



UNIVERSITE D'ANTANANARIVO
FACULTE DES SCIENCES
ECOLE DOCTORALE DE PHYSIQUE ET APPLICATIONS



DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

LABORATOIRE DE THERMODYNAMIQUE, THERMIQUE ET COMBUSTION

THESE

Présentée à :

L'UNIVERSITE D'ANTANANARIVO

Pour l'obtention :

DU GRADE DE DOCTEUR EN PHYSIQUE

Specialité : Energétique

Par

MALIK EL'HOUYOUN AHAMADI

MODELISATION ET MISE AU POINT D'UN CODE MULTIPHASIQUE POUR
LES ECOULEMENTS MULTIPHASIQUES EN MILIEUX POREUX :
APPLICATION AU GISEMENT PETROLIER DE TSMIRORO

Soutenu publiquement : Le 22/11/ 2014

Jury d'examen :

Président :

M. RAKOTOMALALA Minoson

Professeur Titulaire- IME

Directeur de thèse :

M. RAKOTONINDRAINY

Professeur Titulaire –IME

Codirecteur de thèse :

Mme. RANDRIAMANANTANY Zely Arivelo

Professeur Titulaire –IME

Rapporteurs :

M. ANDRIAMANELISON Rakotomahevitra

Professeur Titulaire –IME

M. RAZAFINJATO Victor

Professeur Titulaire –IST

Examineur :

M. RANAIVO-NOMENJANAHARY Flavien

Professeur Titulaire -IOGA





UNIVERSITE D'ANTANANARIVO
FACULTE DES SCIENCES
ECOLE DOCTORALE DE PHYSIQUE ET APPLICATIONS



DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

LABORATOIRE DE THERMODYNAMIQUE, THERMIQUE ET COMBUSTION

THESE

Présentée à :

L'UNIVERSITE D'ANTANANARIVO

Pour l'obtention :

DU GRADE DE DOCTEUR EN PHYSIQUE

Specialité : Energétique

Par

MALIK EL'HOUYOUN AHAMADI

MODELISATION ET MISE AU POINT D'UN CODE MULTIPHASIQUE POUR LES
ECOULEMENTS MULTIPHASIQUES EN MILIEUX POREUX : APPLICATION AU GISEMENT
PETROLIER DE TSMIRORO



Soutenue publiquement : Le 22/11/ 2014

Jury d'examen :

Président :

M. RAKOTOMALALA Minoson

Professeur Titulaire- IME

Directeur de thèse :

M. RAKOTONINDRAINY

Professeur Titulaire -IME

Codirecteur de thèse :

Mme. RANDRIAMANANTANY Zely Arivelo

Professeur Titulaire -IME

Rapporteurs :

M. ANDRIAMANELISON Rakotomahevitra

Professeur Titulaire -IME

M. RAZAFINJATO Victor

Professeur Titulaire -IST

Examineur :

M. RANAIVO-NOMENJANAHARY Flavien

Professeur Titulaire -IOGA



A mes parents

A mon frère M. Soiba El-Houssoune Ahamadi

REMERCIEMENTS

Cette thèse a été effectuée au sein de l'Institut pour la Maîtrise de l'Énergie (IME) de l'Université d'Antananarivo, sous la direction du Professeur RAKOTONINDRAINY, Professeur Titulaire à l'Université d'Antananarivo. Je lui adresse une infinité de remerciements, pour m'avoir donné un travail si passionnant que les milieux polyphasiques, mais aussi d'avoir été disponible à tout instant que j'avais besoin de lui malgré son agenda très chargé. Sans l'ombre d'une hésitation, je peux le dire avec fierté, travailler avec vous, m'a été l'une des plus belles expériences de ma vie. Vous avez su, me montrer avec clarté le chemin à suivre que j'ai suivi avec passion et courage et je peux vous le dire je ne saurai jamais assez vous remercier et il est certains que je n'oublierai jamais cette navigation scientifique passée en équipage avec vous. Vous avez pu m'indiquer exactement le cap à suivre pour que je puisse arriver à quai.

Mes vifs et chaleureux remerciements vont également, à Monsieur le Doyen de la Faculté des Sciences, pour avoir accepté que cette thèse soit effectuée dans sa Faculté, et d'avoir autorisé sa soutenance.

Je tiens à remercier principalement le Directeur de l'Institut pour la Maîtrise de l'Énergie, Monsieur Minozon RAKOTOMALALA Professeur Titulaire à l'Université d'Antananarivo, d'avoir accepté de présider le jury de ce travail, de m'avoir donné l'opportunité de faire partie de son équipe de chercheur pendant ces années de thèse, d'avoir été disponible quand j'avais besoin de lui et de m'avoir donné des pertinents conseils pour la réussite de ce travail.

Le Professeur RANDRIAMANANTANY Zely Arivelo n'est pas seulement mon professeur, mais aussi une mère pour moi. En dehors des cours de Physique qu'elle m'a enseigné, elle a toujours su me donner des pertinents et précieux conseils pour que je puisse réussir dans le domaine de la recherche scientifique, mais aussi dans la vie quotidienne. En plus de cela, elle a assuré la codirection de ce travail. Pour moi, c'est un grand plaisir aujourd'hui de pouvoir lui exprimer ma profonde gratitude.

Mes remerciements vont aussi à l'endroit de M. ANDRIAMANELISON RAKOTOMAHEVITRA Professeur Titulaire à l'Université d'Antananarivo et M. RAZAFINJATO Victor Professeur Titulaire à l'Institut Supérieur de Technologie d'Antananarivo, qui me font l'honneur de rapporter ce travail.

J'exprime toute ma gratitude à M. RANAIVO-NOMENJANAHARY Flavien, Professeur Titulaire à l'Université d'Antananarivo, d'avoir accepté à examiner ce travail

Le Docteur RAKOTONDRAMIANANA Hery Tiana Maître de conférences à l'Université d'Antananarivo m'a initié à la recherche en m'encadrant dans mon stage de DEA. Il a su m'apprendre ce qu'il fallait pour bien démarrer dans la recherche scientifique. Il a su me faire aimer la recherche scientifique. Si aujourd'hui, je suis arrivé jusqu'ici, c'est parce que il m'a donné les bonnes bases. Comme je vous l'avais dit en 2010, je vous le redis encore, je n'oublierai jamais le temps que j'ai passé avec vous. Et c'est avec un grand plaisir pour moi que je vous dis encore 10^{es} merci.

Mes plus profonds remerciements vont à mes parents et à mon frère. Tout au long de mon cursus, ils m'ont toujours soutenu, encouragé et aidé. Ils ont su me donner toutes les chances pour réussir.

Ma profonde gratitude à Soazafy Marie Christella pour son encouragement

Je remercie également du fond de mon cœur tous ceux qui m'ont soutenu d'une manière ou d'une autre lors de ce parcours.

TABLE DE MATIERES

TABLE DE MATIERES.....	iii
NOMENCLATURE.....	vii
LISTES DES ACRONYMES/ABREVIATIONS.....	x
LISTE DES ANNEXES.....	xi
LISTE DES FIGURES	xii
LISTE DES TABLEAUX	xv
INTRODUCTION GENERALE.....	1
PREMIERE PARTIE: CADRE DU SYSTEME PÉTROLIER	3
CHAPITRE I : APPROCHE GENERALE DE GEOLOGIE PETROLIERE	4
I.1. Le relief.....	4
I.2. Le climat.....	4
I.3. Formation et caractéristique d’une roche mère.....	5
I.4. Etape de la génération des produits pétroliers	6
I.4.1. La diagenèse de la matière organique.....	6
I.4.2. La catagenèse du kérogène	6
I.4.3. La métagenèse du kérogène	6
I.5. Conditions de genèse des hydrocarbures dans la roche mère.....	8
I.5.1. Effets de la pression	8
I.5.2. Effet de la matrice minérale.....	9
I.5.3. Effet de l’eau	9
CHAPITRE II : GOEOLOGIE PETROLIERE DE MADAGASCAR	11
I.1. Formation des couvertures sédimentaires malgaches	11
II.2. Chrono stratigraphie et type de piège rencontrés.....	11
II.3. Description géologique du bassin de Morondava	13
II. 3.1. Cadre géologique	13
II.3.2. Description lithologique du bassin de Morondava	14
II.3.2.1. Le groupe de la Sakoa	15
II.3.2.1.a. La série glacière.....	15
II.3.2.1. b. La série houillère.....	15
II.3.2.1.d. La série rouge.....	15
II.3.2.1.e. Les calcaires de Vohitolia.....	16
II.3.2.2. Groupes de Sakamena	16

II.3.2.3. Le groupe de l'Isalo	17
CHAPITRE III : ETUDE DIAGRAPHIQUE DE LA ZONE DE TSIMIRORO	18
III. 1. Généralités sur les diagraphies	18
III.1.1. Classification	18
III.1.1.1. Les diagraphies instantanées	18
III.1.1.2. Les diagraphies différées	19
III.1.2. Diagraphie de résistivité	19
III.1.2.1. Relation entre la résistivité de la roche et la saturation en eau.....	19
III.1.2.2. Principe des mesures	20
III.1.3. Diagraphies nucléaires.....	22
III.1.3.1. Le logs Gamma Ray	22
III.1.3.2. Le Gamma-Gamma	23
III.1.3.3. Le Neutron-Neutron thermique.....	25
III.1.4. Diagraphie sonique	28
III.1.4.1. Les outils monopôles	29
III.1.4.2. Les outils dipôles.....	30
III.2. Étude des logs diagraphiques de la zone de Tsimiroro.....	31
III.2.1. puits TW1	33
III.2.2. Puits TW2	35
III.2.3. Puits TW3	38
III.2.4. Puits TW4	40
III.2.5. Puits TW9	43
III.2.6. Puits TW10	45
III.2.7. Puits TW11	48
III.2.8. Puits TW12	50
DEUXIEME PARTIE: ÉTUDES ET MODÉLISATION DES TRANSFERTS DANS UN RESERVOIR PETROLIER .	52
CHAPITRE IV : APPROCHE GENERALE SUR LES ÉCOULEMENTS EN MILIEU POREUX	53
IV.1. Le milieu poreux	53
IV.1.1. Définition du milieu poreux.....	53
IV.1.2. Définition d'une phase.....	54
IV.1.3. Définition d'un composant	54
IV.1.4. Approche milieu continu du milieu poreux	54
IV.1.5. Volume élémentaire représentatif	55
IV.1.6. Hétérogénéité et Anisotropie.....	56

IV.2. Les écoulements multiphasiques dans les milieux poreux.....	57
IV.2.1. Notion de saturation.....	57
IV.2.2. Forme générale des équations des écoulements multiphasiques en milieu poreux	58
IV.2.2.1. Conservation de masse.....	58
IV.2.3. Notion de capillarité	59
IV.2.2.4. Pression capillaire	60
IV.2.2.5. Perméabilités relatives	62
IV.2.2.5.a. Écoulement diphasique	63
IV.2.2.5.b. Écoulement triphasique.....	63
CHAPITRE V : MODELISATION DU RESERVOIR	68
V.1. Les équations des écoulements.....	69
V.1.1. Formulations des équations	69
V.1.2. Extension à un modèle black-oil.....	70
V.1.3. Équilibre thermodynamique.....	74
V.2. Résolution numérique du modèle	75
V.2.1. Discrétisation en temps	75
V.2.2. Discrétisation volumes finis des équations de conservation.....	76
V.2.2.1. Principe de la discrétisation aux sens des volumes finis	76
V.2.2.1.a. Le maillage utilisé.....	76
V.2.2.1.b. Discrétisation en espace.....	78
V.2.2.2. Application de la méthode à notre modèle.....	79
V.3. Modélisation des puits et conditions aux limites	80
V.3.1. Modélisation des puits	80
V.3.2. Conditions aux limites.....	81
V.4. Résolution du système non linéaire par la méthode de Newton-Raphson.....	81
V.4.1. Principe de l'algorithme de Newton-Raphson	82
V.4.2. Application à notre modèle black-oil.....	84
V.4.3. Principe de la méthode itérative GMRES.....	87
CHAPITRE VI : QUELQUES EXPERIENCES NUMERIQUES DU MODELE.....	88
VI.1. Simulation numérique d'un cas diphasique huile-gaz, avec miscibilité du gaz dans l'huile.....	88
VI.1.1. Contours de la distribution de la pression dans le réservoir	89
VI.1.2. Contour de la distribution de la saturation en huile dans le réservoir.....	91
VI.1.3. Contours de saturation en gaz.....	93
VI.1.4. contours de l'évolution de la viscosité de la phase huile	95

VI.1.5. Débits cumulés produits dans le puits producteur.....	97
VI.1.6. Convergence de l'algorithme de Newton et marche en temps	99
VI.2. Simulation numérique d'un cas triphasique huile-gaz-eau, avec miscibilité du gaz dans l'huile	103
VI.2.1. Contours de distribution de la pression	103
VI.2.2. Contours des saturations en huile	105
VI.2.3. Contours de saturation en gaz.....	107
VI.2.5. Contours de la viscosité de la phase huile.....	110
VI.2.6. Débits cumulés au puits producteurs.....	111
VI.2.7. Marche en temps et itération de Newton.....	113
CONCLUSION GENERALE.....	116
ANNEXES	118
Annexe 1: Graphes des débits instantanés au puits producteurs	119
Annexe 2 : Algorithme GMRES.....	121
Annexe 3 : flash thermodynamique.....	121
REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE.....	125

NOMENCLATURE

Lettres latines :

A : masse atomique	[g/mol]
B_α : Facteur de volume de la phase α	[-]
C_{Oo} : Fraction massique du composant lourd dans la phase huile	[-]
C_{Go} : Fraction massique du composant léger dans la phase huile	[-]
c_α : Compressibilité de la phase α	[1/Pa]
GR_{min} : Gamma Ray minimal	[CPS]
GR_{max} : Gamma Ray maximal	[CPS]
GR_x : Gamma Ray au point x	[CPS]
g : Intensité de la pesanteur	[m/s ²]
I : Intensité du rayonnement γ mesuré(en Sievert)	[Sv]
I_o : Intensité de rayonnement γ émis	[Sv]
I_R : Indice de résistivité	[-]
K : Tenseur des perméabilités	[m ²]
$k_{r\alpha}$: Perméabilité relative de la phase α	[-]
k_{row} : Perméabilité relative du système huile-eau	[-]
k_{rog} : Perméabilité relative du système huile-gaz	[-]
N : Nombre d'Avogadro	[1/mol]
P_α : Pression de la phase α	[Pa]
P_b : Pression de bulle	[Pa]
P_c : Pression capillaire	[Pa]
P_{cgo} : Pression capillaire gaz-huile	[Pa]
P_{cow} : Pression capillaire huile-eau	[Pa]
q_α : Débit volumique de la phase α	[m ³ /s]
R_t : Résistivité de la roche	[Ω .m]
R_w : Résistivité de l'eau	[Ω .m]

R_i : Résistivité au point i	[$\Omega.m$]
R_{So} : Solubilité de gaz	[-]
S_α : Saturation de la phase α	[-]
$S_{r\alpha}$: Saturation résiduelle de la phase α	[-]
$S_{n\alpha}$: Saturation normalisée de la phase α	[-]
\bar{S}_α : Saturation effective de la phase α	[-]
Δt : Variation du temps	[s]
u_α : Vitesse de la phase α	[m/s]
V_i : Potentiel au point i	[volt]
V_{lue} : Vitesse lue par la sonique	[m/s]
V_f : Vitesse de l'onde acoustique dans la matrice	[m/s]
V_{sh} : Teneur en argile	[%]
V_o : Volume mesuré dans les conditions du réservoir	[m ³]
V_{Os} : Volume de l'huile mesuré dans les conditions normales	[m ³]
V_g : Volume du gaz dans les conditions du réservoir	[m ³]
V_{Gs} : Volume du gaz mesuré dans les conditions normales	[m ³]
W_o : Poids moléculaire de la phase huile	[kg/mol]
W_G : Poids moléculaire de la phase gazeuse	[kg/mol]
WI : Indice de productivité du puits	[m ²]
$y_{c,\alpha}$: Fraction molaire du composant c, dans la phase α	[-]
Z : Numéro atomique	[-]
Lettres grecs :	
Λ_α : Mobilité de la phase α	[m ³ .s/kg]
γ : Poids spécifique	[N/m ³]
μ_α : Viscosité de la phase α	[Pa.s]
ρ_b : Densité de la formation	[g/cm ³]

ρ_{fl} : Densité du fluide	[g/cm ³]
ρ_{ma} : Densité de la matrice solide	[g/cm ³]
ρ_{α} : Masse volumique de la phase α	[kg/m ³]
$\rho_{\alpha S}$: Masse volumique de la phase α dans les conditions normales	[kg/m ³]
τ_{σ} : Transmissibilité de la face ou de l'arrête σ	[-]
\emptyset : Porosité	[-]
Ω : Domaine de discrétisation	[-]
σ : Face ou arrête	[-]
$\partial\Omega$: Frontière du domaine Ω	[-]

LISTES DES ACRONYMES/ABREVIATIONS

GMRES: Generalized minimum residual

VER: Volume élémentaire représentatif

LISTE DES ANNEXES

Annexe 1: Graphes des débits instantanés au puits producteurs	119
Annexe 2 : Algorithme GMRES.....	121
Annexe 3 : flash thermodynamique.....	121

LISTE DES FIGURES

Figure I.1. Les différentes phases de transformation de la matière organique: diagenèse, catagenèse et métagenèse	7
Figure I.2. Les différents types de pièges	8
Figure II.1. Exemple de piège à Madagascar	12
Figure II .2. Chrono stratigraphie et potentialité en hydrocarbure	12
Figure II.3. Block 2013 de Madagascar oil	14
Figure III.1. Schéma de principe d'une sonde de résistivité normale.....	21
Figure III.2. Trois diagraphies différentes dans un même forage recoupant un recouvrement sédimentaire sur un substratum cristallin	22
Figure III.3.interaction corpusculaire des rayons gamma	23
Figure III.4.Sonde Gamma-Gamma Mount sopris KLP-2780	25
Figure III.5. Schéma de principe d'une sonde neutron-neutron.....	27
Figure III.6. Sonde neutron-neutron thermique Mount Sopris LLp-2676.....	27
Figure III.7. Exemple de log sonique	29
Figure.III.8.Principe de fonctionnement de la sonde sonique monopôle	30
Figure III.9. Sonde contenant des outils dipôles	31
Figure III.10. Interprétation lithologique du puits TW1 sur la base des logs Gamma Ray, densité et Neutron.....	34
Figure III.11.Interprétation lithologique du puits TW2.....	37
Figure. III.12. Interprétation lithologique du puits TW3	39
Figure III.14. Interprétation lithologique du puits TW4.....	42
Figure III.16.Interprétation lithologique du puits TW9.....	44
Figure III.17. Interprétation lithologique du puits TW10.....	47
Figure III.18.Interprétation lithologique du puits TW11.....	49
Figure III.19. Interprétation lithologique du puits TW12	51
Figure IV.1. Exemple d'un milieu poreux saturé contenant deux phases fluides.....	53
Figure IV.2. Différentes échelle au sein d'un milieu poreux	54
Figure IV.3. Évolution de la porosité en fonction du diamètre moyen	56
Figure IV.4. Exemple d'un milieu poreux contenant plusieurs phases.....	57
Fig. IV.5. Tension de surface et angle de contact à l'équilibre	59
Figure IV.6. Pression capillaire pour le modèle de Brook et Corey.....	61
Figure IV.7. Pression capillaire huile-eau.....	62
Figure IV.8. Perméabilité relative de Brook-Corey	63

Figure IV.9. Diagramme ternaire triphasique	64
Figure IV.10. Courbes des perméabilités relatives d'un système triphasique	65
Figure IV.11. Perméabilité relative huile-eau	67
Figure V.2. Flux à travers une arête commune.....	78
Figure V.3. Modèle du réservoir avec les quatre puits injecteurs et le puits producteur au milieu	81
Figure V.4. Résolution d'une équation non linéaire par la méthode de Newton-Raphson.....	82
Figure V.5. Structure de la matrice Jacobienne	86
Figure VI. 1. Pression (Pa) pour 10 jours de production	89
Figure VI.2. Pression(Pa) pour 30 jours de productions	89
Figure VI.3. Pression (Pa) pour 50 jours de production	90
Figure VI.4. Contours de saturation en huile pour 10 jours de production.....	91
Figure VI.5. Contours de saturation en huile pour 30 jours de production.....	91
Figure VI.6.Contours de saturation de l'huile pour 50 jours de production.....	92
Figure VI.7. Saturation en gaz pour 10 jours de production.....	93
Figure VI.8. Saturation en gaz pour 30 jours de production.....	93
Figure VI.9. Saturation en gaz pour 50 jours de productions	94
Figure VI.10. Contours de la viscosité de l'huile pour 10 jours de production	95
Figure VI.11. Viscosité de l'huile pour 30 jours de production.....	95
Figure VI.12. Viscosité de l'huile pour 50 jours de production	96
Figure VI.13. Débit cumulé (m ³) produit pour 10 jours de production.....	97
Figure.VI.14. Débit cumulé (m ³) produit pour 30 jours de production	98
Figure VI.15. Débit cumulé (m ³) produit pour 50 jours de production.....	98
Figure VI.16.Itération de Newton en 10 jours de production.....	99
Figure VI.17. Itération de Newton pour 30 jours de production	100
Figure VI.18. Itération de Newton pour 50 jours de production	100
Figure VI.19. Pas de temps pour 10 jours de production	101
Figure VI.20.marche en temps pour 30 jours de production.....	101
Figure VI.21. Marche en temps pour 50 jours de production	102
Figure VI.22. Contours de pression pour une journée de production	103
Figure VI.23. Contours de pression pour 5 jours de production.....	104
Figure VI.24. Contours de saturation de la phase huile pour une journée de production.....	105
Figure VI.25. Saturation de l'huile pour 5 jours de production	105
Figure VI.26. Saturation en gaz pour une journée de production	107
Figure VI.27. Contours de saturation en gaz pour 5 jours de production	107

Figure VI.28. Saturation en eau pour une journée de production	108
Figure VI.29. Saturation en eau pour 5 jours de production	109
Figure VI.30. Viscosité de la phase huile pour une journée de production	110
Figure VI.31. Viscosité de la phase huile pour 5 jours de production	110
Figure VI.32. Débits cumulés (m^3) au puits producteur pour une journée de production	111
Figure VI.33. Débit cumulé (m^3) au puits producteur pour 5 jours de production	111
Figure VI.34. Marche en temps pour une journée de production	113
Figure VI.35. Marche en temps pour 5 jours de production	113
Figure VI.36. Convergence de l'algorithme de Newton pour une journée de production	114
Figure VI.37. Convergence de l'algorithme de Newton pour 5 jours de production	114
Figure A.1. Débit instantané (m^3/s), cas diphasique pour 10 jours de productions	119
Figure A.2. Débit instantané (kg/m^3), cas diphasique pour 30 jours de productions	119
Figure A.4. Débit instantané, cas diphasique au puits producteur pour 50 jours de production	120
Figure A.5. Débits instantanés cas triphasique au puits producteur pour 1 jour de production	120
Figure A.6. Débits instantanés (m^3/s) pour 5 jours de production cas triphasique	121

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1. Teneur en carbone organique définissant le potentiel pétrolier d'une roche mère 5

Tableau I.2 Paramètres géochimiques définissant le type de kérogène et le type de produit généré . 6

INTRODUCTION GENERALE

L'exploitation du pétrole est devenue l'un des piliers de l'économie moderne, source d'énergie et de matière première. A ce jour, le pétrole est la première source d'énergie au niveau mondial. La FMI estime qu'en 2030 la consommation mondiale sera de 138,5 millions de barils par jour [1], notamment à cause du besoin croissant en énergie des pays émergents comme la Chine et l'Inde. Pour répondre à ce besoin énergétique mondial en croissance, il faut découvrir des nouvelles réserves et surtout exploiter au mieux les champs matures, la découverte des nouveaux gisements se faisant de plus en plus rare. Ainsi la découverte des gisements malgaches est une opportunité pour le développement économique du pays. La maîtrise, des techniques diverses d'exploitation et de l'optimisation de la production est un atout majeur pour une exploitation rationnelle, de cette ressource de richesse nationale. Ce travail, va dans ce sens cherchant à contribuer à mettre à la disposition des exploitants et des chercheurs un outil informatique pouvant les permettre de faire des études, sur l'optimisation de l'exploitation.

L'optimisation de l'exploitation d'un gisement pétrolier, passe par le perfectionnement des techniques et installations de production, ainsi que par l'amélioration du traitement des fluides pétroliers mais aussi par la connaissance du milieu poreux et des fluides composants le gisement. La connaissance des types d'écoulements et de la manière dont ils s'effectuent dans des tels milieux est nécessaire pour la maîtrise de cette optimisation lors de la récupération des hydrocarbures, dans les gisements pétroliers. L'objectif est d'avoir une rentabilité optimale. Pour cela trois grands axes de recherche doivent être maîtrisés :

- L'estimation des volumes d'hydrocarbure en place
- Les réserves récupérables
- Les potentielles de production des puits

Toutefois, comprendre et mettre au point un schéma d'exploitation et de production est complexe, vu la complexité du milieu poreux qui forme le réservoir et des phénomènes physiques couplés et complexes décrivant le réservoir. De ce fait, la compréhension d'un gisement nécessite la compréhension de tous ces phénomènes physiques couplés. Ceci, nécessite souvent d'établir un modèle physique adéquat, passer du modèle physique à un modèle mathématique, résoudre le modèle mathématique et chercher à comprendre le sens physique des résultats obtenus.

Le souci qui se pose c'est que vu la complexité du modèle physique, le modèle mathématique est constitué d'un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires, dont la recherche d'une solution analytique est presque impossible. Ainsi, on a recourt aux méthodes numériques pour la résolution du problème. On passe donc du modèle mathématique à un modèle numérique et la résolution du modèle numérique, permet de trouver une solution approximative, qui permet de mieux comprendre le comportement du gisement lors de l'exploitation et de rendre la production optimale. Autrement dit, la simulation réservoir est devenue standard pour la résolution des problèmes d'ingénierie réservoir. Elle nécessite, la combinaison de la physique, la mathématique, l'ingénierie réservoir et de la programmation informatique [2]. A cette issue, la résolution du modèle numérique nécessite la mise au point d'un code informatique, pour faciliter sa résolution. Nous pouvons dire donc que, la simulation d'un réservoir, nécessite trois points essentiels [3,4]:

- Un modèle mathématique
Le système physique, doit être traduit par une série d'équations mathématiques adaptées. Ce processus implique toujours des hypothèses. Ces dernières sont nécessaires d'un point de vue pratique pour rendre le problème résoluble.
- Un modèle numérique
Les équations décrivant le modèle mathématique, sont toujours très complexes pour être résolues analytiquement. L'approximation numérique de ces équations mathématiques, permet de les rendre beaucoup plus simple pour mettre au point un code informatique, pouvant résoudre ces équations complexes.
- Un modèle informatique
Un programme informatique, ou un ensemble de programme informatique écrit pour résoudre les équations constituant le modèle numérique, constitue le modèle informatique du réservoir.

Ainsi, l'objectif de la thèse est de développer un modèle numérique et un code informatique pouvant répondre aux besoins précédemment cités.

Cette thèse commence par une description de l'état de l'art en géologie pétrolière, qui constitue la première partie de notre travail. Cette partie est constituée de trois chapitres : le premier chapitre fait une description générale de la géologie pétrolière. Dans ce chapitre, nous parlons de l'origine du pétrole, de la formation du pétrole, de la migration vers les réservoirs, des pièges, etc. Le second chapitre quant à lui parle de la géologie pétrolière malgache et le troisième chapitre est dédié spécialement à l'interprétation des logs diagraphiques de la zone de Tsimiroro. Dans ce troisième chapitre, nous avons pu voir comment est formé le site de Tsimiroro, les différents types de roches rencontrées dans cette zone, ainsi que les profondeurs selon lesquelles on trouve des couches d'hydrocarbure. Quant à la deuxième partie de la thèse constituée de trois chapitres aussi, elle est consacrée à l'étude physique et à la modélisation du réservoir. Le premier chapitre de cette partie, fait une description générale de la physique du milieu poreux. Les lois essentielles pour la compréhension des écoulements des fluides en milieux poreux sont énoncées. Dans le second chapitre de cette partie, nous avons fait la modélisation du réservoir. Nous avons établi les lois physiques et mathématiques nécessaires à l'étude et nous avons élaboré un modèle numérique à partir d'une discrétisation volumes finis, qui nous a permis de mettre au point un code informatique dédié à la résolution du problème formulé. Quand au dernier chapitre de cette partie, nous avons effectué quelques expériences numériques à partir du code développé et nous avons fait l'interprétation des résultats obtenus.

PREMIERE PARTIE: CADRE DU SYSTEME PÉTROLIER

CHAPITRE I : APPROCHE GENERALE DE GEOLOGIE PETROLIERE

Toutes les étapes de formation d'un gisement (genèse des hydrocarbures, mises en mouvements, piégeage) se produisent au sein des roches sédimentaires. Autrement dit ce sont les facteurs géologiques, gouvernant la nature et la répartition de ces roches, qui discriminent les possibilités d'existence des gisements.

L'irrégularité des reliefs à la surface du globe, a pour conséquence un transport en général de matières des zones hautes montagneuses, vers les zones basses [5] (plaines d'alluvionnement, dépressions intra montagneuses, dépressions océaniques, etc.). Les produits de démantèlements qui résultent de l'érosion purement physique ou de l'altération chimique sont transportés, soit sous formes solide (galets, graviers, sables, etc.), soit sous forme dissoute (carbonates, sel, etc.) et viennent suivant leur état se déposer ou précipiter dans les dépressions où ils s'accumulent de façon préférentielle. Ces zones basses continentales, lacustres et plus souvent sous marines, où les dépôts s'accumulent et où de ce fait leur épaisseur est maximale constituent des bassins sédimentaires ; les facteurs qui contrôlent la nature et la distribution des produits d'accumulation sont très nombreux et la variété de dépôt est grande ; leurs répartition dans un bassin est importante à connaître parce que les qualités de réservoirs d'une roche dépendent d'abord de sa nature [5]. Bien que ces facteurs soient nombreux et indépendants, leur répartition considérée à l'échelle du globe est lié au relief et au climat.

I.1. Le relief

L'influence des forces de pesanteur, responsables des courants qui entraînent les particules vers les zones basses, aussi bien sur les continents (fleuves rivières, torrents) que sous les mers (glissements sous-marins, courants de turbidité, etc.), varie avec le relief. La vitesse des courants, les débits, contribuent à déterminer le tonnage de matériaux transportés, la taille des particules, leur classement, etc.

I.2. Le climat

Celui-ci joue un rôle prépondérant sur toute l'histoire du gisement :

- La température, la pluviométrie, les vents, les courants contrôlent le démantèlement tant physique que chimique des reliefs ;
- La pluviométrie qui détermine le régime hydrographique des fleuves agit sur la quantité des matériaux transportés ;
- Le vent, l'état hygrométrique de l'air, la température, la pluviométrie, qui agissent sur l'évaporation, interviennent en contrôlant la concentration des substances solubles (conditionnement), la précipitation d'un grand nombre de minéraux.

Pour ces raisons, la sédimentation est contrôlée par la latitude aussi bien au stade de l'altération, de l'érosion (craie latéritiques de pays tropicaux, formations glacières des pays polaires, ...), du transport (éolisations des zones tropicales arides, transport par les glaces, etc.), du dépôt (dépôts siliceux vers les pôles, dépôts calcaires vers l'équateur, etc.)

I.3. Formation et caractéristique d'une roche mère

Une roche mère provient de la transformation progressive en roche de sédiments enrichis en matière organique (entre 4 et 12%) [6]. La matière organique est composée de débris d'animaux et de végétaux (tissus cellulaires, pelotes fécales, spores, pollens, etc.) provenant de divers environnements et ayant échappé aux processus de dégradation biologique et chimique. Pendant son transport depuis son lieu de production jusqu'à son lieu de fossilisation, la matière organique est plus ou moins dégradée selon les conditions oxydantes du milieu. Pour qu'une roche mère se forme, il faut donc qu'il ait production importante de biomasse, transport de résidus de cette biomasse dans des conditions plutôt anoxiques puis dépôt dans des milieux préférentiellement fins. Les milieux argileux présentent donc, de bien meilleures conditions de préservation de la matière organique, par rapport aux milieux sableux et poreux permettant la circulation des oxydants.

Une roche mère est susceptible, de générer des produits pétroliers plus ou moins efficacement, selon des critères quantitatifs (concentration en matière organique et volume de la couche) et qualitatif (type de kérogène). Par ailleurs, la texture du sédiment dont dépendent les possibilités d'expulsion de l'huile formée (migration primaire) favorise ou non le potentiel pétroliers (tableau I.1).

Potentiel Pétrolier	Teneur en carbone organique (TOC %)
Pauvre	0-0.5
Faible	0.5-1
Bon	1-2
Très bon	2-4
Excellent	>4

Tableau I.1. Teneur en carbone organique définissant le potentiel pétrolier d'une roche mère [6]

On qualifie de kérogène, la fraction de matière organique dans les solvants organiques contenues dans la roche mère qui a échappé à la dégradation bactérienne et qui lors de l'enfouissement progressif va se transformer par dégradation thermique en divers produits pétroliers. Il existe différents types de kérogène déterminés à partir des rapports atomiques H/C et O/C révélateurs de l'origine de la matière organique (maritime, lacustre, continentale) et à partir desquels on peut prédire le type de produit généré (huile/gaz) (tableau I.2). Le potentiel de dégradation d'huile est d'autant plus important que la teneur relative en hydrogène dans le kérogène est élevée (H/C, HI).

Origine de la matière organique	Types de kérogène	HI (mg HC / g TOC)	H/C	Principal produit généré
Milieux d'eaux douces, lacustres	I	>600	>1.5	Huile
Marine	II	300-600	1.2-1.5	Huile
Continental et marine	II/IIIb	200-300	1.0-1.2	Huile et gaz mélangés
Continental	III	50-200	0.7-1.0	Gaz

Tableau I.2 Paramètres géochimiques définissant le type de kérogène et le type de produit généré [6]

Le fort potentiel pétrolier d'une roche mère n'est pas suffisant pour déterminer la génération de produit pétrolier. La maturation de la roche mère, c'est-à-dire son évolution lors de son enfouissement représente un paramètre clef.

I.4. Etape de la génération des produits pétroliers

Au cours de l'enfouissement des sédiments, la matière organique est transformée par craquage thermique. Plusieurs stades d'avancement de cette maturation thermique ont été définis (Tissot et Welte, 1984 [8] in [7], 2008).

I.4.1. La diagenèse de la matière organique

La diagenèse est la transformation de la matière organique détritique en kérogène. Elle est caractérisée chimiquement, par la disparition quasi-totale des acides fulviques et humiques [7] et par l'élimination des groupements fonctionnels oxygénés et azotés (Huc, 1980[9] in [7], 2008). A cette étape de l'évolution sédimentaire, le kérogène est thermiquement immature. En effet, cette matière complexe n'a pas encore subi de réaction de craquage, aboutissant à la formation d'hydrocarbures liquides et gazeux.

I.4.2. La catagenèse du kérogène

La catagenèse ou « fenêtre à huile », fait suite à la diagenèse et débute lorsque le kérogène devient thermiquement instable. Durant cette phase de maturation thermique, 50 à 90% de la masse de kérogène se transforme en bitume, eau, CO_2 et hydrocarbures liquides et gazeux. Le kérogène résiduel se trouve modifier, il se densifie par appauvrissement en atomes d'hydrogène, et s'enrichit en structure aromatique (Sallé et Debyser, 1976 [10] et Pelet, 1980[11] in [7]). Ces processus ont habituellement lieu à des profondeurs de 2 à 4 km et sous des températures de 60°C à 120°C.

I.4.3. La métagenèse du kérogène

La métagenèse ou « fenêtre à gaz », est une étape ultime de la maturation thermique du kérogène. Lorsqu'une roche mère est soumise à des températures supérieures à 150°C (au-delà de 4 km de profondeur), le kérogène dont la structure est déjà très aromatique, peut de nouveau subir un craquage conduisant à la formation de méthane essentiellement [7]. L'aromaticité du kérogène est telle qu'elle tend vers une structure graphitique [12].

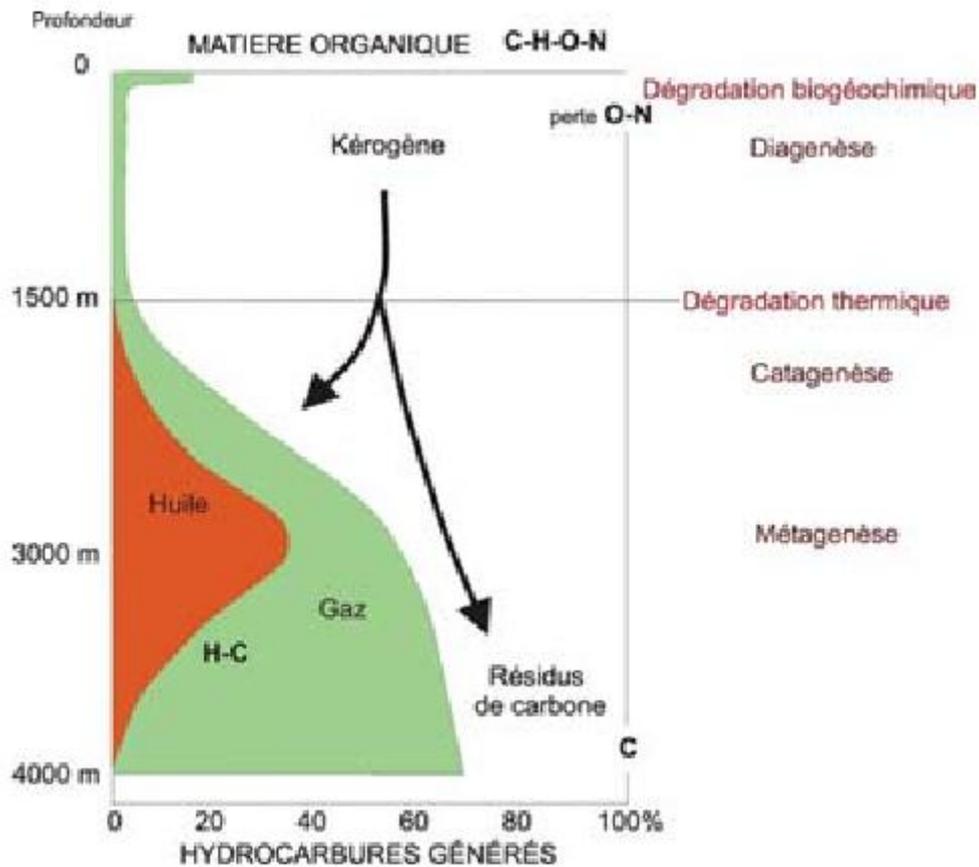


Figure I.1. Les différentes phases de transformation de la matière organique: diagenèse, catagenèse et métagenèse [6]

Les hydrocarbures ne présentent aucun intérêt commercial, lorsqu'ils restent piégés et dispersés dans la matrice de la roche mère qui est inactive. Dans de nombreux cas, ils sont expulsés de la roche mère sous l'effet de la pression, puis se déplacent et s'accumulent dans un milieu poreux et perméable que l'on qualifie de roche réservoir. La roche mère devient alors active. Ce phénomène de migration s'effectue soit vers les sables ou des grès qui ont une origine détritique, soit vers des réservoirs carbonatés. Lorsque les hydrocarbures sont parvenus dans les réservoirs sous l'effet de la saturation des fluides dans les pores et des forces capillaires, ils ont tendance à migrer vers la surface sous l'effet de ces mêmes facteurs. L'exploitation d'un système pétrolier n'est donc envisageable que si l'histoire sédimentaire et structurale a permis les formations d'une couverture et d'un piège qui vont stopper la migration et retenir les produits pétroliers (fig. I.2). Une roche est une bonne couverture lorsqu'elle est très imperméable et lorsqu'elle est suffisamment étendue latéralement et verticalement. Les roches à grains fins, les argiles, les évaporites, l'halite et l'anhydrite peuvent répondre à ces critères. Finalement les processus tectoniques, sédimentaires ou diagenétiques ont dû permettre l'organisation des couches géologiques généralement selon une géométrie concave vers le bas qui constitue le piège.

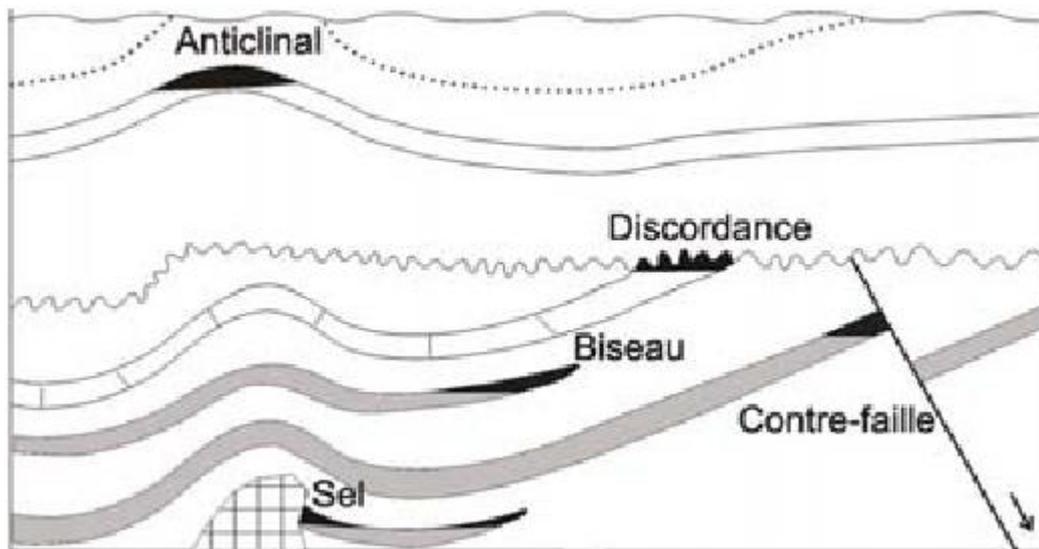


Figure I.2. Les différents types de pièges [6]

La dernière condition de formation des gisements pétroliers est le moment critique. Il s'agit de la période de la migration-accumulation. Les processus précédemment cités (craquage, migration, formation de la couverture et du piège) doivent être synchronisés. Par exemple la mise en place de la couverture et du piège est capitale pendant la période de migration-accumulation. Si elle a lieu trop tard, bien après le moment critique, aucun produit n'aura pu être retenu. Par ailleurs le moment critique n'est pas atteint lorsque l'enfouissement de la roche mère, est stoppé à des profondeurs où température et pression sont insuffisantes pour générer les hydrocarbures. L'histoire géologique d'un bassin, doit permettre l'enchaînement précis de ces événements, pour qu'un gisement soit généré.

I.5. Conditions de genèse des hydrocarbures dans la roche mère

Les processus précédemment décrits, ont lieu au sein de la matrice minérale des roches sédimentaires. Cependant, en plus des effets intrinsèques de la température et de la pression, on peut se demander si la présence d'eau et de minéraux a une influence sur la physico-chimie, de la réaction de décomposition thermique du kérogène.

Le gradient géothermique dans les bassins sédimentaires de 30°C/km [7], varie dans le temps et l'espace. Cette évolution de la température dans les sédiments avec la profondeur, est à l'origine de l'évolution thermique du kérogène en hydrocarbures. L'observation des systèmes naturels, a permis d'établir que la formation des hydrocarbures, obéit aux lois de la cinétique chimique [7].

I.5.1. Effets de la pression

La mise en œuvre d'expériences en laboratoire à pression variable contrôlée, se révèle être un exercice très contraignant toutefois, quelques expériences de pyrolyse en milieu fermé sur différents types de kérogènes ont été publiées [7]. Monthieux et al. (1986) [13], n'ont observé aucun effet de la pression sur le kérogène de type III, en présence ou en absence d'eau. Par ailleurs les travaux portant sur les kérogènes de types I, II, II-S (Price et Wenger, 1992[14], Freund et al. 1993 [15], Michels et al. [16,17], (1994 et 1995) ont montré un effet inhibiteur de la pression sur la réaction de craquage. Michels et al. (1995) montrent que la pression

hydrostatique a un plus grand effet inhibiteur, que celui de la pression générée par les effets des effluents. L'ensemble des auteurs s'accordent de dire que cet effet, est modéré dans les conditions expérimentales. Dans les conditions géologiques, la pression est moins forte que dans les conditions expérimentales. Il est donc supposé que l'effet de la pression est encore moins important. Il est généralement admis que, la pression influence peu le milieu réactionnel en comparaison de la température. Son effet est variable et dépendant à la fois, du milieu réactionnel (par exemple en présence ou en absence d'eau) et du type des réactions mises en jeu (réaction uni ou biomoléculaire, inter ou intramoléculaire). Cependant, des travaux récents sur des pyrolyses aqueuses à pression et température contrôlées ont montré que la pression hydrostatique ralentit, la décomposition thermique des kérogènes et des huiles. (Hill et Lewan, 2007, Uguna et al. 2007, Snape et al. 2007 ; Wang et Du, 2007)[18, 19, 20,21]. Les expériences de décomposition thermique d'une roche mère immature d'Uguna et al. (2007) [19], présente une réactivité différente sous pression de vapeur d'eau à l'état liquide. En présence d'un volume inférieur à 10ml de vapeur d'eau, la roche mère génère une quantité croissante de gaz et de bitume. Au-delà de ce volume de vapeur d'eau ou en présence d'eau à l'état liquide, la quantité de produits de décomposition décroît. Hill et Lewan (2007) [18], considèrent que, au cours des expériences de pyrolyse réalisées à des températures inférieures à 330°C/ 72h leur échantillon de roche mère est essentiellement converti en bitume. Ils observent que la pression hydrostatique a un effet mineur sur cette réaction. Tandis que au cours de pyrolyse à plus forte température (330-356/72h), la transformation du bitume en huile devient le mécanisme prépondérant. Les auteurs montrent qu'à ces températures, l'augmentation de la pression hydrostatique entraîne une diminution de la genèse des hydrocarbures [7]. Hill et Lewan suggèrent que l'effet de la pression favorise les réactions de recombinaison dans le bitume défavorisant la genèse d'hydrocarbure et/ou que le volume disponible, réduit sous l'effet de la pression pourrait aller à l'encontre de la formation des hydrocarbures.

I.5.2. Effet de la matrice minérale

Dans des conditions de laboratoire, c'est-à-dire à relativement haute température et sans eau, l'influence de la matrice minérale dépend à la fois du type de la matière organique et du type de minéraux [7]. Plus particulièrement, le fort pouvoir absorbant de la montmorillonite semble favoriser le craquage de la matière organique, sous de fortes températures. Une réaction catalytique a été observée, sur des expériences contenant des argiles et uniquement en absence d'eau. Une telle observation a un sens, puisqu'il est bien connu (par exemple dans le domaine du raffinage des pétroles), que les réactions de catalyse sont inhibées en présence d'eau. Or les roches mères contiennent toujours de l'eau (dans leurs porosités). Il est donc peu probable qu'un processus catalytique, à basse température se mette en place lors du craquage primaire dans les conditions géologiques.

I.5.3. Effet de l'eau

En 1964 des travaux expérimentaux menés par Jurg et Eisma ([22] in [7]), ont montré pour la première fois le rôle de l'eau dans la formation du pétrole. Les auteurs observent qu'en présence ou en absence d'eau, la composition des hydrocarbures de faible masse moléculaire varie au cours de la décomposition thermique de bentonite et de l'acide behénique à des températures de 200 à 275°C. En présence d'eau, une plus grande quantité d'alcane linéaires par rapport aux iso-alcane est générée alors qu'en absence d'eau cette dominance s'inverse.

D'après Jurg et Eisma, cette tendance pourrait s'expliquer par le mécanisme réactionnel de formation des alcanes linéaires et ramifiés. En effet, les alcanes linéaires se formeraient à partir de radicaux favorisés en présence d'eau, tandis qu'en absence d'eau un mécanisme ionisé serait favorisé, donnant lieu à la formation d'iso-alcanes.

Lewan (1979) [23], a réalisé des pyrolyses en milieu aqueux, sur des échantillons de roche mère pour reproduire la production et l'expulsion des huiles naturelles à 330°C pendant 72h. Ses travaux ont souligné le fait que l'huile accumulé à la surface de l'eau présente la même composition que les huiles naturelles. Par la suite Hoering (1984) [24], a effectué une série d'expériences de pyrolyse en présence d'eau deutérée. Il en a déduit que les échanges hydrogène-deutérium s'opèrent sur les hydrocarbures formés par décomposition thermique du kérogène. Tout comme la matrice minérale, le rôle de l'eau sur le processus de formation des hydrocarbures fait encore débat. Pour Lewan (1997) [25], la réaction de maturation thermique est différente lorsqu'elle s'effectue en présence ou en absence d'eau. L'eau est une source importante d'hydrogène, permettant une diminution des réactions radicalaires. Sans source d'hydrogène, les radicaux formés se condensent la matière organique s'organise. Par l'intermédiaire d'expériences avec de l'eau deutérée, il propose que l'échange d'hydrogène de l'eau avec les hydrogènes des hydrocarbures formés ralentisse la maturation thermique. La compétitivité des réactions, permet ainsi d'expliquer une partie des différences expérimentales des pyrolyses en milieu anhydres et aqueux. Il montre aussi que la réaction de craquage en présence d'eau, favorise les mécanismes radicalaires au détriment des mécanismes ioniques. Il explique un certain nombre de réactions de dégradation thermique, en présence d'eau telles que, la formation de molécules d'hydrogène et de dioxyde de carbone. En outre des travaux récents publiés par Behar et al. (2003)[[26] in [7]] sur un charbon immature, montrent que les principaux processus de transformation de la matière organique, seraient les mêmes avec ou sans eau ajoutée : les écarts de composition des effluents de pyrolyse seraient en fait dus à une rétention favorisée des produits lourds dans le réseau du kérogène pendant les pyrolyses en milieu aqueux.

