



**HAL**  
open science

# POUR UNE DEFENSE DU PLURALISME LOGIQUE

Gabriella Crocco

► **To cite this version:**

Gabriella Crocco. POUR UNE DEFENSE DU PLURALISME LOGIQUE. Philosophie. Université Paris I-PANTHEON-SORBONNE, 1999. Français. NNT : . tel-02492019

**HAL Id: tel-02492019**

**<https://hal.science/tel-02492019>**

Submitted on 29 Feb 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Université de Paris I-Panthéon-Sorbonne**

**UFR de Philosophie**

**Doctorat de l'Université**

**Sous la Direction de M. Jacques Dubucs**

**Soutenance 10/05/1999**

Gabriella Crocco

# **POUR UNE DEFENSE DU PLURALISME LOGIQUE**

Membres du Jury :

M. Daniel Andler

M. Paul Gochet

M. Alain Michel

M. Philippe de Rouilhan

Mme Elisabeth Schwartz



## **Avant-propos**

Le point de départ de ces recherches est la question de la multiplicité du logique, question que je propose de formuler ainsi :

1) y-a-t-il un sens acceptable de la notion de vérité compatible avec l'idée d'une multiplicité de logiques ?

2) quelles sont les contributions du développement des logiques non-classiques à cette question philosophique ?

Reformulé ainsi le problème de la multiplicité du logique montre son double caractère.

Il s'agit d'un problème concernant la philosophie : il porte sur la question du rôle de la logique dans la connaissance et de son rapport à la question de la vérité.

Il s'agit d'un problème logico-mathématique car il porte sur cet ensemble, d'ailleurs infini de systèmes qu'on a pris l'habitude d'appeler, par privation, logiques non classiques.

La question du pluralisme logique nous semble soulever à notre époque des problèmes analogues et aussi cruciaux que ceux qui ont été soulevés au cours du XIX siècle par le pluralisme géométrique. Le problème de la multiplicité des géométries demandait évidemment une systématisation mathématique : lesquelles parmi ces géométries étaient caractérisables à priori ? quels étaient leurs liens réciproques, quels instruments de nature algébrique ou du ressort de l'analyse permettaient d'unifier ce domaine. À ces problèmes mathématiques s'ajoutaient le problème épistémologique du rapport entre l'espace géométrique et l'espace physique, et la question philosophique de la nature et l'origine de la connaissance géométrique.

On connaît le profond renouvellement mathématique, épistémologique et philosophique que la question des nouvelles géométries a suscité entre le XIX et XX siècle. Tous les grands savants de cette époque (Husserl, Frege, Russell, Carnap, Hilbert, Poincaré, Weyl pour n'en citer que certains) se sont penchés sur la question et ont proposé des solutions globales (à la fois mathématiques, épistémologiques et philosophiques) dont l'intérêt philosophique est encore bien vivant.

L'analogie entre les questions soulevées par la pluralité des géométries et la pluralité des logiques nous invite à croire qu'un renouvellement semblable pourrait jaillir si seulement il était possible de retrouver cette heureuse communication entre philosophie et science qui était la norme à l'époque.

L'usage des formalismes non-classiques (largement répandu dans la pratique logique actuelle) suscitait chez moi une interrogation relative aux conditions de possibilité de cet usage. L'abandon de la logique classique est-il justifié ? Quelles sont les conséquences d'une telle décision ? Posée ainsi naïvement, la question n'était pas susceptible de réponse. Il fallait fixer d'abord les critères qui guideraient une telle justification et le cadre dans lequel les conséquences du rejet de la logique classique pouvaient être analysés.

J'ai jugé bon alors de me tourner vers le travail de Jean van Heijenoort pour y chercher ces critères et ce cadre général qu'aurait pu me permettre de poser mon problème.

En partant d'une question épistémologique, le rôle de la logique dans la connaissance, Van Heijenoort montre comment la question sémantique (du rapport à la vérité) et la question ontologique (du champ d'objets auxquels la logique s'applique) y sont inévitablement rattachées. Ceci lui permet de dresser le profil de deux traditions, de deux postures qui donnent à ces questions (épistémologiques, sémantiques et ontologiques) des réponses antithétiques : la tradition de la *Logica Magna* (l'universalisme) et celle de la *Logica Utens* (l'instrumentalisme).

La première assigne à la logique le rôle jadis occupé par la métaphysique. Étant donnée l'existence d'une structure du monde, d'une structure catégorielle de ce qui est, précédant toute expérience, le rôle de la logique est celui d'une *lingua characteristic*, capable de restituer par ses propres catégories les catégories qui sont celles du monde. Les modes par lesquelles le monde se "reflète" dans la logique, ne peuvent pas être définis. Seule, à la limite, une intuition logique fondamentale assure, non pas la preuve, mais la certitude de cette relation. Les structures catégorielles de l'être, suggérées de manière imparfaite par la langue, seraient rendues à la raison à travers la logique.

La deuxième n'assigne à la logique que le rôle d'un outil, capable de répondre à nos besoins relativement à un domaine de connaissance. La *Logica Utens*, la conception de la logique comme calcul rationnel, ne peut avoir aucune prétention hors de celle de fixer un canon pour la raison. Canon toujours relatif, jamais universel, ne reflétant jamais autre chose que des choix déterminés par nos besoins circonstanciels. La conception de la logique comme simple outil détruit par là toute ontologie, toute idée d'une fonction catégorielle de la logique. L'ontologie implicite dans la définition d'un domaine ne se donne que de façon provisoire, le temps d'un argument ou d'une théorie.

Ce cadre étant posé, l'ambition de ce travail est triple.

a) Il fallait montrer que, considérée du point de vue théorique, la "classification" de Van Heijenoort était incomplète. Si l'on abandonne la perspective historique de reconstruction de traditions de recherche, une troisième posture apparaissait comme possible. J'ai appelé cette posture pluralisme logique et je l'ai caractérisée comme la conception selon laquelle la logique, sans abdiquer sa fonction universelle et catégorielle, ne se poserait plus cependant pas comme système du monde, mais comme inventaire des structures ontologiques possibles. Le langage est, dans ses formes diversifiées, le médium de notre attitude fondamentale envers le monde; quelque chose de la structure du monde est sédimenté dans le langage, mais sans souci de cohérence : il y a une pluralité d'ontologies enchevêtrées dans notre langage ordinaire. Cela implique qu'il y a une pluralité de notions de vérité traduisibles en autant de familles de logiques. Contre l'instrumentalisme, le pluralisme affirmerait que ces formes peuvent être organisées selon de critères généraux, d'où le rôle catégoriel de la logique.

b) Il fallait renvoyer dos-à-dos l'universalisme et l'instrumentalisme, montrer leurs difficultés internes afin de justifier la possibilité du point de vue pluraliste. L'analyse des œuvres de Carnap et Quine m'ont servi d'exemple.

c) Il fallait donner un sens philosophique et logique au pluralisme.

En ce qui concerne cette dernière tâche il m'a semblé nécessaire d'ancrer le pluralisme logique à la réflexion de Jules Vuillemin sur la pluralité des systèmes philosophiques. La notion de formes fondamentales de la prédication peu constituer le point d'articulation entre analyse philosophique et logique. J'ai essayé de montrer à travers l'appareillage technique des systèmes des séquents de Gentzen, qu'une correspondance est envisageable entre formes fondamentales de la prédication et structures déductives. Cela permet de ramener les classes des logiques fondamentales à une casuistique proche de celles des formes fondamentales de la prédication.

<b>Introduction.....</b>	<b>5</b>
1. Objet de ce travail .....	6
2. A quelles conditions une philosophie du pluralisme logique est-elle possible ? .....	7
3. Méthode et questions .....	10
3.1. Analyse historique.....	10
3.2 Analyse théorique.....	13
<b>Première Partie : Analyse historique .....</b>	<b>16</b>
<b>Chapitre 1. La logique formelle : l'instrumentalisme logique de Carnap.....</b>	<b>18</b>
1. Introduction .....	18
2. Trois périodes de l'instrumentalisme.....	23
2.1 Première période : constitution, neutralité et universalisme .....	25
2.1.1 La constitution .....	25
2.1.2 Les principes de neutralité et la constitution .....	26
2.1.3 La nature de la logique et l'universalisme .....	29
2.2 Deuxième période : syntaxe, neutralité et tolérance.....	30
2.2.1 Syntaxe et neutralité .....	34
2.2.2 Syntaxe et tolérance.....	34
2.2.3 Syntaxe et analyticité.....	35
2.2.4 La notion de réduction.....	37
2.2.5 La notion de réduction garantit l'unité de l'expérience.....	38
2.3 Troisième période : neutralité, tolérance et sémantique.....	42
2.3.1 Analyticité et sémantique .....	44
2.3.2 De l'interprétation empirique.....	46
2.3.3 Neutralité, tolérance et sémantique .....	47
2.4 L'instrumentalisme de Carnap, et l'instrumentalisme moderne.....	51
3. Gödel et les principes de neutralité et d'analyticité formelle .....	52
3.1 L'analyse des arguments de Gödel par W. Goldfarb et R. Consuegra .....	53
3.2 Les énoncés logico-mathématiques ont un contenu .....	57
3.2.1 Les mathématiques ont un contenu .....	57
3.2.2 La Logique au sens propre a un contenu .....	63
3.3 De la nature du contenu des énoncés logico-mathématiques .....	65
3.3.1 S'il y a des objets physiques alors il y a des objets mathématiques .....	65
3.3.2 Le contenu des mathématiques et de la logique n'est pas de même nature que le contenu de la physique.....	69
3.4 La portée des arguments de Gödel .....	72
<b>Chapitre 2. L'absolutisme de Quine.....</b>	<b>74</b>
1. Introduction .....	74

2. Les raisons de l'absolutisme interne .....	75
2.1 Le contenu des mathématiques .....	75
2.2. Sauver le principe de neutralité ontologique .....	77
2.3 Les trois indéterminations .....	78
2.4 Sauver la vérité : de l'absolutisme interne de Quine .....	82
3. Prémisse méthodologique .....	85
3.1 Comment contrôler la thèse de l'obviété de la logique ? .....	87
3.2 Comment contrôler la thèse de la neutralité de la logique ? .....	89
3.2.1 Le langage de la logique est neutre .....	90
3.2.2 La neutralité de la métathéorie .....	93
3.3. Choisir une logique, choisir un sujet : conclusions méthodologiques pour l'analyse de l'absolutisme de Quine .....	94
4. La vérité est-elle neutre ontologiquement ? .....	97
4.1 Trois procédés pour traiter de la notion de perception .....	99
4.1.1. La similarité perceptive .....	99
4.1.2 La saillance .....	101
4.1.3 L'empathie .....	101
4.2 Du langage animal au langage humain : assentiment et dissentiment .....	102
4.2.1 Les énoncés d'observation et leurs modes de composition .....	103
4.2.2 Puniton et récompense, les conditions de l'assentiment .....	105
4.2.3 Des difficultés de la notion de dissentiment .....	107
4.2.4 Les fonctions logiques et les présupposés ontologiques de la vérité .....	110
4.3 Première conclusion : la vérité n'est pas ontologiquement neutre, les lois logiques ne sont pas obvies .....	113
5. La vérité logique est-elle obvie et neutre ? .....	115
5.1 Désignation, dénotation et satisfaction .....	116
5.2 La définition de vérité logique en termes de structure .....	117
5.3 Les ressources nécessaires à la définition de la vérité logique .....	118
5.4 Les tours du magicien: la vérité logique déguisée en agneau .....	121
5.4.1 Substitution et théorème de complétude .....	121
5.4.2 Substitution et identité .....	122
5.5 La définition de la vérité logique en termes de grammaire .....	124
5.5.1 En quel sens le langage de la logique est-il engendré par une grammaire .....	124
5.5.2 Vérité logique et substitution des termes du lexique .....	126
6. Conclusion .....	128

***Deuxième partie : Tentative d'une analyse théorique .....*** 130

**Chapitre 1. Le pluralisme logique a-t-il un sens? De sa caractérisation et des objections fondamentales à ses prétentions .....** 133



1. Des classifications des attitudes en philosophie de la logique .....	133
1.1. Van Heijenoort et les problèmes "de droit" et "de fait" d'une classification .....	133
1.1.1. Logica magna et logica utens .....	134
1.1.2. Absolutisme et relativisme, opposition de fait ou de droit ? .....	136
1.2. Susan Haack et les problèmes du critère organisateur d'une classification .....	139
1.2.1. Absolutisme, instrumentalisme et pluralisme .....	139
1.2.2. Pluralisme local ou instrumentalisme ? .....	141
2. Absolutisme, instrumentalisme et pluralisme, essai d'une classification .....	143
3. Trois objections préliminaires au pluralisme .....	145
3.1 Le pluralisme est méthodologiquement inacceptable .....	145
3.2 Le pluralisme est impossible .....	147
3.3 Le pluralisme est inutile .....	148
4. Nécessité d'une enquête logique .....	149
<b>Chapitre 2. Analyse logique .....</b>	<b>151</b>
1. Introduction .....	151
2. Systèmes de déduction et système de séquents .....	153
2.1 Dédutions et structures déductives : les règles structurelles .....	155
2.1.1 La relation de déduction .....	155
2.1.2 Les règles de données et les structures déductives .....	157
2.1.2.1 Les déductions concrètes et les déductions abstraites des séquents .....	157
2.1.2.2 Les règles de données contextuelles .....	160
2.1.3 Extension aux structures déductives d'ordre supérieur .....	163
3. Les connecteurs logiques .....	165
3.1. Une caractérisation déductive des connecteurs logiques .....	165
3.2 Les règles logiques pour les connecteurs non modaux .....	168
3.2.1 Des doubles règles aux règles usuelles .....	170
3.2.2 Règles logiques et contextes déductifs ; règle logique contextuelle .....	172
3.2.3 De la différence entre définition et caractérisation déductive des connecteurs ..	174
3.3 Les modalités .....	174
4. Les principes de variation .....	175
4.1. Le métalangage déductif .....	179
4.2. Les logiques classiques .....	180
4.3 Les logiques intuitionnistes .....	182
4.4. Les logiques sous-structurelles .....	184
4.5. Les structures de séquents de séquents d'assertions .....	187
4.5.1. Les logiques des modalités aléthiques .....	191
4.5.2. Les logiques des conditionnels .....	191
4.5.2.1 Les constructions génériques, contrefactuelles et dispositionnelles .....	192

4.5.2.2 La solution logique .....	196
Système de séquents pour la logique CK .....	198
Système de séquents pour la logique CO§ .....	199
4.6. À propos des logiques à plusieurs valeurs .....	200

<b>Chapitre 3. Catégories ontologiques, catégories logiques et formes de la prédication .....</b>	<b>202</b>
1. Les formes fondamentales de la prédication .....	202
1.1. La déduction des formes fondamentales .....	206
1.2. Ontologies, prédications, systèmes philosophiques .....	207
1.2.1. Premier cas: le terme singulier est un universel .....	207
1.2.2. Deuxième cas: le terme singulier est un individu .....	208
1.2.3 Troisième cas: le terme singulier est déterminé par la chaîne matérielle de l'énoncé .....	211
1.2.4. Quatrième cas: le terme singulier est déterminé par l'unité syntaxique de l'énoncé .....	213
1.2.5. Cinquième cas: le terme singulier est déterminé par l'unité sémantique de l'énoncé .....	214
1.2.6 Schéma récapitulatif .....	215
1.3. Formes logiques ou formes théoriques ? .....	215
2. Tentative d'une mise à l'épreuve du principe de variation logique .....	220
<b>Conclusion.....</b>	<b>225</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>229</b>

# Introduction

# 1. Objet de ce travail

À l'égard de la logique ont prévalu, chez de nombreux philosophes contemporains, deux conceptions opposées : l'absolutisme et l'instrumentalisme<sup>1</sup>.

L'absolutisme logique affirme l'existence d'une seule logique correcte. La notion de correction ainsi que le système logique privilégié peuvent être spécifiés différemment par les tenants de l'absolutisme, les critères de correction variant selon le rôle attribué à la logique dans la connaissance et en fonction des entités auxquelles les lois logiques se réfèrent.

Les philosophies de la logique de Frege, Russell, Quine, Dummett peuvent être classées dans les rangs de l'absolutisme. Elles diffèrent dans le choix du système correct (logique classique d'ordre supérieur, logique classique du premier ordre, logique intuitionniste) mais partagent la conviction de l'existence de critères philosophiques et logiques justifiant ce choix.

L'instrumentalisme logique, au contraire, nie l'existence de critères de correction. Puisque le choix d'une logique n'est rien d'autre que le choix d'un langage et puisque aucune entité ne peut être donnée hors du langage, la liberté dans le choix d'une logique n'est limitée par aucune contrainte. Tout système formel est *a priori* un candidat acceptable pour toute tâche de formalisation. Seuls de critères pratiques permettent de déterminer nos préférences.

La philosophie logique de Carnap est l'exemple le plus cohérent de la doctrine instrumentaliste. Ce n'est que récemment, toutefois, à la suite du développement de la logique mathématique et de l'étendue de ses applications, que l'idée de l'acceptabilité de plusieurs systèmes s'est frayée un chemin dans la communauté des logiciens. Elle y a aussi produit un malaise profond. Manifestant à outrance un esprit de tolérance, uniquement modéré, dans le meilleur des cas, par quelque critère de nature technique, tel que la décidabilité ou la cohérence, l'instrumentalisme nous laisse noyés dans la multiplicité croissante des formalismes. Refusant toute notion de correction il nous prive de tout critère de démarcation entre ce qui est une logique et ce qui ne l'est pas.

Dans ce travail, nous défendons une thèse rivale de l'absolutisme et de l'instrumentalisme : le pluralisme logique. À l'opposé de l'absolutisme, le pluralisme logique demande d'accepter une pluralité de systèmes formels dans notre pratique

---

<sup>1</sup> Le mot « instrumentalisme » a été ici choisi pour indiquer une doctrine qui implique ce que Quine appelle la doctrine linguistique de la vérité, dans "Carnap and logical truth" dans le volume de la *Library of Living Philosophers* consacré à Carnap [Schilpp]. Il a été emprunté à la classification de Susan Haack [Haack DL] et [Haack PL]. Le terme « absolutisme » a été emprunté à la classification de Jan Van Heijenoort [Heij]. Pour une discussion sur ce choix, ainsi que sur les différences entre l'emploi traditionnel et celui que nous faisons de ces termes cf. partie 2, chapitre 1.

logique. Contrairement à l'instrumentalisme, le pluralisme nie que la pluralité des systèmes formels ne renvoie à rien d'autre qu'à des formes de langage que l'on choisirait librement. Le pluralisme fait dépendre la multitude des logiques d'une pluralité finie de formes fondamentales. Ces formes fondamentales correspondent aux différentes catégorisations possibles de la notion d'*objet*. Ces différentes catégories coexistent dans *la logique* donnant lieu aux *logiques*, comme coexistent dans *la langue* différentes manières d'individuer la référence d'un terme singulier donnant lieu à différentes *formes fondamentales de la prédication*. Ces différentes catégories, ces formes dans lesquelles la notion d'objet se déploie, sont ce à quoi les formes de la prédication du langage ordinaire et les logiques renvoient. Par là le pluralisme logique affirme l'existence de critères de correction qui permettent de démarquer le domaine du logique du simple domaine du formel, et qui peuvent nous guider dans le choix d'une logique. Puisque le véritable enjeu de cette discussion est la question du statut du logique et de son rôle dans la connaissance, nous ne pourrions pas nous contenter d'une démarcation de nature technique entre ce que nous pouvons et ce que nous ne pouvons pas reconnaître comme étant (de) la logique.

Il ne s'agit évidemment pas dans le cadre limité de ce travail d'apporter des conclusions définitives sur une question d'une telle ampleur mais, plus modestement, et peut-être plus précisément :

a) de montrer, sur les cas d'espèces considérés, les difficultés auxquelles sont confrontées la doctrine de l'absolutisme et celle de l'instrumentalisme

b) en s'appuyant sur les raisons de ces difficultés, d'avancer quelques éléments pour l'élaboration d'une conception intelligible du pluralisme logique.

## **2. A quelles conditions une philosophie du pluralisme logique est-elle possible ?**

La philosophie de la logique a produit, au cours de ces trente dernières années, une quantité considérable de "ismes" dans la tentative d'ouvrir un débat philosophique sur les changements profonds qui se sont produits dans la pratique et la conception de la logique. Absolutisme et relativisme; monisme, instrumentalisme, pluralisme local et global; révisionnisme et conservatisme logique sont, entre autres, les étiquettes issues de ce débat. Insatisfait de ces classifications, nous sommes partis du principe que toute réponse à la question : « combien de logiques pouvons nous utiliser et pourquoi ? » dépend étroitement des réponses données à trois autres questions. Ces questions sont :

a) celle, épistémologique, de la *nature de la logique*.

b) celle, encore épistémologique, du *rôle et de l'étendue de la logique*.

c) celle, ontologique, de *la nature des entités logiques* auxquelles les termes de l'analyse logique renvoient.

Nous avons donc distingué trois attitudes cohérentes à propos de ces questions. En forçant un peu les distinctions traditionnelles, nous avons choisi de nommer ces trois attitudes absolutisme, instrumentalisme et pluralisme. A la question « combien de logiques pouvons nous légitimement utiliser ? » elles répondent respectivement : une, toutes, quelques-unes.

Les questions épistémologiques de la nature et du rôle de la logique se présentent, dès l'origine, comme lourdement conditionnées par la controverse concernant les oppositions analytique / synthétique, *a priori* / *a posteriori*. En opposition au kantisme ces notions sont reformulées par Frege pour redessiner le rôle de la logique dans la connaissance et le problème de sa parenté avec les mathématiques. Elles ne cessent d'être au centre du débat logique tout au long de ce siècle. Existe-t-il une frontière nette entre vérités analytiques et vérité synthétiques ? Si oui, que devons nous entendre par analytique ? Y a-t-il des vérités synthétiques *a priori*, y a-t-il des vérités analytiques *a posteriori* ? La question ultime que toutes les autres sous-tendent est celle du rôle des lois logiques.

Absolutisme et instrumentalisme s'opposent quant à la réponse à ces questions.

Les doctrines absolutistes s'accordent dans l'affirmation :

- du rôle catégoriel de la logique, quel que soit le statut reconnu aux lois logiques (qu'elles soient analytiques ou non)
- de la nature non-grammaticale de la vérité logique
- de la nature absolue de la vérité

Pour l'absolutisme, dans toutes ses variantes, la logique a un contenu. Que ce contenu puisse être isolé du contenu des autres connaissances, ou qu'il lui soit inextricablement lié, qu'il soit *a priori* ou *a posteriori*, cela dépend de la doctrine absolutiste considérée. La vérité d'autre part est absolue : sa reconnaissance n'est pas relative à un langage, et elle n'est pas restreinte à un domaine particulier du discours. Bien sûr, l'analyse formelle de la notion de vérité doit, sous certaines conditions, être restreinte à un langage et à un domaine, sous peine de paradoxes. Mais cela n'implique pas, pour autant, que la vérité elle-même soit relative et locale.

Pour l'instrumentalisme, au contraire, la logique n'a pas de contenu propre. Elle est une pure forme linguistique ou, au mieux, un outil formel au service de l'organisation et de l'analyse de la connaissance. Elle ne peut prétendre à aucune universalité hors d'un choix pragmatiquement déterminé. Une notion absolue de vérité est inconciliable avec le résultat principal de l'analyse des paradoxes, à savoir : rien ne contient tout, ou dans un langage plus frappant : il n'y a pas d'univers du discours, signifiant, dans toute discussion particulière, un ensemble qui contiendrait tous les objets qui entrent dans

cette discussion<sup>2</sup>. De ce résultat l'instrumentalisme tire la conclusion qu'aucune notion formelle et absolue de vérité ne peut être envisagée. Hors de son analyse formelle, dépendante d'un langage, la notion de vérité est imprécise et obscure.

La question ontologique est étroitement liée aux deux précédentes. La nature des lois logiques détermine la nature des entités que l'analyse logique dégage : les mots logiques (les connecteurs), les prédicats et les arguments. Ces derniers (prédicats et arguments), produits de l'analyse des propositions atomiques (ou des énoncés, selon les styles philosophiques), renvoient-ils à des entités extra-linguistiques et si oui, quelles sont les modalités de ce pouvoir référentiel ? Il s'agit ici de la question des objets et des concepts, de leur statut et de leur définition possible. Y a-t-il des concepts auxquels les prédicats se réfèrent ? Y a-t-il des objets auxquels leurs arguments se réfèrent ? Concepts et objets, sont-ils des constructions dépendantes de la structure du sujet connaissant ou bien des entités indépendantes de tout sujet ?

Malgré leurs différences, les théories absolutistes, nous l'avons dit, s'accordent sur le fait que la logique n'est pas une grammaire. Puisqu'elle n'est pas pur langage elle renvoie invariablement à ce qui est autre qu'elle même :

- ou bien, au sens réaliste, elle renvoie aux entités du monde,
- ou bien elle renvoie aux structures pré-linguistiques qui constituent les conditions de possibilité de notre connaissance,
- ou bien encore à la relation complexe entre le langage et l'ensemble des activités auxquelles le langage est relié.

Dans les deux premiers cas, des catégories externes, catégories du monde ou catégories de l'expérience, déterminent notre logique. L'idée d'une révocabilité de la logique est par là exclue, la logique reflète *a priori* la structure catégorielle du monde ou de notre connaissance.

Dans le troisième cas, la recherche des catégories logiques est interne à la connaissance et *a posteriori*. La logique n'est pas pour autant dépourvue de fonction catégorielle. Elle est au coeur du rapport entre le langage et le monde, elle en reflète la structure. L'idée d'une révocabilité de la logique est cohérente avec une telle forme d'absolutisme.

Au contraire, en accord avec l'instrumentalisme, la logique n'est que pure forme du langage. Elle ne permet que d'organiser un matériel qui, en lui même, préalablement au langage, n'est aucunement structuré car il ne renvoie à aucune entité extra-linguistique fondamentale. Le matériel de l'expérience est indifférencié. Il n'y a que le langage qui puisse le structurer, et le choix du langage est libre et indépendant de toute contrainte.

---

<sup>2</sup> Je retiens cette formulation "colorée" de la conclusion du chapitre 2 de [Halmos].

Face de ces doctrines le pluralisme logique doit se démarquer. Son acceptation d'une pluralité non indéfinie de logiques doit se justifier par les réponses données aux trois questions évoquées plus haut. Il s'agissait pour nous, avant tout, de fixer les principes par lesquels le pluralisme se distingue et de l'absolutisme et de l'instrumentalisme. Il s'agissait aussi d'éviter les pièges d'une conception philosophiquement stérile que l'on pourrait appeler, avec Susan Haack, le pluralisme local : à chaque science sa logique, à chaque domaine de connaissance son formalisme et au logicien de profession la tâche ingrate de recomposer les morceaux d'un puzzle impossible à assembler car dépourvu de forme. Une philosophie du pluralisme logique ne sera possible que si elle est capable de dépasser le constat de la pluralité des techniques et des sciences, pour asseoir le pluriel au coeur même de la logique, dans la notion de vérité et dans celle d'objet.

La nature non absolue de la vérité devrait alors se justifier par la pluralité des possibilités de reconnaissance de celle-ci. Le rôle universel de la logique devrait se concilier avec la pluralité déterminée de ces formes. Le contenu de la logique ne devrait pas se dissoudre dans de simples formes du langage.

### **3. Méthode et questions**

La méthode suivie dans cette enquête distingue deux voies. L'analyse historique qui prend comme faits les doctrines apparues au cours de l'histoire et qui restitue leur organisation interne en fonction des transformations subies par les notions mises à l'étude. L'analyse théorique qui, indépendamment des considérations historiques, ne part que des principes que la logique mathématique et la philosophie de la connaissance suggèrent.

Ces considérations induisent un plan naturel. Ce texte se compose donc de deux parties.

#### **3.1. Analyse historique**

En nous restreignant autant que possible à l'analyse des questions épistémologiques et ontologiques évoquées plus haut, nous avons esquissé une histoire idéale du débat entre absolutisme et instrumentalisme. L'histoire de la logique de ce siècle montre que les difficultés rencontrées par ces deux doctrines rendent possible une philosophie du pluralisme.

De la riche histoire de la logique moderne nous n'avons retenu que deux cas : Carnap et Quine.

Le choix de Carnap s'est imposé de lui même. Carnap non seulement a été le premier logicien à prendre en considération les problèmes posés par l'existence de



plusieurs formalismes déviants ou alternatifs à la logique classique, mais il a surtout exploré, en se détachant de l'absolutisme de Frege et de Russell, toutes les solutions envisageables d'un point de vue instrumentaliste. Son Principe de Tolérance, énoncé dans *La Syntaxe Logique du Langage*<sup>3</sup> et reformulé plus tard dans le cadre d'une analyse syntaxique et sémantique des langages formels, a influencé profondément la conception instrumentaliste qui domine la plus grande partie de la logique moderne. Le Principe de Tolérance de Carnap peut s'énoncer ainsi : il n'y a pas de morale, pas de Bien ou de Mal en logique; seuls comptent nos intérêts pratiques et les choix qui les satisfont de manière plus ou moins simple et efficace. La version moderne du Principe de Tolérance pourrait s'énoncer ainsi : les logiques ne sont que des grammaires associées à (au sens d'interprétées par) des structures algébriques.<sup>4</sup> Leur choix dépend exclusivement de nos besoins et aucun de ces choix ne peut aspirer à l'universalité.

L'analyse de la doctrine de Carnap n'a pas été toutefois déterminée exclusivement par le rôle initiateur de Carnap. Le chemin accompli par Carnap de l'absolutisme à l'instrumentalisme a été profondément lié aux questions épistémologiques de la nature et du rôle de la logique dans la connaissance. Sa tentative de concilier l'absolutisme fregeën avec le formalisme hilbertien va de pair avec sa recherche d'une conception empiriste de la science qui voit dans l'épistémologie une formulation principalement logique des structures des données de l'expérience. Le Principe de Tolérance, bien que né d'une réflexion sur les mathématiques et les moyens de leur formalisation, est l'expression d'une épistémologie qui cherche dans la logique le terrain neutre permettant d'échapper à la fois aux dogmes et au doute sceptique. Au-delà des problèmes propre aux tentatives de Carnap, une question se révèle centrale pour apprécier ses conclusions : le langage, organisateur de notre expérience, peut-il être sans contenu ? L'examen des textes non publiés de Gödel, réunis sous le titre *Is mathematics syntax of language*<sup>5</sup>, nous a servi d'appui dans l'analyse critique de cette question. Malgré les doutes exprimés par beaucoup à ce propos, nous avons conclu en faveur des critiques de Gödel. Elles nous semblent montrer sans appel que la réponse à la question du manque de contenu de la logique (quelle que soit son étendue) ne peut qu'être négative. La

---

<sup>3</sup> [Carnap LSL].

<sup>4</sup> Dans la version de l'instrumentalisme propre à la théorie des modèles moderne [Addison Henkin Tarski] ces structures algébriques doivent être telles que : « les signes logiques y ont leur sens attendu et ne désignent pas des opérations formelles sur des objets quelconques; les symboles des prédicats sont interprétés par des véritables propriétés et relations, celles dont il est question dans les théories concrètes qu'on formalise, etc. Bref, il s'agit d'exprimer le genre de choses qu'un langage, en un sens ordinaire de ce mot, peut exprimer ». [Rivenc], page 2; sur la notion de théorie des modèles voir en général la discussion de Rivenc dans l'introduction, concernant la postface du livre *The Theory of Models* écrite par Addison. Nous ne retiendrons pas cette restriction dans la description de l'instrumentalisme moderne. Il nous semble en effet que les développements mêmes de la théorie des modèles ont dépassé dans les dernières années tout souci de donner un caractère concret à la notion d'opération formelle, souci propre à la théorie des modèles au début de son développement.

<sup>5</sup> [Gödel CW III], pages 334-362 et [Consuegra], page 107 et suivantes.

logique a un contenu, ou bien elle n'est pas applicable. Toute tentative de montrer que les arguments de Gödel sont viciés par des préjugés réalistes, ou autres, est hors de propos.

Il nous semble que ce détour par la pensée de Gödel s'imposait. C'est seulement en appréciant les termes de la solution de Carnap à la lumière des questions relatives au statut des mathématiques et de la logique, qu'il est possible de comprendre pleinement l'absolutisme prôné par Quine.

Ce dernier, bien qu'apparenté à l'absolutisme de Frege et de Russell, s'en distingue nettement à cause de sa nature interne. L'absolutisme de Frege se justifie par l'analyse logique à laquelle sont soumises les propositions du langage. Cette analyse est supposée pouvoir nous conduire à découvrir des catégories ultimes du monde : objets et fonctions. Elles sont appréhendées par le biais de l'analyse du langage de la science, mais sont indépendantes de celle-ci et de ses conditions de possibilité. L'absolutisme de Russell se justifie par la nature des indéfinissables et par le caractère particulier de son universalisme et de son réalisme. L'absolutisme moderne de Quine, héritier de l'enseignement de Carnap, est par contre un absolutisme méthodologique, qui se justifie par la place assignée à la logique dans la théorie de la connaissance, et par les désavantages que l'adoption d'autres formalismes comporterait. Il n'y a pas de catégories ultimes du monde qui peuvent guider l'analyse logique. Il n'y a que la méthode de la science qui puisse juger de la logique. La doctrine de l'absolutisme logique prends alors une forme particulièrement difficile à réfuter, une sorte de précepte de bon sens soutenu par des formules fortunées comme le fameuse assertion quinienne : « changer de logique c'est changer de sujet » dans le cadre d'une ontologie désamorcée.

Il nous a semblé essentiel de souligner ce rôle méthodologique de l'absolutisme de Quine, justifié par l'adéquation de la logique classique à la pratique de notre apprentissage linguistique et par l'état, contingent, de notre science pour en montrer la continuité avec certaines des conceptions de Carnap, ainsi que ses propres difficultés.

Il y a en effet une raison plus précise qui nous a amené à consacrer une grande place à l'analyse Quine. L'acte de naissance de la philosophie analytique a été souvent identifié avec la théorie russellienne des descriptions définies. L'embrigadement ontologique que Quine opère à travers l'analyse logique est possible grâce à l'application de cette théorie. Les catégories d'objets nécessaires à la connaissance, « les atomes démocritéens et les classes platoniciennes »<sup>6</sup>, sont le résultat de cet embrigadement. Mais avec l'élimination de la logique des termes singuliers (des noms), la neutralité nécessaire quant à la nature des objets est irrémédiablement perdue. Avec elle, la notion même de prédication et de ses formes possibles est occultée. Nous croyons qu'il y a là

---

<sup>6</sup> Voir [Vuillemin WAPS], page 44.

une erreur. Une justification non relativiste des logiques non classiques passe, à notre avis par une réhabilitation de la notion d'objet.

### 3.2 Analyse théorique

Dans la deuxième partie, nous délaissions l'histoire de la logique. Après une mise au point préliminaire sur la question du bien fondé du point de vue pluraliste, nous partons de l'état actuel de la logique mathématique. En privilégiant une analyse déductive par le système des séquents, nous montrons comment les questions épistémologiques du rôle et de la nature de la logique et celle, ontologique, des entités auxquelles elle se réfère, peuvent recevoir une nouvelle formulation dans le cadre du pluralisme logique.

La formalisation de la logique donnée par Gentzen avec le calcul des séquents, permet de voir comment les changements des propriétés attribuées aux structures des symboles sur lesquelles la relation de déduction est définie, ainsi que les propriétés de cette même relation, entraînent des changements dans les propriétés des connecteurs logiques et en dernière instance dans les théorèmes des logiques obtenues en faisant varier ces propriétés d'une manière déterminée. Une interprétation déductive des modalités permet d'étendre cette analyse aux logiques modales.

La thèse que nous défendons part d'un constat. Les lois et les constructions linguistiques de la logique classique sont liées de manière essentielle aux mathématiques classiques, c'est à dire à la façon dont on y raisonne et aux objets sur lesquels on y raisonne. Dès lors qu'on raisonne sur d'autres objets que des êtres mathématiques (ou mathématisables) indépendants de toute construction du sujet et invariables, les lois du raisonnement, que la logique mathématique tente de formaliser, sont nécessairement différentes des lois de la logique classique. C'est la nature des objets dont on traite qui impose une modification des lois qui gouvernent la composition des propositions qui portent sur ces objets. Par exemple, d'un point de vue intuitionniste, les objets sont des constructions, et les prédicats des règles de construction. Affirmer qu'une propriété est vraie pour un objet signifie montrer que l'objet peut être construit ou exhibé en accord avec la propriété. Pour respecter le fait que la prédication intuitionniste n'est rien d'autre que la possibilité d'une construction, les connecteurs intuitionnistes divergent dans leur définition syntaxique et sémantique des connecteurs classiques. Mathématique classique et mathématique intuitionniste sont des conceptions antithétiques de la nature des objets mathématiques. Logique classique et logique intuitionniste reflètent cette divergence.

Pouvons-nous démontrer un fait analogue (les différences entre les lois logiques reflètent les différences dans la nature des objets pris en compte) pour d'autres systèmes ?

La notion clef de notre tentative de démonstration sera la notion de forme de la prédication. Nous l'empruntons à l'œuvre de Vuillemin<sup>7</sup> qui la définit ainsi :

Au point de vue formel ou logique, prédiquer c'est subsumer un particulier ou un individu sous un universel. C'est donc poser un univers du discours, fait de classes ou d'attributs, auxquels la prédication assigne des individus.<sup>8</sup>

La logique classique contient seulement une forme fondamentale de la prédication celle qui attribue un prédicat, disons "P" à un individu, disons "a". Cette prédication affirme donc que "a est un P".

L'interprétation sémantique classique de cette forme est la suivante : l'individu désigné par "a" appartient à l'extension du prédicat désigné par "P"<sup>9</sup>.

À partir de cette forme fondamentale, on peut en dériver une autre, à l'aide du conditionnel et du quantificateur universel :  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$  c'est à dire que les P sont des Q. Son interprétation sémantique classique affirme que l'extension de P est un sous-ensemble de l'extension de Q.

Habituellement on affirme<sup>10</sup> que les logiques ne diffèrent pas en ce qui concerne la forme de prédication fondamentale, et qu'elles ne diffèrent que dans le nombre et dans les propriétés des connecteurs logiques de leurs langages.

Notre thèse implique la négation de cette affirmation. Les logiques ne diffèrent pas principalement en ce qui concerne la nature de leurs connecteurs mais en ce qui concerne leur forme fondamentale de prédication. Bien que le symbolisme logique exprime toute forme de la prédication par la même suite, prédicat- argument, la nature de ces arguments, ainsi que la nature de leurs modes de jonction aux prédicats varient, et c'est exactement cette variation que les règles logiques expriment.

La thèse pluraliste que nous défendons est donc la suivante : la variété des logiques correspond à la variété des formes de la prédication, qui à son tour reflète la variété des façons dont la notion d'objet peut être catégorisée. Ainsi notre activité logique repose sur la catégorisation prélogique de la notion d'objet. La forme fondamentale de la prédication dit que "a est P". Mais ce "est" peut se décliner de différentes manières, chacune correspondant à une notion d'objet différent. Les différentes formes dans lesquelles cet *être* se décline sont exprimées par les différentes formes de la prédication. À celles-ci correspondent une variété de logiques<sup>11</sup>.

---

<sup>7</sup> [Vuillemin WAPS], [Vuillemin NC]

<sup>8</sup> [Vuillemin FFP], page 9.

<sup>9</sup> Nous utilisons ici ces notions de manière informelle et naïve. Au cours de la première partie, cette affirmation sera problématisée sous différents aspects.

<sup>10</sup> Voir par exemple Susan Haack [Haack DL].

<sup>11</sup> Cette thèse n'implique pas qu'à chaque logique correspond une forme de la prédication. Au contraire à chaque forme de prédication peuvent correspondre différents systèmes formels, chacun représentant par des moyens logiques différents la même notion d'objet, la même forme de prédication.

L'analyse théorique que nous présentons dans la deuxième partie n'est qu'une première tentative dans laquelle encore bien des aspects, formels et théoriques, demandent une élaboration ultérieure. Elle est principalement destinée à délimiter un projet de recherche qui devrait prolonger ce travail et propose par là une clé interprétative des choix opérés dans l'analyse historique.

# Première Partie : Analyse historique

Cette première partie se propose de montrer qu'une enquête pluraliste de la logique est souhaitable, étant donné l'état de la réflexion philosophique sur la logique. L'analyse historique des philosophies instrumentalistes et absolutistes et devrait permettre de faire le bilan de leurs problèmes et suggérer, par conséquent, qu'un changement de perspective n'est pas seulement une possibilité logique mais aussi une possibilité historique. Instrumentalisme et absolutisme seront examinés à travers les oeuvres de Carnap et Quine.

À Carnap, on reprochera sa conception de la logique (logique au sens étroit et au sens large, incluant la théorie des ensembles) en tant qu'outil sans contenu propre. Sur l'opposition analytique / synthétique Carnap fonde son projet d'une épistémologie prenant la forme d'une analyse logique de la science. Ses préjugés philosophiques l'empêchent de voir dans cette opposition autre chose qu'un simple fait linguistique : analytique est ce qui est sans contenu, quelle que soit la manière dont, dans les différentes périodes de l'évolution de sa pensée, la notion d'analyticité est interprétée. Dans l'analyse historique de sa doctrine et dans l'analyse logique des implications de cette doctrine, nous montrerons en quel sens cette affirmation du manque de contenu de la logique (au sens propre ou au sens étendu) est inacceptable. Une conception de la logique (au sens propre) comme simple syntaxe est possible, mais à condition de reléguer dans le domaine du pur hasard ou du miracle l'explication de l'applicabilité de la logique, et de son rôle dans la connaissance.

À Quine, on reprochera de ne pas tenir jusqu'au bout sa promesse d'un absolutisme interne (c'est-à-dire, soutenu par les seules raisons que la méthode de la science impose). L'absolutisme de Quine s'appuie sur des présupposés ontologiques de nature philosophique, qui ne peuvent d'aucune manière être réduits à des choix méthodologiques; par ce fait, l'affirmation de la neutralité et de l'obviété<sup>12</sup> de la logique classique du premier ordre, qui devrait justifier le choix absolutiste par la seule nature du langage de la science, peut être mise en doute, et, avec elle, les raisons par lesquelles l'absolutisme de Quine voudrait se justifier.

---

<sup>12</sup> Il nous a semblé indispensable de recourir à ce néologisme dont le sens nous paraît différent de celui de "évidence", la locution "l'obviété de la logique" exprimant, outre la notion d'évidence, celle de familiarité avec ce qui est obvie.

# Chapitre 1. La logique formelle : l'instrumentalisme logique de Carnap

## 1. Introduction

La conception carnapienne de la logique, au moins jusqu'au projet de la syntaxe logique, a été justement située dans le cadre du projet de l'universalisme logique, le même auquel on peut ramener les conceptions logiques de Frege et de Russell.<sup>13</sup> Le projet de l'universalisme logique, cette idée grandiose de renouvellement de l'enquête philosophique par le biais de la logique, cette idée de « pouvoir faire avec un seul langage »<sup>14</sup> c'est-à-dire mener une analyse logique de la science et de la connaissance sans présupposer une pluralité irréductible de langages, ne s'instancie pas nécessairement dans la forme de l'absolutisme. On peut en effet tenter d'expliquer comment « faire avec un seul langage » et toutefois ne pas souscrire au même temps à l'idée que la logicité soit déterminée par un ensemble unique de vérités bien déterminées. Le mot logique renverrait alors plutôt à un adjectif qu'un nom propre, désignant la place particulière que différents types d'énoncés et de règles occuperaient dans l'ensemble de notre connaissance. L'idée d'un langage universel s'appliquant à tout domaine d'objets pensables, inventaire des relations logiques universelles, sans restriction, est donc la matrice universaliste commune aux conceptions absolutistes de Frege et Russell et au relativisme de Carnap de sa deuxième période. Cette communauté théorique constatée, il faut tout de même souligner que la conception carnapienne de la logique est, à bien d'égards, opposée aux conceptions de Frege et Russell et ceci déjà dans la première phase absolutiste de sa pensée.

Tout d'abord, la logique de Carnap s'oppose à la logique de Frege et de Russell par son rôle. La première n'est pas une doctrine mais un simple instrument. Les secondes étaient des doctrines nous donnant les moyens de définir des concepts et des objets logiques. Les énoncés logico-mathématiques n'ont, pour Carnap, qu'un rôle auxiliaire, instrumental, dans la connaissance, leur tâche se réduisant à l'organisation des données de l'expérience en théories afin de permettre de contrôler leur conformité à

---

<sup>13</sup> [Rivenc]. Sur la question des rapports entre absolutisme, relativisme et universalisme logiques voir en particuliers les pages 149-50.

<sup>14</sup> [Carnap LSL] §18.



l'expérience. On appellera, dans la suite, cette conception carnapienne du rôle de la logique **principe d'instrumentalité**.

D'autre part, la logique de Carnap s'oppose à celle de Frege et de Russell par sa nature. La notion d'analyticité chez Frege indiquait la réductibilité par voie logique de toutes les vérités logico-mathématiques à des purs principes de raison. Le logicisme de Russell avait pour but de montrer le lien profond entre les mathématiques et la logique de telle manière que l'analyse logique des énoncés mathématiques vise les conditions de possibilité ontologique des objets qui sont présumés par toute proposition générale. En identifiant la notion de contenu à celle de contenu empirique, Carnap réduit l'analyticité à une question de forme sans contenu. Puisque tout le contenu de la connaissance dérive de l'expérience, les énoncés logico-mathématiques sont analytiques au sens où ils sont purement formels, sans contenu factuel et donc sans contenu tout court. On nommera, par la suite, cette conception de la nature de la logique **principe d'analyticité formelle**.

Ensuite, la logique de Carnap s'oppose à celle de Frege et Russell par la conception ontologique qui la soutient. Pour Frege et Russell l'analyse logico-mathématiques nous amène à reconnaître la structure catégorielle du monde. Pour Carnap, le matériel de l'expérience n'a pas de structure propre; il n'y a que la logique (au sens étendu) qui puisse l'organiser. Puisque les énoncés logico-mathématiques sont formels, et donc de nature exclusivement linguistique, l'analyse de la logique ne nous conduit à reconnaître aucune entité, aucune catégorie fondatrice de la connaissance. On désignera cette attitude philosophique par l'expression **principe de neutralité**.

Enfin, à l'absolutisme de Frege, Carnap oppose son **principe de tolérance**, au moins à partir de 1934. Celui-ci concerne le choix des formes du langage et il est énoncé ainsi en 1937 :

En logique il n'y a pas de morale. Chacun est libre de construire sa propre logique, c'est à dire sa propre forme de langage, comme il le désire. Tout ce qu'on lui demande, s'il souhaite en discuter, c'est d'établir clairement ses méthodes, et de donner des règles syntaxiques au lieu d'arguments philosophiques.<sup>15</sup>

Dans l'analyse rétrospective de son œuvre<sup>16</sup>, Carnap réduit la genèse du principe de tolérance à deux facteurs :

- (1) le constat de la variabilité infinie des formes linguistiques possibles,
- (2) le constat de l'inexistence d'un critère théorique permettant de choisir "la logique correcte".<sup>17</sup>

Or, la variabilité des formes linguistiques est un pur fait syntaxique, ou, si l'on préfère mathématique. Au contraire l'acceptation de cette variabilité ne peut relever que

---

<sup>15</sup> [Carnap LSL a] §17.

<sup>16</sup> *Intellectual autobiography* dans [Schilpp 63], voir pages 44,67-68,81.

<sup>17</sup> Ibidem page 68.

d'une analyse philosophique. Carnap suggère dans son autobiographie que (2) ne serait qu'une conséquence de son souci de neutralité à l'égard des différentes écoles philosophiques. L'analyse de son œuvre montre au contraire que la tolérance logique a son origine dans la nécessité de concilier les résultats de l'analyse logique (et avant tout les résultats de Gödel), avec les principes inspirant sa propre philosophie.

Quelle que soit son origine, le principe de tolérance ne conserve pas la même portée tout au long de l'évolution de la pensée de Carnap. La première partie de ce chapitre est consacrée à l'analyse de cette évolution. Il en ressortira clairement que la nécessité de rendre le principe de neutralité compatible avec les différentes réponses relatives à la nature et au rôle de la logique pousse Carnap à définir et à redéfinir le principe de tolérance. En effet, si le principe de neutralité est formulé de manière univoque tout au long de l'évolution de la conception philosophique carnapienne, il n'en va pas de même pour les principes d'instrumentalité et d'analyticité formelle. La manière dont la logique remplit son rôle organisateur face à l'expérience aussi bien que la manière dont sa nature linguistique est montrée, sont sujettes à des modifications profondes. Nous distinguons dans la suite trois périodes : dans la première, "analytique" veut dire engendré par des règles de dérivation finitaires ; "organiser" signifie constituer sur une base empirique le réseau des concepts de la science. Dans la deuxième période, "analytique" est expliqué en termes syntaxiques et "organiser" signifie réduire à une base donnée les concepts des sciences. Dans la troisième, "analytique" est expliqué en termes sémantiques et "organiser" signifie interpréter les termes théoriques sur la base d'un langage observationnel.

Au terme de cette évolution Carnap en arrive à soutenir un relativisme logique dont l'instrumentalisme moderne est en partie l'héritier. On pourrait résumer cette conception ainsi : rien dans la structure du monde, rien dans la structure de la logique, rien dans la structure de l'expérience ne peut être exhibé en dehors des formes du langage, et rien dans la structure des langages ne garantit la possibilité de leur réduction (même partielle) à un langage unitaire. La question de la vérité n'a, alors, aucune valeur épistémologique. Il y a autant de vérités que de formes de langage. Qu'en est-il alors de la notion primitive de vérité qui devrait garantir la conformité de notre science à l'expérience ? Carnap, dans sa troisième période, essaye de la sauver en postulant l'unité du langage de la science. L'instrumentalisme, après lui, semble s'être même libéré de ces scrupules.

Deux questions ont retenu notre attention dans l'examen de cet instrumentalisme.

La première est de nature historique. Carnap n'est pas un sceptique; son relativisme n'est qu'un "effet de bord" de l'organisation et de la réorganisation au fil du temps des principes qui inspirent sa philosophie. Il nous a paru nécessaire de reconstruire les contraintes qui poussèrent le père du principe de tolérance logique à passer d'un empirisme logique, qui veut fonder la science et transformer l'épistémologie

en la logique de la science, à un relativisme incapable de garantir à la notion de vérité un lien quelconque avec la notion de conformité à l'expérience.

La deuxième question est de nature théorique. Si la logique n'a pas de contenu et si la vérité n'a qu'un sens interne, relatif à un langage, le principe de tolérance n'est qu'une affirmation triviale. Il y a une infinité indéterminée de formes linguistiques possibles : c'est un pur fait. Rien ne nous empêche de l'assumer, mais rien ne nous pousse, non plus, à le faire. S'il n'y pas de vérité mais des vérités, internes au langage, en nombre infini et indéterminé, et s'il n'y a aucune raison d'espérer que ces vérités puissent au moins être comparées, jugées ou appréciées dans un langage unitaire, à quoi bon, donc, s'efforcer de définir des formes de langage ? Au fond à quoi bon, donc, faire de la logique ?

Aucune critique de l'instrumentalisme ne peut être formulée lorsque celui-ci prend cette forme extrême. Nous l'approcherons en assumant l'hypothèse contraire. Partons de l'idée qu'il y a une vérité, fut-elle garante tout simplement d'une forme de certitude probable de conformité à l'expérience. Partons donc de l'hypothèse que lorsque nous affirmons une proposition nous voulons de quelque manière indiquer quelque chose de réel, fût-ce seulement dans un sens contingent ou phénoménal. Peut-on alors affirmer, sous cette hypothèse, que la logique est vide de contenu ? Si oui, on ne voit pas ce qui pourrait nous prévenir d'accepter le principe de tolérance et, avec lui, une infinité indéfinie de systèmes formels sans critère de correction. Si non, alors la prémisse même de laquelle découle le principe de tolérance serait infirmée.

Une fois établie l'analyse de l'évolution de l'instrumentalisme de Carnap, nous affronterons alors, dans la deuxième partie de ce chapitre, la question du bien-fondé philosophique de l'affirmation selon laquelle la logique n'a pas de contenu. Ici nous recourrons aux analyses de Gödel pour questionner l'affirmation sur laquelle repose le principe de tolérance .

Les six versions d'un article, "*Is Mathematics Syntax of Language*", préparées par Gödel pour le volume de Schilpp consacré à Carnap, mais non publiées de son vivant, ont pour but de livrer des arguments irréfutables contre ce que Gödel appelle une conception nominaliste et conventionnaliste des mathématiques, et qu'il résume ainsi dans les premières lignes de la version III de l'article :

Selon cette conception (que par la suite j'appellerai le point de vue syntaxique) les mathématiques peuvent être complètement réduites à (et en fait ne sont rien d'autre que) la syntaxe du langage. C'est à dire que la validité des théorèmes mathématiques consiste seulement dans le fait qu'ils sont les conséquences de certaines conventions syntaxiques sur l'usage des symboles, et non pas dans le fait qu'ils décrivent la réalité d'un certain domaine de choses. Ou, comme le dit Carnap: *les mathématiques sont un système d'énoncés auxiliaires sans objet ou sans contenu.*<sup>18</sup>

---

<sup>18</sup> [Gödel CW III] page 335.

La discussion de Gödel ne porte pas seulement sur la notion de syntaxe mais plus généralement sur la conception conventionnaliste de la connaissance présumée tout au long des trois périodes carnapiennes. En critiquant cette conception Gödel affirme l'existence d'un contenu propre aux mathématiques et à la logique et, par là, propose une analyse des notions de fait et de signification dont la portée s'étend à la théorie de la connaissance dans son ensemble. Les arguments de Gödel concernent essentiellement le principe de neutralité, principe défendu invariablement par Carnap, ainsi que le principe d'analyticité formelle. À l'encontre du principe de neutralité, Gödel défend l'idée que notre activité mathématique repose sur l'existence de certaines entités extra-linguistiques qui en sont l'objet. L'expression "entité extra-linguistique" signifie ici que ces entités sont indépendantes de nos constructions et conventions linguistiques et qu'elles ne sauraient s'y réduire. Pour obtenir un système satisfaisant des mathématiques, affirme Gödel, l'assomption de ces entités est aussi nécessaire que l'assomption des corps physiques pour obtenir une théorie satisfaisante de notre perception sensorielle. Ce point de vue philosophique s'exprime essentiellement à travers l'analyse des conséquences que Gödel tire de ses résultats logiques, en particulier des théorèmes d'incomplétude. Ces derniers fournissent, pour Gödel, une preuve irréfutable de ce qu'il appelle l'incomplétabilité et l'inexhaustibilité du contenu mathématique, c'est-à-dire de l'impossibilité de réduire ce contenu à des procédures mécaniques de compositions des symboles du langage. Une telle conception devait inévitablement trouver dans le principe carnapien d'analyticité, toutes périodes confondues, une cible naturelle.

Au-delà du cadre conceptuel dans lequel elles s'inscrivent, les conclusions de Gödel sont très convaincantes. Si l'on accepte l'idée que nos théories sont, dans un sens quelconque du terme, « conformes à l'expérience », alors il faut reconnaître un contenu, fût-il de nature empirique, non seulement aux mathématiques mais aussi à la logique au sens propre.

Nous tenterons d'explicitier les implications logiques d'une analyse guidée toutefois au premier chef par le souci de nier la nature conventionnelle des mathématiques. Une fois extraite de son contexte argumentatif, la conclusion de Gödel est claire : il faut abandonner le principe d'analyticité formelle et, si l'on conserve l'opposition entre énoncés analytiques et synthétiques, il faut aussi nécessairement abandonner le principe de neutralité.

Cette conclusion laisse ouverte une question relative au principe de tolérance. Lorsque l'on admet l'existence d'un contenu pour la logique, qu'advient-il de la pluralité logique ? Est-elle compatible

- a) avec l'affirmation d'un contenu empirique de la logique ?
- b) avec l'affirmation d'un contenu non-empirique de la logique ?

L'analyse de a) renvoie évidemment à la solution absolutiste de Quine, que nous analyserons au cours du prochain chapitre. L'analyse des difficultés propres à la doctrine quinienne nous permettra de clore cette partie analytique et de présenter, dans la deuxième partie les conditions sous lesquelles l'hypothèse b) peut être envisagée.

## 2. Trois périodes de l'instrumentalisme

Nous avons réduit la réponse à la question « combien de logiques sommes-nous légitimés à reconnaître ? » à l'analyse de deux questions, l'une ontologique et l'autre épistémologique. La première de ces questions reçoit chez Carnap, nous l'avons dit, une réponse univoque et stable tout au long du développement de sa pensée. On a qualifié le principe sous lequel cette réponse s'appuie de principe de neutralité. On peut le résumer ainsi : il n'y a pas d'entités logiques ou épistémologiques auxquelles l'analyse de la connaissance doit se conformer. Il n'y a que le matériel indifférencié de l'expérience que le langage organise en théorie.

La question épistémologique concerne deux aspects : la nature de la logique et son rôle. Carnap répond à la première question par le principe d'analyticité formelle et à la deuxième par le principe d'instrumentalité, mais il redéfinit ces notions d'au moins trois manières distinctes. Il y a une conséquence directe de l'instabilité de ces deux principes : l'ambiguïté de l'affirmation de la nature conventionnelle de la logique, dans l'ensemble de l'oeuvre de Carnap.

L'assertion de la nature conventionnelle d'un corps de connaissances peut s'entendre de trois façons différentes.

a) Premièrement un énoncé, une règle, une théorie peuvent être dits conventionnels lorsqu'ils sont privés de contenu. À proprement parler on ne peut utiliser ce sens du mot « convention » que relativement à un certain système de connaissances, à une certaine théorie donnée. Une convention est sans contenu si elle n'ajoute rien à ce système, à cette théorie, bien qu'elle puisse par elle-même impliquer des énoncés de la théorie. Quand nous introduisons par exemple dans le calcul propositionnel la définition de la disjonction et établissons par convention que la négation de deux conjoints est conventionnellement équivalente à la disjonction de leurs négations, cette introduction n'ajoute rien au calcul propositionnel car elle ne permet de dériver aucun théorème qui ne soit pas équivalent, moyennant la convention, à un théorème déjà dérivable. La convention est donc sans contenu bien qu'elle permette par elle-même de dériver des théorèmes dans le langage étendu. Il est possible d'affirmer, avec la même acception de la notion de convention, qu'un énoncé, une règle ou une théorie sont absolument vides de contenu si l'on entend par là qu'elles n'ajoutent rien aux connaissances linguistiques

nécessaires à la formulation de toute convention. Dire qu'elles sont conventionnelles revient alors à dire qu'elles ne sont que purement linguistiques.

b) Selon une seconde acception, un énoncé, une règle ou une théorie sont dits conventionnels tout simplement quand ils ont fait l'objet d'une décision, sans que cette décision puisse être fondée par des arguments de nature théorique. Les unités de mesure sont en ce sens conventionnelles, car purs produits d'un choix : rien dans la structure de l'expérience ne fonde ce choix, mais des raisons d'ordre pratique ou historique peuvent toutefois l'expliquer. Ainsi une convention, entendue comme produit d'un libre choix, n'est pas nécessairement arbitraire. Elle est tout simplement sous-déterminée par rapport aux données de l'expérience. Il sera toutefois opportun de distinguer dans cette notion de sous-détermination encore deux aspects.

b1) Un énoncé ou une règle sont conventionnels (au sens de sous-déterminés face à l'expérience) et leur choix ne peut pas être fondé sur des raisons autres que pratiques. Toutefois il y a un langage commun dans lequel on peut comparer et juger ces choix et grâce auquel l'expérience peut être ramené à l'unité.

b2) Un énoncé ou une règle sont conventionnels (au sens de sous-déterminés face à l'expérience) et leur choix ne peut pas être jugé par rapport à aucun langage unitaire de référence. Le langage n'assure donc aucune unité dans l'expression de l'expérience.

Carnap passe, donc, d'abord de l'idée du rôle auxiliaire de la logique, qui serait donc conventionnelle car vide de contenu au sens (a) ci-dessus, à celle de son libre choix (au sens de (b1) ci-dessus, car aucun choix ne pourrait être déterminé par l'expérience) en abandonnant la doctrine du langage universel, du langage unique de l'entreprise de la science, qui avait été la sienne avant 1932. La notion de *réduction*, toutefois garantit l'unité de la connaissance, dans la tolérance des formes de langage. Il n'y a pas de langage correct, car la sous-détermination de nos théories ne nous permet pas d'établir de critères théoriques de correction, mais il y a un langage commun dans lequel on peut comparer, juger et formuler des critères pragmatiques pour choisir la forme de langage la plus apte à l'accomplissement de nos buts. La notion de conventionnalité au sens de (b1), implique donc la tolérance mais non le relativisme. Ensuite Carnap passe de la notion de sous-détermination au sens de (b1) à la notion de sous-détermination au sens de (b2). Dans cette troisième période la nature conventionnelle de la logique implique donc avec la tolérance logique, le relativisme.

Les trois périodes peuvent être résumées alors par les trois tableaux suivants.

Première période :

Question ontologique : principe de neutralité	Question épistémologique (rôle de la logique) : instrumental La constitution garantit l'unité de l'expérience
--	--

Question logique : universalisme	Question épistémologique (nature de la logique) : analytique (tautologique)
-------------------------------------	--

Deuxième période :

Question ontologique : principe de neutralité	Question épistémologique (rôle de la logique) : instrumental La réduction garantit l'unité de l'expérience
Question logique : tolérance	Question épistémologique (nature de la logique) : analytique (syntaxique)

Troisième période :

Question ontologique: principe de neutralité	Question épistémologique (rôle de la logique) : instrumental L'interprétation implique la relativité de l'expérience
Question logique : tolérance	Question épistémologique (nature de la logique) : analytique (vérité de cadre)

Les trois sections qui suivent sont consacrées à l'analyse de ces trois périodes.

## 2.1 Première période : constitution, neutralité et universalisme

La première période correspond à la période viennoise avant la publication du premier théorème d'incomplétude de Gödel (1931). Le projet de la *constitution rationnelle* des concepts de la science sur une base empirique en est le centre de gravité. La constitution s'accorde dans ses buts et dans sa méthode avec le principe de neutralité. La nature tautologique et universelle de la logique dépendent à leur tour du but et de la nature de la constitution.

### 2.1.1 La constitution

Le rôle propre de la logique est de dévoiler la structure du langage de la science. Cette analyse se substitue à l'analyse philosophique et permet d'exhiber le caractère empirique de la connaissance. L'analyse logique du langage de la science révèle une structure unique<sup>19</sup> des concepts, constitués sur un champ unique d'objets de nature empirique. "Constituer" signifie donc définir complètement les objets de la

---

<sup>19</sup> Elle est unique à un isomorphisme près. La base de réduction étant choisie arbitrairement, différentes constitutions sont possibles. Toutefois, on peut toujours traduire les réseaux de concepts construits sur une base, en un réseau de concepts construit sur une autre base. Voir plus bas, 2.1.2.

connaissance sur une base empirique arbitrairement choisie. Dans le texte de 1928, *Der logische Aufbau der Welt*<sup>20</sup>, des vécus élémentaires organisés par une relation empirique de ressemblance mémorielle sont choisis comme base de réduction. La construction entière ne contient, au-delà des signes se référant à cette base, que les signes logiques de classe et de relation. La reconstruction rationnelle montre ainsi, par le biais d'une chaîne de définitions explicites et d'usage, comment traduire toute assertion concernant des objets non-logiques en assertions ne concernant que les objets de la base, pris comme primitifs, et les signes logiques. La constitution procède ainsi en définissant des classes croissantes d'éléments : classes d'éléments primitifs de la base, classes de classes de ces éléments et ainsi de suite. Les classes sont organisées en sphères, qui ont un type logique croissant. La doctrine russellienne des types est mise ici à contribution pour servir les buts de la constitution.

### **2.1.2 Les principes de neutralité et la constitution**

Carnap exploite à fond les conclusions nominalistes de l'analyse des symboles incomplets de Russell pour en arriver, comme il en juge lui-même,<sup>21</sup> à des conclusions bien plus radicales.

Russell reconnaît aux seuls noms propres et propositions une signification indépendante. Descriptions définies et symboles de classe et de relation ne sont que des symboles incomplets, des fictions linguistiques sans aucune réalité ontologique. Il s'en suit que les propositions portant sur de telles constructions peuvent toutes être transformées en propositions qui ne les contiennent pas. Non seulement, donc, les classes ne sont pas ces objets susceptibles d'une reconnaissance logique que Frege avait cherchée sans succès, mais elles ne sont pas, à proprement parler, des objets. Elles ne sont que des constructions du langage, parfois commodes, souvent dangereuses (à cause des paradoxes qu'elles peuvent entraîner), sûrement éliminables (par une analyse logique correcte). L'analyse logique, reconnaît Carnap, nous conduit à reconnaître des objets: des classes et des relations. Ce sont les extensions des fonctions propositionnelles et en tant que telles (contrairement à ce que soutient Frege) elles sont "insaturées"<sup>22</sup>, elles ne possèdent aucune signification indépendante : ce sont des symboles incomplets. Par conséquent ces objets ne sont pas à proprement parler des véritables objets. Il s'agit plutôt là (et d'ailleurs c'est le cas de tous les objets de la science) de quasi-objets c'est à dire de constructions, de complexes logiques de leur propres éléments. Naturellement une classe ou une relation ne doit pas être confondue avec ses éléments, car rien de ce qui peut être affirmé d'une classe ne peut être affirmé

---

<sup>20</sup> [Carnap Au] et [Carnap Au a].

<sup>21</sup> Par exemple le §3 de [Carnap Au], ou de manière encore plus explicite le §27, à propos de l'analyse des noms propres.

<sup>22</sup> Ibidem §32.



*ipso facto* de ses éléments. Toutefois cette différence n'est pas de nature ontologique mais logique et, en dernière instance, linguistique, ce que confirme clairement la "constitution", fruit de l'application de la logique à l'analyse du langage de la science.

Considérons avec Carnap un exemple simple de chaîne descendante d'objets :

Le chien (l'espèce) est une classe à laquelle mon chien Luchs appartient. Luchs est la classe dont les éléments sont les "états" de Luchs. Un état individuel de Luchs (en tant que chose percevable) est une classe dont les éléments sont les points du monde de la perception. Chacun de ces points est l'extension d'une relation dont les termes sont des quadruples de nombres (à savoir les coordonnées d'espace-temps) et une ou plusieurs qualités sensorielles; une qualité sensorielle est une "classe de mes vécus élémentaires". Ces derniers sont considérés ici comme des éléments de base.<sup>23</sup>

Carnap affirme qu'il n'y a aucune différence fondamentale entre objets et classes dans la constitution de cette chaîne. Ce qui est un objet dans une sphère (Luchs dans l'exemple cité) est une classe dans une autre (la classe des points du monde perceptif qui compose l'objet, ou concept, Luchs). Or puisque selon Carnap les classes ne sont que les extensions des concepts, objets et concepts ne sont pas, comme l'avait affirmé Frege, deux formes logiques fondamentales distinctes, mais seulement deux modes psychologiquement distincts, par ailleurs logiquement équivalents, d'exprimer nos connaissances, et :

Qu'un signe donné dénote un concept ou un objet, ou qu'un énoncé soit vérifié pour un objet ou un concept, ne correspond à aucune différence logique. Il s'agit, tout au plus, d'une différence psychologique, c'est à dire une différence dans les images mentales. En vérité nous n'avons nullement affaire ici à deux conceptions différentes mais seulement à deux manières différentes de parler.<sup>24</sup>

La distinction ontologique fregéenne devient ainsi une simple « façon de parler ». Avec elle la dispute métaphysique entre réalisme et idéalisme, à propos de la nature des objets (appréhendés ou construits), devient aussi une dispute linguistique. L'analyse logique du langage de la science donne ainsi son premier fruit : la neutralité entre choix ontologiques opposés quant aux éléments constitutifs de la connaissance n'est qu'une conséquence obvie de la structure même du langage de la science.

Mais ce n'est pas tout. À travers classes et relations (c'est-à-dire à travers des entités purement linguistiques), les seules choses que nous puissions exprimer des objets sont leurs propriétés formelles. La méthode de la constitution est ainsi exclusivement extensionnelle et structurelle : extensionnelle car la traduction constitutionnelle<sup>25</sup> ne préserve que la valeur logique de la proposition traduite et non sa valeur psychologique ou épistémologique; structurelle car la constitution ne restitue que

---

<sup>23</sup> Ibidem §158, page 247-8 de [Carnap Au a].

<sup>24</sup> Ibidem §5.

<sup>25</sup> Celle qui gouverne la réduction des énoncés contenant des objets d'une sphère donnée à des énoncés équivalents ne contenant que des objets de la sphère inférieure.

les relations formelles entre les objets constitués. Le but de la constitution est de restituer la structure du langage de la science et non pas de reconstruire le processus historique ou psychologique de formation des concepts dans le développement de la science ou d'un individu. Or, si la méthode est extensionnelle et structurelle, la nature de la base de la réduction, la nature épistémologique de son contenu, ne pourra pas influencer la constitution. En effet, cette dernière vise exclusivement à établir un réseau conceptuel indépendant du contenu extra-logique de ces concepts. La base de réduction peut ainsi être choisie arbitrairement et exclusivement en accord avec le but pratique de la réduction. Si nous sommes intéressés à reconstruire le caractère intersubjectif des concepts de la science nous devrions plutôt choisir une base physicaliste<sup>26</sup>. Si nous voulons au contraire reconstituer la priorité épistémologique des concepts, nous devrions choisir une base phénoménaliste<sup>27</sup>. Toutefois, affirme Carnap, il est toujours possible, en principe, de définir un isomorphisme entre une constitution reposant sur une base et une autre reposant sur une base différente, sans préjuger de la structure. Les objets physiques, en effet, sont réductibles aux objets psychiques et vice-versa<sup>28</sup>, car pour tout objet physique il existe un signe caractéristique<sup>29</sup> perceptible et pour tout processus de perception il existe une manifestation de ce processus par des signes caractéristiques qui l'expriment. Pour cette raison les objets physiques sont des objets dispositionnels, susceptibles d'offrir leur signes caractéristiques à la perception, dans une situation déterminée. Vice-versa les perceptions sont, du point de vue physique, des objets dispositionnels capables d'exhiber leur signes caractéristiques physiques dans une situation déterminée<sup>30</sup>.

Les choix concernant la base ne sont pas donc de nature métaphysique ou ontologique : le caractère structurel et extensionnel de la méthode garantit l'élimination, à la racine, de toute question ontologique ainsi que de toute dispute métaphysique. L'analyse logique du langage de la science donne donc son deuxième fruit : la neutralité entre choix épistémologiques opposés quant aux éléments constitutifs de la connaissance n'est, encore une fois, qu'une conséquence obvie de la structure même du langage de la science.

---

<sup>26</sup> Nous pouvons choisir, en tant qu'éléments primitifs, des objets réels, des coordonnées spatio-temporelles etc.

<sup>27</sup> C'est le cas de l'*Aufbau* construit sur des vécus élémentaires reliés par une relation de ressemblance mémorielle.

<sup>28</sup> §57 de [Carnap Au].

<sup>29</sup> Le signe caractéristique d'un état de choses est une condition suffisante pour l'affirmation que cet état de choses est réalisé (§49, Ibidem).

<sup>30</sup> Ainsi, un énoncé concernant l'objet physique *table* devrait pouvoir se traduire par une conjonction d'énoncés relatant les signes caractéristiques perceptifs de l'objet et vice-versa. Nous analyserons, dans la section suivante, cette solution. Il est essentiel de souligner ici le caractère dispositionnel des termes intervenant dans la traduction des différentes bases.

Il faut ici remarquer que le principe de neutralité a deux aspects. L'un qui est logico-ontologique (car tout fondement ontologique à l'opposition logique objet/concept est nié) et l'autre qui est logico-épistémologique (car tout fondement épistémologique à l'idée d'éléments fondateurs uniques de notre connaissance est écarté). Dans l'accomplissement de la constitution, ces deux aspects apparaissent comme conséquences de l'application de l'analyse logique au langage de la science.

### 2.1.3 La nature de la logique et l'universalisme

Si l'analyse épistémologique doit faire place à cette analyse logique, structurelle et extensionnelle qu'est la constitution, l'instrument de la constitution doit être neutre par rapport au matériel qu'il organise. Les énoncés logico-mathématiques ne sont pas réductibles aux éléments de la base empirique. Ils sont toutefois réductibles, par des procédures effectives d'analyse qui ne touchent qu'à leur seule forme, aux deux catégories fondamentales à travers lesquelles la constitution est accomplie : classe et relation. Puisque classes et relations ne sont pas de véritables objets, et puisque la vérification de la vérité des énoncés mathématiques ne demande que d'appliquer des règles effectives du langage, logique et mathématique sont en réalité sans contenu :

*[...] les objets logiques et mathématiques ne peuvent être considérés comme des objets au sens d'objets réels (les objets des sciences empiriques). La logique (mathématiques incluses) est constituée uniquement de conventions concernant l'usage des symboles et de tautologies sur la base de ces conventions. Ainsi les symboles de la logique (et des mathématiques) ne désignent pas d'objets mais servent seulement à fixer ces conventions. Les objets au sens d'objets réels (y compris les quasi-objets) sont uniquement les relations de base et les objets construits à partir de celles-ci.<sup>31</sup>*

Les conventions logico-mathématiques sont sans contenu car elles ne sont que du pur langage. L'affirmation de la nature exclusivement linguistique de ces conventions découle de deux prémisses :

a) pour reconnaître la vérité d'un énoncé mathématique, nous n'avons besoin que d'analyser sa forme.

b) l'analyse de cette forme ne fait appel qu'à des procédures effectives et finitaires, c'est à dire à des simples procédures linguistiques. Au temps de l'*Aufbau* ces procédures étaient communément reconnues dans un esprit hilbertien comme celles définissant la notion de dérivabilité dans un système formel.

Selon la conception que le Cercle de Vienne avait fait sienne, la signification d'un énoncé n'est déterminée que par les conditions de vérification de cet énoncé. Or, dans le cas des énoncés logico-mathématiques ces conditions de vérification n'amènent qu'à des constructions linguistiques (classes et relations) à travers des procédures linguistiques.

---

<sup>31</sup> Ibidem §107.

Donc les vérités logico-mathématiques sont absolument conventionnelles, car, pour les vérifier, nous n'avons besoin de rien d'autre que du langage lui-même.

À son tour l'affirmation de l'unicité de la logique ne repose que sur l'assomption qu'il n'y a fondamentalement qu'un langage de la science dont les conventions logico-mathématiques reflètent la structure. Dans le projet de la constitution, la logique a pour but de restituer la structure du langage de la science sur un champ d'objets unique (bien que la forme de ce champ d'objets puisse être déterminée de différentes manières). La constitution montre que cela est possible car tout énoncé de toute forme de langage peut être traduit dans la forme unique du langage des vécus élémentaires et de leur relation de ressemblance mémorielle. La constitution montre, donc, que les objets de la science n'appartiennent pas à des sphères de langage différentes et sans connexion, mais que, au contraire, il n'y a qu'un seul champ d'objets et, donc, qu'il n'y a qu'une seule science<sup>32</sup>. La doctrine fregéenne des concepts et des classes étant abandonnée, la doctrine russellienne des objets également, Carnap peut encore recevoir l'universalisme qui caractérisait ces doctrines. C'est l'entreprise même de la constitution qui le permet grâce à la nature tautologique de la logique. La constitution des concepts de la science montre qu'il n'y a qu'un langage organisateur de notre connaissance, et donc il n'y a qu'une logique du Langage, la logique unique et universelle de la tradition universaliste de Frege, Russell et Wittgenstein<sup>33</sup>.

## 2.2 Deuxième période : syntaxe, neutralité et tolérance

Deux facteurs portent graduellement à la systématisation de la deuxième période. Ils touchent aux questions épistémologiques du rôle et de la nature de la logique. Cette deuxième période peut être située entre 1932 et 1938.

i) À partir de 1932 Carnap abandonne définitivement l'adjectif tautologique en faveur de celui d'analytique pour qualifier les vérités logico-mathématiques. C'est le mérite d'Alberto Coffa d'avoir, le premier, par une analyse minutieuse des travaux de Carnap, détruit le « misleading, simplistic, picture which has become part of the folk-history of analytic philosophy »<sup>34</sup>, image produite surtout par la vulgate des écrits quiniens sur les "dogmes de l'empirisme" et qui n'accorde pas à Carnap de s'être, sans ambiguïté, éloigné de la conception de la logique propre au premier Cercle de Vienne, conception largement influencée par Wittgenstein<sup>35</sup>.

---

<sup>32</sup> Ibidem §4.

<sup>33</sup> Cette conception absolutiste de la logique était d'ailleurs partagée par les membres du Cercle. Cf. par exemple, l'argumentation développée par Moritz Schlick dans : "Allgemeine Erkenntnislehre", 1918, [Schlick] p. 339, contre l'idée d'une pluralité de logiques.

<sup>34</sup> [Coffa] page 547.

<sup>35</sup> Nous faisons ici notre interprétation de Coffa sur la conception logique du premier Cercle de Vienne, sans toutefois nous prononcer sur l'origine wittgensteinienne de ces conceptions, qui pourrait n'être qu'un contresens des viennois. Il demeure que Carnap attribuait sans hésiter à Wittgenstein l'idée qu'il suffit de

En particulier on lui doit, à travers une lecture attentive de ce grand texte carnapien, si difficile, qu'est *The Logical Syntax of Language*<sup>36</sup> (LSL dans la suite), d'avoir montré comment les théorèmes d'incomplétude furent le facteur décisif dans la détermination des problèmes techniques affrontés par Carnap et des solutions que celui-ci y apporte dans LSL.

Le cadre dans lequel s'insère la réflexion de LSL, est reconstruit par Coffa dans les termes suivants. Suite aux recherches de Gödel il fallait redéfinir les notions de vérité et de conséquence logique

a) en garantissant la "vérité en vertu du langage" des énoncés logico-mathématiques

b) en abandonnant la doctrine que Coffa appelle le programme wittgensteinien, selon laquelle la nature linguistique des vérités mathématiques impliquerait leur décidabilité, c'est-à-dire leur reconnaissabilité par des procédures linguistiques finitaires.

On a aussi justement souligné<sup>37</sup> que la solution technique de Carnap repose sur quatre principes méthodologiques dont les trois premiers seront explicités dans la discussion de la notion d'*explication* contenue dans le premier chapitre de *Logical Foundation of Probability*.<sup>38</sup> Nous pouvons résumer ces principes de la manière suivante :

1) l'affirmation de la nature linguistique des mathématiques ne doit pas être considérée comme une fondation ou une justification de ces vérités. Elle est au contraire la proposition d'une explication du rôle et de l'usage des concepts mathématiques (y compris de celui de vérité mathématique) dans la science.

