



**HAL**  
open science

# FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: um olhar para integração de recursos digitais em situações de colaboração à luz da TPACK

Roberto Mariano de Araújo Filho

► **To cite this version:**

Roberto Mariano de Araújo Filho. FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: um olhar para integração de recursos digitais em situações de colaboração à luz da TPACK. Education. UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, 2019. Portuguese. NNT: . tel-02616917

**HAL Id: tel-02616917**

**<https://hal.science/tel-02616917>**

Submitted on 4 Jun 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSIDADE  
FEDERAL  
DE PERNAMBUCO



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E  
TECNOLÓGICA  
CURSO DE DOUTORADO**

**ROBERTO MARIANO DE ARAÚJO FILHO**

**FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: um olhar  
para integração de recursos digitais em situações de colaboração à luz da TPACK**

**Recife**

**29-10-2019**

ROBERTO MARIANO DE ARAÚJO FILHO

**FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: um olhar  
para integração de recursos digitais em situações de colaboração à luz da TPACK**

Tese de doutoramento apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de doutor em Educação Matemática e Tecnológica.

**Área de concentração:** Ensino de Ciências e Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Verônica Gitirana Gomes Ferreira

**Recife**

**2019**

ROBERTO MARIANO DE ARAÚJO FILHO

**FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: um olhar  
para integração de recursos digitais em situações de colaboração à luz da TPACK**

Tese de doutoramento apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do grau de doutor em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 29/10/2019

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Verônica Gitirana Gomes Ferreira (Orientadora)  
Universidade Federal de Pernambuco – Brasil

---

Prof. Dr. Arthur B. Powell (Examinador Externo)  
Rutgers University Newark – Estados Unidos

---

Prof. Dr. Celso André de Souza Barros Gonçalves (Examinador Externo)  
Universidade do Estado de Minas Gerais – Brasil

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Iranete Lima (Examinador Interno)  
Universidade Federal de Pernambuco – Brasil

---

Prof. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Examinador Interno)  
Universidade Federal de Pernambuco – Brasil

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus por ter me possibilitado chegar até aqui.

Aos meus pais Evani e Roberto por sempre me apoiarem desde o início da minha vida escolar, me incentivando a estudar e alcançar meus objetivos.

Ao meu companheiro de todas as horas Marcos Câmara, por me dar todo amor, compreensão e força nessa trajetória.

A minha querida orientadora Verônica Gitirana, por compartilhar seu conhecimento sempre de forma humilde, paciente e atenciosa. Muito Obrigado!

Aos membros da banca Prof. Dr. Arthur Powell, Prof. Dr. Celso Gonçalves, Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Iranete Lima e Prof. Dr. Valdir Bezerra pelas valiosas contribuições a esta pesquisa.

A minha amiga desde sempre Samilly Alexandre, que meu deu apoio e me acompanha desde a graduação, muito obrigado.

Ao todos os professores do Edumatec por todo conhecimento vivenciado nas disciplinas e atividades acadêmicas desenvolvidas desde o meu mestrado.

Ao Lematec por todas as contribuições a esta pesquisa e pelos momentos de descontração vivenciados esses anos.

Aos meus professores de graduação da UFPB – Campus IV que sempre nos incentivaram a buscar a carreira acadêmica e vibram até hoje pelas nossas conquistas.

Ao povo brasileiro que por meio da Capes financiou esta pesquisa parcialmente e me possibilitou chegar até aqui.

A todos os que não foram citados aqui, mas que me deram apoio e incentivo na conclusão desta pesquisa. Meu muito obrigado!

## RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo analisar os conhecimentos de professores de matemática em formação inicial que emergem a partir de uma formação com integração de tecnologia digital para o ensino de função, feitos em modalidade semipresencial e colaborativa em plataformas CSCL. Os conhecimentos docentes analisados partem de uma ampliação do quadro teórico desenvolvido por Shulman que tem como princípio os conhecimentos pedagógicos e do conteúdo como essenciais a formação docente. Com a integração do conhecimento tecnológico ao quadro teórico formando a TPACK (Mishra e Koehler), se faz-se necessária uma formação que contemple a integração de tecnologias à formação inicial. O modelo experimental utiliza a colaboração *online* (Stahl) como propulsor da formação, aliado a teorias didáticas e cognitivas para promover interações a distância e presenciais, que façam emergir os conhecimentos da TPACK. Na metodologia foi realizado o design de um experimento com cinco etapas de formação, partindo da discussão teórica até o planejamento e execução de uma simulação de aula com base nas etapas da Orquestração Instrumental (Trouche). A pesquisa teve como sujeitos um grupo de 21 licenciandos em Matemática da modalidade presencial. Para esta pesquisa, foi analisado o caso de um dos grupos pesquisados, que se destacou nas discussões ao longo das etapas de formação. Foram utilizados dois métodos de análise de dados, um deles como suporte à análise videográfica o modelo de análise microgenética e o outro, com suporte à análise da colaboração *online*, o modelo de análise de Baker. As análises permitiram a identificação dos conhecimentos mobilizados pelos licenciandos, como os entraves relacionados as interações colaborativas. O modelo experimental mostrou como os conhecimentos emergem a partir da colaboração, possibilitando outros olhares para formação inicial docente com tecnologias digitais. Os resultados mostraram que os conhecimentos pedagógicos e do conteúdo surgiram fortemente ao longo das etapas do modelo. Além disso, os conhecimentos emergiram, principalmente, em situações nas quais se identificou a colaboração entre os sujeitos. No entanto, a TPACK aparece em apenas um dos momentos da colaboração. Finalmente, pudemos identificar que os licenciandos, mesmo que implicitamente, evidenciaram ter conhecimentos sobre as etapas de planejamento e elaboração de situações de ensino.

**Palavras-chave:** TPACK. Aprendizagem Colaborativa. Formação Inicial Docente. Orquestração Instrumental. Tecnologia.

## ABSTRACT

This research aims to analyze mathematics teachers' knowledge in initial training that emerge from a formation with integration of digital technology for function teaching, done in semi-presential and collaborative mode in CSCL platforms. The teaching knowledge analyzed starts from an expansion of the theoretical framework developed by Shulman that has as its principle the pedagogical knowledge and the content as essential to teacher education. With the integration of technological knowledge to the theoretical framework forming the TPACK (Mishra and Koehler), it is necessary a formation that contemplates the integration of technologies to the initial training. The experimental model uses online collaboration (Stahl) as a driving force for training, coupled with didactic and cognitive theories to promote distance and face-to-face interactions that emerge TPACK's knowledge. In the methodology the design of an experiment with five stages of formation was carried out, starting from the theoretical discussion to the planning and execution of a class simulation based on the stages of the Instrumental Orchestration (Trouche). The research had as subject a group of 21 undergraduate students in Mathematics of the present modality. For this research was made the case study of one of the researched groups, which stood out in the discussions along the stages of formation. Two data analysis methods were used, one with support for videographic analysis the microgenetic analysis model and the other with support for online collaboration, the Baker analysis model. The analyzes allowed the identification of the knowledge mobilized by the undergraduates, such as the obstacles related to collaborative interactions. The experimental model showed how knowledge emerges from collaboration, enabling other perspectives for initial teacher education with digital technologies. The results showed that pedagogical and content knowledge emerged strongly throughout the stages of the model. In addition, knowledge emerged, mainly, in situations in which collaboration between subjects was identified. However, TPACK appears in only one of the moments of the collaboration. Finally, we were able to identify that the graduates, even if implicitly, evidenced to have knowledge about the stages of planning and elaboration of teaching situations.

**Keywords:** TPACK. Collaborative Learning. Teachers Initial Training. Instrumental Orchestration. Technology.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Habilidades requeridas no Ensino Fundamental para Funções .... **Erro!**  
**Indicador não definido.**

Quadro 2: Abordagem para Funções no Ensino Médio **Erro!** **Indicador não definido.**

Quadro 3: Possibilidades de conversão das Funções no Geogebra ..... **Erro!**  
**Indicador não definido.**

Quadro 4: Esquema de divisão dos sujeitos em grupo .....	66
Quadro 5: Distribuição dos grupos pelas habilidades.....	75
Quadro 6: Horários da 1ª sessão por grupo .....	75
Quadro 7: Horários dos encontros da 2ª sessão por grupo .....	76
Quadro 9: Estrutura de classificação de dados ..... <b>Erro! Indicador não definido.</b>	
Quadro 10: Entraves do aplicativo Geogebra .....	99
Quadro 11: Atividade para familiarização a distância.....	99
Quadro 12: Composição dos grupos.....	100
Quadro 13: Dados do Grupo A.....	101
Quadro 14: Conhecimentos identificados na construção até a variação do raio..	103
Quadro 15: Eventos e potencialidades do software .....	112
Quadro 16: Análise do alinhamento do primeiro evento.....	125
Quadro 17: Análise do alinhamento do segundo evento .....	126
Quadro 18: Conceitos matemáticos compartilhados pelos sujeitos.....	129
Quadro 19: Síntese da análise do alinhamento .....	130
Quadro 20: Síntese da análise da colaboração.....	132
Quadro 21: Distribuição dos sujeitos com base nos conhecimentos .....	135
Quadro 22: Dados analisados na 4ª Etapa .....	137
Quadro 23: Conhecimentos identificados no trecho 16.....	143
Quadro 24: Conhecimentos identificados no trecho 17.....	144
Quadro 25: Síntese dos conhecimentos identificados e alinhamento dos sujeitos .....	148
Quadro 26: Percepção dos licenciandos sobre o uso do Geogebra na aula .....	193
Quadro 27: Síntese dos conhecimentos na socialização .....	194
Quadro 28: Conhecimentos identificados na 5ª etapa de formação.....	207



## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Habilidades escolhidas pelos sujeitos.....	74
Gráfico 2: Gráfico dos tipos de pergunta e resposta.....	94
Gráfico 3: Papel dos sujeitos do Grupo A na interação.....	121
Gráfico 4: Posicionamento dos sujeitos do Grupo A.....	122
Gráfico 5: Habilidades dos sujeitos a partir do formulário.....	134
Gráfico 6: Papel dos sujeitos .....	151
Gráfico 7: Nível de acordo entre os sujeitos.....	152
Gráfico 8: Simetria na elaboração da OI .....	166
Gráfico 9: Acordo na elaboração da OI.....	166

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema da interseção entre o conhecimento pedagógico e do conteúdo .....	44
Figura 2: Interseção entre os conhecimentos pedagógico e tecnológico .....	46
Figura 3: Diagrama da TPACK .....	48
Figura 4: Três dimensões fundamentais da atividade colaborativa e as oito formas subsequentes de colaboração em CSCL .....	58
Figura 5: Tela inicial do Geogebra na Web .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
Figura 6: Interface do Modellus .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
Figura 7: Esquema geral do experimento de formação .....	68
Figura 8: Animação da homotetia e função .....	72
Figura 9: Esquema das duas primeiras etapas de formação .....	73
Figura 10: Esquema do ambiente na elaboração dos objetivos .....	77
Figura 11: Esquema do ambiente nas etapas da orquestração .....	78
Figura 12: Dados coletados a cada etapa do experimento de formação .....	81
Figura 13: Coleta de dados 1ª Etapa .....	82
Figura 14: Coleta de dados na 3ª etapa .....	84
Figura 15: Esquema das interações e classificação dos conhecimentos identificados ...	92
Figura 16: Animação com homotetia e funções .....	97
Figura 17: Esquema do encontro de familiarização presencial .....	98
Figura 18: Primeira etapa de construção do grupo A .....	102
Figura 19: Criação do controle deslizante k pelo licenciando E5 .....	104
Figura 20: interseção da circunferência e da reta pelo E6 .....	106
Figura 21: Instante de omissão de objetos na simulação do Grupo A .....	107
Figura 22: Criação da janela de visualização 2 .....	109
Figura 23: Área do pentágono por automação .....	109
Figura 24: Comprimento do lado do pentágono por automação .....	110
Figura 25: Criação do ponto com as coordenadas do comprimento do lado e a medida de área do polígono .....	111
Figura 26: Traço do ponto .....	111
Figura 27: Discussão da razão de ampliação entre os licenciandos .....	114
Figura 28: Imagem da tela no instante 09:57 .....	115

Figura 29: Situação do grupo A no modelo de Baker .....	132
Figura 30: Distribuição de tarefas segundas habilidades dos sujeitos.....	141
Figura 31: Cronologia de eventos na definição de objetivos.....	153
Figura 32: Conhecimentos identificados no formulário da 3ª etapa.....	154
Figura 33: Conhecimentos identificados na análise dos eventos .....	154
Figura 34: Classificação dos sujeitos no modelo de Baker .....	156
Figura 35: Objetivos e Configuração Didática .....	160
Figura 36: Modo de operação elaborado pelos sujeitos .....	164
Figura 37: Classificação da atividade coletiva na elaboração da OI .....	167
Figura 38: Aula baseada nas etapas da OI.....	168
Figura 39: Classificação dos conhecimentos na OI.....	168
Figura 40: Organização dos sujeitos na socialização da aula.....	170
Figura 41: Cronologia dos eventos no vídeo .....	171
Figura 42: Síntese da análise dos conhecimentos dos objetivos .....	203
Figura 43: Síntese de conhecimentos nas etapas da TOI .....	206

## LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CK – Content Knowledge

CSCL – Computer Supported Collaborative Learning

CSCW – Computer Supported Cooperative Work

CTPC – Conhecimentos Tecnológicos, Pedagógicos e do Conteúdo

EN – Etapa *N*

GN – Grupo *N*

LN – Licenciando *N*

OCEM – Orientações Curriculares para o Ensino Médio

OI – Orquestração Instrumental

PCK – Pedagogical and Content Knowledge

PK – Pedagogical Knowledge

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

SN – Situação *N*

TCK – Technological and Content Knowledge

TEN – Tecnologias *N*

TK – Technological Knowledge

TOI – Teoria da Orquestração Instrumental

TPACK – Technological, Pedagogical and Content Knowledge

TPK – Technological and Pedagogical Knowledge

TRRS – Teoria dos Registros de Representação Semiótica

UFPB – Universidade Federal da Paraíba

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco

UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
1.1 OBJETIVOS .....	17
<b>1.1.1 Objetivo Geral .....</b>	<b>17</b>
<b>1.1.2 Objetivos Específicos .....</b>	<b>17</b>
1.2 ESTRUTURA DO TEXTO.....	18
<b>2. REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>19</b>
2.1 FORMAÇÃO INICIAL DOCENTE .....	19
2.2 FORMAÇÃO INICIAL DOCENTE PARA A TPACK NO ENSINO.....	22
2.3 FORMAÇÃO DOCENTE PARA INTEGRAR A TPACK NO ENSINO .....	28
2.4 FUNÇÕES.....	30
<b>2.4.1 As funções e suas representações .....</b>	<b>31</b>
<b>2.4.2 Orientações curriculares para o ensino de Funções .....</b>	<b>32</b>
<b>2.4.3 Softwares para o ensino de Funções .....</b>	<b>35</b>
<b>3. CONHECIMENTOS NA FORMAÇÃO INICIAL DOCENTE .....</b>	<b>40</b>
3.1 CONHECIMENTOS DOCENTES .....	40
<b>3.1.1 O Conhecimento do Conteúdo – Content Knowledge (CK).....</b>	<b>40</b>
<b>3.1.4 Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo – Pedagogical and Content Knowledge (PCK) .....</b>	<b>43</b>
<b>3.1.5 Conhecimento Pedagógico e Tecnológico – Pedagogical and Technological Knowledg (PTK).....</b>	<b>44</b>
<b>3.1.6 Conhecimento Tecnológico e do Conteúdo – Technological and Content Knowledge (TCK).....</b>	<b>46</b>
<b>3.1.7 Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo – Technological, Pedagogical and Content Knowledge (TPACK).....</b>	<b>47</b>
<b>4 O QUADRO TEÓRICO DO EXPERIMENTO DE FORMAÇÃO.....</b>	<b>51</b>
4.1 APRENDIZAGEM COLABORATIVA COM SUPORTE COMPUTACIONAL (CSCL).....	51
<b>4.1.1 CSCL e CSCW – Aspectos teóricos .....</b>	<b>52</b>
<b>4.1.2 Design em CSCL.....</b>	<b>53</b>
<b>4.1.3 Scripts Colaborativos .....</b>	<b>55</b>
<b>4.1.4 O papel do mediador .....</b>	<b>56</b>
<b>4.1.5 O modelo de análise de Baker .....</b>	<b>57</b>
4.2 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.....	59
<b>4.2.1 Transformações semióticas: tratamento e conversão.....</b>	<b>61</b>
4.3 A TEORIA DA ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL .....	62
4.4 QUESTÕES DE PESQUISA .....	64

<b>5 METODOLOGIA.....</b>	<b>65</b>
5.1 SUJEITOS.....	66
5.2 O EXPERIMENTO DE FORMAÇÃO .....	67
<b>5.2.1 1ª Etapa – Discussão sobre as representações semióticas e sua relevância no ensino de Funções .....</b>	<b>68</b>
<b>5.2.2 2ª Etapa – Familiarização com o Geogebra .....</b>	<b>70</b>
<b>5.2.3 3ª Etapa – Formação de grupos docentes colaborativos .....</b>	<b>73</b>
<b>5.2.4 4ª Etapa – Objetivos de aula e elaboração da aula a partir das etapas da TOI .....</b>	<b>76</b>
<b>5.2.5 5ª Etapa – Socialização da aula .....</b>	<b>80</b>
5.3 COLETA DE DADOS .....	81
<b>5.3.1 Dados coletados na 1ª Etapa .....</b>	<b>81</b>
<b>5.3.2 Dados coletados na 2ª Etapa .....</b>	<b>83</b>
<b>5.3.3 Dados coletados na 3ª Etapa .....</b>	<b>83</b>
<b>5.3.4 Dados coletados na 4ª Etapa .....</b>	<b>84</b>
<b>5.3.5 Dados coletados na 5ª Etapa .....</b>	<b>85</b>
5.4 O ESTUDO DE CASO .....	85
5.5 ASPECTOS ÉTICOS DA PESQUISA .....	86
<b>6 ANÁLISE DE DADOS.....</b>	<b>87</b>
6.1 MÉTODO DE ANÁLISE DAS ETAPAS DE FORMAÇÃO .....	87
6.2 MÉTODO DE ANÁLISE DA 1ª ETAPA DE FORMAÇÃO.....	88
6.3 ANÁLISE DA 1ª ETAPA DE FORMAÇÃO .....	90
6.4 MÉTODO DE ANÁLISE DA 2ª ETAPA DE FORMAÇÃO.....	95
6.5 ANÁLISE DA 2ª ETAPA DE FORMAÇÃO .....	96
<b>6.5.1 Etapa de familiarização presencial .....</b>	<b>96</b>
<b>6.5.2 Etapa de familiarização a distância .....</b>	<b>99</b>
6.6 ANÁLISE DA 3ª ETAPA DE FORMAÇÃO .....	133
<b>6.6.1 Habilidades dos sujeitos .....</b>	<b>133</b>
<b>6.6.2 Formação dos grupos .....</b>	<b>pelos sujeitos</b>
<b>.....</b>	<b>134</b>
<b>6.6.3 Síntese da análise da 3ª etapa de formação .....</b>	<b>135</b>
6.7 MÉTODO DE ANÁLISE DA 4ª ETAPA DE FORMAÇÃO .....	136
<b>6.8.1 Discussão e definição dos objetivos de aula.....</b>	<b>137</b>
<b>6.8.2 Planejamento da Orquestração Instrumental .....</b>	<b>157</b>
6.8 MÉTODO DE ANÁLISE DA 5ª ETAPA DE FORMAÇÃO.....	169
6.9 ANÁLISE DA 5ª ETAPA DE FORMAÇÃO .....	170
<b>6.9.1 Aula sobre Função Afim .....</b>	<b>172</b>
<b>6.9.2 Objetivos de aula .....</b>	<b>180</b>

<b>6.9.3 Configuração Didática .....</b>	<b>182</b>
<b>6.9.4 Modo de execução .....</b>	<b>183</b>
<b>6.9.5 Discussão com a professora formadora .....</b>	<b>187</b>
<b>6.9.6 Síntese da análise da 5ª etapa de formação .....</b>	<b>194</b>
<b>7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DAS ETAPAS DE FORMAÇÃO .....</b>	<b>196</b>
<b>7.1 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA 1ª ETAPA DE FORMAÇÃO.....</b>	<b>196</b>
<b>7.1.1 Ambiente e recursos-base para discussão da TRRS.....</b>	<b>196</b>
<b>7.1.2 Conhecimentos docentes identificados .....</b>	<b>197</b>
<b>7.1.3 Reflexões acerca da TRRS .....</b>	<b>198</b>
<b>7.2 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA 2ª ETAPA DE FORMAÇÃO.....</b>	<b>199</b>
<b>7.2.1 Etapa de familiarização presencial .....</b>	<b>199</b>
<b>7.2.2 Etapa de familiarização a distância .....</b>	<b>201</b>
<b>7.3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA 4ª ETAPA DE FORMAÇÃO.....</b>	<b>203</b>
<b>7.3.1 Objetivos de aula.....</b>	<b>203</b>
<b>7.3.2 Planejamento com base nas etapas da OI .....</b>	<b>205</b>
<b>7.4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA 5ª ETAPA DE FORMAÇÃO.....</b>	<b>206</b>
<b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>209</b>
<b>8.1 CONCLUSÕES .....</b>	<b>209</b>
<b>8.2 LIMITAÇÕES DA PESQUISA .....</b>	<b>212</b>
<b>8.3 PERSPECTIVAS DE PESQUISAS FUTURAS.....</b>	<b>212</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>213</b>
<b>APÊNDICE A - ROTEIRO DA OFICINA DE GEOGEBRA .....</b>	<b>219</b>
<b>APÊNDICE B – SCRIPT DA 1ª FASE DA FORMAÇÃO .....</b>	<b>220</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Apesar de a tecnologia estar cada vez mais presente na sociedade atual, a integração tecnológica na Educação ainda tem se mostrado um desafio. O relatório americano sobre o uso da tecnologia na educação (NCES, 2000) aponta um descompasso entre as expectativas e a realidade sobre o uso da tecnologia e suas transformações, sobretudo no que diz respeito à prática docente. O relatório aponta que, mesmo quando computadores e Internet estão integrados à sala de aula, eles apenas reforçam práticas tradicionais de ensino (LINS, 2010). Cantini *et al.* (2006) apontam que os professores, a partir da inserção de tecnologias digitais na escola, devem estar preparados para integrá-las à sua prática docente. No entanto, segundo os autores, é necessário que haja uma expansão da formação do professor com relação ao uso dessas tecnologias, uma vez que, muitas vezes, a formação inicial é fragilizada nesse aspecto.

Em algumas instituições de ensino superior públicas mais próximas geograficamente, como a Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Universidade do Estado do Rio Grande do Norte (UERN) e Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), a formação inicial do professor de Matemática apresenta poucas ou nenhuma disciplina em sua estrutura curricular que trate das tecnologias digitais para o ensino. Na UFPE, UFPB e UERN, as grades curriculares mostram disciplinas de iniciação à computação, que trabalham com algoritmos e linguagem de programação, mas não com recursos digitais voltados para o ensino. Muitas vezes, as abordagens são realizadas em outras disciplinas, como as de laboratório ou metodologias de ensino.

Alguns pesquisadores, como Borba e Penteado (2010), Bairral (2007), Charles e Gitirana (2014), Nishio e Hora (2016), têm realizado pesquisas com o uso de tecnologias digitais na formação inicial de professores. Essas pesquisas realizadas por pesquisadores da Educação Matemática no Brasil, em sua maioria, ocorrem nos ambientes de formação inicial em que os pesquisadores atuam. No entanto, como aponta Fiorentini (2005) é preciso que os professores formadores, não apenas os da formação didático-pedagógica, mas também os da formação específica, reformulem suas práticas, inserindo novas metodologias, tendo em vista o impacto que esses docentes possuem na postura do futuro professor de Matemática

Nesse sentido, partimos do princípio de que a formação inicial do professor precisa integrar o uso de recursos digitais, necessidade essa já apontada nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para a Licenciatura em Matemática desde 2001 (BRASIL, 2001). Segundo as DCN para a licenciatura em Matemática, na estrutura curricular do curso, o licenciando deve

adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando sua utilização para o ensino da Matemática.

O perfil dos cursos de Licenciatura em Matemática tem se modificado de forma a atender à demanda da formação inicial, com disciplinas da Educação Matemática, que são necessárias na formação do licenciando. No entanto, essas disciplinas muitas vezes não contemplam artefatos digitais, computacionais e da web, que estão em constante evolução. Nogueira *et al.* (2013) apontam a necessidade de “... o docente, desde o início da sua formação esteja em contato direto com as tecnologias não apenas de forma técnica, mas principalmente pedagógica, para que possa de fato, inserir os recursos tecnológicos em sua prática” (NOGUEIRA *et al.*, 2013, p. 4). Os pesquisadores apontam a necessidade de uma formação inicial e continuada pautada na utilização de tecnologias digitais, diante da complexidade da inclusão tecnológica dos que já atuam, em incorporar tecnologias em suas práticas.

A presença da tecnologia como um artefato para o ensino vai além da sua presença no ambiente escolar. O artefato tecnológico deve ser vinculado às práticas de sala de aula, tendo o professor como mediador, para que os estudantes sejam direcionados a explorar, conjecturar e formular situações a partir da manipulação da tecnologia (NOGUEIRA, *et. al.*, 2013). A partir da tecnologia como artefato para o ensino e com a evolução da comunicação em rede, as modalidades de ensino que se concentravam na modalidade presencial evoluem também para a modalidade à distância por meio de Ambientes Virtuais de Aprendizagem. Dessa forma, o perfil do professor que está em formação deve se adaptar também a essas modalidades de ensino que se desenvolvem em rede. Segundo Dantas (2005), os professores que irão fazer uso das novas tecnologias devem estar preparados para reconhecer as vantagens, as limitações e as implicações do uso destas tecnologias.

Uma vez apontada a necessidade de uma formação que contemple a utilização de artefatos tecnológicos, vemos a necessidade de estabelecer uma formação inicial que contemple este aspecto, por meio da utilização de softwares que promovam a construção do conhecimento matemático (do conteúdo), didático (pedagógico) e tecnológico e que possam ser integrados à prática dos novos professores de matemática.

A necessidade de uma formação que contemple a utilização de artefatos tecnológicos também é reforçada por Mishra e Koehler (2006), como um dos conhecimentos necessários ao professor em sua prática. Os autores integram o conhecimento tecnológico a outros dois tipos de conhecimento: o pedagógico e o do conteúdo (SHULMAN, 1986), formando uma tríade de conhecimentos que o professor precisa ter para consolidar a prática em sala de aula. Segundo Mishra e Koehler (2006) o conhecimento tecnológico está presente na vida profissional do

professor, mesmo antes da evolução tecnológica digital. Isso porque os autores consideram como tecnologias não apenas os artefatos digitais, mas também os artefatos não digitais.

As pesquisas mostram, em sua maioria, uma preocupação em investigar os conhecimentos dos professores que já atuam, ou seja, que estão em pleno exercício da prática docente ou apenas, na investigação da integração tecnológica nos cursos de formação inicial (KAFYULILO, 2010; NIESS, 2006; LEE e HOLLEBRANDS, 2008; MISHRA e KOEHLER, 2006; DURDU e DAG, 2017). Com base nessas pesquisas, começamos a pensar em um modelo de formação que contemplasse os professores no processo inicial de formação, isto é, ainda no começo da licenciatura, a fim de investigar como os conhecimentos do conteúdo, pedagógico e tecnológico emergem nesta fase inicial. Além disso, podemos, ao mesmo tempo, proporcionar a estes estudantes uma formação que contemple estes conceitos necessários à prática docente, mas que ainda estão se desenvolvendo por meio da abordagem teórico-prática que é realizada nas disciplinas de metodologia de ensino.

Nesse sentido, em nossa pesquisa, estivemos investigando a formação inicial de professores, ou seja, os alunos da licenciatura em Matemática no início da formação. Nossa investigação partiu de uma disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática, no início do curso de graduação, e que tem como objetivo fomentar discussões em Educação Matemática a partir de teóricos da área aliados a investigações práticas com atividades direcionadas para exploração dos conceitos abordados na teoria.

Nossa hipótese é que, ao promover uma formação que faça emergir estes conhecimentos (conteúdo, pedagógico e tecnológico), poderemos observar quais são os conhecimentos pré-existentes. Dito de outra forma, observar o que estes estudantes já trazem ao chegarem ao curso de licenciatura em Matemática, a fim de futuramente, promover ao longo da formação, situações que possam efetivamente contribuir na constituição de um professor que abarque a tríade de conhecimentos essenciais e já construídos de forma sólida, que esteja preparado para atuar em sala de aula.

Além da necessidade da integração de conhecimentos à prática docente, outro fato deficiente na formação inicial é a formação voltada para uma aprendizagem individual. Zouaoui (2013) aponta que a formação inicial docente deve considerar que as aprendizagens coletiva e individual devem ser contempladas de maneira que uma não anule a outra. Ou seja, o futuro professor deve estar atento às peculiaridades do pensamento individual do aluno que, por consequência, gera contribuições significativas no processo de construção colaborativa quando envolvido em um grupo. Desse modo, o trabalho docente deve ser percebido na formação inicial

como uma ação coletiva, já que os professores em sua prática estão desempenhando um trabalho de planejamento e coordenação pedagógica em um grupo de professores.

Sendo assim, para promover nosso experimento de formação inicial docente, constituímos um ambiente colaborativo *online* (STAHL *et al.*, 2006) de forma que os licenciandos deveriam interagir em grupo na elaboração de uma situação de ensino, que fizesse uso de ferramentas tecnológicas. Acreditamos que a colaboração desde a formação inicial pode despertar nos futuros professores a necessidade de resolver problemas e aprender juntos, tanto na prática de sala de aula, como nas ações docentes. Enerson *et al.* (2007) destacam que o trabalho docente colaborativo nem sempre é considerado na formação inicial, por não ser uma metodologia de ensino recorrente na prática. Sendo assim, os autores respondem a alguns questionamentos comuns levantados pelos docentes quanto ao trabalho colaborativo suportado por tecnologias digitais, como: tipos de tecnologias que suportam a colaboração, como incentivar nos alunos a prática colaborativa e como desenvolver a prática colaborativa no meio docente.

A partir da problemática apresentada, propomos uma pesquisa voltada para a formação inicial docente colaborativa, com vista à elaboração e à experimentação de um modelo de formação, a partir dos objetivos elencados a seguir.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Analisar os conhecimentos de professores de matemática em formação inicial que emergem a partir de uma formação com integração de tecnologia digital para o ensino de função, feitos em modalidade semipresencial e colaborativa em plataformas CSCL.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- a) Identificar os conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e do conteúdo, individuais e coletivos, que emergem da formação em suas diferentes etapas.
- b) Investigar como ocorrem as intersecções entre os conhecimentos docentes que aparecem na TPACK ao longo das etapas da formação.
- c) Analisar os entraves e possibilidades do trabalho colaborativo, na formação, em modalidade semipresencial e colaborativa.

d) Analisar os conhecimentos mobilizados pelos professores em formação durante o planejamento de uma orquestração instrumental para o ensino de funções com o auxílio de software a partir da colaboração *online*.

## 1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

*O segundo capítulo desta pesquisa apresenta uma revisão da literatura de algumas pesquisas em torno da formação inicial docente em Matemática, como também a formação inicial docente com o uso da TPACK e CSCL.*

Para atingir nossos objetivos, pautamo-nos no quadro teórico principal deste estudo, que consiste nos Conhecimentos Tecnológicos, Pedagógicos e Conteúdo (TPACK - Technological, Pedagogical and Content Knowledge), apresentado no terceiro capítulo desta pesquisa (MISRHA e KOEHLER, 2006). Neste capítulo discutimos como o quadro teórico da TPACK foi constituído por Mishra e Koehler (2006) a partir das pesquisas de Shulman (1986), sobre o Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo.

No quarto capítulo, apresentamos nosso quadro teórico do experimento de formação. As teorias apresentadas neste capítulo nos auxiliaram a desenvolver o experimento de formação, como a Aprendizagem Colaborativa Suportada por Computador (STAHL, KOSCHMANN e SUTHERS, 2006) (CSCL - Computer Supported Collaborative Learning) que nos auxiliou no design do ambiente, na escolha dos grupos, organização dos roteiros e mediação das sessões. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2003; 2007), que fez parte do programa da disciplina onde realizamos o experimento, atua como uma das teorias discutidas pelos sujeitos para sua formação didático-pedagógica. As funções enquanto objeto matemático proposto na formação e por fim, a Teoria da Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2004); (TROUCHE, 2005), (DRIVJERS *et al.*, 2010), como uma das teorias discutidas na disciplina e suporte aos licenciandos na elaboração das aulas propostas na formação.

No quinto capítulo, trazemos uma caracterização da nossa metodologia, apresentando o experimento de formação, a caracterização dos sujeitos e o processo de coleta de dados em cada etapa. No sexto capítulo discutimos o método e a análise dos dados coletados em cada etapa do experimento de formação. No sétimo capítulo, trazemos os resultados da nossa pesquisa e as discussões pautadas em nossa teoria principal do estudo e em nossa revisão da literatura. No último capítulo, trazemos nossas conclusões, algumas limitações da pesquisa e perspectivas de pesquisas futuras.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

Fizemos, neste capítulo, uma discussão sobre as pesquisas em torno da TPACK (Technological, Pedagogical, and Content Knowledge). Buscamos nossa fonte bibliográfica na base de indexação de pesquisas educacionais ERIC, acessível por meio do link, [eric.ed.gov](http://eric.ed.gov), que reúne artigos completos de autores de vários lugares do mundo protegidos pelos direitos autorais de cada autor.

Nossa busca se deu a partir de termos específicos relacionados à nossa pesquisa. Buscamos “TPACK in preservice mathematics teacher” e encontramos alguns artigos relacionados, que fomos filtrando de acordo com o período de publicação de cada um. Primeiramente, focamos nos artigos publicados nos últimos 5 anos e fomos aumentando o filtro para que pudéssemos ter uma margem maior de publicações. Ao final da busca, iniciamos um processo de filtragem mais específico, guiando-nos pelas propostas das pesquisas para o nosso estudo.

Ao final da filtragem classificamos os artigos de acordo com o que conseguimos observar na leitura e formamos as categorias: Formação Inicial Docente, Formação inicial docente para o uso da TPACK, Formação docente para integração da TPACK no ensino e Formação docente com CSCL. Além disso, fizemos uma breve discussão sobre as funções a partir das orientações propostas nos documentos oficiais vigentes.

### 2.1 FORMAÇÃO INICIAL DOCENTE

A formação inicial docente vem sendo objeto de pesquisa no Brasil e no mundo há alguns anos (FIORENTINI *et al.*, 2002). Nesta seção discutimos as investigações dos pesquisadores sobre o panorama das pesquisas que discutem sobre políticas públicas para formação docente, os programas e cursos, as práticas de ensino e Estágios Supervisionados, o trabalho colaborativo, a formação matemática e pedagógica do professor, as propostas de reformulação das licenciaturas e os saberes docentes (FIORENTINI *et al.*, 2002; FIORENTINI, 2005; NACARATO, 2006).

Iniciamos nossa revisão com as investigações trazidas por Fiorentini *et al.* (2002), que trazem uma revisão de 112 teses e dissertações defendidas no período de 1978 a 2002, acerca da formação ou desenvolvimento profissional docente. Os pesquisadores abordam, nessa investigação, algumas categorias relacionadas à formação inicial, formação continuada e outros sub-focos de pesquisa.

Os estudos desses autores evidenciam que as pesquisas de pós-graduação em torno da formação inicial se iniciam na década de 70, mais precisamente em 1978, com aproximadamente 12 estudos apontados em dissertações de mestrado da Unicamp, concentrando 77,7% e em teses de doutorado, 21,4%, nos outros casos foram encontradas teses de pesquisadores brasileiros realizadas no exterior.

No final da década de 90, os pesquisadores apontam que os estudos focaram-se nos programas dos cursos, evidenciando que o perfil dos egressos mostrou uma falta de domínio dos conceitos matemáticos necessários à prática profissional. Os métodos de pesquisa também evoluíram ao longo dos anos, pois até o final da década de 80, os pesquisadores se utilizavam de questionários para o levantamento de dados exploratórios ou descritivos, passando para uma avaliação qualitativa mais efetiva com a pesquisa participante, entrevistas com formadores e licenciandos ao final da década de 90.

Uma abordagem mais focada na Licenciatura em Matemática realizada pelos pesquisadores, mostra que os problemas evoluíram pouco ao longo dos anos. Desde a década de 70 até o início dos anos 2000, a dicotomia entre teoria e prática mostrou-se um problema comum nas pesquisas. Além disso, o distanciamento entre as disciplinas pedagógicas e específicas, o distanciamento do que se aprende na licenciatura e o necessário à prática nas escolas, a pouca articulação entre os professores formadores e a realidade escolar, a predominância de métodos de avaliação tradicionais são exemplos de problemas que parecem se estender as Licenciaturas em Matemática (FIORENTINI *et al.*, 2002).

Segundo os autores, esses problemas estão ligados aos professores formadores que mostram ausência de uma formação histórica, epistemológica e filosófica do saber matemático. Até o final da década de 90 as propostas de solução para esses problemas, aparecem timidamente nas pesquisas, sendo encontradas apenas nos estudos de Carneiro (1999) e Martins (2001), que evidenciam menores impactos quando há docentes da Educação Matemática que se comprometem com a formação do professor.

Fiorentini *et al.* (2002) ainda trazem, em seus estudos, a existência de grupos ou práticas colaborativas na formação de professores. No entanto, os pesquisadores mostram que essas práticas ocorrem apenas na formação continuada e no desenvolvimento profissional docente, e não na formação inicial. Em um dos estudos mapeados, mostra-se a parceria entre pesquisador e professores dos anos iniciais, na produção de material didático para sala de aula, na perspectiva do professor reflexivo. Em outras pesquisas, são evidenciadas as práticas de produção de situações didáticas coletivas, com aplicação em sala de aula. E, finalmente, a constituição de um grupo de pesquisa-ação em Educação Matemática, que atuou no

desenvolvimento profissional docente por meio de oficinas que surgiram a partir de grupos colaborativos em um Laboratório de Ensino da UFPR. Os pesquisadores concluíram que, a partir dessas práticas coletivas e colaborativas, os professores tornaram-se mais reflexivos, gerando novas práticas que mudaram suas concepções de Matemática.

Em outra pesquisa, Fiorentini (2005) aponta aspectos da formação matemática e didático-pedagógica na formação inicial do professor de Matemática. O trabalho do autor aborda a formação do conhecimento matemático, que segundo ele, pode ser focalizado em três diferentes perspectivas: da prática acadêmica ou científica, da prática escolar e das práticas cotidianas não-formais. O autor defende que essas perspectivas estão interligadas, uma vez que a prática escolar se constitui a partir da interlocução entre as práticas acadêmica e cotidianas.

A partir das pesquisas de Shulman (1986), Fiorentini (2005) aponta que os problemas de dicotomia entre teoria e prática permanecem arraigados na formação inicial (FIORENTINI *et al.*, 2002). Nesse sentido, o autor destaca que Shulman (1986) discute sobre um processo essencial à formação inicial do professor de Matemática, que seria a articulação do Conhecimento do Conteúdo e do Conhecimento Pedagógico, que dá origem ao Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo (SHULMAN, 1986; MISHRA e KOEHLER, 2006).

Com isso, Fiorentini (2005) destaca que o futuro professor precisa conhecer como se deu o processo histórico e a negociação de significados em Matemática, de forma que possa avaliar as potencialidades do saber matemático, tendo em vista a realidade escolar onde irá atuar e os seus objetivos pedagógicos. Nesse sentido, o autor destaca que

[...] para ser professor de matemática, não basta ter um domínio conceitual e procedimental da Matemática produzida historicamente. Sobretudo, necessita conhecer seus fundamentos epistemológicos, sua evolução histórica, a relação da Matemática com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático (FIORENTINI, 2005, p. 110).

Para o autor, o professor formador tem um papel essencial na constituição do futuro professor de Matemática. Segundo Fiorentini, alguns professores formadores não tem uma dimensão dessa concepção, pois não percebem que, além da Matemática que ensinam, eles também ensinam um jeito de ser pessoa e professor. Pesquisas mostram que procedimentos do processo de escolarização e da formação matemática inicial, influenciam mais na futura prática docente, que as disciplina didático pedagógica (FIORENTINI, 2005). Isso porque essas disciplinas são fortemente prescritivas, e ditam um modelo teórico de “sucesso” a ser seguido pelos futuros docentes.

O autor aponta nas suas conclusões algumas considerações para a formação inicial e os professores formadores. Segundo Fiorentini (2005), é necessário que as licenciaturas em Matemática implementem a prática em todo o corpo docente, independente da formação - matemática ou didático-pedagógica - de que é preciso haver transformações no processo de formação, de maneira que os docentes de ambos os eixos se conscientizem da necessidade de implementação de novos modelos metodológicos para ensinar Matemática, promovendo atividades de investigação e problematizadoras, que sejam capazes de promover aprendizagens significativas.

Nacarato (2006) evidencia que os entraves relacionados à formação docente do professor de Matemática, seja inicial ou continuada, são evidenciados pela comunidade acadêmica por meio de pesquisas realizadas por educadores matemáticos. Essas pesquisas, inclusive, apontam algumas alternativas para que essas limitações sejam superadas. Um desses entraves destacados pela autora, refere-se à carga horária destinada aos programas de formação inicial que, em alguns cursos, limitam-se ao mínimo estabelecido pelas diretrizes curriculares, ou seja, de 2.800 horas, o que se mostra insuficiente para dar conta da formação necessária.

Outro aspecto destacado por Nacarato (2006) é o despreparo que os ingressantes nos cursos de licenciatura em Matemática vêm mostrando ao longo dos últimos anos. A autora aponta que a falta de políticas públicas na Educação Básica afeta diretamente o Ensino Superior, uma vez que, os estudantes que chegam ao curso de licenciatura em Matemática mostram uma grande defasagem com relação aos conteúdos básicos da etapa de escolarização.

A partir dessas reflexões, trazemos na seção seguinte uma revisão da literatura que contempla a formação inicial docente para a TPACK no ensino.

## 2.2 FORMAÇÃO INICIAL DOCENTE PARA A TPACK NO ENSINO

Como destacamos em nossa problemática, a integração de tecnologias na formação inicial docente apresenta uma defasagem considerável. E isso ocorre, muitas vezes, tendo em vista que os cursos de formação inicial, quando apresentam disciplinas voltadas para formação tecnológica, são desvinculados da prática ou focados apenas no conteúdo específico da área.

Alguns autores têm se preocupado em abordar a integração tecnológica na formação inicial de professores. No surgimento do quadro teórico da TPACK, Niess (2005) adapta quatro componentes do quadro PCK (*Pedagogical and Content Knowledge*) de Grossmann (1990) e

os amplia para o TPACK, desenvolvendo quatro aspectos para programas de formação de professores:

Uma concepção abrangente do que significa ensinar um assunto específico, como Matemática, integrando tecnologia na aprendizagem;

Conhecimento de estratégias instrucionais e representações para o ensino particular de tópicos matemáticos com tecnologia;

Conhecimento do entendimento, pensamento e aprendizagem dos alunos com tecnologia em um conceito como a matemática;

Conhecimento de materiais curriculares e do currículo que integram a tecnologia com a aprendizagem matemática (NIESS, 2006, p.187).

A partir desses aspectos, a pesquisadora estruturou uma proposta de curso de formação inicial de professores e analisou os sujeitos ao longo da formação. Os sujeitos analisados eram formados para atuar nas áreas de Ciências e Matemática, devendo, ao longo do processo, integrar a tecnologia ao conhecimento pedagógico e específico da área. Niess (2005) estipulou alguns graus de desenvolvimento ao longo do processo formativo, observando os avanços em termos de TPACK no curso que propôs.

Em outra pesquisa Neiss (2006) discute os desafios na implementação da tecnologia no processo de formação inicial neste curso que propôs. A autora destaca que mesmo os conhecimentos inerentes à prática docente que já se encontram no currículo, como a didática e o conhecimento específico da área, nem sempre estão integrados. Dessa forma, o desafio se torna maior para as universidades, quando a integração tecnológica também se faz necessária.

A autora destaca que, no começo, os alunos do curso apresentam conhecimento tecnológico, manipulando dispositivos que estão diariamente em contato, como computadores, celulares e outras ferramentas digitais. No entanto, ao levar a proposta da interação tecnológica com outros conhecimentos, o potencial dos alunos é baixo, ou seja, faz-se necessária uma preparação para isso. Uma das formas apresentadas por Niess (2006) é o design de aulas simuladas ao longo do curso, aulas onde os estudantes vão desenvolvendo a prática com base no quadro teórico da TPACK.

Niess (2006) destaca ainda, que ferramentas como calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica são apenas alguns dos exemplos que podem ser usados para aprender e ensinar matemática. Mas, por outro lado, alguns fatores devem ser considerados para que os professores estejam efetivamente preparados: a) necessidades curriculares em Matemática no século XXI, b) necessidades instrucionais em Matemática no século XXI, c) aprendizagem dos alunos no século XXI, d) capacidades únicas das ferramentas, e)

conhecimento dos alunos, f) acesso e preocupações de gerenciamento das ferramentas e g) avaliação de novas ferramentas. A partir desses fatores, a autora elenca uma série de questões que devem ser feitas de forma reflexiva pelo professor e que podem levá-lo a buscar ou não mais formação.

Kafyulilo (2010) apresenta, em sua problemática, a preocupação com a formação inicial docente, mais especificamente, em como os professores de Matemática e Ciências em formação inicial adquirem competências na integração de conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e do conteúdo para o ensino. Além disso, o pesquisador também questiona em sua pesquisa quais ações e condições são oferecidas pela instituição formadora desses professores na efetiva promoção de competências TPACK.

A pesquisa contou com a participação de quatro instrutores da instituição formadora e de 29 estudantes de Matemática e Ciências. A participação dos instrutores na pesquisa foi necessária, tendo em vista que eles fariam parte do processo de preparação dos estudantes. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram o questionário com os estudantes, entrevista com os instrutores, observação e o livro de registros do pesquisador.

O questionário foi utilizado com base nas questões de pesquisa apresentadas e foi utilizado tanto no pré-teste, como no pós teste proposto, com o objetivo de observar as mudanças na integração da TPACK antes e depois da intervenção. O questionário foi baseado na proposta de Schmidt *et al.* (2009) e a Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) (2009) com valores de confiabilidade para os conhecimentos tecnológicos e pedagógicos, mas não especificamente da TPACK.

A entrevista com os instrutores foi utilizada com o objetivo de saber como eles preparavam os estudantes, ou seja, como faziam a integração tecnológica em sala de aula para que os futuros professores pudessem adotar essa metodologia na prática. Além desses fatores, a entrevista poderia fornecer informações sobre quais habilidades os estudantes poderiam demonstrar na intervenção.

O registro de observação também foi baseado na proposta de Schmidt *et al.* (2009) e a Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) (2009), com o intuito de verificar como os estudantes realizavam a integração tecnológica durante as microaulas propostas na intervenção. Finalmente, o livro de registros do pesquisador foi utilizado para manter registros das atividades realizadas na intervenção. Dessa forma, pode ser descrito tudo que ocorreu no processo. Com esses instrumentos de pesquisa, foram propostos quatro momentos: intervenção, microaulas, treinamento com base na TPACK e finalmente, um momento de reflexão da pesquisa de maneira geral.

A pesquisa evidencia, em suas conclusões, que foram identificadas limitações nos estudantes com relação a integração TPACK. As razões destacadas foram a falta de ferramentas e recursos disponíveis na instituição realizada, além da demonstração de pouca habilidade dos instrutores ao integrar tecnologias na prática de sala de aula. Isso reflete diretamente na formação inicial dos professores, que não possuem um modelo de uso para integração TPACK em sua formação.

Também ficou claro nas conclusões da pesquisa que, ao serem colocados diante de atividades práticas de ensino, com integração de recursos digitais, eles aprendem mais a integrar tecnologia a prática docente. A participação dos licenciandos em ciência e matemática no design e apresentação de aulas, revelou competências e habilidades na integração TPACK. Isso se deve ao fato da formação prévia realizada em torno do quadro teórico da TPACK e da sua relevância para o ensino. Os desafios que surgiram ao longo do planejamento das aulas, levantaram questões: qual o design? Por que desenvolver um design? Tecnologia, pedagogia ou conteúdo? Como integrar? A formação teórica da TPACK auxiliou esses licenciandos a responderem essas questões e se lançarem no desafio de integrar a tecnologia ao conhecimento específico e ao conhecimento pedagógico.

Os resultados também mostraram a mudança positiva nos licenciandos após a intervenção, uma vez que, alguns deles desenvolviam habilidades tecnológicas antes e que foram transformadas ao pensar na integração de outros conhecimentos. A intervenção auxiliou na compreensão de quais tecnologias suportavam a aprendizagem construtivista, unindo tecnologia, conteúdo específico e pedagogia.

Lee e Hollebrands (2008) usam os estudos de Niess (2005) e Mishra e Koehler (2006) sobre TPACK para a partir do quadro teórico desenvolver métodos para preparar professores em formação inicial. Os autores desenvolveram um programa educacional que combinou Matemática, Tecnologia e Pedagogia. Nesse programa, denominado de PTMT projet (Program to Teach Mathematics with Technology) foram desenvolvidos materiais para preparar os docentes em formação inicial, e foi sugerido que o programa possa ser utilizado no desenvolvimento do raciocínio com base no quadro teórico da TPACK.

Outros autores também desenvolveram propostas didáticas para professores em formação inicial com integração tecnológica. Haciomeroglu *et al.* (2011) utilizaram o quadro teórico da TPACK no desenvolvimento de atividades em grupo com professores em formação inicial, utilizando o software Geogebra. A coleta dos dados foi baseada no planejamento das atividades, reflexões escritas e apresentações realizadas pelos cursistas. Segundo os autores, o uso do Geogebra no design das aulas e apresentações, ajudou os professores em formação

inicial a desenvolver sua TPACK e que o software também foi um recurso bastante positivo na elaboração das aulas.

Kafyulilo (2010) apresenta algumas questões levantadas pela UNESCO (2008) com relação à formação de professores e competências relacionadas a conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e do conteúdo. Segundo o autor, a UNESCO (2008) evidencia que tais competências incluem a habilidade no gerenciamento de informações, estruturar tarefas e problemas, e integração de ferramentas de softwares. Além disso,

[...] também a capacidade de integrar aplicativos específicos de conteúdos com métodos de ensino centrados em projetos colaborativos que possam dar suporte a uma compreensão profunda dos alunos sobre os principais conceitos e suas aplicações na resolução de problemas complexos do mundo real. (UNESCO, 2008 *apud* KAFYULILO, 2010, p. 12).

Com base na citação anterior, podemos dizer que é necessária uma reestruturação da formação docente, no que diz respeito ao uso da tecnologia digital. Isso por que, os professores em formação inicial não devem apenas dominar o uso de recursos básicos, mas também, compreender como utilizar as tecnologias digitais para desenvolver atividades com qualidade (NIESS *et al.*, 2009).

Balgalmis *et al.*, (2014) propuseram atividades com o Geogebra na formação inicial de professores. Os autores concluem que as atividades, embora tenham sido bem estruturadas, ao chegar na sala de aula não surtiram o mesmo efeito. Dessa forma, a pesquisa evidencia a clara necessidade de desenvolvimento da integração tecnológica com a prática docente.

Recentemente, percebemos que a integração de conhecimentos do quadro TPACK ainda está em processo de análise. Durdu e Dag (2017) propõem uma investigação que visa analisar professores em formação inicial, com base na TPACK, em um curso no formato CBME (Computer-based Mathematics Education). O CBME segundo Durdu e Dag (2017), é definido como o uso de tecnologias computacionais, especialmente, para facilitar habilidades cognitivas em Educação Matemática. Neste curso, o foco foi a análise de três sub-conhecimentos do quadro teórico TPACK: T (Tecnologia), TPK (Conhecimento tecnológico e pedagógico) e TCK (Conhecimento do conteúdo e tecnológico).

Os resultados mostraram que antes do curso os professores em formação inicial tinham um conhecimento muito elementar sobre tecnologias digitais. Por exemplo, eles associavam o *PowerPoint* como uma tecnologia digital para ensinar Matemática, representando fórmulas e diagramas. Também deixaram claro que não tinham conhecimento sobre o Geogebra, um dos

softwares utilizados no estudo. Por outro lado, segundo os autores, ao final do curso eles conseguiram estabelecer conexões entre tecnologia e matemática.

Padmavathi (2017) traz uma revisão teórica do quadro TPACK e tece algumas considerações sobre a TPACK e a formação de professores. Segundo a autora, se tratando de formação para o uso da TPACK é preciso que se separem professores em formação inicial e professores em formação continuada. As perspectivas para o uso da TPACK pelos dois grupos são distintas, uma vez que, professores em formação continuada já se encontram em atuação e focam na TPACK para o uso em sala de aula, não para formação docente.

No Brasil é comum haver professores em formação inicial que já atuam em sala de aula. Neste caso, o desafio dos programas se torna maior e é necessária uma política educacional mais efetiva no que diz respeito à formação docente. Padmavathi (2017) reforça que é necessário que os professores em formação inicial tenham um alto nível de conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo, se mantenham atualizados sobre as novas tecnologias emergentes para a sala de aula, estejam imersos na prática ao longo da formação e procurem aprender trocando ideias, informações e observando outros professores.

A autora ainda afirma que, mesmo com a expansão tecnológica no século XXI, muitos professores que já estão em atuação acreditam que as tecnologias digitais são utilizadas apenas para tornarem as aulas mais atrativas. No entanto, eles precisam se conscientizar que no século da era digital o acesso a informação não é difícil e permite organizar, colaborar, compartilhar e essas habilidades atualmente, são extremamente necessárias.

Para Padmavathi (2017), os professores em formação inicial só podem integrar a TPACK, quando o currículo oferece oportunidade de ensinar com tecnologia de maneira prática e os conhecimentos do conteúdo e didáticos também são adquiridos de maneira efetiva.

Özgül-Koca, Meagher e Edwards (2010) também pesquisaram a TPACK na formação inicial de professores, por meio da formação para integração de tecnologia, com estudantes da licenciatura colocados em situações de prática profissional docente. Os pesquisadores realizam o experimento com seus próprios licenciandos em Matemática, uma vez que, estes estudantes tiveram contato prévio com tecnologias para o ensino, tais como calculadoras, manipulações virtuais e softwares de geometria dinâmica.

A partir disso, os licenciandos passaram por questionamentos sobre a relação entre tecnologia, matemática e didática, sendo necessário que discutissem o que pensavam acerca de tais relações. Depois, precisaram planejar aulas de matemática fazendo uso de recursos tecnológicos, mas com base no quadro teórico da TPACK. Ou seja, eles estavam cientes que precisavam desenvolver aulas que apresentassem a interseção tripla da TPACK.

No entanto, foi observado que, em algumas atividades, os conhecimentos eram abordados de forma separada ou interseccionando apenas dois conhecimentos. Por exemplo, em uma das atividades foi planejada para que o aluno realizasse atividades de medição em um software de geometria dinâmica, o que poderia ser realizado em lápis e papel. Dessa forma, os licenciandos não exploraram de forma mais efetiva a potencialidade da tecnologia digital.

De acordo com os autores (2010), a dificuldade dos licenciandos em integrarem a TPACK está, entre outros fatores, no processo de transição da posição de aluno para professor. Outro resultado apontado na pesquisa é que os licenciandos planejam atividades ou situações problema, nas quais ele possa resolver e dessa forma, uma lacuna fica aberta no que tange ao potencial tecnológico, pois situações mais complexas que poderiam ser desveladas com o auxílio tecnológico não são exploradas.

Para os autores, é necessário que haja mais experimentos em torno da TPACK, principalmente na formação inicial. Muito embora eles acreditem também que para que a formação inicial ocorra com sucesso com integração da TPACK, seja necessária uma experimentação da sala de aula de maneira contínua, onde os sujeitos possam, de fato, ser inseridos na realidade profissional. Além disso, é preciso que haja disponibilidade de artefatos tecnológicos ao longo da formação, pondo os licenciandos em meio a ambientes ricos em tecnologia digital para aliar a formação específica e didática à tecnológica.

Até agora, voltamo-nos para uma discussão da literatura sobre a TPACK na formação inicial docente, experimentos e implicações dessas pesquisas para os futuros professores. A seguir, faremos uma discussão sobre as pesquisas em torno da integração da TPACK para ensinar, ou seja, como professores em atuação utilizam o quadro teórico da TPACK e os integra em sua prática profissional?

### 2.3 FORMAÇÃO DOCENTE PARA INTEGRAR A TPACK NO ENSINO

A integração da TPACK para o ensino não é algo elementar. Alguns estudos revelam a complexidade para o professor, principalmente, ao tentar integrar a tecnologia como algo inerente à prática. Harris, Mishra e Koehler (2009) apontam que muitos professores, ao tentarem integrar artefatos tecnológicos a sua prática, o fazem superficialmente, sem explorar todo o potencial que os recursos têm se forem utilizados em conjunto com os conhecimentos já existentes de conteúdo e o pedagógico. Para os autores, ensinar apenas o manuseio das ferramentas de um software não é suficiente para que os alunos, de fato, estejam incluindo a tecnologia no processo de aprendizagem.

Aprender sobre tecnologia é diferente do que fazer com ela instrutivamente. Ensinar habilidades tecnológicas (T) em isolado, pouco faz para ajudar os professores a desenvolver conhecimento sobre como usar a tecnologia para ensinar de forma mais eficaz (TPK), sua relação com o conteúdo disciplinar (TCK), ou como ajudar os alunos a atender determinados padrões de conteúdo usando tecnologias da forma mais adequada (TPACK) para gerar aprendizagem (HARRIS; MISHRA; HOEHLER, 2009, p. 402). Tradução nossa.

A partir do que foi dito anteriormente, questionamo-nos: mas utilizar TPACK de forma efetiva no ensino e aprendizagem? Harris, Mishra e Koehler (2009) trazem ainda algumas estratégias para responder essa questão. Segundo os autores, um primeiro passo para auxiliar os professores nessa tarefa é a conscientização do alcance da atividade de aprendizagem dentro de uma área do conteúdo, que pode partir do desenvolvimento de vários esquemas de uso das tecnologias digitais e não digitais, para suportar diferentes tipos de atividades.

Em outro trabalho Harris e Hofer (2011) trazem elementos adicionais a essas ideias que discutimos anteriormente. No entanto, os autores ainda afirmam que uma das deficiências no uso da TPACK para ensinar é a má escolha por parte dos professores, em atividades desconexas com a tecnologia a ser utilizada. Segundo os autores, as tecnologias, sejam elas digitais ou não, devem ser planejadas desde a concepção do conteúdo no currículo e as estratégias didáticas adotadas pelos professores.

Harris e Hofer propuseram um experimento com professores para o planejamento de atividades com o uso de tecnologias, a partir do modo como eles realizavam o planejamento, ou seja, primeiramente escolhendo os conteúdos e os integrando às tecnologias. Os autores ressaltam que o planejamento docente é feito e torno de metas de conteúdo e organizado de acordo com as atividades de aprendizagem. Sendo assim, as possibilidades de uso das tecnologias devem ser consideradas de acordo com os tipos de atividades selecionadas (HARRIS; HOFER, 2011).

Neste capítulo, foram apresentadas algumas pesquisas que investigaram a formação inicial docente do professor de matemática, com discussões sobre políticas públicas e investigações relacionadas ao currículo dos cursos de formação inicial docente. Além disso, também foram apresentadas algumas investigações em torno do uso da TPACK como elemento teórico da formação inicial docente, como também a formação docente com o uso da CSCL.

## 2.4 FUNÇÕES

As funções assumem um papel importante na Matemática, já que modelam diversas situações e também são a base de diversos conceitos matemáticos. Como centro de modelo, as funções são essenciais para o estudo de comportamentos de relações entre grandezas tanto na Matemática como em outras áreas do conhecimento. Em química, por exemplo, a *Lei dos gases* é modelada por uma função de proporcionalidade, em Física, o movimento uniformemente variado é modelado por uma função quadrática. Sendo assim, é muito importante que este objeto matemático seja abordado na Educação Básica como um tema central da Matemática e que os estudantes possam não somente estudar como um objeto matemático, mas também como uma ferramenta para as ciências, o cotidiano e para outros conteúdos da Matemática.

Podemos definir uma função real como “Dados os conjuntos  $X$  e  $Y$ , uma função (lê-se uma função de  $X$  em  $Y$ ) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento de  $X$  um elemento de  $Y$ .” (LIMA *et al.*, 2005, p. 38). As funções são objetos matemáticos que trabalham com a correspondência entre elementos de dois conjuntos, estabelecendo dessa forma uma relação de dependência entre esses elementos via regra de associação.

O currículo brasileiro orienta, atualmente, que as funções sejam abordadas no último ano do Ensino Fundamental (9º ano) e no primeiro ano do Ensino Médio. No Ensino Fundamental se orienta que os estudantes saibam expressar a relação de dependência entre grandezas em diferentes contextos, ou seja, a preocupação nesta fase é que os estudantes saibam o significado do conceito de função sem se ater necessariamente a fórmulas, gráficos ou tabelas (BRASIL, 2018). Por outro lado, no Ensino Médio, as orientações deixam claro que os estudantes devem identificar, classificar e manipular as funções por meio de diferentes formas de representação. Além disso, no Ensino Médio, os estudantes devem estar aptos a enxergar as situações modeladas por meio de funções. No entanto, muitas vezes, no Ensino Médio, os estudantes ainda trazem as concepções das Funções estudadas no Ensino Fundamental, acarretando, muitas vezes, em ideias equivocadas quando chegam ao Ensino Superior, principalmente, em cursos das áreas de Ciências Exatas.

A partir disso, pensamos na inserção das funções como objeto matemático central desta pesquisa, uma vez que os sujeitos são recém-egressos da Educação Básica, como também terem estudado as funções no semestre letivo anterior ao da disciplina que estavam cursando. Nas seções seguintes, fizemos uma discussão sobre a perspectiva do estudo de funções que

abordamos durante o experimento, ou seja, discussões sobre questões representacionais e do uso de artefatos tecnológicos para o ensino.

### **2.4.1 As funções e suas representações**

Para compreender melhor como as funções podem modelar algumas situações é preciso que os estudantes compreendam a essência do seu conceito. Desse modo, destacamos que, no estudo desse objeto matemático, é importante estabelecer conexões entre suas representações. As representações em Matemática são fundamentais para a compreensão dos objetos matemáticos, como aponta Duval:

É suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição especial para evolução do pensamento matemático. [...] Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático – por exemplo, as operações de cálculo – dependem do sistema de representação utilizado. [...] A seguir há o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos (DUVAL, 2003, p. 13-14).

De fato, se nos atentarmos aos objetos matemáticos, percebemos que eles só fazem sentido para nós se pudermos representa-los. Além disso, outro ponto primordial ao se investigar as representações em Matemática é o fato de que existem diversos tipos de registros de representação, ou seja, diversas formas distintas de se representar o mesmo objeto ou vários objetos matemáticos. Além dos números, existem figuras geométricas, os gráficos, expressões na forma algébrica e a própria linguagem corrente (DUVAL, 2003).

Para Duval (2011), o estudo das representações semióticas é essencial para a cognição matemática, isso porque, para o autor a ideia parte de ordem epistemológica e cognitiva. A Matemática, por sua natureza abstrata, necessita de representações para ser compreendida, pois os conceitos só podem ser externalizados quando representados. Duval (2003) defende ainda que, para o sujeito compreender um determinado conceito matemático, precisa transitar entre diferentes registros de representação.

Ao lidar com um conceito matemático por meio de apenas uma representação, o sujeito incorpora em sua concepção, características do conceito e característica da representação ou mesmo do registro. Conceito e representação formam um amalgama que para o sujeito conseguir identificar as características que são do conceito precisa transitar entre múltiplas representações de um mesmo objeto matemático.

Duval aponta ainda que há dois modos de se transformar registros: o tratamento e a conversão. O tratamento pode ser definido como uma transformação em que se permanece no mesmo registro, por exemplo, ao fatorar uma expressão algébrica, nós transformamos aquela expressão sem sair do registro algébrico.

Por outro lado, a conversão é uma transformação em que se sai de um registro para outro, como por exemplo, sair da álgebra para o gráfico ou o oposto. Lucena, Araújo Filho e Tibúrcio (2016) fazem uma abordagem teórica discutindo sobre a relevância da articulação de representações no ensino de funções. Nesse texto são destacados quatro tipos de registros funcionais: a língua natural, o registro gráfico, o algébrico e o tabular.

O registro em *língua natural* é o registro escrito ou discursivo que é utilizado para expressar um conceito internalizado. O registro *gráfico* é muito utilizado não apenas na Matemática, mas em outras ciências como a Estatística e a Física, para expressar uma determinada situação com grande quantidade de dados escritos ou um determinado percurso durante certo intervalo de tempo. Esse tipo de registro permite uma melhor visualização de situações mais difíceis de compreender ou quando se faz necessário observar o comportamento de alguma função ou situação. Outro tipo de registro é o *algébrico* que na Matemática não é apenas aquele que contém expressões envolvendo incógnitas ou variáveis. Um determinado conjunto seguindo as propriedades de associatividade, distributividade, comutatividade, elemento neutro, aplicadas para a soma e a multiplicação e o elemento inverso para multiplicação, podem se configurar como álgebra e conseqüentemente, um registro algébrico. Já o registro *tabular* também utilizado em outras ciências, elenca uma série de informações distribuída em tabela e pode ou não, estar associado a outro registro de representação semiótica (LUCENA; ARAÚJO FILHO; TIBÚRCIO, 2016, p. 4).

