



La modélisation électromagnétique de composants passifs intégrés

Wolfgang Morweiser

► To cite this version:

Wolfgang Morweiser. La modélisation électromagnétique de composants passifs intégrés. Energie électrique. Institut National Polytechnique Grenoble (INPG), 1993. Français. <NNT : >. <tel-02550735>

HAL Id: tel-02550735

<https://hal.science/tel-02550735v1>

Submitted on 22 Apr 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

THESE

présentée par

Wolfgang MORWEISER

Dipl.-Ing. de la Technische Hochschule Darmstadt

pour obtenir le titre de **DOCTEUR**

de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

(Spécialité : Génie Electrique)

LA MODELISATION
ELECTROMAGNETIQUE
DE COMPOSANTS PASSIFS
INTEGRES

Date de soutenance : 24 novembre 1993

Composition du jury :

Monsieur	Prof. Dr. Jean-Claude SABONNADIÈRE	Président
Messieurs	Prof. Dr.-Ing. Thomas WEILAND	Rapporteur
	Dr. Frédéric BOUILLAUT	Rapporteur
	Dr. Gérard MEUNIER	Examineur
	Dr. Henri SALZE	Examineur

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble

A mes parents ...

Remerciements

Ce travail de recherche est le fruit d'une étroite collaboration entre la société LCC (filiale de THOMSON-CSF) et le Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble (LEG). Il a été subventionné par l'Association Nationale de la Recherche Technique (ANRT) dans le cadre d'une bourse CIFRE.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur Jean-Claude Sabonnadière, Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma thèse, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire et pour son importante participation lors de la définition du sujet.

Je voudrais remercier Monsieur le Professeur Thomas Weiland de la Technische Hochschule Darmstadt qui a bien voulu accepter la lourde charge d'être rapporteur de cette thèse et de se déplacer pour la soutenance. Les discussions intéressantes que nous avons pu avoir me furent d'un apport scientifique et intellectuel important.

Je tiens également à remercier Monsieur Frédéric Bouillault, Maître de Conférence à l'Université de Paris-Sud XI, pour l'intérêt qu'il a témoigné à l'égard de mon travail et pour bien avoir voulu juger cette thèse en tant que rapporteur.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Gérard Meunier, Directeur de Recherche au CNRS, responsable de l'équipe "CAO et modélisation en électromagnétisme" et directeur de ma thèse. Pendant cette période, il a su me diriger et m'orienter avec un soutien permanent et des conseils scientifiques nombreux, tout en me laissant une grande liberté dans l'organisation de mon travail.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Henri Salze, ingénieur de la société LCC, pour une collaboration très fructueuse tant au niveau scientifique qu'intellectuel. Les conseils amicaux qu'il m'a prodigués et les réflexions avisées qu'il m'a soumises constituent une part non-négligeable dans ce travail.

Je voudrais aussi remercier mes collègues de la société LCC, en particulier Monsieur Denis Hugentobler pour m'avoir accueilli dans son service et pour son intérêt à l'égard de mon travail, Monsieur Alain Lagrange pour son aide à propos des problèmes administratifs, ainsi que Monsieur Patrick Hardy, ingénieur, pour toutes les discussions enrichissantes que nous avons pu mener.

Merci également à Patrice Labie et Yves Maréchal, collègues chercheurs au LEG, pour leur aide et soutien technique et scientifique. Tous les travaux effectués pendant cette thèse leur doivent beaucoup et leur appartiennent pour une part importante.

Il me tient tout particulièrement à cœur de remercier Monsieur le Professeur Jean-Louis Coulomb, Responsable de la Formation Doctorale en Génie Electrique à l'INPG et enseignant-chercheur au LEG. J'ai eu à la fois l'honneur et le plaisir de pouvoir travailler avec lui en profitant de sa compétence, de son expérience et de son savoir-faire considérable. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde et respectueuse considération.

Mes remerciements s'adressent bien sûr aussi à tous mes collègues chercheurs :

- Thomas Dreher pour les discussions passionnantes et sans fin autour d'une tasse de café,
- Gilbert Reyne pour les échanges socioculturels à propos d'une amélioration de l'entente franco-germanique,
- Emmanuel Bourgoin, Kamel Kadded et Silvio Nabeta pour la bonne ambiance de notre bureau,
- Mes compatriotes allemands Sigurd Ahrens, Carsten-Sünke Berendsen, Volker Leitloff et Roland Scheich pour tous les moments qu'on a passés ensemble,
- Madame Etienne Callegher pour une confiance sans égale en mes modestes capacités en ce qui concerne la gestion de systèmes informatiques,
- Patrick Lombard pour son soutien et son amitié en particulier lors de mon arrivée au laboratoire,
- Mesdames Jacqueline Delaye, Josiane Even et Sylvie Pelletier qui forment un secrétariat de pointe en matière de disponibilité et de gentillesse,

ainsi qu'à Xavier, Christophe, Nicolas, Julio, Viviane, Marc, Bruno, Régis, Demba, Jean-Yves, Brahim, Bachir, Saleh, Georges, Patrick, Rémy, Bernard, Henri, Adro, Rodney, Halim, Thierry, Azzedine, Florence, Pascal... et à tous ceux que j'ai pu oublier par pure mégarde.

Je remercie enfin Valérie pour toutes les attentions dont elle a fait preuve durant cette période.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	1
------------------------------------	----------

CHAPITRE I :

LA MODELISATION ELECTROSTATIQUE DE CONDENSATEURS

CERAMIQUES MULTICOUCHES	5
--------------------------------------	----------

I.1 Introduction	7
-------------------------------	----------

I.2 Le modèle électrostatique	9
--	----------

I.2.1 Les équations.....	9
--------------------------	---

I.2.2 La résolution avec la méthode des éléments finis.....	10
---	----

I.3 L'influence de la discrétisation	14
---	-----------

I.3.1 Le maillage interne.....	15
--------------------------------	----

I.3.2 Le maillage aux bords des électrodes	16
--	----

I.4 Etude électrostatique de condensateurs céramiques multicouches	19
---	-----------

I.4.1 Les effets de bord	19
--------------------------------	----

I.4.2 L'influence des terminaisons	26
--	----

I.4.3 La discontinuité des électrodes	30
---	----

I.4.4 Les perturbations extérieures	32
---	----

I.5 Conclusion	37
-----------------------------	-----------

CHAPITRE II :

LA MODELISATION ELECTRODYNAMIQUE DE DISPOSITIFS

DIELECTRIQUES ET CONDUCTEURS.....	39
--	-----------

II.1 Introduction	41
--------------------------------	-----------

II.2 Le modèle électrodynamique	42
--	-----------

II.3 Une méthode itérative face aux limites numériques	46
---	-----------

II.3.1 Les limites numériques du modèle électrodynamique.....	46
---	----

II.3.2 Le principe de la méthode itérative	49
--	----

II.3.3 Les performances numériques de la méthode	53
--	----

II.4 Techniques de maillage pour la méthode itérative	59
--	-----------

II.5 La modélisation électrique d'un composant passif	65
--	-----------

II.6 Conclusion	71
------------------------------	-----------

CHAPITRE III :**L'ANALYSE DU CHAMP MAGNETIQUE****EN REGIME HARMONIQUE 73****III.1 Introduction 75****III.2 Les modèles magnétiques en régime harmonique 76****III.2.1 Le modèle magnétostatique 76****III.2.2 Le modèle magnétodynamique 80****III.3 Les performances des modèles magnétiques 83****III.3.1 L'analyse du modèle magnétostatique 83****III.3.2 L'analyse du modèle magnétodynamique 87****III.4 Les résultats d'une étude magnétique 94****III.4.1 Le calcul d'inductance 94****III.4.2 Le calcul de résistance 96****III.4.3 Le schéma équivalent 99****III.5 Conclusion 101****CHAPITRE IV :****LA MODELISATION D'UN FILTRE RC INTEGRE 103****IV.1 Introduction 105****IV.2 L'étude électrostatique 107****IV.3 L'étude électrodynamique 111****IV.4 L'étude magnétique 113****IV.5 Conclusion 117****CONCLUSION GENERALE 119****REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 123**

Table des figures

Figure 1.1 :	Vue éclatée d'un condensateur multicouche.....	7
Figure 1.2 :	Un dispositif d'étude électrostatique.....	12
Figure 1.3 :	Les éléments finis utilisés pour la modélisation.....	14
Figure 1.4 :	La géométrie test pour le calcul d'un champ homogène	15
Figure 1.5 :	La géométrie test d'un bord de condensateur	16
Figure 1.6 :	L'écart du résultat de la modélisation avec le résultat analytique en fonction du maillage	18
Figure 1.7 :	Le champ de fuite au bord d'un condensateur	20
Figure 1.8 :	Le dispositif de l'analyse de l'effet de bord	21
Figure 1.9 :	La capacité supplémentaire due aux effets de bord en fonction de la largeur de la marche	21
Figure 1.10 :	Exemple d'un condensateur multicouche intégré	22
Figure 1.11 :	Subdivision du condensateur en plusieurs zones	23
Figure 1.12 :	La répartition du potentiel électrique pour une zone de variation tridimensionnelle (S_{34}).....	24
Figure 1.13 :	Les capacités des différentes zones de calcul.....	24
Figure 1.14 :	Maillage d'une couche entière du condensateur	25
Figure 1.15 :	Les terminaisons d'un composant.....	26
Figure 1.16 :	Coupe d'un condensateur monté sur son support	27
Figure 1.17 :	Un condensateur HF à faible valeur de capacité	27
Figure 1.18 :	La capacité supplémentaire d'un condensateur en fonction de la longueur des terminaisons	28
Figure 1.19 :	Dispositif d'étude qualitative du couplage terminaison-électrode.....	29
Figure 1.20 :	La capacité terminaison-électrode en fonction de leur distance.....	29
Figure 1.21 :	Les géométries pour étudier l'influence de la porosité des électrodes	31
Figure 1.22 :	La variation de la capacité en fonction du degré de porosité des électrodes	31
Figure 1.23 :	Le dispositif de l'étude du champ de fuite	33
Figure 1.24 :	Les équipotentielles dans le plan de symétrie	34
Figure 1.25 :	Dispositif d'étude du couplage inter-électrodes.....	35
Figure 1.26 :	Les capacités de couplage en fonction de la distance	35
Figure 2.1 :	Schéma d'un condensateur céramique	46
Figure 2.2 :	La répartition du potentiel dans la céramique du condensateur	47
Figure 2.3 :	La répartition du potentiel dans une électrode du condensateur	48
Figure 2.4 :	Schéma d'un condensateur à une dimension	48
Figure 2.5 :	Schéma d'un domaine d'étude pour le modèle électrodynamique	50
Figure 2.6 :	La méthode itérative pour résoudre un problème électrodynamique	51

Figure 2.7 :	Le domaine d'étude du second pas d'une itération	54
Figure 2.8 :	La composante normale de la densité de courant sur l'interface diélectrique-conducteur après une itération	56
Figure 2.9 :	La composante normale de la densité de courant sur une interface entre deux milieux conducteurs.....	57
Figure 2.10 :	Comparaison d'une solution classique avec celle de la méthode itérative quant aux conditions d'interface	57
Figure 2.11 :	La condition de continuité en fonction du maillage	58
Figure 2.12 :	Maillage hexaédrique d'un condensateur multicouche.....	60
Figure 2.13 :	Maillage tétraédrique d'un condensateur multicouche	61
Figure 2.14 :	Raccord entre des éléments hexaédriques et tétraédriques	62
Figure 2.15 :	Fonctions de forme et dérivées tangentielles d'un élément quadrilatéral et d'un élément triangulaire	63
Figure 2.16 :	La composante normale de la densité de courant des deux côtés de l'interface	64
Figure 2.17 :	Comparaison qualitative entre un maillage mixte et homogène quant à la continuité de la densité de courant.....	64
Figure 2.18 :	Les schémas équivalents possibles pour un condensateur HF	67
Figure 2.19 :	Les éléments du schéma équivalent par mesure, calcul analytique et modélisation tridimensionnelle ($f = 1$ kHz).....	68
Figure 2.20 :	Un condensateur HF à plusieurs couches actives.....	68
Figure 2.21 :	Le schéma équivalent complet du condensateur à plusieurs couches actives	69
Figure 2.22 :	Les éléments du schéma équivalent par mesure, calcul analytique et modélisation ($f = 1$ kHz).....	69
Figure 3.1 :	Le dispositif maillé pour l'étude magnétique d'un condensateur HF	84
Figure 3.2 :	Comparaison du champ électrique source et induit dans une électrode	85
Figure 3.3 :	Comparaison du champ électrique source et induit dans le diélectrique	86
Figure 3.4 :	Le champ magnétique créé par le condensateur HF ($f = 5$ MHz)	88
Figure 3.5 :	La répartition des courants dans une électrode du condensateur HF ($f = 5$ MHz)	89
Figure 3.6 :	Les deux contributions à la densité de courants induits des deux côtés de l'interface diélectrique-conducteur ($f = 5$ MHz)	90
Figure 3.7 :	La composante normale de la densité de courant par rapport à sa valeur absolue sur l'interface diélectrique-conducteur ($f = 5$ MHz).....	91
Figure 3.8 :	Maillages d'un condensateur HF pour différentes fréquences ($f = 1, 10, 100$ MHz).....	92
Figure 3.9 :	La taille des problèmes et leurs coûts de calcul pour différents maillages ..	93
Figure 3.10 :	L'inductance de deux condensateurs HF issue de différentes méthodes de calcul	96
Figure 3.11 :	La répartition des courants induits dans l'électrode d'un condensateur.....	98
Figure 3.12 :	Les valeurs de résistance série obtenues par le modèle magnétodynamique pour différents dispositifs et fréquences	98
Figure 3.13 :	Le schéma équivalent d'un composant élémentaire	99

Figure 4.1 :	Schéma équivalent électrique d'un filtre RC passe-bande.....	105
Figure 4.2 :	La géométrie d'un filtre RC en technique multicomposant.....	106
Figure 4.3 :	Des exemples d'un domaine d'étude électrostatique de condensateurs	107
Figure 4.4 :	Comparaison des valeurs de capacité calculées et mesurées	108
Figure 4.5 :	Les capacités parasites entre les différents condensateurs	108
Figure 4.6 :	Le domaine d'étude pour le couplage capacitif entre résistances et condensateurs	109
Figure 4.7 :	Les capacités équivalentes de couplage entre résistances et condensateurs	109
Figure 4.8 :	Les résistances série des condensateurs calculées et mesurées ($f = 100$ kHz)	111
Figure 4.9 :	La fonction de transfert mesurée et reconstituée à partir des résultats de la modélisation.....	112
Figure 4.10 :	Exemple d'un domaine d'étude magnétique pour un condensateur (C_3) du filtre RC	113
Figure 4.11 :	Les valeurs d'inductances propres des différents éléments du filtre (mesurées et calculées)	114
Figure 4.12 :	Le schéma équivalent complet du filtre RC	115
Figure 4.13 :	La fonction de transfert mesurée et reconstituée	116

INTRODUCTION GENERALE

Les composants passifs céramiques voient s'ouvrir depuis quelques années un marché de plus en plus diversifié. Ils interviennent, très souvent sous forme de composants montés en surface, sur pratiquement tous les types de circuits imprimés. La première génération de ces composants était exclusivement des condensateurs céramiques multicouches, c'est-à-dire constitués d'un empilement de couches diélectriques et conductrices de façon à réaliser un ensemble de plusieurs condensateurs en parallèle. Des développements récents dans ce domaine ont permis le lancement d'une nouvelle gamme de produits : des filtres passifs composés d'éléments capacitifs, résistifs ou inductif. Ils répondent aux nécessaires exigences de miniaturisation et intégration des circuits électroniques d'aujourd'hui.

Ces progrès techniques posent cependant des difficultés à la fois de conception et de caractérisation de composants. Tandis que les condensateurs multicouches possèdent encore une fonction très simple, leur schéma équivalent électrique peut être facilement déterminé pour une large gamme de fréquences. Cela s'avère de plus en plus difficile quand la géométrie des composants devient compliquée et quand leur fonction devient plus complexe. Même la capacité d'un simple condensateur est parfois difficile à calculer si sa géométrie n'est plus proche d'un condensateur idéal. La modélisation de leur comportement électromagnétique doit alors permettre de mieux comprendre leur fonctionnement réel. Grâce à des méthodes numériques puissantes, le calcul de la répartition du champ électromagnétique peut aider à une meilleure conception des composants passifs intégrés.

La méthode numérique choisie pour la modélisation est la méthode des éléments finis. Il s'agit là d'une méthode utilisée de plus en plus dans le domaine de calcul du champ électromagnétique. Ses applications principales sont aussi diverses que la modélisation de dispositifs électrotechniques (tels que les contacteurs ou les machines électriques) et de dispositifs destinés aux hyperfréquences (tels que les guides d'onde ou les cavités). Les premiers logiciels, qui sont apparus à la fin des années 60, étaient limités à des études bidimensionnelles. Or, depuis le début des années 80, des logiciels permettant une modélisation de dispositifs tridimensionnels se sont développés. Leurs domaines d'application sont encore en pleine évolution. Si, au début, ces logiciels ne s'intéressaient qu'à des études statiques, les principales recherches sont aujourd'hui menées sur des régimes dynamiques ou même transitoires.

Outre les travaux sur les modèles physiques, c'est aussi l'évolution des techniques de C.A.O. qui a favorisé le développement de ces logiciels, notamment en ce qui concerne leur convivialité et leur ergonomie. Parmi ces progrès dans le domaine de la C.A.O., il faut particulièrement mentionner le développement de nouveaux et puissants outils de discrétisation du domaine d'étude indispensables pour une modélisation utilisant la méthode des éléments finis. C'est surtout la discrétisation de dispositifs en trois dimensions qui nécessite l'assistance d'un outil automatique.

La modélisation des composants passifs intégrés est appréhendée sous plusieurs aspects correspondant aux différents phénomènes physiques à étudier.

Le premier chapitre est consacré à une étude très détaillée de composants classiques que sont les condensateurs céramiques multicouches. En utilisant un modèle simple, l'architecture typique de ces condensateurs est analysée. L'étude de différents aspects de leur géométrie permet de déduire des règles de conception.

Dans le deuxième chapitre, il s'agit d'adapter un modèle physique aux particularités que présentent les composants passifs. Une implémentation spéciale du modèle électrodynamique est développée afin de modéliser un dispositif avec des caractéristiques à la fois diélectriques et conductrices. Cette technique permet aussi l'application d'une méthode originale de maillage.

Au troisième chapitre, une étude magnétique des composants passifs complète la modélisation électromagnétique. Un couplage avec le modèle précédent est utilisé pour s'affranchir de problèmes numériques.

Finalement, au cours du quatrième chapitre, tous les modèles électriques et magnétiques développés auparavant sont utilisés pour l'étude d'un composant d'une nouvelle génération. Les résultats permettent de conclure sur les possibilités de la modélisation électromagnétique des composants passifs.

CHAPITRE I

LA MODELISATION

ELECTROSTATIQUE DE

CONDENSATEURS CERAMIQUES

MULTICOUCHES

I.1 Introduction

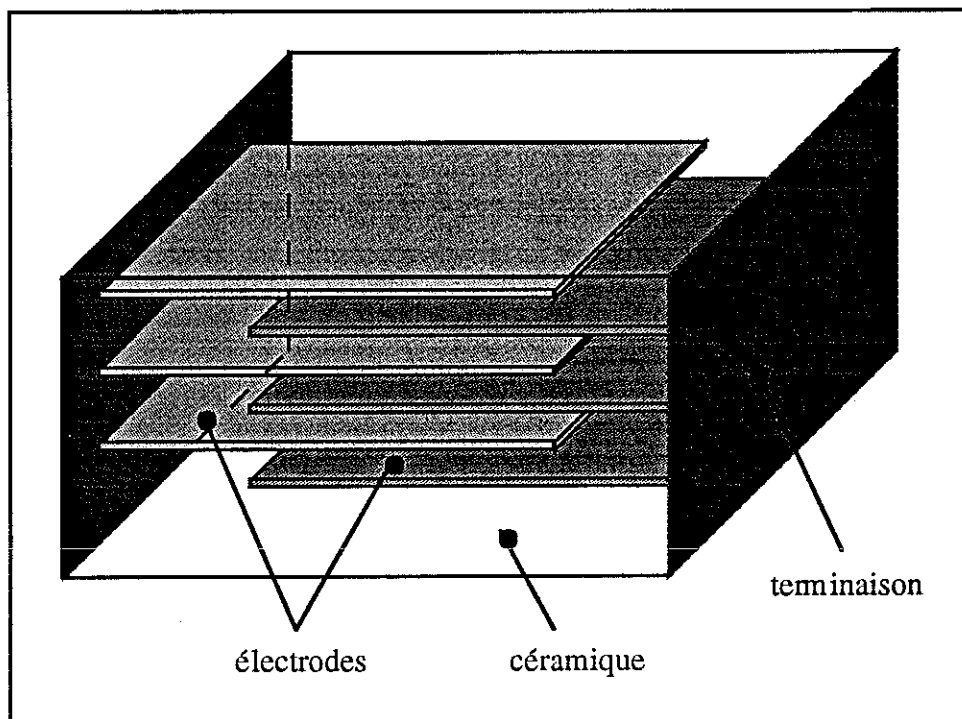


Figure 1.1 : Vue éclatée d'un condensateur multicouche

Parmi les composants passifs montés en surface, le condensateur céramique multicouche occupe un rôle très important. Il est composé d'un empilement alterné de feuilles de céramique et d'électrodes de quelques dizaines à quelques centaines de μm (figure 1.1). Les céramiques utilisées habituellement ont une permittivité relative allant jusqu'à quelques milliers et se distinguent aussi par leur comportement en température, en fréquence ou sous un champ très fort. Le procédé de fabrication de ces condensateurs fait appel à des techniques de coulage, sérigraphie et cuisson bien spécifiques [1].

Les électrodes sont constituées d'une encre conductrice qui est déposée sur certaines feuilles de céramique. Cette couche a une épaisseur de quelques μm . Une fois toutes les feuilles comprimées et les condensateurs découpés, ils sont passés au four pour le frittage. La cuisson provoque une réduction des dimensions du composant qui atteint quelques 20 % en épaisseur et 10-15 % pour les autres dimensions. Après le frittage, les composants sont pourvus de terminaisons sur leurs parties frontales. Elles constituent l'interface entre le composant et le circuit et permettent de relier les différents condensateurs élémentaires.

La conception de certains types de condensateurs pose des difficultés lorsqu'il s'agit de définir leur valeur de capacité. Des effets parasites liés à leur géométrie spécifique provoquent une distribution du champ qui n'est pas homogène. Par conséquent, les méthodes

de calcul conventionnelles ne sont plus suffisantes. La modélisation de la distribution du champ électrique devient nécessaire pour calculer la capacité d'un condensateur.

Aussi, le présent chapitre propose une modélisation électrostatique avec une méthode numérique afin de mieux concevoir les caractéristiques électriques d'un condensateur. Il présente d'abord la méthode de modélisation choisie avec une brève description de la méthode numérique employée : la méthode des éléments finis. Après une discussion des problèmes numériques liés à la méthode, la modélisation est appliquée aux condensateurs céramiques multicouches. L'architecture typique du composant et l'influence que l'environnement peut avoir sur son fonctionnement sont étudiées.

I.2 Le modèle électrostatique

I.2.1 Les équations

L'utilisation d'un modèle électrostatique pour la modélisation d'un condensateur doit permettre de déterminer la distribution du champ électrique dans un diélectrique. A l'origine de ce champ se trouve une distribution de charges ou une différence de potentiel entre deux matériaux conducteurs. Son intensité dépend de la permittivité du milieu diélectrique.

Généralement, la permittivité d'un diélectrique peut être représentée par un tenseur $[\epsilon]$ où chaque composante peut dépendre du champ électrique $\vec{E}$:

$$[\epsilon] = f(\vec{E}) . \quad (1.1)$$

Dans la plupart des cas, il n'est pas nécessaire de tenir compte de toutes les caractéristiques qui, par ailleurs, sont généralement difficiles à mesurer. L'anisotropie des céramiques est très faible ce qui permet d'utiliser une permittivité scalaire pour la modélisation. L'influence de la non-linéarité dépend des céramiques utilisées. Dans certains cas où des champs très intenses peuvent se produire, des claquages locaux sont possibles. Cependant, ce phénomène particulier et rare est négligé par la suite. Le changement d'une permittivité équivalente en fonction de la fréquence n'entre pas dans le cadre de ce chapitre qui étudie des champs statiques.

Compte tenu de ces simplifications justifiées pour des conditions de fonctionnement typiques, la permittivité peut être représentée par une constante scalaire. De ce fait, la loi constitutive pour la céramique peut être ramenée à :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} , \quad (1.2)$$

où $\vec{D}$ signifie le déplacement ou l'induction électrique, $\vec{E}$ le champ électrique et ϵ la permittivité.

Dans le cas d'une étude statique, les champs électriques et magnétiques sont découplés de sorte que :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 , \quad (1.3)$$

où $\vec{B}$ est l'induction magnétique. Par conséquent, le champ électrique peut être écrit en terme d'un potentiel scalaire V :

$$\vec{E} = - \vec{\text{grad}} V \quad (1.4)$$

Puis, l'induction électrique est liée aux charges à travers l'équation :

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho , \quad (1.5)$$

où ρ est la densité de charges volumique. Ainsi, (1.2), (1.4) et (1.5) mènent à l'équation classique de l'électrostatique [2]:

$$\operatorname{div} (-\varepsilon \overrightarrow{\operatorname{grad}} V) = \rho . \quad (1.6)$$

Afin de pouvoir résoudre cette équation sur un domaine d'étude donné, il faut aussi satisfaire deux conditions supplémentaires. Les conditions aux limites nécessaires pour assurer un problème bien posé doivent être de type Dirichlet ou de type Neumann. Dans le cadre du calcul de champ, cela correspond à un champ électrique normal ou tangentiel aux limites du domaine d'étude. Dans la mesure où différents matériaux diélectriques peuvent faire partie du domaine d'étude, il faut respecter deux conditions à l'interface entre les deux matériaux. Ces conditions concernent respectivement la composante tangentielle du champ électrique et la composante normale de l'induction électrique :

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \times \vec{n}_{12} = 0 \quad (1.7)$$

et

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n}_{12} = s , \quad (1.8)$$

où $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{D}_1$ et $\vec{D}_2$ sont le champ et l'induction électrique des deux côtés de l'interface, $\vec{n}_{12}$ un vecteur normal à cette interface et s une densité de charges surfacique.

1.2.2 La résolution avec la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une méthode numérique pour la résolution d'équations aux dérivées partielles. Au début, elle était utilisée dans le domaine de la mécanique et depuis plusieurs années, le calcul des champs électromagnétiques est devenu une application très importante de la méthode. Son principe consiste à transformer la résolution d'un système d'équations à dérivées partielles en la résolution d'un système matriciel [3, 4].

Dans le cas de la formulation électrostatique présente, la méthode des résidus pondérés permet d'écrire (1.6) sous forme intégrale. On obtient l'équation suivante:

$$\int_{\Omega} w_i \cdot (\text{div} (-\epsilon \overrightarrow{\text{grad}} V)) d\Omega = 0 \quad , \quad (1.9)$$

où w_i est une fonction de pondération, V l'ensemble des variables et Ω le domaine entier de l'étude. Si la solution V de (1.6) doit satisfaire (1.9) pour toute fonction w_i , une approximation de V peut être trouvée en choisissant un ensemble fini de NN fonctions. Par ailleurs, (1.9) peut être discrétisée si pour l'approximation de V , on choisit une fonction telle que

$$V(x,y,z) \approx \sum_{i=1}^{NN} \alpha_i(x,y,z) V_i \quad . \quad (1.10)$$

où α_i est appelé fonction de forme. La méthode des éléments finis consiste alors à déterminer les variables V_i pour un ensemble de fonctions de forme et de pondération. La variante adaptée ici est la méthode de Galerkin qui consiste à choisir des fonctions de pondération identiques aux fonctions de forme.

En ce qui concerne les éléments de discrétisation, les éléments nodaux sont choisis. Ils assurent la continuité de la variable d'état sur le domaine entier et permettent un gradient discontinu entre les éléments. Les fonctions de forme correspondantes ont les propriétés suivantes:

$$\text{au nœud } i : \quad \alpha_i(x_i, y_i, z_i) = 1 \quad , \quad (1.11)$$

$$\alpha_j(x_i, y_i, z_i) = 0 \quad , \quad j \neq i \quad (1.12)$$

$$\text{et sur tout le domaine :} \quad \sum_{i=1}^{NN} \alpha_i(x,y,z) = 1 \quad (1.13)$$

Ainsi la variable V_i correspond à la valeur du potentiel V au nœud i . En l'occurrence, ces fonctions sont des polynômes de premier ou de deuxième ordre.

Avec les fonctions de forme et de pondération, (1.9) devient dans sa forme discrète:

$$\int_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\text{div} \left(\epsilon \overrightarrow{\text{grad}} \sum_{j=1}^{NN} \alpha_j V_j \right) \right) d\Omega = 0 \quad \forall i = 1 \dots NN \quad (1.14)$$

Compte tenu des propriétés des fonctions de forme et de pondération et de leurs dérivées, (1.14) peut être écrit sous une forme faible. Cela mène au système matriciel suivant:

$$[L][V] + [M][V] = 0 \quad (1.15)$$

avec

$$L_{ij} = \int_{\Omega} (\overrightarrow{\text{grad}} \alpha_i \cdot \epsilon \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \alpha_j) d\Omega \quad (1.16)$$

et

$$M_{ij} = - \oint_{\Gamma} (\alpha_i \cdot \epsilon \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \alpha_j \cdot \vec{n}) d\Gamma \quad (1.17)$$

si Γ est la frontière du domaine Ω . Les deux matrices L et M qui constituent ce système linéaire se distinguent par leur support d'intégration. On remarque aussi que la matrice L est symétrique.

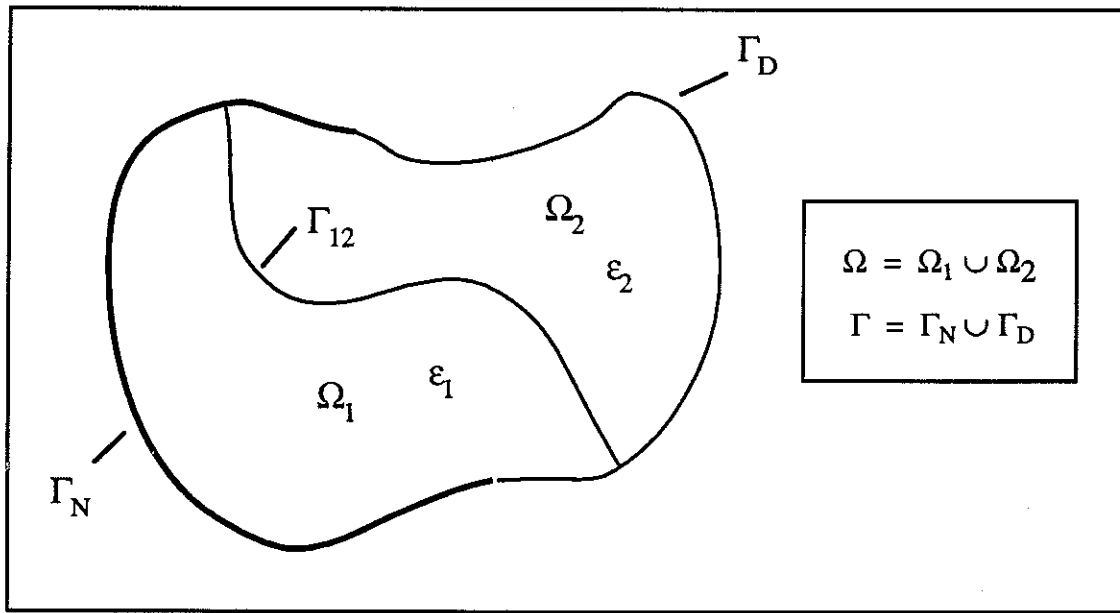


Figure 1.2 : Un dispositif d'étude électrostatique

Sur un dispositif quelconque (figure 1.2), certaines simplifications permettent de réduire la taille du système linéaire. Si la frontière Γ du domaine d'étude Ω est partagée en une frontière Γ_D où des conditions aux limites de type Dirichlet sont imposées et une frontière Γ_N avec des conditions de type Neumann homogène, tous les nœuds situés sur Γ_D ne doivent plus être calculés et les équations correspondantes sont éliminées du système. Quant aux nœuds situés sur Γ_N , tous ceux correspondants à des conditions de type Neumann homogène nul conduisent à des contributions nulles des termes M_{ij} respectifs. A défaut d'autres conditions aux limites, le système d'équations (1.15) devient alors symétrique.

Les conditions à imposer sur une éventuelle interface Γ_{12} entre deux diélectriques différents sont considérées de manière explicite pour (1.7) puisque le potentiel V est continu. Cependant, (1.8) est respecté implicitement en considérant que la somme des intégrales (1.17) de chaque côté de l'interface est nulle.

Le système d'équations ainsi constitué est caractérisé par une matrice creuse. Il peut être résolu avec des méthodes classiques tel que les gradients conjugués avec un préconditionnement adapté [5]. Dans la plupart des cas, une méthode directe ne pourra pas être utilisée parce que les moyens informatiques nécessaires seraient trop importants (la place de mémoire en particulier). Une fois le système résolu, la répartition du potentiel V est calculée avec (1.9), et la distribution du champ électrique est obtenue avec (1.4).

I.3 L'influence de la discrétisation

Une partie très importante de la modélisation avec la méthode des éléments finis est la discrétisation ou le maillage du domaine d'étude. Il s'agit de subdiviser une géométrie avec des éléments de base grâce à des outils plus ou moins automatiques [6].

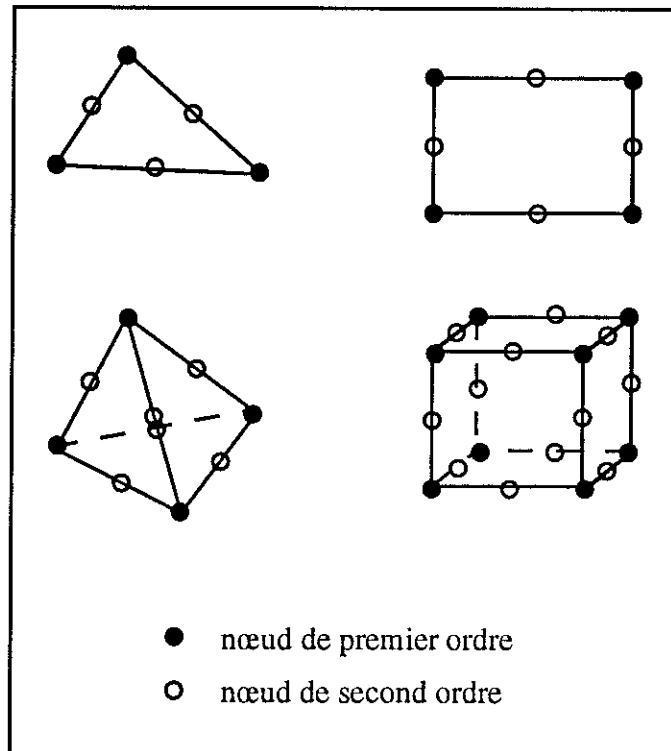


Figure 1.3 : Les éléments finis utilisés pour la modélisation

Dans le secteur mécanique, il existe une grande variété de types d'éléments adaptés à ses besoins. Pour la modélisation électromagnétique, on utilise principalement les éléments triangulaires et quadrangulaires en deux dimensions ainsi que les éléments tétraédriques et hexaédriques en trois dimensions [7] (figure 1.3). Dans le cadre de cette étude, il s'agit exclusivement d'éléments nodaux; les inconnues sont portées par des nœuds situés à des endroits bien définis de l'élément (en particulier sur ses sommets). Ces éléments sont aussi classés selon l'ordre des fonctions de forme associées aux nœuds. On utilise des éléments de premier et deuxième ordre où ces fonctions de forme sont des polynômes de premier ou deuxième degré. Par conséquent, leur dérivée première est constante ou varie linéairement. Cela est très important et conditionne la densité locale du maillage d'un domaine d'étude.

Limitée par le coût de calcul d'une part et la précision minimale d'autre part, la maîtrise du maillage est toujours essentielle pour arriver à une bonne modélisation. La qualité du résultat en dépend beaucoup. Il est donc utile de connaître l'ordre de grandeur de l'erreur pour un calcul.

I.3.1 Le maillage interne

La majorité des condensateurs céramiques possède une zone entre les électrodes où le champ électrique est homogène. Cette partie ne nécessite pas de modélisation numérique. La solution analytique du problème est très simple. Si on considère deux électrodes à une distance d soumises à une différence de potentiel V , le champ électrique est donné par :

$$|\vec{E}| = \frac{V}{d} \quad (1.18)$$

On obtient alors la densité d'énergie électrique w_e :

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon |\vec{E}|^2 = \frac{\epsilon V^2}{2 d^2} \quad (1.19)$$

et l'énergie électrique W_e stockée dans un volume Ω :

$$W_e = \int_{\Omega} w_e \, d\Omega = w_e \Omega = \frac{\epsilon V^2 \Omega}{2 d^2} = \frac{\epsilon V^2 S}{2 d}, \quad (1.20)$$

où S est la surface des électrodes en regard.

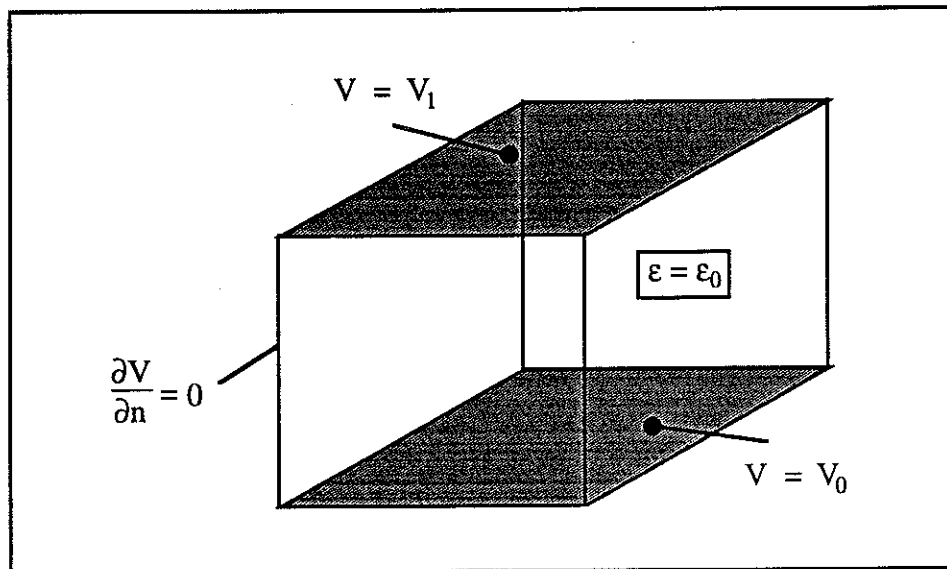


Figure 1.4 : La géométrie test pour le calcul d'un champ homogène

Pour valider le modèle dans une telle zone, une géométrie test (figure 1.4) est étudiée. On considère un cube de dimension 1 mm x 1 mm x 1 mm contenant un diélectrique de

permittivité relative unitaire. Sur deux faces opposées, une différence de potentiel de 1 Volt est imposée. Afin de vérifier l'influence du maillage, l'énergie électrique stockée dans ce cube est calculée avec des maillages différents en utilisant des éléments tétra- et hexaédriques de premier et deuxième ordre.

