions spécifiques	DDL	DDL Tête	DDL Bras	DDL Torse	DDL Mains	DDL Jambes & Pieds	Source
HRP Humanoid Robotics Project - Kawada Industries / National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (Japon)	HRP-1	1998	120 Kg 1,6m	Tête Torse Bras Mains Jambes Pieds	Marche Particularité: Commandes séparées du haut et du bas du robot	30	2	14: 3/épaule 1/coude 3/poignée	0	2: 1/main	12: 6/jambe	[Hirukawa et al., 2004]
	HRP-2	2003	58 Kg 1,54m		Marche sur des surfaces rugueuses Capacité de se relever après une chute Interaction avec l'homme dans des espaces ouverts	30	2	12: 3/épaule 1/coude 2/poignée	2	2: 1/main	12: 6/jambe	http://global.kawada.jp/mechatronics/hrp4.html [Kaneko et al., 2004]
	HRP-3	2007	65 Kg 1,6m		Mêmes fonctions que HRP-2 avec: - une marche plus rapide (2 Km/h) - Réalisation d'opérations manuelles plus sophistiquées Les améliorations apportées concernent surtout l'aspect technique (système de refroidissement, autonomie de batterie...)	42	2	14: 3/épaule 1/coude 3/poignée	2	12: 6/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	http://global.kawada.jp/mechatronics/hrp4.html [Kaneko et al., 2008]
	HRP-4C	2009	43 Kg 1,58m		Gynoiide avec le visage et les expressions faciales d'une jeune femme japonaise. Mêmes fonctions que HRP-2 avec adoption d'une démarche féminine lors de la marche Reconnaissance vocale et réponse à certaines questions posées. Capable de chanter en adoptant les expressions faciales et mouvements des lèvres adéquats.	42	11: 3 cou 8 Visage	12: 3/épaule 1/coude 2/poignée	3	4: 2/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	http://www.aist.go.jp/ [Kajita et al., 2011] [Miura et al., 2012]
	HRP-4	2010	39 Kg 1,51 m		Robot athlétique aux dimensions réduites Amélioration de son interactivité avec les êtres humains (Fiabilité et sécurité) Capable de réaliser des exercices de gymnastique (grande souplesse du corps) Amélioration des fonctions des mains avec: - Ouverture et décapsulation de bouteilles - Versement de liquide dans un verre	34	2	14: 3/épaule 1/coude 3/poignée	2	4: 2/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	http://global.kawada.jp/mechatronics/hrp4.html [Kaneko et al., 2011]

Tableau 1.2: Evolution du robot Humanoïde Asimo

Projet (Pays)	Désignation	Date Parution	Masse/Taille	Anatomie	Fonctions spécifiques	DDL	DDL Tête	DDL Bras	DDL Torse	DDL Mains	DDL Jambes & Pieds	Source
Projet Asimo - Honda (Japon)	P-1	1993-1997	175Kg 1, 915 m	Tête Torse Bras Mains Jambes Pieds	Marche	-	-	-	-	-	-	[Hirai, 1998] [Hirai et al., 1998]
	P-2		210 Kg 1,82 m		Marche plus évoluée avec montée et descente d'escaliers	30	-	-	-	-	-	
	P-3		52Kg 1,2 m		Marche avec une vitesse maximale de 1,6Km/h Grande habilité manuelle	26	-	-	-	-	-	
	Asimo I	2000	54 Kg 1,3 m		Nouvelle technologie de marche: i-walk avec une vitesse maximale de 3Km/h Mémoire et capacités de calculs Identification d'objets mobiles Reconnaissance de visages et de voix	34	3	14: 3/épaule 1/coude 3/poignée	1	4: 2/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	http://asimo.honda.com [Hirose et al., 2001a] [Sakagami et al., 2002]
	Asimo II	2005	54 Kg 1,3 m		Marche : 3Km/h et course : 6Km/h Prise d'objets: 0,5 Kg/ main Nouvelles fonctions: - Réceptionniste / Guide d'information - Manœuvrer et corriger de la trajectoire d'un chariot - Porter un objet et courir avec - Tenir quelqu'un par la main et se déplacer	34	3	14: 3/épaule 1/coude 3/poignée	1	4: 2/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	http://asimo.honda.com
	Asimo III	2011	48 Kg 1,3 m		Technologie de commande de comportement autonome Amélioration des fonctions des mains avec: - Ouverture et décapsulation de bouteilles - Versement de liquide dans un verre - Communication par langage des signes Fonctions bipédales affinées: -Evitement de collision avec les humains par prédiction de leur trajectoire -Possibilité de changer de trajectoire lors d'un mouvement déjà entrepris - Sensibilité aux informations externes et prise de décision conséquente	57	3	14: 3/épaule 1/coude 3/poignée	2	26: 13/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	http://world.honda.com/ASIMO/technology/2011/

Tableau 1.3: Evolution du robot Humanoïde KHR

Projet (Pays)	Désignation	Date Parution	Masse/Taille	Anatomie	Fonctions spécifiques	DDL	DDL Tête	DDL Bras	DDL Torse	DDL Mains	DDL Jambes & Pieds	Source
KHR - KAIST Kondo (Corée du Sud)	KHR-1	2002	48 Kg 1,19 m	Tronc Bras Jambes	Marche avec une vitesse maximale de 0,8 Km/h Capacité de se lever et s'asseoir	22	0	8: 3/épaule 1/coude	2	0	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	[Kim et al., 2002]
	KHR-2	2003	56 Kg 1,2 m	Tête Torse Bras Mains Jambes Pieds	Même philosophie de conception mécanique et énergétique que KHR-1 avec ajout des mains et d'une tête avec deux yeux Marche avec une vitesse maximale de 1 Km/h Agrippage d'objets avec une prise de 0,5 Kg/ doigt	41	6: 2 cou 2/ œil	12: 3/épaule 1/coude 2/poignée	1	10: 5/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	[Kim et al., 2004]
	KHR-3 HUBO	2005	55 Kg 1,25 m		Fonctionnalités identiques à KHR-2 mais améliorées: - Qualité des joints et rigidité des corps rigides - Apparence plus humaine - Intercation avec les êtres humains plus développée	41	6: 2 cou 2/ œil	12: 3/épaule 1/coude 2/poignée	1	10: 5/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	[Park et al., 2005] [Park et al., 2006]
	Albert Hubo	2007	57 Kg 1,37 m		Nouvelles fonctions par rapport à KHR-3 HUBO: - Danse, marche plus rapide - Serrage de mains, utilisation du langage des signes - Reconnaissance vocale et visuelle - Visage humain de Albert Einstein: - Expressivité du visage (rire, clignement des yeux, ...) - Génération d'émotions	66	31: 3 cou 28 tête	12: 3/épaule 1/coude 2/poignée	1	10: 5/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	[Oh et al., 2006]
	KHR-4 HUBO II	2008 à 2011	45 Kg 1,25 m		- Marche avec une vitesse maximale de 2,5 Km/h - Course avec une vitesse maximale de 3,6 Km/h - Amélioration importante de la démarche : jambes maintenues droites et non rabattues vers le sol.	41	6: 2 cou 2/ œil	12: 3/épaule 1/coude 2/poignée	1	10: 5/main	12: 3/hanche 1/genou 2/cheville	http://spectrum.ieee.org/automaton/robotics/humanoids/ [Kim, 2009]

Tableau 1.4: Principaux Humanoïdes européens et américains

Projet (Pays)	Désignation	Date Parution	Masse/Taille	Anatomie	Fonctions spécifiques	DDL	DDL Tête	DDL Bras	DDL Torse	DDL Mains	DDL Jambes & Pieds	Source
Laboratoire d'automatique de Grenoble – ROBEA (France)	Rabbit	2001	37 Kg 1,425 m	Torse Jambes	<p>Marche avec une vitesse maximale de 5 Km/h Course avec u.ne vitesse maximale de 12 Km/h Capable de supporter des chocs conséquents Particularités: - le nombre de ddl's varie selon la phase du mouvement - le bipède évolue seulement dans le plan sagittal</p>	simple support: 5 ddl	0	0	1	0	4: 1/hanche 1/genou	[Chevallereau et al., 2003]
						Phase de vol: 7 ddl's	0	0	1	0	6: 1/hanche 1/genou 2: Centre de gravité	
Karlsruhe Institute of Technology (Allemagne)	Armar III	2006	1,75 m	Tête Torse Bras Mains Plateforme Mobile	<p>Robot dédié principalement à l'aide aux tâches ménagères et de cuisine :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ouvrir une machine à laver et la vider ou la remplir et sortir des produits du réfrigérateur - Comprendre des ordres simples et les exécuter de façon indépendante. - Reconnaître et s'adapter à un environnement domestique <p>Particularités :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Apprentissage par l'observation. - Corps supérieur d'un humanoïde et partie inférieure s'apparentant à une plateforme holonomique mobile 	43	7: 3: cou 1: tête 3: yeux	14: 3/épaule 2/coude 2/poignée	3	16: 8/main	3	[Albers et al., 2006a] [Albers et al., 2006b] [Asfour et al., 2006] [Prats et al., 2008] [Vahrenkamp et al., 2012]
MIT Artificial Intelligence Laboratory (USA)	Cog	1996	-	Tête Torse Bras	<p>Vision et ouïe Agrippage d'objets Comportement visuel et d'ouïe similaire à celui d'un être humain</p>	21	6: 3:yeux 3: cou	12: 3/épaule 1/coude 2/poignée	3	0	0	[Brooks et al., 1999]
Programme Robonaut NASA/ General Motors (USA)	Robonaut 2	2011	136 Kg 2,4 m	Tête Torse Bras	<p>Particularité : Premier robot Humanoïde spatial, possède plus de 350 capteurs. Ces fonctions sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aider le travail des astronautes dans des situations délicates (sorties extravéhiculaires...) - Interaction avec les astronautes pour travailler en équipe. - Réalisation d'activités et tâches intra-véhiculaires pendant 1 année - Exploration de l'environnement spatial par la réalisation d'activités extravéhiculaires. 	42	3: cou	14: 3/épaule 2/coude 2/poignée	1	24 12/main	0	[Diftler et al., 2011] [Bridgwater et al., 2012]

La comparaison des Tableaux 1.1 à 1.4 met clairement en évidence la prédominance des robots Humanoïdes asiatiques (Japon, Corée du Sud) dans le domaine de la robotique [Ambrose et al., 2005] et [Breuer & Takanishi, 2009]. En effet, le Japon est le leader mondial en termes d'innovation robotique androïde avec des robots tels que Actroid [Yoshikawa et al., 2011] et HRP-4C mais également le pionnier de la commercialisation des robots Humanoïdes par la mise sur le marché d'androïdes assistants domestiques, assistants infirmiers dans les hôpitaux et les cliniques ou encore animateurs et réceptionnistes dans le secteur du tertiaire [Fuji et al., 2011].

L'analyse des différents tableaux montre également l'étude de problématiques inhérentes à la recherche robotique humanoïde différentes selon le positionnement géographique. Ainsi, nous constatons que les asiatiques ont concentré leurs recherches sur les Humanoïdes bipédaux et l'étude de la marche et la course mais également la création d'une ressemblance faciale avec génération d'expressions et de sentiments. Citons HRP-4 un gynoïde japonais qui imite fidèlement la gestuelle d'une jeune femme nipponne qui chante ou Albert Hubo, reproduction surprenante de la physiologie d'Albert Einstein. Les travaux américains ont privilégié l'étude de l'anatomie supérieure (tête-bras-torse) en focalisant leur attention sur les fonctions d'agrippage et de portage de précision ainsi que la reproduction d'une certaine dextérité des doigts. Ainsi Robonaut 2, un Humanoïde spatial à la pointe de la technologie américaine possède une partie supérieure s'apparentant à un humanoïde et un corps inférieure composé d'une surface mobile équipée de roues. Les recherches européennes ne sont pas aussi nombreuses mais restent variées. Ainsi, Rabbit constitue un projet robotique original puisqu'il s'agit d'un bipède sans pieds et dont le nombre de degrés de liberté varie selon la phase de la marche ou de la course considérée. Par ailleurs, les allemands ont développé un certain nombre de plateformes robotiques dont la plus significative reste Armar III.

En considérant l'aspect anatomique des différents Humanoïdes présentés dans les Tableaux 1.1 à 1.4, nous constatons que la plupart des projets développant des Humanoïdes à anatomie complète adoptent une seule et même commande destinée à contrôler l'ensemble de l'Humanoïde bien que bras et jambes n'effectuent pas les mêmes fonctions. Seul HRP-1 possède des commandes séparées pour le haut et le bas du robot comme le montre le Tableau 1.1.

Enfin, ce recensement fait apparaître l'absence de robot Humanoïde africain. De ce fait, notre étude se positionne comme une première proposition de morphologie d'un robot Humanoïde féminin africain possédant les fonctions de marche bipédale et de balancement des bras. De

plus et contrairement à la plupart des études traitant d'Humanoïdes à anatomie complète, deux commandes séparées seront développées pour assurer la mise en mouvement des jambes et des bras.

1.4 Fonctions des robots Humanoïdes

Parmi les fonctionnalités les plus souvent attribuées aux robots Humanoïdes, nous retrouvons :

- *La fonction de mobilité.* Elle permet le déplacement des robots Humanoïdes dans leur environnement [Wang & Li, 2008]. On distingue deux types de mobilité. D'une part, les robots Humanoïdes bipédaux capables de marcher, de courir et même parfois de monter des escaliers. Nous citons dans cette catégorie les robots Asimo [Hirose et al., 2001a] et KHR-4 [Kim, 2009] (voir Figure 1.1). D'autre part, les robots Humanoïdes dotés d'une plate-forme holonomique à roues, les plus connus sont le robot spatial Robonaut [Ambrose et al., 2000] et le robot domestique Armar [Prats et al., 2008], [Vahrenkamp et al., 2012] (voir Figure 1.2). A travers l'étude et la comparaison des travaux traitant des robots Humanoïdes, nous constatons que les robots bipèdes ont un rôle scientifique dans la mesure où ils renseignent sur les mécanismes de la marche humaine incluant les concepts de maintien de l'équilibre [Stilman et al., 2010], réaction avec le sol [Dietrich et al., 2011], synchronisation des mouvements...

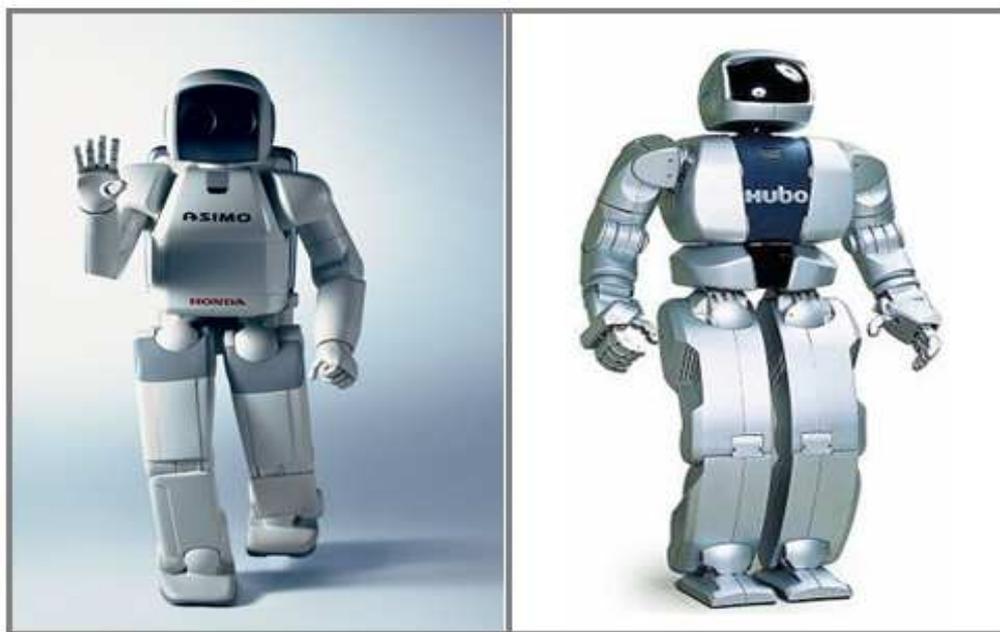


Figure 1.1. Humanoïdes bipédaux : Asimo (à gauche) et KHR-4 Hubo (à droite)

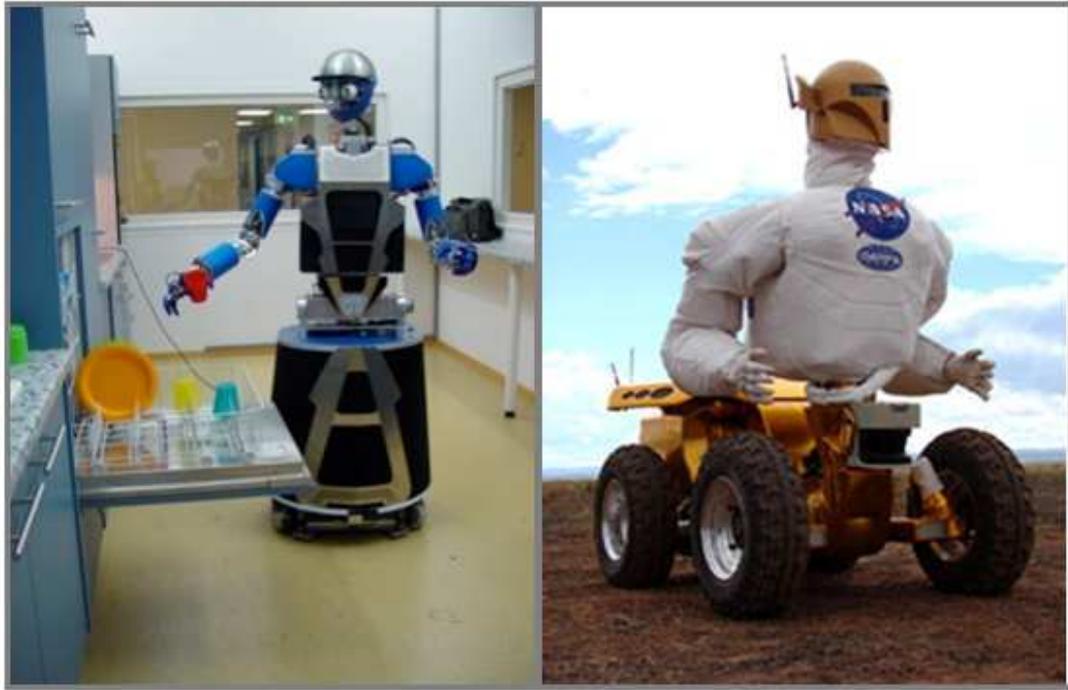


Figure 1.2. Humanoïdes mobiles : Armar III (à gauche) et Robonaut II (à droite)

L'attribution de la marche bipédale à un robot implique des structures mécaniques complexes, l'application de commandes élaborées et une consommation d'énergie importante [Kuo, 2007]. De ce fait, leur mise en place est très complexe alors que la réalisation des robots sur plate-forme mobile est plus simple et moins coûteuse en énergie laissant la place à l'expérimentation d'autres fonctionnalités [De Luca et al., 2001], [Ortigoza et al., 2012].

- *La fonction d'agrippage, de manipulation d'objets et de mise en mouvement des bras.* Elle implique la mise en mouvement d'un bras muni d'une pince à son extrémité pour les premiers prototypes. Les versions actuelles de robots Humanoïdes manipulateurs sont équipées de deux bras munis chacun d'une main à cinq doigts et possèdent une réelle dextérité et habileté manuelle pour la réalisation de tâches nécessitant une grande précision. Ainsi, Wendy est un androïde capable de cuisiner en cassant des œufs ou en coupant des légumes avec un couteau acéré [Sugano, 2005], le prototype KHR-4 a été revu pour assurer une meilleure dextérité des mains et des doigts [Castley & Oh, 2011] tandis qu'Armar III peut ouvrir une machine à laver et la vider ou la remplir et sortir des produits du réfrigérateur [Vahrenkamp et al., 2012]. On assiste également au Japon au phénomène de prolifération des robots d'assistance infirmiers destinés à porter et transporter les patients et à leur administrer des médicaments [Huang et al., 2011].

- *Les fonctions sensorielles de vue et d'ouïe.* La capacité à voir est indispensable à l'interaction du robot Humanoïde avec son environnement. Les caméras sont placées au niveau des yeux et la flexibilité du cou et des yeux offre une meilleure visibilité. En effet, la vision permet l'exploration du milieu, l'identification des objets, l'évitement d'obstacles par le robot Humanoïde et la caractérisation de son propre positionnement [Chang et al., 2009]. La fonction visuelle est indispensable à la mise en œuvre des deux fonctionnalités précédemment traitées. L'ouïe est une fonction surtout prisée dans l'interaction Humanoïde- Humain pour la réception d'ordres ou l'établissement d'un dialogue avec un être humain. Ainsi c'est grâce à leur capacité d'écoute que les androïdes tels que HRP-4C [Kajita et al., 2011] ou Actroid Der-2 [Akhratuzzaman & Shafie, 2010] peuvent jouer le rôle de guide ou de réceptionniste (voir Figure 1.3).

Ces différentes fonctionnalités impliquent une connaissance ou une reconnaissance de l'environnement par le robot Humanoïde et présupposent donc une interaction Humanoïde-Environnement.



Figure 1.3. Androïdes féminins : HRP-4C (à gauche) et Actroid Der-2 (à droite)

- *Les fonctions sociales des robots Humanoïdes.* La robotique sociale est un domaine de recherche multidisciplinaire. Ainsi, des disciplines telles que la psychologie ou la sociologie sont progressivement et de plus en plus mises à contribution lors de la conception des androïdes [Fong et al., 2003] et [Breazeal, 2007]. Selon Rosemarijn Looije et ses collaborateurs dans [Looije et al., 2010], les robots sociaux peuvent être considérés comme des systèmes cognitifs car leur principale fonction réside dans la capacité à « changer d’attitudes, humeurs ou de croyances relatives aux personnes avec lesquelles ils interagissent ». De ce fait, l’attribution de fonctions sociales aux robots Humanoïdes constitue une réponse à la problématique de l’interaction Humanoïde-Humain soulevée dans de nombreux travaux [Breazeal, 2003], [Goodrich & Schultz, 2007] et [Dautenhahn, 2007]. Le MIT (Massachusetts Institute of Technology) à travers les travaux de Cynthia Breazeal est le premier laboratoire de recherche robotique à s’être intéressé aux fonctions sociales des robots Humanoïdes et à leur interaction avec les hommes à travers la création de robots sociaux dédiés exclusivement à la communication et à l’interaction avec les êtres humains. Ainsi, *Kismet* (voir Figure 1.4) créée en 2000 est un robot social capable de tirer des enseignements de son interaction avec les êtres humains et d’en acquérir des apprentissages [Breazeal, 2003]. *Leonardo* (voir Figure 1.4) qui a également vu le jour au MIT en 2001 sous l’apparence d’un petit chien à la physionomie volontairement attachante est un robot possédant un total de 69 degrés de liberté dont 32 sont dédiés à la mise en mouvement de la tête. Cette créature est capable de reproduire de façon cohérente une large palette de sentiments et d’expressions faciales pour accompagner son propre discours ou réagir à celui de ses interlocuteurs. De même qu’elle peut participer ou aider son interlocuteur dans la réalisation d’une tâche de façon intuitive par sa propre interprétation d’une situation donnée et non comme pour les robots usuels suite à la réception d’un ordre clairement formulé [Thomaz & Breazeal, 2007]. Ces prototypes de robots sociaux sans objectif de fonctionnalité motrice prédominante constituent un tremplin vers la dotation des robots Humanoïdes usuels de fonctions sociales. Celles-ci doivent leur permettre d’amorcer un dialogue avec leurs donneurs d’ordres ou interlocuteurs et de mieux cerner et maîtriser leur environnement à travers leur propre lecture et perception des expressions faciales et émotions de leurs vis-à-vis. Par ailleurs, l’attribution de fonctions sociales ainsi qu’une apparence physique *sympathique* aux Humanoïdes les rend plus appréciables, plus attractifs et moins imposant et intimidants [Breazeal, 2009]. Les robots sociaux sont souvent

dédiés à l'éducation pédagogique infantile [Chang & Sabanovic, 2013], l'accompagnement des personnes âgées vivant souvent seules [MacColl et al., 2013] ou encore à l'assistance médicale et plus spécifiquement l'aide à la communication des enfants autistes [Mazzei et al., 2012] et [Lee & Obinata, 2013].



Figure 1.4. Robots sociaux : Kismet avec Cynthia Breazeal (à gauche) et Leonardo (à droite)

1.5. Génération et commande d'un cycle de marche

Aujourd'hui encore, la marche bipédale constitue la fonction phare des robots Humanoïdes vue la complexité de sa mise en œuvre. De nombreux critères de stabilité exploitant différentes techniques de commande continuent à être proposés.

Nous nous concentrerons donc dans ce paragraphe sur la caractérisation de la fonction de marche bipédale. Ainsi, nous reprendrons l'ensemble des phases composant un cycle de marche. Puis nous explorerons les différents modèles de marche existants et établirons la corrélation avec les critères de stabilité généralement employés pour garantir le maintien de l'équilibre du robot marcheur. Enfin, nous recenserons les principaux types de commandes robotiques proposées dans la littérature.

1.5.1. Phases d'un cycle de marche

Selon [Kajita et al., 2009], la marche repose sur un déplacement par appui alterné sur les deux jambes avec toujours au moins un point d'appui en contact avec le sol. On appelle la jambe en contact total avec le sol *jambe d'appui* ou *jambe de support* et la jambe initiant le mouvement de pas *jambe oscillante* ou *jambe de vol*. Comme le montre la Figure 1.5, pour chaque membre inférieur le cycle de marche humain se compose de deux phases [Chemori, 2005]:

- *La phase d'appui.* Elle correspond à toute l'étape où le pied reste en contact avec le sol débutant au premier contact du pied avec le sol et s'achevant au moment du décolllement des orteils du sol. Elle représente jusqu'à 60% du cycle de marche.
- *La phase oscillante.* Elle correspond à toute la période où le pied est libre, sans contact avec le sol. Elle débute dès que la phase d'appui s'achève et se termine lorsque le second pied entre dans sa propre phase d'appui. Sa durée correspond généralement aux 40% restants du cycle de marche.

Dans le cas d'une marche usuelle, le membre inférieur jouant le rôle de jambe d'appui assure les trois fonctions de support, d'amortissement et de propulsion tandis que le membre inférieur oscillant est déplacé vers l'avant [Viton et al., 2006]. Deux phases de double appui sont souvent considérées :

- *Le double appui de réception.* Il se produit au contact initial du pied précédemment libre avec le sol et se poursuit par le transfert du poids de l'autre membre inférieur vers celui-ci.
- *Le double appui de propulsion.* Il se produit au niveau de la jambe précédemment jambe de support au moment du décolllement du pied. A ce niveau, il y a transfert du poids de ce membre inférieur vers l'autre qui devient alors jambe d'appui.

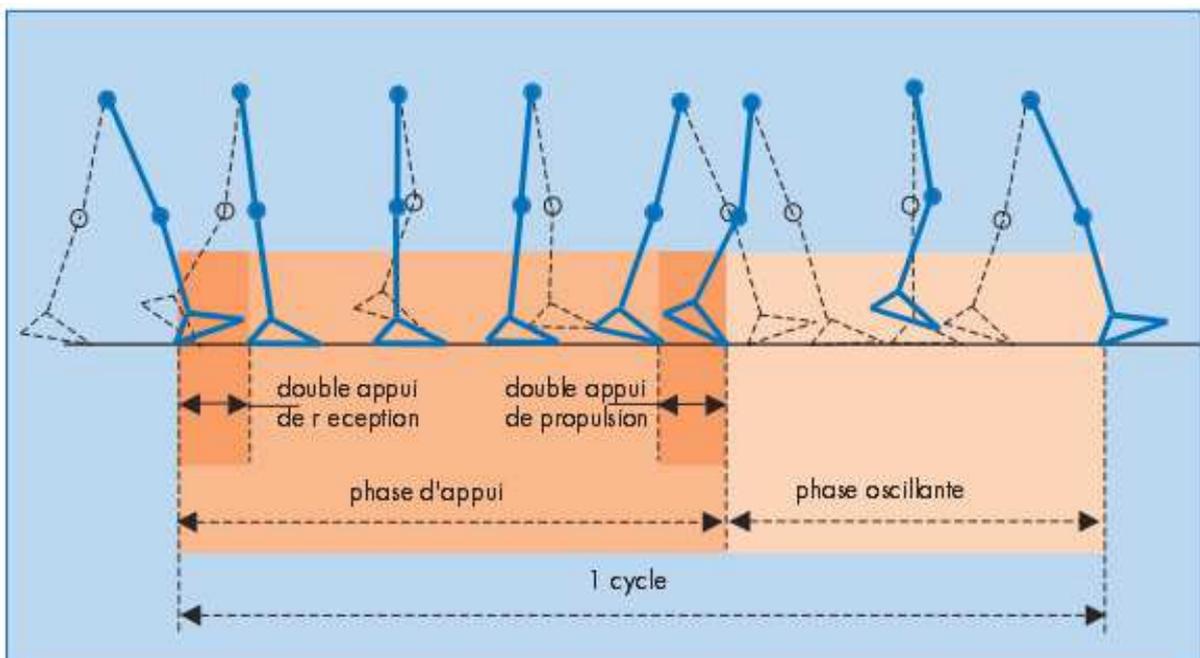


Figure 1.5. Les différentes phases d'un cycle de marche [Darmana, 2004]

La mise en œuvre de la marche artificielle tente de reproduire ces différentes étapes mais le rythme moins soutenu de la marche robotique implique la considération d'une phase

supplémentaire. En effet, un cycle de marche robotique caractéristique se compose de trois phases essentielles [Hemami & Zheng, 1984], [Chemori & Alamir, 2004], [Katić et al., 2008] et [Cho et al., 2009]:

- **La phase de simple support (SSP) :** elle se produit lorsque l'un des pieds reste immobile en contact avec le sol tandis que le second réalise un mouvement de rotation dans le plan sagittal de l'arrière vers l'avant. Initialement, le talon du pied effecteur se soulève progressivement du sol en utilisant la pointe du pied comme pivot. Lorsque la rotation effectuée par le talon du pied en mouvement est suffisante, sa pointe se soulève également et le pied quitte totalement le sol pour avancer librement. Cette phase correspond au modèle dynamique libre.
- **La phase d'impact (IP):** elle constitue la seconde phase se produisant à l'instant où la pointe du pied libre entre en contact avec le sol. L'impact entre la pointe du pied et le sol est de durée infinitésimale [Westervelt et al., 2003].
- **La phase de double support (DSP):** elle correspond à la troisième et dernière étape du cycle de marche lorsque les deux pieds sont en contact avec la surface de marche. Cette phase débute au moment où le talon du pied en mouvement commence à toucher le sol puis le mouvement de rotation du pied de l'arrière vers l'avant se poursuit jusqu'à ce que toute la plante du pied entre en contact avec la surface de marche. La durée de l'étape de double support dépend étroitement de la cadence du cycle de marche. En effet, plus le cycle de marche est rapide et soutenu, plus cette phase sera de courte durée. Elle constitue la deuxième étape relative au modèle dynamique contraint.

Tout au long de la mise en œuvre de ces différentes phases, le pied de support ne change ni de position ni d'orientation et la totalité de la plante du pied reste en contact avec le sol. La génération de la fonction de marche est obtenue par la succession répétitive et ordonnée de ces trois phases. En effet, dès que la troisième phase du pied effecteur s'achève, le pied de la jambe de support initie sa propre première phase de cycle de marche.

1.5.2. Modèles de marche et critères de stabilité

La marche robotique bipédale repose sur deux modèles de marche: la marche statique également appelée quasi-statique et la marche dynamique [Kajita et al., 2009]. Le recours à un critère de stabilité donné dépend du modèle de marche adopté. Le choix d'un critère de

stabilité assure le maintien de l'équilibre du bipède à tout instant et permet ainsi d'éviter qu'un mouvement ne soit à l'origine d'une perte d'équilibre entraînant une chute du robot.

- **Marche statique et critères de stabilité.** Dans ce cas, une lourde contrainte guide la mise en mouvement du bipède imposant une marche composée uniquement de DSP en alternant entre double appui de propulsion et double appui de réception. En effet, la projection du centre de masse (CoM) sur le sol doit constamment se trouver à l'intérieur d'un polygone particulier joignant les points d'appuis au sol, le polygone de sustentation (voir Figure 1.6). Une marge adéquate de stabilité doit être assurée durant toutes les phases du mouvement. McGhee [McGhee, 1968] définit la marge de stabilité statique comme étant la distance minimale entre le centre de masse du robot marcheur et l'un des côtés du polygone de sustentation. Le critère de stabilité statique élaboré par McGhee permet d'affirmer que le système robotique est statiquement stable si la marge de stabilité statique est positive. La marge de stabilité statique constitue ainsi un moyen d'évaluer la stabilité des robots bipèdes et d'assurer à tout instant le maintien d'une position d'équilibre.

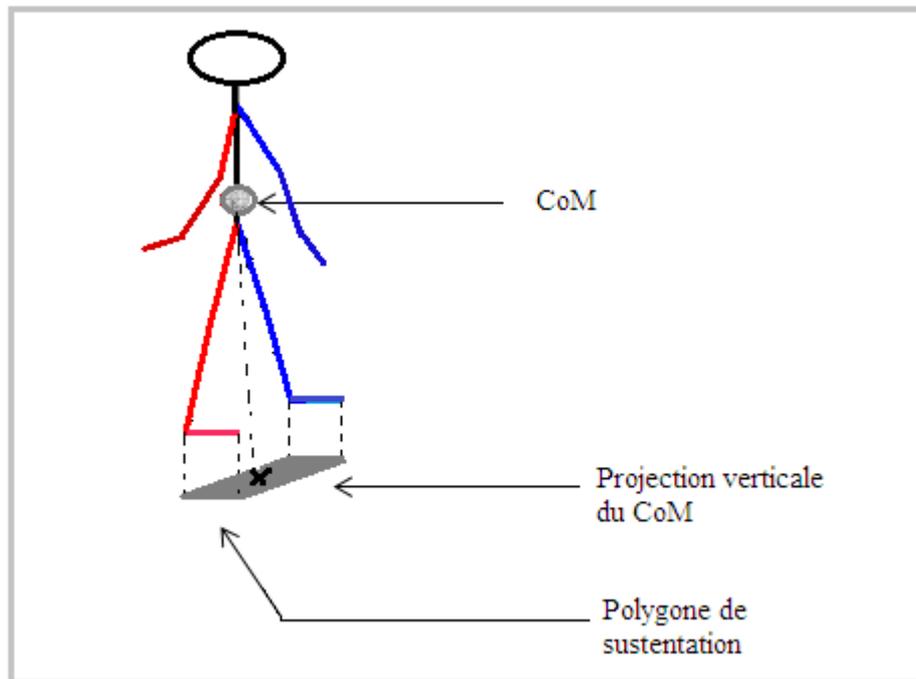


Figure 1.6: Illustration du critère de stabilité statique

D'autres moyens permettant la mesure de la marge de stabilité existent sans pour autant être exclusivement dédiés aux robots bipèdes. Nous pouvons citer la *marge de stabilité d'énergie* [Messuri, 1985] ou la *marge de stabilité d'énergie normalisée* [Hirose et al., 2001b]. Ces deux critères donnent de meilleurs résultats dans le cas

spécifique de la locomotion sur plan incliné car ils donnent une indication précise sur la quantité d'énergie nécessaire pour provoquer la chute du robot marcheur. La marche statique est très restrictive empêchant le robot bipède d'atteindre de grandes vitesses de déplacement car seuls les mouvements lents sont autorisés [Kim et al., 2007].

- ***Marche dynamique et critères de stabilité.*** Dans ce cas, la projection verticale du centre de masse sur le sol peut se trouver localement en dehors du polygone de sustentation [Kajita et al., 2009]. L'omission de la contrainte relative au centre de masse offre une meilleure mobilité au robot marcheur et lui confère plus de liberté de mouvements. La marche robotique résultante est plus rapide se rapprochant ainsi de la marche bipédale humaine mais le système robotique considéré est instable rendant l'application d'une commande efficace plus complexe et plus délicate. De même, les conditions relatives aux critères de stabilité dynamique sont plus difficiles à satisfaire. Le *Zero Moment Point* plus connu sous l'abréviation ZMP est le critère de stabilité dynamique le plus souvent utilisé en robotique bipédale. En effet, Vukobratovic a introduit le concept de ZMP en 1968 [Vukobratovic & Juricic, 1968] puis l'a rigoureusement étayé dans ses travaux ultérieurs [Vukobratovic et al., 1990] et [Vukobratovic & Borovac, 2004]. Le ZMP trouve son origine dans l'instabilité causée par le choix d'une marche dynamique car il est difficile de conserver dans ce cas un contact suffisant avec le sol pendant la phase de simple support. Ceci augmente le risque de perte d'équilibre du bipède et donc de chute. Le critère du ZMP consiste à vérifier que le point correspondant au ZMP existe à chaque instant. Cela revient à prendre en compte toutes les forces gravitationnelles et inertielles intervenant pendant la phase critique de simple support et à déterminer une force de réaction du sol résultante en un point de contact qui résume à lui seul l'ensemble des forces et couples appliqués sur toute la zone de contact (plante du pied). Si ce point se trouve à l'intérieur du polygone de support, il sera désigné par ZMP et garantira le maintien de l'équilibre dynamique du système robotique bipédale (voir Figure 1.7). Par contre, si ce point se trouve sur l'un des bords ou à l'extérieur du polygone de sustentation, il pourra être désigné par ZMP fictif ou FZMP mais n'assurera pas la stabilité dynamique. Le critère du ZMP se traduit par la condition nécessaire et suffisante suivante : les composantes horizontales du moment de la résultante de réaction du sol doivent être nulles. Il est à noter que plus le ZMP s'approche des limites du polygone de support, plus l'équilibre dynamique du système robotique s'en trouve fragilisé.

Dans ce cas, tout moment additionnel est susceptible de faire basculer le bipède. Une solution consiste à ramener le ZMP à l'intérieur d'une *zone de sécurité* au sein même du polygone de sustentation par la mise en œuvre des mouvements appropriés [Yagi & Lumelsky, 2000] et [Vadakkepat et al., 2008].

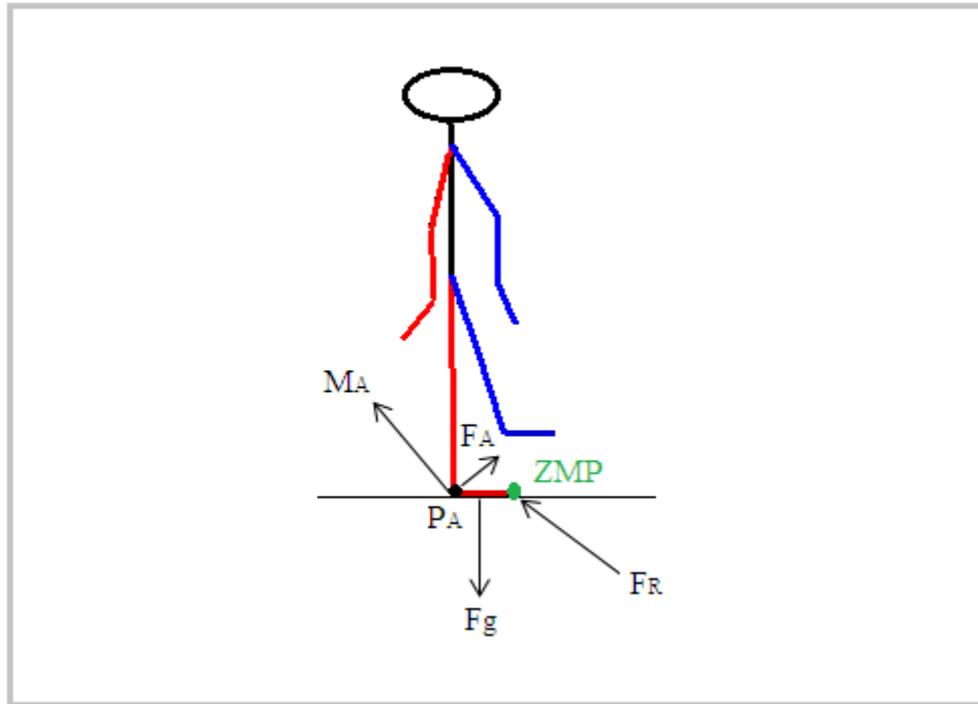


Figure 1.7: Illustration du critère du ZMP

Dans la Figure 1.7, P_A désigne le point de contact entre le sol et la cheville, F_A et M_A représentent respectivement la force et le moment de réaction de la cheville. F_g est le vecteur de pesanteur appliqué au niveau du centre de gravité du pied de support tandis que F_R désigne la résultante de la force de réaction totale. Le point où s'exerce F_R se trouve à l'intérieur du polygone de support, c'est donc le ZMP.

Selon Vukobratovic, la notion de ZMP doit être envisagée comme étroitement liée à la force de réaction du sol. Il insiste sur trois notions qui selon lui portent à confusion de nombreux chercheurs : (i) le critère du ZMP n'est pas un critère de stabilité dynamique mais plutôt un critère de maintien de l'équilibre dynamique lorsque le contact avec le sol devient ponctuel, (ii) Le ZMP n'existe que si le centre de masse se trouve à l'intérieur du polygone de support. Dans le cas où le centre de masse se trouve à l'extérieur du polygone de sustentation, on ne parle plus de ZMP car il n'existe pas. (iii) ZMP et centre de pression sont deux points confondus si le centre de pression se trouve à l'intérieur du polygone de support [Vukobratovic & Borovac, 2004]. De nombreux chercheurs utilisent le critère du ZMP pour le maintien de

l'équilibre dynamique des robots Humanoïdes mais les applications les plus emblématiques demeurent [Mitobe et al., 2000], [Kajita et al., 2003], [Sardain & Bessonnet, 2004], [Erbatur & Kurt, 2009]. D'autres critères de stabilité dynamique existent mais ils ne sont que marginalement utilisés néanmoins nous pouvons citer un critère souvent comparé au ZMP : *l'indicateur de rotation du pied* ou *FRI* (Foot Rotation Indicator) initialement introduit par Goswami en 1999 dans [Goswami, 1999]. Il s'agit du point au niveau de la surface de contact pied/sol ou la résultante de la force de réaction du sol *devrait agir* pour maintenir le pied en position stationnaire et éviter sa rotation sur lui-même ce qui entrainerait la perte d'équilibre. Contrairement au ZMP, le FRI peut se trouver en dehors du polygone de sustentation, dans ce cas il servira à mesurer le degré d'instabilité du robot bipède. D'autres travaux ont exploité le FRI dont [Wieber, 2002], [Choi & Grizzle, 2005] et [Sabourin & Bruneau, 2005]. Dans [Fu & Chen, 2007], les auteurs dressent une comparaison des critères de stabilité dynamique généralement employés pour assurer l'équilibre des robots marcheurs, ils citent, outre le ZMP, le *retour de Poincaré* (Poincaré return map). En effet, le retour de Poincaré est une technique permettant de déterminer l'existence d'orbites périodiques et d'évaluer leurs propriétés de stabilité. Ce critère préconise la réalisation de trajectoires au sein d'un cycle limite de stabilité néanmoins les faibles déviations par rapport au cycle qui obéissent à une relation linéaire relative au critère sont acceptables. Le retour de Poincaré est souvent utilisé dans l'analyse de la stabilité des robots bipèdes dans le cas d'une marche dynamique passive [Mac Geer, 1990] et [Goswami et al., 1996]. Cependant il présente deux limitations majeures. D'une part, il n'est applicable que dans le cas d'une marche bipédale périodique or la marche sur des surfaces rugueuses ainsi que l'évitement d'obstacles potentiels ou le changement de la vitesse de marche ne sont en rien périodiques, ceci restreint notablement les cas d'applications. D'autre part, de larges déviations par rapport au cycle limite rendent l'emploi de cette technique impossible [Westervelt et al., 2007].

Lors de la mise en œuvre d'un cycle de marche, l'alternance des phases de double support (DSP), simple support (SSP) et impact (IP) donne lieu à des scénarios différents nécessitant une analyse différente [Vukobratovic & Borovac, 2004]. Lors de la phase de double support, le robot bipède est supporté simultanément par ses deux jambes maintenues fixes au sol. Il s'apparente ainsi à un système robotique statiquement stable. Pendant la phase de simple support, le robot humanoïde est statiquement instable ce qui requiert le recours à un critère de stabilité dynamique. Enfin, la phase d'impact étant de durée infinitésimale [Westervelt, 2003],

elle ne constitue pas un risque à la perte d'équilibre de l'humanoïde d'autant plus que le robot se retrouve rapidement en situation de stabilité statique (DSP). Ainsi pendant un cycle de marche élémentaire, différents critères de stabilité devront être employés pour le maintien de l'équilibre d'un même système robotique.

On distingue également entre marche active et marche passive. Cette différenciation s'opère surtout dans le cas de la marche dynamique. On parlera ainsi de marche dynamique passive et marche dynamique active :

- ***Marche dynamique passive.*** Cette notion a été introduite par Mac Geer en 1990 dans [Mac Geer, 1990] ou il généralise la *marche balistique* précédemment définie dans [Mochon & McMahon, 1980] par la dénomination *marche passive* car aucune commande externe ou apport d'énergie ne sont nécessaires à la mise en mouvement du robot considéré. On dira alors que le système est sous-actionné. En effet, la marche dynamique passive s'applique à une classe particulière de robots marcheurs pouvant marcher sans sollicitation externe sur une surface faiblement inclinée, le robot marcheur dynamique passif est capable de descendre une pente douce en n'utilisant que son énergie potentielle [Kajita et al., 2009]. Les jambes du bipède se balancent naturellement tel un pendule et la conservation du moment angulaire conditionne le contact du pied avec le sol [Kuo, 1999].
- ***Marche dynamique active.*** Contrairement à la marche dynamique passive restreinte aux plans inclinés et réalisable uniquement pour une marche en descente, la marche dynamique active convient quelle que soit la surface de marche et son plan d'inclinaison [Asano et al., 2000]. Elle correspond à l'application d'une commande au robot bipède afin de lui permettre de surmonter la phase d'impact où il perd toute son énergie et d'initier la phase suivante [Schiehlen, 2005]. Bien que coûteuse en énergie, la marche dynamique active est beaucoup plus utilisée pour la mise en mouvement des robots bipèdes. De nombreuses techniques de commande ont été développées dans ce sens.

1.5.3. Nature de la force de réaction du sol

Selon Goswami dans [Goswami, 1999], toutes les articulations du robot Humanoïde peuvent être actionnées et contrôlées excepté le contact entre le pied et le sol. Il définit le contact pied/sol comme étant un joint *unilatéral* car il n'y a pas de forces attractives qui interviennent dans le bilan des forces mais aussi *sous-actionné* car aucune entrée de commande n'est

appliquée à ce niveau. Vukobratovic reprend cette même idée dans [Vukobratovic & Borovac, 2004] où il décrit le contact pied/sol comme étant un degré de liberté *supplémentaire* mais *passif*. Lors du contact avec le sol, le pied ne peut être commandé directement mais en agissant sur les forces tangentiels et normales en présence.

Il est donc nécessaire d'identifier au préalable le type de contact qui sera simulé. Celui-ci conditionne la nature des forces extérieures s'appliquant au point de contact. En effet, dans le cas d'un contact rigide, la phase d'impact est instantanée et la force de réaction du sol est souvent impulsionnelle [Grizzle et al., 2001]. La commande à appliquer pour compenser l'effet de cette force est simple à mettre en œuvre. Par contre, si le contact est progressif, la phase d'impact dure plus longtemps. Dans ce cas de figure, le pied est souple et possède une certaine élasticité rendant la surface de contact déformable. La force de réaction du sol sera oscillante avec une amplitude qui s'atténuera au fil des oscillations traduisant les contacts de plus en plus amortis entre le pied et le sol. Les amortisseurs non linéaires et les systèmes équipés de ressorts sont souvent utilisés pour matérialiser le contact progressif amorti comme dans le cas de la série de robots Humanoïdes HRP [Nagasaki et al., 2004]. L'avantage de ce dernier modèle est qu'il est applicable quel que soit le type de surface de contact considéré surtout qu'il convient autant à la marche qu'à la course [Iida et al., 2009]. Néanmoins, l'élaboration d'une commande compensatoire est plus complexe que dans le cas du modèle rigide.

Dans le cadre de notre étude et lors de la mise en œuvre de la fonction de marche, les trois phases usuelles d'un cycle de marche seront considérées et le contact pied/sol sera de type rigide pour la réalisation d'une marche dynamique.

1.5.4. Techniques de commande

Pour réaliser la commande d'un système robotique bipédale, il faut choisir la commande qui assurera la coordination adéquate des mouvements des différents corps rigides impliqués dans la mise en œuvre de la marche bipédale. L'objectif étant que celle-ci se rapproche autant que possible de la marche humaine.

Différentes approches et stratégies ont été employées pour commander les robots marcheurs tenant compte de l'importance à assurer une marche efficace et stable, peu coûteuse en énergie et pouvant s'adapter à différents types de sol et aux diverses perturbations [Fatehi et al., 2010]. Au niveau de la génération de modèles de marche, nous distinguons deux types de

travaux [Kajita et al., 2001]. D'une part les études qui choisissent d'assimiler le système robotique étudié à un modèle plus simple parfois même élémentaire [Sugihara et al., 2002] et d'autre part les travaux qui considèrent le modèle robotique complet exploitant toutes les données morphologiques existantes [Hirai et al., 1998] et [Huang et al., 2001].

- **Commande via un modèle simplifié.** Le concept du pendule inversé linéaire communément appelé LIPM (*Linear Inverted Pendulum Model*) a été le plus employé dans ce sens car il simplifie le problème de génération de trajectoire. Nous pouvons citer dans ce contexte [Kajita & Tani, 1996] et [Pratt et al., 2001] et plus récemment [Yoo et al., 2009], [Lee et al., 2011] et [Hong et al., 2014]. Cette approche ne nécessite qu'une connaissance limitée du modèle dynamique robotique. Peu de données morphologiques sont exploitées telles que le centre de masse ou le moment angulaire total. La méthode du LIPM se base sur l'hypothèse selon laquelle durant la SSP ou tout le poids du robot Humanoïde est supporté par la jambe d'appui, la dynamique globale du système robotique peut s'apparenter au modèle d'un pendule inversé joignant entre le centre de masse de tout le corps du robot et le pied de support. Ainsi, l'approche du LIPM résume la totalité du corps du robot Humanoïde en un point comportant toute la masse du robot et une jambe télescopique au poids négligeable. Pour assurer la réalisation de trajectoires de marche stable, de nombreux travaux de recherche ont élaboré des algorithmes de génération de trajectoire de référence dans lesquels le critère de stabilité du ZMP est appliqué au LIPM même si le LIPM ne tient pas compte dans la modélisation dynamique qu'il propose de la jambe oscillante.. Citons [Kajita et al., 2001], [Vanderborgh et al., 2008] et [Erbatur & Kurt, 2009]. Il est cependant à noter que si les jambes sont lourdes, l'omission de la dynamique de la jambe de vol peut générer des problèmes de poursuite et de perturbations durant la phase de simple support. Pour pallier à ces problèmes et continuer à utiliser la modélisation par LIPM même dans le cas de jambes avec une masse significative ce qui correspond à la réalité de la plupart des robots marcheurs, certaines études dont [Park & Kim, 1998] et [Erbatur & Seven, 2007] proposent un LIPM commutatif. L'avantage du LIPM commutatif réside dans la commutation entre deux modèles dynamiques : un modèle à un centre de masse durant la DSP et un modèle à deux centres de masse pendant la SSP. Dans [Motoi et al., 2009], le concept du LIPM virtuel ou VLIPM (*Virtual Linear Inverted Pendulum Model*) est introduit. Celui-ci permet d'atteindre la position et la vitesse désirées du centre de gravité du robot bipède sans pour autant modifier l'emplacement des pieds du robot. Ainsi, la

génération de trajectoire par VLIPM consiste à recourir à un point de support virtuel, le VSP (Virtual Supporting Point) pour compenser l'écart entre position désirée et position virtuelle modifiée du pied en mouvement.

- **Commande via le modèle complet.** Les travaux qui se sont orientés vers ce type de modélisation dynamique [Khatib et al., 2004], [Kuroki, 2006] et [Dalibard et al., 2013] perçoivent le système robotique dans sa totalité. Ils exploitent toutes les données morphologiques disponibles telles que la masse du robot, la position du centre de masse, ou encore l'inertie de chaque corps rigide afin de générer des modèles de trajectoires. La pertinence de cette méthode dépend surtout de la précision et de l'exactitude des modèles employés. On distingue deux catégories de travaux s'inspirant de l'approche par modélisation dynamique complète. Le premier groupe se concentre sur la génération d'une simple trajectoire de référence et la mise en œuvre d'une loi de commande avec poursuite. En effet, dans ce cas le robot Humanoïde est contrôlé via l'élaboration d'une commande par retour d'état ou de sortie pendant les phases de SSP, IP et DSP. Nous pouvons citer dans ce sens les travaux de [Shih & Gruver, 1992], [Goddard et al., 1992] et plus récemment ceux de [Westervelt et al., 2007] et [Chen & Li, 2008]. Le second groupe opte pour le recours à une fonction objectif composée d'un ou plusieurs termes à minimiser en vue de générer une trajectoire optimale [Hurmuzlu, 1993], [Hu et al., 2008] et [Liu et al., 2012]. Les critères à optimiser sont généralement le temps d'exécution [Suleiman et al., 2010], le coût en énergie [Minakata et al., 2008], le coût des couples moteurs [Chevallereau & Aoustin, 2001], les vibrations du robot ou encore le Jerk [Morimoto & Atkeson, 2007].

Qu'il s'agisse du modèle simplifié ou complet, nous constatons que différents types de commandes non linéaires ont été appliqués dans la littérature. Le Tableau 1.5 présente une synthèse des principales techniques de commande non linéaires employées pour la génération de cycles de marches à travers une analyse bibliographique des travaux illustrant la mise en œuvre de ces lois de commandes. Il s'inspire d'une récente étude bibliographique [Boubaker, 2013] dans laquelle les différentes techniques de commande employées lors de la modélisation par pendule inversé sont explorées. Pour chaque technique de commande présentée, nous recensons au niveau de la seconde colonne du Tableau 1.4 les ouvrages académiques illustrant la mise en œuvre de cette loi de commande. Dans les deux dernières colonnes du tableau, nous citons certains articles de journaux ou de conférence illustrant la

mise en œuvre de cette technique de commande pour le modèle simplifié du robot marcheur (troisième colonne) et le modèle complet du robot marcheur (quatrième colonne).

Tableau 1.5 : Techniques de commandes non linéaires des systèmes robotiques

Technique de commande	Ouvrages académiques	Articles de recherche	
		Modèle simplifié	Modèle complet
Commande prédictive	[Allgöwer & Zheng, 2000] [Findeisen et al., 2006] [Magni et al., 2009]	[Kajita et al., 2003] [Dimitrov et al., 2011] [Bagheri & Miripour-Fard, 2011]	[Azevedo et al., 2004] [Chemori & Alamir, 2006] [Ge et al., 2012]
Commande optimale en temps	[Lewis & Syrmos, 1995] [Vinter, 2000] [Boscain & Piccoli, 2004]	[Harada et al., 2010]	[Takanishi et al., 1989] [Sadigh & Mansouri, 2013]
Commande optimale en énergie	[Khalil, 2002]	[Roussel et al., 1998] [Spong et al., 2007] [Lia & Chena, 2011]	[Khraief & M'Sirdi, 2004] [Wang et al., 2013]
Commande par réseaux de neurones	[Ge et al., 1998] [Lewis et al., 1999]	[Kitamura et al., 1988] [Miller, 1994] [Wang et al., 2010]	[Zhou, 2000] [Geng et al., 2006] [Vundavilli & Pratihari, 2011]
Commande adaptative par PID	[Astrom & Wittenmark, 1995]	[Asano et al., 2000]	[Villagra & Balaguer, 2011]
Commande par logique floue	[Wang, 1994]	[Juang, 2000] [Zaidi et al., 2012]	[Murakami et al., 1995] [Ferreira et al., 2009] [Li et al., 2011]
Commande par mode glissant	[Utkin, 1992] [Edwards & Spurgeon, 1998] [Utkin et al., 1999]	[Moosavian et al., 2007] [Dehghani & Fattah, 2010]	[Tzafestas et al., 1996] [Mu & Wu, 2004] [Lin et al., 2007]
Commande hybride	[Savkin & Evans, 2002] [Liberzon, 2003]	[Ramamoorthy & Kuipers, 2006] [Hong et al., 2014]	[Park & Chung, 1999a] [Liu & Li, 2003] [Katić et al., 2008]

Ce tableau met en évidence un recours équilibré aux modélisations simplifiée et complète des robots bipédaux quelle que soit la technique de commande employée. Cependant, nous constatons que la commande prédictive est souvent étroitement liée au recours au pendule inversé comme modèle dynamique simplifié. De même, il apparaît que la plupart des

commandes optimales s'adaptent mieux à une modélisation dynamique complète du robot considéré.

1.6. Contributions de la thèse

Le travail que nous aspirons à réaliser trouve toute son essence dans la volonté de proposer une étude complète d'un robot Humanoïde marcheur particulier. Les différentes étapes nécessaires à la modélisation et à la commande du robot humanoïde y sont soigneusement traitées à la lumière des avancées et réalisations de la recherche robotique humanoïde actuelle. Le robot humanoïde que nous désirons concevoir possède les fonctions de marche et de balancement des bras. Ces deux fonctionnalités seront associées en vue de contribuer au maintien de l'équilibre dynamique du robot bipède.

Ce travail propose un certain nombre d'originalités que nous recensons ci-dessous.

Une morphologie particulière. En effet, nous proposons pour la mise en œuvre du robot Humanoïde une morphologie particulière qui s'apparente autant que possible à un sujet humain féminin de masse 70 kg et de hauteur 1,73m doté de vingt-six degrés de liberté de type rotoïde associés à quinze corps rigides. L'originalité de cette morphologie tient à son réalisme puisqu'elle s'inspire des caractéristiques en taille et poids d'une jeune femme réelle et que les données morphologiques utilisées ont été obtenues suite à l'application d'une méthodologie rigoureuse de calcul des données segmentaires humaines.

Séparation en deux systèmes robotiques indépendants. Contrairement à la plupart des études anthropométriques qui considèrent que tronc et bassin constituent un seul et un même corps rigide, nous avons opté pour la séparation du tronc en deux parties indépendantes donnant ainsi lieu à deux systèmes robotiques indépendants : le robot bipède d'une part et le torse et bras anthropomorphiques d'autre part. Cette séparation a pour avantage d'atténuer la complexité de mise en œuvre de la commande et de simplifier l'étude géométrique et dynamique du système robotique complet.

Proposition d'une méthode de réduction du modèle robotique dynamique. Lors de l'établissement du modèle dynamique tridimensionnel des deux systèmes robotiques : robot bipède et torse et bras anthropomorphiques, nous proposons une méthode pertinente de réduction des modèles dynamiques à des fins d'analyse, simulations et de commande. Cette méthodologie est applicable à tout système robotique quel que soit le nombre de degrés de liberté dont il est doté ou de corps rigides le composant. Elle constitue une méthode complète

et exhaustive se basant sur le formalisme de Newton-Euler pour aboutir à un modèle dynamique tridimensionnel sous sa forme minimale moyennant certains calculs et transformations mathématiques.

Implémentation d'une commande optimale par Minimum Jerk pour la commande du robot bipède dans l'espace tridimensionnel. Notre étude se positionne comme étant une première initiative de l'application de la théorie du Minimum Jerk pour la commande de robots bipèdes évoluant dans un espace tridimensionnel. En effet dans le domaine de la robotique, la théorie du *Minimum Jerk* a presque été exclusivement exploitée pour le développement de membres supérieurs à des fins médicales. L'étude de Boonpratong et ses collaborateurs [Boonpratong et al., 2008] est la seule qui se soit intéressée à l'application du principe du minimum Jerk pour la commande de la partie bipédale mais seulement dans le plan bidimensionnel.

Proposition d'une nouvelle technique de génération de trajectoire selon le critère du Minimum Jerk. Nous présentons à ce niveau notre contribution majeure qui réside dans la proposition d'une nouvelle méthode d'application du critère de minimisation du Jerk différente des méthodes usuelles *Point-to-Point* et *Via-point*. Elle trouve son originalité dans la proposition de trajectoires de référence assez particulières qui mettent en jeu à la fois des fonctions trigonométriques et des fonctions de trajectoires polynomiales dans l'espace cartésien tridimensionnel d'évolution du bipède. Le recours simultané aux fonctions trigonométriques et polynômiales confère à la trajectoire résultante les avantages de ces deux types de fonctions.

1.7. Conclusion

L'élaboration de ce chapitre a mis en évidence, outre la richesse et la prolifération scientifique dans le domaine de la robotique Humanoïde, les nombreux axes de recherche qui pouvaient être envisagées dans ce domaine d'étude. L'état de l'art que nous avons proposé présente une classification des robots Humanoïdes selon leur secteur d'activité ainsi que les fonctions qu'ils sont capables de réaliser. La synthèse recensant les grandes familles d'Humanoïdes à travers le monde a permis d'identifier les grands courants scientifiques de la robotique Humanoïde, les foyers géographiques les plus actifs et de mesurer les progrès et développements réalisés en quelques décennies seulement. Nous avons ensuite traité l'aspect primordial de la commande robotique en choisissant d'insister principalement sur la commande relative à la marche bipédale de par la complexité de sa mise en œuvre mais aussi

en raison du rôle important et de la place considérable qu'elle occupe dans le domaine de la robotique Humanoïde. A cet effet, nous avons caractérisé le cycle de marche robotique et identifié les différents types de marches possibles et les critères de stabilité correspondants puis recensé les techniques de commande employées. Enfin au terme de chapitre, nous abordons les contributions que nous souhaitons apporter et précisons les motivations qui furent les nôtres dans la réalisation de ce travail.

Chapitre 2

**Le Robot Humanoïde : Morphologie
Modèles anthropométrique et géométrique**

2.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de procéder à une présentation justifiée de la morphologie du robot humanoïde objet de notre étude. Ainsi, nous commencerons par une proposition d'une morphologie particulière qui s'apparente autant que possible à un sujet humain féminin en utilisant une méthodologie rigoureuse pour aboutir à des données morphologiques mesurables. Ayant opté pour la séparation de l'humanoïde en deux systèmes robotiques indépendants : un haut et une partie bipédale, nous développerons dans un deuxième temps le modèle géométrique tridimensionnel associé à chaque système par un recours aux transformations par les angles d'Euler. Des scénarios de validation des modèles géométrique direct et cinématique inverse seront ensuite proposés. Enfin, ce chapitre s'achèvera par le calcul dans l'espace tridimensionnel des vitesses et accélérations angulaires des différents corps rigides.