Em nossa pesquisa enfatizamos que as articulações entre os registros de representação das funções fossem priorizadas durante a formação. Além da relevância teórica, os documentos que regem o ensino de Matemática no Brasil já apresentam orientações a respeito da articulação representacional. Na seção seguinte apresentaremos alguns pontos de como o ensino de funções está sendo orientado no Brasil e como vem sendo abordado dos materiais didáticos que chegam nas escolas públicas.

#### **2.4.2 Orientações curriculares para o ensino de Funções**

Comentamos anteriormente um pouco do que se orienta em termos de funções no currículo brasileiro. Aprofundaremos a discussão nesta seção comentando um pouco sobre as orientações para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio.

Atualmente, o Ensino Fundamental no Brasil possui como documento norteador a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada no ano de 2018 e que já está em vigor. Com relação ao ensino de Funções especificamente, o documento traça algumas habilidades a serem cumpridas pelos estudantes nesta fase. As funções são objetos de conhecimento da unidade temática Álgebra e com relação as funções, a BNCC define que:

Quadro 1: Habilidades requeridas no Ensino Fundamental para Funções

Área de conhecimento: Matemática		
Unidade temática	Objeto de Conhecimento	Habilidades
Álgebra	Funções: representação numérica, algébrica e gráfica	Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, gráfica e algébrica e utilizar este conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Fonte: Brasil (2018, p. 315)

Com relação ao Ensino Médio, o documento norteador em vigor são as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) (BRASIL, 2006). As OCEM deixam claro as orientações para o ensino de funções destacando para o professor os conceitos e metodologias a serem adotadas para se ensinar funções. No documento, para cada tipo de função é explicitada alguma atividade a ser aplicada e o que é relevante que o aluno aprenda sobre aquele tipo de função específico.

O estudo de *Funções* pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura, área do círculo e raio, tempo e distância percorrida, tempo e crescimento populacional [...] entre outras. [...] É conveniente solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica que, por exemplo  $f(x)=2x+3$ , como a função que associa a um dado valor real o seu dobro acrescido de três unidades; isso pode facilitar a identificação, por parte do aluno, da ideia de função em outras situações, como, por exemplo, no estudo da cinemática, em Física (BRASIL, 2006, p. 72).

O trecho anterior destaca o início do documento que aborda o estudo de funções. Percebemos que, desde 2006, há uma constante preocupação em fazer com que os estudantes

compreendam o significado das funções e suas aplicações em outras áreas do conhecimento. Sobre as funções, alguns autores como Sierpinska (1992); Andrade e Kaiber (2011); Salgueiro e Savioli (2014); Barreto (2008); Barreto (2009) e Bakar e Tall (1992) destacam que os estudantes não compreendem o significado das funções pela ausência de correlação com outras áreas, além da priorização do uso de apenas uma ou duas representações.

As OCEM destacam modelos de funções que devem ser estudadas no Ensino Médio e as suas respectivas abordagens:

Quadro 2: Abordagem para Funções no Ensino Médio

<b>Modelo de função</b>	<b>Abordagem</b>
<b>Linear</b>	Proporcionalidade direta e inversa; Crescimento e decrescimento; Situações que sejam modeladas por função afim. Progressão aritmética.
<b>Quadrático</b>	Área máxima (ponto de máximo); Posição do gráfico, coordenadas, máximo e mínimo, zeros; Forma fatorada; Identificação da curva parábola como o lugar geométrico de pontos (abordagem analítica).
<b>Trigonométricas</b>	Extensão das razões trigonométricas no triângulo retângulo; Fenômenos de comportamento periódico.
<b>Polinomiais</b>	Análise qualitativa dos gráficos de funções do tipo.
<b>Exponencial</b>	Fenômenos de crescimento e decrescimento exponencial; Matemática Financeira; Aplicação em outras áreas do conhecimento. Progressão Geométrica.

Fonte: Brasil (2006, p. 74-75)

Com as orientações da BNCC e das OCEM, se faz necessário que os livros didáticos que chegam às escolas públicas brasileiras atendam a essas orientações. Desde 1985, foi criado no Brasil o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que consiste na distribuição de livros gratuitamente para as escolas públicas do país. A partir do ano de 1996, o programa passou também a coordenar e avaliar o conteúdo das obras a serem distribuídas.

O PNLD, por meio da análise das coleções, evidencia os aspectos mais relevantes dos conteúdos matemáticos para a aprendizagem e que são destacados na comunidade acadêmica. Na análise das obras da penúltima edição do programa para o Ensino Médio - PNLD 2015

(BRASIL, 2014) é possível destacar que as obras têm se preocupado em como as funções são abordadas nos livros. As resenhas mostram que na maioria das coleções aprovadas há conexão das funções com outras áreas do conhecimento, como também na matemática, como é o caso das funções linear e quadrática e a progressão aritmética e a função logarítmica e a progressão geométrica.

Na versão mais atualizada, ou seja, o PNLD 2018 (BRASIL, 2017), a obra de Paiva (2018) apresenta as funções de maneira contextualizada, com o uso de diferentes representações e softwares que favorecem a percepção da regularidade de funções. Além disso, um aspecto relevante é acerca da relação estabelecida entre as funções e as sequências, com demonstrações de propriedades e fórmulas. As funções são concentradas no 1º ano do Ensino Médio como estabelece a BNCC, exceto as funções trigonométricas que são enfatizadas no 2º ano a partir do estudo da trigonometria no triângulo e arco trigonométrico.

Com base no Guia do PNLD 2018 (BRASIL, 2017), pudemos observar que, além da obra citada anteriormente, mais sete coleções foram aprovadas na última edição do programa para o Ensino Médio. Dessas coleções, as resenhas das obras disponíveis no guia nos permitem perceber que, em sua maioria, a exploração do conceito de função está se afastando da supervalorização algébrica, permeando por outras representações e fazendo conexões com situações que são modeladas por funções. Além disso, nas obras também se percebe que há indicações pertinentes sobre o uso de alguns softwares para o ensino de funções, que permitem explorar representações e regularidades. Também se destaca nessas obras a ligação estabelecida por alguns autores entre as funções e outros objetos matemáticos, a saber, as sequências que caracterizam as funções e possibilitam uma melhor compreensão sobre os objetos modelados por elas.

Na seção seguinte, destacaremos outro aspecto fundamental para nossa pesquisa em termos de função. Abordaremos um pouco sobre os softwares para o ensino de função e seu diferencial para o ensino e a aprendizagem deste objeto matemático.

### **2.4.3 Softwares para o ensino de Funções**

A partir da evolução da tecnologia e da produção de material tecnológico para o uso de empresas, também surgiu, ao longo dos anos, uma gama de produção tecnológica para a área da Educação. Como destacamos anteriormente, em Matemática, a necessidade de representar é inerente aos processos de ensino e aprendizagem, sendo assim, a tecnologia nos assiste com

relação a esse e outros aspectos indispensáveis para a sala de aula e para pesquisa em Educação Matemática.

Algumas questões sobre o uso de softwares para o ensino de funções são levantadas por alguns autores, tais como Silva (2016); Gomes Ferreira (1997); Akçakm (2018); Budinski e Subramaniam (2013). Essas questões apontam principalmente a dinamização gráfica e a possibilidade de diversificar representações como fatores que fazem da tecnologia um diferencial ao se estudar funções. Apresentamos, a seguir, dois softwares, que na nossa concepção, tem maior potencialidade para explorar as representações das funções, com isso, evidenciaremos diferentes características entre eles. Além dos dois softwares que serão apresentados, destacamos que há outros que são capazes de explorar diferentes características das funções, entre eles o Winplot, o Function Studium, GraphEq, Máxima, entre outros.

#### *2.4.3.1 Geogebra*

O Geogebra é um software de geometria dinâmica desenvolvido por Markus Hohenwarter, no ano de 2001 na Universidade de Salzburg – Áustria. O software atualmente, em sua versão 6.0, possui diversas ferramentas para Geometria e Álgebra e funciona em dispositivos com sistema iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux. O Geogebra atualmente possui seis tipos de aplicativos disponíveis para download:

a) Calculadora Gráfica: a calculadora gráfica faz o traço de gráficos de funções, resolve equações, fatora expressões, calcula limites, derivadas e integrais, representa vetores e outros objetos fazendo a sempre a relação do gráfico com a álgebra.

b) Calculadora gráfica 3D: representa funções no espaço, vetores e superfícies, além de representar objetos geométricos espaciais como esferas, cubos, cones, pirâmides, planos e superfícies interceptada por planos, enfim, uma gama de possibilidades em um ambiente tridimensional.

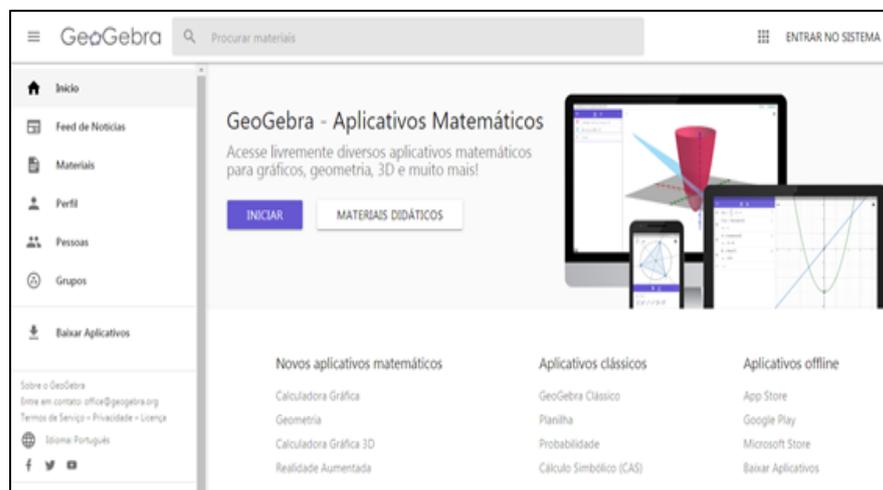
c) Geometria: realiza a construção de objetos geométricos planos a partir de pontos entre outras potencialidades.

d) Geogebra Clássico 5: reúne os outros aplicativos mencionados anteriormente em uma plataforma acrescida da planilha eletrônica.

e) Geogebra Clássico 6: reúne os mesmos aplicativos do Geogebra Clássico 5, diferindo apenas pela interface mais moderna.

f) Realidade Aumentada: projeta objetos espaciais fora da tela do computador a partir da câmera do dispositivo.

Figura 1: Tela inicial do Geogebra na Web



Fonte: Geogebra na Web. Disponível em: <https://www.geogebra.org/materials?lang=pt>

Apesar de apresentar diversas potencialidades, o Geogebra possui algumas limitações com relação ao aspecto representacional. Com relação as funções, apresentaremos a seguir um quadro mostrando as possibilidades de transição entre diferentes representações:

Quadro 3: Possibilidades de conversão das Funções no Geogebra

<b>Permite</b>	<b>Não permite</b>
Álgebra - Gráfico	Tabela - Gráfico
Gráfico - Álgebra	Tabela - Álgebra
Gráfico - Tabela	

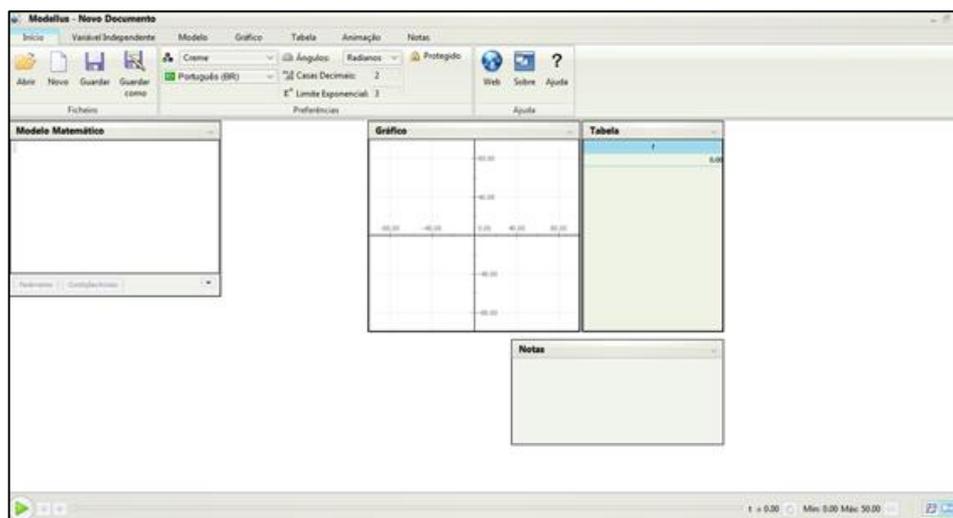
Fonte: Elaborado pelo autor

Mesmo realizando algumas conversões, o software não evidencia o caminho de um registro a outro, ou seja, as conversões são realizadas instantaneamente, não permitindo ao usuário verificar como o software realiza esse processo. Além disso, percebemos também que o registro tabular é limitado a outros registros.

### 2.4.3.2 Modellus

O Modellus (TEODORO *et al.*, 1997) é um software gratuito desenvolvido para descrever fenômenos físicos por meio de objetos matemáticos. Nesse sentido, é possível realizar simulações que são construídas a partir de modelos com funções, permitindo ao usuário observar o comportamento dessas funções graficamente em paralelo com a simulação construída.

Figura 2: Interface do Modellus



Fonte: Software Modellus. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~mat1131/Modellus.html>

Na figura anterior, pudemos observar que o software possui quatro pequenas janelas que são utilizadas para descrever o modelo na forma algébrica (janela modelo matemático), representar o modelo graficamente (janela gráfico), representar em tabela os valores das variáveis do modelo (janela tabela) e descrever em língua natural o problema que envolve o modelo ou o próprio modelo (janela notas). A simulação construída é plotada na tela em branco do software e o usuário pode pausar a simulação dentro do intervalo estabelecido para a variável independente no modelo. Apesar de as representações serem diversificadas no software, elas ocorrem em apenas um sentido, isto é, todos os registros dependem do registro algébrico para serem modificados. Diferente do que ocorre no Geogebra, o Modellus não permite que se altere gráfico ou tabela manualmente. O Modellus também não define a escala de gráficos ou da simulação construída automaticamente, sendo necessário que o usuário ajuste a escala de acordo com a necessidade do modelo ou defina uma escala automática disponível no próprio software.

Podemos perceber que a dinamização oferecida pelo Geogebra é diferente do Modellus, uma vez que os softwares foram criados com diferentes propósitos. Por ser um software de geometria dinâmica, o Geogebra permite que se façam alterações no próprio gráfico, e com isso, que se transformem os outros registros. O Modellus, por sua vez, evidencia por meio das simulações as situações modeladas pelas funções definidas no modelo matemático, e com isso, que o usuário possa relacionar elementos matemáticos – gráficos e tabelas – com fenômenos que podem ser reais.

Destacamos, nesta seção, a relevância das funções em nossa pesquisa, bem como algumas questões didáticas e teóricas que envolvem o objeto matemático função. Na seção seguinte abordaremos sobre a Teoria da Orquestração Instrumental e seu papel no experimento de formação.

No próximo capítulo, fizemos a discussão teórica da pesquisa trazendo uma fundamentação sobre os conhecimentos na formação inicial do professor.

### **3. CONHECIMENTOS NA FORMAÇÃO INICIAL DOCENTE**

Este capítulo apresenta nosso referencial teórico principal, que discute sobre os conhecimentos docentes na ótica da TPACK. Apresentamos os conhecimentos com base no modelo teórico de Mishra e Koehler (2006), começando pelos conhecimentos pedagógicos e do conteúdo, e por fim, inserindo o conhecimento tecnológico como terceiro conhecimento essencial à formação do professor.

#### **3.1 CONHECIMENTOS DOCENTES**

Quando falamos em Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional (CSCL), imaginamos que os sujeitos (futuros professores de matemática em formação inicial) envolvidos em um determinado grupo irão produzir algum tipo de conhecimento. Estamos diante do campo de formação docente. Nesse sentido, buscamos entender em que consiste a aprendizagem do futuro professor em formação inicial (licenciandos). Eles(as) deverão articular por meio da interação algum tipo de conhecimento. Mas, o que é conhecimento? Quais os tipos de conhecimento que iremos considerar? Para responder a esses questionamentos, realizamos uma discussão baseada em Shulman (1986), Mishra e Koehler (2006) e Powell (2014) sobre os Conhecimentos Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo (CTPC).

##### **3.1.1 O Conhecimento do Conteúdo – Content Knowledge (CK)**

Shulman (1986) já discutia sobre a importância de conhecimentos do conteúdo e do pedagógico para a ação e formação docente. Estes dois tipos de conhecimento, apresentados pelo autor, durante muito tempo foram vistos de maneira distinta, sem conexão um com o outro dentro da formação docente. O conhecimento do conteúdo pode ser descrito como o componente específico da formação, sobre o qual deva ser aprendido e ensinado em sua prática docente. Segundo o autor, esse é um tipo de conhecimento que o professor precisa dominar claramente, uma vez que, se precisa ser ensinado, precisa-se compreender a natureza epistemológica no conteúdo.

Shulman ainda discute que pensar adequadamente sobre o conhecimento do conteúdo vai além do domínio do próprio conhecimento, conceitos ou fatos. Segundo ele, isso requer uma compreensão maior, que envolve a estrutura do conteúdo da maneira como define Schwab (1978). Schwab defende que essa estrutura é dividida entre substantivas e sintáticas. A estrutura substantiva é caracterizada pela variedade de maneiras pelas quais os conceitos e princípios

básicos da disciplina são organizados para incorporar seus fatos. A estrutura sintática é o conjunto de maneiras em que as verdades ou falsidades, validades ou invalidades do conhecimento são estabelecidas (SHULMAN, 1986).

A partir dos conceitos apresentados por Shulman, podemos perceber que o papel do docente na compreensão dos conhecimentos não é apenas do domínio específico. O autor defende ainda que o professor não se atenha apenas a compreender “o que” ou “qual”, mas também o “porque”, garantindo que ao se transpor o conhecimento do conteúdo para o pedagógico, não enfrente algumas barreiras próprias do conhecimento do conteúdo e se possa compreender a razão de ser do conhecimento a ser ensinado e aprendido. Podemos dizer que o autor basicamente defende que o professor conheça a epistemologia do conteúdo, pois a compreensão estrutural e de validação ou invalidação do conhecimento só pode ser compreendida de fato, se o sujeito entender a raiz epistemológica dos fatos.

### **3.1.2 Conhecimento Pedagógico – Pedagogical Knowledge (PK)**

O segundo tipo de conhecimento do quadro teórico proposto por Mishra e Koehler (2006), é o conhecimento pedagógico. Este tipo de conhecimento também parte de Shulman (1986) e, segundo o autor, diz respeito às questões didáticas da prática docente, da relação entre professor e aluno e de conhecimento social do aluno, métodos de ensino e aprendizagem que também são essenciais na formação do professor.

Há algumas décadas no Brasil, o Movimento da Matemática Moderna defendia que a ênfase no conhecimento do conteúdo era necessária e suficiente para suprir todas as deficiências que se tinha em termos de Matemática. Com o surgimento da Educação Matemática, outras questões foram surgindo, questões ligadas aos conhecimentos de conteúdo e pedagógicos que, além de métodos e práticas de ensino, envolviam outros propósitos educacionais, tais como avaliação, cognição e teorias de aprendizagem.

Shulman (1987) afirma que os conhecimentos pedagógicos e do conteúdo eram tratados como sendo mutuamente excludentes, já que alguns programas de formação docente enfatizavam apenas um desses conhecimentos, ou apenas pedagógico ou apenas de conteúdo. O autor, com base nisso, propôs se pensar na junção desses conhecimentos, formando uma intersecção entre conhecimento pedagógico e do conteúdo. Mishra e Koehler (2006) apresentam esse quadro teórico baseado em Shulman (1986; 1987) afirmando que para haver uma boa formação docente é necessário que se transforme o conteúdo, em conteúdo para o ensino.

Com base na preocupação de Shulman em conectar conhecimentos pedagógicos e do conteúdo, Mishra e Koehler (2006) introduzem a tecnologia dentro dessa tríade. Segundo os autores, a tecnologia, na época das pesquisas de Shulman, ainda não era avançada como conhecemos hoje, mas já se fazia presente de outras maneiras não-digitais como: tabelas periódicas, quadro, giz, projetores, máquinas de escrever, etc. Atualmente, as tecnologias digitais se fazem presentes no cotidiano das pessoas, inclusive, nas salas de aula, onde possuem o poder de potencializar o ensino. Entretanto, a incorporação da tecnologia à prática docente anda lentamente, principalmente nos cursos de formação. A seguir, faremos uma discussão sobre o conhecimento tecnológico, que faz parte do quadro teórico que estamos abordando e que fecha a tríade de conhecimentos em conjunto com o do conteúdo e o pedagógico.

### **3.1.3 Conhecimento Tecnológico – Technological Knowledge (TK)**

Apesar do distanciamento entre professores e tecnologias digitais, é pertinente afirmar que, aos poucos, este fator vem se transformando. Nesse sentido, Mishra e Koehler (2006) propõem mais um tipo de conhecimento docente a ser incorporado na prática do professor: o conhecimento tecnológico. Os autores definem este tipo de conhecimento como o conhecimento que incide sobre as tecnologias padrão como: giz, quadro, livros e tecnologias mais avançadas como as tecnologias digitais. O domínio desse conhecimento requer do professor habilidade para operar com hardware e software, e-mail, planilhas, arquivos, documentos e etc.

As tecnologias digitais são hoje utilizadas para diferentes atividades, inclusive, para a Educação. Embora haja uma propagação dessas tecnologias na vida das pessoas, a inclusão delas no meio educacional vem ocorrendo de forma tímida. Sabemos que essas ferramentas digitais possuem um potencial grande para mudar a sala de aula e isso é muito necessário, uma vez que, muitas escolas ainda hoje estão no padrão das escolas de vinte, até trinta anos atrás, com poucas mudanças.

A inclusão da tecnologia em sala de aula não é algo de agora, ou seja, não parte apenas da propagação da internet e o do acesso aos recursos digitais. Os documentos oficiais, como os PCN (BRASIL, 1998) e as OCEM (BRASIL, 2006), já estimulavam os professores à inclusão de recursos digitais. Sendo assim, é bastante pertinente que se espere e que se formem professores com habilidades tecnológicas, que aliados aos conhecimentos do conteúdo e pedagógicos, sejam capazes de transformar o quadro atual da Educação.

### **3.1.4 Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo – Pedagogical and Content Knowledge (PCK)**

O conhecimento Pedagógico e do Conteúdo é a denominação dada à interseção entre o conhecimento Pedagógico e do Conteúdo. Segundo Mishra e Koehler (2006) historicamente as bases de conhecimento da formação de professores partem do conhecimento do conteúdo (SHULMAN, 1986). No entanto, a formação dos professores vem também se voltando para questões mais pedagógicas, onde as práticas pedagógicas em sala de aula tomam forma a partir da conexão dos conteúdos.

Shulman (1986) aponta que tratar isoladamente os conhecimentos pedagógicos e do conteúdo não é suficiente para que o professor apresente uma “boa formação”, uma vez que, os conceitos que envolvem esses dois tipos de conhecimento são dissociados. A partir disso, percebemos que para que haja uma boa formação em termos de conhecimento por parte dos professores é necessária uma dialética entre os conhecimentos pedagógicos e do conteúdo. Segundo Mishra e Khoeler:

A ideia de conhecimento pedagógico e do conteúdo é similar a ideia de Shulman de que a pedagogia é aplicável ao ensino do conteúdo específico. Este conhecimento inclui saber o que ensinar, as abordagens de acordo com o conteúdo e da mesma forma, saber como elementos do conteúdo podem ser organizados para melhorar o ensino (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1027).

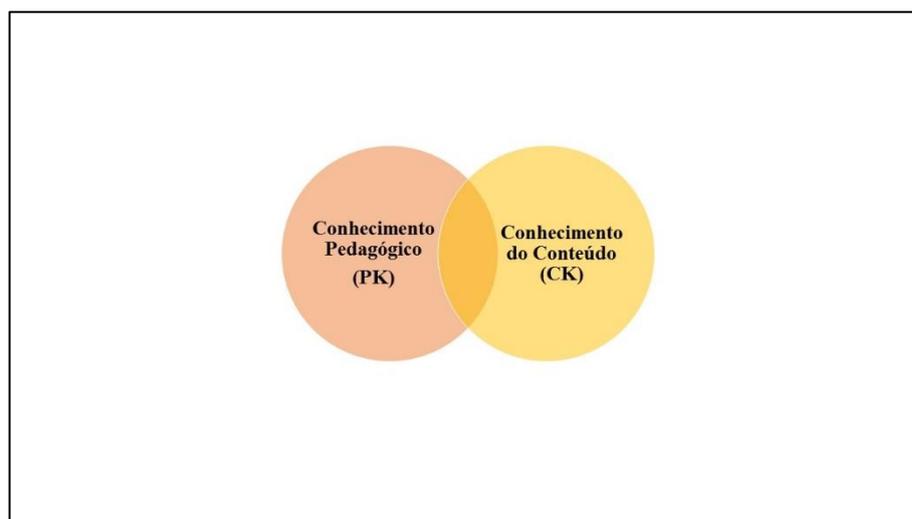
Nesse sentido, os professores devem saber incorporar os conteúdos de maneira que eles estejam conectados, mas ao mesmo tempo, possam ser caracterizados como tal, isto é, possamos identificar quais são conhecimentos do conteúdo e quais são os pedagógicos. Mishra e Koehler (2006) destacam que o ponto central do PCK – Pedagogical Content Knowledge, se concentra na maneira pela qual o conteúdo é transformado para ser ensinado, ou seja, o professor deve procurar maneiras de interpretar o objeto e encontrar diferentes maneiras de representá-lo e torná-lo acessível.

O PCK envolve várias questões como o currículo, o planejamento de aula ou de curso, as estratégias didáticas dos professores e as experiências dos alunos utilizadas pelos professores para constituir as aulas. Essas questões, são pontos isolados de como o PCK aparece na prática docente, a sua constituição se dá, de fato, no desenrolar das ações promovidas em sala de aula e que constam nos planos elaborados pelo professor e na execução desses planos.

A didática do professor compete no desenvolvimento de metodologias e práticas aplicadas a um conhecimento específico, sendo assim, a fim de facilitar a correlação entre os

três tipos de conhecimento mencionados, denominaremos de conhecimento didático, a relação existente entre o conhecimento pedagógico e do conteúdo. Esta relação ocorre quando o saber é realmente ensinado, ou seja, quando os conhecimentos estão imbricados e permitem ao estudante uma compreensão do saber a partir das estratégias didáticas utilizadas pelo professor. Segue na figura um diagrama da interseção dos conhecimentos pedagógico e do conteúdo:

Figura 3: Esquema da interseção entre o conhecimento pedagógico e do conteúdo



Fonte: Adaptado de Mishra e Khoeler (2006)

Na seção seguinte abordamos sobre a interseção de mais dois conhecimentos, o conhecimento pedagógico e o tecnológico, que compõe parte do quadro teórico da TPACK.

### **3.1.5 Conhecimento Pedagógico e Tecnológico – Pedagogical and Technological Knowledg (PTK)**

O conhecimento Pedagógico e Tecnológico (TPK) segundo Harris, Mishra e Koehler (2009) é a compreensão de como o ensino e a aprendizagem são modificados quando tecnologias são utilizadas. Além disso, desenvolver TPK requer uma visão dos benefícios e limitações de tecnologias que podem ser aplicadas a situações de ensino, de aprendizagem, contextos educacionais e compreender como essas tecnologias podem melhor dar suporte a essas atividades.

Segundo Mishra e Koehler (2006, p. 1028):

O Conhecimento Tecnológico e Pedagógico (TPK) é o conhecimento da existência de diversos componentes e recursos tecnológicos e, como eles podem ser utilizados no cenário de ensino e aprendizagem, e vice-versa, sabendo como o ensino pode mudar como resultado do uso de tecnologias específicas. Isto pode incluir um conhecimento de uma gama de ferramentas existentes para uma determinada tarefa, a capacidade de escolher a ferramenta com base na sua finalidade, estratégias para o uso de *affordances* da ferramenta e, conhecimento de estratégias pedagógicas e a capacidade de aplicar tais estratégias para o uso de tecnologias. Isso inclui o conhecimento de ferramentas para manutenção de registros de classe, participação e classificação e conhecimento genérico de ideias baseadas em tecnologia, como WebQuests, fóruns de discussão e salas de bate-papo.

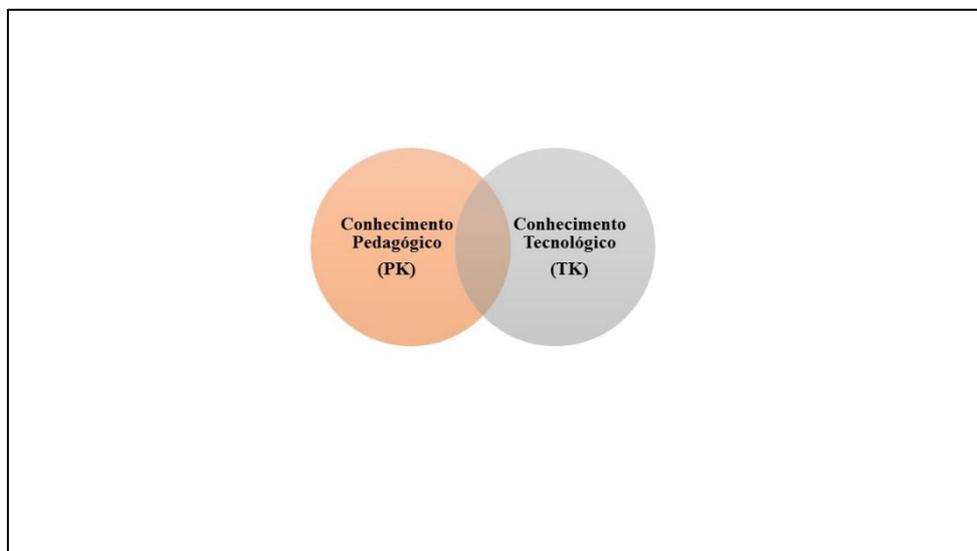
Sendo assim, podemos observar que o TPK se refere a como as tecnologias podem ser atreladas aos objetivos de aprendizagem, os objetivos de aula, enfim, o planejamento de forma geral do que rege o ensino e a aprendizagem. No entanto, não podemos dizer que o simples uso de uma tecnologia para ensinar seja ela digital ou não digital, se aplique ao TPK.

Segundo Harris, Mishra e Khoeler (2009), um dos aspectos importantes na TPK é a flexibilidade criativa com as ferramentas disponíveis e necessárias no planejamento para o uso de fins pedagógicos específicos. A autora evidencia sua afirmação por meio do exemplo de uma tecnologia não digital muito utilizada em sala de aula: o quadro branco. O quadro branco é uma ferramenta que pressupõe sua utilização em sala de aula, no entanto, cabe ao professor destacar sua localização na sala e como vai utilizá-lo para ensinar. Se sairmos do contexto educacional, podemos ver que a autonomia sobre o uso do quadro muda. Segundo Harris,

[...] seria incorreto dizer que existe apenas uma forma de utilização do quadro branco. Basta comparar o uso do quadro branco em uma sessão de brainstorming em um estúdio de design para ver um pouco diferente a aplicação da tecnologia. Nesse contexto, o quadro branco não é controlado por um indivíduo. Pelo contrário, pode ser utilizado por qualquer pessoa da equipe colaboradora e nessa situação torna-se o ponto em torno do qual a discussão e a negociação e construção de significado morre (HARRIS; MISHRA; KOEHLER, 2009, p. 398).

A flexibilidade na TPK é ainda mais importante do que destaca a autora, pelo fato de que a maioria dos softwares utilizados pelos professores para fins educacionais, não foram desenvolvidos para isso. Nesse sentido, o TPK garante que as especificidades dos softwares sejam exploradas pelos professores, incluindo as limitações e potencialidades. Softwares como planilhas eletrônicas, editores de texto, blogs e a própria Web são alguns exemplos de ferramentas com fins não educacionais, mas que foram chegando à sala de aula por apresentarem potencial para o ensino e a aprendizagem.

Figura 4: Interseção entre os conhecimentos pedagógico e tecnológico



Fonte: Adaptado de Mishra e Khoeler (2006)

Na seção seguinte, abordaremos sobre a interseção entre conhecimento tecnológico e conhecimento do conteúdo.

### **3.1.6 Conhecimento Tecnológico e do Conteúdo – Technological and Content Knowledge (TCK)**

O conhecimento tecnológico e do conteúdo consiste na relação entre as tecnologias e o conteúdo a ser ensinado ou aprendido (MISHRA; KHOELER, 2006). As tecnologias digitais para a Educação foram desenvolvidas no intuito de oferecer novos desafios e possibilidades a cada área. Nesse sentido, parece óbvio dizer que quem utiliza de tecnologias digitais para ensinar necessariamente possui o domínio sobre o software e o conteúdo a ser ensinado. No entanto, muitas vezes professores utilizam tecnologias digitais para reproduzir o que se faz no quadro ou no papel, deixando de lado as possibilidades de explorar o potencial tecnológico, por meio do uso de softwares (LINS, 2010).

Segundo Mishra e Khoeler,

Conhecimento Tecnológico e do Conteúdo: é um conhecimento sobre a maneira como tecnologia e conteúdo são reciprocamente relacionados. Embora a tecnologia restrinja alguns tipos de representação possíveis, tecnologias mais recentes muitas vezes oferecem representações mais novas e com maior flexibilidade (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028).

Como apontam os autores, as tecnologias podem oferecer uma gama de possibilidades representacionais e de dinamização que muitas vezes não são possíveis estaticamente em quadro ou papel. Se nos ativermos à Matemática, é preciso apontar também, que os softwares podem modificar o conhecimento para que ele se adeque à necessidade tecnológica. Por exemplo, em Matemática podemos a partir do gráfico de uma função realizar conversões para a forma algébrica a partir de elementos matemáticos como os zeros da função, máximos, mínimos, concavidade... Tecnicamente nem sempre é possível que a partir do gráfico possamos migrar para álgebra ou tabela, pois é necessário que a tecnologia dê suporte para que isso ocorra.

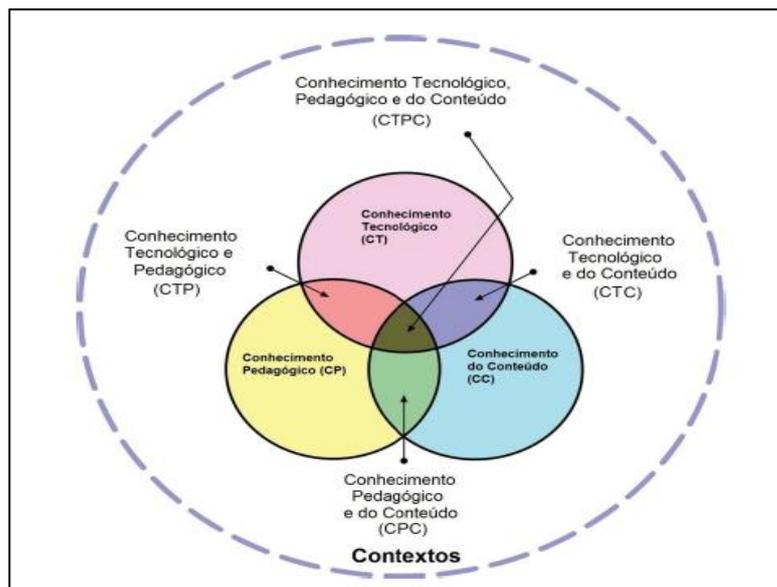
O conhecimento tecnológico e do conteúdo nos permite enxergar que a tecnologia pode transformar o conteúdo, assim como, necessidades de natureza epistemológica fazem com que a tecnologia seja constantemente atualizada. Essa correlação entre tecnologia e conteúdo é essencial ao se ensinar, uma vez que, para que o professor possa explorar, de fato, os softwares em seu máximo potencial ele necessita dessa díade.

Na próxima seção abordaremos sobre o TPACK (*Technological, Pedagogical and Content Knowledge*), ou seja, o Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo, formando a tríade dos conhecimentos necessários à formação do professor com tecnologias.

### **3.1.7 Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo – Technological, Pedagogical and Content Knowledge (TPACK)**

O CTPC (Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo) surge a partir da necessidade de integração do conhecimento tecnológico no quadro teórico trazido por Shulman (1987), que integrava apenas os conhecimentos pedagógicos e do conteúdo. Segundo Khoeler e Mishra (2008), o conhecimento é visto como proposições e habilidades que uma pessoa constrói e exerce (POWELL, 2014). Mishra e Khoeler (2006) mostram o modelo da TPACK em forma de diagrama de Venn, articulando as interseções entre os três tipos de conhecimento, além de interseções entre os conhecimentos dois a dois:

Figura 5: Diagrama da TPACK



Fonte: Powell (2014, p. 9)

Powell (2014) destaca que um professor que atua na CTPC reconhece que não há uma maneira padrão de engajamento dos estudantes, uma vez que as possibilidades para o trabalho com tecnologia se diversificam de acordo com a especificidade deles. Por isso, os círculos estão situados em uma área maior, o contexto. Para análise, Powell destaca que os conhecimentos devem ser enxergados separadamente, ou ainda, em pares de acordo com as interseções mostradas na ilustração: CTP (conhecimento tecnológico e pedagógico), CPC (conhecimento pedagógico e do conteúdo) e CTC (conhecimento tecnológico e do conteúdo).

Segundo Mishra e Koehler (2006),

Conhecimento Tecnológico e do Conteúdo: é um conhecimento sobre a maneira como tecnologia e conteúdo são reciprocamente relacionados. Embora a tecnologia restrinja alguns tipos de representação possíveis, tecnologias mais recentes muitas vezes oferecem representações mais novas e com maior flexibilidade (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028).

Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo: a ideia de conhecimento pedagógico e do conteúdo é similar a ideia de Shulman de que a pedagogia é aplicável ao ensino do conteúdo específico. Este conhecimento inclui saber o que ensinar, as abordagens de acordo com o conteúdo e da mesma forma, saber como elementos do conteúdo podem ser organizados para melhorar o ensino (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1027).

Conhecimento Tecnológico e Pedagógico: é o conhecimento da existência e da capacidade de usar tecnologias em configurações de ensino e aprendizagem [...] isso inclui a compreensão de que existe uma variedade de ferramentas para uma determinada tarefa e a capacidade de escolher essas ferramentas de acordo com as necessidades didáticas específicas (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028).

Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo: é uma forma de conhecimento que vai além dos três componentes [...] Este conhecimento é diferente do conhecimento de um especialista disciplinar ou tecnológico, e também da

pedagogia geral, é o conhecimento compartilhado pelos professores em todas as disciplinas. A TPACK é a base do bom ensino com tecnologia e requer uma compreensão da representação de conceitos usando tecnologias ; técnicas pedagógicas que usam tecnologias de maneiras construtivas para ensinar o conteúdo; conhecimento que torna os conceitos difíceis ou fáceis de aprender e como a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas que os estudantes enfrentam; conhecimento prévio dos alunos; teorias da epistemologia; e o conhecimento de como as tecnologias podem ser usadas para construir o conhecimento existente e desenvolver novas epistemologias ou fortalecer as antigas (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028).

Segundo Powell (2014) e Mishra e Khoeler (2006), é importante observar as díades dos conhecimentos (CTK, CPK e TPK) para chegar a TPACK. No entanto, Khoeler e Mishra (2008) apontam que olhar os conhecimentos isoladamente seria um desserviço ao bom ensino. Os autores ainda apontam que a TPACK pode partir não apenas de uma aula, como também da necessidade da integração entre quaisquer desses conhecimentos.

Mais claramente, a TPACK pode partir de uma situação de ensino, onde o professor perceba que a tecnologia precisa de um suporte didático ou de conteúdo, como também onde o conteúdo precise de um suporte tecnológico ou didático. Ao ensinar Matemática, o professor é levado à necessidade de representar (figuras, expressões algébricas, gráficos e etc), e existem tecnologias que podem lhe oferecem esse suporte. Se por acaso, a tecnologia disponível não oferece esse suporte, o professor pode desenvolver novas formas de representar o mesmo objeto implicando assim em um conhecimento pedagógico atrelado a tecnologia e ao conteúdo.

O quadro teórico da TPACK, segundo Mishra e Khoeler (2006) esbarra em um questionamento em termos de formação docente: Como os professores adquirem uma compreensão das relações complexas entre conteúdo, pedagogia e tecnologia? A partir desse questionamento os autores apontam algumas deficiências formativas em tecnologia para docentes:

- a) A velocidade da mudança tecnológica: os programas formativos oferecem aos professores pacotes de software que momentaneamente informam, mas mudam rapidamente, sem garantir uma formação continuada e atualizada desses materiais.
- b) O design de softwares: os professores muitas vezes são remetidos a utilizar softwares que não foram desenvolvidos para a Educação, como o Excel por exemplo. Nesse caso, os professores precisariam de habilidades tecnológicas, de conteúdo e pedagógicas específicas, dando ênfase a aprendizagem tecnológica (ou seja, aprender a usar apenas o software), sem levar em conta o conteúdo e a pedagogia.

- c) A natureza da aprendizagem: as formações inadequadas em tecnologia também podem levar o professor a aprender a usar determinado software fora de contexto. A aprendizagem em sala de aula está inserida em um contexto específico, então, formar o professor para usar pacotes de software genéricos como o pacote Office se torna desnecessário. Esses softwares fora do contexto específico não formam o professor para explorar o potencial da tecnologia em sala de aula, uma vez que, eles não oferecem suporte ao ensino na maioria das vezes.
- d) Ênfase no que fazer e não como fazer: outro erro recorrente nas formações tecnológicas é fazer com que os professores participem de workshops de pacotes de hardware e software, isto é, formações genéricas. Os professores muitas vezes precisam descobrir sozinhos como utilizar esses recursos em sala de aula. Dessa forma, é possível concluir que saber usar a tecnologia não é garantia de saber ensinar com ela (MISHRA; KHOELER, 2006).

A partir desses fatores que levam a uma formação tecnológica docente equivocada, os autores desenvolveram um método de formação denominado de *Learning Technology by Design*. O modelo de formação se caracteriza pelo aprender fazendo com a tecnologia para o ensino e não aprender apenas a tecnologia isoladamente.

A formação consiste na composição de elementos tradicionais (palestras e cursos), com o aprender fazendo. Os autores defendem que a partir da ideia construtivista o professor/estudante participa diretamente do processo formativo, elaborando materiais didáticos, cursos *online*, vídeos digitais e outras possibilidades que envolva o conteúdo da área de formação específica e elementos didáticos que são acompanhados pelos instrutores e compartilhados com outros membros durante o processo de formação.

No capítulo seguinte, abordamos um pouco sobre esse aspecto do trabalho docente compartilhado, na perspectiva de uma teoria que investiga o trabalho colaborativo e cooperativo *online*. Também discutiremos sobre as teorias que nos dão suporte no quadro teórico do experimento, em termos de design e formação dos licenciandos.

## 4 O QUADRO TEÓRICO DO EXPERIMENTO DE FORMAÇÃO

Neste capítulo apresentamos nosso quadro teórico do experimento de formação, que abarca as teorias que dão suporte à nossa metodologia. O quadro é composto pela Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional, Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Teoria da Orquestração Instrumental e Funções.

### 4.1 APRENDIZAGEM COLABORATIVA COM SUPORTE COMPUTACIONAL (CSCL)

A aprendizagem colaborativa suportada por computador, segundo Stahl, Koschmann e Suthers (2006), é uma das ciências educacionais, que emergiu a partir da década de 1990 com o surgimento da internet. Inicialmente a CSCL preocupava-se com o fato dos softwares existentes na época obrigarem os estudantes a trabalharem isoladamente. A internet surge como um propulsor à pesquisa da aprendizagem colaborativa, a mesma permitiu às pessoas uma comunicação de forma inovadora (STAHL; KOSCHMANN; SUTHERS, 2006). A princípio, a internet possibilitava que as pessoas se comunicassem por correio eletrônico – e-mail – saindo das correspondências por carta ou telegrama, tornando a comunicação mais rápida e eficiente. Atualmente, esse cenário se tornou ainda mais completo e complexo, com o surgimento das redes sociais e aplicativos de mensagens instantâneas, que permitem, assim como os e-mails, anexar arquivos em formato de texto, vídeo, imagens e áudio de maneira instantânea, a partir dos telefones móveis. Mais recentemente, viu-se surgir as plataformas que permitem edições simultâneas em textos, imagens, e até mesmo, ambientes específicos como os de geometria dinâmicas.

Com a evolução das tecnologias digitais e o avanço da internet no mundo, as questões de investigação em CSCL também vão se modificando, uma vez que esta ciência está se adequando às novas formas de comunicação em rede. Atualmente a CSCL expande seu campo de investigação para o design de ambientes, a influência social na colaboração, os discursos e os tipos de aprendizagem que são elencados, elaboração de macro e micro scripts e formas de interação à distância, pois este têm sido seu foco inicial.

No contexto da CSCL (STAHL; KOSCHMANN; SUTHERS, 2006), a aprendizagem colaborativa é compreendida como o processo de construção em que os sujeitos interagem e aprendem juntos, com ideias e argumentos que podem ser convergentes ou divergentes, mas que constituem o produto final como uma construção coletiva. Essa investigação se torna mais

complexa com o envolvimento do computador, uma vez que essas interações nem sempre ocorrem face a face, fazendo com que as pessoas se engajem para aprender juntas usando ferramentas computacionais. Já a aprendizagem por cooperação integra concepções individuais dos membros do grupo gerando uma concepção final, que passa a ser considerada como coletiva. Na cooperação os sujeitos podem trabalhar juntos ou separados do grupo, ao contrário da colaboração.

*Apesar de constituir uma ideia do que seja a CSCL, observam-se constantes evoluções das pesquisas nessa área com o avanço da tecnologia, o que torna a tarefa de uma definição que contemple o todo mais complexa, sempre em evolução.* Uma das ideias que vem sendo pesquisadas em conjunto com a CSCL é a CSCW (*Computer Supported Cooperative Work*), ou seja, o trabalho cooperativo com suporte computacional ou auxiliado por computador.

#### **4.1.1 CSCL e CSCW – Aspectos teóricos**

Enquanto a CSCL investiga a colaboração com suporte computacional visando à aprendizagem coletiva, a CSCW observa o trabalho cooperativo em grupo, sem necessariamente atentar para a aprendizagem dos sujeitos.

Shmidt e Bannon (1992) fazem um resgate do surgimento da CSCW como um campo científico que passa a observar no trabalho cooperativo o grupo como unidade. Segundo os autores, o termo *Computer Supported Cooperative Work* foi usado primeiramente por Irene Greif e Paul Cashman em 1984 para descrever o tópico de um workshop que estava sendo organizado por eles, sobre como as pessoas poderiam ter o auxílio do computador em seus trabalhos em grupo (GREIF, 1988). A partir de então alguns autores, a exemplo de Bannon e Schmidt (1989), começaram a investigar o tema mais profundamente, buscando elencar significados para o termo CSCW. Evidentemente, os esclarecimentos sobre o campo foram surgindo ao longo dos anos e uma das preocupações girou em torno do design para o trabalho coletivo e sobre a eficácia deste design em termos de sistema de informação.

Observando as pesquisas em torno da CSCW no *The Journal of Collaborative Computing and Work Practices* percebemos que as investigações giram em torno da busca em melhorias para o trabalho colaborativo nos mais diversos campos. Investigam um tipo de design público, o SpazioD utilizado para explorar a dislexia, por meio de contribuições públicas em uma rede social. Esses pesquisadores apresentam um tipo de infraestrutura para discussão de políticas públicas, por meio de um estudo de caso em uma oficina educacional sobre design participativo e teoria da atividade.

Diferentemente, a CSCL está intimamente ligada aos processos de aprendizagem em grupo por meio do uso do computador. Rossitto, Hernwall e Collin (2015) destacam os desafios pedagógicos em torno do uso de recurso digital por parte de professores e profissionais da área de desenvolvimento desses recursos. Os autores destacam que em um workshop realizado com esses sujeitos ficou evidente que muitos deles usam materiais disponibilizados *online* como recurso às suas aulas, mas que não há um controle de qualidade desses recursos. Segundo a análise dos dados, este é um dos grandes desafios quanto ao uso desses recursos. Os participantes relatam que o uso desses recursos é mais acessível, se comparados a outros como livros e publicações científicas.

Gaydos e Jan (2015) exploram os aspectos do design de jogos baseado na aprendizagem *online*, segundo os autores, esses aspectos podem ser relacionados ao design CSCL de qualquer forma, pois apresentam as mesmas preocupações: desenvolver a prática dos participantes no ambiente, interação e colaboração e necessidade de mudanças adaptativas no sistema. Araújo Filho (2015) investiga os conhecimentos docentes mobilizados em um ambiente de colaboração *online*. Evidenciou-se uma série de dificuldades do cenário para promoção da colaboração, como linguagem, comunicação e limitações do sistema. Enfim, podemos destacar aqui que a CSCL e a CSCW possuem aspectos teóricos similares em relação ao design de cenário, pois os dois campos buscam destacar algumas lacunas em termos de colaboração *online*.

No entanto, percebemos que os aspectos de investigação da CSCL estão intimamente ligados à aprendizagem do sujeito, em como o grupo se une para aprender por meio do uso do computador. Já na CSCW esse aspecto da união do grupo é relevante se considerarmos o produto final do que for desenvolvido pelo grupo, ou seja, a finalidade é unicamente profissional, sem preocupações com o que os sujeitos aprenderam durante o processo. No entanto, ao tratar da profissão docente, é natural que essas duas áreas tenham muitas intersecções. O trabalho docente visa a aprendizagem por parte do aluno.

Na seção seguinte discutimos um pouco sobre o design para CSCL, ou seja, quais os aspectos discutidos na literatura como essenciais para o planejamento de uma sessão colaborativa.

#### **4.1.2 Design em CSCL**

Ao planejar uma sessão baseada nos princípios da CSCL devemos nos atentar para alguns aspectos importantes. O design ao que nos reportamos nesta seção refere-se ao design

do cenário ou da “interface” da plataforma que iremos utilizar. Nesta seção iremos discorrer sobre algumas discussões teóricas acerca do design para cenários CSCL.

De acordo com Prieto *et al.*, (2015), um grande número de ambientes contendo objetos e ferramentas digitais tem sido proposta para diferentes cenários CSCL. No entanto, esses ambientes se baseiam em alguns projetos que ainda estão em transição para a prática. Sendo assim, isso causa um impacto quando é posto em situações reais já que não há como estabelecer previsões quanto às reações dos sujeitos inseridos nos ambientes CSCL.

Os autores ainda levantam alguns aspectos referentes ao design colaborativo que por se tratar de um ambiente que estabelece relações sociais entre os sujeitos, devem estar atentos para: romper os limites das aulas formais ou de aulas *online* pré-estabelecidas, configuração colaborativa dos dispositivos utilizados e aprendizagem ubíqua<sup>[1]</sup> em diferentes contextos. Além disso, os ambientes devem fornecer aos sujeitos envolvidos ou stakeholders a possibilidade de concepção, realização e avaliação de tarefas.

Ainda na concepção de Prieto *et al.* (2015), os ambientes CSCL devem integrar diversas ferramentas digitais, que podem estar inseridas em um sistema ou na junção de diferentes ambientes. Neste último caso, os entraves que podem surgir em sua maioria serão isolados, uma vez que cada ferramenta corresponde a um ambiente diferente, por exemplo, ferramentas de áudio, imagem, conexão de rede, etc.

Nas últimas décadas as ferramentas que integram os cenários CSCL dependem da necessidade dos sujeitos envolvidos – professores e estudantes – que podem integrar diferentes ambientes de acordo com os objetivos da atividade colaborativa. Stahl (2009) desenvolveu o *Virtual Math Teams Project* para dar suporte ao discurso matemático e as atividades colaborativas para aprendizagem em Matemática. Neste projeto podem ser estruturados grupos de estudo para discutir sobre Matemática por meio de construções geométricas, chat e incorporação do Geogebra para uso de grupos de usuários. Segundo o autor, neste ambiente as salas podem ser criadas por professores e pesquisadores, que tenham a necessidade de utilizar as produções dos seus alunos como coleta de dados ou feedback de construções.

Inaba *et al.*, (20??) baseiam-se no Design Instrucional (DI) para trazer algumas contribuições para o Design CSCL. Segundo os autores, as fases do DI podem ser subdivididas em: analisar, desenhar, desenvolver, implementar e avaliar. Vamos descrever as fases que os autores dividem no que concerne ao design CSCL:

- 1) Analisar: identificar o fenômeno da aprendizagem colaborativa e construir um modelo de aprendizagem colaborativa. Esta fase é fundamental para as outras fases, pois se

deve identificar os problemas e as possíveis fontes dos problemas. É a partir desta fase que se definirá os aspectos da próxima fase.

2) **Desenhar:** reunir os objetivos de aprendizagem, dar elementos para que os participantes atinjam esses objetivos, determinar a formação do grupo e as ferramentas para os sujeitos.

3) **Desenvolver:** organizar os planos de aprendizagem para criar materiais que deem subsídio para os envolvidos no processo, desenvolver as mídias (recursos) que serão usadas na sessão e toda documentação que dê suporte aos sujeitos.

4) **Implementar:** o instrutor do processo garante que os sujeitos possam executar o que foi planejado, com o intuito de alcançar os objetivos de aprendizagem e gerar conhecimentos de modo teórico e prático.

5) **Avaliar:** finalmente, a fase de avaliação que deve estar presente durante todo o processo do design CSCL. Esta fase deve permear todas as outras fases, para que o processo seja contínuo e não estático, gerando feedbacks entre uma etapa e outra.

A partir disso, podemos perceber que os elementos do design para CSCL vão desde as primeiras ideias do planejamento até os detalhes mais complexos, como a interação dos sujeitos durante as sessões. As ferramentas tecnológicas também são essenciais no processo do design CSCL, uma vez que essas ferramentas darão subsídios para que os participantes possam se comunicar, interagir e colaborar de forma síncrona ou assíncrona. No caso das interações síncronas temos que estar atentos aos imprevistos que podem ocorrer como os que já foram citados: rede, ausência de participante, engajamento no processo colaborativo e outros fatores que podem fazer com que a interação não atinja os objetivos previstos.

Para auxiliar nesse processo de planejamento, utilizamos um script colaborativo baseado na proposta de Dillenbourg (2002). Na seção seguinte, faremos uma abordagem teórica sobre o papel dos scripts na colaboração *online*.

### **4.1.3 Scripts Colaborativos**

*A aprendizagem colaborativa e a cognição do grupo são processos que dependem totalmente da interação entre os sujeitos envolvidos. Porém, para que os indivíduos sejam integrados às sessões e tomem iniciativa diante da situação proposta para o grupo, é necessário que haja um planejamento, uma intervenção prévia que construa tudo que é inerente*

*a esse processo.* A estrutura do ambiente, as situações propostas, a finalidade da interação, tudo isso é estruturado por um agente que chamamos de mediador. O mediador planeja toda a sessão colaborativa, elencando os princípios teóricos necessários para suportar os grupos diante do que será proposto. Para isso, o mediador lança mão de um roteiro ou script colaborativo.

Segundo Dillenbourg (2002), o script é um guia das sessões colaborativas, que é previamente elaborado pelo mediador, mas que deve ser flexível para que seja adaptado às mudanças que podem surgir ao longo da sessão ou às sugestões dos grupos. Mas, o mediador da sessão deve estar atento ao que se deve considerar como flexível. A flexibilidade do script deve ser tratada com cautela, pois algumas coisas devem permanecer rígidas, enquanto outras podem ser alteradas. Por exemplo, a intencionalidade pedagógica previamente pensada pelo mediador deve ser algo rígido, por outro lado, os papéis dos membros do grupo podem ser alterados pelos próprios membros do grupo (DILLENBOURG; TCHOUNIKINE, 2007).

Segundo os autores, é possível classificar os scripts em duas categorias: macro scripts os micro scripts. O macro script é um método pedagógico que visa produzir interações desejadas, estipulando como devem ser as argumentações entre os membros. Já o micro script difere do macro pelas fases em que são necessários. Por exemplo, o micro script pode ser uma atividade que dure apenas uma sessão, já o macro script é pode durar várias semanas.

Nossa proposta de script será baseada em nosso problema de pesquisa, ou seja, a formação inicial de professores de Matemática para e com a integração da tecnologia digital em atividade colaborativa.

#### **4.1.4 O papel do mediador**

Na aprendizagem colaborativa, além dos participantes envolvidos na sessão, um dos sujeitos relevantes é o mediador. O mediador de uma sessão colaborativa é o responsável por toda estrutura da atividade colaborativa, desde a sua concepção até a execução das sessões. Na estrutura dos scripts o mediador deve traçar todo o roteiro, considerando as tecnologias envolvidas no processo, a montagem dos grupos, as atividades que serão desenvolvidas, a montagem do ambiente colaborativo e durante a sessão, seu papel é encaminhar os participantes no discurso que dará subsídio para colaboração. Suthers *et al.*, (2015) fazem referência à importância do mediador no decorrer das sessões colaborativas. Segundo os autores, além do mediador como sujeito ativo da sessão, a linguagem dos sujeitos também media a sessão uma vez que a linguagem é mediadora central do pensamento na perspectiva de Vygotsky.

Ao iniciar a sessão, o mediador, caso haja necessidade, deve conduzir o grupo para a realização da atividade. Essa condução deve ser realizada de maneira que os sujeitos compreendam a proposta da atividade e interajam entre si. Sendo assim, o mediador deve evitar ao máximo influenciar o grupo na tomada de decisões, quanto a solução do problema proposto. Por outro lado, se o grupo não estiver interagindo, seu papel deve ser o de encaminhar o grupo a discussão ou fazer com que os sujeitos que não estiverem participando, voltem a se engajar na atividade.

Além disso, o mediador também deve alertar o grupo nas etapas da atividade, ou seja, fazer com que cumpram todas as etapas (se houver), dentro do tempo estabelecido no script. Dessa forma, durante a interação do grupo, se o mediador julgar necessário, deve interferir na discussão para que os sujeitos colaborem o máximo possível. Nesse caso, nos referimos a colaborar no máximo de tempo, pois no modelo de Baker que será discutido a seguir, a colaboração pode ocorrer em momentos diferentes, de acordo com as discussões, onde cada participante pode estar mais engajado ou não.

Na seção seguinte, fizemos uma discussão do modelo de Baker ao qual nos referimos. Este modelo será utilizado futuramente para análise de dados quanto à colaboração.

#### **4.1.5 O modelo de análise de Baker**

O modelo de Baker (2002) nos auxiliou a investigar os aspectos relativos ao processo colaborativo em nossa pesquisa de mestrado (ARAÚJO FILHO, 2015). Este modelo permite investigar, a partir do diálogo dos participantes de uma sessão coletiva, o tipo de aprendizagem exercido pelo grupo ou por parte dele. Para tanto, Baker traçou um modelo que utiliza um eixo tridimensional que considera, as seguintes dimensões: os papéis assumidos por cada um, o nível de concordância por tema discutido e o engajamento dos sujeitos durante as interações.

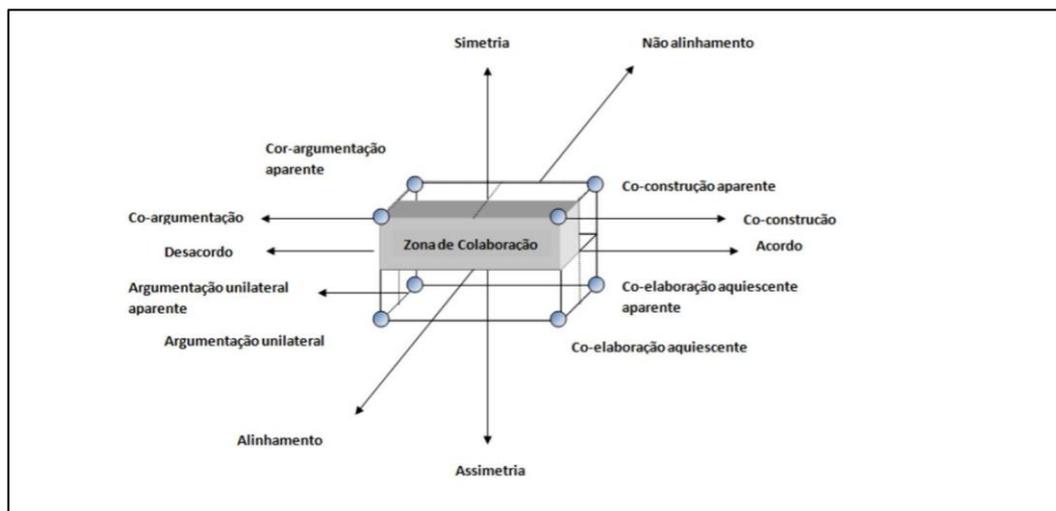
Este modelo toma como base três dimensões principais: a simetria, o acordo e o alinhamento. A simetria refere-se ao papel que o sujeito assume no decorrer da sessão, que segundo o autor, pode ser dividido entre receptor e propositor. O propositor é aquele que lança questionamentos para os outros participantes ao longo da conversa, por outro lado, o receptor é aquele que responde ou dá o feedback ao propositor. Se os papéis se invertem durante a discussão dizemos que houve simetria, caso contrário, classificamos como assimetria.

O acordo refere-se ao nível de concordância/discordância dos receptores e propositores. Se há um alto índice de concordância dizemos que os participantes estão em acordo, caso

contrário estão em desacordo. A concordância pode ser apenas afirmativa, sem comentários mais específicos como: “sim, concordo”, “de fato”, “é verdade...”, ou pode se explicitar as razões pelas quais se está concordando com o propositor, justificando seu posicionamento; neste caso, é interessante que o mediador instigue os participantes a justificarem suas afirmações de concordância ou discordância.

Ao contrário da simetria e do acordo, que podem ser analisados apenas pelas falas dos sujeitos em cada instante, o alinhamento é uma dimensão que necessita de um trecho maior de discussão entre os participantes para ser analisada. Isto porque, essa dimensão observa se os sujeitos estão de fato engajados uns com os outros.

Figura 6: Três dimensões fundamentais da atividade colaborativa e as oito formas subsequentes de colaboração em CSCL



Fonte: Adaptado de Baker (2002)

Na figura anterior, podemos observar uma ilustração do modelo trazido por Baker, no qual além das dimensões já citadas anteriormente, observamos também as dimensões subsequentes que juntas formam a Zona de Colaboração. A zona de colaboração identificada na figura refere-se ao conjunto de interações em que se considera haver colaboração. Nela, as interações apresentam alinhamento e simetria, porém pode ser uma colaboração com acordo ou desacordo. Os dois casos de colaboração são descritos como: os de co-construção, nos quais os sujeitos estão alinhados, em acordo e simétricos, isto é, eles invertem os papéis de propositor e receptor, os níveis de concordância são mais equilibrados e estão engajados durante todo o processo; e os de co-argumentação, nos quais os sujeitos estão alinhados, em desacordo e



2016) apontando as TRRS como essencial ao fazer matemática, muitas vezes em sala de aula isso passa despercebido pelos professores. Ensinar matemática utilizando registros de representação é tão corriqueiro, que os professores não se atentam para o pensar matemática, ou mesmo que só é possível conceber a Matemática se pudermos representar. A partir desses apontamentos, percebemos a relevância para um aprofundamento teórico da TRRS, dessa forma, vamos discutir os aspectos que são essenciais para compreendê-la e destacar sua correlação com a Matemática.

Primeiramente, devemos compreender as distinções entre objeto matemático e registros de representação. Como destacamos anteriormente, a concepção que temos de Matemática só é possível porque podemos representar os objetos matemáticos. Sendo assim, os objetos matemáticos se configuram como conceitos internalizados em nossos esquemas. Por sua vez, os registros de representação, nos permitem externalizar esses conceitos de diferentes formas. Segundo Henriques e Almouloud:

Representação Semiótica é uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua forma no sistema semiótico e de outro lado, pela referência do objeto representado (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p.467).

O sistema de sinais aos quais os autores se referem, são apontados por Duval (2007) como signos. Os signos são sinais que fazem parte do registro semiótico, mas não caracterizam o próprio registro, ou seja, um signo quando é dissociado da representação semiótica, apresenta qualquer funcionalidade. Por exemplo: letra  $a$  quando está sozinha, é um signo, pois pode significar uma vogal, tipo sanguíneo ou mesmo uma letra que compõe o nome de uma pessoa. Por outro lado, a letra  $a$  quando aparece em  $ax+by+c=0$  é um componente do registro algébrico da equação analítica da reta, deixando então de ser apenas um signo (LUCENA; MARIANO; TIBÚRCIO, 2016).

Os registros de representação que um objeto matemático pode ter geralmente são: a língua materna, o registro algébrico, o registro gráfico e o registro numérico. Essa diversidade de registros semióticos e a necessidade do objeto matemático dependendo da situação na qual se está investigando, fazem com que o sujeito necessite transformar esse registro, de maneira que essa transformação pode ocorrer dentro do mesmo sistema de registros de representação ou de um sistema de registros para outro. Nesse sentido, Duval aponta dois tipos de transformações semióticas possíveis: o tratamento e a conversão.