Le résultat de la modélisation est toujours identique au résultat théorique. Car les fonctions de forme des éléments sont directement une solution des équations à résoudre. Le maillage redondant ne mène pas à une perturbation du résultat d'un calcul numérique, ce qui est important pour des études plus complexes.

1.3.2 Le maillage aux bords des électrodes

Le maillage joue un rôle plus important dans les régions où le champ n'est pas homogène. La géométrie de ces parties peut avoir un caractère bi- et tridimensionnel selon la forme des électrodes. L'influence des champs de fuite est alors plus ou moins importante.

L'analyse de l'influence du maillage est réalisée sur une géométrie bidimensionnelle car elle représente un cas prépondérant pour les formes typiques d'électrodes. La distribution du champ électrique peut être calculée analytiquement à l'aide d'une transformation conforme.

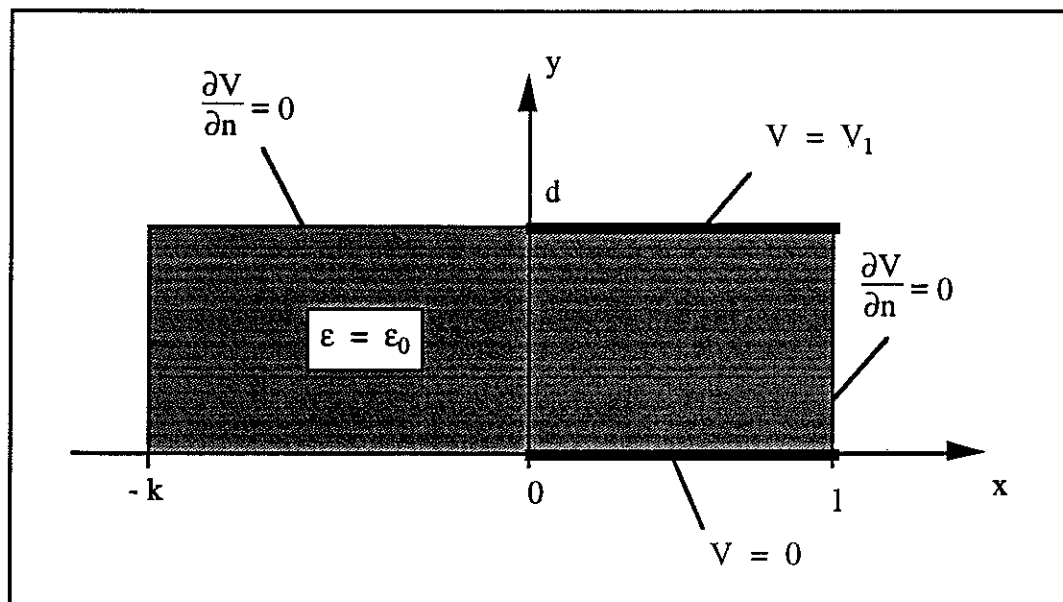


Figure 1.5 : La géométrie test d'un bord de condensateur

La géométrie test choisie consiste en deux électrodes exactement superposées (figure 1.6). S'agissant d'un condensateur multicouche, la géométrie est répétitive. Par conséquent, les plans des électrodes constituent des plans de symétrie (champ tangentiel en dehors des

électrodes). Les bords latéraux du dispositif sont choisis suffisamment éloignés du bord des électrodes pour que le champ puisse être considéré tangentiel.

En choisissant une transformation conforme appropriée [8], on obtient le potentiel électrique V suivant :

$$V(x,y,z) = Re \left\{ U \frac{2}{\pi} \arcsin \left(\exp \left(\frac{\pi w}{2d} \right) \right) \right\} , \quad (1.21)$$

où U est la différence de potentiel entre les électrodes, d leur distance et $w = x + jy$ un point dans le plan complexe dont les parties réelle et imaginaire correspondent aux coordonnées x et y du domaine d'étude. Avec (1.4), le champ électrique peut être calculé pour trouver la densité volumique d'énergie électrique w_e :

$$w_e(x,y,z) = \frac{1}{2} \epsilon |\vec{E}|^2 = \frac{1}{2} \epsilon \left(\frac{U}{d} \right)^2 \frac{\exp \left(\frac{\pi x}{d} \right)}{\sqrt{1 + \exp \left(2\pi \frac{x}{d} \right) - 2 \exp \left(\pi \frac{x}{d} \right) \cos \left(\pi \frac{y}{d} \right)}} \quad (1.22)$$

Après intégration, l'énergie électrique stockée dans la géométrie test est alors déterminée :

$$W'_e = \int_{-\infty}^l \int_0^{d/2} w_e \, dy \, dx = 11,49 \, \text{pJm}^{-1} \quad (1.23)$$

Cette valeur est comparée avec les résultats issus de différents maillages de la géométrie test (figure 1.6). Les éléments utilisés sont des tétraèdres et des hexaèdres de premier et deuxième ordre. Le type de mailleur dans les deux cas étant différent, il est difficile de comparer les deux types de maillage. Le nombre d'éléments est cependant un bon indicateur de densité de maillage.

Type d'élément	Nombre d'éléments	Ecart des éléments de 1 ^{er} ordre [%]	Ecart des éléments de 2 ^e ordre [%]
hexaédrique	20	34,0	1,8
	120	15,8	1,0
	300	8,8	1,0
tétraédrique	50	61,9	17,5
	202	18,4	4,4
	385	12,3	2,7

Figure 1.6 : L'écart du résultat de la modélisation avec le résultat analytique en fonction du maillage

Contrairement au cas précédent, le résultat est fonction du maillage. Un affinement du maillage même important ne conduit pas au résultat analytique attendu. La différence de quelques pour-cents est probablement due à la singularité du champ le long de l'arête de l'électrode. Les éléments utilisés ici ne peuvent pas tenir compte d'un champ infini et l'approximation est localement insuffisante. Pour pallier cet inconvénient, il y a possibilité d'introduire des éléments spéciaux autour des points ou lignes de champ infini. Ils possèdent la particularité d'une singularité au niveau du gradient de la fonction de forme pour un ou plusieurs points de l'élément [9, 10]. Cependant, leur utilisation sert principalement pour le calcul de grandeurs locales. Dans le cas de la présente étude, l'influence des singularités locales sur le calcul de capacité d'un condensateur entier est faible. L'emploi de tels éléments n'est donc pas nécessaire.

En comparant les résultats entre eux, la valeur d'énergie calculée est toujours supérieure à la valeur analytique et les éléments de premier ordre fournissent une valeur supérieure au résultat des éléments de second ordre. Par conséquent, toutes les modélisations dans le cadre de ce travail utilisent de préférence les éléments de second ordre.

Les éléments tétra- et hexaédriques donnent des résultats similaires. Toutefois, les hexaèdres semblent être un peu plus précis. Cela permettra d'effectuer un choix selon d'autres critères qui sont notamment d'ordre géométrique ou de performance du mailleur.

En conclusion de cette analyse qualitative, on peut retenir l'influence du maillage pour des géométries typiques de condensateurs céramiques et un ordre de grandeur concernant l'erreur numérique de la modélisation.

I.4 Etude électrostatique de condensateurs céramiques multicouches

L'étude électrostatique de condensateurs céramiques multicouches essaie d'évaluer l'influence des différentes parties d'un composant sur sa valeur de capacité. Elle s'intéresse plus particulièrement aux contributions des zones présentant une distribution non-homogène du champ électrique. Les phénomènes analysés ici concernent donc plutôt la particularité de la géométrie et l'influence de l'environnement immédiat du condensateur. Par ailleurs, cette étude concerne à la fois les condensateurs en tant que composant et les condensateurs dans un multicomposant. Les phénomènes étudiés peuvent se présenter dans les deux cas.

I.4.1 Les effets de bord

Le calcul de la capacité d'un condensateur est équivalent au calcul de l'énergie électrique stockée dans celui-ci. Ainsi, la capacité peut être dérivée de la distribution du champ électrique créé par le condensateur. Cela conduit à une expression très simple dans le cas d'un condensateur idéal :

$$C = \epsilon \frac{S}{d} \quad (1.24)$$

où ϵ est la permittivité du diélectrique, S la surface des électrodes en regard et d l'épaisseur du diélectrique. Cette expression est vraie pour le cas théorique d'un condensateur composé de deux électrodes planes, parallèles et à extension infinie avec un diélectrique isotrope linéaire.

Pour un condensateur multicouche, ces conditions ne sont pas satisfaites de sorte que (1.24) ne fournit qu'une valeur approximative. La validité de l'approximation dépend alors de l'influence des inhomogénéités du champ électrique. La contribution due aux bords des électrodes est à ce titre prépondérante. Ils provoquent un champ de fuite dont l'intensité dépend de la géométrie et de la disposition des armatures (figure 1.7). Dans tous les cas, la capacité réelle du condensateur est donc majorée de la contribution des champs de fuite. Cela est d'autant plus significatif que le rapport entre la surface des électrodes et leur distance est faible.

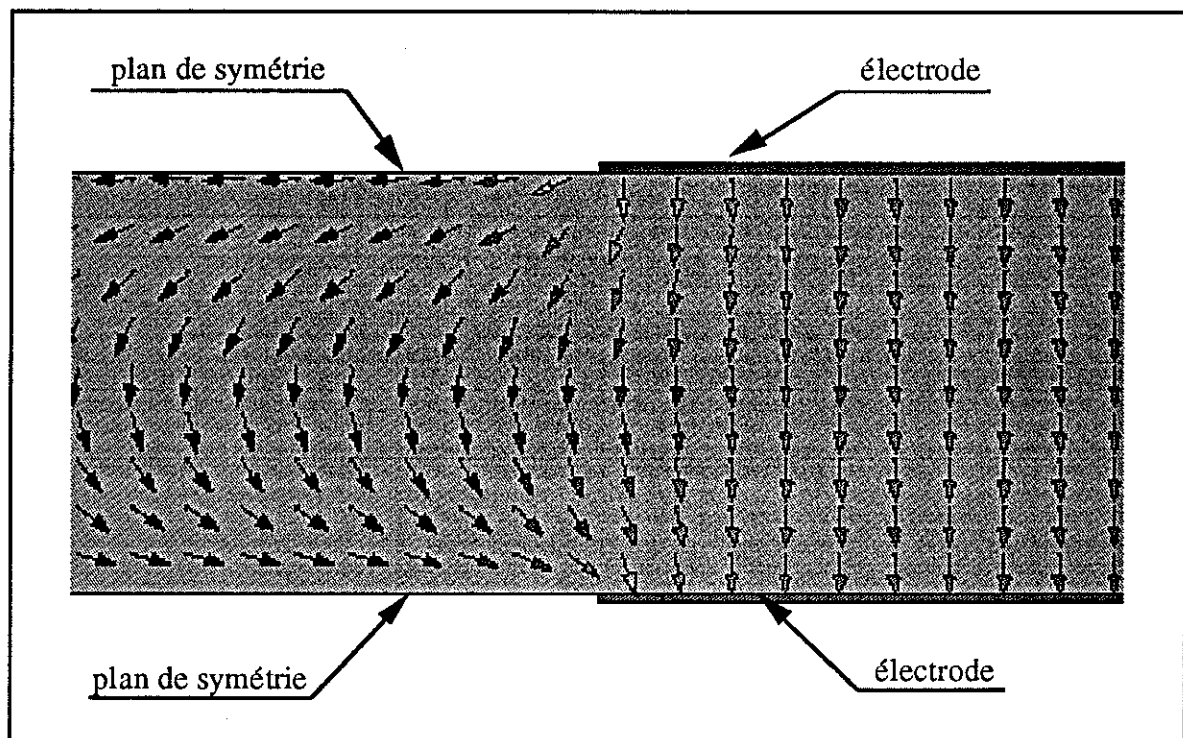


Figure 1.7 : Le champ de fuite au bord d'un condensateur

Pour évaluer l'influence des effets de bord, il est nécessaire d'étudier la distribution du champ autour des bords des électrodes. La géométrie à analyser est constituée de la zone interne au condensateur, de la zone correspondant à la marge (elle assure le recouvrement des électrodes en regard) et de la zone externe. En structure multicouche, il y a alternance des deux types d'électrodes. Ainsi, le plan des électrodes est un plan de symétrie qui permet de réduire le domaine d'étude. La partie intérieure est choisie suffisamment large pour pouvoir supposer un champ homogène à sa limite. La partie extérieure est si large que les conditions aux limites à son extrémité n'ont plus d'influence sur le phénomène étudié (figure 1.8). Par ailleurs, on suppose le bord du composant relativement éloigné du bord des électrodes de sorte que tout le domaine d'étude est constitué de céramique. Pour estimer l'influence de la marge, on peut calculer la capacité supplémentaire (par unité de longueur) en fonction de sa largeur (figure 1.9). Le phénomène étant typique pour tous les condensateurs, le résultat est présenté sous forme d'une grandeur indépendante de la permittivité ou de l'épaisseur du diélectrique.

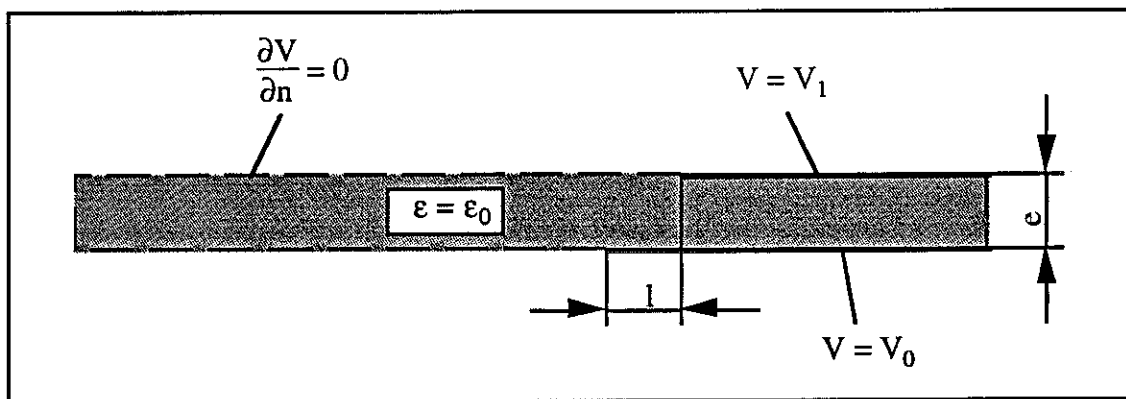


Figure 1.8 : Le dispositif de l'analyse de l'effet de bord

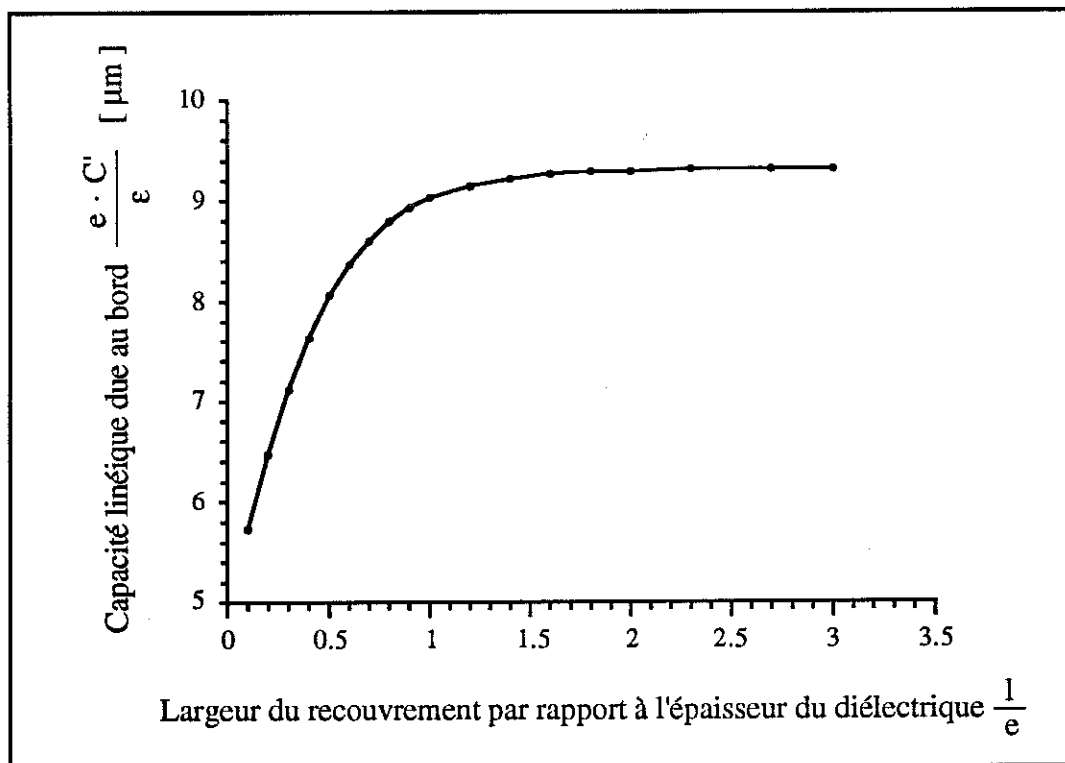


Figure 1.9 : La capacité supplémentaire due aux effets de bord en fonction de la largeur de la marge

Les résultats de l'étude montrent que la capacité supplémentaire atteint une valeur maximale pour une marge correspondant au double de l'épaisseur du diélectrique. Un résultat légèrement différent pourrait être obtenu pour un condensateur comportant peu de couches actives ou une faible surface active (pas de zone de champ homogène). Grâce à ce résultat, le dimensionnement des électrodes peut être amélioré. En prenant une marge suffisamment large, la valeur de capacité est mieux définie.

Le phénomène modélisé ne représente qu'une partie des effets de bord: ceux d'un caractère bidimensionnel. Il s'agit du phénomène prépondérant. Pour des condensateurs très particuliers, il devient nécessaire de tenir compte d'un champ variable dans l'espace autour des bords des électrodes. Il est cependant difficile de faire une étude générale. Les différents dispositifs possèdent des géométries trop variées.

Pour mieux comprendre l'influence des effets de bord dans un condensateur multicouche, un condensateur intégré dans un multicomposant servira d'exemple pour un calcul de capacité. Ce condensateur est composé de vingt couches actives et contient une céramique d'une perméabilité relative de 15. Il possède deux raccords avec des terminaisons et un raccord avec un autre condensateur (figure 1.10).

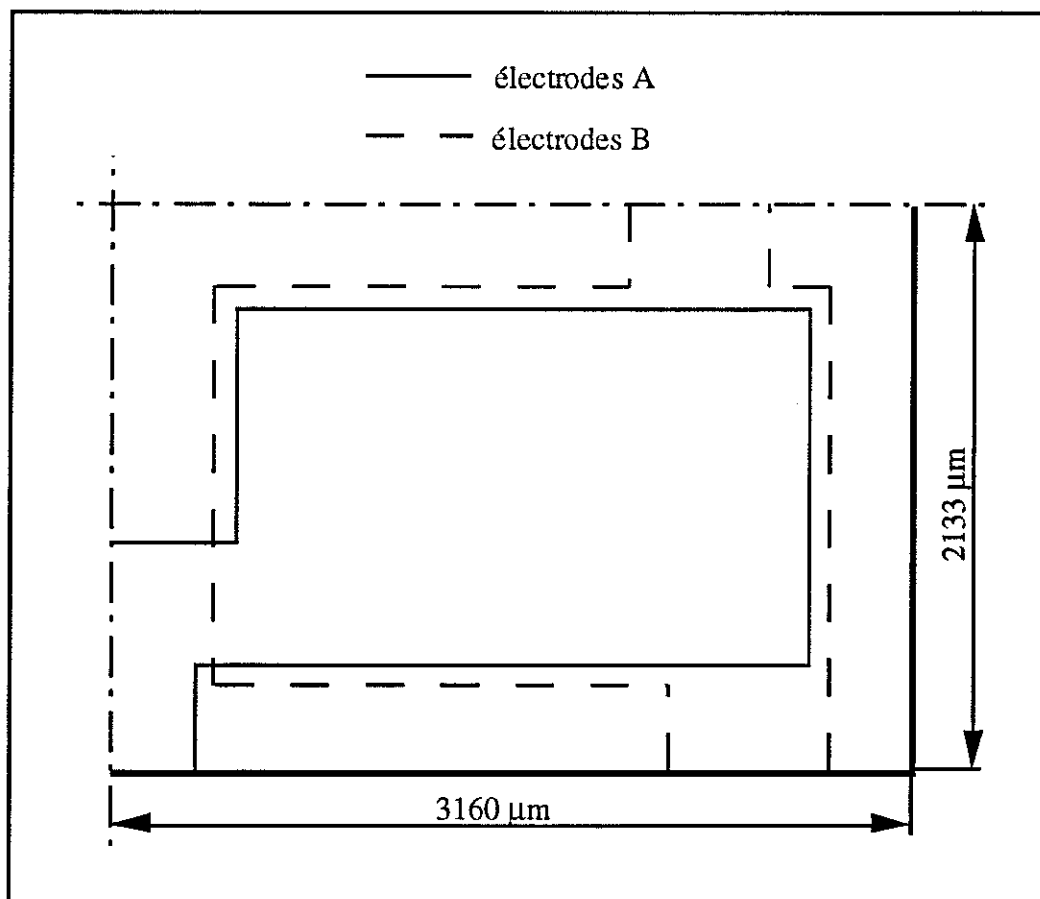


Figure 1.10 : Exemple d'un condensateur multicouche intégré

Pour calculer la capacité de ce condensateur, deux démarches différentes ont été utilisées. Premièrement, le condensateur est subdivisé en différentes zones où chaque zone est étudiée séparément. La capacité totale est alors la somme des capacités de toutes les zones. Deuxièmement, la géométrie d'une couche entière du condensateur est calculée en une seule

fois. Les deux résultats permettront, en plus d'une comparaison des valeurs de capacité, d'évaluer la performance du modèle électrostatique dans le cas d'une géométrie complexe.

Pour la première étude, la subdivision du condensateur en plusieurs zones dépend du caractère du champ dans cette zone (figure 1.11).

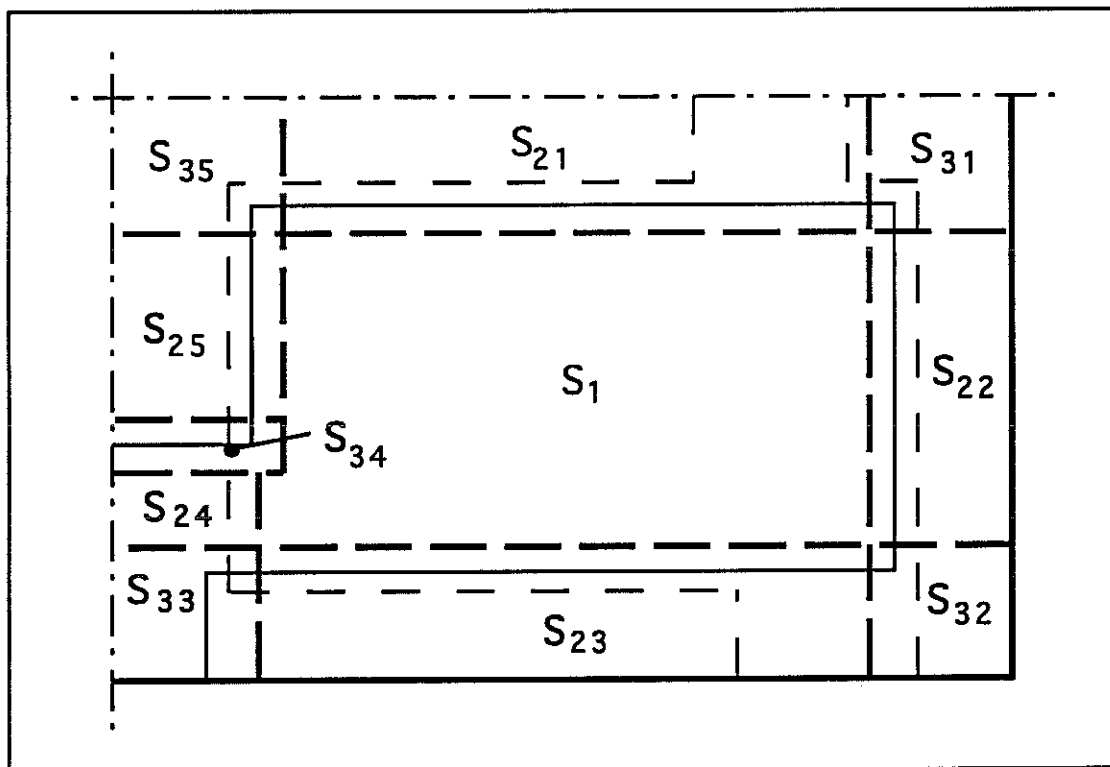


Figure 1.11 : Subdivision du condensateur en plusieurs zones

On remarque la grande zone à l'intérieur du condensateur (S_1) où un champ homogène est supposé. Le bord est partagé en deux zones principales: celle représentant les effets bidimensionnels (S_{2x}) et celle représentant les effets tridimensionnels (S_{3x}). Pour cette dernière, une analyse spécifique est effectuée (figure 1.12).

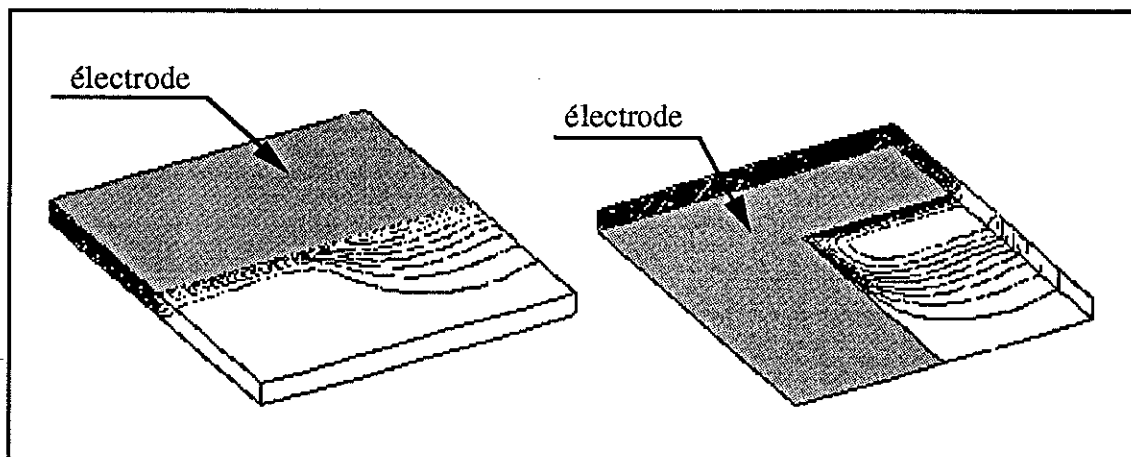


Figure 1.12 : La répartition du potentiel électrique pour une zone de variation tridimensionnelle (S_{34})

Le résultat du calcul des différentes zones est résumé dans le tableau ci-dessous (figure 1.13). Il contient leurs contributions respectives à la capacité totale de la couche qui sont comparées avec des valeurs issues d'un calcul analytique. Cette approche analytique ne tient pas compte de la présence d'un champ de fuite et suppose un champ homogène entre les deux électrodes.

Zone	Valeur de capacité modélisée [pF]	Valeur de capacité analytique [pF]	écart relatif [%]
S_1	15,23	15,23	0,0
S_{21-25}	4,31	3,95	9,1
S_{31-33}	0,234	0,19	11,3
S_{34}	0,085	0,063	34,9
S_{35}	0,292	0,19	53,7
C_{total}	20,15	19,65	2,5

Figure 1.13 : Les capacités des différentes zones de calcul

Malgré des différences locales très importantes, la modification totale de la capacité par les effets de bord n'est que relativement faible. Cela est spécifique à la géométrie étudiée puisque la zone de champ homogène représente déjà plus de 75 % de la capacité totale. Par ailleurs, on note que les zones d'effets tridimensionnels ont des influences bien différentes en

fonction de leur géométrie. Leur importance semble avoir un rapport avec la complexité de la géométrie puisque les coins ont la plus faible contribution.

Pour la deuxième étude, la modélisation de la couche entière conduit à un maillage complexe. Cependant, selon les résultats de paragraphe I.3.2, un calcul cohérent demande une certaine discrétisation autour des bords de la couche. Cette densité locale du maillage n'est pas sans influence sur la discrétisation du domaine restant (figure 1.14). Par conséquent, on arrive à un coût de calcul très important.

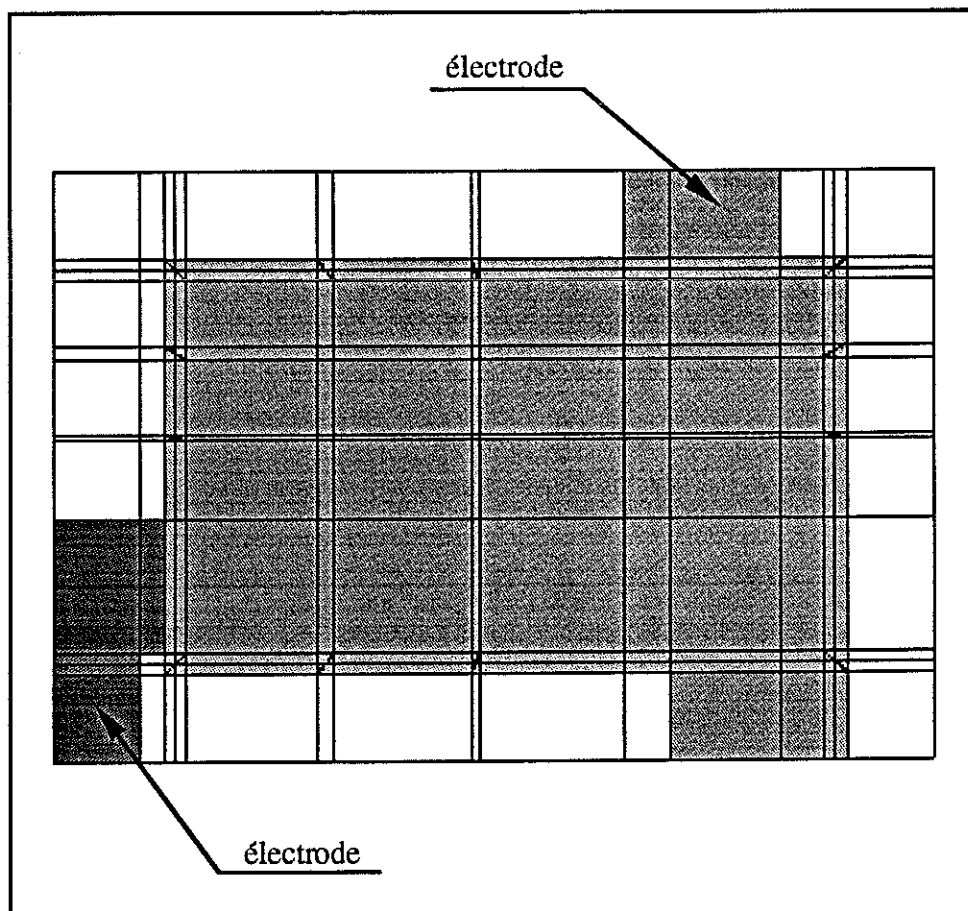


Figure 1.14 : Maillage d'une couche entière du condensateur

Le résultat de ce calcul fournit une valeur de capacité avec une précision acceptable de l'ordre de quelques pour-cents. Cependant, cette précision n'est pas suffisante si l'influence des effets de bord doit être correctement prise en compte. En effet, les variations de la valeur de capacité dues au maillage et aux effets de bord sont du même ordre de grandeur.

En conséquence, pour arriver à une modélisation correcte des phénomènes introduits par les effets de bord, une analyse partielle et détaillée du condensateur est indispensable. Celle-ci permet une amélioration de la conception vis-à-vis des tolérances sur les valeurs de capacité ciblée. Cependant, l'influence des différents phénomènes est tout à fait caractéristique pour chaque géométrie de condensateur de sorte que la méthode d'analyse doit en tenir compte.

I.4.2 L'influence des terminaisons

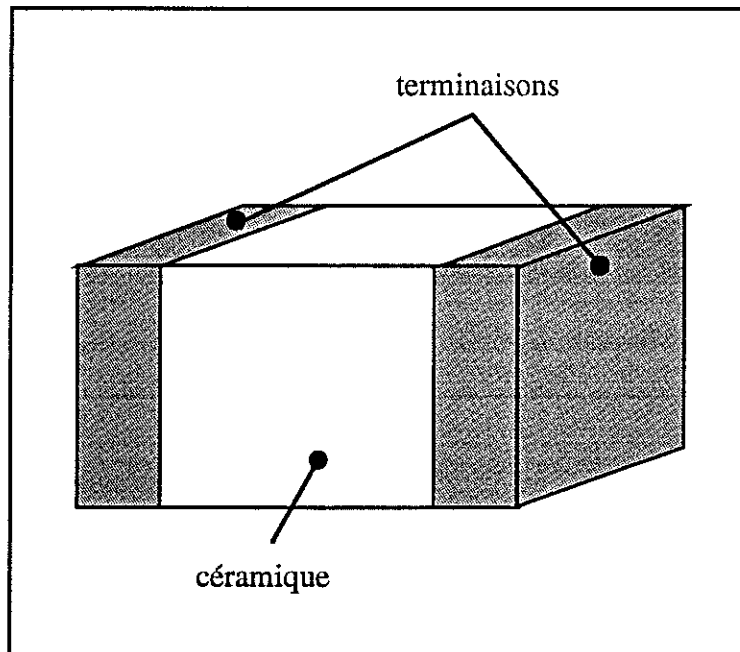


Figure 1.15 : Les terminaisons d'un composant

Les condensateurs céramiques multicouches sont pourvus de terminaisons sur les parties frontales du composant. Elles assurent la connexion entre condensateur et circuit. D'un point de vue électrique, les terminaisons ont l'inconvénient de constituer une capacité supplémentaire avec les électrodes opposées (figure 1.16).

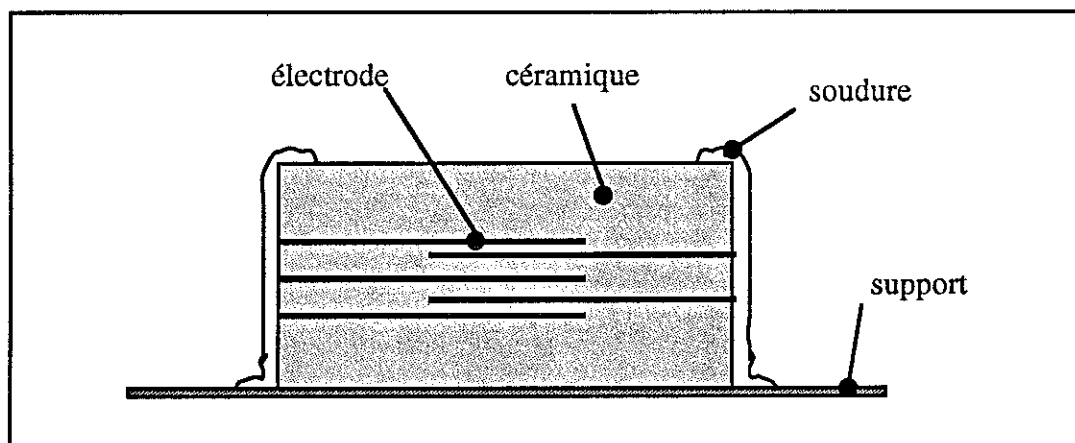


Figure 1.16 : Coupe d'un condensateur monté sur son support

Pour maîtriser cet effet, on peut prolonger les terminaisons sur et sous le composant. De cette manière, on provoque le même phénomène mais son influence est contrôlée par la longueur des terminaisons. Elle doit alors être supérieure au recouvrement maximal attendu des soudures.

L'étude de l'influence des terminaisons sur la capacité d'un condensateur multicouche est étroitement liée à la géométrie spécifique du condensateur. Un condensateur à faible valeur de capacité destiné à la haute fréquence est un cas particulièrement sensible au phénomène (figure 1.17).

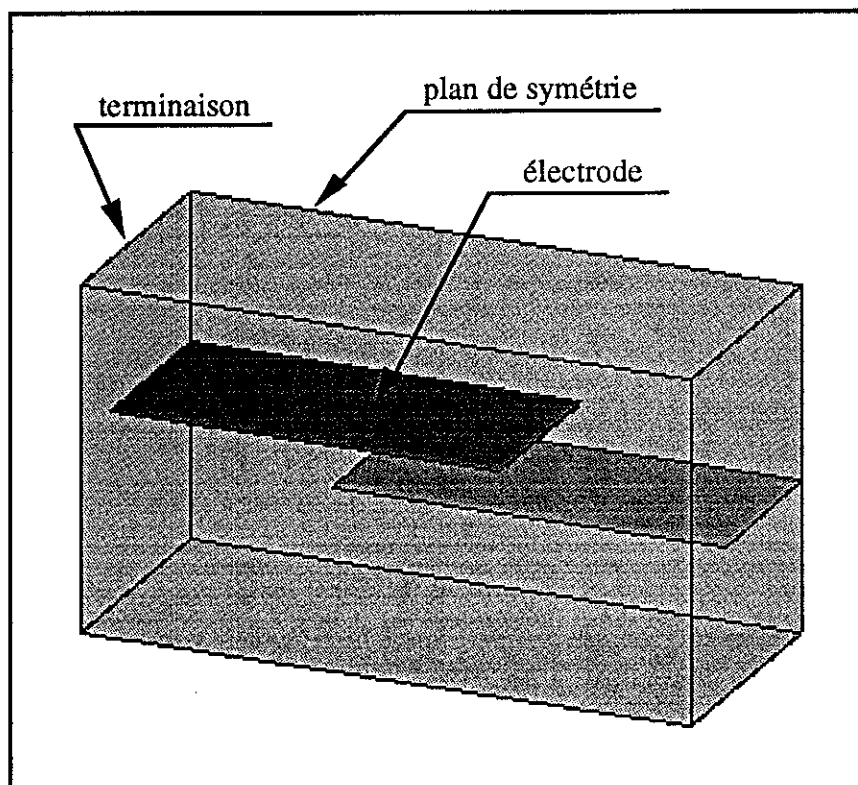


Figure 1.17 : Un condensateur HF à faible valeur de capacité

Il ne contient qu'une seule couche active et une géométrie très simple mais avec une influence d'effets de bord relativement importante.

On s'intéresse alors à la variation de la capacité totale du condensateur en fonction de la longueur des terminaisons. Pour cela, on impose une différence de potentiel entre la partie supérieure d'une terminaison et l'électrode opposée avec sa terminaison correspondante.

