



# Modélisation de lanceurs électromagnétiques par la méthode des éléments finis

Marc Jarnieux

## ► To cite this version:

Marc Jarnieux. Modélisation de lanceurs électromagnétiques par la méthode des éléments finis. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), 1994. Français. ⟨NNT : ⟩. ⟨tel-02535183⟩

**HAL Id: tel-02535183**

**<https://hal.science/tel-02535183v1>**

Submitted on 7 Apr 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# THÈSE

présentée par

**Marc JARNIEUX**

pour obtenir le titre de **DOCTEUR**

**de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

( Arrêté ministériel du 30 mars 1992 )

( Spécialité : Génie Électrique )

=====

## **MODÉLISATION DE LANCEURS ÉLECTROMAGNÉTIQUES PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS**

=====

Date de soutenance: 22 MARS 1994

### **Composition du jury :**

Monsieur	M. AMIET	Président
Messieurs	C. ROMBAUD	Rapporteur
	C. SOL	Rapporteur
	J. C. SABONNADIÈRE	Examinateur
Madame	P. LEHMANN	Examinateur
Messieurs	G. MEUNIER	Examinateur
	G. REYNE	Examinateur

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble



# Remerciements

Je tiens aussi à remercier:

Monsieur R. Perret, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble, ancien Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, pour m'avoir accueilli au sein du Laboratoire.

Monsieur Morel, Ingénieur C.N.R.S., pour ses conseils, nos discussions très enrichissantes et surtout ses belles histoires.

Mes collègues de bureau successifs Zin-Eddine Azzouz, Ioannis Sakellaris, Brahim Belhoucine, Mohamed El Hachemi Benbouzid et enfin Viviane Cristine Silva.

Mesdames Etienne Callegher et Marie-Thérèse Loubinoux, Messieurs Patrice Labbie et Patrick Guillot du service informatique pour leur gentillesse et leur collaboration.

Mesdames J. Delaye, J. Even et S. Pelletier pour leur gentillesse et grande courtoisie.

Je voudrais enfin remercier mes collègues, chercheurs, ingénieurs et techniciens qui ont participé à ces trois années de thèse et plus particulièrement:

A. Taïeb Brahim, S. Abbes, P. Lombard, G. Barakat, A. Saker, C. Guerin, B. Nekhoul, T. Dreher, R. Perin-Bit, O. Sahraoui, P. Eustache, E. Escande, K. Kadded, Y. Lembeye, G. Rostaing, J. Delamare, Y.A. Chapuis, F. François, W. Morweiser, S. Ahrens, S. Tabaga, S. Nabeta, J. Teixeira, N. Labbe, F.X. Zgainsky, B. Cogitore, A. Martinez, E. Bourgoïn, S. Harmim, Y. Maréchal, X. Brunotte, A. Foggia, J.L. Coulomb et bien sûr Demba "Air" Diallo.

# Sommaire



<b>Introduction générale</b>	p.11
<b>Chapitre I. Présentation générale</b>	p.15
<b><u>I.1. Les lanceurs</u></b>	p.17
<b><u>I.2. Les lanceurs électromagnétiques</u></b>	p.17
I.2.1 Les lanceurs à rail	p.17
I.2.2. Les lanceurs à induction	p.19
I.2.2.1. Principe de fonctionnement	p.19
I.2.2.2. Extension de ce type de lanceur	p.20
I.2.2.3. Schéma électrique	p.21
I.2.2.4. Calcul de la force exercée sur le projectile	p.22
<b><u>I.3. Modélisation par la méthode des éléments finis 2D</u></b>	p.23
I.3.1. Equations de Maxwell	p.24
I.3.2. Formulation 2D-axisymétrique	p.26
I.3.3. Mise en équations par la méthode des éléments finis	p.27
I.3.4. Ecriture sous forme matricielle	p.28
<b><u>I.4. Conclusions</u></b>	p.29
<b>Chapitre II. Couplage mécanique</b>	p.31
<b><u>II.1. Introduction</u></b>	p.33
<b><u>II.2. Présentation</u></b>	p.34
<b><u>II.3. Couplage</u></b>	p.35
II.3.1. Calcul de la force électromagnétique agissant sur le projectile	p.36
II.3.2. Prédiction du déplacement	p.37
II.3.3. Bouclage sur l'accélération (correction)	p.38
II.3.4. Algorithme de résolution	p.39
<b><u>II.4. Conclusion</u></b>	p.40
<b>Chapitre III. Modélisation du déplacement par routines utilisatrices</b>	p.41
<b><u>III.1. Introduction</u></b>	p.43
<b><u>III.2. Méthode de la réductivité variable</u></b>	p.44
III.2.1. Présentation	p.44
III.2.2. Méthode	p.46
III.2.3. Mise en oeuvre	p.48
III.2.4. Organigramme de résolution	p.49



III.2.5. Application	p.49
III.2.5.1. Géométrie du lanceur étudié	p.49
III.2.5.2. Résultats	p.50
III.2.6. Conclusion	p.52
<b><u>III.3. Méthode de la "Bande infinie"</u></b>	p.52
III.3.1. Géométrie utilisée	p.53
III.3.2. Méthode	p.54
III.3.3. Remarques	p.54
III.3.4. Application	p.55
III.3.4.1. Résultats	p.55
III.3.4.2. Etude de l'influence du maillage	p.57
III.3.5. Conclusion	p.57
<b><u>III.4. Conclusions</u></b>	p.58

## **Chapitre IV. Méthode générale de modélisation du mouvement**

	p.59
<b><u>IV.1. Introduction</u></b>	p.61
<b><u>IV.2. Géométrie utilisée</u></b>	p.62
<b><u>IV.3. Méthode</u></b>	p.63
IV.3.1. Description d'un déplacement élémentaire	p.63
IV.3.2. Equation à résoudre dans la partie mobile	p.65
IV.3.3. Bilan	p.66
<b><u>IV.4. Applications</u></b>	p.66
IV.4.1. Résultats	p.66
IV.4.2. Comparaisons des trois méthodes de déplacement	p.67
<b><u>IV.5. Conclusions</u></b>	p.68

## **Chapitre V. Prise en compte des circuits électriques dans la modélisation par la méthode des E.F.**

<b><u>V.1. Introduction</u></b>	p.71
<b><u>V.2. Méthode du bouclage</u></b>	p.72
V.2.1. Alimentation en courant dans un conducteur massif	p.72
V.2.2. Alimentation en tension dans un conducteur bobiné	p.74
V.2.2.1. Cas du générateur de tension	p.75
V.2.2.2. Cas de la décharge d'un condensateur	p.76
V.2.2.3. Cas des impédances et des inductances	p.76
V.2.3. Algorithme récapitulatif de résolution en pas à pas (avec bouclage)	p.77
V.2.4. Généralisation	p.78

V.2.5. Application	p.79
V.2.5.1. Dispositif	p.79
V.2.5.2. Résultats	p.81
V.2.6. Bilan de la méthode	p.85
<b><u>V.3. Couplage des équations de champ et des équations électriques</u></b>	p.85
V.3.1. Introduction	p.85
V.3.2. Mise en équations	p.85
V.3.2.1. Cas d'un conducteur massif	p.86
V.3.2.2. Cas d'un conducteur bobiné	p.88
V.3.2.3. Cas général	p.90
V.3.2.4. Introduction du condensateur	p.90
V.3.3. Application	p.92
V.3.4. Bilan de la méthode	p.96
<b><u>V.4. Conclusions</u></b>	p.97

## **Chapitre VI. Couplage magnéto-thermique en régime évolutif**

	p.99
<b><u>VI.1. Introduction</u></b>	p.101
<b><u>VI.2. Exemple</u></b>	p.101
<b><u>VI.3. Couplage dans un conducteur bobiné</u></b>	p.103
<b><u>VI.4. Couplage dans un conducteur massif</u></b>	p.106
<b><u>VI.5. Application</u></b>	p.111
VI.5.1. Résultats	p.111
VI.5.1.1. Alimentation de la section de démarrage	p.111
VI.5.1.2. Alimentation de la seconde section	p.112
VI.5.2. Commentaires	p.115
<b><u>VI.6. Conclusions</u></b>	p.115

## **Chapitre VII. Discrétisation des équations en régime transitoire**

	p.117
<b><u>VII.1. Introduction</u></b>	p.119
<b><u>VII.2. Exemple</u></b>	p.119
<b><u>VII.3. Mise en forme dans le couplage des équations de champ et des équations de circuit</u></b>	p.120
VII.3.1. Région non conductrice	p.120
VII.3.2. Conducteur massif	p.121
VII.3.3. Conducteur bobiné	p.121
VII.3.4. Condensateur	p.122

<b><u>VII.4. Introduction du couplage mécanique : maillage variable</u></b>	p.122
<b><u>VII.5. Mises en forme dans les équations thermiques</u></b>	p.123
<b><u>VII.6. Application</u></b>	p.124
VII.6.1. Sans couplage thermique	p.124
VII.6.1.1. Comparaison des méthodes implicites et semi-implicites	p.124
VII.6.1.2. Influence du pas de temps	p.124
VII.6.2. Utilisation du couplage thermique	p.127
<b><u>VII.7. Conclusion</u></b>	p.128

## **VIII. Applications** p.129

<b><u>VIII.1. Introduction</u></b>	p.131
<b><u>VIII.2. Application 1 : lanceur de faibles vitesses comprenant trois bobines</u></b>	p.131
VIII.2.1. Présentation du lanceur	p.131
VIII.2.1.1. Géométrie	p.131
VIII.2.1.2. Alimentation	p.132
VIII.2.2. Modélisation	p.132
VIII.2.3. Résultats	p.133
VIII.2.3.1. Projectile massif n°1	p.133
VIII.2.3.2. Projectile massif n°2	p.140
VIII.2.4. Conclusion	p.143
<b><u>VIII.3. Application 2 : lanceur de grandes vitesses comprenant cinq bobines</u></b>	p.144
VIII.3.1. Présentation du lanceur	p.144
VIII.3.2. Résultats	p.145
VIII.3.2.1. Modélisation sans couplage thermique	p.146
VIII.3.2.2. Modélisation utilisant le couplage thermique	p.152
<b><u>VIII.4. Application 3 : lanceur à plusieurs sections</u></b>	p.155
VIII.4.1. Alimentation par bancs de condensateurs	p.155
VIII.4.1.1. Résultats et comparaisons	p.155
VIII.4.1.2. Influence de la position initiale du projectile	p.157
VIII.4.2. Alimentation sous hautes tensions et fréquences élevées	p.157
<b><u>VIII.5. Conclusion</u></b>	p.159

## **Conclusion générale** p.161

## **Bibliographie** p.165

# Introduction générale



## Introduction générale

Les lanceurs utilisés à ce jour, dit "à poudre", ont des performances limitées. Les vitesses atteintes, en particulier, ne sont plus assez élevées par rapport aux besoins. Pour aller au-delà, de nombreuses études, expérimentales et théoriques, sont depuis peu, menées sur des lanceurs électriques.

L'un des procédés les plus prometteurs est le lanceur électromagnétique à induction. C'est pourquoi l'essentiel de nos travaux consiste en la modélisation par éléments finis du comportement, qu'il soit électromagnétique, mécanique ou thermique, de ce type de lanceur.

La nature transitoire des phénomènes nous a conduit à l'utilisation d'un code de calcul évolutif qui permet des simulations discrètes en pas à pas dans le temps. De plus, la géométrie du système permet l'utilisation de logiciels de calcul en deux dimensions.

Les difficultés de modélisation que nous avons rencontrées sont diverses. Il faut en effet comprendre qu'un logiciel éléments finis classique de calcul de champ magnétique peut permettre de modéliser des dispositifs électrotechniques et en particulier les phénomènes électromagnétiques transitoires apparaissant dans la coupe du dispositif. Par contre, modéliser l'accélération d'un projectile de son état initial, c'est à dire le repos, jusqu'à son état final et en particulier calculer sa vitesse finale n'est pas immédiat. La première difficulté rencontrée est de modéliser le déplacement de la pièce conductrice mobile. En effet, un logiciel classique éléments finis permet uniquement de modéliser des dispositifs fixes. Dans les second, troisième et quatrième chapitre, nous présenterons trois méthodes qui nous ont permis à l'aide d'un couplage avec l'équation fondamentale de la dynamique de résoudre ce problème.

Le deuxième type de difficultés rencontré est la prise en compte de l'alimentation de notre accélérateur. Modéliser en même temps les phénomènes magnétiques dans la partie éléments finis et les phénomènes électriques est important dans une étude transitoire puisque ces phénomènes sont liés. Deux méthodes de couplage assurant la résolution magnétique et électrique simultanément sont présentées dans le cinquième chapitre.

De part les vitesses élevées et les fortes énergies mises en jeu, la température des différentes parties augmentent beaucoup, parfois jusqu'à la fusion. Pour prévenir ces phénomènes ainsi que prendre en compte les variations de températures et les variations de propriétés physiques qu'elles engendrent, nous avons introduit un couplage thermique dans notre étude. Ce couplage est présenté dans le sixième chapitre.

Pour modéliser par la méthode des éléments finis les phénomènes transitoires qui apparaissent dans un lanceur à induction de type coaxial, nous avons utilisé une méthode de discrétisation classique qui est la méthode implicite. Une autre méthode a été programmée afin d'améliorer notre étude. Elle assure une plus grande continuité des grandeurs physiques que nous calculons et permet ainsi de diminuer le temps de calcul par une augmentation du pas de temps de discrétisation choisi. Cette méthode de discrétisation des équations, qui régissent les phénomènes magnétiques et électriques, est présentée dans le septième chapitre.

Ces divers outils développés pour la modélisation des lanceurs à induction permettent des calculs de champ dans l'ensemble du dispositif, des calculs de courants et d'échauffements dans les divers conducteurs mais aussi des calculs de l'évolution de l'accélération et de la vitesse du projectile durant toute la phase de propulsion. Pour illustration, des simulations de lanceurs pouvant comprendre plusieurs étages d'accélération sont effectuées. Ces simulations sont présentées dans le dernier chapitre.

# Chapitre I

## Présentation générale





## **I.1. Généralités sur les lanceurs électriques**

Les lanceurs électromagnétiques appartiennent à une famille de propulseur qui est actuellement en pleine expansion. Cette famille a pour originalité d'utiliser l'énergie électrique comme source alors que jusqu'à là seuls les lanceurs à poudre étaient utilisés. Les études approfondies sur ce nouveau type de lanceur ont seulement commencé depuis le début des années 1980 avec pour but de lancer des projectiles de masses comprises entre quelques grammes et plusieurs kilogrammes à des vitesses pouvant dépasser le kilomètre par seconde [3].

Les raisons de cet intérêt pour la propulsion électrique sont entre autre la volonté d'atteindre des vitesses de plus en plus élevées et la limitation des lanceurs à poudre classiques. D'autre part, les progrès effectués dans le stockage d'énergie électrique et la commutation ont encouragé à s'orienter vers ce type de propulsion. Les applications sont naturellement militaires mais peuvent être aussi spatiales [33].

Le premier avantage de ce type de propulseur est d'augmenter le rendement des dispositifs d'accélération. Les vitesses que l'on souhaite atteindre sont plus importantes ce qui permet de réduire le temps de vol du projectile et augmente ainsi les probabilités d'atteinte.

La famille des lanceurs électriques regroupent deux classes de lanceurs, d'une part les accélérateurs électro-thermiques et d'autre part les accélérateurs électromagnétiques. Le principe du lanceur électro-thermique est de créer dans une chambre à plasma un gaz sous pression qui va accélérer le projectile. Pour obtenir ce gaz, on applique une décharge électrique entre une anode et une cathode afin de vaporiser un isolant. Dans la sous-classe des lanceurs électromagnétiques, nous pouvons discerner les lanceurs à rails et les lanceurs à induction. Ces deux systèmes de propulsion transforment l'énergie de base, qui est l'énergie électrique, en énergie magnétique. Le projectile, partie mobile qui est dans les deux cas conductrice, est accéléré par une force d'origine électromagnétique.

## **I.2. Les lanceurs électromagnétiques**

### **I.2.1. Les lanceurs à rail**

Ces lanceurs sont généralement constitués d'une partie fixe à savoir deux rails et d'une partie mobile le projectile qui constitue un pont de courant solide et mobile entre les deux rails (voir schéma de la figure I.1).

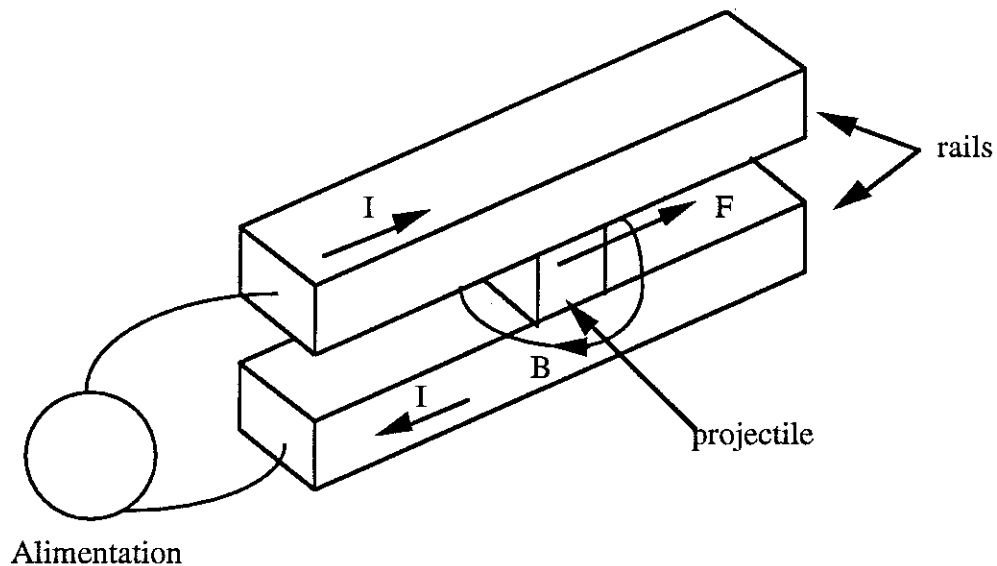


Figure I.1 : Schéma de principe du lanceur à rail

Il n'existe qu'un seul circuit électrique. Il est constitué d'une source d'énergie (actuellement des bancs de condensateurs), des deux rails et du projectile. La décharge du banc de condensateur dans le circuit fermé ainsi constitué provoque l'apparition d'un courant de forte intensité ainsi qu'un champ magnétique autour du circuit. Le projectile est donc traversé par un courant  $I$  et soumis à un champ magnétique  $B$ . Une force de Lorentz provoque son déplacement de manière à agrandir le circuit électrique formé. Il est à noter que les rails sont soumis à des forces de répulsion extrêmement importantes, les courants pouvant atteindre des centaines de milliers d'ampères. La valeur de la force peut se calculer de deux manières différentes:

**- Intégrale dans le projectile de la force élémentaire:**

$$F = \int \int \int_V \mathbf{j} \wedge \mathbf{B} \cdot d\tau \quad (\text{I.1})$$

avec  $\mathbf{j}$  : densité de courant en chaque point du projectile,  
 $\mathbf{B}$  : induction magnétique en ces mêmes points.

**- Formule globale:**

$$F = \frac{1}{2} \cdot L' \cdot I^2 \quad (\text{I.2})$$

avec  $L' = \frac{\partial L}{\partial x}$  : gradient de self inductance des rails,  
 $I$  : courant dans le circuit.

Les vitesses de bouche du projectile, c'est à dire à la sortie des rails, peuvent atteindre plusieurs km/s.

La principale caractéristique de ce type de lanceurs est l'existence de contacts mécaniques et électriques entre les parties fixes et le projectile. Les frottements et les échauffements thermiques étant très importants, il arrive qu'un plasma se forme à l'arrière du pont de courant solide. Certains projectiles sont d'ailleurs constitués d'une partie non conductrice poussée par un plasma apparu par ionisation d'une fine couche conductrice.

Aucun développement autre qu'une banale modélisation électromagnétique 2D et 3D de ce type de lanceur n'a été poursuivi dans le cadre de ces travaux. Bien que certaines de ces modélisations se soient avérées intéressantes et utiles, elles tiennent plus d'études de type ingénieur, plutôt que de la recherche. C'est pourquoi, nous ne les développeront pas plus avant dans le cadre de ce mémoire. L'essentiel des recherches s'est en effet porté sur les lanceurs à induction.

Les recherches actuelles permettent d'espérer très prochainement la modélisation en 3D de ces phénomènes électromagnétiques, mécaniques et thermiques [30], [31].

## I.2.2. Les lanceurs à induction [22]

### I.2.2.1. Principe de fonctionnement

Par opposition au lanceur à rails, le lanceur à induction ne présente aucun contact, qu'il soit électrique ou mécanique, entre les parties fixes et la partie mobile. La partie inductrice est constituée d'une ou plusieurs bobines inductrices alimentées par des sources d'énergie. La partie induite, qui est la partie mobile du dispositif c'est à dire le projectile, est, soit une bobine massive, soit un enroulement en court-circuit (voir figure I.2).

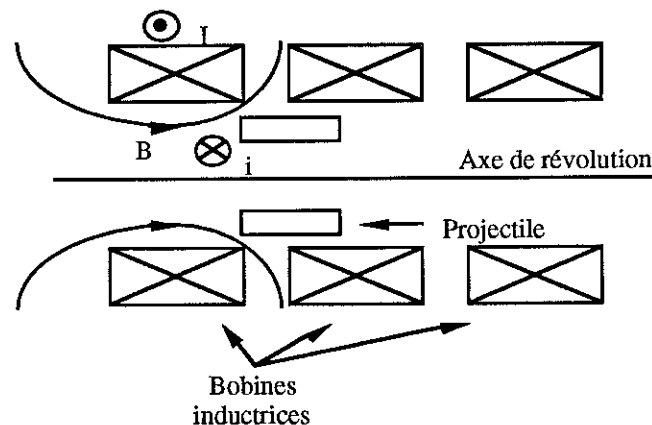


Figure I.2 : géométrie d'un lanceur à induction coaxial

Le principe de fonctionnement d'un tel dispositif est le suivant: la partie inductrice est traversée par un courant d'intensité variable. Cette variation de courant donne naissance à un champ magnétique variable qui provoque dans la bobine induite par réaction d'induit l'apparition d'un courant. La présence simultanée d'un courant et d'un champ magnétique crée une force de propulsion dans cette partie induite mobile.

Dans le projectile mis en court-circuit se développent des courants qui, comme l'indique la loi de Lentz, s'opposent aux variations du flux : en d'autres termes le projectile fuit à chaque instant les zones de turbulence du champ magnétique. On comprend tout de suite qu'un lanceur efficient sera celui où le projectile sera poursuivi par une zone inductrice de turbulence.

#### I.2.2.2. Extension de ce type de lanceur [26], [27]

Depuis quelques années, on étudie aussi des lanceurs à induction à bobines plates. Chaque bobine inductrice est remplacée par une paire de bobines carrées plates. Le projectile a lui aussi la même forme. Sa trajectoire passe dans l'intervalle qui sépare chacune des paires de bobines en regard.

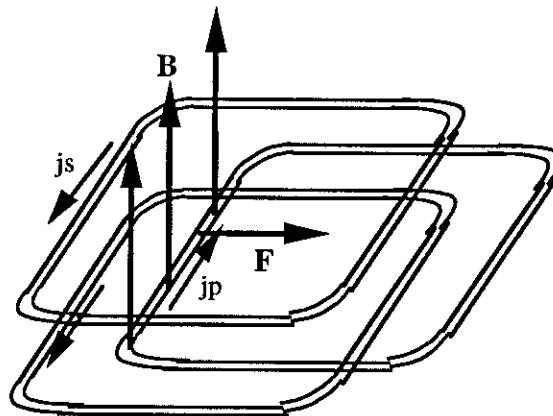


Figure I.3 : Schéma d'un lanceur plat

La force de propulsion est localisée essentiellement sur la partie arrière du projectile étant donné que le champ  $B$  ne peut avoir qu'une seule direction et que les courants des parties avant et arrière de la partie mobile sont de sens opposés.

Il existe aussi un développement de ce lanceur en ailettes. Le projectile est constitué d'un corps central cylindrique sur lequel sont fixées des ailettes. Chaque ailette est constituée d'un bobinage en créniaux rectangulaires en court-circuit. Dans la partie inductive en vis à vis, on retrouve de part et d'autre de l'ailette un bobinage inducteur de même type.

### I.2.2.3. Schéma électrique

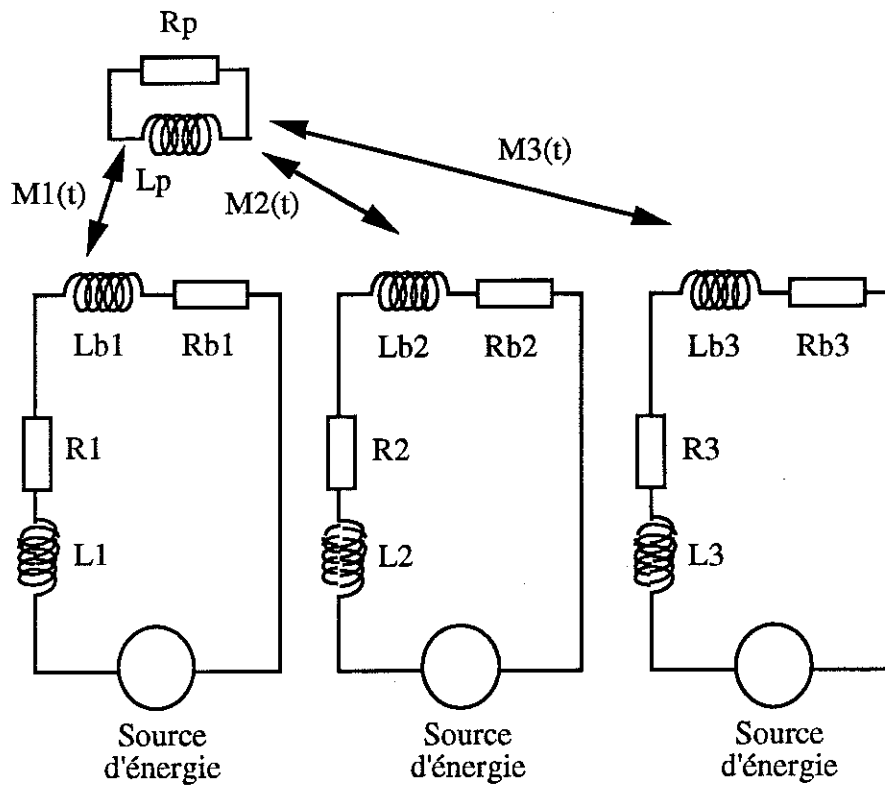


Figure I.4 : Schéma électrique correspondant aux éléments du lanceur à induction

#### a) circuit inducteur

Pour simplifier le problème, nous considérons que seule la première bobine est alimentée.

Aux bornes de la source 1, nous avons:

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 + L_1 \cdot \frac{dI_1}{dt} + R_{b1} \cdot I_1 + \frac{d\phi_1}{dt} \quad (I.3)$$

$$\text{où } \phi_1 = L_{b1} \cdot I_1 + M_{1p} \cdot I_p \quad (I.4)$$

avec  $I_1$  : courant dans le circuit 1,  
 $I_p$  : courant dans le projectile,  
 $M_{1p}$  : inductance mutuelle entre la bobine inductrice et le projectile,  
 $R_1, L_1$  : résistance et self-inductance du circuit 1,  
 $R_{b1}$  et  $L_{b1}$  : même grandeur pour la bobine inductrice.

Si l'on considère  $V$  comme la vitesse du projectile par rapport à la bobine inductrice alors la chute de tension due à la variation de flux s'écrit:

$$\frac{d\phi_1}{dt} = L_{b1} \cdot \frac{dI_1}{dt} + M_{1p} \cdot \frac{dI_p}{dt} + V \cdot \frac{dM_{1p}}{dx} \cdot I_p \quad (I.5)$$

et l'on obtient finalement:

$$U_1 = (R_{b1} + R_1) \cdot I_1 + (L_{b1} + L_1) \cdot \frac{dI_1}{dt} + M_{1p} \cdot \frac{dI_p}{dt} + V \cdot \frac{dM_{1p}}{dx} \cdot I_p \quad (I.6)$$

### b) circuit induit

Le flux qui traverse le projectile est:

$$\phi_p = L_p \cdot I_p + M_{1p} \cdot I_1 \quad (I.7)$$

Aux bornes du projectile en court-circuit, par la même procédure, nous obtenons:

$$U_p = R_p \cdot I_p + L_p \cdot \frac{dI_p}{dt} + M_{1p} \cdot \frac{dI_1}{dt} + V \cdot \frac{dM_{1p}}{dx} \cdot I_1 = 0 \quad (I.8)$$

Les termes tels que  $R_{b1}$ ,  $R_1$ ,  $L_{b1}$ ,  $L_1$  sont constants et peuvent être calculés directement par des formules analytiques. Par contre,  $M_1$  et  $dM_1/dx$  dépendent des courants induits et de leur répartition dans le projectile. C'est pourquoi nous utilisons la méthode des éléments finis qui nous permet de prendre en compte ces courants induits.

#### I.2.2.4. Calcul de la force exercée sur le projectile

D'après le principe des travaux virtuels, la force qui s'exerce sur le projectile s'écrit:

$$F = \left[ \frac{\partial W'}{\partial x} \right]_{I=\text{cte}} \quad (I.9)$$

où  $W'$  est la coénergie liée au projectile. Celle-ci s'écrit:

$$W' = \phi_p \cdot I_p \quad (I.10)$$

On obtient par conséquent:

$$F = I_p \cdot \frac{\partial \phi_p}{\partial x} \quad (\text{I.11})$$

En remplaçant  $\phi_p$  par son expression de l'équation I.7, la force axiale exercée sur le projectile s'écrit:

$$F = I_p \cdot \frac{\partial}{\partial x} (L_p \cdot I_p + M_{1p} \cdot I_1) \quad (\text{I.12})$$

Seul le terme  $M_{1p}$  dépend de la position. Par conséquent, la force axiale s'écrit finalement et simplement:

$$F = I_p \cdot I_1 \cdot \frac{dM_{1p}}{dx} \quad (\text{I.13})$$

### I.3. Modélisation par la méthode des éléments finis 2D [1], [2]

Nous nous intéressons à l'étude des lanceurs coaxiaux qui présentent une géométrie de révolution autour de l'axe de mouvement. Le but principal de notre travail est de créer un outil de modélisation qui nous permette d'étudier les phénomènes transitoires dans un lanceur à induction.

Nous utilisons pour modéliser ces phénomènes électromagnétiques un logiciel de calcul de champ magnétique en deux dimensions. La géométrie de révolution de ce type de lanceur nous permet l'emploi d'une formulation 2D-axisymétrique. Afin de simuler le lanceur durant toute la phase d'accélération du projectile, nous nous sommes orientés vers une étude transitoire en pas à pas dans le temps. Dans un premier temps, nous allons présenter la formulation des équations de Maxwell qui régissent les phénomènes électromagnétiques.

#### I.3.1. Equations de Maxwell

En négligeant les courants de déplacement, nous obtenons les équations de Maxwell en quasi-statique suivantes:

$$\text{rot } H = j \quad (\text{I.14})$$



$$\text{rot } E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{I.15})$$

$$\text{div } B = 0 \quad (\text{I.18})$$

Les propriétés des matériaux nous permettent d'écrire:

$$H = \nu \cdot B \quad (\text{I.16})$$

$$j = \sigma \cdot E \quad (\text{I.17})$$

Par la loi de conservation des flux, nous avons:

$$\text{div } j = 0 \quad (\text{I.19})$$

avec  $H$  : champ magnétique,  
 $B$  : induction magnétique,  
 $E$  : champ électrique,  
 $j$  : densité de courant,  
 $\nu$  : réductivité magnétique,  
 $\sigma$  : conductivité électrique.

En introduisant le potentiel vecteur magnétique  $A$  qui est défini par:

$$\text{rot } A = B \quad (\text{I.20})$$

$$\text{nous obtenons : } \text{rot } (\nu \cdot \text{rot } A) = j \quad (\text{I.21})$$

#### **a) absence de courant**

$$\text{L'équation devient } \text{rot } (\nu \cdot \text{rot } A) = 0 \quad (\text{I.22})$$

#### **b) conducteur bobiné**

La répartition des courants est uniforme dans la section du conducteur. Nous obtenons l'équation suivante en chaque point du conducteur:

$$\text{rot } (\nu \cdot \text{rot } A) = j_s \quad (\text{I.23})$$

où  $j_s$  est une fonction du temps. Seul le cas d'un conducteur bobiné alimenté par une source de courant peut être traité par cette équation. Nous imposons la même valeur  $j_s$  de la densité de courant en tout point du conducteur.

### c) conducteur massif

Des équations I.15 et I.20, nous tirons:

$$\text{rot} \left( E + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{I.24})$$

Cette équation fait apparaître l'existence d'un potentiel scalaire  $V$  tel que:

$$E + \frac{\partial A}{\partial t} = - \text{grad } V \quad (\text{I.25})$$

A partir des équations I.17 et I.25, nous obtenons pour l'expression suivante de la densité de courant:

$$j = - \sigma \cdot \text{grad } V - \sigma \cdot \frac{\partial A}{\partial t} \quad (\text{I.26})$$

L'équation I.20 devient par conséquent:

$$\text{rot} (v \cdot \text{rot } A) + \sigma \cdot \text{grad } V + \sigma \cdot \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.27})$$

Dans un conducteur massif, le courant n'est pas uniforme. En régime évolutif ou en régime dynamique apparaît l'effet de peau. Cet effet est pris en compte par le terme différentiel  $dA/dt$  dans les équations I.26 et I.27. En revanche, aux bornes d'un conducteur massif, la différence de potentiel est uniforme. Ceci se traduit par le terme constant  $\text{grad } V$  dans ces équations. Seul le conducteur massif alimenté en tension peut être pris en compte par ce type d'équation. Nous imposons aux bornes du conducteur la même différence de potentiel.

Pour chaque type de conducteur, le tableau I.1 récapitule les sources d'alimentation qui peuvent être directement traitées avec un logiciel éléments finis classique et la possibilité de prendre en compte les courants induits.

Conducteur	Alimentation	Courants induits
bobiné	courant	Non
massif	tension	Oui

Tableau I.1 : Alimentation dans les conducteurs  
et calcul des courants induits (logiciel standard)

Les autres cas, c'est à dire le conducteur bobiné alimenté en tension et le conducteur massif alimenté en courant, nécessitent des outils de couplage avec les équations électriques. Ces outils de modélisation seront présentés dans la cinquième partie.

### I.3.2. Formulation 2D-axisymétrique

Soit  $(r, \theta, z)$  le système de coordonnées polaires de notre système axisymétrique. Dans ce système, le vecteur  $\vec{A}$  n'a qu'une composante  $A=A_\theta$  qui est perpendiculaire au plan d'étude. Les deux composantes non nulles du vecteur  $\vec{B}$  sont par conséquent :

$$B_r = -\frac{\partial A}{\partial z} \quad (\text{I.28})$$

$$B_\theta = 0 \quad (\text{I.29})$$

$$B_z = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial rA}{\partial r} \quad (\text{I.30})$$

La projection des équations I.22, I.23 et I.27 nous donne les égalités suivantes:

**a) dans une région non conductrice**

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\gamma}{r} \cdot \frac{\partial rA}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\gamma}{r} \cdot \frac{\partial rA}{\partial r} \right) = 0 \quad (\text{I.31})$$

**b) dans un conducteur bobiné**

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\gamma}{r} \cdot \frac{\partial rA}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\gamma}{r} \cdot \frac{\partial rA}{\partial r} \right) = j_s \quad (\text{I.32})$$

**c) dans un conducteur massif:**

La densité de courant s'écrit:

$$\mathbf{j} = -\frac{\sigma}{r} \cdot \frac{\partial rA}{\partial t} - \frac{\sigma}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad (\text{I.33})$$

Nous obtenons donc:

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\sigma}{r} \cdot \frac{\partial rA}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\sigma}{r} \cdot \frac{\partial rA}{\partial r} \right) + \frac{\sigma}{r} \cdot \frac{\partial rA}{\partial t} = -\frac{\sigma}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad (\text{I.34})$$

### **I.3.3. Mise en équations par la méthode des éléments finis**

Nous présentons dans ce paragraphe la mise en équation par la méthode des éléments finis des équations calculées dans le chapitre précédent.

Les équations de champ obtenues doivent être résolues en tout point de notre domaine de modélisation. Notre domaine a été initialement découpé en éléments triangulaires ou quadrangulaires. Chaque élément du second ordre contient un noeud en chacun de ses sommets et un noeud au milieu de chacune de ses arêtes. Un élément triangulaire contient ainsi six noeuds, un élément quadrangulaire en comprend huit. A chaque noeud ainsi créé correspond une inconnue qui est le potentiel vecteur A.

La valeur du potentiel vecteur en un point du maillage dépend des valeurs du potentiel vecteur en chacun des noeuds de l'élément auquel il appartient. Une interpolation polynomiale des valeurs nodales permet d'obtenir:

$$A(r,z) = \sum_{j=1}^n \alpha_j(r,z) \cdot A_j \quad (\text{I.35})$$

$A_j$  est la valeur de A en chaque noeud j de l'élément.  $\alpha_j$  est une fonction d'interpolation liée au noeud j qui vaut l'unité en ce noeud et qui est nulle sur tous les autres noeuds de l'élément. L'intégrale de cette fonction sur la surface de l'élément vaut l'unité.

Nous utilisons pour la résolution la méthode de Galerkin, qui consiste à projeter les équations obtenues sur une famille de fonctions de projection. Nous avons les mêmes fonctions de projection que d'interpolation et nous obtenons donc:

dans une région non conductrice ou un conducteur bobiné:  $j_s=0$  ou  $j_s=f(t)$

$$\sum_{j=1}^N \int \int_s (\frac{\mathbf{V}}{r} \cdot \text{grad} \alpha_i \cdot \text{grad} \alpha_j) \cdot dS \cdot A_j = \int \int_s \alpha_i \cdot j_s \cdot dS \quad (\text{I.36})$$

dans un conducteur massif

$$\sum_{j=1}^N \int \int_s (\frac{\mathbf{V}}{r} \cdot \text{grad} \alpha_i \cdot \text{grad} \alpha_j) \cdot dS \cdot A_j + \int \int_s (\frac{\sigma}{r} \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j) \cdot dS \cdot \frac{\partial A_j}{\partial t} = \int \int_s (\frac{\sigma}{r} \cdot \alpha_i) \cdot dS \cdot \frac{\Delta V}{2\pi} \quad (\text{I.37})$$

#### I.3.4. Ecriture sous forme matricielle

L'écriture sous forme matricielle des ces équations permet d'alléger considérablement les formules.

##### a) Dans une non région conductrice ou un conducteur bobiné

$$[S] \cdot [A] = [C] \cdot [I] \quad (\text{I.38})$$

$[A]$  est le vecteur inconnu et  $[I]$  le vecteur des sources de courant.

$$S_{i,j} = \int \int_s (\frac{\mathbf{V}}{r} \cdot \text{grad} \alpha_i \cdot \text{grad} \alpha_j) \cdot dS \quad (\text{I.39})$$

$$C_{i,j} = \int \int_s (\frac{\mathbf{N}}{S} \cdot \alpha_i) \cdot dS \quad (\text{I.40})$$

avec  $N$  : nombre de spire du conducteur

$S$  : surface du conducteur

##### b) Dans un conducteur massif

$$[S] \cdot [A] + [G] \cdot \frac{d[A]}{dt} = [C'] \cdot [\Delta V] \quad (\text{I.41})$$

$[\Delta V]$  est le vecteur source de tension.

$$G_{i,j} = \int \int_s (\frac{\sigma}{r} \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j) \cdot dS \quad (I.42)$$

$$C'_{i,j} = \int \int_s (\frac{\sigma}{r} \cdot \alpha_i) \cdot dS \quad (I.43)$$

#### I.4. Conclusion

Nous avons dans ce premier chapitre présenté ce qu'était la famille des lanceurs électromagnétiques. La modélisation par la méthode des éléments finis en deux dimensions va nous permettre d'étudier le comportement des lanceurs à induction. Les logiciels classiques dont FLUX2D ne nous permettent pas l'étude directe de ce type de lanceur. La principale difficulté est de prendre en compte le déplacement de conducteurs traversés par des courants induits. Toutes les équations présentées jusqu'alors s'appliquent à des régions fixes.

C'est pourquoi nous allons nous pencher maintenant vers des outils supplémentaires qui nous permettront d'aborder les phénomènes que nous souhaitons modéliser.



## **Chapitre II**

# **Couplage mécanique**





## II.1. Introduction

Les structures électrotechniques modélisables par la méthode des éléments finis 2D classique sont constituées de pièces conductrices et magnétiques fixes. Il est naturellement possible de modéliser en coupe par la méthode des éléments finis des machines tournantes, des contacteurs, des transformateurs. Dans ces études, toutes les pièces sont supposées fixes les unes par rapport aux autres. Les simulations en régime statique ou en régime permanent sinusoïdal permettent des calculs de répartition de champ, des calculs de forces ou de couples et le calcul des caractéristiques du dispositif.