2.2. Structure mécanique articulée

Le système mécanique articulé que nous désirons concevoir est un robot humanoïde qui s'apparente autant possible à un sujet humain féminin de masse 70 kg et de hauteur 1,73m doté de vingt-six degrés de liberté de type rotoïde associés à quinze corps rigides [Aloulou & Boubaker, 2010a]. En nous inspirant de la morphologie générale d'un être humain que nous exposons dans la Figure 2.1, nous proposons la morphologie particulière du robot humanoïde représentée dans la Figure 2.2.

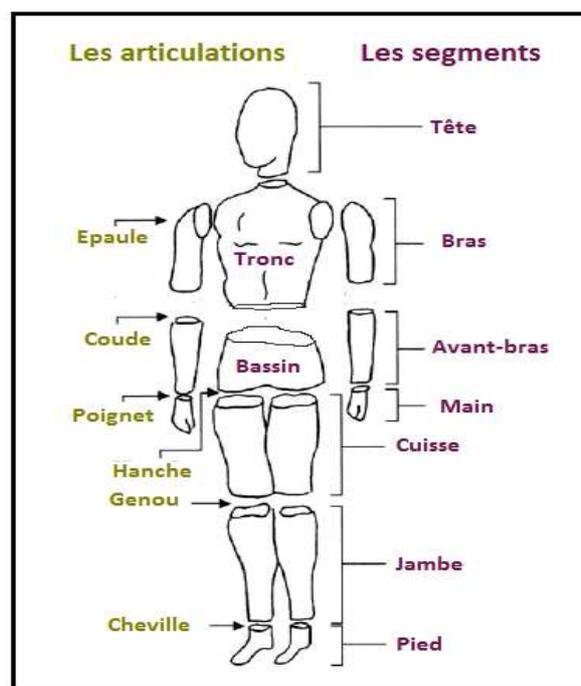


Figure 2.1 : Morphologie générale d'un être humain

Celle-ci reprend l'ensemble des segments et articulations composant le robot étudié. Le Tableau 2.1 explique les joints et le nombre de degrés de liberté associés à chaque corps rigide ainsi que leur emplacement. C1 à C15 constituent les quinze corps rigides du robot et J1 à J15 correspondent aux quatorze joints [Aloulou & Boubaker, 2010b].

Contrairement à la plupart des études anthropométriques qui considèrent que le tronc et le bassin constituent un seul et un même corps rigide [Allard & Blanchi, 2000], nous avons opté pour la séparation du tronc en deux parties indépendantes. Néanmoins, nous considérerons que l'articulation qui lie ces deux segments est de type encastrement. J4 et J8 représentent donc le même joint de type encastrement reliant le tronc au bassin et faisant la jonction entre deux systèmes robotiques que nous allons considérer comme indépendants. Nous avons privilégié la redondance du joint afin de conserver une concordance numérique entre chaque segment et l'articulation correspondante.

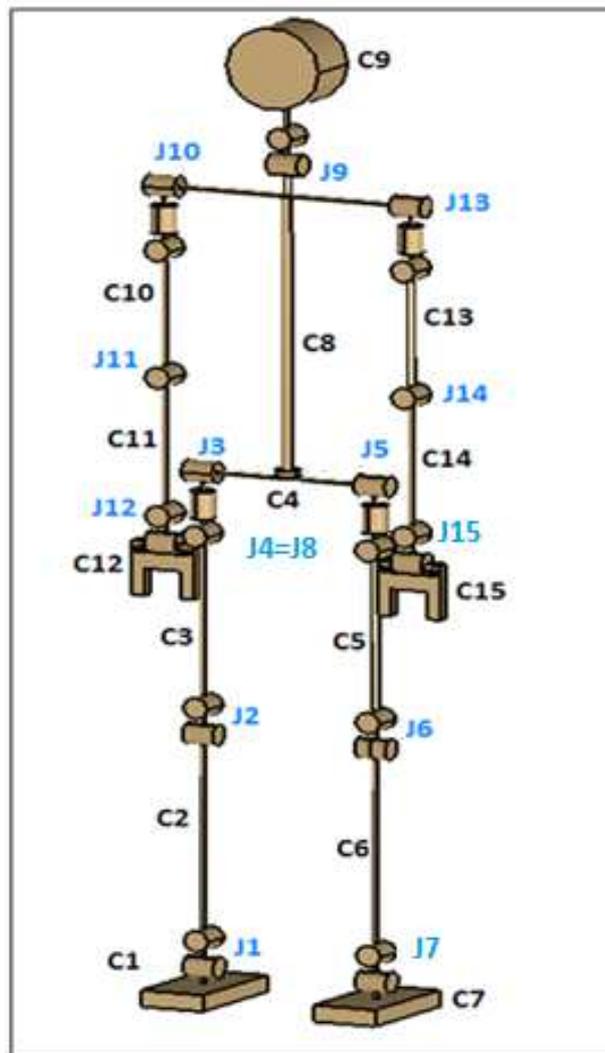


Figure 2.2. Structure mécanique articulée du robot humanoïde [Aloulou & Boubaker, 2010b]

Tableau 2.1. Corps rigides et articulations associés au robot humanoïde
[Aloulou & Boubaker, 2010b]

Corps Rigide	Description du corps rigide	Joint	Description du joint	Degrés de liberté
C1	Pied droit	J1	Cheville droite	$\xi_1 = [0 \ \phi_1 \ \phi_2]$
C2	Jambe droite	J2	Genou droit	$\xi_2 = [0 \ \phi_1 \ \phi_3]$
C3	Cuisse droite	J3	Hanche droite	$\xi_3 = [\phi_4 \ \phi_5 \ \phi_6]$
C4	Bassin	J4	Joint de type encastrement	$\xi_4 = [0 \ 0 \ 0]$
C5	Cuisse gauche	J5	Hanche gauche	$\xi_5 = [\phi_7 \ \phi_8 \ \phi_9]$
C6	Jambe gauche	J6	Genou gauche	$\xi_6 = [0 \ \phi_{10} \ \phi_{11}]$
C7	Pied gauche	J7	Cheville gauche	$\xi_7 = [0 \ \phi_{10} \ \phi_{12}]$
C8	Tronc	J8	Joint de type encastrement	$\xi_8 = [0 \ 0 \ 0]$
C9	Tête	J9	Cou	$\xi_9 = [0 \ \phi_{13} \ \phi_{14}]$
C10	Bras droit	J10	Epaule droite	$\xi_{10} = [\phi_{15} \ \phi_{16} \ \phi_{17}]$
C11	Avant-bras droit	J11	Coude droit	$\xi_{11} = [0 \ \phi_{18} \ 0]$
C12	Main droite	J12	Poignet droit	$\xi_{12} = [0 \ \phi_{19} \ \phi_{20}]$
C13	Bras gauche	J13	Epaule gauche	$\xi_{13} = [\phi_{21} \ \phi_{22} \ \phi_{23}]$
C14	Avant-bras gauche	J14	Coude gauche	$\xi_{14} = [0 \ \phi_{24} \ 0]$
C15	Main gauche	J15	Poignet gauche	$\xi_{15} = [0 \ \phi_{25} \ \phi_{26}]$

La position angulaire de chaque corps rigide C_i est mesurée par ses angles d'Euler [Landau & Lifschitz, 1976], [Goldstein, 1980]. La dernière colonne du Tableau 2.1 met en évidence pour chaque corps rigide C_i le vecteur des angles d'Euler ξ_i relatifs à chaque joint J_i associé à C_i .

2.3. Modèle anthropométrique

L'objectif est de procéder à une étude anthropométrique du robot proposé. Le terme *anthropométrie* trouve son origine dans la fusion des termes latins *Anthropos* et *metron* qui signifient respectivement *Homme* et *mesurer*. Ainsi, l'anthropométrie est l'étude et la mesure des dimensions physiques du corps humain [Chandler et al., 1975]. Elle permet d'évaluer la corpulence, les proportions et la composition du corps humain et de ce fait elle représente l'aspect quantitatif de l'anthropologie physique.

On distingue l'anthropométrie dynamique qui a pour principal objectif la mesure des segments corporels lors de la mise en mouvement du corps humain et l'anthropométrie

statique qui s'intéresse à ces mêmes mesures en position statique. Plusieurs méthodes et logiciels existent pour calculer les mesures anthropométriques du corps humain [Dao, 2009].

Nous nous baserons, dans ce travail, sur les données provenant de mesures anthropométriques statiques car leur mise en œuvre est beaucoup plus aisée. Elles suffisent à établir une modélisation cinématique et dynamique satisfaisantes. Dans ce sens, les travaux de Winter [Winter, 2009] ont permis de mettre en évidence des proportions segmentaires normalisées qui peuvent être prises comme indication. La Figure 2.3 indique la proportion de chaque membre en terme de longueur par rapport à la stature totale de l'individu notée H selon le modèle de Winter [Winter, 2009]. Le Tableau 2.2 fournit quelques mesures segmentaires obtenues par application du modèle de Winter pour une personne de sexe féminin et de taille $H=1.73\text{m}$.

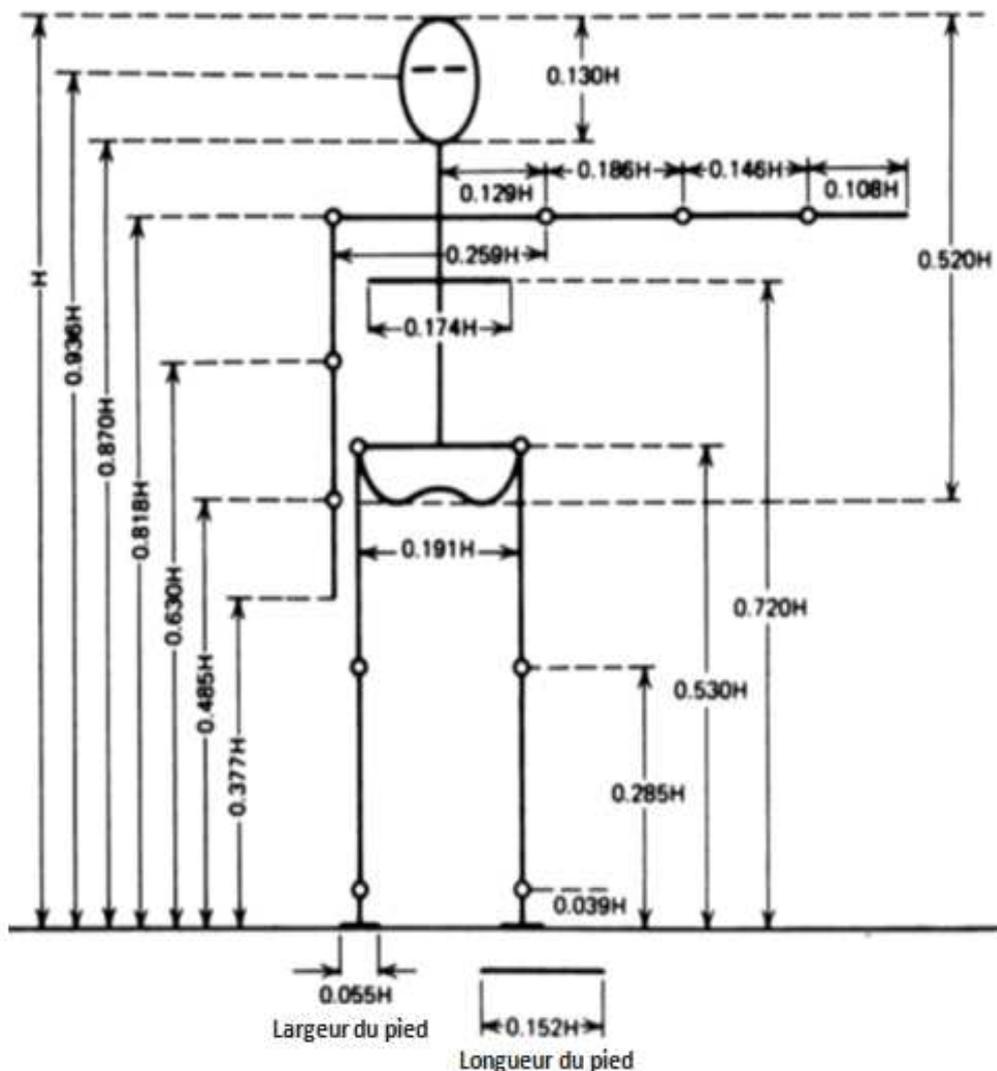


Figure 2.3. Longueurs segmentaires en fonction de la taille [Winter 2009]

Tableau 2.2. Mesures segmentaires du robot humanoïde obtenues via le modèle de Winter

Corps rigide	Proportion du corps rigide de la stature totale selon Winter	Mesures de Winter (cm)
Pied	0,039	6,747
Jambe	0,246	42,558
Cuisse	0,200	34,600
Bassin	0,045	7,785
Tronc	0,293	50,689
Tête	0,182	31,486
Bras	0,180	31,140
Avant-bras	0,145	25,085
Main	0,108	18,684

Chacun des quinze segments du robot humanoïde doit être caractérisé par un ensemble de paramètres physiques. Ainsi, pour chaque corps rigide C_i , on définit les paramètres suivants :

- $m_i \in \mathfrak{R}$: masse relative au corps C_i .
- $i_i \in \mathfrak{R}$: centre d'inertie relatif au corps C_i .
- $k_i \in \mathfrak{R}$: distance proximale définie comme étant la distance entre le centre de gravité et l'extrémité du corps C_i reliée au corps précédent C_{i-1} .
- $l_i \in \mathfrak{R}$: distance distale définie comme étant la distance entre le centre de gravité et l'extrémité du corps C_i reliée au corps suivant C_{i+1} .

On définit alors :

- $M_i \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$: la matrice de masse du corps C_i telle que :

$$M_i = \begin{pmatrix} m_i & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 \\ 0 & 0 & m_i \end{pmatrix}$$

- $I_i \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$: la matrice d'inertie du corps C_i telle que :

$$I_i = \begin{pmatrix} i_{ix} & 0 & 0 \\ 0 & i_{iy} & 0 \\ 0 & 0 & i_{iz} \end{pmatrix}$$

- $K_i \in \mathcal{R}^{3 \times 1}$: le vecteur distance proximale entre le centre de gravité et l'extrémité du corps C_i reliée au corps précédent C_{i-1} , exprimé dans le repère du corps i tel que :

$$K_i = [0 \quad 0 \quad k_i]^T$$

- $L_i \in \mathcal{R}^{3 \times 1}$: le vecteur distance distale entre le centre de gravité et l'extrémité du corps C_i reliée au corps suivant C_{i+1} , exprimé dans le repère du corps i tel que :

$$L_i = [0 \quad 0 \quad l_i]^T$$

Sauf pour le corps rigide C_4 , soit le bassin, pour lequel les vecteurs distances proximale et distale sont définis comme suit :

$$K_4 = [0 \quad k_{4y} \quad k_{4z}]^T \quad \text{et} \quad L_4 = [0 \quad l_{4y} \quad l_{4z}]^T$$

La Figure 2.4 reprend la morphologie du robot humanoïde proposé avec la précision des distances distales et proximales de chaque corps rigide exprimées dans le référentiel mobile lié au $i^{\text{ème}}$ corps rigide.

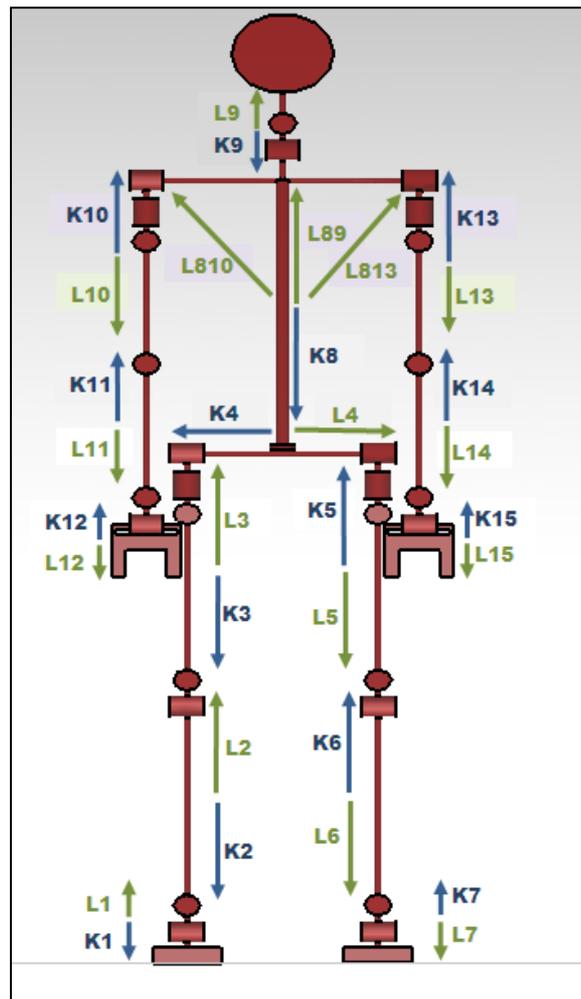


Figure 2.4. Représentation des longueurs distales et proximales du robot humanoïde

Dans le but de déterminer le modèle anthropométrique constitué par l'ensemble des paramètres physiques caractérisant chaque corps rigide C_i , nous nous appuyons sur le modèle statistique de Dempster [Dempster & Gaughran, 1967]. Ce modèle repose sur l'assimilation de chaque corps rigide à une forme géométrique spécifique. Ainsi, nous assimilerons la tête et le cou à une sphère, le tronc et le bassin à des parallélépipèdes et tous les autres membres à des cylindres. Pourtant simple d'utilisation, ce modèle offre des résultats satisfaisants quant à la détermination de la masse, de la densité volumique, de la position du centre de gravité de chaque membre et des distances proximale et distale qui sont déduites de la longueur segmentaire. Ces caractéristiques sont directement obtenues à partir du modèle de Dempster qui nécessite comme seules entrées les mesures de la masse M et de la hauteur H du corps humain à étudier ainsi que les longueurs segmentaires fournies par le modèle de Winter [Winter, 2009]. D'autres paramètres physiques contribuant également à la caractérisation de chacun des quinze corps rigides peuvent être calculés à partir des données précédentes. Il s'agit de l'inertie de chaque corps rigide dont le calcul requiert l'utilisation de toutes les données obtenues directement via le modèle de Dempster [Annexe 1]. Ainsi, pour la masse de 70 kg et la hauteur de 1,73m, nous obtenons les résultats exposés dans le Tableau 2.3.

Tableau 2.3. Paramètres physiques du robot humanoïde obtenus via le modèle de Dempster

Corps rigide	Masse (Kg)	Longueur (m)	Inertie autour du centre de masse			Distance proximale (m)	Distance distale (m)
Pied droit	1,015	0,067	0,001	0,001	0,002	0,034	0,034
Jambe droite	3,255	0,426	0,051	0,051	0,004	0,184	0,241
Cuisse droite	7,000	0,424	0,113	0,113	0,017	0,184	0,240
Bassin	9,940	0,199	0,112	0,112	0,472	0,021	0,178
Cuisse gauche	7,000	0,424	0,113	0,113	0,017	0,240	0,184
Jambe gauche	3,255	0,426	0,051	0,051	0,004	0,241	0,184
Pied gauche	1,015	0,067	0,001	0,001	0,002	0,034	0,034
Tronc	24,850	0,299	0,332	0,332	1,458	0,206	0,093
Tête et cou	5,670	0,314	0,012	0,012	0,012	0,157	0,157
Bras droit	1,960	0,321	0,018	0,018	0,002	0,140	0,181
Avant-bras droit	1,120	0,253	0,006	0,006	0,001	0,109	0,144
Main droite	0,420	0,187	0,001	0,001	0,000	0,095	0,092
Bras gauche	1,960	0,321	0,018	0,018	0,002	0,140	0,181
Avant-bras gauche	1,120	0,253	0,006	0,006	0,001	0,109	0,144
Main gauche	0,420	0,187	0,001	0,001	0,000	0,095	0,092

2.4. Modèles géométriques tridimensionnels

La modélisation géométrique tridimensionnelle du robot humanoïde sera élaborée sous les hypothèses suivantes [Aloulou & Boubaker, 2010b]:

Hypothèse 1 : La rotation du pied par rapport à l'axe vertical de son repère mobile n'est pas considérée si le pied n'entre pas en contact avec le sol.

Hypothèse 2 : Le robot possède toujours un point d'attache fixe au sol via le pied de support. On suppose que le contact entre le robot et le sol est toujours ponctuel.

Hypothèse 3 : On considère que la partie supérieure du robot humanoïde n'entre pas en contact avec l'environnement.

Hypothèse 4 : Toutes les articulations sont de type rotoïde sauf le joint J4 pour lequel l'articulation est encastree. En effet, ce joint représente la connexion entre les deux corps rigides : tronc et bassin.

2.4.1. Transformations par les angles d'Euler

Pour la modélisation géométrique, nous avons opté pour la méthode de transformation par les angles d'Euler [Landau & Lifschitz, 1976] et [Goldstein, 1980]. Les angles d'Euler ξ_i sont obtenus par trois rotations successives autour d'un repère mobile. En supposant que les deux repères inertiels et mobile coïncident au départ, l'angle Ψ_i est formé par la rotation du corps i par rapport à l'axe z , la deuxième transformation donne l'angle α_i par rotation du corps i par rapport au nouvel axe x_{i-1} . Enfin la troisième transformation fournit l'angle θ_i par rotation du corps i par rapport au nouvel axe y_{i-2} . Une rotation d'un repère par rapport à un axe peut être représentée par une matrice de transformation. La Figure 2.5 met, par exemple en évidence la seconde rotation effectuée par rapport à l'axe x_{i-1} :

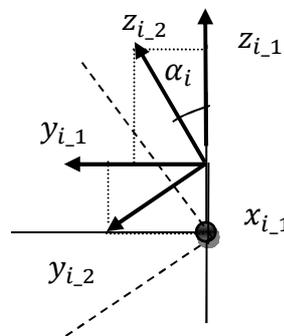


Figure 2.5. Rotation sur l'axe x_{i-1} d'un angle α_i

Nous supposons que les deux repères inertiel et mobile coïncident au départ. Ainsi, pour le système robotique bipédal, le repère inertiel coïncide avec le repère mobile du pied droit tandis que pour le robot supérieur le repère inertiel correspond au repère mobile du tronc comme le montre la Figure 2.6.

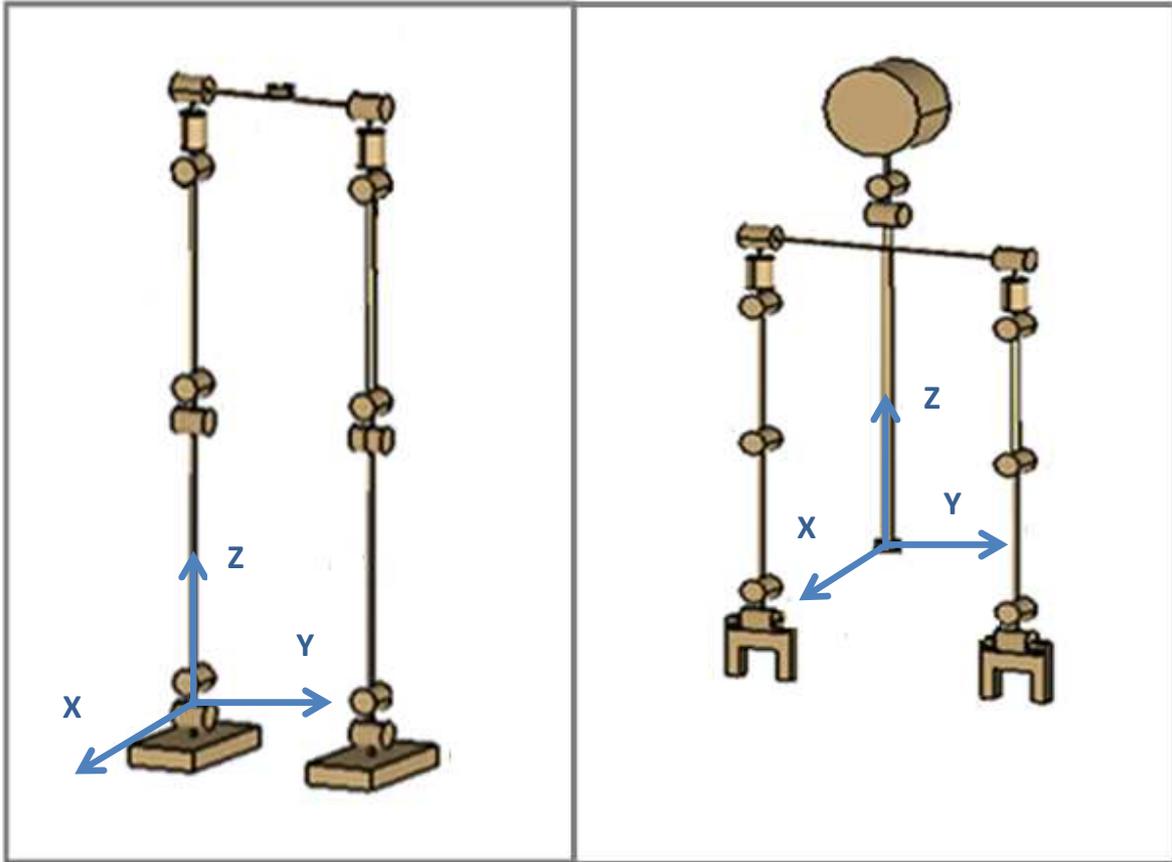


Figure 2.6. Représentation des repères inertiels pour les deux systèmes robotiques

La matrice de passage du repère du corps i vers le repère inertiel est décrite par [Annexe 2]:

$$\begin{aligned}
 A_i &= \begin{pmatrix} \cos\Psi_i \cos\theta_i - \sin\Psi_i \sin\theta_i \sin\alpha_i & -\sin\Psi_i \cos\alpha_i & \cos\Psi_i \sin\theta_i + \sin\Psi_i \sin\alpha_i \cos\theta_i \\ \sin\Psi_i \cos\theta_i + \cos\Psi_i \sin\theta_i \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \cos\Psi_i & \sin\Psi_i \sin\theta_i - \cos\Psi_i \sin\alpha_i \cos\theta_i \\ -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i \end{pmatrix} \\
 & \hspace{20em} (2.1)
 \end{aligned}$$

Supposons que les rotations s'effectuent successivement sur les axes z_{i_0} , x_{i_1} et y_{i_2} , la vitesse angulaire s'écrit donc sous la forme matricielle suivante [Annexe 3]:

$$W_i = B_i(\xi_i)^{-1}\dot{\xi}_i = B_i^{-1}\dot{\xi}_i \quad (2.2)$$

où B_i est une matrice de passage donnée par:

$$B_i = \begin{pmatrix} \frac{-\sin\theta_i}{\cos\alpha_i} & 0 & \frac{\cos\theta_i}{\cos\alpha_i} \\ \cos\theta_i & 0 & \sin\theta_i \\ \frac{\sin\theta_i \sin\alpha_i}{\cos\alpha_i} & 1 & \frac{-\cos\theta_i \sin\alpha_i}{\cos\alpha_i} \end{pmatrix}$$

L'accélération angulaire est enfin décrite par l'expression [Annexe 3]:

$$\dot{W}_i = \frac{d}{dt}(B_i^{-1}\dot{\xi}_i) = \dot{B}_i^{-1}\dot{\xi}_i + B_i^{-1}\ddot{\xi}_i \quad (2.3)$$

2.4.2. Modèle géométrique direct du robot bipède [Aloulou & Boubaker, 2010 b]

Dans ce paragraphe le modèle géométrique direct de la partie bipédale sera établi. Soit donc $X = (X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6 \ X_7)^T$ le vecteur des positions cartésiennes des centres de gravité des différents corps rigides. Notons par A_i la matrice de passage du repère du corps i vers le repère inertiel alors que la matrice A_i^T permet d'effectuer la transformation inverse.

En utilisant les données du Tableau 2.1 se rapportant à la partie bipédale ainsi que l'expression de la matrice de passage (2.1), nous obtenons :

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos\Phi_2 & 0 & \sin\Phi_2 \\ \sin\Phi_2 \sin\Phi_1 & \cos\Phi_1 & -\sin\Phi_1 \cos\Phi_2 \\ -\cos\Phi_1 \sin\Phi_2 & \sin\Phi_1 & \cos\Phi_1 \cos\Phi_2 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} \cos\Phi_3 & 0 & \sin\Phi_3 \\ \sin\Phi_3 \sin\Phi_1 & \cos\Phi_1 & -\sin\Phi_1 \cos\Phi_3 \\ -\cos\Phi_1 \sin\Phi_3 & \sin\Phi_1 & \cos\Phi_1 \cos\Phi_3 \end{pmatrix}$$

A_3

$$= \begin{pmatrix} \cos\Phi_4 \cos\Phi_6 - \sin\Phi_4 \sin\Phi_5 \sin\Phi_6 & -\sin\Phi_4 \cos\Phi_5 & \cos\Phi_4 \sin\Phi_6 + \sin\Phi_4 \sin\Phi_5 \cos\Phi_6 \\ \sin\Phi_4 \cos\Phi_6 + \cos\Phi_4 \sin\Phi_5 \sin\Phi_6 & \cos\Phi_4 \cos\Phi_5 & \sin\Phi_4 \sin\Phi_6 - \cos\Phi_4 \sin\Phi_5 \cos\Phi_6 \\ -\cos\Phi_5 \sin\Phi_6 & \sin\Phi_5 & \cos\Phi_5 \cos\Phi_6 \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A_5

$$= \begin{pmatrix} \cos\Phi_7\cos\Phi_9 - \sin\Phi_7\sin\Phi_8\sin\Phi_9 & -\sin\Phi_7\cos\Phi_8 & \cos\Phi_7\sin\Phi_9 + \sin\Phi_7\sin\Phi_8\cos\Phi_9 \\ \sin\Phi_7\cos\Phi_9 + \cos\Phi_7\sin\Phi_8\sin\Phi_9 & \cos\Phi_7\cos\Phi_8 & \sin\Phi_7\sin\Phi_9 - \cos\Phi_7\sin\Phi_8\cos\Phi_9 \\ -\cos\Phi_8\sin\Phi_9 & \sin\Phi_8 & \cos\Phi_8\cos\Phi_9 \end{pmatrix}$$

$$A_6 = \begin{pmatrix} \cos\Phi_{11} & 0 & \sin\Phi_{11} \\ \sin\Phi_{10}\sin\Phi_{11} & \cos\Phi_{10} & -\sin\Phi_{10}\cos\Phi_{11} \\ -\cos\Phi_{10}\sin\Phi_{11} & \sin\Phi_{10} & \cos\Phi_{10}\cos\Phi_{11} \end{pmatrix}$$

$$A_7 = \begin{pmatrix} \cos\Phi_{12} & 0 & \sin\Phi_{12} \\ \sin\Phi_{10}\sin\Phi_{12} & \cos\Phi_{10} & -\sin\Phi_{10}\cos\Phi_{12} \\ -\cos\Phi_{10}\sin\Phi_{12} & \sin\Phi_{10} & \cos\Phi_{10}\cos\Phi_{12} \end{pmatrix}$$

En se référant à la Figure 2.5 dans laquelle sont mentionnées les distances proximales et distales associées au bipède, nous identifions les différentes liaisons entre l'ensemble des corps rigides. Nous pouvons en déduire le modèle géométrique suivant du bipède écrit sous forme implicite en fonction des matrices de transformation calculées précédemment [Aloulou & Boubaker, 2010b]:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 = A_1(L_1 - K_1) \\ X_2 = A_2(L_2 - K_2) + X_1 \\ X_3 = A_3(L_3 - K_3) + X_2 \\ X_4 = A_4(L_4 - K_4) + X_3 \\ X_5 = A_5(L_5 - K_5) + X_4 \\ X_6 = A_6(L_6 - K_6) + X_5 \\ X_7 = A_7(L_7 - K_7) + X_6 \end{array} \right. \quad (2.4)$$

2.4.3. Modèle géométrique direct du robot supérieur [Aloulou & Boubaker, 2010b]

Dans ce paragraphe, le modèle géométrique direct de la partie supérieure sera établi. Soit $X = (X_8 \ X_9 \ X_{10} \ X_{11} \ X_{12} \ X_{13} \ X_{14} \ X_{15})^T$ le vecteur des positions cartésiennes des centres de gravité des corps rigides de la partie haute du robot. En utilisant les données du Tableau 2.1 se

rapportant à la partie supérieure du robot humanoïde ainsi que l'expression de la matrice de passage (2.1), nous obtenons les expressions des différentes matrices de passage :

$$A_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_9 = \begin{pmatrix} \cos\Phi_{14} & 0 & \sin\Phi_{14} \\ \sin\Phi_{13}\sin\Phi_{14} & \cos\Phi_{13} & -\sin\Phi_{13}\cos\Phi_{14} \\ -\cos\Phi_{13}\sin\Phi_{14} & \sin\Phi_{13} & \cos\Phi_{13}\cos\Phi_{14} \end{pmatrix}$$

A_{10}

$$= \begin{pmatrix} \cos\Phi_{15}\cos\Phi_{17} - \sin\Phi_{15}\sin\Phi_{16}\sin\Phi_{17} & -\sin\Phi_{15}\cos\Phi_{16} & \cos\Phi_{15}\sin\Phi_{17} + \sin\Phi_{15}\sin\Phi_{16}\cos\Phi_{17} \\ \sin\Phi_{15}\cos\Phi_{17} + \cos\Phi_{15}\sin\Phi_{16}\sin\Phi_{17} & \cos\Phi_{15}\cos\Phi_{16} & \sin\Phi_{15}\sin\Phi_{17} - \cos\Phi_{15}\sin\Phi_{16}\cos\Phi_{17} \\ -\cos\Phi_{16}\sin\Phi_{17} & \sin\Phi_{16} & \cos\Phi_{16}\cos\Phi_{17} \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi_{18} & -\sin\Phi_{18} \\ 0 & \sin\Phi_{18} & \cos\Phi_{18} \end{pmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} \cos\Phi_{20} & 0 & \sin\Phi_{20} \\ \sin\Phi_{19}\sin\Phi_{20} & \cos\Phi_{19} & -\sin\Phi_{19}\cos\Phi_{20} \\ -\cos\Phi_{19}\sin\Phi_{20} & \sin\Phi_{19} & \cos\Phi_{19}\cos\Phi_{20} \end{pmatrix}$$

A_{13}

$$= \begin{pmatrix} \cos\Phi_{21}\cos\Phi_{23} - \sin\Phi_{21}\sin\Phi_{22}\sin\Phi_{23} & -\sin\Phi_{21}\cos\Phi_{22} & \cos\Phi_{21}\sin\Phi_{23} + \sin\Phi_{21}\sin\Phi_{22}\cos\Phi_{23} \\ \sin\Phi_{21}\cos\Phi_{23} + \cos\Phi_{21}\sin\Phi_{22}\sin\Phi_{23} & \cos\Phi_{21}\cos\Phi_{22} & \sin\Phi_{21}\sin\Phi_{23} - \cos\Phi_{21}\sin\Phi_{22}\cos\Phi_{23} \\ -\cos\Phi_{22}\sin\Phi_{23} & \sin\Phi_{22} & \cos\Phi_{22}\cos\Phi_{23} \end{pmatrix}$$

$$A_{14} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi_{24} & -\sin\Phi_{24} \\ 0 & \sin\Phi_{24} & \cos\Phi_{24} \end{pmatrix}$$

$$A_{15} = \begin{pmatrix} \cos\Phi_{26} & 0 & \sin\Phi_{26} \\ \sin\Phi_{26}\sin\Phi_{25} & \cos\Phi_{25} & -\sin\Phi_{25}\cos\Phi_{26} \\ -\cos\Phi_{25}\sin\Phi_{26} & \sin\Phi_{25} & \cos\Phi_{25}\cos\Phi_{26} \end{pmatrix}$$

Nous supposons que le tronc est équidistant des corps C9, C10 et C13 soit respectivement le cou, le bras droit et le bras gauche, ceci implique que $X_{89} = X_{810} = X_{813}$.

Sous cette hypothèse et d'après la Figure 2.5 dans laquelle sont mentionnées les distances proximales et distales associées au haut de l'humanoïde, le modèle géométrique du haut est décrit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_8 = A_8(L_8 - K_8) \\ X_9 = A_9(L_9 - K_9) + X_8 \\ X_{10} = A_{10}(L_{10} - K_{10}) + X_8 \\ X_{11} = A_{11}(L_{11} - K_{11}) + X_{10} \\ X_{12} = A_{12}(L_{12} - K_{12}) + X_{11} \\ X_{13} = A_{13}(L_{13} - K_{13}) + X_8 \\ X_{14} = A_{14}(L_{14} - K_{14}) + X_{13} \\ X_{15} = A_{15}(L_{15} - K_{15}) + X_{14} \end{array} \right. \quad (2.5)$$

2.5. Validation des modèles géométrique direct et cinématique inverse des deux systèmes robotiques

Nous considérons à ce niveau un certain nombre de scénarios standards [Atkeson et al., 2000], [Shoushtari & Abedi, 2012] et [Aloulou & Boubaker, 2013b] permettant de valider les modèles géométrique direct et cinématique inverse du bipède et du robot supérieur. Qu'il s'agisse de la validation du modèle géométrique direct ou cinématique inverse, toutes les simulations fournies seront représentées séparément dans les plans sagittal et frontal.

2.5.1. Scénarios de validation associés au système robotique bipédale [Aloulou & Boubaker, 2013b]

Le modèle géométrique direct est validé par le scénario 1, tous les autres scénarios concernent la validation du modèle cinématique inverse.

Scénario 1 : posture droite

Cette posture consiste en une tenue droite des jambes qui restent toutes deux resserrées au même niveau. Elle se traduit par la combinaison de positions angulaires suivantes:

$$\Phi = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

Par application de la géométrie directe (2.4), la position cartésienne du pied droit sera :

$$X_7 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.7.

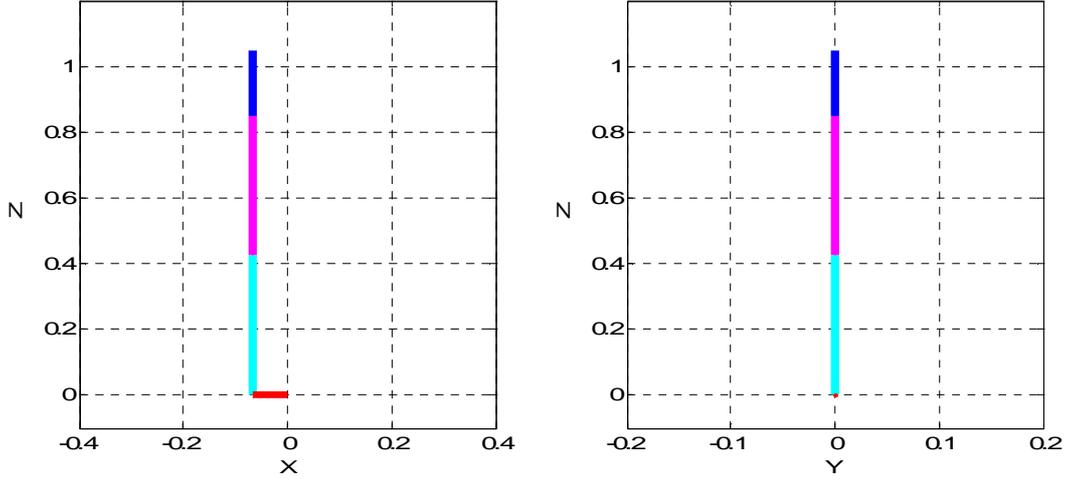


Figure 2.7. Posture droite du bipède représentée dans les deux plans sagittal et frontal

Pour la validation du modèle cinématique inverse du robot bipède, on rappelle que le modèle géométrique direct explicite déduit à partir du système (2.4) est donné par:

$$X_7 = A_7 (L_7 - K_7) + A_6 (L_6 - K_6) + A_5 (L_5 - K_5) + A_4 (L_4 - K_4) + A_3 (L_3 - K_3) + A_2 (L_2 - K_2) + A_1 (L_1 - K_1) \quad (2.6)$$

où X_7 représente une expression explicite de la pointe du pied droit en fonction des variables articulaires Φ_i ($i = 1 \dots 12$) et A_j ($j = 1 \dots 7$) les matrices de transformation d'Euler. Le modèle cinématique inverse est alors décrit par:

$$\Phi = J_{c1}^+ (X_7 - X_{7_d}) + \Phi_d \quad (2.7)$$

où J_{c1}^+ est la pseudo inverse de la matrice Jacobienne définie par :

$$J_{c1} = \frac{\partial X_7(\Phi)}{\partial \Phi} \quad (2.8)$$

et X_{7_d} et Φ_d représentent respectivement la position cartésienne désirée de la pointe du pied et les positions articulaires désirées. Au niveau de l'Annexe 4, nous fournissons l'expression analytique des différents éléments constituant cette matrice.

Scénario 2 : Jambe gauche tenue horizontale parallèlement au sol dans le plan sagittal

Cette posture se traduit par la position cartésienne du pied droit :

$$X_7 = [0.78 \quad 0 \quad 0.91]^T$$

qui correspond par application de la cinématique inverse aux positions angulaires suivantes :

$$\Phi = \left[0 \quad -\frac{\pi}{2} \quad 0 \quad -\frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{2} \right]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.8.

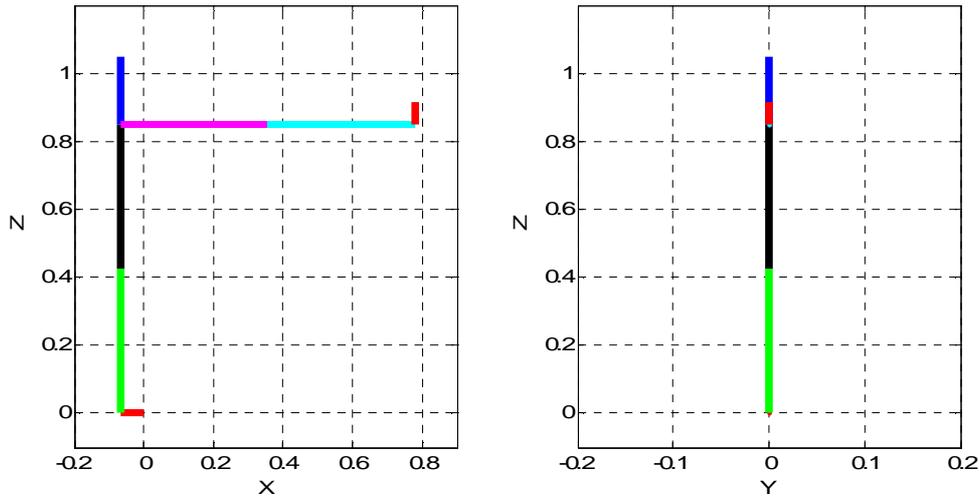


Figure 2.8. Posture associée au scénario 2

Scénario 3 : Jambe gauche tenue horizontale parallèlement au sol dans le plan frontal

Cette posture se traduit par la position cartésienne donnée par :

$$X_{7_initial} = [0 \quad 0.85 \quad 0.85]^T$$

Par application de la cinématique inverse, la combinaison de positions angulaires sera :

$$\phi = \left[0 \quad \frac{\pi}{2} \quad 0 \quad \frac{\pi}{2} \quad 0 \quad 0 \right]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.9.

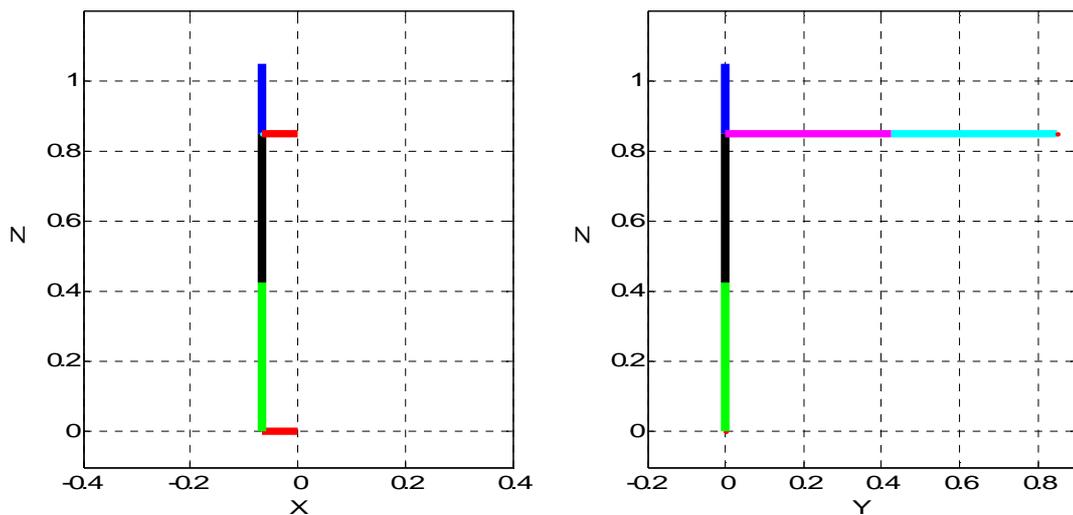


Figure 2.9. Posture associée au scénario 3

Scénario 4 : Ecartement des deux jambes de façon symétrique dans le plan frontal

Cette posture se traduit par la position cartésienne donnée par :

$$X_{7_initial} = [0 \quad 0.85 \quad 0]^T$$

Qui correspond par application de la cinématique inverse à la combinaison de positions angulaires initiales suivante :

$$\Phi = \left[-\frac{\pi}{6} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{\pi}{6} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{6} \quad 0 \quad \frac{\pi}{6} \quad 0 \quad 0\right]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.10.

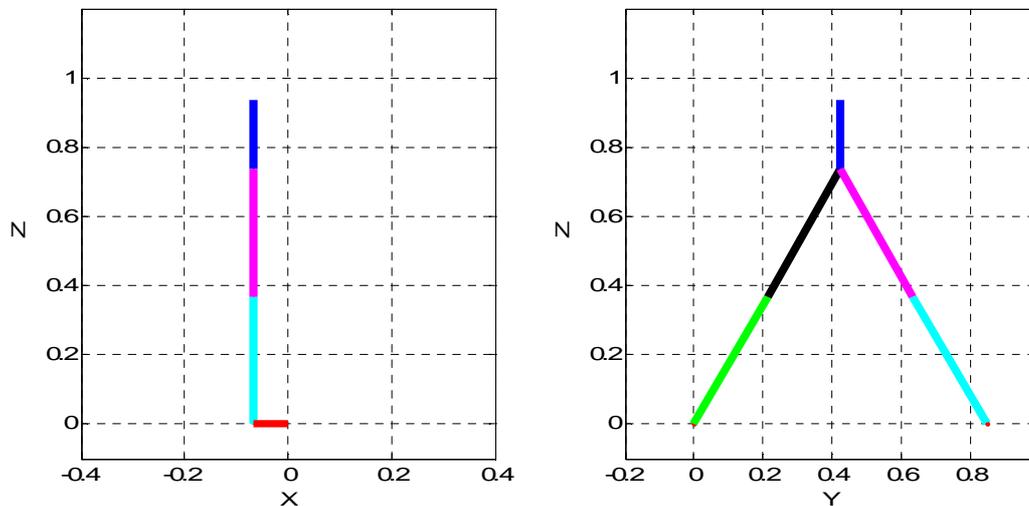


Figure 2.10. Posture associée au scénario 4

Scénario 5 : Ecartement des deux jambes de façon symétrique dans le plan frontal

Cette posture se traduit par la position cartésienne donnée par :

$$X_{7_initial} = [0.46 \quad 0.77 \quad 0.14]^T$$

Par application de la cinématique inverse, la combinaison de positions angulaires sera :

$$\Phi = \left[-\frac{\pi}{6} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{\pi}{6} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{6} \quad -\frac{\pi}{4} \quad \frac{\pi}{6} \quad -\frac{\pi}{8} \quad 0\right]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.11.

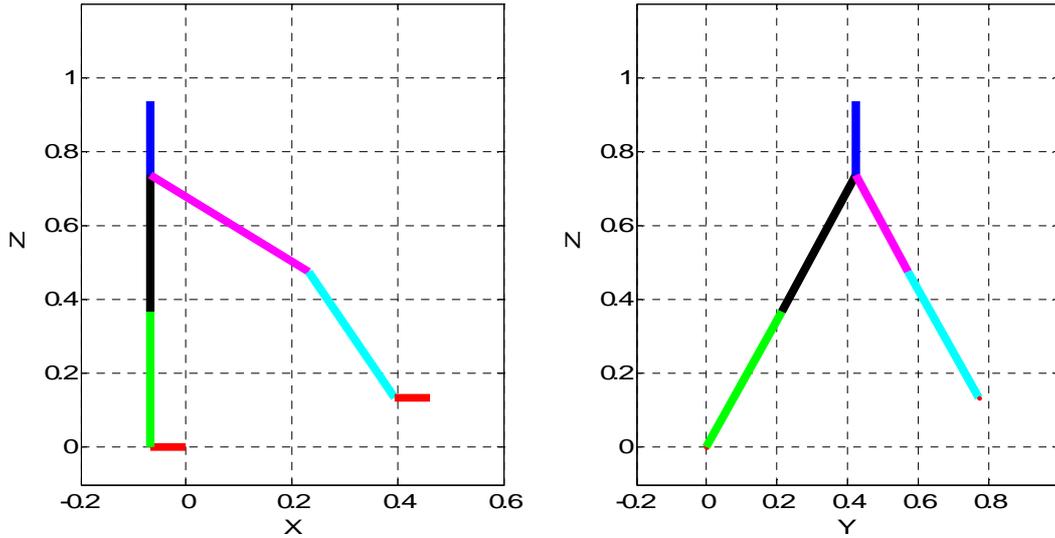


Figure 2.11. Posture associée au scénario 5

Scénario 6 : Ajustement des conditions initiale et finale pour la génération d'un pas

Des simulations intensives ont été élaborées pour atteindre l'objectif fixé. La combinaison des positions angulaires initiales et cartésiennes finales sont fixées telles que :

$$\Phi_{initial} = \left[-\frac{\pi}{11} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{\pi}{9} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{9} \quad 0 \quad \frac{\pi}{11} \quad -0.0089 \quad 0 \right]^T$$

et

$$X_{7_finale} = [0.3 \quad 0.53 \quad 0.01]^T$$

Par application de l'algorithme de la cinématique inverse les positions angulaires finales désirées obtenues sont données par

$$\Phi_{final} = \left[-0.281 \quad 0 \quad 0.159 \quad -0.056 \quad -0.346 \quad 0.158 \quad -0.056 \quad 0.376 \quad -0.172 \quad 0.305 \right. \\ \left. -0.183 \quad 0 \right]^T$$

La validation des postures relatives à la position initiale et finale lors d'un pas de marche dans un espace tridimensionnel sont représentés par la Figure 2.12.

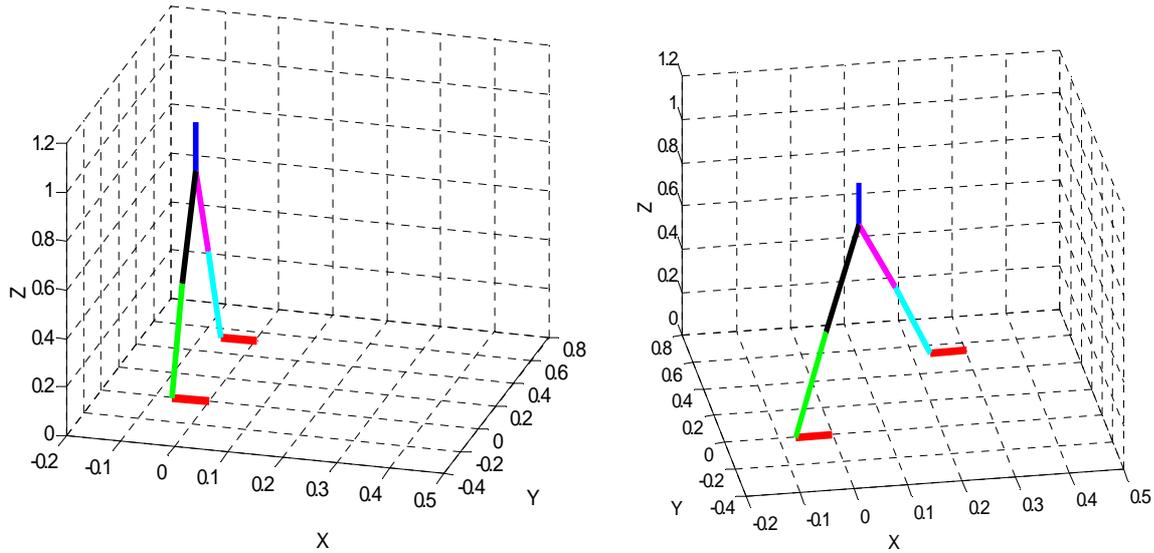


Figure 2.12. Position initiale et finale d'un pas de marche dans un espace 3D

2.5.2. Scénarios de validation associés au robot supérieur [Aloulou & Boubaker, 2013b]

Le modèle géométrique direct est validé par le scénario 7, tous les autres scénarios concernent la validation du modèle cinématique inverse.

Scénario 7 : posture droite

Cette posture consiste en une tenue droite des bras et des mains qui restent tous deux resserrés au niveau du tronc. Elle se traduit par la combinaison de positions angulaires suivantes:

$$\Phi = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

Par application de la géométrie directe (2.5), les positions cartésiennes des mains droite et gauche seront respectivement :

$$X_{12} = [0 \ 0 \ 0.586]^T \quad \text{et} \quad X_{15} = [0 \ 0 \ 0.586]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.13.

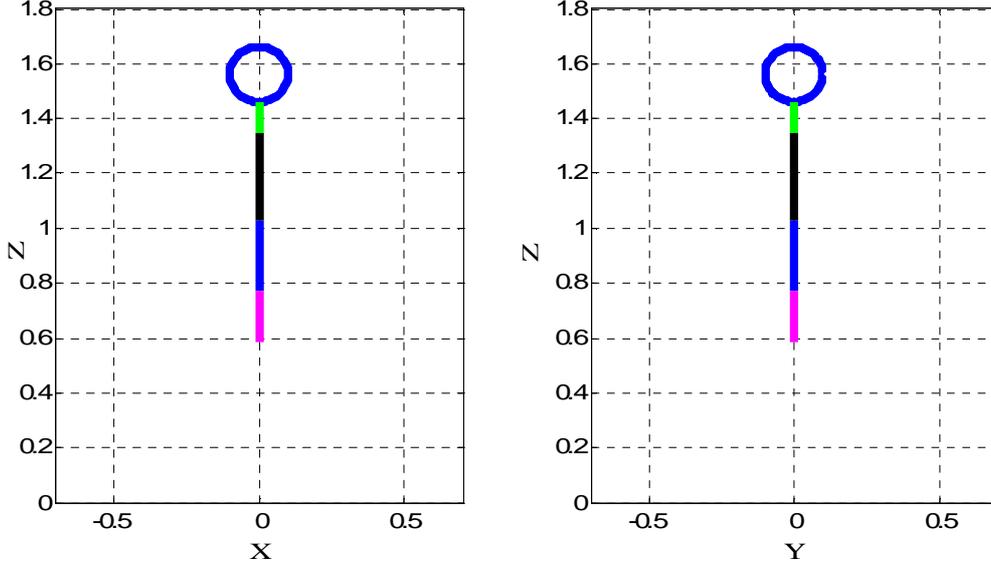


Figure 2.13. Posture droite du bipède représentée dans les deux plans sagittal et frontal

Pour la validation du modèle cinématique inverse du torse et des bras anthropomorphiques, nous rappelons que le modèle géométrique direct explicite des deux extrémités anthropomorphiques est donné par:

$$X_{12} = A_{12} (L_{12} - K_{12}) + A_{11} (L_{11} - K_{11}) + A_{10} (L_{10} - K_{10}) + A_8 (L_8 - K_8) \quad (2.9)$$

$$X_{15} = A_{15} (L_{15} - K_{15}) + A_{14} (L_{14} - K_{14}) + A_{13} (L_{13} - K_{13}) + A_8 (L_8 - K_8) \quad (2.13)$$

où X_{12} et X_{15} représentent respectivement des expressions explicites de la main droite et de la main gauche en fonction des variables articulaires Φ_i ($i = 13 \dots 26$) et A_j ($j = 8 \dots 15$) les matrices de transformation d'Euler. Le modèle cinématique inverse du torse et des bras anthropomorphiques est décrit par :

$$\Phi = J_{c2}^+ \begin{pmatrix} X_{12} - X_{12,d} \\ X_{15} - X_{15,d} \end{pmatrix} + \Phi_d \quad (2.10)$$

où J_{c2}^+ est la pseudo inverse de la matrice Jacobienne définie par :

$$J_{c2} = \left(\frac{\partial X_{12}(\Phi)}{\partial \Phi} \quad \frac{\partial X_{15}(\Phi)}{\partial \Phi} \right)^T \quad (2.11)$$

et $X_{12,d}$, $X_{15,d}$ et Φ_d représentent respectivement les positions cartésiennes désirées des mains droite et gauche et les positions articulaires désirées. Nous fournissons dans l'Annexe 4 l'expression analytique des différents éléments composant la matrice jacobienne.

Scénario 8 : Bras tendus horizontalement parallèlement au sol dans le plan frontal

Cette posture se traduit par les positions cartésiennes des deux mains suivantes:

$$X_{12} = [0 \quad -0.761 \quad 1.347]^T \quad \text{et} \quad X_{15} = [0 \quad 0.761 \quad 1.347]^T$$

correspondant par application de la cinématique inverse aux positions angulaires suivantes :

$$\Phi = \left[0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{2} \quad 0 \quad \frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{2} \quad 0 \quad -\frac{\pi}{2} \quad 0 \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2} \quad 0 \right]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.14.

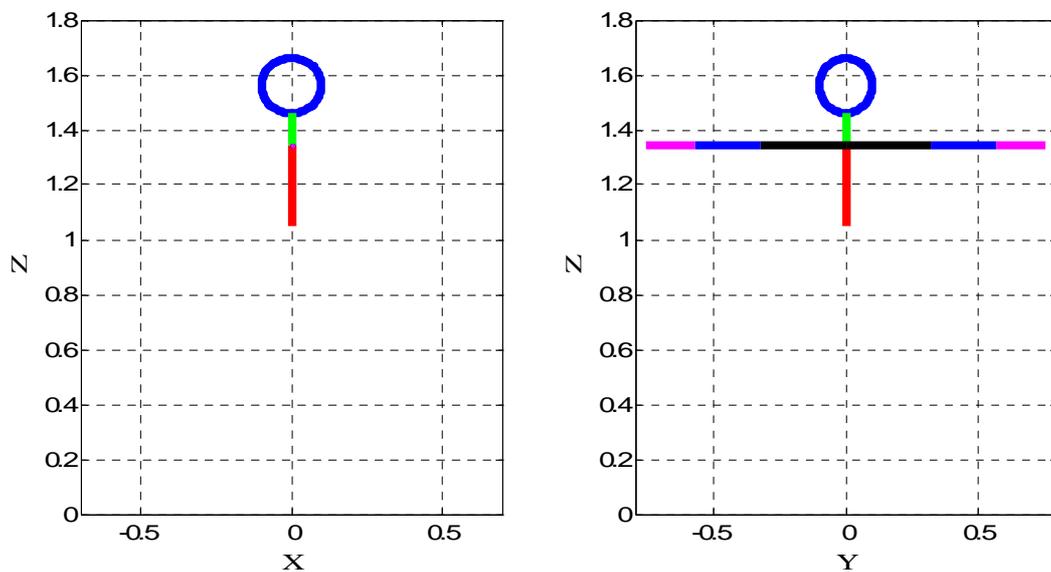


Figure 2.14. Posture associée au scénario 8

Scénario 9 : Bras horizontaux et avant-bras et mains tendues verticalement dans le plan frontal

Cette posture se traduit par les positions cartésiennes des deux mains suivantes:

$$X_{12} = [0 \quad -0.321 \quad 1.787]^T \quad \text{et} \quad X_{15} = [0 \quad 0.321 \quad 1.787]^T$$

Par application de la cinématique inverse, la combinaison de positions angulaires sera :

$$\Phi = \left[0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{2} \quad 0 \quad \frac{\pi}{2} \quad -\pi \quad -\pi \quad 0 \quad -\frac{\pi}{2} \quad 0 \quad \frac{\pi}{2} \quad \pi \quad \pi \quad 0 \right]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.15.

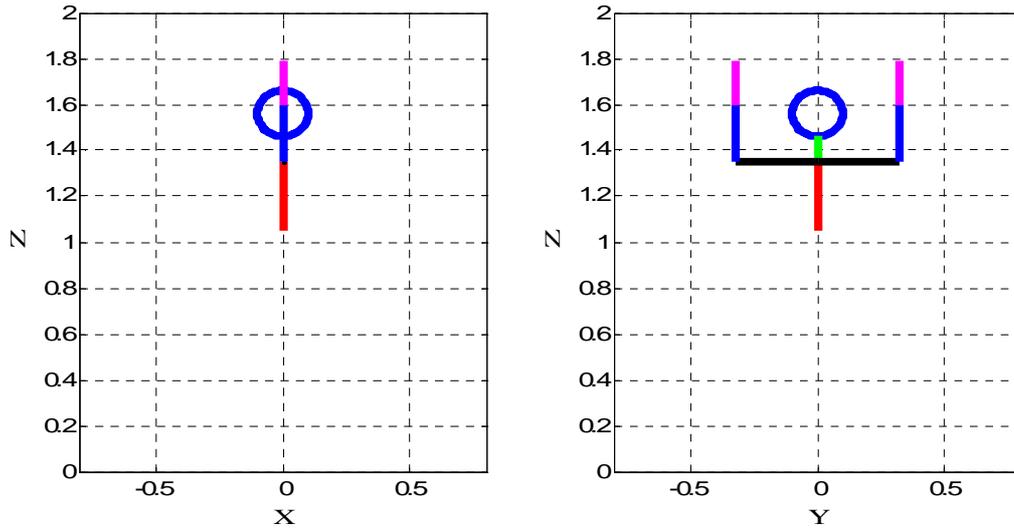


Figure 2.15. Posture associée au scénario 9

Scénario 10 : Balancement vers l'avant des deux bras anthropomorphiques dans le plan sagittal avec la main droite tendue verticalement et la gauche tendue horizontalement

Cette posture se traduit par les positions cartésiennes des deux mains suivantes:

$$X_{12} = [0.278 \ 0 \ 1.252]^T \quad \text{et} \quad X_{15} = [0.508 \ 0 \ 1.600]^T$$

Par application de la cinématique inverse, la combinaison de positions angulaires sera :

$$\Phi = \left[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -\frac{\pi}{3} \ \pi \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -\frac{\pi}{2} \ -\pi \ 0 \ -\frac{\pi}{2} \right]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.16.

