



**HAL**  
open science

# MODELISATION TRIDIMENSIONNELLE D'UNE MACHINE SYNCHRONE RAPIDE A GRIFFES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

Georges Barakat

► **To cite this version:**

Georges Barakat. MODELISATION TRIDIMENSIONNELLE D'UNE MACHINE SYNCHRONE RAPIDE A GRIFFES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS. Energie électrique. Institut National POlytechnique de Grenoble (INPG), 1995. Français. NNT: . tel-02533045

**HAL Id: tel-02533045**

**<https://hal.science/tel-02533045v1>**

Submitted on 6 Apr 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**

présentée par

**Georges BARAKAT**

**Ingénieur ENSIEG**

pour obtenir le grade de **DOCTEUR**

**de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

( Arrêté ministériel du 30 mars 1992 )

( Spécialité : Génie Electrique )

---

**MODELISATION TRIDIMENSIONNELLE D'UNE  
MACHINE SYNCHRONNE RAPIDE A GRIFFES PAR  
LA METHODE DES ELEMENTS FINIS**

---

Date de soutenance : le 04 Janvier 1995

Composition du jury :

Monsieur	Albert FOGGIA	Président
Messieurs	Jean-Marie KAUFFMANN Bernard TRANNOY Marcel IVANES Robert PERIOT	Rapporteur Rapporteur Examineur Examineur

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble



*Je dédie cette thèse à Nada, ma famille  
et à tous ceux que j'aime*



## REMERCIEMENTS

Je remercie M. J.C. SABONNADIÈRE, Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, pour m'avoir accueilli au cours de cette thèse.

Je tiens à remercier M. A. FOGGIA, Professeur à l'ENSIEG, pour son entière disponibilité, son soutien permanent tout au long de ce travail et pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Mes remerciements s'adressent aussi à :

- Messieurs J.M. KAUFFMANN, Professeur à l'Université de Franche-Comté et M. B. TRANNOY, Professeur à l'ENSEEIH ( INP Toulouse) qui me font l'honneur d'être les rapporteurs de cette thèse,

- M. R. PERIOT, ingénieur de GEC-ALSTHOM, qui me fait l'honneur de sa présence dans ce jury.

J'adresse des remerciements très sincères à M. M. IVANES, Professeur à l'ENSIEG, qui a dirigé ces travaux avec patience, efficacité et de plus une bonne humeur qui ont permis de passer un moment très agréable.

Je remercie aussi M. A. MASSON, ingénieur de GEC-ALSTHOM Transport pour l'aide qu'il m'a apporté au cours de ce travail.

Je remercie très sincèrement :

- Mme J. EVEN pour avoir assuré avec beaucoup de patience la frappe de cette thèse ainsi que Mme S. PELLETIER pour sa participation à la frappe.

- mes chères compagnons du café à savoir Eric, Patrick, Patrice, Yves et tous ceux qui apprécient cette boisson au LEG.

- tous ceux qui m'ont témoigné leur soutien au cours de ce travail : Etiennette, Jacqueline, Bruno, Marie-Thérèse, Daniel, Dgidgi, Tom, Jacques, Daniel, Jean-Pierre, Robert, Christian, Eric, Jean, Gérard, Jean-Louis, Marc, Yves, Thierry, Noureddine, Gilbert, Jérôme, Sedik, Florence, Jean-Paul, ainsi que tous ceux que j'aurais pu oublier par pure mégarde.

- toute la bande des thésards du LEG parmi lesquels Saleh, Budi, Gilles, Patrick, François, Jean-Yves, Laurent, Yvon, Samuel, Sébastien, Mouhoub, Catherine, Christian, Laure-Line, Stéphane, Frédéric, Christophe, Marc, Mohammed, Pascal, LeKim, Edith, Son, Bachir, Nicolas, Thomas, André, Christian, Bertrand, Régis, Eric.....

Je ne puis terminer sans adresser ma très sincère reconnaissance à tous les amis qui m'ont soutenu pendant cette thèse et en particulier à Nabil, Maher et Nada.

# SOMMAIRE

**INTRODUCTION GENERALE**

6

## *PREMIERE PARTIE*

### *MACHINE SYNCHRONE A GRIFFES : STRUCTURE ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT*

**CHAPITRE I - DESCRIPTION GEOMETRIQUE ET PRINCIPE DE  
FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE SYNCHRONE  
A GRIFFES**

9

**I.1 Introduction**

9

**I.2 Description de la géométrie de la machine**

9

I.2.1. Machine synchrone à griffes à simple barrière

9

I.2.1.1. Le rotor

9

I.2.1.2. Le stator

11

I.2.2. Machine synchrone à griffes à double barrière

12

I.2.3. Principaux avantages et inconvénients de la machine synchrone à griffes

13

**I.3. Principe de fonctionnement des machines synchrones à griffes - Approche  
analytique simplifiée**

14

I.3.1. Trajet du flux principal

14

I.3.1.1. Cas bipolaire à simple barrière

14

I.3.1.2. Cas bipolaire à double barrière

16

I.3.2. Mise en équations simplifiée

16

I.3.2.1. Flux traversant une phase de l'induit à vide

17

I.3.2.2. F. e. m. à vide dans les bobinages de l'induit

21

I.3.2.3. Inductances synchrones

22

**I.4. Conclusion**

25

## **DEUXIEME PARTIE**

### **MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONNE A GRIFFES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS TRIDIMENSIONNELS**

<b>CHAPITRE II - MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONNE A GRIFFES A VIDE</b>	28
<b>II.1. Introduction</b>	28
<b>II.2. Méthode des éléments finis tridimensionnels - rappel théorique</b>	28
II.2.1. Formulation en potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$	31
II.2.2. Formulation en potentiel scalaire total $\Phi$	33
II.2.3. Formulation en potentiel scalaire réduit $\Phi_r$	34
<b>II.3. Modélisation à vide du prototype bipolaire A</b>	35
II.3.1. Caractéristique du prototype A et géométrie modélisée	36
II.3.2. Résultats de simulation	37
II.3.2.1. Trajet du flux principal	37
II.3.2.2. Répartition de l'induction	38
II.3.2.3. F. e. m. à vide	39
II.3.3. Validation du modèle de simulation	41
<b>II.4. Modélisation à vide du prototype bipolaire B</b>	41
II.4.1. Caractéristiques du prototype B et géométrie modélisée	41
II.4.2. Résultats de simulation	42
II.4.2.1. Trajet du flux principal	42
II.4.2.2. Densité de flux à vide	43
II.4.2.3. Fuites à vide	45
II.4.2.4. Induction dans l'entrefer principal	46
II.4.2.5. F.e.m. à vide	49
<b>II.5. Conclusion</b>	52

<b>CHAPITRE III - MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A GRIFFES EN CHARGE</b>	<b>54</b>
<b>III.1. Introduction</b>	<b>54</b>
<b>III.2. Hypothèses de la modélisation en charge et formulations en éléments finis utilisées</b>	<b>54</b>
III.2.1. Représentation simplifiée des bobinages de l'induit	55
III.2.1.1. F.m.m. créée par le bobinage triphasé statorique	56
III.2.1.2. F.m.m. créée par la cage d'écureuil filiforme	57
III.2.1.3. Equivalence entre la cage d'écureuil et les bobinages statoriques	59
III.2.1.4. Application au cas de la machine synchrone à griffes	60
<b>III.3. Résultats de simulation</b>	<b>63</b>
III.3.1. Distribution du flux dans la machine en charge	63
III.3.2. Induction dans les entrefers	67
<b>III.4. Calcul des caractéristiques en charge et en régime permanent</b>	<b>71</b>
III.4.1. Réactances synchrones	71
III.4.2. Diagramme de Blondel	73
III.4.3. Calcul du couple en régime permanent	75
III.4.4. Calcul de la loi du couple optimal	76
III.4.5. Couple de denture	78
<b>III.5. Conclusion</b>	<b>80</b>
 <b>CHAPITRE IV - MODELISATION DES PERTES SUPERFICIELLES</b>	 <b>82</b>
<b>IV.1. Introduction</b>	<b>82</b>
<b>IV.2. Nature des pertes superficielles dans la machine synchrone à griffes</b>	<b>82</b>
IV.2.1. Origine et fréquence des courants de Foucault dans le rotor sous la partie active	83
IV.2.2. Courants parasites à la surface des parties massives en dehors de la partie active de la machine	85
IV.2.3. Limites du calcul analytique des pertes superficielles dans le rotor sous la partie active	86

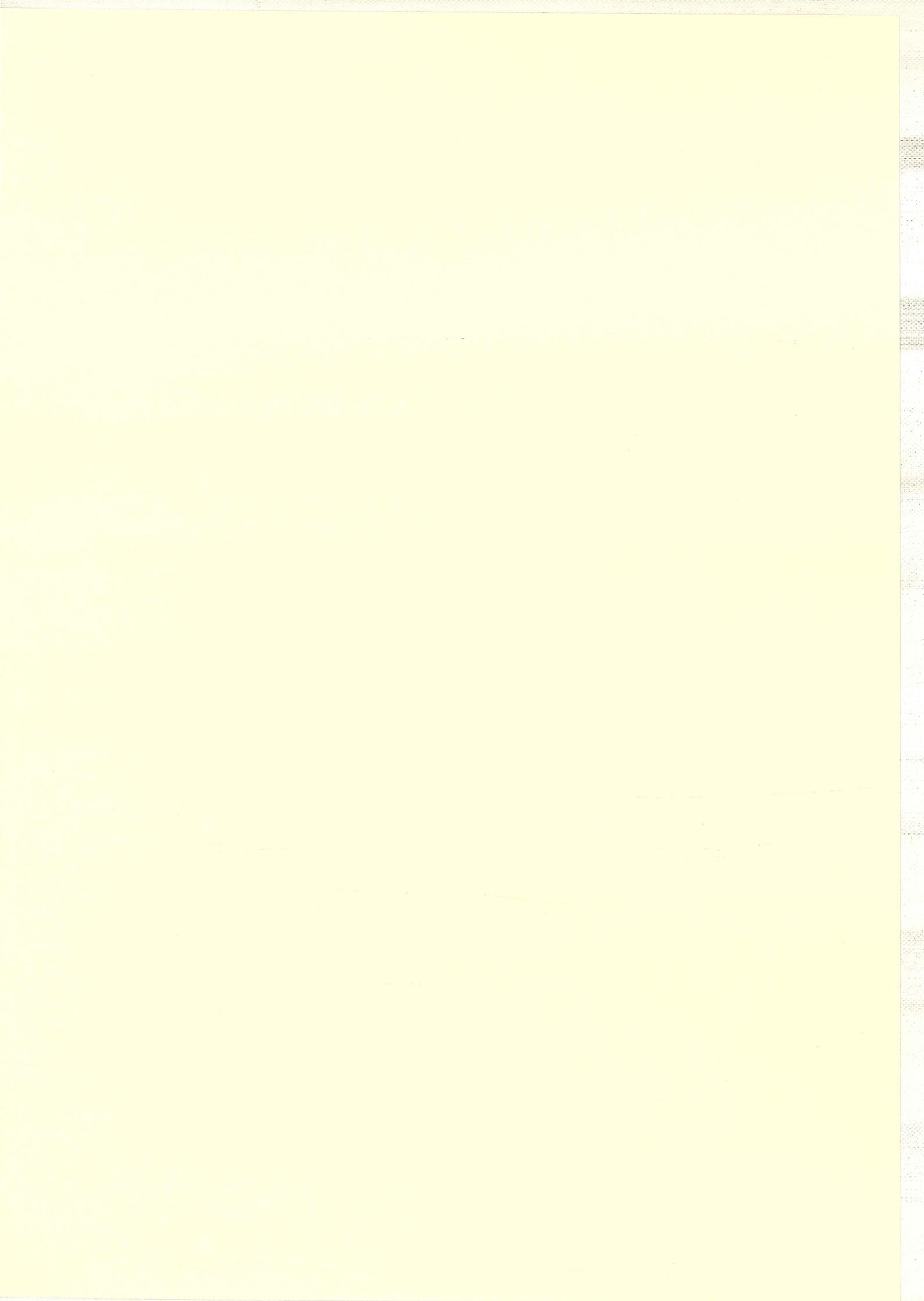
<b>IV.3. Méthode des éléments finis appliquée à la modélisation des pertes superficielles</b>	89
IV.3.1. Formulation magnétodynamique en impédance de surface pour les régions conductrices	89
<b>IV.4. Modélisation des pertes superficielles dans la machine synchrone à griffes</b>	91
IV.4.1. Hypothèses du calcul des pertes superficielles au rotor dans la partie active	91
IV.4.2. Estimation des pertes superficielles au rotor dans la partie active	94
IV.4.3. Estimation des pertes superficielles dans la carcasse	97
<b>IV.5. Conclusion</b>	98
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	101
<b>ANNEXE I</b>	104
<b>ANNEXE II</b>	105
<b>ANNEXE III</b>	106
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	108

# **INTRODUCTION GENERALE**



**Première partie**

**MACHINE SYNCHRONE A GRIFFES :  
STRUCTURE ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT**



## INTRODUCTION GENERALE

Dans une large gamme d'applications industrielles, les machines synchrones classiques offrent des avantages indéniables quant à leur facilité d'utilisation dans les entraînements à vitesse variable.

Cependant, certaines applications spéciales imposent l'utilisation de machines synchrones assurant une très large plage de variation de vitesse. Pour plusieurs raisons, les machines synchrones classiques ne peuvent répondre à ce type d'applications. En effet, pour obtenir une très large plage de vitesse variable, ces machines doivent être sous-excitées nécessitant ainsi un bobinage rotorique avec des contacts glissants, ce qui limite fortement les performances de ces machines spécialement à très grande vitesse.

La machine synchrone à griffes apporte une solution à ce problème. En effet, son excitation est fixée à sa carcasse et son rotor est entièrement massif, compact et lisse, ce qui lui permet d'atteindre des vitesses très élevées (jusqu'à 300m/s de vitesse périphérique). En fonctionnement moteur, ces grandes vitesses peuvent être atteintes grâce à l'évolution rapide des composants en Electronique de Puissance, en particulier le composant IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor).

La machine synchrone à griffes a été développée dans sa forme originale par Lewis B.RICE en 1897. Au cours des années 70-80, elle a été le sujet d'importants développements conduits par l'administration américaine NASA [20],[43], dans le but de l'utiliser comme générateur d'énergie de bord de la station spatiale FREEDOM sous l'appellation " alternateur modifié de Lundell " (Modified Lundell Alternator).

Dans ce mémoire, nous présentons l'étude de la version bipolaire de la machine synchrone à griffes dans le but d'étudier son fonctionnement complexe et de déterminer ses performances.

Ainsi dans la première partie, nous commençons par la description de la géométrie inhabituelle de ce type de machines. Ensuite, nous expliquons son principe de fonctionnement par l'exposé du trajet tridimensionnel de son flux principal et par une approche analytique simplifiée, d'où nous déduisons ses principales caractéristiques.

Compte tenu de la nature tridimensionnelle du champ électromagnétique dans cette machine, nous consacrons la deuxième partie à sa modélisation tridimensionnelle par la méthode des éléments finis.

Dans le deuxième chapitre, nous effectuons la modélisation à vide de deux prototypes bipolaires. Nous calculons les caractéristiques à vide et nous validons notre modèle par le biais de résultats partiels fournis par notre partenaire industriel GEC-ALSTHOM. Nous mettons ainsi en évidence le caractère intrinsèquement tridimensionnel du flux dans cette machine.

Dans le troisième chapitre, nous réalisons la modélisation en charge et en régime permanent d'un prototype bipolaire de 28kW-600Hz, dans le cadre de l'application au véhicule électrique. Nous procédons à la détermination des paramètres ainsi qu'au calcul de la loi du couple optimal.

Le rotor de cette machine étant massif et sa fréquence d'alimentation élevée, nous nous pencherons au quatrième chapitre sur le problème des pertes superficielles ou bien les pertes par courants de Foucault à la surface des parties massives. Nous présenterons la limite des méthodes analytiques existantes et nous proposons une méthode de modélisation tridimensionnelle de ces pertes débouchant sur leur estimation dans plusieurs cas de fonctionnement.

Finalement, nous concluerons sur la validité de la modélisation effectuée de cette nouvelle structure et sur l'évolution future du développement des machines synchrones à griffes.

# CHAPITRE I



## CHAPITRE I

# DESCRIPTION GEOMETRIQUE ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE SYNCHRONES A GRIFFES

### I.1 INTRODUCTION

La machine synchrone à griffes présente une géométrie très complexe en comparaison avec celles des machines synchrones classiques (à rotor bobiné ou à aimants). De plus, le trajet du flux principal dans la machine est intrinsèquement tridimensionnel. Il est donc axial, radial ou bien circonférentiel en fonction de la partie parcourue dans la machine.

Compte tenu de la complexité de la géométrie de ce type de machines et du rôle électromagnétique de ces différents éléments, la première partie de ce chapitre est consacrée à sa géométrie et la deuxième à la mise en évidence de son fonctionnement.

### I.2 DESCRIPTION DE LA GEOMETRIE DE LA MACHINE

La particularité principale de la géométrie de la machine synchrone à griffes à rotor massif réside dans la forme inhabituelle de son rotor et la disposition de ses différents éléments. En fonction de la forme du rotor, on peut distinguer deux types de machines synchrones à griffes : les machines à "simple barrière" et les machines à "double barrière".

#### I.2.1 Machine synchrone à griffes à simple "barrière"

##### I.2.1.1 Le rotor

Géométriquement, le rotor est composé d'un cylindre principal situé dans la partie active de la machine (sous la culasse) et de deux cylindres auxiliaires de moindre rayon liés au cylindre principal par deux parties coniques comme le montre la figure 1.1.

Le rotor est composé de deux parties : la partie magnétique et la partie amagnétique. La partie magnétique comporte les pôles griffes avec leurs extensions de part et d'autre du cylindre principal comme le montre la figure 1.2 pour le cas bipolaire. L'espace interpolaire est entièrement occupé par la partie amagnétique formant la "barrière".

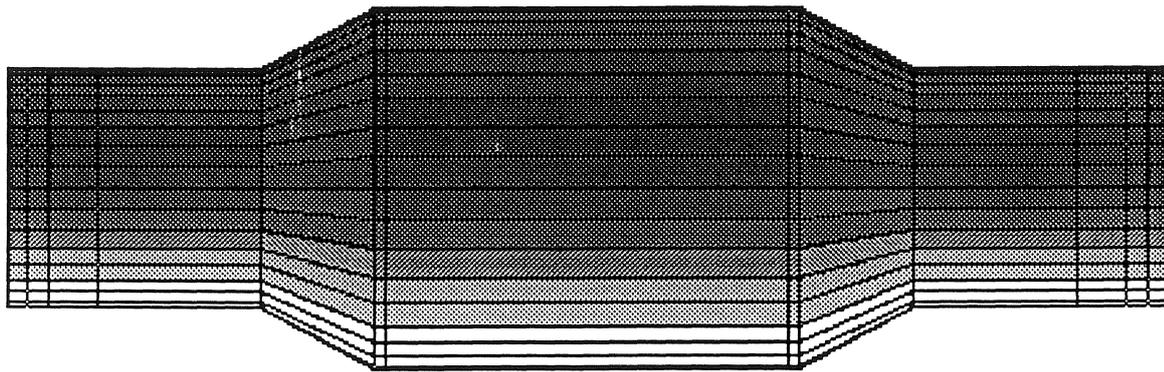


Figure 1.1 : Géométrie du rotor

Outre son rôle mécanique, la barrière empêche, par son épaisseur, le flux interpolaire de passer d'un pôle à l'autre sans passer par la culasse. C'est une tranche oblique à faces parallèles d'un cylindre plein. Les pôles griffes sont soudés ou brasés sur la barrière par leurs faces planes obliques. Le rotor rassemblé est alors bimétallique, massif et plein à surface latérale lisse comme le montre la figure 1.3 pour le cas bipolaire.

Dans le cas de la machine synchrone à griffes à simple barrière multipolaire, la géométrie de la barrière devient plus compliquée mais le rotor assemblé reste massif bimétallique, à surface latérale lisse et compact. La figure 1.4 montre le croquis du rotor d'une machine synchrone à griffes à simple barrière quadripolaire.

Le matériau de la partie magnétique est de l'acier magnétique. Celui de la partie amagnétique peut être de l'acier inoxydable austénitique pour des vitesses modérées ou bien un alliage nickel-chrome pour les vitesses élevées (jusqu'à une vitesse périphérique de 300 m/s) pour avoir des caractéristiques mécaniques proches de celles de l'acier. Le rotor ainsi constitué est mécaniquement homogène et ne porte pas de bobinage tournant, ce qui le rend apte à une utilisation à grande vitesse de rotation.

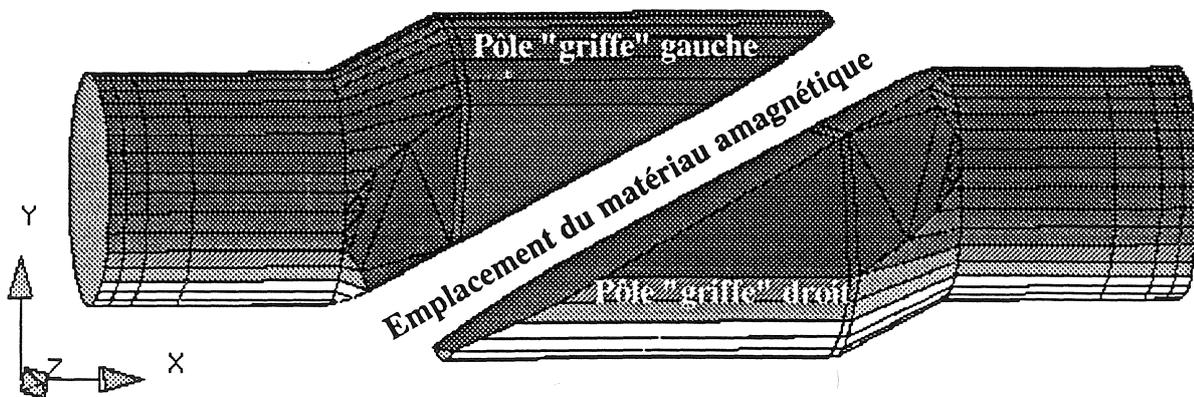


Figure 1.2 : Griffes du rotor dans le cas bipolaire

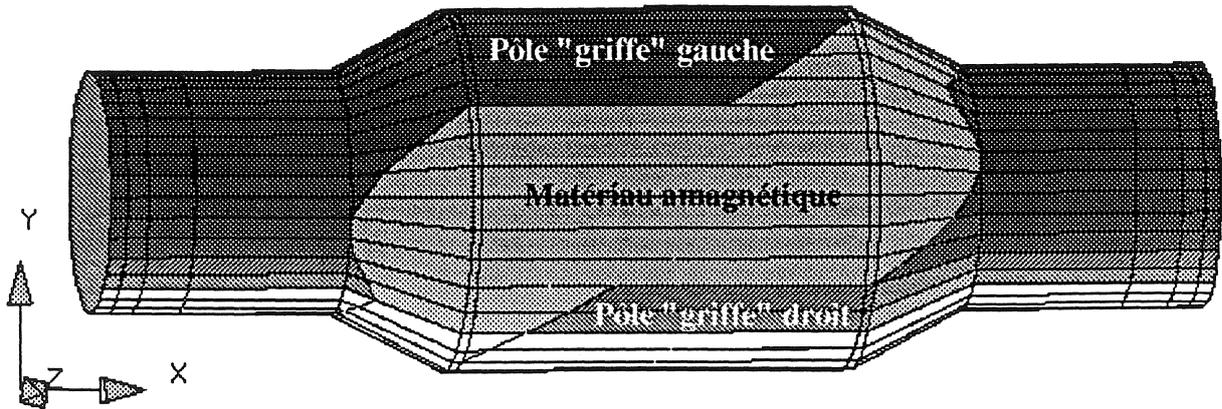


Figure 1.3 : Rotor bimétallique à surface latérale lisse

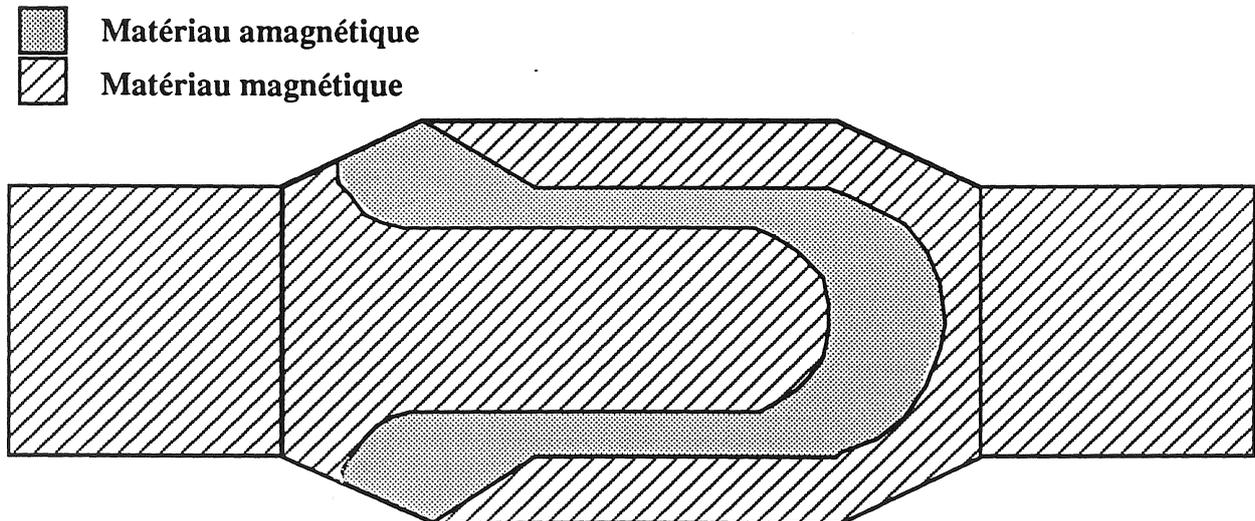


Figure 1.4 : Forme du rotor quadripolaire

#### I.2.1.2 Le stator

Pour les machines synchrones à griffes à simple "barrière", le stator comprend trois éléments : la culasse, les bobines d'excitation et la carcasse.

La culasse est un circuit magnétique feuilleté parcouru par un bobinage d'induit et située au centre la machine comme le montre la figure 1.5 pour le cas bipolaire. Cette partie est identique à celle d'une machine synchrone classique.

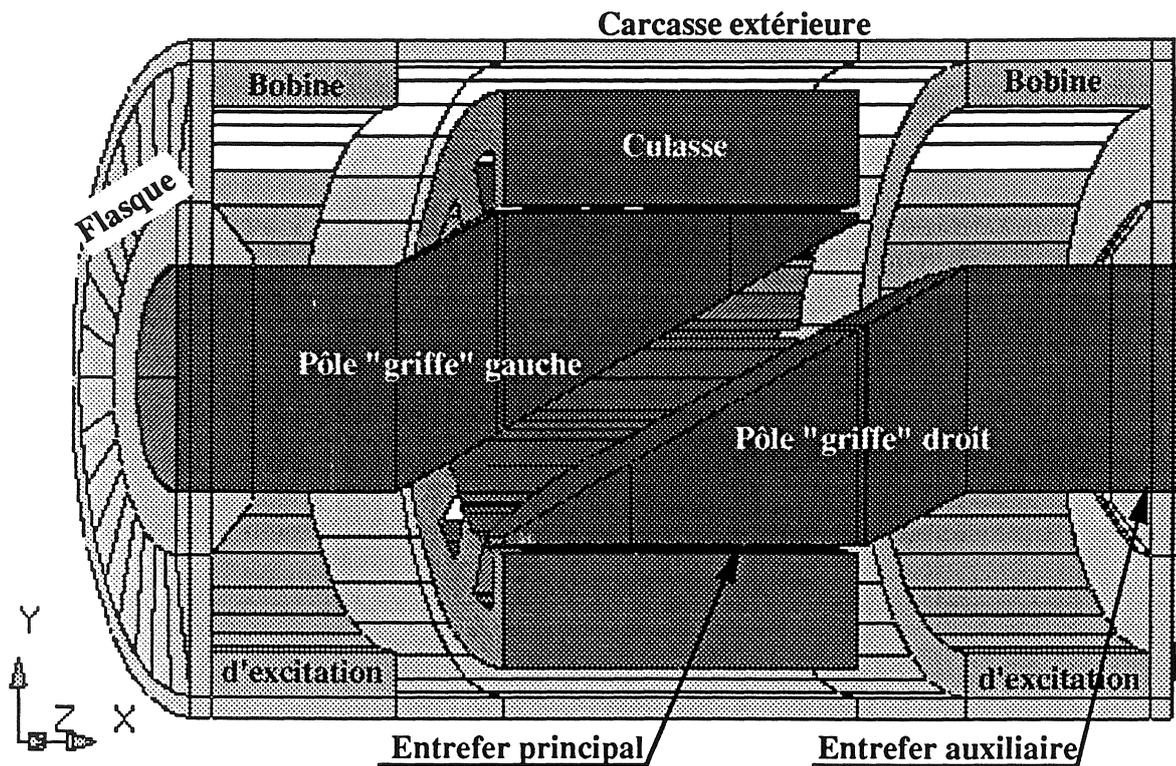


Figure 1.5 : Coupe longitudinale de la machine bipolaire

La carcasse est un circuit magnétique massif composé de trois parties : la carcasse extérieure, les flasques, les paliers et les entrefers auxiliaires (Fig. 1.5). Contrairement aux machines tournantes classiques, la carcasse est ici active : elle sert de circuit magnétique de retour pour le flux principal composé naturellement du flux de réaction d'induit et du flux d'excitation. Ce dernier est ici engendré par deux bobines d'excitation circulaires coaxiales à l'axe de rotation, parcourues par un courant continu dans le même sens et fixées à la carcasse extérieure et aux flasques (Fig. 1.5). Les bobines d'excitation produisent donc un champ d'excitation axial qui atteint le rotor en passant par les entrefers auxiliaires. Notons que l'excitation peut être assurée par des aimants également. La carcasse est séparée magnétiquement de la culasse par un espace, évitant ainsi des fuites entre la culasse et la carcasse. Ces fuites sont, en partie, axiales ce qui peut endommager, pour cause de courants de Foucault, les tôles d'extrémités de la culasse.

### I.2.2 Machine synchrone à griffes à "double barrière"

Pour une même section droite du rotor, nous ne pouvons augmenter la puissance de la machine en l'allongeant. En effet, le flux principal, traversant axialement le cylindre auxiliaire d'une griffe rotorique, est limité par la saturation de l'acier.

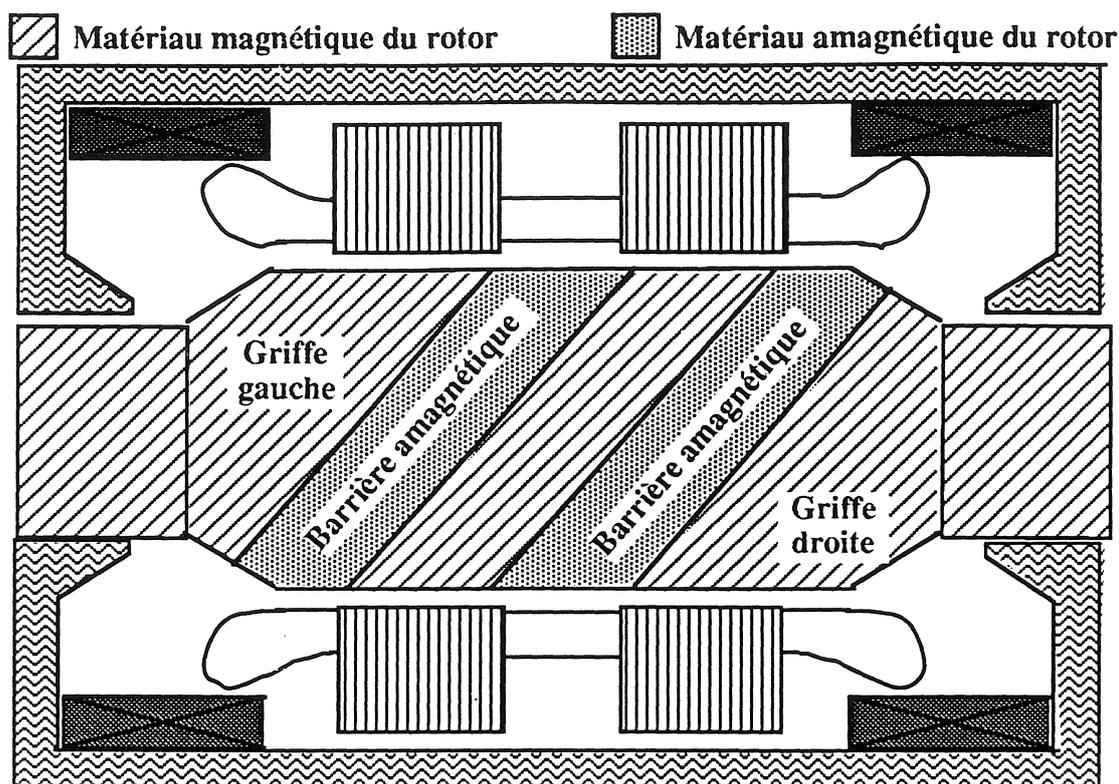


Figure 1.6 : Coupe longitudinale de la machine bipolaire à double barrière

Pour augmenter la puissance de la machine, on peut donc la répéter en longueur en disposant plusieurs barrières comme on le voit (Fig. 1.6) pour la machine bipolaire à double barrière. Les extrémités de la machine sont les mêmes que pour la machine à simple barrière. Par contre, on a maintenant deux culasses feuilletées parcourues par un bobinage d'induit commun. Aussi, on a au rotor, entre les pôles griffes d'extrémités, successivement une barrière oblique, une couche polaire magnétique oblique et une deuxième barrière oblique. Nous rappelons que les barrières sont amagnétiques.

### I.2.3. Principaux avantages et inconvénients de la machine synchrone à griffes

La machine synchrone à griffes, ainsi décrite, présente un certain nombre d'avantages par rapport aux machines synchrones classiques. En effet, les bobines d'excitation étant fixées à la carcasse, la machine ne possède ni bagues ni balais. Le rotor, étant entièrement massif, est sans enroulement. En plus, sa forme compacte et sa surface lisse procurent une grande fiabilité mécanique permettant de tourner jusqu'à  $300 \text{ m.s}^{-1}$  de vitesse périphérique et donc de s'accoupler directement à une turbo-machine. Pour ces mêmes raisons, la machine est aussi insensible à l'environnement (fluide, poussières, température...).

Par contre, sa puissance massique est moins élevée à vitesse égale que celle des machines synchrones classiques. Aussi, l'évacuation naturelle des pertes, à travers la carcasse, se trouve freinée par son épaisseur et les paliers sont plus importants à cause de la masse du rotor.

### **I.3 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DES MACHINES SYNCHRONES A GRIFFES - APPROCHE ANALYTIQUE SIMPLIFIEE**

Compte tenu de la complexité de la géométrie de ces machines, les phénomènes électromagnétiques qui s'y développent, sont complexes. Cela est dû principalement à la nature tridimensionnelle de leur flux principal. Ainsi, il nous semble nécessaire pour la bonne compréhension, de décrire le trajet du flux principal dans le cas bipolaire et d'entamer une mise en équations simplifiée de ce type de machines synchrones.

#### **I.3.1 Trajet du flux principal**

Nous précisons d'abord que par flux principal, nous voulons parler tant du flux créé par les bobinages d'induit que par les bobines d'excitation qui ont évidemment le même trajet. Pour mettre en évidence le trajet du flux principal de ce type de machines synchrones, nous allons traiter deux cas simples : le cas bipolaire à "simple barrière" et le cas bipolaire à "double barrière".

##### **I.3.1.1 Cas bipolaire à simple barrière**

Nous supposons que les bobines d'excitation sont parcourues par un courant continu dans le sens positif de rotation autour de l'axe OX, parallèle à l'axe du rotor (Fig. 1.7).

En partant du palier gauche sur la figure 1.7, le flux principal traverse l'entrefer auxiliaire gauche pour atteindre le rotor par le cylindre auxiliaire gauche. Ensuite, il passe au pôle griffe gauche (ici pôle Nord) du rotor et traverse l'entrefer principal en allant vers la culasse. Une fois dans la culasse, il fait un demi tour de cette dernière dans un plan perpendiculaire à l'axe rotorique avant de retraverser l'entrefer principal pour pénétrer dans le rotor par le pôle griffe droit (ici pôle Sud). Du pôle griffe droit, il atteint le cylindre auxiliaire droit du rotor, traverse l'entrefer auxiliaire droit et passe au palier droit. Il se dirige ensuite vers le flasque droit, parcourt axialement la carcasse et atteint finalement le point de départ choisi en passant par le flasque gauche.