Ainsi, il paraît donc que le craquage primaire dans la roche mère, dépend essentiellement de la température, et donc de l'histoire thermique du bassin. En effet les expériences sous pression contrôlée, montrent que la pression jouerait un rôle secondaire, encore mal défini, sur la réaction des maturations artificielles. Dans certaines conditions, la matrice minérale pourrait influencer de façon physico-chimique, la genèse du pétrole. Toutefois, cet effet est mal connu et semble négligeable voire inhibé dans des conditions naturelles, du fait de la présence d'eau dans la porosité des roches mères.

CHAPITRE II : GOELOGIE PETROLIERE DE MADAGASCAR

Dans ce chapitre, nous allons décrire la géologie et la potentialité pétrolière Malgache. Nous allons parler de la formation des couvertures sédimentaires, la stratigraphie, ainsi que les pièges.

I.1. Formation des couvertures sédimentaires malgaches

La dérive de Madagascar par rapport au continent africain, a provoqué des fortes subsidences de type tectonique le long de la côte orientale de l'île, qui ont donné lieu à la formation de bassins sédimentaires. Du carbonifère terminal jusqu' au jurassique, une grande épaisseur de sédiments lacustres et fluviales s'est accumulée en marche du socle. Ces séries sédimentaires principalement détritiques sont répandues dans beaucoup de régions d'Afrique au sud du Sahara et sont rassemblées sous le terme « Karoo Sedimentary Supergroup ». A Madagascar, ces sédiments sont particulièrement bien développés dans le bassin de Morondava. Les géologues divisent la séquence, de presque 12 km d'épaisseur en trois groupes principaux de bas en haut : Sakoa, Sakamena et Isalo. Les sédiments du Karoo, se sont formés par l'érosion des roches du socle cristallin adjacent. Etant donné que les phénomènes d'extension, à l'origine de la subsidence des bassins sédimentaires résultent d'un amincissement cristal, des épanchements volcaniques remontant par les réseaux de fractures coexistent avec la sédimentation.

Après la phase Karoo, l'ère secondaire est marquée par une transition vers une sédimentation marine. Le bassin s'est ouvert et a permis la mise en place des sédiments riches en matières organiques, des marnes et des argiles schisteuses. Cette série sédimentaire est surtout développée dans le bassin de Mahajanga où l'on trouve formés par diagenèse les fameux gisements de célestite. Par ailleurs, ces sédiments qui s'étalent du jurassique au crétacé sont un véritable paradis pour les paléontologues. On y trouve une énorme quantité de fossiles.

II.2. Chrono stratigraphie et type de piège rencontrés

A Madagascar, on trouve plusieurs types de pièges [27] : les pièges anticlinaux, bloc bascules et les variations de facies de roches, dont les roches mères sont réparties en six niveaux d'âges, avec des réservoirs constitués par des grès, calcaires ou dolomies. Le temps de migrations des hydrocarbures est de 100 MA.

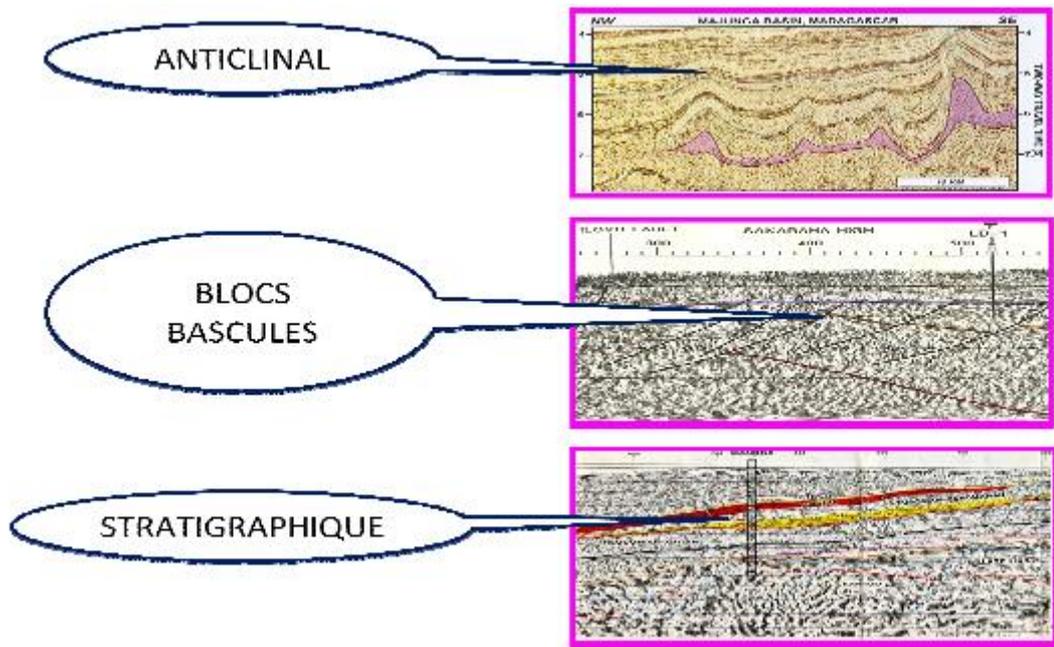


Figure II.1. Exemple de piège à Madagascar [27]

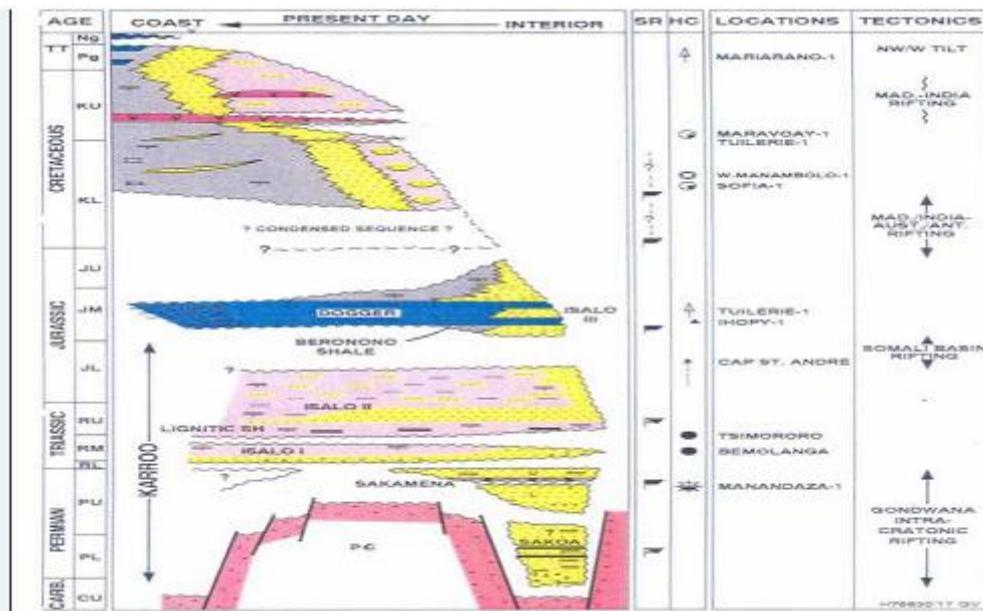


Figure II.2. Chrono stratigraphie et potentialité en hydrocarbure [27]

II.3. Description géologique du bassin de Morondava

II. 3.1. Cadre géologique

Le bassin de Morondava se développe longitudinalement et par la moindre extension des coulées basaltiques, ce qui facilite un drainage facile et direct vers la mer par de nombreux fleuves. Les traits physiques caractéristiques sont des grands escarpements en cuesta ou des dérivés de failles.

Le bassin est bordé à l'Est par la grande falaise en partie faillée du Bongolava. Les principales cuestas sont : la cuesta isalienne en contrebas de laquelle s'allonge le couloir sakamenien (autrefois dénommé vallée perm triasique), la grande cuesta du Bemaraha culminant 800 mètres qui, interrompue au sud de la Tsiribihina, se poursuit d'une manière discontinue jusqu'à l'Onilahy, la cuesta des basaltes moyens entre Mangoky et l'Onilahy puis dans le Sud-ouest, la cuesta du plateau calcaire éocène entre Mangoky et Menarandra. Des escarpements dérivés de failles se trouvent dans le Crétacé de la région du Mangoky avec regards Ouest (Manja, Sikily) et le plus important est lié à la faille de Tuléar qui horde à l'Ouest, le plateau calcaire éocène. Au Nord-ouest de Tuléar, il faut noter le massif basaltique de l'Analavelona constituant un relief culminant 1300 mètres. Dans l'extrême Sud entre Menarandra et la Linta; un grand cordon dunaire s'élève à 200 mètres d'altitude au bord de mer en obturant complètement les bassins d'Ambovombe et de Beloha. Les grands fleuves dans leurs parties internes ne comportent que des alluvions peu étendues à l'exception toutefois de la zone du Betsiriry, de part et d'autre de Miandovazo. Ce n'est que dans les zones externes que les alluvions se développent largement pour se terminer par de vastes deltas, en particulier aux embouchures du Mangoky et du Manambolo.

Le bassin de Morondava subit par une tectonique cassante très accusée où les failles, de direction côte Est ou Mozambique, sont très nombreuses avec souvent des rejets importants. Transgressions et régressions marines, diversement localisées sont plus amples et font disparaître des étages entiers aux affleurements.

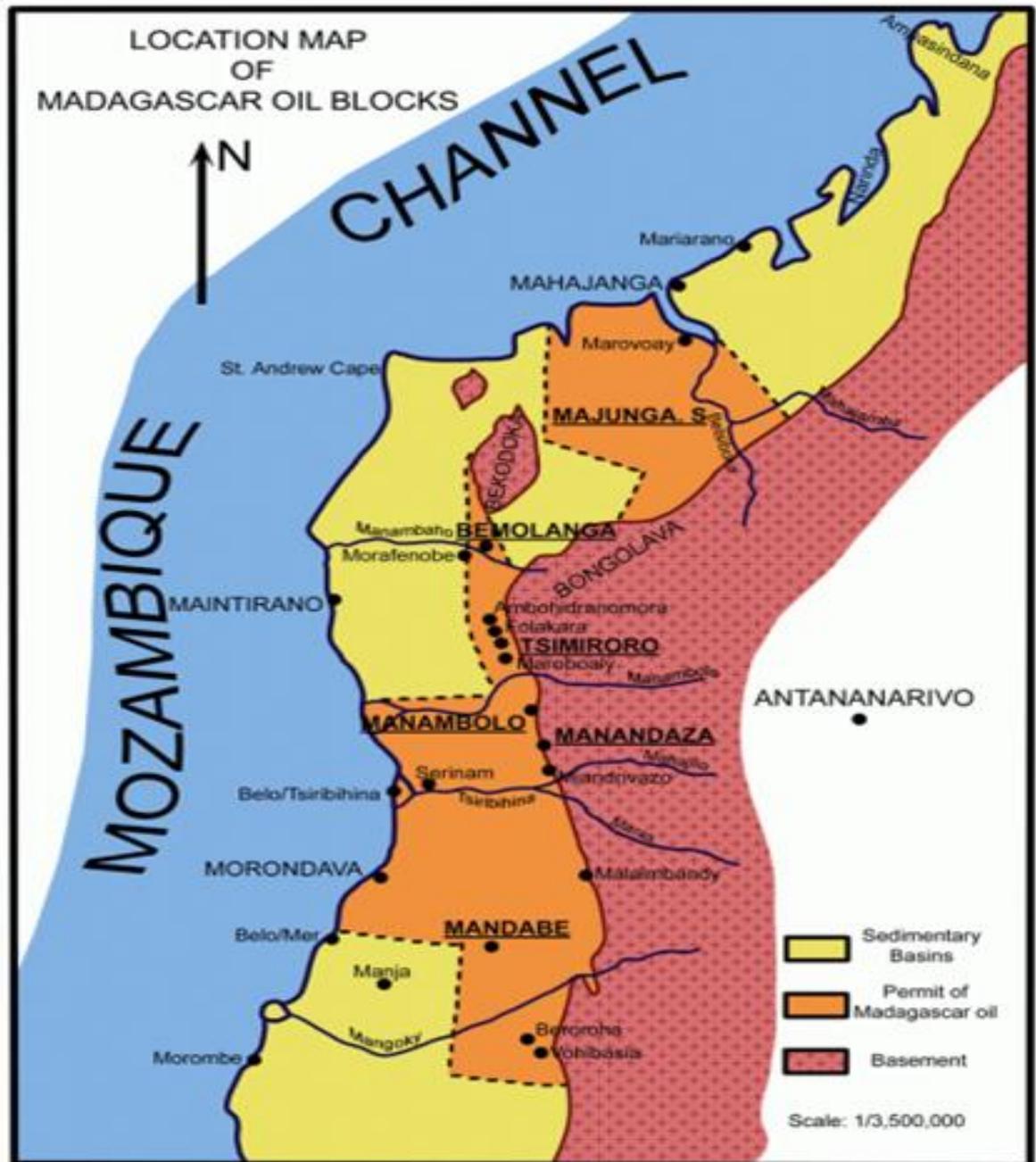


Figure II.3. Block 2013 de Madagascar oil [27]

II.3.2. Description lithologique du bassin de Morondava

La base de la série sédimentaire malgache du Carbonifère supérieur jusqu'à la fin du Jurassique moyen, est essentiellement constituée de formations continentales, qui constituent le système dit du Karroo, par analogie avec le système similaire de l'Afrique Australe. Dans cet ensemble continental, les formations marines ne constituent que des intercalations locales, inégalement développées.

Le système du Karroo, comporte à Madagascar trois groupes : Sakoa, Sakamena et Isalo séparés par des discordances. Chacun de ces groupes est caractérisé par sa composition : pétrographique, sa faune et sa flore.

II.3.2.1. Le groupe de la Sakoa

Localisé dans le sud-ouest de l'Ile, le groupe de la Sakoa comporte quatre formations successives :

- La série glaciaire à la base.
- La série houillère.
- La série rouge.
- Les calcaires marins de Vohitolia

II.3.2.1.a. La série glaciaire

Sur le socle cristallin, les premiers sédiments sont constitués par la série glaciaire (glaciation de Gondwana) comprenant des tillites et des schistes noirs. La tillite est un conglomérat glaciaire qui se distingue des conglomérats ou poudingues proprement dits, par le fait qu'elle est constituée non pas de galets roulés mais de blocs anguleux noyés dans une pâte fine. Ces blocs ont souvent des surfaces polies présentant des stries. Ce sont là, les caractères des moraines des glaciers actuels. Les tillites n'en diffèrent que parce que la pâte constitue un ciment. Elles reposent sur un substratum parfaitement poli et strié par le mouvement puissant et lent des moraines et des glaces. Les tillites forment des bancs qui peuvent atteindre plusieurs dizaines de mètres d'épaisseur.

Les schistes noirs alternant avec des tillites, proviennent de la consolidation des boues glaciaires. Ils présentent parfois des fines alternances de lits clairs et foncés et constituent alors des varves. Au milieu des schistes, on trouve parfois de gros blocs cristallins qui sont tombés sur le fond vaseux à partir de glaces flottantes.

II.3.2.1. b. La série houillère

Au début du Permien une modification du climat a entraîné la disparition des glaciers et, il s'est déposé une série gréseuse avec bancs de charbon. Le paysage comportait alors de vastes lacs et marécages en bordure du socle émergé. Sur ce dernier s'installait une végétation dense. La flore à Glossopteris est surtout composée de grandes fougères (Gangamopteris, Glossepteris) et d'Equisétinées (Schizoneura) au milieu de laquelle vivaient de grands insectes un peu semblables aux Libellules. Lacs et marécages constituaient des bassins lacustres dans lequel se déposaient, sous faible hauteur d'eau avec des émergences fréquentes, des grès blancs à fine stratification entrecroisée et de nombreux débris végétaux transportés par les cours d'eau. Ce sont ces derniers qui se sont transformés en charbon.

La série houillère se montre constituée par une alternance de grès prédominants avec des couches de charbon d'épaisseur variable. La partie la plus intéressante du bassin constitue le gisement de la Sakoa qui s'allonge sur une longueur de dix kilomètres. Les couches ont un plongement moyen de 25°, il y a là cinq couches de charbon de 1 à 5 mètres d'épaisseur.

II.3.2.1.d. La série rouge

Après le dépôt des couches à charbon, une brusque variation climatique se produit avec établissement d'un régime tropical chaud et humide qui se traduit par une couleur rouge des argiles associées à des grès arkosiques grossiers. La série présente des alternances de grès et

d'argiles, d'une épaisseur totale d'environ 1400 mètres. Elle renferme des bois solidifiés et les restes d'un reptile primitif apparenté à ceux qui prospéraient à la même époque en Afrique Australe.

II.3.2.1.e. Les calcaires de Vohitolia

Le groupe de la Sakoa se termine par un horizon de calcaire marin de faible épaisseur (10-30 mètres) déposé par la première transgression marine ouvrant le canal de Mozambique. Les calcaires de Vohitolia contiennent surtout des Brachiopodes (*Productus*, *Spirifer*) et des récifs de Stromatolites

II.3.2.2. Groupes de Sakamena

Le groupe de la Sakamena est en grande partie continental, mais il renferme des intercalations marines. En particulier, dans l'extrême Nord Il est entièrement marin (Permotrias à *Productus*, Poissons et Ammonites). Le groupe de la Sakamena s'étend régulièrement depuis les dômes cristallins du cap Saint André jusqu'à la région de l'Eliva, au sud de l'Onilahy. Il existe trois séries :

- La Sakamena inférieure continentale, constituée de roches grises à faciès schisteux (schistes et grès micacés) avec Reptiles et flore à *Glossopteris* et *Thinnfeldia*.
- La Sakamena moyenne, en grande partie marine et lagunaire, formée d'argiles grises à nodules, septarias, lits calcaires cone-in-cone, avec Poissons marins et Crustacés lagunaires (Esthéries).
- La Sakamena supérieure, continentale avec grès et argiles rouges.
- La Sakamena inférieure est caractérisée par son faciès schisteux avec alternance de schistes plus ou moins argileux et de grès micacés très durs se délitant en dalles. Elle présente un paysage de couches faiblement inclinées en marches d'escalier avec ressauts plus ou moins accusés correspondant aux bancs de grès durs. La partie inférieure est riche en débris de Plantes appartenant surtout à la flore à *Thinnfeldia* mais où *Glossopteris* subsiste. Sans *Gangamopteris*, Il y a ici une modification climatique avec climat chaud et sec. La partie supérieure renferme un Amphibien Stégocéphale (*Rhinesuchus*) et des Reptiles (*Tangasaurus*, *Hovasaurus*) du Permien supérieur.

La Sakamena moyenne offre un faciès très différent. La mer envahit irrégulièrement le domaine continental et lacustre de la Sakamena inférieure. Les lacs se mettent en communication avec la mer et deviennent des lagunes à eaux saumâtres dans lesquelles persistent des apports terrigènes apportés par les fleuves. Parfois, la mer envahit complètement les terres basses puis se retire. La sédimentation est ici d'un type particulier et donne des argiles à nodules, septarias, lits calcaires à structure cone-in-cone. Les nodules sont des concrétions régulières aplaties ; certains renferment des organismes (Poissons) ou des inclusions bitumineuses. Les septarias sont des concrétions à ornementation extérieure ondulée ou étoilée avec cloisonnement interne. La structure cone-in-cone qui se rencontre parfois à la surface des septarias et qui est caractéristique des plaquettes calcaires est constituée par des cônes emboîtés constituant des lits horizontaux millimétriques. Une des particularités de la

Sakamena moyenne est de présenter des indices bitumineux ce qui a entraîné que des recherches Pétrolières sont restées sans résultat.

Les couches de la Sakamena moyenne renferment des poissons marins identiques à ceux que nous verrons dans le nord de l'île et qui sont datés du Trias inférieur et aussi un petit crustacé du genre *Estheria* qui vivait surtout en eaux saumâtres. C'est un petit animal inclus dans une coquille bivalve à stries concentriques dont l'aspect extérieur simule un Lamellibranche mais cette coquille protège un corps de Crustacé qui se replie à l'intérieur.

La Sakamena supérieure redevient entièrement continentale, la mer se retire et il se dépose des grès à stratification entrecroisée et des argiles rouges.

II.3.2.3. Le groupe de l'Isalo

Le groupe de l'Isalo recouvre le groupe de la Sakamena avec une discordance de quelques degrés. La base est entièrement continentale. Des incursions marines parfois importantes et de longue durée sont introduites dans les parties moyennes et supérieures. Le groupe de l'Isalo débute au sommet du Trias inférieur et se poursuit jusqu'à la fin du Jurassique moyen. On y sépare :

- L'Isalo I à la base, surtout gréseux, continental.
- L'Isalo II, argilo-gréseux avec quelques intercalations marines.
- L'Isalo III, argilo-gréseux avec passage latéral à des grandes formations de marnes.

La caractéristique essentielle des formations de l'Isalo est leur constitution prédominante de grès tendres, très perméables, mal cimentés qui se désagrègent facilement en surface en donnant d'épais recouvrements de sables siliceux (carapace sableuse). L'absence complète de roches dures pose des problèmes pour la construction des routes et pistes. Par contre, la nature poreuse des grès constitue un excellent réservoir qui emmagasine l'eau des pluies pour la restituer au cours de la saison sèche. Les vastes étendues sableuses n'offrent que des sols très pauvres couverts de prairie dont la seule vocation est un élevage très extensif. Toutefois, dans les zones où l'Isalo renferme des bancs argileux, ce qui est surtout le cas de l'Isalo II, les conditions s'améliorent. Des sources naissent au contact grès-argile, les sols deviennent plus riches et les fonds imperméables permettent l'établissement de rizières.

CHAPITRE III : ETUDE DIAGRAPHIQUE DE LA ZONE DE TSMIRORO

La diagraphie consiste à caractériser après avoir effectué un forage, les caractéristiques des roches traversées à l'aide de différentes sondes. Certaines techniques de diagraphies utilisent de sources de gamma ou de neutrons placées dans la sonde. Il existe des diagraphies instantanées, les caractéristiques de la formation étant alors enregistrées pendant le forage. Il existe également les diagraphies différées, dont les caractéristiques de formation sont enregistrées cette fois après le forage. Les outils de mesure sont alors descendus dans le sondage avant le tubage. Elles permettent de caractériser les différents constituants du sous sol, d'affirmer les corrélations litho stratigraphiques entre les puits d'une même région et de déterminer les paramètres mécaniques et hydrauliques de la formation. Autrement, les mesures diagraphiques permettent d'estimer les saturations en eau et en hydrocarbures des réservoirs traversés. Aussi, ces études diagraphiques permettent de déterminer le pendage des couches, les caractéristiques des puits de forage, la comparaison des différents puits entre eux et de repérer les couches productrices des couches non productrices.

Ainsi, l'interprétation des logs diagraphiques de la zone de Tsimiroro, va nous permettre de comprendre les différentes couches constituant ces réservoirs, les types de fluides présents, ainsi que les caractéristiques pétro physiques de ces formations. A.T. Chrysanthe [28], a étudié les diagraphies nucléaires de quelques puits de Tsimiroro. Dans ce chapitre, nous allons faire l'interprétation des différents résultats obtenus, qui vont nous permettre de mieux connaître cette zone de formation.

III. 1. Généralités sur les diagraphies

III.1.1. Classification

Les diagraphies sont classées en deux grandes catégories : les diagraphies instantanées et les diagraphies différées.

III.1.1.1. Les diagraphies instantanées

Elles sont réalisées pendant le forage : durant le processus même de forage on réalise des mesures dont les résultats sont fonction de la profondeur de l'outil de forage. Les diagraphies instantanées sont, soit l'enregistrement des paramètres de forage, soit des diagraphies géophysiques. La diagraphie de vitesse d'avancement est la plus fréquente que les diagraphies d'enregistrement [29]. Elle donne des informations sur les propriétés mécaniques du terrain traversé pendant le forage. En effet, plus le terrain est facile à forer, plus le forage peut s'effectuer rapidement.

La diagraphie des vitesses d'avancement, doit d'une part être calibrée en fonction du type de machine utilisée. D'autre part, elle est réalisée en maintenant tous les réglages techniques le plus constant possible (couple de rotation, poussée sur l'outil, pression du fluide, etc.).

Les diagraphies instantanées de ces autres paramètres de forage sont donc complémentaires de la diagraphie des vitesses d'avancements.

III.1.1.2. Les diagraphies différées

Elles consistent à mesurer depuis l'intérieur de forage, l'une des paramètres physiques caractéristiques du terrain. Elles sont toujours effectuées, à partir d'une sonde descendue dans le forage et reliée à la surface du sol par l'intermédiaire d'un câble.

Le câble remplit plusieurs fonctions :

- Il est porteur ; il supporte le poids de la sonde et ne doit pas s'allonger, car sa longueur sert à mesurer la profondeur de la sonde ; celle-ci doit être connue avec une précision meilleure que 0,5% (soit 5cm à 10m de profondeur).
- Il transporte l'énergie nécessaire à l'alimentation des circuits électroniques situés dans la sonde ;
- Il transporte l'information entre l'instrumentation située dans la sonde et celle qui est en surface ; si tous les circuits sont analogiques, cette information ne circule que de la sonde vers la surface ; elle est constituée par le résultat de la mesure ; si l'instrumentation utilise une technologie numérique, l'information circule dans les deux sens sous forme numérique

III.1.2. Diagraphie de résistivité

La résistivité électrique est utilisée dans le domaine des géosciences, pour étudier les propriétés physiques des roches. Les roches sédimentaires sèches, ignées et métamorphiques sont pauvres en conductivité du courant électrique.

Des études montrent qu'il existe des relations entre la résistivité des roches, la porosité et la saturation en eau dans la roche. Ces études montrent aussi que, connaissant la résistivité de la roche, on peut en déduire la présence d'hydrocarbure et sa qualité peut être déduite aussi [30].

III.1.2.1. Relation entre la résistivité de la roche et la saturation en eau

Du fait que l'huile et le gaz, ne sont pas des bons conducteurs de l'électricité, la résistivité d'une roche partiellement saturée en hydrocarbure, R_t , est plus élevée que la résistivité, R_o d'autres roches qui sont complètement saturées en eau. Si la saturation en hydrocarbure est majorée, la résistivité sera aussi majorée [30]. Cependant, dans un milieu poreux authentique, la croissance de la résistivité n'est pas forcément proportionnelle à la teneur en hydrocarbure. Comme l'hydrocarbure remplace l'eau, la résistivité croît lentement au début, l'huile ou le gaz remplit normalement le centre des pores, laissant assez de place pour le passage du courant. Les pores étant occupés par des isolants, la résistivité augmente fortement.

Supposons que l'on veut déterminer expérimentalement si un bouchon de noyau est entièrement ou partiellement saturé avec de l'eau, de résistivité connue. Si l'échantillon est partiellement saturé d'eau, le reste de l'espace des pores est occupé par des isolants (huile ou gaz). La présence d'hydrocarbure peut être détectée électriquement par le mode opératoire suivant :

- On détermine expérimentalement, la résistivité R_t de l'échantillon
- Retirer tous les liquides qui se trouvent dans l'échantillon, puis le saturé totalement d'eau de même résistivité R_o comme avant

- Déterminer expérimentalement la résistivité R_0 de l'échantillon maintenant saturée avec de l'eau de résistivité R_w
- Comparer les valeurs de R_0 et R_t . Si l'échantillon original contenait d'hydrocarbure, alors :

$$R_t > R_0 \quad (III.1)$$

$$\text{Ou } \frac{R_t}{R_0} > 1 \quad (III.2)$$

Le rapport de résistivité est appelé indice de résistivité noté I_R :

$$I_R = \frac{R_t}{R_0} \quad (III.3)$$

Si l'échantillon a été initialement saturé d'eau, alors $R_t = R_0$ et $I_R = 1$. Notons que la présence d'hydrocarbure est indiquée par l'indice de résistivité et non pas par la valeur de R_t .

Ainsi, connaissant ces résistivités, on peut déterminer la saturation en eau de la roche par les relations (III.4) et (III.5)

$$s_w = \left(\frac{1}{I_R}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (III.4)$$

$$\text{Ou : } s_w = \left(\frac{R_0}{R_t}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (III.5)$$

Ces deux relations sont utilisées, pour calculer la saturation de l'eau dans la roche. Le paramètre n est déterminé au laboratoire et est compris entre 1 et 2.5.

III.1.2.2. Principe des mesures

La sonde de diagraphie de résistivité, est un cylindre fait d'un matériau isolant qui porte des électrodes en formes d'anneaux métalliques (fig.III.1).

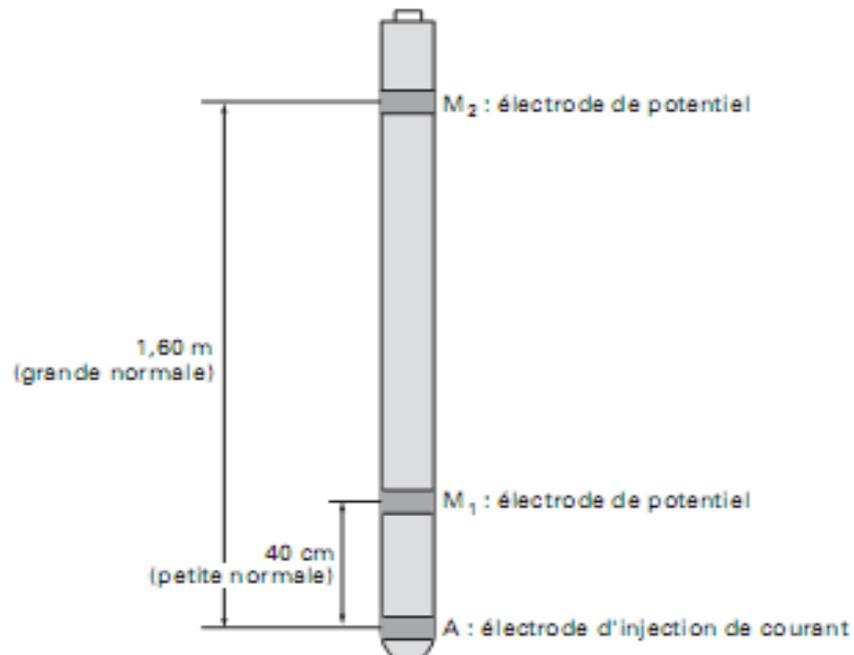


Figure III.1. Schéma de principe d'une sonde de résistivité normale

Dans les diagraphies de résistivité normale, la sonde porte une électrode d'injection de courant A et deux électrodes de mesure de potentiels M_1 et M_2 . L'autre électrode de courant B se trouve en surface à plus de 50 m de la tête de forage. L'électrode de référence du potentiel N est aussi en surface à plus de 50m de la tête de forage, dans une direction très différente de celle de B. Si I est l'intensité du courant, V_1 et V_2 respectivement les potentiels en M_1 et M_2 , on mesure deux résistivités apparentes :

$$R_1 = \frac{4\pi AM_1 V_1}{I} \quad (\text{III.6})$$

et,

$$R_2 = \frac{4\pi AM_2 V_2}{I} \quad (\text{III.7})$$

On obtient donc, deux courbes de diagraphies :

- La petite diagraphie normale est très sensible aux variations rapides de la résistivité en fonction de la profondeur. Elle donne donc, une bonne résolution verticale. En revanche, le résultat est très influencé par le diamètre du forage et la précision est donc médiocre.
- La grande diagraphie normale est plus intégrante et moins sensible aux variations verticales de la résistivité. La résolution est médiocre, en revanche le résultat dépend peu du diamètre de forage et la précision est bonne. Le résultat est donc représenté sous la forme de deux courbes, où la profondeur est indiquée sur un axe vertical et la résistivité apparente en ohms-mètres sur un axe horizontal. La figure III.2 montre un exemple de ce type de diagraphie

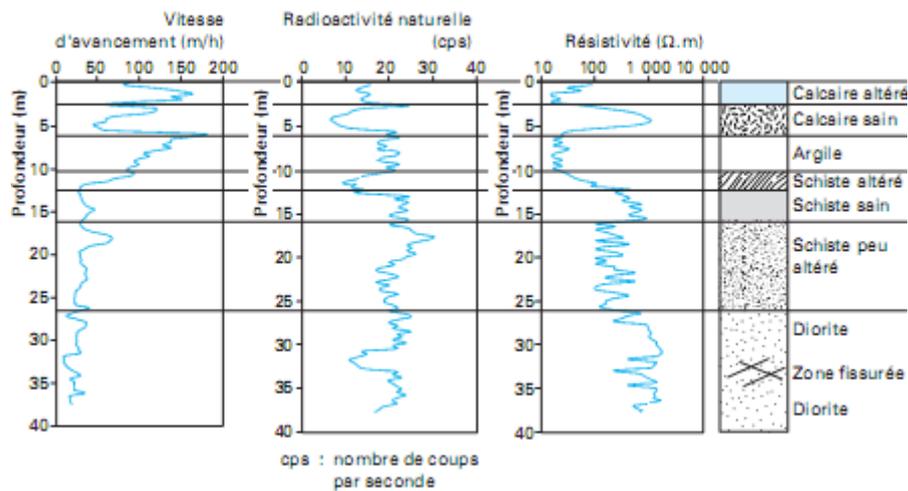


Figure III.2. Trois diagraphies différentes dans un même forage recoupant un recouvrement sédimentaire sur un substratum cristallin [29]

III.1.3. Diagraphies nucléaires

III.1.3.1. Le logs Gamma Ray

Le log Gamma Ray, est une mesure de la radioactivité naturelle qui correspond à la désintégration d'un noyau atomique conduisant à l'émission d'un rayonnement. Il existe trois sortes de rayonnement qui sont, les rayonnements γ , α et β . Les rayons γ de natures ondulatoires et correspondants pour un noyau à la transition d'un état quantique à un autre avec émission d'un photon sont beaucoup plus pénétrants que les rayons α et β et jouent un rôle essentiel dans la mesure de la radioactivité naturelle. Trois éléments essentiels contribuent de façon prépondérante à la radioactivité γ dans les roches et le sol : le potassium ^{40}K , le thorium ^{232}Th et l'uranium ^{238}U et dans la moindre mesure l'uranium 235.

La sonde utilisée, détecte l'ensemble du rayonnement gamma, sans distinguer l'isotope qui lui est donné naissance. La mesure se fait à l'aide d'un cristal scintillant NaI (scintillomètre) qui émet un photon lumineux lorsqu'il est percuté par un photon γ . Un photomultiplicateur transforme cette photoémission, en une impulsion électrique qui est amplifiée et mesurée. Le nombre d'impulsion compté par unité de temps (CPS : coups par second), reflète la radioactivité de la formation. La dimension du cristal influence bien évidemment la valeur mesurée.

En première approximation, on admet que la radioactivité d'une formation trahit son argilosité. En effet les argiles constituent les roches radioactives les plus fréquentes. On peut calculer la teneur en argile d'une formation à l'aide de la formule suivante :

$$V_{sh} \leq \frac{GR_x - GR_{min}}{GR_{max} - GR_{min}} \quad (III.8)$$

Dans cette relation, V_{sh} est la teneur en argile en %, GR_x la valeur en CPS du Gamma Ray au point x, GR_{min} , la valeur en CPS du Gamma Ray minimal et GR_{max} sa valeur maximale. En principe, GR_{min} est mesuré en face des bancs de sables purs et GR_{max} en face des bancs d'argile purs. Si telle est effectivement le cas, la relation donne une bonne approximation par excès de l'argilosité de la formation. Cependant et particulièrement dans les formations quaternaires,

l'utilisation de la sonde Gamma Ray, ne fournit pas toujours une détermination correcte de la teneur en argiles. En effet, dans les séries alluvionnaires récentes, les argiles au sens minéralogiques ne sont pas rencontrées.

III.1.3.2. Le Gamma-Gamma

Il s'agit de mesurer la radioactivité provoquée, lorsque une formation est soumise à un rayonnement γ produit par une source radioactive de 5mCi (milli curie) contenant du ^{137}Cs . Particules sans masse et se propageant à la vitesse de la lumière, les rayons γ entrent en collision avec la matière et à chaque collision, l'énergie du rayon incident est atténuée. L'atténuation peut se faire de trois façons en fonction de l'énergie du rayon γ incident ainsi que du nombre d'atomes Z de l'atome rencontré (fig.III.3) :

- Effet photoélectrique : le rayon γ transmet toute son énergie à un électron qui est injecté de l'atome. Le rayon γ est absorbé ;
- Effet Compton : lors de la collision entre un rayon γ et un électron, une partie de l'énergie du rayon incident est transmise à l'électron et le reste se trouve sous forme d'un rayon γ diffusé ;
- L'effet de production de paire : si l'énergie du rayon γ incident est supérieure à 1,02MeV, son interaction avec la matière induit la production d'un négaton e^- et d'un positon e^+ . Le rayon γ est ainsi absorbé.

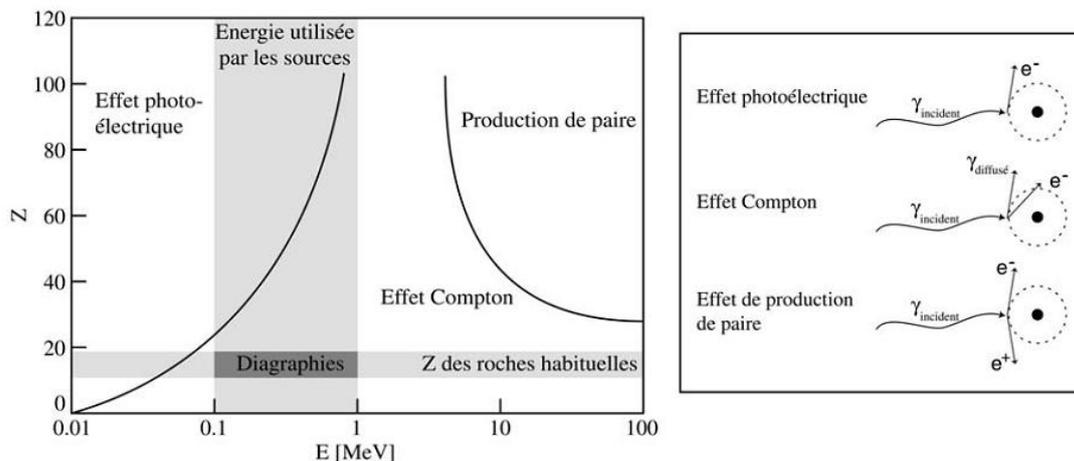


Figure III.3.interaction corpusculaire des rayons gamma [31]

L'atténuation γ est une fonction de la densité électronique des éléments rencontrés qui est-elle même fonction de la densité de la formation :

- L'équation de l'absorption :

$$I = I_0 \exp(-\mu \rho_e L) \quad (\text{III.9})$$

Dans cette équation, I est l'intensité mesurée par le détecteur de rayon γ , diffusé, I_0 l'intensité du rayonnement γ émis par la source, L la distance receptrer/source, μ est une constante dépendant de la géométrie de l'outil, de l'énergie des rayons γ émis et des caractéristiques du détecteur et ρ_e la densité électronique de la formation dans l'intervalle L .

- Relation entre la densité électronique et la densité de formation :
Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\rho_e = \rho_b N \left(\frac{Z}{A} \right) \quad (\text{III.10})$$

Dans cette formule, ρ_e et ρ_b sont respectivement la densité électronique de la formation et la densité de la formation, tandis que N est le nombre d'Avogadro, Z le numéro atomique et A la masse atomique. De ces deux équations, on peut en déduire la densité d'une formation à partir de l'enregistrement d'un log Gamma-Gamma :

- Relation entre la densité lue par la sonde et la densité de la formation :
Elle est obtenue à partir de l'équation suivante :

$$\rho_b = \frac{\ln \left(\frac{I_0}{I} \right)}{\mu \frac{Z}{A}} \quad (\text{III.11})$$

Le rapport $\frac{Z}{A}$ est très proche de 0,5 pour des éléments constitutifs des roches, excepté pour l'hydrogène pour lequel il est proche de 1 [31].

La densité d'une formation dépend de la densité de la matrice, de la porosité et de la densité des fluides présents dans les pores. Connaissant la densité de la formation, la densité de la matrice et la densité des fluides, on peut déterminer la porosité de la formation par la relation :

$$\emptyset = \frac{\rho_{ma} - \rho_b}{\rho_{ma} - \rho_{fl}} \quad (\text{III.12})$$

Dans cette formule, \emptyset est la porosité, ρ_{ma} la densité de la matrice, ρ_b la densité de la formation et ρ_{fl} la densité du fluide. Cette relation est rigoureusement vraie, pour une formation poreuse et perméable constituée d'une matrice monominérale et d'un seul fluide. Ainsi donc, la sonde Gamma-Gamma est essentiellement un outil de détermination de la densité globale des formations qui peut également donner des informations sur la porosité globale.

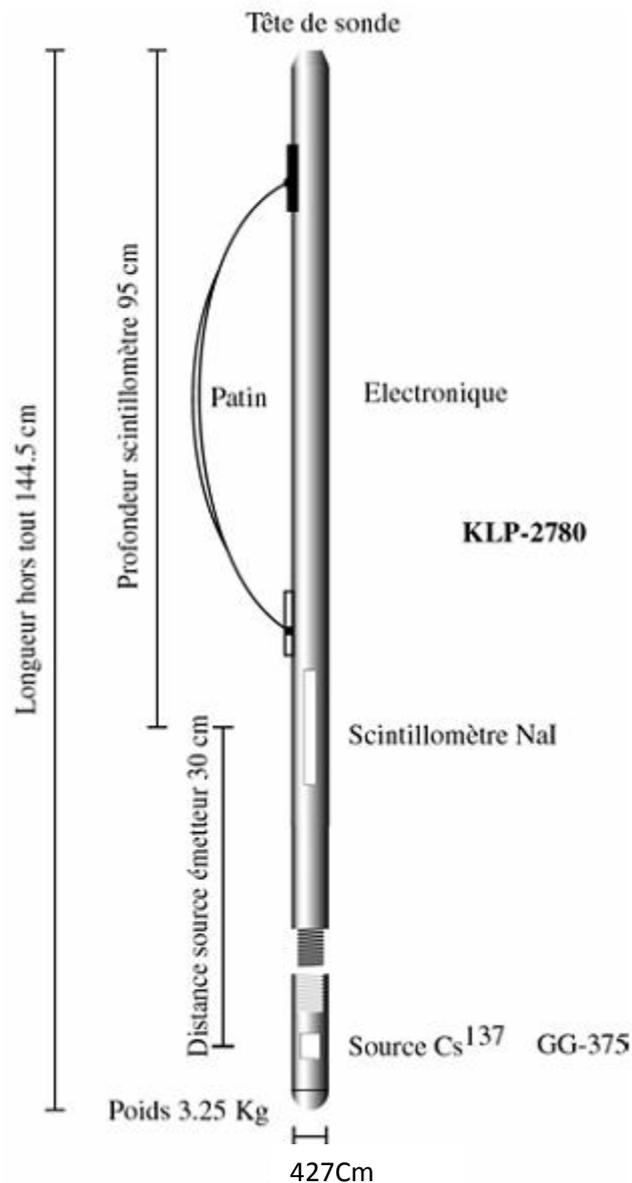


Figure III.4. Sonde Gamma-Gamma Mount sopris KLP-2780

III.1.3.3. Le Neutron-Neutron thermique

La source radioactive émet des neutrons rapides (vitesse >10000km/s) et dont l'énergie initiale est comprise entre 4MeV et 6 MeV. Ces neutrons ont un pouvoir de pénétration élevé qui leur permet de rentrer en collision avec les noyaux des atomes des constituants des formations rencontrées. Au fur et à mesure de leurs pénétrations, ils perdent progressivement leur énergie. Leur mouvement dans la matière peut être décomposé en trois phases [31]:

- Phase de ralentissement des neutrons : les neutrons sont plus ou moins ralentis selon leur angle d'incidence et selon que leur masse, se rapproche ou non de celle du noyau atomique rencontré. Les collisions avec les noyaux d'hydrogène sont les plus aptes à les ralentir puisque leurs masses sont sensiblement, les mêmes que celles des neutrons.

Ainsi ralentis, les neutrons atteignent un état énergétique dit « thermique », pour lequel leur énergie vaut 0.025eV et leur vitesse 2500m/s.

- Phase de diffusion : les neutrons thermiques continuent à entrer en collision avec les noyaux des milieux traversés. Durant cette phase dite de « diffusion thermique », leur énergie moyenne demeure constante.
- Phase de capture : les neutrons thermiques sont finalement capturés, par les noyaux de certains éléments, en particuliers ceux de chlore. Lors de cette phase, un rayonnement γ est émis

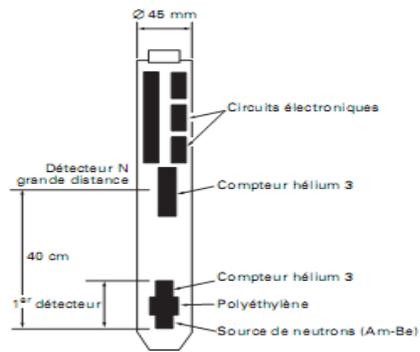


Figure III.5. Schéma de principe d'une sonde neutron-neutron

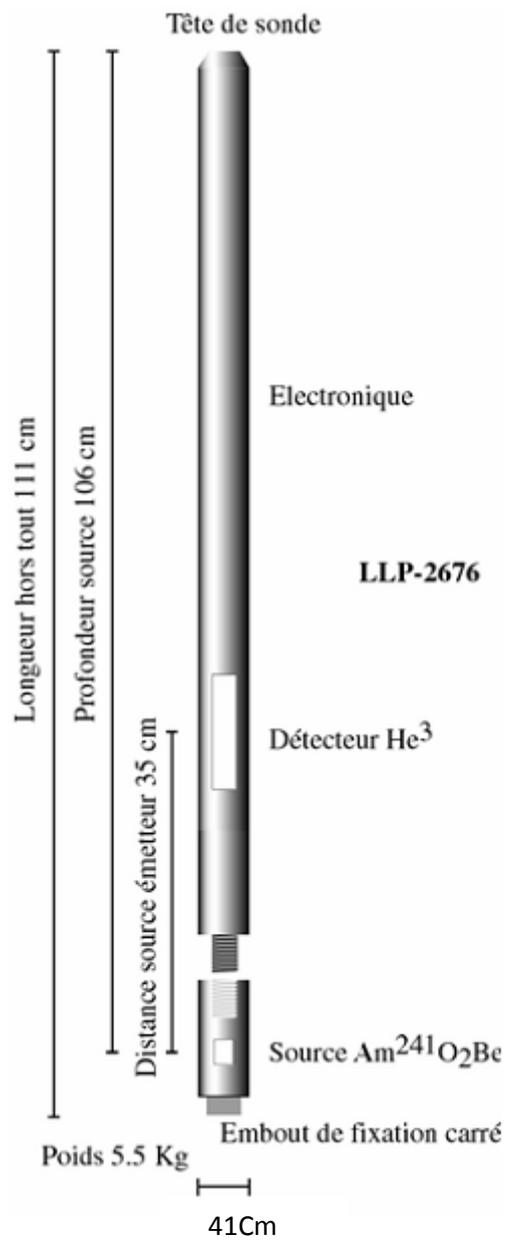


Figure III.6. Sonde neutron-neutron thermique Mount Sopris LLP-2676

III.1.4. Diagraphie sonique

Les diagraphies acoustiques sont basées sur la propagation de vibrations élastiques dans les formations, le dépôt de boue et la boue. Il existe deux types d'ondes élastiques :

- Les vibrations dites longitudinales ou de compression, dans lesquelles les particules vibrent suivant la direction de propagation de l'onde,
- Les vibrations dites transversales ou de cisaillement dans lesquelles les particules vibrent, perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde.

La valeur de ces vitesses dépend des paramètres élastiques du milieu et de la densité [32]. La vitesse des ondes transversales est environ la moitié de celle des ondes longitudinales dans un milieu solide donné. Les ondes transversales n'existent pas dans les milieux liquides ou gazeux.

Dans les roches poreuses consolidées, le temps de parcours dans la matrice de la roche et dans le fluide présent dans les pores est évalué, selon la formule de Wyllie [32] :

$$\Delta t_{lu} = \Delta t_f \phi + (1 - \phi) \Delta t_m \quad (\text{III.13})$$

Où :

Δt_{lu} : est le temps de parcours lu sur le diagramme ;

Δt_f : est le temps de parcours dans le fluide des pores ;

Δt_m : est le temps de parcours dans la matrice de la roche ;

ϕ : est la porosité de la roche ;

Une correction empirique basée sur l'expérience locale, doit être appliquée dans les formations non consolidées.