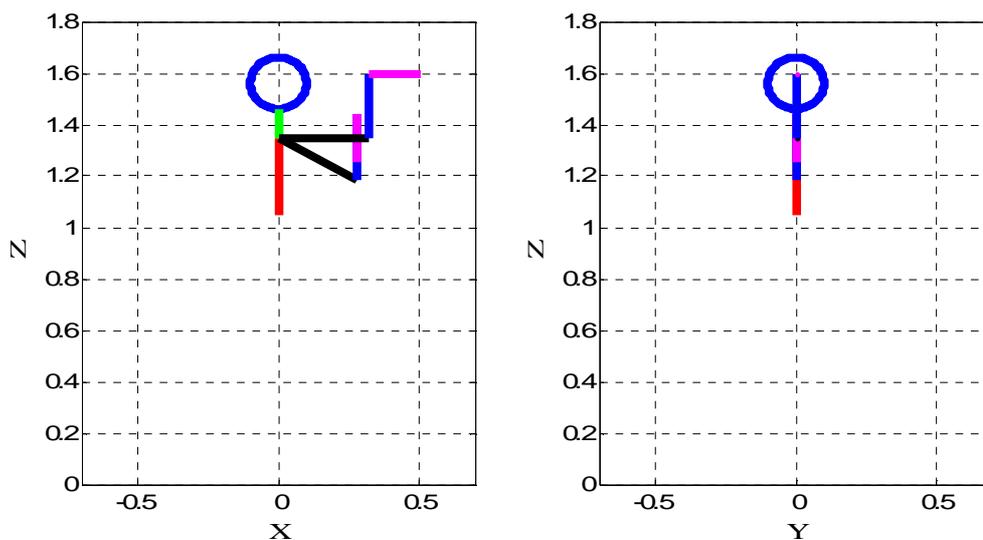


Figure 2.16. Posture associée au scénario 10

Scénario 11 : Ecartement des deux bras anthropomorphiques de façon symétrique dans les plans sagittal et frontal

Cette posture se traduit par les positions cartésiennes des deux mains suivantes:

$$X_{12} = [0.227 \quad 0.161 \quad 1.253]^T \quad \text{et} \quad X_{15} = [0.227 \quad -0.161 \quad 1.253]^T$$

Par application de la cinématique inverse, la combinaison de positions angulaires sera :

$$\Phi = \left[0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{4} \quad -\frac{\pi}{4} \quad \pi \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{\pi}{4} \quad -\frac{\pi}{4} \quad \pi \quad 0 \quad 0 \right]^T$$

La validation de cette posture est représentée par la Figure 2.17.

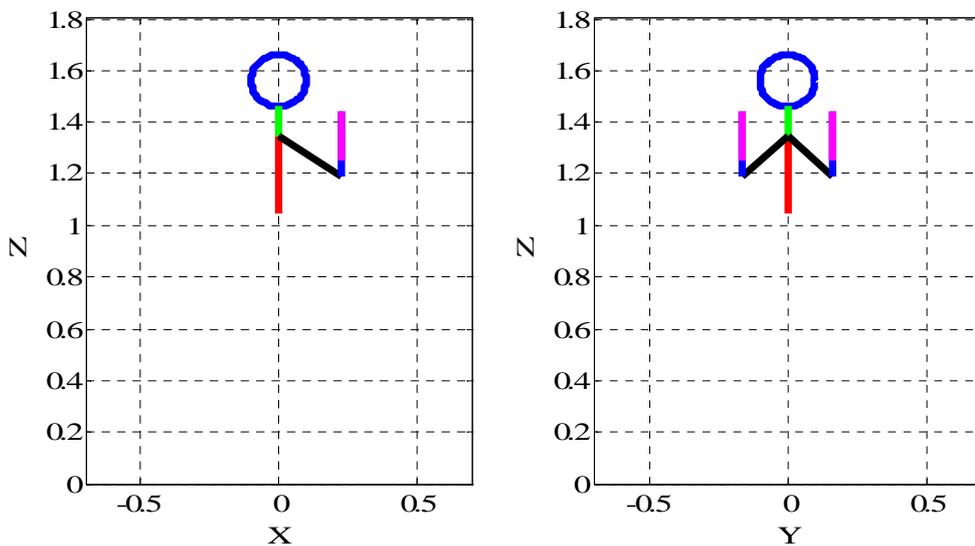


Figure 2.17. Posture associée au scénario 11

Scénario 12 : Ajustement des conditions initiale et finale pour le mouvement de balancement des bras

La combinaison des positions angulaires initiales et cartésiennes finales sont fixées telles que :

$$\Phi_{initial} = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

et

$$X_{12} = [0 \quad 0.566 \quad 0.943]^T \quad \text{et} \quad X_{15} = [0 \quad -0.566 \quad 0.943]^T$$

Par application de l'algorithme de la cinématique inverse les positions angulaires finales désirées obtenues sont données par :

$$\Phi_{final} = [0 \quad 0 \quad 0.137 \quad -3.478 \quad 0.374 \quad 2.866 \quad 10.567 \quad -1.075 \quad -0.303 \\ -1.756 \quad 0.359 \quad -3.562 \quad -2.908 \quad -0.076]^T$$

La validation des postures relatives à la position initiale et finale du torse et des bras anthropomorphiques lors du mouvement de balancement des bras dans un espace tridimensionnel sont représentés par la Figure 2.18

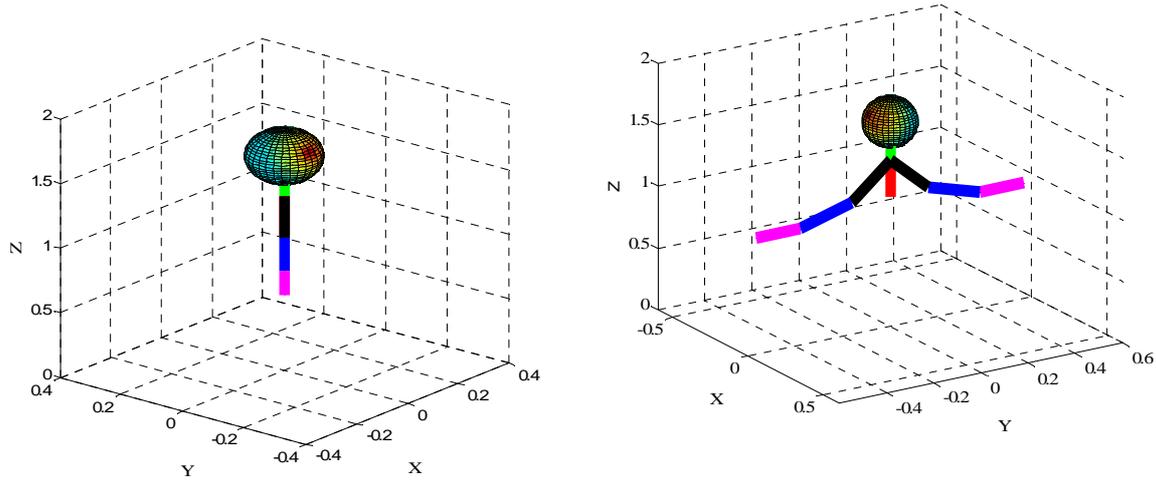


Figure 2.18. Position initiale et finale du torse lors du balancement des bras dans un espace 3D

Les résultats obtenus précédemment lors de la validation des modèles géométrique direct et cinématique inverse des deux systèmes robotiques composant le robot humanoïde sont très satisfaisants. Ils confirment que les algorithmes de cinématique inverse développés permettent d'atteindre les positions désirées dans l'espace cartésien tridimensionnel.

2.6. Calcul des vitesses et accélérations angulaires des différents corps rigides

Le calcul des vitesses et accélérations angulaires est nécessaire. En effet, ces données seront utilisées lors de la mise en œuvre du modèle dynamique du robot humanoïde. Par utilisation des expressions (2.2), les composantes tridimensionnelles des vitesses angulaires des différents corps rigides sont calculées telles que:

$$W_1 = \begin{pmatrix} \cos \Phi_2 \cdot \dot{\Phi}_1 \\ \dot{\Phi}_2 \\ \sin \Phi_2 \cdot \dot{\Phi}_1 \end{pmatrix}$$

$$W_2 = \begin{pmatrix} \cos \phi_3 \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_3 \\ \sin \phi_3 \dot{\phi}_1 \end{pmatrix}$$

$$W_3 = \begin{pmatrix} -\cos \phi_5 \sin \phi_6 \dot{\phi}_4 + \cos \phi_6 \dot{\phi}_5 \\ \sin \phi_5 \dot{\phi}_4 + \dot{\phi}_6 \\ \cos \phi_5 \cos \phi_6 \dot{\phi}_4 + \sin \phi_6 \dot{\phi}_5 \end{pmatrix}$$

$$W_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$W_5 = \begin{pmatrix} -\cos \phi_8 \sin \phi_9 \dot{\phi}_7 + \cos \phi_9 \dot{\phi}_8 \\ \sin \phi_8 \dot{\phi}_7 + \dot{\phi}_9 \\ \cos \phi_8 \cos \phi_9 \dot{\phi}_7 + \sin \phi_9 \dot{\phi}_8 \end{pmatrix}$$

$$W_6 = \begin{pmatrix} \cos \phi_{11} \dot{\phi}_{10} \\ \dot{\phi}_{11} \\ \sin \phi_{11} \dot{\phi}_{10} \end{pmatrix}$$

$$W_7 = \begin{pmatrix} \cos \phi_{12} \dot{\phi}_{10} \\ \dot{\phi}_{12} \\ \sin \phi_{12} \dot{\phi}_{10} \end{pmatrix}$$

$$W_8 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$W_9 = \begin{pmatrix} \cos \phi_{14} \dot{\phi}_{13} \\ \dot{\phi}_{14} \\ \sin \phi_{14} \dot{\phi}_{13} \end{pmatrix}$$

$$W_{10} = \begin{pmatrix} -\cos \phi_{16} \sin \phi_{17} \dot{\phi}_{15} + \cos \phi_{17} \dot{\phi}_{16} \\ \sin \phi_{16} \dot{\phi}_{15} + \dot{\phi}_{17} \\ \cos \phi_{16} \cos \phi_{17} \dot{\phi}_{15} + \sin \phi_{17} \dot{\phi}_{16} \end{pmatrix}$$

$$W_{11} = \begin{pmatrix} \dot{\phi}_{18} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$W_{12} = \begin{pmatrix} \cos \phi_{20} \dot{\phi}_{19} \\ \dot{\phi}_{20} \\ \sin \phi_{20} \dot{\phi}_{19} \end{pmatrix}$$

$$W_{13} = \begin{pmatrix} -\cos \Phi_{22} \sin \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} + \cos \Phi_{23} \dot{\Phi}_{22} \\ \sin \Phi_{22} \dot{\Phi}_{21} + \dot{\Phi}_{23} \\ \cos \Phi_{22} \cos \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} + \sin \Phi_{23} \dot{\Phi}_{22} \end{pmatrix}$$

$$W_{14} = \begin{pmatrix} \dot{\Phi}_{24} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$W_{15} = \begin{pmatrix} \cos \Phi_{26} \dot{\Phi}_{25} \\ \dot{\Phi}_{26} \\ \sin \Phi_{26} \dot{\Phi}_{25} \end{pmatrix}$$

Alors que la dérivée première de ces vitesses décrite par (2.3) permet de calculer les expressions des accélérations angulaires telles que:

$$\dot{W}_1 = \begin{pmatrix} \cos \Phi_2 \ddot{\Phi}_1 \\ \ddot{\Phi}_2 \\ \sin \Phi_2 \ddot{\Phi}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sin \Phi_2 \dot{\Phi}_1 \dot{\Phi}_2 \\ 0 \\ \cos \Phi_2 \dot{\Phi}_1 \dot{\Phi}_2 \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_2 = \begin{pmatrix} \cos \Phi_3 \ddot{\Phi}_1 \\ \ddot{\Phi}_3 \\ \sin \Phi_3 \ddot{\Phi}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sin \Phi_3 \dot{\Phi}_1 \dot{\Phi}_3 \\ 0 \\ \cos \Phi_3 \dot{\Phi}_1 \dot{\Phi}_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_3 &= \begin{pmatrix} -\cos \Phi_5 \sin \Phi_6 \ddot{\Phi}_4 + \cos \Phi_6 \ddot{\Phi}_5 \\ \sin \Phi_5 \ddot{\Phi}_4 + \ddot{\Phi}_6 \\ \cos \Phi_5 \cos \Phi_6 \ddot{\Phi}_4 + \sin \Phi_6 \ddot{\Phi}_5 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \sin \Phi_5 \sin \Phi_6 \dot{\Phi}_4 \dot{\Phi}_5 - \cos \Phi_5 \cos \Phi_6 \dot{\Phi}_4 \dot{\Phi}_6 - \sin \Phi_6 \dot{\Phi}_5 \dot{\Phi}_6 \\ \cos \Phi_5 \dot{\Phi}_4 \dot{\Phi}_5 \\ -\sin \Phi_5 \cos \Phi_6 \dot{\Phi}_4 \dot{\Phi}_5 - \cos \Phi_5 \sin \Phi_6 \dot{\Phi}_4 \dot{\Phi}_6 + \cos \Phi_6 \dot{\Phi}_5 \dot{\Phi}_6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\dot{W}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_5 &= \begin{pmatrix} -\cos \Phi_8 \sin \Phi_9 \ddot{\Phi}_7 + \cos \Phi_9 \ddot{\Phi}_8 \\ \sin \Phi_8 \ddot{\Phi}_7 + \ddot{\Phi}_9 \\ \cos \Phi_8 \cos \Phi_9 \ddot{\Phi}_7 + \sin \Phi_9 \ddot{\Phi}_8 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \sin \Phi_8 \sin \Phi_9 \dot{\Phi}_7 \dot{\Phi}_8 - \cos \Phi_8 \cos \Phi_9 \dot{\Phi}_7 \dot{\Phi}_9 - \sin \Phi_9 \dot{\Phi}_8 \dot{\Phi}_9 \\ \cos \Phi_8 \dot{\Phi}_7 \dot{\Phi}_8 \\ -\sin \Phi_8 \cos \Phi_9 \dot{\Phi}_7 \dot{\Phi}_8 - \cos \Phi_8 \sin \Phi_9 \dot{\Phi}_7 \dot{\Phi}_{10} + \cos \Phi_9 \dot{\Phi}_8 \dot{\Phi}_9 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\dot{W}_6 = \begin{pmatrix} \cos \Phi_{11} \ddot{\Phi}_{10} \\ \ddot{\Phi}_{11} \\ \sin \Phi_{11} \ddot{\Phi}_{10} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sin \Phi_{11} \dot{\Phi}_{10} \dot{\Phi}_{11} \\ 0 \\ \cos \Phi_{11} \dot{\Phi}_{10} \dot{\Phi}_{11} \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_7 = \begin{pmatrix} \cos \Phi_{12} \ddot{\Phi}_{10} \\ \ddot{\Phi}_{12} \\ \sin \Phi_{12} \ddot{\Phi}_{10} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sin \Phi_{12} \dot{\Phi}_{10} \dot{\Phi}_{12} \\ 0 \\ \cos \Phi_{12} \dot{\Phi}_{10} \dot{\Phi}_{12} \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_8 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_9 = \begin{pmatrix} \cos \Phi_{14} \ddot{\Phi}_{13} \\ \ddot{\Phi}_{14} \\ \sin \Phi_{14} \ddot{\Phi}_{13} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sin \Phi_{14} \dot{\Phi}_{13} \dot{\Phi}_{14} \\ 0 \\ \cos \Phi_{14} \dot{\Phi}_{13} \dot{\Phi}_{14} \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_{10} = \begin{pmatrix} -\cos \Phi_{16} \sin \Phi_{17} \ddot{\Phi}_{15} + \cos \Phi_{17} \ddot{\Phi}_{16} \\ \sin \Phi_{16} \ddot{\Phi}_{15} + \ddot{\Phi}_{17} \\ \cos \Phi_{16} \cos \Phi_{17} \ddot{\Phi}_{15} + \sin \Phi_{17} \ddot{\Phi}_{16} \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} \sin \Phi_{16} \sin \Phi_{17} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{16} - \cos \Phi_{16} \cos \Phi_{17} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{17} - \sin \Phi_{17} \dot{\Phi}_{16} \dot{\Phi}_{17} \\ \cos \Phi_{16} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{16} \\ -\sin \Phi_{16} \cos \Phi_{17} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{16} - \cos \Phi_{16} \sin \Phi_{17} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{17} + \cos \Phi_{17} \dot{\Phi}_{16} \dot{\Phi}_{17} \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_{11} = \begin{pmatrix} \ddot{\Phi}_{18} \\ 0 \\ \ddot{\Phi}_{18} \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_{12} = \begin{pmatrix} \cos \Phi_{20} \ddot{\Phi}_{19} \\ \ddot{\Phi}_{20} \\ \sin \Phi_{20} \ddot{\Phi}_{19} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sin \Phi_{20} \dot{\Phi}_{19} \dot{\Phi}_{20} \\ 0 \\ \cos \Phi_{20} \dot{\Phi}_{19} \dot{\Phi}_{20} \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_{13} = \begin{pmatrix} -\cos \Phi_{22} \sin \Phi_{23} \ddot{\Phi}_{21} + \cos \Phi_{23} \ddot{\Phi}_{22} \\ \sin \Phi_{22} \ddot{\Phi}_{21} \\ \cos \Phi_{22} \cos \Phi_{23} \ddot{\Phi}_{21} + \sin \Phi_{23} \ddot{\Phi}_{22} \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} \sin \Phi_{22} \sin \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{22} - \cos \Phi_{22} \cos \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{23} - \sin \Phi_{21} \dot{\Phi}_{22} \dot{\Phi}_{23} \\ \cos \Phi_{22} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{22} \\ -\sin \Phi_{22} \cos \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{22} - \cos \Phi_{22} \sin \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{23} + \cos \Phi_{23} \dot{\Phi}_{22} \dot{\Phi}_{23} \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_{14} = \begin{pmatrix} \ddot{\Phi}_{24} \\ 0 \\ \ddot{\Phi}_{24} \end{pmatrix}$$

$$\dot{W}_{15} = \begin{pmatrix} \cos \Phi_{26} \ddot{\Phi}_{25} \\ \ddot{\Phi}_{26} \\ \sin \Phi_{26} \ddot{\Phi}_{25} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sin \Phi_{26} \dot{\Phi}_{25} \dot{\Phi}_{26} \\ 0 \\ \cos \Phi_{26} \dot{\Phi}_{25} \dot{\Phi}_{26} \end{pmatrix}$$

Les relations relatives aux vitesses et aux accélérations angulaires des différents corps rigides du robot humanoïde seront exploitées dans le chapitre suivant pour l'établissement des modèles dynamiques des deux systèmes robotiques proposés dans ce chapitre.

2.7. Conclusion

Après avoir déterminé les valeurs des paramètres physiques caractérisant chaque corps rigide du robot humanoïde grâce aux modèles anthropométrique de Winter et statistique de Dempster, nous avons élaboré la modélisation géométrique des parties inférieure et supérieure du robot humanoïde sous l'hypothèse que le robot humanoïde est constitué de deux systèmes robotiques indépendants. Le modèle cinématique inverse a été obtenu en utilisant la méthode de transformation par les angles d'Euler qui tient compte des différentes articulations liant l'ensemble des corps rigides entre eux. Les modèles géométrique direct et cinématique inverse ont fait preuve d'une précision irréprochable lors d'une validation par un certain nombre de scénarios standards souvent utilisés dans le domaine de la robotique humanoïde pour de tels objectifs.

Les vitesses et accélérations angulaires des corps rigides ont été enfin calculées. Elles seront impératives lors de la mise en œuvre du modèle dynamique du robot humanoïde. Celui-ci fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3

Modèles dynamiques du Robot Humanoïde

3.1. Introduction

Dans ce chapitre, les modèles dynamiques du robot humanoïde seront établis via le recours à la méthodologie de Newton-Euler. En effet, nous initierons ce chapitre par la présentation de cette méthode et des principes sur lesquels elle repose en spécifiant les différents types de forces et couples agissant sur le robot objet de notre étude. Puis, moyennant certains calculs et transformations mathématiques, nous aboutirons aux équations dynamiques robotiques. Une méthode pertinente de réduction des systèmes robotiques sera proposée permettant l'obtention de modèles exploitables à des fins d'analyse et de commande.

3.2. Principe de modélisation suivant le formalisme de Newton-Euler

Les formalismes de Lagrange et de Newton-Euler constituent les méthodes de base pour l'établissement des modèles dynamiques des systèmes robotiques. Plusieurs ouvrages ont été rédigés autour de ces deux concepts [Wittenburg, 1977] [Bruce, 1984], [Craig, 2005], [Fu et al., 1987], [Hahn, 2002], [Herbert et al., 2002], [Angeles, 2006], [Khalil & Dombre, 2002], [Shabana, 2005]. Cependant, même si ces deux formalismes conduisent à des représentations dynamiques équivalentes [Silver, 1982], leur mise en œuvre s'avère très différente. Basé sur un concept énergétique [Bruce, 1984], le formalisme de Lagrange délivre une représentation simple pour tout système possédant plusieurs joints en fournissant à tout instant les coordonnées généralisées des différents corps rigides du système robotique [Abdellatif & Heimann, 2009]. Néanmoins, cette méthode présente certaines limites. En premier lieu et pour les systèmes complexes, le choix des coordonnées des corps rigides en mouvement n'est pas aisé. D'autre part, cette méthode ne donne pas d'informations directes quant aux efforts nécessaires pour actionner les différentes liaisons. En particulier, la mise en œuvre de certaines liaisons complexes impliquant un frottement comme pour les phases d'impact devient irréalisable dans un contexte purement Lagrangien. Enfin et surtout, l'évaluation et l'inversion de certaines matrices jacobiennes peut donner lieu à des opérateurs d'inertie non linéaires et denses générant ainsi un coût de calcul assez élevé [Høifødt, 2011].

La méthodologie de Newton-Euler [Hahn, 2002], [Featherstone, 2008], vers laquelle notre choix s'est porté repose sur l'observation et la détermination des vitesses en un ou plusieurs points d'observation donnés. Ces vitesses sont celles des corps rigides passant par le point d'observation en différents instants. Par conséquent, les points d'observation constituent les positions actuelles des corps rigides à un moment donné. La fonction résultante pour chaque point d'observation est appelée description d'Euler du champ des vitesses. En outre et bien

que le formalisme de Newton–Euler implique la prise en compte d’un plus grand nombre de paramètres pour le cas des systèmes possédant plusieurs corps rigides, la détermination et l’inversion des opérateurs d’inertie correspondants n’implique pas un coût de calcul élevé. Bien plus, la méthode de Newton-Euler permet d’introduire différents types de forces et couples. En effet, cette méthode est basée sur le principe fondamental de la dynamique établi par Newton dans lequel chaque corps possède deux équations dynamiques : une équation en translation et une autre en rotation qui concentre l’essentiel des non-linéarités du système. En nous inspirant des travaux de Hemami [Hemami, 1982], [Hemami & Zheng, 1984], [Hemami, 2002], nous avons généralisé les deux équations de la dynamique pour un robot possédant plusieurs corps rigides comme suit [Aloulou & Boubaker, 2012]:

$$I_i \dot{W}_i = f_i + F_i + F_{i+1} + G_i + G_{i+1} + \tau_i + \tau_{i+1} \quad (3.1)$$

$$M_i \ddot{X}_i = M_i g + \Gamma_i - \Gamma_{i+1} \quad (3.2)$$

où :

I_i : Inertie du corps rigide C_i .

\dot{W}_i : Accélération angulaire du corps rigide C_i .

f_i : Couple intrinsèque au corps C_i mettant en relation la vitesse angulaire et l’inertie du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_{-i} .

F_i : Couple dû à la force holonome appliquée à l’articulation proximale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_{-i} .

F_{i+1} : Couple dû à la force holonome appliquée à l’articulation distale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_{-i} .

G_i : Couple non-holonome appliqué à l’articulation proximale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_{-i} .

G_{i+1} : Couple non-holonome appliqué à l’articulation distale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_{-i} .

τ_i : Couple musculaire appliqué à l’articulation proximale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_{-i} .

τ_{i+1} : Couple musculaire appliqué à l’articulation distale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_{-i} .

M_i : Masse du corps rigide C_i .

\ddot{X}_i : Accélération linéaire du corps rigide C_i .

g : Vecteur de pesanteur

F_i : Force holonome appliquée à l'articulation proximale du corps C_i et exprimée dans le repère inertiel R .

F_{i+1} : Force holonome appliquée à l'articulation distale du corps C_i et exprimée dans le repère inertiel R .

Ainsi, les équations dynamiques en rotation (3.1) et en translation (3.2) relatives au corps rigide i sont exprimées dans le repère du corps R_i .

Pour appliquer la méthode de Newton-Euler, il faut définir un repère galiléen et affecter à chaque corps rigide un repère relatif. Le passage d'un repère à un autre est assuré par le formalisme des angles d'Euler [Annexe 2]. Il faut également préciser un ordre bien défini dans l'établissement des équations car les corps rigides dépendent des corps qui leur sont adjacents.

Le Bilan des forces et couples appliqués sur le corps humain révèle que les membres du bipède subissent trois types de forces [Hemami, 2002], [Hemami & Utkin, 2002] :

Les forces et couples holonomes : Ils résultent de l'interaction entre un membre et les membres qui lui sont attachés. Ces forces et couples assurent la cohésion entre les différents membres du corps humain. Ainsi, les couples holonomes F_i et F_{i+1} sont définis de la façon suivante:

$$F_i = \pm K_i \times A_i^T \Gamma_i \quad (3.3)$$

$$F_{i+1} = \pm L_i \times A_i^T \Gamma_{i+1} \quad (3.4)$$

où :

K_i : vecteur distance proximale entre le centre de gravité et l'extrémité du corps C_i reliée au corps précédent C_{i-1} et exprimé dans le repère du corps i .

L_i : vecteur distance distale entre le centre de gravité et l'extrémité du corps C_i reliée au corps suivant C_{i+1} et exprimé dans le repère du corps i .

A_i : matrice de passage du repère du corps i vers le repère inertiel. La matrice A_i^T permet d'effectuer la transformation inverse.

Le produit vectoriel entre la longueur K_i (respectivement L_i) et la matrice de passage A_i résulte de la projection des forces F_i (respectivement F_{i+1}) sur les axes z , x_{i-1} et y_{i-2} selon les trois angles d'Euler respectifs Ψ_i , α_i et θ_i . Il permet de transformer ces forces en couples.

Les forces F_i et F_{i+1} sont exprimées dans le repère inertiel, la multiplication par la matrice de transformation A_i^T les ramènent dans le repère du corps R_i .

Les couples non-holonomes : Ils représentent l'effort que subit un membre pour rester aligné avec le membre précédent. Ils existent au niveau des articulations ayant un nombre de degré de liberté inférieur à 3. Ainsi, les couples non holonomes G_i et G_{i+1} sont définis de la façon suivante:

$$G_i = \pm A_i^T A_{i-1} R_i \Lambda_i \quad (3.5)$$

$$G_{i+1} = \pm R_{i+1} \Lambda_{i+1} \quad (3.6)$$

avec :

Λ_i : Couple non-holonome appliqué à l'articulation proximale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps précédent R_{i-1} .

Λ_{i+1} : Couple non-holonome appliqué à l'articulation distale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_i .

R_i : vecteur/matrice des liaisons mécaniques entre les corps liés au corps C_i présentant des forces non-holonomes.

R_{i+1} : vecteur/matrice des liaisons mécaniques entre les corps liés au corps C_{i+1} présentant des forces non-holonomes.

Pour ramener et exprimer Λ_i dans le repère du corps R_i , nous procédons à deux transformations :

- Une multiplication par la matrice de transformation A_{i-1} , celle-ci permet le passage du repère R_{i-1} au repère inertiel. Par ce produit, on exprime le couple Λ_i dans le repère inertiel.
- Une multiplication par la matrice de transformation A_i^T , celle-ci permet le passage du repère inertiel au repère R_i . Par ce produit, on exprime le couple Λ_i dans le repère du corps.

Les couples mécaniques ou musculaires : ce sont les couples appliqués par les muscles du corps humain aux membres pour les déplacer. En effet, les couples mécaniques τ_i et τ_{i+1} seront définis de la façon suivante:

$$\tau_i = \pm A_i^T A_{i-1} T_i \quad (3.7)$$

$$\tau_{i+1} = \pm T_{i+1} \quad (3.8)$$

avec :

T_i : Couple musculaire appliqué à l'articulation proximale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps précédent R_{i-1} .

T_{i+1} : Couple musculaire appliqué à l'articulation distale du corps C_i et exprimé dans le repère du corps R_i .

Pour ramener et exprimer T_i dans le repère du corps R_i , nous procédons aux mêmes transformations que pour le couple Λ_i .

Enfin l'expression du couple f_i associé au corps rigide i est donnée par [Hemami, 2002]:

$$f_i = f(W_i) = I_i W_i \times W_i = \begin{bmatrix} W_{i2} W_{i3} (I_{i2} - I_{i3}) \\ W_{i3} W_{i1} (I_{i3} - I_{i1}) \\ W_{i1} W_{i2} (I_{i1} - I_{i2}) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

La Figure 3.1 représente un bilan des forces et couples appliqués pour un seul corps rigide.

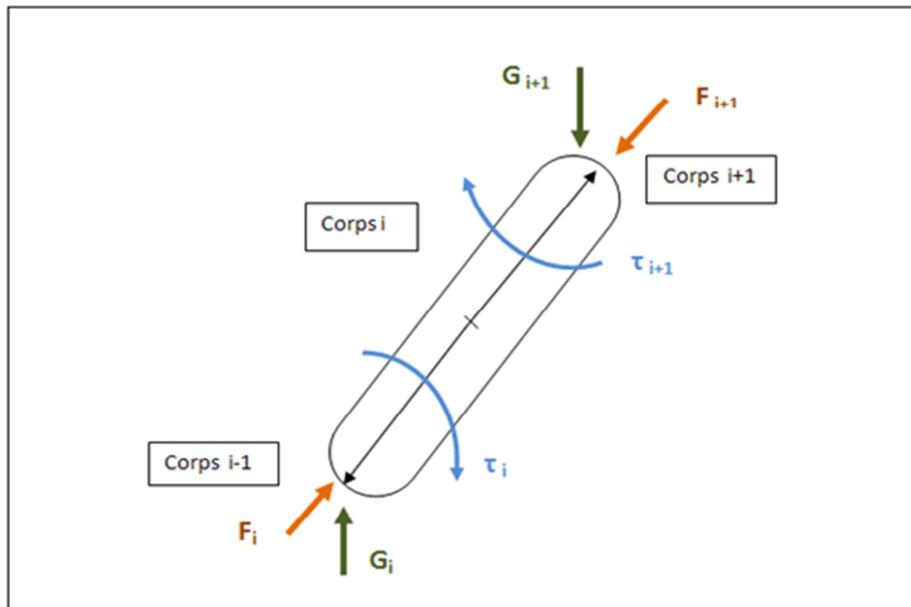


Figure 3.1 : Représentation des forces et couples appliqués à un seul corps rigide

Remarque :

Par rapport au corps i et au repère associé, les couples non holonomes Λ_i et musculaires T_i exercés par le corps précédent sont toujours exprimés dans le repère associé au corps

précédent R_{i-1} . Par rapport au corps i et au repère associé, les couples non holonomes A_{i+1} et musculaires T_{i+1} exercés par le corps suivant sont toujours exprimés dans le repère du corps R_i . Par rapport au corps i et au repère associé, les forces holonomes sont toujours exprimées dans le repère inertiel qu'elles soient exercés par le corps précédent Γ_i ou le corps suivant Γ_{i+1} .

3.3. Modèle dynamique du robot bipède : phase de pré-impact ou de simple support (SSP)

L'objectif est de développer le modèle dynamique du robot bipède en appliquant le principe de la modélisation selon le formalisme de Newton-Euler présenté dans le paragraphe précédent. Dans la littérature, peu de travaux ont résolu le problème de modélisation des robots bipèdes avec plusieurs corps rigides dans un espace tridimensionnel. Nous citons particulièrement ceux de [Zheng, 1984], [Hemami & Zheng, 1984], [Zengshi, 2006] vue la complexité des développements et les difficultés d'analyse et de synthèse de tels modèles. Pour modéliser la marche bipédale, certains auteurs ont contourné le problème d'une modélisation tridimensionnelle par une projection sur deux espace planaires: les plans frontal et sagittal [Azevedo & Andref, 2000] et [Chevallereau et al., 2009] sous l'hypothèse de négliger les interactions des dynamiques entre ces deux espaces. Ainsi, dans [Chevallereau et al., 2009], les auteurs présentent trois types de commandes par retour d'état permettant d'atteindre non seulement une stabilité asymptotique du bipède considéré mais également une démarche cyclique et rapide lors de la marche en émettant comme hypothèse de départ que le contact entre le robot et le sol inhibe toutes les rotations de type précession. Cependant, la majorité des travaux ont eu recours à une modélisation dans un espace planaire en traitant dès le départ d'un robot bipède planaire et en choisissant généralement le plan sagittal comme plan d'étude car il permet une meilleure visualisation de la marche bipédale que le plan frontal [Chang & Hurmuzlu, 1993], [Pratt et al., 2001], [Choi & Grizzle, 2005], [Yang et al., 2008], [Wang & Chevallereau, 2011] et [Hamon et al., 2013].

Pour d'autres travaux, dont l'objectif principal est l'analyse des bifurcations et des comportements chaotiques lors la marche humaine, les auteurs ont assimilé les robots bipèdes à des systèmes mécaniques caractérisés par un nombre réduit de corps rigides [Goswami et al., 1998], [Kaygisiz et al., 2006] et [Moon & Spong, 2011]. [Gritli et al., 2012] considère que le robot bipède obéit à la dynamique d'un compas dont la complexité est réduite à 2 ou 3 degrés de liberté dans un espace planaire.

Malgré la complexité des développements mathématiques fastidieux, nous nous fixerons dans ce chapitre l'objectif de décrire le plus fidèlement possible la dynamique de la marche humaine en considérant la morphologie du robot bipède conçue au niveau du deuxième chapitre et ce dans un espace tridimensionnel et sans aucun découplage entre les plans frontal et latéral. Pour atteindre cet objectif nous appliquerons le formalisme de Newton-Euler décrit précédemment.

Nous proposerons dans ce même contexte une méthode de réduction pertinente [Aloulou & Boubaker, 2012] et adaptée aux modèles complexes et de grande dimension tel que le nôtre. Nous montrerons que la méthode de réduction proposée permettra d'obtenir un modèle non linéaire réduit qui servira sans aucune difficulté à atteindre des objectifs d'analyse et de commande du système.

3.3.1 Recensement des contraintes

Le robot bipède dont la morphologie a été introduite dans le chapitre précédent est représenté par la Figure 3.2. Il est soumis aux forces décrites par les forces et couples mis en évidence par la Figure 3.3.

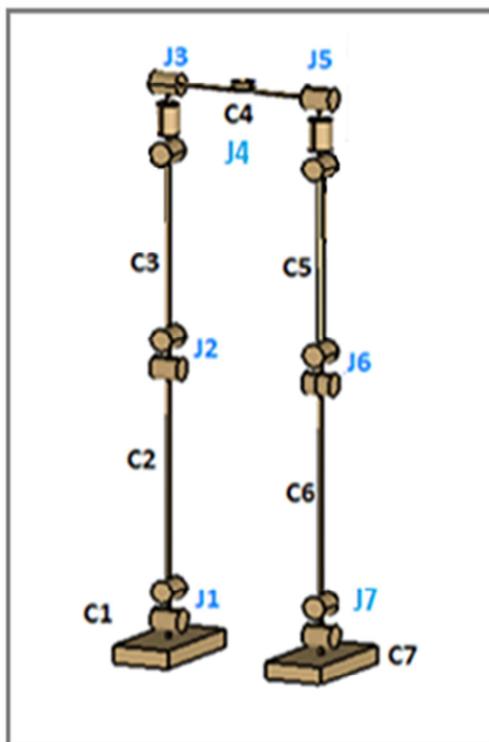


Figure 3.2. Joints et Corps rigides

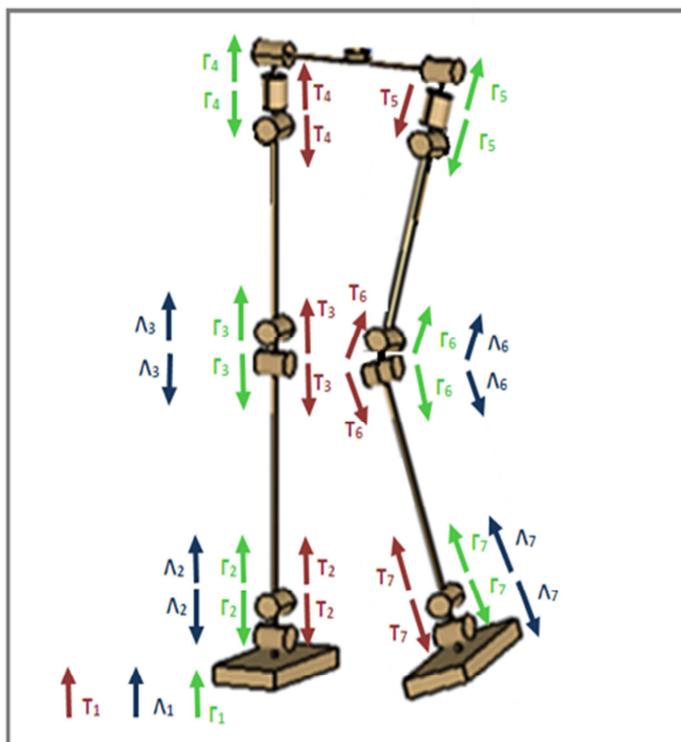


Figure 3.3. Forces et couples appliqués

3.3.1.1. Analyse des contraintes non holonomiques

Les forces et couples holonomes et musculaires s'appliquent au niveau de toutes les articulations alors que les forces non holonomes ne s'appliquent qu'aux articulations J_2 , J_3 , J_6 et J_7 . Par ailleurs, le robot bipède est soumis à cinq contraintes non holonomiques essentiellement appliquées au niveau des genoux et des chevilles. On recense les contraintes suivantes :

Première contrainte non holonomique:

Au niveau de la cheville droite, on ne dénombre qu'un seul degré de liberté et deux degrés de liaison. Soit R_i la matrice permettant de modéliser les différents degrés de liaison et Q_i la matrice modélisant les différents degrés de liberté pour le joint i . Pour cette première contrainte, nous obtenons les matrices suivantes :

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$Q_2 = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$

Deuxième contrainte non holonomique:

Au niveau du genou droit, on dénombre un seul degré de liberté et deux degrés de liaison d'où :

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$Q_3 = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$

Troisième contrainte non holonomique:

De la même façon, au niveau du genou gauche, on retrouve la même configuration, c'est-à-dire qu'on dénombre également un seul degré de liberté et deux degrés de liaison d'où :

$$R_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$Q_6 = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$

Quatrième contrainte non holonomique:

Pareillement, au niveau de la cheville gauche, on retrouve une configuration identique à celle de la cheville droite. On dénombre ainsi un seul degré de liberté et deux degrés de liaison d'où :

$$R_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$Q_7 = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$

La traduction des quatre contraintes non holonomiques précédentes en équations donne le système suivant [Aloulou & Boubaker, 2012]:

$$\begin{cases} R_2^T(A_1^T A_2 W_2 - W_1) = 0 \\ R_3^T(A_2^T A_3 W_3 - W_2) = 0 \\ R_6^T(A_5^T A_6 W_6 - W_5) = 0 \\ R_7^T(A_6^T A_7 W_7 - W_6) = 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

3.3.1.2. Analyse des contraintes holonomiques

On dénombre au total 21 contraintes qui proviennent directement du modèle géométrique du robot bipède élaboré au niveau du chapitre précédent. Il s'agit des contraintes qui décrivent les liaisons entre les différents segments. Les contraintes holonomiques peuvent s'écrire sous la forme suivante [Aloulou & Boubaker, 2012]:

$$\begin{cases} X_1 = A_1 K_1 \\ X_2 = A_2 K_2 - A_1 L_1 + X_1 \\ X_3 = A_3 K_3 - A_2 L_2 + X_2 \\ X_4 = A_4 K_4 - A_3 L_3 + X_3 \\ X_5 = A_5 K_5 - A_4 L_4 + X_4 \\ X_6 = A_6 K_6 - A_5 L_5 + X_5 \\ X_7 = A_7 K_7 - A_6 L_6 + X_6 \end{cases} \quad (3.11)$$

Les positions X_i considérées à ce niveau correspondent aux différentes articulations proximales mises en jeu et non aux centres de gravité des segments.

3.3.2. Les équations de la dynamique

Le Tableau 3.1 présente un récapitulatif des forces appliquées aux sept corps rigides constituant le bipède pour l'équation en rotation et qui constituent les différents termes de l'équation généralisée (3.1).

Tableau 3.1. Couples appliquées au bipède [Aloulou & Boubaker, 2012]

Corps i	f_i	F_i	F_{i+1}	G_i	G_{i+1}	τ_i	τ_{i+1}
1	f_1	$K_1 \times A_1^T \Gamma_1$	$-L_1 \times A_1^T \Gamma_2$	0	$-R_2 \Lambda_2$	$A_1^T T_1$	$-T_2$
2	f_2	$K_2 \times A_2^T \Gamma_2$	$-L_2 \times A_2^T \Gamma_3$	$A_2^T A_1 R_2 \Lambda_2$	$-R_3 \Lambda_3$	$A_2^T A_1 T_2$	$-T_3$
3	f_3	$K_3 \times A_3^T \Gamma_3$	$-L_3 \times A_3^T \Gamma_4$	$A_3^T A_2 R_3 \Lambda_3$	0	$A_3^T A_2 T_3$	$-T_4$
4	f_4	$K_4 \times A_4^T \Gamma_4$	$L_4 \times A_4^T \Gamma_5$	0	0	$A_4^T A_3 T_4$	$-T_5$
5	f_5	$-K_5 \times A_5^T \Gamma_5$	$L_5 \times A_5^T \Gamma_6$	0	$R_6 \Lambda_6$	$-A_5^T A_4 T_5$	T_6
6	f_6	$-K_6 \times A_6^T \Gamma_6$	$L_6 \times A_6^T \Gamma_7$	$-A_6^T A_5 R_6 \Lambda_6$	$R_7 \Lambda_7$	$-A_6^T A_5 T_6$	T_7
7	f_7	$-K_7 \times A_7^T \Gamma_7$	0	$-A_7^T A_6 R_7 \Lambda_7$	0	$-A_7^T A_6 T_7$	0

Remarque :

La majorité des forces impliquées contiennent dans leur expression un produit vectoriel. La simplification des produits vectoriels est impérative pour une utilisation du modèle dynamique. Pour ce faire, nous recourons à l'utilisation des matrices antisymétriques.

Soit $K = [K1 \ K2 \ K3]^T$ et $L = [L1 \ L2 \ L3]^T$ deux vecteurs représentant respectivement la longueur proximale et la longueur distale d'un corps rigide donné. Il est possible de montrer que [Zheng, 1984] :

$$K \times L = KKL = -LLK \quad (3.12)$$

où :

$$KK = \begin{bmatrix} 0 & -K3 & K2 \\ K3 & 0 & -K1 \\ -K2 & K1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le Tableau 3.2 retrace l'ensemble des forces appliquées aux sept corps rigides constituant le bipède pour l'équation en translation et qui constituent les différents termes de l'équation généralisée (3.2).

Tableau 3.2. Forces appliquées au bipède [Aloulou & Boubaker, 2012]

Corps i	$M_i g$	Γ_i	Γ_{i+1}
1	$M_1 g$	Γ_1	$-\Gamma_2$
2	$M_2 g$	Γ_2	$-\Gamma_3$
3	$M_3 g$	Γ_3	$-\Gamma_4$
4	$M_4 g$	Γ_4	Γ_5
5	$M_5 g$	$-\Gamma_5$	Γ_6
6	$M_6 g$	$-\Gamma_6$	Γ_7
7	$M_7 g$	$-\Gamma_7$	0

En se référant au Tableau 3.1 pour l'équation de la dynamique (3.1), il est possible d'écrire après simplification du produit vectoriel :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 I_1 \dot{W}_1 = f_1 + KK_1 A_1^T \Gamma_1 - LL_1 A_1^T \Gamma_2 - R_2 \Lambda_2 + A_1^T T_1 - T_2 \\
 I_2 \dot{W}_2 = f_2 + KK_2 A_2^T \Gamma_2 - LL_2 A_2^T \Gamma_3 - R_3 \Lambda_3 + A_2^T A_1 R_2 \Lambda_2 + A_2^T A_1 T_2 - T_3 \\
 I_3 \dot{W}_3 = f_3 + KK_3 A_3^T \Gamma_3 - LL_3 A_3^T \Gamma_4 + A_3^T A_2 R_3 \Lambda_3 + A_3^T A_2 T_3 - T_4 \\
 I_4 \dot{W}_4 = f_4 + KK_4 A_4^T \Gamma_4 + LL_4 A_4^T \Gamma_5 + A_4^T A_3 T_4 - T_5 \\
 I_5 \dot{W}_5 = f_5 - KK_5 A_5^T \Gamma_5 + LL_5 A_5^T \Gamma_6 + R_6 \Lambda_6 - A_5^T A_4 T_5 + T_6 \\
 I_6 \dot{W}_6 = f_6 - KK_6 A_6^T \Gamma_6 + LL_6 A_6^T \Gamma_7 + R_7 \Lambda_7 - A_6^T A_5 R_6 \Lambda_6 - A_6^T A_5 T_6 + T_7 \\
 I_7 \dot{W}_7 = f_7 - KK_7 A_7^T \Gamma_7 - A_7^T A_6 R_7 \Lambda_7 - A_7^T A_6 T_7 + T_7
 \end{array} \right. \quad (3.13)$$

En se référant aux Tableau 3.2 pour l'équation de la dynamique (3.2), il est possible d'écrire:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 M_1 \ddot{X}_1 = M_1 g + \Gamma_1 - \Gamma_2 \\
 M_2 \ddot{X}_2 = M_2 g + \Gamma_2 - \Gamma_3 \\
 M_3 \ddot{X}_3 = M_3 g + \Gamma_3 - \Gamma_4 \\
 M_4 \ddot{X}_4 = M_4 g + \Gamma_4 + \Gamma_5 \\
 M_5 \ddot{X}_5 = M_5 g - \Gamma_5 + \Gamma_6 \\
 M_6 \ddot{X}_6 = M_6 g - \Gamma_6 + \Gamma_7 \\
 M_7 \ddot{X}_7 = M_7 g - \Gamma_7
 \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Les systèmes (3.13) et (3.14) peuvent s'écrire sous la forme :

$$P_1 z_1 = P_2 + P_3 \Gamma + P_4 \Lambda + P_5 T \quad (3.15)$$

où:

$$z_1 = [\dot{W}_1^T \ \dot{W}_2^T \ \dot{W}_3^T \ \dot{W}_4^T \ \dot{W}_5^T \ \dot{W}_6^T \ \dot{W}_7^T \ \ddot{X}_1^T \ \ddot{X}_2^T \ \ddot{X}_3^T \ \ddot{X}_4^T \ \ddot{X}_5^T \ \ddot{X}_6^T \ \ddot{X}_7^T] \in \mathfrak{R}^{42 \times 1}$$

$$\Gamma = [\Gamma_1 \ \Gamma_2 \ \Gamma_3 \ \Gamma_4 \ \Gamma_5 \ \Gamma_6 \ \Gamma_7]^T \in \mathfrak{R}^{21 \times 1} \text{ tel que } \Gamma_i = [\Gamma_{i,1} \ \Gamma_{i,2} \ \Gamma_{i,3}]^T \in \mathfrak{R}^{3 \times 1}$$

$$\Lambda = [\Lambda_{2,1} \ \Lambda_{2,2} \ \Lambda_{3,1} \ \Lambda_{3,2} \ \Lambda_{6,1} \ \Lambda_{6,2} \ \Lambda_{7,1} \ \Lambda_{7,2}]^T \in \mathfrak{R}^{8 \times 1}$$

$$T = [T_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4 \ T_5 \ T_6 \ T_7]^T \in \mathfrak{R}^{21 \times 1}$$

Avec :

$$T_1 = [u_1 \ u_2 \ 0]^T, T_2 = [0 \ u_3 \ 0]^T, T_3 = [u_4 \ u_5 \ u_6]^T, T_4 = [0 \ 0 \ 0]^T$$

$$T_5 = [u_7 \ u_8 \ u_9]^T, T_6 = [0 \ u_{10} \ 0]^T, T_7 = [u_{11} \ u_{12} \ 0]^T.$$

Pour ne pas alourdir ce chapitre, les matrices P_1 , P_2 , P_3 , P_4 et P_5 de grande dimension seront définies dans l'Annexe 5.

3.3.3. Proposition d'une méthode de réduction du modèle [Aloulou & Boubaker, 2012]

La méthode de réduction que nous proposons repose sur l'application de deux principes:

- L'utilisation des développements relatifs aux contraintes holonomiques et non holonomiques ainsi que leur dérivations temporelles de façon à éliminer les variables liées par ces contraintes. Cette première étape de réduction permettra le passage d'un système initial de dimension 42 à un système à 29 variables d'état.
- L'application de simplifications matricielles spécifiques afin d'éliminer les termes correspondants aux forces holonomiques et aux couples non holonomiques du système d'équations initial. Cette seconde étape de réduction permettra le passage d'un système à 29 variables d'état vers un système à seulement 12 variables d'état.

La dérivation par rapport au temps des quatre contraintes non holonomiques (3.10) donne:

$$\begin{cases} R_2^T(-\dot{W}_1 - WW_1 A_1^T A_2 W_2 + A_1^T A_2 \dot{W}_2) = 0 \\ R_3^T(-\dot{W}_2 - WW_2 A_2^T A_3 W_3 + A_2^T A_3 \dot{W}_3) = 0 \\ R_6^T(-\dot{W}_5 - WW_5 A_5^T A_6 W_6 + A_5^T A_6 \dot{W}_6) = 0 \\ R_7^T(-\dot{W}_6 - WW_6 A_6^T A_7 W_7 + A_6^T A_7 \dot{W}_7) = 0 \end{cases}$$

Où WW_i représente la matrice antisymétrique pour l'accélération angulaire du corps rigide Ci.

En arrangeant ce système d'équations sous une forme plus compacte, nous obtenons :

$$P_4^T z_1 = P_6 \quad (3.16)$$

avec :

$$P_6 = \begin{pmatrix} R_2^T WW_1 A_1^T A_2 W_2 \\ R_3^T WW_2 A_2^T A_3 W_3 \\ R_6^T WW_5 A_5^T A_6 W_6 \\ R_7^T WW_6 A_6^T A_7 W_7 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{8 \times 1}$$

Par une double dérivation du système (3.11) nous obtenons (voir les détails de la démonstration dans l'Annexe 6) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X}_1 + A_1 KK_1 \dot{W}_1 = A_1 (WW_1)^2 K_1 \\ \ddot{X}_2 + A_2 KK_2 \dot{W}_2 - A_1 LL_1 \dot{W}_1 - \ddot{X}_1 = A_2 (WW_2)^2 K_2 - A_1 (WW_1)^2 L_1 \\ \ddot{X}_3 + A_3 KK_3 \dot{W}_3 - A_2 LL_2 \dot{W}_2 - \ddot{X}_2 = A_3 (WW_3)^2 K_3 - A_2 (WW_2)^2 L_2 \\ \ddot{X}_4 + A_4 KK_4 \dot{W}_4 - A_3 LL_3 \dot{W}_3 - \ddot{X}_3 = A_4 (WW_4)^2 K_4 - A_3 (WW_3)^2 L_3 \\ -\ddot{X}_5 - A_5 KK_5 \dot{W}_5 + A_4 LL_4 \dot{W}_4 + \ddot{X}_4 = -A_5 (WW_5)^2 K_5 + A_4 (WW_4)^2 L_4 \\ -\ddot{X}_6 - A_6 KK_6 \dot{W}_6 + A_5 LL_5 \dot{W}_5 + \ddot{X}_5 = -A_6 (WW_6)^2 K_6 + A_5 (WW_5)^2 L_5 \\ -\ddot{X}_7 - A_7 KK_7 \dot{W}_7 + A_6 LL_6 \dot{W}_6 + \ddot{X}_6 = -A_7 (WW_7)^2 K_7 + A_6 (WW_6)^2 L_6 \end{array} \right. \quad (3.17)$$

Le système d'équations précédent peut s'écrire sous la forme plus compacte suivante:

$$P_3^T z_1 = P_7 \quad (3.18)$$

avec :

$$P_7 = \begin{pmatrix} A_1 (WW_1)^2 K_1 \\ A_2 (WW_2)^2 K_2 - A_1 (WW_1)^2 L_1 \\ A_3 (WW_3)^2 K_3 - A_2 (WW_2)^2 L_2 \\ A_4 (WW_4)^2 K_4 - A_3 (WW_3)^2 L_3 \\ -A_5 (WW_5)^2 K_5 + A_4 (WW_4)^2 L_4 \\ -A_6 (WW_6)^2 K_6 + A_5 (WW_5)^2 L_5 \\ -A_7 (WW_7)^2 K_7 + A_6 (WW_6)^2 L_4 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{21 \times 1}$$

En combinant les équations (3.16) et (3.18), nous aurons :

$$[P_3 \ P_4]^T z_1 = [P_7^T \ P_6^T]^T \quad (3.19)$$

A partir de l'équation (3.15), on peut écrire :

$$z_1 = P_1^{-1} [P_2 + P_3 \Gamma + P_4 \Lambda + P_5 T] \quad (3.20)$$

Remplaçons (3.20) dans (3.19), nous pouvons obtenir :

$$[P_3 \ P_4]^T P_1^{-1} \{ P_2 + [P_3 \ P_4] \begin{bmatrix} \Gamma \\ \Lambda \end{bmatrix} + P_5 T \} = [P_7^T \ P_6^T]^T$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \Gamma \\ \Lambda \end{bmatrix} = \left\{ [P_3 \ P_4]^T P_1^{-1} [P_3 \ P_4] \right\}^{-1} [P_7^T \ P_6^T]^T - \left\{ [P_3 \ P_4]^T P_1^{-1} [P_3 \ P_4] \right\}^{-1} [P_3 \ P_4]^T P_1^{-1} (P_2 + P_5 T)$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} \Gamma \\ \Lambda \end{bmatrix} = [P_3 \ P_4]^T P_1^{-1} [P_3 \ P_4]^{-1} [P_7^T \ P_6^T]^T - [P_3 \ P_4]^{-1} (P_2 + P_5 T) \quad (3.21)$$

De cette façon, le vecteur des forces holonomiques Γ et le vecteur des couples non holonomiques Λ sont exprimés sous forme d'un vecteur d'état. Cette formulation propose un système à 29 variables d'état puisque $\Gamma \in \mathfrak{R}^{21 \times 1}$ et $\Lambda \in \mathfrak{R}^{8 \times 1}$ ce qui représente déjà une réduction du nombre de degrés de liberté qui était de 42. Il reste donc certains développements à effectuer pour obtenir le modèle d'état présentant un nombre minimal de variables d'état.

Posons $P_3^T = [P_8 \ P_9]$, nous pouvons alors écrire:

$$P_3^T z_1 = [P_8 \ P_9] z_1 = P_8 \dot{W} + P_9 \ddot{X} \quad (3.22)$$

Les matrices P_8 et P_9 sont définies dans l'Annexe 5. En combinant les équations (3.18) et (3.22), nous aurons :

$$P_8 \dot{W} + P_9 \ddot{X} = P_7 \quad (3.23)$$

Pour obtenir une représentation d'état à partir de l'équation (3.23), on isole \ddot{X} et on l'exprime en fonction des autres éléments soit donc :

$$\ddot{X} = -P_9^{-1} P_8 \dot{W} + P_9^{-1} P_7$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \dot{W} \\ \ddot{X} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{21} \\ -P_9^{-1} P_8 \end{pmatrix} \dot{W} + \begin{pmatrix} 0_{21} \\ P_9^{-1} P_7 \end{pmatrix}$$

avec :

$o_{21} \in \mathfrak{R}^{21 \times 1}$: un vecteur nul

$I_{21} \in \mathfrak{R}^{21 \times 21}$: une matrice identité

On pose :

$$P_{10} = \begin{pmatrix} I_{21} \\ -P_9^{-1}P_8 \end{pmatrix}, \quad P_{10} \in \mathfrak{R}^{42 \times 21}$$

$$P_{11} = \begin{pmatrix} o_{21} \\ P_9^{-1}P_7 \end{pmatrix}, \quad P_{11} \in \mathfrak{R}^{42 \times 1}$$

On pourra alors écrire :

$$z_1 = P_{10}\dot{W} + P_{11} \quad (3.24)$$

En remplaçant l'expression de z_1 obtenue en (3.24) dans l'équation du système (3.15), nous obtenons :

$$P_1P_{10}\dot{W} + P_1P_{11} = P_2 + P_3\Gamma + P_4\Lambda + P_5T$$

Ou encore :

$$P_{10}^T P_1 P_{10} \dot{W} = -P_{10}^T P_1 P_{11} + P_{10}^T P_2 + P_{10}^T P_3 \Gamma + P_{10}^T P_4 \Lambda + P_{10}^T P_5 T \quad (3.25)$$

Sachant que nous pouvons démontrer que $P_{10}^T P_3 \Gamma = 0$ (voir Annexe 7). L'équation précédente devient alors:

$$P_{10}^T P_1 P_{10} \dot{W} = -P_{10}^T P_1 P_{11} + P_{10}^T P_2 + P_{10}^T P_4 \Lambda + P_{10}^T P_5 T \quad (3.26)$$

Les accélérations angulaires \dot{W}_1 à \dot{W}_7 définies au paragraphe 3 du chapitre II peuvent être mises sous une forme matricielle plus compacte de sorte que :

$$\dot{W} = P_{12}\ddot{\Phi} + P_{13} \quad (3.27)$$

Les matrices P_{12} et P_{13} sont définies dans l'Annexe 5. En utilisant l'expression (3.27), l'équation (3.26) devient alors :

$$P_{10}^T P_1 P_{10} (P_{12}\ddot{\Phi} + P_{13}) = -P_{10}^T P_1 P_{11} + P_{10}^T P_2 + P_{10}^T P_4 \Lambda + P_{10}^T P_5 T$$

Ou encore :

$$P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12} \ddot{\Phi} = -P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{11} + P_{12}^T P_{10}^T P_2 + P_{12}^T P_{10}^T P_4 \Lambda + P_{12}^T P_{10}^T P_5 T - P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{13}$$

Sachant que nous pouvons démontrer que $P_{12}^T P_{10}^T P_4 \Lambda = 0$. L'équation précédente peut s'écrire comme suit :

$$P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12} \ddot{\Phi} + P_{12}^T P_{10}^T P_1 (P_{11} + P_{10} P_{13}) - P_{12}^T P_{10}^T P_2 = P_{12}^T P_{10}^T P_5 T \quad (3.28)$$

Les couples de commande peuvent être représentés sous la forme matricielle suivante :

$$T = h_l U$$

Où U est le vecteur des couples de commande et h_l est une matrice définie au niveau de l'Annexe 5. L'équation (3.28) devient alors :

$$P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12} \ddot{\Phi} + P_{12}^T P_{10}^T P_1 (P_{11} + P_{10} P_{13}) - P_{12}^T P_{10}^T P_2 = P_{12}^T P_{10}^T P_5 h_l U \quad (3.29)$$

Cette dernière expression obéit bien à la forme générale d'un modèle dynamique robotique qui s'écrit:

$$J(\Phi) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU \quad (3.30)$$

où :

$$\begin{cases} J(\Phi) = P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12} \\ H(\Phi, \dot{\Phi}) = P_{12}^T P_{10}^T P_1 (P_{11} + P_{10} P_{13}) \\ G(\Phi) = -P_{12}^T P_{10}^T P_2 \\ D = P_{12}^T P_{10}^T P_5 h_l \end{cases}$$

$J(\Phi) \in \mathfrak{R}^{12 \times 12}$ est la matrice d'inertie, $H(\Phi, \dot{\Phi}) \in \mathfrak{R}^{12 \times 1}$ est le vecteur des forces centripètes de Coriolis, $G(\Phi) \in \mathfrak{R}^{12 \times 1}$ est le vecteur de pesanteur, $D \in \mathfrak{R}^{12 \times 12}$ est la matrice de commande.

3.3.4. Analyse des propriétés du modèle linéarisé

Dans ce paragraphe, le modèle d'état linéarisé du bipède libre sera exploité à des fins d'analyse. La linéarisation du système robotique pendant la phase de pré-impact développée en Annexe 8 donne le modèle d'état suivant :

$$\dot{\Phi} = A(\Phi - \Phi_{eq}) + B(U - U_{eq})$$

où : (3.31)

$$A = \begin{pmatrix} 0_{12*12} & I_{12*12} \\ (P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} \frac{\partial(-P_{12}^T P_{10}^T P_2)}{\partial \Phi} \Big|_{\Phi_{eq}} & 0_{12*12} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{24*24}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0_{12*12} \\ (P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} P_{12}^T P_{10}^T P_5 h_l \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{24*1}$$

En utilisant le théorème de Lyapunov pour les systèmes linéaires, nous montrons dans l'Annexe 9 que le système linéarisé est instable. Cependant la matrice de commandabilité est de rang plein et égal à 24, le système est donc commandable. Plus de détails à ce propos sont donnés dans l'Annexe 9.

3.4. Modèle dynamique du robot bipède : phases d'impact et de double support

Lors de la mise en œuvre de la fonction de marche, il est essentiel de définir clairement les différentes phases élémentaires constituant un pas de marche. Ainsi et classiquement, la plupart des travaux anciens ou plus récents tels que [Hemami & Zheng, 1984], [Chen et al., 1986], [Katić et al., 2008] et [Cho et al., 2009], définissent trois phases élémentaires successives longuement explicitées au niveau du premier chapitre: la phase de simple support ou pré-impact lorsque un seul pied est en contact avec le sol et l'autre en mouvement dans les airs, la phase d'impact qui considère l'instant de contact et la phase de double support ou post-impact lorsque les deux pieds sont en contact avec le sol. Néanmoins, de nombreuses variantes existent. Ainsi, certains travaux tendent à simplifier le pas de marche et à ne considérer que deux étapes alternatives. Dans [Shih et al., 2007] et [Chevallereau et al., 2009], les auteurs définissent uniquement les phases successives de simple support et de double support. La phase d'impact étant supposée instantanée, elle est ignorée. Au contraire, d'autres études telles que [Goddard et al., 1992] par souci de précision tiennent compte de toutes les étapes contribuant à la réalisation d'une marche similaire à la marche humaine en faisant la distinction dans la mise en mouvement du pied effecteur entre les différents mouvements du talon et de la pointe du pied.

La force de réaction du sol intervient au niveau de la phase d'impact où elle atteint sa valeur maximale puis se maintient à une faible valeur constante tout au long de la phase de double support. Peu de travaux proposent une définition stricte de la force de réaction du sol et des enjeux qui en découlent [Zheng & Hemami, 1985] et [Goswami, 1999]. La plupart des études [Park & Chung, 1999a] et [Lim et al., 2004] proposent plutôt des simulations où les paramètres de la raideur, de l'humidité et de l'inertie sont évalués afin de garantir une marche stable et robuste.

