



Modélisation des transformateurs des convertisseurs haute fréquence

Eric La Veuve

► To cite this version:

Eric La Veuve. Modélisation des transformateurs des convertisseurs haute fréquence. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), 1991. Français. <NNT : >. <tel-02563560>

HAL Id: tel-02563560

<https://hal.science/tel-02563560v1>

Submitted on 5 May 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

THESE

présentée par **Eric LAVEUVE**

pour obtenir le grade de **DOCTEUR**

de l'**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

(Arrêté ministériel du 23 novembre 1988)

(Spécialité : **Génie électrique**)

**MODELISATION DES TRANSFORMATEURS
DES CONVERTISSEURS HAUTE FREQUENCE**

Date de soutenance : 12 septembre 1991

Composition du jury :

Messieurs SABONNADIÈRE Jean-Claude (Président et rapporteur)
 FERRARIS Paolo (Rapporteur)
 KERADEC Jean-Pierre
 PERARD Jacques
 LAPPAS François

Thèse préparée au sein du **Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble**

AVANT
PROPOS

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes remerciements à :

- Monsieur Jean-Claude SABONNADIÈRE, Professeur à l'ENSIEG, directeur du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, qui m'a fait l'honneur de présider le jury et d'être rapporteur de cette thèse

- Monsieur Paolo FERRARIS, Professeur à l'université de Turin, qui a accepté d'effectuer le déplacement depuis Turin pour participer au jury et être rapporteur, qu'il soit ici vivement remercié

- Monsieur Jean-Pierre KERADEC, Maître de conférence à l'UT de Génie Electrique, qui a encadré cette thèse et avec qui j'ai eu autant de plaisir à tenir une discussion scientifique sur les équations de Maxwell qu'à apprendre comment poussent les champignons

- Monsieur Jacques PERARD, Professeur à l'UT de Génie Electrique, qui a bien voulu coencadrer cette thèse, et qui m'a donné quelques précieux conseils

- Monsieur François LAPPAS, et toute sa société AMOS, qui m'a toujours laissé sa porte grande ouverte pour les mesures et qui a fourni beaucoup de matériel

Je tiens également à remercier tout particulièrement

- Monsieur Robert PERRET, Professeur à l'ENSIEG, qui m'a accepté dans son Laboratoire et qui a toujours su maintenir la bonne humeur dans l'équipe

- Monsieur Gérard MEUNIER, avec qui j'ai eu des discussions théoriques très intéressantes et qui a su me guider dans les simulations électromagnétiques

- Monsieur Jean-Paul FERRIEUX, qui manie les interrupteurs avec aisance et qui a su me conseiller pour chacun de mes montages d'électronique de puissance

- Monsieur Michel BENSOAM, avec qui j'ai eu plaisir à partager le bureau tout au long de ces trois années, et qui a résisté à quelques odeurs fortes dégagées au retour de vacances par de véritables munsters fermiers

- Toute l'équipe Electronique de Puissance dont j'ai fait partie tout au long de ces trois années de thèse et plus particulièrement:

- Bruno COGITTORE qui poursuivra ce travail
- Christian SCHAEFFER pour sa bonne humeur et ses conseils
- James ROUDET pour ses aides en électronique de puissance
- Jean BARBAROUX, technicien, qui trouve toujours une solution grâce à une zéner
- René FEUILLET pour ses conseils en simulation sur Circuit

- L'ensemble des techniciens qui ont toujours su donner une réponse à des problèmes électriques ou mécaniques

- Mesdames Jacqueline BRICHET, Josiane EVEN et Sylvie PELLETIER qui manient les lettres du bout des doigts

- La société Merlin-Gérin et plus particulièrement l'équipe des recherches générales avec qui j'ai eu de nombreux contacts

- La Région Rhône-Alpes qui m'a fait confiance en m'accordant une bourse durant ces trois années

Enfin, je ne voudrais pas oublier un personnage célèbre dans le laboratoire

- Monsieur Henri MAGNIN, qui, au cours des sorties du laboratoire, m'a enseigné toute la science de la fondue savoyarde

Je terminerai par remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à la rédaction de ce mémoire.

TABLE DES
MATIERES

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	p 1
<u>CHAPITRE I : CIRCUITS COUPLES MAGNETIQUEMENT:</u> SCHEMAS EQUIVALENTS	p 5
1.1 INTRODUCTION	p 5
1.2 LE TRANSFORMATEUR A DEUX ENROULEMENTS	p 5
1.2.1 <u>Le coupleur</u>	p 5
1.2.2 <u>Rappel du modèle classique - Difficultés</u>	p 6
1.2.3 <u>Magnétostatique et modèle général</u>	p 8
1.2.4 <u>Equivalence entre schémas. Transformation amont-aval</u>	p 9
1.3 LES TRANSFORMATEURS A N ENROULEMENTS	p 10
1.3.1 <u>Multipôles inductifs</u>	p 10
1.3.2 <u>Schéma général d'un transformateur à N enroulements</u>	p 11
1.3.3 <u>Cas particulier du transformateur à 3 enroulements</u>	p 12
1.4 GENERALISATION DU SCHEMA EQUIVALENT	p 14
1.4.1 <u>Energie magnétostatique d'un multipôle</u>	p 14
1.4.2 <u>Changement de base sur les courants et tensions</u>	p 15
1.4.3 <u>Orthogonalisation de Schmidt et schéma général</u>	p 17
1.4.4 <u>Mesures et calculs des paramètres</u>	p 19
1.5 DUALITE MAGNETIQUE-ELECTRIQUE	p 20
1.5.1 <u>Méthode et règle de la dualité</u>	p 20
1.5.2 <u>Exemple d'application</u>	p 21
1.6 CONCLUSION	p 22

CHAPITRE II : LE TRANSFORMATEUR EN COURT-

CIRCUIT : INDUCTANCE DE FUITE ET RESISTANCE SERIE

p 23

2.1 GENERALITES : QUELLES GRANDEURS SONT MESURABLES EN COURT-CIRCUIT ?

p 23

2.2 APPROCHE EXPERIMENTALE

p 24

2.2.1 Transformateurs d'essais

p 24

2.2.2 Mesures

p 24

2.2.3 Schémas équivalents

p 26

2.3 ETUDE ANALYTIQUE

p 29

2.3.1 Le modèle de Dowell

p 29

2.3.2 Puissance complexe stockée dans une plaque

p 30

2.3.2.1 Variation du champ H

p 30

2.3.2.2 Calcul des puissances active et réactive

p 32

2.3.3 Lien avec l'inductance de fuite et la résistance série

p 34

2.3.3.1 Variation de l'inductance de fuite

p 34

2.3.3.2 Augmentation de la résistance série

p 38

2.3.4 Modèle approché par une cellule R-L parallèle

p 39

2.4 SIMULATION PAR ELEMENTS FINIS DE L'ENROULEMENT INTERMEDIAIRE

p 41

2.4.1 Modèle adopté pour la simulation

p 41

2.4.2 Résultats de simulation

p 43

2.5 GENERALISATION A UNE COUCHE ALIMENTEE D'UN TRANSFORMATEUR

p 45

2.6 CONCLUSION

p 50

CHAPITRE III : DEVELOPPEMENT MULTIPOLAIRE POUR DES SYSTEMES INVARIANTS PAR TRANSLATION

p 51

3.1 INTRODUCTION	p 51
3.2 DEVELOPPEMENT MULTIPOLAIRE	p 51
3.2.1 <u>Hypothèses</u>	p 51
3.2.2 <u>Solution générale</u>	p 52
3.2.3 <u>Le dipôle bifilaire</u>	p 54
3.2.4 <u>Ecriture en coordonnées cartésiennes</u>	p 56
3.3 GENERALISATION	p 56
3.3.1 <u>Solutions de l'équation de Laplace</u>	p 56
3.3.2 <u>Lien entre équation de Laplace et développement multipolaire</u>	p 58
3.3.3 <u>Régime variable</u>	p 58
3.4 MOMENT DIPOLAIRE - POLARISABILITE D'UN FIL	p 59
3.4.1 <u>Modèle analytique</u>	p 59
3.4.2 <u>Signification physique en basse fréquence</u>	p 61
3.4.3 <u>Champ magnétique et potentiel vecteur à l'extérieur du fil</u>	p 62
3.5 LA NAPPE DE CONDUCTEURS	p 64
3.5.1 <u>Description et symétries</u>	p 64
3.5.2 <u>Potentiel vecteur à l'extérieur des fils</u>	p 65
3.5.3 <u>Lien avec l'équation de Laplace</u>	p 66
3.6 PUISSANCE COMPLEXE EN REGIME SINUSOIDAL	p 68
3.7 PUISSANCE COMPLEXE DANS UN FIL	p 70
3.7.1 <u>Puissance active</u>	p 71
3.7.2 <u>Puissance réactive</u>	p 72
3.8 MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS	p 73
3.8.1 <u>Le fil seul</u>	p 73
3.8.2 <u>La nappe de fils</u>	p 74
3.9 CONCLUSION	p 76
 <u>CHAPITRE IV : ELECTROSTATIQUE DES</u> ENROULEMENTS	 p 77

4.1 CONSIDERATIONS GENERALES	p 77
4.2 ELECTROSTATIQUE DE DEUX COUCHES	p 78
4.2.1 <u>Forme quadratique. Symétries</u>	p 78
4.2.2 <u>Calcul du potentiel entre deux couches</u>	p 79
4.2.3 <u>Energie électrostatique emmagasinée</u>	p 80
4.3 EQUIVALENCE AVEC UN SCHEMA A 6 CAPACITES	p 80
4.3.1 <u>Identification des capacités</u>	p 80
4.3.2 <u>Interprétation du schéma</u>	p 82
4.4 ELECTROSTATIQUE DES COMPOSANTS BOBINES-CALCULS DE CAPACITES	p 82
4.4.1 <u>Introduction : système à deux enroulements</u>	p 82
4.4.2 <u>Equivalence de schémas</u>	p 84
4.4.3 <u>L'inductance</u>	p 86
4.4.3.1 <i>Enroulements en sens opposés</i>	p 86
4.4.3.2 <i>Enroulements de même sens</i>	p 87
4.4.4 <u>Le transformateur</u>	p 89
4.4.4.1 <i>Généralités</i>	p 89
4.4.4.2 <i>Enroulements en sens opposés</i>	p 89
4.4.4.3 <i>Enroulements de même sens</i>	p 90
4.4.5 <u>Généralisation du calcul de capacités</u>	p 91
4.4.5.1 <i>Transformateur à deux couches isolées</i>	p 91
4.4.5.2 <i>Bobinages à plusieurs couches</i>	p 93
4.4.6 <u>Tableau récapitulatif</u>	p 94
4.5 SIMULATION ELECTROSTATIQUE	p 95
4.5.1 <u>Système étudié sur FLUX2D</u>	p 95
4.5.2 <u>Energie électrostatique entre couche. Calcul de capacités</u>	p 97
4.5.3 <u>Simulation électrostatique d'une inductance</u>	p 97
4.5.4 <u>Simulation électrostatique d'un transformateur</u>	p 99
4.6 VERIFICATIONS EXPERIMENTALES	p 99
4.6.1 <u>Généralités</u>	p 99
4.6.2 <u>Système à deux couches, même nombre de spires</u>	p 100
4.6.3 <u>Système à deux couches, rapport de transformation différent de 1</u>	p 102
4.6.4 <u>Système à trois couches</u>	p 102
4.6.5 <u>Tableau récapitulatif</u>	p 102

4.7 CONCLUSION	p 104
 <u>CHAPITRE V : LES ELEMENTS BOBINES DANS LES MONTAGES D'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE</u>	 p 107
5.1 GENERALITES	p 107
5.2 RESULTATS THEORIQUES : CALCUL DES FREQUENCES DE RESONANCE	p 108
5.2.1 <u>Montage non isolé : le Buck-Boost</u>	p 108
5.2.2 <u>Montage isolé : le Flyback</u>	p 111
5.3 SIMULATION SUR LE LOGICIEL CIRCUIT	p 112
5.4 RELEVES EXPERIMENTAUX SUR UNE MAQUETTE	p 114
5.5 CONCLUSION	p 115
 CONCLUSION GENERALE	 p 117
 ANNEXES	 p 119
 ANNEXE 1 : Calcul des 6 inductances du schéma équivalent	 p 119
ANNEXE 2 : Calcul de l'énergie magnétique et de la puissance dans une plaque	p 121
ANNEXE 3 : Moment dipolaire d'un fil rond plongé dans un champ uniforme	p 123
ANNEXE 4 : Sommes de certaines séries	p 125
ANNEXE 5 : Exploitation du vecteur de Poyting complexe	p 129
 BIBLIOGRAPHIE	 p 133

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

De nos jours, l'homme, sans s'en rendre compte, utilise l'énergie électrique sous toutes ses formes : dans la maison, pour les transports, à son lieu de travail ... Que se passerait-il si subitement l'électricité venait à manquer ? Sans doute une panique générale dans notre Société. Pourtant, le plus commun des mortels ne s'imagine peut-être pas le cheminement de cette électricité depuis son lieu de production jusqu'au robot ménager qu'il utilise pour préparer ses repas journaliers. A sa sortie de la centrale électrique, l'électricité ne peut pas être utilisée sous cette forme. De multiples transformations devront ramener le niveau de tension de plusieurs milliers de volts (en sortie de l'alternateur) à quelques dizaines de volts (pour des appareils électriques d'usage courant). Apparaît alors la notion de transformateur de tension. Cet élément est primordial dans la conversion d'énergie. Les puissances mises en jeu dans un transformateur peuvent aller de plusieurs Mégawatts (en sortie de centrale) à quelques watts (dans des alimentations à découpage). Le principe est le même : passer d'un niveau de tension donné à un autre niveau. Pourtant, les problèmes rencontrés dans ces transformateurs ne sont pas toujours de même nature. Pour les premiers, les tensions mises en jeu sont telles que le problème principal concerne l'isolation des différentes spires. Pour les seconds, d'autres effets doivent être pris en considération, comme les inductances de fuite ou encore les capacités entre différentes couches.

Laissons de côté la première classe de transformateur, ceux à puissance élevée, pour ne nous intéresser qu'aux transformateurs de basse puissance, ceux utilisés dans les convertisseurs en électronique de puissance. L'étude présentée dans ce mémoire est une synthèse des problèmes causés par le bobinage des transformateurs de ce type. La gamme de puissance couverte s'étend de quelques watts à quelques kilowatts alors que la plage de fréquence va de la centaine de kilohertz à plusieurs Mégahertz .

Parallèlement à cette étude, des travaux de recherche ont été menés au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble concernant les alimentations à découpage de faible puissance. Le transformateur est un élément primordial pour ces convertisseurs. Il sert non seulement à transformer la tension, mais aussi, et surtout à isoler galvaniquement la source de la charge. Ces deux études, bien que différentes en première approche se rejoignent dans un même but: améliorer la conversion d'énergie en électronique de puissance. L'une ne peut être réalisée sans l'autre, et vice versa.

L'introduction de la résonance dans les convertisseurs a provoqué très rapidement une augmentation de la fréquence de fonctionnement. Cette augmentation s'accompagne d'avantages et de désavantages. Citons parmi les avantages la diminution de la taille des éléments bobinés, un fonctionnement à des fréquences inaudibles. Les inconvénients sont aussi nombreux. Ils

concernent plus particulièrement les pertes en commutation des semi-conducteurs, mais aussi les pertes dans les matériaux magnétiques, les pertes dues à l'effet de peau dans les conducteurs. Enfin, toutes ces pertes doivent être évacuées, et la diminution de la taille des composants actifs ou passifs s'accompagnant d'une augmentation des pertes ne va pas dans le sens d'une meilleure évacuation des calories.

Le transformateur joue donc un rôle primordial en électronique de puissance. La connaissance d'un schéma équivalent correct rendant compte de son fonctionnement dans une large plage de fréquence est essentielle. Dans une première partie, nous nous intéresserons à la définition de ces schémas équivalents en terme d'inductances couplées. Plusieurs travaux ont déjà été réalisés dans ce domaine, mais il devient vite difficile de modéliser un transformateur dès que le nombre de ses enroulements est supérieur à deux. Nous essayerons de donner un schéma équivalent d'un transformateur à trois enroulements ou plus à partir de coupleurs. Un tel schéma est très utile pour les logiciels de simulation en électronique de puissance où bien souvent le transformateur est considéré comme un couplage parfait entre deux inductances.

Autour de ce schéma viennent se greffer plusieurs éléments considérés comme parasites. Le premier d'entre eux est l'inductance de fuite du transformateur. Elle n'apparaît pas seulement comme une simple inductance en série, mais elle accompagne aussi de nombreux effets supplémentaires. La deuxième partie se rapporte au transformateur en court-circuit et plus particulièrement à la variation de la self de fuite ainsi qu'à l'augmentation de la résistance série en fonction de la fréquence. L'incidence de ces éléments sur le schéma équivalent est abordée.

Les électroniciens de puissance qui pensent que les équations de Maxwell sont réservées à la théorie de la propagation des ondes à très haute fréquence, devraient s'attarder sur la troisième partie. A partir d'un développement multipolaire, une couche de transformateur peut être modélisée très simplement. La puissance complexe est définie dans cette couche et permet d'obtenir rapidement une évaluation des pertes et de l'énergie magnétique stockée. Cette méthode est applicable pour des géométries quelconques, en particulier, la forme des fils est toujours prise en compte.

Nous parlions au début du transformateur comme moyen d'isolation galvanique dans un convertisseur. Mais que devient cette isolation lorsque la fréquence augmente ? L'effet des capacités entre couches provoque des couplages capacitifs entre enroulement primaire et secondaire par où les harmoniques très haute fréquence de la tension ou du courant se fraient un chemin privilégié. La quatrième partie concerne la modélisation de ces capacités inter-couches. A partir d'approximations simples, il est possible de calculer la capacité d'entrée d'un transformateur en tenant compte de la disposition géométrique des couches. Quelques cas particuliers pour deux couches sont mis en oeuvre et une généralisation à un nombre quelconque

d'enroulements est abordée.

La dernière partie est un travail concernant l'insertion du transformateur dans les alimentations à découpage. Les études menées parallèlement sur les structures de convertisseurs se sont rejointes naturellement avec celles exposées dans ce mémoire. Nous avons regroupé nos résultats pour comprendre la provenance d'oscillations très haute fréquence sur les formes d'onde de tension et courant aux bornes des composants. Une étude théorique, suivie d'une simulation a permis de trouver différentes fréquences de résonance dans un convertisseur. Un résultat expérimental permet de valider la théorie tout en montrant les limites de mesures des éléments en très haute fréquence.

Enfin, en conclusion, nous aborderons la poursuite des travaux qui peuvent être menés à partir de cette étude. En particulier, nous évoquerons quelques thèmes de recherche abordés, mais dont les résultats ne sont pas encore assez significatifs pour être présentés dans ce mémoire.

CHAPITRE I

CHAPITRE I

CIRCUITS COUPLES MAGNETIQUEMENT:

SCHEMAS EQUIVALENTS

1.1 INTRODUCTION

Que ce soit pour comprendre certaines observations expérimentales ou pour exploiter de façon réaliste des logiciels de simulation, le besoin de représenter un transformateur par un schéma électrique est de plus en plus pressant [1]. Très souvent, en dépit du nombre réel d'enroulements impliqués, le modèle pris comme référence est celui attribué au transformateur à deux enroulements [2]. Il en résulte quelques confusions car certaines grandeurs associées à ce modèle (inductance magnétisante, inductances de fuites associées à chaque enroulement...) perdent toute signification dès que les enroulements deviennent plus nombreux.

La démarche exposée ici permet d'élaborer un schéma électrique traduisant, pour un nombre quelconque d'enroulements, les équations magnétostatiques des circuits linéairement couplés. Dans cet esprit, les schémas proposés ne comportent que des inductances et des coupleurs.

Puisque la magnétostatique ne fait intervenir ni les pertes ni les capacités parasites, les schémas ainsi obtenus devront, pour être réalistes, être complétés par quelques composants supplémentaires. Néanmoins, ils constituent une première approximation utile puisqu'ils traduisent correctement tous les couplages magnétiques.

1.2 LE TRANSFORMATEUR A DEUX ENROULEMENTS

1.2.1 Le coupleur

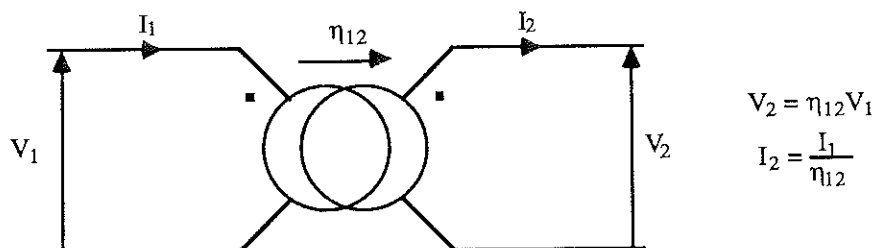


Figure 1.1 Coupleur parfait

Commençons tout d'abord par une définition simple du coupleur parfait. Il se caractérise par un rapport de transformation η_{12} défini par

$$V_2 = \eta_{12} V_1 \text{ et } I_2 = \frac{I_1}{\eta_{12}} \quad (\text{figure 1.1})$$

Ce coupleur est utilisé par la suite aussi bien en magnétostatique pour la transformation des courants qu'en électrostatique pour la transformation des tensions.

1.2.2 Rappel du modèle classique - Difficultés

Il est couramment admis qu'un transformateur à deux enroulements peut se représenter par le schéma ci-dessous (figure 1.2).

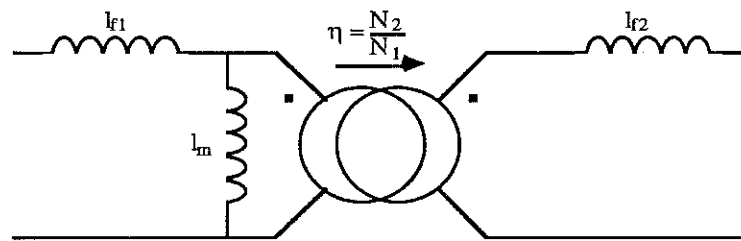


Figure 1.2 Schéma équivalent d'un transformateur à 2 enroulements

Le rapport de transformation η est choisi égal au rapport du nombre de spires, l_m est appelée inductance magnétisante et l_{f1} et l_{f2} sont les inductances de fuites associées respectivement au primaire et au secondaire.

Pour justifier les noms donnés aux inductances, il est intéressant d'étudier le couplage de deux solénoïdes cylindriques (figure 1.3). Nous supposons qu'ils sont infinis, d'axes parallèles, de sections respectives S_1 et S_2 . Nous notons S_{12} la surface de leur intersection, N_1 et N_2 les nombres de spires pour une longueur L .

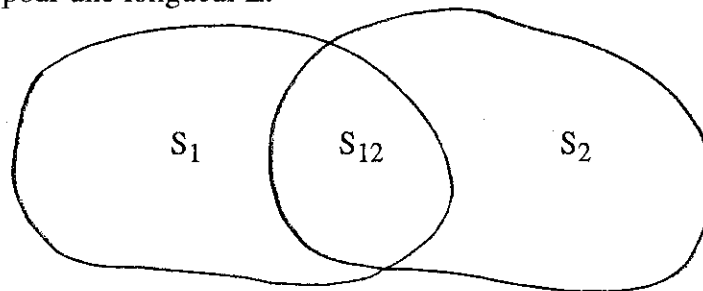


Figure 1.3 Couplage de deux solénoïdes

Les excitations magnétiques créées par chacun des solénoïdes valent $N_1 \cdot I_1 / L$ dans S_1 et $N_2 \cdot I_2 / L$

dans S_2 : nous pouvons évaluer l'énergie magnétique emmagasinée pour une longueur L de ce dispositif (1.1).

$$W = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \left[\left(\frac{N_1 \cdot I_1}{L} \right)^2 \cdot (S_1 - S_{12}) \cdot L + \left(\frac{N_2 \cdot I_2}{L} \right)^2 \cdot (S_2 - S_{12}) \cdot L + \left(\frac{N_1 \cdot I_1}{L} + \frac{N_2 \cdot I_2}{L} \right)^2 \cdot S_{12} \cdot L \right]$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \frac{S_1}{L} \cdot N_1^2 \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \frac{S_2}{L} \cdot N_2^2 \cdot I_2^2 + \mu_0 \cdot \frac{S_{12}}{L} \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot I_1 \cdot I_2 \quad (1.1)$$

Cette expression peut être identifiée à celle de l'énergie stockée par les inductances du modèle :

$$W = \frac{1}{2} \cdot l_{f1} \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} \cdot l_{f2} \cdot I_2^2 + \frac{1}{2} \cdot l_m \cdot \left(I_2 + \frac{N_2}{N_1} \cdot I_1 \right)^2 \quad (1.2)$$

Nous en déduisons les valeurs des trois inductances :

$$l_m = \mu_0 \cdot \frac{S_{12}}{L} \cdot N_1^2, \quad l_{f1} = \mu_0 \cdot \frac{S_1 - S_{12}}{L} \cdot N_1^2 \quad \text{et} \quad l_{f2} = \mu_0 \cdot \frac{S_2 - S_{12}}{L} \cdot N_2^2 \quad (1.3)$$

L'examen des surfaces intervenant dans ces relations montre que l'inductance magnétisante crée le flux commun aux deux enroulements alors que chaque inductance de fuite correspond à du flux généré par un enroulement pour lui seul.

Dans le cas particulier où S_2 est à l'intérieur de S_1 , $S_{12} = S_2$ (figure 1.4) :

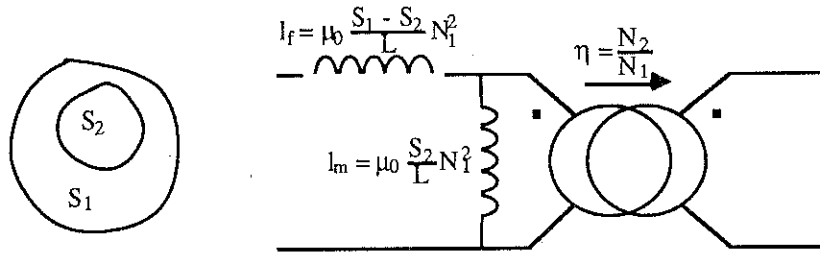


Figure 1.4 Cas particulier

Ici tout le flux créé par le secondaire traverse le primaire : il n'y a pas de self de fuite associée au secondaire.

En particulier, le fait d'imposer au coupleur un rapport égal au rapport du nombre de spires peut amener certaines des inductances à prendre des valeurs négatives...

1.2.3 Magnétostatique et modèle général

En régime sinusoïdal les équations aux impédances se déduisent directement des équations magnétostatiques donnant les flux dans des circuits couplés :

$$\begin{aligned} V_1 &= j L_1 \omega I_1 + j M \omega I_2 \\ V_2 &= j M \omega I_1 + j L_2 \omega I_2 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Les relations d'Onsager ont permis d'établir la symétrie de la matrice des coefficients et des considérations énergétiques montrent que :

$$L_1 > 0, L_2 > 0, M^2 \leq L_1 L_2 \quad (1.5)$$

La dernière inégalité sert à définir un coefficient $k \leq 1$: le coefficient de couplage :

$$k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (1.6)$$

Ce coefficient peut s'évaluer en comparant les inductances à vide (L_1) et en court-circuit (l_1) vues au primaire. A l'aide de (1.4) et (1.5) nous établissons :

$$k = \sqrt{1 - \frac{l_1}{L_1}} \quad (1.7)$$

Il est facile de vérifier que le quadripôle dessiné à la figure 1.5 admet strictement les équations (1.4) : il est donc apte à représenter un transformateur à deux enroulements.

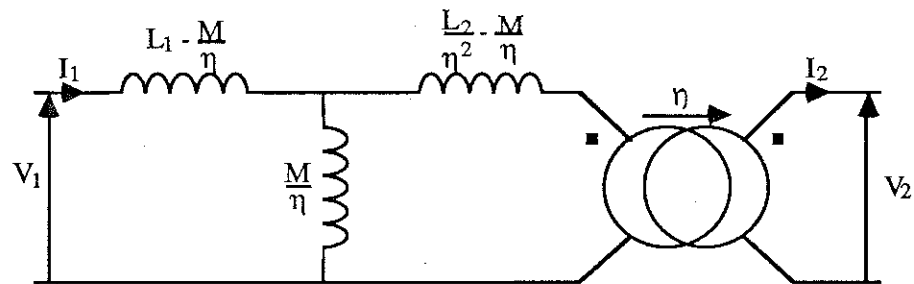


Figure 1.5 Schéma équivalent général

Ce modèle se caractérise par quatre valeurs : trois inductances et un rapport de transformation. Puisque le système d'équations (1.4) ne dépend que de trois paramètres (L_1 , L_2 et M), il est naturel que l'une des valeurs du schéma, en l'occurrence, le rapport de transformation puisse être

choisie arbitrairement. Pour la même raison, si nous voulons trouver les éléments du quadripôle en partant des mesures, il faut se donner arbitrairement une valeur.

Il est utile de remarquer que, moyennant un choix approprié de η , toutes les inductances du schéma peuvent être choisies positives, ce qui facilite les raisonnements physiques. Pour cela il faut que :

*le rapport de transformation η soit de même signe que M

*sa valeur absolue soit comprise entre deux limites :

$$\frac{|M|}{L_1} \leq |\eta| \leq \frac{L_2}{|M|} \quad (1.8)$$

Un tel choix est toujours possible puisque les inégalités (1.5) impliquent :

$$\frac{|M|}{L_1} \leq \frac{L_2}{|M|} \quad (1.9)$$

1.2.4 Equivalence entre schémas. Transformation amont-aval

Le schéma proposé à la figure 1.4 peut donner naissance à plusieurs autres si nous exploitons les transformations connues : passages d'éléments du primaire au secondaire du transformateur parfait ; étoile triangle pour donner une structure en Π au quadripole inductif. En outre, trois valeurs de η donnent au schéma général une allure particulière en préservant pour les inductances présentes des valeurs positives (figure 1.6) :

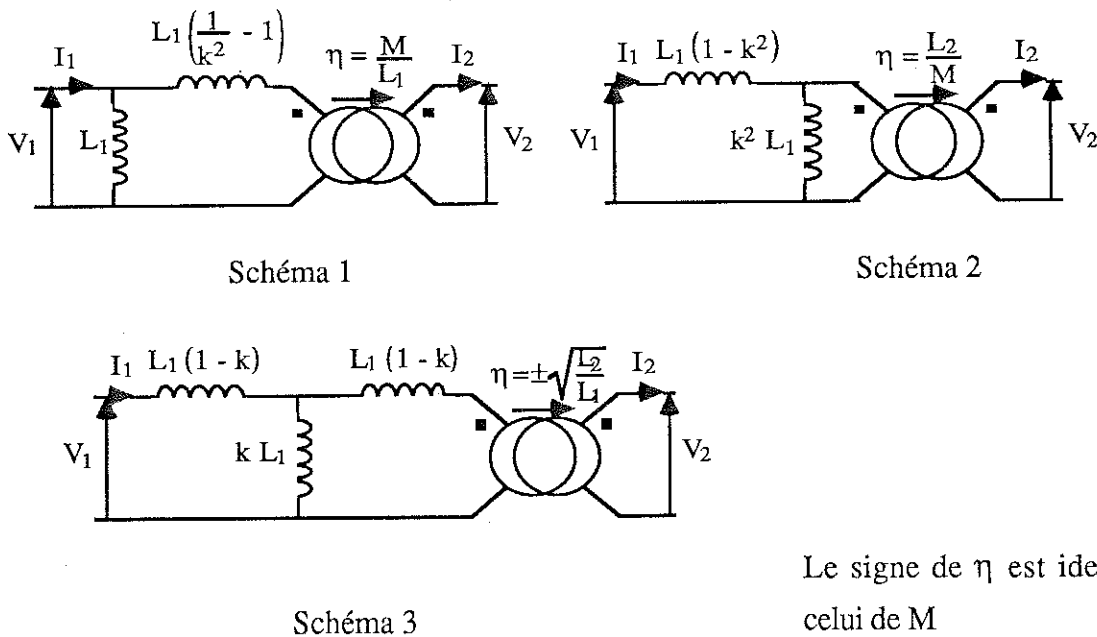


Figure 1.6 Trois schémas équivalents

L'équivalence des schémas 1 et 2 permet de définir la transformation amont-aval (figure 1.7). Par référence à la position de l'inductance parallèle, nous appelons respectivement amont et aval les schémas 1 et 2.

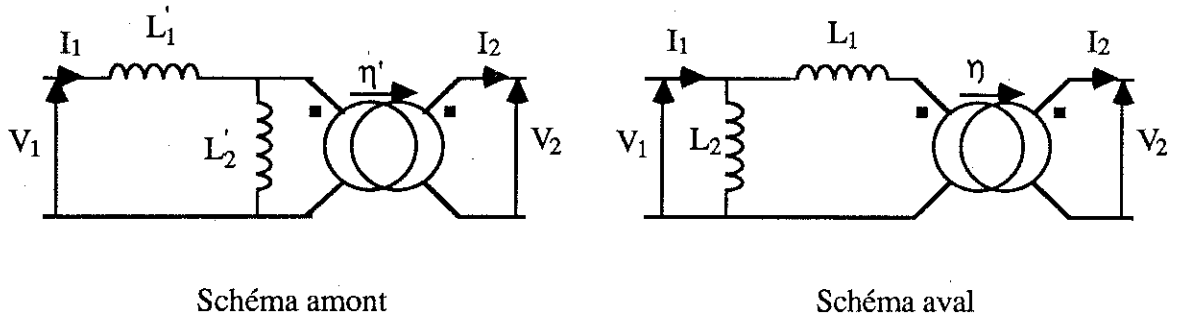


Figure 1.7 Transformation amont-aval

Ces deux schémas sont strictement équivalents si les valeurs numériques sont choisies comme suit :

$$L_1 = (L_1' + L_2') \cdot \frac{L_1'}{L_2'} ; \quad L_2 = L_1' + L_2' ; \quad \eta = \eta' \cdot \frac{L_2'}{L_1' + L_2'} \quad (1.10)$$

$$L_1' = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} ; \quad L_2' = \frac{L_2^2}{L_1 + L_2} ; \quad \eta' = \eta \cdot \frac{L_1 + L_2}{L_2} \quad (1.11)$$

Si les deux inductances du schéma initial sont positives, celles du schéma transformé le sont également.

1.3 LES TRANSFORMATEURS A N ENROULEMENTS

1.3.1 Multipôles inductifs

Pour schématiser un transformateur à deux enroulements, nous avons associé un transformateur parfait et un quadripôle inductif. En vue de la généralisation, cherchons quel est le schéma le plus général d'un multipôle inductif [3].

La réponse est suggérée par sa matrice admittance notée [A]. Pour illustrer le raisonnement, prenons un multipôle à quatre entrées indépendantes. Nous avons:

$$I_\alpha = \sum_{\beta=1}^4 A_{\alpha\beta} \cdot V_\beta \quad \text{avec} \quad A_{\alpha\beta} = A_{\beta\alpha} \quad (1.12)$$

En appliquant le théorème de superposition au schéma figure 1.8, nous pouvons évaluer les

contributions séparées de chacune des tensions à chacun des courants. Ainsi il est possible d'exprimer les valeurs des 10 admittances du schéma en fonction des 10 coefficients indépendants $A_{\alpha\beta}$ (avec $\beta > \alpha$).

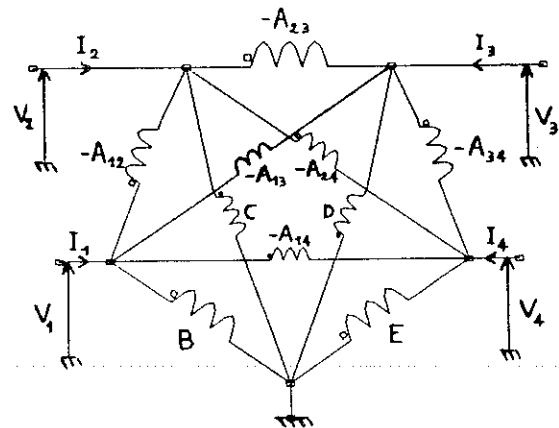
Avec :

$$B = A_{11} + (A_{12} + A_{13} + A_{14})$$

$$C = A_{22} + (A_{12} + A_{23} + A_{24})$$

$$D = A_{33} + (A_{13} + A_{23} + A_{34})$$

$$E = A_{44} + (A_{14} + A_{24} + A_{34})$$



A_{ij} représentent les admittances

Figure 1.8 Schéma équivalent d'un multipôle à quatre entrées

Ainsi, quelles que soient les valeurs des $A_{\alpha\beta}$, nous pouvons choisir les éléments du schéma ci-dessus pour qu'il admette le même système d'équations.

Ce schéma a été obtenu comme suit :

- * Nous avons placé cinq nœuds dont un servant de référence de tension.
- * Nous avons ensuite relié chaque nœud à chacun des autres par une inductance.

La généralisation en découle immédiatement. Pour N entrées indépendantes elle conduit à un schéma comprenant $N(N+1)/2$ inductances. Pour deux entrées, le quadripôle ainsi obtenu présente une structure en II.

Pour terminer, il faut remarquer que dans le cas général, certaines inductances de ce schéma équivalent peuvent être négatives.

1.3.2 Schéma général d'un transformateur à N enroulements

La matrice inductance d'un transformateur est identique à celle du multipôle étudié précédemment.

Nous supposons ci-dessous que la sortie 2 se fait par l'intermédiaire d'un coupleur de rapport η_2

et nous écrivons les équations aux impédances qui font intervenir V'_2 et I'_2 en amont du transformateur en remplacement de V_2 et I_2 en aval.

$$\begin{aligned}
 V_1 &= j.L_{11}.\omega.I_1 + j.L_{12}.\omega.\frac{I'_2}{\eta_2} + j.L_{13}.\omega.I_3 + \dots \\
 V'_2 &= j.L_{21}.\omega.I_1 + j.L_{22}.\omega.\frac{I'_2}{\eta_2} + j.L_{23}.\omega.I_3 + \dots \\
 V_3 &= j.L_{31}.\omega.I_1 + j.L_{32}.\omega.\frac{I'_2}{\eta_2} + j.L_{33}.\omega.I_3 + \dots \\
 V_4 &= \dots
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

Notons $L'_{\alpha\beta}$ les coefficients de la nouvelle matrice inductance ainsi obtenue. Nous voyons que $L'_{12} = L_{12}/\eta$. Nous pouvons donc rendre L'_{12} positif en choisissant η_2 de même signe que L_{12} . D'autre part, nous pouvons également assurer les inégalités :

$$\begin{aligned}
 |L'_{12}| &\leq L'_{11} \\
 \text{et } |L'_{12}| &\leq L'_{22}
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

si nous prenons η_2 tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L_{12}}{\eta_2} \leq L_{11} \\ \text{et } \frac{L_{12}}{\eta_2} \leq \frac{L_{22}}{\eta_2^2} \end{array} \right\} \quad \frac{|L_{12}|}{L_{11}} \leq |\eta_2| \leq \frac{L_{22}}{|L_{12}|} \tag{1.15}$$

Ces deux inégalités peuvent toujours être simultanément satisfaites puisque les relations (1.5) impliquent : $|L_{12}|/L_{11} < L_{22}/|L_{12}|$.

Ainsi, en associant trois transformateurs parfaits au schéma de la figure 1.8, nous obtenons un schéma général pour un transformateur à N enroulements. Remarquons que les éléments composant ce schéma n'ont pas de signification physique individuelle. Cependant, après quelques transformations étoile-triangle ou Amont-Aval, il est possible d'obtenir un schéma se rapprochant de considérations physiques.

1.3.3 Cas particulier du transformateur à trois enroulements

Bien souvent, les montages en électronique de puissance utilisent des transformateurs à trois

enroulements, ceci afin d'obtenir deux sorties isolées. L'une alimentera la carte de commande, tandis que la deuxième fournira la puissance. Dans ce qui suit, nous étudions dans le détail la modélisation basse fréquence d'un tel transformateur.

Les équations de la magnétostatique sont les suivantes :

$$\begin{aligned} V_1 &= j\omega L_{11} I_1 + j\omega M_{12} I_2 + j\omega M_{13} I_3 \\ V_2 &= j\omega L_{12} I_1 + j\omega M_{22} I_2 + j\omega M_{23} I_3 \\ V_3 &= j\omega L_{13} I_1 + j\omega M_{23} I_2 + j\omega M_{33} I_3 \end{aligned} \quad (1.16)$$

Définissons trois coefficients :

$$\begin{aligned} k_{ij} &= \frac{M_{ij}}{\sqrt{L_i L_j}} && : \text{coefficient de couplage entre les enroulements } i \text{ et } j \\ \eta_{ij} &= \frac{N_j}{N_i} && : \text{rapport de transformation} \\ s_{ij} &= \frac{1}{\eta_{ij}} \sqrt{\frac{L_j}{L_i}} && : \text{coefficient de similitude magnétique} \end{aligned}$$

Ce dernier coefficient rend compte de la dissymétrie magnétique des enroulements i et j . Dans bien des cas, ce coefficient sera égal à 1. C'est-à-dire la réluctance moyenne vue de l'enroulement i est égale à la réluctance moyenne vue de l'enroulement j .

Grâce à ces 3 coefficients, nous sommes en mesure d'exprimer les mutuelles M_{ij} et les inductances L_{ij} en fonction de L_{11} .

Les calculs développés en Annexe 1 permettent d'exprimer les équations (1.16) en fonction du seul paramètre L_{11} et des 3 coefficients k_{ij} , h_{ij} et s_{ij} .

Par analogie au paragraphe 1.2, nous définissons un schéma de ce transformateur à trois enroulements (figure 1.9).

Par identification entre les équations (A 1.2) et celles issues du schéma équivalent, nous obtenons les valeurs des 6 inductances L_1 à L_6 (équations A 1.3).

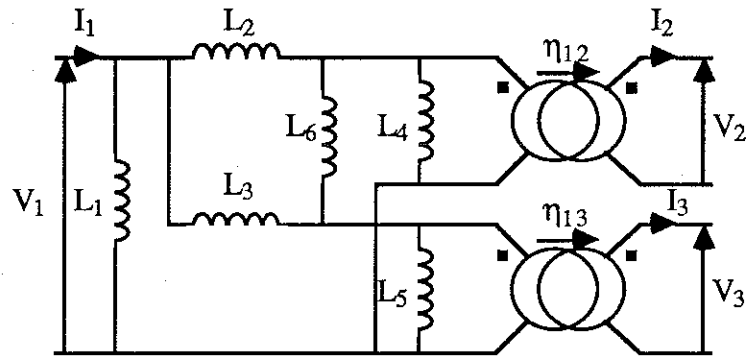
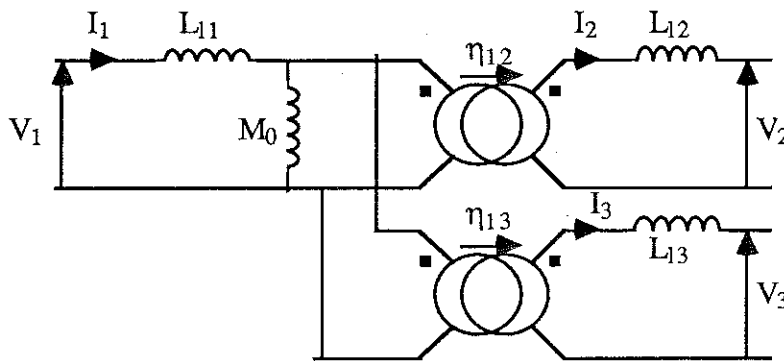


Figure 1.9 Schéma équivalent d'un transformateur à trois enroulements

Notons que dans ce schéma, les valeurs des rapports de transformation ont été choisis arbitrairement. Seuls six paramètres suffisent pour définir entièrement ce transformateur. Aussi un autre schéma définissant entièrement les six paramètres peut être obtenu (figure 1.10).



$$\text{avec } M_0 = \frac{M_{12}M_{13}}{M_{23}}$$

$$L_{11} = L_{11} - \frac{M_{12}M_{13}}{M_{23}}$$

$$L_{12} = L_{22} - \frac{M_{12}M_{23}}{M_{13}}$$

$$L_{13} = L_{33} - \frac{M_{13}M_{23}}{M_{12}}$$

$$\eta_{12} = \frac{M_{23}}{M_{13}} \quad \eta_{13} = \frac{M_{23}}{M_{12}}$$

Figure 1.10 Transformateurs à trois enroulements

1.4 GENERALISATION DU SCHEMA EQUIVALENT

1.4.1 Puissance complexe dans un multipôle

Nous considérons dans ce qui suit un multipôle couplant N entrées analogue à celui étudié au paragraphe 1.3.1. La matrice colonne $[V]$ représente les N tensions indépendantes V_i . De manière identique, nous pouvons considérer N courants indépendants I_i rangés en une matrice colonne $[I]$. Le système étudié est linéaire et stationnaire. Il se caractérise en régime sinusoïdal établi par une matrice impédance $[Z]$ (ou une matrice admittance $[A]$ telle que $[A] = [Z]^{-1}$). De plus, le multipôle étant passif, le seul apport possible d'énergie provient de l'extérieur, la matrice $[Z]$ est donc symétrique (par conséquent, $[A]$ également).

$$[V] = [Z] [I] \quad (1.17)$$

Nous posons $[I] = [A] [V]$

La matrice $[Z]$ se décompose en une somme de deux matrices réelles et symétriques telles que:

$$[Z] = [Z_r] + j [Z_i] \quad (1.18)$$

La puissance complexe absorbée par le système s'exprime en fonction de V ou de I et peut se décomposer en puissance active et puissance réactive.

$$\begin{aligned} \bar{P} &= [I]^t [V] = [I]^t [Z] [I] \\ \bar{P} &= [I]^t [Z_r] [I] + j [I]^t [Z_i] [I] \\ &= P_a + j P_r \end{aligned} \quad (1.19)$$

La même décomposition peut être effectuée grâce à la matrice admittance

$$\bar{P} = [V]^t [A_r] [V]^* + j [V]^t [A_i] [V]^* \quad (1.20)$$

1.4.2 Changement de base sur les courants et tensions

D'après 1.24 et 1.25, les puissances P_a et P_r sont des formes quadratiques des courants ou des tensions. Par un changement de base judicieux, ces formes peuvent devenir plus simples si la matrice $[Z]$ (ou la matrice $[A]$) est diagonale.

Définissons $[S]$, la matrice de changement de base par

$$\begin{aligned} [I] &= [S] [I'] \\ [I]^t &= [I']^t [S]^t \end{aligned} \quad (1.21)$$

La puissance active s'écrit alors :

$$P_a = [I']^t [S]^t [Z_r] [S] [I'] \quad (1.22)$$

$$\begin{aligned} \text{La nouvelle matrice } [Z'_r] &= [S]^t [Z_r] [S] \\ &= [S]^{-1} [Z_r] [S] \end{aligned} \quad (1.23)$$

sera choisie diagonale, dont les valeurs seront respectivement les valeurs propres de la matrice

$[Z_r]$, notées $z_{r,\alpha}$.

Ainsi la puissance active s'écrit sous une forme devenue nettement plus simple :

$$P_a = \sum_{\alpha=1}^n z_{r,\alpha} I_{\alpha}^2 \quad (1.24)$$

Le même raisonnement peut être effectué pour le calcul de la puissance réactive P_r . Nous noterons $[S]$, la nouvelle matrice de changement de base et $z_{i,a}$, les valeurs propres de la matrice $[Z_i]$.