Cette relation peut être écrite en fonction de la vitesse :

$$\frac{1}{V_{lue}} = \frac{\phi}{V_f} + \frac{1-\phi}{V_m} \quad (\text{III.14})$$

Dans cette formule :

V_{lue} est la vitesse lue par la sonique

V_f est la vitesse de l'onde acoustique dans le fluide de la formation

V_m est la vitesse de propagation de l'onde acoustique dans la matrice de formation

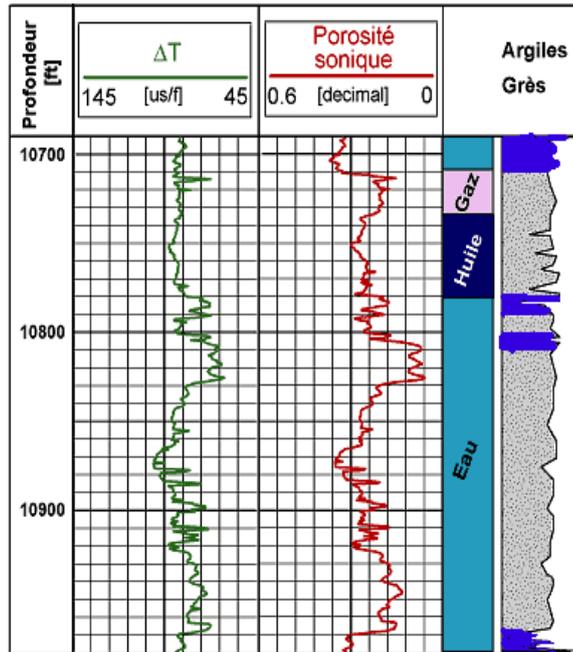


Figure III.7. Exemple de log sonique

Ainsi, la loi de Wyllie, nous montre comment la vitesse de propagation d'un signal acoustique à travers une formation lithologique dépend des trois paramètres : la vitesse de propagation dans la matrice rocheuse, la porosité de la formation et la vitesse de propagation du fluide remplissant l'espace poreux. D'une manière générale, il est possible de déterminer de façon précise le dernier de ces trois paramètres connaissant la nature du fluide et les conditions de température et de pression sous lesquelles la mesure est réalisée. La lithologie et la porosité de la formation peuvent être déterminées en analysant les résultats d'un log sonique enregistrés en parallèle avec un autre type de log, tel qu'un log densité ou un log de neutron.

En général, dans la diagraphie acoustique, on utilise des outils de type monopôle ou dipôle :

III.1.4.1. Les outils monopôles

Les outils monopôles sont les plus utilisés. Les émetteurs et les récepteurs sont multidirectionnels. L'émetteur génère dans le fluide, une onde de compression qui donne naissance dans la formation à une onde de compression (onde P) et une onde de cisaillement (onde S) aux angles limites des réfractions.

Dans la pratique, le sonique log mesure le temps de transit Δt , entre deux récepteurs, d'ondes longitudinales envoyées dans la formation. Le système utilisé peut comporter plusieurs émetteurs et récepteurs couplés, ceci pour pouvoir corriger les décalages dans le temps de parcours, les effets de cave et le décentrement de l'outil.

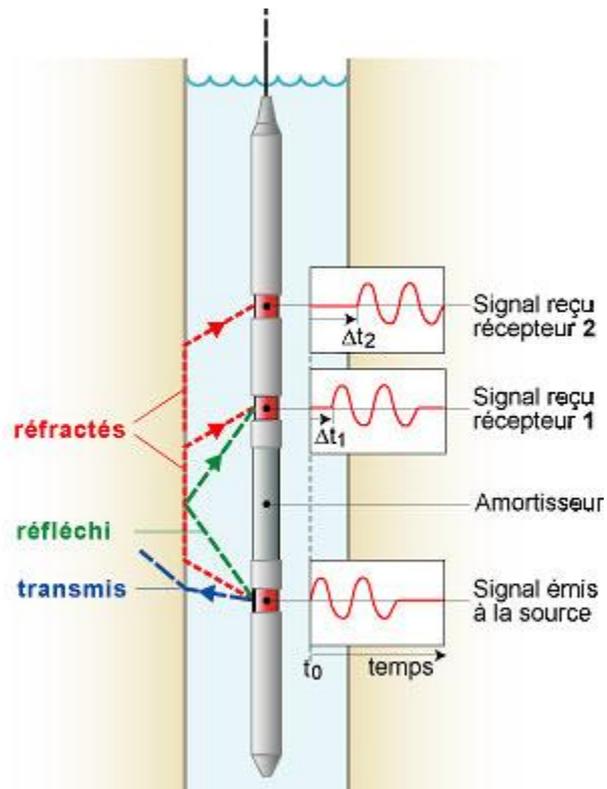


Figure.III.8.Principe de fonctionnement de la sonde sonique monopôle

III.1.4.2. Les outils dipôles

Les sondes de type dipôles sont équipées d'émetteurs et de récepteurs polarisés. De telles sondes sont équipées d'émetteurs qui produisent des ondes longitudinales polarisées, perpendiculairement à l'axe du puits. Celles-ci engendrent à la paroi du puits, des modes de flexures qui créent, dans la formation géologique des pseudo-ondes transversales, se propageant parallèlement à l'axe du puits. Les sondes de type dipôle, sont conçues pour obtenir des informations sur les paramètres liés à l'onde transversale **S** particulièrement dans les formations géologiques lentes.

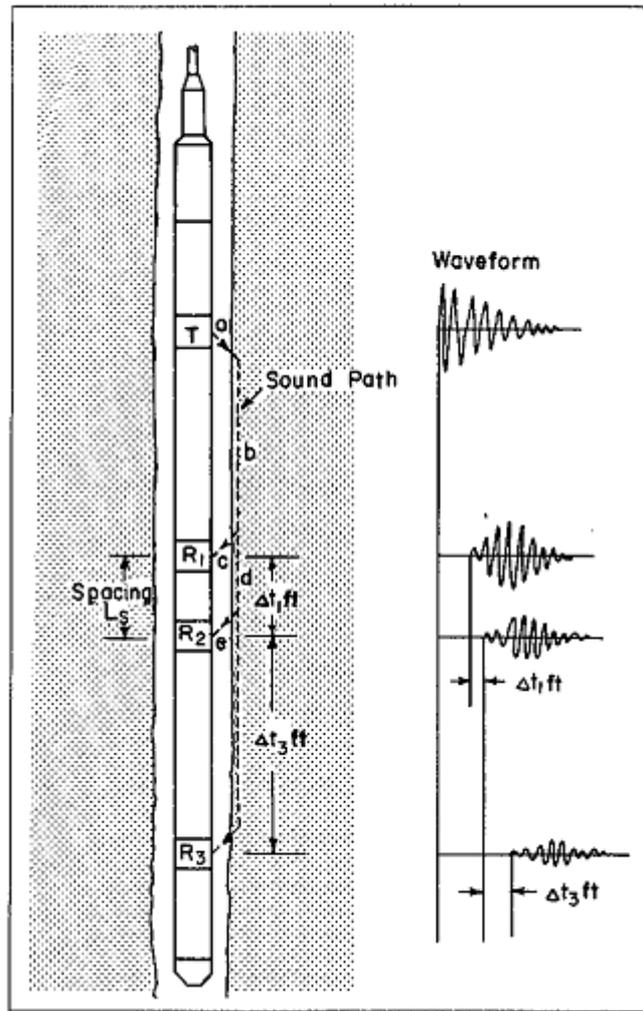


Figure III.9. Sonde contenant des outils dipôles

III.2. Étude des logs diagraphiques de la zone de Tsimiroro

Les graphiques suivantes représentent quelques interprétations de certains logs nucléaires de la zone de Tsimiroro. Ces graphes, nous permettent de comprendre la nature des formations des puits étudiés à partir des logs. On se réfère, à la légende ci-dessous, pour comprendre ces graphes.



Les analyses de cutting, de forage permettent de voir les différentes zones contenant les hydrocarbures et les différentes formations de chaque zone traversée par le puits. Ces diagraphies permettent aussi de mettre en évidence les propriétés physiques des formations traversées sans avoir recours au carottage.

Les zones jaunes sont des formations sableuses, poreuses et sont des réservoirs potentiels tandis que les zones rouges sont des formations argileuses qui peuvent constituer des couvertures. Dans ce qui suit, toutes les interprétations lithologiques de ces différents puits, sont effectuées sur la base des logs : Gamma Ray, Densité et Neutron [28].

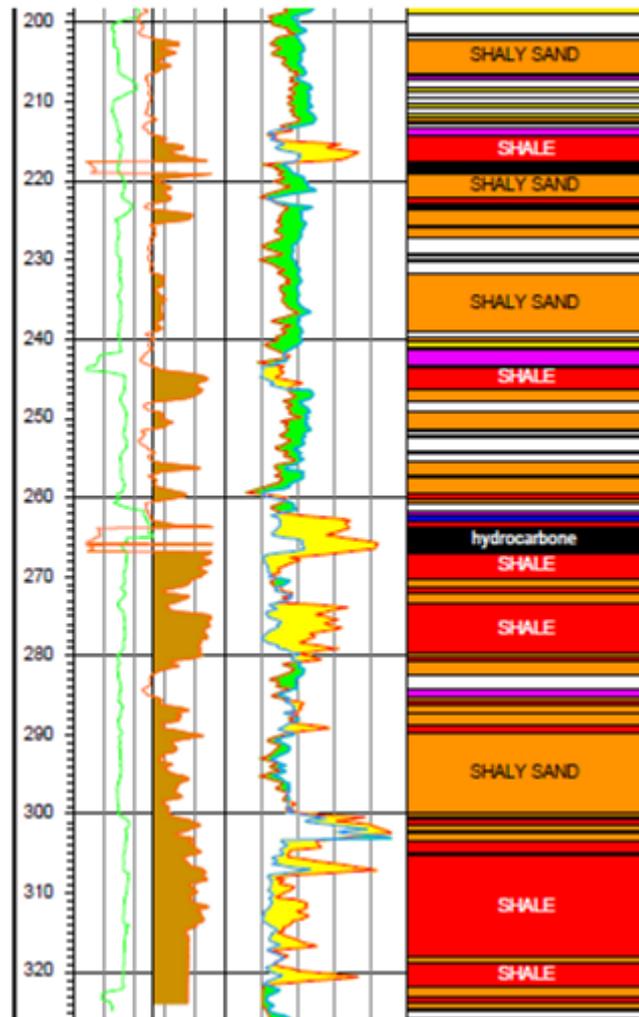
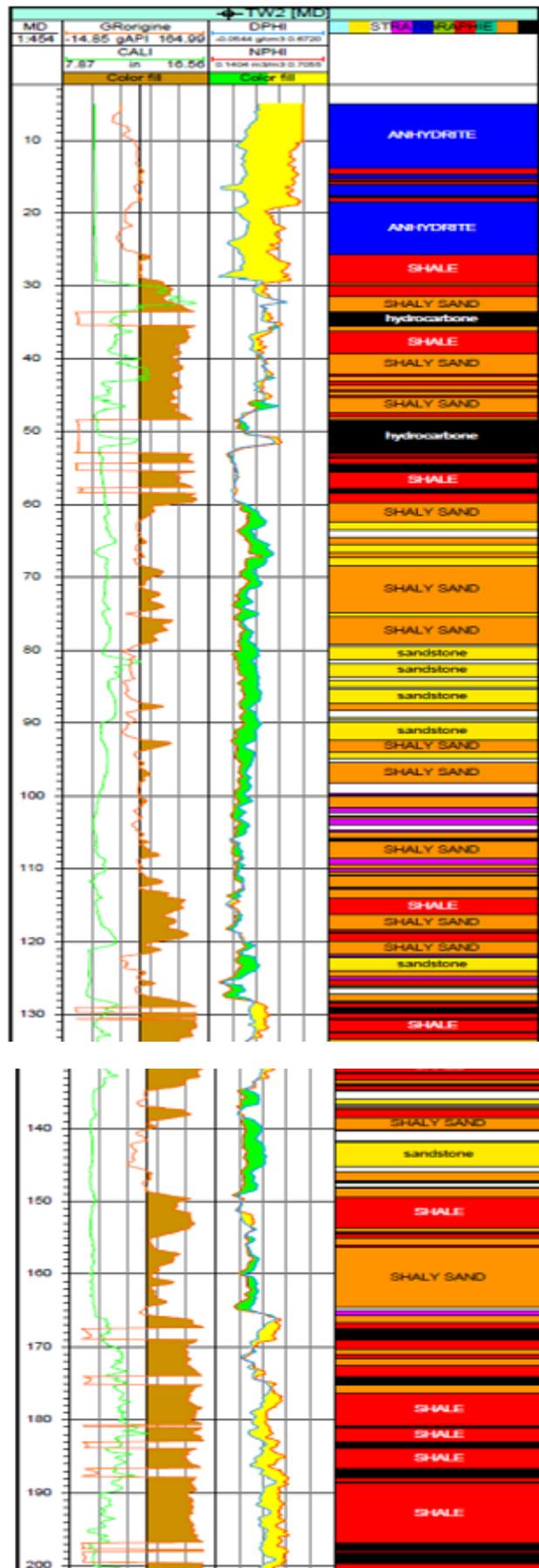


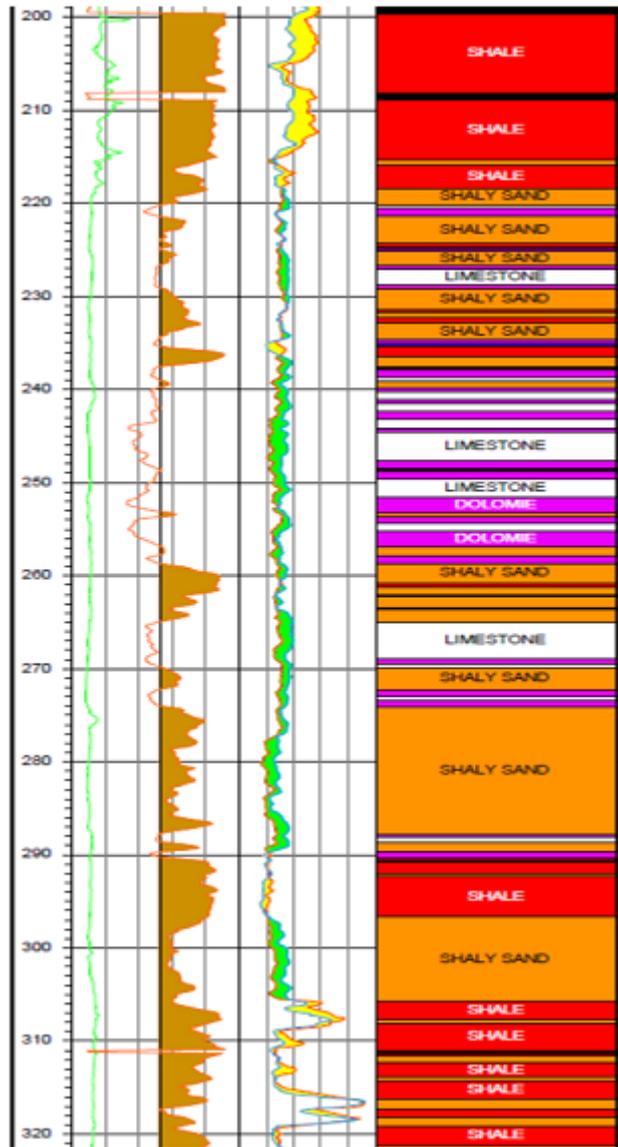
Figure III.10. Interprétation lithologique du puits TW1 sur la base des logs Gamma Ray, densité et Neutron

On remarque sur ce puits que, dans la formation traversée, entre 20 et 25m on trouve de l'anhydrite, un composé minéral qui est constitué de sulfate naturel de calcium. De 25 à 31m, il y a succession de couche mince de grès argileux et de calcaire. Entre 31 et 61 m on remarque une fine couche d'hydrocarbure à 40m et une alternance décimétrique d'argile et de grès argileux.

En continuant, l'observation de ce graphique, on peut remarquer des différents types de roches constituant cette formation, mais aussi on s'aperçoit qu'il y a des zones où on peut trouver des fines couches d'hydrocarbures. Toutefois à 216m et à environ 264m, on trouve une bonne quantité d'hydrocarbure.

III.2.2. Puits TW2





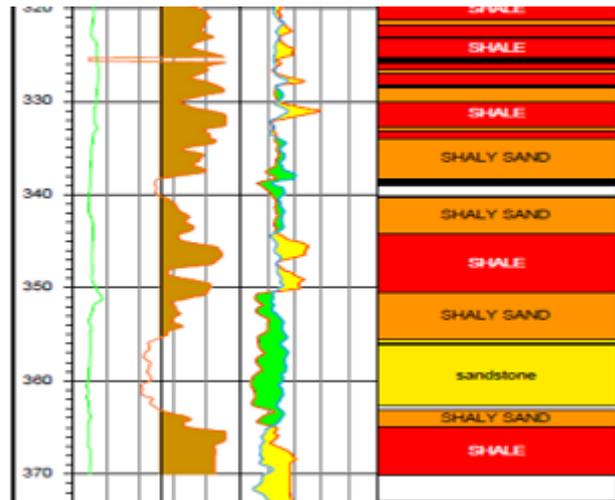
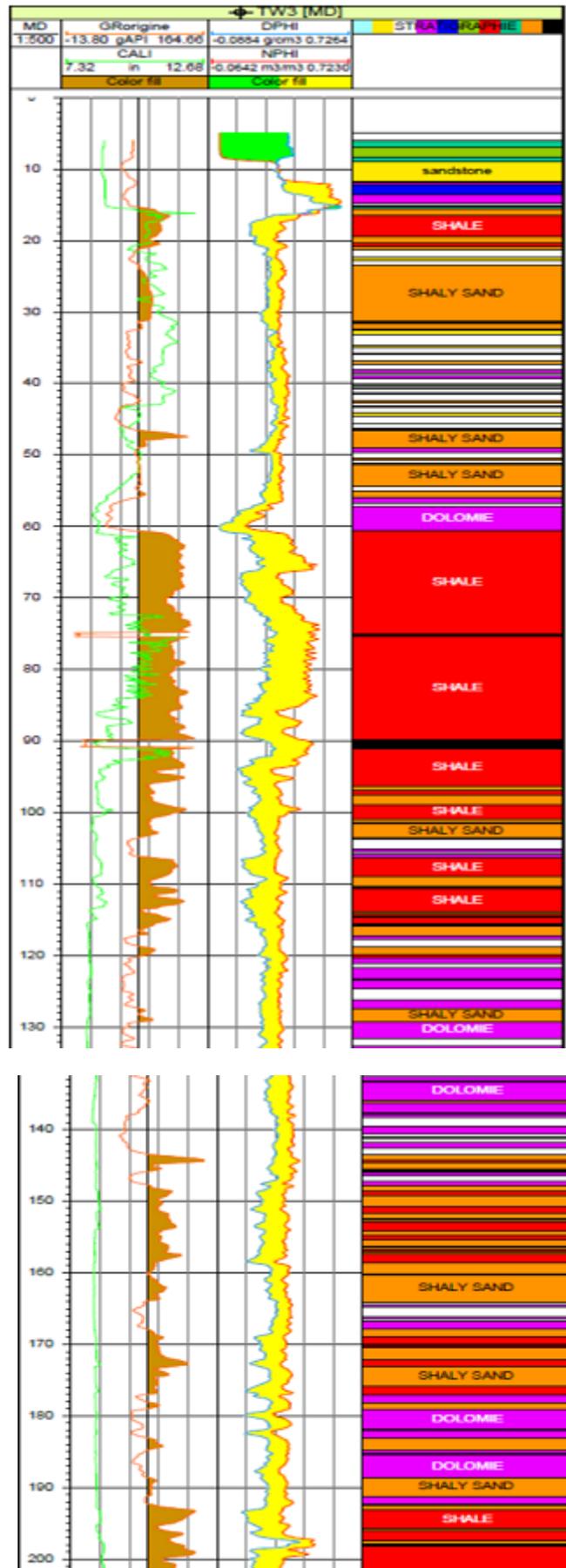


Figure III.11. Interprétation lithologique du puits TW2

Pour ce puits, on remarque bien qu'il ya beaucoup plus d'hydrocarbure que dans le puits TW1. De même, il ya beaucoup plus d'anhydrite et de dolomite. Plus particulièrement, entre 5 et 24m, il y a une forte concentration d'anhydrite. Entre 24 et 60m, on observe déjà une forte présence d'hydrocarbure, tandis que dans le puits TW1 c'est à plus de 260m qu'il y a une forte quantité d'hydrocarbure. On peut observer cette concentration d'hydrocarbure dans les zones situées entre 33m et 44m. Bien que dans ce puits on trouve de la dolomite (240 à 260m, etc.), mais les zones traversées par ce puits contiennent beaucoup de schiste, du sable schisteuse et des grès de sable. Surtout entre 177m et 250m, on trouve des couches énormes d'argile sectionnées par des couches d'hydrocarbures.

III.2.3. Puits TW3



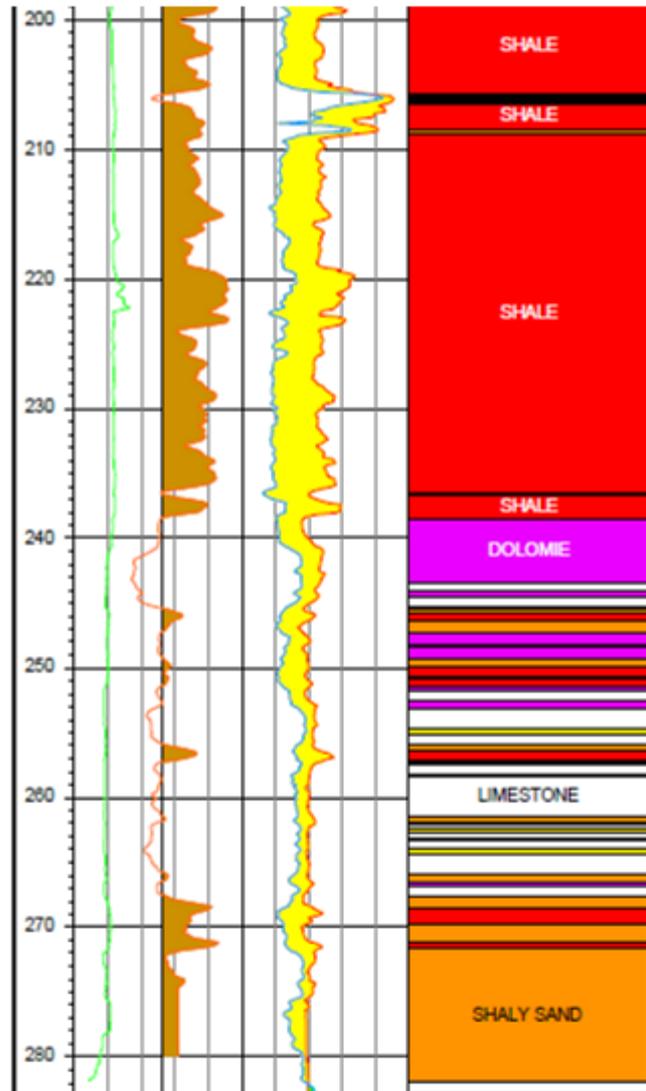
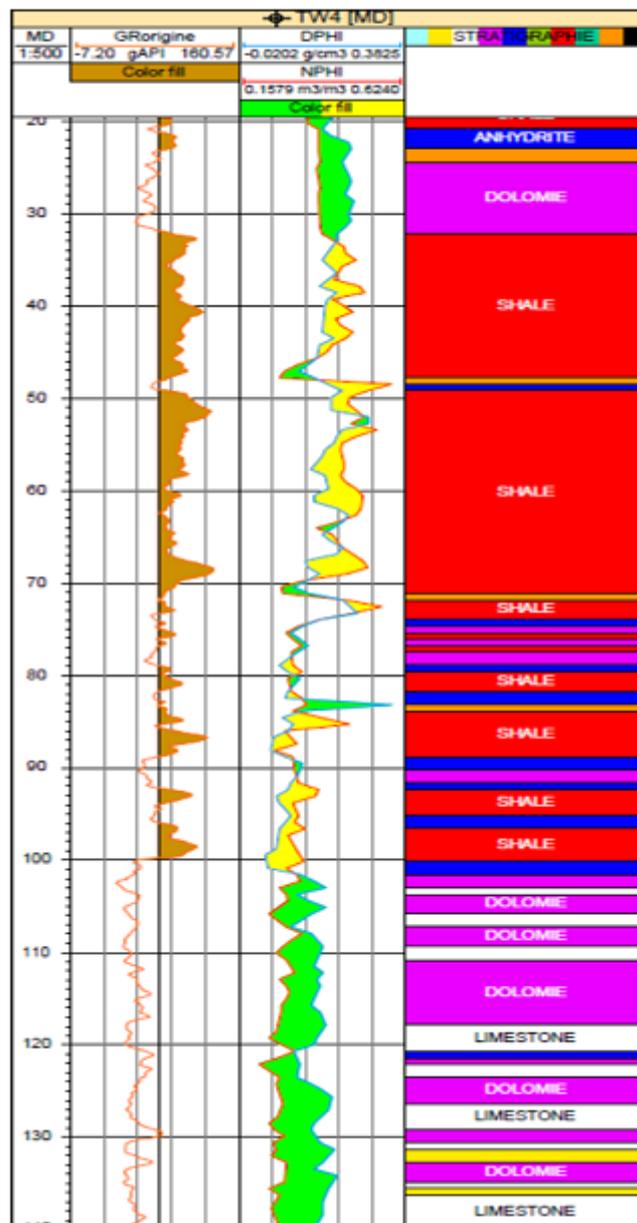
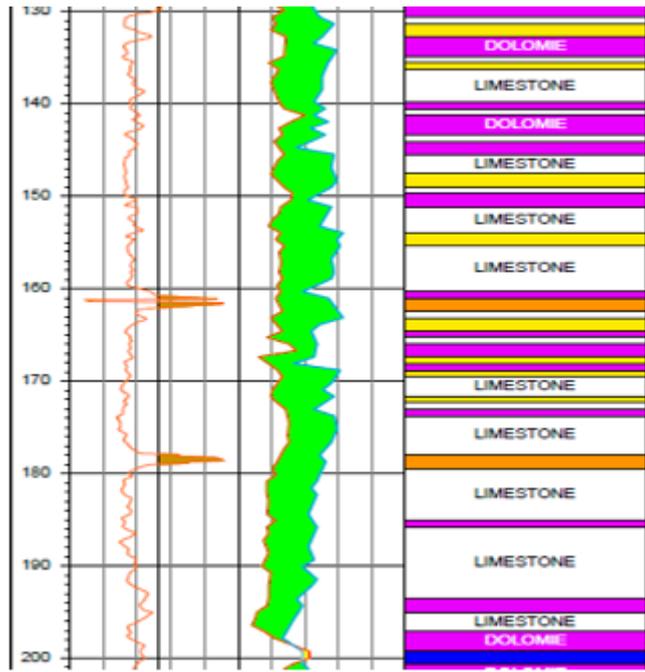


Figure. III.12. Interprétation lithologique du puits TW3

Dans ce puits, il y a moins d'hydrocarbure que dans les deux précédents. On remarque que dans les couches moins profondes on peut trouver de la dolomite, de l'anhydrite et du grès (à moins de 17m). Des grosses couches d'argile sont observées de 61 à 97m avec des faibles couches d'hydrocarbure à 75m et à 90m de profondeur. A 205m de profondeur on peut observer une faible couche d'hydrocarbure. Une grosse couche de dolomite est observée à 238m, bien que dans des couches moins profondes on peut constater de l'alternance de faibles couches de dolomite. Des couches importantes de grès argileux et quelques couches de calcaires sont traversées par ce puits.

III.2.4. Puits TW4





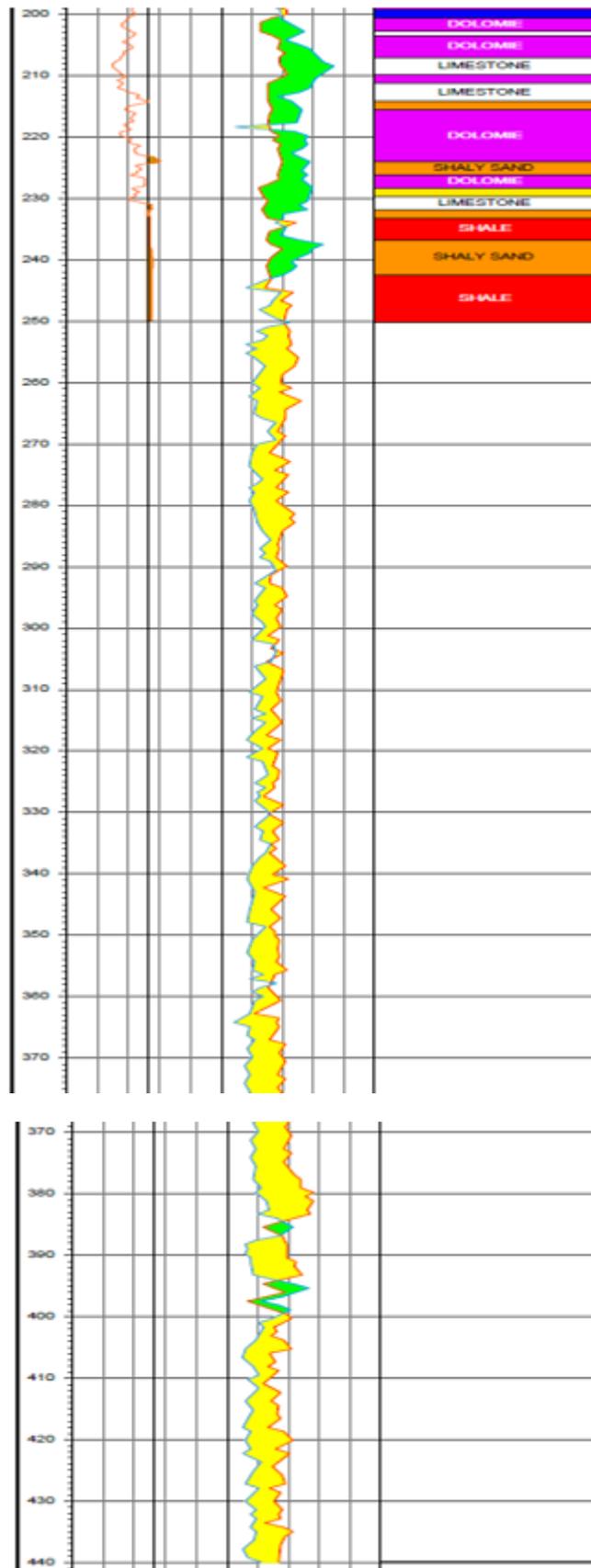
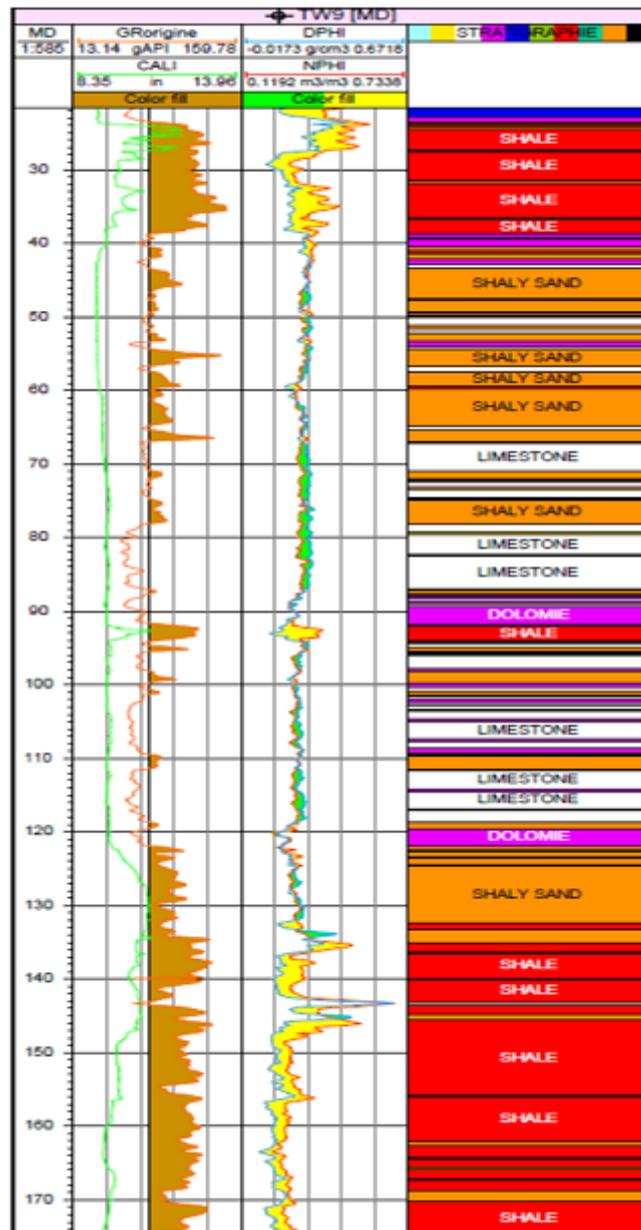


Figure III.14. Interprétation lithologique du puits TW4

On remarque que, les zones traversées par ce puits ne présentent aucun signe d'hydrocarbure. Par contre, les zones traversées montrent une présence forte de couches d'argile, de dolomite et de faible couche d'anhydre. Les grosses couches d'argile se trouvent surtout entre 34 et 70m. De 25 à 35 m on constate la présence d'une grosse couche de dolomite. En outre, cette dolomite se trouve un peu partout dans les zones traversées, mais en faibles quantités. On constate aussi une alternance de calcaire à partir de 100m de profondeur.

III.2.5. Puits TW9



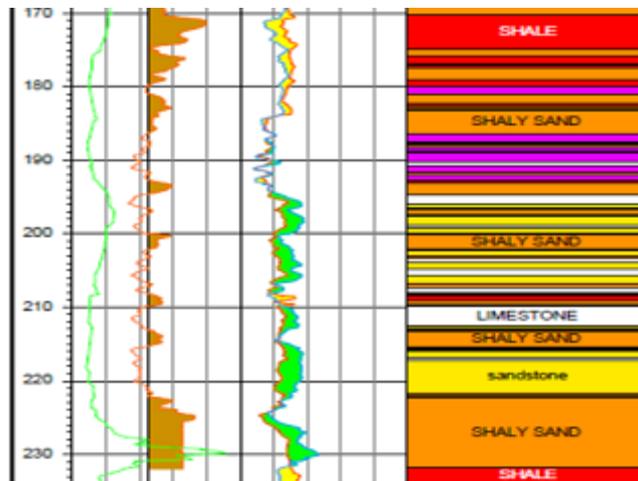
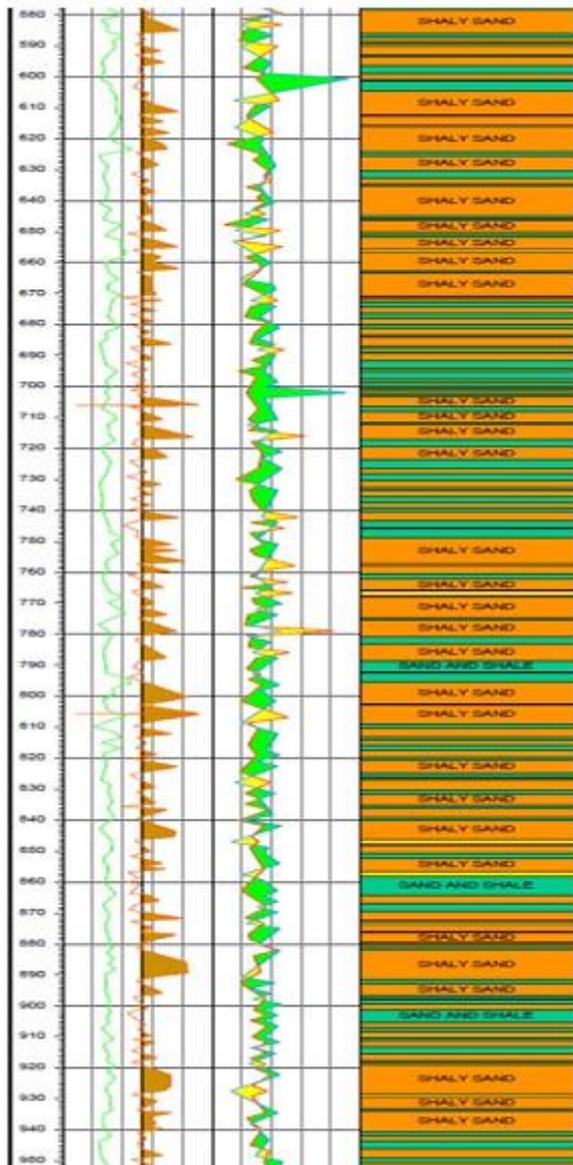
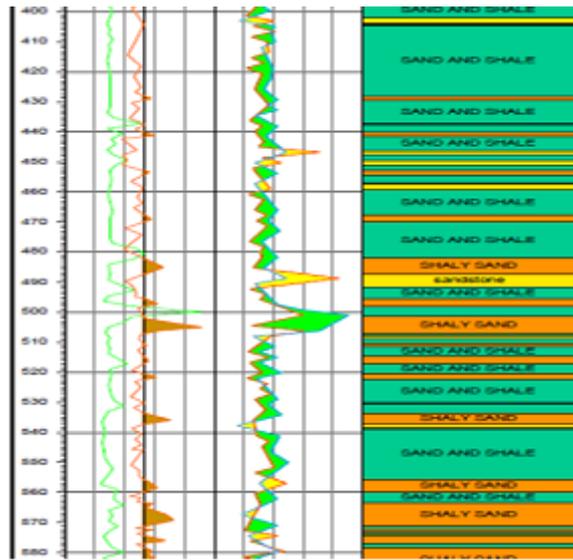


Figure III.16. Interprétation lithologique du puits TW9

Dans ce puits, nous observons des très faibles fines couches d'hydrocarbure. Toute fois, les formations traversées sont formées par des couches importantes d'argile, surtout de 135m à 275m. Après l'argile, c'est des couches de grès argileux qui dominent. Il est probable, que dans ces couches, des hydrocarbures soient piégés. Des faibles couches de dolomite et de calcaire sont aussi observées.



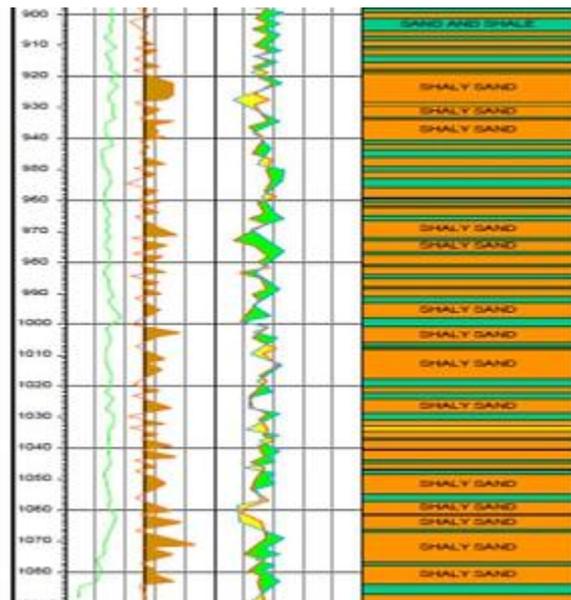
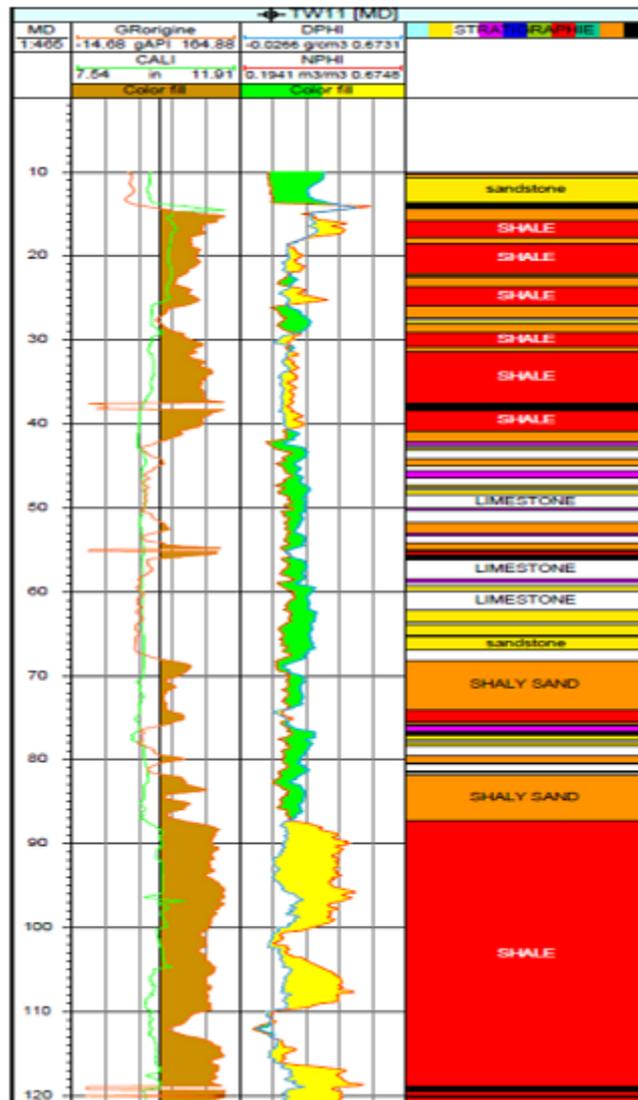


Figure III.17. Interprétation lithologique du puits TW10

Ce puits, ne montre aussi aucun signe d'hydrocarbure. De 45 à 146 m, on observe toutefois de grès argileux, des intercalations irrégulières de grès et d'argiles gréseux, et quelques couches fines d'argile. Les chances de trouver, des hydrocarbures dans ce puits sont minces.

III.2.7. Puits TW11



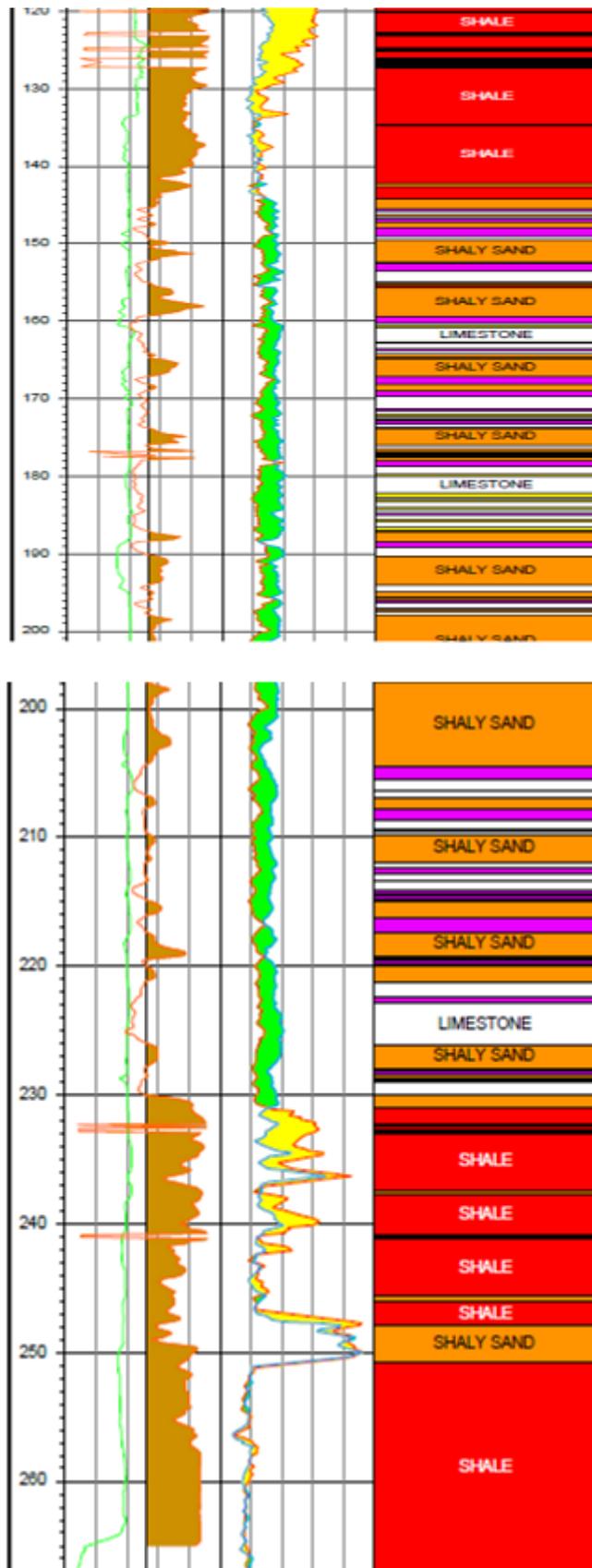
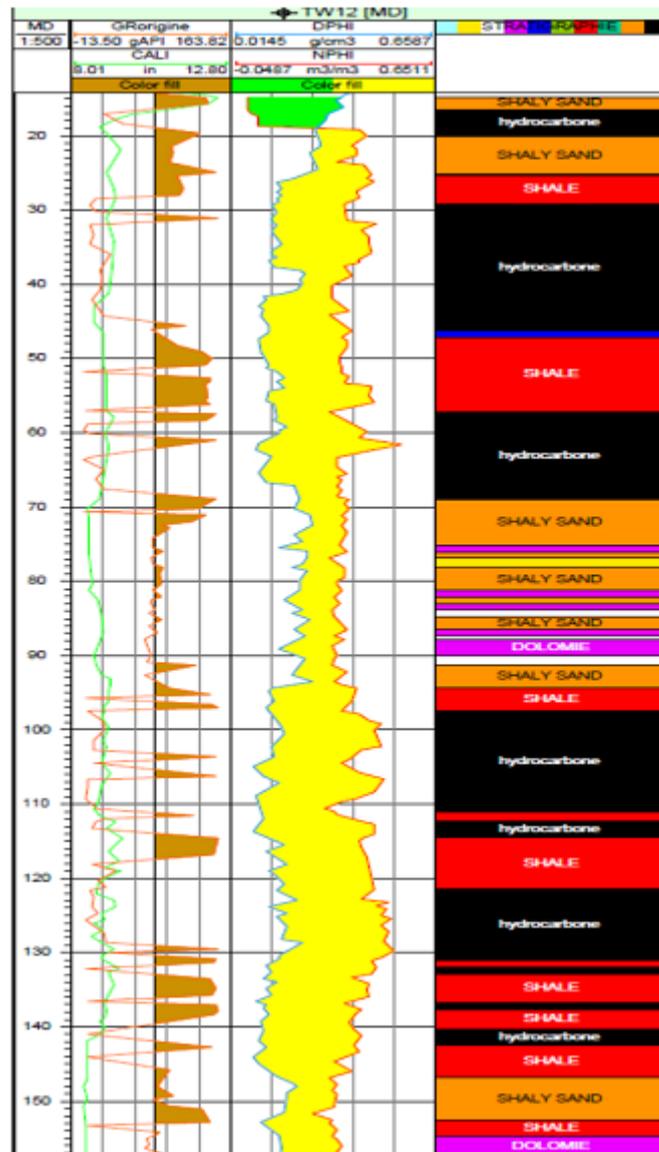


Figure III.18. Interprétation lithologique du puits TW11

On observe que, certaines couches traversées par ce puits, contiennent des fines couches d'hydrocarbure. Toutefois, les grosses couches d'argile sont observées de 90 à 145m et de 235 à 290m. Les fines couches d'hydrocarbure sont observées, à 15m, à 38m, et à 127m. En dehors de ça, une alternance de grès argileux est aussi observée de 82 à 250m. De même, des alternances de dolomite et de calcaire sont aussi observées. De 40 à environ 82m et de 155 à 230m, on observe une alternance de calcaire, de grès argileux et de dolomite.

III.2.8. Puits TW12



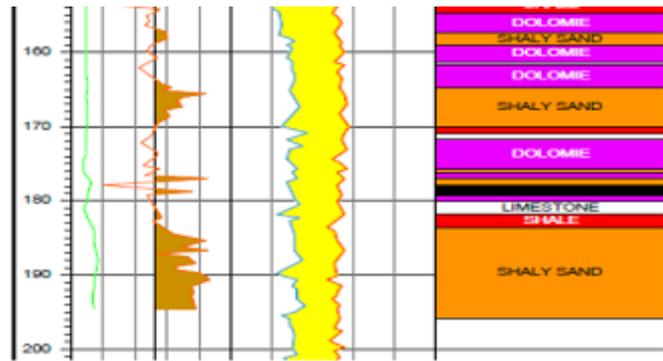


Figure III.19. Interprétation lithologique du puits TW12

Ce puits, est celui qui traverse beaucoup plus de zones très riches en hydrocarbure par rapport aux autres. En effet, on observe des couches épaisses d'hydrocarbure de 16 à 20m, de 29 à 46m, de 57 à 69m, de 97 à 111m, de 121 à 131m. A 132m, 137m et 141m, on trouve aussi des faibles couches d'hydrocarbure et ainsi qu'à 177m de profondeur.

Les formations traversées sont constituées par de l'argile et des grès argileux. On trouve l'argile de 25 à 29m, de 47 à 57m, de 94 à 97m, de 114 à 121m. Quand au grès argileux, on le trouve de 20 à 25m, de 69 à 94m avec intercalation de dolomite et de calcaire et de quelque grès de 147 à 152m et de 152 à 194m en alternance avec des pseudos couches irrégulières d'argile, de la dolomite et intercalation de fine couche d'hydrocarbure.

Ces logs diagraphiques, nous ont fait comprendre, la structure géologique des zones traversées, et des zones contenant des hydrocarbures. Notons que, sur ces logs, la plupart des couches d'hydrocarbures se trouvent entre deux couches d'argiles, ou entre une couche d'argile et un grès argileux, ou entre deux couches de grès argileux bien qu'on observe aussi des couches d'hydrocarbures entre deux couches de dolomite, mais de faible épaisseur. Cela justifie bien le fait que les argiles, peuvent être des pièges d'hydrocarbures étant moins imperméables que les autres couches géologiques rencontrées.