Ainsi, qu'il s'agisse de la phase d'impact ou de la phase de double support, l'équation de la dynamique se présente sous la forme suivante [Aloulou & Boubaker, 2010b] :

$$J(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F \quad (3.32)$$

$E(\Phi) = [E_x \ E_y \ E_z]^T$ étant le point d'impact ou de contact entre le pied et le sol.

3.4.1. La phase d'impact (IP)

Pendant la phase d'impact, nous assumons que l'impact est instantané avec une force d'impact assimilée à une impulsion. En intégrant l'équation (3.32) entre les instants t_0^- et t_0^+ définis respectivement comme les instants précédant et succédant directement à l'impact, on aura:

$$\int_{t_0^-}^{t_0^+} [J(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi)] dt = \int_{t_0^-}^{t_0^+} [DU + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F] dt \quad (3.33)$$

Dans le cas du bipède libre, aucun couple extérieur n'est appliqué, il y a donc conservation du moment angulaire total. Nous pouvons alors écrire d'après l'équation (3.30) :

$$\int_{t_0^-}^{t_0^+} [H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi)] dt = \int_{t_0^-}^{t_0^+} DU dt \quad (3.34)$$

Ainsi l'équation (3.33) devient :

$$\int_{t_0^-}^{t_0^+} J(\Phi)\ddot{\Phi} dt = \int_{t_0^-}^{t_0^+} \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F dt \quad (3.35)$$

La force d'impact étant assimilée à une impulsion, nous pouvons écrire :

$$F = F_{imp} \delta(t - t_0) \quad (3.36)$$

où :

F_{imp} est la valeur de la force F lors de la phase d'impact.

$\delta(t - t_0)$ est la fonction de Dirac appliquée entre les instants t_0^- et t_0^+ .

L'équation (3.35) devient alors:

$$J(\Phi_{imp})(\dot{\Phi}(t_0^+) - \dot{\Phi}(t_0^-)) = \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} |_{\Phi_{imp}} F_{imp} \quad (3.37)$$

Cette dernière expression contenant le terme de la force de réaction du sol lors de l'impact ne permet pas d'obtenir une expression explicite de F_{imp} .

3.4.2. La phase de contact ou de double support (DSP)

Pendant la phase de contact, nous assumons que le point de contact est fixe au sol. Ce qui permet de vérifier la relation suivante :

$$\frac{dE(\Phi)}{dt} = 0 \quad (3.38)$$

Ceci permet également d'écrire:

$$\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} \dot{\Phi}(t) = 0 \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} \ddot{\Phi} + \frac{\partial}{\partial \Phi} \left(\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} \dot{\Phi} \right) \dot{\Phi} = 0 \quad (3.40)$$

Sachant que la matrice d'inertie est inversible, on aura :

$$\ddot{\Phi} = J^{-1}(\Phi) \left[-H(\Phi, \dot{\Phi}) - G(\Phi) + DU + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F \right] \quad (3.41)$$

Multiplions l'équation précédente par $\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi}$ puis ajoutons à chaque membre de l'égalité

$\frac{\partial}{\partial \Phi} \left(\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} \dot{\Phi} \right) \dot{\Phi}$, nous aurons:

$$\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} J^{-1}(\Phi) \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F = \frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} J^{-1}(\Phi) \left[H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) - DU \right] - \frac{\partial}{\partial \Phi} \left(\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} \dot{\Phi} \right) \dot{\Phi} \quad (3.42)$$

Nous pouvons alors extraire l'expression de la force de réaction du sol lorsque le contact s'établit :

$$F = \left(\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} J^{-1}(\Phi) \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} \right)^{-1} \left(\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} J^{-1}(\Phi) \left[H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) - DU \right] - \frac{\partial}{\partial \Phi} \left(\frac{\partial E(\Phi)}{\partial \Phi} \dot{\Phi} \right) \dot{\Phi} \right) \quad (3.43)$$

Il est important de remarquer ici que la force de contact est une fonction non linéaire du vecteur de position Φ , du vecteur de vitesse $\dot{\Phi}$ et du vecteur commande U . Ce constat révèle un modèle difficile pour des objectifs de commande car l'expression de la commande dépend de la force et vice-versa.

3.4.3. Analyse des propriétés du modèle linéarisé

La linéarisation du système robotique contraint (3.32) selon la modélisation d'état linéaire décrite en Annexe 8 est alors définie par :

$$\dot{\Phi} = A(\Phi - \Phi_{eq}) + B(v - v_{eq}) \quad (3.44)$$

où :

$$A = \begin{pmatrix} 0_{12 \times 12} & I_{12 \times 12} \\ (P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} \frac{\partial (-P_{12}^T P_{10}^T P_2)}{\partial \Phi} \Big|_{\Phi_{eq}} & 0_{12 \times 12} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{24 \times 24}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0_{12 \times 12} & 0_{12 \times 3} \\ (P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} P_{12}^T P_{10}^T P_5 h_l & (P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{24 \times 1}$$

On constate que la matrice d'état des deux modèles libre et contraint est identique donc l'analyse de la stabilité sera la même pour les deux modèles. Le robot bipède contraint est donc instable. Ce résultat était attendu pour ce type de système [Vukobratovic et al., 1990]. D'autre part, comme le montre l'Annexe 9, la matrice de commandabilité est de rang plein et égal à 24. Nous pouvons donc en conclure que bipède est toujours un système commandable.

3.5. Modèle dynamique du torse et bras anthropomorphiques

La modélisation de la partie haute du robot requiert uniquement l'établissement du modèle dynamique libre car ce système robotique ne sera considéré que lors de la mise en œuvre de mouvements non contraints à l'environnement.

3.5.1. Recensement des contraintes

Le robot constitué par le torse et les bras anthropomorphiques et dont la morphologie a été introduite au niveau du chapitre précédent est représenté par la Figure 3.4. Il est soumis aux forces décrites par les forces et couples mis en évidence par la Figure 3.5.

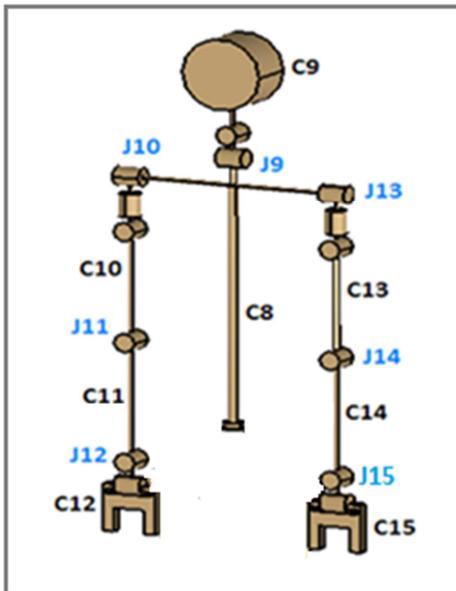


Figure 3.4. Joints et Corps rigides

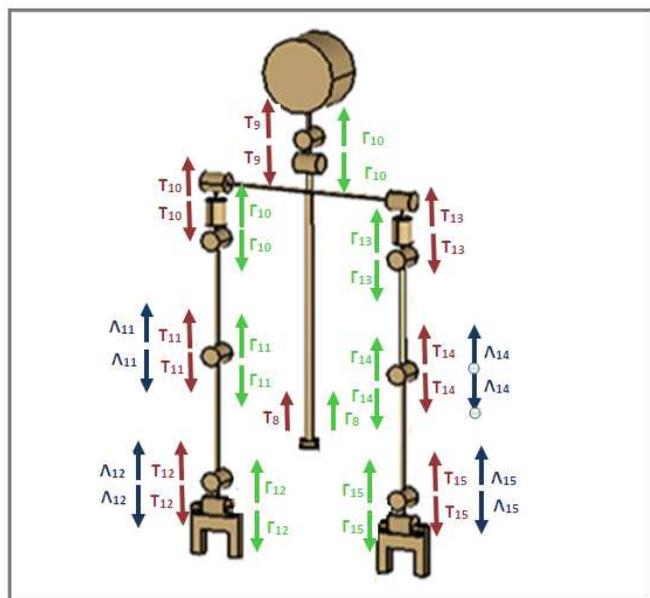


Figure 3.5. Forces et couples appliqués

3.5.1.1. Analyse des contraintes non holonomiques

Nous avons dénombré quatre contraintes non holonomiques essentiellement présentes au niveau des coudes et des poignets.

Première contrainte holonomique

On dénombre au niveau du coude droit un seul degré de liberté et deux degrés de liaison. Soit R_i la matrice permettant de modéliser les différents degrés de liaison et Q_i la matrice modélisant les différents degrés de liberté pour le joint i . Pour cette première contrainte, nous obtenons les matrices suivantes :

$$R_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$
$$Q_{11} = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$

Deuxième contrainte holonomique:

Au niveau du poignet droit, on dénombre un seul degré de liberté et deux degrés de liaison. Nous aurons donc les matrices suivantes :

$$R_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$
$$Q_{12} = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$

Troisième contrainte holonomique :

Au niveau du coude gauche, on retrouve la même configuration que pour le coude droit. On aura donc :

$$R_{14} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$
$$Q_{14} = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$

Quatrième contrainte holonomique :

Pareillement, au niveau du poignet gauche, on retrouve une configuration identique à celle du poignet droit. On dénombre également un seul degré de liberté et deux degrés de liaison d'où :

$$R_{15} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$Q_{15} = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$

La traduction en équations des quatre contraintes non holonomiques précédentes donne le système suivant [Aloulou & Boubaker, 2013a]:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{11}^T(A_{10}^T A_{11} W_{11} - W_{10}) = 0 \\ R_{12}^T(A_{11}^T A_{12} W_{12} - W_{11}) = 0 \\ R_{14}^T(A_{13}^T A_{14} W_{14} - W_{13}) = 0 \\ R_{15}^T(A_{14}^T A_{15} W_{15} - W_{14}) = 0 \end{array} \right. \quad (3.45)$$

3.5.1.2. Analyse des contraintes holonomiques

On dénombre au total vingt-quatre contraintes holonomiques qui proviennent directement du modèle géométrique établi au second chapitre. Il s'agit des contraintes de connexion entre les segments et elles peuvent s'écrire sous la forme suivante [Aloulou & Boubaker, 2013a]:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_8 = A_8 K_8 \\ X_9 = A_9 K_9 - A_8 L_8 + X_8 \\ X_{10} = A_{10} K_{10} - A_8 L_8 + X_8 \\ X_{11} = A_{11} K_{11} - A_{10} L_{10} + X_{10} \\ X_{12} = A_{12} K_{12} - A_{11} L_{11} + X_{11} \\ X_{13} = A_{13} K_{13} - A_8 L_8 + X_8 \\ X_{14} = A_{14} K_{14} - A_{13} L_{13} + X_{13} \\ X_{15} = A_{15} K_{15} - A_{14} L_{14} + X_{14} \end{array} \right. \quad (3.46)$$

3.5.2. Les équations de la dynamique

En se référant à la Figure 3.5, le Tableau 3.3 donne un récapitulatif des forces appliquées aux huit corps rigides constituant le haut du robot pour l'équation de Newton-Euler en rotation tandis que le Tableau 3.4 retrace l'ensemble des forces appliquées aux huit corps rigides constituant le haut du robot pour l'équation en translation.

Tableau 3.3 : Forces appliquées au haut du robot pour l'équation en rotation [Aloulou & Boubaker, 2013a]

Corps i	f_i	F_i	F_{i+1}	G_i	G_{i+1}	τ_i	τ_{i+1}
8	f_8	$K_8 \times A_8^T \Gamma_8$	$L_8 \times A_8^T (-\Gamma_9 + \Gamma_{10} + \Gamma_{13})$	0	0	$A_8^T T_8$	$-T_9 + T_{10} + T_{13}$
9	f_9	$K_9 \times A_9^T \Gamma_9$	0	0	0	$A_9^T A_8 T_9$	0
10	f_{10}	$-K_{10} \times A_{10}^T \Gamma_{10}$	$L_{10} \times A_{10}^T \Gamma_{11}$	0	$R_{11} \Lambda_{11}$	$-A_{10}^T A_8 T_{10}$	T_{11}
11	f_{11}	$-K_{11} \times A_{11}^T \Gamma_{11}$	$L_{11} \times A_{11}^T \Gamma_{12}$	$-A_{11}^T A_{10} R_{11} \Lambda_{11}$	$R_{12} \Lambda_{12}$	$-A_{11}^T A_{10} T_{11}$	T_{12}
12	f_{12}	$-K_{12} \times A_{12}^T \Gamma_{12}$	0	$-A_{12}^T A_{11} R_{12} \Lambda_{12}$	0	$-A_{12}^T A_{11} T_{12}$	0
13	f_{13}	$-K_{13} \times A_{13}^T \Gamma_{13}$	$L_{13} \times A_{13}^T \Gamma_{14}$	0	$R_{14} \Lambda_{14}$	$-A_{13}^T A_8 T_{13}$	T_{14}
14	f_{14}	$-K_{14} \times A_{14}^T \Gamma_{14}$	$L_{14} \times A_{14}^T \Gamma_{15}$	$-A_{14}^T A_{13} R_{14} \Lambda_{14}$	$R_{15} \Lambda_{15}$	$-A_{14}^T A_{13} T_{13}$	T_{15}
15	f_{15}	$-K_{15} \times A_{15}^T \Gamma_{15}$	0	$-A_{15}^T A_{14} R_{15} \Lambda_{15}$	0	$-A_{15}^T A_{14} T_{15}$	0

Tableau 3.4 : Forces appliquées au haut du robot pour l'équation en translation [Aloulou & Boubaker, 2013a]

Corps i	$M_i g$	Γ_i	Γ_{i+1}
8	$M_8 g$	Γ_8	$-\Gamma_9 + \Gamma_{10} + \Gamma_{13}$
9	$M_9 g$	Γ_9	0
10	$M_{10} g$	$-\Gamma_{10}$	Γ_{11}
11	$M_{11} g$	$-\Gamma_{11}$	Γ_{12}
12	$M_{12} g$	$-\Gamma_{12}$	0
13	$M_{13} g$	$-\Gamma_{13}$	Γ_{14}
14	$M_{14} g$	$-\Gamma_{14}$	Γ_{15}
15	$M_{15} g$	$-\Gamma_{15}$	0

En utilisant l'équation de la dynamique (3.1), les résultats du Tableau 3.3 on obtient, après simplification du produit vectoriel, le système d'équations suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_8 \dot{W}_8 = f_8 + KK_8 A_8^T \Gamma_8 - LL_8 A_8^T \Gamma_9 + LL_8 A_8^T \Gamma_{10} + LL_8 A_8^T \Gamma_{13} + A_8^T T_8 - T_9 + T_{10} + T_{13} \\ I_9 \dot{W}_9 = f_9 + KK_9 A_9^T \Gamma_9 + A_9^T A_8 T_9 \\ I_{10} \dot{W}_{10} = f_{10} - KK_{10} A_{10}^T \Gamma_{10} + LL_{10} A_{10}^T \Gamma_{11} + R_{11} \Lambda_{11} - A_{10}^T A_8 T_{10} + T_{11} \\ I_{11} \dot{W}_{11} = f_{11} - KK_{11} A_{11}^T \Gamma_{11} + LL_{11} A_{11}^T \Gamma_{12} - A_{11}^T A_{10} R_{11} \Lambda_{11} + R_{12} \Lambda_{12} - A_{11}^T A_{10} T_{11} + T_{12} \\ I_{12} \dot{W}_{12} = f_{12} - KK_{12} A_{12}^T \Gamma_{12} - A_{12}^T A_{11} R_{12} \Lambda_{12} - A_{12}^T A_{11} T_{12} \\ I_{13} \dot{W}_{13} = f_{13} - KK_{13} A_{13}^T \Gamma_{13} + LL_{13} A_{13}^T \Gamma_{14} + R_{14} \Lambda_{14} - A_{13}^T A_8 T_{13} + T_{14} \\ I_{14} \dot{W}_{14} = f_{14} - KK_{14} A_{14}^T \Gamma_{14} + LL_{14} A_{14}^T \Gamma_{15} - A_{14}^T A_{13} R_{14} \Lambda_{14} + R_{15} \Lambda_{15} - A_{14}^T A_{13} T_{14} + T_{15} \\ I_{15} \dot{W}_{15} = f_{15} - KK_{15} A_{15}^T \Gamma_{15} - A_{15}^T A_{14} R_{15} \Lambda_{15} - A_{15}^T A_{14} T_{15} \end{array} \right. \quad (3.47)$$

En se référant au Tableau 3.4 pour l'équation de la dynamique (3.2), il est possible d'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_8 \ddot{X}_8 = M_8 g + \Gamma_8 - \Gamma_9 + \Gamma_{10} + \Gamma_{13} \\ M_9 \ddot{X}_9 = M_9 g + \Gamma_9 \\ M_{10} \ddot{X}_{10} = M_{10} g - \Gamma_{10} + \Gamma_{11} \\ M_{11} \ddot{X}_{11} = M_{11} g - \Gamma_{11} + \Gamma_{12} \\ M_{12} \ddot{X}_{12} = M_{12} g - \Gamma_{12} \\ M_{13} \ddot{X}_{13} = M_{13} g - \Gamma_{13} + \Gamma_{14} \\ M_{14} \ddot{X}_{14} = M_{14} g - \Gamma_{14} + \Gamma_{15} \\ M_{15} \ddot{X}_{15} = M_{15} g - \Gamma_{15} \end{array} \right. \quad (3.48)$$

Les systèmes (3.47) et (3.48) peuvent s'écrire sous la forme :

$$P_{14} z_2 = P_{15} + P_{16} \Gamma + P_{17} \Lambda + P_{18} T \quad (3.49)$$

où:

$$z_2 = \left[\dot{W}_8^T, \dot{W}_9^T, \dot{W}_{10}^T, \dot{W}_{11}^T, \dot{W}_{12}^T, \dot{W}_{13}^T, \dot{W}_{14}^T, \dot{W}_{15}^T, \ddot{X}_8^T, \ddot{X}_9^T, \ddot{X}_{10}^T, \ddot{X}_{11}^T, \ddot{X}_{12}^T, \ddot{X}_{13}^T, \ddot{X}_{14}^T, \ddot{X}_{15}^T \right] \in \mathfrak{R}^{48 \times 1}$$

$$\Gamma = [\Gamma_8 \ \Gamma_9 \ \Gamma_{10} \ \Gamma_{11} \ \Gamma_{12} \ \Gamma_{13} \ \Gamma_{14} \ \Gamma_{15}]^T \in \mathfrak{R}^{24 \times 1} \quad \text{tel que } \Gamma_i = [\Gamma_{i,1} \ \Gamma_{i,2} \ \Gamma_{i,3}]^T \in \mathfrak{R}^{3 \times 1}$$

$$\Lambda = [\Lambda_{11,1} \ \Lambda_{11,2} \ \Lambda_{12,1} \ \Lambda_{12,2} \ \Lambda_{14,1} \ \Lambda_{14,2} \ \Lambda_{15,1} \ \Lambda_{15,2}]^T \in \mathfrak{R}^{8 \times 1}$$

$$T = [T_8 \ T_9 \ T_{10} \ T_{11} \ T_{12} \ T_{13} \ T_{14} \ T_{15}]^T \in \mathfrak{R}^{24 \times 1}$$

Avec:

$$T_8 = [0 \ 0 \ 0]^T, T_9 = [u_{13} \ u_{14} \ 0]^T, T_{10} = [u_{15} \ u_{16} \ u_{17}]^T, T_{11} = [u_{18} \ 0 \ 0]^T$$

$$T_{12} = [u_{19} \ u_{20} \ 0]^T, T_{13} = [u_{21} \ u_{22} \ u_{23}]^T, T_{14} = [u_{24} \ 0 \ 0]^T, T_{15} = [u_{25} \ u_{26} \ 0]^T$$

Les matrices P_{14} , P_{15} , P_{16} , P_{17} et P_{18} sont définies dans l'Annexe 10.

3.5.3. Proposition d'une méthode de réduction du modèle [Aloulou & Boubaker, 2013a]

La méthode de réduction que nous avons antérieurement proposée pour la réduction du modèle dynamique bipédale sera également appliquée à la modélisation dynamique du torse et bras anthropomorphiques selon les deux étapes successives suivantes :

- Une première étape d'élimination des variables liées par l'ensemble des contraintes holonomiques et non holonomiques. Ceci doit permettre le passage d'un système initial de dimension 48 à un système de 32 variables d'état.
- Une seconde étape de réduction par simplifications matricielles spécifiques. Ceci doit permettre le passage d'un système de 32 variables d'état à seulement 14 variables d'état finales.

La traduction en équations des quatre contraintes non holonomiques a donné lieu au système (3.45). En dérivant ce système d'équations par rapport au temps, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{11}^T(-\dot{W}_{10} - WW_{10}A_{10}^T A_{11}W_{11} + A_{10}^T A_{11}\dot{W}_{11}) = 0 \\ R_{12}^T(-\dot{W}_{11} - WW_{11}A_{11}^T A_{12}W_{12} + A_{11}^T A_{12}\dot{W}_{12}) = 0 \\ R_{14}^T(-\dot{W}_{13} - WW_{13}A_{13}^T A_{14}W_{14} + A_{13}^T A_{14}\dot{W}_{14}) = 0 \\ R_{15}^T(-\dot{W}_{14} - WW_{14}A_{14}^T A_{15}W_{15} + A_{14}^T A_{15}\dot{W}_{15}) = 0 \end{array} \right. \quad (3.50)$$

En arrangeant ce système d'équations sous une forme plus compacte, nous obtenons :

$$P_{17}^T z_2 = P_{19} \quad (3.51)$$

avec la matrice P_{17} définie dans l'Annexe 10 et :

$$P_{19} = \begin{pmatrix} R_{11}^T W W_{10} A_{10}^T A_{11} W_{11} \\ R_{12}^T W W_{11} A_{10}^T A_{12} W_{12} \\ R_{14}^T W W_{13} A_{10}^T A_{14} W_{14} \\ R_{15}^T W W_{14} A_{10}^T A_{15} W_{15} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{8 \times 1}$$

Par une double dérivation du système (3.46) nous obtenons (voir les détails de la démonstration dans l'annexe Annexe 6) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X}_8 + A_8 K K_8 \dot{W}_8 = A_8 (W W_8)^2 K_8 \\ \ddot{X}_9 + A_9 K K_9 \dot{W}_9 - A_8 L L_8 \dot{W}_8 - \ddot{X}_8 = A_9 (W W_9)^2 K_9 - A_8 (W W_8)^2 L_8 \\ \ddot{X}_{10} + A_{10} K K_{10} \dot{W}_{10} - A_8 L L_8 \dot{W}_8 - \ddot{X}_8 = A_{10} (W W_{10})^2 K_{10} - A_8 (W W_8)^2 L_8 \\ \ddot{X}_{11} + A_{11} K K_{11} \dot{W}_{11} - A_{10} L L_{10} \dot{W}_{10} - \ddot{X}_{10} = A_{11} (W W_{11})^2 K_{11} - A_{10} (W W_{10})^2 L_{10} \\ \ddot{X}_{12} + A_{12} K K_{12} \dot{W}_{12} - A_{11} L L_{11} \dot{W}_{11} - \ddot{X}_{11} = A_{12} (W W_{12})^2 K_{12} - A_{11} (W W_{11})^2 L_{11} \\ \ddot{X}_{13} + A_{13} K K_{13} \dot{W}_{13} - A_8 L L_8 \dot{W}_8 - \ddot{X}_8 = A_{13} (W W_{13})^2 K_{13} - A_8 (W W_8)^2 L_8 \\ \ddot{X}_{14} + A_{14} K K_{14} \dot{W}_{14} - A_{13} L L_{13} \dot{W}_{13} - \ddot{X}_{13} = A_{14} (W W_{14})^2 K_{14} - A_{13} (W W_{13})^2 L_{13} \\ \ddot{X}_{15} + A_{15} K K_{15} \dot{W}_{15} - A_{14} L L_{14} \dot{W}_{14} - \ddot{X}_{14} = A_{15} (W W_{15})^2 K_{15} - A_{14} (W W_{14})^2 L_{14} \end{array} \right. \quad (3.52)$$

En arrangeant ce système d'équations sous une forme plus compacte, nous obtenons :

$$P_{16}^T z_2 = P_{20} \quad (3.53)$$

avec la matrice P_{16} définie dans l'Annexe 10 et :

$$P_{20} = \begin{pmatrix} A_8 (W W_8)^2 K_8 \\ A_9 (W W_9)^2 K_9 - A_8 (W W_8)^2 L_8 \\ A_{10} (W W_{10})^2 K_{10} - A_8 (W W_8)^2 L_8 \\ A_{11} (W W_{11})^2 K_{11} - A_{10} (W W_{10})^2 L_{10} \\ A_{12} (W W_{12})^2 K_{12} - A_{11} (W W_{11})^2 L_{11} \\ A_{13} (W W_{13})^2 K_{13} - A_8 (W W_8)^2 L_8 \\ A_{14} (W W_{14})^2 K_{14} - A_{13} (W W_{13})^2 L_{13} \\ A_{15} (W W_{15})^2 K_{15} - A_{14} (W W_{14})^2 L_{14} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{24 \times 1}$$

En combinant les équations (3.51) et (3.53), nous aboutissons à l'équation :

$$[P_{16} \ P_{17}]^T z_2 = [P_{20}^T \ P_{19}^T]^T \quad (3.54)$$

A partir de l'équation (3.49), on exprime le vecteur z_2 en fonction des autres membres de l'égalité :

$$z_2 = P_{14}^{-1} [P_{15} + P_{16}\Gamma + P_{17}\Lambda + P_{18} T] \quad (3.55)$$

Remplaçons (3.55) dans (3.54), nous pouvons écrire :

$$[P_{16} \ P_{17}]^T P_{14}^{-1} \{P_{15} + [P_{16} \ P_{17}] \begin{bmatrix} \Gamma \\ \Lambda \end{bmatrix} + P_{18} T\} = [P_{20}^T \ P_{19}^T]^T$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \Gamma \\ \Lambda \end{bmatrix} = \left\{ [P_{16} \ P_{17}]^T P_{14}^{-1} [P_{16} \ P_{17}] \right\}^{-1} [P_{20}^T \ P_{19}^T]^T - [P_{16} \ P_{17}]^{-1} (P_{15} + P_{18}T) \quad (3.56)$$

De cette façon, le vecteur de la force holonomique Γ et du couple non holonomique Λ sont exprimés comme des variables d'état. Cette formulation propose un système à 32 variables d'état puisque $\Gamma \in \mathfrak{R}^{24 \times 1}$ et $\Lambda \in \mathfrak{R}^{8 \times 1}$ ce qui représente déjà une réduction du nombre de degrés de liberté qui était de 48. Il reste ainsi certains développements à effectuer pour obtenir le modèle d'état présentant un nombre minimal de variables d'état.

Posons

$$P_{16}^T = [P_{21} \ P_{22}] \quad (3.57)$$

Nous pouvons alors écrire:

$$P_{16}^T z_2 = [P_{21} \ P_{22}] z_2 = P_{21} \dot{W} + P_{22} \ddot{X} \quad (3.58)$$

Les matrices P_{21} et P_{22} sont définies dans l'Annexe 10. En combinant les équations (3.53) et (3.58), nous aurons :

$$P_{21} \dot{W} + P_{22} \ddot{X} = P_{20} \quad (3.59)$$

Pour obtenir une représentation d'état à partir de l'équation (3.59), on isole \ddot{X} et on l'exprime en fonction des autres éléments soit donc :

$$\ddot{X} = -P_{22}^{-1} P_{21} \dot{W} + P_{22}^{-1} P_{20}$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \dot{W} \\ \ddot{X} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{24} \\ -P_{22}^{-1}P_{21} \end{pmatrix} \dot{W} + \begin{pmatrix} O_{24} \\ P_{22}^{-1}P_{20} \end{pmatrix}$$

avec :

$O_{24} \in \mathfrak{R}^{24 \times 1}$: un vecteur nul

$I_{24} \in \mathfrak{R}^{24 \times 24}$: une matrice identité

On pose :

$$P_{23} = \begin{pmatrix} I_{24} \\ -P_{22}^{-1}P_{21} \end{pmatrix}, \quad P_{23} \in \mathfrak{R}^{48 \times 24}$$

$$P_{24} = \begin{pmatrix} O_{24} \\ P_{22}^{-1}P_{20} \end{pmatrix}, \quad P_{24} \in \mathfrak{R}^{48 \times 1}$$

On pourra alors écrire :

$$z_2 = P_{23}\dot{W} + P_{24} \quad (3.60)$$

En remplaçant l'expression de z_2 obtenue en (3.60) dans l'équation du système (3.49), nous obtenons :

$$P_{14}P_{23}\dot{W} + P_{14}P_{24} = P_{15} + P_{16}\Gamma + P_{17}\Lambda + P_{18}T \quad (3.61)$$

Ou encore :

$$P_{23}^T P_{14} P_{23} \dot{W} = -P_{23}^T P_{14} P_{24} + P_{23}^T P_{15} + P_{23}^T P_{16} \Gamma + P_{23}^T P_{17} \Lambda + P_{23}^T P_{18} T \quad (3.62)$$

Sachant que nous pouvons démontrer que $P_{23}^T P_{16} \Gamma = 0$ (voir Annexe 7). L'équation précédente devient alors:

$$P_{23}^T P_{14} P_{23} \dot{W} = -P_{23}^T P_{14} P_{24} + P_{23}^T P_{15} + P_{23}^T P_{17} \Lambda + P_{23}^T P_{18} T \quad (3.63)$$

Les accélérations angulaires \dot{W}_8 à \dot{W}_{15} définies au paragraphe 3 du chapitre II peuvent être mises sous une forme matricielle plus compacte de sorte que :

$$\dot{W} = P_{25}\ddot{\Phi} + P_{26} \quad (3.64)$$

Les matrices P_{25} et P_{26} sont définies dans l'Annexe 10. En utilisant l'expression (3.64), l'équation (3.63) devient alors :

$$P_{23}^T P_{14} P_{23} (P_{25}\ddot{\Phi} + P_{26}) = -P_{23}^T P_{14} P_{24} + P_{23}^T P_{15} + P_{23}^T P_{17} \Lambda + P_{23}^T P_{18} T$$

Ou encore :

$$P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{25} \ddot{\Phi} = -P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{26} - P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{24} + P_{25}^T P_{23}^T P_{15} + P_{25}^T P_{23}^T P_{17} \Lambda + P_{25}^T P_{23}^T P_{18} T$$

Sachant que nous pouvons démontrer que $P_{25}^T P_{23}^T P_{17} \Lambda = 0$. L'équation précédente peut s'écrire comme suit :

$$P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{25} \ddot{\Phi} + P_{25}^T P_{23}^T P_{14} (P_{24} + P_{23} P_{26}) - P_{25}^T P_{23}^T P_{15} = P_{25}^T P_{23}^T P_{18} T \quad (3.65)$$

Les couples de commande peuvent être représentés sous la forme matricielle suivante :

$$T = h_u U$$

Où U est le vecteur des couples de commande et h_u est une matrice définie au niveau de l'Annexe 10. L'équation (3.65) devient alors :

$$P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{25} \ddot{\Phi} + P_{25}^T P_{23}^T P_{14} (P_{24} + P_{23} P_{26}) - P_{25}^T P_{23}^T P_{15} = P_{25}^T P_{23}^T P_{18} h_u U \quad (3.66)$$

Cette dernière expression obéit bien à la forme générale d'un modèle dynamique robotique qui s'écrit:

$$J(\Phi) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU$$

où : (3.67)

$$\left\{ \begin{array}{l} J(\Phi) = P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{25}, \\ H(\Phi, \dot{\Phi}) = P_{25}^T P_{23}^T P_{14} (P_{24} + P_{23} P_{26}) \\ G(\Phi) = -P_{25}^T P_{23}^T P_{15} \\ D = P_{25}^T P_{23}^T P_{18} h_u \end{array} \right.$$

$J(\Phi) \in \mathfrak{R}^{14 \times 14}$ est la matrice d'inertie, $H(\Phi, \dot{\Phi}) \in \mathfrak{R}^{14 \times 1}$ est le vecteur des forces centripètes de Coriolis, $G(\Phi) \in \mathfrak{R}^{14 \times 1}$ est le vecteur de pesanteur, $D \in \mathfrak{R}^{14 \times 14}$ est la matrice de commande.

3.5.4. Analyse des propriétés du modèle linéarisé

La linéarisation du système robotique libre développée en Annexe 8, donne le modèle d'état suivant :

$$\dot{\Phi} = A(\Phi - \Phi_{eq}) + B(U - U_{eq}) \quad (3.68)$$

où :

$$A = \begin{pmatrix} 0_{14 \times 14} & I_{14 \times 14} \\ \left((P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{25})^{-1} \frac{\partial (P_{25}^T P_{23}^T P_{15})}{\partial \Phi} \right) \Big|_{\Phi_{eq}} & 0_{14 \times 14} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{28 \times 28}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0_{14 \times 14} \\ \left((P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{25})^{-1} P_{25}^T P_{23}^T P_{18} h_u \right) \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{28 \times 1}$$

En utilisant le théorème de Lyapunov pour les systèmes linéaires, nous montrons dans l'Annexe 11 que le système linéarisé est instable. Cependant la matrice de commandabilité est de rang plein et égal à 28, le système est donc commandable. Plus de détails à ce propos sont donnés dans l'Annexe 11.

3. 6. Conclusion

L'objectif de ce chapitre était le développement des modèles dynamiques de la partie bipédale et du torse et bras anthropomorphiques du robot Humanoïde via le recours au formalisme de Newton-Euler. Le modèle dynamique du bipède a été établi pendant les phases de pré-impact, impact et post-impact dans un espace tridimensionnel. Une méthode pertinente de réduction a été proposée. Celle-ci a permis l'obtention d'un modèle non linéaire de dimension 12 à partir d'un système de dimension 42. Pour le modèle correspondant à la phase d'impact, une expression de la force d'impact a été exprimée alors que pour le modèle de contact, le problème de l'expression de la force dépendant de la loi de commande a été mis en valeur. Le modèle dynamique tridimensionnel de la partie supérieure du robot Humanoïde a été élaboré dans le cas libre. L'obtention d'un modèle non linéaire de dimension 14 à partir d'un système initial de dimension 48 a été prouvée. Les propriétés intrinsèques à savoir la stabilité et la commandabilité des différents modèles ont été analysées. Les modèles obtenus seront utiles lors du dernier chapitre pour la commande du robot Humanoïde lors de la génération d'un cycle de marche avec balancement des bras.

Chapitre 4

Commande du Robot Humanoïde

4.1.Introduction

La contribution de ce chapitre s'inscrit dans le cadre de la proposition d'un ensemble de stratégies de commande, selon les phases de marche, qui garantissent au robot humanoïde la génération d'un cycle de marche s'apparentant autant que possible à celui d'un être humain. Pour atteindre cet objectif, nous imposerons à la dynamique du robot commandé les contraintes suivantes:

- Une minimisation de la quantité des mouvements brusques appelée aussi *Jerk* pendant les phases libres du cycle de marche.
- La poursuite d'une trajectoire semi-ellipsoïdale par la pointe du pied.
- Un contact élastique et une adaptation aux terrains irréguliers pendant les phases d'impact et de contact.
- Une synchronisation entre la marche bipédale et le balancement des bras pour assurer une meilleure stabilisation du corps.

Ce chapitre sera organisé comme suit. Après un état de l'art exhaustif et complet de la commande par *Minimum Jerk*, la synthèse d'une loi de commande par *Minimum Jerk* pour la génération d'une trajectoire semi-ellipsoïdale par la pointe du pied du robot sera proposée pour assurer une minimisation des mouvements brusques. La synthèse de la commande par raideur active qui permettra au robot d'avoir un contact élastique et une adaptation aux terrains irréguliers sera ensuite traitée. L'élaboration d'un cycle de marche avec la réalisation de pas de marche par alternance sera abordée dans le paragraphe suivant. Enfin, dans le dernier paragraphe, les mouvements du bipède seront synchronisés avec un mouvement de balancement des bras pour assurer une meilleure stabilisation du robot humanoïde lors de la génération d'un cycle de marche.

4.2. Commande par Minimum Jerk : Etat de l'art et principes

La commande par *Minimum Jerk* fait partie des lois de commande optimales. L'apport principal d'une loi de commande par *Minimum Jerk* réside dans la génération de trajectoires lisses permettant d'éviter tout mouvement brusque. Il semble que Hogan soit le pionnier de l'utilisation du principe du *Minimum Jerk* dans l'étude des systèmes robotiques dans l'objectif de reproduire les mouvements réalistes d'un bras humain [Hogan, 1984a] et [Flash & Hogan, 1985] et des muscles antagonistes [Hogan, 1984b]. Hogan développe un concept inédit. En effet, il établit le constat selon lequel le degré de lissage d'une courbe peut être quantifié par une fonction comptabilisant le nombre de mouvements brusques effectués. Il appellera cette fonction *Jerk* et il l'associe mathématiquement à la dérivée de l'accélération angulaire par

rapport au temps ou encore à la troisième dérivée temporelle de la position angulaire lors de la réalisation de la trajectoire désirée. Le *Jerk* représente donc la quantité de mouvements brusques ou vifs effectués par une structure mécanique [Kyriakopoulos & Saridis, 1988] et [Amirabdollahian et al., 2002]. Ainsi, si la position angulaire ou cartésienne d'un système est décrite au cours du temps par une variable $\gamma(t)$, alors le *Jerk* de ce système sera défini par [Kyriakopoulos & Saridis, 1988] :

$$\ddot{\gamma}(t) = \frac{d^3\gamma(t)}{dt^3} \quad (4.1)$$

Selon Shadmehr et Wise [Shadmehr & Wise, 2005], pour que le système nerveux central initie un mouvement d'un organe effecteur en garantissant la génération d'une trajectoire lisse sans secousses, il faut que le système nerveux central minimise la somme du carré du *Jerk* tout le long de la trajectoire considérée. Ainsi, pour une variable $\gamma(t)$ décrivant une trajectoire particulière commençant à l'instant t_0 et s'achevant à l'instant t_f , on peut estimer le degré de lissage de la courbe correspondant à la trajectoire en calculant la fonction coût du *Jerk* définie par [Shadmehr & Wise, 2005]:

$$H(\gamma(t)) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \ddot{\gamma}(t)^2 dt \quad (4.2)$$

La problématique de mise en mouvement d'organes effecteurs robotiques se traduit souvent par la spécification de points de départ et d'arrivée à atteindre en un temps déterminé. Afin de trouver parmi la multitude de trajectoires possibles celles permettant de générer le mouvement le plus harmonieux et lisse qui soit, il faut assigner un coût au *Jerk* à chaque trajectoire potentielle et ne conserver que celle présentant le coût minimal. Mathématiquement, cela s'apparente au problème de minimisation suivant [Flash & Hogan, 1985]:

$$C_J = \min \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \ddot{\gamma}(t)^2 dt \quad (4.3)$$

Bien qu'ils ne soient pas essentiels, certains termes peuvent être ajoutés à la fonction d'optimisation permettant ainsi de minimiser une somme quantifiée de critères multiples. Gasparetto et Zanotto [Gasparetto & Zanotto, 2008] définissent, par exemple, l'intégrale de la somme quantifiée du carré du *Jerk* et du temps d'exécution comme fonction objectif à minimiser. Ces travaux sont à l'origine de recherches plus récentes utilisant la dualité temps et *Jerk* [Mattmüller & Gisler, 2009].

Kyriakopoulos et Saridis [Kyriakopoulos et Saridis, 1988] constatent que le *Jerk* affecte notablement l'efficacité de la commande appliquée et doit par conséquent être minimisé. En effet, leurs travaux les mènent à la conclusion selon laquelle l'erreur sur la position angulaire décroît lorsque le coût en *Jerk* diminue. Piazzzi et Visioli [Piazzzi & Visioli, 2000] prouvent que les trajectoires obtenues via une minimisation du *Jerk* sont similaires aux mouvements entrepris par les membres effecteurs humains. Ils permettent une limitation des vibrations. De ce fait, la commande par minimisation du *Jerk* constitue un choix attractif pour la commande des systèmes robotiques.

Pour résoudre le problème de minimisation du *Jerk*, Hogan et nombre de ses successeurs utilisent la technique du calcul des variations [Shadmehr & Wise, 2005]. L'objectif de ce calcul est de déterminer parmi la multitude de trajectoires possibles pour un organe effecteur devant se déplacer d'un point initial à l'instant t_0 vers un point final à l'instant t_f , la trajectoire $\gamma(t)$ garantissant la réalisation du trajet le plus lisse. En effet, la technique du calcul de variations assigne à chaque trajectoire possible une fonction coût du *Jerk* $H(\gamma(t))$ et conserve celle présentant le coût minimal. Ainsi, on associe à la variable $\gamma(t)$ dont l'expression est purement polynomiale une variation e telle que $\gamma(t) \rightarrow \gamma(t) + e \eta(t)$.

La fonction de variation $\eta(t)$ étant très faible aux limites, elle vérifie les conditions suivantes [Shadmehr & Wise, 2005]:

$$\begin{cases} \eta(t_0) = \eta(t_f) = 0 \\ \dot{\eta}(t_0) = \dot{\eta}(t_f) = 0 \\ \ddot{\eta}(t_0) = \ddot{\eta}(t_f) = 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

Il suffit ensuite de dériver la fonction coût du *Jerk* $H(\gamma(t))$ par rapport à la variation e . On aura ainsi [Shadmehr & Wise, 2005]:

$$H(\gamma + e\eta) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\ddot{\gamma} + e\ddot{\eta})^2 dt$$

$$\frac{dH(\gamma + e\eta)}{de} = \int_{t_0}^{t_f} (\ddot{\gamma} + e\ddot{\eta})\ddot{\eta} dt$$

$$\left. \frac{dH(\gamma + e\eta)}{de} \right|_{e=0} = \int_{t_0}^{t_f} \ddot{\gamma} \ddot{\eta} dt$$

En utilisant l'intégration par parties telle que:

$$\int_{t_0}^{t_f} \ddot{\gamma} \ddot{\eta} dt = \int_{t_0}^{t_f} u dv = u v \Big|_{t_0}^{t_f} - \int_{t_0}^{t_f} v du$$

et en posant : $u = \ddot{\gamma}$ et $dv = \ddot{\eta} dt$, il découle que : $du = \gamma^{(4)} dt$ et $v = \dot{\eta}$. En continuant l'intégration par parties, nous aurons :

$$\int_{t_0}^{t_f} \ddot{\gamma} \ddot{\eta} dt = \ddot{\gamma} \dot{\eta} \Big|_{t_0}^{t_f} - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\eta} \gamma^{(4)} dt = - \int_{t_0}^{t_f} \dot{\eta} \gamma^{(4)} dt$$

A ce niveau, nous procédons à une seconde intégration par parties :

$$- \int_{t_0}^{t_f} \dot{\eta} \gamma^{(4)} dt = - \int_{t_0}^{t_f} u dv = -u v \Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} v du$$

en posant : $u = \gamma^{(4)}$ et $dv = \dot{\eta} dt$, nous déduisons : $du = \gamma^{(5)} dt$ et $v = \eta$, d'où :

$$- \int_{t_0}^{t_f} \dot{\eta} \gamma^{(4)} dt = -\gamma^{(4)} \eta \Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \eta \gamma^{(5)} dt = \int_{t_0}^{t_f} \eta \gamma^{(5)} dt$$

$$\int_{t_0}^{t_f} \eta \gamma^{(5)} dt = \gamma^{(5)} \eta \Big|_{t_0}^{t_f} - \int_{t_0}^{t_f} \eta \gamma^{(6)} dt = - \int_{t_0}^{t_f} \eta \gamma^{(6)} dt$$

Ce dernier résultat correspond à la dérivée de la fonctionnelle de départ $H(\gamma(t))$ qui doit être nulle puisque la variation considérée e est très faible. Nous aurons alors :

$$\left. \frac{dH(\gamma + e \eta)}{de} \right|_{e=0} = - \int_{t_0}^{t_f} \eta \gamma^{(6)} dt \equiv 0$$

Ce constat signifie qu'il existe une fonction $\gamma(t)$ possédant une dérivée sixième par rapport au temps nulle capable de minimiser la fonctionnelle du *Jerk* telle que :

$$\gamma^{(6)} = 0$$

L'équation différentielle précédente peut avoir comme solution l'expression polynomiale suivante :

$$\gamma(t) = a_5 t^5 + a_4 t^4 + a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \quad (4.5)$$

ou $a_0 \dots a_5$ sont des constantes à déterminer pour chaque variable angulaire ou cartésienne $\gamma(t)$. On peut également définir la vitesse et l'accélération correspondantes données par :

$$\dot{\gamma}(t) = 5a_5t^4 + 4a_4t^3 + 3a_3t^2 + 2a_2t + a_1 \quad (4.6)$$

$$\ddot{\gamma}(t) = 20a_5t^3 + 12a_4t^2 + 6a_3t + 2a_2 \quad (4.7)$$

En outre, comme l'affirme Amirabdollahian et ses collaborateurs [Amirabdollahian et al., 2002], le recours aux trajectoires polynômiales présente certains avantages. Ainsi, la commande en position, en vitesse et en accélération du mouvement est aisément réalisable puisque les dérivées première et seconde du polynôme $\gamma(t)$ sont connues. D'autre part, pour les applications utilisant des commandes en temps réel, la trajectoire peut être rectifiée ou réajustée à tout instant par une simple redéfinition des polynômes décrivant la trajectoire ou bien par la superposition d'une nouvelle trajectoire à la trajectoire précédemment définie [Flash & Henis, 1991]. Enfin, certains travaux [Erkorkmaz & Altintas, 2001] [Alfredo et al., 2009] démontrent clairement que les lois de commande se basant sur des polynômes de degré plus élevé sont plus efficaces car la dynamique du robot est plus lisse et que la trajectoire de référence est facilement suivie par les servomoteurs impliqués. Néanmoins, ces polynômes présentent certains désavantages : les commandes correspondantes sont difficiles à générer car les temps de calcul sont importants et le besoin en ressources matérielles est plus grand. Ceci a pour effet d'augmenter les temps d'exécution et de compromettre sérieusement l'éventualité d'une implémentation de la loi de commande en temps réel.

D'autres approches considèrent plus pertinent le recours aux courbes trigonométriques comme modèles de trajectoires. Ainsi, Simon et Isik proposent dans [Simon & Isik, 1991] et [Simon & Isik, 1993] une méthode pour minimiser l'intégrale du carré du *Jerk* de la trajectoire trigonométrique d'un bras manipulateur sous l'hypothèse que le temps entre les points intermédiaires est le même. Ils constatent que les courbes trigonométriques donnent lieu à des trajectoires lisses et ajustables en temps réel au niveau de toutes les articulations mises en jeu. De plus, ils notent que l'ensemble des joints impliqués dans la réalisation du mouvement présentent un comportement beaucoup moins oscillatoire que celui relevé dans le cadre de trajectoires purement algébriques. Cette méthode repose sur le principe que les positions angulaires de référence découlent de l'application d'un algorithme de cinématique inverse aux positions cartésiennes choisies par l'utilisateur pour la réalisation d'une trajectoire trigonométrique. L'optimisation de la trajectoire se fait au niveau du choix de certains

paramètres de la courbe trigonométrique pour permettre, entre autres critères d'optimisation éventuels, la minimisation du *Jerk*.

Outre l'expression de la trajectoire de référence pour laquelle les avis sont partagés parmi les utilisateurs du *Jerk* entre courbes polynomiales et courbes trigonométriques, un second point soulève le débat. En effet, est-il préférable de planifier la trajectoire de référence dans le plan cartésien ou dans le repère articulaire ?

Certains chercheurs affirment que les trajectoires humaines sont planifiées par le système nerveux central dans le plan articulaire [Greene, 1972], [Saltzman, 1979] et [Soechtingand & Lacquaniti, 1981]. Selon ces chercheurs, le système nerveux central utilise une stratégie afin de diminuer la complexité du problème de commande. D'autres chercheurs dont les initiateurs sont Lashley [Lashley, 1951] et Bernstein [Bernstein, 1976] estiment au contraire que pour réaliser une commande simple et efficace des organes effecteurs, les trajectoires doivent impérativement être planifiées dans le repère cartésien. Il faut recourir par la suite à un algorithme de cinématique inverse pour traduire la trajectoire cartésienne de référence en positions angulaires correspondantes qui seront injectées au niveau des différentes articulations afin de produire le mouvement désiré. Cette seconde philosophie remporte l'adhésion de nombreux chercheurs en robotique sur la mise en mouvement des systèmes robotiques [Khatib, 1985], [Luh & Lin, 1981], [Paul, 1979] et [Shin & McKay, 1986] et surtout parmi les utilisateurs du *Jerk* des plus anciens [Hogan, 1984b] [Flash & Hogan, 1985], [Tomita et al., 1996] aux plus récents [Piazzi & Visioli, 2000], [Gasparetto & Zanotto, 2008], [Gasparetto & Zanotto, 2010], [Sekar et al., 2008], [Mattmüller & Gisler, 2009] et [Zanotto et al., 2011]. Etant donné que pour Hogan et son équipe la construction des trajectoires de référence dans le repère cartésien semble être une évidence [Flash & Hogan, 1985], Kyriakopoulos et Saridis [Kyriakopoulos & Saridis, 1988] sont en réalité les premiers à poser la problématique du choix des trajectoires planifiées dans le repère cartésien et celles planifiées dans le domaine articulaire. Ils ont développé une commande par minimisation du *Jerk* d'un bras manipulateur en résolvant les deux problèmes d'optimisation évoqués précédemment. Ils énoncent à travers leur propre expérimentation les avantages et inconvénients des deux approches mises en œuvre. Ils démontrent que si le problème de minimisation et ses solutions sont formulés dans l'espace des joints articulaires, seules les limitations physiques des servomoteurs des articulations seront prises en compte dans l'énoncé des contraintes. La présence d'éventuels obstacles physiques ne sera pas traitée. Or, dans un environnement réaliste, les obstacles existent et sont à l'origine des modifications de

trajectoire. La construction de trajectoires de référence selon le critère de minimisation du *Jerk* se décline donc de différentes manières selon les contraintes imposées et la forme de la trajectoire désirée ce qui conditionne clairement l'approche adoptée. Essentiellement deux méthodologies sont recensées dans la littérature relative à l'utilisation du *Jerk* et ce quel que soit le domaine d'application considéré. Il s'agit de la méthode du *Point-to-Point* et de la méthode des *Via-points* [Flash & Hogan, 1985].

La méthode du *Point-to-Point* est souvent utilisée pour la réalisation de mouvements non contraints. Son objectif majeur est le suivant : réaliser le mouvement le plus lisse qui soit permettant de passer d'une position initiale donnée à une position finale souhaitée en un temps donné [Miyamoto et al., 2004]. Elle se base donc sur la mise à disposition de peu de données de départ : l'expression de la fonction à minimiser et de deux points correspondants aux temps initial et final du déplacement du système robotique considéré [Morimoto & Atkeson, 2007]. Dans ce cas, l'algorithme de minimisation du *Jerk* ne s'exécutera qu'une seule fois et les positions intermédiaires successives seront déterminées par l'algorithme de façon à minimiser la quantité de mouvements effectués. Pour chaque variable angulaire ou cartésienne $\gamma_i(t)$, la position, la vitesse et l'accélération vérifient l'écriture matricielle suivante [Flash & Hogan, 1985]:

$$\begin{pmatrix} a_{i,5} \\ a_{i,4} \\ a_{i,3} \\ a_{i,2} \\ a_{i,1} \\ a_{i,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_0^5 & t_0^4 & t_0^3 & t_0^2 & t_0 & 1 \\ t_f^5 & t_f^4 & t_f^3 & t_f^2 & t_f & 1 \\ 5t_0^4 & 4t_0^3 & 3t_0^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 5t_f^4 & 4t_f^3 & 3t_f^2 & 2t_f & 1 & 0 \\ 20t_0^3 & 12t_0^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ 20t_f^3 & 12t_f^2 & 6t_f & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \gamma_{i,0} \\ \gamma_{i,f} \\ \dot{\gamma}_{i,0} \\ \dot{\gamma}_{i,f} \\ \ddot{\gamma}_{i,0} \\ \ddot{\gamma}_{i,f} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

- $\gamma_{i,0}, \dot{\gamma}_{i,0}$ et $\ddot{\gamma}_{i,0}$ sont respectivement la position, la vitesse et l'accélération correspondant à la variable $\gamma_i(t)$ à l'instant t_0 .
- $\gamma_{i,f}, \dot{\gamma}_{i,f}$ et $\ddot{\gamma}_{i,f}$ sont respectivement la position, la vitesse et l'accélération correspondant à la variable $\gamma_i(t)$ à l'instant t_f .

La méthode des *Via-Points* est préconisée lorsque l'espace dans lequel le système robotique évolue présente des obstacles [Flash & Hogan, 1985]. De ce fait, la trajectoire empruntée par chacune des positions angulaires ou cartésiennes doit être spécifiée en indiquant non seulement les positions initiale et finale mais également un certain nombre de positions

intermédiaires désirées caractérisées par les temps auxquels ces positions doivent être atteintes par l'organe effecteur [Piazzi & Visioli, 1997]. Ainsi, l'application de cette méthode nécessite que la trajectoire désirée soit décrite par plusieurs points. Par conséquent, le nombre de points intermédiaires spécifiés détermine le degré de précision de la trajectoire de référence. Cette solution implique que l'algorithme soit exécuté plusieurs fois (entre chaque couple de positions intermédiaires). Dans le cas où une seule position intermédiaire désirée est spécifiée, l'écriture matricielle des fonctions polynômiales de position, vitesse et accélération angulaires sera décrite par [Flash & Hogan, 1985]:

$$\begin{pmatrix} 5t_0^4 & 4t_0^3 & 3t_0^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 5t_d^4 & 4t_d^3 & 3t_d^2 & 2t_d & 1 & 0 \\ 5t_f^4 & 4t_f^3 & 3t_f^2 & 2t_f & 1 & 0 \\ 20t_0^3 & 12t_0^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ 20t_d^3 & 12t_d^2 & 6t_d & 2 & 0 & 0 \\ 20t_f^3 & 12t_f^2 & 6t_f & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a_{i,5} \\ a_{i,4} \\ a_{i,3} \\ a_{i,2} \\ a_{i,1} \\ a_{i,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{i,0} \\ \gamma_{i,d} \\ \gamma_{i,f} \\ \dot{\gamma}_{i,0} \\ \dot{\gamma}_{i,d} \\ \dot{\gamma}_{i,f} \\ \ddot{\gamma}_{i,0} \\ \ddot{\gamma}_{i,d} \\ \ddot{\gamma}_{i,f} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

- t_d représente un instant intermédiaire vérifiant $t_0 < t_d < t_f$.
- $\gamma_{i,d}$, $\dot{\gamma}_{i,d}$ et $\ddot{\gamma}_{i,d}$ sont respectivement la position, la vitesse et l'accélération correspondant à la variable $\gamma_i(t)$ à l'instant t_d .

Le principe de la commande par minimum *Jerk* a touché plusieurs domaines d'applications. Dans le domaine de l'outillage, nous pouvons citer les travaux de Makino et Ohde qui ont utilisé dans [Makino & Ohde, 1991] la trajectoire d'un arbre à came universel pour générer des profils de *Jerk* continus tandis que Tomita et ses collaborateurs [Tomita et al., 1996] ont eu recours aux fonctions trigonométriques pour atteindre le même objectif. Dans [Erkorkmaz & Altintas, 2001], le *Jerk* est utilisé pour limiter les fluctuations d'un outil mobile et la trajectoire de référence utilisée correspond à un polynôme d'ordre 5 obtenu suite à une interpolation récursive.

Dans le secteur automobile, la consommation minimale d'énergie et l'absence de mouvements brusques sont deux impératifs à une conduite harmonieuse. Mais généralement les approches permettant d'atteindre une consommation minimale d'énergie et une trajectoire par minimisation du *Jerk* sont traitées séparément et modélisées par des fonctionnelles indépendantes. Dans [Veeraklaew et al., 2005], une relation simple entre ces deux critères est proposée pour la commande en temps réel d'un système automobile.

En robotique, des trajectoires polynômiales par minimisation du *Jerk* sont planifiées pour assurer la synchronisation entre plusieurs machines [Khatib, 1985], [Gyorfi & Wu, 2006] ou robots manipulateurs industriels [Luh & Lin, 1981], [Shin & McKay, 1986], [Piazzi & Visioli, 2000] et [Gasparetto & Zanotto, 2010].

Le domaine médicale est le domaine le plus florissant et riche en terme d'application du concept du *Minimum Jerk*. Les études concernent presque exclusivement l'étude des mouvements du bras [Hogan, 1984b], [Flash & Hogan, 1985], [Kyriakopoulos et Saridis, 1988], [Flash & Henis, 1991] et [Simon & Isik, 1993] bien que la question des prothèses de doigt soit soulevée dans [Secco & Mages, 2002]. Les premiers travaux se sont surtout intéressés à la mise en œuvre et planification de trajectoires désirées cartésiennes par minimisation du *Jerk* selon la méthode du *Point-to-Point*. Des recherches plus récentes [Secco & Mages, 2002], [Huegel et al., 2009], [Otsuka et al., 2011] et [Tanaka et al., 2012] se sont quant à elles tournées vers des applications plus complexes. Dans [Otsuka et al., 2011], la théorie du *Minimum Jerk* est utilisée pour permettre aux bras du robot Suit HAL d'assister des patients paralysés lors des repas. D'autres chercheurs focalisent leurs travaux sur un membre particulier du bras. Dans [Huegel et al., 2009], un modèle de minimisation du *Jerk* de la main est développé pour permettre à l'avant-bras d'atteindre des positions données lors de la manipulation d'objets de masses diverses. Un prototype de main composée de cinq doigts reliés entre eux par des ressorts et interagissant dans un environnement visuel tactile a été développé et il a été démontré que l'extension du *Jerk* aux trajectoires de l'avant-bras constitue un modèle économique pour la mise en mouvement de l'avant-bras surtout dans les applications pour environnements virtuels. Enfin dans [Tanaka et al., 2012], une méthode de génération de trajectoire pour un système robotique chirurgical de type maître/esclave est proposée. La minimisation du *Jerk* s'effectue dans ce cas par des trajectoires B-splines d'ordre cinq et la continuité des positions, vitesses et accélérations est assurée par l'utilisation de points de commande fictifs lors de la génération du prochain segment de trajectoire. Les résultats expérimentaux ont montré que la trajectoire ainsi générée est lisse et présente si peu de mouvements brusques qu'elle peut directement être exploitée pour une commande en temps réel du système robotique chirurgical. Une multitude d'autres applications toutes aussi diverses existent mais nous ne pouvons toutes les citer.

Dans le domaine de la robotique, la théorie du *Minimum Jerk* a presque été exclusivement exploitée pour la commande des membres supérieurs à des fins médicales. L'un des rares travaux qui se soit intéressé à l'application du principe du *Minimum Jerk* pour la commande

de la partie bipédale est celui de Boonpratong et ses collaborateurs [Boonpratong et al., 2008]. En effet, une modélisation bidimensionnelle d'un segment du pied d'une prothèse de jambe est proposée. L'objectif ultime étant de permettre au robot bipède une mise en mouvement qui soit lisse et similaire à celle effectuée par le pied humain lors de la marche dans le plan sagittal.

C'est dans ce cadre que se situe notre contribution : En effet, nous estimons que notre étude se positionne comme étant une première initiative de l'application de la théorie du *Minimum Jerk* pour la commande de robots bipèdes évoluant dans un espace tridimensionnel. Cependant, nous pensons également que notre contribution majeure réside dans la proposition d'une nouvelle technique d'application du critère de minimisation du *Jerk* différente des méthodes usuelles *Point-to-Point* et *Via-point*. En effet, elle propose des trajectoires de référence assez particulières qui mettent en jeu à la fois des fonctions trigonométriques et des fonctions de trajectoires polynomiales dans l'espace cartésien tridimensionnel d'évolution du bipède.

4.3. Contribution à la commande par minimisation du *Jerk*

4.3.1. Contribution

Comparée aux approches de commande par minimum *Jerk* citées dans la littérature telles que les approches *Point-to-Point* ou *Via-point*, la technique que nous proposons dans ce paragraphe est assez différente. En effet, la méthode *Point-to-Point* implique des contraintes sur les positions, vitesses et accélérations aux limites décrites par l'écriture matricielle (4.8) alors que la méthode des *Via-point* implique les mêmes contraintes aux limites mais également des contraintes sur un certain nombre de positions intermédiaires désirées caractérisées par les temps auxquels ces positions doivent être atteintes par l'organe effecteur. Dans le cas où une position intermédiaire unique est spécifiée, l'ensemble de ces contraintes sont décrites par l'écriture matricielle (4.9).

L'approche que nous proposons trouve principalement sa différence dans l'élaboration d'une trajectoire de référence dans le plan cartésien en spécifiant des contraintes sur les positions, vitesses et accélérations à chaque itération temporelle et non pas seulement aux conditions aux limites ou aux points intermédiaires [Aloulou & Boubaker, 2011].

Une autre spécification de l'approche que nous proposons est de remplacer le polynôme d'ordre 5 (4.5) décrivant la trajectoire désirée de l'effecteur du robot (pointe du pied dans

notre cas) par l'expression d'une fonction trigonométrique qui dépend elle-même du polynôme d'ordre 5. Ce choix particulier permet d'allier entre les avantages des fonctions polynomiales et des fonctions trigonométriques pour des objectifs de lissage et de minimisation des secousses.