Ainsi, le lecteur peut remarquer que le flux principal est axial dans la carcasse extérieure et les pôles "griffes", radial dans les flasques et les entrefers et circonférentiel dans la culasse. Par conséquent, il est intrinsèquement tridimensionnel.

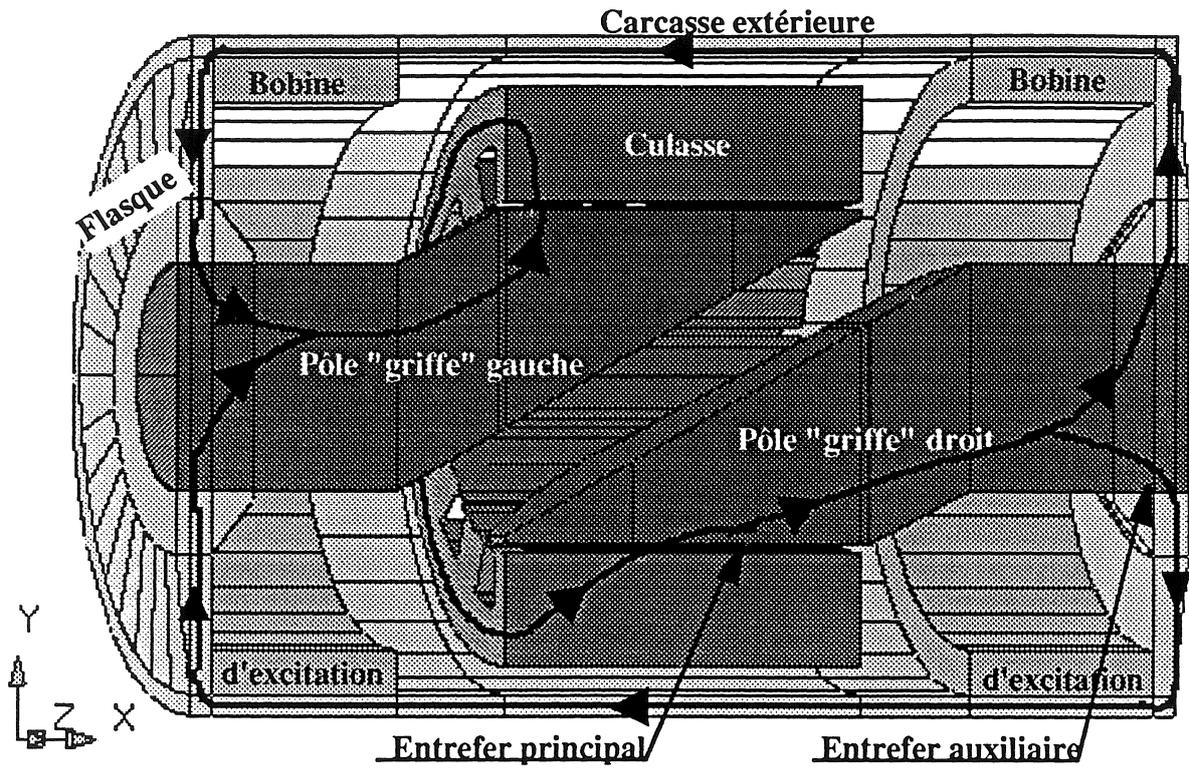


Figure 1.7 : Trajet du flux principal pour le cas à simple barrière

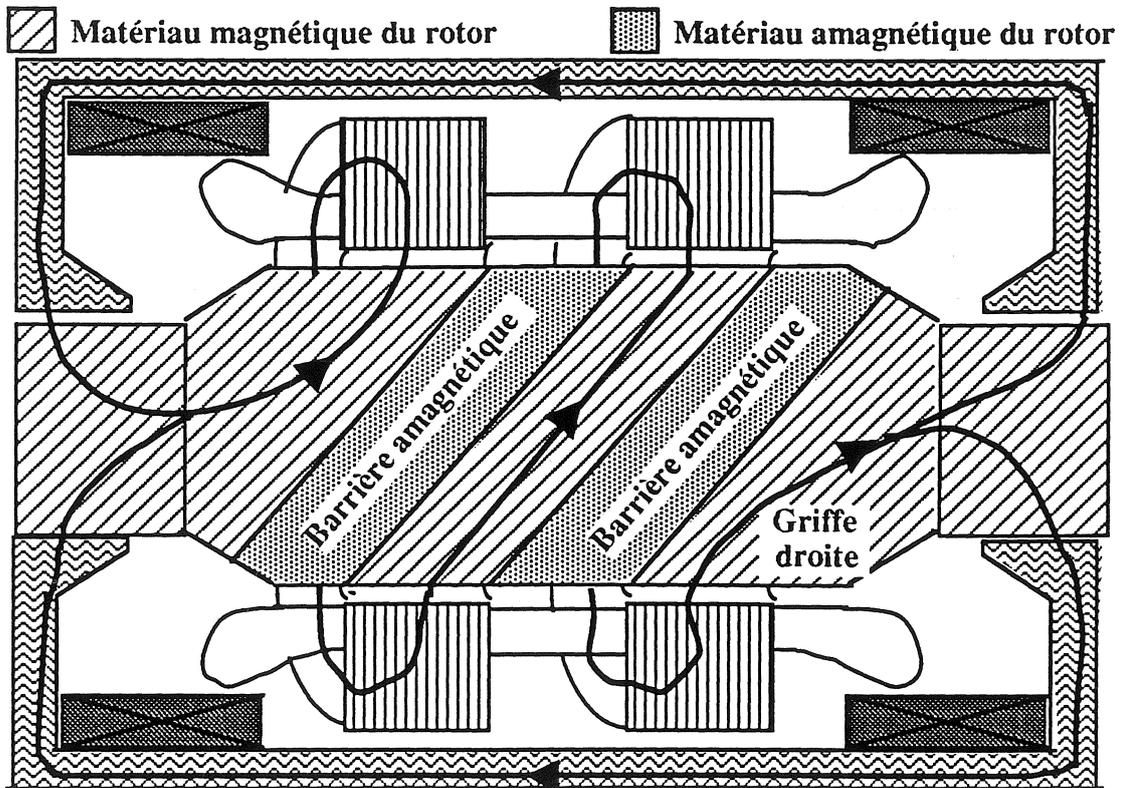


Figure 1.8 : Trajet du flux principal pour le cas à double barrière

### I.3.1.2 Cas bipolaire à double barrière

Dans le cas de la machine bipolaire à double barrière, le flux principal garde le même trajet que dans le cas de la machine bipolaire à simple barrière dans la carcasse et les pôles griffes. La différence se situe au niveau du rotor. En effet, le flux principal après être passé dans la culasse feuilletée de gauche sur la figure 1.8, entre au rotor en pénétrant la couche oblique magnétique intermédiaire par sa partie inférieure comme montré sur la figure 1.8. Ainsi cette partie de la couche oblique magnétique forme un pôle Sud. Ensuite, le flux traverse cette couche magnétique et arrive dans sa partie supérieure qui forme ainsi un pôle Nord. De là, il traverse l'entrefer principal pour atteindre la culasse de droite et continuer ensuite son trajet comme dans le cas de la machine à simple barrière.

### **I.3.2 Mise en équations simplifiée**

L'approche analytique des phénomènes physiques ayant lieu dans la machine synchrone à griffes ne nous semble pas aisée compte tenu de leur caractère tridimensionnel. Par conséquent, nous n'avons pas la prétention d'exposer un modèle analytique détaillé dans ce paragraphe. Néanmoins, une mise en équations simplifiée de ce type de machines permet d'appréhender l'évolution de ses grandeurs physiques les plus significatives. Nous avons donc choisi de traiter le cas bipolaire à simple barrière dans le cadre des hypothèses simplificatrices suivantes :

- le circuit magnétique est non saturé, de perméabilité infinie et il n'y a pas de fuites,
- le circuit magnétique ainsi que le matériau amagnétique ont une conductivité nulle ; cette hypothèse implique l'absence des courants de Foucault dans les parties massives,
- l'induit est sinusoïdalement distribué à la surface de l'alésage de la culasse ; cette hypothèse signifie que nous ne considérons que le premier harmonique d'espace de la distribution de la force magnétomotrice créée par chaque phase de l'induit.

#### I.3.2.1 Flux traversant une phase de l'induit à vide

Pour calculer le flux traversant une phase de l'induit à vide, nous calculons d'abord le flux vu par une spire diamétrale. Pour ce faire, nous avons déroulé la surface latérale du cylindre principal du rotor sur la figure 1.9.

On remarque que les morceaux de sinusoïde représentant les "têtes" des griffes sont le développement sur un plan des ellipses d'intersection entre la surface latérale du cylindre principal et les faces parallèles de la barrière comme vu précédemment.

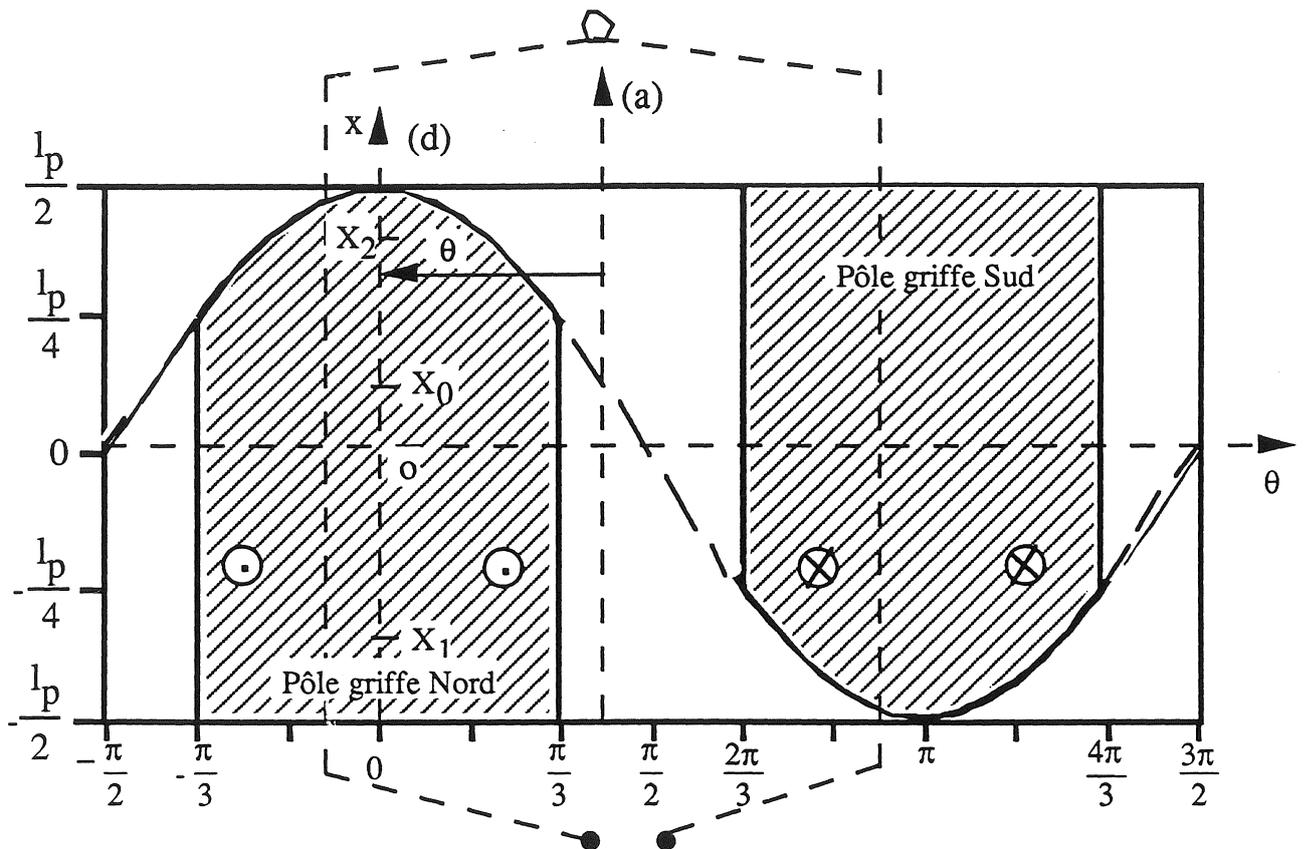


Figure 1.9 : Surface latérale du cylindre principal du rotor

On remarque que les morceaux de sinusoïde représentant les "têtes" des griffes sont le développement sur un plan des ellipses d'intersection entre la surface latérale du cylindre principal et les faces parallèles de la barrière comme vu précédemment.

La forme de la surface des pôles griffes est l'image de la densité de flux dans l'entrefer. On remarque donc que l'induction  $B_p(x, \theta)$  dans l'entrefer n'est pas uniforme. Elle dépend non seulement de l'angle rotorique  $\theta$  mais aussi de l'abscisse  $x$  le long de l'axe de rotation. Ce phénomène est illustré sur la figure 1.10 où  $B_p(x, \theta)$  est représenté pour trois abscisses différentes situées au milieu et aux extrémités de la partie active (voir Fig. 1.9).

L'induction dans l'entrefer principal à vide (supposée donc constante) peut être calculée en considérant la conservation du flux et le théorème d'Ampère :

$$\begin{aligned} H_a \cdot S_a &= H_p S_p \\ H_a \cdot \delta_a + H_p \delta_p &= N_f i_f \end{aligned}$$

où :  $H_a, H_p$  : champs dans l'entrefer auxiliaire et principal respectivement,

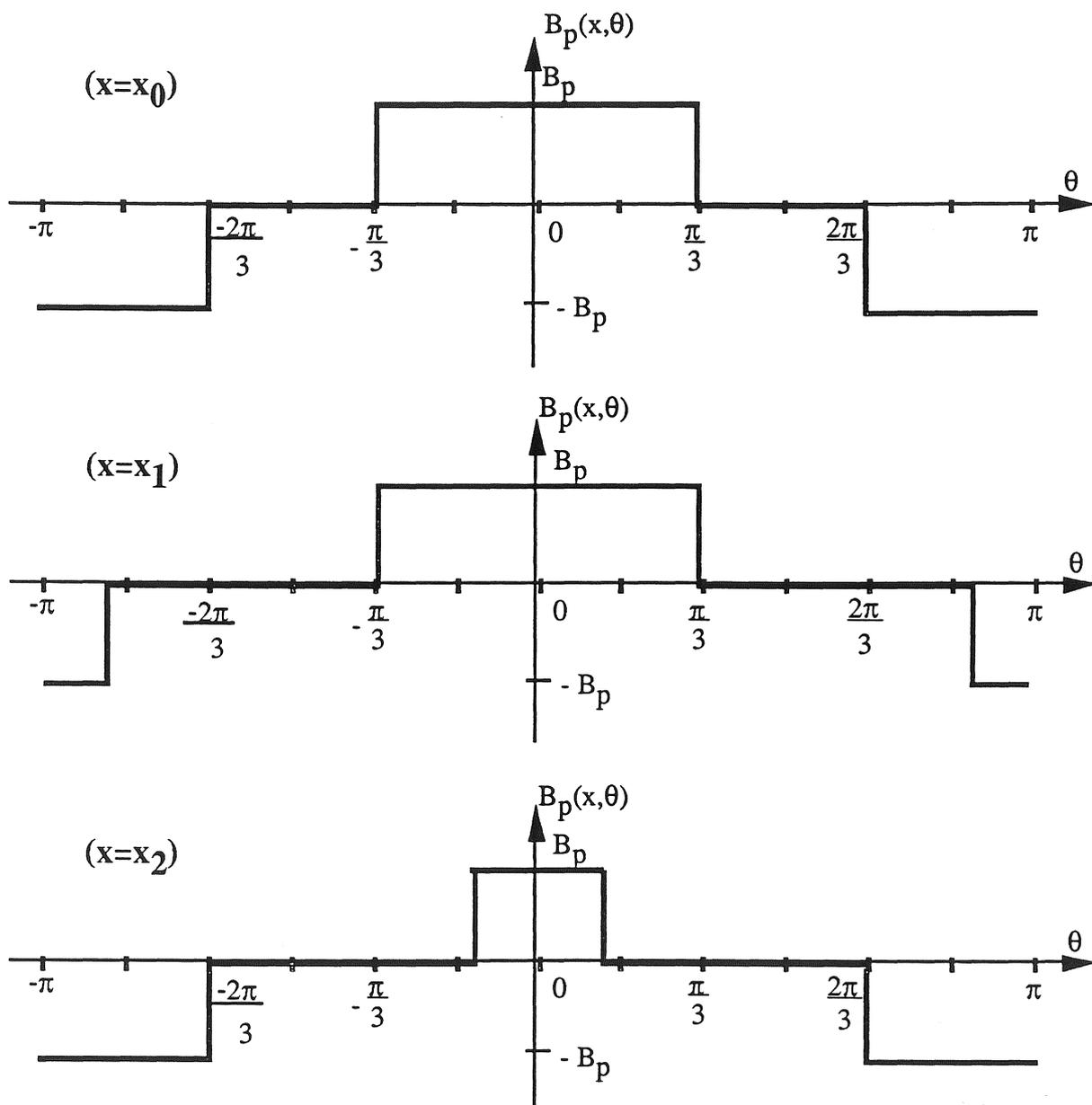


Figure 1.10 : Forme d'onde de l'induction dans l'entrefer

- où :  $\delta_a, \delta_p$  : entrefers auxiliaire et principal respectivement,  
 $S_a, S_p$  : surfaces de l'entrefer auxiliaire et d'un pôle griffe respectivement,  
 $i_f, N_f$  : courant et nombre de spires d'une bobine d'excitation.

L'induction dans l'entrefer principal s'écrit alors :

$$B_p = \frac{1}{S_p} \cdot \frac{N_f i_f}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_p} = k_f N_f i_f \quad (1.1)$$

avec :  $\mathcal{R}_a = \frac{\delta_a}{\mu_0 S_a}$  et  $\mathcal{R}_p = \frac{\delta_p}{\mu_0 S_p}$

Le flux à vide à travers une spire diamétrale de l'induit s'écrit alors :

$$\begin{cases} \Phi_{sp}(\theta) = -\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \mathcal{R}_p I_p B_p & \text{pour } -\pi < \theta < -5\frac{\pi}{6} \text{ et } 5\frac{\pi}{6} < \theta < \pi \\ \Phi_{sp}(\theta) = \mathcal{R}_p I_p B_p \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) & \text{pour } -\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{6} \\ \Phi_{sp}(\theta) = \mathcal{R}_p I_p B_p \left(\frac{\pi}{2} + \theta + \cos \theta\right) & \text{pour } -5\frac{\pi}{6} < \theta < -\frac{\pi}{6} \\ \Phi_{sp}(\theta) = \mathcal{R}_p I_p B_p \left(\frac{\pi}{2} - \theta + \cos \theta\right) & \text{pour } -\frac{\pi}{6} < \theta < 5\frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (1.2)$$

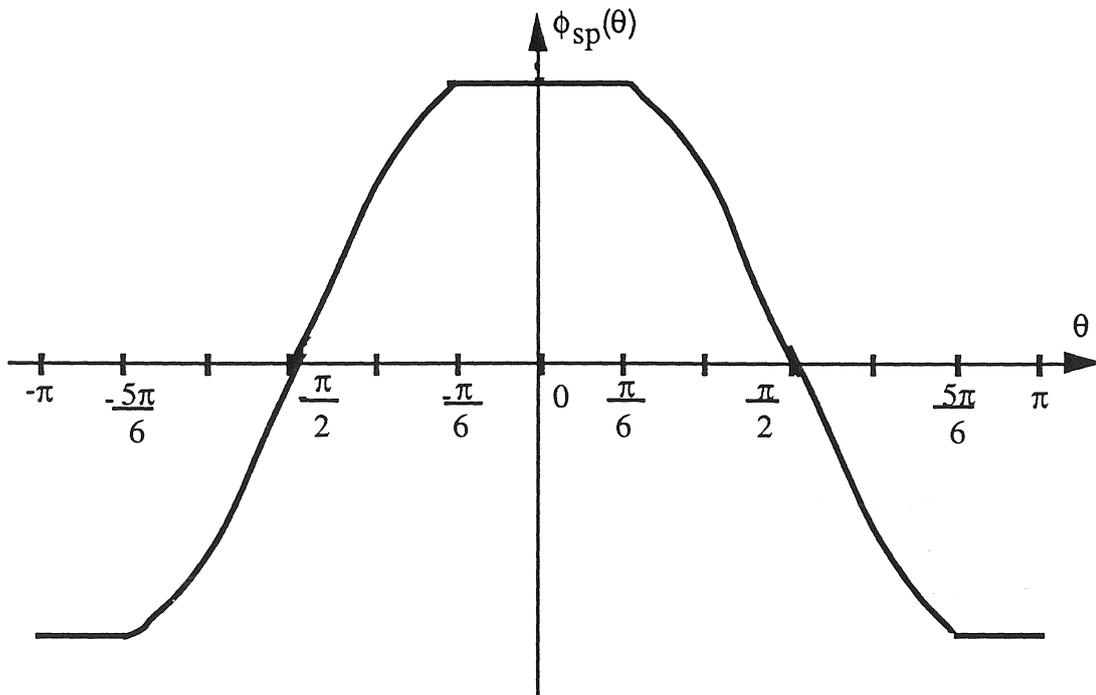


Figure 1.11 : Forme d'onde du flux à vide à travers une spire diamétrale de l'induit

Le flux est donc une fonction paire de  $\theta$  de période  $2\pi$  (voir Fig. 1.11). Le développement en série de Fourier du flux nous donne :

$$\Phi_{sp}(\theta) = \varphi_1 \cos \theta + \varphi_3 \cos 3\theta + \dots + \varphi_{2k+1} \cos [(2k+1)\theta] + \dots \quad (1.3)$$

avec : 
$$\varphi_1 = \frac{\mathcal{R}l_p B_p}{\pi} \left( \frac{2\pi}{3} + \frac{5\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\varphi_{2k+1} = \frac{\mathcal{R}l_p B_p}{\pi(2k+1)} \left[ 4 \cdot \frac{\cos\left[\frac{(2k+1)\pi}{6}\right]}{2k+1} + \frac{\sin\left[\frac{(k+1)\pi}{3}\right]}{k+1} - \frac{\sin\left[\frac{k\pi}{3}\right]}{k} \right] = \frac{1}{\pi} \mathcal{R}l_p B_p \lambda_{2k+1} \quad \text{pour } k > 0.$$

Soit  $N_s$  le nombre de spires en série par phase et  $K_b$  le facteur de bobinage. Le flux à vide  $\Phi_{af}$  à travers la phase (a) de l'induit s'écrit dans l'hypothèse du fondamental énoncée plus haut:

$$\Phi_{af}(\theta) = \varphi_{af1} \cos(\theta - \psi_1) \quad (1.4)$$

Le flux à vide à travers les phases (b) et (c) se trouvent en remplaçant, dans l'équation (1.4),  $\theta$  par  $\theta - \frac{2\pi}{3}$  et  $\theta - \frac{4\pi}{3}$  respectivement :

$$\Phi_{bf}(\theta) = \Phi_{af} \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\Phi_{cf}(\theta) = \Phi_{af} \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Ayant le flux à vide dans les phases de l'induit, on peut calculer les inductances de couplage entre l'inducteur et l'induit :

$$\Phi_{af}(\theta) = \mathcal{M}_{af}(\theta) i_f$$

$$\mathcal{M}_{af}(\theta) = M_{af1} \cdot \cos \theta \quad (1.5)$$

où, d'après les équations (1.1), (1.3) et (1.4) :

$$M_{af1} = \frac{1}{\pi} \mathcal{R}l_p \cdot k_f \cdot k_{b1} N_f N_s \left( \frac{2\pi}{3} + \frac{5\sqrt{3}}{2} \right)$$

Les inductances mutuelles  $M_{bf}$  et  $M_{cf}$  se déduisent de (1.5) en remplaçant  $\theta$  par  $\theta - \frac{2\pi}{3}$  et  $\theta - \frac{4\pi}{3}$  respectivement :

$$\mathcal{M}_{br}(\theta) = \mathcal{M}_{af}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{et} \quad \mathcal{M}_{cr}(\theta) = \mathcal{M}_{af}\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

### I.3.2.2 F.e.m. à vide dans les bobinages de l'induit

Nous considérons que le rotor est entraîné à une vitesse constante  $\omega$  ce qui nous permet d'écrire :

$$\theta = \omega t + \theta_0$$

où  $\theta_0$  est la position initiale de l'axe polaire (d) par rapport à l'axe d'une spire diamétrale de l'induit. La f.e.m. à vide aux bornes d'une spire diamétrale s'écrit :

$$e_{sp}(t) = - \frac{d\Phi_{sp}}{dt} = - \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{d\Phi_{sp}}{d\theta} = - \omega \frac{d\Phi_{sp}}{d\theta}$$

D'où :

$$\begin{cases} e_{sp}(\theta) = 0 & \text{pour } \frac{5\pi}{6} < |\theta| < \pi \text{ et } -\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{6} \\ e_{sp}(\theta) = -\mathcal{R}l_p B_p \omega (1 - \sin \theta) & \text{pour } -\frac{5\pi}{6} < \theta < -\frac{\pi}{6} \\ e_{sp}(\theta) = -\mathcal{R}l_p B_p \omega (1 + \sin \theta) & \text{pour } \frac{\pi}{6} < \theta < \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

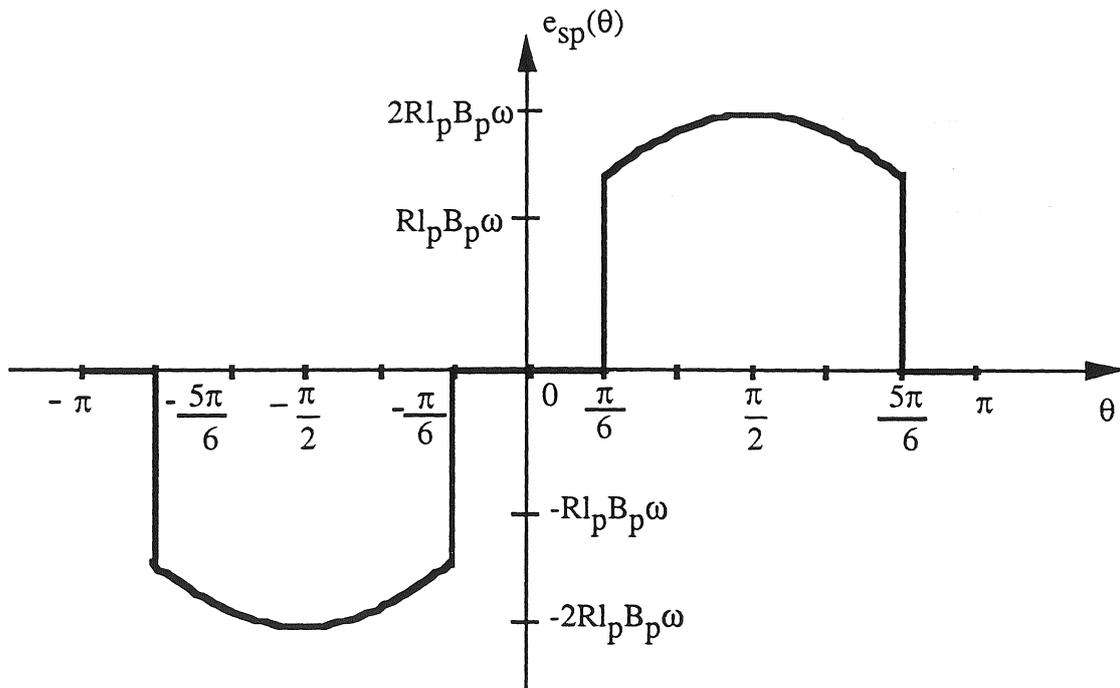


Figure 1.12 : Forme d'onde de la f.e.m. à vide dans une spire diamétrale

La forme d'onde de la f.e.m. à vide dans une spire diamétrale est illustrée sur la figure 1.12. On retrouve la forme de la surface des pôles griffes. Ce résultat est prévisible compte tenu de l'hypothèse d'induction constante dans l'entrefer. Le développement en série de Fourier de la fonction impaire représentant la f.e.m. à vide s'écrit, considérant les équations (1.3) et (1.6) :

$$e_{sp}(\theta) = \omega\phi_1 \sin \theta + \omega\phi_3 \sin 3\theta + \omega\phi_5 \sin 5\theta + \dots \quad (1.8)$$

Le f.e.m. à vide aux bornes de la phase (a) de l'induction peut donc s'écrire compte tenu de l'hypothèse sinusoïdale :

$$e_{a0}(\theta) = k_{b1} N_S \omega\phi_1 \sin(\theta - \phi_1) \quad (1.9)$$

Les f.e.m. à vide aux bornes des phases (b) et (c) s'obtiennent en remplaçant  $\theta$  par  $\theta - \frac{2\pi}{3}$  et  $\theta - \frac{4\pi}{3}$  dans l'équation (1.9) :

$$e_{bo}(\theta) = e_{ao}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{et} \quad e_{co}(\theta) = e_{ao}\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

### I.3.2.3 Inductances synchrones

Considérons une spire diamétrale de l'induit parcourue par un courant  $i$ . On suppose, par ailleurs, que l'inducteur est ouvert ( $i_f=0$ ). Dans cette nouvelle configuration, les lignes du flux produit par cette spire diamétrale peuvent être divisées en deux parties :

- les lignes suivant le trajet du flux principal décrit précédemment,
- et des lignes bidimensionnelles se refermant dans la partie active de la machine.

Ce deuxième cas est illustré sur la figure 1.13 qui représente une coupe transversale au milieu de la partie active.

La répartition des lignes du flux produit par la spire entre ces deux parties dépend fortement de la position de l'axe de la spire par rapport à l'axe polaire d'un côté et de l'abscisse sur l'axe rotorique d'un autre côté. Rappelons-nous la forme compliquée des griffes exposée précédemment (voir Fig. 1.2).

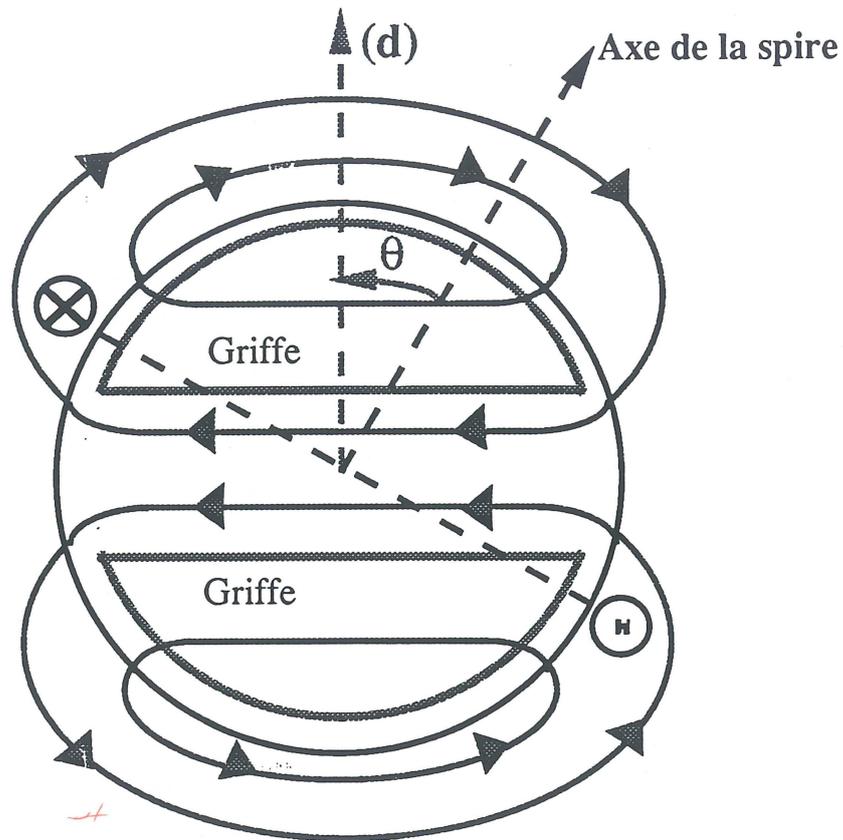


Figure 1.13 : Lignes du champ bidimensionnel

Cette nouvelle donne, complique le calcul du flux établi par la spire dans l'entrefer principal. Cependant, nous pouvons, par un calcul très simplifié, nous faire une idée des inductances synchrones de cette machine. Pour ce faire, nous considérerons deux cas :

- l'axe de la spire est confondu avec l'axe polaire ou l'axe (d), ( $\theta=0$ ),
- l'axe de la spire est confondu avec l'axe interpolaire ou l'axe (q), ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ).

Dans le cas où  $\theta=0$ , le flux produit par la spire suit le trajet du flux principal. Ainsi, en considérant la conservation du flux et le théorème d'Ampère, nous pouvons calculer l'induction dans l'entrefer et nous trouvons :

$$B_{id} = \frac{\mu_0 i}{2\delta_p + 2 \frac{S_p}{S_a} \cdot \delta_a} \quad (1.10)$$

Le flux créé par la spire dans l'entrefer s'écrit donc :

$$\Phi_d = R l_p \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) B_{id} \quad (1.11)$$

En considérant les équations (1.10) et (1.11), on peut définir l'inductance de la spire dans l'axe polaire :

$$L_d = R l_p \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{\mu_o}{2\delta_p + \frac{p}{S_a} 2\delta_a} \quad (1.12)$$

Dans le cas où  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , les lignes du flux suivent un trajet bidimensionnel comme le montre la figure 1.13. Cela signifie que dans ce cas, les lignes de champ ne suivent pas le trajet du flux principal. Il n'y a donc pas couplage entre la spire considérée et les bobinages d'excitation. Ceci était prévisible puisque  $M_{af} = 0$  pour  $\theta = \pi/2$  d'après l'équation (1.5). En considérant le théorème d'Ampère, nous pouvons calculer l'induction dans l'entrefer face aux pôles griffes et celle face au matériau amagnétique respectivement :

$$B_{i1q} = \frac{\mu_o i}{2\delta_p} \quad \text{et} \quad B_{i2q} = \frac{\mu_o i}{2R} \quad (1.13)$$

Le flux créé par la spire dans l'entrefer s'écrit alors :

$$\Phi_q = R l_p \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) B_{i1q} + R l_p \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) B_{i2q} \quad (1.14)$$

A partir des équations (1.13) et (1.14), on peut définir l'inductance de la spire dans l'axe interpolaire :

$$L_q = R l_p \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{\mu_o}{2\delta_p} + R l_p \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{\mu_o}{2R} \quad (1.15)$$

En divisant  $L_q$  par  $L_d$ , nous trouvons :

$$\frac{L_q}{L_d} = \left( 1 + \frac{\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \frac{\delta_p}{R} \right) \left( 1 + \frac{S_p \cdot \delta_a}{S_a \cdot \delta_p} \right) \quad (1.16)$$

$$\boxed{\frac{L_q}{L_d} > 1} \quad (1.17)$$

L'inégalité (1.17) nous apporte deux informations importantes sur ce type de machines. D'abord, cette inégalité incarne la saillance du rotor. Ensuite, le fait que  $L_q$  soit supérieure à  $L_d$  nous laisse raisonnablement prévoir que la réactance synchrone transversale  $X_q$  soit supérieure à la réactance synchrone longitudinale  $X_d$ . Ainsi, nous avons une machine synchrone à inducteur bobiné qui, avec  $X_q > X_d$ , aura des caractéristiques comparables à celles de certaines machines synchrones à aimants permanents.

#### I.4 CONCLUSION

Dans cette première partie, nous avons présenté plusieurs variantes de structure des machines synchrones à griffes à rotor massif. Nous avons aussi explicité le trajet du flux principal dans ce type de machines et mis en évidence sa nature tridimensionnelle.

Par ailleurs, nous avons analysé quelques grandeurs physiques aidant à la compréhension du cas bipolaire à simple barrière. Nous avons pu apprécier qualitativement le rapport des réactances synchrones  $X_d$  et  $X_q$  mettant en évidence la nature inhabituelle de ce type de machines synchrones à excitation bobinée. Ce rapport ( $X_q / X_d$ ) ressemble, en fait, à celui de certaines machines synchrones à aimants permanents.

La complexité des phénomènes physiques ayant lieu dans la machine synchrone à griffes, constatée tout au long de cette première partie, nous conduit à l'utilisation de la méthode des éléments finis tridimensionnels pour sa modélisation. Cette dernière fera donc l'objet de la deuxième partie.



**Deuxième partie**

**MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A  
GRIFFES  
PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS  
TRIDIMENSIONNELS**



## CHAPITRE II



## CHAPITRE II

# MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A GRIFFES A VIDE

### II.1 INTRODUCTION

Dans la première partie, les géométries des différentes versions de la machine synchrone à griffes ont été explicitées. Nous avons donc pu observer la disposition inhabituelle des différentes parties d'une géométrie : la forme du rotor, l'emplacement de l'inducteur, etc... Par ailleurs, le principe de fonctionnement de ce type de machines synchrones a été explicité et l'accent a été mis sur le caractère tridimensionnel du trajet du flux principal. Par là-même, nous avons pu apprécier la complexité d'un modèle de ce type de machines synchrones.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de modéliser à vide deux prototypes bipolaires à simple barrière par la méthode des éléments finis tridimensionnels.