**DEUXIEME PARTIE: ÉTUDES ET MODÉLISATION DES TRANSFERTS DANS UN
RESERVOIR PETROLIER**

CHAPITRE IV : APPROCHE GENERALE SUR LES ÉCOULEMENTS EN MILIEU POREUX

Dans ce chapitre, nous allons faire une description générale du milieu poreux et des phénomènes de transferts multiphasiques en milieu poreux. Nous allons présenter les équations générales des transferts dans ce type de milieu. En effet, un réservoir pétrolier est une formation du sous sol, poreuse et perméable dont les contours sont limités par des barrières imperméables (argiles, aquifères) qui piègent les hydrocarbures. Ainsi il est important de mieux connaître le milieu poreux, afin de pouvoir faire une modélisation du réservoir.

Notons que, dans tous les chapitres de cette partie les paramètres en gras représentent des vecteurs ou des tenseurs.

IV.1. Le milieu poreux

Dans cette partie, nous allons faire une brève introduction des caractéristiques de base du milieu poreux.

IV.1.1. Définition du milieu poreux

On définit par milieu poreux, un corps constitué d'une partie solide persistant appelée matrice solide et d'une partie vide appelée espace poral où une ou plusieurs fluides peuvent s'y trouver (huile, eau, gaz). Dans la nature, on peut répertorier plusieurs milieux poreux dont le sol, le béton, les produits agricoles, etc.

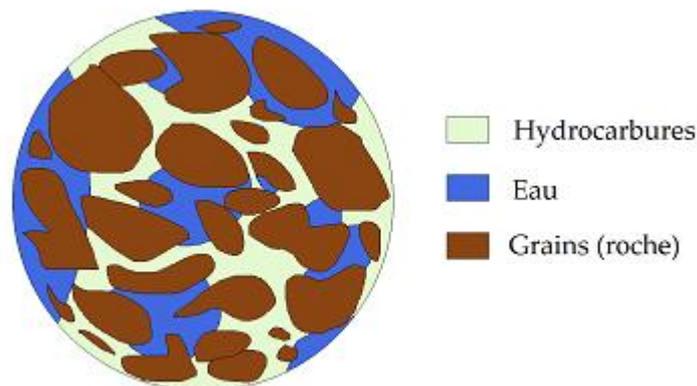


Figure IV.1. Exemple d'un milieu poreux saturé contenant deux phases fluides

Dans la perspective, de développer un modèle mathématique pouvant décrire la dynamique des écoulements des fluides dans un tel milieu, certaines hypothèses doivent être formulées concernant la géométrie et les dimensions du milieu [33] :

- Approche, continu du milieu poreux (le volume poral est interconnecté)
- Les dimensions du volume des vides doivent être suffisamment grandes comparées aux dimensions du volume des molécules des fluides
- Les dimensions du volume poral doivent être suffisamment petites pour que l'écoulement des fluides soit gouverné par des forces « adhésives » (interfaces fluide-

solide) et des forces « cohésives » (interface fluide-fluide) dans le système multiphasique.

IV.1.2. Définition d'une phase

Une phase est définie comme étant une portion de composition chimique homogène et séparée des autres phases par des conditions physiques définies [33]. La modélisation de l'écoulement d'une ou plusieurs phases dans le milieu poreux, nécessite certaines caractéristiques intrinsèques de chaque phase, comme la viscosité dynamique μ et la masse volumique ρ . Dans le cas d'un écoulement monophasique, l'espace poral est occupé par un seul fluide (par exemple l'eau) ou des fluides complètement miscibles (par exemple eau douce mélangée avec l'eau de mer). Dans le cas d'un système multiphasique, l'espace poral est occupé par deux ou plusieurs fluides qui sont immiscibles. C'est-à-dire, ils maintiennent certaines conditions physiques entre eux (par exemple huile-eau). Formellement, la matrice solide du milieu poreux peut être considérée comme une phase et elle est appelée phase solide. Dans la figure IV.1, nous pouvons observer une représentation d'un milieu poreux saturé de deux fluides : eau et hydrocarbures

IV.1.3. Définition d'un composant

Un composant est défini comme étant, une partie de la phase telle qu'il est constitué d'une espèce chimique identifiable ou d'un ensemble d'espèce chimique (ions, molécules) [33]. Le nombre de composants nécessaires pour définir une phase, est donné par le modèle conceptuel. C'est-à-dire, il dépend des processus physiques à modéliser. Par exemple un mélange d'eau douce et d'eau salée, est considéré comme un système monophasique constitué de deux composants.

IV.1.4. Approche milieu continu du milieu poreux

Dans la modélisation des écoulements en milieu poreux, différentes échelles de modélisation sont souvent considérées. En effet dans l'étude de la dynamique des milieux poreux, l'étude peut être faite de l'échelle macroscopique, microscopique ou moléculaire selon le problème physique à modéliser. La figure IV.2, montre un exemple de considération de ces trois échelles.

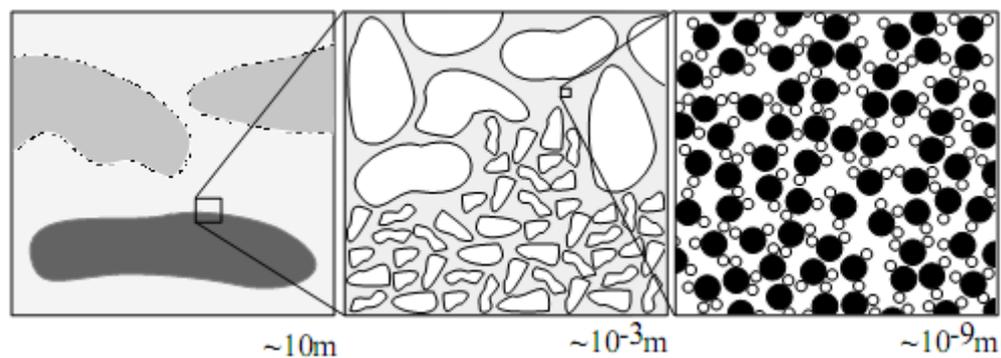


Figure IV.2. Différentes échelle au sein d'un milieu poreux

Dans cette figure, de gauche à droite nous avons respectivement une représentation macroscopique, microscopique et moléculaire d'un milieu poreux. Il est important de noter que, le comportement de l'écoulement d'un fluide au sein d'un milieu poreux dépend fortement de ces différentes échelles. Les propriétés des fluides comme la viscosité, la densité, le coefficient de diffusion binaire et la miscibilité sont déterminées à l'échelle moléculaire par les propriétés individuelles des molécules. A l'échelle microscopique, la configuration de l'espace poral influence l'écoulement à travers des propriétés comme la tortuosité du canal d'écoulement ou la taille des pores alors qu'à l'échelle macroscopique l'envergure des inhomogénéités du milieu, joue un grand rôle.

Dans la mécanique des milieux continus classique, les molécules individuelles dans l'échelle moléculaires [33] sont remplacées par une hypothèse de milieu continu dans l'échelle microscopique. Les quantités comme la masse ou la vitesse, sont dans ce cas considérées être des fonctions continues en temps et en espace. L'approche milieu continu est approximativement valide, si le libre parcours moyen des molécules du fluide est beaucoup plus petit que le domaine physique qu'on s'intéresse.

Chaque problème traitant les écoulements en milieu poreux, doit être associé à des conditions aux limites et des conditions initiales. Ces conditions, dépendent d'une échelle à l'autre. Par exemple, les conditions aux limites qui définissent un problème à l'échelle macroscopique, ne conviennent pas dans le cas d'un problème à l'échelle moléculaire. Cette observation est due au fait que, le milieu poreux a une distribution géométrique aléatoire. Afin de construire un modèle mathématique, une description continue du milieu poreux doit être donnée à l'échelle macroscopique. Chaque quantité prise à l'échelle macroscopique doit être la moyenne des quantités prises dans un volume élémentaire (échelle microscopique). Ce processus de prise de moyenne conduit à des équations macroscopiques qui sont indépendantes de la description exacte de la configuration microscopique. C'est-à-dire on ne considère que les propriétés statistiques du milieu poreux et des phases.

IV.1.5. Volume élémentaire représentatif

Le processus de moyenne utilisé pour passer de l'état microscopique à l'état macroscopique est illustré par la porosité, une propriété géométrique du milieu poreux. Le milieu poreux considéré est supposé remplir le domaine Ω , dont son volume est $mes(\Omega)$. Un indicateur d'espace occupé par le vide peut être décrit à l'échelle microscopique tel que :

$$\gamma(x) = \begin{cases} 1, & x \in \text{à l'espace des vides} \\ 0, & x \in \text{à la matrice solide} \end{cases} \quad \forall x \in \Omega \quad (IV.1)$$

La porosité $\phi(x_o)$ prise au point x_o et tenant compte du volume de $\Omega_o(x_o)$, où $\Omega_o(x_o)$, est un sous domaine de Ω centré en x_o est donnée par :

$$\phi(x_o) = \frac{1}{mes(\Omega_o(x_o))} \int_{\Omega_o(x_o)} \gamma(x) dx \quad (IV.2)$$

La quantité macroscopique appelée porosité est donc obtenue par la prise de moyenne à l'échelle microscopique de la fonction γ (espaces des vides). Le volume élémentaire représentatif doit être pris tel que la valeur moyenne de la quantité considérée soit indépendante de la taille du volume d'intégration. La variation de la porosité peut être tracée en

fonction de l'évolution du rayon de $\Omega_o(x_o)$ (fig. IV.3). Pour des valeurs du rayon petites, on peut observer des oscillations importantes de la porosité.

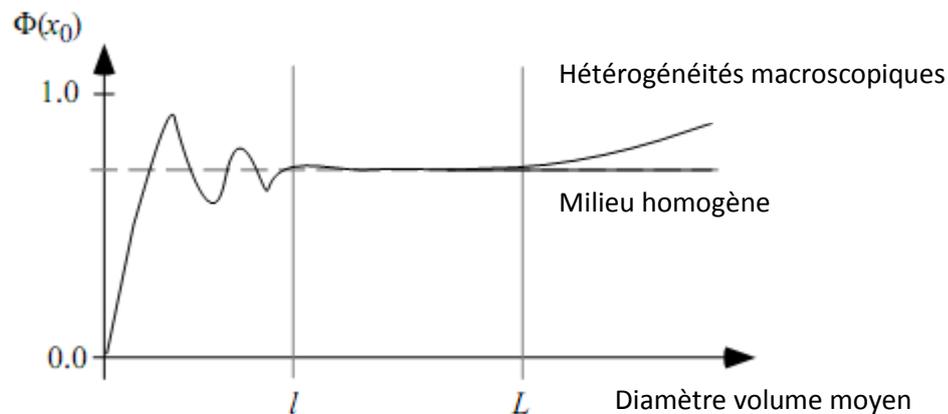


Figure IV.3. Évolution de la porosité en fonction du diamètre moyen [33]

La quantité macroscopique porosité est obtenue par-dessus d'une moyenne de la fonction indicatrice de l'espace poral microscopique. Lorsqu'on représente graphiquement la valeur de $\Phi(x_o)$, à une valeur fixée de x_o , pour différentes diamètres d du volume moyenne $\Omega_o(x_o)$, on peut observer le comportement de la figure IV.3. Pour des valeurs faibles du volume moyenne, la discontinuité de γ produit une large variation sur Ω , ensuite au diamètre l la moyenne se stabilise et pour les volumes moyennes avec un diamètre plus large que L , une large série d'inhomogénéités du milieu poreux, déstabilise encore la moyenne [33].

Le volume moyen $\Omega_o(x_o)$, est appelé volume élémentaire représentatif (VER), telle que la gamme de longueur l et L comme vu dans la figure IV.3, peut être identifiée là où la valeur de la quantité moyenne ne dépend pas de la taille du volume moyen. Dans ce cas, on peut choisir le volume moyen partout dans le rang :

$$l \leq \text{diam}(\Omega_o(x_o)) \leq L \quad (\text{IV.3})$$

Le VER est un volume suffisamment grand pour qu'il permette d'estimer statistiquement, tous les paramètres associés à la configuration de l'espace poral et suffisamment petit pour être considéré comme une fraction négligeable d'un volume plus grand décrivant l'échelle macroscopique[34]. L'homogénéisation est aussi une technique permettant, de décrire ce phénomène de changement d'échelle. Cette méthode est basée sur la théorie des séries. (asymptotic functional expansion) [34]. La taille du VER doit être suffisamment grande devant celle des pores, chenaux et fissures afin de construire des valeurs moyennes significatives. En milieu fissuré, on peut être amené à choisir un VER énorme ne respectant plus la contrainte de continuité des paramètres d'un VER à l'autre [34].

IV.1.6. Hétérogénéité et Anisotropie

Un milieu poreux est dit être homogène, relativement à une quantité macroscopique si ce paramètre conserve la même valeur à travers le domaine. Respectivement, le milieu est dit hétérogène lorsque le paramètre macroscopique considéré à travers le domaine ne se conserve pas.

Les quantités tensorielles macroscopiques peuvent varier avec la direction ; dans ce cas on dit que le milieu est anisotrope selon le paramètre considéré. Par exemple, le paramètre appelé perméabilité peut être anisotrope.

IV.2. Les écoulements multiphasiques dans les milieux poreux

Dans cette section, nous allons faire une description mathématique macroscopique, de l'écoulement multiphasique dans un milieu poreux. Chaque phase discontinue, au niveau microscopique, est remplacée par une phase continue au niveau macroscopique. Nous supposons que l'espace poral, contient m phases fluides. Les notations utilisées dans cette partie sont celles utilisées par Peter Bastian [33].

IV.2.1. Notion de saturation

Considérons, un volume élémentaire représentatif (VER) d'un milieu poreux occupé par plusieurs phases. Dans la figure IV.4, nous représentons un milieu poreux saturé par 3 phases fluides (par exemple huile, eau, gaz).



Figure IV.4. Exemple d'un milieu poreux contenant plusieurs phases

Similairement, que pour la définition d'une fonction indicatrice de l'espace poral, nous allons définir une fonction indicatrice de phase par :

$$\gamma_{\alpha}(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \alpha \text{ à l'instant } t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \forall x \in \Omega \quad (\text{IV.4})$$

Notons que, la distribution de phase maintenant change avec le temps. Pour un VER $\Omega_0(x_0)$ centré en x_0 , nous définissons, la saturation de la phase α , $S_{\alpha}(x, t)$ comme suit :

$$S_{\alpha}(x, t) = \frac{\text{volume de la phase } \alpha \text{ dans VER}}{\text{volume de l'espaceporal dans VER}} = \frac{\int_{\Omega_0(x_0)} \gamma_{\alpha}(x, t) dx}{\int_{\Omega_0(x_0)} \gamma(x, t) dx} \quad (\text{IV.5})$$

De la définition de la saturation, nous obtenons directement la propriété suivante :

$$\sum_{\alpha} S_{\alpha}(x, t) = 1; 0 \leq S_{\alpha}(x, t) \leq 1 \quad (\text{IV.6})$$

IV.2.2. Forme générale des équations des écoulements multiphasiques en milieu poreux

IV.2.2.1. Conservation de masse

Supposons que le milieu poreux rempli un domaine $\Omega \in IR^n$, l'équation de conservation de la masse de chaque phase α est définie par :

$$\frac{\partial(\phi\rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} + \nabla(\rho_\alpha \mathbf{u}_\alpha) = \rho_\alpha \mathbf{q}_\alpha \quad (IV.7)$$

Chaque phase, a sa propre masse volumique ρ_α , sa propre saturation S_α , sa vitesse \mathbf{u}_α et son terme source \mathbf{q}_α

IV.2.2.2. La quantité de mouvement

La quantité de mouvement est décrite par la loi de Darcy étendue. En effet, pour un écoulement monophasique en milieu poreux, la loi de Darcy formulée par l'équation IV.8 décrit la quantité de mouvement :

$$\mathbf{u} = -\frac{K}{\mu}(\nabla P - \rho \mathbf{g}) \quad (IV.8)$$

Pour le cas multiphasique, cette loi est étendue par la loi suivante :

$$\mathbf{u}_\alpha = -\frac{K_\alpha}{\mu_\alpha}(\nabla P_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}) \quad (IV.9)$$

Dans cette équation, nous remarquons bien que, la vitesse macroscopique de la phase, est fonction de la pression macroscopique de cette phase. Dans ce cas multiphasique, la loi qui décrit la quantité de mouvement et décrite par l'équation (IV.9), la perméabilité est fonction de la saturation de la phase α . On suppose aussi, qu'il n y a pas de transfert de quantité de mouvement entre les phases présentes dans le domaine constituant le milieu poreux. Ainsi, la perméabilité \mathbf{K}_α est définie par :

$$\mathbf{K}_\alpha = k_{r\alpha}(S_\alpha)\mathbf{K} \quad (IV.10)$$

Le facteur non dimensionnel $k_{r\alpha}$ s'appelle, perméabilité relative de la phase α et \mathbf{K} le tenseur des perméabilités absolues du milieu poreux considéré, qui ne dépend pas du fluide, mais plutôt du milieu poreux. La relation (IV.10) est appelée la loi de Muskat [35]. La perméabilité relative $k_{r\alpha}$, modélise le fait que pour un chemin d'écoulement, une phase fluide α peut être bloquée par la présence d'autre phase. Ce facteur obéit à la contrainte suivante :

$$0 \leq k_{r\alpha} \leq 1 \quad (IV.11)$$

Finalement en introduisant, l'équation (IV.10) dans l'équation (IV.9), on obtient la loi de Darcy étendue pour les écoulements multiphasiques :

$$\mathbf{u}_\alpha = -\frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha}\mathbf{K}(\nabla P_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}) \quad (IV.12)$$

Ainsi, une nouvelle quantité appelée mobilité de la phase α entre en jeu et est définie par :

$$\Lambda_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \quad (\text{IV.13})$$

IV.2.3. Notion de capillarité

Lorsque l'on considère un écoulement multiphasique en milieu poreux les forces à considérer sont en général :

- Les forces visqueuses liées aux fluides en place
- Les forces capillaires liées à l'interface entre les fluides

C'est l'évolution de l'interface entre les différentes phases fluides, à l'échelle microscopique qui génère les forces capillaires. Cette force est construite à partir de la tension de surface [$N \cdot m^{-1}$], de chaque phase à leurs interfaces et qui est causée à la fois par un effet d'adhésion à la phase solide et par l'existence des forces cohésives à l'échelle moléculaire au sein de chaque phase. Si nous considérons deux fluides non miscibles (cas diphasique), par exemple de l'eau et de l'huile, l'interaction entre les phases solide, huile et eau génère un angle de contact β . L'influence de ces forces décroît lorsque la distance en partant de l'interface croît. Ces forces sont décrites par la loi de Young comme suit :

$$\sigma_{s-2} = \sigma_{s-1} + \sigma_{1-2} \cos \beta \quad (\text{IV.14})$$

Où σ_{s-1} , σ_{s-2} et σ_{1-2} sont respectivement les tensions de surfaces entre la matrice solide et le fluide 1, la matrice solide et le fluide 2, et le fluide 1 et le fluide 2. L'angle de contact β joue un rôle important, car il détermine l'angle de mouillabilité. La phase fluide possédant un angle aigu, est considérée comme mouillante par rapport à la phase solide. Lorsque l'angle de contact est supérieur à 90° la phase est considérée comme non mouillante.

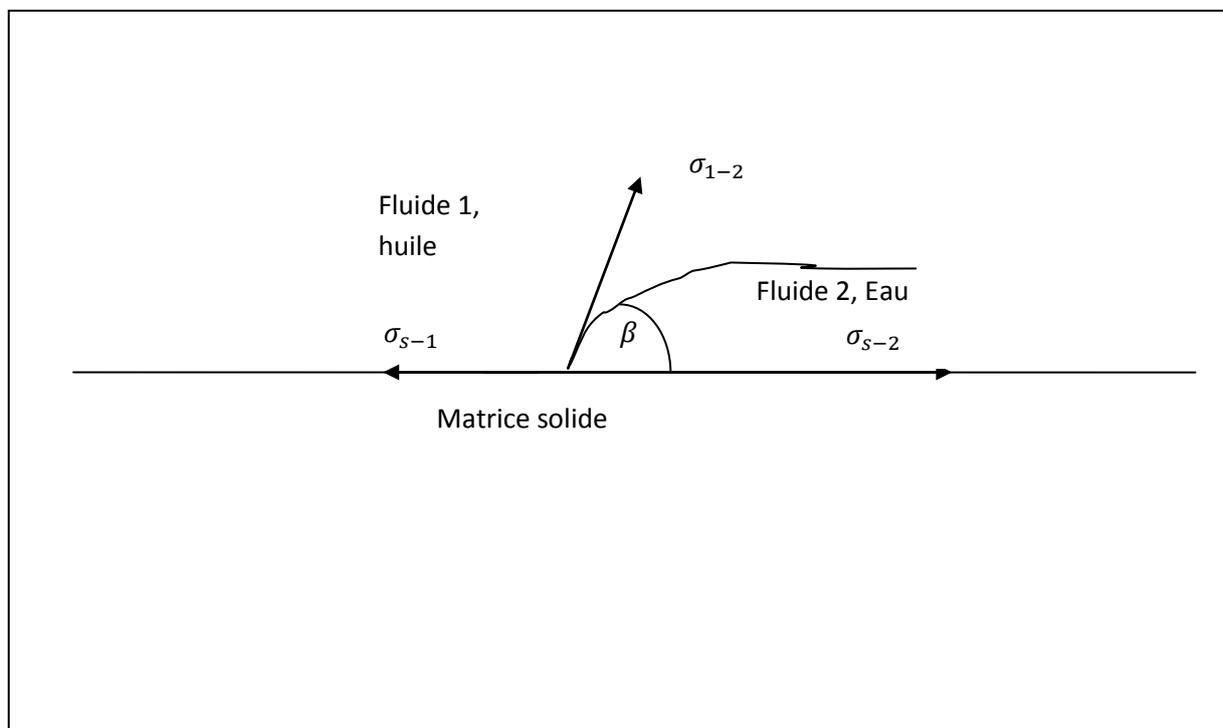


Fig. IV.5. Tension de surface et angle de contact à l'équilibre

IV.2.2.4. Pression capillaire

L'interface entre deux phases est maintenue par une discontinuité dans le champ de pression microscopique entre les deux phases. La pression capillaire, peut être vue comme la hauteur du saut de pression et est toujours positive car la pression de la phase non mouillante p_{nm} , est plus grande que celle de la phase mouillante p_m . La pression capillaire est obtenue en faisant la différence, entre la pression de la phase non mouillante et celle de la phase mouillante :

$$p_c = p_{nm} - p_m > 0 \quad (IV.15)$$

En général cette pression capillaire est une fonction des saturations, de la température des fluides et de la composition (changement de la tension de surface). Brooks et Corey ont développé un modèle mathématique [34], permettant de construire la pression capillaire p_c . Ce modèle est basé sur des observations expérimentales et tient compte des effets macroscopiques liés à la saturation effective de la phase mouillante. En considérant un cas diphasique eau-huile, où la phase mouillante est l'eau, appelons \bar{s}_w la saturation effective de la phase mouillante. Le modèle capillaire de Brooks-Corey se formule comme suit :

$$\bar{s}_w(p_c) = \left(\frac{p_c}{P_d}\right)^{-\varepsilon} \text{ pour } p_c \geq P_d \quad (IV.16)$$

Où, ε est un paramètre qui décrit la distribution des grains dans le milieu poreux. Des valeurs faibles de ε indiquent, un milieu poreux composé d'un seul type de grain (uniforme), tandis que des valeurs grandes indiquent, la grande non uniformité du milieu poreux [34]. La pression d'entrée P_d est considérée comme étant la valeur minimale de pression capillaire, pouvant déplacer la phase mouillante (à la saturation effective maximale, pour le pore le plus grand). On obtient donc l'expression de la pression capillaire en fonction de la saturation effective :

$$p_c(\bar{s}_w) = P_d \bar{s}_w^{\frac{-1}{\varepsilon}} \text{ pour } \bar{s}_w \in]0,1] \quad (IV.17)$$

En notant $p_c(1) = P_d$

La saturation effective est définie par la relation suivante :

$$\bar{s}_w = \frac{s_w - s_{rw}}{1 - \sum_{\alpha} s_{r\alpha}} \quad (IV.18)$$

Avec : $0 \leq \bar{s}_w \leq 1 \quad (IV.19)$

$s_{r\alpha}$ est saturation résiduelle de la phase α .

La figure IV.6, représente la pression capillaire pour ce modèle pour $p_d = 876 Pa$, et $\varepsilon = 2,29$ pour le drainage et $\varepsilon = 2,29$; $P_d = 667 Pa$ pour l'imbibition:

La pression capillaire dépend de la saturation de la phase mouillante et sa direction dépend du changement de la saturation (drainage ou imbibition). Ce phénomène est appelé effet d'hystérésis.

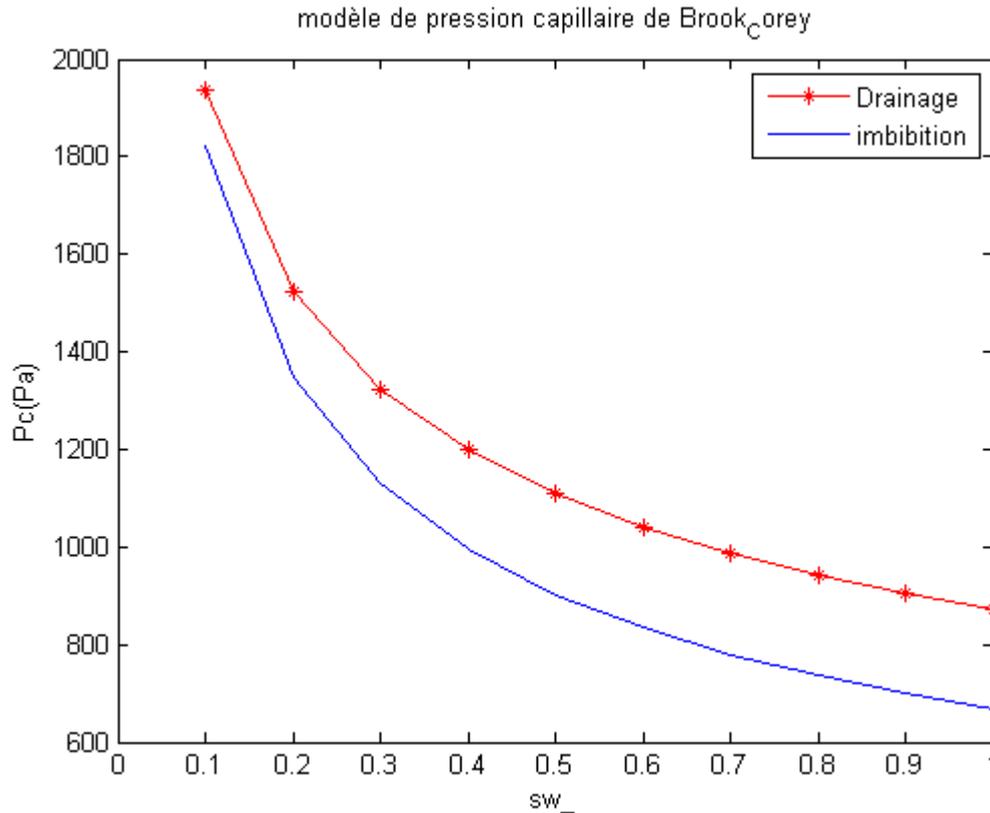


Figure IV.6. Pression capillaire pour le modèle de Brook et Corey

D'autres modèles de pression capillaires existent dans la littérature, par exemple Zhangxin Chen et al. [36] proposent le modèle suivant pour un écoulement diphasique huile-eau utilisée dans l'ingénierie réservoir :

$$P_c = P_{c,min} - \bar{B} \ln \left(\frac{S - S_{wc}}{1 - S_{wc}} \right) \quad (IV.20)$$

Où la valeur de \bar{B} est prise telle que $P_c = P_{c,max}$

Les mêmes auteurs proposent encore d'autres modèles de pression capillaire qui sont décrits par les relations empiriques suivantes:

➤ Pour un système huile-eau :

$$P_{cow}(S_w) = P_{cowmin} + B \ln \left(\frac{S_w - S_{wc} + \varepsilon}{1 - S_{wc}} \right) \quad (IV.21)$$

Où, S_{wc} est la saturation résiduelle de la phase eau, ε un nombre positive très faible et :

$$P_{cowmin} = P_{cow}(S_{wc}) \quad (IV.22)$$

Et,
$$B = \frac{P_{cowmax} - P_{cowmin}}{\ln \left(\frac{\varepsilon}{1 - S_{wc}} \right)} \quad (IV.23)$$

➤ Pour un système gaz-huile :

$$P_{cgo} = P_{cgomin} + B \ln \left(\frac{1 - S_g - S_{or} - S_{wc} + \varepsilon}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right) \quad (IV.24)$$

Où, S_{or} est la saturation résiduelle de la phase huile et :

$$P_{cgomax} = P_{cow}(1 - S_{or} - S_{wc}) \quad (IV.25)$$

$$B = \frac{P_{cgomax} - P_{cgomin}}{\ln \left(\frac{\varepsilon}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)} \quad (IV.26)$$

La figure IV.7 donne la représentation graphique de la pression capillaire décrite par l'équation (IV.21) pour les conditions suivantes :

$\varepsilon = 0,001$; $S_{wc} = 0,22$; $P_{cowmin} = 0$; $P_{cowmax} = 4,3437 \times 10^4 Pa$;

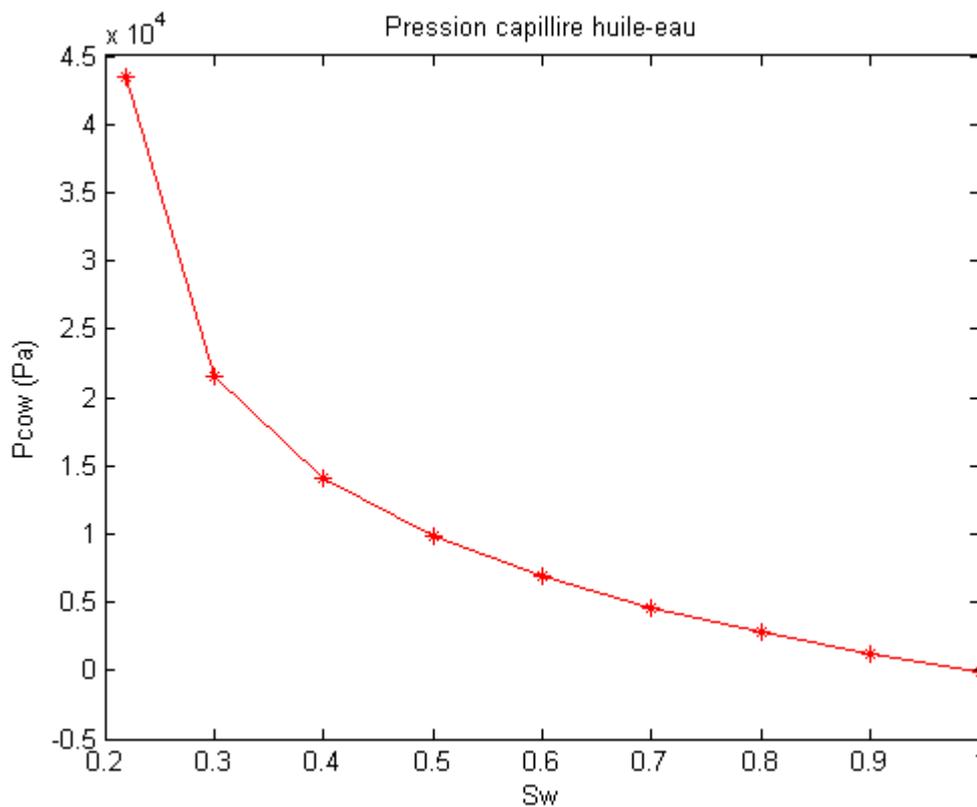


Figure IV.7. Pression capillaire huile-eau

IV.2.2.5. Perméabilités relatives

Lorsque plusieurs phases fluides se trouvent dans un milieu poreux, le déplacement d'une phase dépend de la présence des autres phases. Ils obéissent toutes à la contrainte (IV.11).

IV.2.2.5.a. Écoulement diphasique

Des mesures sur les perméabilités relatives, peuvent être faites surtout pour les écoulements diphasiques [36]. Néanmoins, des modèles analytiques existent aussi pour modéliser les perméabilités relatives d'un écoulement diphasique. L'approche analytique utilise une connexion entre la relation saturation-pression capillaire et la perméabilité relative [37,38]. On peut établir un modèle analytique, de perméabilité relative en partant du modèle de pression capillaire de Brook-Corey (équation IV.17). Ainsi, les perméabilités relatives de Brook-Corey pour un cas diphasique se forment comme suit :

- Pour la phase mouillante :

$$k_{rw}(\bar{S}_w) = \bar{S}_w^{\frac{3\varepsilon+2}{\varepsilon}} \quad (IV.27)$$

- Pour la phase non mouillante :

$$k_{rnw}(\bar{S}_w) = (1 - \bar{S}_w)^2 \left(1 - \bar{S}_w^{\frac{\varepsilon+2}{\varepsilon}}\right) \quad (IV.28)$$

La figure IV.8, donne la représentation graphique de ce modèle de perméabilité relative, pour le cas diphasique, pour les mêmes conditions que le cas de la figure IV.6 pour la pression capillaire.

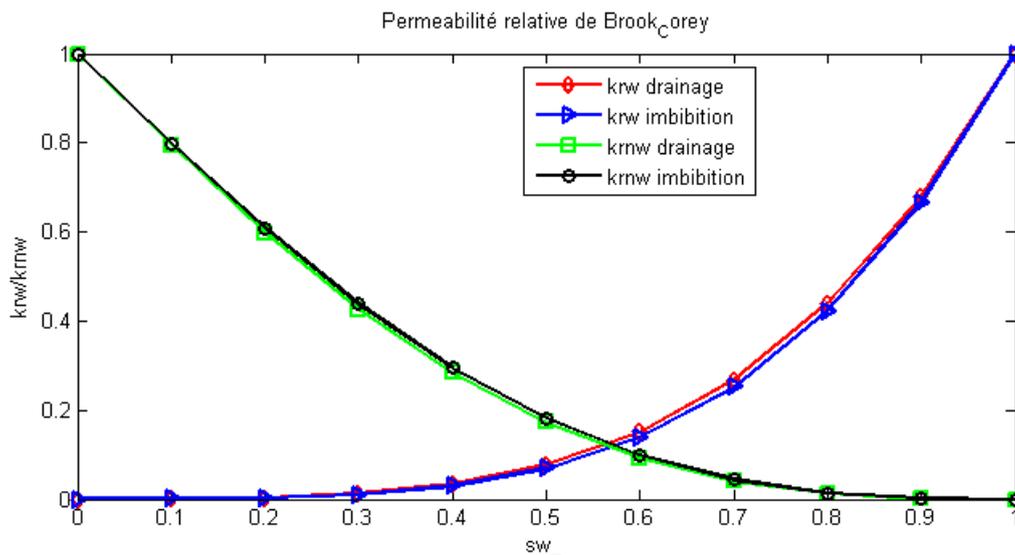


Figure IV.8. Perméabilité relative de Brook-Corey

IV.2.2.5.b. Écoulement triphasique

La détermination des perméabilités relatives, pour un système triphasique est plutôt compliquée. De l'expérimentation, un diagramme ternaire pour les relations, entre les perméabilités relatives et les saturations peut être représenté comme le montre la figure suivante (Zhangin Chen, G.Huen, M.Yuande, 2006, in [36]):

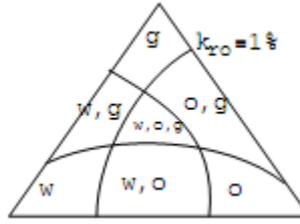


Figure IV.9. Diagramme ternaire triphasique

Ce diagramme est basé sur le niveau d'incurvation, d'une perméabilité relative égale à 1% pour chaque phase. A partir de ce diagramme, on peut constater là où une, deux ou trois phases fluides peuvent survenir sous différentes combinaisons de saturations. Dans la région du triangle limitée par trois niveaux d'incurvation, on peut observer trois écoulements fluides simultanément.

Initialisé par Leverett et Lewis (1941) [36], la plus part des mesures de perméabilités relatives triphasiques ont été expérimentales. Ces mesures, ont montré que les perméabilités relatives des phases mouillantes et non mouillantes dans un système triphasique sont fonction de leurs saturations respectivement comme elles le sont dans un système diphasique (Zhangin Chen, G.Huen, M.Yuande, 2006) [36]:

$$k_{rw} = k_{rw}(S_w); k_{rg} = k_{rg}(S_g) \quad (IV.29)$$

La perméabilité relative de la phase mouillante intermédiaire est fonction des deux saturations indépendantes :

$$k_{ro} = k_{ro}(S_w, S_g) \quad (IV.30)$$

La forme fonctionnelle (IV.30) est rarement connue. En pratique, une estimation des perméabilités relatives d'un système de trois phases est basée dans deux ensembles de données des deux phases : la perméabilité relative à un système de mouillage intermédiaire,

$$k_{row} = k_{row}(S_w) \quad (IV.31)$$

Et que dans un system intermédiaire de non mouillage,

$$k_{rog} = k_{rog}(S_g) \quad (IV.32)$$

Le concept de base, est que pour la phase mouillante les phases intermédiaires non mouillantes se comportent à la fois comme une phase unique non mouillante, tandis que pour la phase non mouillante, les deux phases intermédiaires mouillantes, se comportent comme une phase unique mouillante. La figure IV.10, illustre les courbes de perméabilités relatives types pour un système huile-eau et un système gaz-huile.

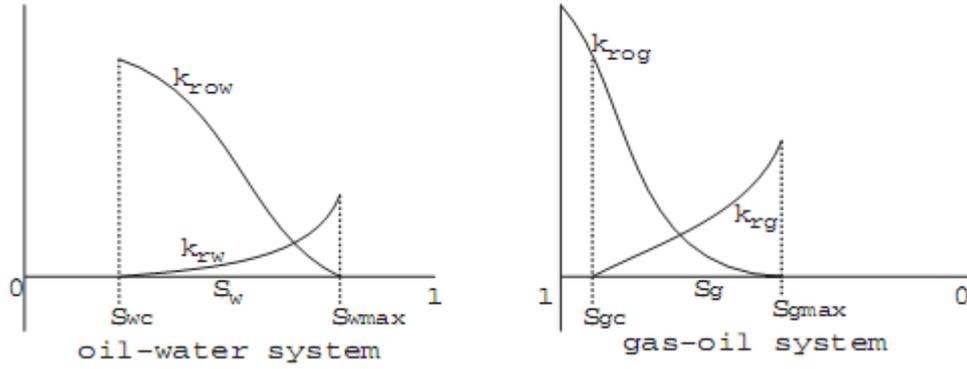


Figure IV.10. Courbes des perméabilités relatives d'un système triphasique [36]

On peut déterminer facilement k_{ro} par la formule suivante :

$$k_{ro} = k_{row}k_{rog} \quad (IV.33)$$

Dans la littérature, d'autres modèles sont proposés pour le système triphasique dont nous allons parler ici que l'une d'entre eux, qui est le modèle de Stone (Stone ,1970 [39]; Stone 1973[40]). Dans la suite, nous présentons les deux modèles de Stone qui décrivent, les perméabilités relatives d'un système triphasique.

➤ **Modèle de Stone I**

Les saturations sont normalisées comme suit :

$$S_{no} = \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{wc} - S_{or}}; S_o \geq S_{or}, \quad (IV.34)$$

$$S_{nw} = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}}; S_w \geq S_{wc} \quad (IV.35)$$

$$S_{ng} = \frac{S_g}{1 - S_{wc} - S_{or}} \quad (IV.36)$$

Notons que,

$$S_{no} + S_{nw} + S_{ng} = 1 \quad (IV.37)$$

La perméabilité relative de l'huile est définie par :

$$k_{ro} = S_{no}\beta_w\beta_g \quad (IV.38)$$

Pour déterminer β_w , nous prenons $S_g = S_{ng} = 0$; c'est-à-dire, le système triphasique est réduit à un système eau-huile. Dans ce cas, $\beta_g = 1$ et $k_{ro} = k_{row}$. Ainsi, avec l'équation (IV.38), on obtient :

$$\beta_w = \frac{k_{row}(S_w)}{1 - S_{nw}} \quad (IV.39)$$

Similairement, on détermine β_g , en choisissant $S_w = S_{wc}$ tel que $\beta_w = 1$ et $k_{ro} = k_{rog}$, et à partir de la relation (IV.38), on obtient :

$$\beta_g = \frac{k_{rog}(S_g)}{1-S_{ng}} \quad (IV.40)$$

En introduisant, les équations (IV.39) et (IV.40) dans l'équation (IV.38), on obtient k_{ro} pour le modèle de Stone I. Ce modèle se réduit exactement à un modèle à deux phases si la condition suivante est satisfaite :

$$k_{row}(S_{wc}) = k_{rog}(S_g = 0) = 1 \quad (IV.41)$$

Autrement, la perméabilité relative $k_{ro}(S_w, S_g)$ assure seulement une approximation de données de deux phases. Un modèle qui n'a pas cette limitation, peut être obtenu si les données huile-gaz sont mesurées en la présence de l'eau irréductible. Dans ce cas, le système eau-huile à S_{wc} et le système gaz-huile à $S_g = 0$ sont physiquement identiques. C'est-à-dire les deux systèmes satisfont $S_w = S_{wc}$ et $S_o = 1 - S_{wc}$. Par conséquent, la relation (IV.41) est équivalente à la définition de la perméabilité absolue, étant la perméabilité effective de l'huile en présence de S_{wc} . En posant :

$$k_{row}(S_{wc}) = k_{rog}(S_g = 0) = k_{rc} \quad (IV.42)$$

Le modèle de Stone I peut être modifié comme suit :

$$k_{ro} = k_{rc}\beta_w\beta_gS_{no} \quad (IV.43)$$

Où :

$$\beta_w = \frac{k_{row}(S_w)}{(1-S_{nw})k_{rc}} \quad (IV.44)$$

Et,

$$\beta_g = \frac{k_{rog}(1-S_g)}{(1-S_{ng})k_{rc}} \quad (IV.45)$$

➤ Modèle de Stone II

Dans la définition du modèle de Stone I, S_{or} doit être spécifiée. En fait, cette valeur peut être déterminée à partir d'une équation dérivée d'une considération d'écoulement en canal :

$$k_{ro} = (k_{row} + k_{rw})(k_{rog} + k_{rg}) - (k_{rw} + k_{rg}) \quad (IV.46)$$

Où, $k_{ro} \geq 0$. En effet, des valeurs négatives de k_{ro} signifient que l'huile est immobile. Comme pour le modèle de Stone I, pour satisfaire (IV.41), le modèle de Stone II, peut être formulé comme suit :

$$k_{ro} = k_{rc} \left\{ \left(\frac{k_{row}}{k_{rc}} + k_{rw} \right) \left(\frac{k_{rog}}{k_{rc}} + k_{rg} \right) - (k_{rw} + k_{rg}) \right\} \quad (IV.47)$$

On peut calculer k_{rg}, k_{rw}, k_{row} et k_{rog} à partir des équations suivantes :

$$k_{rw}(S_w) = k_{wmax} \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)^{nw} \quad (IV.48)$$

$$k_{row}(S_w) = \left(\frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)^{now} \quad (IV.49)$$

$$S_{wc} \leq S_w \leq S_{wmax} \quad (IV.50)$$

$$k_{rg}(S_g) = \left(\frac{S_g - S_{gr}}{1 - S_{gr} - S_{or} - S_{wc}} \right)^{ng} \quad (IV.51)$$

$$k_{rog}(S_g) = \left(\frac{1 - S_g - S_{or} - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc}} \right)^{nog} \quad (IV.52)$$

$$S_{gr} \leq S_g \leq 1 - S_{or} - S_{wc} \quad (IV.53)$$

S_{gr} est la saturation mobile critique du gaz, ng , nog , nw , et nog sont des nombres réels positifs.

$k_{rwmax} = k_{rw}(S_{wmax})$ et $S_{or} = 1 - S_{wmax}$. La figure. IV.11 représente les courbes de k_{rw} et k_{row} d'un système huile-eau dont les paramètres ont les valeurs suivantes :

$$nw = now = 2; S_{wc} = 0,4; S_{or} = 0,2; k_{rwmax} = 0,2;$$

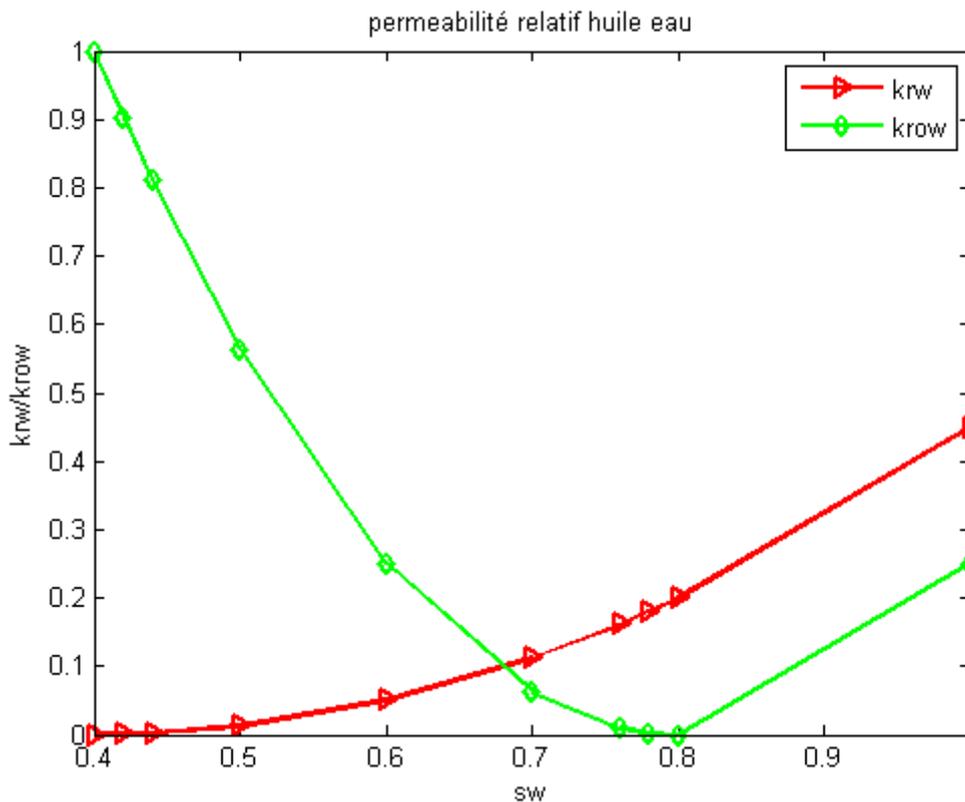


Figure IV.11. Perméabilité relative huile-eau

En conclusion, ce chapitre nous a donné un aperçu, général des écoulements en milieu poreux. Nous avons pu constater la complexité du milieu poreux qui est décrit par plusieurs lois physiques couplées. Toutefois, ce chapitre nous permettra de bien comprendre la modélisation du réservoir qui est un milieu poreux encore beaucoup plus complexe. Cela fait l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE V : MODELISATION DU RESERVOIR

Dans ce chapitre, nous allons décrire le modèle physique, du réservoir pétrolier. Nous allons énoncer, les différentes lois physiques mis en jeu. En effet, lors de l'exploitation d'un gisement selon le scénario de production envisagé, plusieurs phénomènes physico-chimiques peuvent être rencontrés dans le réservoir. Cette exploitation peut entraîner souvent, l'entrée ou la formation de fluide venant remplacer l'huile ou le gaz :

- Lors de l'exploitation d'un gisement, l'eau peut migrer des régions extérieures vers les régions intérieures sous l'effet de la baisse de pression dans le réservoir lors de l'exploitation
- Lorsque la pression du réservoir est très faible, on peut injecter des fluides dans certains puits (puits d'injection) pour déplacer les hydrocarbures vers d'autres puits (puits de productions)
- Les gaz dissouts dans les brutes peuvent être libérés

Ainsi, rien que ces quelques exemples nous montrent bien à quel point la mise en exploitation d'un gisement peut être complexe, suite aux couplages des différents phénomènes physico-chimiques. De ce fait, la mise en exploitation d'un gisement, nécessite la connaissance et la maîtrise des lois qui régissent les écoulements multiphasiques multi-constituants dans le milieu poreux qui est le réservoir.

Le but de ce chapitre, est de proposer le modèle mathématique du réservoir, ainsi que les méthodes numériques que nous utilisons pour la résolution. Notons que, du fait que le réservoir est un milieu poreux, les lois énoncées dans le chapitre IV, sont applicables pour le réservoir. Dans le chapitre IV, nous n'avons pas parlé du cas des transferts multi-constituants, mais nous les introduisons ici, vu que dans le réservoir plusieurs constituants peuvent s'y trouver. La simulation numérique étant un outil d'aide, à mise en place d'un schéma d'exploitation dans l'industrie pétrolière, elle s'opère sur des grilles de discrétisation complexes. De ce fait, une méthode de simulation multiphasique multi-constituante, vise à déterminer en tout point du maillage et à tout instant, les grandeurs caractéristiques de l'écoulement comme la pression, les saturations des phases, le traitement de l'apparition et de la disparition de phase, etc. La formulation du modèle est ainsi constituée d'un système d'équations aux dérivées partielles fortement non linéaires, faisant intervenir les lois de conservations et les lois d'équilibre thermodynamiques. Des tels systèmes sont très complexes à résoudre et prennent un temps de calcul énorme, ce qui rend encore complexe le modèle.