Enfin, dans un souci de réaliser une commande simple et efficace des actionneurs, les trajectoires sont planifiées dans le repère cartésien alors que la commande est fonction des variables articulaires. Cette philosophie nous rapproche autant que possible de la cognitive d'un cerveau humain [Saimpont et al., 2012]. Rappelons que le modèle dynamique du robot bipède libre est décrit par:

$$J(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU \quad (4.10)$$

où Φ représente le vecteur des variables articulaires non nulles donnés par:

$$\Phi = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \Phi_3 \ \Phi_4 \ \Phi_5 \ \Phi_6 \ \Phi_7 \ \Phi_8 \ \Phi_9 \ \Phi_{10} \ \Phi_{11} \ \Phi_{12}]^T$$

alors que le modèle géométrique directe du bipède est donné par :

$$\begin{aligned} X_7 = & A_7 (L_7 - K_7) + A_6 (L_6 - K_6) + A_5 (L_5 - K_5) + A_4 (L_4 - K_4) + A_3 (L_3 - K_3) \\ & + A_2 (L_2 - K_2) + A_1 (L_1 - K_1) \end{aligned} \quad (4.11)$$

où X_7 représente une expression implicite de la pointe du pied gauche en fonction des variables articulaires Φ_i ($i = 1 \dots 12$) et des matrices de transformation d'Euler A_j ($j = 1 \dots 7$). Le modèle géométrique inverse est alors donné par:

$$\Phi - \Phi_d = J_{c1}^+(X_7 - X_{7,d}) \quad (4.12)$$

où :

J_{c1}^+ est la pseudo inverse de la matrice Jacobienne définie par :

$$J_{c1} = \frac{\partial X_7(\Phi)}{\partial \Phi}$$

Dans l'objectif de s'apparenter à une marche humaine, nous imposerons à la pointe du pied du robot bipède de suivre une trajectoire semblable à celle empruntée par le pied humain lors de la réalisation d'un pas de marche. Nous opterons donc pour une forme semi-ellipsoïdale de la marche dans le plan sagittal. En nous inspirant de l'équation cartésienne d'une ellipse, nous imposerons à la pointe du pied de décrire, dans le plan cartésien tridimensionnel, la trajectoire

désirée suivante [Aloulou & Boubaker, 2015]:

$$X_{7_d} = [\alpha + a \cos(d\Phi_{11} + \pi) \quad c \quad \beta + b \sin(d\Phi_{11} + \pi)]^T \quad (4.13)$$

Le paramètre a représente la longueur d'un demi-pas, b représente la hauteur maximale du pas et c définit l'écartement entre les deux jambes. Le paramètre d sert de multiplicateur pour augmenter la plage de variation de la variable articulaire Φ_{11} de façon à atteindre un intervalle de $[0 \pi]$, enfin le couple (α, β) représente les coordonnées initiales du centre de l'ellipse dans le plan sagittal. On définit également les dérivées première et seconde de l'équation (4.13) correspondant respectivement à la vitesse et à l'accélération dans le plan cartésien tridimensionnel:

$$\dot{X}_{7_d} = [-ad\dot{\Phi}_{11} \sin(d\Phi_{11} + \pi) \quad 0 \quad bd\dot{\Phi}_{11} \cos(d\Phi_{11} + \pi)]^T \quad (4.14)$$

$$\ddot{X}_{7_d} = \left[-a(d\dot{\Phi}_{11})^2 \cos(d\Phi_{11} + \pi) - ad\ddot{\Phi}_{11} \sin(d\Phi_{11} + \pi) \quad 0 \quad -b(d\dot{\Phi}_{11})^2 \sin(d\Phi_{11} + \pi) + bd\ddot{\Phi}_{11} \cos(d\Phi_{11} + \pi) \right]^T \quad (4.15)$$

D'un autre côté, nous imposerons au système robotique (4.10) d'imiter le comportement linéaire stable d'un système de second ordre décrit par le modèle de référence :

$$\left(\ddot{\Phi}(t) - \ddot{\Phi}_d(t) \right) + K_v \left(\dot{\Phi}(t) - \dot{\Phi}_d(t) \right) + K_p \left(\Phi(t) - \Phi_d(t) \right) = 0 \quad (4.16)$$

Ou $\Phi_d(t)$, $\dot{\Phi}_d(t)$ et $\ddot{\Phi}_d(t)$ correspondent respectivement aux vecteurs des positions, vitesses et accélérations angulaires désirées. K_v et K_p sont deux matrices diagonales définies positives représentant respectivement la matrice somme et la matrice produit des n pôles p_{1i} et p_{2i} supposés strictement négatifs, compte tenu des objectifs de stabilité, tels que:

$$K_v = \text{diag} [p_{1i} + p_{2i}] \quad (4.17)$$

et

$$K_p = \text{diag} [p_{1i} \times p_{2i}] \quad (4.18)$$

Afin de garantir une stabilité globale du système, la réalisation des performances désirées et le découplage des différentes variables d'état, nous définissons le paramètre largeur de bande λ qui satisfait les conditions suivantes [Hemami & Zheng, 1984] et [Tzafestas et al., 1993]:

$$K_v = \text{diag} [2 \lambda] \quad (4.19)$$

et

$$K_p = \text{diag} [\lambda^2] \quad (4.20)$$

En conjuguant les relations (4.10) et (4.16), nous obtenons la loi de commande du système libre donnée par:

$$U(t) = D^{-1} \left(J(\Phi) \left[\ddot{\Phi}_d(t) - K_v (\dot{\Phi}(t) - \dot{\Phi}_d(t)) - K_p (\Phi(t) - \Phi_d(t)) \right] + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) \right) \quad (4.21)$$

La stratégie de commande par *Minimum Jerk* que nous proposons est décrite par la Figure 4.1.

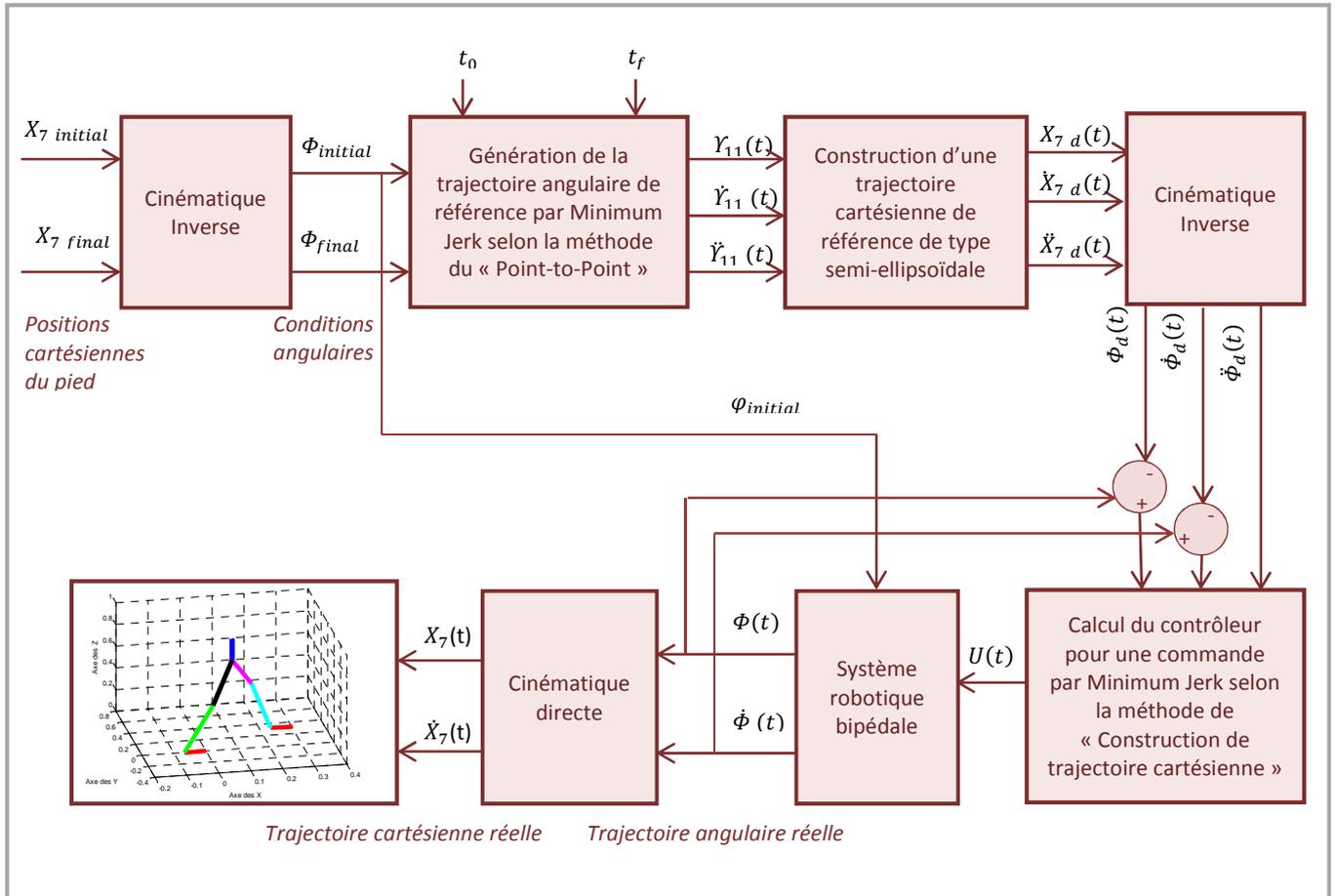


Figure 4.1 : Génération de trajectoire selon la méthode proposée d'application du critère du *Minimum Jerk* [Aloulou & Boubaker, 2015]

Ainsi, le calcul de la loi de commande pour la minimisation du *Jerk* selon la méthode que nous proposons implique les étapes suivantes :

- i. Calcul du vecteur de positions angulaires initiales $\Phi_{initial}$ en utilisant le modèle cinématique inverse donné en (4.12) à partir de la position cartésienne initiale du pied gauche $X_{7_initial}$. De façon identique, le vecteur de positions angulaires finales souhaitées Φ_{final} sera calculé en appliquant le modèle cinématique inverse (4.12) à la position

cartésienne finale désirée du pied gauche X_{7_final} .

ii. Génération des trajectoires angulaires de référence selon la méthode *Point-to-Point* en utilisant les équations (4.5), (4.6) et (4.7), les conditions initiale et finale angulaires ainsi que les données temporelles t_0 et t_f . Ce calcul ne sera exécuté qu'une seule fois afin de déterminer les coefficients $a_{11,0}$, $a_{11,1}$, $a_{11,2}$, $a_{11,3}$, $a_{11,4}$ et $a_{11,5}$ des trois polynômes $Y_{11}(t)$, $\dot{Y}_{11}(t)$ et $\ddot{Y}_{11}(t)$.

iii. Calcul des trajectoires de référence de type semi-ellipsoïdale dans le domaine cartésien en calculant à chaque itération les positions, vitesses et accélérations cartésiennes $X_{7_d}(t)$, $\dot{X}_{7_d}(t)$, et $\ddot{X}_{7_d}(t)$ de référence dans l'espace tridimensionnel selon les équations respectives (4.14), (4.15) et (4.16)

iv. Calcul des trajectoires de référence dans le domaine articulaire en calculant à chaque itération les positions, vitesses et accélérations angulaires $\Phi_d(t)$, $\dot{\Phi}_d(t)$ et $\ddot{\Phi}_d(t)$ par application du modèle cinématique inverse. Ainsi, le vecteur des positions angulaires $\Phi_d(t)$ au cours du temps est calculé en utilisant l'équation (4.12) tandis que le vecteur de vitesse angulaire $\dot{\Phi}_d(t)$ est obtenu en tirant de (4.12) l'équation suivante :

$$\dot{\Phi}_d(t) = J_{c1}^+ \dot{X}_{7_d}(t) \quad (4.22)$$

Pour obtenir $\ddot{\Phi}_d(t)$, il suffit de dériver l'équation précédente par rapport au temps tel que:

$$\ddot{\Phi}_d(t) = J_{c1}^+ \left(\ddot{X}_{7_d}(t) - \dot{J}_{c1} \dot{\Phi}_d(t) \right) \quad (4.23)$$

v. Calcul du contrôleur par *Minimum Jerk* $U(t)$ en utilisant la relation (4.21) et les expressions (4.12), (4.22) et (4.23).

vi. Application de la commande $U(t)$ précédemment calculée au système robotique (4.10) afin de déterminer les vecteurs de positions et vitesses angulaires réelles $\Phi(t)$ et $\dot{\Phi}(t)$.

vii. Récupération des trajectoires cartésiennes réelles $X_7(t)$ et $\dot{X}_7(t)$ en recourant au modèle cinématique direct (4.11).

4.3.2. Résultats de simulation

De par les différentes simulations auxquelles nous avons procédé, nous avons remarqué que pour une même position cartésienne initiale du pied gauche $X_{7_initial}$, plusieurs combinaisons de positions angulaires initiales $\Phi_{initial}$ peuvent exister. Nous avons également constaté que la position initiale $\Phi_{initial}$ a un impact considérable sur l'efficacité de la commande appliquée. Ainsi, certaines positions angulaires initiales ne permettent pas d'atteindre la position angulaire finale souhaitée. Il est donc essentiel de s'assurer que la combinaison initiale permet la mise en œuvre d'une commande efficace et correspond à une posture convenable du robot bipède.

En utilisant le modèle cinématique inverse (4.12) et pour une position initiale :

$$X_{7_initial} = [0 \quad 0.53 \quad 0]^T$$

Nous obtenons la combinaison de positions angulaires initiales suivante :

$$\Phi_{initial} = \left[-\frac{\pi}{11} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{\pi}{9} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{9} \quad 0 \quad \frac{\pi}{11} \quad -0.0089 \quad 0 \right]^T$$

Nous devons également spécifier les contraintes sur la position finale désirée du pied gauche dans le plan cartésien. Nous avons opté pour :

$$X_{7_final} = [0.3 \quad 0.53 \quad 0.01]^T$$

Par application d'un algorithme de cinématique inverse développé à partir de l'équation (4.12), nous obtenons:

$$\Phi_{final} = [-0.281 \quad 0 \quad 0.159 \quad -0.056 \quad -0.346 \quad 0.158 \quad -0.056 \quad 0.376 \quad -0.172 \quad 0.305 \quad -0.183 \quad 0]^T$$

Pour la réalisation d'un pas de marche, les paramètres de marche considérés s'inspirent fortement des travaux de Öber sur les paramètres standards relatifs à la marche humaine [Öberg et al., 1993]. Dans cette étude expérimentale, des paramètres temporels basiques de marche humaine ont été collectés sur 233 sujets sains âgés de 10 à 79 ans parmi lesquels 116 sont de sexe masculin et 117 de sexe féminin. Ces données ont été récoltées lors de la réalisation de trois types de marche : une marche lente, une marche normale et enfin une marche rapide. Afin de caractériser le type de marche selon l'âge, la corpulence et le sexe, les paramètres les plus fréquemment utilisés sont la vitesse, la longueur du pas et la fréquence des pas. Pour un sujet féminin âgé de 28 ans et possédant une allure de marche dite lente, les

résultats fournis par Öber [Öberg et al., 1993] permettent facilement d’obtenir les paramètres de marche fournies par le Tableau 4.1

Tableau 4.1: Paramètres de marche pour une femme possédant une allure de marche lente

Age (années)	Fréquence de pas (pas/s)	Longueur de pas (m)	Durée de pas (s)
20-29	1.59	0.518	0.63

Pour la réalisation des simulations relatives à la partie bipédale du robot humanoïde dans le cas libre, nous considérons l’accomplissement d’un pas de marche. Par conséquent et en tenant compte du Tableau 4.1, la longueur d’un pas devrait être de 0,518 m et ne devrait durer que 0,63s. Néanmoins, nous opterons pour une longueur de pas de 0.3 m car les simulations montrent qu’une durée de pas de 0.63 s ne peut être respectée par la dynamique du robot que nous avons conçu pour une longueur de pas de 0.518 m. Pour déterminer la largeur de bande adéquate, nous commençons par mesurer pour différentes largeurs de bande les paramètres suivants : la durée d’un pas, le temps d’exécution du programme d’implémentation correspondant et le couple maximal parmi les couples générés au niveau des différentes articulations du bipède lors de la réalisation du pas. Les résultats obtenus sont fournis par le Tableau 4.2.

Tableau 4.2: Sélection de la largeur de bande λ

λ	Durée d’un pas (s)	Temps d’exécution	Couple maximal
5	3.2	0,19	94
12	0.8	0,16	475
30	0.6	0,13	3154

Pour atteindre une durée de pas de 0,63 s, nous devons choisir une largeur de bande égale à une valeur de 30. Néanmoins, nous constatons que le couple généré dans ce cas est trop grand pour être réalisable. En effet, une valeur de 3154 N/m ne peut être atteinte. Pour obtenir une valeur de couple qui soit atteignable, nous supposons qu’une durée de pas égale à 0,8s est satisfaisante auquel cas la largeur de bande vaudra 12.

Les paramètres $a_{11,0}$, $a_{11,1}$, $a_{11,2}$, $a_{11,3}$, $a_{11,4}$ et $a_{11,5}$ sont calculés en utilisant la relation (4.8) pour $t_0 = 0s$ et $t_f = 0.8s$. Et nous obtenons au final le polynôme $Y_{11}(t)$ suivant :

$$Y_{11}(t) = -3.18t^5 + 6.36t^4 - 3.39t^3 - 0.0089$$

La trajectoire désirée de la jambe oscillante au cours du temps est obtenue par la construction d'une trajectoire cartésienne de référence de type semi-ellipsoïdale conformément à l'équation (4.13). A ce niveau, nous attribuons des valeurs aux différents paramètres intervenant dans cette équation. Ainsi, nous choisissons un pas d'une longueur de 0.3m par conséquent la longueur d'un demi-pas sera de $a = 0.15\text{m}$, le pied se soulèvera à une hauteur maximale de $b = 0.1\text{m}$ et l'écartement entre les deux jambes sera de $c = 0.53\text{m}$. Le paramètre d servant de multiplicateur pour augmenter la plage de variation de $\gamma_{11}(t)$ de façon à atteindre l'intervalle $[0 \pi]$ sera pris égal à 16.5. Enfin les coordonnées initiales du centre de l'ellipse sont de $\alpha = 0.15\text{m}$ selon l'axe des x et $\beta = 0\text{m}$ selon l'axe des z .

Nous aurons alors d'après l'équation (4.13):

$$X_{7_d} = [0.15 + 0.15 \cos(16.5\gamma_{11}(t) + \pi) \quad 0.53 \quad 0.1 \sin(16.5\gamma_{11}(t) + \pi)]^T \quad (4.24)$$

Pour chacune des douze variables articulaires Φ_i , nous visualisons la position, la vitesse et l'accélération angulaires lorsque le bipède soulève le pied en mouvement et s'apprête à le remettre au sol. Lors des simulations, nous renommons Φ le vecteur des variables articulaires non nulles selon l'équation suivante :

$$\Phi = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^T \quad (4.25)$$

De même, nous définissons :

$$X_{7_d} = [X_d \ Y_d \ Z_d]^T \quad (4.26)$$

Et

$$X_7 = [X \ Y \ Z]^T \quad (4.27)$$

Ainsi, la Figure 4.2 présente les trajectoires cartésiennes désirée et réelle du pied en mouvement tandis que la Figure 4.3 représente les positions cartésiennes désirées et réelles de la jambe de vol au cours du temps. La Figure 4.4 met en évidence les différentes postures prises par le bipède lors de la réalisation d'un pas de marche dans l'espace tridimensionnel alors que la Figure 4.5 présente ces mêmes postures dans les plans sagittal et frontal. Les Figures 4.6 et 4.7 illustrent les positions, vitesses et accélérations angulaires des différentes articulations du bipède. Enfin, les couples relatifs à la mise en mouvement de la jambe gauche et du pied gauche sont présentés dans la Figure 4.8.

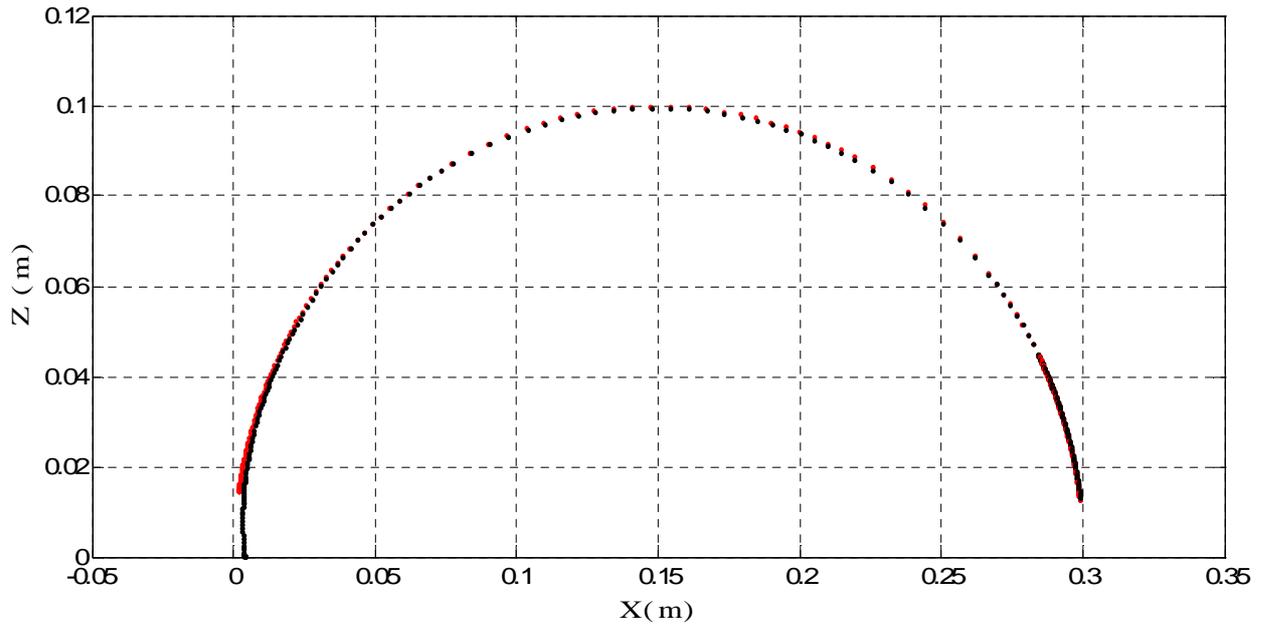


Figure 4.2 : Trajectoires cartésiennes désirée (en rouge) et réelle (en noir) du pied libre lors de la réalisation d'un pas de marche [Aloulou & Boubaker, 2015]

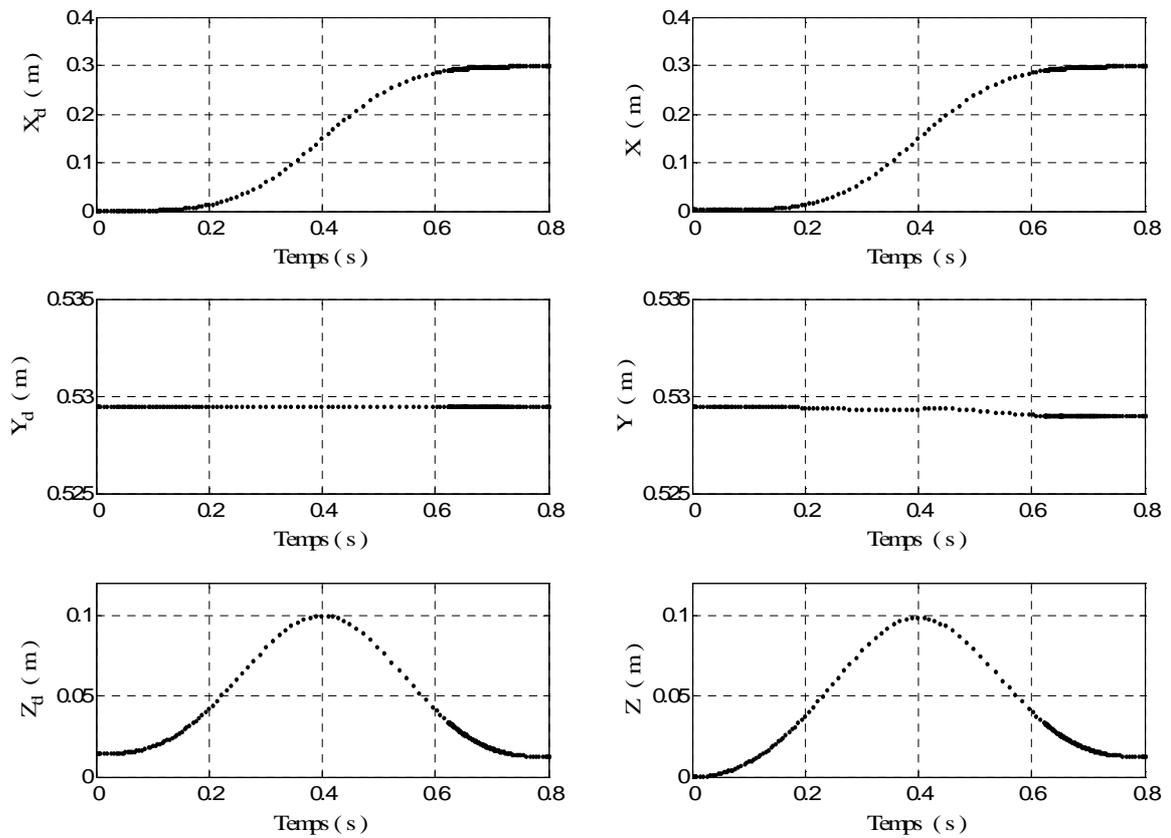


Figure 4.3 : Evolution des composantes cartésiennes désirées et réelles du pied libre lors de la réalisation d'un pas de marche

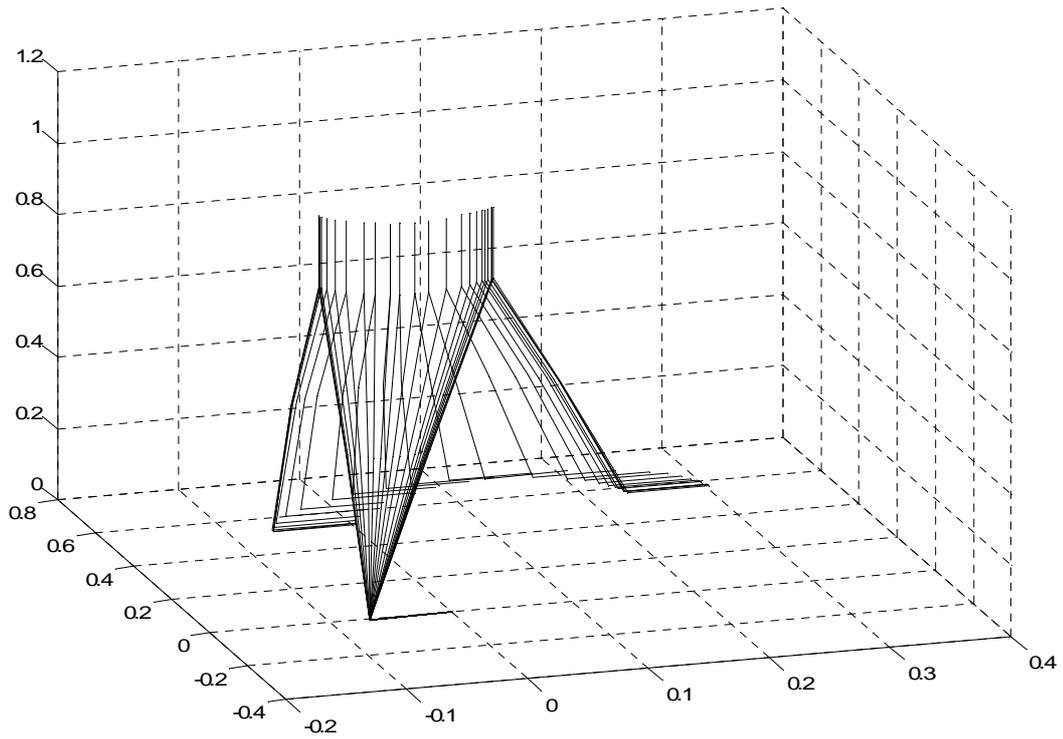


Figure 4.4 : Positions intermédiaires du bipède lors de la réalisation d'un pas de marche en 3D

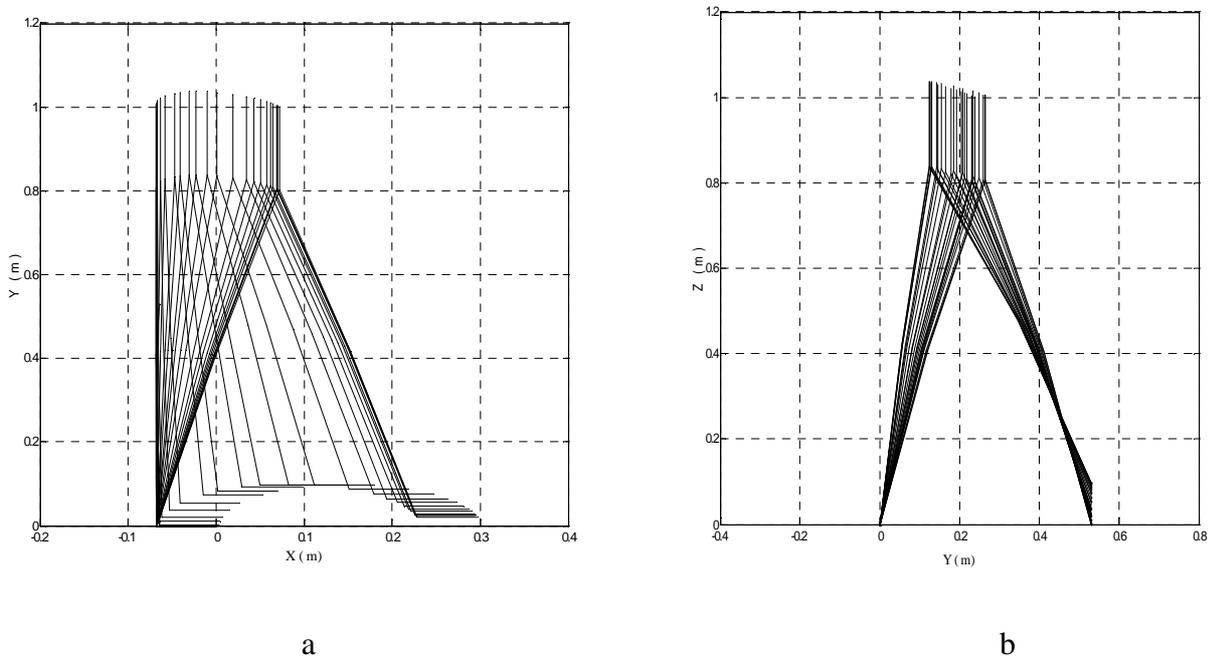


Figure 4.5 : Positions intermédiaires du bipède lors de la réalisation d'un pas de marche dans les plans sagittal (a) et frontal (b)

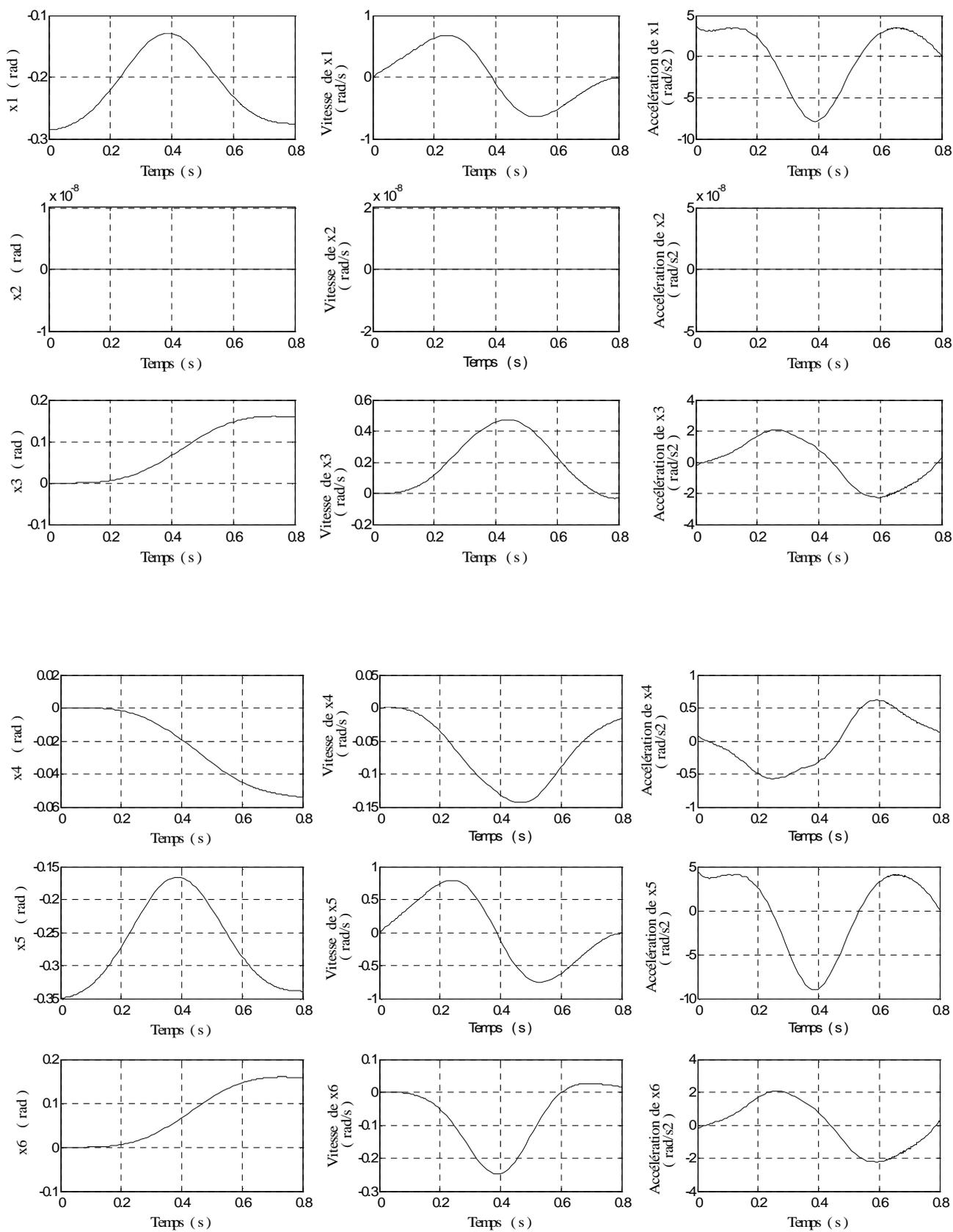


Figure 4.6 : Positions, vitesses et accélérations angulaires du pied de support

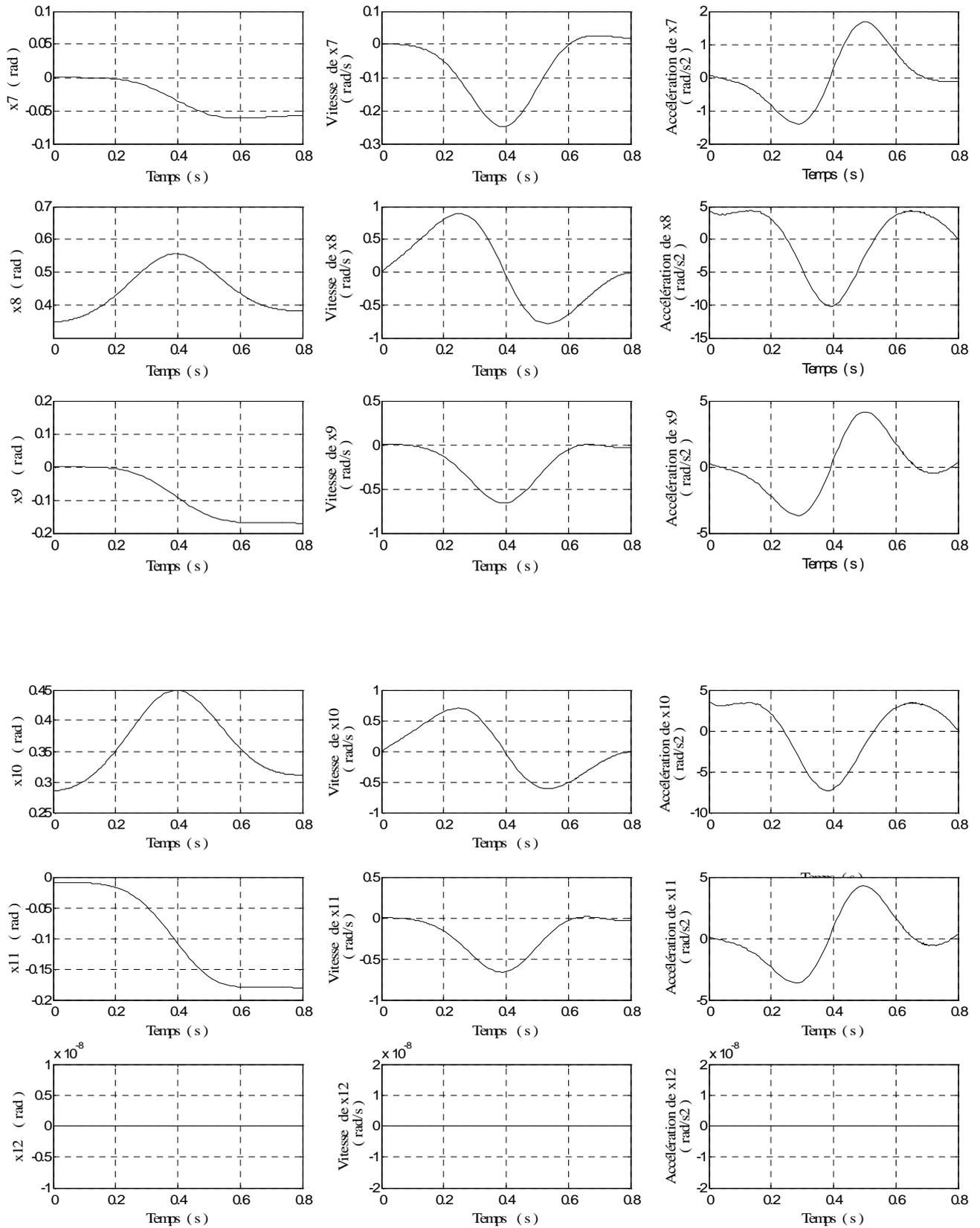


Figure 4.7 : Positions, vitesses et accélérations angulaires du pied en mouvement

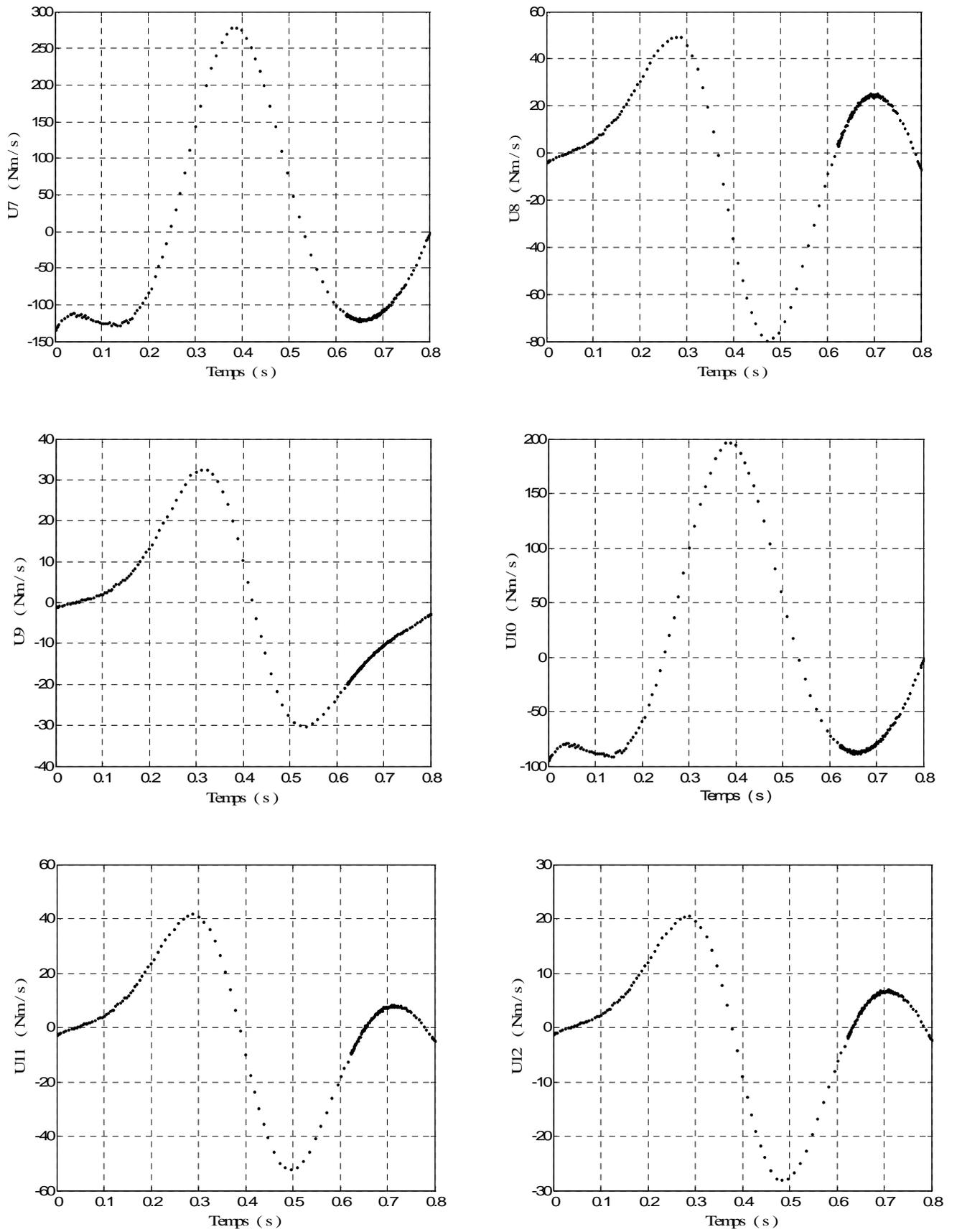


Figure 4.8 : Couples de commande des articulations du pied en mouvement

La Figure 4.2 met en évidence la superposition de la trajectoire cartésienne désirée de la jambe de vol représentée en rouge et sa trajectoire cartésienne réelle représentée en noir lors de la réalisation d'un pas de marche. Ces deux courbes sont quasiment identiques et elles s'apparentent bien à la réalisation d'une demi-ellipse se rapprochant ainsi du mouvement réalisé par le pied humain lors d'un pas de marche.

La Figure 4.3 met en évidence l'évolution des positions cartésiennes désirées et réelles du pied en mouvement au court du temps. Il apparaît clairement que les positions cartésiennes réelles atteignent à chaque itération les positions cartésiennes désirées. Ainsi, le pied se soulève jusqu'à 0.1m au-dessus du sol puis il se repose progressivement sur le sol 0.3m après l'initiation du pas.

La Figure 4.4 représente dans l'espace tridimensionnel les différentes postures adoptées par le bipède de la position initiale à la position finale lors de la réalisation d'un pas de marche par application d'une commande par minimisation du *Jerk* selon la méthode proposée.

On observe clairement au niveau de la Figure 4.5 (a), le soulèvement du pied puis sa descente progressive vers le sol dans un mouvement s'apparentant à celui effectué par le pied humain lors de réalisation d'un pas de marche. Le reste du corps de la partie inférieure de l'humanoïde accompagne le pied dans son mouvement comme l'illustre la Figure 4.5 (b). La simulation dans l'espace tridimensionnel renforce l'utilité et l'avantage de la modélisation cinématique et dynamique tridimensionnelle.

L'ensemble des simulations réalisées au niveau des Figures 4.6 et 4.7 montre que toutes les positions angulaires désirées ont été atteintes. Ce constat est confirmé par l'allure des courbes de toutes les vitesses angulaires correspondantes. En effet, nous remarquons que pour chaque variable articulaire, la vitesse et l'accélération angulaires correspondantes finissent par s'annuler à $t_f = 0.8s$, ce qui correspond au temps d'achèvement du pas. Les variables angulaires Φ_2 et Φ_{12} ne sont pas sollicitées. Elles restent toujours à zéro. Cela s'explique par le choix de conservation de la plante du pied alignée avec sa pointe tout au long de la réalisation d'un pas de marche qu'il s'agisse du pied en mouvement ou du pied de support.

Nous avons constaté que les couples correspondant à la jambe de support (jambe droite) soit U_1 à U_6 sont nuls ou très faibles pendant toute la durée du pas. Nous n'avons donc pas jugé nécessaire et utile de présenter les courbes des couples de commande relatives à la jambe droite. Les couples relatifs à la mise en mouvement de la jambe oscillante (U_7 à U_9) et du

pied correspondant (U_{10} à U_{12}) sont présentés dans la Figure 4.8. Ces couples varient quant à eux tout au long de la réalisation du pas. L'articulation dont l'actionnement a nécessité le couple de commande le plus important est la première articulation de la hanche gauche Φ_7 . Cette variable correspond au mouvement de la jambe supérieure gauche au niveau du fémur par rapport à l'axe des z. Tous les couples finissent par s'annuler à $t_f = 0.8s$ car la commande a atteint son objectif et que la position finale désirée a été atteinte.

4.3.3. Etude Comparative

Dans ce paragraphe, nous allons comparer entre les deux méthodologies usuelles d'application du *Jerk* soit les méthodes *Point-to-Point* et *Via-points* et la méthode que nous avons proposée. La comparaison se fera via les simulations des postures prises par le bipède dans le plan sagittal et de la trajectoire de la pointe du pied en mouvement dans l'espace cartésien. Mais également à travers le calcul pour chaque méthode de trois critères : la moyenne quadratique des énergies, la moyenne quadratique des couples engendrés et enfin la moyenne quadratique des jerks. La Figure 4.9 illustre la stratégie de génération de trajectoire par *Minimum Jerk* pour la méthode *Point-to-Point* alors que la Figure 4.10 reprend la stratégie de génération de trajectoire par la méthode *Via-points*.

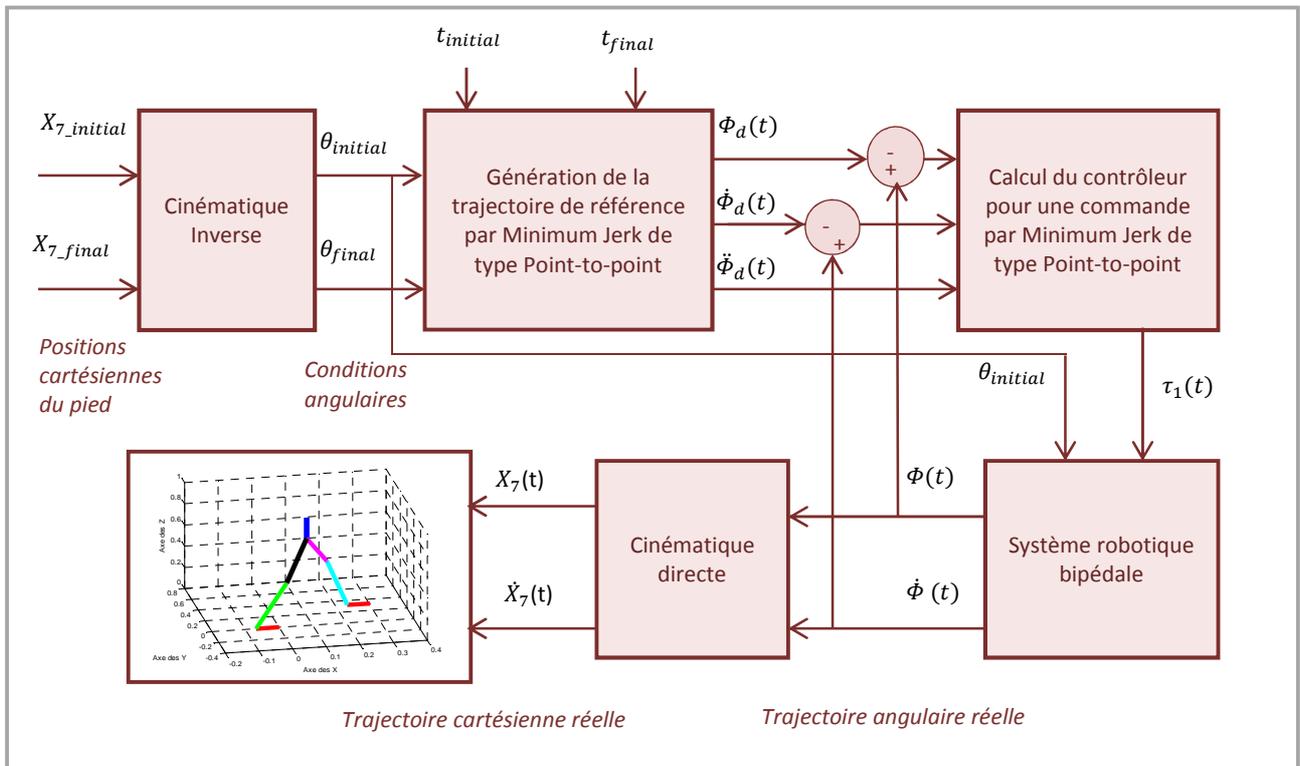


Figure 4.9 : Génération de trajectoire selon le critère du *Minimum Jerk* par application de la méthode *Point-to-Point*

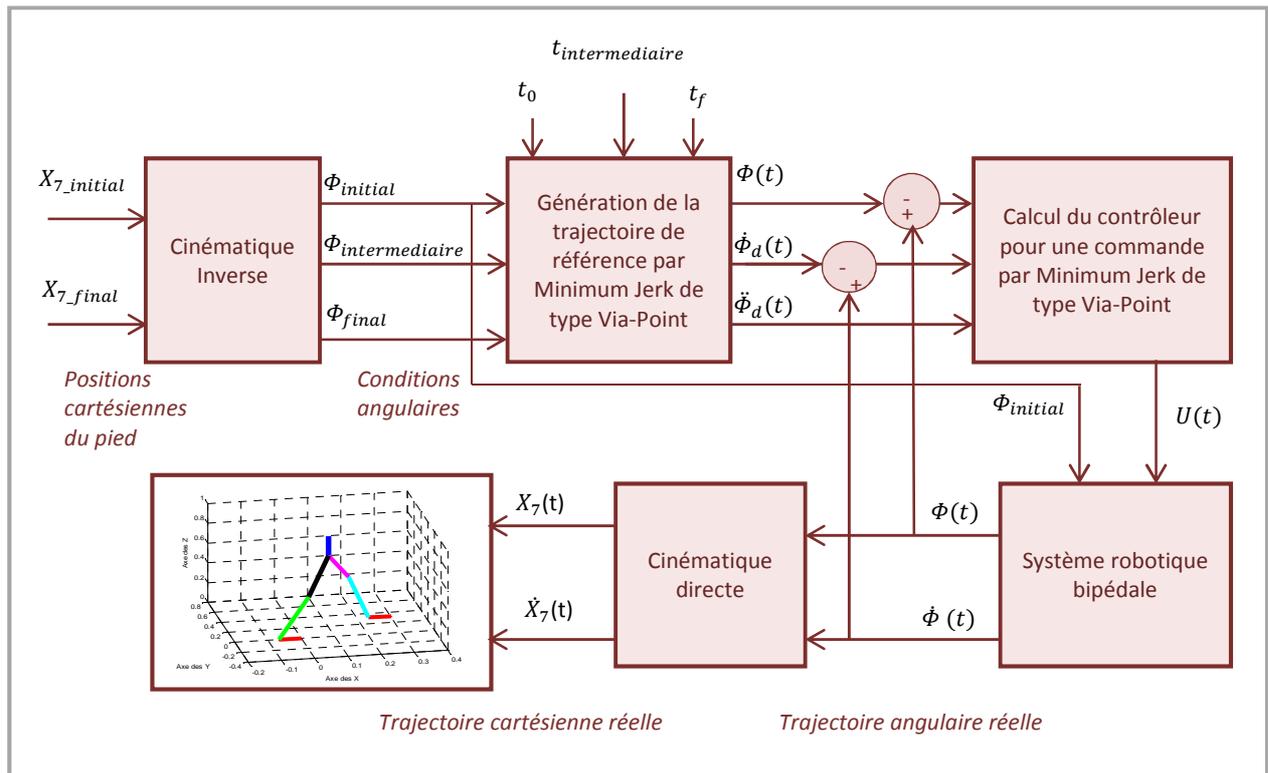


Figure 4.10 : Génération de trajectoire selon le critère du *Minimum Jerk* par application de la méthode *Via-Point*

Les simulations relatives à l'approche *Point-to-Point* concernent la représentation des différentes postures prises par le bipède dans les plans sagittal et frontal lors de la réalisation d'un pas de marche (voir Figure 4.11) et l'évolution des positions cartésiennes du pied en mouvement au cours du temps (voir Figure 4.12).

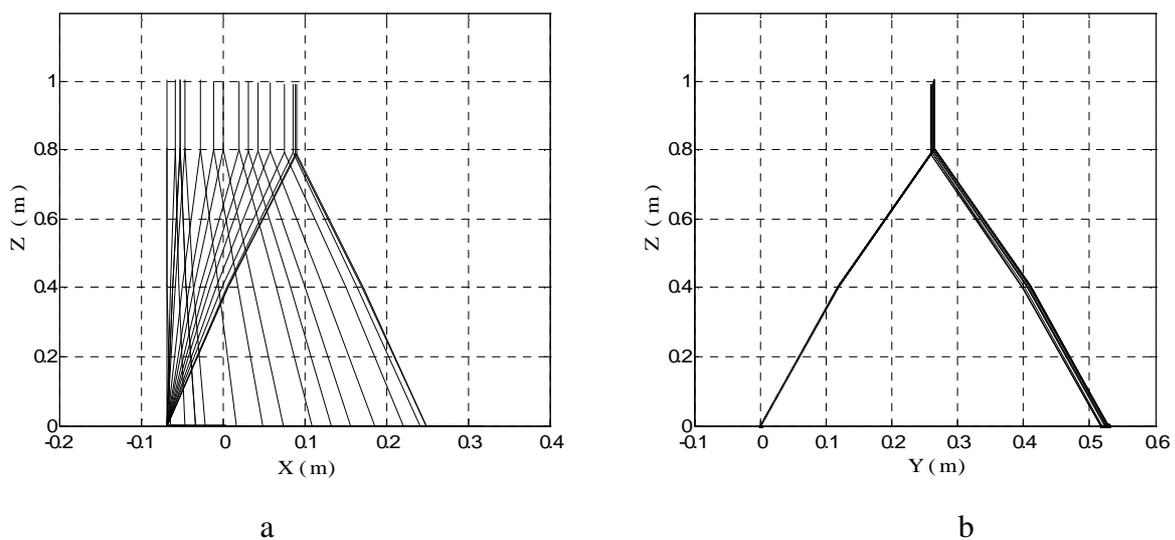


Figure 4.11 : Positions intermédiaires du bipède lors de la réalisation d'un pas de marche dans les plans sagittal (a) et frontal (b) [Aloulou & Boubaker, 2011]

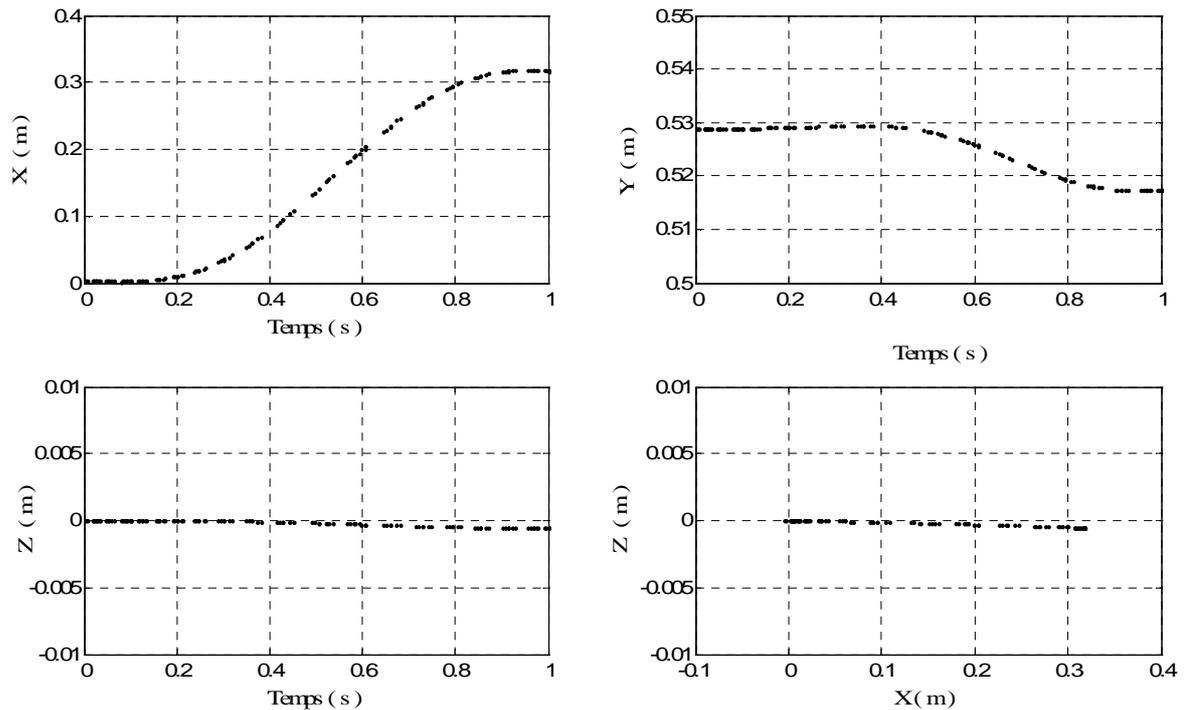


Figure 4.12 : Evolution de la pointe du pied en mouvement dans l'espace tridimensionnel

Dans la Figure 4.12, la courbe z en fonction du temps met en évidence une position cartésienne du pied gauche qui ne varie que très faiblement alors même que les courbes x en fonction du temps et y en fonction du temps montrent des positions cartésiennes évoluant comme les positions désirées. La courbe z en fonction de x permet de déduire que le pied ne quitte pas le sol et que le mouvement effectué par la jambe de vol est une simple translation suivant l'axe des x . Ce constat est renforcé par les résultats de la Figure 4.11. En effet, il apparaît clairement sur la Figure 4.11-a que le pied ne se soulève pas du sol: il ne fait que glisser de la position initiale à la position finale en abscisse bien que la trajectoire à suivre soit décrite par un polynôme d'ordre cinq. Ceci s'explique par le fait que nous appliquons dans ce cas de figure un critère de minimisation en utilisant des positions initiale et finale possédant la même coordonnée en z fixée à zéro. Par conséquent, le critère employé visant à réduire la quantité de mouvements effectués, la translation représente le déplacement impliquant une consommation d'énergie minimale.

Dans le cadre de l'application d'une commande minimisant le *Jerk* par la méthode *Via-Points*, nous introduisons une position désirée intermédiaire par laquelle le pied en mouvement du robot devra transiter avant d'atteindre la position finale souhaitée. Ceci doit permettre d'éliminer partiellement le problème rencontré lors de l'utilisation de la

méthodologie *Point-to-Point* et d'éviter ainsi la translation du pied. D'autre part, la trajectoire observée devra un peu plus se rapprocher de celle obtenue dans le cas de la marche humaine puisque une information supplémentaire aura été fournie. Ceci implique la réalisation d'un algorithme de minimisation du *Jerk* d'autant plus complexe où les paramètres $a_{11,0}$, $a_{11,1}$, $a_{11,2}$, $a_{11,3}$, $a_{11,4}$ et $a_{11,5}$ sont calculés en utilisant la relation (4.8) pour $t_0 = 0s$ et $t_f = 0.8s$. Les résultats de simulation sont donnés dans les Figures 4.13 et 4.14.

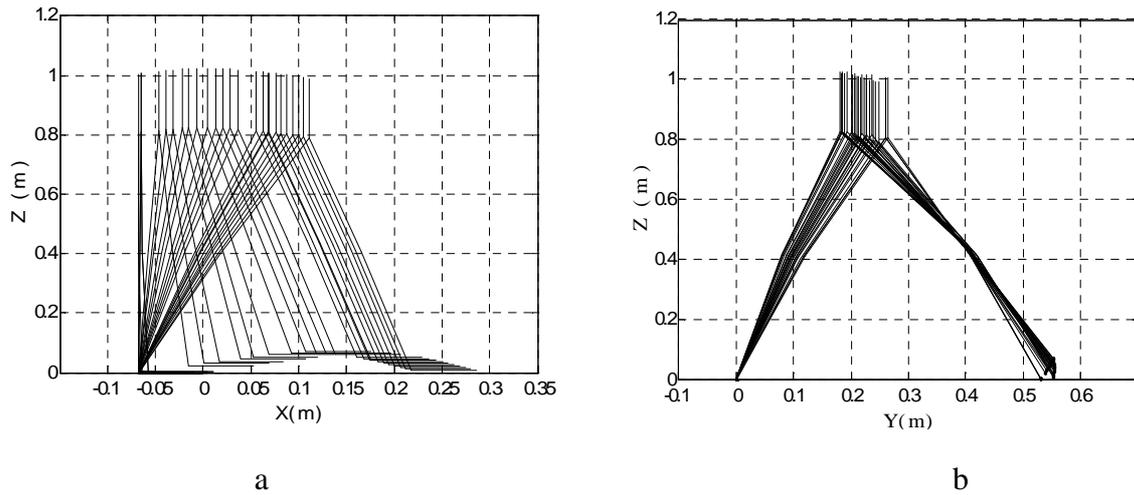


Figure 4.13 : Positions intermédiaires du bipède lors de la réalisation d'un pas de marche dans les plans sagittal (a) et frontal (b) [Aloulou & Boubaker, 2011]

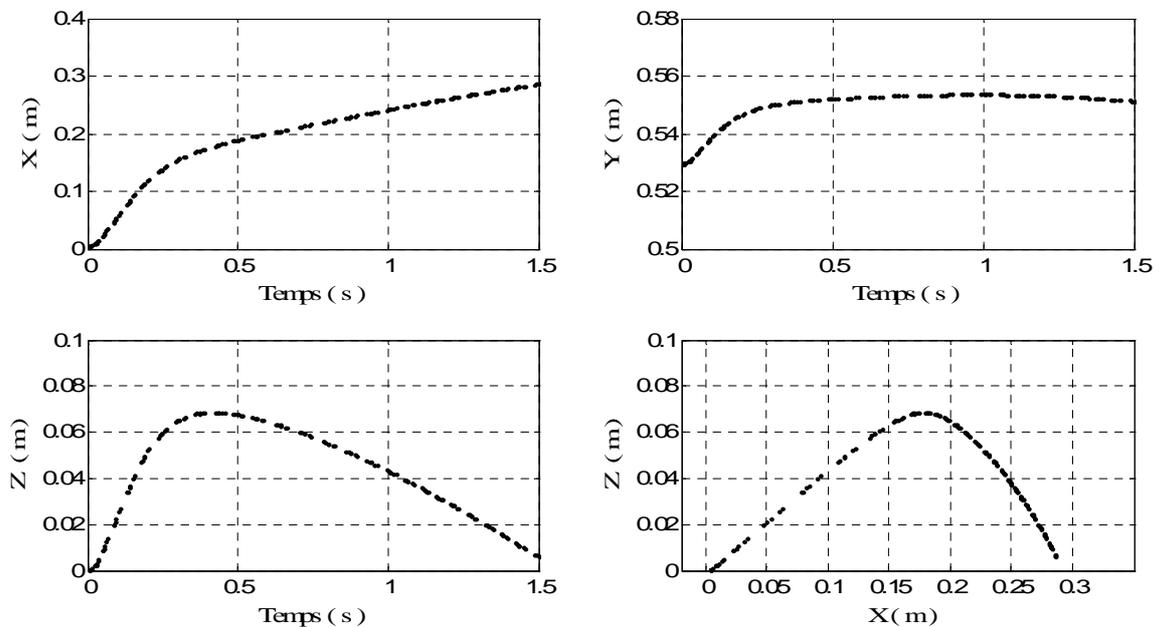


Figure 4.14 : Evolution de la pointe du pied en mouvement dans l'espace tridimensionnel

La Figure 4.13-a montre que les postures successives du bipède dans le plan sagittal sont proches de celles observées dans le cas de l'application de la commande avec minimisation du *Jerk* par la méthode que nous avons proposée. Néanmoins, le soulèvement du pied est plus faible et l'écartement entre les deux jambes est plus grand (voir Figure 4.13-b).