#### 4.2.1 Transformações semióticas: tratamento e conversão

Para Duval (2011), a diversidade de registros permite ao sujeito uma variação de representações de um mesmo objeto. Nesse sentido, o esforço cognitivo para ter acesso aos objetos matemáticos aumenta. A necessidade de uma diversidade de registros, não é apenas uma melhor caracterização do objeto, mas sim porque nenhuma representação por si só é completa, pois cada representação revela uma característica diferente do objeto matemático (DUVAL, 2011).

Nesse sentido, para Duval (2007), é essencial que o sujeito coordene e mobilize vários tipos de registro, de forma que não se confunda as características que são do objeto e as que são da sua representação. As transformações semióticas são essenciais nesse processo, uma vez que, para compreender a mobilização e coordenação de diferentes registros é preciso saber como se dá esse processo.

O *tratamento* é uma transformação semiótica que ocorre dentro do mesmo registro de representação, e ocorre por exemplo, na fatoração algébrica, na transformação de uma equação geral em uma reduzida, no movimento de gráficos em softwares. A *conversão* ocorre de um registro para outro, transformando um registro algébrico em gráfico, ou uma tabela em registro algébrico.

Segundo Duval (2003), a conversão é o processo de transformação semiótica mais complexo, pois exige do sujeito a *coordenação* entre diferentes registros. “A coordenação é a manifestação da capacidade do indivíduo em reconhecer a representação do mesmo objeto, em dois ou mais registros distintos” (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 470). Com isso, podemos dizer que saber realizar a conversão não implica em compreensão, mas sim o reconhecimento do objeto em diferentes registros.

As Funções são objetos matemáticos que podem ser representados por diferentes registros. Sendo assim, alguns problemas de aprendizagem relacionados às funções são ligados a questão representacional como aponta Sierpiska (1992) em sua pesquisa sobre obstáculos na aprendizagem de funções. Com isso, a TRRS é uma teoria essencial em nosso modelo de formação inicial, de maneira que nos dá suporte à discussão teórica de aprendizagem das Funções. Na seção seguinte, trazemos algumas questões teóricas concernentes às funções, que são o objeto matemático central nesta pesquisa.

### 4.3 A TEORIA DA ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL

A Teoria da Orquestração Instrumental (TOI) (TROUCHE, 2004; 2005); (DRIJVERS *et al.*, 2010) é uma teoria didática e cognitiva desenvolvida para investigar como o professor organiza, gerencia, desenvolve e valida as ações em uma prática docente que se utiliza de tecnologias. A ideia de Orquestração Instrumental é utilizada como metáfora (TROUCHE, 2004), que comparando a sala de aula a uma orquestra, onde o professor é o maestro, os instrumentos são os artefatos e os músicos os alunos.

A TOI utiliza de elementos da Teoria da Instrumentação (RABARDEL, 1995) que investiga o processo de instrumentação do sujeito na utilização de um artefato. Um artefato pode ser qualquer objeto, ainda sem finalidade específica, que após o processo de instrumentalização passa a ser instrumento. Esse processo do artefato ao instrumento é denominado de gênese instrumental (RABARDEL, 1995).

A gênese instrumental é a transformação do artefato em instrumento gerada pela ação do sujeito, por meio da integração à sua prática (COUTO, 2018). No contexto da TOI, as tecnologias são artefatos que mediados pela ação do professor, podem se tornar instrumentos para os alunos, a medida que o professor as integra à sua prática docente tornando os objetos tecnológicos um recurso que possa ser utilizado para o ensino e por consequência, para a aprendizagem.

A orquestração instrumental é uma organização de um ambiente (sala de aula), seus agentes (professor) e elementos (artefatos), com o objetivo de efetivar uma situação e inserir os sujeitos na gênese instrumental (TROUCHE, 2005). Também é definida por Trouche (2004) como:

Uma orquestração instrumental é definida por configurações didáticas (ou seja, o layout dos artefatos disponíveis no ambiente, com uma disposição de cada etapa do tratamento matemático) e por modos de exploração dessas configurações. Para cada orquestração, principais objetivos, oriundos da necessidade de orquestração propósitos secundários, associados à exploração escolhida modos, devem ser distinguidos. As configurações e seus modos de exploração produzem relatos de atividade (ou seja, resultados de a atividade que pode ser observada por outras pessoas que não o sujeito envolvido nesta atividade) (TROUCHE, 2004, p.296, tradução nossa).

Nesse sentido, a compreensão da OI perpassa por uma organização sistemática, baseada em etapas e critérios bem definidos. Esses critérios exigem do professor, segundo Couto (2018), uma intencionalidade de ações que o levem a uma sistematização de conceitos que guiem os estudantes nas suas gêneses instrumentais. Trouche (2004) destaca que os princípios da OI são a configuração didática e o modo de execução, posteriormente Drijvers *et al.*, (2010) incorporam a performance didática, que juntos constituem as etapas da OI.

A *configuração didática* é a primeira etapa da OI e compreende todo o planejamento das ações do professor em sala de aula. Na configuração didática os elementos prévios de um planejamento de aula são incorporados, como os objetivos do professor, o tempo didático, o posicionamento dos artefatos e dos sujeitos, a organização dos sujeitos, os conceitos matemáticos a serem explorados, enfim, todos os elementos prévios as ações de execução.

Bellemain e Trouche (2016) e Drijvers *et al.*, (2010) apontam o conjunto de escolhas e situações que concernem à configuração didática: a) a análise do currículo escolar; b) a escolha da situação matemática; c) a organização dos sujeitos e seus respectivos papéis diante da situação proposta; e por fim d) a escolha dos modos de apropriação dos conceitos por meio das tecnologias (COUTO, 2018). Nesse sentido, é preciso que ao definir a configuração didática da aula, o professor justifique suas ações, inclusive, deixando claro sua atuação diante da situação matemática a ser trabalhada de modo que a intencionalidade fique clara.

O *modo de execução* é a execução da configuração didática, ou seja, é o momento em sala de aula que se pratica o que foi planejado. No entanto, o planejamento é algo que deve ser flexível e, diante disso, durante o modo de execução pode ser necessário ajustar a configuração didática, de maneira que outras configurações surjam. Sendo assim, a *performance didática* (DRIVJERS *et al.*, 2010) é a etapa da OI onde se descrevem os ajustes necessários à configuração didática proposta, de modo que se possa avaliar a arquitetura da OI após o modo de execução.

A caracterização da TOI é necessária para esclarecer os elementos teóricos utilizados pelos licenciandos na elaboração da aula. Com base na formação teórica eles irão propor com base em algumas etapas da TOI, uma aula com a utilização de softwares para o ensino de Matemática. No capítulo a seguir, trazemos nossa revisão da literatura apontando algumas pesquisas em torno da formação inicial docente do professor de Matemática, formação inicial com o uso da TPACK e também, com o uso da CSCL.

#### 4.4 QUESTÕES DE PESQUISA

Com a definição da problemática em torno da investigação dos conhecimentos de docentes em formação inicial, que podem emergir das interações colaborativas, em um ambiente rico em tecnologias digitais, traçamos as seguintes questões de pesquisa:

- Quais os conhecimentos dos docentes em formação inicial que emergem de uma proposta de formação semipresencial colaborativa?
- Como ocorrem as interseções entre os conhecimentos Tecnológicos, Pedagógicos e do Conteúdo, a partir da colaboração *online*?
- A proposta de formação inicial docente com o uso de tecnologias digitais, favoreceu o trabalho colaborativo?
- A colaboração *online* favoreceu o surgimento da TPACK durante o processo de formação?
- Os elementos e recursos utilizados na proposta de formação, são considerados pelos licenciandos na elaboração da aula?

## 5 METODOLOGIA

Com o propósito de analisar os conhecimentos de professores de matemática em formação inicial que emergem a partir de uma formação com integração de tecnologia digital para o ensino de função, feitos em modalidade semi-presencial e colaborativa em plataformas CSCL, propomos realizar um estudo de intervenção a partir de um experimento no contexto de uma realidade de formação inicial. Nesse sentido o fizemos em turma de licenciatura em matemática de uma universidade pública do país.

O experimento fez parte da própria disciplina, aproveitando-se a sua necessidade de discutir-se integração da tecnologia. E por contar com a orquestração instrumental como conhecimento básico, que esta fosse parte da formação. Para o experimento de formação, realizamos o *design* e experimentação de uma sequência de atividades de formação inicial para a integração de recursos digitais no ensino de função, em situações de colaboração. Uma formação rica em tecnologias digitais e CSCL com uso de recursos materiais tecnológicos e matemáticos: de conteúdo (geogebra; vídeos; textos em pdf, simulações com o geogebra); de compartilhamento e colaborativa, como Lematec *Studium*, *geogebraTube*; e o *Gdrive*, e de comunicação como whatsapp (SILVA, 2018).

O experimento foi dividido em 5 etapas. Nas iniciais, desenvolvemos um trabalho coletivo para proporcionar a discussão entre os sujeitos o objeto matemático Função, com foco em suas representações. Assim como na primeira etapa, pensamos que a segunda etapa de familiarização com o software que seria utilizado para construção da orquestração pelos licenciandos, o Geogebra. Após nossa delimitação dos sujeitos e do ambiente em que eles estão inseridos, passamos a pensar na escolha dos grupos para a formação nas etapas seguintes. Então, com base na nossa literatura, para constituir os grupos traçamos um perfil das habilidades desses sujeitos e a partir dessas habilidades os grupos foram formados. Buscamos constituir grupos com diferentes conhecimentos, de forma a permitir um bom mapeamento das habilidades e conhecimentos.

Nas seções seguintes, fizemos uma descrição dos sujeitos da pesquisa, o processo de formação dos grupos colaborativos, o experimento de formação, destacando dentre outras coisas recursos utilizados, por fim os dados coletados e uma estrutura de análise.

## 5.1 SUJEITOS

Tomamos como sujeitos da pesquisa licenciandos em Matemática, ou seja, professores em processo inicial de formação que estavam cursando uma disciplina de *Metodologia do Ensino da Matemática* de uma universidade pública e que concordaram na utilização dos dados coletados no experimento. A disciplina foi escolhida por possuir como conteúdo o ensino e aprendizagem de funções e construtos relativos à construção de sequência de atividades, como a orquestração instrumental. Uma das características da disciplina é oferecer aos futuros professores, fundamentos, métodos e técnicas para o ensino da Matemática em diferentes campos desta ciência.

A escolha da turma deveu-se ao acesso que temos à professora e a aceitação de uso do experimento como parte da disciplina. Estruturamos o experimento de forma que as ações dos sujeitos pudessem ser coletadas a distância e presencialmente (STAHL, 2014). Além disso, a proposta da disciplina também era proporcionar aos licenciandos uma formação rica em tecnologias digitais, fazendo uso de teorias que dessem suporte à utilização desses artefatos digitais para o ensino. Uma dessas teorias foi a Teoria da Orquestração Instrumental, que foi abordada previamente ao nosso experimento, dando suporte às questões teóricas para o experimento de formação.

A disciplina contava com 28 licenciandos e desses, 21 participaram do experimento. Os sujeitos foram divididos em grupos da seguinte forma para realizarem a formação:

Quadro 4: Esquema de divisão dos sujeitos em grupo

<b>G1</b>	<b>G2</b>	<b>G3</b>	<b>G4</b>	<b>G5</b>	<b>G6</b>
L1	L4	L7	L11	L15	L19
L2	L5	L8	L12	L16	L20
L3	L6	L9	L13	L17	L21
		L10	L14	L18	

Fonte: Elaborado pelo autor

O critério para a divisão dos grupos será abordado mais adiante, na descrição do experimento de formação. Dos 21 licenciandos que participaram da formação, os participantes do G6 foi o único grupo que não finalizou o experimento coletivamente.

Os licenciandos participantes do experimento estavam no 2º semestre do curso de Licenciatura em Matemática, tendo visto apenas algumas disciplinas que compõem a sua formação acadêmica. As disciplinas do 1º semestre do curso eram: Computação (Arquitetura de computadores, Redes, Planilhas); Fundamentos da Educação (discussão teórica sobre o fenômeno educativo e sua relação com a sociedade); Geometria Analítica (Coordenadas no plano e no espaço, álgebra vetorial); Matemática 1 (Funções elementares, equações polinomiais e sistemas lineares); Princípios da Contagem (Teoria dos Grafos, Teoremas da Contagem, Fundamentos de Probabilidade)

Na seção seguinte, abordamos um pouco do nosso experimento, suas etapas e planejamento a partir das questões teóricas deste estudo.

## 5.2 O EXPERIMENTO DE FORMAÇÃO

Nesta seção, descreveremos o experimento de formação proposto com o objetivo de explicitar as etapas mencionadas anteriormente. O experimento de formação foi realizado em cinco etapas:

1ª Etapa - Discussão sobre as representações semióticas e sua relevância no ensino de funções;

2ª Etapa - Familiarização com o Geogebra.

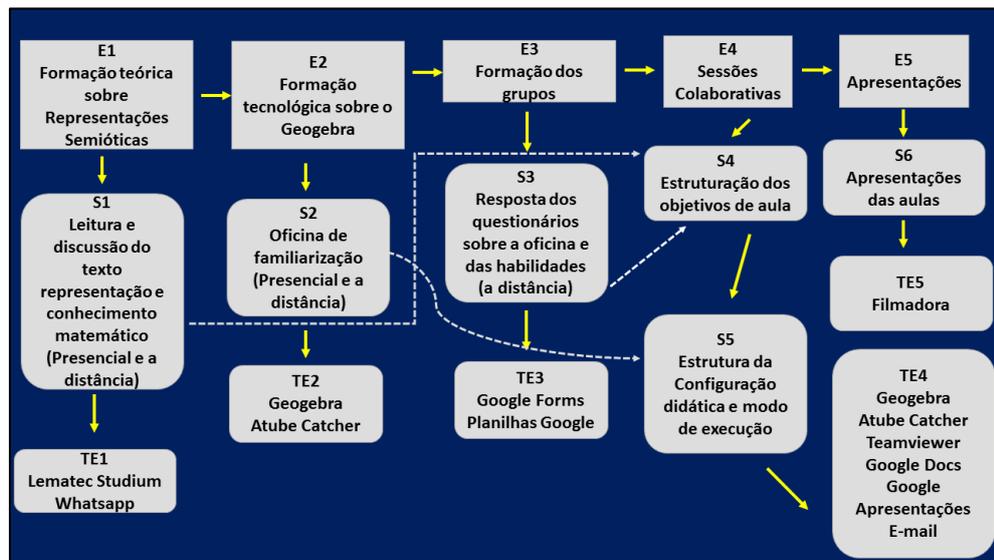
3ª Etapa - Formação de grupos docentes colaborativos.

4ª Etapa - Estruturação de uma aula para o ensino de funções com o auxílio do Geogebra.

5ª Etapa – Apresentação das aulas em sala de aula.

O experimento, contando com 20 horas/aula, foi realizado durante 8 semanas, contando com encontros presenciais e à distância, por meio de diversos dispositivos tecnológicos. Segue, posteriormente, um esquema das etapas, das situações e das tecnologias utilizadas durante o experimento:

Figura 7: Esquema geral do experimento de formação



Fonte 1: Elaborado pelo autor

No diagrama anterior mostramos cada etapa (E), sua respectiva situação (S) e as tecnologias (T) utilizadas. As setas contínuas interligam as situações propostas e as tecnologias utilizadas dentro de uma mesma situação. Já as setas pontilhadas interligam as situações de diferentes etapas, mas que influenciam diretamente no desempenho de outras etapas. Em cada etapa (E1... E5) contamos com situações (S1...S6) propostas aos licenciandos com o objetivo de subsidiar a elaboração de uma orquestração de forma colaborativa utilizando diferentes tecnologias (TE1...TE5). Na etapa E1 a situação S1 é essencial para que os licenciandos discutam e estruturem os objetivos de aula da S4, assim como a S2 auxilia diretamente na S5, ou seja, na execução da proposta de aula.

A seguir faremos uma discussão de cada etapa, descrevendo o planejamento das situações e as escolhas das tecnologias adotadas.

### 5.2.1 1ª Etapa – Discussão sobre as representações semióticas e sua relevância no ensino de Funções

Ao pensar em um experimento colaborativo de formação *online* para o ensino de funções, consideramos relevante promover uma primeira fundamentação teórica no que concerne às representações das funções e sua relevância no processo de aprendizagem, devido à importância do mesmo para a compreensão das funções (KAPUT, 1992; GOLDENBERG; LEWIS; O'KEEFE, 1992; DUVAL, 2011). Sendo assim, nessa primeira etapa, planejamos uma

discussão *online* sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) (DUVAL, 2007), com enfoque no objeto matemático *função*.

A TRRS foi escolhida não só pela sua relevância para o ensino e aprendizagem de função, mas também por ser uma das teorias que constam no programa da disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática. A disciplina também contava com um grupo em um aplicativo de mensagens (WHATSAPP, 2009) e, dessa forma, pensamos em integrar essa tecnologia ao processo de formação, utilizando o aplicativo para promover a discussão *online*.

A partir disso, a primeira etapa ficou definida da seguinte forma:

a) Cada licenciado deveria ler o texto *Representação e Conhecimento Matemático* (LUCENA; ARAÚJO FILHO; TIBÚRCIO, 2016), assistir o vídeo *Representações e Aprendizagem da Matemática* (GITIRANA, 2014). O texto e o vídeo serviram como base teórica para que os licenciandos pudessem refletir sobre seus fundamentos teóricos sobre o papel das representações na aprendizagem de funções. No texto e no vídeo, os autores fazem um primeiro estudo sobre a TRRS e exemplificam, por meio de algumas situações, as transformações semióticas de tratamento e conversão no ensino de funções.

b) A partir do vídeo e da leitura do texto, os licenciandos tiveram uma semana para lançar um questionamento, no grupo do aplicativo de mensagens, e responder a pelo menos um dos questionamentos feitos pelos colegas. Com essa proposta, percebemos que as mensagens não ficaram limitadas a apenas uma das perguntas, ou seja, sempre havia mais respostas a algumas das perguntas feitas no grupo.

Pensamos neste formato de discussão sobre o objeto matemático, buscando motivá-los a se envolver com discussão que abarcasse conhecimentos do conteúdo e pedagógicos (MISHRA; KOHELER, 2006). Nesta etapa, nossa proposta era que os licenciandos se apropriassem de conhecimentos relacionados ao conteúdo específico – o objeto matemático *Função* – e também os conteúdos pedagógicos que estão arraigados por meio da discussão teórica. Shulman (1986) aponta que o conhecimento do conteúdo, neste caso *as Funções*, é necessário para a formação docente, pois é o objeto a ser ensinado e o professor precisa conhecer a natureza epistemológica do objeto. A discussão teórica contempla o desenvolvimento do conteúdo pedagógico, já que este conhecimento diz respeito além das questões didáticas, os métodos de ensino e aprendizagem (SHULMAN, 1986).

A TRRS discute a relevância da articulação de registros semióticos para a aprendizagem de conceitos Matemática, sendo assim, os futuros professores poderiam discutir acerca da

importância da articulação de registros em suas aulas, e como elas importam à concepção do aluno. Os professores muitas vezes priorizam um ou dois tipos de registros para ensinarem funções, com isso, os estudantes muitas vezes mantêm características do registro de representação como sendo do objeto (DUVAL, 2011), e mais, não reconhecem o objeto se representado de outra forma (BARRETO, 2008). Sendo assim, a discussão dos licenciandos a partir de elementos teóricos que deem suporte ao ensino de Funções por meio de metodologias de ensino, contempla bem o que o quadro teórico aponta sobre o conhecimento do conteúdo aliado ao conhecimento pedagógico.

Descreveremos na seção seguinte a segunda etapa do experimento, que consistiu na familiarização dos sujeitos com o software que deveria ser utilizado na elaboração das aulas.

### **5.2.2 2ª Etapa – Familiarização com o Geogebra**

Na segunda etapa, previu-se uma familiarização dos licenciandos com o software a ser utilizado para a montagem da orquestração instrumental na etapa V. Nosso objetivo era que eles pudessem, a partir desta etapa, pensar em como o software pode se tornar um potencializador no ensino de funções, principalmente, para a articulação de registros de representação.

O Geogebra (HOHENWARTER, et. al., 2015) é um software de geometria dinâmica criado por Markus Hohenwarter em 2001 na Universidade de Salzburg. Atualmente o Geogebra é conhecido mundialmente e, por ser um software livre de geometria dinâmica, é um dos mais utilizados no ensino de Matemática. Por ser um software que articula geometria e álgebra, escolhemos trabalhar com o Geogebra pela sua dinamicidade e capacidade de explorar, representações de funções como algébricas, gráficas, tabulares, dentre outras, de maneira simples, sem necessidade de conhecimentos avançados de informática.

Procuramos evidenciar, nesta fase, os conhecimentos do conteúdo e tecnológicos a partir do uso do software Geogebra na construção de uma simulação com função. Além disso, também trouxemos elementos que foram discutidos na etapa anterior, ou seja, a articulação de registros de representação. Com a familiarização do software, buscamos evidenciar os conhecimentos tecnológicos dos sujeitos e mostrar como a tecnologia transforma o conhecimento matemático. A tecnologia tem a potencialidade de nos proporcionar oportunidades na construção de

elementos geométricos, algébricos e gráficos, que se fossem em lápis e papel poderíamos não perceber as relações entre os objetos ou realizar essas relações de forma mais lenta.

Na TPACK, Mishra e Koehler (2006) apontam que o conhecimento tecnológico é o que incide sobre o domínio de tecnologias digitais e não digitais. Em nosso caso, buscamos nesta etapa desenvolver uma familiarização com os licenciandos a partir do uso de um dos softwares que seriam utilizados na etapa de elaboração. Atualmente sabemos que muitas pessoas têm acesso às tecnologias digitais para uso pessoal ou no trabalho. No entanto, o uso do artefato tecnológico para o ensino, ou seja, a formação docente com tecnologias digitais, ainda, se faz necessária, uma vez que os softwares educacionais exigem formas de utilização diferentes das que utilizamos no cotidiano para fins pessoais. Após pensarmos em como poderíamos explorar o conhecimento tecnológico nesta etapa, prosseguimos com a descrição desta fase da pesquisa.

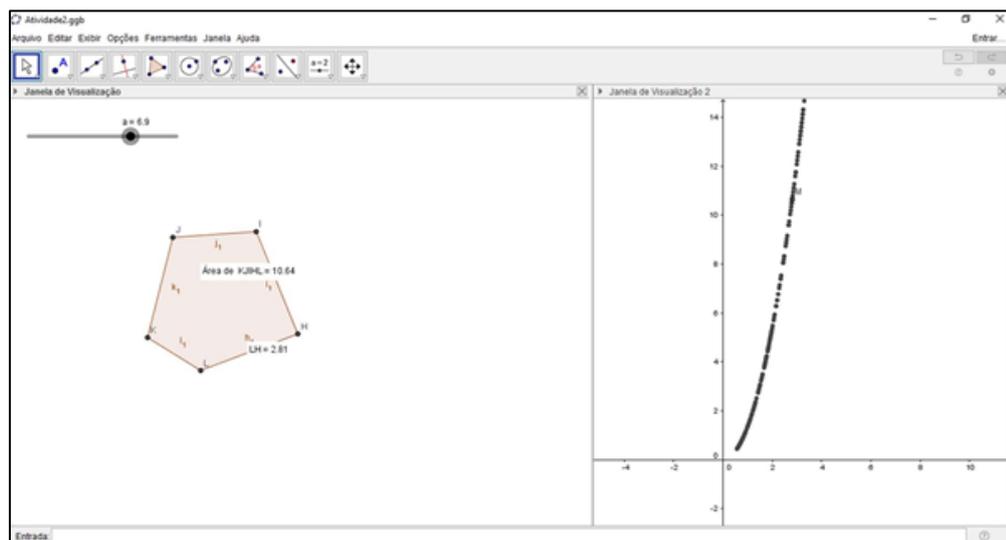
A etapa se deu em um horário de aula da disciplina. Inicialmente, solicitou-se aos licenciandos que possuísem smartphone que fizessem o download do Geogebra no seu aparelho e usarão alguns tablets como o software já instalado e com dispositivo de captura de tela. Dessa maneira, na oficina de familiarização, diversos tipos de dispositivos (tablets, smartphones e computador) com a mesma finalidade. Além do que os licenciandos também utilizaram microfone e software de captura de tela. A aula relativa à oficina foi filmada.

Nosso objetivo com a oficina, além da familiarização com o Geogebra, era que os licenciandos pudessem perceber o potencial do software para ensinar funções. Sendo assim, utilizamos a construção de uma simulação que permitisse essa percepção por parte deles. Imaginamos então em não nos ater apenas na demonstração de ferramentas e construções simples. Na construção da simulação, eles poderiam intuitivamente observar esses aspectos. A construção foi pouco a pouco feita pelo formador no quadro e acompanhada pelos estudantes em seus dispositivos, com auxílio e mediação do formador, para a dúvidas. O formador atuou nesta fase do experimento como um tutor para auxiliar os licenciandos na familiarização com o software.

Além do conhecimento tecnológico, outro elemento do quadro teórico da TPACK que pretendíamos que fosse explorado nesta etapa foi o conhecimento do conteúdo. Este conhecimento, diferente da primeira etapa, foi valorizado devido à simulação tratar da relação entre o comprimento de um dos lados de um polígono e sua área, em situação de homotetia do polígono. Criamos então uma simulação da homotetia de um polígono sem utilizar a ferramenta do próprio software. Dessa maneira, durante a construção licenciandos poderiam experimentar várias ferramentas do software e perceber como cada uma trabalha. Em um contexto que

salienta as potencialidades da geometria dinâmica e da multirrepresentacionalidade, a simulação foi passo a passo construída com os licenciandos. Além de cumprir esse objetivo de evidenciar ferramentas do software e algo relacionado a funções, trabalhamos com duas telas, mostrando o traço do gráfico da área do polígono semelhante, em função do comprimento de um dos seus lados.

Figura 8: Animação da homotetia e função



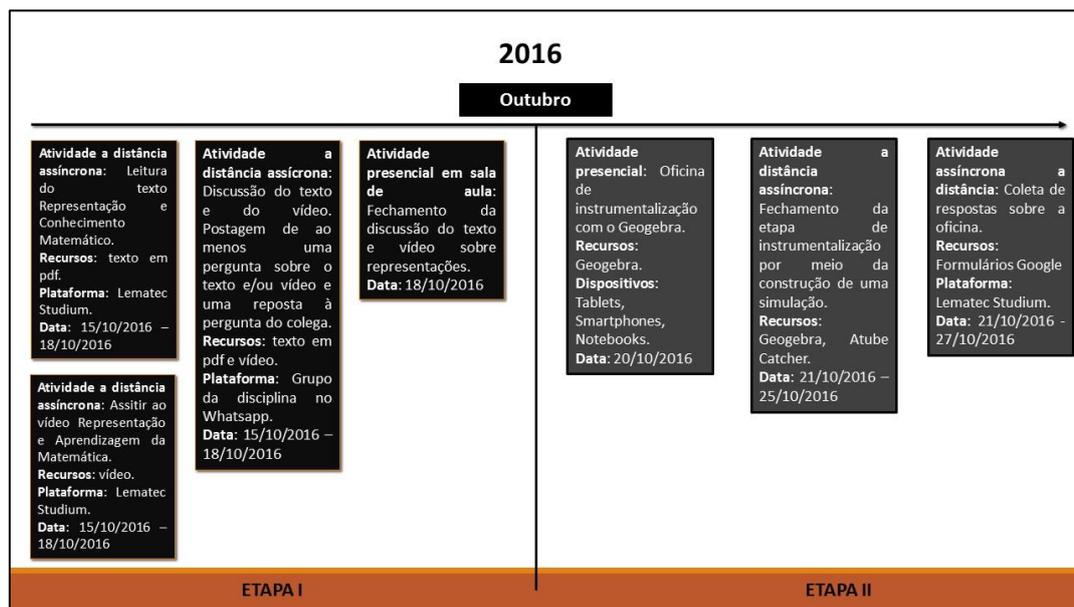
Fonte: Elaborado pelo autor

O tempo de aula presencial planejado para esta etapa foi de 1 hora/aula, com os licenciandos em duplas, sem uma definição prévia para escolha das duplas, cada dupla utilizando um dispositivo distinto: tablet, smartphone ou notebook. Apesar do nosso planejamento de executar esta etapa presencialmente, nós não pudemos finalizá-la desta forma, sendo necessária a conclusão a distância por parte dos sujeitos. Em situações com o uso de tecnologias não digitais ou nas quais sabemos manipular, fatores internos e externos, podem influenciar nas alterações do tempo didático previsto no planejamento.

Para dar prosseguimento a esta etapa postamos um vídeo com a construção da simulação em uma plataforma livre - o *YouTube* - e solicitamos que, individualmente ou em dupla eles executassem a construção da simulação e gravassem a tela durante o processo. Feito isso, o vídeo seria enviado por e-mail para contar a participação de cada um no processo de formação na disciplina.

Segue abaixo um esquema das duas primeiras etapas da formação:

Figura 9: Esquema das duas primeiras etapas de formação



Fonte: Elaborado pelo autor

Com isso, concluímos esta etapa e demos início a terceira etapa, que descreveremos na seção a seguir.

### 5.2.3 3ª Etapa – Formação de grupos docentes colaborativos

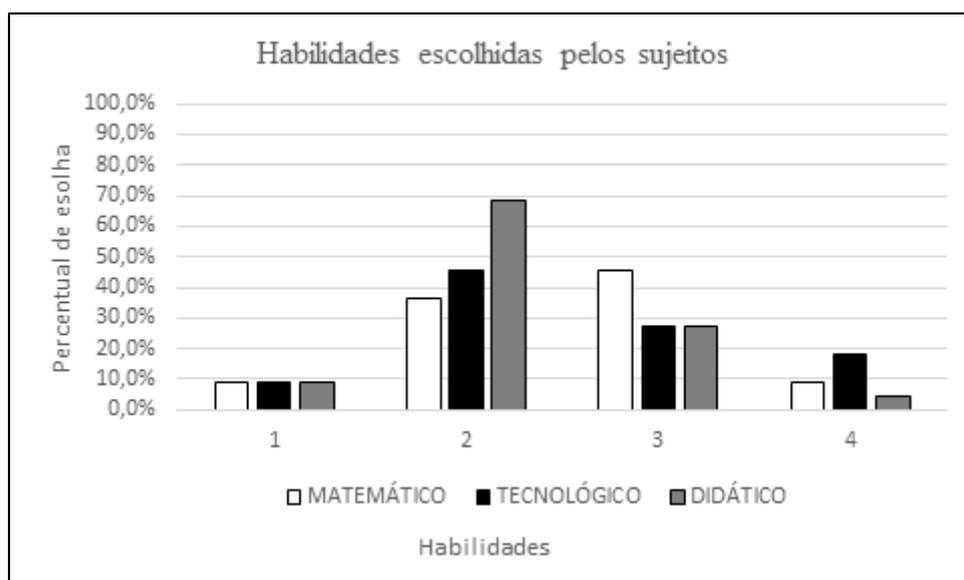
Na terceira etapa, apoiamo-nos na CSCL que nos traz os princípios norteadores para constituir os grupos. Sendo assim, resolvemos traçar um perfil das habilidades dos sujeitos para constituir os grupos (STAHL, 2014). Pensamos que as habilidades deveriam refletir nos aspectos futuros da análise dos dados. Portanto, as três habilidades que seriam inerentes à proposta do processo de formação docente: habilidades matemáticas, habilidades didáticas e habilidades tecnológicas. Essas habilidades refletem nos conhecimentos que trazemos da TPACK: o conhecimento do conteúdo (habilidades matemáticas), o conhecimento pedagógico (habilidades didáticas) e o conhecimento tecnológico (habilidades tecnológicas).

Após definirmos as habilidades pensamos em um meio pelo qual os licenciandos iriam realizar a escolha. Para uma coleta de dados mais eficiente, imaginamos um formulário *online*, pelo qual os sujeitos pudessem escolher suas habilidades e resolvemos que poderiam ser definidas no mesmo formulário de feedback da oficina na segunda etapa.

Utilizamos o formulário do Google Drive (GOOGLE, 2012), no qual utilizamos uma escala linkert de 1 a 4, sendo 1 menos habilidoso e 4 mais habilidoso. Com isto, os sujeitos poderiam se autoavaliar em relação a todas as habilidades disponibilizadas. Por meio do formulário *online* do Google as respostas foram gravadas automaticamente e encaminhadas a uma planilha do Google Drive, que organiza as respostas e permite que observemos cada uma individualmente.

Quando os licenciandos começaram a gravar suas respostas no formulário, percebemos que eles se consideravam mais habilidosos em uma etapa e menos habilidosos em outra, como já esperávamos. Com os dados coletados no formulário conseguimos obter o gráfico a seguir:

Gráfico 1: Habilidades escolhidas pelos sujeitos



Fonte: Elaborado pelo autor

A partir deste gráfico podemos observar que a maioria dos licenciandos não se considerava muito habilidosa (nível 4) nos conhecimentos listados. Percebe-se que eles ficaram nos níveis intermediários (2 e 3) e a habilidade didática aparece como o ponto mais deficiente segundo eles. Acreditamos que, pelo fato de estarem nos semestres iniciais do curso de Licenciatura em Matemática, cria-se um efeito de que necessitam de uma formação didática que está iniciando, mas por outro lado, se considerem habilidosos em Matemática por estarem em um curso de licenciatura.

A partir desses dados, estruturamos uma planilha com as escolhas de cada sujeito, solicitamos que eles escolhessem os grupos de no máximo 4 participantes. No entanto, esses participantes deveriam ser escolhidos de forma a compor um grupo de pessoas com habilidades distintas, ou seja, um de habilidade didática, um de habilidade tecnológica e outro de habilidade matemática. Como a habilidade matemática apresentava mais estudantes que se auto avaliava com habilidoso na matemática foi solicitado que se contemplassem dois sujeitos com habilidade maior em matemática. Com estudantes com mais habilidades nos três tipos de conhecimentos elencados pela TPACK, buscamos que eles pudessem ser auxiliados uns pelos outros em determinadas tarefas que exigissem habilidades diferentes das quais eles escolheram.

No mesmo momento em que os grupos eram escolhidos solicitamos que eles marcassem entre os horários disponíveis na planilha dos grupos para que ocorressem as sessões. Mas, percebemos que fixar os horários não deu certo, pois muitos não conseguiriam estar *online* nos horários marcados, então, disponibilizamos as datas e eles marcariam os horários de acordo com a disponibilidade do grupo.

Sendo assim, foram necessárias duas sessões e os grupos se formaram da seguinte maneira:

Quadro 5: Distribuição dos grupos pelas habilidades

G1	G2	G3	G4	G5	G6
D	M	M	M	T	D
T	M	D	M	D	M
M	T	M	D	T	T
		T	T	D	

Fonte: Elaborado pelo autor. Legenda: D – Didático, M – Matemático, T – Tecnológico

Quadro 6: Horários da 1ª sessão por grupo

1ª Sessão - Objetivos	
Data - horário	Grupo
15/11/2016 - 8h	G2
16/11/2016 - 19h	G3
19/11/2016 - 20h	G4
16/11/2016 - 20:30h	G1

26/11/2016 - 19h	G5
03/12/2016 - 19h	G6

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 7: Horários dos encontros da 2ª sessão por grupo

<b>2ª Sessão - Orquestração</b>	
<b>Data - horário</b>	<b>Grupo</b>
27/11/2016 - 10h	G2
21/11/2016 - 22h (não ocorreu)	G3
03/12/2016 - 20:30h	G5
30/11/2016 - 20:30h (não ocorreu)	G1
01/12/2016 - 20h	G4
04/12/2016 - 19h (não ocorreu)	G6
03/12/2016 - 9h	G1
05/12/2016 - 22h	G3
05/12/2016 - 19h (não ocorreu)	G6

Fonte: Elaborado pelo autor

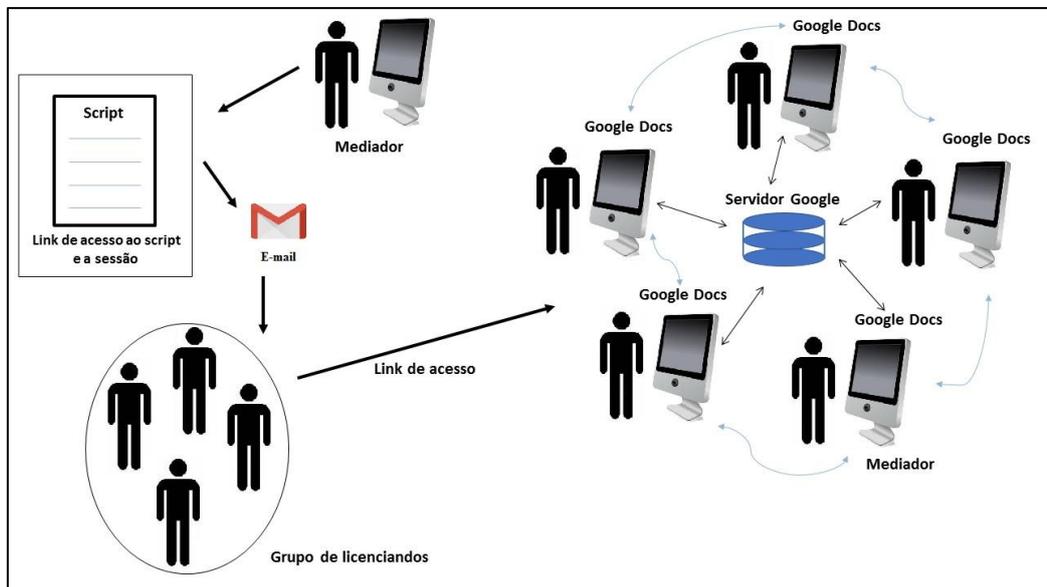
No quadro 7, nas datas da segunda sessão, constam alguns grupos que estão marcados em duas datas diferentes. Isso se deu porque, em alguns casos, ocorreram alguns entraves e isso nos impossibilitou de prosseguir com a sessão. Outro aspecto que pudemos explorar, a partir das autoavaliações das habilidades dos sujeitos, foram o cruzamento de dados a respeito das habilidades apresentadas e os conhecimentos identificados. Pretendemos com esses dados verificar se as habilidades que os licenciandos escolheram são equivalentes aos conhecimentos que encontramos durante as sessões.

Na seção seguinte, fizemos a descrição da quarta etapa do experimento. Nesta etapa descrevemos o *design* colaborativo para estrutura das sessões e o como se desenvolveu a atividade proposta.

#### **5.2.4 4ª Etapa – Objetivos de aula e elaboração da aula a partir das etapas da TOI**

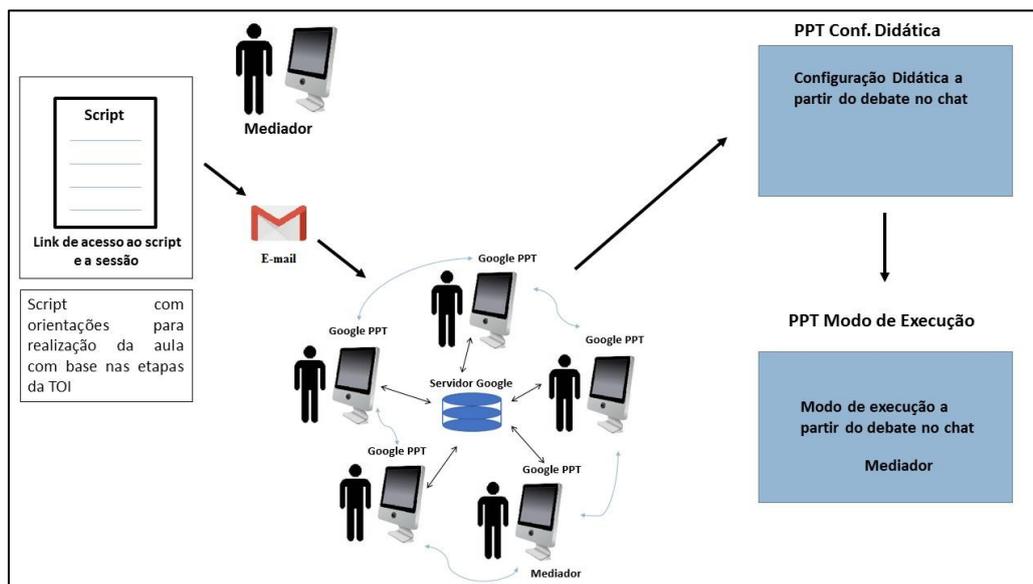
Nesta etapa, pensamos no design do ambiente colaborativo para dar suporte à elaboração de aulas para o ensino de funções. O nosso ambiente de formação foi construído completamente *online*, de forma que os licenciandos pudessem estabelecer uma comunicação síncrona e a partir daí traçar o que fosse necessário para elaboração da aula. Assim sendo, pensamos em utilizar o ambiente do *Google Drive* (GOOGLE, 2012), mais especificamente, o Google Documentos, que possui uma ferramenta de chat e um espaço de editor de documentos para a escrita coletiva do grupo. Segue abaixo um esquema da proposta de ambiente colaborativo que utilizamos:

Figura 10:Esquema do ambiente na elaboração dos objetivos



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 11: Esquema do ambiente nas etapas da orquestração



Fonte: Elaborado pelo autor

Com a definição dos horários pelos participantes, responsabilizamo-nos de enviar o *script* uma hora antes do início da sessão, por e-mail, como mostramos na figura 11, para que eles não pudessem estabelecer planejamentos antecipados, fora do que poderíamos observar como pesquisa, e deixassem de explicitar as ideias coletivas na hora da sessão. Ao iniciar a sessão, um breve retrospecto do script era feito para uma melhor compreensão dos participantes e definimos as tarefas a serem realizadas por eles, a saber:

- a) Pesquisa de textos (artigos) sobre dificuldades na aprendizagem de funções.
- b) Propostas curriculares da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dos Parâmetros Curriculares de Pernambuco.
- c) Material disponível do Geogebra Tube
- d) Abordagens em livros didáticos do último Programa Nacional do Livro Didático (PNLD, 2014).

As tarefas solicitadas aos licenciandos, nesta etapa, buscam fazer emergir os conhecimentos que discutimos em nosso quadro teórico. No item (a) a busca de artigos que abordassem as dificuldades sobre a aprendizagem de Funções, objetiva gerar uma discussão em torno do conhecimento do conteúdo, bem como do pedagógico do conteúdo, com as abordagens atuais desse objeto matemático em sala de aula. No item (b), as propostas curriculares em torno do conhecimento do conteúdo, objetivaram emergir os conhecimentos pedagógicos e também

do próprio conteúdo, uma vez que se discute o que é orientado pelos órgãos oficiais da Educação no Brasil. O item (c) objetiva emergir os conhecimentos tecnológicos, pois a busca do que há em termos de produção tecnológica pode auxiliar na formação de ideias e argumentos na elaboração da aula. E finalmente, o item (d) objetiva emergir os conhecimentos do conteúdo e pedagógicos que estão sendo desenvolvidos em sala de aula por professores que já estão em pleno exercício da prática docente. A partir do nosso quadro teórico, procuramos, nesta etapa, observar em quais momentos os conhecimentos aparecem individualmente, em pares ou se há momentos em que os sujeitos atingem a tríade da TPACK.

Pensamos nesses tópicos de acordo com a proposta do experimento que era de elaboração de aula. Dessa forma, ao pesquisar sobre as dificuldades de aprendizagem, os licenciandos poderiam traçar estratégias didáticas por meio do uso do software que dessem respaldo a essas dificuldades. No entanto, para isso, eles precisariam ter uma noção do que orientam os documentos oficiais que regem a educação básica no Brasil e no estado de Pernambuco, daí a proposta de pesquisa sobre esses documentos. No Geogebra Tube, eles poderiam encontrar o que está sendo produzido no geogebra para o ensino de funções e a partir disso, criar algumas simulações com base nestas ou que pudessem contemplar algo que eles achassem que poderia ser melhorado. Por fim, o Guia do livro didático (PNLD 2014) (BRASIL, 2013) foi utilizado para orientar os licenciandos no que os autores de livros de Matemática para escolas públicas vêm abordando, dando subsídio para as simulações a serem construídas.

Acreditamos que, ao executar essas tarefas individualmente, não se pode identificar as interseções de conhecimentos que discutimos em nossa fundamentação. A colaboração nesse sentido é um elemento essencial para que os conhecimentos individuais, quando aliados ao conhecimento coletivo, possam fazer com que as interseções apareçam. Com isso, como os grupos geralmente tinham 4 participantes, eles deveriam distribuir as tarefas entre si, com ordem definida pelo grupo; no segundo momento, as pesquisas de cada um deveriam ser colocadas à disposição do grupo para que houvesse uma discussão e, finalmente, a elaboração dos objetivos de aula. Essa subdivisão entre os participantes foi necessária, pois o Google Documentos funciona apenas como editor de textos coletivos com um chat, não permitindo o compartilhamento de telas. No entanto, acreditamos que isso não interferiu em nossa proposta e a partir das análises, podemos traçar as potencialidades e limitações do ambiente proposto.

Cada sessão durou aproximadamente 1h30min, na qual o grupo tinha 30 minutos para realizar a pesquisa, 30 minutos para definição dos objetivos de aula e 30 minutos para a construção da simulação no geogebra. Após a pesquisa, havia o momento de socialização do

que foi encontrado por cada membro e daí surgiam as ideias para os objetivos da aula a ser planejada e executada por meio do software.

Em quase todos os casos, percebemos que o tempo estabelecido não foi suficiente para que os grupos estabelecessem seu plano de aula e construção de simulações, por causa de alguns entraves encontrados na sessão. Sendo assim, foi necessária outra sessão para que os sujeitos construíssem as simulações e fechassem as ideias para as aulas.

No segundo momento, ou seja, o momento das construções das atividades, disponibilizamos outro ambiente do Google Drive, as *Apresentações Google*, ou simplesmente os slides, para que os licenciandos trabalhassem colaborativamente. Com a definição dos objetivos de aula, eles deveriam apresentar um roteiro para o desenvolvimento dessas aulas, com base em outro ponto do nosso quadro teórico, a Orquestração Instrumental (OI) (TROUCHE, 2005). A OI é segundo Trouche (2005, p. 126):

Uma orquestração instrumental é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos.

Como a OI se propõe a auxiliar e investigar a ação docente em um ambiente rico em tecnologia, buscamos utilizar duas, das três bases essenciais da teoria – configuração didática e modo de execução - para que os licenciandos construíssem suas aulas. Além disso, na disciplina de *Metodologia do Ensino da Matemática*, os licenciandos estavam discutindo a OI a partir da realização de atividades que utilizavam artefatos tecnológicos digitais, durante o processo formativo. Dessa forma, utilizamos deste conhecimento pedagógico que estava sendo trabalhado na disciplina para o desenvolvimento do nosso experimento. A sessão de construção do experimento durou o mesmo tempo que a sessão de discussão para elaboração dos objetivos.

A seguir, fizemos uma descrição sobre a etapa de apresentação do que foi produzido pelos licenciandos a partir dos objetivos de aula.

### **5.2.5 5ª Etapa – Socialização da aula**

A última etapa do experimento ocorreu presencialmente, com a apresentação dos grupos em sala de aula, no horário da aula da disciplina. Cada grupo expôs a sua simulação construída, assim como os seus objetivos de aula para os colegas. Nosso objetivo, em termos de

conhecimentos nesta fase, foi fazer surgir os conhecimentos pedagógicos aliados ao conhecimento tecnológico dos licenciandos. Uma vez que a aula estava pronta, poderíamos observar elementos da prática docente na apresentação do produto final do experimento, tais como: articulação de ideias a partir dos objetivos de aula, criatividade do grupo na elaboração da atividade com tecnologias digitais, entre outros aspectos.

Cada grupo foi gravado por meio de câmera e microfone em sua apresentação. Foram necessárias duas aulas presenciais para apresentação dos trabalhos de cada um dos grupos, onde percebemos nas apresentações poucas construções que explorassem o software de forma a evidenciar suas potencialidades para o ensino de funções. Notamos que as construções foram reproduções de práticas tradicionais de ensino, com poucas exceções. Fizemos, no processo de análise, um detalhamento do que foi exposto nas apresentações desta etapa do experimento.

### 5.3 COLETA DE DADOS

A coleta dos dados foi realizada a partir do desenvolvimento das etapas anteriores, levando em consideração as especificidades e os objetivos de cada uma, visando também, a análise dos dados a partir dos objetivos da pesquisa. Ao longo das etapas utilizamos de várias técnicas e instrumentos de coleta:

Figura 12: Dados coletados a cada etapa do experimento de formação

1ª Etapa	2ª Etapa	3ª Etapa	4ª Etapa	5ª Etapa
<b>Instrumentos de coleta:</b> Whatsapp, Lematec studium. <b>Método de coleta:</b> Observação <b>Dados produzidos:</b> Perguntas e respostas via mensagens de texto. <b>Sujeito observador:</b> Pesquisador	<b>Instrumentos de coleta:</b> E-mail, Atube Catcher. <b>Método de coleta:</b> Filmagem. <b>Dados produzidos:</b> Video da captura de tela do computador. <b>Sujeito observador:</b> Licenciando	<b>Instrumentos de coleta:</b> Formulário online, planilha compartilhada, e-mail. <b>Método de coleta:</b> Entrevista. <b>Dados produzidos:</b> Respostas dos sujeitos ao formulário para traçar as habilidades; Distribuição dos sujeitos para constituir os grupos.	<b>Instrumentos de coleta:</b> Atube Catcher, Documento compartilhado, Chat. <b>Método de coleta:</b> Filmagem, Protocolo. <b>Dados produzidos:</b> Video da captura de tela, Documento de texto, Apresentação em PPT, Script da sessão.	<b>Instrumentos de coleta:</b> Filmadora dos pesquisadores. <b>Método de coleta:</b> Filmagem. Protocolos. <b>Dados produzidos:</b> Videos das apresentações, documentos em PPT.

Fonte: Elaborado pelo autor

#### 5.3.1 Dados coletados na 1ª Etapa

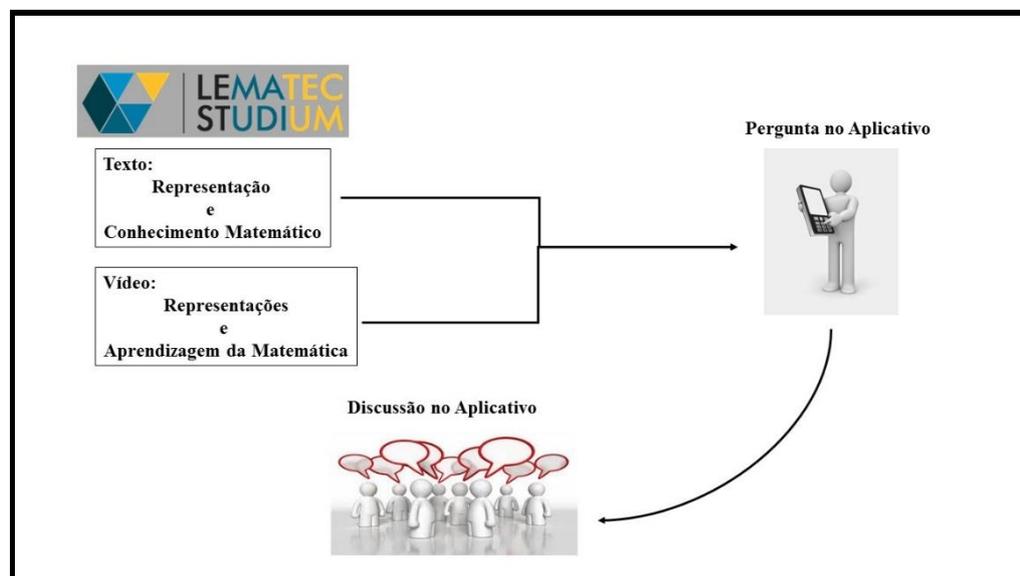
Na primeira etapa do experimento, utilizamos a observação como método de coleta, tendo como instrumentos o aplicativo de mensagens e a plataforma *Lematec Studium*.

O aplicativo de mensagens foi um instrumento de coleta de dados extremamente relevante em nossa pesquisa. A partir dele pudemos propor, na primeira etapa do experimento, uma atividade a distância aos licenciandos, com o propósito de interagir na discussão teórica sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

No aplicativo, as falas dos sujeitos ficavam armazenadas em tempo real, registrando o nome, horário e data na qual o licenciando se manifestava no grupo. Além da primeira etapa da pesquisa, o aplicativo também auxiliou os licenciandos na interação com os professores formadores nas fases seguintes, podendo esclarecer dúvidas quanto à prazos ou atividades a serem desenvolvidas.

A plataforma *Lematec Studium* atuou como ambiente virtual para postagem de textos e organização das semanas de aula da disciplina. Em nosso experimento, na primeira fase, inserimos o texto-base e o vídeo sobre a TRRS para que os licenciandos pudessem ler, assistir e a partir dessas informações, postar as perguntas e respostas sugeridas no aplicativo de mensagens. A seguir, temos um esquema da coleta de dados na primeira fase:

Figura 13: Coleta de dados 1ª Etapa



Fonte: Elaborado pelo autor

Em termos quantitativos de dados, esta etapa teve um total de 21 perguntas e 19 respostas ao final da coleta. No capítulo seguinte, na análise dos dados, trouxemos um esquema das perguntas e respostas dos licenciandos atreladas ao quadro teórico dos conhecimentos

docentes mobilizados. Na seção seguinte, descrevemos o processo de coleta de dados da 2ª etapa da formação.

### 5.3.2 Dados coletados na 2ª Etapa

Na segunda etapa do experimento, utilizamos o método da filmagem para a coleta de dados. A filmagem foi realizada a partir da captura de tela dos computadores com o auxílio do *software Atube Catcher*. Os instrumentos de coleta nesta etapa foram o *Atube Catcher* e o E-mail.

O *Atube Catcher* é um software gratuito utilizado para gravação de tela e download de vídeos. Na segunda etapa do experimento utilizamos o software para gravação de um vídeo de orientação para os licenciandos, com o objetivo de mostrar a construção de uma simulação no software Geogebra. Além disso, os próprios licenciandos utilizaram este recurso para responder à atividade proposta nesta etapa, reproduzindo a simulação sugerida. O e-mail foi utilizado como um recurso secundário para o envio dos vídeos gravados pelos licenciandos. Os sujeitos fizeram a gravação de tela e nos enviaram os vídeos por e-mail compartilhando o link do repositório ou o vídeo em formato MP4.

### 5.3.3 Dados coletados na 3ª Etapa

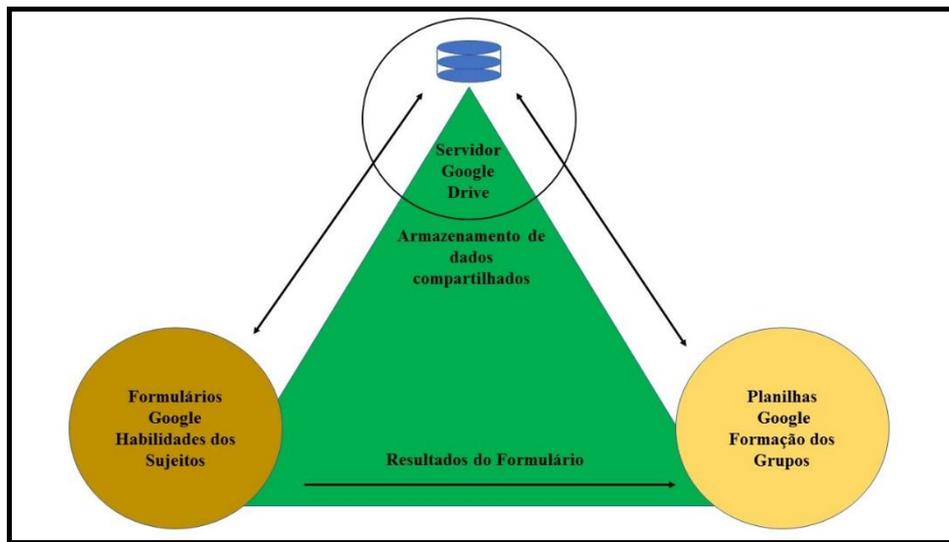
A terceira fase do experimento teve como método de coleta de dados *a entrevista*. Nesta etapa, utilizamos um formulário *online* para coletar informações sobre as concepções dos licenciandos acerca das suas habilidades. Em seguida, com os dados obtidos no formulário, estruturamos uma planilha compartilhada para que os sujeitos montassem os grupos por meio de instruções previamente definidas e já discutida na seção 4.2.3.

O formulário que utilizamos para coleta de informações das habilidades foi *online* e gratuito, oferecido pelo servidor do Google Drive (GOOGLE, 2012). No total, obtivemos um quantitativo de 22 respostas para as perguntas de múltipla escolha já discutidas na seção 5.2.3. Após a coleta dos dados do formulário, pudemos criar uma planilha com as informações coletadas, disponibilizando os nomes dos sujeitos e suas habilidades.

A planilha que utilizamos foi compartilhada e disponibilizada pelo servidor do Google Drive. Por meio dela, distribuimos as informações dos formulários preenchidos para os

licenciandos e criamos em outras células espaços para o preenchimento dos grupos, horários e datas a serem realizadas as etapas seguintes do experimento. A seguir, disponibilizamos um esquema da coleta de dados desta etapa:

Figura 14: Coleta de dados na 3ª etapa



Fonte: Elaborado pelo autor

#### 5.3.4 Dados coletados na 4ª Etapa

A quarta etapa da formação teve como métodos de coleta a filmagem e os protocolos. Como já discutimos anteriormente, esta fase do experimento compreendeu na estrutura dos objetivos de aula pelos grupos formados na fase anterior, como também a configuração didática e o modo de execução das aulas planejadas coletivamente. Os instrumentos de coleta de dados foram: o Atube Catcher, para a gravação da tela do pesquisador enquanto interagia com os sujeitos; o Documento compartilhado no servidor no Google Drive por meio de link disponibilizado no script de cada sessão e, finalmente, o Chat com as conversas entre o pesquisador e os sujeitos, disponibilizado no próprio documento compartilhado.

O esquema desta fase do experimento está disponível na seção 5.2.4, trazendo informações sobre a disposição dos licenciandos no ambiente e o papel dos instrumentos de coleta em cada momento.

### 5.3.5 Dados coletados na 5ª Etapa

Na quinta etapa do experimento, utilizamos o método da filmagem para a coleta de dados. Esta etapa do experimento consistiu na apresentação oral de forma presencial por parte dos licenciandos, acerca do que haviam construído coletivamente em ambiente *online*. Nesse sentido, utilizamos uma filmadora para gravar vídeo e voz durante a aula presencial para coletar os dados. O tempo necessário para coleta de dados nesta etapa foram de duas aulas presenciais, com 1h30min cada, no horário regular da disciplina.

A partir da observação dos dados coletados, percebemos que seria inviável uma análise de todos os grupos participantes da pesquisa, diante do tempo demandado para caracterizar os grupos e discutir os resultados. Nesse sentido, buscamos dentre os dados coletados em cada grupo, caracterizar um estudo de caso com base nas particularidades de um grupo de licenciandos. Na seção seguinte, fizemos uma discussão da escolha do caso a partir dos dados coletados.

## 5.4 O ESTUDO DE CASO

A partir da observação dos dados coletados, definimos a escolha de um caso para análise nesta pesquisa. Segundo Ponte (1994, p. 2), “um estudo de caso pode ser caracterizado como um programa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma entidade social”. O caso escolhido nesta pesquisa, foi um dos grupos pesquisados, diante das especificidades apresentadas. Para escolha do caso é preciso que se tenha alguma característica que o diferencie dos demais pesquisados (YIN, 2001).

Nesse sentido, escolhemos o *Grupo A*, definido na 2ª etapa do experimento, pois ele foi o único grupo que apresentou um vídeo com discussões, justificando as ações tomadas. Além disso, após analisar os grupos definidos para etapa colaborativa, de acordo com os conhecimentos estabelecidos no formulário, os sujeitos permanecem os mesmos, o que não ocorreu com os outros grupos.

Sendo assim, apresentamos na primeira etapa da análise todos os sujeitos, uma vez que a primeira etapa foi individual. A partir da segunda, fizemos a análise do caso do grupo A, na 2ª etapa e do grupo nomeado de G4 na 4ª etapa.

## 5.5 ASPECTOS ÉTICOS DA PESQUISA

Os dados coletados para esta pesquisa foram consentidos pelos sujeitos ao final da disciplina. Cada licenciando concordou com a divulgação dos dados, mediante a garantia do sigilo da identidade de cada um.

## 6 ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo trazemos a análise de dados da pesquisa. Na primeira seção, trazemos o método geral de análise que será utilizado para identificar os conhecimentos ao longo das etapas de formação. Para cada etapa da formação, descrevemos o método de análise, seguido da análise dos dados.

### 6.1 MÉTODO DE ANÁLISE DAS ETAPAS DE FORMAÇÃO

Os dados coletados durante as etapas da formação foram resultantes das informações que constam nas filmagens de tela, quando os encontros foram realizados à distância, e da sala de aula, quando os encontros se ocorreram na modalidade presencial. Além disso, temos os dados a partir dos registros escritos em e-mail, Google Documentos e Whatsapp.

Para analisar os dados apontados no capítulo anterior, utilizamos a técnica de análise microgenética. Segundo Meira (1994), essa técnica de análise, consiste em uma investigação detalhada dos acontecimentos identificados pelo pesquisador, esses acontecimentos podem ser chamados de eventos ou episódios. Os eventos são selecionados a partir dos registros videográficos coletados, ou ainda, dos protocolos de pesquisa. Os vídeos devem ser assistidos várias vezes, de forma que os eventos identificados sejam correlacionados com as questões de pesquisa.

Dessa forma, buscamos seguir as etapas sugeridas pelo autor para nossa análise de dados. Essas etapas compreendem:

- a) Assistir por completo e sem interrupções os vídeos, realizando anotações preliminares sobre os eventos associados ao problema de pesquisa.
- b) Produzir um índice de eventos, que pode ser elaborado paralelamente à atividade do item (a).
- c) Por meio do índice, identificar os eventos relacionados ao problema de pesquisa.
- d) Transcrever literalmente os eventos selecionados, com o maior número de detalhes possível.
- e) Assistir persistente e repetidamente estes episódios, apoiado pela análise exaustiva das transcrições.

- f) Apresentar interpretações ilustradas por exemplos prototípicos colhidos diretamente dos vídeos e transcrições, ao divulgar os resultados.

## 6.2 MÉTODO DE ANÁLISE DA 1ª ETAPA DE FORMAÇÃO

Na primeira etapa da proposta de formação inicial docente a partir do uso de tecnologias digitais, propusemos uma discussão teórica com os licenciandos sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Nesse sentido, a análise desta etapa visa caracterizar os conhecimentos que emergem da discussão, como também, os aspectos correlacionados com a TRRS apontados pelos licenciandos.

Os protocolos nesta etapa foram os registros escritos dos licenciandos por meio de um aplicativo de mensagens. Ao analisar esta etapa da formação, temos como objetivos:

- Identificar quais aspectos relacionados à TRRS foram destacados pelos licenciandos a partir da leitura do texto;
- Mapear na discussão os conhecimentos relativos às respostas e questionamentos levantados no grupo;
- Verificar possíveis articulações entre a teoria e a prática docente apontadas pelos licenciandos durante a discussão.

Para analisar os registros escritos por meio da análise microgenética, pautamo-nos nas adaptações realizadas por Couto (2018) para análise de fóruns, uma vez que a técnica de análise microgenética, proposta por Meira (1994), concentra-se em extratos de dados videográficos. Couto (2018) propõe um instrumento de análise das postagens em forma de quadro, classificando os eventos identificados por temáticas de discussão realizadas em um fórum.

Assim, de acordo com as etapas da análise microgenética realizamos a análise desta etapa de acordo com a seguinte sequência:

- 1) Leitura e releitura dos extratos escritos nas conversas do aplicativo, que estavam relacionados a esta fase do experimento;
- 2) Seleção das perguntas e respostas postadas no grupo, que estavam relacionadas a discussão teórica – houve poucos extratos durante o período da atividade que não estavam relacionados a discussão;
- 3) Classificação dos eventos de acordo com a relevância para o experimento. Identificamos aspectos da teoria e dos conhecimentos – docentes ou não - que

puderam ser classificados depois da leitura do texto proposto aos licenciandos. A partir do quadro proposto por Couto (2018), estruturamos alguns eventos com base na TPACK, com o objetivo de identificar os conhecimentos presentes durante a discussão. Como nas interações desta etapa os licenciandos deveriam discutir sobre a TRRS, na observação dos dados percebemos que os conhecimentos que emergem da conversa são essencialmente pedagógicos (PK). Além disso, também identificamos em um dos licenciandos o conhecimento Pedagógico e do Conteúdo (PCK).

O conhecimento pedagógico (PK), segundo Shulman (1986), engloba diversos aspectos, como as questões didáticas inerentes à prática docente, a relação professor-aluno, conhecimento social do aluno e os métodos de ensino e aprendizagem essenciais à formação do professor. Nesse sentido, considerando as características da TRRS (DUVAL, 2011) como uma teoria epistemológica e cognitiva, como também as características do (PK) dividimos o conhecimento pedagógico em três partes: conhecimento didático, conhecimento cognitivo e conhecimento epistemológico. A divisão do conhecimento pedagógico nos possibilita uma classificação dos dados de maneira mais eficiente. Além disso, podemos observar um conhecimento a partir de suas nuances durante uma discussão.