Dans le premier paragraphe, nous présenterons brièvement la méthode des éléments finis tridimensionnels.

Dans le deuxième paragraphe, nous validerons nos méthodes de simulation à partir de la modélisation à vide du prototype A. Ensuite, la modélisation du prototype B sera exposée au troisième paragraphe et les résultats de simulation analysés et commentés.

### II.2 METHODE DES ELEMENTS FINIS TRIDIMENSIONNELS - RAPPEL THEORIQUE

La prédiction précise du comportement global d'un système physique est souvent associée à la connaissance du comportement local des grandeurs mises en jeu. Ce comportement local est le plus souvent représenté par un système d'équations aux dérivées partielles reliant les grandeurs locales aux variables espace et temps. En électromagnétisme, les équations de Maxwell forment le système d'équations aux dérivées partielles représentant la mise en équations d'un problème physique. En rajoutant les trois relations du milieu considéré, nous disposons alors du système des sept équations suivantes :

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (2.4)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (2.5)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.6)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.7)$$

avec	$\vec{B}$ (T)	induction magnétique,
	$\vec{B}_r$ (T)	induction magnétique rémanente (cas d'aimants permanents),
	$\vec{D}$ (C.m <sup>-2</sup> )	induction électrique,
	$\vec{E}$ (V.m <sup>-1</sup> )	champ électrique,
	$\vec{H}$ (A.m <sup>-1</sup> )	champ magnétique,
	$\vec{J}$ (A.m <sup>-2</sup> )	densité de courant,
	t (S)	temps,
	$\epsilon$ (F.m <sup>-1</sup> )	permittivité,
	$\mu$ (H.m <sup>-1</sup> )	perméabilité,
	$\rho$ (C.m <sup>-3</sup> )	charge volumique,
	$\sigma$ (S.m <sup>-1</sup> )	conductivité.

Dans la plupart des cas, ce système ne peut pas être résolu directement. De plus, suivant les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables, les équations se découplent alors, en donnant naissance à des modèles plus simples. C'est le cas dans le domaine de l'électrotechnique où les courants de déplacement  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  peuvent être négligés dans l'équation (2.2) en raison de la faible fréquence mise en jeu [12], [15] ; cela nous permet d'étudier séparément les champs magnétique et électrique. Pour résoudre un problème électromagnétique sur un domaine d'étude  $\Omega$ , il est nécessaire donc de discrétiser les équations aux dérivées partielles qui régissent l'évolution des champs magnétique et électrique.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes qui nous permet d'effectuer cette discrétisation. Cependant, elle utilise une formulation intégrale et non pas les équations aux dérivées partielles. Il est donc nécessaire d'effectuer une transformation de ces équations, par exemple, par la méthode de Galerkin ou la méthode des résidus pondérés [21].

La discrétisation de cette formulation intégrale par la méthode des éléments finis nous conduit à un système d'équations linéaires dont la résolution fournit une solution approchée du problème. On peut résumer la démarche de la méthode des éléments finis par l'organigramme de la figure (2.1).

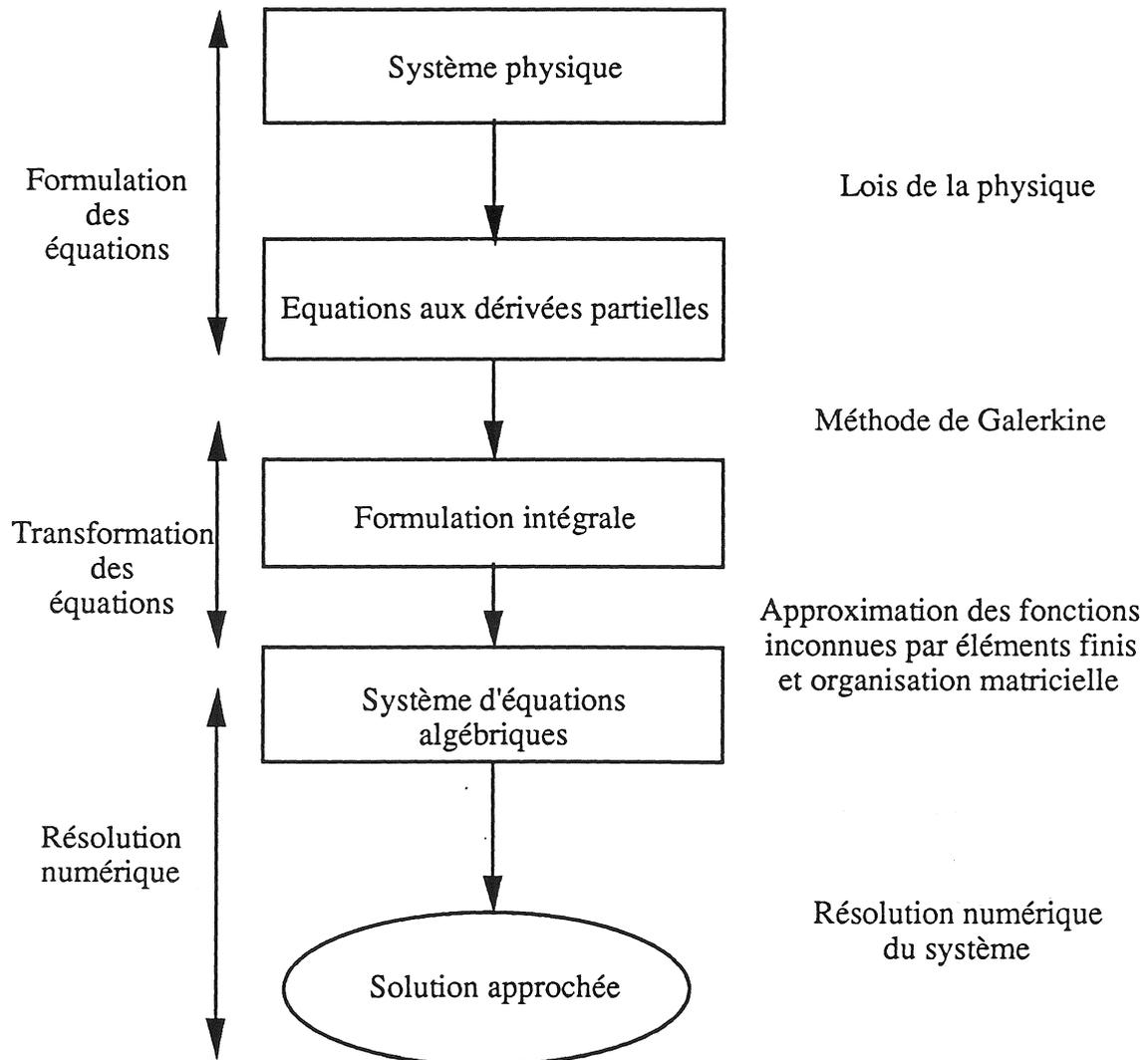


Figure 2.1 : Démarche de la résolution par la méthode des éléments finis

Pour la modélisation de la machine synchrone à griffes à vide, il serait légitime de vouloir utiliser un modèle magnétodynamique évolutif avec prise en compte du mouvement. Mais ce modèle n'étant pas disponible numériquement, nous avons choisi de la modéliser en magnétostatique tout en tenant compte des non-linéarités des matériaux.

Le modèle magnétostatique comporte trois formulations :

- la formulation en potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$
- la formulation en potentiel scalaire total  $\phi$
- la formulation en potentiel scalaire réduit  $\phi_r$

### II.2.1 Formulation en potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ [13],[14]

La formulation utilisant le potentiel vecteur s'applique à tous les dispositifs magnétostatiques même s'ils sont parcourus par des courants non nuls. On suppose, par ailleurs, que la répartition de la densité de ces courants est imposée. Les équations de la magnétostatique se déduisent des équations (2.2), (2.3) et (2.5) :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (2.8)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2.9)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \Rightarrow \vec{H} = \nu \vec{B} + \vec{H}_c \quad (2.10)$$

avec  $\nu = \frac{1}{\mu}$  la réductivité magnétique ( $\text{H.m}^{-1}$ )  
 $\vec{H}_c$  le champ coercitif ( $\text{A.m}^{-1}$ )

Le flux étant conservatif (2.9), on introduit un potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  tel que  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ . L'équation à résoudre devient alors :

$$\text{rot} (\nu \text{rot } \vec{A}) = \vec{J} - \text{rot } \vec{H}_c \quad (2.11)$$

Pour assurer l'unicité du potentiel vecteur, on impose la jauge de Coulomb :

$$\text{div } \vec{A} = 0 \quad (2.12)$$

Les conditions aux limites associées à cette formulation sont :

$$\begin{aligned} \vec{A} \wedge \vec{n} &= 0 && \text{sur les frontières } \Gamma_B \text{ où le champ est tangent } (\vec{B} \cdot \vec{n} = 0) \\ \vec{A} \cdot \vec{n} &= 0 && \text{sur les frontières } \Gamma_H \text{ où l'induction est normale } (\vec{H} \wedge \vec{n} = 0) \end{aligned}$$

où  $\vec{n}$  représente la normale extérieure au domaine d'étude  $\Omega$ .

La discrétisation de l'équation (2.11) par la méthode des éléments finis nodaux nous permet d'approcher le potentiel vecteur par :

$$A = \sum_{i=1}^N \alpha_i(x,y,z).A_i$$

où :

$A_i$  représente la valeur du potentiel vecteur au noeud  $i$  avec  $N$  le nombre de noeuds du domaine d'étude  $\Omega$

$\alpha_i$  représente la fonction d'approximation associée au noeud  $i$ , définie et continue par morceau sur les éléments du maillage ou de la discrétisation.

L'application ensuite de la méthode de Galerkin permet d'arriver au système matriciel suivant :

$$[S] [A] = [Q]$$

Ces matrices sont explicitées dans la référence [13]. Dans le cas de matériaux linéaires, ce système peut être résolu par la méthode de Choleski ou la méthode de Gauss, ou, le plus souvent, par la méthode ICCG (Incomplete Choleski Conjugate Gradient). Toutes ces méthodes sont détaillées dans [12], [15].

Dans le cas de matériaux non linéaires, l'utilisation de la méthode de Newton-Raphson nous permet d'obtenir la solution par succession de résolutions de systèmes linéaires à partir d'une solution initiale. La valeur calculée à chaque itération est l'incrément de solution :

$$[J] [\Delta A] = [R]$$

où  $[\Delta A]$  représente l'incrément de solution

$[J]$  la matrice jacobienne du système

$[R]$  le vecteur résidu

La solution est atteinte lorsque la norme de l'incrément  $[\Delta A]$  est très petite devant la norme du vecteur  $[A]$ .

Cette méthode nécessite, dans le cas le plus général, la connaissance de la loi  $\vec{H}(\vec{B})$  et du tenseur de reluctivité incrémentale  $\left[ \frac{\partial \vec{H}^T}{\partial \vec{B}} \right]$ .

Cette formulation donne des résultats entièrement satisfaisants. Néanmoins, elle nécessite l'utilisation d'une inconnue vectorielle  $\vec{A}$  et conduit à des problèmes de taille très importante. Tenant compte de la complexité de la géométrie à traiter et du coût qu'exige l'utilisation de cette formulation en termes de temps de calcul et de taille mémoire, elle ne sera pas utilisée dans notre cas. D'où l'intérêt d'une formulation à une seule inconnue en l'occurrence le potentiel scalaire total ou le potentiel scalaire réduit.

## II.2.2 Formulation en potentiel scalaire total $\phi$

La formulation utilisant le potentiel scalaire total s'applique aux régions sans courant. Ainsi, les équations de la magnétostatique s'écrivent sous la forme :

$$\text{rot } \vec{H} = 0 \quad (2.13)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2.14)$$

auxquelles il faudrait rajouter la loi de comportement des matériaux magnétiques  $\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_r$  (dans certains cas).

L'équation (2.13) permet d'introduire un potentiel scalaire magnétique total  $\Phi$  tel que :

$$\vec{H} = - \overrightarrow{\text{grad}}\Phi \quad (2.15)$$

L'équation à résoudre en terme de potentiel scalaire se met sous la forme :

$$\text{div}(\mu \overrightarrow{\text{grad}}\Phi) = \text{div}\vec{B}_r \quad (2.16)$$

Les conditions aux limites à considérer sont :

\*  $\vec{B} \cdot \vec{n} = f$  sur les frontières où la composante normale de l'induction est connue, un champ tangent se traduit par  $f=0$ ,

\*  $\vec{H} \wedge \vec{n} = 0$  sur les frontières où le champ est normal ( $\Phi = \text{constante}$ ).

L'implantation de cette formulation en terme d'éléments finis se fait d'une manière analogue à celle de la formulation précédente.

### I.2.3 Formulation en potentiel scalaire réduit $\phi_r$ [13], [14], [46]

Dans le cas où il y a des régions parcourues par des courants dans le dispositif étudié, il est possible de résoudre le problème magnétostatique en utilisant la formulation utilisant le potentiel scalaire réduit. Cette formulation part toujours des équations de la magnétostatique :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad \text{et} \quad \text{div } \vec{B} = 0.$$

On décompose le champ magnétique sous la forme :

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_r \quad (2.17)$$

où  $\vec{H}_0$  représente le champ dû aux courants source dans le vide et  $\vec{H}_r$  le champ de réaction dû aux matériaux magnétiques.  $\vec{H}_0$  peut être déterminé de façon analytique par la loi de Biot et Savart :

$$\vec{H}_0 = \iiint_{\Omega} \frac{1}{4\pi} \vec{J} \wedge \frac{\vec{r}}{r^3} d\Omega \quad (2.18)$$

où  $\vec{r}$  est le rayon vecteur qui relie le point courant d'intégration au point où le champ  $\vec{H}_0$  est calculé.  $\vec{H}_0$  vérifie donc :

$$\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{J} \Rightarrow \text{rot } \vec{H}_r = \text{rot}(\vec{H} - \vec{H}_0) = 0 \quad (2.19)$$

De l'équation (2.19), on déduit que le champ  $\vec{H}_r$  dérive d'un potentiel scalaire qu'on appelle le potentiel scalaire réduit noté  $\phi_r$ . Ainsi, connaissant le champ  $\vec{H}_0$ , l'inconnue scalaire à déterminer pour résoudre le problème est  $\phi_r$ . En combinant les équations (2.3) et (2.5), l'équation à résoudre est :

$$\text{div}(\mu \overrightarrow{\text{grad}} \phi_r) = \text{div}(\mu \vec{H}_0) + \text{div} \vec{B}_r \quad (2.20)$$

Les conditions aux limites sont les mêmes que dans le cas du potentiel scalaire total :

$$\vec{B} \cdot \vec{n} = f \Rightarrow \vec{H}_0 \cdot \vec{n} - \overrightarrow{\text{grad}} \phi_r \cdot \vec{n} = f \quad (2.21)$$

$$\vec{H} \wedge \vec{n} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{\text{grad}} \phi_r \wedge \vec{n} - \vec{H}_0 \wedge \vec{n} = 0 \quad (2.22)$$

La mise en oeuvre éléments finis de cette formulation est analogue à celle des formulations précédentes et ne présente aucune difficulté particulière. Cependant, cette formulation se heurte à des complications d'ordre numérique quand il s'agit des régions ferromagnétiques. En effet, le champ  $\vec{H}$  dans ces régions, étant beaucoup plus faible que dans l'air, se trouve déterminé par la différence de deux termes très proches :

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_r \quad \text{avec} \quad \vec{H}_r \approx -\vec{H}_0$$

Cet inconvénient remet fortement en cause la qualité des résultats dans les parties ferromagnétiques. Ce problème est résolu par la réalisation d'un couplage de formulations dans le dispositif étudié en imposant :

- une formulation potentiel scalaire total dans les parties ferromagnétiques,
- et une formulation potentiel scalaire réduit dans l'air.

Le couplage réduit-total ainsi présenté nous permettra de modéliser la machine synchrone à griffes bipolaire à simple barrière à vide. Ces formulations sont implantées dans le logiciel FLUX3D [16] développé par le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG).

### II.3 MODELISATION A VIDE DU PROTOTYPE BIPOLAIRE A

Avant de présenter les résultats de la modélisation à vide du prototype A, quelques explications le concernant s'imposent. Peu de temps avant le début de cette thèse, la Société GEC-ALSTHOM a construit ce prototype pour tester la validité de ce type de machines synchrones dans le cadre du projet de recherche PREDIT sur le véhicule électrique. Suite à un incident mécanique grave lors des premiers essais sur le prototype A, ce dernier a été abandonné et nous ne disposons que de résultats partiels inexploitable dans leur majorité.

La collaboration entre le LEG et GEC-ALSTHOM a commencé en Octobre 1992 sur le projet d'un nouveau prototype B et toujours dans le cadre du projet PREDIT sur le véhicule électrique. Seulement, le prototype B n'a pas été construit. Disposant de la f.e.m. à vide relevée sur le banc du prototype A, nous avons donc pensé qu'il serait utile de modéliser le prototype A à vide pour comparer la f.e.m. simulée à celle mesurée. Cela nous permettrait de valider en partie notre modèle et par là-même le choix de formulations magnétostatiques couplées en potentiel scalaire total et réduit pour la modélisation du prototype B.

### II.3.1 Caractéristiques du prototype A et géométrie modélisée

Le prototype A est une machine synchrone à griffes bipolaire à simple barrière. La machine était prévue pour tourner à 30 000 tr/mn alimentée par un onduleur de tension à IGBT à 500 Hz. Le rotor de cette machine est entièrement cylindrique contrairement aux machines synchrones à griffes présentées dans la première partie. Il comporte les deux pôles griffes qui ne s'étalent pas cette fois sur la totalité du fer de la culasse. Les dimensions détaillées de ce prototype sont données en Annexe I.

La géométrie de la machine a été représentée à moitié sous FLUX3D. En effet, la seule symétrie qui peut être exploitée pour simplifier le problème est une symétrie plane suivant le plan contenant l'axe polaire et l'axe du rotor. Les bobines d'excitation sont représentées par des inducteurs circulaires volumiques. Pour réduire la taille du problème et alléger le traitement numérique, les encoches statoriques n'ont pas été représentées et l'entrefer principal a été corrigé en multipliant par le coefficient de Carter de la façon suivante :

$$e_{pc} = k_c \cdot e_p$$

avec 
$$k_C = \frac{\tau_1}{\tau_1 - \gamma \cdot e_p}, \quad \gamma \cdot e_p = \frac{a^2}{a + 5e_p}$$

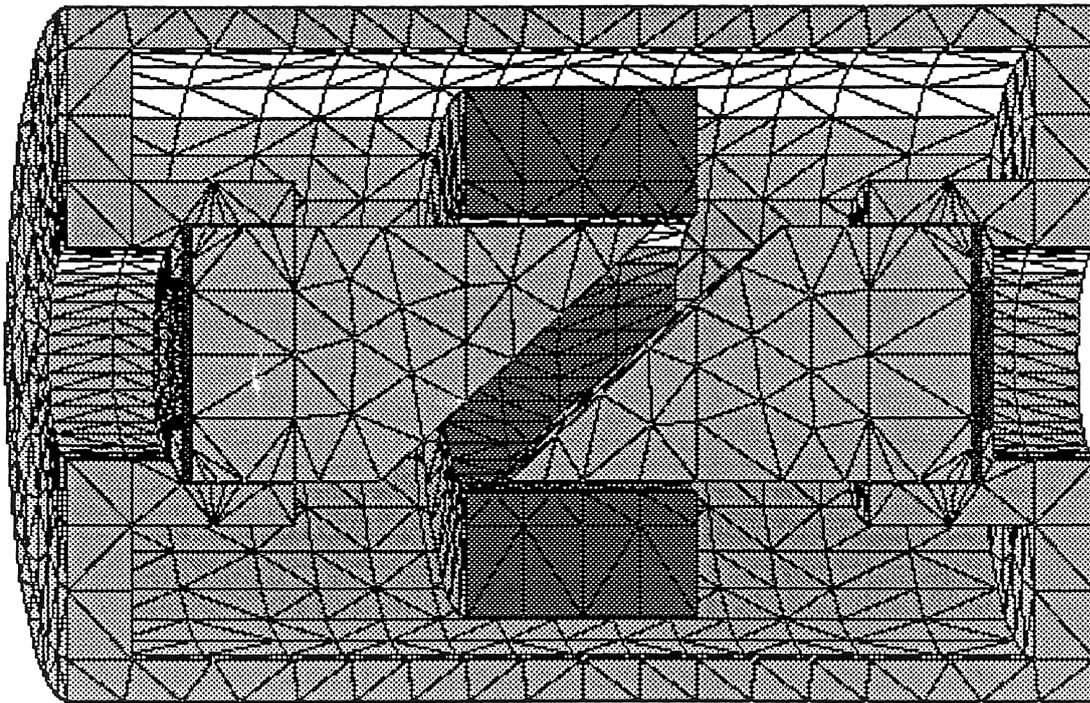
où

- $e_p$  : entrefer principal
- $e_{pc}$  : entrefer principal corrigé
- $k_c$  : coefficient de Carter
- $\tau_1$  : pas dentaire pour le fondamental
- $a$  : largeur d'ouverture d'encoche

Dans les parties ferromagnétiques de la machine, on a imposé une formulation magnétostatique utilisant le potentiel scalaire total et dans l'air, contenant les sources de courant, une formulation utilisant le potentiel scalaire réduit. Les matériaux ferromagnétiques sont considérés comme isotropes et leurs propriétés non linéaires sont représentées par leurs courbes  $\vec{B}(\vec{H})$  respectives données en Annexe II.

Compte tenu de l'épaisseur de la carcasse, nous nous sommes contentés de modéliser le champ à l'infini par une boîte d'air cubique sur les faces de laquelle on impose un champ tangent. Ces faces sont suffisamment éloignées du dispositif à modéliser pour que cette contrainte de champ tangent n'ait pas d'influence nuisible sur le calcul du champ dans la machine.

Le maillage de cette structure est effectuée de façon automatique selon le principe de Delaunay [15] (figure 2.2). Ce maillage engendre des éléments finis tétraédriques d'ordre 2. Ainsi, il se compose de 17209 éléments volumiques, de 6792 éléments surfaciques et 2909 éléments linéiques construits sur 23744 noeuds. La densité des noeuds est moyenne en raison des considérations informatiques (temps de calcul, place mémoire, ...).



*Figure 2.2 : Maillage du prototype A*

Finalement, pour faire converger la solution du problème, nous avons eu recours à une méthode Newton-Raphson modifiée utilisant un facteur de relaxation judicieusement calculé à chaque itération. Cette méthode destinée au potentiel scalaire est exposée dans la référence [41].

## II.3.2 Résultats de simulation

### II.3.2.1 Trajet du flux principal

La figure 2.3 montre le trajet du flux principal au moyen des vecteurs induction magnétique. Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que ces vecteurs sont projetés sur une grille définie sur le plan de la fenêtre graphique et donc la perspective n'est pas prise en compte

dans cette représentation. En observant la grandeur des vecteurs sur la figure 2.3, on s'aperçoit que les griffes rotoriques ainsi que les paliers risquent d'être fortement saturés. En outre, il y a une composante axiale importante de l'induction qui attaque les tôles d'extrémités de la culasse et venant de la surface des griffes située en dehors de la partie active. Cette composante axiale est due à la structure entièrement cylindrique du rotor car elle n'assure pas une bonne canalisation du flux dans les griffes rotoriques.

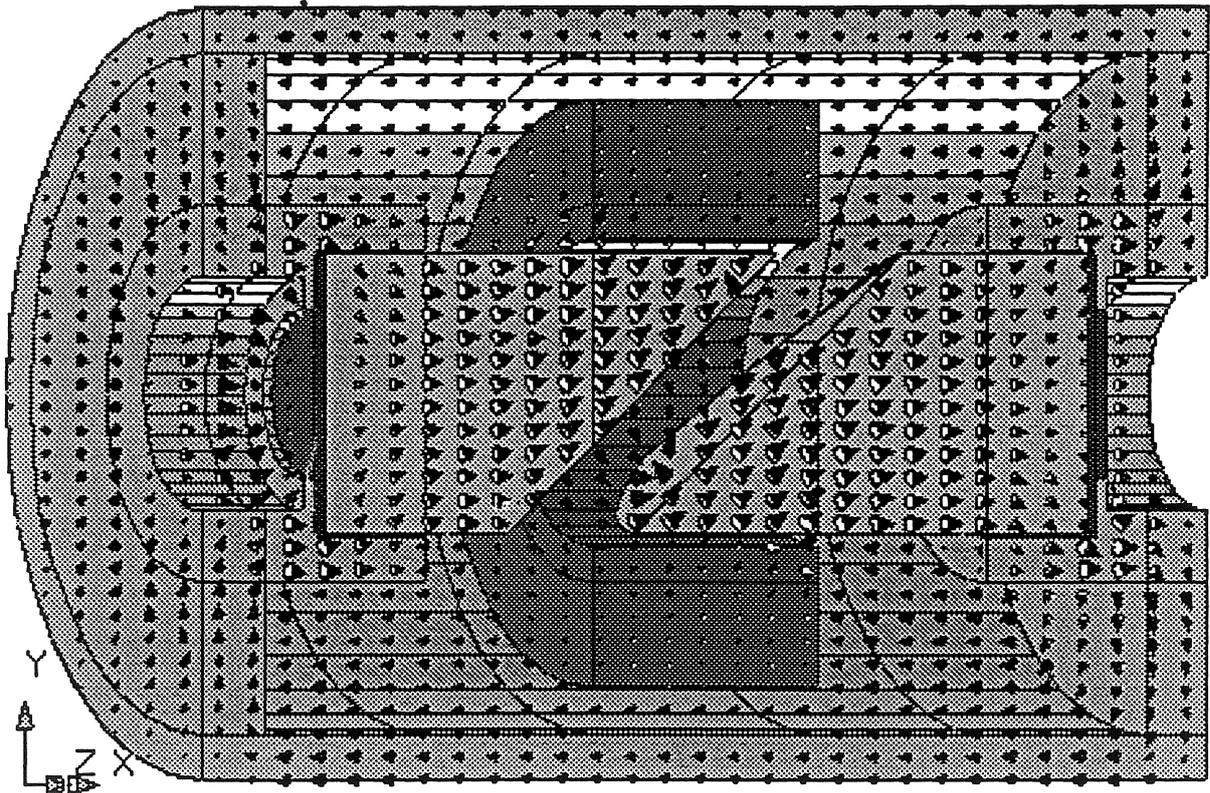


Figure 2.3 : Trajet du flux principal représenté par les vecteurs de l'induction

### II.3.2.2 Répartition de l'induction

Pour mieux comprendre les observations du paragraphe précédent, on a représenté le dégradé de l'induction dans les différentes parties de la machine (voir figure 2.4). Ce dégradé de l'induction correspond à une excitation nominale de 3000 At/pôle.

La non-uniformité de la répartition du flux dans la machine est flagrante. En effet, les griffes des pôles rotoriques sont fortement saturées ainsi que les paliers face aux coins des entrefers auxiliaires. L'induction dans ces parties atteint les 2 Teslas alors qu'elle est à 1,2-1,3 Teslas par ailleurs. Aussi, remarque-t-on la concentration du flux de part et d'autre de l'entrefers

principal sur la surface des griffes. Cette concentration du flux rend inutile une partie importante de l'entrefer principal, c'est-à-dire une partie importante de la culasse. Cela est dû aussi au fait que la surface des pôles griffes ne s'étalent pas en-dessous de la totalité de la partie active. Nous pouvons observé aussi que cette forme des griffes conduit non seulement à la création d'une composante axiale de l'induction attaquant les tôles extrémités mais, en plus, à sa pénétration profonde dans la culasse malgré le feuilletage. Toutes ces observations prédisent un mauvais rendement de ce prototype A et qui a été relevé sur le banc d'essai. Ces remarques ont été prises en compte pour le dimensionnement du prototype B.

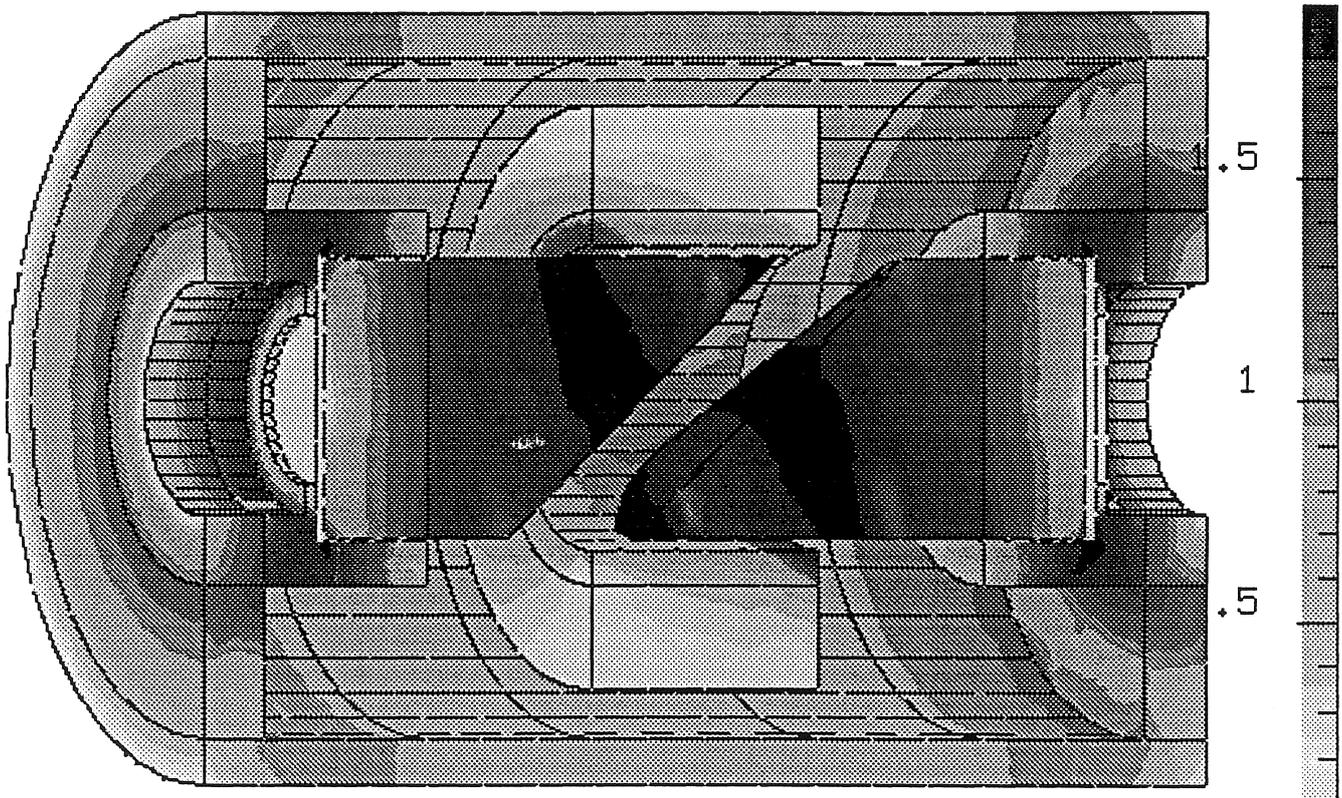


Figure 2.4 : Dégradé de l'induction en Teslas dans la machine à 3000 At/pôle (nominale)

### II.3.2.3 F.e.m. à vide

Les enroulements de l'induit triphasé sont constitués d'un bobinage à 24 encoches en 2 couches et à pas raccourci de 5/6. La f.e.m. est calculée à partir du fondamental du flux traversant l'entrefer et vue par une bobine diamétrale fictive tournant autour de l'axe rotorique. En tenant compte des différents facteurs de bobinage, la f.e.m. entre phases aux bornes des enroulements statoriques s'écrit pour le fondamental :

$$E_{e\phi} = K_{b1} \cdot \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}} \cdot \omega \sqrt{3}$$

- avec  $K_{b1}$  : est le coefficient de bobinage correspondant au fondamental  
 $\Phi_m$  : est la valeur crête du fondamental du flux vu par une bobine diamétrale pour une excitation donnée  
 $\omega$  : la pulsation rotorique

Sur la figure 2.5, on représente la f.e.m. à vide calculée par simulation à 3000 tr/mn et celle relevée sur le banc d'essai.

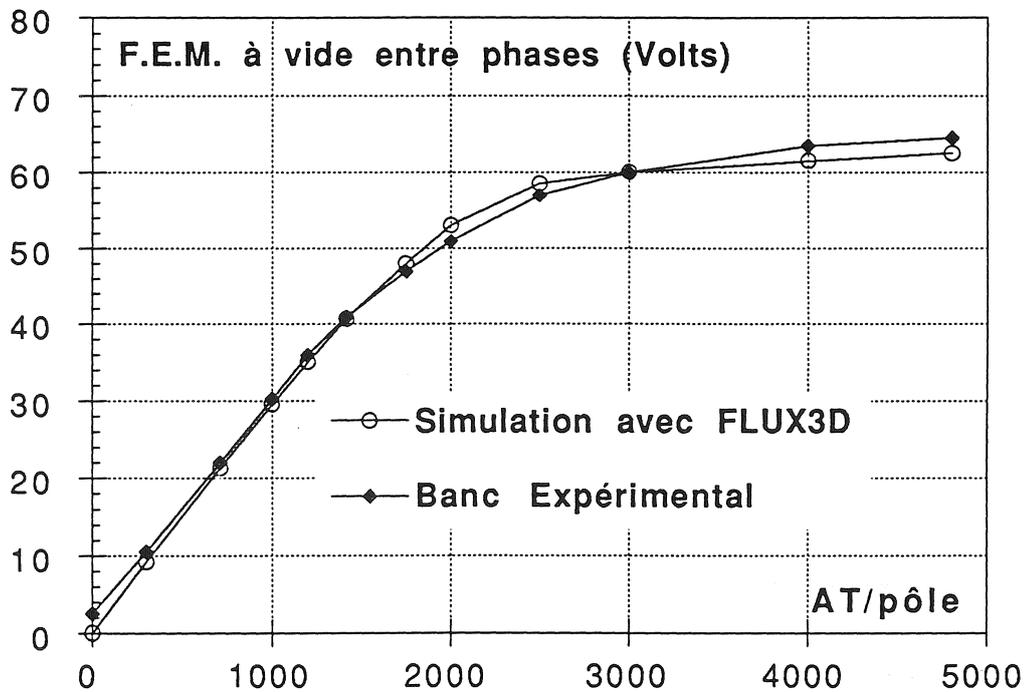


Fig. 2.5 : F.e.m. entre phases issues de la simulation et de la mesure

On observe un accord satisfaisant entre la modélisation et le banc d'essai dans la partie linéaire de la courbe et jusqu'à la fin du coude de saturation. Au-delà de ce dernier, un léger écart entre les deux courbes est observé et s'agrandit au fur et à mesure qu'on sature. Il atteint 7% à 4800 At/pôle.

Cet écart est explicable. Il est d'abord dû à l'abstraction faite des encoches dans la modélisation de la culasse : le coefficient de Carter corrige partiellement leur absence compte tenu de leur forme géométrique compliquée.

Ensuite cet écart est dû à la méthode choisie pour le calcul de la f.e.m. En effet, le fondamental du flux permet à lui seul de calculer la f.e.m. à vide dans la partie linéaire. Quant à la partie non-linéaire, on ne peut continuer à négliger les harmoniques de rang plus élevé qui prennent de l'importance avec la saturation et interviennent d'une façon pertinente dans le calcul de la f.e.m. Il est également probable que la courbe B(H) fournie par le constructeur et utilisée dans cette modélisation, soit en défaut pour des inductions élevées. Ces différentes observations seront exploitées lors de la modélisation du prototype B par la suite.

### **II.3.3 Validation du modèle de simulation**

En modélisant cette machine, l'étude des phénomènes électromagnétiques n'a jamais été l'objectif principal. Disposant de mesures partielles effectuées sur le banc d'essai, on a voulu faire une comparaison qualitative et quantitative avec des résultats de simulation fournis par le modèle sous FLUX3D.

La grandeur physique choisie pour la comparaison est en l'occurrence la f.e.m. Cette comparaison, faite au paragraphe précédent, nous a permis de constater qu'un modèle fiable de la machine peut être établi avec ce logiciel. Moyennant quelques précautions, ce modèle peut être aussi extrapolé à d'autres versions de la machine possédant n paires de pôles.

Si la validation de la simulation semble être acquise, nous resterons cependant très vigilants quant à la discussion, l'analyse et l'interprétation des différents résultats de modélisation.

## **II.4 MODELISATION A VIDE DU PROTOTYPE BIPOLAIRE B**

Le prototype B a été dimensionné dans le cadre du projet de recherche PREDIT sur le véhicule électrique individuel. Il est donc le moteur de la chaîne cinématique de traction du véhicule. L'étude et la modélisation de ce prototype bipolaire a été donc l'un des aspects de la collaboration entre le LEG et GEC-ALSTHOM.