Ces constats sont confirmés par les résultats de la Figure 4.14. En effet, la courbe z en fonction du temps montre que le pied se soulève seulement à une hauteur de 0.07m alors que la condition désirée est de 0.1m. De façon similaire mais moins significative pour la position en x , la valeur maximale atteinte est de 0.27m bien que la valeur souhaitée soit de 0.3m. Enfin, la position en y prend une plus grande valeur alors que la position en y désirée est constante au cours du temps. Par conséquent, la minimisation du *Jerk* par la méthode *Via-Points* ne donne pas de résultats de simulation suffisamment satisfaisants car la commande appliquée n'est pas atteinte.

Le Tableau 4.3 fournit une étude comparative entre les deux méthodes usuelles d'application du *Jerk* soit les approches *Point-to-Point* et *Via-points* et la méthode que nous avons proposé. Les critères de comparaison utilisés pour l'évaluation de ces trois approches sont :

- La moyenne quadratique des énergies donnée par :

$$C_{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 0.5(\theta^T \theta) \quad (4.28)$$

- La moyenne quadratique des couples dissipés par les actionneurs du robot bipède dont l'expression est la suivante :

$$C_U = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 0.5(U^T U) \quad (4.29)$$

- La moyenne quadratique des Jerks obéissant à la formule ci-dessous :

$$C_{Jerk} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 0.5(\ddot{\theta}^T \ddot{\theta}) \quad (4.30)$$

Où N est le nombre d'itérations obtenu lors de l'exécution de l'algorithme d'intégration numérique du système robotique dynamique (4.10).

Tableau 4.3. Etude comparative entre les algorithmes du *Minimum Jerk*

Critères de performance Approches	Vitesse maximale (rad.s ⁻¹)	Moyenne quadratique des énergies (N.m) ²	Moyenne quadratique des couples (N.m ⁻¹) ²	Moyenne quadratique des Jerks (rad.s ⁻³) ²
Point-to-point	0.1123	0.7640	2.9435	0.0134
Via-point	0.4094	0.6747	982.8087	2.9625
Méthode proposée	0.4888	0.5652	468.3025	0.4685

La minimisation du *Jerk* par la méthodologie que nous avons proposée donne lieu à une trajectoire très proche de celle réalisée dans le cadre de la marche humaine contrairement aux approches *Via-points* ou le pas réalisé ne correspond pas aux spécifications de la commande et *Point-to-Point* où seul un mouvement de translation est observé. Cependant en termes de performances, on constate à travers les résultats du Tableau 4.3 que pour la méthode *Point-to-Point*, la moyenne quadratique des couples générés et la moyenne quadratique des *Jerks* sont faibles en contrepartie d'une dynamique très lente du système et d'une moyenne quadratique des énergies élevée. Ces performances n'ont que peu d'importance puisque la méthodologie employée ne permet pas la réalisation d'un pas de marche convenable. La comparaison entre les deux dernières approches montre que la méthode que nous avons proposée présente plusieurs avantages. En effet, la commande étant efficace, le système dynamique est très rapide. De plus, les moyennes quadratiques des énergies et des couples sont relativement faibles et peu de mouvements brusques sont effectués.

Il ressort clairement de cette comparaison que l'adoption d'une loi de commande minimisant le *Jerk* par la méthodologie que nous avons proposée représente le choix le plus attractif non seulement car le mouvement réalisé est plus proche de la démarche humaine mais aussi car moins de mouvements brusques sont générés.

4.4. Commande du robot bipède contraint: Phases d'impact et de post-impact

4.4.1 Commande par impédance du système robotique contraint

Le problème de la commande des robots marcheurs durant les phases d'impact puis de double support a été résolu dans la littérature par plusieurs approches. L'enjeu principal réside dans la reproduction d'une force d'impact puis de contact identique à la force de réaction du sol réelle qui tient compte des paramètres environnementaux relatifs au type de sol et à la nature du

contact. D'autre part, la conservation de la stabilité du bipède au moment délicat de l'impact constitue une difficulté majeure car la zone de contact est ponctuelle augmentant ainsi le risque de rotation de la jambe oscillante sur elle-même et par conséquent de perte d'équilibre [Vukobratovic & Borovac, 2004].

Pour la résolution du problème de la commande en force et en position des robots bipèdes, on recense essentiellement deux approches [Yoshikawa, 2000]:

- La commande hybride en position et en force. Cette approche a été introduite par Craig et Raibert [Craig & Raibert, 1979]. Elle repose sur le principe de la satisfaction simultanée de deux objectifs contradictoires : la régulation de la force et celle de la position (ou vitesse) à travers la mise en œuvre d'une seule et même commande. Cette méthode a surtout été appliquée pour la commande des robots manipulateurs [Yoshikawa & Zheng, 1993] mais également pour la mise en mouvement des robots marcheurs [Fujimoto & Kawamura, 1996] et [Buschmann et al., 2009].
- La commande par raideur active ou impédance. Cette approche, initialement proposée par Hogan dans [Hogan, 1985], a pour objectif l'établissement d'une relation dynamique entre la position de l'organe effecteur et la force de contact [Yoshikawa, 2000]. Deux méthodes découlent de cette approche. D'une part, la commande par impédance classique dans laquelle la dynamique du système robotique considéré n'est pas prise en compte. Cette première méthode inclut la commande par raideur active. D'autre part, la commande par impédance dynamique, cette seconde se base sur deux hypothèses essentielles : la considération du modèle dynamique contraint du système robotique étudié lorsqu'une force extérieure est appliquée et la caractérisation de l'environnement incluant trois paramètres : l'inertie, l'amortissement et la raideur active. L'avantage principal de cette approche est qu'elle constitue une commande fiable. De ce fait, de nombreux travaux recourent à la commande par impédance pour la mise en mouvement des robots marcheurs, citons [Park & Chung, 1999a], [Lim et al., 2004], [Kwon & Park, 2009] et [Arevalo & Garcia, 2012].

Pour la commande du bipède contraint durant les phases d'impact et de post-impact, nous opterons pour l'approche de commande par impédance en utilisant l'expression de la commande proposée dans [Aloulou & Boubaker, 2015]. En effet, si le système robotique contraint précédemment introduit dans le chapitre 3 et décrit par :

$$J(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F \quad (4.31)$$

subit une force de contrainte de l'environnement donnée par :

$$F = F_c + K_d \cdot (X_7 - X_{7d}) + B_d \cdot \dot{X}_7 + M_d \cdot \ddot{X}_7 \quad (4.32)$$

où F_c est la consigne pour la force de réaction du sol et K_d , B_d et M_d sont respectivement les matrices de raideur, d'amortissement et d'inertie du point de contact permettant de caractériser le type de contact et l'environnement où se produit le contact, sous la loi de commande :

$$U = D^{-1} \cdot J_{cont}^+ [K_p (X_{7d} - X_7) - K_v \cdot \dot{X}_7 + K_f (F_c - F) + F_c] + D^{-1} \cdot G(\Phi) \quad (4.33)$$

où J_{cont}^+ est la pseudo inverse de la matrice Jacobienne du système robotique bipédale au point de contact E et K_p , K_v et K_f sont respectivement les matrices de gain de position, gain de vitesse et gain de force, toutes trois diagonales.

Alors le système robotique (4.31) est asymptotiquement stable si les conditions suivantes sont vérifiées [Aloulou & Boubaker, 2015]:

$$\begin{aligned} K_p &> 0, \\ K_v &> 0 \\ K_f &= -I \end{aligned} \quad (4.34)$$

4.4.2 Résultats de simulation

Ainsi, au cours des phases d'impact et de double support, le bipède contraint obéira au modèle (4.31) et la force de réaction du sol sera exprimée par l'équation (4.32). Pour caractériser l'environnement de contact, nous exploiterons les paramètres environnementaux proposés par Park [Park, 2001] tel que:

$$\begin{aligned} K_d &= \text{diag} [10^4 \quad 10^4 \quad 10^4] \\ B_d &= \text{diag} [630 \quad 630 \quad 630] \\ M_d &= \text{diag} [10^{-2} \quad 10^{-2} \quad 10^{-2}] \end{aligned} \quad (4.35)$$

Concernant la consigne pour la force de réaction du sol, celle-ci doit permettre au pied de vol positionné à une hauteur de 0.01m du sol de se poser sur la surface de contact tout en autorisant un faible glissement du pied suivant l'axe des x . La résultante de la force de réaction du sol possède une composante verticale et une composante tangentielle. Selon [Park & Chung, 1999b], la composante verticale de la force externe de référence doit traduire la

migration de la masse du robot bipède du pied droit de support vers le pied gauche en phase d'*acceptation de masse*. Elle correspond ainsi au produit de la masse de la partie bipédale et de la pesanteur. Quant à la composante tangentielle de la force de réaction du sol de référence, elle doit être faible mais suffisante pour permettre une courte translation du pied gauche suivant l'axe des x . Ainsi, nous prendrons :

$$F_c = [30 \quad 0 \quad 300]^T \quad (4.36)$$

Le bipède contraint obéira durant les phases d'impact et de post-impact à la loi de commande (4.33) pour les valeurs suivantes des gains de position, vitesse et force :

$$\begin{aligned} K_p &= \text{diag} [10^4 \quad 10^4 \quad 10^4] \\ K_v &= \text{diag} [600 \quad 600 \quad 600] \\ K_f &= -\text{diag} [1 \quad 1 \quad 1] \end{aligned} \quad (4.37)$$

Ces valeurs assurent la stabilité asymptotique du système conformément aux conditions (4.34). Elles ont été obtenues suite à la réalisation de nombreuses simulations en vue d'obtenir la commande la plus efficace permettant d'atteindre la position finale désirée du pied en mouvement dans l'intervalle de temps souhaité en générant des couples réalisables. Ainsi, nous avons constaté que :

- Le gain de position K_p agit sur la vitesse de convergence du système. Cela signifie qu'il conditionne le temps nécessaire à la réalisation de l'impact et du contact tels que nous le désirons. Nous avons choisi une durée de contact de 0.2s; il faut donc trouver la valeur du gain K_p qui permet d'atteindre cet objectif sans pour autant impliquer des couples trop grands et donc difficilement réalisables en pratique.
- Le gain de vitesse K_v conditionne la vitesse de pose du pied au sol. Des faibles valeurs de K_v génèrent un contact rapide mais entraînent l'enfoncement du pied dans la surface de contact tandis que des valeurs élevées ralentissent le système mais la lenteur de la marche bipédale résultante est peu réaliste.
- le gain de force K_f est choisi conformément aux conditions de stabilité asymptotique (4.34).

La position finale atteinte par le pied gauche en phase de simple support lors de l'application d'une commande par minimisation du *Jerk* selon la méthode que nous avons proposé pour

une durée de la phase libre de 0.8s représente sa position initiale lors de la mise en œuvre des phases d'impact et de double support. Par conséquent :

$$X_{7_initial} = [0.3 \quad 0.53 \quad 0.01]^T$$

La durée totale des phases d'impact et de post-impact est de 0.2s et la position finale souhaitée du pied gauche pour l'achèvement d'un pas de marche est :

$$X_{7_final} = [0.35 \quad 0.53 \quad 0]^T$$

Lors des simulations, nous visualisons la composante verticale de la force de réaction du sol F et le couple de commande relatif à la mise en mouvement du pied gauche U_{11} (voir Figure 4.15), les composantes cartésiennes en x et en z du pied gauche (voir Figure 4.16) et enfin la trajectoire du pied gauche (voir Figure 4.17) pour la réalisation d'un pas de marche complet.

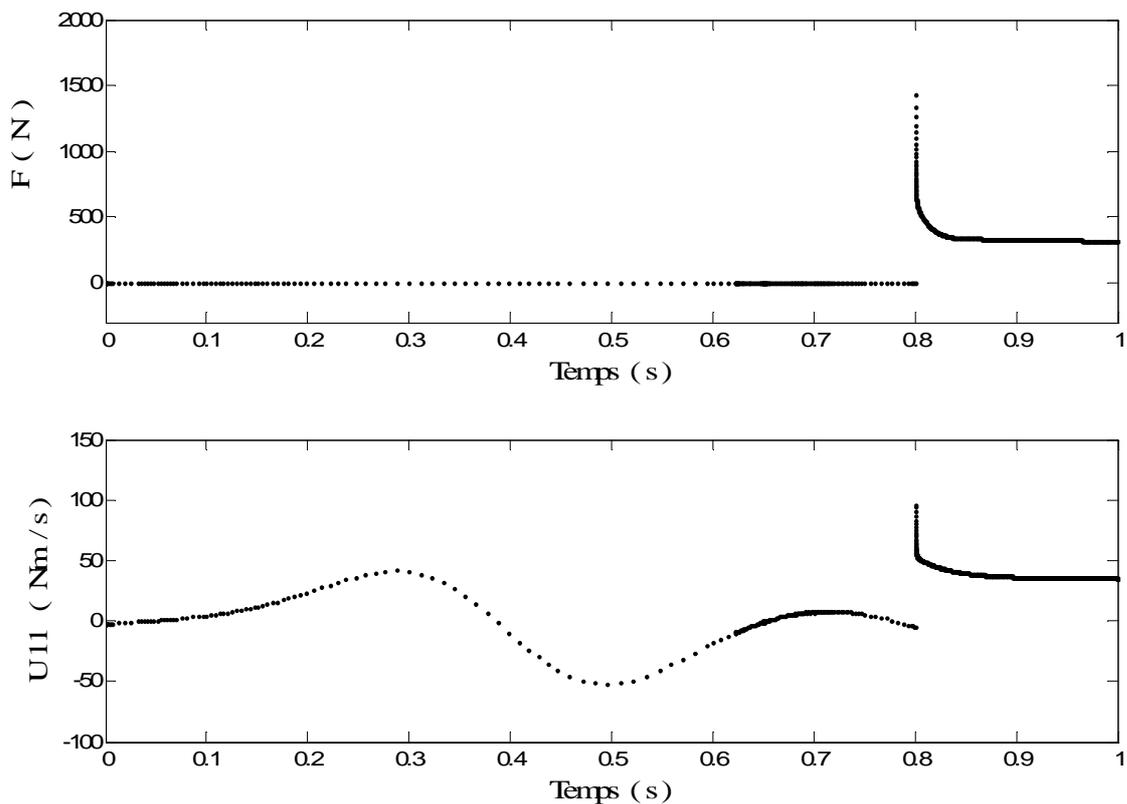


Figure 4.15 : Evolution de la force de réaction du sol et du couple de commande U_{11} lors la réalisation d'un pas de marche complet

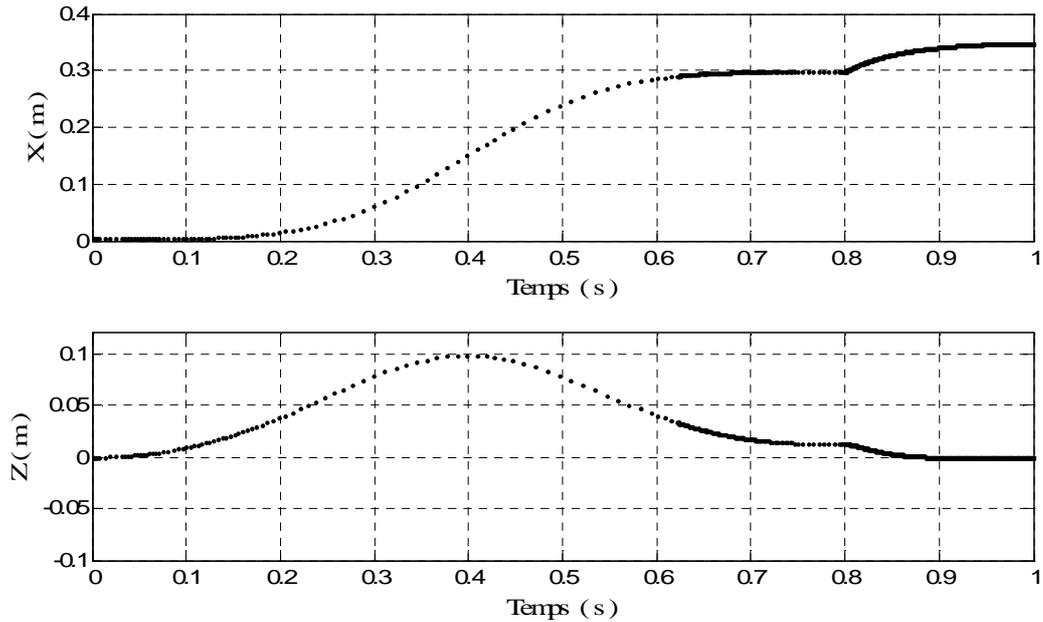


Figure 4.16 : Evolution des composantes cartésiennes réelles du pied en mouvement lors la réalisation d'un pas de marche complet

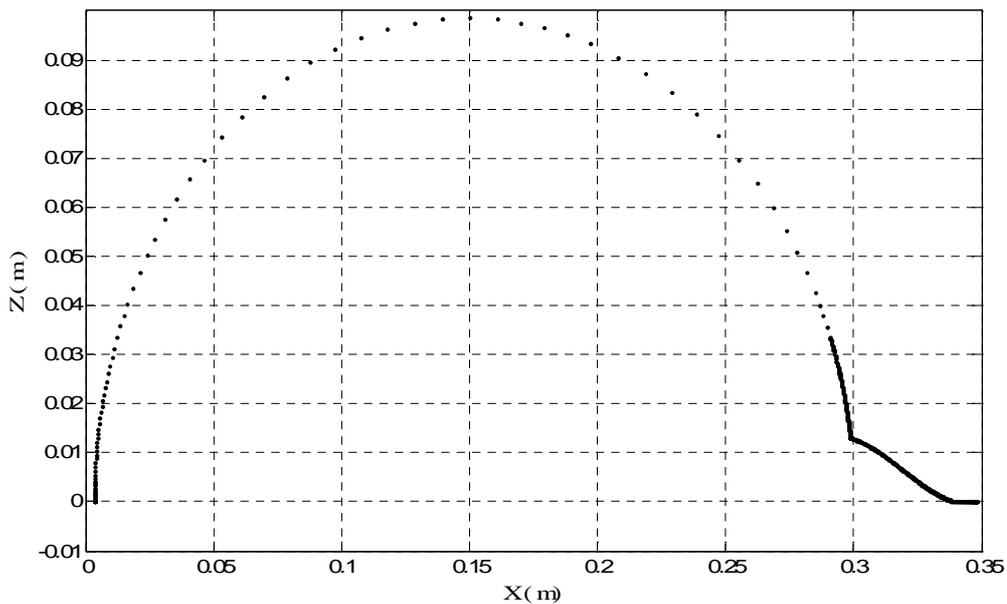


Figure 4.17 : Trajectoire cartésienne réelle du pied en mouvement lors la réalisation d'un pas de marche complet

La Figure 4.15 met en évidence une résultante de la force de réaction du sol nulle pendant toute la phase libre puis une réponse impulsionnelle de cette même force durant la phase d'impact atteignant une valeur maximale de 1450 N. Au cours de la phase de double support, la résultante de la force de réaction du sol décroît progressivement jusqu'à atteindre 300 N et

s'y maintient jusqu'à l'achèvement du pas. Cette valeur correspond à la composante verticale de la force externe de référence. Le couple de commande U_{11} relatif à la mise en mouvement du pied gauche atteint sa valeur maximale au moment de l'impact puis il se stabilise à une faible valeur durant le double support car la commande a atteint son objectif et que la position finale désirée est presque atteinte.

La Figure 4.16 met en évidence l'évolution des positions cartésiennes réelles du pied en mouvement au court du temps lors de la réalisation d'un pas complet de marche. Au moment de l'impact, il apparaît clairement que les positions cartésiennes en x et en z observent un ralentissement de leur vitesse de convergence pour éviter que le pied ne s'enfonce dans le sol. Les positions cartésiennes désirées sont atteintes à $t_f = 1s$ soit à l'achèvement du pas.

La trajectoire cartésienne du pied en mouvement est représentée dans la Figure 4.17 pour la réalisation d'un pas de marche complet. Durant la phase libre, le pied en mouvement du bipède emprunte une trajectoire en forme de demi-ellipse se rapprochant ainsi du mouvement réalisé par le pied humain lors d'un pas de marche. Lors du contact, la trajectoire suivie par le bipède s'apparente à un segment de droite de pente négative et à la fin de cette phase, on observe un glissement de la jambe sur la surface de contact.

4.5. Génération d'un cycle de marche avec synchronisation des mouvements des bras

Dans cette dernière partie, nous proposons en premier lieu le principe de réalisation d'un cycle de marche complet et les résultats de simulation correspondants, puis établissons la commande du torse et bras anthropomorphiques pour la réalisation du balancement des bras. Enfin, nous livrons une simulation du robot humanoïde complet en intégrant la mise en mouvement des bras lors de la réalisation d'un cycle de marche.

4.5.1 Génération d'un cycle de marche

La génération d'un cycle de marche implique la succession de deux pas initiés par des pieds différents. Nous avons ultérieurement proposé la réalisation d'un pas de marche complet par le pied gauche incluant les phases de simple support, impact et double support. Nous présentons à ce niveau le principe de réalisation d'un pas complet par le pied droit et la mise en œuvre de l'alternance des pas.

En effet, la réalisation d'un pas alterné n'affecte pas la modélisation dynamique du système robotique. Par contre, elle implique une modélisation géométrique directe différente. Rappelons que pour la réalisation d'un pas par le pied en mouvement, nous avons utilisé le

modèle géométrique permettant d'exprimer la pointe du pied gauche X_7 en fonction de tous les autres membres. Nous avons obtenu l'expression (4.11). Pour initier un pas avec le pied droit, nous devons exprimer la pointe du pied droit X_1 en fonction de tous les autres corps rigides en partant du pied de support X_7 :

$$X_1 = A_1 (L_1 - K_1) - A_2 (L_2 - K_2) - A_3 (L_3 - K_3) + A_4 (L_4 - K_4) - A_5 (L_5 - K_5) - A_6 (L_6 - K_6) + A_7 (L_7 - K_7) \quad (4.35)$$

Le modèle géométrique inverse est alors donné par:

$$\Phi - \Phi_d = J_{cd1}^+ (X_1 - X_{1,d}) \quad (4.36)$$

Où J_{cd1}^+ est la pseudo inverse de la matrice Jacobienne définie par :

$$J_{cd1} = \frac{\partial X_1(\Phi)}{\partial \Phi}$$

La mise en œuvre de la commande par *Minimum Jerk* pour la réalisation d'un pas de marche avec le pied droit selon la méthode que nous avons proposée implique de suivre rigoureusement la méthodologie proposée. Ainsi, nous imposerons à la pointe du pied droit en mouvement de décrire, dans le plan cartésien tridimensionnel, la trajectoire désirée suivante :

$$X_{1,d} = [0.15 + 0.3 \cos(16.5Y_2(t) + \pi) \quad 0.53 \quad 0.1 \sin(16.5Y_2(t) + \pi)]^T \quad (4.37)$$

Pendant la phase de simple support, la commande appliquée est identique à celle donnée en (4.21). Ceci s'explique par le fait que la commande est exprimée dans l'espace articulaire en fonction des joints angulaires dont l'expression ne change pas selon le pied en mouvement.

Pour la réalisation des phases d'impact et de double support, le système robotique décrit par (4.31) subit la force de réaction du sol :

$$F = F_c - K_d (X_{1,d} - X_1) - B_d (\dot{X}_{1,d} - \dot{X}_1) - M_d (\ddot{X}_{1,d} - \ddot{X}_1) \quad (4.38)$$

Nous conserverons les mêmes paramètres environnementaux, de force de réaction du sol et de gains de commande que ceux donnés respectivement en (4.35), (4.36) et (4.37) pour l'application de la commande :

$$U = D^{-1} \cdot J_{cont}^+ [K_P (X_{1,d} - X_1) - K_v \cdot \dot{X}_1 + K_f (F_c - F) + F_c] + D^{-1} \cdot G(\Phi) \quad (4.39)$$

Les résultats de simulation concernent la mise en œuvre de trois pas alternés en commençant par le pied gauche, chaque pas se faisant sur une durée de 1s. Les coordonnées en z des positions cartésiennes des deux pieds effecteurs X_1 et X_7 sont reprises dans la Figure 4.18. La résultante de la force de réaction du sol est représentée sur le Figure 4.19. Enfin, la Figure 4.20 illustre les positions successives prises par le bipède lors de la réalisation de trois pas de marche par alternance.

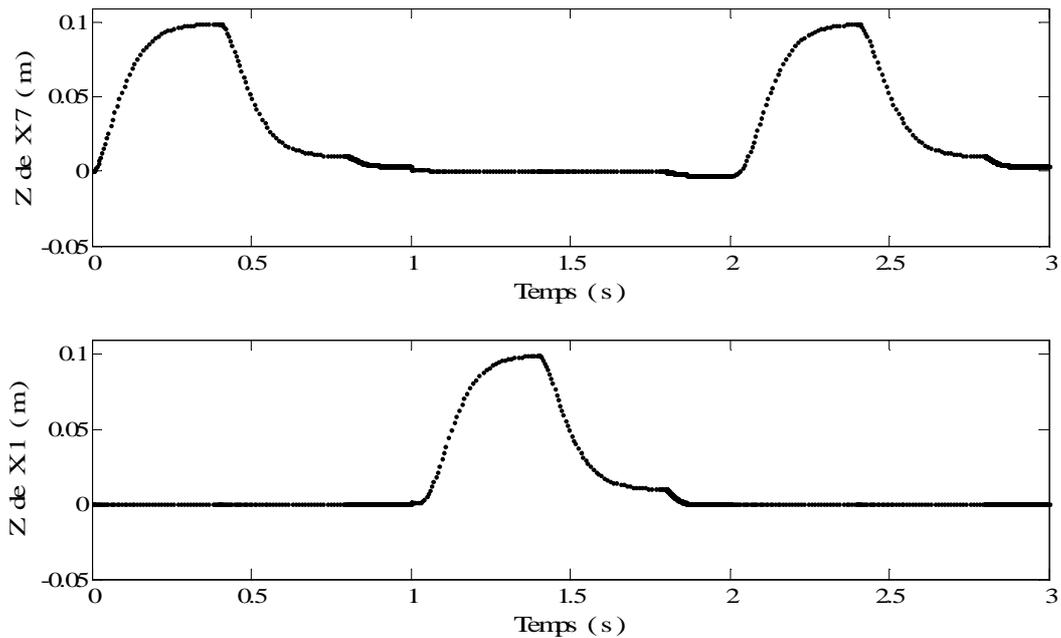


Figure 4.18 : Evolution des composantes cartésiennes en z du pied gauche X_7 et du pied droit X_1 lors de la réalisation de trois pas alternés de marche.

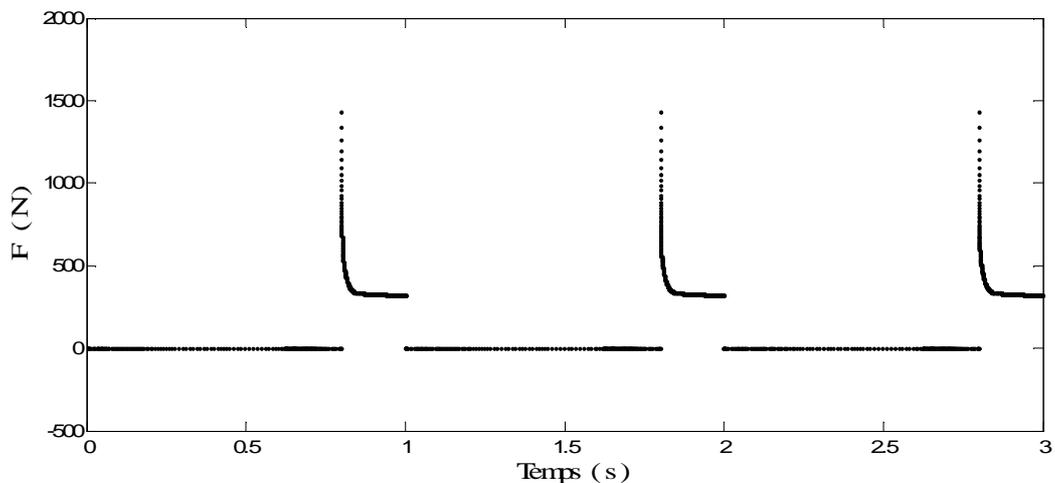


Figure 4.19 : Evolution de la résultante de la force de réaction du sol lors de la réalisation de trois pas alternés de marche

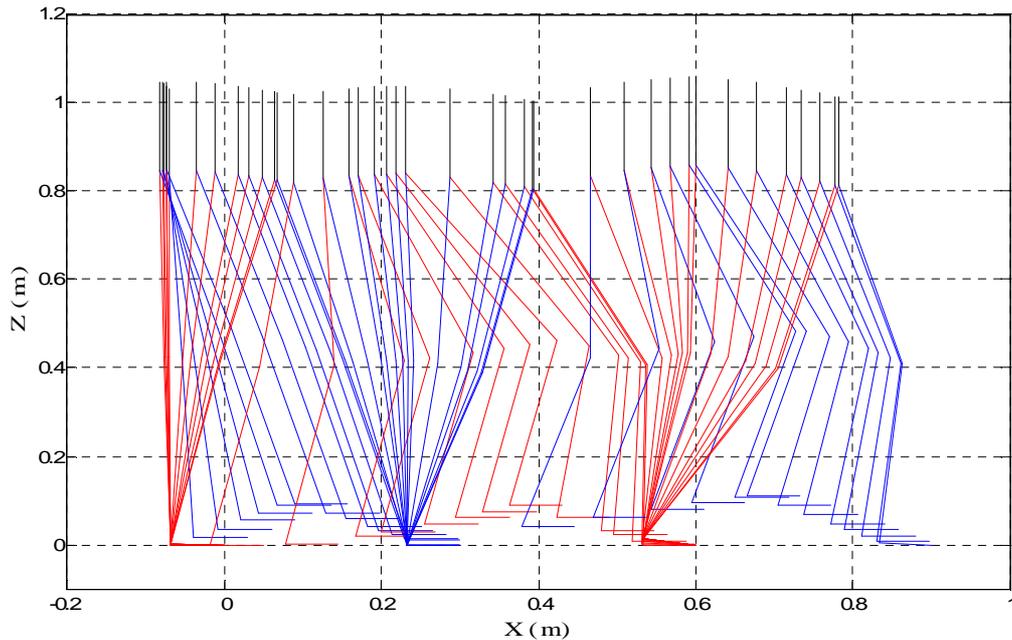


Figure 4.20 : Cycle de marche dans le plan sagittal [Aloulou & Boubaker, 2015]

La Figure 4.18 illustre les composantes cartésiennes en z du pied gauche X_7 et du pied droit X_1 lors de la réalisation de trois pas de marche. Elle met clairement en évidence l'alternance des pieds effecteurs au cours du temps.

La Figure 4.19 fait apparaître la succession des différentes phases de simple support, impact et double support pour chacun des trois pas. Ainsi, la phase de double support du pied gauche est instantanément suivie de la phase de simple support du pied droit.

La Figure 4.20 représente dans le plan sagittal les différentes postures adoptées par le bipède de la position initiale à la position finale lors de la réalisation de trois pas de marche alternés par application d'une commande par minimisation du *Jerk* selon la méthode que nous avons proposée pendant les phases libre et une commande par impédance durant les phases de contact. Pour plus de clarté et afin de mieux discerner les deux jambes, nous représentons la jambe et le pied gauche en bleu et la jambe et le pied droit en rouge. On observe clairement la réalisation de deux pas par le pied gauche et entre les deux un pas par le pied droit. Tout au long de la mise en œuvre de la marche, le tronc reste droit assurant ainsi le maintien de l'équilibre du bipède.

4.5.2 Mise en œuvre du balancement des bras

La réalisation d'un simple écartement des bras, de leur balancement dans un mouvement de va-et-vient ou encore une mise en mouvement destinée à accompagner la marche sont autant de mouvements qui n'impliquent aucun contact avec l'environnement. La commande du torse et bras anthropomorphiques se fera donc toujours en considérant le système robotique libre décrit par la modélisation dynamique donnée en (4.10) par application de la loi de commande linéarisante (4.21) pour un vecteur Φ représentant le vecteur des variables articulaires non nulles donné par:

$$\Phi = [\Phi_{13} \ \Phi_{14} \ \Phi_{15} \ \Phi_{16} \ \Phi_{17} \ \Phi_{18} \ \Phi_{19} \ \Phi_{20} \ \Phi_{21} \ \Phi_{22} \ \Phi_{23} \ \Phi_{24} \ \Phi_{25} \ \Phi_{26}]^T \quad (4.40)$$

Rappelons que le modèle géométrique direct des deux extrémités anthropomorphiques est donné par:

$$X_{12} = A_{12} (L_{12} - K_{12}) + A_{11} (L_{11} - K_{11}) + A_{10} (L_{10} - K_{10}) + A_8 (L_8 - K_8) \quad (4.41)$$

$$X_{15} = A_{15} (L_{15} - K_{15}) + A_{14} (L_{14} - K_{14}) + A_{13} (L_{13} - K_{13}) + A_8 (L_8 - K_8) \quad (4.42)$$

où X_{12} et X_{15} représentent respectivement des expressions implicites de la main droite et de la main gauche en fonction des variables articulaires Φ_i ($i = 13 \dots 26$) et des matrices de transformation d'Euler A_j ($j = 8 \dots 15$). Le modèle cinématique du torse et des bras anthropomorphiques est décrit par :

$$\Phi = J_{c2}^+ \begin{pmatrix} X_{12} - X_{12,d} \\ X_{15} - X_{15,d} \end{pmatrix} + \Phi_d \quad (4.43)$$

où J_{c2}^+ est la pseudo inverse de la matrice Jacobienne définie par :

$$J_{c2} = \left[\frac{\partial X_{12}(\Phi)}{\partial \Phi} \quad \frac{\partial X_{15}(\Phi)}{\partial \Phi} \right]^T \quad (4.44)$$

et $X_{12,d}$, $X_{15,d}$ et Φ_d représentent respectivement les positions cartésiennes désirées des mains droite et gauche et les positions articulaires désirées.

En utilisant le modèle cinématique inverse (4.43) et pour des positions initiales des mains droite et gauche :

$$X_{12_initial} = [-0.05 \ 0 \ -0.45]^T \quad \text{et} \quad X_{15_initial} = [0.01 \ 0 \ -0.45]^T$$

Nous obtenons la combinaison de positions angulaires initiales suivante :

$$\Phi_{initial} = [0 \ 0 \ 0.082 \ 0.028 \ 0.246 \ -0.004 \ -0.007 \ -0.154 \ -0.301 \ -0.175 \\ -0.065 \ 0.222 \ 0.020 \ -0.0361]^T$$

Nous devons également spécifier les contraintes sur les positions finales désirées des mains droite et gauche dans le plan cartésien. Nous avons opté pour :

$$X_{12_d} = [-0.25 \ -0.02 \ -0.3]^T \quad \text{et} \quad X_{15_d} = [0.15 \ -0.02 \ -0.35]^T$$

Par application de l'algorithme de cinématique inverse (4.43), nous obtenons:

$$\Phi_{final} = [0 \ 0 \ 0.060 \ -0.525 \ 0.004 \ 0.649 \ 0.040 \ 1.952 \ -0.078 \ 0.561 \ 0.227 \\ -0.631 \ -0.176 \ -0.345]^T$$

La Figure 4.21 représente dans l'espace tridimensionnel les différentes postures adoptées par la partie supérieure du robot Humanoïde lors de la mise en mouvement des deux bras. On constate que seuls les deux-bras, avant-bras et mains effectuent un mouvement allant de l'intérieur du corps vers l'extérieur. Ce mouvement d'écartement des bras s'apparente à la gestuelle d'un être humain lorsqu'il écarte ses mains de son corps.

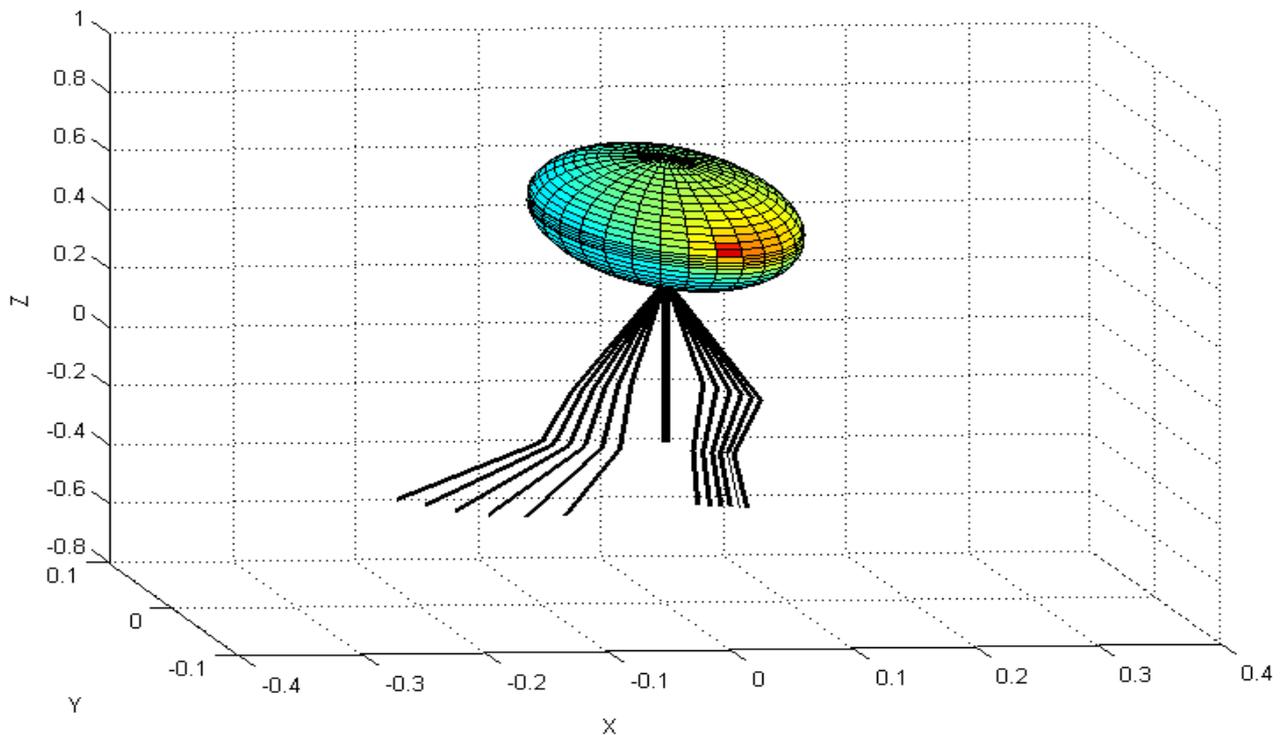


Figure 4.21 : Positions intermédiaires du torse et bras anthropomorphiques lors de la mise en mouvement des deux bras.

4.5.3 Mise en mouvement du robot humanoïde complet

Tout au long de la mise en œuvre de ce travail, nous avons constamment abordé les deux systèmes robotiques composant le robot humanoïde: torse et bras anthropomorphiques d'une part et partie bipédale d'autre part comme deux systèmes indépendants. Ceci tant au niveau des modélisations cinématique et dynamique qu'au niveau de la commande. La mise en œuvre du robot humanoïde complet consiste à associer les deux systèmes robotiques en harmonisant certains mouvements des bras avec ceux des jambes de façon à obtenir comme dans le cas de la marche humaine une marche robotique accompagnée d'une gestuelle des bras appropriée. Cela implique :

- la prise en compte du joint de type encastrement au niveau de la modélisation géométrique.
- la mise en œuvre d'une commande hiérarchisée permettant la synchronisation de la partie supérieure en fonction du cycle de marche ou alors l'élaboration d'objectifs de commande séparés mais permettant d'aboutir en définitif à une marche accompagnée de mouvements des bras appropriés.

En vue de réaliser la mise en mouvement du robot humanoïde complet, nous choisissons de conserver des commandes séparées et d'élaborer en contrepartie des objectifs de position, vitesse et temps permettant d'atteindre le résultat escompté. A cet effet, nous imposons aux bras de s'écarter du tronc progressivement en fonction de la phase du cycle de marche considérée par la spécification de temps de réalisation similaires. Ainsi, la Figure 4.22 fournit dans l'espace tridimensionnel les postures successives adoptées par le robot Humanoïde lors de la réalisation de deux pas alternés.

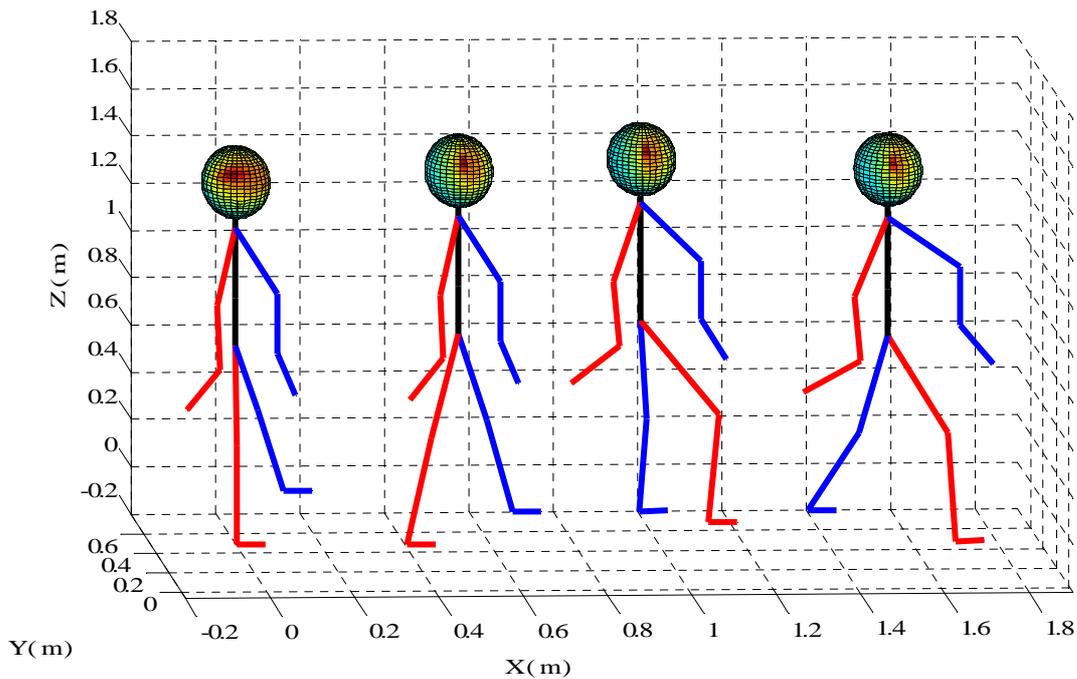


Figure 4.22 : Positions intermédiaires de l’humanoïde complet lors de la réalisation d’un cycle de marche accompagné du balancement des bras [Aloulou & Boubaker, 2015]

Quatre postures différentes sont représentées sur la Figure 4.22. Le bras et le pied droits sont représentés en rouge tandis que le bras et le pied gauches apparaissent en bleu. Les deux premières postures illustrent le robot Humanoïde lors de la réalisation d’un pas de marche avec le pied gauche. Les troisième et quatrième postures correspondent à la réalisation d’un pas de marche avec le pied droit.

4.6. Conclusion

La commande des deux systèmes robotiques étudiés soit torse et bras anthropomorphiques d’une part et partie bipédale d’autre part est au cœur de ce chapitre. Ainsi, nous avons en premier lieu investi le domaine de la commande par Minimum jerk via un état de l’art exhaustif et complet de l’avènement de cette commande en 1984 jusqu’aux applications les plus récentes. Ceci nous a permis d’introduire notre contribution majeure qui réside dans la proposition d’une nouvelle méthode d’application du critère de minimisation du Jerk différente des méthodes usuelles Point-to-Point et Via-point. Cette méthodologie inédite a été validée par son application au robot bipède libre pour la réalisation d’un pas de marche en phase de simple support. Nous avons ensuite investi le domaine de la commande par impédance pour réaliser la commande du système bipédale contraint lors de la mise en œuvre des phases d’impact et de post-impact. La commande par Minimum Jerk du bipède libre en

phase de simple support et la commande par impédance du bipède contraint en phases d'impact et de contact ont permis la réalisation d'un pas de marche complet. L'élaboration d'un cycle de marche avec des pas de marche alternés repose sur la succession de ces trois phases avec alternance du pied effecteur considéré. Concernant le torse et bras anthropomorphiques, nous appliquons une commande linéarisante au système robotique libre en vue de permettre aux deux mains d'atteindre les positions cartésiennes spécifiées. Enfin, pour réaliser la mise en mouvement du robot Humanoïde complet, nous imposons aux mains de réaliser un écartement progressif en fonction de la phase du cycle de marche considérée en agissant sur le temps de réalisation de la gestuelle des bras. Une synchronisation plus rigoureuse des deux systèmes robotiques composant le robot Humanoïde à travers la mise en œuvre d'une commande hiérarchisée constitue une perspective de ce travail de recherche.

Conclusion générale

L'étude présentée dans ce mémoire apporte une contribution à la réduction de la dimension des modèles dynamiques des robots humanoïdes et à l'optimisation par *Minimum Jerk* de la locomotion de ces robots dans un espace tridimensionnel. Les méthodologies proposées ont été validées sur un nouveau prototype de robot humanoïde féminin de masse 70 kg et de hauteur 1,73m et doté de quinze corps rigides auxquels sont associés vingt-six degrés de liberté de type rotoïde.

Au niveau de la caractérisation du modèle anthropométrique du robot Humanoïde conçu, nous avons dans un premier temps recouru au modèle de Winter qui livre des proportions segmentaires normalisées indicatives permettant ainsi le calcul des distances proximales et distales de chaque corps rigide. Puis, nous avons exploité le modèle statistique de Dempster en assimilant la tête et le cou à une sphère, le tronc et le bassin à des parallélépipèdes et tous les autres membres à des cylindres. Ceci a permis l'obtention de résultats satisfaisants quant à la détermination de la masse, de la densité volumique et de la position du centre de gravité de chaque corps rigide du robot conçu.

Deux systèmes robotiques indépendants composant le robot Humanoïde complet ont été considérés pour l'établissement des modèles cinématiques et dynamiques du robot bipède et torse et bras anthropomorphiques. Les modèles cinématique et cinématique inverse établis via la méthode de transformation par les angles d'Euler ont fait preuve d'une précision irréprochable lors d'une validation par un certain nombre de scénarios standards souvent utilisés dans le domaine de la robotique Humanoïde pour atteindre de tels objectifs.

Lors de l'établissement du modèle dynamique tridimensionnel des deux systèmes robotiques : robot bipède et torse et bras anthropomorphiques, nous avons proposé une méthode pertinente de réduction des systèmes robotiques permettant l'obtention de modèles exploitables en simulation et en commande. Cette méthodologie applicable à tout système robotique constitue une méthode complète et exhaustive se basant sur le formalisme de Newton-Euler pour aboutir à un modèle dynamique tridimensionnel réduit moyennant certains calculs et transformations mathématiques. Elle a permis une réduction significative de la dimension du modèle dynamique du bipède qui passe de 42 variables d'état à finalement seulement 12. Pour le robot torse et bras anthropomorphiques, elle a contribué à l'obtention d'un modèle réduit de dimension 14 à partir d'un système initial de dimension 48.

Suite à l'analyse des propriétés intrinsèques des systèmes robotiques, une élaboration des lois de commande nécessaires à la réalisation d'un cycle de marche avec balancement des bras a

été proposée. Pour la commande du bipède libre en phase de simple support, nous avons proposé une méthode d'application du critère de minimisation du *Jerk*. Cette approche trouve principalement sa différence dans l'élaboration d'une trajectoire de référence dans le plan cartésien en spécifiant des contraintes sur les positions, vitesses et accélérations à chaque itération temporelle et non pas seulement aux conditions aux limites ou aux points intermédiaires telles que les méthodes usuelles *Point-to-Point* ou *Via-point*. Pour la commande du bipède contraint en phases d'impact et de contact, nous avons exploité la commande par impédance qui présente l'avantage de tenir compte des paramètres environnementaux relatifs au type de sol et à la nature du contact. La succession des trois phases de simple support, impact et double support avec alternance du pied effecteur considéré contribue à la mise en œuvre d'un cycle de marche complet. Pour la mise en mouvement du torse et bras anthropomorphiques, nous appliquons une commande linéarisante au système robotique libre en vue de permettre aux deux mains d'atteindre les positions cartésiennes spécifiées. Enfin, pour réaliser la synchronisation des deux systèmes robotiques composant le robot Humanoïde, nous imposons aux mains de réaliser un écartement progressif en fonction de la phase du cycle de marche considérée en agissant sur le temps de réalisation de la gestuelle des bras.

Bien que les objectifs fixés pour la réalisation d'un cycle de marche aient été achevés, certains aspects de cette étude constituent des voies de recherche dont l'exploration peut s'avérer pertinente et profitable au domaine de la recherche robotique Humanoïde actuelle.

En effet, tout au long de cette étude le robot torse et bras anthropomorphiques est uniquement considéré pendant la phase libre. Aucun contact avec l'environnement n'a été envisagé. Une extension possible de ce travail serait de traiter également le cas contraint pendant la réalisation de tâches d'agrippage d'objets, de serrage de main ou de collusion avec d'autres objets.

Enfin, pour réaliser la synchronisation entre les deux systèmes robotiques composant le robot Humanoïde : torse et bras anthropomorphiques d'une part et partie bipédale d'autre part, nous avons choisi de conserver des lois de commande séparées en imposant des contraintes temporelles sur les objectifs de position et de vitesse. Cette approche est assez contraignante car elle implique des contraintes très restrictives sur les lois de commande. Une autre démarche serait de considérer la mise en œuvre d'une commande hiérarchisée permettant la synchronisation de la partie supérieure du robot humanoïde en fonction du cycle de marche par la génération de boucles de retour imbriquées.

Références bibliographiques

[Abdellatif & Heimann, 2009] H. Abdellatif, B. Heimann, “Computational efficient inverse dynamics of 6-DOF fully parallel manipulators by using the Lagrangian formalism,” *Journal of Mechanism and Machine Theory*, vol. 44, p.192–207.

[Akhratuzzaman & Shafie, 2010] M. Akhratuzzaman , A. A. Shafie, “Advancement of android and contribution of various countries in the research and development of the humanoid platform,” *International Journal of Robotics and Automation (IJRA)*, vol. 1, n°2, pp. 43-57.

[Albers et al., 2006a] A. Albers, S. Brudniok, J. Ottnad, C. Sauter, K. Sedchaicharn, “ARMAR III – design of the upper body,” *IEEE International Conference on Humanoid Robots*, pp. 308-313.

[Albers et al., 2006b] A. Albers, S. Brudniok, J. Ottnad, C. Sauter, K. Sedchaicharn, “Upper body of a new humanoid robot - the design of ARMAR III,” *Technical report, Institute of Product Development University of Karlsruhe (TH)*.

[Alfredo et al., 2009] R. Alfredo, O. Riosa, R. J. Romero-Troncoso, G. Herrera-Ruiza, R. Castaneda-Miranda, “FPGA implementation of higher degree polynomial acceleration profiles for peak jerk reduction in servomotors” *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 25, pp. 379–392.

[Allard & Blanchi, 2000] P. Allard, J.P. Blanchi, “Analyse du mouvement humain par la biomécanique,” *Décarié*.

[Allgöwer & Zheng, 2000] F. Allgöwer, A. Zheng, *Nonlinear model predictive control*. Berlin: Birkhauser.

[Aloulou & Boubaker, 2010a] A. Aloulou, O. Boubaker, “Modeling and controlling a humanoid robot in the three dimensional space,” *IEEE/RSJ, International Symposium on Robotics and Intelligent Sensor (IRIS2010)*, Nagoya, Japon, 8-11 mars 2010, pp. 188-193.

[Aloulou & Boubaker, 2010b] A. Aloulou, O. Boubaker, “Control of a step walking combined to arms swinging for a three dimensional humanoid prototype,” *Journal of Computer Science*, vol. 6, n° 8, pp. 886-895.

[Aloulou & Boubaker, 2011] A. Aloulou, O. Boubaker, “Minimum Jerk-based control for a three dimensional bipedal robot , *Lecture Notes In Computer Science*, vol. 7102, pp. 251-262.

[Aloulou & Boubaker, 2012] A. Aloulou, O. Boubaker “A Relevant reduction method for dynamic modeling of a seven-linked humanoid robot in the three-dimensional space,” *Procedia Engineering*, vol. 41, pp. 1277-1284.

[Aloulou & Boubaker, 2013a] A. Aloulou, O. Boubaker “On the dynamic modeling of an upper-body humanoid robot in the three-dimensional space,” *IEEE International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices*, 18 – 21 Mars 2013, Hammamet, Tunisie.

[Aloulou & Boubaker, 2013b] A. Aloulou, O. Boubaker “Model Validation of a Humanoid Robot via Standard Scenarios,” *IEEE International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control & Computer Engineering*, Décembre 2013, Sousse, Tunisie.

[Aloulou & Boubaker, 2015] A. Aloulou, O. Boubaker, “A Minimum Jerk-Impedance controller for planning stable, smooth and safe walking patterns of biped robots,” . *Motion and Operation Planning of Robotics System: Background and Practical Approaches*, F. Gomez-Bravo, G. Carbone, Springer.

[Ambrose et al., 2000] R.O. Ambrose, H. Aldridge, R.S. Askew, R.R. Burridge, W. Bluethmann, M. Diftler, C. Lovchik, D. Magruder, F. Rehnmark, “Robonaut: NASA’s space humanoid,” *IEEE Intelligent Systems and Their Applications*, vol. 15, n° 4, pp. 57–63.

[Ambrose et al., 2005] R.O. Ambrose, Y. Zheng, B. Wilcox, “Humanoids,” *World Technology Evaluation Center, International Study of Robotics*.

[Amirabdollahian et al., 2002] F. Amirabdollahian, R. Loureiro, W. Harwin, “Minimum Jerk trajectory control for rehabilitation and haptic applications,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp.3380- 3385.

[Angeles, 2006] J. Angeles, *Fundamentals of robotic mechanical systems*, 3^{ème} édition, Springer, Berlin.

[Arevalo & Garcia, 2012] J.C. Arevalo, E. Garcia, “Impedance control for legged robots: an insight into the concepts involved,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, vol. 42, n°6, pp. 1400-1411.

[Asami, 1994] S. Asami, “Robots in Japan: present and future,” *IEEE Robotics & Automation Magazine*, IEEE, vol. 1, n° 2, pp. 22-26.

[Asano et al., 2000] F. Asano, M. Yamakita, K. Furuta, “Virtual passive dynamic walking and energy-based control laws,” IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, vol. 2, pp. 1149-1154.

[Asfour et al., 2006] T. Asfour, K. Regenstein, P. Azad, J. Schroder, A. Bierbaum, N. Vahrenkamp, R. Dillmann, “Armar-III: an integrated humanoid platform for sensory-motor control,” IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, pp. 169–175.

[Astrom & Wittenmark, 1995] K.J. Astrom, B. Wittenmark, Adaptive Control. New York: Addison-Wesley.

[Atkeson et al., 2000] C.G. Atkeson, J.G. Hale, M. Riley, S. Kotosaka, S. Schaul, T. Shibata, G. Tevatia, A. Ude, S. Vijayakumar, E. Kawato, M. Kawato, “Using humanoid robots to study human behavior,” Journal of Intelligent Systems and their Applications, vol. 15, n°4, pp. 46-56.

[Azevedo & Andref, 2000] C. Azevedo, N. Andref, Etude experimentale des premieres demarches du robot Bip2000. Rapport de recherche, INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique).

[Azevedo et al., 2004] C. Azevedo, P. Poignet, B. Espiau, “Artificial locomotion control: from human to robots,” Robotics and Autonomous Systems, vol. 47, n° 4, pp. 203-223.

[Bagheri & Miripour-Fard, 2011] A. Bagheri, B. Miripour-Fard, “Implementation of the model predictive control for on-line trajectory planning of a walking robot subjected to external disturbances,” International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications, pp. 590-594.

[Bekele et al., 2013] E. Bekele, U. Lahiri, A. Swanson, J. Crittendon, Z. Warren, N. Sarkar, “A step towards developing adaptive robot-mediated intervention architecture (ARIA) for children with autism,” IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, vol. 21 , n° 2, pp. 289 – 299.

[Bekey, 2008] G. A. Bekey, Robotics: State of the art and future challenges, Imperial College Press, Londres.

[Bernstein, 1976] N. Bernstein, The coordination and regulation of movements, Pergamon Press, Oxford.

- [Boonpratotong et al., 2008] A. Boonpratotong, S. Malisuwan, P. Degenaar, T. Veeraklaew, "A Minimum-jerk design of active artificial foot," *Mechtronic and Embedded Systems and Applications*, pp. 443 – 448.
- [Boscain & Piccoli, 2004] U. Boscain, B. Piccoli, *Optimal syntheses for control systems on 2D. Manifolds*, Berlin: Springer-Verlag.
- [Boubaker, 2013] O. Boubaker, "The inverted pendulum benchmark in nonlinear control theory: a survey," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10, pp. 233-242.
- [Breazeal, 2003] C. Breazeal, "Towards social robots," *Journal of Robotics and Autonomous Systems*, vol. 42, pp. 167-175.
- [Breazeal, 2007] C. Breazeal, "Sociable robots," *Advanced Robotics*, vol. 240, n°5, pp. 591-593.
- [Breazeal, 2009] C. Breazeal, "The role of expression in robots that learn from people," *Philosophical transactions of the Royal Society, Biological Sciences*, vol. 364 n° 1535, pp. 3527-3538.
- [Breuer & Takanishi, 2009] H. Breuer, A. Takanishi, "Robotic human science and humanoid robot development in Japan," *Technology Radar feature Paper, Edition II*, Waseda University Japan.
- [Bridgwater et al., 2012] L.B. Bridgwater, C.A. Ihrke, M.A. Diftler, M.E. Abdallah, N.A. Radford, J.M. Rogers, S. Yayathi, R.S. Askew, D.M. Linn, "The Robonaut 2: hand - designed to do work with tools," *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 3425 – 3430.
- [Brooks et al., 1999] R.A. Brooks, C. Breazeal, M. Marjanović, B. Scassellati, M.M. Williamson, "The Cog project: building a humanoid robot," *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 1562, pp. 52-87.
- [Bruce, 1984] T. Bruce, "Energy methods," *Advanced Dynamics for Engineers, HRW Series in Mechanical Engineering*, CBS College Publishing, Etats-unis.
- [Buschmann et al., 2009] T. Buschmann, S. Lohmeier, H. Ulbrich, "Biped walking control based on hybrid position/force control," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3019-3024.

[Castley & Oh, 2011] D. Castley, P. Oh, “Development and application of a gel actuator for the design of a humanoid robotic finger,” IEEE Conference on Technologies for Practical Robot Applications (TePRA), pp. 105-108.

[Chandler et al., 1975] R.F. Chandler, C.E. Clauser, J.T. McConville, H.M. Reynolds, J.W. Young, “Investigation of inertial properties of the human body,” AMRL Technical Report, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, pp101–107.

[Chang & Hurmuzlu, 1993] T.H. Chang, Y. Hurmuzlu, “Sliding control without reaching phase and its application to bipedal locomotion,” Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 115, n°3, pp. 447-455.

[Chang et al., 2009] W-H. Chang, C-H. Hsia, Y-C. Tai, S-H. Chang, F. Ye, J-S. Chiang, “An efficient object recognition system for humanoid robot vision, ” Joint Conferences on Pervasive Computing, pp. 209-214.

[Chang & Sabanovic, 2013] W-L. Chang, S. Sabanovic, “Potential use of robots in Taiwanese nursing homes,” International Conference on Human-Robot Interaction, pp. 99-100.

[Chemori & Alamir, 2004] A. Chemori and M. Alamir, “Generation of multi-steps limit cycles for rabbit using a low dimensional nonlinear predictive control scheme,” IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, vol. 3, pp. 2259–2264.

[Chemori & Alamir, 2006] A. Chemori and M. Alamir, “Multi-step limit cycle generation for Rabbit’s walking based on a nonlinear low dimensional predictive control scheme,” Mechatronics, vol. 16, n°5, pp. 259-277.

[Chemori, 2005] A. Chemori, Quelques contributions à la commande non linéaire des robots marcheurs bipèdes sous-actionnés. Thèse de doctorat, Laboratoire d'Automatique de Grenoble.

[Chen et al., 1986] B.R. Chen, M.J. Hines, H. Hemami, “Dynamic modeling for implementation of a right turn in bipedal walking,” Journal of biomechanics, vol. 19, n° 3, pp. 195-206.

[Chen & Li, 2008] X. Chen, Z. Li, “Walking pattern design and feedback control for humanoid robot,” IEEE World Congress on Intelligent Control and Automation, pp. 6590-6595.

- [Chevallereau & Aoustin, 2001] C. Chevallereau, Y. Aoustin, "Optimal reference trajectories for walking and running of a biped robot," *Robotica*, vol. 19, n° 5, pp. 557-569.
- [Chevallereau et al., 2003] C. Chevallereau, G. Abba, Y. Aoustin, F. Plestan, E.R. Westervelt, C. Canduas-de Wit, J.W. Grizzle, "RABBIT: a testbed for advanced control theory," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 23, n°5, pp. 57-79.
- [Chevallereau et al., 2009] C. Chevallereau, J.W. Grizzle, C-L. Shih, "Asymptotically stable walking of a five-link underactuated 3-D bipedal robot," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 25, n°1, pp. 37-50.
- [Cho et al., 2009] B.K. Cho, I.W. Park, J.H. Oh, "Running pattern generation of humanoid biped with a fixed point and its realization," *International Journal of Humanoid Robotics*, vol. 6, n°4, pp. 631-656.
- [Choi & Grizzle, 2005] J.H. Choi, J.W. Grizzle, "Planar bipedal walking with foot rotation," *IEEE American Control Conference*, pp. 4909-4916.
- [Choi & Grizzle, 2005] J.H. Choi, J.W. Grizzle, "Feedback control of an underactuated planar bipedal robot with impulsive foot action," *Robotica*, vol. 23, n°5, pp. 567-580.
- [Craig & Raibert, 1979] J.J. Craig, M.H. Raibert, "A systematic method of hybrid position/force control of a manipulator," *IEEE Conference on Computer Software and Applications*, pp. 446-451.
- [Craig, 2005] J.J. Craig, *Introduction to robotics: mechanics and control*, 3^{ème} édition, Pearson/Prentice Hall.
- [Dalibard et al., 2013] S. Dalibard, A. El Khoury, F. Lamiroux, A. Nakhaei, M. Taïx, J.P. Laumond, "Dynamic walking and whole-body motion planning for humanoid robots: an integrated approach," *International Journal of Robotics Research* (à paraître).
- [Dao, 2009] T.T. Dao, *Modélisation du système musculosquelettique des membres inférieurs: modèle biomécanique vs. Méta modèle*, Editions universitaires européennes, Sarrebruck.
- [Darmana, 2004] R. Darmana, "Le cycle de la marche normale," *La lettre de l'Observatoire du mouvement*, n°11, pp.2.