O conhecimento pedagógico e do conteúdo também foi identificado em uma das interações. Sendo assim, para observar a interseção dos conhecimentos também classificamos o (PCK) dividindo o conhecimento pedagógico e do conteúdo e apontamos em qual ponto a interseção aparece na fala do sujeito.

Para uma compreensão das escolhas dos eventos, fizemos uma caracterização deles, buscando destacar sua relevância para a pesquisa:

*Conhecimento Didático:* o conhecimento didático nas discussões aparece nos momentos em que os sujeitos discutem o papel do professor considerando a TRRS. Na classificação surgem apontamentos relacionados ao posicionamento do professor diante da falta de habilidade dos estudantes na coordenação de registros semióticos.

*Conhecimento Epistemológico:* O conhecimento epistemológico corresponde aos questionamentos acerca da teoria que envolvem sua origem, ou seja, os signos e outros elementos da semiótica que partem da linguística. Além disso, classificamos as definições questionadas, como: tratamento e conversão, quando não envolvem aspectos cognitivos.

*Conhecimento Cognitivo:* por ser uma teoria que discute aspectos epistemológicos e cognitivos, o conhecimento cognitivo também foi identificado como um evento relevante à

pesquisa. Nas discussões surgem muitos questionamentos sobre a necessidade da coordenação de registros semióticos, além de questões sobre as dificuldades de aprendizagem que surgem com o predomínio de um registro de representação da abordagem de um determinado objeto matemático.

Para classificar os conhecimentos que emergem das conversas durante a primeira etapa, consideramos como unidade para classificação, as perguntas e respostas dos sujeitos que se adequam ao conhecimento correspondente. Destacamos que os conhecimentos aos quais nos referimos nesta etapa da formação, não necessariamente são conhecimentos adquiridos ou demonstrados pelos sujeitos com relação a TRRS, mesmo porque, este foi o primeiro contato deles com a teoria.

Sendo assim, classificamos cada pergunta e resposta com relação ao conhecimento que mais se adéqua, uma vez que, a discussão teórica da TRRS faz emergir questões de metodologia de ensino que, por sua vez, faz parte da formação do professor segundo Shulman (1986).

Apesar de observarmos que alguns questionamentos não eram propriamente do licenciando, surgiram algumas perguntas e respostas que foram reflexivas a partir da leitura do texto proposto. Com base nisso, também classificamos as perguntas e respostas com relação ao tipo de pergunta e resposta: reflexivo e não-reflexivo. As perguntas e/ou respostas reflexivas são aquelas nas quais o sujeito demonstra uma reflexão teórica a partir da leitura, por outro lado, as não-reflexivas evidenciam perguntas e respostas retiradas diretamente do texto proposto, sem deixar margem para uma discussão ampla.

### 6.3 ANÁLISE DA 1ª ETAPA DE FORMAÇÃO

Após a classificação dos conhecimentos no quadro mencionado na seção anterior, estruturamos um esquema para ilustrar as interações entre os sujeitos durante a atividade proposta.

A estrutura da classificação dos dados no esquema foi realizada da seguinte forma:

Quadro 8: Estrutura de classificação de dados

Perguntas	Respostas
<b>P1E1</b> – corresponde a primeira pergunta na ordem cronológica da conversa, postada	<b>R1P1E2</b> – corresponde a primeira resposta na ordem cronológica da conversa, relativa a

pelo estudante 1 ou o primeiro estudante a fazer a postagem.	pergunta 1, postada pelo estudante 2 ou o segundo a fazer a postagem.
--	---

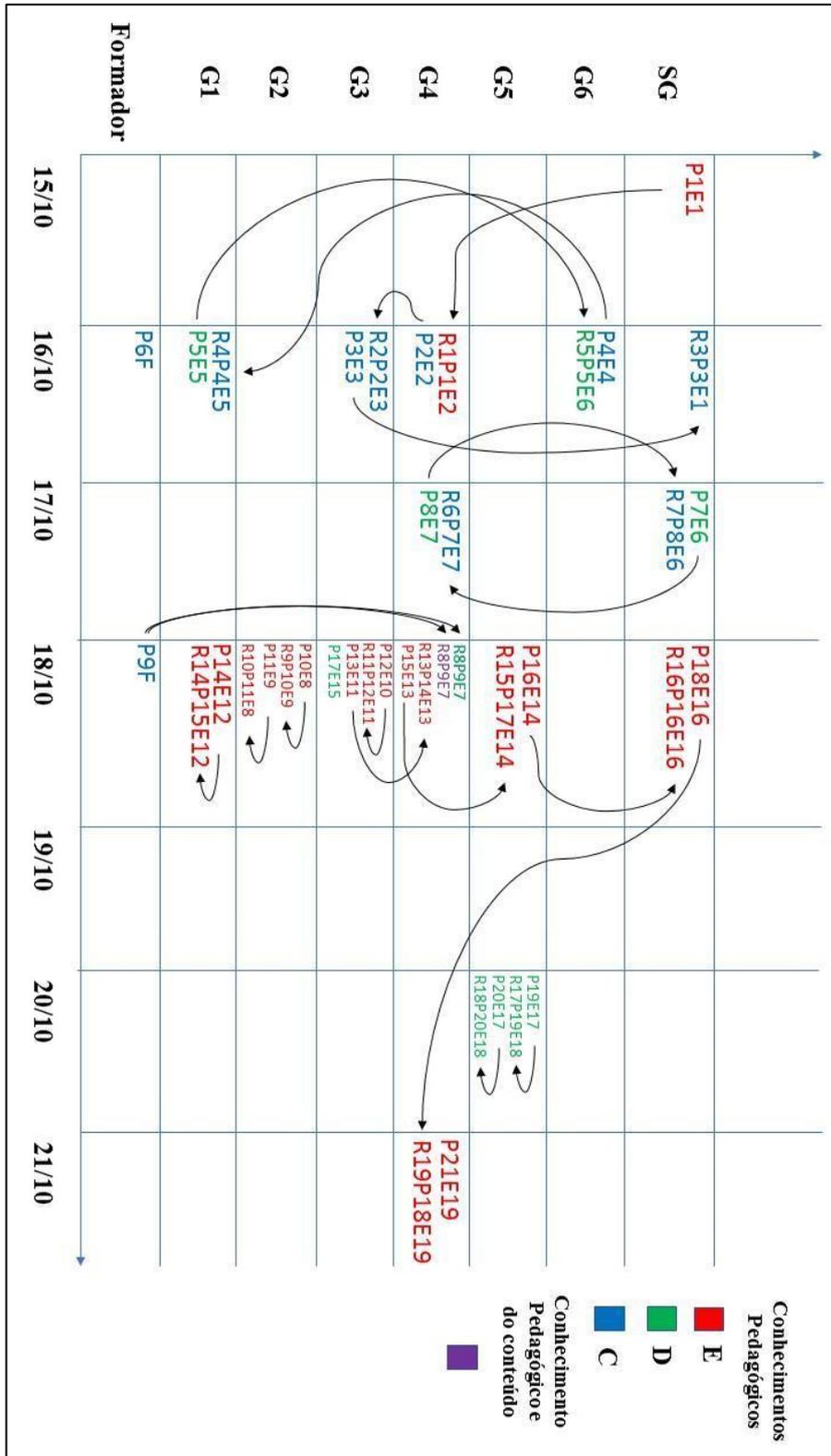
Fonte: Elaborado pelo autor

Para classificar os conhecimentos, utilizamos cores diferentes, vermelho para o *Conhecimento Pedagógico Epistemológico*, verde para o *Conhecimento Pedagógico Didático* e azul para o *Conhecimento Pedagógico Cognitivo*. Além disso, utilizamos a cor roxa para o *Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo*. Além das cores, também utilizamos setas para definir o sentido da interação, ou seja, saindo da pergunta até a(s) resposta(s) correspondente(s). Além das siglas que utilizamos para identificar os estudantes – E1...E19 – utilizamos a letra “F” para identificar os professores formadores.

No eixo vertical do esquema, apresentamos os grupos de G1 a G6, que foram definidos mais à frente na 3ª etapa da formação. Além dos grupos, apresentamos também os licenciandos que participaram da formação, mas que não estavam atrelados a um grupo específico e os denominamos pela sigla “SG” (sem grupo) e, finalmente, as falas do professor formador. No eixo horizontal, apresentamos as datas mensagens postadas no aplicativo.

No esquema a seguir, podemos observar os conhecimentos que surgiram nesta etapa da formação:

Figura 15: Esquema das interações e classificação dos conhecimentos identificados



Fonte: Elaborado pelo autor

O esquema mostra as perguntas e respostas classificadas de acordo com os conhecimentos já elencados na seção anterior. Estrutturamos o esquema pela data das postagens e separamos os sujeitos de acordo com os grupos que foram definidos nas etapas posteriores. Apesar da atividade nesta etapa ser individual procuramos evidenciar os conhecimentos que os sujeitos mobilizaram nesta etapa, com a intenção de observar quais conhecimentos desta etapa foram mobilizados nas etapas posteriores. Apesar dos grupos serem formados apenas na 3ª etapa da formação, escolhemos distribuir os sujeitos no esquema da 1ª etapa, para ter um panorama geral das postagens por grupo formado. Com isso, também podemos analisar nas etapas posteriores, quais os tipos de conhecimento pedagógico relacionados à TRRS que aparecem e se eles correspondem ao que foi discutido pelos licenciandos nesta etapa.

A contagem das falas dos sujeitos não foi considerada no esquema, isto é, não registramos no esquema as respostas que tiveram mais de uma postagem, pois consideramos apenas os conhecimentos que emergiram. Vale salientar que poucas perguntas tiveram respostas com mais de uma postagem - pelo mesmo estudante – como também, não registramos debates a partir de uma pergunta específica, ou seja, não houve respostas para uma mesma pergunta gerando uma ampla discussão.

Se observarmos o esquema, podemos perceber que apenas uma pergunta apresenta duas setas correspondendo a duas respostas. Neste caso, tivemos um questionamento da professora formadora, respondido por um licenciando a partir das concepções dele sobre a TRRS. Esta resposta do licenciando E7 evidencia uma apropriação – mesmo que preliminar – da TRRS e a correlação da teoria com aspectos do objeto matemático função. Vejamos o trecho da interação a seguir:

**P9: 18/10/16, 08:44** – Professor formador: *Qual seria um exemplo de tal confusão possível?*

**R8P9: 18/10/16, 14:33** – **E7G4:** *Mostrar apenas 1 tipo de representação semiótica (SIC), pode levar ao aluno um entendimento errado sobre o assunto. Por exemplo, o caso de funções, em  $q$  é muita representada por um signo  $f(X)$  sendo apenas uma expressão algébrica. Quando na verdade ela é uma grandeza com variáveis dependentes e independentes.*

**R8P9 18/10/16, 14:35** – **E7G4:** *Mostrando, por exemplo, apenas a representação algébrica de uma função, o aluno não conseguirá aprender que um gráfico, e a álgebra apenas descreve o seu gráfico.*

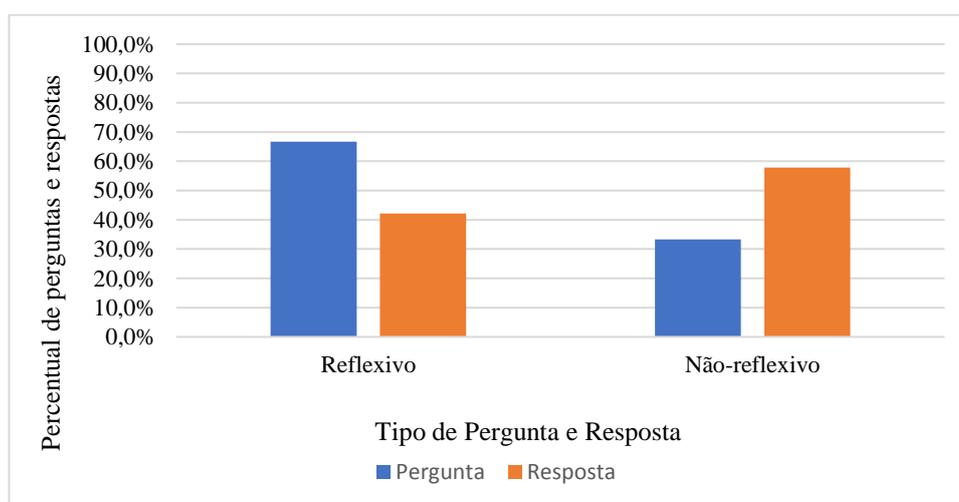
**R8P9 18/10/16, 14:36** – **E7G4:** *Fora  $q$  (SIC) ele  $n$  (SIC) conseguirá transcrever uma função em forma algébrica, para R8 uma função gráfica, ou tabular*

**R8P9 18/10/16, 14:40** – **E7G4:** *Até porque, para se ter um entendimento mais completo sobre qualquer assunto, deve-se aprender todas as formas de representar aquele assunto. Aprender como o assunto é tratado sob todos os ângulos.*

Nesse trecho de conversa, percebemos que o licenciando E7G4 fez uma reflexão a partir da leitura do texto da teoria proposto para esta fase da formação. A reflexão do licenciando parte de dois aspectos importantes que são discutidos na TRRS: a distinção entre objeto e representação e a necessidade de coordenar diferentes registros semióticos. Essa capacidade do licenciando de discutir sobre a TRRS refletindo, a partir da leitura do texto, sobre aspectos relacionados ao objeto matemático Função, evidencia uma das interseções dos conhecimentos que a TPACK aponta: o Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo. Observando o esquema, percebe-se que o PCK aparece apenas na fala do E7G4. Além disso, o esquema também nos mostra que o conhecimento pedagógico é o único que aparece nesta etapa da formação. De fato, já tínhamos uma certa previsão que isto aconteceria, uma vez que pretendíamos nesta fase que os licenciandos discutissem sobre a TRRS. Sendo assim, a discussão de uma teoria estaria diretamente relacionada ao conhecimento pedagógico.

Além da classificação dos conhecimentos dos sujeitos que fizemos no esquema, contabilizamos as perguntas e respostas dos sujeitos e classificamos em duas categorias: reflexivo e não-reflexivo. O objetivo, com esta classificação, foi analisar quais os tipos de perguntas e respostas que foram feitas de forma reflexiva a partir da leitura do texto, ou seja, o licenciando formulou a pergunta ou resposta de forma que não fosse um extrato do que estava escrito no texto proposto.

Gráfico 2: Gráfico dos tipos de pergunta e resposta



Fonte: Elaborado pelo autor

Contabilizamos um total de 21 perguntas e 19 respostas e observamos que as perguntas foram mais reflexivas que as respostas. Do total de perguntas realizadas pelos licenciandos 67%

foram reflexivas e 33% foram não-reflexivas, nos levando a questionar: Quais os motivos para este cenário? Uma das hipóteses para isso poderia ser os questionamentos dos próprios sujeitos a partir da teoria, ou seja, que ao ler o texto muitas dúvidas surgem e os fazem questionar a partir dos conhecimentos que eles já têm dos objetos matemáticos.

Por outro lado, observando as respostas, percebemos que 42% foram reflexivas e 58% não reflexivas. Apesar de estarem em um patamar mais próximo em termos quantitativos, também podemos inferir sobre o motivo deste quadro. Partindo do que afirmamos sobre as perguntas, podemos traçar uma hipótese que as respostas são mais “automáticas”, isto é, transcritas do texto, pelo fato dos sujeitos estarem em processo de familiarização com a teoria.

Mesmo que as perguntas e respostas tenham apresentado algumas transcrições do texto, não podemos afirmar que os conhecimentos estavam inertes ao que foi colocado. Esta análise quantitativa nos mostra que a classificação dos conhecimentos feita no esquema apresentado nesta seção foi feita a partir do que os licenciandos postaram durante os dias da atividade proposta. Podemos dizer, também, que esses dados evidenciam a prematuridade dos sujeitos com reflexões teóricas, já que a disciplina lócus da pesquisa é a primeira a abordar questões teóricas inerentes à formação inicial docente, e que os sujeitos estão no 2º período do curso.

Na seção seguinte, faremos uma discussão sobre a análise da 2ª etapa da formação. Nesta etapa analisamos os aspectos da formação para o uso da tecnologia, neste caso, o software Geogebra, para familiarização dos licenciandos com ferramentas e possibilidades de uso.

#### 6.4 MÉTODO DE ANÁLISE DA 2ª ETAPA DE FORMAÇÃO

A 2ª etapa da formação teve como objetivos específicos da pesquisa:

- Identificar os conhecimentos dos licenciandos que emergem a partir da situação proposta para familiarização com o Geogebra.
- Verificar a percepção dos sujeitos quanto à influência sobre os objetos matemáticos, proporcionada pela dinamicidade do software.
- Analisar o nível de colaboração dos licenciandos na solução da atividade proposta por meio do modelo de Baker.
- Verificar as interseções da TPACK que emergem do processo de discussão coletiva entre os sujeitos.

Para esta etapa da formação, inicialmente, planejamos o *design* de um encontro presencial com diferentes recursos digitais, para construir uma simulação envolvendo a função

área de um polígono, a partir da medida de um dos seus lados. No entanto, devido a alguns entraves que ocorreram neste encontro e que serão discutidos adiante, tivemos que adaptar a familiarização para uma atividade a distância. Na seção seguinte, abordaremos um pouco de cada uma dessas etapas.

Para analisar os dados produzidos na etapa de familiarização, também utilizamos a análise microgenética (MEIRA, 1994). Na etapa presencial mapeamos os entraves que surgiram e que impossibilitaram que esta fase da pesquisa fosse concluída. Esses entraves foram determinantes no planejamento da etapa a distância, onde buscamos orientar os sujeitos a partir do que não funcionou na primeira fase. Na segunda fase desta etapa do experimento, fizemos uma análise videográfica buscando elencar os eventos ocorridos na realização da atividade proposta aos licenciandos.

Como a segunda fase do experimento foi realizada a distância e em grupos pelos licenciandos, além da análise videográfica, fizemos a análise da colaboração com base no modelo de Baker (BAKER, 2002). Para dar conta do modelo, na análise da colaboração, nos atemos às falas e ações dos sujeitos na forma transcrita dos dados, pois a simetria e o acordo utiliza da contagem e categorização das falas. Por outro lado, a terceira dimensão do modelo considera o contexto e as ações individuais e coletivas, e para isso, aproveitamos o índice de eventos da análise videográfica para determinar as condições de alinhamentos entre os sujeitos. A seguir, traremos uma descrição das fases desta etapa, como também a estrutura dos grupos e os eventos elencados.

## 6.5 ANÁLISE DA 2ª ETAPA DE FORMAÇÃO

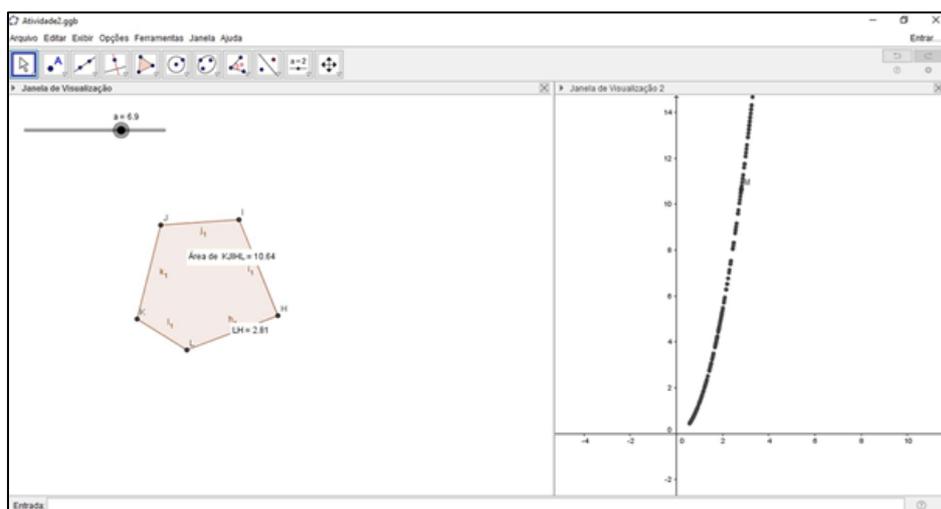
Na segunda etapa de formação tivemos dois momentos: um encontro presencial e o acompanhamento a distância. O encontro presencial estava previsto no roteiro de atividades que compunham a proposta de formação inicial e foi realizado em sala de aula, no horário regular da disciplina. Devido a alguns entraves, que detalharemos nesta seção, foi necessário um ajuste da proposta inicial e optamos por dar continuidade a esta etapa a distância, de maneira assíncrona. Sendo assim, dividiremos a análise desta etapa em dois momentos: a etapa de familiarização presencial e a etapa de familiarização a distância.

### 6.5.1 Etapa de familiarização presencial

A etapa de familiarização presencial foi pensada de modo que cada licenciando pudesse participar utilizando um dispositivo próprio, ou seja, não havia uma intencionalidade de que eles trabalhassem em grupo nesta etapa. Isso porque um dos nossos objetivos, nesta fase, seria observar a gravação das telas dos dispositivos utilizados, observando como se deu a apropriação de cada um durante a familiarização. Sendo assim, tivemos três tipos de dispositivos distintos nesta primeira fase: Notebooks, Smartphones e Tablets.

Para familiarizar os sujeitos com o *software* a ser utilizado no experimento resolvemos construir uma simulação envolvendo funções, que não fosse uma mera reprodução de situações no lápis e papel, mas que evidenciasse o potencial dinâmico do Geogebra. Como já descrevemos na seção metodológica, a proposta foi baseada em uma construção de homotetia de polígonos e por de duas telas, uma geométrica e uma algébrica, mostrarmos a função entre a medida de um dos lado do polígono e a medida de sua área, traçando o gráfico ao fazer variar o polígono na homotetia como segue na figura abaixo:

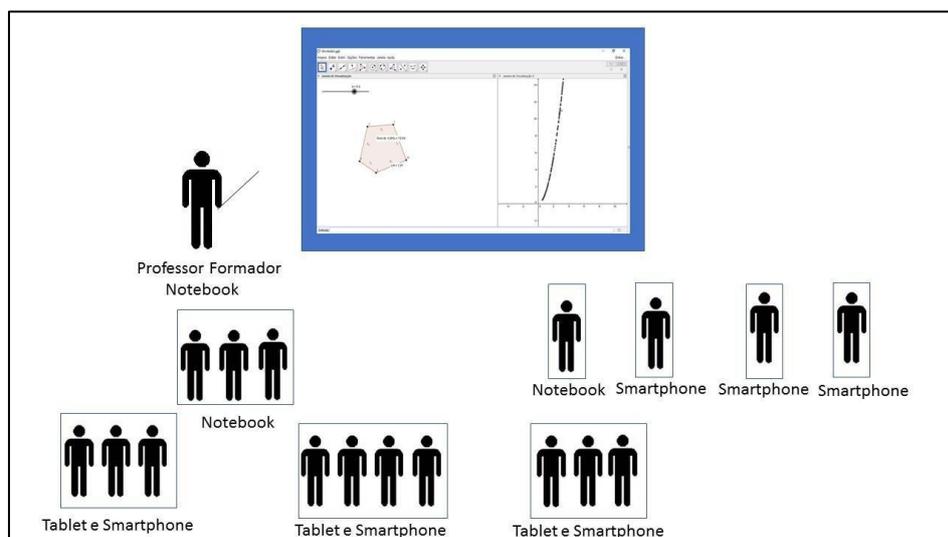
Figura 16: Animação com homotetia e funções



Fonte: Elaborado pelo autor

A etapa presencial ocorreu no horário regular de aula da disciplina, onde cada licenciando foi previamente orientado a instalar no seu smartphone o software Geogebra. Além disso, também colocamos à disposição outros dispositivos para os que não tivessem um smartphone compatível ou não conseguisse instalar o software. A sala de aula foi disposta como na figura a seguir:

Figura 17: Esquema do encontro de familiarização presencial



Fonte: Elaborado pelo autor

Como podemos observar, o pesquisador foi realizando a construção em um notebook, enquanto os licenciandos iriam acompanhando, refazendo a construção, cada um com seu dispositivo. Como já mencionamos anteriormente, nosso objetivo não era que os sujeitos trabalhassem em grupo nesta fase, pois gostaríamos de gravar as ações em cada dispositivo e analisar as construções individualmente. No entanto, os licenciandos formaram grupos voluntariamente, mesmo utilizando dispositivos distintos, eles foram se consultando e tentando trabalhar em conjunto.

Esta etapa do experimento apresentou alguns entraves tecnológicos que não previmos. O primeiro desses entraves se deu com a gravação das telas dos dispositivos utilizados. Os gravadores de tela dos smartphones e tablets não funcionaram, o que impossibilitou a coleta dos dados nesses dispositivos e nossa observação das construções individualmente.

Outro entrave que encontramos, durante a construção da simulação de forma presencial, foram as versões do software instaladas nos dispositivos dos licenciandos. O Geogebra quando instalado em notebooks engloba todas as interfaces – Geometria, Planilha, Álgebra – em um só programa. No entanto, em dispositivos móveis, o software separa estas interfaces em diferentes aplicativos. Sendo assim, algumas ferramentas necessárias à construção da simulação não estavam disponíveis para todos os licenciandos, já que alguns instalaram a versão apenas geométrica e outros a versão apenas algébrica. No quadro a seguir, podemos observar algumas ferramentas que inviabilizaram a construção nos dispositivos:

Quadro 9: Entraves do aplicativo Geogebra

<b>Versão do software</b>	<b>Ferramentas indisponíveis</b>
Geométrico	Segunda tela com plano cartesiano
Algébrico	Ferramentas geométricas: polígonos e circunferência

Fonte: Elaborado pelo autor

Outro fator que identificamos e que trouxe entraves nesta etapa foi a segunda tela nos smartphones. Considerando a dimensão da tela dos smartphones, os licenciandos não conseguiam realizar a construção da simulação pela sensibilidade ao *touch screen* e pela dificuldade de visualização devido ao tamanho da tela do smartphone. Devido a esses fatores, foi necessário que os licenciandos realizassem a construção à distância, já que uma aula presencial não foi suficiente para eles finalizarem ou conseguirem prosseguir devido aos entraves encontrados.

Sendo assim, sugerimos que os licenciandos construíssem a simulação e gravassem a tela do dispositivo, para que pudéssemos registrar os passos de construção. Deixamos à disposição dos sujeitos algumas orientações para que os sujeitos construíssem a simulação e identificassem a função gerada a partir do traço do ponto no plano cartesiano. Nas orientações disponibilizamos o link de um vídeo que construímos e deixamos à disposição dos sujeitos em um canal aberto *online*, veja no quadro a seguir:

Quadro 10: Atividade para familiarização a distância

<b>ATIVIDADE</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Assistir o vídeo disponível no link <a href="https://youtu.be/soTE_Tr3-YA">https://youtu.be/soTE_Tr3-YA</a></li> <li>2. Construir a mesma animação com o Geogebra individualmente.</li> <li>3. Formar um grupo de no máximo 3 participantes para: <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Gravar a tela com o Atube Catcher <a href="https://atube-catcher.br.uptodown.com/windows">https://atube-catcher.br.uptodown.com/windows</a> e enviar para <a href="mailto:roberto.m.a.f@gmail.com">roberto.m.a.f@gmail.com</a> ou deixar o vídeo no youtube e enviar o link;</li> <li>b. Identificar o gráfico da função que é formada ao mover o seletor;</li> <li>c. Identificar a fórmula (representação algébrica) do gráfico da função;</li> </ol> </li> <li>4) Responder ao formulário enviado para o e-mail individualmente.</li> </ol>

Fonte: Elaborado pelo autor

### 6.5.2 Etapa de familiarização a distância

A partir dos entraves que ocorreram na etapa de familiarização presencial, foi proposta uma atividade à distância para conclusão da 2ª etapa de formação. A atividade descrita na seção anterior foi enviada pelos licenciandos por e-mail e será analisada nesta seção pelo método de análise microgenética.

Alguns dos sujeitos enviaram a atividade individual e outros em grupo. Em acordo com os licenciandos, foi sugerido que eles poderiam realizar a atividade em grupos, que foram estruturados a partir dos grupos que eles formaram na etapa presencial. Dessa forma, os sujeitos foram distribuídos na etapa a distância da seguinte forma:

Quadro 11: Composição dos grupos

<b>Envio das atividades</b>	<b>Caracterização dos estudantes</b>
Individual A	E1
Individual B	E2
Individual C	E3
Individual D	E4
Grupo A	E5, E6, E7
Grupo B	E8, E9, E10
Grupo C	E11, E12, E13

Fonte: Elaborado pelo autor

Ao observar a construção da simulação proposta aos grupos, identificamos alguns eventos que ocorrem a partir da utilização do software. O trabalho com tecnologias digitais proporciona algumas transformações na forma como o objeto do conhecimento é tratado, de maneira que o que é feito em lápis e papel não desperta no sujeito as mesmas concepções, já que alguns fatores aparecem diante das potencialidades dos softwares. Na seção seguinte, faremos a análise do Grupo A considerando estas questões, ou seja, as possibilidades que o trabalho com tecnologias digitais proporciona e como isso modifica o conhecimento matemático se comparado ao ambiente papel e lápis.

#### *6.5.2.1 Análise do caso do Grupo A*

O grupo A foi o único que enviou o vídeo com áudio e realizou discussões sobre a simulação construída. Além disso, foi um dos dois grupos que responderam às questões propostas na atividade descrita anteriormente. No quadro a seguir, descreveremos os dados enviados pelo Grupo A:

Quadro 12: Dados do Grupo A

<b>Característica dos dados</b>	<b>Descrição</b>
Tempo de vídeo	19 min 07 seg
Recurso utilizado para gravação	Atube Catcher
Formato de envio	E-mail no formato mp4
Vídeo	Com áudio

Fonte: Elaborado pelo autor

A partir do vídeo, criamos o índice de eventos observados e fomos identificando ações dos sujeitos, que revelam aspectos teóricos da TPACK na construção da simulação, na discussão do que foi construído e nas respostas da atividade proposta. Para a análise deste grupo, consideramos dois índices de eventos distintos: o primeiro, considerando a construção da simulação de maneira mais geral como também pelo Grupo A e o segundo, considerando a discussão do Grupo A a partir do que eles fizeram.

#### Índice de eventos 1: Construção da simulação

1. Variação do raio (ou razão de ampliação);
2. Interseção entre as retas e o traço das paralelas;
3. Função esconder/apagar objetos;
4. Trabalho simultâneo entre duas telas;
5. Escolha do lado do polígono;
6. Rastro do ponto.

#### Índice de eventos 2: Discussões do Grupo A

1. Razão de ampliação;
2. Reconhecimento da família de funções quadráticas e fórmula geral da função quadrática;

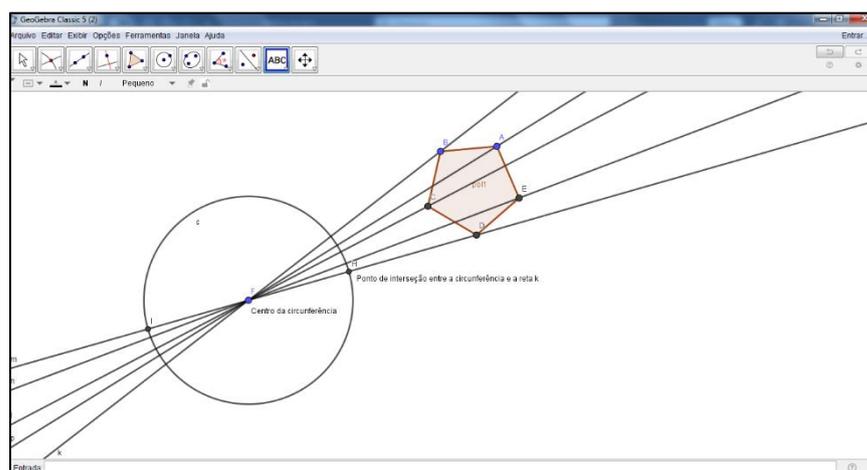
3. Reconhecimento do domínio da função pelo contexto de comprimento dos lados do polígono;
4. Tratamento algébrico utilizando a fórmula geral da função quadrática;
5. Aproximações feitas pelo software e atribuição do valor do coeficiente “b” na função quadrática utilizando aproximações;
6. Pentágonos irregulares;
7. Ausência de validação com o software e papel e lápis.

Fizemos a análise microgenética do primeiro índice de eventos considerando o que foi construído pelos licenciandos do Grupo A e reproduzindo algumas imagens que ilustram as possibilidades do software durante a construção da simulação.

#### 6.5.2.1.1 Variação do raio ou razão de ampliação

Na construção da simulação da homotetia de um pentágono, por meio de construções geométricas, um dos elementos determinantes é a razão de ampliação do raio da circunferência. A circunferência, neste caso, é criada com centro em um ponto externo ao polígono original e um de seus pontos pertencente à reta que passa pelos vértices desse polígono e pelo centro da circunferência como segue na figura abaixo:

Figura 18: Primeira etapa de construção do grupo A



Fonte: Elaborado pelos licenciandos

Realizando este passo na construção geométrica obteremos uma variação do raio da circunferência utilizando a ferramenta *Controle Deslizante*, que possibilita ao usuário variar números ou ângulos dentro de um intervalo e com um incremento escolhido previamente. A

variação do raio é determinante na homotetia do polígono, pois a partir disso, será definida a razão de ampliação do polígono gerado.

Como a ferramenta controle deslizante permite ao usuário variar números ou ângulos, ela foi utilizada para fazer o raio da circunferência variar e como um dos pontos da circunferência também pertence à reta que passa pelos vértices do polígono “original”, se constrói o polígono gerado tendo como vértice esse ponto de interseção.

Ao construir essas etapas da simulação, o sujeito se depara com conhecimentos imbricados: o conhecimento matemático e o conhecimento tecnológico. Segundo Mishra e Khoeler (2006), o Conhecimento Tecnológico e do Conteúdo (TCK) inclui a compreensão da maneira como a tecnologia e o conteúdo influenciam e restringem um ao outro. No caso da simulação proposta neste experimento, temos uma situação que se enquadra nessa classificação, mas em momentos específicos. Isso porque, o conhecimento matemático se perpetua desde o início da construção e vai se imbricando com o conhecimento tecnológico ao longo das etapas. No quadro a seguir, descrevemos as etapas da construção da simulação até o instante da variação do raio classificando os conhecimentos envolvidos:

Quadro 13: Conhecimentos identificados na construção até a variação do raio

<b>Etapa</b>	<b>Construção</b>	<b>Conhecimentos</b>
1	Construir um pentágono qualquer	Conhecimento Matemático
2	Criar um ponto externo ao polígono	Conhecimento Matemático
3	Criar retas que passem pelos vértices do polígono e pelo ponto externo	Conhecimento Matemático
4	Criar um controle deslizante para variar o raio da circunferência	Conhecimento Matemático-tecnológico
5	Criar uma circunferência com centro no ponto externo e raio variante	Conhecimento Matemático-tecnológico
6	Criar uma interseção entre a circunferência e uma das retas	Conhecimento Matemático

Fonte: Elaborado pelo autor

Apesar da construção ser realizada com o auxílio do computador, mais especificamente, por um software de geometria dinâmica, os conhecimentos que classificamos como matemáticos não podem ter um viés tecnológico apenas pelo simples uso da tecnologia digital. Segundo Mishra e Khoeler (2006), o simples uso de um recurso tecnológico não implica em

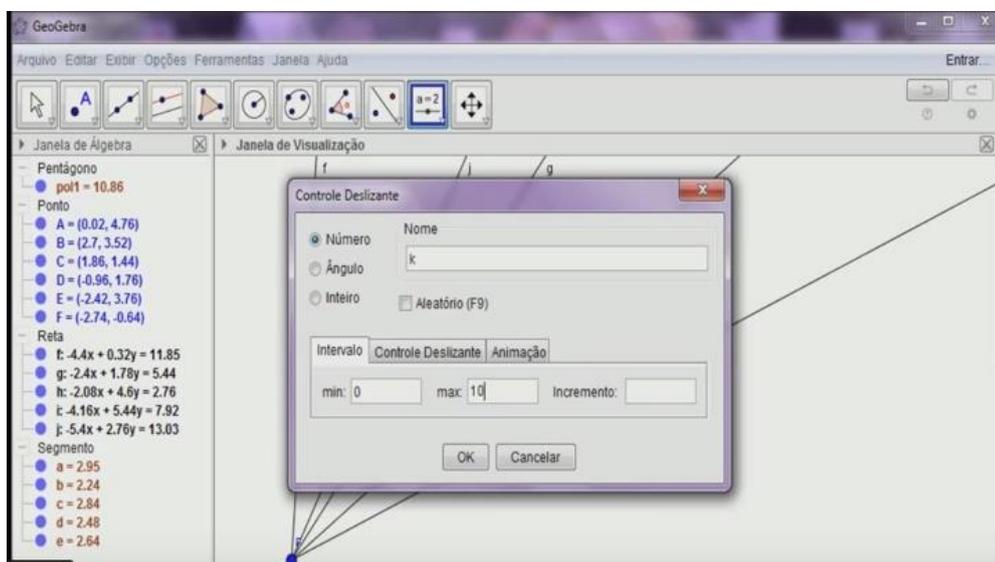
conhecimento, para isso, se faz necessário um domínio do recurso para o ensino, muitas vezes tendo que elaborar situações para tecnologias que não possuem essa finalidade. Por outro lado, classificamos a criação do controle deslizante para variação do raio como TCK, pelo fato do software proporcionar e transformar uma ação que em um ambiente estático não seria possível.

Segundo Mishra e Khoeler (2006), umas das características do TCK é a maneira pela qual a tecnologia possibilita transformações do conteúdo. No caso específico da variação do raio, isso só foi possível pela dinamicidade do software utilizado. Além disso, este passo da construção favorece uma visualização dinâmica do objeto matemático que não seria possível em um ambiente papel e lápis.

Para construir a simulação os sujeitos dividiram-se e foram elaborando a construção por partes, por exemplo, o E5 apresentou o vídeo do instante [00:00 – 01:53], o E6 [01:56 – 08:02] e o E7 [08:03 – 09:59].

No primeiro evento do índice, percebemos que no instante [01:15 – 01:53], E5 cria um controle deslizante “k” variando de 0 a 10.

Figura 19: Criação do controle deslizante k pelo licenciando E5



Fonte: Elaborado pelos licenciandos

Um dos aspectos que este trecho da construção revela refere-se a conhecimento matemático, isto é, o Conhecimento do Conteúdo (CK) da TPACK. Nesta etapa da construção, o controle deslizante tem a função do raio de uma circunferência, que varia no período mínimo e máximo estabelecido, como mostrado na figura anterior. No evento, E5 estabelece o zero

como mínimo para o raio da circunferência, não se atentando para o fato que se o raio for zero, teremos um ponto no plano e não uma circunferência.

Podemos refletir sobre a ação do E5 a partir do conhecimento do conteúdo (CK) e do conhecimento tecnológico (TK). Com relação ao (CK), o E5 não deixa claro essa questão da variação do raio, não nos permitindo identificar se há, neste caso, uma intencionalidade na sua escolha. Cabe ao sujeito o conhecimento tecnológico (TK) sobre a ferramenta, atrelado ao conhecimento do conteúdo (CK) matemático que se deseja exprimir. Finalmente, podemos dizer que estes conhecimentos aparecem de forma implícita na ação do E5, uma vez que, em sua fala não fica registrado a justificativa sobre a tomada de decisão sobre a variação do raio.

#### *6.5.2.1.2 Interseção entre as retas e o traço das paralelas*

O segundo evento do índice evidencia aspectos semelhantes ao que mostramos no primeiro evento do índice, ou seja, a fala do sujeito revela aspectos que o software favorece em sua linguagem. No instante [02:38 – 03:00] temos a seguinte fala do E6:

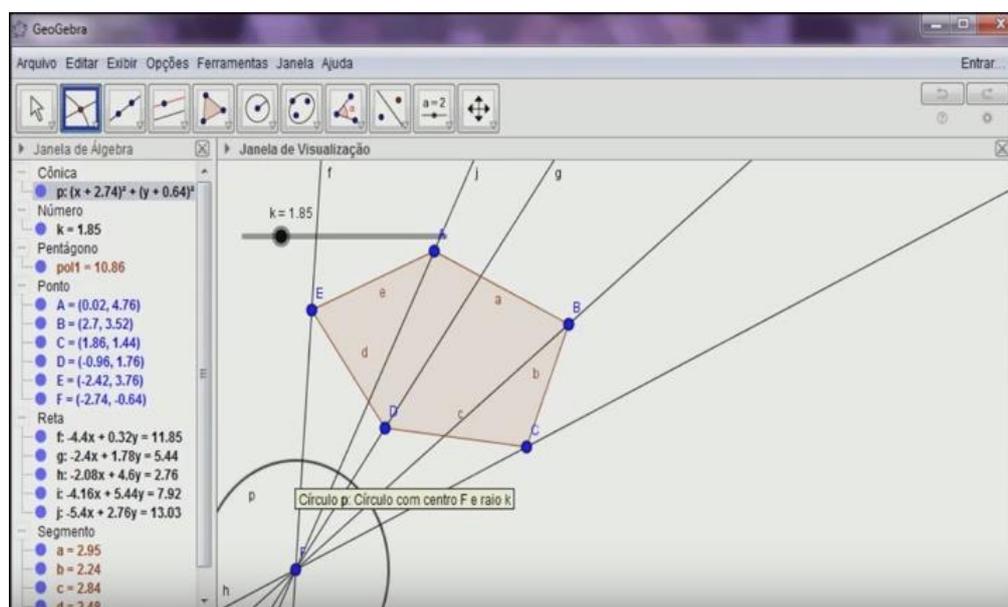
Trecho 1 - interseção entre a circunferência e a reta

**E6:** *Vamos criar a interseção entre o "círculo" e a reta*

*Transcrição: Cria uma interseção entre a circunferência e uma das retas, em um ponto H*

Podemos perceber que o E6 denomina a circunferência de círculo. Esta ação do sujeito mostra que ainda falta uma consolidação do conhecimento do conteúdo (CK), já que o licenciando se encontrava nos semestres iniciais do curso. No entanto, este tipo de conhecimento é previsto no currículo da Educação Básica e deveria ser consolidado no período anterior à entrada do estudante na licenciatura. Na observação do vídeo, notamos que o software corrobora com a fala do sujeito, nos deixando alguns questionamentos sobre sua fala. Vejamos a figura a seguir:

Figura 20: interseção da circunferência e da reta pelo E6



Fonte: Elaborado pelos licenciandos

Na figura anterior, percebemos que o próprio software denomina a circunferência por círculo e nos questionamos sobre a fala do sujeito, pois o licenciando pode ter usado círculo em sua fala, a partir do que observou no software. Mesmo sendo um conhecimento previsto no currículo da Educação Básica, o licenciando a partir das disciplinas cursadas no curso, ainda poderia ser melhor consolidado na disciplina de Geometria Analítica, do currículo da formação inicial de professores.

Outro aspecto que identificamos neste evento foram as tentativas do E6 em traçar a interseção entre as retas que passam pelo vértice do polígono e as paralelas aos lados do polígono original. O sujeito demonstrou dificuldades em utilizar a ferramenta interseção entre dois objetos, criando pontos desnecessários a este passo da construção.

#### 6.5.2.1.3 Função esconder/apagar objetos

O terceiro item do índice de eventos que identificamos na etapa de construção da simulação do *Grupo A* foi a função de apagar e esconder objetos. O software Geogebra permite ao usuário esconder objetos, quando se deseja preservar sua funcionalidade em uma simulação, mas não se quer que ele apareça, como também, apagar o objeto, seja por algum equívoco ou para reconstruí-lo.

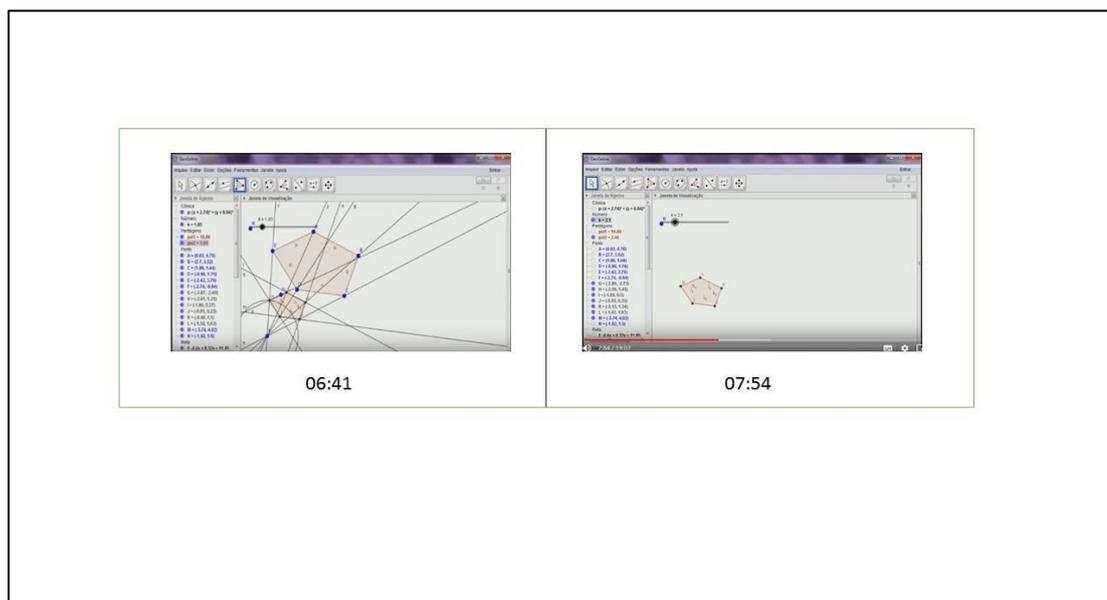
Durante a construção da simulação pelo Grupo A, E6, após construir o polígono semelhante, diz no trecho [06:41]:

Trecho 2 – Omitir objetos

**E6:** ... e agora para facilitar a visualização eu vou apagar (SIC) essas retas que eu não preciso mais visualizar.

A seguir, podemos observar a tela gravada nos instantes aos quais o E6 se refere:

Figura 21: Instante de omissão de objetos na simulação do Grupo A



Fonte: Elaborado pelos licenciandos

A fala de E6 nos remete a discutir sobre o significado de esconder e apagar objetos no software e a mesma situação em lápis e papel. O software oferece ao usuário a opção de *esconder* os objetos, quando esses objetos são parte fundamental da simulação, mas visualmente não configuram dentro o que usuário, ao finalizar a construção, deseja observar. No ambiente papel e lápis, ao apagar com uma borracha um objeto auxiliar à construção, os objetos obtidos a partir deles não são apagados como no caso do Geogebra, funciona como o esconder, de certa forma, mas de outro, não há como voltar a tê-los. O apagar do Geogebra corresponderia a apagar o objeto e todos os obtidos a partir dele.

Neste caso, percebemos, na fala do E6 que, ele assemelha a ferramenta *exibir objeto* com o apagar do ambiente papel e lápis. Kaput (1992) nos traz uma classificação de potencialidades dos softwares educacionais em Matemática, que nos permite classificar as ferramentas que eles apresentam, diante das simulações construídas pelo usuário. Uma das

categorias apontadas por Kaput é a *visualização*, que permite, por meio de representações do objeto, trazer o abstrato mais próximo do aluno.

Neste evento, o Conhecimento Tecnológico (TK) aparece na capacidade do sujeito em mobilizar esta ferramenta para preservar as características visuais da simulação. Se voltarmos nosso olhar para o E6 percebemos que por se tratar de uma reprodução de ações previamente estabelecida, não podemos concluir que, de fato, o TK emergiu.

#### 6.5.2.1.4 *Trabalho simultâneo entre duas telas*

Após a omissão dos objetos desnecessários à visualização da simulação, a construção seguiu com a apresentação do E7. Nesta etapa da simulação, os licenciandos deveriam trabalhar com duas telas para relacionar o lado e a área do polígono semelhante. O E7 cria no instante [08:10] duas telas para realizar a construção, como segue no trecho 3:

Trecho 3 – trabalho simultâneo entre duas telas

**08:10 E7** - *Primeiro, eu venho aqui – clica no ícone exibir – e exibo a janela de visualização 2 – a janela de visualização 2 é criada.*

*Inserir imagem da tela criada*

**08:20 E7** - *A gente precisa fazer uma função que relacione o lado, com a área desse polígono, desse pentágono.*

O software Geogebra possibilita ao usuário trabalhar simultaneamente com duas telas, relacionando a construção de uma a tela da outra, basta que se dê um clique na tela com a qual se deseja inserir o objeto. De acordo com a classificação de Kaput (1992) a visualização é essencial nesse processo, pois permite ao sujeito que correlacione objetos distintos. Neste caso, uma construção geométrica de um pentágono e o trabalho no plano cartesiano com uma função.

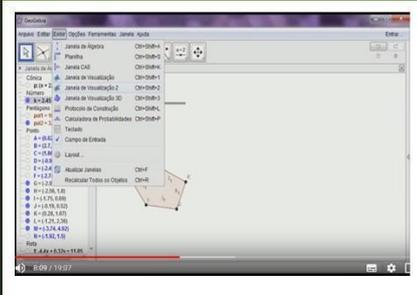
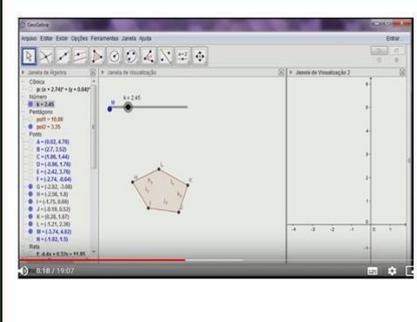
Esta característica do software, mais uma vez, nos leva a relacionar seu potencial com relação ao ambiente papel e lápis. Neste ambiente, o processo seria exaustivo e impreciso, se comparado a capacidade do software em correlacionar objetos e proporcionar uma visualização instantânea em duas telas.

#### 6.5.2.1.5 *Escolha do lado do polígono*

Ao escolher trabalhar com duas telas, E7 deveria, em seguida, exibir a medida do lado do polígono e a área, utilizando as ferramentas *comprimento* e *área*, além disso, criar um ponto

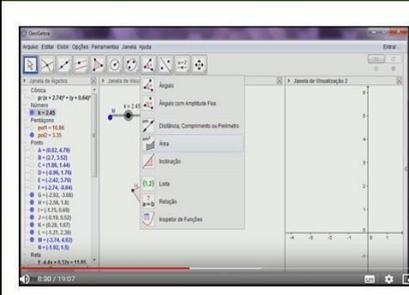
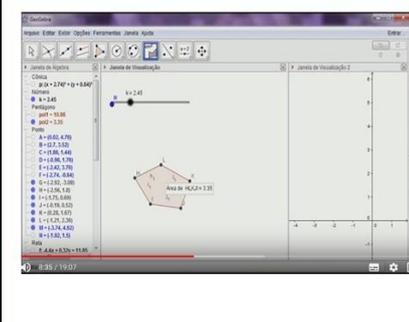
na janela de visualização 2, com as coordenadas (lado do polígono, área do polígono). Podemos ver na figura a seguir, a sequência de ações de E7 e sua respectiva fala:

Figura 22: Criação da janela de visualização 2

	<p>08:10 - Primeiro, eu venho aqui (ícone exibir) e exibo a janela de visualização 2</p>
	<p>Cria-se a janela de visualização 2.</p>

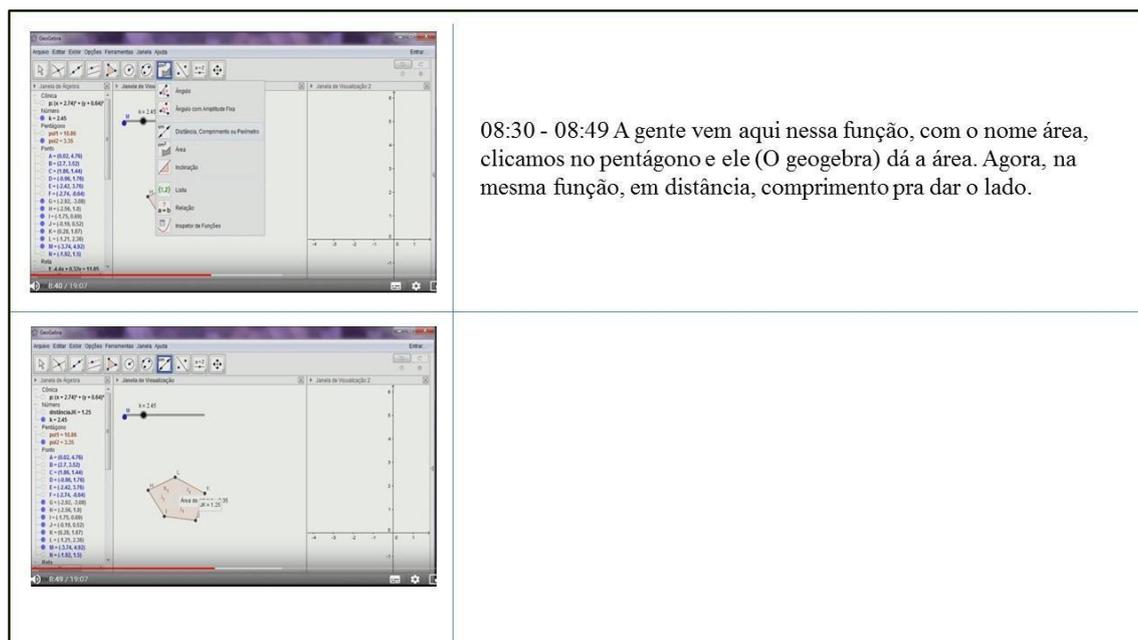
Fonte: Elaborado pelos licenciandos

Figura 23: Área do pentágono por automação

	<p>08:20 - A gente precisa fazer uma função que relacione o lado, com a área desse polígono, desse pentágono. 08:30 - 08:49 A gente vem aqui nessa função, com o nome área, clicamos no pentágono e ele (O geogebra) dá a área.</p>
	<p>08:30 - 08:49 Clicamos no pentágono e ele (O geogebra) dá a área.</p>

Fonte: Elaborado pelos licenciandos

Figura 24: Comprimento do lado do pentágono por automação



Fonte: Elaborado pelos licenciandos

Na classificação de Kaput (1992), analisando software Geogebra nesta etapa, podemos identificar outro item apontado pelo autor: a *automação*. A *automação* consiste na realização de ações rotineiras que o sujeito delega ao software, onde o processo é omitido e com isso é possível realizar explorações qualitativas. No caso das ações mostradas no quadro anterior, E7 utiliza-se da automação para que o software mostre o comprimento do lado do polígono e sua área, de forma direta, com aproximações que o software realiza. Outro aspecto que podemos apontar nesta etapa da construção é a fala de E7 no trecho [08:30], quando se escolhe o lado do polígono a ser tomado para criação do ponto na janela de visualização 2. Percebemos que o sujeito não deixa claro se qualquer lado do polígono pode ser tomado para criação deste ponto. Ao propor a construção desta simulação, sabemos que mesmo que o pentágono seja irregular, como é o caso, a função que resultará da relação entre comprimento do lado e área será quadrática. No entanto, não podemos afirmar se E7 possuía este conhecimento quando escolhe um dos lados do polígono, já que em sua fala, isto não fica claro.

#### 6.5.2.1.6 Rastro do ponto

Prosseguindo com a construção da simulação, E7 utiliza mais uma vez a automação do software em duas situações: a primeira, na plotagem do ponto na janela de visualização 2,

utilizando o comando no campo de entrada, a segunda, no rastro do ponto exibido durante a animação da simulação. Estas ações foram realizadas entre os instantes [08:51 – 09:54] como segue na sequência do quadro:

Figura 25: Criação do ponto com as coordenadas do comprimento do lado e a medida de área do polígono

	<p>08:51 - 09:00 Agora a gente tem que obter um ponto nesse gráfico (seria no plano cartesiano, exibido na janela de visualização 2).</p> <p>09:01 - 09:20 Digita-se no campo de entrada (k_1,Pol2). O ponto O é exibido na janela de visualização 2.</p>
	<p>09:21 - 09:37 Agora clicamos com o botão direito em habilitar rastro e vemos que com o controle deslizante, vai se construindo uma curva.</p>

Fonte: Elaborado pelos licenciandos

Figura 26: Traço do ponto

<p>09:37 - 09:54 Transição: move-se o controle deslizante e se observa o traço da curva.</p>

Fonte: Elaborado pelos licenciandos

A automação do instante [09:01 – 09:20] consiste na utilização do campo de entrada do software para criar um ponto, com as coordenadas correspondentes ao comprimento do lado do polígono e sua área, respectivamente. Neste caso, E7 não se preocupa em identificar no plano cartesiano da janela 2, os valores exatos das medidas exibidas no polígono da janela 1.

No instante seguinte [09:21 – 09:37], E7 utiliza mais uma ferramenta de automação do software, o *habilitar rastro*. Habilitando o rastro do objeto selecionado, o software exibe por meio da animação, a trajetória do objeto deixando marcas ou cópias do objeto em cada instante da animação. A automação está presente no fato do software realizar a movimentação automática do ponto, permitindo ao licenciando observar o comportamento do traço da curva por meio do rastro do ponto, buscando relacionar o traço com o registro gráfico da função.

#### 6.5.2.1.7 Síntese da classificação do software na construção da simulação

Ao longo do índice de eventos da primeira fase da análise do Grupo A, listamos os aspectos que percebemos no Geogebra na construção desta simulação em particular, segundo a classificação de Kaput (1992):

Quadro 14: Eventos e potencialidades do software

<b>Evento</b>	<b>Potencialidades do software</b>
Variação do raio (ou razão de ampliação)	Automação
Interseção entre as retas e o traço das paralelas	Histórico
Função esconder/apagar objetos	Visualização
Trabalho simultâneo entre duas telas	Visualização
Escolha do lado do polígono	Automação
Rastro do ponto	Automação

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando o quadro anterior, percebemos que o software Geogebra, apesar das limitações comuns aos softwares de maneira geral, apresenta os aspectos relevantes segundo Kaput para classificação de softwares educacionais para o ensino de Matemática. Além disso,

vale ressaltar que a escolha da simulação a ser construída, também é importante para que estes aspectos sejam revelados.

Na seção seguinte, fizemos a análise do segundo índice de eventos, criados a partir da discussão dos sujeitos sobre a construção da simulação e a resposta à atividade proposta aos licenciandos nesta fase do experimento. Neste índice, buscamos desvelar os conhecimentos que emergem da discussão, bem como os aspectos do software na classificação de Kaput, que aparecem nas interações entre os sujeitos.

#### 6.5.2.1.8 Razão de ampliação

A discussão da construção da simulação entre os sujeitos traz algumas questões que competem ao conhecimento matemático e conhecimento tecnológico, para resolver as questões da atividade que sugerimos ao final da etapa de familiarização presencial. Na atividade, os licenciandos foram desafiados a identificar o registro gráfico do traço do ponto, quando animamos o controle deslizante e o registro algébrico da função. O *Grupo A*, durante a gravação da tela, ao final da construção da simulação, discute a construção e ao mesmo tempo, tenta identificar os registros gráfico e algébrico.

Nos primeiros momentos da discussão, os estudantes E5, E6 e E7 discutem ideias de qual função estaria sendo representada a partir do traço do ponto, buscando elementos matemáticos para fundamentar a discussão inicial:

Trecho 4 – Discussão inicial sobre a simulação

**10:00 E6** - *Primeiro que a gente observou, é que tipo de função, ela deve representar. A gente vê que é uma função que relaciona, o lado do pentágono, com...*

**10:10 E7** - *com a área do polígono*

**10:11 E6** - *Isso aí! E aí a gente observou...*

**10:16 E5** - *Não, mas não era isso que eu estava perguntando não. Eu estava perguntando, não era o lado do pentágono não, era o ponto ao pentágono.*

**10:26 E6** - *Ah eu...*

**10:26 E5** - *A distância do ponto ao pentágono ou a área do pentágono que faz aquela função?*

**10:28 E6** - *Pronto... é a discussão de E5 é aquele ponto que desliza no gráfico*

**10:37 E5** - *Isso...*

**10:37 E6** - *Na verdade, aquele ponto que desliza no gráfico, é a relação entre o lado do pentágono e o seu lado.*

**10:47 E7** - *Por que aquele ponto ali, não é um ponto fixo, ele tá variando.*

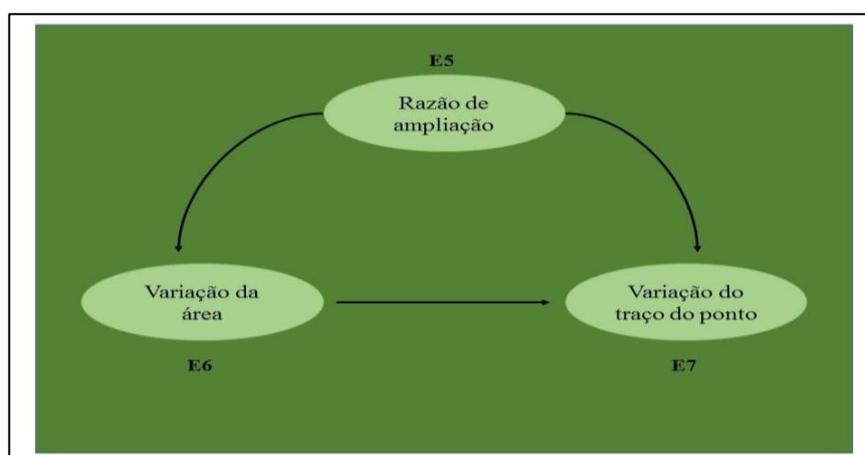
**10:50 E6** - *Ou seja, quanto mais eu aumento o lado, mais eu aumento a área do pentágono.*

Observando a conversa dos licenciandos do instante [10:00 – 10:50] notamos que a discussão está em torno de: o que faz com que o traço do ponto siga àquele trajeto? Qual o objeto matemático ou tecnológico que possibilita isso? Além disso, no instante [10:16] a fala do E5 nos faz pensar que a discussão foi iniciada previamente, pois há um hiato entre a fala do E6 no instante [10:00] e o questionamento no E6 em [10:16].

A fala do E5 se refere à razão de ampliação do polígono gerado pela homotetia, mas não é explicitada na linguagem matemática formal. O licenciando questiona sobre o que gera o traço do ponto: a distância do ponto externo ao pentágono? Ou a variação da área? Em ambos os casos, percebemos que a razão de ampliação do polígono semelhante é o que faz com que ele varie o comprimento dos lados e, conseqüentemente, sua área. Como discutimos anteriormente, a razão de ampliação parte da construção do controle deslizante, sua atribuição ao raio da circunferência e o ponto da circunferência que pertence a uma das retas que passa pelo vértice do pentágono.

No trecho 4 da conversa entre os licenciandos, conseguimos identificar questionamentos sobre a função gerada a partir de diferentes olhares. O conhecimento matemático, na TPACK Conhecimento do Conteúdo, aparece fortemente nessa conversa entre os sujeitos. Primeiramente, em termos de conhecimento matemático, a discussão revela o domínio dos sujeitos com relação ao conceito de Função. Os E6 e E7 no primeiro instante da conversa, já reconhecem que a função é gerada a partir da relação entre o lado e a área do pentágono. Por sua vez, o E5 levanta questionamentos sobre o que faz o traço do ponto, deixando implicitamente a concepção da razão de ampliação como um dos fatores determinantes para isso. Para compreender melhor, observe o esquema a seguir:

Figura 27: Discussão da razão de ampliação entre os licenciandos



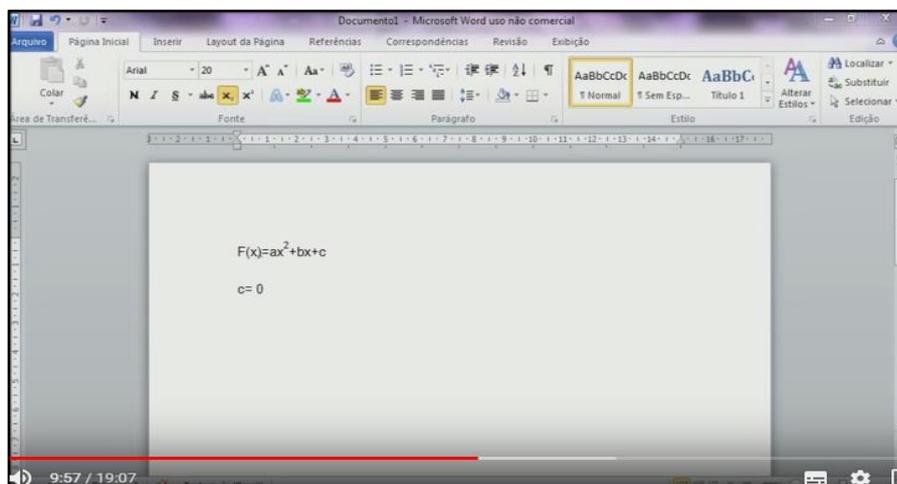
Podemos perceber que os licenciandos E7 e E6 partem de pressupostos para a função gerada, que dependem diretamente da pergunta do E5. As setas que saem da razão de ampliação, significam que a variação da área e o traço do ponto, só ocorrem pelo artifício utilizado na construção que define a razão de ampliação: o controle deslizante. Por sua vez, a seta que sai da variação da área para a variação do traço do ponto, quer dizer que o ponto se move por meio da variação da área, já que ele depende das coordenadas traçadas.