2) l'explication consiste dans la transformation de ces notions obscures (vérité, conséquence), les *explicanda*, appartenant à un stade non formel de la science, par des notions exactes (les *explicata*) définies dans une syntaxe dont les ressources ont été au préalable précisément délimitées.

3) l'explication n'est qu'une proposition qui doit permettre de remplacer, dans le discours scientifique, le concept vague par le concept exact qui, quant à lui, doit être le plus "similaire" possible au concept vague. Toutefois, le remplacement que l'explication propose n'implique pas la substituabilité dans tout contexte des *explicanda* et des *explicata*.

---

contempler la forme d'un énoncé analytique pour s'apercevoir qu'il est analytiquement vrai ou analytiquement faux. Voir, par exemple, [Carnap LSL] §34a, page 101.

<sup>36</sup> [Carnap LSL]

<sup>37</sup> [Rivenc], page 252 : « Même si en 1934-37 Carnap n'a pas encore explicité la nature de l'explication, il me semble que l'on ne peut saisir la portée de la syntaxe logique (d'où lui vient, justement l'appellation de "logique"), si l'on ne voit dans la construction des concepts syntaxiques fondamentaux une procédure d'explication, au sens technique carnapien, des concepts vagues et intuitifs de nature logique comme ceux de "logiquement valide", "logiquement vrai" ou "conséquence logique"....».

<sup>38</sup> [Carnap LFB], pages 3-8

4) conformément au principe de tolérance on peut "faire feu de tout bois" dans l'explication. En particulier la syntaxe peut avoir recours à des concepts abstraits et à des règles infinitaires, car il est tout à fait possible de manipuler ces concepts et ces règles sans faire aucune hypothèse sur l'existence objective des dits concepts ou des objets que les dites règles présupposent.

La solution que Carnap donne est fondée sur la notion de conséquence, laquelle bien qu'à son tour fondée par la notion rassurante de règle, renonce à un des caractères fondamentaux des règles propre à la première méthode : l'effectivité.

ii) 1932 est aussi l'année de parution de l'article "*Über Protokolsätze*"<sup>39</sup> première réflexion sur les critiques popperiennes concernant la notion d'énoncé protocolaire. Popper montre que la notion de vérification est inapplicable aux énoncés universels des sciences expérimentales et aux énoncés protocolaires eux-mêmes. Cette critique, couplée à celle du critère de signification vérificationniste, pousse Carnap à une conception de plus en plus conventionnaliste (dans la deuxième acception de ce terme) et constitue le deuxième facteur de passage de la première à la deuxième période. Dans "*Über Protokolsätze*" les énoncés protocolaires, jadis considérés simples produits de l'observation, sont maintenant investis du caractère conventionnel (sous-déterminés face à l'expérience) propre à l'ensemble de notre connaissance. Le passage de l'expérience à la formulation linguistique des protocoles d'expérience se complique. Différents choix sont analysés dans cet article où Carnap compare les propositions de Neurath et Popper à la sienne. L'idée qu'il puisse y avoir, une fois une base de réduction choisie, différentes formes linguistiques aptes à la représenter, et que le choix de ces formes ne dépend d'aucune raison théorique mais exclusivement pratique, est, dans cet article, ouvertement exprimée.

Il y a une stratégie commune dans les réponses que Carnap donne à ces problèmes entre 1932 et 1938. Cette stratégie consiste dans la libéralisation et la relativisation des notions d'analyticité et de constitution, définissant respectivement la nature et le rôle instrumental de la logique. Cette stratégie a pour conséquence une redéfinition, à l'intérieur de la syntaxe, de la notion de contenu. Le contenu d'un énoncé était identifié dans la première période à sa signification, qui à son tour était réduite, par des procédures finitaires et complètes à ses conditions de vérification. Toutefois, d'une part les énoncés mathématiques ne peuvent pas être dit sans contenu car l'emploi de procédures finitaires ne permet pas d'affirmer leur analyticité. D'autre part les énoncés de la science ne peuvent pas être traduits par des énoncés relatant des protocoles d'expérience. Il fallait donc concilier le résultat d'incomplétude avec l'absence de contenu des énoncés logico-mathématiques et la critique du modèle vérificationniste

---

<sup>39</sup> [Carnap Ü], [Carnap Ü a].

propre au modèle de la constitution, avec la doctrine du contenu exclusivement empirique de la connaissance.

Pour libéraliser la notion d'analyticité il fallait :

a) identifier le contenu logique d'un énoncé, défini dans une syntaxe donnée, avec l'ensemble des énoncés non-analytiques qui en sont les conséquences<sup>40</sup>

b) ne pas identifier la notion de conséquence avec la simple déductibilité

c) admettre dans la définition de *conséquence* des concepts abstraits ou infinitaires afin de dépasser le résultat d'incomplétude.

Les énoncés logico-mathématiques ont automatiquement un contenu nul et les énoncés synthétiques un contenu en termes d'autres énoncés synthétiques<sup>41</sup>.

Pour libéraliser la notion de constitution il suffisait :

a) d'admettre la conventionnalité des énoncés d'observation

b) d'admettre, dans les procédés de définitions des termes théoriques sur la base observationnelle, des définitions conditionnelles et donc de passer de la constitution à la simple réduction

c) d'accepter que la réduction des termes théoriques sur la base d'observation soit donc incomplète et n'amène pas à l'élimination du terme théorique réduit.

Synthéticité, analyticité et observationnalité seront alors des notions non plus absolues mais relatives à la syntaxe du langage auquel elles appartiennent.

En somme par cette double libéralisation tout semble pouvoir être redéfini en respectant la structure des réponses propres à la première période. Il y a toutefois une remarquable exception: l'affirmation absolutiste.

D'une part, le théorème d'incomplétude montre qu'il ne peut plus y avoir à proprement parler un seul langage, car la notion même d'analyticité ne peut pas être formulée à l'intérieur du langage auquel elle s'applique. D'autre part, la nouvelle notion de réduction montre que, bien qu'il soit possible de réduire tous les langages de la science à un seul langage, il est à proprement parler impossible de traduire un langage dans un autre lorsque celui-ci contient des termes théoriques. Or, il est vrai, le souci universaliste subsiste aussi dans cette deuxième période : il y a une seule syntaxe, dans laquelle tout langage se laisse enrégimenter. La syntaxe hérite de l'universalité jadis prérogative de la logique puisque l'ensemble de notre connaissance se laisse définir en termes syntaxiques. Toutefois il ne peut plus y avoir un seul langage, au sens du langage unique et universel de la science. Le rôle de la syntaxe ne peut plus être celui de montrer la structure, la constitution unique du langage de la science, mais plus simplement celui de rendre possible la formulation, l'analyse et la comparaison des structures syntaxiques possibles, des langages possibles et donc des logiques de ces

---

<sup>40</sup> [Carnap LSL a], §49. Mais aussi §14, page 42 et §34g, page 120.

<sup>41</sup> Voir plus bas 2.2.3 dans ce même chapitre.

langages. Le principe de tolérance, en somme, se substitue au dogme de l'universalité de la logique car rien ne peut l'étayer dans le nouveau cadre conceptuel où la nature et le rôle de la logique ont été redéfinis.

### **2.2.1 Syntaxe et neutralité**

La syntaxe remplace et englobe la logique dans l'accomplissement de son but. La nature formelle de la syntaxe fonde le principe de neutralité. La syntaxe est formelle car:

[...] en son sein aucune référence n'est faite ni à la signification des symboles (par exemple des mots) ni au sens des expressions (par exemple des énoncés) mais simplement et uniquement au type et à l'ordre des symboles à partir desquels les expressions sont construites.<sup>42</sup>

L'analyse logique de la science ne parle que d'entités syntaxiques et la neutralité ontologique n'est qu'une conséquence de la nature formelle de la syntaxe. La syntaxe ne s'occupe que des règles d'agencement entre symboles et les symboles ne sont que des entités linguistiques. En termes syntaxiques nous ne pouvons pas affirmer que la table est une chose, mais seulement que "table" est un nom-de-chose; ainsi nous ne parlons pas d'objets mais nous classons les noms nécessaires à l'analyse syntaxique en types, sans que ces types renvoient à une différence catégorielle de nature extra-linguistique. Toute question ontologique est alors rejetée d'emblée : les questions ontologiques sont habituellement présentées dans le mode matériel du langage des objets, elles parlent d'entités du monde, d'objets et non de symboles. Lorsque ces questions ontologiques peuvent être traduites dans le mode formel du discours, dans le mode de la syntaxe, lorsqu'elles peuvent être traduites en questions concernant les symboles, leur usage et leur classification, elles peuvent recevoir une réponse précise, sans courir le danger de tomber dans des obscurités métaphysiques.

### **2.2.2 Syntaxe et tolérance**

La nature formelle de la syntaxe fonde aussi le principe de tolérance : puisque la syntaxe est formelle et universelle, toutes les formes logiques qui dévient de la logique classique peuvent être analysées dans le cadre de la syntaxe logique. Par le biais de l'enrégimentation syntaxique de la notion de signification, le principe de tolérance se substitue au dogme de l'unicité du langage de la science. Il n'y a plus de question de correction, il n'y a plus de question d'adéquation entre la signification des mots logiques du langage universel de la science et les règles qui en fixent formellement l'usage, car tout simplement il n'y a pas un seul langage universel de la science, mais des formes syntaxiques dans lesquelles les sciences s'expriment. Puisque alors aucune question

---

<sup>42</sup> Page 1, [Carnap LSL]



extra-syntaxique de signification n'est impliquée dans l'activité logique, nous n'avons pas à justifier nos choix :

Le domaine des formes de langage possibles, et par conséquent des différents systèmes logiques possibles, est incomparablement plus grand que le cercle très étroit dans lequel ont été confinées les premières recherches de la logique moderne. Jusqu'à présent, il n'y a eu qu'une très légère déviation, sur quelques points ici et là, par rapport à la forme de langage développée par Russell et qui est devenue maintenant classique...Le fait qu'aucune tentative n'ait été faite pour s'aventurer au-delà des formes classiques est peut-être dû à l'opinion largement répandue que de telles déviations doivent être justifiées; c'est à dire qu'il faudrait prouver que les nouvelles formes de langage sont correctes et qu'elles constituent une représentation fidèle de "la vraie logique".<sup>43</sup>

Pour éliminer ce point de vue, il fallait analyser cette notion de signification, encore confusément présupposée dans la notion de tautologie.

Jusqu'à maintenant, en construisant un langage, la procédure en vigueur consistait d'abord à attribuer une signification aux symboles logico-mathématiques et ensuite à considérer quels énoncés et quelles inférences devaient être regardés comme logiquement corrects en fonction de cette signification.<sup>44</sup>

L'obscurité de cette notion de signification ne pouvait conduire qu'à une affirmation dogmatique de l'unicité de ces règles devant capturer la vraie logique du langage de la science. L'approche de la syntaxe logique renverse tout simplement la question. Étant donné un langage et ses règles, elle permet de déterminer la notion de signification relativement à ce langage, au moins pour autant que la notion de signification puisse être analysée syntaxiquement par celle de contenu.

Ainsi, aucune question de justification n'est en jeu, mais uniquement la question des conséquences syntaxiques auxquelles l'un ou l'autre de ces choix conduit...<sup>45</sup>

Ainsi tout choix est acceptable, pourvu qu'il puisse être formulé en termes syntaxiques.

### 2.2.3 Syntaxe et analyticité

Dans la première période, une tautologie était conventionnelle car elle ne dépendait que de la donnée du langage. Dans la deuxième période, les énoncés logico-mathématiques sont tenus pour conventionnels car ils n'ajoutent rien à ce corps de connaissances syntaxiques qui les présuppose. Ils ne sont rien de plus que cette même syntaxe qui en permet la formulation.

Il y a toutefois une différence importante entre ces deux périodes. Dans la première une tautologie est telle en un sens absolu; dans la deuxième, un énoncé

---

<sup>43</sup> [Carnap LSL] page XIV.

<sup>44</sup> Ibidem page XV.

<sup>45</sup> Ibidem page XV

analytique n'est tel que relativement à un langage L donné, et la notion métalinguistique d'analyticité est en outre définie au moyen d'un détournement profond de la notion de règle syntaxique.

Ce n'est pas notre but ici d'analyser les procédures de définitions de l'analyticité dans la syntaxe logique. Il nous suffira de rappeler que Carnap y définit deux langages, I et II. Dans les deux cas on peut observer que la notion d'analyticité est définie ou bien par le biais de règles infinitaires, ou bien par le biais de concepts abstraits. Dans le langage I, un énoncé étant analytique s'il est conséquence de la classe vide des énoncés, la notion de conséquence est définie grâce à celle de classe infinie d'énoncés. Le concept d'analyticité ainsi caractérisé est infintaire. Dans le langage II, Carnap définit la notion de valuation afin de définir l'analyticité et à partir de celle-ci la notion de conséquence. La notion de valuation concerne l'attribution récursive de valeurs à toutes les variables (individuelles, fonctionnelles et prédicatives de tout type) contenues dans un énoncé. Ces valeurs sont des numéraux, des fonctions de numéraux sur des numéraux, des classes de numéraux, etc. Dans le cas des variables individuelles, la valuation n'est rien d'autre que la substitution d'un numéral à cette variable. Dans le cas des prédicats, toutefois, les classes substituées dans la valuation ne peuvent pas être restreintes aux seules classes qui correspondent à des prédicats définissables dans le langage. En effet, selon le théorème d'incomplétude, pour tout système de l'arithmétique formelle il y a des propriétés qui ne sont pas définissables dans le système, mais pour lesquelles on peut exhiber un numéral qui les possède. Ainsi la substitution n'est pas, à proprement parler, entre une entité du langage et une entité syntaxique qui lui est attribuée dans la valuation. Plutôt devrait-on parler de substitution entre une entité du langage et le concept abstrait de "classe appartenant à l'ensemble de toutes les classes possibles de numéraux". Définie à partir de ce concept abstrait, la notion de valuation, et donc celle d'analyticité qui en résulte, sont, elles aussi, abstraites.<sup>46</sup>

Une difficulté de taille pèse toutefois sur la réponse de Carnap. Si les règles syntaxiques définissant la notion d'analyticité sont infinitaires ou impliquent des entités abstraites, peuvent-elles être encore dites formelles ? Peut-on réellement affirmer, comme le demande la première notion de convention ici en jeu, que l'usage de ces règles n'exige rien de plus que la simple manipulation de symboles ? Carnap répond affirmativement et se défend de toute objection concernant les implications platoniciennes de son usage de règles infinitaires, grâce justement au principe de tolérance.

---

<sup>46</sup> Il est bien connu que Gödel avait aidé Carnap dans la rédaction de la définition de cette notion de valuation. En particulier il lui avait suggéré l'extension de la substitution à toutes les propriétés quelles qu'elles soient (cf la citation ci-dessous dans le texte), comme en témoigne la correspondance entre Gödel et Carnap [Heinzmann Proust].

Nous ne sommes nullement concernés ici par la question métaphysique de savoir si les propriétés existent par elles-mêmes ou si elles sont créées par des définitions. La question est plutôt la suivante: le constituant "pour toutes les propriétés..." (interprété comme "pour toutes les propriétés, quelles qu'elles soient " et non pas comme "pour toutes les propriétés définissables dans S") peut-il être formulé dans le langage syntaxico-symbolique S? On peut répondre affirmativement à cette question.<sup>47</sup>.

On peut utiliser des règles infinitaires et des notions abstraites sans pour autant formuler des assomptions métaphysiques quant à l'existence de ces entités. Les énoncés analytiques sont conséquences de la classe vide des énoncés. Or, puisque des règles syntaxiques (quelle que soit leur nature), ont suffi à définir la notion de conséquence, et donc la notion métalinguistique d'analyticité, Carnap peut encore affirmer dans "Science du formel et science du réel" (1934),

En ajoutant les sciences formelles (*Formalwissenschaft*) aux sciences factuelles (*Realwissenschaft*), on n'introduit aucun nouveau domaine d'objets, contrairement à ce que croient certains philosophes qui opposent aux objets "réels" (*real*) des sciences factuelles les objets "formels", "intellectuels" (*geistig*) ou "idéaux" (*ideal*) des sciences formelles. Les sciences formelles n'ont pas d'objets du tout; elles constituent un système d'énoncés auxiliaires (*Hilfsätze*) sans objet et sans contenu (*gehaltleer*).<sup>48</sup>

#### 2.2.4 La notion de réduction

La constitution permettait de définir explicitement la signification des termes théoriques par des constructions logiques sur des termes empiriques concernant les vécus élémentaires. L'entreprise de réduction part du constat de la nature hypothétique, conventionnelle et seulement partiellement confirmable de notre connaissance.

L'étonnant paragraphe §82 de LSL avance une conception ouvertement conventionnaliste et holiste de la physique et Carnap cite Duhem et Poincaré comme ses inspirateurs<sup>49</sup>. Cette même conception est exposée dans *Philosophy and Logical Syntax*<sup>50</sup>, en 1935.

La science est une entreprise syntaxique au sens où les questions concernant l'organisation et l'élaboration des données de l'expérience peuvent toutes être formulées en termes syntaxiques et donc en termes de choix de règles du langage. La question de la vérité n'étant pas de celles qui peuvent s'exprimer à l'intérieur de la syntaxe, il n'y a que des choix parmi différentes options, pondérables uniquement par nos préférences pratiques. Carnap l'affirme très clairement en soulignant également certaines des conséquences de cette conception syntaxique :

a) le choix d'une forme de langage ne peut d'aucune manière être déterminée par l'expérience :

---

<sup>47</sup> [Carnap LSL]§34d, page 114.

<sup>48</sup> [Carnap FR] page 36. [Carnap FFL] page 37.

<sup>49</sup> [Carnap LSL] page 318. Ibidem §82

<sup>50</sup> [Carnap PLS]

La forme selon laquelle une loi doit être formulée doit être décidée par un acte de la volonté. Cette décision, il est vrai, dépend de résultats empiriques, mais elle n'en dépend pas logiquement, seulement pratiquement. Les résultats expérimentaux montrent simplement qu'un mode de formulation sera préférable à un autre. Aussi resserré que puisse être le lien pratique entre les résultats empiriques et la forme des lois physiques, la forme de ces dernières est, dans tous les cas, une question syntaxique, c'est à dire une question qui doit être formulée en termes syntaxiques.<sup>51</sup>

b) une loi ne peut être qu'incomplètement confirmée, et un énoncé protocolaire ne confirme pas à proprement parler une hypothèse singulière mais l'ensemble d'hypothèses singulières qui permet de dériver logiquement l'énoncé protocolaire en question. Une théorie physique, dit explicitement Carnap, ne rencontre que dans son ensemble le tribunal de l'expérience ([Carnap LSL] page 318, §82).

c) l'opposition protocolaire/non-protocolaire et l'opposition synthétique/analytique n'est effective qu'à l'intérieur d'un langage donné. D'une part le choix de la forme du langage protocolaire ne peut pas être déterminée par l'expérience. D'autre part aucune règle du langage de la physique n'est définitive. Cela veut dire que toutes les lois peuvent être rejetées, y compris, affirme Carnap, les lois logico-mathématiques<sup>52</sup>. Ainsi ce qui est analytique dans un langage peut ne pas l'être dans un autre. Toutefois, à l'intérieur de chaque langage, en considérant que toutes les propositions protocolaires sont synthétiques, elles ne pourront jamais contredire un énoncé analytique mais exclusivement un énoncé synthétique, c'est-à-dire un énoncé dont les termes sont réductibles, dans le langage donné, aux termes observationnels.

Malgré ce caractère conventionnel des nos théories Carnap affirme :

Ces conventions, c'est à dire les règles de formation, les règles-L [règles logiques] et les règles-P [règles non logiques] (les hypothèses), ne sont toutefois pas arbitraires. Leur choix est influencé, avant tout par des considérations méthodologiques d'ordre pratique. [...] Mais de plus les hypothèses peuvent et doivent être soumises à l'expérience, c'est à dire aux énoncés protocolaires—aussi bien les hypothèses déjà formulées que les nouvelles qui sont constamment ajoutées. Chaque hypothèse doit être compatible avec le système total des hypothèses auquel les énoncés protocolaires déjà reconnus appartiennent.<sup>53</sup>

Or, comment cette procédure de conformité à l'expérience peut-elle être mise en œuvre ? À travers la procédure de réduction qui se substitue à la notion de constitution et qui permet de traduire les langages observationnels dans un langage unitaire.

### **2.2.5 La notion de réduction garantit l'unité de l'expérience**

Les termes théoriques de la science ne peuvent pas tous être définis de manière explicite. Parmi ceux qui ne le peuvent pas, les termes de disposition, qui n'expriment pas une propriété observable d'un objet (entendu comme une portion de l'espace-temps),

---

<sup>51</sup> [Carnap PLS] page 87.

<sup>52</sup> [Carnap LSL], §82, fin page 314.

<sup>53</sup> Ibidem §82, page 320.

mais la capacité de cet objet à réagir de manière déterminée quand il est soumis à des conditions expérimentales déterminées. Tout terme théorique de la science ou bien peut être défini de manière explicite ou bien est un terme de disposition ou bien peut être défini à partir de termes de disposition. Par exemple, être chargé magnétiquement n'est pas une propriété observable d'un corps, mais peut être introduite sous la forme d'une disposition:

1) "x est chargé magnétiquement"

peut être défini de la manière suivante :

2) "Si un corps métallique y quelconque est posé à proximité de x, alors y est attiré par x".

La possibilité de traduire une base observationnelle dans une autre dépend aussi de la définition des termes dispositionnels.

Considérons par exemple un énoncé référant à un objet physique comme une table:

3) "Le 6 mai 1935, à 4 heures, il y a une table noire et ronde dans ma pièce".

Selon la doctrine propre à la constitution, cet énoncé devrait pouvoir se traduire par une conjonction d'énoncés portant sur les signes caractéristiques de ces objets (la table, ma pièce etc.). Le terme "table", par exemple, pourrait être éliminé grâce à :

4) a) la conjonction des énoncés tels que :

"Si le 6 mai ... quelqu'un est dans ma pièce et regarde dans telle et telle direction, alors il a une vision perceptive de tel et tel type"  
relatant les aspects visuels de la table.

b) la conjonction des énoncés tels que :

"Si le 6 mai ... quelqu'un est dans ma pièce et tend les mains dans telle et telle direction, alors il a une perception tactile de tel et tel type"  
relatant les aspects perceptifs de la table relatifs au toucher

c) des énoncés de forme similaire relatant toutes les autres perceptions possibles par les autres sens.

Or, tous les termes dispositionnels, comme "soluble", ou "table", dès qu'on les traduit par des conditionnels comme 2) ou par des conjonctions de conditionnels comme 4) ont une caractéristique commune : si l'antécédent des conditionnels les définissant est faux, le conditionnel dans son ensemble est automatiquement vrai.

Cela veut dire, dans le cas de 2), que si aucun corps n'est, n'a été ou ne sera placé à proximité du corps x, x satisfera le conditionnel 2). Malgré notre réticence à admettre que x soit, dans ce cas, chargé électriquement, et bien qu'on soit enclin à juger, dans ce cas, 1) comme faux, on est conduit, pour des raisons d'ordre logique, à attribuer la valeur vrai à l'énoncé 2).

Cela veut dire dans le cas de 3) et 4), que bien que 3) puisse être faux, par le seul fait que personne ne se trouve dans la situation perceptive décrite par les antécédents dans les conditionnels a) b) et c), l'énoncé 4) se trouverait être vrai.

La traduction ne respecte donc pas l'identité des valeurs de vérité des énoncés traduits et cela est inacceptable.

Carnap propose, dans *Testability and Meaning*<sup>54</sup>, de remplacer les définitions logiques explicites des termes de disposition (et donc des termes théoriques ou des termes observationnels appartenant à des bases différentes) par ce qu'il appelle des couples de réduction. Un terme de disposition S peut être introduit par un couple de propositions tel que :

$$5) P \rightarrow (Q \rightarrow S)$$

$$6) T \rightarrow (\neg R \rightarrow \neg S)$$

P et T décrivent les conditions expérimentales auxquelles un corps x doit être soumis pour vérifier respectivement s'il a (dans le cas de 5) ou s'il n'a pas (dans le cas de 6) la propriété S. Q et R décrivent les réactions du corps une fois qu'il a été soumis respectivement aux conditions expérimentales P et T. Si P et T coïncident (c'est à dire si les conditions expérimentales visant à établir la propriété S et celles visant à établir la propriété  $\neg S$  sont les mêmes) et si R a la forme  $\neg Q$  alors 5) et 6) se réécrivent sous la forme d'un énoncé bilatéral de réduction tel que:

$$7) P \rightarrow (Q \leftrightarrow S)$$

En général un même terme de disposition S sera défini par plusieurs couples de réduction, ou par plusieurs énoncés bilatéraux car il est impossible de décrire de manière exhaustive toutes les conditions expérimentales pour lesquelles il existe un signe caractéristique de S. L'introduction de cette notion de réduction a, alors, quatre conséquences remarquables, que Carnap souligne explicitement :

a) S n'est défini que par rapport aux conditions exprimées par les antécédents des couples de réduction ou de l'énoncé bilatéral. Pour tout objet qui ne satisfait pas P et Q, (et T et  $\neg R$ ) la propriété S n'est, à proprement parler, pas définie. En particulier de la fausseté des antécédents P et Q dans 7) rien ne peut être inféré quant à la valeur de vérité de S.

b) S n'est défini qu'incomplètement, car les conditions P et Q, même dans le cas d'un énoncé de réduction bilatéral, ne sont pas susceptibles de décrire exhaustivement tous les contextes possibles dans lesquels S est susceptible de se manifester.

c) S n'est pas éliminable et donc les énoncés contenant S ne peuvent pas être traduits en énoncés ne le contenant pas.

d) Lorsque S est défini moyennant des couples de réduction les énoncés constituant le couple ne peuvent pas être rangés parmi les énoncés analytiques car ils

---

<sup>54</sup> [Carnap TM].

permettent de dériver un énoncé synthétique (ne contenant que des prédicats observationnels) tel que  $\neg(P \wedge Q \wedge \neg R \wedge T)$ . Lorsque par contre S est défini par un seul énoncé bilatéral l'énoncé dérivable se réduit à la tautologie  $\neg(P \wedge Q \wedge P \wedge \neg Q)$ . Ce qui permet à Carnap de conclure que 7) est un énoncé conventionnel et analytique n'ayant pas de contenu factuel<sup>55</sup>.

La notion de réduction introduit donc une libéralisation dans les moyens définitoires d'un langage. Cette libéralisation consiste essentiellement dans le renoncement à l'ambition de donner des définitions complètes et absolues (au sens où elles permettraient de déterminer pour tout objet s'il a ou non la propriété définie). Pour le moment Carnap peut utiliser la solution de *Testability and Meaning* afin d'éviter les conséquences relativistes pourtant impliquées par le principe de tolérance. L'unité du langage de la science peut être établie grâce à la notion de réduction. Dans un écrit de 1938<sup>56</sup>, Carnap en souligne l'importance capitale. Tous les termes des différentes branches de la science (physique, biologie, psychologie, sciences sociales), affirme Carnap, peuvent être réduits (au sens technique du terme) à la classe restreinte des termes concernant "les choses" (the thing-language)<sup>57</sup>.

Or, puisque la réduction ne permet pas l'élimination des termes réduits, elle ne permet pas non plus la traduction des énoncés d'un langage dans le langage des choses. Par le biais de la réduction il n'y a pas, donc, d'unité du système de lois de ces sciences, car ces lois ne peuvent pas être traduites dans le langage des choses. Toutefois il y a unité du langage, car tout terme théorique peut être réduit à des termes du langage des choses. Une telle unité de langage est la condition préliminaire pour l'unité de lois, possibilité que Carnap laisse ouverte. Or, quel est l'intérêt de l'unité du langage ? Énorme, si l'on pense que toute prévision, de nature scientifique comme de nature pratique, demande la connexion de connaissances appartenant à différents langages. En effet, dit Carnap :

Si, comme certains philosophes le pensent, aucune connexion logique entre les termes [des différentes branches de la science] n'était rendue possible par une base de réduction homogène, il n'y aurait pas moyen de combiner énoncés singuliers et lois de différentes disciplines pour en dériver des prédictions. L'unité du langage de la science est le fondement de l'application pratique de la connaissance théorique.<sup>58</sup>

---

<sup>55</sup> [Carnap TM] page 444. Voir plus bas, section 2.3, sur de la correction de cette affirmation.

<sup>56</sup> [Carnap US], mais déjà dans LSL Carnap avait affirmé que la thèse de l'unité de la science (du langage de la science) est une thèse de la syntaxe logique ([Carnap LSL] §82, page 320.

<sup>57</sup> Il s'agit, dit Carnap, du langage employé pour discuter des propriétés qui caractérisent les choses observables autour de nous. Il contient des prédicats de choses observables et des prédicats dispositionnels.

<sup>58</sup> [Carnap US], §5, *in fine*.

Or, puisque cette application est aussi la condition pour tester la conformité des hypothèses à l'expérience, l'unité du langage est, selon le programme empiriste, la condition même de la science.

### 2.3 Troisième période : neutralité, tolérance et sémantique

Deux facteurs guident aussi le passage de la deuxième à la troisième période. Ils touchent le cœur des questions épistémologiques et demandent par là une redéfinition des principes de neutralité et de tolérance.

Le premier facteur est lié aux difficultés de concilier la notion de réduction et la distinction analytique/synthétique à l'intérieur d'un langage donné. Carnap avait cru dans *Testability and Meaning* pouvoir démontrer comment l'ouverture des concepts de la science, leur caractère hypothétique, pouvaient coexister avec la réductibilité de ces concepts à une base protocolaire. La nature analytique des énoncés bilatéraux de réduction ne pouvait pas toutefois être garantie lorsqu'on admettait une pluralité de ces énoncés pour introduire le même prédicat dispositionnel. Puisque les énoncés bilatéraux de réduction servent à introduire des nouveaux termes dans un système ils devraient être conventionnels et analytiques (au sens technique de Carnap). Toutefois, contrairement à ce qu'affirme Carnap en 1936, puisqu'un seul terme peut être impliqué par un ensemble d'énoncés bilatéraux :

$$P_1 \rightarrow (Q_1 \leftrightarrow S)$$

$$P_2 \rightarrow (Q_2 \leftrightarrow S)$$

de cet ensemble d'énoncés s'ensuivent des énoncés synthétiques (car composés exclusivement par des énoncés d'observation) :

$$\neg(P_1 \wedge Q_1 \wedge P_2 \wedge \neg Q_2)$$

Ce qui brouille, même à l'intérieur d'un langage donné, l'opposition entre énoncés analytiques et synthétiques.

Trois solutions étaient alors possibles :

1) restreindre l'introduction des énoncés bilatéraux en n'en admettant qu'un seul par terme dispositionnel. Dans ce cas l'analyticité de ces énoncés serait garantie, mais à condition de renoncer à la possibilité de compléter la définition d'un prédicat dispositionnel dans le même système par la détermination d'autres circonstances pertinentes pour la définition de ce prédicat.

2) renoncer à la définition des termes dispositionnels par des couples de réduction ou par des énoncés bilatéraux et donner une définition explicite de ces termes, éventuellement impliquant des modalités, c'est à dire :



[...] une régularité générale dans le comportement d'une chose donnée d'un type tel que, à chaque fois qu'une condition S est vérifiée par la chose, ou par son environnement, l'événement R se produit dans cette chose.<sup>59</sup>

En somme  $D \equiv S \Rightarrow R$ , pour quelque conditionnel modal  $\Rightarrow$ , exprimerait une telle disposition. Toutefois, dans ce cas, à supposer que cette régularité soit sans exceptions, il aurait fallu renoncer à l'affirmation du holisme propre à la deuxième période. En effet, si un objet b satisfait la condition S sans satisfaire R, il est impossible qu'il possède la disposition D définie par cette régularité. Mais alors, si la disposition D exprime un terme théorique, elle serait susceptible d'être infirmée par la seule observation <sup>60</sup>. Une telle conclusion serait contraire à la foi holiste affirmée explicitement dans le §82 de LSL, et plus généralement à la libéralisation de l'empirisme mise en acte dans la deuxième période.

3) renoncer à la définition des termes théoriques par des termes dispositionnels et introduire ceux-ci par des lois, donc par des énoncés irréductibles, même du point de vue exclusif des termes qu'ils contiennent, à un langage non théorique. Ce qui revient à admettre qu'il y a quelque chose d'irréductiblement théorique dans le langage de la science qui s'oppose à l'unité de ce langage. Il faut donc chercher un autre mécanisme, plus faible encore que la réduction, pour rendre compte de la nature empirique des concepts de la science.

C'est vers cette troisième solution que Carnap s'oriente, en affaiblissant la notion de réduction par celle d'interprétation. Cette solution laisse irrésolue la question de l'unité du langage. Puisqu'elle est impossible à démontrer, ne serait-elle pas postulée comme une hypothèse hautement probable ? Carnap semble parfois l'affirmer, par exemple dans sa réponse à Feigl<sup>61</sup>, dans le volume de Schilpp. Toutefois une telle affirmation ne s'appuierait que sur un constat empirique, sans que ce constat soit fondé sur l'analyse logique de la science (comme il l'était dans les deux périodes précédentes).

L'analyse sémantique constitue le deuxième facteur caractérisant cette deuxième période. Dans l'analyse logique du langage de la science, il n'y a plus de syntaxe universelle, représentant la méthode générale de l'analyse, mais deux instruments formels, la syntaxe et la sémantique, grâce auxquels il est possible de définir, d'analyser et de comparer les cadres linguistiques que nous adoptons dans nos théories. L'analyse logique ne peut plus d'aucune manière se restreindre à des entités syntaxiques. Il faut reconnaître aux notions de vérité et de signification leur nature sémantique. Carnap

---

<sup>59</sup> [Carnap Me] page 63.

<sup>60</sup> [Carnap Me] page 67.

<sup>61</sup> [Schilpp] pp 882-883. Carnap y affirme entre autre : « these theses [celles exprimant l'unité de la science par le langage physicaliste] do not represent firmly established knowledge but sweeping extrapolating hypotheses. However, as Feigl has clearly pointed out, the evidence for them is growing stronger due to the progress of research in physics, chemistry, and in physiology of the central nervous system in recent decades ».

affirmait déjà dans LSL que l'interprétation d'un langage n'est rien d'autre que la traduction d'un langage dans un autre<sup>62</sup>. Il croyait à l'époque que cette traduction pouvait être menée dans les limites de la syntaxe. Seule cette dernière affirmation est abandonnée dans la troisième période. L'interprétation d'un langage est une traduction de ce langage dans un métalangage spécial, le métalangage sémantique. La traduction se fait par le biais de la relation de désignation. Cette relation fait correspondre aux entités linguistiques du langage objet des entités linguistiques du langage sémantique. Ces entités linguistiques du langage sémantique appartiennent à des catégories différentes : objets, relations, propriétés. La nature de ces entités ne doit, d'aucune manière, être considérée comme autre que linguistique. La relation de désignation n'est pas une relation causale entre désignateur et désigné, mais exclusivement une relation factuelle entre un désignateur et ce que ce désignateur signifie pour une communauté linguistique à travers des règles de correspondance. L'interprétation ne serait alors rien d'autre qu'une détermination en accord avec les postulats de la sémantique tarskienne.

Or, l'affirmation de l'unité empiriquement constatée du langage, se concilie mal avec l'affirmation de la nature exclusivement linguistique des entités sémantiques et avec celle du principe de tolérance comme nous le verrons dans la section 2.3.3. Restituer sa cohérence au système carnapien, en renonçant à l'affirmation empirique de l'unité du langage, signifie alors accepter les conséquences relativistes implicites dans les principes de neutralité et dans le principe de tolérance lorsque ceux-ci ne s'appuient pas sur la notion de réduction dans la démonstration de l'unité de l'expérience. Refuser ce relativisme, signifie émonder le système carnapien du principe de neutralité et de la thèse de la nature linguistique de la logique. C'est ce dernier chemin que Quine suivra pour sauver l'empirisme du relativisme dans lequel Carnap, à son insu, l'avait amené.

### 2.3.1 Analyticité et sémantique

Un des buts principaux de la construction des cadres linguistiques est d'expliquer l'opposition entre vérités analytiques et vérités synthétiques. Cette explication tenait, dans la deuxième période, à l'analyse de la notion de signification en termes syntaxiques. Ce schéma n'est plus applicable.

Connaître la signification d'un énoncé signifie, aussi dans cette troisième période, connaître les conditions de sa vérité et de sa fausseté<sup>63</sup>, mais la notion de vérité, si elle peut être prise en compte par la logique, est une notion sémantique. Rappelons alors la systématisation du langage sémantique donnée dans *Meaning and Necessity*, le dernier des grands écrits sémantiques de Carnap. L'interprétation sémantique est opérée à l'aide d'une notion fondamentale : la description d'état. Étant donné un langage S, une

---

<sup>62</sup> §6 p. 228.

<sup>63</sup> [Carnap MN] §2, page10

description d'état est une classe d'énoncés de S qui, pour chaque formule atomique de S, contient celle-ci ou (exclusivement) sa négation. Une description d'état, de manière analogue à la notion de monde possible chez Leibniz et à celle d'état de choses chez Wittgenstein, est une description complète, en termes d'un langage S, d'un état possible de l'univers. Un énoncé est alors satisfait (*holds*) dans une description d'état tout simplement quand il lui appartient. Grâce à l'ensemble des descriptions d'état possibles, Carnap définit la notion de vérité logique dans un langage (un énoncé de S est logiquement vrai s'il est satisfait dans toutes descriptions d'état associées à S) et celle d'équivalence logique<sup>64</sup> entre désignateurs (énoncés, prédicats, noms etc..) dans S .

Pour chaque expression d'un langage, l'analyse sémantique reconnaît alors deux composantes du contenu, ou comme le dit Carnap, de la signification au sens large <sup>65</sup> : l'extension et l'intension<sup>66</sup>.

L'extension, que Carnap identifie<sup>67</sup> à la notion de dénotation chez Frege, concerne ce qui est dénoté par l'expression du langage relativement à une description d'état. L'extension d'un énoncé est donc sa valeur de vérité, qui sera le vrai si l'énoncé appartient à la description d'état, le Faux autrement. L'expression d'un nom d'individu est un individu et celle d'un prédicat n-aire est une classe de n-uplets d'individus.

L'intension, que Carnap assimile à la notion de sens chez Frege<sup>68</sup>, correspond à ce que « nous saisissons quand nous comprenons une expression sans connaître les faits »<sup>69</sup>. Or, si Frege ne donne pas un critère d'identité pour sa notion de sens, le métalangage sémantique et en particulier la notion d'équivalence logique permettent d'accomplir cette tâche. L'intension d'un énoncé est ainsi une proposition, deux propositions étant identiques si les énoncés qu'elles expriment sont logiquement équivalents. Un prédicat a pour intension une propriété ou une relation. Deux propriétés ou deux relations sont identiques si les prédicats qui leur correspondent sont logiquement équivalents.

La question de la nature analytique de la logique trouve dans la notion de vérité logique son fondement, mais elle devient indiscernable de l'affirmation de la conventionnalité de toutes les vérités théoriques. Les énoncés analytiques sont les

---

<sup>64</sup> Deux énoncés A et B de S seront logiquement équivalents dans S ssi l'énoncé  $A \leftrightarrow B$  est logiquement vrai dans S (satisfait dans toutes les descriptions d'état). Deux Prédicats n-aires P et Q seront logiquement équivalents dans S ssi l'énoncé  $\forall x_1, \dots, x_n P(x_1, \dots, x_n) \leftrightarrow \forall x_1, \dots, x_n Q(x_1, \dots, x_n)$  est logiquement vrai dans S.

<sup>65</sup> [Carnap MN], §29, page 125.

<sup>66</sup> Carnap souligne à propos des intensions qu'elles ne sont pas des entités linguistiques, mentales, ou subjectives, mais qu'on doit leur reconnaître un statut objectif ([Carnap MN], pages 21 et 27). Toutefois il essaye de montrer qu'intensions et extensions ne sont pas de véritables entités mais des formes de langage de l'analyse sémantique réductibles, en principe, à un seul langage sémantique neutre (Ibidem pages 22-23, p. 91 et chap. 4)

<sup>67</sup> À tort, car la dénotation d'un nom de concept est chez Frege le concept dénoté par ce nom et non la classe qui lui correspond.

<sup>68</sup> [Carnap MN], §29, page 125.

<sup>69</sup> Ibidem.

énoncés logiquement vrais c'est à dire vrais dans toutes les descriptions d'état associées à un langage donné. Ils sont donc des vérités de cadre, c'est-à-dire ces vérités que nous sommes automatiquement contraints d'accepter par le seul fait d'adopter un cadre linguistique. Toutefois du point de vue de la seule interprétation logique, les vérités des sciences dites expérimentales sont analytiques au moins autant que les vérités logico-mathématiques. L'interprétation logique ne peut d'aucune manière nous conduire à tracer une ligne de démarcation entre les premières et les secondes. En ce qui concerne l'interprétation logique, elles sont non seulement toutes deux irrémédiablement relatives à un cadre donné, mais elles sont aussi, au même sens, analytiques. Seule une interprétation empirique des termes théoriques sur le langage observationnel, fondée sur des règles de correspondance partielles entre ces deux langages, permettrait de tracer une telle frontière. Les énoncés synthétiques seraient alors ceux reliés au langage d'observation par l'interprétation empirique et il faudra alors analyser cette dernière pour décider du bien fondé de la distinction.

### 2.3.2 De l'interprétation empirique

L'ensemble du langage de la science peut être divisé en deux parties : le langage observationnel ( $L_O$ ) et le langage théorique ( $L_t$ ). L'interprétation "empirique" d'un langage observationnel, est du ressort de la pragmatique et elle consiste dans la mise en correspondance de ce langage avec le comportement d'une communauté de locuteurs. En effet, l'interprétation empirique de  $L_O$  est donnée lorsqu'il est possible d'affirmer que tous les énoncés de  $L_O$  sont compris par tous les membres d'un groupe dans le même sens. Deux problèmes se dégagent de l'analyse de cette interprétation empirique des langages théoriques.

D'abord, en appliquant à cette caractérisation de  $L_O$  le principe de tolérance et le principe de neutralité on devrait conclure que l'ensemble des termes d'un langage observationnel donné ne constitue qu'une des déterminations linguistiques possibles de l'expérience. Carnap semble nuancer une telle variabilité lorsqu'il affirme :

Nous supposons que  $L_O$  contient seulement un type de variables, et que les valeurs de celles-ci sont des événements observables possibles. Dans ce contexte la question de la réalité ne peut être soulevée que par rapport aux événements possibles. L'affirmation qu'un événement possible donné [specified], par exemple l'événement que dans cette vallée il y a eu autrefois un lac, est réel signifie la même chose que l'affirmation que l'énoncé de  $L_O$  qui décrit cet événement est vrai et, par conséquent, signifie la même chose que l'énoncé lui-même : "Cette vallée était un lac".<sup>70</sup>

$L_O$  est un langage logique, avec des constantes logiques et des constantes non logiques, avec des prédicats qui désignent des propriétés observables des événements ("chaud", "froid", "large" etc.) et des relations observables entre ces événements ("x est

---

<sup>70</sup> [Carnap Me] page 45.

plus chaud que y", "x est plus large que y" etc.). L'expérience, on le sait, n'a pas de structure propre, mais elle la reçoit grâce aux langages qui permettent de l'exprimer. Pourquoi alors prendre comme hypothèse que les variables du langage d'observation ne prennent comme valeurs que des événements ? Pourquoi pas d'autres types de valeurs ? En considérant les objets comme des intervalles de l'espace-temps, la notion d'objet, de chose, recoupe celle d'événement. Toutefois ce choix ontologique est, et ne peut pas ne pas être, de nature philosophique. En absence de toute motivation, d'autres choix ontologiques peuvent guider la construction de  $L_O$ . Or, rien n'assure, en principe, l'existence d'une traduction d'un langage observationnel construit en accord avec certains choix ontologiques, en un langage observationnel construit selon d'autres choix ontologiques.

Ensuite, le langage théorique  $L_t$  à son tour est constitué, sans restriction d'aucune sorte, par des termes portant sur un domaine d'entités, qui comprend aussi des classes. À l'interprétation dans le métalangage sémantique s'ajoute donc l'interprétation empirique, c'est à dire la mise en correspondance partielle des termes de  $L_t$  et des termes de  $L_O$ . Cette mise en correspondance est partielle, car elle ne concerne que certains termes de  $L_t$ . Elle ne s'exprime pas par des énoncés de réduction mais par de véritables lois, appelées *règles de correspondance*. Elles indiquent comment « utiliser » certains termes de  $L_t$  afin d'en tirer des prédictions pouvant être formulées dans  $L_O$ <sup>71</sup>.

Comme dans la deuxième période il y a holisme et sous-détermination du langage théorique par rapport au langage observationnel. Il n'y a pas un langage théorique correct face à l'expérience telle qu'elle est structurée par le langage observationnel. Il n'y a que des choix plus ou moins appropriés à nos buts.

À la différence de la deuxième période, nous l'avons anticipé, il n'y a pas un langage unitaire de la science qui permette de comparer ou d'évaluer ces choix. Tout langage théorique est alors déterminé par rapport à un langage observationnel dont la neutralité ne peut plus être démontrée par le mécanisme logique de la réduction.

Ce fait soulève évidemment des difficultés pour le principe de neutralité comme pour le principe de tolérance.

### **2.3.3 Neutralité, tolérance et sémantique**

Le principe de neutralité se réduit à une conséquence de la conventionnalité des cadres linguistiques.

Les cadres linguistiques dans lesquels nos théories sont formulées sont de nature conventionnelle (choisis librement), mais Carnap ne fait aucun effort pour montrer la nature formelle des éléments de la sémantique dans *Meaning and Necessity*. Il faut en

---

<sup>71</sup> À moins de renoncer, comme nous l'avons dit plus haut, ou bien à la libéralisation du modèle verificationniste, ou bien à l'opposition entre analytique/synthétique.

effet avoir recours à l'opposition entre interprétation logique (sémantique) et interprétation empirique d'un langage, pour formuler le principe de neutralité dans ce nouveau contexte. La sémantique donne à chaque entité de la syntaxe un référent extra-syntaxique, dont la valeur référentielle n'est qu'interne au cadre linguistique en question. Puisque les faits sous-déterminent les théories, aucune interprétation empirique ne pourra déterminer le choix d'un cadre linguistique face à un autre compatible avec la même interprétation empirique. Or, comme les seules questions susceptibles d'avoir des réponses oui/non sont celles dont la signification peut être ramenée ou bien à une interprétation sémantique à l'intérieur d'un cadre, ou bien à celle, empirique, d'un énoncé sur une propriété observable, les questions ontologiques externes sont absolument dépourvues de contenu. La question de la réalité externe de ces entités est repoussée ainsi que celle de la réalité de n'importe quelle autre entité, logique ou non, présupposée par un cadre. Adoptant un cadre linguistique, Carnap répète ce qu'il avait déjà affirmé dans la deuxième période. Les réponses à des questions de nature théorique jouent certainement leur rôle : dans l'évaluation du pouvoir explicatif, de la simplicité, de la cohérence d'une théorie formulée à l'aide d'un cadre linguistique donné. Toutefois ces mêmes réponses ne peuvent pas être utilisées pour confirmer l'existence des entités que le cadre présuppose.

L'acceptation ou la répudiation de formes linguistiques abstraites, tout comme l'acceptation ou la répudiation de n'importe quelle forme linguistique dans n'importe quelle branche de la science, sera en définitive décidée par leur efficacité instrumentale, le rapport des résultats obtenus à la quantité et la complexité des efforts requis.<sup>72</sup>

Ces questions de nature théorique ne sont pas susceptibles d'une réponse oui-non, et pour cette raison il serait erroné d'affirmer que l'efficacité d'un cadre linguistique implique l'existence des entités présupposées dans ce cadre. On pourrait plutôt dire qu'une telle efficacité rend souhaitable l'adoption d'un tel cadre, mais ce serait prendre des désirs pour des réalités que d'en conclure à l'existence des entités présupposées par le cadre en question.

Comme dans la deuxième période, les entités théoriques ne sont posées qu'hypothétiquement. On les utilise *comme si* elles existaient, mais cette affirmation d'existence ne peut pas dépasser les limites du langage. Le holisme de ce dernier ainsi que l'impossibilité d'expériences cruciales (impossibilité implicitement affirmée par Carnap lorsqu'il abandonne la notion de disposition), nous empêchent de tirer une quelconque conclusion ontologique du choix des cadres qui les présupposent.

Toutefois, si dans la deuxième période il était possible d'affirmer que différents langages sont conformes à l'expérience, et que, donc, nos théories sont vraies dans un

---

<sup>72</sup> [Carnap MN] page 221 .

sens non exclusivement logique du terme, comment réitérer une telle affirmation en l'absence d'un langage unitaire ? En l'absence d'un procédé de réduction, rien ne garantit la traductibilité d'un langage observationnel dans un autre. Mais si l'on ne peut pas sortir des limites du langage et si le langage lui-même ne peut pas garantir l'unité de l'expérience nous sommes condamnés à la relativité de notre connaissance, nous sommes condamnés à l'incommunicabilité.

La seule manière d'échapper à des telles conclusions est de rétablir l'unité du langage, de l'assumer dogmatiquement comme dans la première période ou d'en faire le résultat d'un constat empirique. La seule manière d'éviter le relativisme et de sauver le projet empiriste est de renoncer à la tolérance, au moins en ce qui concerne le langage d'observation et la logique qui le structure.

En effet, Carnap revient partiellement<sup>73</sup> sur la nature absolue du principe de tolérance. Deux faits peuvent être cités à l'appui de cette affirmation.

En premier lieu, la reconnaissance de la nature sémantique de certaines notions logiques impose des restrictions dans la liberté des choix du langage syntaxique. Le choix du cadre est absolument libre, mais la liberté des formes syntaxiques doit être soumise à l'adéquation de ces formes à la sémantique choisie pour les interpréter. La liberté que le principe de tolérance impliquait dans la première période permettait même d'admettre des structures syntaxiques contradictoires. La nécessité de définir une sémantique exclut cette possibilité dans la troisième période. Le paragraphe 12 de *Foundations of Logic and Mathematics*<sup>74</sup> pose déjà ouvertement la question : en quel sens pouvons nous dire que la logique est question de convention ? Carnap y répond en distinguant deux méthodes de définition des cadres logiques. La première méthode part d'une signification pré-formelle implicitement assumée des signes logiques. La définition des règles sémantiques doit alors être adéquate par rapport à cette interprétation implicite. À son tour, la définition des règles syntaxiques doit être adéquate et complète par rapport aux règles sémantiques. La deuxième méthode part des règles syntaxiques, pour leur associer ensuite une sémantique formelle, qui à son tour constitue un moyen terme pour l'interprétation empirique, pré-formelle.

Toutefois, conclut Carnap :

[...] la logique, ou les règles de déduction (dans notre terminologie les règles syntaxiques de transformation) peuvent être choisies arbitrairement, et sont donc conventionnelles, si elles sont prises comme la base de la construction du langage du système et si l'interprétation du système est ultérieurement surimposée. D'autre part un système logique n'est pas choisi, mais il est soit correct soit incorrect, quand l'interprétation des signes logiques est donnée au préalable. Mais, même ici, les

---

<sup>73</sup> Seulement de manière partielle puisque si le principe de tolérance est encore évoqué pour nier, dans "Empiricism, Semantics and Ontology", ([Carnap MN] page 205-291), que l'abandon du point de vue exclusivement syntaxique en faveur de l'analyse sémantique, ne présuppose pas l'acceptation d'entités mathématiques abstraites.

<sup>74</sup> [Carnap FLM].

conventions sont d'une importance fondamentale, car la base sur laquelle la logique est construite, à savoir l'interprétation des signes logiques (par exemple par la détermination des conditions de vérité), peut être choisie librement<sup>75</sup>

Cependant si la conventionnalité du cadre logique face à l'expérience justifie encore le principe de tolérance logique, la structure même du rapport entre expérience et théorie, tel qu'il est envisagé dans cette troisième période, en affaiblit la portée. Personne ne peut en effet douter que les règles logiques d'un calcul non-interprété pourraient être choisies arbitrairement. Toutefois si les théories considérées sont des théories empiriquement interprétées et « applicables pour les buts de la communication »<sup>76</sup> alors des raisons méthodologiques de simplicité et d'harmonisation pourraient nous pousser vers l'adoption de la même définition des mots logiques dans le langage observationnel et dans le langage théorique. Une telle conclusion amènerait à l'abandon du principe de tolérance non pas dans le choix des entités théoriques mais exclusivement dans le choix des mots logiques qui organisent les énoncés du langage théorique<sup>77</sup>.

En deuxième lieu, le rapport langage objet/métalangage (sémantique ou syntaxique) présuppose que le métalangage est un véritable langage intersubjectif d'interprétation. Dans la réponse à Beth, dans le volume de Schilpp, Carnap affirme :

Puisque le métalangage ML sert de moyen de communication entre un auteur et un lecteur ou entre les participants à une discussion, je présuppose toujours, aussi bien en syntaxe qu'en sémantique, qu'une interprétation fixée de ML, qui est partagée par tous les participants est donnée. Généralement cette interprétation n'est pas formulée explicitement; mais puisque ML emploie des mots français [anglais dans le texte], il est supposé que ces mots sont compris en leur sens ordinaire. La nécessité de cette présupposition d'une interprétation commune du métalangage me paraît évidente.<sup>78</sup>

Or, sur quel présupposé peut-on fonder une telle affirmation d'évidence ?

Rien dans la structure du monde, rien dans la structure de l'expérience et rien dans la structure du langage ne justifie une telle affirmation.

L'existence d'un tel langage universel d'explication et de discussion pourrait être l'objet d'un constat empirique et, en tant que tel, justifié par un raisonnement inductif. Mais comment un tel constat serait-il compatible non seulement avec le principe de tolérance mais aussi avec le principe de neutralité ? Un tel constat, puisqu'il ne peut être objet d'une démonstration-réduction logique, ne révèle pas à lui seul l'existence d'un contenu, même empirique, de notre logique, de la logique qui rend possible toute traduction ? Un tel constat ne devrait-il pas relever des caractères fondamentaux du rapport entre *le monde et le langage* (unique) dans lequel ce monde peut être décrit ? Et

---

<sup>75</sup> Ibidem, page 28.

<sup>76</sup> Ibidem, page 27

<sup>77</sup> C'est au nom d'un argument semblable que Quine, bien que sous l'hypothèse d'un principe de neutralité restreint, refusera le principe de tolérance.

<sup>78</sup> [Schilpp], page 929



l'existence de ces caractères ne réduit-elle pas à rien la thèse de l'absence de contenu de la logique?

L'absence d'une réponse à ces questions fait peser une lourde hypothèque sur la cohérence de la troisième période carnapienne.

## **2.4 L'instrumentalisme de Carnap, et l'instrumentalisme moderne**

Le principe de tolérance logique implique le relativisme lorsqu'aucune raison d'ordre logique (un processus de constitution ou de réduction) ou ontologique (des catégories fondamentales de la connaissance) ne peut fonder l'unité de la connaissance. Lorsque Carnap postule cette unité dans la troisième période, il semble faire reposer la conformité de la science à l'expérience sur une sorte de miracle, d'harmonie préétablie ; puisque de fait nous pouvons nous comprendre et discuter de nos choix, alors nécessairement :

- a) notre langage observationnel est réductible à l'unité
- b) notre langage théorique est interprétable dans un métalangage commun.

Cette nécessité de fait et *a posteriori* n'est fondée que sur un constat de nature empirique, et a la force d'une assertion seulement hautement probable.

Il est facile de rejeter une affirmation de tolérance basée sur de tels présupposés, et Quine le fera, dans *Philosophy of Logic*<sup>79</sup>, avec beaucoup d'aisance. S'il y a un langage observationnel commun, s'il y a, pour tout langage objet, un métalangage unificateur, cela veut dire qu'il y a une structure logique commune, unique et universelle, dans laquelle nous nous exprimons et nous communiquons. Dévier de cette structure commune, ne peut, de fait, qu'entraîner de la confusion, car on s'éloigne alors de la norme que la science a jusqu'ici, dans la plupart des cas, respecté, et qui est justifiée par l'universalité des structures logiques enracinées dans le langage.

Indépendamment du bien fondé des prémisses de Quine (l'existence d'une structure logique commune à tout langage, l'existence d'un langage d'observation neutre et unique), on ne peut échapper à sa critique que de deux manières :

a) affirmer tout simplement qu'il n'y a pas de langage commun, que tout est relatif à des choix pragmatiques, et que donc l'incommunicabilité est de fait la norme dans la science, en acceptant sans réserves les conséquences relativistes du principe de tolérance, (lorsqu'il est couplé aux principes de neutralité et d'analyticité formelle)

b) fonder la pluralité logique sur la pluralité ontologique, en rejetant le principe de neutralité et celui d'analyticité formelle, qui avec la tolérance impliquent le relativisme.

La première solution est celle qui, le plus sournoisement, semble faire l'unanimité dans les rangs de l'instrumentalisme moderne. En souscrivant implicitement au principe

---

<sup>79</sup> [Quine PL]

de neutralité, on nie toute portée ontologique au travail de formalisation mis en œuvre par la logique. En acceptant le principe d'analyticité formelle, dans la troisième des formes que Carnap lui a données, on nie tout engagement ontologique dans l'usage des entités sémantiques.

Y a-t-il des raisons de renoncer à ces deux principes, l'analyticité formelle et la neutralité ? C'est vers l'analyse de Gödel que nous allons nous tourner pour répondre à cette question.

### **3. Gödel et les principes de neutralité et d'analyticité formelle**

Les principes de neutralité et d'analyticité formelle sont-ils compatibles avec les résultats de l'analyse logique lorsqu'on adopte l'hypothèse que la vérité d'une théorie entraîne de quelque manière sa conformité à l'expérience ? Gödel montre dans "*Is Mathematics Syntax of Language?*" que ce n'est pas le cas, les résultats d'incomplétude excluant une telle compatibilité.

Avant d'exposer ses arguments, faisons une remarque préliminaire. Le bien fondé des observations de Gödel n'a pas reçu un jugement unanime. Les éditeurs des manuscrits de Gödel, Goldfarb et Consuegra, en ont proposé une analyse qui, résumée en deux mots, tient en ceci : lorsque les critiques de Gödel rejoignent celles de Quine, elles sont correctes. Lorsqu'elles s'en éloignent, elles témoignent d'une conception de la science paradoxalement influencée par les notions de fait et de vérification propres au néopositivisme du Cercle de Vienne, avant le tournant représenté par LSL. En particulier, Gödel :

a) ne saisisait pas la portée novatrice de LSL et continuerait de se placer dans une perspective fondationnaliste de justification des vérités mathématiques qui n'était plus celle de Carnap

b) fonderait ses critiques sur une notion pré-popperienne de fait empirique que Carnap avait déjà abandonnée avant d'écrire LSL.

Notre interprétation de ces écrits de Gödel nous conduit à une conclusion exactement opposée. Quine rejoint Gödel dans la critique de la conception de l'analyticité de Carnap. S'il refuse les conclusions de Gödel aussi bien que la notion de signification que ces conclusions présupposent, et qui est la seule à pouvoir expliquer la nature analytique des mathématiques, c'est simplement qu'il est guidé par le souci de

sauver la thèse empiriste de l'indifférence de l'analyse ontologique pour la vérité, dernier avatar du principe de neutralité de Carnap.<sup>80</sup>

Dans la suite, et dans les limites propres à ce travail, nous essayerons d'expliquer, en suivant cette hypothèse interprétative, la pertinence et la portée effective des critiques de Gödel à l'encontre des prémisses de l'instrumentalisme, renvoyant l'analyse des positions quiniennes au chapitre suivant.

### **3.1 L'analyse des arguments de Gödel par W. Goldfarb et R. Consuegra**

Il est sans doute utile de rappeler ici avec quelque détail l'interprétation que les deux éditeurs des manuscrits de Gödel en donnent.

Goldfarb reconstruit l'analyse de Gödel en s'appuyant sur deux thèses qui sont explicitement formulées dans les versions II et III de *Is Mathematics Syntax of Language*.

La première thèse est une réfutation de l'idée positiviste selon laquelle les mathématiques ne sont rien d'autre que de la syntaxe, la validité de leurs théorèmes consistant exclusivement dans le fait qu'ils sont conséquences de certaines conventions relatives à l'usage des symboles.

Selon la reconstruction de Goldfarb, Gödel donnerait essentiellement deux arguments pour réfuter cette thèse, tous deux basés sur la prétendue circularité de celle-ci.

1 a) Le premier argument, qui occupe une place centrale dans l'analyse gödelienne, découle du deuxième théorème d'incomplétude. Goldfarb le restitue ainsi:

Gödel soutient que « une règle portant sur la vérité des énoncés peut-être dite *syntaxique* seulement s'il est clair par sa propre formulation ou si l'on peut en quelque manière reconnaître préalablement qu'elle n'implique ni la vérité ni la fausseté d'aucun énoncé "factuel" ». Cette exigence sera satisfaite uniquement si la règle de syntaxe est cohérente, puisque autrement cette règle impliquerait tous les énoncés, énoncés factuels inclus. Donc, en vertu du Second Théorème, la part des mathématiques non dérivables par la règle doit être invoquée pour la justifier, et l'affirmation que les mathématiques sont uniquement le produit de règles syntaxiques est contredite.<sup>81</sup>

1 b) le deuxième argument, dont d'ailleurs, selon Goldfarb, Gödel ne ferait pas grand usage, est indépendant du deuxième théorème d'incomplétude. La syntaxe doit être finitaire, cela va de soi pour Gödel, car si l'on accepte des raisonnements non-finitaires le programme

---

<sup>80</sup> Dans *Pursuit of Truth*, Quine énonce le principe d'indifférence de l'analyse ontologique pour la vérité avec un ton particulièrement carnapien : « Quels peuvent être ces objets dans leur particularité est indifférent pour les énoncés d'observation, indifférent pour l'appui qu'ils prêtent aux énoncés théoriques, indifférent pour le succès de la théorie dans ses prédictions » [Quine PT], page 57. Il suffit d'éliminer la restriction (nominaliste) aux objets individuels pour retrouver le principe de neutralité si cher à son maître.

<sup>81</sup> [Gödel CW III] page 327.

est transformé en son opposé: [...] au lieu de justifier les axiomes mathématiques en les réduisant à des règles syntaxiques, ces axiomes (ou du moins certains d'entre eux) deviennent nécessaires pour justifier les règles syntaxiques.<sup>82</sup>

La deuxième thèse est une réfutation de l'idée positiviste selon laquelle les mathématiques n'ont pas de contenu. Gödel objecte que cette affirmation ne peut être acceptée qu'à condition de restreindre, dès le départ, la notion de contenu à celle de contenu empirique et ce de manière inacceptable même d'un point de vue empiriste.

Cette affirmation s'appuie, toujours selon la reconstruction de Goldfarb, sur deux arguments.

2 a) Le premier n'est qu'une conséquence de la réfutation de la première thèse. Les mathématiques ont un contenu et cela est établi par l'impossibilité d'éliminer l'intuition mathématique ou, comme le dit Goldfarb, à cause de "l'impossibilité de donner une réduction épistémologique des mathématiques à la syntaxe ou à des conventions" (page 331 *ibidem*).

2 b) Le deuxième argument est basé sur l'analogie entre lois mathématiques et lois de la nature. Gödel montre qu'il est possible d'analyser la notion de contenu empirique de manière telle que les lois de la nature soient vides de contenu exactement au sens où les lois mathématiques le seraient. Goldfarb ajoute ensuite :

Ce genre d'argument est proche de ceux que Quine formulait à la même époque dans le cadre de son attaque contre la distinction analytique/synthétique, centrale dans le système de Carnap [...] Mais Quine invoque ces arguments à l'appui de la conception selon laquelle il n'y a aucune distinction philosophiquement intéressante à faire entre les vérités mathématiques et les vérités empiriques. [...] Gödel, au contraire, invoque l'argument pour montrer une analogie entre les lois empiriques et mathématiques. [...] Son désaccord avec les positivistes réside dans sa conception d'un domaine de concepts comme une réalité indépendante, à laquelle les notions d'objet, de fait et de contenu s'appliquent juste comme elles le font pour le monde de l'empirie.<sup>83</sup>

Si on reconstitue le point de vue de Gödel de cette façon, il est facile d'établir son absence d'emprise sur le projet carnapien.

Les arguments 1b et 2a ne sont concluants que d'un point de vue fondationnaliste. Puisque pour le Carnap de LSL il ne s'agissait plus de justifier ou de fonder les mathématiques, les remarques de Gödel ne l'affectent pas. Goldfarb, en effet, remarque à juste titre :

Carnap ne considérerait pas la réduction des mathématiques à la syntaxe comme un moyen de fonder les mathématiques [...] Carnap aurait admis que, tandis que les vérités mathématiques proviennent des règles syntaxiques, notre reconnaissance de vérités particulières ou notre confiance dans une formulation déterminée de ce qui peut être inféré à partir des règles syntaxiques exige plus de mathématiques que celles que ces

---

<sup>82</sup> Goldfarb cite ce passage de la version III, §19 à la page 329 de [Gödel CW III]. La citation est toutefois incomplète. Il manque en réalité la dernière parenthèse qui ramène la nécessité de justification, non pas aux règles elles mêmes, mais à la cohérence des règles (sur ce point voir plus bas).

<sup>83</sup> [Gödel CW III] page 332.

règles permettent d'obtenir, ou des mathématiques différentes. (Évidemment, aurait-il di, ces mathématiques supplémentaires ou différentes sont également l'affaire de règles syntaxiques, quoique différentes des précédentes).<sup>84</sup>

Les deux circularités dénoncées par Gödel ne seraient donc telles que du point de vue fondationnaliste.

En effet Carnap admet explicitement que le caractère linguistique des mathématiques ne saurait être manifesté que par une hiérarchie infinie de systèmes syntaxiques. Mais cela ne contredit pas l'affirmation de la nature syntaxique des énoncés logico-mathématiques. Une hiérarchie de systèmes n'est rien d'autre qu'un ensemble hiérarchique de règles dont l'usage ne présuppose que la manipulation de symboles. C'est tout ce que la satisfaction du programme carnapien exige.

Les arguments 1a et 2b dépendent à leur tour d'une conception vétuste de la notion de fait empirique, conçu comme préalable à la définition d'un cadre linguistique et indépendant de celle-ci.

Lorsque Gödel demande que la vérité ou la fausseté d'un "énoncé factuel" ne soit jamais dérivable des règles réellement syntaxiques, il est en train de présupposer un domaine du factuel ou de l'empirique qui serait déterminable indépendamment des règles syntaxiques en question. Selon cette image que Gödel attribuerait au positivisme de Carnap, il y aurait des énoncés empiriques dont la vérité serait déterminable uniquement par les faits. Gödel demanderait donc que l'addition des règles syntaxiques n'affecte pas cet ensemble d'énoncés empiriques.

Mais :

[...] *Logical Syntax* peut être lu comme présentant une position différente, plus élaborée, exprimée par l'abandon, par Carnap, de l'étiquette "tautologique" et, surtout, par l'adoption du Principe de Tolérance. Dans cette conception de Carnap, il n'y a aucune notion de "fait" ou de "monde de l'empirie" qui soit donnée préalablement au cadre linguistique. Les règles du langage, et donc les mathématiques, doivent être mises en place avant que l'on puisse attribuer un sens à de telles notions. Pour que l'argument de Gödel puisse s'appliquer à *Logical Syntax* il faudrait supposer une notion de fait empirique qui transcende ou qui traverse les différents cadres linguistiques. Mais c'est un point central de *Logical Syntax* que de telles notions transcendantes doivent être rejetées.[...] Par conséquent cette lecture des conceptions de Carnap dispose de la formulation de l'argument de Gödel.<sup>85</sup>

Enfin lorsque Gödel analyse les différences entre le royaume des mathématiques et celui de la physique, il présuppose la même notion de fait empirique indépendant du cadre linguistique :

On voit donc que Gödel, dans son argument basé sur le second théorème d'incomplétude, a des vues étonnamment ressemblantes à celles qu'il prête aux

---

<sup>84</sup> Ibidem, page 329.

<sup>85</sup> Ibidem, page 328.

positivistes [...] à savoir un monde de l'empirie fixé indépendamment des mathématiques.<sup>86</sup>

Le diagnostic de Consuegra, bien qu'il soit beaucoup plus attentif à la lettre des arguments gödeliens, est identique.

Gödel étairait sa prétendue réfutation du programme carnapien de la manière suivante :

[...] il écrit que par elles-mêmes les exigences du point de vue syntaxique imposent l'usage exclusif de concepts syntaxiques, c'est à dire de concepts finitistes se référant à des combinaisons finies de symboles et à des axiomes évidents sur ces combinaisons. Sinon nous devrions recourir à des concepts "abstraites" qui ne peuvent être compris sans l'intuition mathématique, ce qui est précisément ce que le point de vue syntaxique essaye d'éviter.<sup>87</sup>

Pour Consuegra cette critique est surprenante. Carnap connaissait certainement les conséquences des théorèmes d'incomplétude; quant à la question de la cohérence, il aurait probablement répondu que :

[...] justement parce que l'incohérence est indémontrable, il n'y avait aucun sens à en tenir compte pour ses règles [les règles de la syntaxe générale], puisqu'il n'y a aucun sens à la considérer dans le cas des mathématiques. Par conséquent la cohérence devrait être "empirique" dans les deux cas, c'est à dire relative à la qualité des résultats obtenus.<sup>88</sup>

Quant à la deuxième thèse prise en compte par Gödel, celle du manque de contenu des énoncés logico-mathématiques, Consuegra relève essentiellement que la comparaison entre mathématiques et sciences physiques montre que Gödel ne se place pas d'un point de vue réductionniste puisqu'il rejoint, sous plusieurs aspects, la conception holiste exprimée par Carnap au § 82 et soutenue ultérieurement par Quine. Toutefois, ne pouvant pas accepter l'élimination de la frontière entre analytique et synthétique, que le holisme correctement entendu implique, Gödel serait contraint de se replier sur des notions obscures telles que celles d'intuition immédiate, de signification et de perception d'objets mathématiques. En somme :

Gödel présuppose "le donné" à l'intérieur d'un domaine qui présente encore plus de difficultés que les sciences naturelles proprement dites, ce qu'aujourd'hui personne n'admet pour éviter d'être accusé de fondationnalisme. Pour résumer: Gödel semble accepter des faits purs, par conséquent il semble accepter que les faits puissent être indépendants des théories, tandis que certains de ses arguments peuvent être interprétés holistiquement. De sorte que son analogie entre les mathématiques et les sciences naturelles semble minée au principe: elle dépend d'un concept de la science plutôt typique du positivisme logique.<sup>89</sup>

---

<sup>86</sup> Ibidem, page 333.

<sup>87</sup> Page 68 de l'édition de Consuegra [Consuegra].

<sup>88</sup> Ibidem, page 69.

<sup>89</sup> Ibidem, page 98.

Cette reconstruction des arguments de Gödel est-elle correcte ? C'est ce que nous analyserons dans les deux sections qui suivent.

### 3.2 Les énoncés logico-mathématiques ont un contenu

Commençons par la première thèse. Gödel prouve qu'il est impossible d'affirmer de manière cohérente que les énoncés logico-mathématiques n'ont pas de contenu. Affirmer que ces énoncés n'ont pas de contenu signifie affirmer qu'ils sont absolument conventionnels. Or un énoncé ne peut être dit conventionnel<sup>90</sup> que relativement à un ensemble de connaissances présupposées. Par une sorte d'abus de langage, un énoncé pourra être dit absolument conventionnel s'il n'ajoute rien au langage, c'est-à-dire à ce corps d'expressions qui est indispensable pour formuler et appliquer n'importe quelle convention. Ainsi affirmer le manque de contenu des énoncés logico-mathématiques revient à affirmer leur nature exclusivement linguistique comme Carnap l'affirme dans les trois périodes de l'évolution de sa pensée. L'argument de Gödel vise à montrer qu'une telle conception ne peut ni fonder, ni expliquer<sup>91</sup> l'activité logico-mathématique.

Nous pouvons dissocier l'argument gödelien en deux parties distinctes. La première conclut à l'impossibilité d'une fondation ou d'une explication linguistique pour les mathématiques, qu'elles soient classiques ou intuitionnistes, la deuxième à l'impossibilité d'une fondation, ou explication linguistique, pour les mathématiques finitaires et la logique.

#### 3.2.1 Les mathématiques ont un contenu

Il n'est évidemment pas ici question de nier l'évidence à savoir que :

1) pour Gödel, comme nous l'avons rappelé plus haut, la notion de syntaxe infinitaire est un non-sens<sup>92</sup>

2) pour son propre compte, Gödel est clairement fondationnaliste et sa conception de la tâche de l'analyse logique et philosophique est inconciliable avec la notion carnapienne d'explication.<sup>93</sup>

---

<sup>90</sup> [Gödel CW III], version III, §21, pages 342-343.

<sup>91</sup> Au sens de Carnap, une explication consiste dans la donnée de règles d'usage explicites dans le cadre d'un langage dont les ressources expressives sont exactement recensées. Une explication linguistique des mathématiques consisterait donc dans le fait de remplacer les concepts abstraits et transfinis de celles-ci par des règles d'usage n'impliquant que des symboles et des règles d'agencement de symboles. De manière générale une explication doit être jugée selon des critères pratiques de simplicité, de fécondité et d'efficacité. Elle doit donc rendre compte au moins de l'usage du langage mathématique dans la pratique de la science. Une partie de l'argument de Gödel, comme nous le verrons, vise explicitement à montrer qu'aucune explication des mathématiques en termes linguistiques ne peut être pragmatiquement adéquate.

<sup>92</sup> D'ailleurs la note 19 de la version III est explicite en ce sens [Gödel CW III] page 341.

<sup>93</sup> Pour Gödel le but de l'analyse logique (et plus généralement philosophique), comme le remarque Hao Wang dans son *Reflections on Kurt Gödel* [Wang], est d'arriver à des "progrès conceptuels fondamentaux", non controversés et indépendants de la considération d'un langage ou de l'usage de la notion en question dans un domaine restreint.

Il s'agit plutôt de comprendre quelle est la place de ces convictions de Gödel dans sa critique de la solution de Carnap. Gödel omet-il les prémisses de la solution de Carnap, à savoir l'idée de libéraliser la notion de syntaxe afin d'expliquer (au sens technique du terme) la notion de vérité mathématique en accord avec les théorèmes d'incomplétude, ou, au contraire en fait-il le point de départ de sa réfutation ?

Les textes de Gödel nous livrent des nombreux indices qui permettent de donner à ces questions une réponse différente de celle soutenue dans les analyses de Goldfarb et Consuegra.

Il sera opportun de diviser notre examen en deux parties. D'abord nous considérerons la forme de l'argument de Gödel, ensuite son contenu. Les différences importantes entre les versions II et III d'un côté, et V et VI de l'autre<sup>94</sup> invitent à procéder ainsi. Ce qui change essentiellement dans ces versions est la visée du propos de Gödel, explicitement plus ample et générale dans les versions II et III, plus restreinte dans les versions V et VI.

Les premiers paragraphes de ces deux groupes de textes témoignent d'emblée de cette différence. La version III mentionne au §1 la conception de Carnap, Hahn et Schlick du Cercle de Vienne autour des années 1930. Elle ne cite qu'au §4 *The Logical Syntax* et mentionne seulement au § 45 les développements sémantiques les plus récents de Carnap. La version V s'ouvre au contraire directement sur la position de Carnap après 1930 :

Il est bien connu que Carnap a développé, dans les plus grands détails, la conception des mathématiques comme syntaxe (ou sémantique) du langage.<sup>95</sup>

La différence n'est pas d'ordre stylistique et négliger ce fait peut porter à de graves erreurs d'appréciation . Dans la version III Gödel commente trois variantes distinctes de la conception "linguistique" des mathématiques :

- celle qui est propre au Cercle de Vienne, et qui affirme la possibilité de **réduire** (au sens technique de "définir") les mathématiques à une syntaxe conçue en accord avec "le programme wittgensteinien" mentionné par Coffa

- celle qui est propre au Carnap de LSL et pour laquelle il ne s'agit pas de réduire (à) mais de **remplacer** les notions mathématiques de vérité et de conséquence par des termes syntaxiques d'une syntaxe libéralisée

- celle "sémantique", que Carnap adopte à partir de 1939, et qui reconnaît la nature sémantique des notions de vérité et de conséquence tout en niant aux entités

---

<sup>94</sup> Goldfarb et Consuegra citent de manière indifférente des passages des ces deux groupes de versions, en soulignant seulement que les versions V et VI représentent des "résumés" des versions II et III. Notre analyse se concentrera essentiellement sur la version III, la plus complète et la plus détaillée.

<sup>95</sup> [Gödel CW III], version V, page 356.



mathématiques, présupposées par ces notions, toute existence "réelle", en les réduisant à des pures "façon de parler".

La version réductionniste et la version, disons ainsi, *explicationniste* de LSL sont traitées dans les versions II et III dans le même groupe de paragraphes. Gödel toutefois utilise des termes soigneusement choisis afin d'indiquer si ses arguments s'adressent à l'une, à l'autre ou aux deux conceptions à la fois. Lorsque il décrit à la fois les deux premières variantes, il affirme que, selon celles-ci, les mathématiques « **peuvent être interprétées** » comme syntaxe du langage ou « **sont** de la syntaxe du langage »<sup>96</sup>. Il explique ensuite clairement que cette "interprétation" et cet "être" peuvent être considérés au sens de la réductibilité des objets mathématiques aux objets de la syntaxe, ou bien dans le sens de la remplaçabilité des objets mathématiques par des termes de la syntaxe<sup>97</sup>. L'emploi du verbe *to reduce* est donc strictement limité à la considération de la version syntaxique de 1930. Le verbe *to replace* à celle *explicationniste* de LSL.

Cette remarque est confirmée par le fait que la version V, qui quant à elle, ne s'occupe de Carnap qu'à partir de LSL, n'utilise que la notion de remplacement pour décrire le programme syntaxique de celui-ci.

Elle paraît d'autant plus pertinente si l'on considère que *to take the place*, *to replace* et *to substitute* sont les verbes utilisés par Carnap dans *Logical Foundation of Probability*, pour introduire la notion d'explication<sup>98</sup>.

Cette double articulation terminologique de la version III, se reflète dans la double articulation de la critique de Gödel dans ce texte. Celui-ci précise d'abord, en six points, de quelle manière il faut entendre les notions de *mathématique*, *langage*, *syntaxe* et *interprétation*, contenues dans la thèse syntaxique qu'il entend réfuter. C'est ici en particulier qu'il pose les réquisits de cohérence et de finitisme pour les notions de syntaxe et de langage. Ensuite, il divise son argumentation en deux parties pour adapter sa critique de la thèse syntaxique à la variante réductionniste et à la variante explicationniste. Les six conditions qu'il a mentionnées (et auxquelles pourraient souscrire les tenants du programme "wittgensteinien") ne peuvent être satisfaites simultanément, et cela suffit pour réfuter la version fondationnaliste du programme syntaxique car :

[...] c'est seulement dans ce cas [lorsque sont satisfaits les six réquisits] que pourra être donné une fondation satisfaisante des mathématiques indépendante de l'expérience et ne s'appuyant pas sur l'intuition mathématique.<sup>99</sup>

---

<sup>96</sup> [Gödel CW III] §5, page 337 et §12, page 339

<sup>97</sup> [Gödel CW III] note 6 page 335

<sup>98</sup> « The task of the explication consists in transforming a given more or less inexact concept into an exact one or, rather, in **replacing** the first by the second. » (c'est nous qui soulignons) [Carnap LFP] §2, p.3, voir aussi page 6.