Il vient alors :

$$P_r = \sum_{\alpha=1}^n z_{i,\alpha} I_{\alpha}^2 \quad (1.25)$$

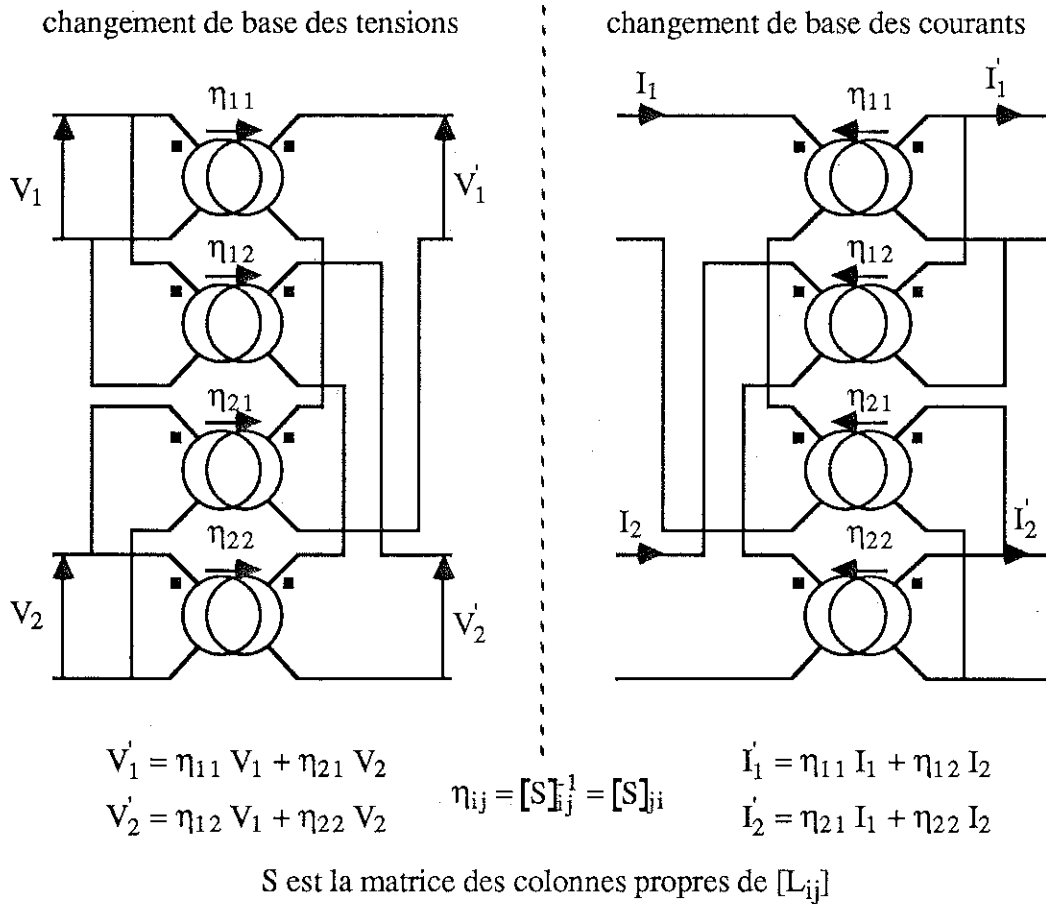


Figure 1.11 Changement de base pour un système à 2 entrées

Grâce à ces quelques définitions théoriques, nous allons voir comment élaborer un schéma qui

permette de passer de I à I' ou de V à V' . Pour un système à n entrées, il faudra faire intervenir n^2 coupleurs conformes à la figure 1.1. Afin de ne pas surcharger le schéma, nous nous contenterons d'effectuer ce changement de base pour un système à deux entrées, ce qui fait intervenir 4 coupleurs (figure 1.11).

1.4.3 Orthogonalisation de Schmidt et schéma général

Au cours du paragraphe 1.4.1 nous avons montré que l'énergie prenait une forme simple si nous passons des courants I aux courants I' , ce qui revenait à passer d'une base quelconque à une base orthogonale.

Dans le paragraphe 1.4.2 nous avons appris à réaliser un changement de base à l'aide de n^2 coupleurs.

Nous cherchons maintenant à passer d'une base quelconque à une base orthogonale à l'aide d'un minimum de coupleurs. La méthode de Schmidt nous fournit la démarche adéquate. Il démontre que si les courants I_i sont indépendants, il est toujours possible de trouver les coefficients λ_{ij} définis ci-dessous pour que les I'_i soient orthogonaux

$$I'_1 = I_1$$

$$I'_2 = \lambda_{12} I'_1 + I_2$$

$$I'_3 = \lambda_{13} I'_1 + \lambda_{23} I'_2 + I_3$$

.....

Nous voyons que pour n courants il faudra trouver $n(n - 1)/2$ coefficients. Il est possible également, à l'aide du même nombre de coefficients d'exprimer les courants I' exclusivement en fonction des courants I :

$$I'_1 = I_1$$

$$I'_2 = \eta_{12} I_1 + I_2$$

$$I'_3 = \eta_{13} I_1 + \eta_{23} I_2 + I_3$$

.....

La figure 1.12 montre comment élaborer des schémas tels que chaque courant I' passe dans une inductance positive.

Ces schémas comprennent $n(n+1)/2$ paramètres à déterminer soit autant que d'éléments indépendants dans la matrice inductance. Ces paramètres se répartissent en $n(n-1)/2$ rapports de couplages et n inductances.

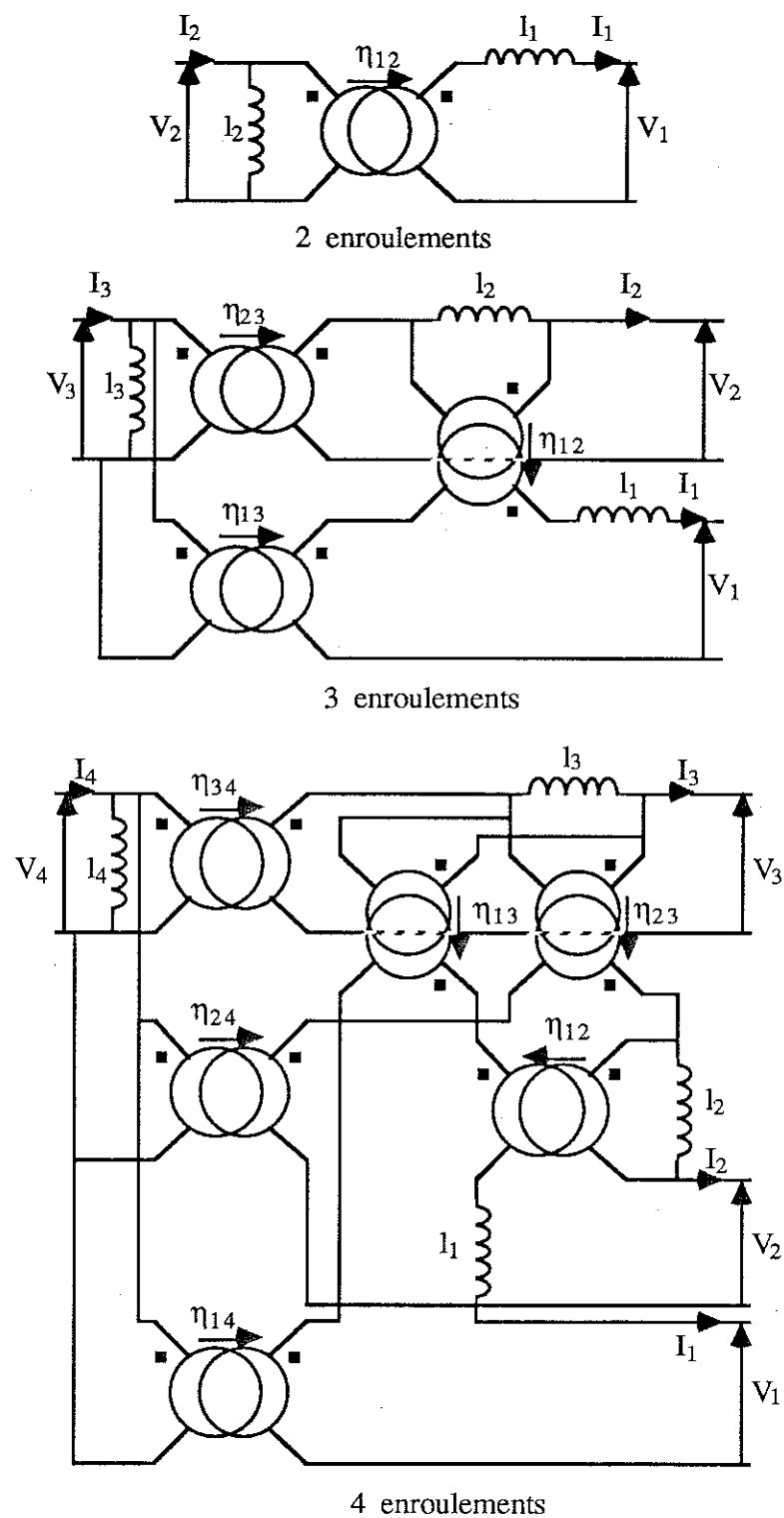


Figure 1.12 Schémas simplifiés

Pour ce dernier schéma

$$I_{11} = I_1$$

$$I_{12} = \eta_{12} I_1 + I_2$$

$$I_{13} = \eta_{13} I_1 + \eta_{23} I_2 + I_3$$

$$I_{14} = \eta_{14} I_1 + \eta_{24} I_2 + \eta_{34} I_3 + I_4$$

1.4.4 Mesure et calcul des paramètres

L'observation du schéma du transformateur à 4 enroulements montre que tous ses paramètres sont aisément accessibles à la mesure :

l_1 = inductance vue de 1 quand toutes les entrées sont en court-circuit

l_2 = inductance vue de 2 quand toutes les entrées sont en court-circuit sauf 1

l_3 = inductance vue de 3 quand toutes les entrées sont en court-circuit sauf 1 et 2

l_4 = inductance vue de 4 quand toutes les entrées sont en court-circuit sauf 1, 2 et 3

Ainsi ces inductances sont directement mesurables et donc nécessairement positives. Les rapports de couplages sont également mesurables directement :

$$\eta_{34} = \frac{V_3}{V_4} \text{ en alimentant 4, les autres entrées restant à vide}$$

$$\eta_{24} = \frac{V_2}{V_4} \text{ en alimentant 4, les autres entrées restant à vide}$$

$$\eta_{14} = \frac{V_1}{V_4} \text{ en alimentant 4, les autres entrées restant à vide}$$

$$\eta_{23} = \frac{V_2}{V_3} \text{ en alimentant 3, les autres entrées restant à vide sauf 4 en court-circuit}$$

$$\eta_{13} = \frac{V_1}{V_3} \text{ en alimentant 3, les autres entrées restant à vide}$$

$$\eta_{21} = \frac{V_2}{V_1} \text{ en alimentant 2, les autres entrées restant à vide sauf 4 et 3 en court-circuit}$$

La détermination des 10 paramètres en fonction des 10 coefficients indépendants de la matrice inductance s'obtient rapidement comme suit. L'énergie E stockée par le système est exprimée de deux manières :

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n L_{ij} I_i I_j$$

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n l_i I_i^2$$

Après avoir remplacé les I_{li} par leurs expressions (figure 1.12), nous identifions les deux formes et donc leurs 10 coefficients. La conclusion est rapide si nous prenons l'identification à rebours : $L_{44}, L_{43}, L_{42}, L_{41}, L_{33}...$

1.5 DUALITE MAGNETIQUE-ELECTRIQUE

Une dernière méthode de modélisation est utilisée par différents auteurs [4],[5],[6]: la dualité magnétique- électrique. Nous illustrons cette méthode par un exemple sur un transformateur à deux enroulements.

1.5.1 Méthode et règle de la dualité

Ce type de modélisation s'appuie sur la cartographie du flux dans le transformateur, si bien que les composants du schéma obtenu ont une interprétation physique [1],[2],[3]. Cette modélisation n'est applicable que pour des géométries de circuit relativement simples (enroulements concentriques ou en galettes). Elle permet cependant d'obtenir des schémas équivalents rapidement pour des transformateurs comportant plus que trois enroulements. Le principe de cette méthode est exposé à la figure 1.13.

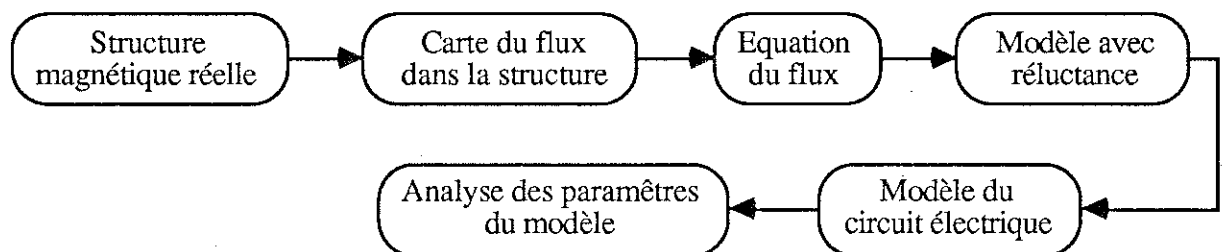


Figure 1.13 La dualité magnétique-électrique

Nous rappelons brièvement les principales règles de la dualité

Magnétique

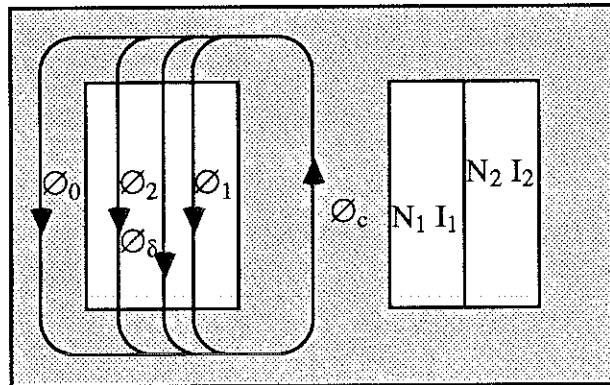
Force magnétomotrice
Dérivée du flux
Réluctance
Nœud magnétique
Maille magnétique

Electrique

Courant
Tension
Inductance
Maille électrique
Nœud électrique

1.5.2 Exemple d'application

Afin d'illustrer par un exemple ce principe de modélisation, nous choisissons d'étudier un transformateur à deux enroulements concentriques (figure 1.14).



Hyp : les courants sont rejetés sur les surfaces extrêmes de chaque enroulement.

Figure 1.14 Transformateur à deux enroulements

Equation du flux :

$$\Phi_{N_1} = \Phi_c$$

$$\Phi_{N_2} = \Phi_c - (\Phi_2 + \Phi_\delta + \Phi_1) = \Phi_c - \Phi_1$$

$$\Phi_0 = \Phi_{N_2}$$

Nous en déduisons le schéma magnétique (figure 1.15):

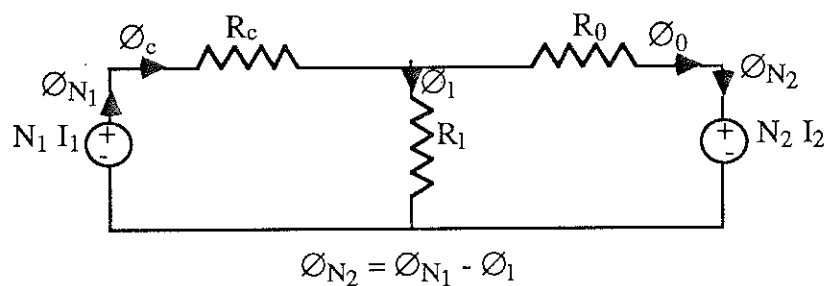


Figure 1.15 Schéma magnétique du transformateur

Par dualité magnétique-électrique, le schéma électrique est le suivant (figure 1.16):

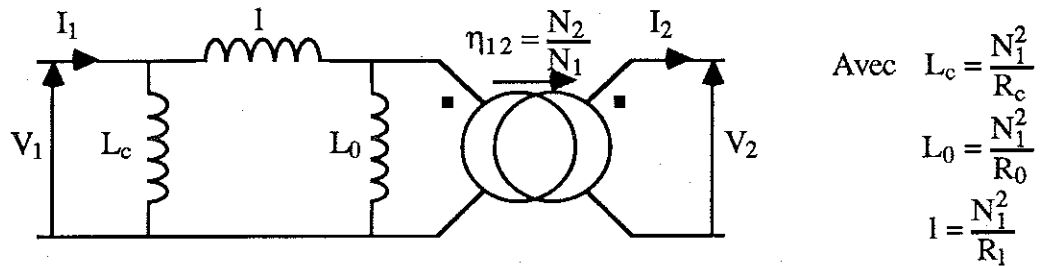


Figure 1.16 Schéma électrique après dualité

Par une transformation triangle étoile, nous retrouvons le schéma équivalent classique rappelé dans le premier paragraphe.

Cette méthode, précise jusqu'à trois enroulements, nécessite des hypothèses simplificatrices pour des transformateurs plus compliqués. Cependant, l'interprétation physique des composants, notamment l'inductance de fuite, devient beaucoup plus aisée avec cette modélisation, grâce à l'obtention d'un schéma soit en T, soit en Π .

1.6 CONCLUSION

Nous avons vu au cours de cette partie différentes approches pour modéliser des transformateurs par des schémas équivalents. Tant que le nombre d'enroulements ne dépasse pas deux, les éléments du schéma obtenu ont une interprétation physique. Par contre, pour trois enroulements ou plus, il devient difficile de donner une signification physique à ceux-ci. Nous avons montré comment modifier ces schémas mathématiques, mais rigoureux, afin d'obtenir une simplification des modèles recherchés. L'utilisation de ces schémas simplifiés dans des logiciels en électronique de puissance permettra de modéliser avec plus de rigueur les convertisseurs. Le transformateur restait souvent un élément mal connu et modélisé uniquement par des inductances couplées.

CHAPITRE II

CHAPITRE II

LE TRANSFORMATEUR EN COURT-CIRCUIT : INDUCTANCE DE FUITE ET RESISTANCE SERIE

2.1 GENERALITES : QUELLES GRANDEURS SONT MESURABLES EN COURT-CIRCUIT ?

L'accroissement de la fréquence de travail en électronique de puissance nous a amené à approfondir notre compréhension du fonctionnement d'un transformateur en haute fréquence. Cette partie est consacrée à l'étude de l'influence des courants de Foucault dans les conducteurs [7].

Trois approches ont été menées successivement. Dans un premier temps, nous avons recherché de manière empirique les schémas équivalents de deux transformateurs expérimentaux. Une attention toute particulière a été prise lors de la construction de ces transformateurs afin de n'observer que l'effet des courants de Foucault sur les courbes d'impédance relevées entre 100 Hz et 40 MHz grâce à un pont de mesure HP 4194. Ces courants de Foucault interviennent dans les bobinages lors d'un fonctionnement en court-circuit du transformateur. Le champ magnétique à l'intérieur du noyau est dans ce cas nul. L'effet du matériau magnétique est négligeable.

Le second modèle développé ci-dessous est une approche théorique basée sur une simplification de la couche du transformateur par une plaque équivalente suivant la méthode de Dowell. Cette étude analytique a permis d'obtenir un modèle approché par un dipôle de l'effet des courants de Foucault sur l'inductance de fuite et la résistance série du transformateur.

Enfin, le logiciel de simulation par éléments finis en électromagnétisme FLUX2D [8] a permis de tenir compte de la géométrie exacte des conducteurs. La distribution des courants de Foucault ainsi que leur influence sur les lignes de FLUX sont visualisées. La comparaison des puissances actives et réactives relevées à différentes fréquences avec les données expérimentales et les prévisions du calcul analytique ont permis de valider l'ensemble des résultats.

2.2 APPROCHE EXPERIMENTALE

2.2.1 Transformateurs d'essai

Afin de mettre en évidence l'influence des courants induits dans un enroulement (transformateur ou inductance), deux transformateurs quasiment identiques ont été construits autour d'un noyau E 55 en ferrite (fig. 2.1) [9],[10]. Ces deux transformateurs ne diffèrent que par la présence, dans le second, d'un enroulement intermédiaire. Lors des mesures, cet enroulement reste déconnecté : seuls des courants de Foucault peuvent y circuler.

Grâce à l'emploi de fil de Litz dont chaque brin isolé mesure $7/100$ mm, les courants induits et les effets de peau survenant dans les enroulements primaires et secondaires sont négligeables aux fréquences inférieures à 3 MHz.

Enfin, afin de faciliter les comparaisons, l'écartement primaire - secondaire est le même pour les deux transformateurs : en l'absence d'enroulement intermédiaire, l'espace libre est rempli de carton calibré.

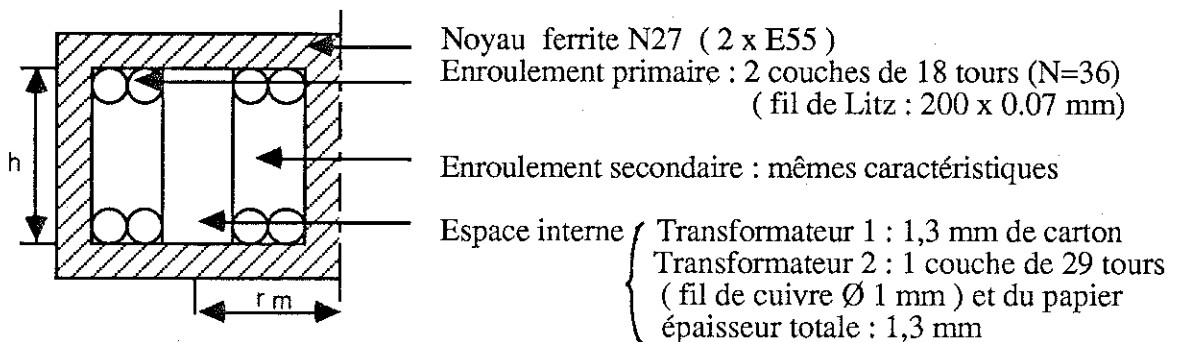


Figure 2.1 Description des transformateurs étudiés.

2.2.2 Mesures

Durant les mesures, l'enroulement intermédiaire reste en circuit ouvert, afin que le seul phénomène observé soit l'apparition des courants de Foucault. Une borne de chaque enroulement est reliée à un potentiel commun. Ces dispositifs expérimentaux sont donc de vrais quadripôles passifs, et nous veillons, en maintenant l'induction inférieure à 100 mT, à en préserver la linéarité.

La caractérisation complète d'un tel dispositif nécessite la connaissance, sur la plage de variation de la fréquence, de trois coefficients complexes : les 3 éléments indépendants de la matrice impédance, par exemple [11]. En pratique, trois mesures indépendantes sont facilement

accessibles : l'impédance vue du primaire lorsque le secondaire est en court - circuit (Z_{cc}), l'impédance vue du primaire lorsque le secondaire est à vide (Z_0), et le gain en tension à vide G_0 . Ces mesures sont réalisées, entre 100 Hz et 40 MHz, à l'aide d'un pont impédance / gain Hewlett Packard type HP 4194. Chacun de nos transformateurs est ainsi caractérisé par un ensemble de trois diagrammes de Bode. Pour compléter ces mesures, nous utilisons quelque fois le pont pour décomposer l'impédance sous la forme d'éléments séries ($L_s - R_s$) ou d'éléments parallèles ($L_p - R_p$). Nous mesurons également les résistances d'enroulement en courant continu. Les figures 2.2 et 2.3 représentent respectivement les diagrammes de Bode relatifs au transformateur 1 et au transformateur 2.

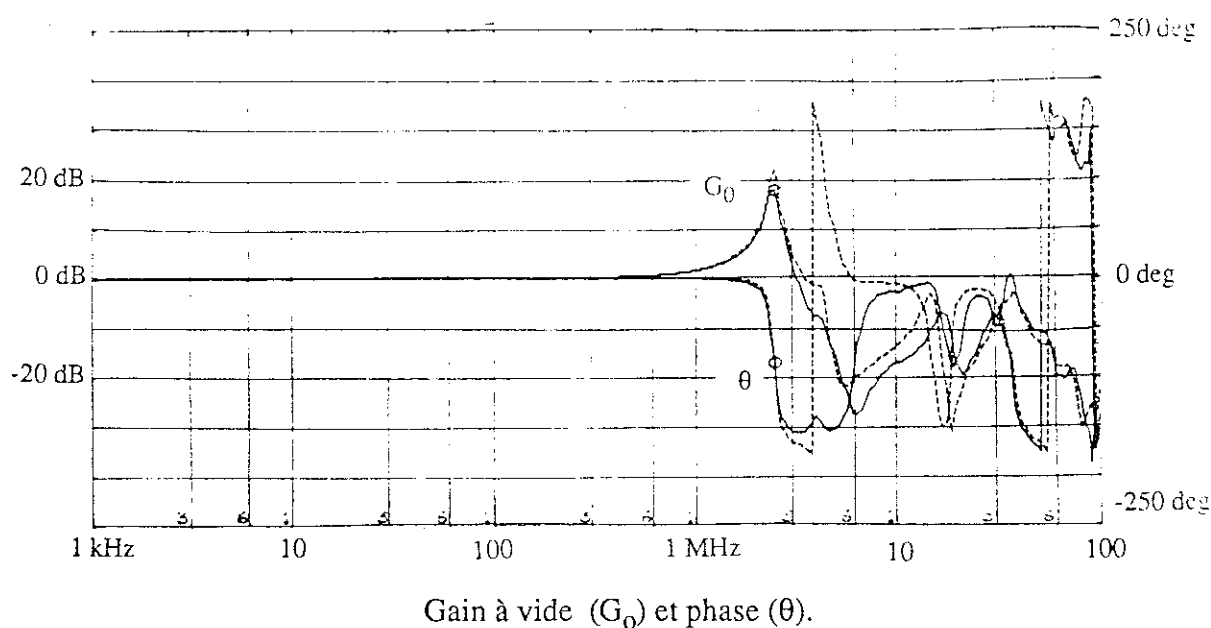
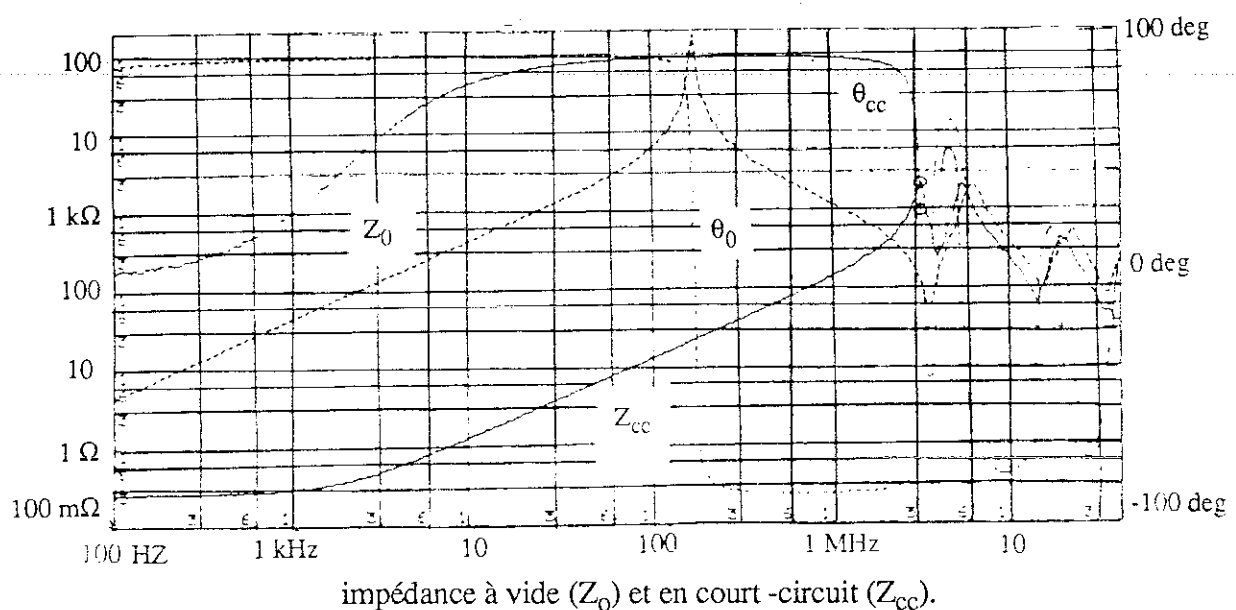


Figure 2.2 Diagrammes de Bode relevés sur le transformateur 1

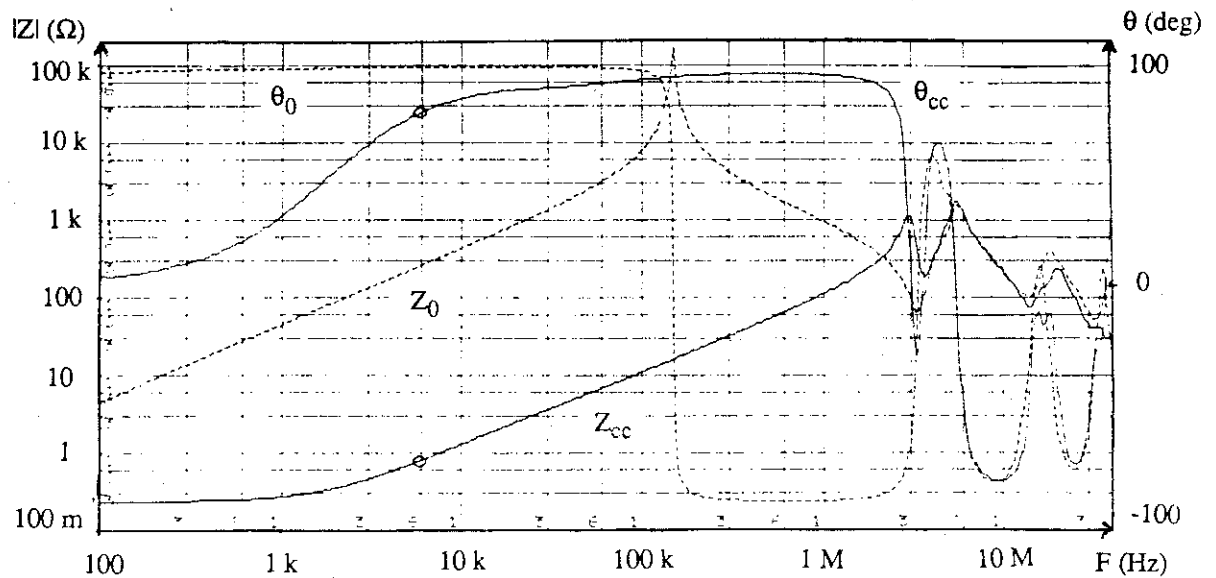


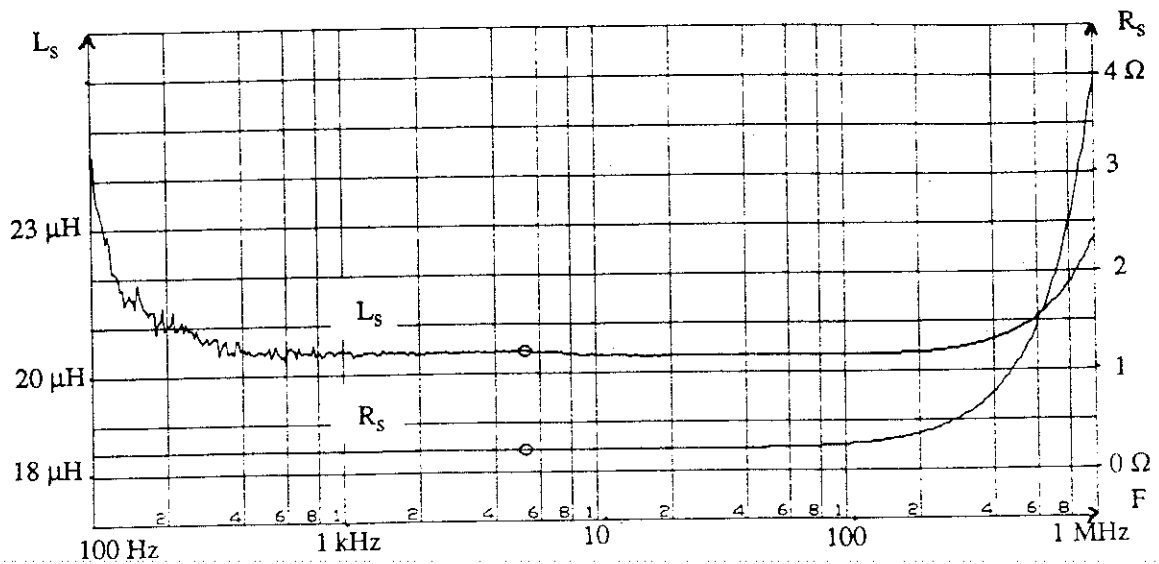
Figure 2.3 Diagrammes de Bode relevés sur le transformateur 2

2.2.3 Schémas équivalents

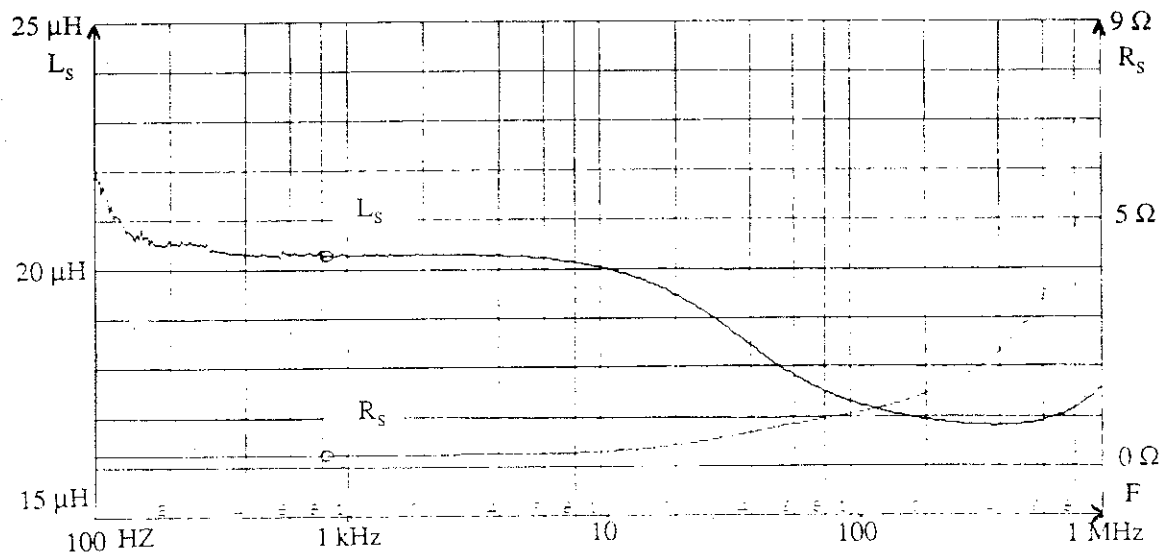
A partir des mesures précédentes, nous tentons de dégager un schéma équivalent à constantes localisées pour chaque transformateur. Celui-ci résume l'ensemble des résultats expérimentaux pour des fréquences inférieures à 3 MHz. Au delà de cette fréquence, des phénomènes propagatifs ainsi que des phénomènes de résonance liés au matériau ferrite interviennent, rendant la description par des constantes localisées inadéquate.

Partant d'un schéma équivalent général du transformateur du type de ceux étudiés au Chapitre I pour un transformateur à deux enroulements [2], nous recherchons les valeurs de chaque élément empiriquement. Les éléments RLC parallèle correspondent respectivement aux pertes fer, (dans le noyau ferrite), à l'inductance magnétisante et à la capacité entre enroulement. Cette cellule RLC est directement identifiée par le pont HP 4194 autour de la fréquence de résonance de l'impédance à vide (Z_0) du transformateur.

L'inductance de fuite totale du transformateur est obtenue par une mesure de l'impédance en court circuit. Le pont HP 4194 est utilisé de manière différente afin de visualiser l'apparition des courants de Foucault dans l'enroulement intermédiaire. L'impédance en court-circuit (Z_{cc}) est mesurée entre 100 Hz et 1 MHz et traduite sous la forme inductance et résistance série. La figure 2.4 montre la différence flagrante qui apparaît ainsi entre les deux transformateurs. La variation de l'inductance de fuite est accompagnée d'une augmentation de la résistance série dans le transformateur 2 (Fig. 2.4.b). Les deux cellules R-L parallèle visibles sur le schéma équivalent du transformateur 2 (Fig. 2.5.b) traduisent ces variations à basse fréquence, l'inductance de fuite est égale à la somme des 4 inductances en série, alors que, à haute fréquence, les deux résistances de 0,68 Ω court-circuitent la part de 2,15 μH.



a



b

Figure 2.4 Inductance et résistance série

a - Transformateur 1.

b - Transformateur 2.

Les résistances série de chaque enroulement ont été mesurées en courant continu. Elles sont comparées à celles obtenues par une mesure à très basse fréquence du gain à vide G_0 . Le passage à - 3 dB correspond à la fréquence de coupure pour laquelle $L\omega_c/R = 1$ où L est l'inductance magnétisante du transformateur considéré.

Les parts de l'inductance de fuite primaire et secondaire sont déterminées grâce aux valeurs des résonances et antirésonances observées sur les courbes d'impédance à vide et en court - circuit,

côté primaire et secondaire (Z_o , Z_{cc} , Z'_o et Z'_{cc}) jusque vers 5 MHz.

Le transformateur parfait apparaissant sur les schémas est de rapport 1/1 : les enroulements primaires et secondaires ayant le même nombre de spires.

La figure 2.5 résume l'ensemble des résultats précédents sur les schémas équivalents de chaque transformateur. Elle fait apparaître la différence entre ces deux schémas. Nous remarquons que la présence de carton entre les deux enroulements primaire et secondaire permet d'obtenir une inductance de fuite identique à basse fréquence pour les deux transformateurs : $20,3 \mu\text{H}$. La géométrie a bien été conservée entre les deux systèmes expérimentaux.

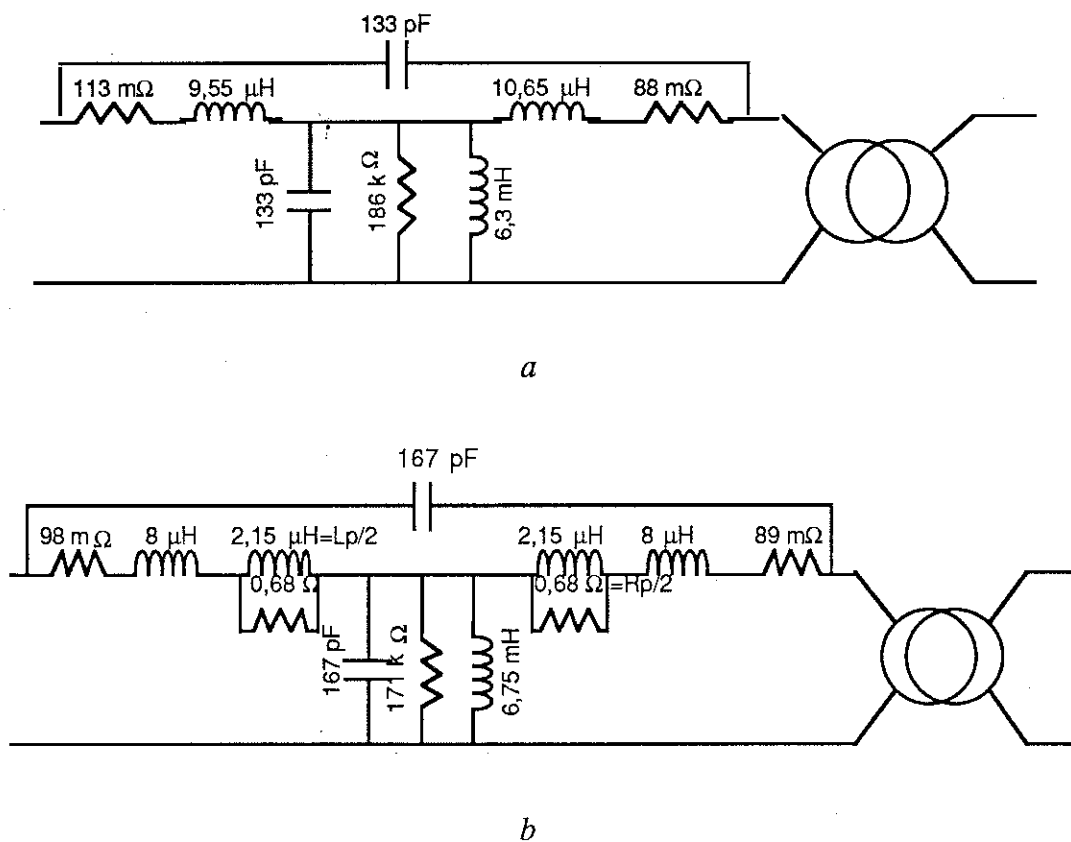


Figure 2.5 Schémas équivalents

a - Transformateur 1.

b - Transformateur 2.

Un logiciel développé au laboratoire [12], nous permet de vérifier l'ensemble des fréquences de coupure et/ou de résonance en tenant compte de tous les éléments du schéma équivalent. Ce logiciel trace les courbes associées au quadripôle équivalent. Grâce à lui nous pouvons affiner précisément les valeurs des éléments par comparaison directe avec les diagrammes de Bode expérimentaux de l'impédance à vide Z_o , en court-circuit Z_{cc} et du gain à vide G_o .

2.3 ETUDE ANALYTIQUE

2.3.1 Le modèle de Dowell

La propagation des ondes électromagnétiques à l'intérieur d'un matériau homogène est une chose bien connue tant que le système reste simple, c'est-à-dire limité par des plans semi-infinis. Dans notre cas, la couche intermédiaire du transformateur 2 étudié précédemment devra être simplifiée en une plaque homogène. Cette hypothèse va permettre d'étudier analytiquement cette plaque lorsqu'elle est plongée dans un champ magnétique uniforme. Dowell imagina une méthode permettant de remplacer les conducteurs réels par une plaque homogène équivalente [13]. Ce passage comporte trois phases rappelées à la figure 2.6 :

- a- remplacement de chaque conducteur circulaire par un conducteur carré de même surface
- b- regroupement de tous les fils carrés pour en faire une plaque
- c- allongement de la plaque pour qu'elle occupe la hauteur du bobinage et attribution d'une conductivité effective ρ_{eff} définie par (2.1)

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_{\text{cu}} \frac{h}{N_c \cdot e_p} \quad (2.1)$$

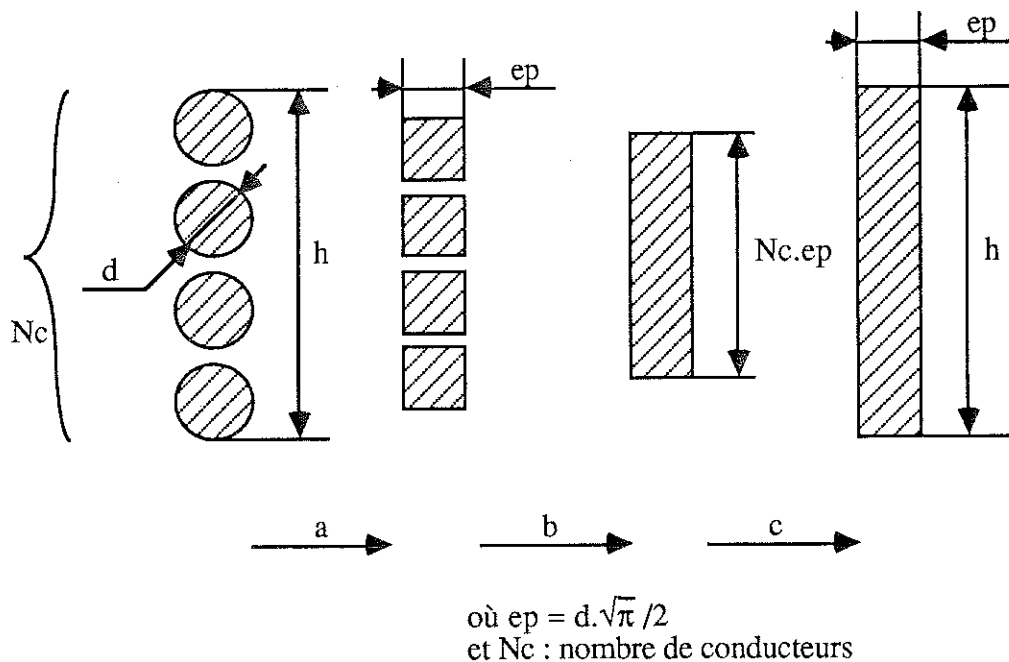


Figure 2.6 Plaque équivalente de Dowell

Ce modèle de Dowell ne comporte pas de justification théorique. Il est cependant utilisé par de nombreux auteurs et les résultats théoriques obtenus prouvent que ces hypothèses simplificatrices

sont tout à fait valables.

2.3.2 Puissance complexe stockée dans une plaque

2.3.2.1 Variation du champ H

Etudions maintenant le comportement de cette plaque équivalente définie à la figure 2.6 lorsqu'elle est soumise à une excitation magnétique uniforme sinusoïdale d'amplitude $H_{\max}$ [14]. Les dimensions géométriques de la plaque sont les suivantes : $2\pi r_m$ (où r_m est le rayon moyen de la couche intermédiaire), épaisseur e_p (définie par la plaque de Dowell) et hauteur h (hauteur réelle de la couche).

La figure 2.7 définit le sens de propagation du champ électromagnétique ainsi que le système d'axe.

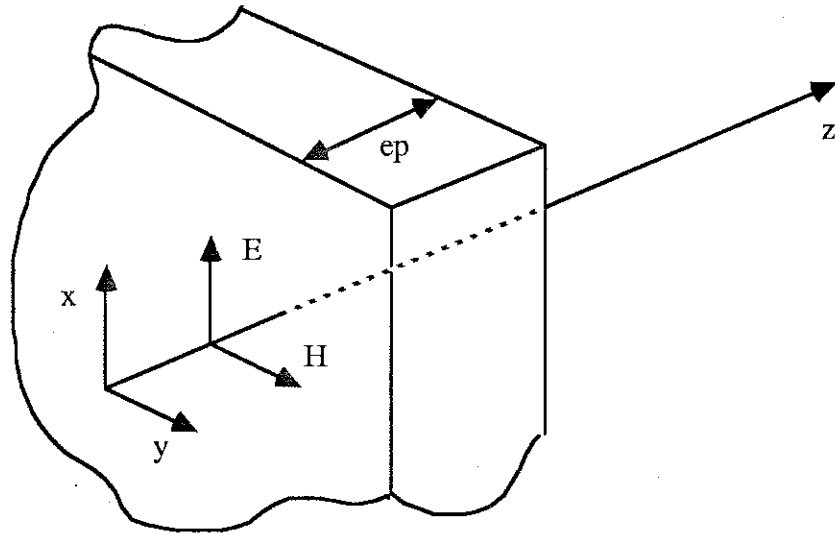


Figure 2.7 Propagation du champ électromagnétique

Partons de l'équation générale de propagation dans un matériau (2.2) (permittivité électrique ϵ , perméabilité magnétique μ et conductivité σ).

$$\Delta E - \epsilon\mu \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \sigma\mu \cdot \frac{\partial E}{\partial t} = 0 \quad (2.2)$$

Le second terme correspond au courant de déplacement. Il peut être négligé dans un milieu conducteur par rapport au troisième terme qui est le courant de conduction.