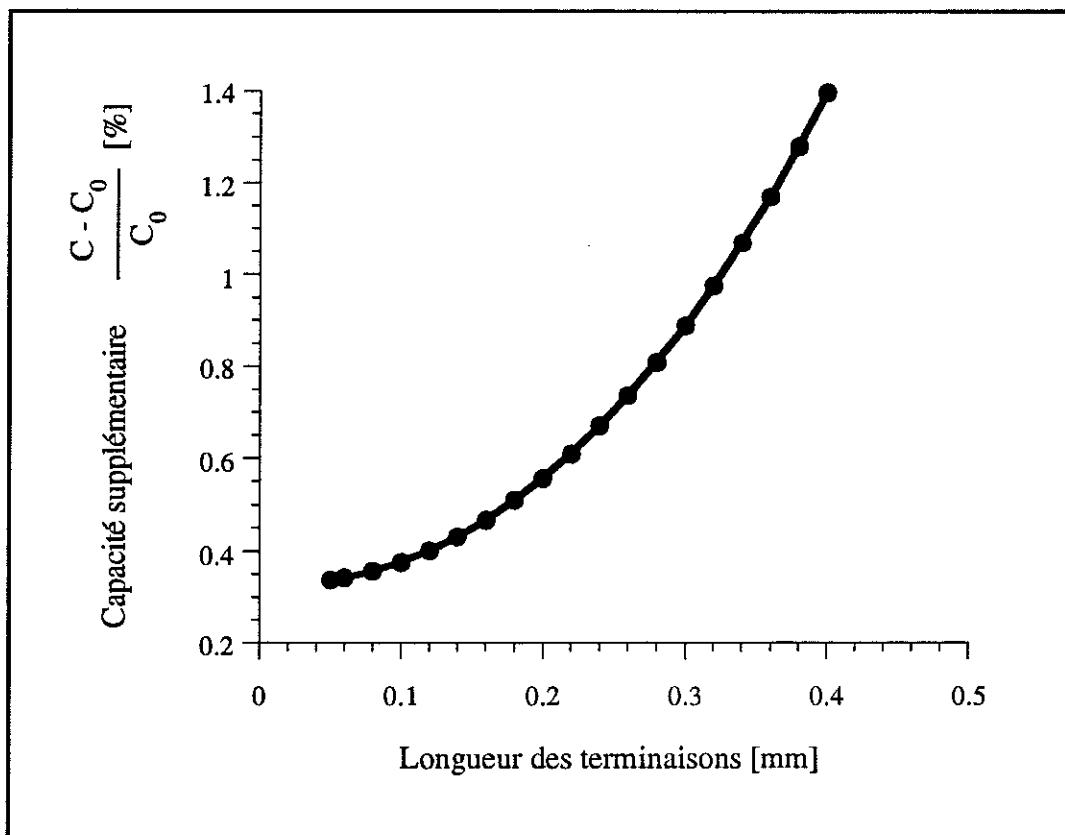


Figure 1.18 : La capacité supplémentaire d'un condensateur en fonction de la longueur des terminaisons

Le calcul ne prend en compte que l'énergie stockée à l'intérieur du composant et non pas celle dans son environnement. Car elle est supposée faible à cause de la permittivité de la céramique et dépend du montage du composant.

On s'aperçoit que l'évolution de la capacité est presque linéaire pour l'intervalle de longueur considéré (figure 1.18). Dans le cas présent, elle atteint autour d'un pour-cent de la capacité totale et devient donc non-négligeable pour la conception de la géométrie.

Aussi d'autres facteurs peuvent augmenter l'influence des terminaisons. Notamment, le nombre de feuilles de céramique entre la terminaison et l'électrode ou entre les électrodes en font partie.

Similaire à la longueur des terminaisons, la distance entre la partie frontale des terminaisons et le bord d'une électrode constitue un paramètre qui modifie la capacité du

condensateur. Ce couplage capacitif peut être non-négligeable dans la mesure où, pour un dispositif multicouche par exemple, toutes les électrodes sont concernées. Bien évidemment, cette capacité est alors à considérer en relation avec la capacité d'une couche. Aussi, dans un environnement multicouche, il est intéressant de constater à partir de quelle distance la distribution du champ autour du bord d'électrode peut être ramenée à celle due aux effets de bord.

Pour cela, une étude qualitative est effectuée en deux dimensions. On considère un dispositif proche de celui de la figure 1.9 où la condition aux limites sur le bord extérieur prend le potentiel d'une des électrodes (figure 1.19).

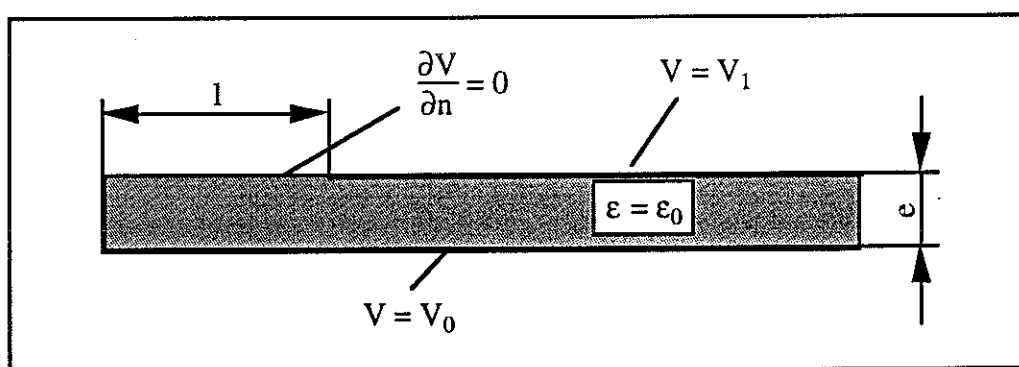


Figure 1.19 : Dispositif d'étude qualitative du couplage terminaison-électrode

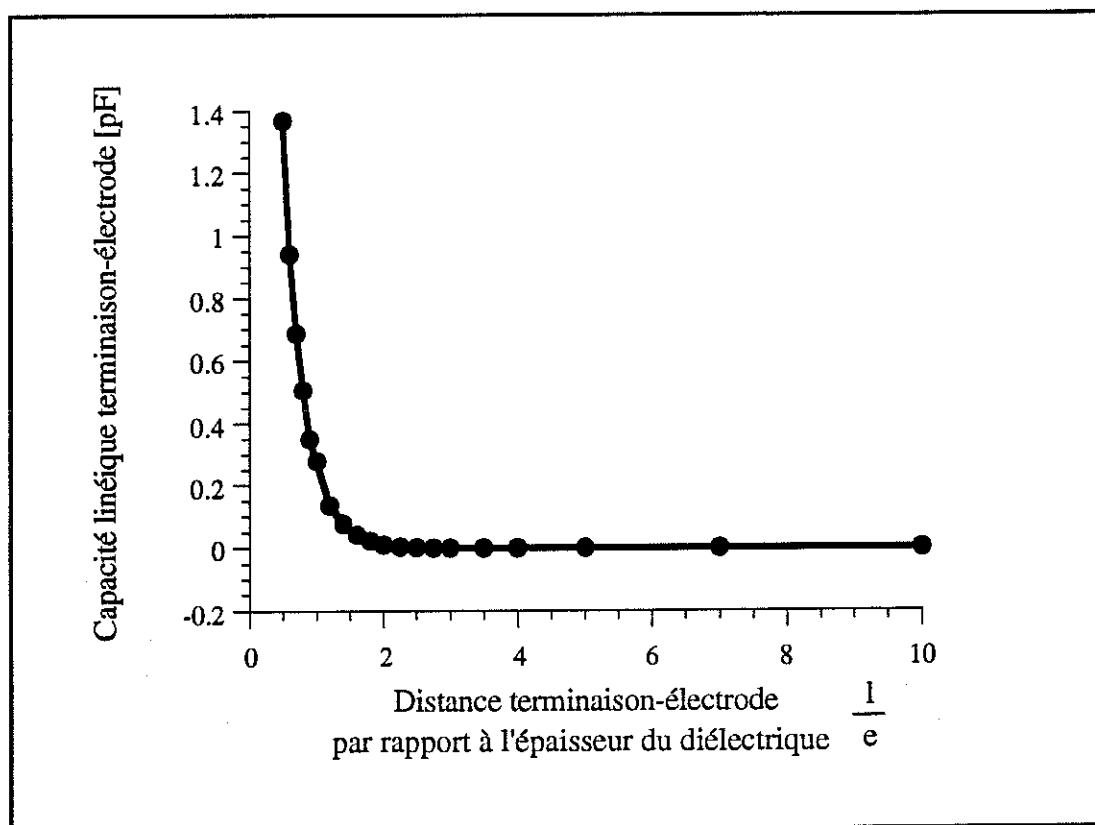


Figure 1.20 : La capacité terminaison-électrode en fonction de leur distance

Si on compare ce résultat (figure 1.20) avec l'effet de bord maximal constaté, ce couplage devient négligeable à partir d'une distance qui correspond au triple de l'épaisseur de la couche.

Cette valeur peut être légèrement plus élevée pour des géométries telles que le condensateur HF précédemment analysé. Cependant, on dispose d'un repère quant aux distances minimales à respecter.

I.4.3 La discontinuité des électrodes

Le procédé de fabrication n'est pas sans influence sur les performances électriques des composants multicouches. La partie la plus critique de ce point de vue est le frittage des composants. Il engendre une structure d'électrode qui est plus proche d'une grille que d'une plaque. Cette déformation n'est pratiquement pas contrôlable et dépend de plusieurs facteurs. Il s'agit de la composition de l'alliage (le pourcentage d'argent et de palladium), de la nature de la céramique et de la composition du diluant . Par ailleurs, on a pu constater que les électrodes plus épaisses sont moins sensibles à ce phénomène.

Pour pouvoir qualifier l'impact de ces déformations d'électrodes sur la distribution du champ, seule une étude approximative du problème est possible. La répartition et la nature des trous sont aléatoires et ne peuvent pas être considérées telles quelles. Il faut alors régulariser le phénomène afin de constituer une géométrie à analyser. Pour cela, il convient d'étudier la distribution du champ issue d'une grille au lieu d'une plaque et de comparer les valeurs de capacité dans les deux cas. On peut faire varier deux paramètres qui sont le pourcentage de surface active (surface réelle des électrodes) et la finesse de la grille avec une surface active constante (figure 1.21).

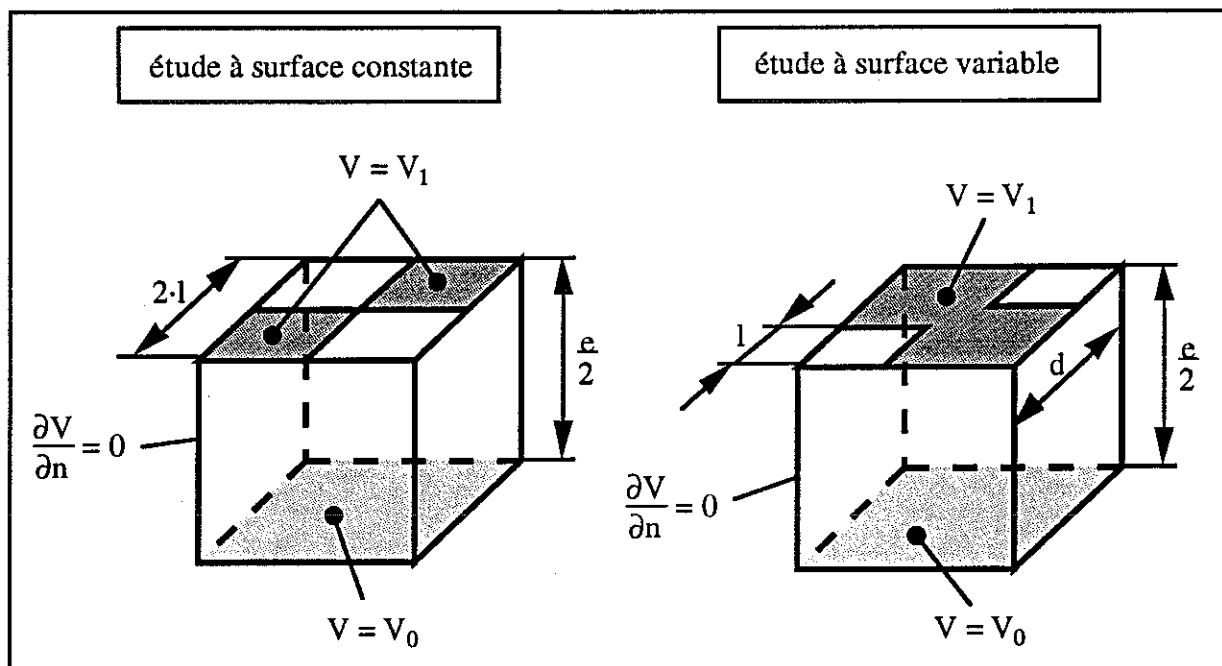


Figure 1.21 : Les géométries pour étudier l'influence de la porosité des électrodes

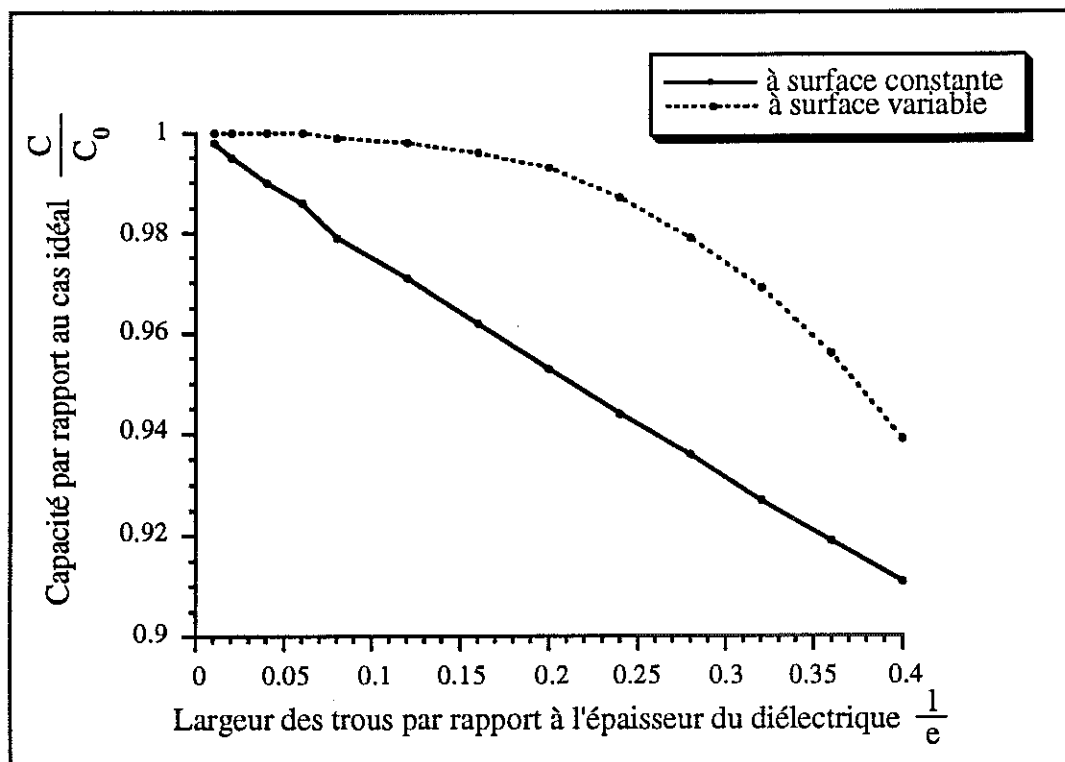


Figure 1.22: La variation de la capacité en fonction du degré de porosité des électrodes

Les résultats obtenus (figure 1.22) montrent une variation de la capacité pouvant atteindre jusqu'à 10 % selon l'importance des déformations. Par rapport à la géométrie réelle

des électrodes, l'étude indique probablement un majorant de l'influence réelle puisque les trous relevés sur des coupes de composants n'excèdent que rarement une taille correspondant à l'épaisseur de l'électrode. Très souvent, les trous se trouvent à l'intérieur de l'électrode. Dans ce cas, ils modifient surtout la résistance des électrodes, et moins la capacité du composant.

L'effet provoqué par les électrodes imparfaites dépend avant tout de l'épaisseur de la couche de diélectrique. Ce phénomène est important lorsqu'il s'agit de condensateurs à forte valeur de capacité où, en général, le nombre de couches est plus élevé et leur épaisseur est plus faible.

I.4.4 Les perturbations extérieures

Tous les phénomènes étudiés dans les paragraphes précédants, qui conduisent à une modification de la distribution du champ électrique, sont propres au condensateur considéré et ne dépendent que de ses propriétés. Or, la capacité d'un condensateur est aussi fonction de son environnement. Le champ électrique de fuite situé autour des électrodes en est responsable. Son influence dépend principalement du rapport de la permittivité de l'environnement avec celle de la céramique et du dispositif de montage du composant.

Dans un environnement de faible permittivité (très probablement de l'air, permittivité ϵ_0), l'effet n'est important que pour les céramiques de faible permittivité ($\epsilon_r < 50$). Une estimation concrète de son importance reste pourtant très difficile puisque la nature du dispositif sur lequel est monté le composant est généralement inconnue.

Une première approche peut porter sur un composant isolé. Le calcul consiste donc à déterminer le champ de fuite d'un condensateur chargé libre dans l'espace (figure 1.23 et 1.24). On suppose alors une certaine différence de potentiel entre les électrodes et un champ électrique tangentiel à la surface céramique. C'est une approche valable même pour de faibles permittivités qui permet d'éviter un calcul à l'intérieur du composant. Par conséquent, son résultat ne dépend plus que des dimensions extérieures du composant.

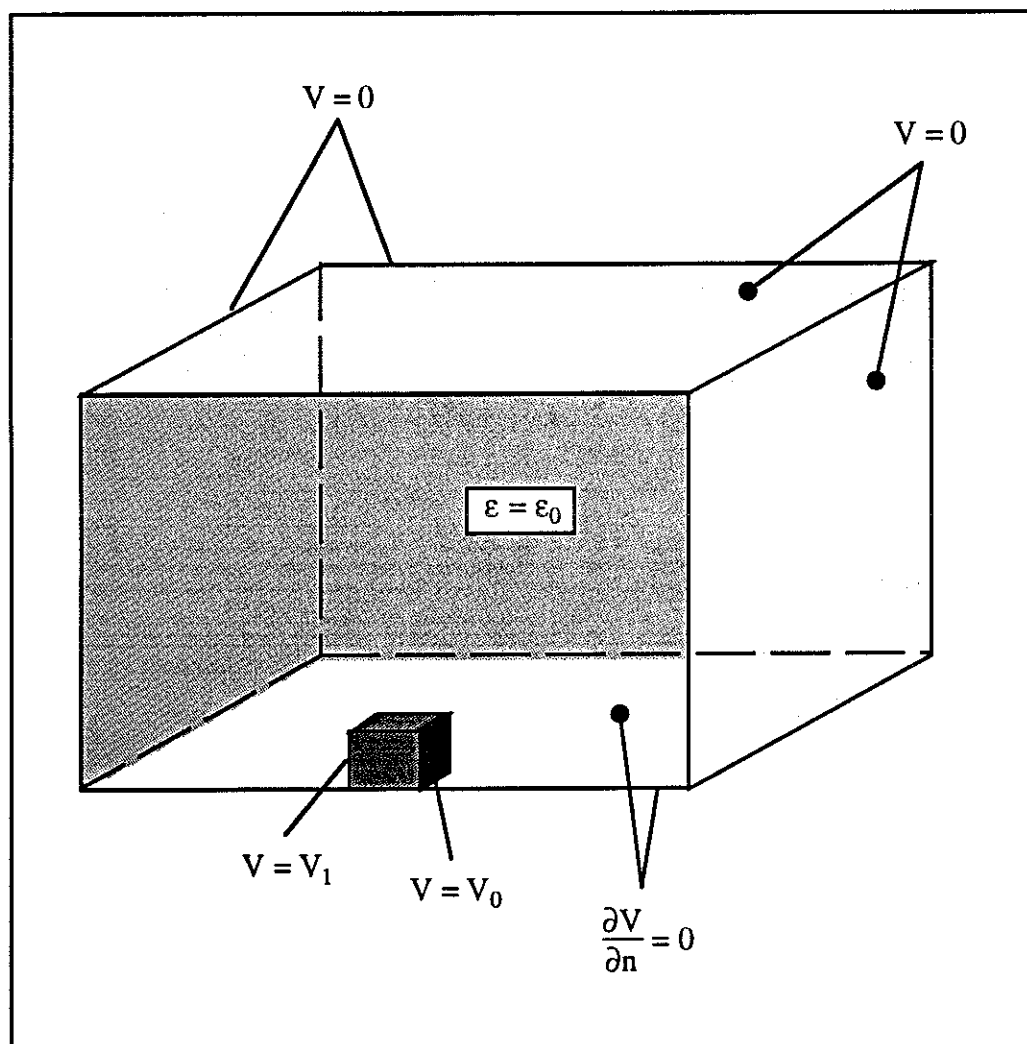


Figure 1.23 : Le dispositif de l'étude du champ de fuite

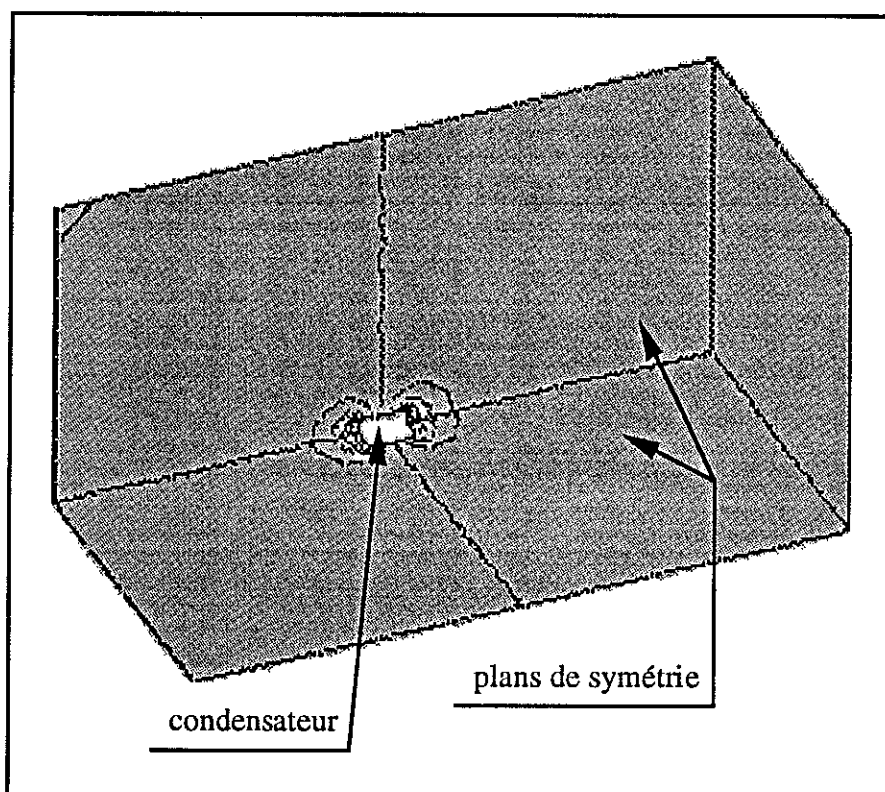


Figure 1.24 : Les équipotentiels dans le plan de symétrie

En considérant le composant HF déjà analysé (figure 1.17) à ce propos, on obtient une énergie électrique due au champ de fuite de l'ordre du pour-cent de l'énergie stockée à l'intérieur du composant. Comme toute présence de matériaux diélectriques à proximité est négligée, l'influence réelle est probablement supérieure.

Un effet similaire existe pour des condensateurs intégrés dans des multicomposants. Très souvent le champ de fuite est superposé à un champ de couplage avec un autre élément du composant, ce qui le rend moins significatif. Dans les multicomposants, le couplage capacitif entre éléments peut jouer un rôle s'il est issu d'une distance trop faible entre deux éléments ou d'une différence de potentiel entre eux.

Ne considérant que des condensateurs multicouches pour l'instant, il existe une constellation typique de plusieurs condensateurs à l'intérieur d'un multicomposant. Il s'agit de deux condensateurs dont les électrodes sont sérigraphiées sur les mêmes feuilles de céramique. Au niveau des couplages capacitifs, deux cas typiques peuvent se produire : les éléments sont mis à des potentiels égaux ou différents. Pour la première constellation, il n'y a pas de couplage entre les électrodes. La seule perturbation possible viendrait d'une superposition des champs de fuite. Or, en respectant les règles trouvées auparavant, un tel phénomène n'a plus d'importance. Par contre, si les électrodes se trouvent à des potentiels différents, il existe une capacité parasite entre elles.

Cette capacité peut être calculée pour deux électrodes opposées ou en biais. Le domaine d'étude dans un environnement multicouche est alors très simple si l'on ne veut estimer que la partie bidimensionnelle de l'effet (figure 1.25).

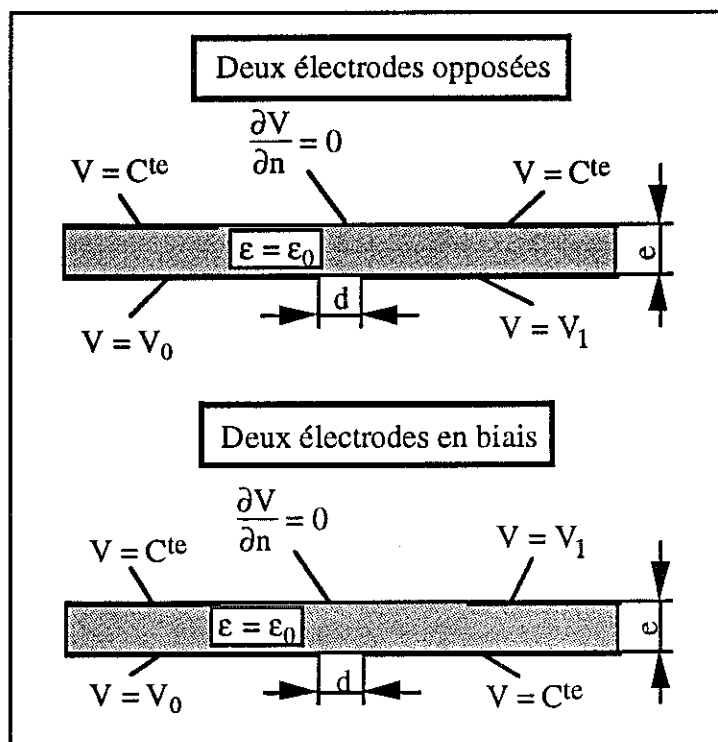


Figure 1.25 : Dispositif d'étude du couplage inter-électrodes

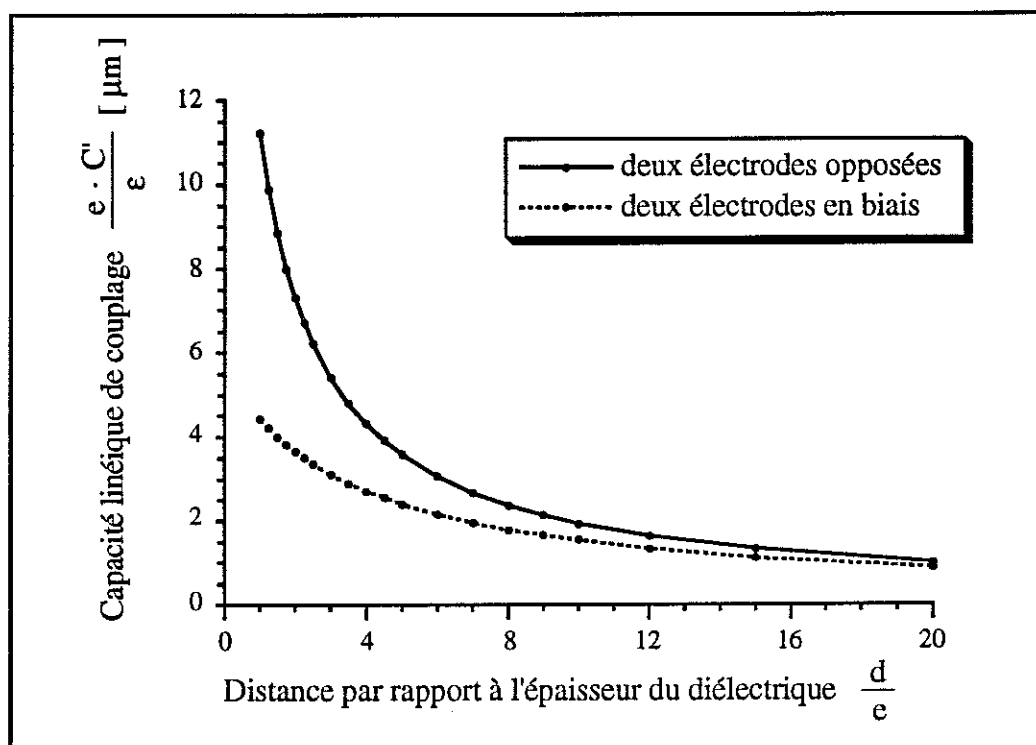


Figure 1.26 : Les capacités de couplage en fonction de la distance

Il est intéressant d'analyser le rapport avec la capacité supplémentaire due aux effets de bord. L'étude montre que pour des faibles distances les deux phénomènes sont du même ordre de grandeur. Mais la capacité de couplage décroît rapidement avec la distance.

Le cas présenté n'est qu'exemplaire et chaque composant demande une étude spécifique surtout lorsqu'il s'agit de multicomposants. Cependant, les couplages capacitifs parasites ne semblent pas pouvoir prendre une influence très importante dans le cadre d'un composant si les distances habituelles entre les électrodes sont respectées.

I.5 Conclusion

Malgré le nombre de simplifications qui ont conduit à la définition du modèle électrostatique, son utilisation dans le cadre de la méthode des éléments finis permet une bonne étude des phénomènes spécifiques aux condensateurs multicouches. La modélisation se révèle notamment indispensable lorsque la distribution du champ électrique n'est plus homogène. Qu'il s'agisse d'un condensateur à faible valeur de capacité ou d'une étude spécifique d'un phénomène, les résultats obtenus grâce à ce modèle sont plus que qualitatifs. Il est donc possible d'évaluer bon nombre de perturbations du champ électrique afin de voir leur impact sur le comportement global d'un composant ou d'un condensateur.

Pour les effets liés à la spécificité de la géométrie des condensateurs multicouches ou de leur technologie de fabrication, il faut aussi tenir compte des limites du modèle et de la méthode numérique. Ainsi, l'étude de certains phénomènes est difficile compte tenu de la précision de la méthode. Dans le cadre d'une étude visant un composant entier, une interprétation erronée des résultats est possible. D'autant plus que dans ces conditions, le maillage n'est pas forcément adapté à une bonne modélisation d'effets plutôt locaux. C'est pour cette raison que toutes les études menées ici ne sont pas effectuées à nouveaux dans le cadre de la simulation d'un composant entier.

Finalement, la modélisation avec le modèle électrostatique permet d'obtenir des informations complémentaires pour la conception des condensateurs multicouches. Cela est important lorsqu'il s'agit d'améliorer une caractéristique ou de concevoir un condensateur spécifique. Cependant le modèle est limité à une étude statique et ne tient compte que des propriétés diélectriques de la céramique.

CHAPITRE II

LA MODELISATION

ELECTRODYNAMIQUE DE

DISPOSITIFS DIELECTRIQUES

ET CONDUCTEURS

II.1 Introduction

L'utilisation de la modélisation dans le cadre du développement d'un produit industriel a pour objet une meilleure maîtrise de ses paramètres de conception et une meilleure compréhension de son fonctionnement. Pour le produit, cela peut conduire à une amélioration de sa qualité en ce qui concerne sa forme, son poids ou son fonctionnement. Si ces deux premiers aspects dépendent plutôt de la qualité de la production et de ses tolérances, le dernier est bien concerné par la modélisation. Une étude de fonctionnement permet d'identifier les risques de défauts mais aussi les différences entre le régime réel et le régime idéal. C'est ainsi qu'on parvient à une analyse critique du produit.

L'étude précédente sur les composants passifs et en particulier sur les condensateurs multicouches vise essentiellement un fonctionnement idéalisé puisque purement diélectrique. Le modèle électrostatique ne tient pas compte de la présence des électrodes ou de pertes dans la céramique. Afin d'élargir son champ d'application, d'autres phénomènes physiques et caractéristiques des matériaux doivent être pris en compte. Cela mène à la création d'un nouveau modèle appelé "électrodynamique" pour la modélisation de problèmes de conduction liés aux propriétés diélectriques et conductrices des matériaux.

Ce chapitre étudie l'application de ce modèle aux composants passifs et notamment aux condensateurs multicouches. Il met en évidence les difficultés de caractère numérique et de discrétisation et propose des techniques adaptées pour les résoudre. Ses performances et résultats sont analysés de manière critique. Finalement, le modèle est appliqué pour la simulation électrique de composants. Il permet dans ce contexte d'évaluer les paramètres d'un schéma équivalent électrique composé de capacités et résistances.

II.2 Le modèle électrodynamique

Contrairement au chapitre précédent, le modèle présenté ici a comme objectif de modéliser un dispositif en tenant compte de deux propriétés physiques, la permittivité et la conductivité. Ces deux propriétés donnent lieu à deux phénomènes physiques: les courants de conduction et les courants de déplacement. La similitude des deux grandeurs a été trouvée par Maxwell en supposant qu'elles sont toutes les deux sources d'un champ magnétique $\vec{H}$ [11]:

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad , \quad (2.1)$$

où $\vec{J}$ est la densité de courant de conduction et $\vec{D}$ l'induction ou le déplacement électrique. A partir de (2.1), une densité de courant total $\vec{J}_T$ peut être dérivée telle que :

$$\vec{J}_T = \vec{J} + \vec{J}_D \quad . \quad (2.2)$$

La densité de courant de conduction dépend du champ électrique $\vec{E}$ par :

$$\vec{J} = [\sigma] \vec{E} \quad , \quad (2.3)$$

où $[\sigma]$ est la conductivité et possède dans le cas le plus général un caractère tensoriel et non-linéaire. La non-linéarité est en premier lieu due à l'effet Hall qui, lui, dépend du champ magnétique [12]. Or, celui-ci étant très faible dans le cadre des composants passifs (à part éventuellement des composants à forte puissance), l'effet est négligeable. Quant à une anisotropie éventuelle, elle devient obsolète du moment où la conductivité des électrodes est obtenue par une homogénéisation. Cela est nécessaire à cause de leur porosité après le frittage. Par conséquent, la conductivité se simplifie à une constante scalaire σ .

La densité de courant de déplacement $\vec{J}_D$ fait intervenir un aspect temporel dans la modélisation puisque :

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad . \quad (2.4)$$

Or, les composants passifs sont souvent utilisés dans un régime périodique, ou même sinusoïdal, ce qui suggère une analyse dans le domaine fréquentiel. Un tel changement de domaine n'est cependant possible que si la linéarité du problème physique est assurée.

Le déplacement $\vec{D}$ est fonction du champ électrique selon (1.2). Vis-à-vis de la permittivité ϵ , les mêmes simplifications restent valables en ce qui concerne l'anisotropie et la non-linéarité.

Dans le cas d'une étude en régime harmonique, il est possible de tenir compte de la variation de la permittivité en fonction de la fréquence. En plus, une permittivité complexe $\underline{\epsilon}$ avec

$$\underline{\epsilon} = \epsilon' - j \epsilon'' \quad (2.5)$$

permet une modélisation des pertes diélectriques, si ϵ' correspond à la permittivité réelle et

$$\epsilon'' = \epsilon' \tan \delta, \quad (2.6)$$

où δ est l'angle de pertes diélectriques.

Si, compte tenu des simplifications que cela implique, on place le modèle électrodynamique dans un domaine fréquentiel, la densité de courant total complexe $\vec{J}_T$ est définie par :

$$\vec{J}_T = \sigma \vec{E} + j\omega(\epsilon' - j\epsilon'') \vec{E}, \quad (2.7)$$

où j représente l'unité imaginaire et ω la pulsation du champ. On constate que la partie imaginaire de la permittivité peut être interprétée comme une conductivité dépendant de la pulsation. On obtient finalement :

$$\vec{J}_T = (\sigma + \omega\epsilon'' + j\omega\epsilon') \vec{E}. \quad (2.8)$$

Comme le modèle n'est plus consacré à des grandeurs statiques, (1.3) n'est plus valable, et il existe un couplage entre les champs électriques et magnétiques. Cependant, sous réserve de respecter une fréquence maximale, (1.3) peut être maintenue en tant que simplification. Elle reste valable tant que le champ magnétique ne modifie pas la distribution de $\vec{J}$ dans les électrodes de manière significative. L'épaisseur de peau e_p [13] peut servir comme indicateur où

$$e_p = \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega}}. \quad (2.9)$$

Il faut alors vérifier que les dimensions des parties conductrices sont suffisamment petites pour que des courants induits ne puissent pas se développer. Cet aspect sera traité de manière plus détaillée dans le chapitre suivant à propos de la validité d'une approche magnétostatique (voir III.3.1). Grâce à ces restrictions fréquentielles, on peut alors supposer que le champ électrique dérive d'un potentiel scalaire électrique complexe $\underline{V}$:

$$\vec{E} = - \overrightarrow{\text{grad}} V \quad . \quad (2.10)$$

Puis, en considérant la divergence de (2.1)

$$\text{div} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}) = \text{div} \vec{J}_T = \text{div} ((\sigma + \omega\epsilon'' + j\omega\epsilon') \vec{E}) = 0 \quad , \quad (2.11)$$

on obtient avec (2.10) l'équation à résoudre pour le modèle électrodynamique :

$$\text{div} ((\sigma + \omega\epsilon'' + j\omega\epsilon') \overrightarrow{\text{grad}} V) = 0 \quad . \quad (2.12)$$

Cette équation ne se distingue de (1.6) que par son caractère complexe et par une conductivité complexe qui dépend de la pulsation. Cependant, elle est valable dans le milieu conducteur et dans le milieu diélectrique.

Par ailleurs, à l'interface entre deux matériaux, il faut respecter (1.7) et les deux conditions suivantes :

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n}_{12} = \underline{s} \quad (2.13)$$

et

$$(\vec{J}_1 - \vec{J}_2) \cdot \vec{n}_{12} = -j\omega \underline{s} \quad , \quad (2.14)$$

où $\underline{s}$ est une densité de charges surfaciques. Dans le cas du modèle électrodynamique complexe, (2.13) et (2.14) se simplifient à l'aide de la densité de courant total à

$$(\vec{J}_{T1} - \vec{J}_{T2}) \cdot \vec{n}_{12} = 0 \quad . \quad (2.15)$$

En appliquant finalement la méthode des éléments finis à (2.12), on parvient aux systèmes d'équations linéaires complexes suivants :

$$[\underline{L}][\underline{V}] + [\underline{M}][\underline{V}] = 0 \quad (2.16)$$

où

$$\underline{L}_{ij} = \int_{\Omega} (\overrightarrow{\text{grad}} \alpha_i \cdot (\sigma + \omega\epsilon'' + j\omega\epsilon') \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \alpha_j) d\Omega \quad (2.17)$$

et

$$\underline{M}_{ij} = \int_{\Gamma} (\alpha_i \cdot (\sigma + \omega\epsilon'' + j\omega\epsilon') \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \alpha_j) \cdot \vec{n}_{\Gamma} d\Gamma \quad . \quad (2.18)$$

La prise en compte des conditions aux limites et aux interfaces est effectuée de la même façon que pour le modèle électrostatique de sorte que le système reste symétrique dans la plupart des cas. On conserve aussi le caractère d'un problème bien posé si les conditions aux limites sont formulées en terme de conditions de type Dirichlet et Neumann.

Il faut retenir que le système ainsi constitué est complexe, ce qui double le nombre de degrés de liberté. Pour sa résolution, la méthode des bigradients conjugués avec préconditionnement semble bien adaptée [14].

II.3 Une méthode itérative face aux limites numériques

L'application du modèle électrodynamique aux condensateurs multicouches conduit à des problèmes numériques. Ces difficultés sont à la fois liées à la particularité des condensateurs et au modèle. Il faut étudier leur origine et trouver une solution dans le cadre de la méthode des éléments finis.