Dans ce travail, plus précisément nous tenons compte d'un modèle dit « black-oil » pour nos expériences numériques. C'est-à-dire un modèle constitué d'un composant hydrocarbure lourd, d'un composant léger et d'un composant eau dans le cas triphasique. Notons que, le composant léger peut être présent en même temps dans la phase gaz et dans la phase huile, tandis que le composant lourd se trouve seulement dans la phase huile. Dans le cas d'un système triphasique, la phase eau est complètement séparée des phases hydrocarbures et le composant eau se trouve seulement dans la phase eau.

V.1. Les équations des écoulements

La formulation d'un modèle d'écoulement est le fait de définir le jeu d'inconnues et le système d'équations de ce modèle. Dans la littérature, on peut trouver plusieurs modèles proposés par différents auteurs dont chacun de ces modèles a ses avantages et ses inconvénients [41, 42]. Certaines formulations couplent, le système des équations de conservations aux équations de fermetures locales, composant la conservation du volume poral et l'équilibre thermodynamique, tandis que d'autres formulations découplent le système des équations de conservations, aux équations de fermetures. Dans ce travail, nous allons utiliser la formulation de type Coats, décrit dans [42]. Dans cette formulation, les inconnues sont la pression, les compositions et les saturations des phases présentes dans la formation. C'est une formulation couplée, qui a l'avantage de bien traiter l'apparition et la disparition des phases. Notons que cette formulation dépend des phases présentes dans chaque point du domaine.

V.1.1. Formulations des équations

Les équations des écoulements dans un réservoir pétrolier, sont constituées par les lois de conservations et les lois de fermetures. Notons que dans le cadre de cette thèse nous considérons un réservoir isotherme. Dans le cas contraire, une équation de l'énergie est requise. Dans ce modèle, nous supposons que les termes de diffusion dispersion sont négligeables et il n'y a aucune réaction chimique entre les phases.

➤ Lois de conservation

Elles sont constituées par une équation de conservation de masse pour chaque composant dans chaque phase ; pour un composant c dans la phase α la loi de conservation s'écrit :

$$\frac{\partial(\phi\rho_\alpha S_\alpha y_{c,\alpha})}{\partial t} + \nabla(\rho_\alpha y_{c,\alpha} \mathbf{u}_\alpha) = y_{c,\alpha} \rho_\alpha \mathbf{q}_\alpha \quad (\text{V.1})$$

Dans cette formule, $y_{c,\alpha}$ et ρ_α sont respectivement, la fraction molaire du composant c dans la phase α et la masse volumique de la phase α . \mathbf{u}_α et \mathbf{q}_α sont respectivement le vecteur vitesse de la phase α décrit par la loi de Darcy et le débit de la phase considérée. La vitesse est exprimée par la loi de Darcy suivante :

$$\mathbf{u}_\alpha = -\frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \mathbf{K}(\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}) \quad (\text{V.2})$$

Pour le système multiphasique multi-constituant, on a alors l'équation de conservation de chaque composant c dans les phases qui est la somme de chaque équation de conservation d'un composant dans une phase sur les phases comme suit :

$$\sum_{\alpha=o,g} \left[\frac{\partial(\phi\rho_\alpha S_\alpha y_{c,\alpha})}{\partial t} + \nabla(\rho_\alpha y_{c,\alpha} \mathbf{u}_\alpha) \right] = \sum_{\alpha=o,g} (y_{c,\alpha} \rho_\alpha \mathbf{q}_\alpha) \quad (\text{V.3})$$

Où, l'indice o désigne la phase huile et l'indice g désigne la phase gaz. Dans la suite du manuscrit, ces indices seront toujours utilisés pour désigner ces phases. Si dans le réservoir la phase eau (que nous indiquons par w) est présente, elle est complètement séparée des phases hydrocarbures, et on ajoute son équation de conservation de masse pour compléter l'équation (V.3) :

$$\frac{\partial(\rho_w S_w \phi)}{\partial t} + \nabla(\rho_w \mathbf{u}_w) = \rho_w \mathbf{q}_w \quad (\text{V.4})$$

En introduisant (V.2) dans (V.3) et (V.4), on obtient pour chaque composant c la loi de conservation qui s'écrit comme suit :

$$\sum_{\alpha} \left[\frac{\partial(\phi \rho_{\alpha} S_{\alpha} \gamma_{c,\alpha})}{\partial t} - \nabla \left(\rho_{\alpha} \gamma_{c,\alpha} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} \mathbf{K} (\nabla p_{\alpha} - \gamma_{\alpha} \nabla \mathbf{Z}) \right) \right] = \sum_{\alpha=o,g} (\gamma_{c,\alpha} \rho_{\alpha} \mathbf{q}_{\alpha}) \quad (\text{V.5})$$

Où, $\gamma_{\alpha} = \rho_{\alpha} g$

Nous supposons que le tenseur des perméabilités \mathbf{K} est diagonal est s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_x & & \\ & k_y & \\ & & k_z \end{bmatrix} \quad (\text{V.7})$$

Où, les indices x, y, z sont relatifs aux trois directions de l'espace considérée.

V.1.2. Extension à un modèle black-oil

Le modèle black-oil est un modèle, constitué d'une phase huile et gaz avec échange de matière entre la phase huile et gaz. Dans le cas triphasique, il peut y avoir une phase eau. Dans, ce cas aucun échange de matière n'est lieu entre les phases hydrocarbures et la phase eau. Si, nous considérons un cas diphasique, le modèle comporte deux constituants : un constituant hydrocarbure lourd(h) et un constituant hydrocarbure léger(l). Le constituant lourd se trouve seulement dans la phase, huile, tandis que le constituant léger se trouve en même temps dans la phase, huile et dans la phase gaz.

Si le modèle est triphasique, dans ce cas il comporte trois constituant : un constituant lourd dans la phase huile seulement, un constituant léger dans les phases gaz et huile et une constituante eau (w) dans la phase eau (w) seulement. Donc, dans ce modèle black-oil, la phase huile peut contenir en même temps le constituant lourd qui est constitutif de cette phase (c'est-à-dire sous forme huile dans les conditions de stockage en surface) et le constituant léger dissous sous forme de gaz dans les conditions de surface [43]. Notons que, à cause de l'échange de masse entre la phase huile et la phase gaz, la conservation de la masse n'est pas satisfaite pour chacune de ces deux phases, mais la masse totale de chaque constituant est conservée. Ainsi, les équations de conservation s'écrivent :

➤ Pour la composante eau :

$$\frac{\partial(\phi \rho_w S_w)}{\partial t} + \nabla(\rho_w \mathbf{u}_w) = \mathbf{q}_w \quad (\text{V.8})$$

➤ Pour le composant lourd :

$$\frac{\partial(\phi \rho_{oo} S_o)}{\partial t} + \nabla(\rho_{oo} \mathbf{u}_o) = \mathbf{q}_o \quad (\text{V.9})$$

➤ Pour le composant léger :

$$\frac{\partial[\phi(\rho_{Go} S_o + \rho_g S_g)]}{\partial t} + \nabla(\rho_{Go} \mathbf{u}_o + \rho_g \mathbf{u}_g) = \mathbf{q}_G \quad (\text{V.10})$$

ρ_{Go} et ρ_{oo} sont respectivement, les densités du composant léger dans la phase huile et du composant lourd dans la phase huile. L'équation (V.10) implique que, le composant gaz (léger) peut se trouver en même temps dans les phases huile et gaz. Dans les équations précédentes, les vitesses de chaque phase u_{α} ($\alpha = w, o, g$) sont décrites par la loi de Darcy énoncé plus haut

(équation V.2). Au système d'équations précédent, on ajoute les lois de fermeture sur les saturations et les pressions capillaires suivantes :

$$S_o + S_g + S_w = 1 \quad (\text{V.11})$$

$$p_{cow} = p_o - p_w \quad (\text{V.12})$$

$$p_{cgo} = p_g - p_o \quad (\text{V.13})$$

Dans le modèle Black-oil, il est commode de travailler avec les équations de conservation à « volume » standard, au lieu des équations de conservation à « masse » (V.8) à (V.10). Les fractions massiques des composants lourd et léger dans la phase huile peuvent être déterminées par la solubilité du gaz R_{so} (appelée aussi rapport gaz-huile dissous). Ce rapport est le volume de gaz (mesuré dans les conditions normales), dissous à une pression et une température données du réservoir par unité de volume d'huile de stockage :

$$R_{so}(p, T) = \frac{V_{Gs}}{V_{Os}} \quad (\text{V.14})$$

Avec :

$$V_{Os} = \frac{W_o}{\rho_{Os}} \quad (\text{V.15})$$

$$V_{Gs} = \frac{W_G}{\rho_{Gs}} \quad (\text{V.16})$$

Où W_o et W_G sont respectivement les poids molaires des composants lourd et léger respectivement. L'équation (V.14) devient alors :

$$R_{so}(p, T) = \frac{W_G \rho_{Os}}{W_o \rho_{Gs}} \quad (\text{V.17})$$

Le facteur de volume de la formation de l'huile est le rapport entre le volume V_o mesuré dans les conditions du réservoir, avec le volume V_{Os} du composant huile mesuré dans les conditions normales :

$$B_o = \frac{V_o(p, T)}{V_{Os}} \quad (\text{V.18})$$

Où :

$$V_o = \frac{W_o + W_G}{\rho_o} \quad (\text{V.19})$$

En combinant les équations (V.15) et (V.16) avec (V.18) et (V.19), on obtient :

$$B_o = \frac{(W_o + W_G) \rho_{Os}}{W_o \rho_o} \quad (\text{V.20})$$

Maintenant en utilisant, les équations (V.17) et (V.20), on obtient les fractions massiques des composants huile et gaz dans la phase huile qui sont respectivement :

$$C_{Oo} = \frac{W_o}{W_o + W_G} = \frac{\rho_{Os}}{B_o \rho_o} \quad (\text{V.21})$$

$$C_{Go} = \frac{W_G}{W_o + W_G} = \frac{R_{so} \rho_{Gs}}{B_o \rho_o} \quad (\text{V.22})$$

Ces fractions massiques satisfont :

$$C_{Oo} + C_{Go} = 1 \quad (V.23)$$

Ainsi, il en découle de (V.21) à (V.23) que :

$$\rho_o = \frac{R_{So}\rho_{Gs} + \rho_{Os}}{B_o} \quad (V.24)$$

Le facteur de volume de formation du gaz, est le rapport entre le volume de la phase gaz mesuré dans les conditions du réservoir, avec le volume du composant gaz mesuré dans les conditions normales :

$$B_g(p, T) = \frac{V_g(p, T)}{V_{Gs}} \quad (V.25)$$

Où :

$$V_g = \frac{W_G}{\rho_g} \quad (V.26)$$

$$V_{Gs} = \frac{W_{Gs}}{\rho_{Gs}} \quad (V.27)$$

Il en découle de ces deux relations, l'expression de la densité du gaz libre:

$$\rho_g = \frac{\rho_{Gs}}{B_g} \quad (V.28)$$

Et finalement, le facteur de volume de formation de l'eau est défini par :

$$\rho_w = \frac{\rho_{Ws}}{B_w} \quad (V.29)$$

Finalement en substituant (V.24), (V.28) et (V.29) dans les équations (V.8) à (V.10) et tenant compte de l'expression de la loi de Darcy pour les vitesses de chaque phase(V.2), on obtient une nouvelle formulation du modèle black-oil, respectivement pour les composants eau, huile et gaz:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{\rho_{Ws}}{B_w} S_w \right) - \nabla \left(\frac{\rho_{Ws}}{B_w} \frac{k_{rw}}{\mu_w} \mathbf{K} (\nabla p_w - \gamma_w \nabla \mathbf{Z}) \right) = \mathbf{q}_w \quad (V.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{\rho_{Os}}{B_o} S_o \right) - \nabla \left(\frac{\rho_{Os}}{B_o} \frac{k_{ro}}{\mu_o} \mathbf{K} (\nabla p_o - \gamma_o \nabla \mathbf{Z}) \right) = \mathbf{q}_o \quad (V.31)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{\rho_{Gs}}{B_g} S_g + \frac{R_{So}\rho_{Gs}}{B_o} S_o \right) \right] - \nabla \left(\frac{\rho_{Gs}}{B_g} \frac{k_{rg}}{\mu_g} \mathbf{K} (\nabla p_g - \gamma_g \nabla \mathbf{Z}) + \frac{R_{So}\rho_{Gs}}{B_o} \frac{k_{ro}}{\mu_o} \mathbf{K} (\nabla p_o - \gamma_o \nabla \mathbf{Z}) \right) = \mathbf{q}_G \quad (V.32)$$

Les équations (V.30) à (V.32) représentent l'équilibre à volume normale. Les débits volumiques à volume normal sont définis par :

$$\mathbf{q}_w = \frac{q_{Ws}\rho_{Ws}}{B_w} \quad (V.33)$$

$$\mathbf{q}_o = \frac{q_{Os}\rho_{Os}}{B_o} \quad (V.34)$$

$$\mathbf{q}_G = \frac{q_{Gs}\rho_{Gs}}{B_g} + \frac{q_{Os}R_{So}\rho_{Os}}{B_o} \quad (V.35)$$

$\rho_{Ws}, \rho_{Os}, \rho_{Os}$ sont des constantes qui peuvent être éliminées après substitution de (V.33)-(V.35), dans (V.30) –(V.32).

Les équations de base du modèle black-oil, sont (V.8) à (V.10) et (V.30) à (V.32). Le choix des inconnues, dépend de l'état du réservoir. C'est-à-dire, du fait que le réservoir peut être à l'état saturé ou à l'état insaturé. Nous discuterons de ce cas, dans la partie réservée à la résolution numérique des équations du modèle.

Le facteur de volume de formation de l'huile à l'état insaturé, est fonction de la pression de bulle, de la pression du réservoir et de la compressibilité de l'huile et est formulée comme suit :

$$B_o(p, p_b) = B_{ob}(p_b) \exp(-c_o(p - p_b)) \quad (V.36)$$

Soit, en faisant un développement limité d'ordre un :

$$B_o(p, p_b) = B_{ob}(p_b)(1 - c_o(p - p_b)) \quad (V.37)$$

Il en est de même pour la viscosité de l'huile :

$$\mu_o(p, p_b) = \mu_{ob}(p_b)(1 + c_\mu(p - p_b)) \quad (V.38)$$

Notons que, à l'état saturé la pression de bulle est égale à la pression du réservoir, ainsi B_o et μ_o sont seulement fonction de la pression.

B_{ob} est le facteur de volume de formation à la pression de bulle, μ_{ob} la viscosité de l'huile à la pression de bulle p_b , c_o la compressibilité de l'huile et c_μ la viscosité compressibilité de l'huile.

Les équations (V.21), (V.23) et (V.24), nous permettent d'établir une expression de la fraction massique du composant gaz dans l'huile en fonction du rapport de solubilité gaz/huile et des densités du gaz et de l'huile prises dans les conditions normales comme suit :

$$C_{Go} = \frac{R_{So} \rho_{Gs}}{R_{So} \rho_{Gs} + \rho_{Os}} \quad (V.39)$$

Cette relation nous permet de définir le rapport de solubilité en fonction de la fraction massique du composant gaz dans l'huile et des densités du gaz et de l'huile prises dans les conditions normales :

$$R_{So} = \frac{C_{Go} \rho_{Os}}{1 - C_{Go} \rho_{Gs}} \quad (V.40)$$

La densité de l'huile est une fonction qui peut être fonction de la pression et de la fraction massique du composant gaz dans l'huile que nous pouvons établir en partant des équations (V.20), (V.21) et (V.23). En effet, le facteur de volume de formation de l'huile s'écrit en combinant ces équations :

$$B_o = \frac{1}{1 - C_{Go}} \frac{\rho_{Os}}{\rho_o} \quad (V.41)$$

Nous constatons dans cette relation que la masse volumique de l'huile est une fonction de la pression puisque le facteur de volume est fonction de la pression, mais aussi qu'elle dépend de la fraction massique du composant léger (gaz) dans la phase huile. Elle s'exprime par :

$$\rho_o(p, C_{Go}) = \frac{\rho_{os}}{B_o(p)(1-C_{Go})} \quad (V.42)$$

Finalement, tenant compte de l'expression de $B_o(p)$ (V.37), nous avons l'expression de la masse volumique de l'huile :

$$\rho_o(p, C_{Go}) = \frac{\rho_{os}}{B_{ob}(p_b)(1-c_o(p-p_b))(1-C_{Go})} \quad (V.45)$$

V.1.3. Équilibre thermodynamique

Pour l'étude de l'équilibre thermodynamique, nous nous inspirons au modèle utilisé par Roland Masson [43]. D'après la loi de Gibbs, l'équilibre diphasique huile (o)-gaz(g) d'un mélange à deux constituants lourd et léger ne dépend que de la pression p lorsque la température est supposée constante, ce qui est le cas dans ce travail. Cet équilibre est caractérisée, par les lois d'état de densités $\bar{\rho}_o(p)$ et $\bar{\rho}_g(p)$ et de viscosités $\bar{\mu}_{o(p)}$ et $\bar{\mu}_{g(p)}$, et par la fraction massique du constituant léger $\bar{c}(p)$ dans la phase huile (o). Les notations barrées signifient que le paramètre considéré est à l'état d'équilibre tandis que les non barrées signifient, qu'il n'y a pas de précision d'équilibre ou non.

La thermodynamique du système black-oil est donnée par les lois $\bar{R}_{So}(p)$, $\bar{B}_o(p)$, $\bar{B}_g(p)$, $\bar{B}_w(p)$, $\bar{\mu}_o(p)$, $\bar{\mu}_g(p)$ et $\bar{\mu}_w(p)$ dont les signes et variations sont les suivantes :

$$\begin{cases} \bar{R}_{So}(p) > 0; \bar{R}'_{So} > 0 \\ \bar{B}_o(p) > 0; \bar{B}'_o < 0 \\ \bar{B}_g(p) > 0; \bar{B}'_g(p) > 0 \\ \bar{\mu}_o(p) > 0; \bar{\mu}'_o(p) < 0 \\ \bar{\mu}_g(p) > 0; \bar{\mu}'_g(p) > 0 \\ \bar{\mu}_w(p) > 0; \bar{\mu}'_w(p) > 0 \end{cases} \quad (V.46)$$

Notons que l'équilibre se présente lorsque la pression du réservoir est égale à la pression de bulle. Ainsi, toutes les notations indicées par *ob* qui correspondent à l'état où la pression est égale à la pression de bulle, peuvent être remplacées par les notations barrées dans la suite et vis-versa.

Les changements de phases qui peuvent avoir lieu dans le réservoir, déterminent le passage de l'état d'équilibre thermodynamique triphasique huile(o), gaz (g), eau(w) à l'état diphasique huile-eau. Ils s'écrivent sous les conditions d'unilatéralité suivantes :

$$\begin{cases} S_g(\bar{R}_{So}(p) - R_{So}) = 0 \\ S_g \geq 0 \\ \bar{R}_{So}(p) - R_{So} \geq 0 \end{cases} \quad (V.47)$$

Lorsque $R_{So} < \bar{R}_{So}(p)$, on est à l'état diphasique huile-eau ; dans ce cas on parle d'huile sous saturée. Par contre si $R_{So} = \bar{R}_{So}(p)$, dans ce cas le réservoir est à l'état saturé ; cela veut dire que les trois phases huile-gaz-eau, coexistent dans le réservoir. L'état diphasique huile-gaz est observé, lorsque $R_{So} > \bar{R}_{So}(p)$.

Nous introduisons la pression de bulle comme définie par Masson [43], en introduisant la fonction inverse de $\bar{R}_{So}(p)$, que nous appelons \bar{p}_b .

Ainsi :

$$p_b = \bar{p}_b(\bar{R}_{So}) \quad (V.48)$$

La phase gaz apparait, lorsque la pression du réservoir passe en dessous de la pression de bulle. C'est-à-dire que : $p < p_b$

Lorsque S_g est inférieure ou égale à zéro, nous parlons de disparition de la phase gaz : $S_g = 0$

Une autre condition qui implique l'état saturé du réservoir, est qu'à l'état saturé (existence des trois phases) on a : $p = p_b$

Pour les lois thermodynamiques du modèle black-oil étudié, nous utilisons les corrélations suivantes [43] définies dans la gamme de pression [1 à 300 bars].

$$\bar{R}_{So}(p) = 100 \frac{p}{p_{ref}} \quad (V.49)$$

$$c_{\mu o} = 0 \quad (V.50)$$

$$\rho_{ws} \bar{B}_w(p) = 1000 \left[1 + 4.10^{-3} \frac{p-p_{ref}}{p_{ref}} \right] (kg.m^{-3}) \quad (V.51)$$

$$\rho_{Os} \bar{B}_o(p) = 612 \left[1 - 0.2 \frac{p-p_{ref}}{p_{ref}} \right] (kg.m^{-3}) \quad (V.52)$$

$$\rho_{Gs} \bar{B}_g(p) = 600 \frac{p}{p_{ref}} (kg.m^{-3}) \quad (V.53)$$

$$\bar{\mu}_w(p) = 1.10^{-4} Pa.s \quad (V.54)$$

$$\bar{\mu}_o(p) = \frac{1}{1350} \frac{1}{1+0.6 \frac{p-p_{ref}}{p_{ref}}} Pa.s \quad (V.55)$$

$$\bar{\mu}_g(p) = 2.3.10^{-5} (1 + 0.7 \frac{p-p_{ref}}{p_{ref}}) \quad (V.56)$$

Notons que, dans cette étude le composant gaz peut complètement se dissoudre dans la phase huile. Par contre, nous supposons que le composant lourd ne peut pas se vaporiser dans la phase gaz. Donc, c'est la phase gaz qui peut disparaître ou réapparaître, la phase huile étant toujours présente. Donc pour l'équilibre thermodynamique, nous n'avons pas besoin de faire un calcul de flash [43]. Ainsi, les lois d'équilibre thermodynamique énoncées plus haut, sont bien applicables dans notre cas. Toutefois, pour le lecteur intéressé, pour le calcul de flash dans le cas où la phase liquide aussi peut disparaître, nous le renvoyons en annexe où nous avons exposé la technique de calcul de flash.

V.2. Résolution numérique du modèle

Dans cette section, nous allons discuter des différentes techniques de discrétisation numériques, utilisées à l'issue de ce travail. Nous parlerons de la discrétisation en temps et de la discrétisation en espace. Principalement, la discrétisation en espace est basée sur la méthode des volumes finis.

V.2.1. Discrétisation en temps

La discrétisation en temps est définie par la suite $t^n, n \in \mathbb{N}$ telle que $t^0 = 0$ et

$\Delta t^{n+1} = t^{n+1} - t^n > 0$; L'indice n signifie implicitement que la variable est considérée à l'instant t^n . Le pas de temps varie en fonction de la convergence de l'algorithme de Newton Raphson. Un schéma d'Euler implicite est utilisé pour cette discrétisation en temps.

V.2.2. Discrétisation volumes finis des équations de conservation

Notre problème est constitué d'un système d'équations de conservation et des lois de fermeture sur les saturations, les fractions massiques et les pressions capillaires. Ainsi, le choix de la méthode des volumes finis est mieux adapté pour la discrétisation de ce genre de problème. En effet, les schémas volumes finis sont des schémas conservatifs [44,45], ce qui permet de mieux gérer la conservation des flux. Dans un premier temps, nous allons présenter le principe de la méthode des volumes finis et ensuite l'appliquer à notre modèle.

V.2.2.1. Principe de la discrétisation aux sens des volumes finis

Le système d'équations formé par les équations (V.30), (V.31) et (V.32), comporte des termes diffusifs de la forme $div(K\nabla v)$. Ainsi, la discrétisation spatiale au sens des volumes finis de notre modèle nécessite la compréhension des techniques de discrétisation des termes du genre $div(K\nabla v)$. Soit Ω un ouvert borné polygonal de \mathbb{R}^d .

V.2.2.1.a. Le maillage utilisé

Dans notre code, nous utilisons un maillage cartésien et de domaine $\Omega \in \mathbb{R}^d$. Afin de construire le maillage, nous découpons le domaine en $N = \prod_{i=1}^d N_i$ mailles où N_i désigne le nombre de découpage suivant chaque direction de l'espace du domaine considéré. Nous obtenons une famille de rectangles ou de parallélépipèdes, selon que nous travaillons en deux dimensions ou en trois dimensions que nous notons \mathcal{F}_h appelée volume de contrôle, telle que :

$$\mathcal{F}_h = \{V_{i=1,d}, 1 \leq i \leq d\} \quad (V.57)$$

\mathcal{F}_h Vérifie :

$$\bar{\Omega} = \cup_{K \in \mathcal{F}_h} K \quad (V.58)$$

Et :

$$\bar{K} \cap \bar{L} = \begin{cases} \emptyset \\ \text{une arête commune} \\ \text{une face commune} \end{cases} \quad (V.59)$$

Et ceci, quelque soit $K, L \in \mathcal{F}_h$;

Nous allons utiliser un maillage admissible. Par définition nous appelons maillage admissible, un triplet $T = (\mathcal{F}_h, \varepsilon, \mathcal{P})$, vérifiant les conditions suivantes [46] :

- \mathcal{F}_h est une famille disjointe d'ouverts non vides de Ω satisfaisant (V.58)
- ε est une famille finie disjointe de partie de Ω (les arêtes du maillage) telle que, pour tout élément σ de ε il existe un hyperplan affine E de \mathbb{R}^d et un volume de contrôle K , pour lesquels $\sigma \in \partial K \cap \varepsilon$ et σ est un ouvert non vide de E . En outre, pour tout $K \in \mathcal{F}_h$, ε admet un

sous ensemble ε_k tel que $\partial K = \cup_{\sigma \in \varepsilon_k} \bar{\sigma}$. Les éléments de ε sont enfin supposés vérifier l'alternative suivante : soit $\sigma \in \partial\Omega$ et soit il existe $K, L \in \mathcal{F}_h$ distincts tels que $\sigma \in \bar{K} \cap \bar{L}$.

- $\mathcal{P} = \{x_k\}_{k \in \mathcal{F}_h}$ est un ensemble des points de Ω (les centres des mailles) tels que pour tout $K \in \mathcal{F}_h$, K est étoilé par rapport x_k .

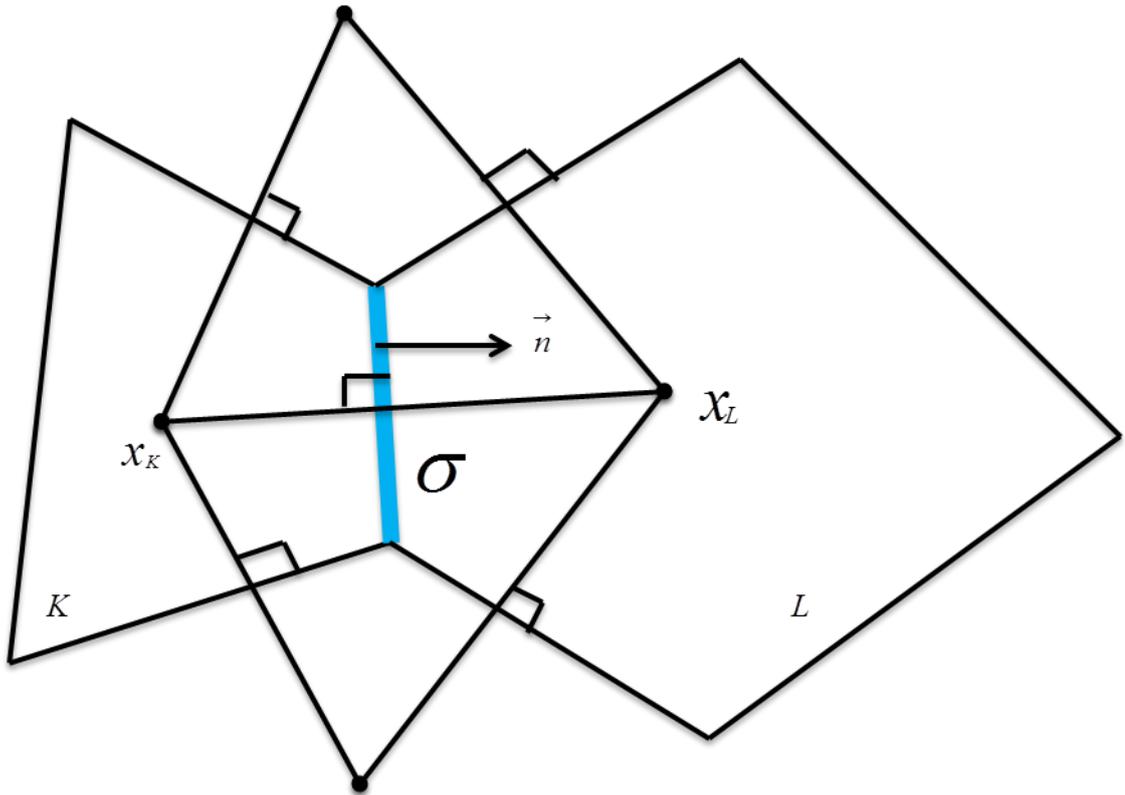


Figure V.1. Exemple de maillage admissible pour un schéma à deux points

Étant donné, le maillage admissible, précédemment défini de Ω , nous adopterons dans ce chapitre les notations suivantes :

- Soient $x_k \in K$ et $x_l \in L$ deux éléments de \mathcal{P} avec $K, L \in \mathcal{F}_h$, si $\bar{K} \cap \bar{L} = \{\sigma\} \subset \varepsilon$, alors le segment $[x_K, x_L]$ est orthogonal à σ .
- Soit $\sigma \in \varepsilon$ tel que $\{\sigma\} \subset \partial K$ avec $K \in \mathcal{F}_h$, et soit $D_{K,\sigma}$ la demi-droite d'origine x_K perpendiculaire à σ . On a alors : $D_{K,\sigma} = \{x_\sigma\}$

Nous allons considérer aussi les notations suivantes :

Pour la discrétisation spatiale de notre modèle, nous allons tenir compte des notations suivantes :

- $\varepsilon_K := \{\sigma \in \varepsilon, \sigma \subset \partial K\}, \forall K \in \mathcal{F}_h$
- $\varepsilon_{ext} := \{\sigma \in \varepsilon, \sigma \subset \partial\Omega\}$
- $\mathbf{n}_{K,\sigma} :=$ la normale unitaire perpendiculaire à la face σ de la maille K , dirigée vers l'extérieur de K .
- $d_{K,\sigma}$ désigne le segment de droite $[x_K, x_\sigma]$, pour tout $\sigma \in \varepsilon$.

V.2.2.1.b. Discrétisation en espace

Comme énoncé plus haut pour la discrétisation en espace, nous allons utiliser un schéma volume fini centré sur les cellules dans lequel chaque inconnue discrète v est une fonction constante par maille K , définie par sa valeur au centre de gravité x_K de la maille. Par convention, nous allons noter $v_K = v(x_K)$, $x_K \in \mathcal{P}$ et $v_\sigma = v(x_\sigma)$, $\sigma \in \varepsilon$ les approximations de v sur le volume K et sur la face σ respectivement.

Considérons le terme diffusif $div(\underline{K}\nabla v)$. En utilisant la formule de Green l'intégration sur le volume de contrôle K s'effectue comme suit :

$$\begin{aligned}
 \int_K div(\underline{K}\nabla v) dx &= \int_{\partial K} \underline{K}\nabla v \cdot \mathbf{n}_{K,\sigma} d\sigma \\
 &= \sum_{\sigma \in \varepsilon_K} \int_{\sigma} \underline{K}\nabla v \cdot \mathbf{n}_{K,\sigma} d\sigma \\
 &= \sum_{\sigma \in \varepsilon_K} k_{K,\sigma} \frac{v_\sigma - v_K}{d_{K,\sigma}} mes(\sigma) \\
 &= - \sum_{\sigma \in \varepsilon_K} F_{K,\sigma}^v
 \end{aligned} \tag{V.60}$$

Avec \underline{K} le tenseur de perméabilité (diagonal et défini positif) et $k_{K,\sigma}$ la norme euclidienne de $\underline{K} \cdot \mathbf{n}_{K,\sigma}$. La discrétisation volume fini est un schéma conservatif. En effet, $\forall \{\sigma\} = \bar{K} \cap \bar{L}$, le flux sortant de K sur σ est l'opposé du flux sortant de L sur σ . On a donc :

$$F_{K,\sigma}^v = -F_{L,\sigma}^v \tag{V.61}$$

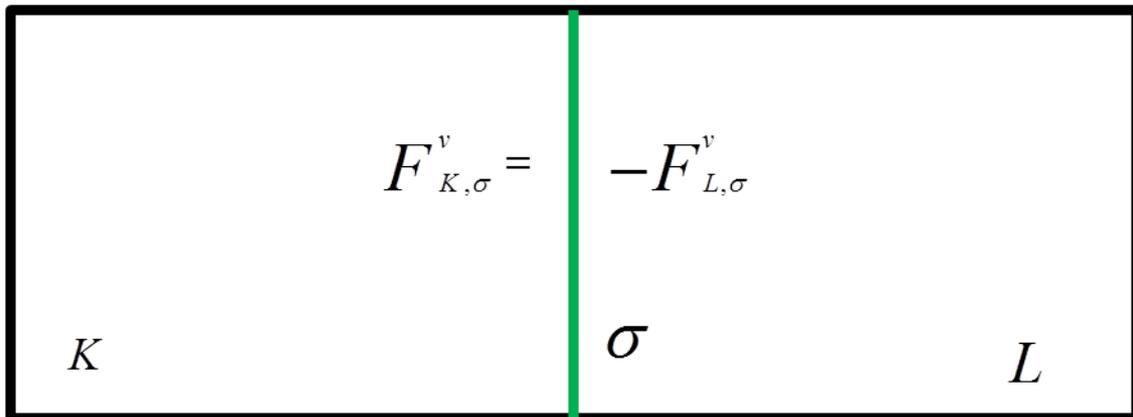


Figure V.2. Flux à travers une arête commune

Ce qui conduit à la formule suivante :

$$v_\sigma = \frac{1}{\frac{k_{K,\sigma}}{d_{K,\sigma}} + \frac{k_{L,\sigma}}{d_{L,\sigma}}} \left(\frac{k_{K,\sigma}}{d_{K,\sigma}} v_K + \frac{k_{L,\sigma}}{d_{L,\sigma}} v_L \right) \tag{V.62}$$

Ainsi, en remplaçant v_σ dans l'expression du flux on obtient :

$$F_{K,\sigma}^v = -\tau_\sigma(v_L - v_K) \quad (V.63)$$

Avec τ_σ la transmissibilité donnée par :

$$\tau_\sigma = mes(\sigma) \frac{k_{K,\sigma} k_{L,\sigma}}{k_{K,\sigma} d_{L,\sigma} + k_{L,\sigma} d_{K,\sigma}} \quad (V.64)$$

V.2.2.2. Application de la méthode à notre modèle

Nous allons appliquer, ces techniques de discrétisation à notre modèle formé par le système d'équations aux dérivées partielles (V.30)-(V.32). Pour alléger l'écriture, la fraction massique du composant gaz dans la phase huile que nous avons noté précédemment c_{Go} , va être notée simplement c . De même, nous faisons l'hypothèse selon laquelle les pressions capillaires sont nulles. Ainsi dans cette hypothèse, toutes les phases auront alors la même pression. Avec ces simplifications, le système discrétisé par volume fini devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_w = \phi_K \rho_{ws} \left(\frac{S_{w,K}^{n+1}}{B_w(p_K^{n+1})} - \frac{S_{w,K}^n}{B_w(p_K^n)} \right) \frac{|K|}{\Delta t} - \sum_{\{\sigma\}=\bar{K} \cap \bar{L}} \tau_\sigma (\Lambda_w)_{K/L} (p_L^{n+1} - p_K^{n+1} - \gamma(Z_L - Z_K)) + Q_{lim,K}^w = 0 \\ R_o = \phi_K \rho_{os} \left(\frac{S_{o,K}^{n+1}}{B_o(p_K^{n+1}, c_K^{n+1})} - \frac{S_{o,K}^n}{B_o(p_K^n, c_K^n)} \right) \frac{|K|}{\Delta t} - \sum_{\{\sigma\}=\bar{K} \cap \bar{L}} \tau_\sigma (\Lambda_o)_{K/L} (p_L^{n+1} - p_K^{n+1} - \gamma(Z_L - Z_K)) + Q_{lim,K}^o = 0 \\ R_g = \phi_K \rho_{Gs} \left[\left(\frac{S_{g,K}^{n+1}}{B_g(p_K^{n+1})} + \frac{R_{So}(c_K^{n+1}) S_{o,K}^{n+1}}{B_o(p_K^{n+1}, c_K^{n+1})} \right) - \left(\frac{S_{g,K}^n}{B_g(p_K^n)} + \frac{R_{So}(c_K^n) S_{o,K}^n}{B_o(p_K^n, c_K^n)} \right) \right] \frac{|K|}{\Delta t} + \\ - \sum_{\{\sigma\}=\bar{K} \cap \bar{L}} \tau_\sigma (\Lambda_{os})_{K/L} (p_L^{n+1} - p_K^{n+1} - \gamma(Z_L - Z_K)) + Q_{lim,K}^o + \\ - \sum_{\{\sigma\}=\bar{K} \cap \bar{L}} \tau_\sigma (\Lambda_g)_{K/L} (p_L^{n+1} - p_K^{n+1} - \gamma(Z_L - Z_K)) + Q_{lim,K}^g = 0 \end{array} \right. \quad (V.65)$$

Où, $|K|$ est le volume de la maille K , et Λ_α la mobilité de la phase α définie par :

$$\Lambda_\alpha = \frac{\rho_\alpha k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \quad (V.66)$$

Et τ_σ la transmissibilité entre deux mailles voisines qui est définie par :

$$\tau_\sigma = mes(\sigma) \frac{k_{K,\sigma} k_{L,\sigma}}{k_{K,\sigma} d_{L,\sigma} + k_{L,\sigma} d_{K,\sigma}} \quad (V.67)$$

Et nous complétons le système discrétisé par les contraintes d'équilibre suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_\alpha S_{\alpha,K}^{n+1} = 1 \\ S_{g,K}^{n+1} (\bar{R}_{so}(p_K^{n+1}) - R_{so,K}^{n+1}) = 0 \\ S_{g,K}^{n+1} = 0 \\ (\bar{R}_{so}(p_K^{n+1}) - R_{so,K}^{n+1}) \geq 0 \end{array} \right. \quad (V.68)$$

Le système d'équations (V.65) est non linéaire et pour sa résolution, nous faisons appel à l'algorithme de Newton-Raphson que nous allons discuter dans les paragraphes suivants. Les

contraintes du système (V.68), nous permettent de tester l'apparition ou la disparition de phase et d'évaluer l'état du réservoir (état saturé ou insaturé).

Nous utilisons un décentrage amont pour évaluer $(\Lambda_\alpha)_{K/L}$:

$$(\Lambda_\alpha)_{K/L} = \begin{cases} (\Lambda_\alpha)_K \text{ si } p_K - p_L - \gamma(Z_K - Z_L) \geq 0 \\ (\Lambda_\alpha)_L \text{ sinon} \end{cases} \quad (\text{V.69})$$

V.3. Modélisation des puits et conditions aux limites

V.3.1. Modélisation des puits

La modélisation des puits nous permet, de définir les équations qui décrivent les écoulements dans les puits. Nous utilisons le modèle de Peaceman pour modéliser les flux dans les puits [47] :

$$\begin{cases} q_{Ws} = \sum_{j=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \frac{k_{rw}}{\mu_w} [p_{bh}^{(j)} - p_w - \rho_w g(Z_{bh}^j - Z)] \delta(X - X^{(j,m)}) \\ q_{os} = \sum_{j=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \frac{k_{ro}}{\mu_o} [p_{bh}^{(j)} - p_o - \rho_o g(Z_{bh}^j - Z)] \delta(X - X^{(j,m)}) \\ q_{Gs} = \sum_{j=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \frac{k_{rg}}{\mu_g} [p_{bh}^{(j)} - p_g - \rho_g g(Z_{bh}^j - Z)] \delta(X - X^{(j,m)}) \end{cases} \quad (\text{V.70})$$

Où $WI^{(j,m)}$ est l'indice de productivité du puits qui est définie par :

$$WI^{(j,m)} = \frac{2\pi K \Delta L^{(j,m)}}{\ln \left(\frac{r_e^{(j,m)}}{r_w^j} \right)} \quad (\text{V.71})$$

N_w est le nombre de puits et M_w le nombre de perforation. $\delta(X)$ est la fonction de delta de Dirac, $\Delta L^{(j,m)}$ et $X^{(j,m)}$ sont un segment de longueur et le centre de la zone de localisation de la m^{eme} perforation du j^{eme} puits. r_w^j est le rayon du j^{eme} puits et $r_e^{(j,m)}$ le rayon de drainage. $p_{bh}^{(j)}$ est la pression de fond du j^{eme} puits à la donnée de puits Z_{bh}^j . Pour un puits vertical dans un milieu isotrope, r_e est donné par la relation suivante :

$$r_e = 0.20788h \quad (\text{V.72})$$

Dans le cas d'un puits vertical en milieu anisotrope, l'indice de productivité est donné par la relation suivante :

$$WI^{(j,m)} = \frac{2\pi \sqrt{K_{11} K_{22}} h_3}{\ln \left(\frac{r_e^{(j,m)}}{r_w^j} + s_k \right)} \quad (\text{V.73})$$

Le rayon de drainage est donné par :

$$r_e = \frac{0.14 \left[\left(\frac{K_{22}}{K_{11}} \right)^{\frac{1}{2}} h_1^2 + \left(\frac{K_{11}}{K_{22}} \right)^{\frac{1}{2}} h_2^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{0.5 \left[\left(\frac{K_{22}}{K_{11}} \right)^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{K_{11}}{K_{22}} \right)^{\frac{1}{4}} \right]} \quad (\text{V.74})$$

h_1, h_2, h_3 sont respectivement les dimensions d'une maille suivant x, y et z .

A partir du système (V.70), nous pouvons donc établir un modèle numérique pour les puits et ainsi définir des résidus pour les puits dans la maille K :

$$(R_{well})_K = \sum_K \sum_{\alpha} (W I_K \Lambda_{\alpha, K} \Delta \Phi_K^{n+1} - q_{\alpha s}) = 0 \quad (V.75)$$

α étant la phase, considérée ;

Où, $\Delta \Phi_K^{n+1}$ est le potentiel dans le puits de la maille K au temps t^{n+1}

V.3.2. Conditions aux limites

Pour les conditions aux limites, nous considérons que le réservoir est imperméable et que c'est seulement là où un puits est perforé, qu'un flux peut entrer ou sortir. Dans notre cas, nous considérons un réservoir avec quatre puits injecteurs sur les quatre coins et un puits producteur au milieu. Dans chaque puits injecteur, on impose une condition de pression et de saturation du fluide injecté. Cette saturation est considérée égale à un dans la maille contenant la perforation du puits injecteurs. On impose aussi une pression dans le puits producteur.

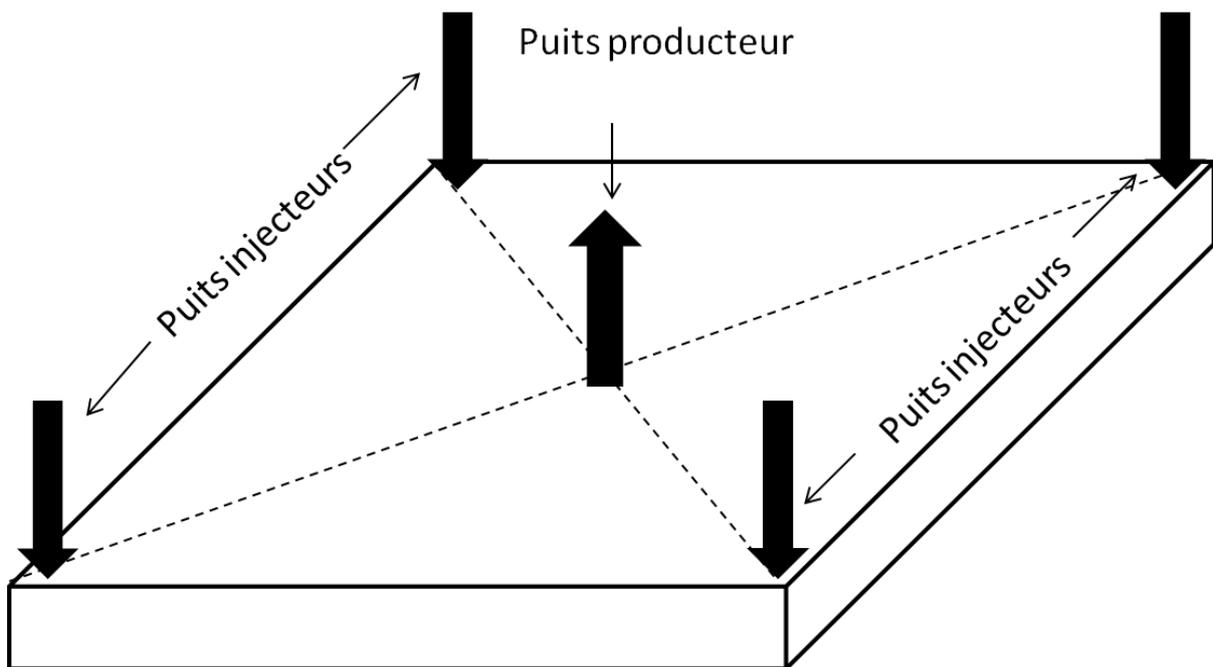


Figure V.3. Modèle du réservoir avec les quatre puits injecteurs et le puits producteur au milieu

V.4. Résolution du système non linéaire par la méthode de Newton-Raphson

Le système (V.66), discrétisé à chaque maille est non linéaire et pour faciliter sa résolution, nous allons le résoudre en utilisant l'algorithme de Newton-Raphson.

V.4.1. Principe de l'algorithme de Newton-Raphson [48, 49, 50,51]

La méthode de Newton-Raphson, est une méthode très populaire pour la résolution des systèmes d'équations non linéaires. L'objectif est de résoudre l'équation non linéaire $f(x) = 0$ où $y = f(x)$ est une fonction définie de variable numérique réelle, dont la représentation graphique est celle représentée dans la figure (V.2).

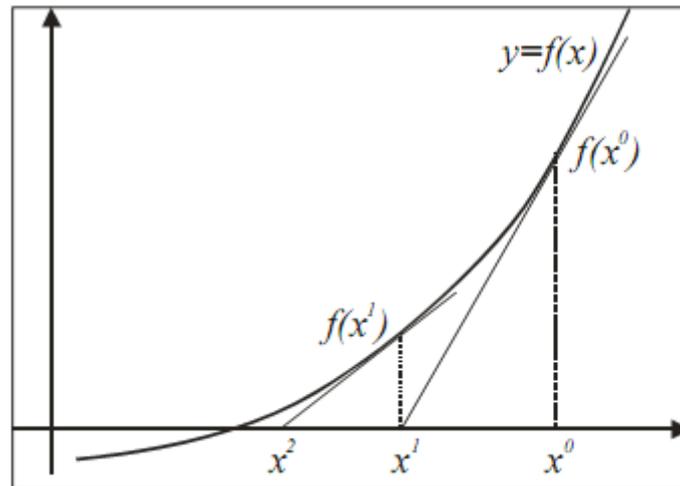


Figure V.4. Résolution d'une équation non linéaire par la méthode de Newton-Raphson

La méthode de résolution est décrite par l'algorithme suivant :

1. Choisir une condition initiale x^0 et calculer $y^0 = f(x^0)$
2. Trouver une tangente de $y = f(x)$ au point de coordonnées $(x^0, f(x^0))$
3. Trouver le point d'intersection x^1 entre la tangente définie en (2) et l'axe des abscisses
4. Si $f(x^1) = 0$ ou très proche de zéro, alors x^1 est la solution approchée recherchée. Sinon, on continue la procédure en (1), (2), (3) et (4), jusqu'à obtenir la convergence. x^2, x^3, \dots sont des solutions approchées du problème. La figure (V.2), montre la procédure graphiquement.

La tangente au point $(x^0, f(x^0))$ est cherchée à partir de la relation suivante :

$$y = f(x^0) + f'(x^0)(x - x^0) \quad (\text{V.76})$$

Le point x^1 est choisi en faisant $y = 0$ dans cette équation, ce qui conduit :

$$x^1 = x^0 - \frac{f(x^0)}{f'(x^0)} \quad (\text{V.77})$$

A chaque itération, on peut définir la différence entre la valeur précédente et la nouvelle valeur calculée Δx^k . Par exemple à la première itération, on aura :

$$\Delta x^0 = x^1 - x^0 \quad (\text{V.78})$$

L'équation (V.77), peut être reformulée alors comme suit :

$$f'(x^k)\Delta x^k + f(x^k) = 0 \quad (\text{V.79})$$

Cette, formulation rend simple la généralisation pour le cas où on a plusieurs équations.