Les simulations en régime évolutif, c'est à dire en pas à pas dans le temps, permettent l'étude de régimes transitoires dans des structures où peuvent se développer des courants induits. Il est possible de prendre en compte des entrées sinusoïdales et trapézoïdale de courant ou de tension.

Mais ces simulations ne permettent pas de prendre en compte les phénomènes engendrés par le déplacement de parties conductrices du dispositif. Les courants induits sont en effet initialement générés par des variations de flux. Mais ces variations peuvent avoir deux causes: d'une part les variations temporelles des courants inducteurs et d'autre part le déplacement des conducteurs entre eux.

La présence de courants induits par le déplacement doit donc être prise en compte. Par exemple dans les machines tournantes, il devient impératif de modéliser le mouvement de rotation du rotor par rapport au stator. Dans le cadre de l'étude de la machine asynchrone, la méthode de la "bande de roulement" a été introduite [8]. Elle permet de simuler le démarrage de la machine, en modélisant en régime évolutif à l'aide d'un couplage mécanique, la rotation du rotor. Il est possible aussi de modéliser des courts-circuits. Mais seule l'introduction d'outils spéciaux de modélisation permet de simuler ces phénomènes.

Dans un lanceur à induction, le projectile, qui est traversé par des courants induits, a un mouvement linéaire. La nature transitoires des phénomènes et la présence d'une pièce conductrice mobile nous amènent à devoir prendre en compte le mouvement. Nous avons utilisé une méthode de couplage avec l'équation générale de la mécanique. A partir de ce couplage, plusieurs méthodes de modélisation du mouvement sont élaborées et présentées dans les chapitres suivants.

## II.2. Présentation

Pour présenter notre méthode de couplage mécanique, nous sommes partis de la géométrie la plus élémentaire d'un lanceur électromagnétique à induction coaxial présentée sur la figure II.1. Il s'agit d'une seule bobine inductrice fixe et d'un projectile mobile. L'axe de révolution de la bobine induite est confondu avec celui de la bobine inductrice.

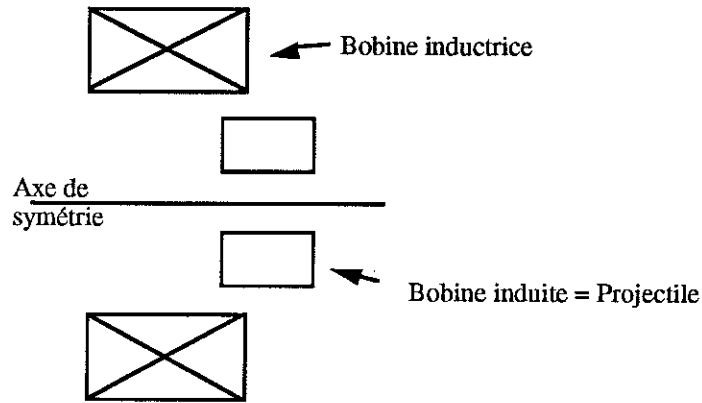


Figure II.1 : Géométrie d'un lanceur à induction coaxial

Les principales caractéristiques de ce type de lanceur sont les suivantes: le projectile qui est la partie induite de notre dispositif est un conducteur qui peut être indifféremment massif ou bobiné. Sans couplage électrique (chapitre V), il n'est pas possible de traiter directement le cas du conducteur bobiné traversé par des courants induits. En effet l'équation I.23 utilisée dans les conducteurs bobinés ne nous permet pas le calcul des courants induits. Dans ce type de conducteur, nous sommes obligés de connaître la densité de courant uniforme qui le traverse. Seul peut être pris en compte le cas du conducteur massif où les courants induits dus à l'effet de peau sont calculés par le terme différentiel  $dA/dt$  (équation I.27).

La bobine inductrice, habituellement bobinée en fils fins nous permet de supposer en première approximation que la répartition du courant y est uniforme.

Les phénomènes que l'on souhaite étudier sont transitoires. La bobine inductrice est soumise à une alimentation en courant, c'est à dire que la densité de courant est la même en chaque point de la bobine et l'évolution du courant en fonction du temps est connue. La formulation utilisée au niveau éléments finis est la formulation en potentiel vecteur  $A$ , les équations matricielles I.38 et I.41 sont discrétisées dans le temps par une méthode implicite.

Les nouvelles équations matricielles à résoudre sont, à chaque pas de temps:

a) dans la bobine inductrice:

$$[S].[A]_n = [C].[I]_n \quad (\text{II.1})$$

b) dans le projectile massif (en court-circuit):

$$([S] + \frac{[G]}{dt}).[A]_n = [C].[\Delta V] + \frac{[G]}{dt} . [A]_{n-1} \quad (\text{II.2})$$

c) dans l'air:

$$[S].[A]_n = [0] \quad (\text{II.3})$$

### II.3. Couplage

Afin d'étudier le comportement transitoire du lanceur, nous avons utilisé un simple couplage entre une résolution éléments finis des phénomènes électromagnétiques et un calcul de force sur la région mobile. Le processus est présenté sur le graphe de la figure II.2.

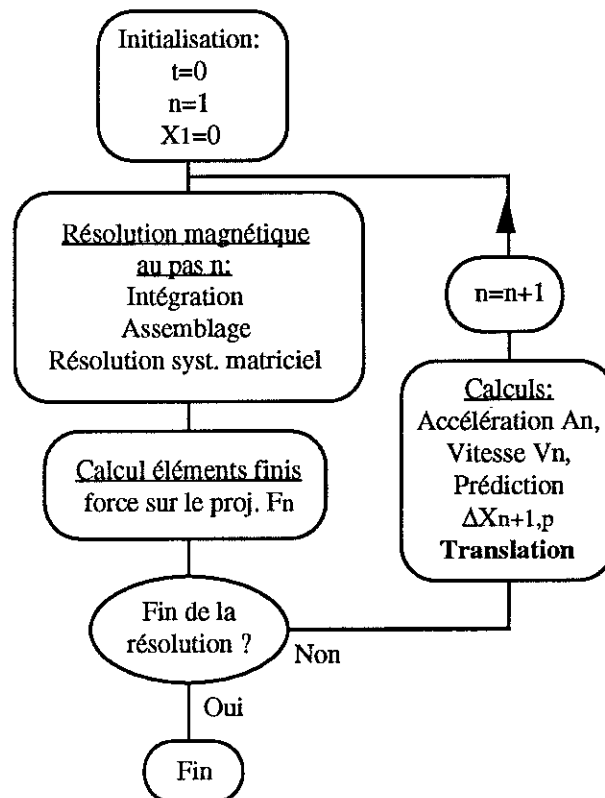


Figure II.2 : Algorithme de résolution

### II.3.1. Calcul de la force électromagnétique agissant sur le projectile

Nous utilisons une résolution 2D axisymétrique en pas à pas dans le temps. L'inconnue en chaque noeud de notre problème électromagnétique est le potentiel vecteur  $A$ .

Le potentiel vecteur  $A$  et les densités de courant  $J$  dans les conducteurs sont orthogonaux au plan d'étude. Par contre, l'induction magnétique  $B$  est dans le plan d'étude (voir figure II.3).

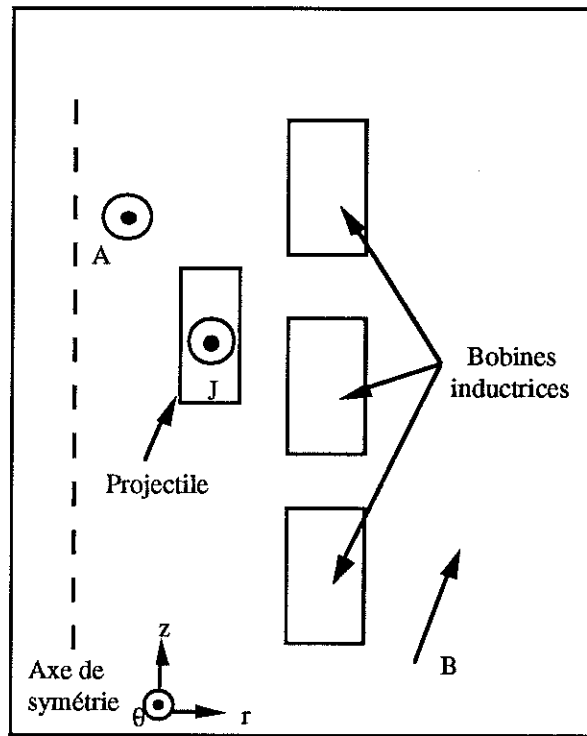


Figure II.3: Direction des vecteurs  $A$ ,  $J$  et  $B$

Dans un repère  $(r, \theta, z)$ , les coordonnées non nulles des vecteurs  $A$ ,  $J$  et  $B$  sont donc les suivantes:

- le potentiel vecteur  $A$  est perpendiculaire au plan d'étude pour des raisons de symétrie de révolution. Sa composante non nulle est  $A_\theta$ . En axisymétrique, l'inconnue magnétique utilisée est " $r.A$ " au lieu de  $A$  en plan.  $r$  est la coordonnée radiale du point, c'est à dire la distance du point à l'axe de révolution.
- l'induction  $B$  est dans le plan d'étude, ses composantes non nulles sont  $B_r$  et  $B_z$  (équations I.28 et I.30).
- le courant a une direction perpendiculaire au plan d'étude. L'expression de la densité de courant est donnée par l'équation I.33 du §I.3.2.

A la fin de chaque pas de temps est effectué un calcul de la force qui s'exerce sur le projectile. Cette force est calculée par la formule de Lorentz:

$$\vec{F} = \int \int \int_V \vec{j} \wedge \vec{B} \cdot dV \quad (\text{II.4})$$

Le courant induit en chaque point du projectile en court-circuit déduit de l'équation I.33 est donné par:

$$j_\theta = -\frac{\sigma}{r} \cdot \frac{\partial r A_\theta}{\partial t} \quad (\text{II.5})$$

ce qui donne discrétisé dans le temps:

$$j_\theta = -\frac{\sigma}{r} \cdot \frac{r A_{\theta,n} - r A_{\theta,n-1}}{\partial t} \quad (\text{II.6})$$

La composante radiale de l'induction magnétique est:

$$B_r = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r A_{\theta,n}}{\partial z} \quad (\text{II.7})$$

La composante de la force qui engendre le mouvement du projectile est la composante axiale. Cette composante du produit  $\vec{j} \wedge \vec{B}$  intégrée sur le volume du conducteur est discrétisée dans le temps et donne en définitive:

$$F_{z,n} = 2\pi \cdot \int \int_{S_{\text{proj}}} \frac{\sigma}{r} \cdot \left( \frac{\partial r A_{\theta,n}}{\partial z} \right) \cdot \left( \frac{r A_{\theta,n} - r A_{\theta,n-1}}{\partial t} \right) \cdot dr \cdot dz \quad (\text{II.8})$$

### II.3.2. Prédiction du déplacement

L'accélération  $A_n$  au pas  $n$  nous est donnée par:

$$A_n = \frac{F_{z,n}}{m} \quad (\text{II.9})$$

avec  $m$ , la masse de la partie mobile.

La vitesse du projectile nous est donnée par:

$$V_n = V_{n-1} + \frac{A_n + A_{n-1}}{2} \cdot \Delta t_n \quad (\text{II.10})$$

Le déplacement de la partie mobile entre le pas  $n$  et  $n+1$  est calculé à partir d'un développement limité à l'ordre 3. C'est une formule de prédiction qui nous permet de prédire le déplacement du projectile avant la résolution du pas  $n+1$ .

$$X_{n+1,p} = X_n + V_n \cdot \Delta t_{n+1} + \frac{A_n}{2} \cdot \Delta t_{n+1}^2 + \left( \frac{A_n - A_{n-1}}{6} \right) \cdot \frac{\Delta t_{n+1}^3}{\Delta t_n} \quad (\text{II.11})$$

Dans cette formule, nous remarquons que la position prédite au pas  $n+1$  est fonction de la vitesse  $V$  au pas  $n$  et du calcul de la force exercée sur la partie mobile au pas  $n$  et  $n-1$ .

Ce calcul de position précède naturellement la résolution par éléments finis du pas  $n+1$ . Bien que le calcul de prédiction soit assez précis, il est possible d'inclure une boucle de correction sur ce calcul du déplacement de la partie mobile.

### II.3.3. Bouclage sur l'accélération (correction)

Il est possible d'effectuer une correction sur la valeur prédite du déplacement linéaire du projectile. Avant le calcul éléments finis, la prédiction de la position pour le pas est donnée par l'équation II.11.

Après la résolution du pas  $n+1$ , il faut estimer l'erreur effectuée sur le calcul de la position utilisée. Ce calcul nous donne une valeur corrigée de la position:

$$X_{n+1,c} = X_n + V_n \cdot \Delta t_{n+1} + \frac{A_n}{2} \cdot \Delta t_{n+1}^2 + \left( \frac{A_{n+1} - A_n}{6} \right) \cdot \Delta t_{n+1}^2 \quad (\text{II.12})$$

A partir des formules  $X_{n+1,p}$  et  $X_{n+1,c}$ , nous pouvons calculer l'erreur effectivement commise sur le calcul de la position.

$$\Delta X_{n+1} = X_{n+1,c} - X_{n+1,p} \quad (\text{II.13})$$

La fonction erreur est une fonction qui dépend du calcul de l'accélération au pas  $n+1$  et donc directement de la position prédite  $X_{n+1,p}$ . Il faut trouver une valeur de  $X_{n+1,p}$  telle que la fonction erreur s'annule.

$$\Delta X_{n+1} = f(X_{n+1,p}) = 0 \quad (\text{II.14})$$

Si cette erreur  $\Delta X_{n+1}$  est trop importante vis à vis d'une limite  $L_{\max}$  fixée par l'utilisateur, on boucle jusqu'à ce que l'erreur obtenue soit acceptable en renouvelant la résolution avec pour nouvelle valeur prédite la valeur corrigée lors de l'itération précédente.

La prédiction-correction sur la position du projectile nous assure d'une part d'effectuer une première itération qui ne sera pas trop éloignée de la solution finale et d'autre part, de corriger la position si l'erreur est trop importante.

#### II.3.4. Algorithme de résolution

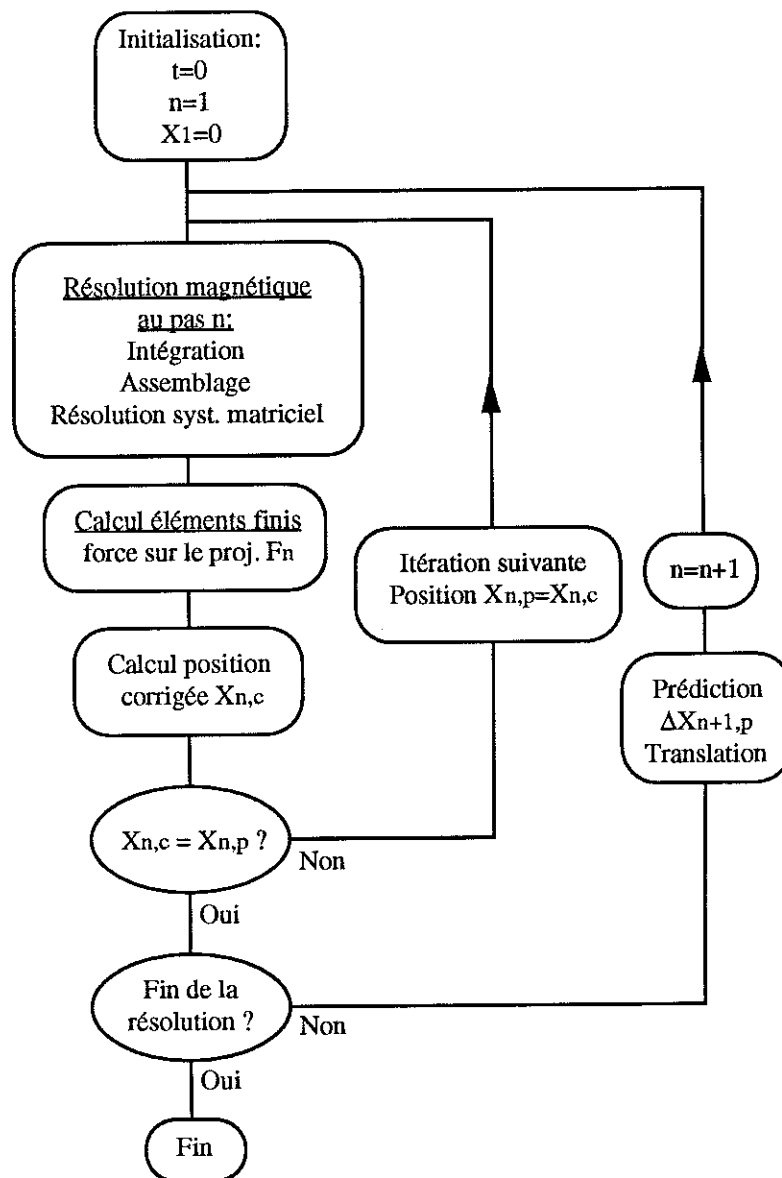


Figure II.4 : Algorithme de résolution générale



## **II.4. Conclusion**

La présentation de la méthode de calcul du couplage mécanique ayant été faite, il est maintenant nécessaire de tenir compte du calcul de la position relative de la partie mobile du dispositif par rapport à la partie fixe dans le calcul éléments finis et de voir ce que le mouvement implique pour ce calcul. Pour cela, trois méthodes différentes sont présentées: elles permettent par des processus différents de prendre en compte le déplacement d'une pièce conductrice mobile.

Les deux premières méthodes revêtent l'avantage de permettre la prise en compte du mouvement par un logiciel 2D standard qui ne le permettrait pas à priori, par simple adjonction de quelques routines utilisatrices facilement programmables. Ces deux techniques sont présentées dans le troisième chapitre.

La dernière méthode est une méthode plus générale qui permet le déplacement de n'importe quelle pièce conductrice ou magnétique. Cette méthode sera présentée dans la quatrième chapitre, elle implique des modifications au sein même du logiciel éléments finis.

## **Chapitre III**

# **Modélisation du déplacement par routines utilisatrices**



### III.1. Introduction

Dans cette partie, nous présenterons successivement deux méthodes astucieuses qui nous permettent de prendre en compte le mouvement relatif de pièces conductrices entre elles en utilisant un logiciel éléments finis standard. Ces deux méthodes ne nécessitent pas de travail de programmation considérable mais sont nées d'une spécificité du logiciel utilisé, à savoir la possibilité d'écrire des routines utilisatrices qui s'insèrent dans le logiciel et permettent ainsi à l'utilisateur d'intervenir de manière simple dans le logiciel.

L'utilisateur de FLUX2D a la possibilité d'appliquer à chaque région des propriétés dites "utilisatrices", par exemple la résistivité, la réductivité ou la source de courant. A chaque propriété utilisatrice correspond l'écriture d'une routine particulière. Cette routine utilisatrice permet d'affecter à chaque noeud de ces régions des propriétés qui varient en fonction du temps, en fonction de la position du noeud et surtout en fonction de résultats calculés à la fin de la résolution du pas précédent. De cette manière, la propriété d'une région n'est pas fixée de manière définitive.

La première méthode repose sur l'introduction d'une région dont la réductivité évolue en fonction du temps. Cette variation de la réductivité est équivalente, sans modification réelle des dimensions, à une modification des distances. La technique est applicable pour des géométries simples.

Puis, nous présenterons dans un second temps une méthode qui repose sur la création d'une région dont les sources de courant sont définies par une routine utilisatrice. L'astuce utilisée pour prendre en compte le mouvement du conducteur consiste à inverser les parties fixes et mobiles du système. Cette technique s'appuie sur des hypothèses simplificatrices, offre de nombreuses applications, mais n'est cependant pas générale.

Le tableau III.1 récapitule les types d'alimentation qui peuvent être traités par ces deux techniques ainsi que le nombre de bobines pouvant être modélisées dans la partie inductrice.

	Bobine inductrice	Nombre de bobines	Projectile
Réductivité	massive ou bobinée	1	massif
Bande infinie	bobinée	1 ou plusieurs	massif

Tableau III.1 : Récapitulatif des cas traités

### III.2. Méthode de la réductivité variable

Afin de modéliser le déplacement d'une bobine induite mobile par rapport à une bobine inductrice fixe dans un lanceur à induction de type annulaire (voir figure III.1), nous avons utilisé la présence d'une région de réductivité variable dans le temps qui sépare les deux conducteurs.

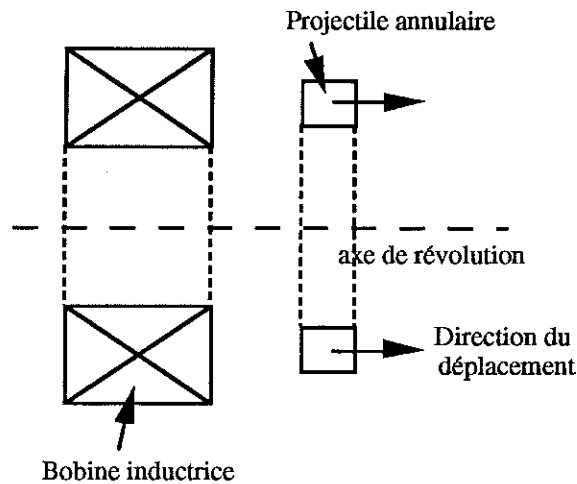


Figure III.1 : Géométrie du lanceur modélisé

#### III.2.1. Présentation

La géométrie que nous modélisons (voir figure III.2) est donc la coupe du dispositif. La région 1 et la région 3 contiennent de l'air et possèdent une réductivité  $\nu_0$ . La région 2 est une région dont la réductivité est  $\nu$ , réductivité qui va varier dans le temps.

La région "bobine inductrice" est alimentée en courant. En effet, la densité de courant  $y$  est uniforme.

La région "projectile" est un conducteur massif en court-circuit dans lequel se développent les courants induits dus, d'une part, aux variations du courant dans la bobine inductrice et, d'autre part, au déplacement relatif des bobines.

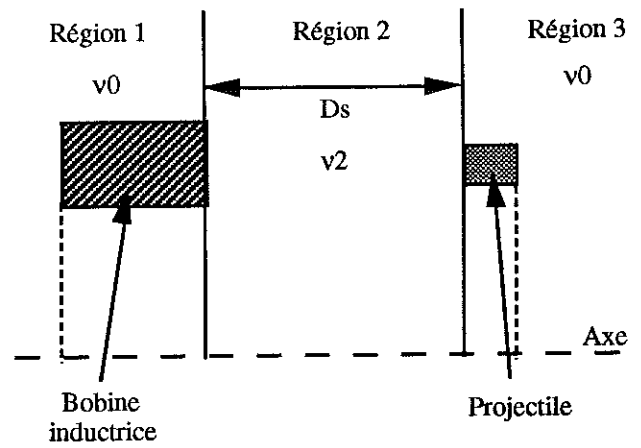


Figure III.2 : Géométrie simulée

Nous avons les conditions suivantes aux frontières de la région 2.

Interface région 1 - région 2:

$$B_{n1} = B_{n2} \quad \implies \quad B_{z1} = B_{z2} \quad (\text{III.1})$$

$$H_{t1} = H_{t2} \quad \implies \quad H_{r1} = H_{r2} \quad (\text{III.2})$$

Interface région 2 - région 3:

$$B_{n3} = B_{n2} \quad \implies \quad B_{z3} = B_{z2} \quad (\text{III.3})$$

$$H_{t3} = H_{t2} \quad \implies \quad H_{r3} = H_{r2} \quad (\text{III.4})$$

Les propriétés magnétiques de chaque région entraînent:

$$H_{r1} = v_0 \cdot B_{r1} \quad (\text{milieu isotrope}) \quad (\text{III.5})$$

$$H_{z1} = v_0 \cdot B_{z1} \quad (\text{III.6})$$

$$H_{r2} = v_{r2} \cdot B_{r2} \quad (\text{milieu anisotrope}) \quad (\text{III.7})$$

$$H_{z2} = v_{z2} \cdot B_{z2} \quad (\text{III.8})$$

La longueur  $D_s$  de la région 2, c'est à dire la distance qui sépare les deux bobines, est fixe tout au long de la résolution. Par contre, la réluctivité variable  $v$  de cette région 2 va nous permettre de simuler une distance  $D_r$  entre les deux bobines.

### III.2.2. Méthode

Soient les deux géométries des figures III.3 et III.4. La première représente la géométrie réelle du système à un certain instant de la simulation, la seconde la géométrie que nous modélisons dans notre domaine éléments finis.

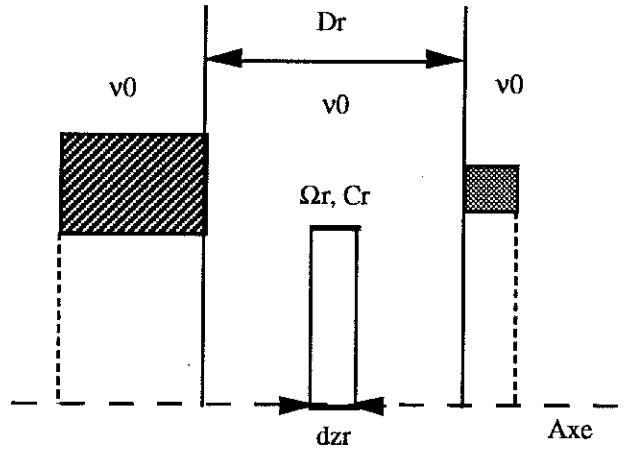


Figure III.3 : Géométrie réelle

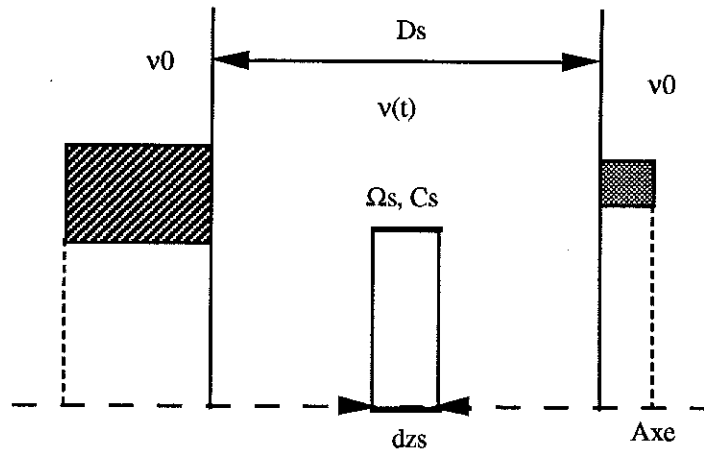


Figure III.4 : Géométrie simulée

$d_{zr}$  et  $d_{zs}$  représentent la même distance élémentaire, la première étant une distance réelle, la seconde une distance de simulation.

#### Conservation du flux:

$B_r$  est l'induction radiale. Les flux qui traversent les deux surfaces élémentaires équivalentes  $\Omega_s$  et  $\Omega_r$  sont identiques. Nous obtenons donc:

$$2\pi r \cdot d_{zr} \cdot B_{r0} = 2\pi r \cdot d_{zs} \cdot B_{r2} \quad (\text{III.9})$$

Par conséquent:

$$\frac{B_{r2}}{B_{r0}} = \frac{d_{zr}}{d_{zs}} \quad (\text{III.10})$$

d'où:

$$\frac{B_{r2}}{B_{r0}} = \frac{D_r}{D_s} \quad (\text{III.11})$$

A partir des formules III.5 ,III.7 et III.11, nous obtenons:

$$H_{r2} = v_{r2} \cdot B_{r0} \cdot \frac{D_r}{D_s} \quad (\text{III.12})$$

et

$$H_{r0} = v_0 \cdot B_{r0} \quad (\text{III.13})$$

Sachant qu'il y a égalité des champs radiaux modélisés, nous obtenons:

$$v_{r2} = v_0 \cdot \frac{D_s}{D_r} \quad (\text{III.14})$$

### Conservation de la circulation du champ magnétique:

Le long des chemins élémentaires équivalents  $C_r$  et  $C_s$ , il y a conservation de la circulation du champ. Ceci nous conduit à l'égalité:

$$H_{z2} \cdot d_{zs} = H_{z0} \cdot d_{zr} \quad (\text{III.15})$$

Par conséquent:

$$\frac{H_{z2}}{H_{z0}} = \frac{D_r}{D_s} \quad (\text{III.16})$$

Des équations III.6, III.8 et III.16, nous tirons:

$$H_{z0} = v_0 \cdot B_{z0} \quad (\text{III.17})$$

et

$$\frac{D_r}{D_s} \cdot H_{z0} = v_{z2} \cdot B_{z2} \quad (\text{III.18})$$



De l'égalité des inductions axiales modélisées, nous obtenons:

$$v_{z2} = v_0 \cdot \frac{D_r}{D_s} \quad (\text{III.19})$$

On obtient donc finalement le tenseur de réductivité suivant:

$$v_2 = v_0 \cdot \begin{vmatrix} \frac{D_s}{D_r} & 0 \\ 0 & \frac{D_r}{D_s} \end{vmatrix}_{r,z} \quad (\text{III.20})$$

### III.2.3. Mise en oeuvre

Les fonctions utilisatrices mises à la disposition de l'utilisateur de FLUX2D permettent de faire varier la réductivité isotrope ou anisotrope d'un matériau en fonction du temps et des résultats de calcul des pas précédents.

Le bouclage s'effectue de la manière suivante. Le couplage mécanique nous permet de calculer, par intégration de la force appliquée sur la partie mobile, la position relative des deux bobines. Par conséquent, avant le calcul du pas de temps  $n$ , on effectue une prévision de la position du projectile, c'est à dire de la distance  $D_r(n)$  qui sépare réellement les deux bobines.

Si  $D_s$  est la distance de simulation, alors le tenseur de réductivité au pas  $n$  s'écrit:

$$v_2(n) = v_0 \cdot \begin{vmatrix} \frac{D_s}{D_r(n)} & 0 \\ 0 & \frac{D_r(n)}{D_s} \end{vmatrix}_{r,z} \quad (\text{III.21})$$

### III.2.4. Organigramme de résolution

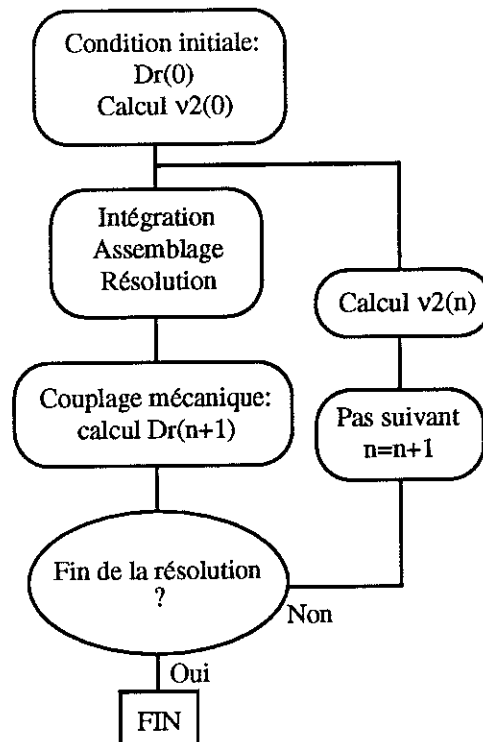


Figure III.5 : Organigramme de résolution

Cette méthode n'est applicable que lorsque que la géométrie du système le permet. Bien entendu, comme vu en §II.3.3., il est possible d'ajouter une boucle de correction si la valeur prédite du déplacement du projectile est trop éloignée de la valeur corrigée qu'il est possible de calculer après la résolution du pas considéré.

L'intérêt de cette méthode est de conserver une géométrie et un maillage constants durant toute la résolution évolutive. La durée de résolution de chaque pas varie selon le tenseur de réductivité qui évolue en fonction du temps et qui peut prendre des valeurs très petites ou très grandes.

### III.2.5. Application

#### III.2.5.1. Géométrie du lanceur étudié

Le lanceur que nous modélisons est une maquette qui a été réalisée à l'Institut Saint-Louis [4]. Ce lanceur comprend deux bobines. L'utilisation de la méthode de la réductivité variable peut être appliquée car les deux bobines, l'inducteur fixe et le projectile mobile, ont des dimensions radiales comparables.

Les données géométriques et électriques sont:

pour la bobine inductrice:

Longueur	: 5 mm	Nombre de spires	: 10.5
Rayon intérieur	: 30 mm	Matériau	: Cu
Rayon extérieur	: 39 mm		

pour le projectile:

Longueur	: 1.5 mm	Nombre de spires	: 1
Rayon intérieur	: 36.5 mm	Matériau	: Cu
Rayon extérieur	: 33.5 mm		

Les bobines sont collées au démarrage. L'alimentation de la bobine inductrice est effectuée par la décharge d'un condensateur. En première approximation, l'évolution du courant en fonction du temps est la suivante:

$$I(t) = I_m \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \quad (\text{III.22})$$

avec  $I_m = 16.16 \text{ kA}$ ,  
et  $f = 5717 \text{ Hz}$ .

### III.2.5.2. Résultats

Le système total contient 1902 noeuds et 931 éléments.

La distance de simulation  $D_s$  que nous avons choisie est de 5 mm. Au départ, la distance d'initialisation  $D_f(0)$  représentant la distance qui sépare réellement les deux bobines est de 0,1 mm. En effet, il est impossible de prendre une distance nulle étant donné qu'une composante de la réductivité est inversement proportionnelle à  $D_f$ . Remarquons que le maillage dans la zone de séparation doit être suffisamment fin.

Nous utilisons un pas de temps relativement fin:

$$\Delta t = 1 \mu\text{s}.$$

Les courbes des figures III.6 et III.7 représentent successivement l'évolution de la vitesse et de l'accélération du projectile en fonction du temps.

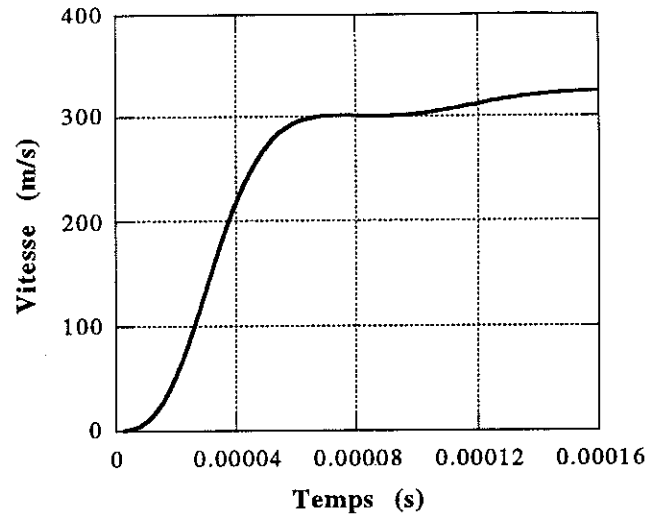


Figure III.6 : Evolution de la vitesse

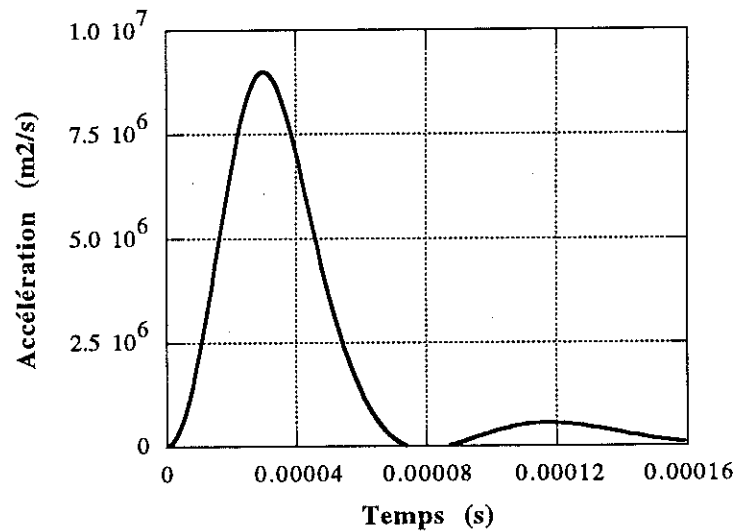


Figure III.7 : Evolution de l'accélération

La pseudo-fréquence de l'accélération est égale au double de la fréquence du courant inductif. Nous voyons très bien sur la figure III.7 l'effet du mouvement du projectile ou plus exactement de son éloignement de la bobine inductrice. L'amplitude de l'accélération qui est proportionnelle à la force exercée décroît très vite alors que le courant inducteur est toujours sinusoïdal. La vitesse du projectile (figure III.6) présente un pallier qui correspond au passage par zéro de l'accélération. Sa vitesse finale calculée est de 324 m/s. La vitesse que le projectile a atteint expérimentalement est d'environ 350 m/s.

Pour différentes positions initiales du projectile par rapport à la bobine inductrice, nous avons relevé sur le tableau III.1 la vitesse du projectile.

Distance initiale (en mm)	0.1	1	3	6	10	15
Vitesse finale (en m/s)	324	295	242	183	129	82

Tableau III.1 : Evolution de la vitesse finale

Cette méthode qui utilise une réductivité variable dans la région de séparation nous permet d'évaluer la vitesse finale du projectile. Nous remarquons que très vite cette vitesse chute en fonction de la distance initiale entre les deux bobines.

### III.2.6. Conclusion

La méthode décrite dans ce chapitre s'applique à des géométries relativement simples telles que celle présentée précédemment. Il est en effet impossible de modéliser un lanceur comprenant plusieurs bobines inductrices qui accélèrent successivement le projectile. L'application pour des actionneurs linéaires simples peut être envisagée.

### III.3. Méthode de la "Bande infinie"

Afin de prendre en compte le déplacement d'une pièce conductrice au sein d'un dispositif fixe constitué de plusieurs bobines inductrices, nous avons développé une méthode qui repose sur les hypothèses suivantes. Nous prenons comme repère de référence la partie mobile. Ainsi, tous les calculs sont effectués dans un repère lié à la partie qui est traversée par les courants induits. La bobine inductrice est constituée d'un enroulement en fil fin, les courants qui la traversent sont par conséquent uniformes. Nous ne pouvons traiter que le cas où les inducteurs sont bobinés en fil fin ce qui est généralement le cas.

C'est cette réalité qui rend astucieux l'inversion des repères. En effet, dans la partie inductrice fixe en réalité, qui devient mobile pour notre modèle, les courants sont uniformes. La bobine inductrice est alors représentée par des sources de courant ponctuelles et uniformes qui se déplacent en fonction du temps.

La méthode est présentée pour un lanceur constitué d'une bobine inductrice fixe et d'un projectile massif mobile. Elle pourra être généralisée pour s'appliquer à des dispositifs similaires dont la partie inductrice est constituée de plusieurs bobines.

### III.3.1. Géométrie utilisée

Par le changement de repère, le projectile se trouve fixe tandis que la bobine inductrice est mobile. Nous utilisons une bande "infinie" pour simuler le déplacement fictif de la bobine inductrice. Cette bande est construite lors de la création de la géométrie du dispositif dans la partie PREFLU de FLUX2D. Elle est en fait la trajectoire complète de la bobine inductrice dans notre nouveau repère, c'est à dire l'union de l'ensemble des positions que prendra cette bobine au cours du temps (voir le schéma de la figure III.8).

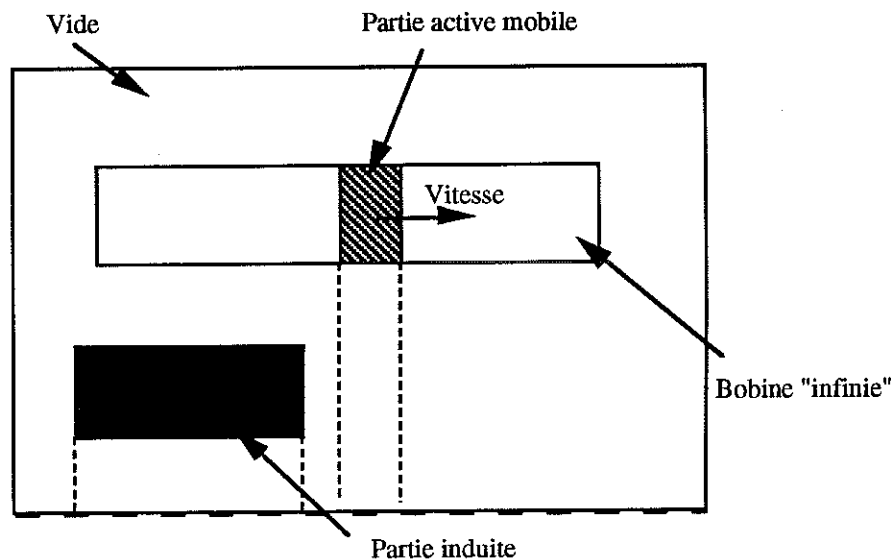


Figure III.8 : Géométrie modélisée dans un repère lié au projectile

Des propriétés physiques et des sources de courant sont affectées à chaque région décrite précédemment dans la partie PROPHY du logiciel. Ainsi, on attribue au projectile un matériau tel que l'aluminium ou le cuivre par exemple. La bande infinie est constituée de vide et d'une source de courant que l'on ne fixe pas directement mais qui est définie par une routine utilisatrice. Cette routine est appelée par le logiciel à chaque pas de temps lors de l'intégration des sources de la bande "infinie". De cette manière, en fonction de la position des éléments intégrés, il est possible de n'alimenter qu'une partie de la bobine infinie, partie qui représentera la bobine inductrice.