<sup>99</sup> [Gödel CW III], page 343, c'est nous qui soulignons.

Ensuite au §25 il se tourne vers la version *explicationniste* en affirmant que mêmes les conditions 1-3, 5, (partie 2), 6 ne peuvent pas être satisfaites conjointement et il explique :

[...] *c'est à dire que les axiomes sur les concepts mathématiques ne peuvent être remplacés par des considérations finitaires sur les combinaisons de symboles et sur leurs propriétés et relations*, où "remplacer" signifie que les mêmes conséquences sur les faits constatables (pour être plus exact les mêmes propositions universelles à leur sujet) peuvent être dérivées dans les deux cas, et "fait constatable" signifie ici toute équation numérique résoluble par des fonctions calculables (telles que  $5+7=12$ ) ou des relations combinatoires équivalentes.<sup>100</sup>.

Que le programme visé ici soit exactement celui de Carnap dans LSL, peut être clairement démontré sans tenir compte de l'occurrence du verbe "remplacer" et de sa définition, par le fait suivant : les points 4 et 5 (partie 1), exclus ici par Gödel dans la liste des pré-conditions de l'argument syntaxique, correspondent exactement aux conditions que la libéralisation carnapienne de la notion de syntaxe prescrit d'éliminer.

Il nous semble utile de citer ici ces deux passages (points 4 et 5.1) concernant les réquisits de Gödel.

4. De plus une règle sur la vérité des énoncés peut être appelée syntaxique seulement s'il est clair par sa formulation même, ou s'il peut être compris préliminairement de quelque façon, qu'elle n'implique la vérité ou la fausseté d'aucun "énoncé factuel" ( c'est à dire dont la vérité, due aux règles sémantiques du langage, dépend d'un fait extra-linguistique). Cette exigence ne découle pas uniquement du concept de convention sur l'usage des symboles, mais également du fait de l'absence de contenu des mathématiques sur laquelle repose, en dépit du strict empirisme, leur admissibilité *a priori*. Cette exigence implique que les règles de la syntaxe doivent être démontrablement cohérentes, puisque de leur incohérence découleraient toutes les propositions, propositions factuelles incluses.

5. [...] l'expression "les mathématiques peuvent être *interprétées* comme étant la syntaxe du langage" devrait signifier (1) que les axiomes formels et les procédés de démonstration des mathématiques peuvent être déduits de règles syntaxiques correctement choisies[...]<sup>101</sup>

Le point 4 énonce un réquisit que clairement LSL ne satisfait pas. Les langages I et II de LSL ne sont pas démontrablement cohérents<sup>102</sup>. Carnap admet explicitement la

---

<sup>100</sup> Ibidem, page 344, italique dans le texte. C'est nous qui soulignons en gras.

<sup>101</sup> Ibidem page 339. Notons au passage que l'analyse du point 4 montre bien que la remarque formulée par Goldfarb et rapportée plus haut, selon laquelle l'argument de Gödel se fonderait sur une conception d'un domaine du "factuel" préalable et indépendant du cadre conceptuel constitué par les règles de la syntaxe en question, est privée de tout fondement. Gödel dit explicitement (en plaçant le mot factuel entre guillemets) que cette notion de factualité doit être prise en un sens spécialisé, sens qu'il précise dans la parenthèse « ( c'est-à-dire dont la vérité, étant données les règles sémantiques du langage, dépend d'un fait extralinguistique) ». C'est donc relativement aux règles d'interprétation de la syntaxe sur le langage d'observation, que les énoncés en question peuvent être dits factuels, et donc exclusivement par rapport à ces règles (que Gödel appelle sémantiques) que la distinction entre factuel/non-factuel est, correctement, opérée par Gödel.

<sup>102</sup> Au sens où la cohérence du langage I (respectivement II) ne peut pas être démontrée dans le langage I (respectivement II)

possibilité d'employer des règles syntaxiques d'un langage dont les ressources ne permettent pas d'exprimer leur cohérence.<sup>103</sup> À propos de son théorème 34i.24, affirmant la non-contradiction de son Langage II, Carnap remarque explicitement que la portée de ce théorème ne devrait pas être surestimée car il ne donne aucune certitude sur l'absence de contradictions du Langage II. La dite preuve de 34i.24 est conduite dans une syntaxe plus riche que celle du langage II, et la non-contradiction de ce langage ne pourra pas être affirmée sinon en ayant recours à un langage dont la cohérence sera, là encore, indémontrable.

Gödel, lorsqu'il en vient à considérer la possibilité de réaliser le programme *explicationniste*, montre, en éliminant le réquisit 4, qu'il a parfaitement compris le point de vue carnapien<sup>104</sup>.

Le point 5.1 énonce aussi deux réquisits que LSL ne satisfait manifestement pas. Les axiomes formels du Langage II, ne sont pas déductibles des règles syntaxiques. En effet la démonstration de leur analyticité s'appuie, en ce qui concerne l'axiome du choix et l'axiome d'induction, sur la donnée de ces mêmes axiomes dans le métalangage dans lequel la démonstration est conduite<sup>105</sup>. D'autre part les procédures de preuve utilisées à propos de la notion syntaxique d'analyticité, s'appuient sur la notion de 'valuation', qui n'est pas, à son tour, exprimable dans le Langage II.

Encore une fois en éliminant le réquisit 5.1 dans les pré-réquisits de l'analyse de la version *explicationniste*, Gödel montre qu'il prend explicitement en compte les données de LSL.

Nous pouvons donc paraphraser, au vu de ces remarques, le passage du §25 de la manière suivante. Supposons, dit Gödel, que l'on exige pas d'emblée que le système 'syntaxique' mis en place pour remplacer les notions de vérité mathématique et de conséquence logique soit démontrablement cohérent; supposons aussi que le remplacement permette une interprétation syntaxique des mathématiques, même si les axiomes et les procédures de démonstrations ne sont pas elles mêmes syntaxiques (au sens gödelien du terme). Pourrait-on néanmoins affirmer, se demande Gödel, que le programme syntaxique a réussi ? Pourrait-on affirmer avoir fourni une explication syntaxique (ou plus généralement linguistique) des vérités mathématiques ?

Nous obtiendrons, il est vrai, par ce remplacement des règles d'usage explicites qui, si elles ne fondent pas les mathématiques, devraient au moins expliquer ou exhiber la nature linguistique des mathématiques dans un langage approprié.

---

<sup>103</sup> [Carnap LSL], pages 129 et 134.

<sup>104</sup> Ce qui est "surprenant" c'est que Consuegra n'ait pas relevé ce point lorsqu'il s'étonne de l'attitude de Gödel (voir plus haut).

<sup>105</sup> Carnap discute explicitement la question page 124 de [Carnap LSL]. Le point est très clairement expliqué dans [Rivenc] pages 263 et suivantes.

Toutefois, si l'activité mathématique doit être **expliquée** par la notion de convention, et donc si l'intuition mathématique doit être réellement **remplacée** par la simple activité inférentielle à partir d'un ensemble de règles conventionnelles (et donc sans contenu), cette explication et ce remplacement devraient conduire aux mêmes conclusions quant aux faits vérifiables et déductibles grâce aux mathématiques. En d'autres mots, l'explication linguistique des mathématiques ne doit pas détruire la confiance dans le pouvoir prédictif de celles-ci, et cela aussi bien dans le cas des mathématiques pures que dans celui des mathématiques appliquées. Sur la base de la démonstration d'un théorème mathématique, on peut, par exemple, prédire certains faits concernant les propriétés de certains nombres donnés. Ou encore sur la base de la théorie physique des corps élastiques, formulable par l'application dans une certaine portion des mathématiques, on peut prédire qu'un certain pont, construit en accord avec ces lois, ne s'écroulera pas.

Or, se demande Gödel, qu'est-ce qui peut justifier notre confiance dans le pouvoir prédictif des mathématiques quant à des faits vérifiables (*ascertainable*) ?

i) l'induction empirique, basée sur le fait qu'aucune contradiction n'est apparue jusqu'au présent. Mais alors :

[...] il est vrai que si la cohérence est interprétée comme se référant à la manipulation des symboles physiques, elle est empiriquement vérifiable comme une loi de la nature. Mais si c'est cette cohérence empirique qu'on invoque, les axiomes et les énoncés mathématiques perdent complètement leur caractère "conventionnel", leur "absence de contenu" et leur "aprioricité" [...] <sup>106</sup>.

ii) l'intuition mathématique. Elle nous conduit à croire en l'existence d'objets et de concepts mathématiques. La croyance en l'existence produit la croyance de la cohérence des propriétés qui peuvent être attribuées à ces objets et à leurs relations (car aucun objet ne pourrait satisfaire un ensemble incohérent de propriétés). Cette croyance peut bien sûr être infirmée par l'apparition de contradictions, car l'intuition mathématique, comme la perception sensible, est faillible. Elle est néanmoins une condition suffisante, sauf preuve du contraire, pour justifier la confiance dans les prédictions qui peuvent être formulées grâce aux mathématiques

iii) une preuve mathématique de cohérence. Mais toute preuve mathématique de cohérence demande qu'on utilise encore des concepts transfinis ou abstraits.

Or, la circularité n'est que le symptôme de l'échec de l'explication car le minimum que l'on puisse demander à une explication est de rendre compte de la fécondité des *explicata*. Au contraire :

le projet du programme syntaxique de remplacer l'intuition mathématique par des règles d'usage des symboles échoue parce que ce **remplacement détruit toute raison d'espérer la cohérence, qui est vitale à la fois pour les mathématiques pures et**

---

<sup>106</sup> [Gödel CW III], version 3 §20, page 342.

**appliquées**, et parce que pour une démonstration de cohérence on a besoin soit d'une intuition mathématique d'une puissance identique à celle permettant de discerner la vérité des axiomes mathématiques, soit d'une connaissance des faits empiriques impliquant un contenu mathématique équivalent.<sup>107</sup>

L'argument nous semble concluant et en rien fondationnaliste. Nous nous trouvons dans la nécessité de justifier la cohérence des règles syntaxiques uniquement parce que nous voulons les utiliser pour prédire (le résultat d'un calcul mathématique ou un énoncé du langage d'observation). Une explication qui manquerait ce but serait au moins pragmatiquement inadéquate car elle ne permettrait pas d'exhiber la "fécondité" des concepts mathématiques, leur utilité dans la formulation d'énoncés universels et particuliers<sup>108</sup>. Or, il est évident que si la cohérence est basée sur des considérations empiriques ou inductives, la nature conventionnelle des mathématiques devient trivialement réfutée.

### 3.2.2 La Logique au sens propre a un contenu

Le même raisonnement vaut si nous restreignons notre attention aux mathématiques finitaires et à la logique. Dans les deux cas, une véritable fondation linguistique est possible. On peut, en effet, réduire les axiomes et les procédures de démonstration des mathématiques finitaires et de la logique du premier ordre à des règles linguistiques dans le sens restreint indiqué par i) et ii) plus haut. Toutefois, même dans ce cas, il est possible de montrer qu'une preuve de cohérence de ces systèmes a recours à des langages dont les ressources conceptuelles sont strictement supérieures aux ressources propres aux langages qui devraient les fonder ou en garantir l'application. Expliquons nous d'abord sur ce point à propos de la logique proprement dite (premier ordre).

Il y aurait une raison triviale pour ne pas affirmer que la logique a un contenu et Gödel le remarque explicitement : tout énoncé valide du langage de la logique peut être dérivé à travers des règles d'inférence « complètement spécifiées et concrètement énumérées »<sup>109</sup>. Cela veut dire en effet que la notion de vérité propre à la logique au sens strict est complètement capturée par des ensembles de règles linguistiques (formelles et finitaires), et donc que :

[...] la théorie de la quantification et des connecteurs propositionnels (c'est à dire la logique proprement dite) *peut* effectivement être interprétée syntaxiquement<sup>110</sup>

Toutefois, et encore une fois, pour pouvoir utiliser la logique dans la formalisation de nos théories, il faut s'assurer de la cohérence de ses règles, de manière à garantir le

---

<sup>107</sup> Ibidem, § 29 page 346. C'est nous qui soulignons.

<sup>108</sup> Sur l'importance de ce réquisit de *fruitfulness* pour les *explicitata* voir [Carnap LFP] p. 7.

<sup>109</sup> [Gödel CW I] page 63.

<sup>110</sup> [Gödel CW III], version III, page 344 §27.

pouvoir prédictif des théories ainsi formalisées. Mais comment prouve-t-on la cohérence de la logique ? Il faut d'abord (par la simple exhibition d'un modèle) démontrer que les axiomes de la logique classique sont cohérents. Il faut s'assurer ensuite que les règles d'inférence de la logique au sens propre (substitution, *Modus Ponens* et généralisation) préservent la cohérence. Il faut en effet prouver, par récurrence sur la longueur des preuves, que l'application des dites règles ne génère pas des contradictions. Or, dans cette preuve,

a) on présuppose **la cohérence du raisonnement par récurrence**, par lequel la preuve est conduite

b) on quantifie sur l'ensemble **infini des interprétations et des assignations** de valeurs du domaine aux variables,

c) on fait un usage essentiel du tiers exclu, comme dans la preuve du théorème de complétude<sup>111</sup>, sur des collections infinies d'objets (les domaines des modèles auxquels appartiennent les interprétations et les assignations en question).

Ainsi nous retrouvons la circularité déjà remarquée plus haut. La fondation linguistique des axiomes logiques se justifie au moyen d'une preuve qui demande des ressources non linguistiques, puisqu'elle considère des objets purement logiques tels que des collections infinies d'objets et qu'elle s'appuie sur le raisonnement par récurrence, dont le contenu n'est sûrement pas aux yeux de Gödel, de nature linguistique. Le contenu conceptuel des énoncés logiques est donc injustement négligé :

L'indifférence au contenu conceptuel des énoncés ( c'est à dire au "sens" selon Frege) comme quelque chose d'objectif (non-psychologique) est également responsable de la vue erronée selon laquelle une conclusion d'inférences logiques, objectivement ne contient pas plus d'information que ce qu'en contiennent les prémisses [...] Car la conclusion représente le contenu empirique (ou plus généralement le contenu extra-logique) des prémisses, ou une part de celui-ci, dans une forme conceptuellement différente, et le fait que la conclusion soit impliquée par les prémisses est lui-même un fait objectif concernant les termes primitifs de la logique apparaissant dans, et spécifiques à, ces termes.<sup>112</sup>

Un argument semblable est employé dans la version V à propos des raisons psychologiques qui peuvent faussement nous induire à ne pas reconnaître le contenu des énoncés logiques. A propos du prétendu manque de contenu de la proposition : "il pleut ou il ne pleut pas" Gödel affirme :

De plus, ce qui est considéré comme le contenu d'une proposition dépend en grande partie de ce à quoi on s'intéresse. Par exemple on pourrait très bien dire que la

---

<sup>111</sup> Dans l'introduction à l'écrit "*Über die Vollständigkeit des Logikkalkulus*" [Gödel CW I] Gödel remarque (page 60) qu'il faut avoir recours à des moyens infinitaires : (« ...essential use is made of the principle of the exclude middle for infinite collections... » (Ibidem page 63) Pour une discussion des questions soulevées dans cette introduction voir l'explication dans J. Dubucs *L'œuvre logique de K. Gödel*, [Dubucs G].

<sup>112</sup> [Gödel CW III], version III, page 350, note 40.

proposition mentionnée précédemment, bien qu'elle ne dise rien sur la pluie, exprime une propriété de "non" et de "ou".<sup>113</sup>

### **3.3 De la nature du contenu des énoncés logico-mathématiques**

Ayant alors démontré que les mathématiques (et la logique) ont un contenu, éventuellement empirique, nous pouvons maintenant nous tourner vers l'analyse de ce contenu. Cet analyse se composera aussi de deux parties distinctes.

En premier lieu, Gödel montre qu'il n'y a aucune raison de répondre à la question de l'existence d'un contenu des mathématiques de manière différente de celle du contenu des autres sciences. Aucune raison épistémologique fondée ne nous permet d'assurer cette distinction. L'argument se divise à son tour en deux parties. D'abord Gödel montre que si les objets des mathématiques sont des entités hypothétiques, les objets physiques le sont aussi. Ensuite que si les énoncés logico-mathématiques sont compatibles avec toute expérience, les énoncés qui concernent les objets physiques le sont aussi.

En deuxième lieu, Gödel prend en considération les raisons qui doivent nous conduire à distinguer toutefois la nature des objets mathématiques de celle des objets physiques et qui, donc, devraient nous conduire à l'affirmation inconditionnelle de leur existence.

A cette analyse de la nature du contenu des énoncés logico-mathématiques est liée la question des prétendus préjugés positivistes de Gödel. L'analyse de Gödel, quant à la nature du contenu des mathématiques, est-elle réellement débitrice de cette conception "simpliste" des rapports entre théories et expérience propre aux premières réflexions du Cercle de Vienne ? Est-elle réellement le fruit de l'incapacité de Gödel à tirer les conséquences naturelles que la comparaison entre les théories mathématiques et les théories physiques aurait dû lui suggérer ? L'élimination de la frontière entre énoncés analytiques et synthétiques devait-elle constituer l'aboutissement naturel du "holisme" auquel Gödel était conduit par sa comparaison des mathématiques avec les sciences de la nature ? La réponse à ces questions, nous le verrons, semble être négative. Même si elle est obscure, la notion de signification évoquée par Gödel, afin de rendre compte de la nature du contenu des énoncés logico-mathématiques, ne présuppose en rien une notion de fait transcendant toute élaboration perceptive ou linguistique.

#### **3.3.1 S'il y a des objets physiques alors il y a des objets mathématiques**

Avant d'utiliser dans la science des entités hypothétiques, nous devons leur attribuer une existence quelconque, au moins « en quelque sens (kantien) immanent du terme » , afin de les distinguer des entités assumées de manière erronée<sup>114</sup>, c'est-à-dire

---

<sup>113</sup> [Gödel CW III], version V, page 362.

<sup>114</sup>[Gödel CW III] note 14, page 338.

réfutables (*disprovable*). C'est le cas des entités physiques, mais aussi des entités mathématiques qui peuvent être réfutées par le fait que leur assumption dans une théorie peut rendre celle-ci incohérente. La simplicité et la fécondité d'une théorie sont des raisons suffisantes pour l'adoption du cadre linguistique qu'elle présuppose. Mais simplicité et fécondité ne sont pas seulement des questions de nature pratique. Les mathématiques peuvent en effet nous donner une méthode pour les mesurer :

le [...] pouvoir et l'utilité des mathématiques résultant [d'une théorie] est proportionnelle au pouvoir de l'intuition mathématique nécessaire à leur démonstration d'admissibilité.<sup>115</sup>

Il ne s'agit évidemment pas ici de questions susceptibles de réponses définitives car l'ensemble de nos théories (y compris les mathématiques) sont théoriquement réfutables. Nous ne pouvons que les adopter si nous les considérons simple et explicatives. Mais les adopter signifie les adopter comme vraies. Cela implique s'engager dans l'affirmation de l'existence des entités qu'elles présupposent et être prêt à rejeter ces entités présupposés si une contradiction découle de leur assumption.<sup>116</sup>

Si ensuite nous objectons que l'engendrement d'incohérences mathématiques n'est pas une réfutation de l'existence des objets supposés par la théorie, mais seulement une preuve de l'impossibilité d'adopter une telle théorie, la même chose pourrait être dite des sciences physiques. Elles peuvent être interprétées comme des conventions qu'une incohérence rend inapplicables<sup>117</sup>.

Or l'existence des objets mathématiques est fondamentalement montrée par l'impossibilité de réduire l'infini à des constructions linguistiques. On pourrait alors objecter que si nous ne nous limitons pas à l'impossibilité humaine d'énumérer des totalités infinies, alors les mathématiques peuvent être considérés comme conventionnelles et vides de contenu. Toutefois, si nous négligeons de telles contraintes "pratiques", liées à la finitude des capacités humaines, alors la physique aussi peut être dite conventionnelle et vide de contenu, car ses théorèmes pourraient tout simplement être établis par énumération des objets qui tombent sous ses concepts.

On pourrait encore objecter que si nous nous contentons d'utiliser les mathématiques sans essayer de fonder ou d'expliquer leur contenu par une preuve de cohérence, nous pourrions toujours affirmer que si elles sont cohérentes alors elle sont sans contenu, car si elles sont cohérentes, elles sont compatibles avec toute expérience possible et donc n'ajoutent rien au contenu des théories auxquelles elles sont appliquées. Mais les lois de la nature seraient aussi en ce sens conventionnelles, car sans les

---

<sup>115</sup> [Gödel CW III], version V, page 358.

<sup>116</sup> [Gödel CW III], version III, page 355.

<sup>117</sup> [Gödel CW III], version V page 361.



mathématiques elles sont au moins aussi vides de contenu que les lois mathématiques<sup>118</sup>:

Personne ne dira d'une loi de la nature (par exemple les lois primitives de l'électrostatique) qu'elle est vide de contenu parce qu'elle a des conséquences vérifiables seulement en conjonction avec d'autres lois (comme celles concernant l'espace physique et la mécanique) connues indépendamment.<sup>119</sup>

L'idée que les mathématiques, contrairement aux autres sciences ne décrivent aucun état de choses, n'est due qu'à une pétition de principe basée sur deux prémisses :

i) Les mathématiques pures n'impliquent rien qui concerne les valeurs de vérité d'énoncés qui ne contiennent aucun symbole mathématique.

ii) les mathématiques, ou du moins une partie d'entre elles, peuvent être inférées à partir d'un nombre fini d'axiomes et de règles formelles qui sont présumés au moment où le langage de la science est construit.

Toutefois ces mêmes conditions sont également satisfaites par les sciences soi-disant factuelles. L'argument de Gödel se fonde sur la comparaison entre sensation et intuition. L'intuition est comme un sixième sens. Il n'y a aucune raison d'attribuer de la réalité aux faits que nous percevons par les cinq sens et de ne pas attribuer de réalité aux faits que ce sixième sens nous permet de saisir. En effet, nous pourrions, par une décision au moins autant fondée que son opposée, n'attribuer de la réalité qu'aux faits révélés par ce sixième sens :

Nous pourrions, par exemple, posséder un sens supplémentaire qui nous permettrait d'accéder à une seconde réalité complètement séparée de la réalité spatio-temporelle, et de plus si régulière qu'elle pourrait être décrite par un nombre fini de lois. Nous pourrions alors, par une décision arbitraire, reconnaître uniquement comme telle la première réalité et déclarer que les perceptions du monde supplémentaire sont de simples illusions, et que les énoncés se référant à l'autre réalité sont sans contenu et vrais uniquement en conséquence de conventions syntaxiques. Celles-ci pourraient être choisies de sorte à rendre vrais exactement les énoncés qui peuvent être vus ou inférés comme vrais avec l'aide de ce sens supplémentaire supposé.<sup>120</sup>

Ce n'est que si nous limitons la notion de fait à celle de fait empirique, ou de fait synthétique concernant les sensations, que nous pouvons exclure du domaine des faits ce qu'expriment ces relations. Il n'y a aucune raison acceptable pour considérer le fait correspondant à l'énoncé "Cela est rouge" comme une donnée immédiate et pour ne pas considérer le résultat de l'application du *Modus Ponens* comme tel<sup>121</sup>.

Acceptable ou non, cette conception de la vérité n'implique nullement une notion pré-popperienne de fait pur de sensation ou d'intuition. Il est vrai qu'à plusieurs

---

<sup>118</sup> [Gödel CW III], version III, §34, page 348.

<sup>119</sup>[Gödel CW III], version V, page 358-359.

<sup>120</sup> [Gödel CW III], version III, §41, page 353

<sup>121</sup> [Gödel CW III], version V, page 359.

occasions Gödel parle de vérifiabilité<sup>122</sup> des faits déductibles des lois de nature ou des lois mathématiques, mais rien ne permet de donner à ce terme le sens technique de 'vérification' propre au Cercle de Vienne et donc de le charger de la notion de "fait" qui lui était associée. La lecture des écrits (posthumes ou publiés) postérieures à 1953, et dans lesquels la question est ouvertement affrontée, le confirme.

La nature médiate du passage des données de la perception et de l'intuition aux énoncés exprimant les faits d'observation est, par exemple, clairement énoncée par Gödel dans l'article *What is Cantor's continuum problem*<sup>123</sup> de 1964 :

Il faut observer que l'intuition mathématique ne doit pas nécessairement être conçue comme une faculté donnant une connaissance *immédiate* des objets. Il semble plutôt que, comme dans le cas des expériences physiques, nous *formions* également nos idées de ces objets sur la base de quelque chose qui est immédiatement donné. Simplement cette autre chose n'est pas, ou du moins n'est pas de façon première, la sensation. Que quelque chose aux cotés des sensations soit immédiatement donnée découle (indépendamment des mathématiques) du fait que même nos idées se référant aux objets physiques contiennent des constituants qualitativement différent des sensations ou de simples combinaisons de sensations, comme, par exemple, l'idée même d'objet, tandis que, d'un autre côté, par notre pensée, nous ne pouvons créer aucun élément qualitativement nouveau, mais juste reproduire ou combiner ceux qui nous sont donnés. Évidemment le "donné" constitutif des mathématiques est étroitement relié aux éléments abstraits contenus dans nos idées empiriques.<sup>124</sup>

Ces données immédiates qui organisent et unifient les données de la sensation et de l'intuition remplissent la même fonction que les catégories kantienne, mais à la différence de celles-ci, elles ne sont pas propres au sujet. Comme le témoigne amplement le texte de la "*Vortrag, Konzept*"<sup>125</sup> de 1961, Gödel cherchait à concilier la structure constructive des catégories avec leur objectivité et leur indépendance du sujet. La philosophie de Husserl devait lui fournir à ce propos une méthode féconde. Dans la perception des objets physiques, beaucoup d'aspects sont impliqués qui vont au-delà de la simple sensation, et un processus de réification est sous-entendu par la notion même d'objet. Le même procédé doit être à l'œuvre dans la "perception" des objets mathématiques. Pas plus que la perception sensible, l'intuition mathématique n'est infallible, mais elle nous permet d'avoir l'expérience des objets mathématiques, classes et concepts, et de reconnaître ce que leurs noms signifient.

Or une telle conception des faits mathématiques est inconciliable avec l'idée qu'il existe des faits purs dépourvus de toute élaboration conceptuelle. Si nous prétendons que, dans l'élaboration des données de la sensation ou de l'intuition, seuls des éléments du langage sont impliqués, alors effectivement nous pouvons négliger ces structures conceptuelles non linguistiques, impliquées dans la perception, dont parle Gödel.

---

<sup>122</sup> [Gödel CW III], version III, §37, §34, note 37, §31, note 33, §16,

<sup>123</sup> [Gödel CW II] pages. 254-270

<sup>124</sup> Ibidem, page 268

<sup>125</sup> [Gödel CW III] pages. 374-385

Uniquement en ce cas nous pouvons affirmer que pour Gödel les faits mathématiques ou physiques sont des faits purs, au sens d'indépendants du cadre linguistique qui les présuppose. Or, bien que Gödel refuse l'idée que seules des constructions linguistiques soient à l'œuvre dans l'élaboration des données de la sensation et de l'intuition, il demande que des structures catégorielles mais objectives rendent possible cette élaboration. L'assomption d'entités objectives constitue le résultat, faillible, de cette élaboration. Nous postulons des objets physiques comme nous postulons des objets mathématiques. Dans les deux cas, la fécondité des théories, l'ampleur de leur pouvoir explicatif ainsi que l'absence de contradiction sont les signes de l'existence des objets postulés. L'apparition d'une contradiction est dans les deux cas un constat empirique capable d'entraîner le rejet de la théorie. Cette explication de la nature des faits (physiques et mathématiques) n'a rien à voir avec l'hypothèse de *data* empiriques irréfutables propre au premier schéma de l'empirisme logique.

### **3.3.2 Le contenu des mathématiques et de la logique n'est pas de même nature que le contenu de la physique**

Le premier argument de Gödel est conditionnel. Si nous refusons l'existence des faits physiques alors nous pouvons refuser l'existence des faits mathématiques. Gödel laisse donc clairement ouverte la possibilité qu'une fois reconnue l'existence d'un contenu empirique propre à nos théories, dans leur ensemble, ce même contenu ne puisse être analysé en termes d'objets (physiques, mathématiques ou autres) et de propriétés d'objets. Il y aurait toutefois une conséquence à une telle position.

Si tout objet n'était rien d'autre qu'une construction hypothétique, cela signifierait qu'il n'y a aucune différence de nature entre les énoncés portant sur les objets mathématiques et les autres, et tel n'est évidemment pas le cas. Gödel reconnaît d'ailleurs tout en diagnostiquant les raisons de l'échec de Carnap, que son projet avait pour mérite de tenter de dévoiler la raison de cette différence :

Le point de vue syntaxique sur la nature des mathématiques a sans aucun doute le mérite de révéler une différence fondamentale entre les vérités mathématiques et les vérités empiriques. On y situe, correctement à mes yeux, la différence dans le fait que les propositions mathématiques, en tant qu'opposées aux propositions empiriques, sont vraies en vertu des *concepts* y figurant. Mais en adoptant un point de vue nominaliste et en identifiant les concepts aux symboles, la conception syntaxique transforme les vérités mathématiques en conventions et, inévitablement, les conduit au néant.<sup>126</sup>

Au contraire, affirme Gödel, s'il y a une différence entre la signification des concepts de la science et de ceux des mathématiques, elle doit être plutôt attribuée :

a) à ce que dans les mathématiques :

---

<sup>126</sup> [Gödel CW III], page 357, version V.

[s]i un symbole est introduit en établissant par des règles quels énoncés le contenant sont vrais, alors de ces règles autant de conclusions peuvent être tirées que de l'assomption de l'existence d'objets satisfaisant ces règles.<sup>127</sup>

(ainsi les définitions mathématiques, si elles ne sont pas prises comme des pures conventions, assertent implicitement l'existence des objets définis.)

b) dans le fait que la vérité de ces règles définissant l'usage dépend directement de la signification des termes impliqués dans la définition. La différence entre les énoncés logico-mathématiques et ceux des autres sciences :

[...] devient complètement visible uniquement si la *signification* des termes mathématiques et empiriques est prise en considération. Mais elle apparaît également, du point de vue de la conception syntaxique dans le rôle différent que ces termes jouent dans le formalisme de la science<sup>128</sup>

Ce que les mathématiques ajoutent aux lois de nature ce ne sont pas de "nouvelles propriétés des entités physiques"<sup>129</sup> mais plutôt des propriétés des concepts auxquels ces entités se réfèrent. Nous retrouvons ici une idée tout à fait fregénienne sur la nature des mathématiques.<sup>130</sup> Les mathématiques sont les lois des lois de la nature, elles ne décrivent pas comment un domaine d'objets peut être soumis à une loi, mais comment les lois de ce domaine peuvent être mises en relation avec celles d'un autre domaine d'objets<sup>131</sup>. En ce sens, d'une part, elles président à la formulation des lois générales impliquant les lois singulières. Mais, d'autre part, elles peuvent également être impliquées directement dans la formulation des prédictions singulières concernant le résultat d'une observation si celle-ci :

[...] dépend d'une infinité (par exemple, d'un continuum) d'éléments physiques. Par conséquent, pour un certain type de théories physiques de nouveaux axiomes mathématiques (qui permettraient de résoudre des problèmes jusqu'à là indécidables) peuvent conduire à de nouvelles conséquences empiriques vérifiables exactement comme le fait une nouvelle loi de la nature.<sup>132</sup>

L'argument précédent implique que le pouvoir prédictif des mathématiques ne peut être réellement apprécié si nous restreignons la notion de contenu à celle de contenu factuel. On peut donc dire avec Carnap que des énoncés ont même contenu s'ils sont logiquement équivalents, mais cette notion de contenu, qui réduit la signification à une relation de conséquence, n'est qu'arbitraire :

---

<sup>127</sup> [Gödel CW III] page 360, version V.

<sup>128</sup> [Gödel CW III] page 356, version III.

<sup>129</sup> [Gödel CW III] §34, page 349, version III.

<sup>130</sup> Cf. [Frege GL] §88.

<sup>131</sup> Cette thèse est présentée par le même exemple [Gödel CW III] page 349, version III, page 360, version V.

<sup>132</sup> Ibidem, page 360, version V

[...] en utilisant d'autres relations de conséquence, on pourrait similairement définir différentes sortes de "contenu mathématique" (correspondant aux différentes sections des mathématiques), par exemple dans le langage II de Carnap, un "contenu ensembliste" des énoncés analytiques pourrait être introduit au moyen de la relation de "conséquence étant donnée la théorie des nombres, le calcul propositionnel et la quantification"; de manière similaire un "contenu arithmétique" [number-theoretical] pourrait être introduit pour les énoncés mathématiques qui n'ont pas de contenu ensembliste. D'un autre côté, en utilisant une relation de "conséquence des lois de la nature", un concept de "contenu accidentel" pourrait être défini, selon lequel les lois de la nature seraient "dépourvues de contenu".<sup>133</sup>

Le schéma sémantique dont s'inspire Gödel semble, nous l'avons déjà dit, être très proche de celui de Frege. Les mathématiques décrivent les propriétés d'un domaine d'objets spécifiable. À la différence de ce qu'on constate chez Frege, cette spécification ne peut pas être accomplie par la seule analyse logique, mais doit s'appuyer sur des notions primitives. Les concepts sont ce qui est dénoté par les prédicats. Les classes correspondent aux concepts en termes de pluralité de choses<sup>134</sup>. Or, l'impossibilité d'une reconnaissance explicite purement logique de ces entités, confère aux énoncés logico-mathématiques un caractère particulier : la vérité de ces énoncés ne pourra être établie qu'en considérant leur signification. La vérité de ces énoncés dépend des moyens d'appréhension de ces entités. Ces moyens d'appréhensions ne peuvent pas être décrits en termes de constructions ou de conventions linguistiques, bien qu'ils puissent avoir trait à des constructions et activités "internes". L'article posthume écrit autour de 1961 "Vortrag Konzept", cité plus haut, montre que Gödel considérait la phénoménologie husserlienne comme une méthode prometteuse pour clarifier cette notion obscure de signification. Gödel décrit la méthode de Husserl comme :

[...] se concentrant plus intensément sur le concept en question, en dirigeant notre attention sur nos propres actes dans l'usage de ces concepts, sur notre pouvoir dans l'exécution de nos actes, etc...[La phénoménologie] est (ou du moins devrait être) un procédé ou une technique produisant en nous un nouvel état de conscience dans lequel nous décrivons en détail les concepts de base que nous employons dans notre pensée ou saisissons d'autres concepts de base jusqu'ici inconnus de nous. Je crois qu'il n'y a aucune raison pour considérer d'emblée qu'un tel procédé est inespérable.<sup>135</sup>

Le texte de 1964 sur le problème du continu montre la solution vers laquelle Gödel s'oriente : si les concepts et les classes sont des entités réelles, cela veut dire qu'ils sont appréhendés par des procédés qui doivent à la fois avoir trait au contenu de notre expérience et aux opérations catégorielles qui unifient le matériel de cette expérience<sup>136</sup>.

---

<sup>133</sup> Ibidem, version III, page 354, mais aussi V, page 360.

<sup>134</sup> "Russell's Mathematical Logic" Dans [Gödel CW II] page 128.

<sup>135</sup> [Gödel CW III] page 383. J'emploie le néologisme "inespérable" plutôt que "inespéré" en m'appuyant sur la série inestimé-inestimable.

<sup>136</sup> Dit Gödel dans la note 40 (page 268) de ce texte : « Observez qu'il y a une relation étroite entre le concept d'ensemble ... et la notion de catégorie pure de l'entendement au sens de Kant. À savoir que la fonction des deux est la "synthèse", c'est à dire la génération d'unités à partir d'une multiplicité ». La

Aucune explication en termes de définitions explicites ne pourra jamais rendre compte de ces opérations.

De toute manière, quelles que soient les explications que Gödel annonce, il est clair que, dans l'économie de sa pensée, cette notion de signification doit être postulée, si l'on veut expliquer la particularité des mathématiques face aux autres sciences. Gödel avait déjà admis la possibilité que cette notion de signification puisse se montrer irréductible à toute analyse. Dans l'article sur Russell il l'avait dit explicitement :

une proposition est dite analytique si elle est vérifiée "grâce à la signification des concepts qui y apparaissent" où cette signification peut éventuellement être indéfinissable, (c'est à dire irréductible à quelque chose de plus fondamental).<sup>137</sup>

Notre intention ici, n'est pas de plaider en faveur de telle ou telle conception de la notion de signification. Il s'agit simplement de juger l'affirmation de Gödel selon laquelle aucune explication de la nature de notre connaissance n'est possible si on élimine la notion de signification quitte à reconnaître la nature primitive de celle-ci. .

### **3.4 La portée des arguments de Gödel**

Sous l'hypothèse de sa conception de la vérité Gödel affirme ici que les notions d'objet mathématique et de signification pour les concepts mathématiques sont indispensables pour expliquer la particularité des énoncés mathématiques face aux autres énoncés de la science. Si on refuse d'admettre l'existence de faits physiques, alors on peut de manière cohérente refuser la réalité (au sens de réalité externe au cadre linguistique) des objets mathématiques impliqués dans ces faits. On devra alors affirmer la nature exclusivement empirique du contenu de nos théories (mathématiques ou non). Il faudra ainsi renoncer à l'affirmation de la nature analytique des mathématiques en rejetant l'opposition analytique/synthétique. Toutefois il restera à expliquer en quel sens nos théories (mathématiques ou non) sont vraies sans avoir recours à aucune autre entité abstraite ou non-linguistique et sans renoncer à l'idée que nos théories sont, de quelque manière, ancrées au monde. Il faudrait admettre que tout objet est une construction hypothétique y compris les objets du langage dit d'observation tout en expliquant en quel sens il y a une notion possible de conformité à l'expérience. Si une telle explication est possible (et c'est là le programme de Quine) alors il serait aussi possible d'affirmer l'existence d'un contenu des mathématiques (au moins des mathématiques appliquées) sans avoir recours à la notion de signification pour les concepts; il serait aussi possible d'affirmer l'existence d'un contenu empirique de la logique sans avoir recours à cette

---

notion d'ensemble à laquelle Gödel se réfère est liée au concept itératif d'ensemble, fondé par le concept "ensemble de " appliqué à un domaine spécifié d'objets. Cette opération (et donc le concept que l'exprime) doit être prise comme une primitive ou bien, à la limite, doit pouvoir être définie en termes d'opérations primitives similaires comme "multitude de" de "agrégat de" ou de "part de".

<sup>137</sup> [Gödel CW II], p. 139.

même notion. L'affirmation gödelienne de l'inéliminabilité de ces notions dans l'explication de la nature de notre connaissance serait alors tout simplement fausse. La résolution de cette alternative tient donc en dernière analyse à la viabilité du programme de Quine et à sa reformulation du point de vue absolutiste. Avant de l'examiner, rappelons toutefois quelle est l'autre branche de l'alternative, indépendante du projet gödelien et quinién. Si l'on accepte que la logique ait un contenu, et que ce contenu soit lié à la signification de ses termes et si l'on peut :

- a) caractériser de manière déterminée la notion de terme logique
- b) caractériser de quelle manière cette signification peut varier
- c) expliquer de quelle manière cette variation est liée aux différents sens (déterminés) du mot vrai
- d) mettre en connexion ces différents sens du mot vrai, aux différents sens des mots logiques et aux différentes manières par lesquelles la notion d'objet peut être conçue,

on pourra soutenir de manière cohérente le pluralisme logique sans pour autant souscrire au principe de tolérance et à ses conséquences relativistes.

# Chapitre 2. L'absolutisme de Quine

## 1. Introduction

Le principe de tolérance est inutile et dangereux : Quine renonce sans regrets à cette fascinante affirmation carnapienne. Il est inutile car nous n'avons pas besoin de dévier du langage et de la logique qui lui est intégrée, pour donner une formalisation satisfaisante de nos théories. Il est dangereux car il ouvre la porte au relativisme. Le retour à l'absolutisme que Quine opère ne s'appuie pas, contrairement à l'absolutisme de Frege et de Russell, sur des raisons ontologiques. Seules des raisons méthodologiques, internes donc à l'analyse du langage de la science et à sa méthode, peuvent en effet soutenir un tel choix. Deux caractères de la logique, dans la conception de Quine, recommandent un choix méthodologique absolutiste. Le premier est la nature obvie de la logique (par quoi il entend la logique classique du premier ordre). Le deuxième est sa neutralité à l'égard de l'ontologie. La logique est obvie parce que l'apprentissage de ses lois est intégré dans l'apprentissage du langage et que ses vérités vont sans dire. Elle est neutre au sens où elle est universelle, applicable à tout domaine de connaissance et sans contenu ontologique propre.

Quine utilise ces deux notions afin de justifier les deux points suivants :

- a) il y a une seule logique qui soit appropriée à notre connaissance,
- b) il s'agit de la logique classique du premier ordre

Il y a une seule logique, parce que la vérité est absolue. La vérité des énoncés d'observation, celle-là même qui garantit le contrôle empirique de nos théories, est à la fois **obvie** et **neutre**.

Cette logique est la logique classique, car ses lois sont **obvies**, et elle est la plus économique ontologiquement, car elle est **neutre**.

Notre analyse de la conception absolutiste de Quine se concentre essentiellement sur le bien fondé de ces deux caractères.

Dans la première section, nous situerons la conception logique de Quine dans le contexte de sa philosophie. Nous en retracerons les motivations et nous en esquisserons la structure.

Dans la deuxième section, nous dégagerons les principes auxquels une analyse de la conception absolutiste de Quine doit se conformer. La nature méthodologique de cet absolutisme, ainsi que l'absence de toute prétention fondationnaliste dans sa philosophie, rendent la tâche d'une analyse critique particulièrement difficile.



Dans la troisième section, nous examinerons l'analyse quinienne de la notion de vérité et, en particulier, les caractères d'obviété et de neutralité que Quine lui attribue.

Dans la quatrième section, nous considérerons dans la même perspective critique la notion de vérité logique.

## 2. Les raisons de l'absolutisme interne

### 2.1 Le contenu des mathématiques

Les théorèmes gödeliens qualifiés par Quine dans *Quiddities* de « ground-breaking », « bond-breaking », « road-breaking » « epoch-making »<sup>138</sup> ont eu un impact certain sur les premières orientations de la pensée quinienne. Plusieurs faits témoignent en ce sens.

D'abord, (à en croire ce que rapporte Rodriguez Consuegra),<sup>139</sup> ces théorèmes confirment les doutes du jeune Quine qui, en réfléchissant par lui-même sur les paradoxes, était arrivé à la conclusion qu'une formalisation complète des mathématiques au sens classique était impossible.

Ensuite, les résultats d'incomplétude constituent l'arrière-fond de la critique quinienne à Carnap. En 1935, dans *Truth by convention*,<sup>140</sup> Quine critique la conception linguistique de la vérité par un argument dans lequel a) si la question de la réductibilité des mathématiques à la logique est examinée dans la tradition du logicisme, la possibilité de la nature linguistique des mathématiques est ouvertement écartée ; b) la question de la cohérence et de la complétude des conventions qui devraient permettre la définition de la vérité logique est au centre de l'argument du cercle vicieux par lequel Quine exclut la nature conventionnelle des vérités logiques.

Enfin, la question de l'incomplétude constitue un des pôles autour desquels l'activité logique de Quine se concentre autour de 1940. Pour n'en citer qu'un exemple, dans le dernier chapitre de *Mathematical Logic*,<sup>141</sup> Quine montre un résultat qui implique le théorème d'incomplétude par une technique qui ne fait pas appel au procédé d'arithmétisation gödelien. Ce résultat montre que la vérité dans la théorie élémentaire des nombres est absolument indéfinissable dans une proto-syntaxe (c'est-à-dire un système formel dans la logique du premier ordre dans lequel les procédures de preuve sont effectives et ne peuvent pas faire appel à la signification des symboles qu'elles contiennent), et cela soit que le système en question soit complet soit qu'il ne le soit pas.

---

<sup>138</sup> [Quine Q], page 82.

<sup>139</sup> [Consuegra], page 88

<sup>140</sup> Dans [Quine WP], pages 77-107

<sup>141</sup> [Quine ML]

Quine y fait référence dans un article de 1992 dans lequel il souligne non sans une pointe d'orgueil :

Ma manière de traiter la question en 1940 était nouvelle en ce sens, qu'au lieu de donner un modèle de la proto-syntaxe dans la théorie des nombres, par l'arithmétisation de Gödel, et de démontrer l'indéfinissabilité, dans la théorie des nombres, de la vérité proto-syntaxique, je démontrerais l'indéfinissabilité proto-syntaxique de la vérité proto-syntaxique elle-même et ensuite je transférais le résultat à la théorie des nombres en vertu de la possibilité de plonger [...] la théorie des nombres et la proto-syntaxe l'une dans l'autre.<sup>142</sup>

Tout cela semble ainsi suggérer que dans la même période où les résultats de Gödel poussaient Carnap à élargir la syntaxe afin de sauver la doctrine propre à l'empirisme logique de l'absence de contenu des mathématiques, ces mêmes résultats avaient l'effet de convaincre Quine de la nécessité de redéfinir l'empirisme afin de le concilier avec la nature non linguistique des mathématiques.

Les mathématiques ont un contenu. Voilà la conclusion à laquelle Quine est conduit par les surprenants résultats de Gödel. Surprenants car, comme lui même le rappelle<sup>143</sup>, si le théorème de complétude était un résultat attendu par la communauté, les deux théorèmes d'incomplétudes

[...] arrivèrent comme un chavirement de préjugés solides et comme une crise dans la philosophie des mathématiques<sup>144</sup>

Le premier théorème d'incomplétude éloigna les mathématiques de la logique, en les rapprochant, par leur incomplétude, des sciences de la nature :

On était habitué à considérer que la vérité mathématique n'était rien d'autre que la démontrabilité. Maintenant on voit que ce point de vue est intenable pour les mathématiques prises comme un tout et, même, pour toute partie des mathématiques digne de considération; car la théorie élémentaire des nombres en est en effet une partie modeste, mais elle excède déjà toute procédure de preuve acceptable.<sup>145</sup>

Le deuxième théorème d'incomplétude obligea les mathématiques à introduire des entités abstraites et indéfinissables.

Le point crucial c'est qu'on ne peut pas prouver qu'une théorie mathématique est exempte de contradictions sinon en ayant recours à une autre théorie qui repose sur des assumptions plus fortes, et donc moins fiables que celles de la théorie même dont on doit prouver la cohérence. Comme le théorème d'incomplétude [le premier], ce théorème a un ton mélancolique. Toutefois, il est d'une utilité effective lorsque nous devons prouver qu'une théorie est plus forte qu'une autre : nous pouvons le prouver en démontrant dans l'une des théories que l'autre est cohérente.<sup>146</sup>

---

<sup>142</sup> "Truth, Paradox, and Gödel's Theorem" dans [Quine SLP], pages 236-241; citation de page 238.

<sup>143</sup> [Quine TT], page 143.

<sup>144</sup> Ibidem, page 143.

<sup>145</sup> Ibidem.

<sup>146</sup> Ibidem page 144-5.

Les mathématiques ont un contenu et il faut intégrer ce fait dans la réflexion logique et épistémologique de l'empirisme. Le premier pas consiste à séparer la logique des mathématiques. Ces dernières sont bien sûr réductibles à une logique d'ordre supérieur dans laquelle on définit la relation d'appartenance propre à la théorie des ensembles. Il faut toutefois dissocier cette logique d'ordre supérieur de la logique proprement dite, la logique des prédicats du premier ordre. La première est incomplète, la deuxième est complète<sup>147</sup>.

Les mathématiques ont donc un contenu et en effet, contrairement à la logique au sens propre, un contenu ontologique <sup>148</sup>. À la différence de celle-ci les mathématiques ont des objets propres et des relations propres. De plus, ces objets sont des objets abstraits, des classes, issues du processus de réification qui est en acte dans le langage et sans lequel la science n'existerait pas. L'empirisme doit alors inévitablement faire place dans son sein à des objets abstraits :

La science serait désespérément handicapée sans les objets abstraits. Nous quantifions sur eux. Dans les sciences dures, les nombres et les autres objets abstraits promettent de voler la vedette aux autres. Les mathématiques vivent d'eux, et une science dure sérieuse est difficile à imaginer sans des mathématiques sérieuses <sup>149</sup>.

## **2.2. Sauver le principe de neutralité ontologique**

Une fois cette thèse de la nature non linguistique des mathématiques admise, comment la concilier avec le principe empiriste de la neutralité ontologique ? Admettre des objets et des relations mathématiques signifie reconnaître, à cause du rôle à la fois paradigmatique et auxiliaire des mathématiques dans la science, que ces objets sont parmi les objets constitutifs de la connaissance. Comment éviter que de ce constat s'ensuive une attitude réaliste ou idéaliste ? Comment échapper à ce qui, aux yeux d'un empiriste, ne peut être qu'un rêve métaphysique : l'illusion réaliste que ces objets fondamentaux de la connaissance soient, non pas ce que notre science nous demande de reconnaître, mais ce qui *est*, indépendamment de toute science, de toute connaissance et de tout langage. Comment échapper à l'illusion idéaliste d'avoir, par ces entités, touché aux catégories fondamentales, aux mécanismes pré-linguistiques de la connaissance, conditions transcendantales de la possibilité de tout objet et de tout langage ?

Afin de sauver la neutralité ontologique, il faudra trouver les moyens théoriques de justifier l'admission du contenu ontologique des mathématiques. Il faudra présenter ce contenu ontologique comme le résultat du choix le plus simple et le plus fécond, compatible avec ce que notre science nous dit du monde. Il n'y a pas d'autres moyens

---

<sup>147</sup> On entend ici la logique des prédicats du second ordre sans restriction particulière en ce qui concerne le langage ou les modèles.

<sup>148</sup> "Reactions" dans [Leonardi Santambrogio], page 352.

<sup>149</sup> [Quine SS], page 40.

d'assurer notre science, sinon ceux qui sont offerts par la méthode scientifique elle-même et celle-ci exige que nous souscrivions à un **empirisme relatif** :

Ne nous éloignons pas plus que nécessaire de l'évidence sensorielle<sup>150</sup>

Or l'admission de toute entité qui dépasse l'évidence sensorielle doit avoir un statut théorique, hautement conjectural et interne au langage.

Trois principes rendent possibles cette manoeuvre et sauvent ainsi la neutralité ontologique. Il s'agit de trois principes d'indétermination. Le principe de l'indétermination des théories face au contenu empirique (ou du holisme), celui de l'indétermination de la référence (ou de la relativité de l'ontologie) et celui de l'indétermination de la traduction.

Examinons brièvement ces principes<sup>151</sup> en les rapportant à la question du statut des mathématiques.

### 2.3 Les trois indéterminations

I) La thèse du holisme<sup>152</sup> affirme l'impossibilité d'infirmer les énoncés théoriques par les énoncés enregistrant les données "empiriques". Ces derniers sont ceux que Quine appelle les énoncés d'observation. Ce sont les seuls énoncés du langage susceptibles d'être appris sans aucune connaissance linguistique préalable, mais par simple conditionnement direct face aux stimulations sensorielles. C'est par le biais des énoncés d'observation que l'apprentissage linguistique débute chez l'enfant et que le lien entre théories et données de l'expérience (en l'occurrence des stimulations sensorielles) s'établit<sup>153</sup>.

Carnap avait déjà affirmé que l'expérience ne peut infirmer une théorie que globalement : une preuve contre un système d'énoncés n'est pas une preuve contre tel ou tel énoncé. Il avait toutefois gardé la distinction, à l'intérieur d'une théorie donnée, entre propositions ayant un contenu empirique et propositions ne l'ayant pas. Quine refuse d'emblée cela en soulignant que la notion de contenu empirique est inapte à isoler une classe d'énoncés analytiques, les énoncés logico-mathématiques, qui ne partageraient

---

<sup>150</sup> [Quine RR], page 138.

<sup>151</sup> La présentation des trois indéterminations suit essentiellement la mise au point présentée par Quine sur la question dans "Three Indeterminacies" dans [Barrett Gibson] pages 1-16, mise au point qui est une mise à jour de la présentation de "Two dogmas of Empiricism" dans [Quine FLV].

<sup>152</sup> La notion de holisme à laquelle nous faisons ici référence est celle de "Three Indeterminacies". Dans ce texte, Quine appelle holisme : « l'indétermination des théories scientifiques » ([Barrett Gibson] page 1) et affirme : « [...] la fausseté d'un énoncé catégorique d'observation ne réfute pas de manière conclusive [une] hypothèse. Ce qu'elle réfute c'est la conjonction des énoncés dont on a eu besoin pour déduire l'énoncé d'observation. [...] pour retirer une telle conjonction nous n'avons pas à retirer l'hypothèse en question; nous pouvons retirer à sa place un autre énoncé quelconque de la conjonction. Cette importante doctrine est ce qu'on a appelé holisme. »

<sup>153</sup> Pour une définition plus précise des énoncés d'observation, voir plus bas section 2 de ce même chapitre.

pas ce même contenu empirique. Les mathématiques et la logique participent ensemble à la déduction des énoncés d'observation nécessaires à contrôler nos théories scientifiques. De plus, tout énoncé, quelle que soit la complexité des enchaînements qui le relie aux énoncés d'observation, en reçoit un contenu empirique : même un énoncé comme le russellien "la quadruplicité boit la temporisation" peut être considéré comme impliqué dans la déduction d'énoncés d'observation par un simple jeu de manipulations logiques<sup>154</sup>. Bien sûr, il y a, dans chaque théorie, des énoncés auxquels nous attribuons plus facilement un rôle essentiel dans la déduction des énoncés d'observation. Toutefois il n'y a aucun moyen de formuler un critère acceptable pour décrire une telle attitude en termes d'une propriété formelle. C'est bien la preuve qu'il ne s'agit pas là d'une frontière nette, mais d'une gradualité irréductible.

Si, malgré cette gradualité, nous sommes enclins à attribuer un statut spécial aux énoncés mathématiques, c'est parce que :

a) aucun ensemble d'énoncés mathématiques ne permet à lui seul de déduire des énoncés d'observation

b) l'ensemble des énoncés des mathématiques peut être déduit d'un nombre relativement restreint d'énoncés d'un langage formalisé.

D'une part, toutefois, la caractéristique énoncée en a) n'est pas seulement du ressort des mathématiques :

Il y a une liste interminable d'autres classes infinies de vérités, bien que moins homogènes que la classe des vérités mathématiques, dont on peut dire que la classe infinie tout entière, comme les mathématiques, n'a pas de contenu empirique. Ce n'est qu'une question de choix malicieux.<sup>155</sup>

C'est cela même que Gödel avait remarqué.

D'autre part, en ce qui concerne le point b), il y a évidemment une quantité innombrable de théories formelles dont le contenu est étranger aux mathématiques. Ainsi :

La simple notion de langage formalisé ne peut pas être considérée comme capable de capturer l'essence des mathématiques.<sup>156</sup>

Il est vrai que les énoncés des mathématiques abstraites ne sont jamais impliqués dans la déduction d'un énoncé d'observation. À tel point que Quine se demande :

Comme empiristes, comment devrions-nous les considérer ?<sup>157</sup>

---

<sup>154</sup> « Let us abbreviate Russell's sentence as 'q', and some observation categorical as 'c'. The two-member set {'q', 'q $\supset$ c'} implies 'c', but the one-member set {'q $\supset$ c'} does not. So Russell's sentence is a supporting member of {'q', 'q $\supset$ c'}. The same trick is readily embedded in less trivial examples. » [Quine SS], page 48.

<sup>155</sup> [Quine SS], page 53

<sup>156</sup> Ibidem page 55.

Devant ces débordements de nos théories face aux applications possibles il convient d'adopter, comme Carnap, une attitude tolérante. Les énoncés concernant ces entités abstraites ne sont à proprement parler ni vrais ni faux. Toutefois, puisqu'ils sont formulés dans la même grammaire que les mathématiques ordinaires, et puisque l'élimination de ces énoncés compliquerait cette grammaire d'une manière contraire aux principes de simplicité et de mutilation minimale auxquels toute théorie scientifique doit se conformer :

[n]ous pouvons tout simplement concéder que tout énoncé de notre langage est vrai ou faux, mais reconnaître que, dans ce cas [des mathématiques abstraites] le choix entre vérité et fausseté est indifférent et au fonctionnement de notre appareil conceptuel et à la nature telle que reflétée dans les énoncés catégoriques d'observation. C'est un peu comme pour la chose en soi de Kant, mais vue comme une question d'usage humain plutôt que comme un mystère cosmique.<sup>158</sup>

La spécificité des mathématiques n'est pas liée à leur manque de contenu empirique, car ce dernier est diffus. Comme les mathématiques pénètrent toute branche de notre connaissance, nous les protégeons et rejetons à leur place d'autres énoncés de la science. En cela, en cette protection privilégiée, réside la nécessité mathématique. Nécessité contingente, mais nécessité tout de même.

II) Grâce au principe d'indétermination de la référence, toute solution réaliste ou idéaliste quant au contenu des mathématiques est écartée.

La thèse de l'indétermination de la référence affirme l'impossibilité de fixer de manière univoque la référence des termes (théoriques ou non) d'un langage<sup>159</sup>.

Cette thèse s'appuie sur un argument de type logique, qui constitue une généralisation du théorème de Löwenheim-Skolem. Pour une théorie donnée, relative à un domaine d'individus fixé, et exprimée dans le langage des prédicats sans constantes, il existe toujours une réinterprétation des prédicats qui, tout en préservant la vérité de ces énoncés, est relative à un domaine d'individus différent<sup>160</sup>.

L'opération de réinterprétation est accomplie par ce que Quine appelle *fonctions déléguantes* :

Une fonction déléguante est une transformation bijective explicite quelconque  $f$ , définie sur les objets de notre univers présumé. Par "explicite" je veux dire que pour tout objet  $x$ , spécifié dans une notation acceptable, nous pouvons spécifier  $f(x)$ .<sup>161</sup>

---

<sup>157</sup> Ibidem page 56.

<sup>158</sup> Ibidem page 57.

<sup>159</sup> [Quine WO f], page 53, [Quine WO], page 22.

<sup>160</sup> Je fais ici référence à la thèse des fonctions déléguantes (*proxy fonctions*) illustrée dans plusieurs écrits quiniens. Voir par exemple : [Quine Me L f], page 190-192; [Quine RO f], page 70-74; [Quine PT f], page 57-59.

<sup>161</sup> [Quine PT f], page 57

Ainsi, lorsque nous abandonnons notre univers présumé pour une nouvelle ontologie, chaque prédicat à une place de notre langage est vrai pour  $f(x)$  s'il était vrai pour  $x$  dans l'univers de départ. Une transformation analogue vaut pour les prédicats à  $n$  places. Les énoncés d'observation demeurent associés aux mêmes stimulations sensibles et la structure logique des énoncés de la théorie est inchangée. Cela implique ainsi qu'une pluralité indéfinie d'ontologies (d'interprétations des variables de la théorie) peut s'accommoder des mêmes vérités.

La thèse de l'indétermination de la référence s'appuie sur une vérité logique. Il est logiquement possible que la référence soit indéterminée et donc que la vérité d'une théorie n'implique pas l'existence réelle (non seulement théorique ou hypothétique) des objets présumés par la théorie. Toutefois, à cette possibilité logique pourrait faire face une impossibilité factuelle, fondée sur la nature du processus perceptif.

Ce qui peut éliminer l'indétermination, c'est que la structure préverbale (pré-linguistique) de la perception fixe les interprétations des énoncés en affinant la référence des termes<sup>162</sup>. Mais une science de la perception ne peut exister :

a) qu'à partir du moment où l'on s'interroge sur les raisons pour lesquelles le milieu dans lequel nous vivons s'organise pour nous en objets distincts

b) qu'à partir du moment où l'on n'interdit pas, dans l'explication de ces raisons, tout recours à des processus irréductibles au langage, c'est-à-dire impossibles à expliquer par le seul conditionnement du comportement face aux stimulations sensorielles.

Le projet empiriste quinién présume l'élimination de tout sujet transcendantal et de tout procédé "d'unification" non linguistique des stimulations sensorielles. Admettre une structure préverbale dans l'explication du processus de réification implique que l'on s'engage à reconnaître des données perceptives indépendantes et préalables au langage, ce que l'empirisme quinién s'interdit d'emblée.

Les conséquences quant à la nature des objets des théories scientifiques sont claires :

Les énoncés vrais, qu'ils soient d'observation ou théoriques, sont l'alpha et l'oméga de l'entreprise scientifique. Une structure les relie, et les objets  $y$  figurent comme des simples nœuds. Quels peuvent être ces objets dans leur particularité est indifférent pour la vérité des énoncés d'observation, indifférent pour l'appui qu'ils prêtent aux énoncés théoriques, indifférent pour le succès de la théorie dans ces prédictions<sup>163</sup>.

Les objets abstraits des mathématiques, comme tous les objets de la science, ne sont que le fruit de l'activité de réification propre au langage. Accepter une ontologie ce n'est rien d'autre qu'accepter une théorie :

---

<sup>162</sup> Voir à ce propos [Vuillemin SM], page 364.

<sup>163</sup> [Quine PT f], page 57.

Les objets physiques sont des entités postulées qui abrègent et simplifient notre enregistrement du flux de l'expérience, exactement comme l'introduction des nombres irrationnels simplifie les lois de l'arithmétique. Du point de vue du schéma conceptuel de l'arithmétique élémentaire des nombres rationnels, l'arithmétique plus ample des nombres irrationnels aurait le statut d'un mythe commode, plus simple que la vérité littérale (c'est-à-dire que la vérité de l'arithmétique des seuls nombres rationnels), et toutefois contenant cette vérité comme une de ses parties dispersées.<sup>164</sup>

Notre ontologie, comme notre grammaire, fait partie de notre contribution conceptuelle à la théorie du monde que la science nous offre. L'homme propose des corps, des objets, des entités abstraites pour rendre compte du monde qui l'entoure. Toutefois, la vérité est indifférente à l'ontologie.

Une telle indifférence ontologique s'accommode de la doctrine de l'engagement ontologique de nos théories. Quine reconnaît, contre Carnap, que formuler une théorie revient à s'engager sur l'existence des valeurs des variables impliquées dans la formulation de la théorie en question. Toutefois, le fait que la vérité soit indifférente à l'ontologie permet de neutraliser les conséquences de cet engagement. L'existence des objets auxquels les théories nous engagent est relative à ces théories. Le processus de reconnaissance de la vérité ne repose pas sur cet engagement.

III) La thèse de l'indétermination de la traduction affirme l'inexistence d'un manuel de traduction universel entre les énoncés de deux langues (et donc de deux théories) s'accordant sur les mêmes énoncés d'observation.

Cette thèse est impliquée, dans la doctrine quinienne, par la démonstration de l'impossibilité de définir l'identité de signification entre deux énoncés non observationnels<sup>165</sup>. Étant donné que les conditions d'identité des propositions, des propriétés et des relations (entendues intensionnellement) sont définies sur la base de leur identité de signification, la thèse de l'indétermination implique le rejet de telles notions. Par là elle implique le rejet de la notion d'analyticité même lorsqu'elle serait entendue au sens de vérité en vertu de la signification. Cela coupe toute voie vers une solution à la Gödel. Les mathématiques ne sont donc pas analytiques au sens où elles seraient vraies en vertu de la signification des termes qu'elles contiennent, tout simplement parce qu'une telle notion de signification est irrecevable.

## **2.4 Sauver la vérité : de l'absolutisme interne de Quine**

Une question reste toutefois irrésolue. La solution donnée à la question du statut des mathématiques présuppose la relativité des ontologies aux théories et la relativité des énoncés de celles-ci à leur langage. Étant donné ce caractère hautement conjectural de la science, en quel sens pouvons-nous dire que nos théories sont vraies ? La nécessité

---

<sup>164</sup> "On what there is", dans [Quine FLPV] .

<sup>165</sup> Ibidem, page 65, 75-6 et 78-9



de sauver la neutralité ontologique ne ferait-elle pas basculer tout le système dans un relativisme sceptique qui réduirait la vérité à une simple question de choix ?

Quine s'est toujours défendu de toute interprétation relativiste ou sceptique de sa doctrine.<sup>166</sup> Appeler vrai un énoncé signifie l'accepter dans le corpus de ce que nous appelons science dans un moment donné de notre évolution. La vérité est en ce sens immanente car conséquence d'un choix déterminé en premier lieu par les communautés des hommes à travers la science. Toutefois cela n'implique pas que la science, cette entreprise collective rendue possible par le langage, fixe la vérité. Nous testons nos théories scientifiques par des expériences et des prédictions. Les êtres humains proposent, mais le monde dispose et dans cette recherche de la théorie capable de nous représenter le monde, la vérité, immanente sous un aspect, est bien transcendante pour l'entreprise de la science dans son ensemble.

C'est un idéal de la raison pure, dans la terminologie de Kant.<sup>167</sup>

Or ce raisonnement ne pourra pas aller sans une description des conditions de possibilité par lesquelles le monde dispose des grammaires et des ontologies des êtres humains. En effet si tout énoncé est irrémédiablement le fruit de notre activité théorique et réificatoire, si toute théorie s'exprime nécessairement en postulant des objets et en décrivant des propriétés de ces objets, comment le monde pourrait-il infirmer de manière définitive des énoncés qui sont par leur nature imprégnés de théorie ? Comment serait-il possible qu'en partant des impacts "du monde" sur nos surfaces sensorielles nous puissions reconstruire le verdict du monde sans abuser de notre liberté à protéger nos théories du mieux que nous puissions ? Enfin, comment serait-il possible que, prisonniers du langage comme nous sommes, nous arrivions à sélectionner ces théories qui nous permettent de prédire avec succès de nouvelles entrées sensorielles et donc d'améliorer avec efficacité notre connaissance du monde externe ?

La thèse de l'unité du langage est l'ingrédient essentiel de la solution de Quine à ces problèmes. Le langage est unique ; ses termes sont locaux, intraduisibles et ont une référence impossible à fixer d'une langue à une autre et même d'un sujet à un autre. Ses énoncés d'observation et sa structure logique, au contraire, sont uniques et universaux, fondés sur nos normes innées de similarité perceptive, façonnés par la sélection naturelle. Les énoncés d'observation et les lois logiques sont analytiques au sens qu'apprendre leur usage revient à apprendre la langue. Les énoncés d'observation simples et composés sont aussi susceptibles d'être traduits, énoncé par énoncé, d'une langue à une autre. Ils sont le point de contact entre nos théories et le monde.

---

<sup>166</sup> Voir par exemple [Quine WO f] page 56.

<sup>167</sup> "Reactions" dans [Leonardi Santambrogio], page 353.

Cette unité du langage, contrairement aux doctrines du dernier Carnap, n'est pas postulée, mais soutenue par une conception renouvelée de l'absolutisme logique. Comme l'absolutisme de Frege ou de Russell, l'absolutisme de Quine reconnaît à la logique une fonction catégorielle :

...la simplification et la clarification de la théorie logique, auxquelles contribue une notation logique canonique, n'est pas simplement de l'ordre d'un algorithme; c'est aussi quelque chose de conceptuel. Chaque réduction que nous faisons dans la variété des constructions constituantes nécessaires pour construire les énoncés de la science est une simplification dans la structure du schéma conceptuel de celle-ci. [...] La recherche d'une notation canonique universelle qui ait la structure la plus simple et la plus claire possible ne doit pas être distinguée d'une recherche des catégories dernières ou d'un effort de reproduction des traits les plus généraux de la réalité.<sup>168</sup>

La logique a donc un rôle catégoriel, mais la nature interne de son absolutisme conduit Quine à affirmer la valeur immanente du langage de la science et de ses catégories :

Mettre de l'ordre ontologique dans notre maison ce n'est pas rendre explicite une ontologie implicite en triant dans le langage ordinaire et en le dépoussiérant. C'est une question d'invention et de prise de décision.<sup>169</sup>

L'absolutisme de Quine reconnaît la nature universelle de la logique:

En général, les systèmes canoniques de notation logique doivent être considérés non comme des notations complètes pour des discours traitant des sujets spéciaux, mais plutôt comme des notations partielles pour les discours traitant tous les sujets.<sup>170</sup>

tout en affirmant la valeur théorique, et donc conjecturale, et immanente de l'embrigadement logique :

[...] nous voyons que paraphraser en symboles logiques, ce n'est pas autre chose, après tout, que ce que nous faisons tous, tous les jours, quand nous paraphrasons des phrases pour écarter des ambiguïtés. La principale différence, la quantité de changement mise à part, réside en ceci, que, dans un cas, le motif c'est la communication tandis que dans l'autre c'est l'application de la théorie logique.<sup>171</sup>

Le langage est le médium universel entre nous et le monde. Les énoncés d'observation en constituent les briques de départ. La logique en reflète la structure indépendamment de toute variation du lexique, mais elle est comme toute science révisable. Garante de l'intersubjectivité de notre connaissance, intégrée dans l'apprentissage de la langue, la logique se doit d'être unique. Toutefois, et cela est le propre de la nature interne de l'absolutisme de Quine, l'embrigadement nécessaire pour passer des schémas logiques primitifs à une logique comme théorie, ne peut pas ne pas

---

<sup>168</sup> [Quine WO f], page 232.

<sup>169</sup> [Quine RR], page 88.

<sup>170</sup> [Quine WO f] page 232.

<sup>171</sup> Ibidem page 230.

être le produit de la méthode de la science. Il faudra alors asseoir le choix de la logique classique du premier ordre, en tant que système formel représentant la logique de notre connaissance, sur les mêmes critères que la science. Il faudra pouvoir montrer qu'il s'agit du système le plus simple, le plus économique, le plus apte à répondre aux besoins de notre connaissance. Puisqu'il n'y a pas de philosophie première qui puisse prescrire des lois logiques conformes à ce qui est, la nature interne de l'absolutisme de Quine devrait confier le choix de la logique de la science à la méthode scientifique.

### 3. Prémisse méthodologique

Si le nouvel absolutisme interne de Quine ne se présente pas avec l'allure d'un dogme, c'est qu'il peut être mis à l'épreuve de l'évidence empirique. La logique classique du premier ordre est la logique de notre science parce qu'on peut montrer (quelle que soit la force épistémologique qu'on accorde à cette démonstration) que son choix est en accord avec la méthode de la science. Nous nous attacherons, dans l'examen de cette prémisse méthodologique, aux conditions de cette mise à l'épreuve, de cette "démonstration".

L'examen de l'absolutisme interne de Quine est rendu complexe par une circonstance qu'il convient ici de rappeler. À l'instar de Carnap, Quine rejette toute analyse fondationnelle de notre connaissance. Carnap avait indiqué le but de l'analyse épistémologique par la notion d'explication. Quine rejette même cette notion pour se cantonner dans une notion encore plus faible de description.

L'analyse philosophique de la science ne pourra pas prétendre fonder les vérités logiques car aucune métaphysique, aucune science première plus sûre que la science, ne pourra nous fournir les catégories sur lesquelles asseoir une telle fondation.<sup>172</sup>

Elle ne pourra prétendre expliquer la notion de vérité logique dans un langage formel aux ressources préalablement recensées, sous peine de laisser inexpliqué l'essentiel, à savoir la raison pour laquelle *l'explicandum*, la notion pré-formelle de vérité logique est une notion épistémologiquement intéressante, jouant un rôle essentiel dans le développement de la science.

Une telle analyse philosophique ne pourra que revêtir les habits d'une description, la plus cohérente et la plus simple possible, du rôle de la logique dans la connaissance : une description scientifique de la structure de la science de son intérieur.

Une telle conception des objectifs de l'analyse philosophique nous semble confirmée par la manière dont Quine rend compte des conditions de possibilité de la référence dans le langage. *The Roots of Reference* reprend à son compte l'analyse de

---

<sup>172</sup> Ce passage de l'explication à la description fonde la « naturalisation de l'épistémologie » opérée par Quine.

*Word and Object*, en se concentrant sur la description des processus de l'apprentissage de la référence, (cela, nous le verrons, est particulièrement important dans l'économie de l'absolutisme de Quine). Le but essentiel d'une telle description est d'éclairer la phylogenèse par l'ontogenèse : décrire par la psychologie de l'apprentissage, en termes de théorie du conditionnement, l'émergence des lois logiques dans le développement linguistique de l'enfant. Comme toute description appartenant à la théorie de l'apprentissage, une telle description ne pourra pas se passer de la notion de disposition, les habitudes inculquées par conditionnement étant en effet des dispositions. Or ne pourrait-on pas se demander si l'idiome des dispositions a véritablement droit d'entrée dans un discours de la science sur la science ?

Quine répond positivement à cette question, et cela pour deux raisons.

a) Tout terme de disposition n'est rien d'autre que le nom d'un mécanisme hypothétique, d'un état physique qui pourrait, dans l'état actuel de la science, ne pas être susceptible d'une formulation en termes physiques, mais dont rien n'exclut qu'il ne le deviendra pas un jour. En somme, un terme dispositionnel serait comme la promesse d'une description physique.

b) Tout terme dispositionnel acceptable pour la science est contrôlable par la spécification de ces effets caractéristiques. Les dispositions linguistiques doivent être susceptible d'être testées en fonction du comportement du locuteur.

La manière dont Quine répond à certaines des critiques que Goodman lui adresse dans *Facts, Fictions and Forecast* éclaire, sans aucun doute, la différence que Quine décèle entre les notions d'explication et de description. En effet, à propos de sa conception des dispositions comme promesses d'explication en termes mécanistes, Quine affirme :

Goodman a remarqué (page 45 en note) que ces termes mécanistes seront à leur tour, en dernière analyse, des termes implicitement dispositionnels, n'offrant ainsi aucune échappatoire à un raisonnement circulaire. Cette objection montre avec netteté la différence entre mon attitude envers ce problème et celles de Carnap et de Goodman. Ils considéraient le problème comme celui de la définition ou d'une certaine explication de l'idiome dispositionnel par un idiome plus strictement empirique. Dans un tel contexte, la circularité perçue par Goodman était réelle. Pour ma part je me contente de garder un vocabulaire théorique dont au début certains des termes primitifs ont pu être appris avec l'aide de l'idiome dispositionnel. Je ne m'acharne pas non plus à trouver une place respectable à l'idiome général des dispositions dans un langage théorique embrigadé. **Je décris le rôle heuristique d'un tel idiome dans la construction d'une théorie scientifique, et je l'utilise.**<sup>173</sup>

Cette prémisse étant posée, à quelles conclusions une description du rôle et de la nature de la logique dans le développement de la connaissance scientifique doit-elle arriver, pour que l'absolutisme quinen ne revête pas les habits d'un dogme ? Deux

---

<sup>173</sup> [Quine RR], page 14. C'est nous qui soulignons.

notions guident la réponse quinienne sur cette question. La première est celle d'obviété, la seconde celle de neutralité.

La logique classique du premier ordre est la théorie logique la plus simple car ses lois sont obvies, et c'est la plus économique des théories logiques car elle est neutre ontologiquement.

D'abord, le mot "obvie" doit être rapporté essentiellement au comportement des locuteurs d'une communauté linguistique. L'obviété décrit une disposition à l'assentiment, en toutes ou en certaines circonstances, de la part de ceux qui appartiennent à cette communauté face à des énoncés déterminés. Dire que la logique est obvie signifie affirmer que tout le monde donne son assentiment à ses lois, et que leur apprentissage est intégré aux mécanismes de l'apprentissage de la langue. Les vérités logiques seraient donc toutes obvies ou potentiellement obvies. Chacune est en effet obvie immédiatement, ou médiatement dans la mesure où elle se peut atteindre à partir de vérités obvies, moyennant une suite de pas qui, tous, sont obvies.

Ensuite, le mot "neutre" doit être rapporté à la structure du langage et aux propriétés métathéoriques de la logique qui utilise ce langage. Dire que la logique est neutre revient à affirmer qu'elle n'a pas de sujet propre (pas d'objets et de prédicats spécifiques) et que les ressources conceptuelles mises en œuvre par sa sémantique sont les plus économiques d'un point de vue ontologique. L'économie ontologique est le principe propre de la méthode de la science. Puisqu'il n'y a pas de rupture essentielle entre les vérités de la science et les vérités de sens commun, la description épistémologique de l'apprentissage de la langue doit être informée par les mêmes principes que la méthode scientifique : la description des conditions de possibilité de la langue devra se conformer à l'empirisme relatif propre à la méthode scientifique, sous peine de démentir la continuité entre science et sens commun<sup>174</sup>.

"Contrôler" l'affirmation que la logique classique du premier ordre est la seule logique universelle de notre connaissance, signifie donc contrôler qu'elle a bien ces caractéristiques d'obviété et de neutralité ontologique que Quine lui reconnaît.

### **3.1 Comment contrôler la thèse de l'obviété de la logique ?**

Dans *Philosophie de la logique*, Quine décrit la notion d'obviété par référence au processus de traduction radicale. Si nous essayons de traduire un langage inconnu, nous devons nous appuyer sur le comportement observable des locuteurs de la langue que nous voulons traduire. Ainsi :

Si un indigène est disposé à reconnaître pour vrai quelque énoncé composé alors qu'il ne reconnaît pas pour tel un des constituants de cet énoncé, on sera fondé à ne pas interpréter cette construction comme une conjonction. Si un indigène est disposé à

---

<sup>174</sup> Cette continuité est impliquée par le rejet de l'opposition analytique / synthétique. À propos de l'empirisme relatif, cf §2.2 de ce chapitre.

reconnaître comme vrai un constituant, mais non pas le composé, on sera fondé à ne pas interpréter cette construction comme une disjonction.<sup>175</sup>

De ce constat, Quine tire la conclusion que la logique est, de fait, intégrée à notre manuel de traduction. En effet, elle l'est plus que n'importe quelle autre branche du savoir, et en ce sens elle est la plus obvie des branches de la connaissance. Quine ajoute :

[...] je soulignerai que j'emploie le mot "obvie" en le rapportant au comportement et sans y mettre de nuance épistémologique. Quand je dis que " $1+1=2$ " est obvie pour une communauté linguistique, je veux dire simplement que chacun ou presque dans cette communauté y assentira quelles que soient ses raisons; et quand je dis que "il pleut" est obvie en des circonstances particulières, je veux dire que chacun ou presque y assentira sans hésiter dans ces circonstances.<sup>176</sup>

Toutefois, ajoute Quine, si " $1+1=2$ " est obvie, il n'en est pas de même pour d'autres énoncés mathématiques.