Les champs magnétiques et électriques sont sinusoïdaux, donc nous travaillons en notation complexe. La propagation est normale à la plaque (fig. 2.7).

$$\begin{aligned}\bar{E} &= E_x \cdot e^{j\omega t} \\ \bar{H} &= H_y \cdot e^{j\omega t}\end{aligned}$$

L'équation de propagation dans un métal s'écrit alors :

$$\Delta E + k^2 E = 0 \quad \text{avec} \quad k^2 = -j\omega\mu\sigma \quad (2.3)$$

Nous pouvons faire intervenir l'épaisseur de peau δ sous la forme

$$\begin{aligned}k^2 &= -2j/\delta^2 \\ \delta &= \sqrt{\frac{2}{\sigma\mu\omega}}\end{aligned} \quad (2.4)$$

L'excitation magnétique H et le champ électrique E sont reliés par la relation (2.5)

$$\text{rot} E = -\mu \cdot \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.5)$$

Ce qui s'écrit, en utilisant les notations complexes :

$$\frac{\partial \bar{E}_x}{\partial z} = -j\omega\mu\bar{H} \quad (2.6)$$

La solution de l'équation de propagation qui correspond à une propagation normale à la plaque et dont l'excitation magnétique présente une symétrie paire par rapport à z s'écrit :

$$\begin{aligned}E_x(z) &= \beta \cdot (e^{jkz} - e^{-jkz}) \\ H_y(z) &= -\beta \cdot (k/\omega\mu) \cdot (e^{jkz} + e^{-jkz})\end{aligned} \quad (2.7)$$

β est déterminé par la continuité de H à la surface du conducteur :

$$H_y(e_p/2) = H_y(-e_p/2) = H_0 \quad (2.8)$$

La variation de H_y dans la plaque est donnée par la formule (2.9). La figure 2.8 représente cette variation pour deux fréquences F_1 et F_2 différentes.

$$H_y(z) = H_0 \frac{\text{ch} \frac{1+j}{\delta} z}{\text{ch} \frac{1+j}{\delta} \frac{e_p}{2}} \quad (2.9)$$

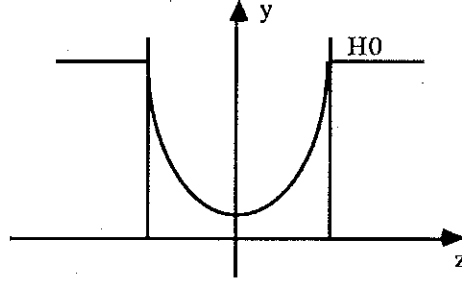


Figure 2.8 Variation de H dans la plaque.

A très basse fréquence, le champ H pénètre entièrement dans la plaque et reste constant. Par contre, lorsque la fréquence augmente, il tend à être repoussé vers les bords de la plaque. Il y a ainsi une grande atténuation au centre de la couche.

A partir de l'équation (2.6) nous déterminons la variation du champ électrique $E_x(z)$ (2.10).

$$E_x(z) = H_0 \cdot \frac{\omega \mu}{k} \cdot \frac{\text{sh} \frac{1+j}{\delta} z}{\text{ch} \frac{1+j}{\delta} \frac{e_p}{2}} \quad (2.10)$$

2.3.2.2 Calcul des puissances actives et réactives

L'évaluation de la puissance complexe pénétrant dans la plaque est possible en calculant le flux du vecteur de Poynting complexe à travers chaque surface extérieure (de hauteur h suivant Oy et de longueur $2 \pi r_m$ suivant Ox) (2.11) [15]. Chacune de ces surfaces représente un côté de la plaque.

$$\bar{P} = \int \int_S \bar{\mathbf{E}} \wedge \bar{\mathbf{H}}^* \cdot d\mathbf{S} \quad (2.11)$$

Les vecteurs E et H sont orthogonaux entre eux et la symétrie du problème nous ramène à calculer deux fois le produit $E_x(e_p/2) \cdot H_y^*(e_p/2)$.

$$P = -2.2\pi r_m h \cdot E_x(e_p/2) \cdot H_y^*(e_p/2) \quad (2.12)$$

Partant des relations (2.9), (2.10) et (2.12), nous obtenons :

$$\bar{P} = 2.2\pi r_m \cdot h \cdot H_0 \cdot H_0^* \cdot \frac{\omega\mu}{k} \cdot \frac{e^{jke_p/2} - e^{-jke_p/2}}{e^{jke_p/2} + e^{-jke_p/2}} \quad (2.13)$$

Afin de séparer les parties réelles et imaginaires de cette expression, nous multiplions numérateur et dénominateur de la fraction par la quantité conjuguée du dénominateur et nous utilisons les égalités suivantes :

$$k = (1-j)/\delta, \quad \omega\mu/k = (1+j)/\sigma\delta, \quad k + k^* = 2/\delta, \quad k - k^* = -2j/\delta$$

La puissance complexe se met alors sous une forme simplifiée (2.14)

$$\bar{P} = 2.2 \pi I_m \cdot h \cdot H_0^2 \cdot \frac{1+j}{\sigma\delta} \cdot \frac{\text{sh}\varphi + j \cdot \sin \varphi}{\text{ch}\varphi + \cos \varphi} \quad (2.14)$$

où nous avons posé $\varphi = e_p/\delta$

Les puissances actives et réactives correspondent respectivement aux parties réelle et imaginaire de la puissance complexe. Ainsi en posant

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{2\pi r_m}{he_p} \cdot 12 \quad (2.15)$$

Nous décomposons les deux puissances : P_a et P_r (2.16)

$$\begin{aligned} P_a &= R \cdot h^2 \cdot H^2 \cdot \frac{\varphi}{6} \cdot \frac{\text{sh}\varphi - \sin\varphi}{\text{ch}\varphi + \cos\varphi} \\ P_r &= R \cdot h^2 \cdot H^2 \cdot \frac{\varphi^2}{6} \cdot \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{\text{sh}\varphi + \sin\varphi}{\text{ch}\varphi + \cos\varphi} \end{aligned} \quad (2.16)$$

A ce stade, il est intéressant de noter les limites basse et haute fréquence des deux valeurs de puissance calculées en (2.16).

A basse fréquence, l'épaisseur de peau δ est très grande, et le paramètre φ tend vers 0. Nous obtenons une puissance active nulle, aucun courant ne circulant, il n'y a pas de perte dans la plaque. La puissance réactive varie comme ω , ce qui signifie que l'énergie magnétique stockée dans la plaque est constante.

A haute fréquence, l'épaisseur de peau devient très faible. Le paramètre ϕ augmente rapidement comme $\sqrt{\omega}$. Il en est de même pour la puissance active. Les pertes dues aux courants induits sont proportionnelles à $\sqrt{\omega}$. En ce qui concerne la puissance réactive, ses variations suivent cette fois celles de $\sqrt{\omega}$. Ce qui signifie qu'à très haute fréquence, il n'y a plus d'énergie magnétique stockée dans la plaque.

2.3.3 Lien avec l'inductance de fuite et la résistance série

2.3.3.1 *Variation de l'inductance de fuite*

Dans un premier temps, étudions le fonctionnement en court-circuit du transformateur 1 afin d'évaluer son inductance de fuite. Le calcul de l'énergie magnétique stockée dans et entre les enroulements permet d'obtenir une expression analytique de cette inductance [16].

$$W = \frac{1}{2} I_f I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \iiint_V H^2 dv \quad (2.17)$$

La figure 2.9 définit les paramètres géométriques du système et montre la variation radiale de l'excitation magnétique H qui résulte des hypothèses classiques suivantes :

- Les enroulements, ainsi que l'espace qui les sépare, sont des tubes cylindriques coaxiaux de même hauteur h .
- L'excitation magnétique hors du noyau est parallèle à l'axe des enroulements. Elle est nulle contre le noyau (champ magnétisant négligé) et croît linéairement à l'intérieur de chaque enroulement jusqu'à une valeur NI/h . Elle est constante sur toute la hauteur entre ceux-ci (les effets de bord sont négligés).
- La densité de courant est uniforme dans les deux enroulements. (l'emploi de fil de Litz évite l'apparition des courants de Foucault jusqu'à une fréquence de 3 MHz).

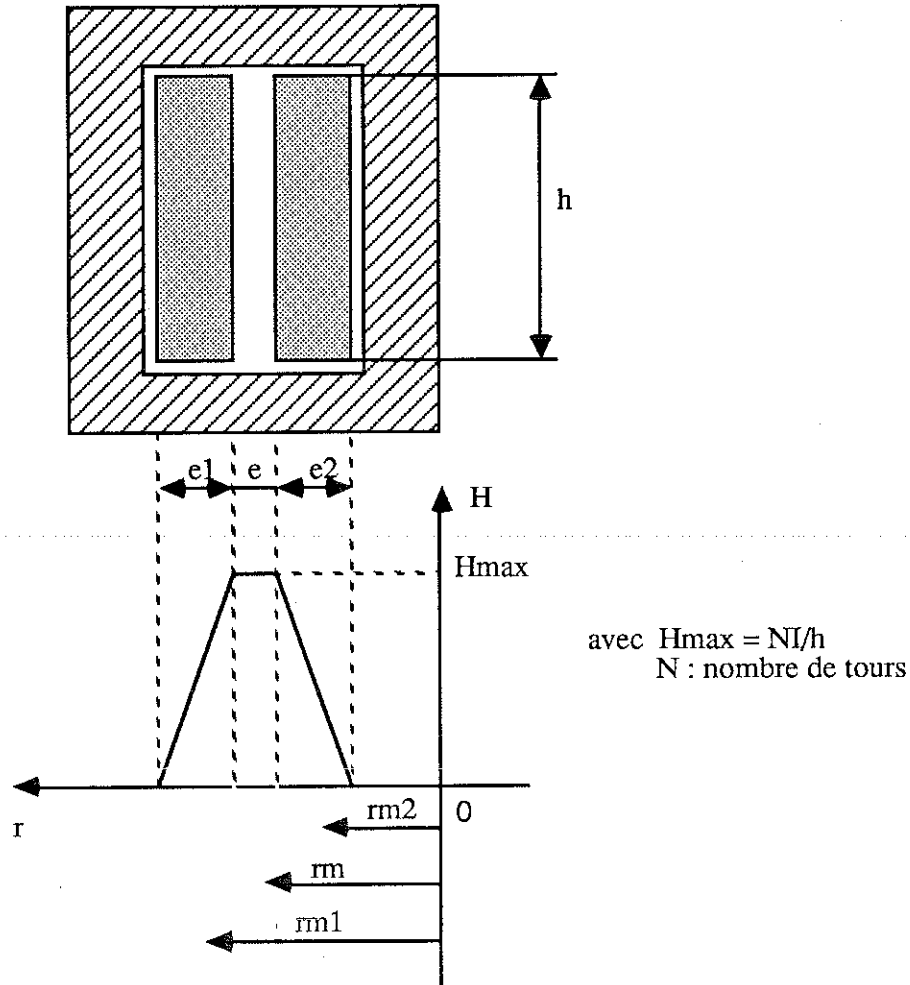


Figure 2.9 Excitation magnétique en court-circuit du transformateur I

Le rayon de courbure de chaque enroulement est grand devant leur épaisseur. Ainsi, l'excitation quadratique moyenne est voisine de celle que nous aurions dans une couche plane de même dimension.

$$H_{\text{moy}}^2 = H_{\text{max}}^2/3 \quad (2.18)$$

A partir de cette hypothèse et après calcul, il découle directement :

$$l_f = \frac{2\pi\mu_o N^2}{h} \left[\frac{r_{m1}e_1}{3} + \frac{r_{m2}e_2}{3} + r_m e \right] \quad (2.19)$$

Les deux premiers termes du crochet correspondent à l'inductance de fuite due respectivement aux enroulements primaire et secondaire, tandis que le dernier terme est l'inductance de fuite due à l'espace inter-enroulement.

Une application numérique rapide vient confirmer les résultats.

Le calcul précédent est valable pour des enroulements cylindriques. Vu la forme du noyau nous avons recherché un rayon équivalent à partir de la circonférence de l'enroulement extérieur.

ainsi	$r_{m1} = 21 \text{ mm}$	$h = 33 \text{ mm}$ (hauteur des enroulements)
	$r_{m2} = 16,3 \text{ mm}$	$N = 36$ (nombre de spires)
	$r_m = 18,65 \text{ mm}$	$\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$: perméabilité du vide.
	$e = 1,3 \text{ mm}$	$e_1 = e_2 = 6 \text{ mm}$

Nous obtenons après calcul une valeur d'inductance de fuite de $20,6 \mu\text{H}$, qui est à comparer à la valeur expérimentale de $20,2 \mu\text{H}$ obtenue avec le pont HP 4194 (qui est la somme des deux inductances séries visibles sur le schéma équivalent du transformateur 1 fig.5.2.a).

Il est intéressant de calculer chaque terme séparément dans la parenthèse. Les deux premiers correspondent à l'énergie stockée dans les enroulements. Elle contribue pour $2/3$ à l'inductance de fuite totale. Le dernier terme correspond à l'énergie stockée dans l'espace inter enroulement (d'épaisseur e). Elle contribue pour $1/3$ au total ($7,5 \mu\text{H}$).

Un transformateur a donc toujours des fuites. Celles-ci peuvent être réduites en diminuant l'espace séparant les enroulements et en réduisant la valeur maximale de l'excitation magnétique H entre les enroulements, par enchevêtrement des couches.

Intéressons nous maintenant au transformateur 2. Dans un premier temps, nous constatons (Fig. 2.4.b) qu'en dessous de 5 kHz , l'enroulement intermédiaire n'a aucune incidence mesurable. Nous retrouvons en particulier la même valeur d'inductance de fuite totale que pour le transformateur 1.

Qualitativement, lorsque la fréquence augmente, l'épaisseur de peau dans l'enroulement intermédiaire devient comparable au rayon du fil de cuivre. Deux phénomènes apparaissent alors simultanément : la dissipation provoquée par les courants induits n'est plus négligeable dans le cuivre et l'atténuation de l'excitation magnétique à l'intérieur du cuivre se traduit par une réduction de l'énergie stockée. L'inductance de fuite totale diminue. C'est ce que traduisent les mesures (Fig. 2.4.b) : la résistance série augmente tandis que l'inductance série diminue, jusqu'à atteindre une nouvelle valeur constante (qui correspond à une énergie magnétique stockée nulle dans l'enroulement intermédiaire) [17],[18].

La figure 2.10 représente la variation de l'excitation magnétique H dans les trois enroulements (primaire, secondaire et intermédiaire). Par la suite, nous ne nous intéresserons qu'à la variation

de l'inductance de fuite dans l'enroulement intermédiaire. Celui-ci est remplacé par une plaque équivalente de Dowell suivant la méthode exposée en 2.3.1.

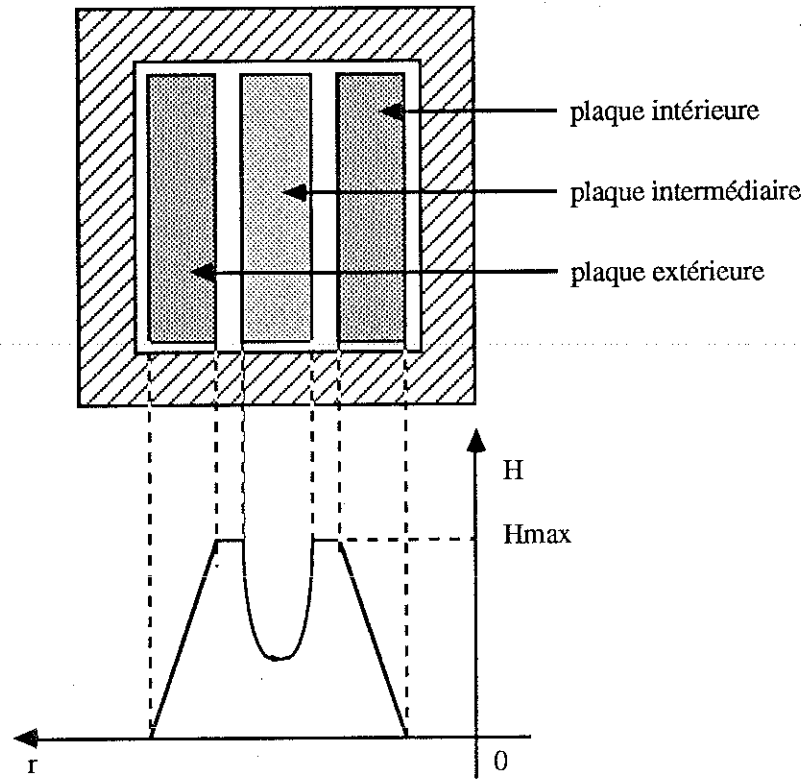


Figure 2.10 Excitation magnétique en haute fréquence du transformateur 2 en court circuit

Quantitativement, les calculs développés en 2.3.2.2 permettent de relier la puissance active P_a à la résistance série R_s et la puissance réactive P_r à l'inductance série L_s par les formules :

$$\begin{aligned} P_a &= R_s I^2 \\ P_r &= L_s \omega I^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

où I représente le courant traversant les N_p spires de l'enroulement primaire et est la source de l'excitation magnétique H .

$$H = \frac{N_p I}{h}$$

En posant :

$$L_p = \frac{2\pi\mu_0 N_p^2}{h} \cdot r_m \cdot e_p \quad (2.21)$$

Il vient :

$$L_s = L_p \frac{1}{\varphi} \frac{\text{sh } \varphi + \sin \varphi}{\text{ch } \varphi + \cos \varphi} \quad (2.22)$$

En rapprochant l'expression de L_p (2.21) avec l'expression (2.19), nous constatons que L_p est la partie basse fréquence de l'inductance de fuite L_s correspondant à l'énergie magnétique stockée dans la plaque. Lorsque la fréquence augmente, L_s diminue et tend à s'annuler. Il n'y a plus d'énergie magnétique stockée dans la plaque.

La figure 2.11 représente les variations de l'inductance série L_s et compare les valeurs théoriques aux résultats expérimentaux. La valeur basse fréquence a été prise égale à l'inductance de fuite mesurée, ceci afin de pouvoir comparer uniquement la variation de L_s . Nous constatons que la valeur haute fréquence est légèrement plus élevée pour L_s que la valeur théorique. Ceci s'explique par un problème de capacité qui fait que nous ne pouvons pas connaître avec précision cette valeur limite haute fréquence par la mesure. L'effet capacitif provoque une résonance qui décale la courbe vers le haut. Cependant, l'accord est tout de même bon entre théorie et expérience.

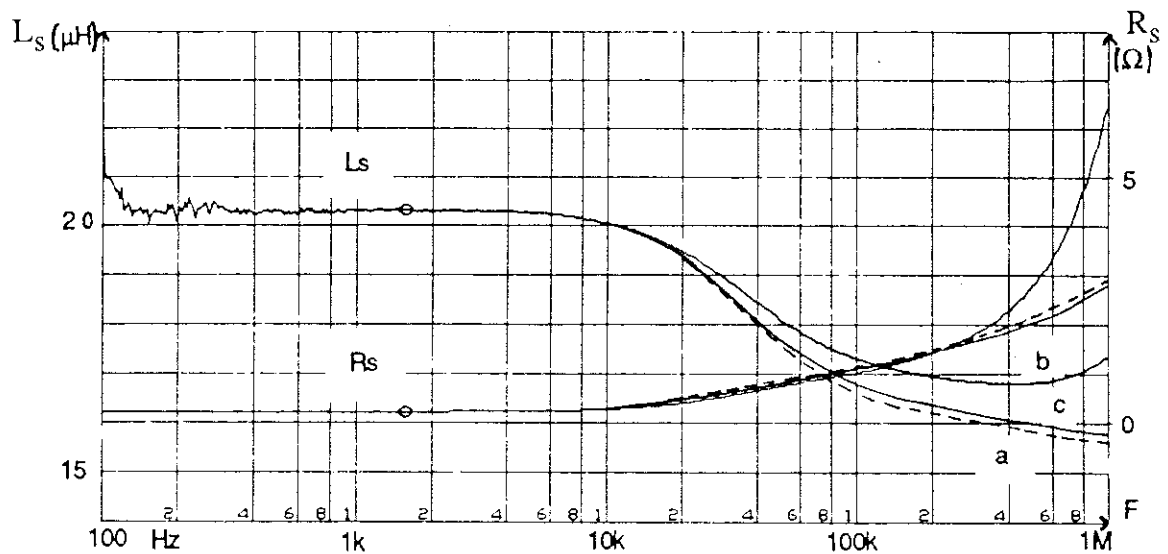


Figure 2.11 Inductance et résistance série (L_s , R_s) pour le transformateur 2

a : Plaque équivalente de Dowell

b : Mesure

c : Simulation

2.3.3.2 Augmentation de la résistance série

En suivant la même démarche que pour l'inductance série, la valeur de la résistance série R_s est déduite des expressions (2.16) et (2.20).

Nous posons :

$$R_p = N_p^2 R = 12 \left(\frac{N_p}{N_c} \right)^2 \cdot R_i \quad (2.23)$$

où $R_i = \rho_{\text{eff}} \frac{2\pi r_m}{h \cdot e_p}$ représente la résistance en continu de l'enroulement intermédiaire.

$$R_s = R_p \cdot \frac{\varphi \operatorname{sh} \varphi - \sin \varphi}{6 \operatorname{ch} \varphi + \cos \varphi} \quad (2.24)$$

En basse fréquence, R_s tend vers zéro, aucun courant de Foucault ne vient créer des pertes dans l'enroulement intermédiaire. En haute fréquence, R_s varie comme $\sqrt{\omega}$, ce qui est caractéristique des pertes par courants induits dans un conducteur.

La figure 2.11 représente également les variations de la résistance série R_s . La valeur basse fréquence a été prise égale à la valeur expérimentale qui correspond à la somme des résistances continues des enroulements primaire et secondaire. Jusque 400 kHz, l'expérience est en accord parfait avec la théorie. A partir de cette fréquence, nous constatons une augmentation brutale de R_s qui est également due à un effet capacitif et donc à une résonance des différents éléments.

2.3.4 Modèle approché par une cellule R.L parallèle

Les valeurs précédentes obtenues pour l'inductance série L_s et la résistance série R_s ne peuvent cependant pas être introduites dans un schéma à constantes localisées puisque ces éléments sont fonction de la fréquence. Nous allons nous attacher dans ce paragraphe à trouver une représentation correcte des courants de Foucault dans un enroulement à partir d'éléments constants.

Les deux constantes L_p et R_p calculées en (2.21) et (2.23) permettent de définir une fréquence de coupure f_c .

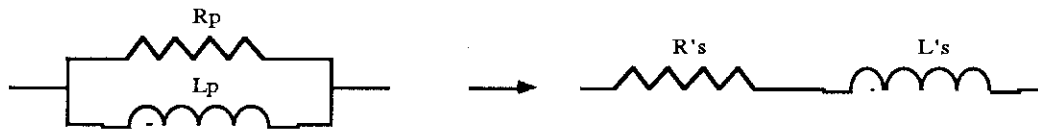
$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot L_p / R_p} \quad (2.25)$$

Posons $X = f/f_c$: fréquence réduite

Nous calculons immédiatement $\varphi = e_p / \delta = \sqrt{6}X$. Notons alors que f_c est également la fréquence pour laquelle l'épaisseur de peau est égale à l'épaisseur de la plaque divisée par $\sqrt{6}$. A cette

fréquence, l'inductance série L_s a diminué de moitié.

A partir de ces relations, il est aisé d'étudier R_s et L_s en fonction de X . Le comportement basse fréquence de R_s et L_s montre une analogie frappante avec celui d'un dipôle constitué par L_p et R_p en parallèle. La figure 2.12 montre la comparaison entre les valeurs de L_s et R_s données par les relations (2.22) et (2.24) et celles issues de la mise en parallèle de L_p et R_p données par les relations (2.21) et (2.23). Ce dernier dipôle est ramené sous forme L'_s et R'_s grâce aux formules de passage parallèle - série rappelées ci-dessous :



$$Z = \frac{j.L_p.\omega.R_p}{R_p + j.L_p.\omega}$$

$$Z = R'_s + j.L'_s.\omega$$

Après identification il vient:

$$R'_s = \frac{R_p \cdot (\omega/\omega_p)^2}{1 + (\omega/\omega_p)^2}$$

$$L'_s = \frac{L_p}{1 + (\omega/\omega_p)^2} \quad \text{avec} \quad \omega_p = R_p/L_p$$

Nous constatons que ce dipôle constitue une approximation très correcte lorsque $f < 2 f_c$, c'est à dire tant que l'épaisseur de peau est supérieure à 0,3 fois l'épaisseur de la plaque. Au delà de $2 f_c$, la principale erreur introduite par cette approximation réside dans la valeur bornée de R_s . Le dipôle $R_p // L_p$ donne, pour $f \rightarrow \infty$, $R_s \rightarrow R_p$ alors que le modèle physique indique que R_s continue à croître proportionnellement à $\sqrt{\omega}$.

Enfin, les relations (2.21) et (2.23) donnant les valeurs de R_p et L_p ont été évaluées. Elles conduisent respectivement à 1,35 Ω et 5, 12 μH . Nous voyons que l'accord avec l'expérience est satisfaisant: 1,36 Ω et 4, 3 μH (valeurs déduites sur le schéma équivalent). Notons que la détermination expérimentale de L_p est délicate : une résonance provoquée par des effets capacitifs non pris en compte dans le modèle empêche de connaître la valeur asymptotique de l'inductance série.

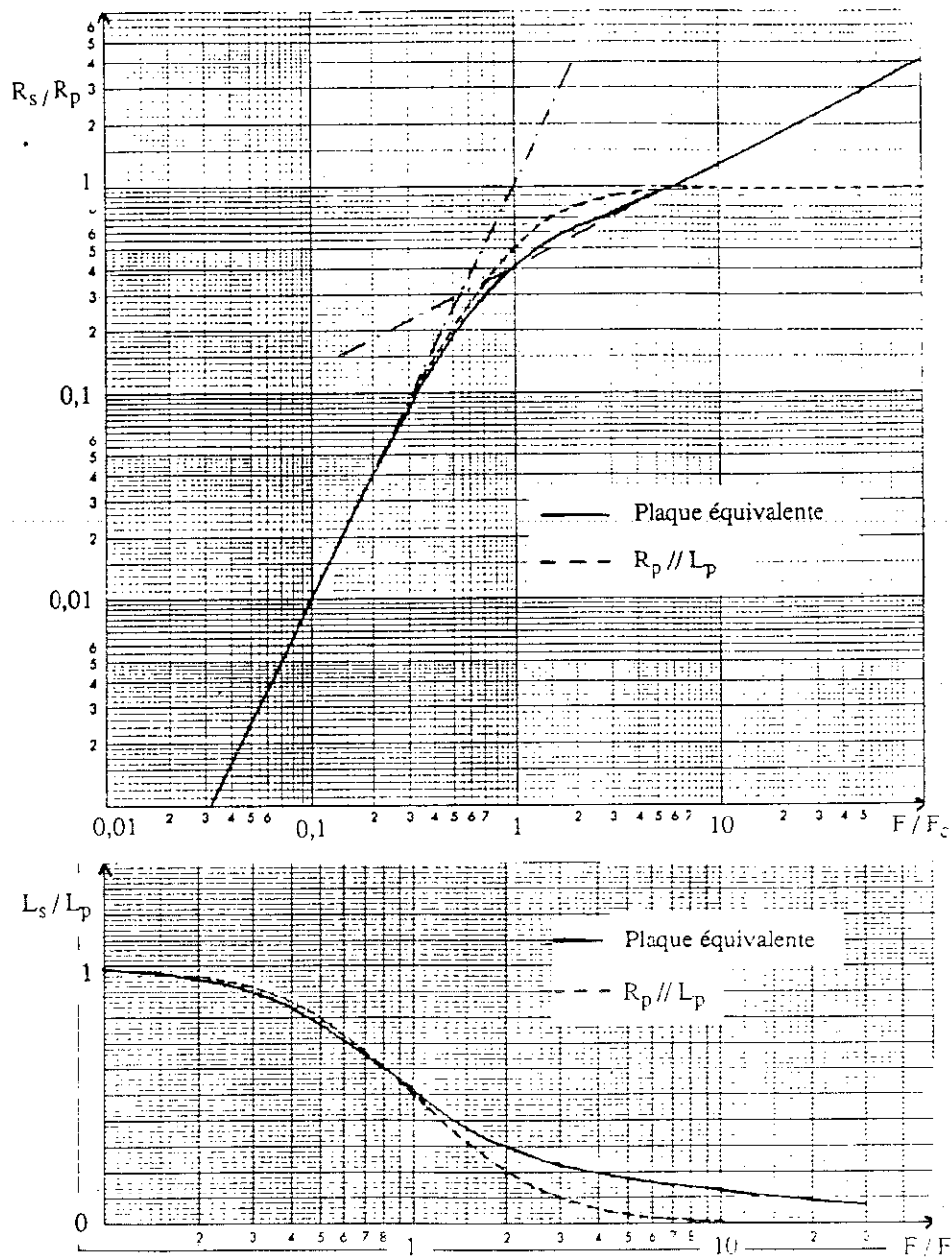


Figure 2.12 Modèle de la plaque équivalente et approximation $R_p // L_p$

2.4 SIMULATION PAR ELEMENTS FINIS DE L'ENROULEMENT INTERMEDIAIRE

2.4.1 Modèle adopté pour la simulation

Les résultats du paragraphe 2.3 sont complétés et vérifiés par une étude menée à l'aide du logiciel de simulation électromagnétique par éléments finis Flux 2D. Celui-ci nous a permis d'attribuer à l'enroulement intermédiaire du transformateur 2 une géométrie plus réaliste : il n'est plus remplacé

par une plaque homogène, mais comme nous pouvons le voir sur la figure 2.13, il est schématisé par une nappe périodique de conducteurs cylindriques rectilignes et coplanaires. Les écartements adoptés résultent des épaisseurs des divers isolants : vernis et carton.

Plusieurs hypothèses simplificatrices ont été adoptées pour la résolution :

- Le transformateur est supposé déroulé : le logiciel recherche les solutions dans un plan. Nous avons vérifié que les résultats obtenus en adoptant une symétrie axisymétrique étaient très voisins (moins de 1‰ d'écart relatif).
- Les enroulements primaire et secondaire qui sont les sources d'excitation magnétique sont idéalisés par des nappes de courant uniforme de phases opposées.
- Le motif représenté est supposé périodique : nous adoptons sur les limites horizontales des conditions cycliques.
- Les limites droite et gauche étant éloignées du motif central, l'induction y est très faible. Afin de conserver une induction parallèle à ces limites, nous choisissons des conditions de Neumann homogène. Cependant, ce choix n'est pas critique, et des conditions de Dirichlet aboutissent aux mêmes résultats.
- Tout l'espace a les propriétés électromagnétiques du vide ($\mu = \mu_0$) sauf l'intérieur des cylindres qui a les propriétés du cuivre ($\mu = \mu_0$, $\sigma = 5,74 \cdot 10^7 \text{ (}\Omega\text{m)}^{-1}$).
- L'influence du noyau en ferrite est négligée, car nous étudions un fonctionnement en court-circuit. L'induction est donc nulle à l'intérieur du noyau.

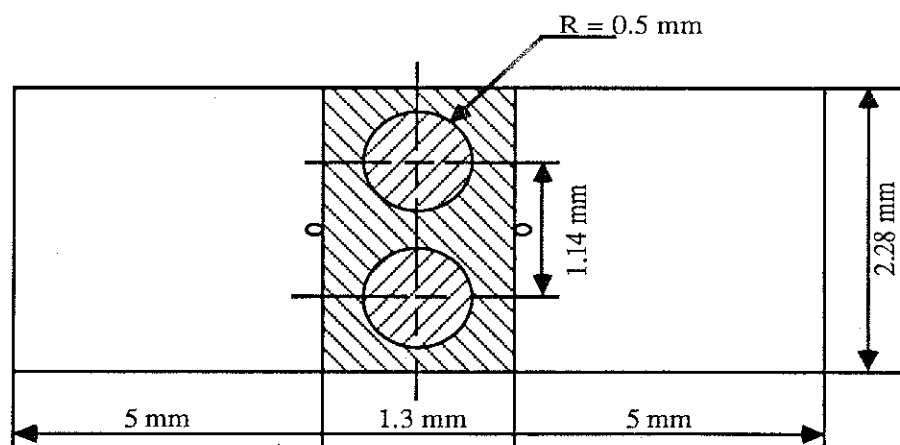


Figure 2.13 Modèle géométrique pour la simulation

2.4.2 Résultats de simulation

Après résolution du problème, le logiciel fournit des courbes ainsi que des valeurs numériques. Les puissances actives et réactives sont obtenues dans chaque zone spécifiée et pour différentes fréquences. Nous avons vérifié que ces puissances étaient négligeables ou nulles à l'extérieur des nappes de courant et nous nous sommes intéressés aux puissances présentes uniquement entre ces nappes. La puissance active étant localisée uniquement dans les conducteurs.

La première vérification a consisté en une visualisation de l'induction magnétique et notamment des lignes de flux. La figure 2.14 montre la déformation des lignes de flux magnétique en fonction de la fréquence. Nous constatons qu'à basse fréquence (10 kHz), le flux entier pénètre dans les conducteurs sans aucune déformation. A 100 kHz, les courants de Foucault repoussent déjà les lignes de flux vers l'extérieur. A partir de 1 MHz, tout le flux magnétique est concentré à l'extérieur des conducteurs cylindriques. A cette fréquence, l'épaisseur de peau dans le cuivre est alors 66 μm . Les courants de Foucault sont concentrés sur la surface des conducteurs notamment près des nappes de courant inductrice.

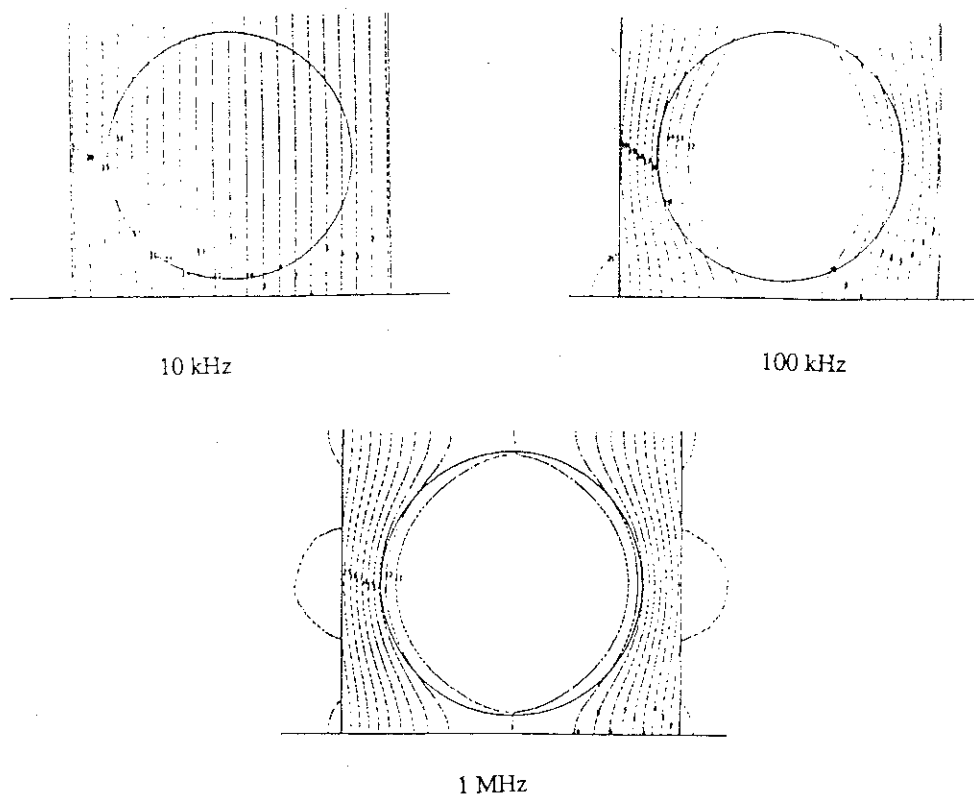


Figure 2.14 Lignes de Flux magnétique

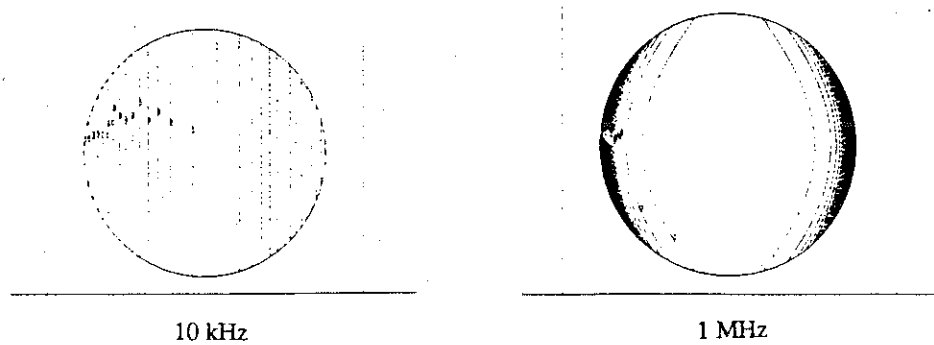


Figure 2.15 Densité de puissance dans les conducteurs

La figure 2.15 représente la densité de puissance dissipée dans les conducteurs pour deux fréquences extrêmes. A 10 kHz, les lignes d'équipuissance sont parallèles, alors qu'à 1 MHz, elles sont concentrées sur la surface des conducteurs, en regard des nappes de courant qui créent l'induction magnétique.

Pour la seconde vérification, nous avons analysé les résultats numériques obtenus à l'aide de simulations à plusieurs fréquences. Les puissances actives et réactives sont fournies par le logiciel pour chaque région. Elles sont rapportées à la densité de courant dans les nappes et nous pouvons accéder à la représentation série L_s , R_s de cette partie de l'inductance de fuite et de la résistance apparente due aux courants de Foucault. En résolvant ce problème à différentes fréquences, nous avons étudié les variations de L_s et R_s en fonction de la fréquence. En comparant ces résultats à ceux obtenus précédemment pour la plaque équivalente, nous voyons qu'à basse fréquence, la résistance varie comme la fréquence au carré, alors qu'à haute fréquence, elle varie comme $\sqrt{f}$. La puissance étant directement proportionnelle à R_s , le résultat de la simulation est tout à fait logique. Les figure 2.16 et 2.17 comparent les résultats obtenus pour R_s et L_s par simulation avec ceux précédemment établis à l'aide du modèle de la plaque équivalente. Nous constatons que l'accord est très bon à toutes fréquences. Comme aucun élément parasite n'intervient sur la simulation, L_p et f_c peuvent être déduites. Nous obtenons respectivement 4,91 μH et 43 kHz, valeurs très proches de 5,12 μH et 43,3 kHz, résultant du modèle analytique. Notons qu'à très haute fréquence, la valeur limite de l'inductance de fuite a été obtenue en attribuant aux conducteurs les propriétés de "trou de Flux" c'est à dire, le flux magnétique contourne ces conducteurs.

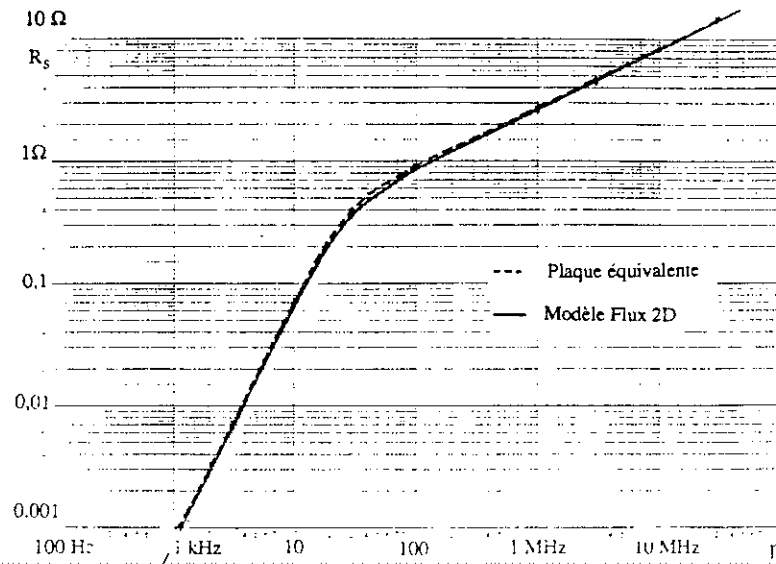


Figure 2.16 Résistance série R_s : Modèle analytique et simulation numérique

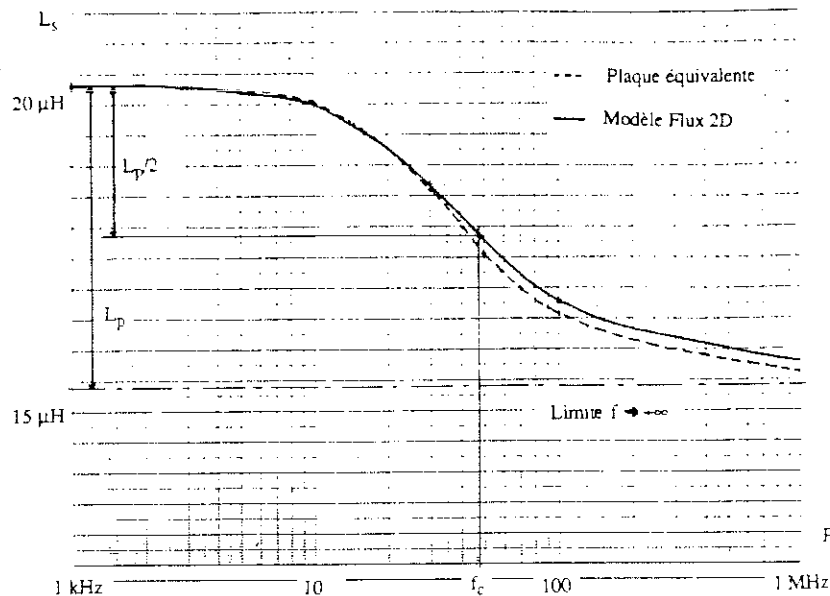


Figure 2.17 Inductance série L_s : Modèle analytique et simulation numérique

2.5 GENERALISATION A UNE COUCHE ALIMENTEE D'UN TRANSFORMATEUR

L'étude précédente a permis d'identifier avec précision l'effet des courants de Foucault dans les enroulements d'un transformateur sur son schéma équivalent. Cependant, par souci de simplification et surtout afin d'être sûr que le phénomène visualisé est celui des courants induits dans le cuivre, nous avons étudié une couche non alimentée de transformateur. Ce cas est rare dans un montage d'électronique de puissance. Aussi nous avons généralisé la méthode à une couche d'un enroulement alimenté d'un transformateur. La démarche est la même et nous

utiliserons à nouveau comme modèle la plaque équivalente de Dowell.

Partant d'un transformateur à deux enroulements constitué chacun d'une couche à spires jointives de fil de cuivre $\phi 1$ mm bobinée autour d'un noyau ETD 49 en ferrite, nous avons tracé les diagrammes de Bode de l'impédance à vide (Z_0) et en court-circuit (Z_{cc}) ainsi que la résistance série R_s et l'inductance série L_s vue du primaire lorsque le secondaire est en court-circuit. Ces courbes sont visibles sur la figure 2.18.

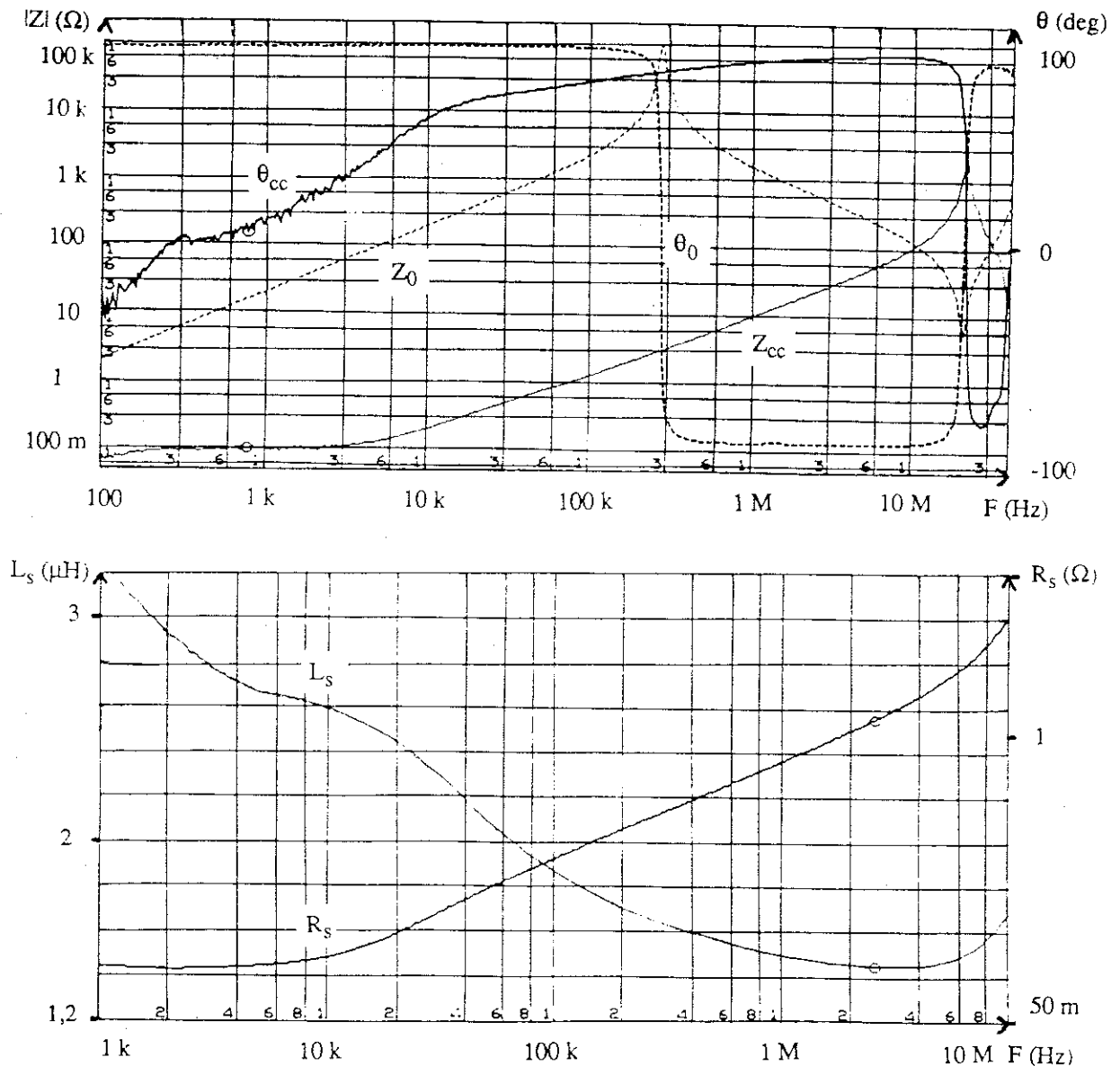


Figure 2.18 Relevés expérimentaux de Z_0 , Z_{cc} , L_s et R_s

Le relevé de l'impédance série (L_s , R_s) lors d'un fonctionnement en court-circuit fait apparaître une diminution de l'inductance de fuite tandis que la résistance augmente avec la fréquence. Ceci est caractéristique de l'apparition de courants de Foucault dans les enroulements.