Le couplage mécanique est utilisé afin de déterminer à chaque pas de temps la partie de la bobine "infinie" qui doit être alimentée. La force exercée sur le projectile est calculée classiquement par intégration dans la région "projectile" de la force de Lorentz. Intégrée dans le temps, cette force nous amène au déplacement réel du projectile par rapport à la bobine inductrice.

### III.3.2. Méthode

#### Calcul de l'alimentation dans la bande "infinie":

Si  $N$  et  $S$  sont successivement le nombre de spires et la section de la bobine inductrice et  $I=f(t)$  le courant qui la traverse, alors la densité de courant  $j$  est:

$$j = \frac{N \cdot I}{S} \quad (\text{III.23})$$

Par discrétisation dans le temps, nous obtenons une densité de courant dans la bobine inductrice:

$$j_n = \frac{N \cdot f(t_n)}{S} \quad (\text{III.24})$$

L'équation à résoudre, dans la région "bande infinie" dont une partie est vide et l'autre alimentée en courant, est l'équation du conducteur bobiné:

$$\text{rot} (\nabla \cdot \text{rot } A) = j_i \quad (\text{III.25})$$

Soient  $Z_{\min}$  et  $Z_{\max}$  les positions de la base et du sommet de la bobine inductrice. Ces positions sont calculées à partir du couplage mécanique et de longueur de la bobine inductrice. Suivant l'ordonnée  $Z_i$  du point d'intégration dans la bobine "infinie", nous aurons:

$$\text{si } Z_{\min} < Z_i < Z_{\max} \text{ alors } j_i = j_n, \quad (\text{III.26})$$

$$\text{sinon } (Z_i < Z_{\min} \text{ ou } Z_{\max} < Z_i) \text{ alors } j_i = 0. \quad (\text{III.27})$$

Dans ce second cas on retrouve naturellement l'équation à résoudre dans le vide.

### III.3.3. Remarques

Il est toutefois à noter qu'une certaine source d'erreur intervient dans la manière de déplacer la bobine inductrice. En effet, le maillage généré dans l'ensemble de la géométrie et en particulier dans la bande "infinie" est fixe (voir figure III.9).

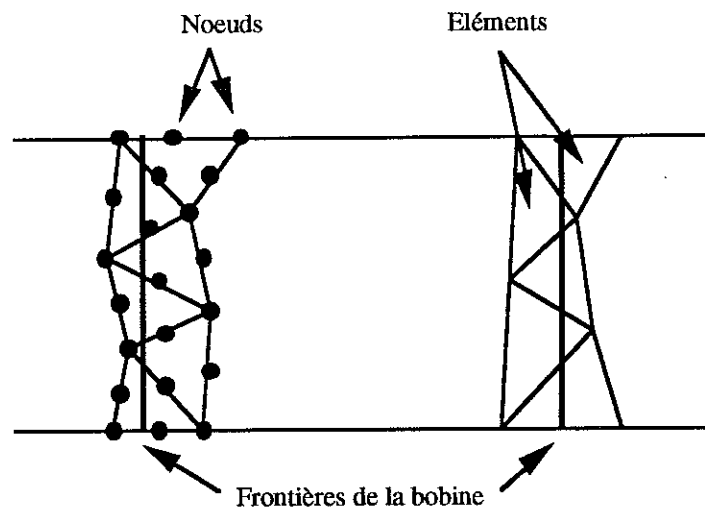


Figure III.9 : Maillage dans la "bande infinie"

Ainsi, on remarque que la bobine se déplace dans un maillage fixe, construit à partir d'éléments triangulaires ou rectangulaires. Les frontières de la bobine sont rectilignes et mobiles en fonction du temps et ne coïncident pas avec les cotés des éléments. De cette manière, un élément se trouvant à cheval sur la frontière va contenir à la fois des points d'intégration dont la densité de courant est nulle et des points d'intégration dont la source aura pour valeur la densité de courant qui traverse la bobine inductrice. En pratique, les contours exacts de la bobine inductrice ne sont pas respectés. Plus le maillage sera fin dans la bande infinie et plus l'erreur introduite par ce non respect de la régularité des cotés de la bobine inductrice sera faible. Quantifier cette erreur est extrêmement délicat.

### III.3.4. Applications

Nous modélisons par cette méthode de la "bande infinie" le même lanceur à induction que celui présenté dans le §III.2.5. Une application à un lanceur plus complexe sera présentée dans le chapitre V.

#### III.3.4.1. Résultats

Les figures III.10 et III.11 représentent l'évolution de la vitesse et de l'accélération du projectile en fonction du temps.



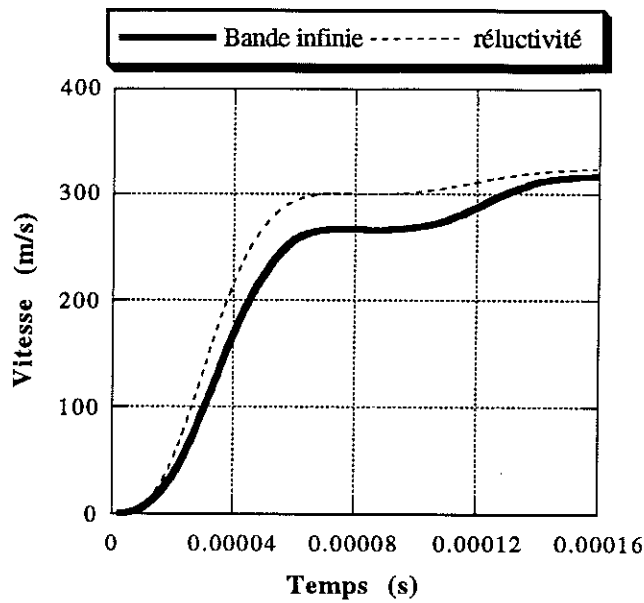


Figure III.10 : Evolution de la vitesse

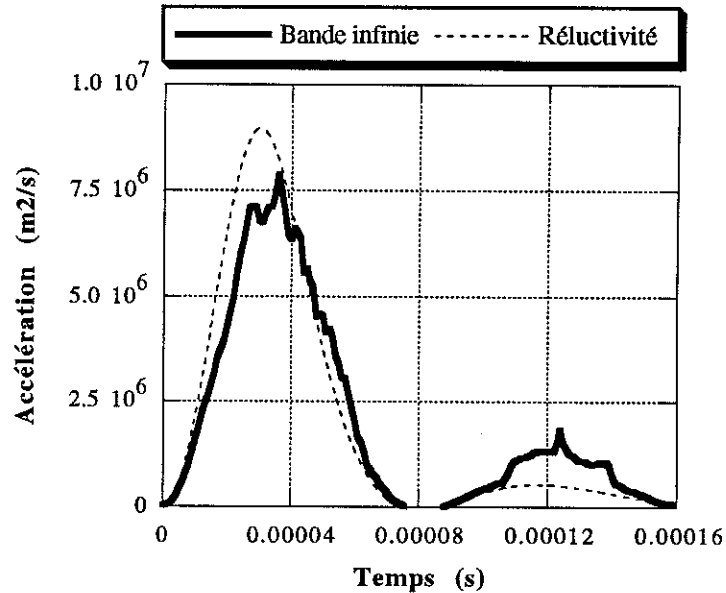


Figure III.11 : Evolution de l'accélération

La vitesse finale calculée par cette méthode est de 317 m/s. La vitesse que l'on obtenait par la méthode de la réductivité variable était de 324 m/s.

Nous remarquons sur la courbe de la figure III.11 que des oscillations parasites apparaissent lors du calcul de l'accélération du projectile. Ces oscillations sont dues d'une part au non-respect des frontières de la bobine inductrice et d'autre part au fait que le courant total dans cette bobine n'est pas exactement pris en compte. En effet, si l'on calcule l'intégrale du courant dans la "bande infinie", on ne retrouve pas tout à fait le courant que l'on voulait injecter. Un bouclage serait nécessaire pour calculer de manière plus précise la densité de courant de manière à respecter les ampères tours qui traversent la bobine inductrice.

### III.3.4.2. Etude de l'influence du maillage

Nous avons étudié l'influence du maillage dans la région "bande infinie" sur la vitesse finale du projectile. Les résultats obtenus sont récapitulés dans le tableau 4.

	Nombre de noeuds	Nombre d'éléments	Vitesse finale (m/s)
Géométrie 1	8639	4298	317
Géométrie 2	6788	3375	306
Géométrie 3	3951	1958	303
Géométrie 4	2364	1165	278
Géométrie 5	1404	685	222

Tableau III.2 : Influence du maillage

Nous remarquons qu'il est important que le maillage de la bande infinie soit suffisamment fin pour obtenir de bons résultats. En effet, si le maillage est grossier dans cette partie, les frontières de la bobine inductrice sont très mal définies et, là encore, la valeur du courant total n'est pas respectée. Les écarts conséquents sur l'accélération et la vitesse finale du projectile sont très importants.

### III.3.5. Conclusion

Cette méthode nous permet, par un changement de repère et par l'emploi de routines utilisatrices qui sont à la disposition de l'utilisateur, de traiter le cas d'un projectile massif et d'une bobine inductrice alimentée en courant. L'extension de cette méthode dans le cadre d'une partie inductrice comprenant plusieurs bobines est simple. Il suffit de calculer la position précise de chaque bobine, la bande "infinie" englobant cette fois toutes les bobines inductrices et leur trajet.

Ainsi traiter le déplacement d'un conducteur massif au sein d'un dispositif fixe est possible. Deux routines sont nécessaires, la première calcule la force s'exerçant sur le projectile (routine appelée après la résolution du pas  $n$ ) et la seconde détermine la densité de courant dans la bande

"infinie" (routine appelée lors de l'intégration des sources de courant). Mais, il faut tout mailler et finement.

### III.4. Conclusions

Nous avons présenté dans ce chapitre deux méthodes qui permettent, à partir d'un logiciel classique de résolution des phénomènes électromagnétiques par la méthode des éléments finis, de modéliser le déplacement de parties conductrices les unes par rapport aux autres. Nous avons présenté les cas qu'il est possible de traiter avec chacune des deux méthodes. Ces méthodes ne sont évidemment pas limitées uniquement aux lanceurs mais peuvent être appliquées à des systèmes simples comprenant des parties conductrices mobiles et répondant aux hypothèses posées.

Il est cependant nécessaire de reconnaître que chaque type de lanceur est un cas particulier (nombre de bobines inductrices, géométrie des bobines, nombre de spires de chacune,...). C'est pourquoi, nous nous sommes orientés vers une troisième méthode beaucoup plus générale qui nous permettrait de simuler l'accélération du projectile quelle que soit la géométrie de notre système et pourrait s'appliquer vers d'autres dispositifs électrotechniques dont certaines parties peuvent être en mouvement.

De plus, l'introduction de programmes utilisateurs est une excellente méthode pour traiter, à moindre frais, un cas particulier avec un logiciel standard. Le traitement de divers types de problèmes occasionne systématiquement l'introduction de ces programmes utilisateurs spécifiques. Cela peut, si l'usage est fréquent, devenir handicapant. Il faut mieux alors investir une fois pour toute et modifier le logiciel lui-même. C'est ce que nous proposons dans le chapitre qui suit.

## **Chapitre IV**

# **Méthode générale de modélisation du mouvement**



#### IV.1. Introduction

Cette seconde méthode plus générale dérive directement de celle utilisée lors de l'étude de mouvements circulaires. Une méthode a en effet été développée afin d'étudier les phénomènes électromagnétiques apparaissant dans les machines asynchrones ou synchrones en rotation [7], [8]. Ces machines reposent sur le même principe que notre lanceur, une partie induite en mouvement dans une partie inductrice fixe. L'intérêt de la méthode consiste en ce qu'elle permet de ne remailler qu'une faible partie de la machine, à savoir l'entrefer circulaire. Le déplacement circulaire, c'est à dire la rotation du rotor par rapport au stator entre deux pas de temps, est effectué par une rotation de tous les noeuds et éléments qui appartiennent au rotor. Seule la couche d'éléments triangulaires qui sépare le rotor du stator est remaillée. Le nombre des noeuds qui sont situés sur la surface extérieure (stator) et sur la surface intérieure (rotor) reste le même. Seuls les éléments qui constituent l'entrefer sont modifiés.

Cette méthode conçue pour le déplacement circulaire a été adaptée afin de traiter le cas d'un mouvement linéaire. Il nous permet ainsi l'étude de l'accélération du projectile au sein du lanceur à induction. L'une des caractéristiques principales de la bande dite de "roulement" est qu'elle est circulaire et ne présente pas de bords. Or, pour une translation, le phénomène de bord est forcément à prendre en compte.

Cette dernière méthode plus générale peut s'appliquer à toute structure comprenant une pièce mobile possédant des propriétés conductrices ou magnétiques, soumise à des forces dont l'origine est électromagnétique.

Les cas pouvant être traités sont récapitulés dans le tableau suivant. Par la suite, le couplage des équations électriques élargira cet éventail.

	Bobine inductrice	Nombre de bobines	Projectile
Méthode générale	massive ou bobinée	1 ou plusieurs	massif

Tableau IV.1 : Récapitulatif des cas qui peuvent être traités

## IV.2. Géométrie utilisée

L'adaptation de cette méthode nous amène tout d'abord à l'introduction de deux régions supplémentaires, régions qui sont constituées de vide et ne servent qu'à la construction d'une bande de glissement (voir figure IV.1).

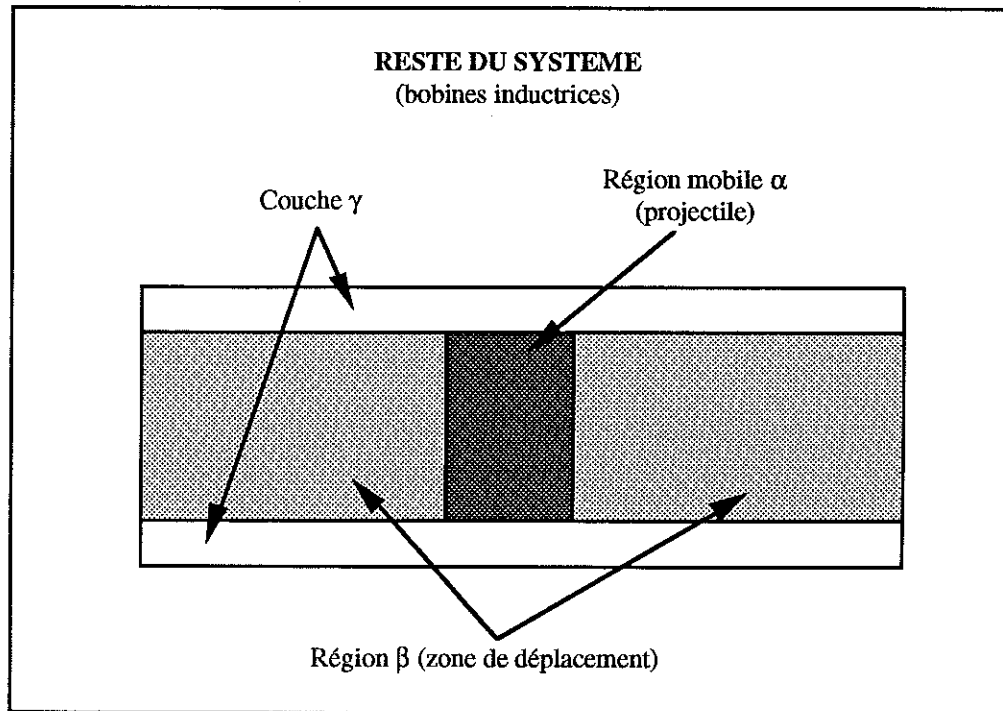


Figure IV.1 : Géométrie modélisée

$\alpha$ : projectile \_ partie mobile,

$\beta$ : zones de déplacement de la partie mobile,

$\gamma$ : zones de glissement entre les maillages des régions fixes et mobiles.

Le maillage initial généré lors de la description générale du système par PREFLU est présenté sur la figure IV.2. Nous pouvons remarquer que la région  $\beta$  est constituée d'éléments rectangulaires et que la région  $\gamma$  comprend nécessairement une seule couche d'éléments triangulaires. Le projectile peut être indifféremment maillé en éléments triangulaires ou rectangulaires.

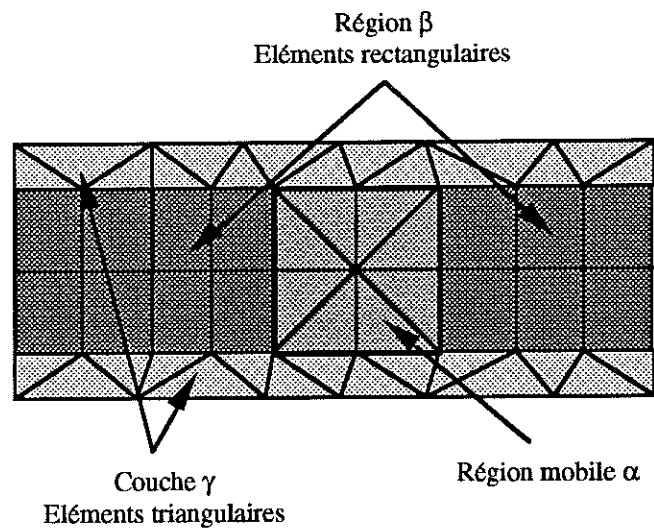


Figure IV.2 : Maillage utilisé autour du projectile

### IV.3. Méthode

#### IV.3.1. Description d'un déplacement élémentaire

Trois opérations successives permettent de réaliser un déplacement d'un pas élémentaire.

##### Opération 1: translation des noeuds de la région $\alpha$ et $\beta$

On part d'un état initial  $n-1$ . L'état  $n$  du système est obtenu par translation de chaque noeud de  $\alpha$  et  $\beta$  de la valeur  $dX_n$  du déplacement du projectile entre le pas  $n-1$  et  $n$ . Le déplacement  $dX_n$  est calculé comme précédemment à partir du calcul de la force au pas précédent  $n-1$  intégrée dans le temps. On obtient alors la représentation suivante (figure IV.3).

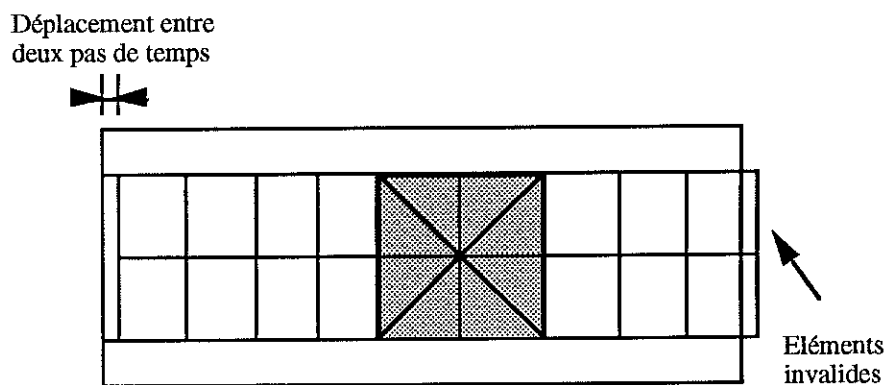


Figure IV.3 : Maillage après la translation

L'apparition aux extrémités de la région  $\beta$  d'éléments qui empiètent sur les régions extérieures fixes nous amène à l'opération suivante.



## Opération 2: régularisation du maillage aux extrémités de $\beta$

Dans un premier temps, pour de faibles déplacements, une simple déformation du type allongement-raccourcissement est envisageable (voir figure IV.4). Par contre, pour de plus grandes valeurs du déplacement, il est nécessaire de faire passer les éléments situés à l'extrémité qui sort de la région  $\beta$  vers l'extrémité où se crée un manque d'éléments (voir figures IV.5 et IV.6). Nous avons choisi d'effectuer ce transfert à partir du moment où, dans l'élément considéré, la partie située à l'intérieur est plus petite que celle qui est à l'extérieur. On obtient par conséquent, aux extrémités de la région  $\beta$ , des éléments dont la longueur fluctue en fonction du temps.

Lors de chaque remaillage de la partie  $\beta$ , le nombre total de noeuds et d'éléments est conservé. Le processus classique qui intervient lors du déplacement du projectile est représenté sur les figures qui suivent.

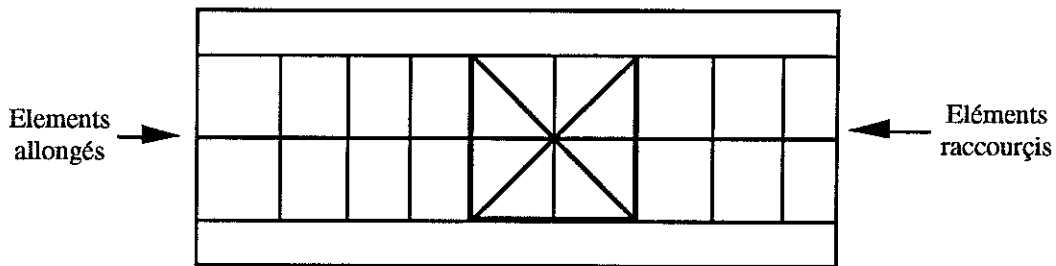


Figure IV.4 : Raccourcissement-allongement

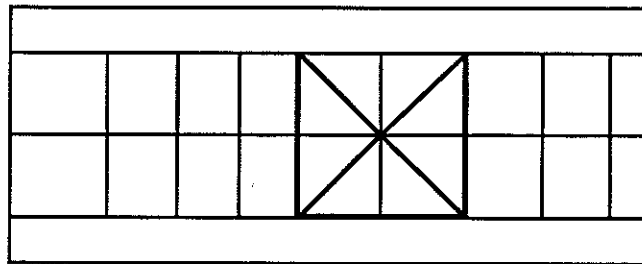


Figure IV.5 : Raccourcissement- allongement

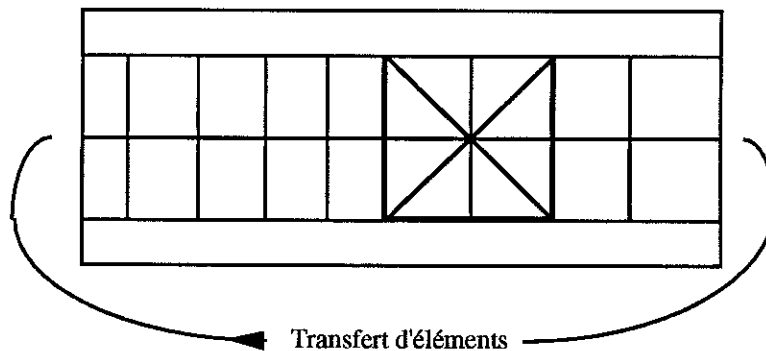


Figure IV.6 : Transfert d'éléments

### Opération 3: remaillage de "l'entrefer"

Cette dernière opération, qui termine le processus de prise en compte du mouvement, consiste à remailler la partie de transition  $\gamma$  qui séparent les parties fixes et mobiles. Cette opération est totalement analogue à celle qui consiste à remailler l'entrefer d'une machine asynchrone dans le cas d'un déplacement circulaire. Sa constitution en éléments triangulaires nous assure que les nombres de noeuds et d'éléments seront conservés.

Dans les régions telles que  $\beta$  et  $\gamma$  constituées d'air, l'équation à résoudre reste la même.

#### IV.3.2. Equation à résoudre dans la partie mobile

Dans le repère lié au projectile, puisque les noeuds sont attachés au projectile, l'équation à résoudre est la suivante:

$$\text{rot}(\mathbf{v} \cdot \text{rot} \mathbf{A}) + \sigma \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.1})$$

Discretisée dans le temps par la méthode implicite et en tenant compte du fait que le projectile est en court-circuit, la formule devient:

$$\text{rot}(\mathbf{v} \cdot \text{rot} \mathbf{A}_n) + \sigma \cdot \frac{\mathbf{A}_n - \mathbf{A}_{n-1}}{\Delta t_n} = 0 \quad (\text{IV.2})$$

avec  $\mathbf{A}_n$  : potentiel vecteur au pas  $n$ ,  
 $\mathbf{A}_{n-1}$  : potentiel vecteur au pas  $n-1$ .

Ceci est valable que le projectile soit fixe ou mobile. En effet, la différentielle totale n'est plus qu'une différentielle partielle par rapport au temps puisque le maillage du projectile est fixe par rapport à lui. On constate ainsi l'importance de la technique du remaillage qui, en permettant le déplacement conjoint du projectile et du maillage, laisse inchangées les équations à résoudre dans un conducteur mobile ou fixe.

La prise en compte des effets du déplacement n'est pas pour autant négligée. Elle se fait par la modification des positions relatives de chacune des pièces conductrices qui constituent le système.

Les deux premières opérations effectuées dans la méthode de prise en compte du déplacement linéaire sont analogues à l'opération de rotation des noeuds du rotor dans la méthode de la bande de roulement.

### IV.3.3. Bilan

L'inducteur fixe possède un maillage qui n'est pas modifié. Les équations classiques y sont résolues. L'induit est une partie conductrice qui se déplace, le maillage n'y est pas non plus modifié mais subit seulement une translation. Les équations classiques pour prendre en compte les courants induits sont résolues. En revanche dans l'air ( $\beta + \gamma$ ), le maillage est adapté pour pouvoir subir des déformations. Les équations ne sont pas modifiées.

## IV.4. Applications

Nous avons repris l'application présentée précédemment dans le §III.2.5.

### IV.4.1. Résultats

Les courbes de la figure IV.7 et IV.8 présentent l'évolution de la vitesse et de l'accélération en fonction du temps. Le domaine éléments finis comprend 8315 noeuds et 3730 éléments.

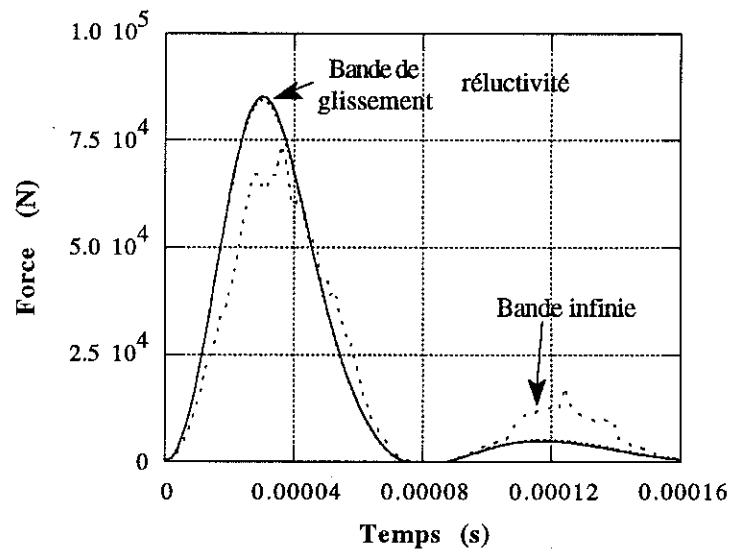


Figure IV.7 : Evolution de l'accélération

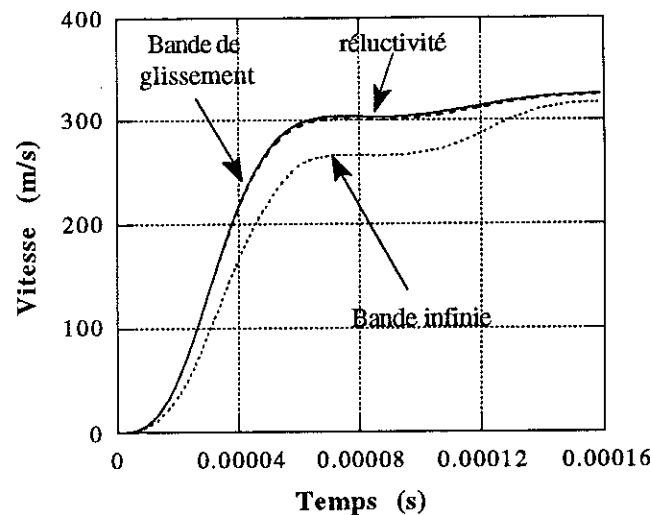


Figure IV.8 : Evolution de la vitesse

Nous avons indiqué sur ces deux dernières courbes les résultats obtenus avec les trois méthodes précédentes. Nous remarquons qu'il existe un accord parfait entre la méthode de la bande de glissement (III) et la méthode de la réductivité variable (I). Les courbes sont confondues. La vitesse calculée avec (I) était de 324 m/s, celle calculée avec (III) est de 325 m/s.

#### IV.4.1. Comparaison des trois méthodes de déplacement

Des simulations ont été effectuées pour différentes positions initiales du projectile. Les vitesses finales calculées à l'aide des trois méthodes de prise en compte du mouvement sont récapitulées dans le tableau IV.2.

	Distance initiale	0.1	1	3	6	10	15
Méthodes utilisées	Réductivité variable (I)	324.3	295.5	241.8	183.2	128.9	82.2
	"Bande infinie" (II)	316.8	294.5	250.6	193.0	131.5	94.2
	Bande de glissement (III)	325.3	296.7	243.4	184.9	130.4	83.2

Tableau IV.2 : Comparaison des différents méthodes utilisées

Les comparaisons montrent que, pour cette géométrie et surtout ce type d'alimentation en courant de la bobine inductrice, la méthode de la bande de glissement et la méthode de la réductivité variable donnent sensiblement les mêmes résultats. La méthode de la réductivité

variable est extrêmement rapide puisqu'elle met en jeu un nombre réduit de noeuds et d'éléments. La méthode de la bande de glissement demande un temps de calcul beaucoup plus important. Ceci provient, d'une part, de la taille plus importante du système matriciel à résoudre et, d'autre part, de l'opération de remaillage local autour du projectile.

L'emploi de la bande de glissement et de la bande infinie demande sensiblement le même nombre d'éléments et de noeuds. La taille du système matriciel et par conséquent le temps de calcul sont à peu près les mêmes.

#### **IV.5. Conclusions**

Au niveau du découpage de notre domaine en éléments finis, nous avons créé des régions supplémentaires  $\beta$  et  $\gamma$  autour de la partie mobile de notre système. Leur présence a permis au maillage d'évoluer à chaque pas de temps en fonction du déplacement de cette partie mobile. La région  $\beta$  est constituée d'éléments rectangulaires et  $\gamma$  est composée d'une seule couche d'éléments. Par contre, l'inducteur peut être constitué d'une ou plusieurs bobines, le processus reste le même.

Cette technique utilisée pour la prise en compte du déplacement réel d'une pièce conductrice au sein d'un dispositif fixe inducteur nous a permis d'éliminer les approximations utilisées dans la méthode de la bande "infinie". Cette méthode a pour avantage de ne pas modifier les équations à résoudre. Seul un petit temps de calcul est nécessaire en début de chaque pas de temps pour effectuer le déplacement de la partie mobile.

Nous avons dans ces deux derniers chapitres présenté trois méthodes qui nous permettent de manière différente de prendre en compte, par un couplage avec l'équation générale de la mécanique, le mouvement d'une pièce conductrice au sein d'un ensemble fixe. La troisième méthode beaucoup plus générale peut être appliquée directement à des dispositifs électrotechniques qui comprennent une pièce mobile sur laquelle s'exercent uniquement des forces magnétiques. C'est le cas par exemple dans les valves électromagnétiques, la pièce mobile constituée d'un matériau magnétique est attirée par des bobines conductrices disposées de chaque côté.

Naturellement, le choix de nos méthodes implique pour chaque cas une certaine simplicité des géométries que nous modélisons.

## **Chapitre V**

# **Prise en compte des circuits électriques dans la modélisation par la méthode des E.F.**



## V.1. Introduction

L'alimentation des parties électriques de tout dispositif électrotechnique est un point important à traiter. Si nous voulons étudier le lanceur électromagnétique à induction dans toute sa phase de propulsion, nous devons être en mesure de prendre en compte tout type de source électrique, que ce soit un générateur de courant ou de tension ou la décharge de condensateur pour ne citer que les cas les plus importants.

Le logiciel E-F permet, comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, de modéliser des dispositifs électrotechniques du point de vue électromagnétique. Les parties où l'on impose un courant uniforme représentent un bobinage alimenté par une source de courant. La densité de courant  $y$  est connue et uniforme, mais peut varier en fonction du temps. Ce type d'alimentation se rencontre rarement dans les procédés électrotechniques. La plupart d'entre eux, en effet, est alimentée en tension. Imposer une tension en chaque point d'une région E-F n'a pas de sens. Seule la tension totale aux bornes du bobinage peut être imposée. Or, ce cas n'apparaît pas dans le modèle E-F décrit dans le premier chapitre.

De la même manière, il est évident qu'une pièce conductrice massive présente une tension uniforme à ses bornes. Des courants induits s'y développent. Un effet de peau peut apparaître. Imposer un courant uniforme en chaque point du conducteur n'a pas de sens. Seul le courant total qui traverse le conducteur peut être imposé. Notre modèle E-F ne le permet pas non plus.

La partie inductrice d'un lanceur coaxial à induction est généralement constituée d'une multitude de bobines. Chaque bobine comprend un certain nombre de spires en série. Le courant est le même dans chaque spire, ce qui rend possible pour la modélisation E-F l'uniformisation du courant dans la section correspondante.

Les sources d'énergie utilisées sont:

- des bancs de condensateurs préchargés sous haute tension. Leur décharge dans la bobine inductrice crée des courants de très fortes intensités.
- des générateurs de tension homopolaires.
- des générateurs de tension triphasés.

Afin de traiter le lanceur dans son intégralité, c'est à dire le circuit d'alimentation et le dispositif qui est modélisé dans le domaine E-F, nous nous sommes orientés successivement vers deux méthodes de résolution.



La première méthode consiste à effectuer un bouclage entre une résolution électromagnétique et le calcul des grandeurs électriques qui en résulte. Par exemple, nous voulons imposer une tension aux bornes d'un bobinage. Le courant qui le traverse n'est pas connu préalablement. Une première résolution est effectuée avec une première valeur de courant. La tension correspondante aux bornes du bobinage est calculée à partir des valeurs de l'inconnue magnétique  $A$  en chaque point de cette région dans le domaine éléments finis et comparée à la valeur souhaitée. En fonction du résultats, on modifie le courant imposé initialement afin de faire converger la tension par un processus itératif vers la valeur initialement souhaitée. Le but est d'obtenir l'égalité entre ces deux tensions.

La seconde méthode a été développée par P. Lombard au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble. Il s'agit du couplage des équations électriques et magnétiques. La méthode consiste à résoudre simultanément toutes les inconnues du système, à savoir le potentiel vecteur  $A$  en chaque noeud du domaine de modélisation et les inconnues électriques apparaissant dans les conducteurs du dispositif. Cette méthode est très rapide et permet de modéliser des dispositifs très complexes du point de vue de l'alimentation. Il est possible de traiter les phénomènes électromagnétiques en régime harmonique (toutes les grandeurs sont supposées varier sinusoïdalement) et en régime transitoire (pas à pas dans le temps).

## **V.2. Méthode du bouclage**

Nous avons vu dans le premier chapitre qu'il existait deux cas qui ne peuvent être résolus directement par le modèle E-F. Il s'agissait de l'alimentation d'une région massive en courant et de l'alimentation d'un région bobinée en courant. Nous allons, par un bouclage, voir comment traiter ces deux cas.

### **V.2.1. Alimentation en courant dans un conducteur massif**

Le courant qui traverse la pièce massive est connu. La source de courant est discrétisée dans le temps:

$$I_n = f(t_n) \quad (V.1)$$

L'équation I.27, qui permet de modéliser les phénomènes électromagnétiques dans un conducteur massif, ne permet pas d'imposer directement le courant ou la densité de courant. Le but est donc de chercher, à chaque pas de temps  $n$ , une source de tension qui permette d'obtenir un courant total dans le conducteur égal à la valeur souhaitée  $I_n$ .

Nous effectuons une première résolution  $R_{n,1}$  avec une source de tension  $U_{n,1}$ .

Cette première itération nous a permis de calculer un état magnétique  $E_{n,1}$  dans notre domaine E-F qui correspond à la valeur  $U_{n,1}$  de la tension. Le calcul du courant qui traverse le conducteur massif considéré est effectué à partir des résultats de cette première itération.

$$I = \int \int_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{V.2})$$

En remplaçant  $\mathbf{j}$  par sa valeur en chaque point du conducteur (formule I.26) et en discrétisant dans le temps, nous obtenons:

$$I_{n,1} = \int \int_s -\sigma \cdot \left( \text{grad} U_{n,1} + \frac{A_{n,1} - A_{n-1}}{\Delta t_n} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{V.3})$$

En axisymétrie:

$$I_{n,1} = \int \int_s \sigma \cdot \left( \frac{U_{n,1}}{2\pi \cdot r} - \frac{A_{n,1} - A_{n-1}}{\Delta t_n} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{V.4})$$

Il existe une relation qui lie le courant  $I_n$  calculé à la tension appliquée  $U_n$ . Le but est d'obtenir le plus rapidement possible la valeur de  $U_{n,i}$  qui permette d'atteindre l'égalité:

$$I_{n,i} = I_n \quad (\text{V.5})$$

Si l'on considère  $L_{\max}$  comme la limite d'erreur à ne pas dépasser, le processus est terminé lorsque l'inégalité suivante est obtenue:

$$|I_n - I_{n,i}| \leq L_{\max} \quad (\text{V.6})$$

Le processus itératif est le même pour chaque pas de temps.

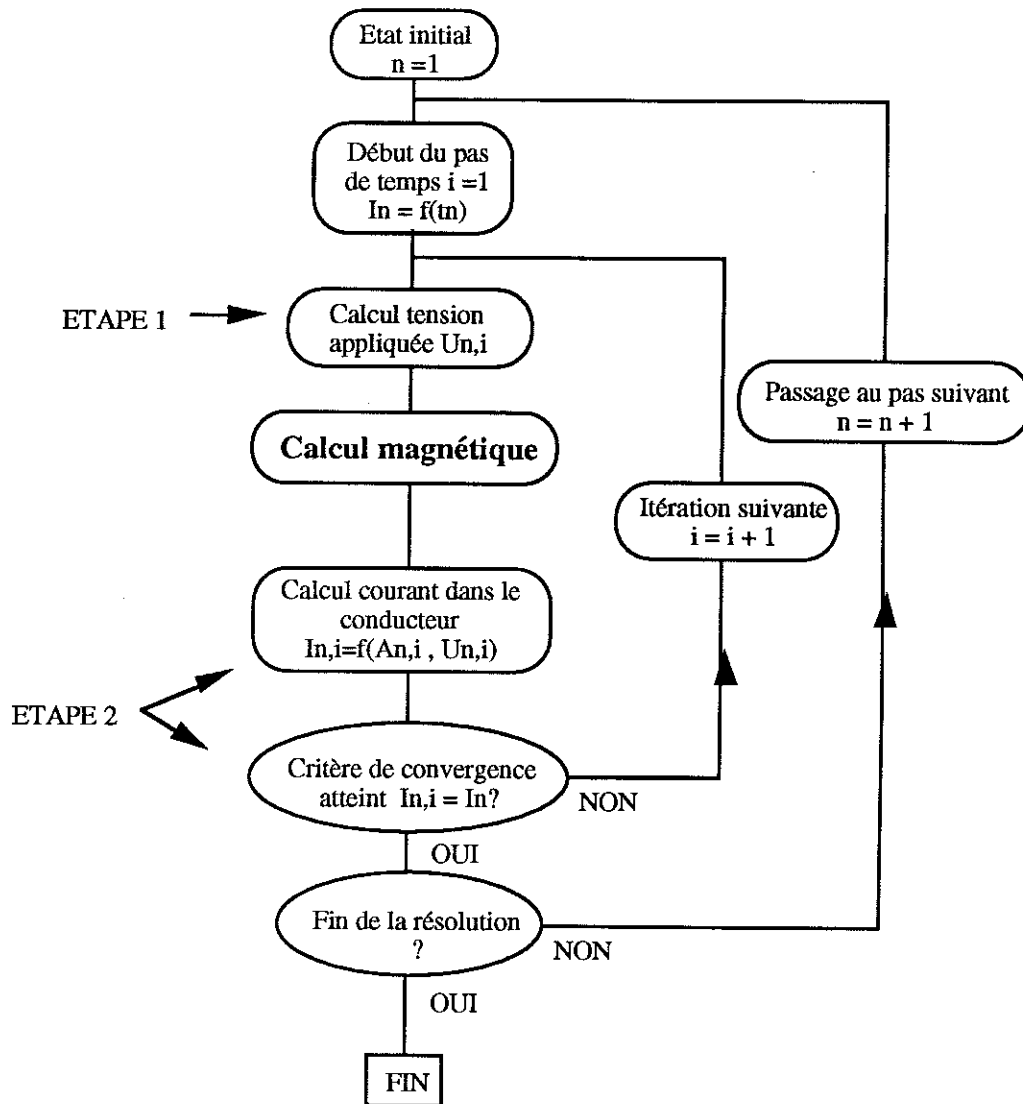


Figure V.1 : Algorithme récapitulatif

La mise en oeuvre par routines utilisatrices s'effectue en deux temps:

ETAPE 1 : calcul et intégration de la source de tension  $U_{n,i}$  dans le conducteur

ETAPE 2 : calcul du courant qui traverse le conducteur et test  $I_{n,i} = I_n$ ?