Il y a quelque chose de bien obscur dans ce raisonnement. Les vérités de la logique ne sont pas non plus toutes obvies (au sens où elles ne reçoivent pas toutes l'assentiment). Toutefois Quine affirme qu'elles le sont potentiellement, au sens où elles peuvent être ramenées, nous l'avons dit, à des vérités obvies. Ne pouvons-nous pas affirmer la même chose des énoncés mathématiques ? Si les mathématiques se réduisent à la théorie des ensembles, ne pourrait-on pas affirmer que les théorèmes de celle-ci se réduisent à un noyau de vérités obvies ?

À y bien regarder, l'argument de Quine dans *Philosophie de la logique*, semble nécessiter une explication. À moins de nous contenter d'une enquête statistique, destinée à corroborer l'hypothèse que les lois de la logique classique sont les seules à provoquer un assentiment universel,<sup>177</sup> il faudra bien conclure que la logique doit son obviété à sa neutralité ontologique. Tout le monde donne son assentiment aux lois logiques car les disputes théoriques ne touchent qu'aux choix lexicaux et ontologiques. Étant neutre quant au lexique et à l'ontologie, la logique échappe à ces doutes théoriques. On doit donc en conclure que les lois logiques sont obvies car elles sont neutres ontologiquement. D'ailleurs, cette interprétation semble bien être confirmée par deux affirmations de Quine dans *Philosophy of Logic*.

D'une part, en effet, à propos de la nature potentiellement obvie des vérités logiques, Quine dit :

---

<sup>175</sup> [Quine Ph L f], page 121

<sup>176</sup> Ibidem, page 122

<sup>177</sup> Une telle enquête statistique pourrait bien évidemment ne pas rejoindre les attentes de Quine. En effet, quiconque a eu l'occasion d'enseigner la logique connaît la réticence des étudiants à l'égard de certaines lois, surtout celles qui concernent le conditionnel. Si les lois logiques doivent "aller sans dire", beaucoup doit être dit, dans les faits, pour les expliquer.

Cela ne fait en effet que reprendre certaines remarques du chapitre 4 : que la logique de la quantification et de l'identité admet des procédures complètes de démonstration, et que, parmi celles-ci il y en a qui engendrent des énoncés uniquement à partir d'énoncés visiblement vrais moyennant des pas qui visiblement conservent le caractère d'être vrai.<sup>178</sup>

Le lien que Quine souligne ici entre le caractère obvie de la logique classique du premier ordre et la complétude ne peut être compris qu'à travers la neutralité ontologique. Chacun des pas d'une démonstration dans le langage de la logique classique du premier ordre est obvie car il appartient à une procédure de démonstration complète. La complétude de la procédure implique la capacité de cette dernière à "décrire" de manière exhaustive la notion de vérité logique, sans avoir recours à des entités abstraites, primitives, comme la notion d'ensemble<sup>179</sup> et dont la nature ne pourrait être que conjecturale, ou à un lexique spécifique qui pourrait engendrer des réserves dans l'assentiment des locuteurs. Les mathématiques ne sont pas complètes, car elles ont recours à un lexique et à des objets propres. D'où leur obviété moindre, par rapport à la logique.

D'autre part, à propos de la nature non obvie des mathématiques, Quine répète<sup>180</sup> *ad nauseam* tout au long de *Philosophy of Logic*, qu'il y a plusieurs théories des ensembles et qu'elles ne diffèrent pas seulement dans la formulation mais aussi dans leur contenu. Ce trait est directement lié à l'engagement ontologique propre à cette théorie. Une fois que nous reconnaissons des ensembles, il faut encore se mettre d'accord pour établir quels ensembles doivent être dits exister. Le but du philosophe des mathématiques est alors, entre autres, de comparer ces systèmes et d'en décrire les avantages réciproques, car il n'y en a pas un qui soit incontestablement le meilleur. La vérité d'un tel diagnostic pourrait être contestée, mais il est essentiel de répéter encore que, pour Quine, il découle directement de l'engagement ontologique propre à la théorie des ensembles. Elle parle d'objets et tout discours sur les objets est irrémédiablement pluriel. À cause de la frontière franche que Quine a tracé entre logique et mathématique, la logique échapperait à la pluralité et par là elle exhiberait ces caractéristiques de neutralité ontologique nécessaires à en établir l'obviété.

De ces remarques il semble donc possible de conclure que l'obviété est "décrite" par Quine en termes de neutralité et qu'il faut se tourner vers cette dernière, pour en saisir toute la portée.

### **3.2 Comment contrôler la thèse de la neutralité de la logique ?**

---

<sup>178</sup> Ibidem, page 123

<sup>179</sup> Cf. à ce propos la remarque de Gödel concernant la logique du premier ordre, citée à la section 3.2.2. du chapitre précédent

<sup>180</sup> Entre autres pages 71, 98, 107 de [Quine PL f].

Deux aspects, nous l'avons dit, doivent être pris en considération dans l'analyse du caractère neutre de la logique :

- a) la nature de son langage
- b) la nature des ressources demandées par sa sémantique.

### **3.2.1 Le langage de la logique est neutre**

Affirmer que le langage est neutre revient à affirmer que la logique est universelle. Puisque la logique ne demande pas de reconnaître des objets spécifiques, les valeurs de ses variables peuvent être interprétées dans n'importe quel domaine. Puisqu'elle ne demande l'usage d'aucun prédicat spécifique, d'aucun fragment spécifique du lexique, elle est au service de toute connaissance, de toute théorie, quels que soient ses besoins lexicaux<sup>181</sup> et ses engagements ontologiques.

Afin de fixer les critères méthodologiques nécessaires au contrôle de la thèse de la neutralité de la logique, il faudra analyser deux problèmes qui sont impliqués par cette affirmation.

D'abord, affirmer que la logique n'a pas de lexique propre, présuppose que les symboles logiques propres, les fonctions de vérités et les quantificateurs ne soient pas considérés comme éléments du lexique logique. Ils devront être rangés dans la catégorie des symboles syncatégorématiques, sans référence et signification propre mais avec un simple rôle de constructeurs d'énoncés. Si les connecteurs ne sont pas des fonctions logiques, la question de leur choix, de leur distinction des symboles non-logiques, de leur caractérisation univoque se pose avec urgence. Comment échapper à la caractérisation par simple énumération des symboles logiques ? Pourquoi considérer le symbole ensembliste d'appartenance comme un élément du lexique spécifique aux mathématiques et ne pas considérer au même titre la négation ou la conjonction ? Ici aussi le paradigme de l'épistémologie naturalisée interdit toute tentation fondationnaliste dans les réponses à ces questions. Il ne s'agit pas de fonder l'opposition entre symboles logiques et symboles non logiques, et d'ailleurs les trois indéterminations rendent impossibles une distinction nette entre lexique et grammaire. Il s'agit au contraire de décrire le processus par lequel nous pouvons isoler, choisir la structure logique nécessaire pour caractériser la classe des vérités logiques par la sémantique la plus économique et la plus simple. La description de ce processus débouche sur l'embrigadement des formes du langage dans une structure canonique qui est celle de la logique classique. Seule la méthode de la science peut guider ce choix. En ce cas l'étude métathéorique de la logique classique montrerait que les ressources nécessaires à interpréter son langage sont ontologiquement peu coûteuses. Cette question nous

---

<sup>181</sup> Pour ces deux raisons, d'ailleurs, la logique se distinguerait des mathématiques, qui ont un lexique préférentiel propre et des valeurs pertinentes particulières pour leurs variables.



renvoie directement à l'analyse de la notion de vérité logique et des ressources conceptuelles nécessaires à sa définition.

Toutefois, la question de la caractérisation des connecteurs logiques n'épuise pas les problèmes posés par l'affirmation de la neutralité du langage de la logique. Lorsque l'on affirme que le langage logique est au service de toute connaissance, de toute théorie quels que soient ses besoins ontologiques, on prétend aussi que l'assertion des énoncés, dans laquelle la vérité se dissout, est neutre du point de vue ontologique. Arrêtons nous sur ce point capital.

Quine affirme que le prédicat "vrai" remplit son rôle en se dissolvant dans l'acte d'indiquer le monde. "La neige est blanche" est vrai si et seulement si la neige est blanche. Le prédicat de vérité se dissout dans la décitation, mais décrire n'est pas une opération triviale. Le prédicat de vérité nous permet de parler des énoncés d'un langage. La décitation élimine le détour que nous avons opéré par le fait de ne pas simplement affirmer ou assentir à l'énoncé en question, mais de le citer pour en dire qu'il est vrai. L'expression "est vrai" sert justement dans les occasions où, quoique en ayant en vue la réalité, nous sommes conduits à parler d'un énoncé, en rendant le langage auquel il appartient objet de notre analyse.

Ici le prédicat de vérité sert, en quelque sorte, à montrer du doigt la réalité à travers l'énoncé; il sert à rappeler que la réalité continue d'être l'essentiel, même si l'on ne fait que mentionner des énoncés.<sup>182</sup>

La vérité, aux yeux de Quine, est déterminée de manière univoque par le mécanisme de la décitation et cela implique que l'indication de la réalité est de manière univoque réalisée par le langage.

Supposons par exemple qu'il puisse exister deux prédicats "vrai<sub>1</sub>" et "vrai<sub>2</sub>".

S'ils satisfont le principe de décitation, affirme Quine<sup>183</sup>, ils sont coextensifs. Un énoncé quelconque "p" vérifie l'équivalence suivante :

"p" est vrai<sub>1</sub>  $\equiv$  p  $\equiv$  "p" est vrai<sub>2</sub>

Il est clair qu'une telle affirmation ne vaut que si le seul aspect pris en compte dans la notion de vérité est son extension et non la manière par laquelle la vérité d'un énoncé est reconnue. Cette affirmation est-elle justifiée ? Pourquoi ne pourrait-t-il y avoir deux manières d'asserter "p" ? Une confrontation avec Frege permettra d'éclaircir ce point. Frege avait également affirmé que la vérité se dissout dans l'assertion, mais il ajoutait aussi qu'asserter un énoncé, c'est-à-dire exprimer la reconnaissance que la dénotation de tel énoncé est le vrai, revient à juger que l'objet pris comme argument tombe sous le concept, étant donné que tout énoncé élémentaire est susceptible d'être analysé en

---

<sup>182</sup> [Quine Ph L f], page 22.

<sup>183</sup> [Quine SS], page 67.

fonction et objet<sup>184</sup>. et que ce "tomber sous" ne pouvait se produire que d'une, et une seule, manière car l'objet s'unit immédiatement au concept sans un ciment spécial<sup>185</sup>. Or l'unicité des modes d'assertion, l'unicité du vrai, l'unicité de « "p" est vrai » est en dernière instance garantie par cette doctrine fregienne de la nature des objets et des concepts, par une hypothèse ontologico-catégorielle.

En l'absence d'une telle hypothèse, pourquoi, dans le cas de Quine, cette indication du monde devrait aussi se faire de manière univoque ? Pourquoi ne pourrait-il pas y avoir différentes manières de reconnaître la vérité d'un énoncé ? Pourquoi ne devrait-il pas y avoir différentes manières d'asserter un énoncé ? Pourquoi, au fond, la relativité de l'ontologie ne devrait-elle pas affecter la vérité ? La réponse de Quine nous semble reposer sur la notion d'assentiment, à laquelle revient la notion de vérité. Il n'appartient pas à la logique d'assurer qu'une énonciation recevra l'assentiment d'autres locuteurs, ni de demander la raison d'un assentiment ou d'un dissentiment. Il demeure que, s'il y a assentiment, l'énoncé en question a accompli sa tâche : il a indiqué le monde, il a permis un contrôle intersubjectif de la réalité.

Carnap avait affirmé qu'un énoncé d'observation devait être considéré comme vrai, si et seulement si, tout locuteur d'une communauté donnée était prêt à lui donner son assentiment dans des conditions appropriées. Il avait toutefois accepté, dans le langage d'observation, des noms de propriétés et d'objets, investis du caractère conjectural propre aux théories. Nous avons vu comment il échappait au relativisme en définissant, dans les deux premières périodes, et en postulant, dans la dernière, des règles de traduction de tout langage dans tout langage. La thèse de l'indétermination de la traduction contraint Quine à refuser une telle solution. On ne peut pas postuler l'unité du langage par traduction, car toute traduction devrait s'appuyer sur l'identité de signification des termes, ou des énoncés traduits. Or cette possibilité a été exclue par la thèse de l'indétermination de la traduction. Par là, l'indétermination de la référence et la valeur conjecturale des objets menacent directement toute reconnaissance de la vérité, que Quine veut absolue et non relative à un langage. Une solution est toutefois possible.

Il suffit de repousser les objets hors du processus de reconnaissance de la vérité pour libérer les énoncés d'observation des aspects conjecturaux propres aux théories. Il suffit d'exclure le processus de reconnaissance de la référence des termes hors des mécanismes d'assentiment ou de dissentiment des énoncés d'observation pour les sauver des indéterminations des théories. Les énoncés d'observation sont vrais ou faux de manière

---

<sup>184</sup> « Reconnaître cette dénotation [la dénotation d'un énoncé] comme celle du Vrai revient à juger que l'objet qui est pris comme argument tombe sous le concept ». *Ausführungen über Sinn und Bedeutung* [Frege NS a], page 119.

<sup>185</sup> « [...] L'insaturation du concept fait en sorte que l'objet, par le fait d'effectuer la saturation, s'unit immédiatement avec le concept, sans besoin d'un ciment spécial. Les objets et les concepts sont faits fondamentalement les uns pour les autres, et dans la subsomption se réalise leur union fondamentale. ». "On Schönfliess : *Die logischen Paradoxiens der Mengenlehre* " [Frege NSa], page 178.

absolue, mais seulement holophrastiquement, sans qu'aucune composante théorique n'intervienne dans l'évaluation. Les lois logiques qui, comme les énoncés d'observation, échappent à l'indétermination de la traduction, seront montrées obvie car intégrées au processus d'apprentissage de la langue, qui débute, avant tout péché ontologique, avec les énoncés occasionnels parmi lesquels on compte les énoncés d'observation.

Il n'y a qu'une logique universelle car il n'y a qu'une seule notion de vérité, non compromise avec l'ontologie. Et cela est possible grâce au mécanisme de décitation. "La neige est blanche" est vrai si et seulement si la neige est blanche. Abordant de cette manière le problème de la vérité, Quine le réduit à l'assentiment. Il faudra que l'analyse épistémologique de l'apprentissage de l'assentiment montre bien qu'aucune ontologie n'est présupposée par cette notion, de laquelle dépend strictement la notion de vérité.

### 3.2.2 La neutralité de la métathéorie

Nous avons souligné le rôle central que la complétude de la logique classique du premier ordre joue dans le choix de cette logique en tant que logique de la connaissance. Toutefois la complétude en soi n'est pas suffisante car, bien évidemment, d'autres logiques sont complètes et d'autres propriétés métathéoriques (la décidabilité, la catégoricité, la propriété du modèle fini) pourraient être mises en compétition avec la complétude. Il faut alors se tourner vers l'analyse des ressources nécessaires à la définition de la vérité logique, pour comprendre pourquoi Quine affirme que la logique classique du premier ordre est la logique de la connaissance. L'analyse de certains des travaux de Quine entre les années 1936-1946 est particulièrement éclairante à ce sujet. Plusieurs de ces travaux sont consacrés à l'étude de ce que Quine appelle, avec d'évidentes réminiscences carnapiennes, *la syntaxe générale* :

La syntaxe générale, la partie formelle de la théorie générale des signes, a comme opération de base la *concaténation*, exprimée par le connecteur " $\wedge$ " et comprise ainsi : si  $x$  et  $y$  sont des expressions, alors  $x\wedge y$  est une expression formée en écrivant l'expression  $x$  immédiatement suivie de l'expression  $y$ . Par exemple si "alpha" et "beta" sont considérés respectivement comme les noms des signes " $\alpha$ " et " $\beta$ ", l'expression " $\alpha\wedge\beta$ " est le nom de l'expression " $\alpha\beta$ ".<sup>186</sup>

Or, selon Quine, l'analyse des ressources nécessaires à la définition de la vérité logique montre que la logique du premier ordre n'a besoin que des seules ressources sur lesquelles tout langage repose : la concaténation des symboles et les agencements qui en résultent. Toutefois, la théorie de la concaténation :

[...] ne doit pas nécessairement être pensée comme ayant un sujet syntaxique ; elle peut être considérée comme ayant affaire à des suites finies d'objets de n'importe quelle sorte. Les objets, appelés atomes, sont eux mêmes considérés comme des suites, c'est-

---

<sup>186</sup> "Concatenation as a Basis for Arithmetic" dans [Quine SLP], page 70.

à-dire des suites de longueur un ; et la concaténation est l'opération qui consiste à rattacher de bout en bout ces suites pour en former de nouvelles.<sup>187</sup>

Puisque, comme nous le verrons, il est possible de plonger l'arithmétique élémentaire dans la théorie de la concaténation et vice-versa, les ressources nécessaires à la définition de la vérité logique dans la logique classique du premier ordre sont les mêmes que celles de la syntaxe générale et, par conséquent, du fragment le plus obvie des mathématiques. Ce raisonnement est à la base de la thèse affirmée dans *Philosophy of logic* selon laquelle « logique=grammaire+vérité », la notion de grammaire pouvant être comprise au sens de la théorie de la concaténation. Il faudra alors contrôler que la notion de grammaire peut être employée de manière appropriée dans le cas du langage de la logique.

### **3.3. Choisir une logique, choisir un sujet : conclusions méthodologiques pour l'analyse de l'absolutisme de Quine**

Quel principe méthodologique pouvons-nous tirer de ces remarques ? Comment contrôler l'affirmation de la neutralité et de l'obviété de la logique classique des prédicats qui guide l'absolutisme de Quine?

Toute analyse épistémologique acceptable du rôle et de la nature de la logique, ainsi que toute analyse sémantique justifiant la place octroyée à la logique classique en tant que logique de la science se doit de ne pas contredire la parcimonie ontologique dictée par la méthode de la science, telle que Quine l'indique. Dans *Philosophie de la logique*, Quine affirme :

Puisque donc je vois la logique comme la résultante de deux composants, vérité et grammaire, je traiterai de vérité et grammaire au degré éminent. Mais je combattrai la doctrine que les vérités de la logique sont vraies à cause de la grammaire ou à cause du langage.<sup>188</sup>

Puisque l'obviété dépend de la neutralité, il faudra contrôler la neutralité ontologique de ces deux composants, à savoir vérité et grammaire.

i) L'analyse de la notion de vérité relève à la fois de la psychologie de l'apprentissage et de la sémantique des langages. Si la vérité des énoncés d'observation est obvie, c'est bien parce que la reconnaissance de cette vérité n'a pas partie liée avec l'ontologie et donc avec sa relativité. Et s'il n'y a qu'une vérité, ce n'est pas pour des raisons ontologiques. Au contraire, l'ontologie rendrait irrémédiablement plurielle la vérité à cause de son défaut de référence. La vérité est une, universelle et absolue, parce que le contrôle de la vérité des briques primitives de notre connaissance et de notre

---

<sup>187</sup> Ibidem page 71.

<sup>188</sup> [Quine Ph L f], page 7.

langage n'a rien à voir avec l'ontologie. Par conséquent, la logique qui nous permet de passer d'assertions vraies à des assertions vraies doit être aussi unique et universelle.

Mais en est-il vraiment ainsi ?

Quine, nous le verrons, lie la reconnaissance de la vérité aux notions d'assentiment et de dissentiment portant sur le comportement verbal d'autrui. Il faudra alors que rien hors des stimulations et des réponses conditionnées à ces stimulations ne soit présumé dans le processus d'apprentissage de l'assentiment et du dissentiment. La notion de vérité, dépendant de celle d'assentiment, doit ressortir ontologiquement vierge de cette analyse. À cette condition seule, l'obviété et l'unicité de la logique trouveront leur légitimité dans la neutralité ontologique de la vérité.

ii) Si la logique une et universelle est la logique classique du premier ordre, c'est bien parce que ses lois sont évidentes. Elles le sont car elles ne s'éloignent pas de la "pureté ontologique" de la vérité. Bien sûr la logique du premier ordre quantifie sur des variables, dont les valeurs sont des objets, mais lorsqu'on se tourne vers les ressources nécessaires à l'interprétation sémantique de son langage, on se rend compte qu'elles sont réellement les plus économiques. Selon Quine, ces ressources ne sont rien d'autre que les conditions de possibilité de tout langage. Afin de contrôler que la logique classique du premier ordre remplisse bien ces conditions, il faudra alors que les ressources sémantiques nécessaires (dans ce système) à la définition de la vérité logique soient les plus "neutres" possibles.

Une analyse épistémologique naturalisée du rôle et de la nature de la logique dans la connaissance qui ne satisferait pas de telles contraintes ne pourrait pas avaliser la thèse de l'obviété et de la neutralité de la logique classique, et donc ne pourrait pas avaliser son choix. De ces deux contrôles devrait sortir une image de la vérité logique telle que tous ceux qui parlent des langues (même radicalement différentes) soient susceptibles de s'accorder sur elle, sans que cet accord puisse être fondé sur autre chose que les mécanismes mêmes de l'apprentissage linguistique. Les vérités logiques doivent "aller sans dire", sans que pour autant une nécessité autre que celle immanente à notre connaissance puisse y être attachée.

Cette hypothèse de travail nous semble particulièrement importante pour attaquer le fameux slogan quinién selon lequel changer de logique est changer de sujet. Dans *Philosophie de la logique*, Quine discute brièvement l'éventualité, qu'il qualifie de fantaisie burlesque, de rejeter le principe de contradiction. En ayant objecté que cette éventualité n'amènerait qu'à l'annulation de tout savoir, Quine affirme :

En réponse à cette réponse on dit qu'une trivialisat[i]on à aussi grande échelle pourrait peut-être être évitée à condition de procéder à des ajustements compensatoires qui empêcheraient une contradiction d'amener avec elle cette déductibilité aveugle de tous les énoncés indistinctement. On suggère encore que cela nous donnerait peut être l'occasion d'équiper notre nouvelle logique de manière qu'elle soit en mesure de mettre à part ses contradictions et de les maîtriser.

Mon opinion sur ce dialogue est qu'aucun des participants ne sait de quoi il parle. Ils croient parler de la négation " $\neg$ " ou "non" ; or il est certain que cette notation a cessé d'être identifiable à la négation à partir du moment où on commence à regarder des conjonctions de la forme " $p \wedge \neg p$ " comme vraies, et qu'on s'arrête de dire que ces énoncés impliquent tous les autres. Telle est évidemment la difficulté de la position du logicien déviationniste : c'est que quand il essaie de nier la doctrine, il ne fait que changer le sujet.<sup>189</sup>

Quel est le sujet de la logique que le logicien déviationniste change lorsqu'il essaie de changer de doctrine ? L'analyse quinienne du rôle de la logique dans la traduction pousse à affirmer que ce sujet n'est pas à proprement parler **un** sujet. Si la logique a pour Quine un sujet, ce sujet n'est rien d'autre que le sujet général du langage, c'est-à-dire la totalité de notre savoir. C'est ce sujet qui interdit de parler de négation à partir du moment où on commence à regarder des conjonctions de la forme " $p \wedge \neg p$ " comme vraies. La totalité de notre savoir est construite à partir d'énoncés d'observation avec l'aide essentielle de **la** logique. Accepter un énoncé et sa négation signifie pour Quine assentir et dissenter en même temps. Une fois détruite l'opposition de ces deux comportements, la totalité de notre savoir s'écroule. Le rôle de la logique dans la connaissance est de permettre l'apprentissage et la traduction. La logique est la condition de possibilité de ces activités. Or puisque la logique est vérité et grammaire, lorsque le logicien déviationniste change de grammaire, il s'expose à deux risques que Quine considère comme fatals :

a) il complique la grammaire en la transformant en théorie. Il peut être contraint, dans sa déviation, à avoir recours à un langage dont l'interprétation sémantique présuppose des entités ontologiques coûteuses et extravagantes, en contrevenant au principe d'empirisme relatif de la méthode.

b) il s'éloigne de la notion ontologiquement vierge (et donc obvie) de vérité, telle qu'elle est intégrée dans notre langage. La vérité est une, universelle et neutre du point de vue ontologique ; abandonner les règles logiques qui la reflètent dans l'arbre de la grammaire signifie abandonner l'obvie pour l'extravagant, en contrevenant encore une fois aux prescriptions de la méthode de la science.

En conclusion, si un doute pouvait être émis :

- à propos de la description que Quine propose du mécanisme et des dispositions qui rendent possible le langage et en particulier à propos de l'indifférence présupposée de l'ontologie dans le processus de recognition de la vérité

- à propos de la nature ontologiquement économique de la sémantique de la logique classique,

le slogan de Quine, « changer de logique est changer de sujet », ne serait plus troublant. Si chaque logique a un sujet, changer de logique ne peut pas ne pas impliquer un changement de sujet, un changement dans le sens du mot vrai qu'elle présuppose.

---

<sup>189</sup> [Quine PhL f], page 121.

Le choix de la logique classique se justifie par son obviété et sa neutralité. Par ces deux notions Quine affirme l'idée d'une logique unique, d'une théorie unique du vrai dégagée de la multiplicité des formes de la réification. Si ces caractères d'obviété et de neutralité pouvaient être montrés problématiques, l'idée même d'un absolutisme interne en serait affectée. Sans ces caractères on ne pourrait pas affirmer que la logique classique est la théorie la plus simple et la plus économique. Le choix de la logique de la science risquerait alors de rester indéterminée.

## 4. La vérité est-elle neutre ontologiquement ?

Garantir la nature absolue de la vérité face à la relativité de l'ontologie signifie donner à la référence et à l'ontologie un statut de simples auxiliaires de l'entreprise de la science.<sup>190</sup> Les énoncés d'observation vrais sont le début et la fin de la science, les énoncés théoriques vrais en sont les moyens. Les objets y figurent comme de simples noeuds, sans effet sur la vérité des énoncés d'observation, les seuls dont le monde puisse disposer individuellement.

Le langage est conçu dans le péché et la science est sa Rédemption<sup>191</sup>

mais le processus de recognition de la vérité est avant tout péché. La vérité fait encore partie de l'Éden du langage animal, celui qui est sans objet, libre de toute hypostase et donc sans cette faute que seule la science peut racheter.

Pour arriver à la notion de vérité logique il faut donc remonter à celle de vérité, et par là à celle d'assentiment qui est à la source de la notion d'obviété des lois logiques. Avant toutefois de rentrer dans les détails de l'analyse épistémologique de Quine, considérons le problème dans sa généralité.

Au-delà de la caractérisation sémantique du prédicat de vérité par un ensemble récursif de règles formelles, en quel sens pouvons-nous dire qu'un énoncé est vrai ? Considérons le cas le plus simple, celui d'un énoncé susceptible d'être analysé en un prédicat à une place et un argument.

D'une part, dire qu'un énoncé est vrai ne voudrait rien dire d'autre sinon que l'objet nommé par l'argument tombe, dans les termes de Frege, sous le concept nommé par le prédicat. Formulée ainsi en langage réaliste, cette affirmation est susceptible d'être traduite en langage intuitionniste. On pourra, en considérant les concepts comme des règles de production ou de construction, affirmer que la vérité d'un énoncé se réduit à la possibilité de construire l'objet en accord avec la règle exprimée par le prédicat. En

---

<sup>190</sup> [Quine PT f], page 57.

<sup>191</sup> [Quine RR], page 68.

somme, quelle que soit la nature assignée aux concepts et aux objets, cette première notion de vérité exprime l'existence d'une relation qui, pour un réaliste, serait une relation d'appartenance et, pour un intuitionniste, une relation d'adéquation entre l'objet construit et la règle de sa construction. L'analyse logique de la notion de vérité est alors une prémisse à l'analyse ontologique de ces entités qui, par la prédication, sont au fondement de la notion de vérité. Quel que soit le résultat de cette analyse, le principe de neutralité est inacceptable selon cette première notion de vérité. Il est inacceptable dans ses versions carnapienne et quinienne.

D'autre part un énoncé est vrai s'il correspond (et peu importe l'interprétation de cette notion de correspondance) à un fait ou à un événement. Une telle correspondance entre un énoncé et un fait ou un événement serait donc ce que nous indiquons lorsque nous disons qu'un énoncé est vrai. Cette correspondance doit être considérée préalablement à toute analyse possible de l'énoncé en argument et prédicat. Le format auquel tous nos énoncés se réduiraient serait non pas le format de la prédication d'une propriété à un objet, mais celui des expressions impersonnelles comme "il pleut", "il fait froid", inanalysables et exprimées pour correspondre dans leur ensemble à un événement. Une telle conception de la vérité exclut-elle que l'on puisse parler de prédication dans ce rapport de *correspondance* entre énoncés et événements ? En principe, non. On peut considérer que l'événement est une sorte d'instance, d'exemplification de l'universel (la pluie ou le froid dans les exemples précédents). L'universel serait ainsi localisé par 'le bruit' de l'énonciation, par l'onde sonore émise par les participants au dialogue. L'énonciation permettant de délimiter de manière suffisamment précise les repères nécessaires à localiser l'universel, un événement, celui de l'énonciation, devient alors l'instance de l'universel en question. Il est vrai que les circonstances de l'énonciation ne sont pas susceptibles d'une définition en termes de points spatio-temporels identifiables et ré-identifiables dans un espace-temps objectif. Les repères spatio-temporels ne sont que relatifs aux sujets de la communication. Toutefois ils sont bien intersubjectivement reconnaissables grâce à la langue. "Ici", "là bas", "maintenant" sont parmi les mots de la langue qui expriment linguistiquement ces repères. C'était d'ailleurs le point de vue de Carnap lorsqu'il affirmait (cf. § 2.3. 2 du chapitre 1) que les variables du langage d'observation portent sur des événements.

En déniant à la notion d'événement une quelconque portée ontologique, vu le défaut d'identification propre aux événements, Quine reconnaît la vérité des théories de la science sans pour autant accepter les conséquences des engagements ontologiques formulés par ses théories. La reconnaissance de la vérité des énoncés d'observation précéderait ainsi tout processus de réification. Nous considérerons dans les prochaines sections les détails de cette théorie de la vérité. Pour l'instant il est important de souligner l'usage que Quine fait de cette conception non-prédicative des énoncés occasionnels afin de sauver la vérité de la précarité de l'ontologie. Les énoncés



d'observation, même les plus raffinés comme ceux des communautés scientifiques spécialisés, sont à double face. Ce qui fait d'eux des énoncés d'observation c'est leur association holophrastique avec des parcours déterminés de stimulations sensorielles. La connaissance, ainsi que l'apprentissage de la langue, commence par des énoncés de ce type, et non pas par des termes à la référence indiscernable et aux implications ontologiques extravagantes. C'est pour cette indépendance des théories et, plus précisément, de leurs inévitables processus de réification que les énoncés holophrastiques d'observation sont intersubjectifs. Mais, indépendants des théories lorsqu'ils sont pris holophrastiquement, ces mêmes énoncés en sont dépendants lorsqu'ils sont analysés en termes d'objets postulés par les théories. Les énoncés d'observation à la fois imprégnés de théorie et indépendants de la théorie, constituent, par cette double nature, le point de contact entre les théories et le monde. À travers ce point de contact les verdicts du monde, embrigadés dans nos langages théoriques, disposent de nos théories. La thèse de Quine dépend, il faut le souligner, d'une hypothèse théorique : la nature non-prédicative des énoncés occasionnels d'observation. Nous reviendrons sur cette thèse cruciale, après avoir analysé la nature des énoncés d'observation et précisé en quel sens ils sont obvia.

#### **4.1 Trois procédés pour traiter de la notion de perception**

Dans l'esprit de l'empirisme naturalisé, seul le langage peut garantir l'intersubjectivité de la connaissance et la nature obvia de la logique. Comme des catégories premières ne peuvent pas constituer le point de départ de l'enquête, ainsi aucune place privilégiée ne doit être accordée au sujet et à sa structure perceptive. Il faudra alors garantir l'intersubjectivité du mécanisme d'unification des bombardements neuraux provoqués par le monde sur nos surfaces sensorielles. Il faudra expliquer comment le monde peut disposer de nos théories, étant donnée la masse d'informations qui nous arrive de notre environnement et son manque de structure.

La solution de Quine à ces questions est behavioriste. Elle fait jouer au mécanisme du stimulus-réponse (ou plutôt à une version libéralisée de celui-ci) le rôle de "constructeur d'habitudes perceptives", étant entendu d'emblée que l'existence de ces habitudes devra être contrôlable empiriquement par l'observation du comportement. Les notions dispositionnelles de saillance et d'empathie sont introduites afin de fixer les standards perceptifs nécessaires au langage. Le contrôle empirique de ces dispositions est assuré par une disposition de second ordre : la similarité perceptive.

Partons, donc, du début de l'histoire.

##### **4.1.1. La similarité perceptive**

Ce qui nous bombarde de l'extérieur, nous ne pouvons le connaître que par l'ensemble des récepteurs sensoriels à la surface de notre corps. On appellera donc

stimulus global (gsi) une suite ordonnée de récepteurs nerveux activés à un moment donné de manière telle que  $gsi = \langle \alpha_1, \dots, \alpha_n \rangle$ .

En prenant en compte la présence, dans des stimuli globaux distincts, de récepteurs égaux dans un ordre plus un moins égal, il est possible de définir une relation de similarité réceptive entre stimuli.

Toutefois cette relation objective n'est pas suffisante pour permettre l'émergence du langage. L'uniformité qui nous unit dans la communication demande que cette relation objective de similarité réceptive puisse être façonnée par la communauté de manière à privilégier certaines associations plutôt que d'autres. Il faut que l'association par similarité soit assujettie aux normes de similarité que le langage a fixé comme intersubjectivement essentiels pour la communauté. Ces normes sont transmises par dressage linguistique et leur tâche est de marquer certains traits des stimulations réceptives comme saillants. La saillance est du domaine de la théorie de la perception : pourquoi sommes nous sensibles à certains aspects du cadre perceptif (le rapport figure-fond, la continuité de direction des lignes, les couleurs) et pas à d'autres ? La théorie de la perception explique la saillance en termes de principes ou de lois d'association des unités phénoménales. Une autre solution, de nature comportementaliste, est possible. Il faut imaginer une prédisposition à fixer certaines normes de similarité susceptibles d'augmenter la survivance de l'individu et de l'espèce. À partir de cette notion de similarité "subjective", on pourra définir la notion de saillance, sans présupposer des principes organisateurs de l'expérience.

La relation "subjective" de similarité perceptive est définie à partir de la relation objective de similarité réceptive. En mesurant les réactions des sujets à des stimuli globaux similaires quant à la réception, on aura un contrôle empirique de leurs normes de similarité perceptive. La notion mathématique de voisinage servira à caractériser cette deuxième relation de similarité. On dira alors que le stimulus global  $gs_1$  est plus similaire quant à la perception au stimulus global  $gs_2$  qu'au stimulus  $gs_3$ , pour un sujet, si le sujet, ayant été conditionné à répondre par la réaction "a" à tous les épisodes dans le voisinage réceptif de  $gs_1$  et à ne répondre par "a" à aucun épisode dans le voisinage réceptif de  $gs_3$ , répond par "a" en présence du stimulus  $gs_2$ .

Cette caractérisation est loin de pouvoir constituer une définition. La similarité perceptive est une relation discontinue et, comme toute disposition, elle est soumise à des conditions *ceteris paribus*. En effet, c'est une disposition au conditionnement, plus précisément un faisceau de dispositions, d'habitudes réactives inculquées par conditionnement. Elle est toutefois suffisante pour constituer le point de départ de l'apprentissage :

Si un individu est capable d'apprendre, des différences dans le degré de similarité doivent être implicites dans son modèle d'apprentissage. Dans le cas contraire toute réponse, si elle était renforcée, serait conditionnée de manière égale et indiscriminée

par un quelconque épisode futur, tous les épisodes étant similaires au même degré. Ainsi pour ordonner nos épisodes selon leur degré de similarité, quelque canon implicite, bien que provisoire, doit précéder tout apprentissage, et donc être inné.<sup>192</sup>

#### **4.1.2 La saillance**

Partant de cette relation de similarité perceptive, il est facile de définir la notion de saillance, comme étant cette partie d'un stimulus global partagée par tous les stimuli similaires quant à la perception et dissimilaires quant à la réception. Les mouvements, les formes, les couleurs, les contrastes fond/figure sont les caractéristiques de la perception que l'on peut décrire comme saillants. Étant donnée la similarité perceptive, aucune hypothèse mentaliste n'est nécessaire pour expliquer ces caractéristiques. La saillance se montre à travers l'évidence empirique de la similarité perceptive. Cette dernière, comme toute disposition innée, est le résultat d'une hypothèse physiologique :

Quand je pose une disposition innée, je suis en train de supposer un arrangement déterminé, même s'il n'est pas spécifié, de cellules ou peut-être une combinaison de tels arrangements. Cela pourrait être une partie du système nerveux ou une glande, cela pourrait consister en différentes structures, situées dans l'organisme de manière variée.<sup>193</sup>

La saillance est le résultat du conditionnement rendu possible par cette disposition innée. Tout conditionnement ultérieur ne consiste physiologiquement que dans l'acquisition d'un chemin neural.

La contrôlabilité empirique est tout ce qu'on doit demander pour admettre ces dispositions dans notre analyse. Le reste, l'épistémologie n'a qu'à le postuler, car c'est la tâche de la physiologie de l'expliquer.

#### **4.1.3 L'empathie**

Parcours neuraux, arrangements cellulaires et stimuli sont toutefois l'affaire d'un seul individu. Comment garantir que ces normes perceptives soient communes ? La sélection naturelle ainsi que la transmission intra-spécifique sont les conditions qui assurent une telle harmonie. La première pousse vers l'uniformisation au résultat le plus favorable à la survie, la seconde au conformisme social, condition de l'intégration de l'individu au groupe.

Pour que la transmission intra-spécifique soit possible, une nouvelle disposition doit être postulée : l'empathie.

L'empathie domine l'apprentissage du langage, à la fois chez l'enfant et chez le linguiste sur le terrain; dans le cas de l'enfant, elle vient des parents. Ceux-ci évaluent la justesse de l'énoncé d'observation prononcé par l'enfant en notant sa position par rapport

---

<sup>192</sup> Ibidem, page 19.

<sup>193</sup> Ibidem page 13.

à la scène observée. Dans l'autre cas -le linguiste sur le terrain- l'empathie vient de ce dernier, au moment où il avance sa première conjecture. Quelle est la nature de l'empathie ? Quelles sont ces conditions de possibilité ?

Nous avons tous, dit Quine, un don troublant pour saisir par empathie la situation perceptive des autres, quelle que soit notre ignorance du mécanisme physiologique ou optique de leur perception. Ce don est comparable, ou presque, à notre habilité à reconnaître les visages tout en étant incapables de les dessiner ou de les décrire.

#### **4.2 Du langage animal au langage humain : assentiment et dissentiment**

Les trois dispositions précédentes et le principe du plaisir, implicite dans le schéma behavioriste du conditionnement appliqué au langage, sont tout ce qui est nécessaire pour décrire le mécanisme d'apprentissage des énoncés occasionnels d'observation.

On prononce ou on entend un son articulé en présence d'un stimulus global donné. L'association est récompensée lorsque le son est répété en présence de circonstances similaires quant à la perception. Elle sera au contraire sanctionnée en des circonstances différentes. Le mécanisme du renforcement continue jusqu'à ce que l'enfant ou le linguiste en situation de traduction radicale soient capables d'associer la base stimulatoire appropriée pour cet énoncé, c'est-à-dire jusqu'à ce qu'ils soient capables d'utiliser cet énoncé dans toutes les situations stimulatoires partageant les mêmes traits distinctifs et saillants reconnus par la communauté à laquelle l'enfant appartient ou que le linguiste étudie.

Toutefois, le propre du langage humain, à la différence des systèmes de signes ou des cris des animaux est sa créativité, sa productivité de combinaisons nouvelles. Les énoncés occasionnels sont appris sans aucune connaissance, conjecture ou déduction préalable. Ce n'est pas le cas des autres énoncés du langage. Ce n'est pas le cas, en particulier, des énoncés d'observation complexes et composés. L'apprentissage, et donc la maîtrise de ces énoncés, demandent plus que le simple principe du plaisir, associé au désir d'imitation et guidé par les capacités empathiques et le principe de saillance. Acquérir la maîtrise de ces énoncés présuppose la maîtrise du mécanisme de l'assentiment et du dissentiment, substituts sociaux et verbaux de la récompense et de la punition.

Quine avance trois raisons pour considérer ces deux nouvelles dispositions comme indispensables au développement du langage.

a) La tolérance limitée des parents à l'initiative verbale de l'enfant rend invraisemblable l'idée que le mécanisme de l'imitation soit le seul à l'oeuvre dans l'apprentissage. Si l'enfant persiste à émettre volontairement les énoncés qu'il a associés

par conditionnement à certains stimuli, il risque de fatiguer son pourvoyeur de récompenses, au point de voir progressivement diminuer son plaisir.

b) assentiment et dissentiment sont les moyens par lesquels l'enfant contrôle son propre apprentissage : il pose des questions et attend l'assentiment des parents.

c) il y a des énoncés d'observation dont les circonstances d'usage ne peuvent être découvertes sans un contrôle actif de la part de l'enfant : les énoncés occasionnels complexes et composés.

Il s'agit d'énoncés dont l'apprentissage présuppose l'exploration du réservoir des dispositions linguistiques et la formulation d'hypothèses inductives sur les conditions de similarité des occasions d'énonciation. Dans les termes de Quine, il s'agit d'énoncés dont l'apprentissage est dépendant du langage. C'est grâce à un tel procédé inductif que nous sommes capable de réagir à des énoncés que nous n'avons jamais entendus auparavant.

Assentiment et dissentiment sont donc deux nouvelles dispositions indispensables à l'apprentissage du langage naturel, et, comme toute disposition acceptable, elles peuvent être caractérisées empiriquement par l'observation du comportement des locuteurs. Nous dirons alors tout simplement que :

[...] un locuteur assentira à un énoncé, s'il est interrogé dans des circonstances suffisamment similaires à celles dans lequel il profère spontanément cet énoncé. [...] Un locuteur ne dissentira dans aucune circonstance suffisamment similaire à celles dans lesquelles il profère spontanément cet énoncé<sup>194</sup>

La possibilité de contrôler ces dispositions ne dispense pas d'une analyse de leurs conditions de possibilité, ou si l'on veut de leurs conditions d'apprentissage. Laissons toutefois pour l'instant en suspens cette question, pour décrire le rôle de ces deux dispositions, assentiment et dissentiment, dans l'acquisition des énoncés complexes.

#### **4.2.1 Les énoncés d'observation et leurs modes de composition**

Les énoncés occasionnels complexes sont des énoncés reliés à des stimuli dont les traits perceptivement saillants se superposent selon des combinaisons appropriées. Prenons l'exemple de la composition attributive. En considérant a et b comme deux énoncés occasionnels reliés à des parcours stimulateurs donnés, l'énoncé complexe [ab], résultant par composition attributive, sera relié au parcours stimulateur constitué par la superposition des traits saillants de a et b. Si a est l'énoncé "ici, il y a du rouge", et b est l'énoncé "ici, il y a du papier", la composition attributive permet de créer le nouvel énoncé "ici, il y a du papier rouge".

Les occasions pour assentir à des énoncés attributifs composés sont similaires les unes aux autres, par le fait qu'elles partagent le trait complexe suivant : toujours, les deux

---

<sup>194</sup> [Quine RR], page 47.

termes composant l'énoncé accentuent la saillance d'une partie spécifique de la scène présente.<sup>195</sup>

Cela implique que l'apprentissage des conditions pertinentes de l'énoncé composé n'est pas la simple union des parcours stimulateurs de ses composants. C'est la maîtrise du mode de composition qui fait ici problème. Elle ne pourra jamais être acquise sans l'analyse comparative des conditions de dissentiment du composé face aux conditions de dissentiment des composants. Nous pourrions attribuer à l'enfant la maîtrise du mécanisme d'attribution seulement lorsqu'il sera capable de dissenter à l'énoncé "ici il y

Sur ce modèle de la composition attributive, Quine façonne d'autres constructions a du papier rouge" lorsque "ici il y a du papier" et "ici il y a du rouge" concernent des parcours stimulateurs relatifs à des champs différents de l'espace perceptif. dyadiques telles que [a dans b], [a derrière b], [a avant b], [a à la suite de b], toutes concernant les relations spatio-temporelles du champ perceptif et toutes présupposant la maîtrise d'une certaine forme de composition des traits saillants des parcours stimulateurs relatifs aux composants a et b.

Faisons alors le point de l'analyse que nous venons de présenter. Toute description du processus d'apprentissage de la langue doit, si elle se réclame d'une épistémologie naturalisée, faire appel à des dispositions contrôlables empiriquement et dont les mécanismes d'apprentissage ne présupposent que le conditionnement face aux stimulations sensorielles. Si la première de ces conditions est remplie par l'ensemble des dispositions linguistiques évoquées par Quine, la deuxième condition semble plus problématique.

L'ontologie est du ressort des théories. Une théorie n'est qu'indirectement vraie, car elle n'est qu'indirectement reliée à l'ensemble des énoncés d'observation auxquels tout locuteur donne sans hésitation son assentiment. Or, les seuls énoncés directement assentis sont ceux qui sont directement appris, à savoir les énoncés observationnels simples. Tout autre disposition linguistique, tout autre énoncé complexe, composé durable, catégoriel est appris et donc assenti ou dissenti par un procédé inductif rendu possible par le mécanisme de l'assentiment et du dissentiment. C'est ce mécanisme, nous l'avons dit, qui permet l'exploration systématique des dispositions linguistiques des locuteurs. Sans cette exploration linguistique, aucune similarité de deuxième ordre, aucune similarité perceptive entre les circonstances d'énonciation des énoncés ne serait possible. Pour disposer réellement de la perception en tant que principe unificateur de l'expérience, il faut non seulement des dispositions contrôlables, mais aussi une entrée dans le langage non tachée de théorie, non compromise par la théorie. En somme, toute l'analyse de la nature obvie de la logique repose, en dernière instance, sur la possibilité de décrire l'apprentissage de l'assentiment et du dissentiment en faisant exclusivement

---

<sup>195</sup> [Quine RR], page 60.

usage de l'appareil du conditionnement linguistique, à savoir: la relation de similarité perceptive et le principe du plaisir. Sans cela, la vérité des énoncés d'observation ne serait pas sans péché, elle ne serait pas ontologiquement neutre. Par là, l'obviété des lois de la logique serait mise en cause.

Mais alors, comment apprend-on à assentir et à dissentir ou, en d'autres mots, quelles sont les conditions de possibilité de ces deux dispositions ?

#### 4.2.2 Puniton et récompense, les conditions de l'assentiment

Quine affronte la question au §12 de *Roots of Reference*. Dans *Word and Object*, il avait déjà affirmé qu'à chaque énoncé d'observation était reliée sa *signification-stimulus*, constituée par la classe des parcours stimulatoires positifs et la classe des parcours stimulatoires négatifs d'un énoncé. On pourrait alors penser à définir l'assentiment comme la réaction à l'énonciation d'un énoncé, disons E, face à un des parcours stimulatoires positifs et le dissentiment comme la réaction à l'énonciation de E face à un de ces parcours stimulatoires négatifs. La définition serait toutefois circulaire, car les parcours stimulatoires sont à leur tour définis par l'assentiment et le dissentiment grâce à la relation de voisinage :

Une stimulation *s* appartient à la signification-stimulus affirmative d'une phrase *S* pour un locuteur donné, si et seulement si, il existe une stimulation *s'* telle que si on donnait au locuteur la stimulation *s'*, et si ensuite on lui posait la question *S*, et puis, si on lui donnait la stimulation *s*, et qu'on lui demandait à nouveau la question *S*, il répondrait négativement la première fois et positivement la seconde fois. Nous pouvons définir la signification-stimulus négative de la même façon, mais en permutant les adverbes "affirmativement" et "négativement".<sup>196</sup>

Dans *Word and Object*, assentiment et dissentiment étaient donnés d'emblée dans le langage. L'analyse épistémologique de *Roots of reference* demande que l'on décrive les moyens de leur apprentissage.<sup>197</sup> La solution à cette question est selon Quine dans le mécanisme du conditionnement. Rappelons-en, brièvement, le fonctionnement. Les stimuli globaux sont plaisants et déplaisants à des degrés différents. Les traces que ces stimuli laissent dans la mémoire (les parcours neuraux qu'ils provoquent) gardent cet indice de plaisir ou déplaisir.

Quand une trace porte avec elle un indice de plaisir élevé, le sujet tend à accroître la similarité entre la stimulation présente et la trace de la stimulation passée, en réagissant afin de recréer la situation de plaisir.

Au contraire, lorsque la trace garde un indice de déplaisir élevé, tout comportement tendant à augmenter la similarité entre l'épisode présent et l'épisode passé désagréable est inhibé.

---

<sup>196</sup> [QuineWO f], page 65.

<sup>197</sup> La critique que nous donnons ici de l'argument de Quine dans *Roots of reference* adapte et élargit dans ce nouveau contexte l'analyse de Vuillemin dans [Vuillemin SM]

Donc apprendre signifie apprendre à reproduire des épisodes agréables et à éviter des épisodes désagréables. L'apprentissage linguistique suit le même schéma :

Supposons que l'enfant énonce le mot [rouge] au cours d'un babillage aléatoire ce qui est la procédure habituelle des petits enfants, et supposons qu'un ballon rouge soit bien en évidence à cet instant. Le parent récompense l'enfant, peut-être seulement en manifestant son approbation de quelque manière que ce soit. Ainsi, pendant un bref instant dans l'histoire de l'ensemble des stimulations des surfaces sensorielles de l'enfant, il y avait, parmi d'autres, ces traits caractéristiques : il y avait des rayons lumineux dans la fréquence du rouge, et il y avait des ondes sonores dans l'air et dans les os du crâne de l'enfant, causées par la prononciation, par l'enfant lui-même, du mot rouge, il y avait les impacts sur les récepteurs internes de la langue et du larynx de l'enfant occasionnés par l'énonciation, il y avait les impacts, quels qu'ils soient, qui ont rendu l'épisode agréable.<sup>198</sup>

Dans des circonstances ultérieures, lorsqu'un stimulus global induira en lui la perception d'un haut degré de similarité entre la situation présente et la trace de cette impression passée (par la présence, par exemple, d'une importante réception de rouge par les senseurs de la vue) la tendance de l'enfant à reproduire des situations de plaisir le conduira à reproduire les sons énoncés dans le passé afin d'augmenter ultérieurement ce degré de similarité. La récompense des parents renforcera ultérieurement cette association. Le schéma est quasiment identique à celui du conditionnement des animaux par récompense et punition, avec toutefois quelques différences de taille.

D'abord la récompense et la punition sont, dans le cas du comportement verbal, exprimées aussi verbalement par l'assentiment et le dissentiment des parents. Ces deux réactions sont le relais du plaisir et de la douleur dans le cas général. Ils en gardent la nature mutuellement exclusive, tout en la sublimant dans la forme d'un comportement social.<sup>199</sup>

Ensuite la nature verbale des réactions peut permettre de ranger des variantes stimulatrices dans le même type de réactions.

Lorsque, en présence d'une stimulation dont le trait saillant est le rouge, le parent prononce la phrase occasionnelle appropriée avec un ton interrogatif, le comportement verbal du parent se trouve dans ce cas dans le champ du stimulus, et la réaction de l'enfant, la répétition du mot 'rouge', dans celui de la réponse, qui à son tour peut déclencher une récompense toujours dans le registre du verbal par l'expression d'un assentiment. Il sera utile pour la suite de donner une expression formelle à ce mécanisme d'apprentissage.

Soit E un énoncé, s un stimulus global, et s' un stimulus similaire quant à la perception à s. Soit a le signe de l'expression d'un assentiment et • le signe de l'association d'un stimulus non verbal à une réaction verbale. Le schéma de l'apprentissage de E par l'enfant peut être représenté par ces deux expressions :

---

<sup>198</sup> [Quine RR], page 29.

<sup>199</sup> [Vuillemin SM], page 363.



$$[s_1 \cdot E]_a = [(s_1' \cdot E?)E]_a$$

$$[s_2 \cdot E]_d = [(s_2' \cdot E?)E]_d$$

Les crochets séparent une action/réaction de l'enfant d'une action/réaction du parent. Les parenthèses séparent une action /réaction du parent d'une action/réaction de l'enfant. Le processus de renforcement dans cette version libéralisée du mécanisme stimulus/réponse présuppose la reconnaissance de l'identité entre les traces neurales des suites stimulatrices  $[s_1 \cdot E]_a$  et  $[(s_1' \cdot E?)E]_a$ , ce que le symbole "=" indique. La reconnaissance de la similarité des épisodes stimulateurs est renforcée par la punition (dans la forme du dissentiment) qui suit toute énonciation de E en présence de stimulus  $s_2$  qui ne serait pas suffisamment similaire à  $s_1$ . La punition, représentée par le dissentiment, inhibe ainsi l'association entre E et des stimuli non appropriés aux normes sociales de la communauté linguistique à laquelle l'enfant et le parent appartiennent.

Étant donné ces prémisses, quand peut-on dire que l'enfant maîtrise le mécanisme de l'assentiment ? En reformulant la question en d'autres termes, quand l'enfant est-il capable d'associer assentiment/dissentiment non seulement au couple récompense/punition mais à des modes opposés pour exprimer sa réaction verbale par rapport aux réactions verbales d'autrui ?

Il suffit qu'il sache généraliser par induction sur le champ des épisodes similaires de manière telle que pour tout énoncé E et pour tout  $s_j$ :

$$[s_j \cdot E]_a = [(s_j' \cdot E?)E]_a = [(s_j'' \cdot E?)_a]_a \text{ où } s_j'' \text{ est similaire quant à la perception à } s_j^{200}.$$

Lorsqu'il est capable d'apprendre le schéma ci-dessus, par induction à partir de E et de  $s_j$  déterminés, il est capable de reconnaître que donner son assentiment à un énoncé face aux circonstances similaires à  $s_j$  implique les mêmes récompenses ou punitions que la répétition de l'énoncé face aux circonstances similaires à  $s_j$ .

L'apprentissage de ce schéma de similarité ne constitue toutefois qu'une condition suffisante à la maîtrise de l'assentiment. Il faudra aussi que l'enfant soit capable de refuser l'assentiment dans les circonstances appropriées. Cela présuppose la maîtrise du dissentiment et c'est là que les problèmes se posent.

#### 4.2.3 Des difficultés de la notion de dissentiment

Il sera utile, avant de considérer les schémas possibles du dissentiment, de citer l'analyse de Quine sur la question.

---

<sup>200</sup> L'assentiment des parents à l'énoncé E proféré par l'enfant dans les circonstances  $s_j$  doit être identifié à l'assentiment des parents à l'énoncé E proféré par l'enfant en réponse à la question E? des parents dans les circonstances  $s_j'$ . Cette situation doit à son tour être reconnue identique à la situation dans laquelle les parents assentent à l'assentiment de l'enfant face à leur question E? dans la situation  $s_j''$ .

L'apprentissage du dissentiment par l'enfant ne pourra pas commencer d'une manière similaire à celle que nous avons imaginée pour l'apprentissage de l'assentiment. Ce dernier commençait par l'apprentissage d'un énoncé spécifique, "rouge". Cet apprentissage dépendait d'un épisode agréable dans lequel il avait dit « rouge » et le parent avait dit « oui ». Si nous essayons d'expliquer parallèlement le dissentiment, le problème est qu'un épisode dans lequel l'enfant dit « rouge » et le parent dit « non » tendrait à ne pas être un épisode agréable que l'enfant essaierait de reproduire. Si par hasard l'enfant babillait « non » quand le parent dit « rouge » en l'absence de cette couleur, il serait en effet récompensé, et il pourrait commencer son apprentissage; mais cette situation est trop improbable. Nous pouvons peut-être plus facilement supposer que l'enfant atteint éventuellement un apprentissage général de second ordre du dissentiment sans avoir d'abord appris à dissentir, indépendamment, à différents énoncés d'observation spécifiques. La maîtrise de l'assentiment pourrait constituer une étape préliminaire utile à sa maîtrise générale du dissentiment. Passer de l'une à l'autre revient à comprendre que le dissentiment est récompensé là où l'assentiment est pénalisé et vice versa.<sup>201</sup>

Supposer une symétrie entre les apprentissages de l'assentiment et du dissentiment est donc contradictoire avec la nature inhibitrice du dissentiment, ressenti par l'enfant comme punition. Dans les termes de notre schéma précédent l'identité acquise :

$$[s_2 \cdot E]_d = [(s_2' \cdot E?)_E]_d,$$

au lieu de renforcer le lien entre le dissentiment, en tant qu'attitude verbale, et l'épisode  $[s_2 \cdot E]$ , ou l'épisode  $[(s_2' \cdot E?)_E]$ , ne fait qu'inhiber la réaction E à la stimulation  $s_2$ . Si le dissentiment est une punition, l'enfant n'essayera pas de reproduire la réaction qui l'a occasionné, n'essayera pas de reproduire E en présence de  $s_2$ ; sans cela aucun renforcement entre le dissentiment et le parcours stimuloire négatif de l'énoncé ne pourrait jamais être le résultat du conditionnement.

La solution présentée dans le schéma :

$$[(s_2 \cdot E)_d]_a = [(s_2 \cdot E?)_d]_a$$

est, comme dit Quine, improbable. L'énonciation de 'rouge' de la part du parent en l'absence de la stimulation pertinente ou bien est fruit de l'erreur, (le parent dit rouge en présence du trait saillant jaune dans le champ perceptif) et dans ce cas le mécanisme d'apprentissage du dissentiment serait hautement improbable, ou bien E a été prononcé comme terme à l'intérieur d'un énoncé non occasionnel, (le parent dit que 'les pommes sont rouges' et le champ visuel de l'enfant est en présence d'une stimulation saillante de jaune), et dans ce cas l'assentiment du parent serait à son tour hautement improbable.

La solution ne peut que venir d'une forme d'apprentissage de deuxième ordre, mais qu'implique une telle forme?

Ce dont nous avons besoin, c'est que le lien entre l'énoncé E et les parcours de stimulation inappropriés se fassent de manière négative. Or, ce lien négatif ne pourrait s'établir que par la considération de la nature opposée des réactions verbales

---

<sup>201</sup> [Quine RR], page 48.

d'assentiment et de dissentiment, *in absentia* des épisodes qui ont provoqué l'assentiment. Il faut par induction arriver à une généralisation du type :

i) Pour tout x [(x)a]d si et seulement si [(x)d]a.

Mais cette considération *in absentia* d'une trace neurale spécifique (elle n'est pas occasionnée par le conditionnement à associer une stimulation neurale spécifique par une réaction verbale spécifique) est d'une tout autre nature que celle qui est demandée par l'établissement de l'assentiment.

Le schéma suffisant pour l'assentiment

[si·E]a=[(si'·E?)E]a=[(si"·E?)a]a

était obtenu par conditionnement à partir d'instances spécifiques de E et de s<sub>i</sub>. On apprend d'abord à donner son assentiment à 'rouge' et par généralisation de ce conditionnement on apprend le mécanisme de l'assentiment. Au contraire, dans le cas du dissentiment, on doit d'abord apprendre, sans conditionnement préalable à réagir par des énoncés spécifiques à des stimulations spécifiques, que le dissentiment est l'opposé de l'assentiment.

Qu'est-ce que ce x qui figure dans la généralisation i) exprimant cette opposition ?

C'est un type de stimulation neurale particulière, une stimulation neurale qui doit être décomposable en une perception stimuloire suivi d'une réaction verbale. Dans notre symbolisme :

$x=s \cdot E?$  ou bien  $x=s \cdot E$ .

Or, l'énoncé i), quantifiant universellement sur ces x, ne peut pas avoir été acquis par induction à partir de valeurs spécifiques de x. Ce que Quine, lui même, admet. Ce qui est essentiel dans le schéma i) est l'opposition des réactions verbales. Or, le plaisir s'oppose naturellement au déplaisir et l'on pourrait penser que cela est suffisant pour établir une telle opposition. Toutefois, nous l'avons dit, la nature inhibitrice de la punition demande de sublimer cette opposition dans la considération d'un comportement verbal, et cela ne pourra se faire sans concevoir ce comportement verbal comme instancié par de véritables entités. Tout épisode qui peut être analysé en termes de stimulations suivies de réactions verbales, peut à son tour recevoir deux types de réaction : l'assentiment ou le dissentiment. Une fois cela établi, on pourra remarquer que lorsque quelqu'un exprime son dissentiment face à un assentiment, il donnera son assentiment à un dissentiment. En traduisant cela en symboles :

ii)  $\exists z(D_p(z) \wedge z = \exists x A_e(x)) \leftrightarrow (\exists y A_p(y) \wedge y = \exists x D_e(x))$ <sup>202</sup>

Voici alors la seule base possible pour l'induction qui conduit à la généralité i).

Elle demande la construction d'une quantification existentielle, et donc comme on le sait par l'analyse de Quine, la maîtrise d'un des mécanismes de la réification. Quels

<sup>202</sup> Dans ce ii) D<sub>p</sub>(z) exprime le fait que z reçoit le dissentiment du parent; A<sub>e</sub>(x) exprime le fait que x reçoit l'assentiment de l'enfant, etc.

sont les objets qui résultent d'une telle réification ? Des épisodes, non plus assimilables à des parcours neuraux, mais liés aux circonstances d'énonciations qui, si elles peuvent être stockées dans la mémoire sous la forme de traces neurales, doivent être déjà intersubjectivement déterminables. Sans l'exploitation des circonstances d'énonciation afin de fixer des entités susceptibles de déterminer des réactions opposées, l'induction serait impossible.

La localisation externe des événements énonciatifs permet de considérer l'assentiment et le dissentiment comme des universaux mobiles et indéterminés, susceptibles d'être localisés dans l'échange linguistique. Le mécanisme du dissentiment peut être appris, en dépassant la nature inhibitrice de la punition, seulement en sublimant punition et récompense sous la forme de modes verbaux, de réactions verbales; cela présuppose que le dissentiment soit traité comme un universel, capable d'être instancié par des événements. Il est difficile dans ces circonstances de continuer à affirmer la nature non prédicative des énoncés d'observation.

#### **4.2.4 Les fonctions logiques et les présupposés ontologiques de la vérité**

Il y a un lien pertinent entre présupposés ontologiques et logiques. Dans la section précédente, nous avons postulé l'exclusivité mutuelle de l'assentiment et du dissentiment, et nous les avons considérés comme les seules dispositions gouvernant les réactions aux comportements verbaux d'autrui. Si l'apprentissage du dissentiment se base sur l'hypothèse d'événements, on peut encore mettre en doute l'obviété de ce principe d'exclusivité mutuelle. En effet, face à un énoncé prononcé en certaines circonstances, nous pouvons assentir, dissenter et suspendre notre réaction. Les conditions d'identité d'un événement étant déterminées de manière contextuelle et assez relâchée, la possibilité de la réaction de la suspension semble inévitable. Revenons alors à l'analyse logique pour observer les conséquences d'une telle affirmation.

Les énoncés complexes cités dans la section 4.2.1 étaient tels que les conditions d'assentiment et de dissentiment de leurs composants, n'étaient pas suffisantes pour déterminer les conditions d'assentiment ou de dissentiment de la structure complexe.

Il n'en va pas de même pour les énoncés composés, construits à partir des connecteurs logiques. En apprenant à utiliser des énoncés d'observation nous apprenons essentiellement à reconnaître dans quelles circonstances exprimer notre dissentiment, dans quelles circonstances exprimer notre assentiment en réponse à leur énonciation, et dans quelles circonstances suspendre notre réaction verbale. Il est alors possible de construire des énoncés complexes dont les conditions d'énonciation seraient déterminées en fonction de celles de l'énoncé ou des énoncés de départ. À cause de cette caractéristique ces constructions diffèrent essentiellement des constructions dyadiques, (comme la construction attributive) vues auparavant. Elles sont de véritables fonctions logiques. Quine définit deux types de fonctions logiques : les fonctions de verdict et les

fonctions de vérité.<sup>203</sup> Les premières sont plus primitives et peuvent être apprises par simple observation du comportement des locuteurs. Les fonctions de vérité représentent au contraire une étape plus développée, plus théorique et donc plus conjecturale du développement linguistique.

La plus simple de ces constructions fonctionnelles est la négation. Elle est, comme toutes les constructions linguistiques qui présupposent la maîtrise du mécanisme de l'assentiment et du dissentiment, apprise par induction sur des dispositions linguistiques préexistantes :

Un énoncé occasionnel est prononcé de manière affirmative par l'élève, ou de manière interrogative par le maître, en présence de différentes stimulations pertinentes, et l'enseignant ou l'élève dissente en disant « non ». Nous avons ici déjà une notion acceptable de négation, dès que nous pensons à l'énoncé occasionnel et au dissentiment comme reliés de manière permanente. En effet, c'est précisément cette combinaison qui est appropriée aux occasions dans lesquelles l'énoncé occasionnel ne l'est pas. Ainsi nous pouvons penser notre signe de négation essentiellement comme un "non" **postpositif**<sup>204</sup>

La négation comme fonction de vérité n'est qu'un cas particulier de la négation comme fonction de verdict. Le schéma suivant le montre :

p	$\neg p$
assentiment	dissentiment
dissentiment	assentiment
abstention	abstention

Cela n'est pas le cas de la conjonction. Une conjonction prescrit l'assentiment lorsque les deux conjoints le prescrivent. Elle prescrit le dissentiment lorsqu'au moins un des conjoints le prescrit. Mais qu'en est-il, lorsque les deux conjoints prescrivent l'abstention?

p	q	$p \wedge q$
assent.	assent.	assent.
absten.	absten.	?
dissent.	dissent.	dissent.
assent.	dissent.	dissent.
dissent.	assent.	dissent.
assent.	absten.	abstens.
dissent.	abstens.	dissent.
abstens.	assent.	abstens.
abstens.	dissent.	dissent.

Quine admet qu'il n'y a pas de comportements observables qui puissent décider de cette case "obscur de la conjonction". Seulement des décisions théoriques pourront par

<sup>203</sup> [Quine RR] §20.

<sup>204</sup> Ibidem page 75.

la suite trancher. Si l'abstention sur les conjoints prescrit l'abstention sur la conjonction alors la table de vérité de la conjonction comme fonction de vérité ne serait qu'un cas particulier de la fonction de verdict telle qu'elle est décrite dans la table ci-dessus. Toutes, et rien que, les circonstances dans lesquelles la conjonction, comme fonction de verdict, prescrit le dissentiment (respectivement l'assentiment) correspondront aux circonstances dans lesquelles la conjonction, comme fonction de vérité, prescrit également le dissentiment (respectivement l'assentiment).

Mais si la case vide est remplie par un dissentiment les circonstances du dissentiment pour la fonction de verdict ne seraient pas identiques aux circonstances du dissentiment pour la conjonction comme fonction de vérité. Fausseté et dissentiment ne pourraient pas être identifiés, la fausseté devenant plus qu'un procédé d'enregistrement des cas impliquant un comportement de dissentiment.

Supposons d'abord que l'on choisisse de prescrire, pour un énoncé composé " $p \wedge \neg p$ ", le dissentiment lorsque les deux composés " $p$ " et " $\neg p$ " prescrivent l'abstention.

Si la disjonction devait être définie en termes de négation et de conjonction, nous aurions, puisque " $p \wedge \neg p$ " commande le dissentiment, " $\neg(p \wedge \neg p)$ " pour commander l'assentiment, en vertu des lois de la négation, et ainsi " $p \vee \neg p$ " devrait commander l'assentiment. Le tiers exclu serait alors une conséquence triviale des conditions d'assentiment et de dissentiment de la conjonction et de la négation.

Supposons ensuite que l'on choisisse l'abstention pour l'énoncé composé " $p \wedge \neg p$ "; par les lois de la négation " $\neg(p \wedge \neg p)$ " commanderait aussi l'abstention. Puisque " $\neg(p \wedge \neg p)$ " devrait être équivalent à " $p \vee \neg p$ ", nous devrions alors choisir entre renoncer à définir la disjonction en terme de négation et de conjonction et nous abstenir par rapport à la loi du tiers exclu.

La conclusion de cette analyse est simple. Certaines lois logiques sont directement intégrées à l'apprentissage des fonctions logiques. Apprendre à utiliser une conjonction signifie apprendre que, lorsqu'on y assentit, on assentit automatiquement à ses conjoints séparément. De la même manière, apprendre à utiliser une disjonction signifie être prêt à y assentir lorsqu'on assentit à un de ces disjoints. Ces lois logiques sont alors obviaes car leur apprentissage est intégrée dans l'apprentissage de la langue. Elles sont, en un certain sens, analytiques. D'autres lois de la logiques classique des propositions, comme la loi du tiers exclu, ne sont pas obviaes en ce même sens :

La logique à deux valeurs est un développement théorique qui, comme d'autres théories, est appris de manière indirecte, et sur laquelle nous ne pouvons que spéculer. Certains théoriciens, en particulier les intuitionnistes, préfèrent une autre logique, il n'y a rien dans les **circonstances observables** de nos assertions qui doivent les persuader de donner une signification quelconque à notre schéma à deux valeurs.<sup>205</sup>

---

<sup>205</sup> [Quine RR] page 78. C'est nous qui soulignons.

Quelles sont les conséquences d'une telle affirmation ?

Notre notion d'objet fait partie de l'appareil conceptuel qui nous aide à prévoir et à contrôler les stimulations de nos récepteurs sensoriels.

La science est le pont conceptuel, la connexion systématique entre ces stimulations. Puisqu'il n'y a pas de perception extrasensorielle, les objets ne sont que ce que nous devons assumer pour développer cette connexion systématique entre les stimulus globaux, les points de départ et d'arrivée de notre science.

La logique à deux valeurs et plus généralement la logique classique des prédicats est enracinée seulement partiellement dans le comportement linguistique acquis avec la maîtrise des énoncés occasionnels. Le processus de réification doit se déployer ultérieurement, à travers la maîtrise des énoncés durables (*standing*) afin que cet enracinement se montre dans toute son ampleur.

Avant que le langage de la science ne soit en place, l'ensemble de l'appareil de la référence (les termes généraux, les marques du pluriel, les pronoms, les clauses relatives) doit être appris. Nous ne suivrons pas dans le détail ce processus. En effet, sa description systématique, que Quine n'a pas cessée d'affiner depuis *Word and Object*, n'est pas en effet essentielle à notre propos. Nous nous contenterons de remarquer que, selon Quine, l'analyse de l'apprentissage du processus de réification montre que la conception objectuelle de la quantification est la seule épistémologiquement acceptable.

Une théorie logique, comme toute théorie, est le résultat de la tension entre deux forces, la tendance vers l'évidence et la tendance vers la simplicité. Si l'évidence observationnelle relative aux circonstances d'émission des énoncés occasionnels pourrait nous faire exclure le tiers exclu, la tendance à la simplicité nous pousse à accepter le prix que celui-ci présuppose.

Ce prix à payer est le même que celui demandé par les mathématiques abstraites. Nous acceptons une dichotomie vrai/faux pour tous les énoncés de notre science, sans tenir compte de notre capacité à décider de leur vérité et fausseté. Cela présuppose que nous acceptons comme un fait objectif que les termes théoriques de notre science soient vrais ou faux pour des objets, indépendamment de notre capacité à spécifier ces objets et indépendamment de notre capacité à reconnaître ces valeurs de vérité. L'obviété des lois de la logique des prédicats est ramenée épistémologiquement au processus de réification à l'oeuvre dans le langage. Les racines de la référence (clauses relatives et pronoms) sont les racines de ces lois logiques.

### **4.3 Première conclusion : la vérité n'est pas ontologiquement neutre, les lois logiques ne sont pas obvies**

La vérité des énoncés d'observation est établie sur la base de l'assentiment obvie qu'ils produisent. La maîtrise de l'assentiment implique la capacité de dissenter. Le

dissentiment ne peut être appris que par un processus impliquant la réification des événements énonciatifs.

Donc, la vérité des énoncés d'observation n'est pas exempte, quoi qu'en dise Quine, de présupposés ontologiques: elle présuppose une prédication circonstancielle cachée. L'affirmation de l'obviété des énoncés d'observation présupposait que, exception faite pour le mécanisme du dressage linguistique, rien n'intervenait dans l'apprentissage de ces énoncés. Ce n'est donc pas le cas.

Il n'y a que deux conclusions rivales qui peuvent être tirées de cette analyse : ou bien la description épistémologique du langage s'arrête aux cris animaux et aux signes des abeilles, ou bien il faut admettre qu'autre chose que le simple conditionnement par le principe du stimulus réponse, doit être envisagé pour rendre compte de l'assentiment, essentiel dans l'apprentissage des énoncés composés.

Il faut bien comprendre les implications de cette conclusion. Le schéma tarskien de caractérisation de la vérité ("la neige est blanche" si et seulement si la neige est blanche) semble impliquer une indifférence absolue quant aux choix ontologiques présupposés dans l'évaluation d'un énoncé. Mise au service du projet néo-empiriste de Quine, cette affirmation sert à repousser les disputes dans l'ontologie et à éliminer toute idée d'une pluralité fondamentale du 'vrai', pluralité éventuellement lié aux modes possibles de la reconnaissance du 'vrai'. Pour échapper au relativisme, Quine a besoin d'affirmer qu'il n'y a qu'un seul langage. Cela implique que les énoncés d'observation ne sont pas soumis à l'indétermination de la traduction et que, étant uniques et universelles, les lois logiques élémentaires sont les conditions mêmes de la traduction. D'autre part, si le langage est unique, le vrai doit être uniquement déterminé, et cela ne peut être affirmé qu'en s'assurant que seulement le conditionnement verbal face aux stimulations sensorielles est impliqué dans le langage lorsque nous l'utilisons pour indiquer le monde. Or, cette dernière affirmation semble intenable : la caractérisation du vrai en terme d'assentiment présuppose la reconnaissance d'événements. Puisque le vrai est lié à notre disposition à donner notre assentiment aux énoncés reliés à de tels événements, on devrait correctement en conclure qu'il y a une troisième possibilité au-delà de l'assentiment et du dissentiment : l'abstention. D'où le fait que le tiers exclu n'est pas une loi logique obvie. Le slogan quinién "changer de logique est changer de sujet" semble alors devoir subir un premier redimensionnement. Changer de logique signifie, selon Quine, tout simplement, adopter l'extravagant, pour abandonner ce qui est obvie, car intégré à notre mécanisme de la référence. Toutefois il y a bien des degrés dans cette notion d'obviété. Le tiers exclu n'est pas un principe obvie. Il faut alors aller plus loin dans la théorie, pour faire reposer sur la simplicité sémantique les racines du choix de la logique classique. Il faudra alors nous tourner vers l'analyse non plus épistémologique mais sémantique de la logique pour vérifier si l'on peut trouver des raisons suffisantes à l'absolutisme.



## 5. La vérité logique est-elle obvie et neutre ?

Pour garantir la nature obvie de la notion de vérité logique, il faut montrer que la notion de vérité est neutre. L'analyse de la section précédente visait à indiquer les aspects problématiques d'une telle affirmation. Mais cela n'est pas suffisant pour faire tomber l'édifice sur lequel repose l'absolutisme de Quine. Le désamorçage ontologique de la vérité servait avant tout l'empirisme de Quine. Puisque la vérité n'est pas compromise avec la notion d'objet, elle est au-delà des disputes théoriques. De cette manière Quine dispose du scepticisme. Puisque ce dans quoi la notion de vérité se dissout, à savoir l'assentiment aux énoncés d'observation, peut être décrit par le simple mécanisme du conditionnement face aux stimulations sensorielles, la notion de vérité ne présuppose rien d'autre que ce mécanisme et ces stimulations. De cette manière, Quine dispose du réalisme et de l'idéalisme. Or, si la vérité n'est pas ontologiquement vierge, il faudra concéder un peu plus à l'ontologie, en accord avec la méthode de l'empirisme relatif : il faudra céder et admettre que notre connaissance du monde, notre langage, ne peuvent pas être décrits sans la notion d'événement. Toutefois, on pourrait encore continuer à soutenir une conception absolue de la logique si l'on pouvait décrire la logique classique comme la théorie la plus simple pour rendre compte de ce qui est vrai pour tout événement et de ce à quoi on donne son assentiment dans toutes circonstances d'énonciation. Le critère de simplicité doit être encore une fois compris au sens ontologique. Quine affirme que la logique en tant que théorie est une doctrine qui n'a pas recours à des objets ou à des relations propres, et dont l'analyse sémantique n'implique aucune entité abstraite de nature extensionnelle ou intensionnelle. Il redéfinit la sémantique formelle de la logique du premier ordre de manière à évacuer classes, propriétés et propositions, par le biais d'une sémantique substitutionnelle, ontologiquement très économique. Quelles sont les ressources que Quine reconnaît à une telle sémantique ? Les analyses mathématiques de Quine suggèrent que ces ressources ne sont rien d'autre que les ressources propres à la théorie de la concaténation, à la grammaire, condition de possibilité de tout langage. Lorsqu'on suit de près cette analyse minutieuse, on est étonné par la foule d'objections qu'elle rencontre. Certaines de ses objections sont formulées directement par Quine dans le texte, d'autres en sortent de manière assez naturelle. Aucune ne peut arrêter Quine, qui semble avoir trop besoin de conclure comme le fait, pour prendre la peine de s'arrêter sur la cohérence générale de son propos. La section suivante est une tentative de reconstruction des étapes de l'argument de Quine, en vue d'en souligner à la fois la finesse et les difficultés.

C'est ce qu'il nous reste à analyser pour mener à son terme notre analyse de l'absolutisme de Quine.

## 5.1 Désignation, dénotation et satisfaction

Commençons alors notre analyse sémantique en décrivant les relations sémantiques nécessaires à l'interprétation du langage. Quine admet deux relations sémantiques fondamentales.<sup>206</sup>

La **désignation** est la relation sémantique qui relie un terme singulier à l'objet (s'il y en a un) qu'il désigne. Les expressions "Boston" ou "la capitale du Massachussetts" désignent Boston, l'objet Boston.

La **dénotation** est la relation sémantique entre un terme général, un prédicat comme "ville", et chacune des villes qu'il dénote, chacun des objets Boston, Rome, Paris, etc.

De ces deux relations, l'une est plus fondamentale que l'autre, comme la théorie des descriptions définies nous l'enseigne. En considérant un terme singulier comme un prédicat permettant de dénoter, s'il dénote, une et une seule chose, nous pouvons faire l'économie de la relation de désignation. Toute énoncé contenant "Boston" pourra être paraphrasé à l'aide du prédicat "est Boston", lequel dénote la ville de Boston et elle seule par l'expression  $\exists x(Bx \wedge \neg \exists y(By \wedge \neg(x=y)))$ .

En première instance, donc, à un prédicat à une place, la relation de dénotation associe non pas une classe d'objets mais chacun des objets dont le prédicat est vrai. Aucune notion de classe n'est impliquée dans cette définition.