La technique précédemment définie, se généralise pour le cas des systèmes non linéaires. Par contre, les notations et l'implémentation deviennent beaucoup plus complexes que dans le cas d'une seule équation non linéaire. Le problème non linéaire se formule alors comme suit :

$$\begin{cases} F_1(X) = 0 \\ F_2(X) = 0 \\ F_3(X) = 0 \\ \vdots \\ F_n(X) = 0 \end{cases} \quad (\text{V.80})$$

Où, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ et la condition initiale est X^0 . Le système équivalent à la dérivée de f est la différentielle totale de F_i . En supposant que la valeur de X à la k^{eme} itération est X^k , l'équivalent de la tangente dans (V.80) est dans ce cas :

$$\frac{dF(X^k)}{dX} \Delta X^k + F(X^k) = 0 \quad (\text{V.81})$$

Ou d'une manière générale sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(X^k) \Delta x_1^k + \frac{\partial F_1}{\partial x_2}(X^k) \Delta x_2^k + \dots + \frac{\partial F_1}{\partial x_n}(X^k) \Delta x_n^k + F_1(X^k) = 0 \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1}(X^k) \Delta x_1^k + \frac{\partial F_2}{\partial x_2}(X^k) \Delta x_2^k + \dots + \frac{\partial F_2}{\partial x_n}(X^k) \Delta x_n^k + F_2(X^k) = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1}(X^k) \Delta x_1^k + \frac{\partial F_n}{\partial x_2}(X^k) \Delta x_2^k + \dots + \frac{\partial F_n}{\partial x_n}(X^k) \Delta x_n^k + F_n(X^k) = 0 \end{cases} \quad (\text{V.82})$$

La résolution équivalente de (V.79) est la résolution de (V.82) tout en respectant $\Delta X^k = (\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n)$. Le vecteur des solutions est actualisé par :

$$X^{k+1} = X^k + \Delta X^k \quad (\text{V.83})$$

La procédure continue jusqu' à ce qu'on ait :

$$\|F(X^k)\| < \varepsilon \quad (\text{V.84})$$

ε est une précision fixée par l'utilisateur.

Dans la relation (V.85), $\| \cdot \|$ est la norme, qui peut être évaluée par :

$$\|F(X^k)\| = [\sum (F_i)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{V.85})$$

Ainsi, le système (V.82), est un système linéaire qui peut être résolu, en utilisant les différentes méthodes bien connues pour la résolution des systèmes linéaires. La matrice, obtenue dans le système (V.82) est appelée matrice jacobienne et les fonctions $F_i(X)$ sont appelées les résidus.

Maintenant, la méthode précédemment décrite nous permettra de résoudre aisément le système d'équations discrétisé de notre modèle réservoir.

V.4.2. Application à notre modèle black-oil

Dans le système discrétisé de notre modèle (système V.65), R_w, R_o, R_g sont les résidus. De même, R_{well} est le résidu pour les termes sources/puits. Ainsi, la résolution de notre système, nécessite le calcul de la matrice jacobienne du système. Dans notre modèle, les résidus et la matrice jacobienne sont évalués à chaque maille du domaine et le système obtenu est résolu dans chaque maille du domaine. Nous définissons un vecteur \mathbf{R} ayant comme composantes les résidus de chaque équation dans chaque maille :

$$\mathbf{R} = [(\mathbf{R}_1), \dots, (\mathbf{R}_N), (\mathbf{R}_{well,1}), \dots, (\mathbf{R}_{well,m})] = \mathbf{0} \quad (\text{V.86})$$

Où, N est le nombre de maille, et m le nombre de puits. Dans chaque, maille, on a :

$$(\mathbf{R}_i) = [R_w, R_o, R_g]_i, i = 1, \dots, N \quad (\text{V.87})$$

Et dans chaque maille contenant un puits :

$$(\mathbf{R}_{well,m}) = [R_{well}]_m^T \quad (\text{V.88})$$

Notre, modèle physique est un modèle complexe selon lequel, des phases peuvent apparaître ou disparaître. De ce fait, la résolution du système dépend fortement de cette apparition ou disparition de phase. Pour la simplicité de la résolution de ce système, il est impératif de bien choisir les inconnues du système.

Ainsi, le choix des inconnues pour notre modèle dépend de l'état du réservoir. C'est-à-dire si toutes les phases sont présentes dans le réservoir (état saturé), ou si une ou des phases sont absentes (état non saturé). La phase gazeuse en particulier, apparait et disparaît en fonction du fait que la fraction massique est inférieure ou supérieure à la fraction massique de l'équilibre.

- Si, le réservoir est à l'état saturé les inconnues de notre problème sont, la pression p , la saturation en eau S_w et la saturation en gaz S_g . A chaque itération de newton, nous effectuons un test de phase qui nous permet de savoir si une phase apparait ou disparaît. Pour cela les conditions d'équilibres thermodynamiques énoncées au paragraphe V.1.3, par l'équation (V.47) vont être utilisées. Aussi, tenons à préciser que lors des calculs, si une saturation devient négative la phase correspondante est considérée comme disparue et cette saturation est rendue égale à zéro.
- Si le réservoir est à l'état insaturé, dans ce cas les inconnues sont la pression, la saturation en eau et la fraction massique c . Dans le cas de l'état saturé, la fraction massique est égale à la fraction massique de l'état d'équilibre qui est fonction de la pression, tandis qu'à l'état insaturé elle devient une inconnue du problème.

Ainsi, nous définissons un vecteur des inconnues dans chaque maille du domaine contenant les trois inconnues primaires du problème :

$$\mathbf{X} = [(\mathbf{X}_1), \dots, (\mathbf{X}_N), (\mathbf{X}_{well,1}), \dots, (\mathbf{X}_{well,m})]^T \quad (\text{V.89})$$

Où, dans chaque maille pour l'état saturé,

$$\mathbf{X}_i = [S_w, S_g, p]_{i=1,N}^T \quad (\text{V.90})$$

Et, dans chaque maille pour l'état insaturé,

$$\mathbf{X}_i = [S_w, c, p]_{i=1,N}^T \quad (\text{V.91})$$

Et dans chaque maille contenant, un puits,

$$\mathbf{X}_{well,m} = [p^w]_m^T \quad (\text{V.92})$$

Où, p^w est la pression de fond de puits dans chaque maille contenant le puits considéré. Remarquons que, lorsque la phase gaz disparaît S_g est remplacée par la fraction massique c . Certains auteurs, choisissent de remplacer la saturation de la phase gazeuse par la pression de bulle [36, 43, 52]. En effet, il existe une relation entre la pression de bulle et la fraction massique à l'équilibre (l'équilibre étant obtenue, lorsque la pression de bulle est égale à la pression du réservoir), d'où notre choix de travailler en terme de fraction massique au lieu de la pression de bulle pour gérer les inconnues lors de l'apparition et de la disparition de phase. Ainsi, dans la suite pour les dérivations des résidus, nous travaillons en termes de saturation de gaz, pour alléger le manuscrit mais sachant que dans notre code la saturation de la phase gazeuse, peut être remplacée par la fraction massique selon qu'il y a apparition ou disparition de phase.

L'application de l'algorithme de Newton-Raphson décrit plus haut, introduit des méthodes itératives et la résolution du problème revient à résoudre le problème suivant :

$$\mathbf{J}^k \delta \mathbf{X}^{k+1} = -\mathbf{R}^k \quad (\text{V.93})$$

Dans cette équation, \mathbf{J}^k est la matrice jacobienne, à l'itération de Newton k . $\delta \mathbf{X}^{k+1}$ est le vecteur de changement d'inconnues tel que: $\delta \mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{X}^k$.

La matrice jacobienne est définie par :

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{X}} \quad (\text{V.94})$$

Ou :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial X_1}\right) & \dots & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial X_N}\right) & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial X_{well,1}}\right) & \dots & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_1}{\partial X_{well,m}}\right) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \left(\frac{\partial \mathbf{R}_N}{\partial X_1}\right) & \dots & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_N}{\partial X_N}\right) & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_N}{\partial X_{well,1}}\right) & \dots & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_N}{\partial X_{well,m}}\right) \\ \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{well,1}}{\partial X_1}\right) & \dots & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{well,1}}{\partial X_N}\right) & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{well,1}}{\partial X_{well,1}}\right) & \dots & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{well,1}}{\partial X_{well,m}}\right) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{well,m}}{\partial X_1}\right) & \dots & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{well,m}}{\partial X_N}\right) & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{well,m}}{\partial X_{well,1}}\right) & \dots & \left(\frac{\partial \mathbf{R}_{well,m}}{\partial X_{well,m}}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{V.95})$$

Les sous matrices de la matrice (V.95), sont données par :

$$\left(\frac{\partial \mathbf{R}_i}{\partial X_j}\right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_{wi}}{\partial p} & \frac{\partial R_{wi}}{\partial S_w} & \frac{\partial R_{wi}}{\partial S_g} \\ \frac{\partial R_{oi}}{\partial p} & \frac{\partial R_{oi}}{\partial S_w} & \frac{\partial R_{oi}}{\partial S_g} \\ \frac{\partial R_{gi}}{\partial p} & \frac{\partial R_{gi}}{\partial S_w} & \frac{\partial R_{gi}}{\partial S_g} \end{bmatrix} \quad (\text{V.96})$$

$$\left(\frac{\partial R_{well,i}}{\partial X_j}\right) = \left[\frac{\partial R_{well,i}}{\partial p_j}, \frac{\partial R_{well,i}}{\partial S_{wj}}, \frac{\partial R_{well,i}}{\partial S_{gj}}\right] \quad (V.97)$$

Et ;

$$\left(\frac{\partial R_i}{\partial X_{well,j}}\right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_{w,i}}{\partial p_j^w} \\ \frac{\partial R_{o,i}}{\partial p_j^w} \\ \frac{\partial R_{g,i}}{\partial p_j^w} \end{bmatrix} \quad (V.98)$$

Le système formé par la matrice jacobienne (V.93) est linéaire et peut être résolu par les méthodes classiques de résolution des systèmes linéaires. Dans ce travail, nous avons utilisé comme méthode itérative la méthode GMRES. Comme nous pouvons le constater sur la figure suivante, la matrice J est une matrice creuse ce qui rend compliquer sa résolution. En effet d'une manière générale ces matrices sont non symétriques. L'algorithme GMRES est connu pour être efficace à la résolution de tel système [36], d'où le choix de cette méthode itérative pour la résolution du système. Dans le paragraphe suivant, nous énonçons le principe de la méthode dont l'algorithme correspondant à sa programmation est renvoyé en annexe.

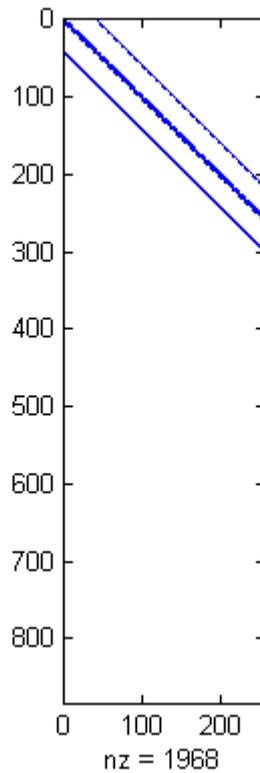


Figure V.5. Structure de la matrice Jacobienne

V.4.3. Principe de la méthode itérative GMRES

Pour plus de détail sur cette méthode, nous renvoyons au lecteur intéressé à consulter [36] et [50]. Dans ce paragraphe, nous exposons juste le principe de la méthode.

La méthode consiste à choisir x^k de manière à minimiser la norme euclidienne, du résidu au $k^{\text{ème}}$ pas. Si \mathbf{f} est la matrice colonne du second membre du système à résoudre et \mathbf{A} la matrice du premier membre, le problème à résoudre est de la forme :

$$\mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{f} \quad (\text{V.99})$$

La $k^{\text{ème}}$ itération est la solution du problème suivant :

$$\min_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}^0 + \mathcal{K}^k} \|\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{p}\|_2 \quad (\text{V.100})$$

Supposons qu'il existe un projecteur orthogonal \mathbf{V}^k dans \mathcal{K}^k . Pour tout $z \in \mathcal{K}^k$, on peut le représenter par :

$$z = \sum_{i=1}^k q_i \mathbf{V}^i \quad (\text{V.101})$$

Où $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_k)^T \in \mathbb{R}^k$ et \mathbf{V}^i la $i^{\text{ème}}$ colonne de \mathbf{V}^k .

Posons : $\mathbf{p} - \mathbf{p}^0 = \mathbf{V}^k \mathbf{q}$, où \mathbf{p}^0 est une condition initiale donnée du problème (V.99). Quelque soit $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^k$, on a :

$$\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{p}^0 - \mathbf{A}\mathbf{V}^k \mathbf{q} = \mathbf{r}^0 - \mathbf{A}\mathbf{V}^k \mathbf{q} \quad (\text{V.102})$$

Le problème (V.100), devient dans ces conditions :

$$\min_{\mathbf{q} \in \mathbb{R}^k} \|\mathbf{r}^0 - \mathbf{A}\mathbf{V}^k \mathbf{q}\|_2 \quad (\text{V.103})$$

Résoudre, le problème (V.99), revient alors, à résoudre (V.103) (voir l'algorithme en annexe).

En conclusion pour ce chapitre, nous avons pu discrétiser les équations nécessaires à notre modèle et ainsi, établi un schéma numérique de résolution qui va faciliter la mise au point du code informatique. A l'issue, de ce code développé nous avons pu effectuer quelques expériences numériques dont la présentation et la discussion font l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE VI : QUELQUES EXPERIENCES NUMERIQUES DU MODELE

Dans ce chapitre, nous allons faire quelques simulations numériques du modèle développé. Nous nous intéressons donc à l'évolution de la solution du système formulé dans le chapitre précédent en pression, en saturation et des débits cumulés au puits producteur. Des résultats sur les débits instantanés sont renvoyés en axes. A cet effet, deux cas tests sont effectués : un cas diphasique huile-gaz à deux composants, qui sont un composant lourd qui se trouve seulement dans la phase huile et un composant léger qui peut se trouver en même temps dans la phase gazeuse et dans la phase huile (miscibilité de la phase gazeuse dans la phase huile) et un cas triphasique huile-gaz-eau à trois composants qui sont un composant léger qui peut se trouver dans la phase gazeuse et dans la phase huile, un composant eau qui peut se trouver dans la phase eau seulement et un composant lourd qui peut se trouver seulement dans la phase huile.

VI.1. Simulation numérique d'un cas diphasique huile-gaz, avec miscibilité du gaz dans l'huile

Pour ce cas diphasique, du système d'équations (V.65), on enlève l'équation de conservation de la phase eau. En effet dans ce cas diphasique huile-gaz, nous considérons qu'il n'y a pas de phase eau dans le réservoir.

Les figures suivantes représentent les résultats obtenus pour différentes variables pendant 10 jours, 30 jours et 50 jours de production. Pour ce cas test, nous avons effectué les calculs en deux dimensions pour un bloc de réservoir carré de dimension $100m \times 100m$. Quatre puits injecteurs, sont placés dans les quatre coins du réservoir, tandis qu'un puits producteur est placé au centre du réservoir. Les conditions aux limites se portent seulement dans les mailles contenant les puits. Ainsi, pour chaque puits, nous imposons une condition de pression qui est différente pour les puits injecteurs et le puits producteur. De même, nous imposons une condition limite sur la saturation du gaz dans les puits injecteurs. En effet, le fluide injecté dans le réservoir pour notre cas est du gaz. Ainsi, dans chaque maille contenant un puits injecteurs, la saturation en gaz est considérée égale à un. En dehors de ces mailles, les frontières du réservoir sont considérées imperméables.

VI.1.1. Contours de la distribution de la pression dans le réservoir

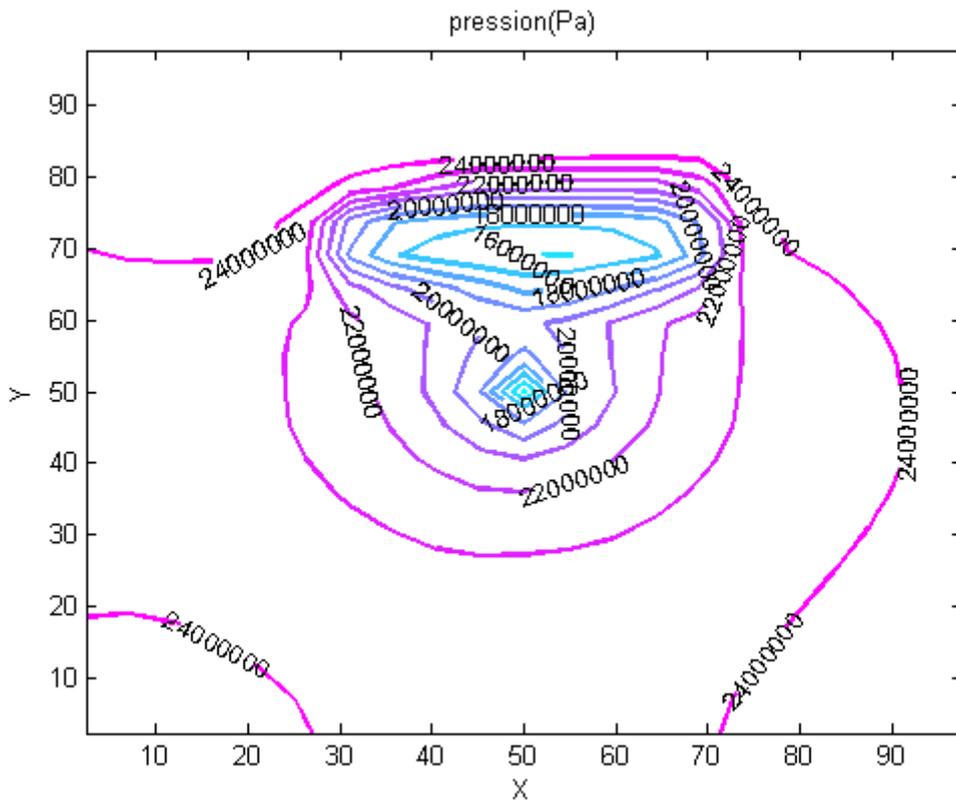


Figure VI. 1. Pression (Pa) pour 10 jours de production

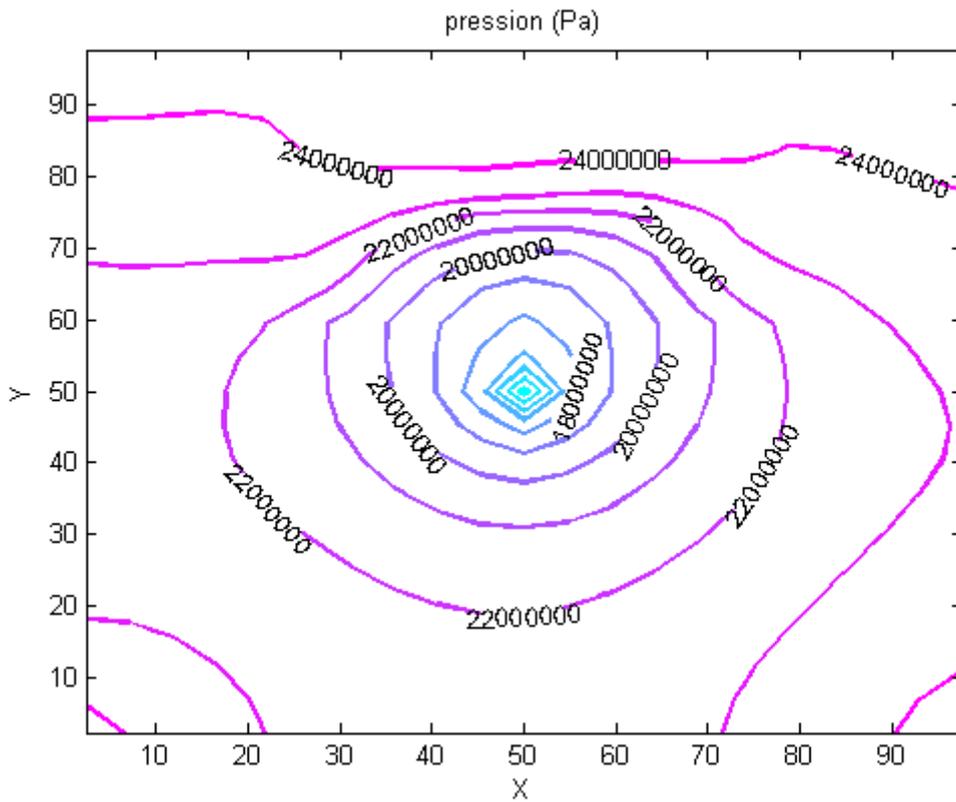


Figure VI.2. Pression(Pa) pour 30 jours de productions

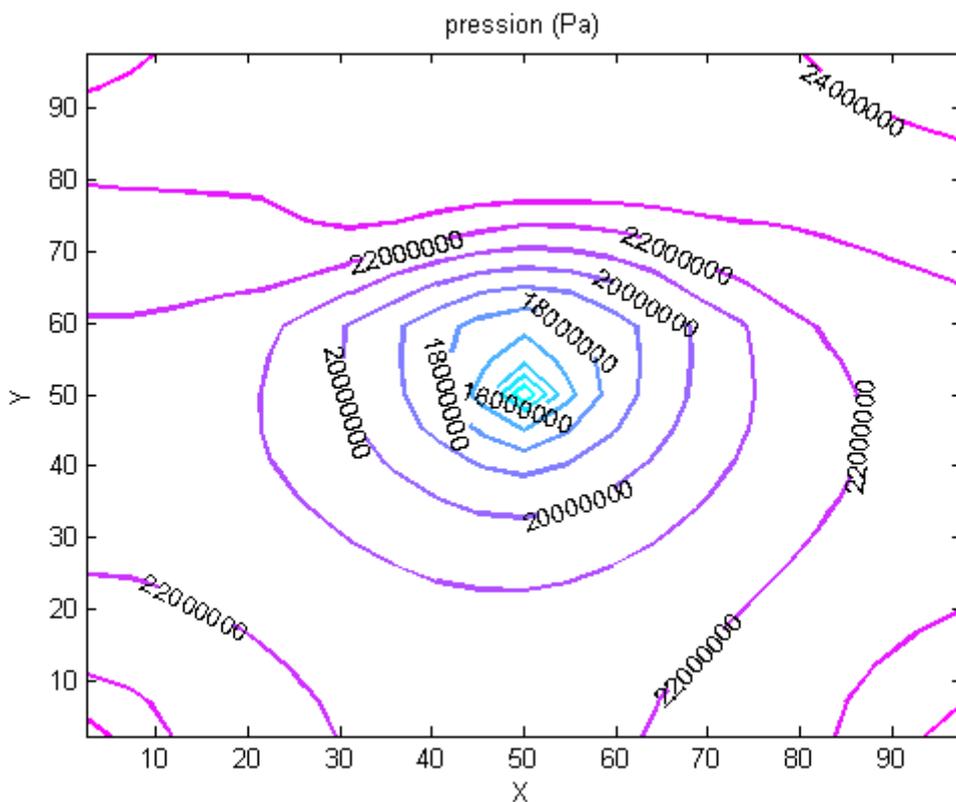


Figure VI.3. Pression (Pa) pour 50 jours de production

Comme nous le constatons, sur les contours de pressions représentés sur les figures VI.1, VI.2 et VI.3, proche des puits injecteurs, il y a une forte pression qui diminue progressivement des bords vers le centre du réservoir. Toutefois, elle croît dans le temps. Le gaz injecté perd de l'énergie, ce qui justifie la diminution de la pression dans l'espace mais cède cette énergie à l'huile en place ce qui justifie la croissance temporelle de la pression. Cependant, elle reste toujours supérieure à la pression initiale du réservoir ce qui est le but recherché ici : augmenter la pression du réservoir afin de forcer la circulation de l'huile du réservoir vers le puits producteur. Cela permet de maintenir ainsi, la pression du réservoir toujours supérieur à la pression du puits producteur afin que ce puits produise. En effet, dès que la pression du puits producteur deviendra supérieure à la pression du réservoir le puits ne va pas produire, mais fera retourner le fluide déjà présent en son sein dans le réservoir.

VI.1.2. Contour de la distribution de la saturation en huile dans le réservoir

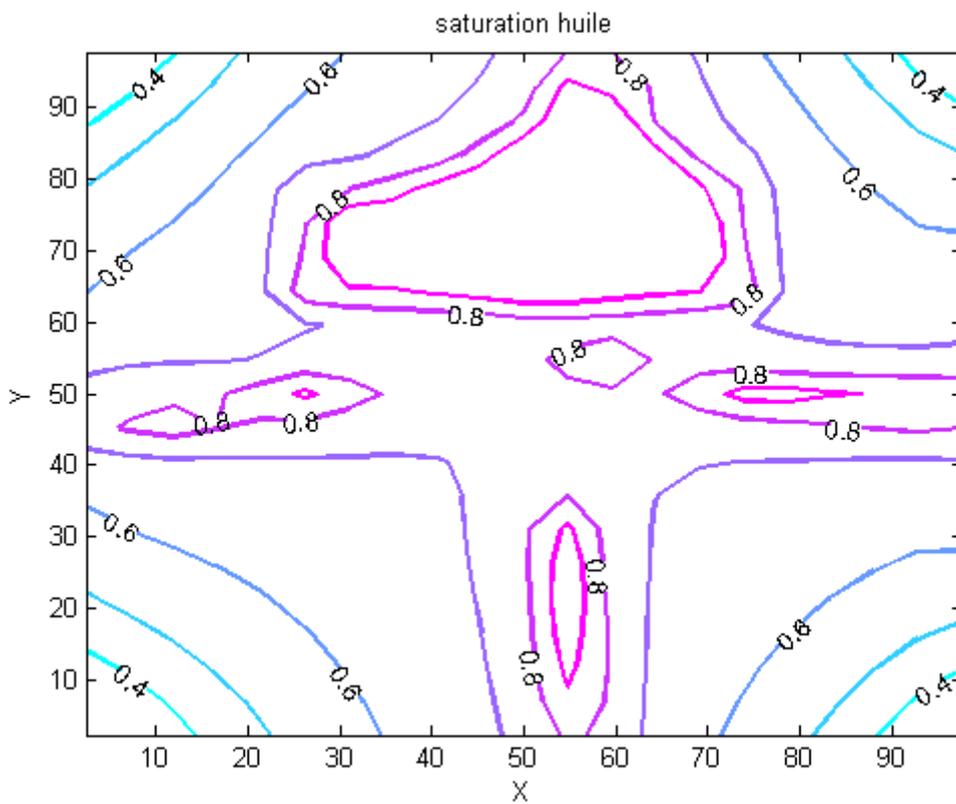


Figure VI.4. Contours de saturation en huile pour 10 jours de production

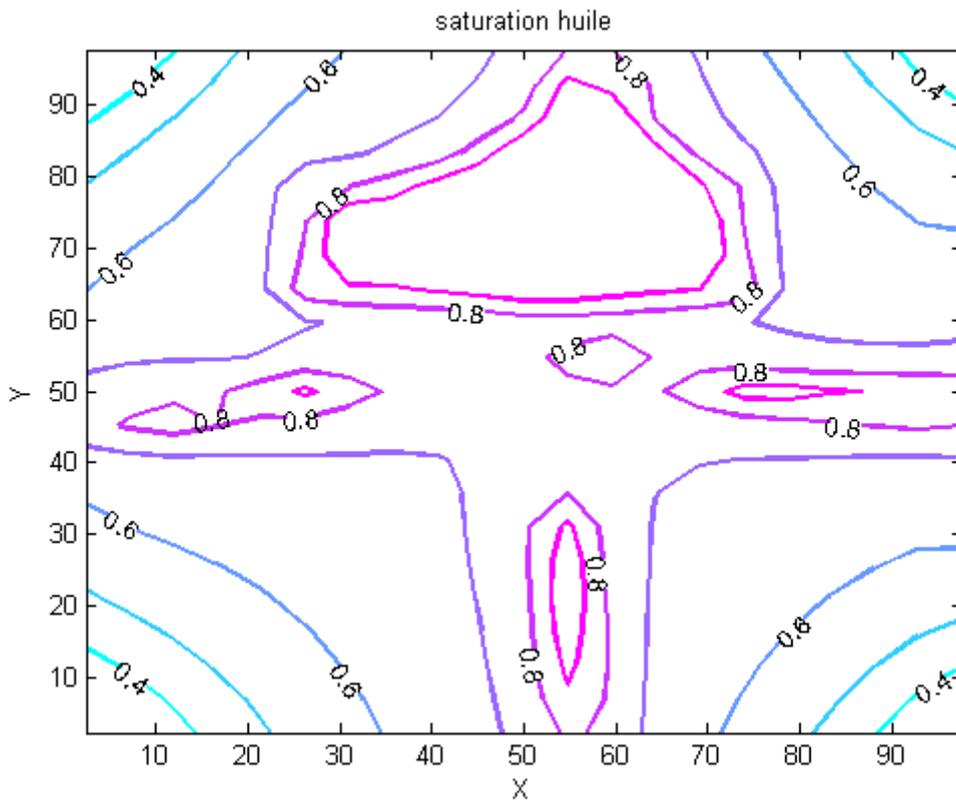


Figure VI.5. Contours de saturation en huile pour 30 jours de production

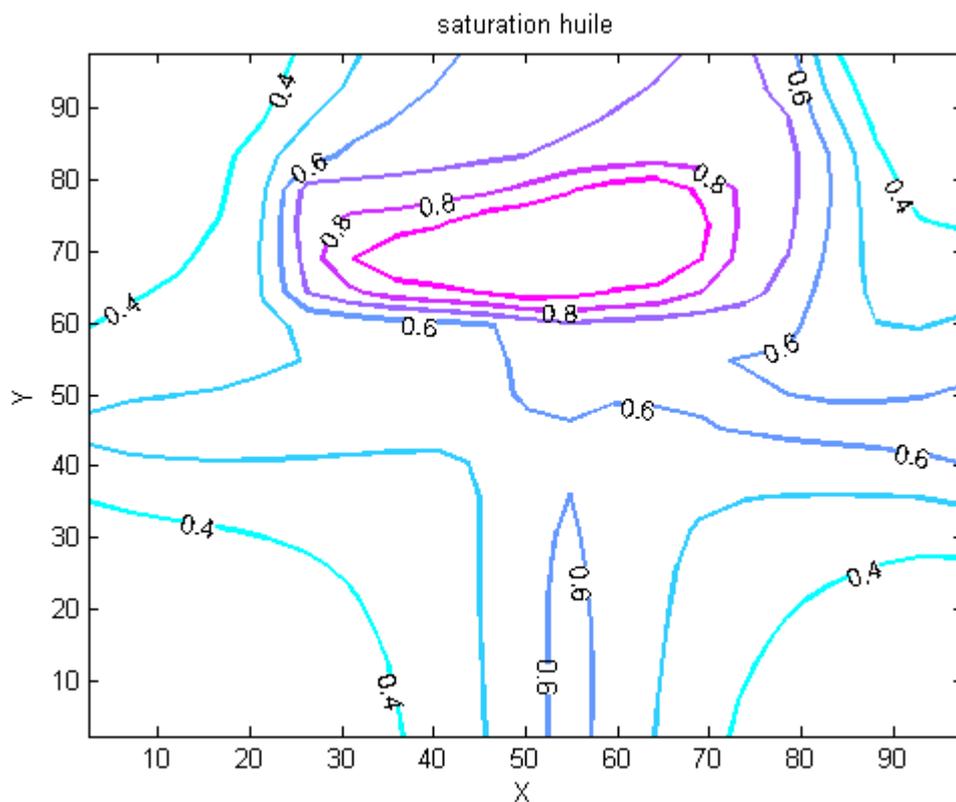


Figure VI.6. Contours de saturation de l'huile pour 50 jours de production

Sur ces contours de saturation en huile, nous remarquons bien le front de déplacement de l'huile des puits injecteurs vers le puits producteur. En effet, le rôle du fluide injecté ici est de rendre beaucoup plus mobile (par sa miscibilité dans l'huile et par sa pression) l'huile en place vers le puits de production, ce qui est bien observé ici. On voit bien l'accumulation de l'huile au milieu du réservoir tandis qu'aux bords du réservoir, il y a moins de saturation en huile. Remarquons que, la saturation en huile décroît en fonction du temps de production, ce qui est bien l'objectif de l'exploitation. Le gaz injecté étant miscible, il rend l'huile beaucoup moins visqueuse et donc beaucoup plus mobile. Ceci nous montre bien que notre code, répond aux objectifs de la production : prédire la production du réservoir.

VI.1.3. Contours de saturation en gaz

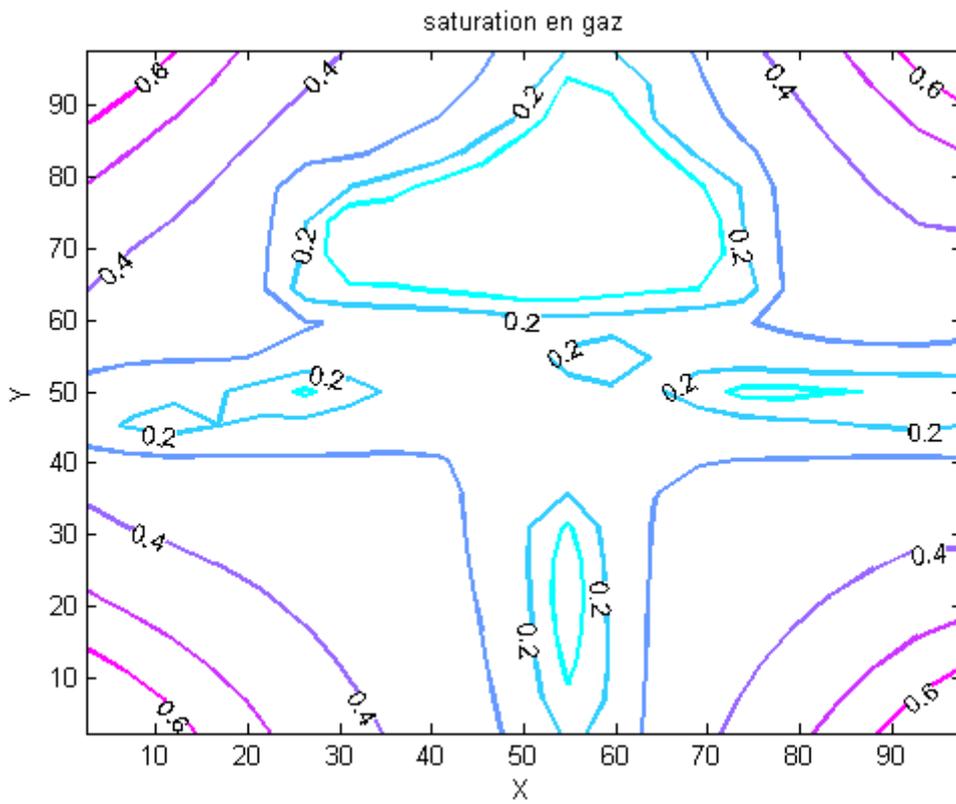


Figure VI.7. Saturation en gaz pour 10 jours de production

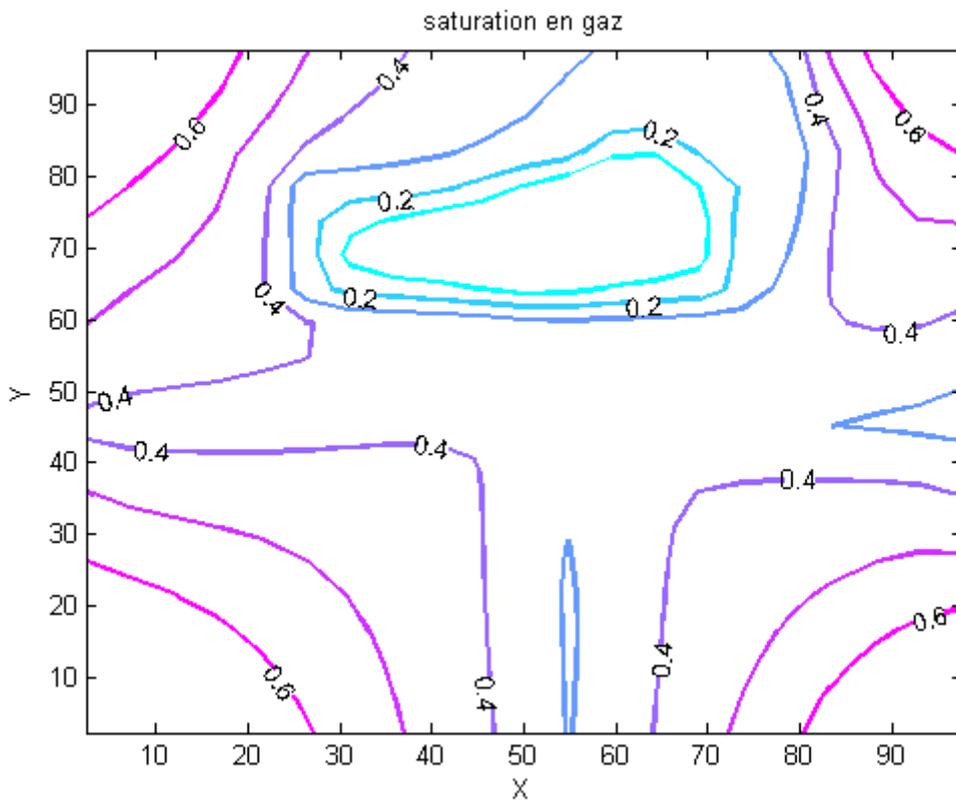


Figure VI.8. Saturation en gaz pour 30 jours de production

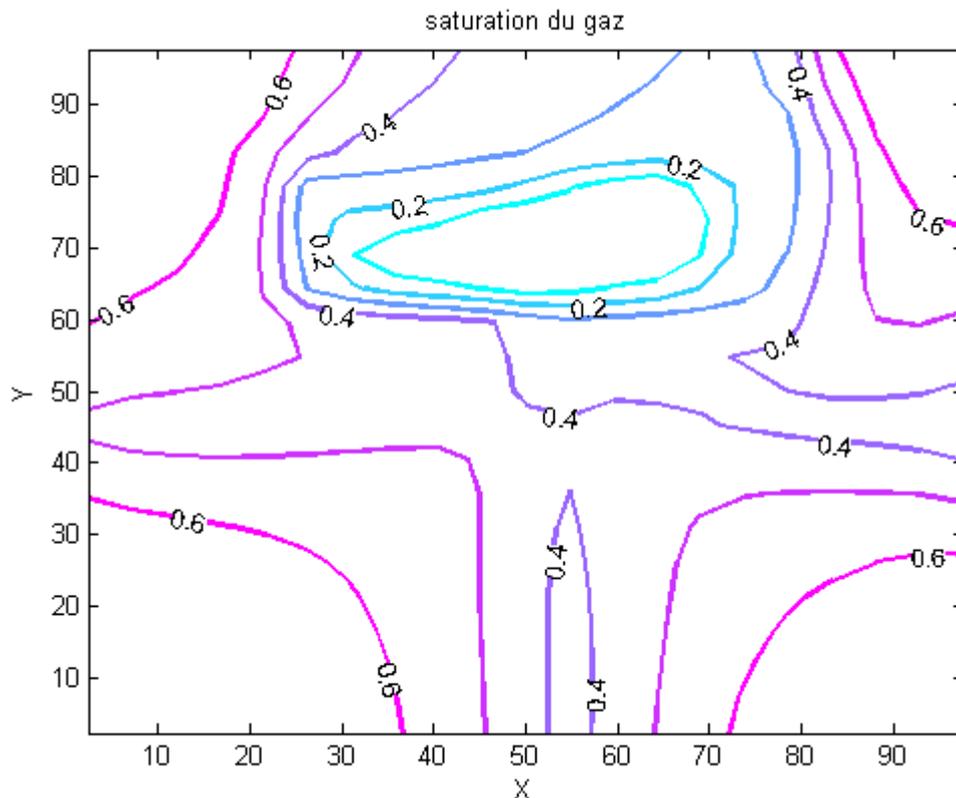


Figure VI.9. Saturation en gaz pour 50 jours de productions

Dans ces contours de saturation en gaz, nous remarquons bien aussi, le front de déplacement de la phase gazeuse le long du réservoir. Il y a beaucoup plus de gaz proche des puits injecteurs, qu'à l'intérieur du réservoir. Ce qui s'explique par le fait que, du gaz est injecté dans le réservoir. Aussi, en comparant ces résultats avec ceux des contours de saturation en huile nous constatons, que dans les endroits du réservoir où il y a moins d'huile on trouve beaucoup plus de gaz. En effet, le gaz est miscible dans l'huile ce qui facilite sa mobilité vers le puits producteur donc là où il y a moins d'huile c'est le gaz qui est en plus forte concentration. En outre la distribution de la saturation en gaz se fait d'une manière à ce que la loi de conservation du volume poral soit respectée (la somme de toute les saturations est égale à un). Ceci se confirme en observant les contours de saturation de la phase huile.

VI.1.4. contours de l'évolution de la viscosité de la phase huile

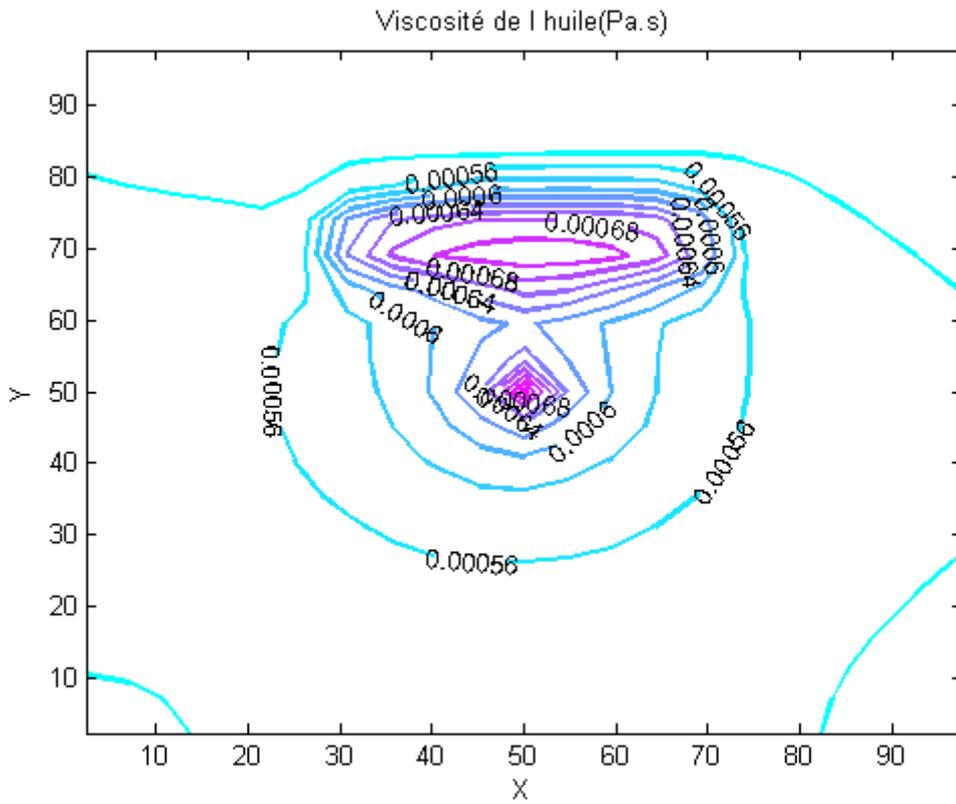


Figure VI.10. Contours de la viscosité de l'huile pour 10 jours de production

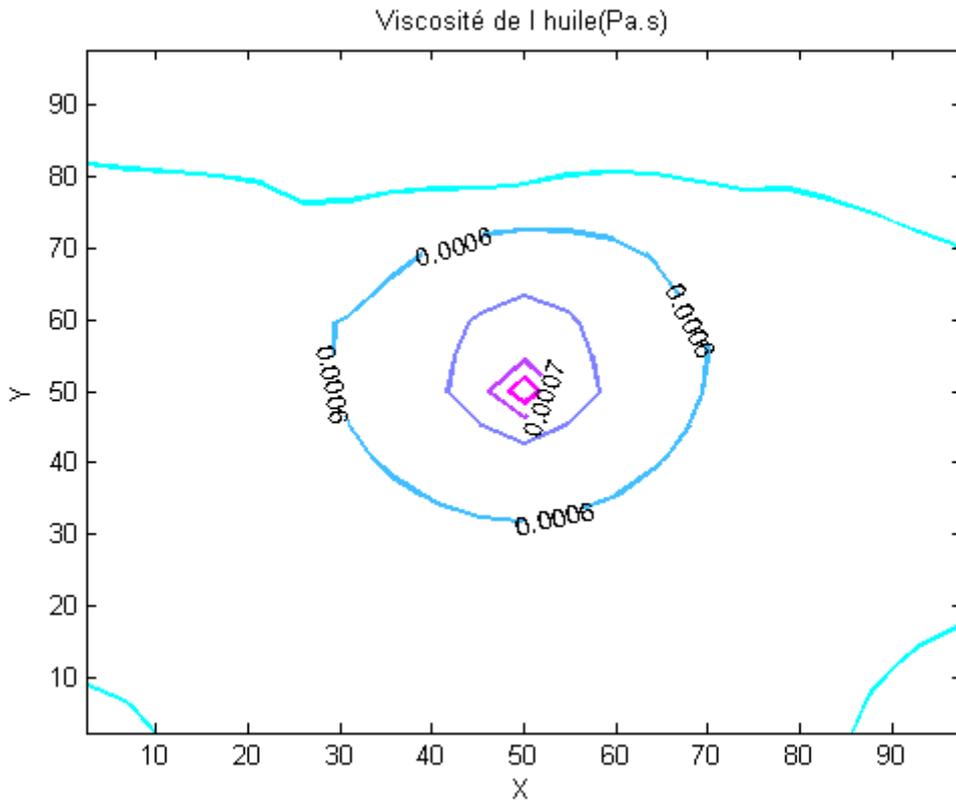


Figure VI.11. Viscosité de l'huile pour 30 jours de production

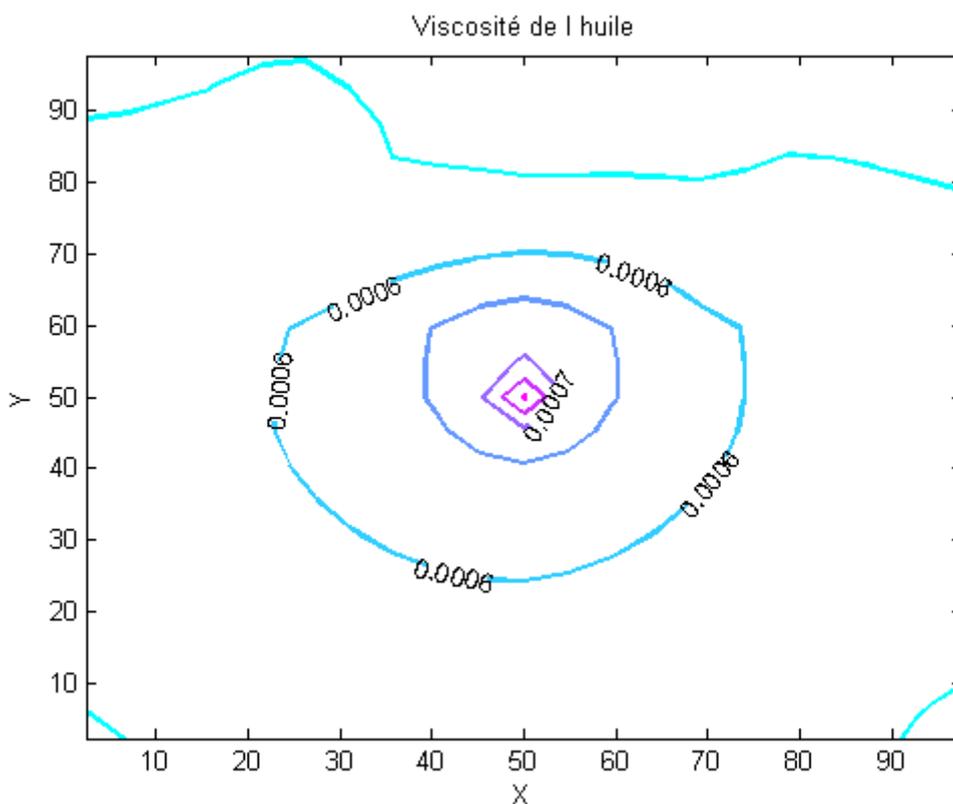


Figure VI.12. Viscosité de l'huile pour 50 jours de production

Selon ces résultats, nous constatons que l'huile est moins visqueuse dans les endroits du réservoir où la saturation en gaz est plus élevée. Le gaz injecté dans le réservoir, étant un gaz miscible il réduit la viscosité de l'huile ce qui la rend beaucoup plus mobile et facilite donc son extraction. Ainsi, ces résultats sont bien en accord avec les résultats sur la distribution du gaz dans le réservoir et justifie aussi d'un côté le front de déplacement de la phase huile observé dans les contours de saturation en huile.

VI.1.5. Débits cumulés produits dans le puits producteur

Les figures suivantes représentent, les débits cumulés dans le puits producteur pour 10 jours, 30 jours et 50 jours de production. En annexe, nous avons présenté les graphes des débits instantanés.