II.3.1 Les limites numériques du modèle électrodynamique

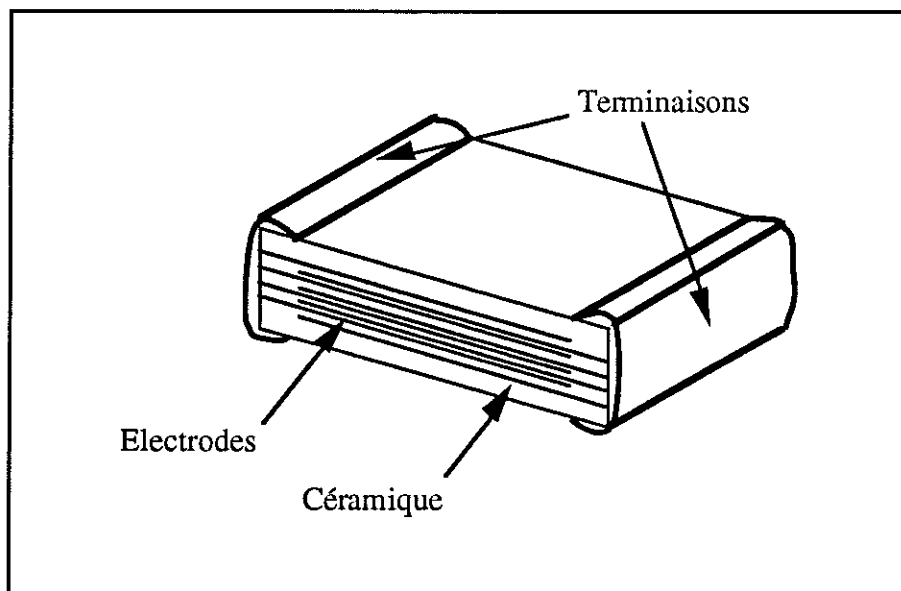


Figure 2.1 : Schéma d'un condensateur céramique

La particularité des condensateurs lors d'une étude électrodynamique vient des deux matériaux constitutifs et de la différence de leurs propriétés. Les électrodes sont formées d'un alliage argent-palladium qui est caractérisé par une bonne conductivité ($\sigma = 10^6 \dots 10^7 \text{ Sm}^{-1}$) et pour qui les effets diélectriques sont tout à fait négligeables. Le comportement de la céramique est décrit par sa permittivité qui peut varier dans une large gamme de valeurs en fonction des besoins de l'application ($\epsilon_r \approx 1 \dots 10^4$). Cette permittivité n'est valable que jusqu'à une certaine fréquence à partir de laquelle elle diminue progressivement. En même temps, les pertes diélectriques augmentent [15]. Mais dans les applications considérées ici, on suppose que ce régime de haute fréquence n'est pas atteint et par conséquent, toutes les valeurs utilisées se réfèrent au régime normal.

Les pertes diélectriques sont très variables ($\tan \delta \approx 10^{-5} \dots 10^{-2}$), et on peut constater qu'un diélectrique à forte permittivité possède aussi des pertes importantes.

A cause de ces deux matériaux, il y a donc présence de courants de déplacement et de courants de conduction. Ces deux phénomènes sont couplés en série lorsqu'on considère l'ensemble électrode-céramique. Ils existent en parallèle dans le diélectrique à cause de la permittivité et des pertes. C'est alors ce premier couplage qui est essentiellement à l'origine des difficultés numériques lors d'une étude électrodynamique. On s'en aperçoit en analysant le résultat de la modélisation d'un condensateur HF (voir figure 1.17).

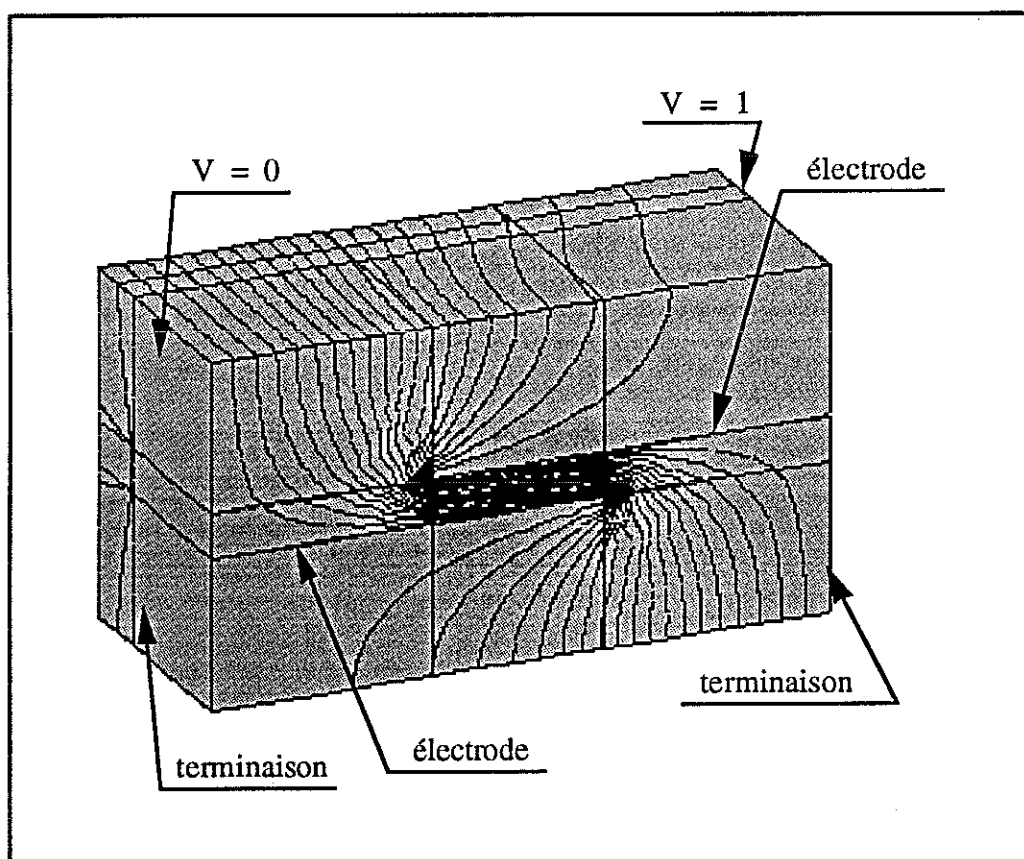


Figure 2.2 : La répartition du potentiel dans la céramique du condensateur

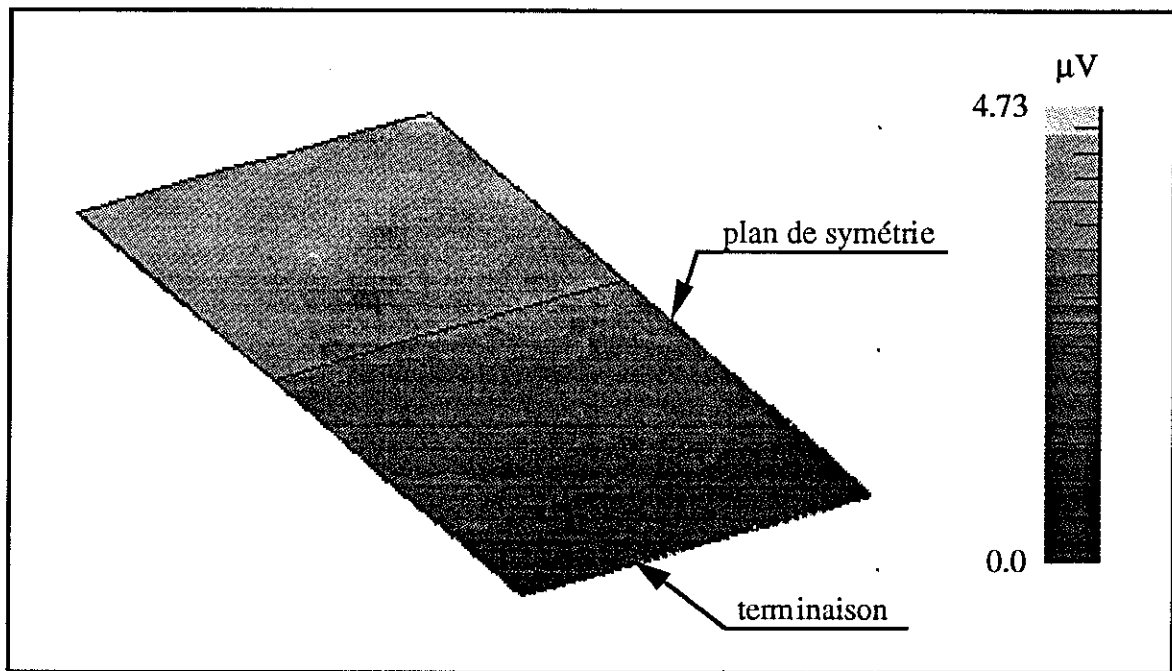


Figure 2.3 : La répartition du potentiel dans une électrode du condensateur

Tandis que le résultat dans la céramique (figure 2.2) est plutôt de bonne qualité, celui dans les électrodes (figure 2.3) est complètement erroné. Car la variation du potentiel dans le diélectrique, donc le champ électrique, est beaucoup plus importante que celle dans le domaine conducteur. L'ordre de grandeur de cet écart dépend d'un côté du rapport $\sigma/\omega\epsilon$ et de l'autre des dimensions des différentes régions. Pour illustrer cette dépendance, on peut considérer un simple exemple monodimensionnel (figure 2.4).

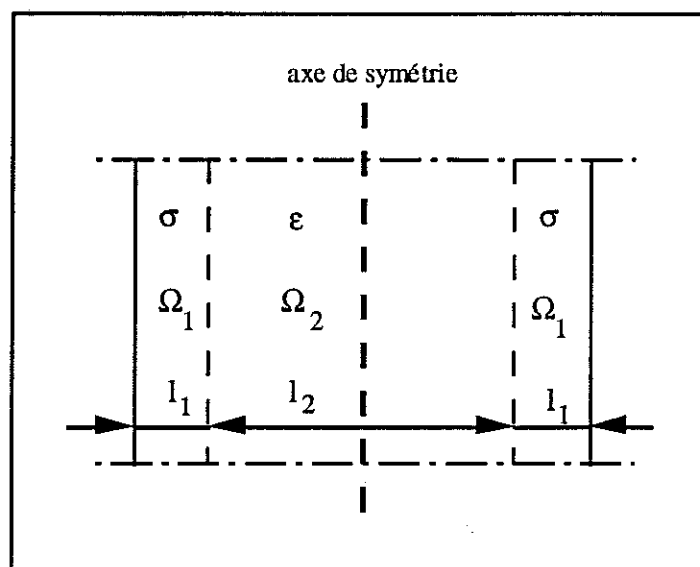


Figure 2.4 : Schéma d'un condensateur à une dimension

Pour simplifier cette approche, on n'étudie que la moitié de ce condensateur. Une différence de potentiel est imposée entre le bord de la partie conductrice et l'axe de symétrie. On s'intéresse alors au rapport des deux chutes de potentiels qui s'établissent le long des deux régions. Un calcul analytique donne le rapport suivant:

$$r = \left| \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} \right| = \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{\omega \epsilon}{\sigma} \quad (2.19)$$

Comme présumé, il y a deux rapports qui interviennent: celui des dimensions et celui des conductivités complexes qui lui, dépend de la pulsation du champ. Le rapport des dimensions s'exprime en fonction des longueurs des deux régions pour cet exemple. Pour un dispositif tridimensionnel, ce rapport est plus difficile à établir. Cependant, une approximation consiste à choisir la longueur du chemin moyen que traverse le courant dans cette région.

En revenant à l'exemple du condensateur HF, on peut évaluer ce rapport en utilisant la longueur des électrodes et l'épaisseur de la céramique ce qui mène à :

$$r \approx \frac{2l}{e} \cdot \frac{\omega \epsilon}{\sigma} = \frac{4000}{200} \cdot \frac{2\pi \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \cdot 15 \epsilon_0}{6,67 \cdot 10^6 \text{ Sm}^{-1}} \approx 10^{-10} \quad (2.20)$$

Par conséquent, la différence de potentiel au bord des électrodes est 10^{10} fois plus petite que celle au bord de la céramique. Du point de vue de la modélisation, cela veut dire que le calcul des valeurs nodales du potentiel scalaire électrique devrait fournir un résultat avec une précision d'au moins 10^{-10} . Mais compte tenu de ce qui est montré au chapitre précédent, une telle précision ne peut être atteinte. Le résultat trouvé dans les électrodes n'est donc qu'un simple bruit numérique. Vu le rapport r constaté, on peut même négliger l'influence de la fréquence dans le domaine de validité du modèle.

En resituant cette étude dans le contexte des condensateurs multicouches et en regardant les valeurs en question des différentes propriétés physiques, on constate que le rapport indicatif selon (2.20) reste toujours très élevé. Ainsi, une étude avec le modèle électrodynamique dans le cadre de la méthode des éléments finis ne permet pas d'obtenir des résultats exploitables dans les régions conductrices.

II.3.2 Le principe de la méthode itérative

L'étude précédente montre les difficultés qu'implique le modèle électrodynamique lors d'une étude de condensateurs céramiques. Pourtant, (2.12) reste l'équation la plus simple pour décrire les phénomènes physiques en question. Par ailleurs, les problèmes constatés relèvent

de la présence des deux types de courant en même temps. En considérant le modèle électrostatique comme une variante du modèle électrodynamique, on peut constater que ce dernier s'applique facilement à un milieu homogène. Cela est aussi valable pour un milieu diélectrique que pour un milieu conducteur.

Il est possible de profiter de ces propriétés en résolvant (2.12) séparément dans les deux milieux. Il s'agit donc de créer deux sous-problèmes couplés entre eux pour assurer les conditions (1.7) et (2.15). Une possibilité de couplage consiste à utiliser ces deux mêmes conditions. Dans le cadre de la méthode des éléments finis, cela revient à imposer des conditions aux limites adaptées aux interfaces entre les deux milieux. Pour assurer (1.7), il faut conserver la continuité du potentiel électrique sur l'interface. Les deux sous-problèmes doivent produire les mêmes valeurs sur la partie commune de leurs frontières. Or, il est très difficile d'assurer la continuité de la composante normale de la densité de courant de manière explicite. Il s'avère plus simple d'utiliser l'intégrale (2.18) pour imposer cette continuité d'une manière faible.

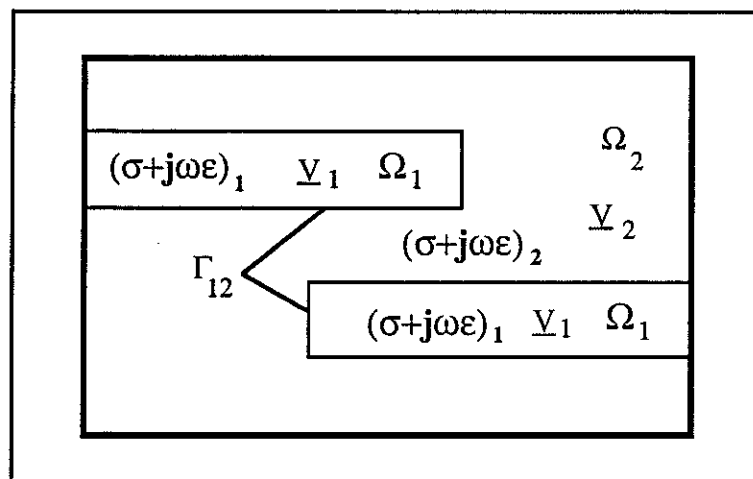


Figure 2.5 : Schéma d'un domaine d'étude pour le modèle électrodynamique

En prenant le schéma de la figure 2.5, on considère donc deux (ou plusieurs) sous-domaines dont chacun possède sa propre conductivité complexe $(\sigma + j\omega\epsilon)_i$. Afin de réduire le coût de la méthode, la procédure de résolution commence avec le domaine qui est supposé contenir le champ électrique le plus intense. Car, par la suite, la solution y est le moins modifiée. En conservant les conditions aux limites sur les frontières extérieures, des conditions de types Dirichlet sont imposées sur l'interface Γ_{12} . Les valeurs du potentiel sont choisies en supposant que la conductivité des autres sous-domaines est infinie. Puis, on enchaîne la résolution du (ou des) domaine(s) annexe(s). Sur l'interface Γ_{12} , des conditions de type Neumann non-homogène permettent de conserver la continuité du courant. Or, cette résolution conduit à une différence entre les deux potentiels sur leur interface commune. C'est

pourquoi il est nécessaire d'itérer sur ces deux pas de résolution jusqu'à ce que les conditions (1.7) et (2.15) soient satisfaites à la précision souhaitée près. Cette méthode itérative est résumée dans le schéma suivant :

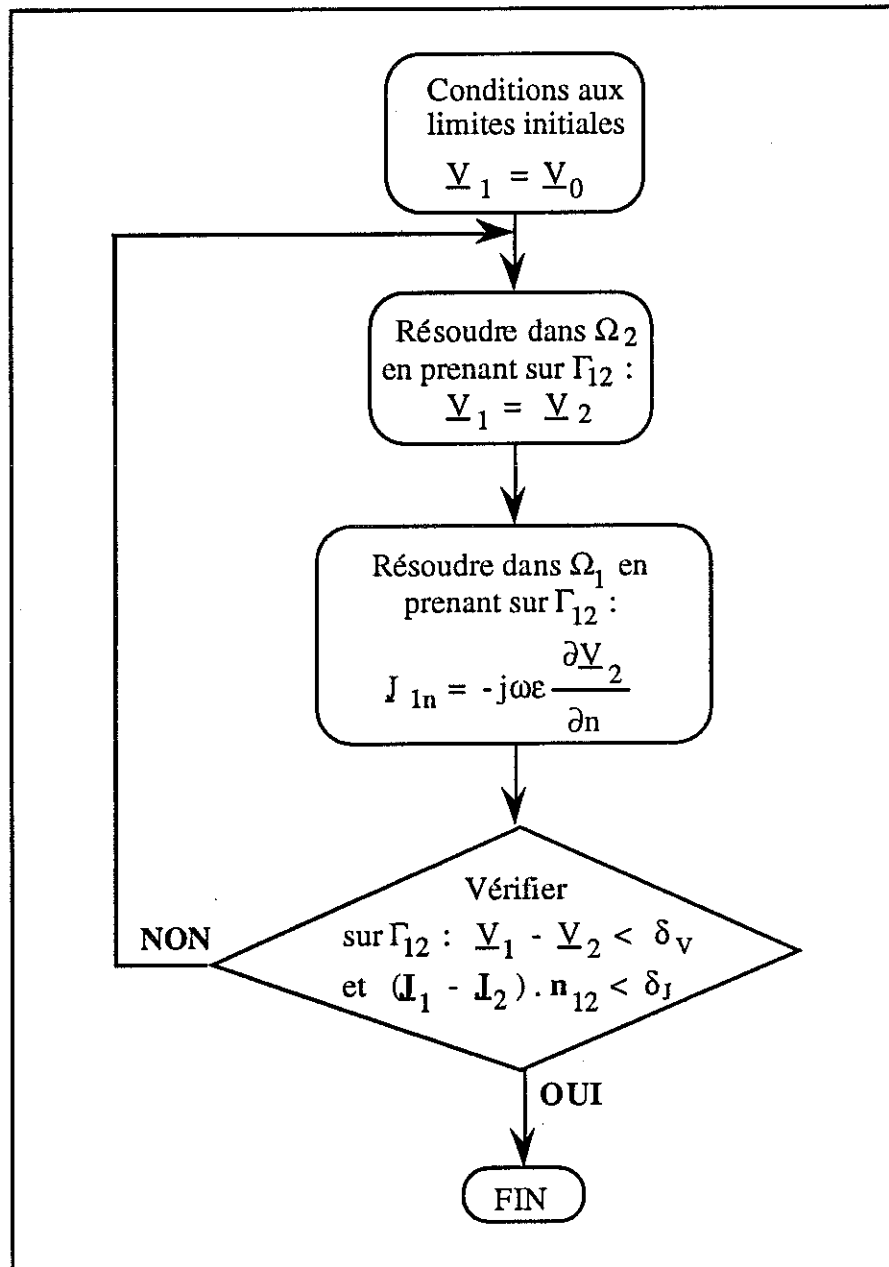


Figure 2.6 : La méthode itérative pour résoudre un problème électrodynamique

A titre d'exemple, la méthode peut être appliquée de manière analytique au condensateur monodimensionnel (voir figure 2.4). Le potentiel sur l'interface à la $i^{\text{ème}}$ itération est V_{ri} . Il est initialisé par :

$$V_{r0} = V_0 \quad . \quad (2.21)$$

Ensuite, sur l'interface est imposée la densité de courant :

$$J_{Tn} = j\omega\epsilon E_n = j\omega\epsilon \frac{V_0}{l_2} \quad (2.22)$$

ce qui mène au potentiel à l'itération suivante :

$$V_{r1} = V_0 - \frac{j\omega\epsilon}{\sigma} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot V_0 \quad (2.23)$$

Après n itérations, on obtient :

$$V_m = V_0 \cdot \sum_{i=0}^n \left(-\frac{j\omega\epsilon}{\sigma} \cdot \frac{l_1}{l_2} \right)^i = V_0 \cdot \sum_{i=0}^n (-jr)^i \quad (2.24)$$

Pour $n \rightarrow \infty$, la méthode confirme le résultat de (2.19).

Afin de montrer la validité de la méthode, il convient de reprendre sa définition. L'équation à résoudre (2.12) est remplie pour tous les sous-domaines. Ce sont alors seulement les conditions d'interface qui, a priori, ne sont pas vérifiées. Mais, ces conditions elles-mêmes forment le critère d'arrêt de la procédure itérative. Le résultat trouvé est donc solution de (2.12).

Quant à la vérification de (1.7) et (2.15) sur l'interface, elle peut être réalisée de deux façons différentes. Pour (1.7), elle est aisée, si la procédure est arrêtée après le premier pas d'une itération puisque la continuité du potentiel électrique est alors explicite. Mais la continuité de la composante normale de la densité de courant est plus difficile à vérifier. Déjà, compte tenu de la méthode, elle n'est pas imposée explicitement. Par conséquent, on ne peut pas attendre une identité locale des deux grandeurs.

Un critère peut être dérivé de la moyenne de l'écart relatif de la composante normale de la densité de courant sur l'interface. Cet écart doit être comparé avec le courant qui traverse l'interface. Une première grandeur à évaluer est obtenue de la manière suivante:

$$\frac{1}{I_{ref}} \int_{\Gamma} |J_{1n} - J_{2n}| d\Gamma \quad , \quad (2.25)$$

où J_{1n} et J_{2n} sont les composantes normales des deux côtés de l'interface Γ et I_{ref} le courant traversant l'interface. Une grandeur qui accentue davantage les écarts locaux importants est basée sur la moyenne de la différence quadratique. Elle est donnée par:

$$\frac{1}{I_{\text{ref}}} \sqrt{S \int_{\Gamma} (J_{1n} - J_{2n})^2 d\Gamma} , \quad (2.26)$$

où S est la surface de l'interface. Finalement, on peut aussi vérifier la continuité en considérant la grandeur qui est utilisée dans la formulation. Il s'agit tout simplement de la différence des courants calculés des deux côtés de l'interface:

$$\frac{1}{I_{\text{ref}}} \left| \int_{\Gamma} (J_{1n} - J_{2n}) d\Gamma \right| = \frac{|I_1 - I_2|}{I_{\text{ref}}} . \quad (2.27)$$

Ce dernier critère est aussi plus facile à évaluer que (2.25) ou (2.26). Par la suite, les différentes comparaisons à effectuer permettront d'évaluer la qualité de ces critères.

II.3.3 Les performances numériques de la méthode

Tandis que la validité théorique de la méthode itérative et la réalisation de l'algorithme sont démontrées, il reste à analyser ses performances dans le cadre de l'étude des condensateurs céramiques. A ce propos, le nombre d'itérations nécessaires afin d'arriver à un résultat valable n'est pas encore détaillé. Une approximation de ce nombre peut être obtenue à l'aide de l'exemple du condensateur monodimensionnel (voir figure 2.4).

L'équation (2.24) permet d'étudier la convergence de la méthode. Dans ce cas, un nombre k d'itérations est suffisant si :

$$\frac{\sum_{i=k+1}^{\infty} (-jr)^i}{\sum_{i=0}^{\infty} (-jr)^i} \approx \frac{\sum_{i=k+1}^{\infty} (-jr)^i}{\sum_{i=0}^k (-jr)^i} < \varepsilon . \quad (2.28)$$

Puisque, pour des condensateurs, on peut supposer $r \ll 1$, il est possible d'utiliser une approximation très simple :

$$\sum_{i=0}^{\infty} (-jr)^i \approx 1 - jr \quad (2.29)$$

Dans le cadre de la méthode itérative, cela est équivalent à une seule itération. Comme la série en question est alternée, l'erreur commise en utilisant (2.29) peut être majorée :

$$\delta = \left| \sum_{i=2}^{\infty} (-jr)^i \right| < r^2 . \quad (2.30)$$

Par conséquent, pour des rapports r très faibles (comme dans le cas du condensateur HF), une seule itération est bien suffisante.

Même si ce résultat n'est réellement valable que pour l'exemple cité, il fournit malgré tout une bonne indication concernant la vitesse de convergence de la méthode. Et on peut retenir que plus le rapport r est faible, plus la méthode converge rapidement.

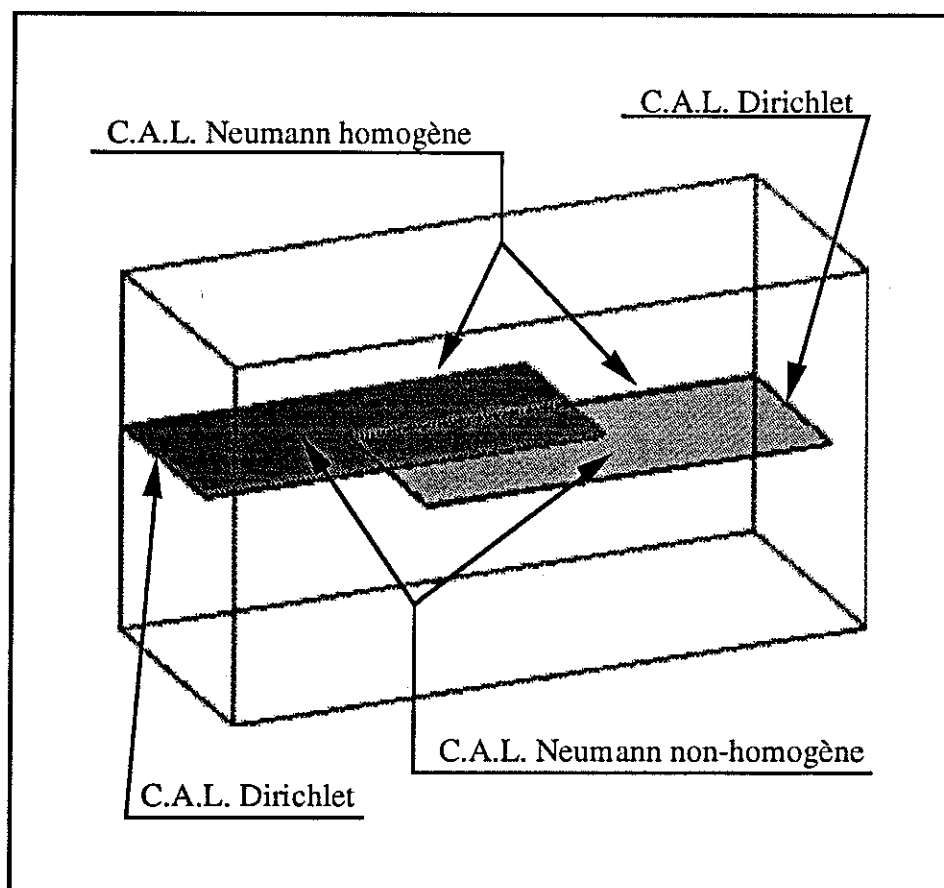


Figure 2.7 : Le domaine d'étude du second pas d'une itération

Un autre point critique de la méthode itérative apparaît dans le deuxième pas d'une itération. Il est lié aux conditions aux limites imposées sur l'interface avec le milieu

faiblement conducteur. Des conditions de type Neumann non-homogène sont nécessaires afin d'assurer la continuité de la composante normale de la densité de courant. Dans le cadre de la méthode des éléments finis, une telle condition n'est prise en compte que de manière implicite. C'est à dire qu'elle est réalisée par une intégrale surfacique qui figure en tant que terme source dans le second membre du système linéaire. Contrairement à une condition de type Dirichlet, les valeurs du potentiel électrique sur cette interface ne sont pas fixées explicitement. Cette différence mène alors à un nombre de degrés de liberté plus important pour ce sous-problème.

A part cette condition d'interface, les dispositifs qu'on trouve parmi les condensateurs ne possèdent plus qu'une condition de Dirichlet sur la face liée à la terminaison. En supposant que cette condition soit homogène (en général, il s'agit d'un potentiel imposé par des circuits extérieurs), la valeur de potentiel imposée n'a pas d'influence sur la distribution du courant dans le dispositif. La solution du potentiel est alors composée de deux parties.

$$V = V_0 + V_I \quad (2.31)$$

où V_0 est la valeur correspondant à la condition de Dirichlet et V_I la partie variable due à la condition d'interface.

L'avantage de cette partition a un caractère purement numérique par rapport au système linéaire à résoudre. Car, le second membre ne contient plus que les termes dus à la condition d'interface. La condition de Dirichlet est simplifiée à une valeur nulle. La valeur V_0 est ajoutée après la résolution du système. Le système modifié permet maintenant d'obtenir une meilleure précision sur la solution, celle-ci représentant la variation du potentiel par rapport à V_0 .

Un effet secondaire de cette simplification est une meilleure convergence d'une méthode indirecte pour la résolution du système linéaire. Cela est utile dans la mesure où les conditions de type Neumann non-homogène créent un système linéaire moins bien conditionné que celle de type Dirichlet. Pour une méthode indirecte, cela correspond à une augmentation du nombre d'itérations. Et c'est cette augmentation qui est atténuée par l'élimination de la partie constante de la solution.

Afin d'étudier la validité des résultats obtenus, la géométrie du condensateur HF (voir figure 1.17) sert comme exemple. Les deux sous-domaines pour la méthode itérative contiennent au premier pas la céramique et au deuxième les deux électrodes. Il est aussi possible de calculer les électrodes séparément. Mais cela s'est révélé très peu avantageux. Un maillage hexaédrique permet de bien guider le maillage sur l'interface entre les deux domaines. Pour vérifier les conditions d'interface, on compare la composante normale de la densité de courant issue des solutions respectives des deux sous-domaines (figure 2.8).

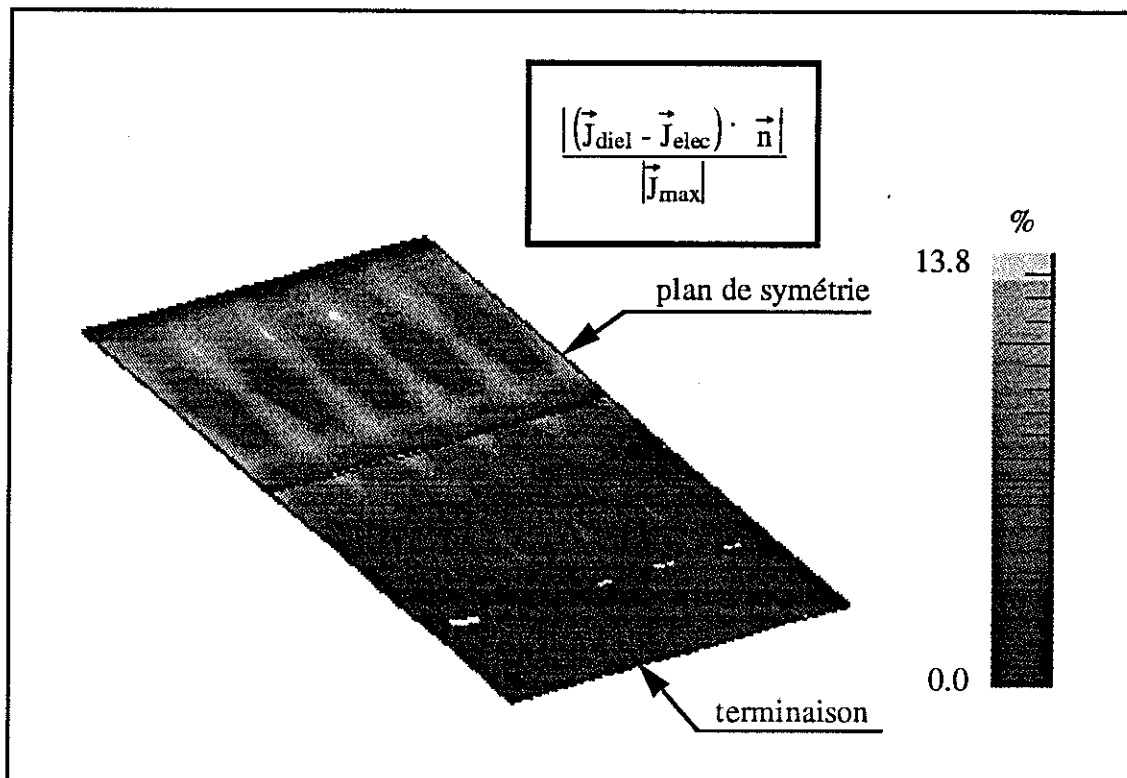


Figure 2.8 : La composante normale de la densité de courant sur l'interface diélectrique-conducteur après une itération

On constate une nette différence des deux solutions en ce qui concerne les grandeurs locales. Cela confirme la manière implicite dont les conditions d'interface sont réalisées. Afin de pouvoir juger le résultat, il est comparé à celui d'un problème électrocinétique utilisant la même géométrie et le même maillage. La propriété diélectrique de la céramique est alors remplacée par une conductivité plus faible que celle des électrodes ($\sigma_c = 0.01 \sigma_e$). Après une résolution classique du problème, on vérifie la continuité du courant sur la même interface (figure 2.9).

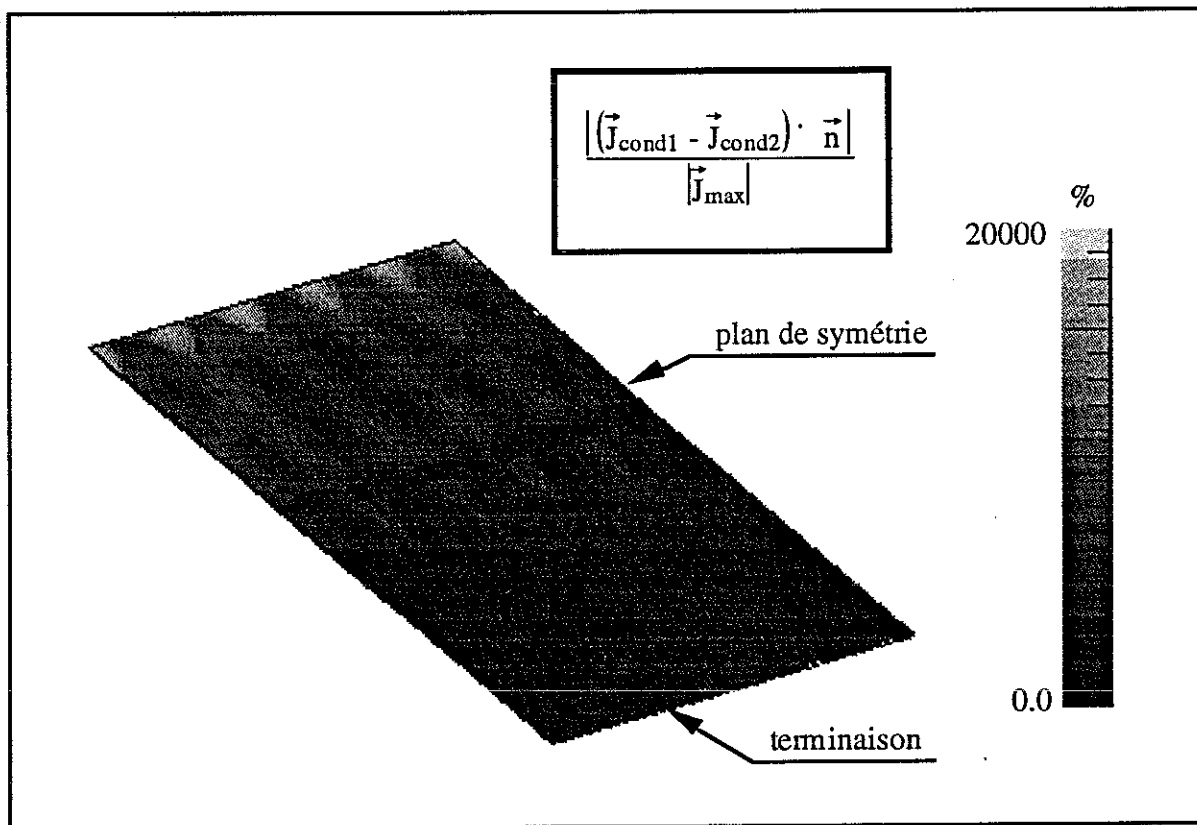


Figure 2.9 : La composante normale de la densité de courant sur une interface entre deux milieux conducteurs

Par rapport au cas précédent, la différence entre les deux solutions est bien plus importante. Les critères (2.25) à (2.27) permettent une comparaison qualitative des résultats (figure 2.10).

ϵ	(2.25)	(2.26)	(2.27)
méthode classique	22,4 %	3,1 %	5,0 %
méthode itérative	0,4 %	0,5 %	0,2 %

Figure 2.10 : Comparaison d'une solution classique avec celle de la méthode itérative quant aux conditions d'interface

Elle montre que la méthode itérative fournit des résultats bien meilleurs que ceux d'une résolution classique.

Néanmoins, il est intéressant de suivre l'évolution de la qualité du résultat en fonction du nombre d'itérations effectuées. Ainsi, les critères (2.25) à (2.27) sont évalués après chaque pas de chaque itération. L'analyse confirme l'approximation déduite de l'exemple

monodimensionnel. La qualité du résultat n'évolue pratiquement pas avec le nombre d'itérations.

Par contre, un facteur qui intervient sûrement à ce propos est la qualité du maillage sur l'interface. Plus le maillage est fin, plus il y a de degrés de liberté sur l'interface. Par conséquent, le couplage entre les deux domaines est plus fort. Une comparaison des résultats de différents maillages peut donner une indication quant à la discrétisation minimale nécessaire (figure 2.11).

Nombre d'éléments	(2.25)	(2.26)	(2.27)
2 x 4	2,2 %	2,4 %	0,5 %
3 x 6	0,8 %	1,0 %	0,2 %
5 x 10	0,3 %	0,4 %	0,03 %

Figure 2.11 : La condition de continuité en fonction du maillage

Déjà un maillage assez grossier conduit à une bonne continuité intégrale. Bien que ce résultat soit relatif à la géométrie d'un dispositif, il peut être transféré à d'autres configurations.

Finalement, on peut aussi évaluer l'efficacité des trois critères (2.25) à (2.27) pour une estimation de la qualité du résultat obtenu. Compte tenu des différentes comparaisons effectuées, les trois critères montrent toujours la même tendance. Cependant, l'ordre de grandeur des écarts obtenus n'est pas le même. Toutefois, en adoptant un seuil spécifique au critère, (2.27) est suffisant pour le test d'arrêt dans l'algorithme de la méthode itérative.