L'étude analytique consiste cette fois à calculer la variation d'énergie magnétique emmagasinée dans une plaque lorsque celle-ci est plongée dans un champ dont les composantes sont différentes à droite et à gauche de cette plaque. L'ensemble des calculs est résumé en Annexe 2. La formule 2.26 donne cette énergie magnétique emmagasinée dans la plaque décrite à la figure 2.19.

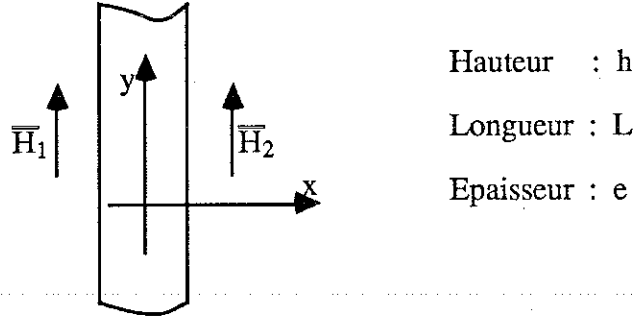


Figure 2.19 Plaque plongée dans un champ magnétique

$$W = \frac{\delta \mu_0}{4} \frac{2\pi r_m h}{\left(\frac{\text{ch} \frac{2e}{\delta} - \cos \frac{2e}{\delta}}{\delta} \right)} \left[\left(H_1^2 + H_2^2 \right) \left(\text{sh} \frac{2e}{\delta} - \sin \frac{2e}{\delta} \right) - 2(H_1 H_2^* + H_2 H_1^*) \left(\text{sh} \frac{e}{\delta} \cos \frac{e}{\delta} - \text{ch} \frac{e}{\delta} \sin \frac{e}{\delta} \right) \right] \quad (2.26)$$

La puissance dissipée dans la plaque se met sous la forme (2.27).

$$P = \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma} \frac{2\pi r_m h}{\delta \left(\frac{\text{ch} \frac{2e}{\delta} - \cos \frac{2e}{\delta}}{\delta} \right)} \left[\left(H_1^2 + H_2^2 \right) \left(\text{sh} \frac{2e}{\delta} + \sin \frac{2e}{\delta} \right) - 2(H_1 H_2^* + H_2 H_1^*) \left(\text{sh} \frac{e}{\delta} \cos \frac{e}{\delta} + \text{ch} \frac{e}{\delta} \sin \frac{e}{\delta} \right) \right] \quad (2.27)$$

Ces formules se simplifient dans le cas du transformateur à deux couches puisque nous avons $H_1=0$ et $H_2=H$. La figure 2.20 montre le modèle adopté pour l'étude analytique avec l'excitation magnétique visible pour une fréquence donnée. Contrairement au transformateur 1 où cette excitation croissait linéairement dans les enroulements primaire et secondaire, cette fois les courants de Foucault s'opposent au champ magnétique dans ces enroulements. A très haute fréquence, il n'y aura plus de champ à l'intérieur des couches. Par soucis de simplification nous n'étudions que l'enroulement primaire ; le secondaire jouant le même rôle et étant bobiné de manière identique.

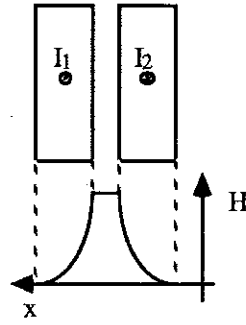


Figure 2.20 Transformateur à deux couches alimentées,
excitation magnétique

L'identification de l'énergie magnétique et de la puissance avec respectivement $1/2 L_s I^2$ et $1/2 R_s I^2$ permet d'obtenir l'inductance série et la résistance série (2.28) :

$$L_s = \frac{3}{2} L_p \frac{1}{\varphi} \frac{\text{sh } 2\varphi - \sin 2\varphi}{\text{ch } 2\varphi - \cos 2\varphi}$$

$$R_s = R_p \varphi \frac{\text{sh } 2\varphi + \sin 2\varphi}{\text{ch } 2\varphi - \cos 2\varphi} \quad (2.28)$$

avec

$$L_p = \frac{1}{3} \mu_0 N^2 \frac{2\pi r_m e}{h} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{e}{\delta}$$

$$R_p = \frac{1}{\sigma} \frac{2\pi r_m N^2}{h.e} \quad (2.29)$$

A très basse fréquence, nous retrouvons la valeur de l'inductance de fuite dans le cas où il n'y a pas de courants de Foucault. La résistance série tend vers la valeur en continu. Lorsque la fréquence augmente, L_s tend vers zéro, tandis que R_s croît comme $\sqrt{\omega}$. Par analogie avec l'approximation R_p - L_p parallèle pour la couche non alimentée, nous définissons une nouvelle fréquence de coupure f_c .

$$f_c = \frac{1}{2\pi L_p/R_p}$$

En posant $X = f/f_c$, nous pouvons étudier les variations du dipôle suivant :

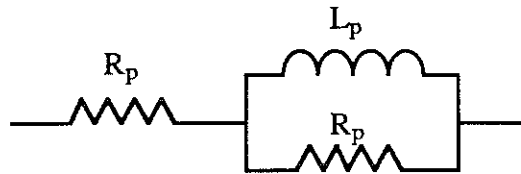


Figure 2.21 Approximation de la couche par un dipôle

Grâce à une transformation ramenant tous les éléments en série :

$$R_s'' = R_p + \frac{R_p(\omega/\omega_p)^2}{1 + (\omega/\omega_p)^2}$$

$$L_s'' = \frac{L_p}{1 + (\omega/\omega_p)^2}$$

La figure 2.22 représente les variations de L_s/L_p , R_s/R_p et L_s''/L_p , R_s''/R_p en fonction de la fréquence réduite X .

Pour $f=f_c$, l'inductance série a chuté de moitié et la résistance série a augmenté de $R_p/2$.

Cette approximation par un dipôle est valable pour $f/f_c < 3$. Au-delà, la résistance devient constante et vaut $2R_p$.

L'application numérique confirme ces résultats. Le calcul donne une variation de $0,6 \mu\text{H}$ pour chaque plaque qui est à comparer avec les $1,2 \mu\text{H}$ de variation totale de l'inductance de fuite. Une simulation par éléments finis a également été menée. La figure 2.22 représente les lignes de flux pour deux fréquences différentes.

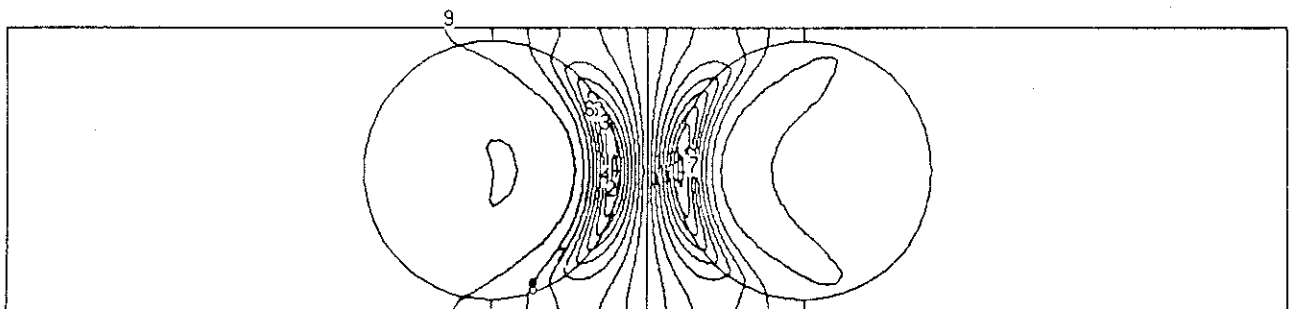


Figure 2.22 Ligne de flux de deux spires alimentées face à face
($F = 1 \text{ MHz}$)

Nous voyons l'effet en haute fréquence des courants de Foucault qui repoussent le champ vers les bords des fils. Le calcul de la variation de l'inductance de fuite donne là aussi une valeur de $1,3 \mu\text{H}$.

2.6 CONCLUSION

L'augmentation de la fréquence de travail en électronique de puissance provoque l'apparition de courants de Foucault dans les enroulements de transformateur. Ce phénomène, connu depuis longtemps pour les pertes supplémentaires dans les enroulements, est également responsable d'une variation de l'inductance de fuite du transformateur [19],[20]. Le modèle analytique développé ci-dessus permet non seulement de prévoir avec précision la variation de cette inductance en fonction de la fréquence, mais aussi d'étudier son influence sur le schéma équivalent du transformateur. Un modèle approché à constante localisée est obtenu, il permet de modéliser un transformateur avec plus de précision. Le schéma équivalent auquel nous aboutissons peut être facilement introduit dans un logiciel de simulation en électronique de puissance du type CIRCUIT. L'étude du transformateur en condition réelle de fonctionnement est analysée dans le Chapitre V.

La seconde partie importante de cette étude fut la validation des résultats par un logiciel de simulation par éléments finis en électromagnétisme. Elle a permis de visualiser l'effet des courants de Foucault sur les conducteurs, tout en tenant compte de la géométrie exacte des fils. Les conditions d'application de la plaque équivalente de Dowell ont également pu être précisées.

CHAPITRE III

CHAPITRE III

DEVELOPPEMENT MULTIPOLAIRE POUR DES SYSTEMES INVARIANTS PAR TRANSLATION

3.1 INTRODUCTION

Le développement multipolaire est une technique classique de l'électromagnétisme [21]. Habituellement, il est appliqué à des systèmes dont toutes les dimensions sont finies. Pour en établir les bases, nous supposons que les distributions de charges et de courants sont inscriptibles dans une sphère. L'espace est rapporté à des coordonnées sphériques.

L'étude d'une couche de transformateur peut se ramener à un système plan dont une dimension est infinie. (Système invariant par translation). Cette étude sort du domaine d'application du développement multipolaire classique. Aussi, un développement analogue a été recherché lorsque les distributions de courant restent à l'intérieur d'une surface connue. (Cylindre, carré, rectangle...). Nous établissons ci-dessous les bases de ce développement et nous les appliquons à l'étude d'un fil de cuivre cylindrique plongé dans un champ magnétique uniforme.

Cette théorie concernant un fil seul est la base pour étudier une couche de transformateur et améliorer la disposition des spires à l'intérieur même des éléments bobinés.

3.2 DEVELOPPEMENT MULTIPOLAIRE

3.2.1 Hypothèses

Considérons, dans le vide, un ensemble de fils rectilignes très fins, tous parallèles à Oz et dont les distances par rapport à Oz sont bornées par R. Admettons en outre que le $\alpha^{\text{ième}}$ fil est parcouru par un courant constant I_α .

En utilisant des coordonnées cylindriques d'axe Oz, nous repérons la position de chaque fil par le couple $(r_\alpha, \theta_\alpha)$ et celle du point P où nous recherchons le potentiel par ρ et φ .

Nous allons chercher le potentiel vecteur créé par l'ensemble des fils à l'extérieur du cylindre de rayon R les contenant tous. Compte tenu des symétries de cette distribution, A est parallèle à Oz et ne dépend pas de z . Parlant de la composante A_z nous omettrons désormais l'indice z .

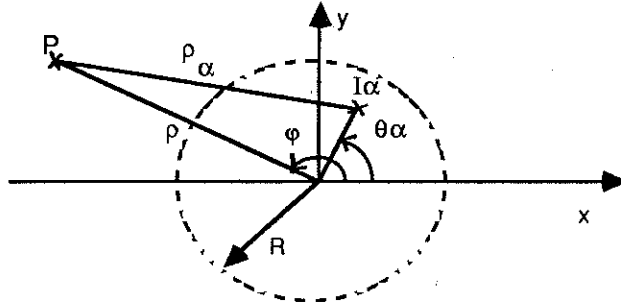


Figure 3.1 Ensemble de fils considéré

3.2.2 Solution générale

Dans un premier temps, nous cherchons le potentiel créé en P par le $\alpha^{\text{ième}}$ fil :

$$A(P) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I_\alpha \cdot \text{Ln} \frac{1}{\rho_\alpha} \quad (3.1.)$$

où ρ_α est la distance séparant P du fil :

$$\rho_\alpha = \left[\rho^2 + \Gamma_\alpha^2 - 2 \cdot \rho \cdot \Gamma_\alpha \cdot \cos(\varphi - \theta_\alpha) \right]^{1/2}$$

Nous allons rechercher, pour A , un développement en série de Mac Laurin de la variable

$x = \Gamma_\alpha / \rho$. Le but étant bien évidemment de faire apparaître des termes variant comme $1/\rho$, $1/\rho^2$...

Pour abréger l'écriture, posons :

$$\begin{aligned} a_\alpha &= \cos(\varphi - \theta_\alpha) \\ y_\alpha &= \text{Ln}(1 - 2a_\alpha x + x^2) \end{aligned}$$

afin d'écrire :

$$\text{Ln} \frac{1}{\rho_\alpha} = \text{Ln} \frac{1}{\rho} - \frac{1}{2} \cdot y_\alpha$$

Le potentiel global admet la forme :

$$A = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \text{Ln} \frac{1}{\rho} \cdot \sum_{\alpha} I_{\alpha} - \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \sum_{\alpha} I_{\alpha} \cdot y_{\alpha} \quad (3.2)$$

Pour développer y_{α} en série de Mac Laurin, il est commode d'utiliser la fonction génératrice des polynômes de Chebyshev. En notant $T_n(a_{\alpha})$ le polynôme de Chebyshev de degré n et de variable a_{α} , nous avons :

$$\frac{1 - x^2}{1 - 2a_{\alpha}x + x^2} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} T_n(a_{\alpha}) \cdot x^n$$

soit :

$$\frac{2a_{\alpha}x - 2x^2}{1 - 2a_{\alpha}x + x^2} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} T_n(a_{\alpha}) \cdot x^n$$

Cette expression peut être rapprochée de celle de la dérivée y'_{α} de y_{α} par rapport à x :

$$y'_{\alpha}(x) = \frac{-2a_{\alpha} + 2x}{1 - 2a_{\alpha}x + x^2} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} T_n(a_{\alpha}) \cdot x^{n-1}$$

Finalement, puisque $y_{\alpha}(0) = 0$, nous obtenons le développement de y_{α} en série de Mac Laurin :

$$y_{\alpha}(x) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_n(a_{\alpha})}{n} \cdot x^n$$

Exploitant la propriété fondamentale des polynômes de Chebyshev [22].

$$T_n(\cos \beta) = \cos(n\beta)$$

Nous pouvons écrire :

$$\text{Ln} [1 - 2\cos(\varphi - \theta_{\alpha}) \cdot x + x^2] = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n(\varphi - \theta_{\alpha})}{n} \cdot x^n \quad (3.3)$$

En définitive, le potentiel global (3.2) prend la forme :

$$A(\rho, \varphi) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\sum_{\alpha} I_{\alpha} \cdot \text{Ln} \frac{1}{\rho} + \dots + \sum_{\alpha} I_{\alpha} \Gamma_{\alpha}^n \cdot \frac{\cos n(\varphi - \theta_{\alpha})}{n} \cdot \frac{1}{\rho^n} + \dots \right] \quad (3.4)$$

Cette expression constitue le développement multipolaire cherché. Le premier terme est proportionnel au courant total $\sum I_\alpha$ et varie comme $\ln 1/\rho$: c'est le potentiel polaire. Le terme proportionnel à ρ^{-n} se présente sous la forme d'une somme de fonctions sinusoïdales de φ toutes de même fréquence. Nous pouvons donc écrire.

$$A(\rho, \varphi) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[M_0 \ln \frac{1}{\rho} + \sum_{n=1}^{\infty} M_n \cdot \cos(n\varphi - \varphi_n) \cdot \frac{1}{\rho^n} \right] \quad (3.5)$$

En posant $M_0 = \sum I_\alpha$ et en définissant M_n et φ_n par :

$$M_n \cdot e^{j\varphi_n} = \frac{1}{n} \sum_{\alpha} I_\alpha \cdot \Gamma_\alpha^n \cdot e^{jn\theta_\alpha} \quad \forall n > 0 \quad (3.6)$$

Nous parlerons également du vecteur M_n (moment d'ordre n) dont le module vaut M_n et l'orientation ψ_n :

$$\psi_n = \varphi_n - \frac{\pi}{2}$$

Si la direction de M_n est prise comme origine des angles, $\cos(n\varphi - \varphi_n)$ doit être remplacé par $\sin(n\varphi)$.

Notons que tous les moments définis ci-dessus sont rapportés à une longueur unité du système. Ceci explique pourquoi le moment dipolaire M_1 est ici homogène à $I \cdot r$ alors que sa dimension habituelle est I.S.

3.2.3 Le dipôle bifilaire

Soit la ligne bifilaire rectiligne parcourue par deux courants opposés suivant le schéma ci-dessous (fig. 3.2).

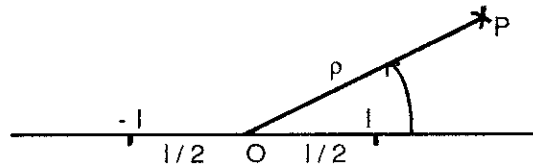


Figure 3.2 Ligne bifilaire

La relation (3.6) nous permet d'évaluer les différents moments multipolaires de cette distribution

de courants :

$$M_n \cdot e^{jn\pi} = \frac{1}{n} \cdot I \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot (1 - e^{jn\pi})$$

Nous constatons que tous les moments d'ordre pair sont nuls et que les moments d'ordre impair sont orientés vers le bas :

$$\varphi_{2k+1} = 0 \rightarrow \psi_{2k+1} = \frac{\pi}{2}$$

En ce qui concerne le moment dipolaire, cette orientation est en accord avec la règle du tire bouchon de Maxwell.

Les modules non nuls sont donnés par :

$$M_{2k+1} = \frac{2}{2k+1} \cdot I \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2k+1} \quad (3.7)$$

et le potentiel vecteur engendré par cette ligne s'écrit :

$$A(\rho, \varphi) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} M_{2k+1} \cdot \frac{1}{\rho^{2k+1}} \cos(2k+1)\varphi \quad (3.8)$$

Cette expression est en accord avec les symétries de la distribution. En effet, quelles que soient les valeurs de ρ et φ , nous avons :

$$A(\rho, -\varphi) = A(\rho, \varphi)$$

et $A(\rho, \pi - \varphi) = -A(\rho, \varphi)$

Dès que nous nous éloignons des fils, le terme dipolaire devient prépondérant. Ainsi, en écrivant uniquement les deux premiers termes de (3.8)

$$A(\rho, \varphi) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\frac{\cos \varphi}{\rho} \cdot I \cdot l + \frac{\cos 3\varphi}{\rho^3} \cdot \frac{I \cdot l^3}{12} + \dots \right) \quad (3.9)$$

Nous vérifions qu'à une distance $\rho \geq 5l$ la ligne bifilaire est une très bonne approximation d'un dipôle puisque :

$$\rho \geq 5l \rightarrow \frac{I \cdot l^3}{12\rho^3} \leq \frac{1}{300} \cdot \frac{I \cdot l}{\rho}$$

3.2.4 Ecriture en coordonnées cartésiennes

Dans de nombreux cas pratiques, nous utiliserons, comme approximation du potentiel réel, le premier terme non nul du développement multipolaire (3.5). Appelons-le A_n

$$A_n(\rho, \varphi) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\cos(n\varphi - \varphi_n)}{\rho^n} \cdot M_n \quad (3.10)$$

Il est parfois utile de revenir à des coordonnées cartésiennes. Ceci se fait simplement en orientant l'origine des angles, c'est à dire Ox , de telle manière que $\varphi_n = 0$. Grâce à ce choix nous avons :

$$\frac{\cos n\varphi}{\rho^n} = \frac{\text{Re}[e^{jn\varphi}]}{\rho^n} = \text{Re}\left[\frac{1}{(\rho \cdot e^{-j\varphi})^n}\right] \quad (3.11)$$

où Re signifie : "partie réelle de".

Nous pouvons maintenant faire apparaître les coordonnées cartésiennes :

$$x = \rho \cos \varphi \quad \text{et} \quad y = \rho \sin \varphi$$

si bien que :

$$A_n(x, y) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \text{Re}\left[\frac{1}{(x - jy)^n}\right] \cdot M_n \quad (3.12)$$

3.3 GENERALISATION

Le système physique à partir duquel nous avons formé le développement multipolaire est assez particulier. Bien entendu, moyennant une modification de l'écriture de (3.6), les raisonnements s'appliquent à une distribution continue de courants bornée par un cylindre. Nous allons voir maintenant que l'essentiel des résultats précédents est applicable dans un cadre beaucoup plus vaste.

3.3.1 Solutions de l'équation de Laplace

Dans la zone où nous avons recherché le potentiel ($\rho > R$), l'équation de Laplace pour le vide est applicable :

$$\Delta \vec{A} = 0 \quad (3.13)$$

En outre, les symétries du système imposent à A d'être parallèle à Oz et de ne pas dépendre de z. L'équation (3.13) prend alors la forme suivante :

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \cdot \frac{\partial A}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (3.14)$$

Cette équation se résout par séparation des variables et, après un calcul sans difficultés, nous obtenons la solution générale. Nous pouvons alors distinguer trois catégories de solutions :

- Une solution telle que l'induction soit bornée à l'origine, comme à l'infini :

$$A = b_1 \cdot \rho \cdot \cos(\varphi - \varphi'_1) \quad (3.15)$$

Elle correspond à une induction uniforme d'amplitude b_1 dirigée suivant $\varphi'_1 + \pi/2$

- des solutions associées à une induction nulle à l'origine :

$$A = \sum_{n=2}^{\infty} b_n \cdot \rho^n \cdot \cos(n\varphi - \varphi'_n) \quad (3.16)$$

- des solutions conduisant à une induction nulle à l'infini :

$$A = a_0 \cdot \ln \frac{1}{\rho} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \frac{1}{\rho^n} \cdot \cos(n\varphi - \varphi''_n) \quad (3.17)$$

Une distribution de courant circonscrite par un cylindre ne peut créer qu'une induction évanescence à l'infini. Le potentiel qu'elle engendre est donc nécessairement de la forme (3.17). Les autres solutions sont obligatoirement générées par des sources extérieures.

En résumé, le potentiel existant à proximité de la distribution de courant est la superposition de celui créé par cette distribution et qui admet l'écriture générale (3.17) et de celui créé par les sources externes qui s'écrit :

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \rho^n \cdot \cos(n\varphi - \varphi'_n) \quad (3.18)$$

3.3.2 Lien entre équation de Laplace et développement multipolaire

L'expression générale (3.17) du potentiel créé par la distribution de courant est formellement identique au développement (3.5). Pour cette raison nous pouvons dire que le champ créé par la distribution est caractérisé par l'ensemble de ces moments multipolaires. Il suffit ensuite de poser:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot M_n \\ \text{et } \varphi_n'' &= \varphi_n \end{aligned} \quad (3.19)$$

Il faut remarquer que cette fois aucune hypothèse n'a été formulée concernant le milieu où circule le courant : il peut être inhomogène, perméable, non linéaire... L'unique contrainte réside dans le respect des symétries imposées initialement :

- invariance lors d'une translation quelconque parallèle à Oz
- symétrie paire par rapport à tout plan normal à Oz.

Bien entendu, si nous parlons de développement multipolaire dans un cadre aussi large, la relation (3.6) n'est en général plus utilisable pour évaluer les divers moments : un calcul correct de ceux-ci fera nécessairement intervenir les propriétés du milieu intérieur.

3.3.3 Régime variable

Tant que l'équation de Laplace reste applicable à l'extérieur de la distribution et qu'à chaque instant les symétries initiales sont assurées, les résultats précédents s'appliquent à la valeur instantanée du potentiel. Ainsi, le potentiel créé à chaque instant par le système de courants s'exprime en fonction des valeurs instantanées de ses divers moments :

$$A(\rho, \varphi, t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left[\ln \frac{1}{\rho} \cdot M_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\varphi - \varphi_n)}{\rho^n} \cdot M_n(t) \right] \quad (3.20)$$

Notons qu'en très haute fréquence ces hypothèses peuvent être prises en défaut. Par exemple, l'invariance par translation n'est pas assurée si la propagation longitudinale doit être prise en compte. De même, l'équation de Laplace devient inadéquate si ρ est du même ordre que la longueur d'onde à l'extérieur...

Enfin, lorsque le potentiel est monochromatique, les différents moments ne sont en général pas en phase : ils sont caractérisés par des arguments complexes distincts.

3.4 MOMENT DIPOLAIRE - POLARISABILITE D'UN FIL

3.4.1 Modèle analytique

Considérons un fil de section circulaire plongé dans un champ H_e uniforme, sinusoïdal et perpendiculaire à son axe (figure 3.3).

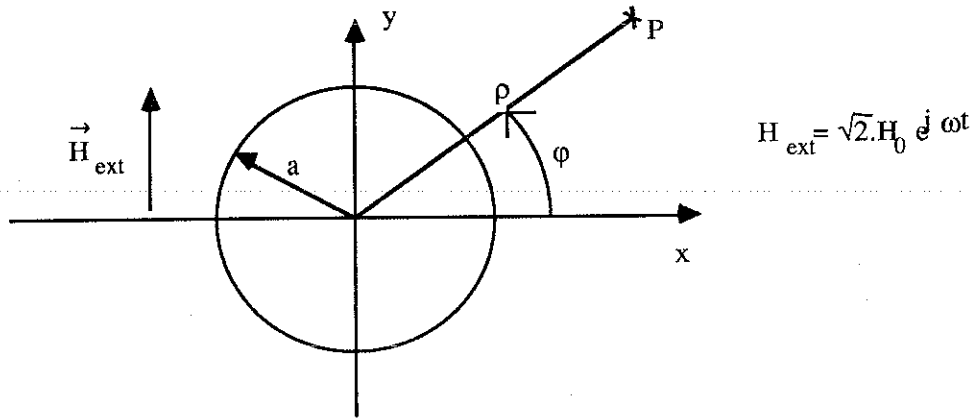


Figure 3.3 Fil rond plongeant dans un champ magnétique uniforme

Le champ H_{ext} étant variable, les courants de Foucault vont se développer à l'intérieur du fil afin de s'opposer à ce champ H_{ext} . Ainsi le fil va acquérir un moment dipolaire M_1 défini par

$$M_1 = \beta H_{ext} \quad \text{où } \beta \text{ est appelé polarisabilité du fil.}$$

Le fil n'étant pas alimenté par une source extérieure et le champ dans lequel il plonge étant uniforme, le développement multipolaire obtenu en première partie (3.5) se limite au terme dipolaire :

$$A(\rho, \varphi) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot M_1 \cdot \frac{\cos(\varphi - \varphi_1)}{\rho} \quad (3.21)$$

Où M_1 est le module du moment dipolaire et φ_1 son déphasage par rapport à H_{ext} .

$$M_1 = M_1 e^{j\varphi_1}$$

Un calcul simple (Annexe 3) [23], nous permet d'obtenir l'expression du moment dipolaire de ce fil :

$$\vec{M}_1 = -2\pi a^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{ka} \cdot \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)}\right) \cdot \vec{H}_{ext} \quad (3.22)$$

J_0 et J_1 sont respectivement les fonctions de Bessel complexes d'ordre 0 et 1. $k = (1 - j) / \delta$ où δ

est l'épaisseur de peau dans le cuivre.

Des approximations basse fréquence et haute fréquence des fonctions de Bessel sont obtenues grâce à un développement limité .

Ainsi, il vient

$$\text{en BF : } \beta = -2\pi a^2 \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot \left(\frac{a}{\delta} \right)^4 + j \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{a}{\delta} \right)^2 \right] \quad (3.23)$$

$$\text{en HF : } \beta = -2\pi a^2 \cdot \left(1 - \frac{\delta}{a} + j \frac{\delta}{a} \right) \quad (3.24)$$

Pour les fréquences intermédiaires (lorsque δ est du même ordre de grandeur que le rayon du fil), nous avons utilisé un développement en série [24].

$$J_n \left(x e^{j\frac{\pi}{4}} \right) = \text{Ber}_n(x) + j \cdot \text{Bei}_n(x) \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } \text{Ber}_n(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2k+n}}{k! \cdot \Gamma(n+k+1)} \cdot \cos \frac{(3n+2k)\pi}{4} \\ \text{Bei}_n(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2k+n}}{k! \cdot \Gamma(n+k+1)} \cdot \sin \frac{(3n+2k)\pi}{4} \end{aligned}$$

Les figures 3.4 et 3.5 représentent respectivement la polarisabilité ainsi que son déphasage (argument).

Il est à noter qu'à basse fréquence, la partie imaginaire est prépondérante alors qu'à haute fréquence, c'est la partie réelle qui devient très grande. Ce résultat est également visible sur la courbe de phase. A basse fréquence, le déphasage tend vers 90 deg alors qu'à haute fréquence , il tend vers 0 deg.

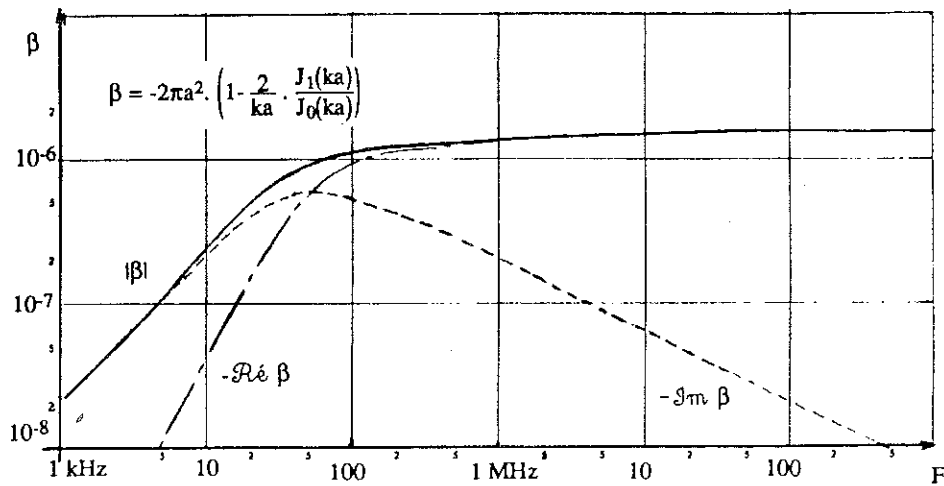


Figure 3.4 Polarisabilité β : module, partie réelle, partie imaginaire

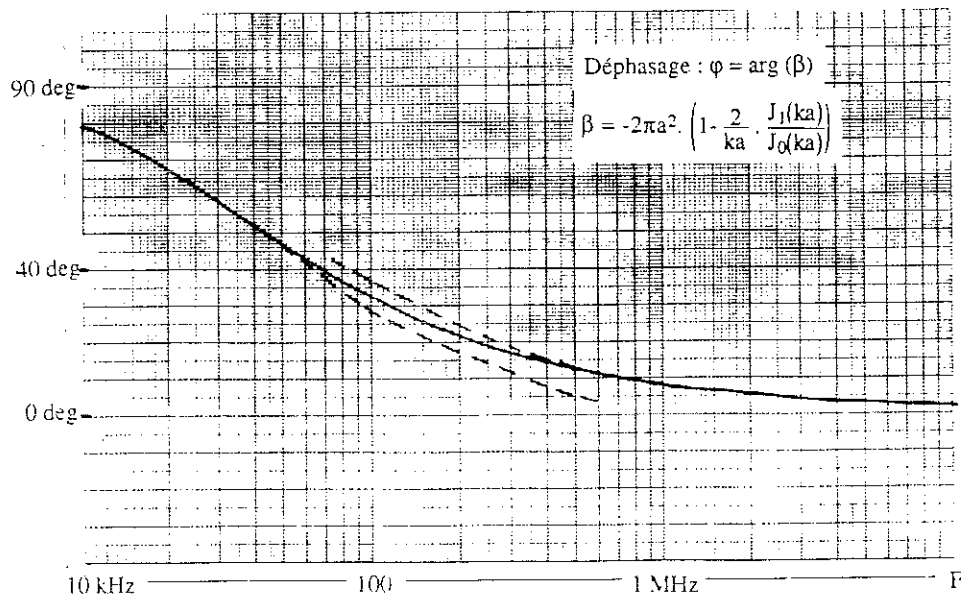


Figure 3.5 Argument de la polarisabilité

3.4.2 Signification physique en basse fréquence

En partant du développement multipolaire général (3.4) et en ne considérant que le terme dipolaire, nous obtenons le moment d'ordre 1 :

$$M_1 \cdot e^{j\varphi_1} = \sum_{\alpha} I_{\alpha} r_{\alpha} \cdot e^{j\theta_{\alpha}}$$

Nous supposons, à basse fréquence, le champ magnétique uniforme à l'intérieur du fil cylindrique conducteur. Ainsi, le potentiel vecteur A_z (dirigé suivant l'axe z), se déduit de :

$$\begin{aligned} \text{rot } A_z &= \frac{\partial A_z}{\partial x} = \mu_0 H_0 \quad \text{où } H_0 \text{ est le champ extérieur appliqué} \\ A_z &= -\mu_0 H_0 x \\ \text{Or, } E_z &= -\frac{\partial A_z}{\partial t} = j\omega\mu_0 H_0 x \\ J_z &= \sigma E_z = j\sigma\omega\mu_0 H_0 x \quad \text{où } J_z \text{ représente la densité de courant dans} \\ &\quad \text{le fil due aux courants induits} \\ \text{Ainsi, } M_1 \cdot e^{j\varphi_1} &= \iint_s J_z r \cdot e^{j\theta_\alpha} dS \end{aligned}$$

La composante réelle $M_1 \sin \varphi_1$ de M_1 est nulle car nous sommes partis de l'hypothèse d'un champ magnétique uniforme à l'intérieur du fil. La composante imaginaire $M_1 \cos \varphi_1$ est issue du calcul de l'intégrale double :

$$\begin{aligned} M_1 \cos \varphi_1 &= \iint_s j\sigma\omega\mu_0 H_0 x r \cos \theta dS \\ M_1 \cos \varphi_1 &= j\sigma\omega\mu_0 H_0 \iint_s x^2 dx dy \end{aligned} \quad (3.26)$$

$\iint x^2 dx dy$ représente le moment d'inertie du fil par rapport à l'axe y : J_{MY} [25].

Cette approximation permet de connaître pour un fil quelconque la puissance dissipée dans celui-ci à basse fréquence.

Pour un fil cylindrique, l'intégrale double se calcule aisément en passant en coordonnées polaires:

$$M_{1z} = j \cdot 2\pi a^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{a}{\delta}\right)^2 \cdot H_0 \quad (3.27)$$

3.4.3 Champ magnétique et potentiel vecteur à l'extérieur du fil

Connaissant le moment magnétique M_1 du fil, il est possible à partir de la relation (3.12) d'obtenir le potentiel vecteur à l'extérieur du fil :

$$\begin{aligned} A_z &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot M_1 \cdot \text{Re} \left(\frac{1}{x + jy} \right) \\ A_z(x,y) &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot M_1 \frac{2}{x^2 + y^2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Le champ magnétique B_1 créé par les courants de Foucault se développant dans le fil est donné

par : $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$.

B_1 aura deux composantes : B_x et B_y

$$\begin{aligned} B_{1x} &= \frac{\partial A_z}{\partial y} = \frac{-\mu_0}{2\pi} \cdot M_1 \cdot \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} \\ B_{1y} &= -\frac{\partial A_z}{\partial x} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot M_1 \cdot \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned} \quad (3.29)$$

En appliquant le théorème de superposition, nous obtenons le champ magnétique total à l'extérieur du fil :

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{ext}} + \vec{B}_1$$

Les figures 3.6 et 3.7 permettent de comparer le champ B obtenu d'une part par le calcul analytique ci-dessus et d'autre part par une simulation par éléments finis réalisée sur le logiciel Flux 2D. Ces courbes sont valables à toute fréquence, puisque seule l'amplitude du coefficient multiplicateur $K = \mu_0 M_1 / 2\pi$ va varier.

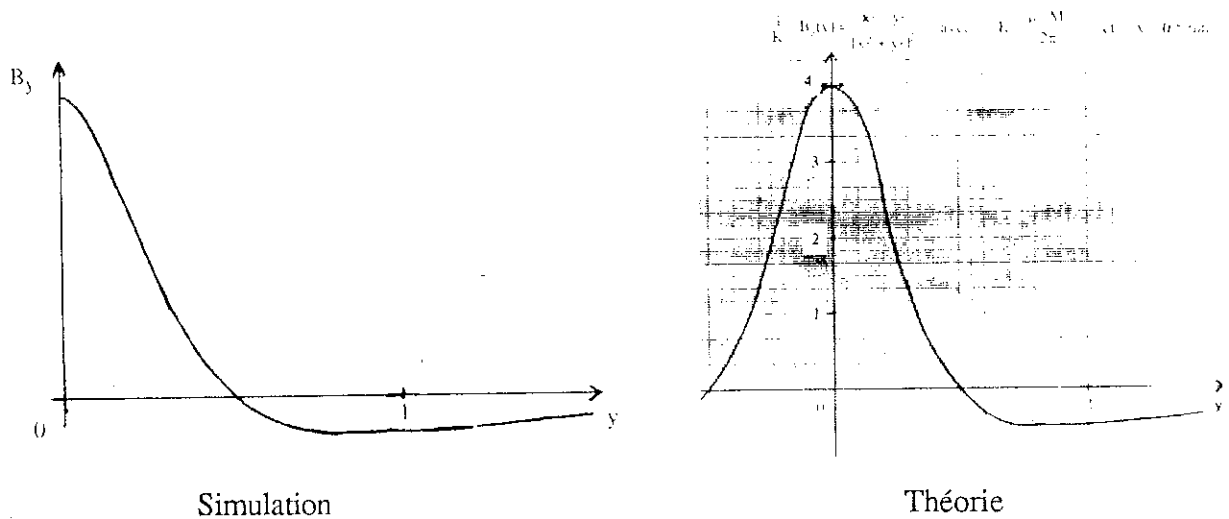


Figure 3.6 Composante tangentielle B_y

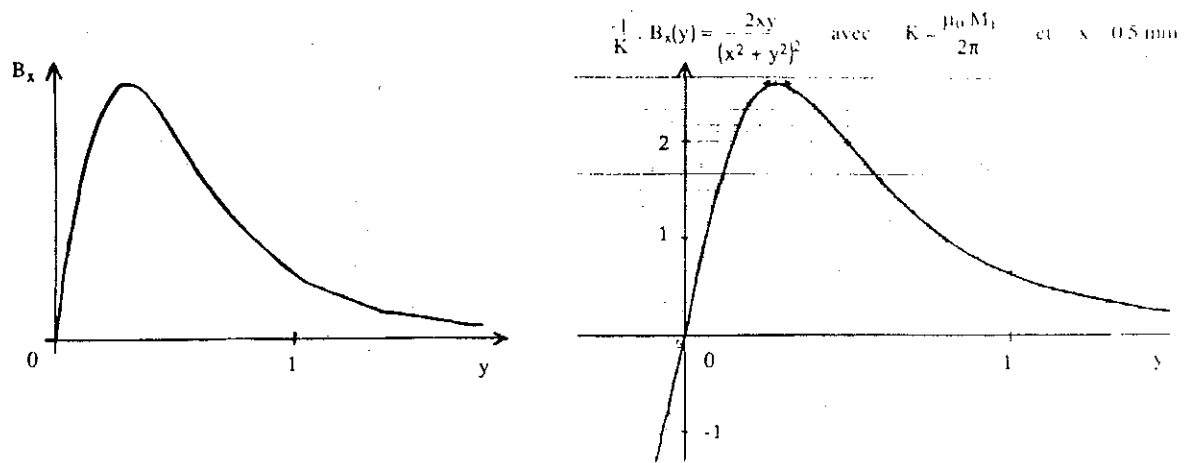


Figure 3.7 Composante normale B_x

Ces courbes ont été tracées pour une abscisse $x = 0,5 \text{ mm}$, c'est à dire au niveau de la limite entre le fil et l'air extérieur. Elles permettent de visualiser la déformation du champ B à proximité du fil. Une autre vérification consiste en une visualisation des lignes de flux en fonction de la fréquence. Celle-ci sera abordée dans le paragraphe concernant la modélisation par éléments finis d'un fil plongé dans un champ magnétique H uniforme.

3.5 LA NAPPE DE CONDUCTEURS

3.5.1 Description et symétries

Soit un conducteur rectiligne parallèle à Oz réunissant les symétries admises précédemment. Choisissons-lui une section telle que les plans xOz et yOz soient pour lui des plans de symétrie. Enfin reproduisons périodiquement ce conducteur en nous décalant d'un pas p dans le sens Oy : nous obtenons une nappe de conducteurs (fig. 3.8).

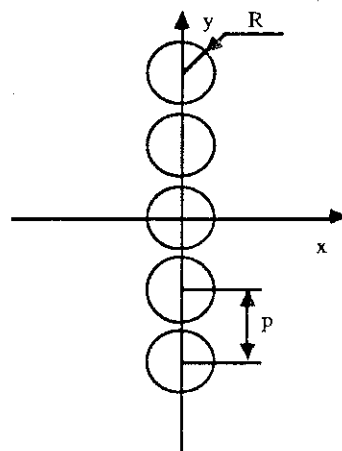


Figure 3.8 Nappe de conducteurs

Bien que la forme de chaque conducteur soit assez libre (cylindre, cylindre creux, carré, méplat,...) la nappe admet de nombreux plans de symétrie définis par $x = 0$ et $y = k.p/2$ (où k est un entier quelconque).

Dans les conducteurs la densité de courant parallèle à Oz n'est généralement pas uniforme. Nous supposons dans la suite que les causes d'apparitions de ces courants présentent toutes une symétrie paire par rapport aux plans $y = k.p/2$. Ainsi, dans le fil situé autour de l'origine, la densité est paire en y . Dans les autres fils elle est identique à une translation près.

3.5.2 Potentiel vecteur à l'extérieur des fils

Que la cause soit interne (passage de courant dans les fils) ou externe (champ magnétique extérieur variable) chaque conducteur est une source de champ que nous pouvons caractériser par ses moments. En outre, les symétries énoncées ci-dessus sont telles que tous les φ_n de l'expression (3.5) sont nuls.

Puisque la répartition du courant est identique dans tous les fils, le moment d'ordre n prend la même valeur pour tous. Nous pouvons donc rechercher le potentiel créé par l'ensemble des fils à l'extérieur d'eux-mêmes sous la forme d'une série dont chaque terme sera respectivement proportionnel à $M_0, M_1, M_2..$

$$A^N = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} M_n \cdot S_n \quad (3.30)$$

Nous affecterons désormais l'exposant N aux fonctions relatives à la nappe.

Recherchons d'abord le terme proportionnel à M_0 . L'expression (3.5) convient pour le fil centré sur Oz . En coordonnées cartésiennes elle s'écrit :

$$A_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\text{Ln} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right] \cdot M_0 \quad (3.31)$$

Tenant compte du décalage suivant y , nous en déduisons pour l'ensemble des fils :

$$A_0^N = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[\text{Ln} \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-lp)^2}} \right] \cdot M_0 \quad (3.32)$$

La somme S_0 peut être évaluée exactement (Annexe 4 (A.14)) [26] et nous obtenons :

$$A_0^N = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\text{Ln} \frac{1}{\sqrt{\text{ch } 2\pi \frac{x}{p} - \cos 2\pi \frac{y}{p}}} \right] \cdot M_0 \quad (3.33)$$

Pour les termes suivants, étant donné que $\varphi_n = 0$, il est commode d'utiliser l'écriture cartésienne (3.12). Le raisonnement ci-dessus conduit cette fois à :

$$A_n^N(x,y) = \frac{\mu_0}{2\pi} \text{Re} \left[\sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{[x - j.(y-lp)]^n} \right] \cdot M_n \quad (3.34)$$

Les expressions analytiques correspondant aux sommes S_n pour $n = 1$ à 3 sont données dans l'annexe 3 : (A.6, A.7, A.8).

Remarquons que ces potentiels ont vis à vis de x la même parité que n . Ainsi, si la cause des courants est paire vis à vis de x , le potentiel total ne comprendra que des termes pairs A_0^N , A_2^N ,... et inversement.

3.5.3 Lien avec l'équation de Laplace

Dans le vide, à proximité d'une nappe de conducteurs, l'équation de Laplace doit être satisfaite :

$$\frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{d^2 A}{dy^2} = 0 \quad (3.35)$$

Sa solution $A(x, y)$ doit présenter, suivant y , une période p : elle admet donc un développement en série de Fourier :

$$A = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x) \cdot \cos \left(2\pi n \frac{y}{p} \right) \quad (3.36)$$

Ce développement ne comprend que des fonctions paires en y puisque, par hypothèse, la densité de courant présente cette symétrie et que, nécessairement, A possède la même.

En rapportant (3.36) dans (3.35), il vient :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 a_0}{dx^2} &= 0 & \rightarrow a_0 &= \alpha_0 x + \beta_0 \\ \frac{d^2 a_n}{dx^2} - \left(\frac{2\pi n}{p} \right)^2 a_n &= 0 & \rightarrow a_n &= \alpha_n e^{2\pi n \frac{x}{p}} + \beta_n e^{-2\pi n \frac{x}{p}} \\ & & & \gamma_n \text{ch } 2\pi n \frac{x}{p} + \delta_n \text{sh } 2\pi n \frac{x}{p} \end{aligned}$$

La seconde écriture de $a_n(x)$ permet de séparer facilement les parties paire et impaire de ces fonctions.

Si nous nous plaçons à droite de la couche, en $x > 0$, les solutions proportionnelles à $e^{2\pi nx/p}$ conduisent à des inductions divergentes : elle ne peuvent être attribuées qu'à des sources extérieures à la nappe. Le potentiel créé par la nappe s'écrit :

$$A = \alpha_0 x + \beta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \cdot e^{-2\pi n \frac{x}{p}} \cdot \cos 2\pi n \frac{y}{p} \quad (3.37)$$

Nous allons voir que les coefficients de cette expression se déduisent simplement des moments M_n attribués à chaque conducteur.

Dans ce but nous commençons par décomposer le potentiel A_0^N (3.33) en posant :

$$u = e^{-2\pi \frac{x}{p}} \quad \text{et} \quad c = \cos 2\pi \frac{y}{p}$$

$$\begin{aligned} A_0^N &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot M_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{Ln} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{u} + u \right) - c \right] \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot M_0 \left[\frac{1}{2} \text{Ln} 2 + \frac{1}{2} \text{Ln} u - \frac{1}{2} \text{Ln} (1 - 2cu + u^2) \right] \end{aligned} \quad (3.38)$$

suivant (3.3), le dernier terme du crochet s'écrit :

$$\text{Ln} (1 - 2cu + u^2) = -2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{T_l(c)}{l} \cdot u^l \quad (3.39)$$

$$\text{soit : } -\frac{1}{2} \text{Ln} (1 - 2cu + u^2) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l} \cos 2\pi l \frac{y}{p} \cdot e^{-2\pi l \frac{x}{p}}$$

Nous en déduisons que, dans l'expression (3.30), S_0 se décompose comme suit :

$$S_0 = -\pi \frac{x}{p} + \frac{1}{2} \text{Ln} 2 + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l} \cos 2\pi l \frac{y}{p} \cdot e^{-2\pi l \frac{x}{p}} \quad (3.40)$$

D'autre part des relations de récurrence (annexe 4) permettent de déduire les autres sommes S_n d'une dérivation suivant x :

$$S_1 = \frac{\partial S_0}{\partial x} \quad \text{et} \quad S_{n+1} = -\frac{1}{n} \cdot \frac{\partial S_n}{\partial x} \quad \text{pour } n \geq 1$$

Regroupant ces résultats, il vient :

$$A^N = \frac{-\mu_0}{2p} M_0 x + \frac{\mu_0}{4\pi} M_0 \ln 2 + \frac{\mu_0}{2p} M_1 + \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l} \left[M_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} \cdot \left(\frac{2\pi l}{p} \right)^n \cdot M_n \right] \cdot e^{-2\pi l \frac{x}{p}} \cdot \cos 2\pi l \frac{y}{p} \quad (3.41)$$

Cette expression présente l'allure souhaitée (3.37). Cette forme est très commode pour les calculs de puissance développés ci-dessous

3.6 PUISSANCE COMPLEXE EN REGIME SINUSOIDAL

Nous nous proposons maintenant d'évaluer les puissances (active et réactive) qui traversent une surface cylindrique de rayon p entourant la distribution de courants. Comme cela est justifié dans l'annexe 4, nous exploiterons pour ce calcul le vecteur de Poynting complexe et compte tenu de la géométrie du système nous évaluerons la puissance P pénétrant dans un cylindre de longueur unité.