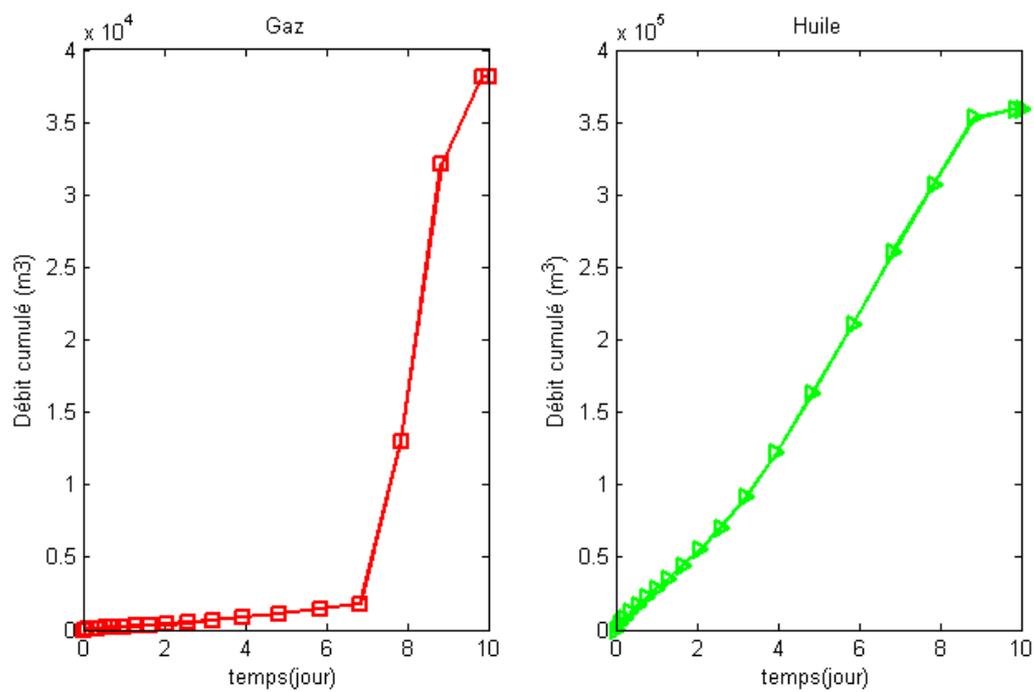


Figure VI.13. Débit cumulé (m³) produit pour 10 jours de production

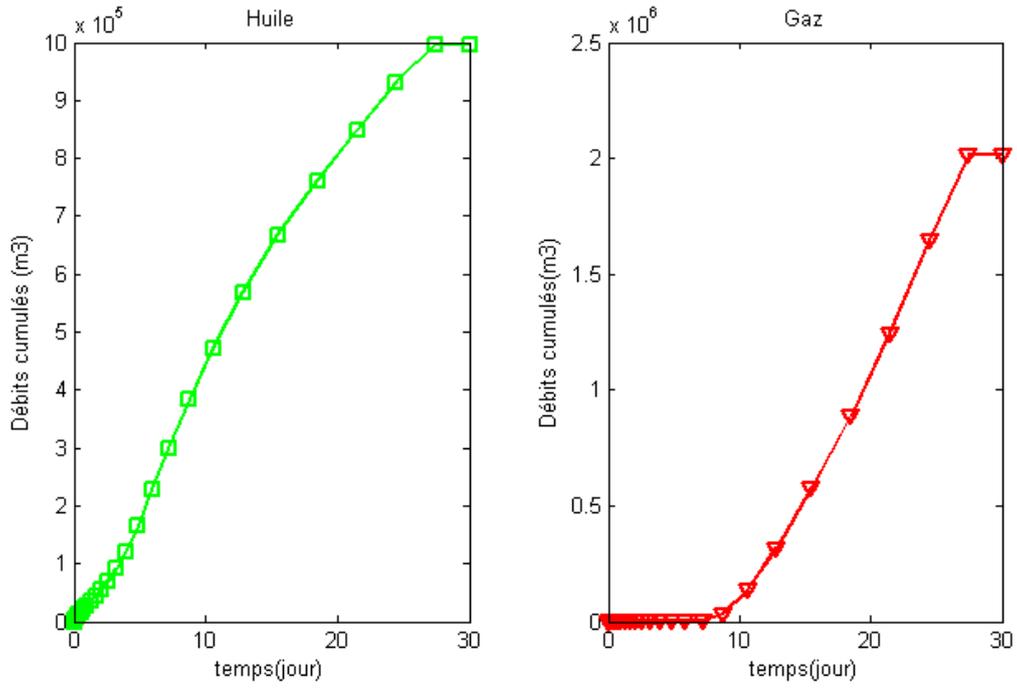


Figure.VI.14. Débit cumulé (m^3) produit pour 30 jours de production

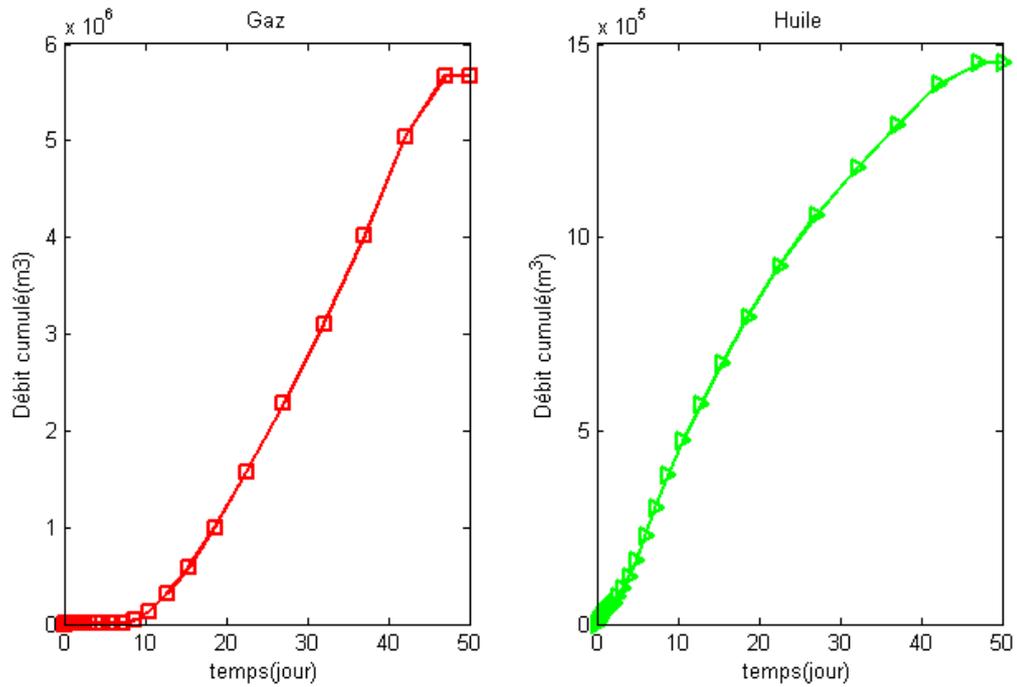


Figure VI.15. Débit cumulé (m^3) produit pour 50 jours de production

Dans ces graphes, nous observons l'évolution de l'huile et du gaz cumulés au puits producteur. Pendant les premiers jours de production, nous remarquons une forte production d'huile, tandis que vers le seizième jour de production, nous constatons qu'il y a une forte production de gaz que d'huile. Nous pouvons expliquer ce phénomène par le fait qu'en un moment pendant la phase de production dans le puits il peut y avoir une détente du gaz. Ce phénomène, nous pouvons le constater aussi dans les contours de pressions des figures VI.1, VI.2 et VI.3. En effet une forte variation de pression est observée d'amont en aval et comme dans cette étude le réservoir est considéré comme étant adiabatique, la différence de pression entre la pression du réservoir et la pression du puits producteur peut bien provoquer une détente de Joule-Thomson du gaz.

VI.1.6. Convergence de l'algorithme de Newton et marche en temps

Sur les figures suivantes, nous observons l'évolution de la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson, et la marche en temps

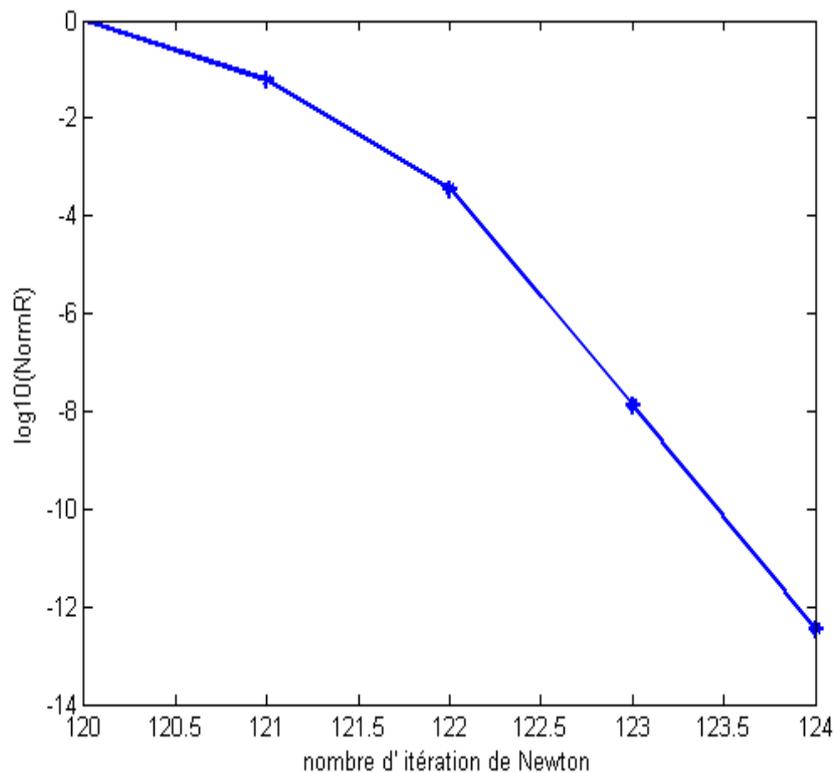


Figure VI.16. Itération de Newton en 10 jours de production

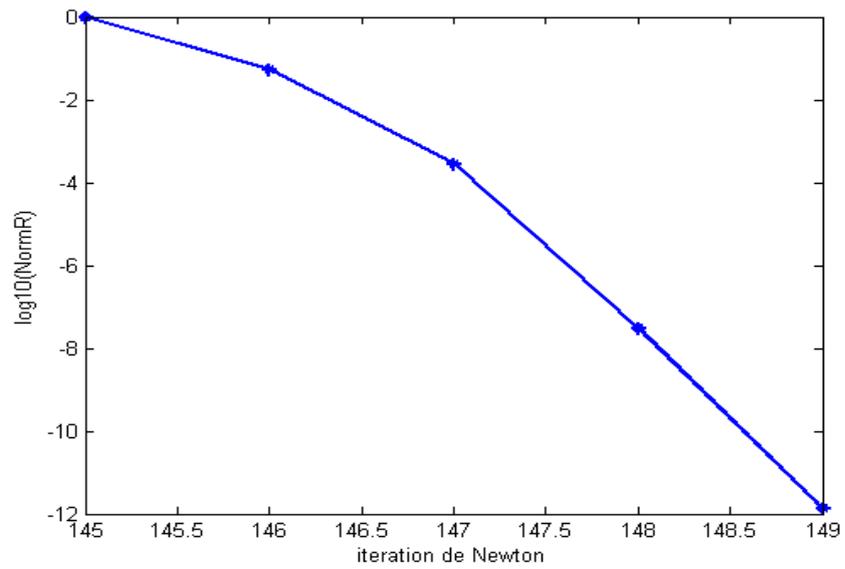


Figure VI.17. Itération de Newton pour 30 jours de production

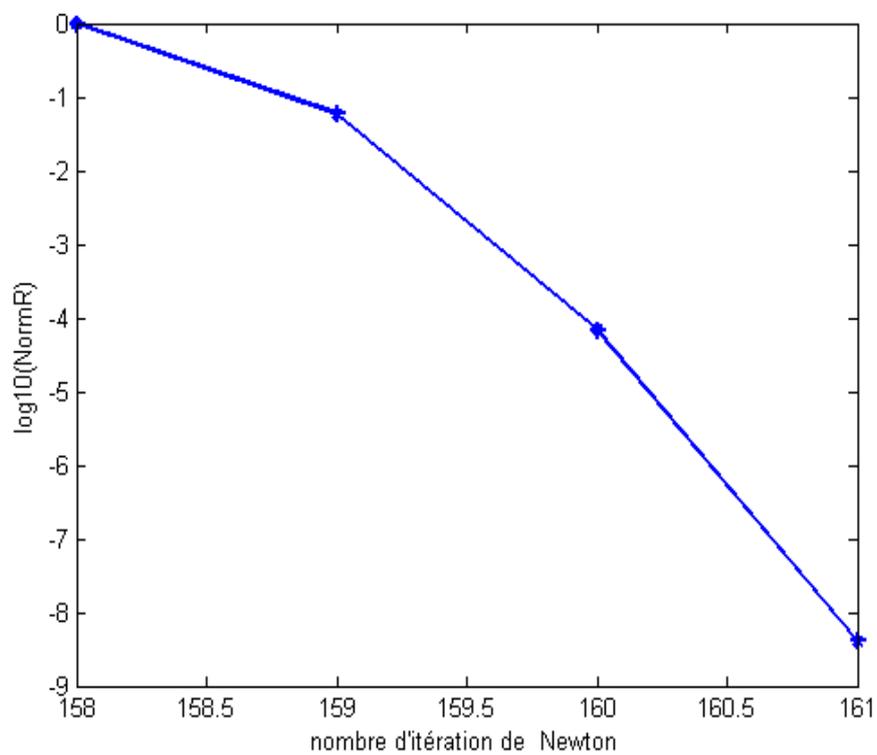


Figure VI.18. Itération de Newton pour 50 jours de production

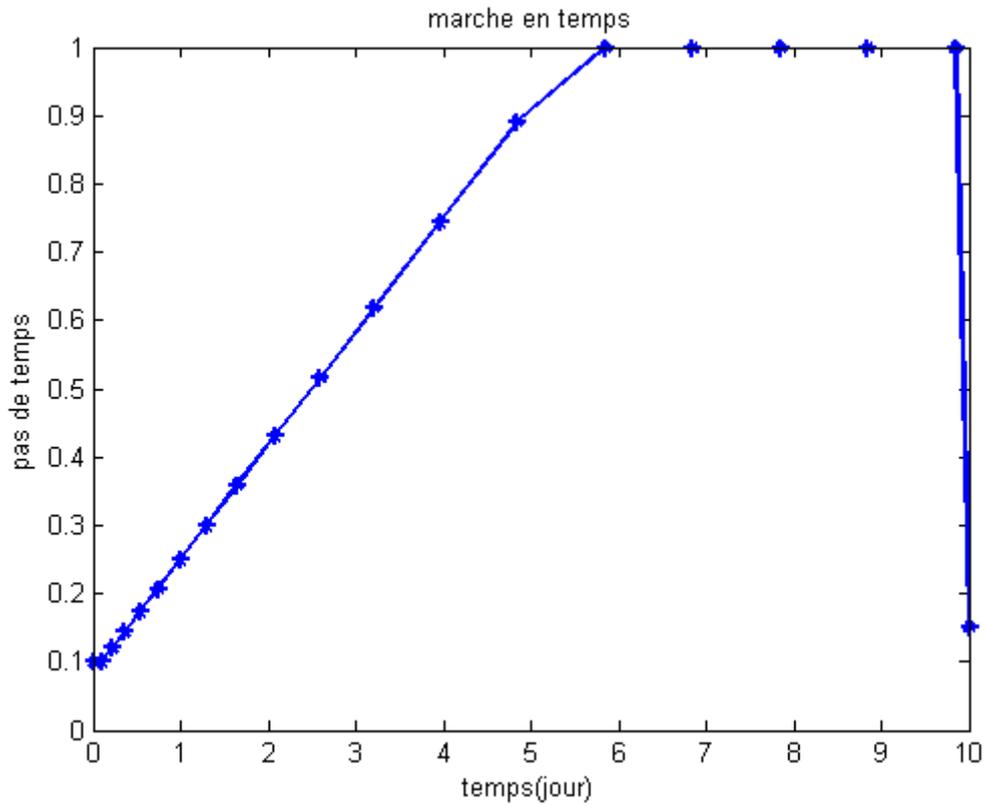


Figure VI.19. Pas de temps pour 10 jours de production

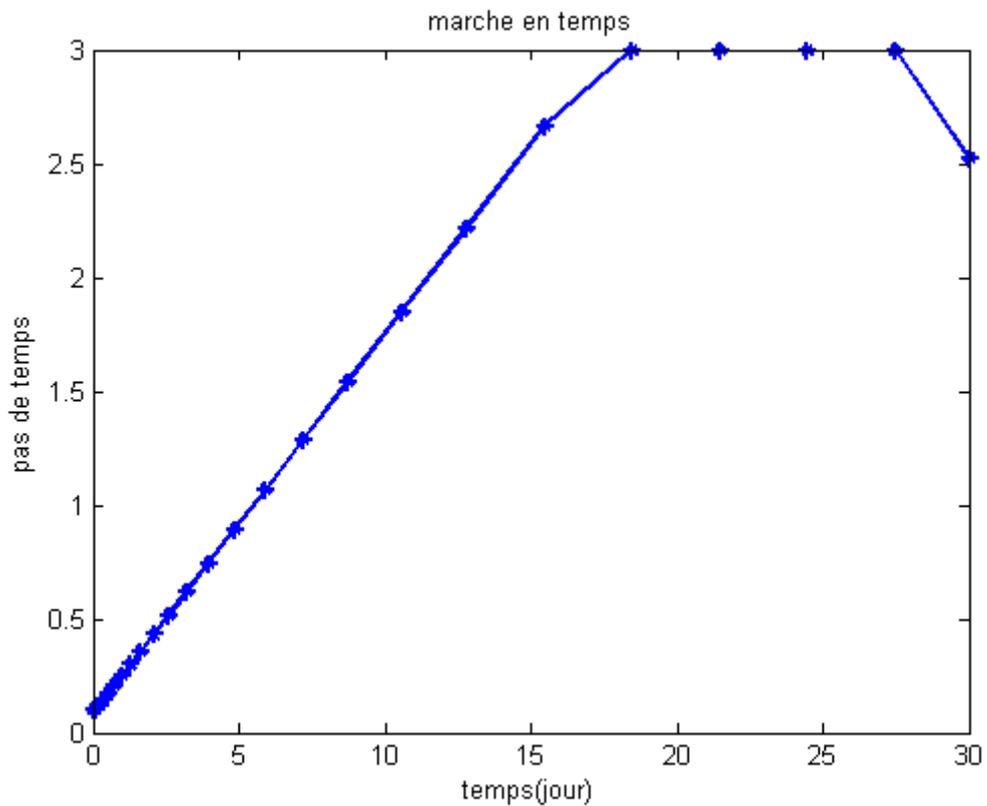


Figure VI.20. marche en temps pour 30 jours de production

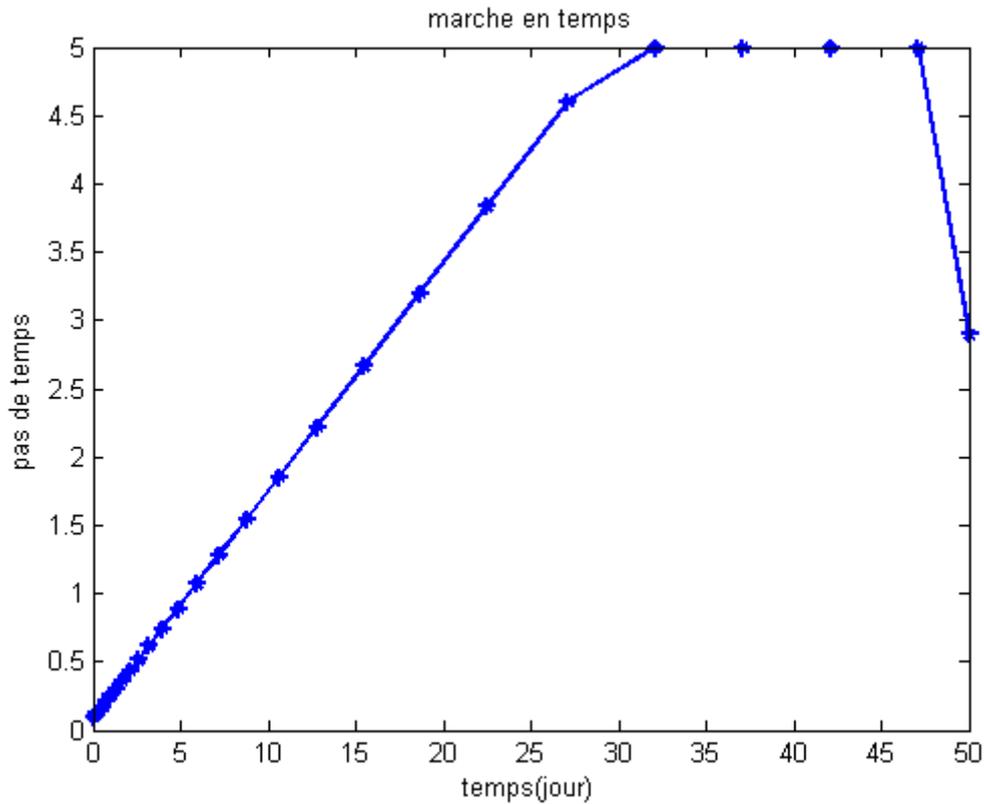


Figure VI.21. Marche en temps pour 50 jours de production

Ces graphes, nous montrent au bout de combien d'itération de Newton, l'algorithme de Newton-Raphson converge. En effet, nous avons fixé le nombre d'itération maximal à 25. Au bout de 25 itérations si l'algorithme de Newton ne converge pas nous divisons le pas de temps par deux, ce qui peut être observé dans les figures VI.19 à VI.21 et si en moins de 25 itérations l'algorithme converge, nous multiplions le pas de temps par 1,2 et ainsi de suite jusqu'à la fin des calculs. Toute fois, en observant les figures VI.16 à VI.18, nous observons que la convergence est assez rapide. Pour dix jours de production, l'algorithme converge au bout de 124 itérations de Newton. Elle est de 149 pour 30 jours de production et 161 pour 50 jours de production.

VI.2. Simulation numérique d'un cas triphasique huile-gaz-eau, avec miscibilité du gaz dans l'huile

Les figures suivantes, simulent l'exploitation d'un réservoir dont les caractéristiques sont les mêmes que celles du cas diphasique précédemment étudié, à la différence que nous sommes en présence de trois fluides. Ces résultats, montrent la distribution des saturations des phases, de la pression, des débits de production,...etc.

VI.2.1. Contours de distribution de la pression

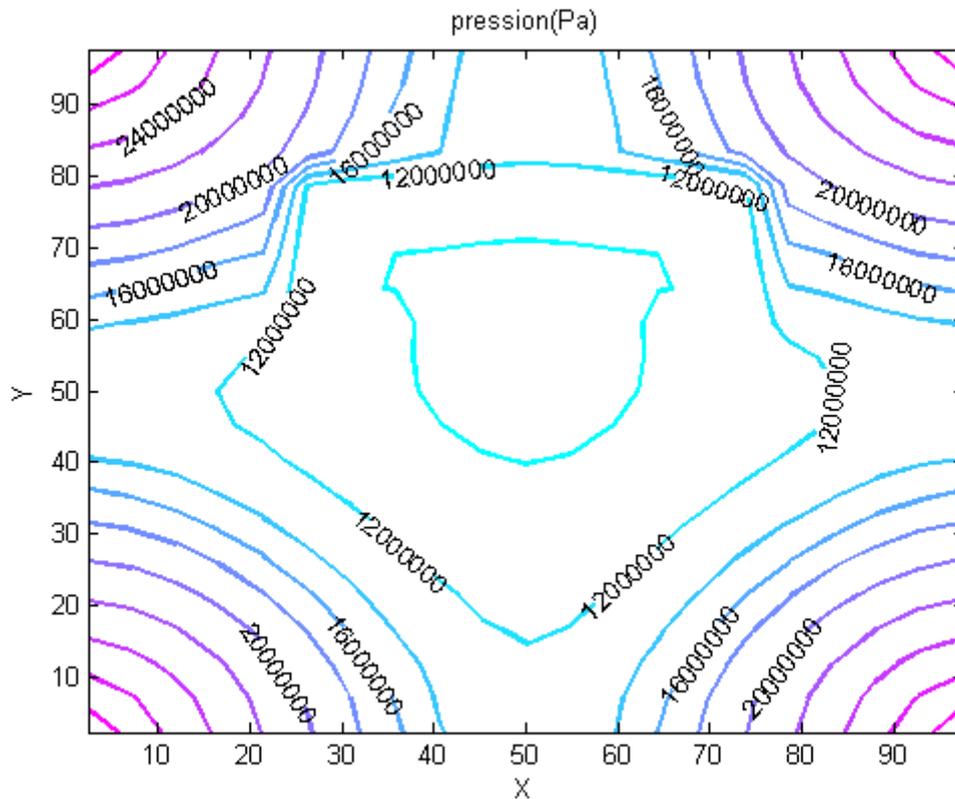


Figure VI.22. Contours de pression pour une journée de production

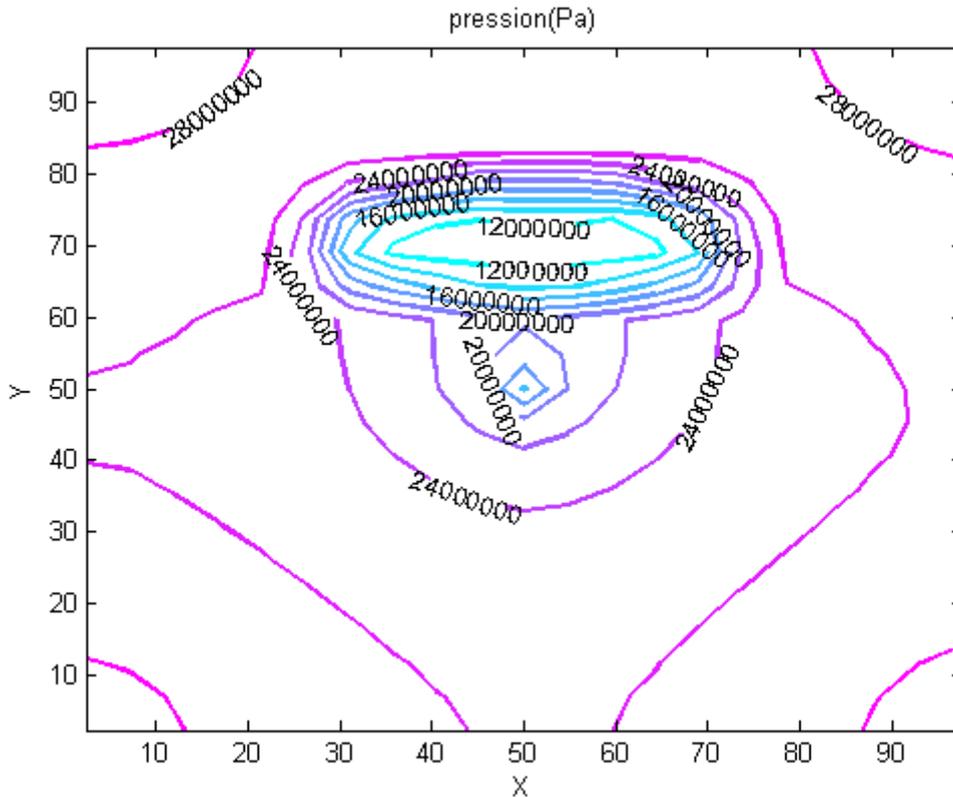


Figure VI.23. Contours de pression pour 5 jours de production

Les figures VI.22 et VI.23 montrent la distribution de la pression dans le réservoir pour une journée et pour cinq jours de productions. En observant les isobares constituées par ces contours, nous pouvons bien remarquer la manière dont évolue la pression des puits injecteurs vers le puits producteur (au centre). L'observation de ces deux graphes montre que cette pression évolue de deux manières : elle évolue en même temps et dans l'espace. Une décroissance spatiale est observée tandis qu'une croissance en temps s'opère. La pression imposée dans les puits injecteurs étant plus élevée que la pression du réservoir ; cette décroissance spatiale observée suivant le front de déplacement des fluides peut être due à une perte de charge lors de l'écoulement du gaz dans le milieu poreux. D'autre part, l'énergie cédée par le gaz aux fluides en place (huile et eau) justifie la croissance temporelle de la pression. Toutefois, la pression reste toujours assez suffisante pour pousser l'huile vers le puits producteur et faciliter son extraction. En effet, le but de l'injection du gaz dans le réservoir est d'augmenter la pression mais aussi de rendre l'huile beaucoup moins visqueuse pour faciliter sa mobilité pour son extraction.

VI.2.2. Contours des saturations en huile

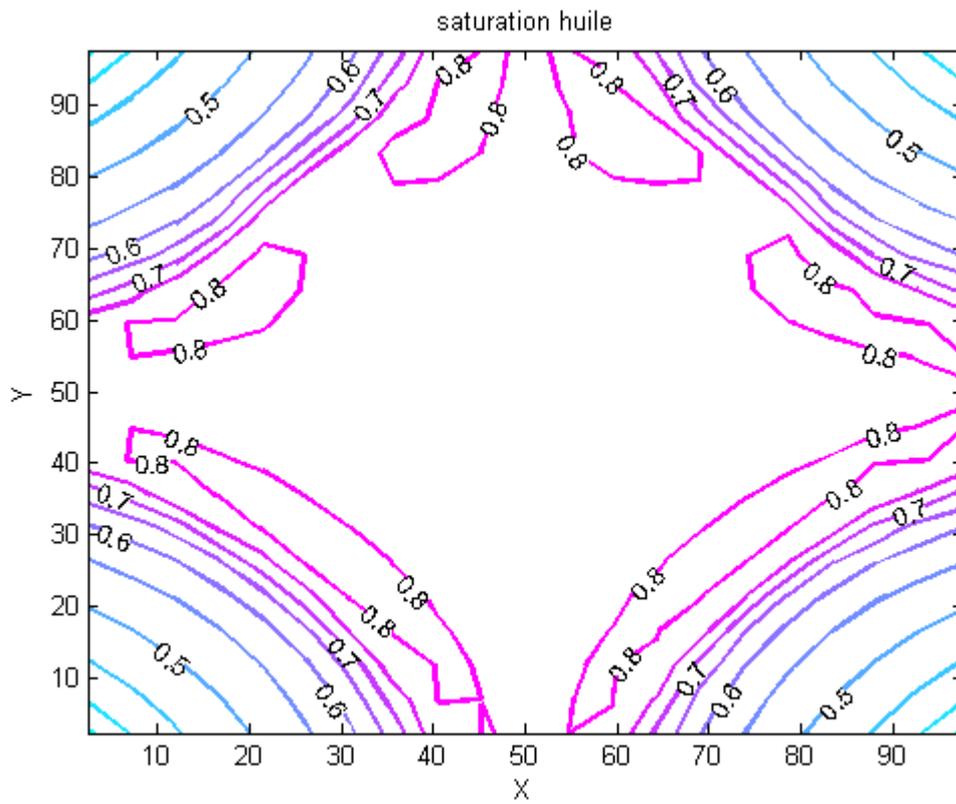


Figure VI.24. Contours de saturation de la phase huile pour une journée de production

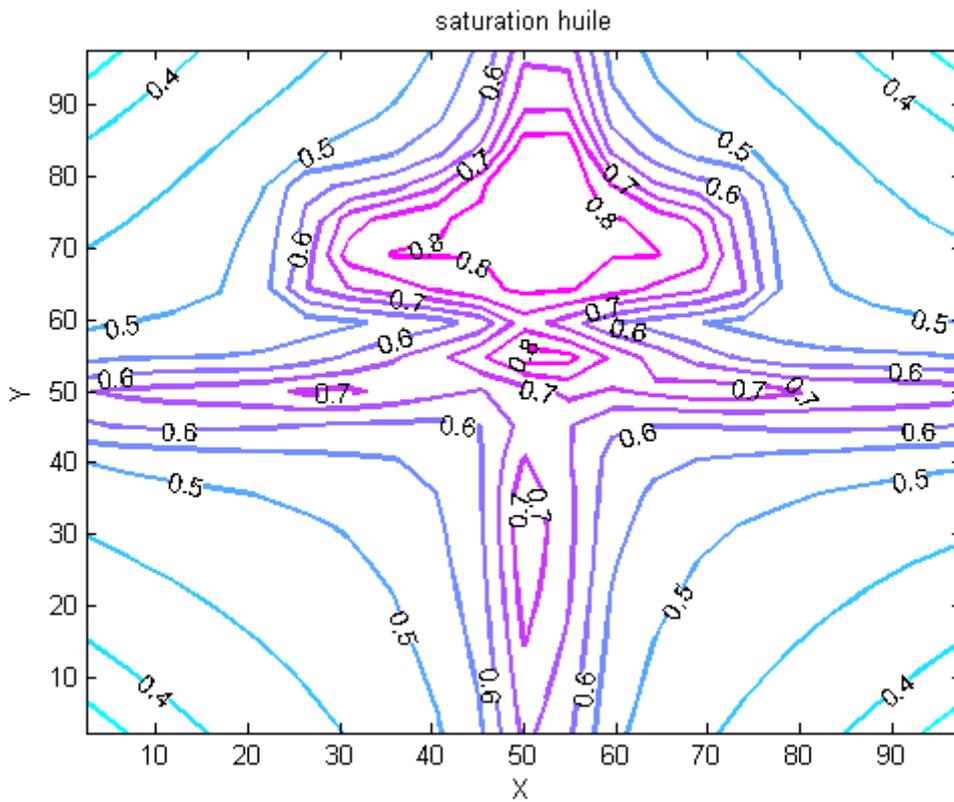


Figure VI.25. Saturation de l'huile pour 5 jours de production

Pour la saturation de la phase huile, nous remarquons aussi le cas observé dans le cas diphasique : on observe le front de déplacement de l'huile des puits injecteurs vers le puits producteur, une saturation qui est faible proche des puits d'injections et importante au milieu du domaine. La miscibilité du gaz dans l'huile comme dans le cas diphasique, rend moins visqueux l'huile ce qui la rend plus mobile. D'autre part l'huile étant plus légère que l'eau, elle devient plus mobile que cette dernière ce qui favorise encore sa production.

VI.2.3. Contours de saturation en gaz

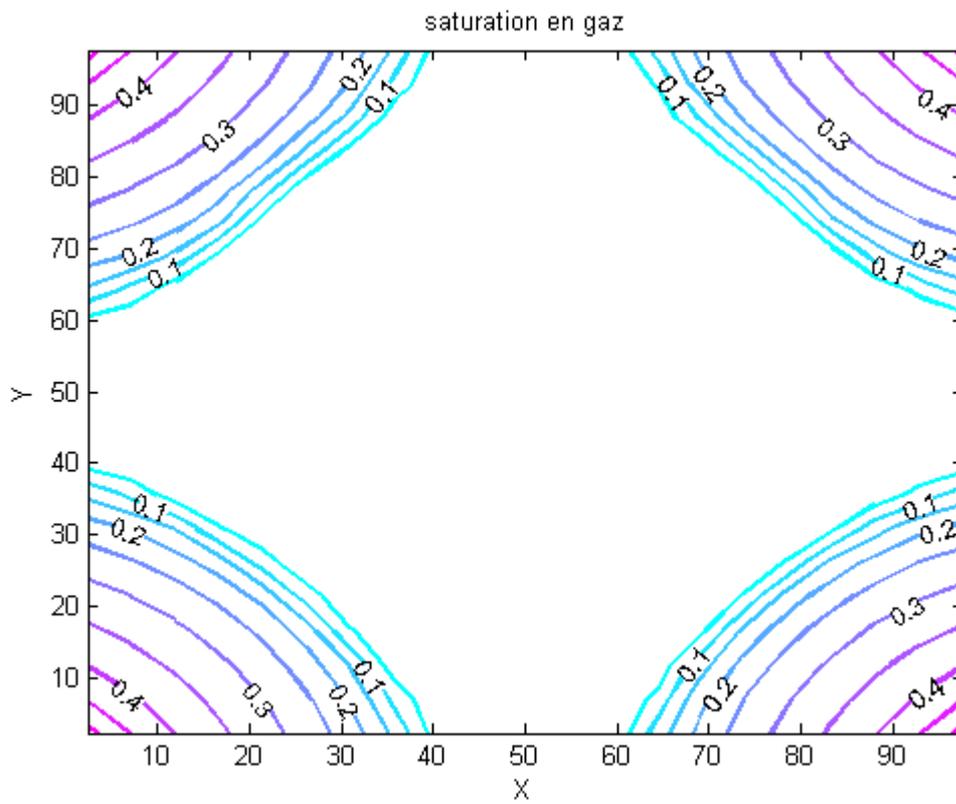


Figure VI.26. Saturation en gaz pour une journée de production

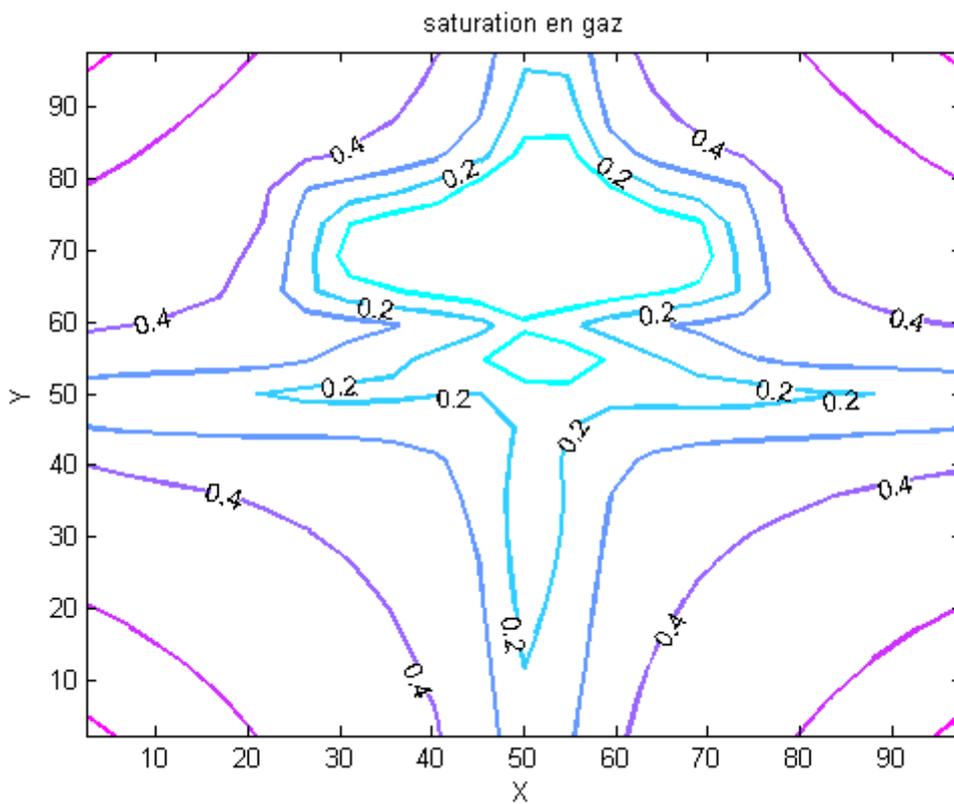


Figure VI.27. Contours de saturation en gaz pour 5 jours de production

Les observations qu'on peut faire sur les contours de saturation en gaz sont aussi similaires à celles du cas diphasique. Toutefois, dans ce cas triphasique il y a de l'eau dans le réservoir initialement. En comparant les figures VI.24, VI.25, VI.26 et VI.27, nous pouvons observer que les zones du réservoir qui sont plus saturées en gaz, contiennent moins d'huile. Cela se justifie par le fait que le gaz est miscible dans l'huile et cette miscibilité augmente la mobilité de cette dernière.

VI.2.4. Contours de saturation en eau

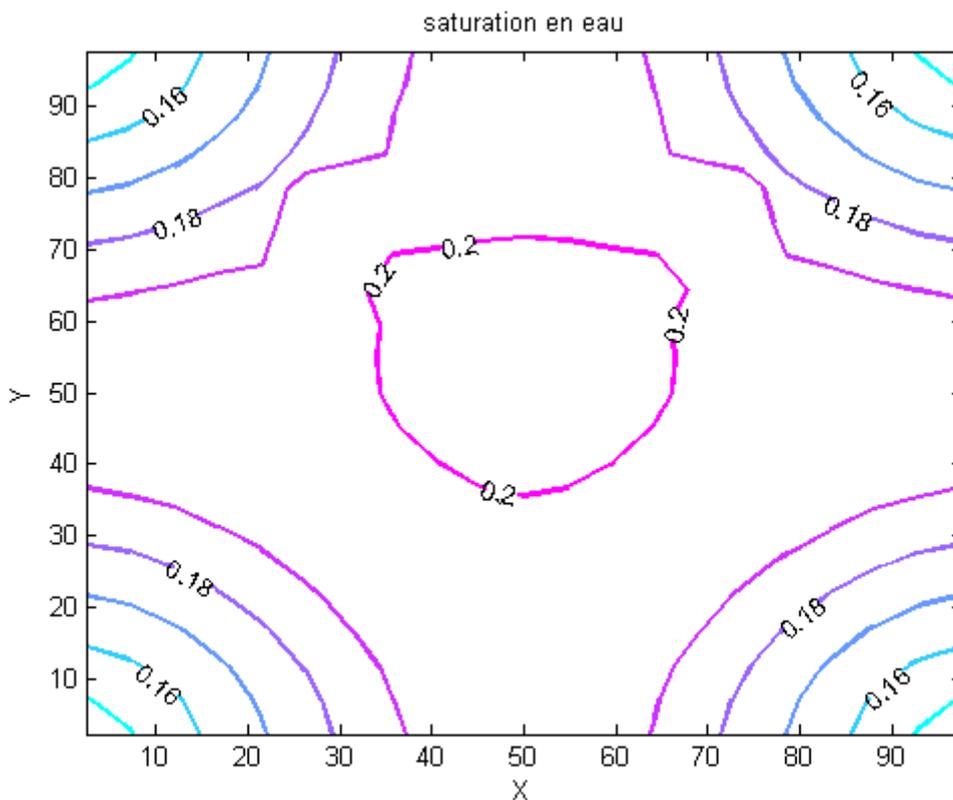


Figure VI.28. Saturation en eau pour une journée de production

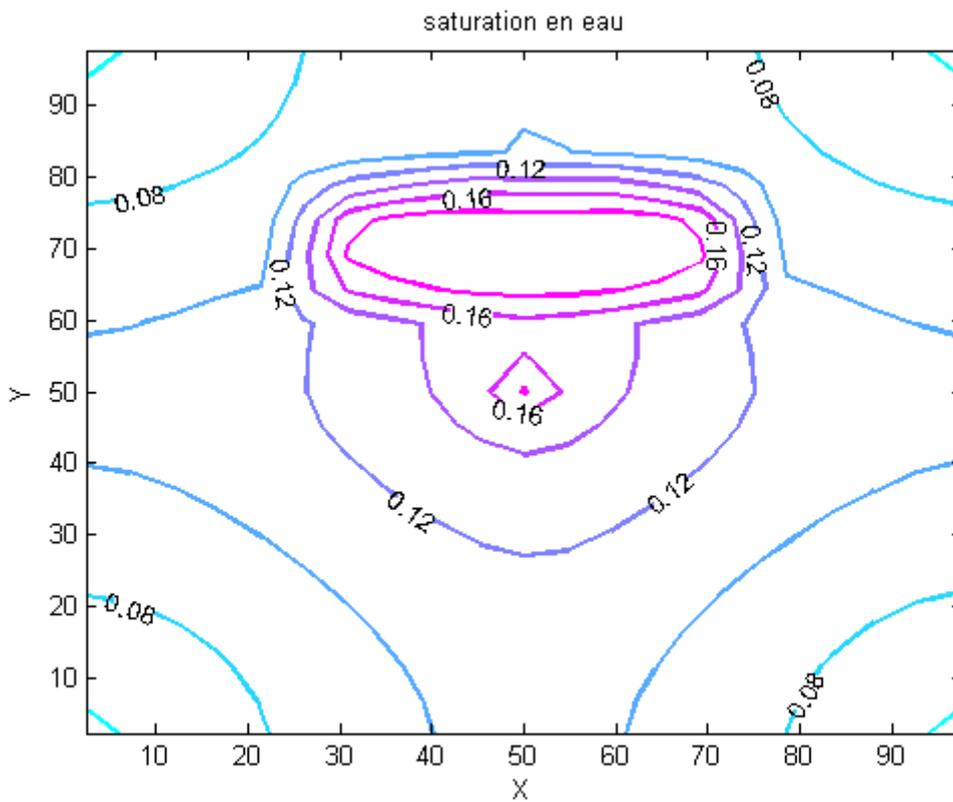


Figure VI.29. Saturation en eau pour 5 jours de production

Initialement, dans le réservoir il y a une présence d'eau. Ce qui fait que, le fluide injecté pousse tout fluide présent dans le réservoir. Ainsi, nous pouvons remarquer que proche des puits d'injections, nous avons une saturation en eau qui est très faibles. On observe le front de déplacement de la phase eau, de ces puits vers le puits producteur.

VI.2.5. Contours de la viscosité de la phase huile

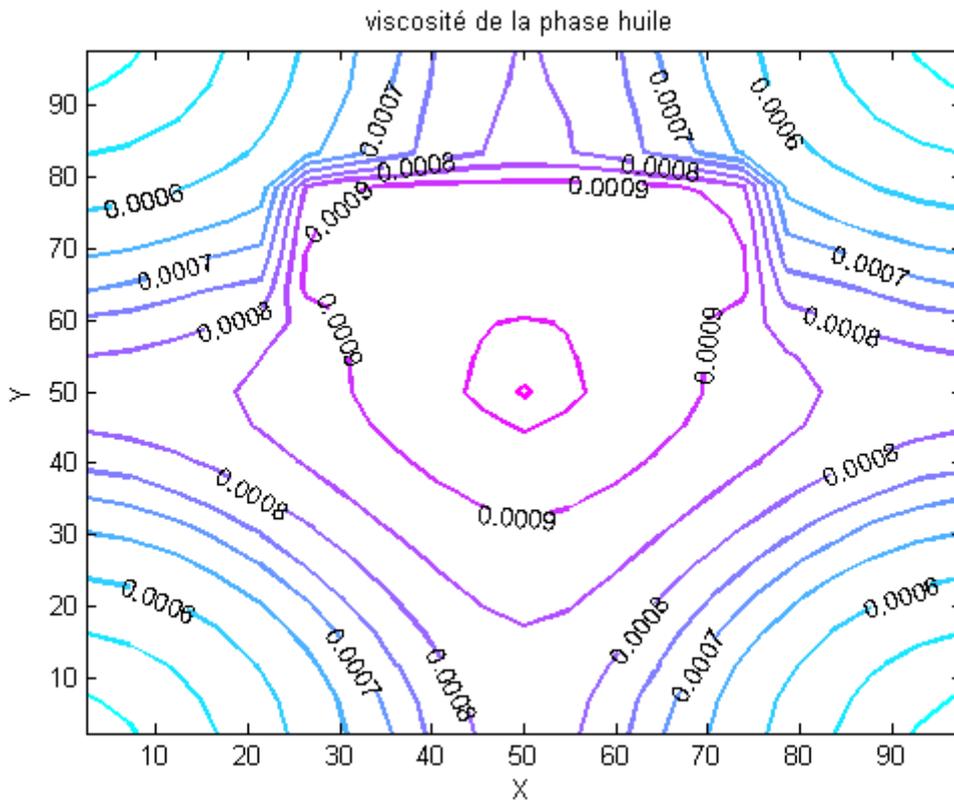


Figure VI.30. Viscosité de la phase huile pour une journée de production

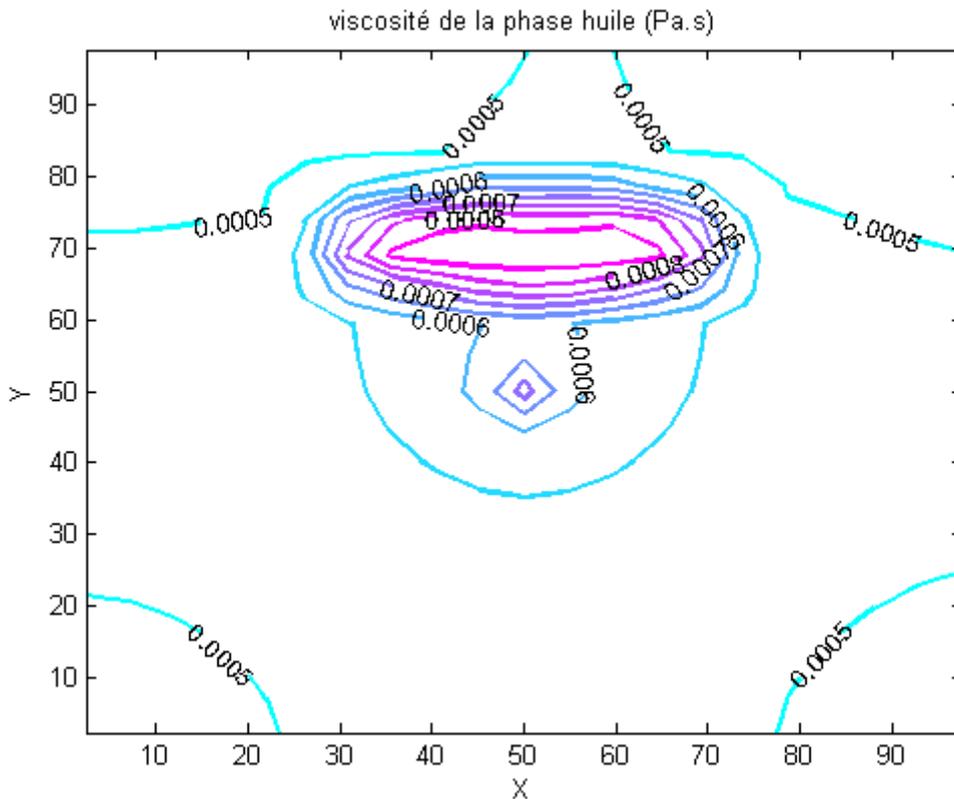


Figure VI.31. Viscosité de la phase huile pour 5 jours de production

Comme dans le cas diphasique, nous observons que la viscosité de l'huile est beaucoup plus faible dans les endroits où la saturation de la phase gazeuse est beaucoup plus importante. Ceci répond bien à l'objectif recherché ici, qui est la réduction de la viscosité de l'huile pour faciliter la mobilité de ce dernier.