### **II.4.1 Caractéristiques du prototype B et géométrie modélisée**

Le prototype B est donc une machine synchrone à griffes bipolaire à simple barrière. Sa puissance nominale est de 27,8 kW et sa vitesse nominale est de 36 000 tr/mn. Elle est alimentée par un onduleur de tension à IGBT à 600 Hz. Sa géométrie est celle présentée dans la première partie au § I.2.1 et ses dimensions réelles sont données en Annexe III.

Pour sa modélisation, sa géométrie est représentée en coupe par le plan de symétrie géométrique, qui est également le plan de symétrie physique pour un fonctionnement à vide, et en incluant cette fois les encoches de la culasse. Les bobines d'excitation sont modélisées par des inducteurs volumiques circulaires parcourus par un courant dans le même sens et dont la densité est équivalente à celle des bobines réelles.

Les formulations éléments finis utilisées sont les mêmes que pour le prototype A ainsi que les courbes d'aimantation non linéaires  $\vec{B}(\vec{H})$  des matériaux (voir Annexe II). Le matériau amagnétique au rotor est considéré comme du vide vu que sa perméabilité relative réelle est  $\mu_r=1,01$ .

La discrétisation ou le maillage de la géométrie est réalisé automatiquement selon le principe de Delaunay [15]. Le nombre d'éléments du maillage obtenu est plus élevé que celui du prototype A compte tenu de la complexité de la nouvelle géométrie (100.000 noeuds).

La résolution se fait au moyen de la méthode de Newton-Raphson modifiée [41] et développée au LEG.

## II.4.2 Résultats de simulation

### II.4.2.1 Trajet du flux principal

Le trajet du flux principal prévu dans la première partie (§ I.3.1.1) est illustré en détail par les vecteurs de l'induction sur la figure 2.6. La barrière ou le matériau amagnétique n'a pas été représenté sur cette figure en raison de la faible induction qui y règne. La première remarque que nous pouvons faire en observant la figure 2.6, est l'uniformité de la taille des vecteurs de l'induction dans la machine hormis la culasse. Rappelons que ces vecteurs représentent l'induction à la surface des parties vues sur la figure 2.6.

Dans la culasse, les vecteurs de l'induction sont donc projetés sur la tôle d'extrémité gauche et sur les faces se trouvant dans le plan polaire. Cela explique la petite taille des vecteurs de l'induction qui y sont projetés. Nous pouvons aussi observer l'utilité de la nouvelle forme géométrique du rotor : le flux est mieux canalisé que dans le cas du prototype A et la partie conique permet de minimiser les lignes de champ passant axialement du rotor aux tôles d'extrémités de la culasse.

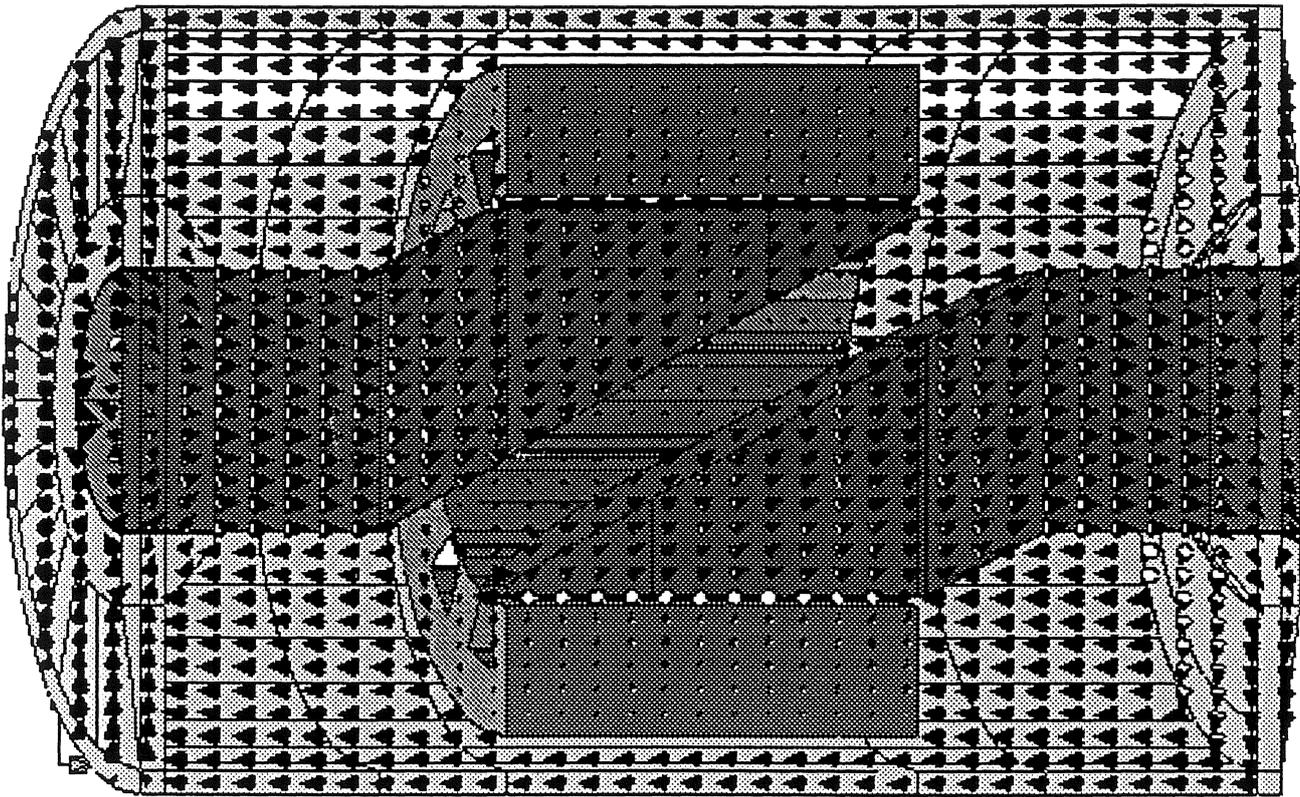
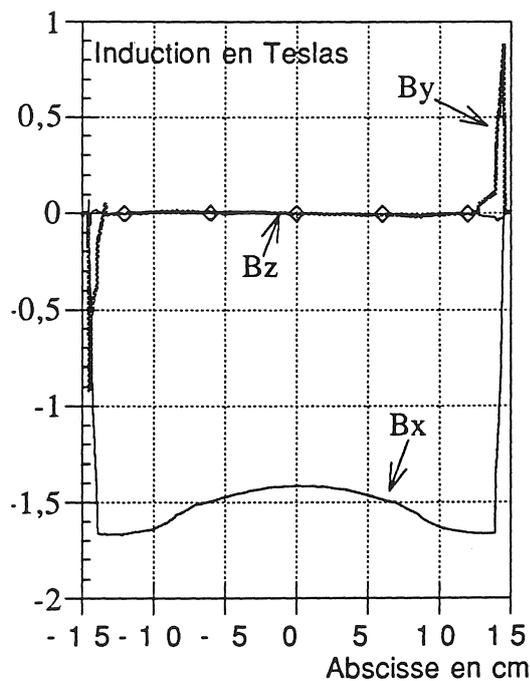
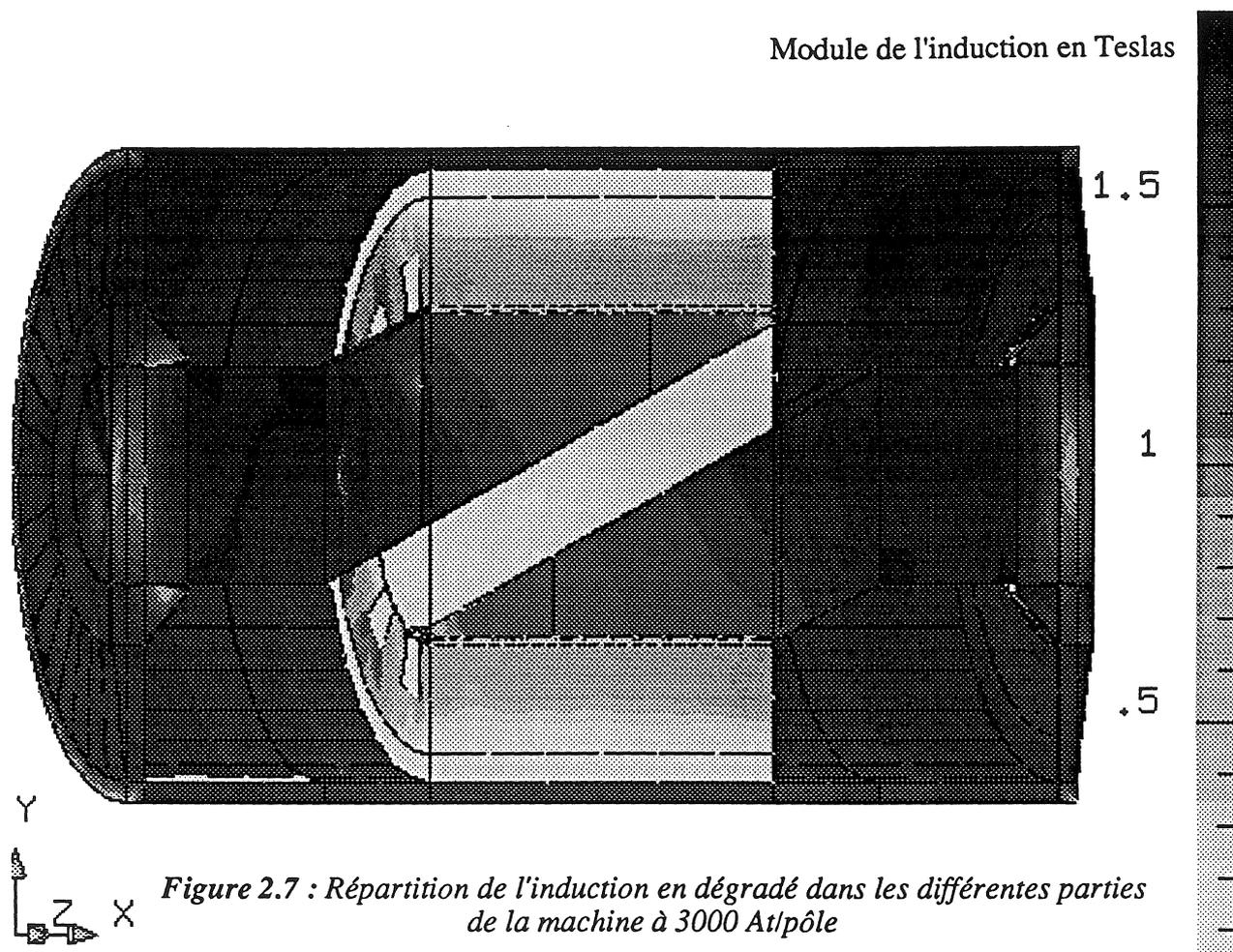


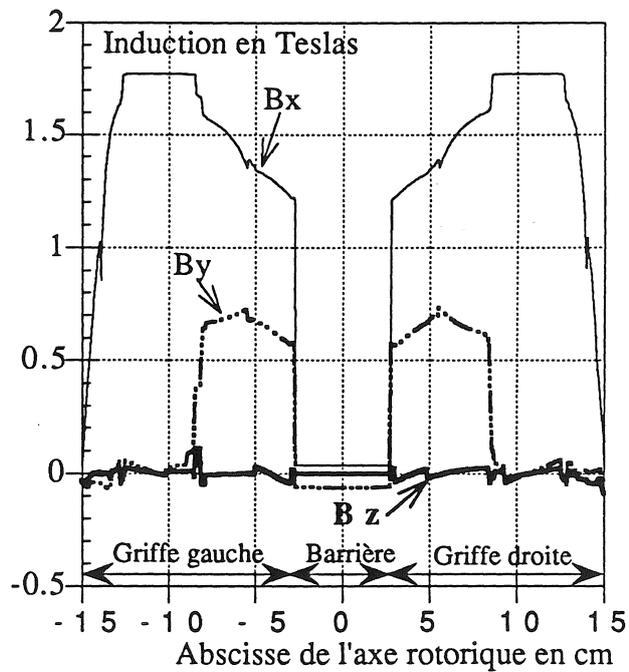
Figure 2.6 : Trajet du flux principal représenté par les vecteurs de l'induction

#### II.4.2.2 Densité de flux à vide

Le dégradé de l'induction dans la machine reflète l'état de saturation de ces différentes parties. Ainsi, la figure 2.7 complète partiellement la figure 2.6 en nous donnant une idée quantitative de la répartition du module de l'induction dans la machine à 3000 At/pôle. L'induction est de l'ordre de 1,6 à 1,7 Teslas dans les zones les plus saturées et il n'y a donc pas de saturation exagérée pouvant provoquer des pertes importantes. Pour plus de précision, nous avons choisi d'illustrer l'évolution de l'induction sur quelques chemins significatifs dans les parties massives. Ainsi, sur la figure 2.8, nous représentons l'induction le long de la carcasse extérieure. La diminution de l'induction, au milieu de la carcasse extérieure, observée sur cette figure, est due aux lignes de champ de fuites allant de cette carcasse aux flasques, ainsi qu'à la culasse. Les flux de fuites seront estimés dans le paragraphe suivant. Mais nous pouvons déjà observer la faible valeur de l'induction dans la barrière sur la figure 2.9 illustrant les composantes de l'induction le long de l'axe rotorique (ou  $Ox$ ). L'exposé de l'état de saturation dans la machine, entrepris dans ce paragraphe, nous conduit à l'étude des fuites à vide.



**Figure 2.8 : Composantes de l'induction le long de la carcasse**



**Figure 2.9 : Composantes de l'induction le long de l'axe du rotor**

### II.4.2.3 Fuites à vide

Les fuites à vide dans cette machine sont localisées à divers endroits. D'abord, on a les fuites produites autour des bobines d'excitation dans les espaces accueillant les têtes des bobines des enroulements statoriques. Ensuite, dans la partie active, on trouve les fuites interpolaire dues au champ traversant le matériau amagnétique d'une griffe à l'autre, et celles localisées à l'entrée de la partie active de part et d'autre de la culasse et dues au champ quittant les surfaces des cônes et attaquant les tôles extrémités de la culasse.

Ces différentes fuites ont été calculées pour une excitation de 3000 At/pôle. Ainsi, les fuites dans la région des têtes de bobine s'élèvent à :

$$\frac{\Phi_{\text{car1}} - \Phi_{\text{cône}}}{\Phi_{\text{car1}}} = 7,6 \%$$

où  $\Phi_{\text{car1}}$  est le flux traversant une section droite de la carcasse proche de la bobine d'excitation  
 $\Phi_{\text{cône}}$  est le flux traversant une section droite d'un pôle du rotor et rentrant dans la partie active :

$$\Phi_{\text{car1}} = 5,56 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$\Phi_{\text{cône}} = 5,14 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

Les fuites dans le matériau amagnétique sont estimées à :

$$\frac{\Phi_{\text{ama}}}{\Phi_{\text{cône}}} = 15,2 \%$$

où  $\Phi_{\text{ama}}$  est le flux traversant la barrière d'un pôle à l'autre :

$$\Phi_{\text{ama}} = 0,78 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

Les tôles extrémités sont exposées à un champ axial venant de la carcasse extérieure et des parties coniques des griffes rotoriques comme expliqué plus haut. Ainsi, le flux traversant une tôle extrémité est :

$$\Phi_{\text{tex}} = 0,26 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Phi_{\text{tex}}}{\Phi_{\text{cône}}} = 5,1 \%$$

Finalement, le flux total créé par les bobines d'excitation est :

$$\phi_t = 6,26 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

et les fuites totales à vide et à 3000 At/pôle sont estimées à :

$$\frac{\phi_t - \phi_{av}}{\phi_t} \cong 28 \%$$

où  $\phi_{av}$  est le flux passant à la culasse par une griffe :

$$\phi_{av} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

#### II.4.2.4 Induction dans l'entrefer principal

Contrairement aux machines classiques, l'induction dans l'entrefer principal dépend fortement de l'abscisse sur l'axe rotorique. Ainsi, la largeur des créneaux de sa forme d'onde est proportionnelle à la circonférence magnétique et amagnétique à la surface du rotor à une position  $x_0$  donnée. Cette particularité de l'induction dans l'entrefer a déjà été explicitée dans la première partie (Chap. I. § I.3.2.1).

La figure 2.10 montre l'induction dans l'entrefer principal pour trois abscisses situées au centre et aux extrémités de cet entrefer. Pour  $x=0$ , les circonférences des deux griffes sont égales et, par conséquent, l'onde de l'induction est symétrique. Au-delà du milieu de l'entrefer, la dissymétrie de l'onde de l'induction caractérise la nature intrinsèquement tridimensionnelle du champ électromagnétique dans ce type de machines. Nous rappelons, à ce propos, que l'induction a une forte composante axiale dans les griffes.

Cette forme d'onde particulière de l'induction dans l'entrefer principal rend difficile l'analyse des performances à partir des harmoniques de l'induction.

Cette difficulté est relatée par la figure 2.11 où les harmoniques de l'induction dans l'entrefer sont présentés pour  $x=0$ ,  $x=25$  mm et  $x=50$  mm.

Pour  $x=0$ , nous retrouvons les harmoniques de l'induction d'une machine synchrone classique à pôles saillants.

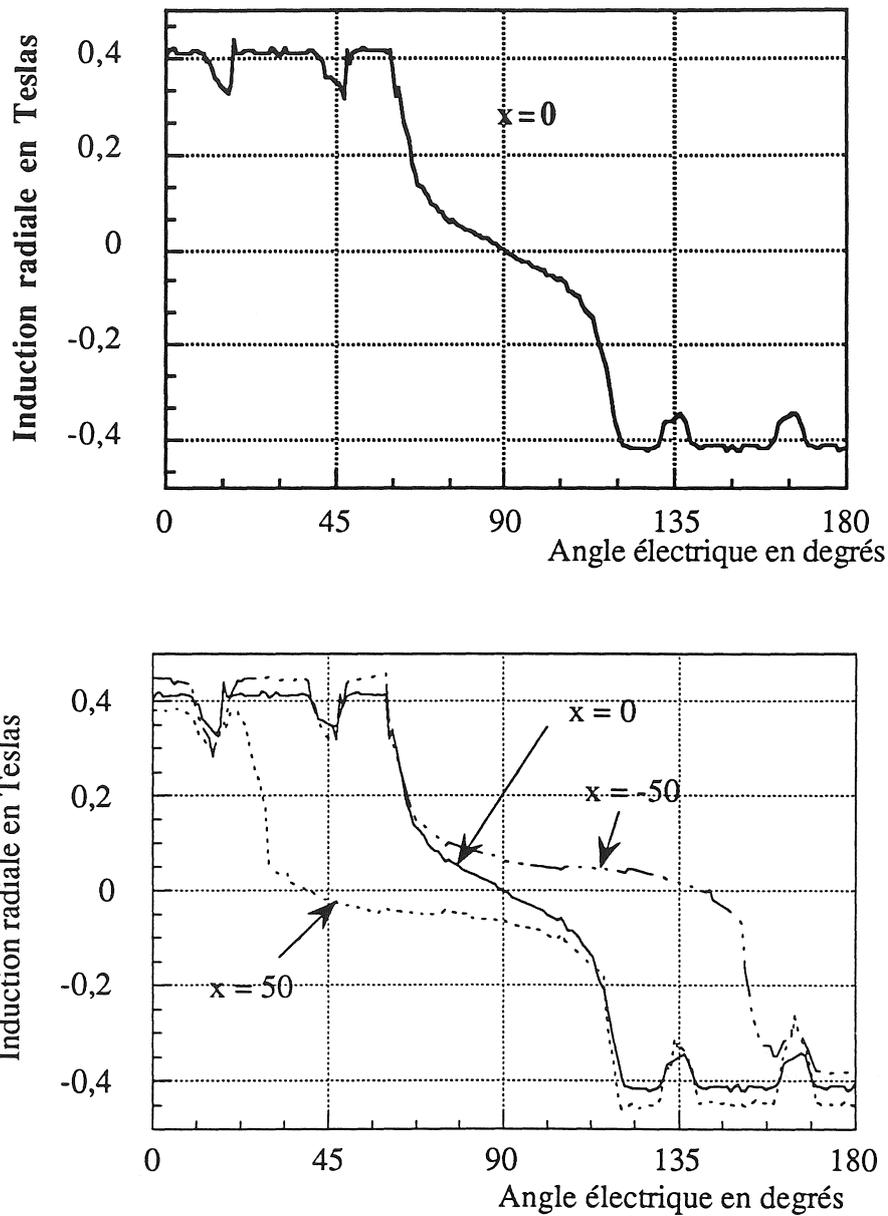


Figure 2.10 : Induction radiale dans l'entrefer

Pour  $x > 0$ , les harmoniques varient en amplitude et en rang en fonction de l'abscisse  $x$ . En plus, nous avons une composante continue qui prend de l'importance au fur et à mesure qu'on s'approche des extrémités de l'entrefer.

Nous rappelons encore une fois que l'induction a une forte composante axiale dans les griffes et donc le flux est conservatif ( $\text{div } \vec{B} = 0$ ).

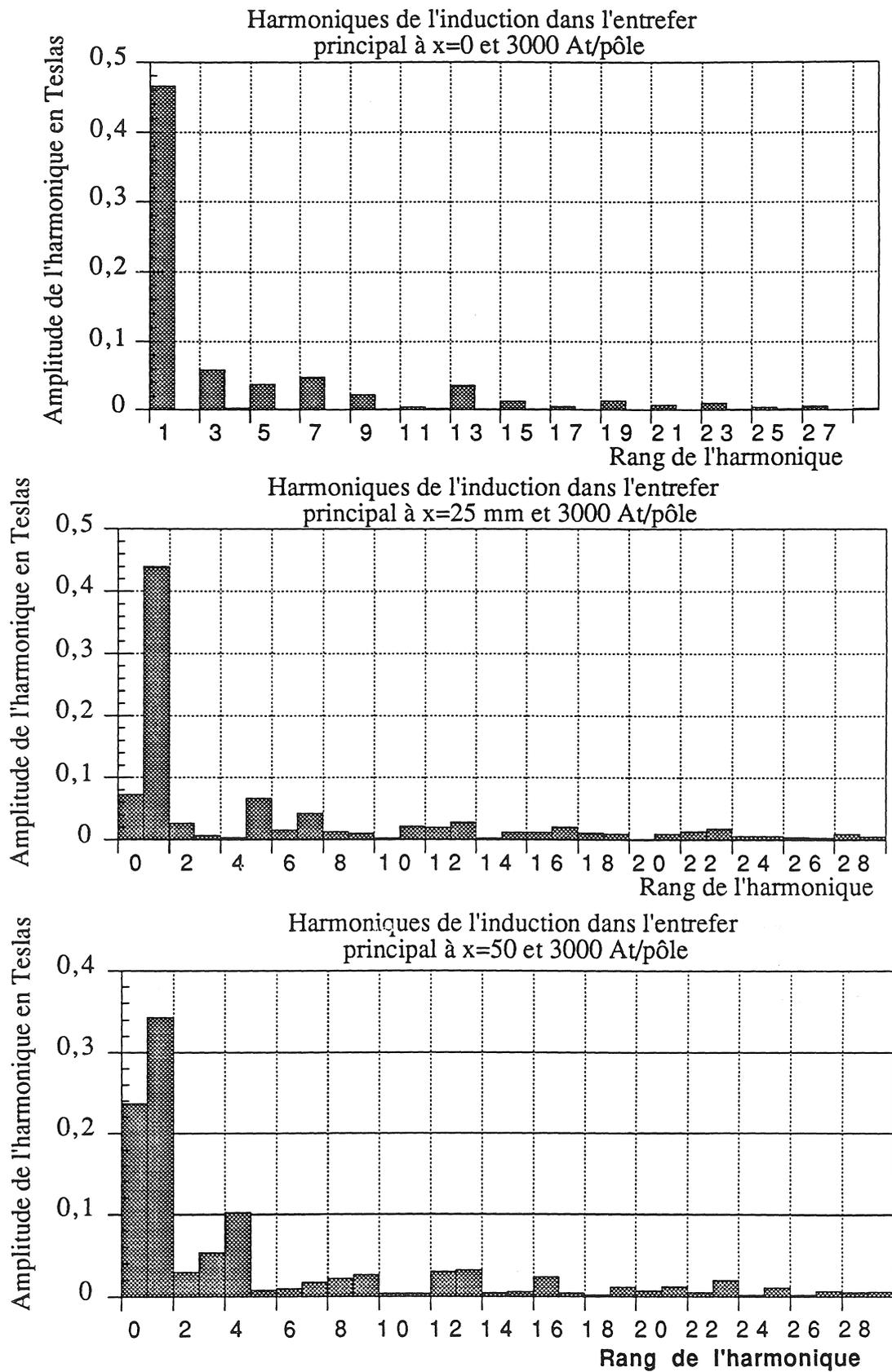


Figure 2.11 : Harmoniques de l'induction dans l'entrefer principal

### II.4.2.5 F.e.m. à vide

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons vu que les griffes sont taillées de façon à obtenir une surface polaire délimitée par une sinusoïde. Cela a pour but de garantir un flux sinusoïdal traversant le bobinage de l'induit.

Le flux à vide traversant une bobine diamétrale à 3000 At/pôle est représenté sur la figure 2.12 en fonction de l'angle électrique. Nous trouvons donc un flux s'approchant de très près d'une sinusoïde avec des petits plats aux maximums dus à la saturation.

La décomposition en série de Fourier de l'onde du flux à vide à travers une bobine diamétrale donne un fondamental prépondérant ( voir Fig. 2.13 ) suivi des harmoniques 5 et 7 dont l'amplitude est assez faible. Nous remarquons que l'harmonique 3 et ses multiples sont négligeables à cette excitation mais ils risquent de se manifester pour une excitation plus élevée. Nous avons aussi un harmonique 13 de faible amplitude due à la denture de la culasse (la culasse possède 12 encoches).

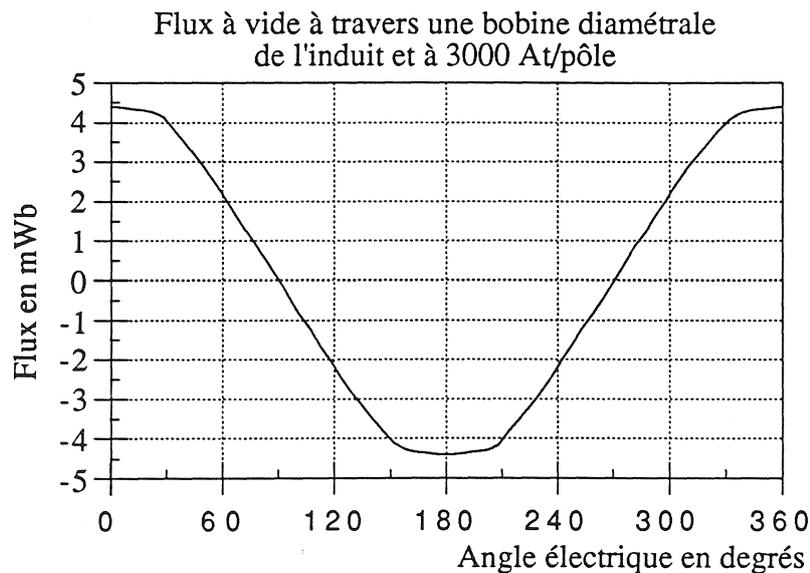


Figure 2.12 : Flux à vide à travers une bobine diamétrale

En prenant l'axe de la phase (a) comme axe de référence et en s'inspirant du contenu harmonique du flux à travers une bobine diamétrale (Fig.2.13), le flux à vide à travers la phase (a) s'écrit en fonction de la position rotorique  $\theta$  à 3000 At/pôle :

$$\varphi_{af} = N_S k_{b1} \varphi_1 \cos \theta + N_S k_{b5} \varphi_5 \cos 5\theta$$

où  $N_S$  est le nombre de spires en série par phase

$k_{b1}, k_{b5}$  sont les coefficients de bobinage de l'induit correspondant aux harmoniques 1 et 5

$\varphi_1, \varphi_5$  sont les harmoniques 1 et 5 du flux à vide à travers une bobine diamétrale

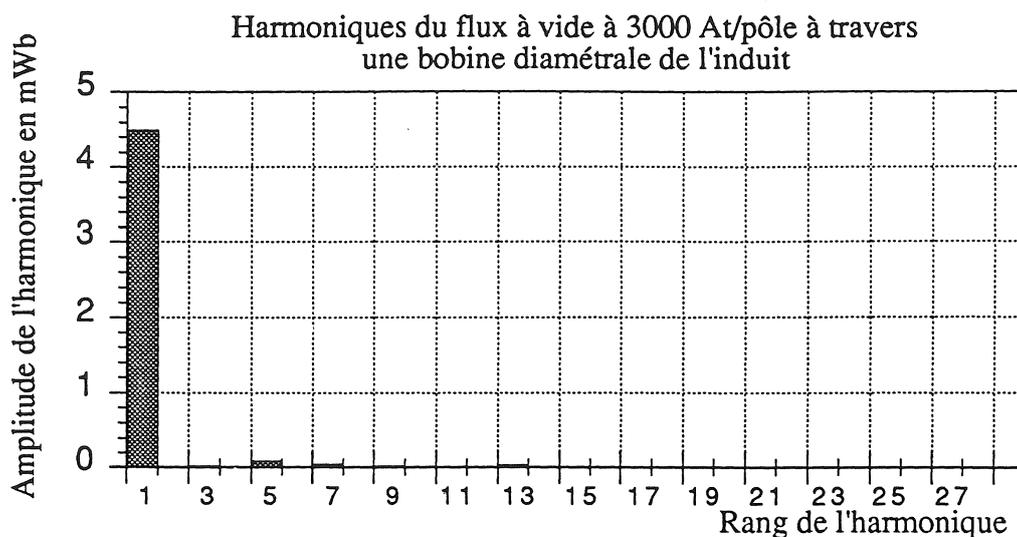


Figure 2.13 : Harmoniques du flux traversant une phase de l'induit

Le prototype B possède 12 encoches droites dans la culasse parcourues par des enroulements triphasés à pas raccourci de 5/6. On a donc 2 encoches par pôle et par phase. C'est donc un bobinage en deux couches où l'enroulement d'une phase est composé de deux bobines en série. Une bobine contient trois conducteurs composés chacun de 25 fils en parallèle. Par conséquent, nous avons :

$$N_S=12, k_{bn} = \frac{\sin\left(n \frac{\pi}{6}\right)}{2\sin\left(n \frac{\pi}{12}\right)} \cdot \cos\left(n \frac{\pi}{12}\right)$$

$$k_{b1} = 0,933 \quad \text{et} \quad k_{b5} = 0,07$$

Nous pouvons en déduire la mutuelle inductance entre la phase (a) et les bobines d'excitation à 3000 At/pôle :

$$\phi_{af} = M_{af} i_f$$

D'où :

$$M_{af}(\theta) = M_1 \cos\theta + M_5 \cos 5\theta$$

avec :  $M_1 = 0,168 \text{ mH}$  et  $M_5 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mH}$

Nous remarquons donc que le flux à vide à travers une phase de l'induit ne comporte pratiquement que le fondamental. Ceci est dû à la forme des pôles griffes qui rend le flux sinusoïdal en fonction de la position ainsi qu'à la qualité de filtre spatial des bobinages triphasés de l'induit. Notons aussi que la valeur de l'inductance mutuelle dépend de l'état de saturation de la machine.

La f.e.m. à vide aux bornes de la phase (a) s'écrit :

$$e_{af} = - \frac{d\phi_{af}}{dt} = - \omega \frac{d\phi_{af}}{d\theta}$$

où  $\omega$  est la vitesse de rotation

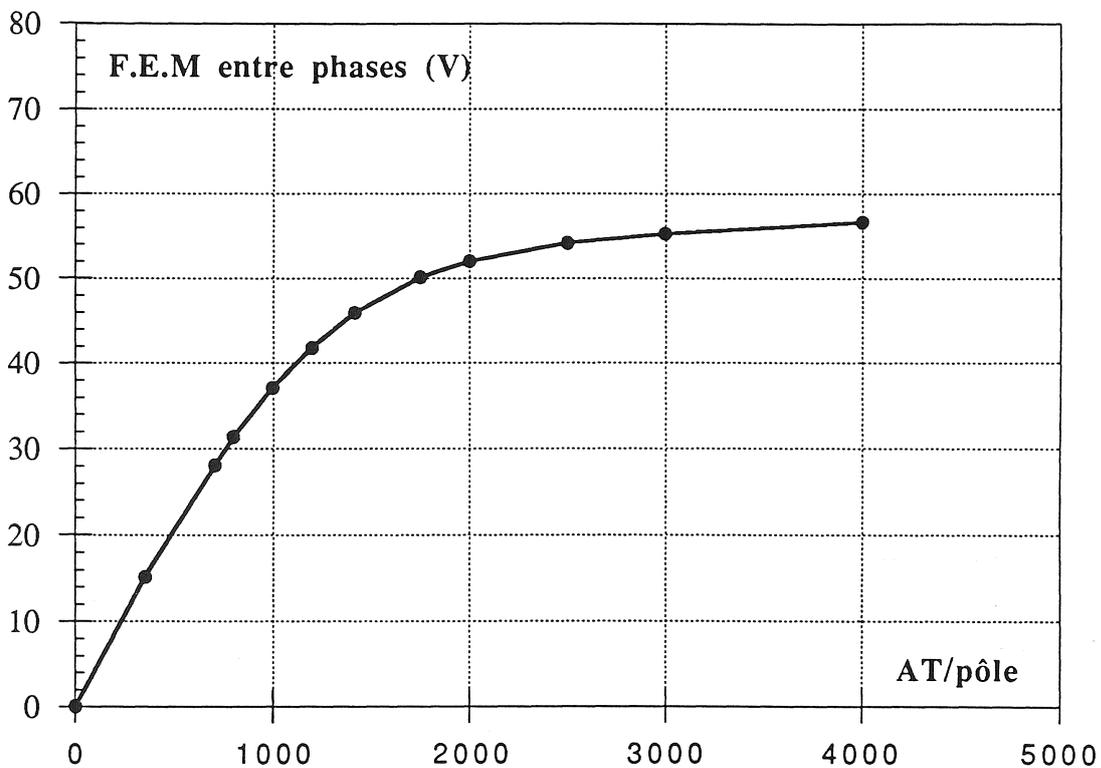


Fig. 2.14 : F.e.m. entre phases à vide et à 9000 tr/mn

Ainsi, la f.e.m. se déduit à partir des harmoniques du flux d'entrefer à une excitation donnée. La figure 2.14 expose la f.e.m. entre phases à vide calculée pour une vitesse de rotation de 9000 tr/mn. La courbe de la f.e.m. à vide de cette machine est semblable à celle des machines classiques avec sa partie linéaire et sa partie saturée.

## **II.5 CONCLUSION**

Dans ce chapitre, la machine synchrone à griffes bipolaire a été modélisée pour deux prototypes distincts. Cette modélisation nous a permis de mieux comprendre les phénomènes magnétiques dans la machine compte tenu de sa particularité. Ainsi, les grandeurs physiques les plus importantes à vide ont été simulées et exposées.

Rappelons que cette modélisation a été faite en magnétostatique non linéaire et donc les courants de Foucault se développant dans les parties massives n'ont pas été considérés. Cet aspect sera abordé plus loin sur le thème des pertes superficielles.



## CHAPITRE III



## CHAPITRE III

# MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A GRIFFES EN CHARGE

### III.1 INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent, nous avons modélisé la machine synchrone à griffes à vide en magnétostatique par la méthode des éléments finis tridimensionnels en tenant compte des non linéarités des matériaux. Cette modélisation nous a permis de mettre en évidence la nature tridimensionnelle complexe du trajet de son flux principal. Ainsi, nous avons étudié la répartition de l'induction dans les différentes parties de la machine et montré son importance quant à la conception de nouvelles versions. Nous avons aussi pu effectué le calcul des grandeurs globales et la prédétermination du fonctionnement à vide.

Dans le présent chapitre, nous présentons la modélisation du prototype B en charge et en régime permanent par la méthode des éléments finis tridimensionnels.

Dans un premier temps, nous justifierons le choix de formulations magnétostatiques pour cette modélisation et la représentation simplifiée des bobinages statoriques. Ensuite, nous analyserons les résultats de la simulation et étudierons les grandeurs locales. Et finalement, nous présenterons le calcul des caractéristiques en charge et en régime permanent.

### III.2. HYPOTHESES DE LA MODELISATION EN CHARGE ET FORMULATIONS ELEMENTS FINIS UTILISEES

Tout au long de ce travail portant sur la modélisation de la machine synchrone à griffes par la méthode des éléments finis tridimensionnels, les diverses investigations menées étaient assujetties à deux types de contraintes restrictives : la puissance du matériel informatique et la disponibilité de formulations éléments finis permettant une mise en équations fidèle du problème à résoudre.