Le champ électrique à prendre en considération pour ce calcul comprend le champ électromoteur plus, éventuellement, une contribution électrostatique compatible avec les symétries imposées au système. Ce champ électrostatique, que nous noterons E_0 , est nécessairement uniforme et parallèle à Oz . En effet, pour que tout plan normal à Oz soit un plan de symétrie paire, E_0 doit être parallèle à Oz et pour assurer l'invariance lors d'une translation parallèle à Oz , il ne doit pas dépendre de z . Seul un champ uniforme réunit ces propriétés.

Le potentiel global près du système s'écrit (cf 3.17, 3.18, 3.19) :

$$\bar{A} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \bar{M}_0 \cdot \ln \frac{1}{\rho} + \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \bar{M}_n \cdot \frac{\cos(n\varphi - \varphi_n)}{\rho^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{b}_n \cdot \rho^n \cdot \cos(n\varphi - \varphi'_n) \quad (3.42)$$

Nous en déduisons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{E}_z = -j\omega \bar{A} + \bar{E}_0 \\ \bar{H}_\varphi^* = \frac{1}{\mu_0} \cdot \bar{B}_\varphi^* = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial \bar{A}^*}{\partial \rho} \end{array} \right. \quad (\text{puisque } A \text{ est } // \text{ } Oz) \quad (3.43)$$

Seule la composante radiale du vecteur de Poynting nous intéresse. Elle est donnée par :

$$(\overline{E} \wedge \overline{H}^*)_p = -\overline{E}_z \cdot \overline{H}_\varphi^* = -j \frac{\omega}{\mu_0} \cdot \overline{A} \cdot \frac{\partial \overline{A}^*}{\partial \rho} + \frac{\overline{E}_0}{\mu_0} \cdot \frac{\partial \overline{A}^*}{\partial \rho} \quad (3.44)$$

La puissance complexe recherchée s'évalue par :

$$\overline{P} = - \int_c (\overline{E} \wedge \overline{H}^*) \cdot \overrightarrow{dS} = j \frac{\omega}{\mu_0} \cdot \int_0^{2\pi} \overline{A} \cdot \frac{\partial \overline{A}^*}{\partial \rho} \cdot \rho \cdot d\varphi - \frac{\overline{E}_0}{\mu_0} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{\partial \overline{A}^*}{\partial \rho} \cdot \rho \cdot d\varphi \quad (3.45)$$

Lors de ce calcul sans difficulté, de nombreux termes disparaissent par suite de l'orthogonalité des sinusoïdes employées. Nous obtenons ainsi :

$$\begin{aligned} \overline{P} &= E_0 \cdot M_0^* + \omega \sum_{n=1}^{\infty} \text{Im}[b_n \cdot M_n^*] \cdot \cos(\varphi_n - \varphi_n') \\ &+ 2j\omega \left[\frac{\pi}{2\mu_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} b_n \cdot b_n^* \cdot \rho^{2n} - \frac{\mu_0}{8\pi} \left(2M_0 \cdot M_0^* \cdot \text{Ln} \frac{1}{\rho} + \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{M_n \cdot M_n^*}{\rho^{2n}} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.46)$$

Afin de donner à ce résultat une forme plus simple, nous posons :

$$H_n = \frac{b_n}{\mu_0} \quad \text{et} \quad \psi_n' = \varphi_n' - \frac{\pi}{2}$$

Ces deux quantités sont ensuite considérées respectivement comme le module et la direction d'un vecteur H_n étroitement lié à l'excitation créée par les sources extérieures. Celle-ci s'écrit en effet :

$$H_\rho = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial A}{\partial \varphi} = \sum_{n=1}^{\infty} H_n \cdot \rho^{n-1} \cdot \cos(n\varphi - \psi_n') \quad (3.47)$$

$$H_\varphi = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{-\partial A}{\partial \rho} = - \sum_{n=1}^{\infty} H_n \cdot \rho^{n-1} \cdot \sin(n\varphi - \psi_n')$$

Nous constatons en particulier que si cette excitation H_0 est uniforme, seule H_1 est différent de 0 et vaut H_0 .

Grâce à cette notation, à la définition de M_n et en appelant I le courant total traversant l'ensemble des conducteurs, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \bar{P} = \bar{E}_0 \cdot \bar{I}^* + \omega \sum_{n=1}^{\infty} \text{Im} [\bar{B}_n \cdot \bar{M}_n^*] \\ + 2j\omega \left[\pi \frac{\mu_0}{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \bar{H}_n \cdot \bar{H}_n^* \cdot \rho^{2n} - \frac{\mu_0}{8\pi} \left(2\bar{M}_0 \cdot \bar{M}_0^* \cdot \text{Ln} \frac{1}{\rho} + \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{\bar{M}_n \cdot \bar{M}_n^*}{\rho^{2n}} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.48)$$

Le premier terme est complexe : c'est la puissance fournie par la source de champ électrostatique.

Le second terme est réel. Il correspond à une puissance active dissipée à l'intérieur du cylindre et donc obligatoirement dans la distribution de courants. Nous voyons que cette quantité ne dépend pas de ρ . En outre, lorsque le champ extérieur est uniforme, seul $H_1 \neq 0$. Nous retrouvons alors une relation bien connue [27].

Le troisième terme est imaginaire. Il correspond à une pénétration réversible d'énergie dans le cylindre et pas uniquement dans la distribution de courant. La première contribution est positive et croît avec ρ : c'est la puissance fournie par les sources extérieures. Les autres contributions sont négatives et décroissant avec ρ : il s'agit cette fois de la puissance émise par la distribution de courants.

La partie imaginaire de la puissance complexe prise dans son ensemble est égale à la puissance réactive fournie au cylindre de rayon ρ .

3.7 PUISSANCE COMPLEXE DANS UN FIL

La relation (3.48) précédente nous donne l'expression générale de la puissance complexe. Dans notre cas, le fil n'est pas alimenté par une source extérieure, donc le premier terme $E_0 I^*$ est nul. En simplifiant également les sommations, car seul le moment dipolaire est non nul pour le fil cylindrique, nous obtenons.

$$\bar{P} = \frac{\omega}{2} \cdot \text{Im} [\vec{B}_0 \cdot \vec{M}_1^*] + j \cdot \frac{\omega}{2} \left(\frac{\pi}{\mu_0} \cdot \vec{B}_0 \cdot \vec{B}_0^* \cdot \rho^2 - \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{M}_1 \cdot \vec{M}_1^*}{\rho^2} \right) \quad (3.49)$$

Le premier terme correspond à la puissance active dissipée dans le fil par les courants de Foucault qui s'y sont créés. Le second terme est imaginaire, il correspond à la puissance réactive échangée dans le cercle de rayon ρ .

Cette expression de la puissance n'est valable que pour un rayon ρ supérieur au rayon du cercle a .

3.7.1 Puissance active

$$P_a = \frac{\omega}{2} \text{Im} [\vec{B}_0 \vec{M}_1^*]$$

A partir de l'expression (3.22) du moment magnétique, nous obtenons la valeur analytique de la puissance dissipée dans le fil :

$$P_a = \frac{\omega}{2} \cdot \mu_0 \cdot H_0^2 \cdot (-2\pi a^2) \cdot \text{Im} \left(1 - \frac{2}{ka} \cdot \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} \right)^* \quad (3.50)$$

En utilisant les approximations basse fréquence et haute fréquence (3.23), (3.24) de la polarisabilité β , nous arrivons aux formules suivantes :

$$\begin{aligned} \text{en BF : } P_a &= \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot \mu_0^2 \cdot \pi \cdot a^4 \cdot H_0^2 \cdot \omega^2 \\ \text{en HF : } P_a &= \pi \cdot a \cdot H_0^2 \cdot \sqrt{\frac{2\mu_0}{\sigma}} \cdot \sqrt{\omega} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Pour évaluer la puissance dissipée aux fréquences intermédiaires, nous utilisons le développement en série (3.25) des fonctions de Bessel.

La figure 3.9 fait apparaître la variation de la puissance active en fonction de la fréquence. Nous observons qu'à basse fréquence, P_a varie comme ω^2 , alors qu'à haute fréquence, P_a est proportionnelle à $\sqrt{\omega}$.

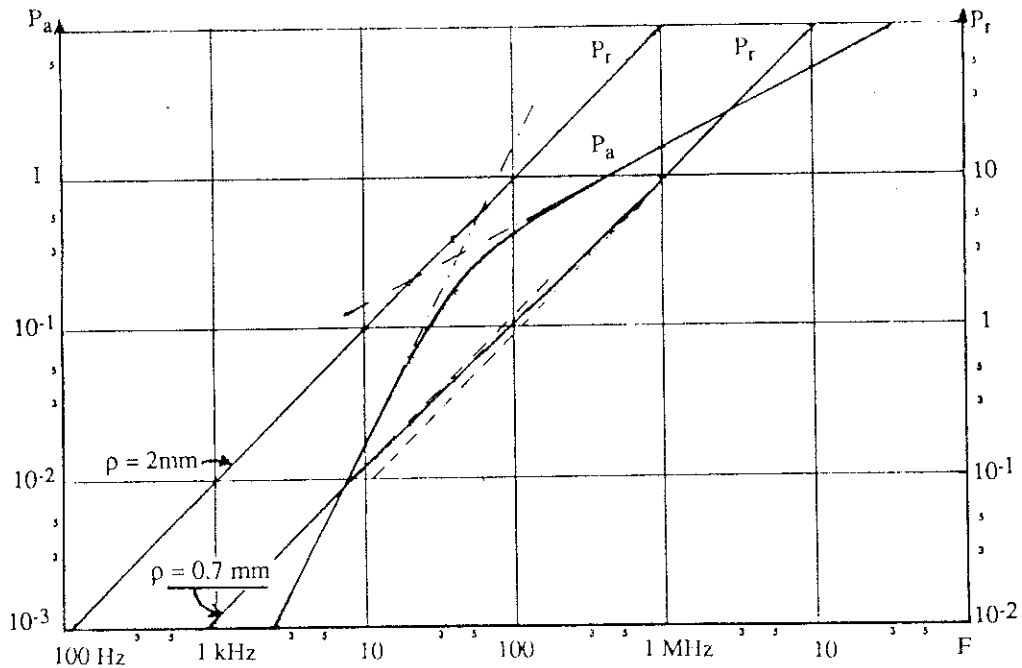


Figure 3.9 Puissance active (P_a) et réactive (P_r) échangée dans le fil

A partir de cette puissance dissipée, il est possible de définir une résistance apparente du fil :

$$P_a = R_{app} \cdot I_{eff}^2 \quad \text{où } I_{eff} \text{ est le courant qui crée le champ } H_0$$

$$R_{app} = P_a / I_{eff}^2$$

3.7.2 Puissance réactive

Pour évaluer la puissance réactive échangée par le système, nous devons considérer une région entourant le fil étudié. La relation (3.49) permet de connaître cette puissance pour une surface cylindrique de rayon ρ .

$$P_r = j \cdot \frac{\omega}{2} \left(\frac{\pi}{\mu_0} \cdot B_0^2 \cdot \rho^2 - \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{M_1^2}{\rho^2} \right) \quad (3.52)$$

Cette puissance réactive échangée se compose de deux termes. Le premier positif, proportionnel à la surface du cercle, correspond à la puissance apportée par le champ extérieur B_0 . Le second terme, négatif et proportionnel à $1/\rho^2$, tient compte de la puissance émise par le dipôle et sortant du système. C'est la contre réaction due aux courants induits dans le fil.

La figure 3.9 nous montre les variations de P_r en fonction de la fréquence et pour différents rayons du cercle considéré autour du fil.

L'approximation très haute fréquence du moment magnétique permet de trouver la puissance réactive échangée par le fil :

$$P_{r1} = j \frac{\omega}{2} \cdot \frac{\pi}{\mu_0} \cdot B_0^2 \cdot \frac{a^4}{\rho^2} \quad (3.53)$$

Nous remarquons que si le rayon du cercle est égal à a , alors la puissance réactive est exactement égale à celle apportée par le champ extérieur. Aussi, il n'y a plus de puissance réactive échangée dans le fil. Cette remarque a déjà été montrée expérimentalement dans la partie concernant la variation d'inductance de fuite d'un transformateur dans lequel il règne des courants de Foucault. En effet, en haute fréquence les courants de Foucault se développant dans le fil font un écran total à la puissance réactive apportée par le champ extérieur. Celle-ci est réfléchi entièrement à la surface du fil.

3.8 MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS

3.8.1 Le fil seul

A l'aide du logiciel Flux 2D [8], nous avons simulé l'apparition des courants de Foucault dans un fil cylindrique de rayon a , plongé dans un champ magnétique B uniforme sinusoïdal.

Vu les symétries du système, nous ne prenons en compte que le quart du fil plongé dans le champ. La figure 3.10 montre le système introduit dans le logiciel de simulation avec les conditions aux limites.

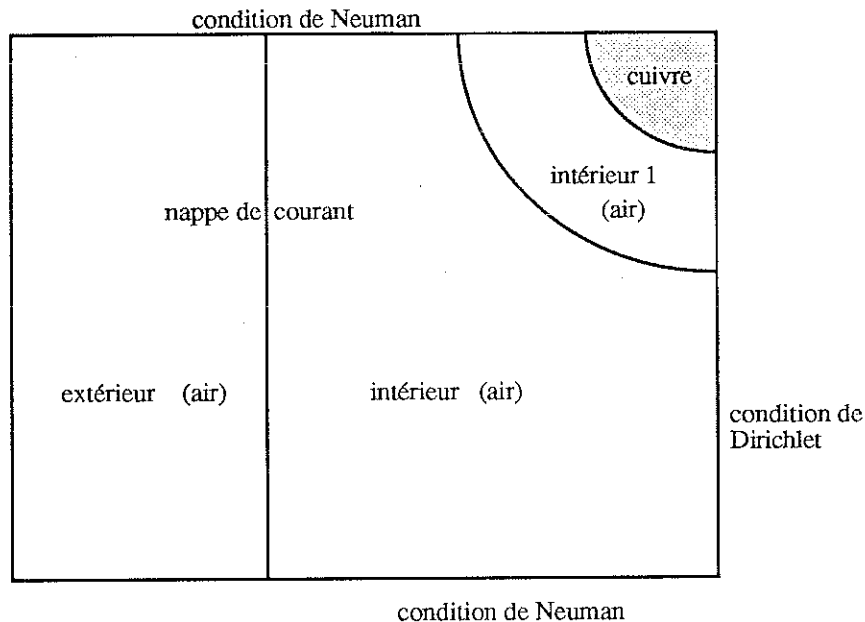


Figure 3.10 Géométrie et conditions aux limites introduites dans FLUX2D

Le champ magnétique B_0 est créé par une nappe de courant uniforme. Celle-ci est située loin du fil, afin de ne pas influencer la modification des lignes de champ due à la présence des courants de Foucault dans le fil. Pour la même raison, la limite inférieure a également été éloignée de ce fil.

L'épaisseur de peau étant très faible pour des fréquences au delà de 1 MHz ($\delta < 50 \mu\text{m}$), la résolution numérique, pour être valable, nécessite un maillage très fin. Nous nous sommes ainsi limités à une fréquence de 1 MHz afin de ne pas introduire des erreurs de calcul dues à la précision de la résolution.

Plusieurs résolutions ont été effectuées à différentes fréquences. Nous avons relevé pour chacune d'elles les puissances actives et réactives contenues successivement dans le fil et dans la région d'air cylindrique (intérieur 1). Après avoir ramené ces puissances au système réel (fil cylindrique), nous les avons comparées aux calculs analytiques (3.50) et (3.52). La précision obtenue est meilleure que 1 ‰.

3.8.2 La nappe de fil

Une seconde vérification a permis de valider l'approximation dipolaire pour une nappe de fils cylindriques. Chaque fil voit en son centre le champ H_0 extérieur auquel il faut ajouter la contribution des autres fils. Le schéma bloc figure 3.11 représente cette situation :

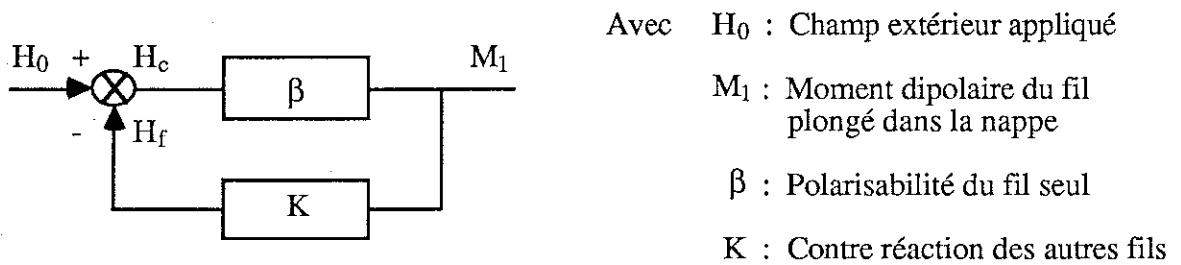


Figure 3.11 Contre réaction pour une nappe de fils

A partir des formules (3.29), nous pouvons écrire le champ magnétique au centre du fil B_c en tenant compte de cette contre réaction (3.54).

$$B_c = B_0 + B_b \quad (3.54)$$

$$\text{où } B_f = -\frac{\mu_0}{2\pi} M_1 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(np)^2} \quad (\text{p est le pas entre deux fils})$$

$$B_f = -\frac{\mu_0}{2\pi} M_1 \cdot \frac{\pi^2}{3} \frac{1}{p^2} \quad (3.55)$$

B_f représente le champ créé par les autres fils au centre de celui considéré.

$$\text{Or } B_c = \frac{\mu_0 M_1}{\beta} \quad (3.56)$$

Regroupant (3.54), (3.55) et (3.56), il vient

$$M_1 = \frac{1}{\frac{1}{\beta} + \frac{\pi}{6} \frac{1}{p^2}} H_0 \quad (3.57)$$

$$\beta' = \frac{1}{\frac{1}{\beta} + \frac{\pi}{6} \frac{1}{p^2}}$$

β' représente la polarisabilité du fil au milieu de la nappe.

Le potentiel vecteur à l'extérieur de la nappe de fil se calcule aisément en ne gardant en première approximation que le moment dipolaire M_1 .

$$A(x,y) = \frac{\mu_0}{2\pi} M_1 \frac{\pi}{p} \frac{\text{sh } 2\pi \frac{x}{p}}{\text{ch } 2\pi \frac{x}{p} - \cos 2\pi \frac{y}{p}} \quad (3.58)$$

La simulation par éléments finis de cette nappe de fil a été comparée avec celle obtenue par un ensemble de dipôles magnétiques espacés de p représentant chacun une ligne bifilaire. Le courant I a été choisi de manière à avoir $I \cdot l = M_1$.

L'écartement l de chaque dipôle a été choisi très faible afin de rester dans l'approximation dipolaire.

Les figures 3.12 et 3.13 représentent les déformations respectives des lignes de flux à l'extérieur d'un fil de la nappe et la composante tangentielle du champ B_y le long de cette nappe.

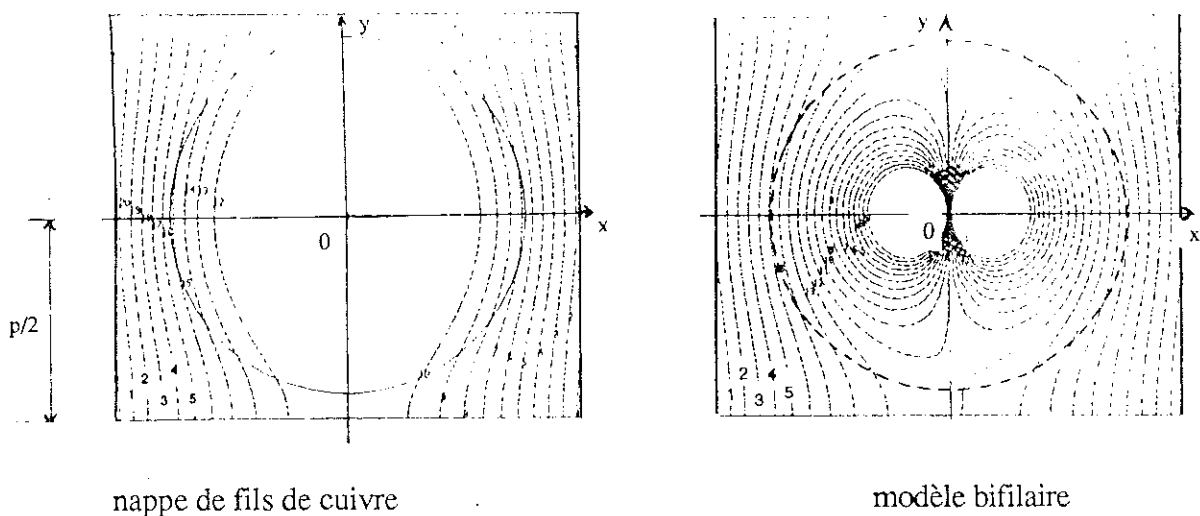


Figure 3.12 Lignes de flux à 100 kHz

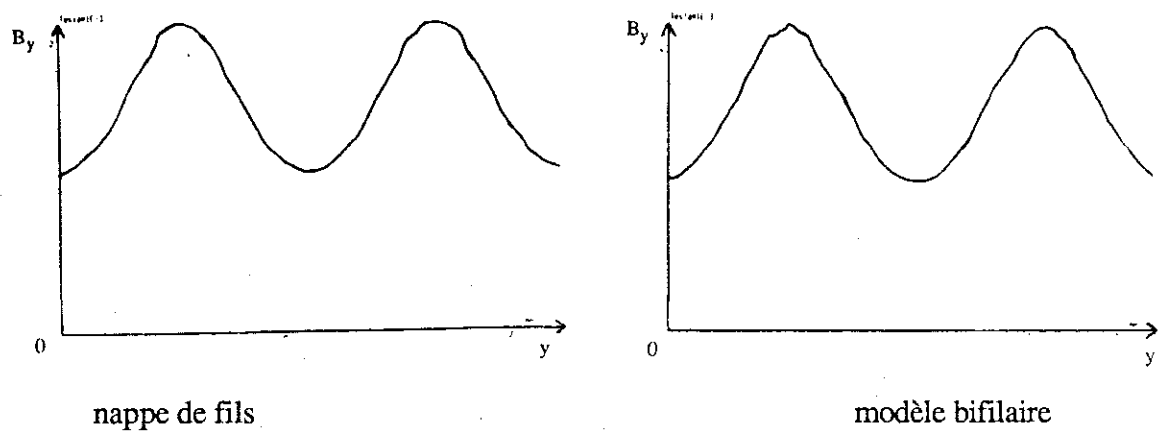


Figure 3.13 Composante tangentielle du champ le long de la couche

L'accord est très bon entre le modèle réel et l'approximation dipolaire. Enfin, en utilisant la formule (3.48), une première approximation de la puissance complexe peut être évaluée. Elle permettra de tenir alors compte des effets de proximité des fils, ainsi que de la forme géométrique de chaque fil. Il suffit pour cela de connaître les moments multipolaires associés à la couche.

3.9 CONCLUSION

La généralisation du développement multipolaire à des systèmes semi-infinis est la base de toute la théorie développée ci-dessus. Il est d'abord appliqué à un fil seul, puis à une nappe de fil simulant une couche d'un transformateur [28].

Une formule analytique, même simplifiée, permet de comprendre rapidement l'évolution de la grandeur étudiée en fonction d'un paramètre précis. Le calcul de la puissance complexe tient compte de toutes les contraintes physiques : géométrie des fils, effets de proximité ... Une approximation a permis de se limiter dans un premier temps au moment dipolaire du fil au sein d'une couche. Les résultats analytiques ont été comparés avec ceux résultant d'une simulation par éléments finis. L'accord est très bon à toute fréquence.

Enfin, il est possible de calculer les réactances et résistances dans tout système semi infini en s'aidant du lien établi entre la puissance complexe et le vecteur de Poynting.

CHAPITRE IV

CHAPITRE IV

ELECTROSTATIQUE DES ENROULEMENTS

4.1 CONSIDERATIONS GENERALES

Dans les chapitres précédents, les composants magnétiques ont été étudiés sous leur forme inductive. Deux points furent plus particulièrement développés, l'inductance de fuite et les pertes par courant de Foucault dans les bobinages. Cependant, les courbes d'impédance à vide montrent clairement qu'à partir de la résonance parallèle du composant magnétique, celui-ci a un comportement capacitif : la décroissance du module de l'impédance se fait en $1/\omega$ [29]. Vient alors le problème d'identifier cette capacité à un élément physique susceptible d'être prédéterminé à l'avance par des considérations théoriques.

La démarche habituelle consiste à prendre en compte deux phénomènes capacitifs, distincts entre eux tant par leur manifestation physique que par leur valeur algébrique. Le premier concerne les capacités interspires. C'est un phénomène de constantes réparties tout au long du bobinage. Il peut se représenter en première approche par un ensemble de capacités de faible valeur mises en série (pour simuler chaque spire) puis en parallèle aux bornes de l'inductance magnétisante. Du fait de cette représentation, ce phénomène peut être négligé devant le second (dans le cas où le composant magnétique comporte au moins deux couches) qui est l'effet capacitif entre couches. Il est responsable du couplage capacitif entre les différents enroulements d'un transformateur, et donc à une dérivation des courants haute fréquence par le biais de cette capacité [30]. Ces éléments parasites sont le siège de perturbations souvent difficiles à maîtriser dans les convertisseurs. Ce sera l'objet d'étude du chapitre suivant qui analyse le comportement global des éléments bobinés au sein d'un montage d'électronique de puissance.

Par rapport au problème magnétodynamique d'un transformateur à deux enroulements, nous avons cette fois trois grandeurs indépendantes caractérisant entièrement le système à deux couches qui sont : la tension aux bornes du premier enroulement, la tension aux bornes du second et la tension entre les couches. Pour un système à n enroulements, il y a $(2n-1)$ potentiels indépendants. La caractérisation expérimentale de ce phénomène sera complète par un nombre de mesures $n(2n-1)$ indépendantes. Sa représentation multiplolaire sera possible à partir de la matrice impédance. Elle fera intervenir un nombre identique de capacités, c'est-à-dire $n(2n-1)$.

Dans ce chapitre, nous nous contenterons d'analyser théoriquement le couplage capacitif de deux

couches et d'en déduire un schéma équivalent [31]. A partir de ce schéma, un ensemble de modes de bobinages et de connexions est étudié. La capacité déduite théoriquement est ensuite comparée à celle simulée sur le logiciel FLUX2D et à celle relevée expérimentalement.

4.2 ELECTROSTATIQUE DE DEUX COUCHES

4.2.1 Forme quadratique - Symétries

Nous étudions dans un premier temps un système qui présente trois tensions indépendantes V_1, V_2 et V_3 . L'énergie électrostatique emmagasinée par ce système se met sous une forme quadratique :

$$W = aV_1^2 + bV_2^2 + cV_3^2 + dV_1V_2 + eV_1V_3 + fV_2V_3 \quad (4.1)$$

A partir d'un raisonnement analogue à celui utilisé pour retrouver le schéma de trois enroulements couplés magnétiquement, nous obtenons un schéma équivalent au système qui fait intervenir six capacités différentes (figure 4.1), définissant trois tensions indépendantes.

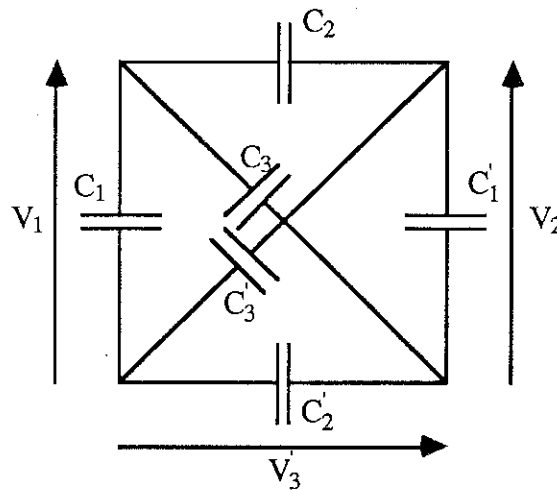


Figure 4.1 Schéma équivalent

Le système physique présente nécessairement des symétries. La prise en compte de celles-ci réduit le nombre de capacités différentes.

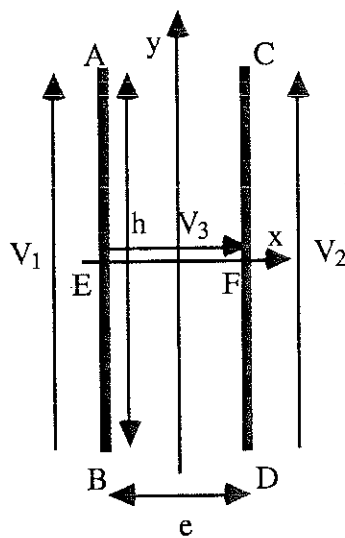
Chaque couche est alimentée respectivement par une tension V_1 et V_2 . V_3 est la tension qui existe entre les couches. Le système étant passif, le fait d'inverser les tensions d'alimentation entre les couches 1 et 2 ne modifie en rien la valeur de l'énergie électrostatique emmagasinée. Il y a symétrie vis à vis des entrées V_1 et V_2 . Ceci permet de montrer que $C_1 = C'_1$.

Le changement de signe des tensions V_1 et V_2 ne modifie également pas le système. Ceci traduit la symétrie physique des couches par rapport à un axe horizontal. L'écriture de l'énergie électrostatique dans les deux cas permet d'identifier C_2 , C'_2 et C_3 , C'_3 .

Pour la suite de l'étude, tous les systèmes physiques rencontrés présentent ces symétries. Nous rechercherons pour chacun d'eux un schéma simplifié à six capacités dont trois sont distinctes.

4.2.2 Calcul du potentiel entre deux couches

Afin d'aborder de manière théorique le problème de la répartition du potentiel entre deux enroulements concentriques, nous simplifions notre système à l'étude d'un système plan à deux dimensions. Chaque enroulement est remplacé par une plaque de hauteur h , de longueur L (égale à la circonférence de la bobine), d'épaisseur nulle, et d'écartement par rapport à l'autre plaque e . Nous faisons également les hypothèses suivantes : le long de chaque enroulement le potentiel varie linéairement (les spires sont équidistantes et parfaitement couplées entre elles). Il en est de même pour le potentiel entre les enroulements. La figure 4.2 montre ce système à 2 dimensions.



$$V_1 = V_A - V_B : \text{Tension de la couche 1}$$

$$V_2 = V_C - V_D : \text{Tension de la couche 2}$$

$$V_3 = V_F - V_E : \text{Différence de tension entre les deux couches prise au centre du système}$$

Figure 4.2 Système à deux dimensions

La détermination du potentiel V à l'intérieur du parallélépipède délimité par les deux plaques s'obtient par la résolution de l'équation de Laplace $\Delta V=0$. La prise en compte de l'hypothèse de variation linéaire du potentiel sur les limites permet d'obtenir une solution générale pour V (4.2).

$$V = \alpha x + \beta y + \gamma xy \quad (4.2)$$

Les 3 constantes α , β et γ s'expriment en fonction des trois différences de potentiel V_1 , V_2 et V_3 définies à la figure 4.2.

Finalement, le potentiel s'écrit :

$$V = \frac{V_3}{e} x + \frac{V_1 + V_2}{2h} y + \frac{V_2 - V_1}{eh} xy \quad (4.3)$$

4.2.3 Energie électrostatique emmagasinée

Explicitons dans un premier temps les composantes E_x , E_y et E_z du champ électrique E à l'intérieur du système. Elles se déduisent du gradient de V grâce à la formule $E = -\text{grad}V$.

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{V_3}{e} - \frac{V_2 - V_1}{eh} y \\ E_y &= -\frac{V_1 + V_2}{2h} - \frac{V_2 - V_1}{eh} x \\ E_z &= 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

L'énergie électrostatique se calcule par :

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon_0 E^2 dv \quad (4.5)$$

Cette formule (4.5) nous donne la forme de l'énergie recherchée :

$$W = \frac{1}{2} \epsilon_0 L e h \left[\left(\frac{V_3}{e} \right)^2 + \left(\frac{V_1 + V_2}{2h} \right)^2 + \left(\frac{V_1 - V_2}{2h} \right)^2 \left(\frac{h^2}{12} + \frac{e^2}{12} \right) \right] \quad (4.6)$$

Cette énergie est conforme à la forme quadratique obtenue en (4.1). Nous pouvons cependant remarquer que seul le double produit $V_1 V_2$ est présent et que le coefficient de V_1^2 est le même que celui de V_2^2 . La symétrie du système vis-à-vis des deux entrées V_1 et V_2 traduit cette remarque.

4.3 EQUIVALENCE AVEC UN SCHEMA A 6 CAPACITES

4.3.1 Identification des capacités

La prise en compte des symétries abordées en 4.2.1 permet de rechercher une identification des trois capacités C_1 , C_2 et C_3 à partir du schéma simplifié 4.3.

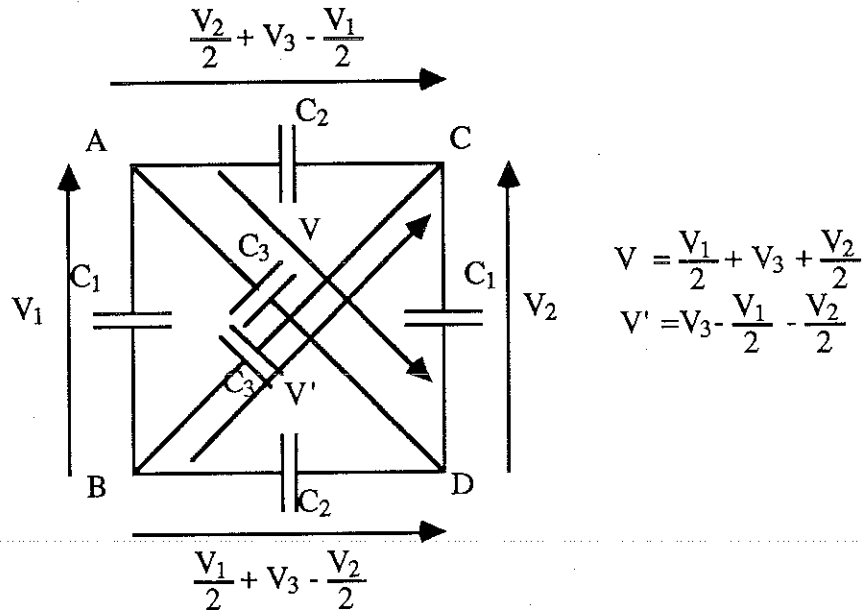


Figure 4.3 Schéma équivalent à deux plaques

Chaque capacité est soumise à une différence de potentiel V_i . L'énergie totale emmagasinée par les six capacités se met sous la forme :

$$W' = \frac{1}{2} \left(2V_3^2(C_2+C_3) + V_1^2 \left(C_1 + \frac{C_2+C_3}{2} \right) + V_2^2 \left(C_1 + \frac{C_2+C_3}{2} \right) + V_1 V_2 (C_3 - C_2) \right) \quad (4.7)$$

Quels que soient les potentiels V_1, V_2 et V_3 , cette énergie W' doit être égale à l'énergie W calculée en (4.6). Ceci permet d'obtenir 3 équations indépendantes pour C_1, C_2 et C_3 .

$$2(C_2+C_3) = C_0$$

$$C_1 + \frac{C_2+C_3}{2} = C_0 \frac{h^2+4e^2}{12h^2}$$

$$C_3 - C_2 = C_0 \frac{2e^2-h^2}{6h^2} \quad (4.8)$$

où $C_0 = \epsilon_0 Lh/e$: capacité de deux plaques parallèles de surface Lh et d'écartement e .

Après résolution de ces trois équations, nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} C_1 = -\frac{C_0}{6} \left(1 - 2 \frac{e^2}{h^2}\right) \\ C_2 = \frac{1}{3} C_0 \left(1 - \frac{e^2}{2h^2}\right) \\ C_3 = \frac{1}{6} C_0 \left(1 + \frac{e^2}{h^2}\right) \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

avec $C_0 = \epsilon_0 \frac{Lh}{e}$

4.3.2 Interprétation du schéma

Tout comme le schéma équivalent obtenu au Chapitre I qui rendait compte du couplage de 3 bobines par un schéma à 6 inductances, nous retrouvons ici un schéma équivalent purement mathématique. Ainsi, il n'est pas étonnant d'obtenir pour C_1 une valeur en général négative (lorsque $e \ll h$, ce qui est vérifié dans des bobinages). Cependant, des mesures physiques ne peuvent donner que des grandeurs positives pour les éléments capacitifs. Aussi, grâce à ce schéma, nous sommes en mesure de prédéterminer la capacité vue aux bornes d'un enroulement constitué de deux couches.

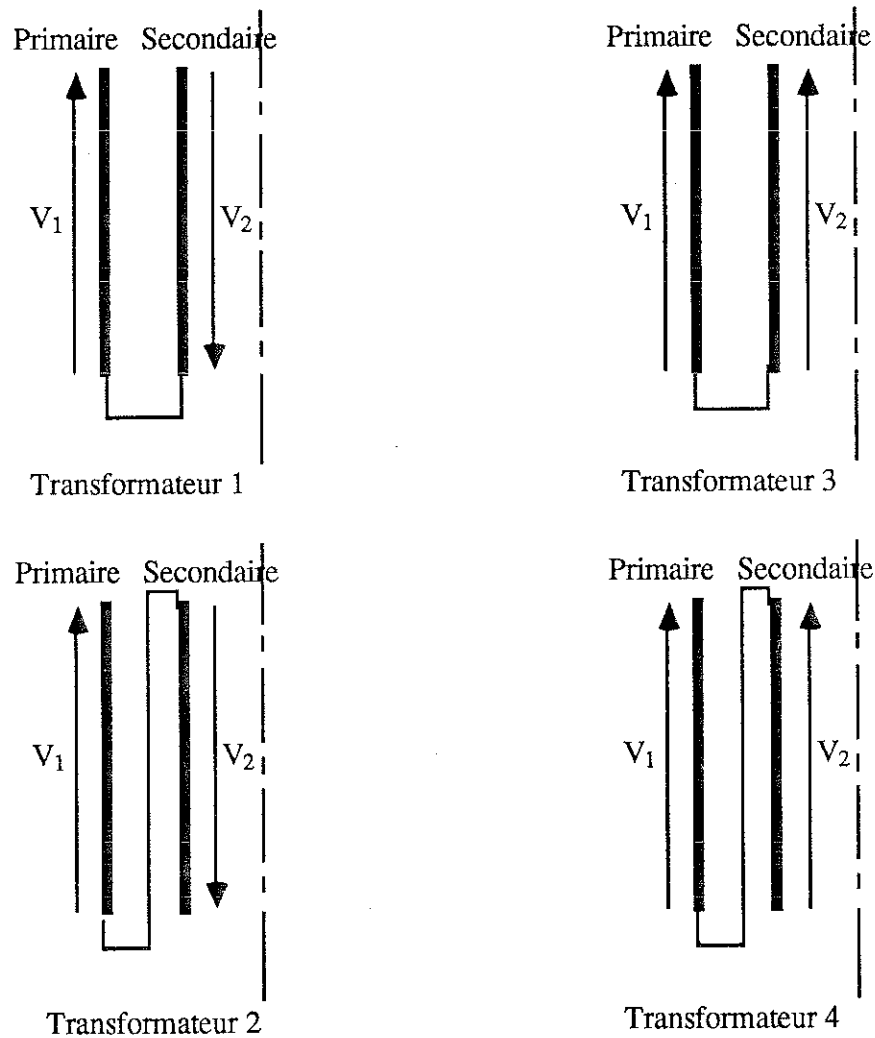
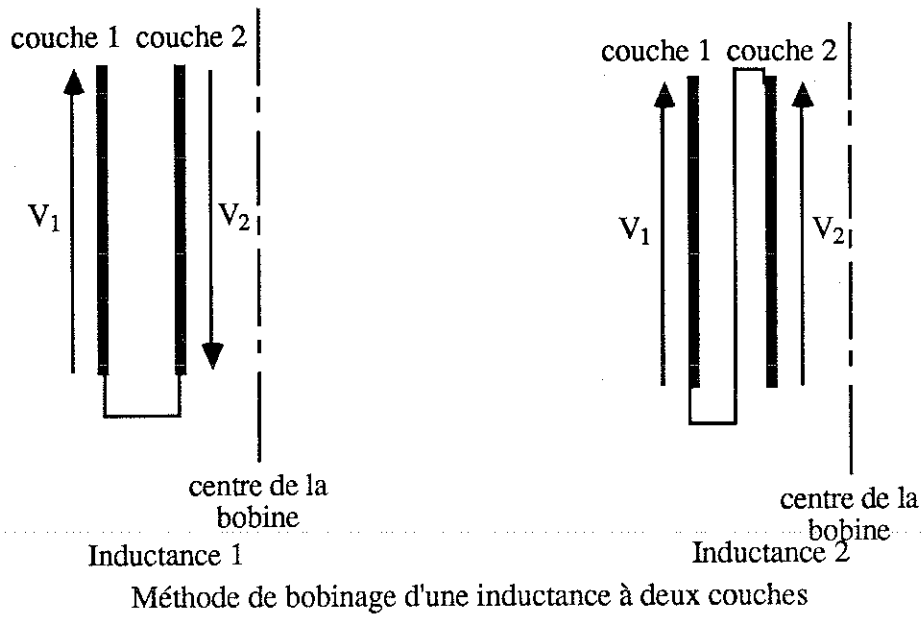
Ce schéma permet également d'étudier des enroulements à plusieurs couches. Il suffira, avec en première approximation que seules deux couches en regard ont un effet capacitif, de relier en série les différents schémas équivalents à 6 capacités correspondant respectivement à chaque espace séparé par deux couches. La capacité équivalente sera calculée entre les deux points extrêmes du bobinage.

4.4 ELECTROSTATIQUE DES COMPOSANTS BOBINES. CALCUL DE CAPACITES

4.4.1 Introduction : système à deux enroulements

Dans la suite de nos propos, nous nous sommes contentés d'étudier un système à deux enroulements. Il présente l'avantage de respecter les symétries suivant deux plans, l'un vertical et l'autre horizontal, et donc de se ramener à l'étude du système à deux dimensions décrit plus haut. Chaque spire d'une couche étant supposée parfaitement couplée avec sa voisine, la couche peut être modélisée par une plaque le long de laquelle le potentiel varie linéairement.

Ce système à deux enroulements permet d'étudier l'ensemble des cas de figure en ce qui concerne le mode de bobinage et les types de connexion entre couches. D'autre part, l'étude successive de ce système considéré d'abord comme une inductance à deux couches, puis comme un transformateur avec une couche primaire et une secondaire est abordée de manière simple. Deux



Méthode de bobinage et différentes connexions
d'un transformateur à deux couches

Figure 4.4 Ensemble de cas de figures possibles pour un système
constitué de deux couches

modes de bobinage sont possibles. Le premier suppose que les deux couches sont enroulées en sens inverse l'une de l'autre (bobinage 1) tandis que le second voit les deux couches bobinées dans le même sens (bobinage 2). Pour une inductance, le flux de chaque couche doit s'ajouter, aussi il n'existe qu'une seule connexion série possible entre ces couches. Par contre, pour un transformateur, nous pouvons imposer un potentiel de référence à l'extrémité d'une couche par rapport à l'autre. Donc deux cas de figure paraissent possibles. La figure 4.4 résume l'ensemble des six cas qui sont étudiés ci-dessous. Les deux couches sont modélisées par deux plaques parallèles, de hauteur h et distantes de e . Elles sont dessinées en deux dimensions et seule la partie gauche de la bobine est représentée. Les tensions sont choisies en valeur algébrique positives. Elles seront dans le même sens si les deux couches sont bobinées dans le même sens, et en sens opposé dans le second cas.

4.4.2 Equivalence de schémas

Nous partons de l'hypothèse que les deux couches sont parfaitement couplées entre elles afin d'étudier la répartition des capacités vues depuis deux bornes d'un enroulement. Aussi devons-nous ajouter au schéma constitué de six capacités un transformateur parfait reliant respectivement les entrées des couches 1 et 2 (figure 4.5).

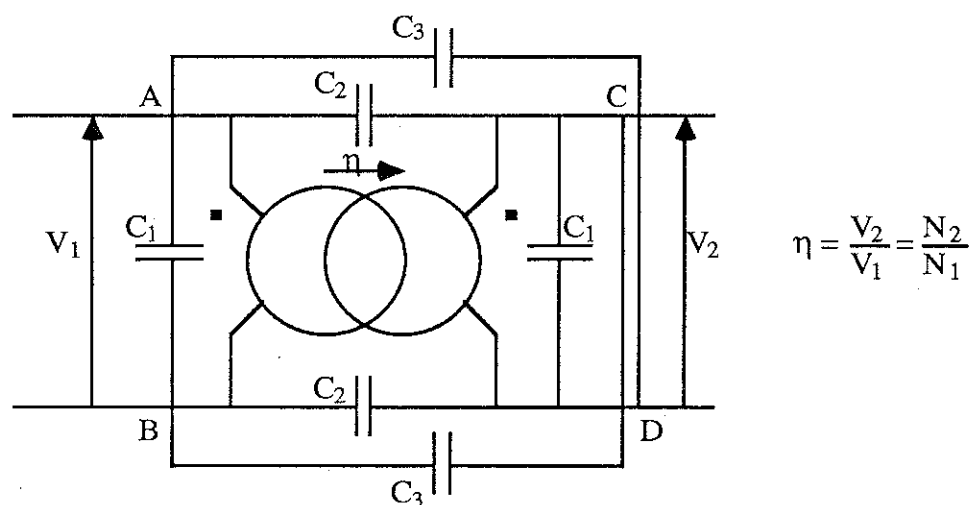


Figure 4.5 Schéma équivalent capacitif de deux couches bobinées dans le même sens

A noter que le fait d'enrouler la couche secondaire en sens opposé revient à inverser le sens de la tension V_2 , et donc à mettre le point sur le transformateur parfait du côté secondaire en bas, tout en conservant un rapport de transformation η positif.

L'étude des six cas précédents revient à relier un point du primaire à un du secondaire, et donc à court-circuiter une capacité. Aussi est-il intéressant de rechercher une équivalence entre les deux

schémas de la figure 4.6.