### V.2.2 Alimentation en tension dans un conducteur bobiné

Pour effectuer une alimentation en tension dans un conducteur bobiné, il faut utiliser un processus itératif semblable à celui réalisé dans le paragraphe précédent.

#### V.2.2.1. Cas du générateur de tension

La tension  $U=f(t)$  est une fonction connue. Discrétisée dans le temps, nous obtenons:

$$U_n = f(t_n) \quad (V.7)$$

Une première résolution est effectuée avec pour densité de courant dans la bobine la valeur  $j_{n,1}$ . Si  $v$  est le coefficient de remplissage de la bobine inductrice,  $N$  le nombre de spire,  $\rho$  sa résistivité,  $S$  sa section et  $r_m$  son rayon moyen alors sa résistance peut être approximée par:

$$R_b = \rho_0 \cdot \frac{2\pi \cdot r_m}{S \cdot \eta} \cdot N^2 \quad (V.8)$$

Le courant qui la traverse est le suivant:

$$I_{n,1} = j_{n,1} \cdot \frac{S}{N} \quad (V.9)$$

Le flux  $\phi_{n,1}$  qui la traverse est calculé une fois la résolution du pas  $n$  obtenue en fonction des valeurs du potentiel vecteur  $A$  dans la bobine.

$$\phi_{n,1} = 2\pi \cdot \frac{\int_s \int_s j_{n,1} \cdot A_{n,1} \cdot dS}{\int_s \int_s j_{n,1} \cdot dS} \quad (V.10)$$

avec  $S$  : surface d'intégration,

$j_{n,1}$  : densité de courant à la première itération du pas  $n$ ,

$A_{n,1}$  : potentiel vecteur à la première itération du pas  $n$ .

La chute de tension aux bornes du conducteur bobiné est:

$$U_{n,1} = R_b \cdot I_{n,1} + \frac{\phi_{n,1} - \phi_{n-1}}{\Delta t_n} \quad (V.11)$$

De même dans ce cas, il existe une relation qui lie la tension obtenue  $U_n$  à la densité de courant appliquée  $j_n$ . La résolution du pas  $n$  est achevée lorsque l'inégalité suivante est obtenue:

$$|U_n - U_{n,i}| \leq L_{\max} \quad (V.12)$$

où  $L_{\max}$  est une limite que l'utilisateur fixe.

### V.2.2.2 Cas de la décharge d'un condensateur

Le cas d'un condensateur alimentant un conducteur est sensiblement différent. En effet, ni le courant ni la tension ne sont préalablement connus. Le condensateur est chargé sous une tension  $U_0$ , sa capacité est  $C$ .

L'équation qui relie le courant traversant le condensateur à la tension à ses bornes est:

$$I = C \cdot \frac{\partial U}{\partial t} \quad (V.13)$$

La tension  $U_{n,1}$  aux bornes de la bobine est calculée de la même façon que précédemment (équation V.11). La tension  $V_{n,1}$  aux bornes du condensateur est donnée par:

$$V_{n,1} = U_{n-1} - \frac{\Delta t_n}{C} \cdot I_{n,1} \quad (V.14)$$

La résolution du système au pas  $n$  est obtenue lorsque l'égalité suivante est obtenue:

$$|V_{n,i} - U_{n,i}| \leq L_{\max} \quad (V.15)$$

La tension aux bornes du condensateur et de la bobine inductrice est alors cette tension  $U_{n,i}$ .

### V.2.2.3 Cas des impédances et des inductances

Le cas des impédances et inductances peut être traité en rajoutant simplement dans le calcul du terme de tension  $U_{n,1}$  de l'équation V.11 la chute de tension due à la présence d'impédances et d'inductances, c'est à dire:

$$\Delta U = R_t \cdot I_{n,i} + L_t \cdot \frac{I_{n,i} - I_{n-1}}{\Delta t_n} \quad (V.16)$$

Nous obtenons donc:

$$U_{n,i} = R_b \cdot I_{n,i} + \frac{\phi_{n,i} - \phi_{n-1}}{\Delta t_n} + R_t \cdot I_{n,i} + L_t \cdot \frac{I_{n,i} - I_{n-1}}{\Delta t_n} \quad (V.17)$$

Les interrupteurs sont pris en compte par des résistances de faibles valeurs (état passant) et de grandes valeurs (état bloqué).

### V.2.3. Algorithme récapitulatif de résolution en pas à pas (avec bouclage)

Nous présentons dans cet algorithme le cas du conducteur bobiné alimenté par une source de tension  $U=f(t)$ .

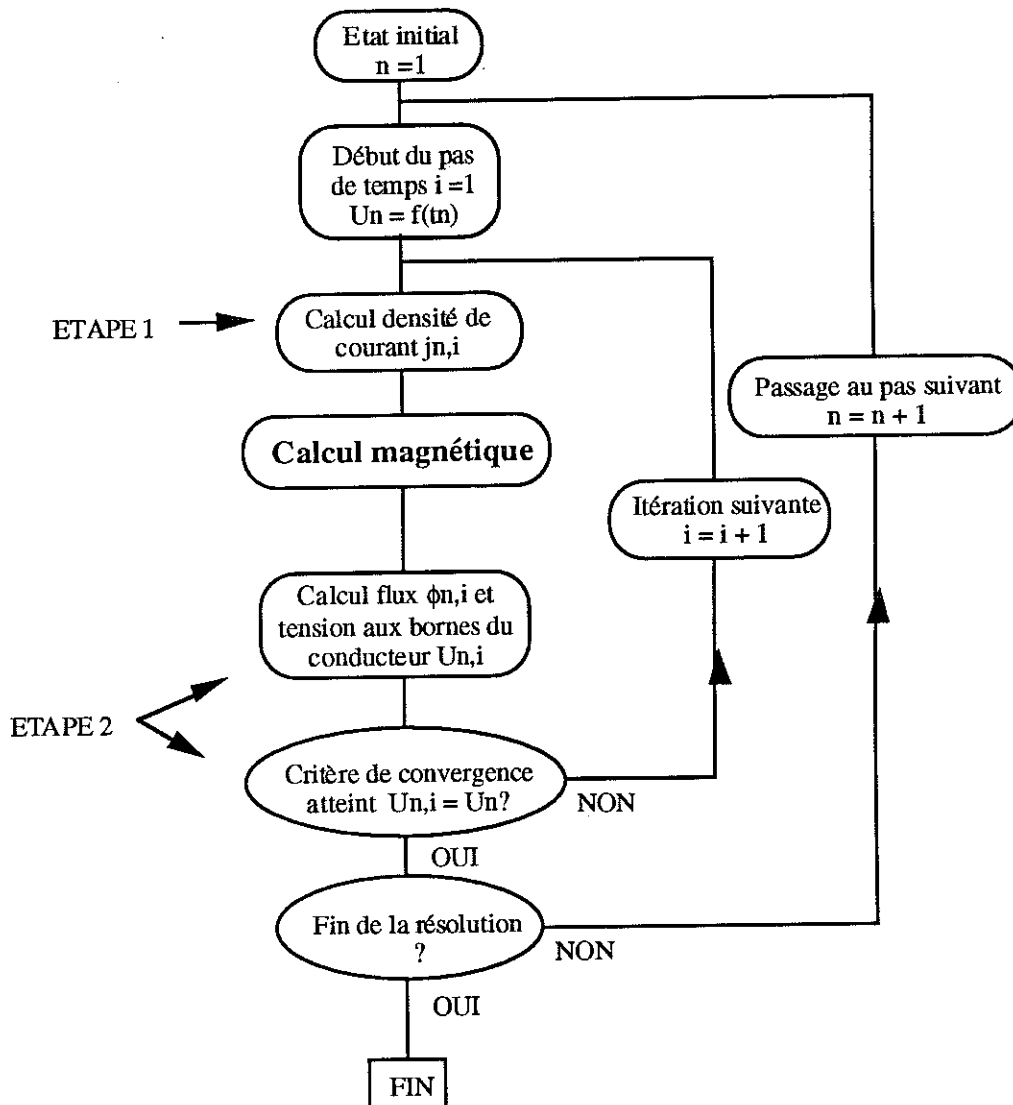


Figure V.2 : Algorithme de bouclage. Conducteur bobiné alimenté en tension

La mise en oeuvre par routines utilisatrices s'effectue en deux temps:

ETAPE 1 : calcul et intégration de la source de courant  $j_{n,i}$  dans le conducteur

ETAPE 2 : calcul du flux dans la bobine inductrice, de la tension à ses bornes et test  $U_{n,i} = U_n$

### V.2.4. Généralisation

Un lanceur à induction peut comprendre une multitude de bobines inductrices disposant chacune de son propre circuit d'alimentation. Le bouclage représenté sur la figure V.2 doit être appliqué à chaque circuit. Pour chaque circuit, l'inégalité de l'équation V.12 doit être vérifiée. Plus le nombre de circuit sera important et plus le processus itératif de résolution du système sera long.

Dans le cas d'un problème comprenant  $m$  circuits,  $U_1, \dots, U_i, \dots, U_m$  sont les tensions à obtenir aux bornes de chaque conducteur bobiné. Nous effectuons une première résolution avec  $m$  valeurs initiales de courant  $I_{1,0}, \dots, I_{i,0}, \dots, I_{m,0}$ . Cet ensemble de valeurs représente le vecteur initial  $[I]_0$ . Les tensions aux bornes de chaque conducteur bobiné calculées par la formule V.11 nous donne les tensions  $U_{1,0}, \dots, U_{i,0}, \dots, U_{m,0}$ .

#### Etat initial:

Courants	$I_{1,0}, \dots, I_{i,0}, \dots, I_{m,0}$	
Tensions	$U_{1,0}, \dots, U_{i,0}, \dots, U_{m,1}$	(V.18)

Les  $m$  itérations suivantes sont effectuées en incrémentant successivement d'un pourcentage fixe le courant traversant chaque circuit. Pour chaque itération, nous obtenons les couples suivants:

#### Itération 1:

Courants	$I_{1,1}, \dots, I_{i,1}, \dots, I_{m,1}$
Tensions	$U_{1,1}, \dots, U_{i,1}, \dots, U_{m,1}$

#### Itération i:

Courants	$I_{1,0}, \dots, I_{i,1}, \dots, I_{m,0}$	
Tensions	$U_{1,i}, \dots, U_{i,i}, \dots, U_{m,i}$	(V.19)

#### Itération m:

Courants	$I_{1,0}, \dots, I_{i,0}, \dots, I_{m,1}$
Tensions	$U_{1,m}, \dots, U_{i,m}, \dots, U_{m,m}$

A partir de l'itération initiale et des  $m$  itérations suivantes, nous pouvons construire la matrice des termes  $dU_i/dI_i$  qui sont donnés par:

$$\frac{dU_i}{dI_i} = \frac{U_{i,i} - U_{i,0}}{I_{i,1} - I_{i,0}} \quad (V.20)$$

Afin d'obtenir le vecteur  $[I]$  solution du système au pas  $n$ , nous devons résoudre le système suivant:

$$\begin{bmatrix} \frac{dU_1}{dI_1} & \dots & \frac{dU_1}{dI_i} & \dots & \frac{dU_1}{dI_m} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{dU_i}{dI_1} & \dots & \frac{dU_i}{dI_i} & \dots & \frac{dU_i}{dI_m} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{dU_m}{dI_1} & \dots & \frac{dU_m}{dI_i} & \dots & \frac{dU_m}{dI_m} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \vdots \\ \Delta I_i \\ \vdots \\ \Delta I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 - U_{1,0} \\ \vdots \\ U_i - U_{i,0} \\ \vdots \\ U_m - U_{m,0} \end{bmatrix} \quad (V.21)$$

L'incrémentation du vecteur  $[I]$  est alors effectuée:

$$[I]_1 = [I]_0 + [\Delta I] \quad (V.22)$$

La fin du processus de résolution du pas de temps est obtenue lorsque les  $m$  égalités de l'équation V.12 sont réalisées. Ce processus itératif est assez long puisqu'il dépend du nombre de bobines inductrices que comprend le système. Des systèmes comprenant jusqu'à dix-huit bobines ont cependant pu être étudiés.

## V.2.5. Application

### V.2.5.1. Dispositif

Le lanceur que nous nous proposons d'étudier dans cette dernière partie est un lanceur comprenant deux sections de bobines inductrices dont les données géométriques et électriques proviennent de [13]. La géométrie du système est la suivante (voir figure V.3). Chaque section est alimentée par un groupe de générateurs triphasés. Chaque générateur de la première section est relié à deux bobines inductrices et chaque générateur de la deuxième section à quatre bobines inductrices.



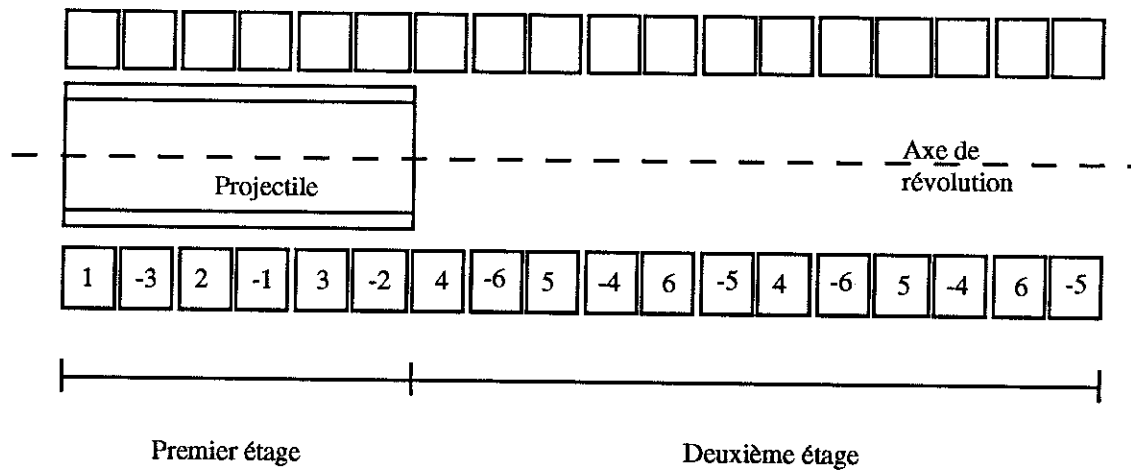


Figure V.3 : Géométrie du lanceur à deux sections étudié

Les données géométriques sont :

Premier étage : 6 bobines

Longueur = 30 mm

Rayon intérieur = 26.75 mm

Rayon extérieur = 41.75 mm

Nombre de tours = 10

Projectile :

Longueur = 200 mm

Rayon intérieur = 24.35 mm

Rayon extérieur = 25.65 mm

Matériau : aluminium

Masse = 100 g

Deuxième étage : 12 bobines  
(même caractéristiques)

Les données électriques sont :

Premier étage :

$$V_a = V_{m1} \cdot \cos(2\pi f_1 \cdot t)$$

$$V_b = V_{m1} \cdot \cos(2\pi f_1 \cdot t - \frac{2\pi}{3})$$

$$V_c = V_{m1} \cdot \cos(2\pi f_1 \cdot t + \frac{2\pi}{3})$$

(V.23)

avec  $V_{m1} = 2000$  V,  $f_1 = 1250$  Hz.

Deuxième étage :

$$\begin{aligned}
 V_a &= V_{m2} \cdot \cos(2\pi f_2 \cdot (t - t_2) + \phi_2) \\
 V_b &= V_{m2} \cdot \cos(2\pi f_2 \cdot (t - t_2) - \frac{2\pi}{3} + \phi_2) \\
 V_c &= V_{m2} \cdot \cos(2\pi f_2 \cdot (t - t_2) + \frac{2\pi}{3} + \phi_2)
 \end{aligned} \tag{V.24}$$

avec  $V_{m2} = 6000 \text{ V}$ ,  $f_2 = 2500 \text{ Hz}$ .

$T_2$  est l'instant auquel la deuxième section de bobines est alimentée. Cette alimentation a lieu lorsque les 3/4 du projectile ont pénétré dans cette deuxième section.  $\phi_2$  est l'angle de phase de commutation à cet instant.

#### V.2.5.2. Résultats

Le dispositif représenté sur la figure V.3 a été modélisé par la méthode des éléments finis en tenant compte de l'alimentation en tension dans les conducteurs bobinés de la partie inductrice. Le couplage mécanique utilisant la méthode de la "bande infinie" est utilisé pour modéliser le déplacement du projectile. La bande infinie englobe la totalité des bobines inductrices.

Le domaine éléments finis contient 5791 noeuds et 2846 éléments.

##### a) Alimentation de la première section

Les figures V.4 et V.5 représentent l'évolution de l'accélération et de la vitesse du projectile pendant la phase de propulsion.

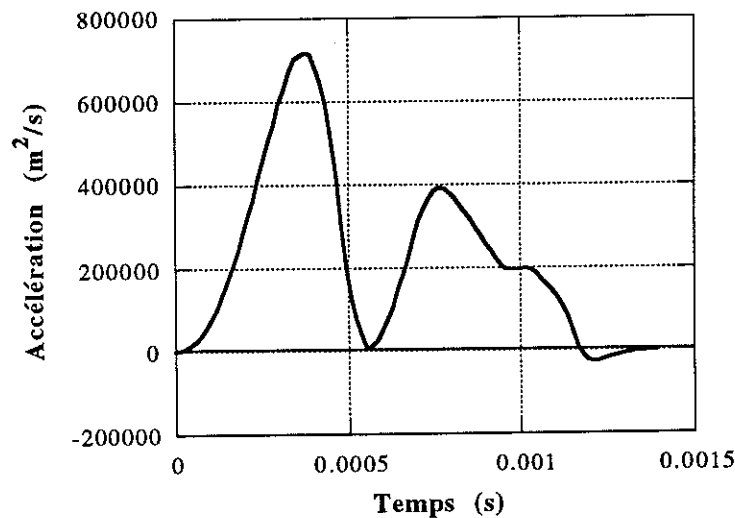


Figure V.4 : Evolution de l'accélération

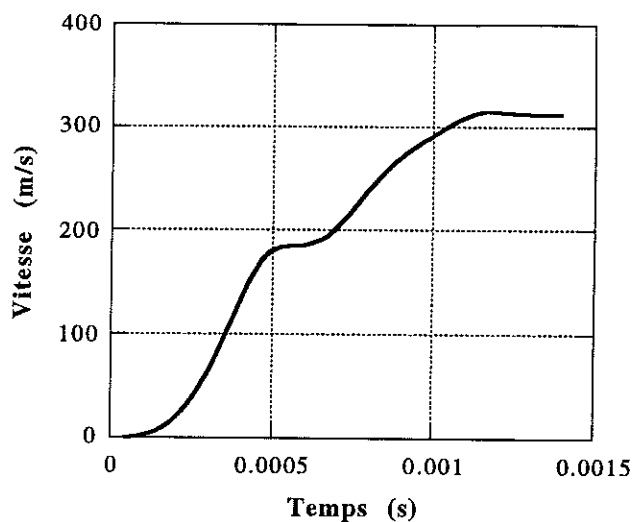


Figure V.5 : Evolution de la vitesse

Les oscillations que nous observions avec la première application ne sont plus présentes. Ceci est dû au bouclage lié à la résolution des équations électriques de l'alimentation.

La vitesse finale du projectile est de 314 m/s. La vitesse passe par un léger palier qui correspond à l'annulation de la force dans l'induit. A partir d'un certain moment, le projectile commence à sortir de la zone d'influence de la section de départ. La vitesse du projectile ne varie pratiquement plus.

L'évolution du courant inducteur est représentée sur la figure V.6. On remarque un très fort déséquilibre au démarrage.

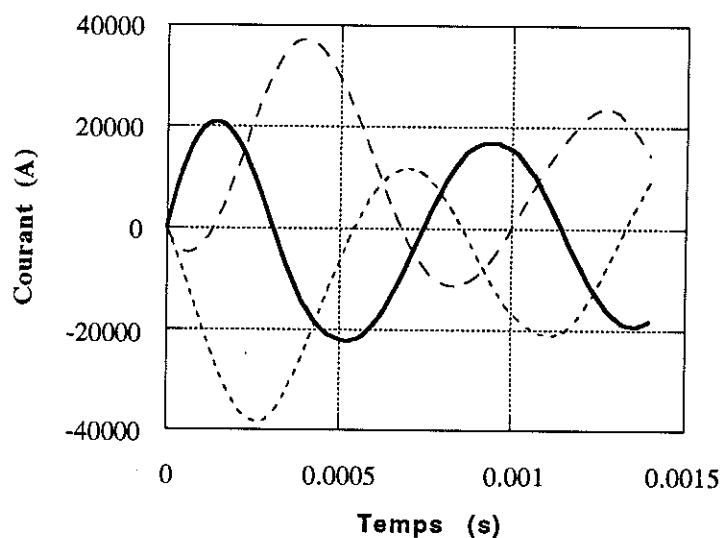


Figure V.6 : Evolution des courants inducteurs (section de démarrage)

Les courants inducteurs sont fortement déséquilibrés au démarrage. On peut d'ailleurs noter que le régime permanent n'est pas atteint lorsque le projectile atteint sa vitesse finale.

#### b) Alimentation de la seconde section

Les résultats obtenus sont présentés sur les figures V.7 et V.8.

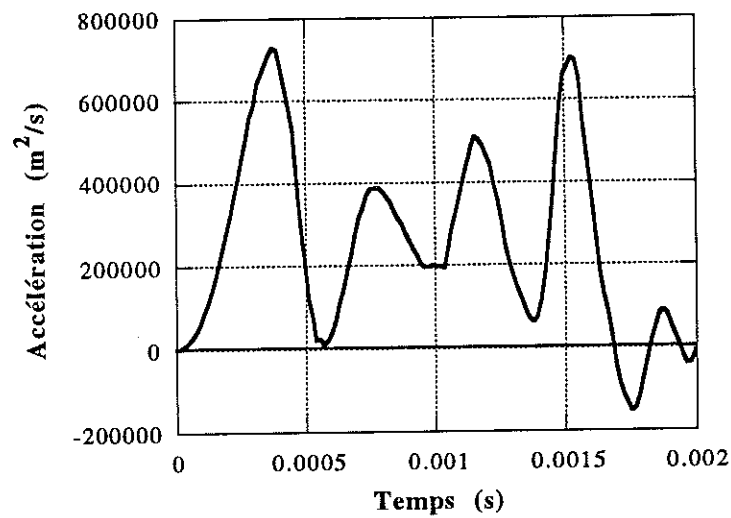


Figure V.7 : Evolution de l'accélération

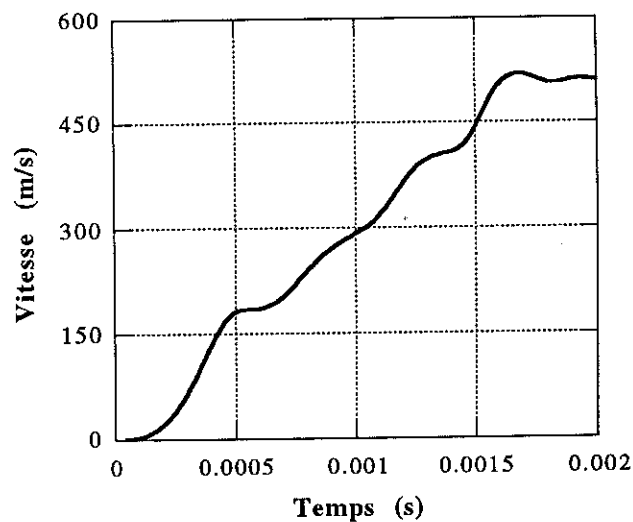


Figure V.8 : Evolution de la vitesse

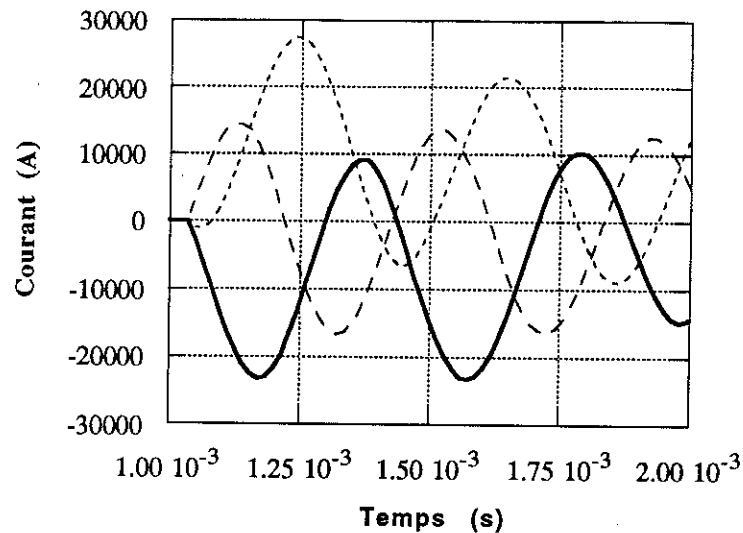


Figure V.9 : Evolution des courants inducteurs (seconde section)

Le cas que nous avons choisi de présenter est un cas où le couplage mécanique entre les deux sections est idéal. En effet, à l'instant de commutation ( $t = 1.02\text{ms}$ ), on remarque que la force d'accélération qui était devenu stable réaugmente immédiatement. La vitesse finale du projectile atteint 512 m/s. Pour les cas où l'angle  $\phi_2$  a été mal choisi, une très grande force de freinage est générée lors de la commutation.

Là encore, on peut noter un très fort déséquilibre lors de la commutation de la seconde section. La fréquence des courants est égale au double de celle des courants de la section de départ.

### c) Evolution de la vitesse en fonction de l'angle de phase d'alimentation

Dans le tableau V.1, nous avons récapitulé l'évolution de la vitesse finale du projectile en fonction de l'angle de commutation. La valeur  $\phi_2$  qui permet la meilleur synchronisation est d'environ 100 degrés. Des écarts de plus de 100 mètres par seconde sur la vitesse finale du projectile peuvent être obtenus.

Angle de commutation (degré)	0	32	60	92	120	152	180	240	300	360
Vitesse finale (m/s)	455	487	505	513	512	508	483	398	411	455

Tableau V.1 : Evolution de la vitesse finale

### **V.2.6. Bilan de la méthode**

La méthode que nous avons présentée nous permet donc de prendre en compte un dispositif électrotechnique et son dispositif d'alimentation. Cette méthode peut être associée aux trois méthodes de prise en compte du mouvement.

Plus le nombre de circuits est élevé et plus le temps de bouclage sera long. De même, plus les circuits seront complexes (mises en parallèle) et plus le temps de résolution augmentera.

Afin de palier à ces inconvénients de temps de résolution, nous nous sommes orientés dans un second temps vers l'utilisation d'un code E-F qui couple les phénomènes électriques et magnétiques.

## **V.3. Couplage des équations de champ et des équations électriques**

### **V.3.1. Introduction**

L'utilisation du couplage simultané des équations de circuits et des équations électriques permet de réduire de façon considérable le temps de calcul. Cette méthode appliquée à l'étude de phénomènes transitoires a été implantée dans le logiciel FLUX2D par P. Lombard [10]. Dans le même but que le chapitre V.2., ce type de couplage permet de modéliser les divers types de connexion qu'il peut exister dans un dispositif électrotechnique.

### **V.3.2. Mise en équations**

Des circuits électriques peuvent être connectés aux bornes des conducteurs du domaine éléments finis. Le but principal de ce couplage est de pouvoir modéliser tous les types de conducteurs et leurs connexions avec tous les types d'alimentations ou de composants passifs.

Reprenons les deux types de conducteurs, massifs et bobinés. Il faudra de nouveau les traiter séparément.

### V.3.2.1. Cas d'un conducteur massif

Soit le schéma électrique suivant:

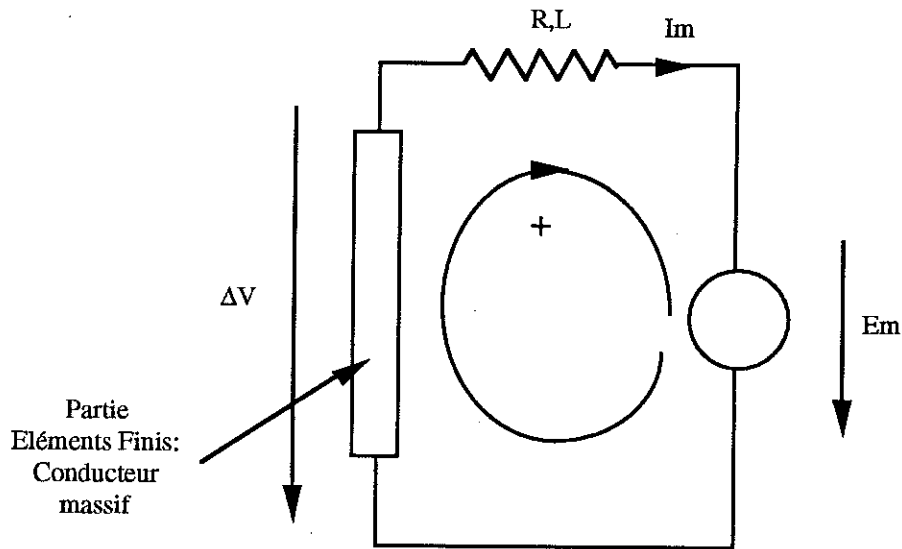


Figure V.10 : Schéma électrique comprenant un conducteur massif

Le conducteur massif appartient au domaine éléments finis modélisé.

Les inconnues que nous avons à résoudre sont:

$A$  : potentiel vecteur en chaque noeud de la région correspondant au conducteur,

$I_m$  : courant dans la boucle électrique,

$\Delta V$  : tension aux bornes du conducteur.

Les équations matricielles à résoudre sont:

#### a) Equations magnétiques dans le domaine éléments finis

$$[S].[A] + [G].\frac{d[A]}{dt} - [C].[\Delta V] = 0 \quad (V.25)$$

Dans le cas axisymétrique, les termes matriciels sont:

$$S_{i,j}(N \times N) = \int \int_s \left( \frac{V}{r} \cdot \text{grad} \alpha_i \cdot \text{grad} \alpha_j \right) \cdot dS \quad (V.26)$$

$$G_{i,j}(N \times N) = \int \int_s (\frac{\sigma}{r} \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j) \cdot dS \quad (V.27)$$

$$C_{i,j}(N \times M) = \int \int_s (\frac{\sigma}{2\pi \cdot r} \cdot \alpha_i) \cdot dS \quad (V.28)$$

**b) Equations électriques: loi d'ohm dans chaque boucle de courant**

$$[E_m] = [Z'_m] \cdot [I_m] + [D] \cdot [\Delta V] + [L_m] \cdot \frac{d[I_m]}{dt} \quad (V.29)$$

avec:  $[Z'_m]$  : matrice des impédances autres que les conducteurs massifs,

$Z'_{i,i}$  : somme des résistances de la boucle i,

$Z'_{i,j}$  : somme des résistances communes aux boucles i et j (signe + ou - selon le sens de traversée du courant de boucle),

$[L_m]$  : matrice d'inductance (même procédé),

$[D]$  : matrice de sens de parcours de la boucle i par le conducteur massif k (+1 ou -1),

$[E_m]$  : vecteur source de tension des boucles de courant i,

$[I_m]$  : courant de boucle.

**c) Equations de couplage entre les inconnues électriques et les inconnues magnétiques**

$$[\Delta V] = [R] \cdot [I] + [R] \cdot [C]^t \cdot \frac{d[A]}{dt} \quad (V.30)$$

Cette équation provient du calcul de la chute de tension aux bornes du conducteur:

$$U = R_{bob} \cdot I + \frac{d\Phi}{dt} \quad (V.31)$$

$[R]$  : matrice diagonale des résistances des conducteurs massifs.

$I_m$  est le courant de maille (courant de boucle) qu'il ne faut pas confondre avec I le courant traversant le conducteur. En effet, il est possible qu'un conducteur appartienne à deux mailles



différentes. Le courant qui le traverse est alors égal à la somme des courants dans chaque maille au signe près.

On obtient finalement le système matriciel suivant:

$$\begin{bmatrix} [S].[A] + [G].\frac{d[A]}{dt} & -[C].[\Delta V] \\ -[C]^t.\frac{d[A]}{dt} & +[R]^{-1}.[\Delta V] & -[D]^t.[I_m] \\ & -[D].[ \Delta V] & -[Z'_m].[I_m] - [L_m].\frac{d[I_m]}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ -[E_m] \end{bmatrix} \quad (V.32)$$

Pour une alimentation en courant,  $E_m$  est nulle et  $I_m$ , n'étant plus une inconnue, est passée au second membre.

### V.3.2.2. Cas d'un conducteur bobiné

Soit le schéma électrique suivant:

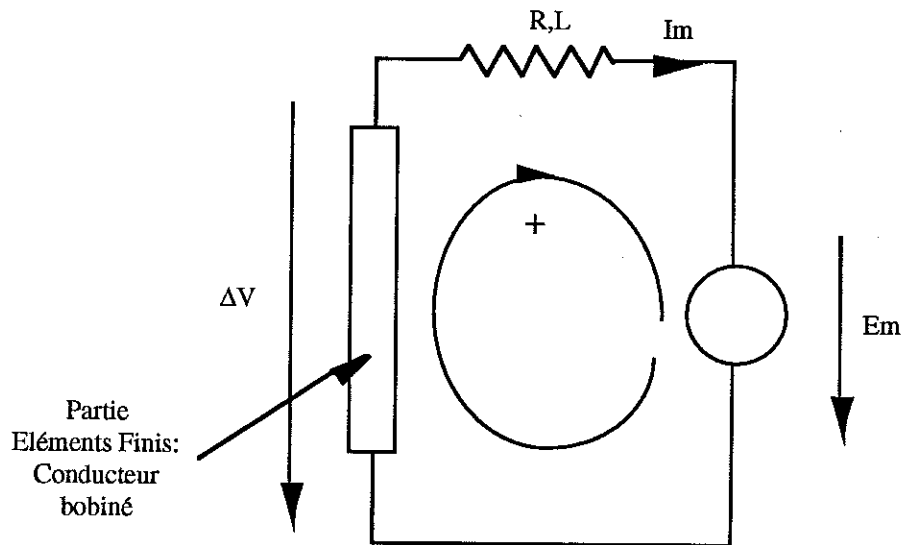


Figure V.11 : Schéma électrique comprenant un conducteur bobiné

Le conducteur bobiné appartient au domaine éléments finis modélisé. Les inconnues sont dans ce cas le courant de maille  $I_m$  et le vecteur potentiel  $A$  en chaque noeud du conducteur bobiné. Les équations matricielles à résoudre sont:

### a) Equations dans le domaine éléments finis

$$[S].[A] - [C'].[I] = 0 \quad (V.33)$$

$$C'_{i,k}(N \times M) = \int \int_s \alpha_i \cdot \frac{N}{S_k} \cdot dS \quad (V.34)$$

### b) Equations de couplage

$$[\Delta V] = [R'].[I] + [C']^t \cdot \frac{d[A]}{dt} \quad (V.35)$$

Cette équation est incluse dans la loi des mailles ce qui fait disparaître le terme de tension  $\Delta V$ :

$$[E_m] = [Z_m].[I_m] + [L_m] \cdot \frac{d[I_m]}{dt} + [D'] \cdot [C'] \cdot \frac{d[A]}{dt} \quad (V.36)$$

Nous avons la même définition pour la matrice  $L_m$ . Par contre,  $[Z_m]$  est la même matrice que  $[Z'_m]$  mais contient toutes les résistances des boucles en présence.

$I_m$  est le courant de maille,  $\Delta V$  la tension aux bornes d'un conducteur bobiné,  $E_m$  l'alimentation en tension.  $A$  est le potentiel vecteur sur le domaine éléments finis. On obtient le système suivant:

$$\begin{bmatrix} [S].[A] & -[C'] \cdot [D']^t \cdot [I_m] \\ -[D'] \cdot [C']^t \cdot \frac{d[A]}{dt} & -[Z_m].[I_m] - [L_m] \cdot \frac{d[I_m]}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ -[E_m] \end{bmatrix} \quad (V.37)$$

Pour une alimentation en courant, on supprime la ligne d'équation de la maille alimentée en courant et tous les termes de la colonne concernant la maille alimentée en courant sont passés au second membre.

### V.3.2.3. Cas général

On obtient le système matriciel suivant:

$$\begin{bmatrix} [S].[A] + [G].\frac{d[A]}{dt} & -[C].[\Delta V] & -[C'].[D']^t.[I_m] \\ -[C]^t.\frac{d[A]}{dt} & +[R]^{-1}.[\Delta V] & -[D]^t.[I_m] \\ -[D'].[C']^t.\frac{d[A]}{dt} & -[D].[\Delta V] & -[Z'_m].[I_m] - [L_m].\frac{d[I_m]}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ -[E_m] \end{bmatrix} \quad (V.38)$$

avec  $I_m$  : courant dans chaque boucle indépendante,  
 $A$  : vecteur potentiel dans la zone éléments finis modélisée,  
 $\Delta V$  : tension aux bornes des conducteurs massifs.

Ce système est donc valable pour des conducteurs massifs ou bobinés reliés à des impédances ou réactances extérieures ( $Z_m, L_m$ ), à des sources de tension ou de courant.

Source de tension :  $E_m \neq 0$ ,  
 Source de courant :  $I_m$  est connue.

### V.3.2.4. Introduction du condensateur

Comme nous l'avons déjà dit, une autre source d'énergie utilisée pour alimenter des lanceurs électromagnétiques est la décharge de bancs de condensateur.

Contrairement aux autres sources de courant ou de tension, ni le courant, ni la tension ne sont connus à priori.

Si l'on appelle  $U$  la tension aux bornes d'un condensateur et  $I$  le courant qui le traverse alors:

$$I = C.\frac{dU}{dt} \quad (V.39)$$

Le condensateur est caractérisé par la valeur de sa capacité  $C$  exprimée en Farads et par la tension à ses bornes à l'instant initial  $U_0$  en Volt.

On ajoute à l'équation de tension d'une boucle, la tension aux bornes du condensateur. D'autre part, on ajoute l'équation liant la tension au courant discrétisé dans le temps.

$$\frac{dU_c(t+\Delta t)}{dt} = \frac{U_c(t+\Delta t) - U_c(t)}{\Delta t} = \frac{I(t+\Delta t)}{C_c} \quad (V.40)$$

Exemple: pour une maille comprenant en série une résistance, une inductance, une capacité et une alimentation, on obtient le système suivant.

$$R \cdot I_m + L \cdot \frac{I_m(t+\Delta t)}{\Delta t} + U_c = E_m + L \cdot \frac{I_m(t)}{\Delta t} \quad (V.41)$$

$$I_m(t+\Delta t) - C_c \cdot \frac{U_c(t+\Delta t)}{\Delta t} = -C_c \cdot \frac{U_c(t)}{\Delta t} \quad (V.42)$$

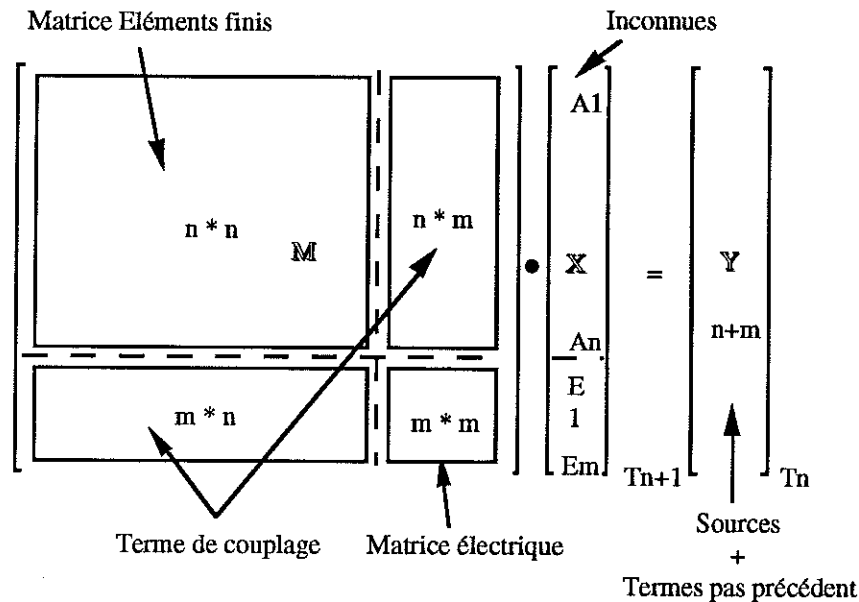
Finalement, le système général symétrisé représentant le domaine élément fini couplé à un réseau électrique comprenant des résistances, des inductances et des capacités est le suivant:

$$\begin{bmatrix} [S]\Delta t + [G] & -[C]\Delta t & -[C'] \cdot [D]^t \Delta t \\ -[C]^t \Delta t & [R]^{-1} \Delta t^2 & -[D]^t \Delta t^2 \\ -[D'] \cdot [C']^t \Delta t & -[D] \Delta t^2 & -[Z] \Delta t^2 - [L] \Delta t & -[D''] \Delta t^2 \\ & & -[D'']^t \Delta t^2 & [C_c] \Delta t \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [A] \\ [\Delta V] \\ [I_m] \\ [U_c] \end{bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} [G] \cdot [A(t)] \\ -[C]^t [A(t)] \Delta t \\ -[E(t+\Delta t)] \Delta t^2 - [L] \cdot [I_m(t)] \Delta t \\ -[D'] \cdot [C']^t \cdot [A(t)] \Delta t \\ [C_c] \cdot [U_c(t)] \Delta t \end{bmatrix} \quad (V.43)$$

On peut ajouter à ces composants existants les interrupteurs en les modélisant par des résistances de faible valeur quand le composant est passant et par des résistances de forte valeur quand le composant est bloqué.