[Dautenhahn, 2007] K. Dautenhahn, “Socially intelligent robots: dimensions of human – robot interaction,” *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, vol. 362, n°1480, pp. 679-704.

[Dehghani & Fattah, 2010] R. Dehghani, A. Fattah, “Stability analysis and robust control of a planar underactuated biped robot,” *International Journal of Humanoid Robotics*, vol. 7, n°4, pp. 535-563.

[De Luca et al., 2001] A. De Luca, G. Oriolo, M. Vendittelli, *Control of wheeled mobile robots: an experimental overview*. Ramsete, pp. 181-226, Springer Berlin Heidelberg.

[Dempster & Gaughran, 1967] W.T. Dempster, G.R.L. Gaughran “Properties of body segments based on size and weight,” *American Journal of Anatomy*, vol. 120, p. 33-54.

[Dietrich et al., 2011] A. Dietrich, T. Wimbock, A. Albu-Schaffer, “Dynamic whole-body mobile manipulation with a torque controlled humanoid robot via impedance control laws,” *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3199-3206.

[Diftler et al., 2011] M.A. Diftler, J.S. Mehling, M.E. Abdallah, N.A. Radford, L.B. Bridgwater, A.M. Sanders, R.S. Askew, D.M. Linn, J.D. Yamokoski, F.A. Permenter, B.K. Hargrave, R. Piatt, R.T. Savely, R.O. Ambrose, “Robonaut 2 - The first humanoid robot in space,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2178 - 2183.

[Dimitrov et al., 2011] D. Dimitrov, A. Sherikov, P.B. Wieber, “A sparse model predictive control formulation for walking motion generation,” *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2292-2299.

[Edwards & Spurgeon, 1998] C. Edwards, S. K. Spurgeon, *Sliding mode control: Theory and applications*. Taylor and Francis.

[Erbatur & Seven, 2007] K. Erbatur, U. Seven, “An inverted pendulum based approach to biped trajectory generation with swing leg dynamics,” *IEEE International Conference on Humanoid Robots*, pp. 216 -221.

[Erbatur & Kurt, 2009] K. Erbatur, O. Kurt, “Natural ZMP trajectories for biped robot reference generation,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 3, pp. 835 – 845.

[Erkorkmaz & Altintas, 2001] K. Erkorkmaz, Y. Altintas, “High speed CNC system design. Part I: jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation,” *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 41, pp. 1323–1345.

[Fatehi et al., 2010] N. Fatehi, M. Asadpour, A. Akbarimajd, L. Majdi, “A Learning approach to optimize walking cycle of a passivity-based biped robot,” *International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*.

[Featherstone, 2008] R. Featherstone, *Rigid body dynamics algorithms*, Springer, Londres.

[Ferreira et al., 2009] J. P. Ferreira, M.M. Crisostomo, A.P. Coimbra, “SVR versus neural-fuzzy network controllers for the sagittal balance of a biped robot,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 20, n°12, pp. 1885-1897.

[Findeisen et al., 2006] R. Findeisen, F. Allgöwer, L. Biegler, *Assessment and future directions of nonlinear model predictive control*, Springer, Berlin.

[Flash & Henis, 1991] T. Flash and E. Henis, “Arm trajectory modification during reaching toward visual targets,” *Journal of Cognitive Neuroscience*, vol. 3, pp. 220-230.

[Flash & Hogan, 1985] T. Flash, N. Hogan, “The coordination of arm movements: an experimentally confirmed mathematical model,” *Journal of Neuroscience*, vol. 5, pp. 1688-1703.

[Fong et al., 2003] T. Fong, I. Nourbakhsh, K. Dautenhahn, “A survey of socially interactive robots,” *Journal of Robotics and Autonomous Systems*, vol. 42, n°3-4, pp. 143-166.

[Fu et al., 1987] K.S. Fu, R.C. Gonzalez, C.S. Lee, *Robotics: control, sensing, vision and intelligence*, Mc Graw-Hill, New York.

[Fu & Chen, 2007] C. Fu, K. Chen, “Section-map stability criterion for biped robots Part I: Theory,” *International Conference on Mechatronics and Automation*, pp. 1529-1534.

[Fuji et al., 2011] S. Fuji, M. Date, Y. Nagai, Y. Yasuhara, T. Tanioka, F. Ren, “Research on the possibility of humanoid robots to assist in medical activities in nursing homes and convalescent wards,” *International Conference on Natural Language Processing and Knowledge Engineering*, pp. 459-463.

- [Fujimoto & Kawamura, 1996] Y. Fujimoto, A. Kawamura, “Proposal of biped walking control based on robust hybrid position/force control,” IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 3, pp. 2724-2730.
- [Garcia et al., 2007] E. Garcia, M.A. Jimenez, P.G. De Santos, M. Armada, “The evolution of robotics research,” IEEE Robotics & Automation Magazine, vol. 14, n° 1, pp. 90-103.
- [Gasparetto & Zanotto, 2008] A. Gasparetto, V. Zanotto, “A technique for time-jerk optimal planning of robot trajectories,” Journal of Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 24, n°3, pp. 415-426.
- [Gasparetto & Zanotto, 2010] A. Gasparetto, V. Zanotto, “Optimal trajectory planning for industrial robots,” Journal of Advances in Engineering Software, vol. 41, n°4, pp. 548—556.
- [Ge et al., 1998] S.S. Ge, T.H. Lee, C.J. Harris, Adaptive neural network control of robotic manipulators. Singapore: World Scientific.
- [Ge et al., 2012] S.S. Ge, Z. Li, H. Yang, “Data driven adaptive predictive control for holonomic constrained under-actuated biped robots,” IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 20, n°3, pp. 787-795.
- [Geng et al., 2006] T. Geng, B. Porr, F. Wörgötter, “A reflexive neural network for dynamic biped walking control,” Neural computation, vol. 18, n°5, pp. 1156-1196.
- [Goddard et al., 1992] R.E. Goddard, Y-F. Zheng, H. Hemami, “Control of the heel-off to toe-off motion of a dynamic biped gait,” IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 22, n°1, pp. 92-102.
- [Goldstein, 1980] H. Goldstein, “The Euler Angles,” Classical Mechanics, 2^{ème} edition, Reading, Addison-Wesley, Massachusetts.
- [Goodrich & Schultz, 2007] M.A. Goodrich, A.C. Schultz, “Human–Robot Interaction: A Survey,” Foundations and trends in human–computer interaction, vol. 1, n° 3, pp. 203-275.
- [Goswami, 1999] A. Goswami, “Foot rotation indicator (FRI) point: a new gait planning tool to evaluate postural stability of biped robots,” IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 1, pp. 47-52.

[Goswami et al., 1996] A. Goswami, B. Espiau, A. Keramane, "Limit cycles and their stability in a passive bipedal gait," IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 246-251.

[Goswami et al., 1998] A. Goswami, B. Thuilot, B. Espiau, "A study of the passive gait of a compass-like biped robot symmetry and chaos," International Journal of Robotics Research, vol. 17, n°12, pp. 1282-1301.

[Greene, 1972] P. H. Greene, "Problems of organization of motor systems," Progress in Theoretical Biology, vol. 2, pp. 303-338.

[Gritli et al., 2012] H. Gritli, S. Belghith, N. Khraief, "Cyclic-fold bifurcation and boundary crisis in dynamic walking of biped robots," International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 22, n°10.

[Grizzle et al., 2001] J. W. Grizzle, G. Abba, F. Plestan, F. "Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 46, n°1, pp. 51-64.

[Gyorfi & Wu, 2006] J.S. Gyorfi, W. Chi-Haur, "A Minimum-Jerk speed-planning algorithm for coordinated planning and control of automated assembly manufacturing," IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, vol. 3, n° 4, pp. 454 – 462.

[Hahn, 2002] H. Hahn, Rigid body dynamics of mechanisms - 1 Theoretical Basis, Springer, Berlin.

[Hamon et al., 2013] A. Hamon, Y. Aoustin, S. Caro, "Two walking gaits for a planar bipedal robot equipped with a four-bar mechanism for the knee joint," Multibody System Dynamics, pp. 1-25.

[Harada et al., 2010] K. Harada, S. Hattori, H. Hirukawa, M. Morisawa, S. Kajita, E. Yoshida, "Two-stage time-parametrized gait planning for humanoid robots," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 15, n°5, pp. 694-703.

[Hemami, 1982] H. Hemami, "Some aspects of Euler-Newton equations of motion," Archive of Applied Mechanics," vol.52, no. 3-4, p. 167-176.

[Hemami, 2002] H. Hemami, "A general framework for rigid body dynamics, stability and control," Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, vol. 124, pp. 241-252.

[Hemami & Zheng, 1984] H. Hemami, Y.F. Zheng, “Dynamics and control of motion on the ground and in the air with application to biped robots,” *Journal of Robotic Systems*, vol.1, n°1, pp. 101-116.

[Hemami & Utkin, 2002] H. Hemami, V.I. Utkin, “On the dynamics and Lyapunov stability of constrained and embedded rigid bodies,” *International Journal of Control*, vol. 75, pp. 408-420.

[Herbert et al., 2002] H. Goldstein, C.P. Poole, J. L. Safko, *Classical mechanics*, 3^{ème} édition, Addison-Wesley, Etats-Unis.

[Hirai, 1998] K. Hirai, “Current and future perspective of Honda humanoid robot,” *International Conference on Intelligent Robot and Systems*, vol. 2, pp. 500-508.

[Hirai et al., 1998] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa, T. Takenaka, “The development of Honda humanoid robot,” *International Conference on Robotics and Automation*, vol. 2, pp. 1321-1326.

[Hirose et al., 2001a] M. Hirose, Y. Haikawa, T. Takenaka and K. Hirai, “Development of humanoid robot ASIMO,” *International Conference on Intelligent Robots and Systems*.

[Hirose et al., 2001b] S. Hirose, H. Tsukagoshi, K. Yoneda, “Normalized energy stability margin and its contour of walking vehicles on rough terrain,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, vol. 1, pp. 181-186.

[Hirukawa et al., 2004] H. Hirukawa, F. Kanehiro, K. Kaneko, S. Kajita, K. Fujiwara, Y. Kawai, F. Tomita, S. Hirai, K. Tanie, T. Isozumi, K. Akachi, T. Kawasaki, S. Ota, K. Yokoyama, H. Handa, Y. Fukase, J. Maeda, Y. Nakamura, S. Tachi, H. Inoue, “Humanoid robotics platforms developed in HRP,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 48, n°4, pp. 165–175.

[Hogan, 1984a] N. Hogan, “An organizing principle for a class of voluntary movements,” *Journal of Neuroscience*, vol. 4, pp. 2745-2754.

[Hogan, 1984b] N. Hogan, “Adaptive control of mechanical impedance by co-activation of antagonist muscles,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-29, pp. 681-690.

[Hogan, 1985] N. Hogan, “Impedance control: an approach to manipulation,” *American Control Conference*, pp. 304-313.

- [Hong et al., 2014] S. Hong, Y. Oh, D. Kim, B. You, “Real-time walking pattern generation method for humanoid robots by combining feedback and feed-forward controller,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, n° 1, p. 355-364.
- [Hu et al., 2008] L. Hu, C. Zhou, Z. Sun, “Estimating biped gait using spline-based probability distribution function with Q-learning,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, n°3, pp. 1444-1452.
- [Huang et al., 2001] Q. Huang, K. Yokoi, S. Kajita, K. Kaneko, H. Arai, N. Koyachi, K. Tanie, “Planning walking patterns for a biped robot,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, n° 3, pp. 280 – 289.
- [Huang et al., 2011] S. Huang, T. Tanioka, R. Locsin, M. Parker, O. Masory, “Functions of a caring robot in nursing,” *International Conference on Natural Language Processing and Knowledge Engineering*, pp. 425-429.
- [Huegel et al., 2009] J.C. Huegel, A.J. Lynch, M.K. O'Malley, “Validation of a smooth movement model for a human reaching task,” *IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics*, pp. 799 – 804.
- [Hurmuzlu, 1993] Y. Hurmuzlu, “Dynamics of bipedal gait: part I-objective functions and the contact event of a planar five-link biped,” *Journal of Applied Mechanics*, vol. 60, n° 2, pp. 331-336.
- [Høifødt, 2011] H. Høifødt, *Dynamic modeling and simulation of robot manipulators: the Newton-Euler formulation*. Master of Science in Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology.
- [Iida et al., 2009] F. Iida, Y. Minekawa, J. Rummel, A. Seyfarth, “Toward a human-like biped robot with compliant legs,” *Robotics and Autonomous Systems*, col. 57, n°2, pp. 139-144.
- [Jacobsen et al., 2004] S. C. Jacobsen, M. Olivier, F.M. Smith, D.F. Knutti, R.T. Johnson, G.E. Colvin, W.B. Scroggin, “Research robots for applications in artificial intelligence, teleoperation and entertainment,” *International Journal of Robotics Research*, vol. 23, n°4-5, pp. 319-330.

[Juang, 2000] J.G. Juang, "Fuzzy neural network approaches for robotic gait synthesis," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, vol. 30, n°4, pp. 594-601.

[Kajita & Tani, 1996] S. Kajita, K. Tani, "Experimental study of biped dynamic walking," IEEE Control Systems Magazine, vol. 16, n°1, pp. 13-19.

[Kajita et al., 2001] S. Kajita, F. Kahehiro, K. Kaneko, K. Yokoi, H. Hirukawa, "The 3D linear inverted pendulum mode: a simple modeling for a biped walking pattern generation," International Conference on Intelligent Robots and Systems, vol. 1, pp. 239 -246.

[Kajita et al., 2003] S. Kajita, F. Kahehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, H. Hirukawa, "Biped walking pattern generation using preview control of the Zero-Moment-Point," IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 2, pp. 1620 -1626.

[Kajita et al., 2009] S. Kajita, H. Hirukawa, K. Harada, K. Yokoi, Introduction à la commande des robots humanoïdes: De la modélisation à la génération du mouvement. Edition originale japonaise Ohmsha, Ltd., Tokyo, Japon. Traduit par S. Sakka, Springer, Berlin.

[Kajita et al., 2011] S. Kajita, K. Kaneko, F. Kaneiro, K. Harada, M. Morisawa, S.I. Nakaoka, K. Miura, K. Fujiwara, E.S. Neo, I. Hara, K. Yokoi, H. Hirukawa, "Cybernetic human HRP-4C: a humanoid robot with human-like proportions," Robotics Research, Springer Berlin Heidelberg, pp. 301-314.

[Kaneko et al., 2004] K. Kaneko, F. Kanehiro, S. Kajita, H. Hirukawa, T. Kawasaki, M. Hirata, K. Akachi, T. Isozumi, "Humanoid robot HRP-2," IEEE International Conference on Robotics and Automation.

[Kaneko et al., 2008] K. Kaneko, K. Harada, F. Kanehiro, G. Miyamori, K. Akachi, "Humanoid robot HRP-3," RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems.

[Kaneko et al., 2011] K. Kaneko, F. Kanehiro, M. Morisawa, K. Akachi, G. Miyamori, A. Hayashi, N. Kanehira, "Humanoid robot HRP-4 - Humanoid robotics platform with lightweight and slim body," International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 4400-4407.

[Katić et al., 2008] D.M. Katić, A.D. Rodić, M.K. Vukobratović, "Hybrid dynamic control algorithm for humanoid robots based on reinforcement learning," Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 51, n°1, pp. 3–30.

[Katić & Vukobratović, 2003] D.M. Katić, M.K. Vukobratović, “Survey of intelligent control techniques for Humanoid Robots,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 37, pp. 117–141.

[Kaygisiz et al., 2006] B. H. Kaygisiz, I. Erkmen, A.M. Erkmen, “Intelligent analysis of chaos roughness in regularity of walk for a two legged robot,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 29, n°1, pp. 148-161.

[Khalil, 2002] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3ème édition.

[Khalil & Dombre, 2002] W. Khalil, E. Dombre, *Modeling, identification and control of robots*, Hermes Penton.

[Khatib, 1985] O. Khatib, “Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 500-505.

[Khatib et al., 2004] O. Khatib, L. Sentis, J.H. Park, J. Warren, “Whole body dynamic behavior and control of human-like robots,” *International Journal of Humanoid Robotics*, vol. 1, n°1, pp. 29–43.

[Khraief & M'Sirdi, 2004] N. Khraief, N. K. M'Sirdi, “Energy based control for the walking of a 7-DOF biped robot,” *Acta Electronica*.

[Kim et al., 2002] J.H. Kim, S.W. Park, I.W. Park, J.H. Oh, “Development of a humanoid biped walking robot platform KHR-1- initial design and its performance evaluation,” *IARP International Work on Humanoid and Human Friendly Robotics*, pp.1421.

[Kim et al., 2004] J.Y. Kim, I.W. Park, J.H. Oh, “Design and walking control of the humanoid robot, KHR-2 (KAIST Humanoid Robot-2),” *International Conference on Control, Automation and Systems*, pp. 1539-1543.

[Kim et al., 2007] J.Y. Kim, I.W. Park, J.H. Oh, “Walking control algorithm of biped humanoid robot on uneven and inclined floor,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 48, n° 4, pp. 457-484.

[Kim, 2009] H-C. Kim, “Advances in Humanoid robotics speeding up,” *The Korea Times*.

[Kitamura et al., 1988] S. Kitamura, Y. Kurematsu, Y. Nakai, “Application of the neural network for the trajectory planning of a biped locomotive robot,” *Neural Networks*, vol. 1, pp. 344.

- [Kuo, 1999] A.D. Kuo, "Stabilization of lateral motion in passive dynamic walking," *International journal of robotics research*, vol. 18, n°9, pp. 917-930.
- [Kuo, 2007] A.D. Kuo, "Choosing your steps carefully," *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 14, n°2, pp. 18-29.
- [Kuroki, 2006] Y. Kuroki, "A small biped entertainment robot creating attractive applications," *Field and Service Robotics*, vol. 24, pp. 13-20.
- [Kwon & Park, 2009] O. Kwon, J.H. Park, "Asymmetric trajectory generation and impedance control for running of biped robots," *Autonomous Robots*, vol. 26, n°1, pp. 47-78.
- [Kyriakopoulos & Saridis, 1988] K. J. Kyriakopoulos, G. N. Saridis, "Minimum jerk path generation," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, PA, pp. 364-369.
- [Landau & Lifschitz, 1976] L. D. Landau, E. M. Lifschitz, *Mechanics*, 3^{ème} edition, Oxford, England: Pergamon Press.
- [Lashley, 1951] K. S. Lashley, "The problem of serial order in behavior," *Cerebra/ Mechanisms in Behavior*, pp. 112-146, New York: John Wiley & Sons.
- [Lee & Obinata, 2013] J. Lee, G. Obinata, "Developing therapeutic robot for children with autism: A study on exploring colour feedback," *International Conference on Human-Robot Interaction*, pp. 173-174.
- [Lee et al., 2011] B.J. Lee, Y.D. Hong, J.H. Kim, "Command state-based modifiable walking pattern generation on an inclined plane in pitch and roll directions for humanoid robots," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 16, n° 4, pp. 783-789.
- [Lewis & Syrmos, 1995] F.L. Lewis, V.L. Syrmos, *Optimal control*, John Wiley & Sons, NewYork.
- [Lewis et al., 1999] F.L. Lewis, A. Yesilidrek, S. Jagannathan, *Neural network control of robot manipulators and nonlinear systems*, Taylor & Francis, Philadelphie.
- [Li et al., 2011] T.S. Li, Y. T. Su, S.W. Lai, J. J. Hu, "Walking motion generation, synthesis, and control for biped robot by using PGRL, LPI, and fuzzy logic," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 41, n°3, pp. 736-748.

[Lia & Chena, 2011] J. Lia, W. Chena, “Energy-efficient gait generation for biped robot based on the passive inverted pendulum model,” *Robotica*, vol. 29, n° 4, pp. 595-605.

[Liberzon, 2003] D. Liberzon, *Switching in systems and control*, Boston: Birkhauser,

[Lim et al., 2004] H.O. Lim, S.A. Setiawan, A. Takanishi, “Position-based impedance control of a biped humanoid robot,” *Advanced Robotics*, vol. 18, n°4, pp. 415-435.

[Lin et al., 2007] C.M. Lin, L.Y. Chen, C.H. Chen, “RCMAC hybrid control for MIMO uncertain nonlinear systems using sliding-mode technology,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 18, n°3, pp. 708-720.

[Liu & Li, 2003] Z. Liu, C. Li, “Fuzzy neural network quadratic stabilization output feedback control for biped robots via H_∞ approach,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, vol. 33, n°1, pp. 67-84.

[Liu et al., 2012] Z. Liu, L. Wang, C.P. Chen, X. Zeng, Y. Zhang, Y. Wang, “Energy-efficiency-based gait control system architecture and algorithm for biped robots,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, vol. 42, n°6, pp. 926-933.

[Looije et al., 2010] R. Looije, J. Arendsen, J. Saldien, B. Vanderborght, J. Broekens, M. Neerinx, “Robots that care,” *European Conference on Cognitive Ergonomics Conference*.

[Luh & Lin, 1981] J.Y.S. Luh, C. S. Lin, “Optimal path planning for mechanical manipulators,” *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 102, pp. 142-151.

[Lungarella et al., 2003] M. Lungarella, G. Metta, R. Pfeifer, G. Sandini, “Developmental robotics: a survey,” *Connection Science*, vol. 15, n° 4, pp. 51-190.

[MacColl et al., 2013] D. MacColl, W.-Y.G. Louie, G. Nejat, “Brian 2.1: a socially assistive robot for the elderly and cognitively impaired,” *IEEE on Robotics & Automation Magazine*, vol. 20, n° 1, pp. 74-83.

[Mac Geer, 1990] T. Mac Geer, “Passive dynamic walking,” *International Journal of Robotics Research*, vol. 9, n°2.

[Magni et al., 2009] L. Magni, D.M. Raimondo, F. Allgöwer, *Nonlinear predictive control-Towards new challenging applications*, Springer, Berlin.

[Makino & Ohde, 1991] H. Makino, T. Ohde, "Motion control of the direct drive actuator," *Annals of CIRP*, vol. 40, n°1, pp. 375-378.

[Mataric, 2000] M. J. Mataric, "Getting humanoids to move and imitate," *IEEE Intelligent Systems and Their Applications*, vol. 15, n° 4, pp. 18-24.

[Mattmüller & Gisler, 2009] J. Mattmüller, D. Gisler, "Calculating a near time-optimal jerk-constrained trajectory along a specified smooth path," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 45, pp. 1007–1016.

[Mazzei et al., 2012] D. Mazzei, A. Greco, N. Lazzeri, A. Zarak, A. Lanata, R. Iglizzi, A. Mancini, F. Stoppa, E.P Scilingo, F. Muratori, D. De Rossi, "Robotic social therapy on children with autism: preliminary evaluation through multi-parametric analysis," *International Conference on Privacy, Security, Risk and Trust et International Conference on Social Computing*, pp. 766-771.

[McColl et al., 2013] D. McColl, W.-Y.G. Louie, G. Nejat, "Brian 2.1: A socially assistive robot for the elderly and cognitively impaired," *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 20, n° 1, pp. 74 – 83.

[McGhee, 1968] R. B. McGhee, "Some finite state aspects of legged locomotion," *Mathematical Biosciences*, vol. 2, pp. 67–84.

[Messuri, 1985] D. Messuri, Optimization of the locomotion of a legged vehicle with respect to maneuverability. PhD Thesis, The Ohio State University.

[Miller, 1994] W.T. Miller, "Real-time neural network control of a biped walking robot," *IEEE Control Systems*, vol. 14, n°1, pp. 41-48.

[Minakata et al., 2008] H. Minakata, H. Seki, S. Tadakuma, "A study of energy-saving shoes for robot considering lateral plane motion," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, n° 3, pp. 1271-1276.

[Mitobe et al., 2000] K. Mitobe, G. Capi, Y. Nasu, "Control of walking robots based on manipulation of the zero moment point," *Robotica*, vol. 18, pp. 651-657.

[Miura et al., 2012] K. Miura, F. Kanehiro, K. Kaneko, S. Kajita, K. Yokoi, "Quick slip-turn of HRP-4C on its toes," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3527-3528.

- [Miyamoto et al., 2004] H. Miyamoto, J. Morimoto, K. Doya, M. Kawato, “Reinforcement learning with via-point representation,” *Neural Networks*, vol. 17, pp. 299-305.
- [Mochon & McMahon, 1980] S. Mochon, T.A. McMahon, “Ballistic walking: an improved model,” *Mathematical Biosciences*, vol. 52, n°3, pp. 241-260.
- [Morimoto & Atkeson, 2007] J. Morimoto, C.G. Atkeson, “Learning biped locomotion: application of Poincaré-Map-Based reinforcement learning,” *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 14, n°2, pp. 41-51, 2007.
- [Motoi et al., 2009] N. Motoi, T. Suzuki, K. Ohnishi, “A bipedal locomotion planning based on virtual linear inverted pendulum model,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 1, pp. 54 – 61.
- [Mu & Wu, 2004] X. Mu, Q. Wu, “Development of a complete dynamic model of a planar five-link biped and sliding mode control of its locomotion during the double support phase,” *International Journal of Control*, vol. 77, n°8, pp. 789-799.
- [Murakami et al., 1995] S. Murakami, E. Yamamoto, K. Fujimoto, “Fuzzy control of dynamic biped walking robot,” *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, vol. 1, pp. 77-82.
- [Nagasaki et al., 2004] T. Nagasaki, S. Kajita, K. Kaneko, K. Yokoi, K. Tanie, “A running experiment of humanoid biped,” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, vol. 1, pp. 136-141.
- [Öberg et al., 1993] T. Öberg, A. Karsznia, K. Öberg, “Basic gait parameters: reference data for normal subjects, 10-79 years of age,” *Journal of rehabilitation research and development*, vol. 30, n° 2, pp. 210-223.
- [Oh et al., 2006] J-H. Oh, D. Hanson, W-S. Kim ; I.Y. Han, J-Y. Kim, I-W. Park, “Design of android type humanoid robot Albert HUBO,” *2009 International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1428 – 1433.
- [Ortigoza et al., 2012] S.R. Ortigoza, M.M. Aranda, G.S. Ortigoza, V.M.H. Guzman, M.A.M. Vilchis, G.S. Gonzalez, J.C.H. Lozada, M.O. Carbajal, “Wheeled mobile robots: a review,” *IEEE Latin America Transactions (Revista IEEE America Latina)*, vol. 10, n° 6, pp. 2209-2217.

[Otsuka et al., 2011] T. Otsuka, K. Kawaguchi, H. Kawamoto, Y. Sankai, “Development of upper-limb type HAL and reaching movement for meal-assistance,” IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, pp. 883 - 888.

[Park, 2001] J.H. Park, “Impedance Control for Biped Robot Locomotion,” IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 17, n° 6, pp. 870-882.

[Park & Chung, 1999a] J.H. Park, H. Chung, “Hybrid control for biped robots using impedance control and computed-torque control,” IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 2, pp. 1365-1370.

[Park & Chung, 1999b] J.H. Park, H. Chung, “Hybrid control of biped robots to increase stability in locomotion,” Journal of Robotic Systems, vol. 17, n°4, pp. 187-197.

[Park & Kim, 1998] J.H. Park, K.D. Kim, “Biped robot walking using gravity compensated inverted pendulum mode and computed torque control,” IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 4, pp. 3528 – 3533.

[Park et al., 2005] I.W. Park, J.Y. Kim, J.Lee, J.H. Oh, “Mechanical design of humanoid robot platform KHR-3 (KAIST Humanoid Robot – 3: HUBO),” International Conference on Humanoid Robots, pp. 321-326.

[Park et al., 2006] I.W. Park, J.Y. Kim, J.Lee, J.H. Oh, “Online free walking trajectory generation for biped humanoid robot KHR-3(HUBO),” International Conference on Robotics and Automation.

[Paul, 1979] R. Paul, “Manipulator Cartesian path control,” IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. SMC-9, n° 11, pp. 702-711.

[Piazzi & Visioli, 1997] A. Piazzi, A. Visioli, “An interval algorithm for Minimum-Jerk trajectory planning of robot manipulators,” Conference on Decision and Control, vol. 2, pp. 1924 – 1927.

[Piazzi & Visioli, 2000] A. Piazzi, A. Visioli, “Global minimum-Jerk trajectory planning of robot manipulators,” IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 47, n°1, pp. 140-149.

[Pratt et al., 2001] J. Pratt, C.M. Chew, A. Torres, P. Dilworth, G. Pratt, “Virtual model control: An intuitive approach for bipedal locomotion,” International Journal of Robotics Research, vol. 20, n°2, pp. 129-143.

- [Prats et al., 2008] M. Prats, S. Wieland, T. Asfour, A.P. del Pobil, R. Dillmann, "Compliant interaction in household environments by the Armar-III humanoid robot," IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, pp. 475-480.
- [Ramamoorthy & Kuipers, 2006] S. Ramamoorthy, B. Kuipers, "Qualitative hybrid control of dynamic bipedal Walking," Robotics: Science and Systems, pp. 89-96.
- [Roussel et al., 1998] L. Roussel, C. Canudas-de-Wit, A. Goswami, "Generation of energy optimal complete gait cycles for biped robots," IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 3, pp. 2036-2041.
- [Sabourin & Bruneau, 2005] C. Sabourin, O. Bruneau, "Robustness of the dynamic walk of a biped robot subjected to disturbing external forces by using CMAC neural networks," Robotics and Autonomous Systems, vol. 51, n°2, pp. 81-99.
- [Sadigh & Mansouri, 2013] M. J. Sadigh, S. Mansouri, "Application of phase-plane method in generating minimum time solution for stable walking of biped robot with specified pattern of motion," Robotica, pp. 1-15.
- [Saimpont et al., 2012] A. Saimpont, F. Malouin, B. Tousignant, P.L Jackson "The influence of body configuration on motor imagery of walking in younger and older adults," Neuroscience, vol. 222, n°11, pp. 49-57.
- [Sakagami et al., 2002] Y. Sakagami, R. Watanabe, C. Aoyama, S. Matsunaga, N. Higaki, K. Fujimura, "The intelligent ASIMO: system overview and integration," International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 2478-2483.
- [Saltzman, 1979] E. Saltzman, "Levels of sensorimotor representation," Journal of Mathematical Psychology, vol. 20, pp. 91-163.
- [Sardain & Bessonnet, 2004] P. Sardain, G. Bessonnet. "Forces acting on a biped robot. center of pressure—zero moment point." IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics- Part A: Systems and Humans, vol. 34, n°5, pp. 630-637.
- [Savkin & Evans, 2002] A.V. Savkin, R.J. Evans, Hybrid dynamical systems: controller and sensor switching problems, 1^{ère} edition, Boston.
- [Schiehlen, 2005] W. Schiehlen, "Energy-optimal design of walking machines," Multibody System Dynamics, vol. 13, n°1, pp. 129-141.

- [Secco & Magenes, 2002] E.L. Secco, G. Magenes “A life-like control algorithm for the natural movement of a 3 dof finger,” Conference on Engineering in Medicine and Biology, vol. 3, pp. 2375 – 2376.
- [Sekar et al., 2008] M. Sekar, V. N. Narayanan, S-H. Yang, “Design of Jerk bounded feedrate with ripple effect for adaptive nurbs interpolator,” International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 37, pp. 545-552.
- [Shabana, 2005] A.A Shabana, Dynamics of multibody systems, 3^{ème} edition, Cambridge University Press, Cambridge.
- [Shadmehr & Wise, 2005] R. Shadmehr, S.P. Wise, “The computational neurobiology of reaching and pointing: a foundation for motor learning,” MIT Presse, Massachusetts.
- [Shih & Gruver, 1992] C. L. Shih, W.A. Gruver, “Control of a biped robot in the double-support phase,” IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 22, n°4, pp. 729-735.
- [Shih et al., 2007] C. Shih, J. Grizzle, C. Chevallereau, “Asymptotically stable walking of a simple underactuated 3D bipedal robot,” IEEE Conference on Industrial Electronics, pp. 2766–2771.
- [Shin & McKay, 1986] K. G. Shin, N. D. McKay, “Automatic generation of trajectory planners for industrial robots,” IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 260-266.
- [Shoushtari & Abedi, 2012] A. L. Shoushtari, P. Abedi, “Realistic dynamic posture prediction of humanoid robot: manual lifting task simulation,” Lecture Notes In Computer Science, vol. 7506, pp. 565-578.
- [Silver, 1982] W.M. Silver, “On the equivalence of Lagrangian and Newton-Euler dynamics for manipulators,” International Journal of Robotics Research, vol. 1, no. 2, pp. 60-70.
- [Simon & Isik, 1991] D. Simon, C. Isik, “Optimal trigonometric robot joint trajectories,” Robotica, vol. 9, n°4, pp. 379–386.
- [Simon & Isik, 1993] D. Simon, C. Isik, “A trigonometric trajectory generator for robotic arms,” International Journal of Control, vol. 57, no. 3, pp. 505–517.

- [Soechtingand & Lacquaniti, 1981] J. F. Soechtingand, F. Lacquaniti, “Invariant characteristics of appointing movement in man,” *Journal of Neuroscience*, vol. 7, pp. 710-720.
- [Spong et al., 2006] M.W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar, *Robot modeling and control*, John Wiley & Sons, New York.
- [Spong et al., 2007] M.W. Spong, J.K. Holm, D. Lee, “Passivity-based control of bipedal locomotion,” *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 14, n°2, pp. 30-40.
- [Stilman et al., 2010] M. Stilman, J. Olson, W. Gloss., “Golem Krang: dynamically stable humanoid robot for mobile manipulation,” *International Conference on Robotics and Automation*.
- [Sugano, 2005] S. Sugano, “Design of humanoid robot for human-robot interaction, Waseda robots: Wendy and Wamoeba,” *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp. 16–19.
- [Sugihara et al., 2002] T. Sugihara, Y. Nakamura, H. Inoue, “Realtime humanoid motion generation through ZMP manipulation based on inverted pendulum control,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 1404 – 1409.
- [Suleiman et al., 2010] W. Suleiman, F. Kanehiro, E. Yoshida, J.P. Laumond, A. Monin, “Time parameterization of humanoid-robot paths,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, n°3, pp. 458-468.
- [Takanishi et al., 1989] A. Takanishi, M. Tochizawa, H. Karaki, I. Kato, “Dynamic biped walking stabilized with optimal trunk and waist motion,” *IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems*, pp. 187-192.
- [Tanaka et al., 2012] S. Tanaka, M.B. Young, N. Sugita, T. Ueta, Y. Tamaki, M. Mitsuishi, “Minimum-jerk trajectory generation for master-slave robotic system”, *IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, pp. 811 - 816.
- [Thomaz & Breazeal, 2007] A. L. Thomaz, C. Breazeal, “Robot learning via socially guided exploration,” *International Conference on Developmental Learning*, pp. 82-87.

- [Tomita et al., 1996] Y. Tomita, K. Makino, M. Sugimine, N. Taniguchi, "High-response X–Y stage system driven by in-parallel linear motors," *Annals of CIRP*, vol. 45, n°1, pp. 359–362.
- [Tzafestas et al., 1993] S. Tzafestas, M. Raibert, C. Tzafestas, "Comparative simulation study of three control techniques applied to a biped robot," *Systems, Man and Cybernetics*, vol. 1, pp. 494-502.
- [Tzafestas et al., 1996] S. Tzafestas, M. Raibert, C. Tzafestas, "Robust sliding-mode control applied to a 5-link biped robot," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 15, n°1, pp. 67-133.
- [Utkin, 1992] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Control Optimization*, Springer Verlag, Berlin.
- [Utkin et al., 1999] V. Utkin, J. Guldner, J. Shi, *Sliding mode control in electromechanical systems*, Taylor & Francis, New York.
- [Vadakkepat et al., 2008] P. Vadakkepat, D. Goswami, M-H. Chia, "Disturbance rejection by online ZMP compensation," *Robotica*, vol. 26, n°1, pp. 9-17.
- [Vahrenkamp et al., 2012] N. Vahrenkamp, T. Asfour, R. Dillmann, "Simultaneous grasp and motion planning: humanoid robot ARMAR-III," *Robotics & Automation Magazine*, vol. 19, n°2, pp. 43-57.
- [Vanderborght et al., 2008] B. Vanderborght, B. Verrelst, R. Van Ham, M. Van Damme, D. Lefeber, "Objective locomotion parameters based inverted pendulum trajectory generator," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 56, n° 9, pp. 738-750.
- [Veeraklaew et al., 2005] T. Veeraklaew, P. Piromsopa, K. Chirungsarpsook, C. Pattaravarangkur, "A study on the comparison between Minimum Jerk and minimum energy of dynamic systems," *International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce*, vol. 1, pp. 523 – 528.
- [Villagra & Balaguer, 2011] J. Villagra, C. Balaguer, "A model-free approach for accurate joint motion control in humanoid locomotion," *International Journal of Humanoid Robotics*, vol. 8, pp. 27-46.
- [Vinter, 2000] R. B. Vinter, *Optimal control*. Boston: Birkhäuser.

[Viton et al., 2006] J.M. Viton, L. Bensoussan, V. de Bovis Milhe, H. Collado, A. Delarque. Marche normale et marche pathologique, Faculté de Médecine, Université de la Méditerranée, Fédération de Médecine Physique et de Réadaptation, CHU Timone, Marseille.

[Vukobratovic & Juricic , 1968] M. Vukobratovic, D. Juricic, “Contributions to the synthesis of biped gait,” IFAC Symposium on Technical and Biological Problem on Control.

[Vukobratovic et al., 1990] M.Vukobratovic, B. Borovac, D. Surla, D. Stokic. Biped locomotion: dynamics, stability, control and application, Springer, Berlin.

[Vukobratovic & Borovac, 2004] M. Vukobratovic, B. Borovac, “Zero-moment point: thirty five years of its life,” Journal of Humanoid Robotics, vol. 1, n°1, pp. 157-173.

[Vundavilli & Pratihari, 2011] P. R. Vundavilli, D. K. Pratihari, “Near-optimal gait generations of a two-legged robot on rough terrains using soft computing,” Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 27, n°3, pp. 521-530.

[Wang, 1994] L. X. Wang, Adaptive fuzzy systems and control -Design and stability analysis. Englewood Cliffs-Prentice Hall, New Jersey.

[Wang & Li, 2008] J. Wang, Y. LI, “A survey on the structures of current mobile humanoid robots,” IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems, pp. 1826 – 1829.

[Wang et al., 2010] F. Wang, S. Wen, J. Li, C. Wu, “Walking gait generation using linear inverted pendulum model for biped robot with heterogeneous legs,” Control and Decision Conference, pp. 1326-1329.

[Wang et al., 2011] F. Wang, S. Wen, W. Chengdong, Z. Cheng, “Sliding mode control based hybrid closed-loop design for stable walking of biped robot with heterogeneous legs,” International Conference on Mechatronics and Automation, pp. 2201 – 2205.

[Wang et al., 2013] L. Wang, Z. Liu, C.L.P. Chen, Y. Zhang, S. Lee, X. Chen, “Energy-efficient SVM learning control system for biped walking robots,” IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, vol. 24, n° 5, pp. 831-837.

[Westervelt et al., 2003] E.R. Westervelt, J.W. Grizzle, D.E. Koditschek, “Hybrid Zero dynamics of planar biped walkers,” IEEE Transactions on Automation control, vol. 48, n°1, pp. 42-56.

[Westervelt et al., 2007] E.R. Westervelt, J.W. Grizzle, C. Chevallereau, J.H. Choi, B. Morris. Feedback control of dynamic bipedal robot locomotion. Boca Raton: CRC press.

[Wieber, 2002] P.B. Wieber, "On the stability of walking systems," International workshop on humanoid and human friendly robotics.

[Winter, 2009] D.A. Winter, "Biomechanics and motor control of human movement," 4^{ème} Edition, New York: Wiley Publishers.

[Wittenburg, 1977] J. Wittenburg, "Dynamics of systems of rigid bodies," BG, Teubner.

[Yagi & Lumelsky, 2000] M. Yagi, V. Lumelsky, "Local on-line planning in biped robot locomotion among unknown obstacles," *Robotica*, vol. 18, n°4, pp. 389-402.

[Yang et al., 2008] T. Yang, E.R. Westervelt, J.P. Schmiedeler, R.A. Bockbrader, "Design and control of a planar bipedal robot Ernie with parallel knee compliance," *Autonomous robots*, vol. 25, n°4, pp. 317-330.

[Yokoi et al., 2004] K. Yokoi, N. Kawauchi, N. Sawasaki, T. Nakajima, S. Nakamura, K. Sawada, I. Takeuchi, K. Nakashima, Y. Yanagihara, K. Yokoyama, T. Isozumi, Y. Fukase, K. Kaneko, H. Inoue, "Humanoid robot applications in HRP," *International Journal of Humanoid Robotics*, vol. 1, n° 3, pp. 409-428.

[Yoo et al., 2009] J.K. Yoo, B.J. Lee, J.H. Kim, "Recent progress and development of the humanoid robot HanSaRam," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 57, n°10, pp. 973-981.

[Yoshikawa, 2000] T. Yoshikawa, "Force control of robot manipulators," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 220-226.

[Yoshikawa & Zheng, 1993] T. Yoshikawa, X.Z. Zheng "Coordinated dynamic hybrid position/force control for multiple robot manipulators handling one constrained object," *International Journal of Robotics Research*, vol. 12, n°3, pp. 219-230.

[Yoshikawa et al., 2011] M. Yoshikawa, Y. Matsumoto, M. Sumitani, H. Ishiguro, "Development of an android robot for psychological support in medical and welfare fields," *International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp. 2378-2383.

[Zaidi et al., 2012] A. Zaidi, N. Rokbani, A.M. Alimi, "Neuro-fuzzy gait generator for a biped robot," *Journal of Electronic Systems*, vol. 2, n°2, pp. 48-54.

[Zanotto et al., 2011] V. Zanotto, A. Gasparetto , A. Lanzutti , P. Boscariol , R. Vidoni, “Experimental validation of minimum time-jerk algorithms for industrial robots,” Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 64, pp. 197–219.

[Zengshi, 2006] C. Zengshi, Dynamics and control of collision of multi-link Humanoid Robots with a rigid or elastic object. Ph.D. Dissertation, Ohio State University, USA.

[Zheng, 1984] Y.-F. Zheng, Modeling, Control and Simulation of Three-Dimensional Robotic Systems with Applications to Biped Locomotion. Ph.D. Thesis, Ohio State University, USA.

[Zhou, 2000] C. Zhou, “Neuro-fuzzy gait synthesis with reinforcement learning for a biped walking robot,” Soft Computing, vol. 4, n°4, pp. 238-250.

<http://asimo.honda.com>

<http://global.kawada.jp/mechatronics/hrp4.html>

<http://spectrum.ieee.org/automaton/robotics/humanoids/>

<http://world.honda.com/ASIMO/technology/2011/>

<http://www.aist.go.jp/>

Annexes

ANNEXE 1: MODELE DE DEMPSTER

Pour appliquer le modèle de Dempster [Dempster & Gaughran, 1967], nous nous basons sur le tableau A1.1 qui nécessite comme seules entrées les mesures de la masse M et de la hauteur H du corps humain à étudier ainsi que les longueurs segmentaires obtenues via le modèle de Winter [Winter, 2009]. Ce tableau fournit pour chaque corps rigide :

- le coefficient de masse qui correspond à la proportion de la masse du segment par rapport à la masse totale M .
- le coefficient de la longueur proximale qui correspond à la proportion de la longueur proximale du segment par rapport à la longueur segmentaire,
- La densité volumique ρ_i du corps C_i .

Tableau A1.1 : Données directement fournies par le modèle de Dempster

Différents segments	Coefficient de masse	Coefficient de la longueur proximale	Densité volumique ρ (Kg/l)
Tronc entier	0,497	0,498	-
Tronc (60% tronc entier)	0,355	0,690	1030
Bassin (40% tronc entier)	0,142	0,105	1030
bras droit	0,028	0,436	1086
bras gauche	0,028	0,436	1086
avant-bras droit	0,016	0,430	1127
avant-bras gauche	0,016	0,430	1127
main droite	0,006	0,506	1148
main gauche	0,006	0,506	1148
tête + cou	0,081	0,500	1110
cuisse droite	0,100	0,433	1089
cuisse gauche	0,100	0,433	1089
jambe droite	0,047	0,433	1095
jambe gauche	0,047	0,433	1095
pied droit	0,015	0,500	1107
pied gauche	0,015	0,500	1107

La densité volumique ρ_i est une constante du corps humain indépendante des paramètres H et M mais inhérente au corps rigide considéré.

A partir de ce tableau, il sera possible de déduire pour chaque corps rigide :

- la masse m_i du segment directement déduite du coefficient de masse.
- la longueur proximale k_i directement déduite de la longueur segmentaire et du coefficient de la longueur proximale.
- La longueur distale l_i qui correspond à la différence entre longueur segmentaire et distance proximale.

Pour le calcul des inerties, rappelons que I_i la matrice d'inertie du corps Ci est telle que :

$$I_i = \begin{pmatrix} i_{ix} & 0 & 0 \\ 0 & i_{iy} & 0 \\ 0 & 0 & i_{iz} \end{pmatrix}$$

Le modèle statistique de Dempster assimile le tronc et le bassin à des parallélépipèdes, le calcul de l'inertie du tronc et du bassin obéira donc aux équations suivantes :

$$i_{ix} = i_{iy} = \frac{4}{3} \rho_i d_i c_i [(l_i^3 + k_i^3) + c_i^2 (l_i + k_i)] \quad (A1.1)$$

$$i_{iz} = \frac{4}{3} \rho_i d_i c_i [d_i + c_i^2 (l_i + k_i)] \quad (A1.2)$$

Avec:

d_i : la moitié de la longueur du parallélépipède considéré correspondant au corps Ci

c_i : la moitié de la profondeur du parallélépipède considéré correspondant au corps Ci

Pour la tête et le cou représentés par une sphère, le calcul de l'inertie satisfera à l'équation :

$$i_{ix} = i_{iy} = i_{iz} = \frac{2}{5} m_i r_i^2 \quad (A1.3)$$

Avec r_i le rayon de la base du corps Ci

Enfin, tous les autres membres sont apparentés à des cylindres et auront des inerties correspondant aux équations suivantes :

$$i_{ix} = i_{iy} = \frac{m_i}{12} [3 r_i^2 + (l_i + k_i)^2] \quad (A1.4)$$

$$i_{iz} = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \quad (A1.5)$$

Pour les corps rigides assimilés à une sphère ou à un cylindre, le rayon de la base r_i est donné par:

$$r_i = \left[\frac{m_i}{\pi (l_i + k_i) \rho_i} \right]^{\frac{1}{2}}$$

ANNEXE 2: TRANSFORMATIONS PAR LES ANGLES D'EULER

Nous allons au niveau de cette annexe reprendre les trois transformations d'Euler successives [Goldstein, 1980] permettant pour chaque corps rigide le passage du repère inertiel vers le repère du corps i tel qu'illustré par la Figure 2.6 du second chapitre et aboutissant à la construction de la matrice de passage globale A_i de chaque corps rigide.

Première transformation d'Euler: Rotation suivant l'axe z :

Soient (x, y, z) la base du repère inertiel galiléen R . Une rotation par rapport à l'axe z d'un angle Ψ_i nous ramène à un repère R_{i1} de base $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$. Une simple projection des vecteurs de cette base sur les axes du repère R permet de trouver leurs coordonnées :

$$\begin{cases} x_{i-1} = \cos \Psi_i x - \sin \Psi_i y \\ y_{i-1} = \sin \Psi_i x + \cos \Psi_i y \\ z_{i-1} = z \end{cases} \quad (\text{A2.1})$$

L'écriture matricielle de l'équation précédente nous donne la matrice de passage du repère fixe R au premier repère mobile R_{i1} :

$$\begin{pmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Psi_i & -\sin \Psi_i & 0 \\ \sin \Psi_i & \cos \Psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{A2.2})$$

Soit :

$$A_{iz}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \Psi_i & -\sin \Psi_i & 0 \\ \sin \Psi_i & \cos \Psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A2.3})$$

Le passage inverse du repère mobile R_{i1} vers le repère inertiel R est donc réalisé par la matrice de transformation inverse A_{iz}^{-1} .

Notons que :

$$A_{iz}^{-1} = A_{iz}^T$$

et par conséquent :

$$A_{iz} = \begin{pmatrix} \cos\Psi_i & \sin\Psi_i & 0 \\ -\sin\Psi_i & \cos\Psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A2.4})$$

Deuxième transformation d'Euler: Rotation suivant l'axe x :

La rotation par rapport à l'axe x_{i-1} d'un angle α_i nous ramène à un repère R_{i2} de base (x_{i2}, y_{i2}, z_{i2}) . Une simple projection des vecteurs de cette base sur les axes du repère R_{i1} permet de trouver leurs coordonnées :

$$\begin{cases} x_{i2} = x_{i1} \\ y_{i2} = \cos \alpha_i y_{i1} - \sin \alpha_i z_{i1} \\ z_{i2} = \sin \alpha_i y_{i1} + \cos \alpha_i z_{i1} \end{cases} \quad (\text{A2.5})$$

L'écriture matricielle de l'équation précédente nous donne la matrice de passage du premier repère mobile R_{i1} au second repère mobile R_{i2} :

$$\begin{pmatrix} x_{i2} \\ y_{i2} \\ z_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i1} \\ y_{i1} \\ z_{i1} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.6})$$

Soit :

$$A_{ix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix} \quad (\text{A2.7})$$

Le passage inverse du repère R_{i2} vers le repère R_{i1} est donc réalisé par la matrice de transformation inverse A_{ix}^{-1} . Notons que :

$$A_{ix}^{-1} = A_{ix}^T$$

et par conséquent :

$$A_{ix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \\ 0 & -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix} \quad (\text{A2.8})$$

Troisième transformation d'Euler: Rotation suivant l'axe Y

La rotation par rapport à l'axe y_{i_2} d'un angle θ_i nous ramène au repère du corps R_{i_3} de base $(x_{i_3}, y_{i_3}, z_{i_3})$. Une simple projection des vecteurs de cette base sur les axes du repère R_{i_2} permet de trouver leurs coordonnées :

$$\begin{cases} x_{i_3} = \cos \theta_i x_{i_2} + \sin \theta_i z_{i_2} \\ y_{i_3} = y_{i_2} \\ z_{i_3} = -\sin \theta_i x_{i_2} + \cos \theta_i z_{i_2} \end{cases} \quad (\text{A2.9})$$

L'écriture matricielle de l'équation précédente nous donne la matrice de passage du second repère mobile R_{i_2} au repère du corps R_{i_3} :

$$\begin{pmatrix} x_{i_3} \\ y_{i_3} \\ z_{i_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i_2} \\ y_{i_2} \\ z_{i_2} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.10})$$

Soit :

$$A_{iy}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i \end{pmatrix} \quad (\text{A2.11})$$

Le passage inverse du repère du corps R_{i_3} vers le repère mobile R_{i_2} est donc réalisé par la matrice de transformation inverse A_{iy}^{-1} . Notons que :

$$A_{iy}^{-1} = A_{iy}^T$$

et par conséquent :

$$A_{iy} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & 0 & -\sin \theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i \end{pmatrix} \quad (\text{A2.12})$$

Le dernier et troisième repère mobile R_{i_3} est ainsi le repère du corps que nous appellerons R_i .

Matrice de passage globale A_j :

Enfin, pour obtenir le passage du repère inertiel vers le repère du corps i , il suffit d'écrire la matrice de passage complète qui comprend les trois rotations successives:

$$A_i^T = A_{iz}^T A_{ix}^T A_{iy}^T \quad (\text{A2.13})$$

Nous remplaçons chaque matrice de transformation par son expression :

$$A_i^T = \begin{pmatrix} \cos\Psi_i & -\sin\Psi_i & 0 \\ \sin\Psi_i & \cos\Psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta_i & 0 & \sin\theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_i & 0 & \cos\theta_i \end{pmatrix} \quad (\text{A2.14})$$

Nous obtenons finalement :

$$A_i^T = \begin{pmatrix} \cos\Psi_i \cos\theta_i - \sin\Psi_i \sin\theta_i \sin\alpha_i & -\sin\Psi_i \cos\alpha_i & \cos\Psi_i \sin\theta_i + \sin\Psi_i \sin\alpha_i \cos\theta_i \\ \sin\Psi_i \cos\theta_i + \cos\Psi_i \sin\theta_i \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \cos\Psi_i & \sin\Psi_i \sin\theta_i - \cos\Psi_i \sin\alpha_i \cos\theta_i \\ -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i \end{pmatrix} \quad (\text{A2.15})$$

A_i permet le passage du repère du corps R_{-i} vers le repère inertiel R .

ANNEXE 3: VITESSES ET ACCELERATIONS ANGULAIRES DES ANGLES D'EULER

Nous allons développer dans ce qui suit l'expression de la vitesse angulaire des angles d'Euler puis en déduire l'expression de l'accélération angulaire correspondante.

Expression de la vitesse angulaire :

Pour des rotations successives sur les axes z_{i_0} , x_{i_1} et y_{i_2} , la vitesse angulaire s'écrit sous la forme suivante:

$$\vec{W}_i = \dot{\alpha}_i x_{i_1} + \dot{\theta}_i y_{i_2} + \dot{\psi}_i z_{i_0} \quad (A3.1)$$

Et nous avons:

$$\begin{cases} x_{i_1} = x_{i_2} \\ y_{i_2} = y_{i_3} \\ z_{i_0} = z_{i_1} \end{cases}$$

La vitesse angulaire donnée en (A3.1) peut donc également s'écrire :

$$\vec{W}_i = \dot{\alpha}_i x_{i_2} + \dot{\theta}_i y_{i_3} + \dot{\psi}_i z_{i_1} \quad (A3.2)$$

Le but ici est de ramener l'expression de la vitesse angulaire donnée en (A3.2) et exprimée dans trois repères différents à un seul repère : le repère final du corps i soit R_{i_3} de base $(x_{i_3}, y_{i_3}, z_{i_3})$. A cet effet, nous exprimons z_{i_1} dans le repère R_{i_2} en effectuant la rotation suivant x_{i_1} et nous obtenons:

$$z_{i_1} = \sin\alpha_i y_{i_2} + \cos\alpha_i z_{i_2} \quad (A3.3)$$

En combinant les équations (A3.2) et (A3.3), nous trouvons :

$$\vec{W}_i = \dot{\alpha}_i x_{i_2} + \dot{\theta}_i y_{i_3} + \dot{\psi}_i (\sin\alpha_i y_{i_2} + \cos\alpha_i z_{i_2}) \quad (A3.4)$$

Soit:

$$\vec{W}_i = \dot{\alpha}_i x_{i_2} + \dot{\theta}_i y_{i_3} + \dot{\Psi}_i \sin \alpha_i y_{i_2} + \dot{\Psi}_i \cos \alpha_i z_{i_2} \quad (\text{A3.5})$$

Exprimons $R_{i2} (x_{i_2}, y_{i_2}, z_{i_2})$ dans le repère $R_{i3} (x_{i_3}, y_{i_3}, z_{i_3})$ en effectuant une rotation suivant y_{i_2} :

$$\begin{cases} x_{i_2} = \cos \theta_i x_{i_3} + \sin \theta_i z_{i_3} \\ y_{i_2} = y_{i_3} \\ z_{i_2} = \cos \theta_i z_{i_3} - \sin \theta_i x_{i_3} \end{cases} \quad (\text{A3.6})$$

D'où l'équation (A3.5) devient :

$$\vec{W}_i = \dot{\alpha}_i (\cos \theta_i x_{i_3} + \sin \theta_i z_{i_3}) + \dot{\theta}_i y_{i_3} + \dot{\Psi}_i \sin \alpha_i y_{i_2} + \dot{\Psi}_i \cos \alpha_i (\cos \theta_i z_{i_3} - \sin \theta_i x_{i_3}) \quad (\text{A3.7})$$

Nous développons l'équation précédente :

$$\begin{aligned} \vec{W}_i = & \dot{\alpha}_i \cos \theta_i x_{i_3} + \dot{\alpha}_i \sin \theta_i z_{i_3} + \dot{\theta}_i y_{i_3} + \dot{\Psi}_i \sin \alpha_i y_{i_3} + \dot{\Psi}_i \cos \alpha_i \cos \theta_i z_{i_3} \\ & - \dot{\Psi}_i \cos \alpha_i \sin \theta_i x_{i_3} \end{aligned}$$

On obtient finalement :

$$\vec{W}_i = (\dot{\alpha}_i \cos \theta_i - \dot{\Psi}_i \cos \alpha_i \sin \theta_i) x_{i_3} + (\dot{\theta}_i + \dot{\Psi}_i \sin \alpha_i) y_{i_3} + (\dot{\alpha}_i \sin \theta_i + \dot{\Psi}_i \cos \alpha_i \cos \theta_i) z_{i_3} \quad (\text{A3.8})$$

D'autre part, la vitesse angulaire dans le repère final R_{i3} est :

$$\vec{W}_i = W_{i1} x_{i_3} + W_{i2} y_{i_3} + W_{i3} z_{i_3} \quad (\text{A3.9})$$

Par identification entre les équations (A3.8) et (A3.9), on obtient les relations suivantes entre la vitesse angulaire du corps et la vitesse angulaire des angles d'Euler :

$$\begin{cases} W_{i1} = \dot{\alpha}_i \cos \theta_i - \dot{\Psi}_i \cos \alpha_i \sin \theta_i \\ W_{i2} = \dot{\theta}_i + \dot{\Psi}_i \sin \alpha_i \\ W_{i3} = \dot{\alpha}_i \sin \theta_i + \dot{\Psi}_i \cos \alpha_i \cos \theta_i \end{cases} \quad (\text{A3.10})$$

Cette relation peut être mise sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} W_{i1} \\ W_{i2} \\ W_{i3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 \\ \sin\alpha_i & 0 & 1 \\ \cos\alpha_i \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\Psi}_i \\ \dot{\alpha}_i \\ \dot{\theta}_i \end{pmatrix} = B_i(\xi_i)^{-1} \dot{\xi}_i = B_i^{-1} \dot{\xi}_i \quad (\text{A3.11})$$

i étant l'indice du corps Ci dans lequel on exprime la vitesse en fonction de la vitesse des angles d'Euler avec $\xi_i = (\alpha_i \ \theta_i \ \Psi_i)^T$.

La matrice de passage inverse de B_i^{-1} est donnée par:

$$B_i = \begin{pmatrix} \frac{-\sin\theta_i}{\cos\alpha_i} & 0 & \frac{\cos\theta_i}{\cos\alpha_i} \\ \cos\theta_i & 0 & \sin\theta_i \\ \frac{\sin\theta_i \sin\alpha_i}{\cos\alpha_i} & 1 & \frac{-\cos\theta_i \sin\alpha_i}{\cos\alpha_i} \end{pmatrix}$$

Expression de l'accélération angulaire :

L'accélération angulaire n'est autre que la dérivée temporelle de la vitesse angulaire donnée en (A3.9) et est décrite par l'équation :

$$\frac{d\vec{W}_i}{dt} = \dot{W}_{i1}x_{i-3} + \dot{W}_{i2}y_{i-3} + \dot{W}_{i3}z_{i-3} \quad (\text{A3.12})$$

En dérivant l'expression de la vitesse angulaire donnée en (A3.11), nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} \dot{W}_{i1} \\ \dot{W}_{i2} \\ \dot{W}_{i3} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} (B_i^{-1} \dot{\xi}_i) = \dot{B}_i^{-1} \dot{\xi}_i + B_i^{-1} \ddot{\xi}_i \quad (\text{A3.13})$$

ANNEXE 4: EXPRESSIONS DES MATRICES JACOBIENNES DES DEUX SYSTEMES ROBOTIQUES

Cette annexe est consacrée aux expressions des matrices Jacobiennes J_c dont les inverses sont nécessaires à l'élaboration des modèles cinématiques inverses de la partie bipédale d'une part et du torse et bras anthropomorphiques d'autre part.

1. Matrices Jacobienne et jacobienne inverse de la partie bipédale

La matrice Jacobienne du modèle cinématique de la partie bipédale correspond à la dérivée de l'expression explicite de la position géométrique de la pointe du pied droit X_7 par rapport aux différentes variables angulaires Φ_i ($i = 1 \dots 12$). Nous obtenons alors la matrice suivante :

$$J_{c1} = \begin{pmatrix} \varpi_1 & \varpi_2 & \varpi_3 & \varpi_4 & \varpi_5 & \varpi_6 & \varpi_7 & \varpi_8 & \varpi_9 & \varpi_{10} & \varpi_{11} & \varpi_{12} \\ \varpi_{13} & \varpi_{14} & \varpi_{15} & \varpi_{16} & \varpi_{17} & \varpi_{18} & \varpi_{19} & \varpi_{20} & \varpi_{21} & \varpi_{22} & \varpi_{23} & \varpi_{24} \\ \varpi_{25} & \varpi_{26} & \varpi_{27} & \varpi_{28} & \varpi_{29} & \varpi_{30} & \varpi_{31} & \varpi_{32} & \varpi_{33} & \varpi_{34} & \varpi_{35} & \varpi_{36} \end{pmatrix} \quad (A4.1)$$

Avec :

$$\varpi_1 = 0$$

$$\varpi_2 = -\cos \Phi_2 (k_1 - l_1)$$

$$\varpi_3 = -\cos \Phi_3 (k_2 - l_2)$$

$$\varpi_4 = (k_3 - l_3)(\sin \Phi_4 \sin \Phi_6 - \cos \Phi_4 \cos \Phi_5 \cos \Phi_6)$$

$$\varpi_5 = -\sin \Phi_4 \cos \Phi_5 \cos \Phi_6 (k_3 - l_3)$$

$$\varpi_6 = -(k_3 - l_3)(\cos \Phi_4 \cos \Phi_6 - \sin \Phi_4 \sin \Phi_5 \sin \Phi_6)$$

$$\varpi_7 = (k_5 - l_5)(\sin \Phi_7 \sin \Phi_9 - \cos \Phi_7 \sin \Phi_8 \cos \Phi_9)$$

$$\varpi_8 = -(k_5 - l_5) \sin \Phi_7 \cos \Phi_8 \cos \Phi_9$$

$$\varpi_9 = -(k_5 - l_5)(\cos\Phi_7\cos\Phi_9 - \sin\Phi_7\sin\Phi_8\sin\Phi_9)$$

$$\varpi_{10} = 0$$

$$\varpi_{11} = -(k_6 - l_6)\cos\Phi_{11}$$

$$\varpi_{12} = -(k_7 - l_7)\cos\Phi_{12}$$

$$\varpi_{13} = (k_1 - l_1)\cos\Phi_1\cos\Phi_2 + (k_2 - l_2)\cos\Phi_1\cos\Phi_3$$

$$\varpi_{14} = -(k_1 - l_1)\sin\Phi_1\sin\Phi_2$$

$$\varpi_{15} = -(k_2 - l_2)\sin\Phi_1\sin\Phi_3$$

$$\varpi_{16} = -(k_3 - l_3)(\cos\Phi_4\sin\Phi_6 + \sin\Phi_4\sin\Phi_5\cos\Phi_6)$$

$$\varpi_{17} = \cos\Phi_4\cos\Phi_5\cos\Phi_6(k_3 - l_3)$$

$$\varpi_{18} = -(k_3 - l_3)(\sin\Phi_4\cos\Phi_6 + \cos\Phi_4\sin\Phi_5\sin\Phi_6)$$

$$\varpi_{19} = -(k_5 - l_5)(\cos\Phi_7\sin\Phi_9 + \sin\Phi_7\sin\Phi_8\cos\Phi_9)$$

$$\varpi_{20} = (k_5 - l_5)\cos\Phi_7\cos\Phi_8\cos\Phi_9$$

$$\varpi_{21} = -(k_5 - l_5)(\sin\Phi_7\cos\Phi_9 + \cos\Phi_7\sin\Phi_8\sin\Phi_9)$$

$$\varpi_{22} = (k_6 - l_6)\cos\Phi_{10}\cos\Phi_{11} + (k_7 - l_7)\cos\Phi_{10}\cos\Phi_{12}$$

$$\varpi_{23} = -(k_6 - l_6)\sin\Phi_{10}\sin\Phi_{11}$$

$$\varpi_{24} = -(k_7 - l_7)\sin\Phi_{10}\sin\Phi_{12}$$

$$\varpi_{25} = (k_1 - l_1)\sin\Phi_1\cos\Phi_2 + (k_2 - l_2)\sin\Phi_1\cos\Phi_3$$

$$\varpi_{26} = (k_1 - l_1)\cos\Phi_1\sin\Phi_2$$

$$\varpi_{27} = (k_1 - l_1)\cos\Phi_1\sin\Phi_3$$

$$\varpi_{28} = 0$$

$$\varpi_{29} = \sin\Phi_5\cos\Phi_6(k_3 - l_3)$$

$$\varpi_{30} = \cos\Phi_5\sin\Phi_6(k_3 - l_3)$$

$$\varpi_{31} = 0$$

$$\varpi_{32} = (k_5 - l_5)\sin\Phi_8\cos\Phi_9$$

$$\varpi_{33} = (k_5 - l_5)(\cos\Phi_8\sin\Phi_9)$$

$$\varpi_{34} = (k_6 - l_6)\sin\Phi_{10}\cos\Phi_{11} + (k_7 - l_7)\sin\Phi_{10}\cos\Phi_{12}$$

$$\varpi_{35} = (k_6 - l_6)\cos\Phi_{10}\sin\Phi_{11}$$

$$\varpi_{36} = (k_7 - l_7)\cos\Phi_{10}\sin\Phi_{12}$$

J_{c1}^+ est la pseudo inverse de la matrice Jacobienne J_{c1} . Elle est calculée numériquement par utilisation de la fonction *pinv* du logiciel Matlab.