II.4 Techniques de maillage pour la méthode itérative

Une partie de la modélisation des composants passifs nécessite une analyse plus détaillée. Il s'agit de la discrétisation ou du maillage du domaine d'étude. Cela n'est pas seulement important parce que le maillage a une forte influence sur la qualité du résultat (voir I.3), mais aussi parce que la géométrie (surtout interne) des composants passifs est tout à fait particulière. La difficulté qu'elle pose pour le maillage est essentiellement liée à l'épaisseur très faible de certaines parties des dispositifs. Tout d'abord, cela est vrai pour les électrodes, mais aussi pour les condensateurs à faible épaisseur de diélectrique (entre les électrodes).

Pour mieux comprendre cette difficulté, il convient de rappeler rapidement les principales caractéristiques des techniques de maillage. En l'occurrence, deux types de maillages sont considérés : les maillages hexaédriques et les maillages tétraédriques. Ce sont les types les plus souvent utilisés dans le domaine du calcul de champ. Afin de discrétiser un domaine en éléments tétraédriques, un mailleur de type Delaunay [17] est utilisé. Il s'agit d'un mailleur automatique capable de discrétiser une géométrie quelconque. Tandis qu'un mailleur projectif est utilisé pour engendrer des éléments hexaédriques (aussi appelés éléments "briques"). Ce mailleur n'est que semi-automatique et nécessite une subdivision du domaine d'étude en volumes hexaédriques. Dans les deux cas, une bonne qualité du maillage est indispensable pour obtenir une bonne qualité du résultat et un système d'équations linéaires qui est facile à résoudre, c'est à dire une matrice M qui est bien conditionnée. Une bonne qualité d'une grande majorité des éléments est la plus simple manière d'y arriver.

Pour un tétraèdre, sa qualité peut être jugée par le rapport entre les rayons de la plus grande sphère inscrite et de la plus petite sphère circonscrite. Ce rapport ne doit généralement pas être inférieur à un dixième. Pour un hexaèdre, le critère consiste en le rapport entre la longueur de l'arête la plus petite et la plus grande. Ce rapport peut devenir beaucoup plus faible et atteindre même un centième.

Par conséquent, l'élément hexaédrique est bien mieux adapté au maillage des géométries très minces. Cependant, l'inconvénient du maillage projectif est l'invariance de la discrétisation dans chacune des trois directions principales du dispositif. Ainsi, un maillage localement fin ne peut être obtenu que par une subdivision supplémentaire du domaine (figure 2.12).

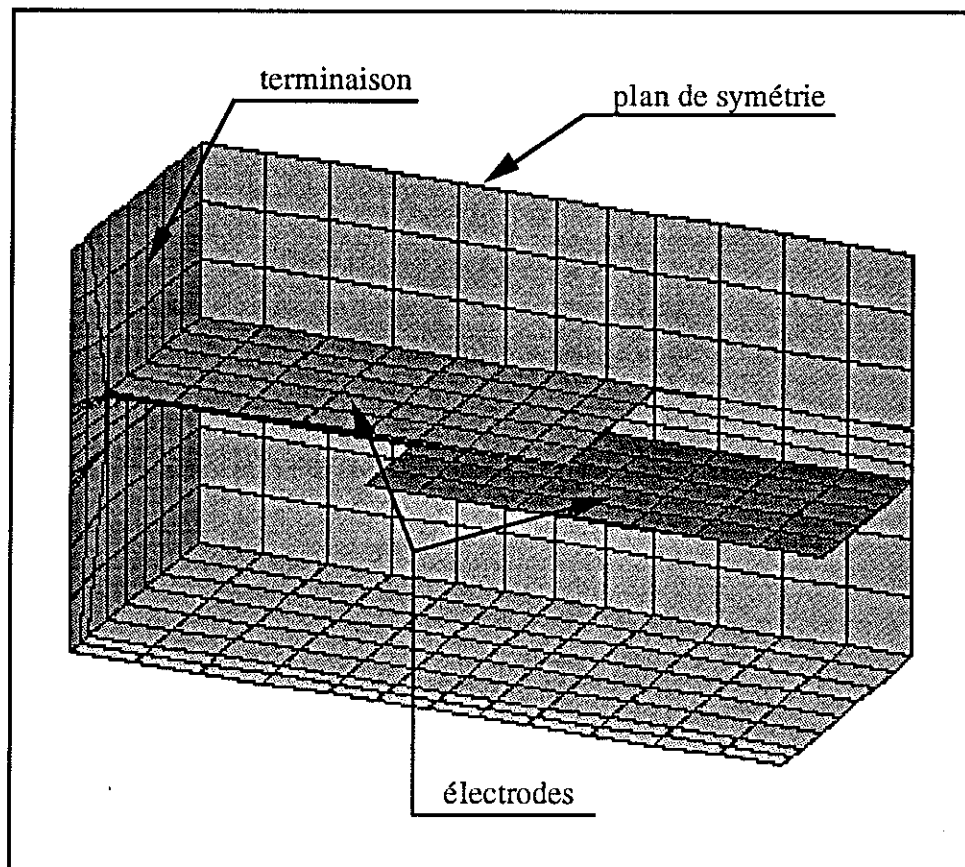


Figure 2.12 : Maillage hexaédrique d'un condensateur multicouche

En revanche, une discrétisation fine est imposée sur des parties qui ne l'exigent pas. Cela crée un maillage très important sur le domaine entier. En conclusion, les éléments hexaédriques permettent un bon maillage des régions minces mais engendrent un maillage localement trop fin pour d'autres parties.

Si on adopte un maillage tétraédrique, la difficulté consiste à discrétiser les parties minces. Comme la forme des tétraèdres ne peut varier que très peu, leur taille est imposée par l'épaisseur de ces régions. Cela conduit à une discrétisation très élevée provoquée par les autres dimensions bien plus grandes. Par ailleurs, ce maillage très fin ne peut pas évoluer brusquement autour des parties minces. Donc, on obtient de nouveau un maillage très important (figure 2.13).

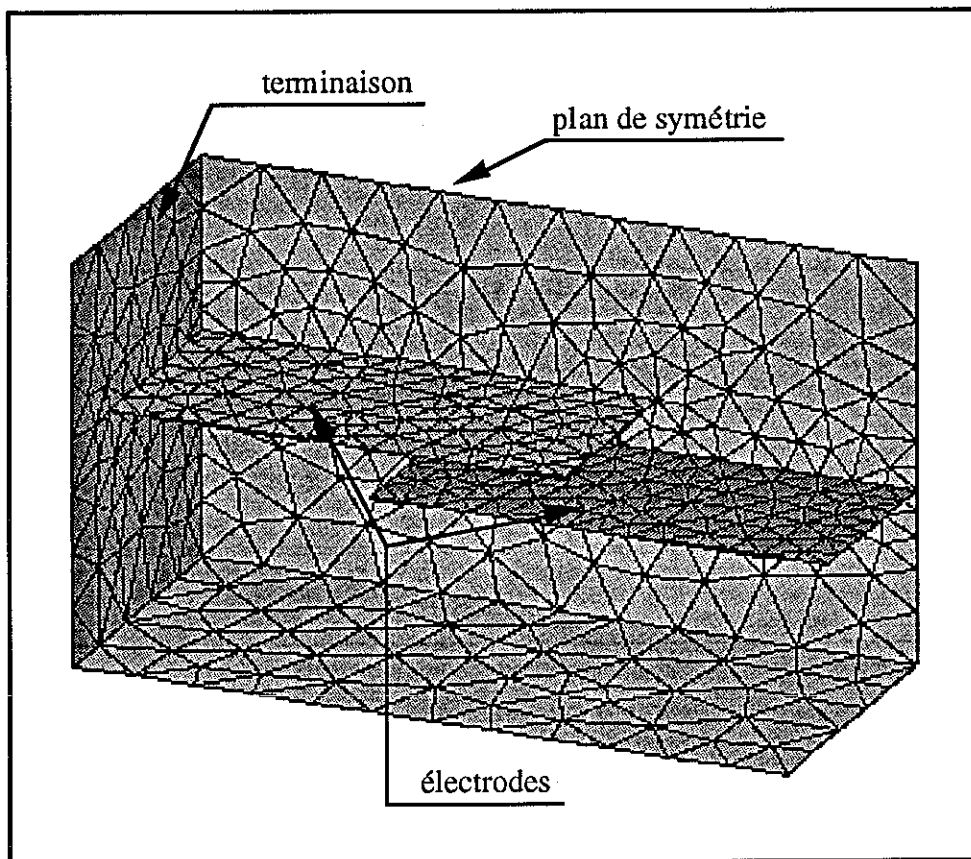


Figure 2.13 : Maillage tétraédrique d'un condensateur multicouche

En conclusion, les éléments tétraédriques permettent plus facilement de guider un maillage mais génèrent une discrétisation considérable dans les régions minces.

Dans le cadre de la méthode itérative présentée auparavant, la subdivision du domaine d'étude en plusieurs sous-domaines pour la résolution peut aussi être utile pour le maillage. Ainsi, dans l'objectif de combiner les avantages des deux types de mailleurs mentionnés ci-dessus, on conserve un maillage hexaédrique pour les régions minces et un maillage tétraédriques pour les autres parties.

Or, il devient indispensable de raccorder le maillage au niveau de l'interface des deux domaines. La liaison la plus simple consiste à faire correspondre deux éléments tétraédriques avec un élément hexaédrique (figure 2.14).

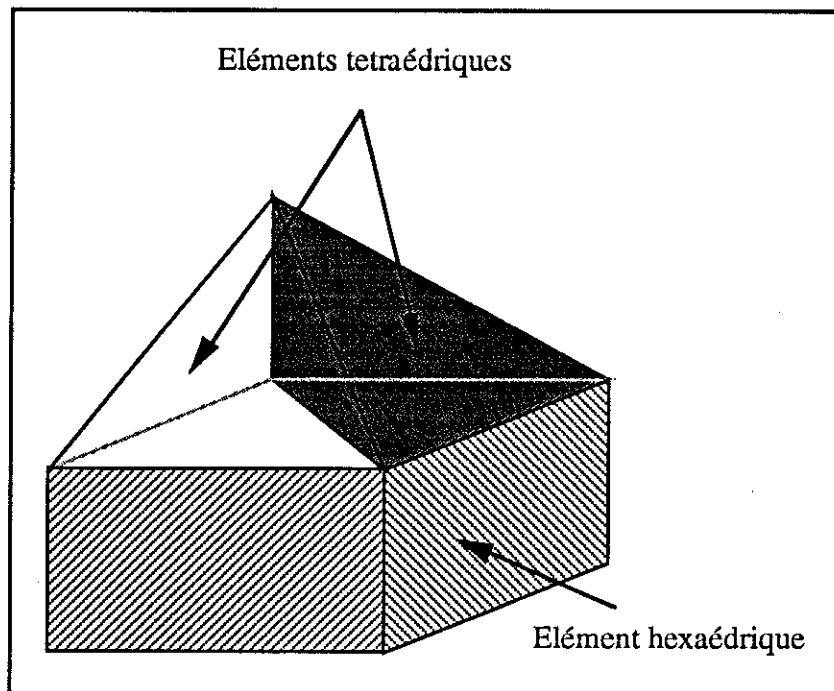


Figure 2.14 : Raccord entre des éléments hexaédriques et tétraédriques

Néanmoins, le raccord n'est pas implicite. Deux différences par rapport à un maillage homogène existent. Elles concernent tout d'abord le nombre de nœuds qui n'est pas obligatoirement identique des deux côtés de l'interface. Mais, cette incohérence peut être éliminée en choisissant deux types d'éléments appropriés. La véritable différence, pourtant, ne dépend qu'indirectement du nombre de nœuds. Il s'agit d'une incohérence au niveau des fonctions de forme des deux côtés de l'interface pour un même nœud. Pour la méthode itérative, elle a une influence sur la vérification de la contrainte (1.7) qui est assurée pour un potentiel continu. Mais cette continuité est perturbée. Un exemple pour cette différence est le cas des tétraèdres et hexaèdres de premier ordre. Malgré, le même nombre de nœuds, les fonctions de forme et leurs dérivées sont différentes (figure 2.15).

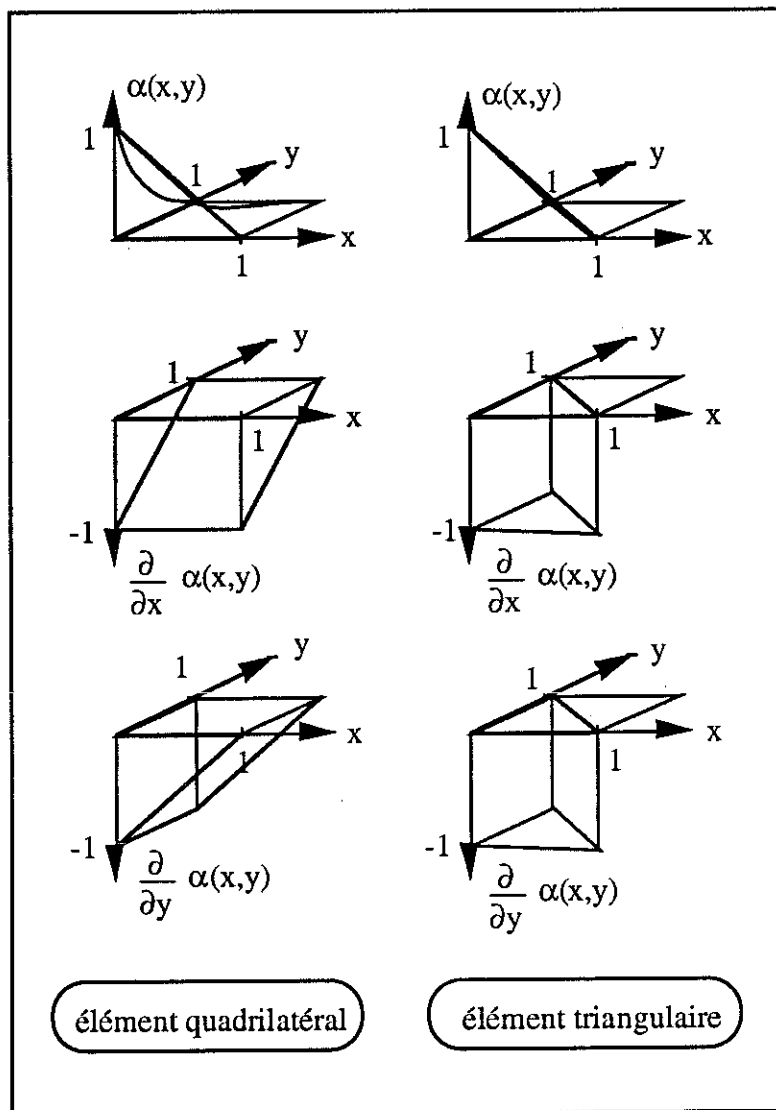


Figure 2.15 : Fonctions de forme et dérivées tangentielles d'un élément quadrilatéral et d'un élément triangulaire

Quant à la vérification de la contrainte (2.15), elle n'est pas particulièrement concernée par les fonctions de forme, compte tenu de sa réalisation sous forme intégrale.

Un exemple montre l'impact réel des différences par rapport à un maillage homogène (figure 2.16). A l'exemple de la géométrie du condensateur HF, on peut comparer les résultats d'un maillage mixte et d'un maillage hexaédrique (figure 2.17) en conservant un maillage identique dans les électrodes et donc sur l'interface électrode-céramique.

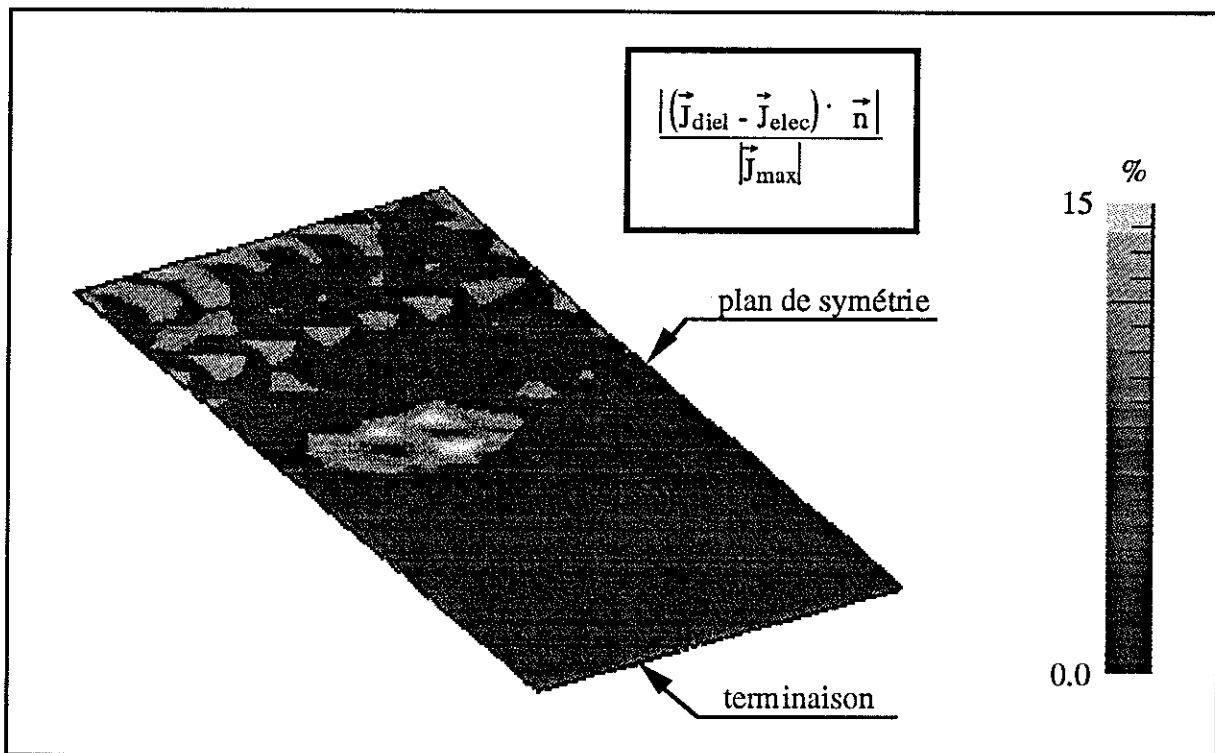


Figure 2.16 : La composante normale de la densité de courant des deux côtés de l'interface

ϵ	(2.25)	(2.26)	(2.27)
maillage homogène	0,3 %	0,4 %	0,03 %
maillage mixte	1,4 %	2,1 %	0,005 %

Figure 2.17 : Comparaison qualitative entre un maillage mixte et homogène quant à la continuité de la densité de courant

Les résultats montrent qu'en pratique, le maillage mixte n'a pas d'inconvénient majeur par rapport au maillage homogène. Cependant, la continuité intégrale de la densité de courant est moins bien vérifiée que pour un maillage homogène.

Cette technique de maillage conduit à une amélioration et une meilleure maîtrise du maillage pour le dispositif entier. Cependant, l'avantage reste pour le moment limité à cette méthode itérative et la formulation scalaire. D'autres formulations demandent une vérification spécifique de validité [18].

II.5 La modélisation électrique d'un composant passif

Après avoir présenté un modèle capable de calculer le champ électrique à l'intérieur d'un composant passif, il s'agit d'arriver à une caractérisation du fonctionnement du composant. Le schéma équivalent électrique est à ce propos un moyen très pratique. Son avantage ne consiste pas seulement à décrire un composant avec un nombre très limité de caractéristiques, mais aussi à simuler son comportement dans son environnement réel.

A partir des résultats d'une modélisation avec le modèle électromagnétique, un premier schéma équivalent peut être établi. Il ne contient que deux types d'éléments: des résistances et des capacités. L'association entre les grandeurs locales du modèle continu (modélisation) et les grandeurs globales du modèle discret (schéma équivalent) est réalisée à partir de l'équivalence de la puissance apparente dissipée dans les deux cas.

En considérant le schéma équivalent électrique d'un dipôle avec une impédance $\underline{Z}$ quelconque, on peut définir la puissance apparente correspondante par

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = \underline{Z} \underline{I}^2 \quad , \quad (2.32)$$

où $\underline{U}$ est la différence de potentiel aux bornes du dipôle et $\underline{I}$ le courant qui le traverse. A partir de ces grandeurs, on peut également retrouver l'impédance $\underline{Z}$ de l'élément, car

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{\underline{S}}{\underline{I}^2} = \frac{\underline{U}^2}{\underline{S}} \quad . \quad (2.33)$$

En ce qui concerne le modèle continu, la puissance est obtenu de manière suivante:

$$\underline{S} = \int_{\Omega} - \overrightarrow{\text{grad}} \underline{V} \cdot \vec{I}^* d\Omega \quad (2.34a)$$

$$= \int_{\Omega} - \text{div} (\underline{V} \cdot \vec{I}^*) d\Omega + \int_{\Omega} \underline{V} \cdot \text{div} \vec{I}^* d\Omega \quad (2.34b)$$

$$= \oint_{\Gamma} - (\underline{V} \cdot \vec{I}^*) \cdot \vec{n} d\Gamma \quad (2.34c)$$

$$= \underline{V}_2 \int_{\Gamma_2} \underline{I}_n^* d\Gamma - \underline{V}_1 \int_{\Gamma_1} \underline{I}_n^* d\Gamma \quad (2.34d)$$

$$= (\underline{V}_2 - \underline{V}_1) \underline{I}^* \quad (2.34e)$$

Par ailleurs, cette intégrale s'exprime à l'aide de (2.8) en fonction de la conductivité complexe d'un matériau et du champ électrique :

$$\underline{S} = \int_{\Omega} \vec{E} \cdot \vec{I}^* d\Omega \quad (2.35a)$$

$$= \int_{\Omega} (\sigma + \omega\epsilon'' - j\omega\epsilon') E^2 d\Omega \quad (2.35b)$$

Ainsi, pour un schéma équivalent donné, on peut déterminer les valeurs des éléments constitutifs en calculant (2.35) pour les parties concernées d'un composant.

Par exemple, dans le cas d'un simple circuit RC en série, son impédance peut être trouvée de la façon suivante :

$$\underline{Z} = R - j \frac{1}{\omega C} \quad (2.36)$$

avec

$$R = \frac{1}{I^2} \text{Re} \{ \underline{S} \} = \frac{1}{I^2} \int_{\Omega} (\sigma + \omega\epsilon'') E^2 d\Omega \quad (2.37)$$

$$C = - \frac{I^2}{\omega \text{Im} \{ \underline{S} \}} = I^2 \left(\int_{\Omega} \epsilon' E^2 d\Omega \right)^{-1} \quad (2.38)$$

où I peut être obtenu soit avec la relation (2.32), soit avec une intégrale surfacique du type

$$I = \int_{\Gamma} \vec{I} \cdot \vec{d\Gamma} , \quad (2.39)$$

en choisissant un support surfacique Γ approprié.

A titre d'exemple, la méthode est appliquée au condensateur HF avec deux électrodes (figure 1.17). Tout d'abord il faut vérifier la fréquence maximale de validité du modèle :

$$f_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{2\pi} < \frac{2}{\pi \mu_0 l^2} = \frac{2}{\pi \cdot \mu_0 \cdot 6,66 \cdot 10^6 \text{Sm}^{-1} \cdot (10^{-3} \text{m})^2} \approx 4 \text{ MHz} . \quad (2.40)$$

Les schémas équivalents ne sont donc valables que jusqu'à une fréquence inférieure à $f_{\max}$. A partir de la géométrie du dispositif, plusieurs schémas équivalents peuvent être proposés (figure 2.18).

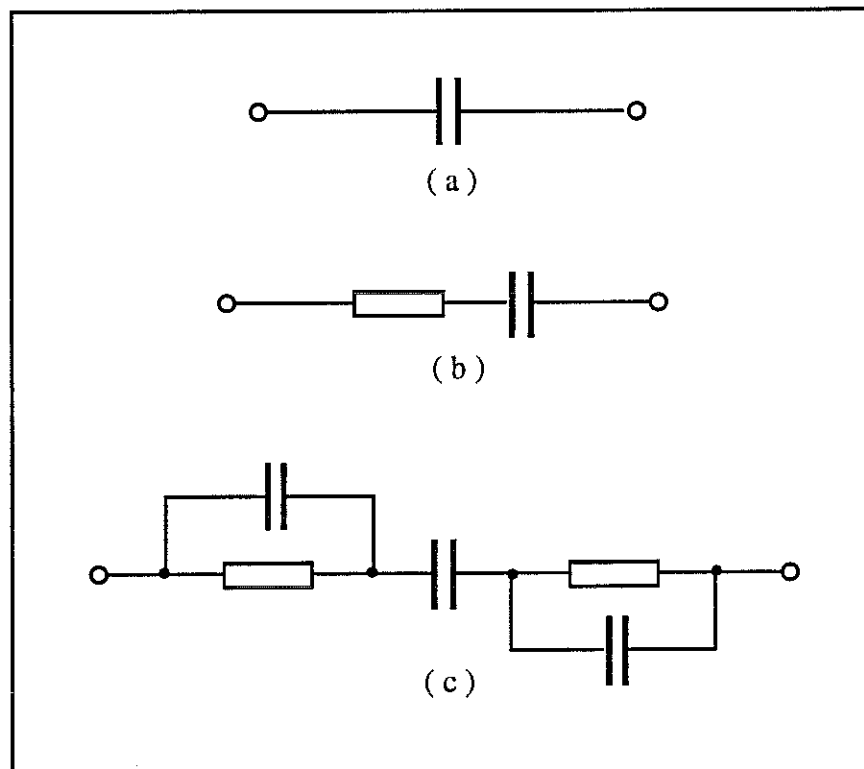


Figure 2.18 : Les schémas équivalents possibles pour un condensateur HF

Le schéma le plus simple consiste à une simple capacité (a). Puis, en intégrant des pertes et des capacités parasites, on peut obtenir des schémas plus complets (b et c). Cependant, l'impédance des trois schémas est presque identique jusqu'à la fréquence $f_{\max}$ (pour le condensateur en question). Si, par conséquent, l'approche du condensateur idéal est suffisant, elle ne fournit pas d'informations sur les pertes du composant. C'est alors le schéma (b) qui paraît le plus utile dans le spectre en question.

Quant à l'identification des éléments et des supports d'intégration, elle est relativement simple. Les résistances sont directement liées aux électrodes ou aux pertes du diélectrique, et la capacité est associée au volume entier de la céramique.

Pour évaluer la validité des résultats, ils sont comparés aux mesures et à un calcul analytique conventionnel [19] (figure 2.19). Les mesures sont obtenues avec un impédancemètre HP-4195A qui, à partir d'un schéma équivalent choisi, calcule les éléments de manière à reproduire la même impédance pour une certaine gamme de fréquence. Le calcul analytique se sert de la surface d'intersection des électrodes pour le calcul de capacité et d'une formule approximative monodimensionnelle pour le calcul de résistance.

	modélisée	analytique	mesurée
C [pF]	1,7	0,9	1,6...1,7
R [Ω]	9360	4900	15000

Figure 2.19 : Les éléments du schéma équivalent par mesure, calcul analytique et modélisation tridimensionnelle ($f = 1$ kHz)

Les résultats montrent que la modélisation fournit une bonne précision pour la capacité. Par contre, les valeurs des résistances sont bien différentes de celles des mesures. Cet écart vient probablement d'une valeur erronée des pertes diélectriques adaptée pour la modélisation.

Un autre exemple de validation utilise un condensateur à plusieurs couches actives (figure 2.20). La conductivité des électrodes est la même qu'auparavant de sorte que la fréquence maximale de validité est donnée par (2.37). Le condensateur est composé d'un nombre différent d'électrodes qui sont adaptées pour arriver à une faible valeur de capacité.

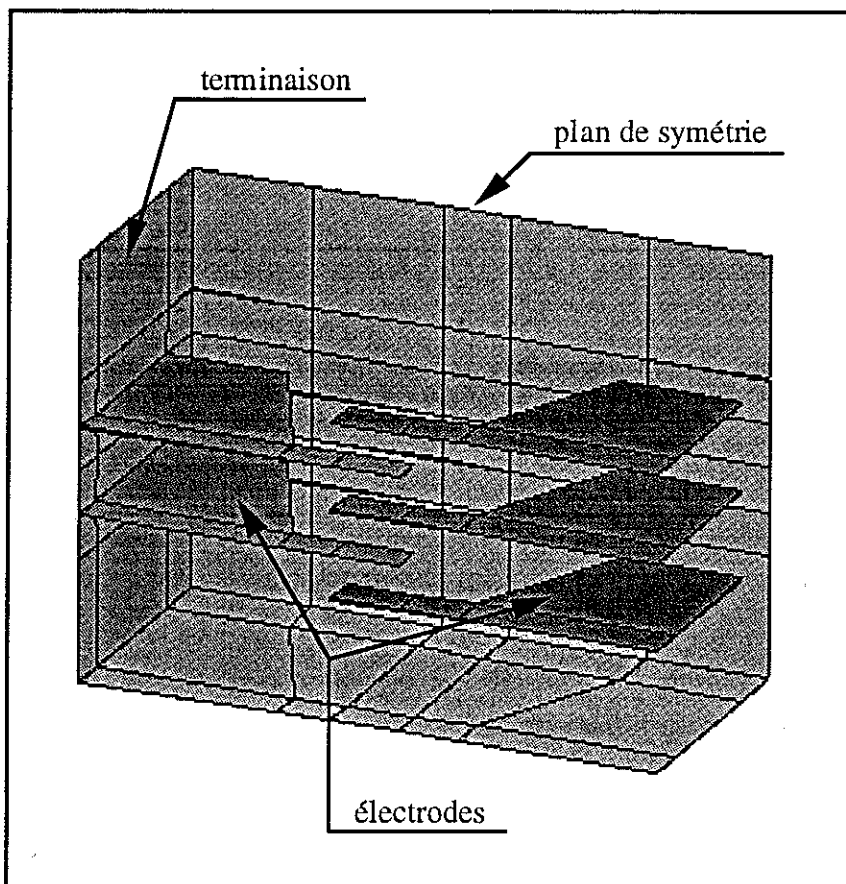


Figure 2.20 : Un condensateur HF à plusieurs couches actives

A partir de cette géométrie, les mêmes schémas équivalents que précédemment peuvent être proposés, sauf le schéma (c) qui est alors plus proche de la géométrie réelle (figure 2.21).

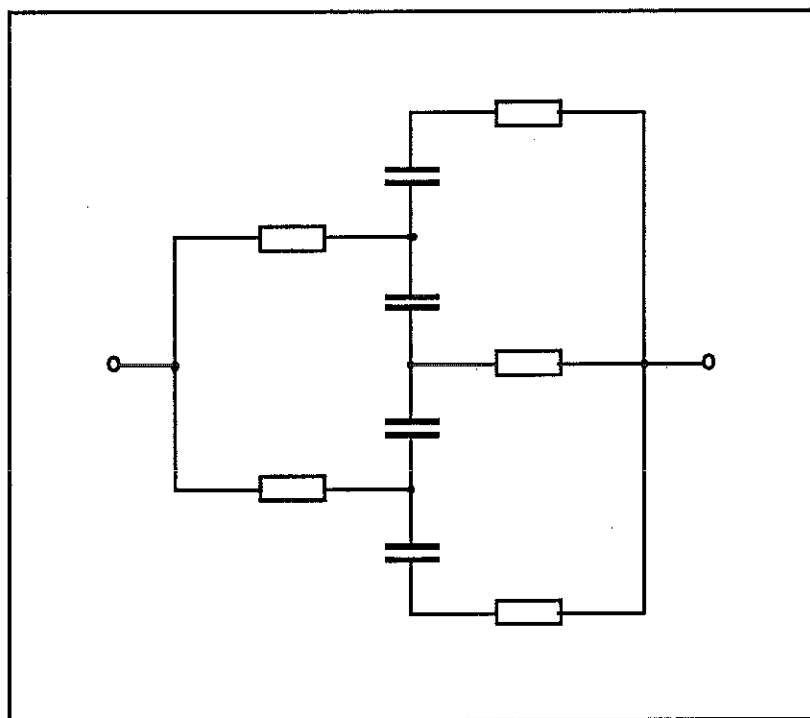


Figure 2.21 : Le schéma équivalent complet du condensateur à plusieurs couches actives

Afin de choisir un schéma, on considère de nouveau l'impédance jusqu'à la fréquence maximale du modèle. Malgré la complexité du dispositif, le schéma (b) reste toujours suffisant pour caractériser ce composant. Les résultats du modèle électrodynamique sont de nouveau comparés avec les mesures et un calcul analytique approximatif (figure 2.23).

	modélisée	analytique	mesurée
R [Ω]	13000	8800	20000
C [pF]	1,2	0,8	1,2...1,3

Figure 2.22 : Les éléments du schéma équivalent par mesure, calcul analytique et modélisation ($f = 1$ kHz)

La qualité des résultats est similaire à celle du condensateur avec une couche active. Quant à la résistance, la modélisation fournit toujours des résultats différents à la mesure.

En conclusion, le modèle électrodynamique est tout à fait capable d'identifier les paramètres d'un schéma équivalent. Les résultats correspondent bien aux mesures lorsqu'il s'agit des valeurs de capacité. Quelques difficultés persistent pour l'évaluation des résistances. Cependant, une bonne connaissance des pertes diélectriques permet d'améliorer la qualité des résultats de la modélisation.

II.6 Conclusion

Le modèle électrodynamique présenté propose une formulation scalaire complexe pour la modélisation de matériaux diélectriques et conducteurs. Elle tient compte des phénomènes physiques liés aux courants de conduction et de déplacement en négligeant l'influence du champ magnétique. Cela impose une fréquence maximale de validité du modèle.

Les difficultés numériques inhérentes au modèle sont évitées par une séparation du domaine d'étude et une technique itérative qui permet de calculer la distribution du champ électrique en tout point du domaine. En revanche, le coût de calcul de cette méthode est plus élevé.

La difficulté de discrétisation d'une géométrie typique de condensateurs multicouches est atténuée par une méthode particulière utilisant le principe de séparation du domaine d'étude. Ainsi, quelques avantages des maillages tétra- et hexaédriques sont combinés sans trop perturber la précision du résultat.

La connaissance du champ électrique en tout point d'un composant conduit à l'établissement d'un schéma équivalent électrique du dispositif d'étude composé de résistances et de capacités. Le calcul de leurs valeurs se fait à partir de grandeurs globales ce qui permet une meilleure précision dans le cadre de la méthode des éléments finis.

Finalement, grâce à la distribution de la densité de courant (de conduction et de déplacement) à l'intérieur du composant, il devient aussi possible de calculer le champ magnétique.

CHAPITRE III

L'ANALYSE

DU CHAMP MAGNETIQUE

EN REGIME HARMONIQUE

III.1 Introduction

Les deux modèles de simulation présentés dans les chapitres précédents se limitent à une caractérisation électrique des dispositifs. Quant aux phénomènes physiques modélisés, ils sont dus aux propriétés diélectriques et conductrices des matériaux constitutifs. Ces modèles sont alors capables d'analyser le fonctionnement de composants électriques en régime normal, c'est-à-dire jusqu'à une certaine fréquence.

Or depuis plusieurs années, la technologie multicouche a progressé en ce qui concerne les domaines d'applications des composants. Cela a conduit au développement de composants magnétiques, de multicomposants électriques et magnétiques et de composants classiques tels que les condensateurs pour des applications à très haute fréquence ($f > 1$ MHz). La conception de tels composants et l'étude de leur fonctionnement nécessitent la prise en compte des phénomènes magnétiques et, par conséquent, des propriétés magnétiques des matériaux. Dans le cadre d'une modélisation avec la méthode des éléments finis, un certain nombre de modèles magnétiques ont été développés. Cependant, leurs applications se trouvent dans le domaine électrotechnique ou dans le domaine des hyperfréquences. Il s'agit donc de fréquences de fonctionnement où soit les courants de déplacement ($f < 1$ kHz), soit les courants de conduction ($f \gg 1$ MHz) sont négligés. Très peu d'expériences ont été acquises sur ces modèles en tenant compte des deux phénomènes en même temps.

Ce chapitre reprend les modèles magnétiques classiques pour les adapter et les appliquer à une étude magnétique de composants passifs. Les performances et limites de deux modèles sont analysées dans le cadre d'une telle étude afin de mettre en évidence la qualité des résultats que l'on peut obtenir par la modélisation. Quelques exemples permettent d'illustrer la complexité d'une étude magnétique par rapport à une étude électrique. Finalement, les résultats contribuent à compléter un schéma équivalent destiné à représenter au mieux le fonctionnement d'un composant passif.

III.2 Les modèles magnétiques en régime harmonique

Pour la modélisation de phénomènes magnétiques avec la méthode des éléments finis, on distingue généralement trois types de modèles. Premièrement, il y a les modèles statiques avec des sources magnétiques ou des courants source imposés et invariants. Ils sont exprimés en terme de potentiels scalaires [20] similaires à ceux montrés auparavant ou en terme de potentiels vecteurs [21]. Comme les formulations scalaires magnétiques utilisent l'approche d'un champ inducteur pour tenir compte de courants source, elles ne s'apprêtent pas facilement pour l'étude de composants passifs. La distribution des courants n'étant pas connue sous une forme analytique, le calcul du champ source s'avère difficile. Les formulations vectorielles, elles, intègrent plus facilement une répartition de courants plus complexe. Cependant, elles possèdent l'inconvénient d'un coût relativement élevé.

Le deuxième type de modèle appelé "quasi-statique" ou "dynamique" regroupe tous les problèmes en régime harmonique pour lesquels la densité de courant est modifiée par la présence du champ magnétique. Ces modèles vectoriels sont appropriés pour une étude du fonctionnement des composants passifs qu'il s'agisse de composants magnétiques ou électriques en régime à très haute fréquence.

Finalement, un troisième type de modèles est utilisé depuis peu pour les modélisations tridimensionnelles. Il s'agit de modèles destinés aux études transitoires et de variations temporaires quelconques [22]. Puisqu'ils nécessitent une étude tridimensionnelle pour chaque pas de temps, ils sont très coûteux et demandent des moyens de calcul de très forte puissance. Les composants en question fonctionnant surtout en régime périodique, une telle étude n'est pas envisagée pour l'instant. Néanmoins, ce type de modèle peut fournir les mêmes résultats que les modèles quasi-statiques.

Parmi ces modèles, deux formulations s'avèrent particulièrement intéressantes. Le premier est plutôt destiné aux composants magnétiques en basse et moyenne fréquence tandis que le deuxième sert pour une étude à haute fréquence pour tous types de composants.

III.2.1 Le modèle magnétostatique

Le premier modèle magnétique pour la modélisation des composants passifs avec la méthode des éléments finis ne tient compte que des phénomènes statiques. A partir d'une distribution de courant donnée, le champ magnétique est calculé. Tout couplage entraînant une modification de la densité de courant par ce champ est négligé. En termes d'équations, cela signifie le maintien de l'approximation (1.3) qui a mené au modèle électrodynamique.