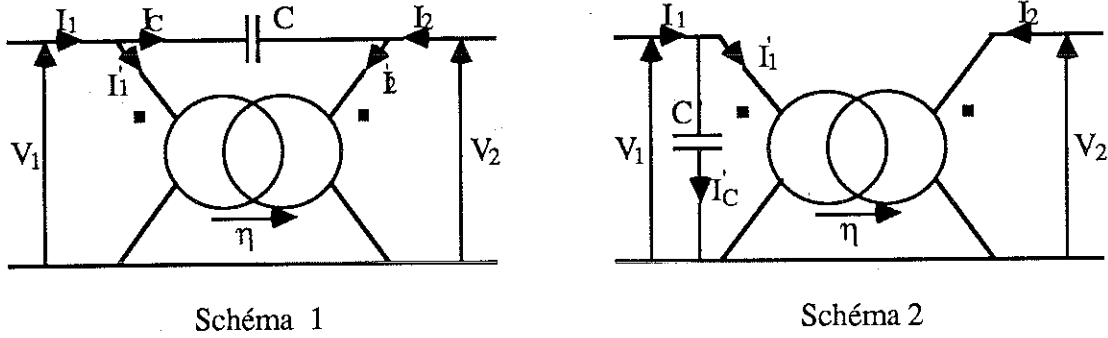


Figure 4.6 Equivalence entre schémas

L'écriture de la matrice impédance pour chaque schéma donne les relations (4.9) :

$$\begin{aligned}
 \text{Schéma 1} \quad & \begin{cases} V_1 = \frac{1}{jC\omega(1-\eta)^2} I_1 + \frac{\eta}{jC\omega(1-\eta)^2} I_2 \\ V_2 = \frac{\eta}{jC\omega(1-\eta)^2} I_1 + \frac{\eta^2}{jC\omega(1-\eta)^2} I_2 \end{cases} \\
 \text{Schéma 2} \quad & \begin{cases} V_1 = \frac{1}{jC'\omega} I_1 + \frac{\eta}{jC'\omega} I_2 \\ V_2 = \frac{\eta}{jC'\omega} I_1 + \frac{\eta^2}{jC'\omega} I_2 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Par identification entre ces quatre relations, les deux schémas sont identiques si nous posons

$$C' = (1-\eta)^2 C \tag{4.10}$$

Les relations précédentes restent valables si l'un des points figurant sur le transformateur parfait se retrouve en bas. Il suffit alors de changer η en $-\eta$ tout en conservant un rapport de transformation $\eta > 0$.

Enfin, l'opération classique qui consiste à passer un élément du côté primaire au côté secondaire reste valable et se traduit par (figure 4.7).

$$C' = \eta^2 C \tag{4.11}$$

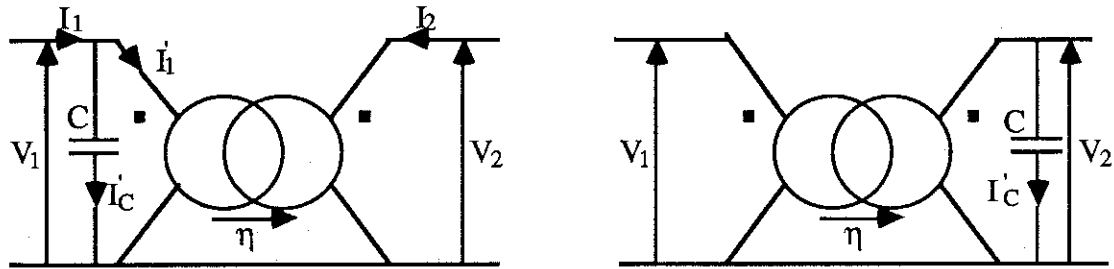


Figure 4.7 Passage primaire-secondaire d'une capacité

Ces deux relations (4.10) et (4.11) permettent de ramener toutes les capacités du schéma équivalent 4.5 entre les deux points de mesure dans le cas où deux extrémités de chaque enroulement sont ramenées au même potentiel.

4.4.3 L'inductance

Reprenons à présent l'étude systématique de tous les cas de figure dessinés en 4.4 avec, pour commencer, le cas de l'inductance. Les deux couches sont connectées en série de manière à ce que le flux de chaque couche s'ajoute. La capacité équivalente à ce système sera calculée entre les deux extrémités de la bobine. Enfin, de manière à traiter le cas le plus général, nous supposons que les couches n'ont pas le même nombre de spires. Le rapport de transformation du transformateur parfait sera pris égal à η .

4.4.3.1 Enroulements en sens opposés

A partir du schéma 4.5 et en considérant la connexion entre les couches 1 et 2 du type Inductance 1 précédente, nous obtenons cette équivalence entre les deux schémas figure 4.8 (points B et D reliés par un court-circuit).

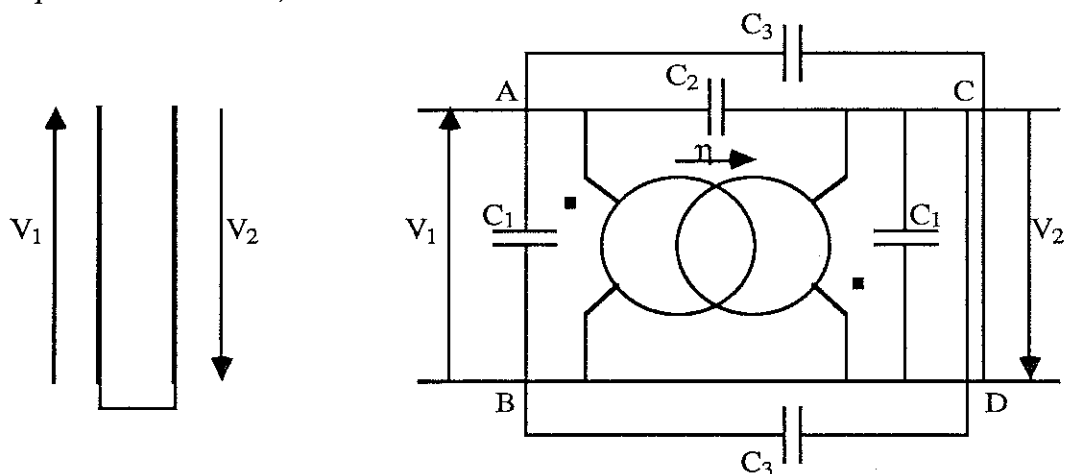


Figure 4.8 Inductance à deux couches enroulées en sens opposés

La capacité équivalente à ce schéma sera calculée entre les points A et C. Il faut donc ramener l'ensemble des capacités entre ces deux points grâce aux transformations développées ci-dessus :

$$C = (C_1 + C_3) \frac{1 + \eta^2}{(1 + \eta)^2} + C_2$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 - (C_1 + C_3) \frac{2\eta}{(1 + \eta)^2}$$
(4.12)

En considérant les dimensions géométriques de l'inductance, et en remplaçant les capacités C_1 , C_2 et C_3 par leurs valeurs calculées en (4.9), nous exprimons la capacité C en fonction de l'épaisseur e séparant les deux couches, de la hauteur h et de la longueur L de chaque couche et de la capacité C_0 .

$$C = C_0 \frac{e^2}{2h^2} \frac{1 + \eta^2}{(1 + \eta)^2} + \frac{1}{3} C_0 \left(1 - \frac{e^2}{2h^2} \right)$$

$$C = \frac{C_0}{3} \left(1 + \frac{e^2}{h^2} \frac{1 - \eta + \eta^2}{(1 + \eta)^2} \right)$$
(4.13)

L'étude des variations de cette capacité C en fonction du rapport de transformation η montre que sa valeur est toujours positive, c'est donc bien une grandeur mesurable. Enfin, il existe un minimum pour $\eta = 1$.

$$C_{\min} = \frac{C_0}{3} \left(1 + \frac{e^2}{4h^2} \right)$$
(4.14)

Il faut cependant noter que pour des inductances de faible puissance (jusque 1 kW) et fonctionnant dans une gamme de fréquence allant de quelques dizaines de kHz à quelques MHz, l'espace séparant les deux couches est généralement faible devant la hauteur h . Aussi, grâce à cette approximation, la capacité vue des deux bornes ne dépend plus que de C_0 .

$$C \approx \frac{C_0}{3}$$

4.4.3.2 Enroulements de même sens

Cette fois, nous obtenons le schéma du type Inductance 2 en reliant les points B et C (figure 4.9).

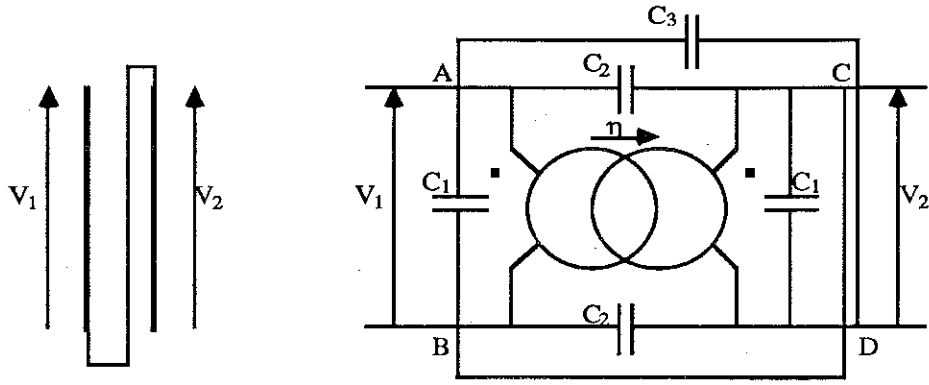


Figure 4.9. Inductance à deux couches enroulées dans le même sens

La capacité équivalente est à ramener entre les points A et D. Des transformations analogues au cas précédent permettent de calculer cette capacité. Il suffit de permuter les rôles de C_2 et C_3 .

$$C = (C_1 + C_2) \frac{1+\eta^2}{(1+\eta)^2} + C_3 \quad (4.14)$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 - (C_1 + C_2) \frac{2\eta}{(1+\eta)^2}$$

En remplaçant C_1 , C_2 et C_3 par leurs valeurs respectives, nous obtenons la capacité C mesurable aux bornes de l'inductance.

$$C = \frac{C_o}{3} \left(1 + \frac{e^2}{h^2} \right) \left(\frac{1+\eta+\eta^2}{(1+\eta)^2} \right) \quad (4.15)$$

Nous aboutissons à la même conclusion que précédemment en ce qui concerne les variations de cette capacité. C'est une grandeur mesurable quelle que soit la valeur de η , elle est donc toujours positive. Elle passe par un minimum pour $\eta = 1$ qui vaut

$$C_{\min} = \frac{C_o}{4} \left(1 + \frac{e^2}{h^2} \right) \quad (4.16)$$

Dans le cas où l'espace e est très faible devant la hauteur h , la capacité est égale à

$$C = \frac{C_o}{3} \frac{1+\eta+\eta^2}{(1+\eta)^2} \quad (4.17)$$

Dont le minimum est pour $\eta = 1$: $C_{\min} = C_0/4$.

Il est donc préférable pour obtenir la plus faible capacité de bobiner les deux couches d'une inductance dans le même sens en utilisant une connexion remontée.

4.4.3 Le transformateur

4.4.4.1 Généralités

Un transformateur est utilisé comme moyen d'isolation galvanique entre une source et une charge. Aussi n'est-il pas habituel de fixer le potentiel d'une extrémité de l'enroulement secondaire à celui de l'enroulement primaire. De plus, ce chapitre se limitant à l'étude des effets capacitifs d'un transformateur, nous faisons l'hypothèse que chaque couche est parfaitement couplée avec sa voisine. Le schéma général capacitif pour un transformateur avec un enroulement primaire d'une seule couche et un secondaire également d'une seule couche est celui de la figure 4.5 (cas où les deux couches sont enroulées dans le même sens). Ce schéma permet de distribuer les capacités entre primaire et secondaire. Néanmoins, il est indispensable de connaître le référentiel de tension du secondaire par rapport au primaire. Aussi pour la commodité de l'étude qui suit, avons-nous supposé qu'une extrémité du secondaire était reliée à l'une du primaire afin de fixer les références de potentiel.

4.4.4.2 Enroulements en sens opposé

Nous relierons le point B au point D, et nous calculons la capacité ramenée entre les points A et B (vue du primaire).

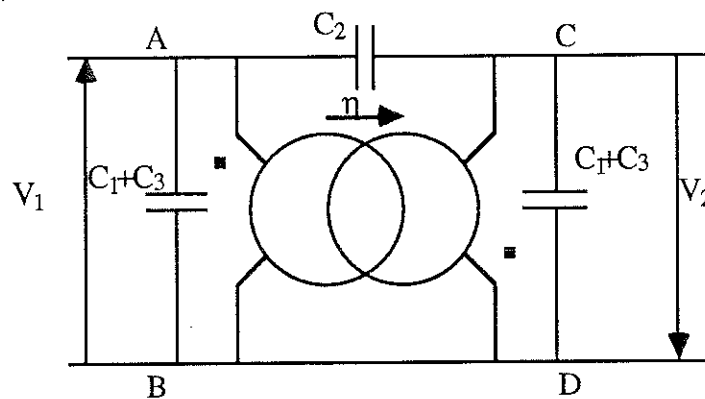


Figure 4.10 Transformateur à enroulements bobinés en sens opposé

$$C = (C_1 + C_3)(1 + \eta^2) + C_2(1 + \eta)^2 \quad (4.18)$$

En prenant en compte les dimensions géométriques du transformateur

$$C = \frac{C_o}{3} (1+\eta)^2 - C_o \frac{e^2}{h^2} \eta \quad (4.19)$$

Enfin, dans le cas où e est très petit devant h , la formule (4.19) se simplifie en :

$$C = \frac{C_o}{3} (1+\eta)^2 \quad (4.20)$$

La seconde possibilité concernant la référence de potentiel est de relier le point B au point C. Nous obtenons une nouvelle valeur de capacité

$$C = (C_1+C_2)(1+\eta^2) + C_3 (1-\eta)^2 \quad (4.21)$$

En remplaçant par les valeurs physiques,

$$C = \frac{C_o}{3} \left(1 + \frac{e^2}{h^2} \right) (1-\eta + \eta^2) \quad (4.22)$$

Enfin, dans le cas où e est très inférieur à h

$$C = \frac{C_o}{3} (1-\eta + \eta^2) \quad (4.23)$$

4.4.4.3 Enroulements de même sens

Pour cette configuration de bobinage, nous testons également les deux références de potentiel possibles. Tout d'abord, nous relierons les points B et D et calculons la capacité ramenée entre A et B.

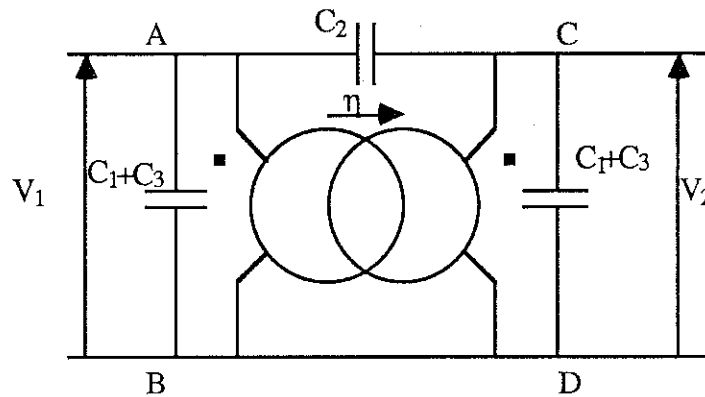


Figure 4.11 Transformateur à enroulements bobinés dans le même sens

$$C = (C_1 + C_3)(1 + \eta^2) + C_2(1 - \eta)^2 \quad (4.24)$$

Suivant les mêmes démarches que précédemment, en remplaçant C_1 , C_2 et C_3 par leurs valeurs physiques :

$$C = \frac{C_o}{3}(1 - \eta)^2 + \frac{e^2}{3h^2} C_o (1 + \eta + \eta^2) \quad (4.25)$$

Enfin, en faisant l'approximation que e est très petit devant h ,

$$C = \frac{C_o}{3}(1 - \eta)^2 \quad (4.26)$$

La dernière connexion possible est la mise au même potentiel des points B et C. Il s'en suit le calcul de capacité suivant

$$C = (C_1 + C_2)(1 + \eta^2) + C_3(1 + \eta)^2 \quad (4.27)$$

Après passage aux valeurs physiques

$$C = \frac{C_o}{3} \left(1 + \frac{e^2}{3h^2} \right) (1 + \eta + \eta^2) \quad (4.28)$$

Enfin, le fait que e est très petit devant h amène à

$$C = \frac{C_o}{3} (1 + \eta + \eta^2) \quad (4.29)$$

4.4.5 Généralisation du calcul de capacités

4.4.5.1 *Transformateur à deux couches isolées*

Nous allons généraliser les calculs de capacités précédents à un transformateur à deux couches n'ayant aucun point commun. Le schéma équivalent de la figure 4.5 ne fait intervenir que deux tensions indépendantes V_1 et V_3 ; V_2 étant reliée à V_1 par l'intermédiaire du transformateur parfait par la relation $V_2 = \eta V_1$. Nous pouvons donc réduire le schéma équivalent à uniquement trois capacités (figure 4.12).

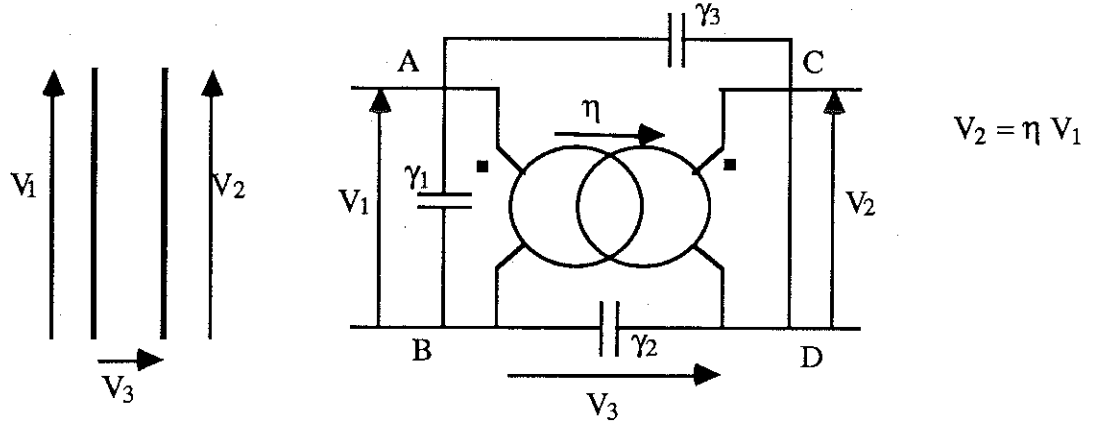


Figure 4.12 Transformateur à deux couches à vide enroulées dans le même sens

L'identification de l'énergie électrostatique entre les schémas 4.12 et 4.5 permet d'obtenir les valeurs des capacités γ_1 , γ_2 et γ_3 en fonction de C_1 , C_2 et C_3 .

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= C_1(1+\eta^2) + \eta(1+\eta)C_3 - \eta(1-\eta)C_2 \\ \gamma_2 &= (C_2+C_3)(1+\eta) \\ \gamma_3 &= (C_2+C_3)(1-\eta)\end{aligned}\quad (4.30)$$

Ces expressions peuvent être simplifiées en utilisant les relations (4.9) et en négligeant le terme e^2/h^2 :

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{C_o}{6} (\eta-1)(2\eta+1) \\ \gamma_2 &= \frac{C_o}{2} (1+\eta) \\ \gamma_3 &= \frac{C_o}{2} (1-\eta)\end{aligned}\quad (4.31)$$

Nous calculons la capacité d'entrée du transformateur à vide formée de γ_1 en parallèle sur (γ_2, γ_3) série, le secondaire restant isolé du primaire (4.32).

$$C_e = \gamma_1 + \frac{\gamma_2 \gamma_3}{\gamma_2 + \gamma_3}$$

$$C_e = \frac{C_o}{12} (1-\eta)^2 \quad (4.32)$$

Ces calculs sont également valables dans le cas où les enroulements sont bobinés en sens opposé. Il suffit pour cela de changer η en $-\eta$ tout en conservant un rapport de transformation positif.

4.4.5.2 Bobinage à plusieurs couches

Nous partons toujours de l'hypothèse que les couches sont parfaitement couplées entre elles. Nous supposons de plus que les effets capacitifs entre deux couches voisines sont prépondérants et nous négligerons ceux entre couches plus éloignées. Grâce à ces approximations, la modélisation des capacités entre plusieurs enroulements se simplifie. La figure 4.12 représente le schéma équivalent pour deux couches côte à côte. Pour n couches, il suffit de mettre en série $(n-1)$ schémas équivalents représentant chacun deux couches.

Prenons l'exemple d'une inductance à trois couches bobinées comme indiquée à la figure 4.13.

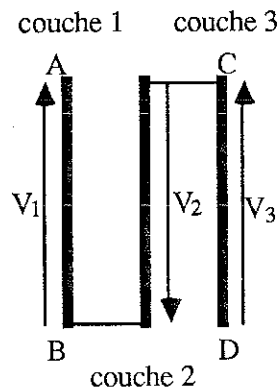


Figure 4.13 Inductance à trois couches

Nous associons deux schémas équivalents en série pour obtenir celui de la figure 4.14.

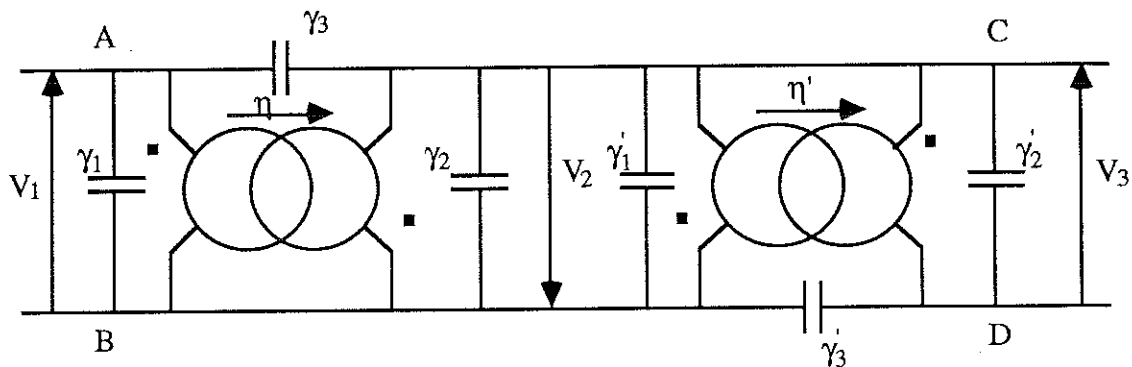


Figure 4.14 Schéma équivalent de l'inductance

A l'aide des transformations de schémas (4.10) et (4.11), nous calculons la capacité aux bornes de l'inductance (entre A et D).

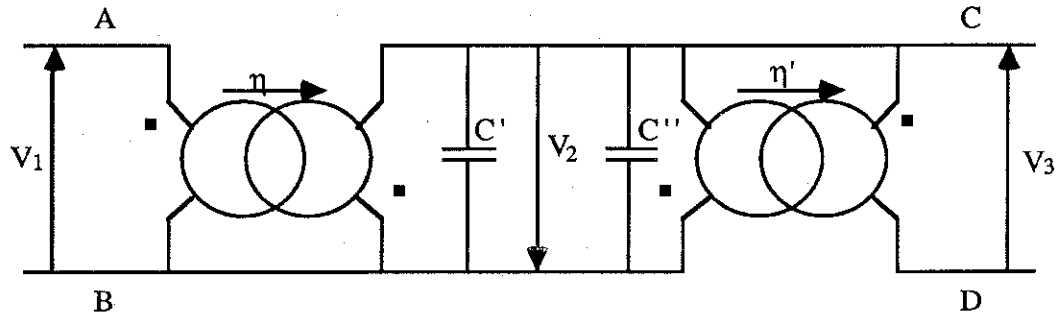


Figure 4.15 Schéma simplifié

Les capacités C' et C'' ont été calculées précédemment. La capacité totale C vaut :

$$C = \frac{C' + C''}{\left(1 + \eta' + \frac{1}{\eta}\right)^2} \quad (4.33)$$

avec

$$C' = \frac{1}{\eta^2} \frac{C'_o}{3} (1 + \eta)^2 \quad \text{et} \quad C'' = \frac{C''_o}{3} (1 + \eta')^2$$

C'_o et C''_o étant respectivement les capacités entre chaque couche $\left(C'_o = \frac{\epsilon_o S'}{e'} \text{ et } C''_o = \frac{\epsilon_o S''}{e''}\right)$

Cas particulier d'une inductance : les trois couches sont identiques. Nous avons $C_o = C'_o = C''_o$ et $\eta = \eta' = 1$.

La capacité aux bornes de l'inductance devient

$$C = \frac{8C_o}{27} \quad (4.34)$$

4.4.6 Tableau récapitulatif

Dans les exemples précédents, nous avons calculé différentes valeurs de capacités regroupant les six connexions possibles pour un système constitué de deux couches ainsi que le cas général où les deux enroulements sont isolés. Pour mémoire, une dernière connexion peut être étudiée, il s'agit de la capacité entre les deux couches, chacune étant court-circuitée, donc à un potentiel constant. Sur le schéma 4.5, cela revient à relier A à B et C à D et à calculer la capacité entre les points A et C.

$$C = 2(C_2 + C_3)$$

$$C = C_0$$

(4.35)

Nous retrouvons une formule bien connue qui est la capacité entre deux plaques espacées de e , de hauteur h et de longueur L et chacune étant à un potentiel constant.

Nous regroupons ci-dessous l'ensemble des huit capacités calculées dans le cas où l'épaisseur entre les deux couches est faible devant la hauteur. Le terme e^2/h^2 est donc négligé.

Enroulements	Sens opposés	Mêmes sens
Inductance	$\frac{C_0}{3}$	$\frac{C_0}{3} \cdot \frac{1 + \eta + \eta^2}{(1 + \eta)^2}$
Transformateur Mesure entre A et B (primaire)		
Points B et D reliés	$\frac{C_0}{3} (1 + \eta)^2$	$\frac{C_0}{3} (1 - \eta)^2$
Points B et C reliés	$\frac{C_0}{3} (1 - \eta + \eta^2)$	$\frac{C_0}{3} (1 + \eta + \eta^2)$
Aucun point relié	$\frac{C_0}{12} (1 + \eta)^2$	$\frac{C_0}{12} (1 - \eta)^2$
Si $\eta = 1$, Inductance	$\frac{C_0}{3}$	$\frac{C_0}{4}$

Tableau 4.16 Ensemble des différentes capacités

A partir de ce tableau, il est intéressant de constater que pour une inductance, la capacité sera plus faible dans le cas d'un bobinage dans le même sens, à condition que le nombre de spires soit identique pour chaque couche.

En ce qui concerne le transformateur, les quatre connexions étudiées montrent également une variation de la capacité inter-couche.

4.5 SIMULATION ELECTROSTATIQUE

4.5.1 Système étudié sur FLUX2D

La simulation électromagnétique d'un système plan a l'avantage de pouvoir tenir compte de la

forme géométrique précise des différentes couches et des fils. Un système identique à l'étude théorique a été simulé sur le logiciel FLUX2D en remplaçant chaque plaque par une couche de conducteurs jointifs cylindriques de ϕ 1 mm en fil de cuivre (figure 4.17). Le nombre de spires est identique sur chaque couche.

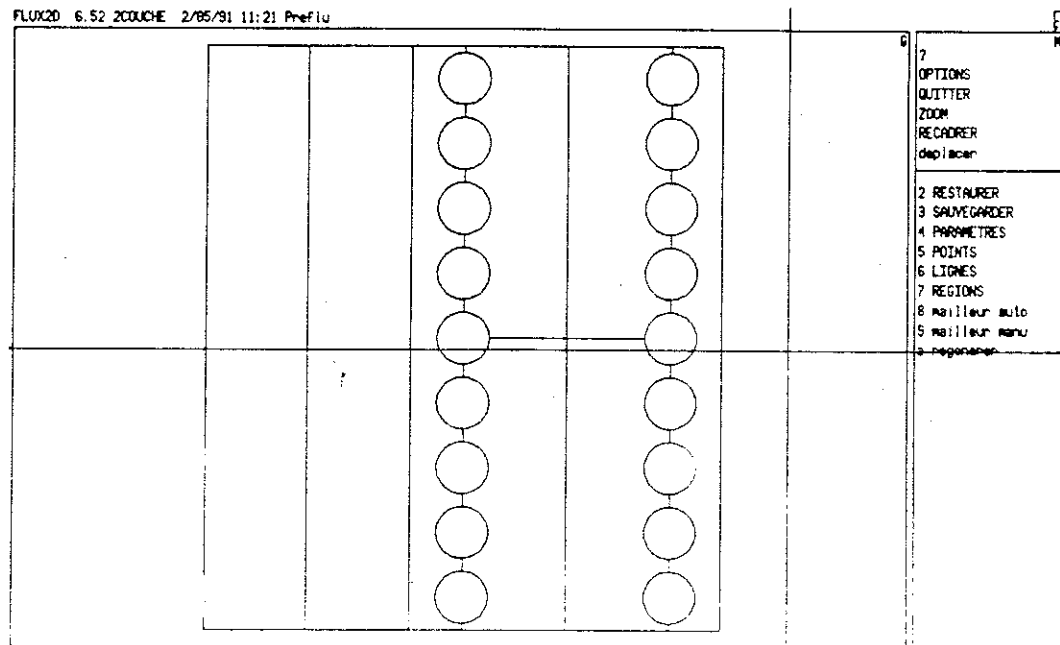


Figure 4.17 Système étudié sur FLUX2D, 2 couches de 9 fils

Ce système présente plusieurs symétries qui peuvent réduire la géométrie à étudier. Tout d'abord, les deux couches sont symétriques par rapport à un plan vertical passant au milieu de l'espace inter-couche. Il suffira alors d'imposer une condition limite correcte sur ce plan et ne représenter qu'une seule couche. Ensuite, les fils sont disposés de manière cyclique le long de la couche. Ainsi, l'étude d'un seul fil suffira pour le calcul de la capacité. La figure 4. 18 montre ce système à 2 dimensions simulé sur FLUX 2D. Deux moitiés de fil ont été dessinées, chacune est à un potentiel constant, il suffit alors d'imposer ce potentiel sur le contour, tandis que le potentiel varie linéairement le long des limites intérieures, en tenant compte du nombre de fils, du type de connexion entre les couches et du mode de bobinage.

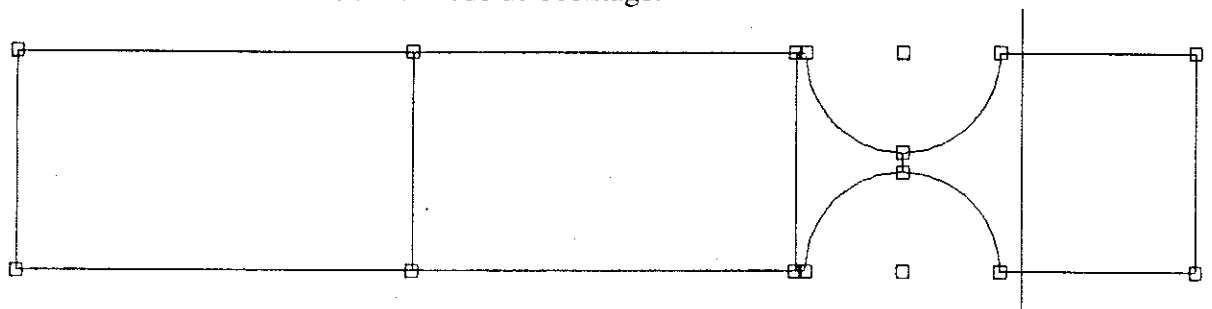


Figure 4.18 Etude simplifiée sur FLUX2D

4.5.2 Energie électrostatique entre couches. Calcul de capacités

Le logiciel nous permet d'accéder à l'énergie électrostatique élémentaire W , stockée dans le système simplifié 4.18. Des considérations géométriques définissent entièrement le système, en tenant compte de l'épaisseur d'isolant autour des fils, de l'espace séparant les deux couches (aussi bien sur la nature du matériau séparateur que sur son épaisseur), des conditions aux limites introduites sur tout le contour de la figure. Enfin, le calcul de l'énergie électrostatique W_T emmagasinée entre les deux couches se déduit de l'énergie élémentaire ramenée au nombre de spires totales du système. La capacité vue aux bornes d'un enroulement se calcule par la formule reliant l'énergie électrostatique au potentiel V_T existant aux bornes de cet enroulement :

$$W_T = \frac{1}{2} C V_T^2 \quad (4.36)$$

Tous les cas de figure peuvent être traités et le calcul de capacité permet de mieux s'approcher du système physique réel. De plus, les effets de bord peuvent être simulés, tout comme les fuites qui tiennent compte de l'énergie électrostatique répartie à l'extérieur du bobinage.

Le rapprochement avec le schéma 4.5 va permettre de calculer les 3 valeurs de capacité en effectuant trois essais indépendants. Tout d'abord, en imposant un potentiel constant le long de chaque couche, nous obtenons la valeur de C_0 , d'où $C_1 + C_2$. Puis, les deux autres essais consistent à calculer la capacité obtenue dans les cas de l'inductance 1 et de l'inductance 2 (respectivement C' et C'').

Les trois équations sont indépendantes et il est alors facile d'en déduire les valeurs de C_1 , C_2 et C_3

$$\begin{aligned} C &= 2(C_2 + C_3) \\ C' &= C_2 + \frac{C_1 + C_3}{2} \\ C'' &= C_3 + \frac{C_1 + C_2}{2} \end{aligned} \quad (4 - 37)$$

4.5.3 Simulation électrostatique d'une inductance

Afin de visualiser au mieux la répartition des équipotentiels entre les deux couches de conducteur, nous reprenons le schéma 4.12. Il a l'avantage de montrer suffisamment de conducteurs et d'avoir un espace entre les deux couches assez grand afin de pouvoir comparer les deux modes de bobinage : inductance 1 et inductance 2 définies au § 4.4.1. Dans la réalité, les

couches sont rarement tant espacées l'une de l'autre.

Pour l'inductance 1, la tension totale aux bornes de chaque couche est de signe opposé. Le potentiel de chaque fil sera choisi de telle sorte que la différence de potentiel entre deux conducteurs consécutifs soit toujours identique, tout en respectant la condition précédente.

Pour l'inductance 2, une modélisation identique est réalisée en considérant cette fois les deux tensions aux bornes de chaque enroulement dans le même sens. La figure 4.19 montre la répartition des équipotentiels pour chaque inductance.

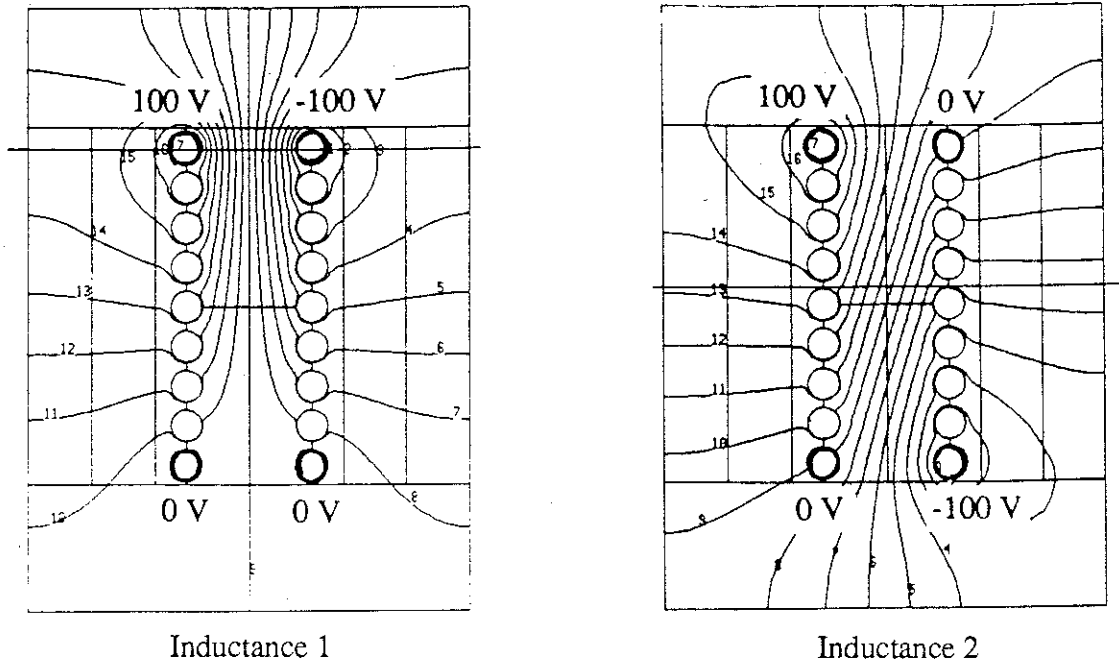


Figure 4.19 Equipotentiels calculés sur FLUX2D

Il est alors clair que, dans les calculs analytiques (4.13) et (4.15), le fait de négliger le terme $\frac{e}{h}$ revient à faire l'hypothèse que l'ensemble des équipotentiels sont parallèles aux deux couches. La figure 4.20 représente ce cas sur le système simplifié 4.18.

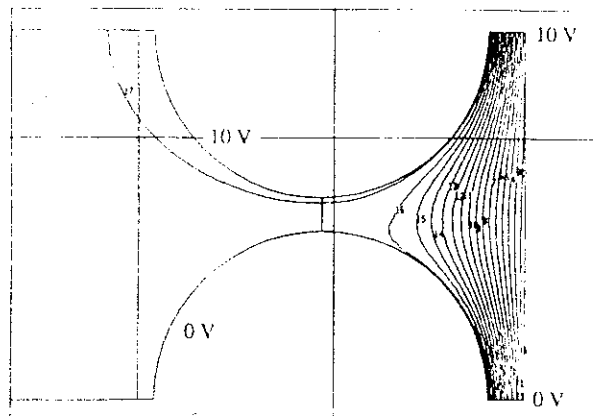
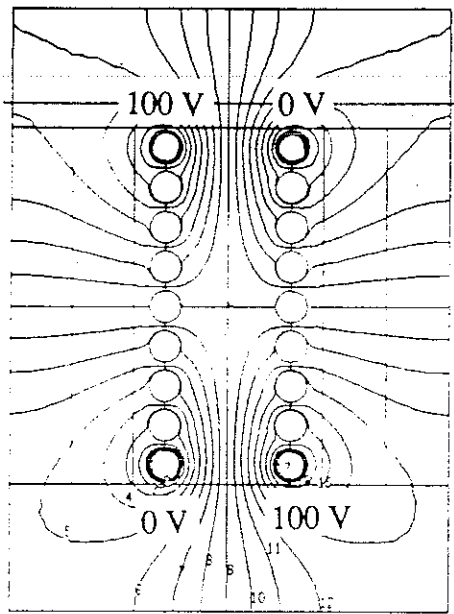


Figure 4.20 Equipotentiels dans le cas de deux couches très proches l'une de l'autre

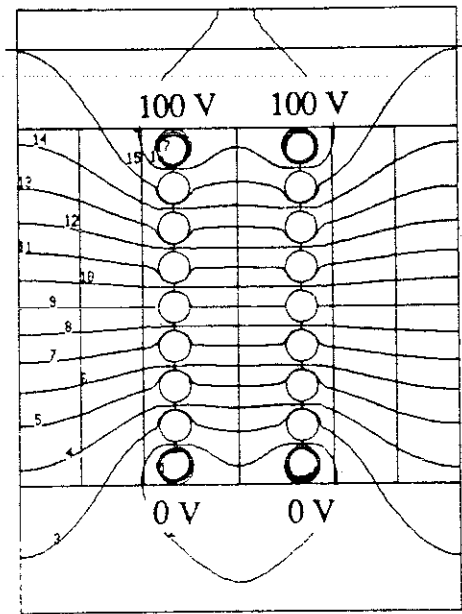
4.5.4 Simulation électrostatique d'un transformateur

Reprenons également l'étude systématique des 4 transformateurs définis au paragraphe 4.4.1. L'analyse des transformateurs 1 et 4 montre que la simulation électrostatique est identique à celle respective des inductances 1 et 2. Seul le calcul de la capacité fera intervenir la tension aux bornes d'un enroulement, au lieu de la tension totale entre enroulement. La capacité sera alors multipliée par quatre. Les équipotentiels restent identiques à celles de la figure 4.19.

Les simulations des transformateurs 2 et 4 sont représentées à la figure 4.21.



Transformateur 2



Transformateur 3

Figure 4.21 Equipotentiels calculées sur FLUX2D

Pour le transformateur 3, nous retrouvons des équipotentiels parallèles entre elles et orthogonales aux deux couches. Les deux extrémités haute et basse étant équipotentiels, et le potentiel variant linéairement le long des enroulements, il est logique de retrouver le cas d'un condensateur plan où les deux plaques sont situées aux extrémités des enroulements.

Un tableau récapitulatif 4.24 se trouve à la fin de ce chapitre. Il regroupe l'ensemble des résultats analytiques, les simulations et les vérifications expérimentales pour 4 modèles de bobinage différents.

4.6 VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

4.6.1 Généralités

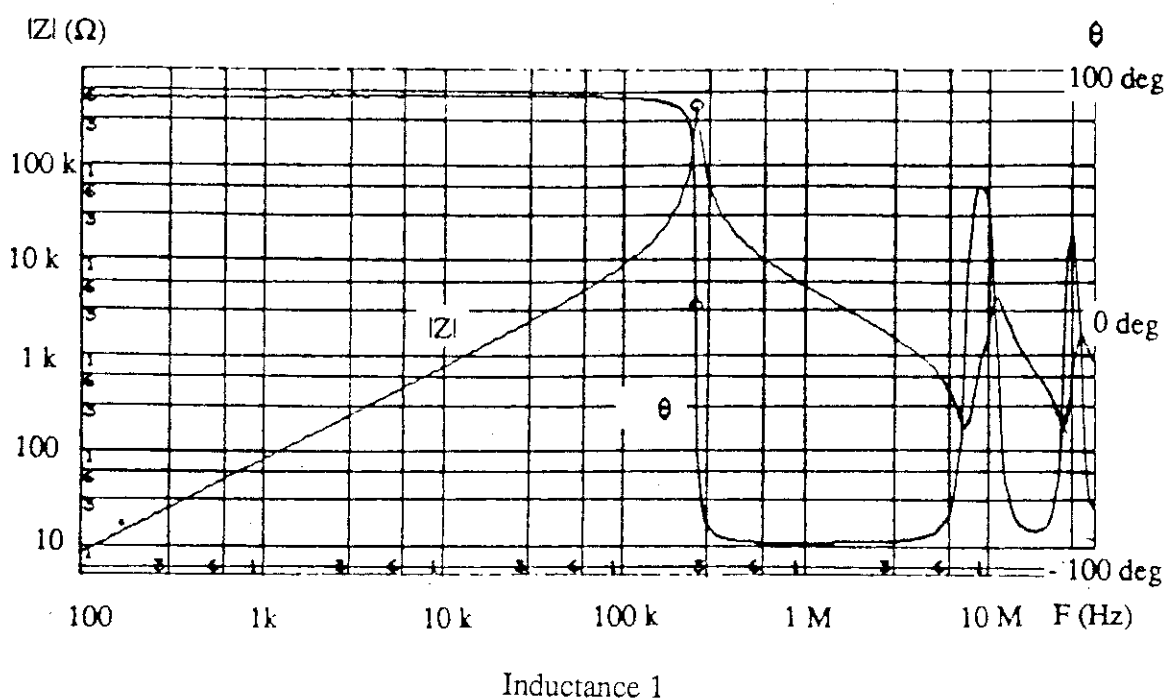
Nous avons vérifié l'ensemble des calculs théoriques et la simulation électrostatique sur un groupe de 6 bobinages. Le matériau choisi est un ferrite B52 de LCC du type ETD49. Nous avons bobiné la couche intérieure et la couche extérieure successivement dans le même sens et en sens opposé. Chaque connexion extrême des couches est sortie afin de pouvoir tester l'ensemble des méthodes de connexion décrites à la figure 4.4. Pour les deux premiers bobinages, le nombre de spires est identique pour les couches intérieures et extérieures. Le troisième bobinage a un rapport de transformation différent de 1 et enfin le dernier bobinage comporte trois couches.

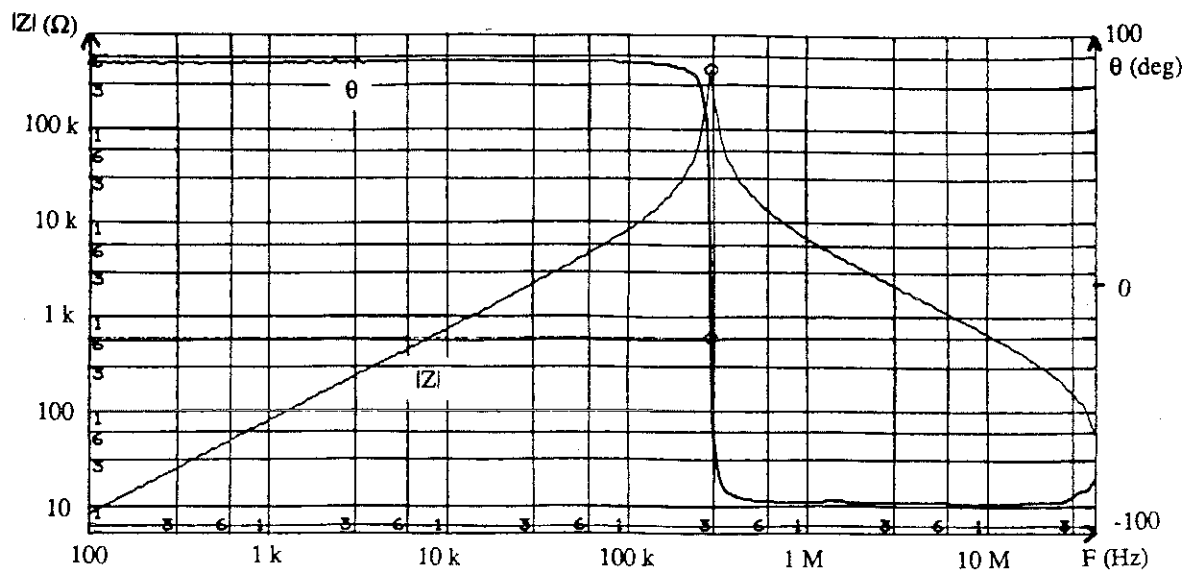
Les enroulements sont constitués de spires jointives et les symétries développées en 4.1 sont respectées. L'espace inter-couche a été minutieusement calibré à l'aide de papier isolant.

Pour chaque essai, nous avons relevé la courbe d'impédance permettant d'en déduire la capacité inter-couche. Dans le cas d'une inductance, il s'agit de l'impédance vue aux bornes de celle-ci, tandis que pour un transformateur, il s'agit de l'impédance à vide vue du côté primaire ou du côté secondaire. Au-delà de la résonance parallèle, le système a un comportement capacitif. Il suffit alors de mesurer cette capacité à l'aide du pont de mesure déjà cité dans la page de fréquence correspondante.

4.6.2 Système à deux couches, même nombre de spires

La figure 4.22 montre pour une inductance les deux diagrammes d'impédance pour chaque mode de bobinage. Les valeurs de capacité sont à comparer avec celles obtenues par calcul et simulation. Le tableau en fin de chapitre résume tous les résultats.