Finalement, on peut résumer ce couplage par la vue générale suivante. Le système matriciel à résoudre est:

$$[M] \cdot [X] = [Y] \quad (V.44)$$



N noeuds : N inconnues magnétisues  $A1 \rightarrow An$

M inconnues électriques (courants , tensions)  $E1 \rightarrow Em$

Figure V.12 : Système matriciel à résoudre

La matrice M se décompose en trois parties, à savoir une sous-matrice de termes magnétiques, une sous matrice de termes électriques et deux sous matrices de termes de couplage qui permettent de lier les inconnues électriques et magnétiques.

### V.3.3. Application

Le système décrit dans le § V.2.5. a été modélisé avec le couplage des équations électriques et magnétiques. Le couplage mécanique utilise en même temps la bande de glissement pour simuler le déplacement du projectile.

#### a) Alimentation de la section de départ

Les figures V.13 et V.14 représentent l'évolution des données cinétiques du lanceur.

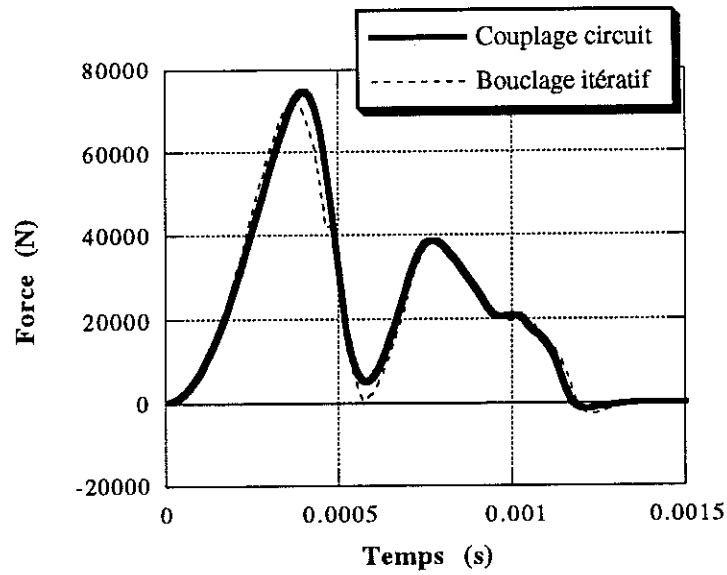


Figure V.13 : Evolution de la force

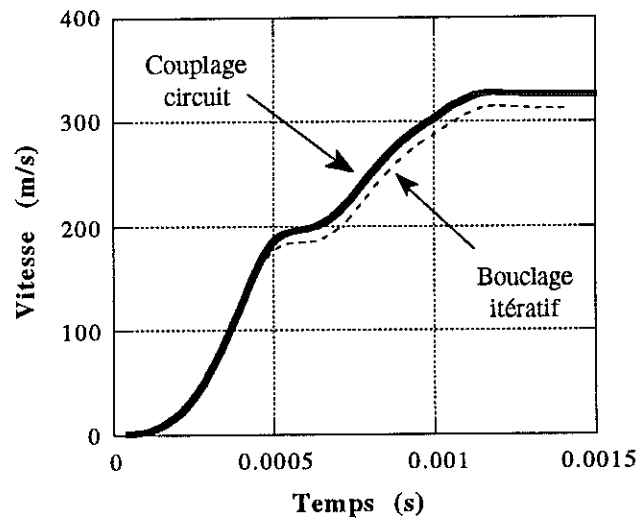


Figure V.14 : Evolution de la vitesse

Les deux méthodes de prise en compte du mouvement donnent sensiblement les mêmes résultats au démarrage puis on remarque un léger décrochement. La vitesse finale du projectile est de 325 m/s avec le couplage des équations de circuit associé à la bande de glissement contre 314 m/s avec la méthode du bouclage itératif associée à la "bande infinie".

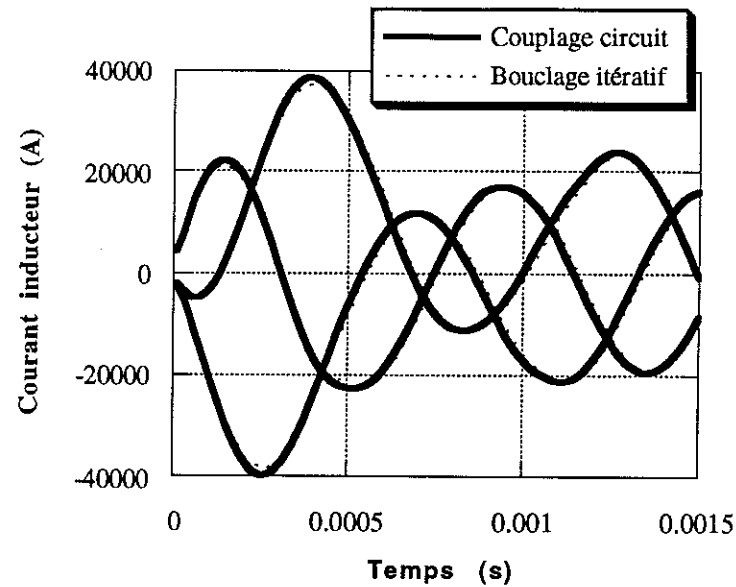


Figure V.15 : Evolution du courant inducteur (section de départ)

Les courants inducteurs obtenus par les deux méthodes de de couplage électrique sont aussi sensiblement les mêmes.

#### b) Alimentation de la seconde section

Les figures V.16 et V.17 représentent l'évolution des mêmes grandeurs lorsque les deux sections de bobines sont alimentées successivement. L'angle de phase choisi est de 120 degrés.

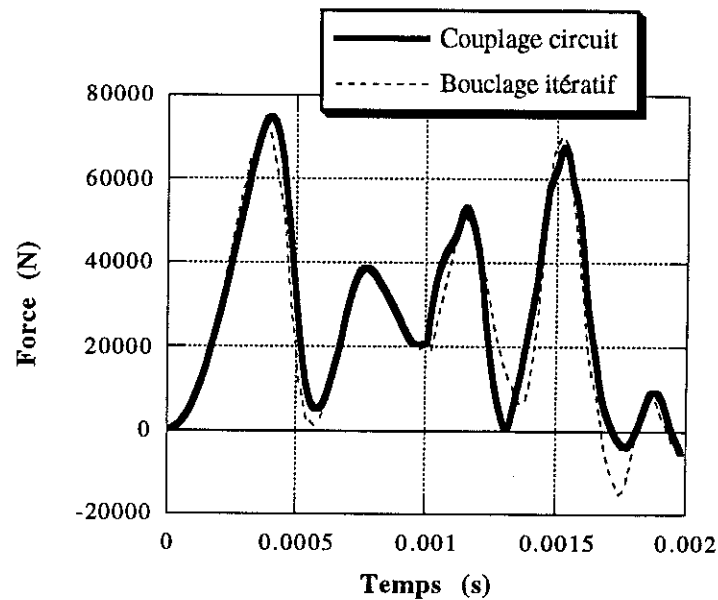


Figure V.16 : Evolution de la force

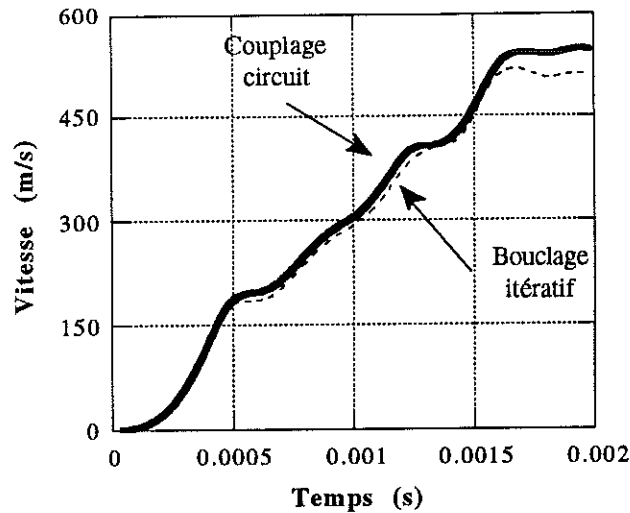


Figure V.17 : Evolution de la vitesse

La vitesse finale du projectile est de 544 m/s contre 512m/s avec la méthode précédente.

### c) Evolution de la vitesse finale du projectile en fonction de la commutation

Selon l'angle de phase  $\phi_2$  qui est choisi lors de la commutation, la vitesse finale du projectile varie. Le tableau V.2 récapitule cette évolution. Une comparaison avec la méthode de couplage précédente est effectuée.

		Angle de commutation (degré)						
		0	60	120	180	240	300	360
Méthode itérative	Vitesse finale (m/s)	455	505	512	483	398	411	455
Couplage éq. circuit+champ	Vitesse finale (m/s)	476	529	544	493	386	358	476

Tableau V.2 : Evolution de la vitesse finale du projectile

On remarque que des différences de vitesse d'une centaine de mètres par seconde peuvent être obtenues. L'angle optimal de commutation qui permet le meilleur couplage mécanique entre les deux sections est compris entre 90 et 120 degrés.



### V.3.4. Bilan de la méthode

La méthode du couplage des équations de champ et des équations de circuit est très facile d'emploi. Elle permet de décrire de manière simple les différents circuits électriques que comprend notre dispositif électrique et leurs connexions avec les conducteurs du domaine éléments finis. Il est possible de modéliser tous les types de composants passifs tels que résistances, inductances et condensateurs.

Les équations électriques et magnétiques étant résolues simultanément, une seule itération suffit pour résoudre à chaque pas de temps le système matriciel correspondant à notre problème. Le gain de temps obtenu grâce à l'emploi de cette méthode est considérable. Pour exemple, l'introduction d'un seul circuit électrique nécessite avec la première méthode deux ou trois itérations. L'introduction d'un second circuit aurait lui nécessité de quatre à sept itérations. L'introduction d'une dizaine de circuit nécessite vingt ou trente itérations.

La résolution qui utilise le couplage est plus longue que la résolution standard. La taille du système matriciel augmente du nombre d'inconnues électriques introduites par le couplage. De même, la largeur de bande de la matrice  $[M]$  augmente. Ceci est dû à l'équation qui lie inconnues magnétiques et électriques.

En règle générale, le tableau suivant donne le nombre d'équations électriques introduites par la présence de circuits électriques.

Elément de circuit	Nombre d'équations introduites
Boucle indépendante	1
Conducteur massif	1
Conducteur bobiné	0
Condensateur	1
Alimentation courant	-1

Tableau V.3 : Récapitulatif du nombre d'équations introduites

#### V.4. Conclusions

Les deux méthodes de couplage électrique que nous avons présentées nous permettent de prendre en compte les connexions entre circuits électriques et domaine éléments finis. Nous sommes en mesure de modéliser un projectile massif ou bobiné en court-circuit. Ce dernier cas entre dans le modèle du conducteur bobiné alimenté en tension. Certains projectiles sont en effet bobinés afin de répartir uniformément les courants et par conséquent les échauffements.

L'association du couplage électrique avec le couplage mécanique nous permet de modéliser le comportement cinématique et électrique du lanceur. Cependant, toutes les associations ne sont pas réalisables (voir tableau V.4).

	Bouclage itératif	Couplage des équations
Bande infinie	OUI	NON
Réductivité variable	OUI	OUI
Bande de glissement	OUI	OUI

Tableau V.4 : Récapitulatif des possibilités de couplage électrique-mécanique



## **Chapitre VI**

# **Couplage magnéto-thermique en régime évolutif**



## VI.1. Introduction

Les forces électromagnétiques mises en jeu pendant la durée totale d'accélération du projectile nécessitent la présence de courants de très fortes intensités dans la partie induite mobile. Ces courants sont naturellement des sources de chaleur. En effet, tout conducteur traversé par un courant dissipe de l'énergie par effet Joule. L'importance de cette dissipation dépend de l'importance du courant.

Selon les dispositifs étudiés et surtout la vitesse que l'on souhaite transmettre au projectile, l'énergie totale fournie par la source et, par conséquent, l'énergie dissipée par effet Joule varie énormément. Pour des petites maquettes (faible vitesse : quelques mètres par seconde), l'énergie dissipée n'est pas très importante. En revanche, dans un lanceur dont le projectile peut atteindre des vitesses de plusieurs centaines de mètres par seconde, on remarque souvent que le projectile commence à fondre, l'énergie qui y est dissipée est, en effet, énorme.

## VI.2. Exemple

Nous avons repris l'exemple du lanceur décrit dans le chapitre V.2.5.. Dans un premier temps, nous avons calculé l'évolution au cours du temps de la puissance dissipée dans le projectile. Nous avons supposé en premier lieu la répartition de chaleur uniforme dans le projectile massif ce qui n'est pas le cas à priori puisque les sources de chaleur se répartissent aux endroits où passe effectivement le courant. En supposant de plus le projectile thermiquement isolé de l'extérieur (hypothèses d'adiabacité), nous avons calculé l'élévation de température dans le projectile. Les figures VI.1 et VI.2 montrent l'évolution de la puissance dissipée puis de la température dans le projectile.

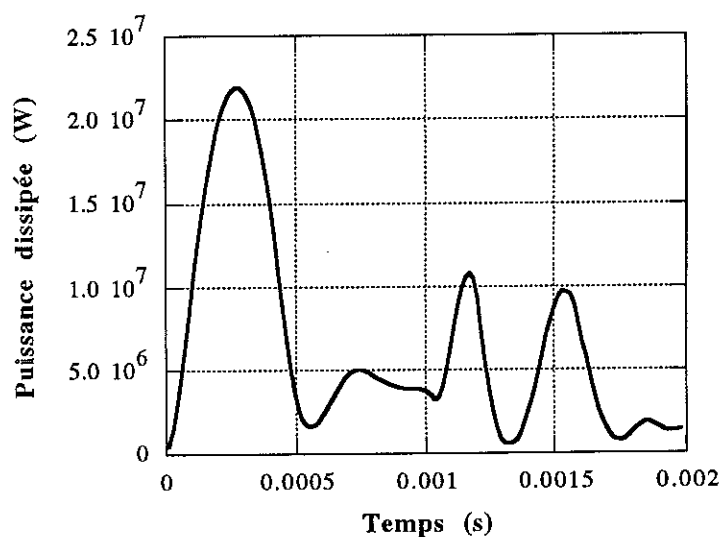


Figure VI.1 : Evolution de la puissance dissipée dans le projectile

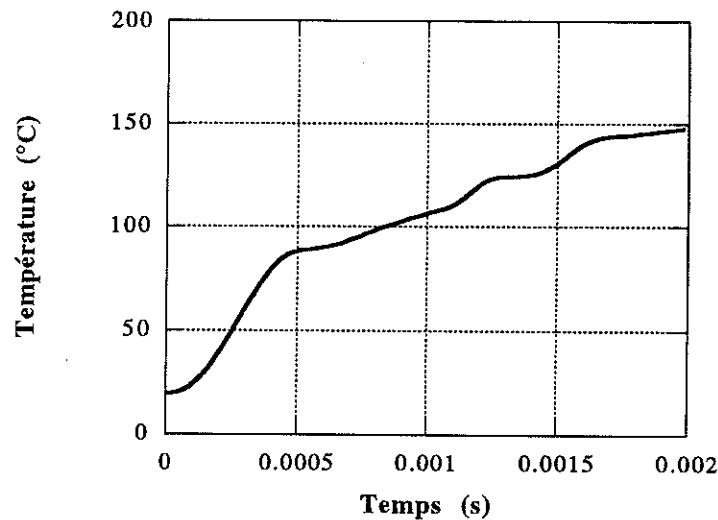


Figure VI.2 : Evolution de la température

Nous remarquons donc que, globalement, l'élévation de température dans le projectile est d'environ 150 °C. Par conséquent, la température peut atteindre des valeurs localement bien supérieures.

Le projectile, qu'il soit massif ou bobiné, voit donc sa température évoluer durant son accélération. Cette élévation de température influe directement sur les propriétés du matériau et plus particulièrement sur sa résistivité. Dans la plage de température qui se situe entre la température ambiante et la température de fusion du matériau conducteur, nous avons utilisé la loi d'approximation du premier ordre suivante qui nous donne l'évolution de la résistivité du matériau en fonction de la température.

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + a \cdot T) \quad (\text{VI.1})$$

avec  $\rho_0$  : résistivité à 0 °C,

$a$  : coefficient de température (constant sur la plage de température considérée),

$T$  est la température en degré Celsius.

Exemple: pour l'aluminium

$$\rho_0 = 2.78 \cdot 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m} \text{ (résistivité à 0 °C)}$$

$$a = 45 \cdot 10^{-4} \, \text{s}^{-1}$$

La résistivité du matériau croît avec la température. Une différence de quelques degrés n'influe pas beaucoup sur la résistivité. En revanche, un écart d'une centaine de degré peut provoquer une différence de près de 50 % de la résistivité. C'est cet effet sur les propriétés électriques du

conducteur que nous avons jugé bon de ne pas négliger. Sur la figure VI.3, nous pouvons voir l'effet des échauffements thermiques sur la résistivité du matériau durant l'accélération du projectile.

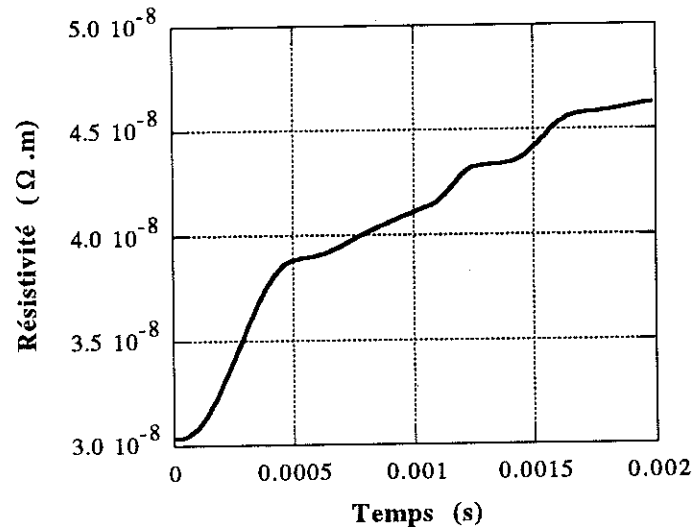


Figure VI.3 : Variation de la résistivité

Cette évolution des propriétés électriques, qui n'est pas pris en compte dans l'étude E-F des phénomènes électromagnétiques, justifie l'emploi d'un couplage avec les phénomènes thermiques. Les phénomènes thermiques, électromagnétiques et cinétiques étant étroitement liés, ces écarts de résistivité influent directement sur les calculs de répartition et de valeur de courant, sur les calculs de champ magnétique et par conséquent sur le calcul de la force et de toutes les grandeurs cinématiques.

Selon la nature du conducteur, deux types de couplage ont été développés. Le premier cas, celui du projectile bobiné, est traité par l'utilisation de routines utilisatrices. La densité de courant y étant uniforme, les puissances dissipée par effet Joule et l'élévation de température le sont aussi.

Dans le second cas, le projectile massif est traversé par des courants induits qui ne nous permettent pas de supposer uniformes les énergies dissipées. Par conséquent, nous utilisons une modélisation des échauffements dans le conducteur par la méthode E-F appliquée à la thermique.

## VI.2. Couplage dans un conducteur bobiné

Le cas du projectile bobiné est le plus simple à traiter. Le conducteur bobiné est naturellement formé de couches isolantes thermiquement peu conductrices. Supposer le projectile adiabatique, c'est à dire thermiquement isolé de l'extérieur et possédant de surcroît une conductivité



thermique nulle est naturel et est une hypothèse d'autant plus valable que les phénomènes d'accélération sont très courts (quelques ms).

L'étude de l'accélération du projectile est effectuée par une résolution pas à pas dans le temps avec ou sans couplage électrique. Le processus de couplage entre les phénomènes électromagnétiques et les phénomènes thermiques est présenté sur la figure VI.4.

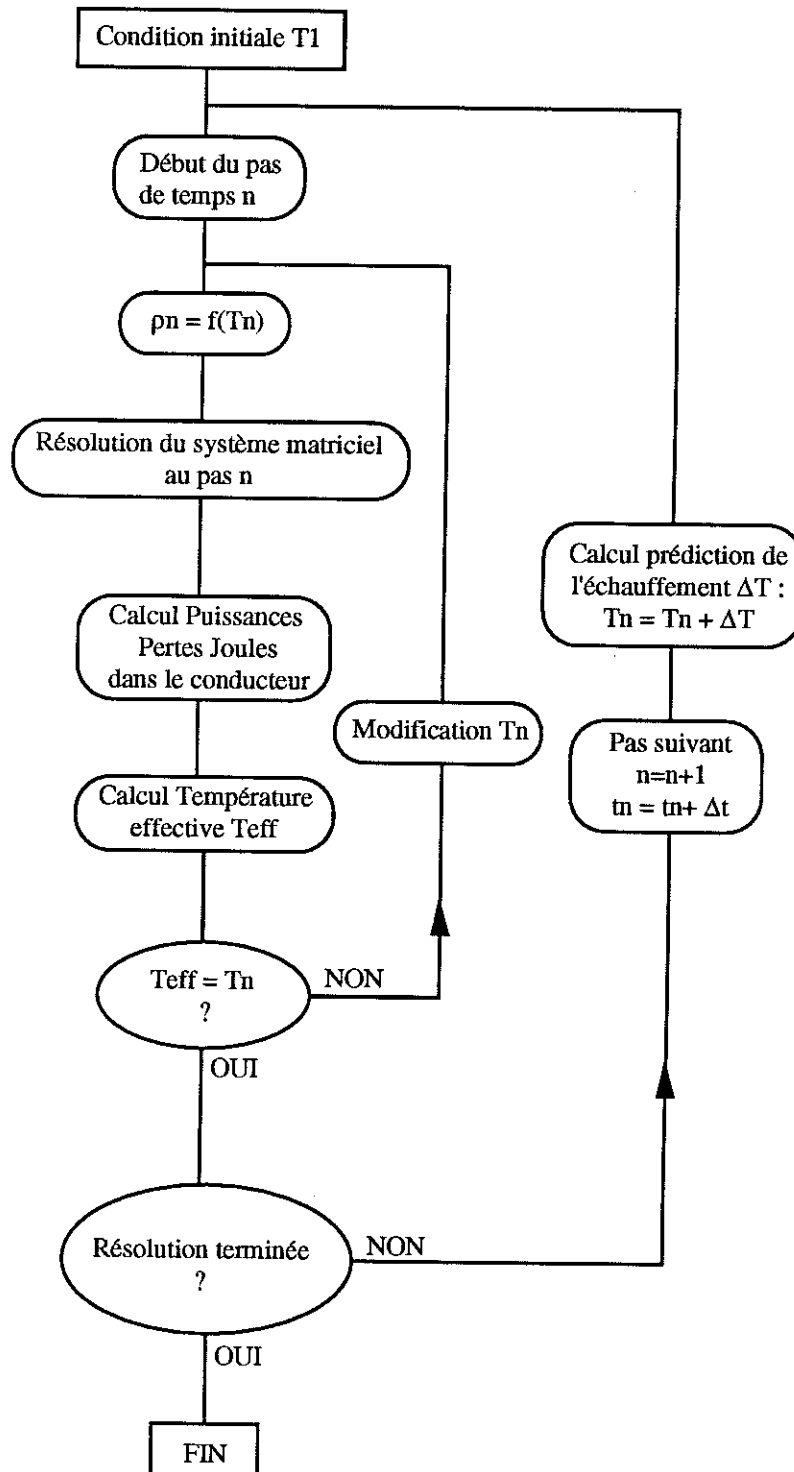


Figure VI.4 : Algorithme de résolution (conducteur bobiné)

Le couplage utilisé pour le conducteur bobiné intervient en deux points de la résolution magnétique. Tout d'abord, lors de l'intégration des termes temporels de la région "conducteur bobiné" considérée, nous prenons en compte la modification de la résistivité du matériau en fonction de la température. Enfin, à la suite du calcul magnétique, nous calculons l'échauffement thermique dans le conducteur considéré.

#### a) Calcul de l'échauffement

La quantité de chaleur dissipée à l'instant  $t_n$  est:

$$P = \frac{1}{v} \int \int \int_V \rho \cdot (j_{eq})^2 dV \quad (VI.2)$$

avec  $v$  : coefficient de remplissage,  
 $\rho$  : résistivité du conducteur,  
 $j_{eq}$  : densité de courant équivalente dans le conducteur bobiné.

La prédiction de la température pour le pas de temps suivant  $n+1$  nous est donnée par:

$$T_{n+1,p} = T_n + \frac{\Delta t_{n+1}}{\rho_c \cdot V} \cdot (P_n + \frac{(P_n - P_{n-1})}{2} \cdot \frac{\Delta t_{n+1}}{\Delta t_n}) \quad (VI.3)$$

avec  $\rho_c$  : chaleur massique,  
 $V$  : volume du conducteur bobiné,  
 $P_n$  : puissance dissipée au pas  $n$ ,  
 $P_{n-1}$  : puissance dissipée au pas  $n-1$ ,  
 $\Delta T_{n+1} = t_{n+1} - t_n$ ,  
 $\Delta T_n = t_n - t_{n-1}$

L'absence de pertes et de convection-rayonnement conduit au fait que seul la capacité calorifique est à prendre en compte.

Comme pour le calcul de position lors du couplage mécanique (§II.3.2), le calcul de la température  $T_{n+1,p}$  précède la résolution électromagnétique. Un bouclage est effectué pour contrôler ce calcul préalable.

### b) Bouclage sur la température

Après la résolution électromagnétique, il est possible d'effectuer le calcul effectif de la température au pas  $n+1$ .

$$T_{n+1,c} = T_n + \frac{\Delta t_{n+1}}{\rho_c \cdot V} \cdot \frac{(P_{n+1} + P_n)}{2} \quad (\text{VI.4})$$

Ce calcul corrigé de la température permet de calculer l'erreur commise sur la prédiction de la température. Cette erreur, si elle est plus importante qu'une limite préalablement fixée par l'utilisateur, entraîne un bouclage supplémentaire dans la résolution du pas  $n+1$ .

$$\Delta T_{n+1} = T_{n+1,c} - T_{n+1,p} \leq L_{\max} \quad (\text{VI.5})$$

Cette prise en compte de l'échauffement du matériau n'est pas extensible au cas du conducteur massif. Un autre type de couplage a été choisi pour traiter ce cas. En effet, les hypothèses qui, pour un conducteur bobiné, conduisent à un échauffement homogène ne sont pas valables pour un conducteur massif.

### VI.4. Couplage dans un conducteur massif

Le couplage que nous avons choisi pour résoudre le calcul thermique dans un conducteur massif est un couplage souple entre deux résolutions par la méthode des éléments finis.

Le problème électromagnétique est résolu de manière classique par la méthode des éléments finis en pas à pas dans le temps avec pour simple originalité la dépendance de la résistivité du conducteur en fonction de la température. Les échauffements du conducteur n'étant pas uniformes, cette dépendance est locale.

Une résolution thermique est effectuée dans le conducteur. Les sources de chaleur sont les puissances ponctuelles dissipées dans ce conducteur massif. Elles sont calculées à partir de la résolution magnétique. L'équation qui régit les phénomènes thermiques en pas à pas dans le temps est:

$$\text{div}(-k \cdot \text{grad}T) + \rho_c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = Q \quad (\text{VI.6})$$

avec  $k$  : conductivité thermique,  
 $\rho_c$  : chaleur massique,  
 $Q$  : quantité de chaleur dissipée par effet joule,  
 $T$  : température

Les écarts de température d'un point à un autre peuvent être très importants lorsque la fréquence élevée induit un fort effet de peau. Dans ce cas, il ne nous apparaît pas justifier de négliger la conductivité. Celle-ci aurait un effet modérateur en permettant que l'intense chaleur dissipée en certains points se répartissent aux alentours de ceux-ci.

### Formulation axisymétrique :

En axisymétrique, l'équation VI.6 devient:

$$-\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (k.r. \frac{\partial T}{\partial r}) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} (k.r. \frac{\partial T}{\partial z}) + \frac{\rho_c}{r} (r. \frac{\partial T}{\partial t}) = Q \quad (VI.7)$$

### Mises en équation par la méthode E-F :

Comme pour toute inconnue, la valeur de la température en un point du maillage dépend des valeurs de la température en chacun des noeuds de l'élément auquel il appartient. Une classique interpolation polynomiale des valeurs nodales permet d'obtenir:

$$T(r,z) = \sum_{j=1}^n \alpha_j(r,z) \cdot T_j \quad (VI.8)$$

Par l'intégration dans le volume de l'équation VI.7 et en utilisant la méthode projective de Galerkin, nous obtenons:

$$\sum_{j=1}^N \int \int_s 2\pi r. \text{grad} \alpha_i. \text{grad} \alpha_j. dS \cdot T_j + \int \int_s 2\pi r. \rho_c. \alpha_i. \alpha_j. dS \cdot \frac{\partial T_j}{\partial t} = \int \int_s 2\pi r. \alpha_i. Q_i. dS \quad (VI.9)$$

### Ecriture matricielle :

$$[S].[T] + [G].\frac{d[T]}{dt} = [C] \quad (VI.10)$$

[T] est le vecteur des inconnues thermiques.

Les matrices [S] et [G]:

$$S_{i,j} = 2\pi \int \int_s (k.r. \text{grad} \alpha_i. \text{grad} \alpha_j). dS \quad (VI.11)$$

$$G_{i,j} = 2\pi \int \int_s (r \cdot \rho_c \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j) \cdot dS \quad (VI.12)$$

Le vecteur [C] est le vecteur des sources thermiques:

$$C_{i,j} = \int \int_s (2\pi r \cdot Q_i \cdot \alpha_i) \cdot dS \quad (VI.13)$$

### Conditions aux limites :

Les conditions aux limites de notre problème sont les suivantes : si l'on suppose le projectile isolé de l'extérieur de part la rapidité extrême du processus, le système peut être considéré comme adiabatique:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (VI.14)$$

Au contraire, en supposant qu'il existe des transferts de chaleur avec l'extérieur, nous pouvons poser des conditions non linéaires suivantes qui prennent en compte la convection et la radiation aux frontières du conducteur massif.

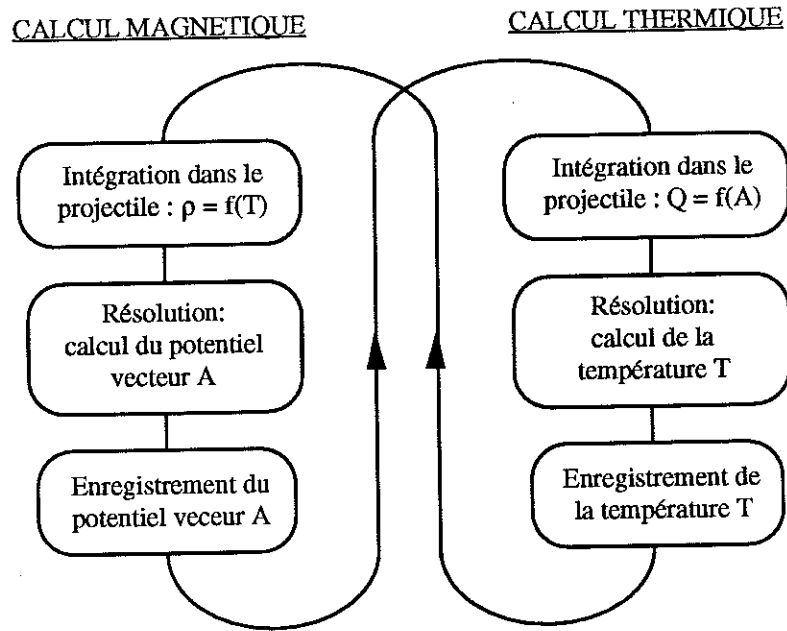
$$-k \cdot \frac{\partial T}{\partial n} = h \cdot (T - T_a) + \sigma \epsilon \cdot (T^4 - T_a^4) \quad (VI.15)$$

avec  $\sigma \epsilon$  : facteur de radiation,  
 $h$  : coefficient de convection,  
 $T$  : température ambiante

Remarque : les phénomènes d'accélération électromagnétique ne durent que quelques milisecondes. Cette brièveté nous amène à négliger les phénomènes de conduction thermique et de ne prendre en compte que le terme temporel qui fait apparaître la chaleur massique du conducteur. Aux limites, les conditions d'adiabacité sont aussi suffisantes.

Par cette résolution éléments finis, l'effet de peau (qui apparaît dans la répartition des courants calculés par la résolution électromagnétique) est pris en compte. Ainsi, l'élévation de température est beaucoup plus importante dans les parties où les courant sont importants.

Le couplage entre les deux résolutions électromagnétiques et thermiques intervient de la manière suivante:



Figures VI.5 : Couplage entre les deux résolutions E-F

Chaque résolution se sert des résultats de l'autre résolution. Le processus de calcul est achevé lorsque la carte des températures ne varie plus entre deux itérations thermiques successives:

$$\frac{\sum_{n=1}^{N_p} |T_{n,i} - T_{n,i-1}|^2}{\sum_{n=1}^{N_p} T_{n,i}^2} \leq L_{\max} \quad (\text{VI.16})$$

avec  $T_{n,i}$  : température au noeud  $n$  après l'itération  $i$ ,  
 $L_{\max}$  : erreur admise.

L'algorithme général de résolution est le suivant:

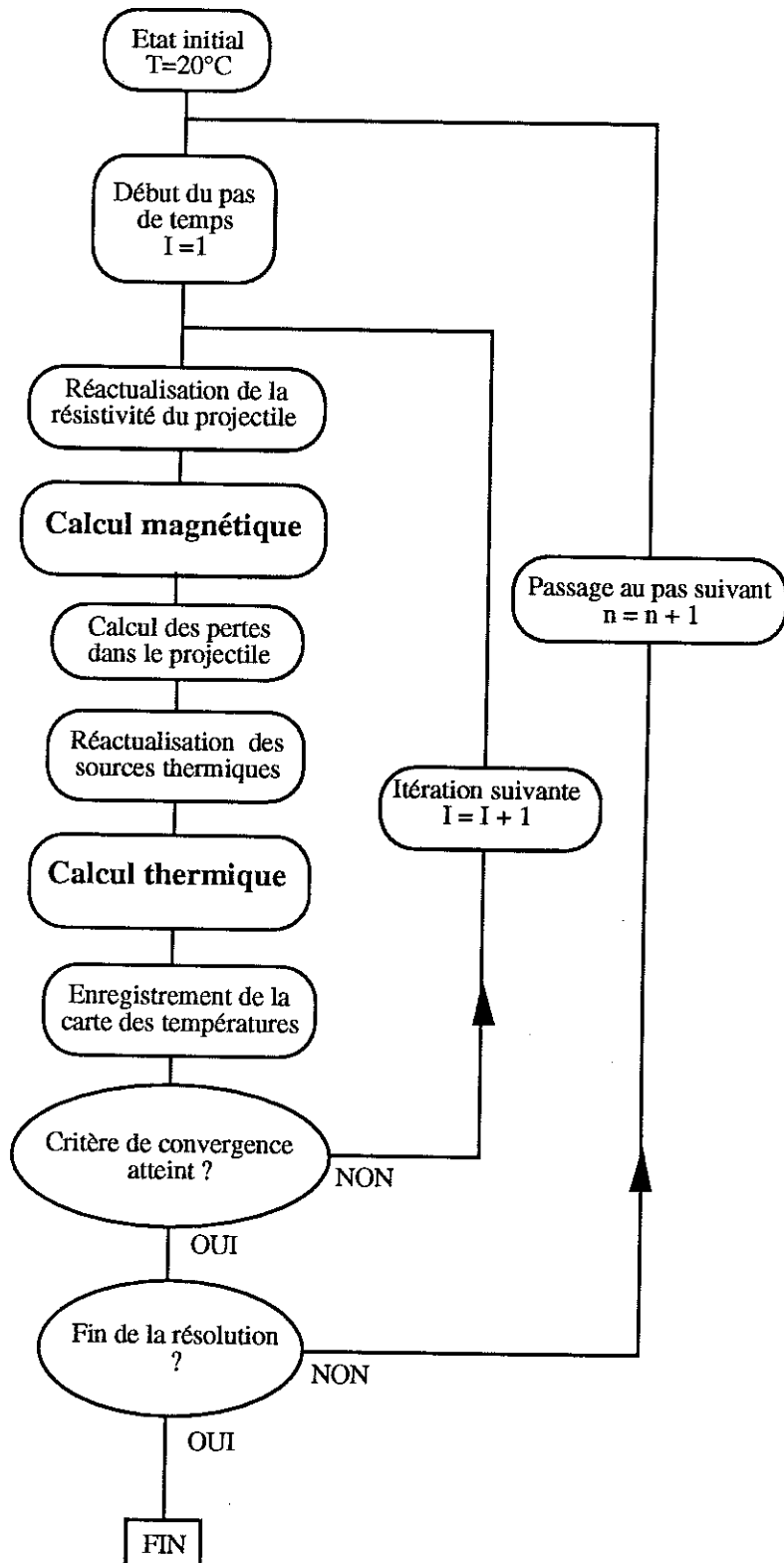


Figure VI.6 : Algorithme général de résolution magnéto-thermique

## VI.5. Application

Le lanceur à deux sections de bobines inductrices a été modélisé en utilisant, d'une part, le couplage des équations électriques et magnétiques et, d'autre part, le couplage magnéto-thermique qui permet de prendre en compte les échauffements dans le projectile massif.

### VI.5.1. Résultats

#### VI.5.1.1. Alimentation de la section de démarrage

Les figures VI.7 et VI.8 montrent l'évolution des grandeurs cinétiques du projectile.

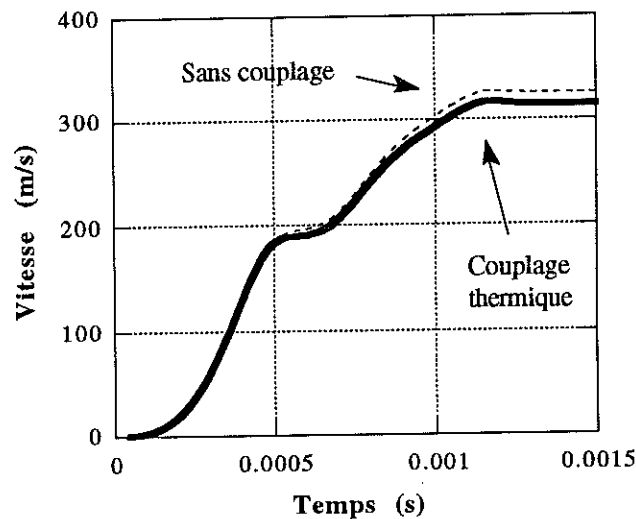


Figure VI.7 : Evolution de la vitesse du projectile

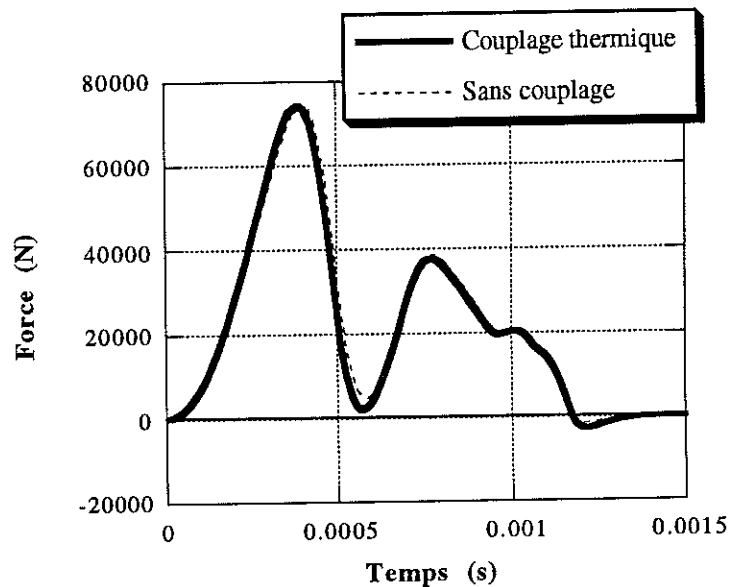


Figure VI.8 : Evolution de la force qui s'exerce sur le projectile



L'écart introduit par la prise en compte des échauffements dans le projectile sur la vitesse finale à la sortie de la première section est d'environ 10 %.