Le caractère rotationnel du champ magnétique pour ce type de dispositifs demande une formulation vectorielle pour la description des phénomènes. Compte-tenu de l'absence de charges magnétiques, l'induction magnétique $\vec{B}$ suit la relation :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad . \quad (3.1)$$

Elle dérive donc d'un potentiel vecteur $\vec{A}$ avec

$$\vec{B} = \vec{\text{rot}} \vec{A} \quad . \quad (3.2)$$

Cependant, (3.2) ne définit pas le potentiel $\vec{A}$ de façon unique. Tout potentiel $\vec{A}'$ avec :

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\text{grad}} f \quad (3.3)$$

si f est une fonction scalaire quelconque, produit la même induction $\vec{B}$. Ainsi, il faut imposer une contrainte supplémentaire au potentiel vecteur afin de le rendre unique. Dans le cadre de la méthode des éléments finis, deux types de jauges sont utilisés [23]. Pour sa simplicité d'implantation, la jauge de Coulomb est préférée à la jauge de Lorenz. Elle consiste à choisir le potentiel $\vec{A}$ tel que :

$$\text{div } \vec{A} = 0 \quad . \quad (3.4)$$

Le champ magnétique $\vec{H}$ est lié aux courants sources $\vec{J}_S$ par la relation :

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}_S \quad . \quad (3.5)$$

C'est alors cette équation qu'il faut résoudre en tenant compte de la loi constitutive entre le champ $\vec{H}$ et l'induction $\vec{B}$:

$$\vec{H} = [\nu] \vec{B} + \vec{H}_c \quad (3.6)$$

où $[\nu]$ est la reluctivité d'un matériau et $\vec{H}_c$ son champ coercitif. Cette relation peut être non-linéaire ce qui empêche une approche harmonique. Le caractère anisotrope peut être négligé pour les mêmes raisons évoquées dans le cas des propriétés diélectriques. Quant à la non-linéarité, elle est probablement significative pour les composants de puissance soumis à des courants élevés qui créent un champ pouvant atteindre la saturation. Pour les autres composants, le champ est trop faible, et le champ coercitif est négligeable. Par contre, dans le cas d'un modèle harmonique, la variation de la reluctivité équivalente en fonction de la fréquence peut jouer un rôle important pour des études en haute fréquence. Mais, elle ne fait pas partie du domaine de validité de ce modèle.

Les équations (3.2), (3.5) et (3.6) permettent d'écrire l'équation classique de la magnétostatique en termes du potentiel vecteur $\vec{A}$:

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \text{rot} (\nu \vec{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{J}_S \quad . \quad (3.7)$$

En ce qui concerne la densité de courant source $\vec{J}_S$, elle peut être fournie par une expression analytique si les parties conductrices ont une géométrie simple. Mais, elle peut aussi être obtenue par une première modélisation avec le modèle électrodynamique s'il s'agit d'une géométrie plus complexe [24]. Dans ce cas, la densité de courant est complexe et il convient d'introduire aussi un potentiel vecteur complexe $\vec{A}$ qui est calculé à partir du potentiel scalaire électrique V par l'équation :

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \text{rot} (\nu \vec{\text{rot}} \vec{A}) = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{\text{grad}} V \quad . \quad (3.8)$$

Il faut cependant retenir que, malgré l'introduction de grandeurs complexes, les phénomènes modélisés conservent un caractère purement statique.

A cette équation s'ajoutent les conditions qu'il faut respecter à l'interface entre deux matériaux de reluctivité différente et qui dérivent de (3.1) et (3.5). Il s'agit de la continuité de la composante normale de l'induction magnétique :

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n}_{12} = 0 \quad (3.9)$$

et de la composante tangentielle du champ magnétique :

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \vec{n}_{12} = \vec{k} \quad (3.10)$$

où $\vec{B}_1$, $\vec{H}_1$ et $\vec{B}_2$, $\vec{H}_2$ sont les grandeurs des deux côtés de l'interface, $\vec{n}_{12}$ un vecteur normal à cette interface et $\vec{k}$ un courant surfacique qui est considéré nul pour les dispositifs en question.

La résolution de (3.8) avec la méthode des éléments finis s'effectue selon le même principe expliqué en I.2.2. Cependant, le caractère vectoriel de la variable d'état nécessite que les fonctions de forme utilisées dans (1.9) soient remplacées par des fonctions tensorielles. Ainsi le potentiel vecteur est donné par :

$$\vec{A}(x, y, z) = \sum_{i=1}^{NN} W_i(x, y, z) \cdot \vec{A}_i \quad (3.11)$$

où $W_i(x, y, z)$ est une fonction tensorielle.

Avant de constituer le système d'équations à résoudre, il faut tenir compte de la jauge de Coulomb pour garantir l'unicité du potentiel vecteur. Dans la méthode des éléments finis,

cette contrainte est imposée par un terme de pénalité qui s'ajoute à (3.7) ou (3.8). L'équation à dérivées partielles à résoudre devient :

$$\vec{\text{rot}}(\nu \vec{\text{rot}} \vec{A}) + \vec{\text{grad}}(\nu \text{div} \vec{A}) = \vec{J}_S \quad (3.12)$$

En appliquant la méthode de Galerkin à cette équation, on parvient au système linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} W_i \left\{ \vec{\text{rot}} \left(\nu \vec{\text{rot}} \sum_{j=1}^{NN} W_j \vec{A}_j \right) + \vec{\text{grad}} \left(\nu \text{div} \sum_{j=1}^{NN} W_j \vec{A}_j \right) \right\} d\Omega \\ = \int_{\Omega} W_i \vec{J}_S d\Omega, \quad \forall i = 1 \dots NN \end{aligned} \quad (3.13)$$

Après intégration par partie et inversion d'ordre pour intégration et sommation, le système prend la forme :

$$[\mathcal{S}_{ij}][A_i] + [\mathcal{T}_{ij}][A_i] = [\underline{U}_i] \quad (3.14)$$

où

$$\mathcal{S}_{ij} = \int_{\Omega} \left\{ \vec{\text{rot}} W_i \cdot \nu \cdot \vec{\text{rot}} W_j + \text{div} W_i \cdot \nu \cdot \text{div} W_j \right\} d\Omega, \quad (3.15)$$

$$\mathcal{T}_{ij} = \oint_{\Gamma} \left\{ W_i \cdot \nu \cdot \vec{\text{rot}} W_j \times \vec{n} + W_i \cdot \nu \cdot \text{div} W_j \cdot \vec{n} \right\} d\Gamma \quad (3.16)$$

et

$$\underline{U}_i = \int_{\Omega} \left\{ W_i \cdot \vec{J}_S \right\} d\Omega \quad (3.17)$$

si Γ est la frontière du domaine Ω et $\vec{n}$ un vecteur normal à Γ . Il faut noter que le deuxième terme qui apparaît dans (3.16) est annulé pour assurer la jauge. La façon d'imposer des conditions aux limites sur $\vec{A}$ permet aussi d'éliminer toute contribution de (3.16). Le système obtenu est alors symétrique mais fait intervenir trois inconnues complexes par nœud de discrétisation.

Les conditions d'interface entre deux milieux magnétiques sur la composante normale de l'induction et la composante tangentielle de champ sont respectées de deux manières

différentes. L'équation (3.9) est vérifiée par la continuité de la composante tangentielle du potentiel vecteur tandis que (3.10) est réalisée de façon implicite par l'égalité des intégrales (3.16) des deux côtés de l'interface.

III.2.2 Le modèle magnétodynamique

Pour une modélisation de tous les phénomènes électriques et magnétiques à basse et à haute fréquence, un modèle intégrant toutes les équations de Maxwell est indispensable. Dans le cas de l'étude des composants passifs, une seule simplification est adoptée. Elle concerne la variation temporaire des grandeurs qui est supposée sinusoïdale. Cela permet de mener une étude harmonique.

Dans le cadre de ce modèle magnétodynamique, deux formulations ont été développées et ont servi dans différents domaines de la modélisation. La plus récente repose sur le potentiel vecteur électrique $\vec{T}$ et le potentiel scalaire magnétique Ω [25]. Souvent utilisée en couplage avec d'autres formulations, elle ne s'emploie pas facilement pour la modélisation des composants passifs. La difficulté consiste à choisir les conditions aux limites correspondant à une excitation due à une différence de potentiel. Aussi, il est plus aisé d'utiliser la deuxième formulation qui est une extension de celle utilisée pour les basses fréquences. Au potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ s'ajoute le potentiel scalaire électrique V ce qui permet de tenir compte de différentes conductivités [26].

L'approximation (1.3) n'est donc plus valable. Les champs électriques et magnétiques sont couplés mutuellement par l'équation :

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad . \quad (3.18)$$

Ensemble avec (3.2), on peut redéfinir le potentiel scalaire électrique de sorte que :

$$\vec{E} + j\omega \vec{A} = -\text{grad } V \quad . \quad (3.19)$$

En conservant la notion de densité totale de courant telle qu'elle est définie pour le modèle électrodynamique, on s'aperçoit que cette densité de courant a deux contributions de différentes natures. Elle est donnée par :

$$\vec{I}_T = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E} = -(\sigma + j\omega\epsilon) (\text{grad } V + j\omega \vec{A}) \quad . \quad (3.20)$$

Une partie vient d'un gradient du potentiel électrique et une autre de la présence d'un champ magnétique variable.

Puisque le potentiel vecteur magnétique et le potentiel scalaire électrique sont couplés, ils doivent être calculés dans un seul système d'équations à dérivées partielles. Ce système dérive alors des équations (2.11) et (3.5). On obtient finalement :

$$\vec{\text{rot}}(\nu \vec{\text{rot}} \vec{A}) + (\sigma + j\omega\epsilon)(j\omega \vec{A} + \vec{\text{grad}} V) = 0 \quad (3.21)$$

$$\text{div}(-(\sigma + j\omega\epsilon)(j\omega \vec{A} + \vec{\text{grad}} V)) = 0 \quad (3.22)$$

Pour assurer l'unicité du potentiel vecteur $\vec{A}$, la jauge de Coulomb est intégrée comme pour le modèle précédent ce qui modifie (3.21) à :

$$\vec{\text{rot}}(\nu \vec{\text{rot}} \vec{A}) + \vec{\text{grad}}(\nu \text{div} \vec{A}) + (\sigma + j\omega\epsilon)(j\omega \vec{A} + \vec{\text{grad}} V) = \vec{I}_S \quad (3.23)$$

A part ce système d'équations, les champs électriques et magnétiques doivent aussi remplir les conditions d'interface respectives entre deux matériaux de différentes propriétés électriques et magnétiques. Il s'agit en particulier des contraintes (1.7), (2.15), (3.3) et (3.10).

L'application de la méthode de Galerkin aux équations (3.22) et (3.23) conduit au système linéaire suivant:

$$\int_{\Omega} W_i \left\{ \vec{\text{rot}} \left(\nu \vec{\text{rot}} \sum_j^{NN} W_j \vec{A}_j \right) + \vec{\text{grad}} \left(\nu \text{div} \sum_j^{NN} W_j \vec{A}_j \right) + (\sigma + j\omega\epsilon) \left(j\omega \sum_j^{NN} W_j \vec{A}_j + \vec{\text{grad}} \sum_j^{NN} \alpha_j V_j \right) \right\} d\Omega = \int_{\Omega} W_i \vec{I}_S d\Omega \quad (3.24)$$

$$\int_{\Omega} -\alpha_i \left\{ -\text{div} \left((\sigma + j\omega\epsilon) \left(j\omega \sum_j^{NN} W_j \vec{A}_j + \vec{\text{grad}} \sum_j^{NN} \alpha_j V_j \right) \right) \right\} d\Omega = 0 \quad (3.25)$$

Après intégration par parties et séparation des variables, un système avec quatre inconnues complexes par nœud de discrétisation est obtenu. Un changement de variable pour le potentiel scalaire électrique permet de le rendre symétrique en choisissant:

$$V' = \frac{1}{j\omega} V \quad (3.26)$$

Le système à résoudre devient:

$$\begin{bmatrix} [K_{ij}] & [L_{ij}] \\ [M_{ij}] & [N_{ij}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta_i] \\ [\underline{V}'_i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [P_i] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{K}_{ij} = & \int_{\Omega} \left\{ \vec{\text{rot}} W_i \cdot \nu \cdot \vec{\text{rot}} W_j + \text{div} W_i \cdot \nu \cdot \text{div} W_j + W_i (-\omega^2 \epsilon + j\omega\sigma) W_j \right\} d\Omega \\ & - \oint_{\Gamma} \left\{ W_i \cdot \nu \cdot \vec{\text{rot}} W_j \times \vec{n} + W_i \cdot \nu \cdot \text{div} W_j \cdot \vec{n} \right\} d\Gamma \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\underline{L}_{ij} = \int_{\Omega} \left\{ W_i (-\omega^2 \epsilon + j\omega\sigma) \vec{\text{grad}} \alpha_j \right\} d\Omega \quad (3.29)$$

$$\underline{M}_{ij} = \int_{\Omega} \left\{ \vec{\text{grad}} \alpha_i (-\omega^2 \epsilon + j\omega\sigma) W_j \right\} d\Omega - \oint_{\Gamma} \left\{ \alpha_i (-\omega^2 \epsilon + j\omega\sigma) W_j \cdot \vec{n} \right\} d\Gamma \quad (3.30)$$

$$\underline{N}_{ij} = \int_{\Omega} \left\{ \vec{\text{grad}} \alpha_i (-\omega^2 \epsilon + j\omega\sigma) \vec{\text{grad}} \alpha_j \right\} d\Omega - \oint_{\Gamma} \left\{ \alpha_i (-\omega^2 \epsilon + j\omega\sigma) \vec{\text{grad}} \alpha_j \cdot \vec{n} \right\} d\Gamma \quad (3.31)$$

et

$$\underline{P}_i = \int_{\Omega} W_i \vec{I}_S d\Omega \quad (3.32)$$

Or ce système n'est pas encore symétrique à cause des intégrales sur les frontières. Mais, comme déjà montré pour le modèle précédent, la partie surfacique de (3.28) s'annule sur toute surface extérieure avec des contraintes de type champ tangentiel ou normal. Et les deux parties surfaciques de (3.30) et (3.31) se simplifient grâce à (3.20) :

$$- \oint_{\Gamma} \left\{ \alpha_i (-\omega^2 \epsilon + j\omega\sigma) \left(\vec{A} \cdot \vec{n} + \frac{\partial \underline{V}'}{\partial n} \right) \right\} d\Gamma = \oint_{\Gamma} \alpha_i \vec{I}_T \cdot \vec{n} d\Gamma \quad (3.33)$$

Ainsi, comme pour le modèle électrodynamique, cette intégrale s'annule sur toute surface extérieure avec des contraintes de type densité de courant normal ou bien tangentiel. Par conséquent, le système (3.27) est rendu symétrique, ce qui est un grand avantage pour la résolution avec une méthode numérique.

III.3 Les performances des modèles magnétiques

D'un point de vue théorique, les modèles magnétiques présentés sont tout à fait capables d'étudier les phénomènes physiques dus aux propriétés magnétiques des matériaux. De nombreux travaux de recherche ont été menés grâce à eux pour la conception de machines électriques [27] et de transformateurs [28] par exemple. Cependant, chaque dispositif a ses propres caractéristiques. Ces modèles sont alors appliqués aux caractéristiques spécifiques des composants passifs à structure multicouche. Les deux modèles montrent ainsi les phénomènes qu'ils sont capables de prendre en compte correctement et les difficultés que leur pose la particularité des dispositifs.

III.3.1 L'analyse du modèle magnétostatique

Le plus simple des deux modèles magnétiques a comme objectif de calculer un champ magnétique à partir d'une distribution de courant connue. Mais, cette distribution de courant est considérée invariante par rapport au champ. C'est-à-dire que la fréquence du courant doit être suffisamment faible pour que la simplification soit valable. Ainsi, ce modèle requiert les mêmes conditions que le modèle électrodynamique. Elles sont vérifiables à partir de l'épaisseur de peau des parties conductrices en utilisant (2.9).

Par rapport aux études électriques, la modélisation de phénomènes magnétiques entraîne une modification majeure dans la géométrie de certains dispositifs. Pour tous les composants dont les matériaux constitutifs ne possèdent pas de propriétés magnétiques, il est indispensable de tenir compte de l'environnement du composant pour une étude magnétique. Car, le champ magnétique créé par le composant est dispersé dans son environnement. Les propriétés magnétiques de ce dernier sont ainsi susceptibles d'avoir une influence sur les caractéristiques magnétiques d'un composant. Mais ces informations ne sont généralement pas disponibles et l'étude magnétique ici ne peut que négliger leur impact.

Cependant, il se pose la difficulté de prendre en compte le milieu environnant dans la modélisation. A ce propos, différentes techniques ont été développées. Il s'agit notamment d'éléments spéciaux avec des fonctions de forme appropriées [29], de transformations géométriques tridimensionnelles [30] ou de couplages avec une méthode de type intégrale de frontière [31]. Mais, compte tenu du caractère approximatif de l'étude magnétique, il semble suffisant d'adopter une simplification classique qui consiste à étudier le composant dans un espace tronqué. Sa dimension est choisie si large pour qu'elle n'ait plus d'influence significative sur le résultat.

Un autre aspect important pour les modèles magnétiques concerne le maillage du dispositif. Contrairement au modèle électrodynamique où la subdivision du problème permet

un maillage mixte tétra- et hexaédrique, une technique semblable ne s'applique pas facilement à un seul problème. Bien que quelques travaux de recherche à ce propos soient en cours, leurs résultats ne permettent pas encore une utilisation de tels outils. Il faut donc revenir à un maillage homogène où, compte-tenu de la géométrie des dispositifs, un maillage hexaédrique paraît le plus favorable. Cependant, un tel maillage exige une cohérente subdivision du domaine pour ne pas parvenir à une taille trop importante du problème.

L'étude magnétostatique du condensateur HF sert comme exemple pour illustrer ces différentes difficultés (figure 3.1). Une étude électrodynamique préliminaire fournit la distribution de la densité de courant dans le composant. Pour tous les matériaux, une reluctivité ν_0 est adoptée. Afin de vérifier en même temps le critère de validité du modèle (voir paragraphe II.2), l'étude est menée à une fréquence de 5 MHz.

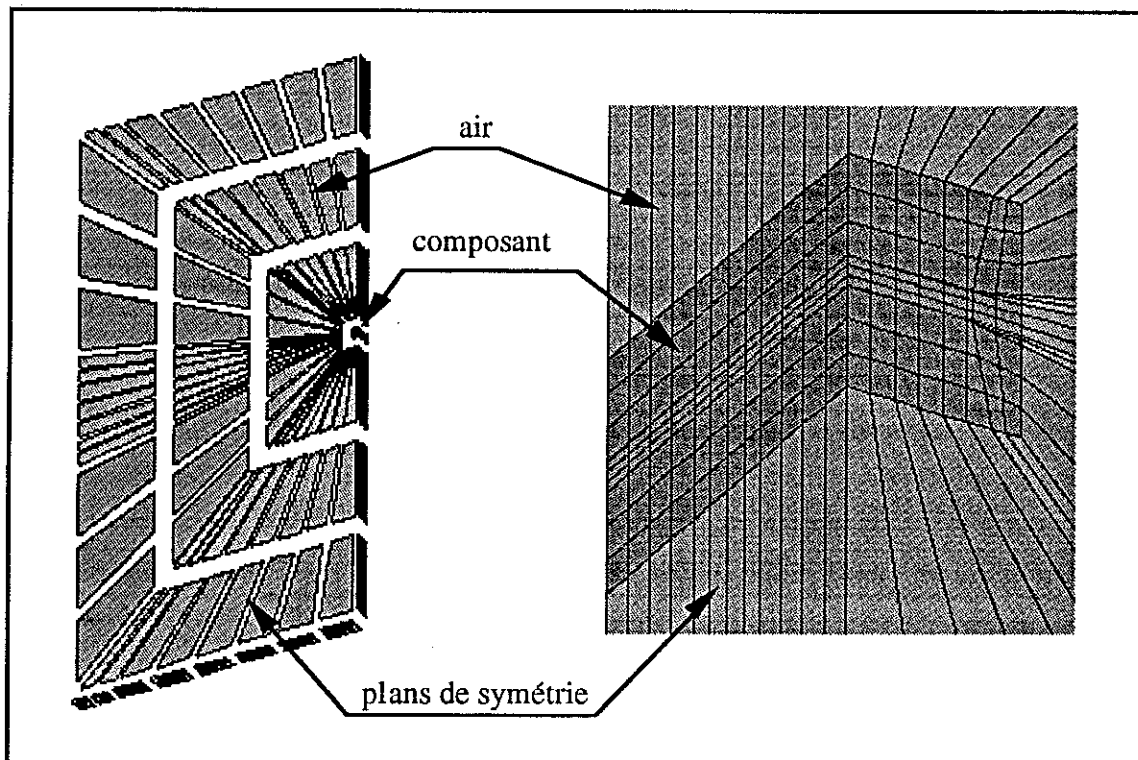


Figure 3.1 : Le dispositif maillé pour l'étude magnétique d'un condensateur HF

Cette vérification s'effectue dans les deux milieux diélectriques et conducteurs. En comparant (3.12) et (3.23), on peut justifier que le couplage électro-magnétique est négligeable tant que :

$$|(\sigma + j\omega\epsilon)(-j\omega\vec{A} - \overrightarrow{\text{grad}}V)| \ll |\vec{J}_S| \quad . \quad (3.34)$$

Une comparaison locale des deux grandeurs montre que l'influence du champ magnétique à cette fréquence est encore faible (figure 3.2 et 3.3). Par conséquent, l'emploi du modèle statique est justifié.

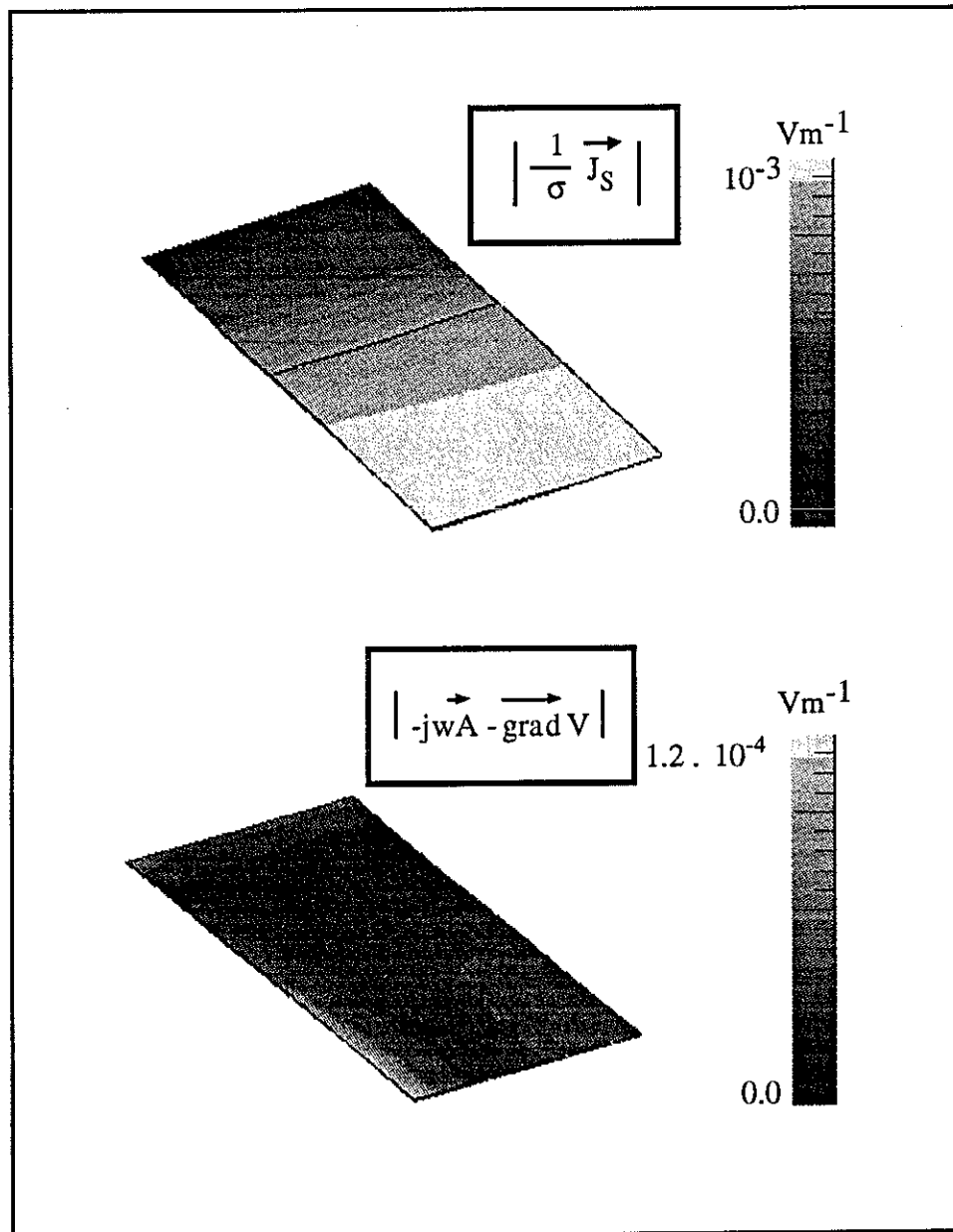


Figure 3.2 : Comparaison du champ électrique source et induit dans une électrode

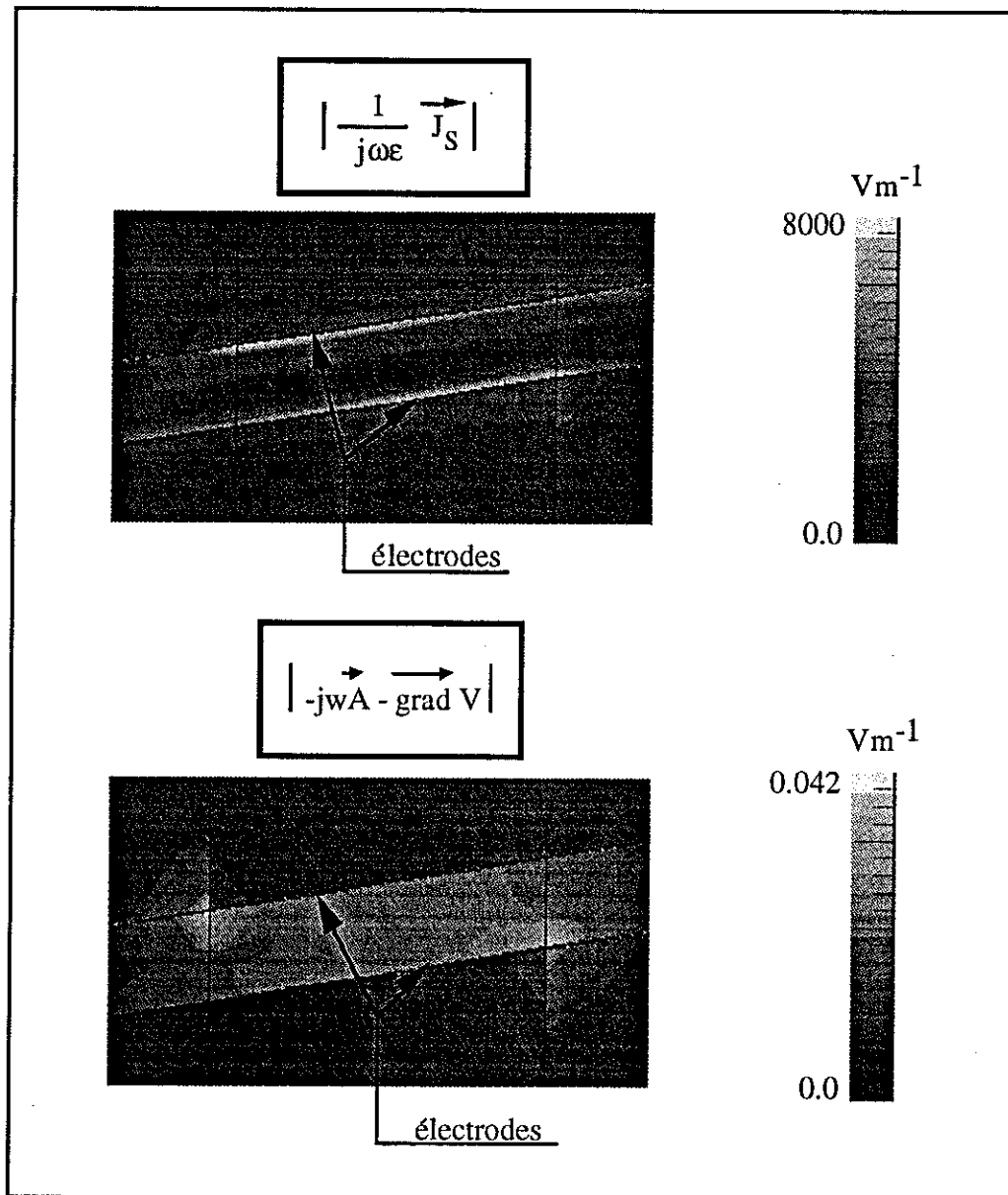


Figure 3.3 : Comparaison du champ électrique source et induit dans le diélectrique

Malgré la simplicité de la géométrie, la taille du problème magnétique est déjà importante. La discrétisation (figure 3.4) a conduit à 35 000 inconnues complexes. La matrice du système linéaire comporte 2 000 000 termes non-nuls (en tenant compte de la symétrie). Sur un ordinateur de type HP-9000 série 750 (128 Mo), un tel calcul prend environ 120 minutes CPU. Ces chiffres illustrent bien le coût d'une telle modélisation même avec un matériel informatique très performant. Il est d'autant plus important de bien maîtriser le maillage du domaine pour limiter ce coût.

III.3.2 L'analyse du modèle magnétodynamique

Le deuxième modèle magnétique utilisé pour la modélisation de composants passifs tient compte du caractère dynamique des champs et est donc capable de modéliser tous les phénomènes électriques et magnétiques pouvant intervenir lors du fonctionnement des composants en régime harmonique. Il est soumis à la même difficulté que le modèle statique lorsqu'il s'agit d'inclure l'environnement du dispositif dans l'étude. Mais, il n'a pas de fréquence limite de validité, au moins d'un point de vue théorique.

Aussi bien au niveau du type de composant qu'au niveau de la performance du modèle, on peut distinguer deux cas de figure avec leurs propres caractéristiques. D'un côté, il s'agit des composants magnétiques qui, en majorité, sont uniquement composés de matériaux conducteurs et magnétiques. Leur modélisation est comparable à celle des dispositifs en électrotechnique où le modèle est déjà utilisé avec succès depuis longtemps. La seule difficulté consiste à élaborer un maillage cohérent. Elle est discutée plus bas.

D'un autre côté, il s'agit des composants électriques dont la modélisation s'avère plus problématique. En bref, il se pose la même difficulté numérique déjà observée auprès du modèle électrodynamique : la prise en compte des courants de conduction et de déplacement en même temps. Puis, à ces deux types de courant s'ajoutent les courants induits dus à la présence du champ magnétique. Par conséquent, une simple application du modèle magnétodynamique en utilisant une différence de potentiel électrique comme source n'est pas capable de fournir un résultat pour la distribution du champ magnétique.

Une solution à ce problème consiste à poursuivre la technique proposée pour le modèle électrodynamique. Cela veut dire que les différents types de courant sont déterminés par différentes étapes de la modélisation.

De manière concrète, la densité totale de courant $\vec{J}_T$ est partagée en deux :

$$\vec{J}_T = \vec{J}_M + \vec{J}_S \quad (3.35)$$

où $\vec{J}_S$ est la densité des courants source et $\vec{J}_M$ la densité des courants induits. $\vec{J}_S$ est alors issue d'une première modélisation électrodynamique et contient les courants de conduction et de déplacement. Ensuite, en prenant le système (3.27), $\vec{J}_S$ est repris en tant que terme source dans le second membre du système. Le modèle magnétodynamique est alors appliqué avec une méthode de perturbation. Une autre interprétation consiste à dire que le potentiel électrique est composé de deux potentiels :

$$V = V_M + V_S \quad (3.36)$$

où V_S est à l'origine de $\vec{J}_S$ par :

$$\vec{J}_S = -(\sigma + j\omega\epsilon) \overrightarrow{\text{grad}} V_S \quad (3.37)$$

Il est obtenu en résolvant l'équation :

$$\text{div } \vec{J}_S = 0 \quad (3.38)$$

Le potentiel V_M contribue à $\vec{J}_M$ puisque :

$$\vec{J}_M = -(\sigma + j\omega\epsilon)(j\omega \vec{A} + \text{grad } V_M) \quad (3.39)$$

En superposant les deux densités de courant, on peut écrire (3.27) de la manière suivante :

$$\text{rot } \vec{H} - \vec{J}_M = \vec{J}_S \quad (3.40)$$

et

$$\text{div } \vec{J}_M = 0 \quad (3.41)$$

Cela prouve que V selon (3.36) est toujours solution de (3.27) et que le résultat du modèle électrodynamique en utilisant le terme source $\vec{J}_S$ comme mentionné ci-dessus est identique au résultat d'une seule résolution. Cependant, la solution en deux étapes est numériquement plus stable qu'un seul calcul.

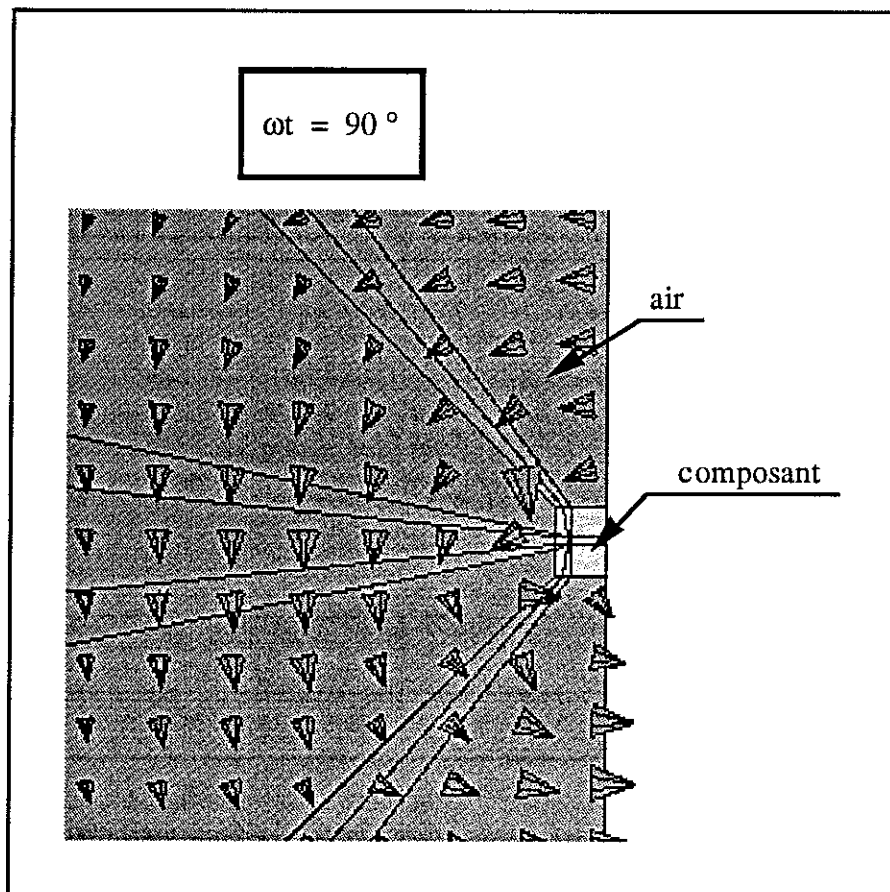


Figure 3.4 : Le champ magnétique créé par le condensateur HF (f = 5 MHz)

En reprenant l'exemple du condensateur HF, le résultat de la modélisation en deux étapes fournit une solution cohérente pour le champ magnétique (figure 3.4). A une fréquence suffisamment élevée, on peut aussi constater l'apparition et l'influence des courants induits dans les électrodes (figure 3.5).

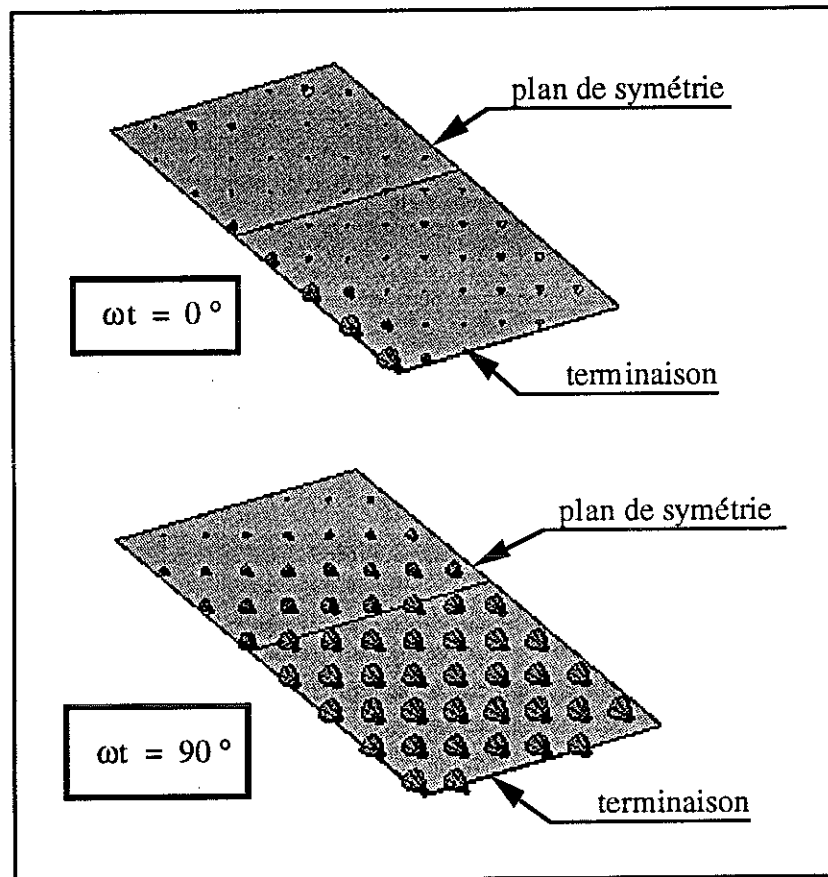


Figure 3.5 : La répartition des courants dans une électrode du condensateur HF ($f = 5$ MHz)

Pourtant, la solution conserve quelques problèmes liés surtout aux propriétés physiques des matériaux. En particulier, on peut remarquer que la combinaison de matériaux conducteurs et diélectriques est aussi défavorable au calcul des courants induits. La difficulté est proche de celle du modèle électrodynamique. Pour l'expliquer d'un point de vue physique, il faut noter que les matériaux conducteurs développent des courants induits à partir d'une certaine fréquence. Cependant, les matériaux diélectriques ne réagissent guère au champ magnétique et conservent leur distribution du champ électrique. Ils prennent un comportement plutôt isolant vis-à-vis des courants de Foucault. Les courants induits restent alors limités aux parties conductrices.

Par rapport au modèle magnétodynamique, cela signifie que les courants induits $\vec{I}_M$ sont pratiquement tangentiels aux interfaces entre les matériaux diélectriques et conducteurs. Or, comme la continuité de la composante normale de la densité de courant n'est assurée que

faiblement, on peut constater une discontinuité de la composante normale de $\vec{J}_M$ sur cette interface. Théoriquement, $\vec{J}_M$ doit vérifier la contrainte :

$$-\sigma_1 \left(j\omega \Delta_{1n} + \frac{\partial V_1}{\partial n} \right) = -j\omega \epsilon_2 \left(j\omega \Delta_{2n} + \frac{\partial V_2}{\partial n} \right) \quad (3.42)$$

si l'on néglige les autres propriétés des matériaux. En vérifiant les deux composantes de la densité de courant des deux côtés de l'interface, le problème numérique apparaît (figure 3.6). La densité des courants induits est calculée en tant que différence de deux termes de même ordre de grandeur. Par ailleurs, il faut aussi tenir compte du fait que la composante normale sur cette interface est moins importante que les composantes tangentielles. Une comparaison des deux permet de voir si la discontinuité constatée est significative par rapport à la valeur absolue du courant (figure 3.7).