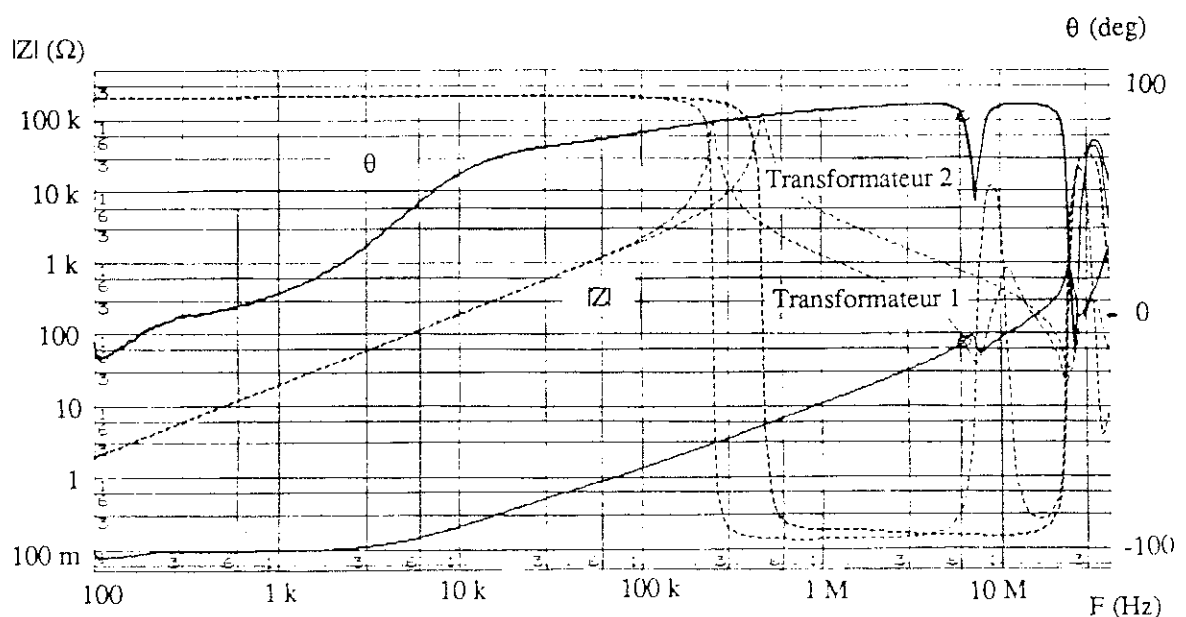


Inductance 2

Figure 4.22 Courbe d'impédance d'une inductance

Une première remarque fait apparaître que la capacité d'une inductance du type connexion remontée (Inductance 2) est nettement plus faible que celle d'une inductance à bobinage classique. La théorie prévoyait également cette variation de capacité dans ce sens.

Le deuxième groupe de mesure concerne le transformateur. La capacité est mesurée comme précédemment sur les courbes d'impédance à vide relevées côté primaire. La figure 4.23 regroupe les quatre mesures associées respectivement aux quatre transformateurs numérotés 1 à 4.



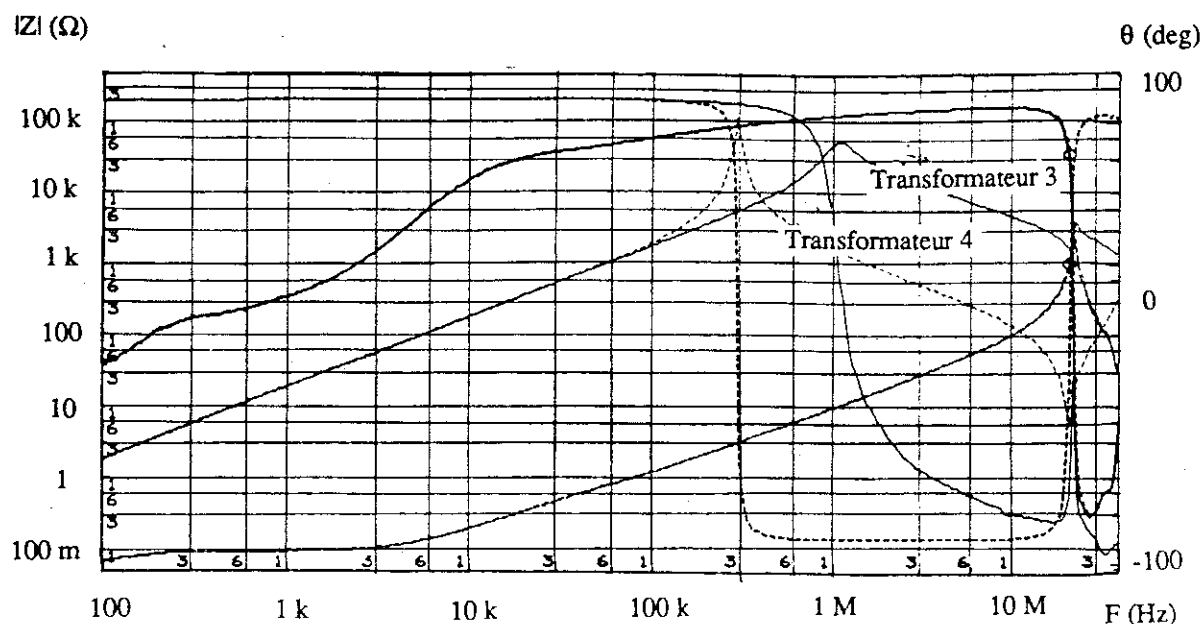


Figure 4.23 Courbes d'impédance à vide d'un transformateur

Le sens de variation de la capacité est également en accord avec les calculs théoriques pour chaque transformateur étudié.

4.6.3 Système à deux couches, rapport de transformation différent de 1

Pour valider les calculs théoriques dans le cas où le rapport de transformation est différent de 1, un système à deux couches différentes a été construit. L'enroulement primaire compte 10 spires, tandis que le secondaire en comporte 30. Les mesures ont été réalisées en tant que, transformateur côté primaire. Il est inutile de présenter les courbes. Elles ont la même forme que celles des figures 4.22 et 4.23. Les résultats intéressants sont les valeurs de capacités regroupées dans le tableau 4.24.

4.6.4 Système à trois couches

Une dernière vérification a consisté à étudier le comportement d'une inductance bobinée en trois couches de 20 spires chacune. La capacité totale de cette inductance a été mesurée et comparée aux prévisions analytiques (4.34). D'autres mesures ont été effectuées afin de valider l'ensemble des calculs précédents. Nous avons notamment mesuré la capacité d'une couche, les autres restant soit à vide, soit en court-circuit, soit connectée à un potentiel de référence... Il s'avère que tous ces résultats sont conformes aux calculs analytiques.

4.6.5 Tableau récapitulatif

Nous nous attachons dans ce paragraphe à valider la théorie par les résultats expérimentaux précédents en comparant dans le tableau 4.19 l'ensemble des essais, les simulations

électrostatiques et les calculs théoriques propres à chaque système.

	Valeurs de capacités		
	Analytique	Simulée	Expérimentale
Inductance 1	29 pF	28,2 pF	30,5 pF
Inductance 2	22 pF	21,1 pF	24,5 pF
Transformateur 1	117 pF	113 pF	125 pF
Transformateur 2	29 pF	53 pF	33 pF
Transformateur 3	≈ 0	0,6 pF	3,3 pF
Transformateur 4	88 pF	84,5 pF	95 pF
Capacité Co	88 pF	84,6 pF	90 pF

*Tableau 4.24 Tableau récapitulatif, système à deux couches identiques
Mesures - Simulation - Théorie*

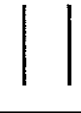
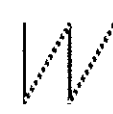
		valeurs de capacités	
	Connexions	Analytique	Expérimentale
Transformateur primaire 10 spires secondaire 30 spires sens d'enroulement opposés		80 pF	80 pF
		187 pF	190 pF
		427 pF	420 pF
		107 pF	114 pF
Inductance 3 couches 20 spires par couche		26 pF	25 pF

*Tableau 4.25 Système à deux couches différentes
et système à trois couches*

4.7 CONCLUSION

L'étude théorique de l'électrostatique de deux plaques a permis de comprendre avec une bonne approximation les phénomènes capacitifs entre différentes couches de transformateurs ou inductances. Un schéma équivalent simple permet d'obtenir très rapidement la capacité vue aux bornes d'un enroulement dans différentes configurations. L'étude du transformateur entièrement isolé a également été abordée. Grâce au schéma, nous sommes en mesure de définir le potentiel du secondaire par rapport au primaire en utilisant le diviseur de tension capacitif.

Une nouvelle voie apparaît pour l'étude de la compatibilité électromagnétique en mode conduit [32]. Il est possible de définir les perturbations qui seront transmises entre le primaire et le secondaire par l'intermédiaire de ce couplage capacitif.

Enfin, le schéma équivalent est un moyen de modéliser avec plus de précision le transformateur dans les logiciels d'électronique de puissance. Cet élément est souvent représenté par uniquement un couplage entre deux inductances. Il apparaît clairement que les phénomènes capacitifs jouent aussi un rôle important pour la modélisation des convertisseurs statiques.

Finalement, les approximations utilisées, si elles peuvent paraître un peu grossières au premier abord, sont parfaitement justifiées par la comparaison avec des transformateurs expérimentaux [33]. Les valeurs de capacités obtenues sont cohérentes entre l'expérience et le calcul analytique, le plus gros problème restant le calcul de la capacité C_0 , car l'épaisseur entre deux couches n'est souvent pas connue avec précision.

CHAPITRE V

CHAPITRE V

LES ELEMENTS BOBINES DANS LES MONTAGES D'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

I. GENERALITES

L'introduction progressive de la résonance dans les alimentations à découpage [34] a provoqué une augmentation très nette de la fréquence de fonctionnement. Il n'est pas rare actuellement de voir des convertisseurs fonctionner autour du Mégahertz. Ceci a eu plusieurs conséquences aussi bien du côté avantage que du côté inconvénient comme nous allons le voir. La résonance permet d'obtenir une commutation douce des interrupteurs, donc à tension ou courant nul (théoriquement sans perte). Cependant, les contraintes sur ces éléments ont été accrues lors de la conduction, d'où une nécessité de surdimensionner les semi-conducteurs. D'autre part, la miniaturisation de ces alimentations provoque des difficultés dans l'évacuation des pertes. Des points chauds apparaissent et sont susceptibles de provoquer une dégradation des composants passifs ou actifs. Enfin, un dernier phénomène se rapproche plus de la compatibilité électromagnétique. Les éléments parasites, comme les inductances de fuite et les capacités inter-couches des éléments bobinés peuvent résonner entre eux à des fréquences proches de la fréquence de fonctionnement du convertisseur. Il devient alors extrêmement difficile de maîtriser parfaitement les différents états de fonctionnement de l'alimentation à découpage. Ceci nécessite une connaissance très précise de tous ces éléments.

Ce chapitre s'intéresse à l'introduction des composants bobinés dans les alimentations à découpage et à l'effet de l'inductance de fuite et de la capacité inter-couches sur le fonctionnement de celles-ci. Le travail qui suit a été mené en parallèle avec des études sur les composants actifs réalisés au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble [35]. Chaque élément d'un convertisseur ne réagit plus individuellement, mais doit être considéré avec son environnement, d'où la nécessité de regrouper différents travaux menés en parallèle.

Nous tentons de comprendre dans ce qui suit la cause des oscillations hautes fréquences rencontrées sur les relevés expérimentaux. Il apparaît en effet que ces résonances "parasites" peuvent être expliquées par des modèles simples, prenant en compte le câblage. Dans un premier temps, l'étude théorique en petits signaux est comparée à une simulation sur le logiciel CIRCUIT [36],[37]. Puis, un montage expérimental permet de vérifier les différentes fréquences des oscillations.

Nous nous limiterons dans ce qui suit à l'étude d'un convertisseur à accumulation selfique, qu'il soit isolé ou non. C'est en effet le montage qui regroupe le minimum de composants autour du transformateur et donc celui qui nécessite la connaissance parfaite du minimum d'éléments.

5.2 RESULTATS THEORIQUES : CALCULS DES FREQUENCES DE RESONANCE

L'étude théorique qui suit a été simplifiée afin d'obtenir des expressions analytiques exploitables directement. Seules les fréquences de résonance ont été calculées. Elles permettent de comprendre la provenance des oscillations parasites [38]. L'amortissement de celles-ci n'a pas été pris en compte, car les résistances de perte sont difficiles à estimer. De plus, à haute fréquence, l'effet des courants de Foucault ainsi que l'effet de peau provoquent une augmentation de la résistance dans les conducteurs qui varie avec la fréquence. L'amortissement sera d'autant plus grand que la fréquence sera élevée.

Les deux montages étudiés ci-dessous fonctionnent chacun en commutation forcée.

5.2.1 Montage non isolé : le Buck Boost

La figure 5.1 rappelle brièvement le schéma en grands signaux du convertisseur à accumulation selfique. Les éléments parasites ont été omis afin de visualiser leurs emplacements sur le schéma équivalent petits signaux (figures 5.2 et 5.3).

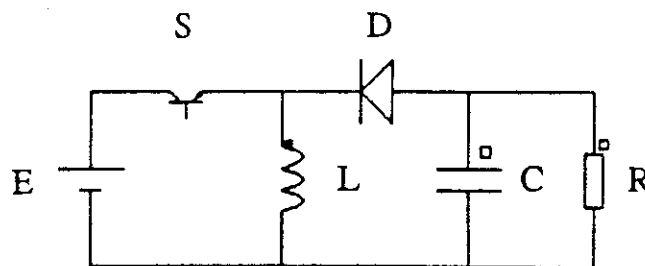


Figure 5.1 Schéma du Buck Boost

En commutation forcée, deux configurations différentes sont présentes au cours d'une période de fonctionnement : interrupteur bloqué (décharge de l'inductance L dans la charge RC) ou interrupteur passant (charge de l'inductance L). Nous ne reviendrons pas sur la forme des courbes en grands signaux qui sont classiques.

Intéressons-nous maintenant au schéma complet du convertisseur en ajoutant successivement les éléments parasites sur les composants et en effectuant quelques simplifications.

L'inductance magnétisante L est remplacée par un circuit RLC parallèle simulant la résistance de perte fer, la capacité intercouche et l'inductance L . La résistance série due aux pertes cuivre est négligée.

L'interrupteur, à l'état passant, est un court-circuit, tandis qu'à l'état bloqué c'est une capacité. Sa valeur sera supposée constante au cours du blocage. Elle est mesurée sur le pont HP4194 pour la valeur de tension à l'état bloqué donnée par le fonctionnement théorique en grands signaux. Cette capacité est variable en fonction de la tension inverse appliquée, mais ceci n'est pas gênant, car nous ne nous intéressons pas à l'instant précis de commutation qui nécessiterait un modèle plus compliqué.

Le câblage, les connexions et les liaisons du circuit imprimé forment des boucles inductives dont les valeurs d'inductances l_1 et l_2 sont réparties par une mesure du circuit imprimé.

Après toutes ces considérations, nous obtenons le schéma général du convertisseur Buck-Boost avec l'ensemble des parasites (figure 5.2).

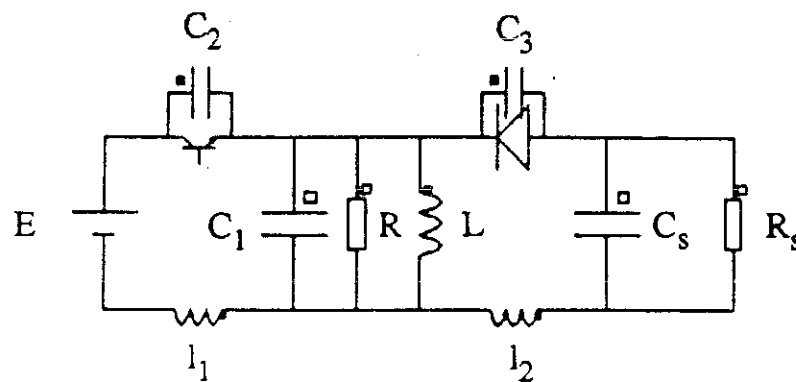


Figure 5.2 Schéma général du convertisseur Buck Boost avec les éléments parasites

Le calcul des fréquences de résonance dues à ces éléments supplémentaires se fait par un passage en petits signaux du schéma ci-dessus. De nouvelles hypothèses classiques doivent être prises en considération :

- L'ensemble capacité et résistance de sortie est assimilé à une source de tension continue. En petits signaux, elle devient un court-circuit.
- L'inductance magnétisante L est une source de courant idéale. En petits signaux, c'est un circuit ouvert.
- Le générateur est une source de tension idéale. Il est lui aussi remplacé par un court-circuit.

Enfin, la recherche des modes propres du circuit figure 5.2 ne fait pas intervenir les résistances de perte, si nous ne nous intéressons qu'aux fréquences de résonance, sans tenir compte des amortissements.

Le schéma simplifié en petits signaux apparaît à la figure 5.3.

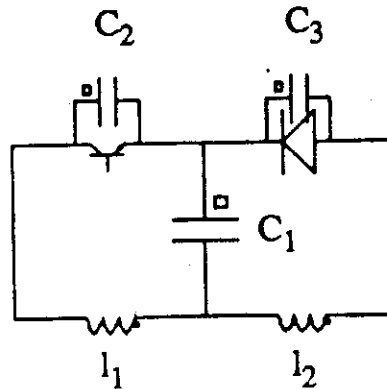


Figure 5.3 Schéma petits signaux du convertisseur

L'étude analytique des fréquences de résonance doit se faire dans les deux modes de fonctionnement différents : transistor bloqué (diode passante) et transistor passant (diode bloquée).

Commençons par le mode de roue libre. La diode est passante et court-circuite la capacité C_3 . Le condensateur C_2 sert de générateur qui débite dans l'impédance équivalente Z_{eq} relative au schéma de la figure 5.4.

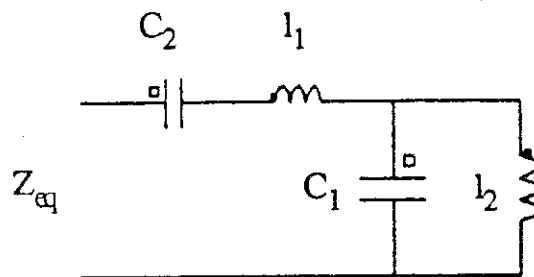


Figure 5.4 Circuit résonant à l'ouverture du MOS

L'étude de l'impédance Z_{eq} (5.1) permet de trouver les modes propres du circuit et d'obtenir les fréquences des oscillations (5.2) (5.3) (5.4).

$$Z_{eq} = j l_1 \omega + \frac{1}{j C_2 \omega} + \frac{j l_2 \omega}{1 - C_1 l_2 \omega^2}$$

$$Z_{eq} = \frac{1 - (l_1 C_2 + C_1 l_2 + l_2 C_2) \omega^2 + C_1 C_2 l_1 l_2 \omega^4}{j C_2 \omega (1 - l_2 C_1 \omega^2)} \quad (5.1)$$

L'annulation du dénominateur donne la fréquence de résonance du circuit, tandis que les antirésonances sont données par le zéro du numérateur.

$$F_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{l_2 C_1}} \quad (5.2)$$

$$F_{ar1}^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{l_1 C_2 + C_1 l_2 + l_2 C_2 - \sqrt{\Delta}}{2C_1 C_2 l_1 l_2} \quad (5.3)$$

$$F_{ar2}^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{l_1 C_2 + C_1 l_2 + l_2 C_2 + \sqrt{\Delta}}{2C_1 C_2 l_1 l_2} \quad (5.4)$$

avec

$$\Delta = (l_1 C_2 + C_1 l_2 + l_2 C_2)^2 - 4C_1 C_2 l_1 l_2$$

L'inégalité suivante peut être facilement montrée

$$F_{ar1} < F_r < F_{ar2}$$

Physiquement, nous pouvons expliquer cette inégalité. A très basse fréquence, l'impédance Z_{eq} est une capacité (C_2). Lorsque la fréquence augmente, il y a une antirésonance, Z_{eq} devient inductive ($l_1 + l_2$). Ensuite, une résonance ramène Z_{eq} à une capacité ($C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$) et finalement, une nouvelle antirésonance réduit Z_{eq} à une inductance en très haute fréquence (l_1).

Pour le second mode de fonctionnement, lorsque le transistor est passant et que la diode est bloquée, nous retrouvons un schéma analogue à celui de la figure 5.4. La capacité C_3 de la diode devient le générateur qui débite dans une nouvelle impédance. Pour trouver les fréquences de résonance, il suffit de remplacer C_2 par C_3 et de permuter les rôles de l_1 et l_2 . Trois nouvelles fréquences de résonance et antirésonance sont obtenues.

En définitive, ces six valeurs de fréquence de résonance correspondent aux modes propres du circuit. En fonctionnement normal, nous observerons ces fréquences sous formes d'oscillations superposées aux tensions ou courants aux bornes des différents éléments.

5.2.2 Montage isolé : le Flyback

Le convertisseur Flyback est une variante isolée du montage Buck Boost. L'inductance d'accumulation est remplacée par un transformateur. Nous introduisons son schéma équivalent

obtenu au Chapitre II dans le montage de la figure 5.2 pour obtenir le schéma général avec éléments parasites suivants (figure 5.5).

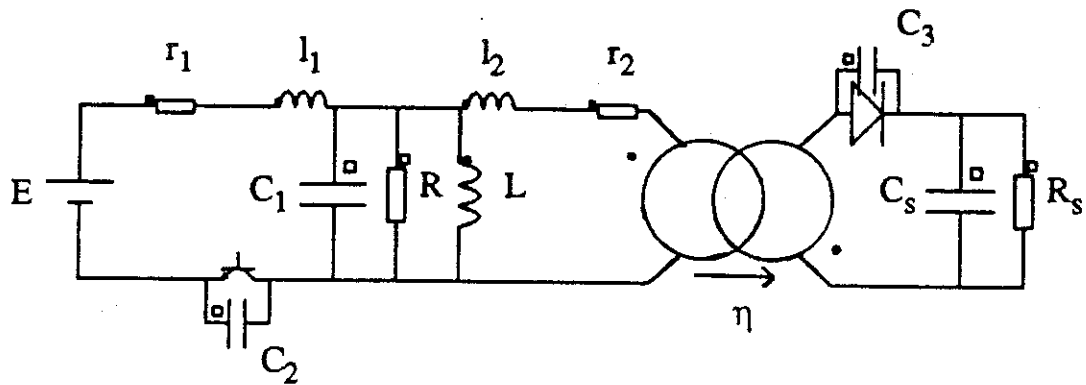


Figure 5.5 Schéma du Flyback avec éléments parasites

En ramenant tous les éléments du côté primaire du transformateur, l'étude en petits signaux est identique à celle effectuée sur le montage Buck Boost. Seules les valeurs numériques de certains éléments (entre autre la capacité de la diode) changent du fait de l'introduction du rapport de transformation.

Nous retrouvons six valeurs de fréquence de résonance qui provoqueront également des oscillations parasites dans le montage.

5.3 SIMULATIONS SUR LE LOGICIEL CIRCUIT

Une simulation en Electronique de Puissance du schéma (figure 5.5) nous permet de valider les approximations faites pour les calculs analytiques. Le transformateur utilisé est du type planar avec un rapport de transformation $\eta = 6:1$. Les valeurs des différents composants ont été mesurées sur le pont d'impédance.

$$l_1 = 0,1 \mu\text{H}$$

$$C_1 = 128 \text{ pF}$$

$$C_2 = 380 \text{ pF}$$

$$l_2 = 3,6 \mu\text{H}$$

$$C_3 = 100 \text{ pF}$$

Les valeurs de chaque composant ont été introduites dans le logiciel et après résolution, nous pouvons visualiser le courant et la tension aux bornes de chacun. La figure 5.6 montre les formes d'onde de la tension et du courant dans le transistor et dans la diode. Nous voyons apparaître clairement les oscillations parasites dont certaines se superposent à différentes fréquences. Les valeurs de fréquence sont indiquées sur les courbes. Elles correspondent tout-à-fait aux calculs théoriques précédents dont voici les valeurs numériques :

$$F_r = 12,8 \text{ MHz}$$

$$F_{ar1} = 6,3 \text{ MHz}$$

$$F_{ar2} = 56 \text{ MHz}$$

$$F'_r = 44 \text{ MHz}$$

$$F'_{ar1} = 43,8 \text{ MHz}$$

$$F'_{ar2} = 88 \text{ MHz}$$

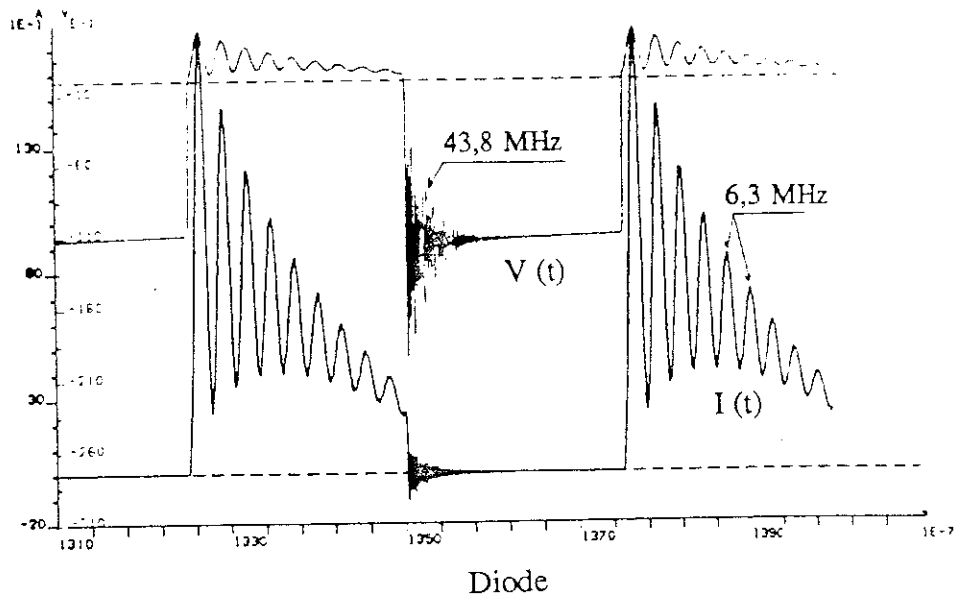
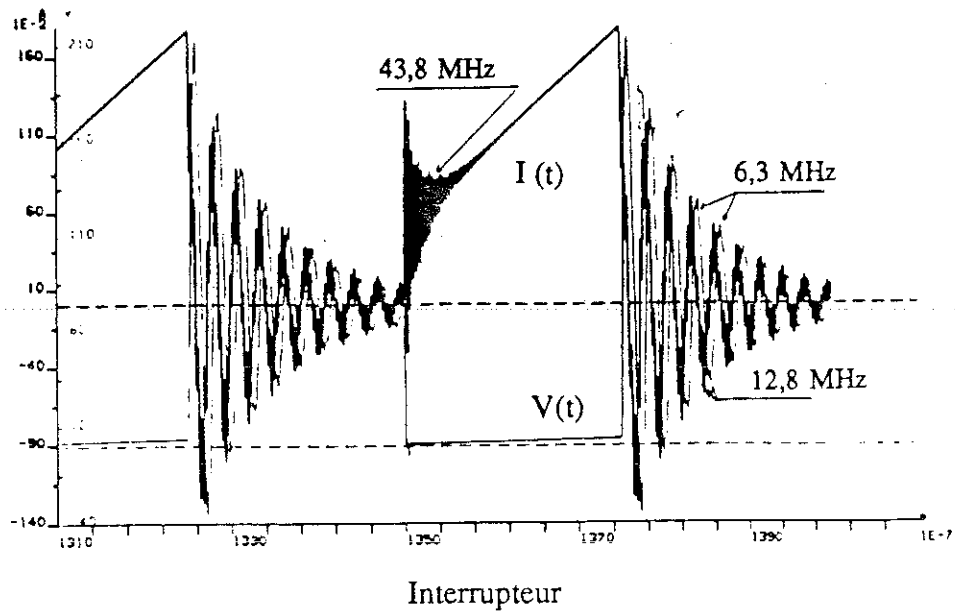
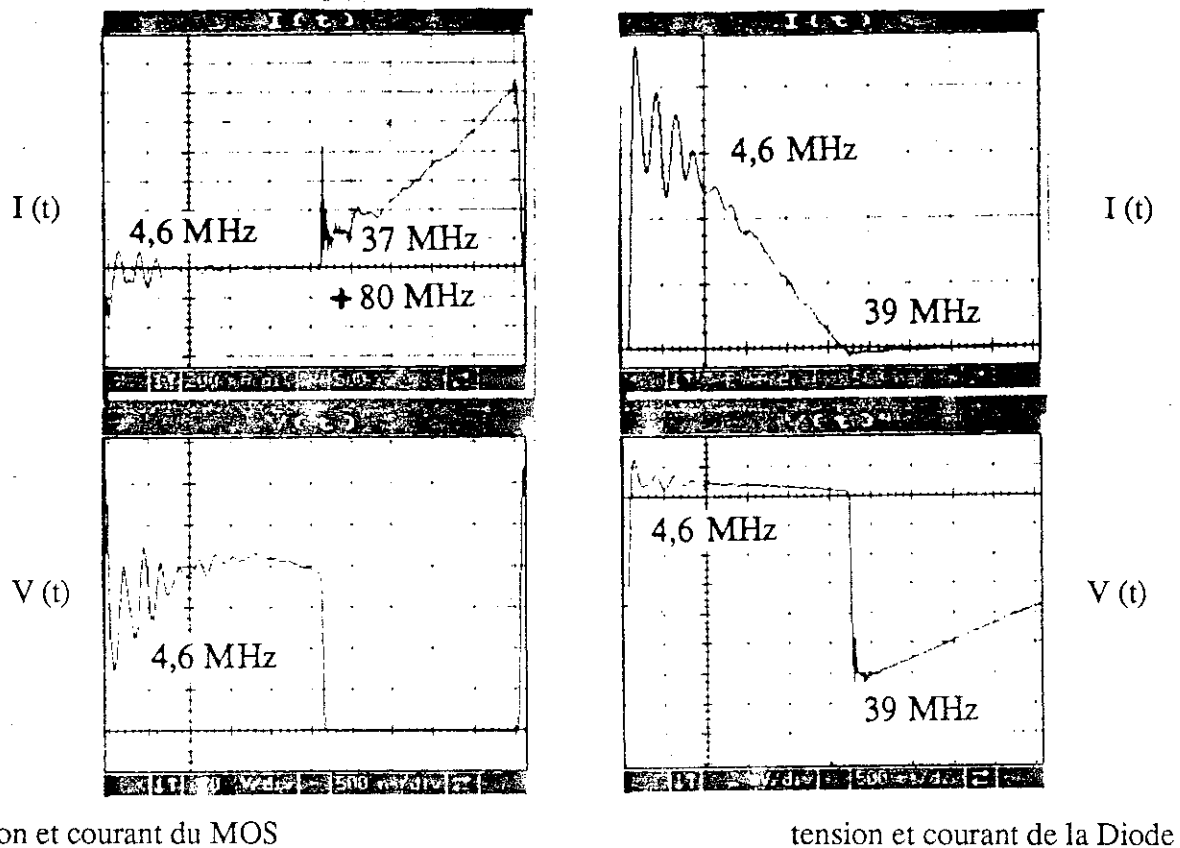


Figure 5.6 Courbes relevées sur CIRCUIT

L'approximation petits signaux permet de connaître en première approche et avec une bonne précision les fréquences des oscillations parasites.

5.4 RELEVES EXPERIMENTAUX SUR UNE MAQUETTE

Le montage de la figure 5.5 a été réalisé autour du transformateur planar de type MTC 125. Le transistor utilisé est un MOS IRF 640, quand à la diode, c'est une schottky BYS 2490. Les valeurs de capacité sont celles mesurées sur le pont (décrites au paragraphe précédent). Ce montage fonctionne à une fréquence de 200 kHz et avec un rapport cyclique α de 1/2 à la limite de la conduction discontinue. Ceci permet de pouvoir observer un nombre suffisant d'oscillations et d'en déduire les différentes fréquences. La figure 5.7 montre les résultats expérimentaux obtenus sur cette maquette avec les différentes fréquences de résonance qui ont pu être mesurées.



tension et courant du MOS

tension et courant de la Diode

Figure 5.7 Résultats expérimentaux

Les valeurs relevées ne correspondent pas toujours parfaitement aux valeurs théoriques. Ceci est en partie dû à la détermination des inductances de câblage et de fuite, ou à celle des capacités qui n'est pas toujours très précise. Cependant, nous observons tout de même une relative concordance entre les courbes simulées, et celles théoriques.

D'autre part, les semi-conducteurs ont été remplacés par d'autres ayant des valeurs différentes de capacité. Il s'en est suivi une variation des fréquences observées sur l'oscilloscope allant dans le rapport des capacités parasites.

5.5 CONCLUSION

L'introduction d'un transformateur d'isolement dans une alimentation à découpage provoque souvent l'apparition d'oscillations considérées comme "parasites". Ces oscillations sont la cause de surtensions ou surintensités passagères aux bornes des semi-conducteurs. Leurs effets peuvent dégrader le fonctionnement du convertisseur, allant jusqu'à la détérioration des composants actifs. Pour remédier à cela, plusieurs solutions existent. Les surtensions sont limitées par un circuit en parallèle sur le composant. Mais des pertes supplémentaires apparaissent dans ce circuit. Les oscillations de courant peuvent être amorties plus rapidement par des résistances mais elles provoqueront aussi des pertes. Il est donc important de connaître la cause de ces oscillations afin d'y remédier à leurs origines. L'obtention d'un schéma équivalent correct pour le transformateur permet de comprendre les interactions des éléments comme inductance de fuite, capacité inter-couches (calculées dans les chapitres précédents) avec les parasites du montage (inductance de câblage, capacité des composants actifs ...). Les fréquences des oscillations deviennent calculables dans les différentes configurations de fonctionnement du convertisseur. Une simulation sur le logiciel CIRCUIT a permis de confirmer les calculs théoriques concernant les fréquences des oscillations. Par contre, les résultats expérimentaux ont montré qu'il est très difficile de connaître avec une grande précision l'ensemble des éléments parasites. Les fréquences de résonance observées ne sont pas rigoureusement identiques à celles calculées. Cependant, une modification de la capacité du semi-conducteur en changeant celui-ci entraîne une variation des fréquences de résonance, observées expérimentalement allant dans le même sens que celles calculées. L'approche théorique développée ci-dessus permet dans un premier temps de faire une estimation de toutes ces oscillations. La simulation sur le logiciel CIRCUIT aboutit aux mêmes résultats. Ceux-ci deviennent plus souples d'emploi dès lors que le schéma du convertisseur se complique. Les surtensions ou surintensités peuvent être visualisées pour chaque composant. Ce logiciel ne permet par contre pas l'étude précise des instants de commutation, puisque le composant actif est modélisé par un court-circuit à l'état passant (résistance faible de quelques Ohms) et par une capacité à l'état bloqué (mesurée pour une tension inverse donnée). Au cours de la commutation, ces valeurs sont variables (la capacité évolue entre autre avec la tension inverse). Des recherches sont actuellement en cours au Laboratoire pour connecter le logiciel PACTE (qui tient compte du modèle précis de diode ou de transistor) au logiciel CIRCUIT (qui est capable de calculer très rapidement le régime permanent d'un convertisseur). Ce premier logiciel a déjà donné des résultats très satisfaisants pour l'étude plus poussée des instants de commutation. Cependant, il nécessite des temps de calcul innacceptables qui pourront être réduits par le couplage avec CIRCUIT.

Enfin, la localisation très précise des composants parasites sur le schéma du convertisseur va permettre l'utilisation de ceux-ci comme éléments utiles du montage [39],[40]. Par exemple, dans une alimentation à résonance, la capacité du transformateur ou encore son inductance de fuite

pourront être utilisées comme éléments résonants [41],[42],[43]. Dans un montage industriel, la répétitivité des fuites ou des capacités sur les éléments bobinés devra alors être très bonne.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Les travaux présentés dans ce mémoire sur le transformateur de faible puissance ont débuté avec pour objectif l'analyse du comportement du bobinage en haute fréquence [44]. Le matériau magnétique fut supposé être parfait et ne pas intervenir dans les résultats. Pour cela, nous avons veillé à toujours travailler dans la partie linéaire de celui-ci. Une attention toute particulière a été prise pour le choix des transformateurs d'essais. Nous faisons en sorte que la mise en évidence expérimentale du phénomène recherché (inductance de fuite, résistance série, capacité inter-couches) ne soit pas troublée par d'autres phénomènes inattendus. Des résultats probants ont été obtenus permettant une justification de la théorie par l'expérience. Il est apparu que le transformateur était méconnu dans le domaine de la haute fréquence en électronique de puissance. Il était construit et utilisé un peu empiriquement dans les alimentations à découpage. L'étude de son comportement portant uniquement sur le bobinage a permis de comprendre plusieurs phénomènes exposés dans ce mémoire.

La première partie est une généralité sur les transformateurs. La représentation de ceux-ci par un schéma équivalent n'est pas toujours très aisée et se limite souvent à des inductances couplées magnétiquement. Nous avons recensé les méthodes d'obtention de ces schémas équivalents et avons proposé une nouvelle méthode qui s'appuie sur la notion de coupleur. Le schéma obtenu rend compte de la matrice impédance du transformateur et peut être introduit dans un logiciel de simulation en électronique de puissance où, bien souvent, les composants bobinés sont uniquement considérés comme des inductances couplées.

La seconde partie permet de rentrer dans le vif du sujet, c'est-à-dire la modification de l'inductance de fuite en haute fréquence. Cette variation s'accompagne également d'une augmentation de la résistance série du transformateur et donc des pertes dans le cuivre plus importantes. Le modèle équivalent d'une couche par la méthode de Dowell a été utilisé. Il fut justifié par une simulation électromagnétique par éléments finis sur le logiciel FLUX2D qui tient compte de la forme géométrique des fils. A partir de quelques approximations, ces résultats théoriques ont permis de justifier la présence de cellules supplémentaires visibles sur les schémas équivalents des transformateurs d'essais obtenus empiriquement.

Une approche mathématique est abordée dans la troisième partie. Le développement multipolaire, élargi pour des systèmes à deux dimensions a permis de calculer la puissance complexe dans une couche d'un composant bobiné. Les équations de Maxwell ont été résolues sous forme de série prenant en compte les différents moments magnétiques des fils. Une approximation au terme dipolaire a été abordée pour une couche. Elle a permis de comparer quelques résultats de simulation à la théorie.

Les calculs de capacité ont été décrits dans la quatrième partie. A partir d'un schéma équivalent simple regroupant uniquement trois capacités, il a été possible de calculer la capacité d'entrée d'un transformateur à deux enroulements dans de nombreuses configurations. Nous avons abordé la généralisation de la méthode pour des composants bobinés ayant un nombre de couches supérieur à deux. Les résultats théoriques furent comparés à ceux de simulation et à des relevés expérimentaux.

Enfin, la réalité du fonctionnement d'un convertisseur a montré qu'il est souvent difficile de mesurer l'ensemble des éléments parasites sur les composants actifs ou passifs [45]. Les fréquences d'oscillation qui ont pu être calculées théoriquement s'écartent parfois des relevés expérimentaux. Dans la dernière partie, nous avons essayé de prévoir ces oscillations parasites par un passage en petits signaux du schéma du convertisseur.

L'ensemble des résultats présentés dans ce mémoire ne constitue qu'une première étape dans l'étude des composants bobinés. D'autres travaux, encore qu'à l'état d'ébauche, ne figurent pas dans ce rapport. Nous pouvons citer entre autre une recherche d'un modèle de plaque simulant les différentes couches d'un transformateur (cuivre, air, isolant, ...). Ce modèle devra aboutir à un schéma quadripolaire en étudiant la propagation des ondes électromagnétique dans ces plaques. Ramené à un circuit électrique, le schéma équivalent du transformateur sera obtenu immédiatement. D'autre part, le matériau magnétique est loin d'être parfait à ces fréquences de travail. De nouvelles études plus poussées, associées à des méthodes calorimétriques permettront d'identifier plus facilement les pertes dans les composants passifs [46].

Nous espérons que ces résultats pourront être appliqués à des transformateurs industriels. La répétitivité des bobinages est actuellement peu précise pour des grandes séries. Il s'en suit une variation importante de l'inductance de fuite ou de la capacité entre deux transformateurs semblables, chose qui est innacceptable si ces éléments sont utilisés pour le fonctionnement du convertisseur. Une nouvelle technologie de transformateurs planars semble aller dans le sens d'une meilleure répétitivité [47]. L'étude détaillée de ces composants doit se poursuivre au LEG.

ANNEXES

ANNEXE 1

CALCUL DES 6 INDUCTANCES DU SCHEMA EQUIVALENT

Calcul des valeurs des inductances L_1 à L_6 dans le schéma équivalent d'un transformateur à 3 enroulements (figure 1.9).

En écrivant les courants dans les différentes branches, nous identifions les termes aux équations (1.21) de la magnétostatique.

$$\begin{aligned} j\omega I_1 &= \frac{L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_1 L_3}{L_1 L_2 L_3} V_1 - \frac{1}{L_2} \frac{V_2}{\eta_{12}} - \frac{1}{L_3} \frac{V_3}{\eta_{13}} \\ j\omega \eta_{12} I_2 &= -\frac{1}{L_2} V_1 + \frac{L_2 L_4 + L_2 L_6 + L_4 L_6}{L_2 L_4 L_6} \frac{V_2}{\eta_{12}} - \frac{1}{L_6} \frac{V_3}{\eta_{13}} \\ j\omega \eta_{13} I_3 &= -\frac{1}{L_3} V_1 - \frac{1}{L_6} \frac{V_2}{\eta_{12}} + \frac{L_3 L_6 + L_3 L_5 + L_5 L_6}{L_3 L_5 L_6} \frac{V_3}{\eta_{13}} \end{aligned} \quad (A1.1)$$

$$\begin{aligned} j\omega I_1 &= \frac{1-k_{23}^2}{L_{11}D} V_1 + \frac{k_{13}k_{23}-k_{12}}{s_{12}L_{11}D} \frac{V_2}{\eta_{12}} + \frac{k_{12}k_{23}-k_{13}}{s_{13}L_{11}D} \frac{V_3}{\eta_{13}} \\ j\omega \eta_{12} I_2 &= \frac{k_{13}k_{23}-k_{12}}{s_{12}L_{11}D} V_1 + \frac{1-k_{13}^2}{s_{12}^2 L_{11}D} \frac{V_2}{\eta_{12}} + \frac{k_{12}k_{13}-k_{23}}{s_{12}s_{13}L_{11}D} \frac{V_3}{\eta_{13}} \\ j\omega \eta_{13} I_3 &= \frac{k_{12}k_{23}-k_{13}}{s_{13}L_{11}D} V_1 + \frac{k_{12}k_{13}-k_{23}}{s_{12}s_{13}L_{11}D} \frac{V_2}{\eta_{12}} + \frac{1-k_{12}^2}{s_{13}^2 L_{11}D} \frac{V_3}{\eta_{13}} \end{aligned} \quad (A1.2)$$

avec $D = 1 - k_{13}^2 - k_{23}^2 - k_{12}^2 + 2 k_{12} k_{23} k_{13}$

Il vient alors :

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{s_{12}s_{13}l_1(1-k_{13}^2-k_{23}^2-k_{12}^2 + 2 k_{12}k_{13}k_{23})}{s_{12}s_{13}(1-k_{23}^2) + s_{13}(k_{13}k_{23}-k_{12}) + s_{12}(k_{12}k_{23}-k_{13})} \\ L_2 &= \frac{s_{12}l_1(1-k_{13}^2-k_{23}^2-k_{12}^2 + 2 k_{12}k_{23}k_{13})}{k_{12}-k_{13}k_{23}} \end{aligned}$$

$$L_3 = \frac{s_{13}l_1(1-k_{13}^2-k_{23}^2-k_{12}^2 + 2 k_{12}k_{13}k_{23})}{k_{13}-k_{12}k_{23}}$$

$$L_4 = \frac{s_{12}^2 s_{13} l_1 (1-k_{12}^2-k_{13}^2-k_{23}^2 + 2 k_{12}k_{13}k_{23})}{s_{13}(1-k_{13}^2) + s_{12}s_{13}(k_{13}k_{23}-k_{12}) + s_{12}(k_{12}k_{13}-k_{23})}$$

$$L_5 = \frac{s_{12} s_{13}^2 l_1 (1-k_{13}^2-k_{23}^2-k_{12}^2 + 2 k_{12}k_{13}k_{23})}{s_{12}(1-k_{12}^2) + s_{13}(k_{12}k_{13}-k_{23}) + s_{12}s_{13}(k_{12}-k_{23}-k_{13})}$$

$$L_6 = \frac{s_{12} s_{13} l_1 (1-k_{12}^2-k_{13}^2-k_{23}^2 + 2 k_{12}k_{13}k_{23})}{k_{23}-k_{12}k_{13}}$$

ANNEXE 2

CALCUL DE L'ENERGIE MAGNETIQUE ET DE LA PUISSANCE DANS UNE PLAQUE

Nous considérons le système de la figure A.1

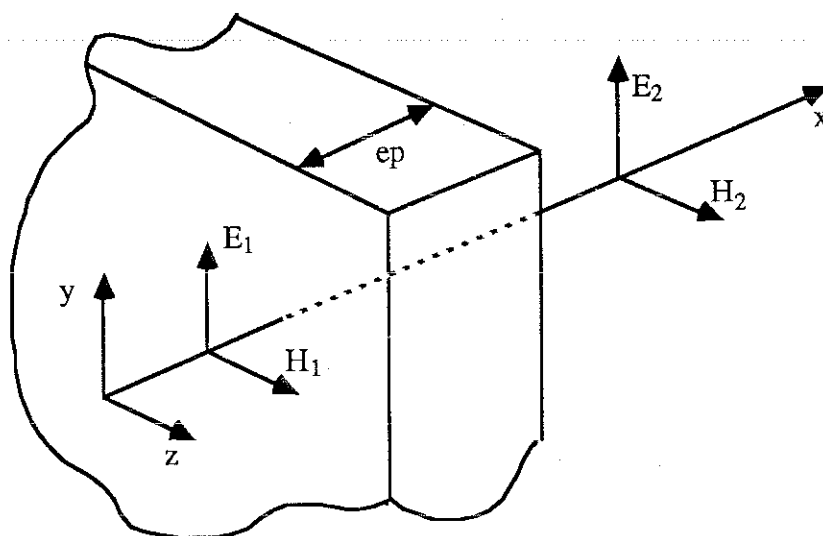


Figure A.1 Plaque plongée dans un champ magnétique

Partant de l'équation de propagation dans un conducteur :

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} - j\omega \mu \sigma H_z = 0$$

La solution générale est $H_z = A e^{jkx} + B e^{-jkx}$ avec $k^2 = -j\omega \mu \sigma$. Les conditions aux limites imposent :

$$\begin{array}{ll} \text{pour } x = -\frac{e}{2} & \bar{H}_z = \bar{H}_1 \\ x = \frac{e}{2} & \bar{H}_z = \bar{H}_2 \end{array}$$

La solution complète se met sous la forme :

$$H_z = -\frac{1}{\operatorname{sh} \frac{1+j}{\delta} e} \left[\bar{H}_1 \operatorname{sh} \frac{1+j}{\delta} \left(x - \frac{e}{2} \right) - \bar{H}_2 \operatorname{sh} \frac{1+j}{\delta} \left(x + \frac{e}{2} \right) \right]$$

Le calcul de l'énergie magnétique emmagasinée dans la plaque est :

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \iiint_v \bar{H} \cdot \bar{H}^* dv$$

ce qui aboutit à

$$W = \frac{1}{4\varphi} \mu_0 \frac{2\pi r_m h e}{\operatorname{ch} 2\varphi - \cos 2\varphi} \left[(H_1^2 + H_2^2) (\operatorname{sh} 2\varphi - \sin 2\varphi) - 2(H_1 H_2^* + H_2 H_1^*) (\operatorname{sh} \varphi \cos \varphi - \operatorname{ch} \varphi \sin \varphi) \right]$$

Le calcul de la puissance active se fait à partir de la densité de courant J.

$$J = \operatorname{rot} H$$

$$J = \frac{-(1+j)}{\delta \operatorname{sh} \frac{(1+j)}{\delta} e} \left[\bar{H}_1 \operatorname{ch} \frac{1+j}{\delta} \left(x - \frac{e}{2} \right) - \bar{H}_2 \operatorname{ch} \frac{1+j}{\delta} \left(x + \frac{e}{2} \right) \right]$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sigma} \iiint_v |J|^2 dv$$

$$P = \frac{1}{2} \frac{1}{\varphi \sigma} \frac{2\pi r_m h e}{\operatorname{ch} 2\varphi - \cos 2\varphi} \left[(H_1^2 + H_2^2) (\operatorname{sh} 2\varphi + \sin 2\varphi) - 2(H_1 H_2^* + H_2 H_1^*) (\operatorname{sh} \varphi \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{ch} \varphi) \right]$$

Dans tous ces calculs, les valeurs des excitations magnétiques sont données en amplitude maximale.