Il faut toutefois rappeler que dans la majorité des cas, les formulations adéquates sont disponibles. Mais la mise en œuvre de ces formulations par les éléments finis se heurte parfois à la puissance insuffisante du matériel informatique.

Dans le cas de la modélisation en charge, le prototype B n'offre aucune symétrie exploitable par la méthode des éléments finis contrairement au cas de la modélisation à vide. Nous rappelons ici que le prototype B est bipolaire. Nous nous trouvons donc contraint à calculer la répartition du champ électromagnétique dans toute la géométrie de la machine.

Pour l'obtention de résultats de simulation précis, nous nous devons d'accomplir un maillage de cette géométrie comportant moins de 10 % de mauvais éléments. Malheureusement, ce maillage nous conduit dans le cas du prototype B à des problèmes de taille très importante. Pour plus de précision, le maillage en éléments finis tétraédriques du second ordre de la géométrie du prototype B engendre 180.000 nœuds ce qui correspond à un fichier de 45 Moctets. Par conséquent, il est hors de question d'avoir plus d'une inconnue nodale.

Par ailleurs, il est évident qu'une mise en équations, tenant compte de la nature dynamique du champ électromagnétique en charge, doit se faire en utilisant une formulation magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et en potentiel scalaire électrique  $V$  [38]. Mais cette formulation a un inconvénient majeur : elle nous impose 4 inconnues par nœud. Nous nous sommes donc résolus à modéliser la machine par le couplage des formulations magnétostatiques en potentiels scalaires magnétiques total et réduit présentés au chapitre précédent. Notons que ces formulations nous permettraient de tenir compte des non-linéarités des matériaux magnétiques. Par contre, les courants de Foucault dans les pièces massives ne seront pas pris en considération ici.

Par ailleurs, le modèle magnétostatique en potentiel scalaire impose l'utilisation de sources de courants prédéfinies. Ne disposant pas d'inducteurs ayant la forme complexe des bobines de l'induit, nous avons effectué une représentation simplifiée de ce bobinage.

### **III.2.1 Représentation simplifiée des bobinages de l'induit**

Dans le cas du modèle magnétostatique utilisant une formulation en potentiel scalaire réduit pour le calcul du champ magnétique, les sources de courants sont représentées par des inducteurs prédéfinis. Pour représenter simplement les bobinages triphasés, il serait judicieux de créer une source de courant rendant le plus fidèlement possible l'image du champ magnétique créé par les enroulements de l'induit. En tenant compte de la forme droite de ces derniers dans les encoches et de la forme circulaire de leurs têtes, la solution serait de remplacer ces deux parties par une source de courant filiforme qui soit droite dans les encoches et circulaire des deux côtés de la culasse.

L'idée originale, à partir de laquelle on a effectué une représentation simplifiée des enroulements triphasés, a consisté à remplacer l'enroulement réel de la machine par une cage d'écureuil filiforme. En effet, lorsque les barres d'une cage d'écureuil sont parcourues par des courants polyphasés, ils génèrent, dans l'entrefer d'une machine, une induction tournante. On peut donc établir l'équivalence entre la cage et le bobinage triphasé statorique en se basant sur l'égalité des harmoniques d'espace des forces magnétomotrices créées par l'un et l'autre de ces derniers. Pour ce faire, on suppose que le bobinage statorique est une donnée du problème, et qu'il est logé dans  $N_s$  encoches. On va montrer qu'il existe toujours une cage d'écureuil équivalente ayant un nombre de barreaux  $q_c$  pouvant être différents de  $N_s$ .

### III.2.1.1 F.m.m. créée par le bobinage triphasé statorique

On considère un bobinage statorique  $q_b$ -phasé parcouru par des courants  $q_b$ -phasés équilibrés sinusoïdaux créant  $p$  paires de pôles dans l'entrefer d'une machine tournante. La f.m.m.  $\xi$  créée par une phase, parcourue par un courant  $i$  et ayant une bobine de  $N_o$  tours par paire de pôles à ouverture diamétrale, est représentée sur la figure 3.1 dans l'espace  $p\theta$ , ou  $\theta$  est l'angle mécanique. Ainsi, la f.m.m. créée par les  $q_b$  phases s'obtient en calculant la somme des f.m.m. créées par les  $q_b$  phases et en introduisant le facteur de bobinage pour les enroulements réels [44], [45] :

$$\begin{aligned} \xi_{\text{sb}} = & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2 q_b k + 1} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot K_{b_{2q_b k + 1}} \cdot \frac{N_o I_{\text{bm}}}{2} \cdot \frac{q_b}{2} \cdot \cos [\omega t - (2 q_b k + 1) p\theta] \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{2 q_b k - 1} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot K_{b_{2q_b k - 1}} \cdot \frac{N_o I_{\text{bm}}}{2} \cdot \frac{q_b}{2} \cdot \cos [\omega t - (2 q_b k - 1) p\theta] \end{aligned} \quad (3.1)$$

où  $K_{bn}$  est le facteur de bobinage correspondant à l'harmonique  $n$  de la f.m.m.,  
et  $I_{\text{bm}}$  le courant maximal dans une phase.

Le fondamental de la f.m.m. créée par le bobinage réel est :

$$\xi_{\text{bf}} = \frac{4}{\pi} \cdot K_{b1} \cdot \frac{N_o I_{\text{bm}}}{2} \cdot \frac{q_b}{2} \cos (\omega t - p\theta) \quad (3.2)$$

On note que l'entrefer dans lequel cette f.m.m. est calculée, a été assimilé à un entrefer lisse.

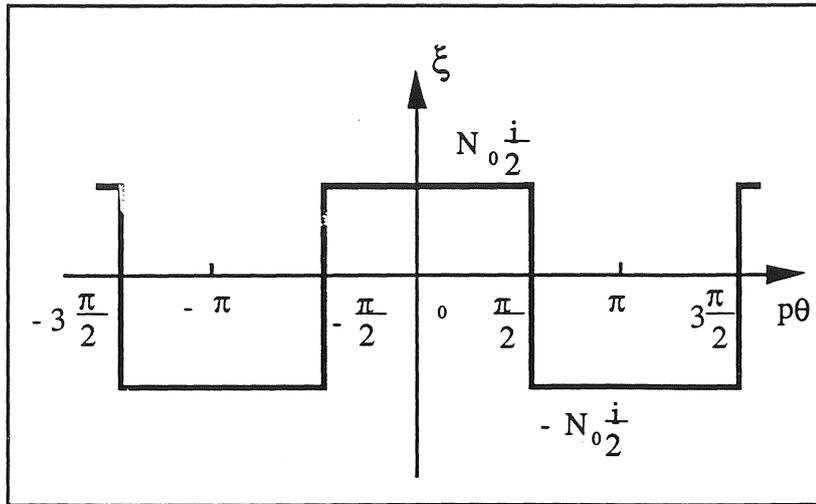


Figure 3.1 : F.m.m. d'une bobine diamétrale

III.2.1.2 F.m.m. créée par la cage d'écoreuil filiforme

On considère une cage d'écoreuil filiforme à  $q_c$  barres placée dans les encoches d'une machine tournante. Afin d'obtenir dans l'entrefer une induction tournante à  $p$  paires de pôles, on a imposé dans les portions d'anneaux de la cage, un système de courants  $q_c$ -phasés équilibrés d'ordre  $p$  sinusoïdaux. Les courants dans les barres forment donc un système  $q_c$ -phasé équilibré d'ordre  $p$  sinusoïdal, compte tenu de la relation liant les courants de barres aux courants d'anneaux (cf figure 3.2) :

$$I_k = J_{k, k+1} - J_{k-1, k} \quad (3.3)$$

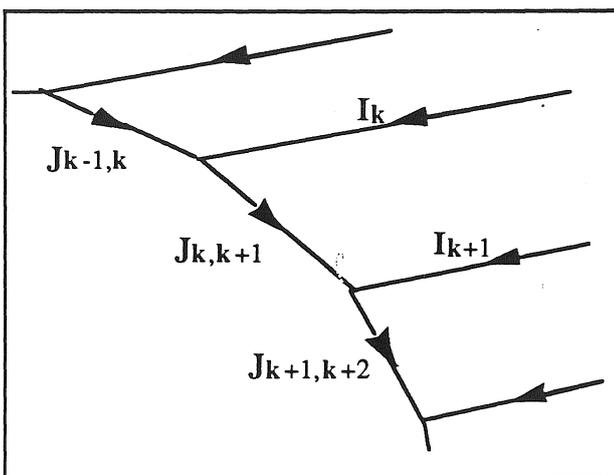


Figure 3.2 : Cage d'écoreuil filiforme

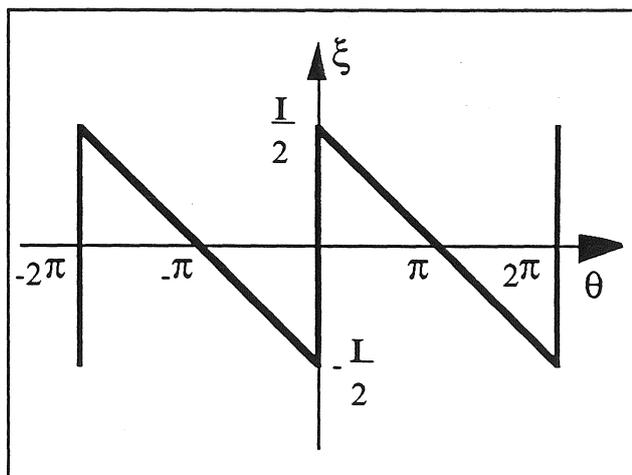


Figure 3.3 : Modèle mathématique de la f.m.m. d'une barre

On considère par ailleurs que la machine possède un entrefer lisse. La f.m.m. créée par deux barres dans l'entrefer de la machine, situées à 180° mécanique l'une de l'autre et parcourues par le même courant mais en sens opposés, est une onde carrée comme dans le cas d'une bobine diamétrale (cf figure 3.1). Ainsi, le modèle mathématique choisi pour la f.m.m. créée par une barre seule dans l'entrefer, parcourue par un courant  $i$ , est une dent de scie [31], [47] comme le montre la figure 3.3.

Le développement en série de Fourier de la f.m.m. de la barre  $k$  seule nous donne :

$$\xi_k = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_k}{n \pi} \sin(n\theta) \quad (3.4)$$

où  $I_k$  est le courant parcourant la barre  $k$ . Les courants dans les barres formant un système  $q_c$ -phasé équilibré d'ordre  $p$  sinusoïdal, nous pouvons écrire :

$$I_k = I_{cm} \sin(\omega t - k p \cdot \frac{2\pi}{q_c}) \quad (3.5)$$

avec  $k = 0, \dots, q_c - 1$ .

La f.m.m. créée dans l'entrefer par la cage à  $q_c$  barres est donc la somme des f.m.m. créées par chaque barre séparément :

$$\xi_c = \sum_{k=0}^{q_c-1} \xi_k \quad (3.6)$$

D'où :

$$\begin{aligned} \xi_c = & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k \cdot \frac{q_c}{p} + 1} \cdot \frac{q_c I_{cm}}{2 \pi p} \cdot \cos \left[ \omega t - \left( k \frac{q_c}{p} + 1 \right) p \theta \right] \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k \cdot \frac{q_c}{p} - 1} \cdot \frac{q_c I_{cm}}{2 \pi p} \cdot \cos \left[ \omega t + \left( k \frac{q_c}{p} - 1 \right) p \theta \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

L'expression de la f.m.m. créée par la cage (éq. 3.7) montre que celle-ci ne contient pas tous les harmoniques que peut contenir la f.m.m. créée par un bobinage  $q_b$ -phasé. Le rang des

harmoniques de la f.m.m. de la cage ainsi que leurs amplitudes dépendent directement du nombre de barres  $q_c$ . Il serait donc intéressant d'établir une équivalence entre la cage et le bobinage  $q_b$ -phasé en se basant sur l'égalité des harmoniques les plus significatifs de leurs f.m.m. respectives.

### III.1.2.3 Equivalence entre la cage d'écureuil et les bobinages statoriques

Ayant calculé les harmoniques des f.m.m. créées par la cage d'écureuil filiforme et par les bobinages  $q_b$ -phasé statoriques respectivement, l'établissement de l'équivalence de ces deux derniers revient à calculer, pour un harmonique donné, l'amplitude maximale des courants des barres de la cage. Ce calcul se fait en égalant les amplitudes des harmoniques de même rang. Ainsi, l'équivalence pour le fondamental s'établit en écrivant, à partir des équations (3.1) et (3.7) :

$$\xi_{b1} = \xi_{c1} \quad (3.8)$$

$$\text{d'où :} \quad \frac{4}{\pi} K_{b1} \frac{N_o I_{bm}}{2} \cdot \frac{q_b}{2} = \frac{q_c I_{cm}}{2 \pi p}$$

$$\Rightarrow \quad I_{cm} = 2 \cdot \frac{q_b}{q_c} K_{b1} \cdot N_o I_{bm} \quad (3.9)$$

Nous pouvons ainsi recréer chaque harmonique de la f.m.m. du bobinage de l'induit par une cage d'écureuil filiforme. En effet l'analyse de l'expression de la f.m.m. de la cage (eq. (3.7)) nous montre que l'amplitude des harmoniques, de rang supérieur à celui du fondamental, est inversement proportionnelle au nombre de barres  $q_c$  de la cage. Nous pouvons donc éliminer ces harmoniques en augmentant le nombre de barres  $q_c$  de la cage et en imposant le nombre de paire de pôles  $p$  correspondant à l'harmonique recherché de la f.m.m. du bobinage de l'induit.

Notons, finalement, que cette équivalence a été prouvée analytiquement au niveau de l'entrefer moyennant des hypothèses simplificatrices. Par conséquent, elle ne traite pas le cas des têtes de bobines des enroulements de l'induit.

En fait, le champ magnétique dans la région des têtes de bobines est extrêmement difficile à calculer analytiquement à cause de la forme géométrique complexe des têtes de bobines. Ce sujet a déjà fait l'objet de plusieurs publications dans le passé [19],[32], [42], [48], et actuellement, plusieurs auteurs le traitent avec les méthodes numériques contemporaines [33], [34], [47].

Dans le cadre de notre étude, nous nous contentons de déterminer les phénomènes principaux dans la machine et nous pouvons donc faire abstraction des têtes de bobines de l'induit.

Cependant, nous pouvons observer une forte ressemblance entre l'anneau de la cage et les têtes de bobines qui forment un anneau de courant dans le cas d'un bobinage à fils fins. L'idée serait donc de positionner l'anneau de la cage par rapport à la tôle extrémité de la culasse afin de reproduire, le plus fidèlement possible, le même champ magnétique créé par les têtes de bobines de l'induit.

### III.2.1.3 Application au cas de la machine synchrone à griffes

Dans le cas de la machine synchrone à griffes étudiée (prototype B), nous avons choisi de loger les barres dans les encoches. Chaque barre est donc placée au barycentre d'une encoche de la culasse comme le montre la figure 3.4.

Le prototype B étant bipolaire, la cage forme donc dans l'air un dipôle magnétique dont les lignes de champ bien connues sont représentés sur la figure 3.5 dans un plan perpendiculaire aux barres. Nous maîtrisons parfaitement la position du moment magnétique de ce dipôle, ce qui nous permet de maîtriser celle du champ de l'induit  $\vec{H}_s$ .

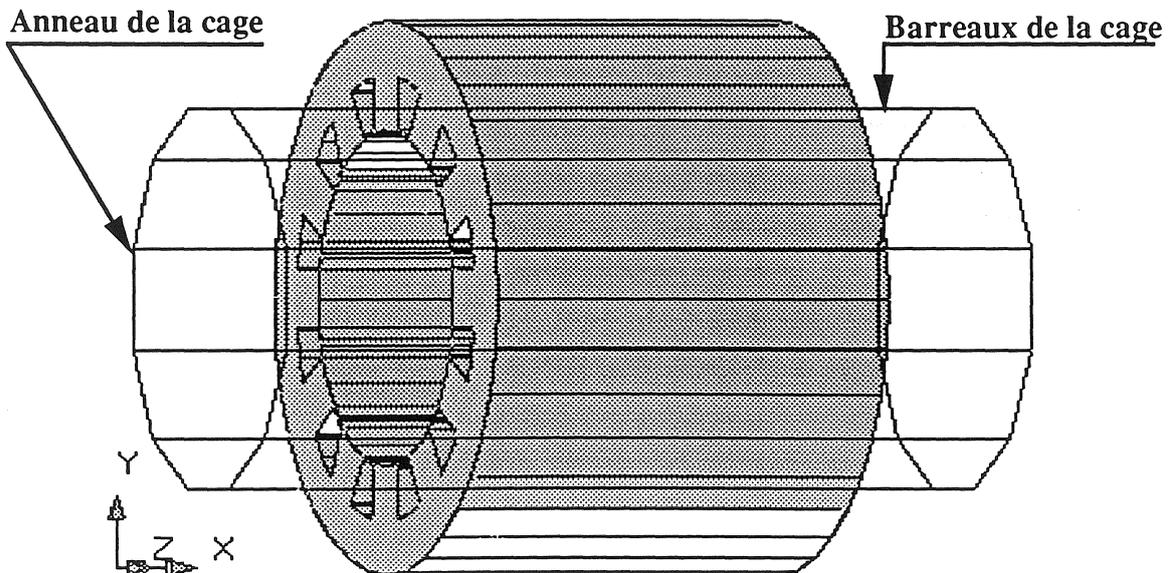


Figure 3.4 : Positionnement de la cage dans les encoches statoriques

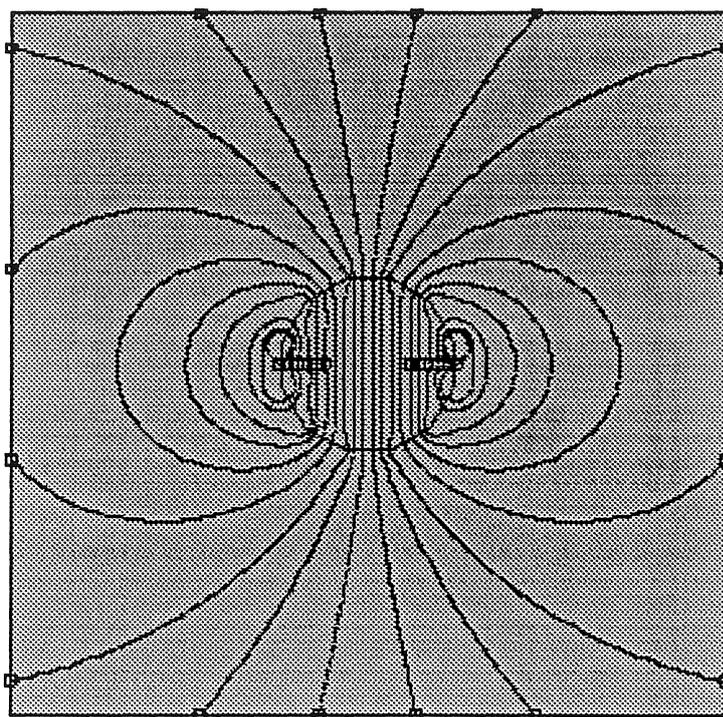


Figure 3.5 : Carte de champ de la cage à 12 barres dans l'air

Dans le cadre de la formulation magnétostatique en potentiel scalaire réduit, nous disposons d'une source de courant en forme de selle de cheval [39]. La forme de cette source de courant correspond bien à celle des bobines de l'induit (voir figure 3.6). Mais malheureusement, elle est extrêmement gourmande en temps de calcul et donc, dans notre cas, inutilisable pour la modélisation par les éléments finis.

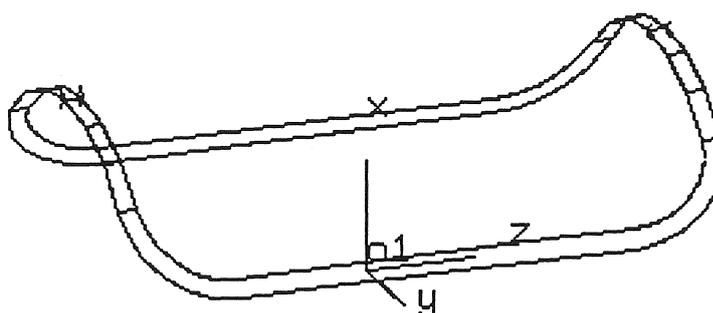


Figure 3.6 : Source de courant en forme de selle de cheval

Par contre, nous avons représenté le bobinage de l'induit par ces sources de courant en forme de selle de cheval (voir figure 3.7) pour effectuer une comparaison analytique avec la source de courant en forme de cage d'écureuil filiforme. Nous avons ensuite calculé par la loi de

Biot et Savart l'induction radiale dans l'entrefer créée par le bobinage de l'induit représenté par les selles de cheval et par la cage. La figure 3.8 montre la comparaison des harmoniques de l'induction dans l'entrefer des deux types de source de courant.

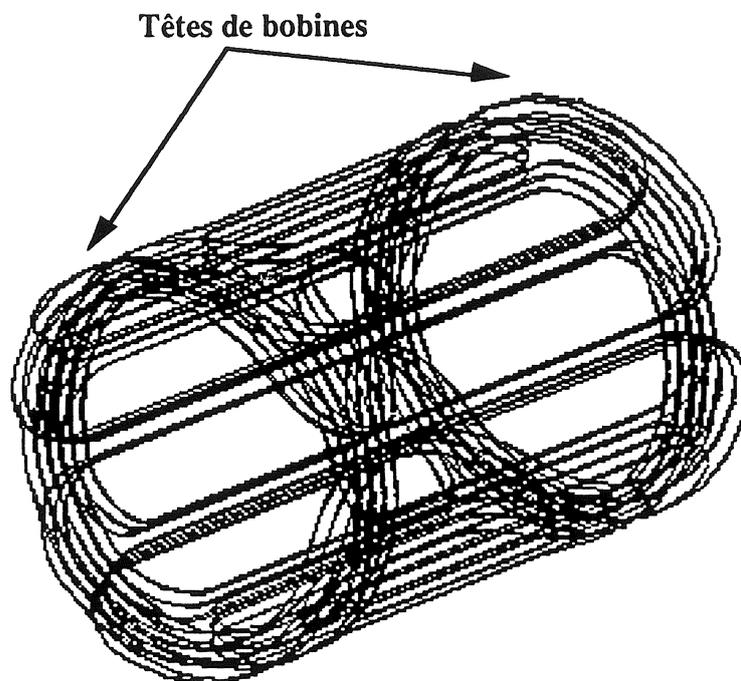


Figure 3.7 : Bobinages d'induit représentés par la source de courant en forme de selle de cheval

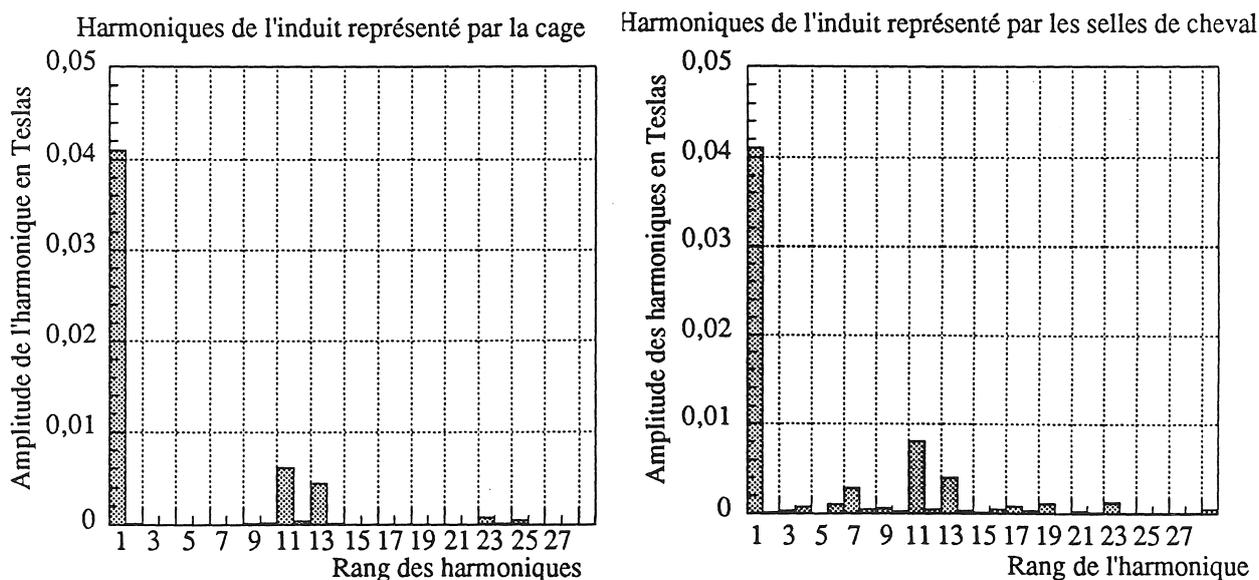


Figure 3.8 : Comparaison des harmoniques des sources de courant pouvant représenter l'induit

Nous avons donc le même fondamental et la présence des harmoniques 11 et 13 d'amplitudes voisines dans les deux cas. Par contre, les harmoniques 5 et 7 n'existent pas dans le cas de la cage. Mais ce résultat est satisfaisant quant à l'utilisation de la cage pour le calcul des phénomènes principaux dans la machine en charge et en régime permanent.

### **III.3. RESULTATS DE SIMULATION**

La modélisation en charge et en régime permanent de la machine synchrone à griffes bipolaire par les éléments finis, a été donc effectuée en utilisant le couplage de formulations magnétostatiques en potentiel scalaire total, dans les régions ferromagnétiques, et en potentiel scalaire réduit dans l'air et la barrière. Cette modélisation tient compte de la courbe de première aimantation des matériaux magnétiques.

Nous rappelons qu'avec ces formulations, les courants de Foucault pouvant se développer dans les parties massives sont négligés. Néanmoins, le calcul magnétostatique des caractéristiques en charge de la machine révèle en grande partie les performances promises lors du fonctionnement réel.

Du point de vue du coût, le travail effectué est extrêmement gourmand en temps de calcul. Ainsi, le fichier de données est de 45 M octets en moyenne et, pour un point de fonctionnement donné tenant compte des non-linéarités, le temps de résolution est de 24 heures en moyenne sur une station de travail H.P. série 700. Cette difficulté deviendrait probablement secondaire avec l'évolution du matériel informatique à l'avenir.

#### **III.3.1 Distribution du flux dans la machine en charge**

Le prototype B est prévu pour une puissance nominale de 27,8 kW. Ainsi, le courant nominal d'une phase de l'induit est de 330 A et l'excitation nominale est de 3300 At/pôle.

Dans ces conditions nominales, nous avons représenté le trajet du flux principal par les vecteurs de l'induction sur un plan de coupe longitudinal sur la figure 3.9. Nous pouvons observer la répartition de la composante axiale de l'induction dans la carcasse extérieure et le rotor et celle radiale dans les flasques et les paliers. Notons que les lignes de fuites dans la région des têtes de bobines et autour des bobines d'excitation, n'apparaissent pas sur cette figure à cause de la faible valeur de leur champ par rapport au flux principal.

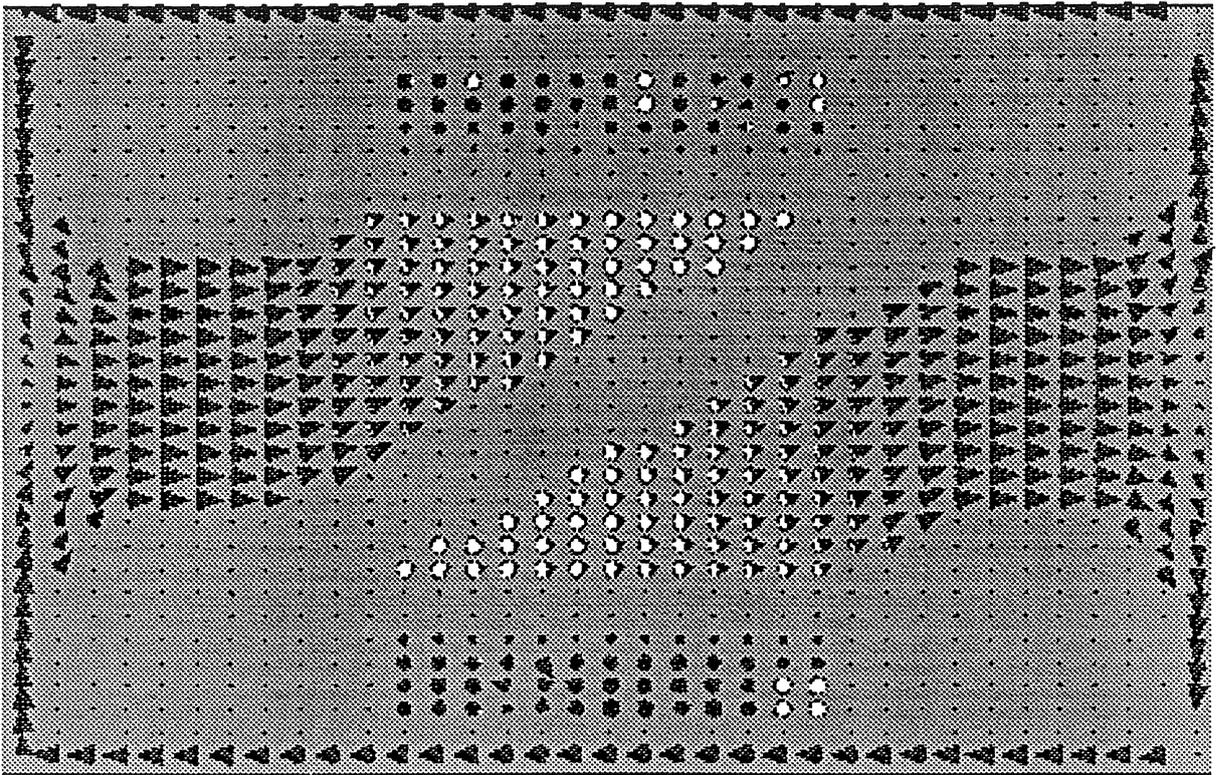


Figure 3.9 : Répartition des vecteurs de l'induction suivant une coupe longitudinale

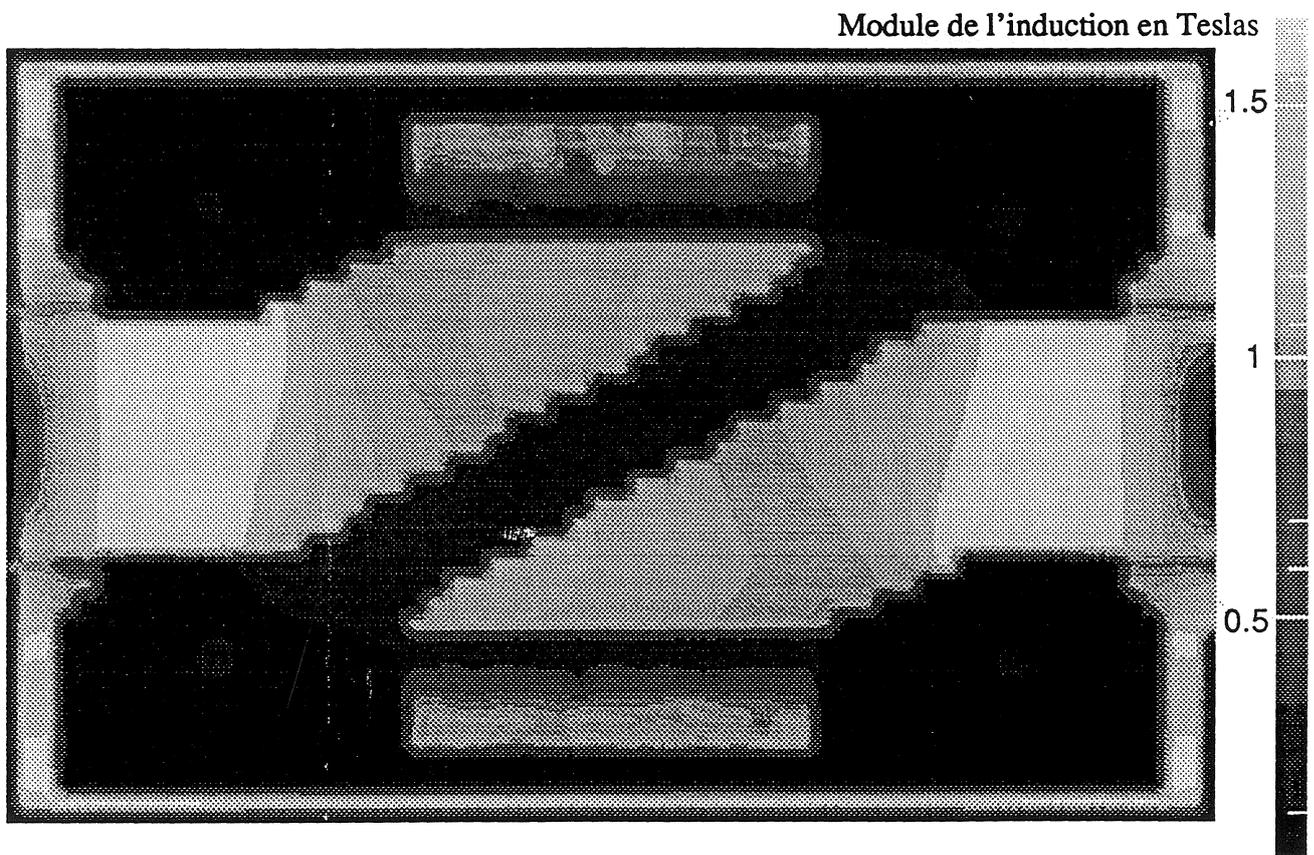
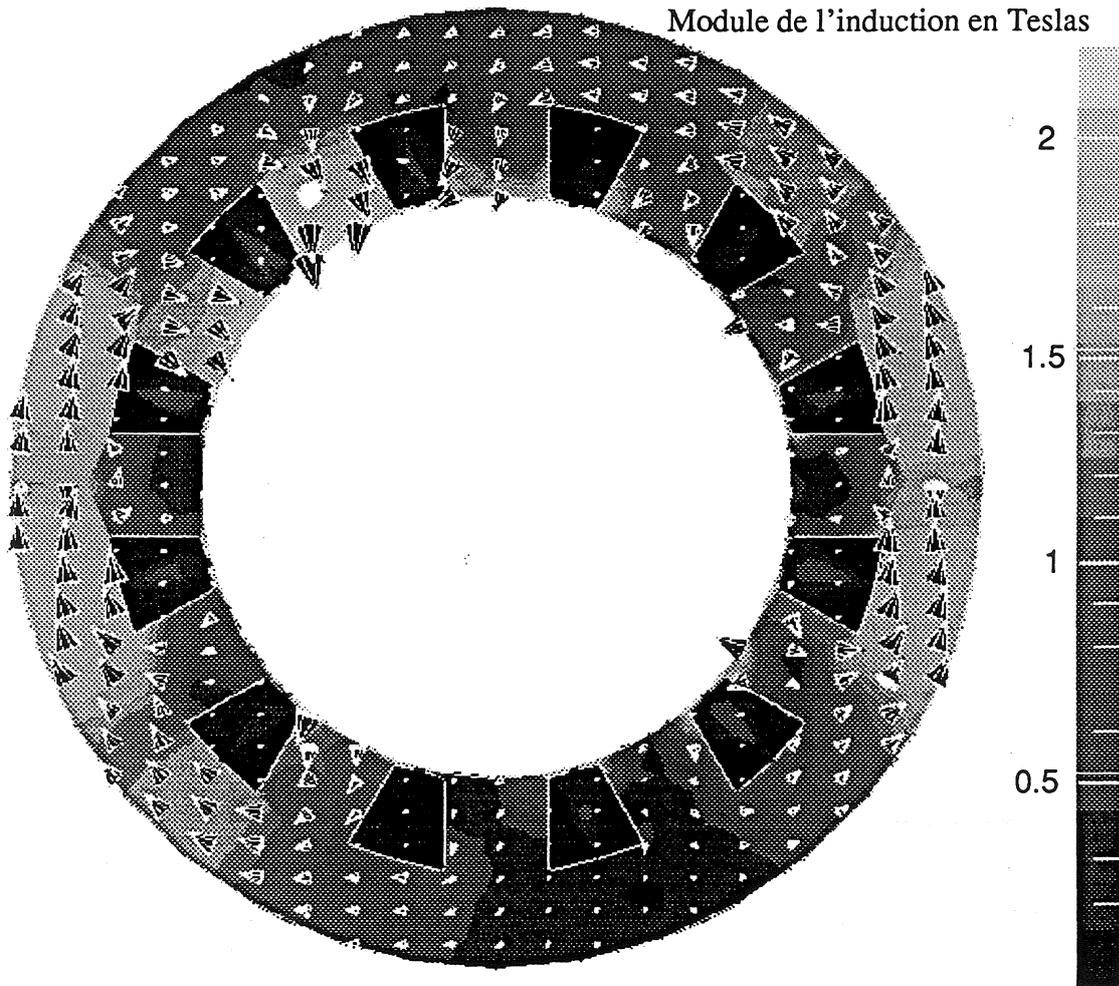


Figure 3.10 : Dégradé de l'induction suivant une coupe longitudinale à flux maximal

L'état de saturation des parties massives à charge nominale est illustré par le dégradé de l'induction sur le plan de coupe longitudinal de la figure 3.10. Nous observons sur ce dégradé une répartition uniforme de l'induction dans les parties massives avec une moyenne de 1,7 Teslas. Cette répartition uniforme de l'induction nous paraît rassurante quant aux pertes pouvant être engendrées dans le cas d'une saturation excessive des parties massives de la machine en fonctionnement nominal.