VI.2.6. Débits cumulés au puits producteurs

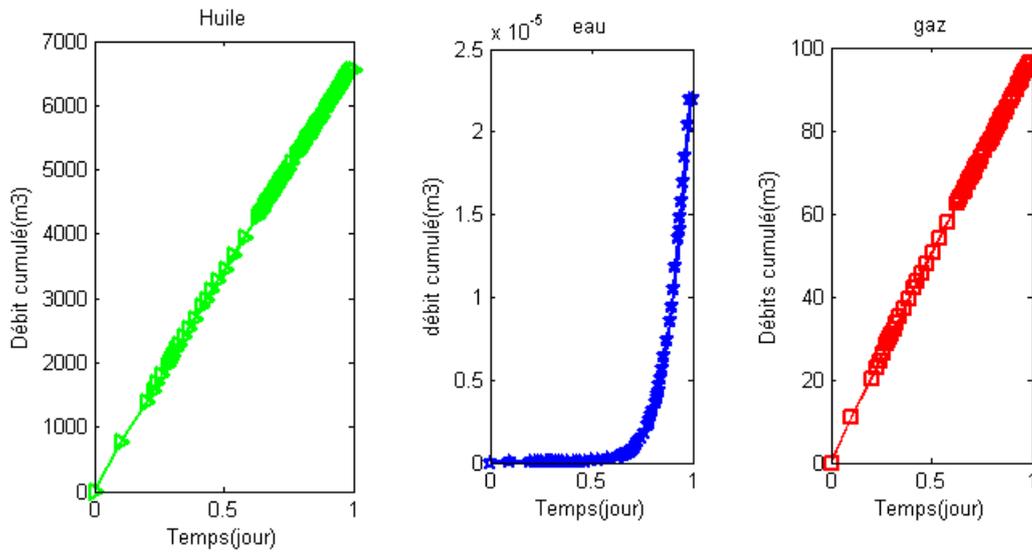


Figure VI.32. Débits cumulés (m³) au puits producteur pour une journée de production

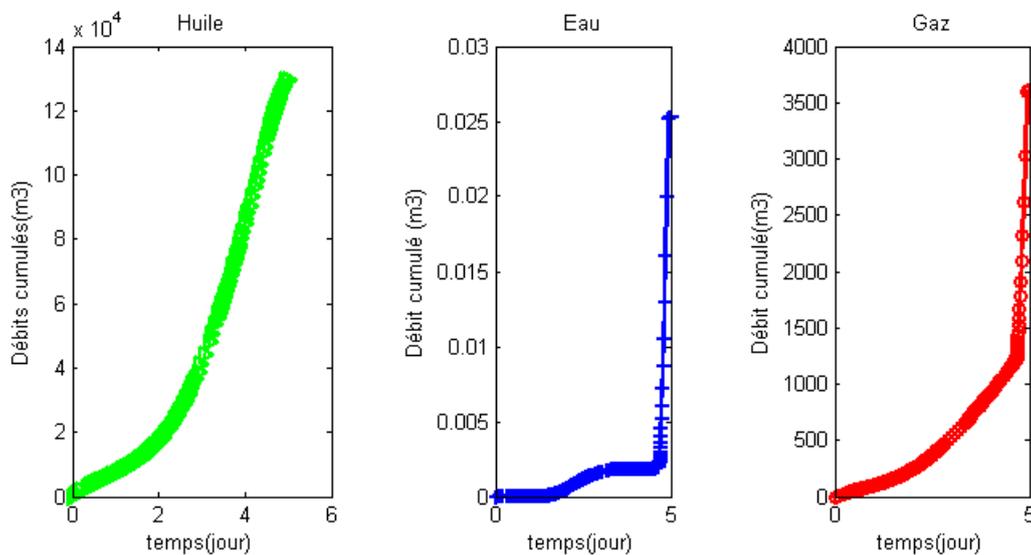


Figure VI.33. Débit cumulé (m³) au puits producteur pour 5 jours de production

Nous constatons une production d'huile cumulée croissante dès l'instant de départ, alors que, c'est presque au-delà d'une journée qu'une faible production de gaz et d'eau est observée. La miscibilité du gaz dans l'huile, combinée du fait que l'huile est beaucoup plus légère que l'eau déjà en place favorise cette production constatée. Une quantité de gaz est aussi produite tandis qu'une faible quantité d'eau est produite. Nous pouvons justifier cela par le fait

qu'au cours de la production, il peut y avoir une détente du gaz mais aussi par le fait que le gaz est beaucoup plus léger que l'eau.

VI.2.7. Marche en temps et itération de Newton

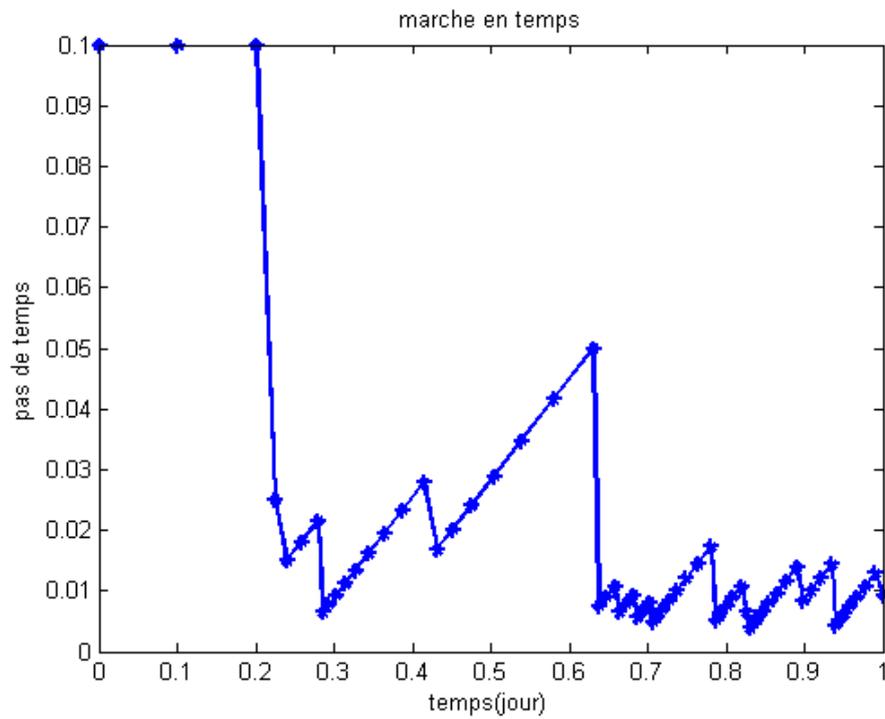


Figure VI.34. Marche en temps pour une journée de production

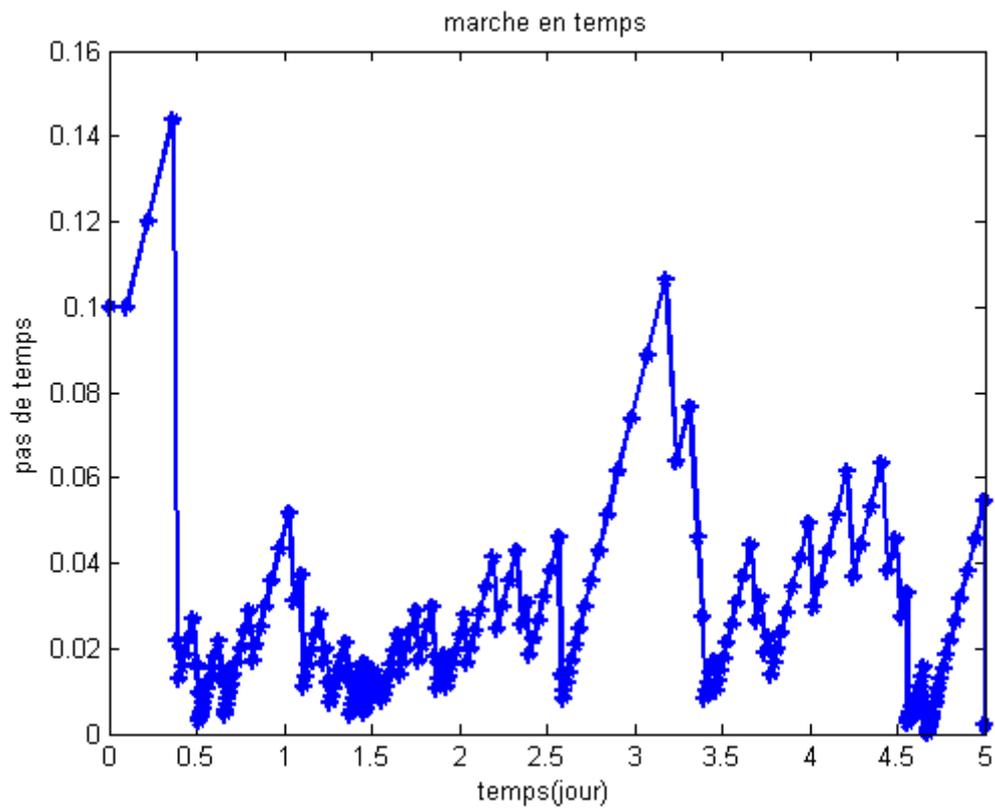


Figure VI.35. Marche en temps pour 5 jours de production

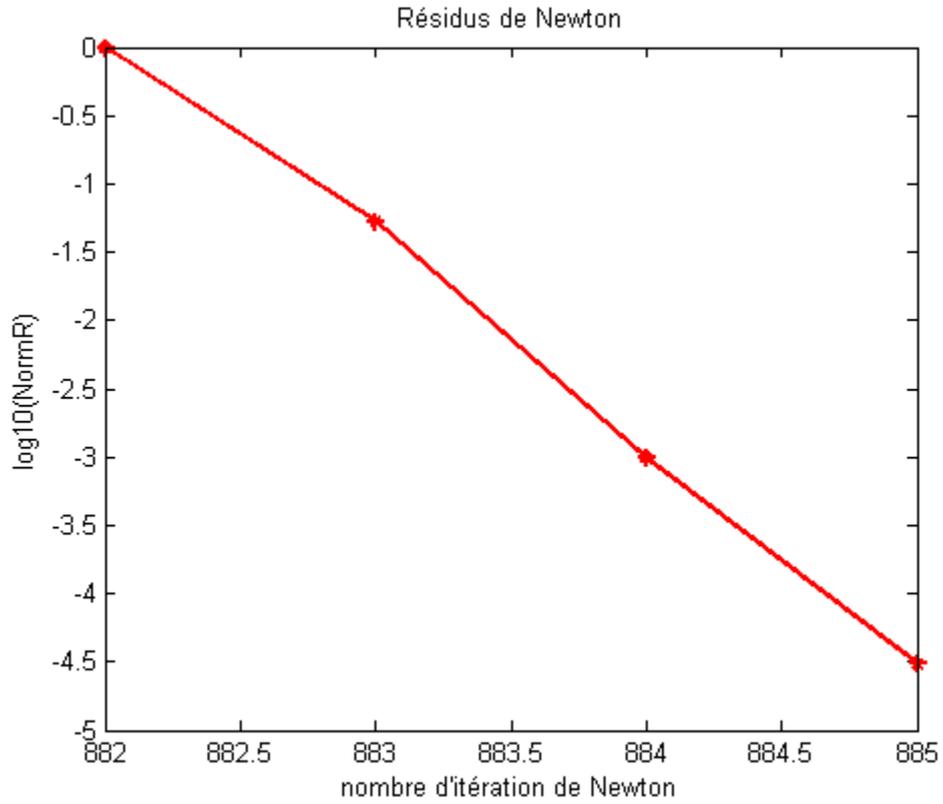


Figure VI.36. Convergence de l'algorithme de Newton pour une journée de production

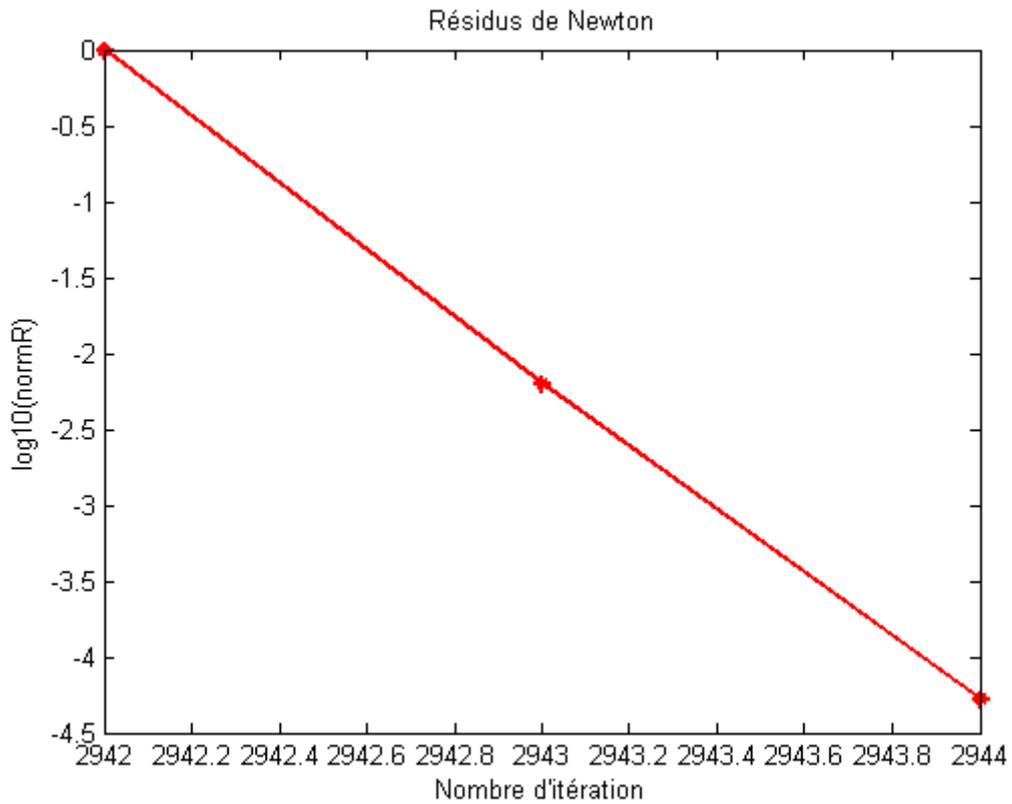


Figure VI.37. Convergence de l'algorithme de Newton pour 5 jours de production

Les figures VI.34 et VI.35 nous montrent que le pas de temps est très irrégulier pour le cas triphasique. Ici, comme dans le cas diphasique, la technique de résolution est la même. Seulement, le modèle triphasique est très gourmand en temps de calcul et le système non linéaire est beaucoup plus complexe, ce qui justifie les problèmes de convergence de l'algorithme de Newton-Raphson. Toutefois, pour accélérer la convergence, à chaque fois que le nombre maximal d'itération est atteint nous diminuons le pas de temps. Si nous obtenons une convergence, nous augmentons le pas de temps afin de réduire le temps de calcul. Les figures VI.34 et VI.35 montrent cette variation de pas de temps. Nous pouvons observer sur les figures VI.36 et VI.37, que déjà pour une journée de production il a fallu 885 itérations de Newton pour avoir la convergence et pour 5 jours de production 2944 itérations de Newton ont été nécessaires pour avoir la convergence. Alors que dans le cas diphasique pour 50 jours de productions on avait besoin que 161 itération de Newton. Ceci explique, la robustesse du schéma numérique pour le cas triphasique et le temps de calcul énorme.

En conclusion pour ce chapitre, nous pouvons dire que le modèle développé, répond bien aux besoins attendus que ce soit dans le cas diphasique que triphasique, bien que pour le cas triphasique on a un temps de calcul très grand. Les résultats obtenus pour les deux cas ont presque les mêmes significations physiques. Ces résultats respectent bien aussi les lois de conservation ; en effet on peut observer sur les contours de saturations des phases, que ce soit dans le cas diphasique ou dans le cas triphasique que dans une région considérée du réservoir, la somme des saturations des phases présentes est égale à un. Le principe de conservation du volume porale est bien respecté dans les deux cas étudiés.

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail, nous avons étudié en premier lieu les logs diagraphiques de la zone de Tsimiroro. Cela nous a permis de comprendre la formation lithologique des zones traversées par les puits étudiés, de voir quelles zones contiennent des hydrocarbures mais aussi de savoir les types de roches rencontrées dans ces zones. Cela nous a permis de comprendre la nécessité d'une telle étude. Ainsi connaissant la lithologie de la zone, la mise au point d'un scénario de production s'impose. Pour se faire, une compréhension des écoulements multiphasiques dans le réservoir qui est un milieu poreux est nécessaire. C'est à cet effet, que l'intérêt de ce travail s'est porté à l'étude par modélisation les écoulements multiphasiques multi composants en milieu poreux.

L'étude des écoulements multiphasiques, a été faite en établissant en premier lieu un modèle physique adéquat pour un modèle Black-oil. Nous avons pu établir les lois physiques nécessaires pour les écoulements et les conditions d'équilibre thermodynamique, nécessaires pour contrôler l'apparition et la disparition d'une phase dans le réservoir. Le modèle physique obtenu est complexe vu les différents processus physiques mis en jeu, ce qui a conduit à un modèle mathématique non linéaire et complexe dont une résolution analytique s'est avérée impossible. Pour cela, nous avons opté à une résolution numérique du problème dont la méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation spatiale.

Le système obtenu étant non linéaire, l'algorithme de Newton-Raphson nous a permis de lever cette ambiguïté et d'avoir un système matricielle linéaire que nous avons pu résoudre à l'aide d'un code informatique que nous avons mis au point à cet effet. Le code est composé de plusieurs sous fonctions, qui calculent les différents paramètres nécessaires pour la résolution du problème. Une partie du code génère un maillage admissible rectangulaire dont chaque inconnue du problème est évaluée au centre de chaque maille. Au cours de nos essais numériques, nous avons constaté que le temps de calcul est très long, selon que nous sommes en diphasique ou en triphasique. Toutefois, nous avons obtenu des résultats assez satisfaisants pour le modèle diphasique, que pour le modèle triphasique. Cela, nous montre bien que, nous pouvons utiliser notre code, pour faire l'étude d'exploitation d'un gisement. Ce code peut nous renseigner, sur la distribution de la pression dans le réservoir, la distribution des saturations dans le réservoir, sur les débits des fluides produits pour des conditions aux limites données, etc. Toutefois, il reste encore valable que dans le cas des écoulements constitués de deux ou trois phases à deux ou trois composants, avec un composant léger qui peut être miscible dans la phase huile seulement. Des essais sur champs restent à faire, pour tester l'efficacité du code. Cela, nous permettra d'améliorer ce code et de le rendre beaucoup plus efficace pour son utilisation dans l'industrie pétrolière.

A l'issue de ce travail, nous avons pu constater l'intérêt de la simulation numérique pour l'industrie pétrolière. Toutefois, notre but est de rendre ce code polyvalent pour répondre aux besoins des ingénieurs réservoir, quelque soit le type de réservoir à étudier mais aussi de le rendre beaucoup plus simple à utiliser. Notons que, les calculs scientifiques peuvent prendre beaucoup de temps de calculs et notre code n'en fait pas exception. Ainsi, plusieurs perspectives s'ouvrent à l'issue de ce travail :

- Nous pensons dans l'avenir chercher à tester plusieurs schémas numériques que nous implémenterons dans le code, afin de voir lequel peut être moins couteux en temps de calcul.

- Généraliser les applications de ce code, en introduisant d'autres modules physico-chimiques dans le code, pouvant répondre aux besoins d'autres types de réservoir autre que le modèle Black-oil. En effet, nous envisageons étudier dans la suite les modèles qui ne se limitent pas qu'aux black-oil, des modèles pouvant contenir plus de trois composants qui peuvent être miscible dans toutes les phases. Cela, nécessitera d'introduire dans le code un module qui calcul un flash liquide-vapeur.
- Nous envisageons aussi, améliorer ce code à ce qu'il traite en même temps les réservoirs isothermes et non isothermes. Pour cela, parmi les futurs travaux visés à améliorer ce travail, nous étudierons les deux méthodes thermiques fréquemment utilisées en ingénierie pétrolier, qui sont la combustion in-situ, et les techniques d'injections de vapeur et introduirons les modules nécessaires à ces phénomènes dans le code.

Nous envisageons aussi étendre le code, à des applications à trois dimensions.

ANNEXES

Annexe 1: Graphes des débits instantanés au puits producteurs

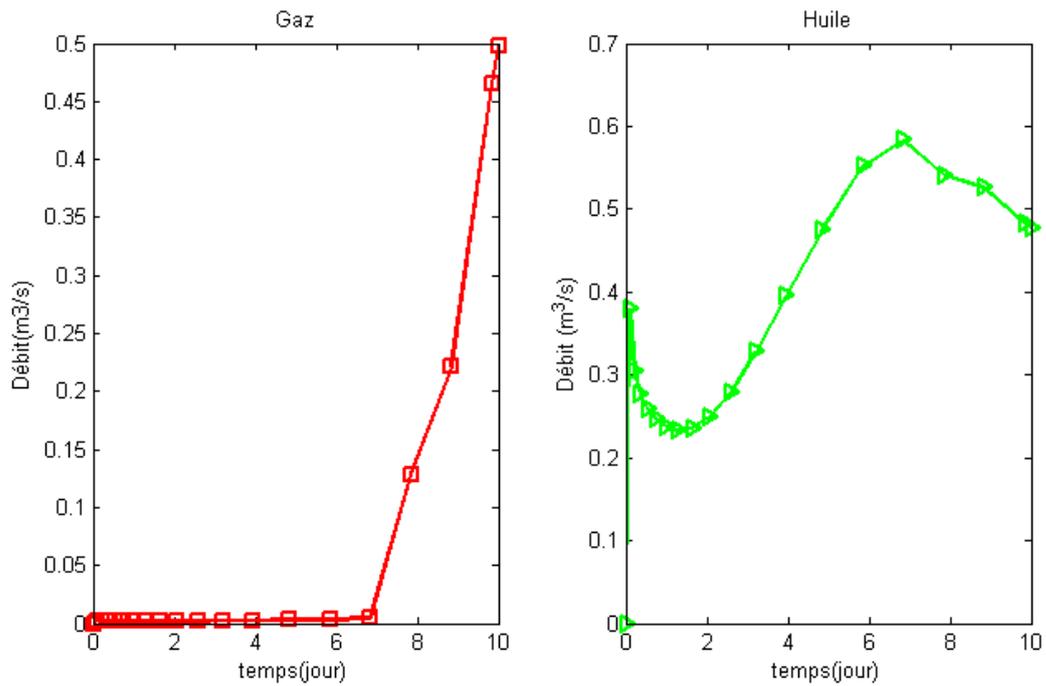


Figure A.1. Débit instantané (m^3/s), cas diphasique pour 10 jours de productions

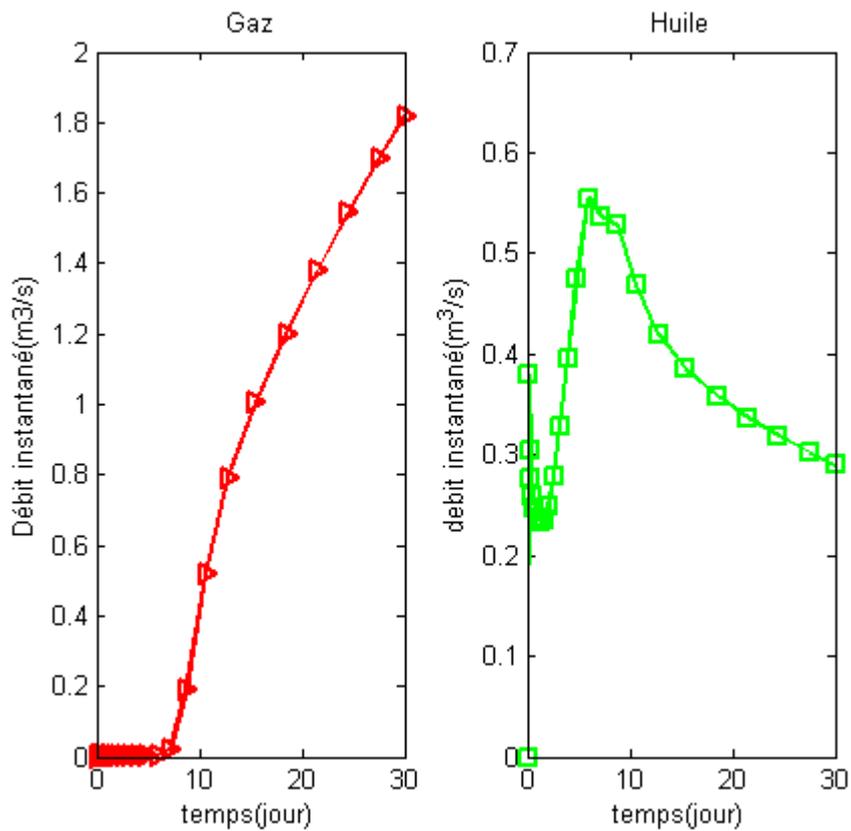


Figure A.2. Débit instantané (kg/m^3), cas diphasique pour 30 jours de productions

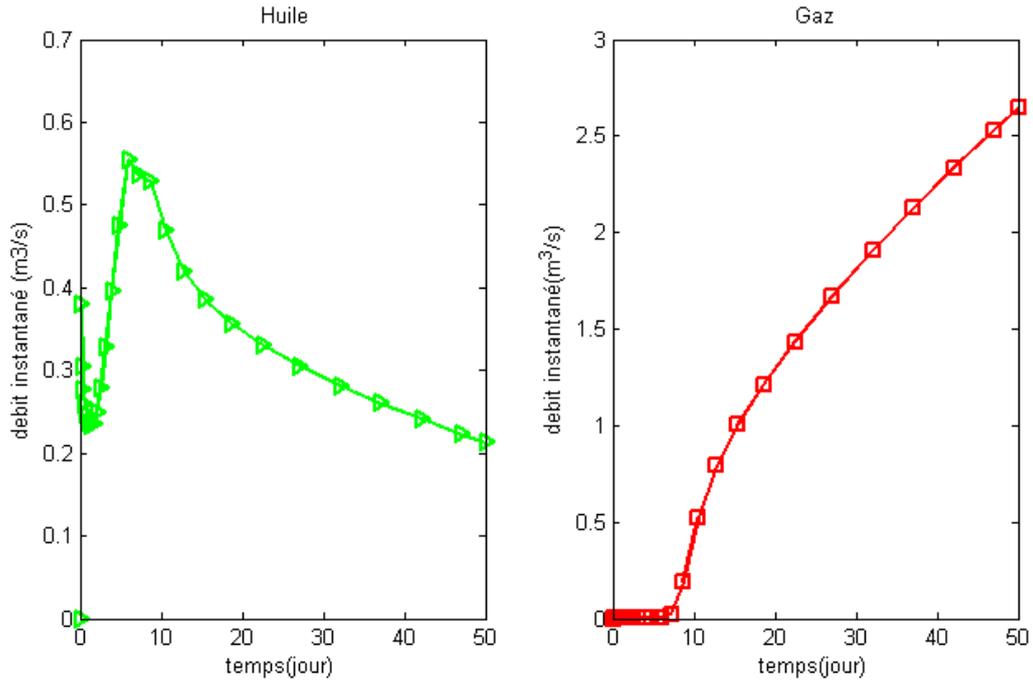


Figure A.4. Débit instantané, cas diphasique au puits producteur pour 50 jours de production

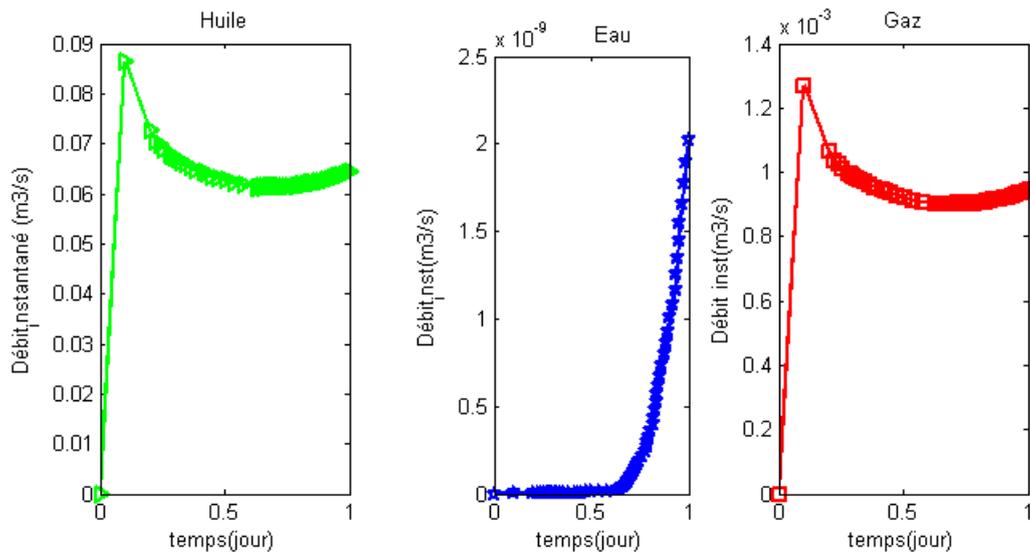


Figure A.5. Débits instantanés cas triphasique au puits producteur pour 1 jour de production

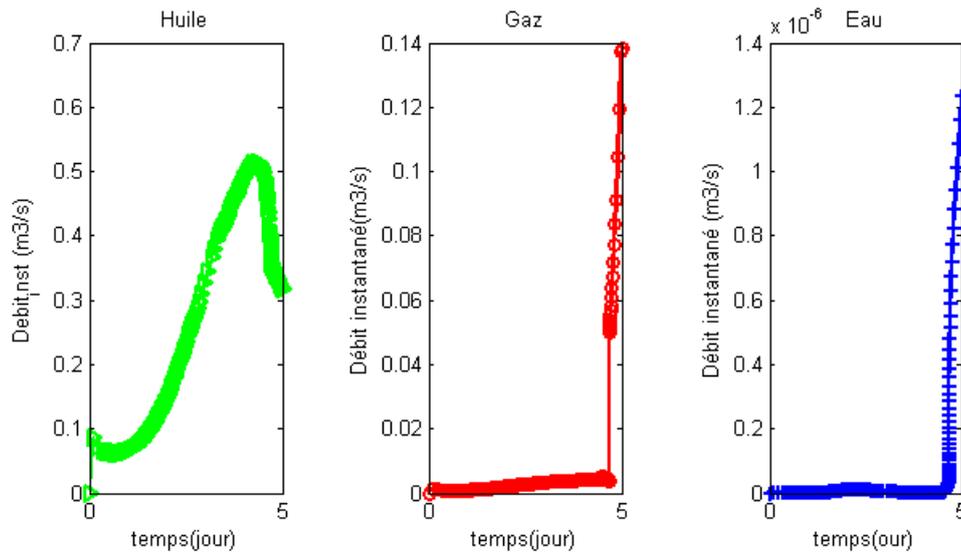


Figure A.6. Débits instantanés (m³/s) pour 5 jours de production cas triphasique

Annexe 2 : Algorithme GMRES

Dans cette annexe, nous présentons l'algorithme qui a servi à programmer la méthode itérative GMRES :

- On donne $\mathbf{p}^0 \in \mathbb{R}^M$ et on pose $\mathbf{r}^0 = \mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{p}^0$, $\beta = \|\mathbf{r}^0\|_2$ et $\mathbf{V}^1 = \frac{\mathbf{r}^0}{\beta}$.
- Pour une matrice $(k + 1) \times k$, définie par $H^k = (h_{i,j})$, posons $\mathbf{H}^0 = \mathbf{0}$
- Pour $j = 1, 2, \dots, k$, calculons

$$\mathbf{W}^j = \mathbf{A}\mathbf{V}^j$$

$$h_{i,j} = (\mathbf{V}^i)^T \mathbf{W}^j \text{ pour } i = 1, 2, \dots, j$$

$$\mathbf{W}^j = \mathbf{W}^j - \sum_{i=1}^j h_{i,j} \mathbf{V}^i$$

$$h_{j+1,j} = \|\mathbf{W}^j\|_2$$

- Si $h_{j+1,j} = 0$, faire $k = j$ et passer à l'étape suivante:

$$\mathbf{V}^{j+1} = \frac{\mathbf{W}^j}{h_{j+1,j}}$$

- Déterminer le minimum \mathbf{q}^k de $\|\beta \mathbf{e}_1 - \mathbf{H}^k \mathbf{q}^k\|_2$
- Trouver $\mathbf{p}^k = \mathbf{p}^0 - \mathbf{V}^k \mathbf{q}^k$

Annexe 3 : flash thermodynamique

Lors des écoulements multiphasiques multi composants, des phases peuvent apparaître ou disparaître. De ce fait un calcul de flash thermodynamique est nécessaire car, il permet pour une température, une pression, et une composition du mélange données, de déterminer, les phases, en présence dans le milieu. Dans le cas de l'étude que nous avons faite dans ce mémoire, une seule phase a été considérée comme pouvant apparaître et disparaître et c'est la phase gazeuse. De ce fait, un calcul de flash, n'était pas nécessaire, car le contrôle de sa disparition et de son apparition, pouvait se faire, en comparant la pression de bulle (équilibre

thermodynamique) avec la pression du réservoir. Toute fois, vu que l'un des suites de ce travail c'est justement étendre le code, au cas où plusieurs phases peuvent apparaître et disparaître, nous avons jugé utile de mettre en annexe, le calcul du flash thermodynamique. Nous allons discuter deux cas : le flash thermodynamique pour un cas diphasique, et le flash thermodynamique pour un cas triphasique.

Pour une pression, une température et une composition globale données, le flash est le mécanisme qui permet de calculer la composition de phases liquides et vapeur à l'équilibre. Il consiste à résoudre simultanément les équations d'équilibre thermodynamique :

$$K_c = \frac{y_{c,g}}{y_{c,o}}, c = 1, \dots, n_h \quad (\text{A.1})$$

Associées aux équations de bilan de matière :

$$z_c = \nu y_{c,g} + i y_{c,o}, c = 1, \dots, n_h \quad (\text{A.2})$$

Avec K_c le coefficient d'équilibre du composant c en mélange liquide-vapeur et z_c la composition molaire du composant c dans le mélange. A l'équilibre liquide-vapeur, une partie du mélange est en phase liquide et une autre en phase gazeuse dont les proportions molaires respectives sont ν et i :

$$\nu + i = 1 \quad (\text{A.3})$$

Aux équations (A.1) et (A.2) on ajoute les contraintes linéaires sur les fractions molaires de chaque phase :

$$\sum_{c=1}^{n_h} y_{c,g} = 1 \text{ et } \sum_{c=1}^{n_h} y_{c,o} = 1 \quad (\text{A.4})$$

Les inconnues du système (A.1), (A.2) et (A.4) sont : $y_{c,g}$, $y_{c,o}$, ν et i . Les constantes d'équilibre K_c sont initialisées par la relation de Wilson :

$$K_c = \frac{\exp 5.37(1+w_c)(1-\frac{1}{T_{rc}})}{P_{tc}} \quad (\text{A.5})$$

En développant (A.2) comme suit on a :

$$z_c = \nu K_c y_{c,o} + (1 - \nu) y_{c,o} \quad (\text{A.6})$$

On obtient :

$$y_{i,o} = \frac{z_c}{1 + \nu(K_c - 1)} \quad (\text{A.7})$$

En combinant les relations (A.1), (A.4) et (A.7) on obtient la relation :

$$g(\nu) = \sum_{c=1}^{n_h} \frac{z_c}{\nu - \frac{1}{(1-K_c)}} \quad (\text{A.8})$$

Le calcul du flash est basé sur la résolution de cette équation. Les compositions des phases $y_{c,o}$, $y_{c,g}$ sont calculées ensuite par les relations (A.1) et (A.7). Ensuite, on calcule, les fugacités de chaque phase, qui permettront de vérifier si l'équilibre thermodynamique est atteint. On

pour cela, on résout une équation d'état, par exemple l'équation d'état de Peng-Robinson suivante :

$$pv^3 + (bp - RT)v^2 + (a - b(3bp + 2RT))v - b(a - b(bp + RT)) = 0 \quad (\text{A.9})$$

Qu'on peut mettre sous cette forme :

$$\ddot{z}^3 + s\ddot{z}^2 + q\ddot{z} + r = 0 \quad (\text{A.10})$$

Où $s = B - 1$; $q = A - 3B^2 - 2B$; $r = -AB + B^2 + B^3$, A et B ayant les expressions suivantes :

$A = \frac{ap}{(RT)^2}$ et $B = \frac{bp}{RT}$ et $\ddot{z} = \frac{pv}{RT}$. Le paramètre a est le paramètre d'attraction binaire définie par :

$$a = a^c \left[1 + m \left(1 - \sqrt{\frac{T}{T^c}} \right) \right]^2 \quad (\text{A.11})$$

Avec :

$$m = 0,37464 + 1,54226\omega - 0,26992\omega^2 \quad (\text{A.12})$$

ω est le facteur acentrique du composant considéré. L'autre paramètre b est défini par :

$$b = 0,0778 \frac{RT^c}{p^c} \quad (\text{A.13})$$

Les paramètres indicés par c correspondent à l'état critique. Le paramètre critique a^c pour l'équation d'état de Peng-Robinson est donné par :

$$a^c = 0,45724 \frac{(RT^c)^2}{p^c} \quad (\text{A.14})$$

Dans le cas d'un mélange, à n_i constituants, ces paramètres sont donnés par les relations suivantes :

$$a = \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{l=1}^{n_i} y_l y_j (1 - k_{lj}) \sqrt{a_l a_j} \quad (\text{A.15})$$

$$b = \sum_{j=1}^{n_i} y_j b_j \quad (\text{A.16})$$

Où, y_j et y_l sont respectivement les fractions molaires des composants j et l dans la phase considérée, et (a_j, b_j) sont les paramètres d'interactions correspondants au composant j . $k_{l,j}$ est le paramètre d'interaction binaire. Connaissant ces paramètres, on peut calculer, la fugacité du composant i dans la phase α par la relation suivante :

$$f_{i,\alpha} = \Phi_i p y_{i,\alpha} \quad (\text{A.17})$$

Avec Φ_i le coefficient de fugacité qui peut être calculé par la relation :

$$\ln \Phi_i = \frac{b_i}{b} (\ddot{z} - 1) - \ln(\ddot{z} - B) + \frac{A}{2B\sqrt{2}} \left(\frac{b_i}{b} - \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial y_i} \right) \ln \left[\frac{2\ddot{z} + B(2+2\sqrt{2})}{2\ddot{z} + B(2-2\sqrt{2})} \right] \quad (\text{A.18})$$

Maintenant, connaissant la fugacité, on peut vérifier l'équilibre thermodynamique comme suit : l'équilibre thermodynamique du composant i dans les phases α_1 et α_2 est obtenu lorsque, on a une égalité entre les fugacités du composant i dans chaque phase :

$$f_{i,\alpha_1} = f_{i,\alpha_2} \tag{A.19}$$

REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE

1. C. COTTIN, (2010), Drainage dans les micros modèles de milieu poreux, Application à la récupération assistée du pétrole, thèse de Doctorat, Université de Bordeaux I,
2. J.H.Abou-Kassem ; S.M.Farouq Ali ;M.R.Islam,(2006), Petroleum Reservoir Simulation , a basic approach; Gulf Publishing Company, 469p
3. KHALED AZIZ; ATONIN SETTARI,(1979), Petroleum Reservoir Simulation, Applied Science, Publishers LTD London, 469p
4. L.P.Dake, the practice of reservoir engineering, Developments in petroleum science 36, 568p
5. C. SALLE, J.DEBYSER, Formation des gisements de pétrole, étude des phénomènes géologiques Fondamentaux, IFP Recherche et Témoignage, édition TECHNIP
6. J. TRAVERNIER, (2006), Modélisation Stratigraphique de la distribution et de la préservation de la matière organique en milieu marin profond. Cas d'une marge à sédimentation pélagique : système d'upwelling côtier du Benguela (Namibie, Afrique du sud-ouest), thèse de Doctorat, Université de Bordeaux I, 296p
7. E. SALMON, (2008), Etude des mécanismes du craquage thermique par la simulation dynamique moléculaire de géo polymères organiques avec un champ de force réactif-ReaXFF, thèse de Doctorat Institut National Polytechnique de Lorraine, 271p
8. Tissot,B., Welte D.H., (1984), Petroleum formation and occurrence, 2nd edition, Springer verlag, Berlin
9. Huc, A.Y,(1980), origin and formation of organic matter in recent sediments and its relation to kerogen, In kerogen, Ed.Durand B, Technip, Paris, 445-474
10. Sallé,C., Debyser, J., (1976), formation des gisements de pétrole, études des phénomènes géologiques, Ed. Technip Paris
11. Pelet R., (1980), Evolution géochimique de la matière organique. In kerogen, Ed Durand B., Technip, Paris, 475-499
12. Hunt, J.M., (1996), Petroleum geochemistry and geology, 2nd edition. Freeman, New York
13. Monthioux,M. Landais,P., Durand, B,(1986), Comparison between extracts from natural and artificial maturation series of Mahakam Delta coals, organic geochemistry
14. Price, L.C, Wenger L.M, (1992), the influence of pressure on petroleum generation, as suggested by aqueous pyrolysis. Organic Geochemistry, 19,144-159
15. Freund,H.,Clouse, JA.,Otten,G.A,(1993), Effect of the pressure on the kinetics of kerogen pyrolysis. Energy and fuels 7, 1088-1094
16. Michels,R., Landais,P., Philp, R.P., Torkelson ;B.E,(1995). Influence of pressure and the presence of water on the evolution of the residual kerogen during confined, hydrous, on high pressure hydrous pyrolysis of woodford shale.Energy and fuels 9,204-215
17. Michels,R., Landais,P., Philp, R.P., Torkelson ;B.E,(1994). Effect of pressure on organic maturation during confined pyrolysis of woodfird kerogen. Energy and fuels 8,741-754

18. Hill R., Lewan, M. (2007). Role of pressure on extend of petroleum generation. International Meeting of organic Geochemistry 2007, Abstract 016,33-34
19. Ugama, C., Meredith, W., Snape, C.E, Carr, A.D., Scotchman, I.C, Davis, R.C., (2007), High pressure liquid water pyrolysis of source rocks to investigate hydrocarbon generation in geological basins. International meeting of organic Geochemistry 2007, Abstract P143-TU,369-370
20. Snape, C.E., Meredith, W., Ugama, C., Carr, A.D., Scotchman, A.D., Davis R.C. (2007). Retardation of oil cracking in high pressure liquid water. International Meeting of organic geochemistry 2007, Abstract 017,35-36
21. Wang, C., Du, J., (2007), Experimental study on existence of hydrocarbon Under high pressure and temperature in deep lithosphere. International Meeting of organic Geochemistry 2007, Abstract P144-TU-371
22. Jug, J.W and Eisma E., (1964), Petroleum hydrocarbon generation from fatty acids. Science, 144,1451-1452
23. Lewan, M.D, Winters J.C., and Mc Donald, J.H., (1979), Generation of oil like pyrolyzates from organic rich shales. Science 203,897-899
24. Hoering, T.C., (1984), Thermal reactions of kerogen with added wanted, heavy and pure organic substances. Organic Geochemistry, 5,4,267-278
25. Lewan, M.D., (1997), Experiments, on the role of water in petroleum formation. Geochimica et Cosmochimica, Acta, 61,17,3691-3723
26. Behar F., Lewan M.D., Lorant F., Vanderbroucke M., (2003). Comparison of artificial maturation of lignite in hydrous and non hydrous conditions. Organic Geochemistry 34, 575-600
27. R. Andriharizafy, (2001) Reconnaissance Structurale par les méthodes gravimétriques et magnétiques de l'Ouest et du Nord Ouest de Madagascar- Contribution à l'étude de potentialité en ressources pétrolières, mémoire de DEA, École Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, 90p
28. A.T.Chrysanthe, (2014), Interprétation des diagraphies nucléaire : Gamma Ray, densité FDC et Neutron CNL des puits Tw dans la zone Tsimiroro, Mémoire d'Ingénieur, École Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, 159p
29. Richard LAGABRIELLE, diagraphie et géophysique de forage, directeur technique laboratoire des ponts et chaussés
30. Zaki Bassiuouni, Theory, measurement, and interpretation off well logs, SPE TEXTBOOK series Vol.4
31. Youcef Hassini, (2006), Application des méthodes géophysique à l'étude des deux sites (Kapellen et Grenchen) de l'aquifère poreux complexe du Seeland, thèse de Doctorat, Université de Lausanne,
32. R.DESBRANDES, Diagraphies dans les sondages, Publication de l'institut français du pétrole, édition Technip
33. Peter Bastian, Numerical computation of multiphase flows in porous media, Habilitationsschrift, Vorgelegt an der Technischen Fakultät der Christian-Albrechts-Universität Kiel
34. R. di CHIARA ROUPERT, (2003), Développement d'un code de calcul multiphasique multi constituant, thèse de Doctorat, Université de Strasbourg, 177p

35. G.CHAVENT; J.Jafré, (1986), Mathematical models and finite element for reservoir simulation; Studies in mathematics and its applications. North-Holland
36. Zhangin Chen, Guarnren Huen, Yuande Ma, (2006), computational Methods for multiphase flows in porous media, southern Methodist University, Dallas, Texas, siam,569p
37. R.Helmig, (1999), Multiphase flow and Transport in the subsurface. A contribution to the modeling of hydrosystems, Springer (Environmental engineering
38. François McKEE, (2013), Etude et mise à l'échelle des écoulements diphasiques en milieu poreux hétérogènes par une approche d'optimisation, thèse de doctorat, Université de Nantes, 146p
39. H.L.Stone,(1970), Probability model for estimating three phase permeability, Trans.SPE AIME 249,214-218
40. H.L.Stone, (1973),Estimation of three phase relative permeability and residual oil data, J.Can.Petrol.Tecnol,12,53-61
41. C.Guichard,(2011), Schémas volumes finis pour maillage généraux en milieu hétérogènes anisotropes pour les écoulements polyphasiques en milieu poreux, thèse de Doctorat, Université de Paris Est, 180p
42. Hui Cao,(2002), Development of technics for general purpose simulators, Ph.D thesis, Stanford University, 202p
43. R.Masson, (2006), contribution à la simulation numérique des écoulements en milieu poreux et des modèles stratigraphiques, HDR, Université de Marne De La Vallée, 110p
44. RADALL J.LEVEQUE,(2004), Finite Volume Methods for Hyperbolics Problems, Cambridge University Press, 580p
45. H.K.Versteeg and W.Malalasekera,(2007), an introduction to Computational Fluid Dynamics, the finite volume method, 2rd edition, Pearson, 517p
46. Mathieu CATHALA, (2013), Problématiques d'analyse numérique et de Modélisation pour écoulement des fluides environnementaux, thèse de Doctorat, Université de Montpellier 2,120p
47. D.W.Peaceman,(1991), Presentation of a horizontal well in numerical reservoir simulation, SPE 21217, the 11th SPE symposium on reservoir simulation, Ananhein, CA
48. Øytein Pettersen,(2006), Basics of reservoir simulation with eclipse reservoir simulator, lecture note, Dept. of Mathematics, Univ of Bergen,113p
49. Alkis Constantinides & Navid Mostoufi, (1999), Numerical Methods for Chemical Engineers with Matlab Applications, 587p
50. Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, Fausto Saleri, (2000), Numerical Mathematics, Springer, 669p
51. Steven C.Chapra, (2012), Applied Numerical Methods with Matlab for Engineers and Scientists, 3rd Edition, Mc GrawHill, 673p
52. Denis José Schiozer,(1994); Simultaneous Simulation of reservoir and surfaces facilities, Ph.D thesis, Stanford University, 193p

53. Alfio Quarteroni, Fausto Saleri, Paolo Gervasio, (2010), *Calculs Scientifiques*, 2nd edition, Springer, 381p
54. RAKOTONINDRAINY, (1994), contribution a l'étude d'un aquifère profond d'épaisseur non négligeable, thèse de Doctorat Université d'Antananarivo

TITRE : Modélisation et mise au point d'un code multiphasique pour les écoulements multiphasiques en milieu poreux : Application au gisement pétrolier de Tsimiroro

RESUME :

Dans le but de développer un code de simulation des écoulements multiphasiques dans un réservoir pétrolier, nous avons fait une modélisation physique et mathématique des transferts polyphasiques multi composants en milieu poreux. L'objectif de la thèse est de mettre au point un outil numérique efficace pour la prévision des écoulements dans le réservoir et pour l'optimisation de la production. A cet effet, nous avons développé un modèle numérique basé sur la discrétisation volume fini où les inconnues sont évaluées sur les centres des mailles. Un schéma de décentrage amont est utilisé pour le contrôle du flux à travers une arête commune de deux mailles voisines. Du modèle numérique développé, un code de calcul est mis au point et est utilisé pour simuler le gisement pétrolier de Tsimiroro.

Mots clés : écoulements polyphasiques, milieu poreux, réservoir pétrolier, schémas volumes finis

ABSTRACT:

In order to develop a code for simulating multiphase flow in an oil reservoir, we did a physical and mathematical modeling of multiphase multicomponent transfer in porous media. The aim of the thesis is to develop an efficient numerical tool for predicting the flow in the reservoir and to optimize production. To this end, we developed a numerical model based on the finite volume discretization where the unknowns are estimated on the centers of the mesh. An upstream scheme is used for the flow control through a common edge of two neighboring cells. Of numerical model developed, a computer code is developed and used to simulate the oilfield of Tsimiroro.

Keywords: multiphase flow, porous media, oil reservoir, finite volume schemes

Directeur de thèse :

Le Professeur RAKONINTDRAINNY

Impétrant :

MALIK EL'HOUYOUN AHAMADI

Tél : 0341038556/+2693475044

Email : elhouyoun@gmail.com