ANNEXE 3

MOMENT DIPOLAIRE D'UN FIL ROND PLONGE DANS UN CHAMP UNIFORME

Nous considérons un fil cylindrique plongé dans un champ H_{ext} uniforme $H_{\text{ext}} = \sqrt{2}.H_0. e^{j\omega t}$ perpendiculaire à l'axe de ce fil.

A l'extérieur du fil, la solution générale du champ H est (en utilisant les coordonnées cylindriques)

$$\vec{H}_2 = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{4.\vec{r}.(\vec{M}_1.\vec{r})}{r^4} - \frac{2.\vec{M}_1}{r^2} \right] + \vec{H}_{\text{ext}}$$

où M_1 est le moment magnétique du fil créé par les courants de Foucault qui s'y développent.

Le potentiel vecteur A_{ext} correspondant à la solution H est de la forme :

$$\vec{A}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2.\vec{M}_1 \wedge \vec{r}}{r^2} + \mu_0.\vec{H}_{\text{ext}} \wedge \vec{r}$$

Par raison de continuité, le potentiel vecteur A_{int} à l'intérieur du cylindre est de la même forme :

$$A_2 = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2.M_1}{r} + \mu_0.H_0.r \right) \sin \varphi$$

$$A_{\text{int}} = F(r) \sin \varphi$$

A_{int} satisfait à l'équation :

$$\nabla^2 A + k^2.A = 0$$

Il vient après résolution :

$$A_{\text{int}} = C.J_1(kr) \sin \varphi$$

Les constantes C et M_1 sont déterminées par les conditions aux limites sur la surface du fil ($r = a$):

$$H_2(r = a) = H_{\text{int}}(r = a)$$

Après résolution, il vient

$$\vec{M}_1 = -2\pi a^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{ka} \cdot \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} \right) \cdot \vec{H}_{\text{ext}}$$

ANNEXE 4

SOMME DE CERTAINES SERIES

Soient à évaluer les sommes suivantes :

(A.1)

$$S_0 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\text{Ln} \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-np)^2}} \right]$$

(A.2)

$$S_n = \text{Re} \left[\sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{[x - j.(y-lp)]^n} \right] \quad \text{pour } n > 0$$

Dans un premier temps, évaluons S_1 en utilisant l'égalité ci-dessous [16].

(A.3)

$$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{z - l\pi} = \cotg z = j \cdot \frac{e^{jz} + e^{-jz}}{e^{jz} - e^{-jz}}$$

En modifiant l'écriture de S_1 , il vient :

(A.4)

$$S_1 = \text{Re} \left[\frac{j\pi}{p} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\frac{\pi}{p}(y+jx) - l\pi} \right]$$

Le rapprochement de (A.3) et (A.4) donne, après avoir posé : $z = \pi.(y + jx)/p$

(A.5)

$$S_1 = \frac{\pi}{p} \cdot \text{Re} \left[\frac{e^{jz} + e^{-jz}}{e^{jz} - e^{-jz}} \right]$$

Après avoir multiplié haut et bas la fraction par le dénominateur conjugué nous obtenons l'expression finale en remarquant que :

$$j(z + z^*) = j2\pi \frac{y}{p} \quad \text{et} \quad j(z - z^*) = -2\pi \frac{x}{p}$$

où l'astérisque indique la conjugaison complexe.

Finalement :

$$S_1 = \frac{\pi}{p} \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\pi \frac{x}{p}}{\operatorname{ch} 2\pi \frac{x}{p} - \cos 2\pi \frac{y}{p}} \quad (\text{A.6})$$

Pour obtenir les expressions des autres sommes S_n ($n > 1$), modifions l'écriture de (A.2) :

$$S_n = \operatorname{Re} \left[\left(\frac{j\pi}{p} \right)^n \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\left[\frac{\pi}{p} (y+jx) - l\pi \right]^n} \right] \quad (\text{A.7})$$

Sous cette forme, il est facile de voir que :

$$S_{n+1} = -\frac{1}{n} \cdot \frac{\partial S_n}{\partial x} \quad (\text{A.8})$$

La relation de récurrence (A.8) nous a permis d'établir les expressions de S_2 et S_3 en partant de S_1 :

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{2\pi^2}{p^2} \cdot \frac{\operatorname{ch} 2\pi \frac{x}{p} \cdot \cos 2\pi \frac{y}{p} - 1}{\left(\operatorname{ch} 2\pi \frac{x}{p} - \cos 2\pi \frac{y}{p} \right)^2} \\ S_3 &= \frac{2\pi^3}{p^3} \operatorname{sh} 2\pi \frac{x}{p} \cdot \frac{\operatorname{ch} 2\pi \frac{x}{p} \cdot \cos 2\pi \frac{y}{p} + \cos^2 2\pi \frac{y}{p} - 2}{\left(\operatorname{ch} 2\pi \frac{x}{p} - \cos 2\pi \frac{y}{p} \right)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Evaluons maintenant S_0 . Pour cela, nous modifions la forme (A.2) de S_1 en considérant que la partie réelle d'une somme est égale à la somme des parties réelles de chaque terme :

$$S_1 = \operatorname{Re} \left[\sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{[x - j \cdot (y - lp)]} \right] = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{x}{x^2 + (y - lp)^2} \quad (\text{A.11})$$

Cette écriture de S_1 peut être rapprochée de celle de S_0 (A.1). En effet :

$$\frac{\partial S_0}{\partial x} = -\frac{1}{2} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{2x}{x^2 + (y - lp)^2} = -S_1 \quad (\text{A.12})$$

L'expression de S_0 s'en déduit par intégration de (A.6) :

$$(\text{A.13})$$

$$S_0 = \text{Ln} \frac{1}{\sqrt{\text{ch } 2\pi \frac{x}{p} - \cos 2\pi \frac{y}{p}}}$$

Comme il se doit, les expressions obtenues pour S_n sont périodiques en y . En outre, étant obtenues par addition de solutions de l'équation de Laplace, ces fonctions sont elles mêmes solutions de cette équation, si bien que :

$$\frac{\partial^2 S_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S_n}{\partial y^2} = 0 \quad \forall n \quad (\text{A.14})$$

Ces deux propriétés réunies impliquent que la constante d'intégration $C(y)$ qui aurait pu être ajoutée à (A.13) doit être choisie nulle.

Notons pour terminer que les fonctions S_n présentent, vis à vis de x , la parité de n .

ANNEXE 5

EXPLOITATION DU VECTEUR DE POYNTING COMPLEXE

Les équations de Maxwell lient des grandeurs réelles. Lorsque le milieu est linéaire, stationnaire et stable, il est possible d'atteindre un régime établi tel que toutes les grandeurs soient sinusoïdales de même fréquence. Pour étudier ce régime, il est commode de réécrire les équations de Maxwell à l'aide de grandeurs complexes. Nous allons montrer ici que la partie imaginaire du vecteur de Poynting est directement liée à la densité d'énergie réactive.

A titre d'exemple, considérons l'équation ci-dessous.

$$\text{rot } \mathbf{E} = \frac{-\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{A.15})$$

et posons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}(t) = \sqrt{2} E_0 \cos(\omega t + \varphi_E) = \sqrt{2} \text{Re} [E_0 \cdot e^{j\varphi_E} \cdot e^{j\omega t}] \\ \mathbf{B}(t) = \sqrt{2} B_0 \cos(\omega t + \varphi_B) = \sqrt{2} \text{Re} [B_0 \cdot e^{j\varphi_B} \cdot e^{j\omega t}] \end{array} \right\} \quad (\text{A.16})$$

Par la suite, nous appellerons amplitudes complexes du champ et de l'induction les grandeurs :

$$\overline{\mathbf{E}}_0 = E_0 e^{j\varphi_E} \quad , \quad \overline{\mathbf{B}}_0 = B_0 e^{j\varphi_B}$$

Notons que , grâce au facteur $\sqrt{2}$, le modèle de l'amplitude complexe est la valeur efficace du champ si bien que :

$$\overline{\mathbf{E}}_0 \cdot \overline{\mathbf{E}}_0^* = E_0^2 = E_{\text{eff}}^2 = \langle E^2(t) \rangle \quad (\text{où } \langle \rangle \text{ signifie valeur moyenne})$$

Si les champs $\mathbf{E}(t)$ et $\mathbf{B}(t)$ satisfont (A.15), les champs retardés $\mathbf{E}(t - t')$ et $\mathbf{B}(t - t')$ la satisfont aussi puisque le milieu est supposé stationnaire. En choisissant $t' = T/4$, nous parvenons à réécrire (A.15) avec les champs complexes :

$$(\text{A.17})$$

$$\begin{cases} E(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} [\overline{E_0} e^{j\omega t}] \\ B(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} [\overline{B_0} e^{j\omega t}] \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} E\left(t - \frac{T}{4}\right) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left[\overline{E_0} e^{j\omega\left(t - \frac{T}{4}\right)} \right] = \sqrt{2} \operatorname{Im} [\overline{E_0} e^{j\omega t}] \\ B\left(t - \frac{T}{4}\right) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left[\overline{B_0} e^{j\omega\left(t - \frac{T}{4}\right)} \right] = \sqrt{2} \operatorname{Im} [\overline{B_0} e^{j\omega t}] \end{cases}$$

sont 2 couples de fonction qui satisfont (A.15). En raison de la linéarité de cette équation, il en va de même du couple :

$$\begin{cases} E(t) + j.E\left(t - \frac{T}{4}\right) = \sqrt{2} \overline{E_0} e^{j\omega t} \\ B(t) + j.B\left(t - \frac{T}{4}\right) = \sqrt{2} \overline{B_0} e^{j\omega t} \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

L'introduction de ces expressions dans (A.15) amène la disparition du $\sqrt{2}$ et de $e^{j\omega t}$. En répétant cette démarche, nous réécrivons les 4 équations de Maxwell :

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \overline{E_0} &= -j\omega \overline{B_0} & \operatorname{div} \overline{D_0} &= \overline{\rho_0} \\ \operatorname{rot} \overline{H_0} &= \overline{J_0} + j\omega \overline{D_0} & \operatorname{div} \overline{B_0} &= 0 \end{aligned}$$

En outre, les propriétés attribuées au milieu impliquent également :

$$\begin{aligned} \overline{B_0} &= \mu(\omega) \cdot \overline{H_0} & \text{avec} & \quad \mu = \mu' - j\mu'' \\ \overline{D_0} &= \epsilon(\omega) \cdot \overline{E_0} & \text{avec} & \quad \epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' \\ \text{et} \quad \overline{J_0} &= \sigma \overline{E_0} \end{aligned}$$

où μ' , μ'' , ϵ' , ϵ'' sont des fonctions réelles de ω et σ une constante réelle. Intéressons-nous maintenant au vecteur de Poynting complexe P :

$$\overline{P} = \overline{E_0} \wedge \overline{H_0}^* \quad (\text{A.19})$$

Le flux de ce vecteur pénétrant dans une surface fermée s'obtient en partant des relations précédentes. Après un calcul sans difficultés, nous obtenons :

$$-\iint_S \overline{E_0} \wedge \overline{H_0}^* \cdot d\vec{S} = 2j\omega \cdot \int_{\mathcal{V}} \left(\frac{1}{2} \mu' \cdot H_{\text{eff}}^2 - \frac{1}{2} \epsilon' \cdot E_{\text{eff}}^2 \right) \cdot d\mathcal{V} + \omega \int_{\mathcal{V}} \left(\mu'' \cdot H_{\text{eff}}^2 + \epsilon'' \cdot E_{\text{eff}}^2 \right) \cdot d\mathcal{V} + \int_{\mathcal{V}} \sigma \cdot E_{\text{eff}}^2 \cdot d\mathcal{V} \quad (\text{A.20})$$

Le signe - devant le membre de gauche est placé pour obtenir le flux entrant alors que dS est dirigé vers l'extérieur. Le membre de droite fait apparaître bien distinctement les parties imaginaires et réelles de ce flux. Nous constatons que la partie réelle est égale à la puissance dissipée à l'intérieur

de S par pertes magnétiques, diélectriques ainsi que par effet Joule.

La partie imaginaire du flux est en revanche directement liée à l'énergie réactive stockée à l'intérieur de S . Cette propriété, non démontrée à notre connaissance, est très utile pour évaluer des réactances.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

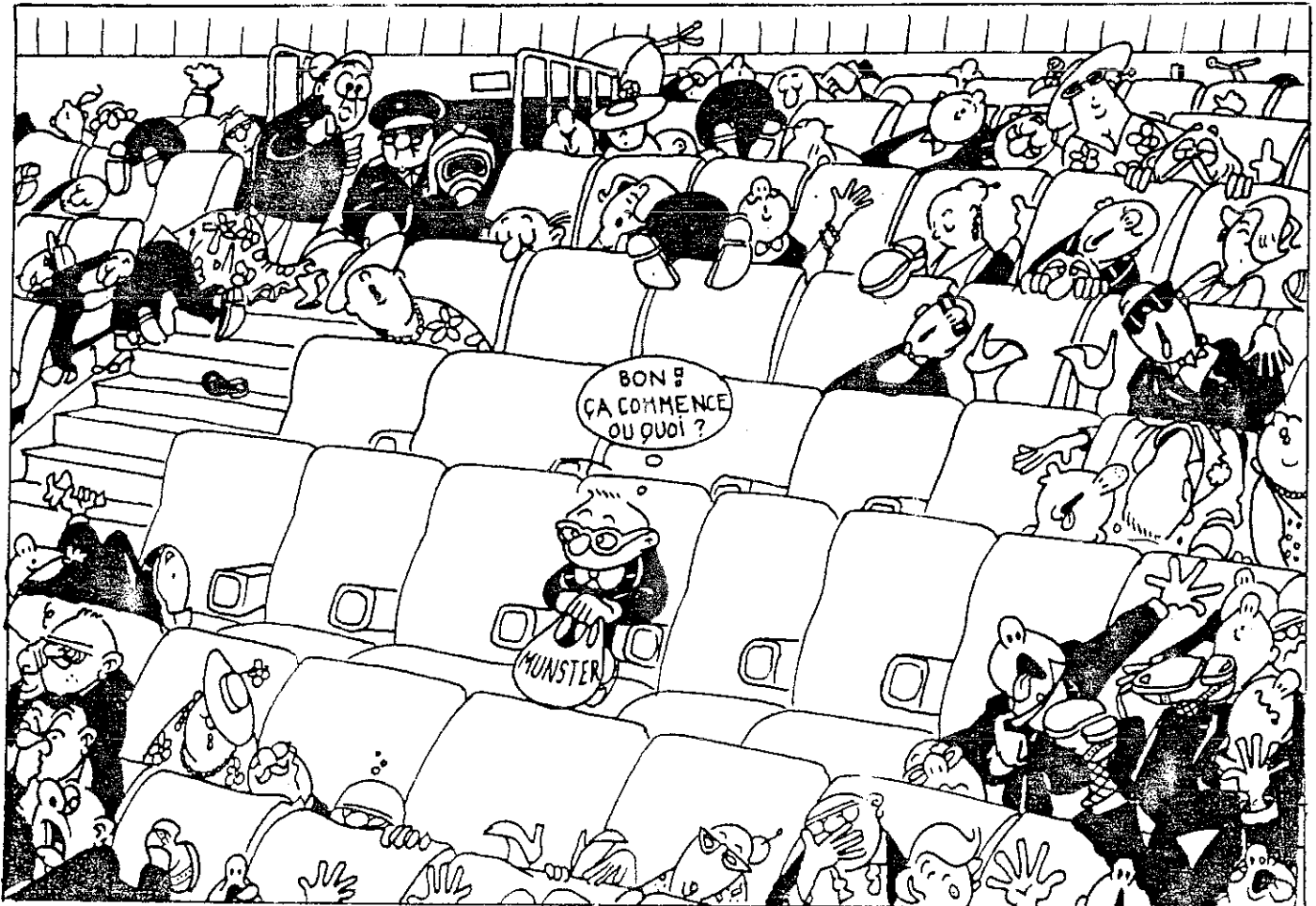
- [1] W.M. Flanagan, "Handbook of Transformer Applications", Mc Graw-Hill Book Company, 1986, pp 2.1-2.9.
- [2] S. P. Hsu, R. D. Middlebrook, S. Cuk, "Transformer Modelling and Design for Leakage Control".
- [3] A.A. Dawhajre, R.D. Middlebrook, "Modelling and Estimation of Leakage Phenomena in Magnetic Circuits", PESC'86, IEEE, June 1986, Vancouver.
- [4] A.A. Dawhajre, "Modelling and Estimation of Leakage Phenomena in Magnetic Circuits", Ph. D. Thesis, California Institute of Technology, Division of Engineering and Applied Science, Pasadena, California, April 1986.
- [5] A. Ahmad, P. Auriol, C. Kieny, "A New Power Transformer Model for High Frequency Electromagnetic Transient Studies", IMACS 90, sept. 1990, Nancy
- [6] S. El-Hamamsy, E. I. Chang, "Magnetic Modelling for Computer Aided Design of Power Electronic Circuits", PESC 89, IEEE, pp. 635-645
- [7] A.M. Urling, V.A. Niemela, G.R. Skutt, T.G. Wilson, "Characterizing High Frequency Effects in Transformer Windings. A Guide to Several Significant Articles", APEC, 89CH2719-3, 1989, pp 373-385.
- [8] J.C. Sabonnadière, G. Meunier, B. Morel, "Flux: A General Interactive Finite Elements Package for 2D Electromagnetic Fields", IEEE Trans Mag, mars 1982.
- [9] P. Gaudry, "Les Ferrites Doux pour Alimentation Grand Public", Electronique de Puissance n°24, pp.72-78.
- [10] "3F3 Ferrite. At the Core of Advanced SMPS Desig", Technical Publication 282, Philips Components.
- [11] J. P. Keradec, R. Feuillet, J. Perard, "Eddy Current Losses and High Frequency Modelling of Switching Power Supply Transformer", EPE 89, sept. 1989, Aachen.

- [12] B. Cogitore, "Modélisation Semi Automatique de Composants Passifs Linéaires", Rapport de DEA, Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, juin 1990
- [13] P.L. Dowell, "Effects of Eddy Currents in Transformer Windings", Proc IEE, Vol. 113, N° 8, August 1966, pp 1387-1394
- [14] C.E. Hawkes, T.G. Wilson, R.C. Wong, "Magnetic Field Intensity and Current Density Distributions in Transformer Windings", PESC, 89CH2721-9, 1989, pp 1021-1030
- [15] D. Sadarnac, A. d'Almeida, "Les Pertes Cuivre à Fréquence Elevée", Electronique de Puissance du Futur, Bordeaux, juin 1988
- [16] V.A Niemela, G.R Skutt, A.M. Urling, Y.N. Chang, T.G. Wilson, H.A. Owen, Jr., and R.C. Wong, "Calculating the Short-Circuit Impedances of a Multiwinding Transformer from its Geometry", PESC, 89CH2721-9, 1989, pp 607-617
- [17] J. P. Vandelac, P. Ziogas, "A Novel Approach for Minmizing High Frequency Transformer Copper Losses", PESC 87, IEEE, 1987, pp. 355-367.
- [18] M. P. Perry, "Multiple Layer Series Connected Winding Design for Minimum Losses", IEEE Transaction, Vol. PAS-98, n° 1, 1979, pp. 116-123.
- [19] E. Laveuve, J.P. Keradec, G. Meunier, "Influence of Induced Currents in Conductors on Leakage and Losses in a Transformer", Electric Machines and Power Systems, Vol. 19 n°1, jan. 91, pp 55-68.
- [20] J. Jongsma, "High Frequency Ferrite Power Transformer and Choke Design, Part 3: Transformer Winding Design", Philips Electronic Components and Materials Technical Publication, Philips, The Netherlands, 1982.
- [21] P. Laurin and D. Corson, "Electromagnetic Fields and Wawes", Freeman Edition, San Francisco, 2nd Edition, 1970, pp 65-70.
- [22] Y. Ayant, M. Bory, "Fonctions Spéciales", Dunod, Paris, 1971, pp 126-128.
- [23] L. Landau et E. Lifchitz, "Electrodynamique des Milieux Continus", Tome 8, Edition de la Paix, Moscou, 1969, pp 259.

- [24] M.R. Spiegel, "Formules et Tables de Mathématiques", Série Shaum, Mac Graw-Hill, 1979, pp 140-141.
- [25] K.V. Namjoshi, P.P. Biringer, "Low-Frequency Eddy-Current Loss Estimation in Long Conductors by Using the Moment of Inertia of Cross Sections", IEEE Trans. Mag., vol 24, N° 5, sept 88, pp 2181-2185.
- [26] K. Knopp, "Theory and Application of Infinite Series", Blackie & Son Limited Edition, 2nd English Edition, Great Britain, pp 149.
- [27] L. Landau et E. Lifchitz, "Electrodynamique des Milieux Continus", Tome 8, Edition de la Paix, Moscou, 1969, pp 245-257.
- [28] J.P. Keradec, E. Laveuve, J. Roudet, "Multipolar Development of Vector Potential for Parallel Wires. Application to the Study of Eddy Currents Effects in Transformer Winding", CEFC, oct 90, Seattle.
- [29] E. Laveuve, J.P. Keradec, F. Lappas, "Un Obstacle à la Montée en Fréquence: les Eléments Bobinés", EPF 90, Toulouse, oct. 90.
- [30] W.T. Duerdoth, "Equivalent capacitances of Transformer Windings", Wireless Engineer, June 1946, pp.161-167.
- [31] E. Laveuve, J.P. Keradec, M. Bensoam, " Electrostatic of Wound Components: Analytical Results, Simulation and Experimental Validation of the Parasitic Capacitance ", to be published in IAS'91, Dearborn, oct. 91.
- [32] J. Roudet, "Analyse et Comparaison des Divers Modes de Conversion DC-DC: Modes de Commutation et Sûreté de Fonctionnement, Performances CEM", Thèse de l'INPG, LEG, nov. 1990, Grenoble.
- [33] L. Casey, A.F. Goldberg, M.F. Schlecht, "Issue Regarding the Capacitance of 1-10 MHz Transformers", PESC88, CH2504-9, IEEE, pp.352-359.
- [34] J.P. Ferrieux, F. Forest, "Alimentations à Découpage-Convertisseurs à Résonance", Collections Technologies, Edition Masson, 1987, pp.227-238.
- [35] M. Bensoam, "Alimentations à Découpage Pseudo-Résonantes: Analyse et Simulation du Comportement à Fréquence de Commutation Elevée", Thèse de l'INPG, LEG, janv. 1991,

Grenoble.

- [36] E. Euxibie, J.L. Coulomb, J.C. Sabonnadiere, R. Feuillet, "Power Electronics Simulation on 512K Mac-Intosh.", Society for Computer Simulation Multiconference. SAN DIEGO Janvier 1986.
- [37] A. Bolopion, G. Enjalbert, R. Feuillet, J.M. Zaza, "Simulation et C.A.O. en électronique de puissance : le logiciel C.I.R.C.U.I.T.", Revue Electronique de puissance n° 26 Avril 88.
- [38] E. Laveuve, M. Bensoam, J.P. Keradec, " Wound Components Parasitic Elements : Calculation, Simulation and Experimental Validation in High Frequency Power Supply", to be published in EPE'91, Florence, Sept. 91.
- [39] M. Bensoam, E. Laveuve, J.P. Ferrieux, H. Morel, "Optimization of Switching Frequency for Quasi-Resonant Converter", to be published in EPE'91, Florence, Sept. 91.
- [40] A. F. Goldberg, F. Schlecht, "The Relationship Between Size and Power Dissipation in a 1-10 MHz Transformer", PESC 89, IEEE, pp. 625-634.
- [41] F. Forest, X. Tian, "L'Energie Electromagnétique de Fuite dans les Alimentations à Découpage", Electronique de Puissance, n° 26, pp. 42-50.
- [42] O.H. Stielau, J.D. van Wyk, M. Ehsani, I.J. Pitel, "Integrated Reactive Components in Power Electronic Circuits", PESC'90, IEEE, pp. 831-838.
- [43] W. C. Bownan, and al., "A High Density Board Mounted Power Module for Distributed Powering Architectures", APEC 90, IEEE, 1990, pp. 43-54.
- [44] B. Carsten, "Magnetic Design Tutorial", PCIM 89, june 1989, Munich.
- [45] M. Bensoam , G. Cauffet, E. Laveuve, J. Barbaroux, "Métrologie en Electronique de Puissance: Analyse des Erreurs Relatives aux Sondes et à la Conversion Analogique Numérique", EPF, SEE, oct. 90, Toulouse.
- [46] D. K. Conroy, G. F. Pierce, P. R. Troyk, "Measurement Techniques for the Design of High Frequency SMPS Transformers", PESC 88, IEEE, 1988, pp. 341-351.
- [47] D. van der Linde, J. B. Klaassens, "Design of a High Frequency Planar Power Transformer in Multilayer Technology", EPE 89, sept. 1989, Aachen, pp. 1501-1506.



INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE GRENOBLE

46 avenue F. Viallet - 38031 GRENOBLE Cedex -

Tél : 76.57.45.00

ANNEE UNIVERSITAIRE 1989

Président de l'Institut
Monsieur Georges LESPINARD

PROFESSEURS DES UNIVERSITES

ENSERG	BARIBAUD	Michel	ENSPG	JOST	Rémy
ENSIEG	BARRAUD	Alain	ENSPG	JOUBERT	Jean-Claude
ENSPG	BAUDELET	Bernard	ENSIEG	JOURDAIN	Geneviève
INPG	BEAUFILS	Jean-Pierre	ENSIEG	LACOUME	Jean-Louis
ENSERG	BLIMAN	Samuel	ENSIEG	LADET	Pierre
ENSHMG	BOIS	Philippe	ENSHMG	LESIEUR	Marcel
ENSEEG	BONNETAIN	Lucien	ENSHMG	LESPINARD	Georges
ENSPG	BONNET	Guy	ENSPG	LONGEQUEUE	Jean-Pierre
ENSIEG	BRISSONNEAU	Pierre	ENSHMG	LORET	Benjamin
IUFA	BRUNET	Yves	ENSEEG	LOUCHET	François
ENSHMG	CAILLERIE	Denis	ENSEEG	LUCAZEAU	Guy
ENSPG	CAVAIGNAC	Jean-François	ENSIEG	MASSE	Philippe
ENSPG	CHARTIER	Germain	ENSIEG	MASSELOT	Christian
ENSERG	CHENEVIER	Pierre	ENSIMAG	MAZARE	Guy
UFR PGP	CHERADAME	Hervé	ENSIMAG	MOHR	Roger
ENSIEG	CHERUY	Arlette	ENSHMG	MOREAU	René
ENSERG	CHOVET	Alain	ENSIEG	MORET	Roger
ENSERG	COHEN	Joseph	ENSIMAG	MOSSIERE	Jacques
ENSEEG	COLINET	Catherine	ENSHMG	OBLED	Charles
ENSIEG	CORNUT	Bruno	ENSEEG	OZIL	Patrick
ENSIEG	COULOMB	Jean-Louis	ENSEEG	PAULEAU	Yves
ENSERG	COUMES	André	ENSIEG	PERRET	Robert
ENSIMAG	CROWLEY	James	ENSHMG	PIAU	Jean-Michel
ENSHMG	DARVE	Félix	ENSERG	PIC	Etienne
ENSIMAG	DELLA DORA	Jean-François	ENSIMAG	PLATEAU	Brigitte
ENSERG	DEPEY	Maurice	ENSERG	POUPOT	Christian
ENSPG	DEPORTES	Jacques	ENSEEG	RAMEAU	Jean-Jacque
ENSEEG	DEROO	Daniel	ENSPG	REINISCH	Raymond
ENSEEG	DESRE	Pierre	UFR PGP	RENAUD	Maurice
ENSERG	DOLMAZON	Jean-Marc	UFR PGP	ROBERT	André
ENSEEG	DURAND	Francis	ENSIMAG	ROBERT	François
ENSPG	DURAND	Jean-Louis	ENSIEG	SABONNADIÈRE	Jean-Claude
ENSHMG	FAUTRELLE	Yves	ENSIMAG	SAUCIER	Gabriele
ENSIEG	FOGGIA	Albert	ENSPG	SCHLENKER	Claire
ENSIMAG	FONLUPT	Jean	ENSPG	SCHLENKER	Michel
ENSIEG	FOULARD	Claude	ENSERG	SERMET	Pierre
UFR PGP	GANDINI	Alessandro	UFR PGP	SILVY	Jacques
ENSPG	GAUBERT	Claude	ENSHMG	SIRIEYS	Pierre
ENSERG	GENTIL	Pierre	ENSEEG	SOHM	Jean-Claude
ENSIEG	GENTIL	Sylviane	ENSIMAG	SOLER	Jean-Louis
IUFA	GREVEN	Hélène	ENSEEG	SOUQUET	Jean-louis
ENSIEG	GUEGUEN	Claude	ENSHMG	TROMPETTE	Philippe
ENSERG	GUERIN	Bernard	ENSPG	VINCENT	Henri
ENSEEG	GUYO T	Pierre	ENSERG	ZADWORNÝ	François
ENSIEG	IVANES	Marcel			
ENSIEG	JAUSSAUD	Pierre			

.../...

PERSONNES AYANT OBTENU LE DIPLOME
d'habilitation à diriger des recherches

BECKER	M.	DANES	F.	GHIBAUDO	G.	MULLER	J.
BINDER	Z.	DEROO	D.	HAMAR	S.	NGUYEN TRONG	B.
CHASSERY	J.M.	DIARD	J.P.	HAMAR	R.	NIEZ	J.J.
CHOLLET	J.P.	DION	J.M.	LACHENAL	D.	PASTUREL	A.
COEY	J.	DUGARD	L.	LADET	P.	PLA	F.
COLINET	C.	DURAND	M.	LATOMBE	C.	ROGNON	J.P.
COMMAULT	C.	DURAND	R.	LE HUY	H.	ROUGER	J.
CORNUEJOLS	G.	GALERIE	A.	LE GORREC	B.	TCHUENTE	M.
COULOMB	J.L.	GAUTHIER	J.P.	MADAR	R.	VINCENT	H.
COURNIL	M.	GENTIL	S.	MEUNIER	G.	YAVARI	A.R.
DALARD	F.						

CHERCHEURS DU C.N.R.S.

1989/90

ALEMANY	Antoine
ALLIBERT	Colette
ALLIBERT	Michel
ANSARA	Ibrahim
ARMAND	Michel
AUDIER	Marc
BERNARD	Claude
BINDER	Gilbert
BONNET	Roland
BORNARD	Guy
CAILLET	Marcel
CALMET	Jacques
CARRE	René
CHATILLON	Christian
CLERMONT	Jean-Robert
COURTOIS	Bernard
DAVID	René
DION	Jean-Michel
DRIOLE	Jean
DURAND	Robert
ESCUDIER	Pierre
EUSTATHOPOULOS	Nicolas
FRUCHARD	Robert
GARNIER	Marcel
GLANGEAUD	François
GUELIN	Pierre
HOPFINGER	Emile
JORRAND	Philippe
JOUD	Jean-Charles
KAMARINOS	Georges
KLEITZ	Michel
KOFMAN	Walter
KRAKOWIAK	Sacha
LANDAU	Ioan
LEJEUNE	Gérard
LEPROVOST	Christian
MADAR	Roland
MERMET	Jean
MEUNIER	Jacques
MICHEL	Jean-Marie
NAYROLLES	Bernard
PEUZIN	Jean-Claude
PIAU	Monique
RENOUARD	Dominique
SENATEUR	Jean-Pierre
SIFAKIS	Joseph
SIMON	Jean-Paul
SUERY	Michel
TEODOSIU	Christian
VACHAUD	Georges
VAUCLIN	Michel
VENNEREAU	Pierre
VERJUS	Jean-Pierre
WACK	Bernard
YONNET	Jean-Paul

SITUATION PARTICULIERE

PROFESSEURS D'UNIVERSITE

DETACHEMENT

ENSIMAG	LATOMBE	J.Claude	Détachement.....	21/10/1989
ENSHMG	PIERRARD	J.Marie	Détachement.....	30/04/1989
ENSIMAG	VEILLON	Gérard	Détachement.....	30/09/1990
ENSIMAG	VERJUS	J.Pierre	Détachement.....	30/09/1989
ENSPG	BLOCH	Daniel	Récteur à c/.....	21/12/1988

SURNOMBRE

INPG	CHIAVERINA	Jean	30/09/1989
ENSHMG	BOUVARD	Maurice.....	30/09/1991
ENSEEG	PARIAUD	J.Charles	30/09/1991

PERSONNALITES AGREEES A TITRE PERMANENT A DIRIGER DES TRAVAUX DE RECHERCHE
(DECISION DU CONSEIL SCIENTIFIQUE)

<u>ENSEEG</u>	HAMMOU MARTIN-GARIN SARRAZIN SIMON	Abdelkader Régina Pierre Jean-Paul
---------------	---	---

<u>ENSERG</u>	BOREL	Joseph
---------------	-------	--------

<u>ENSIEG</u>	DESCHIZEAUX GLANGEAUD PERARD REINISCH	Pierre François Jacques Raymond
---------------	--	--

<u>ENSHMG</u>	ROWE	Alain
---------------	------	-------

<u>ENSIMAG</u>	COURTIN	Jacques
----------------	---------	---------

<u>C.E.N.G</u>	CADET COEURE DELHAYE DUPUY JOUVE NICOLAU NIFENECKER PERROUD PEUZIN TAIEB VINCENDON	Jean Philippe Jean-Marc Michel Hubert Yvan Hervé Paul Jean-Claude Maurice Marc
----------------	--	--

<u>C.N.E.T.</u>	DEVINE GERBER MERCKEL PAULEAU	Laboratoire extérieurs : Rodericq Roland Gérard Yves
-----------------	--	--

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX



Président de l'Université :

M. NEMOZ Alain

ANNEE UNIVERSITAIRE 1988 - 1989

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE SCIENCES ET DE GEOGRAPHIE

PROFESSEURS DE 1ERE CLASSE

ADIBA Michel
ANTOINE Pierre
ARNAUD Paul
ARVIEU Robert
AURIAULT Jean Louis
AYANT Yves
BARJON Robert
BARNOUD Fernand
BARRA Jean René
BECKER Pierre
BEGUIN Claude
BELORISKY Elie
BENZAKEN Claude
BERARD Pierre
BERNARD Alain
BERTRANDIAS Françoise
BERTRANDIAS Jean Paul
BILLET Jean
BOEHLER Jean Paul
BRAVARD Yves
CARLIER Georges
CASTAING Bernard
CAUQUIS Georges
CHARDON Michel
CHIBON Pierre
COHEN ADDAD Jean Pierre
COLIN DE VERDIERE Yves
CYROT Michel
DEBELMAS Jacques
DEGRANGE Charles
DEMAILLY Jean Pierre
DENEUVILLE Alain
DEPORTES Charles
DOLIQUE Jean Michel
DOUCE Roland
DUCROS Pierre
FINKE Gerde
GAGNAIRE Didier
GAUTRON René
GENIES Eugène
GERMAIN Jean Pierre
GIDON Maurice
GUITTON Jacques
HICTER Pierre
IDELMAN Simon
JANIN Bernard
JOLY Jean René
JOSELEAU Jean Paul

Informatique
Géologie I.R.I.G.M.
Chimie Organique
Physique Nucléaire I.S.N.
Mécanique
Physique Approfondie
Physique Nucléaire I.S.N.
Biochimie Macromoléculaire Végétale
Statistiques - Mathématiques Appliquées
Physique
Chimie Organique
Physique
Mathématiques Pures
Mathématiques Pures
Mathématiques Pures
Mathématiques Pures
Mathématiques Pures
Géographie
Mécanique
Géographie
Biologie Végétale
Physique
Chimie Organique
Géographie
Biologie Animale
Physique
Mathématiques Pures
Physique du Solide
Géologie Générale
Zoologie
Mathématiques Pures
Physique
Chimie Minérale
Physique des Plasmas
Physiologie Végétale
Cristallographie
Informatique
Chimie Physique
Chimie
Chimie
Mécanique
Géologie
Chimie
Chimie
Physiologie Animale
Géographie
Mathématiques Pures
Biochimie

KAHANE André, détaché
 KAHANE Josette
 KRAKOWIAK Sacha
 LAJZEROWICZ Jeanine
 LAJZEROWICZ Joseph
 LAURENT Pierre Jean
 LEBRETON Alain
 DE LEIRIS Joël
 LHOMME Jean
 LLIBOUTRY Louis
 LOISEAUX Jean Marie
 LONGEQUEUE Nicole
 LUNA Domingo
 MACHE Régis
 MASCLE Georges
 MAYNARD Roger
 OMONT Alain
 OZENDA Paul
 PANNETIER Jean
 PAYAN Jean Jacques
 PEBAY PEYROULA Jean Claude
 PERRIER Guy
 PIERRE Jean Louis
 RENARD Michel
 RIEDTMANN Christine
 RINAUDO Marguerite
 ROSSI André
 SAXOD Raymond
 SENDEL Philippe
 SERGERAERT Francis
 SOUCHIER Bernard
 SOUTIF Michel
 STUTZ Pierre
 TRILLING Laurent
 VAN CUTSEM Bernard
 VIALON Pierre

Physique
 Physique
 Mathématiques Appliquées
 Physique
 Physique
 Mathématiques Appliquées
 Mathématiques Appliquées
 Biologie
 Chimie
 Géophysique
 Sciences Nucléaires I.S.N.
 Physique
 Mathématiques Pures
 Physiologie Végétale
 Géologie
 Physique du Solide
 Astrophysique
 Botanique (Biologie Végétale)
 Chimie
 Mathématiques Pures
 Physique
 Géophysique
 Chimie Organique
 Thermodynamique
 Mathématiques
 Chimie C.E.R.M.A.V.
 Biologie
 Biologie Animale
 Biologie Animale
 Mathématiques Pures
 Biologie
 Physique
 Mécanique
 Mathématiques Appliquées
 Mathématiques Appliquées
 Géologie

PROFESSEURS DE 2EME CLASSE

ARMAND Gilbert
 ATTANE Pierre
 BARET Paul
 BERTIN José
 BLANCHI Jean Pierre
 BLOCK Marc
 BLUM Jacques
 BOITET Christian
 BORNAREL Jean
 BORRIONE Dominique
 BOUVET Jean
 BROSSARD Jean
 BRUANDET Jean François
 BRUGAL Gérard
 BRUN Gilbert
 CERFF Rudiger
 CHIARAMELLA Yves
 CHOLLET Jean Pierre
 COLOMBEAU Jean François
 COURT Jean
 CUNIN Pierre Yves

Géographie
 Mécanique
 Chimie
 Mathématiques
 S.T.A.P.S.
 Biologie
 Mathématiques Appliquées
 Mathématiques Appliquées
 Physique
 Automatique informatique
 Biologie
 Mathématiques
 Physique
 Biologie
 Biologie
 Biologie
 Mathématiques Appliquées
 Mécanique
 Mathématiques (ENSL)
 Chimie
 Informatique

DAVID Jean
 DHOUAILLY Danielle
 DUFRESNOY Alain
 GASPARD François
 GIDON Maurice
 GIGNOUX Claude
 GILLARD Roland
 GIORNI Alain
 GONZALEZ SPRINBERG Gérardo
 GUIGO Maryse
 GUMUCHIAN Hervé
 HACQUES Gérard
 HERBIN Jacky
 HERAULT Jeanny
 HERINO Roland
 JARDON Pierre
 KERCKHOVE Claude
 MANDARON Paul
 MARTINEZ Francis
 MOREL Alain
 NEMOZ Alain
 NGUYEN HUY Xuong
 OUDET Bruno
 PAUTOU Guy
 PECHER Arnaud
 PELMONT Jean
 PELLETIER Guy
 PERRIN Claude
 PIBOULE Michel
 RAYNAUD Hervé
 REGNARD Jean René
 RICHARD Jean Marc
 RIEDTMANN Christine
 ROBERT Danielle
 ROBERT Gilles
 ROBERT Jean Bernard
 SARROT REYNAULD Jean
 SAYETAT Françoise
 SERVE Denis
 STOECKEL Frédéric
 SCHOLL Pierre Claude
 SUBRA Robert
 VALLADE Marcel
 VIDAL Michel
 VINCENT Gilbert
 VIVIAN Robert
 VOTTERO Philippe

Géographie
 Biologie
 Mathématiques Pures
 Physique
 Géologie
 Sciences Nucléaires
 Mathématiques Pures
 Sciences Nucléaires
 Mathématiques Pures
 Géographie
 Géographie
 Mathématiques Appliquées
 Géographie
 Physique
 Physique
 Chimie
 Géologie
 Biologie
 Mathématiques Appliquées
 Géographie
 Thermodynamique C.N.R.S. C.R.T.B.T.
 Informatique
 Mathématiques Appliquées
 Biologie
 Géologie
 Biochimie
 Astrophysique
 Sciences Nucléaires I.S.N.
 Géologie
 Mathématiques Appliquées
 Physique
 Physique
 Mathématiques Pures
 Chimie
 Mathématiques Pures
 Chimie Physique
 Géologie
 Physique
 Chimie
 Physique
 Mathématiques Appliquées
 Chimie
 Physique
 Chimie Organique
 Physique
 Géographie
 Chimie

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE L'I.U.T. 1

PROFESSEURS DE 1ERE CLASSE

BUISSON Roger
CHEHIKIAN Alain
DODU Jacques
NEGRE Robert
NOUGARET Marcel
PERARD Jacques

Physique I.U.T. 1 -
E.E.A. I.U.T.1
Mécanique Appliquée I.U.T. 1
Génie Civil I.U.T. 1
Automatique I.U.T. 1
E.E.A. I.U.T. 1

PROFESSEURS DE 2EME CLASSE

BEE Marc
BOUTHINON Michel
CHAMBON René
CHENAVAS Jean
CHILO Jean
CHOUTEAU Gérard
CONTE René
FOSTER Panayotis
GOSSE Jean Pierre
GROS Yves
HAMAR Roger
KUHN Gérard, détaché
LEVIEL Jean Louis
MAZUER Jean
MICHOUPLIER Jean
MONLLOR Christian
PERRAUD Robert
PIERRE Gérard
TERRIEZ Jean Michel
TOUZAIN Philippe
TURGEMAN Sylvain
VINCENDON Marc
ZIGONE Michel

Physique I.U.T. 1
E.E.A. I.U.T. 1
Génie Mécanique I.U.T. 1.
Physique I.U.T. 1
Physique I.U.T. 1
Physique I.U.T. 1
Physique I.U.T. 1
Chimie I.U.T. 1
E.E.A. I.U.T. 1
Physique I.U.T. 1
Chimie I.U.T. 1
Physique I.U.T. 1
Physique I.U.T. 1
Physique I.U.T. 1
Physique I.U.T. 1
E.E.A. I.U.T. 1
Chimie I.U.T. 1
Chimie I.U.T. 1
Génie Mécanique I.U.T. 1
Chimie I.U.T. 1
Génie civil
Chimie I.U.T. 1
Physique I.U.T. 1



Grenoble, 04 SEPTEMBRE 1991

Service SCOLARITE

Affaire suivie par
Tél : 76.57.

N.Réf. :

Objet : A U T O R I S A T I O N D E S O U T E N A N C E

Vu les dispositions de l'Arrêté du 23 Novembre 1988 relatif aux Etudes Doctorales.

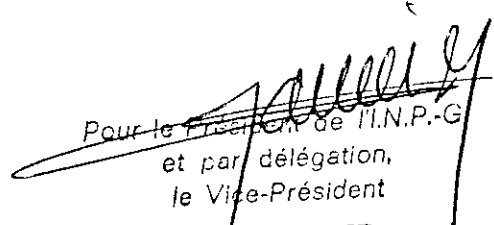
Vu les Rapports de présentation de :

- Monsieur FERRARIS
- Monsieur SABONNADIÈRE

Monsieur LAVEUVE Eric

est autorisé(e) à présenter une thèse en soutenance en vue de l'obtention du diplôme de DOCTEUR de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE de GRENOBLE, spécialité :

"GENIE ELECTRIQUE"


Pour le Président de l'I.N.P.-G
et par délégation,
le Vice-Président
M. GARNIER

RESUME

Modélisation des transformateurs des convertisseurs haute fréquence

Le travail présenté concerne les composants bobinés utilisés dans les convertisseurs statiques de quelques centaines de Watt fonctionnant au delà de 100 kHz. Il a pour but la compréhension des phénomènes physiques qui perturbent le comportement électrique haute fréquence de ces composants. L'accent est mis sur les courants induits dans les conducteurs et les couplages capacitifs. L'approche expérimentale met en évidence individuellement les phénomènes physiques qui font l'objet de développements théoriques. Ces études sont menées analytiquement grâce à des modèles électromagnétiques simples. Elles sont ensuite confrontées quantitativement aux mesures ainsi qu'à des simulations. De nouveaux schémas équivalents de composants sont proposés et testés : ils permettent de rendre compte du comportement électrique de ces composants jusqu'à plusieurs MHz. Ils amènent une plus grande précision lors de la simulation du fonctionnement d'un convertisseur ainsi qu'une description plus fine de ces composants lors d'un achat. La méthode d'élaboration expérimentale de ces schémas est établie. Tous les éléments de ces schémas équivalents reçoivent une justification physique et, pour certains prototypes, on sait prévoir leurs valeurs. Des théories générales développées au cours de ce travail permettent d'envisager l'extension de ces prévisions à des composants variés.

ABSTRACT

Modelling of high-frequency power supply transformers

The aim of this thesis is to understand the physical phenomena which disturb the high-frequency electrical behaviour of wound components. The tested devices are normally used in low power (less than 1 kW) high-frequency (greater than 100 kHz) static converters. Eddy current as well as capacitive coupling problems have been studied.

The experimental results are compared with analytical and simulated ones. Each phenomena is separately analysed. Some new equivalent circuits of wound components are elaborated and tested. They allow the electrical behaviour of these components to be understood up to several MHz. Thus a greater precision is obtained for simulation of power supply operation.

All elements of these equivalent circuits are justified in theory and for several examples, actual values have been calculated. Some general theories developed in this work could be applied to any kind of wound components as well.

MOTS CLES

Electronique de puissance

Transformateurs

Haute fréquence

Schémas équivalents

Caractérisation expérimentale

Courants de Foucault

Capacité

Modélisation