#### VI.5.1.2. Alimentation de la seconde section

La seconde section de bobines inductrices est alimentée avec un angle de phase  $\phi_2$  lors de la commutation de 120 degrés.

##### a) Evolution des grandeurs cinétiques

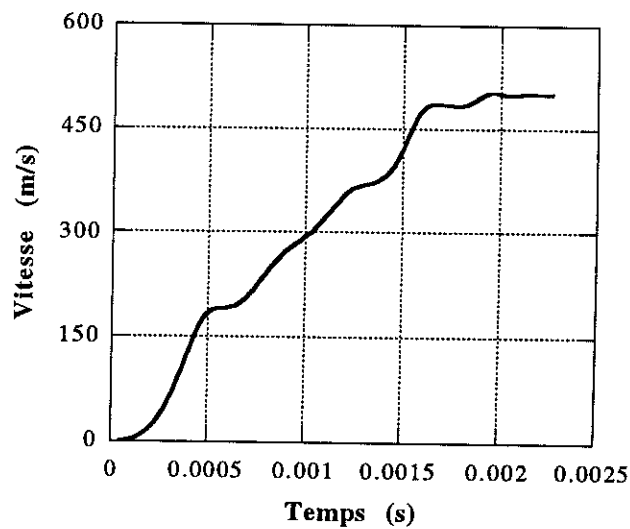


Figure VI.9 : Evolution de la vitesse du projectile

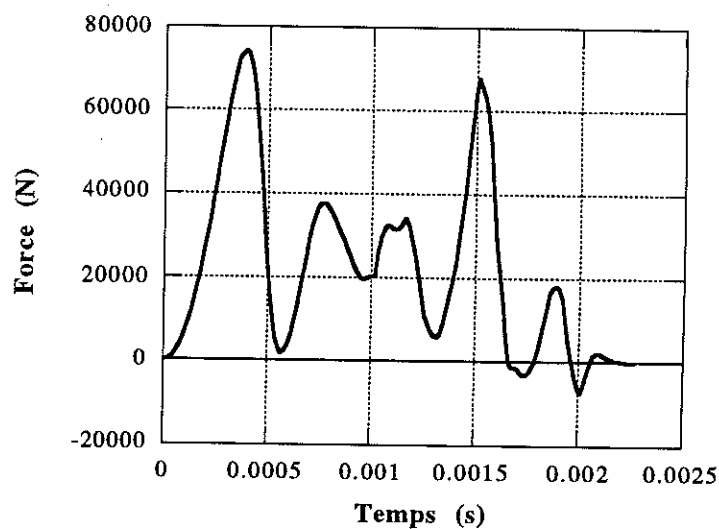


Figure VI.10 : Evolution de la force d'accélération

### b) Evolution des grandeurs thermiques

A l'instant  $t = 1465 \mu s$ , la répartition des courants le long du projectile est présentée sur la figure VI.11.

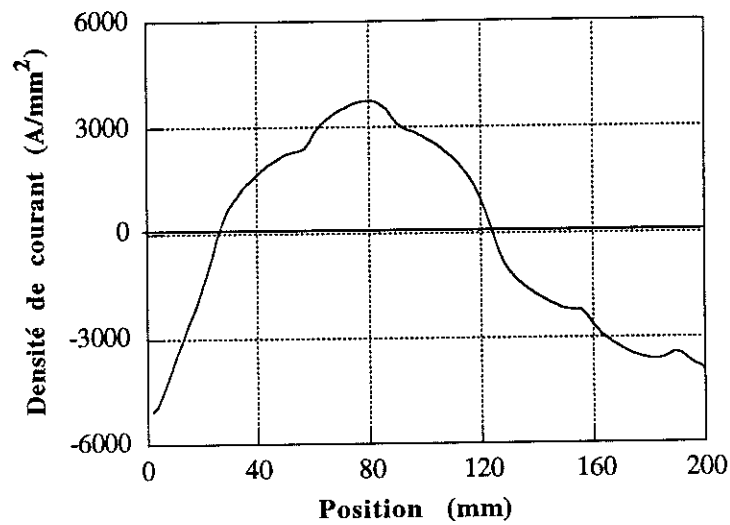


Figure VI.11 : Courant dans le projectile

On remarque non seulement que les courants qui se développent sont non uniformes mais encore qu'ils sont de sens différent. La température le long du projectile est la suivante:

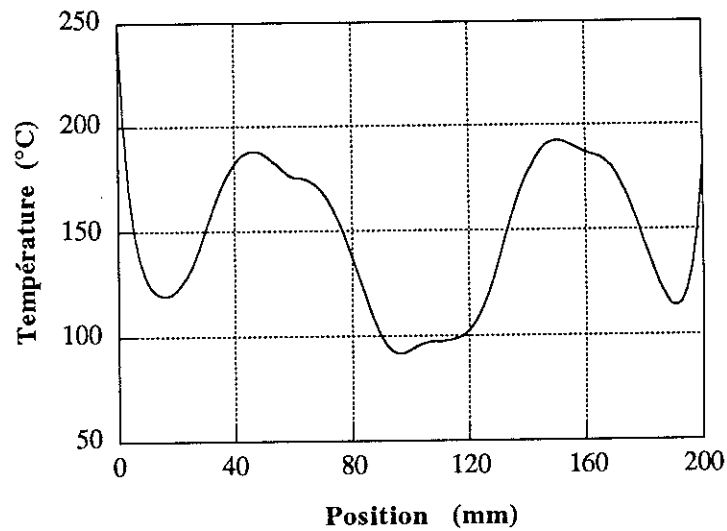


Figure VI.12 : Température dans le projectile

Les différences de température proviennent de la localisation des courants depuis le début des phénomènes d'accélération.

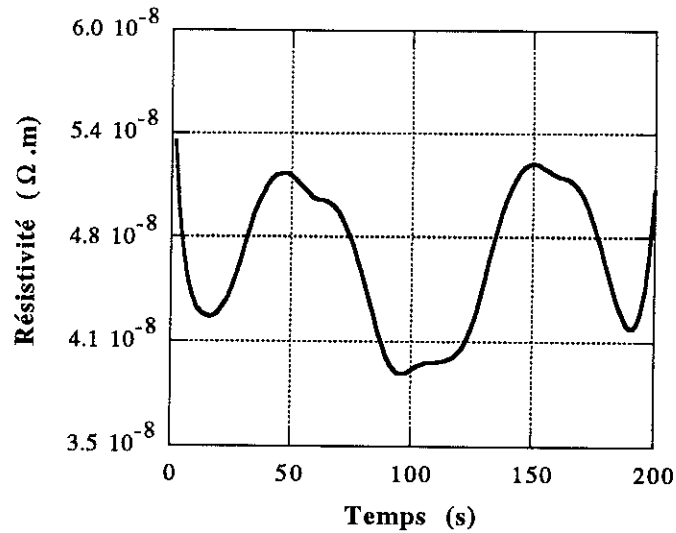


Figure VI.13 : Résistivité dans le projectile

La courbe de la résistivité (figure VI.13) a la même forme que celle des températures puisque les deux grandeurs sont proportionnelles.

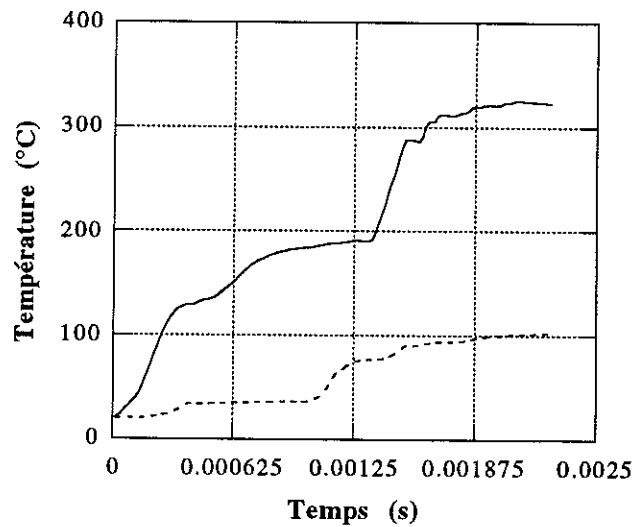


Figure VI.14 : Evolution des températures maximales dans le projectile

On remarque sur la figure VI.14 où est représentée l'évolution des extrema de température qu'il existe de forts écarts de température à l'intérieur du projectile. A la sortie du projectile, la température est à certains endroits de 300 °C contre seulement 100 °C aux endroits les moins chauds. Ces écarts proviennent de la répartition des courants dans le projectile pendant toute l'accélération.

### VI.5.2. Commentaires

Les échauffements thermiques sont importants dans le projectile. Des différences conséquentes apparaissent entre une résolution simple électromagnétique et une résolution couplée magnéto-thermique. Sur l'exemple étudié précédemment, nous pouvons chiffrer l'erreur introduite par la négligence des phénomènes thermiques à 10%.

Il faut cependant remarquer que cette erreur est négligeable dans les cas où de faibles énergies sont mises en jeu.

### VI.6. Conclusions

Les couplages magnéto-thermiques en régime évolutif que nous avons réalisés sont des couplages faibles basés sur un processus itératif. Ces méthodes nous permettent de prendre en compte l'échauffement d'un conducteur, qu'il soit massif ou bobiné. Ainsi, les phénomènes engendrés par ces échauffements sont modélisés ce qui nous permet d'affiner l'étude de nos systèmes électromagnétiques d'accélération.

Tous les phénomènes physiques étant étudiés simultanément, leurs effets réciproques sont, de cette manière, pris en compte.



## **Chapitre VII**

# **Discrétisation des équations en régime transitoire**



## VII.1. Introduction

Le problème principal introduit par les multiples couplages et résolutions effectués est un temps de calcul très important parfois prohibitif. Pour la viabilité pratique des développements effectués sur les lanceurs électromagnétiques, il nous a donc semblé nécessaire d'étudier les possibilités de diminution de ces temps de calcul. En particulier, certaines méthodes de discrétisation peuvent être plus efficaces puisqu'elles permettent de choisir une fréquence de discrétisation moins importante.

La discrétisation des équations qui régissent les phénomènes transitoires peut être effectuée de plusieurs manières. Jusqu'à présent, nous utilisons une méthode implicite de discrétisation. Cette méthode assure une convergence des systèmes matriciels à résoudre. Par contre, le pas de temps utilisé doit être très petit. Or, le pas de temps est un critère de choix important puisqu'il est inversement proportionnel à la durée de la résolution.

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode différente de discrétisation des équations de champ et des équations de circuit en régime transitoire dans le cas d'étude de phénomènes dont le comportement est linéaire. C'est une méthode de discrétisation mixte entre la méthode implicite et la méthode explicite. Ce choix nous permet de choisir des pas de temps de discrétisation plus importants qu'avec la méthode classique.

## VII.2. Exemple

Dans les équations classiques qui décrivent les phénomènes électriques ou magnétiques, voire thermiques, il existe un terme au moins qui dépend du temps. Par exemple, dans un conducteur massif, les courants induits sont pris en compte par le terme  $\delta A/dt$ .

Par exemple, l'équation matricielle à résoudre dans un conducteur massif est la suivante:

$$[S] \cdot [A] + [G] \cdot \frac{\partial [A]}{\partial t} = [C] \cdot [\Delta V] \quad (\text{VII.1})$$

Il existe plusieurs méthodes qui permettent de discrétiser cette équation dans le temps

### a. Méthode implicite

Le vecteur inconnu magnétique  $[A]$  intervient dans les termes spatiaux et temporels.



$$[S]_n \cdot [A]_n + [G] \cdot \frac{[A]_n - [A]_{n-1}}{\Delta t_n} = [C]_n \cdot [\Delta V]_n \quad (\text{VII.2})$$

avec  $[A]_n$  : vecteur potentiel vecteur au pas  $n$ ,  
 $[\Delta V]_n$  : vecteur tension d'alimentation au pas  $n$ .

La convergence du système est toujours obtenue. En revanche, le pas de temps doit être très petit afin que, sur un pas de temps, les phénomènes considérés n'aient que très peu varié.

### b. Méthode explicite

Le vecteur inconnu magnétique  $[A]$  n'intervient que dans les termes temporels.

$$[S]_{n-1} \cdot [A]_{n-1} + [G] \cdot \frac{[A]_n - [A]_{n-1}}{\Delta t_n} = [C]_{n-1} \cdot [\Delta V]_{n-1} \quad (\text{VII.3})$$

Le système matriciel ne converge pas systématiquement.

### c. Méthode mixte ou semi-implicite

Nous effectuons une combinaison linéaire des deux premières équations matricielles.

$$\alpha \cdot [S]_n \cdot [A]_n + (1-\alpha) \cdot [S]_{n-1} \cdot [A]_{n-1} + [G] \cdot \frac{[A]_n - [A]_{n-1}}{\Delta t_n} = \alpha \cdot [C]_n \cdot [\Delta V]_n + (1-\alpha) \cdot [C]_{n-1} \cdot [\Delta V]_{n-1} \quad (\text{VII.4})$$

Pour  $\alpha=0.5$ , nous obtenons la méthode de Crank-Nicholson.  $\alpha=1$  correspond à la méthode implicite et  $\alpha=2/3$  à la méthode de Galerkin.

Nous avons appliqué cette méthode mixte avec le terme  $\alpha=0.5$ . Nous avons discrétisé de cette manière toutes les équations électriques et magnétiques. De même, dans le calcul thermique et le couplage mécanique, cette méthode a été introduite.

## VII.3. Mise en forme dans le couplage des équations de champ et des équations de circuit

### VII.3.1. Région non conductrice

Dans une région non conductrice, il n'y a pas de termes temporels. Nous obtenons:

$$[S]_n \cdot [A]_n \cdot \Delta t = - \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \cdot [S]_{n-1} \cdot [A]_{n-1} \cdot \Delta t \quad (\text{VII.5})$$

### VII.3.2. Conducteur massif

La discrétisation par la méthode mixte du système matriciel V.32 nous donne:

$$\begin{bmatrix} [S]_n \Delta t + \frac{[G]}{\alpha} & -[C] \Delta t & 0 \\ -[C]^t \Delta t & \alpha[R]^{-1} \Delta t^2 & -\alpha[D]^t \Delta t^2 \\ 0 & -\alpha[D] \Delta t^2 & -\alpha[Z] \Delta t^2 - [L] \Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A]_n \\ [\Delta V]_n \\ [I_m]_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-\frac{(1-\alpha)}{\alpha}[S]_{n-1} + \frac{[G]}{\alpha})[A]_{n-1} + \frac{(1-\alpha)}{\alpha}[C][\Delta V]_{n-1} \Delta t \\ -[C]^t[A]_{n-1} \Delta t - (1-\alpha)[R]^{-1}[\Delta V]_{n-1} \Delta t^2 - (1-\alpha)[D]^t[I_m]_{n-1} \Delta t^2 \\ -[L][I_m]_{n-1} \Delta t + (1-\alpha)[Z][I_m]_{n-1} \Delta t^2 + (1-\alpha)[D][\Delta V]_{n-1} \Delta t^2 + (\alpha[E_m]_n + (1-\alpha)[E_m]_{n-1}) \Delta t^2 \end{bmatrix} \quad (VII.6)$$

### VII.3.3. Conducteur bobiné

Le système matriciel V.37 discrétisé par la méthode mixte et symétrisé donne:

$$\begin{bmatrix} [S]_n \Delta t + \frac{[G]}{\alpha} & -[C'] [D']^t \Delta t \\ -[D'] [C']^t \Delta t & -\alpha[Z] \Delta t^2 - [L] \Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A]_n \\ [I_m]_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(1-\alpha)}{\alpha}[S]_{n-1} [A]_{n-1} + \frac{(1-\alpha)}{\alpha}[C'] [D']^t [I_m]_{n-1} \Delta t \\ -[D'] [C']^t [A]_{n-1} \Delta t - [L][I_m]_{n-1} \Delta t + (1-\alpha)[Z][I_m]_{n-1} \Delta t^2 + (\alpha[E_m]_n + (1-\alpha)[E_m]_{n-1}) \Delta t^2 \end{bmatrix} \quad (VII.7)$$

### VII.3.4. Condensateur

La discrétisation par la méthode semi-implicite des équations V.41 et V.42 nous donne:

$$\begin{bmatrix} -\alpha[Z]\Delta t^2 - [L]\Delta t & -\alpha[D'']\Delta t^2 \\ -\alpha[D'']^t\Delta t^2 & [C_c]\Delta t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I_m]_n \\ [U_c]_n \end{bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} -[L][I_m]_{n-1}\Delta t + (1-\alpha)[Z][I_m]_{n-1}\Delta t^2 + (1-\alpha)[U_c]_{n-1}\Delta t^2 \\ [C_c].[U_c(t)]\Delta t + (1-\alpha)[D'']^t[U_c]_{n-1}\Delta t^2 \end{bmatrix} \quad (\text{VII.8})$$

### VII.4. Introduction du couplage mécanique : maillage variable

La méthode mixte de discrétisation des équations magnétiques implique que la géométrie complète du système reste la même pendant toute la durée de la résolution évolutive.

En effet, l'équation magnétique discrétisée (dans le domaine éléments finis) comprend désormais des termes spatiaux qui dépendent des valeurs de l'inconnue au pas précédent. Par conséquent, la discrétisation par la méthode mixte ne peut être implantée que dans les régions où le maillage est constant.

Du couplage mécanique et de l'introduction de la bande de glissement résultent d'une part une translation du projectile, sans déformation de son maillage, d'autre part une modification des zones qui permettent le glissement, régions  $\beta$  et  $\gamma$ . Par conséquent, il s'avère important de ne pas utiliser la discrétisation mixte dans ces parties.

Plus généralement, dans toutes les zones non conductrices, il est possible de ne pas utiliser cette discrétisation semi-implicite. En effet, initialement, le vecteur  $[A]$  des inconnues magnétiques est nul. Donc :  $[S]_0.[A]_0 \Delta t = [0]$ .

Ainsi, dans l'air, en appliquant à chaque pas l'équation matricielle VII.5, on retrouve bien:

$$[S]_n.[A]_n \Delta t = [0] \quad (\text{VII.9})$$

Le second membre correspondant à un noeud de la région non conductrice est nul, il ne fait pas intervenir de termes spatiaux. Pour les noeuds qui appartiennent à une frontière entre une région conductrice (massive ou bobinée) et une région non conductrice, nous continuons à résoudre l'équation VII.5.

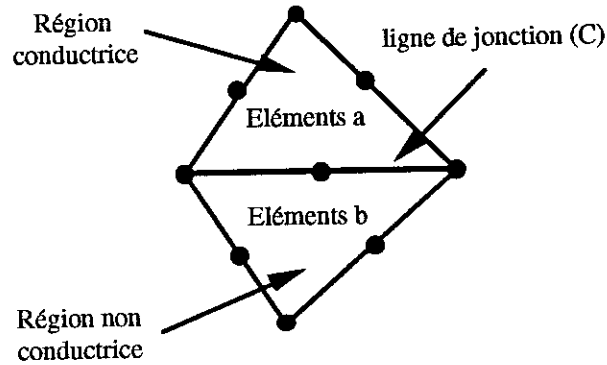


Figure VII.1 : Interface conducteur / non conducteur

Intégration dans l'élément frontalier (a) appartenant à la région conductrice:

- Tous les noeuds: intégration de l'équation VII.5

Intégration dans l'élément frontalier (b) appartenant à la région non conductrice:

- noeuds sur (C): intégration de l'équation VII.5
- autres noeuds de la région: intégration de l'équation VII.9

Ceci revient en fait à intégrer en tout point l'équation VII.9 et à annuler tous les seconds membres correspondant à des noeuds internes à une région non conductrice.

Cette intégration qui prend en compte le terme du second membre sur le coté (C) doit être effectuée avant la modification de maillage qui intervient tout au début du processus de calcul d'un pas de temps.

## VII.5. Mise en forme dans les équations thermiques

L'équation matricielle 142 est discrétisée par la méthode mixte:

$$\alpha[S]_n.[T]_n.\Delta t + [G].[T]_n = -(1-\alpha)[S]_{n-1}.[T]_{n-1}.\Delta t + [G].[T]_{n-1} + \alpha[C]_n.\Delta t + (1-\alpha)[C]_{n-1}.\Delta t \quad (\text{VII.10})$$

## VII.6. Application

Nous avons appliqué ce modèle de discrétisation à notre problème présenté dans le §V.2.5..

### VII.6.1. Sans couplage thermique

#### VII.6.1.1. Comparaison des deux méthodes de discrétisation

Dans un premier temps, nous n'utilisons pas le couplage thermique.

Le tableau VII.1 récapitule les résultats obtenus d'une part avec la discrétisation par la méthode implicite et d'autre part avec la discrétisation par une méthode semi-implicite ( $\alpha=0.5$  : Cranck-Nicholson).

Le pas de temps utilisé pour chaque résolution est un pas de 15  $\mu$ s. On remarque que les vitesses finales du projectile calculées avec les deux méthodes sont très proches.

	Angle de commutation (degré)	0	60	120	180	240	300	360
Méthode semi-implicite	Vitesse finale (m/s)	471	539	548	483	361	365	471
Méthode implicite	Vitesse finale (m/s)	476	529	544	493	386	358	476

Tableau VII.1 : Evolution de la vitesse finale du projectile

#### VII.6.1.2. Influence du pas de temps

Nous avons ensuite étudié l'influence du choix du pas de temps sur les résultats de simulations effectuées avec chacune des méthodes de discrétisation. Les deux sections sont successivement alimentées, la seconde avec un angle de phase  $\phi_2 = 120^\circ$ .

### a) Méthode implicite

La figure VII.2 présente l'évolution de la vitesse en fonction du temps pour quatre pas de temps:  $5\ \mu\text{s}$ ,  $15\ \mu\text{s}$ ,  $30\ \mu\text{s}$  et  $60\ \mu\text{s}$ . La courbe en trait continu est celle qui utilise le plus faible pas.

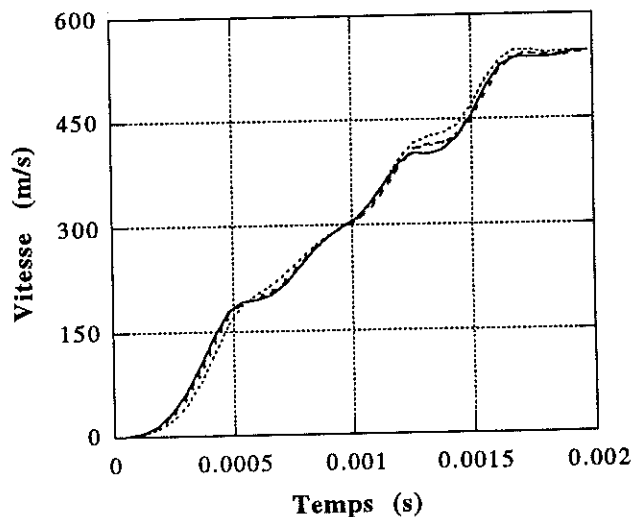


Figure VII.2 : influence du pas de temps (méthode implicite)

On remarque qu'en augmentant le pas de temps, la courbe d'évolution de la vitesse oscille autour de la courbe correspondant au pas le plus petit. La vitesse finale calculée est malgré tout sensiblement la même.

### b) Méthode semi-implicite

Nous avons tout d'abord comparé l'évolution de la vitesse avec les deux méthodes (voir figure VII.3). Les pas de temps choisis sont:

- pour la méthode implicite :  $\Delta t = 5\ \mu\text{s}$ ,
- pour la méthode semi-implicite :  $\Delta t = 15\ \mu\text{s}$ .

Ces deux pas de temps sont suffisamment petits.

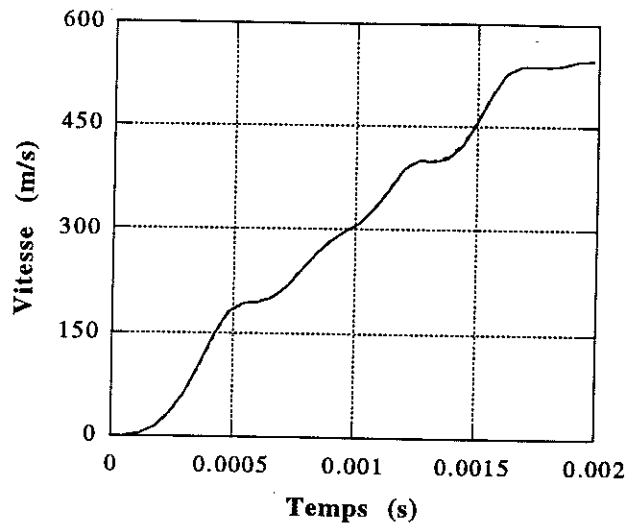


Figure VII.3 : Comparaison des vitesses calculées avec les deux méthodes de discrétisation

Pour un pas suffisamment petit les deux méthodes donnent les mêmes résultats.

Sur la figure VII.4, est étudiée l'influence du pas de temps lorsque l'on utilise la méthode semi-implicite.

Les pas de temps utilisés sont  $15\ \mu\text{s}$ ,  $30\ \mu\text{s}$  et  $60\ \mu\text{s}$ . La courbe en trait continu est celle correspondant au pas le plus petit. L'influence du pas de temps est beaucoup moins importante alors que celui-ci a été multiplié par quatre.

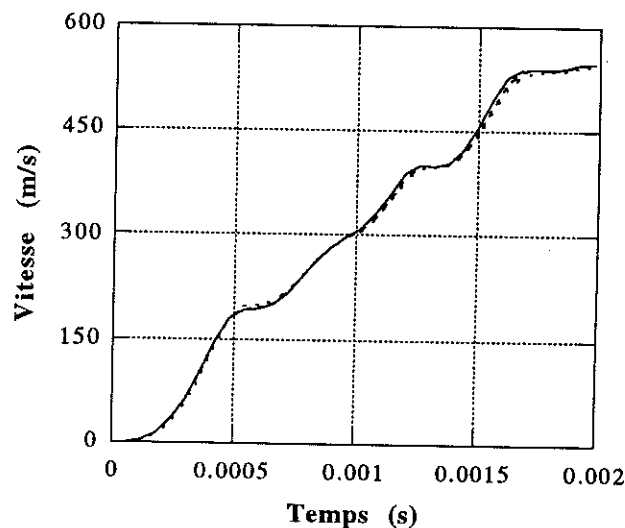


Figure VII.4 : influence du pas de temps (méthode semi-implicite)

Le temps de calcul qu'il est possible de gagner par la méthode semi-implicite sur une résolution en pas à pas dans le temps est donc conséquent.

### VII.6.2. Utilisation du couplage thermique

L'utilisation du couplage thermique nous permet de prendre en compte les échauffements dus aux pertes par effet Joule. Les équations de la thermique ont de la même manière été discrétisées par la méthode semi-implicite. Les résultats obtenus sont comparés dans le tableau suivant:

	Angle de commutation (degré)	0	60	120	180	240	300	360
Méthode semi-implicite	Vitesse finale (m/s)	410	478	489	468	406	380	410
Méthode implicite	Vitesse finale (m/s)	407	480	492	470	406	380	407

Tableau VII.2 : Evolution de la vitesse finale du projectile

La figure VII.5 récapitule les différents résultats obtenus avec ou sans couplage thermique, suivant le type de discrétisation employé.

Le pas de temps utilisé dans chaque cas est de 15  $\mu$ s.

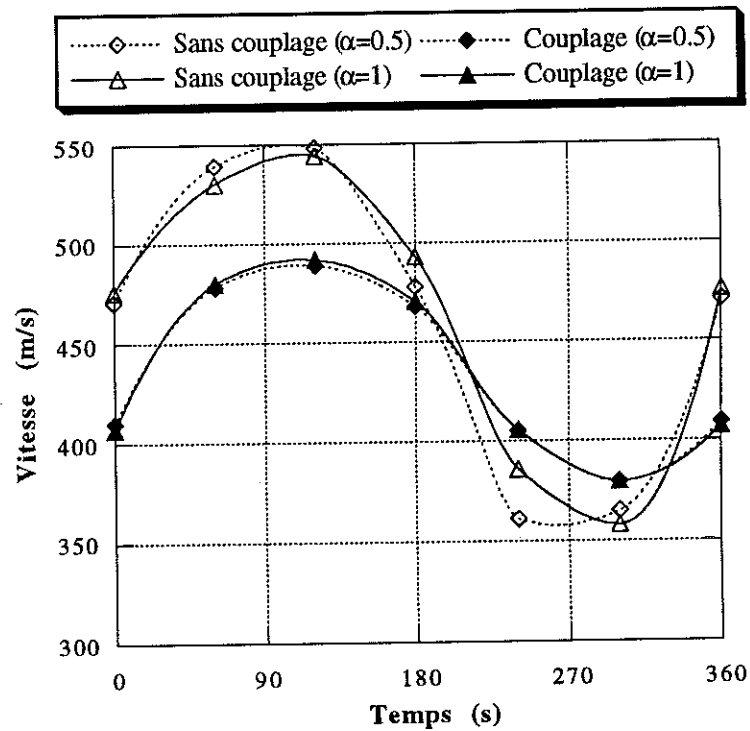


Figure VII.5 : Comparaisons entre les deux méthodes de discrétisation



## VII.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la discrétisation par une méthode semi-implicite des équations qui régissent les phénomènes électromagnétiques et thermiques. Alors que la méthode implicite de discrétisation utilisée jusque-là nous imposait l'utilisation d'un pas de temps très petit, cette méthode permet d'obtenir des résultats comparables avec un pas de temps plus important. C'est ce gain de temps obtenu sur la durée totale d'une résolution qu'il est important de souligner. Néanmoins, utiliser ce mode de discrétisation de manière uniforme nécessite l'absence de remaillage entre chaque pas de temps. En effet, la présence de termes à la fois spatiaux et temporels dépendant de l'inconnue au pas de temps précédent implique que la numérotation des noeuds du système soit fixe au cours de la résolution. Dans notre cas, seules les parties conductrices utilisent la discrétisation semi-implicite. Ceci nous permet d'étudier des systèmes où le maillage est élastique dans les parties contenant de l'air.

Il est envisageable d'appliquer cette méthode de discrétisation à des problèmes transitoires non linéaires. En régime évolutif, le temps de résolution de ce type de problème est très grand. En effet, pour chaque pas, il faut résoudre un système matriciel non linéaire par exemple en utilisant la méthode itérative de Newton-Raphson. Le gain de temps obtenu par cette discrétisation semi-implicite serait très important.

# Chapitre VIII

## Applications



### VIII.1. Introduction

Nous avons à notre disposition un outil qui utilise :

- le couplage des équations électriques et magnétiques,
- le couplage mécanique qui permet le déplacement linéaire d'un conducteur, qu'il soit massif ou bobiné, au sein d'un dispositif fixe,
- le couplage thermique qui prend en compte l'échauffement d'un conducteur.

Nous pouvons ainsi modéliser l'ensemble des phénomènes électromagnétiques, thermiques et mécaniques intervenant dans les lanceurs linéaires à induction. Il est possible de traiter de la même manière les lanceurs à une bobine inductrice ou à plusieurs sections de bobines inductrices. En effet, le problème est identique, qu'il y ait une ou plusieurs bobines. La seule différence au niveau de la résolution provient du fait que le nombre de circuits connectés au domaine éléments finis croît.

Nous présentons dans ce dernier chapitre des développements sur trois applications. Les deux premières ont été conduites pour des raisons de disponibilité de données expérimentales et de collaborations industrielles. La dernière application est inspirée d'un exemple proposé en [13].

### VIII.2. Application 1 : lanceur de faible vitesse à trois bobines

#### VIII.2.1. Présentation du lanceur

La première application tire son origine de données expérimentales communiquées par le centre de recherche d'Alcatel-Alsthom.

##### VIII.2.1.1. Géométrie

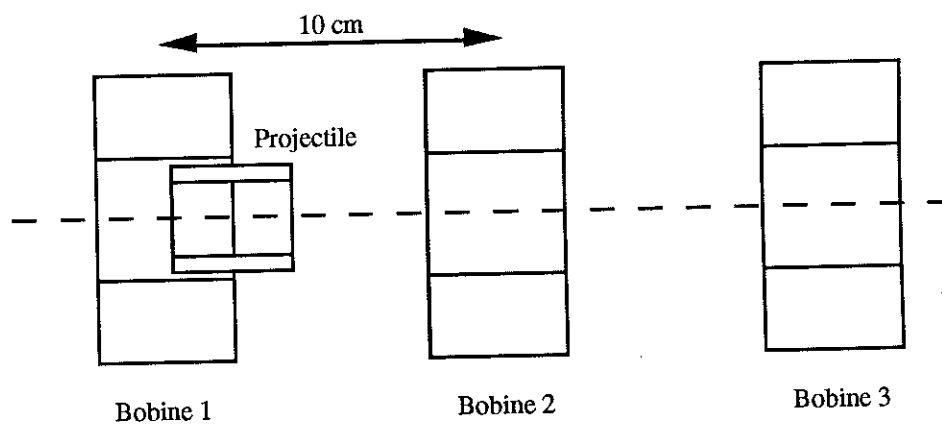


Figure VIII.1 : Géométrie du lanceur linéaire à induction étudié

**Données géométriques:**

Les données géométriques des bobines inductrices modélisées sont les suivantes:

Rayon intérieur : 24 mm	Longueur de la bobine : 35 mm
Rayon extérieur : 48 mm	
Nombre de nappes concentriques : 8	Coefficient de remplissage : 0.31

**VIII.2.1.2. Alimentation****Données électriques:**

Chaque bobine est reliée à un circuit comprenant :

- un condensateur de 1470  $\mu\text{F}$  chargé sous une tension initiale de 300 V,
- une impédance et une inductance totale (liaisons, commutations, jeu de barres, support vertical coaxial) dont les valeurs sont:

$$R = 1.3 \text{ m}\Omega, \quad L = 0.353 \text{ }\mu\text{H}.$$

Conducteur : cuivre

**VIII.2.2. Modélisation**

Le système est étudié avec une résolution 2D axisymétrique en pas à pas dans le temps. Nous utilisons:

- le couplage des équations électriques et magnétiques,
- la bande de glissement qui permet de déplacer le projectile.

Il est inutile d'effectuer le couplage thermique, les courants inducteurs n'étant pas suffisamment importants pour induire de forts courants dans le projectile. L'énergie dissipée par effet Joule n'est donc pas importante.

Les bobines inductrices sont alimentées successivement en fonction de la progression du projectile, afin de l'accélérer au maximum. Les phénomènes transitoires dus à la décharge de chaque condensateur ont une durée totale de quelques millièmes de seconde dans notre cas. La vitesse obtenue est de l'ordre de quelques mètres par seconde. C'est un lanceur de démonstration seulement.

Les bobines étant séparées de dix centimètres, l'intervalle de temps qui sépare deux décharges successives est très important (80 millièmes de seconde) devant la durée de décharge. C'est pourquoi, nous ne simulons les phénomènes électromagnétiques agissant autour du projectile que lorsque celui-ci est effectivement accéléré. La période de transition qui sépare la fin d'une décharge et le début de la suivante n'est pas modélisée. On suppose que sa vitesse est alors constante (pas de pertes par frottement ou viscosité de l'air entre deux étages)

Chaque étage est donc modélisé séparément. Les hypothèses sont les suivantes:

- Pour l'étage  $i$ , le projectile a une vitesse initiale qui correspond à la vitesse finale de l'étage précédent.
- Le condensateur d'un étage précédent est complètement déchargé, sa tension est revenue à zéro. Par contre, cette tension pourra de nouveau évoluer si la bobine, à laquelle il est relié, est traversée par de nouveaux courants induits.

Les bobines inductrices sont séparées de dix centimètres. La position initiale du projectile par rapport à la première bobine inductrice est la suivante : le plan médian du projectile est excentré de 20 centimètres par rapport à celui de la première bobine inductrice.

### VIII.2.3. Résultats

#### VIII.2.3.1. Cas 1: projectile massif 1

Pour le projectile n°1, les données géométriques et électriques sont les suivantes:

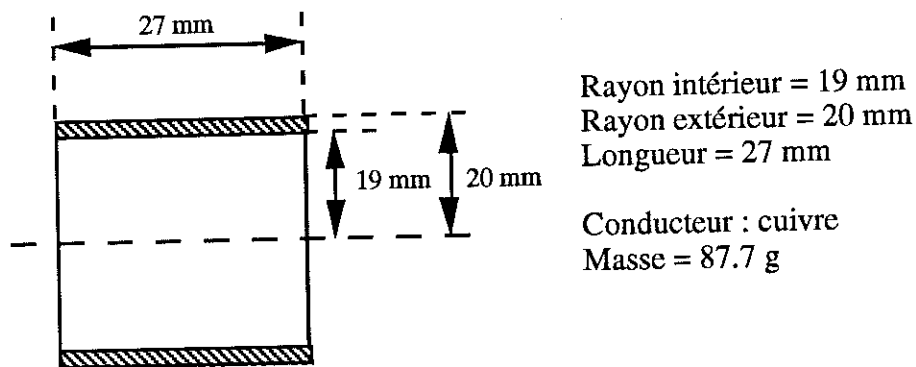


Figure VIII.2 : Géométrie utile du projectile massif utilisé

#### a) Accélération due à l'alimentation de la première bobine inductrice

La première bobine inductrice est tout d'abord alimentée. Les résultats de simulation sont présentés sur les figures qui suivent. Les figures VIII.3 et VIII.4 montrent successivement

l'évolution de la force appliquée au projectile et de sa vitesse. Les figures VIII.5 et VIII.6 représentent l'évolution du courant dans la bobine inductrice et de la tension aux bornes du condensateur n°1.

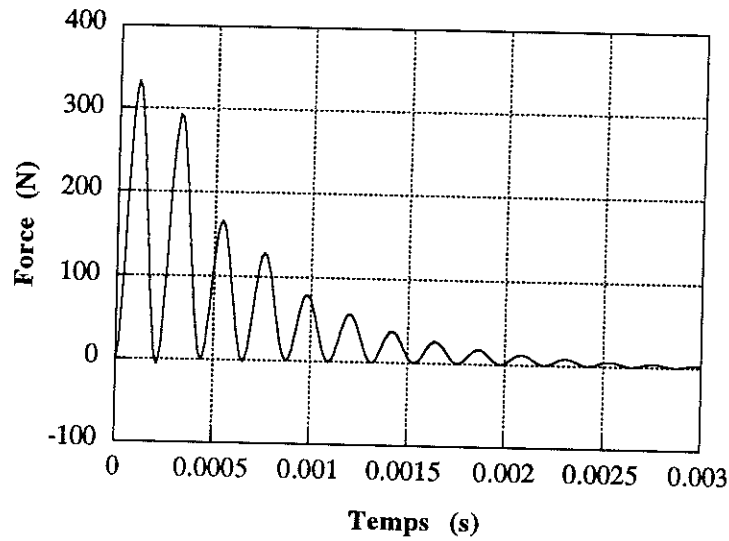


Figure VIII.3 : Evolution de la force s'exerçant sur le projectile lors de l'alimentation de la première bobine

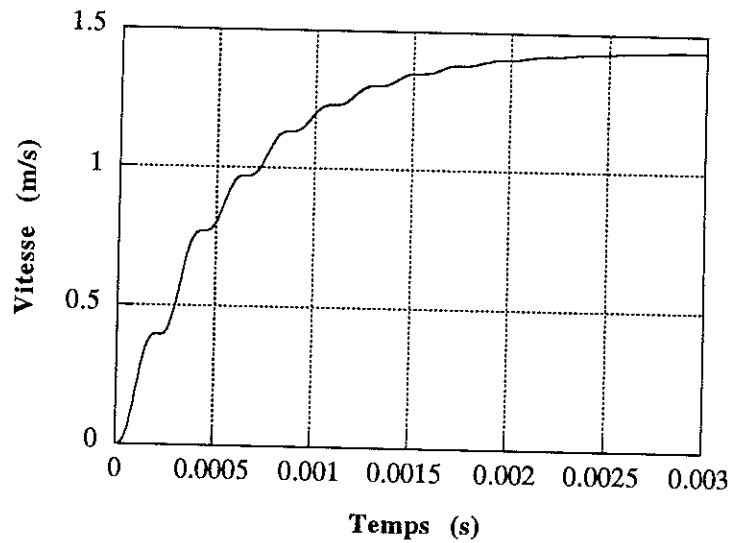


Figure VIII.4 : Evolution de la vitesse du projectile lors de l'alimentation de la première bobine

On peut remarquer, sur ces deux figures, l'influence de chaque pointe du courant inducteur qui accélère progressivement le projectile. La décroissance de l'intensité de chaque pointe provient d'une part de l'amortissement dû aux pertes par effet Joule, d'autre part de l'éloignement progressif du projectile de la bobine inductrice.