Os conhecimentos que surgem nesse instante da interação são classificados como conhecimentos do conteúdo, uma vez que, estão ligados a uma situação de aprendizagem dos licenciandos. Segundo Mishra e Koheler (2006) e Shulman (1987) o conhecimento do conteúdo (CK) é aquele sobre o que deve ser ensinado ou aprendido, considerando os fatos, ideias, teorias e estrutura organizacional. Dessa forma, mesmo que eles não sejam docentes, já que neste caso eles estão em fase de familiarização e não em uma situação de ensino, podemos classificá-los no quadro teórico da TPACK como Conhecimento do Conteúdo (CK).

#### 6.5.2.1.9 Reconhecimento da família de funções quadráticas e fórmula geral da função quadrática

Seguindo a discussão dos licenciandos sobre a simulação, identificamos outro conhecimento matemático que surge na interação. No instante [09:55-09:59], o E7 mostra a imagem de outra janela, externa ao software em um editor de texto, dando início a discussão e deixando claro que já haviam identificado a função quadrática como sendo o modelo da simulação.

Figura 28: Imagem da tela no instante 09:57



Fonte: Elaborado pelos licenciandos

Mais adiante, após a discussão inicial sobre a razão de ampliação do polígono, os licenciandos retomam a discussão sobre a função modelo da simulação:

Trecho 5 – Reconhecimento da família de funções quadráticas

**09:55 - 09:59** Agora temos a discussão sobre a função da atividade do Geogebra.

**Transcrição da imagem:** Aparece na tela a forma algébrica  $f(x)=ax^2+bx+c$  e  $c = 0$  escrita em um editor de texto.

**11:00 E7** - E aí a gente agora vai tentar descobrir, a fórmula dessa função.

**11:11 E6** - A primeira coisa, que a gente observou no gráfico, é que quando a gente desliza na função do geogebra...

**11:13 E5** - No rastro...

**11:14 E6** - Ele deixa um rastro...

**11:15 E5** - de uma curva...

**11:16 E6** - de uma curva, semelhante a uma parábola.

**11:18 E5** - que vai da origem, até mais infinito.

**11:21 E6** - Então a gente vai relacionar ela com uma função quadrática.

Nesse trecho de conversa, os licenciandos partem da fórmula geral da função quadrática para descobrir o registro algébrico da curva que passa pelo traço do ponto. Fica evidente que os licenciandos mostram o conhecimento matemático que possuem ao tentar identificar uma fórmula algébrica, a partir de uma família de funções quadráticas. Outro conhecimento matemático sobre funções que fica evidente é a tomada do valor do coeficiente  $c$  da fórmula geral como sendo igual a zero.

A seguir, trazemos a continuação da discussão apontando mais um evento identificado a partir dos conhecimentos que emergem na realização da atividade proposta.

#### 6.5.2.1.10 Reconhecimento do domínio da função pelo contexto de comprimento dos lados do polígono

Na realização da atividade proposta, os licenciandos continuam tentando descobrir a forma algébrica da função. Com isso, surgem mais conhecimentos matemáticos que partem da resolução do problema proposto:

Trecho 6 – Reconhecimento do domínio da função

**11:14 E6** - Ele deixa um rastro...

**11:15 E5** - de uma curva...

**11:16 E6** - de uma curva, semelhante a uma parábola.

**11:18 E5** - que vai da origem, até mais infinito.

**11:21 E6** - Então a gente vai relacionar ela com uma função quadrática.

**11:25 E7** - *Só que limitada, já que as medidas, não podem ser negativas.*

**11:35 E6** - *Então, o intervalo só pode ser de 0 a mais infinito.*

O conhecimento matemático que identificamos no trecho 6 da conversa entre os licenciandos, se refere ao domínio da função a partir da simulação. Fica evidente na discussão dos sujeitos, que eles reconhecem as restrições do domínio apresentadas a partir do traço do ponto. Como na simulação as variáveis independentes são os valores do comprimento do lado do polígono, e as dependentes a medida de área, os sujeitos afirmam que o intervalo a ser considerado para o domínio da função deve ser de zero a infinito.

#### *6.5.2.1.11 Tratamento algébrico utilizando a fórmula geral da função quadrática*

Com a identificação do domínio da função quadrática, os licenciandos passaram para o tratamento algébrico utilizando a fórmula geral da função quadrática. Novamente nesta situação, o conhecimento matemático dos sujeitos é evidente e a estratégia utilizada foi montar um sistema de equações polinomiais do 1º grau, uma vez que, eles reconheceram o valor do coeficiente  $c$  como sendo igual a zero, a partir da observação do traço do ponto.

Trecho 7 – Tratamento algébrico

**11:38 E7** - *Primeiro, a gente pegou dois pontos, daquela função – Transcrição de imagem: mostra a janela com a construção no geogebra - dessa função aqui. Escolhemos dois pontos que nesse caso foi: 1,02 e 2.23; 2,01 e 8.71.*

**12:17 E6** - *Então, a gente montou um sistema - escreve no editor de texto  $x = 1,02$*

**12:22 E7** - *substituindo esses dois pontos.*

**12:23 E6** - *Na função quadrática, e antes da gente substituir todos os valores, a gente percebeu que  $c$  é igual a zero, porque o gráfico corta o eixo nas...*

**Transcrição:** *(Na tela do editor de texto  $x_1 = 1,02$   $y_1 = 2,02$ )*

**12:36 E7** - *Na origem... Com isso concluímos que o  $c$  é zero.*

**13:03 E7** - *O segundo ponto é 2,01*

**Transcrição:** *Fala enquanto digita no editor*

**E7** - *e 8,71*

**13:36 E7** - *Aí a gente vai substituir esses dois pontos, na fórmula de uma função quadrática em função de  $a$  e  $b$ .  $f(x) = ax^2 + bx$ . Primeiro substituímos (SIC) o primeiro ponto.*

**15:52 E7** - *Com isso montamos um sistema, com essas duas equações, para obter o valor de  $a$  e  $b$ . Como, o desenvolvimento, para chegar ao resultado, é um pouco demorado, nós vamos mostrar só o final.*

Analisando as falas dos sujeitos, percebemos que eles tomam os valores a partir do que o software mostra, para construir as equações do sistema. Nesse sentido, observamos no trecho

de conversa o tratamento algébrico realizado para solucionar a situação proposta na atividade. No entanto, no instante [15:52], os licenciandos deixam claro que o processo de tratamento é extenso, por isso, mostram apenas os valores encontrados para os coeficientes  $a$  e  $b$ .

Acreditamos que os sujeitos optaram por não mostrar o tratamento algébrico realizado pela demora em inserir os dados em um editor de texto. No entanto, poderiam ter mostrado esse tratamento em papel e lápis e colado como imagem na tela para que a estratégia utilizada ficasse mais clara. Apesar disso, os licenciandos seguem a discussão apresentando os resultados encontrados, que discutiremos na seção seguinte.

#### 6.5.2.1.12 Aproximações feitas pelo software e atribuição do valor do coeficiente “ $b$ ” na função quadrática utilizando aproximações

Na sequência da discussão para resolver a atividade proposta, os licenciandos apresentaram os valores que encontraram após o tratamento algébrico:

Trecho 8 – Aproximações

**16:09 E7** - Ao final, encontramos  $a = 2,12$  e o  $b$ , deu um valor muito próximo de zero.

**16:37 E6** - *Aí é onde eu consigo observar alguma coisa. Provavelmente, esse  $b$  deve ser igual a zero por erro de alguma precisão no cálculo, visto que...*

**16:52 E7** - *Como fizemos vários arredondamentos, para facilitar o cálculo.*

**16:56 E6** - *Então, por isso que esse  $b$  deu próximo de zero, mas provavelmente esse  $b$  é igual a zero.*

**17:10 E7** - *Achamos  $b$  valendo  $-0,03$ . *Aí, durante a discussão, nós concluímos que o  $b$  era muito próximo de zero.**

**17:48 E5** - *Não significativamente à curva, mas conseqüentemente achamos que a função é dada, por  $f(x) = 2,12 * x^2$  e que essa função varia a cada  $x$ .*

Por ser um trecho de conversa pequeno, juntamos dois eventos que identificamos neste mesmo tópico. O primeiro, diz respeito às aproximações que os licenciandos apontam que fizeram para encontrar os valores de  $a$  e  $b$ . No instante [16:52-17:10] os sujeitos afirmam que fizeram aproximações para encontrar os valores de  $a$  e  $b$ , mas desconsideram as aproximações feitas pelo próprio software para atribuir valores aos pontos no plano cartesiano.

O software Geogebra, ao ser instalado, vem com uma configuração definida para os números de casas decimais a serem consideradas no plano cartesiano. Nesse sentido, as coordenadas dos pontos traçados na tela do software sofrem alterações, considerando sua pré-configuração. Ao realizar aproximações para chegar aos valores dos coeficientes  $a$  e  $b$ , os

licenciandos desconsideraram as aproximações feitas pelo software, ou seja, os valores que eles apresentam já sofreram alterações e podem não ser ideais para os coeficientes da função que tem o gráfico próximo ao traço do ponto. Para conferir essa afirmação, os sujeitos devem validar a resposta com o software ou com lápis e papel.

A partir da conversa dos licenciandos sobre aproximações, no instante [17:10], eles seguem a partir da ideia das aproximações, com a afirmação do valor do coeficiente  $b$  como sendo tão próximo de zero, que eles o desconsideram. Neste caso, especificamente, é perceptível que os licenciandos apresentam o conhecimento matemático, mas não percebem como a tecnologia transforma a Matemática, para adequar as representações às situações colocadas em um ambiente tecnológico.

#### 6.5.2.1.13 *Pentágonos irregulares*

Ao final da realização da atividade proposta, na fala de um dos licenciandos, o conhecimento matemático aparece na seguinte afirmação do E6:

Trecho 8 – Pentágonos irregulares

**18:43 E6** - *O que a gente pode perceber também, é que cada pentágono, que cada grupo tá (SIC) fazendo que a gente notou nos outros grupos, é que foram feitos os cálculos também e eles variam. No caso, o valor de  $a$  varia para cada tipo de pentágono, por quê? Porque eles são irregulares, então lá, a relação entre o lado e a área varia também.*

Podemos destacar, a partir da fala do E6, dois aspectos: o primeiro se refere ao conhecimento matemático envolvido, ou seja, a capacidade de percepção do licenciando, mesmo que implicitamente, em reconhecer que a irregularidade dos pentágonos influencia diretamente na variação dos valores do coeficiente das funções. O segundo diz respeito, não necessariamente a um conhecimento, mas sim ao fato do licenciando “consultar” ou recorrer a outros grupos que estavam fazendo a mesma simulação, para observar o comportamento dos pentágonos. Esta atitude do *Grupo A* nos mostra que a atividade foi, de fato, relevante na formação dos licenciandos e neste grupo, podemos perceber a partir das interações, aspectos colaborativos envolvidos na resolução da atividade proposta. Nesse sentido, buscamos mais adiante, analisar as interações desses sujeitos, utilizando o Modelo de Baker (BAKER, 2002). Antes disso, faremos algumas considerações, com relação a ausência de validação do Grupo A na seção seguinte.

#### 6.5.2.1.14 Ausência de validação com o software e com papel e lápis

Após a fala do E6 sobre a irregularidade dos pentágonos, destacada na seção anterior, os licenciandos do *Grupo A* finalizam a atividade proposta. Com isso, os sujeitos não evidenciam as afirmações que fazem sobre o registro gráfico e algébrico, sob o traço do ponto presente na construção da simulação. Com isso, destacamos que as afirmações: a função que representa o traço do ponto é  $f(x)=2,12x^2$ ; o valor do coeficiente  $b$  é igual a zero e o registro gráfico da função encontrada se aproxima do traço do gráfico, não puderam ser validadas. Os sujeitos poderiam ter mostrado as aproximações que fizeram em ambiente papel e lápis, como também, poderiam utilizar o software para traçar o registro gráfico da função e fazer com que o ponto se movesse simulando o traçado do gráfico sob a curva da função encontrada.

#### 6.5.2.2 Análise Colaborativa do Grupo A

O último índice de eventos que selecionamos apresentou discussões entre os sujeitos sobre o conhecimento matemático envolvido na construção da simulação, como também as estratégias utilizadas para solucionar os problemas propostos na atividade. Percebemos que as estratégias traçadas pelos sujeitos para resolução da atividade proposta foram discutidas de forma coletiva, considerando as opiniões e questionamentos de cada um, para chegar à solução final. Sendo assim, esses eventos serão analisados a partir do modelo de Baker, buscando identificar aspectos colaborativos que emergiram das interações.

Para analisar as interações coletivas entre os sujeitos, consideramos criar categorias sugeridas no modelo de Baker segundo as dimensões da colaboração. As duas primeiras dimensões, consideram a fala do sujeito como unidade de análise.

A primeira dimensão, *Simetria*, busca analisar o papel dos sujeitos na interação como aquele que propõe ou recebe a mensagem. Nesse sentido, as categorias de simetria foram definidas como propositor e receptor. A segunda dimensão, *Acordo*, busca analisar o posicionamento do receptor diante das mensagens do propositor. As categorias de acordo foram definidas como concorda ou discorda.

Finalmente, a dimensão *Alinhamento* não considera a fala do sujeito como unidade de análise, mas sim o contexto da conversa entre os participantes, buscando apontar os instantes nos quais os sujeitos se encontram inseridos na discussão ou dispersos formando subgrupos que interagem fora da temática que está sendo observada.

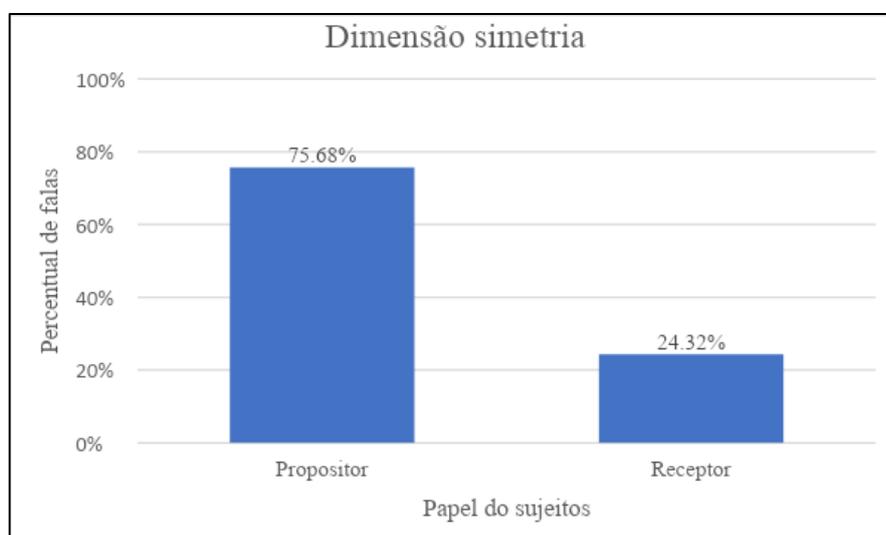
### 6.5.2.3 Dimensão Simetria

A análise da simetria entre os sujeitos durante a construção e discussão da simulação se deu a partir da contagem das falas que fizemos na transcrição do áudio. Nesta dimensão foram categorizadas um total de 37 falas, que ocorreram ao longo da sessão entre os três sujeitos participantes. Esta dimensão segundo Baker (2002) observa a troca de informações entre os sujeitos durante a sessão colaborativa, classificando-os em propositor ou receptor. O sujeito propositor é aquele que propõe algum questionamento, proposta de solução ou apresenta alguma estratégia para que o grupo avalie sua pertinência ou não, diante do que está sendo realizado. Em contrapartida, o sujeito receptor é aquele que recebe a mensagem do propositor, concordando ou não com sua colocação.

Nesse sentido, nossa análise está baseada na classificação das falas dos sujeitos em propositor ou receptor, diante do que foi discutido ao longo da interação do Grupo A. Vale salientar, que na contagem das falas dos sujeitos nesta dimensão, não é necessário separar as falas de acordo com o índice de eventos que apresentamos anteriormente, isso porque, a simetria segundo Baker (2002) considera a participação dos sujeitos de acordo com os papéis que eles assumiram na interação, ao longo de toda a sessão, não especificamente por evento.

Para classificar as falas, utilizamos o software de análise qualitativa MaxQda (VERBI GmbH, 2017) e ao final, estruturamos um gráfico para sintetizar a classificação que fizemos, com base nas informações da nossa fonte transcrita inserida no software. A seguir, podemos observar o gráfico que distribui as falas dos sujeitos, de acordo com seu papel na sessão:

Gráfico 3: Papel dos sujeitos do Grupo A na interação



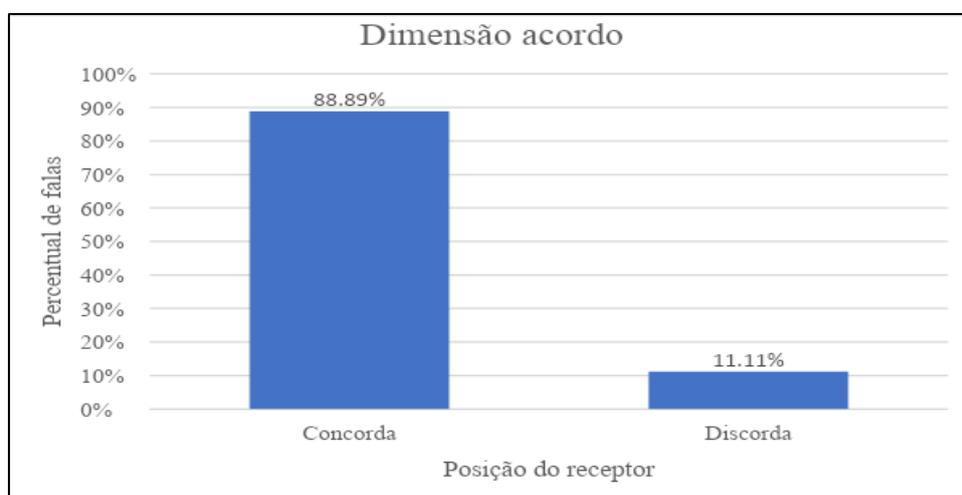
Fonte: Elaborado pelo autor

Observando o gráfico anterior, podemos perceber que há um percentual maior de propositor para um percentual menor de receptor. Segundo Baker (2002), a simetria entre os participantes de uma sessão colaborativa ocorre, se a troca de papéis entre eles for simultânea, ou seja, se para as proposições feitas há uma recepção recíproca. No entanto, considerando a especificidade deste caso, vemos que durante as interações presentes nos trechos de conversa que mostramos ao analisar os eventos à luz da TPACK, os sujeitos propõem mais pelo fato de estarem realizando uma construção coletiva de forma unificada. Apesar de, teoricamente, segundo o modelo de Baker, os sujeitos estarem assimétricos, as proposições feitas ao longo da conversa entre eles, ocorrem de maneira que as propostas de um, não anulam a proposta dos outros, mas se complementam. A seguir, na dimensão acordo, perceberemos que do total de falas dos receptores, o índice de concordância é alto, confirmando nossas conclusões com relação a simetria.

#### 6.5.2.2.1 Dimensão Acordo

Na *Dimensão Acordo* utilizamos o mesmo procedimento de categorização das falas dos sujeitos na interação. Nesta dimensão, segundo Baker (2002), consideramos as falas dos sujeitos receptores, pois analisamos o posicionamento do receptor quanto à concordância ou discordância da fala do propositor. Foram analisadas 9 falas de receptores que identificamos na dimensão simetria, dessas falas, criamos as categorias concorda e discorda, estruturando um gráfico para sintetizar as informações:

Gráfico 4: Posicionamento dos sujeitos do Grupo A



Fonte: Elaborado pelo autor

Observando o gráfico, percebemos que nas mensagens receptoras às propostas lançadas no grupo, há um alto nível de concordância entre os sujeitos. Dessa forma, podemos nos voltar ao que colocamos anteriormente na análise da dimensão *Simetria*, isto é, apesar da assimetria observada na dimensão simetria, o alto índice de concordância entre as mensagens trocadas entre receptor e propositor, mostram que o grupo estava engajado na discussão.

#### 6.5.2.2.2 Dimensão Alinhamento

A *Dimensão Alinhamento*, segundo o modelo de Baker (2002), é uma das formas de analisar se os sujeitos envolvidos no processo colaborativo estão trabalhando juntos. Para isso, segundo o autor são considerados alguns fatores inerentes à aprendizagem colaborativa que devem ser observados e que são determinantes para dizer se os sujeitos estão ou não alinhados.

A CSCL tem como objeto de investigação a aprendizagem colaborativa *online* entre sujeitos na solução de um determinado problema. Na resolução de um problema se expõem as representações de possíveis soluções, a partir da determinação dos possíveis espaços de solução, escolha adequada de heurísticas e validação das soluções (BAKER, 2002). No alinhamento os sujeitos - de forma coletiva - podem ser classificados no estado “em fase”, quando estão engajados na solução do problema em determinada etapa, ou “fora de fase”, quando não estão engajados na etapa determinada.

Os aspectos do alinhamento que são apontados por Baker são classificados em: Meta de solução do problema, Nível de compreensão do problema e Estágio de solução do problema.

1. *Meta de solução do problema*: a meta de solução do problema é uma das formas de classificar o alinhamento ou não alinhamento de sujeitos em uma interação. Dentro de uma conversa com uma temática específica, pode haver sujeitos que estejam lendo o enunciado do problema para compreensão, enquanto outros podem estar gerando e comunicando soluções. Neste caso, há uma disparidade entre os membros do grupo quanto à meta de solução coletiva do problema e eles são classificados como *fora de fase* ou *em fase*.
2. *Nível de compreensão do problema*: neste aspecto do alinhamento é considerada a capacidade dos sujeitos na compreensão do problema de forma colaborativa. Por exemplo, um dos sujeitos pode estar tentando alcançar o objetivo de compreensão

mútua, enquanto outro pode estar tentando resolver o problema, comunicando e conjecturando soluções de forma individual.

3. *Estágio de solução do problema*: o estágio de solução do problema está diretamente ligado a representação do problema a ser resolvido. Neste caso, os sujeitos podem não compartilhar do mesmo ponto de vista conceitual, fazendo emergir a falta de compreensão das ações baseadas em diferentes conceitos (BAKER, 2002).

Com base nos apontamentos de Baker sobre as dimensões da colaboração, fizemos nossa análise do alinhamento entre os sujeitos do Grupo A, com base nos trechos de conversa que identificamos nos eventos analisados anteriormente. No entanto, para analisar o alinhamento utilizaremos apenas o segundo índice de eventos que identificamos, pois é a partir dele que os sujeitos conjecturam sobre o registro gráfico da função, a partir do traço do rastro do ponto. Por outro lado, no primeiro índice, temos apenas a reprodução dos registros de vídeo do pesquisador, com o objetivo de familiarizar os licenciandos.

Fizemos a classificação a cada evento do índice de discussão do grupo destacando se:

- a) com relação à meta de solução do problema os sujeitos estão *em fase* ou *fora de fase* (Meta de solução do problema)
- b) os sujeitos estão ou não no mesmo nível de compreensão mútuo do problema. (Nível de compreensão do problema)
- c) os sujeitos compartilham do mesmo ponto vista conceitual, ou seja, se eles compreendem a externalização do problema da mesma forma e os conceitos que envolvem a solução são iguais ou distintos de um sujeito para outro. (Estágio de solução do problema)

No primeiro evento da lista do índice sobre a discussão do *Grupo A*, temos o seguinte trecho de conversa entre os sujeitos:

Trecho 9 - Razão de ampliação

**L1 10:00 E6** - Primeiro que a gente observou, é que tipo de função, ela deve representar. A gente vê que é uma função que relaciona, o lado do pentágono, com...

**L2 10:10 E7** - com a área do polígono

**L3 10:11 E6** - Isso aí! E aí a gente observou...

**L4 10:16 E5** - Não, mas não era isso que eu estava perguntando não. Eu estava perguntando, não era o lado do pentágono não, era o ponto ao pentágono.

**L5 10:26 E6** - Ah eu...

**L6 10:26 E5** - A distância do ponto ao pentágono ou a área do pentágono que faz aquela função?

*L7 10:28 E6 - Pronto... é a discussão de E5 é aquele ponto que desliza no gráfico*

*L8 10:37 E5 - Isso...*

*L9 10:37 E6 - Na verdade, aquele ponto que desliza no gráfico, é a relação entre o lado do pentágono e o seu lado.*

*L10 10:47 E7 - Por que aquele ponto ali, não é um ponto fixo, ele tá variando.*

*L11 10:50 E6 - Ou seja, quanto mais eu aumento o lado, mais eu aumento a área do pentágono.*

Da L1 a L3 os sujeitos E6 e E7 interagem traçando uma possível conjectura para o rastro do ponto na tela. No entanto, na L4 o E5 não demonstram estar totalmente inteirados com a situação discutida, questionando os outros membros do grupo. Em termos da classificação do alinhamento, podemos dizer que os E6 e E7 estão em fase, enquanto que o E5 está fora de fase, uma vez que, a meta de solução do problema apresenta uma disparidade.

Da L5 a L11 percebemos que os sujeitos E6 e E7 tentam mostrar ao E5 àquilo que já perceberam, ou seja, o nível de compreensão ocorre neste trecho, já que não se percebe por meio da conversa uma tentativa de produção individual de soluções, mas uma relação entre os membros do grupo auxiliando-se mutuamente. Com relação à última classificação do alinhamento, podemos dizer que o estágio de solução do problema acontece de forma diferente entre os licenciandos, já que nem todos compartilham o mesmo ponto de vista conceitual, isto é, os E6 e E7 percebem que a razão de ampliação do polígono acontece ao mover o controle deslizante, enquanto que o E5 não demonstra o mesmo conhecimento dos colegas.

Podemos observar a síntese da análise do alinhamento entre esses sujeitos neste evento, no quadro a seguir:

Quadro 15: Análise do alinhamento do primeiro evento

	Meta		Nível	Estágio	
	Em Fase	Fora de Fase		CPV	NCPV
<b>Sujeitos</b>	E6 - E7	E5	E5 - E6 - E7	E6 - E7	E5
<b>Linhas</b>	L1 - L3	L4	L5 - L11	L5 - L11	L4 - L11

Fonte: Elaborado pelo autor. Legenda: CPV - Compartilham o mesmo ponto de vista conceitual; NCPV - Não compartilham o mesmo ponto de vista conceitual

No quadro anterior, as três colunas representam a classificação dos aspectos do alinhamento: *Meta de solução*, *Nível de compreensão* e *Estágio de solução*. Subdividimos a meta de solução em duas categorias: em fase e fora de fase, evidenciando os sujeitos e a linha do trecho de conversa em que podemos identificar onde ocorre a ação. Com relação ao estágio

de solução, o subdividimos em *compartilham o mesmo ponto de vista* (CPV) e *não compartilha o mesmo ponto de vista* (NCPV), por ponto de vista, queremos dizer, o ponto de vista do conceito que está sendo discutido.

As análises dos próximos eventos do índice de discussão do Grupo A está baseada nesta primeira, onde buscaremos classificar o alinhamento com base nos aspectos apontados por Baker (2002), e finalmente, sintetizando as linhas e os sujeitos segundo esses aspectos. No segundo evento do índice de eventos de discussão do Grupo A temos o trecho de conversa a seguir, que categorizamos segundo os aspectos do alinhamento no quadro trouxemos anteriormente.

Trecho 10 - Relação do traço do ponto com a Função Quadrática

**L12 09:55 - 09:59** Agora temos a discussão sobre a função da atividade do Geogebra.

**L13 Transcrição da imagem:** Aparece na tela a forma algébrica  $f(x)=ax^2+bx+c$  e  $c = 0$  escrita em um editor de texto.

**L14 11:00 E7** - E aí a gente agora vai tentar descobrir, a fórmula dessa função.

**L15 11:11 E6** - A primeira coisa, que a gente observou no gráfico, é que quando a gente desliza na função do geogebra...

**L16 11:13 E5** - No rastro...

**L17 11:14 E6** - Ele deixa um rastro...

**L18 11:15 E5** - de uma curva...

**L19 11:16 E6** - de uma curva, semelhante a uma parábola.

**L20 11:18 E5** - que vai da origem, até mais infinito.

**L21 11:21 E6** - Então a gente vai relacionar ela com uma função quadrática.

**L22 11:25 E7** - Só que limitada, já que as medidas não podem ser negativas.

**L23 11:35 E6** - Então, o intervalo só pode ser de 0 a mais infinito.

Quadro 16: Análise do alinhamento do segundo evento

	Meta		Nível	Estágio	
	Em Fase	Fora de Fase		CPV	NCPV
<b>Sujeitos</b>	E5 - E6 - E7	Não há	E5 - E6 - E7	E5 - E6 - E7	Não há
<b>Linhas</b>	L14 - L23	Não há	L14 - L23	L14 - L23	Não há

Fonte: Elaborado pelo autor

Nesta etapa da discussão entre os sujeitos, percebemos que há um alto nível de concordância entre eles, e além disso, uma compreensão mútua sobre a função que descreve o rastro do ponto no software. Da L14 a L23 os sujeitos estão *em fase* tendo em vista que não há uma discrepância na meta de solução do problema. Nas linhas que apontamos no quadro anterior, percebemos que as falas complementam-se e eles se comunicam como um grupo, sem distanciamentos ou atividades individuais. Isso pode ser notado na L15, quando o E6 destaca:

“A primeira coisa, que **a gente** observou no gráfico, é que quando a gente desliza na função do geogebra...”. A palavra em destaque na fala do licenciando denota um engajamento mútuo do grupo.

Nesse sentido, com relação ao segundo aspecto do alinhamento, o nível de compreensão do problema, notamos que a compreensão mútua ocorre e não são percebidas atividades individuais. Finalmente, com relação ao estágio de solução do problema, ou seja, ao compartilhamento dos pontos de vista conceituais o grupo também apresenta um engajamento uniforme. Para fazer a classificação do estágio de solução do problema, consideramos, neste evento, que os licenciandos apontam para o mesmo conceito, ou seja, o de Função Quadrática. Eles percebem semelhanças no rastro do ponto com a curva que representa graficamente a função quadrática, inclusive, conjecturando sobre o domínio da função gerada.

Nas linhas L22 e L23 os licenciandos deixam implícito o conhecimento matemático que está por trás do domínio da função. Eles não apontam que o domínio e a imagem é o conjunto dos números reais positivos, pelo fato das grandezas envolverem o comprimento do lado do polígono e a medida de área. Além disso, percebemos que o E5, neste instante, não se pronuncia na discussão, o que não nos possibilita classificar seu posicionamento diante do estágio de solução do problema.

A atividade colaborativa à distância possui algumas inanidades no que diz respeito ao papel dos sujeitos. Isto porque, em alguns casos como o E5 no trecho anterior, não é possível visualizar as ações do sujeito enquanto ele não se pronuncia nas discussões do grupo. Com isso, tendemos a descrever o sujeito como concordante da situação que está sendo discutida ou mesmo impossibilitando uma classificação sua na atuação do grupo ao resolver um problema ou situação específica.

Ao decidir que a função quadrática seria o modelo adequado ao rastro do ponto deixado na tela, os licenciandos partiram para discussão do tratamento algébrico, utilizando as medidas apresentadas pelo software para aproximar um registro algébrico da função, como podemos observar no seguinte trecho:

Trecho 11 - Conversão e Tratamento algébrico

**L24 11:38 E7** - Primeiro, a gente pegou dois pontos, daquela função –  
 Transcrição de imagem: mostra a janela com a construção no geogebra -  
 dessa função aqui. Escolhemos dois pontos que nesse caso foi: 1,02 e 2.23;  
 2,01 e 8.71.

**L25 12:17 E6** - Então, a gente montou um sistema - escreve no editor de texto  
 $x = 1,02$

**L26 12:22 E7** - substituindo esses dois pontos.

**L27 12:23 E6** - Na função quadrática, e antes da gente substituir todos os valores, a gente percebeu que  $c$  é igual a zero, porque o gráfico corta o eixo nas...

**L28 Transcrição:** (Na tela do editor de texto  $x1 = 1,02$   $y1 = 2,02$ )

**L29 12:36 E7** - Na origem... Com isso concluímos que o  $c$  é zero.

**L30 13:03 E7** - O segundo ponto é 2,01

**L31 Transcrição:** Fala enquanto digita no editor

**L32 E7** - e 8,71

**L33 13:36 E7** - Aí a gente vai substituir esses dois pontos, na fórmula de uma função quadrática em função de  $a$  e  $b$ .  $f(x) = ax^2 + bx$ . Primeiro substituímos (SIC) o primeiro ponto.

**L34 15:52 E7** - Com isso montamos um sistema, com essas duas equações, para obter o valor de  $a$  e  $b$ . Como, o desenvolvimento, para chegar ao resultado, é um pouco demorado, nós vamos mostrar só o final.

No primeiro aspecto do alinhamento, o nível de solução do problema, podemos dizer que os sujeitos estão *em fase*, uma vez que eles não destoam entre si nas etapas de solução do problema. Neste caso, o problema consiste na determinação do registro algébrico, a partir da curva formada pelo traço do ponto no software. Para isso, os sujeitos utilizam o tratamento algébrico escolhendo valores para as coordenadas do plano cartesiano que surgem das medidas do lado do polígono e da área, respectivamente. No entanto, observando o trecho da conversa, percebemos que apenas os licenciandos E6 e E7 discutem entre si sobre uma provável solução, enquanto o licenciando E5 se omite da discussão. Portanto, se considerarmos os sujeitos envolvidos na discussão, podemos classificá-los como *em fase*, por outro lado, considerando o grupo, classificamos o E5 como fora de fase.

Com relação ao segundo aspecto, o nível de solução do problema, temos duas situações: a primeira, considera a ausência do E5 na discussão e sendo assim, poderíamos dizer que os sujeitos não estão no mesmo nível, pois um dos membros não aparece na discussão coletiva. A segunda situação considera a fala dos licenciandos, que semanticamente nas linhas L24, L25, L27, L29, L33 e L34 denota uma decisão coletiva do grupo, quando os sujeitos se utilizam do termo “**a gente**” para designar que todos estavam cientes das tomadas de decisões. Além disso, este trecho de conversa nos faz refletir que pode ter havido uma discussão prévia dos licenciandos, momentos antes de gravarem o vídeo. Sendo assim, consideramos que a partir da análise semântica da fala dos sujeitos, podemos dizer que eles estão no mesmo nível de solução do problema.

Ao considerar que os sujeitos estavam no mesmo nível de solução do problema, levamos em consideração que eles estavam compartilhando mutuamente das tomadas de decisão para solução do problema. Nesse sentido, no terceiro aspecto, o estágio de solução do problema, podemos dizer que os sujeitos compartilham do mesmo ponto de vista conceitual e os conceitos

envolvidos aparecem nitidamente nos trechos da conversa. No quadro 17 a seguir, trazemos os conceitos matemáticos compartilhados pelos sujeitos e as linhas em que eles aparecem:

Quadro 17: Conceitos matemáticos compartilhados pelos sujeitos

<b>Objeto matemático</b>	<b>Linhas de conversa</b>	<b>Procedimento</b>
Coordenadas cartesianas	L24 - L25	Tratamento algébrico
Valor da função no ponto	L26 - L27 - L28	Tratamento algébrico
Interseção do gráfico com o eixo das ordenadas	L27 - L29	Conversão a partir da visualização gráfica
Valor da função no ponto	L30 - L31 - L32 - L33 - L34	Tratamento algébrico

Fonte: Elaborado pelo autor

Neste trecho de conversa o procedimento realizado pelos licenciandos é uma conversão do registro figural (geométrico), para o registro algébrico. Eles partem do pentágono, utilizando as coordenadas já aproximadas e dadas pelo software, como também, utilizam as coordenadas aproximadas do ponto que aparece na janela de visualização 2 e que traça o rastro do gráfico da função que eles querem determinar. No entanto, elencamos os objetos matemáticos e o procedimento utilizado no processo a cada etapa, para evidenciar que os sujeitos apresentam vários pontos de vista conceituais em cada linha de conversa.

O último trecho de conversa entre os sujeitos que apresenta uma atividade coletiva nesta etapa de formação é o seguinte:

Trecho 12 - Determinação do registro algébrico da função quadrática

**L35 16:09 E7** - Ao final, encontramos  $a = 2,12$  e o  $b$ , deu um valor muito próximo de zero.

**L36 16:37 E6** - *Aí é onde eu consigo observar alguma coisa. Provavelmente, esse  $b$  deve ser igual a zero por erro de alguma precisão no cálculo, visto que...*

**L37 16:52 E7** - *Como fizemos vários arredondamentos, para facilitar o cálculo.*

**L38 16:56 E6** - *Então, por isso que esse  $b$  deu próximo de zero, mas provavelmente esse  $b$  é igual a zero.*

**L39 17:10 E7** - *Achamos  $b$  valendo  $-0,03$ . *Aí, durante a discussão, nós concluímos que o  $b$  era muito próximo de zero.**

**L40 17:48 E5** - *Não significativamente à curva, mas consequentemente achamos que a função é dada, por  $f(x) = 2,12 \cdot x^2$  e que essa função varia a cada  $x$ .*

Assim como na etapa anterior percebemos neste trecho de conversa um alinhamento coerente entre os sujeitos. Isso por que eles mostram na conversa que estão *em fase*, no mesmo nível de solução do problema e compartilham o mesmo ponto de vista conceitual, ou seja, estão no mesmo estágio de solução do problema. Primeiramente, eles estão *em fase*, pois nenhum deles está tentando compreender a metodologia de solução, pelo contrário, demonstram um conhecimento mútuo do que está sendo colocado.

Com relação ao nível de solução do problema é perceptível que para solucionar o problema, isto é, para encontrar o registro algébrico da função, eles discutiram coletivamente, sem ações individuais, ao menos no trecho de conversa que mostramos acima. Além disso, semanticamente, mais uma vez eles utilizam palavras que denotam uma ação coletiva: L35: *Ao final, encontramos...*; L37: *Como fizemos...*; L39: *Achamos b*.

Finalmente, o estágio de solução do problema, mostra que os objetos matemáticos e procedimentos utilizados foram compartilhados e que eles não demonstram pontos de vista conceituais diferentes ou esboçam representações de soluções distintas. Neste aspecto, os licenciandos utilizam o tratamento algébrico para resolver um sistema de equações e utilizam aproximações para determinar o valor do coeficiente  $b$ .

No entanto, vale destacar novamente a ausência de validação da metodologia de solução do problema. Em termos colaborativos, não podemos discutir este aspecto, já que na discussão os membros do grupo concordam entre si sobre a solução encontrada. Mas, destacamos que seria necessária uma validação da solução, que do ponto de vista da TPACK destacaria o conhecimento matemático dos sujeitos, e além disso, uma validação por meio de software evidenciando o TCK que emerge da atividade.

Para concluir a análise desta dimensão da colaboração, elaboramos um quadro síntese de todos os trechos de conversa analisados do *Grupo A*:

Quadro 18: Síntese da análise do alinhamento

	Meta		Nível	Estágio	
	Em Fase	Fora de Fase		CPV	NCPV
<b>Trecho 9</b>					
<b>Sujeitos</b>	E6-E7	E5	E5 – E6 – E7	E6 – E7	E5

<b>Linhas</b>	L1 – L3	L4	L5 – L11	L5 – L11	L4 – L11
<b>Trecho 10</b>					
<b>Sujeitos</b>	E5-E6-E7	Não há	E5 – E6 – E7	E5 – E6 – E7	Não há
<b>Linhas</b>	L14 – L23	Não há	L14 – L23	L14 – L23	Não há
<b>Trecho 11</b>					
<b>Sujeitos</b>	E6 – E7	E5	E5 - E6 – E7	E5 – E6 – E7	Não há
<b>Linhas</b>	L 24 – L34	L24 – L34	L24 – L34	L24 – L34	Não há
<b>Trecho 12</b>					
<b>Sujeitos</b>	E5 - E6 – E7	Não há	E5 - E6 – E7	E5 - E6 – E7	Não há
<b>Linhas</b>	L35 – L40	Não há	L35 – L40	L35 – L40	Não há

Fonte: Elaborado pelo autor

Observando o quadro temos um panorama geral dos quatro trechos de conversa analisados. Com isso, percebemos que o E5 ficou fora de fase nos trechos 9 e 12, mas por outro lado, com relação aos aspectos restantes, houve um engajamento do grupo e as tomadas de decisões coletivas evidenciadas no nível de compreensão e no estágio de solução do problema, nos fazem concluir que os sujeitos estavam alinhados. Porém, para inferir com relação à aprendizagem colaborativa, devemos observar as outras dimensões e classificar o grupo de acordo com os níveis do modelo de Baker.

A seguir, faremos uma seção de síntese da análise da colaboração do Grupo A, para que possamos traçar com base no modelo de Baker, se houve ou não aprendizagem colaborativa.

### 6.5.2.2.3 Síntese da análise da colaboração

Para concluir a análise da colaboração do *Grupo A* nesta fase do experimento faremos uma breve síntese em termos de Simetria, Acordo e Alinhamento, segundo o modelo de Baker. Sendo assim, retomando as três dimensões analisadas temos a seguinte situação:

Quadro 19: Síntese da análise da colaboração

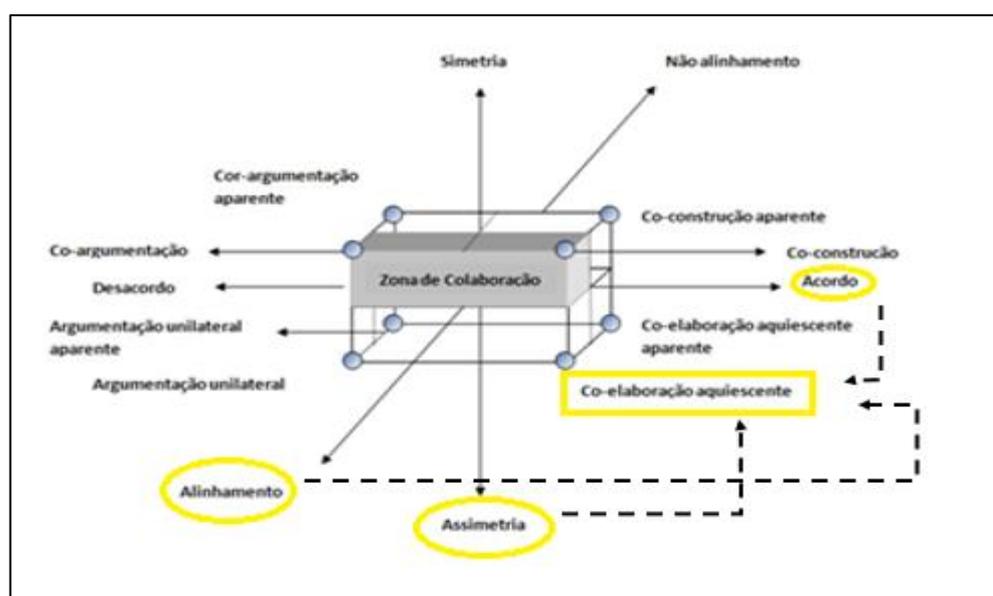
<b>Simetria</b>	<b>Acordo</b>	<b>Alinhamento</b>
Assimétricos	Em concordância	Alinhados

Fonte: Elaborado pelo autor

Na dimensão simetria, os sujeitos se caracterizaram como assimétricos tendo em vista a discrepância no percentual de propositores e receptores. Tivemos um total de 76% de falas de proposição e 24% de falas de recepção, caracterizando a assimetria. Na dimensão acordo, os sujeitos estavam em concordância, pois tivemos um total de 89% de falas de concordância e 11% de falas de discordância. E finalmente, segundo nossa última análise na dimensão alinhamento, concluímos que os sujeitos estavam alinhados a partir dos aspectos de Meta de Solução do Problema, Nível de Compreensão do Problema e Estágio de Solução do Problema.

Nesse sentido, retomando o modelo de Baker, vamos evidenciar o posicionamento do grupo no esquema do modelo a partir da figura a seguir:

Figura 29: Situação do grupo A no modelo de Baker



Fonte: Adaptado de Baker (2002)

Na figura anteposta, podemos observar que o grupo é classificado no modelo de Baker como estando em co-elaboração aquiescente, o que caracteriza atividade colaborativa entre os sujeitos, mas não aprendizagem colaborativa. Se observarmos a figura, a zona de colaboração é cortada pelos eixos que conectam a co-argumentação e a co-construção e em ambos os casos, a simetria é determinante para essa classificação, pois ela denota uma descentralização da argumentação entre os sujeitos invertendo os papéis de receptor e propositor.

Com relação à análise desta etapa do *grupo A* percebemos que a assimetria surge não da centralização da argumentação, mas pelo alinhamento dos sujeitos. Ao observar os trechos de conversa entre os sujeitos, traçamos a hipótese de que eles haviam discutido fora do vídeo gravado, isso é perceptível em alguns trechos de fala. Nesse sentido, ao iniciar a atividade, os sujeitos expõem suas concepções já estabelecidas, fazendo com que os papéis não sejam alternados durante a gravação do vídeo.

Na seção seguinte, fizemos a análise da 3ª etapa de formação, destacando o processo de escolha dos sujeitos para a 4ª etapa, a partir da nossa literatura em termos de CSCL.

## 6.6 ANÁLISE DA 3ª ETAPA DE FORMAÇÃO

A terceira etapa de formação teve o papel de essencialmente constituir os grupos para as duas últimas etapas do experimento. Nesse sentido, apoiamo-nos na literatura da CSCL para elaborar instrumentos que pudéssemos utilizar para atingir este objetivo. Nesta seção discutimos essencialmente sobre o processo de constituição dos grupos, como também, a análise que fizemos a partir do instrumento de coleta de dados para proceder com as etapas seguintes.

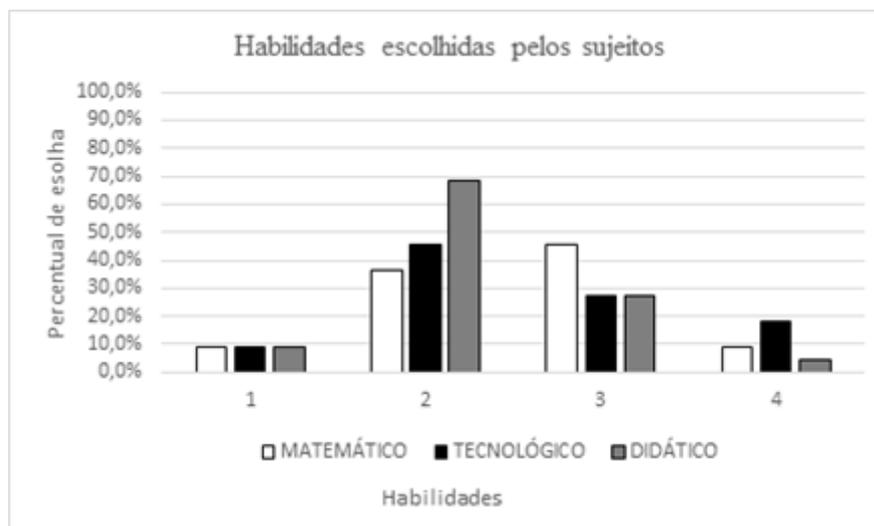
### 6.6.1 Habilidades dos sujeitos

Como descrevemos na seção metodológica, a definição de grupos para que ocorra, de fato, a aprendizagem colaborativa deve ser pautada nas habilidades de cada sujeito com o objetivo de que cada um contribua diante dos problemas a serem solucionados pelo grupo (STAHL, 2014). Nesse sentido, buscamos coletar essas informações a partir das concepções dos próprios licenciandos, mas tomando como referência para isso, nosso quadro teórico.

A TPACK discute os conhecimentos docentes necessários à formação do professor, com isso, tomamos como referencial a teoria para construir nosso instrumento de coleta, mas modificando a nomenclatura para que ficasse mais explícito para os licenciandos o que estávamos querendo identificar: habilidades matemáticas (Conhecimento do Conteúdo),

habilidades didáticas (Conhecimento Pedagógico) e habilidades tecnológicas (Conhecimento tecnológico). Na seção metodológica trouxemos o método de coleta desses dados e pudemos obter o seguinte gráfico:

Gráfico 5: Habilidades dos sujeitos a partir do formulário



Fonte: Elaborado pelo autor

No gráfico anterior, as habilidades foram escolhidas pelos licenciandos enumeradas de 1 a 4, sendo 1 menos habilidoso e 4 mais habilidoso. Nesta escala, percebemos que os sujeitos se colocam mais em nível intermediário com relação às habilidades que deveriam ser escolhidas, pois os níveis 2 e 3 aparecem como os mais escolhidos em ambos os perfis (matemático, tecnológico e didático).

As habilidades didáticas e matemáticas aparecem como as mais escolhidas, sendo a didática a mais alta no nível 2 e a matemática, a mais alta no nível 3. O fato de os licenciandos estarem no início do curso, nos remete a justificativa desses resultados. Por outro lado, a habilidade tecnológica aparece sempre intermediária, também nos níveis 2 e 3, mesmo que os sujeitos tenham contato com artefatos tecnológicos para uso pessoal e no dia a dia, eles não se rotulam como habilidosos para utilizar a tecnologia com fins didáticos.

A partir dessas informações coletadas no formulário, prosseguimos para a definição dos grupos que trabalhariam juntos nas duas últimas etapas do experimento. Na seção seguinte, faremos uma breve análise das escolhas dos sujeitos para formação desses grupos.

### 6.6.2 Formação dos grupos pelos sujeitos

Com as informações das habilidades os sujeitos deveriam constituir os grupos de forma que os integrantes tivessem habilidades diferentes. O quadro 5 que trazemos na metodologia, mostra que alguns grupos seguiram as instruções e outros não, como podemos observar:

Quadro 20: Distribuição dos sujeitos com base nos conhecimentos

G1	G2	G3	G4	G5	G6
D	M	M	M	T	D
T	M	D	M	D	M
M	T	M	D	T	T
		T	T	D	

Fonte: Elaborado pelo autor

Apesar das orientações do script, alguns dos licenciandos seguiram suas escolhas por afinidade, e outros, mantiveram os grupos formados na etapa de familiarização. No entanto, observando o quadro, notamos que a maioria dos grupos seguiram o que foi orientado, com exceção do G2 e G5. O G3 e G4 repetiram os integrantes com habilidade matemática, já que esta habilidade foi a mais escolhida no nível 3 e tinha o maior número de sujeitos a ser escolhido.

### 6.6.3 Síntese da análise da 3ª etapa de formação

Nesta etapa da análise podemos fazer algumas considerações à luz da CSCL com relação ao script. O modelo de script que seguimos nesta fase do experimento foi baseado no modelo de Dillenbourg (2002), descrito como *script de instrução*. Este modelo instrui os sujeitos da sessão colaborativa para seguir uma série de ações, propostas pelo mediador.

Nesta fase do experimento acreditamos na viabilidade deste modelo, pois era necessário que os sujeitos seguissem o esquema definido para escolha de grupos. Este esquema estava baseado na coleta de informações sobre as habilidades em formulário, em seguida, disponibilizar os dados em um documento – neste caso a planilha compartilhada – e por fim, o preenchimento das informações sobre os grupos e os horários e datas dos encontros.

Dillenbourg (2002) aponta que um dos riscos que este modelo de script pode trazer ao planejamento das sessões é o não cumprimento por parte dos sujeitos das ações propostas. No nosso caso, tivemos alguns entraves:

- a) Não cumprimento das orientações para a escolha dos grupos do G2 e G5;

b) Dificuldades no agendamento das sessões colaborativas.

Inicialmente propusemos aos sujeitos algumas datas e horários para que a sessões ocorressem, no entanto, os horários propostos foram inviáveis para a participação de todos os membros do grupo. Nos dispusemos a propor datas e horários para que o experimento não se prolongasse e pudéssemos gerenciar melhor o tempo para coleta dos dados, mas com esse entrave de horários, nós deixamos a cargo dos sujeitos a escolha dos horários e datas.

Finalmente, concluímos que essa fase do experimento revelou algumas questões acerca do planejamento das sessões, portanto, não tivemos dados relacionados aos conhecimentos da TPACK, uma vez que, as sessões seguintes que dependem deste planejamento nos farão observar os sujeitos em ação de planejamento e execução de uma aula de forma colaborativa *online*. Nos tópicos seguintes, faremos a análise das etapas de planejamento e execução da aula.

## 6.7 MÉTODO DE ANÁLISE DA 4ª ETAPA DE FORMAÇÃO

A 4ª etapa de formação teve como objetivos de pesquisa:

- Identificar os conhecimentos dos licenciandos que emergem a partir da elaboração de uma aula de forma coletiva.
- Analisar a atividade coletiva dos licenciandos buscando traçar o nível de colaboração entre eles por meio do modelo de Baker.
- Verificar se os licenciandos articulam as teorias abordadas na formação com a prática do planejamento e execução da aula.

A 4ª etapa de formação teve dois momentos: o primeiro, de definição dos objetivos de aula, de forma coletiva e guiado por meio de um *script*. O segundo, também guiado por *script*, para definir a configuração didática e o modo de execução (TROUCHE, 2005; DRIJVERS; TROUCHE, 2008) da aula, pautado nos conhecimentos teóricos dos sujeitos na formação durante a disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática.

Os dados coletados nesta etapa, como abordamos no capítulo anterior, foram os vídeos das interações, por meio de captura de tela durante as sessões. Para análise dos dados nesta etapa, utilizamos as capturas de tela dos vídeos, como também as conversas geradas no *chat* entre os sujeitos. A seguir, temos um quadro que descreve os dados coletados do G4 e que serão analisados nesta etapa:

Quadro 21: Dados analisados na 4ª Etapa

<b>Etapa</b>	<b>Tempo de vídeo</b>
Objetivos de aula	1h41min51s
Elementos da OI	

Fonte: Elaborado pelo autor

Para análise do G4, na 4ª etapa de formação, dividimos esta seção em duas subseções: Discussão e definição dos objetivos de aula e Planejamento a partir das etapas da OI. Em cada etapa, partimos do modelo de análise microgenética elencando os eventos de cada subseção e articulando as conversas de chat com as capturas de tela, mostrando de forma temporal crescente os eventos identificados.

Definido o índice de eventos, buscamos identificar os conhecimentos à luz da TPACK, identificando as interseções que ocorrem em cada evento. Além disso, articulamos a dimensão alinhamento do modelo de Baker mapeando em quais interseções e/ou conhecimentos identificados o alinhamento ocorre. As dimensões simetria e acordo foram analisadas separadamente em outra subseção, uma vez que, para analisar estas dimensões, foi necessário distribuir os papéis dos sujeitos e o posicionamento a partir do percentual do total de falas em todos os eventos. Ao final de cada subseção, fizemos a síntese da análise e a discussão com base em nossa literatura.

## ANÁLISE DA 4ª ETAPA DE FORMAÇÃO

Para análise da 4ª etapa de formação, dividimos a seção em duas subseções de acordo com o que foi realizado no experimento.

### **6.8.1 Discussão e definição dos objetivos de aula**

Na fase de discussão e definição dos objetivos de aula, os licenciandos interagiram à distância, em um ambiente *online* e compartilhado. Analisando o caso do Grupo A, identificamos, a partir dos nossos objetivos de pesquisa, os eventos que emergiram das discussões e ações neste ambiente. Como abordamos na seção 5.5, os critérios de constituição dos grupos para a 4ª e 5ª etapa do experimento foram as habilidades dos sujeitos em

determinadas áreas. No nosso caso, utilizamos áreas afins ao nosso quadro teórico, ou seja, os conhecimentos docentes.

Nesse sentido, o grupo A foi definido como caso desta pesquisa e os sujeitos a partir da classificação dos conhecimentos, foram os mesmos que participaram da 2ª etapa do experimento, com exceção de um deles, que entrou como quarto membro e com habilidades tecnológicas. Assim, os membros do grupo em termos de conhecimento foram assim constituídos: E5 - Matemático; E6 - Didático; E7 - Matemático e E8 - Tecnológico. Estamos chamando de E8 o novo membro do grupo A e os demais membros permanecem com a mesma nomenclatura das etapas anteriores.

Após o tratamento dos dados desta fase, iniciamos o processo de mapeamento dos eventos com base nos objetivos de pesquisa e objetivos do experimento. Com isso, os eventos identificados foram classificados em ordem cronológica crescente do vídeo de captura de tela e do chat que mostra as conversas das interações entre os sujeitos.

#### *6.8.1.1 Entraves na compreensão do script*

O primeiro evento do nosso índice são os entraves na compreensão do *script*. A compreensão do *script* para a atividade coletiva é essencial, uma vez que, ele define as diretrizes de interação e ação do grupo durante as sessões (DILLENBOURG, 2007). Embora não seja o caso deste evento em específico, os dados utilizados para classificar os eventos foram a captura de tela e o chat, com isso, tivemos que executar um trabalho de sincronização do trabalho dos licenciandos na tela compartilhada e as conversas de chat.

Neste primeiro evento do índice, as conversas foram extraídas de registros de chat e foram identificados ao longo da sessão. Um dos requisitos para que a conversa seja categorizada neste índice é a não compreensão das instruções contidas no script e nas linhas que marcamos no quadro anterior, temos trechos de conversa que denotam esta não compreensão. Para um melhor entendimento sobre os elementos do script enviado aos licenciandos, o mesmo encontra-se no apêndice deste trabalho. Iniciaremos nossa análise com o primeiro trecho de conversa:

Trecho 13 - Entraves na compreensão do script

*L1 P: Olá Boa noite!*

*L2 E8: Boa noite td bem?*

*L3 E6: Boa noite.*

*L4 P: As instruções estão no documento. Alguma dúvida?*

*L5 E8: então*

*L6 E6: algumas*

*L7 P: Então coloquem*

*L8 E8: queria q vc desse auxílio nessa montagem*

*L9 E8: Pq basicamente eu ainda estou perdido no que iremos fazer*

*L10 P: Como assim?*

*L11 P: Bom. Então... Primeiramente cada um deve pesquisar sobre um dos temas que está relacionado na tabela*

*L12 L: como vai ser a organização desse documento?*

*L13 P: Depois devem discutir sobre os temas listados no roteiro aqui no bate papo e depois estabelecer objetivo(s) de aula. Caso não saibam o que é um objetivo de aula, devem pesquisar sobre isso e inserir as ideias de como criar os objetivos de vocês aqui. Também devem constar no documento as referências do que for pesquisado. Ou seja... Os sites e artigos. Não vou interferir nas interações. O documento é de vocês e vocês decidem como o organizam. A interação irá até as 21h30. O grupo deve justificar a distribuição dos temas e TODAS as decisões devem estar claras aqui.*

*L14 P: Alguma dúvida pessoal?*

*L15 E8: Por enquanto não.*

*L16 P: Ok. A página é de vocês. Teremos uma próxima sessão que será marcada na planilha.*

Legenda: P - Pesquisador; E6 - Estudante 6; E8 - Estudante 8

No trecho 13, observamos nas linhas destacadas, as falas dos sujeitos que caracterizam os entraves na compreensão do script. Em CSCL, o papel do mediador concentra-se apenas em breves interações com os participantes da sessão, acerca de aspectos técnicos e tecnológicos. Sendo assim, o pesquisador neste primeiro trecho na L4, questiona os sujeitos sobre possíveis dúvidas na realização da atividade, que neste caso, seria a discussão a partir de temas pré-definidos, pesquisa e compartilhamento de informações com o grupo, para enfim, criar objetivos de aula para o ensino de Funções.

O nosso modelo de script está baseado no *micro script* (DILLENBOURG, TCHOUNIKINE, 2007), que se caracteriza pelo número de sessões que realizamos, além da flexibilidade e alternância de papéis entre os sujeitos. Além disso, outra característica do nosso modelo é o script de instrução (DILLENBOURG, 2002), que visa listar instruções de ações para os sujeitos de como se posicionar e como agir no decorrer de uma sessão.

As falas dos sujeitos E6 e E8 denotam uma falha do script estruturado para esta sessão. Isso porque o roteiro não deveria deixar lacunas de compreensão quanto às tarefas a serem realizadas pelo grupo. A fala do sujeito E8 na L9 evidencia isso claramente, pois foi necessária uma intervenção do pesquisador/mediador para esclarecer o texto do script. Outro trecho que denota falha do roteiro é o seguinte:

Trecho 14 - Entraves na compreensão do script - Parte 2

*L91 E6: qual vai ser a metodologia de ensino e nossos recursos?*

*L92 P: isso vai ser decidido em outra sessão.*

*L93 E6: então era apenas o objetivo? A gente já ta indo além kkkk*

Este trecho de conversa entre o pesquisador e o E6 ocorre ao final da sessão. Mesmo o script evidenciando que esta etapa compreenderia apenas a definição dos objetivos de aula, o licenciando questiona sobre isso. Neste caso não se compreende uma falha do roteiro, mas sim um relapso de atenção ou de leitura por parte do licenciando com relação ao documento. De maneira geral, percebemos que houve falhas pontuais no script, pois foi necessário retomar o que deveria ser feito no início da sessão. Mas, em sua totalidade, as temáticas distribuídas foram claras e acatadas pelos licenciandos, levando-nos a afirmar que parte das informações do roteiro foram claras.

A seguir, abordamos sobre o segundo evento do índice desta etapa: a distribuição dos papéis segundo os conhecimentos dos licenciandos.

#### *6.8.1.2 Distribuição dos papéis segundo os conhecimentos dos licenciandos*

A partir das temáticas do *script*, os licenciandos se dividiram de acordo com o levantamento feito sobre suas habilidades na 3ª etapa da formação. Stahl (2014) aponta que em um grupo colaborativo os membros possuam habilidades distintas, de modo que cada um possa contribuir na solução do problema proposto naquele item em que é mais habilidoso. Em nosso *script* não deixamos claro que essa divisão de tarefas deveria ser feita com base na etapa anterior e nas habilidades de cada um, mas mesmo assim, este grupo optou por seguir as habilidades e competiu a cada um a tarefa em que poderia contribuir de maneira mais efetiva, como segue a imagem da captura de tela a seguir:

Figura 30: Distribuição de tarefas segundas habilidades dos sujeitos

Estudante 1 - E6	Dificuldades na aprendizagem de funções
Estudante 2 - E5	Abordagens de livros didáticos (Guia PNLD 2015).
Estudante 3 - E8	Material disponível no <u>Geogebra Tube</u> e suas potencialidades
Estudante 4 - E7	Propostas Curriculares (Pernambuco e BNCC) sobre o ensino de funções

Fonte: Elaborado pelo autor

Como vimos na figura anterior, cada um se posicionou no que era mais habilidoso: E6 - Matemática; E5 - Matemática; E8 - Tecnológica e E7 - Didática. Cada um dos licenciandos justificou no chat as atribuições de cada um com relação aos conhecimentos que se colocaram, como segue no trecho:

Trecho 15 - Distribuição de papéis

**L17 E8:** *Eu fiquei encarregado da parte tecnológica e interações com software pelo fato de eu já ter feito um técnico em informática.*

**L34 E7:** *eu fiquei responsável pelo tema de dificuldades na aprendizagem de funções, pelo fato de que sua divisão me colocou na categoria matemático e partindo desse ponto buscar o entendimento desse problema.*

**L35 E6:** *Como na divisão eu fiquei com a parte didática, serei o estudante 4.*

**L36 E5:** *Eu fiquei com a parte de abordagem de livros didáticos, pois minha melhor habilidade é a matemática.*

Dos quatro licenciandos que constituem o grupo, apenas um deles justifica a sua habilidade com base em uma formação prévia; os demais justificam as habilidades com base no questionário respondido na terceira etapa deste experimento. A partir das interações nesta etapa, podemos observar como os sujeitos desenvolvem suas habilidades (autodeclarada) e se elas se confirmam mais adiante, na análise dos conhecimentos que surgirão nas demais conversas.

Outro aspecto que podemos confrontar, com as informações das habilidades dos sujeitos, são as interseções entre os conhecimentos. A partir da TPACK podemos determinar se há ou não interseções entre os conhecimentos que emergem da discussão entre os

licenciandos e se os conhecimentos produzidos são individuais ou coletivos. Na seção seguinte, trazemos as discussões dos licenciandos para definição dos objetivos de aula.

### *6.8.1.3 Discussões a partir dos temas elencados no script*

Quando os licenciandos começam a discutir sobre as temáticas propostas no script, percebemos algumas subdivisões em torno do que está sendo colocado. Essas subdivisões se caracterizam por decisões coletivas, individuais e aspectos relacionados aos conhecimentos da TPACK.

No começo da discussão os sujeitos começam a conversar entre si, agora sem a presença do pesquisador de forma direta, sobre o tipo de função que eles abordarão na aula:

Trecho 16 - Definição do tipo de função a ser abordada na aula

*L26 E6: o mais importante não foi falado, nós escolhemos tratar da função afim.*

*L27 P: devem também justificar o porquê*

*L28 E8: porque é mais fácil, mais simples de trabalhar. É a primeira função apresentada na escola.*

*L29 P: o grupo concorda?*

*L30 E6: Sim*

*L31 E6: porque é o primeiro contato com função que o aluno tem.*

Neste trecho, o pesquisador ainda parece mediando as interações entre os sujeitos e questionando-os sobre a escolha da função afim como objeto matemático central da aula. A escolha da função afim como objeto de ensino da aula a partir da justificativa apresentada nos remete ao primeiro conhecimento que se destaca das interações do grupo: o *conhecimento pedagógico*. Na TPACK, o conhecimento pedagógico está relacionado aos aspectos de planejamento e execução da aula (MISHRA; KOEHLER, 2006), e como a escolha de conteúdo está diretamente ligada ao planejamento, podemos classificar este trecho como pertencente ao (PK).