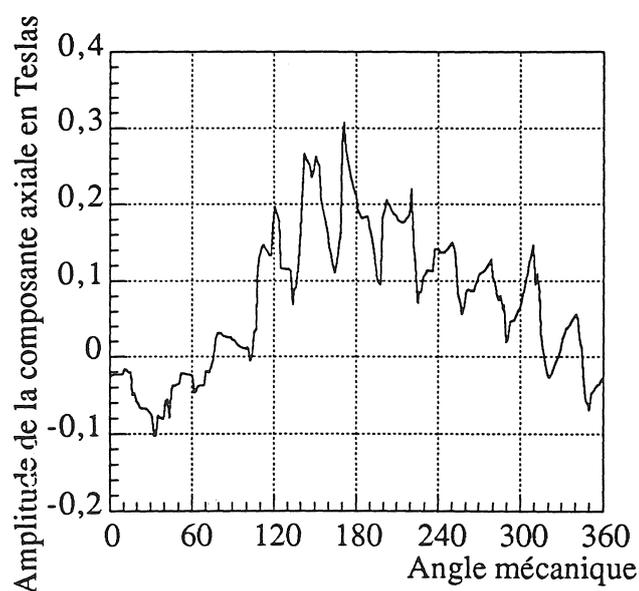


Sur la figure 3.11, les vecteurs et le dégradé de l'induction nous montrent le trajet circconférentiel du flux principal dans la culasse et son état de saturation suivant un plan transversal situé au milieu de la partie active.

Nous reconnaissons sur cette figure l'état magnétique des tôles de la culasse d'une machine synchrone bipolaire classique. La saturation des dents est notable où l'induction atteint les 2 Teslas. Mais ce résultat ne peut être qualifié de surprenant.

Par contre, dans le cas de cette machine, nous avons une composante axiale de l'induction à la surface des tôles d'extrémités de la culasse qui est plus importante que dans le cas des machines synchrones classiques. Cela est dû aux lignes du champ axial venant de la surface du rotor aux extrémités de la culasse et s'ajoutant à la composante axiale produite par les têtes de bobines.

Ce phénomène est illustré sur la figure 3.12 par la composante axiale de l'induction sur un cercle placé sur une tôle d'extrémité. Les courants de Foucault pouvant être engendrés par cette composante axiale de l'induction nécessiteraient la protection des extrémités de la culasse. Le calcul de ces courants de Foucault fera l'objet du chapitre suivant.



*Figure 3.12 : Composante axiale de l'induction sur une tôle d'extrémité*

Par ailleurs, l'induction dans la carcasse présente, pour le fonctionnement en charge, une composante axiale  $B_x$  mais aussi une faible composante circonférentielle  $B_c$ . En effet, la composante circonférentielle  $B_c$  dans la carcasse, n'existant pas à vide, est due en charge aux harmoniques de l'induit attaquant la surface intérieure de la carcasse soit à partir des têtes de bobines soit en traversant l'espace culasse-carcasse.

On rappelle, dans ce cadre, que la modélisation en présence est effectuée en magnétostatique ce qui laisse la composante radiale des harmoniques de l'induction à la surface intérieure de la carcasse massive, s'y infiltrer et provoquer l'existence de cette composante circonférentielle  $B_c$  évoquée plus haut.

Cette composante radiale  $B_r$  à la surface intérieure de la carcasse, est donc l'image des courants de Foucault induits à la surface de la carcasse par les différents harmoniques d'induit incluant même le fondamental.

La figure 3.13 montre la composante  $B_r$  à la surface intérieure de la carcasse dans différentes sections perpendiculaires à l'axe de rotation  $Ox$ , l'abscisse  $x = 0$  étant au centre de la machine. On observe sur cette figure que  $B_r$  diminue en dehors de l'espace culasse-carcasse ( $|x| > 52,5$  mm). Ceci s'explique par la distance séparant les têtes de bobines de la surface de la carcasse.

Sur la figure 3.14, on peut observer les vecteurs de l'induction sur un cylindre situé dans l'espace culasse-carcasse et coaxial avec l'axe de la machine. On remarque sur cette figure l'aspect bipolaire du flux dans cet espace, ce qui prouve qu'il est engendré par les bobinages de l'induit.

Par conséquent, la partie de la surface de la carcasse extérieure, située face à la partie active de la machine, serait la plus disposée au développement des courants de Foucault.

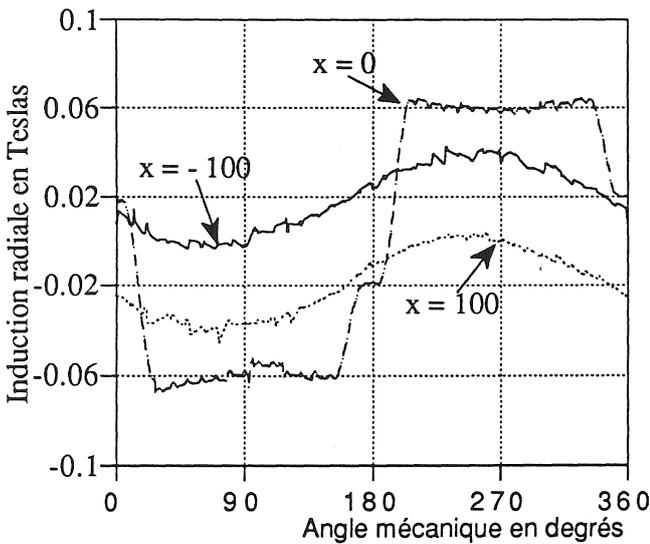


Figure 3.13 :  $B_r$  à la surface intérieure de la carcasse

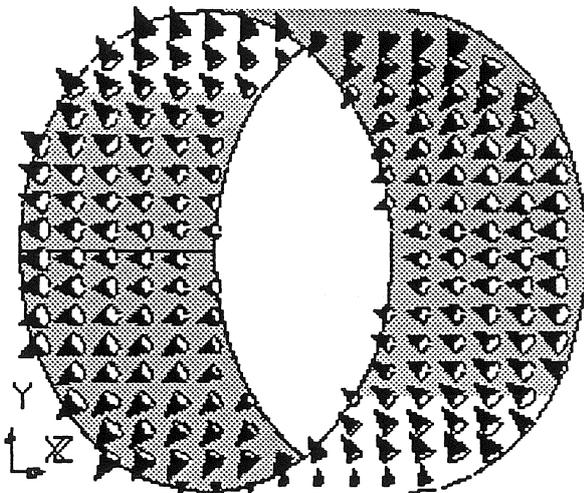


Figure 3.14 : Induction entre culasse et carcasse

### III.3.2 Induction dans les entrefers

Nous allons étudier l'induction dans l'entrefer principal pour trois abscisses  $x_0 = 0$  et  $x_{1,2} = \pm 50$  situés respectivement au centre et aux extrémités de la partie active de la machine (voir figure 3.15).

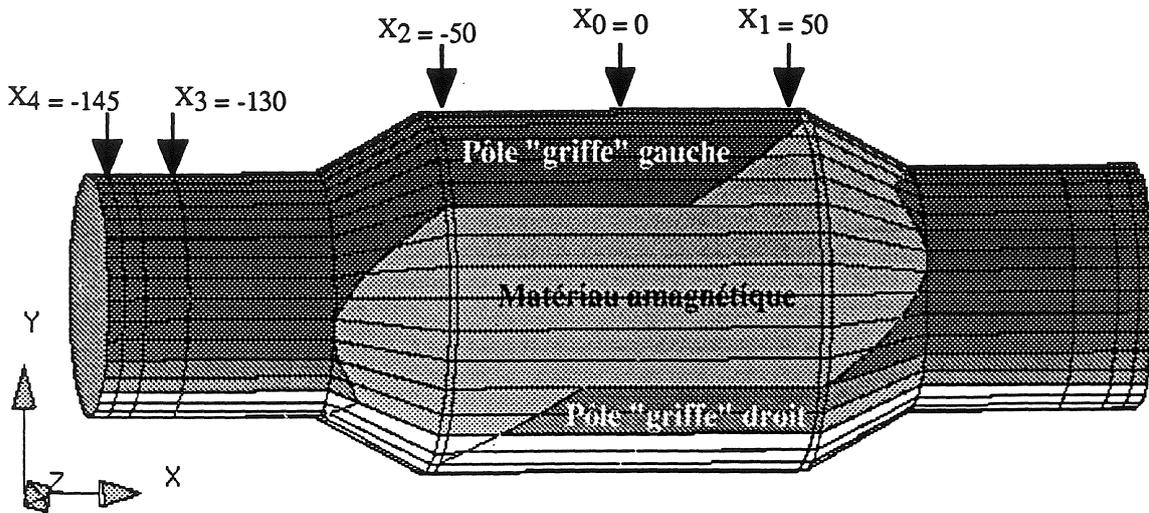


Figure 3.15 : Position des abscisses des courbes de l'induction dans les entrefers

Pour une position quelconque du rotor, nous avons tracé la courbe de l'induction dans l'entrefer principal en  $X_0 = 0$  pour un courant de phase nominal  $I_{sn} = 330$  A et un courant d'excitation nominal  $I_{en} = 33$  A (3300 At/pôle) (voir figure 3.16).

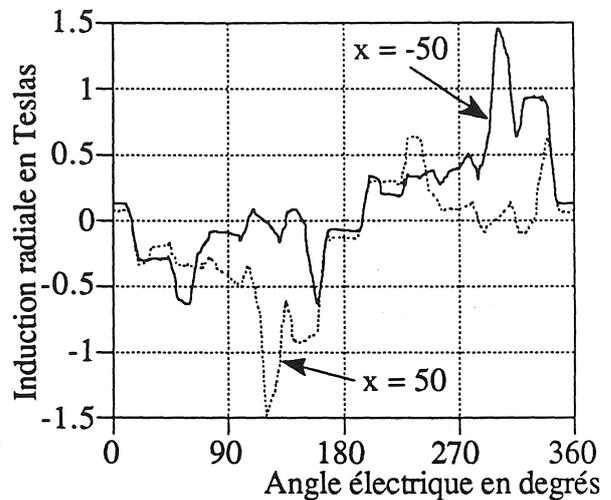
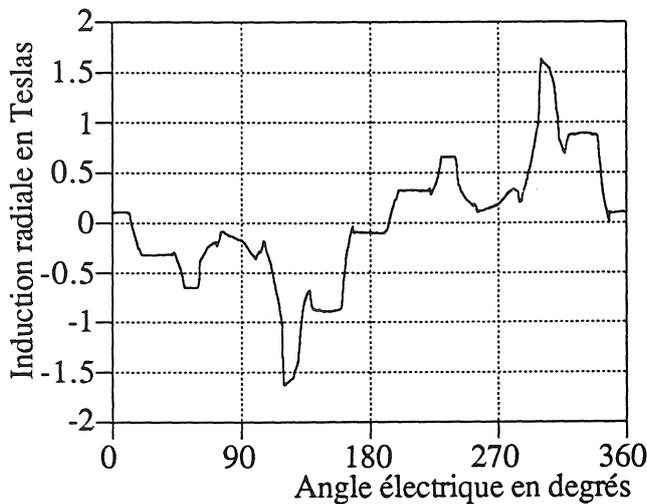


Figure 3.16 : Induction dans l'entrefer à  $x=0$  Figure 3.17 : Induction dans l'entrefer à  $x=\pm 50$

L'induction dans l'entrefer principal en cette position  $x_0$  est symétrique par rapport à l'axe polaire et ressemble à celle d'une machine synchrone classique à pôles saillants où l'induction est bidimensionnelle. Par contre, cette symétrie n'est pas conservée quand on s'éloigne du milieu de l'entrefer principal dans un sens ou dans l'autre. Nous pouvons constater cette dissymétrie sur la figure 3.17 où les courbes de l'induction dans l'entrefer principal correspondent aux abscisses  $x_1$  et  $x_2$  situées aux extrémités de la partie active. Notons que cette

dissymétrie est due à la prédominance de la composante axiale de l'induction dans les pôles griffes du rotor et elle constitue donc une preuve indéniable de la nature tridimensionnelle du champ électromagnétique dans la partie active de la machine.

La transformée de Fourier appliquée à l'onde de l'induction dans l'entrefer principal nous montre la présence d'une composante continue pour les  $|x| > 0$  due au flux axial au rotor comme expliqué plus haut (voir figures 3.18 et 3.19).

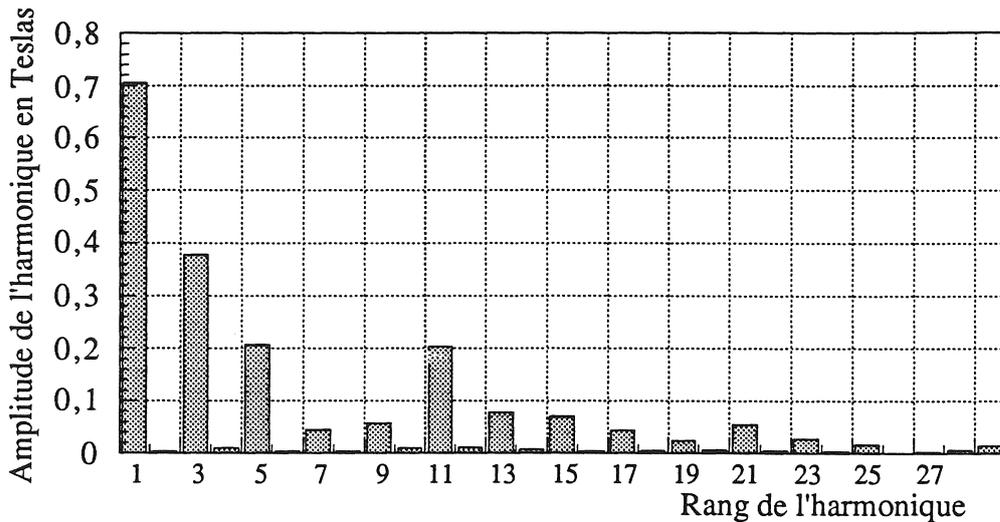


Figure 3.18 : Harmoniques de l'induction dans l'entrefer principal à  $x_0 = 0$

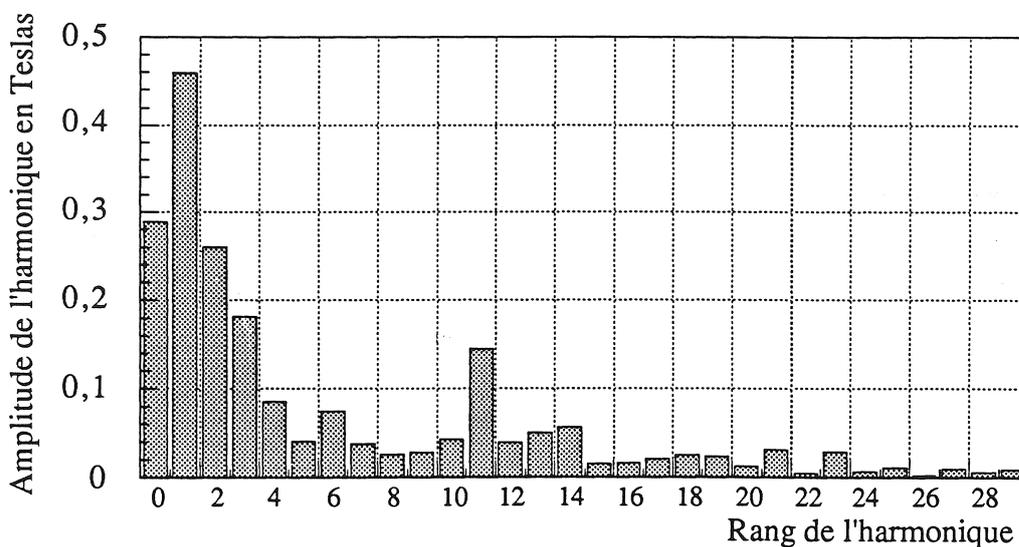


Figure 3.19 : Harmoniques de l'induction dans l'entrefer principal à  $x_1 = 50$

Cette composante continue n'existe donc pas pour  $x_0 = 0$ , pour d'évidentes raisons de symétrie. Par ailleurs, la présence de l'harmonique 3 et ses multiples est due à la saturation des dents de la culasse.

Les harmoniques 11 et 13 sont les harmoniques de denture compte tenu du nombre d'encoches de la culasse (12) et du nombre de pôles de la machine (2). Nous rappelons que ces harmoniques sont aux rangs  $2kz \pm 1$  où  $z$  est le nombre d'encoches par pôle. Les harmoniques d'espace de rang 5, 7, ...,  $6k \pm 1$ , sont faibles. Néanmoins, ils restent présents à cause de la répartition discrète de la f.m.m. de l'induit.

Dans les entrefers auxiliaires, l'induction varie aussi en fonction de la position sur l'axe rotorique. La figure 3.20 illustre l'induction dans l'entrefer auxiliaire gauche pour deux abscisses  $x_3$  et  $x_4$  situées à ses extrémités (voir figure 3.15).

Pour la position  $x_3$ , l'induction est constante. Par contre, pour la position  $x_4$ , l'induction augmente dans l'entrefer auxiliaire face à la griffe rotorique. En effet, il s'agit du chemin de moindre réluctance.

Nous rappelons que le signe négatif de l'induction dans l'entrefer auxiliaire gauche est du au fait que, dans cet entrefer, le flux passe des paliers au rotor. La même chose se passe dans l'entrefer auxiliaire droit mais avec une induction positive : le flux passe du rotor vers les paliers-flasques. Finalement, cette variation de l'induction peut provoquer le développement de courants de Foucault à la surface de l'entrefer auxiliaire.

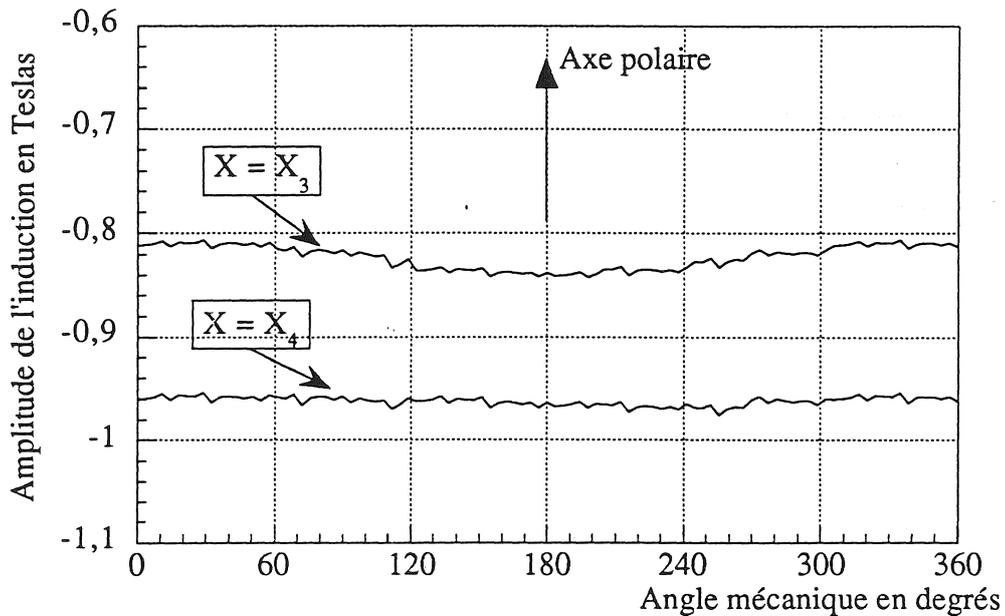


Figure 3.20 : Induction dans l'entrefer auxiliaire gauche

### III.4. CALCUL DES CARACTERISTIQUES EN CHARGE ET EN REGIME PERMANENT

Dans ce paragraphe, nous présenterons les principales caractéristiques de la machine synchrone à griffes bipolaire en charge et en régime permanent. Ces caractéristiques sont obtenues à partir de la modélisation en magnétostatique de cette machine par la méthode des éléments finis tridimensionnels. Nous nous intéresserons d'abord au calcul des réactances synchrones et à l'établissement du diagramme de Blondel et ensuite au calcul du couple.

#### III.4.1 Réactances synchrones

Nous allons déterminer les réactances synchrones de cette machine par l'interprétation physique de ces paramètres. Pour cela, nous allons nous appuyer sur le modèle de Park de la machine synchrone [1], [7]. Les équations des flux dans la machine en régime permanent sous forme matricielle sont données par :

$$\begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \\ \phi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} & M_{af} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} & M_{bf} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c & M_{cf} \\ M_{af} & M_{bf} & M_{cf} & L_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

où les indices (a), (b) et (c) correspondent aux trois phases de l'induit et (f) à l'inducteur. Nous nous mettons par ailleurs dans le cadre de l'hypothèse sinusoïdale avec des courants sinusoïdaux dans l'induit [7]. Nous rappelons la matrice de transformation directe de Park :

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \\ X_o \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

qui nous transforme un système triphasé lié au référentiel tournant statorique (a, b, c), en un système diphasé fixe lié au référentiel rotorique (d, q, o).

En appliquant la transformée de Park aux équations (3.10), nous obtenons dans l'axe (d) :

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & M_{af} \\ \frac{3}{2} M_{af} & L_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_f \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

et dans l'axe (q) :

$$\phi_q = L_q I_q \quad (3.13)$$

Ainsi, en faisant  $I_f = 0$  dans (3.12) et en utilisant (3.13), nous obtenons :

$$X_d = \omega \cdot \frac{\phi_d}{i_d} \quad (3.14)$$

$$X_q = \omega \frac{\phi_q}{i_q} \quad (3.15)$$

où  $\omega$  est la pulsation des courants de l'induit.  $X_d$  et  $X_q$  sont alors les réactances de l'induit lorsque nous n'alimentons que les enroulements triphasés de façon à avoir le flux aligné avec l'axe (d) et (q) respectivement.

Maîtrisant parfaitement la position du champ  $H_S$  de l'induit, nous pouvons donc calculer  $X_d$  et  $X_q$  en alignant  $H_S$  avec l'axe (d) et l'axe (q) respectivement. Pour faire ce calcul, nous avons effectué les résolutions en considérant que les matériaux magnétiques sont linéaires. Ainsi, pour une fréquence des courants de l'induit de 600 Hz, les réactances synchrones sont :

$$X_d = 0,89 \, \Omega \quad \text{et} \quad X_q = 1,13 \, \Omega \quad (3.16)$$

Le rapport de ces réactances est :

$$\frac{X_q}{X_d} = 1,27 \quad (3.17)$$

La valeur de ce rapport caractérise la saillance du rotor de la machine. Nous remarquons aussi que ce rapport est inversé par rapport à une machine synchrone classique et il ressemble à

celui de certaines machines synchrones à aimants permanents comme on l'a prévu dans la première partie de ce mémoire.

Nous rappelons que ceci est lié au trajet du flux dans l'axe direct, qui étant globalement axial, passe forcément par les paliers-flasques et la carcasse extérieure, le flux de l'axe en quadrature étant essentiellement confiné dans la partie active de la machine.

### III.4.2 Diagramme de Blondel

Ayant calculé les réactances synchrones de la machine dans l'axe (d) et l'axe (q), nous pouvons construire le diagramme de Blondel correspondant en régime permanent. Les équations de la machine en convention moteur s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_a = R_S i_a + \frac{d \phi_a}{dt} \\ v_b = R_S i_b + \frac{d \phi_b}{dt} \\ v_c = R_S i_c + \frac{d \phi_c}{dt} \end{array} \right. \quad (3.18)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d \phi_f}{dt} \quad (3.19)$$

En appliquant la transformation de Park aux équations (3.18) et (3.19), nous obtenons :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_d = R_S i_d + \frac{d \phi_d}{dt} - \omega \phi_q \\ v_q = R_S i_q + \frac{d \phi_q}{dt} + \omega \phi_d \end{array} \right. \quad (3.20)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d \phi_f}{dt} \quad (3.21)$$

Nous considérons que les courants des phases de l'induit ainsi que les tensions sont équilibrés. Les équations (3.20) deviennent en régime permanent :

$$\begin{cases} \bar{V}_d = R_S \bar{I}_d + j X_q \bar{I}_q \\ \bar{V}_q = R_S \bar{I}_q + j X_d \bar{I}_d + \bar{E} \end{cases} \quad (3.22)$$

où  $E$  est la f.e.m. à vide donnée par :

$$\bar{E} = E_q = \omega \frac{M_1}{\sqrt{2}} I_f$$

avec :

$$\begin{cases} \bar{I} = I_d + j I_q = \bar{I}_d + \bar{I}_q \\ \bar{V} = V_d + j V_q = \bar{V}_d + \bar{V}_q \end{cases} \quad (3.23)$$

$\bar{I}$  et  $\bar{V}$  étant le courant et la tension d'une phase de l'induit en notation complexe.

Ainsi, la tension aux bornes d'une phase de l'induit s'obtient à partir des équations (3.22), (3.23) :

$$\bar{V} = \bar{E} + j X_q \bar{I}_q + j X_d \bar{I}_d + R_S \bar{I} \quad (3.24)$$

Finalement, en négligeant la résistance  $R_S$  d'une phase de l'induit, l'équation (3.24) devient :

$$\bar{V} = \bar{E} + j X_d \bar{I}_d + j X_q \bar{I}_q \quad (3.25)$$

A partir de l'équation (3.25), nous pouvons construire le diagramme de Blondel pour cette machine puisque nous maîtrisons l'angle  $\delta$  entre l'axe (d) et la champ  $\vec{H}_S$  de l'induit. Nous rappelons que le vecteur courant  $\bar{I}$  est porté par le champ  $\vec{H}_S$  et nous avons donc :

$$\begin{cases} I_d = I \cos \delta \\ I_q = I \sin \delta \end{cases} \quad (3.26)$$

Le f.e.m.  $\bar{E}$  étant portée par l'axe (q), nous pouvons déterminer à quelques degrés près l'angle de décalage interne  $\alpha$ . Pour  $\delta = 60^\circ$ , le diagramme de Blondel correspondant est tracé sur la figure 3.21 pour la charge nominale et l'excitation nominale à 9000 tr/mn.

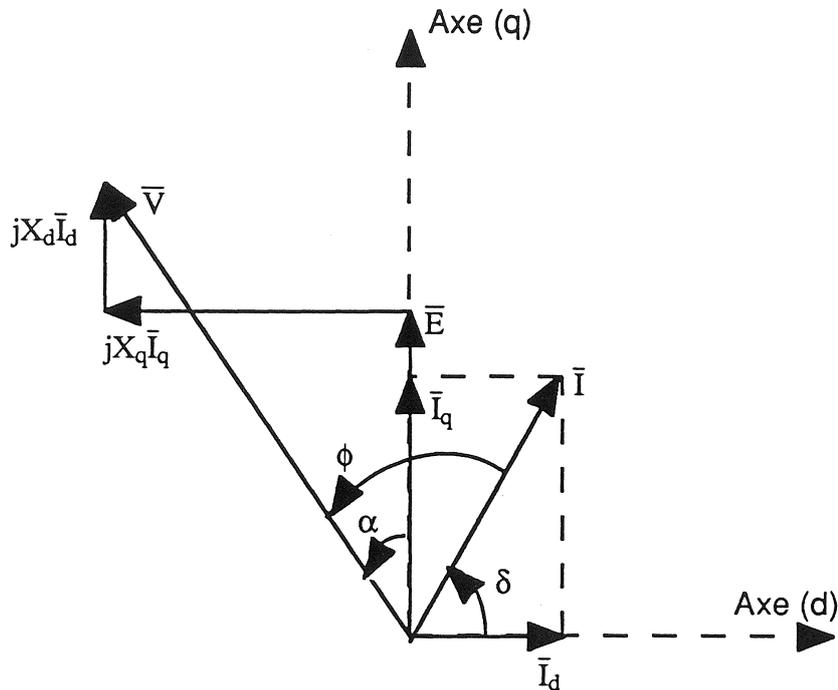


Figure 3.21 : Diagramme de Blondel pour  $\delta = 60^\circ$

Quelques calculs élémentaires permettent, à partir de ce diagramme [1], d'obtenir l'expression du couple en fonction de l'angle entre les champs  $\delta$  :

$$\Gamma = 3 p \frac{E}{\omega} I_s \sin \delta + \frac{3}{4} \frac{p}{\omega} (X_d - X_q) (I_s \sqrt{2})^2 \sin 2 \delta \quad (3.27)$$

où le terme en  $\sin 2\delta$  est le couple réactif caractérisant le couple des machines synchrones à pôles saillants.

### III.4.3. Calcul du couple en régime permanent

Pour le calcul du couple, nous avons pris en considération la caractéristique non linéaire  $\vec{B}(\vec{H})$  des matériaux magnétiques (voir annexe II). Pour un courant d'excitation nominal  $I_{en}$  et un courant de phase nominal  $I_{sn}$ , la figure 3.22 montre la courbe du couple en fonction de l'angle  $\delta$  entre l'axe (d) et le champ  $\vec{H}_s$ . Cette forme de la courbe du couple nous rappelle celle des machines synchrones classiques à pôles saillants.

En effet, l'expression du couple des machines synchrones à pôles saillants en régime permanent a été établie au paragraphe précédent (éq. 3.27). Dans notre cas, l'inégalité  $X_d < X_q$ , exposée plus haut, fait que le deuxième terme de l'équation (3.27) est négatif. Ainsi, la valeur maximale du couple se trouve projetée au-delà de  $\delta = 90^\circ$ . Dans le cas du prototype B, ce couple maximal est de  $\Gamma_m = 27,4 \text{ N.m.}$  et est obtenu pour un angle  $\delta_m = 115^\circ$ .

Rappelons que la courbe du couple de la figure 3.22 est obtenue en non linéaire et ne peut donc être reproduite analytiquement par l'équation (3.27). C'est d'ailleurs pour cette raison, liée à la saturation, que la courbe du couple de la figure 3.22 présente un maximum très aplati autour du couple maximal.

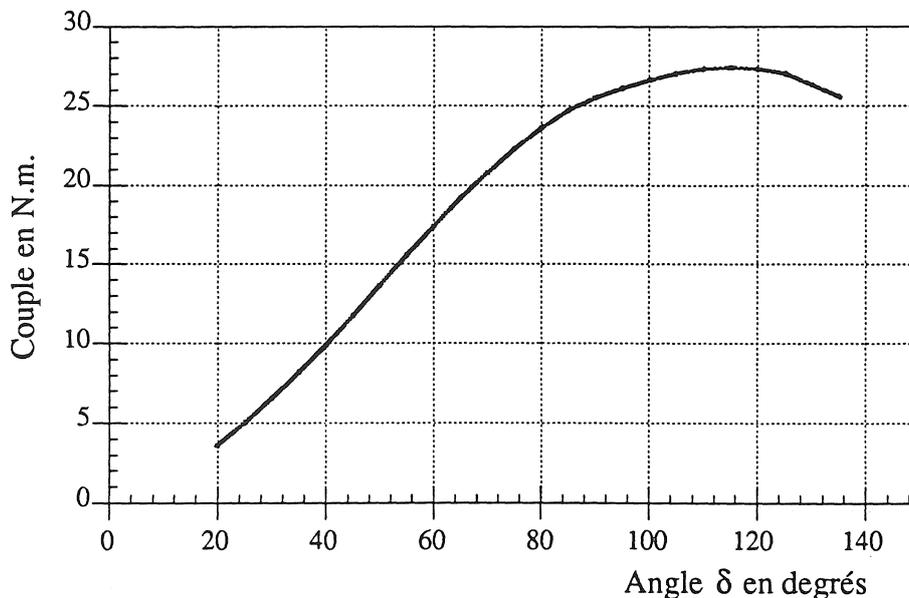


Figure 3.22 : Couple à excitation et charge nominales

#### III.4.4. Calcul de la loi du couple optimal

Après le calcul de la caractéristique du couple en fonctionnement nominal, nous nous sommes penchés sur le calcul du couple en faisant varier soit le courant d'excitation  $I_e$  soit le courant de phase de l'induit  $I_s$ . Ce calcul a pour but de déterminer la loi du couple optimal ou bien la loi de commande de la machine.

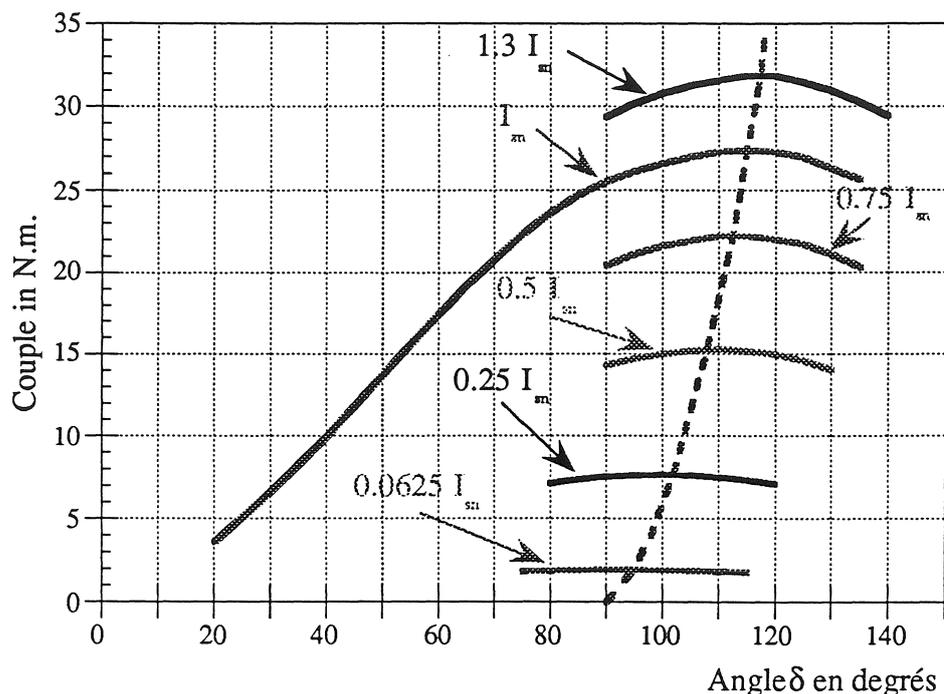


Figure 3.23 : Couple à charge variable et excitation nominale

Rappelons que cette loi est d'une importance capitale pour la commande de la machine dans le cas du fonctionnement en moteur.

Pour une excitation nominale, nous avons fait varier le courant de phase de l'induit ainsi que l'angle  $\delta$  repérant la position du vecteur portant ce courant par rapport à l'axe (d) dans le diagramme de Blondel. Nous avons ainsi obtenu le réseau de courbes de la figure 3.23. Ensuite, nous avons déterminé la courbe du couple optimal à excitation nominale en reliant les maximums du réseau de courbes du couple. Nous remarquons que cette courbe passe par l'abscisse  $\delta = 90^\circ$  quand le courant de phase s'annule. Ceci s'explique par la disparition du terme en  $\sin(2\delta)$  dans l'expression du couple (3.27), l'excitation étant toujours nominale.

De la même façon, nous avons calculé la courbe du couple optimal à charge nominale et à excitation variable. Le réseau de courbes du couple obtenu et la courbe du couple optimal sont illustrés sur la figure 3.24. Là aussi, la courbe du couple optimal passe par l'abscisse  $\delta = 45^\circ$  quand le courant de l'excitation s'annule. En effet, quand l'excitation diminue, la f.e.m. diminue et le terme en  $\sin(2\delta)$  dans l'expression du couple (3.27) devient prépondérant.