Pour les prédicats ayant plusieurs arguments, comme "maître de" ou "plus grand que" ou tous ceux représentés par des verbes transitifs, la relation de dénotation relie le symbole à n places aux suites de n objets que le prédicat dénote. Le prédicat "maître de" dénote par exemple la paire <Socrate, Platon>, et chacune des autres paires dont le prédicat est vrai. Nous pourrions dire, sans modifier la définition sauf dans sa forme, que le prédicat dénote chacune des suites d'objets dont les deux premiers sont des arguments qui rendent ce prédicat vrai.

On doit ici remarquer avant de poursuivre :

a) que toute suite peut être définie récursivement à partir de la notion de paire. Par exemple :

$\langle a,b,c \rangle = \langle \langle a,b \rangle, c \rangle$  ou  $\langle a,b,c,d \rangle = \langle \langle a,b,c \rangle, d \rangle$

b) que la paire  $\langle a,b \rangle$  diffère de l'ensemble  $\{a,b\}$  parce qu'elle permet de déterminer de manière univoque ses éléments, à savoir :

$\langle a,b \rangle = \langle c,d \rangle$  si et seulement si  $a=c$  et  $b=d$ .

c) en employant des paires ordonnées pour définir la notion de dénotation, nous donnons ces entités exclusivement pour analyser le langage objet. Dans ce dernier, il n'y a pas de paires ordonnées.<sup>207</sup>

---

<sup>206</sup> Nous suivons ici l'analyse de [Quine SS], section 6.

<sup>207</sup> [Quine Ph L f], page 59.

Que peut-on dire à propos des prédicats à 0-places ?

Dans ce cas dégénéré, la dénotation se réduit à la simple vérité<sup>208</sup> puisque le prédicat n'est satisfait par aucune suite.

En résumant :

"La neige est blanche" dénote le vrai ssi "La neige est blanche" est vrai ssi la neige est blanche

"Socrate est le maître de Platon" est vrai ssi "maître de" dénote <Socrate, Platon> ssi Socrate est le maître de Platon.

Il faut ici souligner, pour la suite de notre analyse,<sup>209</sup> que la relation de dénotation peut se dissoudre dans la dénotation, à condition que la relation de désignation ait été réduite auparavant à celle de dénotation par le mécanisme des descriptions définies mentionné plus haut. En effet, si Boston se réduit à  $B(x)$ , alors

"Bx" dénote Boston ssi *il bostonise*

est une clause acceptable et en accord avec la thèse de la relativité de l'ontologie. Par contre la clause: "Boston" désigne Boston, ne peut pas être réduite ultérieurement en absence du mécanisme d'élimination des noms propres et cela est incompatible avec, à la fois, la théorie de la vérité comme dénotation et la relativité de l'ontologie.

De manière tout à fait analogue à la dénotation, on peut définir la notion de **satisfaction** pour des prédicats à n places d'un langage donné en utilisant des suites d'objets.

Si  $\text{var}(i)$  est la i-ème variable de l'alphabet et  $x_i$  le i-ème objet d'une suite quelconque x alors, pour tous les prédicats à 1 place on aura:

1) pour tout i et pour tout x, x satisfait 'A' suivi de  $\text{var}(i)$  si et seulement si  $Ax_i$ .

Pour tous les prédicats à 2 places on aura que:

2) pour tous les i, tous les j, tous les x, x satisfait 'B' suivi de  $\text{var}(i)$  et de  $\text{var}(j)$ , si et seulement si  $Bx_ix_j$

et ainsi de suite pour tous les prédicats appartenant au lexique.

En choisissant indifféremment la notion de satisfaction ou celle de dénotation, nous pouvons définir de manière usuelle les conditions de vérité pour les énoncés complexes du langage formel et canonique de la logique classique.

Pour toute formule  $\phi$  de ce langage, on pourra dire, par exemple, que

3) pour toutes les suites x, x satisfait  $\neg\phi$  si et seulement si x ne satisfait pas  $\phi$

Une procédure similaire bien connue vaudra pour quantification et la conjonction.

## 5.2 La définition de vérité logique en termes de structure

---

<sup>208</sup> « truth, one might risk being quoted as saying, is just a degerate case of denotation. » [Quine SS], page 65.

<sup>209</sup> Voir plus bas 5.5.2.

Accomplissons alors le deuxième pas. De la définition de vérité ou satisfaction nous aboutissons à la définition de vérité logique, par simple recours à la notion de substitution.

On dira alors qu'un énoncé est **logiquement vrai**, si lorsqu'on y substitue des énoncés aux énoncés simples qui le composent, il en résulte un énoncé vrai<sup>210</sup>.

En effet, les progrès de la logique nous ont permis de démontrer deux théorèmes remarquables qui nous garantissent l'adéquation entre cette notion de vérité logique par substitution et la notion correspondante en termes de théorie des modèles. Pour autant que le langage objet de la théorie en question soit suffisamment riche pour exprimer l'arithmétique élémentaire, il est possible d'établir que<sup>211</sup> :

A) Si un énoncé est vrai pour un modèle, alors il se trouve vrai pour une substitution d'énoncés de l'arithmétique élémentaire aux énoncés simples qu'il contient.

B) Si un schéma est satisfait pour tout modèle alors il est démontrable

L'énoncé A) a comme corollaire:

I. Si un énoncé est vrai pour toutes les substitutions d'énoncés de l'arithmétique élémentaire, il est vrai dans tout modèle<sup>212</sup>.

I) affirme donc l'adéquation de la définition de la vérité logique en termes de substitution à la définition standard en termes de théorie des modèles;

D'autre part, l'énoncé (B) est l'énoncé de complétude de Gödel. Donc de (B) on déduit:

II. Si un énoncé est vrai pour tout modèle alors il est vrai pour toutes les substitutions d'énoncés.

Le mot 'démonstrable' employé dans (B) renvoie à une quelconque méthode de démonstration logique capable d'engendrer l'ensemble des théorèmes de la logique classique. Or, dit Quine

Certaines d'entre elles sont visiblement correctes, c'est-à-dire que visiblement elles n'engendrent que des schémas qui se trouvent vrais pour toutes les substitutions. En prenant comme méthode de démonstration à laquelle (B) fait allusion, comme étant l'une d'entre ces méthodes, nous inférons II.<sup>213</sup>

### 5.3 Les ressources nécessaires à la définition de la vérité logique

---

<sup>210</sup> Quine donne une autre formulation de cette définition en ayant recours à la notion de schéma logique. Cette reformulation n'est pas nécessaire ici.

<sup>211</sup> [Quine Ph Lf], page 82-83.

<sup>212</sup> (A) n'est rien d'autre qu'une manière de formuler le résultat de Löwenheim selon lequel tout énoncé vrai dans un modèle, est vrai pour au moins un modèle  $\langle U, \alpha, \beta, \gamma, \dots \rangle$  où  $U$  est l'ensemble des entiers positifs et les ensembles  $\alpha, \beta, \gamma$ , sont chacun déterminés par l'ensemble des éléments de  $U$  satisfaisant un énoncé spécifique de l'arithmétique élémentaire. Cette remarque est la conséquence d'un raffinement du théorème de Löwenheim dû à Hilbert et Bernays. De (A) on dérive I par contraposition.

<sup>213</sup> [Quine Ph L f] page 83.

Mettons un peu d'ordre dans l'analyse des ressources auxquelles la définition substitutionnelle des vérités logiques fait appel. Nous venons de mentionner les notions d'énoncé et de substitution.

Qu'est ce qu'un **énoncé**?

On pourrait tout simplement dire qu'un énoncé est l'ensemble d'inscriptions ou d'émissions phoniques concrètes qui le réalisent. Toutefois, remarque Quine<sup>214</sup>, des suites ou des ensembles d'émissions concrètes ne suffisent pas. En effet, un énoncé qui ne serait destiné ni à être écrit, ni à être émis, serait identique à l'ensemble vide. Or, la définition substitutionnelle de la vérité est adéquate à la définition ensembliste de la théorie des modèles sous la condition (A) citée plus haut, et :

[...] toute personne familière avec la démonstration du théorème (A) sait que ce théorème n'admet aucune contrainte de ce genre sur les énoncés dont (A) envisage la substitution. À vouloir l'entendre autrement (A) cesserait d'être vrai et (I) aussi, en sorte que nous perdriions ce qui fait la véritable justification de notre repli sur les définitions substitutionnelles de la validité et de la vérité logique. (A) dépend plutôt d'une théorie classique et infinitiste des suites finies de signes. Lorsque x et y sont des suites distinctes, x suivie de z doit être considérée comme une suite différente de y suivi de z, même si ces suites ne sont jamais ni écrites ni explicitées.<sup>215</sup>

Pour échapper à cette difficulté, Quine propose de définir un énoncé comme une suite (au sens mathématique du terme) d'ensembles d'inscriptions ou d'émissions phoniques concrètes de phonèmes du langage. Or, conclue Quine, en construisant ainsi les suites des signes, on assure leur existence en quantité illimitée, comme l'énoncé (A) plus haut, le requiert.<sup>216</sup>

Qu'est ce qu'une **substitution**?

Une substitution est une opération logique pouvant être définie dans la théorie élémentaire de la concaténation, c'est-à-dire dans la théorie définie par l'opération de **concaténation**, l'identité, les fonctions logiques et la quantification sur des atomes. Le résultat est présenté par Quine dans "Définition of substitution". Gödel a montré (dans l'article sur l'incomplétude de 1931) que la substitution pouvait être définie dans le cadre de la théorie élémentaire des nombres. Or, cette dernière est équivalente à la théorie élémentaire de la concaténation ayant deux atomes ("Concatenation as a Basis for Arithmetic" 1946, dans [Quine SLP] pages 70-82). La démonstration de Quine ne serait donc qu'une conséquence de ce résultat ainsi que Quine l'admet lui-même ([Quine SLP], note 1 page 61). Toutefois il souligne que la démonstration donnée dans l'article de 1936, montre que l'on peut utiliser pour la substitution un appareil plus faible que celui qui est nécessaire pour plonger l'arithmétique élémentaire dans la théorie de la concaténation. En particulier il n'y a pas besoin de supposer des noms distincts pour des

---

<sup>214</sup> *Ibidem*, page 85

<sup>215</sup> *Ibidem*.

<sup>216</sup> *Ibidem*.

atomes distincts, ce qui est un point essentiel, car il montre qu'aucune notion supplémentaire d'objets n'est requise par la notion de substitution.

Qu'est ce que la **concaténation**?

La concaténation est l'opération primitive de la syntaxe générale, au sens de la théorie générale des signes<sup>217</sup>. La théorie élémentaire de la concaténation est définie par l'opération de concaténation '^', les fonctions de vérité, l'identité, les quantificateurs, les variables et les noms des atomes concaténés. Les atomes représentent des suites de longueur 1 et les variables ont comme valeurs de suites de longueur quelconque.

Il est possible de montrer que la théorie élémentaire de la concaténation et l'arithmétique élémentaire (nombres naturels, addition, multiplication, exponentiation, identité, fonctions de vérité et quantificateurs sur des variables individuelles) peuvent être réciproquement plongées l'une dans l'autre, leurs ressources conceptuelles étant les mêmes. La théorie de la concaténation est donc la partie formelle de la théorie générale des signes, la grammaire dans laquelle tout langage peut être défini.

La notion de satisfaction étant définie grâce à celle d'énoncé et de suite d'objets, il nous reste à nous poser une dernière question.

Qu'est ce qu'une **suite** de longueur quelconque?

C'est bien évidemment une entité définissable dans la théorie de la concaténation ou de manière équivalente, dans la théorie des ensembles finis par la technique de Wiener, que Quine rappelle au chapitre 3.

Donc la notion de vérité logique ne demande, afin d'être caractérisée, que les ressources d'un petit fragment, obvie, des mathématiques: l'arithmétique élémentaire, définissable en termes de la théorie des ensembles finis et équivalent à la théorie de la concaténation.

La sémantique usuelle de la logique dans la théorie des modèles, requiert les ressources de la théorie des ensembles dans sa généralité. La sémantique substitutionnelle permet une économie d'ensembles, en se limitant aux seuls ensembles finis ou plus précisément aux ensembles d'ensembles finis.

Ce raisonnement décrit en termes clairs ce que l'on doit entendre par simplicité et économie ontologique dans le cas de la sémantique de la logique classique du premier ordre et éclaire le passage de *Philosophie de la logique* dans lequel Quine met en rapport l'obviété de la logique avec le théorème de complétude. La logique classique du premier ordre, à la différence de l'arithmétique élémentaire, est complète. Ceci veut dire que ses procédures de preuve sont suffisantes pour capturer la notion de vérité dans cette théorie: c'est la raison de l'obviété. Certes la complétude ne suffit pas pour élire la logique classique. D'autres logiques de premier ordre sont complètes et elles pourraient tout autant être choisies. Toutefois lorsque nous regardons le contenu de la logique

---

<sup>217</sup> [Quine SLP], page 70.

classique du premier ordre, lorsque nous considérons ce qui est nécessaire pour définir dans un métalangage la notion de vérité logique, nous constatons cela: les ressources nécessaires pour définir la notion de vérité logique sont les ressources de la langue (de la syntaxe générale). Ce sont les ressources de la théorie de la concaténation. La notion de vérité logique définie en termes de substitution est indépendante de toute théorie, à l'exception d'un petit fragment obvie de la théorie des ensembles, ce même fragment qui constitue le fondement de l'arithmétique élémentaire et qui n'est rien d'autre que la condition de possibilité de toute syntaxe. Pourquoi, dans ces conditions, aller plus loin, se demande Quine? L'arithmétique élémentaire est la partie la plus obvie des mathématiques (classiques) et aucune science sérieuse n'est concevable sans mathématiques (classiques). Pourquoi, dans ces conditions, considérer des logiques qui, si elles peuvent prétendre à des lois aussi obvies que les lois de la logique classique, nécessitent néanmoins des ressources sémantiques qui mettent en jeu des structures algébriques bien plus compliquées que des ensembles finis?

#### **5.4 Les tours du magicien: la vérité logique déguisée en agneau**

L'application de la méthode de l'empirisme relatif, en prescrivant de rester le plus près possible des structures grammaticales nécessaires à l'apprentissage de tout langage et d'utiliser exclusivement les critères pragmatiques de simplicité et d'économie, semble nous faire aboutir à un choix unique et déterminé. C'est d'ailleurs, nous l'avons vu, le principe de l'économie ontologique qui a été déterminant dans le choix de la logique des prédicats du premier ordre, à cause des besoins ontologiques moindres mis en œuvre pour caractériser la notion de vérité logique:

Pour d'autres entreprises que la définition de la vérité logique, il y a en effet toujours des raisons de souscrire à certains des excès ontologiques de la théorie des ensembles. C'est dans la théorie des ensembles qu'on a cherché à trouver un fondement général et systématique des mathématiques. Mais il y a des parties des mathématiques qui requièrent des moyens ensemblistes plus sobres et il est de bonne politique de se conformer à ces différences. Ainsi lorsqu'un moment vient où il faut réviser les théories, on est en mesure de donner la préférence à celles dont les besoins ontologiques sont plus faibles. [...] Cela vaut également [...] quand il s'agit de définir la vérité logique.<sup>218</sup>

Il y a toutefois deux passages de l'argumentation de Quine qui méritent d'être considérés avec plus d'attention. Le premier concerne le raisonnement exposé à la fin de la section 3.2, là où la notion de substitution a pris la place de la notion de modèle dans la définition de la vérité logique. Le deuxième concerne les restrictions nécessaires pour qu'une telle définition par substitution soit recevable dans un langage avec identité.

##### **5.4.1 Substitution et théorème de complétude**

---

<sup>218</sup> [Quine 75], page 84.

Dans la section 5.2, nous avons restitué le raisonnement de Quine qui permet d'établir l'équivalence de la notion de vérité logique définie par la notion de substitution, à la notion de vérité logique définie par la notion de modèle. Nous avons vu que cette équivalence est établie grâce au théorème de complétude, et nous savons que la démonstration de ce théorème repose sur une théorie hautement non constructive, puisque l'axiome du choix y est utilisé. Il y a donc dans le raisonnement de Quine une opposition évidente entre, d'une part, l'économie ontologique que l'on juge essentiel pour asseoir la logique classique du premier ordre en tant que structure logique de toute théorie et, d'autre part, les moyens nécessaires pour prouver qu'une telle économie ontologique est effectivement réalisée. Il faut être ontologiquement immodestes (admettre la théorie des ensembles avec l'axiome du choix) pour pouvoir reconnaître que les sémantiques nécessaires à la logique classique du premier ordre sont les plus modestes possibles. C'est un peu comme si quelqu'un voulait nous montrer qu'il fait des économies car il obtient, pour son chauffage, du gaz méthane à bas prix en l'achetant directement à un pays producteur, sans passer par le réseau de distribution national, tout en nous cachant les dépenses qu'il est contraint de faire pour transporter ce méthane du pays producteur à sa (modeste) demeure. Bien évidemment nous savons que Quine n'a aucune prétention fondationnaliste lorsqu'il nous montre comment on peut décrire les ressources sémantiques de la logique classique du premier ordre. Il ne s'agit pas de fonder l'usage de la logique classique du premier ordre, mais de décrire de manière plausible les raisons qui en expliquent l'adoption, dans le langage de notre science (à laquelle appartient sans aucun doute la théorie des ensembles dans toute sa richesse). Pour cette raison, quiconque dénoncerait la stratégie quinienne comme circulaire se ferait immédiatement accuser de fondationnalisme et sa critique en résulterait immédiatement disqualifiée. On sait à quel point le mot "fondement" a aujourd'hui si mauvaise réputation dans les milieux philosophiques, ceci à cause, entre autres, de l'épistémologie naturalisée de Quine. Et pourtant, il nous reste un profond sentiment d'inconfort face au raisonnement de Quine. La distinction entre syntaxe et sémantique est un résultat essentiel de la réflexion logique du XX siècle. La description quinienne de la vérité logique en termes de substitution l'obscurcit car le passage du théorème de complétude à l'énoncé II est basé sur des considérations de nature seulement syntaxique.

#### 5.4.2 Substitution et identité

Au chapitre 5, Quine signale une limitation importante de cette définition de vérité logique par substitution. La question avait été déjà soulevée par ailleurs dans d'autres textes logiques comme *Mathematical Logic* ou *Set theory and its Logic*. Le problème est donc bien connu. Les lois de la théorie de l'identité ( $x=x$  ou  $\exists y(x=y)$  ou  $(x=y) \equiv (y=x)$  etc) n'ont pas le statut de vérités logiques lorsqu'on définit celles-ci par substitution. En



effet, les énoncés de ces lois peuvent devenir faux lorsqu'on substitue à "=" d'autres prédicats. Il n'y a en principe que deux parades possible à un tel constat. Ou bien on trace une ligne de démarcation entre logique de la quantification sans identité et logique de la quantification avec identité. Ou bien on essaye de faire disparaître l'identité comme primitive en l'introduisant par définition. La première solution est sans doute inacceptable aux yeux de Quine. En choisissant cette parade, l'identité se retrouverait à jouer un rôle analogue à la relation d'appartenance en théorie des ensembles. Toutefois, la complétude de la théorie de la quantification avec identité plaide contre une telle analogie, ainsi que l'universalité absolue du concept d'identité qui la rend applicable à n'importe quel objet, sans restrictions d'aucune sorte.

Il ne reste que la deuxième parade et Quine l'adopte sans hésitations. Dans tous les langages canoniques (contenant des variables, un nombre fini de prédicats, et la quantification) on peut définir de manière explicite l'identité, tout en obtenant les lois propres à la théorie de l'identité (réflexivité, symétrie, transitivité etc) comme un cas particulier des lois de la quantification. La stratégie de définition est décrite brièvement à la deuxième section du chapitre 5. "Soit un langage canonique dont le lexique de prédicats consiste en un prédicat à une place 'A', deux prédicats à deux places 'B' et 'C' et un prédicat à trois places 'D'. Alors nous définissons 'x=y' comme une abréviation de

$$Ax \equiv Ay \wedge \forall z (Bzx \equiv Bzy \wedge Bxz \equiv Byz \wedge Czx \equiv Czy \wedge Cxz \equiv Cyz) \wedge \\ \wedge \forall z' (Dzz'x \equiv Dzz'y \wedge Dzxz' \equiv Dzyz' \wedge Dxzz' \equiv Dyzz')$$

L'identité ainsi apprivoisée, Quine peut réitérer sa thèse de la neutralité du langage logique. Il ne parle de rien, il n'a pas de relations qui lui soient propres, il ne rajoute rien aux conditions même de possibilité d'un langage; pour ces raisons, il peut être utilisé sans danger à propos de n'importe quel objet.

Il n'y a rien à objecter en soi à une telle stratégie, à condition de bien en prendre en compte le coût. Or, dans des langages ayant un nombre infini de prédicats, la définition envisagée par Quine est, dans le cas générale impossible. En effet, la théorie de l'identité ne peut être définie en toute généralité que dans une logique du second ordre, par une quantification sur les prédicats du langage. Une telle quantification est interdite chez Quine, car elle éliminerait la ligne de démarcation entre logique et mathématique. Toutefois, la simulation de l'identité, par le procédé mentionné plus haut, à l'intérieur d'une théorie canonique donnée (ayant un nombre fini de prédicat de base) implique qu'à chaque fois que le lexique est augmenté par l'ajout d'un prédicat, cela a des effets sur l'ensemble des théorèmes dérivables. En effet, des objets qui ne pouvaient pas être discernables dans le langage d'origine peuvent le devenir dans le langage étendu, avec des conséquences en chaîne sur la vérité des énoncés du langage.

Arrêtons -nous sur ce constat et poursuivons notre analyse; seulement l'extension de la notion de vérité logique aux grammaires non canoniques nous permettra de

vérifier si le méchant loup de l'identité a été effectivement apprivoisé ou bien si, déguisé en agneau, il garde encore sa capacité de nuisance.

## 5.5 La définition de la vérité logique en termes de grammaire

### 5.5.1 En quel sens le langage de la logique est-il engendré par une grammaire

Lorsque, dans le chapitre 2 de *Philosophy of Logic*, Quine présente de manière informelle la notion de grammaire, il se limite à distinguer le lexique des constructions et des transformations.

Le grammairien, nous dit Quine,

spécifie un lexique, c'est-à-dire une liste de mots, et en même temps certaines constructions grammaticales, c'est-à-dire des opérations qui font passer à des expressions composées en partant d'expressions constituantes. Son travail consiste à faire en sorte que son lexique et ses constructions délimitent la classe qu'il cherche à déterminer, à savoir la classe de toutes les suites de phonèmes susceptibles d'être émises en parler normal.<sup>219</sup>

Le lexique peut s'articuler en différentes catégories, mais ces catégories sont au départ des listes de mots simples. Les constructions ont pour office de leur ajouter des éléments composés. Des règles de transformation peuvent ensuite se révéler nécessaires lorsque la constitution d'un énoncé ne peut pas être décrite exclusivement en termes de ses constituants.<sup>220</sup>

L'analyse grammaticale ainsi conçue s'applique aux notations de la logique symbolique. À cause de leur caractère artificiel, ces notations, nous dit Quine, admettent une grammaire dont la simplicité plaît, car aucune règle de transformation n'y est requise. Il y a une catégorie de prédicats à une place, une catégorie de prédicats à deux places éventuellement aussi à trois places et ainsi de suite. Il y a ensuite une catégorie infinie de variables, et enfin des constructions grammaticales qui pour les langages canoniques se réduisent à la prédication, la conjonction, la négation et la quantification existentielle.

En toute rigueur, le langage de la logique classique du premier ordre, dans toute sa généralité, ne peut être engendré par une grammaire. C'est ce qu'Eric Audureau a souligné dans un article récent, en s'appuyant sur la distinction entre vocabulaire terminal et vocabulaire auxiliaire.<sup>221</sup> Une grammaire est un quadruplet  $(S, V_A, V_T, P)$ , où  $S$  est un axiome,  $V_A$  et  $V_T$  sont des vocabulaires distincts et finis, appelés respectivement vocabulaire auxiliaire et vocabulaire terminal, et  $P$  est un ensemble fini de règles de réécriture qui transforment des suites finies de symboles de  $V_A \cup V_T$  en suites finies de symboles de  $V_A \cup V_T$ . L'ensemble des suites de symboles composées

---

<sup>219</sup> [Quine Ph L f] Page 31

<sup>220</sup> *Ibidem*, pages 31-32

<sup>221</sup> [Audureau]

exclusivement d'éléments de  $V_T$  engendrées par les règles de réécriture est le langage décrit par la grammaire.

La distinction, dans une grammaire, entre vocabulaire auxiliaire et vocabulaire terminal correspond au fait que les éléments du vocabulaire auxiliaire doivent être réécrits, ils sont les analogues des parties du discours, tandis que les éléments du vocabulaire terminal ne peuvent être réécrits, ils correspondent aux mots du dictionnaire. C'est grâce à cette distinction qu'on peut considérer que le concept général de langage subsume la notion particulière de langage naturel.<sup>222</sup>

La liste des variables de la syntaxe logique est infinie. La liste de ses prédicats est indéfinie. Variables et prédicats ne peuvent donc pas être éléments du vocabulaire terminal, car le lexique d'une grammaire est par définition fini. Il faut alors ajouter des règles de réécriture pour engendrer les variables et les prédicats du langage. Cet artifice technique inévitable brouille l'opposition entre vocabulaire terminal et auxiliaire. Prédicats et variables, qui devraient appartenir au vocabulaire terminal, se retrouvent dans le vocabulaire auxiliaire, non pas à cause de leur rôle mais de leur nombre.

En fixant à l'avance la liste des prédicats, [...] en donnant son sens usuel et légitime à la notion de vocabulaire terminal, ou de lexique, on franchit le pas qui distingue le langage du calcul des prédicats du langage d'une théorie formulée dans le langage du calcul des prédicats. Ainsi, soit on dit en toute rigueur que le langage du calcul des prédicats a une grammaire, mais alors c'est au prix d'une description formelle indifférenciée des éléments du vocabulaire auxiliaire et de ceux du vocabulaire terminal [...], soit il fallait entendre que la grammaire du langage de la logique, "dont la simplicité plaît", était la grammaire d'un emploi de ce langage (pour la formalisation d'une théorie).<sup>223</sup>

Si l'on accepte cette dernière conclusion, qui d'ailleurs s'accorde au concept immanent de grammaire dont il est question au début du chapitre 2 de *Philosophy of Logic*, on est légitimé à se poser la question du pourquoi. Pourquoi faut-il décrire le langage logique de manière immanente et non pas transcendante? Où veut-on en arriver lorsqu'on affirme que les langages des théories couchées dans le symbolisme logique ont des grammaires?

Il y a deux réponses à cette question, les deux également liées aux besoins du "système" quinién.

La première se comprend par ce que Quine veut démontrer à propos de la notion de vérité logique. Une fois le langage logique rapproché au langage naturel par le biais de la notion de grammaire, la question de l'intérêt épistémologique de la notion de vérité logique peut être posée. Si une telle notion n'avait pas d'équivalent dans le cas de grammaires non canoniques, dans le cas de langages non-artificiels, alors elle devrait suivre le même sort que la notion carnappienne d'analyticité. Restreinte à un domaine spécialisé, elle ne pourrait prétendre à une place dans l'explication de la nature de la connaissance. La continuité entre connaissance de sens commun et connaissance scientifique, ingrédient essentiel du système d'explication quinién, en serait rompue.

---

<sup>222</sup> [Audureau], page 281.

<sup>223</sup> *Ibidem* page 283.

Dans ce cas, la notion d'analyticité, et avec elle, celle de signification, pourraient prétendre elles aussi à être re-intégrées dans le système et la question du statut des mathématiques s'en retrouverait ouverte, avec toutes les conséquences que cela comporterait. Mieux vaut alors admettre que le langage symbolique de la logique n'est une grammaire que dans ses applications, dans ses emplois. Mieux vaut se rabattre sur une notion immanente de grammaire mais laisser ouverte la possibilité de redéfinir la notion de vérité logique pour les grammaires quelles qu'elles soient, c'est-à-dire pour les langages quels qu'ils soient. Si cela était possible la parenté entre analyticité et vérité logique serait rompue. Seulement la dernière aurait droit de cité dans l'explication de la connaissance.

La deuxième réponse concerne le statut de la logique. Si la notion de vérité logique n'avait de sens qu'en relation aux langages canoniques, puisque ces langages contiennent tous, comme règles de construction, la prédication, la négation, la conjonction et la quantification, on pourrait encore objecter que c'est justement cela dont la logique parle. Le contenu des vérités logiques serait alors à chercher dans la caractérisation des connecteurs: "il pleut ou il ne pleut pas", ne parle pas de la pluie, bien entendu, mais il parle bien de 'ou' et de 'non'.

Dans un tel cas, l'assurance qu'il ne puisse pas y avoir réellement de disputes théoriques quant aux vérités logiques, en serait affectée. Pour que la ligne de frontière entre logique et mathématiques soit garantie, il faut que la logique n'ait pas de relations propres. Montrer que la notion de vérité logique survit lorsqu'on généralise la notion de langage logique, lorsqu'on l'étend aux grammaires quels que soient leurs lexiques et leurs constructions: voilà ce qu'il faut faire pour relativiser et amoindrir la place de ce que Frege, par exemple, appelait les concepts de la logique.

Ce n'est pas donc "spontanément" comme le prétend Quine<sup>224</sup>, que surgit l'idée de définir la vérité logique plus abstraitement sans recourir d'une façon spécifique à la négation, à la conjonction et à la quantification. Il s'agit au contraire, nous semble-t-il, d'une véritable pièce maîtresse pour la plausibilité du système de Quine.

### **5.5.2 Vérité logique et substitution des termes du lexique**

La définition de vérité logique par la notion de grammaire se base elle aussi sur la notion de substitution. Une vérité logique, dans cette optique, serait un énoncé dont la structure grammaticale est telle que tous les énoncés qui ont la même structure sont vrais. Deux énoncés auront la même structure grammaticale s'ils sont interconvertibles par substitution des termes du lexique.

---

<sup>224</sup> [Quine Ph L f] page 88;

Cela amène donc Quine à une première définition de la notion de vérité logique en termes de grammaire:

Notre nouvelle définition de la vérité logique se formulera alors comme suit: une vérité logique est un énoncé qui ne peut pas être rendu faux par substitution à son lexique. Quand nous substituons, à ceux de ses éléments qui figurent dans le lexique, d'autres suites arbitraires appartenant aux mêmes catégories grammaticales, l'énoncé qui en résulte est vrai.<sup>225</sup>

Aussitôt adoptée, toutefois, cette définition doit être abandonnée, car elle se heurte à une grave difficulté. Il est en effet possible de montrer, et Quine l'admet, qu'elle est trop large, c'est-à-dire elle permettrait de faire passer comme vérités logiques des énoncés qui ne le sont pas. En effet, tant que la réserve des prédicats d'un langage est finie, comme cela est requis par la notion de grammaire, il est possible de montrer qu'il n'y a pas de moyens de restreindre convenablement la classe des vérités logiques. D'où le repli quinién qui consiste à mettre à profit le caractère indéfini de la catégorie des prédicats, indéfini devant s'entendre au sens de indéfiniment extensible. En effet, dit Quine:

on admettra la substitution non seulement des prédicats d'une liste imaginable, mais en outre celle de tous les prédicats susceptibles d'être ajoutés à cette liste. Ainsi rectifiée, la version abstraite s'énonce comme suit: une vérité logique est un énoncé infalsifiable par substitution au lexique, même quand on accroît les ressources lexicales.<sup>226</sup>

Sommes nous arrivés au bout de nos peines?

Il faut observer avant de répondre, qu'une telle définition repose sur l'idée vraie qu'une grammaire reste substantiellement la même lorsqu'on accroît ses ressources lexicales. Plus exactement nous pouvons définir une relation d'inclusion entre grammaires. Une grammaire A serait incluse dans la grammaire B si et seulement si les énoncés grammaticalement corrects produits par A sont aussi des énoncés grammaticalement corrects de B. Mais nous avons vu que lorsqu'on augmente les termes du lexique, les conditions d'identités des variables changent. Cela implique que les clauses de réécriture pour les noms d'objets devraient être systématiquement modifiées à chaque extension de la catégorie des prédicats, de manière telle que la grammaire A de départ ne serait plus incluse dans la grammaire B obtenue de A par seule augmentation de son lexique.

En effet, si un nom propre comme Boston doit se réécrire par une expression du genre  $\exists x Bx \wedge \neg \exists y (By \wedge \neg (x=y))$ <sup>227</sup> alors le terme  $x=y$ , qu'une telle règle de réécriture contient, doit à son tour se réécrire dans l'expression mentionnée en 5.4.2, dont la forme change à chaque extension du lexique. Une telle situation obscurcit la relation d'inclusion entre grammaires, mentionnée plus haut, ainsi que la ligne de frontière entre éléments du lexique et règles de réécriture. Il est possible de parer une telle objection en

---

<sup>225</sup> [Quine WOf], page 88.

<sup>226</sup> Ibidem, page 89.

<sup>227</sup> Voir section 5.1 plus haut.

renonçant au moins pour les grammaires non canoniques à l'élimination des noms propres. Les conséquences d'un tel repli ne sont toutefois pas anodines. L'élimination de noms propres est une pièce maîtresse pour l'analyse sémantique des énoncés élémentaires, comme Russell nous l'a enseigné. Sans une telle élimination, l'identification fregéenne des dénnotations des énoncés aux deux valeurs de vérité peut être difficilement évitée. La thèse de la vérité comme dénotation en sera par conséquent affectée, comme nous l'avons indiqué en 5.1.

En conclusion, si, pour assurer une thèse sur la nature de la logique et des mathématiques, on s'en tient au slogan logique = grammaire + vérité, alors ou bien on obscurcit irrémédiablement le concept scientifique de grammaire, ou bien on renonce à la caractérisation de la vérité comme dénotation et à la relativité de l'ontologie, ou bien on doit admettre l'identité comme primitive. Ce qui a pour effet de rendre la définition de la vérité logique par substitution impossible. Reste toujours la parade d'exclure l'identité de la logique pure, bien qu'aucune justification valable ne puisse être invoquée.

## 6. Conclusion

À en croire Quine, tout devrait se passer comme si, de l'analyse exclusive de notre connaissance, sans aucune sortie métaphysique hors des limites du langage et des énoncés d'observation, nous arrivions à déterminer les lois de la logique universelle de la connaissance, en appliquant la méthode de la science.

En considérant ce processus nous voyons au contraire que d'abord la notion d'objet, ou d'événement, ressort non pas comme le produit du processus de la connaissance, mais comme l'une de ses conditions: sans elle, la notion de négation ne serait pas possible; sans elle, la notion de vérité comme dénotation n'aurait pas de sens et l'obviété des lois de la logique classique ne pourrait pas être assurée.

Ensuite, le langage de la logique classique du premier ordre ainsi que ses ressources sémantiques peuvent être dits ontologiquement neutres seulement au prix ou bien d'isoler la notion de vérité logique aux seuls langages formels canoniques, en ouvrant ainsi la voie à la notion d'analyticité, ou bien de renoncer à la doctrine de la vérité comme dénotation et à la relativité de l'ontologie, ou bien d'obscurcir la notion de grammaire formelle et ses conditions d'identité. Dans ce dernier cas, une notion que la science a élaborée de manière claire et qui se démontre fructueuse dans bien de domaines serait sacrifiée aux besoins explicatifs de l'empirisme sophistiqué de Quine.

Le slogan logique = vérité + grammaire paraît donc insoutenable. La connexion profonde entre identité, prédicats et définition de vérité logique nous semble indiquer une conclusion tout autre que celle qu'en tire Quine. La logique classique du premier

ordre parle bien d'objets, mais ce parler d'objets n'est pas neutre. Les objets qu'elle présuppose doivent être donnés de manière indépendante de toute construction, comme une totalité achevée. Les moyens infinitaires requis par la démonstration du théorème de complétude le suggèrent. Le théorème de Löwenheim-Skolem le confirme, puisqu'il nous montre que toute théorie admettant un modèle fini, exprimée dans ce langage, admet aussi un modèle infini. Les difficultés à intégrer l'identité dans une définition de la vérité logique basée sur la substitution ne sont qu'une conséquence de ces constats.

# Deuxième partie : Tentative d'une analyse théorique

Allegria di naufragi  
E subito riprende  
il viaggio  
come dopo il naufragio  
un superstite  
lupo di mare

G.Ungaretti, 1917



Y a-t-il une autre solution à la question du choix d'une logique que l'instrumentalisme et l'absolutisme? Cette question fera l'objet de notre analyse dans cette deuxième partie.

D'abord (chapitre 1), nous considérerons deux classifications des philosophies de la logique, celle de Jan van Heijenoort et celle de Susan Haack. Elles organisent la combinatoire des réponses à la question de la nature et du rôle de la logique selon deux perspectives différentes.

À l'une, celle de van Heijenoort, nous reprocherons une certaine étroitesse. Nous en attribuerons la cause essentiellement à la prévalence d'un intérêt de nature historique dans l'analyse des philosophies de la logique. Cet intérêt historique amène van Heijenoort à donner une caractérisation de fait (telle que l'histoire suggère) et non pas de droit (telle que la philosophie l'impose) des alternatives possibles en philosophie de la logique.

À l'autre, celle de Susan Haack, nous reprocherons, au contraire, trop de largeur, c'est-à-dire une multiplication hétérogène des alternatives, en l'absence d'un principe organisateur ferme de la classification.

À la suite de cette analyse, nous essaierons de montrer comment une classification correcte des attitudes possibles en philosophie de la logique ne devrait distinguer que trois alternatives : absolutisme, instrumentalisme et pluralisme.

Parmi les objections au pluralisme, certaines, nous l'établirons par la suite, montrent l'urgence d'une analyse formelle. Pour donner un sens précis aux positions du pluralisme, il faut en effet définir un cadre logique neutre dans lequel il soit possible de tracer intelligiblement la frontière entre logiques et systèmes formels, et dans lequel il soit possible de définir exhaustivement les caractéristiques qu'une logique doit satisfaire ainsi que le domaine de leurs variations possibles.

Une telle analyse formelle sera esquissée au chapitre 2. À cette fin, un outil déductif, le système des séquents de Gentzen, sera choisi. D'abord nous justifierons ce choix, ensuite nous délimiterons, sur la base des règles impliquées dans la définition d'une logique, la notion de connecteur et l'espace des variations possibles. Nous reconnâtrons alors des principes fondamentaux de variation, auxquels seront rattachées des familles différentes de logiques.

La mise à l'épreuve de ces résultats formels et de leur prétention à caractériser la pluralité logique doit impliquer à son tour une analyse philosophique. Pour que la nature du pluralisme logique soit fixée, il faudra encore mettre en correspondance pluralité logique et pluralité ontologique. Il faudra mettre à l'épreuve la thèse selon laquelle les ontologies fondamentales peuvent non seulement être énumérées, mais aussi mises en correspondance avec les formes logiques fondamentales. À cette condition, l'affirmation distinctive du pluralisme serait justifiée, c'est-à-dire : les formes dans lesquelles la notion d'objets peut être déclinée se reflètent de manière déterminée

dans les formes dans lesquelles la notion de déduction, et donc de vérité logique, peuvent à leur tour se décliner.

Dans le chapitre 3 de cette partie, nous examinerons la classification des formes fondamentales de la prédication donnée par Jules Vuillemin. Nous considérerons les problèmes impliqués par une éventuelle mise en correspondance entre ces formes, les catégories ontologiques fondamentales qui en résultent, et les formes logiques fondamentales dégagées au chapitre 2.

Les limites d'une telle mise en correspondance seront aussi examinées dans la conclusion de ce travail.

# Chapitre 1. Le pluralisme logique a-t-il un sens? De sa caractérisation et des objections fondamentales à ses prétentions

## 1. Des classifications des attitudes en philosophie de la logique

Nous examinons ici deux points de vue sur la question de la pluralité des logiques.

Le premier, celui de Jan van Heijenoort, concerne la distinction entre absolutisme et relativisme. Plus que d'une classification il s'agit, ici, d'une analyse comparée de ce que van Heijenoort considère comme deux conceptions antithétiques de la logique : celle, absolutiste, de la *Logica Magna*, propre aux pères fondateurs de la logique moderne, Frege et Russell; celle, relativiste, de la *Logica Utens*, dont les origines sont ramenées par van Heijenoort aux conceptions algébristes de Boole et Schröder et qui, à travers l'oeuvre de Skolem, déboucherait sur l'ensemble des conceptions sous-entendues par l'approche moderne propre à la "théorie des modèles".

Le deuxième, le point de vue de Susan Haack, concerne la distinction entre monisme, pluralisme et instrumentalisme. Il classe les philosophies de la logique par rapport la question de la possibilité et de la nature d'un critère d'adéquation entre une logique formelle et une notion informelle de validité à l'œuvre dans la connaissance.

La nature du (ou des) principe(s) organisateur(s) de ces classifications retiendra particulièrement notre attention, ainsi que l'exhaustivité et la cohérence interne des alternatives envisagées. Les raisons pour lesquelles nous jugeons insatisfaisantes les conceptions de van Heijenoort et de Haack nous guideront vers une nouvelle tentative de classification, esquissée à la section 2. C'est par ce procédé que le sens de la question « y a-t-il une pluralité de logiques » sera fixé et la méthodologie, employée pour répondre à cette question, justifiée.

### 1.1. Van Heijenoort et les problèmes "de droit" et "de fait" d'une classification

### 1.1.1. Logica magna et logica utens

La question qui occupe Jean van Heijenoort lorsqu'il esquisse le portrait des doctrines absolutistes et relativistes à travers l'histoire de la philosophie de la logique de ce siècle est, à son propre dire, celle de « la place de la logique dans le corps de la connaissance » ([Heij], page 9). Question épistémologique, question du rôle d'une science parmi les sciences, donc.

Dans son analyse historique, van Heijenoort caractérise deux conceptions opposées du rôle, de la place, de la logique dans la connaissance.

L'une assigne à la logique le rôle jadis occupé par la métaphysique. Étant donnée l'existence d'une structure du monde, d'une structure catégorielle de ce qui est, précédant toute expérience, le rôle de la logique est celui d'une *Logica Magna*, d'une *lingua characteristic*, capable de restituer par ses propres catégories les catégories qui sont celles du monde. Les modes par lesquels le monde se "reflète" dans la logique ne peuvent pas être définis. Seule une intuition logique fondamentale assure, non pas la preuve, mais la certitude de cette relation. Les structures catégorielles de l'être, suggérées de manière imparfaite par la langue, seraient rendues à la raison à travers la logique.

L'autre conception n'assigne à la logique que le rôle d'un outil, capable de répondre à nos besoins relativement à un domaine de connaissance. La *Logica Utens*, la conception de la logique comme calcul rationnel, ne peut avoir aucune prétention hormis le fait de fixer un canon pour la raison. Canon toujours relatif, jamais universel, ne reflétant jamais autre chose que des choix déterminés par nos besoins circonstanciels. La conception de la logique comme simple outil détruit par là toute ontologie, toute idée d'une fonction catégorielle de la logique. L'ontologie implicite dans la définition d'un domaine ne se donne que de façon provisoire, « le temps d'un argument ou d'une théorie »<sup>228</sup>.

De ces conceptions opposées du rôle de la logique, découlent deux portraits de philosophies de la logique, l'absolutisme et le relativisme, incarnés dans l'histoire par des figures réelles de logiciens et par leurs résultats, leurs contributions à la formation de la logique comme science moderne.

C'est là, dans ce mélange entre une position théorique (relative à une question plus proprement épistémologique telle que le rôle de la logique dans la connaissance), des figures historiquement déterminées (censées représenter de telles positions théoriques), et leur contribution au développement (en termes formels) de la logique, qu'apparaît, dans la distinction de van Heijenoort, le premier motif d'insatisfaction. L'insatisfaction est due essentiellement au mélange de questions de droit et de fait, qui aboutit à la conclusion discutable de la victoire philosophique du relativisme face à l'absolutisme.

---

<sup>228</sup> [Rouilhan U], page 111.

Cette victoire, attestée par l'abandon des théories absolutistes dans la pratique et dans la philosophie de la logique moderne, serait inscrite dans les théorèmes mêmes de la logique, dans ses avancées techniques et dans son développement en tant que science accomplie.

Certaines conséquences de ce mélange entre analyse historique et analyse théorique ont été déjà dénoncées<sup>229</sup>. Elles concernent les caractéristiques que van Heijenoort attribue de droit à l'absolutisme, mais qui ne sont que des caractéristiques de fait, propres aux philosophies de Frege et Russell.

D'autres conséquences, insuffisamment remarquées selon nous, portent également sur les caractéristiques attribuées au relativisme. Examinons donc ces questions dans l'ordre.

Parmi les aspects que van Heijenoort associe à la conception de la *Logica Magna*, trois doivent être mentionnés.

1) Une conséquence de nature métaphysique. Puisque la logique est censée restituer la structure catégorielle du monde, elle ne peut qu'être une et universelle. Ainsi la vérité des énoncés logiques est inscrite dans la nature même du rapport entre monde et logique. Elle est par là absolue. Une seule intuition logique fondamentale guide l'appréhension de la vérité des axiomes logiques et des éléments catégoriels fondamentaux que la logique nous révèle.

2) Une conséquence de nature ontologique. Puisque la logique est universelle, elle a comme domaine d'application la totalité de la connaissance. Cela a pour conséquence que les objets de son discours, en particulier les objets sur lesquels porte la quantification logique, sont constitués par la totalité de tout ce qui est. Le domaine de la logique est universel. Son universalité ne supporte aucune relativisation au domaine restreint d'un discours particulier.

3) Une conséquence de nature logique. Puisque la logique est universelle, puisqu'elle embrasse tout le champ de l'être, rien ne pourra être dit hors du système qu'elle représente par elle-même. Ainsi les questions proprement métasystématiques telles que la cohérence, la complétude, l'indépendance des axiomes n'ont, du point de vue absolutiste, pas de sens.

De ces trois conséquences de la conception absolutiste, van Heijenoort tire les raisons de la condamnation historique de l'absolutisme.

D'abord la définition tarskienne de la vérité aurait condamné une conception absolue de celle-ci. Tarski nous aurait enseigné que la notion de vérité n'est que relative à un système et ne peut, sous peine de contradiction, s'exprimer à l'intérieur de ce système.

---

<sup>229</sup> Voir [Rouilhan U] et [Rivenc].

Ensuite la notion de modèle d'une théorie et donc de domaine d'un modèle aurait définitivement éliminé l'idée d'une quantification universelle portant sur la totalité des objets. Il n'y aurait que des univers de discours particuliers auxquels les variables d'un langage pourraient se référer.

Enfin l'importance des notions métasystématiques (cohérence, complétude, indépendance), attestée par la prépondérance des théorèmes fondamentaux concernant ces notions, condamnerait d'emblée une conception de la logique qui s'interdirait, par simple préjugé philosophique, l'analyse d'un des domaines les plus féconds de la logique.

De ces considérations découlerait sans appel la victoire du relativisme. Ce dernier représenterait à travers la théorie des modèles, l'expression la plus accomplie d'une conception moderne de la logique. Elle impliquerait l'abandon du rêve de la logique comme médium universel de tout discours rationnel et l'adoption d'un point de vue algébrique sur la logique.

### **1.1.2. Absolutisme et relativisme, opposition de fait ou de droit ?**

Van Heijenoort estime qu'un certain nombre de conséquences (1, 2 et 3 plus haut) découlent de l'idée même d'une *logica magna*. Mais on est en droit de se demander si l'examen de ces thèses est mené dans le cadre d'une analyse historique des philosophies de la logique de ce siècle ou bien, au contraire, dans celui d'une analyse théorique des conceptions rationnellement possibles de la logique et de son rôle ?

Si c'est le deuxième terme de l'alternative qui doit être retenu, alors les conclusions de van Heijenoort sont douteuses.

Il est en effet possible de montrer que les affirmations 1, 2 et 3 ne sont que des conséquences de fait et non de droit d'une conception absolutiste de la logique. Elles expriment l'absolutisme tel que les philosophies de Frege, de Russell, l'ont exprimé, mais elles ne sont nullement des conséquences nécessaires de toute conception absolutiste.

D'abord les travaux de Tarski ne concernent qu'une notion de vérité satisfaisant le principe de la "convention T". Ils ne montrent donc pas l'impossibilité d'une théorie absolue de la vérité, ils ne prouvent pas, contre Frege, que la notion de vérité est relative à un langage et ne peut être définie que dans un métalangage plus puissant, mais qu'une définition de la vérité satisfaisant la convention T a de telles caractéristiques.<sup>230</sup>

Ensuite, la référence à un domaine universel n'exclut nullement que l'on circoncrive par ailleurs un domaine particulier du discours, ni que l'on construise un

---

<sup>230</sup> Voir [Rouilhan U]

langage dont les variables seraient reconnues comme secondes et dérivées par rapport aux variables universelles primitives.

Enfin, l'adoption du point de vue universaliste est, en toute rigueur, compatible avec une investigation métasystématique, et des investigations de cet ordre peuvent même constituer un instrument précieux pour enquêter sur la structure du monde de manière "interne" au langage<sup>231</sup>.

Compte tenu de cette remise en place des questions de fait (domaine privilégié de l'historien de la logique) et des questions de droit (domaine privilégié du philosophe de la logique) quelle est l'image de l'absolutisme que l'on devrait retenir ? Sûrement celle d'une conception de la logique dont le rôle serait de restituer la structure catégorielle du monde à travers *le langage* logique, ce médium universel de la rationalité qui ne peut pas ne pas se représenter comme unique, universel et indépendant de tout particularisme : sûrement celle d'une conception de la vérité comme absolue et indépendante du langage, condition de possibilité du discours logique.

Face à l'absolutisme quelle image devrions-nous retenir du relativisme ?

Celle d'une conception de la logique qui a renoncé à se faire système du monde, qui a renoncé à toute prétention d'universalité, qui a renoncé à l'idée même d'une enquête ontologique que la logique rendrait possible. Sa thèse fondamentale serait donc, non pas que tout domaine est particulier, mais que l'idée même d'un domaine universel est un rêve métaphysique, car elle donne à la notion de domaine une portée ontologique qu'elle ne peut pas étayer.

Mais, une fois leur juste dimension théorique rendue aux deux figures de la logique, on devrait encore se demander : s'agit-il d'une confrontation de droit ou de fait ? L'analyse théorique des conceptions de la logique est-elle épuisée par ces deux positions opposées ? N'y aurait-il pas une troisième position cohérente à prendre en compte ? Ne pourrions-nous pas envisager une conception de la logique qui, sans abdiquer sa fonction universelle et catégorielle, ne se poserait cependant pas comme système du monde, mais comme inventaire des systèmes possibles du monde. Si le langage est, dans ses formes diversifiées, le médium de notre attitude fondamentale envers le monde, l'universalisme ne pourrait-il pas être compatible avec l'idée de la logique comme inventaire exhaustif des structures ontologiques possibles ?

---

<sup>231</sup> Dans son livre *Recherches sur l'universalisme logique*, [Rivenc], François Rivenc a souligné qu'il est possible de distinguer deux types d'universalisme logique : l'universalisme négatif, défendu par Frege et Wittgenstein, qui affirment la scission radicale de deux modes du discours, celui d'une théorie logique rigoureuse et celui d'une explication des catégories présupposées par cette théorie (catégories ontologiques et sémantiques) laquelle sous peine de non sens, ne peut appartenir ni à la logique ni à la science; l'universalisme positif, du Carnap de la *Syntaxe logique*, qui, fort de l'enseignement gödelien sur le procédé d'arithmétisation, s'efforce de formuler certaines des propriétés métasystémiques du langage dans le langage lui-même, suivant en cela un mouvement "d'internalisation". Cf. plus haut, partie 1, introduction au chapitre 1 de ce travail.

Van Heijenoort semble exclure cette possibilité. Mais cette exclusion paraît, encore une fois, dictée par des considérations de fait et non de droit. Dans l'article de 1979, où il s'efforce de clarifier l'opposition entre absolutisme et relativisme, il pose explicitement la question de la nature du conflit entre unicité et pluralité des logiques. Il met au centre de ce conflit la question de l'interprétation des connecteurs logiques. Ceux-ci peuvent être caractérisés syntaxiquement, par des axiomes ou des règles, ou bien sémantiquement, par des procédés tels que celui des tables de vérité. Puisque des définitions divergentes peuvent être données, la question du contraste entre absolutisme et relativisme se transforme ici en la question du bien fondé de la pluralité de ces définitions. En considérant la question du tiers exclu, van Heijenoort remarque à juste titre que la divergence d'interprétation des connecteurs intuitionnistes et classiques est, en dernière instance une différence sur l'interprétation de la nature de la vérité des énoncés. C'est cette divergence qui occasionne la différence dans la définition des connecteurs de ces logiques. Dans le cas de la logique classique, la vérité d'un énoncé atomique  $P_a$  est vérifié par "contemplation", dit van Heijenoort : l'on vérifie si l'objet a vérifie la propriété  $P$  en contemplant propriété et objet. Dans le cas intuitionniste, le processus de vérification d'un énoncé de cette sorte est de nature radicalement différente :

Nous ne considérons plus cette vérification comme une contemplation, par laquelle nous attestons l'appartenance ou la non appartenance, mais comme une opération qui réussit ou qui échoue. Si l'opération réussit nous avons établi  $P_a$ . Si elle échoue, la situation est identique à celle prévalant avant l'exécution de l'opération, et rien n'a été établi; ni  $P_a$ , bien sûr, ni, non plus,  $\neg P_a$ .<sup>232</sup>

Pour l'absolutiste, toute remise en question de la notion de vérité présupposée par la logique classique reviendrait à introduire confusion et obscurité. Mais sur ce point, conclut l'auteur, l'absolutiste a été tout simplement réfuté par l'existence de systèmes dont la cohérence n'est pas plus douteuse que celle de la logique classique, et qui se posent en rivaux de cette dernière parce qu'ils ne mettent pas en avant la même notion de vérité.

L'analyse de van Heijenoort implique, et même suggère, que s'assurer de la vérité d'un énoncé revient à accomplir un acte (soit une opération, soit un acte de "contemplation") dont l'accomplissement présuppose que l'on ait fixé la manière dont les composants de l'énoncé atomique réfèrent. Le questionnement relatif à la nature de la vérité n'a de sens qu'à la condition de spécifier ou de présupposer un univers d'interprétation (qu'il soit absolu ou relatif), et d'indiquer l'ontologie sous-jacente à l'assertion  $P_a$ , ou à la notion de vérité qui la sous-tend. Or, affirme l'auteur ([Heij], page 81), il y a une pluralité d'ontologies enchevêtrées dans notre langage ordinaire. Cela

---

<sup>232</sup> [Heij], page 78.



implique qu'il y a une pluralité de notions de vérité traduisibles en autant de systèmes formels. La question est alors : qu'est ce qui nous empêche de concevoir la Logique comme l'inventaire de ces ontologies possibles, comme l'ensemble des formes catégorielles du monde ?

L'auteur le dit dans ces mêmes pages explicitement: c'est qu'il n'existe (en fait) aucun moyen de faire cet inventaire autrement que par simple énumération. Le statut de l'ontologie et de l'épistémologie en tant que sciences, dit l'auteur, ([Heij], page 79), ne permet pas une confrontation précise des différentes notions de vérités et donc (ajouterons-nous) des différentes ontologies qui les sous-tendent.

Ce que ce constat (il faut le souligner encore une fois, constat de fait et non de droit) exclut, c'est bien la possibilité d'articuler ensemble une conception de la logique comme science universelle des catégories, conception chère à l'absolutisme, et une conception plurielle et non absolue de la vérité, telle que le relativisme défend. Néanmoins la possibilité d'un tel pluralisme non relativiste, d'un pluralisme qui n'embrasserait pas la thèse de la logique comme simple outil linguistique, est de droit envisageable.

## **1.2. Susan Haack et les problèmes du critère organisateur d'une classification**

### **1.2.1. Absolutisme, instrumentalisme et pluralisme**

Susan Haack estime que la classification qu'elle propose pour les attitudes philosophiques relatives à la logique est organisée autour d'une question "métaphysique". Au chapitre 12 de son livre *Philosophy of Logic*, [Haack PL], cette question est posée en ces termes : y a-t-il un sens à parler de la correction ou de l'incorrection d'un système logique ? La question de la correction n'est intelligible qu'à travers l'idée de la vérifiabilité d'un ensemble de lois et de leurs conséquences (ici, lois et conséquences logiques) en rapport à un ensemble de faits les vérifiant<sup>233</sup>. Quels seraient les faits vérifiant une logique ? Le seul sens acceptable qui peut être donné à la notion de vérification (et donc de correction) dans le cas d'une ou de la logique, selon Susan Haack, vient de la confrontation entre la notion de validité logique d'un système formel, et une notion informelle, extra systémique, intuitive de validité. Les jugements intuitifs de validité que nous portons sur des arguments informels, l'intuition logique primitive qui nous fait affirmer sans hésitation qu'une conclusion découle d'une

---

<sup>233</sup> Tel est bien le terme employé par Haack dans son livre de 1974, *Deviant Logic* [Haack DL] L'opposition entre instrumentalisme et non-instrumentalisme, que nous expliquerons dans un instant, était là ramenée à celle entre réalisme et pragmatisme. La classification aurait gagné en clarté, à notre avis, si la notion de réalisme était correctement entendue comme la doctrine selon laquelle il existe un ensemble de faits (relatifs à la structure du langage, à son usage ou à son interprétation ou sa référence) qui constituerait le matériel sur lequel vérifier la correction d'une logique.

prémisse, constitueraient donc, dans le cas de la (ou d'une) logique, le matériel susceptible de la vérifier ou de la réfuter, en bref le matériel sur la base duquel établir sa correction.

Répondre par l'affirmative à la question « Y a-t-il un sens à parler d'un système logique en tant que correct ou incorrect ? » signifie donc accepter l'idée que les arguments valides (dans le sens formel) d'une logique représentent (dans un sens à éclaircir) les arguments informels tenus comme valides. Ceci implique que nous acceptons l'idée d'une intuition logique de validité<sup>234</sup> relative à des arguments informels, qui précéderait la notion formelle de validité dans un langage. Une logique correcte serait alors une logique qui vérifierait une telle intuition primitive.

Répondre par la négative à la question ci-dessus, signifie, à l'inverse, nier l'existence d'une telle intuition. Telle est la position des instrumentalistes qui jugent inintelligible toute notion de validité extra-systématique ainsi que toute notion "externe" de correction. Seules les notions formelles de validité dans un langage logique L, ou de vérité-dans-L sont acceptables. Leur but est de fixer l'usage des langages logiques qui se révèlent utiles, féconds ou convenables pour formaliser des domaines spécifiques de connaissances<sup>235</sup>.

Pour ceux qui répondraient par l'affirmative à la question métaphysique envisagée<sup>236</sup>, resterait encore ouverte la question de la nature de la correspondance entre validité formelle et validité informelle. La représentation symbolique d'un argument informel, dit Susan Haack, est question d'ajustement progressif. On pourrait commencer à développer un système formel sur la base d'un jugement intuitif de validité. Mais le choix d'un ensemble d'axiomes et de règles formelles entraîne alors la validité d'autres jugements formels, qui pourraient eux-mêmes ne pas correspondre à des jugements intuitivement valides. On pourrait alors être conduit à modifier les règles formelles ou au contraire à réviser nos jugements intuitifs de manière appropriée pour rétablir la correspondance.

Étant donnée cette image du processus d'ajustement entre validité formelle et validité informelle, la question cruciale, qui fait progresser la classification est alors la question de l'univocité du résultat d'un tel processus. En d'autres termes, la notion de

---

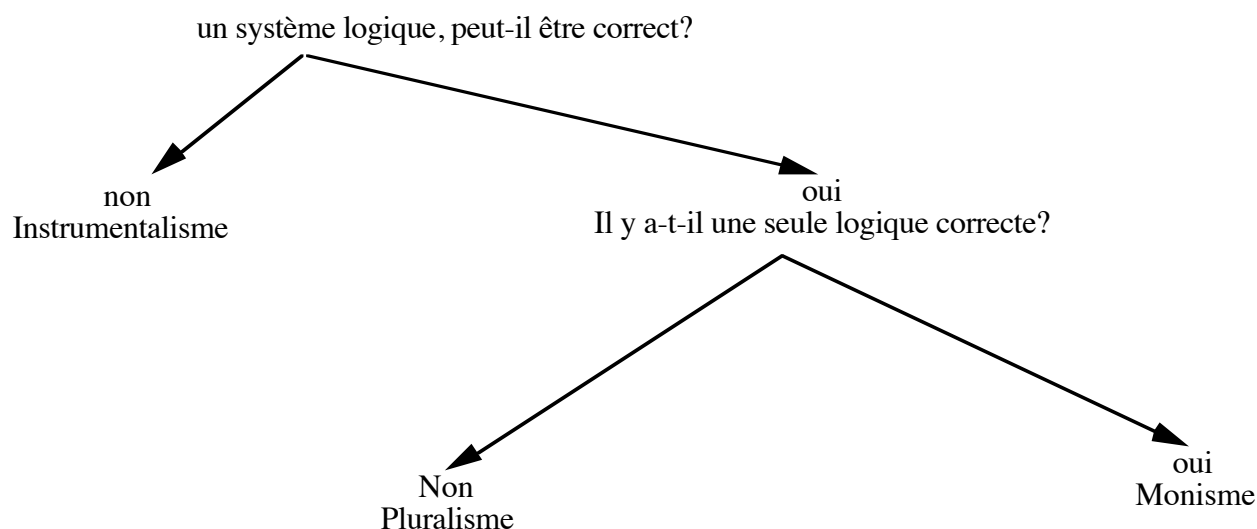
<sup>234</sup> Comme Susan Haack le dit justement la notion de validité logique est première face à celle de vérité logique. (cf. [Haack PL] page 14)

<sup>235</sup> Là nous allons un peu plus loin que Susan Haack dans son portrait de l'instrumentaliste. A la page 224 de [Haack PL] elle dit précisément : « On the instrumentalist view, there is no sense in speaking of a logical system's being 'correct' or 'incorrect', though it might be conceded that it is appropriate to speak of one system's being more fruitful, useful, convenient... etc. than another (perhaps : for certain purposes). » Les parenthèses et le 'perhaps' nous semblent toutefois inappropriés. Comment une conception instrumentaliste et donc pragmatiste de la logique pourrait justifier de droit l'idée d'un système universellement correct ? Bien sûr, on pourrait imaginer qu'étant donné un ensemble de circonstances fortuites on choisisse un seul et unique système de formalisation, mais cela ne rendrait pas possible pour autant une justification autre que locale d'une telle circonstance.

<sup>236</sup> Les réalistes au sens large, selon [Haack DL].

jugement informel de validité est-elle suffisamment précise pour donner lieu, après le processus d'ajustement, à un seul système formel ?

Si l'on répond par l'affirmative à cette question, on est dans le champ du monisme logique. Si l'on répond par la négative, dans celui du pluralisme. Un premier schéma de la caractérisation de Haack est donc le suivant :



### 1.2.2. Pluralisme local ou instrumentalisme ?

C'est à ce point que la structure de l'arbre se complique et que l'intervention d'une nouvelle question, qui en fait progresser la ramification risque de remettre en question toute l'analyse.

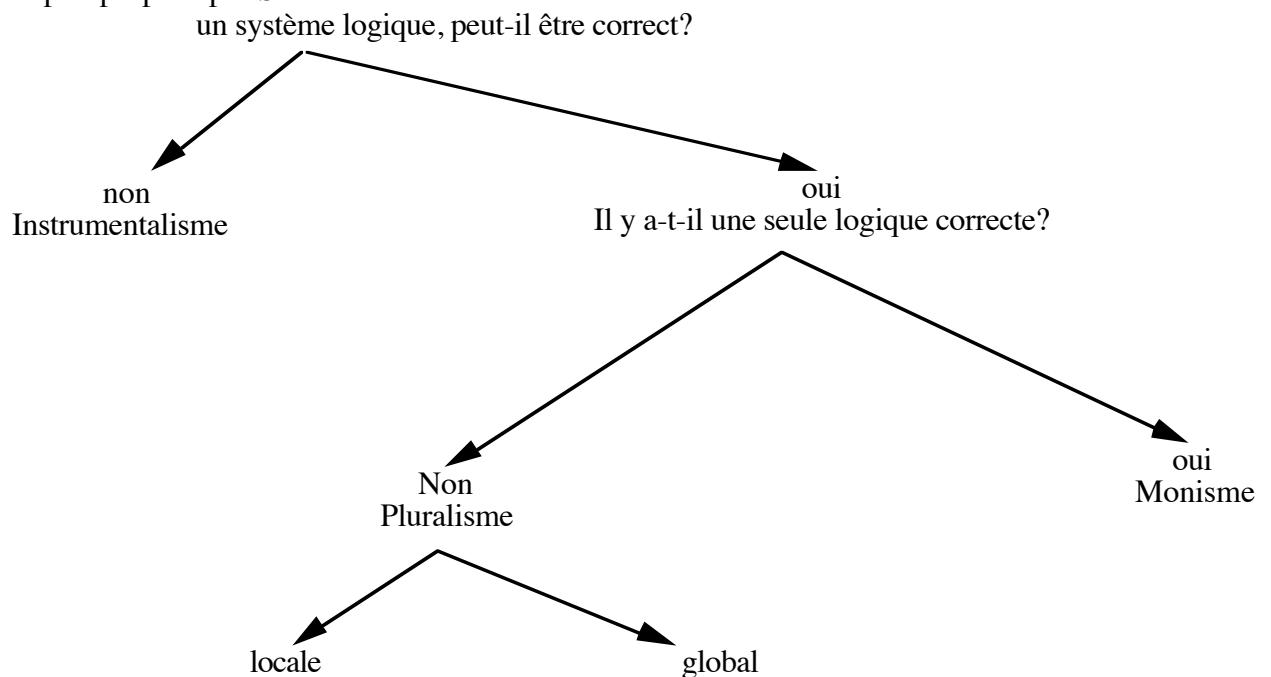
La notion de "correction" impliquant celle de vérification, elle n'est pas assez précise pour pouvoir caractériser de manière univoque l'attitude pluraliste. Cette imprécision suggère que les problèmes de la classification proposée jusqu'ici naissent de l'absence de la dimension ontologique et de la dimension épistémologique dans les questions de la logicité : quel est le rôle, quelle est l'étendue de la logique, où se situe la frontière entre logique et non logique, quelles sont les catégories logiques fondamentales et quel est leur statut ? Si l'on néglige ces questions, la classification ne peut être que confuse.

Procédons dans l'ordre et considérons d'abord la question que Susan Haack se pose à ce stade de la classification. Elle se demande :

Un système logique doit-il prétendre à une application globale, c'est-à-dire à représenter le raisonnement sans considération pour le sujet particulier du raisonnement, ou bien une logique peut-elle être localement correcte, c'est-à-dire correcte dans les limites d'un domaine de discours donné ? <sup>237</sup>

<sup>237</sup> [Haack PL], page 226.

Nous avons jusqu'à présent parlé d'une intuition logique préformelle permettant de reconnaître *une* classe d'arguments (informellement) valides. Nous avons donc pu interpréter cette intuition comme une sorte d'attitude fondamentale du locuteur. Cette attitude exprime quelque chose de la structure du monde ou du langage : il fallait tout simplement un ensemble de faits, censés vérifier de manière univoque notre (ou nos) théories logiques. D'un coup le scénario change. On voudrait maintenant nous faire envisager la possibilité d'une notion plurielle de validité informelle. Le pluraliste local, celui qui choisirait la seconde des options présentées par notre dernière question, relativiserait l'idée extra systémique de validité, et donc la correction d'une logique, à un domaine spécifique (disons *d*) du discours. Un argument ne serait pas informellement valide, il serait valide (informellement) dans-*d*<sup>238</sup>. Différents systèmes locaux sont applicables à (et il faudrait entendre ici "corrects relativement à") différents domaines du discours. La logique classique serait donc correcte face aux phénomènes macroscopiques, un peu comme l'est la physique newtonienne, là où la logique quantique serait correcte face aux phénomènes microscopiques. Voici donc le schéma complet proposé par Susan Haack :



L'analogie justifiant l'opposition entre pluralisme global et pluralisme local nous semble inappropriée car s'appuyant sur l'ambiguïté de la notion de correction. Quelle pourrait être notre intuition de validité pré-formelle par rapport aux phénomènes microscopiques ? Quelle serait notre intuition pré-formelle par rapport au domaine subatomique ? Aucune, sinon une intuition 'théorique' étayée par la théorie physique elle-même et donc par les objets qu'elle suppose, par les relations primitives entre ces

<sup>238</sup> Cf [Haack PL], page 223.

objets, par les modes de reconnaissance de ces relations par rapport aux objets. Mais quel serait-il le statut d'une telle intuition théorique ?

Le problème est que l'analyse arborescente des alternatives, telle que Susan Haack l'envisage, n'est pas homogène. Elle invoque, pour la progression de la classification une seule question, la question métaphysique. Elle fait en effet intervenir subrepticement, au cours de l'analyse des alternatives, d'autres questions de nature différente : la question du rapport entre validité formelle et validité pré-formelle; la question du rapport entre validité logique et validité théorique, la question de l'étendue de la notion de validité pré-formelle.

Cette hétérogénéité obscurcit le statut de l'instrumentalisme face au pluralisme local. On ne voit plus comment les distinguer. La notion de correction, par un glissement de sens, indique dans les deux cas l'applicabilité convenable à la formalisation d'un domaine déterminé. Il n'y a plus de notion extra systémique de validité lorsque celle-ci est relativisée, et, en effet, il n'y a plus qu'une différence terminologique entre validité dans-L et validité-dans-d. Lorsque l'idée de validité est réduite à un ensemble restreint d'arguments relatifs à un domaine spécifique, nous l'avons vidée de son sens pré-formel et tout simplement réduite à la notion pragmatique et donc instrumentaliste de convenance et d'utilité par rapport à un domaine spécifique.

La notion de correction dont nous sommes partis est trop pauvre. Pour pouvoir correctement distinguer les alternatives quant à la question de la pluralité logique il faut élargir les questions, et prendre en compte non seulement la question métaphysique mais aussi les questions épistémologique et ontologique.

## **2. Absolutisme, instrumentalisme et pluralisme, essai d'une classification**

De l'analyse qui précède nous pouvons retenir trois catégories : l'absolutisme, l'instrumentalisme et le pluralisme.

Absolutisme, instrumentalisme et pluralisme se distinguent d'abord quant à la question métaphysique de la vérité. La vérité n'est pas plurielle, affirme l'absolutiste. Cela implique qu'au-delà de la définition de vérité dans un modèle ou dans un langage, une notion primitive et absolue de vérité détermine ou représente le rapport entre monde et langage. Cela présuppose à son tour :

(1) que la diversité des langages peut être embrigadée dans une forme canonique.

(2) que la notion de vérité est là pour fixer la manière dont, en utilisant le langage, nous indiquons le monde.

L'instrumentaliste rejette à la fois (1) et (2). Il rejette toute forme d'embrigadement ; il relativise la notion de vérité à un langage formel déterminé.

Le pluraliste accepte (1) mais rejette (2).

Il ne nie pas que la pluralité des langages puisse être embrigadée dans une forme canonique, mais il rejette l'idée de l'unicité de cette forme et de l'unicité de la manière d'indiquer le monde à travers le langage.

Formulons la question en d'autres termes. Supposons que nous puissions isoler dans notre langage la classe des énoncés élémentaires, c'est-à-dire des énoncés où tous les mots logiques ont été éliminés.

Pour l'absolutiste, puisqu'il n'y a qu'un seul sens dans lequel ces énoncés peuvent être dits vrais, la notion de vérité logique sera déterminée de manière univoque pour le langage comprenant les mots logiques, de manière cohérente avec l'analyse de la notion de vérité pour les énoncés élémentaires (sans mots logiques).

Pour l'instrumentaliste, la division entre mots logiques et mots non logiques est une pure question de convention. Pour cela, la détermination de l'ensemble des vérités logiques est plutôt la question du choix de la structure la plus simple et la plus efficace possible pour formaliser une théorie donnée.

Pour le pluraliste, les énoncés élémentaires peuvent être dits vrais en des sens différents. Le pluraliste soutient que le langage dans lequel nous nous exprimons contient une pluralité déterminée de modes d'indication du monde, rendus possibles par les différents modes d'analyse et d'interprétation des composants des énoncés élémentaires, à savoir les prédicats, les arguments et leurs modes de jonction. Ces modes sont pertinents pour la caractérisation des différentes notions de vérité logique, et ils renvoient aux choix ontologiques présupposés par l'interprétation des énoncés élémentaires.

La deuxième question par rapport à laquelle on distingue les trois attitudes philosophiques quant à la pluralité logique est la question épistémologique du rôle et de l'étendue de la logique.

L'instrumentalisme reconnaît à la logique un simple rôle instrumental d'organisation des connaissances. L'organisation ne peut concerner qu'un domaine spécifique de connaissance. L'étendue de la logique est donc déterminée localement par rapport à ces tâches particulières de formalisation.

Absolutisme et pluralisme s'accordent pour rejeter l'idée d'une logique locale. La logique est universelle car indépendante de tout sujet particulier du discours.

La troisième question qui organise l'espace des choix est celle, ontologique, du contenu de la logique.

Pour l'instrumentalisme, la logique n'a pas de contenu. Elle n'est que pure forme du langage.

L'absolutisme reconnaît à la logique un contenu. Celui-ci est lié aux catégories (*a priori* ou *a posteriori*) sur lesquelles repose notre connaissance.

Le pluralisme reconnaît à la logique le rôle de fixer les catégories de la connaissance. La logique est l'inventaire déterminé des catégories possibles. Les logiques fixent nos choix possibles.

Le tableau suivant résume ces alternatives.

<b>ALTERNATIVES</b>	<b>ESSENCE DU LOGIQUE</b>	<b>ROLE DU LOGIQUE</b>	<b>CONTENU ONTOLOGIQUE</b>
<b>Absolutisme</b>	vérité absolue	catégoriel-universel	les catégories
<b>Instrumentalisme</b>	vérité relative aux langages	instrumental-local	aucun
<b>Pluralisme</b>	vérités relative aux ontologies	catégoriel-universel	les catégories possibles

### **3. Trois objections préliminaires au pluralisme**

Avant de poursuivre notre analyse, en précisant en quel sens il est possible de décrire de manière systématique les catégories qui sont enchevêtrées dans notre langage, arrêtons nous d'abord sur trois objections qui peuvent être formulées à l'encontre du pluralisme. Nous les tirerons du débat philosophique qui a caractérisé la question de la révision de la logique classique en faveur d'autres logiques. Ces objections concernent non pas le rapport entre la logique classique et une logique déviante en particulier, mais plus généralement la question même de la déviance, de sa possibilité et de son bien-fondé.

#### **3.1 Le pluralisme est méthodologiquement inacceptable**

Commençons avec une objection qui peut être attribuée à Popper : le pluralisme (et donc la déviance) est méthodologiquement inacceptable.

L'argument peut être résumé en ces termes : la logique est l'outil à travers lequel nous testons une théorie en essayant de réfuter ses énoncés.

Puisque du point de vue méthodologique il est souhaitable que le contrôle d'une hypothèse soit le plus strict possible, plus forte déductivement sera la logique utilisée afin de dériver des conséquences réfutables des hypothèses, plus sévère sera le contrôle et donc plus fiable sera la théorie ainsi contrôlée.<sup>239</sup>

---

<sup>239</sup> « If we want to use logic in a critical context, then we should use a very strong logic, so to speak, which is at our disposal; for we want our criticism to be severe [...] Thus we should (in the empirical sciences) use THE full or classical two valued logic. ». K.Popper "A realist view of physics, logic and hystory" in *Physics, Logic and History*, éd. Yourgrau,W. et Breck, D.A.Plenum 1970. Cité par Haack, [Haack DL], page 37.

En somme une logique déductivement trop frileuse serait contraire au progrès de la science car elle permettrait à des théories anormales de se protéger contre la falsification par des moyens logiques.

Deux questions ressortent de cette objection.

La première concerne le rôle de la logique dans la science. Si la logique est l'instrument principal du processus de falsification, elle est aussi l'instrument principal de la formalisation et, par là, le moyen par lequel une pleine analyse conceptuelle d'une théorie, de ses ressources, des propriétés de sa structure est possible. La confirmation qu'une théorie reçoit de l'échec des tentatives de falsification auxquelles elle est soumise n'est qu'un des aspects de l'activité scientifique. Reléguer le rôle de la logique à cela revient à lui attribuer un rôle exclusivement instrumental dans la connaissance. Il s'agit avant tout d'un choix philosophique.

La deuxième question concerne la notion de force déductive d'une logique.

Appliquons l'argument de Popper à la considération de la logique intuitionniste face à la logique classique.

On remarque que l'ensemble des théorèmes de la logique intuitionniste est contenu strictement dans l'ensemble des théorèmes de la logique classique. Mais est-ce là une raison suffisante pour parler de la plus grande force déductive de la logique classique ?

Une remarque de Gödel suffira pour mettre en doute cette affirmation.

Dans le texte de la conférence délivrée en 1941 à Yale publié sous le titre "In What Sense is Intuitionistic Logic Constructive" <sup>240</sup>, Gödel remarque que bien que le principe du tiers exclu ne soit pas un théorème de la logique intuitionniste :

[...] il en résulte que, en éliminant la loi du tiers exclu, rien n'est perdu mais seule l'interprétation des théorèmes doit être modifiée. Sans aucun doute les intuitionnistes rejettent la loi du tiers exclu,  $p \vee \neg p$ , vu leur notion de disjonction. Toutefois, en utilisant les symboles primitifs intuitionnistes, il est tout à fait possible de définir une nouvelle notion de disjonction pour laquelle la loi du tiers exclu vaudrait même dans la logique intuitionniste. C'est assez simple ; il suffit de définir  $p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$ . En ce cas  $p \vee \neg p$  devient  $\neg(\neg p \wedge \neg \neg p)$ , et cette dernière formule exprime une instance de la loi de non-c, qui vaut aussi pour la logique intuitionniste.<sup>241</sup>

De manière similaire, on retrouve les lois de la quantification classique dans la logique intuitionniste en traduisant ainsi le quantificateur existentiel classique :  $\exists x A(x) = \neg \forall x \neg A(x)$ . Par ces remarques, la différence entre la logique classique et la logique intuitionniste apparaît comme une question d'interprétation des connecteurs et ne peut pas être justement appréciée par la seule analyse extensionnelle des classes des théorèmes de ces deux logiques. C'est une différence de sens et non de force déductive

---

<sup>240</sup> [Gödel CW III], pages 189-202. Le texte constitue une première ébauche du fameux article du 1958 paru dans *Dialectica*.

<sup>241</sup> Ibidem, pages 189-190.



qui peut être reconnue entre ces systèmes et c'est à une différence dans la procédure de falsification que cette différence de sens se résout.

Il n'y a donc pas de raisons techniques ou méthodologiques qui pourraient conduire à rejeter le pluralisme ou la déviance logique. Seules des raisons ouvertement philosophiques le peuvent : l'idée de l'existence d'une procédure unique capable d'établir la vérité des énoncés élémentaires, ou, ce qui revient au même, l'idée qu'une conception plurielle des procédures d'établissement de la vérité est incompatible avec la possibilité de la science. Mais cette affirmation philosophique peut être rejetée si la pluralité n'est pas indéterminée.