2. Matrices jacobienne et jacobienne inverse du torse et bras anthropomorphiques

Pour le système robotique constitué par le torse et les bras anthropomorphiques, la matrice Jacobienne du modèle cinématique associé correspond aux dérivées respectives des expressions explicites des positions géométriques de la main droite X_{12} et de la main gauche X_{15} par rapport aux différentes variables angulaires Φ_i ($i = 13 \dots 26$). Nous obtenons alors la matrice suivante :

$$J_{c2} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 & \sigma_4 & \sigma_5 & \sigma_6 & \sigma_7 & \sigma_8 & \sigma_9 & \sigma_{10} & \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{15} & \sigma_{16} & \sigma_{17} & \sigma_{18} & \sigma_{19} & \sigma_{20} & \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} & \sigma_{25} & \sigma_{26} & \sigma_{27} & \sigma_{28} \\ \sigma_{29} & \sigma_{30} & \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \sigma_{34} & \sigma_{35} & \sigma_{36} & \sigma_{37} & \sigma_{38} & \sigma_{39} & \sigma_{40} & \sigma_{41} & \sigma_{42} \\ \sigma_{43} & \sigma_{44} & \sigma_{45} & \sigma_{46} & \sigma_{47} & \sigma_{48} & \sigma_{49} & \sigma_{50} & \sigma_{51} & \sigma_{52} & \sigma_{53} & \sigma_{54} & \sigma_{55} & \sigma_{56} \\ \sigma_{57} & \sigma_{58} & \sigma_{59} & \sigma_{60} & \sigma_{61} & \sigma_{62} & \sigma_{63} & \sigma_{64} & \sigma_{65} & \sigma_{66} & \sigma_{67} & \sigma_{68} & \sigma_{69} & \sigma_{70} \\ \sigma_{71} & \sigma_{72} & \sigma_{73} & \sigma_{74} & \sigma_{75} & \sigma_{76} & \sigma_{77} & \sigma_{78} & \sigma_{79} & \sigma_{80} & \sigma_{81} & \sigma_{82} & \sigma_{83} & \sigma_{84} \end{pmatrix} \quad (\text{A4.2})$$

Avec :

$$\sigma_1 = 0$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = (-\sin\Phi_{15}\sin\Phi_{17} + \cos\Phi_{15}\sin\Phi_{16}\cos\Phi_{17})(l_{10} - k_{10})$$

$$\sigma_4 = \sin\Phi_{15}\cos\Phi_{16}\cos\Phi_{17}(l_{10} - k_{10})$$

$$\sigma_5 = (\cos\Phi_{15}\cos\Phi_{17} - \sin\Phi_{15}\sin\Phi_{16}\sin\Phi_{17})(l_{10} - k_{10})$$

$$\sigma_6 = 0$$

$$\sigma_7 = 0$$

$$\sigma_8 = \cos\Phi_{20}(l_{12} - k_{12})$$

$$\sigma_9 = 0$$

$$\sigma_{10} = 0$$

$$\sigma_{11} = 0$$

$$\sigma_{12} = 0$$

$$\sigma_{13} = 0$$

$$\sigma_{14} = 0$$

$$\sigma_{15} = 0$$

$$\sigma_{16} = 0$$

$$\sigma_{17} = (\cos \Phi_{15} \sin \Phi_{17} + \sin \Phi_{15} \sin \Phi_{16} \cos \Phi_{17})(l_{10} - k_{10})$$

$$\sigma_{18} = -\cos \Phi_{15} \cos \Phi_{16} \cos \Phi_{17}(l_{10} - k_{710})$$

$$\sigma_{19} = (\sin \Phi_{15} \cos \Phi_{17} + \cos \Phi_{15} \sin \Phi_{16} \sin \Phi_{17})(l_{10} - k_{10})$$

$$\sigma_{20} = -\cos \Phi_{18}(l_{11} - k_{11})$$

$$\sigma_{21} = \cos \Phi_{19} \cos \Phi_{20}(l_{12} - k_{12})$$

$$\sigma_{22} = \sin \Phi_{19} \sin \Phi_{20}(l_{12} - k_{12})$$

$$\sigma_{23} = 0$$

$$\sigma_{24} = 0$$

$$\sigma_{25} = 0$$

$$\sigma_{26} = 0$$

$$\sigma_{27} = 0$$

$$\sigma_{28} = 0$$

$$\sigma_{29} = 0$$

$$\sigma_{30} = 0$$

$$\sigma_{31} = 0$$

$$\sigma_{32} = -\sin \Phi_{16} \cos \Phi_{17}(l_{10} - k_{10})$$

$$\sigma_{33} = -\cos \Phi_{16} \sin \Phi_{17}(l_{10} - k_{10})$$

$$\sigma_{34} = -\sin\Phi_{18}(l_{11} - k_{11})$$

$$\sigma_{35} = -\sin\Phi_{19}\cos\Phi_{20}(l_{12} - k_{12})$$

$$\sigma_{36} = -\cos\Phi_{19}\sin\Phi_{20}(l_{12} - k_{12})$$

$$\sigma_{37} = 0$$

$$\sigma_{38} = 0$$

$$\sigma_{39} = 0$$

$$\sigma_{40} = 0$$

$$\sigma_{41} = 0$$

$$\sigma_{42} = 0$$

$$\sigma_{43} = 0$$

$$\sigma_{44} = 0$$

$$\sigma_{45} = 0$$

$$\sigma_{46} = 0$$

$$\sigma_{47} = 0$$

$$\sigma_{48} = 0$$

$$\sigma_{49} = 0$$

$$\sigma_{50} = 0$$

$$\sigma_{51} = (-\sin\Phi_{21}\sin\Phi_{23} + \cos\Phi_{21}\sin\Phi_{22}\cos\Phi_{23})(l_{13} - k_{13})$$

$$\sigma_{52} = \sin\Phi_{21}\cos\Phi_{22}\cos\Phi_{23}(l_{13} - k_{13})$$

$$\sigma_{53} = (\cos\Phi_{21}\cos\Phi_{23} - \sin\Phi_{21}\sin\Phi_{22}\sin\Phi_{23})(l_{13} - k_{13})$$

$$\sigma_{54} = -\cos\Phi_{24}(l_{14} - k_{14})$$

$$\sigma_{54} = -\sin\Phi_{24}(l_{14} - k_{14})$$

$$\sigma_{54} = 0$$

$$\sigma_{55} = 0$$

$$\sigma_{56} = \cos\Phi_{26}(l_{15} - k_{15})$$

$$\sigma_{57} = 0$$

$$\sigma_{58} = 0$$

$$\sigma_{59} = 0$$

$$\sigma_{60} = 0$$

$$\sigma_{61} = 0$$

$$\sigma_{62} = 0$$

$$\sigma_{63} = 0$$

$$\sigma_{64} = 0$$

$$\sigma_{65} = (\cos\Phi_{21}\sin\Phi_{23} + \sin\Phi_{21}\sin\Phi_{22}\cos\Phi_{23})(l_{13} - k_{13})$$

$$\sigma_{66} = -\cos\Phi_{21}\cos\Phi_{22}\cos\Phi_{23}(l_{13} - k_{13})$$

$$\sigma_{67} = (\sin\Phi_{21}\cos\Phi_{23} + \cos\Phi_{21}\sin\Phi_{22}\sin\Phi_{23})(l_{13} - k_{13})$$

$$\sigma_{68} = -\cos\Phi_{24}(l_{14} - k_{14})$$

$$\sigma_{69} = -\cos\Phi_{25}\cos\Phi_{26}(l_{15} - k_{15})$$

$$\sigma_{70} = \sin\Phi_{25}\sin\Phi_{26}(l_{15} - k_{15})$$

$$\sigma_{71} = 0$$

$$\sigma_{72} = 0$$

$$\sigma_{73} = 0$$

$$\sigma_{74} = 0$$

$$\sigma_{75} = 0$$

$$\sigma_{76} = 0$$

$$\sigma_{77} = 0$$

$$\sigma_{78} = 0$$

$$\sigma_{79} = 0$$

$$\sigma_{80} = -\sin\Phi_{22}\cos\Phi_{23}(l_{13} - k_{13})$$

$$\sigma_{81} = -\cos\Phi_{22}\sin\Phi_{23}(l_{13} - k_{13})$$

$$\sigma_{82} = -\sin\Phi_{24}(l_{14} - k_{14})$$

$$\sigma_{83} = -\sin\Phi_{25}\cos\Phi_{26}(l_{15} - k_{15})$$

$$\sigma_{84} = -\cos\Phi_{25}\sin\Phi_{26}(l_{15} - k_{15})$$

J_{c2}^+ est la pseudo inverse de la matrice Jacobienne J_{c2} . Elle est calculée numériquement par utilisation de la fonction *pinv* du logiciel Matlab.

ANNEXE 5: MATRICES DE GRANDE DIMENSION ASSOCIEES AU MODELE BIPEDALE

Dans cette annexe, nous présentons toutes les matrices de grande dimension nécessaires à l'élaboration du modèle dynamique réduit du système robotique bipédale. Ceci, dans le but de ne pas alourdir le chapitre 3.

$$P_1 = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_7 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{42 \times 42}$$

$$P_2 = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6 \ f_7 \ M_1 g \ M_2 g \ M_3 g \ M_4 g \ M_5 g \ M_6 g \ M_7 g]' \in \mathfrak{R}^{42 \times 1}$$

$$P_3 = \begin{pmatrix} KK_1A_1^T & -LL_1A_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & KK_2A_2^T & -LL_2A_2^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & KK_3A_3^T & -LL_3A_3^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & KK_4A_4^T & LL_4A_4^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -KK_5A_5^T & LL_5A_5^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KK_6A_6^T & LL_6A_6^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KK_7A_7^T \\ I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & -I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{42 \times 21}$$

$$P_4 = \begin{pmatrix} -R_2 & s & s & s \\ A_2^T A_1 R_2 & -R_3 & s & s \\ s & A_3^T A_2 R_3 & s & s \\ s & s & s & s \\ s & s & R_6 & s \\ s & s & -A_6^T A_5 R_6 & R_7 \\ s & s & s & -A_7^T A_6 R_7 \\ s & s & s & s \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{42 \times 8}$$

$$P_5 = \begin{pmatrix} A_1^T & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2^T A_1 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3^T A_2 & -I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_4^T A_3 & -I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -A_5^T A_4 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A_6^T A_5 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A_7^T A_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{42 \times 21}$$

$$P_8 = \begin{pmatrix} A_1 K K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -A_1 L L_1 & A_2 K K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -A_2 L L_2 & A_3 K K_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -A_3 L L_3 & A_4 K K_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_4 L L_4 & -A_5 K K_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_5 L L_5 & -A_6 K K_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_6 L L_6 & -A_7 K K_7 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{21 \times 21}$$

$$P_9 = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & -I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & -I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & -I \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{21 \times 21}$$

$P_{12} \in \mathfrak{R}^{21 \times 12}$:

$$P_{12} = \begin{pmatrix} \cos\Phi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\Phi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\Phi_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\Phi_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\cos\Phi_5 \sin\Phi_6 & \cos\Phi_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\Phi_5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\Phi_5 \cos\Phi_6 & \sin\Phi_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos\Phi_8 \sin\Phi_9 & \cos\Phi_9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\Phi_8 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\Phi_8 \cos\Phi_9 & \sin\Phi_9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\Phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\Phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\Phi_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\Phi_{12} & 0 \end{pmatrix}$$

$P_{13} \in \mathfrak{R}^{21 \times 1}$:

$$P_{13} = \begin{pmatrix} -\sin \phi_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \\ 0 \\ \cos \phi_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \\ \\ -\sin \phi_3 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_3 \\ 0 \\ \cos \phi_3 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_3 \\ \\ \sin \phi_5 \sin \phi_6 \dot{\phi}_4 \dot{\phi}_5 - \cos \phi_5 \cos \phi_6 \dot{\phi}_4 \dot{\phi}_6 - \sin \phi_6 \dot{\phi}_5 \dot{\phi}_6 \\ \cos \phi_5 \dot{\phi}_4 \dot{\phi}_6 \\ -\sin \phi_5 \cos \phi_6 \dot{\phi}_4 \dot{\phi}_5 - \cos \phi_5 \sin \phi_6 \dot{\phi}_4 \dot{\phi}_6 + \cos \phi_6 \dot{\phi}_5 \dot{\phi}_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \\ \sin \phi_8 \sin \phi_9 \dot{\phi}_7 \dot{\phi}_8 - \cos \phi_8 \cos \phi_9 \dot{\phi}_7 \dot{\phi}_9 - \sin \phi_9 \dot{\phi}_8 \dot{\phi}_9 \\ \cos \phi_8 \dot{\phi}_7 \dot{\phi}_9 \\ -\sin \phi_8 \cos \phi_9 \dot{\phi}_7 \dot{\phi}_8 - \cos \phi_8 \sin \phi_9 \dot{\phi}_7 \dot{\phi}_9 + \cos \phi_9 \dot{\phi}_8 \dot{\phi}_9 \\ \\ -\sin \phi_{11} \dot{\phi}_{10} \dot{\phi}_{11} \\ 0 \\ \cos \phi_{11} \dot{\phi}_{10} \dot{\phi}_{11} \\ \\ -\sin \phi_{12} \dot{\phi}_{10} \dot{\phi}_{12} \\ 0 \\ \cos \phi_{12} \dot{\phi}_{10} \dot{\phi}_{12} \end{pmatrix}$$

ANNEXE 6: DERIVATION DU SYSTEME DE CONTRAINTES HOLONOMIQUES

Dans cette annexe, nous explicitons les développements et dérivations temporelles permettant d'obtenir à partir du système d'équations formé par l'ensemble des contraintes holonomiques, un nouveau système d'équations contribuant à la réduction du modèle dynamique de la partie bipédale d'une part et du torse et bras anthropomorphiques d'autre part.

1. Dérivations temporelles du système de contraintes holonomiques de la partie bipédale

Revenons au système (3.11) qui reprend l'ensemble des contraintes holonomiques subies par le bipède et prenons le cas du premier corps rigide C1, nous avons d'après la première équation du système (3.11):

$$X_1 = A_1 K_1 \quad (A6.1)$$

Lorsque nous dérivons la matrice de transformation d'Euler A_1 par rapport au temps, nous obtenons :

$$\dot{A}_1 = \frac{dA_1}{dt} = A_1 W W_1 = A_1 \times W_1 \quad (A6.2)$$

En utilisant le résultat de l'équation précédente et en dérivant la première équation du système (3.11) par rapport au temps, nous obtenons:

$$\dot{X}_1 = A_1 \times W_1 K_1 = A_1 W W_1 K_1 \quad (A6.3)$$

par conséquent :

$$\dot{X}_1 - A_1 W W_1 K_1 = 0 \quad (A6.4)$$

Si nous dérivons l'équation (A6.4) une seconde fois par rapport au temps, nous aurons :

$$\ddot{X}_1 - \frac{d(A_1 W W_1 K_1)}{dt} = 0$$

$$\ddot{X}_1 - \frac{d(A_1) W W_1 K_1}{dt} - \frac{A_1 d(W W_1 K_1)}{dt} = 0$$

$$\ddot{X}_1 - A_1(WW_1)^2 K_1 - \frac{A_1 d(-KK_1 W_1)}{dt} = 0$$

$$\ddot{X}_1 - A_1(WW_1)^2 K_1 + \frac{A_1 KK_1 d(W_1)}{dt} = 0$$

Soit au final,

$$\ddot{X}_1 - A_1(WW_1)^2 K_1 + A_1 KK_1 \dot{W}_1 = 0 \quad (\text{A6.5})$$

Pour appliquer ce même développement aux six autres corps rigides, il suffit de déterminer les dérivées temporelles des matrices de transformation d'Euler A_2 à A_7 et d'appliquer ces résultats aux dérivées temporelles des autres équations du système (3.11). Nous avons alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}_1 - A_1 WW_1 K_1 = 0 \\ \dot{X}_2 - A_2 WW_2 K_2 + A_1 WW_1 L_1 - \dot{X}_1 = 0 \\ \dot{X}_3 - A_3 WW_3 K_3 + A_2 WW_2 L_2 - \dot{X}_2 = 0 \\ \dot{X}_4 - A_4 WW_4 K_4 + A_3 WW_3 L_3 - \dot{X}_3 = 0 \\ \dot{X}_5 - A_5 WW_5 K_5 + A_4 WW_4 L_4 - \dot{X}_4 = 0 \\ \dot{X}_6 - A_6 WW_6 K_6 + A_5 WW_5 L_5 - \dot{X}_5 = 0 \\ \dot{X}_7 - A_7 WW_7 K_7 + A_6 WW_6 L_6 - \dot{X}_6 = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A6.6})$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X}_1 - A_1(WW_1)^2 K_1 + A_1 KK_1 \dot{W}_1 = 0 \\ \ddot{X}_2 - A_2(WW_2)^2 K_2 + A_2 KK_2 \dot{W}_2 + A_1(WW_1)^2 L_1 - A_1 LL_1 \dot{W}_1 - \ddot{X}_1 = 0 \\ \ddot{X}_3 - A_3(WW_3)^2 K_3 + A_3 KK_3 \dot{W}_3 + A_2(WW_2)^2 L_2 - A_2 LL_2 \dot{W}_2 - \ddot{X}_2 = 0 \\ \ddot{X}_4 - A_4(WW_4)^2 K_4 + A_4 KK_4 \dot{W}_4 + A_3(WW_3)^2 L_3 - A_3 LL_3 \dot{W}_3 - \ddot{X}_3 = 0 \\ \ddot{X}_5 - A_5(WW_5)^2 K_5 + A_5 KK_5 \dot{W}_5 + A_4(WW_4)^2 L_4 - A_4 LL_4 \dot{W}_4 - \ddot{X}_4 = 0 \\ \ddot{X}_6 - A_6(WW_6)^2 K_6 + A_6 KK_6 \dot{W}_6 + A_5(WW_5)^2 L_5 - A_5 LL_5 \dot{W}_5 - \ddot{X}_5 = 0 \\ \ddot{X}_7 - A_7(WW_7)^2 K_7 + A_7 KK_7 \dot{W}_7 + A_6(WW_6)^2 L_6 - A_6 LL_6 \dot{W}_6 - \ddot{X}_6 = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A6.7})$$

Ce dernier système sera utilisé lors de la réduction du modèle dynamique bipédale.

2. Dérivations temporelles du système de contraintes holonomiques du torse et des bras anthropomorphiques

Revenons au système (3.50) qui reprend l'ensemble des contraintes holonomiques subies par le torse et les bras anthropomorphiques et appliquons le raisonnement présenté ci-dessus pour le robot bipède au haut du robot humanoïde. Cela consiste dans un premier temps à déterminer les dérivées temporelles des matrices de transformation d'Euler A_8 à A_{15} ainsi que les dérivées temporelles de toutes les équations du système (3.50). Nous avons alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}_8 - A_8 W W_8 K_8 = 0 \\ \dot{X}_9 - A_9 W W_9 K_9 + A_8 W W_8 L_8 - \dot{X}_8 = 0 \\ \dot{X}_{10} - A_{10} W W_{10} K_{10} + A_8 W W_8 L_8 - \dot{X}_8 = 0 \\ \dot{X}_{11} - A_{11} W W_{11} K_{11} + A_{10} W W_{10} L_{10} - \dot{X}_{10} = 0 \\ \dot{X}_{12} - A_{12} W W_{12} K_{12} + A_{11} W W_{11} L_{11} - \dot{X}_{11} = 0 \\ \dot{X}_{13} - A_{13} W W_{13} K_{13} + A_8 W W_8 L_8 - \dot{X}_8 = 0 \\ \dot{X}_{14} - A_{14} W W_{14} K_{14} + A_{13} W W_{13} L_{13} - \dot{X}_{13} = 0 \\ \dot{X}_{15} - A_{15} W W_{15} K_{15} + A_{14} W W_{14} L_{14} - \dot{X}_{14} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A6.8})$$

En dérivant le système (A6.8) par rapport au temps, nous obtenons:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X}_8 - A_8 (W W_8)^2 K_8 + A_8 K K_8 \dot{W}_8 = 0 \\ \ddot{X}_9 - A_9 (W W_9)^2 K_9 + A_9 K K_9 \dot{W}_9 + A_8 (W W_8)^2 L_8 - A_8 L L_8 \dot{W}_8 - \ddot{X}_8 = 0 \\ \ddot{X}_{10} - A_{10} (W W_{10})^2 K_{10} + A_{10} K K_{10} \dot{W}_{10} + A_8 (W W_8)^2 L_8 - A_8 L L_8 \dot{W}_8 - \ddot{X}_8 = 0 \\ \ddot{X}_{11} - A_{11} (W W_{11})^2 K_{11} + A_{11} K K_{11} \dot{W}_{11} + A_{10} (W W_{10})^2 L_{10} - A_{10} L L_{10} \dot{W}_{10} - \ddot{X}_{10} = 0 \\ \ddot{X}_{12} - A_{12} (W W_{12})^2 K_{12} + A_{12} K K_{12} \dot{W}_{12} + A_{11} (W W_{11})^2 L_{11} - A_{11} L L_{11} \dot{W}_{11} - \ddot{X}_{11} = 0 \\ \ddot{X}_{13} - A_{13} (W W_{13})^2 K_{13} + A_{13} K K_{13} \dot{W}_{13} + A_8 (W W_8)^2 L_8 - A_8 L L_8 \dot{W}_8 - \ddot{X}_8 = 0 \\ \ddot{X}_{14} - A_{14} (W W_{14})^2 K_{14} + A_{14} K K_{14} \dot{W}_{14} + A_{13} (W W_{13})^2 L_{13} - A_{13} L L_{13} \dot{W}_{13} - \ddot{X}_{13} = 0 \\ \ddot{X}_{15} - A_{15} (W W_{15})^2 K_{15} + A_{15} K K_{15} \dot{W}_{15} + A_{14} (W W_{14})^2 L_{14} - A_{14} L L_{14} \dot{W}_{14} - \ddot{X}_{14} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A6.9})$$

Ce dernier système sera utilisé lors de la réduction du modèle dynamique du torse et des bras anthropomorphiques.

ANNEXE 7: DEMONSTRATIONS

RELATIVES A LA REDUCTION DU MODELE DYNAMIQUE

Dans ce qui suit, nous présentons les démonstrations de deux équations utilisées pour aboutir à la réduction des modèles dynamiques du robot bipédale et du robot supérieur.

1. Démonstration relative à la réduction du modèle dynamique bipédale

Nous devons vérifier que $P_{10}^T P_3 \Gamma = 0$, cela revient à démontrer que $P_{10}^T P_3 = 0$. Nous avons :

$$P_{10} = \begin{pmatrix} I_{21} \\ -P_9^{-1} P_8 \end{pmatrix}$$

or

$$P_9^{-1} = \begin{pmatrix} I & o & o & o & o & o & o \\ I & I & o & o & o & o & o \\ I & I & I & o & o & o & o \\ I & I & I & I & o & o & o \\ I & I & I & I & -I & o & o \\ I & I & I & I & -I & -I & o \\ I & I & I & I & -I & -I & -I \end{pmatrix}$$

avec I : La matrice identité $\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$

d'où

$$-P_9^{-1} P_8 = \begin{pmatrix} -A_1 K K_1 & o & o & o & o & o & o \\ \Omega_1 & -A_2 K K_2 & o & o & o & o & o \\ \Omega_1 & \Omega_2 & -A_3 K K_3 & o & o & o & o \\ \Omega_1 & \Omega_2 & \Omega_3 & -A_4 K K_4 & o & o & o \\ \Omega_1 & \Omega_2 & \Omega_3 & \Omega_4 & -A_5 K K_5 & o & o \\ \Omega_1 & \Omega_2 & \Omega_3 & \Omega_4 & \Omega_5 & -A_6 K K_6 & o \\ \Omega_1 & \Omega_2 & \Omega_3 & \Omega_4 & \Omega_5 & \Omega_6 & -A_7 K K_7 \end{pmatrix}$$

avec:

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= A_1(LL_1 - KK_1) & \Omega_2 &= A_2(LL_2 - KK_2) & \Omega_3 &= A_3(LL_3 - KK_3) \\ \Omega_4 &= A_4(LL_4 - KK_4) & \Omega_5 &= A_5(LL_5 - KK_5) & \Omega_6 &= A_6(LL_6 - KK_6)\end{aligned}$$

et :

$$I_{21} = \begin{pmatrix} I & o & o & o & o & o & o \\ o & I & o & o & o & o & o \\ o & o & I & o & o & o & o \\ o & o & o & I & o & o & o \\ o & o & o & o & I & o & o \\ o & o & o & o & o & I & o \\ o & o & o & o & o & o & I \end{pmatrix}$$

par conséquent :

$$P_{10}^T = \begin{pmatrix} I & o & o & o & o & o & -KK_1A_1^T & o & o & o & o & o & o & o \\ o & I & o & o & o & o & o & -KK_2A_2^T & o & o & o & o & o & o \\ o & o & I & o & o & o & o & o & -KK_3A_3^T & o & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & I & o & o & -KK_4A_4^T & o & o & o & o \\ o & o & o & o & I & o & o & I & o & o & -KK_5A_5^T & o & o & o \\ o & o & o & o & o & I & o & o & I & o & o & -KK_6A_6^T & o & o \\ o & o & o & o & o & o & I & o & o & o & o & o & -KK_7A_7^T & o \end{pmatrix}$$

Avec $P_{10}^T \in \mathfrak{R}^{21 \times 42}$

Définissons la matrice aa de sorte qu'elle vérifie l'équation $aa = P_{10}^T P_3$,

$$aa_{11} = I \times KK_1A_1^T + I \times (-KK_1A_1^T) = 0_{3 \times 3}$$

$$aa_{12} = I \times (-LL_1A_1^T) - I \times (-KK_1A_1^T) + I \times (LL_1 - KK_1)A_1^T = 0_{3 \times 3}$$

⋮

$$aa_{147} = I \times KK_7A_7^T - I \times (-KK_7A_7^T) = 0_{3 \times 3}$$

En procédant de la même façon pour les 96 autres éléments tridimensionnels de la matrice aa , on aboutit à : $aa = 0_{(42 \times 21)}$.

2. Démonstration relative à la réduction du modèle dynamique du robot supérieur

Nous devons nous assurer que $P_{23}^T P_{16} \Gamma = 0$, cela revient à démontrer que $P_{23}^T P_{16} = 0$. Nous avons :

$$P_{23} = \begin{pmatrix} I_{24} \\ -P_{22}^{-1} P_{21} \end{pmatrix}$$

or

$$-P_{22}^{-1} = \begin{pmatrix} -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I & 0 & I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I & 0 & I & I & I & 0 & 0 & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & I & I & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & I & I & I \end{pmatrix}$$

d'ou :

$$-P_{22}^{-1} P_{21} = \begin{pmatrix} -KK_8 A_8^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pi_1 & -KK_9 A_9^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pi_1 & 0 & -KK_{10} A_{10}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pi_1 & 0 & \pi_2 & -KK_{11} A_{11}^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pi_1 & 0 & \pi_2 & \pi_3 & -KK_{12} A_{12}^T & 0 & 0 & 0 \\ \pi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KK_{13} A_{13}^T & 0 & 0 \\ \pi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_4 & -KK_{14} A_{14}^T & 0 \\ \pi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_4 & \pi_5 & -KK_{15} A_{15}^T \end{pmatrix}$$

avec:

$$\pi_1 = (LL_8 - KK_8)A_8^T \quad \pi_2 = (LL_{10} - KK_{10})A_{10}^T \quad \pi_3 = (LL_{11} - KK_{11})A_{11}^T$$

$$\pi_4 = (LL_{13} - KK_{13})A_{13}^T \quad \pi_5 = (LL_{14} - KK_{14})A_{14}^T$$

et :

$$I_{24} = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix}$$

par conséquent :

$$P_{23}^T = \begin{pmatrix} I & o & o & o & o & o & o & o & -A_8KK_8^T & \pi_1^T \\ o & I & o & o & o & o & o & o & o & -A_9KK_9^T & o & o & o & o & o & o & o \\ o & o & I & o & o & o & o & o & o & o & -A_{10}KK_{10}^T & \pi_2^T & \pi_2^T & o & o & o \\ o & o & o & I & o & o & o & o & o & o & -A_{11}KK_{11}^T & \pi_3^T & o & o & o & o \\ o & o & o & o & I & o & o & o & o & o & c & -A_{12}KK_{12}^T & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & I & o & o & o & o & o & o & -A_{13}KK_{13}^T & \pi_4^T & \pi_4^T & \pi_4^T \\ o & o & o & o & o & o & I & o & o & o & o & o & o & -A_{14}KK_{14}^T & \pi_5^T & \pi_5^T \\ o & o & o & o & o & o & o & I & o & o & o & o & o & o & -A_{15}KK_{15}^T & -A_{15}KK_{15}^T \end{pmatrix}$$

Avec $P_{23}^T \in \mathfrak{R}^{24 \times 48}$

Définissons la matrice bb de sorte qu'elle vérifie l'équation $bb = P_{23}^T P_{16}$,

$$bb_{11} = I \times A_8KK_8^T + I \times (-A_8KK_8^T) = 0_{3 \times 3}$$

$$\begin{aligned} bb_{12} &= I \times (-A_8LL_8^T) - I \times (-A_8KK_8^T) + a^T \times I \\ &= I \times (-A_8LL_8^T) - I \times (-A_8KK_8^T) + A_8(LL_8 - KK_8)^T \times I \\ &= 0_{3 \times 3} \end{aligned}$$

⋮

$$bb_{168} = I \times (-A_{15}KK_{15}^T) - I \times (-A_{15}KK_{15}^T) = 0_{3 \times 3}$$

En procédant de la même façon pour les 126 autres éléments tridimensionnels de la matrice bb , on aboutit à $bb = 0_{(48 \times 24)}$

ANNEXE 8: LINEARISATION ET REPRESENTATION D'ETAT DES MODELES DYNAMIQUES ROBOTIQUES

Nous allons dans ce qui suit procéder à la linéarisation des modèles robotiques libre et contraint, le but étant d'obtenir des modèles d'état linéarisés qui seront utilisés à des fins d'analyse.

1. Linéarisation des modèles dynamiques libres

1.1 Cas général

Qu'il s'agisse du robot bipède ou bien du système robotique composé par le torse et les bras anthropomorphiques, l'équation de la dynamique du système libre est toujours décrite par:

$$J(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU \quad (\text{A8.1})$$

où :

$\Phi \in \mathcal{R}^{n*1}$ est le vecteur des variables articulaires

$U \in \mathcal{R}^{n*1}$ est le vecteur de commande

$J(\Phi) \in \mathcal{R}^{n*n}$ est la matrice d'inertie

$H(\Phi, \dot{\Phi}) \in \mathcal{R}^{n*1}$ est le vecteur des forces centrifuges, centripètes et de Coriolis

$G(\Phi) \in \mathcal{R}^{n*1}$ est le vecteur de pesanteur

$D \in \mathcal{R}^{n*n}$ est la matrice de commande

Nous pouvons également l'écrire de la façon suivante [Khalil & Dombre, 2002] :

$$J(\Phi)\ddot{\Phi} + B(\Phi)\dot{\Phi}^2 + G(\Phi) = DU \quad (\text{A8.2})$$

La loi de commande U qui sera utilisée doit permettre une mise en mouvement du système robotique d'une position initiale $\Phi_{initial}$ vers une position d'équilibre Φ_{eq} , caractérisée par des accélérations et des vitesses nulles d'où :

$$\ddot{\Phi}_{eq} = \dot{\Phi}_{eq} = 0 \quad (\text{A8.3})$$

On définit également U_{eq} , la commande nécessaire pour maintenir le robot dans une position d'équilibre :

$$U = U_{eq} + V \quad (\text{A8.4})$$

L'équation de la dynamique à l'équilibre est donnée par l'expression suivante:

$$J(\Phi_{eq})\ddot{\Phi}_{eq} + B(\Phi_{eq})\dot{\Phi}_{eq}^2 + G(\Phi_{eq}) = DU_{eq} \quad (\text{A8.5})$$

En combinant les équations (A8.3), (A8.4) et (A8.5), nous pouvons écrire :

$$U_{eq} = D^{-1}G(\Phi_{eq}) \quad (\text{A8.6})$$

Posons :

$$\theta = \Phi - \Phi_{eq}$$

d'où :

$$\Phi = \Phi_{eq} + \theta \quad (\text{A8.7})$$

En remplaçant les expressions (A8.4) et (A8.7) dans l'équation différentielle (A8.2), nous obtenons :

$$J(\Phi_{eq} + \theta)(\ddot{\Phi}_{eq} + \ddot{\theta}) + B(\Phi_{eq} + \theta)(\dot{\Phi}_{eq} + \dot{\theta})^2 + G(\Phi_{eq} + \theta) = D(U_{eq} + V) \quad (\text{A8.8})$$

Le développement en série de Taylor de premier ordre est d'une fonction non linéaire f est donné par l'équation :

$$f(\Phi) = f(\Phi_{eq} + \theta) \cong f(\Phi_{eq}) + \left. \frac{\partial f}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta \quad (\text{A8.9})$$

En utilisant l'équation précédente (A8.9) et en procédant à l'élimination des produits non linéaires tendant vers zéro, nous aboutissons à la simplification de l'équation différentielle (A8.8) et nous aurons :

$$\left(J(\Phi_{eq}) + \left. \frac{\partial J}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta \right) \ddot{\theta} + \left(B(\Phi_{eq}) + \left. \frac{\partial B}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta \right) \dot{\theta}^2 + \left(G(\Phi_{eq}) + \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta \right) = D(U_{eq} + V) \quad (\text{A8.10})$$

Après simplification, nous obtenons :

$$J(\Phi_{eq})\ddot{\theta} + G(\Phi_{eq}) + \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta = D(U_{eq} + V) \quad (\text{A8.11})$$

En appliquant le résultat de l'équation (A8.6) à l'équation (A8.11), nous aurons :

$$J(\Phi_{eq})\ddot{\theta} + \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta = DV \quad (\text{A8.12})$$

Soit $\theta_{systeme}$ le vecteur d'état du système. On pose :

$$\theta_{systeme} = [\theta \quad \dot{\theta}]^T \in \mathfrak{R}^{2n \times 2n}$$

$$\dot{\theta}_{systeme} = [\dot{\theta} \quad \ddot{\theta}]^T \in \mathfrak{R}^{2n \times 2n}$$

Prenons l'équation différentielle (A8.12), nous aurons l'égalité suivante :

$$\ddot{\theta} = J(\Phi_{eq})^{-1} \left[- \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta + DV \right] \quad (\text{A8.13})$$

que nous pouvons également écrire :

$$\ddot{\theta} = \left(-J(\Phi_{eq})^{-1} \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \right) \theta + \left(J(\Phi_{eq})^{-1} D \right) V$$

Le modèle d'état linéarisé d'un système libre est ainsi donné par le système suivant :

$$\dot{\theta}_{systeme} = A\theta_{systeme} + BV$$

avec :

(A8.14)

A : la matrice d'état du système décrite par:

$$A = \begin{pmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -J(\Phi_{eq})^{-1} \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} & 0_{n \times n} \end{pmatrix}$$

B : la matrice de commande donnée par :

$$B = \begin{pmatrix} 0_{n \times n} \\ J(\Phi_{eq})^{-1} D \end{pmatrix}$$

1.2 Application au modèle dynamique bipédale

Rappelons que la dynamique du système robotique correspondant à la partie inférieure de l'humanoïde en phase libre obtenue dans le chapitre III est décrite par le système suivant :

$$J(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU \quad (\text{A8.15})$$

où :

$$\begin{cases} J(\Phi) = P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12} \\ H(\Phi, \dot{\Phi}) = P_{12}^T P_{10}^T P_1 (P_{11} + P_{10} P_{13}) \\ G(\Phi) = -P_{12}^T P_{10}^T P_2 \\ D = P_{12}^T P_{10}^T P_5 h_l \end{cases}$$

La linéarisation du système robotique libre (A8.15) selon la modélisation d'état linéaire (A8.14) est alors décrite par :

$$\dot{\theta}_{\text{systeme}} = A\theta_{\text{systeme}} + BV$$

avec :

$$(\text{A8.16})$$

$$A = \begin{pmatrix} 0_{12*12} & I_{12*12} \\ (P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} \frac{\partial (P_{12}^T P_{10}^T P_2)}{\partial \Phi} \Big|_{\Phi_{eq}} & 0_{12*12} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0_{12*12} \\ (P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} P_{12}^T P_{10}^T P_5 h_l \end{pmatrix}$$

1.3 Application au modèle dynamique du robot supérieur

Reprenons l'équation de la dynamique régissant le comportement du torse et bras anthropomorphiques en phase libre et obtenue dans le chapitre III:

$$J(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU \quad (\text{A8.17})$$

où :

$$\begin{cases} J(\Phi) = P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{25} \\ H(\Phi, \dot{\Phi}) = P_{25}^T P_{23}^T P_{14} (P_{24} + P_{23} P_{26}) \\ G(\Phi) = -P_{25}^T P_{23}^T P_{15} \\ D = P_{25}^T P_{23}^T P_{18} h_u \end{cases}$$

La linéarisation du système robotique libre (A8.17) selon la modélisation d'état linéaire (A8.14) est alors décrite par :

$$\dot{\theta}_{systeme} = A\theta_{systeme} + BV$$

avec : (A8.18)

$$A = \begin{pmatrix} 0_{14*14} & I_{14*14} \\ \left(P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{25} \right)^{-1} \frac{\partial \left(P_{25}^T P_{23}^T P_{15} \right)}{\partial \Phi} \Big|_{\Phi_{eq}} & 0_{14*14} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0_{14*14} \\ \left(P_{25}^T P_{23}^T P_{14} P_{23} P_{25} \right)^{-1} P_{25}^T P_{23}^T P_{18} h_u \end{pmatrix}$$

2 Linéarisation du modèle dynamique contraint

2.1 Cas général

Dans le cas d'un système contraint, l'équation de la dynamique donnée dans le chapitre III est décrite par:

$$J(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F \quad (A8.19)$$

Posons :

$$F = F_{eq} + f_f \quad (A8.20)$$

L'équation de la dynamique à l'équilibre est donnée par:

$$J(\Phi_{eq})\ddot{\Phi}_{eq} + B(\Phi_{eq})\dot{\Phi}_{eq}^2 + G(\Phi_{eq}) = DU_{eq} + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F_{eq} \quad (A8.21)$$

En combinant les équations (A8.3), (A8.4), (A8.20) et (A8.21), nous pouvons écrire :

$$G(\Phi_{eq}) = DU_{eq} + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F_{eq} \quad (A8.21)$$

Remplaçons les expressions (A8.4), (A8.7) et (A8.20) dans l'équation différentielle (A8.19), nous obtenons:

$$J(\Phi_{eq} + \theta)(\ddot{\Phi}_{eq} + \ddot{\theta}) + B(\Phi_{eq} + \theta)(\dot{\Phi}_{eq} + \dot{\theta})^2 + G(\Phi_{eq} + \theta) = D(U_{eq} + V) + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} (F_{eq} + f_f) \quad (A8.22)$$

En utilisant le développement en série de Taylor de premier ordre donné par l'équation (A8.9) et en procédant à l'élimination des produits non linéaires tendant vers zéro, on aboutit à la simplification de l'équation différentielle précédente :

$$J(\Phi_{eq})\ddot{\theta} + G(\Phi_{eq}) + \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta = D(U_{eq} + V) + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} (F_{eq} + f_f) \quad (A8.23)$$

En appliquant le résultat de l'équation (A8.21) à l'équation (A8.23), nous aurons :

$$J(\Phi_{eq})\ddot{\theta} + \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta = DV + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} f_f \quad (A8.24)$$

On pose de nouveau $\theta_{systeme}$ le vecteur d'état du système :

$$\theta_{systeme} = [\theta \quad \dot{\theta}]^T \in \mathfrak{R}^{2n*2n}$$

$$\dot{\theta}_{systeme} = [\dot{\theta} \quad \ddot{\theta}]^T \in \mathfrak{R}^{2n*2n}$$

Prenons l'équation différentielle (A8.24), nous aurons l'égalité suivante :

$$\ddot{\theta} = J(\Phi_{eq})^{-1} \left[-\left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \theta + DV + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} f_f \right] \quad (A8.25)$$

ou encore,

$$\ddot{\theta} = \left(-J(\Phi_{eq})^{-1} \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} \right) \theta + \left(J(\Phi_{eq})^{-1} D \right) V + \left(J(\Phi_{eq})^{-1} \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} \right) f_f$$

Le modèle d'état est donc donné par :

$$\dot{\theta}_{systeme} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -J(\Phi_{eq})^{-1} \left. \frac{\partial G}{\partial \Phi} \right|_{\Phi_{eq}} & 0 \end{pmatrix} \theta_{systeme} + \begin{pmatrix} 0 \\ J(\Phi_{eq})^{-1} D \end{pmatrix} V + \begin{pmatrix} 0 \\ J(\Phi_{eq})^{-1} \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} \end{pmatrix} f_f \quad (A8.26)$$

Sous une forme plus compacte :

$$\dot{X} = A\theta_{systeme} + B \begin{pmatrix} V \\ f_f \end{pmatrix} \quad (A8.27)$$

avec :

$$A = \begin{pmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -J(\Phi_{eq})^{-1} \frac{\partial G}{\partial \Phi} \Big|_{\Phi_{eq}} & 0_{n \times n} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \\ J(\Phi_{eq})^{-1} D & J(\Phi_{eq})^{-1} \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} \end{pmatrix}$$

2.2 Application au modèle dynamique bipédale

Rappelons que la dynamique du système robotique correspondant à la partie inférieure de l'humanoïde en phase contrainte obtenue dans le chapitre III est décrite par le système suivant :

$$J(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + G(\Phi) = DU + \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} F \quad (\text{A8.28})$$

où :

$$\begin{cases} J(\Phi) = P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12} \\ H(\Phi, \dot{\Phi}) = P_{12}^T P_{10}^T P_1 (P_{11} + P_{10} P_{13}) \\ G(\Phi) = -P_{12}^T P_{10}^T P_2 \\ D = P_{12}^T P_{10}^T P_5 h_l \end{cases}$$

La linéarisation du système robotique contraint (A8.28) selon la modélisation d'état linéaire (A8.27) est alors décrite par :

$$\dot{X} = A\theta_{systeme} + B \begin{pmatrix} V \\ f_f \end{pmatrix}$$

avec :

(A8.29)

$$A = \begin{pmatrix} 0_{12 \times 12} & I_{12 \times 12} \\ \left((P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} \frac{\partial (P_{12}^T P_{10}^T P_2)}{\partial \Phi} \Big|_{\Phi_{eq}} \right) & 0_{12 \times 12} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0_{12 \times 12} & 0_{12 \times 3} \\ \left((P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} P_{12}^T P_{10}^T P_5 h_l \right) & \left((P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} \frac{\partial E^T}{\partial \Phi} \right) \end{pmatrix}$$

ANNEXE 9: ANALYSE DES PROPRIETES DU MODELE DYNAMIQUE BIPEDALE

Cette annexe est consacrée à l'analyse des propriétés du système robotique inférieur du robot humanoïde. Pour les deux cas libre et contraint, nous étudierons en premier lieu la stabilité puis établirons la commandabilité.

1. Cas libre

1.1 Stabilité

L'étude de la stabilité repose sur la vérification du théorème de la stabilité pour les systèmes dynamiques qu'ils soient linéaires ou non linéaires [Khalil & Dombre, 2002]. Etant donné que nous disposons de la représentation d'état linéarisée du système robotique bipédal obtenue en [Annexe 8], prouver la stabilité du système consistera à appliquer le critère de la stabilité au sens de Lyapunov des systèmes linéaires à la matrice d'état du système.

En effet, selon le théorème de Lyapunov [Spong et al., 2006], le système linéaire $\dot{x} = Ax$ est asymptotiquement stable si et seulement si, pour toute matrice symétrique définie positive L , il existe une matrice P définie positive et symétrique satisfaisant l'équation de Lyapunov suivante :

$$A^T P + PA + L = 0 \quad (A9.1)$$

Reprenons l'expression de la matrice A obtenue en [Annexe 8] :

$$A = \begin{pmatrix} 0_{12 \times 12} & I_{12 \times 12} \\ (P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} \frac{\partial (P_{12}^T P_{10}^T P_2)}{\partial \phi} \Big|_{\phi_{eq}} & 0_{12 \times 12} \end{pmatrix} \quad (A9.2)$$

La matrice A numérique correspondante est donnée par :

P =

1.0e+016 *

Columns 1 through 16

-0.0296	0.0001	0.0083	-0.0004	0.0073	-0.0036	-0.0006	-0.0011	0.0017	-0.0034	-0.0018	0.0014	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
0.0001	-0.0042	-0.0002	-0.0006	-0.0002	-0.0002	0.0002	-0.0000	-0.0001	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0083	-0.0002	-0.0124	-0.0021	-0.0025	0.0038	0.0042	0.0005	-0.0003	-0.0001	-0.0038	0.0021	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
-0.0004	-0.0006	-0.0021	-0.0200	-0.0029	-0.0083	0.0035	-0.0002	-0.0022	0.0041	0.0005	-0.0003	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
0.0073	-0.0002	-0.0025	-0.0029	-0.0139	0.0003	0.0001	0.0002	-0.0013	-0.0150	0.0027	-0.0009	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
-0.0036	-0.0002	0.0038	-0.0083	0.0003	-0.0092	-0.0016	-0.0002	0.0007	0.0009	0.0027	-0.0032	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000
-0.0006	0.0002	0.0042	0.0035	0.0001	-0.0016	-0.0094	-0.0016	-0.0012	-0.0016	0.0076	-0.0041	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000
-0.0011	-0.0000	0.0005	-0.0002	0.0002	-0.0002	-0.0016	-0.0260	0.0019	-0.0324	0.0010	0.0019	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000
0.0017	-0.0001	-0.0003	-0.0022	-0.0013	0.0007	-0.0012	0.0019	-0.0075	0.0027	0.0043	-0.0019	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
-0.0034	-0.0000	-0.0001	0.0041	-0.0150	0.0009	-0.0016	-0.0324	0.0027	-0.0918	0.0038	0.0045	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
-0.0018	-0.0000	-0.0038	0.0005	0.0027	0.0027	0.0076	0.0010	0.0043	0.0038	-0.0251	0.0149	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000
0.0014	0.0000	0.0021	-0.0003	-0.0009	-0.0032	-0.0041	0.0019	-0.0019	0.0045	0.0149	-0.0154	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000
-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0035	-1.9510	0.0350	0.0148
-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0855	0.0350	-0.1760	-0.1161
-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0776	0.0148	-0.1161	-1.0649
0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1193	0.0041	-0.0479	-0.2217
0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0750	0.0044	0.0294	-0.4895
0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0209	0.0060	0.0992	0.2309
-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0297	0.0002	0.0011	-0.0475
-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0205	0.0009	-0.0173	-0.0880
-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0017	-0.0003	-0.0054	-0.0056
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0494	-0.0024	-0.0809	0.0522
-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0307	0.0009	0.0522	0.0087

Columns 17 through 24

0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000
-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000
-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1193	-0.0750	0.0209	-0.0297	0.0205	0.0017	-0.0494	0.0307	0.0041	0.0044	0.0060	0.0002	0.0009	-0.0003	-0.0024	0.0009
-0.0479	0.0294	0.0992	0.0011	-0.0173	-0.0054	-0.0809	0.0522	-0.2217	-0.4895	0.2309	-0.0475	-0.0880	-0.0056	-0.0377	0.0087
-0.1260	-0.0954	0.0286	0.0271	-0.0347	-0.0087	0.0409	-0.0303	-0.0954	-0.2820	0.0465	-0.0228	-0.0288	0.0003	0.0434	-0.0402
0.0286	0.0465	-0.1658	0.0115	0.0022	0.0077	0.1682	-0.1071	0.0271	-0.0228	0.0115	-0.0452	0.0027	0.0097	-0.0165	0.0105
-0.0347	-0.0288	0.0022	0.0027	-0.0501	-0.0007	0.0932	-0.0587	-0.0087	-0.0003	0.0077	-0.0097	-0.0007	-0.0092	-0.0058	0.0041
0.0409	0.0434	0.1682	-0.0165	0.0932	-0.0058	-0.4690	0.3310	-0.0303	-0.0402	-0.1071	0.0105	-0.0587	0.0041	0.3310	-0.2424

Les conditions de symétrie et de positivité de la matrice P ne sont toutes les deux pas vérifiées. Nous pouvons donc affirmer que le système est instable.

1.2 Commandabilité

Pour étudier la commandabilité du système, il est important de calculer la matrice de commandabilité Q exprimée par la relation suivante [Khalil & Dombre, 2002]:

$$Q = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] \tag{A9.3}$$

Reprenons l'expression de la matrice B obtenue en [Annexe 8] :

$$B = \begin{pmatrix} 0_{12 \times 12} \\ (P_{12}^T P_{10}^T P_1 P_{10} P_{12})^{-1} P_{12}^T P_{10}^T P_5 h_l \end{pmatrix} \tag{A9.4}$$

La matrice B numérique correspondante est donnée par :

$B =$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11.8359	-0.9933	1.9048	-15.1696	-0.5059	1.7099	-0.7074	-0.1848	1.2562	0.5022	-0.6768	0.5728
-1.0339	453.5434	-481.8508	-0.2991	9.2354	1.3121	0.3931	0.8406	-0.2121	-0.2446	-0.8444	0.1636
0.8709	-9.4086	22.0114	-1.1190	-11.9368	0.1780	-0.3350	-1.0609	2.3727	-0.2490	-0.4296	0.7354
3.2819	-11.3000	16.7577	-0.1593	-2.9050	-2.9464	-2.0994	-3.1364	7.7236	0.3295	-1.7787	2.6014
-3.0931	-2.7432	3.4861	7.4786	-0.4204	-3.8522	1.0062	-0.6291	0.0684	-1.2018	0.7022	-0.2867
1.1736	-4.4270	2.6424	1.2298	2.8360	-2.2666	-0.6423	0.2836	0.8826	0.5784	-0.9665	0.5624
-1.3446	0.5304	-3.3504	2.3581	2.2601	-0.9582	0.6803	1.7044	-10.0812	1.4405	5.1546	-4.0468
0.6959	-0.3319	0.6206	-1.9661	-0.1028	1.2170	-2.7738	0.0005	0.5227	3.4666	-0.2904	0.4864
0.2409	-0.8896	2.0849	-0.1782	-0.9751	-0.0537	-0.3657	-3.5505	0.4629	-0.3951	6.1894	-4.1194
-0.0031	-0.0000	0.1129	0.0799	-0.1031	-0.0741	0.8241	-0.1066	0.4853	-1.2830	-0.2622	0.1120
0.4258	0.1170	0.4355	-0.8925	-0.4268	0.4405	-0.1270	2.8563	4.1795	0.4683	-16.3540	20.6702
-0.1470	-0.0403	-0.1362	0.3171	0.1344	-0.1607	0.1442	-0.9965	-1.3800	-0.5932	9.8467	-15.6319

Pour obtenir la matrice de commandabilité numérique, nous utilisons la commande *ctrb* sous le logiciel Matlab. La matrice numérique Q obtenue est telle que $Q \in \mathbb{R}^{24 \times 288}$.

Un système commandable doit vérifier le critère de Kalman, une condition nécessaire et suffisante de commandabilité [Khalil & Dombre, 2002]. Pour cela, il faut établir que le rang de la matrice de commandabilité est égal à l'ordre du système d'état. Nous obtenons :

$$\text{rang}(Q) = 24$$

Or $A \in \mathbb{R}^{24 \times 24}$. Nous pouvons donc en conclure que le bipède libre est un système commandable.

2. Cas contraint

2.1 Stabilité

Le système robotique bipédale contraint possède une matrice d'état identique à celle du bipède libre donc l'analyse de stabilité est la même. Nous pouvons alors affirmer que le système robotique inférieur est toujours instable qu'il s'agisse du cas libre ou contraint.

2.2 Commandabilité

Pour l'étude de la commandabilité, nous utilisons l'expression donnée en (A9.3) de façon similaire au cas du bipède libre. Reprenons l'expression de la matrice B obtenue en [Annexe 8] :

ANNEXE 10: MATRICES DE GRANDE DIMENSION ASSOCIEES AU HAUT DU ROBOT HUMANOIDE

Dans cette annexe, nous présentons toutes les matrices de grande dimension nécessaires à l'élaboration du modèle dynamique réduit du système robotique associé au torse et bras anthropomorphiques. Ceci, dans le but de ne pas alourdir les développements du chapitre 3.

$P_{14} \in \mathfrak{R}^{48 \times 48}$:

$$P_{14} = \begin{pmatrix} I_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{15} \end{pmatrix}$$

$P_{15} \in \mathfrak{R}^{48 \times 1}$:

$$P_{15} = [f_8 \ f_9 \ f_{10} \ f_{11} \ f_{12} \ f_{13} \ f_{14} \ f_{15} \ M_8 g \ M_9 g \ M_{10} g \ M_{11} g \ M_{12} g \ M_{13} g \ M_{14} g \ M_{15} g]^T$$

$P_{16} \in \mathfrak{R}^{48 \times 24}$:

$$P_{16} = \begin{pmatrix} KK_8 A_8^T & -LL_8 A_8^T & LL_8 A_8^T & 0 & 0 & LL_8 A_8^T & 0 & 0 \\ 0 & KK_9 A_9^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -KK_{10} A_{10}^T & LL_{10} A_{10}^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -KK_{11} A_{11}^T & LL_{11} A_{11}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -KK_{12} A_{12}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KK_{13} A_{13}^T & LL_{13} A_{13}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KK_{14} A_{14}^T & LL_{14} A_{14}^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KK_{15} A_{15}^T \\ I & -I & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \end{pmatrix}$$

$P_{17} \in \mathfrak{R}^{48 \times 8}$

$$P_{17} = \begin{pmatrix} S & S & S & S \\ S & S & S & S \\ R_{11} & S & S & S \\ -A_{11}^T A_{10} R_{11} & R_{12} & S & S \\ S & -A_{12}^T A_{11} R_{12} & S & S \\ S & S & R_{14} & S \\ S & S & -A_{14}^T A_{13} R_{14} & R_{15} \\ S & S & S & -A_{15}^T A_{14} R_{15} \\ S & S & S & S \end{pmatrix}$$

$$P_{18} = \begin{pmatrix} o & -I & I & o & o & I & o & o \\ o & A_9^T A_8 & o & o & o & o & o & o \\ o & o & -A_{10}^T A_8 & I & o & o & o & o \\ o & o & o & -A_{11}^T A_{10} & I & o & o & o \\ o & o & o & o & -A_{12}^T A_{11} & o & o & o \\ o & o & o & o & o & -A_{13}^T A_8 & I & o \\ o & o & o & o & o & o & -A_{14}^T A_{13} & I \\ o & o & o & o & o & o & o & -A_{15}^T A_{14} \\ o & o & o & o & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & o & o \\ o & o & o & o & o & o & o & o \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{48 \times 24}$$

$$P_{21} \in \mathfrak{R}^{24 \times 24} :$$

$$P_{21} = \begin{pmatrix} KK_8 A_8^T & o & o & o & o & o & o & o \\ -LL_8 A_8^T & KK_9 A_9^T & o & o & o & o & o & o \\ LL_8 A_8^T & o & -KK_{10} A_{10}^T & o & o & o & o & o \\ o & o & LL_{10} A_{10}^T & -KK_{11} A_{11}^T & o & o & o & o \\ o & o & o & LL_{11} A_{11}^T & -KK_{12} A_{12}^T & o & o & o \\ LL_8 A_8^T & o & o & o & o & -KK_{13} A_{13}^T & o & o \\ o & o & o & o & o & o & LL_{13} A_{13}^T & -KK_{14} A_{14}^T \\ o & o & o & o & o & o & o & LL_{14} A_{14}^T & -KK_{15} A_{15}^T \end{pmatrix}$$

$$P_{22} \in \mathfrak{R}^{24 \times 24} :$$

$$P_{22} = \begin{pmatrix} I & o & o & o & o & o & o & o \\ -I & I & o & o & o & o & o & o \\ I & o & -I & o & o & o & o & o \\ o & o & I & -I & o & o & o & o \\ o & o & o & I & -I & o & o & o \\ I & o & o & o & o & -I & o & o \\ o & o & o & o & o & I & -I & o \\ o & o & o & o & o & o & I & I \end{pmatrix}$$

$P_{25} \in \mathfrak{R}^{24 \times 14}$:

$$P_{25} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c\Phi_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s\Phi_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c\Phi_{16}s\Phi_{17} & c\Phi_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s\Phi_{16} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c\Phi_{16}c\Phi_{17} & s\Phi_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c\Phi_{20} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s\Phi_{20} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c\Phi_{22}s\Phi_{23} & c\Phi_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s\Phi_{22} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c\Phi_{22}c\Phi_{23} & s\Phi_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\Phi_{26} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\Phi_{26} & 0 \end{pmatrix}$$

Les abréviations « c » pour *cosinus* et « s » pour *sinus* utilisées lors de l'écriture de la matrice précédente ne sont là que pour minimiser la taille de la matrice et permettre sa représentation sur une seule et même page.

$$P_{26} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\sin \Phi_{14} \dot{\Phi}_{13} \dot{\Phi}_{14} \\ 0 \\ \cos \Phi_{14} \dot{\Phi}_{13} \dot{\Phi}_{14} \\ \sin \Phi_{16} \sin \Phi_{17} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{16} - \cos \Phi_{16} \cos \Phi_{17} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{17} - \sin \Phi_{17} \dot{\Phi}_{16} \dot{\Phi}_{17} \\ \cos \Phi_{16} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{16} \\ -\sin \Phi_{16} \cos \Phi_{17} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{16} - \cos \Phi_{16} \sin \Phi_{17} \dot{\Phi}_{15} \dot{\Phi}_{17} + \cos \Phi_{17} \dot{\Phi}_{16} \dot{\Phi}_{17} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\sin \Phi_{20} \dot{\Phi}_{19} \dot{\Phi}_{20} \\ 0 \\ \cos \Phi_{20} \dot{\Phi}_{19} \dot{\Phi}_{20} \\ \sin \Phi_{22} \sin \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{22} - \cos \Phi_{22} \cos \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{23} - \sin \Phi_{23} \dot{\Phi}_{22} \dot{\Phi}_{23} \\ \cos \Phi_{22} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{22} \\ -\sin \Phi_{22} \cos \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{22} - \cos \Phi_{22} \sin \Phi_{23} \dot{\Phi}_{21} \dot{\Phi}_{23} + \cos \Phi_{23} \dot{\Phi}_{22} \dot{\Phi}_{23} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\sin \Phi_{26} \dot{\Phi}_{25} \dot{\Phi}_{26} \\ 0 \\ \cos \Phi_{26} \dot{\Phi}_{25} \dot{\Phi}_{26} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{24 \times 1}$$

$$h_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{24 \times 14}$$

B =

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.5894	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	6.5894	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	16.7092	-105.2359	-167.2201	56.7752	24.3630	3.2600	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-10.7691	-0.4020	1.8053	19.1237	-31.5965	-1.4094	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-9.9208	63.6416	90.3372	-31.1249	-28.7438	-0.0776	0	0	0	0	0	0	0
0	0	21.0562	-9.7677	-18.7213	-49.3201	175.4302	11.8333	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-13.9498	12.7956	-3.8466	60.5856	-555.8933	-10.5385	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-9.2278	-0.7870	21.2248	40.5812	-146.8109	-56.3845	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-31.5179	111.6349	57.9293	146.6610	-124.7676	-42.4039	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-14.9568	20.2357	15.8761	33.3322	-14.2283	8.8238	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-42.3515	134.8102	91.7897	155.5341	-105.3555	-45.7719	0
0	0	0	0	0	0	0	0	7.3725	-11.3405	12.6512	-78.4183	161.2313	-28.3612	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-0.4187	11.4221	-8.5626	100.9866	-480.1622	40.6528	0
0	0	0	0	0	0	0	0	13.7803	6.8189	3.2574	-41.9737	86.9571	-223.6821	0

Pour obtenir la matrice de commandabilité numérique, nous utilisons la commande *ctrb* sous le logiciel Matlab. La matrice numérique Q obtenue est telle que $Q \in \mathbb{R}^{28 \times 392}$. Nous devons établir que le rang de la matrice de commandabilité est égal à l'ordre du système d'état [Khalil & Dombre, 2002]. Nous obtenons :

$$\text{rang}(Q) = 28$$

Or $A \in \mathbb{R}^{28 \times 28}$. Nous pouvons donc en conclure que la partie supérieure du robot humanoïde est un système commandable dans le cas libre.