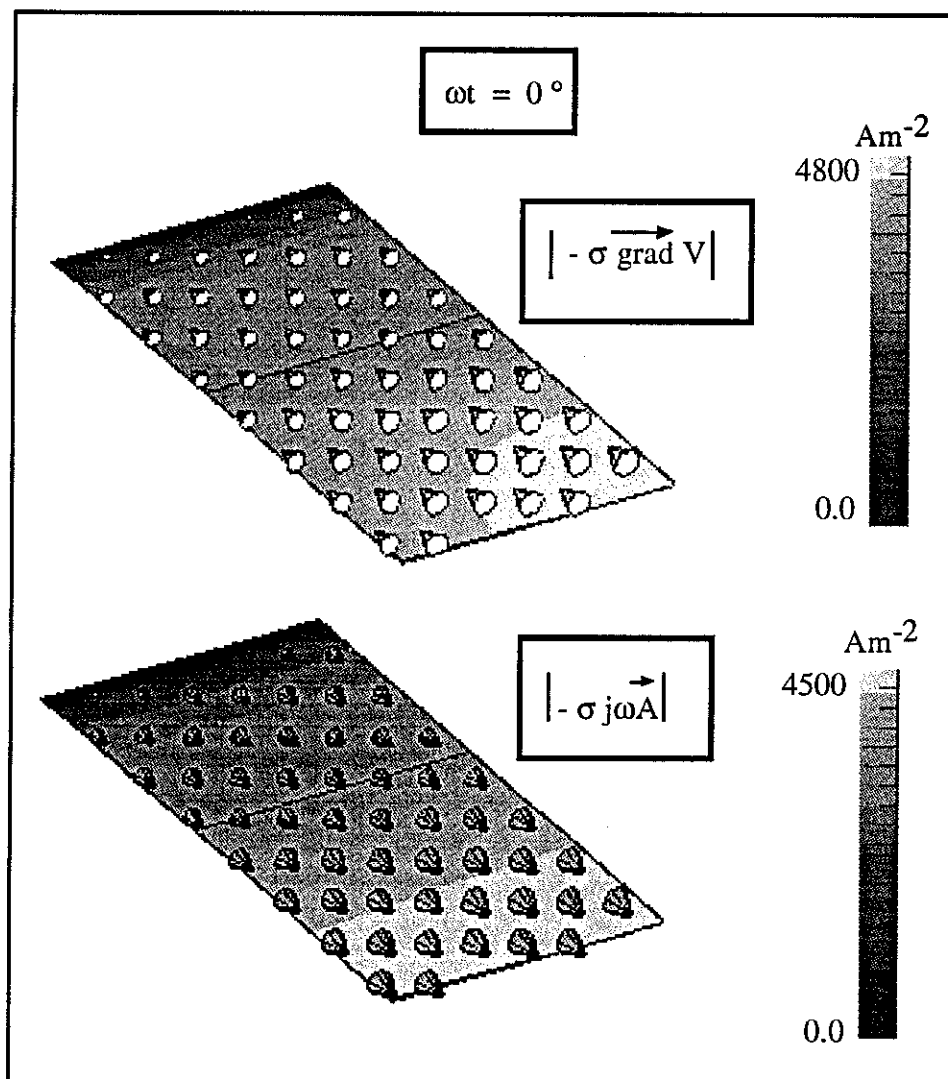


Figure 3.6 : Les deux contributions à la densité de courants induits des deux côtés de l'interface diélectrique-conducteur ($f = 5 \text{ MHz}$)

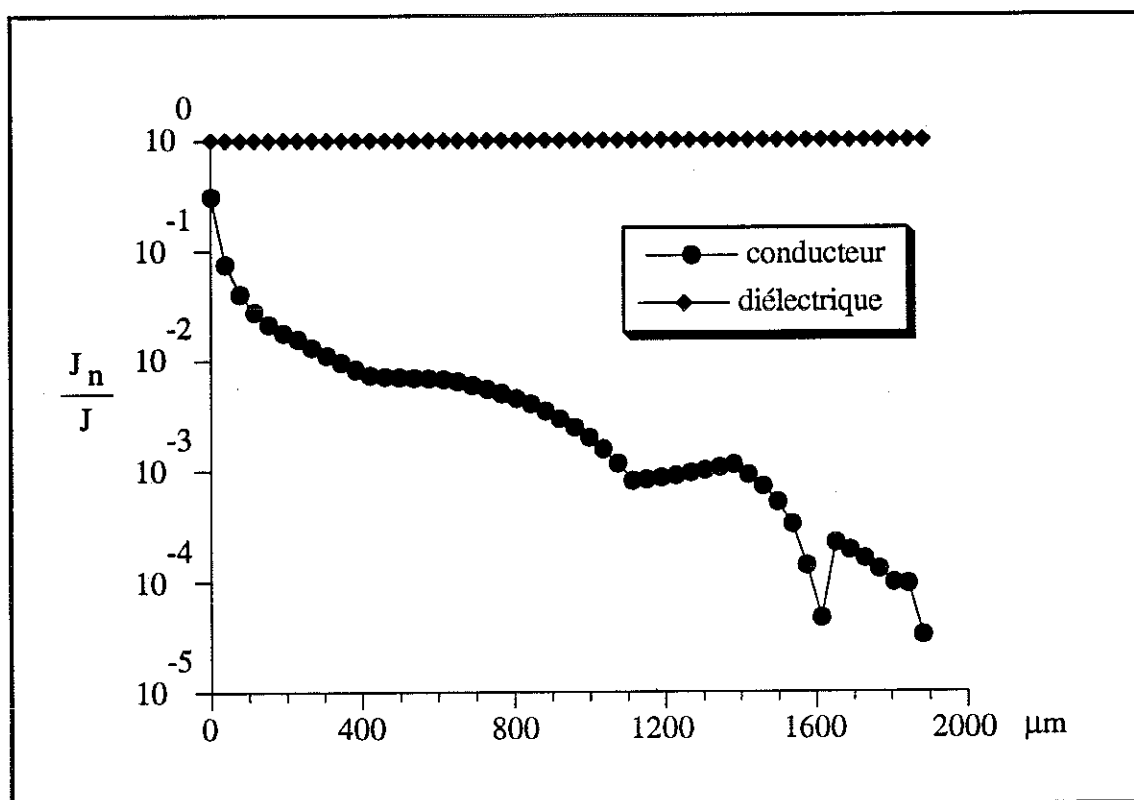


Figure 3.7 : La composante normale de la densité de courant par rapport à sa valeur absolue sur l'interface diélectrique-conducteur ($f = 5$ MHz)

L'analyse des résultats locaux montre que l'importance du problème numérique est faible. Le courant est surtout orienté dans un sens perpendiculaire. Cependant, selon (3.42), la contrainte dépend de la fréquence et sa vérification devient critique à partir du moment où les deux termes constitutifs sont trop importants par rapport à leur différence. Un contrôle est indispensable pour assurer la cohérence du résultat. L'influence du maillage à ce propos n'est pas réétudiée. Elle peut être déduite des résultats du modèle électrodynamique.

C'est pourtant le maillage qui mérite une étude particulière pour la modélisation des courants induits. Si pour tous les modèles précédents, la discrétisation doit être suffisante pour prendre en compte des phénomènes qui dépendent de la géométrie du dispositif, le modèle magnétodynamique demande un maillage capable de bien représenter un phénomène physique. En tenant compte de l'ordre polynomial des fonctions de forme, on peut dériver le nombre minimal d'éléments nécessaires dans une région conductrice. L'expérience avec le modèle magnétodynamique dans d'autres domaines indique un minimum de deux éléments de second ordre dans une distance équivalente à l'épaisseur de peau à une fréquence donnée. Par conséquent, le maillage minimal d'un dispositif dépend essentiellement des dimensions des parties conductrices.

Pour la modélisation des composants passifs, c'est donc la largeur des électrodes ou des conducteurs qui impose le maillage. Elle définit alors en même temps la fréquence maximale des problèmes physiques qui peuvent être modélisés avec ce modèle. Car, la puissance de

calcul des moyens informatiques limite la taille d'un système matriciel qui peut être résolu dans un délai acceptable. On en déduit facilement le nombre maximal de nœuds possibles et ainsi la fréquence maximale des phénomènes pris en compte correctement par le modèle. A l'exemple du condensateur HF, la figure 3.8 montre les différents maillages nécessaires à différentes fréquences.

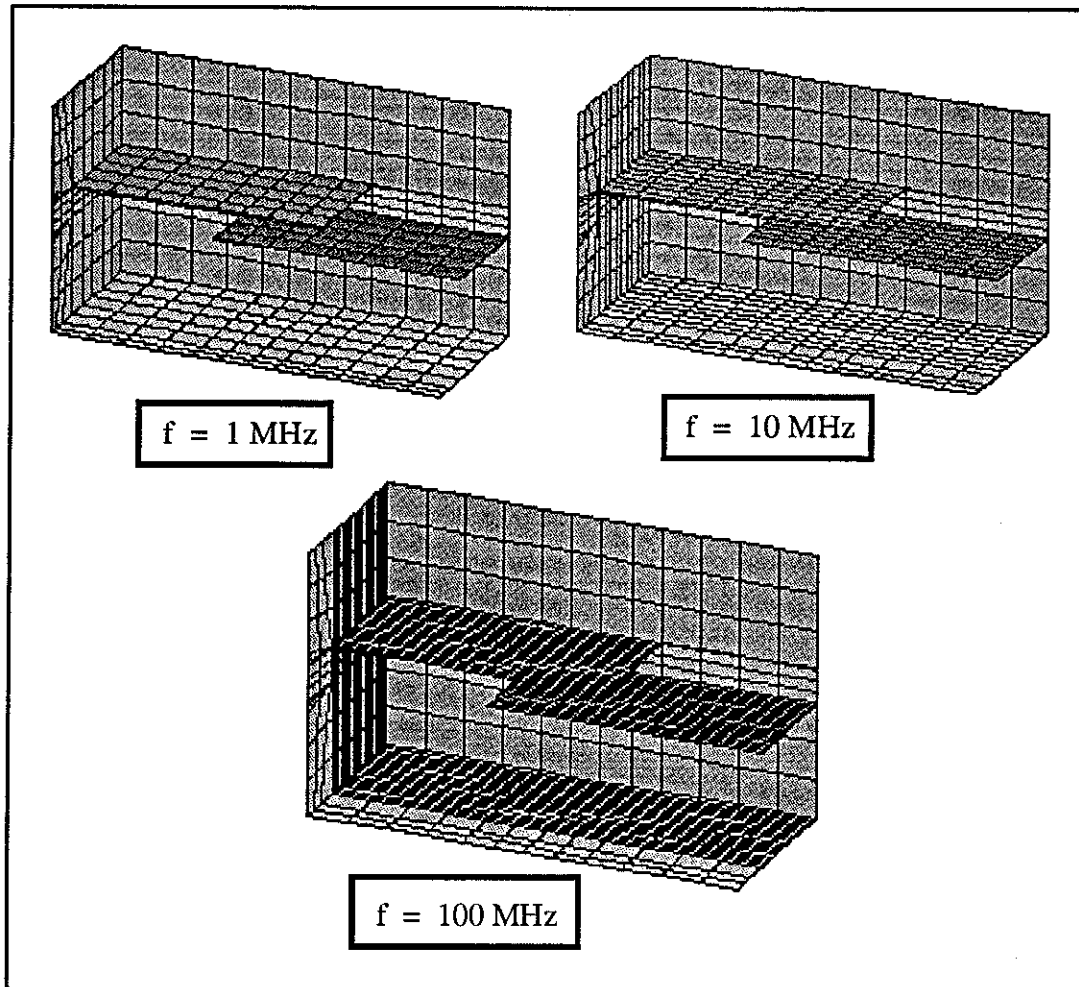


Figure 3.8 : Maillages d'un condensateur HF pour différentes fréquences ($f = 1, 10, 100$ MHz)

Comme pour le modèle statique, un mailleur projectif est utilisé. Son inconvénient est qu'il engendre une discrétisation trop fine dans des régions non-conductrices. Par conséquent, le développement d'un outil de maillage très performant et sélectif pourrait permettre des études à des fréquences plus élevées.

Une certaine réduction de la taille d'un problème peut être atteinte en couplant la formulation dynamique avec la formulation statique dans des régions non-conductrices. Si l'influence du champ magnétique sur la densité de courant n'est pas significative, on peut éliminer le potentiel scalaire électrique de ces régions. Le couplage du potentiel vecteur

magnétique entre les formulations est alors implicite s'il est choisi continu sur le domaine entier.

Un calcul à partir de chacun des maillages montre l'évolution de la taille du problème avec la fréquence ainsi que son coût (figure 3.9). Ces résultats sont obtenus sur une station de travail HP-750 de la série 9000 avec une mémoire vive de 128 Mo.

Fréquence du problème [MHz]	1	10	100
Nombre d'inconnues	27.027	37.847	47.230
Nombre d'éléments de la matrice	2.077.845	2.970.389	4.157.614
Temps CPU [s]	14.150	18.300	28.540

Figure 3.9 : La taille des problèmes et leurs coûts de calcul pour différents maillages

Malgré une géométrie encore relativement simple de ce dispositif, les coûts de calcul deviennent déjà très importants. Cela souligne les besoins d'un maillage bien adapté au dispositif et aux phénomènes en question d'autant plus que la géométrie du composant est complexe.

III.4 Les résultats d'une étude magnétique

Dans le cadre des limites mentionnées ci-dessus, les deux modèles magnétiques permettent de calculer la distribution du champ magnétique créée par des composants passifs. Le modèle statique étant plus adapté à l'étude des composants magnétiques et des régimes de basse et moyenne fréquence (où les courants induits sont négligeables), le modèle dynamique s'adresse à tous types de dispositif jusqu'à des fréquences qui sont principalement restreintes par le maillage.

Les résultats des deux modèles sont essentiellement la répartition du champ magnétique dans le domaine d'étude, et pour le modèle dynamique, aussi la répartition du champ électrique. Cependant, pour la modélisation des composants passifs, la connaissance des champs locaux est moins intéressante que la détermination de caractéristiques globales telles que l'inductance et la résistance. Une fois ces grandeurs obtenues, elles permettent ensemble avec les résultats des études électriques d'établir un schéma équivalent constitué d'éléments passifs discrets. Quant aux valeurs des éléments dérivées du modèle dynamique, il faut tenir compte de leur variation en fonction de la fréquence et de leur limite de validité.

III.4.1 Le calcul d'inductance

Le résultat le plus important de la modélisation magnétique est l'inductance d'un dispositif. En général, elle est définie en tant que rapport entre un flux ϕ et un courant I :

$$L = \frac{\phi}{I} \quad (3.43)$$

où ϕ est donné par l'induction magnétique qui traverse une surface S :

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (3.44)$$

Si pour des composants magnétiques, il est relativement simple de déterminer ces deux grandeurs, cela est bien plus difficile pour des condensateurs ou des résistances. Pour ces dispositifs, le champ magnétique est dispersé dans l'espace de sorte que le flux magnétique ne constitue plus une grandeur facilement calculable.

Une autre approche valable afin de déterminer l'inductance d'un dispositif est liée à des grandeurs énergétiques. Ainsi, il est possible de reprendre la méthode utilisée pour le modèle

électrodynamique. Dans le cas d'une modélisation magnétique avec le potentiel vecteur $\vec{A}$, on obtient pour la puissance apparente :

$$\underline{S} = \int_{\Omega} -\vec{\text{grad}} \underline{V} \cdot \vec{I}_T^* d\Omega \quad (3.44a)$$

$$= \int_{\Omega} (\vec{E} + j\omega \vec{A}) \cdot \vec{I}_T^* d\Omega \quad (3.44b)$$

$$= \int_{\Omega} \vec{E} \cdot \vec{I}_T^* d\Omega + j\omega \int_{\Omega} \vec{A} \cdot \vec{I}_T^* d\Omega \quad (3.44c)$$

où Ω regroupe toutes les régions pour lesquelles $\vec{I}_T^*$ est non-nulle. Si en tant que schéma équivalent exemplaire, on considère un simple circuit RLC en série, son impédance est alors donnée par :

$$\underline{Z} = R + j\omega L - j \frac{1}{\omega C} \quad (3.45)$$

En tenant compte de la définition de la puissance apparente par (2.33), les équations (2.37) et (2.38) sont toujours valables pour le calcul des résistances et capacités dans le cas d'une modélisation statique (l'influence des courants induits étant négligée). Cependant, l'inductance est obtenue par :

$$L = \frac{1}{I^2} \text{Re} \left\{ \int_{\Omega} \vec{A} \cdot \vec{I}_T^* d\Omega \right\} \quad (3.46)$$

Une autre possibilité pour déterminer l'inductance d'un dispositif peut être établie sur la base d'équivalence d'énergie magnétique emmagasinée. A ce moment-là, il s'agit d'utiliser l'équation suivante :

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} d\Omega \quad (3.47)$$

Les deux méthodes de calculs proposées sont fondées sur des principes énergétiques ce qui est avantageux dans le cadre de la méthode des éléments finis [33]. Cependant, les supports d'intégration respectifs se distinguent. Si l'équation (3.46) est limité aux régions portant une densité de courant, (3.47) doit être intégrée sur tout le domaine d'étude.

Les deux condensateurs HF à une et à plusieurs couches actives (voir figures 1.17 et 2.20) servent pour une validation des résultats obtenus à partir de (3.45) et (3.46). Les valeurs d'inductances (figure 3.10) sont calculées à partir des résultats d'une modélisation statique.

L [nH]	Eq. (3.46)	Eq. (3.47)	mesurée
Condensateur monocouche	1,99	2,0	$\approx 2,0$
Condensateur multicouche	3,3	3,3	2,0...3,0

Figure 3.10 : L'inductance de deux condensateurs HF issue de différentes méthodes de calcul

Les résultats des deux méthodes de calcul ne montrent pas de différence notable pour la valeur de l'inductance. Par conséquent, c'est l'équation (3.46) qui est choisie de préférence pour son coût de calcul moindre.

En ce qui concerne la validité des résultats par rapport aux mesures, l'écart est acceptable pour les deux condensateurs HF. Cependant, l'inductance d'un dispositif dépend directement de la perméabilité des matériaux. Ainsi, une bonne qualité de la modélisation magnétique, en particulier des composants électriques, et des résultats qui en dérivent demandent une bonne connaissance des propriétés magnétiques des matériaux. Si la perméabilité des ferrites est bien connue, celle des céramiques utilisées pour la fabrication des condensateurs ou filtres n'est que rarement spécifiée. Dans le cadre de ce travail, toute propriété magnétique des céramiques ou des encres conductrices est négligée. Pour les modélisations, une perméabilité relative unitaire est adoptée. Mais, des mesures à ce propos paraissent indispensables pour justifier cette démarche même si leur réalisation s'avère difficile à cause de la faible perméabilité.

III.4.2 Le calcul de résistance

Une autre grandeur caractéristique fournie par le modèle magnétodynamique est la variation de la résistance des conducteurs à haute fréquence. Il s'agit là d'une conséquence directe de l'augmentation des courants induits dans les régions conductrices. Comme le champ magnétique est à l'origine de ce phénomène, les conditions citées ci-dessus, qui sont nécessaires pour un calcul d'inductance, restent valables.

Au niveau de la formulation, cela est confirmé par la contribution du potentiel vecteur magnétique à la densité totale de courant. Car selon (3.35), (3.37) et (3.39), la densité de courant est donnée par :

$$\vec{J}_T = -(\sigma + j\omega\epsilon)(j\omega \vec{A} + \text{grad } V_M + \text{grad } V_S) \quad (3.48)$$

où le dernier terme vient du résultat de l'étude électrodynamique. Afin d'obtenir la résistance d'une partie conductrice, on peut reprendre les mêmes équations qui servent pour le modèle électrodynamique. Il faut cependant tenir compte de la modification de la densité de puissance active due aux courants induits. Elle est donc définie de manière suivante :

$$P = \text{Re} \{ \mathcal{L} \} = \text{Re} \left\{ \int_{\Omega} - \text{grad } V \cdot \vec{J}_T^* d\Omega \right\} \quad (3.49a)$$

$$= \text{Re} \left\{ \int_{\Omega} \vec{E} \cdot \vec{J}_T^* d\Omega \right\} - \text{Im} \left\{ \omega \int_{\Omega} \vec{A} \cdot \vec{J}_T^* d\Omega \right\} . \quad (3.49b)$$

L'équation (2.37) devient ainsi :

$$R = \frac{P}{I^2} \quad (3.50)$$

L'augmentation de la résistance vient donc d'une augmentation de la densité de puissance sans que le courant qui traverse cette région change de manière significative. Ce phénomène s'explique par un rebouclage des courants induits dans les pièces conductrices. A l'exemple d'un condensateur, on peut effectivement constater que les courants induits ne traversent pas la céramique (figure 3.11).

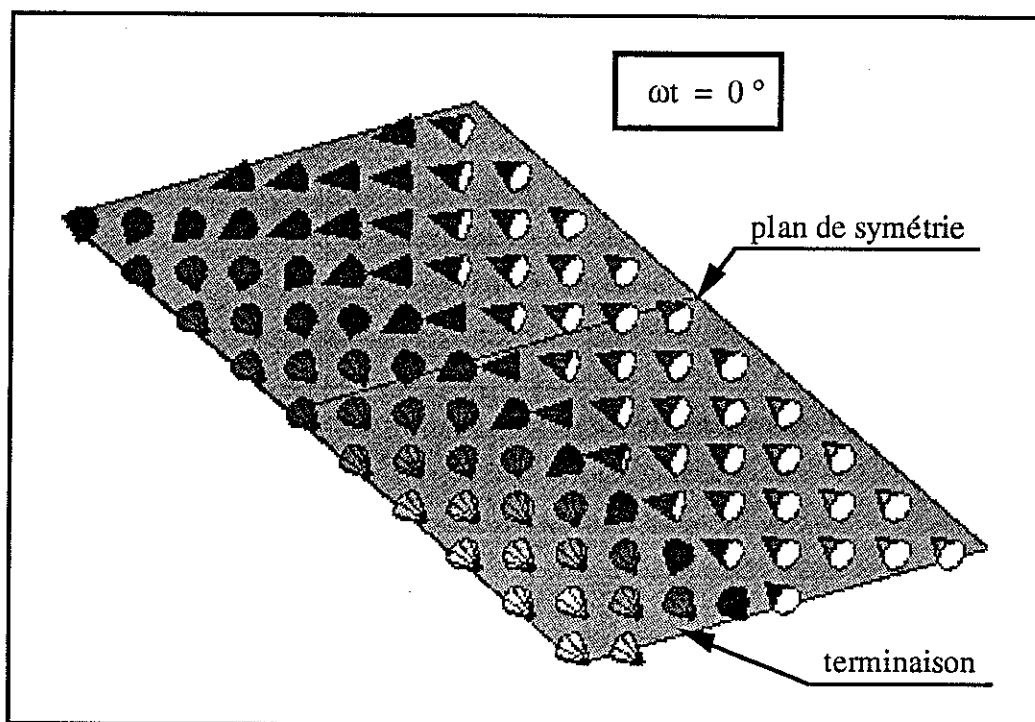


Figure 3.11 : La répartition des courants induits dans l'électrode d'un condensateur

La validation des résultats s'effectue avec deux dispositifs typiques pour les composants passifs. Il s'agit des électrodes de deux condensateurs HF.

Pour mettre en évidence l'importance des courants induits, les résistances sont aussi comparées aux valeurs obtenues par le modèle électrodynamique (figure 3.12).

R [mΩ]	statique	f = 10 MHz	f = 100 MHz
Condensateur monocouche	84	85	480
Condensateur multicouche	5,9	6,3	----

Figure 3.12 : Les valeurs de résistance série obtenues par le modèle magnétodynamique pour différents dispositifs et fréquences

Les résultats n'ont pas pu être confirmés par les mesures. Cela est dû au fait que dans la gamme de fréquence en question les pertes diélectriques sont encore supérieures aux pertes dans les électrodes. Ainsi, une mesure spécifique des résistances des électrodes n'est pas possible. La fréquence doit être bien plus élevée pour que les pertes dans les électrodes deviennent prépondérantes. Cependant, au-delà de 100 MHz, il se pose à la fois une difficulté

de mesure (instruments appropriés) mais aussi de modélisation (taille de problème trop importante).

III.4.3 Le schéma équivalent

A partir des grandeurs globales déterminées avec le modèle magnétodynamique, il est possible de compléter un schéma équivalent tel qu'il est dérivé du modèle électrodynamique. Les inductances s'ajoutent aux résistances et capacités. Tandis que ces dernières restent invariantes dans la gamme de fréquence concernée, les inductances et, avant tout, les résistances varient en fonction de la fréquence [34].

Ces variations sont relativement importantes pour des composants magnétiques et pour des résistances parce que leurs caractéristiques principales en sont concernées. Pour les condensateurs, ces effets sont moins significatifs puisqu'ils sont relatifs à des phénomènes parasites. Leur capacité n'est pratiquement pas modifiée.

La construction d'un schéma équivalent reste simple tant qu'il s'agit de composants élémentaires comme des résistances, inductances et condensateurs en technologie multicouche. Ils peuvent tous être caractérisés avec un schéma RLC en série (figure 3.13).

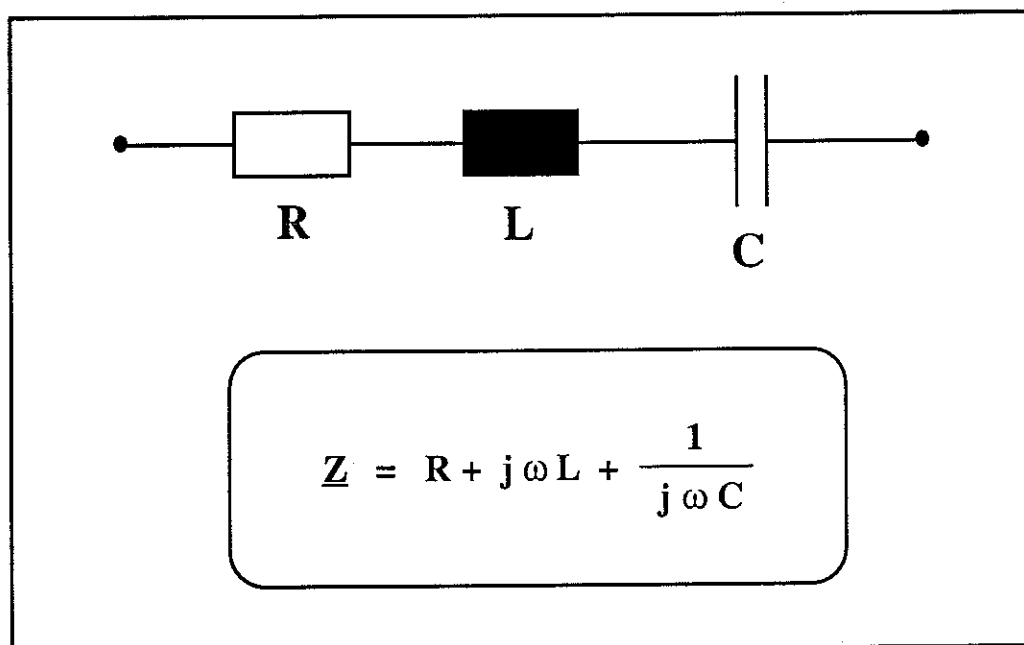


Figure 3.13 : Le schéma équivalent d'un composant élémentaire

La validité de cette approche peut être vérifiée par une comparaison des schémas établis à partir des résultats de la modélisation avec une analyse spectrale de l'impédance des composants. Or, pour les deux condensateurs en question la fréquence de résonance est si

élevée que la capacité est prépondérante dans la gamme de fréquence en question. Pour les fréquences autour de la résonance, on retrouve d'une part des difficultés de mesure ($f > 1$ GHz) et d'autre part des difficultés liées à la taille du problème pour la modélisation. Cependant, le schéma établi reproduit bien les caractéristiques principales du composant.

Ce qui est encore relativement aisé pour les composants élémentaires devient plutôt complexe pour les multicomposants. Dans ce cas, les schémas peuvent être relativement complexes s'il faut tenir compte de tous les couplages qui peuvent exister entre les différentes parties. Pourtant, si l'on suppose qu'un tel composant est conçu de manière à garder les propriétés de chaque composant individuel et à éviter toutes les influences de couplages, un premier schéma consiste à adapter un schéma élémentaire pour chaque composant intégré.

A l'exemple d'un filtre RC, cette technique est appliquée au chapitre suivant. Ses résultats et ses limites sont alors développés en détail.

III.5 Conclusion

Les modèles magnétiques aussi bien statiques que dynamiques offrent une possibilité pour la modélisation des phénomènes magnétiques intervenant dans le fonctionnement des composants passifs. Quant à la simulation de leurs caractéristiques, en particulier sous forme de schéma équivalent, les deux modèles et le modèle électrodynamique permettent de couvrir une large gamme de fréquences.

Cependant, la taille des problèmes créés par les deux modèles magnétiques est très importante même pour des géométries simples. Malgré des moyens informatiques puissants, l'emploi du modèle magnétodynamique est ainsi limité par une fréquence maximale où le phénomène des courants de Foucault impose un maillage trop important. Le développement d'un outil de maillage plus puissant permettrait de repousser encore cette limite ou de modéliser des composants plus complexes tels que les multicomposants.

Par ailleurs, l'étude des condensateurs a montré quelques difficultés sur l'interface diélectrique-conducteur. Elles peuvent être dues aux variables d'état de la formulation. Eventuellement, une formulation de type $T-\Omega$ se comporterait mieux à cet égard. Il faudrait alors résoudre le problème des conditions aux limites adéquates.

Finalement, il est important de rappeler que la validité des résultats d'une étude magnétique dépend essentiellement de la qualité des propriétés physiques investies. A ce propos, une meilleure connaissance des propriétés magnétiques des matériaux céramiques paraît indispensable.

CHAPITRE IV

LA MODELISATION

D'UN FILTRE RC INTEGRE

IV.1 Introduction

La gamme des produits céramiques a beaucoup évolué durant ces dernières années. Le facteur d'intégration a augmenté et c'est ainsi que l'on voit apparaître sur le marché un certain nombre de produits appelés "multicomposants". Dans un seul composant, ils intègrent plusieurs éléments passifs permettant de produire des fonctionnalités plus complexes. Très souvent, il s'agit de filtres RC, LC ou RLC. Ces multicomposants sont essentiellement des produits destinés à une certaine application et qui demandent un développement spécifique. C'est à ce propos que la modélisation peut intervenir et permettre une meilleure conception de tels composants [35].

Les précédents chapitres ont développé les différents modèles théoriques nécessaires à la modélisation. Par la suite, ils permettront d'étudier plus en détail les caractéristiques d'un filtre RC passe-bande. Ce filtre est conçu à partir d'un schéma équivalent électrique avec des valeurs nominales pour les différents éléments (figure 4.1).

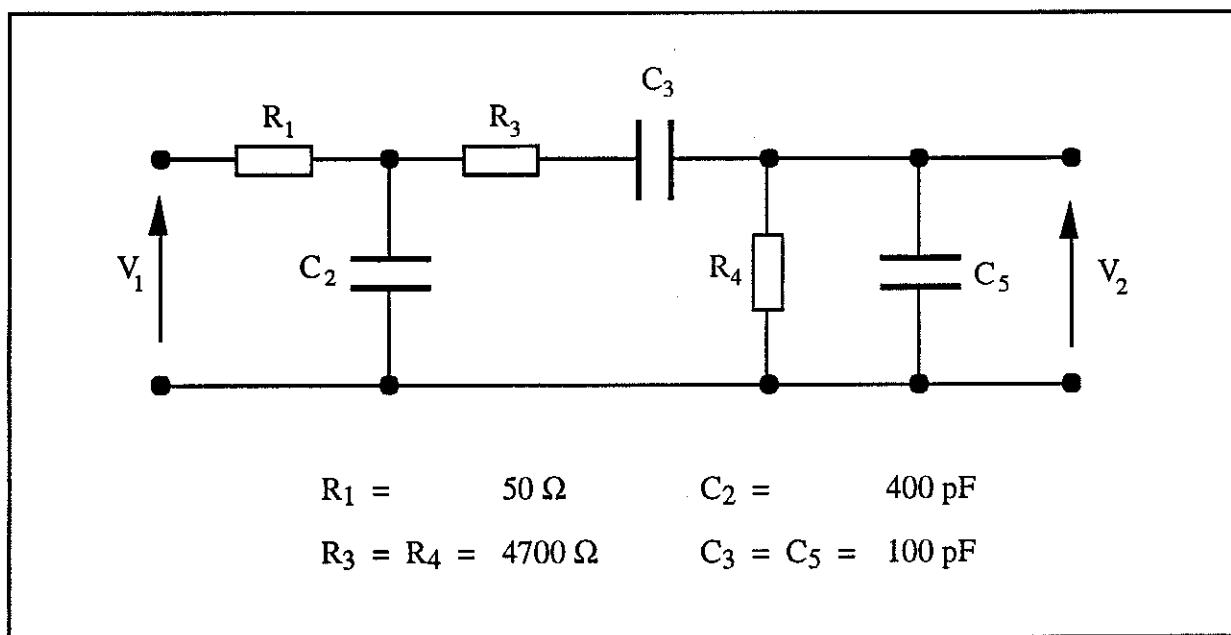


Figure 4.1 : Schéma équivalent électrique d'un filtre RC passe-bande

Sa réalisation sous forme de composant céramique emploie une technique hybride. Les condensateurs sont intégrés dans un seul composant de manière classique et les résistances sont sérigraphiées sur ce composant. Les liaisons entre les différents éléments sont réalisées à l'aide des terminaisons des condensateurs (figure 4.2). Par ailleurs, le multicomposant en question comporte deux filtres de même architecture.

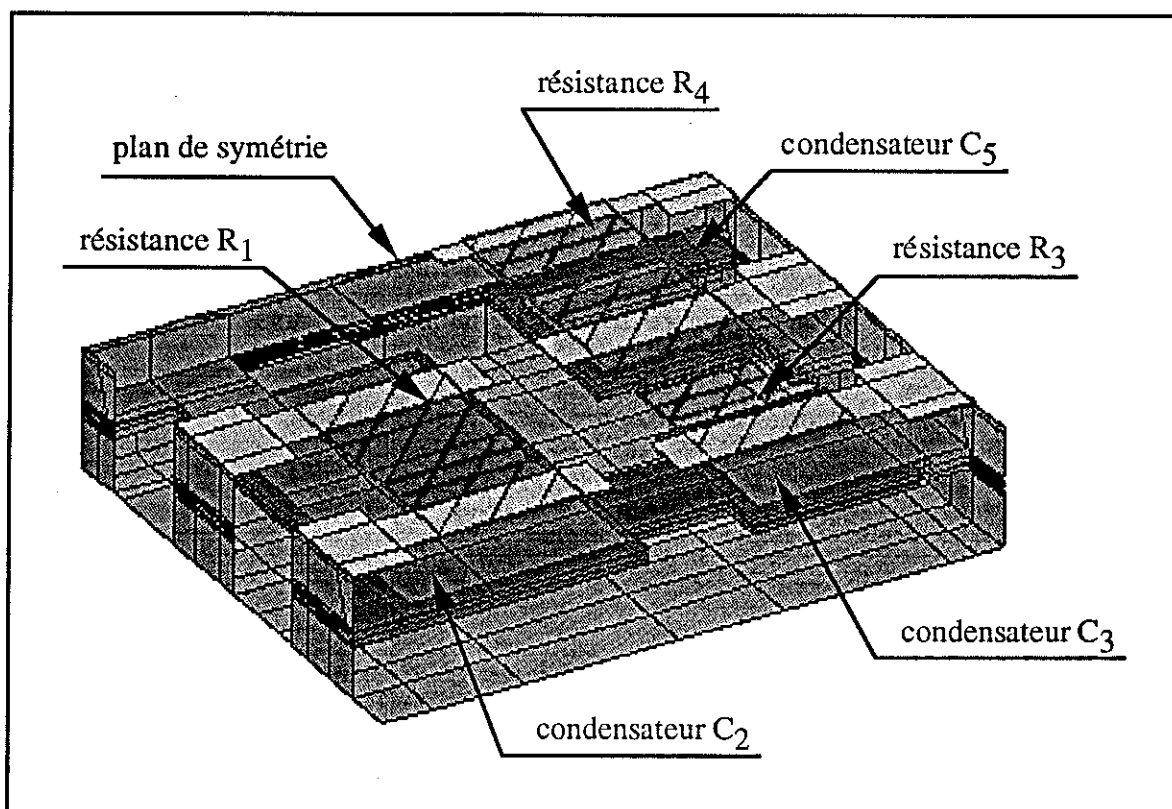


Figure 4.2 : La géométrie d'un filtre RC en technique multicomposant

Du point de vue de la modélisation par éléments finis, une telle géométrie est très complexe. Les moyens informatiques actuellement disponibles ne permettent pas encore une simulation du dispositif dans son ensemble. Ainsi, les modélisations suivantes considèrent les condensateurs et résistances séparément mais sans oublier l'entité qu'ils forment. Les résultats vont conduire à l'établissement d'un schéma équivalent électrique dont les caractéristiques sont comparées à celles mesurées sur le composant réel.

IV.2 L'étude électrostatique

L'analyse du filtre RC commence par une étude électrostatique du composant. Elle concerne dans un premier temps les condensateurs du filtre mais aussi les éventuels couplages capacitifs entre les différents éléments.

En ce qui concerne la modélisation électrostatique des condensateurs, il ne s'agit pas d'une étude détaillée comme au premier chapitre considérant tous les effets un par un mais d'une étude du condensateur entier. Elle peut fournir un résultat avec une précision suffisante par rapport aux tolérances du process céramique.

La géométrie du dispositif d'étude pour les trois condensateurs est obtenue en coupant le composant au milieu entre les différents éléments. Cela permet de conserver une distance suffisante entre le bord des électrodes et celui du domaine d'étude. Ainsi, les effets de bord sont correctement pris en compte (figure 4.3).