### 3.2 Le pluralisme est impossible

La deuxième objection est illustrée par le fameux slogan de Quine : “ changer de logique, changer de sujet ”. Nous avons déjà examiné ce slogan de Quine dans le contexte de sa conception de la vérité. Reprenons ici cette question dans le cadre du problème de la déviance logique, le slogan étant équivalent à la thèse que le pluralisme est impossible. Les logiques déviantes parlent tout simplement d'autre chose que la logique classique. Cette dernière parle de vérité des énoncés, de fausseté comme négation de la vérité, des connecteurs comme fonctions logiques. Les logiques déviantes font appel à des règles étriquées et à des connecteurs extravagants qui ne peuvent être comparés avec les notions classiques, intégrées à notre langue.

Susan Haack dans son livre *Deviant Logics*, résume lapidairement l'argument de Quine par ce syllogisme :

- a) s'il y a changement de signification des constantes logiques, il ne peut pas y avoir un conflit réel entre logique déviante et logique classique
- b) s'il y a déviation, il y a changement de signification des connecteurs
- c) donc il n'y a pas de véritable conflit réel entre logique classique et logiques déviantes.

La reconstruction de l'argument de Quine nous semble toutefois incorrecte. En particulier Quine n'affirme rien qui puisse être exactement paraphrasé par a).

Le changement de signification des connecteurs, opéré par les logiques déviantes, a pour conséquence, selon le principe d'indétermination de la traduction<sup>242</sup>, de détruire toute possibilité de confrontation précise (et là il faudrait comprendre avec Quine, une confrontation qui pourrait être conduite dans le langage de la science, c'est-à-dire un langage de nature extensionnelle). La déviation implique un changement de sujet et là où il y a changement de sujet, il y a conflit au moins sur la question « la logique, de quoi parle-t-elle ? ». Or l'impossibilité de régler ce conflit en appliquant le langage

---

<sup>242</sup> Voir partie I, chapitre 3.

(extensionnel) de la science accule Quine à un autre ordre d'arguments, de nature pragmatique et épistémologique, afin de décider de la question.

La logique est pour Quine obvie, au sens où elle est intégrée aux mécanismes d'apprentissage du langage; la fausseté n'est pas, pour le déviationniste, la négation de la vérité et cela entraîne une perte dans l'obviété et dans la simplicité de la logique classique. Au chapitre 2 de la première partie nous avons examiné dans le détail la thèse de l'obviété et de la simplicité de la logique classique. Il faut rappeler ici que « changer de logique, changer de sujet » n'est pas en contradiction avec une attitude pluraliste. Changer de logique signifie interpréter de manière différente les connecteurs logiques et donc, en dernière instance donner un sens différent à la notion de vérité sur laquelle s'assoit celle de vérité logique.

Un tel changement peut-il être justifié? Si Quine a raison en affirmant que la logique classique est la seule à être obvie et neutre, le changement de sujet n'apporterait que confusion et obscurité. Si Quine a tort, le changement de sujet opéré par les logiques déviantes ne pourrait être que bienvenu. Nous avons déjà exprimé nos doutes sur le bien-fondé des arguments de Quine. Cela devrait suffire au moins pour explorer une nouvelle voie.

La question de l'unicité de la logique revient, nous l'avons dit, à la question de l'unicité de la notion de vérité : lorsque nous affirmons "p", ou (ce qui revient au même) lorsque nous disons que "p est vrai", pouvons nous donner à cette notion de vérité, à cette affirmation des sens différents sans pour autant détruire simultanément la notion de vérité ?

Il faudrait pour répondre positivement à cette question pouvoir comparer les changements de sens des connecteurs dans un formalisme logique qui nous permette de représenter clairement quels changements dans le système déductif, et donc quels changements dans la notion de vérité, provoquent un changement déterminé des règles gouvernant un connecteur. Si cela était impossible, la possibilité illimitée de "torturer" les règles définissant les connecteurs, les raisons illimitées de rejeter une certaine règle logique lorsqu'elle se révèle inapte à la formalisation d'un problème déterminé, ferait de la logique le domaine de la confusion et de l'incommunicabilité.

### **3.3 Le pluralisme est inutile**

La dernière des objections que nous considérerons peut être résumée en ces termes : le pluralisme est inutile. L'argument est très simple et ne manque pas d'un certain attrait. Résumons-le de manière schématique.

Toute sémantique d'un système formel peut être donnée en termes d'une certaine structure algébrique.

Toute algèbre n'est qu'une structure qui peut être définie dans le cadre de la théorie des ensembles.

La théorie des ensembles est la théorie à laquelle les mathématiques sont réductibles.

La théorie des ensembles peut être formalisée dans la logique classique.

Donc, toute sémantique d'un système logique déviant peut être donnée en termes de la logique classique.

Donc, il est inutile de modifier le langage logique (il faut entendre ici l'interprétation classique des connecteurs) pour le plier à des contraintes non naturelles et qui de toute manière peuvent être exprimées, comme des théories, dans la véritable logique, la logique dans laquelle la théorie des ensembles est exprimable.

Toutefois, que les mathématiques classiques soient réductibles à la théorie des ensembles est un fait, mais, de ce fait on ne peut pas conclure que la notion d'ensemble soit (ou au moins soit la seule) ce à quoi notre connaissance, *via* les mathématiques est réductible. Cela pour deux raisons:

1) Aux cotés des mathématiques classiques, les mathématiques intuitionnistes proposent une interprétation radicalement différente des principes auxquels notre pratique mathématique doit être ramenée. Ce n'est pas la notion d'ensemble, mais celle de fonction (de "species") qui est prise comme primitive dans le processus de réduction intuitionniste. Rien ne peut *a priori* permettre de décider en faveur de l'une ou de l'autre, malgré la victoire historique incontestable des mathématiques classiques.

2) L'affirmation « toute métathéorie est classique » est fautive, à moins d'entendre ce "est" ou sens de "peut être". On peut effectivement choisir des modèles définissables en termes d'ensembles et d'opérations sur ces ensembles. On peut, néanmoins aussi choisir d'autres notions comme primitives et définir en termes de celle-ci les sémantiques déviantes (y compris celles de la logique classique). Les sémantiques en termes de probabilités comparatives, ou en termes de catégories, montrent qu'en choisissant des primitives différentes c'est la sémantique classique qui devient une des structures envisageables, dans un cadre classiquement déviant.

## 4. Nécessité d'une enquête logique

Deux questions doivent être résolues avant que la proposition du pluralisme logique puisse être considérée une option philosophique acceptable.

a) la question des limites du logique

b) la question de la détermination des variations admissibles à l'intérieur de ces limites.

La première question est cruciale (comme nous l'avons vu à travers l'examen des classifications de van Heijenoort et de Susan Haack) pour distinguer le pluralisme de l'instrumentalisme.

La seconde est inévitable lorsqu'on se propose de rendre à la logique son rôle catégoriel, sans pour autant accepter l'absolutisme.

La question des limites du logique se réduit à la question de la caractérisation des constantes logiques. Sans une telle caractérisation, les concepts propres à la logique, les connecteurs, ne pourraient être donnés que par une simple énumération, et la possibilité de distinguer le champ du logique de celui du formel serait sans espoir.

En affirmant que les connecteurs sont les concepts propres de la logique, nous reprenons à notre compte les conceptions de Frege et Gödel. Les lois de la logique, disait Frege, ne sont rien d'autre que ce par quoi le sens du mot vrai se déploie. Les connecteurs sont des concepts et c'est grâce à leur signification, que le sens du mot vrai peut être appréhendé. Le contenu des énoncés de la logique doit être examiné à partir du contenu des concepts de négation, conjonction etc. Cela implique-t-il que les logiques diffèrent *essentiellement* par le sens de leurs connecteurs ? Notre réponse à cette question est négative, contrairement à une opinion répandue en philosophie de la logique. Les arguments techniques sur lesquels repose cette réponse seront présentés dans le chapitre suivant. L'hypothèse théorique qui appuie ces arguments techniques est la suivante : les logiques diffèrent d'abord dans les procédures de vérifications des énoncés élémentaires qu'elles présupposent, dans les modes d'appréhension de la notion de vérité que ces procédures de vérification prescrivent. Ces différences sont ensuite reflétées par les procédures de vérification des énoncés complexes, et donc par les différences de sens des connecteurs que ces énoncés contiennent. Mais ceci ne veut pas dire qu'on ne puisse pas caractériser, indépendamment de toute variation, ce qu'est une négation, une conjonction et de manière plus générale ce qu'est un connecteur logique. Sans cette caractérisation, nous n'aurions aucune chance de développer une conception pluraliste de la logique. Ce sera en caractérisant déductivement le rôle des connecteurs et en analysant déductivement les variations que le problème de la caractérisation sera résolu.

La question des variations admissibles de la logique se réduit, en suivant la suggestion fregeenne, à la question des différents sens ou mode d'appréhension du vrai. Toutefois, y a-t-il un espace "neutre" dans lequel énumérer exhaustivement ces variations possibles ? Nous aurons recours à la notion de déduction pour tenter de résoudre cette difficulté. Les raisons de ce choix et la tentative de solution que nous proposons seront développées au chapitre suivant. Il faut encore rappeler ici, comme conclusion de cette enquête préliminaire sur les bons droits du pluralisme, que la proposition issue de l'analyse logique qui sera menée dans le prochain chapitre devra encore être mise à l'épreuve de l'analyse ontologique, mise à l'épreuve dont nous soulignerons les difficultés et les problèmes qu'elle laisse irrésolus.

# Chapitre 2. Analyse logique

## 1. Introduction

Notre enquête préliminaire sur les bons droits du pluralisme, conduisait à la conclusion que ces questions philosophiques ne pouvaient trouver de réponse sans qu'un examen logique ne nous en donne les moyens. Elle précisait comme hypothèse de recherche l'affirmation fregéenne selon laquelle *les règles logiques sont ce par quoi la notion de vérité peut être appréhendée*. Comment alors donner une analyse exhaustive de ces règles possibles ? Comment trouver un formalisme neutre d'analyse qui n'épouse pas d'emblée l'interprétation classique des connecteurs ? Dans l'analyse fregéenne les règles logiques sont les règles qui permettent de passer d'énoncés vrais à énoncés vrais. D'où la suggestion de poser la notion de règle de déduction au cœur de notre analyse logique afin de trouver une solution aux questions qui nous pressent.<sup>243</sup>

Le propre de la logique est de s'occuper de la vérité par le biais de la déduction, c'est à dire par une relation (caractérisable en terme de règles) que l'on peut établir entre assertions possibles, disposées en un certain ordre. Une relation de déduction doit être évidemment interprétable en termes de vérité. Dire qu'une certaine structure  $\Sigma$  (un ensemble par exemple) d'assertions possibles permet de déduire une certaine structure  $\Delta$  (par exemple encore un ensemble) d'assertions possibles signifie que toute interprétation qui rend les éléments de  $\Sigma$  vrais rend au moins un élément de  $\Delta$  vrai. L'analyse sémantique de cette notion de vérité en termes d'objets et d'opérations sur ces objets (sans préjuger de la nature des objets) est une contrainte que toute logique, et plus généralement, tout système formel doit respecter. Mais cette contrainte est insuffisante pour tracer une frontière entre un système logique et un système formel. Une analyse sémantique, puisqu'elle s'occupe de l'interprétation des énoncés en termes de relations et de propriétés sur un domaine d'objets, préjuge de ce dont nous ne voudrions pas préjuger (à savoir la nature de ces objets, de ces propriétés et de ces relations) en faisant porter le poids de la déviance logique sur les seules règles d'interprétation sémantique (en effet algébrique) des connecteurs.

---

<sup>243</sup> L'idée que la logique s'occupe des vérités logiques a conditionné, de Frege à Quine, non seulement la philosophie de la logique, mais également les études sémantiques (théorie des modèles, algèbres logiques etc..) et syntaxique (théorie de la démonstration à la Hilbert) qui ont fleuri au cours de ce siècle. En affirmant que la notion de vérité logique doit être analysée par la notion de déduction nous n'excluons pas le point de vue de la vérité; nous ne faisons qu'énoncer une priorité dans l'analyse du principe de variation des logiques.

Par le biais d'une analyse logique en termes déductifs nous cherchons à représenter les connecteurs comme des opérations invariantes dans des structures déductives qui, elles, peuvent varier. Ainsi faisant, le poids de la variation logique, de la pluralité des notions de vérité, serait avant tout conditionné par les types de structures déductives dans lesquelles les connecteurs sont utilisés.

En effet, la question qui nous intéresse ici est de caractériser, disons *a priori*, les systèmes formels possibles qui soient également épistémologiquement significatifs, c'est-à-dire remplissant le rôle que nous voulons attribuer à la logique: rôle catégoriel, rôle d'inventaire ontologique de la connaissance. La question mathématique des rapports entre algèbre et systèmes formels est tout simplement différente de la question logique des rapports entre logiques et ontologies. La ligne de démarcation que nous voulons tracer entre logiques, au sens propre, et systèmes formels, au sens large, devrait pouvoir être tracée en partant non pas de la notion de vérité, mais de la notion de déduction.

Rappelons le fil conducteur de notre analyse : les logiques diffèrent essentiellement dans leur prédications élémentaires, à savoir dans les notions d'objet que ces formes présupposent et dans les modes de jonction (de "tomber sous" en termes *fregéens*) des objets aux prédicats. Le rapport entre déduction et prédication devrait alors être le suivant : les moyens d'identification des objets, déterminant les formes fondamentales de la prédication, trouvent leurs analogues dans les systèmes logiques, dans les moyens déductifs d'identification des énoncés vrais, à partir d'énoncés vrais.

Le plan du chapitre est le suivant.

D'abord (section 2), nous présenterons brièvement la notion de système de séquents, à travers lequel nous conduirons notre analyse. Nous essaierons de justifier ce choix et de définir de manière claire la notion de structure déductive.

Ensuite (section 3), nous présenterons dans le cadre du système des séquents une caractérisation de la notion de connecteur logique, inspirée des travaux de Dana Scott, Kosta Dosên et Arnon Avron.

Enfin (section 4), nous essaierons d'esquisser de manière exhaustive les variations envisageables dans un système à la Gentzen, nous déterminerons les classes de logiques envisageables et nous donnerons des exemples de systèmes logiques appartenant aux classes de logiques déterminées par nos critères.

## 2. Systèmes de déduction et système de séquents

Le cadre dans lequel nous examinerons la notion de déduction est basé sur la notion de séquent<sup>244</sup>. C'est grâce à son analyse que nous déterminerons avant tout ce que l'on doit entendre par déduction afin de préciser l'hypothèse de travail de laquelle nous sommes partis.

Dans un de ses articles consacrés aux logiques modales, Dana Scott regrette,<sup>245</sup> à juste titre, que l'étude des systèmes de séquents, et plus généralement le travail de Gentzen, ait été orienté exclusivement vers les questions de théorie de la preuve et d'élimination de la coupure.

En effet, le système de séquents est plus qu'un système de preuve. C'est un puissant système de représentation symbolique des systèmes logiques, capable de résoudre toute ambiguïté entre usage et mention d'une règle, condition indispensable pour analyser une logique et ses règles. Il est aussi, ajouterons nous, un système de représentation raffiné de la notion de déduction, dans lequel la distinction entre différents types de règles permet de faire apparaître de manière assez évidente que, lorsqu'on définit une logique extensionnellement, par l'ensemble de ses formules valides, on perd l'essentiel, à savoir la façon dont ses règles déductives s'agencent en un système.

Le système des séquents n'est pas, bien évidemment, le seul système de déduction. Différents systèmes de déduction peuvent caractériser la même logique : système axiomatique à la Hilbert, système de déduction naturelle, système de séquents de Gentzen, etc.

L'avantage de présenter une logique par un système de séquents est de pouvoir distinguer les propriétés de la relation de déduction, les propriétés des structures qu'elle manipule et les propriétés des opérations qui peuvent être effectuées dans ces structures (les règles d'introduction des connecteurs logiques). Cette classification en trois types des règles définissant une logique est déterminante pour classer, comme nous allons le faire dans la suite les différents types de systèmes logiques. Arrêtons nous sur ce point.

Du point de vue syntaxique, en effet, une logique peut être vue comme un couple  $\langle L, R \rangle$ .

**L** est le langage de la logique considérée .

---

<sup>244</sup> "Investigations into Logical Deduction" dans [Gentzen], pages 68-132.

<sup>245</sup> « [...] both because of the aims of Gentzen's own work and in the light of of later applications, the Gentzen systems have been very much oriented toward proof theoretical analyses —especially the problems of establishing the so-called *cut-elimination theorem*. For me this was misleading. It took me a long time to realize that *cut* is not elimable—except in very special circumstances. This is not to say that the cut elimination is uninteresting or inimportant, but there does seem to be a simple and basic point to make with the aid of Gentzen idea which may not be so generally appreciated. » [Scott OEIU], pages 787-807.

$\mathbf{R}$  est un ensemble de relations sur les éléments de  $L$ . Nous appelons axiomes les relations à une place sur  $L$  et règles d'inférence les relations binaires, ternaires, etc. sur les éléments de  $L$ .

Une **déduction** de  $A$  dans  $\langle L, R \rangle$  est une suite  $A_1, \dots, A_n$  d'éléments de  $L$ , telle que  $A = A_n$  et chaque  $A_i$   $1 \leq i \leq n$  est soit une formule de  $L$  (une hypothèse), soit un axiome, soit est obtenue à partir d'une ou plusieurs  $A_j$ ,  $1 \leq j < i$ , par une des règles d'inférence du système.<sup>246</sup>

Une formule  $A$  de  $L$  est **déductible d'un ensemble  $H$**  de formules de  $L$  ssi il existe une déduction de  $A$  dans  $\langle L, R \rangle$  telle que chaque  $A_i$  est un élément de  $H$ , ou un axiome ou est obtenu de un ou plusieurs  $A_j$ ,  $1 \leq j < i$ , par une des règles du système.

On écrit  $A_1, \dots, A_n \vdash C$  pour indiquer que  $C$  est déductible des hypothèses  $A_1, \dots, A_n$  et  $A_1, \dots, A_n \nvdash C$  quand  $C$  n'est pas déductible de  $A_1, \dots, A_n$ .

Nous indiquons que  $C$  est théorème par  $\vdash C$  et que  $C$  n'est pas un théorème par  $\nvdash C$ . Le symbole " $\vdash$ " est appelé symbole de déduction. Ce symbole exprime la relation de déduction, c'est à dire la fermeture des axiomes (les relations à une place) et des règles d'inférence (les relations binaires ou ternaires etc.) du système sur les formules  $A_1, \dots, A_n$ .

Dans un système à la Hilbert **la notion de théorème est définie par récurrence**. Un théorème est une formule du langage pour laquelle il existe une déduction. Les axiomes sont donc des théorèmes. Les règles d'inférence permettent de dériver, des axiomes, tous les théorèmes du système. Les propriétés de la relation de déduction sont dérivées grâce à ce que l'on appelle le théorème de la déduction, lequel exprime le rapport entre les théorèmes d'une logique et les formules dérivables.

Dans un système de séquents **la notion de déductibilité est définie par récurrence**. Les objets manipulés dans un système de séquents ne sont pas des formules du langage mais des expressions abstraites de la forme :  $X \vdash Y$ , (les séquents).  $X$  et  $Y$  (respectivement l'antécédent et le conséquent du séquent) sont des structures de formules ou, comme nous le verrons plus précisément dans la prochaine section des structures d'assertion.

En manipulant des séquents, plutôt que des formules, on peut définir explicitement et séparément les propriétés générales de la relation de déduction, (codées dans un système à la Hilbert par les axiomes dans le langage objet) par l'ensemble des règles structurelles. Plus précisément trois type de règles sont nécessaires pour définir une logique dans le cadre d'un système de séquents :

---

<sup>246</sup> Une **démonstration** de  $A$  dans  $\langle L, R \rangle$  est donc une suite  $A_1, \dots, A_n$  d'éléments de  $L$ , telle que  $A = A_n$  et chaque  $A_i$   $1 \leq i \leq n$  est un axiome ou est obtenue à partir d'une ou plusieurs  $A_j$ ,  $1 \leq j < i$ , par une des règles d'inférence du système. Une formule  $A$  de  $L$  est un **théorème** de  $\langle L, R \rangle$  ssi il existe une démonstration de  $A$  dans  $\langle L, R \rangle$ . Nous n'aurons pas à employer ces deux notions au cours de notre analyse.



a) les propriétés de la relation de déduction,  $\vdash$ , (exprimées par ce que nous appelons les règles de raisonnement), section 2.1.1.

b) les structures à gauche et à droite du symbole de déduction et les règles définissant leurs propriétés (les règles de données définie section 2.1.2.)<sup>247</sup>.

c) les opérations logiques sur les structures définie dans b, c'est-à-dire les règles d'introduction des connecteurs (section 3).

## 2.1 Déductions et structures déductives : les règles structurelles

### 2.1.1 La relation de déduction

Dans son très bel article sur le programme de Clarence I. Lewis et, plus généralement, sur les logiques modales et leur prétendue confusion entre usage et mention, Dana Scott parle de la relation de déduction dans un système de séquents comme d'une relation abstraite entre assertions possibles.<sup>248</sup> On connaît la méfiance de Quine<sup>249</sup> à l'égard de cette notion d'assertion, qu'il considère comme une mauvaise échappatoire terminologique à une question profondément philosophique. En utilisant la notion d'assertion, dit Quine, on voudrait se tenir à égale distance des notions d'énoncé et de proposition. Cependant, cette "égale distance" est vue par Scott non pas comme le résultat d'une lacune dans la détermination philosophique, mais comme le choix d'un point de vue abstrait, qui est le propre du système des séquents. L'essentiel dans la notion d'assertion possible est le caractère potentiel de l'assertion: un acte doit être accompli afin que ces assertions possibles deviennent des entités concrètes. La description de cet acte implique un choix philosophique: ces entités concrètes peuvent être considérées comme des entités éminemment syntaxiques (des énoncés) ou des entités éminemment sémantiques (des propositions, des sens d'énoncés). La nature abstraite du calcul des séquents ne préjuge d'aucun de ces choix. Là également réside sa neutralité. Le calcul des séquents est un calcul abstrait, au sens qu'il prend en compte dans un métalangage déductif contenant des assertions, le symbole ' $\vdash$ ' et le symbole ' $\vdots$ ', la notion abstraite de déduction entre assertions. Partons donc de cette idée que la relation de déduction relie des structures d'assertions possibles, et posons nous la question : quelles sont les propriétés de la relation de déduction ? Nous trouvons assez naturel de partir de deux principes d'identité, l'un statique, l'autre dynamique,

---

<sup>247</sup> Les règles de données et les règles de raisonnement sont appelées par Gentzen règles structurelles. Nous avons distingué, dans [Crocco F] et [Crocco Farinas SCR], les règles de coupure et d'identité des autres règles structurelles pour mettre en évidence que ces dernières concernent directement les structures de données de la déduction, c'est-à-dire les structures d'assertions sur lesquelles est définie la relation de déduction.

<sup>248</sup> [Scott OEIU], en particulier page 794 et 795. Les raisons de ce choix seront plus claires dans la suite, lorsqu'il sera question des connecteurs logiques.

<sup>249</sup> [Quine Ph L f], page 10-11.

concernant les assertions sur lesquelles la relation de déduction porte. Ces deux principes sont donc :

- le principe d'identité proprement dit :  $A \vdash A$ , affirmant que chaque assertion est déductivement identique à elle-même.

- le principe de transitivité, exprimant que la conclusion d'un argument déductif peut devenir la prémisse d'un autre.

Comment ce principe de transitivité se traduit-il dans un système formel tel que le calcul des séquents ?

Du point de vue de la relation de déduction, la loi de transitivité est exprimée par la règle de coupure. Il s'agit d'une règle qui, dans le cas d'une relation de déduction définie sur des listes d'assertions, peut être formulée ainsi:

$$\frac{X \vdash Y_1, A, Y_2 \quad Z_1, A, Z_2 \vdash W}{Z_1, X, Z_2 \vdash Y_1, W, Y_2}$$

La présence de cette règle dans un calcul des séquents permet d'identifier, dans une preuve, deux occurrences de la même assertion (l'une en tant que prémisse dans un séquent, l'autre en tant que conclusion dans un autre séquent) et de les éliminer ou de les "couper". En ce sens, la coupure est liée au principe d'identité : une occurrence d'une assertion  $A$  peut être identifiée à une autre occurrence de la même assertion  $A$ , dans n'importe quel contexte déductif. L'identification de ces deux occurrences rend possible la composition des deux preuves, l'enchaînement du raisonnement. Si  $A \vdash A$  est le principe d'identité statique, la coupure est une sorte d'identité dynamique, une identité s'appliquant dans le développement de la démonstration. La prémisse  $A$  est remplacée (dans le séquent  $Z_1, A, Z_2 \vdash W$ ) par la suite  $X$ , à partir de laquelle est prouvée  $A$ . Dans cet enchaînement, les structures sur lesquelles la relation ' $\vdash$ ' est définie sont préservées : dans le cas des listes, l'insertion de la liste  $X$ , à la place de  $A$ , ne modifie pas l'ordre de l'antécédent dans  $Z_1, A, Z_2 \vdash W$ .

Le principe de transitivité de la relation de déduction est une conséquence de la règle donnée plus haut. En fait si  $X$  et  $W$  se réduisent, respectivement, à  $B$  et  $C$ , et si  $Y_1, Y_2, Z_1, Z_2$  sont des suites vides, nous avons<sup>250</sup> :

<sup>250</sup> Cette même propriété est exprimée dans un système hilbertien par la règle dite de Modus Ponens :

$$\frac{\vdash A \quad \vdash A \rightarrow B}{\vdash B}$$

pour une relation  $\vdash$  vérifiant le théorème de la déduction et possédant un connecteur conditionnel et l'axiome  $\vdash T$  (où  $T$  est n'importe quel théorème du langage). Si  $\Gamma, A \vdash B$  ssi  $\Gamma \vdash A \rightarrow B$  alors le Modus Ponens est dérivable à partir de la règle de coupure. En fait :

$$\frac{\vdash A \quad \frac{\vdash A \rightarrow B \quad A \vdash B}{\vdash B}}{\vdash B}$$

Dans les systèmes ne respectant pas ces conditions, la transitivité est représentée dans un système hilbertien par la règle :

$$\frac{B|-A \quad A|-C}{B|-C}$$

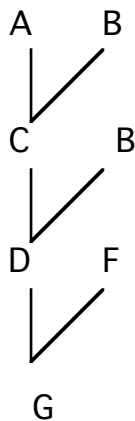
Ces deux propriétés (identité et coupure) sont essentielles. Lorsqu'elles ne sont pas vérifiées, une relation entre structures d'assertions possibles ne peut plus être considérée comme une relation de déduction et, d'autre part, l'interprétation déductive des connecteurs devient impossible (cf. section 3).

## 2.1.2 Les règles de données et les structures déductives

### 2.1.2.1 Les déductions concrètes et les déductions abstraites des séquents

Ces 'structures d'assertions' à gauche et à droite du signe de déduction, que représentent-elles ? Délaissions, sur ce point, l'analyse de Scott et considérons, non pas la notion abstraite de déduction, mais un système concret de déduction.

Prenons le cas d'un système de déduction dont les objets sont des énoncés, ou si l'on préfère des propositions (système de déduction naturelle ou systèmes de Hilbert par exemple). De manière schématique une déduction peut être représentée par un arbre binaire où chacune des feuilles représente une prémisse, ou un axiome, où chaque nœud, qui n'est pas une feuille, est obtenu en appliquant les règles du système.



Lorsqu'on représente une déduction dans un système de séquents, on réécrit les feuilles de l'arbre à gauche du signe de déduction dans une suite linéaire, on les transcrit, dans l'ordre, de gauche à droite et on place la racine à droite de ce même signe. Pour Gentzen la déduction naturelle était la forme déductive la plus proche de la pratique mathématique de la démonstration<sup>251</sup>. Toutefois dans la déduction naturelle, la loi du tiers exclu occupe une place spéciale, celle d'un axiome<sup>252</sup>. Ce qui l'avait conduit à inventer le système des séquents pour démontrer plus aisément le théorème

---


$$\frac{\frac{}{|-A \rightarrow B} \quad \frac{}{|-B \rightarrow C}}{|-A \rightarrow C}}$$

<sup>251</sup> [Gentzen], page 68.

<sup>252</sup> Prawitz a démontré qu'il est possible de définir des règles d'introduction et d'élimination pour la négation classique sans avoir recours à l'axiome du tiers exclu. Toutefois, comme l'a remarqué Dummett, ces règles ne respectent pas le *principe d'harmonie*.

d'élimination de la coupure. Ce "calcul logiciste" comme il l'appelle, possède des figures d'inférence et des figures de preuve qui, toutefois, ne s'appliquent pas à des formules mais à des séquents<sup>253</sup>. Les figures d'inférence et les figures de preuve du calcul de la déduction naturelle définissent une notion de preuve "concrète" sur des formules.

Nous avons besoin de figures d'inférence et de figures de preuve. De telles figures sont constituées de formules [...] Une *figure d'inférence* peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{U_1, \dots, U_n}{B} \quad \text{pour } n \geq 1$$

où  $U_1, \dots, U_n; B$  sont des formules.  $U_1, \dots, U_n$  sont appelés formules supérieures et  $B$  formule inférieure de la figure d'inférence. [...] Une *figure de preuve*, en bref une dérivation, est composée d'un nombre de formules (au moins une), qui se combinent pour former les figures d'inférence de la manière suivante : chaque formule est la formule inférieure d'au moins une figure d'inférence; chaque formule (à l'exception d'exactly une formule : la formule finale) est une formule supérieure d'au moins une figure d'inférence; et le système des figures d'inférence est non circulaire [...].<sup>254</sup>

Le procédé de transcription de l'arbre de formules en séquents est implicite dans la transformation, proposé par Gentzen,<sup>255</sup> des preuves en déduction naturelle en preuves par le système de séquents. Lors de cette transcription nous pouvons conserver plus au moins d'informations sur la structure de l'arbre de déduction.

Considérons d'abord la transcriptions des feuilles de l'arbre. Nous pouvons par exemple conserver les informations sur l'ordre dans lequel les formules supérieures des figures d'inférence ont été utilisées, on bien négliger cet ordre en nous autorisant à passer du séquent  $A, B, B, F \vdash G$  au séquent  $A, B, F, B \vdash G$  à travers une règle d'échange que l'on définit généralement ainsi pour l'antécédent d'un séquent :

$$\text{échange} \quad \frac{X, A, B, Z \vdash Y}{X, B, A, Z \vdash Y}$$

Nous pouvons négliger le nombre de fois où une prémisse a été utilisée dans la déduction, en nous donnant le droit de passer du séquent  $A, B, B, F \vdash G$  au séquent  $A, B, F \vdash G$ , ou bien du séquent  $A, B, B, F \vdash G$  au séquent  $A, A, B, B, F \vdash G$  en appliquant respectivement les règles :

$$\text{contraction} \quad \frac{X, A, A, Z \vdash Y}{X, A, Z \vdash Y}$$

$$\text{expansion} \quad \frac{X, A, Z \vdash Y}{X, A, A, Z \vdash Y}$$

Nous pouvons encore, en appliquant le principe selon lequel la relation de déductibilité se conserve en affaiblissant les prémisses, augmenter le stock de formules

<sup>253</sup> [Gentzen], page 69 et 72.

<sup>254</sup> Ibidem, page 72.

<sup>255</sup> [Gentzen], pages 120-123.

à gauche en nous autorisant à passer du séquent  $A, B, B, F \vdash G$  au séquent  $A, B, B, F, H \vdash G$ , par la règle :

$$\text{affaiblissement} \quad \frac{X, Z \vdash Y}{X, A, Z \vdash Y}$$

En ce qui concerne la racine, nous pouvons aussi augmenter le stock de formules à droite du signe de déduction, en nous autorisant à passer du séquent  $A, B, B, F \vdash G$  au séquent  $A, B, B, F \vdash G, H$ , par une règle d'affaiblissement analogue à la précédente, et, appliquer aussi les règles d'expansion, échange, contraction à droite du signe de déductions. De telles règles transforment la déduction en une relation non fonctionnelle entre prémisses et conclusions et rompent ainsi l'asymétrie entre les espaces à gauche et à droite du signe de déduction, asymétrie consécutive à la structure arborescente de la déduction, n'ayant en effet qu'une seule racine.

De manière générale, nous donnant de plus en plus de liberté dans la transcription, nous passons d'une relation de déduction définie sur des listes d'assertions, à une relation de déduction définie sur des multi-ensembles, des ensembles, des ensembles d'ensembles d'assertions. Nous définissons ainsi, par le biais de règles de données, des **structures déductives**. La définition de la structure de base, relève en ce sens d'un choix conventionnel. Nous pouvons définir directement la relation de déduction sur des ensembles d'assertions ou bien, encore, sur des listes d'assertions. Dans le deuxième cas, pour que les structures à gauche et à droite deviennent des ensembles, il faudra ajouter les règles d'expansion, d'échange et de contraction. Nous pouvons définir directement l'antécédent  $X$  et le conséquent  $Y$  d'un séquent comme des multi-ensembles d'assertions ou bien, en partant des listes, ajouter la seule règle d'échange.

En considérant l'opération concrète de déduction comme représentée par un arbre binaire, la structure de base consiste en une liste d'assertions séparées par une virgule qu'on ne doit pas considérer nécessairement comme associative; cette structure déductive de base est, en effet, employée dans une logique sous-structurale (voir plus bas section 4.) : le calcul non-associatif de Lambek<sup>256</sup>. Toutefois, pour simplifier notre exposé, nous considérerons par la suite les listes d'assertions comme structure de base, en considérant toujours la virgule comme associative. À ces règles structurelles mentionnées par Gentzen, Kosta Dosen ajoute<sup>257</sup>, dans sa présentation des logiques sous-structurelles une règle de substitution :

$$\frac{Z \vdash Y}{S_a^x Z \vdash Y} \quad \frac{Z \vdash Y}{Z \vdash S_a^x Y}$$

<sup>256</sup> [Lambek MSS], [Lambek CST].

<sup>257</sup> [Dosen LCPM]

dans laquelle le séquent inférieur est obtenu à partir du séquent supérieur en substituant uniformément "a" aux occurrences libres de "x". Le 'a' doit être entendu comme une expression de la même catégorie grammaticale que "x", ne contenant pas de variables libres x qui deviendraient liées après la substitution. Cette règle ne concerne pas la structure déductive des assertions, mais leur structure interne. Elles deviennent nécessaires lorsque l'on veut représenter les règles de la quantification de manière uniforme pour tous les systèmes logiques<sup>258</sup>.

### 2.1.2.2 Les règles de données contextuelles

L'ensemble des règles de données ainsi définissables, destiné à distinguer les structures d'assertions reliées par la relation de déduction, est-il déterminable de manière exhaustive ? En principe il est possible de définir un nombre infini de telles règles. Supposons par exemple que nous définissions dans le contexte d'une relation de déduction sur des listes d'assertions, une règle de contraction qui s'appliquerait en tenant compte de la place des assertions sur lesquelles la règle s'appliquerait. Nous pourrions alors définir une règle de contraction (contraction 0) en début de liste et telle que :

$$\text{contraction 0} \quad \frac{X, A, A, Z \vdash Y}{X, A, Z \vdash Y}$$

si et seulement si X est égale à la liste vide.

De manière générale pour tout  $i \geq 0$  :

$$\text{contraction } i \quad \frac{X, A, A, Z \vdash Y}{X, A, Z \vdash Y}$$

si et seulement si X a exactement i éléments.

Il est clair que par le biais d'un tel artifice on pourrait définir une infinité de règles d'échange, d'affaiblissement etc.. Toutefois le point crucial dans les règles du type contraction i, c'est qu'elles ont une caractéristique structurelle particulière : elles sont contextuelles et elles demandent pour être définies des ressources linguistiques différentes de celles du simple métalangage déductif qui ne contient que des assertions, des virgules et le symbole  $\vdash$ . La règle contraction i, comme toute règle semblable, exige pour leur définition que l'on fasse référence à un compteur numérique correspondant au nombre d'éléments reliés par la relation de déduction.

Essayons de préciser cette remarque.

Donnons nous d'abord une caractérisation générale de la notion de règle contextuelle pour un système de séquents.

#### **Définition 1**

##### **Règle contextuelle**

Soit  $L_d$  le système de séquents défini pour une logique L. Soit pour  $i \geq 1$   $X_1, A_i, X_2 \vdash Y$  (resp.  $X_1 \vdash Y_1, A_i, Y_2$ ) un séquent de  $L_d$ .

---

<sup>258</sup> Nous reviendrons sur cette question dans la section 4.2.1.2 consacrée aux logiques classiques.

Nous appellerons *contexte* de  $A_i$  dans le séquent  $X_1, A_i, X_2 \vdash Y$  (resp.  $X_1 \vdash Y_1, A_i, Y_2$ ) les éléments de  $X_1, X_2, Y$  (resp.  $X, Y_1, Y_2$ ).

Nous dirons alors qu'une règle  $R$  de  $L_d$  est contextuelle si et seulement si l'application de  $R$  dépend du (ou des) contexte(s) de(s)  $A_i$ , pour  $R$  s'appliquant aux assertions  $A_i$  ( $i \geq 1$ ) ou  $R$  introduisant  $A_i$ .

### Règles contextuelles déductives

Une règle de données sera dite contextuelle *déductive* si et seulement si sa définition ne requiert que les ressources du métalangage élémentaire du système des séquents.

### Règles contextuelles extra-déductives

Une règle contextuelle sera dite *extra-déductive* si et seulement si sa définition n'est possible que dans une extension du métalangage déductif élémentaire du système des séquents.

Nous proposerons une définition plus précise de la notion de métalangage déductif élémentaire au cours de la section 4.1. Ici on remarquera de manière informelle que ce métalangage ne contient que des assertions, des structures d'assertions, la notion d'occurrence d'une assertion (resp. d'une variable) dans une structure d'assertions (resp. dans une assertion), la relation de déduction et les symboles de ponctuation (virgules, parenthèses, accolades etc.)

La règle :

$$\text{contraction } i \quad \frac{X, A, A, Z \vdash Y}{X, A, Z \vdash Y}$$

pour  $i \geq 0$ , est contextuelle car elle s'applique si et seulement si  $X$ , qui appartient au contexte des deux assertions  $A$ , auxquelles "contraction  $i$ " s'applique, contient exactement  $i$  éléments. Elle demande ainsi pour être définie un contrôle du contexte, contrôle qui, pour être exprimé, requiert d'autres moyens que ceux du simple métalangage déductif : la possibilité d'exprimer numériquement la place d'une assertion dans une structure déductive.

Y a-t-il des règles contextuelles déductives ?

Nous pouvons définir par exemple une règle d'affaiblissement contextuel à droite du symbole de déduction (et nous verrons que la logique intuitionniste peut être définie par une telle règle) de la manière suivante :

$$\text{affaiblissement contextuel :} \quad \frac{X \vdash Y}{X \vdash Y, A}$$

si et seulement si  $Y$  est une structure vide (un ensemble vide, ou une liste vide, etc.)

Il est vrai que dans le cas de cet affaiblissement contextuel, la nature contextuelle de la règle peut être définie sans avoir recours à un enrichissement du métalangage dans lequel les règles sont décrites, si l'on s'octroie le droit de considérer une structure vide

comme une structure. Nous pouvons d'ailleurs définir cette règle, d'une manière équivalente, comme suit :

$$\text{affaiblissement non-contextuel : } \frac{X \vdash}{X \vdash A}$$

où la notion de structure vide n'est plus mentionnée ou bien, de manière encore équivalente, en considérant que la structure à droite du signe de déduction est réduite à au plus une seule assertion. Cette dernière possibilité fait porter la modification propre à l'intuitionnisme non pas sur la nature contextuelle de ses règles, mais sur la transformation de la relation de déduction en une fonction de déduction; c'est d'ailleurs cette solution qu'a été retenue par Gentzen. Elle a l'avantage de montrer de manière directe la transformation fonctionnelle des déductions intuitionnistes, mais elle a, du point de vue de notre but, le désavantage d'introduire deux structures déductives, la structure intuitionniste, à une seule conclusion, et la structure classique à plusieurs conclusions. Notre point de départ veut au contraire que toutes les variations soient obtenues à partir d'une et une seule structure. En choisissant le cadre de séquents à plusieurs conclusions à gauche et à droite du signe de déduction, nous pouvons montrer que la logique intuitionniste s'obtient de cette structure base par élimination de toutes les règles de données à droite exception faite pour un affaiblissement contextuel (cf. plus bas section 4).

En dehors de cette règle d'affaiblissement intuitionniste, il ne semble pas possible de définir des règles contextuelles déductives sur des assertions, puisque les règles contextuelles ne font qu'"effacer" de l'information dans la structure des déductions concrètes et, en l'absence d'une extension qui permette de prendre en compte numériquement la place des assertions dans l'arbre, aucune autre information contextuelle ne peut être exploitée. Quelles pourraient en effet être les restrictions aux règles d'échange, de contraction ou d'expansion exprimables dans le seul métalangage déductif élémentaire ?

Nous pouvons alors résumer la caractérisation des règles que nous venons d'évoquer, et que nous appellerons par la suite règles de données, de la manière suivante.

Une règle de données est une règle définissant les structures d'assertions à droite et à gauche du signe de déduction.

Si elle est contextuelle déductive, elle ne fait intervenir, dans sa définition, que les moyens linguistiques du système des séquents en question.

Si elle est contextuelle extra-déductive, elle exige, pour sa définition, une extension des ressources du métalangage déductif élémentaire.

Cette caractérisation ne prétend pas être une définition formelle. Elle a plutôt pour but de cerner, même si c'est de manière informelle, la notion de règle de données, en faisant référence à la notion intuitive de déduction.



### 2.1.3 Extension aux structures déductives d'ordre supérieur

Y a-t-il d'autres structures de données et donc d'autres règles de données (contextuelles ou non) qui puissent être définies par les moyens du métalangage déductif ?

Il y a effectivement une extension très naturelle de la notion de structure déductive qui a été décrite dans la section précédente. Au lieu de considérer des structures constituées simplement d'assertions, reliées par la relation de déduction, nous pouvons envisager des structures de séquents reliées par la relation de déduction. Ce type de structure, utilisé par Scott et Dosen pour traiter des logiques modales, permet de raisonner déductivement sur l'existence de déductions (d'implications) entre assertions.

Supposons que nous voulions affirmer que si B est déductible de A, C est déductible de B, et D est déductible de C, alors D est déductible de A. Par le même procédé qui nous a conduit des arbres déductifs aux séquents, de l'inférence valide par transitivité :

$$\begin{array}{l} A \vdash B \\ B \vdash C \\ \hline C \vdash D \\ \hline A \vdash D \end{array}$$

nous pouvons passer par transcription dans des séquents de deuxième niveau à :

$$\{A \vdash B\}, \{B \vdash C\}, \{C \vdash D\} \vdash_2 \{A \vdash D\}$$

Ici, le signe de déduction principal, de niveau 2, relie des collections d'assertions dont chacune affirme l'existence d'une déduction de niveau 1. Ainsi, les séquents de niveau 1 ont des collections d'assertions à gauche et à droite du signe de déduction. Les séquents de niveau 2 ont des collections de séquents de niveau 1 à gauche et à droite du signe de déduction et ainsi de suite.

Comme nous l'expliquerons dans la section 3.2. de ce chapitre, les règles logiques caractérisant les connecteurs modaux (les opérateurs de nécessité, de possibilité, d'implication stricte) nécessitent des séquents de niveau 2. L'idée de base, nous le verrons, c'est qu'en considérant le système des séquents comme un calcul abstrait sur des assertions, nous parvenons à raisonner (au niveau 2) sur des structures de relations déductives entre assertions. Dans les logiques ayant un théorème de la déduction, une relation déductive  $A \vdash B$  est équivalente à l'implication<sup>259</sup> logique  $\vdash A \rightarrow B$ . Sous réserve de l'existence d'un théorème de la déduction, nous pouvons donc affirmer que les séquents de deuxième niveau nous permettent de raisonner sur des implications logiques d'assertions. Les raisons pour l'introduction des séquents de deuxième niveau

---

<sup>259</sup> Dans *Philosophy of Logic*, [Quine Ph L], Quine ne distingue pas la notion d'implication logique de celle sémantique de "conséquence logique". Nous préférons, en suivant Scott, réserver le nom d'implication logique pour désigner le fait qu'un conditionnel est un théorème, et donc, par le théorème de la déduction, que la prémisse du conditionnel permet de déduire la conclusion.

seront brièvement expliquées à la section 4.3, lorsqu'il sera question des logiques modales.

Il faut souligner que la formulation des règles sur des séquents de deuxième niveau, qu'il s'agisse d'ailleurs de règles de données ou de règles de raisonnement comme la règle de coupure) requiert l'extension du métalangage déductif par l'introduction de marqueurs de niveau, introduits sous la forme d'indices du signe de déduction.

Dans les systèmes de séquents définis par Dosen pour les logiques modales S4 et S5, on trouve des règles structurelles semblables aux règles pour les séquents de niveau 1. Par exemple, nous avons une règle d'affaiblissement à gauche de niveau 2 telle que :

$$\frac{\Gamma \vdash_2 \Delta}{\Gamma, \{X \vdash_1 Y\} \vdash_2 \Delta}$$

ou une règle de coupure de niveau 2 telle que :

$$\frac{\Gamma \vdash_2 \Delta, \{X \vdash_1 Y\} \{X \vdash_1 Y\}, \Sigma \vdash_2 \Omega}{\Gamma, \Sigma \vdash_2 \Delta, \Omega}$$

Outre ces règles, il y a des règles de *montée* et *descente* du niveau des séquents<sup>260</sup>.

$$\text{Montée} \quad \frac{A^n}{\emptyset \vdash_{n+1} \{A^n\}} \quad n \geq 0$$

$$\text{Descente} \quad \frac{\emptyset \vdash_{n+1} \{A^n\}}{A^n} \quad n \geq 0$$

Une structure de séquents d'ordre supérieur est également utilisée dans [Crocco F] et [Crocco Fariñas SCR] pour formaliser les logiques modales des conditionnels contrefactuels. L'idée exploitée dans ce travail étant que les systèmes de séquents peuvent être utilisés pour raisonner sur des déductions dans lesquelles seules certaines des prémisses déductives sont explicitées. Les séquents de niveau 2 (appelés séquents principaux) sont définis par des collections de séquents de niveau 1 (appelés séquents auxiliaires) :

$$\{A \vdash_a B\}, \{C \vdash_a D\} \vdash_p \{F \vdash_a G\}.$$

Un séquent auxiliaire  $\{A \vdash_a B\}$  exprime que la conclusion B est déductible à partir d'une collection d'assertions dont la prémisses A fait partie. En d'autres termes on postule de cette manière l'existence d'une déduction  $A, \Gamma \vdash B$ , dans laquelle les hypothèses contenues dans  $\Gamma$  demeurent implicites. Ce type de structures semble particulièrement adapté pour formaliser les conditionnelles contrefactuelles du langage et les énoncés génériques du type "si A alors généralement B".<sup>261</sup> Il faut ici souligner que des règles structurelles contextuelles peuvent être définies sur ces structures de deuxième niveau.

Par exemple dans [Crocco F] nous avons :

<sup>260</sup> Voir [Dosen SSML], page 150.

<sup>261</sup> Nous reviendrons dans la section 3.2. et 4.4. sur ce type de structure.

$$\frac{- \text{Coupure locale}}{\Gamma, \{X, Y \vdash_a B\} \vdash_P \Lambda} \quad \text{ssi } X \vdash_a y_i \in \Gamma \text{ pour tout } y_i \in Y$$

$$\frac{- \text{Affaiblissement local}}{\Gamma, \{X \vdash_a B\} \vdash_P \Lambda} \quad \text{ssi } X \vdash_a y_i \in \Gamma \text{ pour tout } y_i \in Y$$

À cause du niveau supérieur de ces séquents, les règles d'affaiblissement et de coupure locales sont des règles structurelles contextuelles définies dans un langage extra-déductif (Cf. définition 1, section 2.1.2.2).

### 3. Les connecteurs logiques

#### 3.1. Une caractérisation déductive des connecteurs logiques

Nous arrivons, après ces considérations préliminaires, à la première des questions laissées en suspens à la fin du chapitre précédent : la caractérisation des connecteurs logiques.

On a l'habitude d'affirmer que les règles logiques "introduisent" les connecteurs du langage objet dans le système de séquents.<sup>262</sup> Nous n'épouserons pas ce point de vue qui peut, en un certain sens, être attribué à Gentzen lui-même.<sup>263</sup> L'interprétation que nous donnerons des règles logiques s'inspire des travaux de Scott. Dans le cadre du système des séquents, selon Scott,<sup>264</sup> les règles logiques ne sont pas des règles introduisant, dans le langage objet, les connecteurs. Elles sont au contraire des règles qui, dans le cadre abstrait propre au calcul des séquents, caractérisent ces mêmes connecteurs en tant qu'opérations déductives. Les règles logiques d'un système de

<sup>262</sup> [Tennant], [Dosen LCPM], [Takeuti].

<sup>263</sup> [Gentzen] page 82-83.

<sup>264</sup> Après avoir donné la liste des connecteurs logiques pour le calcul des propositions de la logique classique, Scott affirme :

« An immediate question upon seeing the formulation of these rules is whether I am making a gaffe in use-mention etiquette. Quine's first reaction, I am sure, would be to say 'yes', but I can defend myself. When Quine writes a rule with quasiquotes :

$$\frac{A, A \mid -B, B}{A - \langle (A \supset B) \rangle, B}$$

he is thinking of S as consisting of syntactical objects. The metalinguistic expression : ' $\langle (A \supset B) \rangle$ ' is his very convenient shorthand for the syntactical *operation* of filling in the blanks of ' $(A \square B)$ ' with A and B respectively. We have of course assumed that S, the set of sentences or well-formed formulas of our formal language, is closed under this syntactical operation. My defense is that I am not thinking of S syntactically at all. I am leaving the interpretation of S open.

In *abstract* propositional calculus we do not care what the "statements" in S actually are. [...] The symbols like ' $\vee$ ' and ' $\supset$ ' are symbols of the metalanguage *not* of the object language. ». [Scott OEIU] page 799.



un séquent équivalent. Un méta-connecteur est externe, ou de combinaison dans la terminologie d'Avron, s'il permet de réunir deux séquents en un séquent équivalent.

En conclusion, les connecteurs représentent les différentes opérations qui peuvent être définies à l'intérieur d'une structure déductive en reliant des assertions (dans un ou de deux séquents différents) ou en déplaçant une assertion de l'espace des prémisses à l'espace des conclusions, etc. Cette caractérisation déductive des connecteurs peut-elle donner lieu à une définition des constantes logiques, de ce qu'un connecteur logique du langage objet doit être ?

Notre réponse à cette question suit l'analyse de Kosta Dosen. Nous reprenons l'interprétation structurelle des connecteurs logiques, sans faire nôtre, toutefois, la conception de la logique comme science des déductions formelles sur laquelle elle s'appuie, ni la conception des règles logiques d'un système de séquents comme introduisant les connecteurs du langage objet. La thèse centrale de Dosen sur la nature des connecteurs logiques est la suivante :

**Thèse 1:** une constante d'un langage L peut être dite constante logique si et seulement si elle peut être analysée de manière ultime en termes structurels dans un système de séquents.

La forme logique, dit Dosen<sup>267</sup>, est d'abord exhibée par des déductions structurelles (n'utilisant que les règles structurelles d'un système de séquents). Quand les méta-constantes logiques, dirons-nous, sont introduites elles servent à représenter le rôle déductif des constantes logiques du langage objet dans les structures deductives propres au système des séquents.

Or, seules les règles logiques analysables en termes structurels caractérisent des constantes logiques

Que veut-on dire par "analyser de manière ultime" dans la thèse 1 ? Quatre principes permettent de définir cette notion.

(a) une expression est analysée de manière ultime si et seulement si elle est analysée ou bien explicitement définissable par des expressions analysées.

Pour définir la notion d'analyse supposons que nous voulions analyser une expression  $\alpha$  d'un langage L. Nous devons alors spécifier un métalangage M auquel  $\alpha$  n'appartient pas et dans lequel nous pouvons formuler l'équivalent analytique de  $\alpha$ , c'est à dire son *analysans*. De manière plus précise :

(b) une analyse consiste dans le fait d'établir qu'un énoncé P de M plus  $\alpha$ , dans lequel  $\alpha$  est présent une seule fois, est équivalent à un énoncé Q de M.

(c) une analyse doit être complète et correcte c'est à dire : de la définition d'analyse et de notre compréhension de M et de L moins  $\alpha$ , nous devons pouvoir inférer

---

<sup>267</sup> [Dosen LCPM], page 278.

tous les énoncés de L analytiquement vrais dans L, et aucun énoncé de L non analytiquement vrais dans L.

(d) une analyse doit caractériser uniquement l'expression analysée : deux expressions  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  peuvent recevoir la même analyse si et seulement si elles ont la même signification.

Nous avons introduit plus haut la règle à double ligne :

$$\frac{\underline{X, A \mid - B, Y}}{X \mid - A \rightarrow B, Y}$$

correspondant à la règle d'introduction du conditionnel. La double ligne représente une équivalence. D'après la condition (b) notre énoncé P est le séquent inférieur de la règle et notre énoncé Q est le séquent supérieur. M est le métalangage déductif ne contenant que les règles structurelles. L est le métalangage des séquents pouvant exprimer les règles structurelles et les règles logiques, et donc contenant les méta-connecteurs correspondant aux connecteurs du langage objet.<sup>268</sup>

En conclusion, un connecteur logique est une opération qui peut être représentée dans le langage des séquents par des méta-connecteurs pour lesquels existe une analyse ultime en termes structurels. Un connecteur du langage objet, bien sûr, peut être caractérisé par des règles sémantiques ou syntaxiques énonçant ces conditions d'assertion. Il demeure que l'analyse en termes structurels dans un système de séquents est la seule à garantir que les connecteurs en question soient analysables dans le langage déductif le plus simple et qu'ils n'introduisent donc pas dans le langage objet en question des opérations extra-logiques c'est à dire non interprétables dans le simple langage déductif structurel.

Sur la base de cette caractérisation générale, analysons à présent les différents connecteurs modaux et non modaux.

### 3.2 Les règles logiques pour les connecteurs non modaux

**Les règles logiques** pour les méta-connecteurs non modaux représentent les opérations qui peuvent être distinguées sur les structures d'assertions dans l'antécédent et le conséquent d'un séquent de premier niveau. Les règles logiques des méta-connecteurs de combinaison permettent de composer deux déductions qui ne diffèrent que par une seule formule dans l'antécédent (disjonction additive) ou dans le conséquent (conjonction additive). Les règles logiques des méta-connecteurs internes permettent d'éliminer la virgule, liant ainsi deux formules dans l'antécédent (conjonction multiplicative) ou dans le conséquent (disjonction multiplicative) d'un séquent et de déplacer une formule des prémisses aux conclusions d'un séquent

---

<sup>268</sup>Ici nous nous écartons de l'analyse de Dosen. Ce dernier ne suit pas la conception de Scott des méta-connecteurs. En effet, pour Dosen, les règles logiques introduisent les connecteurs du langage objet dans le métalangage structurel.

(négation et conditionnel). En ce qui concerne la négation, le déplacement d'une assertion de l'espace des prémisses à l'espace des conclusions peut entraîner un changement de structure, lorsque cette dernière est définie par une liste d'au plus une assertion (comme dans le cas de la logique intuitionniste). Il convient donc de distinguer deux types de négations, qui, dans les structures déductives à plusieurs conclusions sont démontrablement équivalentes, mais qui cessent de l'être dans le cas de systèmes de séquents où l'asymétrie entre espace des prémisses et espace de conclusions est conservée (cf. plus bas). La négation faible ( $\sim$ ) déplace une formule de l'espace des prémisses à l'espace des conclusions sans en modifier la structure. La négation forte ( $\neg$ ) induit une structure à plusieurs conclusions.

### REGLES LOGIQUES

Connecteurs internes

$$\frac{\frac{X_1, A, B, X_2 \vdash Y}{X_1, A \cdot B, X_2 \vdash Y}}$$

$$\frac{\frac{X \vdash Y_1, A, B, Y_2}{X \vdash Y_1, A + B, Y_2}}$$

$$\frac{A, X \mid -}{X \mid - \sim A}$$

$$\frac{X \mid - Y, A}{X, \neg A \mid - Y}$$

$$\frac{\frac{A, X \mid - B, Y}{X \mid - A \rightarrow B, Y}}$$

$$\frac{\frac{X \mid - Y_1, A, Y_2}{X \mid - Y_1, \forall z A, Y_2}}$$

$$\frac{\frac{X_1, A, X_2 \mid - Y}{X_1, \exists z A, X_2 \mid - Y}}$$

où la variable  $z$  n'est pas libre en  $X$ ,  $Y_1$  et  $Y_2$  (introduction de  $\forall$ ) et en  $X_1, X_2, Y$  (introduction de  $\exists$ )

Connecteurs de combinaison

$$\frac{\frac{X \mid - Y_1, A, Y_2 \quad X \mid - Y_1, B, Y}{X \mid - Y_1, A \wedge B, Y_2}}$$

$$\frac{\frac{X_1, A, X_2 \mid - Y \quad X_1, B, X_2 \mid - Y}{X_1, A \vee B, X_2 \mid - Y}}$$

Quelque remarque s'impose à propos de ces groupes de règles.

### 3.2.1 Des doubles règles aux règles usuelles

Nous avons donné des règles à double ligne pour représenter les règles logiques.<sup>269</sup> Les règles à double ligne :

$$\frac{S_0 \dots S_1}{S_n}$$

doivent être lues comme une abréviation des règles :

$$\frac{S_1 \dots S_n}{S_0} \text{ et } \frac{S_0}{S_1}, \dots, \frac{S_0}{S_n}.$$

L'avantage de ces règles est de mettre en relief le caractère opérationnel des méta-connecteurs (cf. [Scott OEIU] etc). Toutefois les règles, usuelles, permettant d'introduire les connecteurs à droite et à gauche du symbole de déduction, peuvent être facilement dérivées des règles à la double ligne en utilisant les règles d'identité et de coupure. Considérons le cas de la conjonction multiplicative. La règle à double ligne pour ce connecteur est :

$$\frac{X, A, B \vdash Z}{X, A \bullet B, Y \vdash Z}$$

Le procédé pour dériver la règle d'introduction dans le conséquent est le suivant : nous partons de l'axiome d'identité pour une formule ayant comme connecteur principal la conjonction en question. Nous appliquons la règle d'introduction de la conjonction multiplicative avec la double ligne du bas vers le haut. Puis avec deux applications de la règle de coupure avec deux séquents quelconques ( $X \vdash Z, A$  et  $Y \vdash B, W$  dans la déduction ci-dessous) contenant respectivement A et B dans le conséquent, nous obtenons un nouveau séquent contenant le connecteur multiplicatif dans le conséquent :

$$\frac{\frac{\frac{A \bullet B \vdash A \bullet B}{X \vdash Z_1, A, Z_2 \vdash A, B \vdash A \bullet B}}{Y \vdash W_1, B, W_2 \vdash X, B \vdash Z_1, A \bullet B, Z_2}}{X, Y \vdash W_1, Z_1, A \bullet B, Z_2, W_2}$$

Nous obtenons ainsi une règle dérivée pour l'introduction de la conjonction multiplicative dans le conséquent :

$$\frac{X \vdash Z_1, A, Z_2 \vdash Y \vdash W_1, B, W_2}{X, Y \vdash W_1, Z_1, A \bullet B, Z_2, W_2}$$

Les prémisses de cette règle sont les deux prémisses gauches des deux règles de coupure appliquées dans la déduction précédente. En effet ce sont les seules prémisses de la déduction qui ne sont pas des axiomes du système.

De la même manière, étant donné la règle à double ligne pour la conjonction additive :

$$\frac{X \vdash -Y, A, Z \quad X \vdash -Y, B, Z}{X \vdash -Y, A \wedge B, Z}$$

<sup>269</sup> L'axiomatisation à l'aide des règles à double ligne a été utilisé par Kneale [Kneale PL], [Kneale DL] et par Scott [Scott CA]. Toutefois cette notion est implicite dans les travaux de Gentzen, comme le remarque Dosen [Dosen LCPM].



la règle dérivée d'introduction de la conjonction additive s'obtient à partir de la déduction suivante :

$$\frac{\frac{A \wedge B \mid - A \wedge B}{A \wedge B \mid - A} \quad X, A, Y \mid - Z}{X, A \wedge B, Y \mid - Z}$$

La règle d'introduction de la conjonction additive dans l'antécédent est donc :

$$\frac{X, A, Y \mid - Z}{X, A \wedge B, Y \mid - Z}$$

Un procédé analogue vaut pour la négation faible et la négation forte.

$$\frac{X \mid - Z, A \quad \frac{\sim A \mid - \sim A}{\sim A, A \mid -}}{X, \sim A \mid - Z}$$

$$\frac{\frac{\neg A \mid - \neg A}{\mid - \neg A, A} \quad A, X \mid - Y}{X \mid - \neg A, Y}$$

Le procédé de transformation montre que seules les règles d'identité et de coupure sont nécessaires pour transformer les règles à double ligne en règles d'introduction à gauche et à droite du symbole de déduction. En présence de ces deux règles de raisonnement, les méta-connecteurs peuvent être considérés comme des opérations sur les séquents caractérisées par les règles à double ligne, et stables par rapport à la composition des déductions. Les règles d'identité et de coupure garantissent en fait l'identité de l'opération représentée par un connecteur, qu'elles s'appliquent dans l'antécédent ou dans le conséquent.

Nous donnons l'ensemble des règles logiques sous la forme, utilisée par Gentzen, de règle d'introduction dans l'antécédent et dans le conséquent d'un séquent.

Conjonction multiplicative

$$\frac{X \mid - Z_1, A, Z_2 \quad Y \mid - W_1, B, W_2}{X, Y \mid - W_1, Z_1, A \cdot B, Z_2, W_2} \quad \frac{X_1, A, B, X_2 \mid - Y}{X_1, A \cdot B, X_2 \mid - Y}$$

Conjonction additive

$$\frac{X_1, A, X_2 \mid - Y}{X_1, A \wedge B, X_2 \mid - Y} \quad \frac{X \mid - Y_1, A, Y_2 \quad X \mid - Y_1, B, Y_2}{X \mid - Y_1, A \wedge B, Y_2}$$

Disjonction multiplicative

$$\frac{X_1, A, X_2 \mid -Y \quad Z_1, B, Z_2 \mid -W}{X_1, Z_1, A \vee B, Z_2 \mid -Y, Z} \qquad \frac{X \mid -Y_1, A, B, Y_2}{X \mid -Y_1, A \vee B, Y_2}$$

Disjonction additive

$$\frac{X_1, A, X_2 \mid -Y \quad X_1, B, X_2 \mid -Y}{X_1, A \vee B, X_2 \mid -Y} \qquad \frac{X \mid -Y_1, A, Y_2,}{X \mid -Y_1, A \vee B, Y_2}$$

Négation faible

$$\frac{X, A \mid -}{X \mid - \sim A} \qquad \frac{X \mid -Y, A}{X, \sim A \mid -Y}$$

Négation forte

$$\frac{X \mid -Y, A}{X, \neg A \mid -Y} \qquad \frac{X, A \mid -Y}{X \mid -Y, \neg A}$$

Conditionnel

$$\frac{X, A \mid -Y, B}{X \mid -Y, A \rightarrow B} \qquad \frac{X \mid -Y, A \quad Z, B \mid -W}{X, A \rightarrow B, Z \mid -Y, W}$$

### 3.2.2 Règles logiques et contextes déductifs ; règle logique contextuelle

Les règles logiques (nous l'avons vu) représentent les opérations qui peuvent être distinguées sur les structures d'assertions dans l'antécédent et le conséquent d'un séquent. Nous pouvons alors considérer deux types de conjonction et deux type de disjonction, chacune d'entre elles étant réductible à une opération structurale différente :

Les règles multiplicatives permettent de transformer un séquent en un séquent équivalent en remplaçant soit la virgule à gauche du signe de déduction par une conjonction, soit la virgule à droite du signe de déduction par une disjonction.

Les règles additives permettent d'unifier deux déductions qui ne diffèrent que par une formule dans le conséquent (conjonction) ou dans l'antécédent (disjonction). Les règles additives sont des règles contextuelles car elles ne peuvent être appliquées que si les contextes de A et B sont identiques. Les règles multiplicatives ne sont pas contextuelles. Dans les structures déductives propres à la logique classique (ensembles d'assertions avec la règle d'affaiblissement) les deux conjonctions et les deux disjonctions se réduisent chacune à un seul connecteur : de la règle à double ligne définissant la conjonction additive nous pouvons déduire la règle à double ligne définissant la conjonction multiplicative et vice - versa, de même pour la disjonction. Ceci implique que les deux types de connecteurs (additif et multiplicatif) ont le même rôle déductif dans certaines structures déductives. Il vaut de même pour les règles de la négation. La négation faible est un connecteur contextuel, la négation forte est un

conccetur non contextuel. Ces deux concceteurs sont équivalent dans les contextes déductifs sans asymétrie entre l'espace des conclusions et des prémisses.

À la distinction contextuel/non contextuel propre aux règles de données, fait alors pendant la même distinction pour les règles logiques.

### **Règle logique contextuelle**

Une règle logique pour un connecteur est dite contextuelle si au moins une des deux règles, dérivables de la règle à double ligne caractérisant déductivement le connecteur, est contextuelle et il est impossible, dans la structure déductive dans laquelle cette règle est insérée, de montrer qu'elle est équivalente à une règle non-contextuelle

Une remarque s'impose ici à propos des règles d'introduction des quantificateurs. La restriction sur la variable (la variable z ne doit pas être libre respectivement en X, Y1 et Y2 et en X1,X2, Y) ne peut pas être levée sous peine de rendre le système incorrect.

Elle montre la nature contextuelle des règles pour la quantification tout en exhibant la différence entre la nature contextuelle des règles pour les quantificateurs propositionnels et la nature contextuelle des règles pour les quantificateurs. Ces dernières requièrent un contrôle sur l'ensemble de la déduction, afin de garantir le choix d'une variable nouvelle, et elles exercent leur contrôle non pas sur la structure de la déduction mais sur la structure interne des assertions en relation à la déduction. Puisque la règle de substitution (voir section 2.1.2.1 plus haut) permet de lire la variable qui est dans l'antécédent et le conséquent comme un article indéfini "un", les règles pour les quantificateurs expriment quelque chose à propos de la place de cet article indéfini dans la déduction. Si "un" est dans la conclusion d'un séquent et nulle part ailleurs, il peut se lire comme "chaque". Si "un" est dans une prémisses et nulle part ailleurs il peut se lire comme "quelque"<sup>270</sup>. En appliquant le procédé mentionnée dans 3.2.1, on obtient, à partir des doubles règles, les règles :

$$\frac{X_1, A, X_2 \vdash Y}{X_1, \forall z A, X_2 \vdash Y} \qquad \frac{X \vdash Y_1, A, Y_2}{X \vdash Y_1, \exists z A, Y_2}$$

qui permettent de transformer "un" en "chaque" et "quelque" sans aucune restriction.

En ajoutera que les règles pour les quantificateurs valent pour tous les systèmes (y compris la logique du deuxième ordre) avec une simple modification structurelle relative à la règle de substitution (cf. plus bas, section 4).

---

<sup>270</sup> [Dosen LCPM], page 279.

### 3.2.3 De la différence entre définition et caractérisation déductive des connecteurs

Le type de caractérisation que l'on vient de donner ne doit pas être confondu avec les tentatives de définitions des connecteurs logiques par des moyens syntaxiques. Nous ne croyons pas que la signification des connecteurs logiques puisse être **définie** par les doubles règles. De telles tentatives de définition sont le but de recherches importantes (qu'on trouve dans les travaux de Belnap, Hacking, Prior, Prawitz, Dummett)<sup>271</sup> qui ont clarifié de nombreux aspects fondamentaux du rapport entre règles logiques et propriétés de la relation de déduction. Mais notre hypothèse de travail part de prémisses différentes. Les connecteurs sont sûrement caractérisés par les règles qui les introduisent (sémantiquement ou syntaxiquement) mais leur signification ne peut pas être défini par ces règles. En effet, une telle définition exigerait qu'on détermine tous les contextes déductifs (ou sémantiques) dans lesquels les règles, caractérisant les connecteurs en question, seraient introduites.

En somme, il y a deux composantes du sens d'un énoncé contenant des connecteurs logiques (i) les règles caractérisant les connecteurs qu'il contient (ii) les structures déductives, ou les règles de données dans lesquelles l'énoncé peut être démontré. Les règles logiques des séquents, les doubles règles, peuvent être considérées comme invariables. Ce sont les contextes déductifs qui varient. Cette remarque nous semble répondre définitivement aux objections quiniennes sur la difficulté de comparer la signification des connecteurs de la logique classique à celle des connecteurs des logiques déviantes. Bien sûr, la signification de ces connecteurs ne peut pas être définie, mais l'on dispose néanmoins d'une analyse formelle en deux étapes qui nous permet de comparer les connecteurs en question, à savoir a) fixer leur rôle déductif b) comparer les structures dans lesquelles les connecteurs sont utilisés. Il faut enfin souligner que l'analyse structurelle par des doubles règles ne peut être menée que si *nous disposons des règles de raisonnement c'est-à-dire des principes d'identité statique et dynamique des assertions*, représentés respectivement par la règle d'identité et la règle de coupure.

### 3.3 Les modalités

Les doubles règles pour les modalités aléthiques et pour les conditionnels contrefactuels portent sur des séquents d'ordre supérieur, des séquents ayant des collections de séquents à gauche et à droite du symbole de déduction. Dans ces structures du deuxième niveau, un énoncé contenant l'opérateur de nécessité  $\Box$  A est interprété comme exprimant, dans le métalangage, que A est assumé comme un théorème, ou, ce qui revient au même, que l'on assume l'existence d'une déduction de A.

---

<sup>271</sup> [Belnap], [Hacking], [Prior], [Prawitz MP], [Prawitz PMC], [Dummett TOE].

Dans le système de séquents de Dosen, proposé pour les logiques modales S4 et S5, la règle exprimant ce connecteur est la suivante :

$$\frac{\Pi, \{\emptyset \vdash_1 A\} \vdash_2 \Sigma, \{\Theta \vdash_1 \Xi\}}{\Pi \vdash_2 \Sigma, \{\Theta, \{\Box A\} \vdash_1 \Xi\}}$$

Un énoncé contenant l'opérateur de possibilité,  $\Diamond A$ , exprime de manière symétrique l'assomption qu'il n'existe pas de démonstration de  $\neg A$ , ou, ce qui revient au même, que  $A$  n'est pas réfutable.

Dans le système de séquents de Dosen la règle exprimant ce connecteur est la suivante :

$$\frac{\Pi, \{A\} \vdash_1 \emptyset \vdash_2 \Sigma, \{\Theta \vdash_1 \Xi\}}{\Pi \vdash_2 \Sigma, \{\Theta \vdash_1 \Xi, \{\Diamond A\}\}}$$

De manière analogue, l'opérateur d'implication stricte exprime que l'on assume l'existence d'une déduction de  $A$  à  $B$ .

Les énoncés contenant l'opérateur conditionnel contrefactuel  $A \Rightarrow B$ , formalisent les expressions du langage du type si "A était admis alors B s'ensuivrait" ou si "A alors normalement B" peuvent être interprétées par des séquents principaux (de niveau 2) ayant des collections de séquents auxiliaires de niveau 1 à gauche et à droite.

À la différence des séquents de niveau 1 des logiques modales, les séquents auxiliaires du type  $\{A \vdash_a B\}$  des logiques contrefactuelles n'expriment pas l'existence d'une déduction de  $A$  à  $B$ . Plus faiblement l'existence d'une déduction de  $B$  à partir de  $A$  et d'une certaine collection de prémisses implicites. Dans un conditionnel contrefactuel, en effet, on suppose l'existence de conditions *ceteris paribus* implicites et déterminant les conditions d'application du conditionnel. Dans [Crocco F] la règle d'introduction du conditionnel était donnée de la manière suivante :

$$\text{Introduction du contrefactuel}$$

$$\frac{\{A_1 \vdash_a B_1\}, \dots, \{A_{n-1} \vdash_a B_{n-1}\} \vdash_p \{A_n \vdash_a B_n\}}{A_1 \Rightarrow B_1, \dots, A_{n-1} \Rightarrow B_{n-1} \vdash_p A_n \Rightarrow B_n}$$

Les règles logiques des modalités (aléthiques ou contrefactuels) impliquent l'usage de séquents de second ordre et par conséquent elles sont des règles logiques exprimées dans un langage extra-déductif. De plus, dans tous les cas que nous venons de considérer, il s'agit de règles logiques contextuelles.

## 4. Les principes de variation

Nous arrivons au point le plus délicat de notre analyse logique : l'inventaire des principes de variation. Si un tel inventaire était envisageable, le pluralisme logique serait fondé.

Notre hypothèse de départ a été la suivante : c'est le propre de la logique que de traiter de la vérité par la déduction. Nous nous sommes donc tournés vers le système des séquents pour analyser la notion de déduction et, ayant réduit les règles logiques à des opérations définies invariablement dans les structures déductives, nous avons reconnu dans ces dernières (les structures déductives définies grâce aux règles de données) les éléments fondamentaux de la variation logique. Il faudrait alors, maintenant, déterminer la combinatoire des variations possibles et associer, à la combinatoire ainsi obtenue, des systèmes logiques connus.

Les oppositions pertinentes, propres aux systèmes des séquents, que nous avons jusqu'ici introduits à travers la seule considération des propriétés symboliques de ces systèmes sont au nombre de quatre :

règles des données/règles logiques

règles sur des assertions/règles sur des séquents d'assertions

règles appartenant au métalangage déductif/règles n'appartenant pas au métalangage déductif

règles contextuelles/règles non-contextuelles.

Les deux premières oppositions reposent sur la différence entre structures déductives et opérations à l'intérieur d'une structure déductive. La première opposition s'appuie évidemment sur un présupposé normatif : une règle d'un système de séquents est une règle logique si, et seulement si, elle introduit une opération qui peut être analysée de manière ultime en termes déductifs<sup>272</sup>. Cette caractérisation semble toutefois assez naturelle étant donné l'analyse de la notion de déduction dans laquelle elle prend place. La seconde opposition s'appuie sur une analyse structurelle des connecteurs modaux, lesquels, lorsqu'ils sont analysés structurellement et déductivement, font intervenir des séquents de deuxième niveau, introduisant ainsi à la troisième opposition. Cette dernière est plus large que la deuxième. Nous pouvons avoir des règles extra-deductives ne concernant pas (seulement) les séquents de niveau supérieure mais aussi les séquents sur des assertions. La dernière opposition porte sur l'analyse des règles (structurelles ou logiques), relativement au contexte dans lequel elles interviennent.

---

<sup>272</sup> Les règles à double ligne ont la caractéristique que toutes leurs prémisses ne contiennent que des signes appartenant au métalangage déductif. La partie supérieure de la règle ne contient pas le connecteur en question et, par conséquent, ce dernier se réduit en termes d'analyse à une opération déductive (déplacer une assertion dans l'espace déductif, unifier des déductions différentes, remplacer la virgule etc.)

Certaines des combinaisons envisageables n'étant pas logiquement possibles, étant donnée la dépendance de certains traits de variation,<sup>273</sup> nous pouvons distinguer six familles possibles de logiques :

- a) Les logiques caractérisables par des séquents d'assertions, avec des règles exprimables dans le langage déductif, sans règles des données contextuelles et sans règles logiques contextuelles (exception faite pour les règles des quantificateurs)
- b) Les logiques caractérisables par des séquents d'assertions, avec règles des données contextuelles, exprimables dans un langage déductif et avec des règles logiques contextuelles (autre que les règles pour les quantificateurs)
- c) Les logiques caractérisables par des séquents d'assertions, avec des règles exprimables dans le langage déductif, avec des règles des données non contextuelles, mais avec des règles logiques contextuelles (autre les règles pour la quantification).
- d) Les logiques caractérisables par des séquents d'assertions et des séquents de niveau supérieur, pour lesquelles l'usage du langage extra-déductif se limite aux séquents de niveau supérieur, et qui n'ont pas des règles de raisonnement contextuel au niveau supérieur
- e) Les logiques caractérisables par des séquents d'assertions, et des séquents de niveau supérieur, pour lesquelles l'usage du langage extra-déductif se limite aux aux séquents de niveau supérieur, et qui ont des règles de raisonnement contextuel
- f) Les logiques utilisant un langage extra-déductif sur des séquents d'assertions.

La considération de ces six familles s'appuie sur l'analyse de la notion de déduction que nous avons menée plus haut. Rappelons-en, brièvement, quelques aspects.

Dans l'analyse des principes de variation des structures déductives, nous devons partir de la notion intuitive de déduction, c'est-à-dire de l'idée d'assertions organisées en une structure déductive arborescente et reliées, par des règles, à une ou plusieurs

---

<sup>273</sup> Par exemple à la variation dans les structures déductives, correspond une co-variation de l'ensemble des règles logiques. Les structures déductives dans lesquelles les règles logiques sont utilisées peuvent induire, à cause des règles de données, l'identification de deux opérations déductives distinctes dans des structures déductives différentes, en rendant impossible l'apparition de règles logiques propositionnelles de nature contextuelle. Ou encore, lorsque nous avons des règles de données contextuelles, nous avons nécessairement des règles logiques contextuelles. Ces affirmations concernant notre analyse combinatoire devraient naturellement faire l'objet d'une démonstration. Toutefois, étant donné la nature de notre enquête (montrer la possibilité de la classification), nous nous contenterons, pour étayer nos affirmations, de quelque remarque sur des cas concrets de systèmes. (Voir plus bas dans ce chapitre).

assertions tenant lieu de conclusions. Une déduction est associée à un arbre d'assertions ayant à chaque nœud, qui n'est pas une feuille, une assertion, conclusion des règles du système. Les règles de données concernent la transcription de cette notion "concrète" de déduction dans le cadre "abstrait" du système des séquents.

Dans la transcription de l'arbre déductif aux séquents, les règles de données nous indiquent le plus ou moins haut degré de liberté que nous nous donnons dans la définition de la structure déductive. Si on s'en tient à la transcription la plus fidèle, nous avons des listes d'assertions à gauche du signe de déduction et une seule assertion à droite. On peut, par contre, dans la transcription de l'arbre au séquent, ou bien négliger de l'information (se qui correspond à se donner des règles de données non-contextuelles) ou bien (à en rajouter tout en respectant l'asymétrie fondamentale entre espace des prémisses et espace des conclusions) introduisant à droite et à gauche du signe de déduction des assertions qui ne sont pas sur l'arbre. Si l'introduction à droite est faite de manière contextuelle, ce rajout d'information prolonge l'asymétrie fondamentale entre espace des prémisses et espace des conclusions, qui dans l'arbre est représentée par l'unicité de la racine. Nous avons alors une règle de donnée contextuelle, entraînant à son tour des règles logiques contextuelles.