Além disso, observando ainda o trecho destacado à luz da CSCL, mais especificamente o alinhamento do modelo de Baker (2002), podemos dizer que os sujeitos estão desalinhados pelo *nível de compreensão do problema*. Com relação à *meta de solução* e ao *estágio de solução do problema*, podemos dizer que os sujeitos estão em fase e no mesmo ponto de vista conceitual, ou seja, em torno da temática de funções, mas o nível de compreensão envolve as decisões coletivas, que neste caso, concentram-se apenas no E6 e E8, que concordam entre si. No trecho

não há manifestação de um dos membros do grupo, fazendo com que, as decisões sejam dissociadas e separem o grupo como unidade. Embora possamos analisar o alinhamento, a caracterização do grupo enquanto colaborativo ou cooperativo só poderá ser feita mais adiante com a análise das outras dimensões do modelo.

Quadro 22: Conhecimentos identificados no trecho 16

<b>Conhecimento (TPACK)</b>	<b>Trabalho Coletivo</b>	<b>Caracterização</b>
Conhecimento Pedagógico (PK)	Não alinhados	Escolha do conteúdo de aula pelos licenciandos E6 e E8.

Fonte: Elaborado pelo autor

Após definir o tipo de função a ser abordada na aula os sujeitos partem para busca de fontes externas com base no que está definido no script, como mostra o trecho a seguir:

Trecho 17 - Pesquisa para definir os objetivos de aula

*L37 E8: Bora falar aí galera!*

*L38 E7: Gente, essas propostas curriculares são os parâmetros?*

*L39 E8: eu achei um site do geogebra tube aqui*

*L40 E6: Estou pesquisando sobre o meu tema*

*L41 E8: eu acho q (SIC) vou botar um print na folha ai sobre o site*

*L42 E6: eu acho que é isso aí.*

*L43 E8: Estou buscando aqui no site do Geogebra Tube. Tem vários materiais, vou fazer um print e trazer o site pra cá.*

*L44 E6: Eu acho que cada um deve postar os seus aqui para discutir.*

*L45 E7: Também acho. Vamos colocar o print e as fontes.*

No trecho anterior temos uma definição de estratégia de discussão a partir das temáticas. Os sujeitos estão se organizando coletivamente para decidir como cada um irá colocar as suas buscas de forma compartilhada para os outros membros. O conhecimento pedagógico, segundo Shulman (1986), envolve questões que dizem respeito à didática e aos métodos de ensino e aprendizagem que são indispensáveis à formação do professor. Nesse sentido, a partir do trecho que destacamos, os sujeitos se organizam para definir um planejamento coletivo de aula, a partir de fontes que são buscadas em torno das habilidades de cada um.

Com isso, queremos dizer que este trecho de conversa evidencia algo que não é corriqueiro na formação inicial de professores: o planejamento coletivo. Segundo Borowicc e Zotti (2018, p.74) “O planejamento coletivo é um processo que dá unidade à escola e, na partilha de conhecimentos, amplia o aprendizado de todos, além de possibilitar a colaboração e troca entre os educadores com mais e menos experiência.” Com isso, na formação inicial de

professores esse processo é quase sempre individual, remetendo o futuro professor a não se adaptar ao planejamento coletivo, mais comum na realidade escolar.

Compreendemos então, que o trecho de L37 a L45 mostra o conhecimento pedagógico dos licenciandos, sendo revelado de forma coletiva, na tomada de decisões do compartilhamento de informações para planejar. As ações coletivas evidenciam que os sujeitos, apesar da divisão de tarefas, constituem um alinhamento do grupo, pois há uma proposta de discussão das buscas de cada um a partir do que foi definido no script. Em termos de conhecimento docente e CSCL, temos:

Quadro 23: Conhecimentos identificados no trecho 17

<b>Conhecimento (TPACK)</b>	<b>Trabalho Coletivo</b>	<b>Caracterização</b>
Conhecimento Pedagógico (PK)	Alinhamento do grupo ao se lançarem propostas de discussão posterior às buscas de cada um.	Planejamento coletivo, divisão de tarefas, discussão após pesquisas para definição de objetivos de aula.

Fonte: Elaborado pelo autor

Depois de definirem a estratégia para busca das fontes externas e a forma de compartilhamento de informações, os sujeitos discutem entre si a partir do que encontram sobre as temáticas pelas quais ficaram responsáveis.

Podemos identificar, nos trechos de conversa adiante, algumas variáveis que caracterizam os conhecimentos dos sujeitos, aspectos relativos ao alinhamento na colaboração e alguns entraves tecnológicos. Neste trecho de discussão entre os licenciandos, eles articulam as ideias a partir das pesquisas que fizeram, cada um na sua temática, a partir do que foi proposto no script.

Pelo design que estruturamos para a sessão colaborativa, não pudemos acompanhar como os licenciandos realizaram as buscas, a partir de quais fontes específicas ou se ocorreu alguma discussão fora do chat no documento. Nesse sentido, partiremos para discussão do trecho de conversa acima, com base no que eles conversam.

Na L46 o E8 traz o link de uma dissertação de mestrado que aborda sobre as dificuldades dos estudantes com relação à Função Afim, propondo como alternativa uma sequência de atividades com o uso de softwares e vídeos. Não há uma discussão nas linhas seguintes sobre a dissertação trazida pelo E8, no entanto, se observarmos a distribuição de papéis feita

previamente, perceberemos que o E8 auxilia o E7, responsável por investigar as questões relacionadas às dificuldades de aprendizagem das Funções. Com isso, percebemos que há uma troca de papéis entre os sujeitos, mais especificamente, o E8 está engajado na busca de informações sobre a problemática do grupo e alinhado à discussão.

Trecho 18 - Link externo

**L46 E8**

<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31620/000783851.pdf>

Prosseguindo na discussão, da L48 a L68 os sujeitos discutem claramente a partir do que foi buscado e a partir daí fazendo com que alguns dos conhecimentos emergissem. As discussões as quais nos referimos começam na L52 com o E6 se colocando sobre o que encontrou em suas pesquisas e podemos destacar a interseção de dois conhecimentos, o pedagógico e do conteúdo. Esses conhecimentos aparecem juntos, pois na fala do E6:

Trecho 19 - Resultados das buscas do E6

**L52 E6:** *Segundo alguns autores, eles existem algumas noções relacionadas as funções como a relação entre grandezas, a ideia de variável, que muitos alunos não conseguem perceber a diferença entre as funções e equações.*

A primeira parte da fala caracteriza o conhecimento do conteúdo, neste caso, matemático acerca das ideias associadas à função. Em seguida, o E6 continua, mas destacando que, segundo os autores pesquisados - que não são destacados na conversa - os estudantes não conseguem distinguir as funções as equações, caracterizando o conhecimento pedagógico associado ao conhecimento matemático (PCK) em decorrência da não compreensão das ideias associadas à Função.

Seguindo o trecho de conversa dos licenciandos, a partir do comentário do E6 sobre suas pesquisas, os estudantes E7 e E8 se engajam na discussão como podemos ver a seguir:

Trecho 20 - Discussão sobre o papel das representações na aprendizagem de funções

**L52 E6:** *Segundo alguns autores, eles existem algumas noções relacionadas as funções como a relação entre grandezas, a ideia de variável, que muitos alunos não conseguem perceber a diferença entre as funções e equações.*

**L53 E8:** *Acho que a representação das duas é muito parecida. Digo, das funções e equações.*

**L54 E7:** *Mas as definições são diferentes.*

**L55 E6:** *Isso, mas acho que o que complica é q (SIC) tem tabelas, gráficos e álgebra nas funções e os alunos relacionam só a álgebra e não percebem as outras.*

*L 56 E8: E os professores também não ensinam assim e ficam ligados só em gráfico e álgebra.*

No trecho destacado anteriormente, surge mais um tipo de conhecimento do quadro teórico da TPACK. Das linhas L53 a L56 os licenciandos discutem sobre o papel das representações no ensino e na aprendizagem de funções. É importante ressaltar, que os licenciandos estão fazendo aqui, conexões com a TRRS discutida na primeira etapa do experimento. A perspectiva das discussões entre os sujeitos corrobora com as pesquisas em torno das funções e suas representações no processo de aprendizagem (SIERPINSKA, 1992); (GOMES FERREIRA, 1997). Nesse sentido, como a conversa está em torno do papel das representações na aprendizagem de Funções, o conhecimento que emerge é o pedagógico e do conteúdo (PCK), uma vez que se discute uma teoria cognitiva relacionada à Matemática mesmo que de forma implícita na fala dos sujeitos.

Em outro trecho de conversa, prosseguindo com as pesquisas dos licenciandos, é notável que o conhecimento pedagógico e do conteúdo (PCK) emerge mais uma vez, vejamos:

Trecho 21 - Discussão sobre as propostas curriculares para o ensino de funções

*L57 E7: Na base curricular tem pouca coisa.*

*L58 E5 entrou no bate papo*

*L59 E8: Porque parece que tá incompleta. Não saiu a versão final ainda.*

*L60 E5 saiu do bate papo*

*L61 E7: Mas nos parâmetros de Pernambuco fala sobre relação entre grandezas, vou trazer pra cá:*

*O estudo das funções é essencial nesta etapa de escolaridade, principalmente por seu papel de modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas em fenômenos do mundo natural ou social. No trabalho com funções, o mais importante é que o estudante perceba, além do aspecto da modelagem de fenômenos reais, aspectos relacionados ao crescimento e decrescimento de cada uma das funções estudadas, o que permite que ele desenvolva o pensamento funcional. Isso significa retirar a ênfase geralmente atribuída à manipulação simbólico-algébrica, normalmente privilegiada no Ensino Médio, deslocando o foco da relação entre grandezas para o estudo de equações e inequações e cálculos com logaritmos.*

*L62 E6: Então será que as dificuldades dos alunos acontecem porque os professores não ensinam assim?*

*L63 E7: Eu acho que eles confundem muito equação com função. Sempre tem que achar um x.*

*L64 E8: É verdade... E qualquer gráfico pra (SIC) eles é uma função.*

*L65 E7: Nos artigos que eu olhei dizem isso, que os professores trabalham muito com a parte algébrica.*

*L66 E8: Então eu acho que a gente tem que trabalhar mais com problemas, tipo o ENEM.*

*L67 E6: Isso.*

*L68 E7: Também acho.*

Neste trecho, o E7 compartilha as informações com o grupo acerca de suas buscas nos documentos oficiais que regem o ensino, mais especificamente os Parâmetros Curriculares do estado de Pernambuco. A partir disso, os outros licenciandos E6 e E8 se engajam na conversa, retomando a discussão anterior acerca das representações no ensino e aprendizagem de Funções. Por um lado, o E6 questiona se o ensino de Funções está pautado na algebrização e como consequência, o E7 aponta que os estudantes fazem confusão entre funções e equações por causa do registro algébrico da variável, representada quase sempre pela letra “x” (xis) do alfabeto.

Neste caso, percebemos que a conversa mais uma vez gira em torno das representações adotadas pelo professor, que possivelmente, acarretam em uma defasagem na aprendizagem dos estudantes. A conversa segue com os licenciandos já dando uma prévia “solução”, a partir do planejamento da atividade a ser proposta pelo grupo, destacando-se nas linhas 66 a 68, uma proposta de atividades com enfoque em problemas associados à Função.

O conhecimento pedagógico (PK) como destaca Mishra e Koehler (2006) abarca as questões teóricas relacionadas ao ensino e aprendizagem e quando a discussão se associa ao conteúdo específico, estamos lidando com conhecimentos pedagógicos e do conteúdo (PCK). Na TRRS, o conhecimento do conteúdo é necessário para a compreensão das peculiaridades que demanda, por exemplo, o processo de conversão entre registros funcionais só pode ser compreendido se o sujeito dominar as especificidades do conteúdo, mas uma análise da transformação semiótica, requer conhecimentos cognitivos e didáticos que são abarcados no conhecimento pedagógico.

Com isso, no trecho que destacamos anteriormente, os sujeitos envolvem conhecimentos da interseção PCK. No entanto, nas linhas 66 a 68 ao propor uma abordagem de ensino por meio da resolução de problemas, os licenciandos parecem não considerar que o registro em língua natural ou materna, também se configura como um registro funcional, e que se fazem necessários o domínio acerca da caracterização das funções para identificar o que está sendo modelado em cada situação.

Do trecho de conversa 17 ao trecho 20 observamos que o alinhamento entre os licenciandos E6, E7 e E8 ocorre em todos os momentos. Tomando os aspectos do alinhamento trazidos por Baker (2002), os sujeitos estão em fase e no mesmo nível e estágio de solução do problema, que neste caso, é caracterizado pela discussão sobre funções para elaboração dos objetivos. Por outro lado, um dos membros do grupo não participa da discussão e, ao longo do vídeo, o chat mostra que este sujeito entra e sai do documento compartilhado várias vezes, denotando com isso, problemas de conexão de rede. A seguir, trazemos um quadro-síntese dos

conhecimentos identificados, alinhamento da discussão coletiva e os possíveis entraves identificados.

Quadro 24: Síntese dos conhecimentos identificados e alinhamento dos sujeitos

Trecho de conversa	Conhecimentos identificados	Aspectos da colaboração (alinhamento)	Entraves
Trecho 16	Pedagógico (PK)	Não alinhados	Não identificado
Trecho 17	Pedagógico (PK)	Alinhados	Não identificado
Trecho 18	Pedagógico (PK)	Não se aplica	Não identificado
Trecho 19	Pedagógico (PK)	Alinhados	Não identificado
Trecho 20	Pedagógico e do Conteúdo (PCK)	Alinhados	Não identificado
Trecho 21	Pedagógico e do Conteúdo (PCK)	Alinhados	Entrave tecnológico

Fonte: Elaborado pelo autor

#### 6.8.1.4 Objetivos de aula

Após a discussão acerca das temáticas propostas, os sujeitos são alertados pelo mediador sobre o tempo definido para a sessão, de forma que os objetivos de aula sejam definidos a partir das conversas anteriores.

Trecho 22 - Definição dos objetivos de aula

*L70 P: vcs precisam definir os objetivos.*

*L71 E6: Ok.*

*L72 E7: como fazer isso?*

*L73 E6: Boa pergunta.*

*L74 P: vocês podem pesquisar. Como não cursaram algumas disciplinas como didática ainda, se justifica não saberem.*

*L75 E8: Eu estou tentando elaborar esse objetivo.*

*L76 P: Vcs (SIC) precisam definir os objetivos de aula juntos.*

*L77 E8: o objetivo é basicamente fazer com que o aluno entenda oq (SIC) é uma função, não só dita como  $f(x)$  mas tb como uma grandeza entre variáveis dependentes e independentes.*

*L78 E7: Esse é o objetivo geral, tem os objetivos específicos.*

*L80 E5 saiu do bate papo.*

*L81 E5 entrou no bate papo.*

*L82 E5 saiu do bate papo.*

*L83 E5 entrou no bate papo.*

*L84 E5 saiu do bate papo.*

*L85 E8: vou colocar algumas coisas a mais na minha parte, com minhas palavras.*

*L86 E8: porco-espinho anônimo qm (SIC) é? Acho que é o E5.*

*L87 E5 entrou no bate papo.*

*L88 E8: P, o E5 tem um pc mto (SIC) lento, e por isso n (SIC) está falando no chat, fica complicado pra ele digitar e acessar a internet. Achei outro material sobre funções.*

*L89 P: Ok.*

*L90 E6 e E7 digitam no documento os objetivos específicos.*

*L91 E8 apaga os prints de tela.*

*L92 E7: qual vai ser a metodologia de ensino e nossos recursos?*

*L93 P: isso vai ser decidido em outra sessão.*

No trecho de conversa 22 da L70 a L75, observamos que, por estarem no início da licenciatura, os sujeitos E6 e E7 demonstram não compreenderem como elaborar um objetivo de aula. Com isso, o mediador propõe que os licenciandos pesquisem e construam esses objetivos, e a partir disso, identificamos um entrave com relação ao conhecimento pedagógico dos sujeitos, que claramente, se justifica por estarem em processo de formação inicial.

Outro aspecto destacado nas linhas de L70 a L75 é o alinhamento entre os sujeitos E6, E7 e E8. Após E6 e E7 mostrarem dúvidas com relação à definição dos objetivos, o E8 toma a iniciativa pelo grupo de elaborar um objetivo de aula. Essa atitude demonstra uma ausência de alinhamento entre os membros do grupo, pois além de estarem fora de fase por não compreenderem o problema, ou seja, como definir um objetivo de aula, o nível de compreensão e o estágio de solução são diferentes, uma vez que, os sujeitos E5, E6 e E7 não participam, enquanto E8 parte para elaboração.

Nas linhas L77 e L78, após o E8 definir o objetivo geral da aula para o grupo, o E7 aponta a necessidade de objetivos específicos, deixando claro que o objetivo do E8 é geral. Apesar de a concordância entre os membros não ser explícita, percebe-se que também não se discorda e eles prosseguem na elaboração dos objetivos. O E8, ao tomar a iniciativa pelo grupo, demonstra fortemente o conhecimento pedagógico, definindo o objetivo geral da aula.

Outro aspecto identificado no trecho de conversa 22 são os entraves tecnológicos do E5. Da L80 a L84 podemos observar sucessivas entradas e saídas do E5 do documento compartilhado e, em seguida, nas linhas L86 e L88 o E8 justifica a ausência do E5 e seus problemas com o computador utilizado para acessar o documento. Os entraves tecnológicos e técnicos em sessões colaborativas, são caracterizados por Araújo Filho (2015), que os define como problemas relacionados à conexão de rede e problemas específicos do dispositivo utilizado pelo participante de uma sessão, respectivamente. Ainda na L88 o E8 questiona quem

é o participante identificado como porco-espinho anônimo, outro entrave desta vez de identificação do sujeito. A plataforma do Google Drive (GOOGLE, 2012) identifica com apelidos os usuários não identificados por login no Google, ou seja, que acessam por meio do link disponibilizado sem acessar sua conta.

Por fim, nas últimas linhas do trecho 22, os sujeitos se articulam para finalizar a sessão, inserindo os objetivos específicos no documento. Mais uma vez, acreditamos que houve um meio de comunicação paralelo entre os sujeitos, pois eles escrevem os objetivos no documento, mas não discutem no *chat* como chegaram a eles. Nesse sentido, o conhecimento pedagógico aparece pelo planejamento da aula, a partindo neste momento dos objetivos, no entanto, o alinhamento não é identificado ao longo do trecho 22, pois há uma dispersão do grupo dentro do ambiente criado para interação.

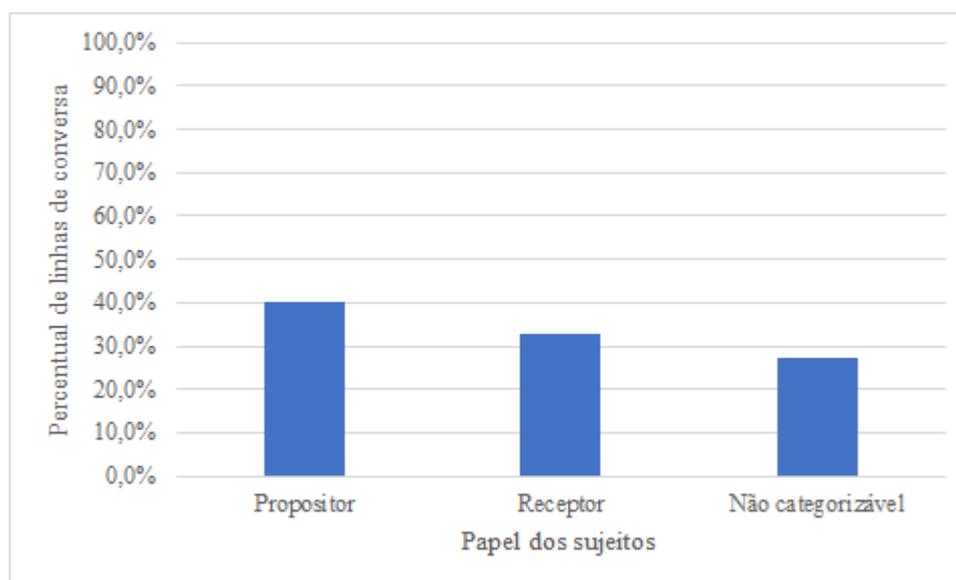
A seguir, fizemos a análise das dimensões de simetria e acordo do trabalho coletivo dos sujeitos e, em seguida, a síntese da etapa de definição dos objetivos, destacando os conhecimentos identificados, o alinhamento nos trechos de conversa e as produções individuais e coletivas dos sujeitos.

#### *6.8.1.5 Análise da Simetria e Acordo*

Como abordamos anteriormente na análise da 2ª etapa de formação, as dimensões de simetria e acordo no modelo de Baker (2002) são analisadas a partir da quantificação das falas dos sujeitos, de modo a identificar a troca de papéis e o nível de concordância nas falas dos receptores. Para analisar a primeira fase da 4ª etapa de formação, consideramos os trechos de conversa 20, 21 e 22, pois eles apresentam uma discussão coletiva mais evidente, onde podemos identificar os elementos necessários para análise da simetria e do acordo.

Para análise da simetria dos trechos de conversa 20, 21 e 22, contabilizamos as linhas de conversa, de maneira que pudéssemos quantificá-las. Desse modo, na contagem das linhas de conversa, identificamos um total de 55 linhas nos dois trechos e a partir disso, classificamos as linhas nos papéis de receptor e propositor, além das linhas não categorizáveis, como podemos observar no gráfico a seguir:

Gráfico 6: Papel dos sujeitos

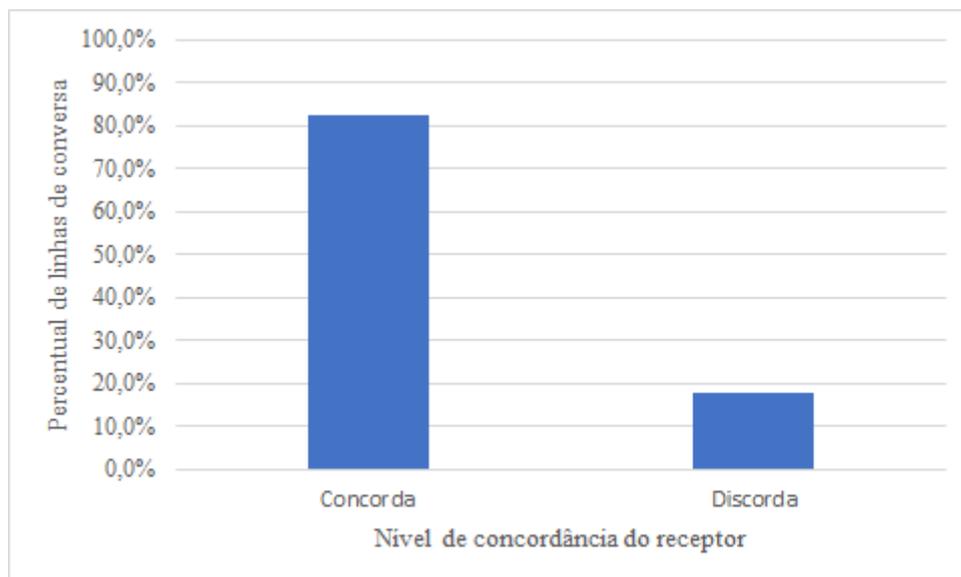


Fonte: Elaborado pelo autor

A partir desse do gráfico acima podemos observar que o papel do sujeitos está sendo alternado, pois o percentual de linhas de conversa classificadas evidenciam uma diferença de apenas 8% entre os papéis de propositor e receptor. Nesse sentido, com relação a simetria dos trechos 20, 21 e 22 os sujeitos estão em simetria, já que não há uma centralização de proposições ou recepções de questionamentos. A terceira coluna do gráfico evidencia os trechos não categorizáveis, ou seja, linhas que não apresentam perguntas ou afirmações propositoras ou receptoras.

Com relação ao acordo, também classificamos por meio do quantitativo de linhas de conversa, mas considerando apenas as linhas receptoras, já que esta dimensão analisa o nível de concordância e discordância dos receptores.

Gráfico 7: Nível de acordo entre os sujeitos



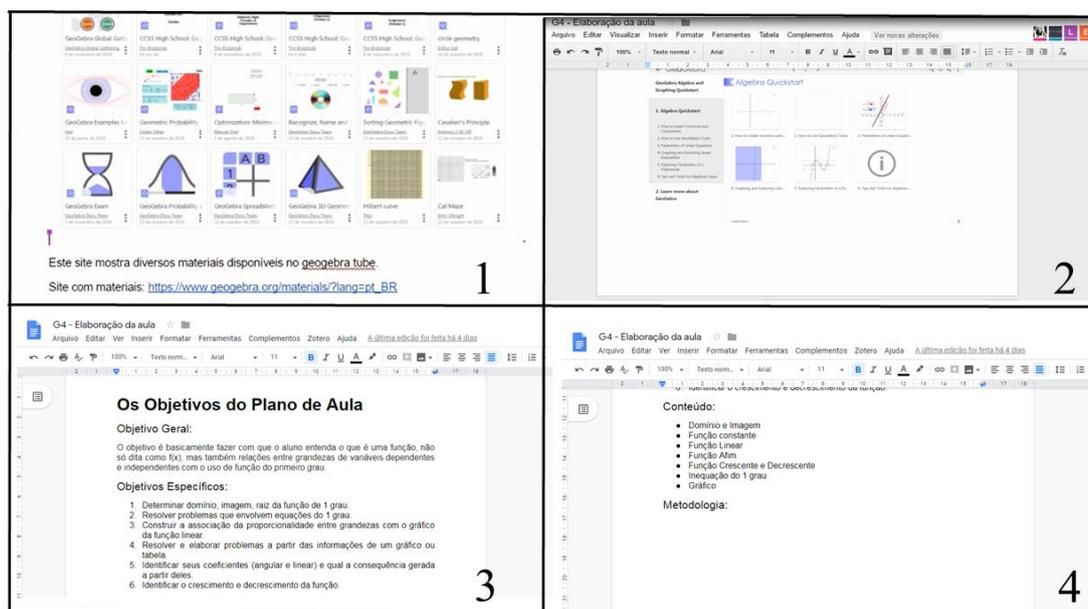
Fonte: Elaborado pelo autor

O gráfico acima mostra que, de um total de 18 linhas de conversas receptoras, aproximadamente 82% são de respostas assertivas, contra aproximadamente 18% de respostas divergentes. Neste caso, não temos uma classificação não categorizável, pois na análise desta dimensão, consideramos apenas as linhas receptoras, que partem da dimensão simetria e não considera o todo como um espaço de dados a ser analisado. Com isso, na classificação do modelo de Baker, nos trechos 20, 21 e 22, os sujeitos estão em concordância, uma vez que, o percentual de linhas na categoria concorda é maior.

#### 6.8.1.6 Síntese da definição dos objetivos de aula

Primeiramente, trazemos nesta síntese uma cronologia dos eventos descritos nos trechos de conversa analisados anteriormente, como segue na figura:

Figura 31: Cronologia de eventos na definição de objetivos

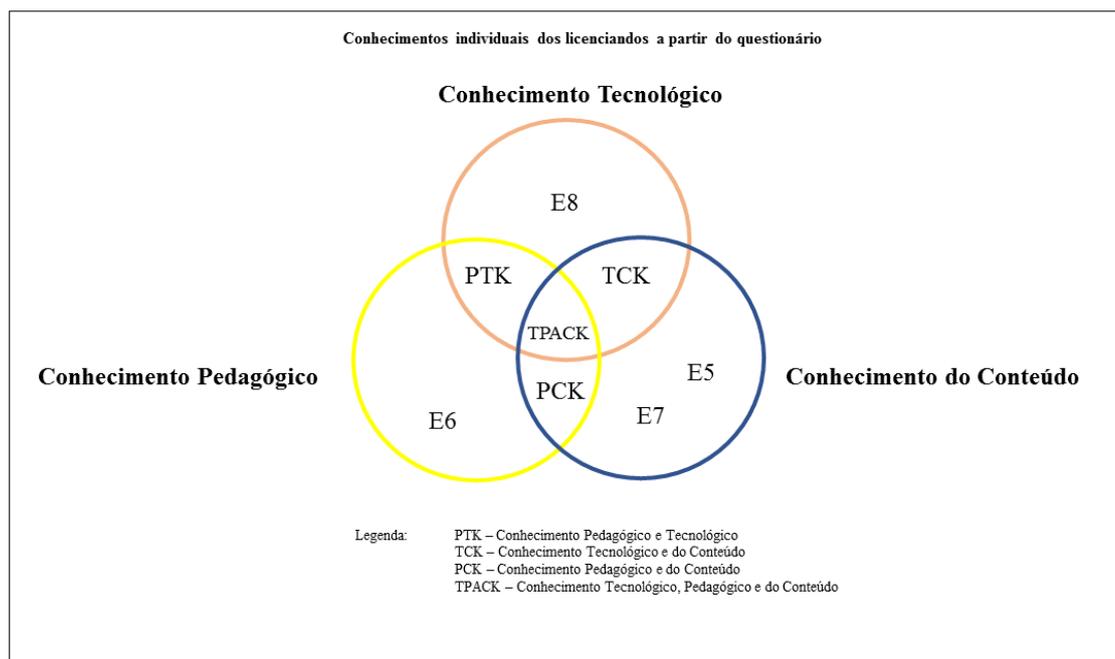


Fonte: Elaborado pelo autor

Na figura acima temos 4 imagens dos principais momentos registrados na etapa de elaboração dos objetivos de aula. Nas imagens 1 e 2, temos os prints de tela dos sujeitos, neste caso, do E8 compartilhando com o grupo um print de tela do site do Geogebra Tube e disponibilizando o link de acesso, como foi discutido por eles no trecho de conversa 17. Em seguida, nas imagens 3 e 4, temos os prints das telas onde são definidos os objetivos geral e específicos, além dos conteúdos a serem trabalhados. O objetivo geral, como foi apresentado no trecho de conversa 22 foi escrito e elaborado pelo E8, enquanto os conteúdos e objetivos específicos, foram digitados em tela pelos E6 e E7, mas não temos um registro videográfico de como eles foram definidos.

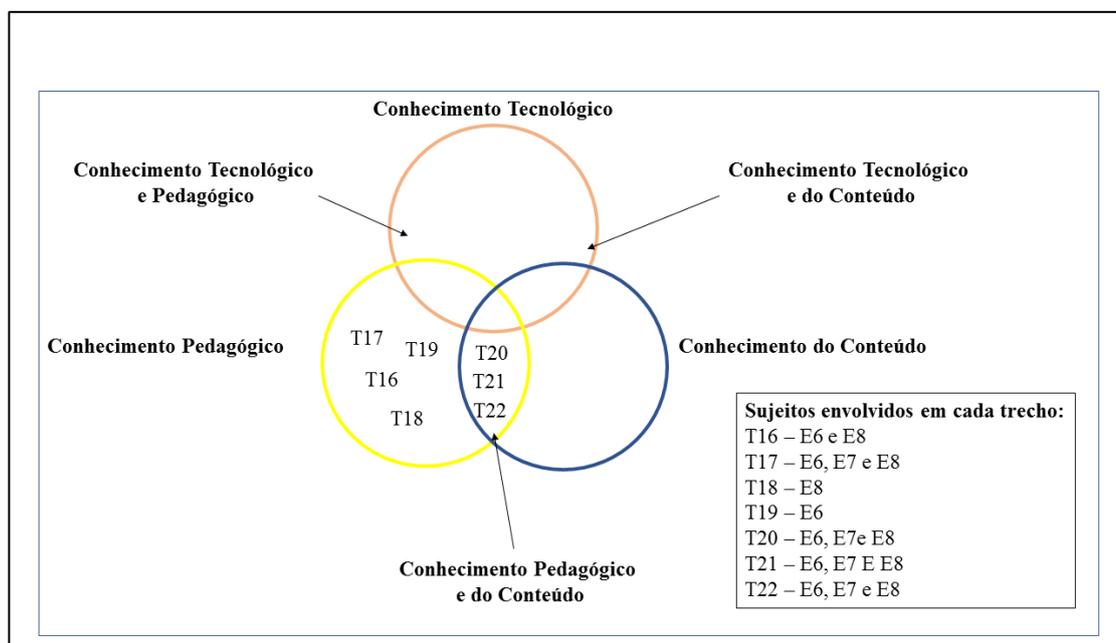
A partir desses eventos, conseguimos analisar os conhecimentos que surgiram das interações entre os licenciandos. Nas figuras a seguir, temos dois esquemas, o primeiro diz respeito aos conhecimentos identificados via formulário, durante a 3ª etapa do experimento, o segundo são os conhecimentos identificados na análise dos trechos de conversa do chat.

Figura 32: Conhecimentos identificados no formulário da 3ª etapa



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 33: Conhecimentos identificados na análise dos eventos



Fonte: Elaborado pelo autor

Na figura 31, trazemos um esquema que mostra os conhecimentos dos licenciandos a partir do formulário que coletamos na 3ª etapa da formação. Percebe-se que neste esquema, os sujeitos estão distribuídos por conhecimento pedagógico, do conteúdo ou tecnológico, sem

nenhuma interseção, pois foi dessa forma que buscamos elencar as habilidades deles para formação do grupo. Por outro lado, na figura 32, temos um esquema após a análise dos eventos, por meio das conversas de chat entre os sujeitos. Neste esquema, temos os sujeitos envolvidos de forma coletiva nas interseções dos conhecimentos.

A figura 33 mostra os trechos de conversa que analisamos na seção anterior, colocados no(s) conhecimento(s), ao qual identificamos. Podemos observar que dos trechos T16, T17, T18 e T19, emergiu o conhecimento pedagógico, sendo que destes apenas no trecho T16 e T17 este conhecimento surge a partir de interações coletivas.

Dos trechos T18 e T19, também emergiu o conhecimento pedagógico, mas de forma individual nos sujeitos E8 e E6, respectivamente. Se compararmos com a figura 32, poderemos constatar que o E8 foi se define como habilidoso no conhecimento tecnológico, mas em nossa análise, demonstrou também conhecimento pedagógico. Por sua vez, o E6 correspondeu à sua classificação como habilidoso em conhecimento pedagógico. Ressaltamos que o E8 justificou sua habilidade tecnológica, pois fez um curso técnico voltado para Tecnologia da Informação. Com isso, destacamos que os conhecimentos tecnológicos em questão são dissociáveis, uma vez que, no contexto da formação seria necessário que o E8 articulasse dois conhecimentos, o tecnológico e o pedagógico.

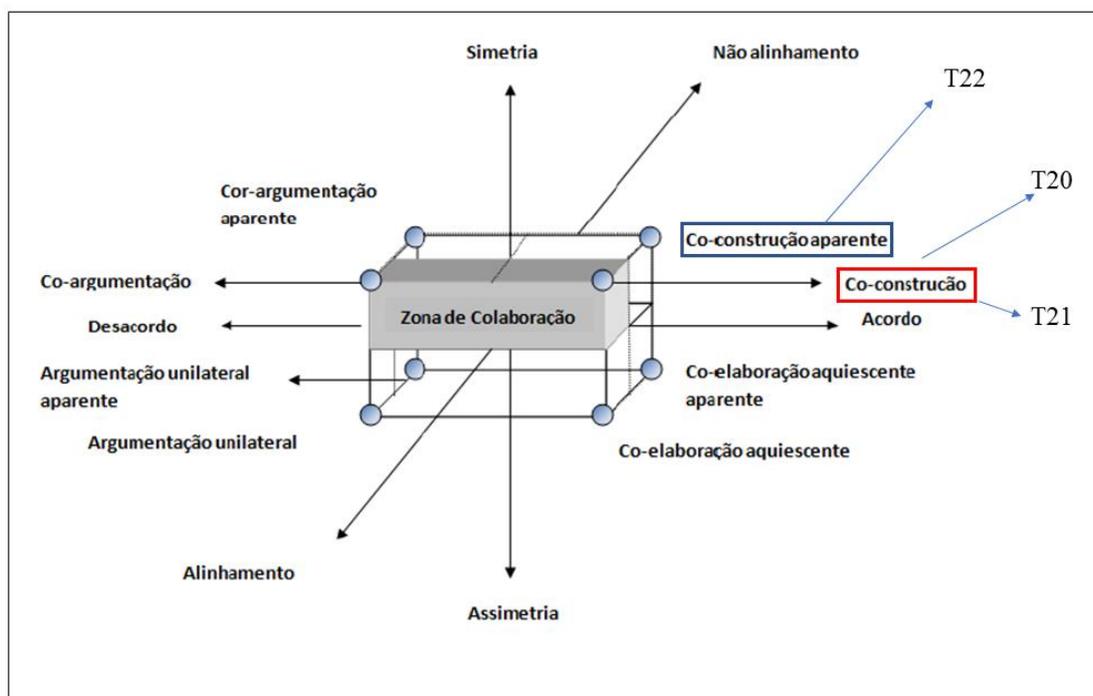
Nos trechos T20 e T21, o esquema da figura 33 mostra que emergiu o Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo, a partir de interações coletivas. A partir da análise da colaboração em termos de simetria e acordo, poderemos definir a existência ou não de aprendizagem colaborativa, pois o alinhamento está presente em nestes trechos. Por outro lado, no T22 os sujeitos se mostram dispersos da discussão no documento compartilhado, fazendo com que apenas o conhecimento pedagógico se revele, uma vez que eles apenas inserem os objetivos sem uma discussão que justifique as decisões tomadas.

Com base nas análises da colaboração, seguindo o modelo de Baker, podemos classificar os trechos 20, 21 e 22, com relação ao trabalho coletivo. As análises das dimensões simetria e acordo, que tomam como base dados quantitativos a partir do percentual de falas, os sujeitos foram classificados como simétricos e em acordo. No alinhamento, analisado a partir dos trechos de conversa em conjunto com os conhecimentos, identificamos o alinhamento entre os sujeitos E6, E7 e E8, nas discussões dos trechos 20, 21 e no trecho 22 um não alinhamento.

Neste caso, estamos considerando os sujeitos que estavam ativos na discussão para elaboração e definição dos objetivos de aula, pois considerando o grupo como um todo, o fato do E5 não estar na sessão por problemas técnicos não caracteriza o desalinhamento dos demais, já que o artefato com problemas de conexão e acesso utilizado para acessar o ambiente é uma

condição alheia à vontade do E5. Nesse sentido, o alinhamento ocorre nos trechos 20 e 21, e não ocorre no trecho 22.

Figura 34: Classificação dos sujeitos no modelo de Baker



Fonte: Adaptado de Baker (2002)

Na figura acima podemos ver que os licenciandos E6, E7 e E8 estavam colaborando nos trechos 20 e 21, enquanto no trecho 22 houve uma co-construção aparente, ou seja, não houve colaboração, mas sim cooperação por ausência do alinhamento. Com isso, percebemos que a interseção entre os conhecimentos pedagógico e do conteúdo, ocorreu nos trechos em que os licenciandos colaboraram, por outro lado, nos trechos em que não houve colaboração, os licenciandos permaneceram no conhecimento pedagógico.

Finalmente, esta primeira fase da 4ª etapa do experimento de formação nos mostrou que os sujeitos colaboraram nas fases de discussão para elaboração dos objetivos, mas o que foi discutido não foi considerado na escrita dos objetivos no documento compartilhado. Além disso, mostramos também que os conhecimentos individuais do sujeito E8 mudaram ao longo do processo de discussão. Também percebemos que a atividade coletiva, quando é colaborativa, faz com que as interseções dos conhecimentos da TPACK apareçam, neste caso especificamente, os conhecimentos pedagógico e do conteúdo.

Na seção seguinte, faremos a análise da 2ª fase da 4ª etapa do experimento, ou seja, a fase de discussão e planejamento de uma Orquestração Instrumental, para o ensino de Funções partindo dos objetivos de aula aqui definidos.

## 6.8.2 Planejamento da Orquestração Instrumental

Após a etapa de discussão e elaboração dos objetivos de aula, os licenciandos partiram para o planejamento da aula, com base nas etapas da Teoria da Orquestração Instrumental (TOI). As etapas da TOI consideradas no experimento, foram a Configuração Didática e o Modo de Execução, já que seria implementado apenas o planejamento sem validação em sala de aula, nesse sentido, o Desempenho Didático não será analisado neste experimento.

### 6.8.2.1 Entraves teóricos e na compreensão do script

No planejamento da OI os licenciandos partiram de uma formação teórica prévia, realizada por outro pesquisador, que aqui chamaremos de P2 - Pesquisador 2 - na mesma disciplina que ocorreu este experimento. Com isso, para o desenvolvimento desta etapa, nós esperávamos que os sujeitos já viessem com essa formação teórica consolidada, de forma que não precisasse retomar os elementos da TOI. No entanto, encontramos alguns entraves na compreensão do script, justamente com relação aos elementos da teoria. No trecho adiante, veremos uma conversa dos sujeitos com o pesquisador, evidenciando os entraves teóricos e de compreensão do script:

Trecho 23 - Entraves teóricos e de compreensão do script

*L20 P: Oi pessoal. Onde está o restante do grupo?*

*L21 E8: Estão logando, um pouco atrasados.*

*L22 P: Blz. Ok. Hoje realmente é com vocês.*

*L23 E8: P, essa parte de objetivos serão os mesmos propostos na sessão anteriormente?*

*L24 P: eu ficarei observando*

*L25 P: sim*

*L26 P: os mesmos*

*L27 E8: ok*

*L28 P: o restante devem seguir o que foi discutido com P2, em termos de teoria da orquestração (configuração didática e modo de operação), como base para elaboração da aula. No script irão encontrar as orientações.*

*L29 E8: eu não sei oq (SIC) foi discutido com P2*

*L30 P: não fizeram a atividade com ela?*

***L31 E8:** eu acho q (SIC) fiz*

***L32 P:** sobre a teoria da orquestração?*

***L33 E8:** mas não lembro do que foi discutido*

***L34 P:** Certo. A configuração didática, como o próprio nome diz, concerne à configuração da sala de aula.*

***L35 P:** ou seja, tudo que diz respeito a organização da sala, disposição dos alunos*

***L37 P:** disposição do professor*

***L39 P:** Material didático.*

***L44 P:** Então a partir de agora vocês tem 1h para construir a aula a partir dos objetivos que estabeleceram antes*

***L46 P:** ou seja, como vocês irão atingir esses objetivos por meio dessa aula*

***L49 P:** Bom, vamos lá! Só explicando. Algum de vocês lembra da atividade de P2? E dos textos que leram sobre orquestração instrumental?*

***L50 E8:** eu li os textos e fiz as atividades, mas...*

***L60 P:** A configuração didática é a organização do ambiente de ensino e aprendizagem; é a seleção dos recursos a serem disponibilizados; é a elaboração da atividade; é a escolha das técnicas de trabalho para apreensão dos objetos matemáticos por meio das tecnologias e a definição do papel dos sujeitos envolvidos neste processo.*

***L61 P:** o modo de operação é a execução da configuração didática; a forma que a atividade deverá ser desenvolvida, quando e como cada ferramenta inserida no ambiente e cada participante, seja professor ou estudante, desempenharão seu papel visando os benefícios das intenções didáticas. Drijvers et al (2010, p. 215) apud Couto (2015, p. 41).*

***L62 P:** Essa citação é da dissertação de P2. Vejam como o autor define configuração didática e modo de operação e construam a aula de vocês sobre esses aspectos.*

O trecho de conversa 23 evidencia os entraves do E8 na compreensão do script e dos elementos teóricos da TOI. Neste caso, foi necessário um esclarecimento por parte do mediador da sessão para que o sujeito compreendesse a atividade proposta para esta sessão a partir de outro momento vivenciado na disciplina de Metodologia de Ensino. A fala do E8 destacada nas linhas 29, 31, 33 e 50 mostra que o licenciando não tem conhecimento ou não lembra dos aspectos teóricos discutidos.

O fato de o E8 não compreender a TOI acarreta em uma falha do script, pois se faz necessário que o mediador retome o que está descrito no roteiro, tomando o tempo previsto para que a sessão ocorresse. Por outro lado, no chat os outros membros do grupo não se pronunciam, de maneira que não se sabe com certeza se eles compreenderam a proposta ou apenas visualizam as mensagens no chat para tomar conhecimento do que deve ser feito.

A falha na compreensão do script e a falta de posicionamento dos outros membros do grupo diante das dúvidas do E8, evidenciam uma não compreensão teórica e um entrave técnico do ambiente CSCL escolhido, que não possibilita ao mediador um controle das ações dos sujeitos no chat, ou seja, a omissão por parte dos membros só é possível de ser compreendida

se houver algum tipo de manifestação no documento compartilhado ou nas conversas por meio do chat.

A partir do que o mediador coloca no chat os sujeitos vão desenvolvendo a tarefa proposta, mas os entraves com relação aos elementos da TOI aparecem mais adiante, como podemos ver no trecho a seguir:

Trecho 24 - Entraves com relação as etapas da TOI

*LI34 E6: o tempo de aula deve estar na configuração didática?*

*LI35 P: sim*

*LI36 E8: então o q é pra fazer no modo de operação*

*LI37 P: aquilo que você me perguntou é no modo de operação, mas o tempo de aula que o E6 perguntou é na configuração didática.*

*LI38 E8: Ok. Entendi.*

O trecho 24 mostra mais um momento de dúvidas dos sujeitos com relação às etapas da TOI. Desta vez, o E6 também apresenta questionamentos com relação ao que deve ou não deve constar na configuração didática, e o E8 no modo de execução. No trecho fica evidente que há uma relação de dependência dos licenciandos com relação ao mediador, sendo que eles mesmos poderiam buscar em outras fontes ou retomar a conversa do início da sessão para esclarecer as dúvidas com relação à teoria. Esses questionamentos dos licenciandos evidenciam, neste trecho, a ausência do conhecimento pedagógico e a inversão de papéis no que diz respeito ao posicionamento deles como futuros docentes e o estudante, que aparece fortemente na dependência do mediador.

A seguir, fizemos as análises dos conhecimentos que surgem a partir da discussão dos licenciandos para elaboração da aula com base nos elementos da TOI.

#### *6.8.2.2 Desenvolvimento das etapas da Orquestração Instrumental*

No desenvolvimento das etapas da orquestração, os licenciandos discutem sobre a proposta que pretendem inserir no ppt compartilhado, por meio do chat. Sendo assim, identificamos as etapas da Orquestração Instrumental (OI) como os eventos desta fase de discussão.

### 6.8.2.3 Configuração Didática

Na discussão da configuração didática identificamos alguns trechos que se referem a itens da desta etapa da OI: a forma como os alunos irão trabalhar (individual ou em grupo), o modo como as tarefas irão ser realizadas pelos alunos, elementos matemáticos a serem abordados. Segundo Bellemain e Trouche (2016), algumas ações da configuração didática compreendem: a análise do currículo, elaboração da situação matemática, organização dos sujeitos participantes, definição dos papéis dos sujeitos, inclusive, do próprio professor e a escolha de técnicas para apreensão de conceitos matemáticos por meio das tecnologias disponibilizadas *Drijvers et. al.*, (2010) *apud* Couto (2018). Na figura a seguir, podemos observar como os sujeitos definiram a configuração didática:

Figura 35: Objetivos e Configuração Didática

OBJETIVOS	CONFIGURAÇÃO DIDÁTICA
<p>Geral: O objetivo é basicamente fazer com que o aluno entenda o que é uma função, não só dita como <math>f(x)</math>, mas também relações entre grandezas de variáveis dependentes e independentes com o uso de função do primeiro grau.</p> <p>Específicos:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Determinar domínio, imagem, raiz da função de 1 grau.</li> <li>2. Resolver problemas que envolvem equações do 1 grau.</li> <li>3. Construir a associação da proporcionalidade entre grandezas com o gráfico da função linear.</li> <li>4. Resolver e elaborar problemas a partir das informações de um gráfico ou tabela.</li> <li>5. Identificar seus coeficientes (angular e linear) e qual a consequência gerada a partir deles.</li> <li>6. Identificar o crescimento e decréscimo da função.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Os alunos serão dispostos em grupos de 4 integrantes.</li> <li>- Cada grupo terá que se dividir em 2 duplas, a primeira resolverá o problema algebricamente e a segunda dupla resolverá o problema no software.</li> <li>- Será utilizado em sala de aula:</li> <li>- O cérebro e suas ligações cognitivas.</li> <li>- Os conhecimentos transmitidos em sala de aula sobre função de 1º grau.</li> <li>- Dispositivos eletrônicos como tablets e smartphones, com o software Geogebra instalado.</li> <li>- Papel e lápis.</li> </ul>

Fonte: Elaborado pelos licenciandos

Trecho 25 - Método de distribuição dos grupos

**L63 E8:** *estou dando uma olhada em alguma atividade no geogebra que tenha função.*

**L64 E8:** *mas e aí os alunos vão fazer de que maneira? Em grupo? Individual? Em dupla?*

**L65 E6:** *Em grupo*

**L66 E8:** *a sala toda junta?*

**L67 E5:** *por exemplo: uma parte do grupo fala a atividade no geo*

**L68 E8:** *em grupos de quanto?*

**L69 E5:** *4*

**L71 E6:** *E aí? Como faremos? Ideias?*

**L78 E8:** *minha ideia é a seguinte: separamos a sala em grupos de 4 e após a explicação sobre função afim, passamos uma atividade para que eles (que ainda sera elaborada)*

**L79 E5:** *precisamos estabelecer os objetivos*

**L80 E8:** *e os grupos terão q se dividir em duplas para realizar a tarefa*

**L81 E8:** *já tem os objetivos*

**L82 E8:** *já estão nos slides*

O trecho 25 mostra a discussão dos licenciandos em torno da organização da sala de aula para execução da atividade, mas a configuração didática dos sujeitos não se inicia aqui, mas na primeira fase desta etapa do experimento com a definição dos objetivos de aula. No entanto, não percebemos uma justificativa coletiva para distribuição dos alunos em grupos de 4 integrantes, assim como também, os objetivos específicos não foram discutidos ou justificados no chat na fase anterior.

Outro elemento que os licenciandos discutem para configuração didática é a forma como os alunos irão trabalhar a situação matemática. No trecho 26 a seguir, trazemos a discussão do grupo:

Trecho 26 – Discussão para configuração didática

*L84 E8: Duas pessoas iriam realizar a tarefa algebricamente e as outras 2 iriam montar o gráfico no geogebra. Essa era minha ideia*

*L85 E6: Pensei parecido*

*L86 E5: Eu também*

*L87 E8: é parecido com o boneco feito em sala*

*L88 E6: Huuuum...*

*L89 E8: não tem mt (SIC) o que inovar*

*L90 E6: e essa aula teria que abordar todos os objetivos*

*L93 E5: Poderíamos propor um problema*

*L94 E6: mas é isso aí*

*L95 E8: um problema/exercício*

*L96 E5: resolvido pela dupla matemática*

*L98 E8: mas e aí*

*L99 E8: é essa ideia que iremos utilizar?*

*L102 E5: Por exemplo, poderemos fazer com que os alunos construam o gráfico do problema no geogebra e depois pedir que eles achem o domínio e imagem da função*

*L103 E6: isso*

*L104 E8: é uma boa*

*L105 E6: valorizar a participação do aluno*

*L106 E8: temos que pensar no problema*

*L107 E5: para isso eles teriam que calcular fora do software e é aí que entra o professor*

*L108 E8: teria que ser um problema na qual os alunos terão que montar a equação da função*

*L109 E8: pra depois colocar no geogebra*

*L110 E6: isso... Poderia ser uma situação do cotidiano*

*L116 E7: a gente poderia mandar eles criarem uma reta e analisarem as consequências de acordo com as alterações feitas tipo fazer um controle deslizante pro coeficiente  $a$  e outro pro  $b$*

A conversa mostrada no trecho acima evidencia a forma como os licenciandos escolhem para determinar a dinâmica de resolução da atividade pelos alunos. A partir dessa discussão, percebemos que eles pretendem que os alunos utilizem o ambiente papel e lápis e o software Geogebra, no entanto, não fica clara na discussão a real intenção dessa forma de trabalho pelos

alunos. Por outro lado, podemos identificar os conhecimentos que emergem deste trecho, como na linha 90, onde o E6 se preocupa com o cumprimento dos objetivos estabelecidos, evidenciando o Conhecimento Pedagógico no sujeito. Em outro momento, na linha 106 o licenciando E6 também demonstra preocupação com a valorização do pensamento estratégico dos alunos na resolução da situação proposta, evidenciando também, o conhecimento pedagógico.

Outros elementos que aparecem neste trecho demonstram afirmações que trazemos em nossa problemática. Apesar da formação na disciplina, os sujeitos tentam reforçar práticas tradicionais por meio do uso da tecnologia ou que não exploram o potencial dos softwares (LINS, 2010). Por outro lado, os licenciandos podem estar se questionando sobre as razões de se estudar Funções, pois como destaca Sierpinska (1992), no Ensino Médio os estudantes não enxergam aplicações práticas das funções. Os sujeitos E8 e E5 estão propondo atividades em que o software Geogebra aparece como item secundário, como fica claro nas linhas 102, 106, 107 e 108, onde os sujeitos afirmam que os alunos precisam calcular fora e depois inserir o gráfico no software, sem explorar o potencial dinâmico que eles discutiram na etapa de familiarização. Além disso, eles também não mostram uma valorização da diversidade de registros que as funções possuem na configuração didática, mas destacaram a teoria nos objetivos traçados, ou seja, eles podem ter se perdido um pouco não sabendo explorar essa diversidade.

No entanto, na linha 117, o sujeito E7 mostra que uma possibilidade de exploração da automação no Geogebra (KAPUT, 1992). A proposta de criação do controle deslizante para explorar propriedades da função afim é denota um conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo no E7, pois ele sugere uma situação na qual os alunos poderão articular o uso do software para explorar propriedades funcionais, discutindo o papel de cada coeficiente.

Analisando os sujeitos como unidades individuais, conseguimos identificar conhecimentos distintos a cada fala na discussão do grupo. Por isso, observaremos o grupo como unidade investigando o alinhamento entre os sujeitos e o conhecimento coletivo no trecho 26. Em termos de alinhamento, podemos dizer que no trecho 26 os sujeitos estão alinhados, pois o grupo está engajado na discussão sobre a atividade a ser elaborada e os aspectos do modelo de Baker evidenciam que eles estão em fase, ou seja, no mesmo instante de discussão sem disparidades, no mesmo nível e estágio de solução do problema, pois não estão dissociados uns dos outros na busca de uma atividade coerente ao planejamento da aula.

O trecho 26 evidencia o planejamento dos licenciandos para elaboração da atividade. Nesse contexto, aparecem variáveis ligadas ao conhecimento pedagógico e do conteúdo. As variáveis pedagógicas e matemáticas aparecem no ato de planejamento coletivo dos sujeitos, na busca de situações que sejam coerentes para o trabalho em grupo dos alunos e que explore algumas propriedades das Funções de uma forma geral, como também, específicos da função afim, como vemos a seguir:

Trecho 26 – Extrato das linhas 90 a 116

*L90 E6: e essa aula teria que abordar todos os objetivos*

*L102 E5: Por exemplo, poderemos fazer com que os alunos construam o gráfico do problema no geogebra e depois pedir que eles achem o domínio e imagem da função*

*L107 E5: para isso eles teriam que calcular fora do software e é aí que entra o professor*

*L108 E8: teria que ser um problema na qual os alunos terão que montar a equação da função*

*L110 E6: isso... Poderia ser uma situação do cotidiano*

*L116 E7: a gente poderia mandar eles criarem uma reta e analisarem as consequências de acordo com as alterações feitas tipo fazer um controle deslizante pro coeficiente  $a$  e outro pro  $b$*

Sendo assim, com relação ao conhecimento do grupo como unidade, consideramos que o Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo (PCK) aparece ao longo da discussão. No entanto, o conhecimento tecnológico não aparece a não ser pela fala do licenciando E7, na linha 116. Por isso, consideramos que este não seria um conhecimento do grupo, mas sim individual deste sujeito.

A configuração didática elaborada pelos licenciandos destacou a forma de trabalho dos alunos na aula - em grupos de 4 integrantes - o papel do software Geogebra, mesmo que secundário ele aparece na discussão e, finalmente, os conceitos matemáticos a serem abordados: Domínio e imagem de funções, coeficientes da função afim e a resolução de problemas modelados por Função Afim. Na seção seguinte, analisaremos o alinhamento e os conhecimentos que emergem no modo de execução da OI dos licenciandos.

#### *6.8.2.4 Modo de Execução*

O modo de execução elaborado pelos licenciandos foi desenvolvido a partir da organização prevista na configuração didática. Dessa forma, nesta seção fizemos a análise do trecho de conversa que os licenciandos definem o modo de execução a partir da sua percepção da TOI, esclarecida no início desta fase pelo mediador da sessão e das discussões realizadas na

disciplina. Buscamos identificar os elementos que constituem o alinhamento dos sujeitos, como também os conhecimentos que emergem a partir das interações.

O trecho de conversa a seguir foi selecionado com base na definição de modo de execução trazido por Bellemain e Trouche (2016), como a forma de utilização dos artefatos escolhidos na configuração didática, além das decisões de como a tarefa será introduzida e trabalhada (DRIJVERS, 2010).

Trecho 27 - Modo de execução

*LI21 E5: atividade 1 construir o gráfico da função afim*

*LI22 E8: vai ser mais de uma atividade?*

*LI23 E5: sim*

*LI24 E8: vc já tem em mente essas atividades?*

*LI25 E5: não sei como baixar mais seria o básico*

*LI26 E5: e a primeira coisa que aparece no geogebra*

*LI27 E5: construção do gráfico*

*LI28 E5: poderíamos apenas construir o gráfico e analisar (SIC)*

*LI29 E5: um gráfico de uma função afim é entregue ao grupo que é 2 tem que representa-lo no geogebra*

*LI31 E7: na produção de peças, uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 16,00 mais um custo variável de R\$ 1,50 por unidade produzida. Sendo  $x$  número de peças unitárias produzidas, determine:*

*a) A lei da função que fornece o custo da produção de  $x$  peças*

*b) Calcule o custo de produção de 400 peças*

*LI42 E8: a primeira atividade será do controle deslizante*

Figura 36: Modo de operação elaborado pelos sujeitos

## MODO DE OPERAÇÃO

Devem operar em capacidade Máxima.

Trazer uma metodologia que valorize a participação do aluno na elaboração do conhecimento, destacando a importância do professor em mediar a aprendizagem. Uma metodologia contrária a tradicional.

Antes das atividades, haverá uma breve explicação sobre função de 1º grau, e a partir disso, os alunos deverão tentar resolver os exercícios.

Será proposto em sala de aula 2 atividades que serão passadas para cada grupo. Que terão que resolver de acordo com as instruções na configuração didática.

Fonte: Elaborado pelos licenciandos

No trecho 27 destacado acima é possível perceber que as interações concentram-se em apenas dois membros do grupo. Neste caso, poderíamos caracterizar a falta de alinhamento, uma vez que o E7 aparece apenas com a proposta de atividade e o E6 não se pronuncia. No entanto, os registros de vídeo no instante 01:03:34 mostra o E6 escrevendo no ppt compartilhado os elementos do modo de execução, ou seja, engajada na produção coletiva para solução do problema e no mesmo nível de compreensão dos demais. Com isso, o grupo pode ser caracterizado como alinhado, já que há participação do sujeito em outros registros.

Da mesma forma que a configuração didática, no modo de execução, o grupo apresenta apenas o Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo. O conhecimento pedagógico está emergindo da discussão sobre a forma de abordagem da função por meio de uma situação problema, proposta pelo E7 e sendo uma discussão em torno da metodologia mais adequada para explorar o objeto matemático, também identificamos o conhecimento do conteúdo, atrelado ao conhecimento pedagógico.

Por outro lado, o conhecimento tecnológico fica à margem na discussão e mais uma vez aparece como algo secundário ou ilustrativo. Vejamos na fala do E5:

*L129 E5: um gráfico de uma função afim é entregue ao grupo que é 2 tem que representá-lo no geogebra.*

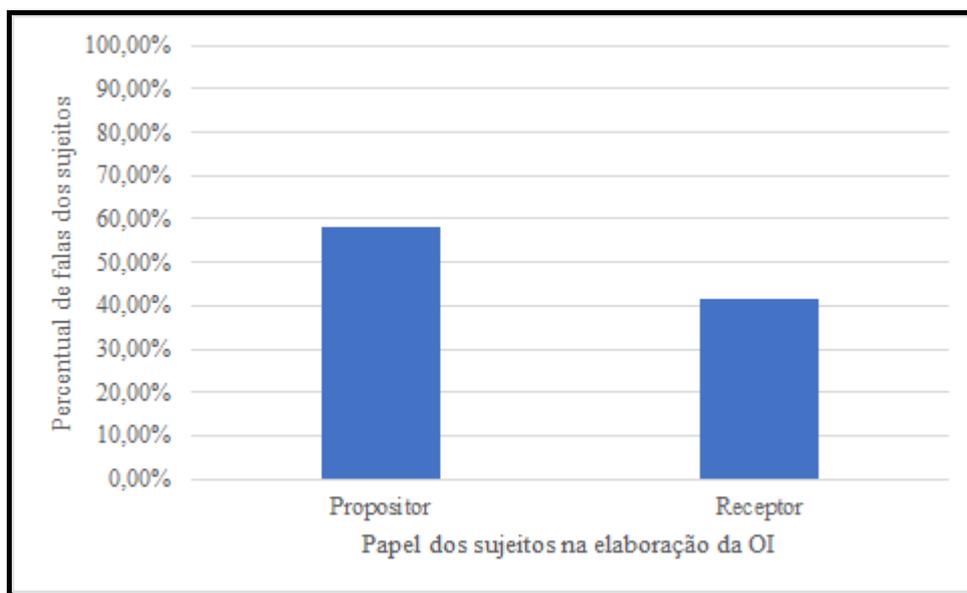
Na linha 131 também podemos ver na proposta de atividade, que o primeiro item se refere a obtenção do registro algébrico da função, sendo assim, o potencial do software não é bem explorado por meio desta atividade. Neste caso, também identificamos uma reprodução de técnicas que poderiam ser realizadas com lápis e papel, mas que estão sendo propostas de serem abordadas no software, reproduzindo o objeto matemático função como ilustração, sem exploração de conjecturas e propriedades.

A seguir, fizemos a análise quantitativa da simetria e do acordo na segunda fase da 4ª etapa do experimento.

#### *6.8.2.5 Análise da simetria e acordo na Orquestração Instrumental*

Nesta seção trouxemos a análise quantitativa da simetria e do acordo entre os sujeitos na fase de elaboração da OI. No gráfico a seguir, pudemos observar o percentual de propositores e receptores:

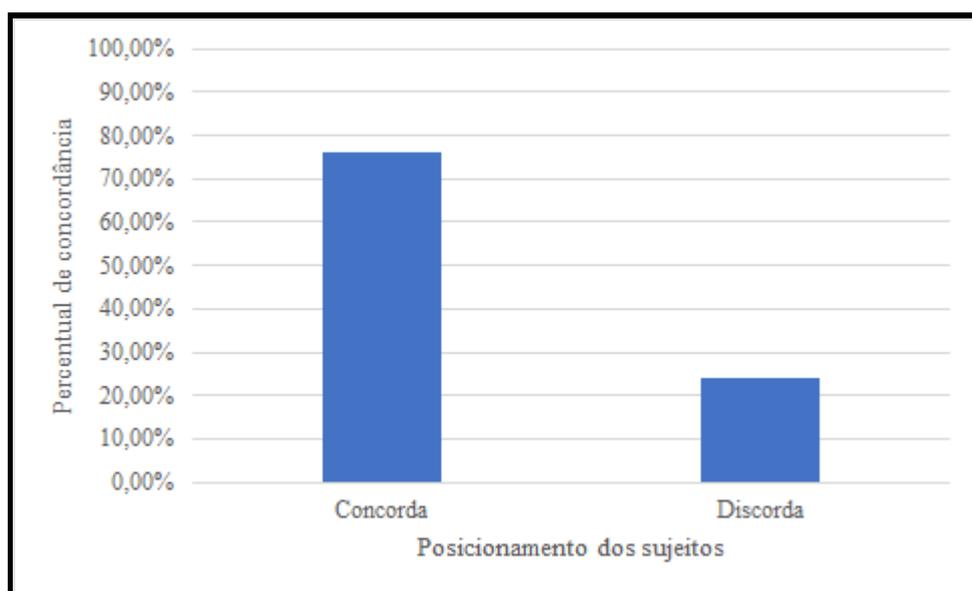
Gráfico 8: Simetria na elaboração da OI



Fonte: Elaborado pelo autor

Observando o gráfico acima, percebemos que o percentual de falas de propositores e receptores são bastante próximos. Observe que temos uma diferença de aproximadamente 15%, o que nos permite caracterizar o grupo como simétrico nesta segunda fase desta etapa do experimento. O gráfico de posicionamento quanto a concordância dos sujeitos, segue abaixo:

Gráfico 9: Acordo na elaboração da OI



Fonte: Elaborado pelo autor

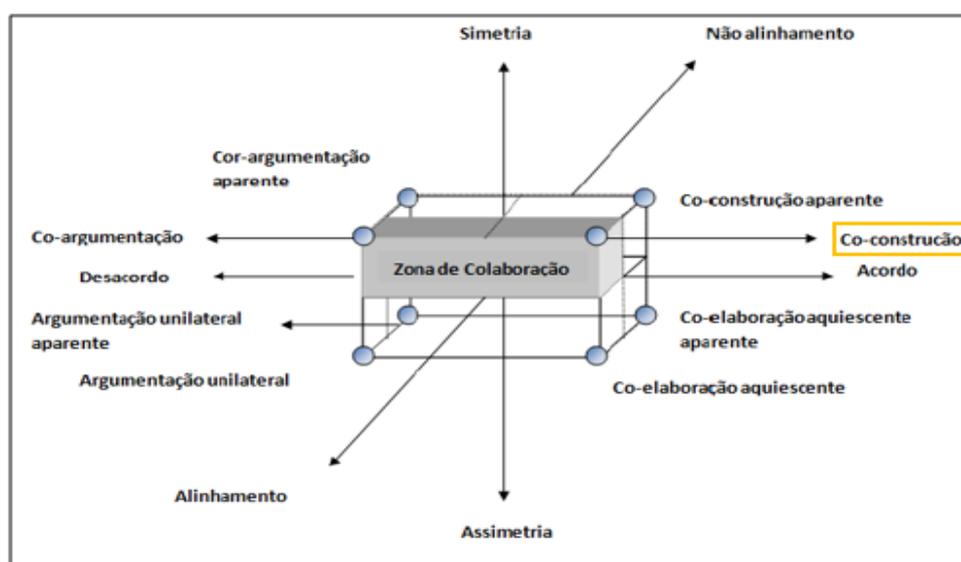
O gráfico da *dimensão acordo* apresenta um percentual de concordância alto entre os sujeitos receptores analisados. Aproximadamente 80% das falas dos sujeitos mostram que há concordância nas discussões do grupo. A partir disso, como nas etapas de configuração didática e do modo de execução o grupo esteve alinhado, podemos dizer que houve colaboração nesta fase do experimento. A seguir, faremos a síntese da análise desta fase do experimento.