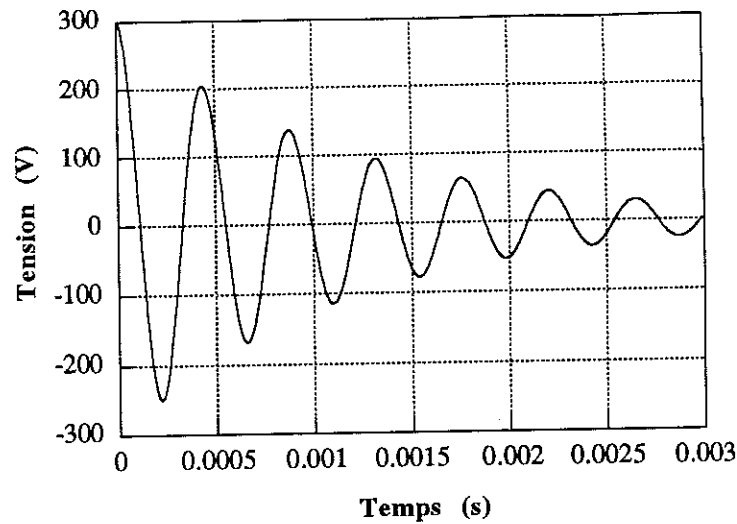


Figure VIII.5 : Evolution de la tension aux bornes du premier condensateur

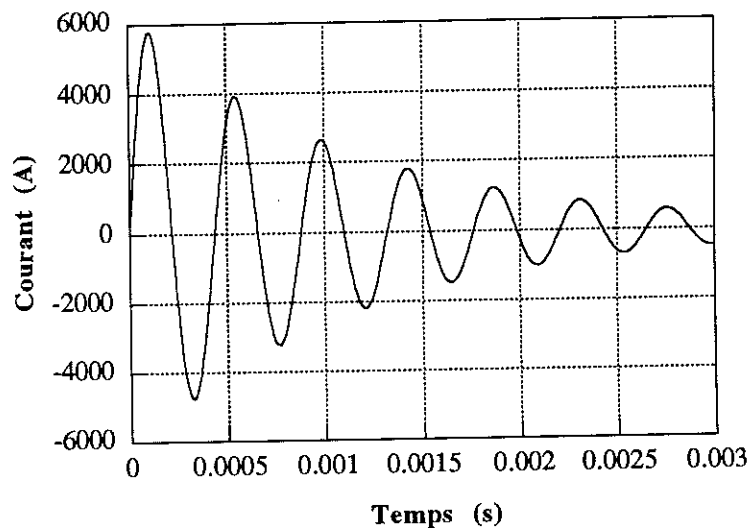


Figure VIII.6 : Evolution du courant dans la première bobine.

On reconnaît, sur ces deux dernières figures, les courbes de décharge d'un condensateur dans un circuit RLC. L'amortissement est bien prononcé. Au bout de quelques millièmes de secondes, le courant devient très faible, la vitesse finale est atteinte.

#### b) Alimentation des seconde et troisième bobines

L'évolution des phénomènes électriques et magnétiques est la même lors de l'alimentation de la seconde bobine que lors de l'alimentation de la première bobine. Il en est de même pour le troisième étage. L'effet de la vitesse est insignifiant.



A l'instant  $t = 1.203$  ms (seule la seconde bobine est alimentée), la répartition des pertes "Joule" dans le projectile massif est représentée sur la figure VIII.7. Ce projectile a une très faible épaisseur.

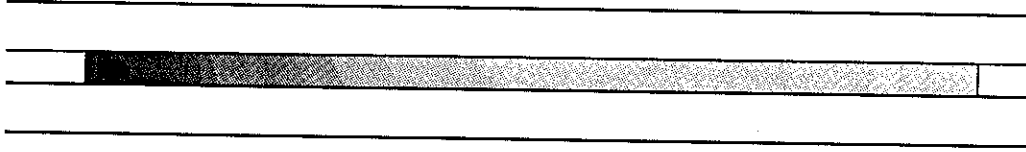


Figure VIII.7 : Carte de répartition des courants dans le projectile

La figure VIII.8 nous donne l'évolution du courant le long du projectile. On remarque que la plupart des courants sont, dans ce cas, localisés à l'arrière du projectile et tous de même sens.

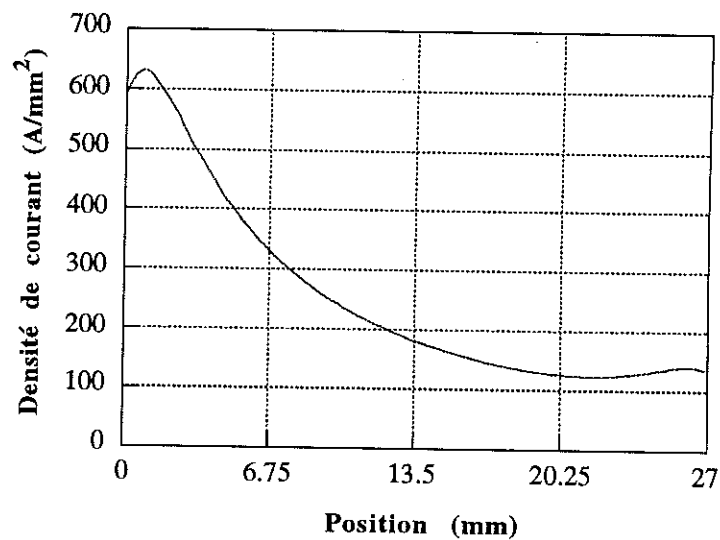


Figure VIII.8 : Répartition des courants dans le projectile

Sur les figures VIII.9 et VIII.10, nous visualisons la carte des équiflux à l'instant  $t = 1.203$  ms. La position du projectile par rapport à sa position initiale est  $X = 2.95$  mm.

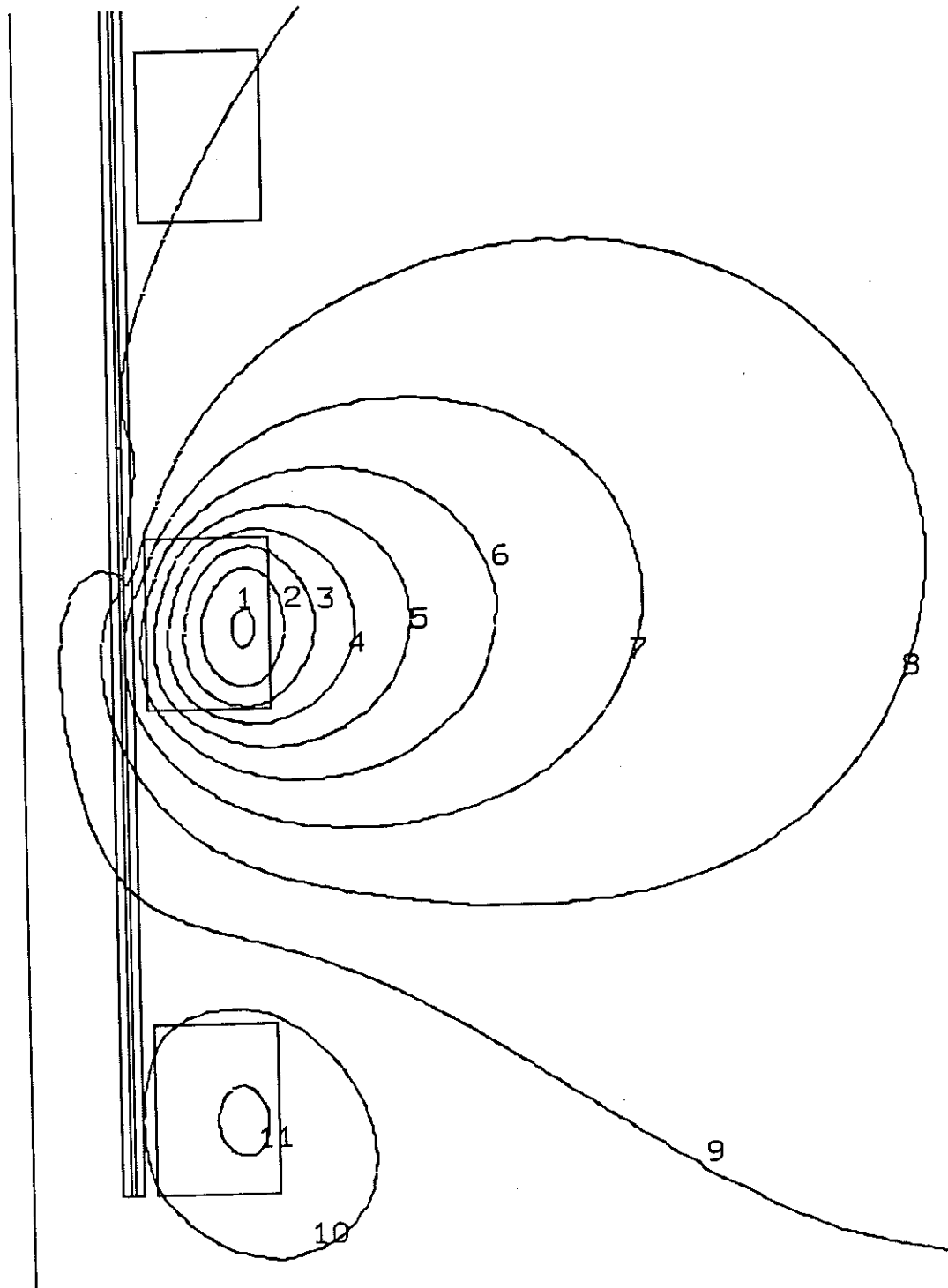


Figure VIII.9 : carte des équiflux à l'instant  $t = 1.203$  ms  
lors de la décharge de la deuxième bobine inductrice

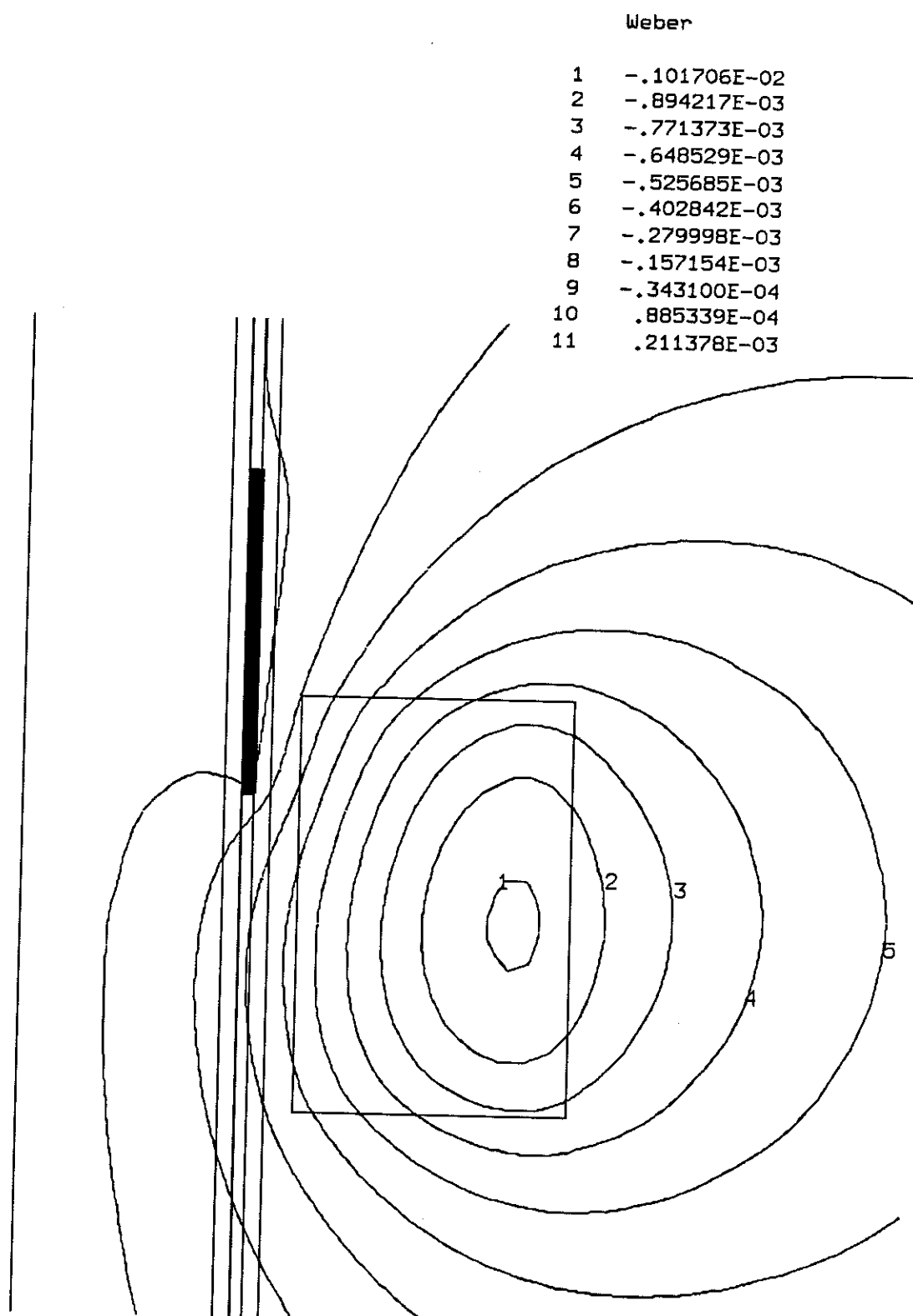


Figure VIII.10 : carte des équiflux à l'instant  $t = 1.203 \text{ ms}$   
lors de la décharge de la deuxième bobine inductrice (Zoom)

### c) Comparaisons avec les résultats expérimentaux

Les résultats obtenus pour l'ensemble des trois bobines sont récapitulés dans le tableau suivant et comparés avec les résultats expérimentaux :

Bobine n°	Vitesse finale (m/s) Simulation	Vitesse finale (m/s) Expérimental
1	1.45	-
2	2.81	2.54
3	4.14	3.71

Tableau VIII.1 : Vitesse à la sortie de chaque bobine (Simulation)

Les différences obtenues peuvent provenir d'une part des frottements qui sont négligés par la modélisation et d'autre part d'une position initiale qui ne serait pas exactement la même dans les deux cas. De même, la synchronisation des commutations avec le passage du projectile n'est peut être pas identique.

Les figures VIII.11 et VIII.12 présentent, successivement par simulation E-F et par mesures effectuées directement sur le dispositif expérimental, les courbes d'évolution de la tension aux bornes du premier condensateur lors de l'alimentation du premier étage accélérateur.

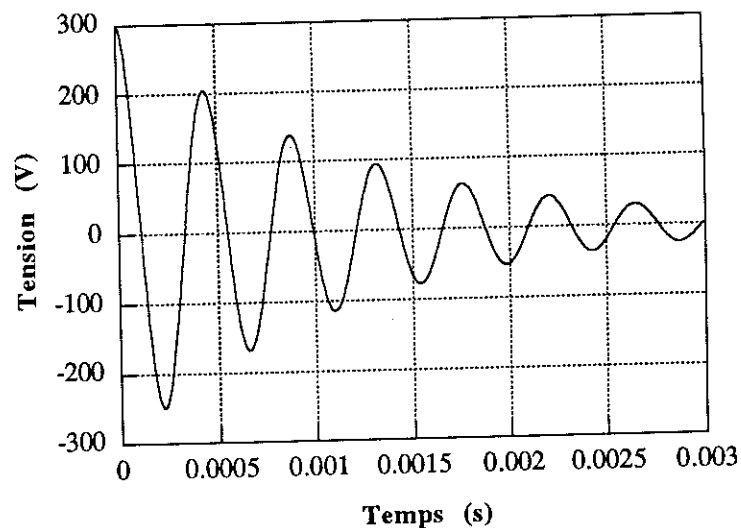


Figure VIII.11 : Evolution de la tension aux bornes du premier condensateur (Simulation)

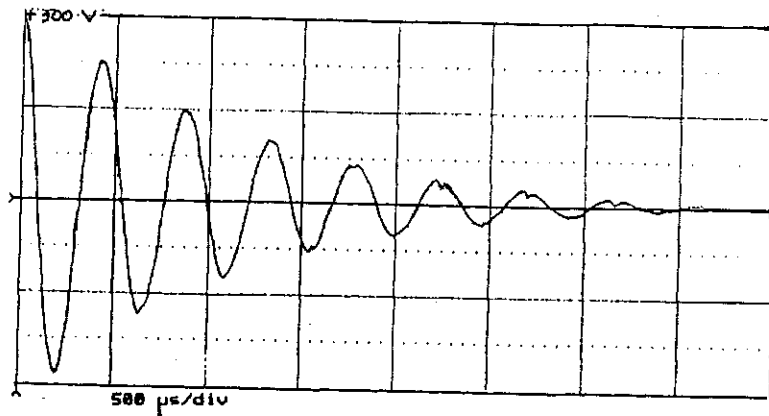


Figure VIII.12 : Evolution de la tension aux bornes du premier condensateur (Expérimental)

On observe la même période et à peu près le même amortissement du phénomène.

#### VIII.2.3.2. Second cas : projectile massif n° 2

Dans ce second cas, le dispositif d'alimentation est le même. Le projectile utilisé est toujours massif. Par contre, son épaisseur est sensiblement plus grande. Les données géométriques et électriques sont les suivantes:

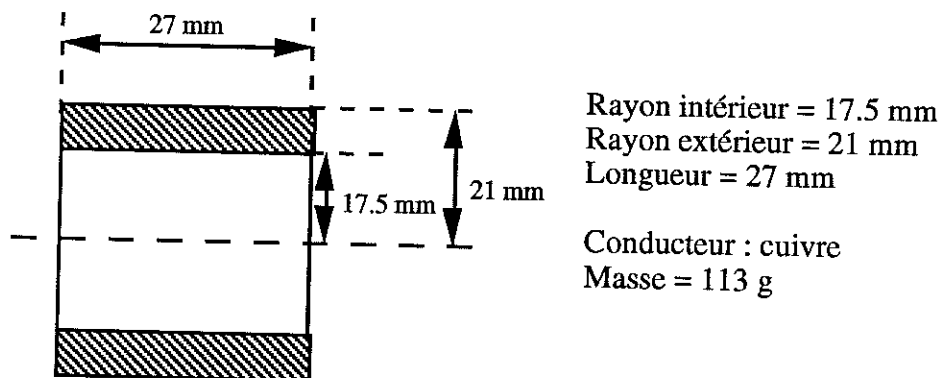


Figure VIII.13 : Géométrie du second projectile

Les résultats présentés ont été obtenus pour l'alimentation de la première bobine inductrice. Le plan médian du projectile est initialement excentré de  $X = 20$  mm par rapport à celui de la première bobine inductrice.

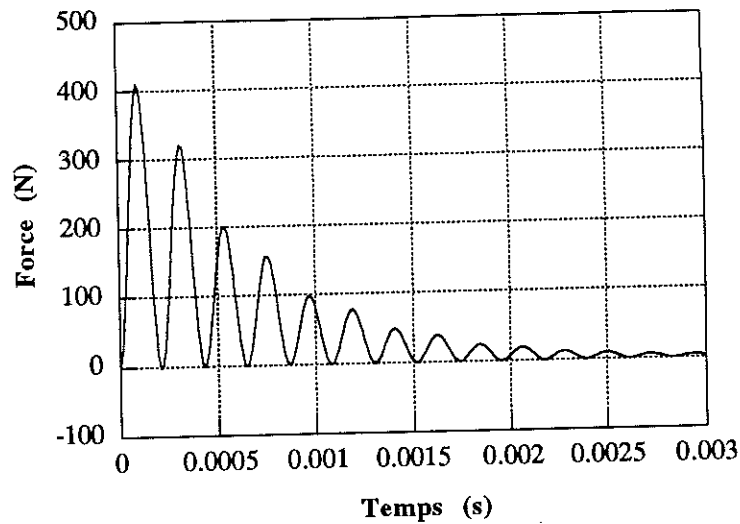


Figure VIII.14 : Evolution de la force s'exerçant sur le projectile lors de l'alimentation de la première bobine

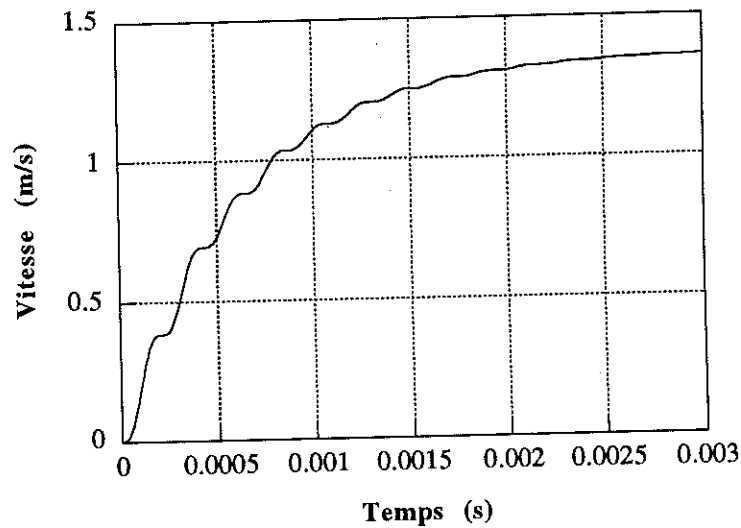


Figure VIII.15 : Evolution de la vitesse du projectile lors de l'alimentation de la première bobine

Pour l'alimentation de la seconde et de la troisième bobine, l'évolution de la force exercée sur le projectile en fonction du temps reste la même. L'effet de la vitesse sur les phénomènes d'induction est en effet très faible.

Les figures VIII.16 et VIII.17 représentent l'évolution du courant et de la tension dans le premier circuit électrique.

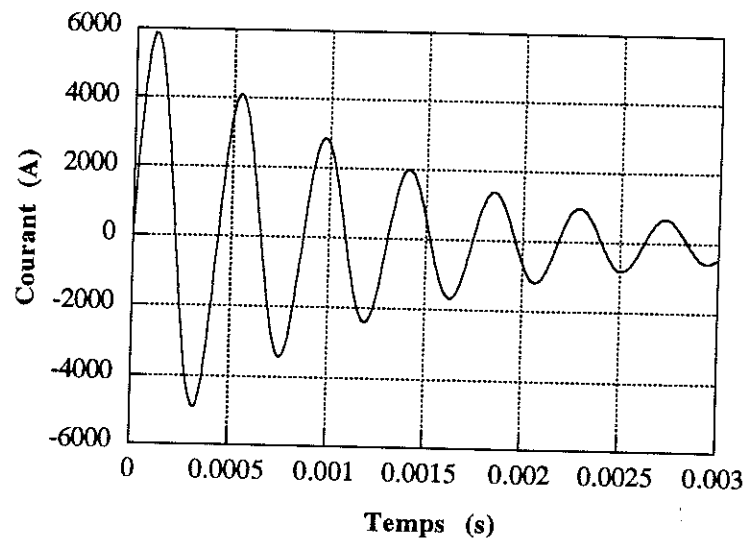


Figure VIII.16 : Evolution du courant dans la première bobine

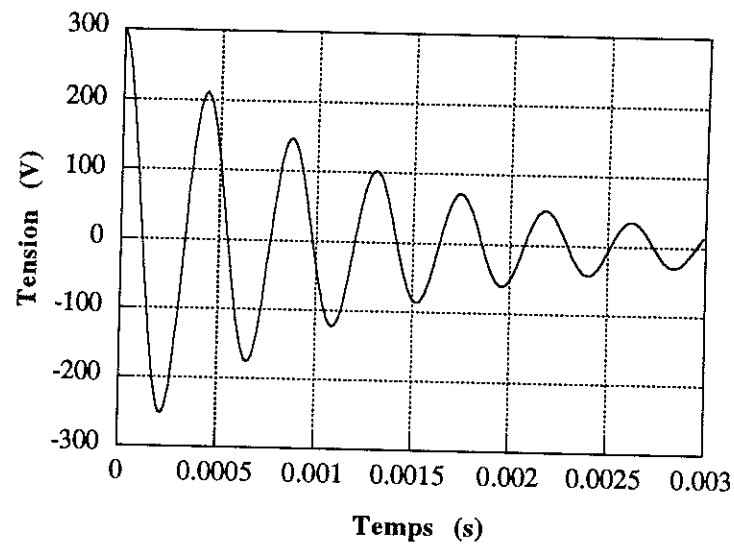


Figure VIII.17 : Evolution de la tension aux bornes du premier condensateur

Les résultats obtenus pour l'ensemble des trois bobines sont récapitulés dans le tableau suivant:

Bobine n°	Vitesse finale (m/s)	Vitesse finale (m/s)
	Simulation	Expérimental
1	1.36	-
2	2.64	-
3	3.90	3.40

Tableau VIII.2 : Vitesse du projectile après chaque bobine

#### VIII.2.4. Conclusion

Nous avons modélisé sur ce lanceur avec deux projectiles différents les phénomènes d'accélération électromagnétique. Les comparaisons avec les données expérimentales font apparaître une erreur d'environ 10 % sur le calcul de la vitesse finale du projectile. Ces résultats sont assez intéressants puisque les phénomènes de frottements ont été négligés et que la synchronisation des commutations n'est peut-être pas exactement respectée.



### VIII.3. Application 2 : lanceur de grandes vitesses comprenant cinq bobines

#### VIII.3.1. Présentation du lanceur

Le lanceur que nous modélisons dans cette seconde application est une maquette qui a été construite au département de recherche d'Alcatel-Alsthom. Ce lanceur comprend cinq bobines inductrices alimentées successivement. Le projectile est une bille sphérique de 11,5 grammes constituée d'un alliage d'aluminium.

##### a) Géométrie de la partie inductrice

Le tube du lanceur comprend donc cinq bobines dont la géométrie est la suivante:

Distance entre plan médian	:	0.1305 m
Nombre de couches	:	4
Longueur des couches conductrices	:	0.070 m
Nature des couches:	épaisseur méplat	: 0.002 m
	largeur méplat	: 0.0056 m
Nombre total de spires	:	43
Rayon moyen des couches	:	0.014 m, 0.0175 m, 0.021 m et 0.0245 m
$\rho/\rho_{\text{cuivre}}$	:	1.5

Le bobinage est en cuivre renforcé.

##### b) Géométrie du projectile

Le projectile est une bille d'AU4G qui est un alliage d'aluminium.

Masse	:	11.5 g
Diamètre	:	20 mm

##### c) Alimentation

Les circuits électriques d'alimentation de chaque bobine inductrice sont du même type. Le schéma électrique de chaque circuit est représenté sur la figure VIII.18.

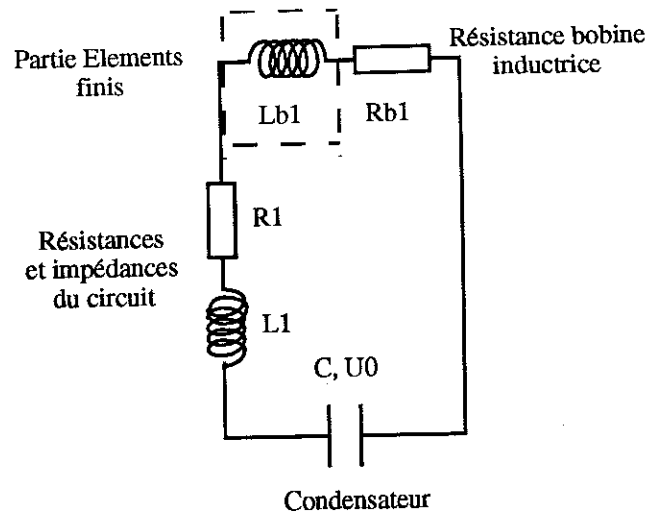


Figure VIII.18 : Schéma électrique d'un circuit d'alimentation

Les caractéristiques de chaque circuit LC sont récapitulées dans le tableau VIII.3. Ce sont des données expérimentales.

	Cir 1	Cir 2	Cir 3	Cir 4	Cir 5
Capacité ( $\mu\text{F}$ )	380	277	287	289	289
Inductances circuit ( $\mu\text{H}$ )					
$L_b$ bobines ( $\mu\text{H}$ )	27.55	28.99	27.92	29.41	27.49
$L_c$ amenées ( $\mu\text{H}$ )	1.02	2.52	1.56	2.94	1.86
$L_b + L_c$ ( $\mu\text{H}$ )	28.57	31.51	29.48	32.35	29.3
Cste de temps					
mesurée $t \text{ (ms)} = 2 \cdot \frac{\sum L}{\sum R}$	1.32	1.27	1.25	1.36	1.4
$R_{\text{tot}}$ ( $\text{m}\Omega$ )	43.3	49.6	47.2	47.6	41.9

Tableau VIII.3 : Caractéristiques des circuits d'alimentation

### VIII.3.2 Résultats

Ce type de lanceur met en jeu des énergies beaucoup plus importantes. Les simulations ont été effectuées avec une discrétisation par la méthode semi-implicite, ce qui nous permet de pouvoir augmenter le pas de temps en gardant une bonne précision. Dans un premier temps, nous avons modélisé le lanceur à induction sans utiliser le couplage thermique.

### VIII.3.2.1. Modélisation sans couplage thermique

#### a) Alimentation de la première bobine

Lors du démarrage, il est possible de placer le projectile à diverses positions par rapport à la bobine inductrice. Un excentrement nul n'induirait pas de forces électromagnétiques dans le projectile. Par contre, il n'est pas évident que la position maximale soit la position où le couplage initial est le meilleur.

Nous avons tracé l'évolution des grandeurs cinétiques pour plusieurs positions initiales du projectile vis à vis de la bobine inductrice ( $x=1, 4, 5.5, 7.9, 10, 13, 16, 19, 22$  et  $25$  cm).

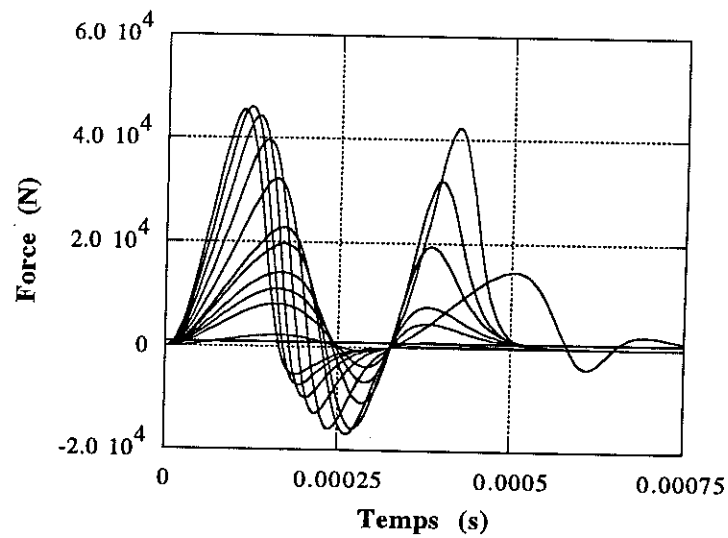


Figure VIII.19 : Evolution de la force exercée sur le projectile

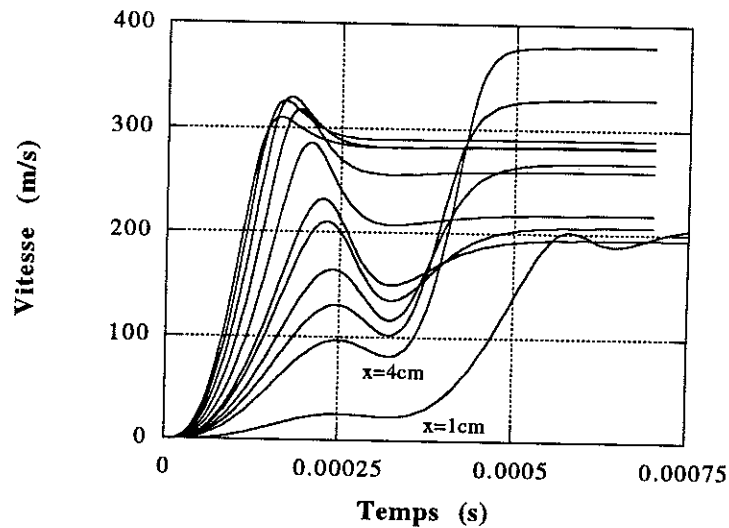


Figure VIII.20 : Evolution de la vitesse du projectile

Nous avons tracé plus particulièrement pour les deux positions initiales du projectile  $x = 25$  cm (cas 1) et  $x = 13$  cm (cas 2) l'évolution de la force et de la vitesse du projectile (voir figure VIII.21 et VIII.22).

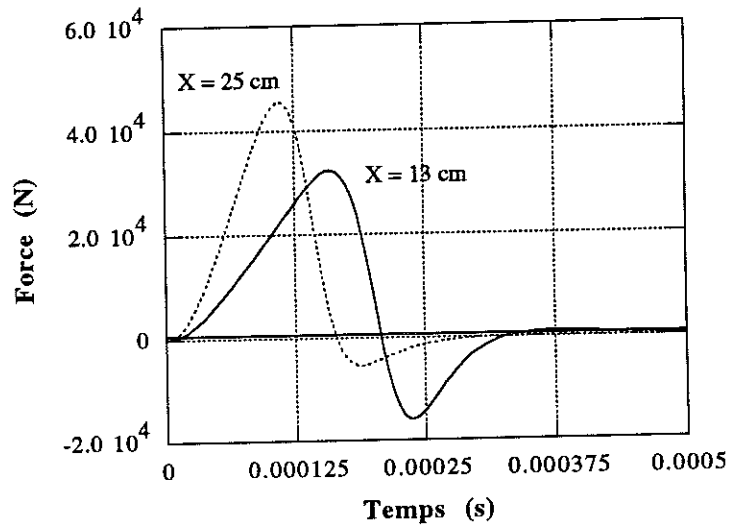


Figure VIII.21 : Evolution de la force exercée sur le projectile

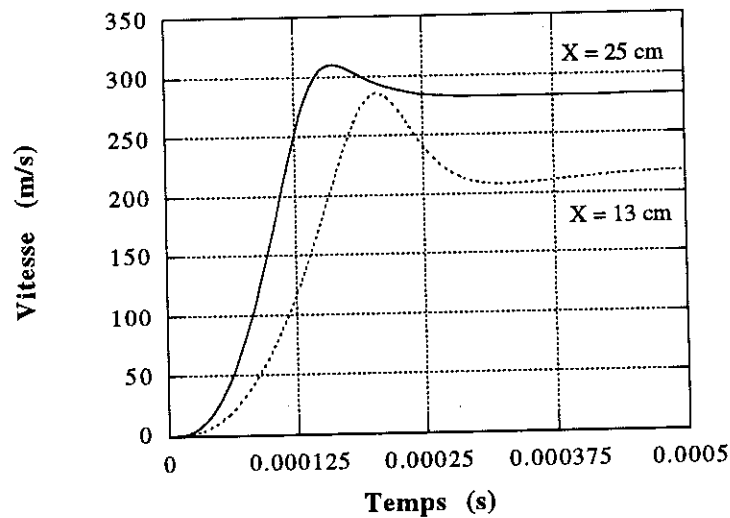


Figure VIII.22 : Evolution de la vitesse du projectile

Dans chaque cas, après un premier pic positif, la force devient négative ce qui provoque un ralentissement du projectile. Le couplage entre la bobine inductrice et le projectile est meilleur au démarrage pour le cas 1. En revanche, lorsque la force devient négative (décélération du projectile), l'influence de la bobine inductrice sur le projectile est la plus grande dans le cas 2 : le projectile n'est pas suffisamment éloigné.

Les grandeurs électriques à savoir le courant inducteur et la tension aux bornes du condensateur du premier circuit sont représentées sur les figures VIII.23 et VIII.24. On reconnaît la décharge d'un condensateur avec un amortissement dû au terme résistif du circuit d'alimentation. La bobine inductrice est encore parcourue par des courants de fortes intensités mais le projectile n'est plus dans le champ d'action de la bobine.

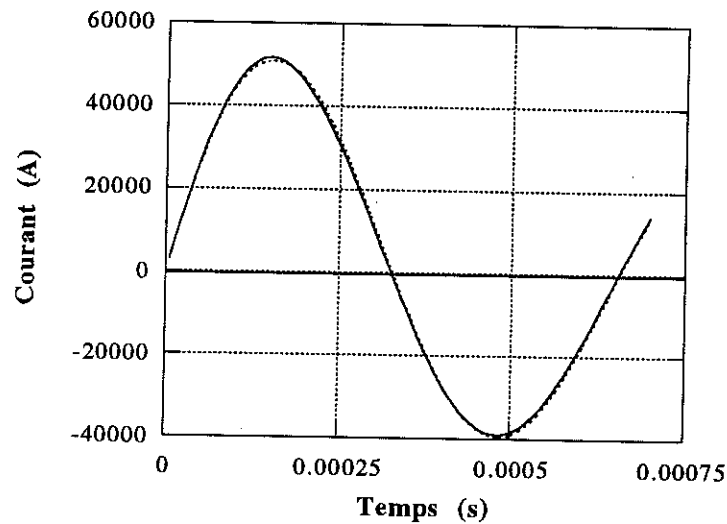


Figure VIII.23 : Evolution du courant dans le premier circuit

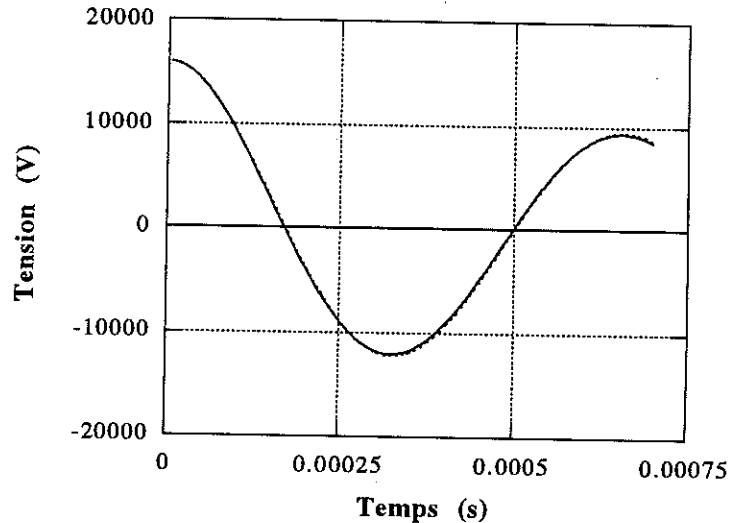


Figure VIII.24 : Evolution de la tension aux bornes du condensateur du premier circuit

La figure VIII.25 nous montre l'évolution de la vitesse finale du projectile en fonction de la position initiale du projectile. Des écarts de plusieurs centaines de mètres par seconde peuvent être observés.

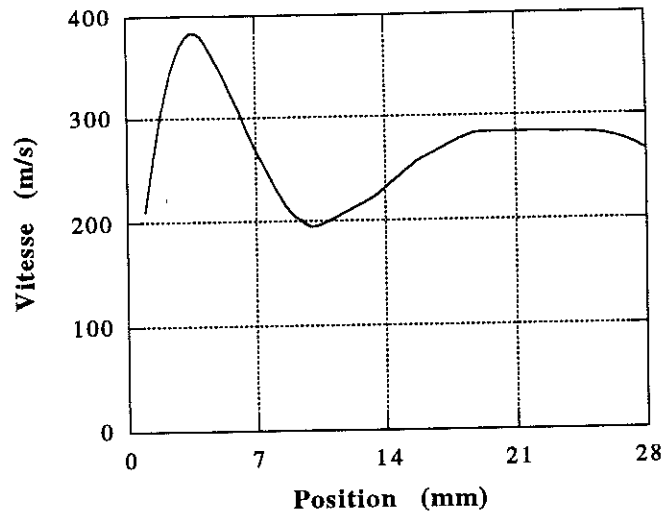


Figure VIII.25 : Vitesse finale du projectile

La position initiale du projectile qui permet d'atteindre la vitesse la plus élevée est  $X = 5$  mm. Il existe un deuxième maxima au alentours de 21 mm.

#### b) Alimentation de la seconde bobine

Le projectile est initialement excentré de 13 mm. La première bobine accélère le projectile, à partir de l'instant  $t_1 = 0$  s, jusqu'à une vitesse de 218.4 m/s. Le tableau VIII.4 récapitule selon l'instant d'alimentation  $t_2$  de la seconde bobine la vitesse finale du projectile.