Les règles contextuelles peuvent s'exprimer dans le langage déductif ou dans le langage extra-déductif. Nous avons en effet distingué les règles contextuelles qui peuvent être définies dans le métalangage déductif de base (dans lequel on peut exprimer " $\vdash$ ", " $,$ ", " $($ ", " $)$ ", " $\{$ ", " $\}$ ", la notion d'assertion, et la notion d'occurrence d'un symbole dans une assertion ou dans une structure d'assertions) des règles contextuelles dont la définition demande une extension du métalangage déductif à des notions sémantiques ou syntaxiques nécessitant plus de ressources expressives.

Enfin, nous divisons encore le domaine de variation entre les logiques dont les structures déductives ne concernent que des assertions, et les logiques qui possèdent des règles structurelles leur permettant de traiter déductivement les implications logiques entre assertions. Cette distinction implique que la nature extra-déductive des règles sur les modalités est de nature tout à fait particulière. Nous pouvons, dans des règles contextuelles, nous référer (i) au contexte de la déduction, (ii) au contexte extra-déductif. Les règles sur des séquents de séquents d'assertions demandent la prise en compte de plusieurs déductions, et de relations logiques entre ces déductions, d'où la nécessité d'introduire de marqueurs de niveau. Le langage des modalités est donc, extra-déductif, étant donné la présence de ces marqueurs, mais au même temps, ces éléments marqueurs se réfèrent à des déductions et non pas à des aspects sémantiques ou autres, de nature extra-déductive.

Rappelons encore qu'à cette variation dans les structures déductives, correspond une covariation de l'ensemble des règles logiques. Les structures déductives, dans lesquelles les règles logiques sont utilisées, peuvent induire, à cause des règles de



données, l'identification de deux opérations déductives distinctes dans des structures déductives différentes.

Dans la suite de cette section, nous considérons brièvement la notion de métalangage déductif ainsi que quelques-uns des systèmes mentionnés ici, et quelques uns des problèmes logiques laissés en suspens par cette classification.

#### 4.1. Le métalangage déductif

Nous définirons d'abord le métalangage déductif des systèmes de séquents que nous utiliserons dans la suite. Nous définirons ainsi l'alphabet structurel de  $L_d$  (Langage déductif) ne contenant que ce qui est nécessaire à la définition de règles structurelles déductives.

**Définition 2** (*alphabet de  $L_d$  et assertions élémentaires*)

L'alphabet de  $L_d$  est le plus petit ensemble contenant :

- a) un ensemble infini dénombrable de variables propositionnelles  $A, B, C, \dots$
- b) un ensemble infini dénombrable de constantes  $(a, b, c, \dots)$  et de variables d'objets  $(x, y, z, \dots)$
- c) les parenthèses.

Une assertion élémentaire de  $L_d$  est une expression symbolique de la forme  $A(t_1, \dots, t_n)$  où les  $t_i$   $i \geq 0$  sont des variables ou des constantes du langage

**Définition 3** (*alphabet structurel de  $L_d$* )

L'alphabet structurel de  $L_d$  est le plus petit ensemble contenant :

- a) un ensemble infini dénombrable d'assertions élémentaires
- b) Les parenthèses "(", ")", "{", "}"
- c) Le symbole de déduction  $\vdash$  et  $\vdash$  etc.

**Définition 4** (*alphabet logique de  $L_d$  assertions de  $L_d$* )

L'alphabet logique de  $L_d$  est constitué par l'alphabet structurel de  $L_d$  plus les méta-connecteurs à une place et à deux places  $\neg \wedge \vee \rightarrow \leftrightarrow + \cdot \exists \forall$

L'ensemble des assertions de  $L_d$  est le plus petit ensemble tel que :

- a) Les assertions élémentaires appartiennent à  $L_d$
- b) Si  $A$  et  $B$  sont des assertions alors  $\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A + B, A \cdot B, A \leftrightarrow B, \exists x A, \forall x A$ .

**Définition 5** (*formules de  $L_d$* )

Soit  $\{A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_n\}$  une liste d'assertions de  $L_d$ .

Alors  $A_1, \dots, A_n \vdash B_1, \dots, B_n$  est une formule de  $L_d$  appelé séquent.

Par la suite nous utiliserons  $X, Y$  pour indiquer des listes d'assertions de  $L_d$  ( $X \vdash Y$  sera donc une formule de  $L_d$ ).

## 4.2. Les logiques classiques

Les logiques classiques du premier et du deuxième ordre sont, du point de vue que nous avons adopté, des logiques définies sur des assertions, ayant des règles de données non contextuelles et des règles logiques propositionnelles non contextuelles.

La logique de premier ordre peut être défini par le groupe de règles suivant.

### Règles de raisonnement

identité  $A \vdash A$

coupure 
$$\frac{X \vdash Y_1, A, Y_2 \quad Z_1, A, Z_2 \vdash U}{Z_1, X, Z_2 \vdash Y_1, U, Y_2}$$

### Règles des données

Substitution 
$$\frac{X \vdash Y,}{S_a^x X \vdash Y} \quad \frac{X \vdash Y}{X \vdash S_a^x Y}$$

échange 
$$\frac{X, A, B, Z \vdash Y}{X, B, A, Z \vdash Y} \quad \frac{X \vdash Y_1, A, B, Y_2}{X \vdash Y_1, B, A, Y_2}$$

contraction 
$$\frac{X, A, A, Z \vdash Y}{X, A, Z \vdash Y} \quad \frac{X \vdash Y, A, A, Z}{X \vdash Y, A, Z}$$

expansion 
$$\frac{X, A \vdash Y}{X, A, A, Z \vdash Y} \quad \frac{X \vdash Y, A, Z}{X \vdash Y, A, A, Z}$$

affaiblissement 
$$\frac{X, Z \vdash Y}{X, A, Z \vdash Y} \quad \frac{X \vdash Y, Z}{X \vdash Y, B, Z}$$

### Règles logiques

Connecteurs internes

$$\frac{\frac{X \vdash A, B, X \vdash Y}{X \vdash A \bullet B, X \vdash Y}}{\frac{X \vdash Y_1, A, B, Y_2}{X \vdash Y_1, A + B, Y_2}}$$

$$\frac{A, X \mid -}{X \mid - \neg A}$$

$$\frac{A, X \mid -}{X \mid - \sim A}$$

$$\frac{A, X \mid - B, Y}{X \mid - A \rightarrow B, Y}$$

$$\frac{X \mid - Y_1, A, Y_2}{X \mid - Y_1, \forall z A, Y_2}$$

$$\frac{X \mid - A, X \mid - Y}{X \mid - \exists z A, X \mid - Y}$$

où la variable z n'est pas libre en X et Y

Connecteurs de combinaison

$$\frac{X \mid - Y_1, A, Y_2 \quad X \mid - Y_1, B, Y_2}{X \mid - Y_1, A \wedge B, Y_2}$$

$$\frac{X_1, A, X_2 \mid - Y \quad X_1, B, X_2 \mid - Y}{X_1, A \vee B, X_2 \mid - Y}$$

Pour obtenir la logique classique propositionnelle de deuxième ordre il suffit d'ajouter une nouvelle règle de substitution :

$$\frac{X \mid - Y}{S^{\phi_A} X \mid - Y} \quad \frac{X \mid - Y}{X \mid - S_A^{\phi}}$$

où  $\phi$  est une variable de deuxième ordre et A une assertion quelconque.

Pour obtenir la logique classique des prédicats du deuxième ordre il suffit d'ajouter la règle de substitution :

$$\frac{X \mid - Y}{S^{\Pi_P} X \mid - Y} \quad \frac{X \mid - Y}{X \mid - S_P^{\Pi}}$$

où  $\Pi$  est une variable de prédicat et P un prédicat du langage.

Selon la définition des règles contextuelles donnée dans la section 2.1.2.2, l'ensemble de règles définissant la logique classique ne contient que deux règles dépendantes du contexte : les règles logiques d'introduction des quantificateurs. En effet grâce aux règles de données d'affaiblissement et de contraction on peut démontrer :  $\vdash A \wedge B \leftrightarrow A \bullet B$  et  $\vdash A \vee B \leftrightarrow A + B$ , et grâce à la structure à plusieurs conclusions  $\vdash \sim A \leftrightarrow \neg A$ .

Grâce aux propriétés de la relation de déduction et aux règles de données, aucune opération contextuelle n'est discernable dans les logiques classiques : exception faite pour les règles relatives à la quantification, toute opération logique peut être appliquée dans un séquent à une assertion quelconque, quel que soit son contexte. En fait les opérations contextuelles (additives) et celles non contextuelles (multiplicatives) permettent de générer le même ensemble de théorèmes.

Nous montrons le résultat pour les deux conjonctions, les démonstrations pour les disjonctions étant similaires.

$$\frac{\frac{A|-A}{A,B|-A} \quad \frac{B|-B}{A,B|-B}}{\frac{A,B|-A \wedge B}{A \bullet B|-A \wedge B}} \quad \frac{}{|-(A \bullet B) \rightarrow (A \wedge B)}$$

$$\frac{\frac{A|-A \quad B|-B}{A,B|-A \bullet B}}{\frac{A \wedge B, A \wedge B|-A \bullet B}{A \wedge B|-A \bullet B}} \quad \frac{}{|-A \wedge B \rightarrow A \bullet B}$$

La règle d'affaiblissement est utilisée dans la première démonstration. La règle de contraction est utilisée dans la deuxième déduction. Ces deux règles sont donc nécessaires afin que les connecteurs introduits par une règle contextuelle soient équivalents à des connecteurs introduits par des règles non contextuelles. Les deux connecteurs étant équivalents, il suffit pour les logiques classiques de donner une des deux opérations.

Un séquent classique  $X \vdash Y$  indique l'existence d'une déduction ayant comme hypothèse les formules contenues dans  $X$  et comme conclusion une des formules dans  $Y$ . Comme nous l'avons vu, une déduction peut être considérée comme un arbre ayant les hypothèses comme feuilles et la conclusion comme racine. Mais, dans les logiques classiques, très peu d'informations sur la structure de cet arbre sont conservées dans la structure du séquent. Nous ne connaissons pas l'ordre dans lequel les hypothèses ont été utilisées, ni le nombre de fois où une hypothèse apparaît comme une feuille dans la déduction. D'autre part, la règle d'affaiblissement permet d'étendre les ensembles antécédent  $X$ , et conséquent  $Y$ , à n'importe quel ensemble les contenant. De même, n'importe quelle hypothèse, ou conclusion, peut être ajoutée aux séquents. Les connecteurs logiques codent donc dans le langage les informations liées à la structure de la déduction. Le fait que les règles les introduisant soient contextuelles indique que les opérations qu'ils représentent sont relatives à la structure de la déduction dans laquelle ils apparaissent. La logique classique ne possède aucun connecteur propositionnel contextuel. Ceci veut dire qu'aucune contrainte liée à la construction de la déduction n'est prise en compte par cette logique. Les assertions peuvent être déplacées de l'espace des conclusions à l'espace des prémisses et peuvent être unies par la disjonction et la conjonction sans restriction d'aucune sorte.

### 4.3 Les logiques intuitionnistes

Le second groupe de logiques, que nous présentons contient la logique intuitionniste et certains de ses sous-systèmes. Ces logiques éliminent toute règle de

donnée à droite de signe de déduction, en adoptant un affaiblissement contextuel. Cela a comme conséquence de réduire la structure à droite du signe de déduction à, au plus, une seule assertion. Cette structure est fondée sur la dissymétrie entre l'espace des hypothèses (l'antécédent du séquent) et l'espace des conclusions (le conséquent du séquent), asymétrie qui est bien représentée dans les déductions concrètes de forme arborescente par l'unicité de la racine. Une telle représentation montre le caractère fonctionnel des déductions intuitionnistes et la nature constructive de ces dernières. Outre la logique intuitionniste, d'autres logiques peuvent être définies par la même contrainte. Nous présentons par la suite le système pour la logique intuitionniste en renvoyant à plus tard quelques remarques sur les logiques sous-structurelles intuitionnistes.

### **Règles de raisonnement**

Les mêmes que pour la logique classique

### **Règles de données**

À gauche du signe de déduction, toutes les règles de la logique classique. À droite, exclusivement :

$$\text{affaiblissement} \quad \frac{X \mid -Y}{X \mid -B, Y}$$

ssi Y est vide.

### **Règles logiques**

Comme pour la logique classique sauf que la négation forte et la disjonction multiplicative ne sont pas définissables.<sup>274</sup>

Les propriétés que nous avons utilisées pour la logique classique permettent d'obtenir les règles d'introduction à gauche et à droite du symbole de déduction, à partir des règles à double ligne. De la même manière que pour la logique classique, on démontre l'équivalence entre conjonction additive et conjonction multiplicative pour la logique intuitionniste. Par contre la disjonction multiplicative n'est pas définissable dans la structure intuitionniste, à cause de la restriction sur le conséquent. D'autre part, la règle d'introduction de la négation à droite du symbole de déduction est une règle contextuelle. En fait, l'application de la négation à une formule appartenant à l'antécédent est possible si et seulement si le conséquent est vide et aucune règle des données peut éliminer cette restriction.

L'interprétation de la négation intuitionniste en terme déductifs est bien connue [Prawitz IRP] [Prawitz IL]. L'impossibilité, dans cette logique, de démontrer le tiers

---

<sup>274</sup> Ces deux connecteurs ne sont pas définissables par les doubles règles, étant donnée la contrainte sur l'espace des conclusions propre à la logique intuitionniste.

exclu  $(A \vee \neg A)$  indiquerait que la négation ne fait pas référence à la vérité des formules mais à l'existence de leur dérivation. En ce sens, il n'est pas vrai que, s'il n'existe pas de dérivation de  $A$ , alors il existe une dérivation de  $\neg A$ . Toute règle logique dans la structure intuitionniste est contextuelle pour le conséquent.

#### 4.4. Les logiques sous-structurelles

Le terme *logiques sous-structurelles* a été introduit par Kosta Dosen, qui les a étudiées de façon détaillée [Dosen SSGM]. Certaines des logiques pertinentes [Anderson Belnap], la logique linéaire [Girard] sans les connecteurs exponentiels, la logique BCK [Ono], le calcul de Lambek associatifs pour les grammaires catégorielles<sup>275</sup> peuvent être ramenées à cette classe de logiques.

Nous considérons ici certaines des logiques sous-structurelles. Ce qui nous intéresse est de montrer le lien entre définition de connecteur, règles de données et règles logiques. En effet toutes les logiques sous-structurelles partagent une caractéristique importante. Les connecteurs logiques peuvent être fixés pour tous les systèmes de cette famille, par un ensemble unique de règles. Cet ensemble ne varie pas, mais certains couples de connecteurs peuvent se réduire à un seul connecteur (cf. la conjonction additive et multiplicative pour la logique classique), en fonction des règles de données choisies pour un système. Il y a donc une co-variation des règles de données et du nombre des connecteurs discernables en fonction de l'ensemble des règles logiques fixées au départ.

Le premier groupe de logiques sous-structurelles contient la logique BCK, les logiques de la pertinence RM et RA, et la logique linéaire.

Pour toutes ces logiques la relation de déduction est définie sur des listes d'assertions. Les règles de raisonnement (identité et coupure) sont les mêmes que pour la logique classique, ainsi que les règles logiques et la règle de substitution. Les règles de données pour chacune de ces logiques sont les suivantes :

**Linéaire** : règles pour la substitution +

$$\text{échange} \quad \frac{X, A, B, Z \vdash Y}{X, B, A, Z \vdash Y} \qquad \frac{X \vdash \neg Y, A, B, Z}{X \vdash \neg Y, B, A, Z}$$

**RA** : comme Linéaire +

$$\text{contraction} \quad \frac{X, A, A, Z \vdash Y}{X, A, Z \vdash Y} \qquad \frac{X \vdash Y, A, A, Z}{X \vdash Y, A, Z}$$

---

<sup>275</sup> [Lambek MSS], [Lambek CST].

**RM** : comme RA +

$$\text{expansion} \quad \frac{X, A \vdash Y}{X, A, A, Z \vdash Y} \quad \frac{X \vdash Y, A, Z}{X \vdash Y, A, A, Z}$$

**BCK** : Comme linéaire + expansion droite et à gauche +

$$\text{affaiblissement} \quad \frac{X, Z \vdash Y}{X, A, Z \vdash Y} \quad \frac{X \vdash Y, Z}{X \vdash Y, B, Z}$$

Différentes motivations ont inspiré la définition de ces logiques.

La logique BCK a été, à l'origine, construite pour éviter les paradoxes de la théorie des ensembles. L'élimination de la contraction rend cette logique décidable même dans son extension au premier ordre.

Les logiques de la pertinence sont nées dans le cadre de la définition d'un conditionnel pertinent, c'est-à-dire un conditionnel qui, à la différence du conditionnel classique, puisse aussi représenter formellement la notion de "connexion" entre propositions. Une première axiomatisation de cette notion de pertinence fut donné par Orlov en 1928 (cf. [Dosen MLM]). L'élimination de l'affaiblissement est le mécanisme déductif fondamental utilisé pour formaliser cette notion de pertinence. L'élimination de l'affaiblissement en tant que règle structurelle empêche la déduction des paradoxes de l'implication matérielle comme  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$  ou  $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ .

La logique linéaire a été définie récemment comme une logique capable de représenter la notion de ressource et de calcul dépendant de ressources. On peut trouver une première axiomatisation de cette logique dans la littérature sur les logiques de la pertinence [Meyer McRobbie]. L'absence de l'affaiblissement et de la contraction confère à cette logique les caractéristiques des logiques de la pertinence et de la logique BCK. De nombreuses tentatives d'application de cette logique à différents problèmes d'informatique (programmation logique, sémantique du parallélisme, planification,...) suscitent actuellement l'intérêt des informaticiens.

Les connecteurs discernables dans ces logiques encodent donc les différents aspects de la déduction que nous avons analysés. L'interprétation intuitive des couples des connecteurs de combinaison et des connecteurs internes est liée à leur rapport à la déduction.

Les connecteurs multiplicatifs sont liés à la composition des déductions. En particulier, indépendamment des règles de données admises pour les différentes logiques, leur interdéfinissabilité avec le conditionnel reste démontrable. Nous pouvons en fait démontrer :  $\vdash (A \bullet B) \leftrightarrow \neg (A \leftrightarrow \neg B)$  et  $\vdash (A + B) \leftrightarrow (\neg A \leftrightarrow B)$  dans les trois logiques sous-structurelles présentées plus haut. Dans ce sens  $A \bullet B$  a été interprété comme

exprimant la "compatibilité", la "co-tenabilité", voire la "cohérence" de A et B. Les connecteurs additifs, par contre, sont liés à la vérité dans une déduction donnée. Le rapport entre le rejet des règles structurelles et les connecteurs logiques est illustré par les relations que l'on peut établir entre connecteurs additifs et multiplicatifs. Pour chacune des logiques sous-structurelles leur équivalence n'est pas démontrable et, dans le cas de la logique linéaire, ils sont indépendants. Nous résumons leur rapport dans le tableau suivant :

dans BCK :

$$\vdash(A \bullet B)(A \wedge B), \text{ mais } \not\vdash (A \wedge B) \rightarrow (A \bullet B)$$

$$\vdash(A \vee B) \rightarrow (A + B), \text{ mais } \not\vdash (A + B) \rightarrow (A \vee B)$$

dans RM et RA :

$$\vdash(A \wedge B) \rightarrow (A \bullet B), \text{ mais } \not\vdash (A \bullet B) \rightarrow (A \wedge B)$$

$$\vdash(A + B) \rightarrow (A \vee B), \text{ mais } \not\vdash (A \vee B) \rightarrow (A + B)$$

dans la logique linéaire :

$$\not\vdash (A \wedge B) \rightarrow (A \bullet B), \text{ et } \not\vdash (A \bullet B) \rightarrow (A \wedge B).$$

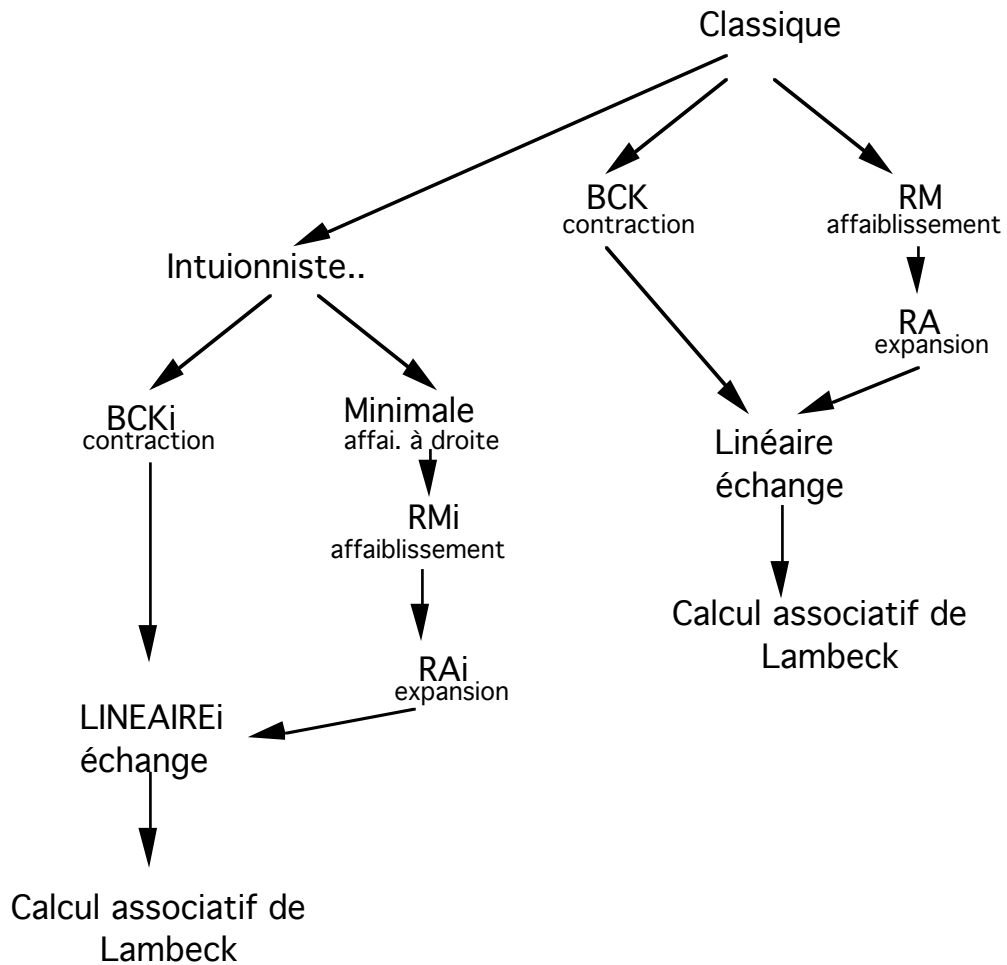
$$\not\vdash (A + B) \rightarrow (A \vee B) \text{ et } \not\vdash (A \vee B) \rightarrow (A + B).$$

La négation faible est équivalente à la négation forte pour ces logiques.

Il est possible de définir des logiques sous-structurelles sur base intuitionniste (voir section précédente) en introduisant l'asymétrie entre prémisses et conclusions d'un séquent et en interdisant toute règle structurelle à droite du signe de la déduction.

Le tableau synoptique ci-dessous récapitule la présentation des logiques sous-structurelles donnée précédemment. Les flèches indiquent l'inclusion ensembliste de théorèmes des différents systèmes. On mentionne également la règle de données soustraite du système logique incluant.





#### 4.5. Les structures de séquents de séquents d'assertions

Cette section contient une analyse des logiques définissables sur des séquents d'assertions avec des règles de raisonnement non contextuelles (logiques modales) et avec des règles de données et de raisonnement contextuelles (logiques des conditionnels). Nous avons déjà introduit les règles logiques pour les connecteurs modaux et les structures de niveau supérieur. Ici en essaiera d'éclaircir l'interprétation déductive des logiques modales et conditionnelles que nous suivons, afin de souligner l'importance d'une analyse déductive structurelle pour ces logiques.

L'idée de base que nous prendrons à notre compte est, encore une fois, l'analyse de Scott selon laquelle les logiques modales sont des métalogiques, ayant dans le langage un opérateur dont l'interprétation déductive n'est que la transcription linguistique du signe de déduction.

Partons alors de la question la plus générale. En quel sens les logiques modales sont des métalogiques ? Pour donner une réponse précise à cette question nous devons reprendre l'analyse des règles déductives.

Parmi les règles d'un système logique il est possible distinguer les règles dérivées des règles admissibles.

Une règle est dérivée s'il est possible de passer des prémisses à (ou aux) conclusion(s) de la règle en utilisant les axiomes et les règles du système.

Une règle est admissible si, lorsque ses prémisses sont des théorèmes du système, la (ou les) conclusion(s) sont aussi des théorèmes.

Toute règle dérivée est admissible mais il y a des règles admissibles qui ne sont pas dérivées. L'exemple le plus connu de règle admissible mais non dérivée est la règle de coupure dans un système sans coupure, par exemple dans un système pour la logique classique où la coupure est éliminable. Lorsque le système pour la logique classique est défini sans coupure on ne pourra plus déduire, des prémisses de la règle, sa conclusion; toutefois si les prémisses sont déductibles dans le système, la conclusion le sera aussi.

Le stock de règles dérivée est déterminable de différentes manières pour un système donné. Supposons que nous ayons dans un système une règle de la forme :  $\frac{\phi}{\xi}$ .

Dans un système ayant comme théorème  $\phi \rightarrow (\beta \rightarrow \phi)$ , la règle  $\frac{\phi \quad \beta}{\xi}$  peut être considérée

comme une règle dérivée car :

$$\frac{\beta \quad \frac{\phi \quad \phi \rightarrow (\beta \rightarrow \phi)}{\beta \rightarrow \phi}}{\phi} \quad \xi$$

mais rien nous oblige à l'intégrer dans le stock de nos règles dérivées, comme d'ailleurs rien ne nous l'interdit non plus, tout comme rien ne nous interdit de choisir cette règle dérivée dans des systèmes logiques où  $\phi \rightarrow (\beta \rightarrow \phi)$  n'est pas un théorème. Étant donné un système logique nous pouvons donc choisir un stock de méta-règles avec une certaine liberté.

Est-il possible de coder ces règles dérivées dans le langage déductif ? Est-il possible de "voir ces principes noir sur blanc reflétés de quelque manière dans les assertions"<sup>276</sup> du langage abstrait du système des séquents ? Et si oui, dans quel but ?

À la première question on répondra positivement. Il suffit de représenter, dans le langage déductif logique d'un système de séquents, le symbole de déduction par un méta-connecteur modal (à deux places pour la notion de déduction, à une place pour la notion de théorème), comme nous l'avons dit plus haut.

En ce qui concerne la deuxième question, il faudra, pour y répondre, abandonner provisoirement la perspective syntaxique et nous tourner vers la sémantique. D'abord, on le sait, lorsque nous disposons d'un théorème d'adéquation complétude, affirmer qu'une assertion est déductible d'une autre revient à affirmer que toute interprétation qui

---

<sup>276</sup> [Scott OEIU], page 800.

rend vraie la seconde rend vraie la première. C'est bien là l'interprétation que nous avons donné en 2.1 à propos de la notion de séquent. On en conclut qu'un théorème est une assertion vraie dans toutes les valuations possibles, (valuations des assertions sur des ensembles de valeurs de vérité). Pouvons-nous alors dire qu'une telle assertion (un théorème) est *nécessairement* vraie, pouvons nous dire que la vérité de la négation de cette assertion est *impossible* ? En quel sens devons nous comprendre ces termes ?

Considérons la notion de valuation ou d'interprétation logique et donc, de façon préliminaire, la notion d'individu d'un domaine. Partons de l'idée d'individu prise comme primitive et accordons nous, pour les besoins de cet exemple, que la collection de tous les individus représente un domaine fixé à l'avance<sup>277</sup>. Dans son article "Advice on Modal Logics" Scott estime qu'il est indispensable de distinguer trois types de domaine d'individus pour rendre compte de la notion de nécessité d'une manière qui ne dépende pas des préjugés liés à l'interprétation classique.

Scott appelle D l'ensemble des individus possibles :

Ici "possible" signifie possible par rapport à une certaine conception a priori. Le terme "concevable" serait plus approprié. De toute manière il faut souligner [...] qu'il s'agit d'une notion relative [...]. Il y a de nombreux exemples qui rendent plausible l'idée [d'individus possibles]. Considérons les énoncés suivants. "Jamais deux présidents n'ont été semblables". "Tous les lauréats du prix Nobel en ont été dignes". "Tous les lecteurs du roman seront, comme moi, profondément émus". Nous sommes en train de jouer avec le passage du temps. Les individus (dans ce cas des personnes) viennent à l'existence et en sortent. Néanmoins il est sensé de comparer deux individus existant à des temps différents [...] <sup>278</sup>

De cet ensemble d'individus possibles, on peut distinguer l'ensemble des individus actuels et l'ensemble des individus virtuels. Les individus virtuels :

[...] ne doivent pas être considérés comme des fantômes mais plutôt comme des objets idéaux introduits pour perfectionner la régularité de notre langage. En utilisant les noms de ces entités nous trouvons souvent une formulation simple qui évite une prolifération confuse de cas. Des exemples excellents d'objets idéaux utiles sont, dans la théorie ordinaire des nombres réels,  $-\infty$  et  $+\infty$ ; dans la géométrie projective, le point à l'infini; dans la théorie des ensembles, les classes virtuelles <sup>279</sup>

L'ensemble des individus actuels A est l'ensemble des individus "actuellement" reconnus et, tels que  $V \supseteq D \supseteq A$ , où D est l'ensemble des individus possibles, et V est l'ensemble des individus virtuels.

Scott utilise, pour rendre compte de la notion de monde possible, le principe des expressions indexicales de Carnap et Bar Hillel. Si l'on fixe un ensemble I d'index, l'on peut déterminer un ensemble  $A_i \supseteq D$  pour tout  $i \in I$ . Les expressions du langage font référence à cet indice. Par exemple :

---

<sup>277</sup> [Scott AML], page 144.

<sup>278</sup> Ibidem, page 145.

<sup>279</sup> Ibidem, page 146.

Nous avons un quantificateur  $\forall x$  qui est interprété comme variant sur D. Maintenant nous introduisons le quantificateur 'actuel'  $\forall x$ , dans lequel le point suggère un index indéfini. Ainsi, même si nous connaissons la signification d'un prédicat P, nous ne pouvons pas dire si  $\forall x.P(x)$  est vrai ou faux. Toutefois, si nous spécifions un  $i \in I$ , relativement à cet index l'énoncé reçoit une valeur de vérité : à savoir il est vrai si P(a) est vrai pour tout  $a \in A_i$ .<sup>280</sup>

Conformément à cet exemple, l'on peut rendre compte d'assertions dont la valeur de vérité peut varier en fonction de  $i \in I$ . Ces indexes peuvent être interprétés comme des instants du temps ou, plus généralement, des ensembles de coordonnées :

En général nous pouvons avoir  $i=(w,t,p,a)$  où l'index  $i$  a plusieurs coordonnées : par exemple  $w$  est un *monde*,  $t$  est un *temps*,  $p=(x,y,z)$  est une *position* (à trois dimensions) dans un monde,  $a$  est un agent, etc. Toutes ces coordonnées peuvent varier, éventuellement de manière indépendante, et ainsi affectent la valeur de vérité des assertions qui ont une référence indirecte à ces coordonnées.<sup>281</sup>

Les éléments de  $i$  sont donc des points de référence, des points de vue sur les individus de D. Comment définir une valuation dans cet ensemble d'index ?

Rendons d'abord les valeurs de vérité visibles : écrivons 1 pour *vrai* et 0 pour *faux*. La raison de ce choix dénotationnel est que  $2=\{0,1\}$  est un symbole simple, lisible et disponible pour l'ensemble des valeurs de vérité. Ensuite posons une fonction, appelons-la  $\|\phi\|$ , associée à un énoncé  $\phi$ . Cette fonction donne la *valeur* de  $\phi$  dans l'interprétation, définie sur I avec valeur dans 2; en d'autres termes nous écrivons l'équation  $\|\phi\|_i=1$  pour dire que  $\phi$  est vrai pour  $i$ .<sup>282</sup>

Délaissions les détails de l'analyse sémantique de Scott pour revenir à l'interprétation déductive des modalités. Si l'on considère, par exemple, les mathématiques, la distinction entre individus actuels et possibles n'a pas de sens. Celle entre les individus possibles et les individus virtuels peut être facilement éliminée par des définitions contextuelles.

Si l'on considère, par contre, le domaine des individus sensibles, la distinction entre objets virtuels, possibles et actuels est plus que sensée.

Lorsque aucune différence n'est faite entre A, D et V une interprétation n'est rien d'autre qu'un ensemble de valuations pour les énoncés du langage. Dans ce contexte, affirmer qu'un énoncé est nécessaire ne peut vouloir dire rien d'autre sinon qu'il est vrai dans toutes les interprétations logiquement possibles relativement au domaine d'individu fixé.

Lorsqu'on suppose qu'il peut y avoir une différence entre A,D,V, et/ou que certaines interprétations logiquement possibles doivent être exclues à cause de la nature des objets actuels pris en compte, ou qu'un certain ordre doit être imposé dans le parcours de ces valuations possibles, alors la nécessité perd sa nature exclusivement

---

<sup>280</sup> [Scott AML], page 149.

<sup>281</sup> Ibidem, page 149-150.

<sup>282</sup> Ibidem page 150.

logique pour devenir métaphysique. Nécessaire signifie, donc, vrai dans tous les mondes possibles (où ce qui est métaphysiquement possible n'est qu'inclus dans ce qui est logiquement possible) accessibles selon un ordre donné, à partir du monde 'actuel'.

Revenons alors à la possibilité de plonger par un méta-connecteur le symbole ' $\vdash$ ' du métalangage structural dans le métalangage logique. Quel but pourrions-nous attribuer à une telle manœuvre ?

Le but est de décrire par le codage des règles structurales, par les méta-connecteurs, les contraintes métaphysiques de la notion de nécessité logique. Ces contraintes, comme toute contrainte structurale, définissent des structures déductives capables d'exprimer les conditions d'usage des énoncés dans la déduction, et donc les conditions d'identification des énoncés nécessairement vrais d'une théorie.

Selon notre analyse des règles structurales, deux types de structures déductives sont définissables par des séquents de niveau supérieur : les structures définies par des règles de données de nature non contextuelle, les structures définies par des règles de données, et éventuellement des règles de raisonnement, contextuelles.

#### **4.5.1. Les logiques des modalités aléthiques**

Nous ne présenterons pas ici les systèmes de séquents de niveau supérieure définis par Kosta Dosen pour les logiques modales S4 et S5, nous contentant de renvoyer à son article<sup>283</sup>. On se limitera ici à remarquer :

a) que la différence entre S4 et S5 est illustrée, dans le travail de Dosen, par un changement des structures déductives dans les séquents de niveau supérieur, analogue à celui que distingue la logique classique de la logique intuitionniste.

b) que la question de la définition de systèmes de séquents du même type pour d'autres logiques modales (K, S4.3 etc.) est encore ouverte. En particulier, la possibilité de ramener les différences entre ces logiques à des changements résultant de l'introduction ou de la suppression de règles de données non contextuelles n'a pas été prouvée.

c) que l'analyse des modalités dans les logiques sous-structurales (logiques linéaires, etc.) a été conduite dans le même cadre et, à partir des mêmes prémisses, découlant de l'analyse de Scott dans [Dosen MLML].

#### **4.5.2. Les logiques des conditionnels**

Les logiques des conditionnels sont des logiques aux règles structurales (de raisonnement et de données) contextuelles sur des séquents d'assertions. L'intérêt pour ces systèmes a trouvé un nouvel essor à cause de leur parenté avec les systèmes d'inférence non-monotones, dont la fortune dans le domaine de l'intelligence artificielle

---

<sup>283</sup> [Dosen SSML].

est bien connue<sup>284</sup>. Nous nous limiterons ici à illustrer la nature des contraintes déductives sur les séquents de deuxième niveau de ces logiques et à donner une interprétation sémantique de ces contraintes.

Nous rappelons (section 2.1.2.2) que le contexte d'une formule A dans un séquent  $C, A \vdash B$ , est l'ensemble des formules apparaissant dans le même séquent. Ainsi C et B constituent le contexte de A dans  $C, A \vdash B$ . Supposons définie une relation de déduction telle que :  $C, A \vdash B$  et  $D, B \vdash E$  soient dérivables. En appliquant la règle de coupure nous obtenons  $C, A, D \vdash E$ . Ce faisant nous avons identifié B dans le contexte de C et A, avec B dans le contexte de D et E.

Quelles raisons a-t-on d'accepter cette identification ? La principale justification de cette identification est une conséquence de l'indépendance des formules atomiques. L'affirmation (et la vérité) de B est indépendante de l'affirmation (ou de la vérité) de tout autre énoncé ou prédicat atomique, **sauf** pour les liens établis explicitement grâce à la relation de déduction. Le contexte de chaque formule est généré exclusivement, et explicitement, par les règles définissant la relation de déduction " $\vdash$ ". C'est-à-dire qu'un contexte est construit grâce aux règles de raisonnement et de données. Du point de vue du système cela signifie a) que nous avons pu établir les éléments de base de notre théorie b) que, s'il s'agit de prédicats, nous avons pu donner une définition extensionnelle de ces prédicats c) que nous avons pu déterminer pour chaque prédicat  $A(x)$  l'ensemble des objets (représentés par les constantes) tels que  $A(a_1)$ ,  $A(a_2)$  est vrai et, de façon complémentaire, l'ensemble des constantes pour lesquelles  $\neg A(b_1)$ ,  $\neg A(b_2)$  est vrai d) que nous avons pu expliciter tous les éléments complexes en fonction des éléments simples e) que nous pouvons analyser les liens entretenus par ces derniers en utilisant uniquement les connecteurs logiques du langage, établis d'après la relation de déduction. Or, on ne peut parler de raisonnement contextuel, restreint pour l'identification, que s'il y a une dépendance entre énoncés ou prédicats atomiques, non irréductible à la dépendance explicitée par la relation de déduction.

En quel cas pourrait-il y avoir dépendance ? La coupure, nous l'avons dit, ne peut pas être restreinte ou rendue inadmissible, au niveau des séquents sur des assertions. Il est cependant possible de la restreindre au niveau supérieur, celui du codage des règles dérivées dans le système. C'est bien le procédé adopté dans le cas des logiques des conditionnels, définies avant tout pour rendre compte des constructions contrefactuels du langage. Arrêtons nous brièvement sur ce point et montrons le rapport entre énoncés génériques, énoncés contrefactuels et termes de disposition.

#### 4.5.2.1 Les constructions génériques, contrefactuelles et dispositionnelles

Les conditionnels génériques sont des énoncés du type:

(a) "Les allumettes frottées s'allument".

---

<sup>284</sup> Sur ce point cf. [Crocco Lamarre] et [Crocco F]

Certains auteurs appellent ces énoncés des propositions avec exceptions, mais la nécessité de faire appel au concept d'exception naît du fait qu'en exprimant (a) au moyen d'une assertion logique, disons  $F(x) \vdash A(x)$ ,<sup>285</sup> nous n'avons pas spécifié les conditions de détermination des individus qui peuvent instancier les variables en jeu. Par conséquent chaque expression  $F(x) \vdash A(x)$ , obtenue par "traduction" logique d'un énoncé générique, devrait plutôt se traduire par  $F(x), H(x) \vdash B(x)$ , où l'expression  $H(x)$  rendrait explicites les conditions d'application de  $F(x)$ . L'impossibilité d'explicitier  $H$ , rend le contexte de  $A(x)$  **implicite**. De cette manière, le lien entre  $A(x)$  et  $B(x)$  devient un lien de dépendance sous des conditions implicites. Expliciter un contexte implicite signifie restaurer l'indépendance des prédicats, restaurer le fait que les seuls liens de dépendances que nous puissions envisager entre prédicats sont ceux que le langage logique (les connecteurs, le symbole de déduction) permet d'explicitier.

Sans explicitation de ces contextes, l'identité déductive représentée par la règle de coupure ne peut pas être établie. Si des hypothèses sont implicites dans l'antécédent, et si  $A(x) \vdash B(x)$  et  $B(x) \vdash C(x)$ , nous n'avons aucune garantie que les  $x$  pour lesquels vaut le premier prédicat soient effectivement les mêmes que ceux pour lesquels vaut le second. Dans ces conditions  $A(x) \vdash C(x)$ , résultat de l'application de la coupure, n'est pas *a priori* garanti.

Dès lors, les caractéristiques particulières des prédicats que nous employons peuvent conduire à rejeter la règle de coupure. Il se peut que les relations réciproques de ces prédicats ne puissent pas être réduites à des conditions de vérité ou à la relation d'inclusion entre les classes des objets qui satisfont ces prédicats. C'est le cas dès que nous faisons usage de contextes qui sont implicites et, par conséquent, incompatibles avec la transitivité. Ces prédicats entretiennent des relations de dépendance non-logiques, étant entendu que la dépendance logique est la dépendance exprimable par  $A \vdash B$  avec une relation de déduction transitive. Les raisonnements relatifs à un certain domaine d'application ne peuvent être formalisés dans un système logique compatible avec la règle de coupure que si nous avons préalablement choisi les "briques" à partir desquelles pourraient être construites toutes les expressions linguistiques, requises pour énoncer les éléments de la théorie donnée. En revanche, si nous n'avons pas encore choisi ces "briques", nous nous exposons à ce que la transitivité de nos inférences fasse défaut. Dans une telle situation de raisonnement non transitif une occurrence d'une formule  $A$  ne peut plus être identifiée, dans n'importe quel contexte, avec une autre occurrence de  $A$ .

La problématique de l'interprétation des énoncés génériques est liée à celle des contrefactuels, et elle était déjà au centre de la discussion philosophique dès les années

---

<sup>285</sup> Où "F" est le prédicat "être une allumette frottée", et "A" le prédicat "être une allumette qui s'allume".

quarante, révélant les nombreux problèmes auxquels ces constructions sont liées. Considérons une variante de l'énoncé (a) :

E1 "Si l'allumette avait été frottée elle se serait allumée"

Interprété à l'aide de l'implication matérielle, l'énoncé E1 est trivialement vrai, car son antécédent est faux. Mais comment, alors, distinguer les énoncés contrefactuels vrais des énoncés faux ? La théorie métalinguistique des contrefactuels, introduite par R. Chisholm [Chisholm] et N. Goodman [Goodman] propose une réponse à cette question.

La difficulté d'analyser un contrefactuel  $A \Rightarrow B$ , est ramenée par ces auteurs au lien très particulier qui relie A et B. La vérité de ces énoncés contrefactuels ne dépend pas de la vérité de leurs composants, mais de l'existence effective de ce lien entre antécédent et conséquent. La nature particulière de ce lien est révélée, selon Goodman, par le comportement de la négation vis-à-vis de ces énoncés. Une formalisation possible de l'énoncé :

E.2 "Même si l'allumette avait été frottée, elle ne se serait pas allumée"

est :

E.2'  $\text{Frotter}(a) \Rightarrow \neg \text{Allumer}(a)$

Cet énoncé ne correspond pas, selon Goodman, à l'énoncé obtenu en appliquant la loi de contraposition :

E.3  $\text{Allumer}(a) \Rightarrow \neg \text{Frotter}(a)$  correspondant à l'énoncé :

E.3' "Même si l'allumette s'est allumée, elle n'a pas été frottée"

En affirmant E.2 notre intention première n'est pas de soutenir que le "non-allumage" peut être inféré du frottement. Il s'agit par contre d'affirmer qu'il n'existe pas de lien (ici de lien causal) entre le fait de frotter l'allumette et le fait qu'elle s'allume. Il est donc évident que la négation de E.2 est constituée par l'énoncé affirmant l'existence de ce lien, c'est à dire :

E.4 "Eût-elle été frottée, cette allumette se serait allumée", formalisable par :

E.4'  $\text{Frotter}(a) \Rightarrow \text{Allumer}(a)$ .

Ce lien entre l'antécédent et le conséquent pourrait être réduit à une implication logique si l'antécédent pouvait être augmenté par un ensemble d'hypothèses "appropriées". Ces hypothèses affirmeraient **des conditions de normalité** grâce auxquelles le lien entre antécédent et conséquent de ce conditionnel pourrait être expliqué en termes déductifs. Affirmer l'énoncé E.4 signifierait construire une théorie de "l'allumage des allumettes" à partir de laquelle l'énoncé serait déductible. Il prendrait la forme : « Une allumette "bien fabriquée", sous "certaines" conditions d'humidité, de pression, de présence d'oxygène dans l'air..., s'allume si elle est frottée », où à leur tour les termes entre guillemets seraient définis formellement. L'absence de la mention de ces conditions rend implicite le contexte dans l'antécédent du contrefactuel.

De manière générale,



C.1  $A \Rightarrow B$  est vrai ssi il existe un H tel que  $A, H \vdash B$ .

Ainsi le problème se réduit à celui de savoir comment formaliser cet ensemble H d'hypothèses "appropriées". Goodman a été extrêmement pessimiste à ce propos. On peut, à son avis, interpréter "approprié" comme "co-tenable" : il ne peut pas arriver que H soit faux quand A est vrai. Mais formaliser cette définition de la co-tenabilité signifie évaluer l'énoncé  $A \Rightarrow B$  à l'aide d'un nouveau contrefactuel  $\neg(A \Rightarrow \neg H)$ , introduisant ainsi une circularité.

La difficulté de décrire formellement les contrefactuels est de même nature que celle que l'on rencontre à propos des termes dispositionnels et projectibles (au sens de Goodman<sup>286</sup>, Quine, etc.). Leur racine commune est, selon l'interprétation de Quine, dans le concept d'espèce naturelle, ou de prototype. Un énoncé comme : "Si cette substance avait été opportunément chauffée, elle aurait brûlé" est, selon Goodman et Quine, de la même nature que : "Cette substance est inflammable", son interprétation se liant ainsi aux problèmes de la projectibilité et de l'induction.

Les objets inflammables, flexibles, rouges, ou rigides forment des "espèces" dont les individus sont liés par une relation de similarité. Cette relation de similarité ne peut pas être explicitée par des règles indiquant quels objets font, ou ne font pas partie d'une espèce donnée. Quine observe que le sentiment de similarité comparative fait partie des dotations animales de l'homme. S'étant développé tout au long de l'évolution de notre espèce, le sentiment de similarité est à la base de notre capacité de conceptualiser, de prédire les événements de la nature. Toutefois, plus un ensemble de connaissances tend à s'organiser en forme de science, avec des éléments primitifs et des lois générales sur ces éléments, plus ce sentiment de similarité devient inutile, jusqu'à disparaître lorsque cet ensemble de connaissances est organisé comme une science accomplie :

En général, nous pouvons regarder comme un symptôme très spécial de la maturité d'une discipline scientifique le fait qu'elle n'a plus besoin d'une notion irréductible de similarité et d'espèce. C'est le stade final, où le vestige d'animalité est complètement résorbé par la théorie. La carrière de la notion de similarité, qui, depuis sa phase d'innéité, se développe au fil des années en bénéficiant des lumières résultant de l'accumulation de l'expérience, puis, qui passe de la phase intuitive à la similarité théorique, pour finir par disparaître tout à fait, nous offre un paradigme de l'évolution qui mène de l'irraison à la science. ([Quine RO], page 155)

Autrement dit, le sentiment de similarité sur lequel se fonde le concept d'espèce qui est à la base des termes dispositionnels et des constructions contrefactuelles, est, selon ces auteurs, d'une nature intrinsèquement non logique. Pour qu'il en aille

---

<sup>286</sup> En effet, Goodman place son argumentation dans un contexte très général : "L'analyse des conditionnels contrefactuels n'est pas un petit exercice grammatical tatillon....Une définition satisfaisante de ce qu'est une loi scientifique, une théorie satisfaisante de la confirmation ou des termes de disposition (ce qui inclut non seulement les prédicats terminant en "ible" et en "able", mais également presque tous les prédicats objectifs tels que "est rouge" ) résoudrait une grande partie du problème des contrefactuels. Réciproquement la solution du problème des contrefactuels nous donnerait les réponses à des questions cruciales touchant les lois, la confirmation et la signification des potentialités." [Goodman FFP], p. 129)

autrement, il faudrait que nous puissions expliciter les conditions (nécessaires et suffisantes) d'appartenance des éléments à une espèce.

#### 4.5.2.2 La solution logique

La solution de Stalnaker, de Lewis [Lewis] et des auteurs des logiques des contrefactuels se fonde sur la notion de monde possible. Celle-ci est pour Stalnaker "the ontological analogue of a stock of hypothetical beliefs" ([Stalnaker]) (le H de l'interprétation de Goodman dans l'énoncé C.1 précédent).

L'interprétation informelle du conditionnel  $A \Rightarrow B$  est la suivante : soit un ensemble de mondes  $w_i$ , dans lesquels A est vrai, et qui "diffèrent le moins possible" du monde actuel.  $A \Rightarrow B$  est vrai dans le monde actuel si et seulement si B est vrai dans cet ensemble de mondes  $w_i$ .

Le point crucial est l'interprétation de ce que signifie "différer minimalement d'un certain monde". L'idée générale est de fournir des critères pour ordonner les mondes possibles de manière à donner des contraintes générales que tout ordonnancement doit respecter sans considérer explicitement les conditions de similarité entre mondes. Du point de vue sémantique cela entraîne un changement de perspective dans la conception de la notion de monde possible propre aux logiques modales. Kripke le remarque déjà en 1972, à propos de la conception des individus que la notion de similarité entre mondes entraîne<sup>287</sup>: lorsqu'il y a une relation d'accessibilité entre mondes, les mondes possibles peuvent être considérés comme des ensembles d'évaluations *stipulées*, en sorte que la relation d'accessibilité ne fait que décrire la structure de cette stipulation. Lorsqu'il n'y a qu'une fonction de similarité entre mondes, les mondes possibles sont des descriptions qualitatives entre les individus à partir desquelles aucune condition d'identité ne peut être réellement définie, ces mondes possibles sont, comme le dit Kripke, non pas stipulés mais découverts comme avec un télescope .

Lewis et Stalnaker se sont toujours défendus de ce type de critiques en invoquant la distinction entre logique et pragmatique. Expliciter la notion de similarité est, selon Stalnaker [Stalnaker], un problème **pragmatique**. Par contre, la description des contraintes sur l'ordre de similarité relève de la logique.

Mais quelles sont ces contraintes ? Le conditionnel contrefactuel est un connecteur modal, qui s'interprète dans une structure de mondes possibles, où chaque monde est décrit par la logique classique. Selon l'interprétation logique des modalités, que nous avons présentée plus haut, les propriétés des connecteurs modaux codent dans le langage les propriétés de la relation de déduction. Considérons pour le contrefactuel les contraintes négatives. Les axiomes de :

**transitivité** :  $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \rightarrow (A \Rightarrow C)$

**affaiblissement dans l'antécédent** :  $(A \Rightarrow B) \rightarrow (A \wedge C \Rightarrow B)$

---

<sup>287</sup> Cf. [Kripke] page 32, et page 33, en note.

**contraposition** :  $(\neg B \Rightarrow \neg A) \rightarrow (A \Rightarrow B)$  et  $(A \Rightarrow B) \rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$

sont rejetés par tous les systèmes logiques pour les contrefactuels.

Considérons le rejet de ces lois, d'abord dans les termes de l'interprétation métalinguistique de Goodman, ensuite en termes sémantiques.

Du point de vue déductif de l'interprétation métalinguistique,  $A \Rightarrow B$  signifie qu'il y a une déduction dans laquelle A apparaît comme hypothèse, et B comme la conclusion. Mais B dépend aussi d'autres prémisses (H1) qui ne sont pas représentées dans le contrefactuel (à savoir les prémisses qui, pour faire le lien avec la sémantique, sont vraies dans les mondes les plus similaires dans lesquels A est vrai). Les prémisses de la loi de transitivité sont donc  $A, H1 \vdash B$  et  $B, H2 \vdash C$ .

Ces prémisses implicites (contenues dans les ensembles H1 et H2) représentent les conditions d'application<sup>288</sup> respectives de A à B et de B à C. En particulier, comme ces conditions ne sont pas explicites, il convient d'empêcher toute forme d'affaiblissement dans l'antécédent, qui pourrait introduire la négation d'un des éléments de H1, trivialisant ainsi la déduction. En fait, si pour  $A, H1 \vdash B$ , la formule  $\neg D$  appartient à H1, l'affaiblissement avec D<sup>289</sup> rendrait triviale la déduction de l'énoncé B.

Cette sorte de refus de "l'affaiblissement trivialisant" détermine la propriété que nous souhaiterions voir satisfaite par l'implication. Dans le cas de l'application de la règle de coupure, rien ne garantit que la composition de H1 et de H2 respecte cette propriété. Le contexte de A doit être distinct du contexte de B, et rien ne permet de réaliser la composition cohérente de contextes implicites différents. Donc la conclusion de la coupure :  $A, H1, H2 \vdash C$ , ne peut pas être acceptée.

Dans le sens de Goodman,  $A \Rightarrow B$  traduit un lien de dépendance entre formules. "B" dans le contexte de "A" ne peut pas être identifiée avec "B" dans un autre contexte. De la même manière que pour la coupure, la loi d'affaiblissement enfreint le critère de préservation d'un contexte implicitement donné. Pour la contraposition, le raisonnement est similaire : si  $A, H \vdash B$  alors, par application de la règle d'affaiblissement à droite du signe de déduction (règle applicable car  $\vdash$  représente la relation de déduction classique) on obtient  $A, H \vdash B, D$ . D'où, si la règle de contraposition était valide :  $A, H, \neg D \vdash B$ . Comme le contenu de l'ensemble H est implicite, l'ajout de  $\neg D$  pourrait rendre incohérent l'antécédent. Donc, nous ne pouvons pas accepter le correspondant contrefactuel de la règle d'introduction de la négation, c'est-à-dire  $\neg B \Rightarrow \neg A$ .

Toute loi logique concernant les contrefactuels doit se garder de composer arbitrairement des contextes différents. Les logiques des contrefactuels sont donc des logiques capables de limiter les dérivations classiques à l'intérieur d'un contexte

---

<sup>288</sup> De telles conditions d'application correspondent intuitivement à ce que nous avons appelé la "théorie de l'allumage des allumettes", citée plus haut.

<sup>289</sup> D pourrait par exemple énoncer que l'allumette en question est mouillée, contredisant l'une des hypothèses de H1.

implicitement donné. La présence du contexte opaque conduit à la suppression de la transitivité pour sauvegarder la cohérence des énoncés.

En termes sémantiques, les prémisses de la loi de transitivité ( $A \Rightarrow B$  et  $B \Rightarrow C$ ) devraient s'exprimer ainsi : B est vrai dans les mondes les plus similaires (au monde actuel) dans lesquels A est vrai. C est vrai dans les mondes les plus similaires (au monde actuel) dans lesquels B est vrai (respectivement A-mondes et B-mondes).

Or, rien ne nous garantit que les A-mondes soient les mêmes que les B-mondes, car la similarité entre mondes n'est pas une donnée explicite du système ; elle y est gérée, mais non décrite. Il peut y avoir un ordre de similarité entre mondes (un ordre qui est induit par la structure des formules contrefactuelles), mais cette ordre ne résout pas ce que Stalnaker appelle le problème "pragmatique" : expliciter la similarité entre mondes. Donc la transitivité ne s'applique pas. Un raisonnement semblable s'applique à la contraposition et à l'affaiblissement.

En définissant un système de séquents pour les contrefactuels nous partions de la question : quel type d'objets, quelle sorte d'information devons-nous formaliser dans une structure pour les contrefactuels ? Nous avons vu que l'implication contrefactuelle est une implication intensionnelle non transitive. Le contrefactuel  $A \Rightarrow B$  exprime un lien de dépendance entre l'antécédent et le conséquent, le premier étant une description abrégé du contexte déductif du deuxième. En ce sens les antécédents des contrefactuels constituent des sortes d'étiquettes qui ne peuvent être modifiées qu'à travers des règles visant à établir une compatibilité ou une identité de contexte. Les différentes règles de modification indiquent comment un contexte peut être affaibli ou réduit afin de reconnaître sa compatibilité ou identité avec un autre. La seule véritable stratégie de ces règles est d'éviter de produire des incohérences à travers la fusion de deux contextes différents. Ces règles de modification sont dans les logiques les plus complexes, des règles permettant un ordonnancement des formules du langage. Cet ordonnancement représente un ordre de similarité entre contextes. On utilise pleinement cette caractéristique des antécédents des contrefactuels. Les antécédents des contrefactuels sont donc traités, à cause de l'absence de transitivité, comme des étiquettes pour leur conséquents. Le contenu de ces étiquettes peut être augmenté ou réduit en fonction des autres formules qui apparaissent dans la déduction pour reconnaître la compatibilité entre différents contextes.

Nous donnons par la suite deux systèmes de séquents pour ces logiques, en renvoyant pour le reste à [Crocco F].

#### Système de séquents pour la logique CK

Nous rappelons que l'axiomatique de CK comprend les règles et les axiomes de la logique classique, plus les deux règles suivantes :

$$\text{RCEA} \frac{A \leftrightarrow B}{A \Rightarrow C \leftrightarrow B \Rightarrow C}$$

$$\text{RCK} \frac{B_1 \wedge \dots \wedge B_n \rightarrow B}{(A \Rightarrow B_1 \wedge \dots \wedge A \Rightarrow B_n) \rightarrow (A \Rightarrow B)}_{n \geq 0}$$

Les règles du calcul de séquent pour cette logique sont les suivantes :

1) Pour les séquents principaux qui *ne contiennent pas de séquents auxiliaires* nous prenons toutes les règles structurelles et logiques de la logique **classique** (avec les règles d'affaiblissement et de coupure) définie sur des structures d'ensembles.

2) pour le reste nous ajoutons les règles suivantes :

- Préfixage normal

$$\frac{B_1, \dots, B_k \vdash_P C}{\{A \vdash_a B_1\}, \dots, \{A \vdash_a B_k\} \vdash_P \{A \vdash_a C\}} \quad \text{où } k \geq 0$$

-Affaiblissement

$$\frac{\Gamma \vdash_P \Lambda}{\Gamma, \{A \vdash_a B\} \vdash_P \Lambda}$$

- Coupure

$$\frac{\Gamma \vdash_P \{A \vdash_a B\} \quad \{A \vdash_a B\}, \Delta \vdash_P \Lambda}{\Gamma, \Delta \vdash_P \Lambda}$$

- Substitution des équivalents dans l'antécédent d'un séquent auxiliaire

$$\frac{A \vdash_a B}{A' \vdash_a B} \quad \text{où } \vdash_P A \Leftrightarrow A'$$

- Introduction du contrefactuel

$$\frac{\{A_1 \vdash_a B_1\}, \dots, \{A_{n-1} \vdash_a B_{n-1}\} \vdash_P \{A_n \vdash_a B_n\}}{A_1 \Rightarrow B_1, \dots, A_{n-1} \Rightarrow B_{n-1} \vdash_P A_n \Rightarrow B_n}$$

### Remarques

- Pour le séquent principal, la relation de déduction ' $\Gamma \vdash_P \Delta$ ' est une relation intuitionniste ou classique selon la composition de  $\Gamma$  et  $\Delta$ . Quand les deux contiennent des formules de Lcond, alors " $\vdash_P$ " est classique; quand les deux contiennent des séquents auxiliaires, " $\vdash_P$ " contient un seul élément. Les règles du système ne permettent pas d'autres combinaisons dans la composition de  $\Gamma$  et  $\Delta$ .

- Il n'y a pas de règles pour les conséquents des séquents auxiliaires. En effet, tout connecteur doit y être introduit avant le préfixage. Après l'application de cette règle il y aura seulement des modifications dans l'antécédent.

Système de séquents pour la logique CO§

Nous rappelons que la logique CO§ peut être définie comme la logique CK, plus les axiomes :

ID :  $A \Rightarrow A$

CSO :  $(A \Rightarrow B \wedge B \Rightarrow A) \rightarrow ((A \Rightarrow C) \leftrightarrow (B \Rightarrow C))$

Le système de séquents pour cette logique est défini de la manière suivante :

1) pour les séquents ne contenant pas de séquents auxiliaires nous avons les mêmes règles que pour la logique CK.

2) pour les autres nous avons les règles d'affaiblissement, de coupure, de préfixage définies pour CK, plus les règles suivantes :

- Augmentation locale

$$\frac{X \vdash_a B}{X, Y \vdash_a B} \quad \text{ssi } X \vdash_a y_i \in \Gamma \text{ pour tout } y_i \sqsubseteq Y$$

Où  $\Gamma$  est l'antécédent du séquent principal dans lequel apparaît la prémisse de la règle.

- Réduction locale

$$\frac{\Gamma, \{X, Y \vdash_a B\} \vdash_p \Lambda}{\Gamma, \{X \vdash_a B\} \vdash_p \Lambda} \quad \text{ssi } X \vdash_a y_i \in \Gamma \text{ pour tout } y_i \in Y$$

#### 4.6. À propos des logiques à plusieurs valeurs

L'analyse déductive de ces systèmes demeure, pour nous, à l'état d'ébauche conjecturale. A notre décharge nous pouvons mentionner le fait que ces systèmes ont été définis (dès le départ) et étudiés dans un cadre sémantique (à de rares exceptions près). Habituellement on considère que ces systèmes dérivent de la logique classique en premier lieu par l'introduction de nouvelles valeurs de vérité (intermédiaires ?) entre vrai et faux. Les premiers travaux sur les logiques à plusieurs valeurs remontent à Lukasiewicz<sup>290</sup> pour des raisons éminemment philosophiques :

J'ai déclaré une guerre spirituelle contre toute coercition qui restreint l'activité créative de l'homme. Il y a deux types de coercition. L'un est *physique* [...] et l'autre [...] est *logique*.<sup>291</sup>

Mais l'essor récent de ces systèmes est lié, entre autres :

a) à la tentative de formalisation du principe d'indétermination de la mécanique quantique<sup>292</sup>

<sup>290</sup> "On determinism" dans [Lukasiewicz].

<sup>291</sup> Ibidem, page 84, cité dans l'article de Urquhart dans [Gabbay Guenther].

<sup>292</sup> Voir à ce propos le chapitre 8 de [Haack DL].

b) aux applications les plus récentes de la logique à l'intelligence artificielle, notamment pour les systèmes logiques du raisonnement flou.

A propos de ces systèmes, nous nous limiterons, ici, à formuler une conjecture, qui reste à vérifier, pour que l'organisation de notre classification sur la base des principes de variation logique puisse être confirmée. La conjecture est la suivante : dans la mesure où les logiques à plusieurs valeurs sont effectivement des logiques (et non des théories déguisées en logiques) elles doivent être susceptibles d'une analyse déductive telle que :

- i) leurs constantes logiques soient analysables en termes structurels (au sens donné dans la section 3)
- ii) leurs règles de données soient des règles contextuelles extra-déductives (au sens donné dans la section 2.1.2.2).

L'analyse de Avron<sup>293</sup> des logiques à trois valeurs de Bochvar et Lukasiewicz paraît conciliable avec cette interprétation. Il reste, toutefois, beaucoup à faire pour transformer cette conjecture en preuve<sup>294</sup>.

---

<sup>293</sup> [Avron]

<sup>294</sup> En particulier certaines des logiques à trois valeurs n'ayant pas de principe d'identité semblent requérir des règles de raisonnement contextuelles. Prenons par exemple le cas du système de Kleene [Kleene IM] dans lequel  $p \rightarrow p$  n'est pas un théorème. Si l'on veut garder inchangée la règle de définition du conditionnel (comme notre caractérisation structurelle le demande) il faudra évidemment rendre contextuelle la règle d'identité  $p \vdash p$  au sens que ce séquent sera un axiome si et seulement si la valuation de  $p$  est égal à 1.

# Chapitre 3. Catégories ontologiques, catégories logiques et formes de la prédication

La possibilité de distinguer le pluralisme de l'instrumentalisme repose, comme nous l'avons dit, sur la possibilité de déterminer de manière effective la pluralité des ontologies enchevêtrées dans le langage; c'est à cette condition que la logique peut être conçue comme l'inventaire des catégories logiques sous lesquelles la notion d'objet peut être appréhendée ou pensée.

Quelle que soit l'origine des catégories, qu'on les considère comme catégories de pensée ou comme catégories du monde, leur présence peut être décelée objectivement dans la langue. C'est donc dans la langue qu'on doit en rechercher l'expression. L'analyse qui suit n'aura par conséquent aucune valeur aux yeux de ceux qui estiment que les catégories transcendent toute forme possible d'expression.

## 1. Les formes fondamentales de la prédication

Comment obtenir une énumération exhaustive et raisonnée de ces catégories ?

L'analyse que nous présentons ici est inspirée des travaux de Jules Vuillemin sur la classification des systèmes philosophiques. Elle fait dépendre la classification des ontologies de la classification des formes fondamentales de la prédication. Le problème affronté par Vuillemin est de fonder la méthode structurale en histoire de la philosophie. Cette entreprise équivaut à classer, à l'aide de traits distinctifs, les systèmes philosophiques historiquement attestés. Le principe de la classification repose sur un inventaire exhaustif et *a priori* des types d'être concevables. Chaque type d'être correspond à ce qui, dans chaque système philosophique, est irréductible et, toute conséquence développée, dans chaque système, se laissant réduire à des propositions portant sur ces types d'être.

Cette méthode structurale est également une méthode critique puisqu'elle désavoue, par implication, les doctrines philosophiques éclectiques qui, précisément parce qu'elles ne se plient pas à la règle de la réduction à l'unicité de l'être, ne sont pas des systèmes. Ces doctrines, qui sont "légions" comme le souligne Vuillemin, convoquent en effet, au fur et à mesure des difficultés qu'elles rencontrent, différents types d'être pour les besoins de leurs causes. Elles échappent donc à tout examen classificatoire et elles violent la règle du jeu philosophique qui consiste à développer toutes, et rien que, les conséquences d'un axiome ontologique posé à leur principe.



Ce sont uniquement les attendus sur lesquels Vuillemin procède à l'inventaire exhaustif et *a priori* des types d'être qui nous retiennent ici. En d'autres termes la légitimité de la correspondance construite par Vuillemin entre type d'être et système philosophique n'est pas examinée ici et cette question est indépendante la question traitée ici. Si, dans l'exposé de la classification de Vuillemin des formes fondamentales de la prédication donné ci-après, nous reproduisons quelques remarques sur l'association entre forme fondamentale et système philosophique ce n'est que pour livrer au lecteur des repères qui pourraient éventuellement lui permettre de mieux s'orienter. On comprendra mieux pourquoi ces attendus nous contraignent si nous les comparons au point de vue de Quine.

Pour Quine les énoncés élémentaires (ceux que la logique enrégimente sous la catégorie des énoncés atomiques) constituent une catégorie unique soumise au seul régime de l'assentiment et du dissentiment. Il n'y a donc pas lieu de discerner une sous-catégorisation de la classe des énoncés élémentaires. Toutefois d'une part nous avons exprimé des doutes, que nous croyons fondés, sur l'attitude de Quine consistant à repousser la vérité en dehors de tout "péché" ontologique et à considérer la reconnaissance de la vérité des énoncés occasionnels, c'est-à-dire le début de la science et de l'apprentissage, comme hors de toute contamination ontologique. Nous avons en ce sens critiqué la notion d'assentiment/dissentiment, et donc la notion de vérité d'un énoncé holophrastiquement considéré, qui est à la base de la construction absolutiste de Quine. Nous avons aussi vu comment cette conception quinienne est au service d'une "mise en ordre" ontologique qui ne nous semble pas dictée exclusivement par la nature de la méthode scientifique.

Les formes linguistiques élémentaires susceptibles d'assentiment ou de dissentiment sont multiples, bien que déterminées, et cette pluralité est établie par un examen *préliminaire à la philosophie qui ne s'appuie que sur les ressources du langage humain considéré pour ce qu'il est*, à savoir un instrument de communication<sup>295</sup>. Ne pas

---

<sup>295</sup> Le langage naturel est un instrument de communication qui permet à ses usagers de communiquer leurs perceptions. Lorsqu'on dit que l'inventaire des formes fondamentales est préliminaire à la philosophie on entend que cet inventaire :

(i) dépend de la nature du langage, et s'appuie donc sur les analyses que les linguistes ont proposé de ces formes fondamentales (rappelons que c'est le cas de la classification de Vuillemin, puisque celle-ci s'appuie, en la prolongeant, sur celle de E. Benveniste)

(ii) dépend d'une théorie de la perception;

Ces deux caractéristiques s'opposent à la conception de Quine puisque, pour ce dernier, la notion d'énoncé n'admet pas de sous-catégorisation et que la théorie de la connaissance ne saurait reposer sur des capacités pré-verbales.

Les méprises, si fréquentes, sur la nature des formes fondamentales imposent de faire ici deux précisions. La première porte sur les descriptions définies, la seconde sur le débat de priorité entre propriétés et relations.

L'analyse de Vuillemin, on va le voir, fait porter les distinctions ontologiques sur la nature des singuliers *a* figurant dans les formes prédicatives *P(a)*. En procédant ainsi on refuse de voir dans les descriptions définies un simple procédé technique. C'est, en effet, grâce à l'emploi de ce procédé que la plupart des logiciens s'estiment être dispensés des controverses philosophiques, et c'est sans doute là une des sources

le suivre sur ce point reviendrait à considérer que l'inventaire des formes élémentaires est lacunaire ou excédentaire. N'ayant vu, pour notre part, ni lacune ni excès dans cette analyse, nous la prenons à notre compte par provision en attendant qu'on nous montre par où elle pêche.

Comme nous l'avons dit plus haut, nous n'avons pas à entrer ici dans les questions concernant les mérites ou les limites de la méthode structurale en histoire de la philosophie. Cependant on ne peut exclure d'emblée que les remarques que nous allons développer sur les rapports du pluralisme ontologique et du pluralisme logique aient une incidence sur la méthode structurale elle-même. En effet, comme nous allons le voir, Vuillemin tente d'enrégimenter la multiplicité des acceptions du mot "vrai" dans le langage unique de la logique classique. Il exclut donc, par implication, que la thèse de l'unicité de la logique (classique) soit passible d'un examen préalable comme l'est celle de l'unicité du mot "vrai". Or, comme nous l'avons vu, de cet examen préalable découle que les lois de formation des énoncés complexes, c'est-à-dire la signification des mots logiques, varient selon la nature des énoncés élémentaires auxquels ils s'appliquent. De sorte que la méthode structurale telle que l'envisage Vuillemin serait affectée d'un principe composite unissant de manière acritique la logique classique à ce qui ne peut tomber sous son règne.

Qu'est qu'une forme fondamentale de la prédication ?

Le langage est l'outil de communication universel propre à notre espèce. Le propre de la communication humaine est de se réaliser à travers l'accord sur les conditions de

---

majeures de l'instrumentalisme contemporain. C'est également en accordant aux descriptions définies toute sa confiance que la philosophie analytique imagine s'être débarrassée de la notion de substance. Il est donc capital de reconnaître qu'entre la classification linguistique et le procédé des descriptions définies il y a cette différence que la première est philosophiquement neutre et que le second ne l'est pas. Cette neutralité peut être entendue en un sens relatif ou en un sens absolu. Sens relatif: les linguistes s'accordent sur l'existence, dans le langage de formes multiples de prédication, les philosophes ne sont toujours pas parvenus à s'entendre sur ce qui doit être reconnu comme un terme singulier authentique. Sens absolu: comme l'a montré Gödel [CW II] pages 121-23, le statut des descriptions définies chez Russell est une expression, parmi d'autres, de son réalisme; chez Quine les descriptions définies sont aux services de la construction d'une ontologie scientifique "faite des atomes démocritéens et des classes platoniciennes". (Vuillemin WASP, p.44). Chez les linguistes la description des formes fondamentales de la prédication est au service de la connaissance du fonctionnement du langage.

En se limitant à l'examen de la prédication monadique, la classification des formes fondamentales n'aurait-elle pas préjugé, au profit de la théorie des propriétés et aux dépens de la théorie des relations, de la difficile question des relations externes? (Pour un exposé de cette question Cf. J.Vuillemin *La philosophie de l'algèbre*, PUF,1962,pages.547-8 ou *Leçons sur la première philosophie de Russell*, A.Colin,1968, pages.100-102). L'analyse des formes fondamentales consiste 1) à inventorier les moyens de référer que le code de la langue met à notre disposition et 2) à établir les distinctions, dans les choses perçues par les interlocuteurs, autorisées par les ressources de la langue. Elle ignore donc légitimement la question, relevant de la théorie de la connaissance, de savoir si l'ontologie doit être construite à partir de relations ou de propriétés. Ajoutons que, dans le cas du langage naturel, la référence étant l'affaire exclusive du sujet (ou de l'argument ou du terme singulier, les distinctions de nomenclature ayant peu d'importance à ce stade de l'analyse), considérer les prédicats polyadiques, comme par exemple le verbe transitif *boit* dans *Socrate boit la ciguë*, ne ferait qu'embrouiller l'analyse combinatoire puisqu'il faudrait classer les formes prédictives à partir de n-uples, ici le couple (Socrate, ciguë), et partir du composé pour arriver à l'élémentaire.

vérité des unités minimales grâce auxquelles nous faisons des constats sur le monde : les énoncés élémentaires. Comment alors déterminer ces énoncés élémentaires et leurs conditions de vérité? Quel est le rapport entre ces conditions et l'enchevêtrement ontologique propre au langage naturel?

Les analyses de Vuillemin permettent de répondre simultanément à ces deux questions. Elle dépendent de six postulats fondamentaux. Nous en donnerons l'exposé car, les reprenant ensuite à notre compte, nous verrons que ces postulats jouent un rôle crucial dans notre défense du pluralisme.

1) Une fois éliminées toutes les marques syncatégorématiques (les mots logiques tels que les connecteurs d'énoncés, les quantificateurs, les opérateurs modaux et les expressions d'attitude propositionnelle), nous restons avec des énoncés déclaratifs élémentaires susceptibles d'être vrais ou faux.

2) Ces énoncés sont analysables en termes d'arguments et de prédicats; le prédicat n'est rien d'autre qu'un universel classificatoire. L'argument ou terme singulier, quelle que soit la manière par laquelle il est exprimé, désigne l'individu qui est subsumé par l'universel classificatoire. Donc les énoncés élémentaires expriment tous une prédication : la subsumption d'un (ou de n) argument(s) à un prédicat à une (ou n) place(s).

3) Un énoncé porte sur ses termes singuliers et a une valeur de vérité lorsque ceux-ci réfèrent (ce qui exclut que les termes singuliers puissent être introduits par des descriptions définies).

4) La référence dépend des termes singuliers. Parmi les signes, ce sont ceux des termes singuliers qui portent le poids de la référence. L'ontologie est le travail de l'argument ; exprimant un universel classificatoire, le verbe (plus généralement le prédicat) est dépourvu de contenu référentiel.

5) Les sujets de la prédication, les termes singuliers des énoncés élémentaires peuvent avoir des formes linguistiques différentes. Contrairement à tout procédé d'embrigadement leur analyse doit être philosophiquement neutre et correspondre strictement à la phénoménologie du langage. À la différence de la philosophie, le langage est éclectique. Une classification exhaustive, et donc philosophique, des ontologies, est possible à condition de ramener l'éclectisme du langage à une pluralité déterminée et organisée par un principe déductif, sans toutefois la lier à des préférences philosophiques et logiques.

6) On recense les formes fondamentales de la prédication en examinant les procédés par lesquels la référence des termes singuliers est déterminée dans la communication.

## 1.1. La déduction des formes fondamentales

Étant donné ces postulats, la thèse fondamentale, qui rend possible la déduction des catégories ontologiques, est la suivante:

Les conditions de possibilité de construction de la chaîne symbolique (représentant les énoncés élémentaires) sont identiques aux conditions de possibilité d'identification des termes singuliers. Il y aura donc autant de catégories d'individus que de types de chaînes symboliques élémentaires. Les modes de recognition de la valeur de vérité d'un énoncé peuvent être déterminés en énumérant exhaustivement les éléments qui peuvent constituer les chaînes élémentaires et en considérant ensuite comment chacun d'entre eux permet de déterminer un terme singulier. Pour Vuillemin :

Un énoncé singulier élémentaire est exprimé par une chaîne symbolique faite à partir de quatre éléments. Il y a le terme singulier qui joue le rôle d'un individu -quel qu'il puisse être- et le prédicat (à un argument), jouant le rôle d'un universel, qui appartient au lexique ordinaire du système linguistique et que la syntaxe a rendu apte à recevoir le terme singulier approprié. De plus deux fonctions doivent être exprimées. La première dépend de la syntaxe et fournit l'unité requise par les deux éléments précédents: la suite constituée du prédicat et du terme singulier forme un syntagme assertable qui exprime un état de choses possible. La seconde relève de la sémantique : l'énoncé résulte de l'assertion du syntagme en question et signifie que l'état de choses en question a lieu. Enfin, au delà des quatre éléments que nous venons d'énumérer et qui appartiennent au signifié, la chaîne symbolique en elle même constitue un élément ultérieur appartenant au signifiant.<sup>296</sup>

Les termes singuliers peuvent donc être déterminés par: 1) les termes généraux, 2) les termes singuliers, 3) la chaîne matérielle de l'énoncé, 4) l'unité syntaxique de la chaîne, 5) l'unité sémantique de la chaîne.

Cinq catégories linguistiques rendent l'expression de ces déterminations possibles. Ce sont : 1) les mots du lexiques, 2) les noms propres, 3) les déictiques, 4) les constructions impératives, 5) les expressions d'attitudes propositionnelles.

Ces déterminations se résolvent en cinq formes fondamentales de la prédication qui sont : 1) la prédication nominale, 2) la prédication substantielle/accidentelle, 3) la prédication circonstancielle, 4) les jugements de méthode, 5) les jugements d'apparence.

Des cinq formes fondamentales de la prédication, Vuillemin définit six systèmes philosophiques, chacun choisissant à partir des formes fondamentales un principe philosophique organisateur.

---

<sup>296</sup> [Vuillemin WAPS], page 46.

## 1.2. Ontologies, prédications, systèmes philosophiques

Voyons brièvement en quel sens la nature des termes singuliers est déterminée en fonction de ces cinq formes linguistiques et comment, de ces cinq formes, les six systèmes philosophiques sont définis.