#### 6.8.2.6 Síntese da análise da Orquestração Instrumental

Na síntese da elaboração da OI, destacamos os conhecimentos que emergiram das interações entre os sujeitos, como também faremos a classificação do grupo com relação à atividade coletiva.

Nesta fase do experimento, o grupo se mostrou alinhado tanto na elaboração da configuração didática, como no modo de execução. Além disso, as outras dimensões da colaboração mostraram que os sujeitos estavam simétricos e em acordo, a partir do quantitativo de falas analisadas e classificadas com relação aos papéis - propositor e receptor - e ao posicionamento - concorda ou discorda. Com isso, a partir da estrutura do modelo de Baker, os sujeitos são classificados como em co-construção, inseridos na zona de colaboração como mostra o esquema do modelo a seguir:

Figura 37: Classificação da atividade coletiva na elaboração da OI



Fonte: Elaborado pelo autor



Na figura anterior, inserimos os sujeitos E6 e E7 nos conhecimentos em que aparecem de forma individual. Percebam que o E7 está inserido na TPACK, enquanto o E6 permanece no Conhecimento Pedagógico (PK). Por outro lado, na análise do grupo como unidade, nas duas etapas de elaboração da OI o Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo (PCK), aparece. Com isso, concluímos que a colaboração faz emergir a interseção de alguns conhecimentos, como também, podem surgir conhecimentos individuais, como no caso do E7.

Na seção seguinte, concluímos nossa análise de dados a partir da análise da socialização da aula pelos licenciandos, de forma presencial.

#### 6.8 MÉTODO DE ANÁLISE DA 5ª ETAPA DE FORMAÇÃO

A 5ª etapa de formação teve os seguintes objetivos:

- Socializar a aula planejada com base nas etapas da Orquestração Instrumental;
- Elucidar as ações individuais e coletivas realizadas à distância que não foram esclarecidas por meio das interações via chat;
- Identificar os conhecimentos docentes que surgem na apresentação da aula, de forma individual e por meio das discussões em sala de aula.
- Analisar as percepções dos licenciandos acerca da utilização do software Geogebra na elaboração de uma aula para o ensino de Funções.

Para analisar a 5ª etapa de formação, também utilizamos o método de análise microgenética, uma vez que os dados coletados nesta etapa foram os registros de vídeo da socialização realizada de forma presencial, no horário da aula da disciplina. A partir do vídeo e da transcrição, faremos o mapeamento dos eventos a partir dos objetivos de pesquisa evidenciados acima.

Nesta etapa da formação, além dos conhecimentos dos licenciandos, fizemos uma análise da participação da professora formadora, que atuou na mediação das discussões sobre a aula apresentada pelos sujeitos. Nesse sentido, fizemos um confronto do papel da formadora, a partir das pesquisas apresentadas na revisão da literatura por Fiorentini *et al.*, (2002) e Fiorentini (2005), que destacam o papel do docente formador no processo de formação inicial.

Além da participação da professora da disciplina na discussão, outro aspecto que distingue a análise desta etapa das outras é a análise da colaboração. Nesta etapa, não faremos a análise da colaboração utilizando o modelo de Baker, pois as interações são presenciais, exceto por um dos membros do grupo que se conecta à apresentação a distância, mas neste caso, o perfil da interação entre os sujeitos não se aplica ao modelo. No entanto, fizemos as análises

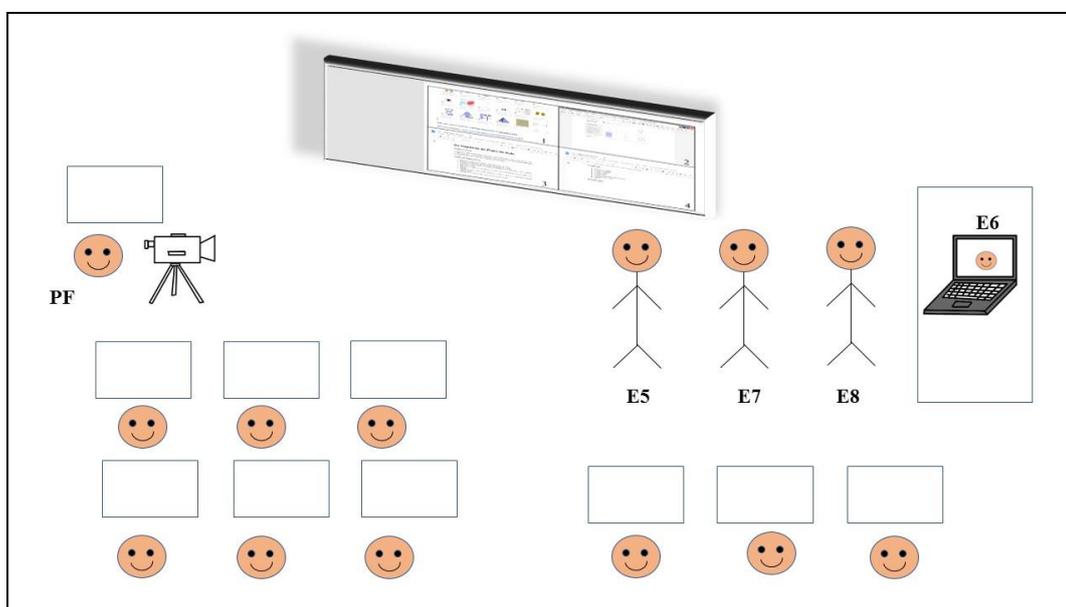
a partir do papel individual e coletivo por meio das discussões utilizando a análise microgenética.

Assim como nas outras etapas, ao final da análise fizemos uma síntese rebuscando elementos da nossa fundamentação teórica e revisão da literatura, com base no que for encontrado na análise.

### 6.9 ANÁLISE DA 5ª ETAPA DE FORMAÇÃO

Para iniciar a análise desta etapa da formação, seguimos a etapa da análise microgenética que consiste em assistir exaustivamente o vídeo a ser analisado. Apesar de seguir o mesmo modelo em todas as etapas, nas duas fases da quarta etapa de formação, os vídeos mostraram as construções coletivas dos sujeitos baseadas nas discussões por chat, que foram o foco nas nossas análises, já que os vídeos não apresentavam áudio apenas a captura de tela. Nesta etapa, o vídeo mostra registros de áudio e as ações dos licenciandos enquanto professores no planejamento e execução de uma aula planejada a partir das etapas da OI. No esquema a seguir, trazemos uma ideia da organização da sala de aula no dia da apresentação dos licenciandos:

Figura 40: Organização dos sujeitos na socialização da aula



Fonte: Elaborado pelo autor

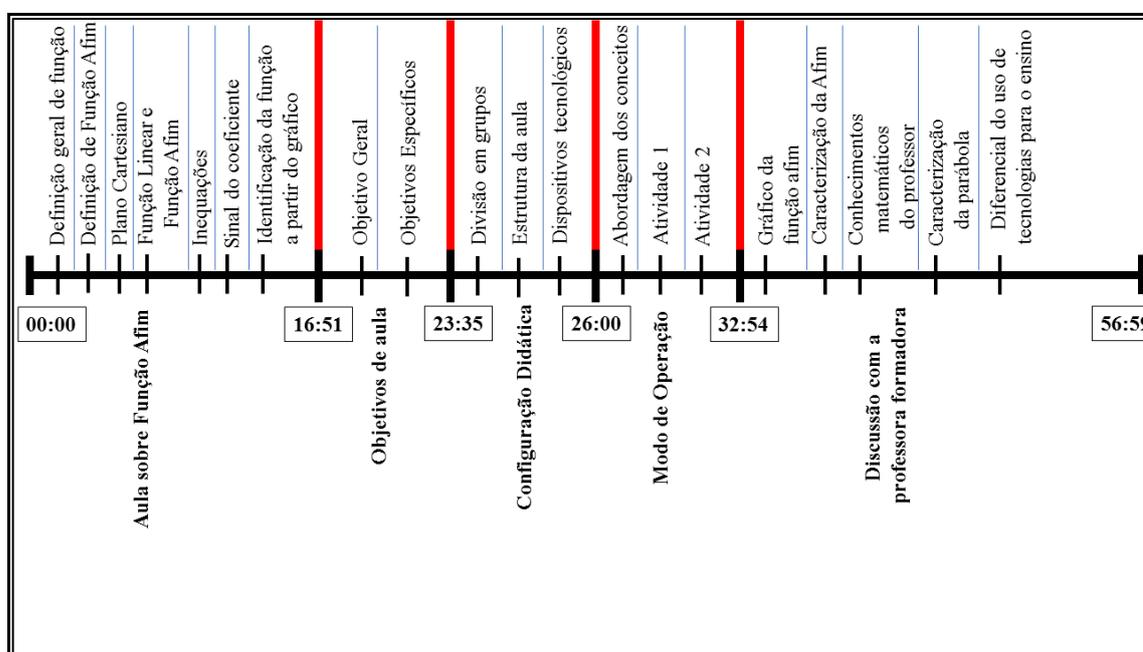
O vídeo desta etapa tem no total 56min59s e após assistirmos a apresentação dos licenciandos identificamos cinco fases durante as apresentações:

- a) Aula sobre Função Afim
- b) Objetivos de aula

- c) Configuração Didática
- d) Modo de Execução
- e) Discussão com a professora formadora

Em cada uma dessas fases identificamos eventos baseados em temáticas específicas, que surgem a partir das apresentações e/ou discussões. Além disso, os eventos foram mapeados de forma a atingir os objetivos específicos desta fase do experimento, como também os objetivos da pesquisa. A seguir, apresentamos um esquema da cronologia dos eventos identificados, que serão discutidos adiante, subdivididos nas fases acima mencionadas e de acordo com o tempo em que ocorrem no vídeo.

Figura 41: Cronologia dos eventos no vídeo



Fonte: Elaborado pelo autor

As análises foram feitas a partir de cada evento elencado no esquema, com as transcrições das falas do vídeo que correspondem cada evento. Como a apresentação foi realizada na modalidade presencial, alguns atores que nas outras etapas não aparecem, serão mostrados ao longo das análises. Além dos sujeitos E5, E6, E7, E8 e o pesquisador P, nas transcrições das falas aparecerão A1 (Aluno 1), A2 (Aluno 2), A3 (Aluno 3) e A4 (Aluno 4), além da PF (Professora Formadora). Para nomear os novos licenciandos que aparecem nesta etapa, utilizamos A1, A2, A3 e A4, pois identificamos as linhas por L1...LN e os outros licenciandos por E5...E8, assim, não queremos confundir os participantes analisados na pesquisa,

com os outros sujeitos que aparecem apenas nesta etapa, mas que são membros de outros grupos.

Outro aspecto a ser destacado antes da análise dos eventos é a descrição das imagens que aparecem no vídeo. Em alguns trechos da apresentação, os sujeitos utilizam o quadro para escrever o que estão explicando na aula, mas não utilizaremos imagens do vídeo para expor as anotações, pois elas não são nítidas o suficiente para mostrar o que está sendo escrito. Com isso, nas transcrições apresentaremos o que estiver sendo ilustrado por meio de texto.

### 6.9.1 Aula sobre Função Afim

Na primeira fase identificada no vídeo, destacamos a aula sobre função afim, que foi iniciada pelo E8. Apesar da organização realizada pelos sujeitos com base nas etapas da OI, o grupo não iniciou a apresentação mostrando a configuração didática prevista para aula ou os objetivos previamente definidos, que também fazem parte da configuração didática. A apresentação se inicia com o E8 mostrando como seria ministrada uma aula sobre Função Afim. Nas subseções a seguir, trazemos alguns eventos que identificamos e os trechos transcritos a serem analisados nesta fase.

#### 6.9.1.1 Definição geral de Função

A aula se inicia com o E8 definindo funções, apesar de em sua fala ele destacar que iria abordar sobre Função Afim, a aula inicia com uma definição geral sobre funções, vejamos no trecho a seguir:

Trecho 28 - Definição geral de função

**L5 E8:** *Bom, eu sou o professor E8 e vou falar sobre função do primeiro grau. Quando você vai falar de função do primeiro grau o objetivo é fazer com que o aluno entre no mundo das funções, então você tem que primeiro começar do básico, domínio e imagem de uma função.*

**L6 E8:** *Aí como todo mundo aprendeu, a gente começa assim, geralmente começa assim:*

**L7 E8:** *Aqui é o domínio, aqui o contradomínio (escreve no quadro um diagrama de relação com flechas), então os pontinhos, os números que estão aqui (no domínio), em geral são os números reais, são números que estão no eixo  $x$  e cada função, cada número aqui ele corresponde a apenas um número aqui no contradomínio, todos os números aqui são do conjunto do contradomínio, agora a imagem são só os números que estão ligados com os do domínio. Porque vai haver números aqui que não estão ligados, que são do contradomínio, agora os pontinhos que estão ligados são da imagem,*

*então o conjunto da imagem tá dentro do contradomínio. Então isso é o básico, quando começa a estudar função e a primeira função geralmente é a função do primeiro grau.*

*L8 E8: Aí começaria a falar sobre a função propriamente, porque a função tem sua parte algébrica e a parte gráfica (apaga o quadro).*

O trecho 28 evidencia algumas questões relacionadas à formação do licenciando enquanto futuro professor de Matemática e alguns conhecimentos e entraves relacionados a esses conhecimentos.

Primeiramente, com relação à formação inicial docente, a fala do sujeito na L6 reafirma as ideias de Fiorentini (2005), de que os futuros professores buscam elementos da sua formação escolar e da formação inicial nas disciplinas específicas para projetar sua prática docente. O E8 aponta que “como todo mundo aprendeu... geralmente começa assim”, então essa fala reforça a ideia da reprodução de práticas docentes vivenciadas pelo sujeito enquanto estudante e isso reflete na sua atuação como professor. Mas, vale ressaltar que neste caso, esse posicionamento do E8 é esperado, pois o sujeito está vivenciando os primeiros semestres da licenciatura e as concepções que ele tem de professor, são as que vivenciou na Educação Básica.

Com relação aos conhecimentos, é evidente que o sujeito E8 inicia a apresentação trazendo elementos do conhecimento matemático, ou seja, o conhecimento do conteúdo. No entanto, a abordagem do E8 não mostra que este conhecimento matemático é um conhecimento constituído enquanto docente, pois na linha 7 a linguagem utilizada pelo licenciando mostra que ainda se faz necessário um aperfeiçoamento da abordagem do conteúdo. Mas, tomando a fala dentro do contexto da formação inicial, podemos dizer que o conhecimento do conteúdo (CK) está presente, mesmo que se apresente ainda de forma corriqueira, em uma linguagem não-formal há presença do CK quando o sujeito define Função.

Os entraves relacionados ao trecho 28 dizem respeito a forma como o E8 apresenta o conceito de Função, vejamos os destaques na L7:

*L7 E8: Aqui é o domínio, aqui o contradomínio (escreve no quadro um diagrama de relação com flechas), **então os pontinhos, os números que estão aqui (no domínio), em geral são os números reais, são números que estão no eixo x e cada função, cada número aqui ele corresponde a apenas um número aqui no contradomínio, todos os números aqui são do conjunto do contradomínio, agora a imagem são só os números que estão ligados com os do domínio. Porque vai haver números aqui que não estão ligados, que são do contradomínio, agora os pontinhos que estão ligados são da imagem, então o conjunto da imagem tá dentro do contradomínio. Então isso é o básico, quando***

*começa a estudar função e a primeira função geralmente é a função do primeiro grau.*

Os trechos destacados na L7 evidenciam entraves de dimensão matemática e didática. No primeiro e segundo trecho, o sujeito utiliza a palavra pontinhos, quando deveria utilizar elementos, além disso, destaca que “em geral, são os números reais”, como se toda função tivesse como domínio o conjunto dos números reais. O entrave apresentado é de dimensão matemática pelos equívocos de definição e linguagem e, didática, pois uma abordagem realizada dessa forma, pode induzir os alunos a erros conceituais. No último trecho em destaque, o entrave se encontra na confusão que o licenciando faz com relação as funções. O sujeito apresenta uma definição geral das funções, como um caso particular das relações e, em seguida, dá a entender que esta definição é de uma função polinomial do primeiro grau.

A seguir, trazemos a análise do segundo evento da primeira fase das apresentações dos licenciandos.

#### 6.9.1.2 Definição de Função Afim

O segundo evento que identificamos nesta primeira fase é a definição de função afim apresentada pelo E8, vejamos no trecho 29:

Trecho 29 - Definição de Função Afim

**L9 E8:** *Aí deixa eu explicar aqui, a função do primeiro grau é uma relação entre grandezas, tem a variável independente e dependente. A primeira função que a gente vai aprender é dada por (escreve no quadro  $ax+b$ ), essa função é a parte algébrica, onde  $a$  é um número,  $b$  é outro número,  $a$  é o coeficiente angular,  $b$  é o coeficiente linear, onde a reta passa pelo eixo  $y$ . Por exemplo, uma função dada por (escreve no quadro  $2x+1$ ) iria ser representada no gráfico (desenha os eixos do plano cartesiano no quadro). Aí a gente ia falar para os alunos como se faz o gráfico. Iria passar pelo 1, que todos eles são como (começa a graduar os eixos) se fosse uma régua. Então se o  $b$  passa pelo  $y$ , então a reta ia passar por aqui (desenha uma reta que passa pelo 1 no plano cartesiano).*

**L10 E8:** *Então qualquer valor de  $x$ , como pertence aos reais iria ter um valor aqui do contradomínio, que só pode corresponder a um valor aqui. Então o valor que você pegar aqui (traça um ponto no plano cartesiano que pertence a reta), vai ter um  $y$  aqui.*

No trecho 29, o E8 apresenta alguns equívocos na definição da Função Afim, além disso, percebemos que há uma falta de sistematização dos conceitos por parte do sujeito.

Apesar de apresentar a função afim como uma relação entre grandezas, o sujeito não destaca que essa relação, neste caso, só pode ser estabelecida de maneira linear. Nesse sentido,

fica evidente que a forma pela qual o sujeito define a função afim é tal qual ele vem concebendo da Educação Básica, ou seja, na visão de aluno. No entanto, alguns elementos que são discutidos na 4ª etapa de formação são retomados, como a ideia de variável e a relação entre grandezas, discutidas pelos licenciandos para elaboração dos objetivos.

Os itens da L9 que destacamos, foram escritos tal qual o sujeito apresenta no quadro, com isso o E8 não apresenta o sinal de igualdade, que nas funções estabelece a relação entre a variável dependente e independente. Leinhardt, Zaslavsky e Stein (1990) destacam que os estudantes não compreendem o sinal de igualdade, o símbolo que estabelece a relação de dependência na representação algébrica das Funções. Nesse sentido, da forma como estão apresentados os registros  $ax+b$  e  $2x+1$ , caracterizam-se como binômios e não como Funções.

O domínio e a imagem da função afim também não são bem apresentados pelo licenciando. Na linha 10, o sujeito fala sobre o domínio como sendo o conjunto dos números reais, mas não o apresenta inicialmente. Além disso, não fica claro que o valor do coeficiente precisa ser diferente de zero, caso contrário a função se torna constante. Com essas questões elementares, mas essenciais para uma aula de Função Afim, não caracterizamos a existência do conhecimento do conteúdo, pois apesar da etapa de formação inicial do sujeito, as inconsistências conceituais apresentadas não permitem a classificação do conhecimento docente do conteúdo.

### 6.9.1.3 Plano Cartesiano

O terceiro evento que identificamos na primeira fase da apresentação dos licenciando, refere-se a abordagem do E8 sobre o plano cartesiano:

Trecho 30 - Plano Cartesiano

***LII E8:** Então ajudaria a criança a como encontrar o  $x$ , como encontrar o  $y$ , como encontrar os zeros da função linear. Ajudar ela a montar o gráfico cartesiano, falar sobre o eixo  $y$ , o eixo  $x$ , falar que esse plano cartesiano é composto por pontos. **E a reta que o gráfico representa**, que a equação representa, passaria por pontos e que esses pontos eram o que a gente iria encontrar, as coordenadas  $x$  e  $y$ . Iria explicar que por exemplo, o ponto  $(2,1)$  - (escreve no quadro seria a reta vertical que passa em 2 e a horizontal que passa em um, o cruzamento das duas) - teria que falar tudo isso aí para que a criança entenda o que é uma função. **E essas funções de  $ax+b$  seriam sempre retas lineares, é retas lineares**, sempre vem do infinito e vai pro infinito, que esse plano cartesiano é infinito.*

No trecho 30 destacamos dois aspectos na fala do E8. O primeiro, com relação à reta como gráfico da função afim. Na fala do sujeito, ele diz que a reta é representada pelo gráfico, quando na verdade o gráfico da função que é representado por uma reta. O segundo, com relação ao gráfico da função ser sempre uma reta. É possível perceber que não há uma justificativa, que caracterize o gráfico da função afim como sendo sempre uma reta.

O trecho 30, como um todo, apresenta o conhecimento matemático do sujeito E8 quando se define o plano cartesiano, no entanto, como vem acontecendo nos trechos anteriores, o conhecimento pedagógico e do conteúdo, que seria denotado por uma abordagem dos conceitos em uma sequência lógica não acontece. Assim como identificamos na 4ª etapa de formação, o E8 apresenta um conhecimento que difere do que foi assumido por ele na 3ª etapa do experimento, que foi o conhecimento tecnológico.

#### 6.9.1.4 Função Linear e Função Afim

O quarto evento identificado no vídeo diz respeito aos casos particulares da função afim. O E8 apresenta certa dúvida no que distingue a função afim e a função linear:

Trecho 31 - Casos particulares da Função Afim

**LI2 E8:** *Falaria das retas crescentes, retas decrescentes, (escreve no quadro quando  $a$  é negativo...  $a > 0$  é crescente, quando  $a < 0$  é decrescente, quando  $a = 0$  é a função constante, não tem coeficiente angular), o  $b$  é... não temos mistério é o lugar em que a reta corta o eixo  $y$ . Aí a função linear é  $ax$ ... É  $ax$  ou  $ax+b$ , é pra mim é a mesma coisa,  $ax+b$  é a função linear ou afim, onde  $b=0$ , daria o gráfico onde a reta passa pelo  $(0,0)$ , é a função linear é só a função afim com o  $b$  sendo zero.*

No texto destacado, podemos perceber que há uma confusão por parte do sujeito na distinção entre função afim e função linear. O sujeito, em sua fala, evidencia que para ele, a função afim e a função linear são a mesma coisa, no entanto, sabemos que a função linear é um caso particular da função afim, quando o coeficiente linear é igual a zero, assim como a função constante, quando  $a=0$ .

Apesar de algumas confusões na fala do sujeito, percebemos, ainda assim, elementos que caracterizam o conhecimento matemático que ele tem, diante do momento da formação inicial em que se encontra. Em termos de conhecimento pedagógico e do conteúdo, não podemos dizer que ele aparece, já que em cada trecho das falas do E8 transcritas, há uma incoerência na sistematização da aula.

### 6.9.1.5 Inequações

No momento seguinte à caracterização dos casos particulares da função afim, o E8 entra na abordagem sobre inequações, pois elas aparecem na lista dos conteúdos escolhidos na elaboração da aula a partir das etapas da OI.

Trecho 32 - Inequações do 1º grau

**L14 E8:** *As inequações de primeiro grau... Mas as inequações eu não sei... Aprende inequações antes ou depois?*

**L15 E7:** *Aprende antes pra (SIC) saber o intervalo que a função é crescente ou decrescente.*

**L16 PF:** *Pra (SIC) que, que serve inequação? Pra (SIC) saber se é decrescente ou se é crescente?*

**L17 E7:** *Pra (SIC) saber aquele intervalo, se é maior que aquele, menor que aquele, dependendo do que a questão pede.*

**L18 PF:** *Para saber se é maior ou menor que um certo número, mas não pra (SIC) saber se é crescente ou decrescente.*

O trecho 32 mostra o primeiro momento de intervenção da professora formadora, na apresentação do grupo. Na L14 o E8 apresenta dúvidas com relação à abordagem das inequações e sua relação com as funções. Associamos esta indagação a um entrave relacionado ao conhecimento pedagógico, pois a abordagem dos conceitos e sua relação com outros, está presente no currículo escolar. Neste caso, o E8 mostra que não tem esse conhecimento, pois na fase da formação inicial em que se encontra ainda não foi discutido o currículo da matemática escolar, geralmente apresentado nos Estágios Supervisionados.

Em seguida, o E7 intervém após o questionamento do E8, dizendo que as inequações são utilizadas para determinar o crescimento e decrescimento das funções. Nesta fala, complementada pela que aparece na L17, percebemos que o E7 associa as inequações ao estudo do sinal das funções, onde utilizamos desigualdades para determinar os intervalos de crescimento e decrescimento. No entanto, a PF esclarece que as inequações são utilizadas na comparação de números, e não estão diretamente relacionadas ao crescimento e decrescimento das funções.

A discussão em torno das inequações mostra uma falta de conhecimento matemático dos sujeitos E8 e E7. Neste caso, percebemos, que os conhecimentos matemáticos dos licenciandos estão arraigados ao que eles aprenderam na Educação Básica, ainda sem o rigor matemático que a formação do professor de Matemática demanda.

### 6.9.1.6 Sinal do coeficiente

A discussão sobre crescimento e decrescimento da função afim continua, a partir de alguns trechos de fala do E8 e da discussão com a PF, como se destaca a seguir:

Trecho 33 - Sinal do coeficiente

**L13 E8:** *Função crescente e função decrescente. Você sempre olha o gráfico da esquerda pra direita. Você olhando pra direita, vai ver que parece uma descida, então a função tá decrescente. Quando a função está crescente parece uma subida. E tem que olhar da esquerda pra direita, porque se você olhar ao contrário, vai dar errado. Isso foi uma forma que eu aprendi, pra ver se a função é crescente ou decrescente. Olhando desse jeito pensando em uma pessoa, se estiver descendo tá decrescente, se estiver subindo é crescente.*

**L19 E8:** *Pra (SIC) saber se é crescente ou decrescente é só isso aqui (circula no quadro onde tem  $a < 0$ ,  $a > 0$  e  $a = 0$ ), a positivo crescente, a negativo decrescente. Isso aí você já sabe pelo sinal do coeficiente.*

**L20 PF:** *Funciona como regra? No ensino funciona como regra?*

**L21 E8:** *Regra? Pra função linear?*

**L22 PF:** *Sim, o aluno aprende como regra?*

**L23 E8:** *Eu aprendi como regra. Podia até explicar o porque, o coeficiente representaria um ângulo, quando você olha a partir daqui (desenha uma linha horizontal no quadro) isso aqui é o ângulo zero. (Depois faz o sinal com a mão direita para o lado esquerdo, começando na linha horizontal, como se estivesse movimentando a reta), pra lá é positivo.*

**L24 PF:** *Seria bom você ler um pouquinho o livro do Elon Lages, A Matemática do Ensino Médio, porque essa identificação entre o coeficiente angular e o ângulo geométrico, ela só existe se você trabalhar com o sistema cartesiano monométrico, ou seja, que as escalas dos eixos são iguais. Se mudar isso, aí a geometria não dá o ângulo. Aí ele mesmo aconselha... E o Elon é da Matemática, não nem é da Educação Matemática, que não se faça essa correlação. Porque se vai pra Física, vai colocar  $S=100t$ , como é que tu vai fazer um gráfico monométrico? Você vai pra Estatística, também tudo é... Não dá pra trabalhar com as mesmas escalas... Assim, com o mesmo tamanho né, nos eixos. Porque aí o ângulo, você não consegue mais essa correspondência geométrica do ângulo com o  $a$ . Existe a correspondência da declividade, mas não, do ângulo em si. Porque você lida com a tangência, com a declividade e não com o ângulo.*

**L25 E8:** *Mas esse é o coeficiente da tangente.*

**L26 PF:** *Porque quando a gente fala em ângulo, muitas vezes o aluno vai olhar a diagonal do sistema cartesiano e vai achar que a diagonal é sempre  $f(x)=x$ , a identidade. Nem sempre, dependendo do sistema cartesiano que você botar. Entendeu? Aí tem que ter um certo cuidado, porque isso dá a maior bronca pros meninos.*

No trecho 33, os apontamentos da pesquisa de Fiorentini (2005) se mostram mais evidentes. Nas linhas 13 e 19 o E8 demonstra a forma como aprendeu a identificar o crescimento

e decrescimento de uma função. Fica muito claro, na fala do sujeito que o conhecimento matemático que ele possui ainda está fortemente associado ao de estudante da Educação Básica. Na L23 ele deixa ainda mais claro, quando diz que o crescimento da função afim está associado ao sinal do coeficiente e que ele aprendeu isso como regra.

Percebemos assim, que o conhecimento docente do conteúdo ainda não aparece na formação do sujeito, e que a forma como ele aborda o conteúdo matemático é resultado da concepção que ele tem enquanto professor, ou seja, a partir das duas experiências enquanto discente, como aponta Fiorentini (2005).

Destacamos, a partir disso, o papel da professora formadora diante da fala do sujeito. A disciplina em que foi realizado o experimento, é metodológica para o ensino de Matemática, nesse sentido, são discutidas questões pedagógicas e do conteúdo específico. A professora formadora, mostra uma postura de mediação apresentando os equívocos do sujeito por meio de alguns questionamentos e justificativas, com uma base do conteúdo matemático e pedagógico ao mesmo tempo, quando evidencia os impactos que as confusões em torno da temática discutida podem causar.

#### 6.9.1.7 Identificação da função a partir do gráfico

Após a discussão sobre crescimento e decrescimento a partir do sinal do coeficiente angular da função afim, a apresentação do E8 se encerra com uma fala relacionada a identificação de uma função por meio do gráfico:

Trecho 34 - Identificação da função por meio do gráfico

**L27 E8:** *Uma coisa que eu aprendi bem depois. Dado um gráfico, dois gráficos na verdade (desenha dois gráficos com curvas), eu só aprendi isso bem depois na disciplina de Cálculo, falar qual é a função e qual não é função só olhando isso aí, sem fazer nada... **Eu só aprendi isso aqui, não aprendi na escola não.***

**L28 E8:** *Que pra você saber se é uma função ou não é só você fazer uma reta vertical, se ela cortar o gráfico em dois pontos aí não é função. Aí eu iria explicar que olhando aqui (o diagrama feito no início), que olhando os pontos do domínio e imagem se fosse ligado um do domínio pra dois na imagem, não era função. **Aí você fazendo a reta aqui cortando vertical, seria um x para dois y, aí não seria função. É isso aí...***

O E8 aponta que já na formação inicial aprendeu que traçando uma reta paralela ao eixo y, se ela corta o gráfico em dois pontos, esse gráfico não é de uma função. A fala do E8

evidencia o conhecimento matemático que está implícito nessa estratégia, que parte da própria definição de função. No entanto, o que nos chama atenção é o primeiro trecho destacado: “eu só aprendi isso aqui, não aprendi na escola não”. Essa fala do sujeito corrobora mais uma vez com a pesquisa de Fiorentini (2005), pois evidencia o impacto do professor das disciplinas específicas sobre a formação do futuro professor.

A apresentação do E8 sobre função afim mostra algumas questões que valem ser destacadas no final desta primeira fase. Primeiramente, a forma como o sujeito concebe os conhecimentos matemáticos ainda não pode ser considerada como de um docente, pois muitos elementos apresentados estão arraigados na sua experiência como discente. Segundo a abordagem dos conteúdos é realizada sem uma sistematização coerente e com métodos e técnicas que, provavelmente, são tomados a partir dos professores que o sujeito já conviveu. E, finalmente, os impactos da formação docente sobre o licenciando ainda são preliminares.

Na seção seguinte, é feita a discussão da segunda fase das apresentações que foi realizada pelo E5 na apresentação dos objetivos.

### 6.9.2 Objetivos de aula

Nesta fase da apresentação, o E5 apresenta os objetivos de aula definidos a partir da discussão do grupo realizada a distância na 4ª etapa de formação. Destacamos aqui alguns dos objetivos e as justificativas apresentadas pelo licenciando, que não foram esclarecidas na interação via chat.

Trecho 34 - Objetivos da aula

*L30 E5: Aí basicamente o objetivo é fazer com que o aluno entenda o que é uma função, não só dita como  $f(x)$ . Porque o aluno quando ele vê a função lá  $f(x)=ax+b$  (escreve no quadro). O que é que a gente quer que o aluno entenda com isso? É... O aluno visualizar a variação entre grandezas que ele vê no dia a dia.*

*L33 E5: Construir uma associações da proporcionalidade entre grandezas. É perceber que uma grande varia com relação a outra de maneira linear né. É uma coisa que o aluno tem que observar. A gente escolheu essa função porque é uma função mais fácil de maneira introdutória, a primeira coisa, o primeiro contato que o aluno tem com função com esse tipo de função é mais simples. Onde você tem aqui um coeficiente angular, um coeficiente linear e aqui eu tenho uma variável (escreve no quadro), onde eu tenho uma relação entre essas duas variáveis aqui, eu posso chamar de  $y$  e o  $x$ . Que seriam o que? Duas grandezas.*

*L34 E5: O aluno tem que perceber que no dia a dia da gente, a gente se depara com vários tipos de grandezas. Por exemplo, um taxista que vai percorrer uma certa distância, tudo isso está no cotidiano.*

*L36 E5: Resolver e elaborar a partir de informações em um gráfico ou tabela. Eu fiz uma pesquisa com a professora, quer dizer, ela estava me orientando em uma pesquisa, que para que o aluno tenha uma boa compreensão da matéria ele precisa visualizar por diversos... é... representações semióticas né? Uma delas seria gráfica, a outra seria algébrica, outra tabela, onde eu relacionaria o eixo  $x$  e o eixo  $y$ , onde o aluno pode se desprender do objeto matemático e chegar no conceito né.*

*L37 E5: Eu acredito que esteja saindo um pouco do que seria uma aula né?*

*L38 PF: Não, tudo bem. Você está explicando o por que da aula.*

As linhas que trouxemos acima destacam alguns dos objetivos de aula traçados pelos sujeitos, o objetivo geral e alguns específicos. Não elencamos todos os objetivos, pois eles já foram apresentados na etapa anterior, apenas os que são justificados ou discutidos pelo licenciando.

Na linha 30, o licenciando destaca o objetivo geral da aula, justificando que eles pretendem com a aula esclarecer para o estudante que as funções estabelecem uma relação entre grandezas. No entanto, o objetivo apresentado não está associado ao objeto matemático principal, que seria a função afim. Em seguida, na linha 34 o E5 aponta um dos exemplos que eles pensam como relação entre grandezas funcionais, já na linha 36 o sujeito traz para discussão, a TRRS como uma base teórica que justifique a exploração de situações envolvendo funções em diferentes registros.

A partir do que o sujeito destaca na linhas 36, observamos que o conhecimento pedagógico e do conteúdo aparece na construção coletiva dos objetivos, pois o objetivo de resolver problemas a partir de diferentes registros, como gráficos e tabelas, denota uma preocupação do grupo com a coordenação de registros semióticos. Mishra e Koehler (2006), destacam que a articulação de teorias didáticas ou de aprendizagem pelo sujeito, aparece do conhecimento pedagógico. Neste caso, o PCK é caracterizado pelo objetivo de aula, ser pensado como uma forma de o estudante, a partir de situações matemáticas, mobilizar diferentes registros. Ao pensar sob a ótica da TRRS para construir esse objetivo, os licenciandos demonstram estarem na interseção PCK.

Apesar disso, a linha 37 o licenciando E5 pensa que está fugindo da temática da aula, ou seja, por estar em fase de formação inicial ainda prematura, o sujeito não percebe que a discussão em torno da TRRS associada ao objetivo de aula, faz parte do planejamento elaborado. Com isso, percebemos que os licenciandos elaboram as situações, mas ainda não tem consciência de que essas situações abarcam o conhecimento pedagógico deles.

Na seção seguinte, faremos a discussão da configuração didática apresentada pelo E6.

### 6.9.3 Configuração Didática

Na configuração didática, assim como nos objetivos o E6 apresenta algumas justificativas para escolha dos itens listados na 4ª etapa de formação, mas que não aparecem na discussão do chat.

Trecho 35 - Configuração didática

*L41 E6: No caso, o objetivo era a gente elaborar uma aula com os parâmetros da teoria. É isso?*

*L42 PF: Certo.*

*L43 E6: A princípio eu pensei nos parâmetros da Escola Nova, não sei se tá ligado com a teoria, que no caso o aluno ele é o centro, o responsável pela própria aprendizagem e o professor ele só media a aprendizagem.*

*L44 E6: Por isso que a gente decidiu dividir a sala em grupos de 4 integrantes e cada grupo se dividiu em duas duplas, onde uma dupla resolveria o problema algebricamente e a segunda dupla, resolvia o problema no geogebra, no software.*

*L45 E6: Aí a gente iria dar uma pincelada rápida no assunto de função e traria o problema para os alunos resolverem. Aí com os dispositivos oferecidos por nós, o aluno tentaria resolver o problema no Geogebra, que a gente propôs. Aí seguindo o parâmetro da escola nova, seria mais fácil do que a gente dar atenção aos grupos... Aí seria mais fácil o desenvolvimento da aula e o aluno aprenderia de uma forma mais dinâmica até. É só isso.*

O E6 destaca algumas questões importantes em sua fala para justificar a configuração didática estabelecida pelo grupo. Apesar de a configuração didática ter sido pensada de forma coletiva, no trecho 35 acima percebemos na fala do E6 que algumas justificativas e pensamentos sobre as decisões do grupo são seus, ou seja, individuais.

Na L43 isso fica muito claro, quando o licenciando destaca que “A princípio **eu** pensei nos parâmetros da Escola Nova...”, o pronome eu destacado na fala do licenciando, denota que a associação da configuração didática realizada pelo grupo com o movimento escolanovista foi ideia sua. Nesse sentido, percebemos que, assim como nas outras etapas nas quais o conhecimento do E6 foi mapeado, nesta etapa, também se destaca o Conhecimento Pedagógico (PK), pois se associa as escolhas a um movimento didático presente na literatura da Educação.

O movimento da Escola Nova apontado pelo E6, segundo ele, justifica a distribuição dos grupos em 4 integrantes, subdividindo-se em duplas, onde cada dupla realiza um tipo de tarefa que complementa a outra. Mesmo inconscientemente, percebemos que o grupo constroi uma dinâmica de trabalho coletivo, muito próximo do trabalho cooperativo apontado na CSCW, onde os integrantes se dividem, realizam tarefas e juntos produzem um produto final.

Na L45 o E6 destaca que a abordagem sobre função afim seria de maneira introdutória, que na verdade o trabalho dos estudantes em grupo em uma perspectiva construtivista poderia desenvolver habilidades mais autônomas, facilitando o gerenciamento da sala de aula pelo professor. Ainda nesta linha, segundo o E6 os dispositivos tecnológicos seriam distribuídos pelo grupo e pelo que vimos, um para cada grupo.

A justificativa das escolhas do grupo para o trabalho dos alunos com as tecnologias, a dinâmica de subdivisão em grupos menores e o gerenciamento da sala de aula pelo professor, mostra que o conhecimento pedagógico aparece na configuração didática. No entanto, a classificação desse conhecimento em individual ou coletivo é um pouco complexa, pois o licenciando que apresenta esta etapa da TOI demonstra ter esse conhecimento em um nível um pouco mais aguçado que os outros. Sendo assim, não sabemos se a configuração didática foi idealizada com essa perspectiva pelo grupo como unidade, ou se as justificativas do E6 que estão embasando as escolhas do grupo. Por outro lado, como a configuração didática foi uma ação coletiva, desenvolvida a partir das interações entre o grupo via chat, classificaremos o conhecimento pedagógico desta fase como coletivo.

A seguir, fizemos a discussão do modo de operação apresentado pelos licenciandos E7 e E8.

#### **6.9.4 Modo de execução**

A fase do modo de execução fez emergir nas discussões três eventos: a abordagem dos conceitos nas atividades, a descrição e justificativa da atividade 1 e por fim, a atividade 2. A partir das atividades propostas, foi sendo definida a última fase das apresentações, que consistiu na discussão com a professora formadora, sobre a abordagem de alguns conceitos.

##### *6.9.4.1 Abordagem dos conceitos*

O modo de execução começou a ser discutido a partir da abordagem que seria feita pelos licenciandos das duas atividades propostas. O E7 inicia sua fala justificando isso:

Trecho 36 - Abordagem das atividades propostas

*L46 E7: Bom, como E6 falou, a gente queria voltar a aula para o aluno. Porque é muito fácil a gente ficar aqui no quadro só dando aula e o aluno absorvendo informações, decorando, memorizando e no final das contas não*

*aprende, ou seja, é melhor a gente colocar de uma forma dinâmica jogar pra eles, como ela falou, dividir em grupos.*

**L47 E7:** *Aí eles devem operar em capacidade máxima, e trazer a participação do aluno, destacando a importância do professor na aprendizagem e isso vai totalmente contra a metodologia tradicional, das escolas antigas onde o professor ficava só falando, falando, falando e o aluno só memorizava.*

**L48 E7:** *o centro passa a ser o aluno e não só o professor. Aí, antes como E8 falou, a gente tem que dar uma aula primeiramente, porque a gente não pode chegar e jogar pro aluno uma atividade, por mais dinâmica que seja, no geogebra, em vídeo, não pode jogar pro aluno e esperar que ele aprenda sozinho. A gente tem que preparar o terreno pra ele receber aquela expectativa de aula melhor.*

Na fala do E7, percebemos que a proposta do grupo seria uma aula pautada na sistematização dos conceitos pelo professor, seguida da exploração das atividades pelos alunos por meio do software. As linhas transcritas denotam também, a preocupação dos licenciandos em fazer com que os alunos pensem por meio das situações propostas, fazendo do professor um mediador e não um detentor do conhecimento.

A forma de abordagem escolhida pelo grupo revela o conhecimento pedagógico dos sujeitos, uma vez que, eles estão considerando e propondo meios para que a aprendizagem seja construída de forma compartilhada entre o professor e os alunos. Para que isso ocorra, o software seria o recurso que proporcionaria aos estudantes fazer conjecturas, para reconhecer nas situações a função afim por meio da visualização de gráficos.

Com isso, o conhecimento presente na abordagem dos conceitos se caracteriza apenas como pedagógico, uma vez que a fala do E7 neste trecho, concentra-se apenas em descrever o processo da abordagem dos conceitos.

#### 6.9.4.2 Atividade 1

Após a discussão da abordagem no modo de execução, o E7 apresenta a primeira atividade proposta pelo grupo:

Trecho 37 - Atividade 1

**L49 E7:** *A partir disso a gente propôs duas atividades, para saber se o aluno realmente entendeu a aula e a primeira:*

**Atividade 1:** *Os alunos, utilizando o geogebra e por meio do controle deslizante, deverão construir um gráfico de uma reta, e analisar as alterações sofridas no gráfico após mudar o controle deslizante, interpretar essas modificações de acordo com o conteúdo de função de 1ª grau.*

**L50 E7:** *Aí eles teriam que identificar tudo o que foi dito na aula: crescimento e decrescimento, a raiz da função, a sua função. Basicamente aquilo que a*

*gente viu naquela questão da área, que a gente fez no geogebra. Então é basicamente isso, mostrar pro aluno uma situação no Geogebra, pra (SIC) que ele começasse a explicar cada coisa que ele aprendeu na aula:*

A primeira atividade denota uma proposta de exploração dos coeficientes da função afim por meio do gráfico, utilizando o controle deslizante que automatiza o processo de mudança dos coeficientes e gera famílias de funções (KAPUT, 1992). Nesta atividade, percebemos elementos que foram explorados na 2ª etapa da formação, como a utilização do controle deslizante. Os sujeitos perceberam que a ferramenta do controle deslizante possibilita a alteração de características do objeto, a partir de um coeficiente pré-estabelecido, dentro de um intervalo e incremento dados.

Com isso, a proposta da primeira atividade ressalta o conhecimento tecnológico dos sujeitos, a partir da formação realizada em etapas anteriores. Além disso, o grupo atrelou o conhecimento matemático e pedagógico que possuem, para propor uma situação em que os alunos possam explorar nas animações o papel dos coeficientes da função no gráfico construído. Sendo assim, os três conhecimentos da TPACK emergem a partir dessa atividade.

A identificação dos três conhecimentos nessa atividade se dá por meio de três aspectos: a proposta coletiva do grupo, a exploração da influência dos coeficientes no gráfico da função afim e finalmente, a potencialidade do software em realizar as animações e transformações nos coeficientes algébricos, ao mesmo tempo em que modifica o gráfico. Identificar a TPACK nesta atividade só foi possível, por meio da apresentação dos licenciandos, uma vez que, não ficou claro na 4ª etapa a proposta da atividade 1.

A seguir, discutiremos a proposta da segunda atividade, destacando o papel do software e a proposta de ações das duplas de alunos na solução do problema.

#### *6.9.4.3 Atividade 2*

Mesmo com uma proposta pautada na utilização do Geogebra, a abordagem dos licenciandos para utilização da tecnologia na segunda atividade, ainda torna o software, um artefato secundário. Isso porque ele seria utilizado como meio de verificação do cálculo manual entre os alunos, onde uma das duplas realiza cálculos e a outra valida as respostas, fazendo do software um recurso de visualização. Vejamos a proposta apresentada pelo E8:

Trecho 38 - Atividade 2

*L51 E8: E a segunda atividade, seria uma atividade prática, que é um probleminha para desenvolver e como E6 já havia falado, seria em grupos de*

4, dois iriam fazer a atividade no Geogebra e dois iam calcular. A atividade seria assim:

**Atividade 2:** Na produção de peças, uma fábrica tem um custo fixo de R\$ 16,00 mais um custo variável de R\$ 1,50 por unidade produzida. Sendo  $x$  o número de peças unitárias produzidas, determine:

a) A lei da função que fornece o custo da produção de  $x$  peças;

b) Calcule o custo de produção de 400 peças.

**L52 E8:** 16 seria o custo fixo, a função linear (áudio não identificado), a constante seria 16 é sempre o 16. O valor do custo variável porquê? Porque esse valor vai ser calculado para fazer as peças, vai ser 16 mais esse valor. Seria  $\frac{3}{5}$  já coloquei em fração vezes o número de peças que é o  $x$ . Eles teriam que ter a noção que o valor que muda, saber a constante que nunca muda. Montaria o gráfico, o  $x$  seria o número de peças e o  $y$  seria o valor.

**L53 E8:** Achando a função eles teriam que criar o gráfico, assim, o 16 ficaria lá em cima. Poderia até criar outros valores para eles acharem, assim, 10 peças, vai custar quanto, se for 20 peças vai custar quanto. E o (b) eles não conseguiriam sem fazer o (a), é só substituir na no lugar de  $x$  mais 16 seria o valor. **Aí eles iam ver que a função linear não serve só pra fazer uma prova, também serve para resolver problemas do dia a dia. Entendeu?**

Diferente da proposta da primeira atividade, a segunda coloca o software como um artefato de ilustração e verificação das respostas encontradas pela dupla que realiza o cálculo manual. O problema apresentado pelos licenciandos é coerente diante do conteúdo de função afim, mas os itens (a) e (b) não mostram como o Geogebra poderia trazer um diferencial para a aprendizagem dos alunos, pois ao encontrar a lei de formação da função que modela o problema, a automação do software gera o gráfico e o item (b) poderia ser verificado facilmente.

A atividade 2 mostra o conhecimento do conteúdo dos licenciandos, a partir da formação que eles possuem e que vivenciaram até o instante de elaboração do problema. Esta atividade foi discutida e proposta na discussão do grupo na 4ª etapa de formação, sendo assim, ela é uma produção coletiva dos sujeitos. Pela fala do E8 destacada na linha 53 o problema proposto procura fugir de uma abordagem mais conteudista da função afim, mostrando aos alunos situações que são modeladas por essas funções.

Neste trecho, ficou claro que os licenciandos externalizam um conhecimento do conteúdo que possuem ao propor a atividade 2. Mas, alguns elementos do conteúdo matemático, como a caracterização da função afim e o gráfico parecem confundir os diante da concepção que eles têm sobre função. A seguir, mostramos as discussões geradas entre a professora formadora e os licenciandos, a partir do que ela observa na fala e nas atividades propostas em termos de conteúdo matemático.

### 6.9.5 Discussão com a professora formadora

Nas discussões com a professora formadora, os sujeitos são questionados sobre elementos do conteúdo matemático de função afim, que são mal colocados ou descritos. A partir dessas discussões, estabelecemos algumas temáticas que vão surgindo na conversa, onde os sujeitos são instigados pela professora formadora à reflexão diante do que está sendo falado e da abordagem que está sendo feita, do conteúdo de função afim.

#### 6.9.5.1 Gráfico da Função Afim

Após a finalização da apresentação pelos licenciandos a professora formadora os questiona sobre um trecho descrito na atividade 1:

Trecho 39 - Gráfico da função afim

**L54 PF:** *Eu queria saber o seguinte, é... O E5 estava falando da questão das representações semióticas, aí vocês escreveram assim: **deverão construir um gráfico de uma reta**. O que é um gráfico de uma reta? O que é um gráfico?*

**L55 E5:** *O gráfico é a reta né?*

**L56 PF:** *O gráfico é a reta, não existe o gráfico de uma reta.*

**L57 E7:** *Então seria construir um gráfico.*

**L58 PF:** *O gráfico de uma função afim. Porque a reta já é a representação do gráfico, é um tipo de gráfico.*

**L59 E8:** *Mas no dia a dia a gente acaba falando, o gráfico da parábola...*

**L60 PF:** *Mas existe o gráfico da parábola? A parábola é uma curva, que pode representar o gráfico de uma função.*

**L61 E5:** *A gente tem que corrigir o erro daqui né? Porque a gente tá ensinando...*

**L62 PF:** *É porque tá meio enrolado. É o gráfico de uma função.*

**L63 A1:** *Pelo que eu entendi, gráfico seria um tipo de representação, eu acho que quando ele fala: gráfico de uma reta, seria a representação do gráfico como uma reta.*

**L64 PF:** *Qual é a diferença, por exemplo, você pode ter uma reta que não é gráfico, certo? Você pode desenhar uma reta ali e não ser um gráfico.*

**L65 PF:** *Qual é a diferença de gráfico, de reta como elemento geométrico e da reta representando o gráfico de uma relação, de uma função? São coisas diferentes que estão emboladas.*

**L66 E5:** ***Porque no gráfico eu tô relacionando grandezas e essa grandeza é representada através da figura que está no gráfico.***

**L67 PF:** *Porque que o gráfico de uma função afim é uma reta? Porque que não é uma curva?*

**L68 E7:** ***É uma propriedade dela.***

**L69 PF:** *Propriedade de que?*

**L70 E8:** ***Porque é de uma função linear.***

**L71 PF:** *Sim, e porque que de uma função linear é uma reta? Uma reta é um tipo de objeto geométrico, certo? E porque que toda função afim é uma reta e não é uma curva?*

**L72 E8:** ***Porque vai fazer com que todos os pontos sejam ligados.***

*L73 PF: Sim, todos os pontos são colineares. Qualquer ponto que você obter em uma função afim, ele é colinear a outro?*

*L74 E8: Se ele não for colinear, não é função afim.*

*L75 A2: Se você pegar qualquer três pontos da função, aí você faz delta y sobre delta x que é a inclinação é a mesma.*

*L76 A3: Ou por contradição. Dados três pontos no plano, se você provar que eles não tem área aí eles estão alinhados.*

*L77 PF: Mas aí como você faria isso a partir da função?*

*L78 A3: Aí seria uma álgebra linear professora.*

*L79 PF: Porque assim, a gente chega pra (SIC) o aluno e diz: o gráfico da função afim é uma reta. Mas como a gente convence ele de que é uma reta? Que não é uma curva.*

*L80 E8: Pega cinco valores de x e liga eles, aí vê que não é uma curva.*

*L81 PF: Aí tem que usar algo bem certinho, senão eles ligam como uma curva. Então, tem alguns conhecimentos que a gente precisa puxar um pouco, que a gente trabalha com o aluno, que o aluno não sabe. Por exemplo, ele não sabe que aquela equação determina uma reta, a equação do 1º grau ela determina uma reta. Porque aí ele chega na função quadrática e a gente diz que é uma parábola.*

*L82 E5: Aí ele vai tentar fazer a mesma coisa que ele fez na reta, vai juntar os pontos e tentar ligar.*

*L83 E8: Mas aí é só pegar três pontos longe um do outro e ver que não dá pra ligar.*

*L84 PF: Mas aí você está desenvolvendo uma coisa que o adolescente não tem, que é o reconhecimento de qual tipo de equação, tá ligado a qual modelo de função.*

O primeiro questionamento lançado pela professora formadora, destacado na linha 54, lança uma discussão em sala sobre a concepção dos licenciandos de gráfico de uma função de maneira geral, a reta como lugar geométrico e o gráfico da função afim. Nas falas do trecho 39 os conhecimentos do conteúdo, pedagógicos e pedagógicos e do conteúdo ocorrem em diferentes momentos.

A discussão em torno da aceção de gráfico e, mais especificamente, o gráfico da função afim sendo representado por uma reta, faz emergir uma discussão sobre o conhecimento do conteúdo dos licenciandos. Nos trechos destacados a partir da linha 66, temos algumas das repostas dos sujeitos e de colegas que entram no debate sobre o gráfico da função afim como sendo uma reta.

A professora formadora procura encaminhar os licenciandos para reflexão de que a reta como lugar geométrico de pontos, não é representa o gráfico de uma função afim. Os sujeitos tentam justificar utilizando elementos da Geometria Analítica, que não se aplicam as funções, como os licenciandos A2 e A3. Em seguida, o E8 diz que basta escolher pontos aleatórios e ligar. Essa concepção geralmente é apresentada na Educação Básica como suficiente para gerar o gráfico de uma função afim, sendo assim, mais uma vez os conhecimentos do conteúdo do E8 mostram-se arraigados aos que foram adquiridos na Matemática escolar.

Por sua vez, na linha 83 o E8 aponta que para mostrar que o gráfico da função quadrática é uma parábola, basta escolher cinco pontos distantes. Essa ideia do licenciando se refere a cinco pontos de lados opostos do vértice da parábola, mas como o aluno faz essa escolha se ele ainda não sabe quais pontos estão de lados opostos? A professora formadora aponta essa questão na linha 84, fazendo com que o sujeito reflita que os alunos não possuem a capacidade de identificar os modelos de funções, pois ainda estão adquirindo conhecimentos sobre características do objeto matemático.

A partir das discussões trazidas no trecho 39, os licenciandos evidenciam conhecimentos matemáticos que são constituídos em sua experiência discente. Por outro lado, em algumas linhas como na 61 e 63, os licenciandos E5 e A1 apontam questões ligadas ao conhecimento pedagógico. Primeiro, o E5 concorda que é preciso realizar uma reflexão em torno de como se fala e como se propõe uma situação matemática, pois a formação inicial é o momento de começar a pensar como futuro professor. Em seguida, o licenciando A1 faz uma retomada da 1ª etapa de formação, onde reconhece o gráfico como sendo um tipo de representação da função. A associação de um elemento teórico, com as discussões em sala demonstram que os licenciandos começam a pensar no reflexo que as teorias abordadas possuem na formação inicial.

O conhecimento pedagógico e do conteúdo permeia a discussão da professora formadora com os licenciandos. As reflexões acerca da concepção de gráficos de funções e as implicações disso na prática dos licenciandos enquanto futuros professores, gera o PCK nas interações em sala de aula. Seria um processo complexo dissociar os licenciandos da discussão com a professora formadora, uma vez que, todos estão envolvidos na conversa. Na seção seguinte, trazemos a continuação da discussão entre os licenciandos e a professora formadora, na necessidade de uma caracterização da função afim para compreensão do objeto.

#### *6.9.5.2 Caracterização da Função Quadrática e Caracterização da Função Afim*

O debate sobre o gráfico de funções e da reta como gráfico da função afim foi o fio condutor da conversa descrita nesta seção. As concepções dos licenciandos fizeram com que a professora formadora direcionasse a conversa para a caracterização das funções quadrática e afim, de maneira que os licenciandos buscassem compreender a reta como gráfico da função afim e a parábola como gráfico da função quadrática.

**L91 PF:** *Mas que tipo de curva é a parábola? Por exemplo, meus alunos que eu entrevistei, eles diziam que o seno eram várias parábolas... E não é não?*

**L92 E5:** *Mas a parábola tem suas propriedades né?*

**L93 PF:** *E que propriedades são essas?*

**L94 E7:** *Aquela distância que ela fica ali do ponto de fuga né?*

**L95 E8:** *A parábola seguiria a mesma coisa da função linear né? Ela vem e vai pro infinito.*

**L96 PF:** *Mas o valor absoluto também. E não é curva.*

**L97 E8:** *Mas no caso do seno não poderia ser porque ele não vem e vai pro infinito, vai o x, mas o y não.*

**L98 PF:** *Mas mesmo se você pegar só aquele pedacinho que parece uma parábola, mesmo assim, seria uma parábola?*

**L99 E8:** *Se considerar só os valores entre 1 e -1 sim.*

**L100 PF:** *Não. Tente fazer um farol de carro ou uma antena parabólica com uma curva de seno, pra ver se fica.*

**L101 PF:** *O que seria uma parábola? Existem características da curva, que aí também eu acho que vocês deveriam ir um pouco atrás do livro do Elon, a Matemática para o Ensino Médio, no volume 1 ele faz todo um trabalho sobre o que caracteriza cada um desses tipos de função, cada uma dessas famílias de funções. O que caracteriza a Função Afim? Tem alguns elementos, que faz a caracterização que é muito bem feita, pra gente entender quais são as características desse grupo de funções, assim como o grupo da Função Afim, que está muito ligado com a questão da reta, as características de uma reta.*

**L102 E8:** *Porque se você pegar uma reta e colocar no plano cartesiano, ela vira o gráfico de uma função.*

**L103 PF:** *Ela representa o gráfico de uma função.*

A discussão começa com a professora formadora instigando os licenciandos a refletir sobre o que seria a parábola. Assim como a discussão sobre a reta na seção anterior, a parábola também é um lugar geométrico que pode ser o gráfico da parábola desde que, a variação das imagens tenha o comportamento de uma progressão aritmética de segunda ordem.

A professora exemplifica que, em sua pesquisa, os alunos associavam a função seno como sendo várias parábolas, já que a curva senóide graficamente aparenta ter as mesmas características da curva parábola. O E8 afirma que considerando o intervalo das imagens entre -1 e 1, uma senóide seria uma parábola. Essa afirmação do licenciando denota a falta de conhecimento das características da parábola enquanto lugar geométrico e da curva parábola, enquanto gráfico de uma função. A intenção da professora formadora é conduzir os sujeitos a buscarem fontes que caracterizem as funções, de maneira que eles possam perceber a partir dessas características as situações modeladas pelas funções afim e quadrática, como também, distinguir as curvas geométricas das funcionais.

Nesta seção a professora formadora faz emergir o conhecimento matemático docente que possui, para fazer com que os licenciandos reflitam sobre elementos que eles já conhecem, mas que não sabem definir ou caracterizar. Nesse sentido, não identificamos aqui,

conhecimentos por parte dos sujeitos, mas da professora formadora que traz para discussão conhecimentos matemáticos indispensáveis à formação inicial do professor de Matemática.

### 6.9.5.3 Conhecimentos matemáticos do professor

Em outro trecho do debate estabelecido após a apresentação da aula, o E5 destaca um ponto importante na discussão:

Trecho 41 – Destaque do E5

**L85 E5:** *Geralmente os livros mostram que pegando vários pontos, você chega no gráfico. Mas nem sempre vai mostrar, por que assim, o professor que conhece mais o comportamento da função, ele sabe mais ou menos o lugar do vértice e ele vai jogar valores para o lado direito e valores para o lado esquerdo, mas o aluno que não sabe ele vai jogar valores ali que podem não ser...*

Na linha 85, o licenciando destaca que os livros didáticos apresentam como estratégia para construção de gráficos, a escolha de alguns pontos dentro do domínio da função apresentada, mas que nem sempre isso dá certo, pois os pontos escolhidos podem levar o aluno ao erro. Por outro lado, o professor tem um conhecimento prévio do comportamento da função, escolhendo pontos estratégicos que fazem com que a ideia do gráfico apareça no plano cartesiano diante dos pontos que foram escolhidos. A professora formadora concorda com o licenciando destacando que neste caso:

Trecho 42 – Resposta da professora formadora

**L86 PF:** *Pois é... O professor já tem o conhecimento que muitas vezes ele não passa para o aluno, ele não trabalha com o aluno a questão do vértice, a questão do coeficiente do  $x$  ao quadrado, que dependendo do valor, ela vai ser tão fechada que vai colidir um lado com o outro. Então, tem várias escolhas que o professor já sabe fazer, mas o aluno não sabe.*

**L87 E5:** *Aí ele sofre na hora de fazer o gráfico.*

Desta vez a conversa iniciada pelo E5 entra em uma dimensão de interseção dos conhecimentos pedagógico e do conteúdo. As escolhas do professor, quanto aos pontos de lados opostos do vértice da parábola para a construção do gráfico, constituem uma estratégia didática que parte do conhecimento matemático que o professor já possui. Como destaca a professora formadora, a omissão das razões dessas escolhas, levam o professor a ter uma certa “vantagem” sobre o aluno, pois ele não conhece as características das funções e portanto, não tem como fazer essas escolhas. As decisões que o professor toma sobre o que ele mostra ou não ao aluno,

acarretam muitas vezes em uma concepção errônea das características do objeto matemático, como destaca o pesquisador na linha 84:

Trecho 43 – Destaque do pesquisador

**L84 P:** *Se ele pegar uma parábola, que ele não chega no vértice ou próximos, ele pode pegar um traço da parábola e confundir com uma reta, mas ele não vai identificar que ali tem um vértice ou que aquela equação corresponde a uma quadrática.*

A seguir, encerramos a análise da aula apresentada pelos licenciandos de forma presencial. Nesta última seção, apresentaremos as concepções dos sujeitos sobre o diferencial do uso do Geogebra na aula que eles elaboraram.

#### 6.9.5.4 Diferencial do uso de tecnologias para o ensino

Após as discussões em torno da aula que foi apresentada, a professora formadora puxa a conversa para as concepções dos sujeitos sobre o papel do Geogebra na elaboração da aula:

Trecho 44 – Discussão sobre o papel da tecnologia na aula

**L104 PF:** *Agora a pergunta que não quer calar: A4 é o diretor da escola e vocês preparam uma aula para usar o Geogebra. Como convencer ele a comprar os tablets, o computador, montar o laboratório, pra dar uma aula no estilo que vocês prepararam.*

**L105 PF:** *Qual o diferencial de usar o recurso Geogebra para aula que vocês prepararam? Por quê?*

**L106 E7:** *A demonstração né? A gente pode colocar a função e ele mesmo gerar o gráfico pra gente, pra o aluno.*

**L107 PF:** *E qual a vantagem?*

**L108 E7:** *Ter uma imagem mais precisa, porque o professor no quadro não tem a precisão, nem uma visão ampla daquela função.*

**L109 E8:** *O Geogebra ele serve para mostrar que o gráfico, o gráfico que você fez ou que você está imaginando está certo ou não.*

**L110 E5:** *Outra coisa que você pode fazer com aquele gráfico é mexer com cada um, eu tenho aqui a e b e posso variar somente o a, e ver o que acontece. Se eu fosse fazer isso aqui no cálculo, ia ter que fazer um por um e lá não, eu usaria um controle deslizante.*

**L111 E7:** *Com o controle deslizante a gente pode controlar qualquer um dos coeficientes e o gráfico se modificar e o aluno pode observar essas modificações, de forma mais rápida, senão teria que fazer uns 4 ou 5 gráficos para fazer a mesma coisa.*

**L112 E5:** *E a gente poderia fazer com que eles mesmos percebessem o que ia acontecendo, até colocando assim, um aluno como monitor. Um grupo faz, constrói o gráfico, pra ele dizer o que ia acontecendo, assim tomando nota.*

**L113 PF:** *Perguntas?*

**L114 P:** *Eu senti falta de vocês manipularem mais o software, usarem mais elementos aqui na aula de vocês. Vocês fizeram muitas coisas no quadro que poderiam ter sido feitas no software, e poderiam ter mostrado mais o*

*potencial da tecnologia na aula de vocês. Eu acho que o software poderia potencializar mais a aula de vocês, porque vocês lançaram apenas como proposta para que os alunos utilizassem, mas o que vocês fizeram aqui, poderia ter sido feito utilizando o Geogebra.*

O questionamento levantado pela professora formadora levantou respostas de cada um dos licenciandos do grupo que elaborou a aula, exceto pelo E6, que esteve presente apenas na apresentação da configuração didática. As respostas apresentaram diferentes caminhos:

Quadro 25: Percepção dos licenciandos sobre o uso do Geogebra na aula

<b>PF: Qual o diferencial de usar o recurso Geogebra para aula que vocês prepararam? Por quê?</b>	
<b>Licenciando</b>	<b>Concepção</b>
E7	Automação, visualização gráfica e transformação simultânea dos registros algébrico e gráfico pelo controle deslizante.
E8	Validação das respostas realizadas manualmente.
E5	Variação dos coeficientes e alteração do gráfico utilizando controle deslizante.