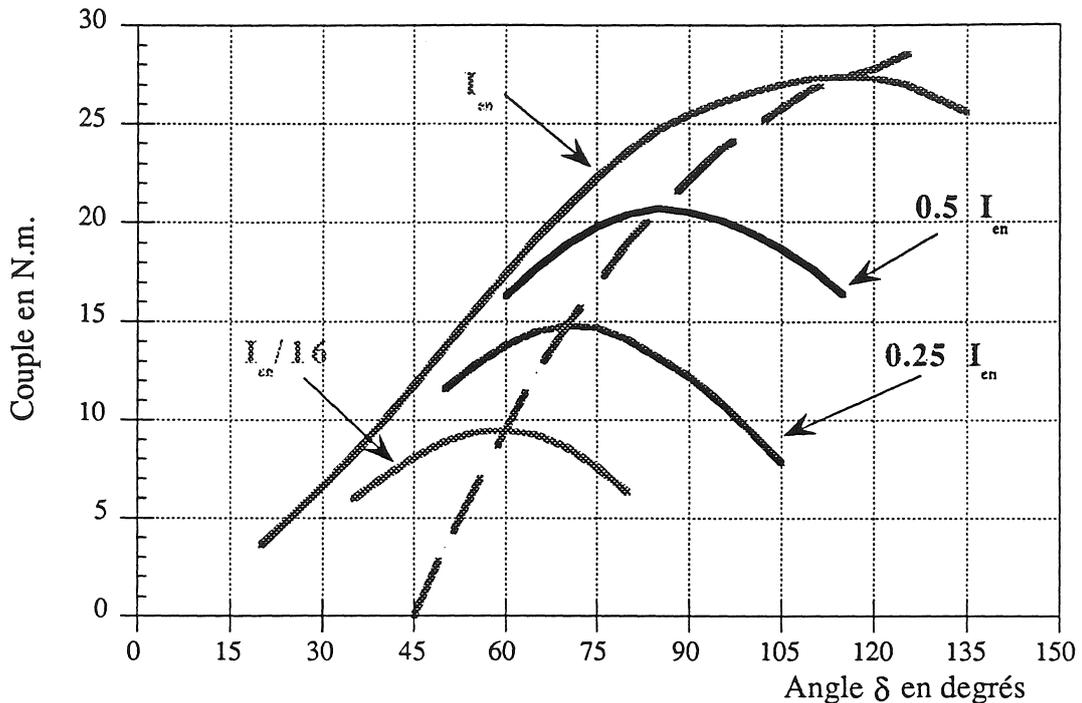


Figure 3.24 : Couple à excitation variable et charge nominale

### III.4.5 Couple de denture

Pour le point de fonctionnement nominal, nous avons représenté le couple en fonction de l'angle électrique (voir figure 3.25) qui est en même temps l'angle mécanique dans le cas de cette machine ( $p = 1$ ). L'application de la transformée de Fourier à ce signal nous donne les harmoniques du couple dus à la denture (voir figure 3.26).

Nous avons donc un couple moyen de 26,8 N.m. avec des harmoniques d'ordre 6 et ses multiples. En effet, la culasse possède 12 encoches. Nous avons donc 6 encoches par pôle. L'onde du couple étant périodique de période égale au pas dentaire, nous devons donc avoir des harmoniques de couple de rang  $6k$ .

Cependant, nous rappelons que le calcul de ces harmoniques du couple est effectué en magnétostatique et que les pôles sont massifs. Donc, nous ne pouvons prédire d'une façon précise le contenu en harmoniques du couple à cause de la présence des courants de Foucault dans la partie superficielle des griffes en fonctionnement réel.

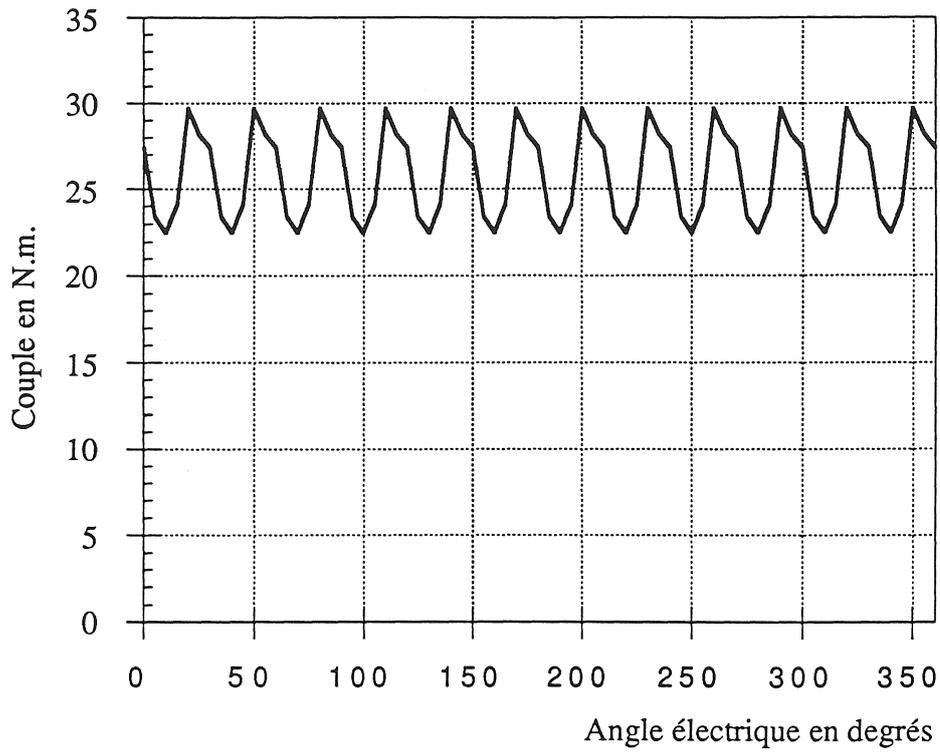


Figure 3.25 : Couple de denture

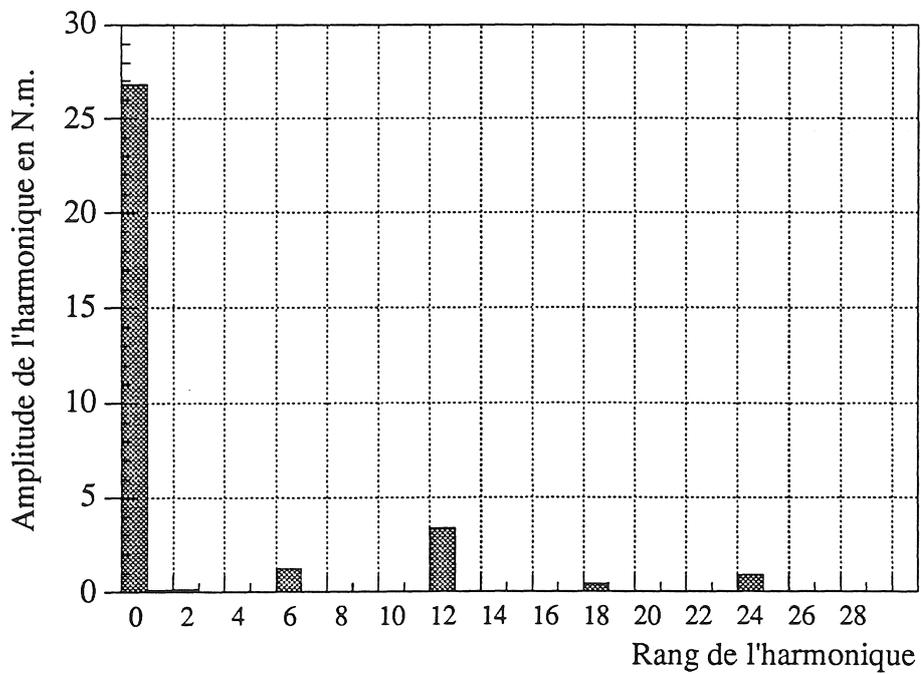


Figure 3.26 : Harmoniques du couple dus à la denture

### **III.5 CONCLUSION**

Dans ce chapitre, nous avons modélisé la machine synchrone à griffes bipolaire en charge et en régime permanent suivant un modèle magnétostatique par la méthode des éléments finis tridimensionnels.

Cette modélisation nous a permis de comprendre la nature tridimensionnelle du champ magnétique dans ce type de machines synchrones.

Nous avons aussi calculé ses réactances synchrones en linéaire et trouvé que  $X_q > X_d$  contrairement au cas des machines synchrones classiques à rotor bobiné. Les résolutions en non linéaire nous ont permis d'étudier l'effet de la saturation sur les différentes parties de la machine et de calculer ses performances pour un fonctionnement en moteur, le calcul de ces performances étant imprécis avec les méthodes analytiques.

Finalement, nous avons montré, à la lumière de ces résultats, la nécessité d'utiliser, pour la conception de ce type de machines complexes, des méthodes numériques puissantes telles que la méthode des éléments finis tridimensionnels. Néanmoins, cette méthode demeure extrêmement coûteuse en place mémoire et en temps de calcul. Il est probable de voir ces contraintes disparaître avec l'évolution du matériel informatique à l'avenir.



## CHAPITRE IV



## CHAPITRE IV

# MODELISATION DES PERTES SUPERFICIELLES

### IV.1. INTRODUCTION

On sait que les pièces polaires massives dans les machines synchrones sont le siège de courants de Foucault dont la cause réside principalement dans les fluctuations locales de l'induction sur la surface de ces mêmes pièces [6],[10],[28]. Ces fluctuations sont dues à la variation de la perméance de l'entrefer et aux champs tournants parasites de la réaction d'induit [27].

La machine synchrone à griffes illustre parfaitement ce phénomène. En effet, son rotor étant massif ainsi que sa carcasse active, la machine synchrone à griffes sera sujette à des pertes par courant de Foucault sur la superficie des parties ferromagnétiques massives compte tenu de sa fréquence nominale élevée (600 Hz). Ces pertes superficielles pourraient causer un échauffement important de la machine et ainsi détériorer ses performances.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de modéliser les pertes superficielles dans la machine synchrone à griffes par la méthode des éléments finis tridimensionnels.

Au premier paragraphe, nous rappellerons brièvement l'origine des courants parasites dans les parties massives de la machine synchrone à griffes et nous présenterons les limites des méthodes analytiques développées antérieurement pour l'estimation des pertes superficielles.

Dans un deuxième paragraphe, nous rappellerons brièvement les formulations en éléments finis utilisées pour le calcul de ce type de pertes.

Le troisième paragraphe sera finalement consacré à la modélisation et à l'estimation de ces pertes pour différents points de fonctionnement. Nous commenterons par ailleurs les limites de validité du modèle adopté.

### IV.2. NATURE DES PERTES SUPERFICIELLES DANS LA MACHINE SYNCHRONE À GRIFFES

Les pertes superficielles dans la machine synchrone à griffes peuvent être localisées dans deux régions où les fluctuations de l'induction à la surface des parties ferromagnétiques ont des

origines différentes:

- les pertes superficielles dans le rotor sous la culasse, c'est à dire dans la partie active,
- les pertes superficielles dans la carcasse, les flasques-paliers et aussi le rotor en dehors de la partie active, c'est à dire à la surface des cylindres auxiliaires et dans les entrefers auxiliaires.

Dans la partie active de la machine, les courants de Foucault se développent aussi bien à la surface des griffes rotoriques que dans le matériau amagnétique ou la barrière. Ces courants de Foucault sont dus aux champs tournants parasites de la réaction d'induit ainsi qu'aux franges de flux dues à la présence des encoches de la culasse. Les pertes relatives aux courants de Foucault dans cette partie de la machine sont les plus importantes compte tenu de l'amplitude de l'induction qui y règne.

Nous allons donc expliciter, en premier, l'origine des courants de Foucault dans cette partie de la machine.

#### **IV.2.1 Origine et fréquence des courants de Foucault dans le rotor sous la partie active**

Les courants de Foucault dans le rotor sous la partie active sont engendrés par les champs tournants parasites de l'induction dans l'entrefer dus à trois sources principales :

1° le contenu en harmoniques de temps de l'onde de courants appliquée par les bras de l'onduleur aux trois phases de l'induit,

2° le contenu en harmoniques d'espace de la f.m.m. dû à la distribution discrète des bobines dans les encoches de l'induit,

3° le contenu en harmoniques de perméance de l'induction dans l'entrefer dû à la présence des encoches ou encore des dents de la culasse.

Ces trois types d'harmoniques se combinent pour donner dans l'entrefer de la machine, les harmoniques de la f.m.m totale.

Dans le cas d'un bobinage triphasé formé de trois enroulements identiques décalés de  $2\pi/3$  entre eux et alimentés par des courants équilibrés, la forme générale de la f.m.m. dans l'entrefer de la

machine est donnée par :

$$\xi = \sum_n \sum_h \sum_l \xi_{m,nhl} \cos[n\omega_0 t \pm (h \pm lz)p\theta] \quad (4.1)$$

où  $\xi_{m,nhl}$  est la valeur maximale de l'harmonique de la f.m.m. correspondant au triplet de nombre entiers (n,h,l),  $\omega_0$  est la pulsation du fondamental de l'onde d'alimentation, z le nombre d'encoches par pôle et p le nombre de paire de pôles.

Ainsi les pulsations des différents harmoniques de la f.m.m. dans l'entrefer s'écrivent :

$$\omega_{nhl} = (n \pm (h \pm lz))\omega_0 \quad (4.2)$$

Pour que ces harmoniques de la f.m.m. créent des champs tournants dans l'entrefer dans le cas d'un bobinage triphasé, la condition à vérifier est :

$$(n \pm (h \pm lz)) = 3k \quad (4.3)$$

et la pulsation des courants induits serait égale à  $3k\omega_0$ .

Pour  $h = 1$  et  $l = 0$ , on a  $\omega_{n10} = (n \pm 1)\omega_0$  et nous obtenons les harmoniques de temps seulement.

Pour  $n = 1$ , on aura  $\omega_{1hl} = (1 \pm (h \pm lz))\omega_0$  et nous obtenons les harmoniques de la distribution et de denture, c'est à dire les harmoniques de la f.m.m. correspondant au cas où les bobinages triphasés équilibrés sont alimentés uniquement par le fondamental du courant.

Les harmoniques de temps dépendent du mode d'alimentation de l'induit et nous ne pouvons donc a priori prévoir leur rang et leur sens de rotation par rapport au rotor.

Par contre, les harmoniques d'espace sont dus à la distribution discrète du bobinage d'induit et à l'encoche de la culasse. Ainsi, pour un bobinage à nombre entier d'encoches par pôle et par phase, le rang des harmoniques de la distribution donnant des champs tournants asynchrones dans l'entrefer est :

$$h = (6k \pm 1) \quad (4.4)$$

où le signe + correspond aux champs tournants dans le sens du terme fondamental, c'est à dire le sens de rotation du rotor, et le signe - aux champs tournants dans le sens opposé. Leurs pulsations respectives sont données par :

$$\begin{cases} \omega_{6k-1} = (1 + (6k - 1))\omega_0 \\ \omega_{6k+1} = (1 - (6k + 1))\omega_0 \end{cases} \quad (4.5)$$

Par conséquent, leur vitesse de rotation par rapport au stator est égale respectivement à  $1/5$ ,  $1/7$ ,  $1/11$ ,  $1/13$ , ...,  $1/h$  de la vitesse synchrone. Par rapport au rotor, ces champs tournent à  $1 + 1/h$  ou  $1 - 1/h$  de la vitesse du rotor (vitesse synchrone) suivant leur sens de rotation et en général à  $6k/h$ .

Dans ces conditions, étant donné que leur pas polaire est égal à  $1/h$  de celui de l'onde fondamentale, c'est à dire que leur nombre de paire de pôles est  $h$  fois celui de l'onde fondamentale, il s'ensuit qu'ils engendrent dans le rotor des courants parasites ayant des fréquences égales à  $6$ ,  $12$ ,  $18$ , ...,  $6k$  fois la fréquence d'alimentation des bobinages d'induit.

A ces harmoniques d'espace, il faut ajouter les harmoniques de denture ou les harmoniques d'encoches ou encore de perméance selon les différentes terminologies rencontrées dans la littérature s'affairant à ce sujet.

Ces harmoniques sont donc engendrés par la variation de la perméance de l'entrefer vue par le rotor et due à la succession des dents et des encoches. Si  $z$  est le nombre d'encoches par pôle de la machine, le rang de ces harmoniques est donné par :  $2kz \pm 1$ . Comme dans le cas des harmoniques de la distribution, les harmoniques de denture engendrent dans le rotor des courants parasites de fréquence égale à  $2kz$  fois la fréquence d'alimentation des bobinages d'induit. Dans le cas des machines à faible nombre d'encoches par pôle, le rang de ces harmoniques n'étant pas trop grand, leur amplitude peut être encore considérable par rapport à celles des premiers harmoniques dont le facteur de bobinage est toujours faible.

Tous ces harmoniques dans l'entrefer principal de la machine créent des courants de Foucault à la surface du rotor excepté le fondamental. En effet, le fondamental a la même vitesse que celle du rotor (vitesse synchrone) et n'induit donc pas de courants de Foucault au rotor.

Par ailleurs, il faut aussi rappeler que dans le cas de la machine synchrone à griffes, ces harmoniques dépendent aussi bien de l'angle électrique  $p\theta$  que de l'abscisse sur l'axe rotorique ce qui est, bien entendu, l'une des particularités de ce type de machine synchrone.

#### **IV.2.2 Courants parasites à la surface des parties massives en dehors de la partie active de la machine**

Dans le paragraphe précédent, nous avons mis l'accent sur les courants parasites qui se développent à la surface du rotor située sous la partie active. Mais ces courants parasites se

développent aussi à la surface des parties coniques et des cylindres auxiliaires du rotor en dehors de la partie active. Ces courants de Foucault sont provoqués par les harmoniques de l'induction créés par les têtes de bobines du bobinage de l'induit. Malheureusement; nous ne pouvons prévoir la nature de ces harmoniques analytiquement compte tenu de la complexité de la forme géométrique des têtes de bobines. Ces mêmes harmoniques sont aussi responsables des courants parasites sur la surface intérieure de la carcasse extérieure et des ensembles flasques-paliers.

Cependant, nous pouvons raisonnablement prédire une faible valeur des pertes superficielles produites par ces courants parasites compte tenu de la distance séparant les têtes de bobines de la surface des parties massives qui les entourent. Ceci n'est pas valable pour les harmoniques de l'induction dans l'espace culasse-carcasse.

Finalement, des pertes superficielles peuvent être localisées sur les surfaces ferromagnétiques dans les entrefers auxiliaires. Elles sont dues à une légère variation de l'induction le long de l'entrefers auxiliaire comme on l'a vu dans le chapitre précédent. Mais cette variation étant assez faible, les pertes risquent d'être assez faibles aussi.

#### **IV.2.3 Limites du calcul analytique des pertes superficielles dans le rotor sous la partie active**

Le calcul analytique des pertes superficielles dans les pièces polaires massives des machines électriques a fait l'objet de plusieurs articles dans la littérature et des formules analytiques d'estimation des ces pertes y sont données [6], [10], [17], [18], [24], [25], [27], [28], [37], [40], [49].

Cependant, ces calculs analytiques ont été faits suivant un modèle bidimensionnel et moyennant d'importantes approximations. Ce modèle bidimensionnel est représenté sur la figure 4.1.

Les hypothèses simplificatrices utilisées sont les suivantes:

- les rayons de la culasse et du rotor sont infinis,
- la perméabilité relative de la culasse est infinie et celle du rotor est constante,
- les courants de déplacement de Maxwell sont négligés et les pertes par hystérésis sont négligeables,
- la résistivité ou la conductivité du fer rotorique est constante et celle de l'induit est nulle,
- la f.m.m. de l'induit est répartie sinusoïdalement le long de son alésage,
- la machine est infiniment longue selon l'axe z et donc les courants de Foucault

- sont perpendiculaires au plan de la figure 4.1,
- La vitesse périphérique du rotor est négligée devant la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques.

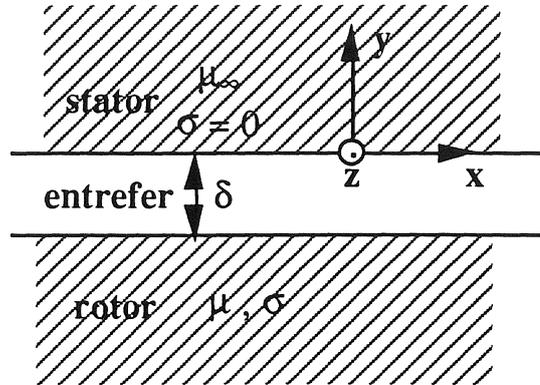


Figure 4.1 : Modèle bidimensionnel

Ces hypothèses nous permettent la séparation des pertes produites par chaque harmonique de la f.m.m résultante dans l'entrefer.

La densité de courant correspondante à un harmonique donné de rang  $n$  de la f.m.m. à la surface de l'alsage de la culasse est donné par :

$$J_n(x,t) = J_{nz}(x,t) = \hat{J}_{mn} e^{j(\omega_n t \pm k_n x)} \quad (4.6)$$

avec  $k_n = \frac{\pi}{\tau_n}$  et  $\tau_n = \frac{\tau_p}{n}$  où  $\hat{J}_{mn}$  est la valeur maximale de la densité de courant correspondant à l'harmonique de rang  $n$  et  $\tau_p$  le pas polaire.

A partir des équations de Maxwell pour un régime quasi-stationnaire (cf (2.1),(2.2),(2.3)), de la loi d'Ohm (cf (2.7)) et de l'équation du milieu (cf (2.5)), on peut en déduire l'équation de Fourier :

$$\Delta \vec{F} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} = 0 \quad (4.7)$$

où  $\vec{F}$  peut représenter n'importe quelle grandeur du champ électromagnétique.

En résolvant l'équation de Fourier dans les différents domaines de la figure 4.1 pour le champ électrique, on trouve l'expression du courant parasite induit dans le rotor par l'harmonique de rang  $n$  de la f.m.m. :

$$J_{rn}(x,y,t) = \hat{K}_{mn} e^{j(\omega_n t \pm k_n x)} e^{(1+jl_1)(y+\delta)} \quad (4.8)$$

avec :

$$\hat{K}_{mn} = -j\sigma\omega_n k_n \frac{\mu \hat{J}_{mn}}{\left[ \frac{\mu \sin(hk_n \delta)}{\mu_0} + (1+jl_1) \frac{\cos(hk_n \delta)}{k_n} \right]}$$

$$\text{avec } l = \left[ \frac{k_n^2 + \sqrt{k_n^4 + \omega_n^2 \sigma^2 \mu^2}}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{et } l_1 = \left[ \frac{-k_n^2 + \sqrt{k_n^4 + \omega_n^2 \sigma^2 \mu^2}}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Ayant calculé la densité de courant induit dans le rotor pour l'harmonique de rang  $n$ , nous pouvons estimer les pertes correspondantes à cet harmonique par unité de surface :

$$P_{Sn} = \frac{1}{2\sigma} \int_{-\infty}^{-\delta} |J_{rn}|^2 dy \quad (4.9)$$

Ce qui nous donne après intégration :

$$P_{Sn} = \frac{\sigma \mu^2 \omega_n^2 k_n^2}{4l} \frac{|\hat{J}_{mn}|^2}{\left[ \frac{\mu \sin(hk_n \delta)}{\mu_0} + 1 \frac{\cos(hk_n \delta)}{k_n} \right]^2 + \left[ l_1 \frac{\cos(hk_n \delta)}{k_n} \right]^2} \quad (4.10)$$

Les pertes superficielles totales au rotor par unité de surface sont donc la somme des pertes correspondants aux différents harmoniques de la f.m.m. résultante dans l'entrefer :

$$P_{ST} = \sum_n P_{Sn} \text{ en } W.m^{-2} \quad (4.11)$$

Ce modèle analytique de calcul des pertes superficielles est établi suivant des considérations simplificatrices inapplicables au cas de la machine synchrone à griffes. En effet, la surface rotorique de cette machine étant constituée de deux matériaux de caractéristiques magnétiques et électriques différentes et occupant des circonférences dépendant de l'abscisse sur l'axe rotorique, nous ne pouvons pas considérer que la machine est infiniment longue selon l'axe  $z$ .

Par conséquent, cette méthode nous amènerait à une forte surestimation des pertes superficielles parce qu'elle ne tient pas compte de la présence du matériau amagnétique conducteur.

A titre d'indication, la perméabilité relative du fer rotorique en linéaire est de 1500 alors que celle du matériau amagnétique est de l'ordre de 1.1. Ces chiffres nous donnent une idée de l'écart entre les épaisseurs de peau dans les deux matériaux pour un harmonique donné en sachant que leurs conductivités sont assez proches.

Ces réflexions nous amènent à penser qu'une modélisation tridimensionnelle de ces pertes est incontournable.

### **IV.3. METHODE DES ELEMENTS FINIS APPLIQUEE A LA MODELISATION DES PERTES SUPERFICIELLES**

Pour la simulation des phénomènes électromagnétiques en présence de courants de Foucault, il existe plusieurs formulations magnétodynamiques applicables découlant des équations de Maxwell en régime quasi-stationnaire. Dans le cas de la machine synchrone à griffes, il est crucial que les formulations magnétodynamiques utilisées soient économiques en place mémoire et en temps de calcul. En effet, ce dernier point nous a amenés à préférer des formulations magnétostatiques en potentiel scalaire dans la modélisation de la machine à griffes en régime permanent aux formulations magnétostatiques en potentiel vecteur.

En présence des courants de Foucault, les variables d'état sont complexes et demandent donc deux fois plus d'espace mémoire que pour une variable d'état réelle, et l'effet de peau est extrêmement gourmand en degrés de liberté, ce qui augmente fortement la taille du problème à résoudre. Il s'agit donc de choisir des formulations nous garantissant le minimum d'inconnues par noeud du maillage en éléments finis et une bonne représentation du phénomène physique à étudier.

#### **IV.3.1 Formulation magnétodynamique en impédance de surface pour les régions conductrices [8], [9], [29], [35], [36]**

La plupart des formulations magnétodynamiques destinées au calcul du champ électromagnétique dans les régions conductrices volumiques par la méthode des éléments finis nodaux, sont soit en potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et potentiel scalaire électrique  $V$  [11] nécessitant quatre inconnues par noeud, soit en potentiel vecteur électrique  $\vec{T}$  ( $\vec{J} = \text{rot } \vec{T}$ ) et en potentiel scalaire magnétique  $\Phi$  [38] nécessitant quatre inconnues par noeud aussi, soit finalement en champ électrique  $\vec{E}$  ou potentiel vecteur magnétique modifié  $\vec{A}^*$  ( $\vec{A}^* = -\frac{\vec{E}}{j\omega}$ ) nécessitant trois

inconnues par noeud. Nous voyons donc que ces formulations volumiques sont assez exigeantes en nombre d'inconnues par noeud.

De plus, lorsque les courants de Foucault ont une faible profondeur de pénétration dans la région conductrice, ces formulations exigent un maillage fin, donc gourmand en nombre d'éléments finis dans l'épaisseur de peau, pour garantir un comportement numérique stable.

La formulation magnétodynamique en impédance de surface est particulièrement bien adaptée au cas où l'épaisseur de peau est très faible devant les dimensions de la région conductrice [8], [29]. Cette formulation se base sur l'approximation monodimensionnelle de l'impédance de surface de la région conductrice. Cette impédance relie la composante tangentielle du champ magnétique à la surface du conducteur à la composante tangentielle du champ électrique par la relation suivante [22], [23]:

$$\vec{n} \wedge \vec{E} = Z_s \vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{H}) \quad (4.12)$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à la surface et sortant de la région conductrice. La valeur de l'impédance de surface dans l'approximation monodimensionnelle calculée en considérant une plaque d'épaisseur infinie sur la surface de laquelle on applique un champ sinusoïdal tangentiel, est [26] :

$$Z_s = \frac{1 + j}{\sigma \delta} \quad (4.13)$$

où  $\sigma$  est la conductivité supposée constante de la région conductrice et  $\delta$  l'épaisseur de peau pour un matériau linéaire, homogène et isotrope:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \omega \mu}} \quad (4.14)$$

où  $\omega$  est la pulsation des courants induits et  $\mu$  la perméabilité de la région conductrice.

La mise en oeuvre de cette formulation par la méthode des éléments finis nodaux se fait par un maillage surfacique de la région conductrice utilisant des éléments spéciaux appelés éléments "impédance de surface" permettant une décroissance exponentielle du champ magnétique à la surface de la région conductrice. Cette formulation nous délivre donc du maillage interne volumique de la région conductrice parce que la variable d'état n'est calculée qu'à la surface. Cela nous permet de réduire la taille du problème à résoudre.

Les régions isolantes entourant la région conductrice sont décrites par le potentiel scalaire magnétique réduit ou total présentés dans le deuxième chapitre.

L'utilisation du potentiel magnétique scalaire est moins coûteuse en place mémoire et temps de calcul que les autres formulations destinées aux régions isolantes.

Notons finalement que la méthode utilisant l'impédance de surface, n'est valable que si les conditions suivantes sont vérifiées :

$\delta \ll L$  où  $L$  est la longueur caractéristique de la région conductrice,

$\delta \ll R$  où  $R$  est le rayon de courbure caractéristique de la région conductrice.

Ces conditions se comprennent facilement en considérant le problème qui a permis d'obtenir la formule de l'impédance de surface  $Z_s$  (4.13) : le cas d'une plaque d'épaisseur infinie.

#### **IV.4. MODÉLISATION DES PERTES SUPERFICIELLES DANS LA MACHINE SYNCHRONNE À GRIFFES**

L'approche globale du calcul des pertes superficielles dans la machine par le biais des éléments finis s'est heurtée à un certain nombre de difficultés liées principalement à sa complexité géométrique et à la puissance de calcul dont on dispose. Il a fallu donc simplifier le problème en introduisant un certain nombre d'hypothèses. Dans tous les cas, nous considérerons que les matériaux sont linéaires, homogènes et isotropes.

##### **IV.4.1 Hypothèses du calcul des pertes superficielles au rotor dans la partie active**

Dans ce paragraphe, nous allons exposer les hypothèses adoptées pour la modélisation des pertes superficielles au rotor dans la partie active.

La première hypothèse concerne la représentation des harmoniques de la f.m.m.. Comme nous l'avons exposé précédemment, les pertes superficielles sont essentiellement liées à la modulation du champ par la perméance des encoches du stator.

En toute rigueur, ces encoches n'étant pas fixes par rapport au rotor, il conviendrait de prendre en compte le mouvement relatif et de retenir que le terme fondamental n'induit pas de courants au rotor. Un tel calcul, en tridimensionnel, est hors de portée des moyens à notre

disposition, car la géométrie devrait être variable dans le temps.

Nous avons retenu de calculer les f.m.m. harmoniques à partir de la répartition de l'induction dans l'entrefer ( voir Fig. 3.16 et 3.17 ), en l'absence de courants de Foucault. Cette répartition prend en compte la présence des encoches de la culasse.

Afin de pouvoir calculer les courants induits par ces f.m.m. harmoniques, nous avons alors remplacé l'entrefer réel, par un entrefer lisse corrigé du coefficient de Carter. La suppression des encoches nous donne donc un alésage lisse et la f.m.m. correspondante à chaque harmonique est représentée par une source de courant filiforme en forme de cage d'écureuil comme expliqué au chapitre précédent. Cette source de courant est donc placée au niveau de l'alésage de la culasse.

Nous sommes conscients qu'il s'agit d'une approximation.

Notons aussi que cette première hypothèse sous-entend la séparation des pertes produites par chaque harmonique de l'induction dans l'entrefer principal. Cette séparation est contestable dans le cas où les matériaux sont supposés non linéaires.

La deuxième hypothèse concerne la représentation de la surface rotorique pour le calcul des pertes correspondant à chaque harmonique.

En effet, pour un harmonique donné, la présence de la barrière amagnétique séparant les griffes nous donne à la surface du rotor deux profondeurs de pénétration des courants assez distinctes. Cela est dû à la différence de résistivité des matériaux magnétique et amagnétique ( $\rho_{\text{amag}} = 78 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  et  $\rho_{\text{mag}} = 27 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ) ainsi qu'à l'écart important entre leurs perméabilités respectives.

La perméabilité du matériau amagnétique étant assimilée à celle du vide, la profondeur de pénétration, correspondante à un harmonique donné, est importante devant le rayon du rotor ce qui rend la méthode utilisant l'impédance de surface inutilisable pour le calcul des pertes par courants de Foucault dans ce matériau comme nous l'avons vu au paragraphe précédent.

L'idée est donc d'homogénéiser la profondeur de pénétration sur toute la surface rotorique en calculant une résistivité équivalente du matériau amagnétique nous garantissant la même profondeur de pénétration que celle des griffes. Ceci est compréhensible si on considère la répartition de l'épaisseur de peau, créée par un harmonique donné, le long d'une circonférence à la surface du rotor. Cette répartition est représentée schématiquement sur la figure (4.1) en déroulant la surface rotorique à partir de l'axe d'une griffe selon une section droite du rotor.

$\delta_{gn}$  est la profondeur de pénétration dans une griffe correspondante à l'harmonique de rang  $n$  du champ magnétique,  $\delta_{an}$  celle dans le matériau amagnétique et  $R$  le rayon rotorique.

Nous précisons que les courants induits par l'harmonique de rang  $n$  sont perpendiculaires au plan de la figure (4.1)

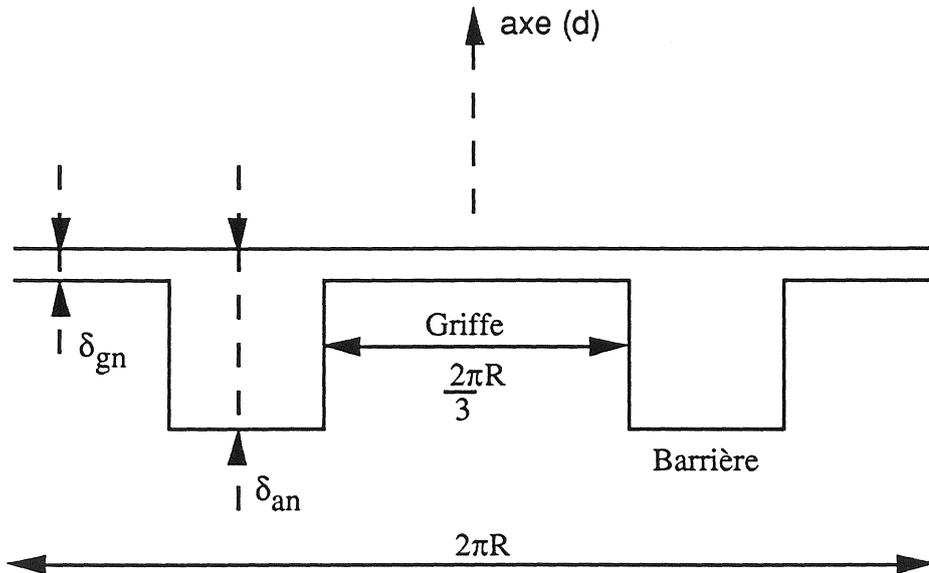


Figure 4.1 : Effet de peau à la surface du rotor pour un harmonique donné

Cette représentation de l'effet de peau à la surface du rotor pour l'harmonique de rang  $n$ , nous permet de calculer la résistivité équivalente du matériau amagnétique pour avoir une profondeur de pénétration uniforme à la surface du rotor. En effet, d'après la figure (4.1), la surface rotorique est équivalente à quatre résistances en parallèle, les deux premières de mêmes valeurs correspondantes aux griffes, et les deux autres aussi de mêmes valeurs et correspondantes à la barrière. La résistance d'un puits du matériau amagnétique s'écrit (cf. Fig. 4.1) :

$$R_a = \rho_a \frac{L}{S_a} \quad (4.15)$$

avec :

$$S_a = \delta_{an} \frac{\pi R}{3} \quad (4.16)$$

où  $\rho_a$  est la résistivité du matériau amagnétique et  $L$  la longueur de la culasse.

Pour avoir, pour le matériau amagnétique, la même profondeur de pénétration que pour le matériau magnétique, la surface équivalente d'un puits de la barrière s'écrit :

$$S_{a \text{ eq}} = \delta_{gn} \frac{\pi R}{3} \quad (4.17)$$

La résistance d'un puits étant supposée la même dans les deux cas, la résistivité équivalente du matériau amagnétique se trouve donc en écrivant :

$$\rho_a \frac{L}{S_a} = \rho_{a \text{ eq}} \frac{L}{S_{a \text{ eq}}} \quad (4.18)$$

où  $\rho_{a \text{ eq}}$  est la résistivité équivalente du matériau amagnétique qui s'obtient à partir des équations (4.16), (4.17) et (4.18) :

$$\rho_{a \text{ eq}} = \rho_a \frac{\delta_{gn}}{\delta_{an}} \quad (4.19)$$

Ayant obtenu la résistivité équivalente pour l'harmonique de rang  $n$ , nous l'imposons au matériau de la barrière et nous obtenons une épaisseur de peau équivalente uniforme à la surface du rotor nous permettant de modéliser les pertes superficielles correspondantes par la formulation utilisant l'impédance de surface.

#### IV.4.2. Estimation des pertes superficielles au rotor dans la partie active

Pour le calcul des pertes superficielles au rotor, nous avons calculé les harmoniques de l'induction dans l'entrefer pour l'abscisse  $x=0$  (cf. Fig.3.18) au centre de la machine (voir Chap.III § 3.2 ). A cette position, l'induction est la plus élevée. Ce choix pénalisant est fait pour se mettre dans le cas le plus défavorable.

Nous nous mettons dans le cas où la machine est alimentée à fréquence nominale (600 Hz). Le calcul des pertes a été réalisé pour les harmoniques les plus significatifs de l'induction dans l'entrefer principal, à savoir les harmoniques de rang 3, 5 et 11.