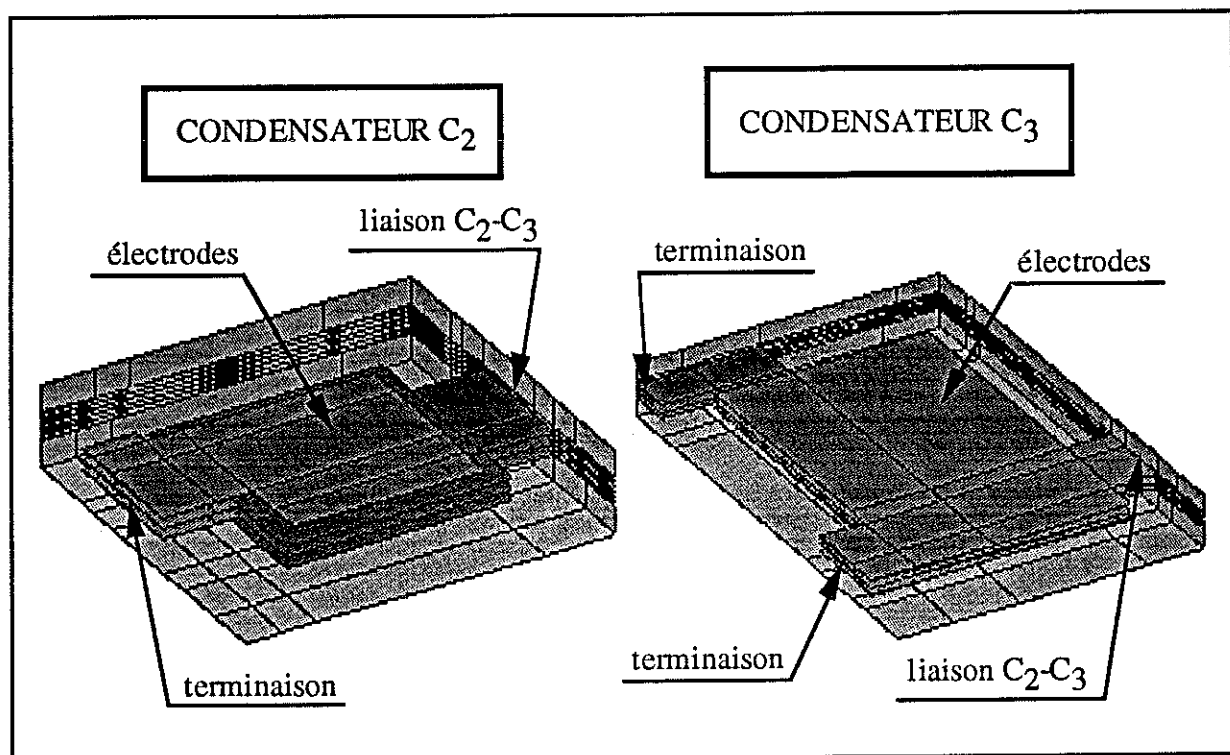


Figure 4.3 : Des exemples d'un domaine d'étude électrostatique de condensateurs

C [pF]	calculée	mesurée
C_2	395	390...420
C_3	105	95...115
C_5	103	90...105

Figure 4.4 : Comparaison des valeurs de capacité calculées et mesurées

Une comparaison des valeurs de capacité issue de la modélisation et de mesures (figure 4.4) confirme la validité du modèle. Les écarts sont de l'ordre de la dispersion du process céramique.

Le deuxième objectif de l'étude électrostatique vise les couplages capacitifs entre les différents éléments du filtre. Il s'agit des capacités parasites entre les électrodes de condensateurs voisins et entre les électrodes supérieures des condensateurs et les résistances sérigraphiées.

Les caractéristiques relevées au premier chapitre permettent d'évaluer les couplages inter-électrodes. A partir d'une grandeur caractéristique qui dépend de la distance des électrodes et de la longueur des parties d'électrodes opposées, on peut déterminer ces capacités.

C [pF]	valeur calculée
C_{23}	$50 \cdot 10^{-3}$
C_{25}	$40 \cdot 10^{-3}$
C_{35}	$80 \cdot 10^{-3}$

Figure 4.5 : Les capacités parasites entre les différents condensateurs

La validité des résultats de cette approximation (figure 4.5) est confirmée par une modélisation du phénomène entre les deux condensateurs à 100 pF (C_3 et C_5 de la figure 4.2) qui fournit un résultat très proche. On peut constater que ces capacités parasites sont très faibles par rapport aux capacités propres des condensateurs. Une prise en compte dans un schéma équivalent du filtre entier n'est pas nécessaire.

Les capacités entre les condensateurs et les résistances doivent faire l'objet d'une modélisation à part. Le domaine d'étude peut être limité à l'espace entre la résistance et l'électrode supérieure du condensateur (figure 4.6).

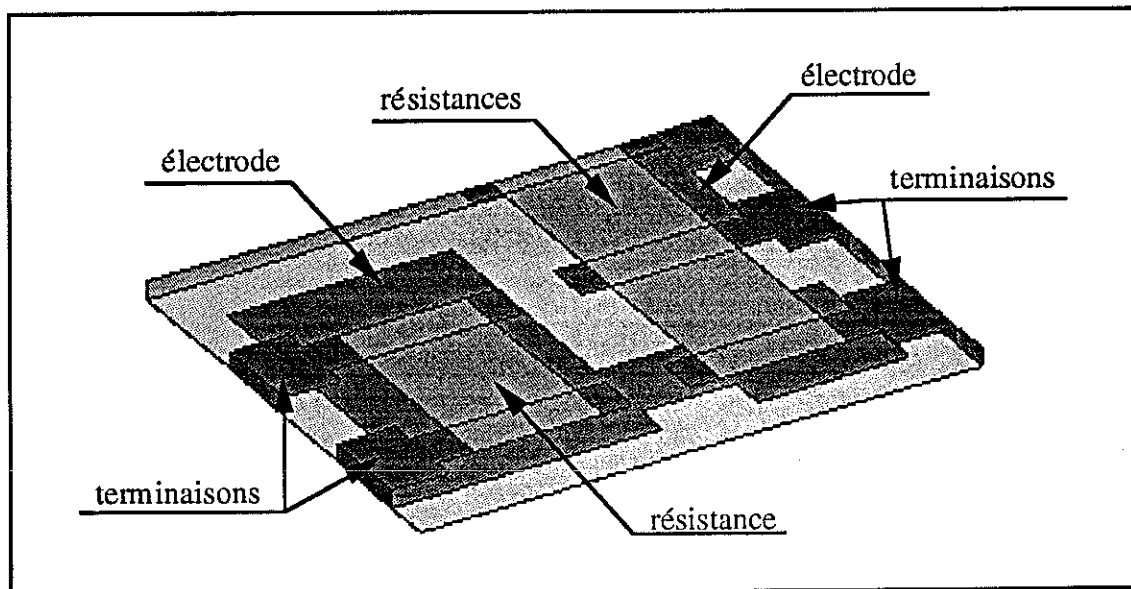


Figure 4.6 : Le domaine d'étude pour le couplage capacitif entre résistances et condensateurs

Le dispositif en question possède la particularité que la résistance ne se trouve pas à un potentiel constant. Il s'agit donc d'une capacité répartie et non discrète ce qui rend difficile son intégration dans un schéma équivalent. Pour évaluer l'importance du phénomène, on détermine une valeur de capacité équivalente basée sur l'énergie électrique et la plus grande différence de potentiel entre la résistance et le condensateur (figure 4.7).

C [pF]	valeur calculée
C_{2R1}	1.6
C_{3R3}	0.6
C_{5R4}	0.9

Figure 4.7 : Les capacités équivalentes de couplage entre résistances et condensateurs

Compte tenu des faibles valeurs de capacité trouvées, il ne semble pas que ce phénomène peut être important pour la modélisation du filtre entier.

En résumant cette étude électrostatique du filtre, on peut confirmer que les couplages capacitifs entre les différents éléments du composant sont très faibles. Il ne semble pas nécessaire qu'un schéma équivalent du filtre entier doive en tenir compte.

IV.3 L'étude électrodynamique

Après l'analyse des contributions capacitives au schéma équivalent, il s'agit de déterminer les caractéristiques résistives des différents éléments du filtre RC. Une étude électrodynamique vient donc compléter l'étude électrostatique pour les résistances et les condensateurs.

Quant à la modélisation des résistances sérigraphiées, elle n'est pas vraiment nécessaire pour le filtre en question. Car leur valeur de résistance est ajustée sur le composant fini. Le modèle électrodynamique n'apporte donc qu'un calcul de la répartition du courant qui, cependant, est nécessaire pour la modélisation magnétique.

Ce modèle est plus particulièrement intéressant pour évaluer les résistances dues aux électrodes et aux pertes du diélectrique. Si un calcul est indispensable pour déterminer la résistance équivalente des électrodes d'un condensateur, les pertes diélectriques peuvent être déduites de la capacité. Car dans la gamme de fréquence en question, l'angle de pertes est pratiquement constant. Par conséquent, la résistance due aux pertes est inversement proportionnelle à la fréquence et à la capacité :

$$R_p = \tan \delta \frac{1}{\omega C} \quad (4.1)$$

Le calcul de résistance des électrodes reprend les mêmes géométries que pour l'étude électrostatique. La conductivité des électrodes est homogénéisée à partir d'une mesure à courant continu sur des électrodes découpées.

R [mΩ]	calculé	mesuré
R ₂	1700	2200
R ₃	380	460
R ₅	300	350

Figure 4.8 : Les résistances série des condensateurs calculées et mesurées (f = 100 kHz)

L'analyse des résultats (figure 4.8) montre que les mesures confirment assez bien les valeurs de résistance dues aux pertes. Les résistances des électrodes sont très faibles et leur influence sur les résistances série des condensateurs est négligeable pour les fréquences en question dans cette étude.

L'application du modèle électrodynamique permet de caractériser le fonctionnement du filtre jusqu'à une certaine fréquence. Pour le composant en question cette limite se situe aux environs de 5 MHz. Le calcul des éléments du schéma équivalent permet de constituer la fonction de transfert du filtre. En le comparant avec la fonction de transfert mesurée, on voit confirmée la validité de l'approche (figure 4.9).

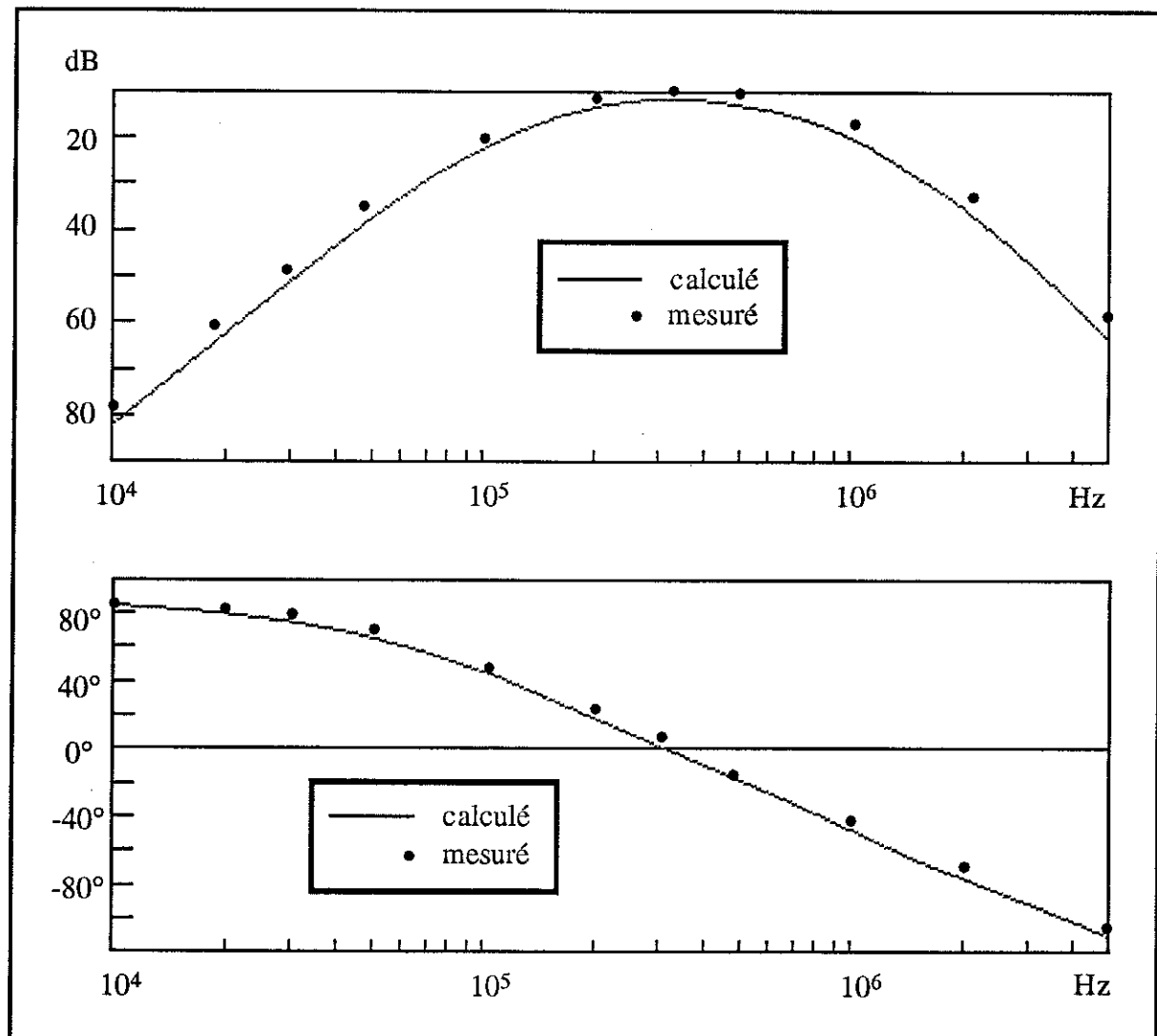


Figure 4.9 : La fonction de transfert mesurée et reconstituée à partir des résultats de la modélisation

IV.4 L'étude magnétique

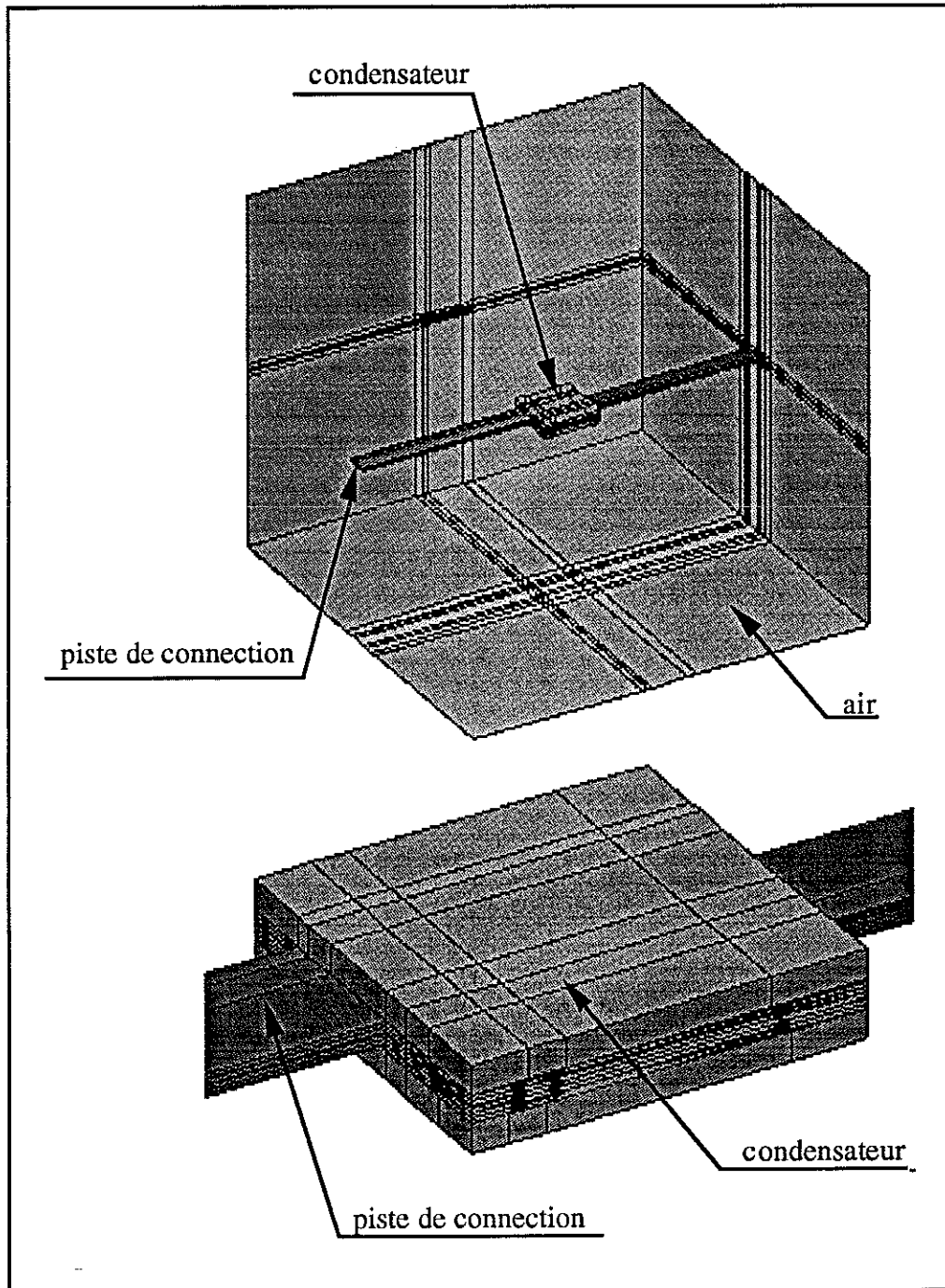


Figure 4.10 : Exemple d'un domaine d'étude magnétique pour un condensateur (C_3) du filtre RC

Pour compléter le schéma équivalent et modéliser le fonctionnement du filtre RC à des fréquences plus élevées, une étude magnétique du composant est indispensable. Cependant, puisqu'un calcul du composant entier n'est pas possible, cette étude ne peut être

qu'approximative. Car, tous les couplages magnétiques entre les différents éléments ne sont pas modélisés si les éléments du filtre sont considérés séparément. Cependant, le calcul de leurs inductances propres permet déjà de mieux simuler le fonctionnement du filtre.

Comme pour les études électriques, les différents éléments du filtre sont isolés pour la modélisation. Or, la dispersion du champ magnétique exige la prise en compte d'un environnement. C'est en prenant ici un espace vide autour des éléments que le couplage entre eux est négligé. Ainsi est constitué un domaine d'étude propre à chaque élément du filtre (figure 3.12 et 4.10)

L [nH]	calculée	mesurée
L ₁	5,4	8.0
L ₂	---	8.0
L ₃	5,4	7.5
L ₄	---	3.3
L ₅	5,4	7.5

Figure 4.11 : Les valeurs d'inductances propres des différents éléments du filtre (mesurées et calculées)

Or, la modélisation magnétique n'a pu aboutir que dans le cas des résistances sérigraphiées. Pour les condensateurs, il s'est avéré que les domaines d'études sont trop complexes. En l'occurrence, un nombre élevé d'éléments de mauvaise qualité (très aplatis) conduit à un système linéaire mal conditionné. De plus, il s'agit d'un système de taille très importante (voir figure 3.10) ce qui conduit à une mauvaise convergence de la méthode indirecte de résolution.

Quant aux résultats de l'étude magnétique des résistances sérigraphiées, on peut constater un certain écart avec les valeurs d'inductance mesurées. Il peut être dû au fait que la perméabilité réelle de la céramique est plus importante que supposée pour la simulation (il était choisi $\mu = \mu_0$). Une mesure des propriétés magnétiques est alors indispensable pour confirmer la validité des résultats.

Un autre résultat de l'étude magnétique est la variation des résistances en haute fréquence. Or, ce phénomène n'a que peu d'influence pour le filtre en question. La conductivité des résistances sérigraphiées est si faible que les courants induits n'apparaissent qu'à des fréquences très élevées (1 GHz). Quant aux résistances des électrodes, elles sont

suffisamment faibles pour qu'elles ne modifient guère la fonction de transfert dans la gamme de fréquence en question.

Les inductances permettent de compléter le schéma équivalent. Ainsi, chaque élément du filtre est modélisé par un schéma RL ou RLC en série (figure 4.12).

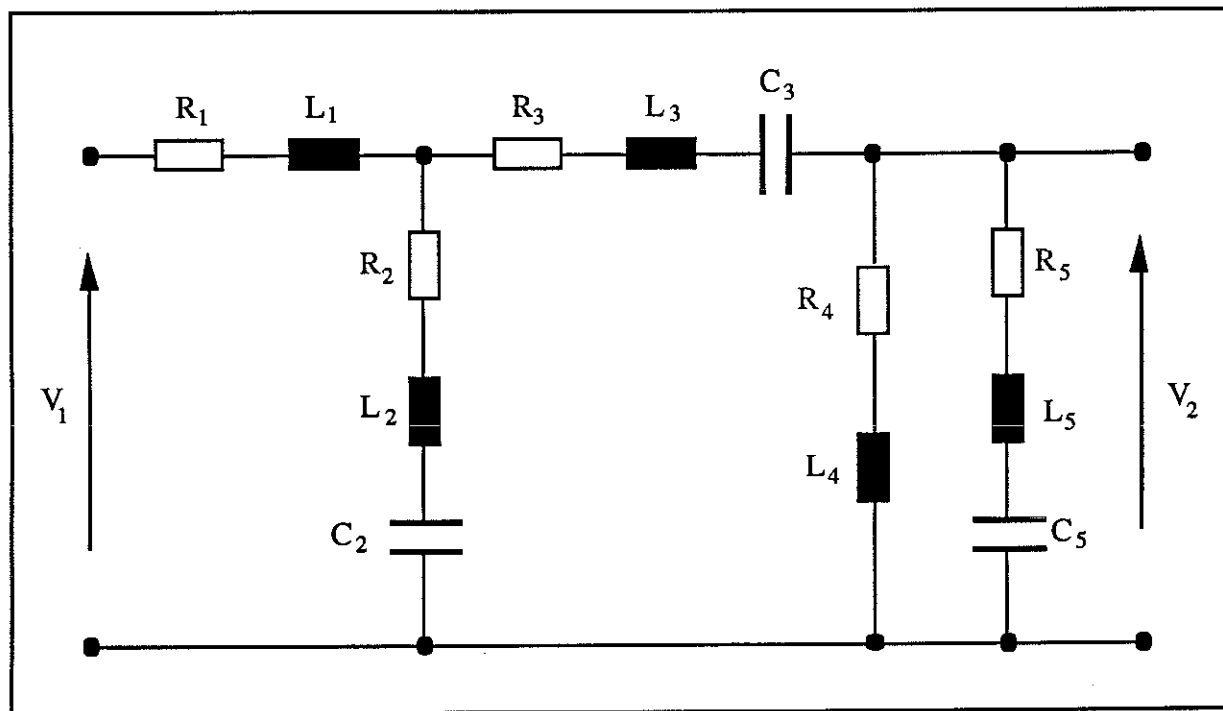


Figure 4.12 : Le schéma équivalent complet du filtre RC

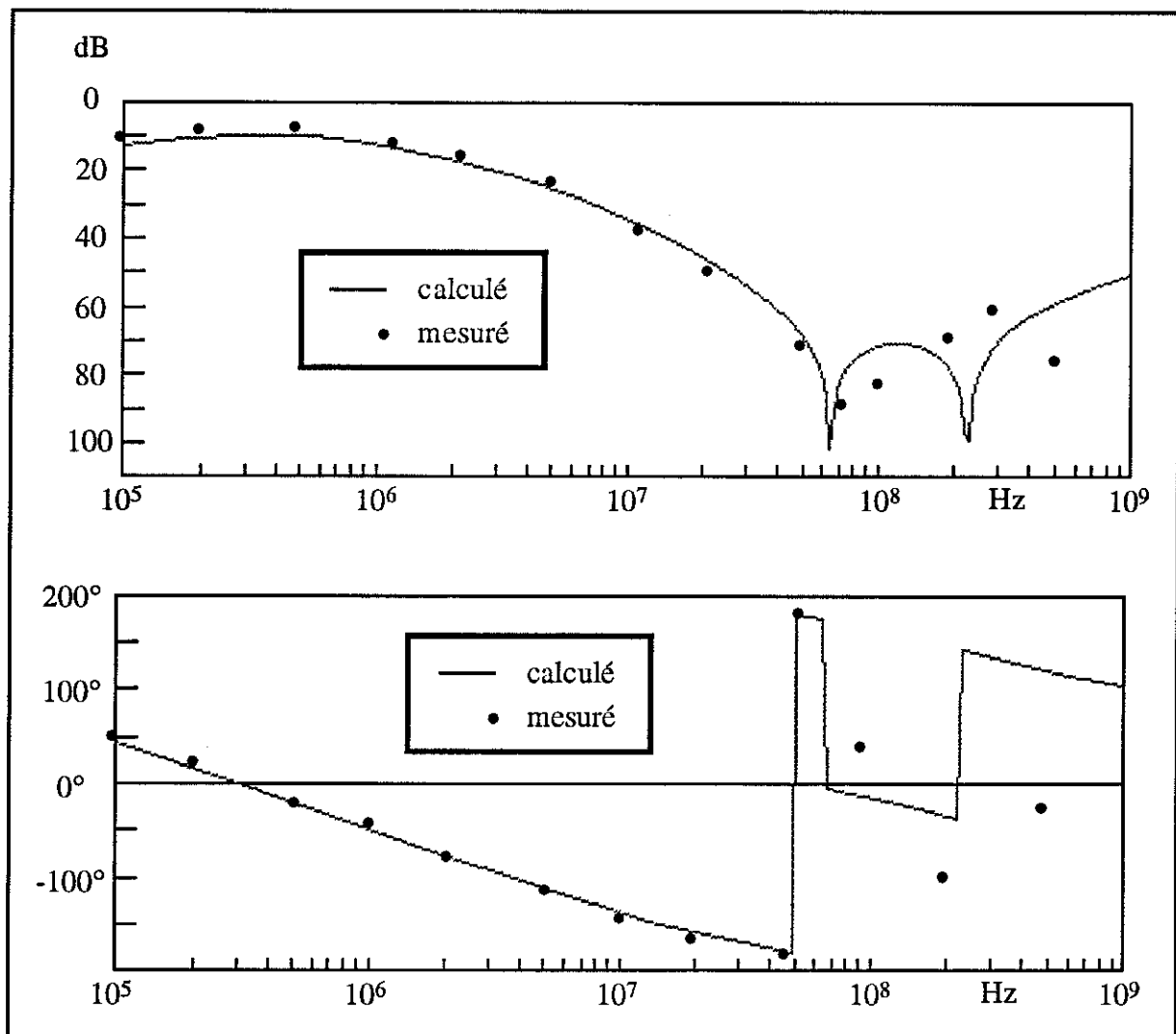


Figure 4.13 : La fonction de transfert mesurée et reconstituée

A partir de ce schéma, on peut dériver une fonction de transfert qui est paramétrée par les résultats de la modélisation (les inductances propres des condensateurs étant estimées à partir de l'étude de dispositifs similaires). En comparant cette fonction avec les mesures (figure 4.13), une différence apparaît concernant la valeur des fréquences de résonance au-delà de 60 MHz. Cependant, résultats de calcul et mesures montrent des caractéristiques tout à fait similaires. Une étude paramétrique du schéma révèle que les résonances sont dues aux condensateurs C_2 et C_5 et leurs inductances propres respectives. Une correction au niveau de ces valeurs permet de reconstituer une fonction de transfert bien plus proche de celle mesurée. Cela confirme la validité du schéma équivalent proposé. Néanmoins, il faut parvenir à une modélisation des inductances des condensateurs pour confirmer les valeurs présumées.

IV.5 Conclusion

L'utilisation des différents modèles électriques et magnétiques pour la modélisation du filtre RC permet une bonne simulation de son fonctionnement jusqu'à une certaine fréquence. Cette limite est surtout imposée par la puissance des moyens informatiques disponibles.

Si la modélisation électrique conduit à une très bonne conformité entre résultats de calcul et mesures, la modélisation magnétique conserve un caractère approximatif. Cela est dû aux incertitudes sur les propriétés magnétiques des céramiques et à la simplification du domaine d'étude. Mais, c'est surtout une meilleure caractérisation magnétique des céramiques qui est indispensable pour bien évaluer les inductances propres des différents éléments d'un multicomposant.

Le schéma équivalent élaboré permet une simulation qualitative de la fonction de transfert. Grâce aux inductances ajoutées, il est devenu possible d'identifier les résonances constatées par les mesures. Cependant, la modélisation a encore des difficultés à fournir des valeurs correctes pour ces inductances.

CONCLUSION GENERALE

Etant donné les développements en cours et les tendances actuelles, les composants passifs possèdent des géométries de plus en plus compliquées pour remplir des fonctions de plus en plus complexes. Par ailleurs, les fréquences de fonctionnement montent progressivement. Cela conduit à des problèmes de conception. Du prototype au produit industriel, il faut une certaine période de test et de perfectionnement qui s'avère assez coûteuse. En analysant le fonctionnement d'un composant en régime normal ou particulier, la modélisation numérique et les techniques de C.A.O. peuvent aider à raccourcir les délais de conception et de développement par une étude théorique.

La présente étude montre que la méthode des éléments finis peut être adaptée pour parvenir à une modélisation de composants passifs. Trois modèles physiques sont utilisés afin de décrire les différents phénomènes qui peuvent avoir une influence importante sur le fonctionnement du composant.

Le modèle électrostatique permet d'analyser en détail les phénomènes capacitifs d'un composant. Ainsi, on peut déterminer les capacités des différentes parties d'un composant en tenant compte de la géométrie exacte du dispositif. Cela peut être nécessaire lorsque les effets de bord ou de couplage prennent de l'importance. Ce modèle est donc particulièrement intéressant pour des composants où les éléments capacitifs possèdent une géométrie très complexe.

Afin de compléter la modélisation électrique, il devient nécessaire d'élargir le modèle électrostatique pour intégrer les propriétés conductrices. Il permet, jusqu'à une certaine fréquence, de déterminer les paramètres d'un schéma équivalent électrique sous forme de résistances et capacités. Au cas où ce schéma serait difficile à établir, on pourrait même directement calculer des fonctions de transfert ou des impédances en fonction de la fréquence.

Pour la modélisation à des fréquences élevées, l'influence du champ magnétique sur le fonctionnement du composant n'est plus négligeable. Un modèle magnétique devient nécessaire afin de tenir compte de l'inductance d'un composant. Cependant, une telle modélisation s'avère relativement coûteuse pour les géométries typiques des composants passifs. Des structures minces comme les électrodes provoquent un maillage très important du domaine d'étude. Ainsi pour des géométries complexes, la modélisation reste encore très difficile. Pour des condensateurs simples, le calcul d'inductance permet de compléter le schéma équivalent. Il est alors valable pour une plus grande gamme de fréquences.

L'étude a montré que la modélisation avec la méthode des éléments finis est bien adaptée pour une caractérisation électrique des composants passifs. En utilisant une technique appropriée, des résultats de bonne qualité peuvent être obtenus. Cependant, une modélisation à des fréquences élevées pose encore certaines difficultés. Si la validité du modèle utilisé a pu être vérifiée pour des condensateurs simples, son application à des géométries complexes est encore limitée par la puissance des moyens informatiques.

De nouvelles techniques de maillage pourraient contribuer à une réduction de la taille des problèmes. Une première démarche à ce propos était montrée pour le modèle électrodynamique.

Par ailleurs, l'adaptation d'autres modèles magnétiques est à poursuivre afin de vérifier leur performance pour la modélisation des composants passifs intégrés.

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] J.C. Nièpce, J.M. Haussone, "Titanate de barium - Matériau de base pour les condensateurs céramiques multicouches", Septima, Paris, 1993 (à paraître).
- [2] E. Durand, "Electrostatique", Tome I - Les distributions, Masson et Cie, Paris, 1964.
- [3] O.C. Zienkiewicz, "The finite element method", 4th ed., Vol. 1, MacGraw Hill, London, 1989.
- [4] G. Touzot, G. Dhatt, "Une présentation de la méthode des éléments finis", Deuxième édition, Collection Université de Compiègne, 1984.
- [5] T.A. Manteuffel, "The Shifted Incomplete Cholesky Factorisation", Applied Mathematics Division, Sandia Laboratories, Livermore SAND78-8226, 1978.
- [6] A. Raizer, "Maillage auto-adaptatif dans les logiciels de calcul de champ électromagnétique bidimensionnel et tridimensionnel", Thèse de Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 1991.
- [7] J.L. Coulomb, J.C. Sabonnadière, "CAO en électrotechnique", Hermes, Paris, 1985.
- [8] E. Durand, "Electrostatique", Tome II - Problèmes généraux conducteurs, Masson et Cie, Paris, 1966.
- [9] S.E. Benzley, "Representation of Singularities with Isoparametric Finite Elements", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 8, pp. 537-545, 1974.
- [10] J.E. Akin, "The Generation of Elements with Singularities", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 10, pp. 1249-1259, 1976.
- [11] R.S. Elliott, "Electromagnetics", MacGraw Hill, New Yoek, 1966.
- [12] L. Landau, E. Lifchitz, "Electrodynamique des milieux continus", Editions Mir, Moscou, 1969.
- [13] B.I. Bleaney, B.Bleaney, "Electricity and Magnetism", Third Edition, University Press, Oxford, 1976.

- [14] D.A.H. Jacobs, "Generalization of the Conjugate Gradient Method for Solving Nonsymmetric and Complex systems of Algebraic Equations", Central Electricity Research Laboratories, Leatherhead, Surrey, 1980.
- [15] M. Bertin, J.P. Faroux, J. Renault, "Electroagnétisme 4 - Milieux diélectriques et milieux aimantés", Dunod, Paris, 1984.
- [16] W. Morweiser, G. Meunier, H. Salze, "An Iterative Finite Element Method Using a Scalar Potential to Calculate the Electrical Equivalent Circuit Parameters of Multilayer Ceramic Capacitors", Proceedings of IGTE-Symposium, Graz, 1992.
- [17] F. Hermeline, "Automatic Triangulation of a Polyhedron in Dimension n ", RAIRO Numerical Analysis, Vol. 16, pp. 212-242, 1982.
- [18] Y. Maréchal, G. Meunier, J.L. Coulomb, H. Magnin, "A General Purpose Tool for Restoring Inter-Element Continuity", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, pp. 1728-1731, Mars 1992.
- [19] N. Coda, J.A. Selvaggi, "Design Considerations for High-Frequency Ceramic Chip Capacitors", IEEE Transactions on Parts, Hybrids, and Packaging, Vol. PHP-12, No. 3, Septembre 1976.
- [20] J. Simkin, C.W. Trowbridge, "On the Use of Total Scalar Potential in the Numerical Solution of Field Problems in Electromagnetics", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 14, pp. 423-440, 1979.
- [21] O. Bìrò, K. Preis, "On the Use of the Magnetic Vector Potential in the Finite Element Analysis of Three-Dimensional Eddy Currents", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 25, No. 4, pp. 3145-3159, Juillet 1989.
- [22] I.A. Tsukerman, A. Konrad, G. Bedrosian, M.V.K. Chari, "A Survey of Numerical Methods for Transient Eddy Current Problems", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, No. 2, Mars 1993.
- [23] T. Morisue, "A Comparison of the Coulomb and Lorentz Gauge Magnetic Vector Potential Formulations from the Numerical Point of View", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, No. 2, Mars 1993.

- [24] A. Taieb Brahimi, "Contribution à la modélisation de la machine asynchrone à cage par logiciels d'éléments finis 2D et 3D", Thèse de Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 1992.
- [25] F. Bouillault, Z. Ren, A. Razeq, "Calculation of 3D Eddy Current Problems by an Hybrid T- Ω Method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-26, pp. 478-481, 1990.
- [26] G. Carron de la Morinais, "Contribution à la modélisation des phénomènes magnétodynamiques en trois dimensions", Thèse de Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 1990.
- [27] E. Vassent, G. Meunier, A. Foggia, G. Reyne, "Simulation of Induction Machine Operation Using a Step by Step Finite Element Method Coupled with Circuits and Mechanical Equations", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 27, No. 6, Novembre 1991.
- [28] Z. Azzouz, "Modélisation 3D d'un transformateur de puissance - Etude de son comportement à haute fréquence", Thèse de Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 1992.
- [29] P. Bettès, "Infinite Elements", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, pp. 53-64, 1977.
- [30] X. Brunotte, "Modélisation de l'infini et prise en compte de régions magnétiques minces - Application à la modélisation des aimantations de navires", Thèse de Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 1991.
- [31] S.J. Salon, "The Hybrid Finite Element - Boundary Element Method in Electromagnetics", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 21, No. 5, pp. 1829-1834, Septembre 1985.
- [32] W. Morweiser, G. Meunier, "The Characterization of Passive Multilayer Devices by Electromagnetic Field Computation", COMPUMAG, Miami, 1993 (à publier dans IEEE Transactions on Magnetics)

- [33] J.L. Coulomb, G. Meunier, J.C. Sabonnadière, "Energy Methods for the Evaluation of Global Quantities and Integral Parameters in a Finite Element Analysis of Electromagnetic Devices", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-21, No. 5, Septembre 1985.
- [34] R.E. Lafferty, "Capacitor Loss at Radio Frequencies", IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, Vol. 15, No. 4, Août 1992.
- [35] W. Morweiser, G. Meunier, "Computer-Aided Design of Passive Multilayer Components Using Electromagnetic Field Computation", Proceedings of CARTS-Europe, Genève, 1993.



A U T O R I S A T I O N D E S O U T E N A N C E

Vu les dispositions de l'arrêté du 30 Mars 1992 relatifs aux Etudes Doctorales

Vu les Rapports de présentations de :

Professeur WEILAND T.

Monsieur BOUILLAUT Frédéric

Monsieur Wolfgang MORWEISER

est autorisé(e) à présenter une thèse en soutenance en vue de l'obtention
du diplôme de Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble,
spécialité "GENIE ELECTRIQUE".

Fait à Grenoble, le 16 novembre 1993

Pour la Président de l'INPG
et par délégation
le Directeur de l'Ecole Doctorale
J.L. LACOURME



Résumé

Les composants passifs céramiques suivent actuellement une progression importante en ce qui concerne leurs applications et leur degré d'intégration. La génération des composants multicouches a évolué des simples condensateurs céramiques à des filtres passifs de type RC ou même RLC. La conception de ces nouvelles gammes de produits nécessite des outils de plus en plus performants.

Le présent travail étudie la faisabilité d'un outil de modélisation numérique pour la conception assistée par ordinateur en électromagnétisme. Son objectif est d'analyser les composants passifs en vue de leurs caractéristiques électriques et magnétiques. A partir d'un modèle continu tenant compte de la géométrie particulière d'un composant et des propriétés physiques des matériaux constitutifs, la modélisation tridimensionnelle avec la méthode des éléments finis permet de calculer des grandeurs caractéristiques d'un modèle discret telles que la résistance, la capacité et l'inductance d'un dispositif. Ce modèle discret est généralement représenté par un schéma équivalent électrique. Des formulations électrostatiques, électrodynamiques et magnétodynamiques sont employées pour modéliser des phénomènes liés à la fois à des courants de conduction, de déplacement et de Foucault. Les méthodes respectives pour calculer les grandeurs globales sont également présentées. Une validation des modèles numériques avec des condensateurs céramiques et un filtre passe-bande permet de conclure sur les performances de l'outil de conception développé.

Mots-clé

conception assistée par ordinateur
modélisation
électromagnétisme
éléments finis

composants passifs
condensateurs multicouches
schéma équivalent

Abstract

The passive ceramic components are actually the subject of an important development concerning their applications and their degree of integration. The family of multilayer components covers simple ceramic chip capacitors as well as passive filters of the RC or even RLC type. The design of these new kinds of products requires more and more powerful tools.

The present work investigates the feasibility of a numerical simulation tool for electromagnetic computer-aided design. Its aim is to analyze passive components with respect to their electric and magnetic characteristics. Starting from a continuous model which takes into account the component's particular geometry and the physical properties of the constitutive materials, three-dimensional field computation with the finite element method can provide with characteristic quantities of a discrete model like a structure's resistance, capacitance, or inductance. This discrete model is generally an electric equivalent circuit scheme. Electrostatic, mixed, and electrodynamic formulations are chosen to accurately simulate the phenomena caused by conducting, displacement, and eddy currents. Also, the respective methods for computing the global quantities are presented. The numerical models are tested on ceramic chip capacitors and on a band-pass filter. The obtained results allow to conclude about the design tool's performances.

Keywords

computer-aided design
simulation
electromagnetics
finite element method

passive components
multilayer capacitors
equivalent circuit scheme