$t_2$ (en $\mu$ s)	665	680	695	705	720	735	780
Vitesse finale (en m/s)	329.1	332.6	325.3	313.5	305.8	291.3	276.1

Tableau VIII.4 : Evolution de la vitesse en fonction de l'instant de commutation  $t_2$ .

Pour le cas qui permet d'obtenir la vitesse la plus élevée du projectile, nous avons tracé l'évolution des grandeurs cinétiques.

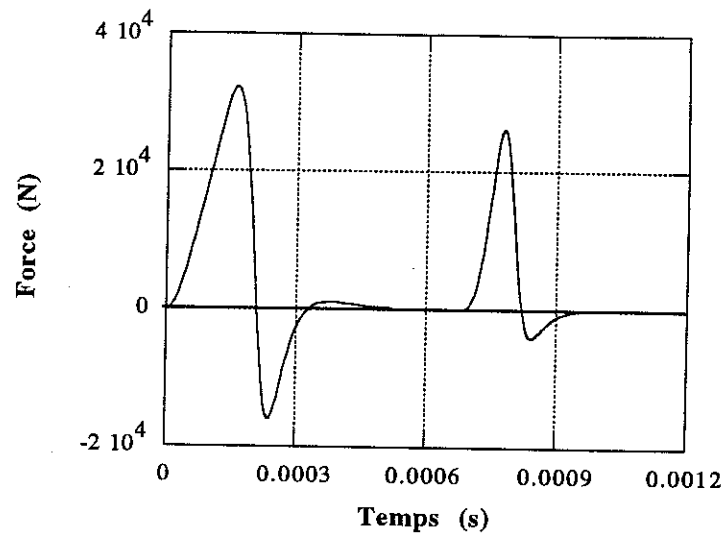


Figure VIII.26 : Force appliquée

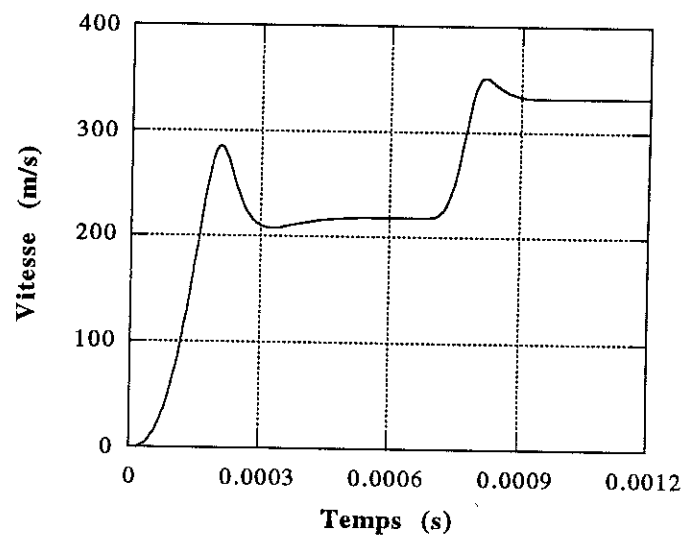


Figure VIII.27 : Vitesse du projectile

La vitesse  $v_2$  à la sortie de la seconde bobine inductrice est de 333 m/s.

### c) Alimentation successive des cinq bobines inductrices

Le projectile a initialement un excentrement de 13 mm par rapport à la première bobine inductrice. Dans le tableau VIII.5 sont récapitulées les données fournies par le laboratoire d'Alcatel-Alsthom sur les instants d'alimentation de chaque bobine ainsi qu'une comparaison entre les vitesses mesurées entre chaque bobine inductrice et les vitesses calculées par simulation.

N° de bobine	1	2	3	4	5
Instant t d'alimentation (en $\mu$ s)	0	750	1200	1600	1960
Vitesse calculée E-F (en m/s)	218.3	276.2	362.2	380	391.2
Vitesse mesurée (en m/s)	175	272	333	373	392

Tableau VIII.5 : Comparaisons vitesses calculées - vitesses mesurées

On remarque qu'il existe des différences entre la mesure et la simulation. C'est surtout lors de l'alimentation de la première bobine que les résultats peuvent être comparable car ensuite les erreurs s'accumulent. La vitesse calculée par simulation est trop élevée. Mais les échauffements ne sont pas pris en compte. Leurs prises en compte auraient pour effet de diminuer le calcul des courants induits, des forces et donc de la vitesse.

### Résultats de simulation:

Les figures VIII.28 et VIII.29 représentent l'évolution des grandeurs cinétiques du projectile (vitesse et force) pendant toute la durée des phénomènes. Ces calculs ont été effectués en respectant les instants d'alimentation de chaque bobine.

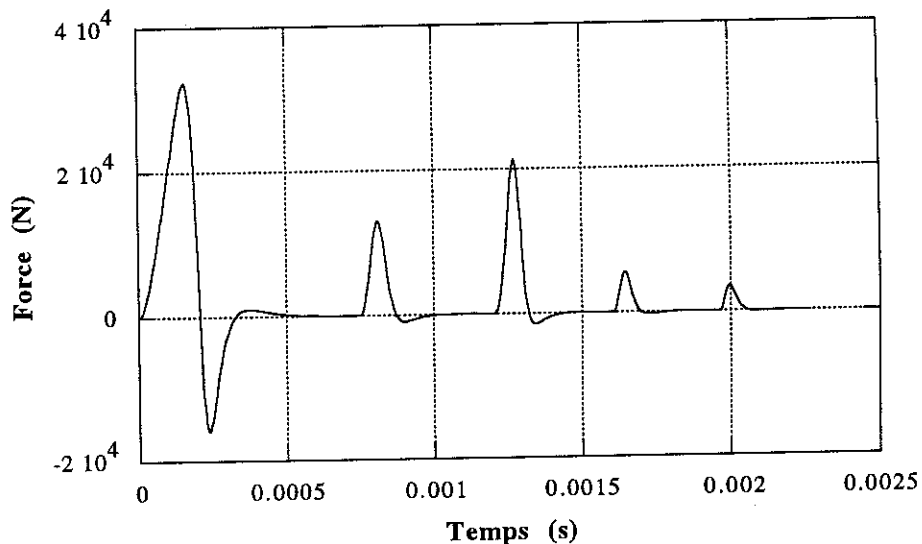


Figure VIII.28 : Force exercée sur le projectile



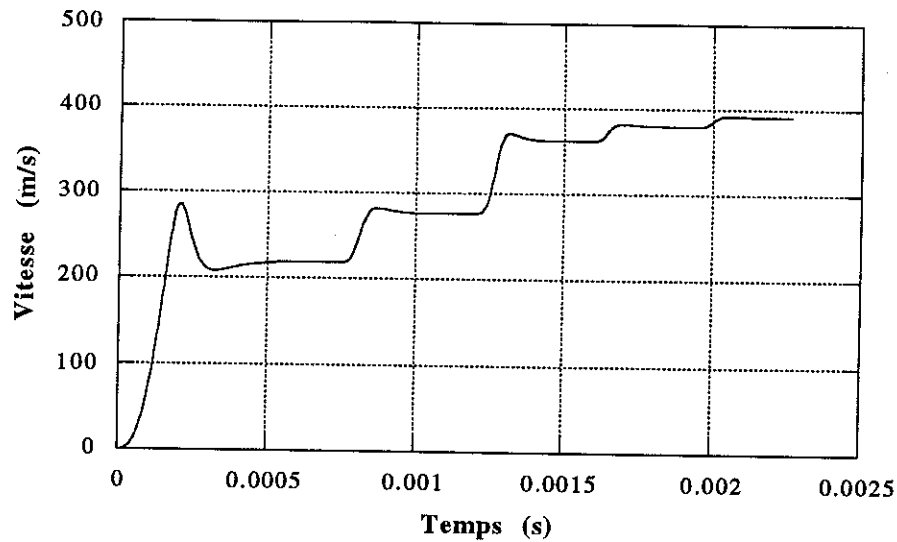


Figure VIII.29 : Vitesse du projectile

### VIII.3.2.2. Modélisation utilisant le couplage thermique

L'introduction du couplage thermique nous permet de prendre en compte dans cette partie les échauffements du projectile. Le conducteur est une bille massive qui se comporte de la même manière qu'une bobine massive. La bille est traversée par des courants induits, leur répartition n'est pas uniforme.

Les figures VIII.30 et VIII.31 représentent l'évolution de la force et de la vitesse du projectile.

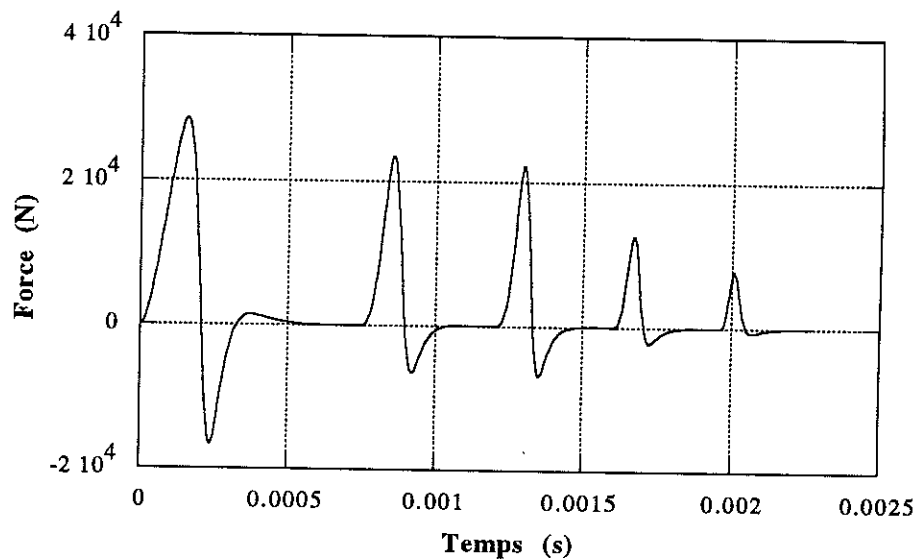


Figure VIII.30 : Evolution de la force exercée sur le projectile (couplage thermique)

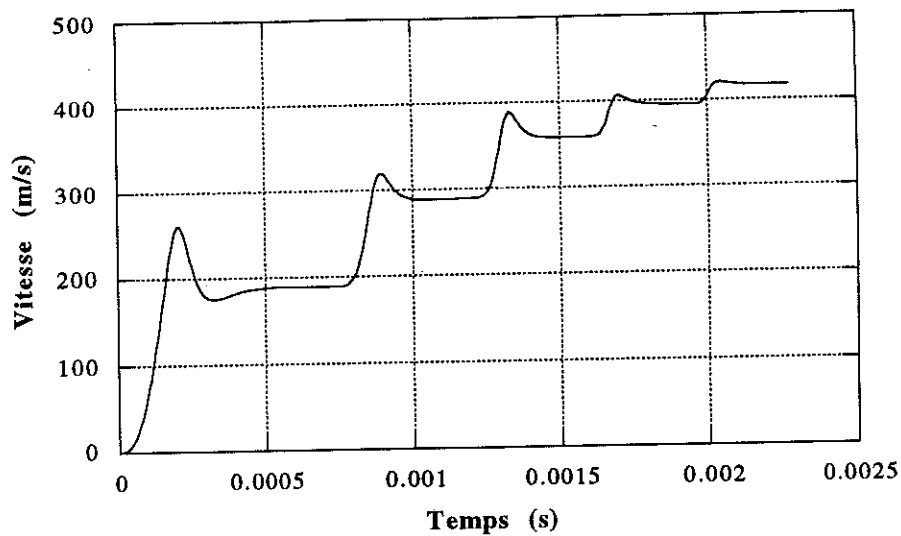


Figure VIII.31 : Evolution de la vitesse du projectile (couplage thermique)

Dans le tableau VIII.6 sont récapitulés les résultats de simulation obtenus avec ou sans couplage thermique et les résultats de mesure.

N° de bobine	1	2	3	4	5
Vitesse calculée E-F Sans couplage (en m/s)	218.3	276.2	362.2	380	391.2
Vitesse calculée E-F Coupl. thermique (en m/s)	189.2	288.7	358.5	398.4	417.2
Vitesse mesurée (en m/s)	175	272	333	373	392

Tableau VIII.6 : Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation

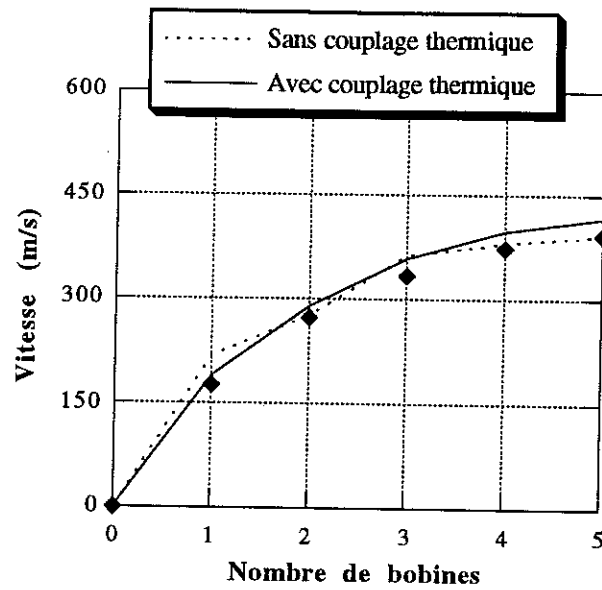


Figure VIII.32 : Comparaisons des résolutions avec l'expérimentation

Les résultats obtenus sans l'utilisation du couplage thermique semblent meilleurs. Toutefois, il faut nuancer ce constat. En effet, dans une étude en pas à pas dans le temps, l'influence des résultats des pas de temps précédents est très importante sur le calcul du pas de temps courant. Or, il s'avère que pour le premier étage, c'est à dire lors de l'accélération due au premier circuit, les résultats sont meilleurs avec une résolution utilisant le couplage thermique. La vitesse calculée sans couplage thermique s'éloigne et se rapproche sans cesse de la vitesse expérimentale.

### VIII.4. Application 3 : lanceur à plusieurs sections

La géométrie de ce lanceur est la même que celle présentée dans le §V.2.5. Deux cas sont traités successivement:

- Les bobines inductrices sont alimentées par la décharge de bancs de condensateurs.
- Le projectile étant supposé avoir une vitesse initiale non nulle, les bobines inductrices sont alimentées sous hautes tensions et fréquences élevées.

#### VIII.4.1. Alimentation par bancs de condensateurs

La première section comprend toujours six bobines qui sont maintenant alimentées deux à deux par trois bancs de condensateurs. Les six bobines sont soumises à la séquence d'alimentation suivante: A, -C, B, -A, C, -B. Les trois condensateurs remplacent les sources triphasés. Ils sont préchargés respectivement sous 3500V, 3000V et 2500V. Le premier (phase A) est commuté à l'instant  $t_1=0$ , le second (phase B) avec un retard de  $60^\circ$  et le troisième (phase C) avec un retard total de  $120^\circ$ . Chaque condensateur est préchargé avec une tension différente pour compenser les différentes atténuations dues aux instants de commutation de chaque phase.

##### VIII.4.1.1. Résultats et comparaisons

Nous rappelons que la longueur du projectile est égale à la longueur de la section ( $L = 0.2$  m). Pour cette simulation, le projectile est très exactement centré sur le plan médian de la section de bobines inductrices. Sur la figure VIII.33, nous avons successivement représenté l'évolution de la vitesse et de l'accélération du projectile en fonction de sa position.

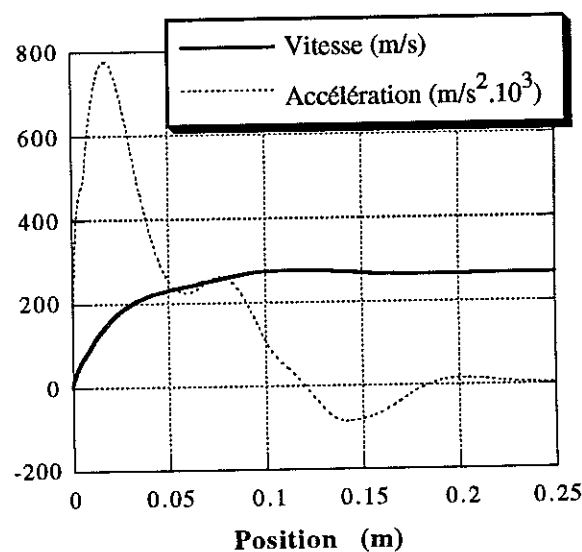


Figure VIII.33 : Vitesse et accélération du projectile (E-F)

La vitesse du projectile se stabilise autour de 260 m/s lorsqu'il est totalement sorti de la section. Les courbes de la figure VIII.34 ont été calculées avec la méthode analytique décrite dans [14].

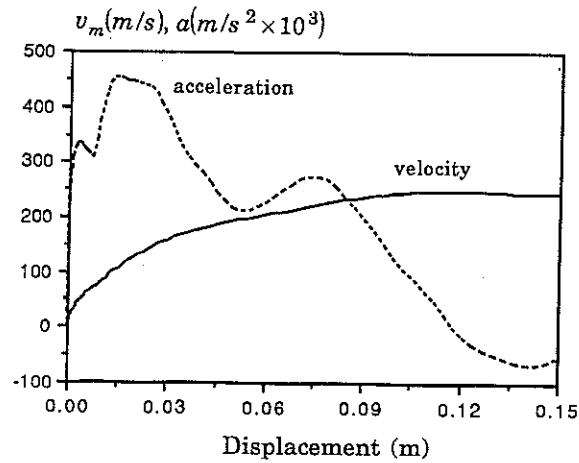


Figure VIII.34 : Evolution de la vitesse et de l'accélération (Méthode analytique)

L'évolution du courant dans les bobines inductrice est représentée sur la figure VIII.35 (Eléments finis) et sur la figure VIII. 36 (Méthode analytique).

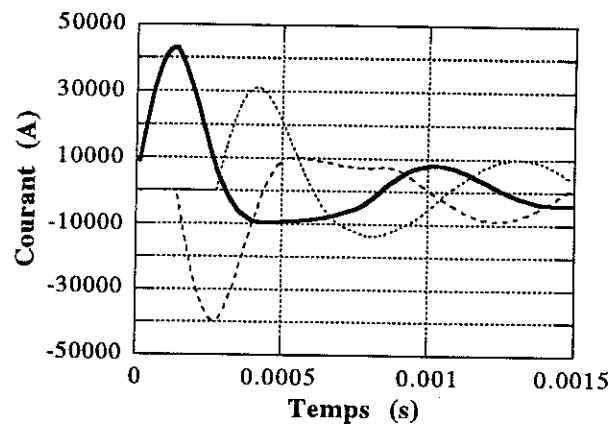


Figure VIII.35 : Evolution des courants inducteurs (E-F)

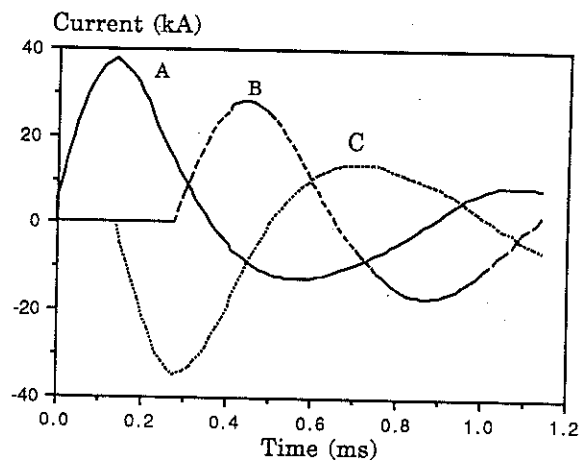


Figure VIII.36 : Evolution des courants inducteurs (Analytique)

Les deux méthodes de calcul ne donnent pas tout à fait les mêmes résultats. Par la méthode des éléments finis, l'accélération du projectile est au démarrage d'intensité plus forte mais son action est plus courte. En revanche, les vitesses finales calculées par les deux méthodes sont assez proches:

- Eléments finis : 266m/s
- Méthode analytique : 250m/s;

#### V.4.1.2. Influence de la position initiale du projectile

Nous avons étudié l'influence de la position initiale du projectile sur sa vitesse finale. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure VIII.37.

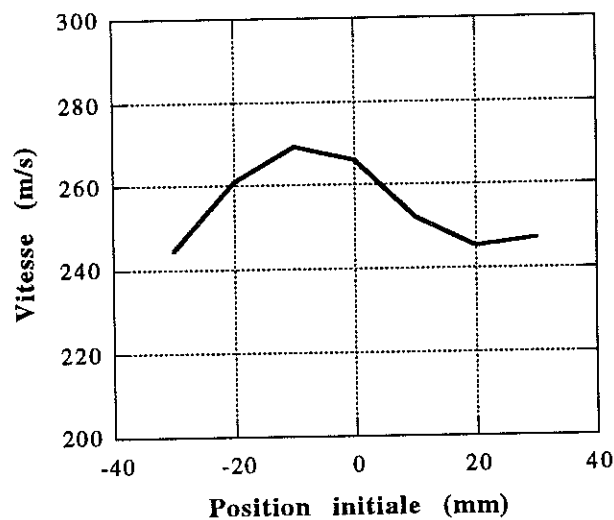


Figure VIII.37 Evolution de la vitesse en fonction de la position initiale du projectile

On remarque que la vitesse de sortie du projectile est maximale lorsque celui-ci est légèrement excentré du côté de l'arrière de la section de bobines inductrices.

#### VIII.4.2. Alimentation sous hautes tensions et fréquences élevées

Nous supposons que le projectile a une vitesse initiale de 800 m/s lorsqu'il pénètre dans la seconde section composée de 12 bobines inductrices. Cette section a une longueur de 40 cm, c'est à dire le double de la longueur du projectile.

Ces bobines sont alimentées quatre par quatre sous hautes tensions triphasées. On fait les hypothèses suivantes:  $V_m = 35 \text{ kV}$  et  $f = 5000 \text{ Hz}$ .

### Comparaisons avec la méthode analytique:

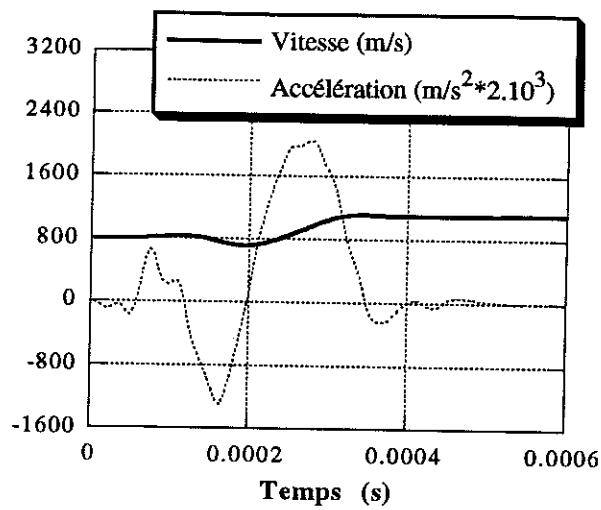


Figure VIII.38 Vitesse et accélération du projectile (E-F)

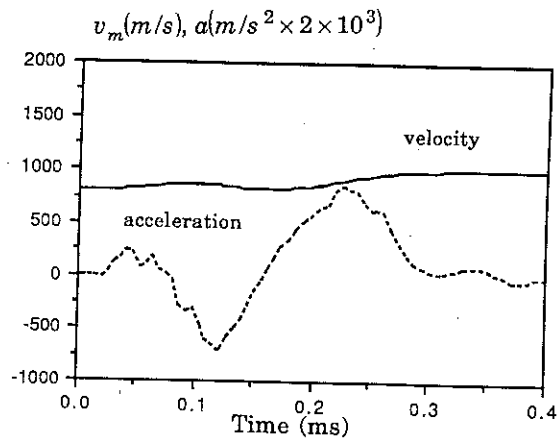


Figure VIII.39 Vitesse et accélération du projectile (Analytique)

Les vitesses finales calculées par les deux méthodes sont les suivantes:

- Eléments finis : 1100 m/s
- Méthode analytique : 1000 m/s.

Les écarts entre les deux méthodes de calcul deviennent assez importants sur cet exemple. Dans les deux cas de simulation, la forme de l'accélération présente toutefois deux parties distinctes. Le projectile est tout d'abord soumis à une force de freinage. Il n'est accéléré que dans la seconde partie. Le projectile possédant déjà une vitesse assez élevée, les phénomènes sont très courts.

L'évolution des courants inducteurs est représentée sur les deux figures suivantes. On remarque que les courants inducteurs ont une intensité plus grande par le calcul que nous utilisons. Ceci peut être un début d'explication aux écarts relevés sur le calcul de l'accélération du projectile. Dans les deux cas, un très grand déséquilibre des courants est présent tout au long de l'accélération du projectile. La composante continue du courant particulièrement importante dans les phases B et C produit une force de rappel qui est comparable à la force de propulsion.

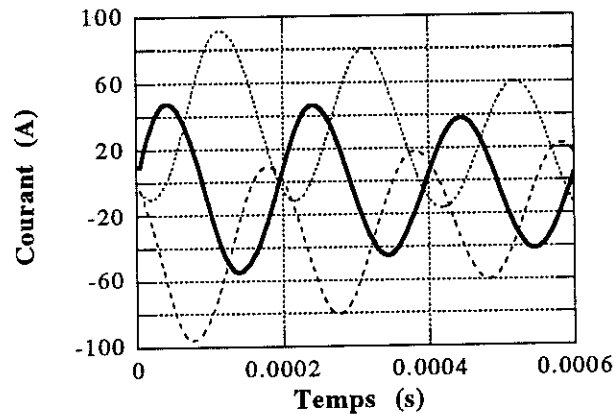


Figure VIII.40 Courant inducteur (E-F)

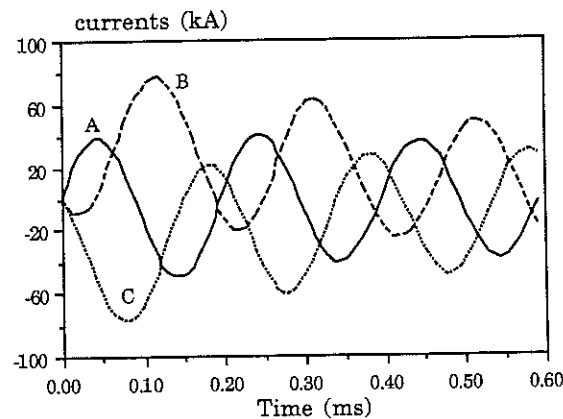


Figure VIII.41 Courant inducteur (Analytique)

### VIII.5. Conclusion

La simulation du comportement de lanceurs coaxiaux spécifiques a permis d'appliquer à des maquettes réelles les méthodes E-F développées dans les chapitres précédents.

Alors que la méthode analytique est imprécise, la méthode des E-F nous permet d'effectuer un calcul plus rigoureux de la répartition des courants et du champ magnétique dans une pièce conductrice massive. Par conséquent, le calcul de la force exercée sur le projectile est plus précis.



Dans les deux premiers exemples, nous avons modélisé et comparé avec les données expérimentales des maquettes simples comportant quelques bobines inductrices. Ces exemples nous ont permis de valider notre outil de calcul. Le dernier exemple est l'application direct à un lanceur plus complet. Il laisse entrevoir la possibilité d'étude de dispositifs beaucoup plus complexes.

A l'exclusion, pour l'instant, des phénomènes de frottements, cette étude nous permet d'étudier simultanément l'ensemble des phénomènes électromagnétiques, thermiques et mécaniques pendant toute la phase d'accélération du projectile. L'étude bi-dimensionnelle axisymétrique des lanceurs à induction donne des résultats qui sont proches des données expérimentales.

## **Conclusion générale**



## Conclusion générale

L'obtention de vitesses élevées ne pourra se faire que par le perfectionnement de lanceurs électriques. Les outils de modélisation, développés dans le cadre de des travaux, contribuent au calcul précis des lanceurs électromagnétiques à induction. Les phénomènes électromagnétiques peuvent désormais être modélisés en tenant compte de l'alimentation électrique ainsi que des effets thermiques et mécaniques.

Seule une modélisation 2D axisymétrique en régime transitoire permet de modéliser le lanceur de son état initial à son état final. C'est pourquoi, nous avons tout d'abord présenté trois méthodes de prise en compte du mouvement qui permettent de simuler le déplacement d'une pièce conductrice massive où se développent des courants induits. Les deux premières, astucieuses, permettent, dans certains cas, d'effectuer des calculs grâce à des logiciels standards qui ne le permettent pas initialement. La troisième, plus générale, est plus lourde à mettre en oeuvre puisqu'elle doit être incluse dans le logiciel. Elle donne de meilleurs résultats et peut être appliquée à tout dispositif contenant une pièce mobile soumise à des forces d'origine électromagnétique.

Nous avons montré ensuite l'intérêt de prendre en compte l'alimentation électrique. Pour cela, la mise en place de la méthode du rebouclage nous a donné de bons résultats mais le temps de convergence devient rapidement prohibitif si le nombre des circuits électriques est grand. Ce problème a été résolu par l'utilisation du couplage des équations de champ et des équations de circuit qui permet de résoudre simultanément les inconnues électriques et magnétiques. Cette méthode permet de modéliser de manière très efficace des dispositifs contenant un très grand nombre de circuits d'alimentation.

Nous nous sommes penchés ensuite sur les phénomènes thermiques. Leur prise en compte par le couplage thermique est nécessaire, de part les fortes énergies dissipées dans les conducteurs, pour parvenir à des résultats plus réels.

Pour compléter cette étude, et surtout réduire les temps de calcul souvent prohibitifs de l'ensemble des couplages que nous avons introduit, nous avons appliqué une méthode semi-implicite de discrétisation qui s'avère plus performante que la méthode implicite utilisée jusqu'alors.

Le dernier chapitre nous a permis de développer plusieurs applications illustrant, en comparaison avec les données expérimentales, l'intérêt de l'ensemble de la chaîne de modélisation.

L'outil développé, grâce au couplage de l'ensemble des phénomènes (magnétiques, électriques, thermiques et mécaniques) entrant en ligne de compte dans les lanceurs électromagnétiques à induction, s'ouvre à un champ d'application beaucoup plus large.

# **Bibliographie**



## Bibliographie

- [1] J.C. Sabonnadière et J.L. Coulomb, "Eléments finis et CAO", Traité de Nouvelles Technologies, Edition Hermès 1986.
- [2] J.C. Sabonnadière et J.L. Coulomb, "Calcul des Champs Electromagnétiques", Technique de l'ingénieur, Vol. D3020 12-1988.
- [3] F. Jamet et V. Wegner "Les canons électriques", Notice bibliographique NB 401/89, Institut Saint-louis.
- [4] P. Raymond et A. Carrière, "Simulation numérique de l'accélération électromagnétique par induction, et premières vérifications expérimentales", Rapport R 108/89, Institut Saint-Louis, 1989.
- [5] J.L. Coulomb "Analyse tridimensionnelle des champ électriques et magnétiques par la méthode des éléments finis", Thèse d'état de l'INPG, Laboratoire d'Electromagnétique de Grenoble, 1981.
- [6] J.F. Imhoff "Modélisation Magnétique et Mécanique des Machines Electriques par la Méthode des Eléments Finis", Thèse de l'INPG, Laboratoire d'Electromagnétique de Grenoble, 1989.
- [7] E. Vassent, G. Meunier, A. Foggia, J.C. Sabonnadière "Simulation of Induction Machine Operation using a Step by Step Finite Elements Method Coupled with Mechanical Equation," Troisième Colloque sur la Modélisation et la Simulation des Machines Electriques et des Convertisseurs Statiques, Nancy, 19-21 Septembre 1990.
- [8] E. Vassent "Contribution à la modélisation des moteurs asynchrones par la méthode des éléments finis", Thèse de l'INPG, Laboratoire d'Electromagnétique de Grenoble, 1990.
- [9] X. Brunotte "Modélisation de l'infini et prise en compte de régions magnétiques minces-applications à la modélisation des aimantations de navire", Thèse de l'INPG, Laboratoire d'Electromagnétique de Grenoble, 1992.
- [10] P. Lombard "Couplage des équations électriques et magnétiques", Thèse de l'INPG, Laboratoire d'Electromagnétique de Grenoble, 1992.



- [11] G. Meunier, D. Shen, J.L. Coulomb "Modelisation of 2D and axisymmetric Magnetodynamic Domain by the Finite Element Method," *IEEE Trans. on Mag*, vol MAG-24 N°1, pp166-169, 1988.
- [12] Z.Zabar, X.N. Lu, J.L. He, L. Birenbaum, E. Levi, S.B. Kuznetsov and M.D. Nahemow "Test Results for Three Prototype Models of a Linear Induction Launchers" - *IEEE Trans. on Magn.*, Vol 27, pp 558-562, Jan. 91.
- [13] J.L. He, Z. Zabar, E. Levi and L. Birenbaum "Transient Performance of Linear Induction Launchers Fed by Generators and by Capacitors Bank", *IEEE Trans.Magn.*, Vol. 27, pp. 585-590, jan. 91.
- [14] J.L. He, E. Levi, Z. Zabar, L. Birenbaum and Y. Naot "Analysis of Induction-type Coilgun Performance Based on Cylindrical Current Sheet Model", *IEEE Trans.Magn.*, Vol. 27, pp. 579-584, jan. 91.
- [15] Z. Zabar, X.N. Lu, J.L. He, E. Levi, L. Birenbaum, E. Levi, S.B. Kutznetsov, M.D. Nahemow "Test Results for Three Prototype Models of a Linear Induction Laucher," *IEEE Trans.Magn.*, Vol. 27, pp. 558-562, jan. 91.
- [16] J.A. Andrews and J.R. Devine "Armature Design for Coaxial Induction Launchers," *IEEE Trans.Magn.*, Vol. 27, pp. 639-643, jan. 91.
- [17] M. M. Widner "WARP-10 A Numerical Simulation Model for the Cylindrical Reconnection Launcher" *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 27 No 1, pp.634-638, Jan. 91.
- [18] A.M. Pawlak, T.W. Nehl "Transient Finite Element Modeling of Solenoid Actuators : The Coupled Power Electronics, Mechanical and Magnetic Field Problem", *IEEE Trans.Magn.*, Vol. 24 No 1, pp. 270-273, Jan. 88.
- [19] D. Grenier, M. Jarnieux, G. Reyne and J.C. Sabonnadière "A Finite Element Method to Simulate Movement in Induction Electromagnetic Launchers," 6th Symposium on Electromagnetic Launch Technology, April 28-30 92, Austin - USA, Proceedings of the EML6th Symposium.
- [20] P.J. Leonard, H.C. Lai, G. Hainsworth, D Rodger and J.F. Eastham "Analys of the Performance of Tubular Pulsed Coil Induction Launchers," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29 No 1, pp.686-690, Jan. 93.

- [21] M. Jarnieux, D. Grenier, G. Reyne, G. Meunier "F.E.M. Computation of Eddy Current and Forces in Moving Systems, Application to Linear Induction Launchers", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29 No 2, pp.1989-1992, Mar. 93.
- [22] J.A. Andrews "Coilgun Structure," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29 No1, pp.637-642, Jan. 93.
- [23] X.N. Lu, E. Levi, Z. Zabar and L. Birenbaum "Behavior of Azimuthal Currents Induced in the Projectile of the Linear Induction Launcher [LIL]," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29 No1, pp.696-700, Jan. 93.
- [24] B. Azzerboni, E. Cardelli, M. Raugi and A. Tellini "Some Remarks on the Current Filament Modeling of Electromagnetic Launchers," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29 No1, pp.643-648, Jan. 93.
- [25] J.H. Chang, E.B. Becker and M.D. Driga "Coaxial Electromagnetic Launcher Calculations using FE-BE Method and Hybrid Potentials," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29 No1, pp.655-660, Jan. 93.
- [26] H. Weh, J. Jacquelin, F. Moisson and M. Löffler "Coilgun. Concepts," 4th European Symposium on Electromagnetic Launch Technology, May 02-06 93, Celle-Germany, Proceedings of the EML4th European Symposium.
- [27] R. Mailfert, F. Moisson, B. Hoffmann and M. Löffler "Coilgun. Energy Coupling and Current Feeding," 4th European Symposium on Electromagnetic Launch Technology, May 02-06 93, Celle-Germany, Proceedings of the EML4th European Symposium.
- [28] M. Jarnieux, P. Lombard, G. Reyne, G. Meunier "Application of the Finite Element Method to the Modelling of Multi-sections Linear Induction Launchers," 4th European Symposium on Electromagnetic Launch Technology, May 02-06 93, Celle-Germany, Proceedings of the EML4th European Symposium.
- [29] M. Jarnieux, G. Reyne and G. Meunier "FEM Modeling of the Magnetic, Thermal, Electrical and Mechanical Transient Phenomena in Linear Induction Launchers" COMPUMAG-Miami 1993, à paraître *IEEE Trans. Magn.*, Mar 94.
- [30] D Rodger, P.J. Leonard and J.F. Eastham "Modelling Electromagnetic Rail Launchers at Speed using 3D Finite Elements," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 27 No 1, pp.314-317, Jan. 91.

- [31] P. Kienner and K. Kitzinger "ISL 500 kJ 15 mm Railgun Numerical Simulation," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29 No 1, pp.1180-1185, Jan. 93.
- [32] P. Ehrhart, M. Heeg, G. Heidelberg, G. Reiner and W. Weck "The Magnet-Motor Energy Supply for EML together with a new Coil-Accelerator Concept," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29 No 1, pp.661-666, Jan. 93.
- [33] R.J. Lipinski, S. Beard, J. Boyes, E.C. Chare, M. Cowan, B.W. Duggin, R.J. Kaye, R.M. Morgan, D. Outka, D. Potter, M.M. Widner and C. Wong "Space Applications for Contactless Coilguns," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 29 No 1, pp.691-695, Jan. 93.



## AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 30 Mars 1992 relatifs aux Etudes Doctorales

Vu les Rapports de présentations de :


Monsieur C. ROMBAUT

Monsieur Charles SOL

**Monsieur Marc JARNIEUX**

est autorisé à présenter une thèse en soutenance en vue de l'obtention du diplôme de  
**Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, spécialité "GENIE  
ELECTRIQUE.**

**Fait à Grenoble, le 2 Mars 1994**

  
Pour le Président de l'INPG  
et par délégation  
le Directeur de l'Ecole Doctorale  
J.L. LACOUME









## Résumé de thèse

### Modélisation de Lanceurs Electromagnétiques par la Méthode des Eléments Finis

Un outil de modélisation par la méthode des éléments finis a été développé. Il permet de simuler le comportement général de lanceurs électromagnétiques à induction.

Les phénomènes magnétiques sont calculés par une formulation 2D axisymétrique en potentiel vecteur  $A$ . Nous utilisons une résolution en régime transitoire pour modéliser le lanceur de son état initial à son état final. La modélisation du déplacement du projectile au sein du lanceur est effectuée par un couplage avec l'équation générale de la mécanique. Trois méthodes de prise en compte du mouvement sont successivement utilisées.

Nous présentons ensuite deux méthodes qui permettent de tenir compte des différentes connexions entre les régions conductrices modélisées dans le domaine éléments finis et leurs circuits d'alimentation. Ces derniers peuvent être constitués de résistances, inductances, condensateurs, générateurs et interrupteurs.

Afin de ne pas négliger les échauffements importants qui apparaissent dans les conducteurs d'un lanceur à induction et leur influence sur les propriétés physiques du matériau, nous utilisons un couplage magnéto-thermique faible. Deux méthodes sont utilisées selon la nature massive ou bobinée du conducteur.

La simulation complète du lanceur électromagnétique à induction utilisant le calcul simultané des grandeurs magnétiques, électriques, thermiques et mécaniques a été validée. Afin de diminuer le temps de résolution important inhérent à la méthode implicite classique de discrétisation utilisée, une méthode semi-implicite a été introduite.

## Abstract

### Finite Element Modelling of Electromagnetic Launchers

A modelling tool using the finite element method has been developed. It allows the global simulation of induction electromagnetic launchers.

Magnetic quantities are computed with a 2D axisymetrical formulation using the vector potential  $A$  as unknowns. Start up to final speed simulation is achieved with a step by step process. Displacement of the projectile through the launcher is simulated with three different methods. They all rely on the general equation of mechanics.

Two solutions are proposed to take into account the supply system (i.e. the connections between the finite element regions and the feeding system including resistances, inductances, capacitors, generators and switches).

Sharp increases in temperature can not be neglected as they significantly affect properties of materials. Depending on the nature of the conductor either stranded or massive, two iterative magneto-thermal process are proposed.

The global simulation of induction electromagnetic launchers with simultaneous computations of electric, magnetic, mechanical and thermal quantities has been validated. Moreover, as such a complex simulation with classical implicit method is very long, a semi-implicit method has been developed. It proves to be highly efficient.

## Mots-clé:

Modélisation  
Eléments finis  
Lanceur  
Induction

Régime transitoire  
Electromagnétisme  
Couplage  
Formulation 2D-axisymétrique