### 1.2.1. Premier cas: le terme singulier est un universel

Les mots ordinaires du code, ceux qui constituent proprement le lexique d'une langue, désignent des universels:

Que deux de ces mots figurent dans les positions respectives de fonction et d'argument et, par conséquent, désignent dans la prédication, l'universel et l'individu, cela dépend du fait que certains universels sont instanciés par d'autres universels. Asserter leur subsomption, c'est exploiter au maximum les éléments universels constitutifs du langage. Une telle prédication, pure, ne saurait individuer quoi que ce soit dans le monde réel. Comment désignerait-elle un objet individuel ? Elle classe les universels, c'est à dire les entités qui correspondent aux constituants du lexique.<sup>297</sup>

Il doit donc y avoir un mécanisme syntaxique propre à chaque langue capable de faire occuper à un universel tantôt une position de prédicat tantôt une position d'argument. L'universel en tant qu'argument instancie l'universel en tant que prédicat; comme par exemple, dans "Le chien est un animal". Dans une phrase latine comme: *Humilitas virtus*, où l'absence de verbe enlève toute connotation existentielle et variable (au sens du mode, de l'aspect, du temps du verbe) excédant la simple assertion nominale, le rôle purement classificatoire des universels apparaît encore plus clairement.

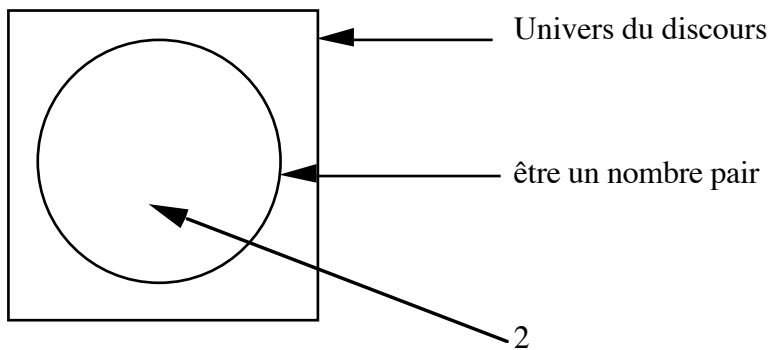
Le réalisme philosophique privilégie la prédication pure et y considère les autres assertions comme des assertions de participation. Du point de vue linguistique, la reconnaissance de la référence, et donc de la valeur de vérité des énoncés nominaux, exploite la simple connaissance du code. Mais, qu'implique une telle connaissance du point de vue conceptuel ? Vuillemin l'illustre à l'aide d'un diagramme de Venn :

Euler représentait à l'usage d'une princesse allemande la prédication et, parlant en mathématicien, représentait cette prédication là par la figure composée d'un cercle et d'un point. Le cercle est le signe de l'universel, le point du particulier. Le point intérieur au cercle c'est l'affirmation; extérieur c'est la négation. Quelque chose reste cependant indéterminé dans une telle image de la prédication. Car que désigne l'extérieur du cercle ? 3 n'est pas un nombre pair. Mais Socrate peut-il être subsumé dans l'extérieur du cercle qui représente l'universel " être un nombre pair " ? Pour mettre fin à cette indétermination, on convient de clôturer l'univers du discours, c'est-à-dire de déterminer la négation de l'universel en traçant le cercle d'Euler dans un carré de Venn.<sup>298</sup>

---

<sup>297</sup> [Vuillemin FFP], page 13

<sup>298</sup> [Vuillemin FFP], page 13



**Schéma de la prédication pure**

La clôture de l'univers du discours implique donc la donnée, implicite dans le code, des objets susceptibles de tomber sous le concept en question. La phrase nominale véhicule un message purement conceptuel : maîtriser le lexique est la seule condition requise pour accéder aux conditions de vérité d'une phrase nominale. Tout ce qui n'est pas désigné par un élément du lexique, tout ce qui n'est pas un universel classificatoire appartenant au code sera exclu de l'univers du discours dans lequel on opère la subsomption de l'universel-argument à l'universel-prédictat.

### **1.2.2. Deuxième cas: le terme singulier est un individu**

Cela veut dire qu'il y a non pas dans le lexique, mais dans les conventions locales à une communauté utilisant le code, des expressions sans signification, des noms propres, dont le rôle exclusif est celui de désigner (rigidement) un individu.

La prédication est dans ce cas une réalisation, dans le temps et dans l'espace, de l'universel classificatoire par l'individu désigné par le nom propre. Quand la réalisation est telle que l'individu est complètement identifiable et réidentifiable dans l'espace temps grâce à l'universel, la prédication sera dite substantielle. Quand le terme universel ne suffit pas à l'identification du terme singulier, la prédication est dite accidentelle.

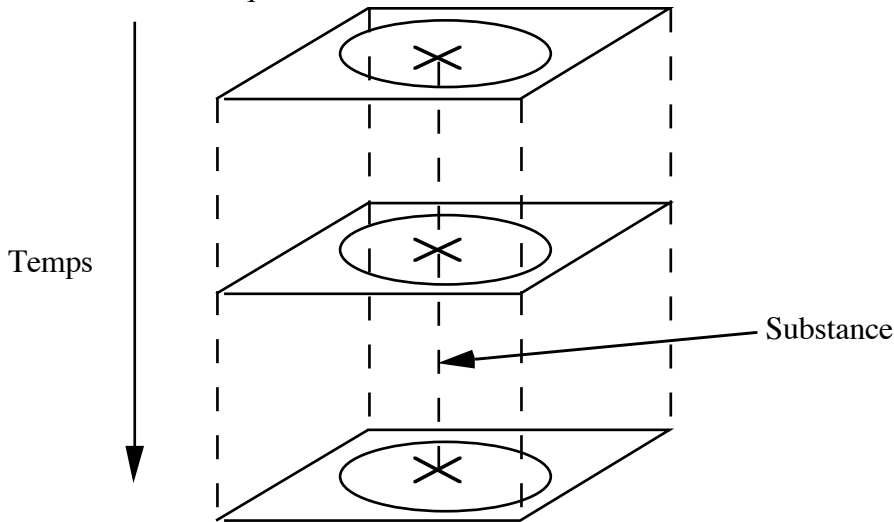
En ce qui concerne l'expression linguistique de la prédication substantielle :

Comme dans le cas des phrases nominales, ce nouveau type de prédication exprimera une propriété définissante dont l'instantiation n'admet pas de degré. Cependant puisque le prédicat doit maintenant être réalisé par ses instantiations, la fonction purement classificatoire du prédicat nominal doit être modifiée de sorte à pouvoir exprimer la fonction requise par le "verbe substantif" *est*. Il s'agit là de la détermination verbale minimum capable de projeter l'instantiation dans la réalité spatio-temporelle.<sup>299</sup>

"Socrate est un homme" est donc la phrase pouvant exemplifier la prédication substantielle. Socrate, étant une réalisation de l'humanité est sujet aux vicissitudes de la contingence. Toutefois les changements auxquels cette réalisation de l'humanité par

<sup>299</sup> [Vuillemin WAPS], page 56.

Socrate peut être sujette, n'empêche pas que ce que Socrate *est* puisse être défini grâce à sa classification en tant qu'humain.

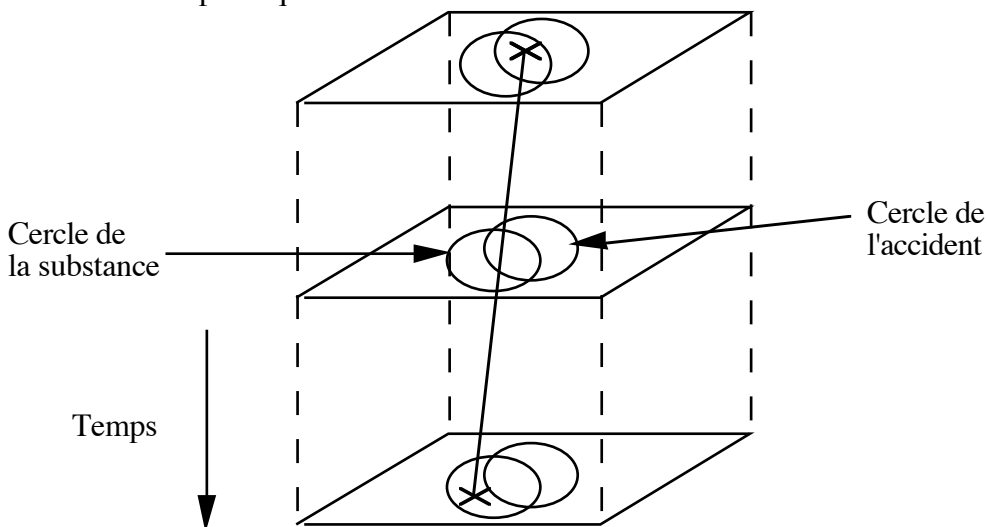


**Schéma de la prédication substantielle**

Lorsque la réalisation de l'universel par l'individu est de type accidentelle :

[...] elle a affaire à l'existence de la substance qui n'est plus caractérisée uniquement par ses qualités définissantes mais également par les états, les actions et les conditions contingentes et temporaires qu'elle produit ou qu'elle subit. De telles identifications ne permettent ni pré-identification ni réidentification de la substance.<sup>300</sup>

'Socrate a bu' ou 'Socrate est blanc' sont des exemples de prédication accidentelle. Toutes les variations du verbe (temps, personne, aspect ...) sont ici appropriées pour exprimer la manière par laquelle l'accident est réalisé dans la substance.



**Schéma de la prédication accidentelle**

<sup>300</sup> Ibidem page 58.

Les conditions requises pour l'accès aux conditions de vérité de la prédication substantielle/accidentelle sont donc celles-ci : maîtrise du code, maîtrise des conditions d'usage des noms propres, capacité de projeter dans l'espace temps l'universel en accord avec le verbe, de manière à vérifier si l'individu réalise ou non l'universel dans la portion de l'espace-temps appropriée et selon la modalité appropriée.

Le conceptualisme et le nominalisme des choses prennent, comme principe organisateur, le couple prédication substantielle/accidentelle .

Le conceptualisme ne renonce pas à la thèse platonicienne de la réalité des idées mais à celle de leur transcendance. Les idées sont immanentes aux choses qui les réalisent. Le conceptualisme se baserait selon Vuillemin sur le couple prédication substantielle composite/ prédication accidentelle simple. Pour comprendre cette opposition il faut se référer aux ressources nécessaires pour fixer les conditions de vérité des énoncés contenant des noms propres.

Comment le locuteur A s'y prend pour fixer les conditions de vérité de l'énoncé : "Socrate est un homme" ? Socrate, à la différence de 2 et de l'humilité, prend place, parmi les substance dans le monde extérieur. En particulier cette substance dure, en conséquence de quoi nous devons pouvoir non seulement l'identifier, mais la réidentifier dans l'espace et le temps, opération dépourvue de sens dans la phrase nominale. L'addition du verbe substantif entraîne donc un schème nouveau de la prédication. Le locuteur A insère le cercle représentatif de l'universel homme et le point intérieur représentatif de Socrate dans un univers du discours constitué par le prisme virtuel dont l'univers plat du discours représentatif de la phrase nominale est la section actuelle. Ce prisme figure l'extension de l'univers du discours au temps passé et à venir.<sup>301</sup>

Deux cas seulement épuisent le schème. Si dans toutes les coupes pratiquées dans la prisme le point reste à l'intérieur du cercle on a affaire à la prédication substantielle. Si le point sort du cercle la prédication sera accidentelle. Si d'autre part la substance est incorruptible et dépourvue de composition, la prédication substantielle est simple (exemple "x est un atome", ou "Jupiter est une étoile"). Si la substance est corruptible et composite, alors la prédication substantielle est composite. Dans ce dernier cas, ce n'est qu'en fixant, relativement au laps de son existence, les propriétés définissant la substance que la prédication peut avoir lieu. L'identification est alors irréductiblement sujette à des *modalités*, irréductible à des procédures linguistiques. Ce n'est pas le nom qui peut permettre de distinguer une substance composite d'une substance simple. Seul le peut la connaissance de la nature de l'objet et des propriétés censées le définir. De manière analogue à la prédication substantielle, la prédication accidentelle se dédouble en simple et composite :

Comme la prédication substantielle la prédication accidentelle se scinde, non sans renverser les rôles de l'élémentaire et du composite. C'est par agrégation ou composition, en effet, que les substances élémentaires deviennent les instances

---

<sup>301</sup> [Vuillemin FFP], page 15.



d'accidents universels. En revanche, la prédication accidentelle qui convient aux substances composites est élémentaire. Ces dispositions s'expliquent étant donné que l'instantiation de l'accident s'oppose à l'instantiation de l'essence par son caractère transitoire et temporel. L'assertion 'Jupiter est occulté par la lune' a une vérité datée et cette date est complètement étrangère à l'existence présumée sempiternelle de Jupiter comme étoile. L'accident dans ce cas requiert une composition ou agrégation externe. La vie de Socrate, au contraire, fixe les limites du temps pendant lequel il est une instance d'homme. Mais comme cette durée qui lui est impartie n'affecte pas l'espèce humaine elle-même, il faut qu'elle relève de l'accident.<sup>302</sup>

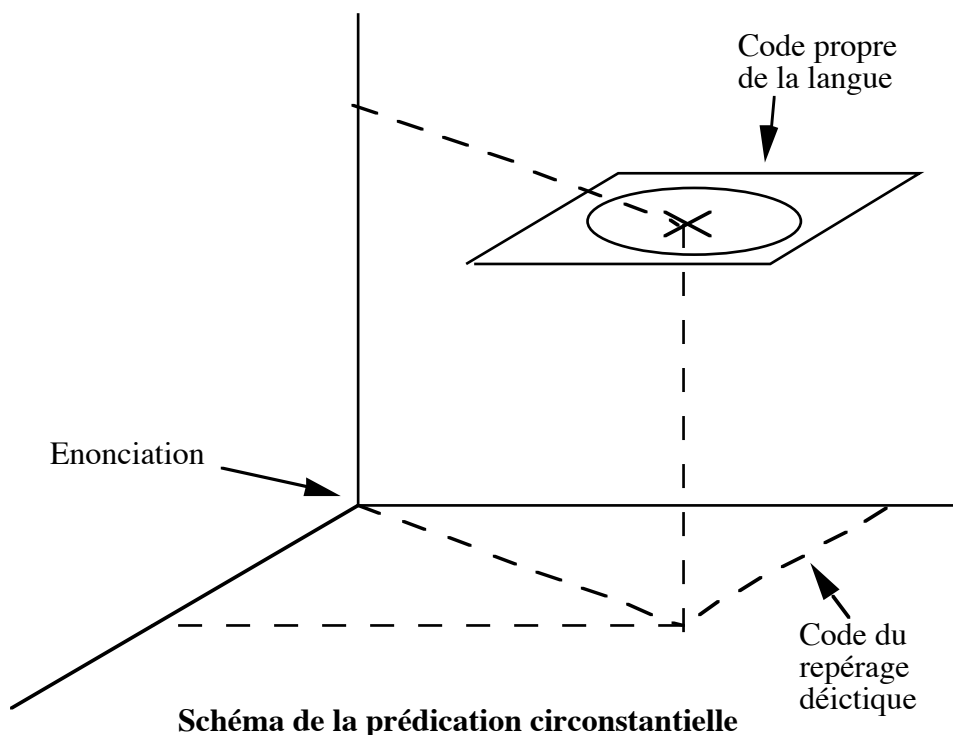
Cette opposition étant établie, seuls les individus existent dans l'ontologie du nominalisme des choses, déterminé par le couple prédication substantielle élémentaire/accidentelle composite. Les individus rangés sous l'universel dans la prédication substantielle élémentaire constituent une classe d'équivalence, où chaque individu représente entièrement et sans modalité l'universel en question. Le nominalisme des choses est cohérent avec le finitisme car l'universel est réduit à une étiquette, et à un nom posé après la chose qui l'instancie. Dans le cas du nominalisme des choses la possibilité d'identification des individus ne dépend pas des circonstances spatio-temporelles. Puisque ces substances échappent à la corruption et à la désagrégation, des procédures déterminées peuvent les identifier et les réidentifier en toutes circonstances.

### **1.2.3 Troisième cas: le terme singulier est déterminé par la chaîne matérielle de l'énoncé**

L'universel représenté par la chaîne, elle-même prise comme indécomposable, est localisé impersonnellement par les circonstances de l'énonciation.

---

<sup>302</sup> [Vuillemin NC], page 279.



"Il pleut" "il a plu hier là-bas" sont des énoncés typiques de la prédication circonstancielle. Les circonstances de l'énonciation fixent les repères spatio-temporels auxquels les déictiques se réfèrent, mais ils les fixent de manière pragmatique et relative à l'échange linguistique. L'identification des événements énonciatifs, dans des repères de cette sorte, ne peut être que transitoire et contextuelle, comme le sera la valeur de vérité des énoncés circonstanciels :

La référence d'un déictique n'excède pas la durée du message, même lorsque la référence est une substance comme c'est le cas lorsque le déictique est juxtaposé à un concept universel ("cet homme"). La valeur de vérité de l'énoncé change donc avec les circonstances. *A fortiori* lorsque le déictique fonctionne comme un adverbe, il détermine sa référence, détermination qui n'excède pas la durée de l'énonciation, exactement comme le geste de montrer le fait en limitant son pouvoir référentiel au seul moment de son apparition. En contrepartie de sa brièveté, qui implique le caractère transitoire des valeurs de vérité de l'énoncé, un adverbe déictique jouit du privilège de déterminer directement et uniquement la référence de n'importe quel prédicat verbal, aussi brève et apparemment dissociée soit-elle [...] Aucun mécanisme conceptuel supplémentaire n'est requis: un instant et, éventuellement, un lieu sont explicitement et intuitivement fixés par le lieu et l'instant de l'énonciation.<sup>303</sup>

Le nominalisme des événements érige la prédication circonstancielle en principe philosophique. L'univers n'est plus constitué de substances, mais d'événements dont l'identification ne peut être que relative à l'acte de localisation de l'universel dans la communication.

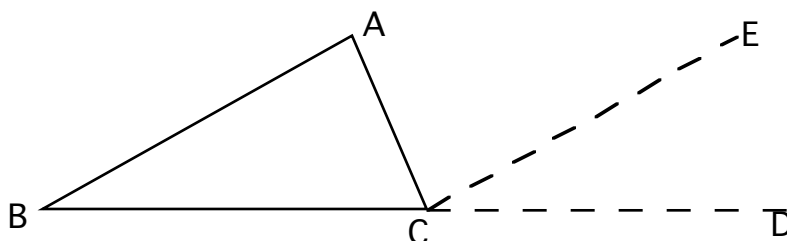
<sup>303</sup> [Vuillemin WAPS], page 72.

#### 1.2.4. Quatrième cas: le terme singulier est déterminé par l'unité syntaxique de l'énoncé

Lorsque l'unité de l'énoncé n'est pas accomplie dans la forme de la subsumption d'un objet, indépendant du sujet, à un universel, elle peut être toutefois conçue comme l'unité d'une procédure, d'une suite d'actions à accomplir selon un certain ordre.

La prédication se réduit dans ce cas à une instruction, une méthode, une procédure pour construire un particulier selon la règle que l'universel exprime. Les conditions de vérité d'une telle prédication méthodique seront tout simplement accessibles par une exécution de la procédure elle-même. Si la construction aboutit selon la règle exprimée par l'universel, l'énoncé l'exprimant est vrai. Si la construction ne réalise pas l'universel, l'énoncé est faux. Il est évident que la vérité de la négation de l'énoncé reviendra ici non pas à l'échec de la construction mais à l'assertion d'une procédure pouvant montrer l'impossibilité de la construction de départ.

Une figure quelconque, on le voit, c'est une règle de construction, une instruction pour produire un individu conforme à l'universel.



Soit, dit le géomètre, un triangle ABC. Prolongeons le segment de droite BC en CD. En C, traçons la parallèle CE à AB. Cette construction faite ou imaginée, on voit immédiatement, grâce aux égalités par constructions des angles convenablement choisis, que la somme des angles du triangle ABC individuel mais quelconque est égale à deux droits. Observez le rôle des impératifs dans la démonstration. Le géomètre demande qu'on prolonge, qu'on trace des droites, qu'on compare des angles. Ce sont, du moins en géométrie élémentaire ces actions qui permettent d'honorer ce billet ou ce chèque qu'est en lui-même un théorème. De tels impératifs ne sont pas des performatifs; ils ne créent pas les choses par les mots. Mais ce ne sont pas non plus des impératifs ordinaires, qui sont efficaces ou non, mais qui ne sont pas vrais ou faux. Un impératif de construction, l'instruction qui donne par conséquent son sens au théorème, est vrai ou faux, en ce sens qu'il se révèle possible ou non. Les actions de construction sont précisément requises pour démontrer du concept de l'objet qu'il est possible.<sup>304</sup>

L'accord entre les locuteurs sur des tels énoncés, a donc nécessairement quelque chose de subjectif :

---

<sup>304</sup> [Vuillemin FFP], page 24.

...en ce que ni le code de la langue, ni les procédés de la prédication verbale objective ne sauraient fonder cet accord. L'assertion n'est en rien entamée. Seulement elle porte sur l'acte de synthèse qui est au principe de la subsumption.<sup>305</sup>

L'intuitionnisme est la philosophie qui élève en principe organisateur de la connaissance les jugements de méthode. La construction de l'objet en accord avec la méthode, s'impose à l'expérience subjective et en efface les variations pour fonder les entités intersubjectives.

### **1.2.5. Cinquième cas: le terme singulier est déterminé par l'unité sémantique de l'énoncé.**

L'assertion ne naît pas de la subsumption d'un terme singulier à un universel mais de celle d'un énoncé à une évaluation sémantique du sujet. L'universel est alors l'acte du sujet (une expression de croyance, de doute, de présomption...), le terme singulier l'état de choses désigné par l'énoncé. Ce qui se trouve asserté n'est pas l'état de choses mais la disposition du sujet par rapport à un état de choses. De plus l'attitude ne concerne pas l'état de choses comme déterminé indépendamment de l'acte du sujet et préalable à celui-ci. Par notre attitude nous constituons l'état de choses; nous le produisons en tant que sujet de l'expression de notre attitude.

Des énoncés comme "je crois que le temps va changer" ou "il me semble que cela est rouge" sont des exemples de prédications d'apparence.

L'accès aux conditions de vérité de tels énoncés, est, comme les vérités de la philosophie sceptique qui s'en inspire, d'une nature tout à fait différente de celles des autres formes de la prédication. La vérité de "je crois que le temps va changer" énoncée par le locuteur A, ne peut être évaluée par le locuteur B que si B distingue la croyance exprimée par A de l'état de choses déterminé par cette croyance. Mais la vérité d'un tel énoncé serait alors seulement relative à la description objective de l'état des croyances de A. Le contenu de la croyance de A n'était pas préalable à la croyance de A, il n'était pas indépendant de celui-ci. Lorsque l'énoncé "je crois qu'il va pleuvoir" fait l'objet de l'analyse de B, le contenu ne peut que s'objectiver et 'il va pleuvoir' devient l'état de choses, l'événement par rapport auquel A exprime son attitude. C'est que la vérité dans le cas de la prédication d'apparence ne peut être qu'intersubjective à condition de changer de statut. Non plus un acte subjectif posant un état de choses, mais la considération de cet état de choses, comme objectif, bien qu'identifiable selon des manières contextuelles à des sujets pouvant avoir des attitudes à leur égard.

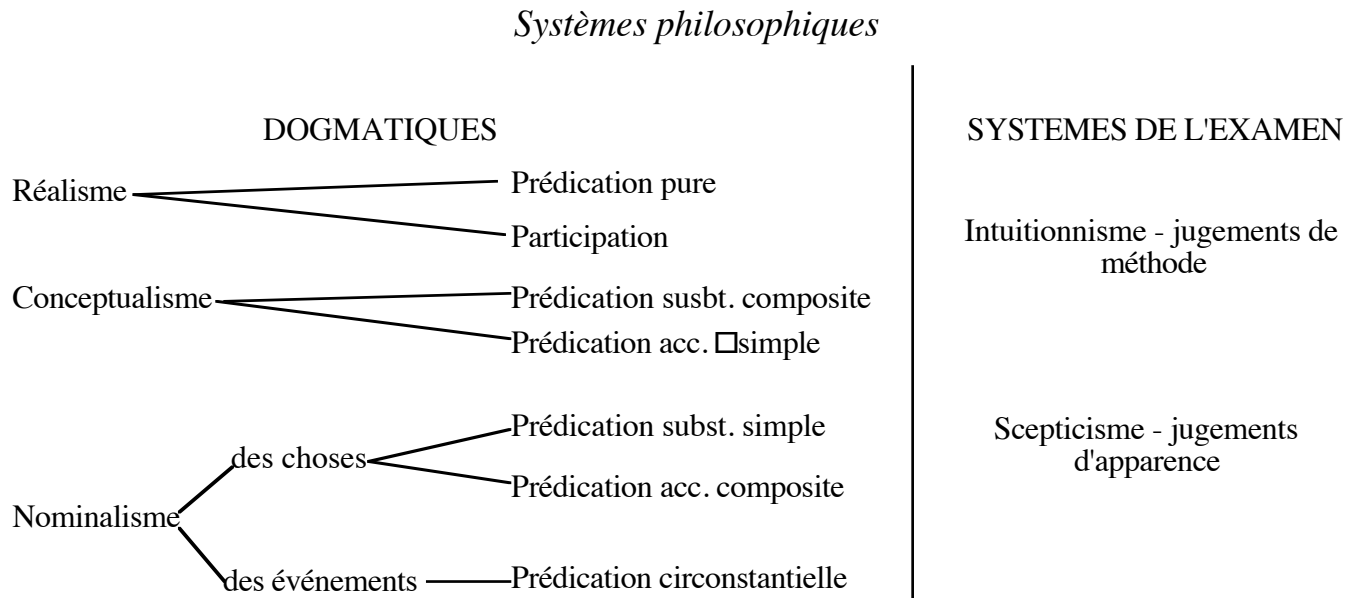
Le scepticisme est la philosophie des jugements d'apparence. Puisque l'universel se réduit au jeu subjectif de nos représentations, l'habitude de nos associations tient lieu

---

<sup>305</sup> [Vuillemin FFP], page 26.

de vérité. Il n'y a donc pas de nécessité logique, ni même naturelle, mais seulement des répétitions constatées dans l'expérience et des croyances fondées sur l'habitude.

### 1.2.6 Schéma récapitulatif



### 1.3. Formes logiques ou formes théoriques ?

Comment s'assurer que la logique, avec son langage limité, son indépendance par rapport aux circonstances de la communication, peut recouvrir la pluralité des formes de la prédication que nous venons d'évoquer ? Peut-on, aux cinq formes fondamentales associer cinq conceptions de la logique, ou cinq familles de logiques ? Pourrait-on distinguer la prédication circonstancielle du jugement d'apparence, lorsque l'apport du sujet dans la détermination des états des choses, ne peut être exprimée dans la logique de manière objective ?

Pour que ces questions trouvent une ébauche de réponse, pour que la thèse d'une correspondance entre la pluralité des formes logiques et la pluralité des formes de la prédication ait un sens plein, il faut vérifier s'il existe une méthode générale d'analyse des systèmes logiques vérifiant les trois conditions suivantes :

1) Neutralité: trouver un système de représentation (un métalangage) logiquement neutre, comme était philosophiquement neutre le langage phénoménologique dans lequel l'énumération des formes de la prédication a été accomplie

2) Expressivité: énumérer à partir de l'analyse combinatoire de ce langage les possibilités de variations des formes logiques

3) Complétude: vérifier que les possibilités de variation précédentes permettent d'établir la correspondance avec la variété des formes de la prédication.

Une fois ces trois conditions satisfaites, il sera possible de parler, d'une manière précise et non métaphorique, d'une pluralité des formes logiques correspondant à la pluralité des formes de la prédication.

Dans le chapitre précédent, nous avons montré en quel sens le calcul des séquents répondait aux deux premières conditions. Il nous reste à examiner si la troisième condition est satisfaite. Pour l'instant, une dernière objection à la possibilité du pluralisme logique doit être prise en examen en cette phase préliminaire de l'analyse.

Nous avons ramené la pluralité des formes logiques à la pluralités des formes de la prédication et donc des ontologies fondamentales enchevêtrées dans la langue. Cette affirmation s'appuie sur l'idée que la pluralité des ontologies renvoie elle même à la déclinaison du lien prédicatif selon les différentes formes de la prédication pure, de la réalisation substantielle et accidentelle, de la localisation circonstancielle, de la construction et de l'apparence. Quelle justification pouvons-nous donner à une telle stratégie ? Plus précisément, pourquoi, étant donnée la pluralité des formes de la prédication, devrait-on la traduire dans la pluralité des liens prédicatifs ? La déclinaison catégorielle, pourrait-on nous objecter, concerne les arguments et donc les entités pouvant jouer le rôle d'argument. Elle pourrait en ce sens être considérée comme une pluralité essentiellement théorique et non logique. Si changer de logique signifie changer de sujet, pourquoi ne devrions-nous pas tenir cette possibilité de changement comme essentiellement théorique, pourquoi la variété des ontologies du langage ne devrait-elle pas se traduire en une variété d'ontologies représentables, au sens d'axiomatisables, dans le langage canonique de la logique classique ? Le constructivisme, pourrait-on argumenter, est une attitude naturelle et admirable, « [m]ais on peut pratiquer un degré très considérable de constructivisme sans adopter la logique intuitionniste »<sup>306</sup>. De manière similaire, on pourrait considérer les notions de substance et d'événement comme épistémologiquement fondamentales et les exprimer axiomatiquement dans le langage de la logique classique.

L'objection suggère de prendre comme fondamentale la prédication propre à la logique classique (quel que puisse être son correspondant dans les formes fondamentales) et d'exprimer les autres formes fondamentales en définissant axiomatiquement les notions de substance, d'événement, de construction et d'attitude propositionnelle.

Cette manoeuvre est en effet possible et l'analyse de Vuillemin, dans *What are philosophical systems ?*, donne des indications en ce sens.

---

<sup>306</sup> [Quine PL], page 13. C'est nous qui soulignons.

Les prédications accidentelle et substantielle peuvent être enrégimentées dans le langage de la logique du premier ordre, en introduisant des prédicats portant sur des durée temporelles et des objets.

"Socrate est un homme" deviendrait alors

$$1) \exists x \exists t_1 \exists t_2 (L(|t_2 - t_1|) \rightarrow (\forall t (t_1 \leq t \leq t_2) \rightarrow (\text{est-un-homme-à}(x,t) \wedge \text{Socratize}(x))))$$

où  $L(y)$  exprime que  $y$  est une durée temporelle aussi longue que la durée maximale de la vie d'un homme.<sup>307</sup>

"Socrate boit" deviendrait :

$$2) \exists x \exists t (\text{Socratize}(x) \wedge \text{Boit-à}(x,t)).$$

La prédication circonstancielle serait à son tour exprimée dans un langage avec un prédicat portant sur des événement localisée dans le temps.

"Il pleut" pourrait alors être formalisé par :

$$3) \exists x \exists t (\text{est-une-instance-de-pluie-à}(x,t) \wedge \exists y (\text{est-une-énonciation-de-}A(y) \wedge \text{est-à}(y,t))$$

De façon encore plus exotique, les prédications de méthode et d'apparence pourraient être formulées respectivement par :

$$4) \exists x (\text{est-constructible-comme-une-instance-de-F-par-par-un-acte-du-cogito}(x))$$

$$5) \exists x (\text{est-une-instance-d'une-attitude-propositionnelle-par-le-cogito-qu'il-pleura}(x))$$

Toutes ces paraphrases réduisent la différence entre les formes de la prédication à la différence de nature des objets exprimée à l'intérieur de théories axiomatisables.

La possibilité de ces traductions est un fait.

La question est toutefois celle de leur fidélité. Permettent-elles réellement d'exprimer les distinctions révélées par l'analyse des formes fondamentales ?

D'abord la dualité entre propriétés substantielles et propriétés accidentelles d'une substance est réduite par la traduction à une question de durée. Ainsi, un accident qualifiant la substance tout au long de sa durée est impossible à distinguer d'une propriété substantielle le définissant.

On pourrait, comme Vuillemin le suggère, résoudre cette difficulté en substituant à 1) et 2) quelque chose comme

$$1') \exists x \exists t_1 \exists t_2 (L(|t_2 - t_1|) \rightarrow (\forall t (t_1 \leq t \leq t_2) \rightarrow (\text{est-un-homme-à}(x,t) \wedge \text{socratize-à}(x,t))))$$

$$2') \exists x \exists t_1 \exists t_2 (L(|t_2 - t_1|) \rightarrow (\forall t (t_1 \leq t \leq t_2) \rightarrow (\text{est-un-homme-à}(x,t) \wedge \exists y (\text{est-une-instance-de-course-de}(y,x) \wedge \text{est-à}(y,t))))$$

Mais il n'est pas sûr qu'en choisissant cette voie on ne trahisse pas à nouveau l'esprit de l'opposition entre substance et accident :

Un prédicat indexé par le temps peut être interprété par une relation assez transparente de contiguïté ou de cooccurrence entre le prédicat sans index et un temps. Et quand

<sup>307</sup> [Vuillemin WAPS], page 65.

nous disons que la blancheur est dans une substance ou que la course est d'une substance, nous excluons une telle relation simple. Nous voulons dire que la blancheur et la course ne peuvent pas être ou ne peuvent pas être pensés sans leur substance correspondante, là où, par contre, la substance peut en un sens être pensée et être dite sans ses accidents. Il est extrêmement douteux que cette distinction entre l'abstrait et le concret puisse être exprimée sans accorder aux modalités verbales leur plein usage.<sup>308</sup>

Ensuite la formalisation de la notion d'événement exige que chacun des individus-événements entrant dans la formalisation soit caractérisé comme étant l'événement "tel et tel". Or le propre de la prédication circonstancielle est de ne livrer qu'une identification contextuelle des événements qu'elle imagine, puisque cette identification est déterminée par les conditions d'énonciation.

Enfin, on remarque immédiatement que les trois premières formulations présupposent toutes une notion de durée et donc une formalisation de la notion de temps allant bien au-delà de ce que les notions de réalisation et de localisation, telles qu'elles sont exprimées dans le langage naturel, impliquent. On pourrait affirmer que cela est inévitable lorsque on restreint la richesse expressive du langage à celle de la logique, qui elle n'admet pas d'identifications lâches et de réalisations temporellement indéfinies.

Acceptons pour l'instant cette contre-objection et tournons nous vers la question des prédications subjectives : celles de méthode et d'apparence. Un tel raisonnement ne vaudra pas pour en accepter l'embrigadement dans le langage classique. Lorsque l'existential porte sur des objets indépendants de toute construction ou attitude subjective, il les suppose indépendants de toute subjectivité. Bien sûr, pourrait-on encore objecter, l'existential présuppose ce qui d'un point de vue constructif n'existe pas, mais toute la traduction de la prédication de méthode réside dans cette notion de construction par le sujet universel (le cogito) exprimée par un prédicat qui ne pourra être vrai que des objets le satisfaisant. La fidélité ou l'infidélité à la prédication de méthode est une question de degré, et il est possible de respecter la conception existentielle propre à la prédication de méthode à un degré satisfaisant par cette traduction.

Mais qui peut décider de la satisfaisabilité des degrés de traduction si l'ensemble des possibilités de traduction et le cadre dans lequel ces possibilités peuvent se déployer n'ont pas été explorés ? Comment décider si une traduction est satisfaite à un bon degré si la comparaison des degrés n'a pas eu lieu ?

Prenons l'exemple des motivations constructivistes. Quel est le degré maximum de réalisation du point de vue constructiviste ? Quine a soutenu<sup>309</sup>, en invoquant la position

---

<sup>308</sup> [Vuillemin WAPS], page 68.

<sup>309</sup> « La théorie constructive des ensembles de Hermann Weyl est presque aussi ancienne que l'intuitionnisme de Brouwer, et elle emploie une logique orthodoxe ; elle ne devient constructive que par ses axiomes pour l'existence des ensembles. Dans cette méthode, les scrupules constructivistes sont conciliés avec la commodité et la beauté de la logique classique. » [Quine PL], page 131.



de H. Weyl, que les exigences du constructivisme étaient conciliables avec l'emploi de la logique classique. Il en déduit que cette absence de changement de logique se traduit par une conservation de sujet : les constructivistes mettent dans la théorie des ensembles des axiomes que les non-constructivistes ne mettent pas. Il n'y a là qu'un débat se déroulant sous la juridiction unique de la théorie des ensembles. Cette interprétation s'accorde mal avec celle de Weyl pour qui :

Il y a dans l'édifice des mathématiques deux endroits découverts où l'on rencontre possiblement de l'insondable : la continuation dans la série des nombres naturels et le continu. Tout le reste, la transition des nombres naturels aux nombres négatifs et fractionnaires, et aussi l'introduction des grandeurs imaginaires et hypercomplexes, est une affaire formelle-logique, qui ne renferme plus ni difficultés ni énigmes; le parfum de mystique qui flotta longtemps autour des grandeurs imaginaires s'est complètement dissipé. La théorie des ensembles croit, même à ces deux endroits béants, avoir recouvert d'un solide pont de glace, la fleuve de l'infini, où l'esprit risque de sombrer.<sup>310</sup>

Il y a donc une opposition réelle avec la conception classique des mathématiques. Celle-ci commence dès l'interprétation de l'infini le plus simple, celle des mathématiques. Ignorer cela, revient à nier dogmatiquement qu'il soit possible d'avoir de bonnes raisons de ne pas réduire le conflit entre constructivisme et classicisme à une dispute théorique, et qu'il soit nécessaire d'en découdre jusqu'aux fondements logiques.

Que pouvons-nous alors conclure de notre brève analyse de cette objection?

Dans la traduction des formes fondamentales de la prédication dans ces formes logiques il y a sûrement toute une variété de choix, dont le degré de fidélité diffère.

Le moindre degré est celui du choix qui prescrit d'assumer dans la logique la moins intensionnellement impliquée de ces formes et de traduire les autres axiomatiquement dans ce langage.

Il n'y a que des raisons philosophiques qui pourrait amener à un tel choix, et nous les avons partiellement examinées dans la première partie de ce travail.

Il demeure que les raisons de ne pas se contenter d'un tel choix sont formellement justifiées par les propriétés ressortant d'une telle traduction. Il demeure aussi que la possibilité d'explorer systématiquement ces différentes formes de traduction est une tâche intéressante pour la logique, si l'on ne cantonne pas son rôle à celui d'un simple instrument.

---

<sup>310</sup> [Weyl], page 146.

## 2. Tentative d'une mise à l'épreuve du principe de variation logique

La grammaire logique, celle de la logique moderne, ne reconnaît qu'une manière de représenter la prédication : par la juxtaposition d'un prédicat à un terme du langage, éventuellement à l'aide de parenthèses. La richesse expressive des langues naturelles (avec leurs formes verbales, leurs déictiques, leurs impératifs, etc.) semble donc réduite à une forme canonique : "P(a)" pour un terme "a" et un prédicat "P". Cette forme invariable devrait néanmoins être susceptible de modes différents d'interprétation. Affirmant "P(a)", nous assertons que "a est un P", mais cet être devrait pouvoir être décliné selon des formes différentes, se traduisant par autant des procédures différentes d'accès aux conditions de vérité de l'énoncé. P(a) peut donc être lu dans les sens suivants :

1. (prédication pure) a tombe sous P (au sens où a appartient à P, aucune détermination spatio-temporelle relative à l'existence n'étant prise en compte dans la subsomption de a à P)

2. (prédication substantielle/accidentelle) a est une réalisation de P (caractérisé par P selon une modalité substantielle ou accidentelle) et, selon cas, composite ou élémentaire.

3. (prédication circonstancielle) a est une localisation de P, qui réalise P en tant qu'événement

4. (jugement de méthode) a est constructible en accord avec P (obtenu par la procédure que P indique)

5. (jugement d'apparence) a est jugé par un acte de réflexion comme étant un P (il apparaît comme P)

Ces sens différents de la prédication devraient induire des interprétations différentes des mots logiques (des connecteurs) s'appliquant aux énoncés élémentaires à travers la variation des structures déductives. La variation des modes de reconnaissance de la vérité est soumise à la variation des modes de reconnaissance des individus dans la prédication fondamentale. Cette variation devrait se traduire par une variation de l'une des deux composantes déterminant le sens des mots logiques (les connecteurs) : la variation des structures déductives. Notre hypothèse de travail, il faut le rappeler ici, était la suivante : les moyens d'identification des objets, déterminant les formes fondamentales de la prédication, trouvent leurs correspondants logiques dans les moyens d'identification des énoncés vrais à partir d'énoncés vrais, bref dans les moyens de déduction.

L'analyse de Vuillemin ne concerne que le langage et ses formes fondamentales. Une confrontation entre formes fondamentales de la prédication, obtenues à travers la

combinatoire des éléments constitutifs de la chaîne symbolique élémentaire (les énoncés atomiques sans symboles logiques) et les formes logiques fondamentales, obtenues à travers la combinatoire des éléments constitutifs du métalangage déductif, doit ici trouver sa place.

Une analogie guide la mise en correspondance : le contexte spatio-temporel d'identification des individus, du point de vue du code de la langue, correspond au contexte déductif des assertions ou des assertions sur des assertions, du point de vue du code logique.

Nous nous limitons à une présentation rapide de la correspondance et des problèmes envisagés à ce stade de l'analyse.

La distinction fondamentale qui organise la classification de Vuillemin oppose les formes fondamentales de la prédication appartenant à la série dogmatique et les formes fondamentales de la prédication appartenant à la série subjective, dont font partie les jugements de méthode et les jugements d'apparence. Elle aboutit à la caractérisation de six systèmes.

Trois distinctions guident par contre notre analyse logique: l'opposition entre règles contextuelles et règles non-contextuelles, l'opposition entre règles exprimables dans un langage déductif et règles qui demandent l'extension de ce langage et enfin l'opposition entre règles exprimables structurellement par des séquents d'assertions et règles qui requièrent des séquents de niveau supérieur pour qu'une telle analyse soit envisageable. La distinction entre règles des données et règles logiques est, quant à elle, propre au cadre d'analyse que nous avons choisi, c'est-à-dire le système de séquents. Notre analyse aboutit aussi à la caractérisation de six familles de logiques.

Pouvons-nous retrouver l'opposition série dogmatique / série subjective de Vuillemin dans le contexte de notre analyse logique ?

La confrontation ne va pas de soi. Néanmoins, si l'on observe les classes des systèmes logiques du point de vue de la plus ou moins grande contextualité de leurs règles, nous remarquons que les systèmes intuitionnistes et les systèmes à plusieurs valeurs occupent une place particulière. Ils sont les seuls à demander des règles de données contextuels au niveau des séquents d'assertions, la différence entre ces deux systèmes reposant essentiellement sur le fait que ces règles contextuelles sont exprimables dans le langage déductif dans le cas de la logique intuitionniste, mais elles demandent un langage extra-déductif dans le cas des logiques à plusieurs valeurs.<sup>311</sup>

En considérant alors les formes fondamentales de la prédication nous pouvons affirmer que si l'énoncé est interprété au sens de (4), la vérité de l'énoncé est ramenée à la possibilité de la construction (de l'objet a selon P). Les conditions de vérité des

---

<sup>311</sup> L'absence d'une analyse structurelle de ces systèmes logique fait peser une lourde hypothèque sur cette affirmation, qui doit donc être considéré comme encore conjecturale à ce stade de l'analyse.

énoncés complexes obtenus par négation, disjonction, quantification etc., devront se résoudre dans des opérations relatives aux constructions exprimées par les prédicats du langage ; en effet la transformation des figures d'inférence de relations à fonctions, induit une transformation des figures de preuve en véritable construction fonctionnelle des assertions-prémisses à l'assertion-conclusion. La contextualité des règles des données et des règles logiques, propre aux logiques intuitionnistes, est basée sur l'asymétrie fondamentale des structures déductives entre prémisses et conclusions, asymétrie qui fonde à son tour le caractère fonctionnel des preuves.

D'autre part, nous pouvons affirmer que si l'énoncé est interprété au sens de (5), la vérité des énoncés complexes ne pourra être que contextuellement déterminée par des calculs de probabilité relatifs à un espace subjectivement déterminé. Ainsi l'appel à un contexte extra-déductif pour déterminer les règles structurelles et les règles logiques fait pendant à la nature subjective, non universalisable, contextuelle et locale du raisonnement lorsque l'apparence devient le seul critère utilisable dans l'identification de la valeur de vérité d'un énoncé.

La série dogmatique est divisée par la classification de Vuillemin en quatre rubriques : réalisme, conceptualisme, nominalisme des choses et nominalisme des événements obtenues respectivement de la prédication pure, de la combinaison prédication substantielle composite/ accidentelle élémentaire, de la combinaison prédication accidentelle composite/ substantielle élémentaire, et de la prédication circonstancielle. Nous obtenons également, par l'application de nos principes de variation, une quadripartition des familles des logiques à conclusions multiples sans règles des données contextuelles à niveau des séquents d'assertions.

a) Si l'énoncé élémentaire est interprété au sens de (1), aucune modalité de jonction, aucune référence contextuelle à l'énonciation de la prédication ne doit être prise en compte. Ainsi, du point de vue des formes logiques, aucune référence au contexte déductif ne doit intervenir, sauf pour ce qui concerne les individus. En effet, la fermeture de l'univers du discours est opérée par la donnée des éléments du domaine, ainsi que par la détermination des individus pouvant se trouver dans ou hors du cercle d'Euler, et cette fermeture émane de la seule donnée du code lui-même.

Nous avons aussi remarqué que la règle de substitution ne concerne pas la transcription de la structure déductive mais la structure interne des assertions.

On serait tenté, en considérant la règle de substitution pour la logique du deuxième ordre et en suivant une tradition bien établie, d'assigner le réalisme à la logique classique du deuxième ordre et de reléguer la logique classique du premier ordre et les logiques sous-structurelles dans le nominalisme. Il demeure que, du point de vue du métalangage déductif, l'opposition est au moins aussi forte que celle qui sépare la logique classique des logiques sous-structurelles, car la première n'a, à la différence des secondes, aucun connecteur propositionnel contextuel.

b) Si l'énoncé est interprété au sens de (3), en effet, l'universel se réduit au contexte d'énonciation qui détermine de manière complète les conditions de vérité de l'énoncé. Les conditions contextuelles d'identification de la vérité trouvent alors leurs analogues déductifs dans les règles contextuelles à la déduction. L'universel de la prédication pure ne souffre d'aucune considération contextuelle relative à l'espace-temps de l'énonciation. Au contraire l'universel circonstanciel se réduit aux simples conditions d'énonciation, instanciées par l'événement de l'émission verbale. L'élimination des règles d'affaiblissement, d'expansion ou de contraction, caractérisant les logiques sous-structurelles, fixe l'usage des règles logiques au contexte déductif et transforme les propositions classiques, « réutilisables et réidentifiables » sans aucune contrainte au cours de la déduction, en des occurrences de lettres énonciatives, dont la possibilité d'identification dépend des opérations logiques envisagées (elle est seulement possible pour les connecteurs de combinaison). Du point de vue logique, la déduction pour les logiques sous-structurelles n'est qu'une transcription des opérations sur les occurrences des symboles exprimant les énoncés. Les connecteurs logiques, dans un tel contexte déductif, prennent une signification bien différente de la signification des connecteurs de la logique classique. L'absence de contraction, d'affaiblissement ou d'échange dans les structures de données rend possible, en effet, l'apparition de connecteurs propositionnels contextuels à la déduction. On identifiera donc assez naturellement la prédication circonstancielle du nominalisme des événements à la classe des logiques sous-structurelles.

c) Le double jeu entre prédication substantielle / accidentelle semble assez bien pouvoir s'exprimer par le double niveau de séquents propre aux logiques modales. L'opposition modalités aléthiques/modalités contrefactuelles, correspondant sur le plan structurelle respectivement à l'absence et à la présence de règles de raisonnement contextuelles, correspondrait quant à elle à la combinatoire élémentaire/composé.

Lorsque la prédication substantielle est composite, un universel de la substance se trouve à exprimer une prédication dont la vérité ne peut être réduite à l'observation déterministe des accidents. Si l'universel ne peut donc instancier le particulier que d'une manière imparfaite du point de vue logique, (comme s'est le cas lorsque la prédication substantielle est composite), alors la nécessité de la prédication substantielle est soumise à des contraintes métaphysiques. L'explicitation de ces contraintes métaphysiques par des règles de raisonnement non contextuelles sur des séquents de second ordre devrait permettre d'explicitier ses contraintes. On fera correspondre au conceptualisme les logiques comportant des séquents de séquents d'assertions avec règles de raisonnement non contextuelles, en bref les logiques des modalités aléthiques. La notion de nécessité propre à ces logiques modales est une notion métaphysique qui s'oppose à la nécessité logique des systèmes sur les assertions. En effet, les règles de passage des assertions aux séquents d'assertions permettent de raisonner sur les

déductions, mais elles imposent aux raisonnements sur ces déductions des contraintes supplémentaires, non explicitables dans les déductions de niveau 1. La sémantique des logiques modales confirme cette irréductibilité. La sémantique kripkéenne pour la logique des modalités aléthiques requiert ce que Cocchiarella nomme<sup>312</sup> une nécessité métaphysique ; l'interprétation des opérateurs modaux de nécessité, d'implication stricte, de possibilité des logiques modales n'est pas donnée dans la sémantique kripkéenne par référence à l'ensemble de toutes les interprétations possibles (mondes, modèles) dans un espace logique donné, mais seulement par référence aux interprétations appartenant à un ensemble non vide *donné* de telles interprétations<sup>313</sup>. La donnée de cet ensemble d'interprétations, ainsi que la donnée d'une relation d'accessibilité, c'est-à-dire d'un mode de parcours des interprétations fixé au préalable, donnent à l'interprétation de la nécessité des logiques modales son caractère matériel ou, si l'on veut, métaphysique, au sens d'irréductible à l'ensemble de toutes les interprétations logiquement possibles et logiquement accessibles sans aucune contrainte.

d) Au contraire, lorsque la prédication substantielle est simple, le déterminisme des lois de la substance a pour prix de rendre les lois causales réductibles seulement en principe à une analyse déterministe en termes de substances. Les lois causales ne sont donc que probables, les contrefactuels qui les expriment étant comme des promesses d'une explication déterministe. L'identification et la réidentification des énoncés contenant ces universels ne peut donc qu'être contextuelle et vague. Pour ces raisons on identifiera le nominalisme des choses aux logiques avec des règles de raisonnement contextuelles pour les séquents d'ordre supérieur.

Malgré ces explications, le caractère encore conjectural de ces correspondances n'échappera pas au lecteur. Toutefois, si nous laissons ces questions en l'état c'est simplement qu'il nous suffit ici de montrer la possibilité du pluralisme logique. Sa réalité, c'est-à-dire l'identification précise des systèmes logiques à l'œuvre dans la constitution de la connaissance théorique, demande une enquête préliminaire sur les catégories de la connaissance scientifique qui ne pouvait être menée à bien dans le cadre du présent travail.

---

<sup>312</sup> [Cocchiarella], pages 310, 315

<sup>313</sup> La restriction à cet ensemble donné est essentielle pour démontrer le théorème de complétude même pour les logiques modales propositionnelles. Voir [Cocchiarella], pages 315-316

# Conclusion

Le pluralisme logique est-il possible ? Nous avons analysé cette question de deux points de vue complémentaires : l'un historique, l'autre théorique.

En ce qui concerne le premier point, nous avons analysé les théories concurrentes de l'instrumentaliste et de l'absolutisme.

De l'instrumentalisme nous n'avons pris en compte que la philosophie de Carnap, qui en est l'expression la plus accomplie, la plus soucieuse de s'inscrire dans une conception générale de la théorie de la connaissance. Nous en avons souligné l'incohérence : l'affirmation selon laquelle la logique n'a pas de contenu (de même que les mathématiques) est intenable, à moins de reléguer dans le domaine du miracle l'explication de l'application de la logique et des mathématiques à l'expérience, et à moins de s'accorder un principe de bonne volonté universelle capable de garantir la compréhension réciproque dans la tour de Babel des langages.

De l'absolutisme nous avons pris en compte la théorie la plus moderne représentée par la philosophie de Quine. Il demeure nécessaire d'élargir l'enquête aux figures de l'absolutisme interne, représenté par les philosophies de Frege et Russell. Toutes deux prennent comme point d'appui une interprétation métaphysique de la logique et le rapport entre logique et mathématiques fondant la démonstration de l'absolutisme sur l'unité et l'unicité des mathématiques modernes. Une telle analyse nous aurait trop éloigné de l'enquête qui nous occupe ici. Nous nous sommes donc contentés de constater que lorsque l'absolutisme est interne, comme chez Quine, il n'arrive pas à se justifier par la méthode de la science, la seule qui, selon la conception anti-métaphysique de l'épistémologie naturalisée propre à Quine, serait en droit de fournir les arguments pour une telle justification.

Ce double constat d'échec ouvre de fait la voie à une réflexion pluraliste. Nous avons voulu en tracer les lignes qui devraient permettre de donner une réponse définitive à la question qui nous occupe et avec laquelle nous avons entamé cette conclusion. Deux points nous ont semblé cruciaux dans cette réflexion :

1) la possibilité de caractériser

a) les connecteurs logiques de manière univoque

b) la variation des structures logiques de manière déterminée.

2) la possibilité de mettre en correspondance logique et ontologie pour échapper à la trivialité du simple constat de la pluralité des formalismes.

Afin que les éléments d'analyse donnés dans la deuxième partie deviennent les pièces d'une démonstration de possibilité, il faudrait encore :

a) régler, dans l'analyse déductive par les systèmes de séquents, les questions laissées en suspens (généralisation à toutes les logiques modales de l'analyse de Dosen, analyse des logiques à plusieurs valeurs)



b) préciser de quelle manière l'analyse déductive par le système des séquents est susceptible d'une "traduction" en termes sémantiques, c'est à dire préciser si et comment les propriétés intéressantes du point de vue de la variation déductive sont aussi des propriétés intéressantes du point de vue sémantique (par exemple, par la prise en compte de l'analyse sémantique en termes de catégories pour les logiques sous-structurelles ou en termes de probabilité pour les logiques des conditionnels)

c) ajuster la comparaison logico-ontologique en la précisant et en indiquant en quel sens les catégories logiques dégagées sont les seules fondamentales qui puissent être déduites selon un fil conducteur fondé sur la nature des règles déductives

d) déterminer l'étendue de chaque membre de l'opposition intuitionnisme-scepticisme-dogmatisme. Cela présuppose une prise en compte plus générale de l'opposition entre mathématiques intuitionnistes et classiques, et plus particulièrement des solutions données au cours des controverses sur les fondements des mathématiques au problème du continu.

Au-delà des questions encore ouvertes, il faut souligner ici les idées directrices qui, à partir de l'analyse historique, ont dirigé notre analyse théorique.

L'idée selon laquelle les règles logiques (au sens des règles déductives) peuvent déterminer le "sens" du mot *vrai* est, nous l'avons dit, d'inspiration fregéenne. Frege la complétait par la doctrine de l'invariabilité des modes de jonction, de subsomption des objets aux concepts. Une fois cette invariabilité refusée, la variabilité du vrai devrait trouver son pendant dans la variabilité déterminée des lois logiques.

Les lois logiques varient si leur contenu varie. Gödel disait que les vérités logiques portent sur les concepts qu'elles contiennent : les connecteurs logiques. Mais, reconnaissait-il, aucune définition explicite de la signification de ces concepts n'est possible; aucune réduction de ces concepts à des règles linguistiques n'est possible. Toutefois, une caractérisation n'est pas une définition. Une caractérisation permet d'exhiber le rôle et la nature déductive d'un connecteur, tout en ne préjugant pas du sens de ce connecteur, sens qui dépend des contextes déductifs dans lesquels le connecteur est utilisé. Choisir une logique est choisir un sujet, mais non pas au sens de choisir un sujet particulier du discours; ce que l'on choisit, c'est un sens du mot *vrai* que des règles logiques, avec leurs connecteurs, permettent de fixer.

L'idée de Scott, qu'une règle à double ligne puisse fixer le contenu déductif d'un connecteur, exclut d'emblée les opérateurs non-logiques extravagants, ceux qui n'ont pas de contenu exclusivement déductif, ceux que tout tenant de l'instrumentalisme propose pour montrer l'impossibilité de déterminer une ligne de frontière entre le logique et le non logique. A l'invariabilité des règles logiques fait écho la variabilité des structures déductives dans lesquelles ces règles logiques sont appliquées. Ce sont ces structures, qui déterminent avec les doubles règles les sens des connecteurs, qui peuvent être comparées de manière déterminée.

Si l'on admet que les catégories logiques que le système des séquents nous permet de définir sont les seules catégories logiques fondamentales, il faudra encore travailler sur ce noeud de questions relatives à la notion de catégorie, sur lesquelles Gödel, dans les dernières années de sa vie, se penchait à travers la lecture de l'oeuvre husserlienne.

La philosophie de Vuillemin, que nous avons mise à contribution dans ce travail, contient certaines des hypothèses qui nous ont guidé. L'organisation perceptive de l'expérience, celle qui nous permet de "voir" des objets et donc de reconnaître leur localisation et leurs propriétés, se communique dans le langage et par lui s'objectivise. La perception précède le langage et par conséquent les catégories de la connaissance ne sont pas que linguistiques. Mais c'est dans le langage, dans ce médium universel de la connaissance, qu'objectif et subjectif se rencontrent.

Dans la langue, reconnaissait van Heijenoort, une pluralité d'ontologies est enchevêtrée; l'énumération exhaustive de celles qui, parmi elles, sont fondamentales, revient à la possibilité d'une analyse structurelle et combinatoire des possibilités du code de la langue.

Les catégories logiques ne sont pas identiques aux catégories de la langue, car les possibilités du code de la logique sont autrement restreintes. Il demeure néanmoins que si une énumération des catégories logiques fondamentales est possible elle le sera, de la même manière que pour les formes fondamentales de la prédication, par une analyse structurelle et combinatoire des possibilités du code logique.

Cette hypothèse de travail laisse des nombreuses questions irrésolues. Parmi celles-ci, la plus pressante est celle qui concerne les rapports entre logique et mathématiques. Les conclusions de l'analyse de Quine demeurent, malgré leurs difficultés, séduisantes : il n'y a qu'une seule mathématique et la logique ne demande que les ressources les plus obviées de la partie la plus simple des mathématiques : la théorie des ensembles finis. S'agit-il ici d'une affirmation définitive ? Cette question a fait surface à plusieurs reprises dans notre analyse. Nous avons ici et là essayé d'y répondre par la négative. Toutefois ce n'était pas, ici, le lieu de la prendre en considération dans toute son ampleur. Ce travail voulait préciser en quel sens et à quelles conditions une philosophie du pluralisme logique peut être possible. Nous croyons avoir donné des éléments de réponse à cette question.

# Bibliographie

- [Addison Henkin Tarski] *Theory of Models*. (Édition de J.W. Addison, L. Henkin et A. Tarski). Proceedings of the 1963 International Symposium at Berkley. North Holland. 1965.
- [Anderson Belnap] A.R. Anderson, N.D. Belnap jr, *Entailment*, volume 1. Princeton University Press. 1975.
- [Angellelli] I. Angellelli, *Studies on Gottlob Frege and Traditional Philosophy*. D.Reidel. 1977.
- [Avron] A. Avron, "Simple Consequence Relations". *Information and Computation* n°92, pages 105-139. 1991.
- [Barrett Gibson] *Perspectives on Quine*. (Édition de R. Barrett, R.Gibson). Basil Blackwell. 1990.
- [Belnap] N.D. Belnap, "Tonk, Plonk and Plink". *Analysis*, n°22, pages 130-134. 1962.
- [Benacerraf] P. Benacerraf, "Frege the last logicist", *Midwest Studies*, n° 6. 1981.
- [Burge] T. Burge, "Frege on Truth" dans *Frege Synthesized* (Édition de L. Haaparanta et J. Hintikka) pages 97-154. Reidel. 1986.
- [Carnap Au] R. Carnap, *Der Logische Aufbau der Welt*. Berlin-Schlachtensee : Weltkreis-Verlag, 1928.
- [Carnap FLM] R. Carnap, *Foundations of Logic and Mathematics. International Encyclopedia of Unified Science*. volume 1, n°3. University of Chicago Press. 1939.
- [Carnap FR] R. Carnap, "Formalwissenschaft und Realwissenschaft". *Erkenntnis*, Bd 5 H.1, pages 30-37. 1935.
- [Carnap FRf] R. Carnap, "Science formelle et science du réel". (Traduction du général E. Vouillemin de [Carnap FR]). *Actualités scientifiques et industrielles*, n°291, pages 29-37. Hermann & Cie. 1935.
- [Carnap LFP] R. Carnap, *Logical Foundations of Probability*. Routledge& Kegan Paul LDT, 1951.

- [Carnap LSL] R. Carnap, *The Logical Syntax of Language*. Routledge & Kegan Paul LTD, 1937. Première édition *Der logische Syntax der Sprache*. Springer. 1934.
- [Carnap Me] R. Carnap, "The Methodological Character of Theoretical Concepts". Dans *The Foundations of Science and the Concepts of Psychology and Psychoanalysis*, (Édition de H. Feigl et M. Scriven). Minnesota Studies in the Philosophy of Science, volume 1, pages 38-70. Univ. of Minneapolis Press. 1956.
- [Carnap MN] R. Carnap, *Meaning and Necessity*. The University of Chicago Press, 1956. Première édition 1947.
- [Carnap PLS] R. Carnap, *Philosophy and Logical Syntax*. AMS Press, 1935.
- [Carnap TM] R. Carnap, "Testability and Meaning". *Philosophy of Science*, n°3, pages 421-470. 1936.
- [Carnap U] R. Carnap, *Logical Foundations of the Unity of Science*. *International Encyclopedia of Unified Science*, volume 1, n°1. University of Chicago Press. 1938.
- [Carnap Ü] R. Carnap, "Über Protokollsätze". *Erkenntnis*, Bd.3, H.2-3, pages 215-228. 1932.
- [Carnap Ûa] R. Carnap, "On Protocol Sentences". (Traduction de R. Creath de [Carnap Ü]). *Noûs*, n° 21, pages 457-470. 1987.
- [Chisholm] R. Chisholm, "The contrary-to-fact Conditional". *Mind* n°55, pages 289-307. 1946.
- [Church] A. Church, "A Formulation of logic of sense and denotation", *The Journal of Symbolic Logic*, pages 3-24. 1946.
- [Church I] A. Church, *Introduction to Mathematical Logic*, vol.1. Princeton University Press. 1956
- [Cocchiarella] N. Cocchiarella "Philosophical Perspectives on Quantification in Tense and Modal Logic" dans [Gabbay Guenther], volume 2, pages 309-353.

- [Coffa] A. Coffa, "Carnap, Tarski and the search of truth", *Noûs* 21, pages 547-572. 1987.
- [Consuegra] F. R. Consuegra, *Kurt Gödel, Unpublished Philosophical Essays*. Birhäusen Verlag. 1995.
- [Couturat] L.Couturat, *La logique de Leibniz*. Georg Olms, 1985. Première édition Felix Alcan. 1901.
- [Crocco F] G. Crocco, *Fondements logiques du raisonnement contextuel*. Unipress. 1996. (Thèse de l'université Paul Sabatier, Toulouse 1993).
- [Crocco Fariñas C] G. Crocco, L. Fariñas del Cerro, "Conterfactuals : foundations for non monotonic inference part I". Dans *Proc. of Log-In* (Édition de A. Fuhrman). De Gruyter. 1995.
- [Crocco Fariñas SCR] G. Crocco, L.Fariñas del Cerro "Structure, consequence relation and logic". Dans *What is a logical system ?* (Édition de D.M. Gabbay) pages 239-259. Oxford University Press. 1994.
- [Crocco Lamarre] G.Crocco, P.Lamarre, " On the connection between Conditional logics and nonmonotonic logics" dans *Proceedings of KR 92*, pages 565-571 Morgan Kauffman. 1992.
- [Dosen LCPM] K. Dosen, "Logical Constants as Punctuation Marks". Dans *What is a logical system ?* (édition de D.M. Gabbay) pages 273-296. Oxford University Press. 1994.
- [Dosen MLM] K. Dosen, "Modal Logic as Metalogic". Dans *Proceedings of Kleene '90*. Chaika. 1990.
- [Dosen SSGM] K. Dosen, "Sequent systems and groupoid models I". Dans *Studia Logica XLVII*, n°4 pages 353-385.1988.
- [Dosen SSML] K. Dosen, "Sequent systems for modal logics" *The Journal of Symbolic Logic* Vol. 50, n°1, pages 149-168. 1985.
- [Dubucs ] J.Dubucs, "La philosophie de Kurt Gödel". *L'age de la csience* vol.4 pages 53-68. 1991.

- [Dubucs G] J. Dubucs, "L'oeuvre logique de K. Gödel". *L'age de la science*, vol.4, pages 31-61. 1991
- [Dubucs LE] J. Dubucs, "Logique, effectivité et faisabilité". *Dialogues* n°36-1, pages 45-68. 1997.
- [Dummett FBIL] M. Dummett, "The philosophical Basis of intuitionistic Logic". Dans *Logic Colloquium '73*". (Édition de H.E. Rose, et J.C. Shepherdson), pages 5-40. North-Holland. 1975.
- [Dummett IF] M. Dummett *The Interpretation of Frege Philosophy*. Harvard University Press, 1981.
- [Dummett TOE] M. Dummett, *Truth and other Enigmas*. Duckworth. 1978.
- [Frege B] G. Frege, *Begriffsschrift und andere Aufsätze* (Édition de I. Angellelli). Georg Olms, 1971. Première édition *Begriffsschrift Eine aritmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Nebert. 1879.
- [Frege Ba] G. Frege, *Conceptual Notation and Related Articles* (Édition et traduction de T.W. Bynum de [Frege B] ). Clarendon Press. 1972.
- [Frege BW] G. Frege, *Wissenschaftlicher Briefwechsel* (Édition de G. Gabriel, H. Hermes, F. Kambartel, C. Thiel, A. Veraart). Felix Meiner. 1976.
- [Frege BWa] G. Frege, *Philosophical and Mathematical Correspondence* . (édition de B.McGuinness et traduction anglaise partielle de [Frege BW] de H. Kaal). Basil Blackwell. 1980.
- [Frege ELP] G.Frege, *Ecrits logiques et philosophiques* (Traduction et introduction de Claude Imbert). Seuil, 1971.
- [Frege GG] G. Frege, *Grundgesetze der Arithmetik*, Band 1 et 2. Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, 1962. Première édition Jena vol.1 1893. vol. 2 1903.
- [Frege GGa] G. Frege, *The basic Laws of Arithmetic* (Traduction et introduction de M. Furth, traduction anglaise partielle de [Frege GG]). University of California Press, 1964.

- [Frege GL] G. Frege, *Die Grundlagen der Arithmetik, eine logische mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl* (introduction de C. Thiel). Felix Meiner, 1986. Première édition Breslau 1884.
- [Frege GLf] G. Frege, *Les fondements de l'arithmétique* (Traduction et introduction de Claude Imbert, traduction française de [Frege GL]). Seuil, 1969.
- [Frege KS] G. Frege, *Kleine Schriften* (Édition et introduction de I. Angellelli). Georg Olms, 1990.
- [Frege LU I] G. Frege, "Der Gedanke, eine logische Untersuchung". Dans G. Frege, *Logische Untersuchungen* (Édition et introduction de G. Patzing). 2<sup>o</sup> édition, Vandenhoeck & Ruprecht, 1976. Première édition dans *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus*. 1918.
- [Frege LU II] G. Frege, "Die Verneinung, eine logische Untersuchung". Dans G. Frege *Logische Untersuchungen* (Édition et introduction de G. Patzing), pages 54-71. 2<sup>o</sup> édition, Vandenhoeck & Ruprecht, 1976. Première édition dans *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus*. 1918.
- [Frege LU III] G. Frege, "Logische Untersuchungen. Dritter Teil : die Gedankengefüge". Dans G. Frege, *Logische Untersuchungen* (Édition et introduction de G. Patzing), pages 72-91. 2<sup>o</sup> édition, Vandenhoeck & Ruprecht, 1976. Première édition dans *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus*. 1923.
- [Frege NS] G. Frege, *Nachgelassene Schriften* (Édition et introduction de G. Gabriel, H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach, W. Rödding). 2<sup>o</sup> édition. Felix Meiner, 1969.
- [Frege NS a] G. Frege, *Posthumous Writings* (Traduction de P. Long, R. White, R. Hargreaves, traduction anglaise de [Frege NS]). Basil Blackwell, 1979.
- [Gabbay Guenther] D. Gabbay, G. Guenther, *Handbook of Philosophical Logic*. Reidel. Volume 2, 1984. Volume 3, 1986



- [Gentzen] G. Gentzen, *Collected Works*. (Édition, traduction et introduction de M.E. Szabo). North Holland. 1963.
- [Girard] J.Y. Girard, "Linear Logic". *Theoretical Computer Science* n°50, pages 1-102. 1987.
- [Gödel CW I] K. Gödel, *Collected Works, Volume 1, Publications 1929-1938*. (édition de S.Feferman *et alii*). Oxford University Press. 1988.
- [Gödel CW II] K. Gödel, *Collected Works, Volume 2, Publications 1938-1974* (Édition de S.Feferman *et alii*). Oxford University Press, 1990.
- [Gödel CW III] K. Gödel, *Collected Works, Volume 3, Unpublished essays and lectures* (Édition de S.Feferman *et alii*). Oxford University Press, 1995.
- [Goodman] N. Goodman, "The problem of Counterfactual Conditionals". *Journal of Philosophy* n°44, pages 113-128. 1947.
- [Goodman FFP] N. Goodman, *Faits, fictions et prédictions*. (Traduction de P. Jacob). Les Editions de Minuit. 1984. Première édition *Fact Fiction and Forecast*. 1954.
- [Haack DL ] S. Haack, *Deviant Logics*. Cambridge University Press. 1974.
- [Haack PL] S. Haack, *Philosophy of Logic*. Cambridge University Press. 1978.
- [Hacking] I. Hacking, "What is Logic". *The Journal of Philosophy*, n°76, pages 285-319. 1979.
- [Halmos] P.R. Halmos, *Introduction à la théorie des ensembles*. Mouton/Gauthier-Villars 1967. Première édition *Naive Set Theory*. Van Nostrand. 1965.
- [Heij] J. Van Heijenoort, *Selected Essays*. Bibliopolis. 1975.
- [Heinzmann Proust] G. Heinzmann, J. Proust, "Carnap et Gödel : échange de lettres autour de la définition de l'analyticité. Introduction, traduction et notes". *Logique et analyse*, pages 257-291. 1992.

- [Kant KRV] I. Kant, *Critique de la raison pure* (Traduction de A. Tremesaygues et B.Pacaud). PUF, 1986. Premières éditions *Kritik der reinen Vernunft*. Riga. 1781,1787.
- [Kant L] I. Kant, *Logik* (Traduction d L.Guillermit).J. Vrin, 1989. Première édition 1800.
- [Kleene IM] S. C. Kleene, *Introduction to Metamathematics*. North- Holland. 1991. Première édition 1952.
- [Kneale DL] W. Kneale, M. Kneale, *The Development of Logic*. Oxford University Press. 1962.
- [Kneale PL] W. Kneale, "The Province of Logic". Dans *Contemporary British Philosophy*, édition de H.D. Lewis, pages 237-261, Allen and Unwin, 1986.
- [Kripke] S. Kripke, *La logique des noms propres*. (Traduction de P.Jacob et F.Recanati) Les éditions de Minuit. 1982. Première édition. *Naming and Necessity*. 1972.
- [Lambek CST] J. Lambek, "On The Calculus of Syntactic Types". Dans *The Structure of Language and its Mathematical Apects . Proceedings of the 12th Symposium on Applied Mathematics*. Providence, 1961
- [Lambek MSS] J. Lambek "The Mathematics for Sentence Structure". *The American Mathematical Montly* n°68, pages 154-178. 1958.
- [Leonardi Santambrogio] *On Quine, New Essays*. (Édition de P. Leonardi M. Santambrogio). Cambridge University Press. 1995.
- [Lewis ] D. Lewis, *Counterfactuals*. Basil Blackwell. 1986. Première édition 1973.
- [Lukasiewicz] J. Lukasiewicz, *Selected Works*. (Édition de L. Borkowski). North -Holland. 1970.
- [Meyer Mc Robbie] R.K. Meyer, M.A. Mc Robbie, "Multisets and relevant Implication I and II". *Australasian Journal of Philosophy*, n°60, pages 107-139, 265-281. 1982.

- [Ono] H. Ono, Y. Komori, "Logics without the contraction Rule", *Journal of Symbolic Logic*, n°50, pages 263-286. 1985.
- [Prawitz IL] D. Prawitz, "Intuitionistic logic : a philosophical challenge". Dans *Logic and Philosophy*, (Édition de G.H. von Wright). Martinus Nijhoff. 1980.
- [Prawitz IRP] D. Prawitz, "Ideas and results in proof theory" dans *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium*, (Édition de J. Fenstad), pages 235-307. North-Holland. 1973.
- [Prawitz MP] D. Prawitz, "Meaning and Proofs : on the Conflict between classical and intuitionistic Logic". *Theoria*, n°43, pages 2-40. 1977.
- [Prawitz PMC] D. Prawitz, "Proofs and the Meaning and Completeness of the logical Constants". Dans *Essays on mathematical and philosophical Logic* (Édition de J. Hintikka et al.). Pages 25-40. Reidel. 1979.
- [Prior] A.N. Prior, "The runabout Inference-Ticket". *Analysis*, n°21, pages 38-39. 1969.
- [Quine FLPV] W.V. Quine, *From a logical Point of View*. Harvard University Press 1980. Première édition 1953.
- [Quine MEL] W.V. Quine, *Methods of Logic*. Harvard University Press 1982. Première édition. Holt. 1950.
- [Quine ML] W.V. Quine, *Mathematical Logic*. Harper. 1962. Première édition Harvard 1947.
- [Quine PL] W.V.O. Quine, *Philosophy of Logic*. Harvard 1986. Première édition Prentice Hall. 1970.
- [Quine PL f] W.V.O. Quine, *Philosophie de la logique*. (Traduction de J. Largeault de [Quine PL]) Aubier 1975.
- [Quine PT] W.V.O. Quine, *Pursuit of Truth*. Harvard University Press. 1990
- [Quine PTf] W.V. Quine, *La poursuite de la vérité*. (Traduction de M. Clavelin de [Quine PT]). Seuil. 1993

- [Quine Q] W.V. Quine, *Quiddities, an Intermittently philosophical Dictionnary*. Harvard University Press. 1987.
- [Quine RO] W.V. Quine, *Ontological Relativity and Other Essays*. New York 1969
- [Quine RO f] W.V. Quine, *Relativité de l'ontologie et d'autres essais*. (Traduction de J. Largeault de [Quine RO]). Aubier 1977.
- [Quine RR] W.V. Quine, *The Roots of Reference*. Open Court. 1973.
- [Quine SS] W.V. Quine, *From Stimulus to Science*. Harvard University Press 1995.
- [Quine TT] W.V. Quine, *Theory and Things* . Harvard University Press. 1981.
- [Quine WO] W.V. Quine, *Word and Object* . M.I.T. Press. 1960.
- [Quine WOf] W.V. Quine, *Le mot et la chose*. (Traduction française de J. Dopp et P. Gochet de [Quine WO] ) Flammarion. 1977.
- [Quine WP] W.V. Quine, *The Way of Paradox and others Essays* . Harvard University Press. 1966.
- [Rivenc] F. Rivenc, *Recherches sur l'universalisme logique, Russell et Carnap*. Bibliothèque scientifique Payot. 1993
- [Rouilhan U] Ph. de Rouilhan, "De l'universalité de la logique". *L'age de la science*, n°4 t.1, pages 93-119. Odile Jacob. 1991
- [Rouilhan F] Ph. de Rouilhan, *Frege, les paradoxes de la représentation*. Les Editions du Minuit, 1988.
- [Rouilhan P] Ph. de Rouilhan, "Prolegomena to a logic of meaning",. Dans *Logic, Language and Reason* (Édition de D. Vanderveken). Oxford U.P. A paraître
- [Russell PR] B. Russell, "Les principes des mathématiques", dans *Ecrits de logique philosophique* (édition et traduction partielle de J.M. Roy). PUF, 1989. Première édition *Principles of Mathematics*. Cambridge University Press. 1903.

- [Schilpp] *The Philosophy of Rudolf Carnap* (Édition de A. Schilpp). The Library of Living Philosophers. La salle, 1963.
- [Schlick] M. Schlick, *Algemeine Erkenntnislehre*, Springer Verlag 1925. Réédition Surkhane Verlag, 1979.
- [Schrecker] P.Schrecker, "Leibniz et le principe du tiers exclu", *Actualités scientifiques et industrielles*, pages 75-84. Hermann. 1936.
- [Schwartz JR] E. Schwartz, "Le jugement de recognition fregéen et la supposition de détermination complète". *Dialectica* Vol. 46. Fasc. 1, pages 91-114. 1992.
- [Scott AML] D. Scott, "Advice on Modal Logics" dans *Philosophical Problems in Logic* (Édition de K. Lambert). pages 141-173. 1969.
- [Scott CA] D. Scott, "Completeness and Axiomability in many-valued Logic". Dans *Proceedings of the Tarski Symposium* (Édition de L. Henkin). American Mathematical Society, pages 411-435. 1974.
- [Scott OEIU] D. Scott, "On engendering an Illusion of Understanding". *Journal of Philosophy*, n. 68 pages 787-807. 1971
- [Stalnaker] R. Stalnaker "A theory of conditionals" dans *Studies in logical theory*. (Édition de R. Resher). Blackwell. 1968.
- [Takeuti] G. Takeuti, *Proof Theory* . North-Holland, 1975.
- [Tennant ] N. Tennant, *Anti-realism and Logic*. Clarendon Press, 1987
- [Vuillemin E] J. Vuillemin, "L'élimination des définitions par abstraction chez Frege", *Revue de Philosophie*, 1964, pages 19-40. Réimprimé dans J. Vuillemin *L'intuitionnisme kantien*. J. Vrin, 1994
- [Vuillemin FFP] J. Vuillemin, "Les formes fondamentales de la prédication : un essai de classification". *Recherches sur la philosophie et le langage, Cahier n°4 du groupe de recherche sur la philosophie et le langage*. Université de sciences sociales Grenoble. 1984
- [Vuillemin NC] J. Vuillemin, *Nécessité et contingence*. Les Editions de Minuit. 1984.

- [Vuillemin SM] J. Vuillemin, "Le concept de signification empirique (*Stimulus-meaning*) chez Quine". *Revue internationale de Philosophie*, tome XXX. 1976.
- [Vuillemin SR] J. Vuillemin, "Sur le jugement de recognition (Wiedererkennungsurteil) chez Frege", *Archiv für Geschichte der Philosophie*, Band 46, Heft 3, 1964, pages 310-325. Réimprimé dans J.Vuillemin, *L'intuitionnisme kantien*. J. Vrin.1994.
- [Vuillemin WAPS] J. Vuillemin, *What are Philosophical Systems ?* Cambridge University Press. 1986.
- [Wang] H. Wang, *Reflexions on Kurt Gödel*. MIT Press, 1988
- [Weyl] H. Weyl, *Le continu et Autres Écrits* (Traduction, introduction et notes de J. Largeault) Vrin. 1994. Première édition *Das Kontinuum* De Gruyter. 1932.