Fonte: Elaborado pelo autor

As respostas dos licenciandos evidenciam em sua maioria que o diferencial do software Geogebra na elaboração da aula, seria a automação e a dinamicidade. Os licenciandos E7 e E5 no mapeamento das habilidades em torno dos conhecimentos, estiveram classificados como habilidosos no conhecimento matemático, segundo as suas próprias escolhas. No entanto, as análises mostraram, inclusive nesta etapa da formação, que os sujeitos permeiam os conhecimentos didáticos, matemáticos e tecnológicos em diferentes situações. Já o E8 que foi apontado como habilidoso no conhecimento tecnológico, aparece ao longo da formação com a habilidade matemática mais evidente.

Ao final da apresentação o pesquisador aponta que os sujeitos poderiam ter explorado mais o software durante a apresentação da aula, mostrando inclusive, a resolução da atividade 1 assim como foi discutida a atividade 2 utilizando o quadro. O software não aparece na apresentação da aula, abrindo o questionamento do pesquisador sobre o posicionamento dos licenciandos.

A seguir, fizemos uma breve síntese desta análise da 5ª etapa de formação, destacando os conhecimentos em cada fase identificados nas falas dos sujeitos e da professora formadora.

### 6.9.6 Síntese da análise da 5ª etapa de formação

Para sintetizar a análise de dados da 5ª etapa de formação utilizaremos um quadro que aponta os conhecimentos identificados em cada fase da apresentação dos licenciandos. Em seguida, faremos uma breve discussão concluindo o capítulo da análise de dados.

Quadro 26: Síntese dos conhecimentos na socialização

Fase	Conhecimentos identificados
Aula sobre função afim	Conhecimento do Conteúdo (CK)
Objetivos de aula	Conhecimento Pedagógico e Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo (PCK)
Configuração didática	Conhecimento Pedagógico (PK)
Modo de execução	Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo (TPACK)
Discussão com a professora formadora	Conhecimento do Conteúdo (CK), Conhecimento Pedagógico (PK), Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo (PCK), Conhecimento Tecnológico (TK)

Fonte 2: Elaborado pelo autor

Na primeira fase desta etapa da análise, o conhecimento do conteúdo é registrado na aula do licenciando E8, a partir das suas concepções sobre funções, gráficos e plano cartesiano. Destacamos na seção 5.9.1 alguns equívocos e a linguagem, por vezes não apropriada para uma aula, como também a falta de habilidade do sujeito na sistematização dos conteúdos. Com isso, o conhecimento do conteúdo apresentado é relacionado às concepções do licenciando enquanto professor em formação inicial, ainda arraigado as abordagens vistas na Educação Básica e no início da licenciatura em Matemática. Sendo assim, este conhecimento é mapeado como individual, do licenciando E8, já que a apresentação mostra sua abordagem dos conceitos matemáticos e não a de outros membros do grupo.

A segunda fase, que diz respeito aos objetivos de aula, faz emergir os conhecimentos pedagógicos e conhecimento pedagógico e do conteúdo. O conhecimento pedagógico está relacionado à elaboração dos objetivos de aula pelos licenciandos, de forma coletiva na 4ª etapa da formação. Por sua vez, o PCK aparece como conhecimento individual do licenciando E5,

quando relaciona os objetivos do grupo a TRRS por consequência de uma pesquisa de sua autoria.

A terceira fase, de configuração didática, ressalta o conhecimento pedagógico coletivo do grupo ao planejar a configuração da sala de aula, como também, o conhecimento individual do E6, que relaciona a etapa da OI à perspectiva da Escola Nova. Na quarta fase, o modo de execução, faz a TPACK surgir na elaboração da atividade 1 proposta pelo grupo, onde se propõe o uso da automação e dinamicidade do software, para explorar conceitos matemáticos gráficos e algébricos.

Na última fase, surgem vários conhecimentos a partir de cada instante de conversa com a professora formadora. O conhecimento do conteúdo, surge nos debates acerca da concepção dos elementos gráficos das funções. Os conhecimentos pedagógicos e pedagógicos do conteúdo, aparecem imbricados nas conversas entre os licenciandos e a professora formadora, em trechos que discutem questões teóricas associadas a conceitos matemáticos e ao papel do professor e suas escolhas didáticas. Por fim, o conhecimento tecnológico, surge na última seção a partir das concepções dos licenciandos E5 e E7 e das motivações estabelecidas pela professora formadora, os sujeitos reconhecem o potencial do Geogebra na dinamização e automação de situações matemáticas, para estabelecer conjecturas e estimular a discussão entre os alunos.

Este capítulo abordou as análises dos dados de toda a etapa de formação proposta, desde a 1ª etapa que envolveu todos os licenciandos, como nas etapas seguintes a partir do estudo de caso de um dos grupos. No capítulo seguinte, apresentamos os resultados e suas respectivas discussões, sob a ótica das teorias e revisão de literatura que embasam esta pesquisa.

## **7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DAS ETAPAS DE FORMAÇÃO**

Neste capítulo apresentamos os resultados da pesquisa e os discutimos com base em nossa literatura. Organizamos este capítulo fazendo as discussões de cada etapa da formação proposta.

### **7.1 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA 1ª ETAPA DE FORMAÇÃO**

A primeira etapa de formação propôs a discussão pelos licenciandos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, uma vez que, esta teoria faz parte do quadro teórico abordado na disciplina que serviu de campo para o desenvolvimento da pesquisa. Nesta seção fizemos a discussão dos resultados em termos do ambiente e recursos-base para a discussão proposta, conhecimentos docentes identificados e reflexão teórica por parte dos sujeitos.

#### **7.1.1 Ambiente e recursos-base para discussão da TRRS**

O aplicativo de mensagens Whatsapp se mostrou um recurso forte para discussão teórica proposta no experimento. A ideia de utilização deste recurso era que os sujeitos pudessem acessar os outros recursos disponibilizados, como texto-base da teoria e o vídeo sobre a TRRS e discutir em um só dispositivo, a qualquer hora e em qualquer lugar. Além disso, o aplicativo nos dias de hoje está presente na realidade de muitas pessoas ligadas a era digital, nesse sentido, as interações poderiam ocorrer de forma assíncrona e abarcar todos os licenciandos.

A utilização do aplicativo também corresponde à nossa proposta de uma formação inicial docente rica em tecnologias digitais. Com isso, conseguimos iniciar uma discussão teórica assíncrona, em um espaço de tempo limitado. Outra potencialidade que o aplicativo apresentou como recurso para formação foi a possibilidade de o sujeito retomar algum questionamento ou material após as postagens dos outros sujeitos. Na discussão teórica, isso ocorreu para aqueles que não tiveram acesso ao material disponibilizado próximo ao horário postado, fazendo com que os próprios licenciandos reencaminhassem o vídeo e o texto postado no grupo da disciplina.

Os recursos-base para esta etapa de formação se mostraram satisfatórios, pois eles são retomados nas discussões pelos licenciandos nas postagens. No entanto, percebemos que o texto foi o recurso mais utilizado pelos sujeitos como referência à teoria. Apesar disso, nas perguntas

e respostas postadas não foram identificadas associações reflexivas diretas ligadas ao texto ou exemplos utilizados para explicar as falas.

Silva (2018) faz uma classificação de recursos materiais com base em Adler (2000), classificando-os em: tecnológicos, matemáticos, objetos matemáticos e objetos do cotidiano. Na 1ª etapa do experimento, utilizamos três tipos de recursos: os recursos materiais tecnológicos, no caso do vídeo e do aplicativo, os recursos materiais matemáticos, no caso do texto-base da teoria e o objeto do cotidiano, que no caso foi o celular e o aplicativo.

Com a classificação de Silva (2018) estruturamos um ambiente de formação rico em diferentes tipos de recursos, moldando o ambiente de forma que a interação para discussão teórica ocorresse. Ao final do período demandado para as postagens, conseguimos que os licenciandos fizessem uma discussão teórica sobre a TRRS, destacando o conhecimento pedagógico necessário a algumas das etapas seguintes. Na próxima seção, discutimos os conhecimentos que emergiram desta etapa de formação.

### **7.1.2 Conhecimentos docentes identificados**

Como a primeira etapa de formação propôs uma discussão em torno da TRRS, já esperávamos que o conhecimento pedagógico aparecesse mais evidente nas falas dos sujeitos. Por outro lado, também tínhamos a expectativa que os licenciandos articulassem os conhecimentos do conteúdo que eles tinham com as questões teóricas apresentadas no texto e no vídeo disponibilizado. No entanto, identificamos apenas o Conhecimento Pedagógico e mapeamos este conhecimento criando outras perspectivas desse conhecimento.

Shulman (1986) aponta o conhecimento pedagógico como o que está relacionado as questões didáticas, da relação professor e aluno, planejamento, formação e métodos de ensino e aprendizagem. Sendo assim, as discussões de Duval (2011) na TRRS estão relacionadas ao conhecimento pedagógico, mas traz em sua essência algumas questões relacionadas ao conhecimento matemático e a cognição. Sendo assim, classificar os conhecimentos dos licenciandos, nesta etapa, como sendo apenas pedagógico, não seria suficiente para abarcar as questões colocadas pelos sujeitos em suas perguntas e respostas.

A partir das perguntas e respostas lançadas no aplicativos pelos sujeitos, identificamos que havia questionamentos de diferentes vertentes sobre a TRRS: *o papel do professor, questões de dificuldades de aprendizagem dos alunos, tratamento e conversão, signos e registro de representação e coordenação de registros semióticos*. Com isso, criamos

subcategorias adjacentes ao conhecimento pedagógico, mas que estão especificamente ligadas as discussões dos sujeitos em torno da TRRS.

- a) Conhecimento pedagógico-didático: algumas perguntas trouxeram questionamentos acerca do papel do professor e sua responsabilidade diante da falta de habilidade dos alunos na coordenação de registros semióticos.
- b) Conhecimento pedagógico-epistemológico: também foram identificados questionamentos relacionados a questões dos signos, registros, tratamento, conversão, enfim, aspectos relacionados a epistemologia da teoria.
- c) Conhecimento pedagógico-cognitivo: este conhecimento abarcou as questões que envolviam as dificuldades de aprendizagem relacionadas à TRRS e a capacidade de coordenação de registros semióticos pelos sujeitos.

O conhecimento pedagógico e do conteúdo (PCK) aparece em um dos trechos de conversa entre um licenciando e a professora formadora. Neste caso, o sujeito articula o que ele já possui em termos de conhecimento matemático com o que ele aprendeu a partir das leituras e debates no aplicativo sobre a TRRS. Segundo Mishra e Khoeler (2006), uma das características do PCK é a articulação entre teorias para melhorar as metodologias de ensino. Neste caso, o E7 em discussão com a professora formadora, estabelece um diálogo que faz essa articulação, a partir do que ele possui em termos de formação matemática, considerando a etapa de formação inicial em que se encontra.

Apesar de terem estabelecido uma dinâmica de discussão por meio do aplicativo sobre a TRRS, nem todos os licenciandos fizeram reflexões teóricas. Na seção seguinte, discutiremos sobre as perguntas e respostas que foram encontradas com reflexão sobre a TRRS.

### **7.1.3 Reflexões acerca da TRRS**

As discussões teóricas reflexivas apareceram por meio das postagens onde os sujeitos faziam questionamentos a partir da sua interpretação enquanto licenciando, sobre aspectos da TRRS. Nem todos fizeram essas reflexões e apenas reproduziram trechos copiados do texto ou da fala de outros licenciandos na discussão. A reflexão teórica, nesta etapa, era de suma importância para que os sujeitos tivessem subsídio teórico para discutir sobre funções nas etapas seguintes.

Além das reflexões, percebemos que outro aspecto não foi considerado pelos sujeitos na elaboração dos questionamentos: as postagens já realizadas. Percebemos, ao longo das postagens, que algumas perguntas começaram a se tornar repetitivas, pois alguns licenciandos já haviam discutido sobre a mesma temática anteriormente.

Outro aspecto sobre as postagens diz respeito ao fluxo de mensagens por dia. A figura 14, mostra que o fluxo maior de mensagens foi no dia 18/10, ou seja, dia em que havia aula da disciplina. Podemos perceber que apesar de uma proposta assíncrona, os sujeitos por sua ligação com a aula presencial, desenvolveram a cultura de enviar suas postagens próximos ou no dia da disciplina.

Finalmente, percebemos que esta etapa trouxe contribuições significativas a partir das reflexões da TRRS. Como mostramos no gráfico 2, houve muitas perguntas reflexivas em torno da teoria, que podem contribuir como uma base de formação teórica para as etapas seguintes. Na próxima seção, fizemos uma discussão sobre os resultados da etapa de familiarização, tanto na forma presencial quanto à distância.

## 7.2 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA 2ª ETAPA DE FORMAÇÃO

Nesta seção discutimos os resultados encontrados nas análises da 2ª etapa de formação. Com isso, fizemos a discussão dos resultados da etapa de familiarização presencial e a distância, investigando o caso do grupo A.

### 7.2.1 Etapa de familiarização presencial

Na etapa de familiarização presencial foram identificados alguns entraves relacionados ao planejamento e execução da formação. Esses entraves foram ligados a alguns aspectos: gerenciamento da sala de aula, dispositivos utilizados para construção da simulação e captação dos dados para análise.

- a) Gerenciamento da sala de aula: durante a realização da aula, tivemos dificuldades de gerenciar os licenciandos na construção da simulação. Como tínhamos vários sujeitos, aproximadamente 20 presentes, não conseguimos dar assistência a todos com relação as dúvidas relacionadas ao software. Com isso, perdemos muito tempo

de aula, onde tivemos que parar em alguns instantes para auxiliar os sujeitos na manipulação dos dispositivos.

- b) Dispositivos utilizados para construção da simulação: outro aspecto que não previmos no planejamento da aula, foi as diferentes formas de construção em diferentes dispositivos tecnológicos. Durante a execução da aula, percebemos que os diferentes dispositivos que oferecemos aos sujeitos, aliados aos que eles já possuíam, como os dispositivos móveis, tinham diferentes formas de construção da mesma simulação. Nos dispositivos móveis, a dificuldade em manipular o controle deslizante foi um fator determinante para o fracasso da construção, pois o touchscreen era sensível as manipulações necessárias. Em outros dispositivos, o problema encontrado estava na versão baixada pelo sujeito, que era diferente da versão que planejamos utilizar.
- c) Captação dos dados para análise: na época em que realizamos o experimento, a gravação de tela em dispositivos móveis como celulares e tablets, não era tão comum. Com isso, não pudemos realizar a gravação de tela de alguns dispositivos, inviabilizando a coleta de dados nesta etapa.

Além das dificuldades técnicas e de planejamento, também ocorreram outros fatores que contribuíram para readaptação desta etapa do experimento. Um desses fatores foi a organização dos sujeitos em grupos para construção da simulação. Em nosso planejamento, os sujeitos deveriam trabalhar individualmente, mas dividiram-se em grupos na hora da aula. Acreditamos que essa divisão em grupos, se deve ao fato das habilidades de cada um na manipulação do software ou o conhecimento matemático que cada um possui. Sendo assim, esse fator nos leva a corroborar com Stahl (2014), que afirma que a constituição de grupos com habilidades distintas, promove interações colaborativas mais efetivas.

Essas dificuldades de planejamento e execução da etapa de familiarização presencial nos fez repensar e reformular a proposta de familiarização, nos encaminhando para uma proposta de familiarização a distância, para que não atrapalhássemos o andamento da disciplina. Na seção seguinte, faremos a discussão dos resultados da etapa de familiarização à distância, que partiu dos entraves identificados nesta etapa.

## 7.2.2 Etapa de familiarização a distância

A partir dos entraves na etapa de familiarização presencial, encaminhamo-nos para etapa de familiarização a distância. Nesta etapa, a formação foi reconfigurada, com a utilização de outros dispositivos que nos dessem suporte, dessa forma, utilizamos os seguintes recursos de reconfiguração: atube catcher, youtube e e-mail.

O atube catcher nos possibilitou gravar um vídeo por meio da captura de tela do computador, realizando a construção da simulação proposta para ser construída em sala de aula. Após a gravação, o vídeo foi postado no youtube e disponibilizado para os sujeitos por meio do grupo via whatsapp e por fim, o e-mail para compartilhar a atividade proposta para os sujeitos. A atividade proposta, já apresentada na seção 6.5.1, no quadro 11, reconfigura os sujeitos para trabalharem em grupos, de forma que eles respondam os questionamentos e enviem a gravação das interações por e-mail.

A atividade apresentou um caráter formativo em matemática e tecnologia, pois propunha que os sujeitos identificassem alguns elementos da função na simulação construída. Dos e-mails que foram retornados, apenas um deles possuía registro de vídeo e áudio, além disso, era o único com a discussão sobre a construção da simulação proposta. Com isso, investigamos o caso do grupo que enviou a discussão identificando os conhecimentos e interações coletivas entre os sujeitos.

### 7.2.2.1 *Conhecimentos e interações coletivas mobilizados pelo Grupo A*

Na construção da simulação pelo grupo A, percebemos que os sujeitos mobilizaram alguns conhecimentos da TPACK discutidos por Mishra e Koehler (2006). A primeira parte da construção é meramente repetitiva, uma vez que eles tinham acesso a um vídeo que os possibilitava visualizar a construção quantas vezes quisessem. Nesse sentido, não classificamos os conhecimentos dos sujeitos nesta primeira parte, mas as potencialidades do software enquanto artefato tecnológico para construção de simulações com funções.

Para classificar essas potencialidades, pautamo-nos em Kaput (1992), que discute esses aspectos. No quadro 15, podemos perceber que, na classificação de Kaput, o Geogebra tem um grande potencial de visualização e automação de ações, para construção de simulação com funções. A automação parte da capacidade do software em realizar cálculos e

procedimentos de forma automática, sem um esforço cognitivo por parte do usuário. Por sua vez, a visualização proporciona ao usuário observar mudanças e transformações das funções em simulações geradas.

Os conhecimentos que aparecem em cada evento identificado são classificados como conhecimentos do conteúdo (CK), pois os sujeitos discutem basicamente sobre os elementos matemáticos, desconsiderando as questões tecnológicas que permeiam a construção, como as aproximações decimais e a razão de ampliação da homotetia gerada pela ferramenta do controle deslizante. Durante os trechos de conversa, eles se atentam na identificação da função, a qual o gráfico passa no traço do rastro do ponto.

Percebemos nas interações do grupo A que as discussões foram planejadas e paralelas a gravação. No início da discussão um dos licenciandos questiona: “Não era isso que eu estava perguntando...”, mas essa pergunta não é identificada na gravação. Sendo assim, houve um planejamento prévio a gravação do vídeo, para que eles pudessem discutir sobre a construção de forma mais dinâmica. Com isso, identificamos aqui o conhecimento pedagógico e do conteúdo implícito na construção, pois ao planejar a gravação como uma aula, os sujeitos articulam os dois conhecimentos (MISHRA; KOEHLER, 2006).

O conhecimento pedagógico e do conteúdo do grupo A surgiu a partir das interações coletivas entre os sujeitos. O modelo de Baker (2002) parte da análise das conversas entre os sujeitos, buscando elementos do seu posicionamento, troca de papéis e engajamento do grupo. Na análise do grupo A o modelo de Baker apontou para a co-elaboração aquiescente, evidenciando a assimetria entre os sujeitos. Apesar de estarem alinhados e em concordância, o fato no número de propositores exceder o de receptores, define o grupo como fora da zona de colaboração como apresentamos na figura 28.

A definição da colaboração pelo modelo de Baker não nos dá margem para discussão de outras possibilidades quando o perfil dos sujeitos se encaixa nas subdimensões coletivas. No entanto, no caso do grupo A, a interação tinha uma característica específica de estar sendo realizada presencialmente, ou seja, os sujeitos estavam gravando o vídeo juntos. Nesse sentido, o modelo pode ter apontado o grupo para fora da zona de colaboração, pois ele não se encaixa dentro da proposta definida para o método.

Na seção seguinte, discutiremos os resultados da 4ª etapa de formação a partir dos dois instantes de discussão: os objetivos de aula e o planejamento da aula com base na TOI. Não discutiremos aqui os resultados da 3ª etapa de formação, pois eles já foram apresentados nas etapas anteriores.

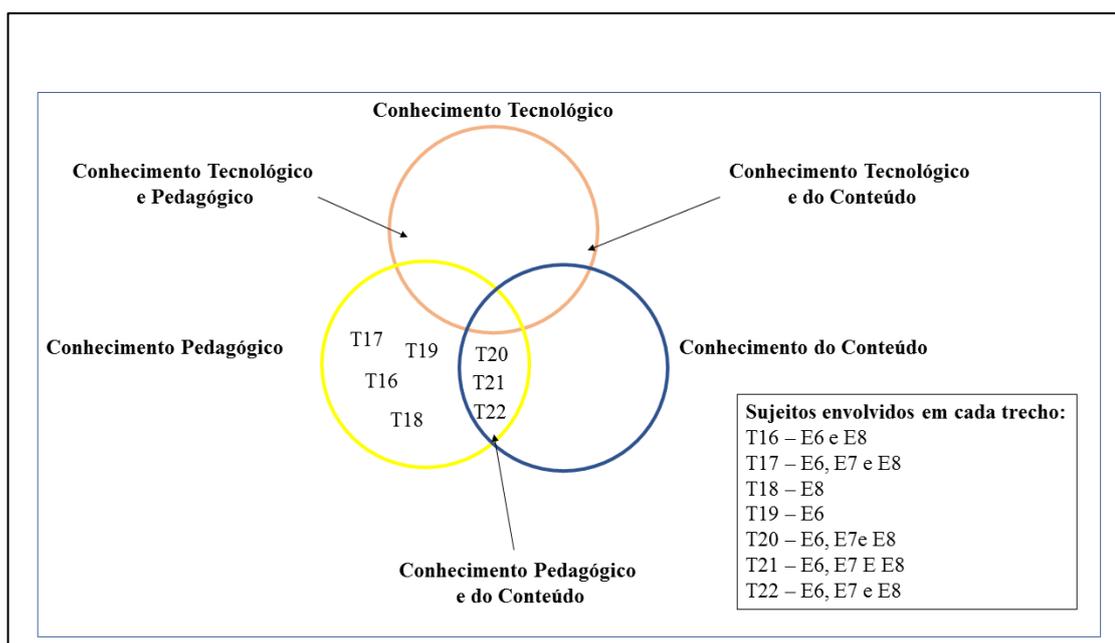
### 7.3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA 4ª ETAPA DE FORMAÇÃO

Nesta seção fizemos a discussão dos resultados dos conhecimentos docentes e da atividade colaborativa identificada no estudo de caso do G4. Dividimos a discussão separando as sessões de acordo com suas propostas de formação.

#### 7.3.1 Objetivos de aula

Na etapa de definição dos objetivos de aula, identificamos os conhecimentos coletivos e individuais que ocorrem durante a discussão e alguns entraves da proposta do modelo de formação. Trouxemos a figura 32 para fazer uma discussão sobre os conhecimentos identificados em cada trecho de discussão entre os sujeitos:

Figura 42: Síntese da análise dos conhecimentos dos objetivos



Fonte: Elaborado pelo autor

A figura 41 da síntese das análises da 4ª etapa mostra os conhecimentos identificados a partir dos trechos de conversa entre os sujeitos. A figura 33 mostra que os trechos 20 e 21 são identificados como trechos colaborativos pelo modelo de Baker. Nesse sentido, podemos considerar que a colaboração fez com que a interseção entre os conhecimentos pedagógico e

conteúdo ocorresse, pois apesar de não ser encaixado como colaborativo, o trecho 22 também conta com a participação dos sujeitos do grupo.

Por outro lado, os conhecimentos individuais aparecem apenas como pedagógicos, sem interseção de outros conhecimentos. A figura acima, mostra que os sujeitos E8 e E6, apresentam conhecimento individual, mas que não tem interseção com outros conhecimentos. Na figura 31, onde evidenciamos os conhecimentos dos sujeitos segundo suas habilidades definidas na 3ª etapa de formação, o sujeito E8 não corresponde à sua habilidade tecnológica. Por outro lado, o E6 se encaixa no perfil de habilidades didáticas.

A colaboração nesta fase é identificada ao final da sessão, quando os sujeitos discutem para definir os objetivos de aula. Com isso, surgem conhecimentos pedagógicos e do conteúdo, que estão imbricados pelos elementos matemáticos e do planejamento. A formação docente de forma colaborativa tem sido realizada por alguns pesquisadores, que propõem situações matemáticas como forma de discussão coletiva *online* entre professores de Matemática (POWELL, 2014).

Outro aspecto revelado nesta etapa são os entraves da proposta colaborativa. Neste caso, identificamos dois tipos de entraves: os entraves do script e os entraves tecnológicos. O entrave de proposta do script ocorre no início da sessão, quando os licenciandos não compreendem a proposta da atividade. Com isso, se denota uma falha no modelo de script adotado, apesar de não haver dificuldades de acesso ou de reconhecimento das ferramentas do ambiente compartilhado, mas a proposta de atividade é questionada.

Em outro momento da sessão, o entrave do script ocorre quando os sujeitos realizam atividades individuais que deveriam acontecer de forma coletiva. Ao definirem os objetivos, o E8 e os licenciandos E6 e E7 o fazem sem uma justificativa da decisão coletiva do grupo para as tomadas de decisões. Segundo Dillenbourg (2007), o script deve ser flexível e com isso modificável ao longo da sessão, quando não dá conta das ações previstas. No entanto, pelo fato do tempo definido para cada grupo, não pudemos remodelar a proposta em consenso com os licenciandos.

O entrave técnico ocorre com o licenciando E5, quando ele não consegue acessar o ambiente e interagir com o grupo. Com isso, outro entrave surge, o de identificação do sujeito, quando o licenciando E5 entra logado por meio de uma conta que não é a sua, então o Google Drive, insere um codinome anônimo para identificar a pessoa que está utilizando o acesso.

Na seção seguinte, fizemos a discussão dos resultados encontrados no planejamento com base nas etapas da Orquestração Instrumental.

### 7.3.2 Planejamento com base nas etapas da OI

Nesta etapa também identificamos alguns entraves com relação ao modelo de script adotado, além disso, a interseção dos conhecimentos que emergiram da colaboração e alguns conhecimentos individuais dos sujeitos. Os entraves relacionados ao script, neste caso, estão presentes pelo mesmo motivo da sessão dos objetivos de aula, as dúvidas dos sujeitos relacionadas a atividade proposta. No início da sessão é preciso que o mediador retome a discussão do script com os licenciandos para que eles compreendam a proposta.

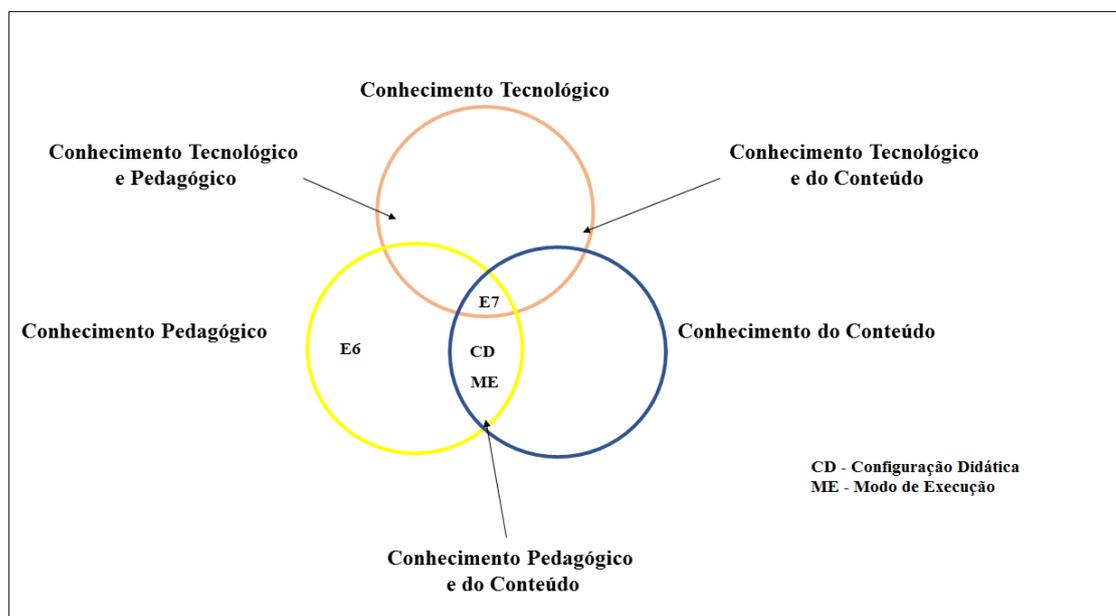
Mas, a partir disso, surge outra questão não prevista e que denota um entrave do script: a falta de conhecimento dos sujeitos com relação a TOI. Apesar de terem passado por uma etapa de formação teórica e prática utilizando a TOI em outras atividades na disciplina, os sujeitos não reconhecem as etapas da teoria. Com isso, é preciso que se tenha mais uma intervenção do mediador para esclarecer os licenciandos sobre as etapas. No entanto, as dúvidas permanecem ao longo da etapa de formação, caracterizando a falha no script.

Após o esclarecimento sobre as etapas da TOI os sujeitos iniciam o planejamento da aula pela configuração didática. Como apontam Trouche (2005), Bellemain e Trouche (2016) na configuração didática, se determinam as escolhas para organização e gerenciamento da sala de aula e dos recursos a serem utilizados. Porém, os licenciandos não justificam as escolhas no chat e vão inserindo os elementos da configuração didática no documento compartilhado sem definirem a estrutura de organização planejada pelo grupo.

No modo de execução, as tomadas de decisão passam a ser coletivas, gerando um debate entre os sujeitos sobre as propostas de atividade a serem abordadas. Nesse instante, elementos da TRRS são evocados nas conversas em conjunto com a abordagem de funções que deve ser feita na aula, utilizando o software. Porém, não fica claro na discussão como o software seria utilizado, eles apontam a proposta de atividade para variação de coeficientes por meio do controle deslizante sem justificativa.

Na análise da colaboração, o modelo de Baker aponta que o grupo está na zona de colaboração. Com isso, seguimos com nossa hipótese que as interseções entre os conhecimentos surgem quando há colaboração entre o grupo e que por meio dela, surgem conhecimentos individuais. Na figura a seguir, apontamos no esquema de Mishra e Koehler (2006), os conhecimentos identificados:

Figura 43: Síntese de conhecimentos nas etapas da TOI



Fonte: Elaborado pelo autor

Na figura 42 podemos perceber que há interseção entre os conhecimentos pedagógico e do conteúdo, mas interações colaborativas da configuração didática e do modo de execução. Essa interseção surge a partir da colaboração vivenciada pelo grupo nas discussões sobre a aula nas etapas da TOI. Por outro lado, o E7 aparece na TPACK, mesmo individualmente, não confirmando nossa hipótese sobre as interseções ocorrerem apenas em situações de colaboração. O E6 confirma seu conhecimento pedagógico durante toda sessão, uma vez que, demonstra ao longo das discussões preocupações com a abordagem dos conceitos e com a aprendizagem do aluno.

Na seção seguinte, destacamos os resultados da última etapa da formação. Destacaremos algumas questões que não ficaram bem definidas nesta etapa, por meio da socialização de forma presencial em sala de aula.

#### 7.4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA 5ª ETAPA DE FORMAÇÃO

*Nesta seção destacamos os conhecimentos que emergiram da socialização da aula preparada pelos licenciandos com base nas etapas da TOI, de forma colaborativa à distância.*

Neste momento os sujeitos apresentaram de forma individual algumas etapas que foram preparadas em grupo, preenchendo algumas lacunas que não foram justificadas na etapa anterior.

Na etapa de socialização ficaram evidentes alguns conhecimentos individuais arraigados nos sujeitos. No primeiro momento, o E8 apresenta como daria a aula sobre funções preparada pelo grupo. Na fala do licenciando, ficam claros os apontamentos de Fiorentini (2005) quando se destaca a influência dos docentes da formação dos conhecimentos específicos, sobre a formação inicial. O sujeito demonstra uma supervalorização da álgebra e da teoria de conjuntos na abordagem inicial sobre funções. Com isso, identificamos que o conhecimento que está mais presente no E8 é o conhecimento do conteúdo.

No entanto, as concepções do sujeito ainda denotam um conhecimento matemático de estudante, sem o conhecimento pedagógico e do conteúdo que é extremamente necessário no exercício da profissão docente. O conhecimento do conteúdo que identificamos diz respeito àquilo que o E8 concebe como Matemática, dentro da formação acadêmica que possui. Nas outras etapas, outros conhecimentos vão aparecendo, como segue no quadro abaixo:

Quadro 27: Conhecimentos identificados na 5ª etapa de formação

<b>Fase</b>	<b>Conhecimentos identificados</b>
Aula sobre função afim	Conhecimento do Conteúdo (CK)
Objetivos de aula	Conhecimento Pedagógico e Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo (PCK)
Configuração didática	Conhecimento Pedagógico (PK)
Modo de execução	Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo (TPACK)
Discussão com a professora formadora	Conhecimento do Conteúdo (CK), Conhecimento Pedagógico (PK), Conhecimento Pedagógico e do Conteúdo (PCK), Conhecimento Tecnológico (TK)

Fonte 3: Elaborado pelo autor

Nos objetivos de aula, o E5 mostra o conhecimento pedagógico do grupo ao definir os objetivos que foram cumpridos na apresentação. Por outro lado, o PCK aparece na articulação que o licenciando faz, com a TRRS e a abordagem de funções, como sendo necessária a

coordenação de registros semióticos para a compreensão do conceito. Na configuração didática o conhecimento pedagógico emerge das articulações do E6 como movimento da Escola Nova, como sendo uma abordagem que justifica a escolha do grupo para organização da configuração didática.

No modo de execução, a TPACK surge pela proposta com a qual o grupo apresenta a atividade 1 no geogebra. Eles mostram que o papel do software é importante na articulação entre o gráfico e os coeficientes, que são alterados simultaneamente, por meio da automação (KAPUT, 1992).

No final da discussão, outros conhecimentos surgem por intervenção da professora formadora e sua discussão com os sujeitos. A partir dos questionamentos sobre o conhecimento do conteúdo, foram surgindo debates acerca das questões pedagógicas que envolvem as funções enquanto objeto matemático. Para encerrar o debate, a professora formadora também questiona os sujeitos sobre o papel da tecnologia, do Geogebra especificamente, na aula que eles elaboraram. Os licenciandos reconhecem o software como um instrumento de dinamização e automação de gráficos para trabalhar com funções.

A partir das apresentações vários elementos que não foram esclarecidos na 4ª etapa de formação surgiram. Os objetivos foram esclarecidos como uma decisão coletiva, assim como a configuração didática e o modo de execução. No entanto, o software apareceu como um recurso ainda secundário, reforçando as afirmações de Lins (2010) sobre as práticas tradicionais de ensino com o uso de tecnologias digitais.

Além disso, alguns conhecimentos individuais foram revelados nessa etapa. O E8 apresentou uma forte tendência ao conhecimento individual do conteúdo. Já os licenciandos E5 e E7, permeiam o conhecimento pedagógico e do conteúdo e por vezes, a TPACK. Já o E6 demonstra um forte potencial de conhecimento didático, revelado pela sua preocupação com as questões de planejamento e articulação de teorias educacionais.

Neste capítulo discutimos sobre os resultados desta pesquisa, elencando o que foi encontrado em termos de conhecimentos, colaboração e entraves do modelo de formação, a cada etapa proposta. No capítulo a seguir, fizemos as considerações finais deste estudo, delimitando as limitações da pesquisa e as perspectivas de pesquisas futuras.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo foi organizado a partir das nossas conclusões sobre esta pesquisa, as limitações identificadas e as perspectivas de pesquisas futuras.

### 8.1 CONCLUSÕES

Esta pesquisa teve por objetivo analisar os conhecimentos de professores de matemática em formação inicial que emergem a partir de uma formação com integração de tecnologia digital para o ensino de função, feitos em modalidade semipresencial e colaborativa em plataformas CSCL. Para pensar no modelo de formação partimos da necessidade de oferecer uma formação inicial rica em tecnologias digitais, que fizesse emergir conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e do conteúdo a partir de situações colaborativas a distância, como suporte a uma disciplina de um curso de Licenciatura em Matemática presencial.

A concepção do modelo de formação exigiu a articulação de teorias que dessem conta da estrutura da formação, de maneira que foram articuladas as teorias propostas no programa da disciplina com as que utilizamos para promover situações de colaboração, fazendo emergir conhecimentos de docentes em formação inicial. Sendo assim, foi preciso propor algumas etapas gradativas de formação, que compreenderam a formação teórica dos licenciandos, como base para discussões posteriores. Em seguida, foi pensado na articulação das tecnologias para uso e elaboração de situações de ensino, sendo necessárias formações para familiarização com os softwares e plataformas a serem utilizados no experimento.

A TPACK (MISHRA e KOEHLER, 2006) nos ofereceu um caminho de abordagens em termos de conhecimentos a serem explorados, com isso, articulamos na proposta documentos curriculares, discussões acadêmicas sobre as Funções enquanto objeto matemático e produções tecnológicas com o uso do Geogebra. A Teoria da Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2005) nos deu elementos para propor a estrutura e organização das propostas de aula na formação inicial, inserindo os licenciandos em início de curso, na realidade do planejamento e execução de situações de ensino. As pesquisas em torno da formação inicial nos deram um panorama do perfil de licenciando que encontraríamos, mesmo porque, nossa proposta foi voltada para sujeitos no início da formação, ainda com a percepção de alunos vislumbrando a carreira docente (FIORENTINI, 2005).

Nossa metodologia concebeu o modelo de formação inicial experimental a partir do planejamento de cinco etapas bem definidas. A primeira com uma proposta de formação teórica, a segunda com uma proposta de familiarização para instrumentalizar os licenciandos, a terceira com uma dinâmica de distribuição de sujeitos em grupos por meio do aporte teórico, a quarta de planejamento da aula a partir de discussões coletivas e a última com discussões com licenciandos e professora formadora. Utilizamos como recursos diversos artefatos tecnológicos, que nos deram suporte as aulas presenciais e a distância. A partir da nossa coleta de dados, pudemos estabelecer um estudo de caso, definido por um dos grupos que apresentou uma discussão teórica rica, no uso de tecnologia para construção de uma simulação.

Nossa análise esteve pautada em dois modelos. Um deles nos deu suporte na análise dos conhecimentos docentes, por meio da análise microgenética (MEIRA, 1994). O outro modelo nos deu suporte na análise das interações coletivas, nos possibilitando identificar a colaboração no grupo e os entraves no design e modelos de script (BAKER, 2002); (DILLENBOURG, 2007).

Nossa hipótese foi de que ao promover uma formação que faça emergir estes conhecimentos (conteúdo, pedagógico e tecnológico), poderemos observar quais são os conhecimentos pré-existentes, ou seja, que estes estudantes já trazem ao chegarem ao curso de licenciatura em Matemática, a fim de futuramente, promover ao longo da formação situações que possam efetivamente contribuir na constituição de um professor que abarque a tríade de conhecimentos essenciais e já construídos de forma sólida, que esteja preparado para atuar em sala de aula. Por meio desta pesquisa, conseguimos confirmar nossas hipóteses e responder algumas das nossas questões de pesquisa.

Os nossos objetivos foram atingidos, apesar de algumas limitações ao longo da nossa proposta. A seguir, discutimos algumas das nossas questões de pesquisa a partir dos resultados encontrados.

#### *Conhecimentos docentes que emergem a partir da formação colaborativa*

Os conhecimentos que surgiram a partir da formação estiveram em torno dos conhecimentos pedagógicos e do conteúdo. Em poucas situações das que analisamos conseguimos identificar o conhecimento tecnológico, mesmo que fosse de forma individual, se interseção com outros conhecimentos. Acreditamos que isso se deve ao fato de que os

licenciandos estavam em um processo de maturação da formação inicial, sendo a primeira proposta de formação com integração de tecnologias na qual eles estiveram como professores.

#### *Surgimento dos conhecimentos a partir da colaboração online*

Os conhecimentos surgiram na colaboração principalmente em momentos de discussão sobre algum aspecto do planejamento. Além disso, os momentos de discussão acerca do objeto matemático função, também gerou no debate alguns conhecimentos pedagógicos ou do conteúdo, ou mesmo a interseção dos dois. Apenas no caso do modo de execução, na elaboração de uma atividade surgiu a TPACK.

#### *Favorecimento da colaboração por meio da formação*

O modelo de formação, utilizando tecnologias digitais diversificadas, favoreceu a colaboração. Durante as etapas de planejamento e execução da aula, o design do ambiente e a proposta de atividade com os recursos disponibilizados aconteceu de forma efetiva. Não tivemos problemas de comunicação ou de linguagem matemática durante as interações, em todas as situações, as tecnologias digitais de suporte foram suficientes.

#### *Favorecimento da TPACK por meio da colaboração*

A TPACK em si surgiu em apenas um dos momentos de colaboração. No entanto, a colaboração claramente favoreceu as interseções dos conhecimentos pedagógico e do conteúdo.

#### *Utilização dos elementos e dispositivos na proposta de formação pelos licenciandos*

Nem todos os elementos – textos, vídeos, material tecnológico – foram utilizados pelos licenciandos. Em alguns casos, as buscas e pesquisas do grupo analisado ultrapassaram aquilo que foi oferecido por nós como suporte para a formação. Enxergamos isso de forma positiva, pois mostra um processo de autonomia enquanto licenciando na pesquisa por outras fontes para planejamento de situações de ensino.

Os licenciandos mostraram saber, mesmo que de forma não sistematizada, as etapas de planejamento de uma situação de ensino. As discussões teóricas e de conteúdo matemático que ocorreram foram muito positivas. No entanto, percebemos que a articulação do planejamento de uma aula comum, para uma que utilize tecnologias digitais como recursos de ensino ainda precisa ser trabalhado ao longo da formação inicial.

## 8.2 LIMITAÇÕES DA PESQUISA

A pesquisa teve algumas limitações no tocante à concepção dos scripts como guia para o modelo de formação. Durante as etapas de planejamento percebemos claramente uma limitação de instrução com relação às atividades a serem desenvolvidas. Além disso, as ações dos sujeitos enquanto grupo para colaboração precisam ser mais bem explicitadas. Percebemos que as escolhas do grupo não foram justificadas, o que pode ter ocorrido devido à falta de orientação por parte do script.

## 8.3 PERSPECTIVAS DE PESQUISAS FUTURAS

O modelo de formação que foi proposto aqui nos dá suporte para análises dos outros grupos que participaram do experimento. No entanto, a perspectiva de análise poderia ser voltada para a Orquestração Instrumental colaborativa de uma formação inicial, buscando elucidar os conhecimentos da TPACK.

É preciso que haja mais análises em torno do modelo proposto, em outras situações e análises de mais grupos de licenciandos. Além disso, podemos aperfeiçoar o modelo a partir de novas experimentações, buscando destacar outras variáveis como o tempo didático, que influenciou as etapas de formação apesar de alguns entraves ocorrerem por problemas de outras ordens.

## REFERÊNCIAS

- ADLER, J. Conceptualising resources as a theme for teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**. v. 3, n. 3, p. 205-224, 2000.
- ARAÚJO FILHO, R. M. **Análise da colaboração para formação inicial de professores de matemática online**. 163f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2015.
- BAIRRAL, M. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância**. Seropédica: EDUR, 2007.
- BAKER, M. Forms of cooperation in dyadic problems-solving. **Revue d'intelligence Artificielle**. v. 16, p. 587 – 620, 2002.
- BALGALMIS, E; CAKIROGLU, E; SHAFER, K. An investigation of a pre-service elementary mathematics teacher's techno-pedagogical content knowledge within the context of teaching practices. **Proceedings of Teaching Practices**. Jacksonville: Association for the advancement of computing in education, 2014.
- BANNON, L; SCHMIDT, K. CSCW: Four Characters in Search of a context. In: EC-CSCW'89. **Proceedings of the First European Conference on Computer Supported Cooperative Work**. London, p. 13-15, 1989.
- BARRETO, A. L. **A análise da compreensão do conceito de função mediado por ambientes computacionais**. Tese de Doutorado em Educação Brasileira. Fortaleza: UFC, 2009.
- BLANCO, M. M; ANGELI, A; TELI, M. Biograpy of a design Project through the lens of a Facebook pages. **Journal of Computer Supported Cooperative Work**. n. 2, 2017.
- BOOTH, L. R. **Algebra: Children's strategies and errors**. Windsor: Nfernelson, 1984.
- BORBA, M. C; PENTEADO, M. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, Secretaria da Educação Básica, 2016.
- BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Licenciatura em Matemática**. Brasília: MEC, Conselho Nacional de Educação, 2001.
- BRASIL. **Guia do Programa Nacional do Livro Didático 2015**. Brasília: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2014.
- BRASIL. **Guia do Programa Nacional do Livro Didático 2018**. Brasília: MEC, Secretaria da Educação Básica, 2017.
- BRASIL. **Guia do Programa Nacional do Livro Didático 2014**. Ministério da Educação: Brasília, 2013.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC, 1998.

CANTINI, M. C; BORTOLOZZO, A. R. S; FARIA, D. S; FABRÍCIO, F. B. V; BASZTABIN, R; MATOS, E. O desafio do professor frente as novas tecnologias. **Anais do VI EDUCERE- - Congresso Nacional de Educação.** Curitiba: PUCPR, 2006.

CHARLES, P; GITIRANA, V. A lousa digital no ensino de Matemática: análise das interações docentes. **Revista Brasileira de Informática na Educação.** v. 22. p. 109-122, 2014.

COUTO, R. M. L. S. **Metaorquestração instrumental: um modelo para repensar a formação de professores.** Tese de doutorado (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2018.

DANTAS, A. S. A formação inicial do professor para o uso das tecnologias de comunicação e informação. **Revista Holos.** Natal: Editora IFRN, 2005.

DILLENBOURG, P. Design for classroom orchestration. **Computer & Education.** p. 485 – 492, 2013.

DILLENBOURG, P. Over-scripting CSCL: The risks of blending collaborative learning with instructional design. **Three worlds of CSCL: Can we support CSCL?** Heerlen: Open Universiteit Nederland . P.A. Kirschner (Ed.), p. 61-91, 2002.

DILLENBOURG, P., TCHOUNIKINE, P. Flexibility in macro-scripts for CSCL. **Journal of computer assisted learning.** V. 23. n. 1. p. 1 – 13. 2007.

DRIJVERS, P; DOORMAN, M; BOON, P; REED, H; GRAVMEIJER, K. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics,** Berlin Heidelberg, v. 75, n.2. p. 213-234, Springer Netherlands, 2010.

DURDO, L; DAG, F. Pre-service Teachers' TPACK development and conceptions through a TPACK-Based Course. **Australian Journal of Teacher Education.** v. 42, n. 11, p. 150 - 171, 2017.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine.** Bern: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. La conversion des representations: un des deux processus fondamentaux de la pensée. **Du mot au concept: conversion.** Grenoble: PUG-Presses universitaires de Grenoble, 2007.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.** Campinas, SP: Papirus, p. 11-33, 2003.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar de no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas.** (Org.). CAMPOS, T. M. Tradução: DIAS, M. A. D. São Paulo: PROEM, 2011.

ENERSON, D. N; JONHSON, R. N; MILNER, S; PLANK, K, M. **The Penn State Teacher II: Learning to teach, Teaching to Learn.** The Pennsylvania State University, 2007.

FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em Matemática. **Revista de Educação – PUC/Campinas.** n.18, p. 107-115, 2005.

FIORENTINI, D; NACARATO, A. M; FERREIRA, A. C; FREITAS, M. T. M; MISKULIN, R. G. S. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. **Educação em Revista.** Belo Horizonte, 2002.

GAYDOS, M; JAN, M. Design in Game- Based Learning. **Proceedings of Computer Supported Collaborative Learning Conference.** Gothenburg, Sweden. p. 388 - 394, 2015.

GOLDENBERG, E. P; LEWIS, P; O'KEEFE, J. Dynamic Representation and the development of a process understanding of function. Harel and E. Dubinsky (Eds.). **The Concept of Function - Aspects of Epistemology and Pedagogy.** MAA Notes 25, p. 235,260, 1992.

GOMES FERREIRA. V.GITIRANA **Exploring Mathematical Functions through Dynamic Microworlds.** 1997. 138 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Londres, 1997.

GREIF, I. **Computer Supported Cooperative Work: a book of readings.** California: Morgan Kaufmann Publishers, 1988.

GROSSMAN, P. **The making of a teacher.** New York: Teachers College Press, 1990.

HARRIS, J; HOFER. Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) in Action: a descriptive study of secondary teachers' curriculum-based, technology-related instructional planning. **Journal of Research on Technology in Education.** v. 43, n. 3, p. 211 - 229, 2011.

HARRIS, J; MISHRA, P; KOEHLER, M. Teachers' Technological Pedagogical Content Knowledge and Learning Activity Types: Curriculum-based Technology Integration Reframed. **Journal of Research on Technology in Education.** v. 41, n. 3, p. 393 - 416, 2009.

HENRIQUES, A; ALMOULOU, S. A. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciências em Educação.** v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

HOHENWARTER, M. *et al.* **GeoGebra - Dynamic Mathematics for Everyone**, versão 5.0.146.0, Windows, Mac OS X e Linux. Linz: Austria, 2015. Disponível em: <<http://www.geogebra.org/>>.

HOHENWARTER, M. **Geogebra.** Salzburg: Universidade de Salzburg, 2001.

INABA, A; OHKUBO, R; IKEDA, M; MIZOGUCHI, R; TOYODA, J. **An Instructional Design Support Environment for CSCL: fundamental concepts and design patterns.** Osaka University, 20??.

KAFYYLILO, A. C. **Practical use of ICT in Science and Mathematics Teachers' Training at Dar es Salaam University College of Education: an analysis of prospective teachers' Technological Pedagogical Content Knowledge.** 64f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ciências da Educação e Tecnologia) - Faculty of Behavioural Science, University of Twente, 2010.

KOEHLER, M. J; MISHRA, P. Introducing Technological Pedagogical Knowledge. In: **The Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge for Educators.** AACTE (Eds.). New York: MacMillan, 2008.

LINS, W. C. B. **Interações em Atividades de Docência Online em Ambientes de Imersão 3D.** 264f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2010.

LUCENA, R; ARAÚJO FILHO, R; TIBÚRCIO, R. Representação e Conhecimento Matemático. **Metodologia do Ensino da Matemática: livro-texto para educação a distância.** (Orgs.). GITIRANA, V; BELLEMAIN, P. B; LINS, W. C. B. Recife, PE: EDUMATEC/UFPE, v. 1, 2016.

MATOS, A; PONTE, J. P. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8º ano. **Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa.** Cidade do México: Comitê Latinoamericano de Matemática Educativa. v. 11, n. 2. p. 195 – 231, 2008.

MEIRA, L. Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva. **Temas de Psicologia.** Ribeirão Preto. v. 2, n.3, p. 59-71, 1994.

MISHRA, P; KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. **Teachers College Record.** v. 108, n. 6. p. 1017 – 1054, 2006.

NACARATO, A. M. A formação do professor de Matemática: pesquisa x políticas públicas. **Contexto e Educação.** n. 75, p. 131-153, 2006.

NCES. **The Condition of Education.** National Center for Education Statistics, 2000.

NISS, M. L. Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. **Teaching and Teacher Education.** v. 21. n. 5. p. 509-523, 2005.

NISS, M. L; RONAU, R. N; SHAFER, K. G; DRISKELL, S. O; HARPER, S. R; JOHNSTON, C; BROWNING, C; ÖZGÜN-KOCA, S. A; KERSAINT, G. Mathematics Teacher TPACK Standards and Development Model. **CITE Journal.** Waynesville: Society for information technology & Teacher Education. v. 9. n. 1, 2009.

NISS, M. L; ZEE, E. H; WILES, H. G. Knowledge Growth in Teaching Mathematics/Science with Spreadsheets: Moving PCK to TPACK through online professional development. **Journal of Digital Learning in Teacher Education.** v. 9, n. 2, p. 42 - 52, 2010.

- NISS, M. L. Guest Editorial: Preparing Teachers to Mathematics with Technology. **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**. v. 6, n. 2, p. 195 - 203, 2006.
- NISHIO, A. L; HORA, D. M. Formação de professores de Matemática e as tecnologias digitais de informação e comunicação: uma análise de pesquisas dos anos 2011 a 2015. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**: SBEM, 2016.
- NOGUEIRA, L. K. C., OLIVEIRA, C. M. B., OLIVEIRA, S. S., SOUZA JUNIOR, A. O. Formação de Professores e Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC's: uma relação necessária para o uso de recursos tecnológicos na educação. **Anais do X Congresso Brasileiro de Ensino Superior a Distância**. Belém, 2013.
- PADMAVATHI, M. Preparing Teachers for Technology based Teaching-Learning using TPACK. **I-Manager's Journal on School Educational Technology**. v. 12, n. 3, 1 - 9, 2017.
- PAIVA, M. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2017.
- PONTE, J. P. O estudo de caso na investigação em educação matemática. **Quadrante**. v. 3, n. 1, p.1-18, 1994.
- POWELL, A. B; PAZUCH, V. Tarefas e justificativas de professores em ambientes virtuais colaborativos de geometria dinâmica. **Revista Zetetiké**. Campinas, SP. v. 24, n. 2, p. 191 – 207, 2016.
- POWELL, A. B. Construção colaborativa do conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo de professores de matemática. **Boletim Gepem**. n. 64. jan/jun. Rio de Janeiro: Editora da UFRRJ. p. 88 - 103. 2014.
- PRIETO, L. P; DIMITRIADIS, Y; HARRER, A. MILRAD, M; NUSSBAUM, M; SLOTTA, J. ROSSITTO, C; HERNWALL, P; COLLIN, J. Beyond Pedagogical Challenges: Addressing the social aspects around the use of digital resources in university education. **Proceedings of Computer Supported Collaborative Learning Conference**. Gothenburg, Sweden. p. 118 – 125, 2015.
- SALLES, A. T; BAIRRAL, M. A. Interações docentes e aprendizagem matemática em um ambiente virtual. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 17, n. 2, p. 453 – 466, 2012.
- SCHMIDT, K; BANNON, L. Taking CSCW Seriously. **Computer Supported Cooperative Work (CSCW)** 1. p. 7 – 40, 1992.
- SCHWAB, J. J. **Science, Curriculum and liberal education**. Chicago: University of Chicago Press, 1978.
- SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**. v. 57, n. 1, p. 1 – 22, 1987.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**. v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.
- SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. **The Concept of function: aspects epistemology and pedagogy**. (Org.). HAREL, G; DUBINSKY, E. MMA Notes, v. 25, p. 25 – 58, 1992.

SILVA, A. R. **Concepção de um suporte para elaboração de webdocumentos destinados ao ensino da Geometria: o caso das curvas cônicas**. 175f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2018.

SILVA, C. T. J. **A Engenharia Didático-Informática na prototipação de um software para abordar o conceito de taxa de variação**. 163f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2016.

STAHL, G. **Dynamic-geometry activities with Geogebra for virtual math teams**. 2012. Disponível em: <http://gerrystahl.net/vmt/activities.pdf>.

STAHL, G. The constitution of group cognition. **Handbook of embodied cognition**. L. Shapiro (Ed.). New York: Routledge. p. 335 - 346. 2014. Disponível em: <http://gerrystahl.net/pub/embodied.pdf>.

STAHL, G., Contributions to a theoretical framework for CSCL. **Computer support for collaborative learning: Foundations for a CSCL community**. Proceeds of CSCL: G. Stahl (Ed.), p. 62 – 71. 2002. Disponível em: <http://gerrystahl.net/cscl/papers/ch15.pdf>.

STAHL, G., KOSCHMANN, T., SUTHERS, D. Computer-Supported Collaborative Learning: an historical perspective. **Cambridge handbook of the learning sciences**. Cambridge: R. K. Sawyer (Ed.), p. 409 - 426. 2006. Disponível em: [http://gerrystahl.net/cscl/CSCL\\_English.pdf](http://gerrystahl.net/cscl/CSCL_English.pdf)

SUTHERS, D; WISE, F. A; SCHNEIDER, B; SHAFFER, D. W; HOPPE, H. U; SIEMENS, G. TALL, D; BAKAR, M. Student's mental prototypes for functions and graphs. In: Furinghetti (Ed). **Proceedings of the 15th International Conference for the PME**. Assiti – Itália. v. 1, p. 104 – 111, 1992.

TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations. **Recherches en didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 25, p. 91-138, 2005.

TROUCHE, L. Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages ? **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 55, p. 181-197, 2004.

TROUCHE, L; BELLEMAIN, F. O trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **Anais do I Simpósio Latino-Americano da Didática da Matemática - Ladima**. Bonito – Mato Grosso do Sul, Brasil, 2016.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 2ª Ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

ZOUAOU, M. Teacher Training Teaching Problems Encountered by Novice Teachers. **Journal of Literature, Culture & Media Studies**. v. 9, jan – dez, 2013.

## APÊNDICE A - ROTEIRO DA OFICINA DE GEOGEBRA

### **Objetivo:**

- ✓ Explorar as ferramentas do software geogebra para o ensino de funções;

### **1º Momento:**

Neste primeiro momento iremos construir, de forma individual, uma simulação de homotetia de um quadrilátero qualquer e, a partir dela, uma articulação com o gráfico da sua área em função de um dos seus lados.

Cada um deverá acompanhar o professor durante a construção, executando os passos para elaborar a simulação.

### **2º Momento:**

Após a construção da simulação de forma individual passaremos a trabalhar coletivamente. Para isso, deverão ser formados grupos com no máximo 3 integrantes por aparelho. Cada grupo deverá solucionar o seguinte desafio com o auxílio do geogebra:

**Desafio: com base na simulação entregue no dispositivo pelo professor encontrar a fórmula da função traçada pelo rastro do ponto e construir seu gráfico.**

As ações do grupo deverão ser captadas pelo software de captura de tela instalado no dispositivo.

### **3º Momento:**

Após a discussão coletiva sobre a fórmula e o gráfico da função na simulação voltaremos a trabalhar individualmente. Nesta etapa da oficina, cada um deve responder ao formulário lançado na plataforma da disciplina, para responder aos questionamentos:

- a) O que você conseguiu aprender na oficina?
- b) Qual é o diferencial do geogebra para ensinar funções?
- c) Como este recurso poderia ser utilizado em sala de aula?

Neste mesmo formulário vocês encontrarão algumas perguntas sobre suas habilidades com relação a alguns conhecimentos.

## APÊNDICE B – SCRIPT DA 1ª FASE DA FORMAÇÃO

Universidade Federal de Pernambuco  
 Departamento de Matemática  
 Curso de Licenciatura em Matemática  
 Metodologia do Ensino da Matemática  
 Roteiro de atividades para 1ª etapa de formação  
**Script da 1ª Sessão**

### **08/10/2016 – Aula 1 – Teoria dos Registros de Representação Semiótica**

Nesta aula dos licenciandos irão discutir sobre as representações e o conhecimento matemático, tendo como base teórica, um texto e um vídeo. As discussões serão realizadas por meio do aplicativo Whatsapp.

**Atividade:** ler o texto (**Representação e Conhecimento Matemático**) disponível na página da disciplina e assistir o vídeo (**Representações e Aprendizagem da Matemática**). A partir do vídeo e da leitura do texto, cada um irá elaborar uma questão sobre representações na Matemática, que outro colega deverá responder.

### **13/10/2016 – Aula 2 – Oficina com o Geogebra e definição dos objetivos de aula – Quinta-feira.**

Nesta oficina serão apresentados alguns desafios no geogebra para que os grupos de estudantes resolvam e discutam. A partir desses desafios, cada grupo deverá traçar objetivos de aula onde um dos recursos utilizados seja o geogebra.

**Formação dos grupos:** montaremos uma planilha online no GDrive para que cada licenciando se coloque no grupo que mais achar adequado, respeitando a quantidade máxima de 3 participantes por grupo.

**Atividade:** elaborar os objetivos de aula com o geogebra a partir da oficina.

**Número de máquinas necessárias (tablets):** no mínimo 8, no máximo 12.

**Metodologia:** formaremos 8 grupos para cada máquina e os licenciandos terão como suporte, um documento no GDrive para as anotações dos objetivos de aula. A oficina será gravada e filmada pelos pesquisadores, com um microfone e ao menos duas câmeras que capturem a interação dos grupos.

**Recursos:** geogebra colaborativo, tablets, câmeras com microfone, Gdrive.

### **15/10/2016 – Aula 3 – Elaboração da aula com o geogebra – Etapa I - Sábado**

Cada grupo deverá pesquisar material para um embasamento teórico da sua aula. Sendo assim, cada participante deverá pesquisar sobre um aspecto e a partir daí traçar o que será necessário para a sua aula.

**Quantidade de sessões:** duas sessões (manhã e tarde) – 1h30min cada

**Metodologia:** cada participante será responsável por um material a pesquisar. Este material corresponde:

<b>Estudante 1</b>	<b>Dificuldades na aprendizagem de funções</b>
<b>Estudante 2</b>	Abordagens de livros didáticos
<b>Estudante 3</b>	Material disponível no Geogebra Tube e suas potencialidades
<b>Estudante 4</b>	Propostas Curriculares (Pernambuco e BNCC) sobre o ensino de funções

A partir disso, o grupo deverá discutir estratégias para construir sua aula com o geogebra levando em consideração as dificuldades apresentadas e as propostas curriculares encontradas.

**Recurso:** ppt no gdrive para cada grupo.

As interações serão captadas por um recurso de captura de tela (pode ser o atube).

### **22/10/2016 – Elaboração da aula com o geogebra – Etapa II**

Nesta aula os licenciandos deverão continuar as discussões iniciadas na aula anterior sobre a elaboração da aula. Será disponibilizado um ppt no gdrive

### **05/11/2016 – Conclusão da aula**

Os licenciandos irão concluir a elaboração da sua aula finalizando cada um seu ppt.

### **10/11/2016 – 11/11/2016 – 17/11/2016 – 22/11/2016 – Apresentações dos grupos**

Cada grupo irá apresentar em forma de exposição oral a sua aula. Captaremos as apresentações e coletaremos dados de vídeo e áudio, por meio de recursos de filmagem e gravação.

### **Observação:**

- ✓ Todo material disponibilizado para os licenciandos serão inseridos na página da disciplina, exceto os que forem recursos do gdrive, como por exemplo os docs e ppt lançados.

## APÊNDICE C - SCRIPT DA 2ª FASE DE FORMAÇÃO

Universidade Federal de Pernambuco  
Departamento de Matemática  
Curso de Licenciatura em Matemática  
Metodologia do Ensino da Matemática  
Roteiro de atividades para 2ª etapa de formação

### Script da 2ª sessão

Com base nos objetivos elaborados na etapa anterior vocês irão construir a aula nos princípios da TOI (Teoria da Orquestração Instrumental). O tempo para elaboração da aula é de 1h a contar do tempo sugerido pelo grupo.

Para isso irão precisar de:

- a) Um computador para ter acesso aos slides colaborativos
- b) Ter uma compreensão da TOI

### ETAPAS DA ATIVIDADE

- No slide colaborativo vocês terão acesso ao chat como na primeira sessão a partir das 22h, horário marcado para nos encontrar online.
- Quando todos estiverem online vocês irão interagir para tomar as escolhas da aula com base nos objetivos. Sendo assim, deverão pensar nos princípios da TOI, ou seja:

A **configuração didática** é a organização do ambiente de ensino e aprendizagem; é a seleção dos recursos a serem disponibilizados; é a elaboração da atividade; é a escolha das técnicas de trabalho para apreensão dos objetos matemáticos por meio das tecnologias e a definição do papel dos sujeitos envolvidos neste processo.

O **modo de operação** é a execução da configuração didática; a forma que a atividade deverá ser desenvolvida, quando e como cada ferramenta inserida no ambiente e cada participante, seja professor ou estudante, desempenharão seu papel visando os benefícios das intenções didáticas. Esse princípio prevê e leva em conta possíveis resultados das ações instrumentadas.

**Referências:** tudo que for utilizado como fonte externa, textos, softwares, animações, deve estar nas referências de acordo com a ABNT.