Sur les figures (4.2), (4.3) et (4.4), nous avons représenté la répartition des courants de Foucault correspondant à chacun de ces trois harmoniques respectivement à la surface du rotor sous la partie active. En comparant ces trois figures, nous remarquons que les courants de Foucault correspondant à l'harmonique 3 se développent aussi bien sur la surface du cylindre principal que sur les surfaces des parties coniques. Par contre, pour l'harmonique 5, leur présence sur les surfaces des parties coniques est limitée et, pour l'harmonique 11, ils se rebouclent pratiquement à la surface du cylindre principal. Ce phénomène est évidemment dû à la longueur

d'onde de chaque harmonique.

Les pertes produites par chacun de ces harmoniques ont été estimées pour différentes valeurs de la perméabilité des griffes. Les résultats obtenus pour une charge nominale et une excitation nominale sont exposés dans le tableau 4.1. L'analyse de ces résultats nous montre que l'harmonique 3 produit le plus de pertes superficielles au rotor. Nous rappelons que cet harmonique est dû à la saturation et il est souvent négligé dans le calcul analytique des pertes superficielles.

	$\mu_r = 50$	$\mu_r = 200$	$\mu_r = 500$	$\mu_r = 1000$
n = 3	94 W	267 W	335 W	391 W
n = 5	43 W	121 W	152 W	177 W
n = 11	4 W	10 W	13 W	15 W
Pertes en W	141 W	398 W	500 W	583 W

*Tableau 4.1 : Pertes superficielles au rotor sous la partie active à charge nominale*

Dans le cas de l'application au véhicule électrique, les pertes superficielles au rotor dans la partie active ont été estimées pour un point de fonctionnement correspondant au cahier des charges et caractérisé par un couple moteur égal au quart du couple nominal et une vitesse de rotation nominale :

$$\Gamma = \frac{\Gamma_n}{4} = 7,4 \text{ N.m.} \quad \omega = 36000 \text{ tr/mn}$$

Le tableau suivant (Tab. 4.2) donne les pertes superficielles correspondants aux principaux harmoniques en présence pour une perméabilité relative des griffes de 200 :

n	3	5	11
Pertes en W	139 W	63 W	3 W

*Tableau 4.2 : Pertes superficielles au rotor sous la partie active pour le quart du couple nominal*

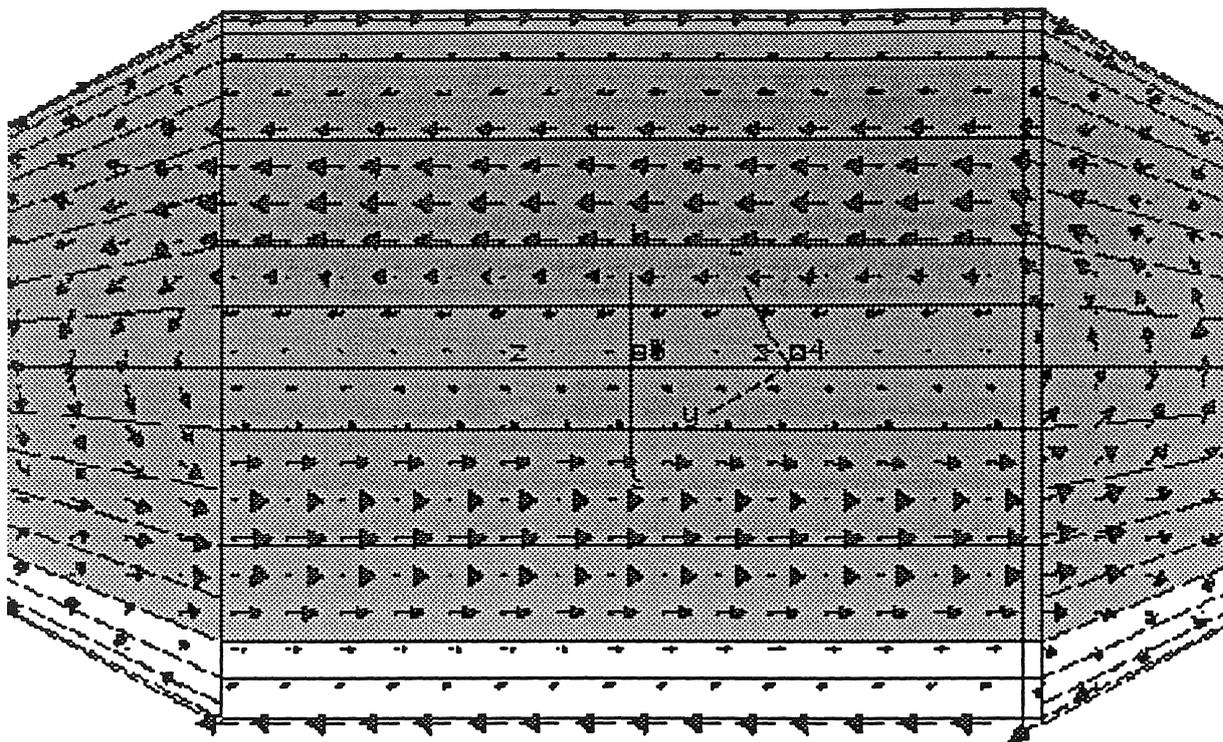


Figure 4.2: Courants induits par l'harmonique 3 à la surface du rotor

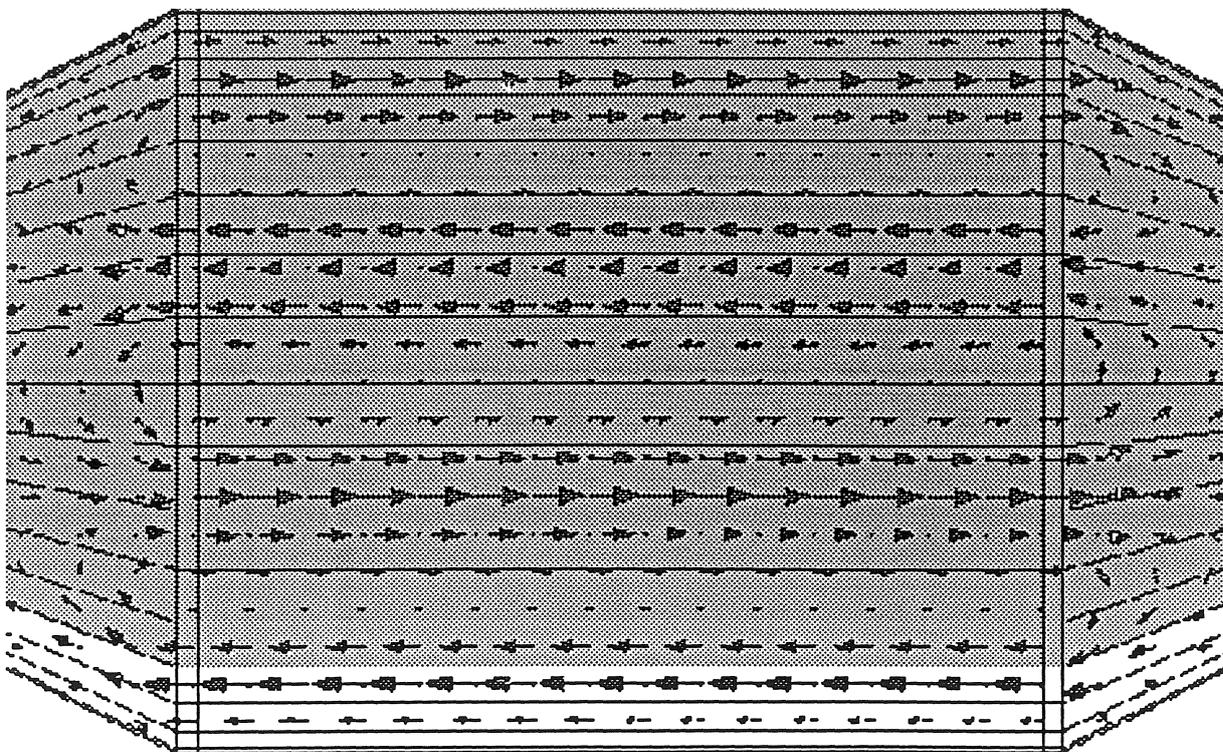


Figure 4.3 : Courants induits par l'harmonique 5 à la surface du rotor

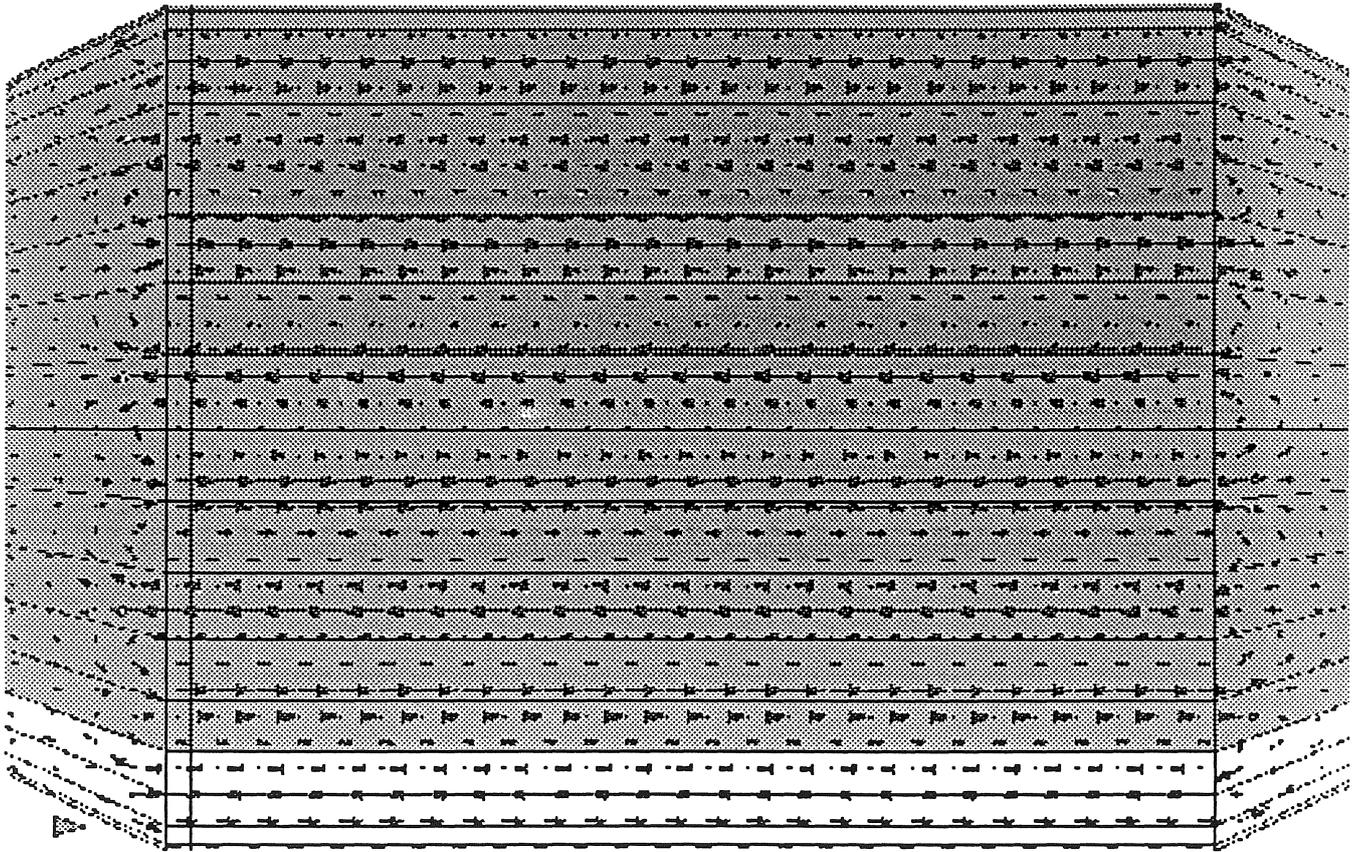


Figure 4.5 : Courants induits par l'harmonique 11 à la surface du rotor

Les pertes totales peuvent, à ce point de fonctionnement, être estimées à :

$$P_{ST} = 205 \text{ W}$$

#### IV.4.3. Estimation des pertes superficielles dans la carcasse

Dans le cas du calcul des pertes au rotor dans la partie active, le fondamental n'est pas pris en compte parce qu'il tourne à la même vitesse que le rotor en régime permanent. Par contre, pour le calcul des pertes dans la carcasse qui est fixe, nous devons tenir compte du fondamental ainsi que de toutes les composantes alternatives du champ magnétique produites par le bobinage de la culasse. Nous avons donc effectué le calcul des pertes superficielles dans la carcasse en gardant les encoches de la culasse et en représentant le bobinage statorique par la source de courant en forme de cage d'écureuil filiforme produisant le fondamental des harmoniques de temps comme expliqué au chapitre précédent. Pour une perméabilité relative de 200 tenant compte donc de la saturation de la carcasse, les pertes superficielles à la surface interne de la carcasse à charge

nominale et à fréquence nominale, sont estimées à :

$$P_{SC} = 1527 \text{ W}$$

Cette valeur des pertes dans la carcasse nous semble inquiétante. En effet, nous pouvons craindre des pertes exagérées dans cette partie de la machine ce qui détériorerait ses performances. Ceci dit, la mesure des pertes totales sur un banc d'essai reste le meilleur moyen d'estimer leur importance.

#### IV.5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode de modélisation des pertes superficielles dans la machine synchrone à griffes bipolaire. Cette méthode se base sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices contestables car elles introduisent des erreurs d'estimation importantes de ces pertes.

D'abord, les matériaux ont été supposés linéaires ce qui nous a permis la séparation des pertes. Or, nous savons que la non linéarité des matériaux augmenterait les pertes de surface.

Ensuite, le rotor a été supposé à l'arrêt et sa rotation a été prise en compte en augmentant la fréquence des harmoniques. Cette façon de prendre en compte la rotation n'est pas suffisante car non seulement elle ne nous permet pas de représenter correctement le défilement d'un harmonique à la surface du rotor, mais en plus, elle nous oblige à négliger les courants de Foucault dus au mouvement et représentés par le produit vectoriel de l'induction à la surface du rotor et de la vitesse périphérique.

En dernier lieu, nous avons supposé que les courants de Foucault au rotor dans la partie active, se développent uniquement en surface et nous avons pris en compte leur pénétration profonde dans le matériau amagnétique par une résistivité équivalente. D'abord, nous savons que cette équivalence est inexacte car les formes géométriques des griffes et de la barrière sont compliquées ce qui rend la représentation de l'effet de peau à la surface rotorique peu aisée. En plus, par cette équivalence, nous ne tenons pas compte des courants de Foucault se développant à la surface des plans obliques séparant la barrière des griffes et aussi à la surface des plans latéraux à l'intérieur du rotor.

Cependant, malgré toutes ces hypothèses, nous avons pu obtenir une estimation

raisonnable de ces pertes par comparaison au calcul analytique. En effet, par cette méthode, nous avons pu tenir compte de la courbure du rotor et de la culasse ainsi que des effets d'extrémités. De toute façon, cette modélisation des pertes superficielles a pour but de nous donner leur ordre de grandeur et elle n'a pas la prétention de les calculer avec exactitude.

Nous précisons ici qu'il n'existe pas à notre connaissance de méthodes de mesure précises de ces pertes pour qu'on puisse tester la validité du modèle numérique sur des cas pratiques. En effet, celles-ci sont toujours très difficilement séparables des pertes aérodynamiques, si on se place à vide, ou des autres types de pertes si on se place en charge. La plupart des auteurs les classent pudiquement comme pertes supplémentaires et en tiennent compte par des coefficients empiriques.

Finalement, nous pouvons dire que le problème de la modélisation des pertes superficielles et de leur mesure reste entier. Cependant, nous continuerons notre réflexion sur ce sujet et nous essayerons à l'avenir de tenir compte de la rotation du rotor ainsi que de la non linéarité des matériaux par la méthode des éléments finis. Cela nous permettra de nous rapprocher plus de la réalité physique complexe du phénomène des pertes superficielles.

## **CONCLUSION GENERALE**



## CONCLUSION GENERALE

Au cours de ce travail, nous avons pu établir un modèle tridimensionnel de la machine synchrone à griffes en régime permanent en s'appuyant sur la méthode des éléments finis tridimensionnels. Ce modèle nous a permis d'étudier le comportement de ce type de machines et d'analyser ces principales potentialités.

Cependant, ce modèle tridimensionnel repose sur des hypothèses simplificatrices. Elles sont imposées par les formulations tridimensionnelles en éléments finis de calcul du champ électromagnétique d'un côté, et par la puissance de calcul dont nous disposons.

Cette dernière cause s'est avérée cruciale lors de l'étude des pertes superficielles dans les parties massives de la machine synchrone à griffes. En effet, la complexité géométrique de ce type de machines associée au phénomène des courants de Foucault, exige de nombreux degrés de liberté donc d'inconnues. Nous avons eu des tailles de matrice très importantes nécessitant l'utilisation de moyens de calcul hors de notre portée (Cray II par exemple).

Il est évident, à nos yeux aujourd'hui, que l'évolution de la modélisation forcément tridimensionnelle de ce type de machines est liée à l'évolution du matériel informatique dans les années à venir. Ces contraintes ne nous ont pas empêchés de contribuer à l'amélioration de leur connaissance.

Nous devons préciser aussi que nous n'avons pas analysé, dans ce travail, toutes les structures envisageables censées nous offrir de meilleures performances.

Compte tenu de l'évolution des matériaux de l'Electrotechnique ainsi que des composants de l'Electronique de Puissance, nous avons de bonnes raisons de penser que la machine synchrone à griffes aura un bel avenir dans les années futures grâce à sa facilité de construction, donc gage d'économie, et à sa capacité de tourner à des vitesses comparables à celles des turbines.

Nous poursuivrons nos investigations sur la machine synchrone à griffes dans le but de l'utiliser dans la chaîne de traction du véhicule électrique en collaboration avec GEC-ALSTHOM. Nous étudierons aussi sa faisabilité et ses performances dans le cas quadripolaire et hexapolaire en optimisant ses parties massives et donc sa masse et ses pertes. Le passage aux

versions multipolaires aura pour conséquence l'augmentation de la puissance massique qui demeure faible en comparaison avec celle des machines synchrones classiques.

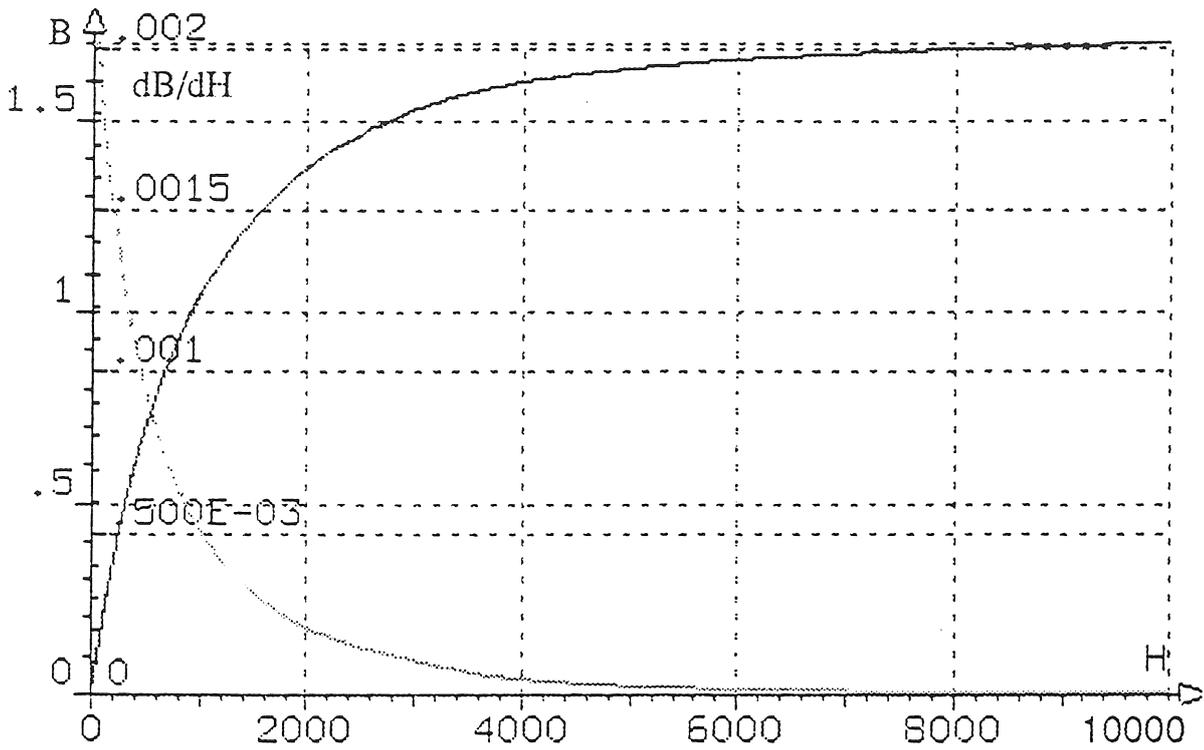
Un prototype bipolaire à simple barrière de 250 kw, 45000 tr/mn est en cours d'essai pour être accouplé à une turbo-machine. Il servira donc pour la validation des modèles de simulation et permettra d'étudier le fonctionnement en générateur.

# ANNEXES

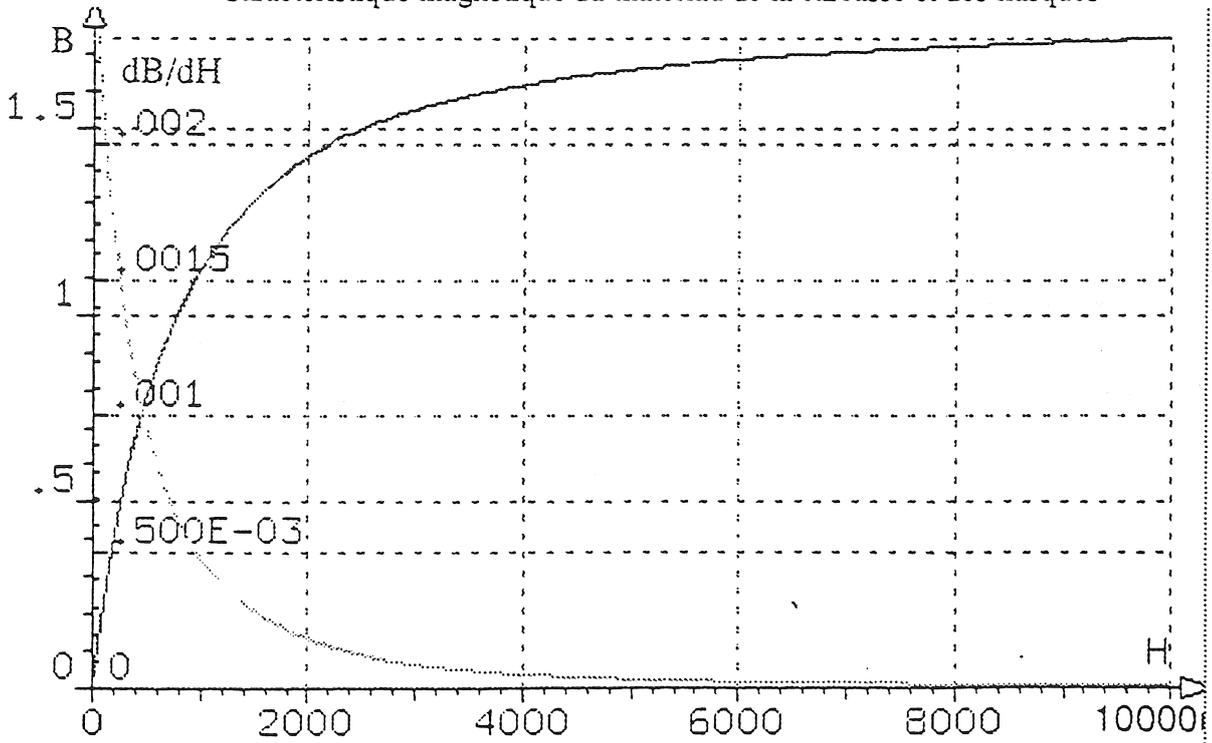




## ANNEXE II



Caractéristique magnétique du matériau de la carcasse et des flasques



Caractéristique magnétique du matériau du rotor





# **BIBLIOGRAPHIE**



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] B. ADKINS, R.G. HARLEY  
"The General Theory of Alternating Current Machines". Chapman and Hall, Londres, 1979.
- [2] J-B. ALBERTINI  
"Contribution à la réalisation d'un logiciel de modélisation de phénomènes électromagnétiques en trois dimensions par la méthode des éléments finis : FLUX3D". Thèse de Docteur de l'I.N.P. de Grenoble, 1988.
- [3] ALGER  
"The nature of induction machine". Gordon and Beach, 1965.
- [4] G. BARAKAT, A. FOGGIA, M. IVANES, P. LABIE  
"Représentation tridimensionnelle simplifiée des enroulements statoriques des machines tournantes à courant alternatif". In Proceedings on the Conference Le Centenaire de l'ESIM, Computing Methods for the Industrial Design, 18 Juin 1993, pp 154-157.
- [5] G. BARAKAT, A. FOGGIA, M. IVANES, R. PERIOT, A. MASSON  
"Three dimensionnal computation of claw-pole synchronous machine performances", ICEM'94, Vol. 3, pp. 116 - 121, Paris, Septembre 1994.
- [6] G. BARELLO  
"Courants de Foucault engendrés dans les pièces polaires massives des alternateurs par les champs tournants parasites de la réaction d'induit". R.G.E., t.64, 1955, n°11, pp 557-576.
- [7] Ph. BARRET  
"Régimes transitoires des machines tournantes électriques". 2° Edition, Collection ESE, Editions Eyrolles, Paris, 1987.
- [8] A. BOSSAVIT  
"Impédance d'un four à induction : cas où l'effet de peau dans la charge est important", EDF, Bulletin de la Direction des Etudes et Recherches, série C, n° 2, 1984, pp. 71-77.
- [9] A. BOSSAVIT  
"Définition de l'impédance d'un four à induction", EDF, Bulletin de la Direction des Etudes et Recherches, série C, mathématiques informatique, 1984, pp. 17-22.

- [10] T. BRATOLJIC  
"Nouvelles recherches sur les pertes supplémentaires dans les épanouissements polaires massifs de machines synchrones". Revue Brown Boveri, t.53, n°9, Sept. 1966, pp 521-530.
- [11] G. CARRON DE LA MORINAIS  
"Contribution à la modélisation des phénomènes magnétodynamiques en trois dimensions".  
Thèse de Docteur de l'I.N.P. de Grenoble, 1990.
- [12] J-L. COULOMB, J-CI. SABONNADIÈRE  
"La CAO en Electrotechnique". Hermès Publishing, 1986.
- [13] J-L. COULOMB  
"Analyse tridimensionnelle des champs électriques et magnétiques par la méthode des éléments finis". Thèse de Docteur ès-Sciences Physiques, I.N.P. de Grenoble, 1981.
- [14] J-L. COULOMB  
"Finite Element 3 dimensional magnetic field computation". I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.17, n°6, pp 3241-3246, Nov. 1981.
- [15] J-L. COULOMB, J-CI. SABONNADIÈRE  
"Eléments finis et CAO". Hermès Publishing, Paris, 1987.
- [16] J-L. COULOMB, Y. DU TERRAIL, G. MEUNIER  
"FLUX3D : A Finite Element Package for Magnetic Computation". I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol.21, n°6, pp 2499-2502, Nov. 1985.
- [17] H. DARNAND, G. GRELLET  
"Solid pole losses in synchronous machines fed by non-sinusoidal currents waves". Electric Machines and Power Systems, 9, pp 221-229, 1984.
- [18] H. DARNAND, G. GRELLET  
"Pole face losses of synchronous machines with salient copper faced shoes and fed by non sinusoidal current waves". ICEM'82, Budapest, September 1982, pp 853-856.
- [19] G. DARRIEUS  
"Détermination et tracé des champs à trois dimensions. Applications aux têtes de bobines, notamment des turbo-alternateurs". R.G.E., t.76, n°3, pp 333-354, Mars 1967.

- [20] N.A. DEMERDASH, R. WANG, R. SECUNDE  
"Three Dimensional Magnetic Fields in Extra High Speed Modified Lundell Alternators Computed by a Combined Vector-Scalar Magnetic Potential Finite Element Method', IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 7, No. 2, pp. 353-366, Juin 1992.
- [21] G. DHATT, G. TOUZOT  
"Une présentation de la méthodes des éléments finis". 2ème Editions Collection Université de Compiègne.
- [22] T.H. FAWZI, M.T. AHMED, P.E. BURKE  
"On the use of the impedance boundary conditions in eddy current problems", IEEE Trans. Mag., Vol. 21, n° 5, Septembre 1985, pp. 1835-1840.
- [23] T.H. FAWZI, P.E. BURKE, M.T. AHMED  
"Application of the BEM and surface impedance method for the calculation of the high frequency. T.M. eddy current losses in conductors with edges", IEEE Trans. Mag., Vol. 20, n° 5, Septembre 1984.
- [24] R.D. FINDLAY  
"Ripple losses in smooth laminated poles". Paper DG-13, Proc. Melecon 83.
- [25] R.F. FINDLAY, H.A. BRIGGS  
"Open circuit tooth ripple eddy current loss in smooth laminated poles". I.E.E.E., PAS-93, 1974, pp 122-129.
- [26] G. FOURNET  
"Electromagnétisme à partir des équations locales", 1979, Masson, Paris, France.
- [27] E.M. FREEMAN  
"The Calculation of harmonics, due Slotting, in the flux density waveform of a dynamo-electric machine". I.E.E., vol.109, Part C, n°16, June 1962, pp 581-589.
- [28] W.J. GIBBS  
"Tooth ripple losses in unwound pole-shoe". Journal IEE, February 1947, 94, Part II, pp 2-12.

- [29] C. GUERIN  
"Détermination des pertes par courants de Foucault dans les cuves de transformateurs. Modélisation de régions minces et prise en compte de la saturation des matériaux magnétiques en régime harmonique". Thèse de l'INP de Grenoble, 1994.
- [30] C. GUERIN, G. TANNEAU, G. MEUNIER  
"3D eddy current losses calculation in transformer tanks using the finite element method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, n° 2, march 1993, pp. 1419-1422.
- [31] B. HELLER, V. HAMATA  
"Harmonic field effects in induction machines". Elsevier, 1977.
- [32] V.B. HOSINGER  
"Theory of end-winding leakage reactance". A.I.E.E. Transactions, August 1959.
- [33] K. ITO, T. TOKUMASU, S. NAGANO, M. TORI, S. DOI  
"Simulation for design purposes of magnetic fields in turbine-driven generator and region". I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.99, n°4, July/August, 1980.
- [34] G.K.M. KHAN, G.W. BUCKLEY, R.B. BENNETT, N. BROOKS  
"An integrated approach for the calculation of losses and temperatures in the end region of large turbine generator". I.E.E.E. Transactions on Energy Conversion, vol.5, n°1, March 1990.
- [35] L. KRÄHENBÜHL  
"Surface current and eddy current 3D computation using boundary integral equations techniques", Thirdth International Symposium, IGTE, Gratz, 27-28 Septembre 1988.
- [36] L. KRÄHENBÜHL  
"A theory of thin layer in electrical engineering; application to eddy-current calculation inside a shell using the BIE software PHI3D", Fourth International Symposium, IGTE, Gratz, 10-12 Octobre 1990.
- [37] K.K. LIM, P. HAMMOND  
"Universal loss chart for the calculation of eddy current losses in thick steel plates". Proc. I.E.E., vol.117, n°4, April 1970, pp 857-864.

- [38] Y. MARECHAL  
"Modélisation des phénomènes magnétostatiques avec terme de transport, application aux ralentisseurs électromagnétiques". Thèse de Docteur de l'I.N.P. de Grenoble, 1991.
- [39] O. MOREAU  
"Calcul du champ de l'inducteur supraconducteur en trois dimensions". Rapport de stage de DEA, Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble,,1989.
- [40] S. MORIYASU, K. ENDO  
"The ripple loss at the rotor surface of synchronous machines".  
I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, n°6, Nov./Dec. 1980, pp 2393-2399.
- [41] C. NEAGOE, F. OSSART  
"Analysis of convergence in nonlinear magnetostatic finite elements problems". I.E.E.E. Transactions on Magnetics, vol. 30, n° 5, pp. 2865-2868, Sept. 1994.
- [42] J-L. PABOT  
"Etudes des champs magnétiques dans la zone des têtes de bobines des turbo-alternateurs". R.G.E., t.84, n°5, pp 349-365, 1975.
- [43] D.S. REPAS, R.A. EDKIN  
"Performance characteristics of a 14.3-Kilovolt-Ampere Modified Lundell Alternator for 1200 Hertz Brayton-Cycle Space-Power System". NASA Report, NASA TN D-5404, 1969.
- [44] G. SEGUIER, F. NOTELET  
"Electrotechnique industrielle". Technique et Doc., 1977.
- [45] G. SEGUIER  
"Introduction à l'Electrotechnique Approfondie", Donod, Paris, 1977.
- [46] J. SIMKIN, C.W. TROWBRIDGE  
"On the use of the total scalar potential in the numerical solution of fields problems in electromagnetics". I.J.N.M.E., n°14, p 423, 1979.

[47] A. TAIEB BRAHIMI

"Contribution à la modélisation de la machine asynchrone à cage par logiciels d'éléments finis 2D et 3D". Thèse de Docteur de l'I.N.P. de Grenoble, 1992.

[48] J.A. TEGOPOULOS

"Determination of the magnetic field in the end zone of turbine generator". I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.82, pp 562-572, August 1963.

[49] H. YAMADA

"Surface loss reduction in grooved solid poles". Electric Machines and Electromechanics, 6, pp 42 -432, 1981.

[50] R. WANG, N.A. DEMERDASH

"Extra High Speed Modified Lundell Alternator Parameters and Open/Short-Circuit Characteristics from Global 3D-FE Magnetic Field Solutions', IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 7, No. 2, pp. 330-341, Juin 1992.

[51] R. WANG, N.A. DEMERDASH

"Computation of Load Performances and Other Paramaters of Extra High Speed Modified Lundell Alternators From Global 3D-FE Magnetic Field Solutions', IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 7, No. 2, pp. 342-352, Juin 1992.



**AUTORISATION DE SOUTENANCE**

Vu les dispositions de l'arrêté du 30 Mars 1992 relatifs aux Etudes Doctorales

Vu les Rapports de présentation de :

Monsieur J.M. KAUFFMANN

Monsieur B. TRANNOY

Monsieur Georges BARAKAT

est autorisé à présenter une thèse en soutenance en vue de l'obtention du diplôme de  
**Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, spécialité "GENIE  
ELECTRIQUE".**

Fait à Grenoble, le

19 DEC. 1994

  
le Directeur des Etudes Doctorales  
J.L. LACROUME



## RESUME

Le but de ce travail est de présenter les résultats relatifs à l'étude et à la modélisation de la machine synchrone à griffes ( Alternateur de Lundell modifié ) par la méthode des éléments finis tridimensionnels.

Cette modélisation a mis en évidence le caractère intrinsèquement tridimensionnel du champ électromagnétique dans ce type de machines synchrones.

Par ailleurs, deux modes de fonctionnement ont été abordés : le fonctionnement à vide et le fonctionnement en charge.

La modélisation à vide a permis l'étude de l'état de saturation et des fuites ainsi que le calcul de la caractéristique à vide. Les résultats de simulation sont conformes aux résultats expérimentaux disponibles pour l'un des deux prototypes étudiés.

La modélisation en charge et en régime permanent a montré l'importance de la saillance inverse de cette machine comme dans le cas de certaines machines synchrones à aimants permanents. Les caractéristiques en charge et en régime permanent sont exposées et commentées.

Finalement, le problème des pertes superficielles dans les pièces massives est traité par la méthode des impédances de surface.

## MOTS-CLES

Machine synchrone à griffes - Méthode des éléments finis tridimensionnels - Calcul de champ électromagnétique - Caractéristiques à vide et en charge - Pertes superficielles

## ABSTRACT

The aim of this work is to present the modelling of the claw-pole synchronous machines ( Modified Lundell Alternator ) by the use of 3D finite element method.

This modelling has shown the intrinsically 3D nature of the electromagnetic field in this type of synchronous machines.

Further more, the load and no-load operations have been investigated.

The no-load modelling has allowed the study of the saturation effects and the losses as well as the on-load characteristic computation. Simulation results are in good agreement with available experimental results for one of the two studied prototypes.

The at-load modelling at steady state has shown the importance of the inverse saliency of this type of synchronous machines as in the case of some permanent magnet synchronous machines. The main characteristics at load are presented and discussed.

Finally, the eddy current surface losses problem in the solid iron of the rotor is treated by the surface impedance method.

## KEY-WORDS

Claw-pole synchronous machine - 3D finite element method - Electromagnetic field computation - Under load and on load characteristics - Eddy current surface losses

